



**HAL**  
open science

# Caractérisation de l'état de contraintes et des déformations dans des circuits imprimés

Alexandru Falk

► **To cite this version:**

Alexandru Falk. Caractérisation de l'état de contraintes et des déformations dans des circuits imprimés. Autre. Université de Limoges; Universitatea Politehnica (Timisoara, Roumanie), 2022. Français. NNT : 2022LIMO0139 . tel-04041397

**HAL Id: tel-04041397**

**<https://theses.hal.science/tel-04041397v1>**

Submitted on 22 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Université de Limoges**  
**ED 653 - Sciences et Ingénierie (SI)**  
**Laboratoire Génie Civil, Diagnostic & Durabilité**

Thèse pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'Université de Limoges**  
Sciences et Ingénierie

Présentée et soutenue par  
**Alexandru FALK**

Le 16 décembre 2022

**Caractérisation de l'état des contraintes et des déformations dans  
des circuits imprimés**

Thèse dirigée par Liviu Marsavina et Ion Octavian POP

JURY :

Président du jury

M. Adrian PASCU, Professeur des Universités, Université « Lucian Blaga » de Sibiu

Rapporteurs

M. Eugen CICALA, Professeur des Universités, Université de Bourgogne

M. Mircea Cristian DUDESCU, Professeur des Universités, Université Technique de Cluj - Napoca

Examineurs

M. Liviu MARSAVINA, Professeur des Universités, Université Polytechnique de Timisoara

M. Ion Octavian POP, Maître de Conférences, Hdr, Université de Limoges



**UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE MECANICĂ**



**TEZĂ DE DOCTORAT**

**Determinarea stării de tensiune și  
deformație în plăcile cu circuite  
imprimare**

**dipl.ing. Alexandru Falk**

**Conducător științific:  
Prof.univ.dr.ing Liviu Marșavina  
Conf.univ.dr.ing Ion Octavian Pop**

**TIMIȘOARA  
2022**

# **Determinarea stării de tensiune și deformație în plăcile cu circuite imprimare**

Teză destinată obținerii  
titlului științific de doctor inginer  
la  
Universitatea Politehnica Timișoara  
în domeniul Inginerie Mecanică  
de către

**dipl.ing. Alexandru Falk**

Conducător științific: Prof.univ.dr.ing Liviu Marșavina  
Prof.univ.dr.ing Ion Octavian Pop

Ziua susținerii tezei: 16.12.2022

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- |   |  |
|---|--|
| 1. Automatică                               | 9. Inginerie Mecanică                      |
| 2. Chimie                                   | 10. Știința Calculatoarelor                |
| 3. Energetică                               | 11. Știința și Ingineria Materialelor      |
| 4. Ingineria Chimică                        | 12. Ingineria sistemelor                   |
| 5. Inginerie Civilă                         | 13. Inginerie energetică                   |
| 6. Inginerie Electrică                      | 14. Calculatoare și tehnologia informației |
| 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații | 15. Ingineria materialelor                 |
| 8. Inginerie Industrială                    | 16. Inginerie și Management                |

Universitatea Politehnica Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul Școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2013

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității Politehnica Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,  
Tel./fax 0256 403823  
e-mail: editura@edipol.upt.ro

## Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul activității mele în cadrul Departamentului de Mecanică și Rezistența Materialelor al Universității Politehnica Timișoara și Laboratorul de Inginerie Civilă și Construcții Durabile Egleton al Universității din Limoges.

Mulțumiri deosebite se cuvin conducătorului de doctorat prof.dr.ing. Liviu Marșavina și prof.dr.ing Octavian Pop pentru îndrumarea atentă și sfaturile oferite în decursul elaborării acestei teze. De asemenea doresc să le mulțumesc pentru asigurarea condițiilor optime de lucru în cadrul departamentelor, a accesului în laboratoare, dar și pentru încurajările oferite pe tot parcursul acestor ani.

De asemenea doresc să mulțumesc membrilor comisiei de îndrumare, prof.univ.dr.ing. Dan Andrei Șerban, conf.univ.dr.ing. Emanoil Linul, conf.univ.dr.ing. Radu Negru, care mi-au îndrumat pașii spre a realiza cu succes această teză de doctorat prin revizuirea periodică a tezei și a rezultatelor obținute.

Mulțumesc tuturor celor care au fost alături de mine pe parcursul elaborării acestei teze și pentru sfaturile utile oferite.

Nu în ultimul rând, doresc să mulțumesc din toată inima familiei mele, care neconținut mi-au acordat sprijin moral și spiritual, m-au susținut, înțeles și încurajat mereu.

Falk, Alexandru

**Determinarea stării de tensiune și deformație în plăcile cu circuite imprimate**

Teze de doctorat ale UPT, Seria X, Nr. YY, Editura Politehnica, 200Z, 135 pagini, 122 figuri, 6 tabele.

Cuvinte cheie: Corelare digitală a imaginii. DIC, PCB, deformație specifică, tensometrie, FEA

**Rezumat,**

Această lucrare investighează utilizarea corelării digitale a imaginilor (DIC) care este o metodă de măsurare optică și o alternativă la metodele clasice (măsurători tensometrice și FEA), pentru măsurarea deformațiilor specifice pe plăcile cu circuite imprimate (PCB).

Plăcile de circuite imprimate (PCB) sunt concepute pentru a sprijini mecanic și conecta electric un ansamblu de componente electronice. În PCB este indusă o anumită stare de tensiune datorită testării, asamblării cu șuruburi a ansamblului și a variațiilor de temperatură, această stare de tensiune poate duce la dezlipirea componentelor de pe PCB.

Obiectivele temei de cercetare sunt determinarea stării de tensiune și deformație din PCB-urile folosite în industria automotive cu ajutorul corelării digitale a imaginilor, posibilitatea de dezvoltare a unor metodologii de determinare a stării de tensiune și deformație din PCB-uri și validarea unor simulări cu elemente finite.





---

## Cuprins

1.	Introducere	7
1.1	Prezentarea tezei de doctorat. Obiectivele tezei de doctorat	7
1.2	Justificarea/Motivația alegerii temei	8
2.	Stadiul actual privind determinarea deformațiilor în PCB-uri	10
2.1	Metode experimentale. Metoda tensometriei electrice rezistive	10
2.2	Analiza cu elemente finite	24
2.2.2.1	Proprietățile PCB-ului	29
2.2.2.2	Efecte componente	30
2.3	Concluzii	30
3.	Determinarea experimentală a deformațiilor specifice	31
3.1	Tensometrie electrică rezistivă	31
3.2	Metoda corelării digitale a imaginilor	38
3.2.2.1	Pregătirea epruvetelor	46
3.2.2.2	Principii și concepte de bază	47
3.2.3.1	Principii ale corelării digitale a imaginii 3D	50
3.2.3.2	Calibrarea	52
3.2.3.3	Determinarea deplasărilor	55
4.	Determinarea numerică a deformațiilor specifice de pe PCB	63
4.1	Principiul metodei FEA	63
4.2	Definirea modelului	63
4.3	Rezultatele analizei cu elemente finite	65
5.	Influența temperaturii asupra deformării PCB-urilor	73
5.1	Dilatarea termică	73
5.2	Măsurări tensometrice	80
5.3	Metoda corelării digitale a imaginilor în evaluarea deformațiilor produse de variația de temperatură	83
5.4	Determinarea numerică a influenței variației de temperatură	88
5.5	Concluzii	94
6.	Analiza rezultatelor obținute	96
6.1	Solicitare mecanică	96
6.2	Solicitare termică	100
6.3	Concluzii	103
7.	Câmpul singular de tensiune de la interfața PCB-BGA	104

---

7.1	Câmpul singular de tensiune de la interfața a două materiale	104
7.2	Analiza cu elemente finite a câmpului de tensiune de la interfața PCB-BGA 107	
7.3	Definirea modelului pentru analiza locală a BGA-ului	110
7.4	Concluzii	119
8.	Concluzii și contribuții personale	121
9.	Bibliografie	125
10.	Lista Lucrărilor	132

---

## LISTA DE FIGURI

- Fig.1.1 BGA- Ball grid array  
Fig.1.2 Ansamblu PCB  
Fig.1.3 Deformația specifică principală maximă  
Fig.2.1 Deformație liniară  
Fig.2.2 Tensiune  
Fig.2.3 Curba tensiune – deformație specifică  
Fig.2.4 Deformare PCB-ului  
Fig.2.5 Principiul elementelor tensorezistive  
Fig.2.6 Rozetă tensometrică (grup de trei mărci tensometrice)  
Fig.2.7 Poziționarea rozetei în cazul în care a fost îndepărtat un colț al componentei electronice  
Fig.2.8 Poziționarea timbrului tensometric componenta electronică  
Fig.2.9 Zona de poziționare a rozetei de mărci tensometrice  
Fig.2.10 Localizarea rozetei de mărci tensometrice (Bin, H. and Ueda, T. (2011))  
Fig.2.11 PCB-ul de server cu rozete (Bin, H. and Ueda, T. (2011))  
Fig.2.13 PCB-ul de desktop cu rozete (Bin, H. and Ueda, T. (2011))  
Fig.2.14 Graficul deformațiilor specifice pentru PCB desktop (Bin, H. and Ueda, T. (2011))  
Fig.2.15 PCB-ul de laptop cu rozete (Bin, H. and Ueda, T. (2011))  
Fig.2.16 Graficul deformațiilor specifice pentru PCB laptop (Bin, H. and Ueda, T. (2011))  
Fig.2.17 Imprimare pastă de lipit, asamblare componente și depanare PCB (Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018))  
Fig.2.18 Poziționarea rozetelor (Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018))  
Fig.2.19 Rezultatele măsurării deformațiilor specifice a) Imprimarea pastei de lipit ; b) Asamblarea componentelor electronic ; c) ICT (testare circuit); d) Depanelare (Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018))  
Fig.2.20 Secțiune capacitor (În Dehbi et al. (2005))  
Fig.2.21 Model FEA capacitor (În Dehbi et al. (2005))  
Fig.2.22 Rezultate simulare modală a) primul mod; b) al doilea mod (În Dehbi et al. (2005))  
Fig.2.23 Model FEA PBGA (Chen et al. (2008))  
Fig.2.24 Rezultate simulare (Chen et al. (2008))  
Fig.2.25 Model FEA BGA (Chen et al. (2008))  
Fig.2.26 Rezultate simulare impact (Chen et al. (2008))  
Fig.2.27 Proces FEA  
Fig.3.1 Configurarea experimentală  
Fig.3.2 Cazuri încărcare  
Fig.3.3 Amplasamentul mărcilor tensometrice pe PCB  
Fig.3.4 Sistemul de achiziție QuantumX MX1615B și modul de legare al rozetei  
Fig.3.5 Rezultate măsurători a) rozeta 1-Test 1 b) rozeta 1-Test 2 c) rozeta 2-Test 1 d) rozeta 2-Test 2 e) rozeta 3-Test 1 f) rozeta 3-Test 2  
Fig.3.6 Configurația experimentală (Li et al. (2017))  
Fig.3.7 Distribuția deformațiilor specifice care se suprapune cu imaginea din fiecare cameră la un pas înainte de rupere (Li et al. (2017))  
Fig.3.8 Istoricul deformațiilor specifice principale (Li et al. (2017))  
Fig.3.9 Peretele de cărămidă și configurația experimentală (Tung et al. (2008))  
Fig.3.10 Câmp de deplasare și deformație specifică prin încărcare = 50 kN (Tung et al. (2008))

Fig.3.11 Câmp de deplasare și deformație specifică prin încărcare = 182 kN (Tung et al. (2008))

Fig.3.12 Epruvete compozite cu diferite unghiuri de la  $\theta = 0^\circ$  la  $90^\circ$  ( $\Phi 50$  mm  $\times$  100 mm) (Cheng et al. (2017))

Fig.3.13 Configurația experimentală pentru eșantionul de rocă compozită (Cheng et al. (2017))

Fig.3.14 Câmp de deformație specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 0^\circ$  a) deformație specifică axială. b deformație specifică maximă (deformație specifică este prezentată ca procente) ((Cheng et al. (2017))

Fig.3.15 Câmp de deformație specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 15^\circ$  a) deformație specifică axială. b deformație specifică maximă (deformație specifică este prezentată ca procente) ((Cheng et al. (2017))

Fig.3.16 Câmp de deformație specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 45^\circ$  a) deformație specifică axială. b deformație specifică maximă (deformație specifică este prezentată ca procente) (Cheng et al. (2017))

Fig.3.17 Câmp de deformație specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 75^\circ$  a) deformație specifică axială. b deformație specifică maximă (deformație specifică este prezentată ca procente) (Cheng et al. (2017))

Fig.3.18 Câmp de deformație specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 90^\circ$  a) deformație specifică axială. b deformație specifică maximă (deformație specifică este prezentată ca procente) (Cheng et al. (2017))

Fig.3.19 Sistem 2D DIC

Fig.3.20 Distorsiunea radială și tangențială

Fig. 3.21 Principiul de bază al DIC bazat pe subseturi

Fig. 3.22 Principiul de bază al metodei de corelare digitală a imaginii 3D cu o configurație stereoscopică

Fig. 3.23 Principiul de bază al metodei de corelare digitală a imaginii 3D cu o configurație stereoscopică

Fig. 3.24 Principiul de bază al metodei de corelare digitală a imaginii 3D cu o configurație stereoscopică

Fig.3.25 Grila de calibrare

Fig. 3.26 Reziuul punctului determinat cu două camere

Fig. 3.27 Sistemul de corelare

Fig. 3.28 Model aleatoriu de pete

Fig. 3.29 Distribuția deformațiilor specifice maxime ( $\epsilon_1$ ) pe PCB – DIC. a) Cazul de încărcare 1 Test 1; b) Cazul de încărcare 1 Test 2; c) Cazul de încărcare 2 Test 1; d) Cazul de încărcare 2 Test 2;

Fig. 3.30 Distribuția deformațiilor specifice principale maxime pe PCB – DIC. a) A1-A2; b) B1-B2; c) C1-C2; d) D1-D2

Fig. 4.2 Rezultate simulare pentru deformațiile specifice principale maxime: a) Cazul de încărcare 1 - FR4 determinat experimental; b) Cazul de încărcare 1 - FR4 Ansys; c) Cazul de încărcare 2- FR4 determinat experimental; d) Cazul de încărcare 2 - FR4 Ansys

Fig.4.4 Distribuția pe PCB a deformațiilor principale maxime: a) A1-A2; b) B1-B2; c) C1-C2; d) D1-D2

Fig.4.5 Rezultate simulare pentru distribuția tensiunii echivalente: a) Cazul de încărcare 1 - FR4 determinat experimental; b) Cazul de încărcare 1 - FR4 Ansys; c) Cazul de încărcare 2- FR4 determinat experimental; d) Cazul de încărcare 2 - FR4 Ansys

Fig.5.1 Configurație sistem cu filtru trece-bandă (Pan et al. (2011))

---

Fig.5.2 Configurație experimentală (Pan et al. (2011))  
Fig.5.3 Imagini ale suprafeței epruvetei capturate la temperaturi de (a) 28, (b) 800, (c) 1000 și (d) 1200 °C (Pan et al. (2011))  
Fig.5.4 Deformarea suprafeței la 1200 °C: (a) hartă de deplasare h, (b) hartă de deplasare v  
Fig.5.5 Deformarea termică a probei la 1200 °C: (a) deplasarea câmpului h, (b) deplasarea câmpului v și (c) deplasarea rezultantă cu vectori de deplasare radiali. (Pan et al. (2011))  
Fig.5.6 Placa de aluminiu a fost plasată într-un inel de titan (Jin et al. (2014))  
Fig.5.7 Configurația experimentală utilizată pentru a măsura flambajul termic (Jin et al. (2014))  
Fig.5.8 Rezultatele deplasării uz ale structurii la (a) 25 °C, (b) 78 °C, (c) 115 °C și (d) 160 °C (Jin et al. (2014))  
Fig.5.9 Deplasarea direcțională Y dată de (a) DIC și (b) ABAQUS la 115 °C (Jin et al. (2014))  
Fig. 5.10 Configurație experimentală tensometrie  
Fig.5.11 Modul de conectare a mărcilor tensometrice:Sfert de punte  
Fig.5.12 Cuptor  
Fig.5.13 Amplasare mărcilor tensometrice  
Fig.5.14 Rezultate măsurători a) rozeta tensometrică 0 b) rozeta tensometrică 1  
Fig.5.15 Rezultate măsurători mărci tensometrice. Deformația specifică principală maximă – Variație temperatură  
Fig. 5.16 Configurație experimentală DIC  
Fig. 5.17 DIC - definirea ROI și regiunea mărcilor tensometrice optice  
Fig.5.18 Rezultate DIC. Deformația specifică maximă în ROI – a) 25 °C; b) 50 °C; c) 85 °C; d) 120 °C  
Fig.5.19 Rezultate DIC. Deformația specifică maximă– interogare rezultate a) A1-A2; b) B1-B2  
Fig. 5.20 Discretizare  
Fig. 5.21 Rezultate simulare pentru deformațiile specifice principale maxime – a) 25 °C; b) 50 °C; c) 85 °C; d) 120 °C  
Fig. 5.22 Definirea zonelor de evaluare  
Fig. 5.23 Variația deformației specifice principale maxime pe PCB:a) A1-A2 și b) B1-B2  
Fig. 5.24 Rezultate simulare pentru distribuția tensiunii echivalente – a) 25 °C; b) 50 °C; c) 85 °C; d) 120 °C  
Fig. 6.1 Comparare rezultate DIC și rezultate tensometrie ,cazul de încărcare 1 : a) A1A2 b) B1B2 c) C1C2 d) D1D2  
Fig.6.2 Comparație DIC-FEA  
Fig. 6.3 Comparare rezultate DIC vs mărci tensometrice – test cameră termică a) regiunea 0;b) regiunea 1  
Fig.6.4 Comparare rezultate FEA- DIC marcă tensometrică 1 – test cameră termică a) A1-A2; b) B1-B2  
Fig. 7.1 Model bidimensional semi-infinit al interfeței dintre două materiale diferite  
  
Fig. 7.3 Model FEA  
Fig. 7.4 Model bidimensional semi-infinit al interfeței dintre două materiale diferite  
Fig. 7.5 Distribuția tensiunii maxime – solicitare mecanică  
Fig. 7.6 Interogarea rezultatelor la extremitatea interfeței  
Fig. 7.7 Rezultate interogare tensiune maximă – solicitare mecanică

---

Fig. 7.8 Rezultate interogare tensiune maximă reprezentate la scară logaritmică – solcitare mecanică

Fig.7.9 Model 3D BGA

Fig.7.10 Condiții la limită pentru analiza locală a BGA-ului

Fig.7.11 Discretizare model BGA – Solcitare mecanică

Fig.7.12 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solcitare mecanică

Fig.7.13 Discretizare model BGA – Solcitare termică

Fig.7.14 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solcitare termică

Fig.7.15 Condiții la limită

Fig.7.16 Discretizare model BGA – Solcitare mecanică

Fig.7.17 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solcitare mecanică

Fig.7.18 Discretizare model BGA – Solcitare termică

Fig.7.19 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solcitare termică

## **LISTA CU TABELE**

Tabel 3.1. Deformațiile specifice maxime – rozete tensometrice

Tabel 4.1. Proprietățile fizice și elastice ale materialului FR4

Tabel 4.2. Proprietățile fizice și elastice ale materialului componentelor electronice

Tabel 4.3. Proprietățile fizice și elastice ale materialului carcaselor

Tabel 7.1. Proprietățile fizice și elastice ale materialului BGA-ului

Tabel 7.2. Rezultate singularitate

---

# 1. Introducere

## 1.1 Prezentarea tezei de doctorat. Obiectivele tezei de doctorat

Plăcile cu circuite imprimate (PCB) sunt concepute pentru a sprijini mecanic și conecta electric un ansamblu de componente electronice. În PCB este indusă o anumită stare de tensiune datorită testării, asamblării cu șuruburi a ansamblului și a variațiilor de temperatură, această stare de tensiune poate duce la dezlipirea componentelor de pe PCB. Principalele componente afectate sunt microprocesoarele datorită modului în care sunt lipite pe PCB-uri cu ajutorul unor bile din pastă de sudură (BGA - Ball grid array) (Fig.1.1).

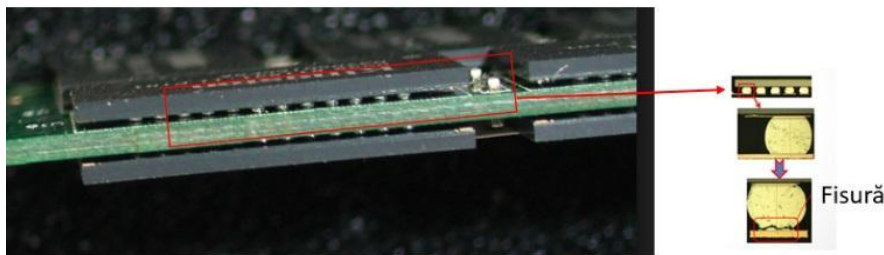


Fig.1.1 BGA- Ball grid array

Pentru a evita asemenea probleme se dorește investigarea tensiunilor și deformațiilor cauzate de diferite tipuri de solicitări (mecanice și termice). Pentru această investigație se vor folosi mai multe metode:

- metoda tensometriei electrice rezistive;
- metoda corelării digitale a imaginilor - este o metoda de masurare optică fără contact pentru măsurarea deformațiilor specifice
- analiza cu elemente finite

Obiectivele temei de cercetare sunt determinarea stării de tensiune și deformație din PCB-urile folosite în industria automotive cu ajutorul corelării digitale a imaginilor, posibilitatea de dezvoltare a unor metodologii de determinare a stării de tensiune și deformație din PCB-uri și validarea unor simulări cu elemente finite. PCB-ul analizat este asamblat confort Fig.1.2.

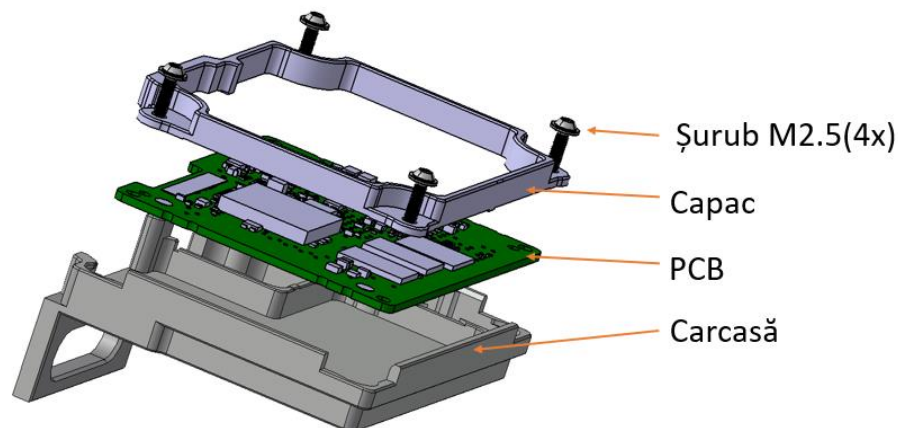


Fig.1.2 Ansamblu PCB

## 1.2 Justificarea/Motivația alegerii temei

Noile generații de dispozitive electronice necesită utilizarea unei varietăți de materiale noi și combinarea materialelor cu o varietate largă a caracteristicilor mecanice și termice ale acestora. Problemele legate de fiabilitatea termo-mecanică, precum și obiectivele funcționale, reprezintă o mare provocare în a înțelege și a proiecta comportamentul mecanic al dispozitivelor și componentelor. Analiza cu elemente finite a componentelor și dispozitivelor este utilizată pe scară largă în procesul de dezvoltare ca instrument de inginerie predictivă. Din păcate, creșterea miniaturizării, complexitatea mai mare a sistemului și aplicarea materialelor avansate pun mai adesea în discuție modelarea mecanică pentru simulare. Deci, există o nevoie puternică pentru a măsura simultan tensiunile și deformațiile specifice pe componente reale.

În ultimii ani, dezvoltarea rapidă a industriei electronice globale a crescut treptat cererea pieței de produse electronice cu funcții diverse, profil subțire, greutate ușoară și dimensiuni mici.

Cu alte cuvinte, plăcile de circuit imprimat (PCB-uri) trebuie instalate cu mai multe caracteristici sau miniaturizate fără a sacrifica funcționalitatea. Astfel, datorită evoluției tehnologiilor de prelucrare electronică, rolul tehnologiei de montare pe suprafață (SMT) în asamblarea componentelor pe PCB a devenit crucială. În procesele de lipire (reflow), procesul de montare pe suprafață este utilizat pentru a topi pasta de lipit imprimată pe un PCB și pentru a produce îmbinări lipite după răcire, care conectează componente electronice la PCB pentru a permite transmisia electrică.

Datorită creșterii gradului de conștientizare cu privire la protecția mediului, studiile au indicat că deșeurile produselor electronice care conțin plumb pot provoca poluarea cu plumb în mediul natural, Huang et al. (2011), Huang et al. (2016), Sitek et al. (2004), Huang (2015). În 2006, Uniunea Europeană a implementat Directiva privind restricția substanțelor periculoase, restricționând utilizarea materialelor de lipit



convenționale ce conțin plumb, care au fost înlocuite cu aliaje Sn-Ag Cu (SAC) fără plumb care sunt mai fragile.

PCB-urile sunt structuri compozite compuse din FR-4, mască de lipit și Cupru. FR-4 este un material compozit compus din țesătură din fibră de sticlă cu un liant din rășină epoxidică rezistent la foc.

Coeficienții de expansiune termică (CTE) ale diferitelor materiale de pe PCB conduc la variația nivelului de expansiune termică, ceea ce duce la apariția tensiunilor și deformațiilor specifice. În plus, procesele de testare și de asamblare a carcaselor pot induce tensiuni suplimentare în PCB, provocând fisuri în pasta de sudură. Principalele componente afectate sunt microprocesoarele datorită modului în care sunt lipite pe PCB-uri cu ajutorul unor bile din pastă de sudură (BGA - Ball grid array).

De aceea controlul deformațiilor specifice pe PCB-uri este foarte importantă, în prezent limita utilizată în industria automotive conform IPC JEDEC-9704 (Fig. 1.3) fiind de 700  $\mu\text{m}/\text{m}$  (deformația specifică exprimată în termeni de părți pe milion,  $10^{-6}$ ) pentru PCB-ul utilizat în acest studiu cu o grosime de 1.6mm. Această valoare fiind pentru faza de configurare a procesului de asamblare, valoare utilizată în acest studiu pentru analiza rezultatelor obținute.

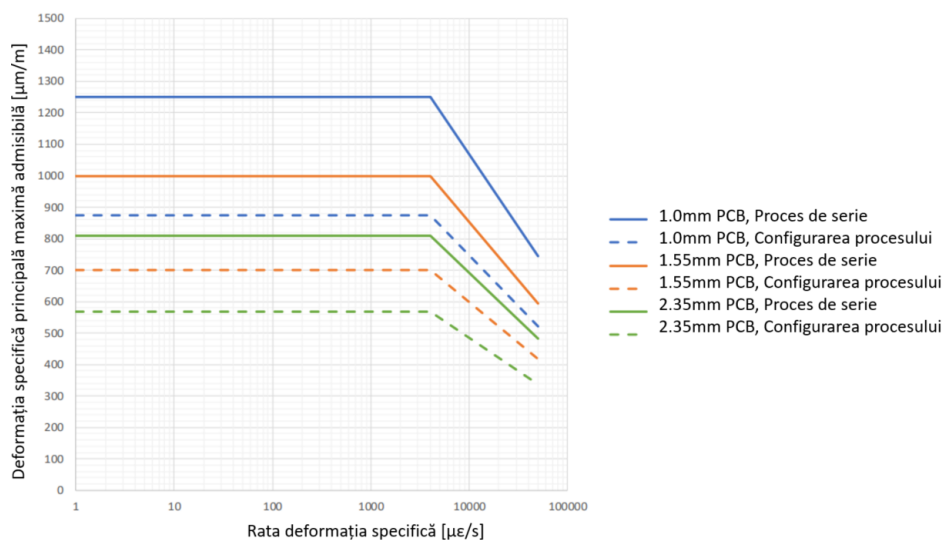


Fig.1.3 Deformația specifică principală maximă

Pentru a determina deformațiile specifice pe PCB-uri în prezent se folosește metoda de măsurare cu mărci tensometrice. Această metodă permite determinarea deformațiilor specifice numai în anumite puncte.

Metoda corelării digitale a imaginilor este o metodă de măsurare optică fără contact pentru măsurarea deformațiilor specifice pe întreaga suprafață. Această metodă este folosită pentru măsurarea deformațiilor specifice a suprafețelor materialelor și structurilor supuse la diferite solicitări (cum ar fi solicitări mecanice și solicitări termice).

## 2. Stadiul actual privind determinarea deformațiilor în PCB-uri

Pentru a evita posibile defecțiuni cum ar fi: fisuri ale pastei de sudură, dezlipirea componentelor electronice, deteriorarea traseelor, care duc la disfuncționalitatea PCB-ului, este necesar să se cunoască tensiunile și deformațiile specifice din PCB-uri pentru a evita poziționarea componentelor sensibile în zonele critice.

Aceste probleme au apărut datorită reducerii grosimii PCB-ului și schimbarea pastei de sudură de la pastă cu plumb la pastă fără plumb care este mult mai fragilă.

### 2.1 Metode experimentale. Metoda tensometriei electrice rezistive

#### 2.1.1 Metoda tensometriei electrice rezistive – elemente fundamentale

Conform teoriei elasticității orice corp se deformează sub acțiunea sarcinilor exterioare sau a unor factori cu efect analog (exemplu: variații de temperatură). Dacă deformațiile produse sunt inferioare unei anumite valori (limita de elasticitate) atunci deformațiile dispar odată cu cauza care le-au produs.

În figura 2.1 este prezentat modul de deformare a unei bare sub acțiunea unei forțe exterioare, Omega engineering (1999).

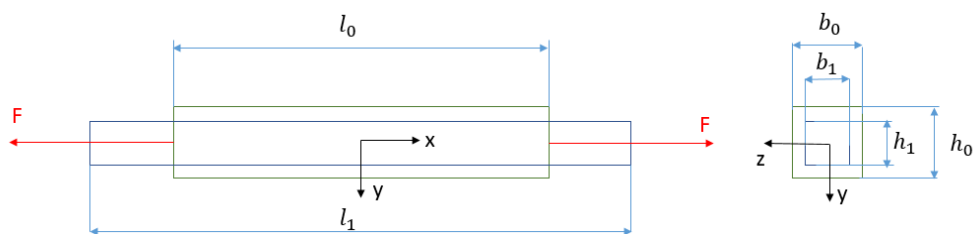


Fig.2.1 Deformație liniară

Definirea deformației specifice liniare (lungirea): este raportul dintre  $\Delta l$  a barei și lungimea inițială  $l_0$  și se notează cu  $\epsilon$ , Omega engineering (1999).

$$\epsilon_x = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}; \epsilon_y = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{h_1 - h_0}{h_0}; \epsilon_z = \frac{\Delta b}{b_0} = \frac{b_1 - b_0}{b_0} \quad (2.1)$$

În cazul solicitării de compresiune  $\Delta l$  și  $\epsilon$  au valori negative.

Deformațiile specifice sunt adimensionale. În cazul PCB-urilor este definită valoarea de micro – deformație specifică (microstrain)  $\mu\epsilon$ . Astfel pentru o valoare de 1 micro – deformație specifică  $\epsilon=0,000001$ .

Tensiunea ( $\sigma$ ) este definită ca raportul dintre forță și suprafața pe care tensiunea este aplicată. (Fig.2.2)

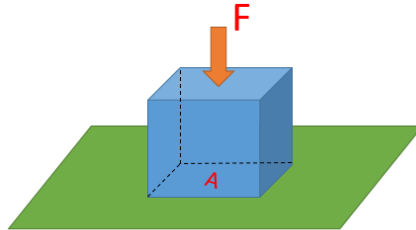


Fig.2.2 Tensiune

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.2)$$

Tensiunea cauzează deformație specifică, legătura dintre ele fiind definită de legea lui Hooke: (Fig.2.3)

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.3)$$

unde E este modulul de elasticitate (modulul lui Young), care este o măsură a rigidității.

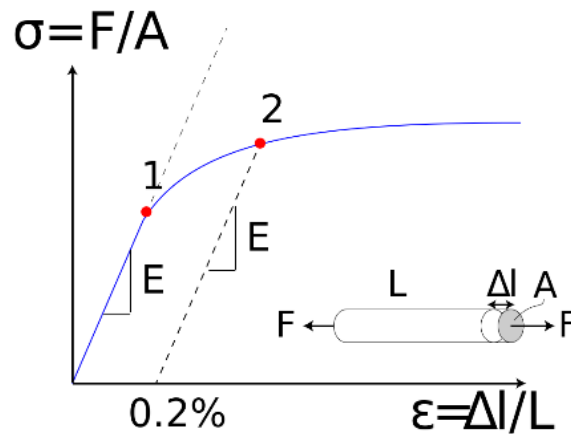


Fig.2.3 Curba tensiune - deformație specifică

Datorită procesului de producție, popularea PCB-ului cu componente electronice, testarea iar apoi asamblarea acestuia, apar tensiuni în PCB și prin urmare deformații specifice în mai multe direcții ceea ce duce la apariția tensiunilor în îmbinările pastei de sudură și în BGA-uri. (Fig.2.4) Bin and Ueda (2011), Hoffmann (1989), Shi et al. (2011), Shi and Ueda (2011), Kregting et al. (2011).

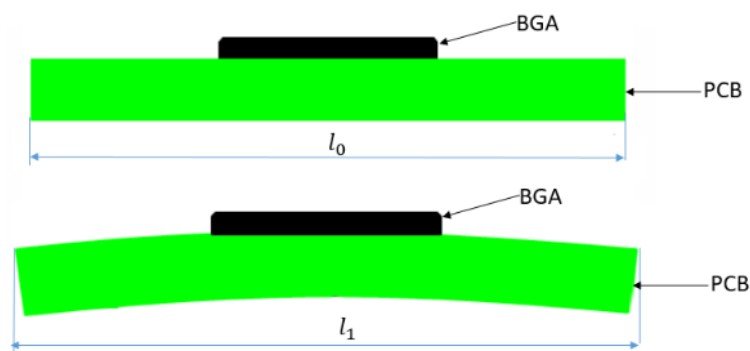


Fig.2.4 Deformare PCB-ului

Pentru determinarea deformațiilor specifice din anumite puncte de pe PCB se folosește metoda tensometriei electrice rezistive.

Modul de funcționare a mărcilor tensometrice este bazat pe efectul tensorezistiv care presupune modificarea rezistenței unui conductor atunci când asupra sa acționează un efort ceea ce duce la alungirea sau comprimarea acestuia.

Principiul de funcționare al elementelor tensorezistive (Fig.2.5) Hoffmann (1989), se consideră un conductor uniform de secțiune  $A$ , lungime  $l$  și rezistivitate  $\rho$ , variația rezistenței sale datorită modificării dimensiunilor produse de alungirea  $\Delta l$  va fi: (Omega engineering (1999)).

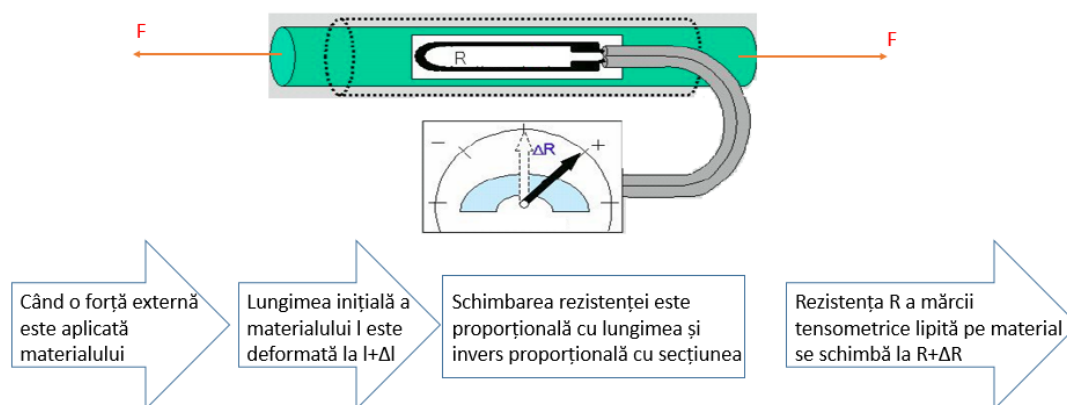


Fig.2.5 Principiul elementelor tensorezistive

$$\Delta R = \frac{\rho}{A} \Delta l - \rho \frac{l}{A^2} \Delta l + \frac{l}{A} \Delta \rho \quad (2.4)$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (2.5)$$

Prin împărțirea la  $R$  rezultă:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (2.6)$$

Variația relativă de arie se poate exprima sub forma:

$$\frac{\Delta A}{A} = -2\mu \frac{\Delta l}{l} \quad (2.7)$$

unde  $\mu$  este coeficientul lui Poisson și admitând pentru rezistivitate o variație liniară cu volumul  $V$  sub forma:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = k \frac{\Delta V}{V} = k \frac{\Delta l A + l \Delta A}{V} = k(1 - 2\mu) \frac{\Delta l}{l} \quad (2.8)$$

Rezultă expresia:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} [1 - 2\mu + k(1 - 2\mu)] = K \frac{\Delta l}{l} = K \varepsilon \quad (2.9)$$

În practică elementele tensorezistive se întâlnesc sub denumirea de marcă tensometrică iar coeficientul  $K$  poartă denumirea de factor de marcă, Omega engineering (1999).

Un grup de trei mărci tensometrice (dispuse sub forma unei rozete) permit măsurarea deformațiilor specifice în trei direcții și calculul deformațiilor specifice în orice direcție.

Pentru măsurarea deformațiilor specifice cele mai utilizate mărci tensometrice utilizate în practică sunt sub formă de rozetă formate din trei mărci tensometrice pozitionate la un anumit unghi ( $0^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ ;  $0^\circ - 60^\circ - 120^\circ$ ), Omega engineering (1999), Intel (2016), Bin and Ueda (2011), IPC (2011), IPC (2012), National Instrument (2016).

Modul de dispunere și tipul de mărci tensometrice ce trebuie folosite pentru măsurarea deformațiilor specifice în PCB-uri este prezentat în IPC JEDEC 9704A. IPC (2012)

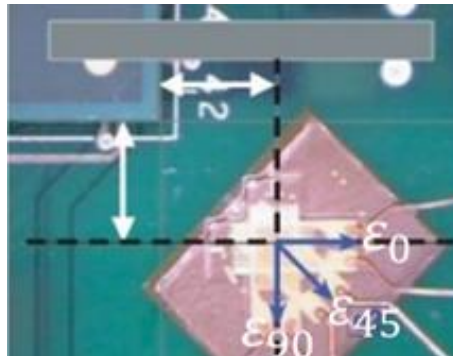


Fig.2.6 Rozetă tensometrică (grup de trei mărci tesniometrice)

Calculul teoretic al deformației specifice maxime/minime  $\varepsilon_{1,2}$  se face cu relației:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{45}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{45} - \varepsilon_{90})^2} \quad (2.10)$$

unde  $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_{45}$ ,  $\epsilon_{90}$  sunt deformațiile specifice indicate de mărcile tensometrice din rozetă.

Conform standardului IPC JEDEC 9704A recomandările pentru mărcile tensometrice sunt următoarele:

-Rozetă formată din trei mărci tensometrice poziționate rectangular la un unghi de  $0/45/90^\circ$ .

-Dimensiunea nominală a mărcilor tensometrice 1-2  $mm^2$ .

-Rezistența mărcilor tensometrice 120-350  $\Omega$ .

Lungimea mărcilor tensometrice trebuie să fie cât de mică posibilă pentru a minimiza efectul neuniform a gradientului deformațiilor specifice pe PCB. De asemenea, mărcile tensometrice trebuie să fie suficient de mari în așa fel încât elementele de dimensiuni mici cum ar fi traseele și vias-urile să nu afecteze citirea corectă a deformației specifice de către timbrul tensometric.

### **2.1.2 Modul de dispunere a mărcilor tensometrice în zona componentelor electronice ce se așează pe o matrice de bile de pastă de lipit. IPC (2012)**

Modul de dispunere al rozetelor este pe suprafața PCB-ului în toate cele patru colțuri ale componentei electronice cu centrul rozetei localizat la intersecția dintre liniile deplasate față de componenta electronică cu  $3.56 \pm 0.25$  mm (Fig.2.6).

Mărcile tensometrice e1 și e3 trebuie orientate paralel cu muchiile componentei electronice, respectiv timbrul tensometric e2 pe diagonala componentei.

Sunt situații în care nu este nevoie să fie poziționate mărci tensometrice în toate cele patru colțuri ale componentei electronice în cazul în care două componente electronice sunt în imediată apropiere. În astfel de situații se va alege poziționarea rozetei în punctul în care a fost determinată în mod analitic sau prin simulări deformația specifică maximă.

Este recomandat să se lase o zonă de restricție în jurul componentei electronice unde ar fi posibilă poziționarea rozetei. Pot exista situații în care poziționarea rozetelor este limitată mecanic cum ar fi de exemplu zonele de teste ICT (In-Circuit test). În astfel de situații poate fi considerată ca și alternativă îndepărtarea unui colț a componentei electronice.

Modul de dispunere a rozetei în cazul în care a fost îndepărtat un colț al componentei electronice este în așa fel încât centrul rozetei să fie poziționat deasupra intersecției muchiilor componentei electronice. Aliniamentul rozetei de mărci tensometrice trebuie să fie în așa fel încât mărcile tensometrice e1 și e3 să fie orientate paralel cu muchiile componentei electronice iar timbrul e2 să fie orientat de-a lungul diagonalei componentei electronice (Fig.2.7).

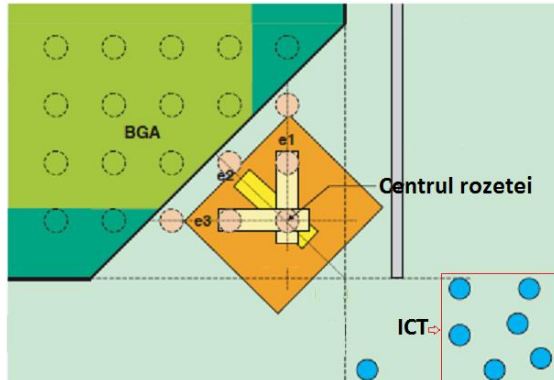


Fig.2.7 Poziționarea rozetei în cazul în care a fost îndepărtat un colț al componentei electronice

### 2.1.3 Modul de dispunere a mărcilor tensometrice în zona componentelor electronice cu terminale de legătură la periferie (ex. condensator, rezistențe), IPC (2012)

În acest caz pot fi folosite mărci tensometrice simple uniaxiale sau rozete triaxiale. Modul de dispunere a timbrului tensometric nu trebuie să depășească mai mult de 1 mm față de componenta electronică. Exemplu în Fig.2.8.

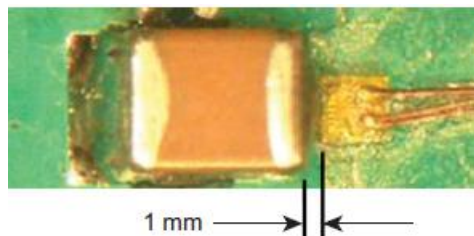


Fig.2.8 Poziționarea timbrului tensometric componenta electronică

### 2.1.4 Modul de atașare al mărcilor tensometrice, IPC (2012)

Pentru a asigura o bună atașare a mărcilor tensometrice pe PCB este foarte importantă pregătirea suprafeței PCB-ului.

Recomandările pentru pregătirea suprafeței și a modului de atașare a mărcilor tensometrice:

1. Suprafața trebuie pregătită conform instrucțiunilor producătorului de mărci tensometrice, ținând cont să nu se distrugă suprafața PCB-ului:
  - a. Dezlipirea componentelor mici care interferează cu atașarea mărcilor tensometrice.
  - b. Curățarea suprafeței cu un solvent (ex. Alcool izopropilic)
2. După pregătirea suprafeței se atașează mărcile tensometrice utilizând adezivul recomandat

### 2.1.5 Firele de legătură, IPC (2012)

Detaliile pentru firele de legătură sunt următoarele:

- Sunt preferate firele de legătură 30 AWG (American Wire Gage).
- Configurația de trei fire (permite compensația rezistenței firului de legătură) este preferată față de configurația convențională cu două fire.
- Lungimea recomandată a firelor este de 1,5-2.5 metri, însă firele de legătură nu trebuie să fie mai mari decât este nevoie.

### 2.1.6 Aplicații și indicații ale modului de utilizare a mărcilor tensometrice

Potrivit producătorului de microprocesoare Intel, gradientul deformației specifice este foarte abrupt și neliniar la colțul componentei electronice. Intel (2016)

Plasând rozeta tensometrică prea aproape de colțul componentei electronice cauzează ca măsurarea să fie foarte sensibilă la erori mici de plasare a rozetei tensometrice.

Plasând rozeta tensometrică prea departe de colțul componentei electronice duce la reducerea sensibilității la adevărata deformație în colțul componentei.

Astfel se alege modul de amplasare a rozetei de mărci tensometrice în zona lineară (Fig.2.9):

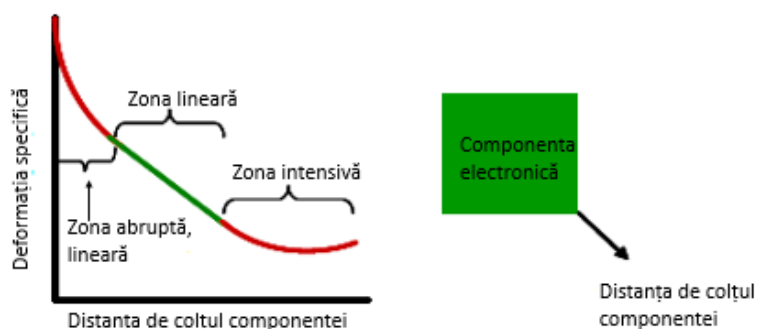


Fig.2.9 Zona de poziționare a rozetei de mărci tensometrice

Pentru componentele ce se așează pe BGA-uri centrul rozetei trebuie să fie poziționat la intersecția dintre liniile ce se află la distanța de  $3.6 \pm 0.5$  mm față de marginile componentei electronice în același mod cum este specificat în IPC (2012).

Este recomandat ca să fie monitorizată deformația specifică în toate cele patru colțuri.

În lucrarea lui Bin, H. and Ueda, T. (2011), este prezentat modul de măsurare a deformațiilor specifice pentru PCB-urile utilizate în servere, desktop și laptop cu grosimi diferite ale PCB-urilor în timpul asamblării componentelor. Amplasarea



rozetelor tensometrice pe suprafața PCB-ului, la toate cele patru colțuri ale componentei selectate, cu centrele rozetei situate la intersecția liniilor decalate față de marginea componentei cu  $3,56 \text{ mm} \pm 0,25 \text{ mm}$ , așa cum se arată în Fig. 2.10. Mărcile e1 și e3 din Fig. 2.10 trebuie să fie orientate paralel cu marginile componentei electronice. Marca e2 din Fig. 2.10 trebuie să fie orientată în diagonală în raport cu marginile componentei electronice.

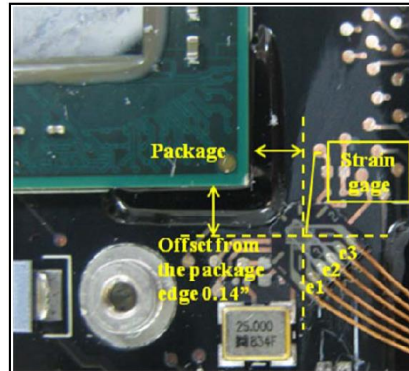


Fig.2.10 Localizarea rozetei de mărci tensometrice (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

Achiziția de date a fost făcută cu sistemul Kyowa EDX-2000-A-64. Rozeta tensometrică utilizată este NMB FR-1A12L30W1MS cu următoarele caracteristici: rezistență de  $120 \Omega$ , trei mărci tensometrice amplasate la:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ .

#### Testul pentru PCB-ul de server

Grosimea PCB-ului de server utilizat în acest studiu (vezi Fig. 2.11) este de  $2,35 \text{ mm}$ . SE (1, 2, 3) din Fig. 2.11 este rozeta de la colțul de sud-est al componentei măsurate, iar cele trei mărci tensometrice ale acesteia sunt conectate la canalele de măsurare 1, 2 și 3 ale echipamentului de măsurare. Celelalte trei abrevieri urmează aceeași regulă. Curbele de deformare specifică ale rozetelor de la cele 4 colțuri sunt prezentate în figura Fig. 2.12, acestea sunt înregistrate în timpul procesului de asamblare a sistemului în diferite faze: asamblarea sistemului de fixare a CPU-ului (microprocesor), asamblarea CPU-ului (microprocesor) și asamblarea radiatorului. Nivelul deformațiilor specifice este în limita  $\pm 250 \mu\text{e}$ .

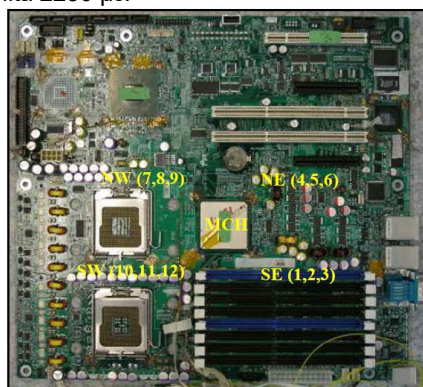


Fig.2.11 PCB-ul de server cu rozete (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

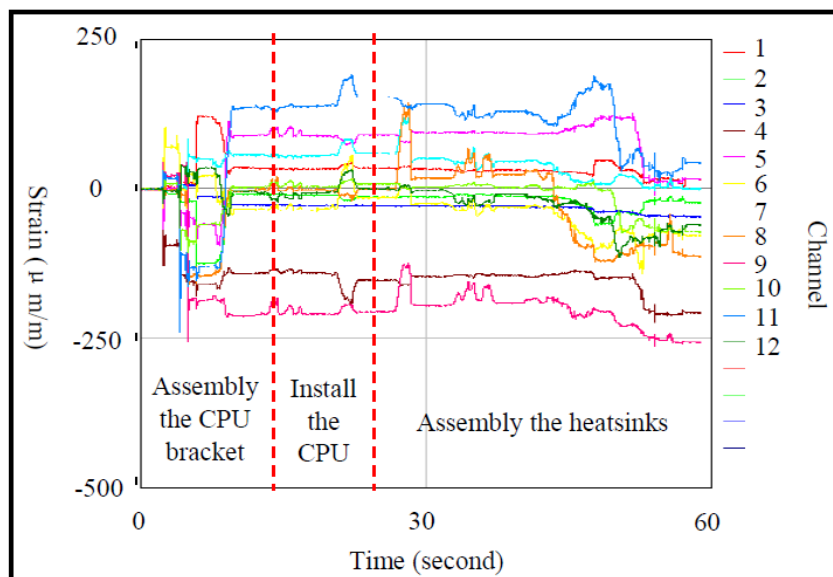


Fig.2.12 Graficul deformațiilor specifice pentru PCB server (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

#### B. Testul pentru PCB-ul de desktop

Grosimea PCB-ului de desktop utilizat în acest studiu (vezi Fig. 2.13) este de 1,55mm. Curbele de deformație specifică ale rozetelor la cele 4 colțuri ale componentei electronice (PCH) sunt prezentate în figura Fig. 2.14 acestea sunt înregistrate în timpul procesului de asamblare a sistemului. acestea sunt înregistrate în timpul procesului de asamblare a sistemului în diferite faze: asamblarea PCB-ului pe șasiu, asamblarea CPU-ului (microprocesor) și memoriei RAM, asamblarea radiatorului pe CPU și asamblarea ventilatorului PCH. Nivelul deformațiilor specifice este în limita +250 -500  $\mu\text{e}$  cu un vârf în faza de asamblare a ventilatorului.



Fig.2.13 PCB-ul de desktop cu rozete (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

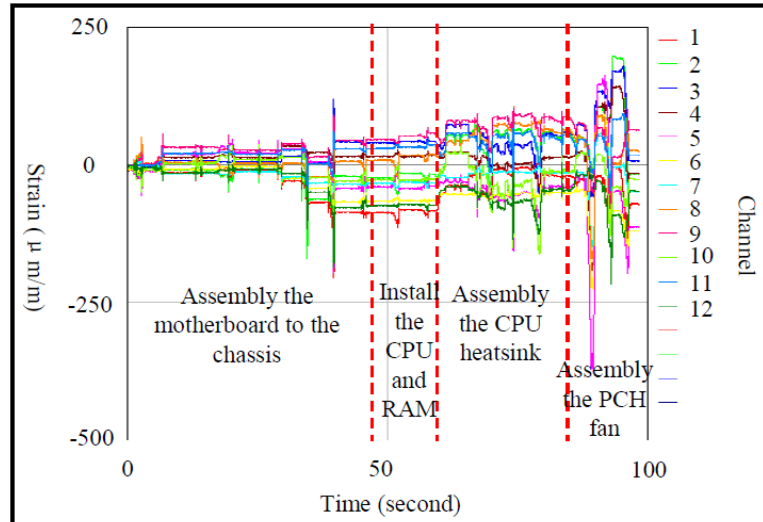


Fig.2.14 Graficul deformațiilor specifice pentru PCB desktop (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

### C. Testul pentru PCB-ul de laptop

Grosimea PCB-ului de laptop utilizat în acest studiu (vezi Fig. 2.15) este de 1,00 mm . Curbele de deformație specifică ale rozetelor la cele 4 colțuri ale unității de procesare grafică (GPU) (vezi Fig. 2.15) sunt prezentate în figura Fig. 2.16 acestea sunt înregistrate în timpul procesului de asamblare a sistemului în diferite faze: asamblarea radiatorului și difuzorului, asamblarea PCB-ului pe șasiu, asamblarea memoriei RAM și a ventilatorului. Nivelul deformațiilor specifice este în limita  $\pm 300\mu\text{e}$  cu un vârf în faza de asamblare a PCB-ului pe șasiu.

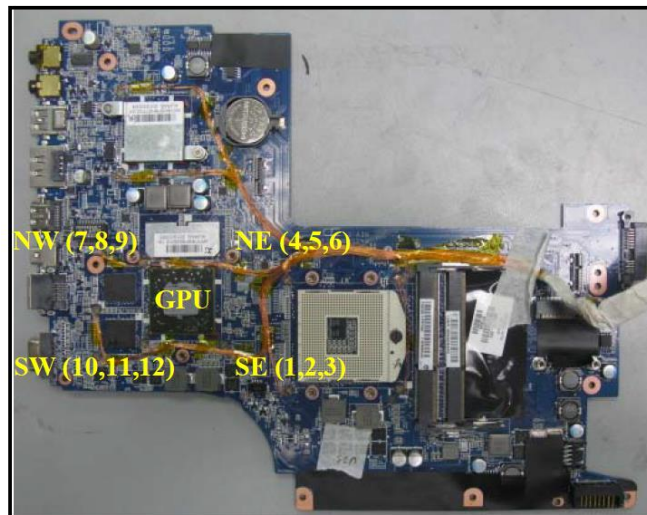


Fig.2.15 PCB-ul de laptop cu rozete (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

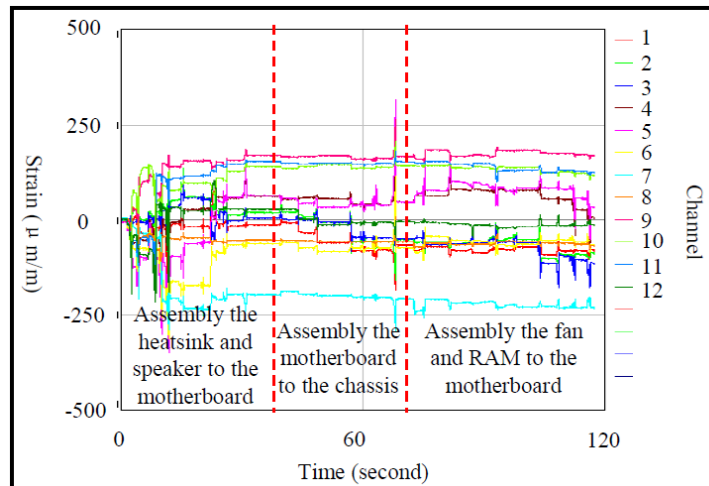


Fig.2.16 Graficul deformațiilor specifice pentru PCB laptop (Bin, H. and Ueda, T. (2011))

În lucrarea lui Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018) este analizată îndoirea plăcilor cu circuite imprimate în timpul asamblării și depanelării. Scopul este de a identifica tensiuni mari care pot duce la distrugerea în special a conexiunilor lipite în timpul funcționării produsului final, utilizând tehnica de tensometrie.

Acest lucru este analizat în timpul diferitelor etape de fabricație (Fig. 2.17)



Fig.2.17 Imprimare pastă de lipit, asamblare componente și depanelare PCB (Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018))

Obiectivul principal al testelor este de a determina deformația specifică maximă în zonele cu concentrație mare de deformare, în special la colțurile componentelor mari. În acest scop se folosesc rozetele tensometrice (Fig. 2.18) cu lungimea grilei mai mică de 1 mm. S-au folosit rozetele tensometrice TML FRA-1-11-3L cu cabluri integrate. Pentru unele componente este suficientă o marcă tensometrică Vishay tip EA-06-031DE sau HBM LY11/0.6. Achiziția a fost făcută cu Pohl-EMS DV803.

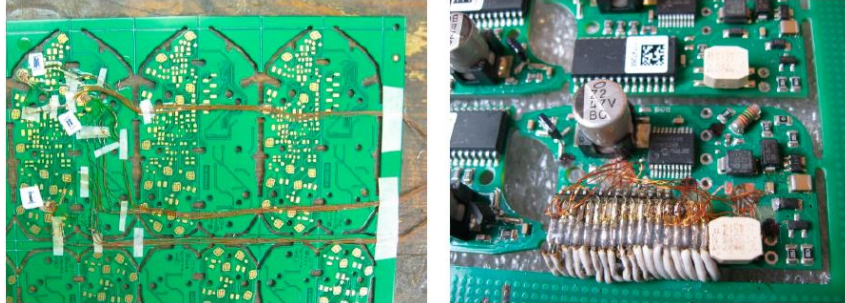
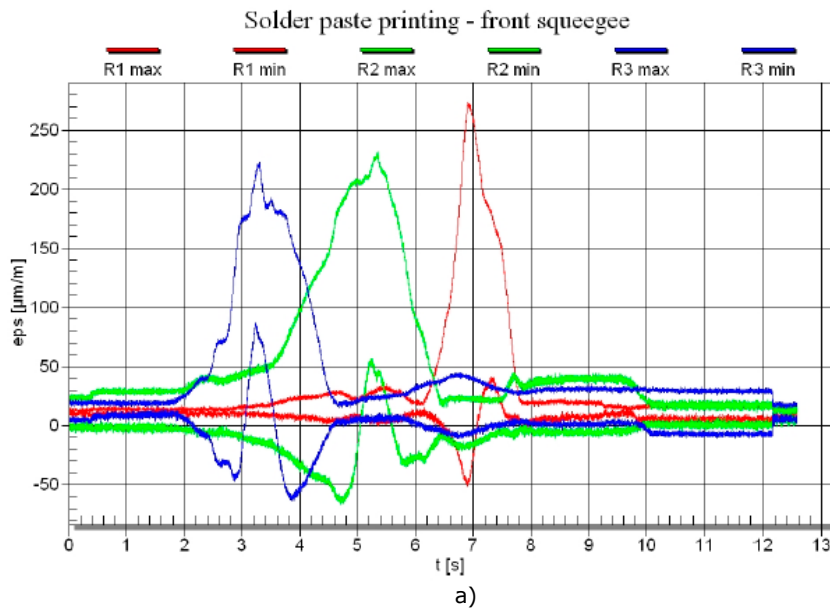
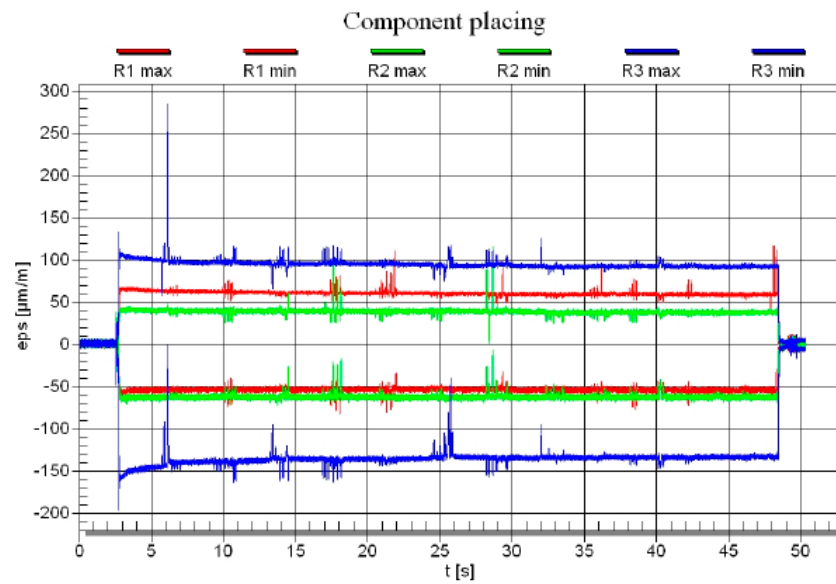


Fig.2.18 Poziționarea rozetelor (Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018))

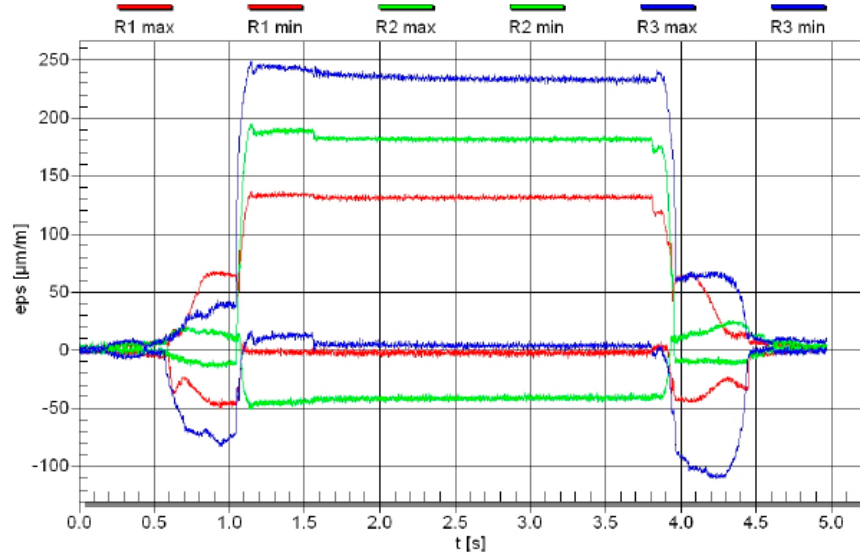
Testele sunt efectuate pe panouri multiple, care conțin mai multe PCB-uri, care sunt separate prin tăiere și frezare la sfârșitul asamblării lor.

În timpul diferitelor etape de fabricație sunt măsurate deformațiile specifice. Rezultatele sunt prezentate în Fig.2.19 a) Imprimarea pastei de lipit ; b) Asamblarea componentelor electronice ; c) ICT (testare circuit); d) Depanelare

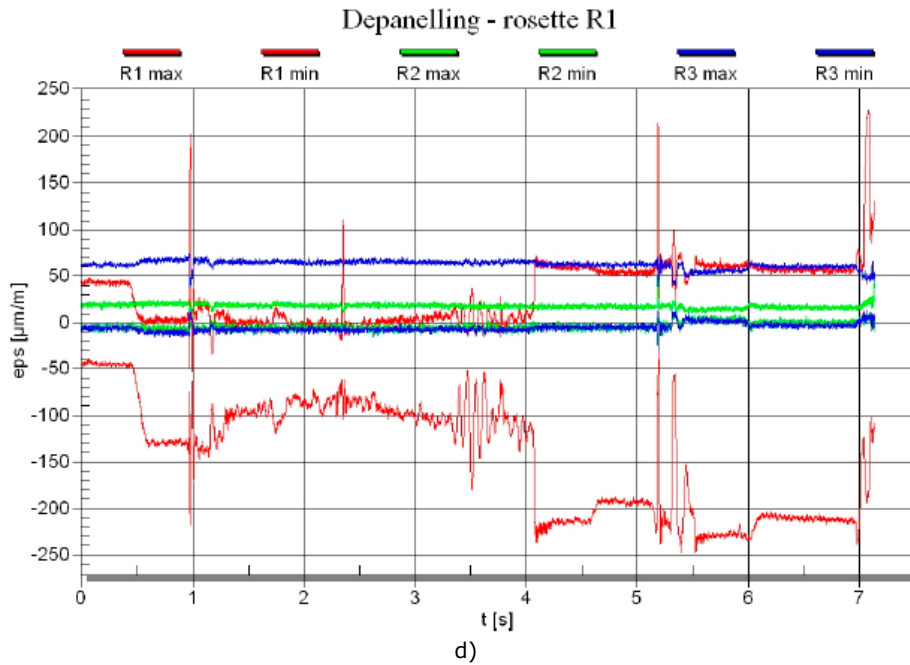




b)  
ICT



c)



d)  
 Fig.2.19 Rezultatele măsurării deformațiilor specifice a) Imprimarea pastei de lipit ; b) Asamblarea componentelor electronic ; c) ICT (testare circuit); d) Depanelare (Chvojan, J. and Vaclavik, J. (2018))

---

## 2.2 Analiza cu elemente finite

### 2.2.1 Informații general

Analiza cu elemente finite (FEA) este o metodă numerică pentru rezolvarea problemelor de inginerie și fizică matematică. Utilă pentru probleme cu geometrii complicate, încărcări și proprietăți ale materialelor în care nu se pot obține soluții analitice.

Astfel în cazul în care geometria de proiectare este mult mai complexă și cerința de precizie este mult mai mare cu ajutorul FEA putem să:

- înțelegem comportamentele fizice ale unui obiect complex (rezistență, capacitate de transfer de căldură, flux de fluid etc.)

- determinăm performanța și comportamentul. Pentru a calcula marja de siguranță și să se identifice cu precizie punctele slabe ale proiectării

- identificăm cu încredere designul optim

Aplicații comune FEA:

- Inginerie mecanică / aerospațială / civilă / auto

- Analiza structurală - static / dinamic; Liniar / neliniar

- Debitul de fluid

- Transfer de căldură

- Câmpuri electromagnetice

- Mecanica solului

- Acustică

- Biomecanică

FEA este de mare ajutor pentru a afla zonele în care pot apărea probleme înainte ca produsul să fie construit. Aceste informații sunt folosite pentru a face ajustări ale design-ului produsului pentru a reduce deformația specifică și de a re poziționa anumite componente electronice sensibile (ex. microprocesoarele) dacă este cazul. Manhart (2016)

Metoda elementelor finite (FEM), denumită uneori ca analiză cu elemente finite (FEA), este o tehnică de calcul utilizată pentru a obține soluții aproximative ale problemelor și este o abordare numerică pentru a obține rezultatul real al ecuațiilor diferențiale parțiale. Simplu spus, o problemă a valorii de graniță este o problemă matematică în care una sau mai multe variabile dependente trebuie să satisfacă o ecuație diferențială peste tot într-un domeniu cunoscut de variabile independente și să satisfacă condiții specifice de la granița domeniului. Problemele cu valoarea limită sunt, de asemenea, numite uneori și probleme de câmp. Câmpul este domeniul de interes și reprezintă cel mai adesea o structură fizică.

Variabilele de câmp sunt variabile dependente de interes guvernate de ecuația diferențială. Condițiile la graniță sunt valorile specificate ale variabilelor câmpului (sau variabilelor conexe, cum ar fi derivatele) de la limitele câmpului.

În funcție de tipul de problemă fizică analizată, variabilele de câmp pot include deplasarea fizică, temperatura, fluxul de căldură și viteza fluidului.



## 2.2.2 Analiza cu elemente finite a PCB-urilor

Solicitările mecanice (ex. șoc, vibrații) și termice impuse unei plăci cu circuite integrate pot, dacă sunt suficient de severe, să provoace defectarea componentelor electronice atașate. Cea mai convenabilă și mai frecvent metodă utilizată de precizie a deformațiilor specifice pe întreaga suprafață a PCB-ului este prin crearea de modele cu elemente finite.

Multe exemple bune de modele detaliate ale elementelor finite există deja în literatura de specialitate actuală. Dehbi et al. (2005), Gu et al. (2007), Chen et al. (2008), Luan et al. (2006), Shetty et al. (2001), Shetty et al. (2003), Li et al. (2001), Jih et al. (1998), în care complexitatea acestor modele este justificată întrucât este necesară determinarea tensiunilor interne ale componentelor.

În Dehbi et al. (2005) este prezentat un model cu elemente finite pentru un capacitor, în Fig. 2.20 este prezentată o secțiune a componentei iar în Fig. 2.21 modelul FEA, datorită simetriei, modelul a fost simplificat la jumătate de componentă. Rezultatele simulării modale sunt prezentate în Fig. 2.22.

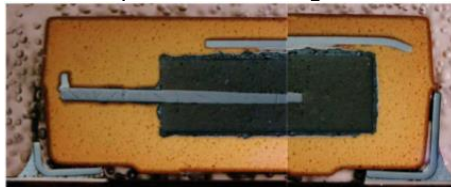


Fig.2.20 Secțiune capacitor (În Dehbi et al. (2005))

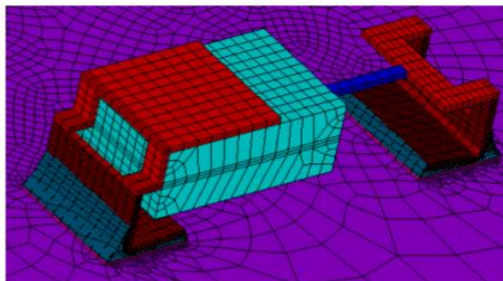


Fig.2.21 Model FEA capacitor (În Dehbi et al. (2005))

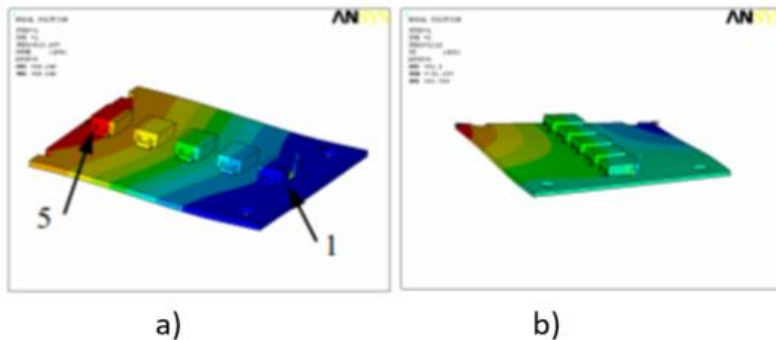


Fig.2.22 Rezultate simulare modală a) primul mod; b) al doilea mod (În Dehbi et al. (2005))

În Chen et al. (2008) este prezentat modelul FEA al unei componente electronice PBGA (Fig.2.23) supusă unui test de vibrații. Componenta PBGA, 35mm x 35mm, este montată cu bile de lipit cu diametrul de 0,6 mm și pas de 1 mm. PCB-ul este fabricat din FR4 și are 203 mm în lungime, 63 mm în lățime și are o grosime de 1,6 mm. Frecvențele naturale obținute în urma simulării : primul mod 130,7 Hz, al doilea mod 392,6 Hz și al treilea mod 747,1 Hz.

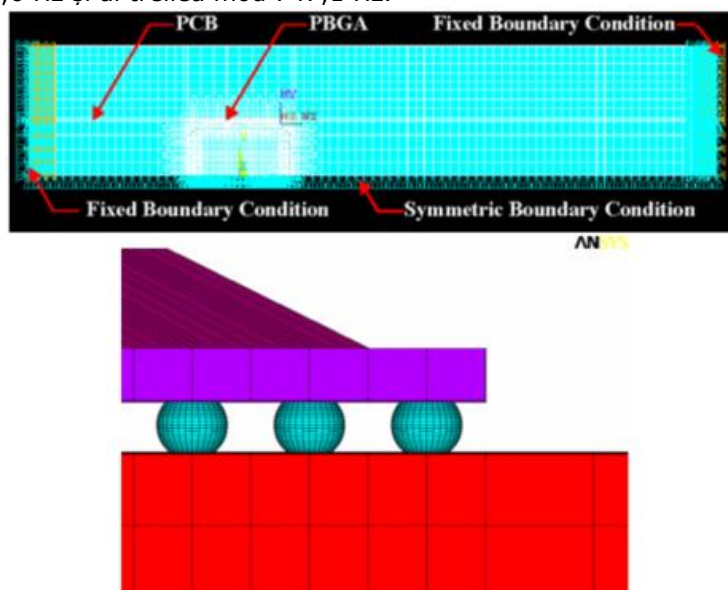


Fig.2.23 Model FEA PBGA (Chen et al. (2008))

Pe baza analizei FEA, tensiunile din bilele de lipit sunt prezentate în Fig. 2.24, care afișează, de asemenea, dispunerea fizică corespunzătoare a bilelor de lipit în jurul componentei. După cum se arată în rezultatele FEA, tensiunile maxime locale pe fiecare dintre bilele de lipit pot fi de asemenea examinate. În plus, tensiunea maximă globală este situată pe bilele de lipit din colț în fiecare dintre direcțiile coloanei și rândurilor de pe componenta PBGA. Tensiunile maxime totale în fiecare dintre aceste două rânduri sunt de 13,79 MPa și, respectiv, 11,78 MPa.

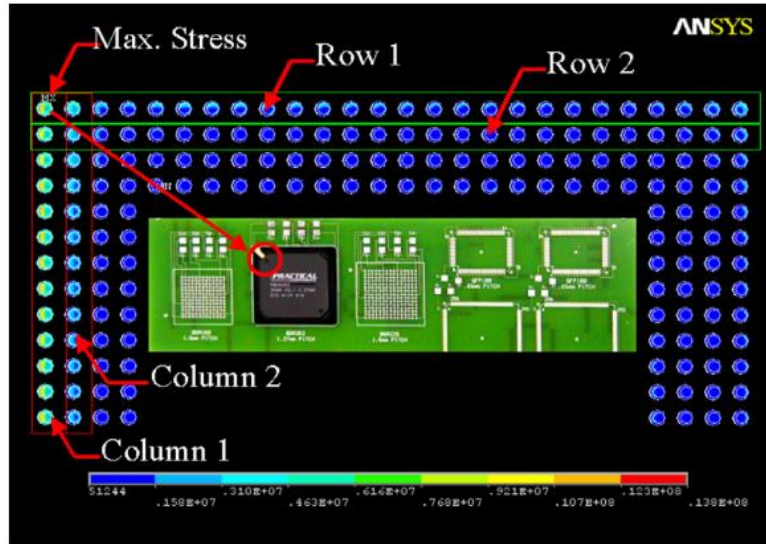


Fig.2.24 Rezultate simulare (Chen et al. (2008))

În Luan et al. (2006) este prezentat modelul FEA a unui componente electronice BGA supusă unui test de impact (Fig.2.25). Dimensiunea pachetului este de 6,39 x 6,37mm și dimensiunea plăcii este de 100 x48x 1,6 mm .

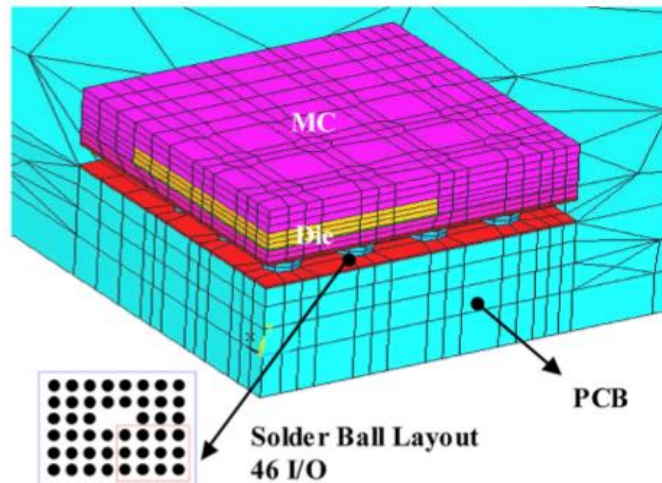


Fig.2.25 Model FEA BGA (Chen et al. (2008))

În urma simulării nivelul de tensiune este cel mai mare este în bila de lipit din colțul cel mai exterior, (Fig.2.26). Acesta este momentul în care PCB are cel mai mare nivel de deformare la încovoiere, indus de forța de inerție de după impact.

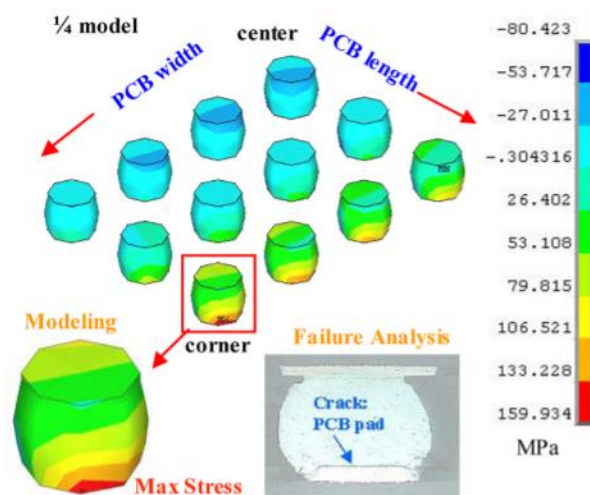


Fig.2.26 Rezultate simulare impact (Chen et al. (2008))

Timpul lung necesar pentru construirea și rezolvarea modelelor nu poate fi justificat atunci când este necesar doar analiza PCB-ului. Este posibil ca modelul să fie simplificat. Astfel pot fi definite modele care utilizează elemente simple de bloc 3D pentru a recrea efectele componentelor Lall et al. (2008), Wu et al. (2002), Pitarresi et al. (2004), aceste modele sunt utile mai ales atunci când sunt prezente componente relativ mari.

Întregul proces FEA poate fi împărțit în patru părți principale: (1) Crearea sau importul modelului, (2) preprocesare- definirea modelului (discretizare, definirea condițiilor la limită, definirea proprietăților de material), (3) Rezolvarea problemei (tip de soluție, liniară sau neliniară etc.) și (4) postprocesare (analiza și interogarea rezultatelor). (Fig. 2.27).

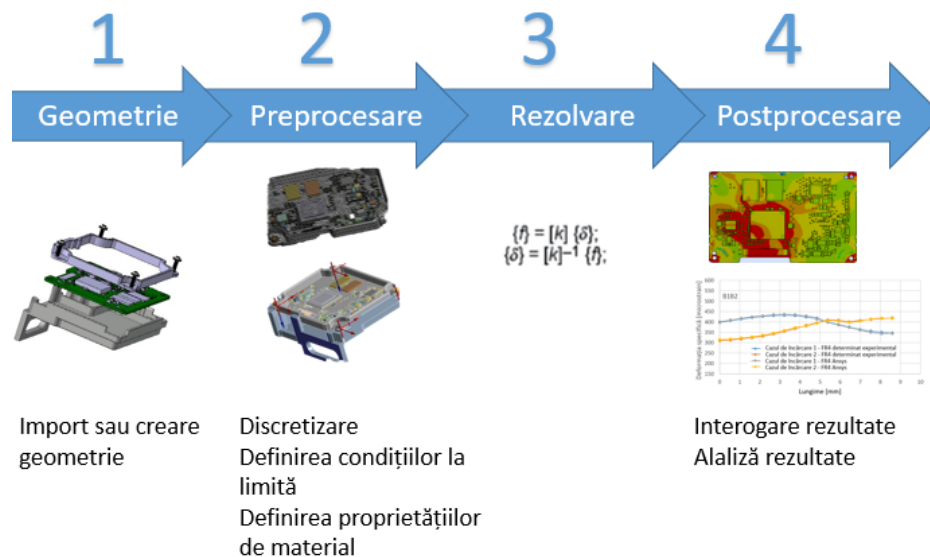


Fig.2.27 Proces FEA

### 2.2.2.1 Proprietățile PCB-ului

Aceste proprietăți pot fi furnizate de producătorul PCB-urilor, sau în cazul în care nu sunt indicate trebuie determinate experimental.

Modulul de elasticitate, sau modulul lui Young este cel mai simplu determinat folosind un test static de încovoiere, Pitarresi et al. (1991). Este important de reținut că, deoarece majoritatea PCB-urilor sunt laminate, proprietățile lor pot varia în funcție de direcția de încărcare, acest lucru necesită ca modulul Young să fie măsurat în toate axele PCB-ului.

Modulul de elasticitate transversal al unui PCB poate fi cel mai convenabil determinat prin utilizarea unui test static de încovoiere în patru puncte Pitarresi et al. (1991).

PCB-urile sunt structuri compozite compuse din FR-4, mască de lipit și Cupru. FR-4 este un material compozit compus din țesătură din fibră de sticlă cu un liant din rășină epoxidică rezistent la flacără.

FR4 are un coeficient de dilatare termică foarte scăzut, iar asta înseamnă ca nu se contractă sau dilată foarte mult odată cu schimbarea temperaturii. Acest lucru îl face perfect pentru PCB-uri. FR4 nu absoarbe umezeala ca alte materiale. Aceasta înseamnă că rămâne la aceeași dimensiune sau similară în condiții de umezeală, precum și în mediile uscate. De asemenea are calități dielectrice excelente. FR4 este un material ieftin. Are o rigiditate dielectrică ridicată, ceea ce contribuie la proprietățile sale de izolare electrică. Materialul are un raport mare rezistență - greutate și este ușor.

### 2.2.2.2 Efecte componente

Când componentele sunt lipite pe un PCB, acestea vor crește local masa și rigiditatea PCB-ului. Pentru o precizie bună, mai ales atunci când există un număr mare de componente, modelul FEA ar trebui să includă acest efect de rigiditate și masă adăugată. Teoretic, acest lucru ar putea fi realizat prin includerea fiecărei componente individuale în model. Există mai multe exemple bune de astfel de modele detaliate Dehbi et al. (2005), Gu et al. (2007), Chen et al. (2008), Luan et al. (2006), nivelul ridicat de detaliu din aceste modele este justificat deoarece aceste lucrări analizează tensiunile din cadrul componentelor. Cu toate acestea, dacă este necesară doar analiza PCB-ului, atunci modelele detaliate necesită prea mult timp. O soluție care evită modele excesiv de complicate este să simplificăm componentele electronice Pitarresi et al. (1991), Pitarresi, Primavera (1991).

Ca regulă generală, componentele mici (rezistențe și condensatoare discrete) pot fi de obicei ignorate, în timp ce componentele mai mari și mai grele (radiatoare, transformatoare de putere, condensatori mari etc.) trebuie întotdeauna modelate. Metoda de includere a componentelor mai mari depinde de informațiile solicitate, adică dacă este necesar doar analiza PCB-ului, de obicei, fie este suficient să fie modelate sau simple modele 3D, în timp ce dacă sunt necesare tensiuni ale componentelor, sunt necesare modele 3D detaliate. Cu toate acestea, acestea sunt doar reguli foarte generale și, în mod ideal, punctele forțe și punctele slabe ale fiecărei metode ar trebui înțelese și luate în considerare de fiecare dată când sunt utilizate.

## 2.3 Concluzii

În acest capitol au fost prezentate metodele actuale de măsurare a deformațiilor specifice de pe PCB-uri.

Metoda tensometriei electrice rezistive permite determinarea deformațiilor din anumite puncte de pe PCB cu ajutorul mărcilor tensometrice. Modul de dispunere și tipul mărcilor tensometrice este prezentat în standardului IPC JEDEC 9704A.

Pentru determinarea deformațiilor specifice pe întreaga suprafață a PCB-ului metoda actuală de determinare este prin crearea de modele cu elemente finite. Cu această metodă se pot determina deformațiile specifice cauzate de solicitările mecanice (șoc, vibrații) și termice impuse unei plăci cu circuite imprimate care dacă sunt suficient de severe pot să provoace defectarea componentelor electronice atașate.

---

## 3. Determinarea experimentală a deformațiilor specifice

### 3.1 Tensometrie electrică rezistivă

#### 3.1.1 Prezentarea metodei

Pentru a determina deformațiile specifice de pe PCB-uri în prezent se folosește metoda de măsurare rezistivă. Această metodă permite determinarea deformațiilor specifice numai în anumite puncte. Dispunerea și tipul mărcilor tensometrice utilizat pentru măsurarea deformațiilor specifice este prezentată în CPI JEDEC 9704A (2012).

Pentru măsurarea deformațiilor specifice, cele mai utilizate mărci tensometrice în practică sunt sub formă de rozetă formată din trei mărci tensometrice situate la un anumit unghi ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ) sau ( $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ), Fig.2.6, Bin și Ueda (2011).

#### 3.1.2 Definirea configurației de asamblare

Un PCB cu două fețe este realizat de sus în jos din strat mască de lipire, strat cupru și substrat - sticlă epoxidică (FR4). Materialul FR4 este din fibră de sticlă și conferă plăcii rigiditatea. PCB-urile multistrat constă dintr-o serie de mai multe PCB-uri dublu-strat. În configurația prezentată în Fig.3.1 a fost folosit un PCB format din 8 straturi de cupru. Conform Fig. 3.1 PCB-ul este asamblat între carcasă și capac utilizând patru șuruburi M2.5.

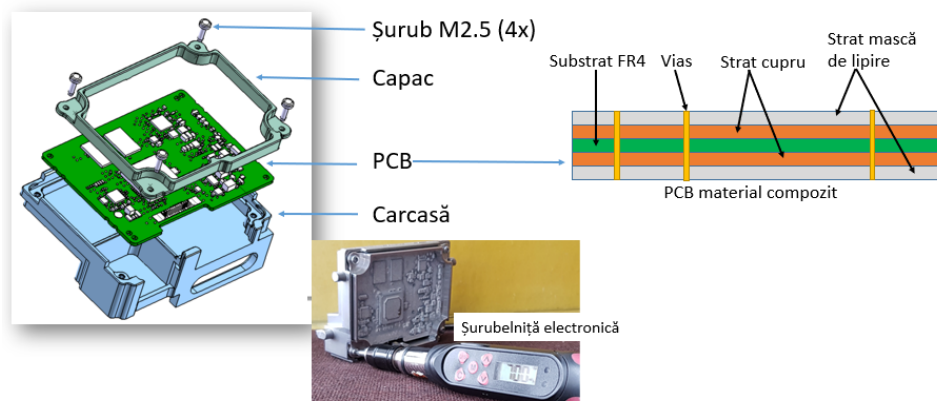


Fig.3.1 Configurarea experimentală

În ceea ce privește condițiile de asamblare, PCB este solicitat la încovoiere datorită diferenței de înălțime a supraînălțărilor, care sunt la 0,2 mm deasupra suprafeței de așezare a PCB. Toate aceste detalii geometrice vor fi integrate în modelul

elementului finit. Trebuie adăugat că înălțimea supraînălțărilor joacă un rol important în comportamentul mecanic al PCB-ului.

Pentru a vedea influența supraînălțărilor în distribuția deformațiilor specifice principale pentru această măsurare cu mărci tensometrice au fost considerate două tipuri de încărcare (cazul de încărcare 1 și cazul de încărcare 2), așa cum se arată în Fig.3.2. În cazul 1 au fost considerate supraînălțări pe carcasă și pe capac și în cazul 2 fost considerate supraînălțări doar pe carcasă.

Pentru cele 4 șuruburi a fost aplicat un cuplu de 0.7 Nm, ordinea de înșurubare fiind de la 1 la 4 conform Fig. 3.2.

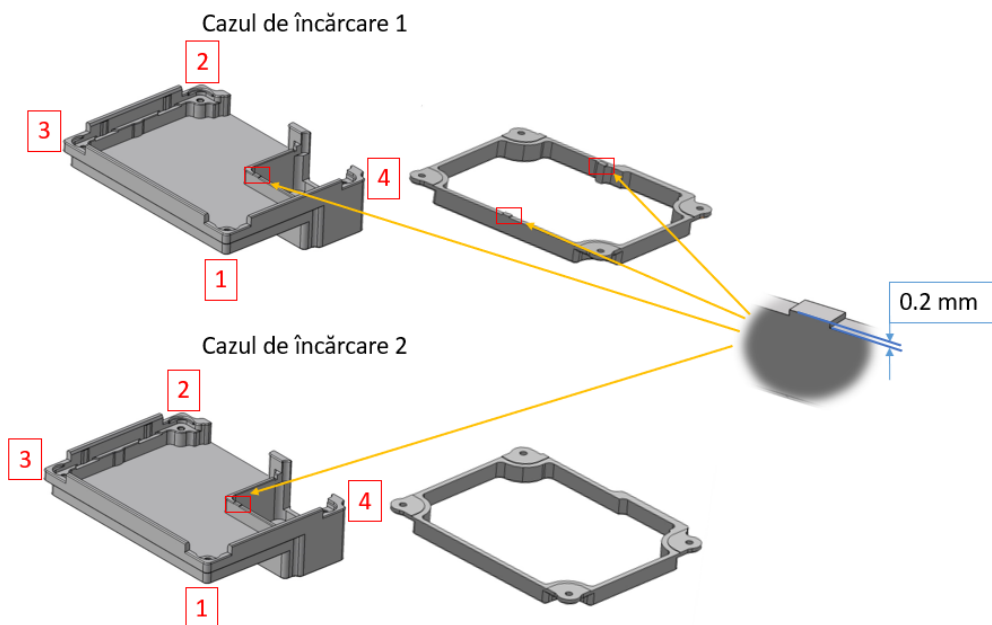


Fig.3.2 Cazuri încărcare

### 3.1.3 Metodologie și echipamente

Trei zone de la colțurile microprocesorului au fost luate în considerare pe PCB, unde au fost amplasate rozetele tensometrice și au fost măsurate deformațiile specifice, Fig. 3.3. Centrele rozetelor (1,2 și 3) sunt situate la intersecția liniilor decalate față de marginea componentei cu  $3,6 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$ . Rozeta tensometrică utilizată este HBM RF91 (rozetă cu unghi drept) cu următoarele caracteristici: rezistență de  $120 \Omega$ , trei mărci tensometrice amplasate la:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ . Testele au fost realizate în cadrul laboratorului de Mecanică și Rezistența Materialelor al Universității Politehnica Timișoara.





Fig.3.3 Amplasamentul mărcilor tensometrice pe PCB

Achiziția de date a fost făcută cu QuantumX MX1615B și analizată cu software-ul Catman Easy V5.3.1. Pentru fiecare marcă tensometrică, este necesar un canal de punte de legătură. În total, sunt necesare trei canale, pentru fiecare marcă tensometrică, pentru efectuarea măsurătorilor, Fig.3.4.

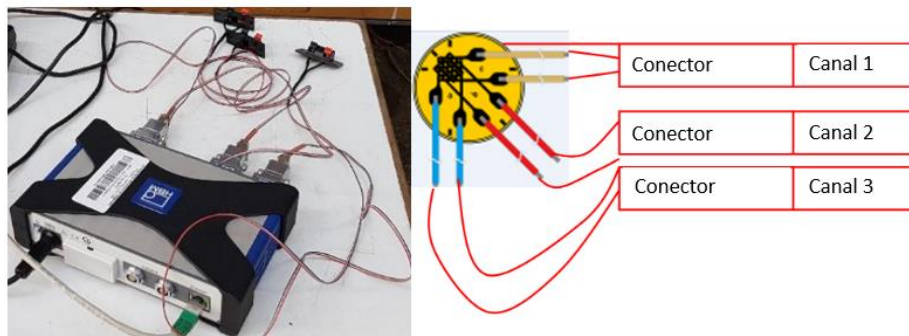


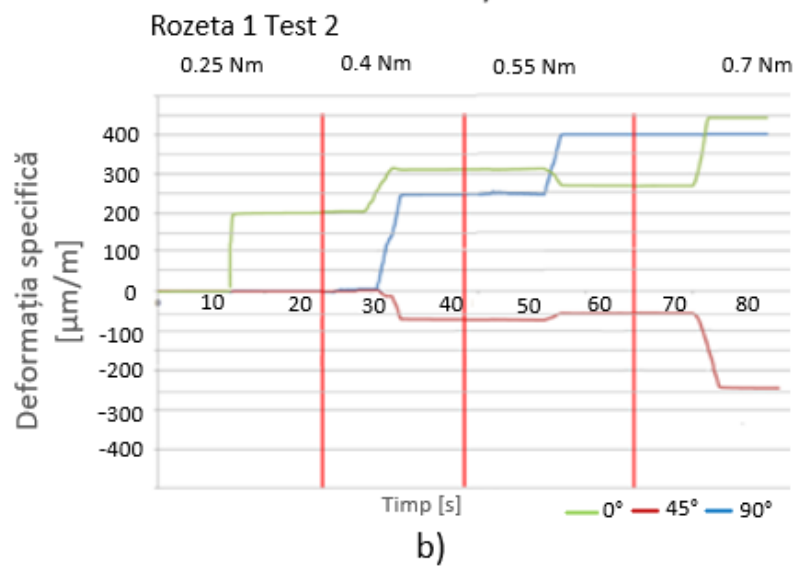
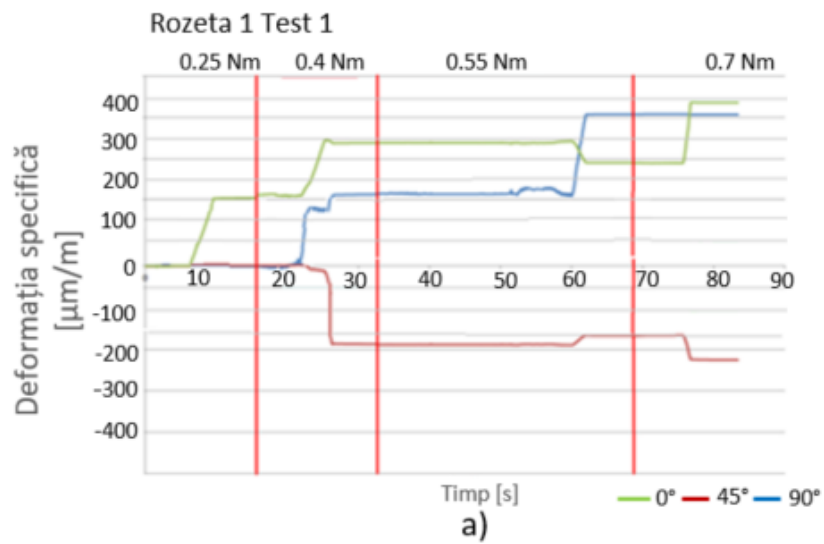
Fig.3.4 Sistemul de achiziție QuantumX MX1615B și modul de legare al rozetei

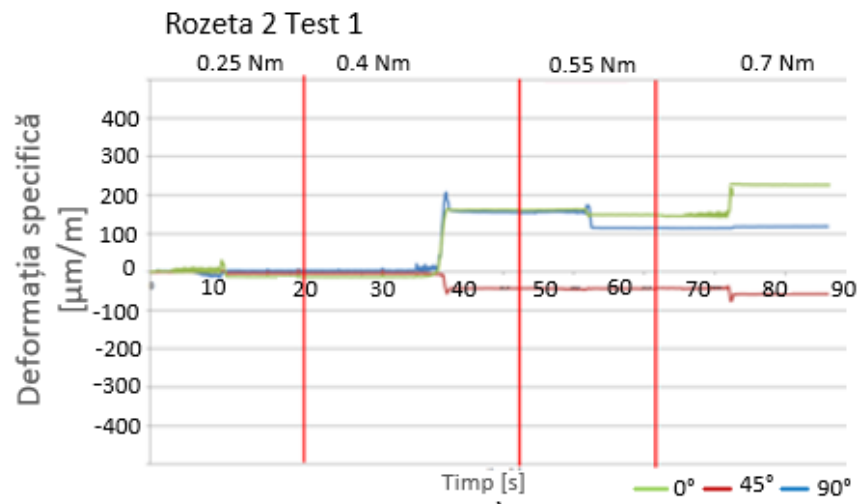
### 3.1.4 Rezultate

Valorile deformațiilor specifice obținute pentru fiecare timbru tensometric al rozetelor sunt prezentate în Fig. 3.5 a – f . Falk et al (2019).

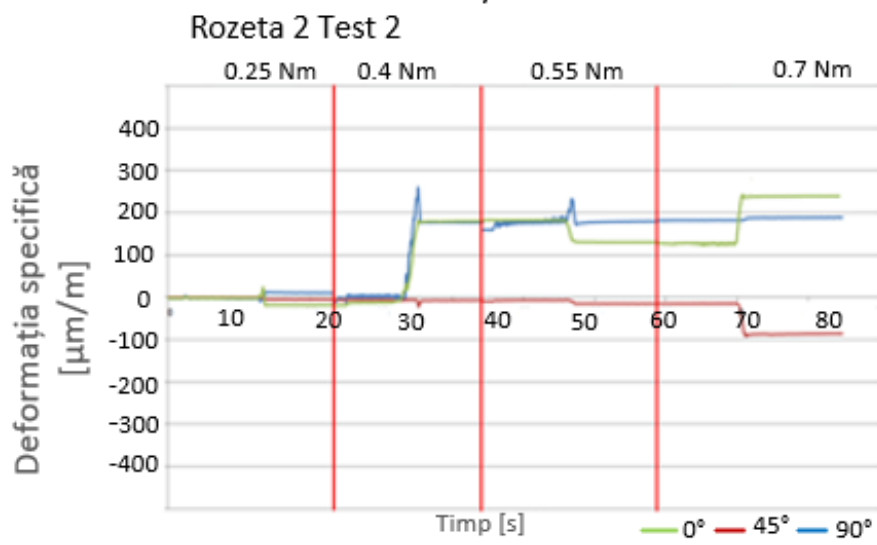
Calculul teoretic al deformației specifice principale maxime  $\varepsilon_1$  se face cu relația:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{45}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{45} - \varepsilon_{90})^2} \quad (3.1)$$





c)



d)

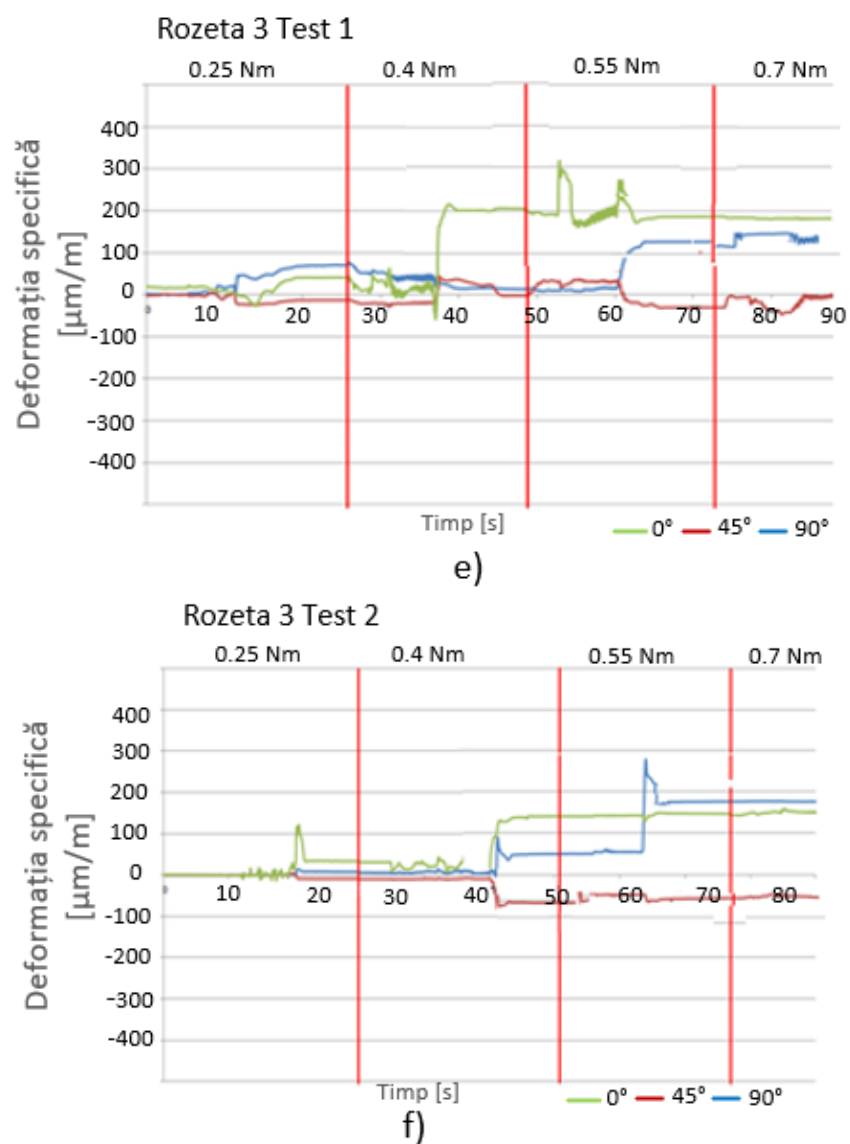


Fig.3.5 Rezultate măsurători a) rozeta 1-Test 1 b) rozeta 1-Test 2 c) rozeta 2-Test 1 d) rozeta 2-Test 2 e) rozeta 3-Test 1 f) rozeta 3-Test 2

În Tabelul 3.1 sunt calculele teoretice ale deformațiilor specifice maxime  $\varepsilon_1$  conform cu ecuația 3.1.

Tabel 3.1. Deformațiile specifice maxime – rozete tensometrice

$\mu$ m/ m	Rozeta tensometr ică 1 Test1	Rozeta tensometr ică 1 Test2	Rozeta tensometr ică 2 Test1	Rozeta tensometr ică 2 Test2	Rozeta tensometr ică 3 Test1	Rozeta tensometr ică 3 Test2
$\varepsilon_0$	390	450	230	220	185	145
$\varepsilon_{45}$	-220	-245	-90	-50	-5	-40
$\varepsilon_{90}$	350	400	190	110	135	180
$\varepsilon_1$	960	1095	510	386	326	365

### 3.1.5 Concluzii

Pentru a determina deformațiile specifice de pe PCB-uri a fost folosită metoda de măsurare rezistivă. Cu această metodă s-au determinat deformațiile specifice numai în anumite puncte. Dispunerea și tipul mărcilor tensometrice utilizat pentru măsurarea deformațiilor specifice s-a făcut conform JEDEC 9704A (2012).

În Fig. 3.5 a-f se prezintă variația deformațiilor specifice măsurate cu ajutorul mărcilor tensometrice. Se poate observa că deformația specifică crește odată cu valoarea cuplului de înșurubare.

În tabelul 1 sunt prezentate calculele teoretice ale deformațiilor specifice maxime  $\varepsilon_1$  ale celor 3 rozete tensometrice. Se poate observa că în cazul rozetei tensometrice 1 deformația specifică maximă depășește valoarea admisibilă de 700  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Acest lucru este cauzat de diferența de nivel produsă de supraînălțările prezentate în Fig. 3.2.

### 3.2 Metoda corelării digitale a imaginilor

Metoda corelării digitale a imaginilor este o metodă de măsurare optică fără contact pentru măsurarea deformațiilor specifice pe întreaga suprafață. Această metodă este folosită pentru măsurarea deformațiilor specifice a suprafețelor materialelor și structurilor supuse la diferite solicitări (cum ar fi solicitări mecanice sau solicitări termice).

Studiile arată că această metodă este folosită conform documentației la o mulțime de aplicații cum ar fi: măsurarea deformațiilor mari Tarigopula și al. (2008), analiza fisurilor Tung și al. (2008), Marsavina și al. (2013), definirea diagramelor ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) pentru noi materiale Mol'kov și Yu (2013), construcții – pentru a evalua anumite deplasări și fisuri Cheng și al. (2017), Li și al. (2017), măsurarea deformațiilor specifice cauzate de variațiile de temperatură Wang și Pan (2016), La Rosa și al. (2015), Ramosa și al. (2015). Pan și al. (2014)., Tekieli și al. (2017), Hild și Roux (2006), Malesa și al (2013).

În Li et al. (2017) se efectuează un test de tracțiune standard pentru a măsura deformațiile unei epruvete de oțel avansat de înaltă rezistență DP780 (ASTM E8). Configurația experimentală care este prezentată în Fig.3.6, se compune dintr-o mașină de testare la tracțiune MTS cu o capacitate de 50 kN, utilizată pentru a solicita proba la tracțiune. Viteza de tracțiune a fost stabilită la 5 mm/s..

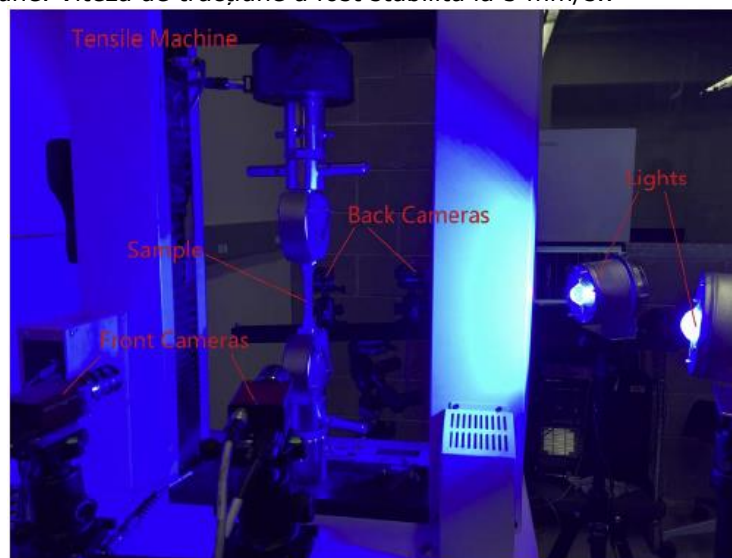


Fig.3.6 Configurația experimentală (Li et al. (2017))

Sistemul optic de măsurare este format din patru camere de înaltă rezoluție. Două camere cu rezoluție de cinci megapixeli au fost poziționate în fața mașinii de tracțiune, iar celelalte două camere au fost plasate în spatele mașinii de tracțiune. Pentru iluminarea probei s-au folosit două surse LED. Așa cum se poate observa în Fig.3.5. LED-urile au fost plasate sub un anumit unghi pentru a reduce diferitele fenomene de reflexie.

Viteza de achiziție a datelor a fost de zece cadre pe secundă.

Rezultatele testelor realizate de Li et al. (2017) sunt arătate în Fig.3.7 care prezintă distribuția deformațiilor specifice la ultima etapă înainte de rupere.

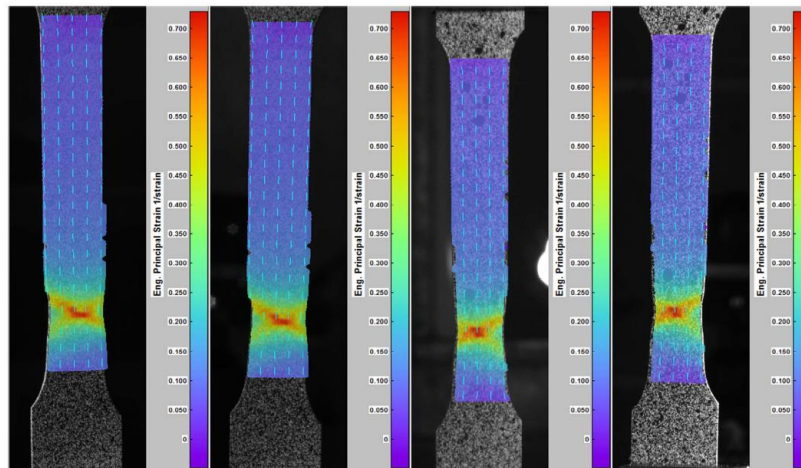


Fig.3.7 Distribuția deformațiilor specifice care se suprapune cu imaginea din fiecare cameră la un pas înainte de rupere (Li et al. (2017))

Primele două imagini afișează distribuția deformațiilor specifice pe partea din față, iar ultimele două imagini afișează deformațiilor specifice pe partea din spate. Istoricul deformațiilor specifice principale din centrul zonei este reprezentat grafic în Fig.3.8.

Aceste rezultate pun în evidență potențialul corelării digitale de imagini în localizarea apariției procesului de fisurare și al distribuției câmpurilor de deplasare și deformațiilor. Rezultatele arată de asemenea posibilitatea utilizării acestei metode pentru construirea curbelor caracteristice (tensiune-deformație).

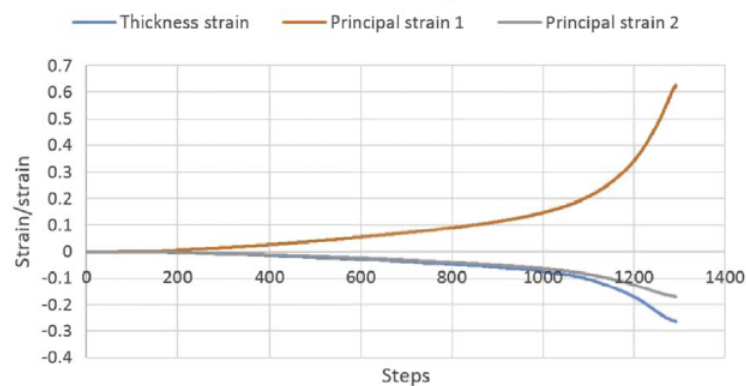


Fig.3.8 Istoricul deformațiilor specifice principale (Li et al. (2017))

Un alt studiu realizat de Tung et al. (2008) folosește DIC pentru caracterizarea procesului de fisurare într-un perete de zidărie. Această tehnică nedistructivă este

dezvoltată pentru a identifica variațiile de deformare și fisurarea. Aceste rezultate arată un potențial mare de aplicare al tehnicii DIC pentru diferite situații, cum ar fi inspectarea fisurilor induse de contracție în structurile din beton proaspăt, zidărie și beton armat și siguranța podurilor.

În cadrul acestui studiu s-a folosit un perete de cărămidă de 45° pregătit conform DIN EN 1052-1 (Fig.3.9). Peretele de cărămidă are o lățime exterioară de 40 cm și o înălțime de 30 cm format din cărămizi de 19.5×8.7×5 cm(L×B×T) îmbinate între ele cu mortar fără contracție. Eșantionul a fost plasat sub o grindă de rigidizare pentru a fi comprimat utilizând metoda de testare controlată prin deplasare folosind un actuator hidraulic MTS de 1000 kN la o viteză de 1 mm/min până când forța portantă a început să scadă.

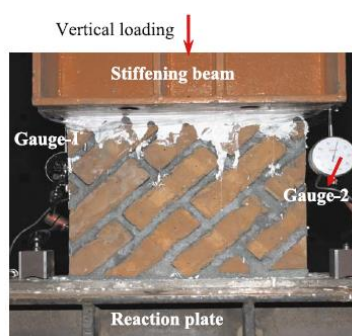


Fig.3.9 Peretele de cărămidă și configurația experimentală (Tung et al. (2008))

Achiziția imaginilor s-a făcut cu o cameră DSLR Canon EOS 300D cu un obiectiv cu zoom Canon EF-S 18-55mm f/3.5 5-6 (în test se folosește lungimea focală de 55 mm), care este montată în fața blocului de testare. Rezoluția maximă este de 3072 × 2048 pixeli, iar imaginea este stocată în format JPEG.

Rezultatele obținute pentru doua stadii ale încărcării sunt prezentate în Fig.3.10 și 3.11.

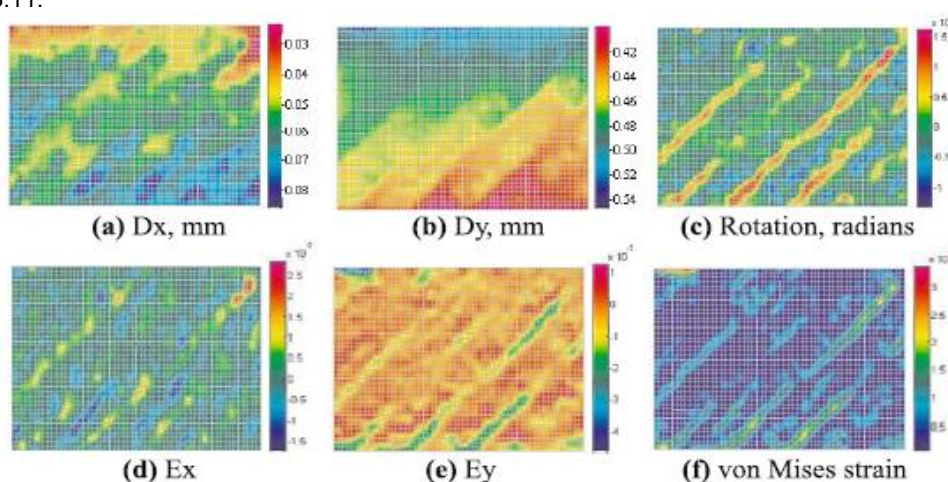


Fig.3.10 Câmp de deplasare și deformare specifică prin încărcare = 50 kN (Tung et al. (2008))



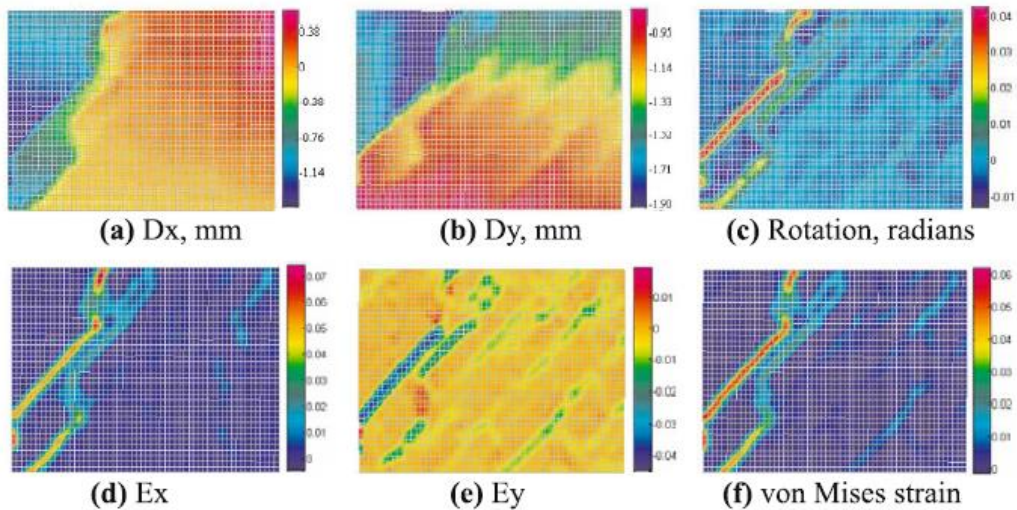


Fig.3.11 Câmp de deplasare și deformație specifică prin încărcare = 182 kN (Tung et al. (2008))

Analiza acestor rezultate scoate în evidență prezența liniilor de forfecare la nivelul interfețelor dintre cărămizi și distribuția globală a deplasărilor în cele două direcții, x și y, și a deformațiilor.

În Cheng et al. (2017), s-au efectuat teste de compresiune uniaxială pe o serie de eșantioane de rocă compozită cu orientări realizate din două tipuri de materiale cu rezistență diferită (Fig.3.12). În cadrul acestui studiu s-a folosit metoda de corelare a imaginilor digitale 3D, pentru a studia evoluția câmpului de deformație specifică axială și a câmpului de deformație specifică maximă la diferite niveluri de solicitare.

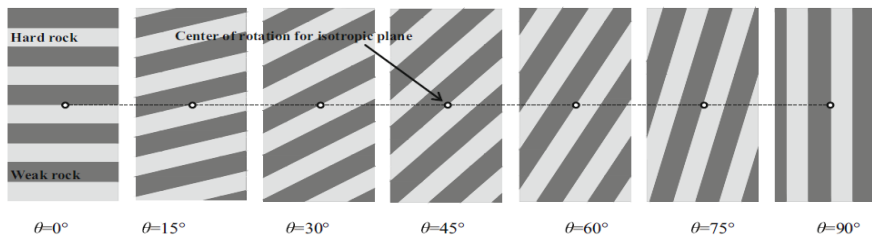


Fig.3.12 Epruvete compozite cu diferite unghiuri de la  $\theta = 0^\circ$  la  $90^\circ$  ( $\Phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ ) (Cheng et al. (2017))

Sistemul de testare și achiziție de imagini este prezentat în Fig. 3.13, și include sistemul de încărcare și sistemul de colectare fotografică digitală 3D, XTDIC. Sistemul XTDIC este format din două camere digitale, o unitate de control pentru achiziția imaginii și un computer de înaltă performanță. Pentru solicitare a fost utilizată o mașină de testare uniaxială servo electro - hidraulică. Sarcina axială maximă a fost de 300 kN, modul de încărcare a fost încărcarea prin deplasare, iar viteza de încărcare a fost de 0,3 mm/min.

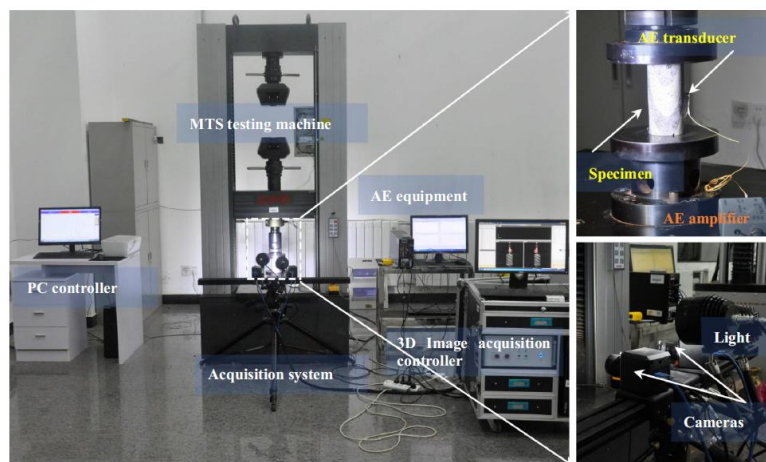


Fig.3.13 Configurația experimentală pentru eșantionul de rocă compozită (Cheng et al. (2017))

În funcție de caracteristicile curbei timp -forță, procesul de încărcare a fost împărțit aproximativ în patru etape: etapa I de închidere a fisurilor, etapa II elastică, etapa III plastică și etapa IV de eșec post - vârf. Din motive de claritate, simbolul  $q_{peak}$  a fost adoptat pentru a reprezenta tensiunea de vârf pe curba timp - forță pentru toate epruvetele.

Câmpului de deformare specifică axială și a câmpului de deformare specifică maximă al suprafeței epruvetei la niveluri diferite de tensiuni sunt prezentate în Fig.3.14  $\theta = 0^\circ$ , Fig.3.15  $\theta = 15^\circ$ , Fig.3.16  $\theta = 45^\circ$ , Fig.3.17  $\theta = 75^\circ$ , Fig.3.18  $\theta = 90^\circ$ .

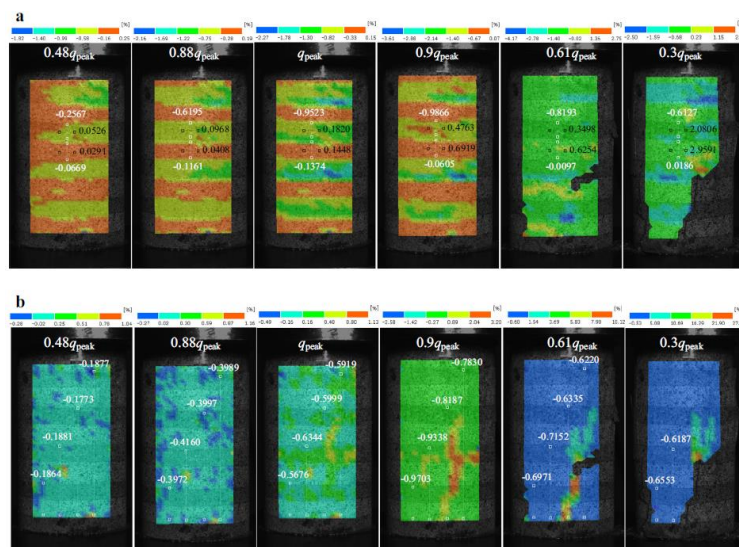


Fig.3.14 Câmp de deformare specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 0^\circ$   
a) deformare specifică axială. b) deformare specifică maximă (deformare specifică este prezentată ca procente) ((Cheng et al. (2017))

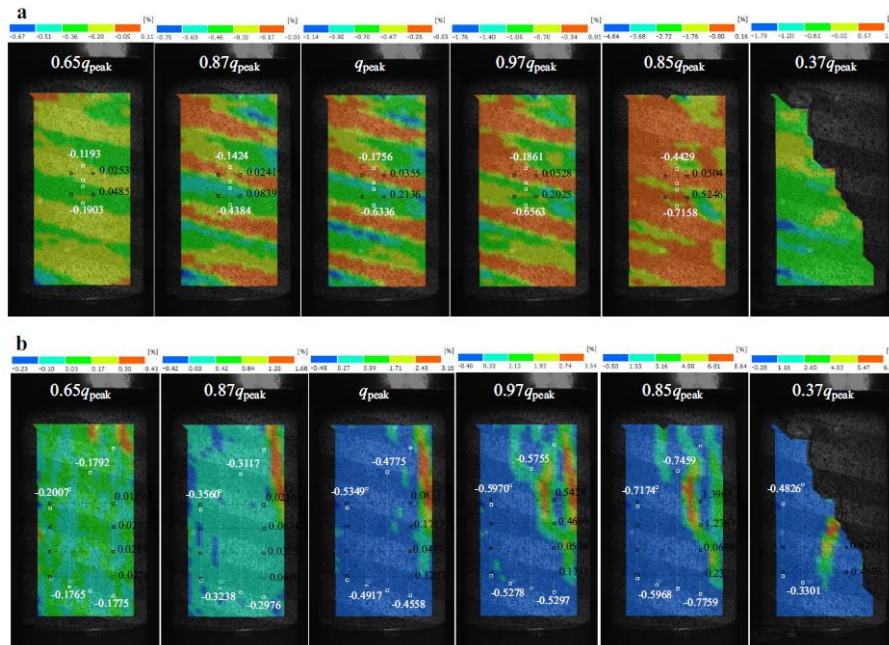


Fig.3.15 Câmp de deformare specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 15^\circ$  a) deformare specifică axială. b) deformare specifică maximă (deformare specifică este prezentată ca procente) ((Cheng et al. (2017))

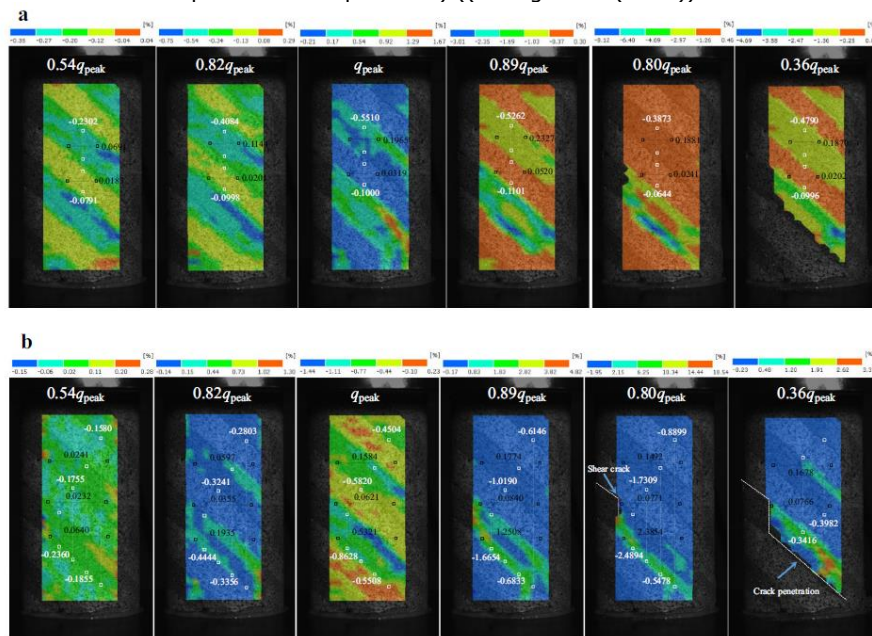


Fig.3.16 Câmp de deformare specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 45^\circ$  a) deformare specifică axială. b) deformare specifică maximă (deformare specifică este prezentată ca procente) (Cheng et al. (2017))

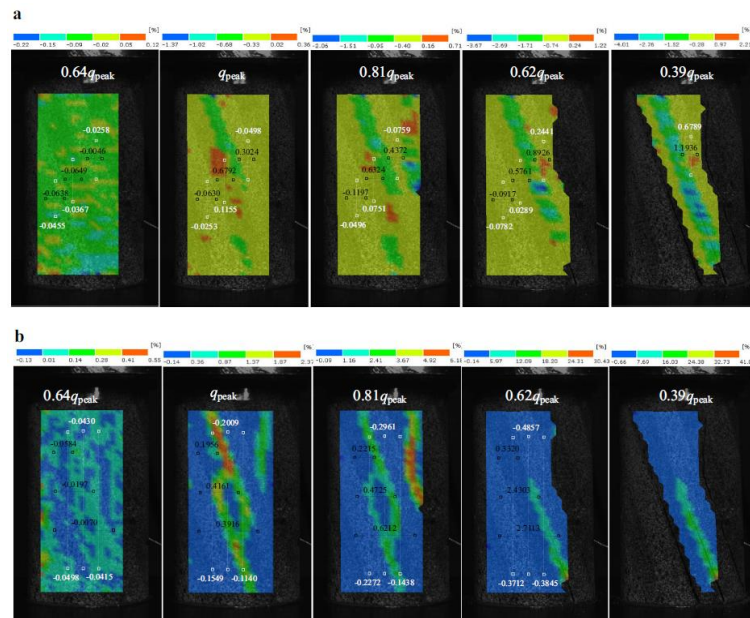


Fig.3.17 Câmp de deformare specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 75^\circ$  a) deformare specifică axială. b) deformare specifică maximă (deformare specifică este prezentată ca procente) (Cheng et al. (2017))

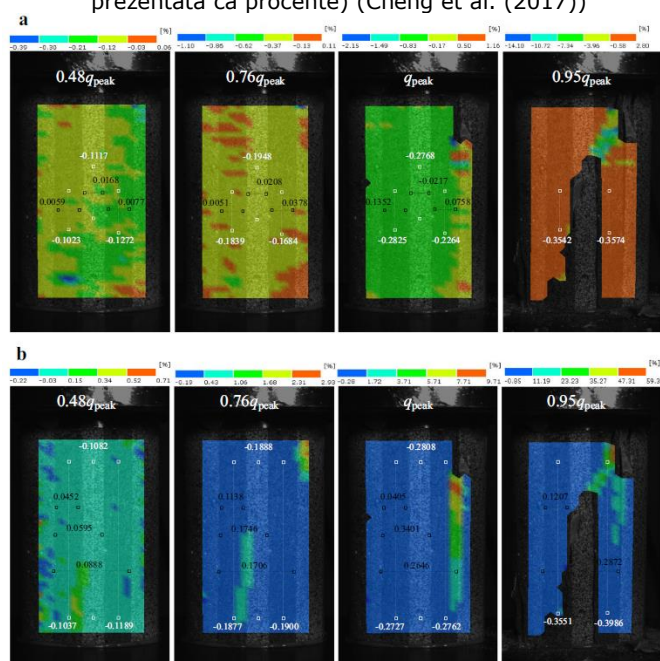


Fig.3.18 Câmp de deformare specifică dezvoltat la diferite niveluri de tensiune  $\theta = 90^\circ$  a) deformare specifică axială. b) deformare specifică maximă (deformare specifică este prezentată ca procente) (Cheng et al. (2017))

---

Ca și în cazul celor două studii prezentate anterior, cartografiile câmpurilor de deformării evidențiază potențialul metodei optice de corelare de imagini numerice în analiza multidimensională și în observarea evoluției caracteristicilor, și al comportamentului materialelor supuse unor acțiuni de natură mecanică.

### **3.2.1 Prezentarea metodei corelării digitale a imaginilor (Digital Image Correlation, DIC)**

Metoda DIC a fost larg acceptată și utilizată în mod obișnuit ca un instrument puternic și flexibil pentru măsurarea deformațiilor suprafețelor în domeniul experimental al mecanicii solidului.

DIC oferă direct pe întreaga suprafață deplasări și deformații specifice, comparând imaginile digitale ale suprafeței epruvetei în faza nedeformată (sau de referință) și, respectiv deformată. În principiu, DIC este o metodă de metrologie optică bazată pe procesarea digitală a imaginilor și calculul numeric.

În ultimii ani, metoda DIC a fost investigată pe scară largă și îmbunătățită semnificativ pentru reducerea complexității de calcul, realizarea măsurării deformațiilor cu precizie ridicată și extinderea gamei de aplicații.

De exemplu, metoda bidimensională (2D) DIC care utilizează o singură cameră fixă este limitată la măsurarea deformării în plan a suprafeței. Pentru a obține măsurători fiabile, trebuie îndeplinite anumite cerințe privind sistemul de măsurare, Sutton et al. (2000). Dacă obiectul de încercare are o suprafață curbată sau apare o deformare tridimensională (3D) după încărcare, metoda DIC 2D nu mai este aplicabilă. Pentru a depăși acest dezavantaj al DIC 2D, sa dezvoltat 3D DIC (adesea numită 2,5D DIC) bazat pe principiul stereo viziunii binoculare, Luo (1993), Helm et al. (1996), Garcia et al. (2002), Pan et al. (2009). În plus, metoda de corelare a volumului digital (DVC), ca extensie 3D directă a unei metode DIC 2D, a fost de asemenea propusă de Bay (1999), Smith et al. (2002), care oferă deformarea internă a obiectelor solide prin urmărirea mișcării de unitate de volum în cadrul volumelor de imagini digitale ale obiectului.

### **3.2.2 Elemente fundamentale ale corelării digitale a imaginii 2D**

În general, implementarea metodei 2D DIC cuprinde următoarele trei etape consecutive, și anume:

1. pregătirea epruvetelor;
2. înregistrarea imaginilor suprafeței plane a probei înainte și după încărcare;
3. prelucrarea imaginilor achiziționate utilizând un program de calculator pentru obținerea informațiilor dorite de deplasare și deplasare.

În această secțiune sunt prezentate mai întâi aspecte privind pregătirea epruvetelor și înregistrarea imaginilor. Apoi, sunt descrise principiile și conceptele de bază ale DIC 2D.

### 3.2.2.1 Pregătirea epruvetelor

Figura 3.19 prezintă ilustrarea schematică a unei configurații tipice experimentale utilizând un dispozitiv optic de imagine pentru metoda 2D DIC.

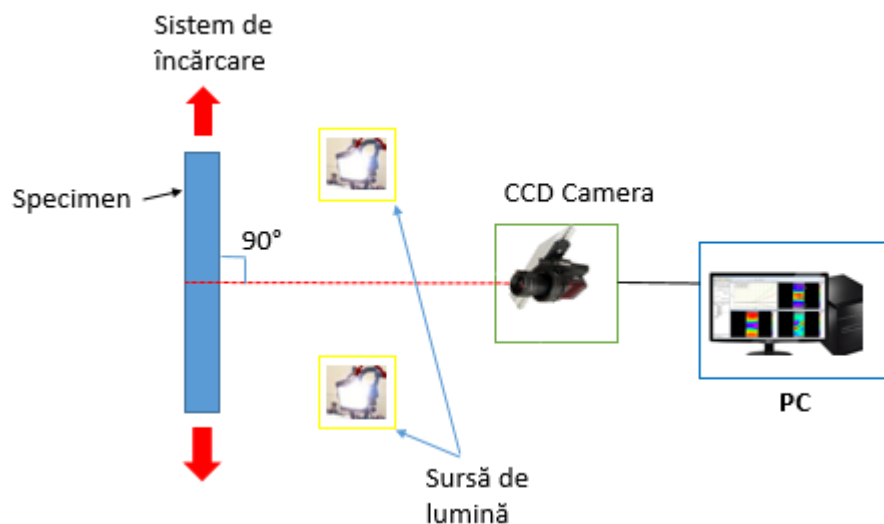


Fig.3.19 Sistem 2D DIC

Suprafața epruvetei trebuie să aibă o distribuție aleatoare a intensității punctelor cenușii (adică modelul de puncte aleatoriu), care se deformează împreună cu suprafața epruvetei ca purtător al informațiilor de deformare. Modelul de puncte aleatoriu dispuse poate fi textura naturală a suprafeței epruvetei sau realizată artificial prin pulverizarea vopselelor negre și/ sau albe sau a altor tehnici. Camera este plasată cu axa sa optică normală față de suprafața epruvetei.

Pentru a avea rezultate bune trebuie îndeplinite următoarele cerințe:

1. Suprafața epruvetei trebuie să fie plată și să rămână în același plan paralel cu obiectivul senzorului CCD în timpul încărcării, Sutton et al. (2000). Aceasta implică faptul că senzorul CCD și suprafața obiectului trebuie să fie paralele, iar mișcarea în afara planului a epruvetei în timpul încărcării ar trebui să fie suficient de mică pentru a fi neglijată. Mișcarea în afara planului a epruvetei conduce la o schimbare a măririi imaginilor înregistrate (modificarea distanței focale), ceea ce oferă în plus deplasări suplimentare în plan. Acestea ar trebui evitate pentru a avea măsurători exacte ale deplasărilor. În mod normal, mișcarea în afara planului poate fi ușor atenuată prin utilizarea unui sistem telecentric de imagistică sau prin plasarea aparatului departe de epruvetei pentru a aproxima un sistem telecentric de imagistică, Sutton et al. (2000), Sutton et al. (2008).
2. Sistemul de imagistică nu trebuie să sufere de distorsiuni geometrice. Într-un sistem real de imagistică optic sau alt sistem de imagini cu rezoluție înaltă (de exemplu, SEM, LSCM sau AFM), distorsiunea geometrică este mai mult sau mai puțin prezentată, ceea ce afectează corespondența liniară ideală dintre punctul fizic și punctul de imagine și produce deplasări suplimentare acest lucru este prezentat în figura 3.20.

Dacă influența distorsiunii geometrice nu poate fi neglijată, tehnicile corective, de corecție a distorsiunilor, Zhang et al. (2006), Sutton (2006), Sutton (2007), Yoneyama et al. (2006), Yoneyama et al. (2006), ar trebui folosite pentru a elimina influența distorsiunii pentru a furniza măsurători exacte.

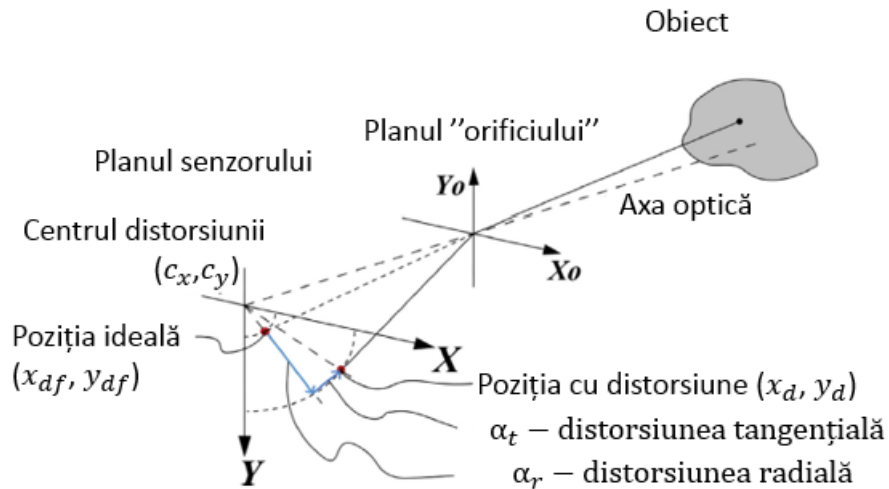


Fig.3.20 Distorsiunea radială și tangențială

### 3.2.2.2 Principii și concepte de bază

După înregistrarea imaginilor digitale ale suprafeței epruvetelor înainte și după deformare, DIC calculează mișcarea fiecărui punct de imagine prin compararea imaginilor digitale ale suprafeței obiectului de test în diferite stări. În cele ce urmează, sunt introduse principiile de bază și conceptele implicate în DIC 2D, (Algoritmul Newton-Raphson), Pan et al. (2014), Li et al. (2017), Pan et al. (2014), Tekieli et al. (2017), Hild and Roux (2006), Malesa et al. (2013), Pan et al. (2009), Hung and Voloshin (2003)

Principiul de bază al DIC bazat pe subseturi standard este ilustrat schematic în figura 3.21.

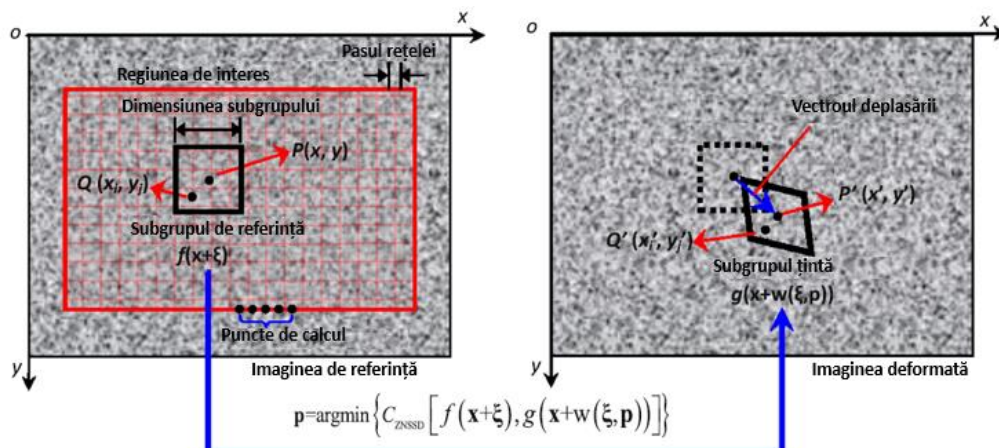


Fig. 3.21 Principiul de bază al DIC bazat pe subseturi

În primă fază, o regiune de interes (ROI - region of interest) este specificată în zona în care se dorește analizarea câmpurilor de deplasare și deformație. Apoi, ROI este partajată în subseturi care pot regrupa mai mulți pixeli, calcularea câmpurilor de deplasare realizându-se în raport cu poziția baricentrelor subseturilor. Procesul de corelare având ca obiectiv calcularea gradului de similitudine între imaginea de referință și imaginea deformată a suprafeței. Trebuie precizat că principiul DIC presupune conservarea fluxului luminos pe toată durata încercării, ceea ce presupune o bună parametrizare a sistemului optic de măsurare și o matrizare a factorilor externi scenei ce este filmată.

Deși au fost definite diferite criterii de corelare pentru evaluarea cantitativă a asemănării dintre cele două subseturi (cum ar fi - criteriile de corelare CC (cross-correlation) sau SSD (sum-squared difference)), este recomandat în mod deosebit criteriul ZNSSD (Zero-mean Normalized Sum of Squared Differences), care este insensibil la variațiile de lumină, este foarte recomandat pentru utilizare practică Tong (2005), Pan et al. (2010).

$$C_{ZNSSD(p)} = \sum_{\xi} \left[ \frac{f(x + \xi) - \underline{f}}{\sqrt{\sum_{\xi} [f(x + \xi) - \underline{f}]^2}} - \frac{g(x + w(\xi, p)) - \underline{g}}{\sqrt{\sum_{\xi} [g(x + w(\xi, p)) - \underline{g}]^2}} \right]^2 \quad (3.2)$$

unde  $f(x)$  și  $g(x)$  desemnează nivelele de gri în pixelul  $x = (x, y)^2$  a imaginii de referință și respectiv a imaginii deformată  $\underline{f} = \frac{1}{N} \sum_{\xi} f(x + \xi)$ ;  $\underline{g} = \frac{1}{N} \sum_{\xi} g(x + W(\xi, p))$  sunt valorile medii ale intensității celor două subseturi cu  $N$  care reprezintă numărul total de pixeli din subsetul de referință;  $\xi = (\Delta x, \Delta y)^2$  cu  $-M \leq \Delta x, \Delta y \leq M$  reprezintă coordonatele locale ale punctului pixel în fiecare subset  $w(\xi, p)$  cu  $p = (u, u_x, u_y, v, v_x, v_y)^T$ , care descrie poziția și forma exactă a subsetului deformat.



---

În general, dacă subsetul este suficient de mic, modelul de deformare a subsetului  $w(\xi, p)$  poate fi bine aproximat cu funcția de cartografiere a deplasării de ordinul întâi folosită așa cum este prezentat schematic în figura 19, care permite translația de corp rigid, rotația, deformația specifică normală, deformația specifică unghiulară și combinațiile acestora. În mod specific, un punct  $Q(x_i, y_j)$  din subsetul de referință poate fi mapat la punctul  $Q'(x'_i, y'_i)$  din subsetul țintă în conformitate cu următoarele ecuații:

$$x'_i = x + \Delta x + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y \quad (3.3)$$

$$y'_i = y + \Delta y + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y \quad (3.4)$$

unde termenii  $\Delta x$  și  $\Delta y$  sunt distanța de la centrul subsetului de referință P la punctul Q; u și v sunt componentele de deplasare pentru centrul subsetului P în direcțiile x și y, respectiv  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $v_x$  și  $v_y$ , sunt componentele gradientului de deplasare ale subsetului.

Pe baza gradientelor de deplasare calculate de algoritmul NR, deformațiile specifice în fiecare punct de măsurare pot fi estimate direct în ipoteza micilor deformații.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.5)$$

### 3.2.3 Elemente fundamentale ale corelării digitale a imaginii 3D

Tehnicile de corelare a imaginilor s-au dovedit a fi un instrument flexibil și util pentru analiza deformării. Cu ajutorul a două camere, poate fi efectuată chiar și corelarea digitală tridimensională.

Pentru măsurarea tridimensională sunt utilizate două camere. Dacă obiectul este observat de două camere din direcții diferite, poziția fiecărui punct este focalizată pe un anumit pixel în planul camerei. În cazul în care pozițiile celor două camere sunt relative una față de alta, sunt cunoscute mărimile lentilelor și toți parametrii de imagine, se pot calcula coordonatele absolute tridimensionale ale oricărui punct de pe suprafața din spațiu (fig.3.22). Dacă acest calcul este efectuat pentru fiecare punct al suprafeței obiectului, conturul 3D al suprafeței obiectului poate fi determinat în toate zonele, observate de ambele camere. Cu toate acestea, este important ca suprafața obiectului să prezinte o distribuție a șablonului de puncte aleatorii (așa cum este prezentat în 2.2.2.1) pentru a permite algoritmilor să coreleze punctele identice de la ambele camere.

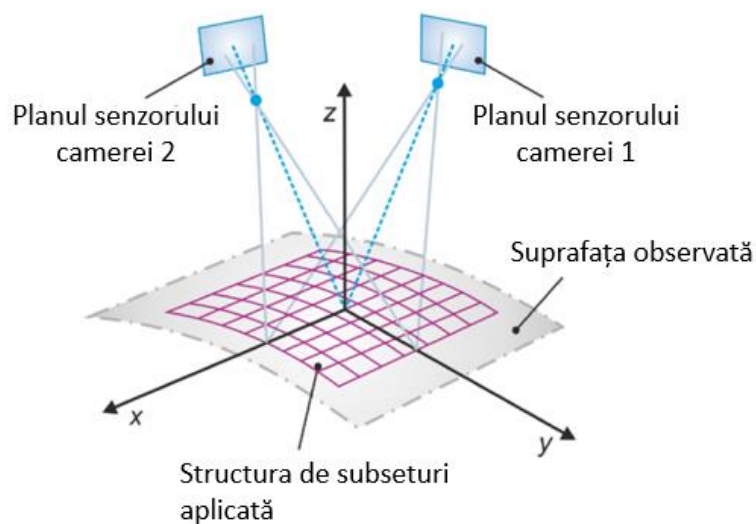


Fig. 3.22 Principiul de bază al metodei de corelare digitală a imaginii 3D cu o configurație stereoscopică

### 3.2.3.1 Principii ale corelării digitale a imaginii 3D

Tehnica 3D DIC se bazează pe sistemul de stereoviziune, Sutton et al. (2009), Orteu et al. (2011), Helfrick et al. (2011). Două camere poziționate sub un anumit unghi sunt utilizate în același timp pentru a surprinde imaginile 2D în aceeași zonă de interes a obiectului. Parametrii intrinseci și extrinseci ai sistemului cu două camere pot fi obținuți prin calibrare, apoi pot fi calculate coordonatele 3D. Fig.3.23 prezintă schema principiului 3D DIC Sutton et al. (2009). Centrele optice ale camerei, sau centrele senzorilor CCD, sunt  $O_{c1}$  și  $O_{c2}$ , iar coordonatele celor două centre dintr-un spațiu 3D sunt  $O_{c1}X_{c1}Y_{c1}Z_{c1}$  și respectiv  $O_{c2}X_{c2}Y_{c2}Z_{c2}$ . Coordonatele celor două centre ale imaginilor sunt  $O_1X_1Y_1$  și  $O_2X_2Y_2$ .

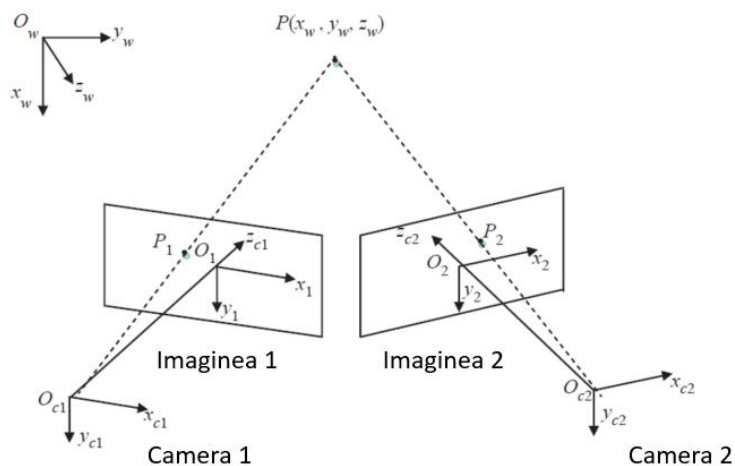


Fig. 3.23 Principiul de bază al metodei de corelare digitală a imaginii 3D cu o configurație stereoscopică

Așa cum se arată în Fig.3.23, apertura camerei (the pinhole camera) realizează o proiecție în perspectivă, iar proiecția transformă un punct 3D P de pe obiect în punct de imagine 2D. Respectiv, punctul P a fost imaginat pe imaginea 1 la punctul  $P_1$  și imaginea 2 în punctul  $P_2$ . Punctul 3D P reprezintă punctul de intersecție al celor două raze proiectate ( $O_{c1}, P_1$ ) și ( $O_{c2}, P_2$ ). Prin urmare, este posibilă recuperarea poziției tridimensionale a punctelor unui obiect real folosind două camere pentru înregistrarea simultană a punctelor de imagine ale aceluiași obiect. În sistemul de stereoviziune se pot utiliza cel puțin două camere foto. În sistemul cu mai multe camere, fiecare pereche de camere va respecta aceeași regulă.

Pentru un sistem de stereoviziune, transformarea de la sistemul de coordonate a imaginii în sistemul de coordonate general este cel mai important pas. Transformarea coordonatelor se poate realiza folosind o matrice 4x4 care este legată de rotație, translație, transformare afină și omografii. Așa cum se arată în Fig.3.24,  $R_1$  și  $R_2$  rotesc sistemul general pentru a se alinia cu camera 1 și, respectiv cu camera 2. Vectorii  $T_1$  și  $T_2$  translatează sistemul general la originea camerei 1 și respectiv a camerei 2. Presupunem că  $(x_w, y_w, z_w, 1)$  au fost coordonatele omogene din sistemul de coordonate general pentru un punct spațial arbitrar,  $(x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}, 1)$  și  $(x_{c2}, y_{c2}, z_{c2}, 1)$ , reprezintă coordonatele omogene corespunzătoare punctului P în camera 1 și camera 2, respectiv  $(u_1, v_1, 1)$  și  $(u_2, v_2, 1)$  reprezintă coordonatele de imagine corespunzătoare din camera 1 și, camera 2. Ec. (3.6) arată ecuația de transformare între coordonatele camerei și coordonata generală Li și al. (2017), Pan și al. (2014), Tekieli și al. (2017), Hild și Roux (2006), Malesa și al. (2013).

$$\begin{aligned}
 [x_{ci} \ y_{ci} \ z_{ci} \ 1] &= [R_i][x_w \ y_w \ z_w \ 1] + [T_{xi} \ T_{yi} \ T_{zi}] \Rightarrow [x_{ci} \ y_{ci} \ z_{ci} \ 1] \\
 &= [\{R_i\}_{3 \times 3} \ \{T_i\}_{3 \times 1} \ \{0\}_{3 \times 3} \ \{1\}_{1 \times 1}] [x_w \ y_w \ z_w \ 1] \quad (3.6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ss[x_{ci} \ y_{ci} \ z_{ci} \ 1] &= A_i[\{R_i\}_{3 \times 3} \ \{T_i\}_{3 \times 1} \ \{0\}_{3 \times 3} \ \{1\}_{1 \times 1}] [x_w \ y_w \ z_w \ 1] \quad (3.7) \\
 [R_i \ T_i \ 0 \ 1] &= [r_{11}^i \ r_{21}^i \ r_{31}^i \ 0 \ r_{12}^i \ r_{22}^i \ r_{32}^i \ 0 \ r_{13}^i \ r_{23}^i \ r_{33}^i \ 0 \ r_{14}^i \ r_{24}^i \ r_{34}^i \ 1] \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

$$A_i = [\alpha_i \gamma_i u_{oi} \ 0 \ \beta_i v_{oi} \ 0 \ 0 \ 1] \quad (3.9)$$

În ec. (3.7),  $s$  este un factor de scară arbitrară,  $A_i (i=1,2)$  este o matrice  $3 \times 3$  de calibrare a camerei, descrisă în ec. (3.9), format din cinci parametri ai camerei. Aici  $(u_{oi}, v_{oi})$  reprezintă coordonatele punctului principal,  $\alpha_i$  și  $\beta_i$  reprezintă factorii de scară din axele imaginii  $u_{oi}$  și  $v_{oi}$ , iar  $\gamma_i$  reprezintă parametrul care descrie asimetria celor două axe ale imaginii. Parametrii intrinseci și extrinseci ai sistemului sunt reprezentați de  $r_{mn}^i$  Sutton et al. (2009).

Ec. (3.10) reprezintă relația dintre coordonatele 3D  $(x_w, y_w, z_w)$  ale punctului P și coordonatele imaginii  $(u_i, v_i)$ :

$$\begin{bmatrix} r_{11}^i - r_{31}^i u_i & r_{12}^i - r_{32}^i u_i & r_{21}^i - r_{31}^i v_i & r_{22}^i - r_{11}^i v_i & r_{12}^i - r_{32}^i u_i \end{bmatrix} [x_w \ y_w \ z_w] \\ = [u_i - r_{14}^i \ v_i - r_{24}^i] \quad (i = 1,2) \quad (3.10)$$

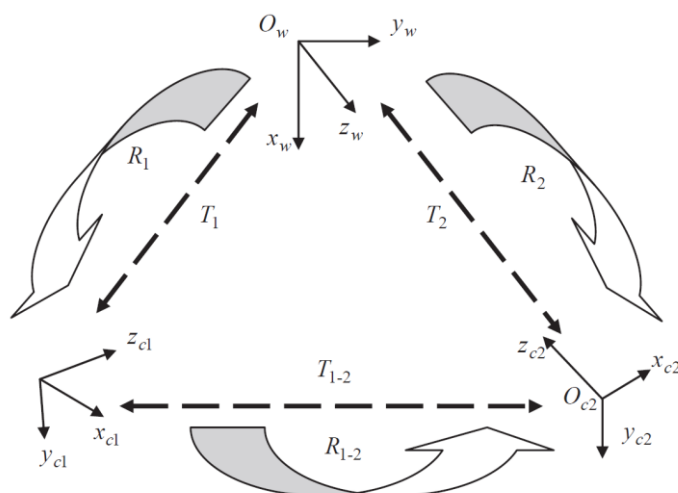


Fig. 3.24 Principiul de bază al metodei de corelare digitală a imaginii 3D cu o configurație stereoscopică

Așa cum se poate observa, trebuie să fie estimate un total de 3 coordonate  $(x_w, y_w, z_w)$  și 11 parametri necunoscuți. Cu toate acestea, sunt disponibile doar 4 ecuații, care nu sunt suficiente pentru a determina toate necunoscutele. Mai multe informații sunt necesare pentru a rezolva toate necunoscutele. Pentru a obține estimări optime, a fost utilizată metoda celor mai mici pătrate pentru a formula mai multe ecuații decât necunoscute, folosind zeci de puncte cunoscute și pentru a estima cei 11 parametri din ecuația 3.10. Odată ce cei 11 parametri sunt definiți, se pot obține coordonatele 3D. Procesul de mai sus este repetat pentru mai multe puncte din imaginea de referință și se pot evalua o serie de coordonate spațiale pentru a obține o morfologie 3D.

### 3.2.3.2 Calibrarea

Calibrarea camerei joacă un rol foarte important, Orteu et al. (2011), Zhang (2000). Majoritatea sistemelor bazate pe viziune utilizate pentru a estima o scenă necesită cunoștințe prelabile exacte ale parametrilor sistemului. Acești parametri pot fi estimați prin calibrare.

În calibrarea camerei, parametrii intrinseci și extrinseci sunt obținuți folosind o serie de puncte cu informații date despre sistemul și coordonatele imaginii. În această procedură este implicată de obicei o grila de calibrare cu un model fabricat cu exactitate. Fig.3.25 prezintă grila de calibrare a sistemului DANTEC, folosită în cercetarea noastră.

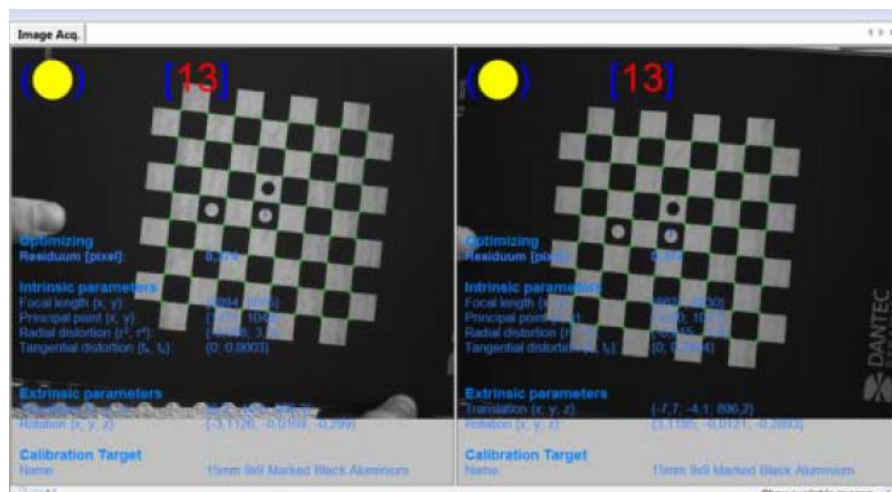


Fig.3.25 Grila de calibrare

Din ec.(3.7), avem:

$$s[u \ v \ 1] = A[R \ T \ 0 \ 1][x_w \ y_w \ z_w \ 1] \quad (3.11)$$

Pentru a simplifica, se presupune că modelul se află pe  $z_w=0$  al sistemului general de coordonate.  $M$  este utilizat pentru a indica un punct pe planul modelului, coloanele matricei de rotație  $R$  sunt notate ca  $r_i$ , iar coloana matricei  $T$  cu  $t$ . ec.(3.7) se obține:

$$s[u \ v \ 1] = A[R \ T \ 0 \ 1][x_w \ y_w \ 0 \ 1] = A[r_1 \ r_2 \ r_3 \ t][x_w \ y_w \ 0 \ 1] = A[r_1 \ r_2 \ t][x_w \ y_w \ 1] \quad (3.12)$$

Ecuția (3.12) poate fi scrisă:

$$sm = HM \quad (3.13)$$

aici,  $M$  reprezintă un punct pe planul modelului,  $m$  este proiecția imaginii sale, iar  $H$  este o omografie care poate fi exprimată ca:

$$H = A[r_1 \ r_2 \ t] \quad (3.14)$$

Considerând:

$$H = A[h_1 \ h_2 \ h_3] \quad (3.15)$$

atunci:

$$[h_1 \ h_2 \ h_3] = \lambda A[r_1 \ r_2 \ t] \quad (3.16)$$

$\lambda$  este o constantă arbitrară și  $h_i$  este un vector de 3 a coloanei  $i$  a omografiei  $H$ . Dând suficiente puncte de imagine 2D și pozițiile 3D corespunzătoare în raport cu sistemul de coordonate general,  $H$  poate fi calculat ușor.

O singură imagine a unui plan de calibrare oferă 2 seturi de ecuații. Cu toate acestea, matricea  $A$  are 5 grade de libertate:  $u$ ,  $v$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$ . Din această cauză, sunt necesare cel puțin 3 imagini ale unui model de calibrare. Dacă se cunoaște omografia fiecărei imagini, se pot determina toți parametrii intrinseci și extrinseci. Optimizarea începe cu valorile parametrilor intrinseci și extrinseci calculate folosind metoda de calibrare a lui Zhang Zhang (2000). Funcția de minimizare a lui Levenberg-Marquardt este prezentată în ec. (3.17). Ni se oferă  $n$  imagini ale unui plan model și există  $m$  puncte pe planul modelului. Presupunem că punctele de imagine sunt corupte de zgomot independent și distribuit identic. Estimarea maximă de probabilitate poate fi obținută prin minimizarea următoarei funcții:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \tilde{m}(A, k_1, k_2, R_i, t_i, M_j)\|^2 \quad (3.17)$$

unde  $R_i$  este matricea de rotație care corespunde imaginii  $i$ ,  $t_i$  este vectorul de translație care corespunde imaginii  $i$  și  $\tilde{m}(A, k_1, k_2, R_i, t_i, M_j)$  este proiecția punctului  $M_j$  din imaginea  $i$ .

Procesul de calibrare permite, de asemenea, selectarea sistemului de stereoviziune cu cea mai mică eroare (reziduu).

Diagrama din Fig. 3.26 ilustrează estimarea reziduuului obținut pentru două camere pentru un singur punct în spațiul 3D. Camera  $O_{c1}$  măsoară punctul în direcția  $O_{c1}$  spre  $D_1$ , iar camera  $O_{c2}$  determină punctul în direcția  $O_{c2}$  spre  $D_2$ . Astfel, putem concluziona că singura soluție posibilă este aceea că punctul se află la intersecția celor două raze ( $O_{c1}, D_1$ ) și ( $O_{c2}, D_2$ ). Astfel, procesul de reconstrucție 3D trebuie să calculeze locațiile intersecțiilor razelor.

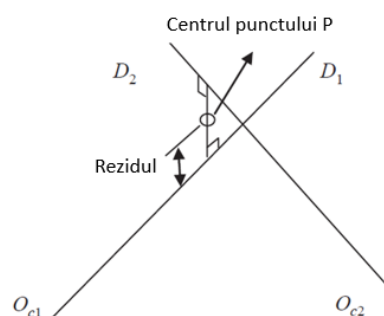


Fig. 3.26 Reziduuul punctului determinat cu două camere

Datorită unor mici erori în sistemul de măsurare, razele măsurate de la cele două camere nu se vor intersecta, în general. Acest lucru obligă software-ul de măsurare să ia o decizie despre cea mai probabilă locație pentru punctul în care razele

se vor intersecta. Pentru cele două raze prezentate în Fig. 3.26, locația punctului este setată la mijlocul liniei formând cea mai scurtă distanță între raze. Distanțele de la locația punctului asumat la fiecare rază sunt legate de incertitudinea locației calculate a punctului și sunt denumite reziduu pentru măsurare.

În general, un reziduu mic corespunde unei măsurări sau a unei calibrări precise, iar sistemul corespunzător va fi selectat pentru acest singur punct ca sistem de măsurare.

Toate punctele 3D înregistrate în fișierul de calibrare au capacitatea de a înregistra o valoare de măsurare reziduu - acesta este un număr care oferă informații despre exactitatea relativă a măsurării 3D a punctului asociat. Apoi, toate punctele imaginilor de referință sunt calculate și este selectată cea mai bună combinație a fiecărui punct. Contururile și deplasările 3D pot fi obținute apoi folosind cea mai bună combinație de două camere CCD pentru a se potrivi cu fiecare punct al imaginilor deformate. Toți parametrii intrinseci și extrinseci și valorile reziduului sunt salvate într-un fișier de calibrare. Software-ul încarcă automat acest fișier de calibrare atunci când este utilizat sistemul multicamere.

### 3.2.3.3 Determinarea deplasărilor

Ca și în cazul 2D DIC, pentru determinarea câmpurilor de deplasare este necesar ca fiecare subset să se regăsească atât în imaginea de referință cât și în imaginea deformată și cu condiția ca regiunea de interes să se suprapună în imaginile achiziționate de cele două camere. Pan et al. (2012), Shi et al. (2013). Chen et al. (2006) și Fagerholt et al. (2013). Asemănător, dar ușor diferit de schema DIC 2D, potrivirea stereoviziunii utilizate în tehnica DIC 3D urmărește să se potrivească cu patru tipare pe aceeași suprafață a epruvetei înregistrate de camerele din stânga și dreapta din unghiuri diferite înainte și după deformare. Potrivirea se poate face prin minimizarea unei funcții care include informațiile despre intensitatea pixelilor din imagini. Valorile de intensitate ale subsetului sunt corelate între ele până când funcția este minimizată (sau maximizată). Deplasarea și deformarea, care reprezintă cea mai bună potrivire posibilă, se obține odată ce se atinge o valoare minimă (sau o valoare maximă).

În ecuația (3.18) este prezentat criteriul de corelare ZNSSD (Zero-mean Normalized Sum of Squared Differences). S-a dovedit că această funcție este în măsură să compenseze modificările de intensitate neașteptate.

$$C_{ZNSSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[ \frac{f(x_i, y_i) - f_m}{\Delta f} - \frac{g(x'_i, y'_i) - g_m}{\Delta g} \right]^2 \quad (3.18)$$

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x_i, y_i) \quad (3.19)$$

$$g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M g(x'_i, y'_i) \quad (3.20)$$

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_i) - f_m]^2} \quad (3.21)$$

$$\Delta g = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_i) - g_m]^2} \quad (3.22)$$

### 3.2.4 Definirea configurației de asamblare

Configurația de asamblare este identică cu cea prezentată în cazul măsurătorilor de tensometrie electrică rezistivă prezentată în Fig.3.1.

### 3.2.5 Metodologie și echipamente

Echipamentul folosit pentru captarea și procesarea imaginilor pentru analiza DIC a fost sistemul Dantec Q-400, Fig.3.27. Cele două camere ale sistemului de corelație Q-400 sunt setate la o rezoluție de 5 megapixeli. Testele au fost realizate în cadrul laboratorului de Mecanică și Rezistența Materialelor al Universității Politehnica Timișoara.

Prin reglarea lentilei optice sistemul Q-400 poate fi utilizat pentru obiecte de diferite dimensiuni. Sistemul de iluminare, care face parte din acest sistem, oferă o lumină omogenă deosebit de puternică care asigură condiții excelente de măsurare.

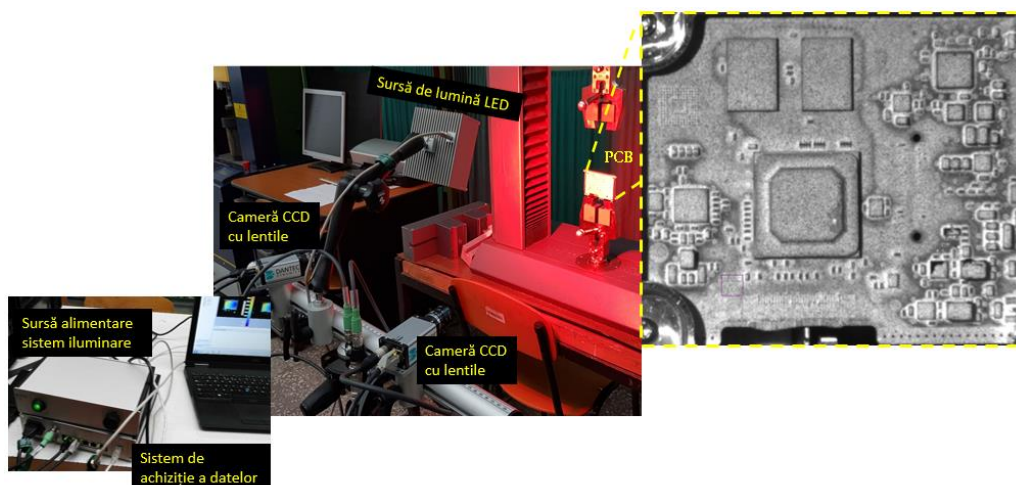


Fig. 3.27 Sistemul de corelare



---

Pentru a achiziționa și prelucra în mod corespunzător imaginile, trebuie să se aplice mai întâi un model de pete aleatoriu pe suprafața PCB-ului. Acest lucru se face în mod obișnuit prin aplicarea unei vopsele negre pulverizate peste un strat alb uniform (Fig. 3.28).

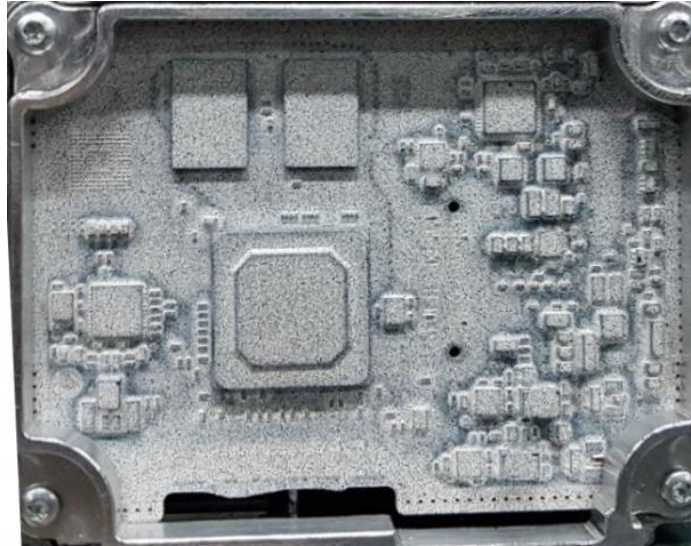


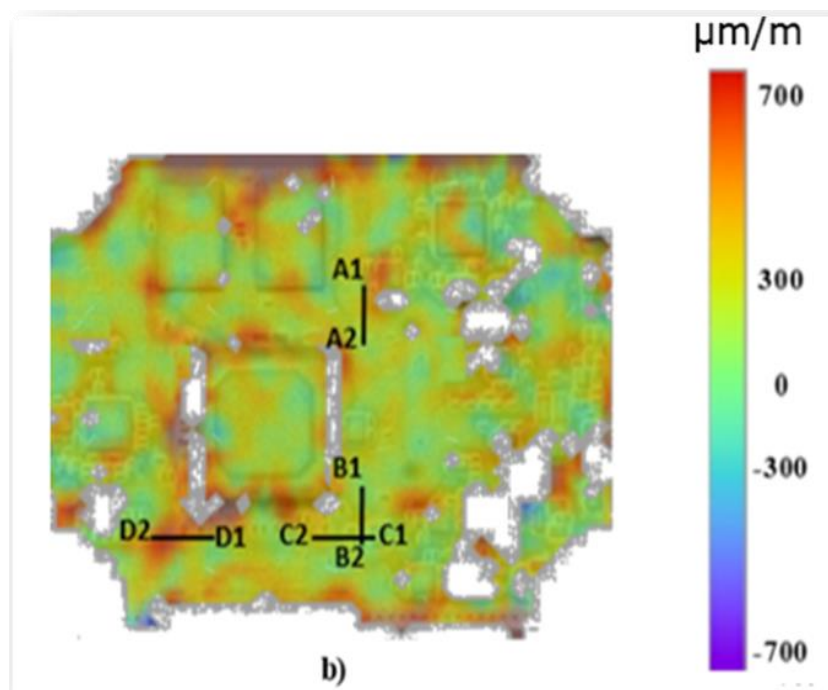
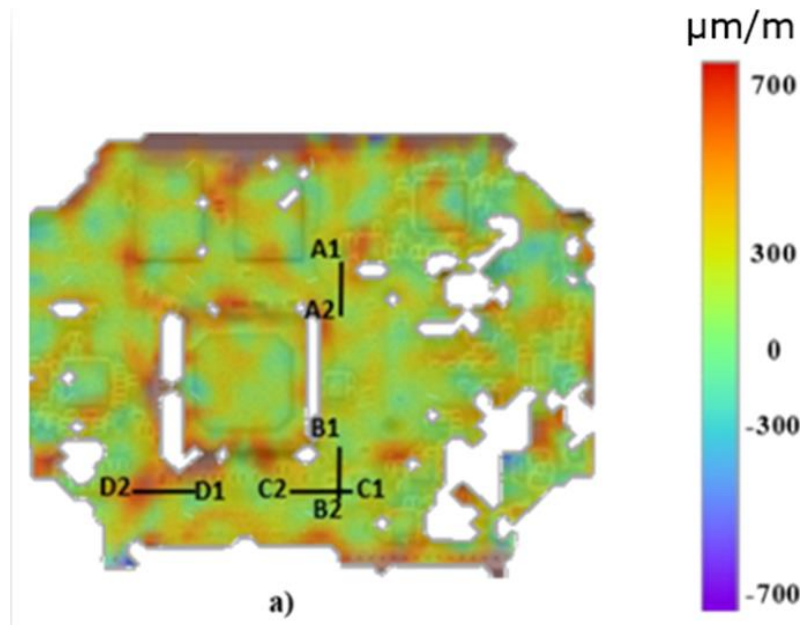
Fig. 3.28 Model aleatoriu de pete

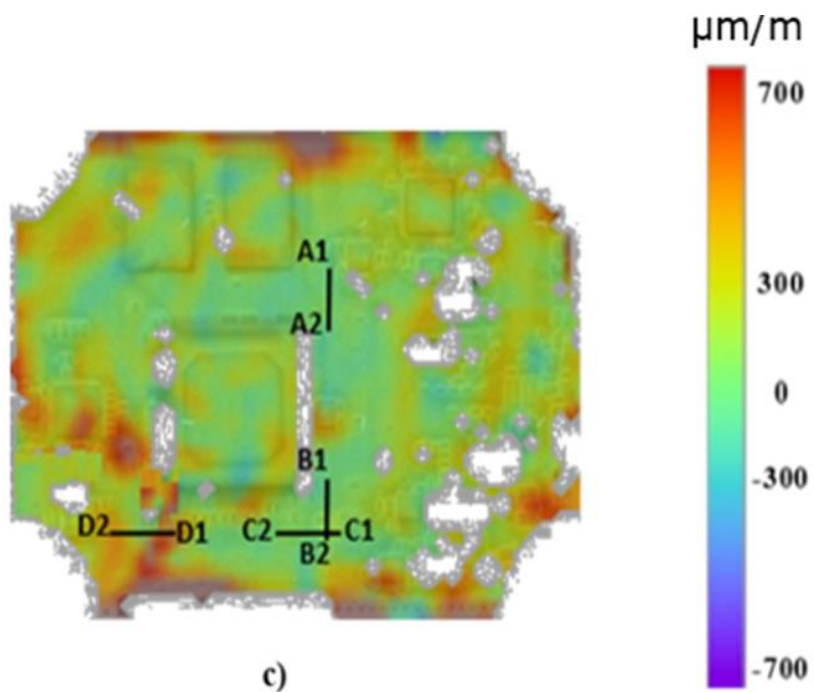
### 3.2.6 Rezultate obținute prin corelarea digitală a imaginii

După capturarea imaginilor, corelarea și analiza s-au făcut cu softul Istra 4D. Analiza deformațiilor specifice a fost realizată în zona de interes (ROI) definită pe suprafața PCB-ului.

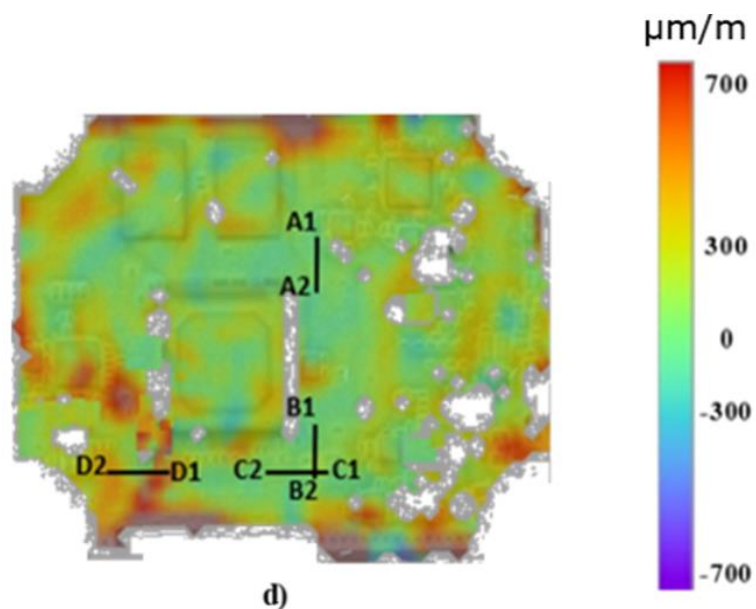
În conformitate cu principiul DIC, această regiune a fost împărțită în subseturile mici. Câmpurile de deplasare și deformație specifică au fost calculate în aceste subseturi folosind un algoritm de corelare.

Distribuția deformațiilor specifice principale maxime este ilustrată în Fig. 3.29. Aceste rezultate descriu comportamentul global al PCB-ului. Această analiză relevă că, în „cazul de încărcare 1”, pe suprafața PCB-ului se observă deformații specifice mai mari decât în „cazul de încărcare 2”. Aceste rezultate arată clar influența geometriei carcasei și capacului asupra distribuției deformațiilor specifice. Aceste cartografii trebuie, de asemenea, corelate cu aranjarea supraînălțărilor prezentate în Fig. 3.2. Falk et al (2020).





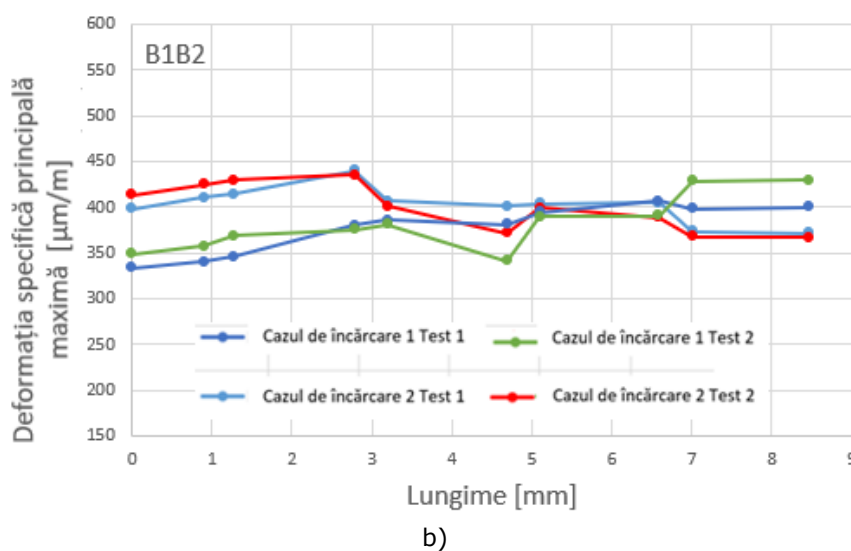
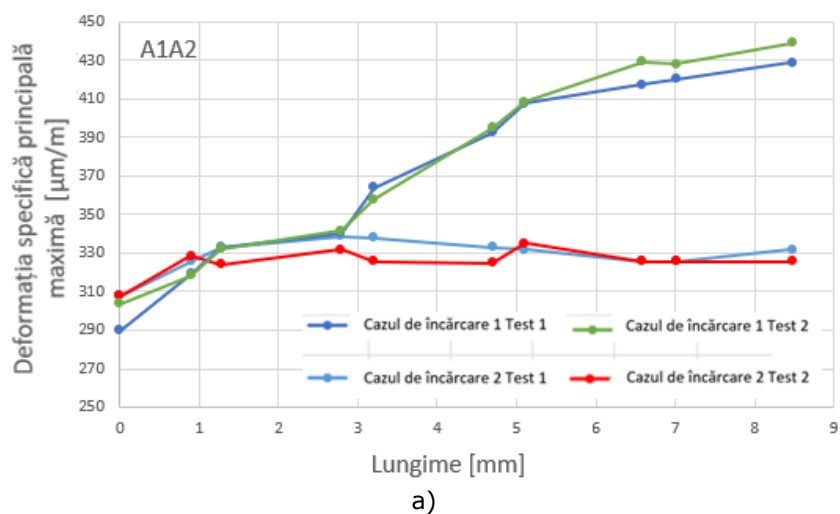
c)

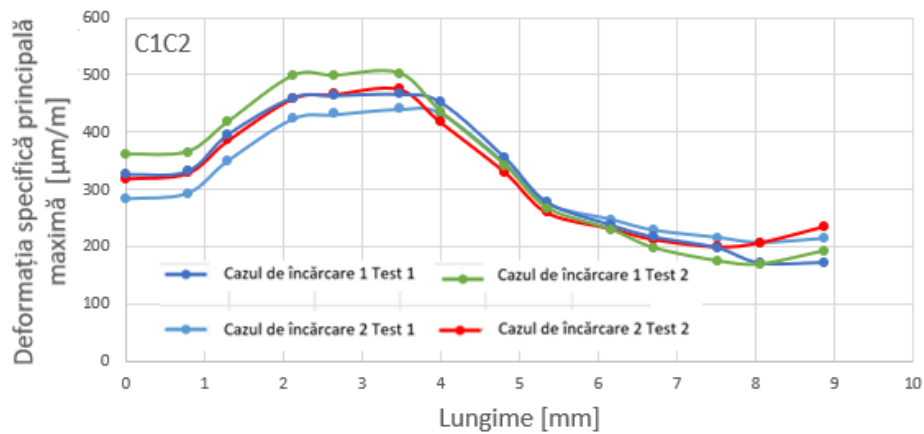


d)

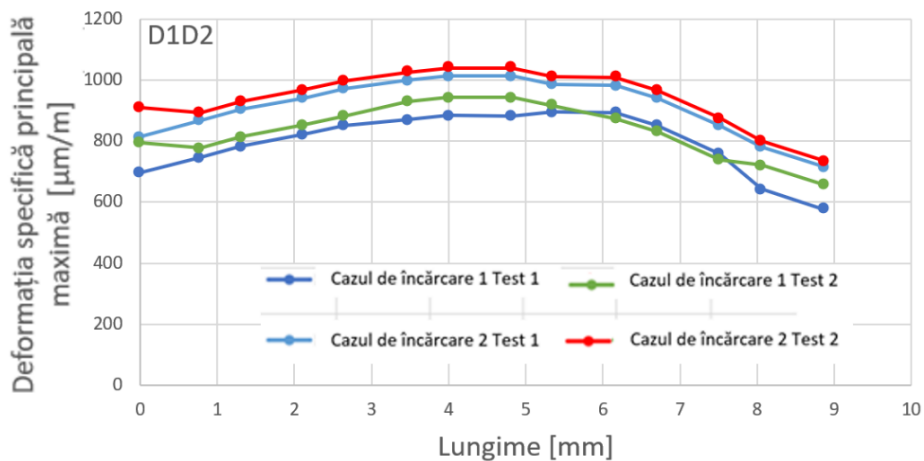
Fig. 3.29 Distribuția deformațiilor specifice maxime ( $\epsilon_1$ ) pe PCB – DIC. a) Cazul de încărcare 1 Test 1; b) Cazul de încărcare 1 Test 2; c) Cazul de încărcare 2 Test 1; d) Cazul de încărcare 2 Test 2;

Diferitele segmente indicate în Fig. 3.29 au fost utilizate ca și mărci tensometrice optice virtuale pentru a calcula deformația specifică principală maximă locală, rezultate prezentate în Fig.3.30. Pozițiile traductoarelor optice sunt aceleași cu cea a segmentelor considerate în analiza cu elemente finite. Ideea este de a compara rezultatele obținute prin analiza cu elemente finite cu măsurile experimentale DIC folosind aceeași configurație.





c)



d)

Fig. 3.30 Distribuția deformațiilor specifice principale maxime pe PCB – DIC. a) A1-A2; b) B1-B2; c) C1-C2; d) D1-D2

### 3.2.7 Concluzii

Pentru determinarea experimentală a deformațiilor specifice de pe întreaga suprafață a PCB-ului a fost utilizată metoda corelării digitale a imaginilor, care este o metodă de măsurare optică fără contact.

Metoda corelării digitale a imaginilor oferă câmpul de deplasări și deformații pe întreaga suprafață a PCB-ului, comparând imaginile digitale ale suprafeței epruvetei în faza nedeformată (sau de referință) și, respectiv deformată. În principiu, metoda corelării digitale a imaginilor este o metrologie optică bazată pe procesarea digitală a imaginilor și calculul numeric.

---

Figura 3.29 a-d prezintă variația deformațiilor specifice maxime pe toată suprafața PCB-ului măsurate cu ajutorul metodei corelării digitale a imaginilor. Se poate observa că deformația specifică maximă depășește valoarea de  $700 \mu\text{m/m}$  în zonele cu supraînălțări.

Pentru o înțelegere mai bună în Figura 3.30 a-d s-a reprezentat evoluția deformațiilor specifice maxime măsurate în zonele a) A1-A2; b) B1-B2; c) C1-C2; d) D1-D2 (marcate în Fig. 3.29). Astfel în zona D1-D2 valoarea de  $700 \mu\text{m/m}$  este depășită în ambele cazuri de încărcare, valoarea maximă înregistrată fiind de  $1039 \mu\text{m/m}$  pentru cazul de încărcare 2. Pentru zonele A1-A2, B1-B2 și C1-C2, valorile deformațiilor specifice sunt mai mici de  $700 \mu\text{m/m}$  pentru ambele cazuri de încărcare. Acest lucru este cauzat de diferența de nivel produsă de supraînălțările prezentate în Fig. 3.2.

---

## 4. Determinarea numerică a deformațiilor specifice de pe PCB

### 4.1 Principiul metodei FEA

Analiza cu elemente finite (FEA - Finite Element Analysis) este o analiză numerică asistată de calculator a deformațiilor specifice și tensiunilor ce apar în PCB-uri.

FEA este de mare ajutor pentru a afla zonele în care pot apărea probleme înainte ca produsul să fie construit. În cazul PCB-urilor aceste informații sunt folosite pentru a face ajustări ale design-ului produsului pentru a reduce deformația specifică și de a re poziționa anumite componente electronice sensibile (ex. microprocesoarele) dacă este cazul.

### 4.2 Definirea modelului

Metoda elementului finit este de obicei folosită pentru a determina deformațiile specifice pe componentele electronice. Chiozzi et al. (2016), Fan et al. (2016), Li et al. (2008), Zahn (2002).

Această metodă poate fi folosită și în cazul PCB-urilor, permițând obținerea deformațiilor specifice pe suprafața PCB-ului. Este important să cunoaștem distribuția deformațiilor specifice pe suprafața PCB-ului pentru a evita poziționarea componentelor sensibile (cum ar fi microprocesoarele poziționate pe PCB-uri prin BGA-uri sau a componente electronice mici) în zonele critice.

Software-ul comercial Ansys Workbench 18.1 a fost utilizat pentru analiza cu elemente finite. Pentru a simplifica modelul, componentele electronice au fost considerate blocuri geometrice simple cu un material generic (un plastic dur) atribuit și pentru PCB a fost atribuit în prima simulare un material FR4 cu proprietăți ortotrope determinate experimental de către furnizorul de PCB-uri și, în a doua simulare, un material FR4 din baza de date cu proprietăți de material ale Ansys. Proprietățile materialelor pentru componentele din ansamblu sunt prezentate în tabelele 4.1, 4.2, 4.3.

Pentru șuruburi s-au aplicat condiții la limită sub formă de pretensionare a șurubului de 1800 N echivalent de 0,7 Nm, această valoare este conform cu datele primite de la furnizorul de șuruburi pe baza simulărilor lor.

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 80254 elemente tetraedrice, conectate în 266649 noduri (Fig. 4.1). Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), componente electronice (Tabel 4.2) și carcase – aliaj aluminiu (Tabel 4.3).

Tabel 4.1. Proprietățile fizice și elastice ale materialului FR4

Proprietăți	Simbol	FR4 determinat experimental	FR4 Ansys	Unitate de măsură
		Valoare	Valoare	
Densitate	$\rho$	1.85	1.85	g/cm <sup>3</sup>
Coeficientul orthotropic instantaneu de expansiune termică				
Coeficientul de expansiune termică direcția X	$\alpha_x$	1.35E-05	1.25E-05	1/°C
Coeficientul de expansiune termică direcția Y	$\alpha_y$	1.35E-05	1.40E-05	1/°C
Coeficientul de expansiune termică direcția Z	$\alpha_z$	4.50E-05	8.20E-05	1/°C
Proprietăți de elasticitatea ortotropă				
Modulul lui Young direcția X	$E_x$	1.69E+04	2.04E+04	MPa
Modulul lui Young direcția Y	$E_y$	1.69E+04	1.84E+04	MPa
Modulul lui Young direcția Z	$E_z$	7.40E+03	1.50E+04	MPa
Coeficientul lui Poisson XY	$\nu_{xy}$	1.10E-01	1.10E-01	
Coeficientul lui Poisson YZ	$\nu_{yz}$	3.90E-01	9.00E-02	
Coeficientul lui Poisson XZ	$\nu_{zx}$	3.90E-01	1.40E-01	
Modulul de elasticitate transversal XY	$G_{xy}$	7.60E+03	9.20E+03	MPa
Modulul de forfecare YZ	$G_{yz}$	3.30E+03	8.40E+03	MPa
Modulul de forfecare XZ	$G_{zx}$	3.30E+03	6.60E+03	MPa

Tabel 4.2. Proprietățile fizice și elastice ale materialului componentelor electronice

Proprietăți	Simbol	Valoare	Unitate de măsură
Densitate	$\rho$	1.63	g/cm <sup>3</sup>
Coeficientul de expansiune termică	$\alpha$	6-10E-05	
Young's Modulus	E	2.55E+04	MPa
Poisson's Ratio	$\nu$	1.10E-01	
Bulk Modulus	B	1.70E+04	MPa
Shear Modulus	G	1.02E+04	MPa



Tabel 4.3. Proprietățile fizice și elastice ale materialului carcaselor

Proprietăți	Simbol	Valoare	Unitate de măsură
Densitate	$\rho$	2.7	g/cm <sup>3</sup>
Coeficientul de expansiune termică	$\alpha$	2.30E-05	C <sup>-1</sup>
Young's Modulus	E	2.55E+04	MPa
Poisson's Ratio	$\nu$	1.10E-01	
Bulk Modulus	B	1.70E+04	MPa
Shear Modulus	G	1.02E+04	MPa

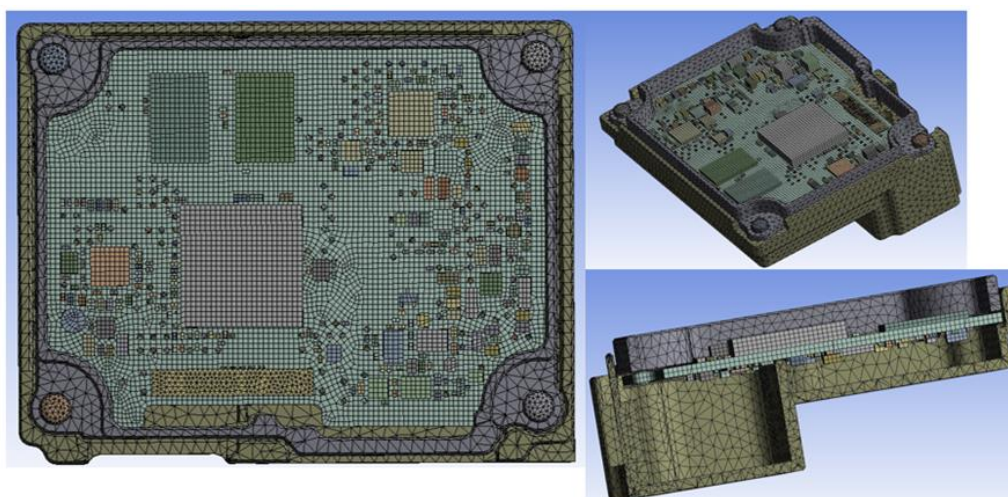


Fig. 4.1 Discretizare

### 4.3 Rezultatele analizei cu elemente finite

În urma analizei cu elemente finite, s-a obținut distribuția deformațiilor specifice principale maxime pe întreaga suprafață a PCB-ului, acest lucru este prezentat în figura 4.2. Se poate observa că deformațiile specifice principale maxime sunt localizate în apropierea componentei mari (microprocesor) și în apropierea găurilor de fixare, deformațiile specifice principale maxime sunt peste valoarea admisibilă (700  $\mu\text{m/m}$ ). Falk et al (2020).



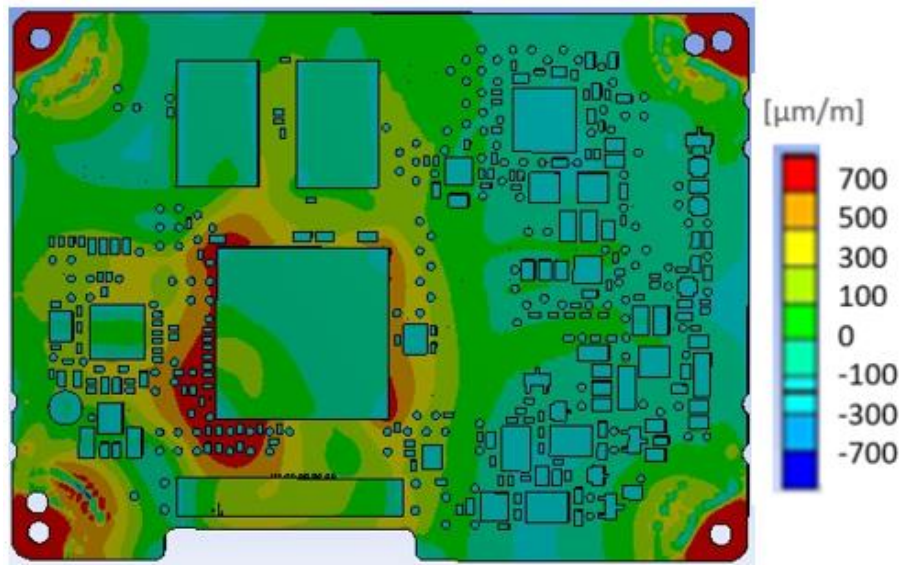
a)



b)



c)



d)

Fig. 4.2 Rezultate simulare pentru deformațiile specifice principale maxime: a) Cazul de încărcare 1 - FR4 determinat experimental; b) Cazul de încărcare 1 - FR4 Ansys; c) Cazul de încărcare 2- FR4 determinat experimental; d) Cazul de încărcare 2 - FR4 Ansys

Pentru o bună înțelegere a distribuției deformațiilor specifice principale maxime în zona microprocesorului, rezultatele au fost interogate, conform cu segmentele prezentate în Fig.4.3 (A1-A2, B1-B2, C1-C2, D1-D2) și valorile rezultate deformațiilor specifice principale maxime sunt prezentat în Fig.4.4.

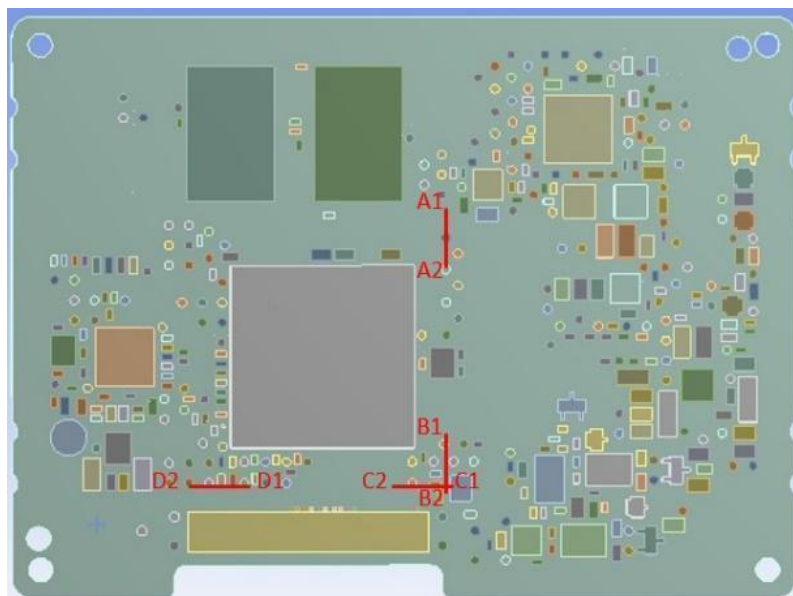
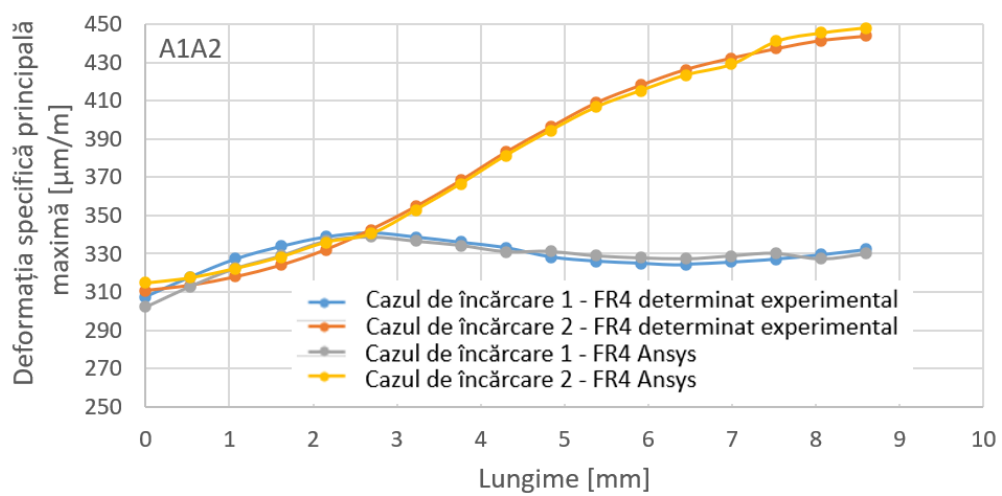
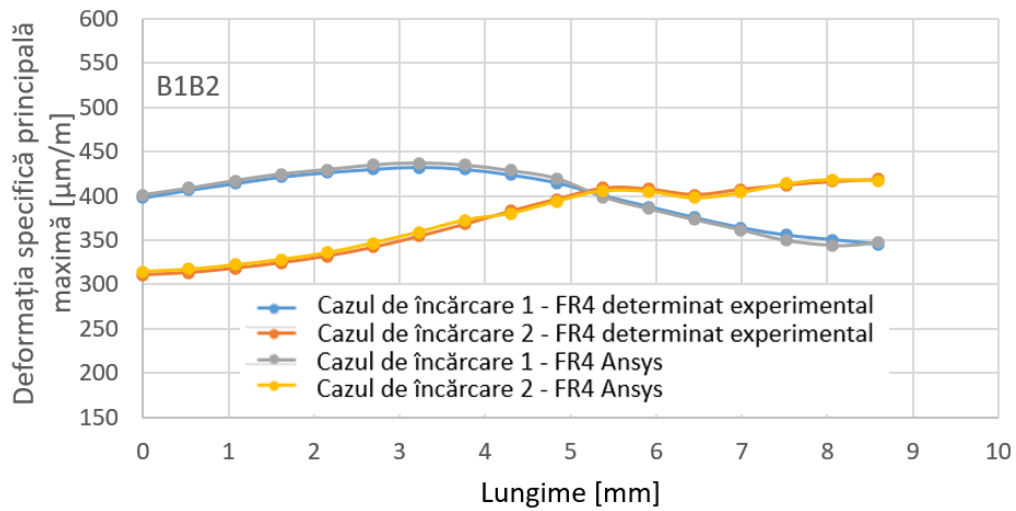


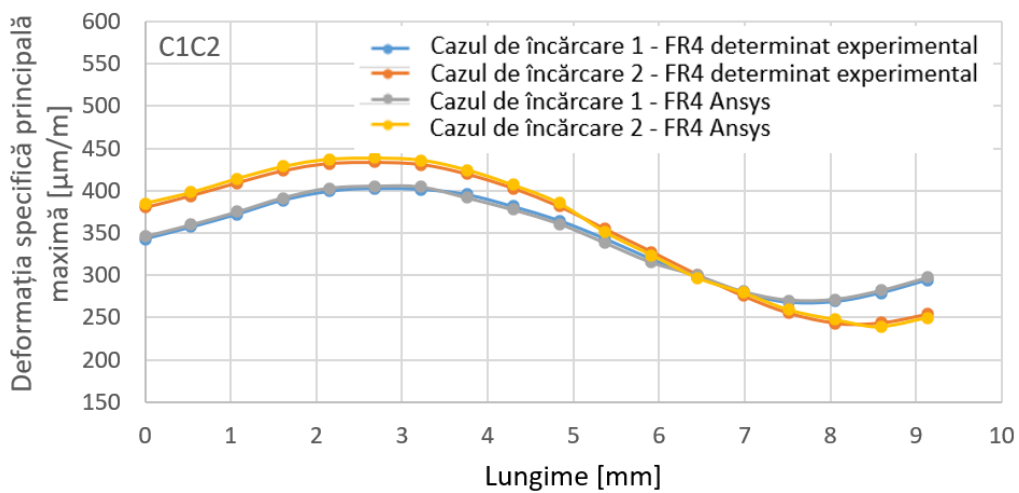
Fig.4.3 Definierea zonelor de evaluare



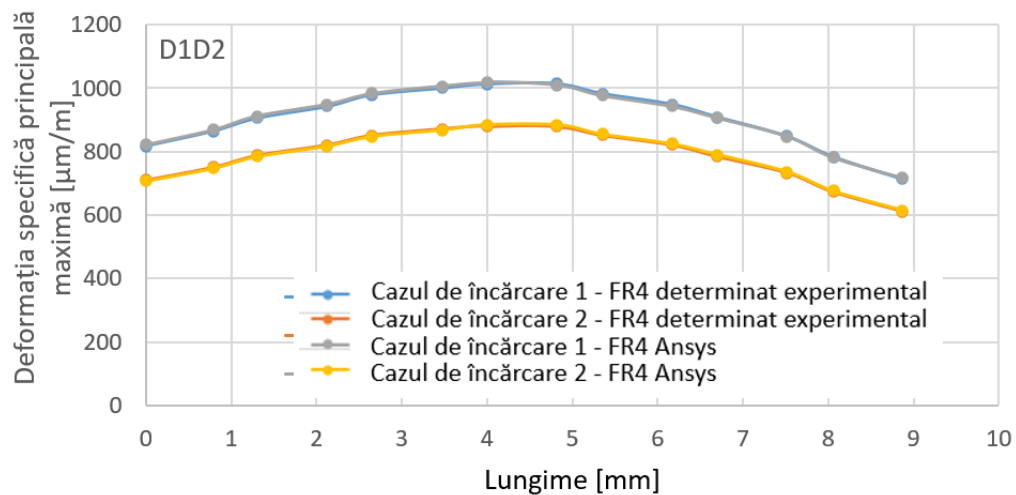
a)



b)



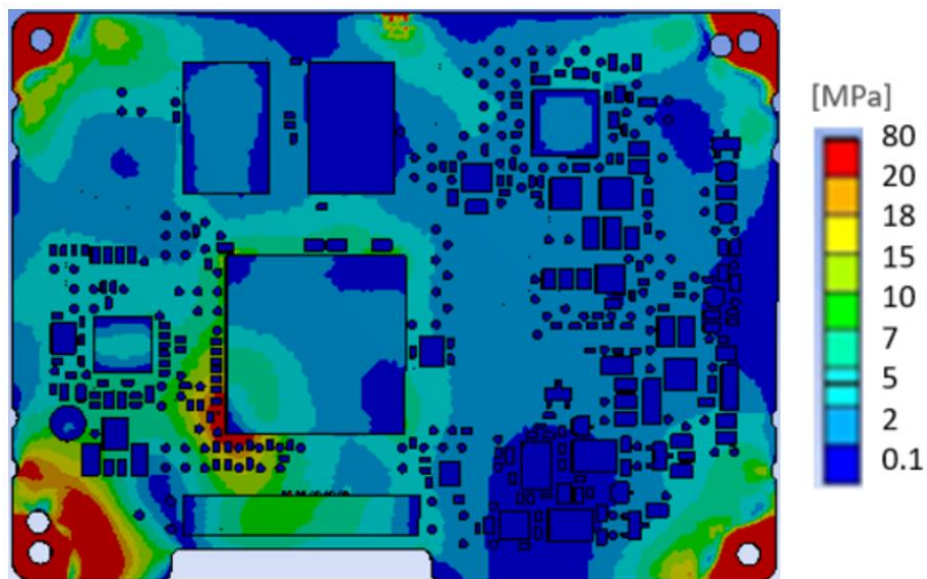
c)



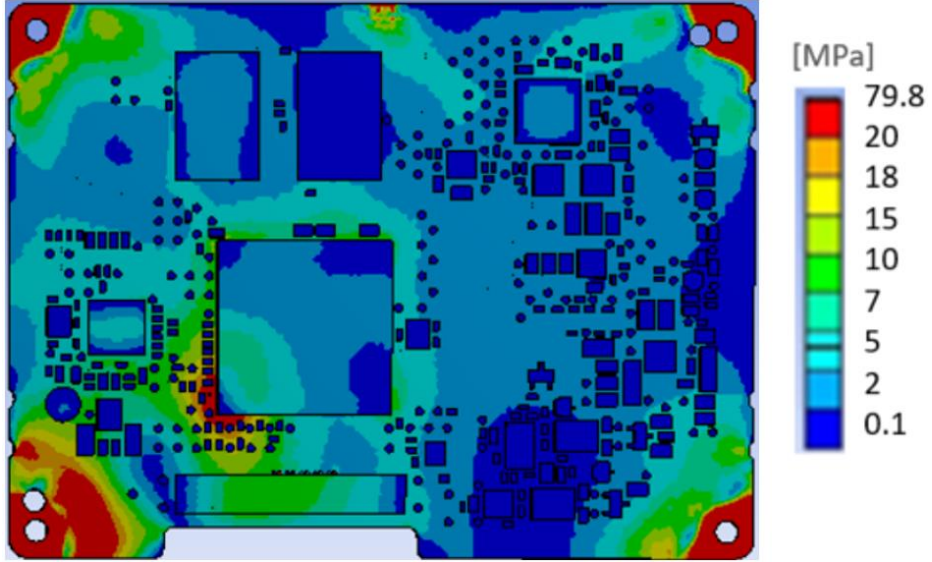
d)

Fig.4.4 Distribuția pe PCB a deformațiilor principale maxime: a) A1-A2; b) B1-B2; c) C1-C2; d) D1-D2

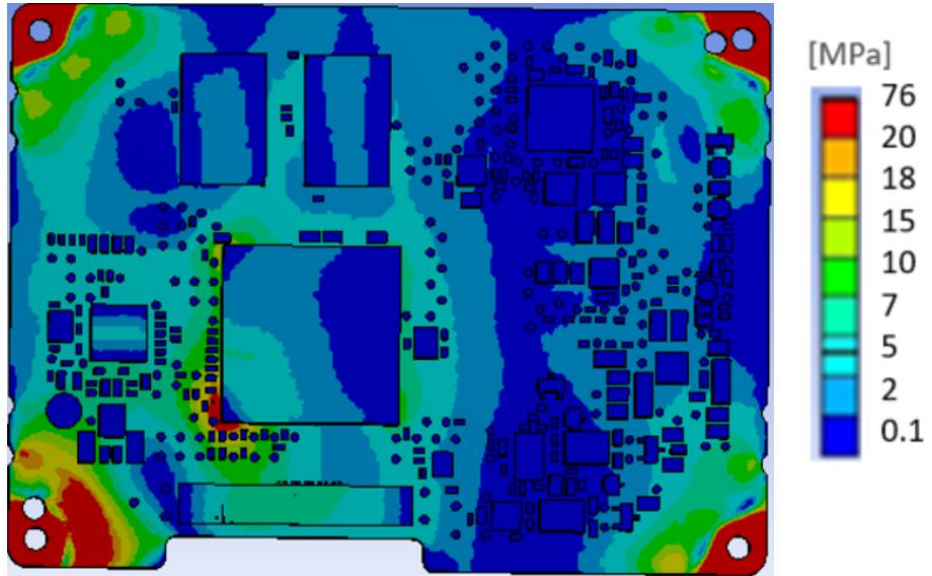
În figura 4.5 este prezentată distribuția tensiunii echivalente. Se poate observa că valorile maxime ale tensiunii echivalente sunt localizate în apropierea componentei mari (microprocesor) și în apropierea găurilor de fixare. Valoarea maximă a tensiunii echivalente fiind în jur de 80 Mpa pentru cazul 1 și 76 Mpa pentru cazul 2, valori care sunt sub valoarea tensiunii maxime admisibile de 270 Mpa.



a)



b)



c)

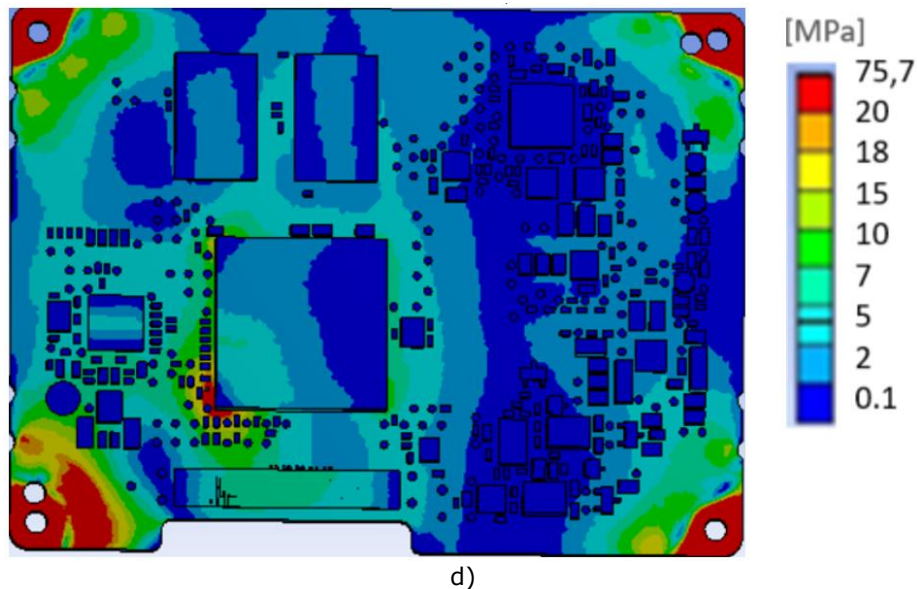


Fig.4.5 Rezultate simulare pentru distribuția tensiunii echivalente: a) Cazul de încărcare 1 - FR4 determinat experimental; b) Cazul de încărcare 1 - FR4 Ansys; c) Cazul de încărcare 2- FR4 determinat experimental; d) Cazul de încărcare 2 - FR4 Ansys

### 4.3.1 Concluzii

Figura 4.2 a-d prezintă variația deformațiilor specifice maxime pe toată suprafața PCB-ului obținute cu ajutorul metodei FEA. Se poate observa că deformația specifică maximă depășește valoarea de  $700 \mu\text{m}/\text{m}$  în zonele cu supraînălțări atât pentru cazul 1 cât și pentru cazul 2.

Pentru o înțelegere mai bună în Figura 4.4 a-d s-a reprezentat evoluția deformațiilor specifice maxime măsurate în zonele a) A1-A2; b) B1-B2; c) C1-C2; d) D1-D2 (marcate în Fig. 4.3), fiind în aceeași zona cu rezultatele măsurare cu metoda DIC. Astfel în zona D1-D2 valoarea de  $700 \mu\text{m}/\text{m}$  este depășită atât pentru cazul 1 cât și pentru cazul 2, valoarea maximă înregistrată fiind de  $1018 \mu\text{m}/\text{m}$  pentru cazul de încărcare 1 și  $884 \mu\text{m}/\text{m}$  pentru cazul de încărcare 2.

Diferența dintre rezultatele simulărilor cu proprietățile materialului FR4 determinate experimental și proprietățile predefinite în Ansys este sub 2%.

Conform figurii 4.5 valoarea tensiunii admisibile de 270 MPa pentru materialul PCB-ului nu este depășită în ambele cazuri de încărcare.



---

## 5. Influența temperaturii asupra deformării PCB-urilor

### 5.1 Dilatarea termică

Consecința creșterii temperaturii unui material solid este creșterea volumului acestui fenomen cunoscut sub numele de expansiune termică. Acest proces rezultă din capacitatea căldurii de a crește energia cinetică a unui material.

În interiorul solidelor, moleculele sunt de obicei localizate în imediata apropiere una de alta, contribuind la forma definită a structurii. Pe măsură ce temperatura crește, moleculele încep să vibreze cu o viteză mai rapidă și se îndepărtează unele de altele. Această separare crescută între atomii individuali face ca solidul să se extindă, crescând astfel volumul structurii.

Cu această creștere volumetrică, elementele unui solid suferă niveluri mai mari de tensiune. Tensiunile termice pot avea un efect semnificativ asupra rezistenței și stabilității unei structuri, ceea ce poate provoca fisuri sau rupturi în anumite componente. Astfel de cedări compromit designul general al structurii, ceea ce poate duce la o posibilă defectare și deformare. Tensiunile reziduale la sudare doar un exemplu. La sudare, se formează o legătură între piesele metalice prin topirea suprafețelor și așezarea lor, astfel încât acestea sunt unite atunci când materialele se solidifică din nou. Pe măsură ce structura asamblată se răcește, unele zone ale sudurii tind să se contracte mai mult decât alte zone din cauza coeficienților de expansiune termică diferiți. Aceasta provoacă tensiuni reziduale în zona sudurii.

Materialele și structurile se dilată și se contractă cu schimbarea temperaturii, prin urmare:

$$\varepsilon^T = \alpha(\Delta T) \quad (5.1)$$

unde  $\varepsilon^T$  este deformația specifică,  $\alpha$  coeficientul expansiunii termice și  $\Delta T$  variația temperaturii.

Tensiunile termice rezultă din incompatibilitatea de expansiune termică a materialelor în timpul schimbării temperaturii. Sursele de tensiuni termice includ nepotrivirea termomecanică între două materiale, distribuția neuniformă a temperaturii într-un material și anisotropia de expansiune termică într-un material. Una dintre principalele cauze ale defecțiunilor în ansamblurile electronice este deformarea termo-mecanică resimțită în timpul expansiunii termice. Defecțiunile, cum ar fi fisuri ale BGA-urilor, traseelor, dezlipirea componentelor sunt provocate de tensiunile termice datorită coeficienților diferiți de expansiune termică (CTE) Jin la al. (2007). Pentru a prezice fiabilitatea este importantă înțelegerea stării de tensiune și deformație indusă pe PCB datorită variațiilor de temperatură.

Pentru măsurarea deformațiilor specifice pe PCB-urile, metoda actuală utilizată în industrie este metoda tensometriei rezistive prezentată în IPC, IPC JEDEC 9704A și conform documentației a fost utilizată pentru măsurarea deformațiilor specifice în multe aplicații Chvojjan et al. (2018), Liao et al. (2017), Ratanawilai et al. (2003). Folosind această metodă, valorile deformațiilor specifice sunt cunoscută numai în punctele în care sunt amplasate mărcile tensometrice. Pentru a avea o măsurare completă a deformațiilor specifice pe întreaga suprafață, au fost dezvoltate mai multe

tehnici optice, cum ar fi Corelarea digitală a imaginii sau Mark Tracking (Urmărirea mărcilor), care sunt alternative mai bune pentru caracterizarea comportamentului mecanic în cazul PCB-urilor, Moulart et al. (2010), Luo o et al. (1993), Ratanawilai et al. (2011).

Conform documentației, metoda DIC a fost folosită cu succes pentru a determina deformațiile termice în multe aplicații, Lyons et al. (1996), Pan et al. (2011), Novak et al. (2011), De Stryckera et al. (2010), Jin et al. (2014), Lienhard et al. (2019), Lin et al. (2015)- Tehnica DIC a fost folosită și pentru măsurarea deformării pe PCB, Falk et al. (2019), Falk et al. (2020) și a fost folosită pentru măsurarea deformării pe alte materiale compozite, Szebényi and Hliva (2019), Elmahdy and Verleysen (2018), Zhu et al. (2018).

În Pan et al. (2011) pentru a verifica eficiența corelării digitale a imaginii la temperaturi ridicate, o probă de oțel inoxidabil austenitic a fost încălzită de la temperatura camerei la 1200 °C folosind un dispozitiv de încălzire cu infraroșu, iar imaginile de pe suprafață la diferite temperaturi au fost captate folosind sistemul DIC. Deformarea termică pe întreaga suprafață și coeficientul de dilatare termică a probei au fost determinate folosind tehnica DIC. Rezultatele experimentale indică faptul că metoda DIC este ușor de implementat și poate fi aplicată la măsurarea practică a deformării la temperatură înaltă cu o precizie ridicată.

Pentru ca sistemul să fie capabil să obțină imagini de înaltă calitate la o temperatură de 1200 °C, un filtru trece-bandă (FTB) este montat în fața obiectivului cu zoom (Fig.5.1). Astfel imaginile capturate pot fi procesate direct prin tehnica DIC pentru a extrage deformarea câmpului complet cu o precizie ridicată.

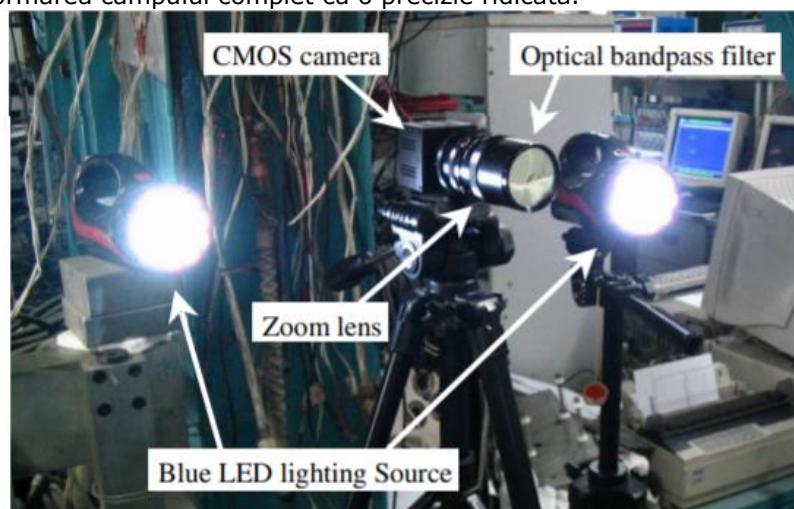


Fig.5.1 Configurație sistem cu filtru trece-bandă (Pan et al. (2011))

După cum se arată în Fig.5.2, probă este încălzită de un dispozitiv de încălzire cu infraroșu de la temperatura camerei la 1200 °C, iar imaginile suprafeței epruvetei sunt achiziționate de un sistem de captare a imagini plasat la aproximativ 1 m distanță de epruveta. cu axa sa optică aproximativ normală cu suprafața epruvetei.

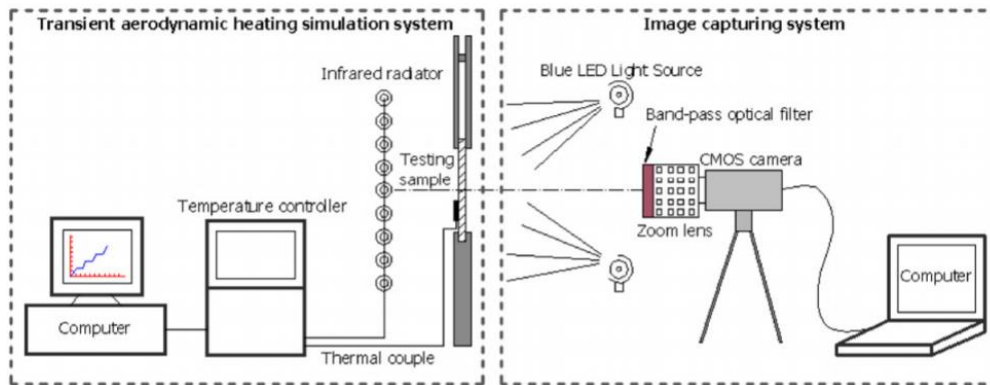


Fig.5.2 Configurație experimentală (Pan et al. (2011))

În experiment, o imagine de referință la  $T_0 = 28^\circ\text{C}$  a fost capturată mai întâi, așa cum se arată în Fig.5.3 (a). Ulterior, 12 imagini ale epruvei deformate au fost înregistrate consecutiv la temperaturi de la  $100$  la  $1200^\circ\text{C}$  cu o creștere a temperaturii de  $100^\circ\text{C}$  la fiecare pas. Fig.5.3 (b) - (d) sunt imaginile digitale înregistrate la  $800$ ,  $1000$  și, respectiv,  $1200^\circ\text{C}$ . Aceste imagini indică clar că sistemul cu filtru trece-bandă (FTB) poate obține imagini de înaltă calitate la temperaturi ridicate cel puțin până la  $1200^\circ\text{C}$ .

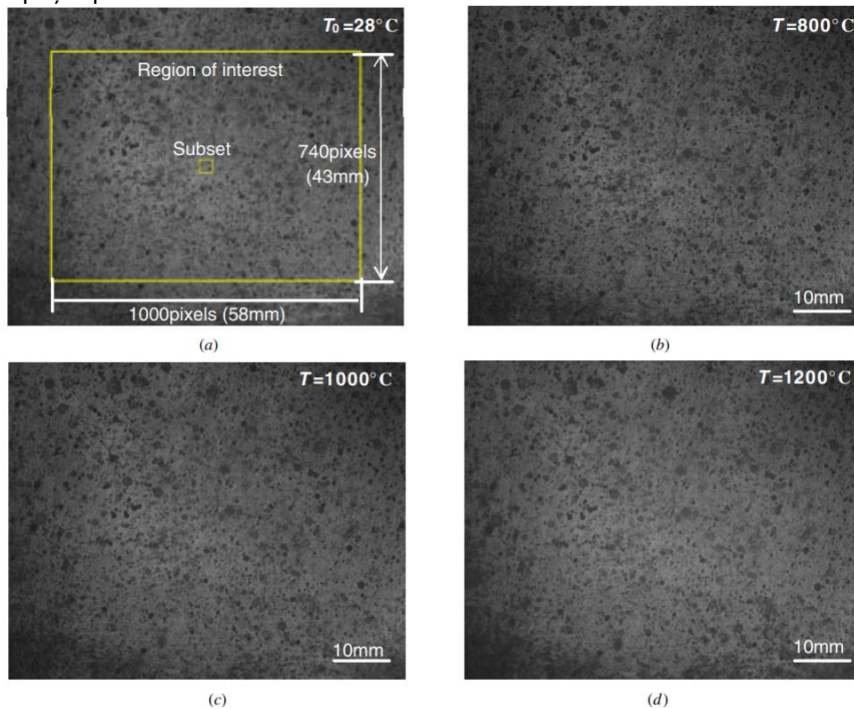


Fig.5.3 Imagini ale suprafeței epruvei capturate la temperaturi de (a)  $28^\circ\text{C}$ , (b)  $800^\circ\text{C}$ , (c)  $1000^\circ\text{C}$  și (d)  $1200^\circ\text{C}$  (Pan et al. (2011))

Distribuțiile de deplasare orizontală  $h$  și verticală  $v$  la 1200 °C calculate direct prin DIC sunt prezentate în Fig.5.4. Deși câmpurile de deplasare calculate direct ale epruvetei conțin componente de deplasare cauzate de mișcarea în plan a corpului rigid (translație și rotație) în timpul expansiunii termice libere, aceste deplasări suplimentare pot fi ușor eliminate pentru a obține expansiunea termică pură, care este prezentat în Fig.5.5.

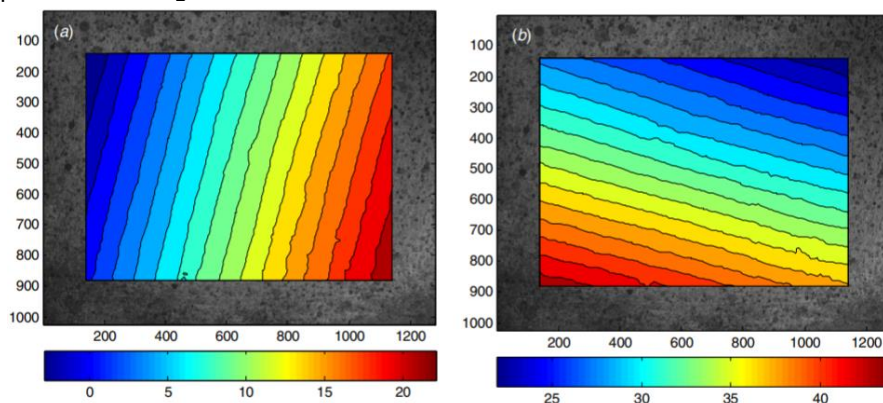


Fig.5.4 Deformarea suprafeței la 1200 °C: (a) hartă de deplasare  $h$ , (b) hartă de deplasare  $v$

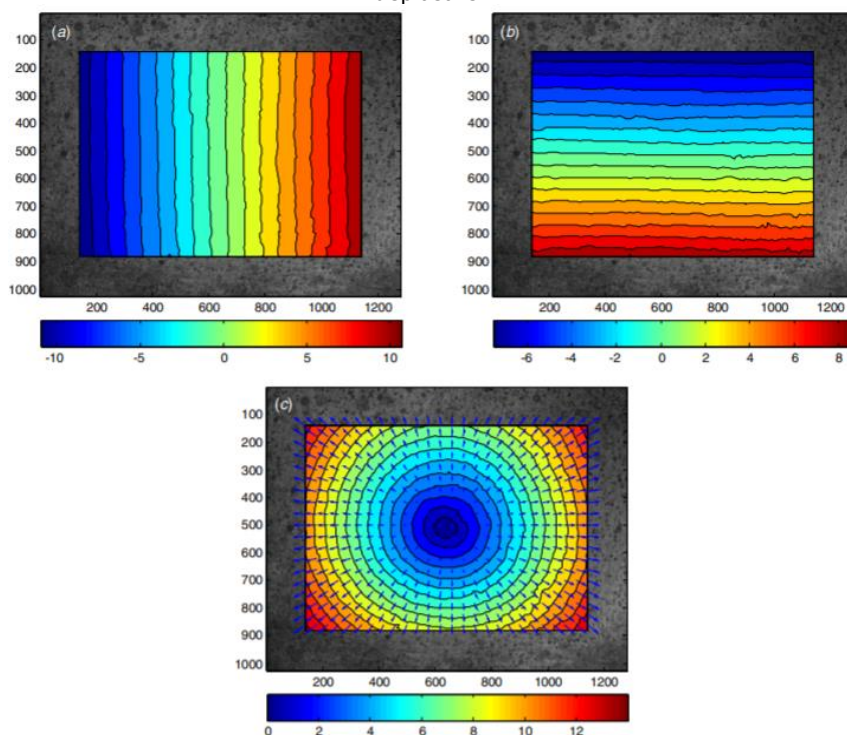


Fig.5.5 Deformarea termică a probei la 1200 °C: (a) deplasarea câmpului  $h$ , (b) deplasarea câmpului  $v$  și (c) deplasarea rezultantă cu vectori de deplasare radiali. (Pan et al. (2011))

În Jin et al. (2014), comportamentul la flambaj termic al unei plăci circulare de aluminiu care rezultă din încărcarea termică a fost investigat folosind o tehnică de corelare a imaginii digitale (DIC). Placa de aluminiu a fost plasată într-un inel de titan (Fig.5.6) și structura a fost încălzită de la temperatura camerei 25°C la 160°C. Datorită diferențelor dintre coeficienții de dilatare termică (CTE) dintre aluminiu și titan, placa de aluminiu flambează la o anumită temperatură. Temperatura de flambaj a fost determinată din forma deformării câmpului complet și curba temperatură-deplasare care au fost obținute folosind software-ul ARAMIS bazat pe DIC.

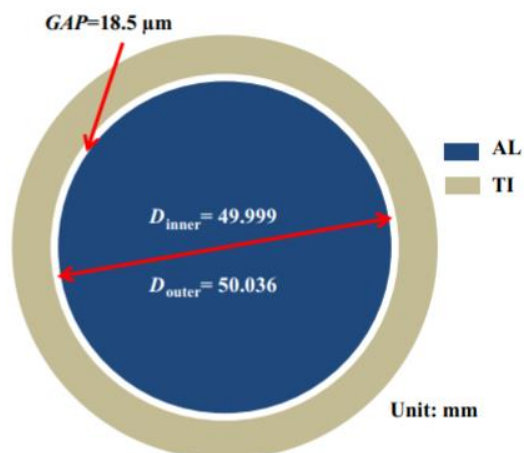


Fig.5.6 Placa de aluminiu a fost plasată într-un inel de titan (Jin et al. (2014))

Rezultatele au demonstrat că temperatura de flambaj măsurată a fost apropiată de temperatura de flambaj teoretică a plăcii circulare. Pentru verificarea metodei de măsurare propuse, a fost efectuată o analiză cu elemente finite a structurii folosind software-ul ABAQUS. Rezultatele măsurătorii bazate pe DIC și ale analizei cu elemente finite au fost în bună concordanță în ceea ce privește curba de deformare. Aceste rezultate oferă o metodă bună pentru studierea flambajului termic pentru proiectarea și analiza structurilor de inginerie în diverse domenii, cum ar fi ingineria aerospațială, rafinăriile de petrol și ingineria nucleară.

Fig.5.7 prezintă configurația experimentală care a fost utilizată pentru a măsura flambajul termic al plăcii de aluminiu. Configurația experimentală constă din sistemul ARAMISs (GOM, Germania), o cameră termică (EC1A, Sun Electronic Systems, SUA) și un computer. Sistemul ARAMIS și camera de încălzire au fost controlate cu ajutorul unui computer cu programul LabVIEW (NI, SUA). Software-ul a fost folosit pentru a controla temperatura camerei de încălzire și pentru a trimite un semnal de declanșare către sistemul ARAMIS pentru a face imagini la temperaturi specificate.

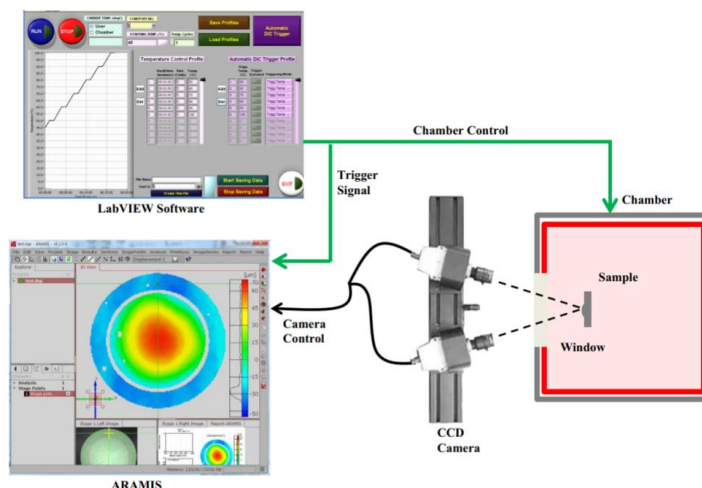


Fig.5.7 Configurația experimentală utilizată pentru a măsura flambajul termic (Jin et al. (2014))

Fig.5.8 prezintă rezultatele deplasării uz la 25°C, 78°C, 115°C respectiv, 160°C. Fig.5.8.a prezintă imaginea de referință pentru următoarele imagini și deplasarea este calculată prin potrivirea fațetelor de referință cu fațetele deformate. Deplasarea în afara planului nu a fost observată la 78°C. Cu toate acestea, o deplasare notabilă în afara planului a fost obținută la 115°C. La 160°C, placa de aluminiu avea o formă convexă în centru, ceea ce indică faptul că placa de aluminiu era îndoită.

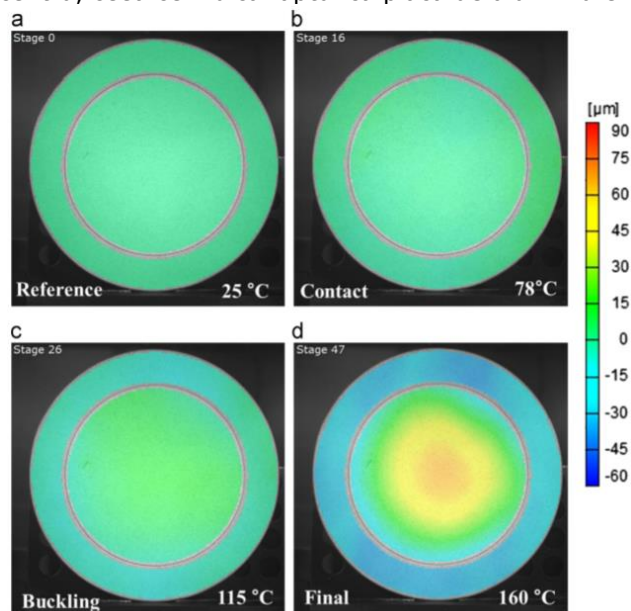


Fig.5.8 Rezultatele deplasării uz ale structurii la (a) 25 °C, (b) 78 °C, (c) 115 °C și (d) 160 °C (Jin et al. (2014))

Fig.5.9 prezintă rezultatele deformației măsurate de sistemul ARAMIS și software-ul ABAQUS la 115°C. Modificările în diametrul plăcii circulare au fost comparate pentru a confirma acuratețea măsurării. Deplasarea dată de DIC (88,18 mm) este foarte apropiată de ce numerică (88,30mm), rezultând o abatere de 1,3%. Având în vedere că eroarea de măsurare a fost de  $\pm 0,4$  mm pentru deplasarea în plan, rezultatele măsurătorilor sunt în acord cu rezultatele analizei numerice.

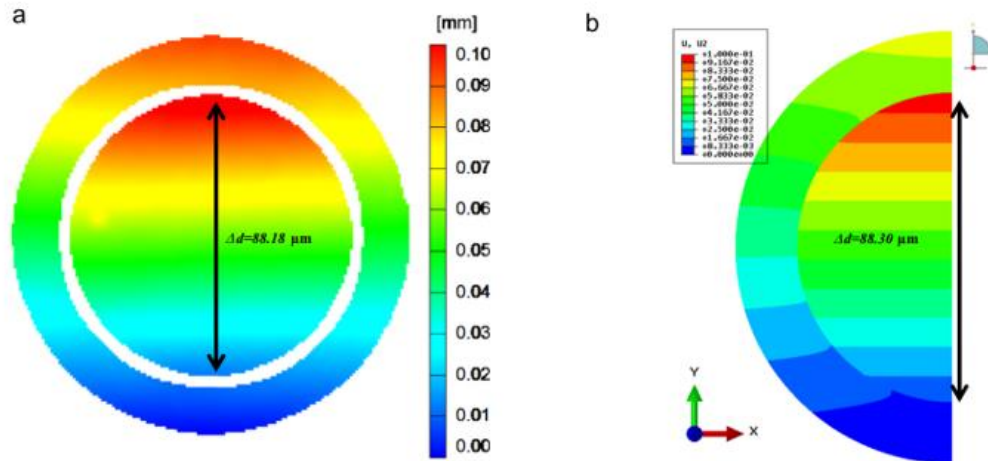


Fig.5.9 Deplasarea direcțională Y dată de (a) DIC și (b) ABAQUS la 115 °C (Jin et al. (2014))

Scopul acestui capitol este de a investiga dacă tehnica DIC poate fi utilizată pentru măsurarea deformațiilor specifice pe întreaga suprafață a PCB-ului, cauzate de dilatarea termică și pentru a valida rezultatele comparând cu rezultatele analizei cu elemente finite (FEA) și măsurarea cu ajutorul mărcilor tensometrice.

## 5.2 Măsurări tensometrice

### 5.2.1 Metodologie și echipamente

Configurația experimentală, incluzând PCB-ul, cuptorul și sistemul de achiziție a datelor, este prezentată în Fig.5.10. Testele au fost realizate în cadrul laboratorului de Inginerie Civilă și Construcții Durabile Egleton al Universității din Limoges.

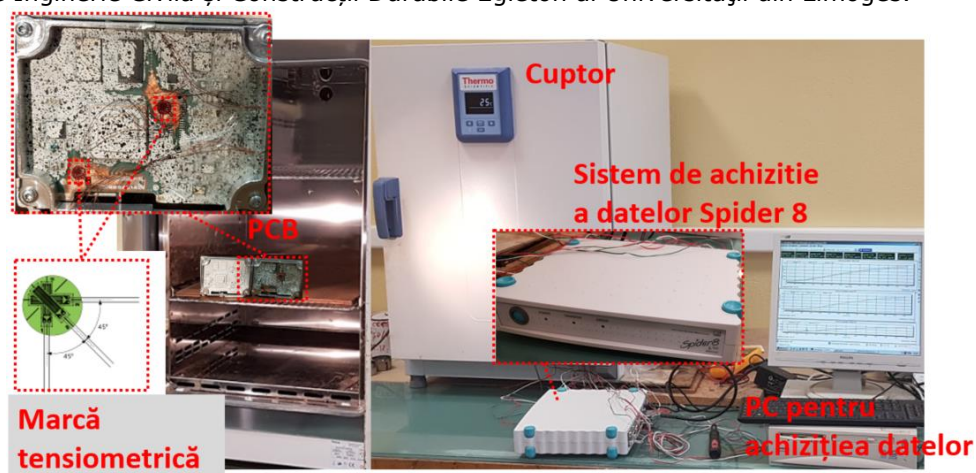


Fig. 5.10 Configurație experimentală tensometrie

Achiziția de date a fost realizată cu sistemul Spider 8 și analizată cu software-ul Catman Easy V5.3.1

Pentru conectarea marciilor tensometrice la aparatul de achiziție a datelor s-au folosit conectori cu 15 pini și modul de conexiune sfert de punte (quarter bridge) conform cu fig. 5.11

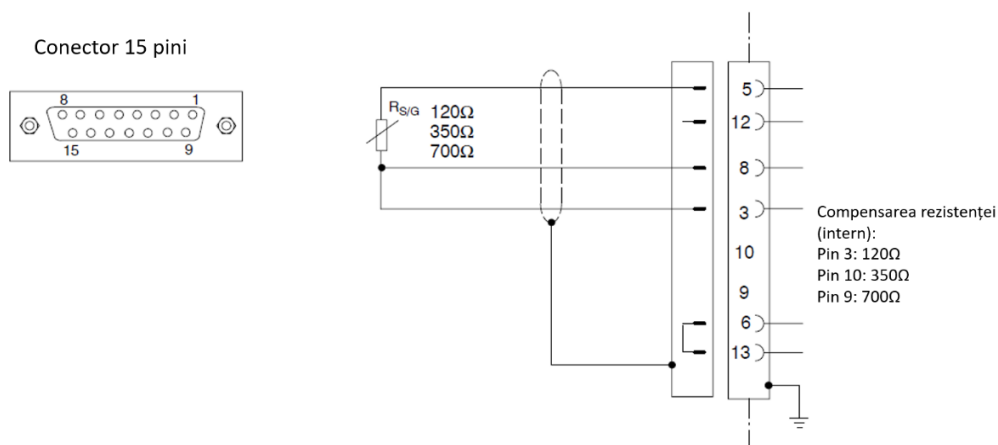


Fig.5.11 Modul de conectare a mărcilor tensometrice:Sfert de punte



---

Pentru a examina evoluția deformațiilor specifice în funcție de temperatură PCB-ul s-a introdus într-un cuptor iar temperatura a fost modificată în mai mulți pași: 25, 50, 85 și 120 °C. Cuptorul folosit fiind Thermo scientific Heratherm Fig.5.12.



Fig.5.12 Cuptor

### 5.2.2 Rezultate măsurători tensometrice

Două zone de la colțurile microprocesorului au fost luate în considerare pe PCB, unde au fost așezate mărcile tensometrice și au fost măsurate deformațiile specifice Fig.5.13. Rozeta tensometrică folosită a fost Kyowa KFGS-1-120-D17-11 (rozetă cu unghi drept) cu următoarele caracteristici: rezistență 120  $\Omega$ , trei mărci tensometrice plasate la 0°, 45° și 90°.

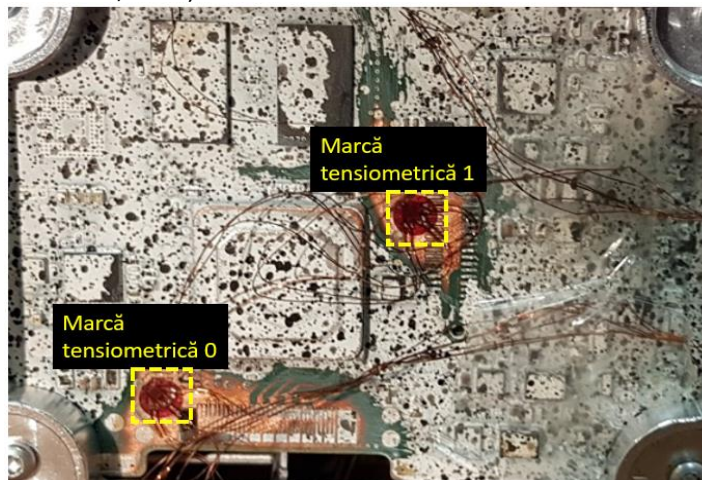
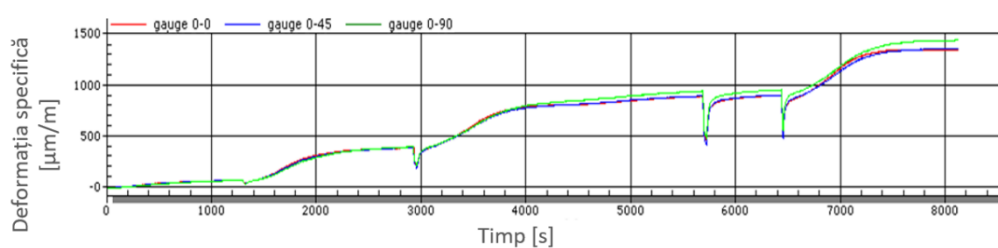


Fig.5.13 Amplasare mărcilor tensometrice

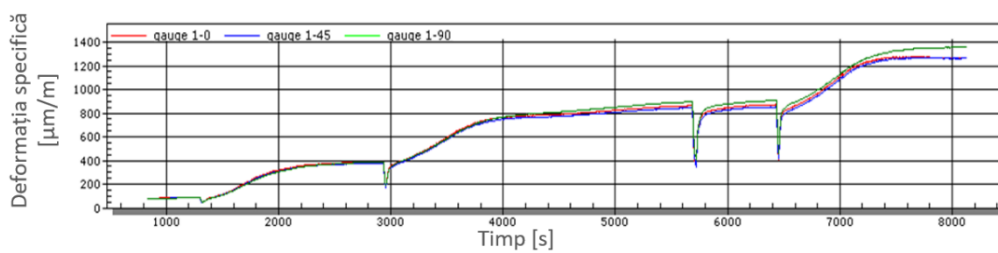
Compensarea temperaturii s-a făcut prin introducerea unui PCB nesolicitat în cuptor.

Fig. 5.14 prezintă rezultatele măsurărilor tensometrice cu cele 2 rozete. Pe baza acestor măsurători s-a calculat deformația specifică principală  $\varepsilon_1$  pe baza ecuației (3.1), iar rezultatele sunt reprezentate în Fig. 5.15.

Se observă creșterea deformației specifice principale maxime cu creșterea temperaturii pentru fiecare treaptă de temperatură. Pe fiecare interval de temperatură la începutul perioadei deformațiile cresc și apoi se stabilizează la finalul intervalului de menținere. Deformația principală maximă depășește limita de 700  $\mu\text{strain}$  pe parcursul intervalului 3 de temperatură (85 °C). Falk et al (2022).



a)



b)

Fig.5.14 Rezultate măsurători a) rozeta tensometrică 0 b) rozeta tensometrică 1

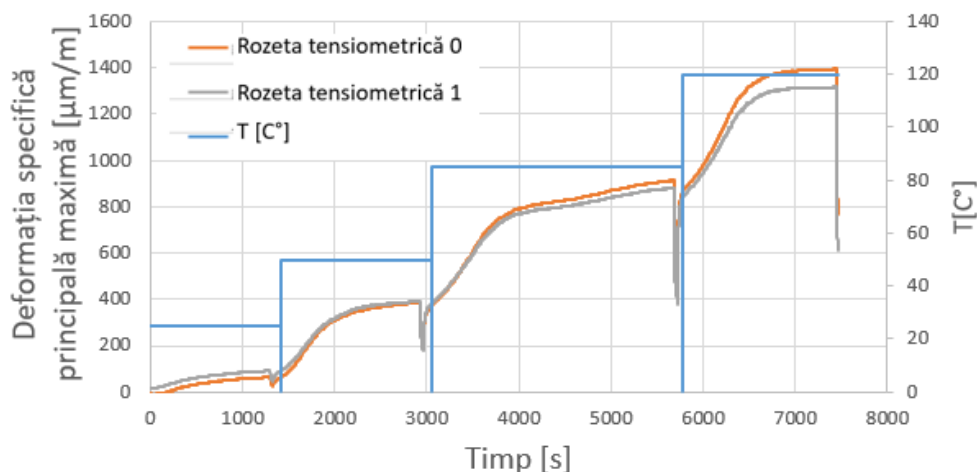


Fig.5.15 Rezultate măsurători mărci tensometrice. Deformația specifică principală maximă – Variație temperatură

### 5.3 Metoda corelării digitale a imaginilor în evaluarea deformațiilor produse de variația de temperatură

Metoda corelării digitale a imaginilor este o metodă de măsurare optică fără contact pentru măsurarea deformațiilor specifice pe întreaga suprafață. Această metodă este folosită pentru măsurarea deformațiilor specifice a suprafețelor materialelor și structurilor supuse la diferite solicitări (cum ar fi solicitări mecanice sau solicitări termice).

Astfel această metodă este folosită conform documentației la o mulțime de aplicații pentru a măsura deformația termică Lyons et al. (1996), Pan et al. (2011), Novark and Zok (2011), Lin et al. (2015), Lienhard and Huberth (2019).

#### 5.3.1 Metodologie și echipamente

Configurația experimentală pentru măsurătorile de Corelare Digitală a Imaginii 2D este prezentată în Figura 5.16, incluzând ansamblul PCB, cuptorul și camera CCD. Sistemul de iluminare permite obținerea unei distribuții omogene a intensității în ROI fără a încălzi proba, ceea ce asigură condiții excelente de măsurare. Software-ul utilizat pentru achiziționarea imaginii a fost Trasse ANDRA3 și pentru Corelarea digitală a imaginii Correla dezvoltat de Universitatea din Poitiers. Testele au fost realizate în cadrul laboratorului de Inginerie Civilă și Construcții Durabile Egleton al Universității din Limoges

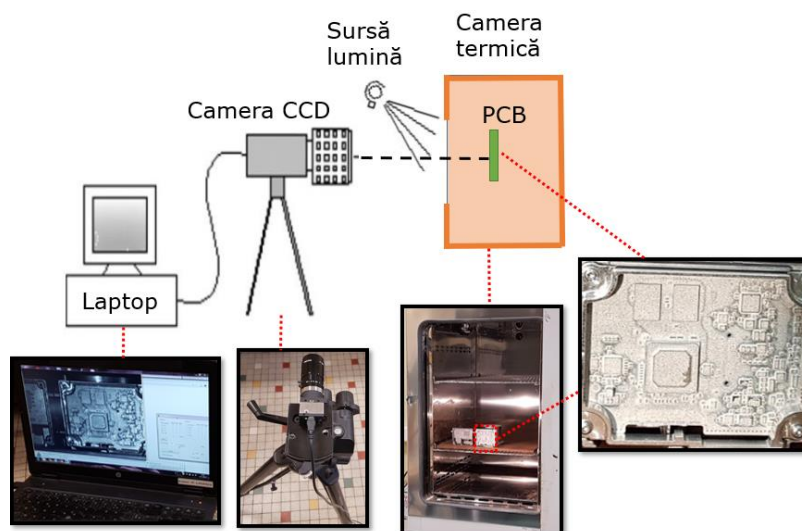


Fig. 5.16 Configurație experimentală DIC

### 5.3.2 Rezultatele măsurători Corelare digitală a imaginii

După capturarea imaginilor, corelarea și analiza s-au făcut cu programul Correla. Analiza deformațiilor specifice a fost realizată în regiunea de interes (ROI, Fig.5.17) definită pe suprafața PCB-ului. În conformitate cu principiul DIC, această regiune a fost împărțită în subseturi mici. Câmpurile de deplasare și deformație specifică au fost calculate în aceste subseturi folosind un algoritm de corelare.

Diferitele segmente prezentate în Fig.5.17 au fost utilizate ca și mărci tensometrice optice pentru a calcula deformațiile specifice locale. Pozițiile mărci tensometrice optice se află în aceeași regiune cu segmentele din analiza elementelor finite și mărcile tensometrice. Ideea este de a compara rezultatele obținute în analiza cu elemente finite cu măsurile experimentale prin DIC folosind aceeași configurație.

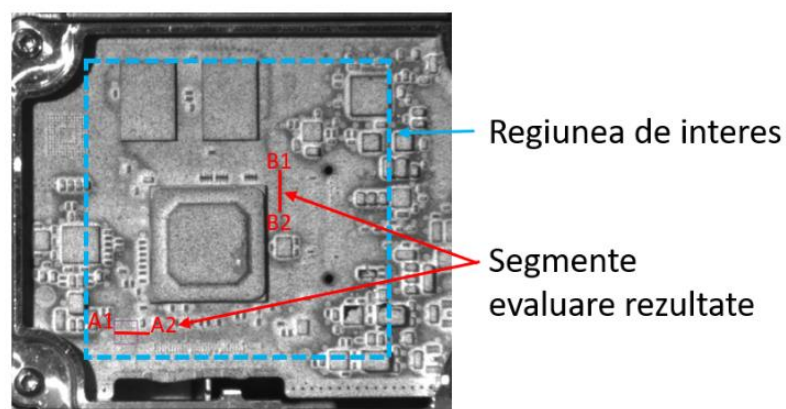
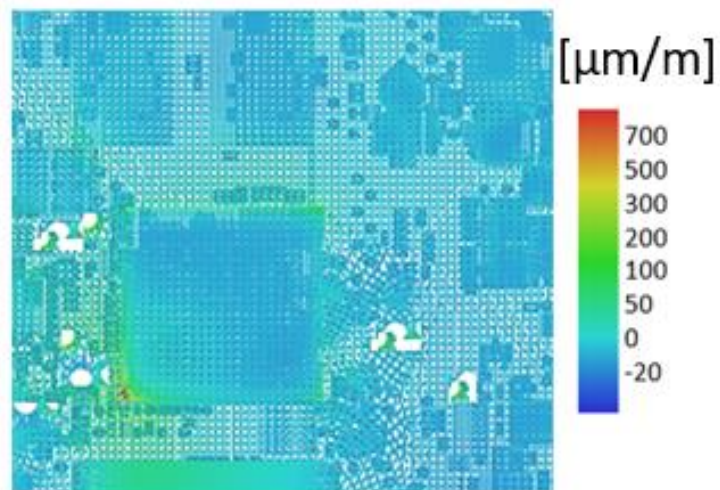


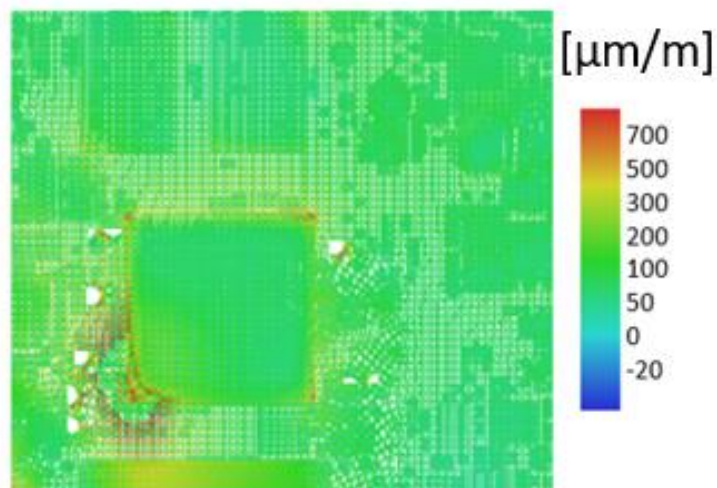
Fig. 5.17 DIC - definirea ROI și regiunea mărcilor tensometrice optice

---

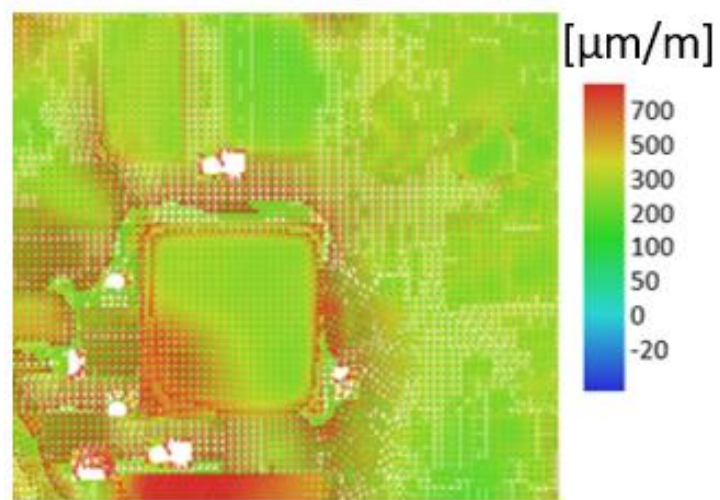
Rezultatele obținute în ROI sunt afișate în Figura 5.18, iar în Figura 5.19 este prezentată interogarea de-a lungul segmentelor A1-A2 și B1-B2. Falk et al (2022).



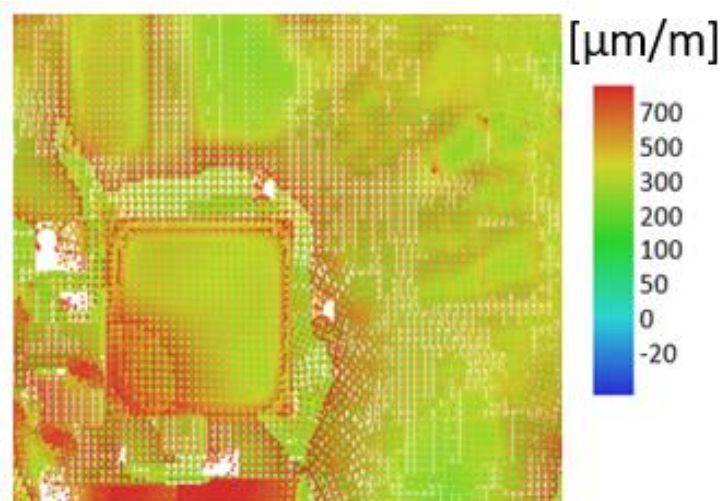
a) 25C°



b) 50 C°



c) 85 °C



d) 120 °C

Fig.5.18 Rezultate DIC. Deformația specifică maximă în ROI – a) 25 °C; b) 50 °C; c) 85 °C; d) 120 °C

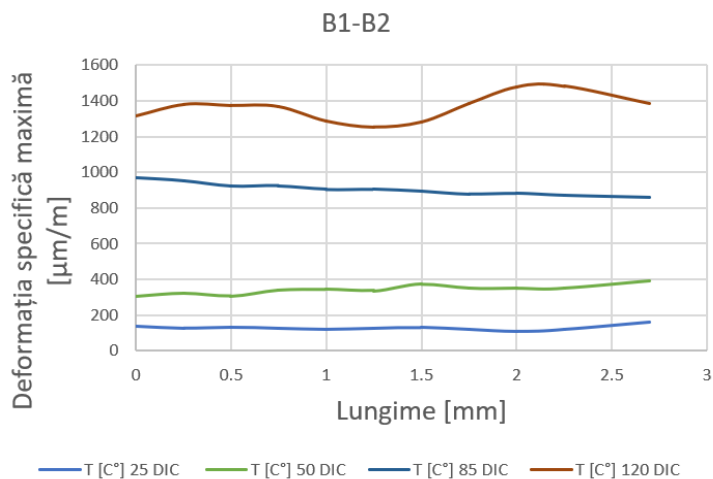
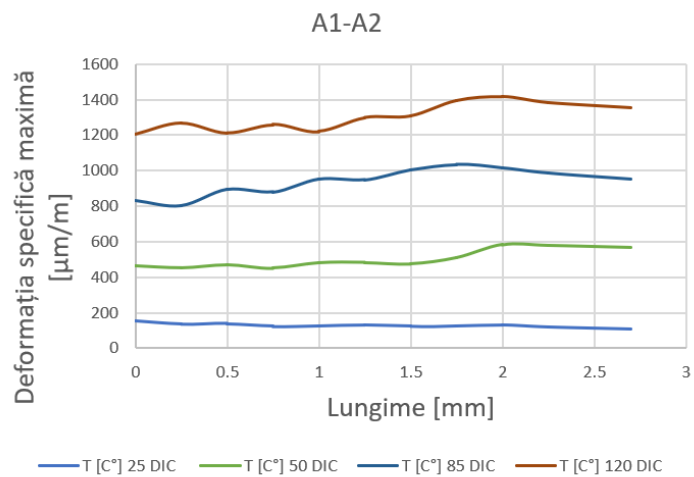


Fig.5.19 Rezultate DIC. Deformația specifică maximă- interogare rezultate a) A1-A2;  
b) B1-B2

În Fig. 5.18 și 5.19 se observă creșterea deformației specifice principale maxime cu creșterea temperaturii pentru fiecare treaptă de temperatură. Deformația principală maximă depășește limita de 700  $\mu$ strain pe parcursul intervalului 3 de temperatură (85 °C) în ambele zone interogate.

## 5.4 Determinarea numerică a influenței variației de temperatură

Software-ul comercial Ansys Workbench 18.1 a fost utilizat pentru analiza cu elemente finite. Metoda elementelor finite este de obicei folosită pentru a determina deformațiile specifice ale componentelor electronice, Chiozzi et al. (2016), Fan et al. (2006), Li et al. (2008), Zahn et al. (2002). FEA permite obținerea distribuției deformațiilor specifice pe întreaga suprafață a PCB-ului..

### 5.4.1 Definirea modelului

Pentru a simplifica modelul, componentele electronice au fost considerate blocuri simple de geometrie cu un material generic (un plastic dur) atribuit și pentru PCB a fost atribuit material FR4 cu proprietăți ortotropice.

Este important să cunoaștem distribuția deformațiilor specifice pe suprafața PCB pentru a evita poziționarea componentelor sensibile (cum ar fi microprocesoarele legate la PCB-uri prin BGA-uri sau componente electronice mici) în zonele critice.

Condițiile la limită aplicate sunt: pentru șuruburi s-au aplicat sub formă de pretensionare a șurubului de 1800 N echivalent unui moment de strângere de 0,7 Nm, această valoare este conform cu datele primite de la furnizorul de șuruburi pe baza simulărilor lor, și temperatura în mai multe etape: 25, 50, 85 și 120 °C

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 80254 elemente tetraedrice, conectate în 266649 noduri Fig.5.20. Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), componente electronice (Tabel 4.2) și carcase – aliaj aluminiu (Tabel 4.3).

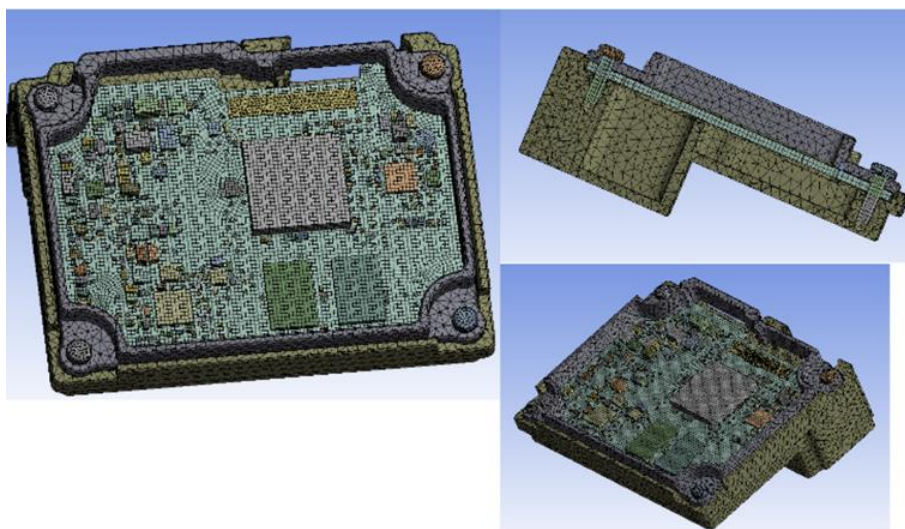


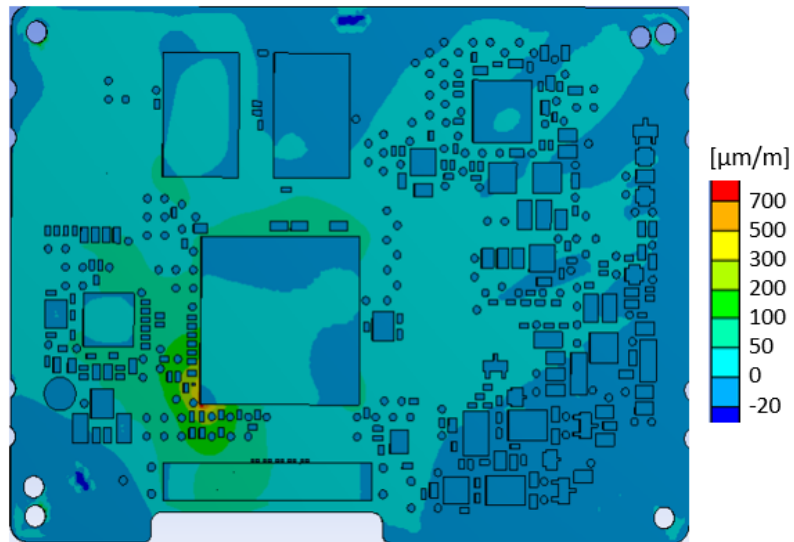
Fig. 5.20 Discretizare



---

### 5.4.2 Rezultatele analizei cu elemente finite

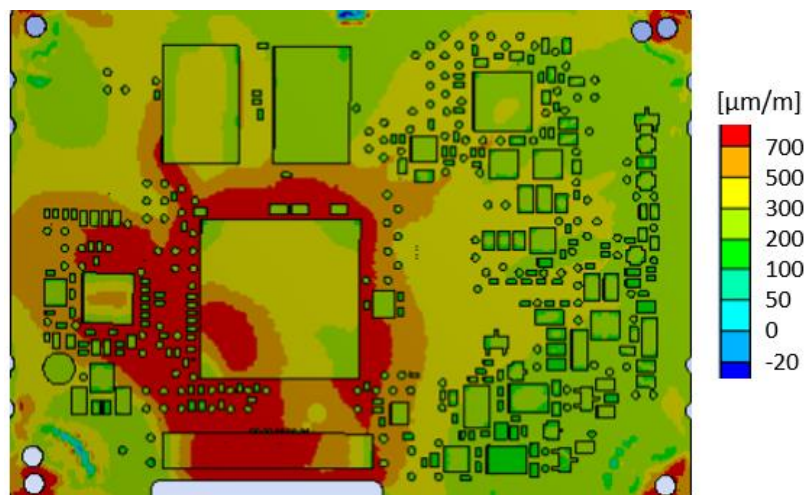
Prin rezolvarea modelului cu elemente finite, s-a obținut distribuția deformațiilor specifice principale pe PCB, acest lucru este arătat în Fig.5.21. Falk et al (2022).



a)



b)



c)



d)

Fig. 5.21 Rezultate simulare pentru deformațiile specifice principale maxime – a) 25 ° C; b) 50° C; c) 85 ° C; d) 120 ° C

Pentru o mai bună înțelegere a distribuției deformațiilor specifice principale maxime în zona microprocesorului, rezultatele au fost interogate conform segmentelor (A1-A2, B1-B2) prezentate în Fig. 5.22, iar valorile deformațiilor specifice principale maxime sunt prezentate în Fig. 5.23.

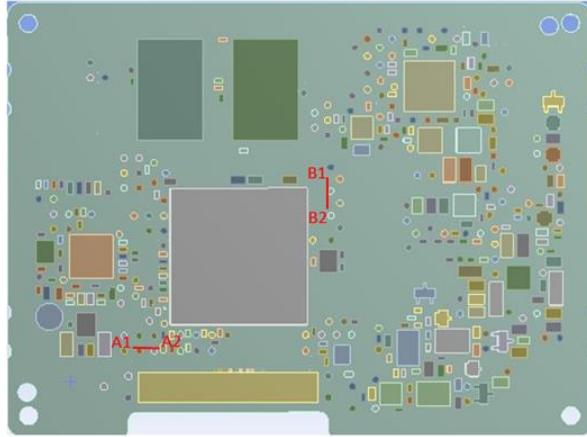
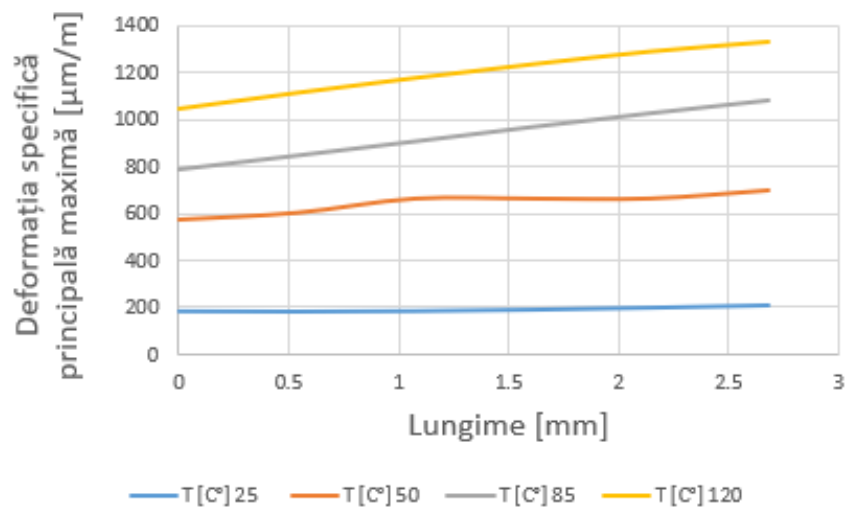
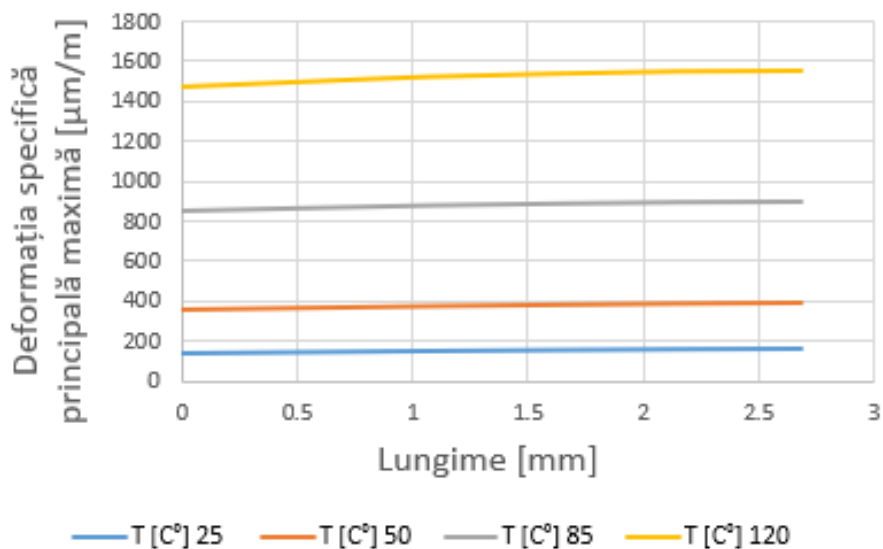


Fig. 5.22 Definirea zonelor de evaluare



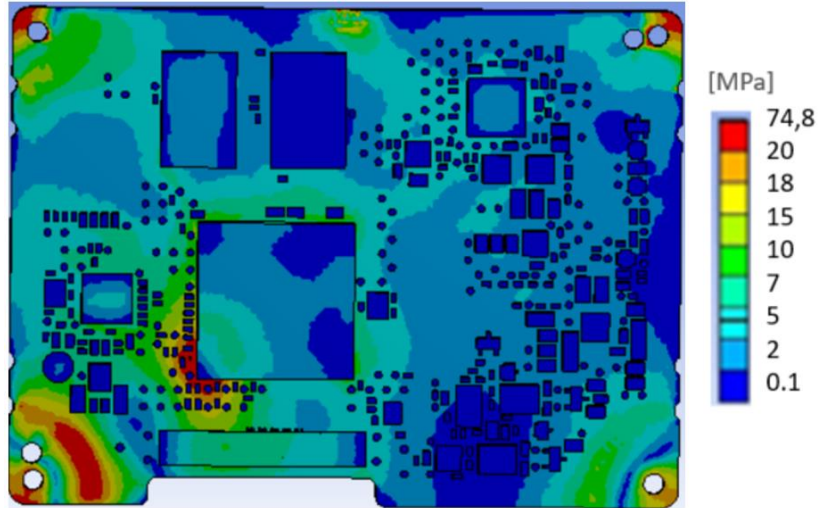
a)



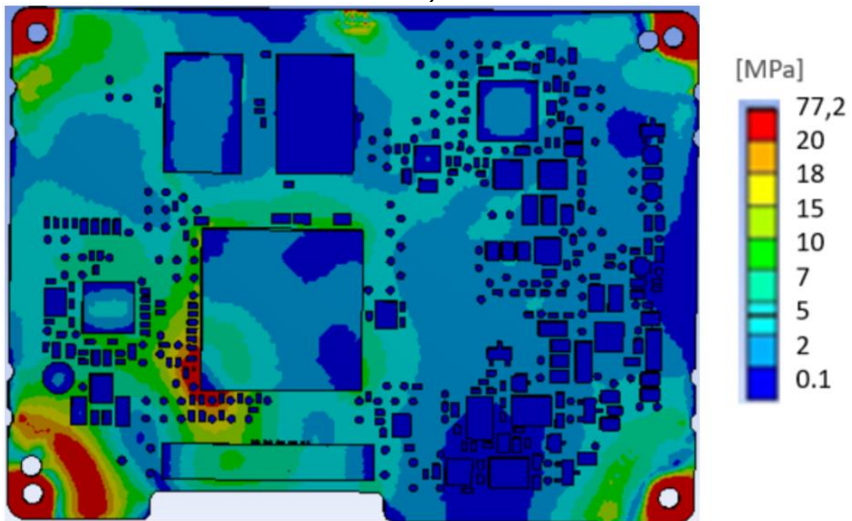
b)  
Fig. 5.23 Variația deformației specifice principale maxime pe PCB:a) A1-A2 și b) B1-B2

În Fig. 5.21 și 5.23 se observă creșterea deformației specifice principale maxime cu creșterea temperaturii pentru fiecare treaptă de temperatură. Deformația principală maximă depășește limita de 700  $\mu$ strain pe parcursul intervalului 3 de temperatură (85 °C) în ambele zone interogate.

În figura 5.24 este prezentată distribuția tensiunii echivalente. Se poate observa că valorile maxime ale tensiunii echivalente sunt localizate în apropierea componentei mari (microprocesor) și în apropierea găurilor de fixare. Valoarea maximă a tensiunii echivalente fiind sub valoarea tensiunii maxime admisibile de 270 Mpa în toate cele 4 cazuri de temperatură.



a)



b)

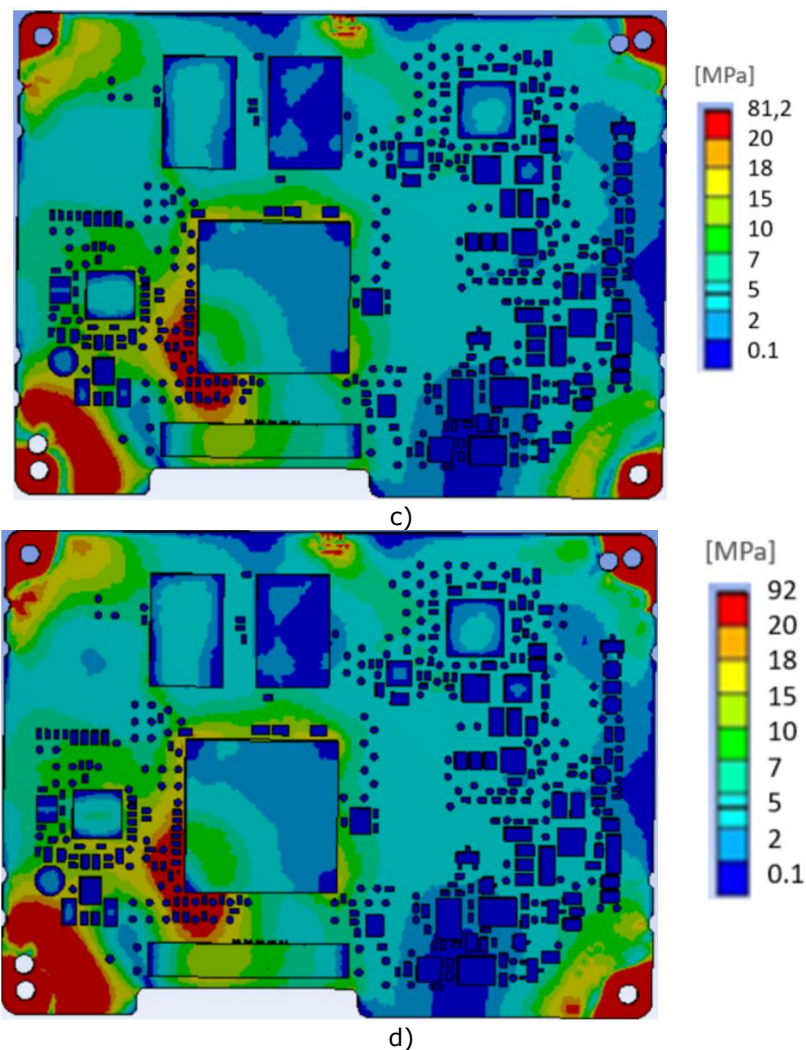


Fig. 5.24 Rezultate simulare pentru distribuția tensiunii echivalente – a) 25 ° C; b) 50° C; c) 85 ° C; d) 120 ° C

## 5.5 Concluzii

În figura 5.15 este prezentată variația deformației specifice măsurate în cele două zone cu ajutorul mărcilor tensometrice. Se poate observa că deformația specifică maximă crește odată cu creșterea temperaturii. Diferența dintre cele două zone este una mică până la temperatura de 85 °C, la 120 °C este o diferență de aproximativ 20%.

În urma analizei rezultatelor obținute cu ajutorul metodei DIC (Figura 5.19) se poate observa că în cele două zone analizate, A1-A2 și B1-B2, deformația specifică

---

maximă crește odată cu creșterea temperaturii. Valoarea admisibilă fiind depășită în ambele zone la pragul de 85 °C.

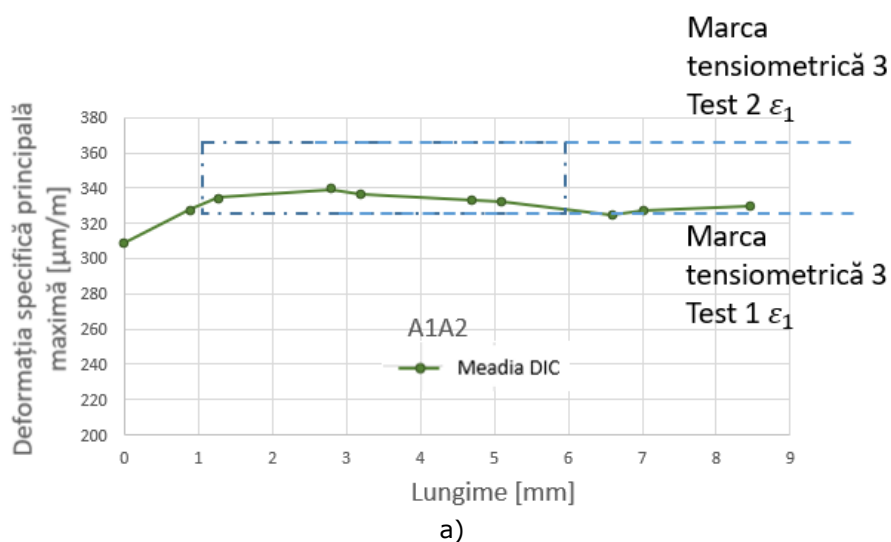
Rezultatele numerice (Figura 5.23) arată o creștere a deformațiilor specifice maxime pe măsură ce temperatura crește în ambele zone analizate A1-A2 și B1-B2. Ca și în cazul analizei DIC, valoarea admisibilă fiind depășită în ambele zone la pragul de 85 °C.

## 6. Analiza rezultatelor obținute

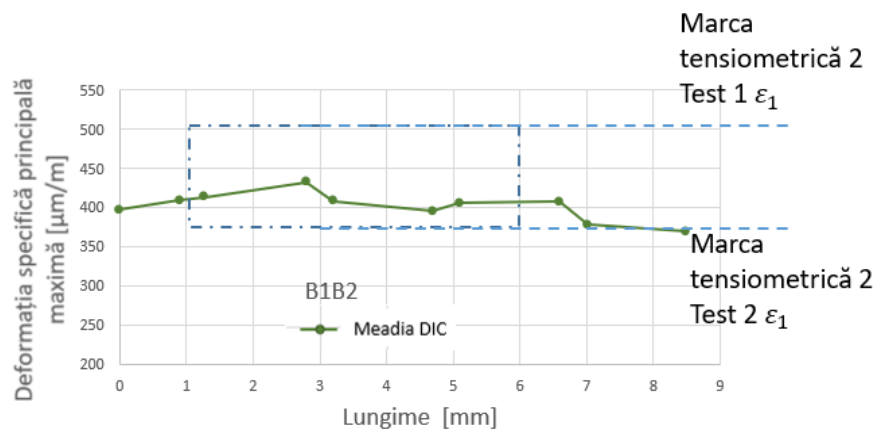
### 6.1 Solicitare mecanică

#### 6.1.1 Măsurători DIC vs. Măsurători mărci tensometrice

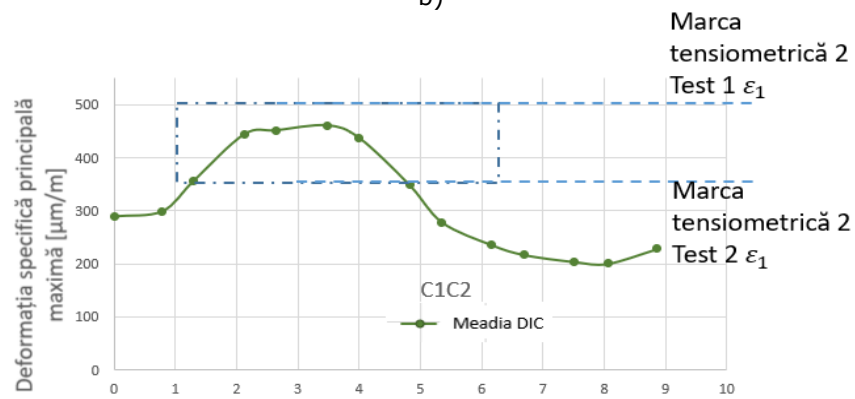
În Fig. 6.1 sunt comparate rezultatele medii ale deformațiilor specifice principale maxime DIC (linii continue) cu rezultatele deformațiilor specifice principale maxime obținute din măsurătorile cu mărci tensometrice (linii punctate, reprezentând valori maxime și minime), rezultate obținute la finalul strângerii celor 4 suruburi la un cuplu de înșurubare de 0.7 Nm. Lungimea reprezintă dimensiunea zonei de interogare, conform Fig. 4.3.



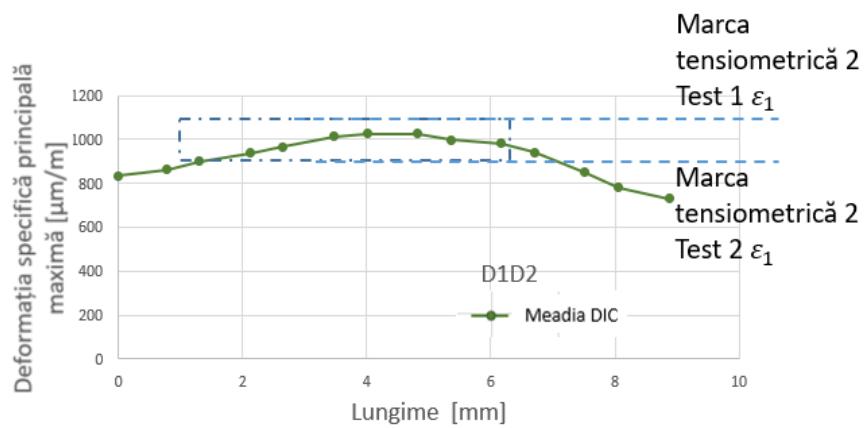




b)



c)



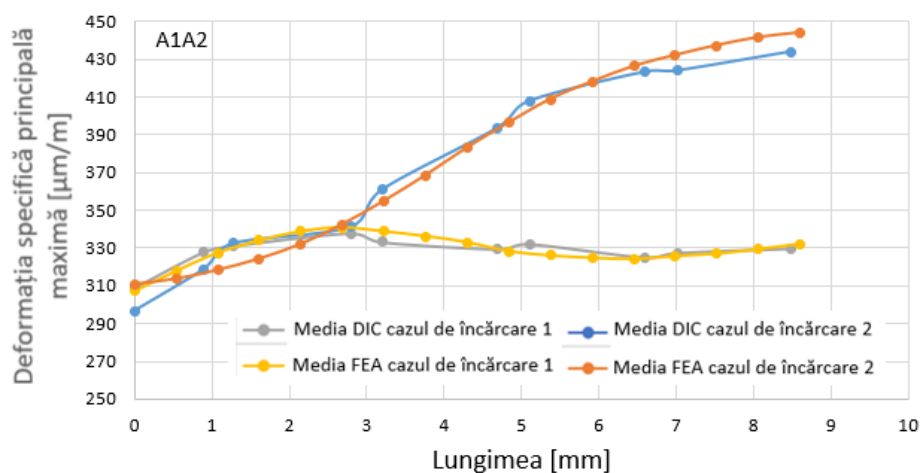
d)

Fig. 6.1 Comparare rezultate DIC și rezultate tensiometrie ,cazul de încărcare 1 : a) A1A2 b) B1B2 c) C1C2 d) D1D2

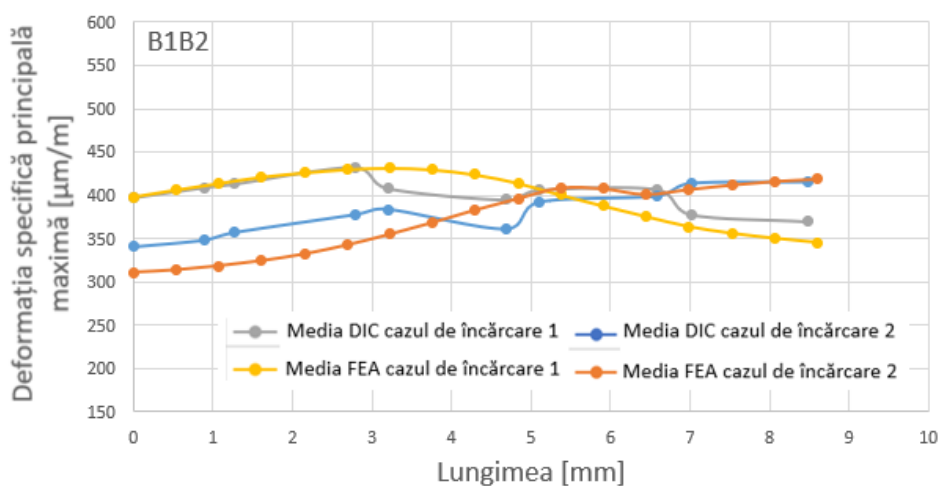
Conform cu Fig.6.1 se poate observa că rezultatele DIC se încadrează în limitele rezultatelor obținute din măsurătorile cu mărci tensometrice.

### 6.1.2 Măsurători DIC vs. FEA

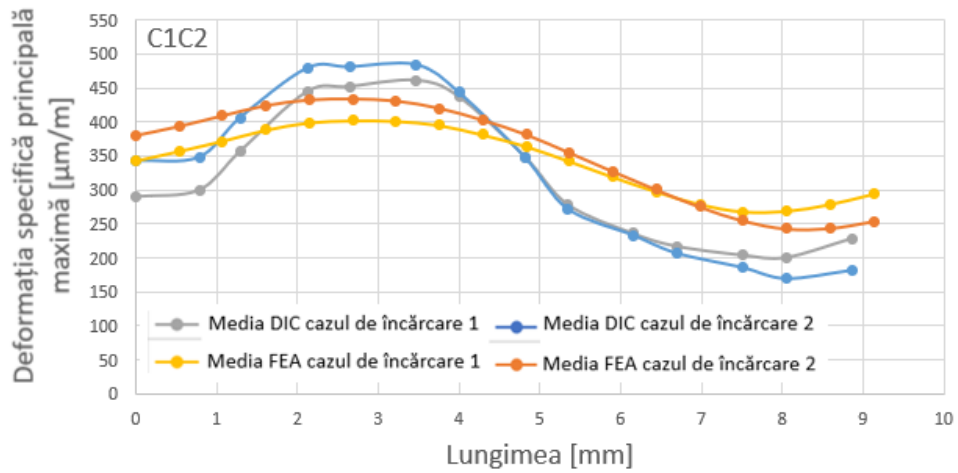
În Fig. 6.2 sunt comparate rezultatele medii ale deformațiilor specifice principale maxime DIC cu rezultatele deformațiilor specifice principale maxime obținute din simulările cu elemente finite, rezultate obținute la finalul strângerii celor 4 șuruburi la un cuplu de înșurubare de 0.7 Nm pentru măsurătorile DIC, respectiv o pretensionare a șuruburilor de 1800 N în cazul FEA. Lungimea reprezintă dimensiunea zonei de interogare, conform Fig. 3.16 respectiv Fig.4.3.



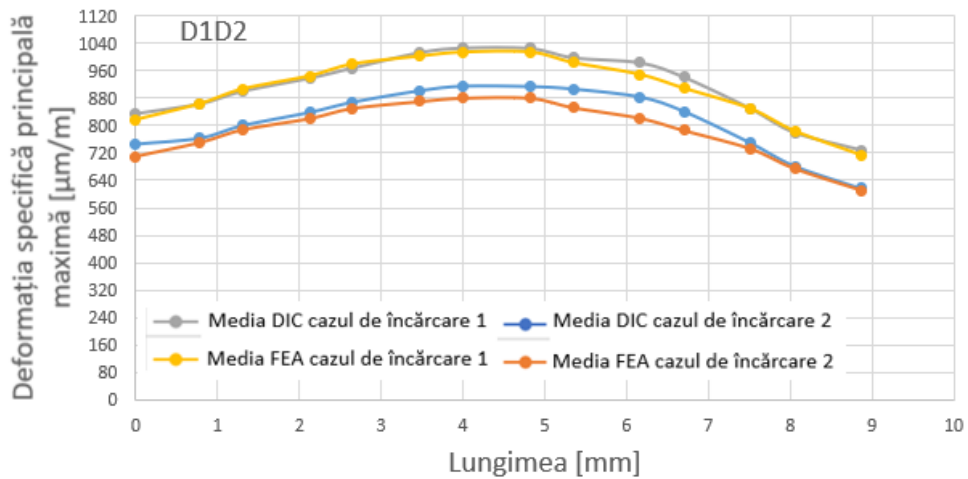
a)



b)



c)



d)

Fig.6.2 Comparație DIC-FEA

Conform cu Fig.6.2 se poate observa că rezultatele DIC sunt în comparabile cu rezultatele obținute din simulările cu elemente finite.

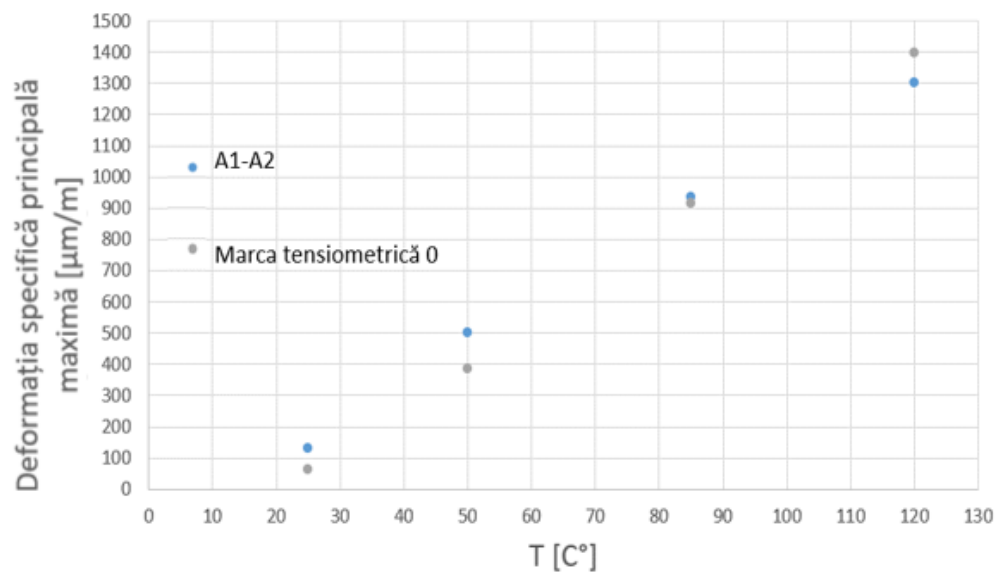
Limita deformațiilor specifice admisibilă de 700 μm/m este depășită pentru ambele abordări de evaluare în zona D1-D2.

## 6.2 Solicitate termică

### 6.2.1 Măsurători DIC vs. Măsurători mărci tensometrice

În Fig. 6.3 sunt comparate rezultatele valorile maxime ale deformațiilor specifice principale maxime obținute din măsurătorile cu mărci tensometrice respectiv măsurătorile DIC.

Conform cu Fig.6.3 a,b se poate observa că rezultatele DIC sunt în bună concordanță cu rezultatele obținute din măsurătorile cu mărci tensometrice. Pentru regiunea 0 (A1-A2 și marca tensometrică 0) Fig. 6.3 a, diferența maximă de 30,4% este la 50 °C respectiv pentru regiunea 1 (calea B1-B2 și ecartamentul 1) Fig.6.3 b, diferența maximă de 12,5% este la 50 °C.



a)

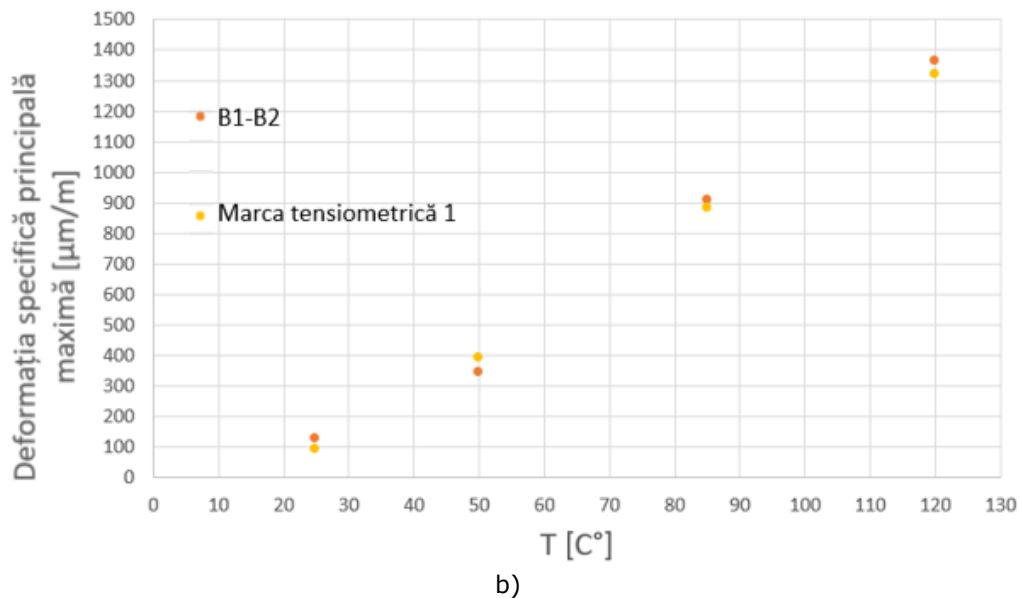
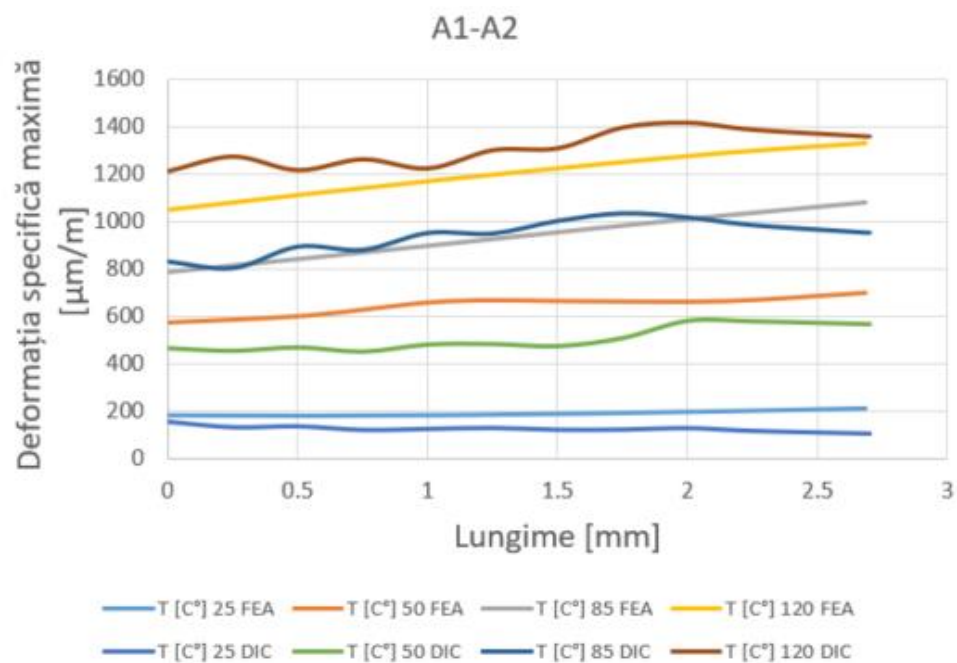


Fig. 6.3 Comparare rezultate DIC vs mărci tensometrice – test cameră termică a) regiunea 0; b) regiunea 1

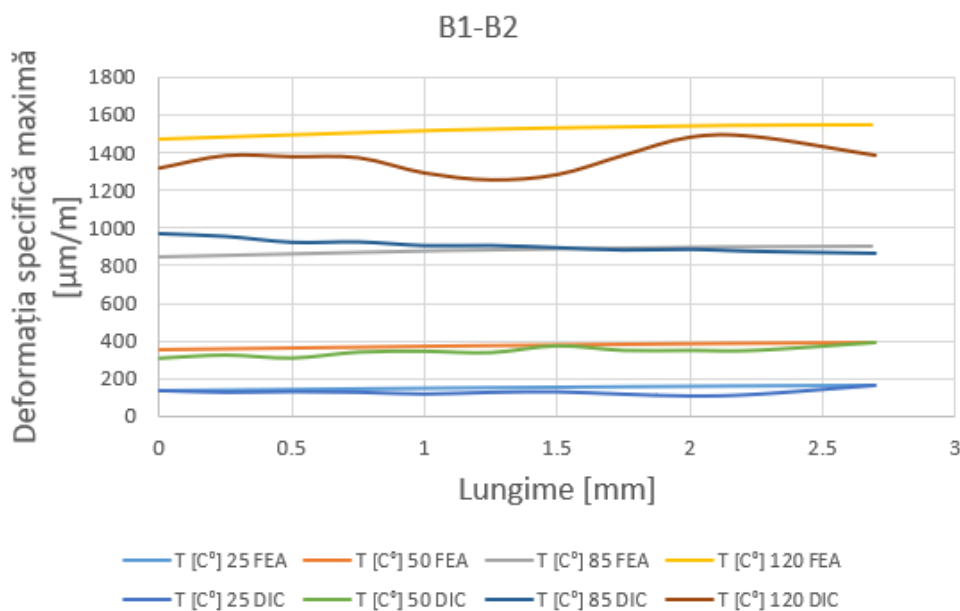
## 6.2.2 Măsurători DIC vs. FEA

În Fig. 6.4 a și b sunt comparate rezultatele obținute din simulările FEA și rezultatele obținute din măsurătorile DIC pentru zona A1-A2 respectiv B1-B2 pentru testele realizate în camera termică.

Conform cu Fig. 6.4 a și b se poate observa că rezultatele DIC sunt în aceeași interval cu rezultatele obținute din analiza cu elemente finite. Pentru zona A1-A2 se pot observa diferențe ușor mai mari la 50 °C, unde diferența maximă este de 16,8% și la 120 °C este de 14,1%. Pentru zona B1-B2 se pot observa diferențe ușor mai mari la 120 °C, unde diferența maximă este de 22,6%.



a)



b)

Fig.6.4 Comparare rezultate FEA- DIC marcă tensometrică 1 – test cameră termică a) A1-A2; b) B1-B2

---

### **6.3 Concluzii**

În acest capitol s-au analizat comparativ rezultatele obținute în urma solicitărilor mecanice și termice aplicate PCB-ului utilizând metodele de tensometrie electrică rezistivă, corelare digitală a imaginii și analiza cu elemente finite. Prin această analiză s-a făcut o comparație între rezultatele obținute prin aceste metode. Conform figurilor 6.1, 6.2, 6.3 și 6.4 se poate observa că rezultatele obținute sunt relativ apropiate. Astfel se poate valida metoda corelării digitale a imaginii ca metodă de investigare a deformațiilor în PCB-uri solicitate mecanic și/sau termic. Avantajul acestei metode față de metoda tensometriei electrice rezistive este că e o metodă non-contact, nemodificând rigiditatea PCB-ului prin atașarea rozetelor tensometrice, respectiv este o metodă "full field" care permite determinarea tensiunilor și deformațiilor pe toată suprafața PCB-ului, în comparație cu măsurătorile tensometrice care dau rezultatele deformațiilor punctual în zona rozetei tensometrice.

## 7. Câmpul singular de tensiune de la interfața PCB-BGA

### 7.1 Câmpul singular de tensiune de la interfața a două materiale

În figura Fig. 7.1 se ilustrează schematic o interfață între două materiale diferite. Modulul Young, coeficientul lui Poisson și unghiul pantei pentru fiecare material îi sunt desemnate ca  $E_i$ ,  $\nu_i$  respectiv  $\theta_i$  ( $i = 1, 2$ ).

Singularitatea câmpului de tensiune de la interfața a doua materiale a fost studiată de Williams (1952), Bogy (1971), Hein and Erdogan (1971), Munz and Yang (1993), Pageau et al. (1996), Akisanya și Meng (2003), Klingbeil and Beuth (2000), și Labossiere et al. (2002).

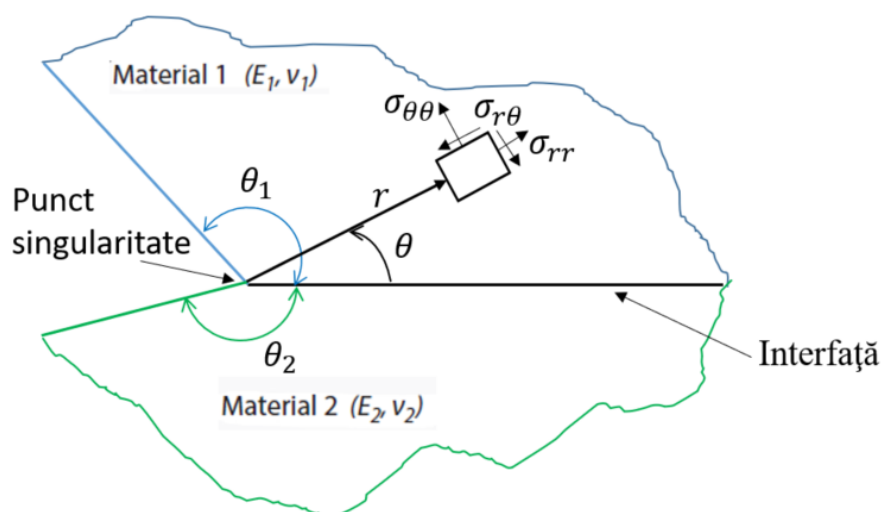


Fig. 7.1 Model bidimensional semi-infinit al interfeței dintre două materiale diferite

Soluțiile de elasticitate liniară la tensiunile din câmpul apropiat la un colț de legătură, un punct singular, pot fi exprimate în coordonate polare ( $r, \theta$ ) ca Bogy (1968), Bogy (1971), Groth (1988):

$$\sigma_j^m(r, \theta) = \sum_{n=1}^N \frac{K_n}{r^{\lambda_n}} f_{ij,n}^m(\lambda_n, \theta) + \sigma_{ij,0}(\theta) \quad (6.1)$$

unde  $m = 1, 2$  este indicele materialului pentru materialul 1 sau 2,  $\sigma_{ij}$  se referă la componentele tensiunii din sistemul de coordonate polare ( $i, j = r, \theta$ ),  $N$  este numărul de termeni de singularitate a tensiunii,  $r$  este distanța de la singularitate,  $\lambda_n$  sunt valorile proprii care măsoară puterea singularității de ordinul  $n$ -lea și  $0 < \lambda_n < 1$ ,  $f_{ij,n}^m(\lambda_n, \theta)$  este o funcție unghiulară în funcție de  $\lambda_n$  și unghiul polar  $\theta$  care poate fi



complet descris printr-o analiză asimptotică,  $K_n$  este factorul generalizat de intensitate a tensiunii care reprezintă ponderea fiecărui termen din expansiunea seriei asimptotice,  $\sigma_{ij,0}(\theta)$  este termenul obișnuit (nesingular) legat de câmpul îndepărtat, stare de tensiune nederanjată.

Factorul generalizat de intensitate a tensiunii,  $K_n$  depinde de proprietățile elastice ale materialelor, de încărcarea aplicată și de geometria legăturii.

Valorile proprii sau puterea singularității,  $\lambda_n$  depind numai de geometria marginii singularității definită de  $\theta_1$  și  $\theta_2$  și de constantele elastice ale materialelor 1 și 2.  $\lambda_n$  poate fi derivată din rădăcinile P din ecuația transcendențială caracteristică a lui Bogy de mai jos, care se bazează pe modelul bidimensional semi-infinit al interfeței dintre două materiale diferite din Figura 7.13 Bogy (1971):

$$Q(\theta_1, \theta_2, \alpha, \beta; p) = A(\theta_1, \theta_2; p) \cdot \beta^2 + 2B(\theta_1, \theta_2; p) \cdot \alpha \cdot \beta + C(\theta_1, \theta_2; p) \cdot \alpha^2 + 2D(\theta_1, \theta_2; p) \cdot \beta + 2E(\theta_1, \theta_2; p) \cdot \alpha + F(\theta_1, \theta_2; p) = 0 \quad (6.2)$$

unde:

-  $\alpha$  și  $\beta$  sunt parametrii lui Dundur definiți ca:

$$\alpha = \frac{\mu_1(k_2 + 1) - \mu_2(k_1 + 1)}{\mu_1(k_2 + 1) + \mu_2(k_1 + 1)} \quad (6.3)$$

$$\beta = \frac{\mu_1(k_2 - 1) - \mu_2(k_1 - 1)}{\mu_1(k_2 + 1) + \mu_2(k_1 + 1)} \quad (6.4)$$

$$\mu_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \quad (6.5)$$

$$k_i = \{3 - 4\nu_i \text{ (starea plană de deformare) } \frac{3-\nu_i}{1+\nu_i} \text{ (starea plană de tensiune) } \} \quad (6.6)$$

$$p = 1 - \lambda \quad (6.7)$$

$$A(a, b; p) = 4K(p, a)K(p, b) \quad (6.8)$$

$$B(a, b; p) = 2p^2 \sin^2(a)K(p, b) + 2p^2 \sin^2(b)K(p, a) \quad (6.9)$$

$$C(a, b; p) = 4p^2(p^2 - 1)\sin^2(a)\sin^2(b) + K[p(a - b)] \quad (6.10)$$

$$D(a, b; p) = 2p^2[\sin^2(a)\sin^2(p, b) - \sin^2(b)\sin^2(p, a)] \quad (6.11)$$

$$E(a, b; p) = -D(a, b; p) + K(p, b) - K(p, a) \quad (6.12)$$

$$F(a, b; p) = K[p(a + b)] \quad (6.13)$$

-unde funcția auxiliară  $K(p, x)$  este definită de

$$K(p, x) = \sin^2(px) - p^2 \sin^2(x) \quad (6.14)$$

Este clar din ec. 6.2 și ec.6.9-6.14 că ecuația obținută prin setarea lui Q egal cu zero pentru o anumită geometrie a penei, determinată de alegerea unghiurilor a, b, definește o familie de un parametru de curbe de gradul doi în  $\alpha$ - $\beta$  cu p ca parametru.

În plus, deoarece din ec.6.8-6.13, A, B, C, F sunt simetrice, în timp ce D, E sunt funcții antisimetrice ale unghiurilor  $\theta_1, \theta_2$ , rezultă din ec. 6.2 ec. 6.15.

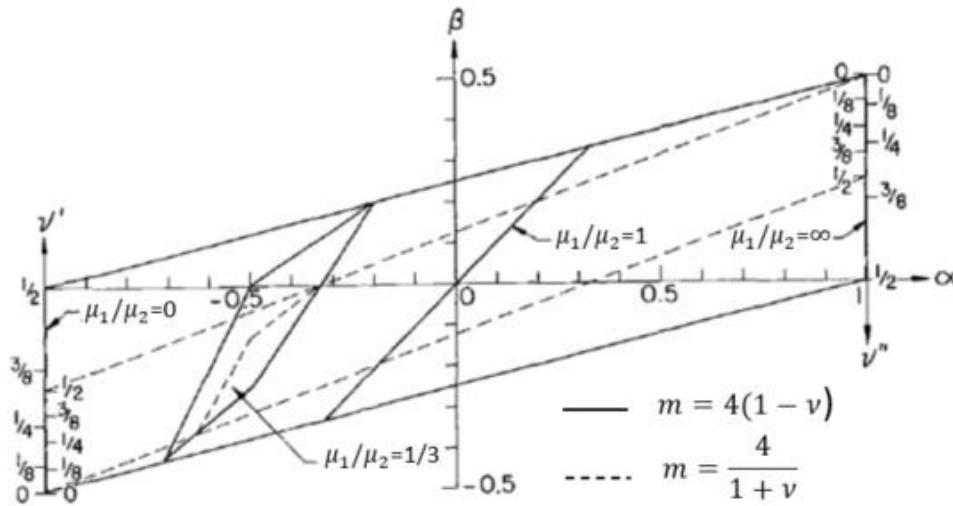
$$Q(\theta_1, \theta_2, \alpha, \beta; p) = Q(\theta_1, \theta_2, -\alpha, -\beta; p) \quad (6.15)$$

și, prin urmare, căutarea zerourilor lui Q poate fi restricționată fără nicio pierdere a generalității geometriilor  $\theta_1 \geq \theta_2$ .

Considerând restricțiile:

$$0 \leq \nu_1, \nu_2 \leq \frac{1}{2} \quad 0 < \mu_1, \mu_2 < \infty \quad (6.16)$$

Toate valorile lui  $\alpha, \beta$  sunt cuprinse în paralelogramele din planul  $\alpha, \beta$  prezentate în Fig. 7.2.



7.2 Paralelograme de combinații de materiale relevante din punct de vedere fizic

---

## 7.2 Analiza cu elemente finite a câmpului de tensiune de la interfața PCB-BGA

### 7.2.1 Model 2D – solicitare mecanică

Pentru analiza cu elemente finite s-a considerat conform Fig. 7.3 interfața dintre PCB și o bilă de pastă de sudură. Proprietățile fizice și elastice ale materialului FR4 sunt prezentate în tabelul 4.1 și ale materialului pastei de sudură în tabelul 7.1. S-a aplicat ca și condiție la limită o deplasare de 0,05mm.

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 90519 elemente tetraedrice, conectate în 18778 noduri (Fig. 7.4). Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), material BGA (Tabel 4.2).

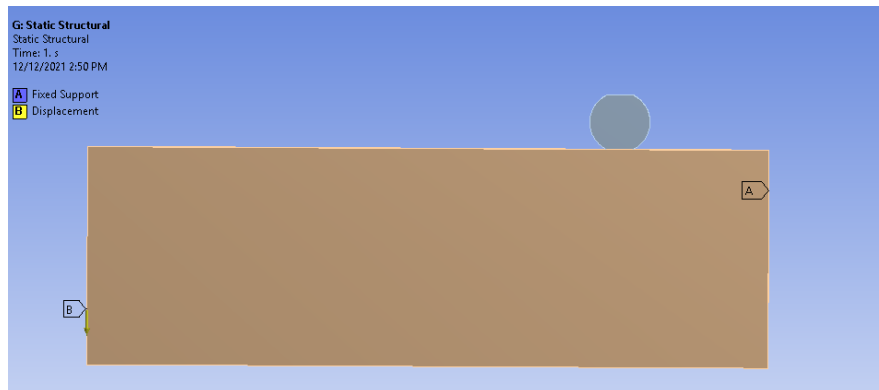


Fig. 7.3 Model FEA

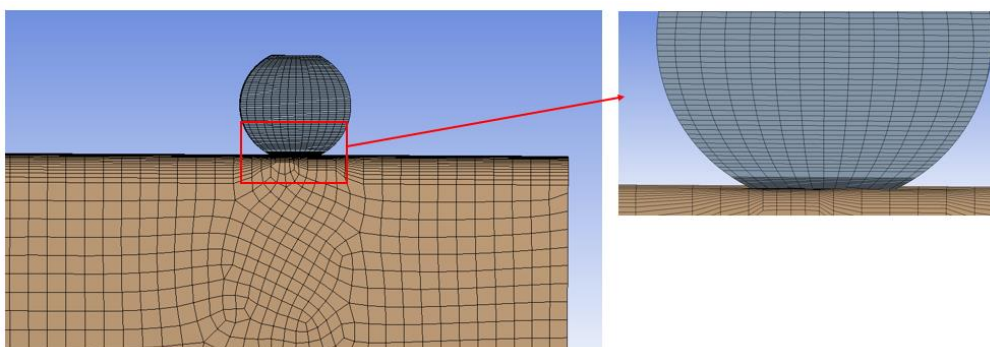


Fig. 7.4 Model bidimensional semi-infinit al interfeței dintre două materiale diferite

Tabel 7.1. Proprietățile fizice și elastice ale materialului BGA-ului

Proprietăți	Simbol	Valoare	Unitate de măsură
Densitate	$\rho$	7.4	$\text{g/cm}^3$
Coeficientul de expansiune termică	$\alpha$	2.13E-05	$\text{C}^{-1}$
Young's Modulus	E	4.80E+04	MPa
Poisson's Ratio	$\nu$	3.50E-01	
Bulk Modulus	B	5.33E+10	MPa
Shear Modulus	G	1.78E+10	MPa

În urma analizei cu elemente finite, s-a obținut distribuția tensiunii maxime pe întreaga suprafață a bilei, acest lucru este prezentat în figura 7.5. Se poate observa că valorile maxime ale tensiunii apar la începutul creștăturii interfeței dintre PCB și pasta de sudură.

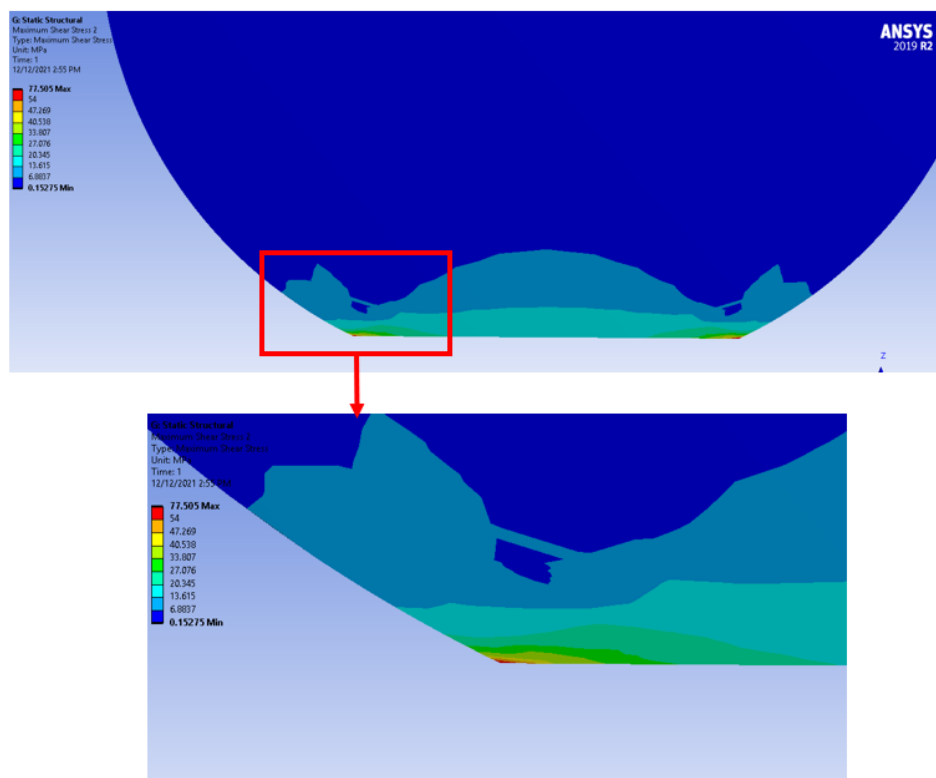


Fig. 7.5 Distribuția tensiunii maxime – solicitare mecanică

Pentru a evidenția comportarea de la extremitatea interfeței s-au interogată rezultatele tensiunilor în funcție de distanța  $r$  pentru cinci valori diferite ale unghiului  $\theta$  -  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  și  $90^\circ$  conform Fig.7.6. Rezultatele sunt prezentate în Fig.7.7.

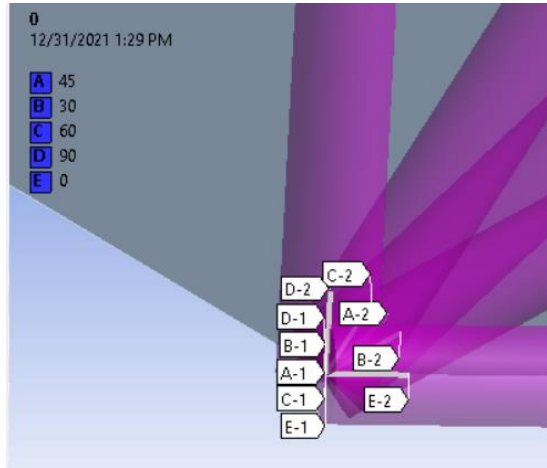


Fig. 7.6 Interogarea rezultatelor la extremitatea interfeței

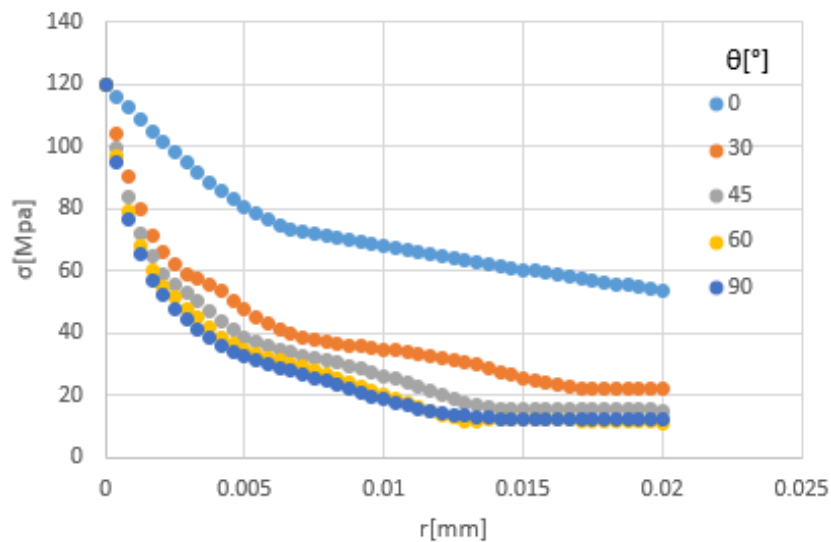


Fig. 7.7 Rezultate interogare tensiune maximă – solicitare mecanică

Reprezentând la scara logaritmică variațiile tensiunilor în funcție de distanța  $r$  și realizând o interpolare liniară a graficului  $\log \sigma = f(\log r)$  panta dreptei este egală cu  $\lambda - 1$  (Fig.7.8). Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul 7.2, iar valoarea medie a ordinului singularității este  $\lambda_{med} = 0.48$ . Cu ajutorul mathcad (Anexa 1) s-a calculat valoarea singularității câmpului de tensiune, obținându-se o valoare de 0,474.

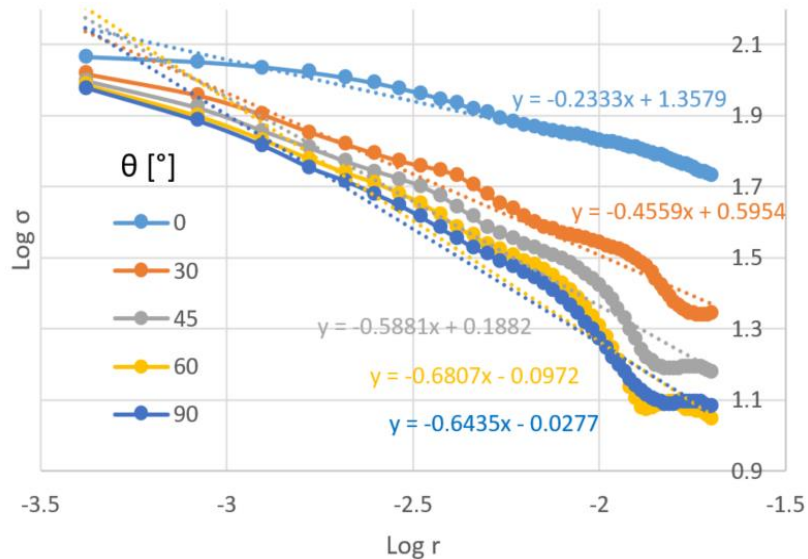


Fig. 7.8 Rezultate interogare tensiune maximă reprezentate la scară logaritmică – solicitare mecanică

Tabel 7.2. Rezultate singularitate

$\theta$	$\lambda$	$\lambda_{med}$
0	0.7667	0.48
30	0.5458	
45	0.4119	
60	0.3193	
90	0.3565	

### 7.3 Definirea modelului pentru analiza locală a BGA-ului

Pentru analiza cu elemente finite s-a considerat conform Fig. 7.9 interfața dintre PCB și BGA. Proprietățile fizice și elastice ale materialului FR4 sunt prezentate în tabelul 4.1 și ale materialului pastei de sudură a BGA-ului în tabelul 7.1.

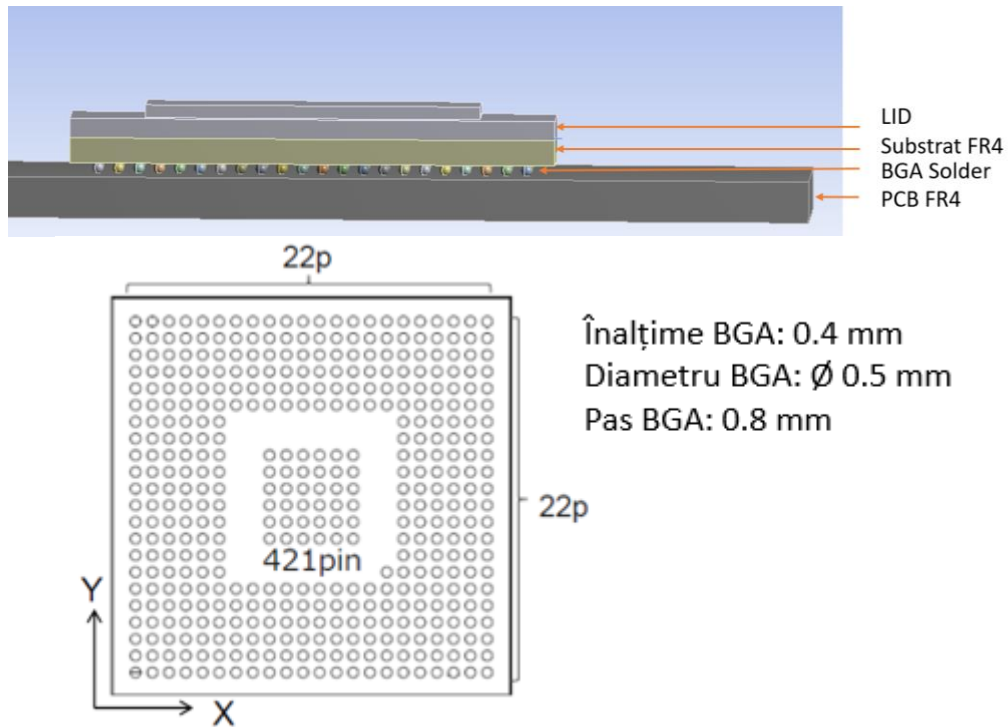


Fig.7.9 Model 3D BGA

### 7.3.1 Definirea modelului pentru analiza locală a BGA-ului - Varianta 1 – Solicitare mecanică

Pe modelul din Fig. 7.9 s-a aplicat ca și condiție la limită o deplasare de 0,2mm impusă la marginea PCB-ului conform Fig.7.10.

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 143165 elemente tetraedrice, conectate în 167173 noduri (Fig. 7.11). Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), material BGA (Tabel 4.2).

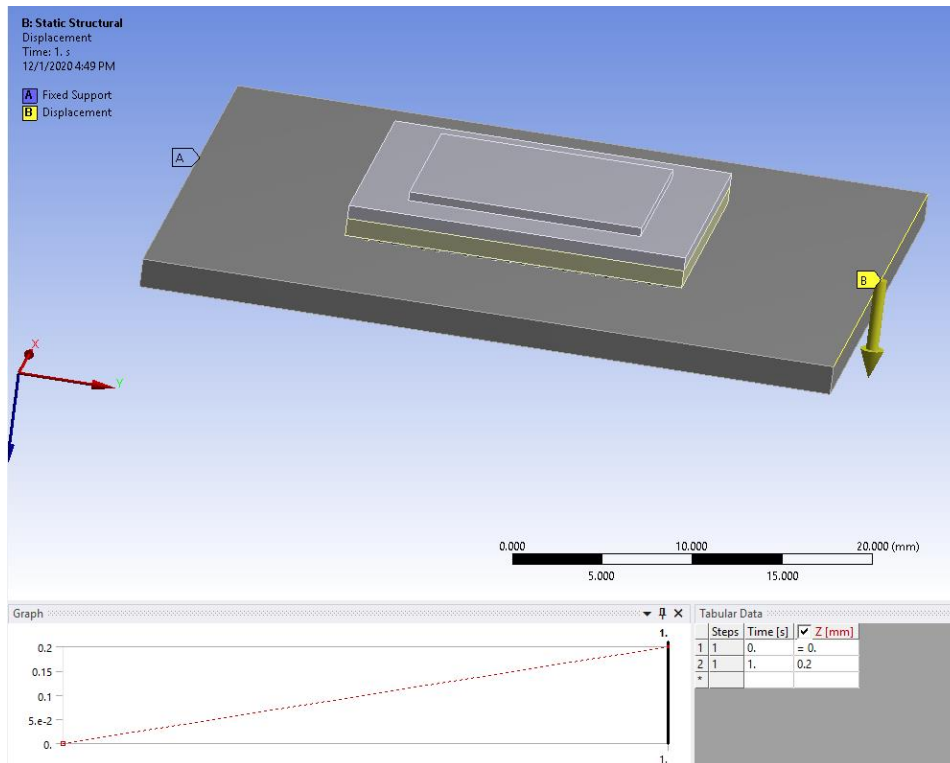


Fig.7.10 Condiții la limită pentru analiza locală a BGA-ului

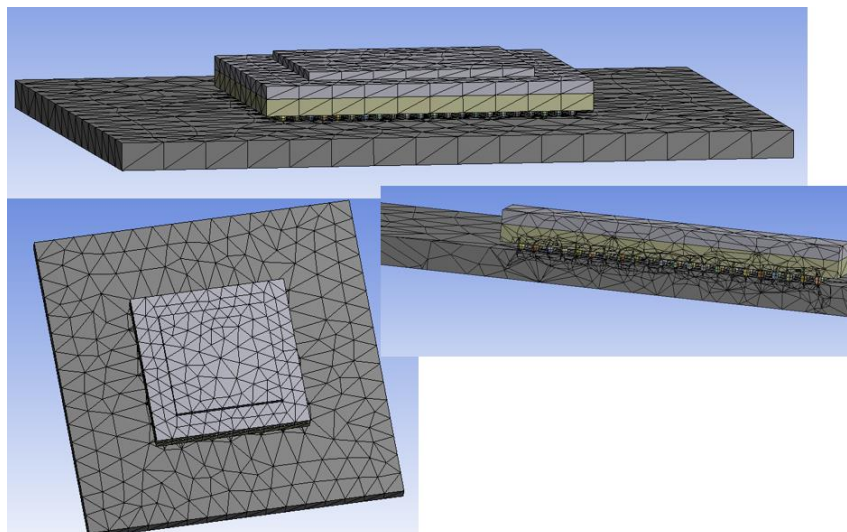


Fig.7.11 Discretizare model BGA – Solicitare mecanică



Conform Fig.7.12 se poate observa că tensiunea maximă apare la interfața dintre PCB și BGA. Valorile tensiunii maxime echivalente fiind de 84,8 Mpa, valoare care depășește tensiunea maximă admisibilă de 53 MPa.

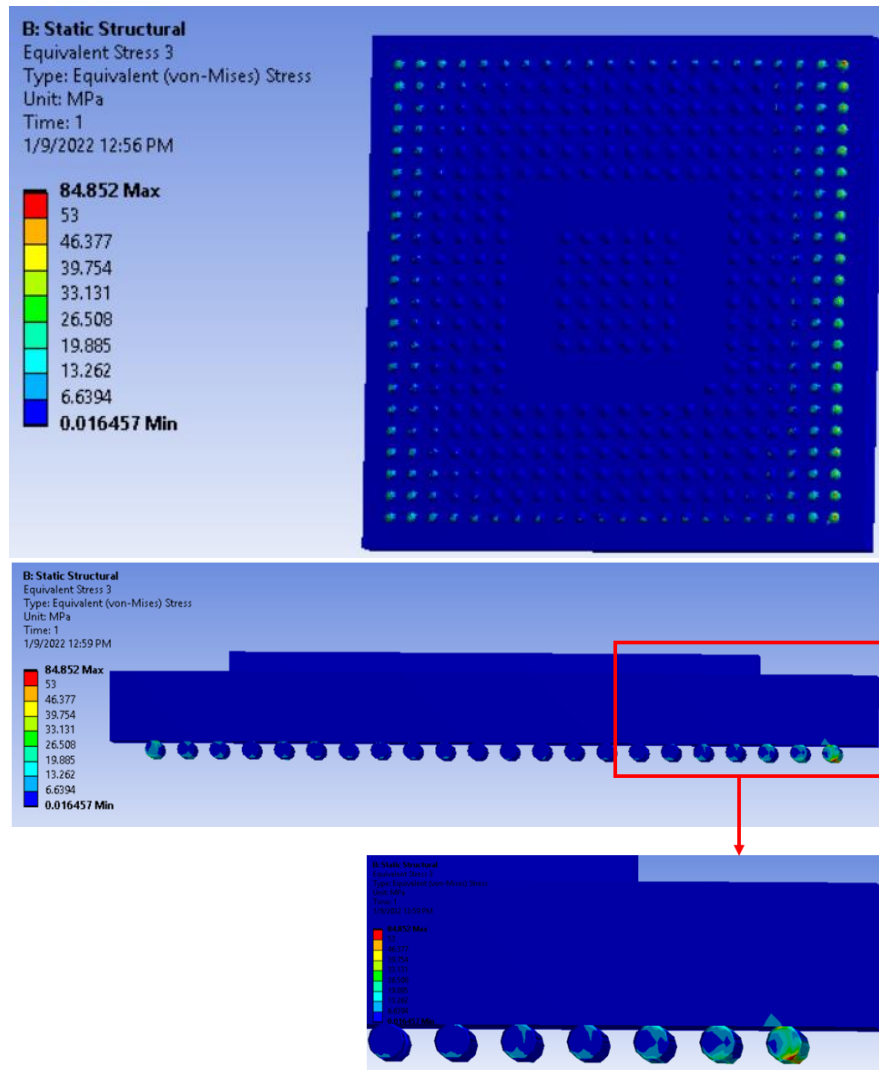


Fig.7.12 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Sollicitare mecanică

### 7.3.2 Definirea modelului pentru analiza locală a BGA-ului - Varianta 1 – Sollicitare termică

Pe modelul din Fig. 7.9 s -a aplicat ca și condiție la limită o variație a temperaturii de la 23 până la 120 °C.

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 143165 elemente tetraedrice, conectate în 167173 noduri (Fig. 7.13). Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), material BGA (Tabel 4.2).

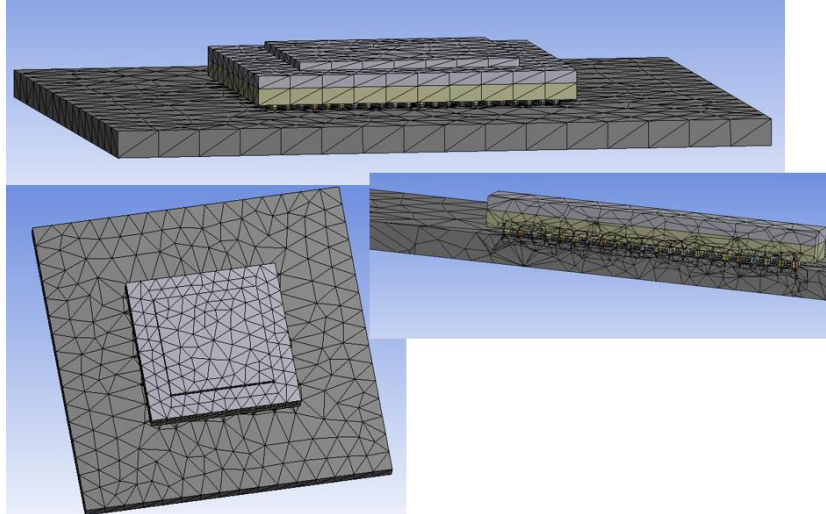
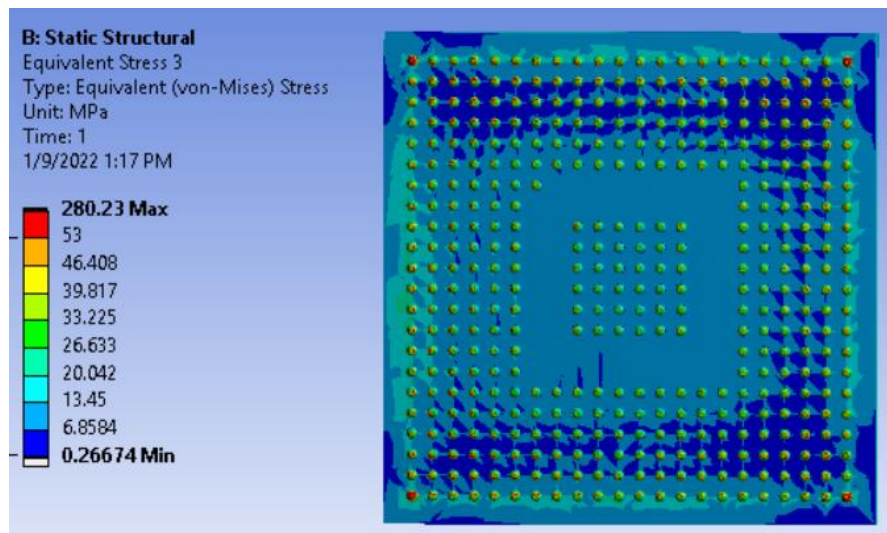


Fig.7.13 Discretizare model BGA – Solicitare termică

Conform Fig.7.14 se poate observa că tensiunea maximă apare la interfața dintre PCB și BGA. Valorile tensiunii maxime echivalente fiind de 280,2 Mpa, valoare care depășește tensiunea maximă admisibilă de 53 MPa.



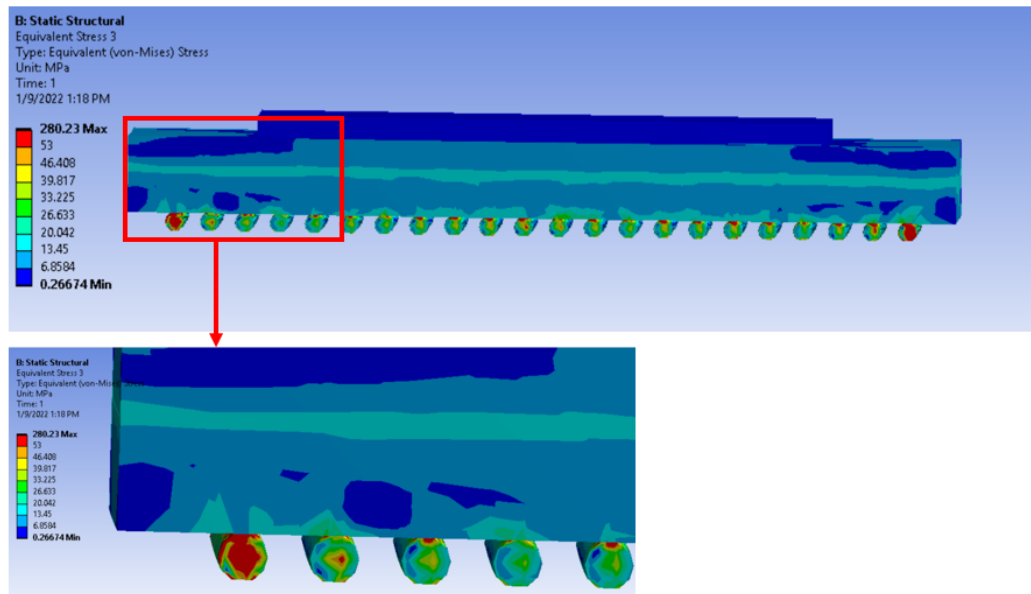


Fig.7.14 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solicitare termică

### 7.3.3 Definirea modelului pentru analiza locală a BGA-ului - Varianta 2– Solicitare mecanică

Pentru analiza cu elemente finite în această variantă BGA-ul a fost integrat în configurația experimentală prezentată în Fig.3.1 și cazul de încărcare 1 (Fig. 3.2) folosit. Pentru a simplifica modelul, componentele electronice au fost considerate blocuri geometrice simple și interfața dintre PCB și BGA a fost modelată conform Fig. 7.9. Proprietățile materialelor pentru componentele din ansamblu sunt prezentate în tabelul 4.1, 4.2, 4.3, 7.1.

Pentru șuruburi s-au aplicat condiții la limită sub formă de pretensionare a șurubului de 1800 N echivalent de 0,7 Nm (Fig.7.15), această valoare este conform cu datele primite de la furnizorul de șuruburi pe baza simulărilor lor.

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 80254 elemente tetraedrice, conectate în 266649 noduri (Fig. 7.16). Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), material BGA (Tabel 4.2) și carcase – aliaj aluminiu (Tabel 4.3).

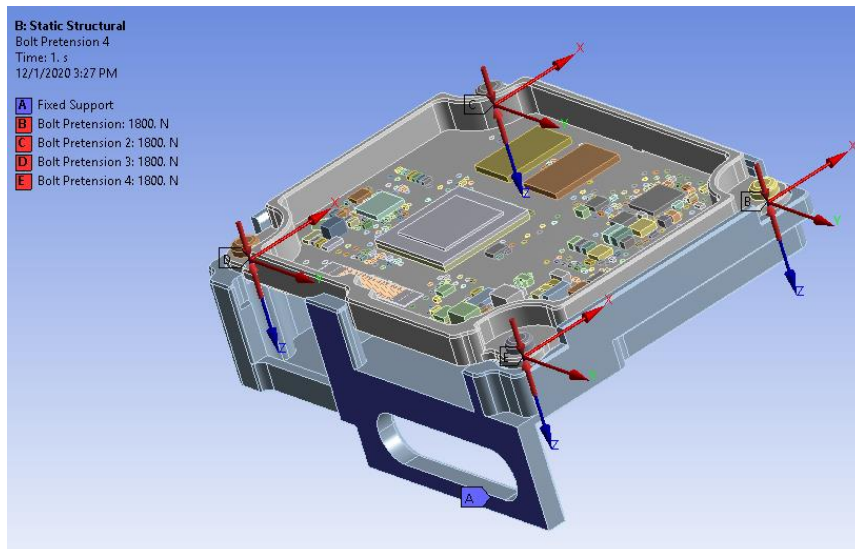


Fig.7.15 Condiții la limită

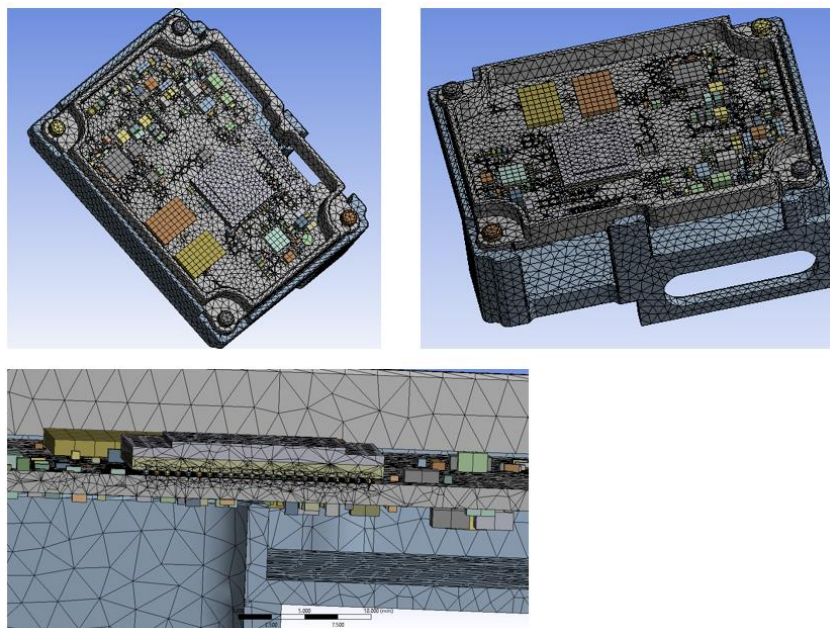


Fig.7.16 Discretizare model BGA – Solicitare mecanică

Conform Fig.7.17 se poate observa că tensiunea maximă apare la interfața dintre PCB și BGA. Valorile tensiunii maxime echivalente fiind de 812,98 Mpa, valoare care depășește tensiunea maximă admisibilă de 53 MPa.

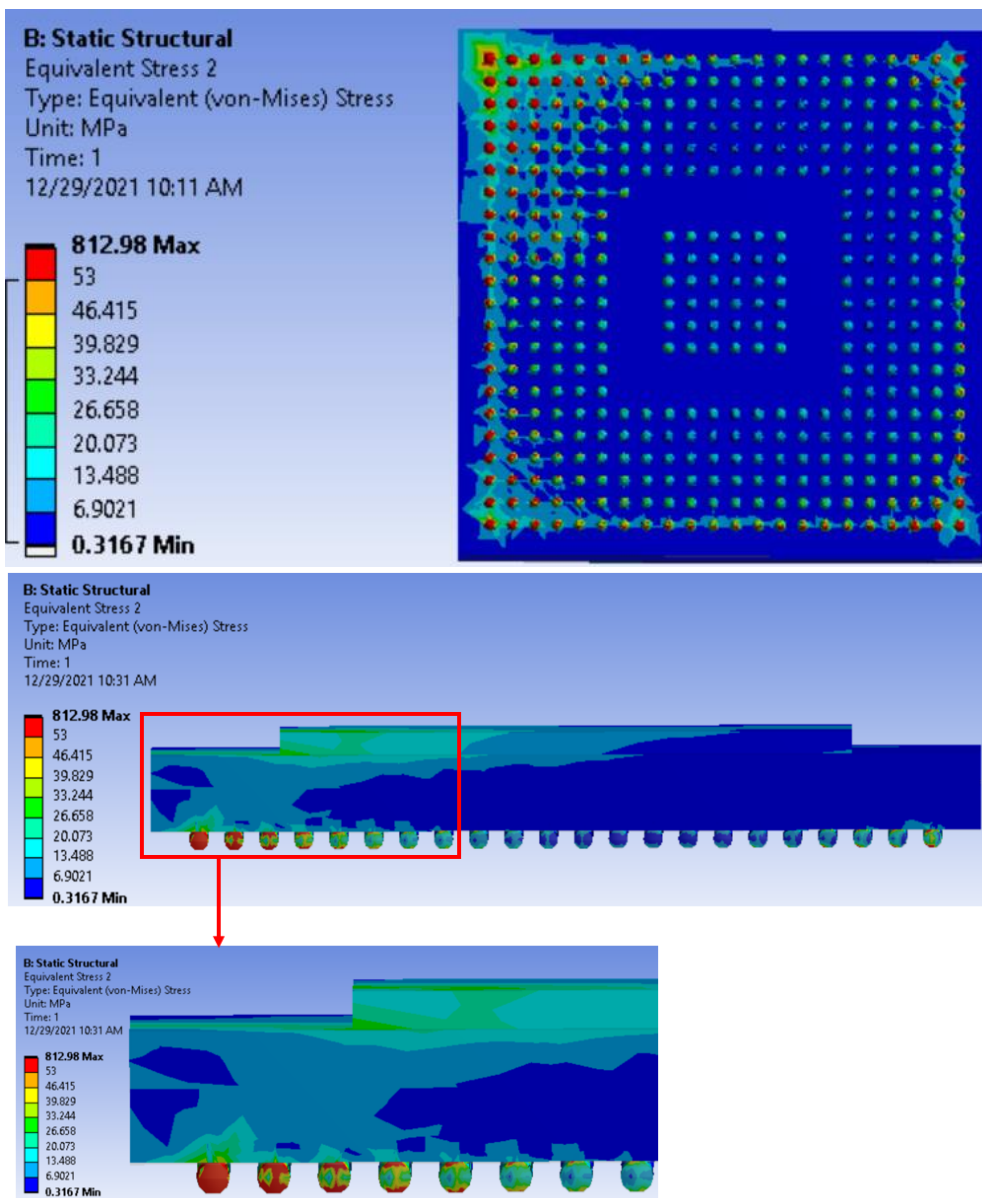


Fig.7.17 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solicitare mecanică

### 7.3.4 Definirea modelului pentru analiza locală a BGA-ului - Varianta 2- Solicitare termică

Pentru analiza cu elemente finite în această variantă BGA-ul a fost integrat în configurația experimentală prezentată în Fig.3.1 și cazul de încărcare 1 (Fig. 3.2) folosit. Pentru a simplifica modelul, componentele electronice au fost considerate blocuri geometrice simple și interfața dintre PCB și BGA a fost modelată conform Fig. 7.10. Proprietățile materialelor pentru componentele din ansamblu sunt prezentate în tabelul 4.1, 4.2, 4.3, 7.1.

Pentru șuruburi s-au aplicat condiții la limită sub formă de pretensionare a Condițiile la limită aplicate sunt: pentru șuruburi s-au aplicat sub formă de pretensionare a șurubului de 1800 N echivalent de 0,7 Nm, această valoare este conform cu datele primite de la furnizorul de șuruburi pe baza simulărilor lor, și temperatura în mai multe etape: 25, 50, 85 și 120 ° C

După efectuarea discretizării a fost obținut un număr total de 80254 elemente tetraedrice, conectate în 266649 noduri Fig.7.18. Materialele atribuite în model sunt: PCB-FR4 (Tabel 4.1), material BGA (Tabel 4.2) și carcase – aliaj aluminiu (Tabel 4.3).

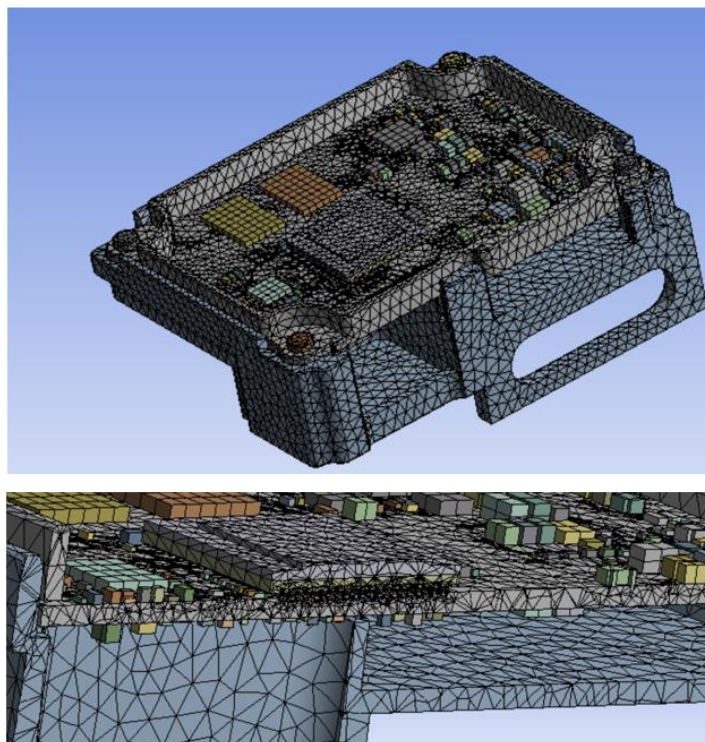


Fig.7.18 Discretizare model BGA – Solicitare termică

Conform Fig.7.29 se poate observa că tensiunea maximă apare la interfața dintre PCB și BGA. Valorile tensiunii maxime echivalente fiind de 706,58 Mpa, valoare care depășește tensiunea maximă admisibilă de 53 MPa.

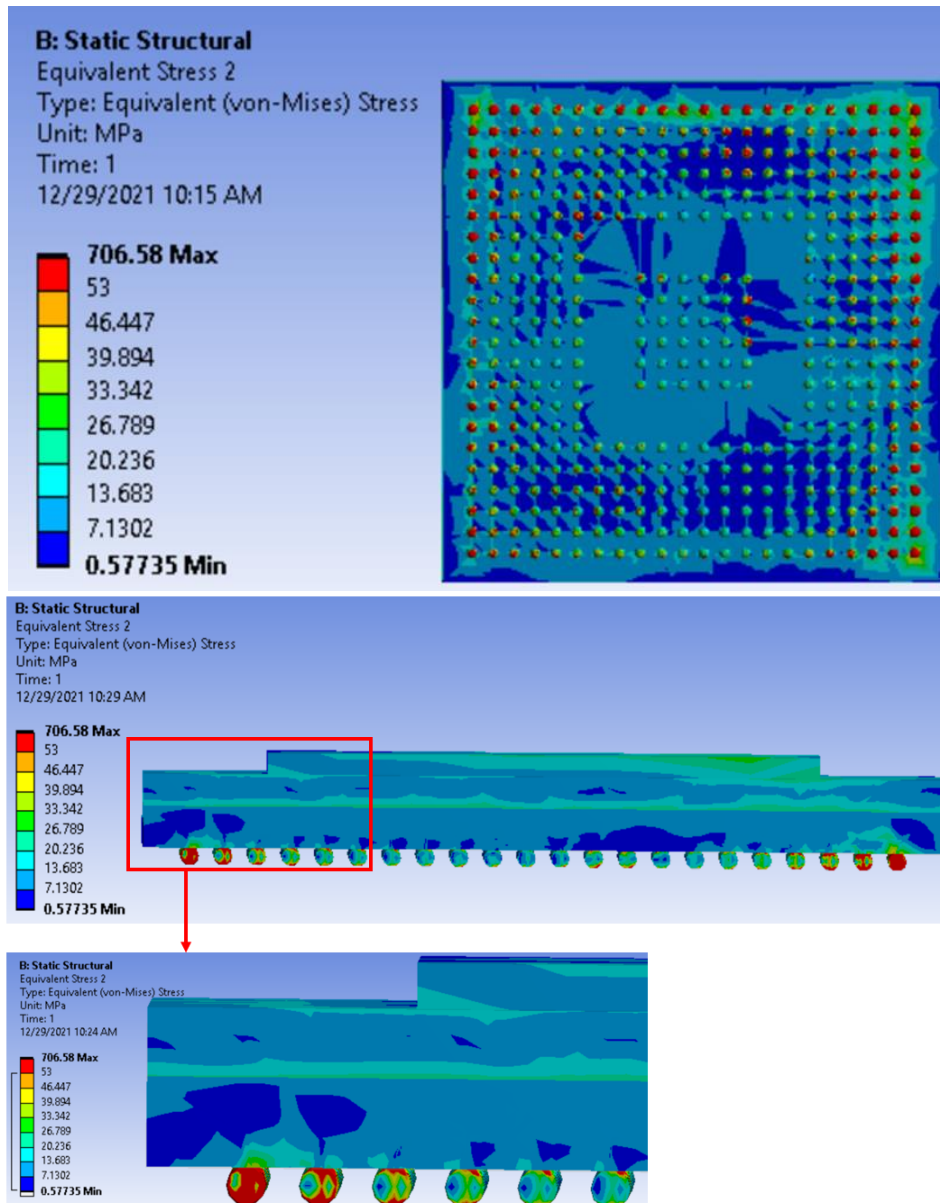


Fig.7.19 Tensiunea echivalentă maximă Von-Mises – Solicitare termică

## 7.4 Concluzii

În acest capitol este prezentat modul de calcul a soluției analitice și rezultatele numerice obținute pentru singularitatea câmpului de tensiune de la extremitățile interfeței dintre PCB și BGA. Determinarea singularității câmpului de tensiune s-a

---

realizat în ipoteza că variația acestuia este asimptotică la extremitățile interfeței, ipoteză confirmată de rezultatele numerice din Fig.7.7.

Valorile câmpului singular de tensiune de la extremitatea interfeței dintre PCB și BGA sunt evidențiate în tabelul 7.2 pentru solicitarea mecanică, unde valoarea medie  $\lambda_{med} = 0,48$ , respectiv 0,474, rezultat obținut cu ajutorul mathcad (Anexa 1).



---

## 8. Concluzii și contribuții personale

Lucrarea de față reprezintă investigarea experimentală și numerică a distribuției deformațiilor specifice pe PCB-urile supuse unor solicitări mecanice și termice.

În ultimii ani, dezvoltarea rapidă a industriei electronice globale a crescut treptat cererea pieței de produse electronice cu funcții diverse, astfel plăcile de circuit imprimat (PCB-uri) trebuie instalate cu mai multe caracteristici sau miniaturizate fără a sacrifica funcționalitatea. Restricționând utilizarea materialelor de lipit convenționale ce conțin plumb, acestea au fost înlocuite cu aliaje Sn-Ag Cu (SAC) fără plumb care sunt mai fragile.

Coeficienții de expansiune termică (CTE) ale diferitelor materiale de pe PCB conduc la variația nivelului de expansiune termică, ceea ce duce la apariția tensiunilor și deformațiilor specifice. În plus, procesele de testare și de asamblare a carcaselor pot induce tensiuni suplimentare în PCB, provocând fisuri în pasta de sudură. Principalele componente afectate sunt microprocesoarele datorită modului în care sunt lipite pe PCB-uri cu ajutorul unor bile din pastă de sudură (BGA - Ball grid array). De aceea controlul deformațiilor specifice pe PCB-uri este foarte importantă, în prezent limita utilizată în industria automotive conform IPC JEDEC-9704 fiind de 700  $\mu\text{m/m}$  pentru PCB-ul utilizat în acest studiu cu o grosime de 1.6mm.

Investigațiile și analiza comportamentului termomecanic al PCB-urilor au fost realizate cu ajutorul a două tehnici experimentale, tensometrie electrică rezistivă și metoda Corelării Digitale a Imaginii, completate cu o modelare și simulare numerică prin metoda elementelor finite utilizând softul Ansys Workbench 18.1. În final aceste tehnici și metode au permis o analiză extinsă a câmpurilor de deformații și tensiuni în vecinătatea componentelor electronice critice cum ar fi microprocesoarele. Complementaritatea acestor tehnici și metode permițând o analiză aprofundată și o fiabilizare a rezultatelor obținute.

Este cunoscut faptul că depășirea unor amplitudini limită a deformațiilor specifice în PCB-uri pot duce la dezlipirea componentelor electronice cu consecințe asupra bunei funcționări a sistemului. În aceste condiții este necesară o cunoaștere a proceselor care duc la apariția deformațiilor specifice. În acest context lucrarea prezintă o analiză la scări diferite a deformațiilor utilizând măsurători punctuale (prin tensometrie electrică rezistivă) și măsurători de câmp (prin metoda Corelării Digitale a Imaginii) pe PCB-uri.

Cu privire la măsurătorile prin metoda corelării digitale a imaginii au fost folosite două metodologii, prima folosind o analiză 2,5D iar cea de-a doua bazată pe o analiză 2D. Metoda corelării digitale a imaginii fiind o metodă de măsurare optică fără contact direct pe suprafața observată, aceasta permite o evaluare exactă a stării de deformare a PCB-ului supus la solicitări termice și mecanice. Așa cum a fost prezentată, în capitolele precedente, metoda corelării digitale a imaginii a permis o analiză la scări diferite a deplasărilor și deformațiilor în vecinătatea componentelor electronice critice. Spre deosebire de tensometria electrică rezistivă, care se limitează la măsurători pe o arie restrânsă, metoda corelării digitale a imaginii a permis o observare atât în zona de interes cât și pe întreaga suprafață. În acest fel au putut fi observate și analizate eventualele interdependențe între deformațiile din zona de interes și zonele periferice.

Din punct de vedere al dificultății de utilizare metoda corelării digitale a imaginii s-a dovedit a fi o metodă precisă și simplă, care nu necesită o pregătire complexă. În

cea ce privește textura suprafeței de măsurare așa cum a fost prezentat în capitolele precedente aceasta poate fi obținută prin pulverizarea unei vopsele albe sau negre în funcție de fundalul suprafeței pe care se aplică. Spre deosebire de această metodă, utilizarea tensometriei electrice rezistive necesită o pregătire mai complexă a suprafeței, cu o poziționare de precizie a mărcilor tensometrice și abilități tehnice.

În cazul solicitărilor termice, rezultatele obținute prin metoda corelării digitale a imaginii sunt mai puțin influențate de parametri termici față de măsurătorile obținute cu ajutorul mărcilor tensometrice care necesită o compensare a variației de temperatură.

În cazul măsurătorilor realizate cu metoda corelării digitale a imaginii 2.5D în prealabil a trebuit realizată o calibrare a sistemului de măsurare, ceea ce a necesitat utilizarea unei grile de calibrare. În calibrarea camerelor, parametrii intrinseci și extrinseci sunt obținuți folosind o serie de puncte cu informații date despre sistemul și coordonatele imaginii. În această procedură este implicată de obicei o grila de calibrare cu un model fabricat cu exactitate. În urma calibrării un parametru foarte important este reziduul, o valoare mică a reziduului tinde să indice că locațiile punctelor 3D sunt mai exacte.

Conform măsurătorilor efectuate utilizând metoda tensometriei electrice rezistive și metoda Corelării Digitale a Imaginii se poate observa că rezultate obținute atât în cazul solicitărilor mecanice cât și solicitărilor termice sunt relativ apropiate.

De asemenea se observă clar influența geometriei carcaselor asupra distribuției deformațiilor specifice. O valoare mai mare a deformațiilor specifice fiind observată în jurul supraînălțărilor. Aceste aspecte pot avea o influență puternică asupra deteriorării și defecțiunii componentelor de pe PCB. Acest lucru trebuie evitat, pentru a preveni dezlipirea componentelor electronice.

Comparația între valorile experimentale obținute în cazul măsurătorilor cu ajutorul DIC și rezultatele numerice arată un acord foarte bun între rezultatele experimentale și cele numerice ale deformațiilor specifice principale maxime. Erorile observate pot fi legate de diferențele dintre condițiile la limită implementate în analiza cu element finite și condițiile reale de încărcare din teste fizice efectuate.

Metodologia DIC propusă prezintă anumite avantaje deoarece măsurătorile nu sunt influențate de câmpul electromagnetic și prezintă o eficiență ridicată pentru că se poate monitoriza distribuția completă a deformațiilor specifice pe PCB, cu o pregătire minimă a suprafeței PCB-ului.

#### **Dintre contribuțiile personale trebuie scoase în evidență următoarele:**

-Sinteza bibliografică privind stadiul actual al măsurării deformațiilor specifice pe PCB-uri cat și utilizarea metodei corelării digitale a imaginii în diferite aplicații și aplicabilitatea acestei metode în acest studiu.

- Definierea unui protocol de încercare experimentală a PCB-urilor cu definirea secvențelor de încărcare și a momentului de torsiune corespunzător fiecărei încărcări. Pentru evidențierea deformațiilor specifice de pe PCB-uri au fost prevăzute denivelări pe casă și capac, astfel au fost considerate două tipuri de încărcare. În cazul 1 au fost considerate supraînălțări pe carcasă și pe capac și în cazul 2 fost considerate supraînălțări doar pe carcasă. PCB-ul fiind asamblat între carcasă și capac utilizând patru șuruburi M2.5, utilizându-se un cuplu maxim de 0,7 Nm (aplicat în patru pași 0,25 Nm, 0,4 Nm, 0,55 Nm, 0,7 Nm).

- Măsurătorile realizate cu ajutorul mărcilor tensometrice în cazul solicitări mecanice, unde au fost luate în considerare pe PCB trei zone de la colțurile microprocesorului, unde au fost amplasate rozetele tensometrice și au fost măsurate

---

deformațiile specifice. În urma analizei rezultatelor obținute s-a putut observa că în cazul rozetei tensometrice 1 deformația specifică maximă depășește valoarea admisibilă de 700  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Acest lucru este cauzat de diferența de nivel produsă de supraînălțarea prezentă în apropierea microprocesorului.

-Măsurătorile realizate cu ajutorul metodei corelării digitale a imaginilor în cazul solicitării mecanice, echipamentul folosit pentru captarea și procesarea imaginilor a fost sistemul Dantec Q-400. Pentru a achiziționa și prelucra în mod corespunzător imaginile, a trebuit să se aplice mai întâi un model de pete aleatoriu pe suprafața PCB-ului. Acest lucru s-a făcut prin aplicarea unei vopsele negre pulverizate peste un strat alb uniform.

După capturarea imaginilor, corelarea și analiza s-au făcut cu softul Istra 4D. În conformitate cu principiul DIC, această regiune a fost împărțită în subseturile mici. Câmpurile de deplasare și deformație specifică au fost calculate în aceste subseturi folosind un algoritm de corelare. Rezultate obținute descriu comportamentul global al PCB-ului. Această analiză relevă că, în „cazul de încărcare 1”, pe suprafața PCB-ului se observă deformații specifice mai mari decât în „cazul de încărcare 2”. Aceste rezultate arată clar influența geometriei carcasei și capacului asupra distribuției deformațiilor specifice. Se poate observa că deformația specifică maximă depășește valoarea de 700  $\mu\text{m}/\text{m}$  în zonele cu supraînălțări în ambele cazuri.

-Determinarea numerică a deformațiilor specifice de pe PCB în cazul solicitării mecanice. FEA fiind de mare ajutor pentru a afla zonele în care pot apărea probleme înainte ca produsul să fie construit. În cazul PCB-urilor aceste informații sunt folosite pentru a face ajustări ale design-ului produsului pentru a reduce deformația specifică și de a re poziționa anumite componente electronice sensibile (ex. microprocesoarele) dacă este cazul.

Pentru analiza cu elemente finite a fost utilizat Software-ul comercial Ansys Workbench 18.1. În urma rezultatelor obținute s-a putut observa că deformațiile specifice principale maxime sunt localizate în apropierea componentei mari (microprocesor) și în apropierea găurilor de fixare, unde deformațiile specifice principale maxime sunt peste valoarea admisibilă (700  $\mu\text{m}/\text{m}$ ), valoarea maximă înregistrată fiind de 1018  $\mu\text{m}/\text{m}$  pentru cazul de încărcare 1 și 884 pentru cazul de încărcare 2.

De asemenea au fost obținute și rezultatele pentru distribuția tensiunii admisibile pe întreaga suprafață a PCB-ului, astfel s-a putut observa că valoarea tensiunii admisibile de 270 Mpa pentru materialul PCB-ului nu este depășită în ambele cazuri de încărcare.

- Măsurătorile realizate cu ajutorul mărcilor tensometrice în cazul solicitării termice, au fost luate în considerare pe PCB două zone de la colțurile microprocesorului, unde au fost amplasate rozetele tensometrice și au fost măsurate deformațiile specifice. Pentru a examina evoluția deformațiilor specifice în funcție de temperatură PCB-ul s-a introdus într-un cuptor iar temperatura a fost modificată în mai mulți pași: 25, 50, 85 și 120 °C. Iar compensarea temperaturii s-a făcut prin introducerea unui PCB nesolicitat în cuptor. În urma analizei rezultatelor s-a putut observa creșterea deformației specifice principale maxime odată cu creșterea temperaturii. Pe fiecare interval de temperatură la începutul perioadei deformațiile cresc și apoi se stabilizează la finalul intervalului de menținere. Deformația principală maximă depășește limita de 700  $\mu\text{m}/\text{m}$  pe parcursul intervalului 3 de temperatură (85 °C).

-Măsurătorile realizate cu ajutorul metodei corelării digitale a imaginilor în cazul solicitării termice. Configurația experimentală a fost compusă din ansamblul PCB,

cuptorul și camera CCD. Software-ul utilizat pentru achiziționarea imaginii a fost Trasse ANDRA3 și pentru Corelarea digitală a imaginii Correla dezvoltat de Universitatea din Poitiers. În urma analizei rezultatelor sa putut observa creșterea deformației specifice principale maxime cu creșterea temperaturii pentru fiecare treaptă de temperatură. Deformația principală maximă depășește limita de 700  $\mu\text{m/m}$  pe parcursul intervalului 3 de temperatură (85 °C) în ambele zone interogate.

-Determinarea numerică a deformațiilor specifice de pe PCB în cazul solicitării termice. În urma rezultatelor obținute s-a putut observa că deformațiile specifice principale maxime cresc odată cu creșterea temperaturii pentru fiecare treaptă de temperatură. Deformația principală maximă depășește limita de 700  $\mu\text{m/m}$  pe parcursul intervalului 3 de temperatură (85 °C) în ambele zone interogate.

De asemenea au fost obținute și rezultatele pentru distribuția tensiunii admisibile pe întreaga suprafață a PCB-ului,. Se poate observa că valorile maxime ale tensiunii echivalente sunt localizate în apropierea componentei mari (microprocesor) și în apropierea găurilor de fixare. Valoarea maximă a tensiunii echivalente fiind sub valoarea tensiunii maxime admisibile de 270 Mpa în toate cele 4 cazuri de temperatură.

-Analiza rezultatelor obținute prin compararea rezultatele în cazul solicitărilor mecanice și termice cu cele două metode experimentale, metoda tensometrie electrică rezistivă și metoda Corelării Digitale a Imaginii, respectiv simulare numerică prin metoda elementelor finite. De unde s-a putut observa că rezultatele obținute sunt relativ apropiate. Astfel se poate valida metoda corelării digitale a imaginii ca metodă de investigare a deformațiilor în PCB-urile solicitate mecanic și/sau termic. Avantajul acestei metode față de metoda tensometriei electrice rezistive este faptul că e o metodă non-contact, nemodificând rigiditatea PCB-ului prin atașarea rozetelor tensometrice, respectiv este o metodă "full field" care permite determinarea tensiunilor și deformațiilor pe toată suprafața PCB-ului, în comparație cu măsurătorile tensometrice care dau rezultatele deformațiilor punctual în zona rozetei tensometrice.

-Definirea și validarea unor modele de simulărilor cu elemente finite pentru cazurile de încărcare mecanică și termică. Rezultatele obținute fiind comparabile cu rezultatele obținute în cazul testelor fizice. Aceste modele de simulări pot fi utilizate în diferite configurații pentru a vedea comportamentul deformațiilor specifice pe PCB-uri. Deoarece cedarea componentelor critice, cum ar fi microprocesoarele, se inițiază la interfața dintre masca de lipire și BGA, lucru datorat proprietăților elastice diferite, s-a realizat o analiză a singularității câmpului de tensiune. Rezultatele numerice au fost comparate cu soluția analitică a lui Bogy obținută cu ajutorul unei rutine Mathcad prezentată în Anexa 1. Valoarea medie a ordinului singularității obținut cu ajutorul FEA este  $\lambda_{med} = 0.48$ . Iar cu ajutorul mathcad (Anexa 1) obținându-se o valoare de 0,474.

**Ca și valorificare a rezultatelor tezei, ca și direcții viitoare de cercetare ar fi interesant de realizat:**

-dezvoltarea unor aplicații industriale pe baza metodei corelării digitale a imaginilor pentru a determina deformațiile specifice în anumiți pași de asamblare a componentelor în faza de configurare a procesului de asamblare.

-utilizarea metodei corelării digitale a imaginilor pentru analiza locală a interfeței dintre PCB și BGA

-definirea unui model cu elemente finite mai detaliat care să cuprindă componentele electronice modelate cât mai apropiat cu componentele electronice reale

-analiza deformațiilor specifice ce apar pe PCB în urma vibrațiilor și a șocului. Respectiv în urma unor solicitări ce duc la îmbătrânirea probei.

---

## 9. Bibliografie

- Akisanya, A.R. and Meng, C.S., 2003, "Initiation of Fracture at the Interface Corner of Bi-material Joints," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51, 27-46
- Bay, B.K., 1999, Digital volume correlation: three-dimensional strain mapping using x-ray tomography, *Exp. Mech.* 39 p.217–226
- Bin, H. and Ueda, T. , 2011, Investigation on the optimum sampling rate of strain measurement during printed circuit board (PCB) system assembly, 13th Electronics Packaging Technology Conference p.579-584
- Bland ME, Cortes M, Solt KJ, et al., 2010, Stereo digital image correlation for characterization of fresh biomaterials. *Proc SPIE* ;7548:754847-1- 754847-7.
- Bogy D. B. , 1968, Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading, *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 35, 460–466.
- Bogy D. B. , 1971, Two edge bonded elastic wedges of different materials and wedge angles and surface tractions, *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 38, 377–386
- Bogy, D.B., 1971, "Two Edge-bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles Under Surface Traction," *Journal of Applied Mechanics*, 38, 377-386
- Chean, V., Robin, E., Abdi, R., Sangleboeuf, J.C., Houizot, P. , 2011 Use of the mark-tracking method for optical fiber characterization, *Optics & Laser Technology*, 43, p. 1172–1178
- Chen FX, Cong YQ, Lin BP, et al., 2006, New method for measuring high field electrostrictive response of barium titanate/polyurethane elastomer. *J Southeast Univ (English Edition)* ;22(1):88–92.
- Chen Y, Wang C, Yang Y., 2008, Combining vibration test with finite element analysis for the fatigue life estimation of PBGA components. *Microelectron Reliab*;48(4):638–44.
- Cheng, J.-L., Yang, S.-Q., Chen, K., Ma, D., Li, F.-Y., & Wang, L.-M., 2017, Uniaxial experimental study of the acoustic emission and deformation behavior of composite rock based on 3D digital image correlation (DIC). *Acta Mechanica Sinica*, 33(6), 999–1021.
- Chiozzi, D., Bernardoni, M., Delmonte, N., Cova, P. (2016). A simple 1-D finite elements approach to model the effect of PCB in electronic assembly, *Microelectronic Reliability*, 56, p.126-132
- Chiozzi, D., Bernardoni, M., Delmonte, N., Cova, P. (2016). A simple 1-D finite elements approach to model the effect of PCB in electronic assembly, *Microelectronic Reliability*, 56, p.126-132
- Chvojan J. and Vaclavik J., 2018, PCB Tests during Assembly and Splitting, *Proceedings*, 2, 472
- De Stryckera M., Schueremans L., Van Paepegem W., Debruyne D., 2010, Measuring the thermal expansion coefficient of tubular steel specimens with digital image correlation techniques, *Optics and Lasers in Engineering* 48, 978–986
- Dehbi A, Ousten Y, Danto Y, Wondrak W. , 2005, Vibration lifetime modelling of PCB assemblies using Steinberg model. *Microelectron Reliab*;45(9–11):1658–61.
- Elmahdy A., Verleysen P., 2018, The Use of 2D and 3D High-Speed Digital Image Correlation in Full Field Strain Measurements of Composite Materials Subjected to High Strain Rates, *MDPI Proceedings*, 2, 538

- Fagerholt E, Borvik T, Hopperstad OS., 2013, Measuring discontinuous displacement fields in cracked specimens using digital image correlation with mesh adaptation and crack-path optimization. *Opt Laser Eng* ;51(3):299–310.
- Falk, A., Marsavina, L., Pop, O., 2019, Experimental determination of strain distribution on Printed Circuit Boards using Digital image correlation, *Procedia Structural Integrity*, 18, 214–222
- Falk, A., Marsavina, L., Pop, O., 2020, Analysis of Printed Circuit Boards strains using finite element analysis and digital image correlation, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 51, 541-551
- Falk, A., Marsavina, L., Pop, O., Dopeux, J., 2022, Assessment of Strains Produced by Thermal Expansion in Printed Circuit Boards, *Materials*, 15, 3916
- Fan, X., Pei, M., Bhatti, P. K. (2006). Effect of finite element modeling techniques on solder joint fatigue life prediction of flip-chip BGA packages, *Electronic Components and Technology Conference*
- Fan, X., Pei, M., Bhatti, P. K. (2006). Effect of finite element modeling techniques on solder joint fatigue life prediction of flip-chip BGA packages, *Electronic Components and Technology Conference*
- Gao, Z. , Zhang, Q., Su, Y., Wu, S. , 2017, Accuracy evaluation of optical distortion calibration by digital image correlation, *Optics and Lasers in Engineering* 98 p.143–152, 2017
- Garcia, D. , Orteu , J. , Penazzi, L , 2002, A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements: application to sheet metal forming, *J. Mater. Process. Technol.* 125 p.736–742
- Groth H. L., 1988, Stress singularities and fracture at interface corners in bonded joints, *Int. J. Adhesion Adhesives*, 8, 107–113
- Gu J, Barker D, Pecht M., 2007, Prognostics implementation of electronics under vibration loading. *Microelectron Reliab*;47(12):1849–56.
- Han, J., Guo, F., Liu, J.P. ,2017, Early stages of localized recrystallization in Pb-free BGA solder joints subjected to thermomechanical stress, *Journal of Alloys and Compounds*, 704, p.574-584
- Hein, VL and Erdogan, E, 1971, "Stress Singularities in a Two-material Wedge," *International Journal of Fracture Mechanics*, 7, 317-330
- Helfrick MN, Niezrecki C, Avitabile P, Schmidt T., 2011, 3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement. *Mech Syst Signal PR* ;25 (3):917–27.
- Helm, J.D., McNeil, S.R., Sutton, M.A., 1996, Improved three-dimensional image correlation for surface displacement measurement, *Opt. Eng.* 35 p.1911–1920, 1996
- Hild, F., Roux,S.,2006, Digital Image Correlation: from Displacement Measurement to Identification of Elastic Properties – a Review, *Journal compilation* 42 p.69-80
- Hoffmann, K., 1989, *An Introduction to Measurements using Strain Gages*, Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
- Huang C.Y. , . Chen C.H, Lin Y.H., 2016, A grey-ANN approach for optimizing the QFN component assembly process for smart phone application, *Solder. Surface Mount Technol.* 28 (2) 63–73."
- Huang C.Y. , Lin Y.H. , Ying K.C., Ku C.L., 2011, The solder paste printing process: critical parameters, defect scenarios, specifications, and cost reduction, *Solder. Surface Mount Technol.* 23 (4) 211–223.
- Huang C.Y., 2015, Innovative parametric design for environmentally conscious adhesive dispensing process, *J. Intell. Manuf.* 26 (1) 1–12.

---

Hunady, R., Hagara, M., Trebuna, F., 2014, The Measurement of Standing Wave Patterns by using High-speed Digital Image Correlation, *American Journal of Mechanical Engineering* Vol. 2 No. 7 p.247-251

Hung, P.C. , Voloshin,A.S.,2003, In-plane strain measurement by digital image correlation, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* Vol. XXV, No. 3,

Intel, 2016 Intel Strain Measurement methodology for Circuit Board Assembly- Board Flexure Initiative (BFI)

IPC, 2011, Guidance for Strain Gage Limits for Printed Circuit Assemblies

IPC, IPC JEDEC 9704A, 2012

Jih E, Jung W., 1998, Vibrational fatigue of surface mount solder joints, ITherm'98. In: Sixth intersociety conference on thermal and thermomechanical phenomena in electronic systems (Cat. No. 98CH36208),. p. 246–50.

Jin T.L. , Ha N.S. , Goo N.S.,2014, A study of the thermal buckling behavior of a circular aluminum plate using the digital image correlation technique and finite element analysis, *Thin-Walled Structures* 77, 187–197

Jin Y., Wang Z, Chen J., 2007, Introduction to Microsystem Packaging Technology, CRC Press (Boca Raton), p. 182-184.

Klingbeil, N. W. and Beuth, J.L, 2000, "On the Design of Debond-resistant Bi-materials, Part I. Free-edge Singularity Approach," *Engineering Fracture Mechanics*, 66, 93-110

Kregting, R.,Gielen, S., Driel, W. van, Alkemade,P., Miro, H., Kamminga, J.D. , 2011, Local stress analysis on semiconductor devices by combined experimental–numerical procedure, *Microelectronics Reliability* 51 p.1092-1096

Labossiere, P.E. W., Dunn, M.L., and Cunningham, S.J., 2002,"Application of Bi-material Interface Corner Failure Mechanics to Silicon~Glass Anodic Bonds," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50, 405-433

Lall P, Panchagade D, Choudhary P, Gupte S, Suhling J., 2008, Failure-envelope approach to modeling shock and vibration survivability of electronic and MEMs packaging. *IEEE Trans Compon Packag Technol* ;31(1):104–13.

Li R., 2001, A methodology for fatigue prediction of electronic components under random vibration load. *ASME J Electron Packag*,123(4):394–400.

Li, L., Kimb, S.M., Song, S.H., Ku, T.W., Song, W.J., Kim, J., Chong, M.K., Park, J.W., Kang, B.S., 200,. Finite element modeling and simulation for bending analysis of multi-layer printed circuit boards using woven fiber composite, *journal of materials processing technology*, 201, p.746-750

Li, L., Kimb, S.M., Song, S.H., Ku, T.W., Song, W.J., Kim, J., Chong, M.K., Park, J.W., Kang, B.S., 2008. Finite element modeling and simulation for bending analysis of multi-layer printed circuit boards using woven fiber composite, *journal of materials processing technology*, 201, p.746-750

Li,J., Xiea, X., Yang, G. , Zhang, B., Siebert, T., Yang, L. ,2017, Whole-field thickness strain measurement using multiple camera digital image correlation system, *Optics and Lasers in Engineering* 90 p.19–25

Liao M.G. , Huang P.S, Lin Y.H.,Tsai M.Y, Huang C.Y, Huang T.C, 2017 Measurements of Thermally-Induced Curvatures and Warpages of Printed Circuit Board during a Solder Reflow Process Using Strain Gauges, *MDPI applied Sciences*, 7, 739

Lienhard J., Huberth F., 2019 Strain rate dependent thermo-mechanical aspects of glass fiber reinforced thermoplastic based on experimental data, *International Journal of Impact Engineering*, 131, p.57-65

- 
- Lienhard J., Huberth F., 2019, Strain rate dependent thermo-mechanical aspects of glass fiber reinforced thermoplastic based on experimental data, *International Journal of Impact Engineering* 131, p.57-65
- Lin, S. , Lienert,U. , Haas, S. ,Gutschmidt,S. , 2015, Strain Measurement by Digital Image Correlation
- Lin, S., Lienert, U., Haas, S., 2015, Gutschmidt, S.; Strain Measurement by Digital Image Correlation.
- Lin, S., Lienert, U., Haas, S., Gutschmidt, S. (2015). Strain Measurement by Digital Image Correlation
- Luan J, Tee TY, Pek E, Lim CT, Zhong Z, Zhou J., 2006, Advanced numerical and experimental techniques for analysis of dynamic responses and solder joint reliability during drop impact. *IEEE Trans Compon Packag Technol*;29(3):449–56.
- Luo, P.F. , 1993, Accurate measurement of three-dimensional displacement in deformable bodies using computer vision ,*Exp. Mech.* 33 p.123–132, 1993
- Luo, P.F., Chao, Y.J., Sutton, M.A., Peters, W.H.;; 1993 Accurate measurement of three-dimensional deformations in deformable and rigid bodies using computer vision, *Experimental Mechanics*, 33, p.123-132
- Lyons J., Liu J., 1996, Sutton M High-temperature deformation measurements using digital image correlation. *Experimental mechanics*, 36:64-70.
- Lyons J., Liu J., 1996, Sutton M High-temperature deformation measurements using digital image correlation. *Experimental mechanics.* ;36:64-70.
- Malesa,M., Malowany,K. , Tomczak ,Ur., Siwek ,B. , Kujawinska, Lewandowska, A. S., 2013, Application of 3D digital image correlation in maintenance and process control in industry, *Computers in Industry* 64 p.1301-1315
- Manhart, G A. , 2016, Board Strain Analysis Process, Keysight Board Test User Group Meeting Cleveland OH
- Moulart, R., Pierron, F., Hallett, S.R., Wisnom, M.R.;; 2010 Full-field strain measurement and identification of composites moduli at high strain rate with the virtual fields method, *Experimental Mechanics*, 51, p.509-536
- Munz, D. and Yang, Y Y, 1993, "Stresses Near the Edge of Bonded Dissimilar Materials Described by Two Stress Intensity Factors," *International Journal of Fracture*, 60, 169-177
- National Instrument, 2016, Engineer's Guide to Accurate Sensor Measurements (National Instrument)
- Novak MD,, Zok FW,. 2011, High-temperature materials testing with full-field strain measurement: Experimental design and practice. *Review of scientific instruments.* ;82:115101
- Novak MD,, Zok FW., 2011, High-temperature materials testing with full-field strain measurement: Experimental design and practice. *Review of scientific instruments*, 82:115101
- Omega engineering, 1999, Practical Strain Gage measurements
- Orteu JJ, Bugarin F, Harvent J. ,2011, Multiple-camera instrumentation of a single point incremental forming process pilot for shape and 3D displacement measurements: methodology and results. *Exp Mech* ;51(4):625–39.
- Orteu JJ., 2009, 3-D computer vision in experimental mechanics. *Opt Laser Eng* ;47(3–4):282–91.
- Pageau, S.S., Gadi, K.S., Biggers, S.B., and Joseph, P.E, 1996, Standardized Complex and Logarithmic Eigensolutions for n-material Wedges and Junctions, *International Journal of Fracture*, 77, 51-76



---

Pan B, W DF, Xia Y., 2012, Incremental calculation for large deformation measurement using reliability-guided digital image correlation. *Opt Laser Eng*;50 (4):586-92.

Pan B., Wu D., Wang Z., Xia Y., 2011 High-temperature digital image correlation method for full-field deformation measurement at 1200 C. *Measurement science and technology*, 22:015701.

Pan B., Wu D., Wang Z., Xia Y., 2011, High-temperature digital image correlation method for full-field deformation measurement at 1200 C. *Measurement science and technology*. ;22:015701.

Pan, B.,Xie, H.M. , Wang, Z.Y. , 2010, Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching, *Appl Opt* 49(28) p. 5501-5509

Pan, B. , 2011, Recent progress in digital image correlation, *Exp Mech* 51(7) p.1223-1235

Pan, B. , Xie, H.M. ,Yang, L.H , Wang, Z.Y. , 2009, Accurate measurement of satellite antenna surface using three-dimensional digital image correlation technique, *Strain* 45 p.194-200

Pan, B., 2015, *Digital Optical Measurement Techniques and Applications*, Digital Image correlation chapter 6, 2015

Pan,B. , Qian, K., Xie,H. , Asundi,A., 2009, Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review, *Meas. Sci. Technol.* 20

Pan,B., Yuan, J., Xi,Y. , 2014, Strain field denoising for digital image correlation using a regularized cost-function, *Optics and Lasers in Engineering* 65 p.9-17

Pitarresi J, Caletka D, Caldwell R, Smith D. The smeared property technique for the FE vibration analysis of printed circuit cards. *ASME J Electron Packag* 1991;113:250-7.

Pitarresi J, Primavera A., 1991, Comparison of vibration modeling techniques for printed circuit cards. *ASME J Electron Packag* ;114:378-83.

Pitarresi J, Roggeman B, Chaparala S, Geng P., 2004, Mechanical shock testing and modeling of PC motherboards. In: *Proceedings of 54th electronic components and technology conference (IEEE Cat. No. 04CH37546)*, vol. 1; p. 1047- 54.

Ramosa,T., Furtado,A., Eslami,S., Alves, S., Rodrigues,H., Arêde, A., Tavares, P. J. , Moreira, P. M. G. P., 2015, 2D and 3D Digital Image Correlation in Civil Engineering – Measurements in a Masonry Wall, *Procedia Engineering* 114 p.215-222

Ratanawilai, T.B.; Hunter, B.; Subbarayan, G.; Rose, D.2003, A study on the variation of effective CTE of printed circuit boards through a validated comparison between strain gauges and moiré interferometry. *IEEE Trans. Compon. Packag. Technol.* , 26, 712-718

Rosa, G.La, Clienti C., Garrano,A. M. C., 2015, The use of digital image correlation to correct the thermoelastic curves in static tests, *Procedia Structural Integrity* 2 p. 2140-2147

Shetty S, Lehtinen V, Dasgupta A, Halkola V, Reinikainen T. Fatigue of chip scale package interconnects due to cyclic bending. *ASME J Electron Packag* 2001;123(3):302-8.

Shetty S, Reinikainen T. Three- and four-point bend testing for electronic packages. *ASME J Electron Packag* 2003;125(4):556-61.

Shi HJ, Ji HW, Yang GB, He XY. Shape and deformation measurement system by combining fringe projection and digital image correlation. *Opt Laser Eng* 2013;51(1):47-53.

- 
- Shi, H., Che, F., Ueda, T., 2011, Experimental and numerical analysis for edge and corner bonded PoP bottom package assemblies under four-point bending, *Microelectronics Reliability* 51 p.1850-1855
- Shi, H., Ueda, T., 2011, Halogen-free and Reworkable Corner Bond Adhesive for Array-based Packages and the Impact on Board-level Solder Joint Reliability, *International Conference on Electronic Packaging Technology & High*
- Sitek J., Rocak D., Bukat K., 2004, A comparison of the quality of lead-free solder pastes, *Solder. Surface Mount Technol.* 16 (2) 22-30."
- Smith, T.S., Bay, B., Rashid, M., 2002, Digital volume correlation including rotational degrees of freedom during minimization, *Exp. Mech* 42 p.272-280
- Sutton MA, Orteu JJ, Schreier HW, 2009, *Image correlation for shape, motion and deformation measurements-basic concepts, theory and applications*. New York: Springer.
- Sutton, M.A., 2006, Metrology in a scanning electron microscope: theoretical developments and experimental validation, *Meas. Sci. Technol.* 17 p.2613-2622, 2006
- Sutton, M.A., 2007, Scanning electron microscopy for quantitative small and large deformation measurements: Part II. Experimental validation for magnifications from 200 to 10,000, *Exp. Mech.* 47 p. 789-804, 2007
- Sutton, M.A., 2007, Scanning electron microscopy for quantitative small and large deformation measurements: Part I. SEM imaging at magnifications from 200 to 10,000, *Exp. Mech.* 47 p.775-787
- Sutton, M.A., McNeill, S.R., Helm, J.D., Chao, Y.J., 2000, *Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision Topics*, Applied Physics vol 77 ed P K Rastogi (Berlin: Springer) p.323-372
- Sutton, M.A., Yan, J.H., Tiwari, V., Schreier, W.H., Orteu, J., 2008, The effect of out-of-plane motion on 2D and 3D digital image correlation measurements, *Opt. Lasers Eng.* 46 p.746-757
- Szebényi G., Hliva V., 2019, Detection of Delamination in Polymer Composites by Digital Image Correlation—Experimental Test, *MDPI Polymers*, 11, 523
- Tarigopula V., Hopperstad O.S., Langseth M., Clausen A.H., Hild F., Lademo O.-G., Eriksson M., 2008, A Study of Large Plastic Deformations in Dual Phase Steel Using Digital Image Correlation and FE Analysis, *Experimental Mechanics* 48:181-196
- Tekieli, M., De Santis, S., de Felice, G., Kwiecien, A., Roscini, F., 2017, Application of Digital Image Correlation to composite reinforcements testing, *Composite Structures* 160 p.670-688
- Tong, W., 2005, An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications, *Strain* 41(4) p. 167-175, 2005
- TUNG, S.H., SHIH, M.H., SUNG, W.P., 2008, Development of digital image correlation method to analyse crack variations of masonry wall, *Sadhana Vol. 33, Part 6* p.767-779
- Wang, B., Pan, B., 2016, Subset-based local vs. finite element-based global digital image correlation: A comparison study, *Theoretical & Applied Mechanics Letters* 6 p.200-208
- Williams, M.L., 1952, "Stress Singularities Resulting From Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension," *Journal of Applied Mechanics*, 19, 526-528
- Wu J, Zhang RR, Radons S, Long X, Stevens K., 2002, Vibration analysis of medical devices with calibrated FEA model. *Comp Struct* ;80:1081-6.

- 
- Yoneyama, S., Kikuta, H., Kitagawa, A., Kitamura, K., 2006, Lens distortion correction for digital image correlation by measuring rigid body displacement, *Opt. Eng.* 45 023602
- Yoneyama, S., Kitagawa, A., Kitamura, K., Kikuta, H., 2006, In-plane displacement measurement using digital image correlation with lens distortion correction, *JSME Int. J. A* 49 p.458–67
- Yu, Mol'kov, V., 2013, Application of the method of digital image correlation to the construction of stress-strain diagram, *Vol. 48, No. 6* p.832-837
- Zahn, B. A. (2002). Finite element-based solder joint fatigue life predictions for a same die size-stacked-chip scale-ball grid array package, *Technology Symposium: International Electronics Manufacturing Technology (EMT) Symposium*
- Zahn, B. A. 2002. Finite element-based solder joint fatigue life predictions for a same die size-stacked-chip scale-ball grid array package, *Technology Symposium: International Electronics Manufacturing Technology (EMT) Symposium*
- Zhang ZY., 2000, A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Pattern Anal* ;22(11):1330–4.
- Zhang, D.S., Luo, M., Arola, D., 2006, Displacement/strain measurements using an optical microscope and digital image correlation, *Opt. Eng.* 45 033605
- Zhu M., Gorbatikh L., Fonteyn S., Pyl L., Hemelrijck D.V., Pagan D.C., Lomov S.V., 2018, Digital Image Correlation Measurements of Mode I Fatigue Delamination in Laminated Composites, *MDPI Proceedings*, 2, 430

---

## 10. Lista Lucrărilor

### **Lucrări științifice publicate în reviste indexate Web of Science-WoS (ISI) :**

1. A. Falk, L. Marsavina, O. Pop, "Analysis of Printed Circuit Boards strains using finite element analysis and digital image correlation", FRATTURA ED INTEGRITÀ STRUTTURALE, Vol. 51, pp.541-551, Ian. 2020 (WOS:000502844600041)
2. A. Falk, L. Marsavina, O. Pop, J. Dopeux "Assessment of Strains Produced by Thermal Expansion in Printed Circuit Boards", Materials, Vol. 15(11), art. 3916, Mai 2022 (WOS:000809023200001)

### **Lucrări științifice publicate în volumele unor manifestări științifice (Proceedings) indexate Web of Science-WoS (ISI) Proceedings**

1. A. Falk, L. Marsavina, O. Pop, "Experimental determination of strain distribution on Printed Circuit Boards using Digital image correlation", 25th International Conference on Fracture and Structural Integrity, Vol. 18, pp. 214-222, 2019 (WOS:000504238000023)

---

Anexa 1

## Determinarea singularității câmpului de tensiune

**Proprietăți elastice materiale:**  
**FR4**

$$\nu_1 := 0.39$$

$$E_1 := 16900$$

**BGA**

$$\nu_2 := 0.35$$

$$E_2 := 48000$$

$$\mu_1 := \frac{E_1}{2 \cdot (1 + \nu_1)}$$

$$\kappa_1 := 3 - 4 \cdot \nu_1$$

$$\mu_2 := \frac{E_2}{2 \cdot (1 + \nu_2)}$$

$$\kappa_2 := 3 - 4 \cdot \nu_2$$

$$\mu_1 = 6079$$

$$\kappa_1 = 1.44$$

$$\mu_2 = 17778$$

$$\kappa_2 = 1.6$$

**Parametrii Dundur**

$$\alpha := \frac{\mu_1 \cdot (\kappa_2 + 1) - \mu_2 \cdot (\kappa_1 + 1)}{\mu_1 \cdot (\kappa_2 + 1) + \mu_2 \cdot (\kappa_1 + 1)}$$

$$\beta := \frac{\mu_1 \cdot (\kappa_2 - 1) - \mu_2 \cdot (\kappa_1 - 1)}{\mu_1 \cdot (\kappa_2 + 1) + \mu_2 \cdot (\kappa_1 + 1)}$$

$$\varepsilon_{\text{w}} := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)$$

$$\alpha = -0.466$$

$$\beta = -0.071$$

$$\varepsilon = 0.022$$

Unghiurile de înclinare:

$$a := 180 \cdot \frac{\pi}{180} \quad b := -154.6 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$i := \sqrt{-1}$$

**Soluția inițială:**

$$p := 0.5$$

**Funcțiile auxiliare (a, b, p):**

$$K_a(p) := (\sin(p \cdot a))^2 - p^2 \cdot (\sin(a))^2$$

$$K_b(p) := (\sin(p \cdot b))^2 - p^2 \cdot (\sin(b))^2$$

$$K_{ab}(p) := [\sin[p \cdot (a - b)]]^2 - p^2 \cdot (\sin(a - b))^2$$

$$K_{ba}(p) := [\sin[p \cdot (a + b)]]^2 - p^2 \cdot (\sin(a + b))^2$$

**Coefficienții determinantului:**

$$A(p) := 4 \cdot K_a(p) \cdot K_b(p)$$

$$B(p) := 2 \cdot p^2 \cdot (\sin(a))^2 \cdot K_b(p) + 2 \cdot p^2 \cdot (\sin(b))^2 \cdot K_a(p)$$

$$C(p) := 4 \cdot p^2 (p^2 - 1) \cdot (\sin(a))^2 \cdot (\sin(b))^2 + K_{ab}(p)$$

$$D(p) := 2 \cdot p^2 \cdot [(\sin(a))^2 \cdot (\sin(p \cdot b))^2 - (\sin(b))^2 \cdot (\sin(p \cdot a))^2]$$

$$E(p) := -D(p) + K_b(p) - K_a(p)$$

$$F(p) := [\sin[p \cdot (a + b)]]^2 - p^2 \cdot (\sin(a + b))^2$$

**Ecuția de rezolvat:**

$$M(p) := A(p) \cdot \beta^2 + 2 \cdot B(p) \cdot \alpha \cdot \beta + C(p) \cdot \alpha^2 + 2 \cdot D(p) \cdot \beta + 2 \cdot E(p) \cdot \alpha + F(p)$$

**Soluția obținută**

$$\text{sol} := \text{root}(M(p), p)$$

$$\text{sol} = 0.526$$

**Singularitatea câmpului de tensiune:**

$$s := \text{sol} - 1$$

$$s = -0.474$$