



**HAL**  
open science

# Force de rappel axiale de la pince acoustique et applications à la manipulation sans contact

Sarah Vincent

► **To cite this version:**

Sarah Vincent. Force de rappel axiale de la pince acoustique et applications à la manipulation sans contact. Acoustique [physics.class-ph]. Sorbonne Université, 2023. Français. NNT : 2023SORUS028 . tel-04051053

**HAL Id: tel-04051053**

**<https://theses.hal.science/tel-04051053>**

Submitted on 29 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SORBONNE UNIVERSITÉ  
ED 391 - SCIENCES MÉCANIQUES, ACOUSTIQUE, ÉLECTRONIQUE ET ROBOTIQUE DE PARIS  
(SMAER)  
INSTITUT DES NANOSCIENCES DE PARIS ET INSTITUT JEAN LE ROND *∂*'ALEMBERT

**Force de rappel axiale de la pince acoustique et applications à  
la manipulation sans contact**

SARAH VINCENT

Pour obtenir le grade de:  
DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Specialité: ACOUSTIQUE PHYSIQUE

Présentée et soutenue publiquement le 6 janvier 2023

Jury :

Jean-François Manceau	<i>Professeur</i>	Rapporteur
Valéry Botton	<i>Professeur</i>	Rapporteur
Michael Baudoin	<i>Professeur</i>	Examineur
Régis Wunenburger	<i>Professeur</i>	Examineur
Régis Marchiano	<i>Professeur</i>	Directeur de thèse
Jean-Louis Thomas	<i>Directeur de Recherche</i>	Directeur de thèse





## Résumé

La manipulation sans contact est le fait de manipuler un objet sans contact physique par l'action de forces à distance. Récemment, une nouvelle modalité de manipulation, la pince acoustique, s'est imposée par ses spécificités remarquables : sélectivité, précision, accessibilité et tridimensionnalité assurée par la force de rappel axiale. Celle-ci résulte de l'interaction du vortex acoustique focalisé, champ acoustique à structure hélicoïdale, avec une sphère élastique. La force de radiation issue de cette interaction est néanmoins faible et ainsi difficile à étudier en raison d'effets concurrents comme le poids ou le streaming acoustique, écoulement produit par l'atténuation des ondes acoustiques dans le volume du fluide. Malgré les études récentes sur ce sujet, la caractérisation de la force de radiation exercée sur une sphère élastique reste incomplète.

Les travaux de thèse rapportés ici se concentrent sur la caractérisation de la force axiale de rappel par le biais de deux nouveaux dispositifs expérimentaux de pince acoustique, ainsi que des outils théoriques et numériques. Le premier dispositif est destiné à la manipulation d'objets millimétriques dans l'air en micropesanteur. Des observations de piège sont réalisées en vols paraboliques ainsi que dans la Station Spatiale Internationale et ouvrent la voie vers le développement de la pince acoustique comme instrument scientifique pour la science des matériaux, la mécanique des fluides ou encore la biologie. Dans le second dispositif, la pince acoustique est miniaturisée et destinée à la manipulation d'objets micrométriques biologiques. Sa mise en œuvre marque une première étape vers cette application. La faisabilité de la pince acoustique haute-fréquence pour la manipulation tridimensionnelle d'objets sphériques est démontrée numériquement et expérimentalement. La conception de cette pince acoustique met en perspective le développement d'une pince encore plus haute-fréquence. Le streaming acoustique généré dans la configuration précédente est étudié numériquement et l'outil développé constitue un moyen supplémentaire pour le dimensionnement des pinces acoustiques, démarche indispensable pour la conception d'instruments adaptés.

## Abstract

Contactless manipulation is the act of manipulating an object without physical contact by the action of remote forces. Recently, a new modality, acoustic tweezers, has emerged with remarkable specificities : selectivity, precision, accessibility and three-dimensionality provided by the axial restoring force. The latter results from the interaction of the focused acoustic vortex, an acoustic field with a helical structure, and an elastic sphere. The radiation force resulting from this interaction is, however, weak and thus difficult to study due to competing effects such as weight or acoustic streaming, a flow produced by the attenuation of acoustic waves in the bulk of the fluid. Despite recent studies on this subject, the characterisation of the radiation force exerted on an elastic sphere remains incomplete.

The thesis work reported here focuses on the characterisation of the axial restoring force through two new experimental acoustic tweezers devices, as well as theoretical and numerical tools. The first device is designed for the manipulation of millimetre-sized objects in air in micro-gravity. Trapping are observed in parabolic flights as well as on the International Space Station and are paving the way for the development of acoustic tweezers as a scientific instrument for materials science, fluid mechanics and biology. In the second device, the acoustic tweezers are miniaturised and intended for the manipulation of biological micrometric objects. Its implementation marks a first step towards this application. The feasibility of high-frequency acoustic tweezers for the three-dimensional manipulation of spherical objects is demonstrated numerically and experimentally. The design of this acoustic tweezers puts in perspective the development of an even higher frequency tweezers. The acoustic streaming generated the previous configuration is studied numerically and the tool developed constitutes an additional means for the scaling of acoustic tweezers, which is essential for the design of suitable instruments.







## Remerciements

Le travail réalisé durant ce doctorat est le fruit d'une collaboration entre l'Institut des Nanosciences de Paris et de l'Institut Jean Le Rond d'Alembert, sous la direction de Jean-Louis Thomas et Régis Marchiano. Je souhaite donc remercier en premier lieu mes directeurs de m'avoir accordé leur confiance dans la réalisation de ces travaux, pour leur bienveillance et pédagogie au cours de ces années. Je suis très reconnaissante de la richesse de leurs enseignements à mon égard, leur rigueur, leur curiosité pour les sciences et leurs très bons conseils en général. Ces années de collaboration avec eux resteront d'excellents souvenirs de ma formation à la recherche.

Ensuite, je tiens à remercier respectueusement les membres de mon jury de thèse et tout d'abord les rapporteurs de mon manuscrit, Valéry Botton et Jean-François Manceau, pour leur relecture consciencieuse et leurs remarques pertinentes. Enfin j'aimerais remercier les examinateurs de ma soutenance, Michael Baudoin et Régis Wunenburger, ayant également accepté le rôle de Président du jury. Je leur témoigne ma gratitude pour le temps qu'ils m'ont accordé à plusieurs reprises pour les comités de suivi de thèse et la soutenance. Je les remercie tous vivement pour les discussions très intéressantes que nous avons tenues lors de ma soutenance. Leurs questions et idées ont apporté de nouvelles perspectives et réflexions sur mon travail.

Je remercie chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué à mes travaux de thèse, en particulier l'équipe Télémaque avec Pascal Challande pour son investissement et sa bienveillance, avec Hélène Moingeon pour son expertise en électronique, avec Christian Ollivon pour sa grande habileté et ses nombreux conseils en mécanique, avec Jean-Marie Citerne pour son ingéniosité sur la conception du rack expérimental ainsi que la Tech Team de Saint-Cyr. Je remercie également Pernelle Bouvier et Guillaume de Luca de m'avoir aidé à réaliser de nombreuses impressions et Yoann Prado d'avoir guidé une novice comme moi en salle de chimie. Merci à Jonas Joergensen pour son expertise numérique sur le streaming acoustique et nos nombreuses discussions, je suis contente d'avoir fait partie de son séjour français et parisien lors de sa thèse. Enfin je remercie mes professeurs de licence et de master qui ont grandement participé à l'accomplissement de ces travaux par leurs enseignements de grande pédagogie et qualité. En particulier, j'exprime ma gratitude envers mes professeurs d'acoustique qui ont su me transmettre leur passion pour cette discipline.

Pour leur sollicitude envers nos travaux de recherche et envers l'ensemble des doctorants, je tiens à remercier tout le personnel administratif de mes deux instituts, en particulier Simona Otarasanu, qui veille sur nous en toutes circonstances, Evelyne Mignon, Célia Sakho, Sandrine Bandeira et Cécile Lefebvre pour leur gentillesse et réactivité. Je remercie également les directeurs Pierre-Yves Lagrée de l'Institut d'Alembert et Massimiliano Marangolo de l'INSP qui ont toujours porté un grand intérêt au bien-être des doctorants et des personnels du laboratoire.

Je remercie les doctorant.e.s et post-doctorant.e.s de mes deux instituts avec qui j'ai pu découvrir de la science passionnante, passer de bons moments autour d'une raclette, ou encore d'une bière ou deux au Baker et aux Sciences. J'ai une pensée particulière pour mes collègues de

bureaux, Lucas, Mahshid, Yutao et Samy ainsi que Ronan et Thibault. Je vous suis très reconnaissante des bons moments passés ensemble et des nombreuses discussions scientifiques. Votre présence a rendu les derniers mois de ma thèse bien plus agréables. Un grand merci à mes camarades de master qui partagent ma passion pour l'acoustique, Chloë, Quentin, Thibault, Charau, Marie, Clément et les autres qui ont suivi d'autres horizons.

À mes amis plaisirois qui m'ont encouragée depuis le début de cette aventure, à mes amis musiciens avec qui j'ai partagé de beaux moments musicaux, j'adresse ma gratitude.

Enfin, je remercie sincèrement ma famille et mes proches qui m'ont toujours soutenue, qui m'ont donné les moyens de réaliser mes études et mon doctorat dans les meilleures conditions possibles. Mes derniers mots vont à Alexandre, merci pour tes encouragements et ta patience.





# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Outils pour l'estimation de la force de radiation de la pince acoustique</b>	<b>7</b>
1.1 Expression analytique de la force de radiation pour un champ acoustique et un objet sphérique arbitraires . . . . .	8
1.2 Vortex acoustique focalisé . . . . .	11
1.3 Détermination des coefficients de forme . . . . .	15
1.3.1 Méthodes existantes . . . . .	15
1.3.2 Proposition d'une nouvelle méthode . . . . .	19
1.3.3 Filtrage implicite dans la méthode du spectre angulaire . . . . .	31
1.4 Conclusions . . . . .	38
<b>2 Force de rappel axiale en micropesanteur en milieu aérien</b>	<b>41</b>
2.1 Description du dispositif de pince acoustique . . . . .	43
2.1.1 Géométrie et agencement de l'antenne de transducteurs . . . . .	43
2.1.2 Électronique de contrôle des voies de l'antenne . . . . .	45
2.2 Mesure du champ acoustique . . . . .	47
2.2.1 Dispositif de mesure . . . . .	47
2.2.2 Calibration du microphone . . . . .	48
2.2.3 Scan 2D . . . . .	49
2.3 Détermination des coefficients de forme . . . . .	54
2.3.1 Méthode du spectre angulaire . . . . .	54
2.3.2 Réalignement du champ acoustique . . . . .	56
2.4 Neutralisation des effets de rotation . . . . .	58
2.5 Estimation de la force de radiation . . . . .	61
2.6 Mesure de la force axiale en micropesanteur . . . . .	68
2.6.1 Vols paraboliques . . . . .	68
2.6.2 Observations de pièges stables . . . . .	74
2.6.3 Caractérisation dynamique . . . . .	76
2.6.4 Comparaison avec le modèle théorique de la force de radiation . . . . .	79
2.7 Vers un instrument de manipulation sans contact pour l'ISS . . . . .	86
2.7.1 Adaptation du dispositif expérimental à l'ISS . . . . .	86
2.7.2 Procédure d'injection des billes dans le piège . . . . .	87
2.7.3 Pièges stables observés dans l'ISS . . . . .	88
2.8 Conclusion . . . . .	91

<b>3</b>	<b>Pince acoustique haute-fréquence pour des applications biologiques</b>	<b>95</b>
3.1	Description du dispositif . . . . .	98
3.1.1	Pince acoustique . . . . .	98
3.1.2	Montage expérimental . . . . .	102
3.2	Développement d'une méthode de mesure du champ acoustique à haute résolution spatiale . . . . .	103
3.2.1	Interférométrie laser . . . . .	104
3.2.2	Traitement des signaux pour l'obtention du déplacement axial . . . . .	107
3.2.3	Performances et limitations du système . . . . .	109
3.3	Mesure et caractérisation du champ acoustique . . . . .	110
3.3.1	Mesures dans un plan transverse . . . . .	111
3.3.2	Reconstruction du champ dans le plan axial . . . . .	112
3.4	Détermination des coefficients de forme . . . . .	115
3.4.1	Expression des coefficients de forme en fonction de la vitesse axiale . . . . .	115
3.4.2	Validation numérique . . . . .	118
3.4.3	Estimation des coefficients de forme de la pince haute-fréquence . . . . .	123
3.5	Réalignement des coefficients de forme dans le repère de la bille . . . . .	125
3.6	Estimation la force de radiation à partir des coefficients de forme . . . . .	128
3.7	Observation du piège tridimensionnel . . . . .	131
3.8	Conclusion . . . . .	138
<b>4</b>	<b>Streaming acoustique</b>	<b>141</b>
4.1	Modélisation théorique . . . . .	145
4.2	Résolution numérique . . . . .	150
4.2.1	OpenFOAM . . . . .	150
4.2.2	Calcul du terme source sur un maillage non structuré . . . . .	151
4.2.3	Convergence numérique . . . . .	155
4.3	Streaming de la pince haute-fréquence . . . . .	162
4.3.1	Structure de l'écoulement . . . . .	162
4.3.2	Évolution du streaming avec l'amplitude du champ acoustique . . . . .	165
4.3.3	Compétition des forces de trainée et de radiation . . . . .	167
4.3.4	Réduction du streaming par l'usage de microcanaux . . . . .	169
4.3.5	Streaming de la pince acoustique à 1 MHz . . . . .	174
4.4	Dimensionnement d'une pince acoustique haute-fréquence . . . . .	176
4.4.1	Distance de travail . . . . .	177
4.4.2	Angle de focalisation . . . . .	180
4.4.3	Distance de focalisation et angle d'ouverture . . . . .	183
4.5	Conclusion . . . . .	189
	<b>Conclusion générale</b>	<b>193</b>
	<b>A Singularité des composantes sphériques de la vitesse particulaire</b>	<b>197</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>199</b>



# Introduction générale

La manipulation sans contact est le fait de manipuler un objet sans contact physique par l'action de forces à distance. Face à l'échec de la maîtrise du sortilège *Wingardium Leviosa*<sup>1</sup> et de la Force des Jedi<sup>2</sup>, la communauté scientifique a su discerner une variété de mécanismes physiques dont sont issues ces forces : aérodynamique, électrique, magnétique, optique et acoustique. Chacun de ces procédés présente des particularités et limitations qui lui sont propres, néanmoins, une propriété commune essentielle est la stabilité de l'objet manipulé dans le temps et lors de déplacements (Brandt, 1989).

La manipulation aérodynamique consiste à soulever un échantillon, généralement sphérique par un jet de fluide, et dont la stabilité provient de la compensation du poids par la force de traînée. La force de Bernoulli assure la stabilité horizontale permettant ainsi une légère inclinaison du dispositif. Dans le cas où la zone de manipulation est confinée dans un tube localement resserré, l'orientation du système peut être quelconque (Rush *et al.*, 1981). Cette méthode est mise en œuvre avec des jets d'air ou d'argon subsoniques et supersoniques pour la manipulation de gouttes ou billes de la centaine de micromètres au millimètre, d'acier ou de verre par exemple, et donc des forces de l'ordre du micronewton au millinewton. La lévitation aérodynamique a permis le chauffage laser d'échantillons à plus de 2000 K (Nordine et Atkins, 1982), le dépôt de couche de cuivre sur des microsphères (Rocke, 1982), la mesure de tension de surface de gouttes liquides millimétriques (Millot *et al.*, 2004) (applicable seulement dans le cas de liquides à relativement haute tension de surface) ou encore, le transport rapide d'objets plats millimétriques grâce à une antenne de jets d'air inclinables (Yahiaoui *et al.*, 2012; Laurent *et al.*, 2014). Cette technique de lévitation est généralement réservée au déplacement bidimensionnel d'objet ou à leur simple positionnement à l'équilibre.

La manipulation électrique se base sur deux principaux mécanismes, l'électrophorèse, correspondant à la création d'une force par un champ électrique sur une particule chargée, ainsi que la diélectrophorèse, davantage utilisée pour la manipulation de cellules, pour laquelle un champ à gradient spatial est appliqué à une particule neutre polarisable générant ainsi un moment dipolaire (Muller et Bruus, 2014). Cette dernière dépend principalement de la permittivité et de la conduction du milieu et de la particule. Les différentes techniques peuvent servir à la lévitation et manipulation de cellules à l'aide de 4 ou 8 électrodes (Fuhr *et al.*, 1992; Voldman, 2006), au piégeage et à l'assemblage de cellules vivantes de taille de l'ordre de 3 à 4  $\mu\text{m}$  (Schnelle *et al.*, 1993) ainsi qu'à la séparation de cellules (Chen *et al.*, 2015) par exemple. L'utilisation d'électrodes nécessite toutefois de prendre garde à l'apparition d'effets thermiques conduisant à des dommages irréversibles, notamment lors d'applications biologiques. Les limitations de cette technique sont principalement liées à la sélectivité, l'efficacité (en particulier pour la séparations de cellules) et la précision. Elle est parfois combinée à d'autres méthodes pour améliorer ses capacités.

---

1. issu de l'univers de la sorcellerie créé par J.K. Rowling dans sa série de livres *Harry Potter*.

2. dont l'usage, dans l'univers des films Star Wars, accorde un certain nombre de pouvoirs, notamment la lévitation d'objet.



La manipulation magnétique repose également sur différents mécanismes comme le diamagnétisme, l'électro-aimantation ou l'aimantation permanente par exemple. L'utilisation de supraconducteurs permet de faire léviter des objets très lourds comme des trains (Ono *et al.*, 2002). À des échelles beaucoup plus petites, le piégeage de bactéries est réalisé dans un ferrofluide par magnétophorèse (Wang *et al.*, 2016). Il existe de nombreuses applications pour cette technologie allant de la caractérisation de matériaux (Mirica *et al.*, 2009), à la biotechnologie (Turker et Arslan-Yildiz, 2018) ou encore à la manipulation de cellules (Gao *et al.*, 2019). Cependant, cette technique nécessite souvent la modification des cellules avec des matériaux magnétiques afin d'assurer l'efficacité de la manipulation. Elle peut donc être relativement intrusive et la bio-compatibilité de cette méthode avec les cellules doit être étudiée.

Les deux techniques précédentes sont, le plus souvent, destinées à la manipulation de population d'objets plutôt qu'à un seul objet. La technique suivante se démarque des autres par sa sélectivité et sa capacité à isoler un objet unique de son environnement.

La pince optique signe le développement d'un premier système de manipulation sélective et précise. Ashkin (1970) démontre la capacité d'un faisceau laser focalisé à exercer une pression de radiation sur un objet absorbant, réfléchissant ou diffractant. Le faisceau attire latéralement une particule, en raison d'une force de gradient et l'accélère suivant sa direction de propagation. L'accélération axiale peut être annulée à l'aide d'un second faisceau contra-propagatif, créant ainsi une position d'équilibre stable. Puis, en focalisant très fortement le faisceau laser, à l'aide d'un objectif à grande ouverture numérique ( $NA = 1.25$ ), il parvient à démontrer l'existence d'un piège optique mono-faisceau pour lequel la force de gradient axiale domine complètement la force de diffusion axiale (Ashkin *et al.*, 1986). Ainsi, une particule est attirée latéralement et axialement à la focale par une force de rappel tridimensionnelle, proportionnelle à l'intensité du faisceau divisée par la célérité des ondes dans le milieu. Les forces générées sont donc faibles, mais permettent de déplacer, avec une précision de l'ordre du nanomètre, des particules dont la taille peut aller de celle d'un atome à quelques micromètres. Les pinces optiques ont permis la manipulation de bactéries et de virus (Ashkin et Dziedzic, 1987), de cellules uniques (Ashkin *et al.*, 1987), le déroulement d'ADN (Wang *et al.*, 1997), le piégeage et le refroidissement d'atomes (Phillips, 1998), l'étude des propriétés de systèmes colloïdaux ou de cellules (Bowman et Padgett, 2013), ou encore le retour de force (Pacoret *et al.*, 2009). Pour certaines applications, il est préférable d'utiliser la particule piégée comme poignée, par exemple pour caractériser des cellules dont les propriétés sont mal déterminées (Svoboda et Block, 1994) ou pour sonder une zone particulière de la cellule (Zhang et Liu, 2008). Récemment, les pinces optiques ont permis la manipulation indirecte de cellule par le contrôle à distance de microrobots, améliorant ainsi la dextérité et maniabilité des systèmes de micro-manipulation (Gerena *et al.*, 2019). Les forces optiques sont limitées au picoNewton en raison de présence d'effets thermiques et de photo-toxicité à trop forte intensité (Neuman et Nagy, 2008).

Les techniques précédentes sont réservées à certains types de matériaux, conducteurs, magnétiques, diélectriques ou transparents.

La manipulation acoustique, basée sur la pression de radiation comme les pinces optiques, présente l'avantage d'être applicable sur de nombreux matériaux peu importe leurs propriétés électromagnétiques, dans les gaz ou les liquides, par le biais de différentes méthodes d'émission acoustique (Andrade *et al.*, 2018). L'interaction d'un champ acoustique avec un objet génère l'ac-

tion de forces de radiation sur celui-ci, induites par la variation de pseudo-quantité de mouvement lors de la diffusion du champ par l'objet. Les premières démonstrations de lévitation acoustique sont réalisées à l'aide d'ondes stationnaires générées par une source acoustique puissante et un réflecteur. Les objets piégés, de l'ordre de quelques millimètres, sont des billes de plomb ou de verre (St. Clair, 1941; Allen et Rudnick, 1947). Encore aujourd'hui, les ondes stationnaires restent le moyen le plus répandu pour la manipulation acoustique. Toutefois, d'autres types de faisceau, comme les ondes progressives (Marzo *et al.*, 2015, 2018; Baresch *et al.*, 2016) ou les ondes de surface (Shi *et al.*, 2009a) permettent également de manipuler des objets sans contact. Les forces générées par ces différentes techniques peuvent aller du piconewton au millinewton (en particulier pour les systèmes à ondes stationnaires), et les tailles d'objets manipulées du micromètre au centimètre.

La manipulation acoustique présente de nombreuses applications, notamment en science des matériaux (Trinh, 1985; Gao *et al.*, 1999), en chimie (Santesson et Nilsson, 2004), pour l'étude des gouttes (Hasegawa *et al.*, 2019) et des bulles (Regnault *et al.*, 2020; Cleve *et al.*, 2019), en microfluidique (Zhang *et al.*, 2020) et en microrobotique (Li *et al.*, 2021b).

Récemment, une nouvelle modalité de manipulation acoustique sans contact dénommée pince acoustique a émergé suite au développement de nouvelles théories de la force de radiation acoustique pour des champs acoustiques arbitraires (Baresch *et al.*, 2013b; Sapozhnikov et Bailey, 2013). Numériquement, il a été mis en avant que l'usage d'un seul faisceau progressif particulier, le vortex focalisé, permettait de générer des forces de rappel tridimensionnelles et sélectives, à l'image de la pince optique (Baresch *et al.*, 2013a). Du fait de sa structure hélicoïdale, le vortex abrite une singularité de phase et donc un nœud de pression le long de l'axe de propagation, entouré d'un anneau de forte amplitude du fait de la focalisation. Contrairement à la manipulation optique, les objets piégés par des champs acoustiques ont tendance à trouver une position d'équilibre au niveau des nœuds de pression. Ainsi, en théorie, ce champ est capable d'exercer des forces de rappel, en particulier axiales, suivant toutes les directions sur une sphère élastique. Cette propriété est rapidement exploitée expérimentalement par le piège et la manipulation tridimensionnelle, en espace libre, de billes de polystyrène de rayon 100 à 200  $\mu\text{m}$  dans l'eau (Baresch *et al.*, 2016) et constitue ainsi la première démonstration de la pince acoustique (Baresch, 2014). Dans cette configuration, l'axe de propagation de la pince est orienté suivant la gravité, ainsi, c'est la force de rappel axiale, de l'ordre du micronewton, qui soulève la bille. Le vortex focalisé est synthétisé à l'aide d'une antenne de transducteur dont la phase est contrôlée individuellement et d'une lentille convergente. Les propriétés essentielles de la pince acoustique (similaires à celles de la pince optique) sont soulignées : une position d'équilibre privilégiée, stable et sélective assurée par des forces de rappel tridimensionnelles et le déplacement précis de l'objet piégé. De plus, l'usage d'un seul faisceau unidirectionnel préserve une bonne accessibilité à l'échantillon manipulé.

Un système similaire aérien, développé par Marzo *et al.* permet de manipuler des billes millimétriques de polystyrène expansé (Marzo *et al.*, 2015, 2018). Dans leur configuration, l'axe de propagation est opposé à la pesanteur. D'autres champs acoustiques ont également été explorés, notamment le vortex sphérique proposé par Baresch *et al.* (2013a) et permettant *a priori* une meilleure sélectivité axiale. Cependant, les expériences de manipulation n'ont pas pu démontrer la possibilité d'un piège axial dans cette configuration en raison de l'insuffisance de la force

acoustique face aux forces concurrentes (Zhao *et al.*, 2021).

Dernièrement, les pinces acoustiques ont démontré leur capacité à réaliser des tâches de manipulation *in vivo* (Ghanem *et al.*, 2020) à l'échelle millimétrique, quand la pince est située sous l'échantillon, et *in vitro* dans une chambre microfluidique sur des cellules à l'échelle micrométrique, pas le biais des forces latérales uniquement (Baudoin *et al.*, 2020). De nombreuses applications peuvent être envisagées pour les pinces acoustiques, notamment en science des matériaux, pour la micro-robotique ou encore des applications biologiques comme la caractérisation de cellules. Cependant, celles-ci requièrent une bonne caractérisation de la pince acoustique qui est pour le moment incomplète en ce qui concerne la force de rappel axiale exercée sur des sphères élastiques. Les caractérisations effectuées jusqu'ici concerne la force de poussée axiale exercée sur des bulles, calibrée par la compensation de la poussée d'Archimède (Baresch et Garbin, 2020), ou les forces latérales exercées sur des sphères élastiques reposant sur une membrane, calibrée par la compensation de forces opposées, dont la force de friction et la pesanteur (Ghanem *et al.*, 2019). D'autres stratégies de caractérisation de la force de radiation implique l'équilibrage de la force de traînée générée dans un microcanal (Lee *et al.*, 2013), ou la connaissance de forces de frictions induites par le déplacement latéral de particule piégée en 2D sur une surface (Li *et al.*, 2013). Une méthode indirecte de caractérisation, plus exactement d'estimation de la force de radiation a été proposée à partir de la mesure du champ acoustique (Zhao *et al.*, 2019) et représente un outil précieux pour l'étude des pinces acoustiques. En conclusion, il manque la caractérisation de la force de rappel axiale de la pince acoustique.

De plus, une variété limitée d'objet a été piégée jusqu'à présent et l'étude de la force de radiation se révèle relativement difficile en raison de la présence d'effets concurrents. Ces derniers peuvent résulter de l'objet lui-même, comme le poids, ou de son interaction avec l'environnement, comme les forces électrostatiques (pouvant être diminuées par le biais de certains tensioactifs comme des agents antistatiques), ou encore de l'interaction de la source avec le milieu, comme le streaming acoustique, écoulement induit par l'atténuation des ondes dans le milieu du fait de la viscosité. Li *et al.* (2021a) ont proposé de combiner l'effet de streaming à la lévitation acoustique pour amplifier la force de poussée axiale, cependant leur dispositif n'est utilisable que dans la configuration où la direction de propagation est opposée à la gravité. Dans le cadre de la pince acoustique, le streaming acoustique s'ajoute au poids, si celui-ci n'est pas négligeable. Ainsi, lorsque l'écoulement est trop important, il est possible d'en couper une partie par le positionnement d'une membrane de Mylar entre la source et l'objet à manipuler. Le comportement du streaming en fonction des paramètres de focalisation du champ acoustique ne sont pour le moment pas clairs et l'utilisation d'une membrane reste une solution simple à mettre en œuvre pour une source existante.

Avec ses problématiques en tête, nous proposons une étude focalisée sur la caractérisation de la force axiale de rappel de la pince acoustique et nous présentons deux démonstrateurs d'instruments scientifiques dans des gammes très différentes. Dans un premier chapitre, la modélisation théorique tridimensionnelle développée par Baresch *et al.* (2013b) est rappelée, ainsi que les méthodes de détermination expérimentales des coefficients de forme introduites par Zhao *et al.* (2019). Une nouvelle méthode, impliquant le filtrage des ondes stationnaires et un nombre de point de mesure réduit, est proposée.

Le deuxième chapitre est consacré à la caractérisation en micropesanteur de la force axiale de

rappel d'un dispositif aérien de pince acoustique pour la manipulation d'objets millimétriques. Ensuite, un système de pince acoustique haute-fréquence, à 50 MHz, pour la manipulation d'objets micrométriques, est mis en œuvre et étudié. Une méthode de mesure acoustique à haute-résolution est développée pour la mesure du champ acoustique conduisant à l'estimation de la force de radiation. Des expériences de manipulation tridimensionnelles sont réalisées dans un environnement semi-cloisonné afin de diminuer l'écoulement de streaming.

Ce phénomène non-linéaire fait l'objet du dernier chapitre. Une modélisation théorique du streaming acoustique est développée pour la prise en compte des effets d'inertie. L'écoulement, résolu numériquement pour le cas de la pince acoustique haute-fréquence, est décrit et comparé à la force de radiation par le biais de la force de trainée. Au vu de son amplitude, des solutions sont proposées pour la réduire et autoriser ainsi la manipulation acoustique. Les méthodes étudiées sont la caractérisation de l'écoulement cloisonné dans un microcanal, moyen mis en œuvre au chapitre précédent, ainsi que le dimensionnement d'une nouvelle pince acoustique optimisée à la fois pour la minimisation du streaming et la maximisation de la force de radiation.



## Outils pour l'estimation de la force de radiation de la pince acoustique

Depuis plus de 100 ans, l'établissement de la théorie de la force de radiation a mobilisé de nombreux scientifiques. Les premières modélisations remontent à Rayleigh (1905) et Langevin (Biquard, 1932) qui introduisent des expressions pour l'excès de pression acoustique d'une onde plane. Cependant, l'expression de Rayleigh semble difficilement convenir à la majorité des configurations expérimentales. Par la suite, Brillouin (1925) établit une formulation conservative de la force de radiation en fonction d'un tenseur "effort et flux de quantité de mouvement" homogène à une pression, dénommé le tenseur de Brillouin. Puis, de nombreuses formulations appliquées sont proposées, dépendant du type d'objet sur lequel la force s'exerce, ou du type d'ondes considéré. King (1934) donne une expression de la force de radiation dans le cas d'ondes planes progressives ou stationnaires et d'une sphère rigide de rayon très petit devant la longueur d'onde, dans un fluide parfait. Embleton (1954) adapte le formalisme de King au cas d'ondes sphériques. Son approche est également reprise par ? pour une sphère compressible ou élastique exposée à une onde plane. Gor'kov (1962) avance une nouvelle expression de la force, dérivant d'un potentiel et dépendant du contraste de compressibilité et du contraste d'inertie, valable dans le cas d'une sphère élastique très petite devant la longueur d'onde située à une position arbitraire dans un champ stationnaire. Son expression, relativement facile à calculer, est très utilisée. Chen et Apfel (1996) et Marston (2006, 2009) déterminent la force de radiation exercée sur une sphère élastique dans l'axe de faisceaux focalisés axisymétriques et de faisceaux de Bessel. Ces travaux mettent en évidence l'importance de la position relative de l'objet par rapport au champ incident. Settnes et Bruus (2011) ont adapté aux fluides visqueux la théorie de Gor'kov, applicable aux fluides parfaits.

Finalement Baresch *et al.* (2013b) proposent une mise à jour de la théorie et développent un modèle tridimensionnel pour la force de radiation. Ce modèle s'applique à un champ acoustique harmonique et une sphère élastique mais ne fait aucune hypothèse sur la structure du faisceau, ni sur la taille de l'objet et sa position par rapport à la source. L'expression de la force s'écrit finalement en fonction de deux inconnues qui sont les coefficients de diffusion de la sphère élastique et les coefficients issus de la décomposition en harmoniques sphériques, géométrie adaptée à l'objet, du champ incident appelés coefficients de forme. Un modèle équivalent est développé de façon concomittant par Sapozhnikov et Bailey (2013).

Puis il a été démontré numériquement (Baresch *et al.*, 2013a) et expérimentalement (Baresch *et al.*, 2016) que certains types de faisceau avaient la capacité de générer des pièges tridimensionnels et sélectifs d'objets sphériques, les vortex acoustiques focalisés. Il existe une variété de

technologies permettant la synthèse de ces champs et donc la création de forces de rappel tridimensionnelles. L'estimation de la force de radiation directement associée au champ expérimental est possible grâce à des méthodes de détermination des coefficients de forme mises en œuvre de manière numérique et expérimentale (Zhao *et al.*, 2019).

Les principaux éléments théoriques du modèle tridimensionnel seront rappelés dans la première partie de ce chapitre. Ensuite, les caractéristiques principales des vortex focalisés seront abordées. Et pour finir, les méthodes existantes de détermination des coefficients de forme du champ incident seront comparées à une nouvelle méthode, par le biais d'une étude numérique.

## 1.1 Expression analytique de la force de radiation pour un champ acoustique et un objet sphérique arbitraires

La pression de radiation résulte de la variation d'un flux de quantité de mouvement due à la présence d'un obstacle dans la propagation du champ acoustique. Le point de départ de la théorie de la force de radiation est de déterminer l'excès de pression qui existe à la surface d'un objet en interaction avec le champ incident. En effet, l'expression générale de la force de radiation s'écrit :

$$F_i = \left\langle \int_{S(t)} p n_i dS \right\rangle. \quad (1.1)$$

Avec  $p$  le champ de pression total,  $n_i$  la normale entrante à la surface oscillante  $S(t)$  de l'objet en interaction avec le champ acoustique et  $\langle \cdot \rangle$  la moyenne temporelle sur une période acoustique. Du fait que  $S(t)$  oscille, l'intégrale est difficile à évaluer. Pour contourner ce problème, suivant ?, Baresch part de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, qu'il intègre sur le volume compris entre la surface mobile de l'objet et une surface fixe arbitraire entourant complètement l'objet. En faisant usage des théorèmes de la divergence et du transport de Reynolds, puis en moyennant, il parvient à démontrer :

$$F_i = - \int_{S_R} \langle \Pi_{ij} \rangle n'_j dS. \quad (1.2)$$

Où  $\langle \Pi_{ij} \rangle$  est le tenseur de Brillouin et  $n'_j$  la normale sortante à la surface fixe  $S_R$  entourant complètement l'objet. Le tenseur de Brillouin est défini comme :

$$\langle \Pi_{ij} \rangle = \langle p_2 \rangle \delta_{ij} + \rho_0 \langle v_i^{(1)} v_j^{(1)} \rangle, \quad (1.3)$$

$$= \langle \mathcal{L} \rangle \delta_{ij} + \rho_0 \langle v_i^{(1)} v_j^{(1)} \rangle, \quad (1.4)$$

$$= \left( \frac{1}{2\rho_0 c_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle |\underline{v}^{(1)}|^2 \rangle \right) \delta_{ij} + \rho_0 \langle v_i^{(1)} v_j^{(1)} \rangle. \quad (1.5)$$

Avec  $\rho_0$  la masse volumique du milieu fluide,  $\underline{v}^{(1)}$  la vitesse particulière acoustique au premier ordre et  $\langle p_2 \rangle$  l'excès de pression moyen à l'ordre 2, exprimé par la seconde relation de Langevin (Biquard (1932)), avec  $\mathcal{L}$  la densité d'énergie Lagrangienne, qui dépend des densités d'énergie cinétique et potentielle  $\mathcal{L} = E_c - E_p$ .

Les équations (1.2) et (1.5) montrent que pour calculer la force de radiation, il est nécessaire de connaître le champ acoustique total à l'ordre 1. Pour cela, il faut traiter le problème de diffusion

acoustique d'un objet placé dans le champ acoustique. À partir de cette étape, la résolution du problème se limite à une sphère élastique isotrope de taille arbitraire dans un fluide, exposée à un champ acoustique arbitraire.

Le champ total dans le fluide s'écrit comme la somme du champ incident et du champ diffusé  $p = p_i + p_s$ . Ces deux contributions sont décomposées en modes sphériques à l'aide des harmoniques sphériques.

$$p_i = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (1.6)$$

$$p_s = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m R_n^m h_n^{(1)}(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1.7)$$

Avec  $k = \omega_0/c_0$  et  $(r, \theta, \varphi)$  les coordonnées sphériques centrées sur la sphère exprimées par

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos(z/r) \in [0, \pi], \\ \varphi = \arctan(y/x) \in [0, 2\pi], \end{cases} \quad \begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi, \\ y = r \sin \theta \sin \varphi, \\ z = r \cos \theta. \end{cases} \quad (1.8)$$

Et  $Y_n^m$  les harmoniques sphériques définies comme suit :

$$Y_n^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2(n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} e^{im\varphi} P_n^m(\cos \theta) = N_n^m e^{im\varphi} P_n^m(\cos \theta). \quad (1.9)$$

Avec  $P_n^m(\cos \theta)$  les polynômes associés de Legendre. Les  $A_n^m$  sont les coefficients de forme du champ incident et correspondent à l'amplitude associée à chaque onde sphérique de degré  $n$  et d'ordre  $m$ . De façon similaire, les coefficients de diffusion associés à chaque onde partielle sont définis par  $R_n^m$ . La décomposition du champ incident en harmoniques sphériques est réalisée à l'aide de la fonction de Bessel sphérique  $j_n$  définie à l'origine du repère centré sur la sphère. Afin de vérifier la condition de Sommerfeld, et donc la divergence du champ à partir de la sphère, la fonction de Hankel sphérique de première espèce  $h_n^{(1)}$  est utilisée pour le développement du champ diffusé dans la base des harmoniques sphériques. La convergence de ces séries dépend fortement du type de champ incident et de sa ressemblance avec une onde sphérique. Il faut procéder aux mêmes développements pour le champ acoustique dans la sphère élastique.

Le traitement complet de ce problème de diffusion est détaillé dans la thèse de Baresch (2014) et ne sera pas re-démontré ici, on en rappellera seulement les étapes principales. L'objectif de la résolution de ce problème est de déterminer les coefficients de diffusion  $R_n^m$ , nécessaires au calcul du champ total dans le fluide. Lorsque le champ acoustique est correctement écrit dans le fluide et dans la sphère, il est possible d'appliquer les conditions aux limites, c'est-à-dire à la surface de l'objet. Ces conditions consistent en la continuité des déplacements normaux, donc des composantes radiales du déplacement, et la continuité des contraintes. Cette étape permet d'obtenir un système d'équations contenant  $R_n^m$ . Ce système, d'une part, montre que l'ordre  $m$  des harmoniques sphériques n'intervient pas dans le problème de diffusion par une sphère isotrope dans un fluide, et donc qu'il est invariant par rotation,  $R_n^m = R_n$ . D'autre part, il montre l'impossibilité de transmettre le flux de moment angulaire à la sphère, à moins que celle-ci absorbe l'énergie acoustique. Finalement, la résolution du système par la méthode de Cramer



permet d'obtenir les coefficients de diffusion dont l'expression analytique ne sera pas rappelée ici. Cependant, il est important de noter qu'ils ne dépendent que du milieu incident, de la taille de l'objet sphérique et de ses propriétés mécaniques.

Enfin pour résoudre l'intégrale sur la surface sphérique immobile  $S_R$  intervenant dans l'expression de la force de radiation (équation (1.2)), il faut en fixer le rayon  $R$ . Astucieusement, Baresch prend un rayon très grand devant la longueur d'onde, permettant de traiter le problème en champ lointain, et ainsi de simplifier les calculs. Les expressions analytiques de la force de radiation sont obtenues :

$$F_x = -\frac{\langle V \rangle}{k_0^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \Im\{Q_n^{-m} A_n^{m*} A_{n+1}^{m-1} C_n + Q_n^m A_n^m A_{n+1}^{m+1*} C_n^*\}, \quad (1.10)$$

$$F_y = +\frac{\langle V \rangle}{k_0^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \Re\{Q_n^{-m} A_n^{m*} A_{n+1}^{m-1} C_n + Q_n^m A_n^m A_{n+1}^{m+1*} C_n^*\}, \quad (1.11)$$

$$F_z = -2\frac{\langle V \rangle}{k_0^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \Im\{G_n^m A_n^{m*} A_{n+1}^m C_n\}. \quad (1.12)$$

Avec

$$\begin{aligned} V &= \frac{p_0^2}{2\rho_0 c_0^2}, \\ C_n &= R_n^* R_{n+1} + 2R_n^* R_{n+1}, \\ Q_n^m &= \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m+2)}{(2n+1)(2n+3)}}, \\ G_n^m &= \sqrt{\frac{(n+m+1)(n-m+1)}{(2n+1)(2n+3)}}. \end{aligned}$$

Ces expressions sont celles données par Zhao *et al.* (2019) ainsi que Baudoin et Thomas (2020) et diffèrent de celles données par Baresch en raison de la définition des harmoniques sphériques utilisées. Elles sont exprimées avec le coefficient  $N_n^m$  de normalisation (équation (1.9)) contrairement à celles utilisées par Baresch. La méthode numérique du calcul de la force de radiation mise en œuvre dans ces travaux est également détaillée par Baresch mais les grandes étapes de calcul sont rappelées ici. Dans un premier temps, les paramètres physiques du milieu et de la sphère élastique sont définis. Ensuite, le champ acoustique est déterminé à l'aide des coefficients de forme. La fréquence acoustique de travail est également choisie. Une fois la taille de la sphère fixée, les coefficients de diffusion sont calculés. Il reste une dernière étape avant d'obtenir la force de radiation, qui consiste à définir la position de l'objet dans le champ incident. Si cette position est différente de l'origine du repère de base (centré sur la focale acoustique, point de concentration des ondes), il faudra alors appliquer des translations et rotations aux coefficients de forme afin de les déterminer dans la nouvelle base centrée sur l'objet, à la position choisie. En effet, les coefficients de forme étant déterminés à la focale, il est indispensable de procéder à cette étape dans le cas d'une position de l'objet différente de la focale. Enfin, les trois composantes de la force peuvent être évaluées.

## 1.2 Vortex acoustique focalisé

L'utilisation des vortex acoustiques focalisés pour la conception de pince acoustique est connue et a été démontrée numériquement par Baresch *et al.* (2013b) et expérimentalement par Baresch *et al.* (2016) ainsi que Marzo *et al.* (2015). Les vortex acoustiques sont des champs possédant des singularités de type dislocation en hélice, expression introduite par Nye et Berry (Nye et Berry (1974)). Ils sont caractérisés par une structure tridimensionnelle bornée aux fronts d'onde hélicoïdaux, avec un axe de propagation privilégié. La phase du champ rencontre  $m'$  sauts de phase de  $2\pi$ , avec  $m'$  la charge topologique. Sur l'axe de propagation, la phase n'est pas définie et l'amplitude s'annule (Thomas et Marchiano (2003)).

Les principaux avantages de ce type de champ pour la manipulation acoustique sans contact sont la tridimensionnalité, la sélectivité et la précision du piège, tout en faisant preuve d'une faible intensité au centre de l'objet en raison de l'annulation du champ à la focale ainsi que sur l'axe de propagation. Le nœud de pression est généralement nécessaire dans les applications de manipulation de particules élastiques. En effet, le facteur de contraste entre l'objet et le milieu (de masses volumiques et célérité  $\rho_p, c_p$  et  $\rho_0, c_0$  respectivement) donnée par :

$$\frac{1}{3} \frac{(5 - 2\rho_0/\rho_p)}{(2 + \rho_0/\rho_p)} - \frac{\rho_0 c_0^2}{2\rho_p c_p^2},$$

est très souvent positif, par conséquent les particules sont attirées par les zones de gradient négatif, c'est-à-dire vers les nœuds de pression.

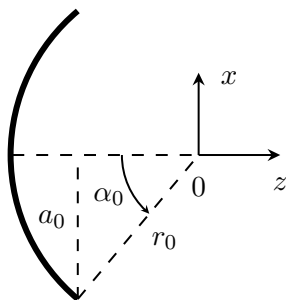
De plus, les vortex acoustiques permettent également la manipulation de fluides par le biais du streaming acoustique (Anhäuser *et al.* (2012); Riaud *et al.* (2014)), ce phénomène fera l'objet du chapitre 4. Enfin, les vortex acoustiques sont connus pour leur capacité à exercer un couple sur l'objet soumis au champ (Marzo *et al.* (2018); Baresch *et al.* (2018)). Ce moment angulaire est proportionnel à la charge topologique, plus elle est élevée, plus le flux angulaire de quantité de mouvement est important.

Le champ peut être décomposé dans la base des harmoniques sphériques par l'expression (1.6), avec (Baresch *et al.* (2013a)) :

$$A_n^{m,th} = \delta_{m,m'} 4\pi (k_0 r_0)^2 N_n^{m'} h_n^{(1)}(k_0 r_0) \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} P_n^{m'}(\cos \theta') \sin \theta' d\theta', \quad (1.13)$$

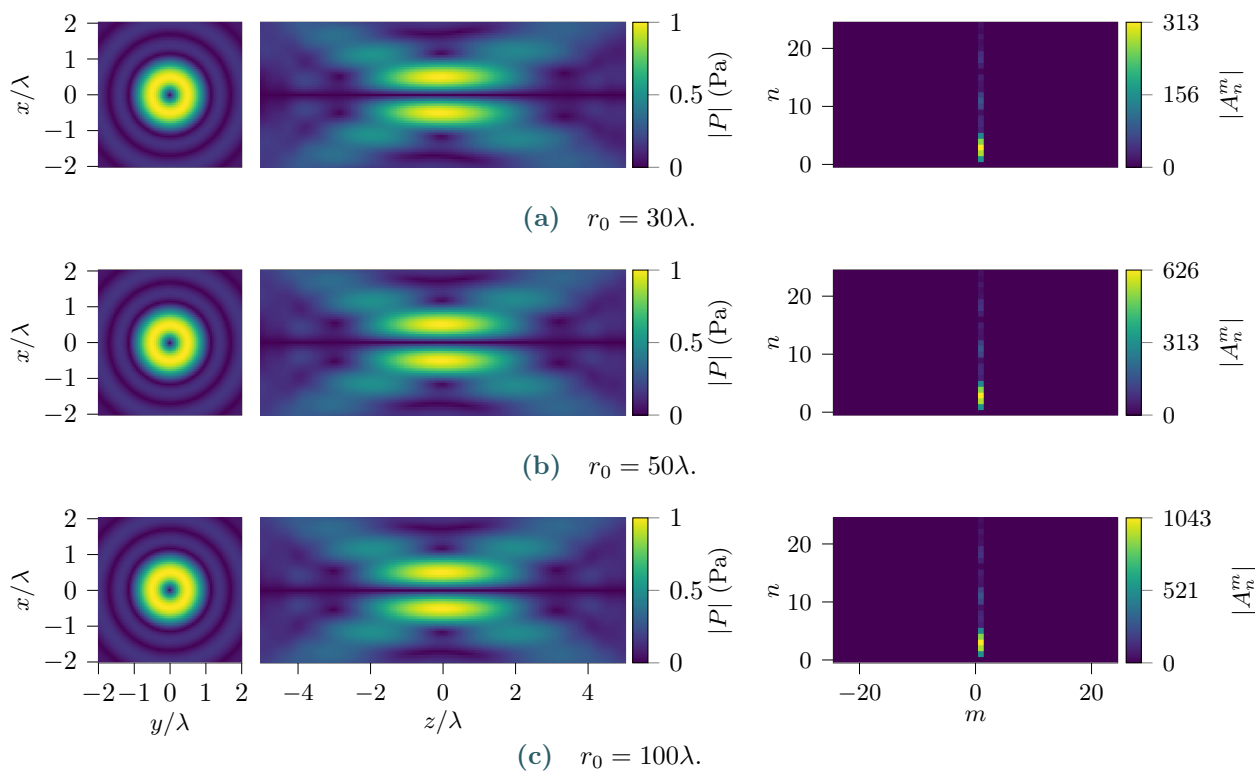
$$\delta_{m,m'} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = m' \\ 0 & \text{si } m \neq m', \end{cases}$$

les coefficients de forme du champ pour un vortex focalisé se propageant suivant l'axe privilégié  $z$ . Ces coefficients sont non nuls seulement pour l'ordre  $m = m'$ , avec  $m'$  la charge topologique du vortex, un paramètre qui détermine le nombre de sauts de phase rencontrés par le front d'onde dans un plan. Ici on s'intéressera uniquement au cas où  $m' = 1$  même si des charges supérieures permettent également la manipulation sans contact (Marzo *et al.*, 2018; Baresch *et al.*, 2013b; Ghanem *et al.*, 2020). Les paramètres  $r_0$  et  $\alpha_0$  correspondent respectivement à la distance de focalisation et à l'angle d'ouverture représentés figure (1.1).



**FIGURE 1.1** Géométrie de l'émetteur concave du vortex focalisé, avec  $r_0$  sa distance de focalisation,  $\alpha_0$  son angle d'ouverture et  $a_0$  son rayon. La position focale de la source correspond à l'origine du repère cartésien.

L'influence de ces deux paramètres sur le champ acoustique incident est illustrée figure (1.2) pour la distance, et figure (1.3) pour l'angle. Le vortex focalisé est défini pour une fréquence de 50 MHz ( $\lambda \approx 30$  m) et se propage dans l'eau, avec  $c_0 = 1497$  m/s la célérité des ondes acoustiques et  $\rho_0 = 997$  kg/m<sup>3</sup> la masse volumique du fluide. Dans un premier temps, l'angle est fixé à  $50^\circ$ ,

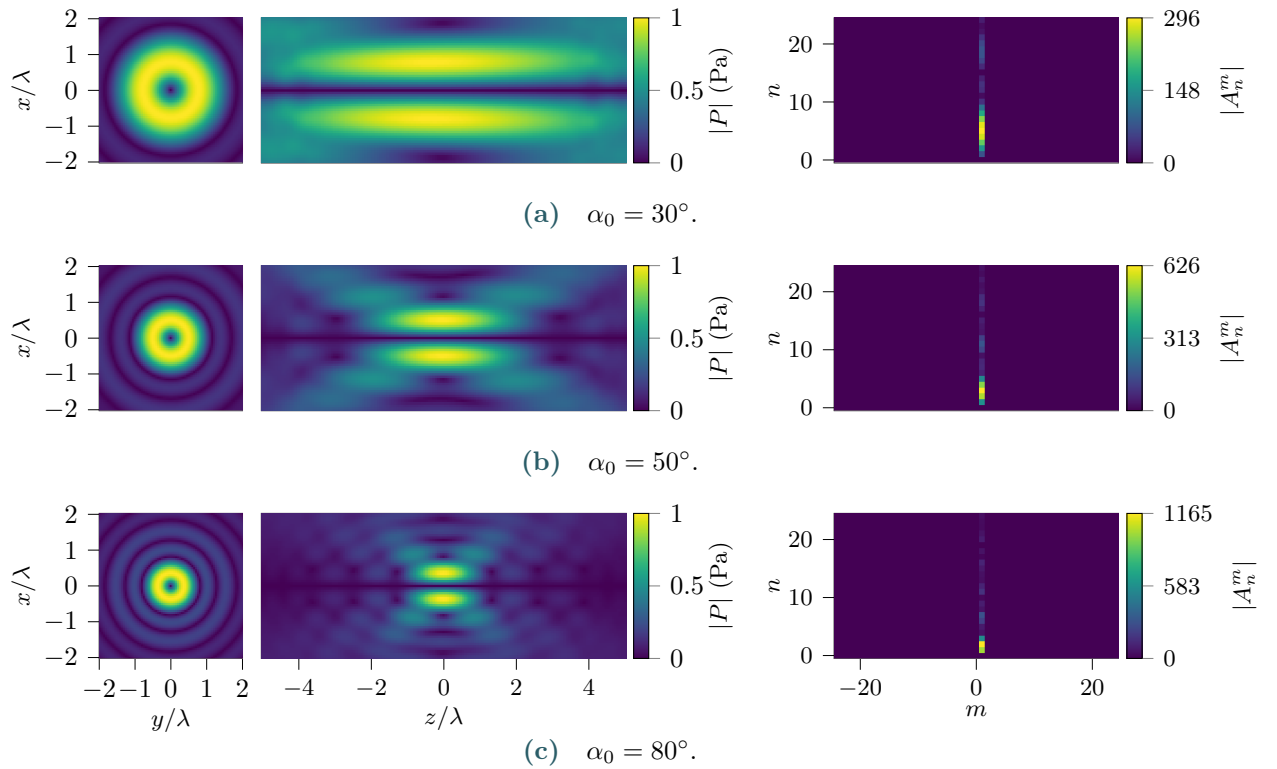


**FIGURE 1.2** Influence de la distance de focalisation  $r_0$  sur un vortex focalisé de charge topologique  $m' = 1$  et d'angle d'ouverture  $\alpha_0 = 50^\circ$ , dans le plan transverse (à gauche), dans le plan de propagation (au milieu) et sur les coefficients de forme  $A_n^{m,th}$  (à droite). L'amplitude maximale, à la focale, est fixée à 1 MPa pour chaque distance de focalisation.

et  $r_0$  varie de  $30\lambda$  à  $100\lambda$ , avec  $\lambda$  la longueur d'onde. Dans un second temps, la distance de

focalisation est fixée à  $60\lambda$ , tandis que  $\alpha_0$  varie entre  $30^\circ$  et  $80^\circ$ . L'amplitude maximale du champ est toujours prise à 1 MPa, impliquant de faire varier le coefficient  $p_0$  de l'équation (1.6) en conséquence. La procédure revient à calculer le champ incident avec  $p_0 = 1$  dans un premier temps, puis à déterminer par un produit en croix le nouveau coefficient  $p_0$  permettant d'obtenir la pression maximale désirée. La focale du champ est positionnée en  $z = 0$ , et suivant cet axe, l'amplitude de pression s'annule. Dans le plan focal, l'amplitude est répartie principalement sur un anneau de forte intensité autour du nœud de pression, avec quelques lobes secondaires au delà. La focalisation se caractérise, dans le plan axial, par une structure en X et deux tâches focales de part et d'autre de l'axe de propagation.

L'allure du champ n'est pas influencée par la distance de focalisation, seule l'amplitude des  $A_n^m$  augmente avec  $r_0$ . En revanche la variation de l'angle d'ouverture a un impact considérable sur le champ. Pour un angle faible, l'anneau sera agrandi et élargi, de même que les tâches focales seront plus étalées. Au contraire, plus  $\alpha_0$  est élevé, plus l'anneau sera petit et resserré autour de la focale. Cette influence est aussi visible sur les coefficients de forme du champ incident, dont le lobe principal est de plus en plus étroit vers les degrés  $n$  faibles. Le champ acoustique se rapproche de plus en plus d'une onde sphérique. Les composantes cylindriques ( $F_\rho, F_\varphi, F_z$ ) de la



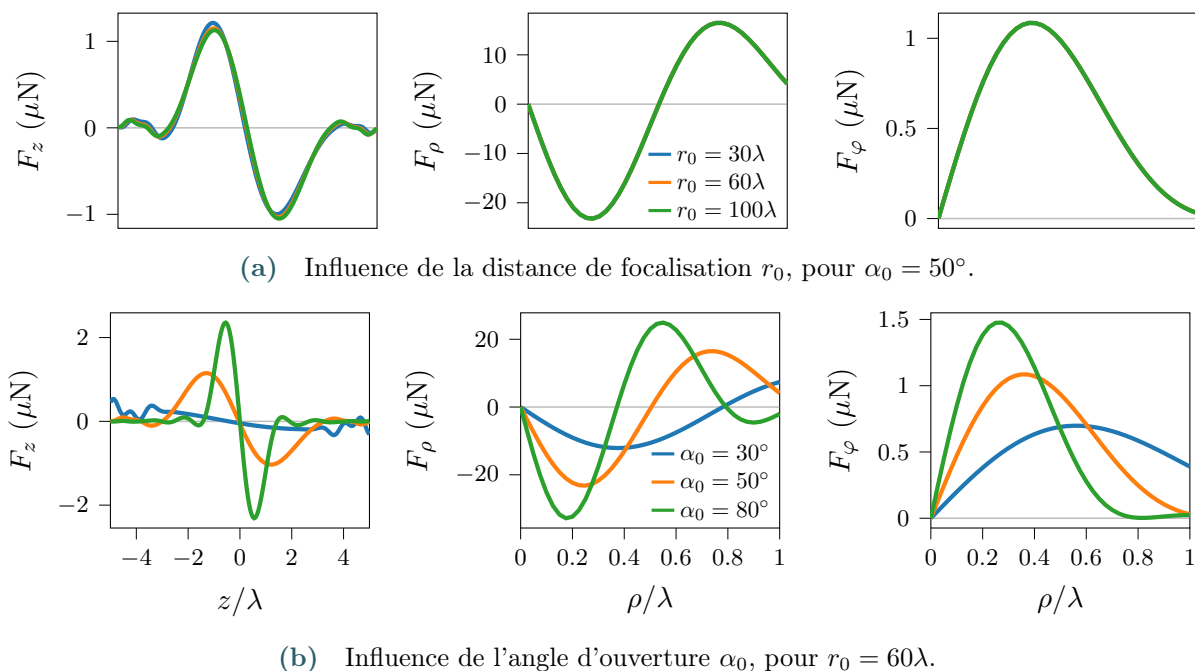
**FIGURE 1.3** Influence de l'angle d'ouverture  $\alpha_0$  sur un vortex focalisé de charge topologique  $m' = 1$  et de distance de focalisation  $r_0 = 60\lambda$ , dans le plan transverse (à gauche), dans le plan de propagation (au milieu) et sur les coefficients de forme  $A_n^{m,th}$  (à droite). L'amplitude maximale, à la focale, est fixée à 1 MPa pour chaque angle de focalisation.

force de radiation exercée par ces champs acoustiques sur une particule sphérique de polystyrène

(tableau (1.1)) de rayon  $0.1\lambda$  est représentée figure 1.4 en fonction de  $\rho$  ( $z = 0$ ) pour  $F_\rho$  et  $F_\varphi$ , et en fonction de  $z$  ( $\rho = 0$ ) pour  $F_z$ . La variation de la distance de focalisation  $r_0$  a très peu d'impact sur la force, contrairement à l'angle d'ouverture  $\alpha_0$ . De façon similaire au champ de pression, la zone de piégeage est de plus en plus étroite et raide, axialement et radialement. Une pince acoustique basée sur le vortex cylindrique focalisé a donc intérêt à avoir un grand angle d'ouverture, ou autrement dit une focalisation importante.

<b>Masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)</b>	1080
<b>Vitesse longitudinale (m/s)</b>	2350
<b>Vitesse transverse (m/s)</b>	1120
<b>Rayon</b>	$0.1\lambda \approx 3 \mu\text{m}$

**TABLEAU 1.1** Propriétés mécaniques et rayon de la bille de polystyrène utilisée pour le calcul de la force de radiation, figure (1.4).



**FIGURE 1.4** Influence de la distance de focalisation (en haut) et de l'angle d'ouverture (en bas) sur les composantes de la force de radiation : la composante axiale  $F_z$  (à gauche), la composante radiale  $F_\rho$  (au milieu) et la composante azimutale  $F_\varphi$  (à droite). La force est calculée pour une amplitude maximale du champ de pression acoustique de 1 MPa, à la focale, dans l'eau, sur une sphère en polystyrène de rayon  $0.1\lambda$ .

Jusqu'ici les champs acoustiques décrits sont purement théoriques, cependant il est possible de les synthétiser expérimentalement par différentes méthodes. Dans un premier temps, il a été question de générer des vortex cylindriques sans focalisation avec par exemple un transducteur hélicoïdal permettant de retrouver la distribution de phase en spirale et la forme en anneau de

l'amplitude de pression (Hefner et Marston (1998)), ou encore à l'aide de 4 transducteurs piézoélectriques contrôlés individuellement (Hefner et Marston (1999)) à des fréquences de la centaine de kHz. Cette dernière méthode a été réutilisée mais avec 55 transducteurs piézoélectriques opérant à 1 MHz permettant un meilleur contrôle de la phase du vortex (Thomas et Marchiano (2003)). D'autres systèmes passifs existent également, basés sur les réseaux de diffraction, consistant en une structure rigide creusée d'une ou plusieurs spirales imbriquées et façonnant l'onde à son passage (Jiang *et al.* (2016b); Jiménez *et al.* (2016)). Enfin, les ondes de surface peuvent aussi servir à générer des champs à structure hélicoïdale à l'aide de transducteurs interdigités en spirale (Riaud *et al.* (2017b)).

Cependant, la focalisation est cruciale pour l'apparition d'une force de rappel axiale à partir d'un faisceau unidirectionnel. Il a été démontré expérimentalement pour la première fois, la possibilité de piéger des particules de manière tridimensionnelle et sélective à partir de vortex focalisés émis par une antenne de transducteurs multi-éléments associée à une lentille concave (Baresch *et al.* (2016)). D'autres systèmes, moins encombrants ont été mis en œuvre, notamment l'adaptation des réseaux de diffraction avec des spirales de Fresnel (Jiménez *et al.* (2018)). Ou encore, dans le but d'atteindre des applications biologiques, impliquant alors une réelle miniaturisation des systèmes, l'adaptation du principe des lentilles de Fresnel (Baudoin *et al.* (2019)). Ainsi, il est possible de déterminer un profil d'électrodes en spirale dont la contraction radiale induit une forte focalisation. Ces systèmes peuvent être raccrochés à un canal microfluidique et ont été démontrés capables de manipuler des particules de manière sélective.

### 1.3 Détermination des coefficients de forme

L'estimation de la force de radiation est difficile à mener expérimentalement et nécessite de mesurer certaines quantités directement ou indirectement reliées à la force (Baresch et Garbin (2020); Ghanem *et al.* (2019); Nikolaeva *et al.* (2016)). Son évaluation commence bien souvent par la calculer numériquement à partir de l'expression analytique du champ acoustique. Cependant, l'estimation de la force est en pratique très sensible au champ acoustique et il est donc important d'en connaître précisément sa synthèse. Pour cela, il est possible de mesurer le champ à l'aide d'un hydrophone, d'un microphone ou d'une méthode de vibrométrie laser. Les deux dernières méthodes seront décrites plus tard. Toutefois, le calcul de la force de radiation nécessite de connaître les  $A_n^m$ , qui sont les coefficients de forme du champ incident ou coefficients de la décomposition du champ acoustique dans la base des harmoniques sphériques. L'objectif est donc d'inverser l'équation (1.6), afin d'obtenir les coefficients de forme à partir de la connaissance du champ incident.

Plusieurs méthodes ont été explorées par Zhao *et al.* (2019), ainsi que Sapozhnikov et Bailey (2013), en particulier la résolution du produit scalaire du champ avec les harmoniques sphériques par la quadrature de Lebedev et la décomposition du champ en ondes planes avec la méthode du spectre angulaire.

#### 1.3.1 Méthodes existantes

La première méthode se base sur la détermination des  $A_n^m$  à partir de la mesure du champ sur une sphère et sur l'orthogonalité des harmoniques sphériques et consiste à résoudre le produit

scalaire du champ avec les harmoniques sphériques, défini par l'intégrale suivante, à partir de l'équation (1.6) :

$$A_n^m = \frac{1}{p_0 j_n(k_0 r)} \langle p, Y_n^m \rangle = \frac{1}{p_0 j_n(k_0 r_S)} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} p(r_S, \theta_S, \varphi_S) Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S, \quad (1.14)$$

avec  $p(r_S, \theta_S, \varphi_S)$  le champ de pression mesuré sur une sphère de rayon  $r_S$ . Le nombre de points de mesure requis est donnée par  $I = (\mathcal{N} + 1)^2/3$  (Sobolev (2006)), avec  $\mathcal{N}$  l'ordre le plus élevé des polynômes intégrés sur la sphère et la relation  $\mathcal{N} = 2N$ , avec  $N$  le degré auquel la série des harmoniques sphériques est tronquée. La quadrature de Lebedev (Lebedev et Laikov (1999)) est utilisée ici pour résoudre l'intégrale sur la surface sphérique. Ainsi pour  $N = 25$ , le nombre de points de Lebedev est 975.

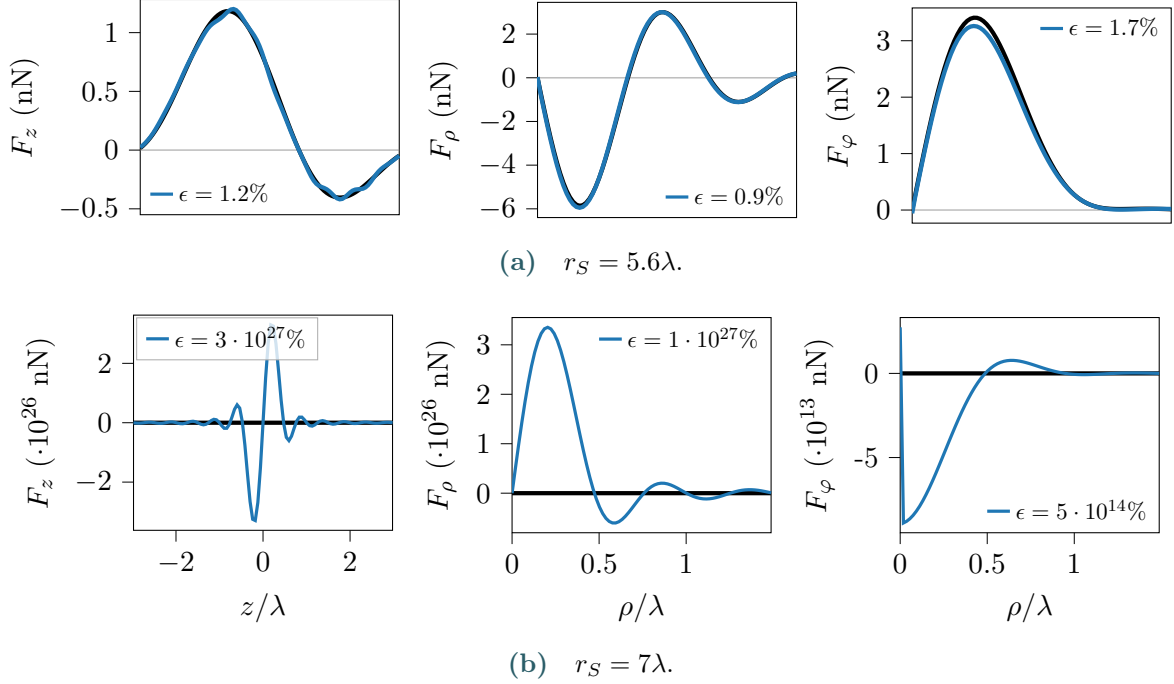
Cependant, cette méthode est très sensible au bruit. Le produit scalaire étant une opération linéaire, le résultat complet est la somme du produit scalaire avec le champ théorique non bruité et du produit scalaire avec le bruit. Ainsi, la méthode présente une erreur proportionnelle à  $1/j_0(k_0 r_S)$ , qui peut s'avérer très élevée pour certains rayons de sphère d'intégration  $r_S$ . En effet, le bruit est fortement amplifié lorsque  $j_0$  s'approche de 0 pour certains  $r_S$ . Le calcul de la force avec cette méthode peut donc fonctionner si le rayon de la sphère d'intégration est bien choisi, par exemple  $r_S = 5.6\lambda$ , figure (1.5a). En revanche, si le rayon correspond à l'annulation de  $j_0$ , par exemple pour  $r_S = 7\lambda$ , figure (1.5b), alors l'erreur explose pour chacune des composantes de la force.

La fonction de Bessel sphérique de première espèce à l'ordre 0 est représentée figure (1.6). Cette fonction oscille autour de 0 et s'annule pour  $r_S/\lambda = n$  et  $r_S/\lambda = n + 1/2$ , avec  $n$  entier. Ainsi le rayon choisi par Zhao *et al.* (2019) est bien situé sur la courbe de  $j_0$  en fonction de  $r_S$ .

La figure (1.7) représente l'erreur (équations (1.35)) entre les coefficients de forme  $\epsilon(A_n^m)$ , ainsi que la composante axiale de la force de radiation  $\epsilon(F_z)$  avec leurs valeurs théoriques en fonction du rayon  $r_S$  de la sphère d'intégration. Le rayon est pris sur une période de la fonction de Bessel sphérique entre l'intervalle  $r_S = 5\lambda$  et  $r_S = 6\lambda$ , échantillonné à 21 points. Pour chaque point, l'erreur (en noir) effectuée par la méthode est superposée à  $j_0$  (en rouge) et les pics les plus importants, atteignant des valeurs supérieures à  $10^{10}$  pour  $\epsilon(A_n^m)$  et à  $10^{26}$  pour  $\epsilon(F_z)$ , sont rencontrés pour les rayons égaux à 5, 5.5 et 6 $\lambda$ . Pour ces rayons,  $1/j_0$  atteint des valeurs de l'ordre de  $\pm 10^{16}$ . En dehors de ces trois points,  $1/j_0$  prend des valeurs minimales d'environ 33, dans l'intervalle  $[5\lambda, 6\lambda]$ .

Dans le cas des rayons de sphère problématiques, il est possible de réduire l'erreur en annulant le terme  $A_0^0$  des coefficients de forme. En effet, ce coefficient, théoriquement nul pour le vortex focalisé, prend une valeur infiniment grande en raison de l'annulation de  $j_0$ . Si  $A_0^0$  est ramené à 0, alors l'erreur reste relativement faible et la force estimée se rapproche de sa valeur théorique, figure (1.8). Cependant, la composante axiale présente des oscillations suggérant la présence d'ondes stationnaires, vraisemblablement produites par l'ajout de bruit aléatoire au champ acoustique.

La méthode du spectre angulaire est basée sur la décomposition en ondes planes du champ mesuré dans un plan transverse ainsi que sur la transformée de Fourier. Si le champ est connu sur un plan transverse quelconque, choisi arbitrairement en  $z = 0$  et est une fonction intégrable



**FIGURE 1.5** Estimation de la force de radiation à partir de la détermination des coefficients de forme  $A_n^m$  par l'inversion du produit scalaire entre les harmoniques sphériques et le champ mesuré sur une sphère de rayon  $r_S$ . Les estimations de la force (en bleu) sont effectués pour deux rayons de sphère  $r_S = 5.6\lambda$  et  $r_S = 7\lambda$  puis comparées à la force théorique (en noir). L'erreur  $\epsilon$  sur la force liée à la méthode est donnée par les équations (1.35).

alors le spectre bidimensionnel est :

$$S_0(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z=0) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (1.15)$$

Le spectre peut alors être propagé à n'importe quelle position  $z$  par

$$S_z(k_x, k_y) = S_0(k_x, k_y) e^{ik_z z}. \quad (1.16)$$

D'après la définition de la transformée de Fourier inverse :

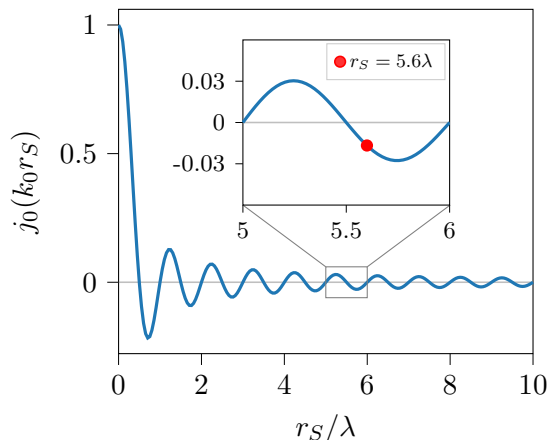
$$\begin{aligned} p(x, y, 0) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} S_0(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \\ p(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} S_0(k_x, k_y) e^{ik_z z} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (1.17)$$

L'intégrale est réalisée dans l'intervalle  $k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2$ , d'après la relation de dispersion, ce qui permet de filtrer les ondes évanescentes.

Le terme  $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  de l'intégrande peut être décomposé en ondes planes par :

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n j_n(k_0 r) P_n(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}),$$





**FIGURE 1.6** Fonction de Bessel sphérique à l'ordre 0 en fonction du rayon de la sphère d'intégration.

avec  $\hat{k} \cdot \hat{r} = k_0 r \cos \gamma = k_0 r [\cos \theta \cos \theta_k + \sin \theta \sin \theta_k \cos(\varphi - \varphi_k)]$ .

À l'aide du théorème d'addition :

$$P_n(\cos \gamma) = \frac{4\pi}{2n+1} \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) Y_n^{m*}(\theta_k, \varphi_k).$$

On obtient alors :

$$e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = 4\pi \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n i^n j_n(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi) Y_n^{m*}(\theta_k, \varphi_k), \quad (1.18)$$

et injecté dans l'équation (1.17)

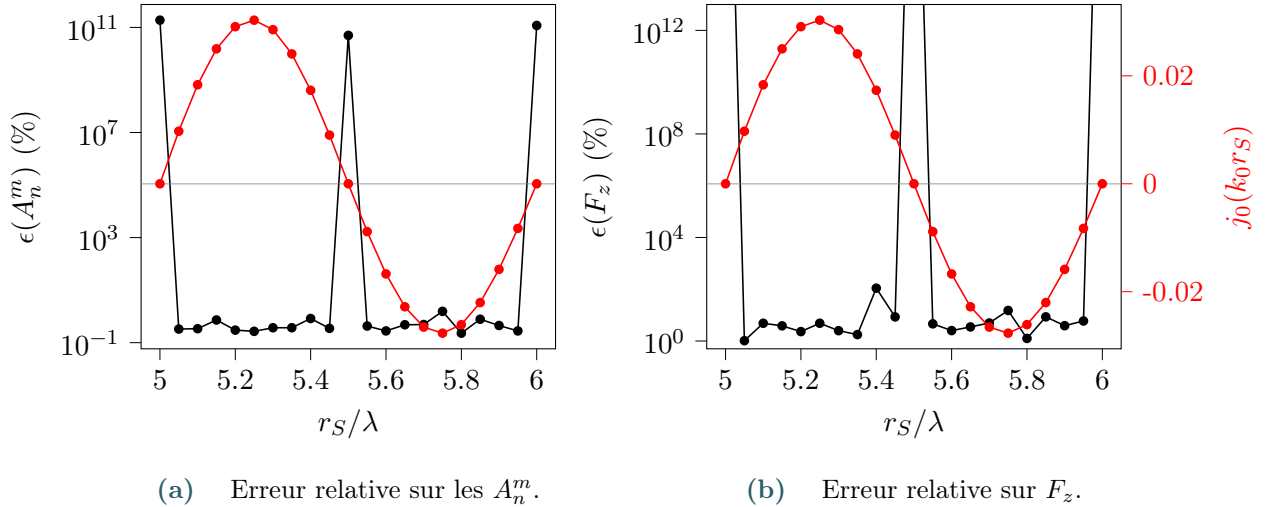
$$p_i(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(k_0 r) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} S_0(k_x, k_y) Y_n^{m*}(\theta_k, \varphi_k) dk_x dk_y.$$

On peut alors identifier les coefficients de forme du champ de pression par identification dans l'équation (1.6), en incluant le coefficient  $p_0$  dans les  $A_n^m$  :

$$A_n^m = \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} S(k_x, k_y) Y_n^{m*}(\theta_k, \varphi_k) dk_x dk_y. \quad (1.19)$$

Cette méthode requiert de connaître le champ acoustique sur un plan et un maillage suffisamment grand et fin, autrement des erreurs d'intégration peuvent subvenir. Pour illustrer cet aspect, la figure 1.9 représente les forces estimées par la méthode du spectre angulaire pour le même champ acoustique bruité à 5% de l'amplitude maximale du champ calculé sur deux plans de maillages différents. Le premier est de dimensions  $5.6\lambda \times 5.6\lambda$  échantillonné par  $57 \times 57 = 3249$  points, soit un pas d'échantillonnage d'environ  $\lambda/10$ . Le second maillage est deux fois plus petit, de dimensions  $2.8\lambda \times 2.8\lambda$  constitué de  $15 \times 15 = 225$  points, soit un pas spatial d'environ  $\lambda/5$ . L'erreur effectuée sur  $F_z$  est d'environ 47% pour le second maillage, contre 4.5% pour le premier maillage. Il faut donc choisir les dimensions du plan de mesure avec précaution.

Dans le cas d'un plan de mesure adéquat, les  $A_n^m$  reconstruits sont en bon accord avec les  $A_n^m$  théoriques pour  $m = m'$  la charge topologique du vortex, mais bruités ailleurs (figure (1.10)),



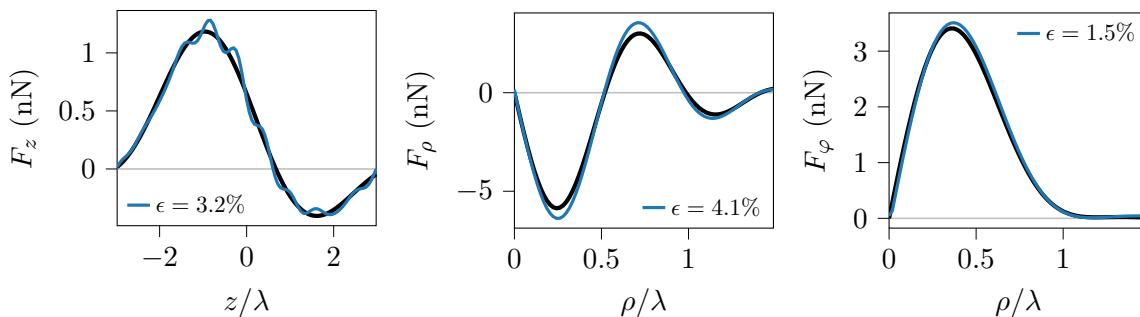
**FIGURE 1.7** Erreurs relatives (en noir) entre les  $A_n^m$ , la composante axiale  $F_z$  de la force de radiation et leurs valeurs théoriques respectives (cf. équation (1.35)) en fonction du rayon de la sphère d'intégration de la méthode du produit scalaire. Les valeurs de la fonction de Bessel sphérique d'ordre 0  $j_0$  y est superposées (en rouge).

pour  $m' = 1$ ). La force reconstruite ne présente pas d'oscillations, contrairement à la première méthode. Ce dernier aspect est dû à la présence implicite d'un filtrage des ondes stationnaires qui sera mis en évidence dans la section 1.3.3.

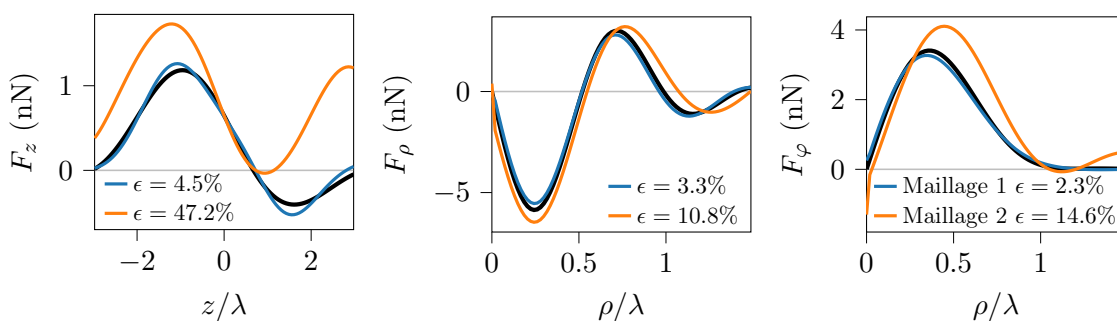
### 1.3.2 Proposition d'une nouvelle méthode

Les méthodes précédemment décrites sont soit très sensibles au bruit, soit très coûteuses en temps de mesure du champ, en raison du nombre de points nécessaire pour effectuer le calcul des  $A_n^m$ . Ces deux aspects peuvent être particulièrement problématiques lorsque la mesure est bruitée ou sujette à des pertes de contraste sur la durée de la mesure, ce qui est le cas de la méthode d'interférométrie laser qui sera décrite au chapitre 3.

La méthode faisant appel aux quadratures de Lebedev semblait prometteuse au vu du nombre de points de mesure réduit et de la distance entre ces points et la focale, endroit où la dynamique des signaux mesurés est importante. Cependant, elle est trop sensible au bruit. Une amélioration de cette méthode serait d'y appliquer un filtrage. En effet, la présence de bruit dans le champ acoustique agit comme la présence d'une onde stationnaire. Un filtrage de cette onde stationnaire permettrait de réduire l'impact du bruit sur un champ progressif. La méthode du spectre angulaire, faisant déjà usage de ce type de filtrage, se montre beaucoup plus robuste au bruit que la méthode de Lebedev. Le développement théorique pour appliquer un filtrage des ondes stationnaires est décrit ci-dessous.



**FIGURE 1.8** Estimation de la force de radiation par la méthode du produit scalaire pour  $A_0^0 = 0$ . L'erreur  $\epsilon$  effectuée sur les différentes composantes de la force est donnée par l'équation (1.35).



**FIGURE 1.9** Estimation de la force de radiation par la méthode du spectre angulaire pour deux maillages différents. Le maillage 1 mesure  $5.6\lambda \times 5.6\lambda$  et contient 3249 points (pas spatial d'environ  $\lambda/10$ ). Le maillage 2 mesure  $2.8\lambda \times 2.8\lambda$  et contient 225 points (pas spatial d'environ  $\lambda/5$ ). L'erreur  $\epsilon$  effectuée sur les différentes composantes de la force est donnée par l'équation (1.35).

### 1.3.2.1 Expression des coefficients de forme

Le point de départ de cette nouvelle méthode est de considérer un champ acoustique harmonique se propageant linéairement dans un fluide parfait homogène sans source. Ainsi, le champ acoustique  $\Psi(\mathbf{r})$  vérifie l'équation de Helmholtz homogène :

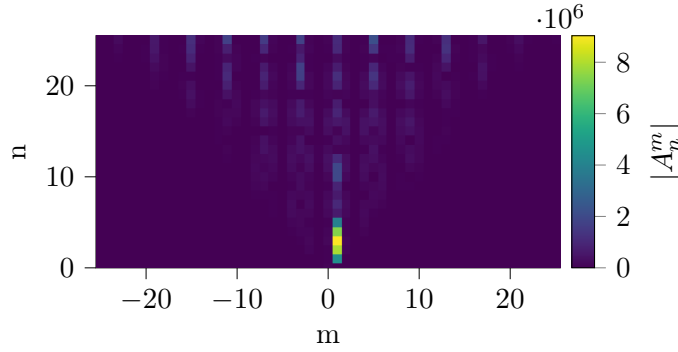
$$(\Delta + k^2)\Psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (1.20)$$

Avec  $\Psi(\mathbf{r})$  la dépendance spatiale du champ, et  $e^{-i\omega t}$  sa dépendance temporelle. Cette équation peut être résolue à l'aide de la fonction de Green, solution de :

$$(\Delta + k^2)G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_S). \quad (1.21)$$

En l'absence de terme source, d'après le théorème de Kirchhoff-Helmholtz, le champ acoustique s'écrit alors (Morse et Feshbach (1953)) :

$$\Psi(\mathbf{r}) = \iint_S [G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S)\nabla\Psi(\mathbf{r}_S) \cdot \mathbf{n} - \Psi(\mathbf{r}_S)\nabla G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S) \cdot \mathbf{n}] dS. \quad (1.22)$$



**FIGURE 1.10** Reconstruction des coefficients de forme par la méthode du spectre angulaire.

Il est déterminé dans le volume contenu par  $S$ , une surface fermée arbitraire de normale unitaire sortante  $\mathbf{n}$ , à condition de connaître la surface d'intégration, ainsi que  $\Psi$ ,  $\nabla\Psi \cdot \mathbf{n}$ ,  $G$  et  $\nabla G \cdot \mathbf{n}$  à la surface.

Si le champ se propage en espace libre, alors  $G$  est connue :

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S) = G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S) = -\frac{e^{ik_0R}}{4\pi R}, \text{ avec } R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_S|. \quad (1.23)$$

Afin de simplifier la résolution de l'intégrale, on choisit  $S$  comme une surface sphérique fictive de rayon  $r_S$ , alors  $\nabla(\cdot) \cdot \mathbf{n} = \partial(\cdot)/\partial r_S$  notée  $\partial_{r_S}$ .

De plus,  $\Psi(\mathbf{r})$  étant solution de Helmholtz, le champ peut être décomposé en harmoniques sphériques comme suit (cette expression est équivalente à l'équation (1.6) à la différence que le coefficient d'amplitude du champ,  $\psi_0$  (équivalent en potentiel de  $p_0$ ) est inclu dans les  $A_n^m$ ) :

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1.24)$$

Avec  $(r, \theta, \varphi)$  les coordonnées du système sphérique. Aussi, on connaît la décomposition en harmoniques sphériques de la fonction de Green en espace libre  $G_0$ , pour  $r_S > r$  (Gradshteyn et Ryzhik (2009)) :

$$G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S) = -ik_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n j_n(k_0 r) h_n^{(1)}(k_0 r_S) Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1.25)$$

Avec  $(r_S, \theta_S, \varphi_S)$  les coordonnées sphériques appartenant à  $S$ . Ainsi,

$$\partial_{r_S} G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S) = -ik_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n j_n(k_0 r) \partial_{r_S} h_n^{(1)}(k_0 r_S) Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1.26)$$

En injectant ces expressions dans l'équation (1.22), on obtient alors,

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = -ik_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n j_n(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi) \left\{ \iint_S \left[ \Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) \partial_{r_S} h_n^{(1)}(k_0 r_S) - h_n^{(1)}(k_0 r_S) \partial_{r_S} \Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) \right] \times Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) r_S^2 \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S \right\}. \quad (1.27)$$

Où les coefficients de forme sont alors identifiables par :

$$A_n^m = -ik_0 r_S^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ \Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) \partial_{r_S} h_n^{(1)}(k_0 r_S) - h_n^{(1)}(k_0 r_S) \partial_{r_S} \Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) \right] \times Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S. \quad (1.28)$$

Les  $A_n^m$  peuvent donc être déterminés à partir de la connaissance du champ acoustique et de sa dérivée radiale sur une surface sphérique. Cependant, il n'est pas toujours possible de mesurer le champ et sa dérivée. On peut alors faire appel à l'équation (1.24) et à  $j_n(k_0 r) = h_n^{(1)}(k_0 r) + h_n^{(2)}(k_0 r)$ . De plus, en faisant l'hypothèse que le rayon de la surface est tel que  $k_0 r_S \gg 1$ , les fonctions de Hankel sphériques et leur dérivée sont approximées de la façon suivante (Prosperetti (2011)) :

$$\begin{aligned} h_n^{(1)}(k_0 r_S) &\approx i^{-n-1} \frac{e^{ik_0 r_S}}{k_0 r_S}, & \partial_{r_S} h_n^{(1)}(k_0 r_S) &\approx (+ik_0 - \frac{1}{r_S}) h_n^{(1)}(k_0 r_S), \\ h_n^{(2)}(k_0 r_S) &\approx i^{+n+1} \frac{e^{-ik_0 r_S}}{k_0 r_S}, & \partial_{r_S} h_n^{(2)}(k_0 r_S) &\approx (-ik_0 - \frac{1}{r_S}) h_n^{(2)}(k_0 r_S). \end{aligned}$$

On peut vérifier numériquement le comportement de cette approximation en fonction de  $k_0 r_S$ , à  $N$  fixé, en comparant les fonctions exactes  $h'_{th} = j'_n \pm iy'_n$  de première et seconde espèce, avec leurs expressions approchées  $h'_{approx}$  données ci-dessus. Pour cela on calcule l'erreur relative associée à la valeur absolue des fonctions et à leur phase.

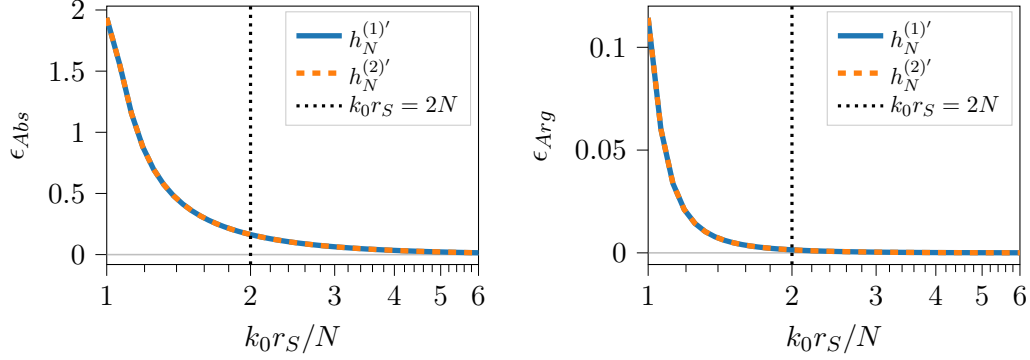
$$\epsilon_{Abs} = \frac{|h'_{approx}| - |h'_{th}|}{|h'_{th}|}, \quad (1.29)$$

$$\epsilon_{Arg} = \frac{|Arg(h'_{approx}) - Arg(h'_{th})|}{Arg(h'_{th})} \quad (1.30)$$

Ces erreurs sont tracées figure (1.11) et sont équivalentes pour les fonctions de Hankel de première et seconde espèces. Au delà de  $k_0 r_S = 2N$ , l'erreur associée à la phase des dérivées des fonctions de Hankel atteint un plateau. Elle est plus faible que l'erreur associée à la valeur absolue, qui elle se stabilise à partir de  $k_0 r_S > 3N$ . Cependant, le calcul de la force de radiation nécessite un ordre de troncature  $N$  suffisamment élevé, ainsi on gardera la limite  $k_0 r_S \geq 2N$ . Ce choix peut être appuyé par le fait que l'erreur associée à la phase est déjà très faible pour ces valeurs de  $k_0 r_S$ . On suppose ensuite que le champ acoustique que l'on mesure est progressif, ce qui correspond au cas de la pince acoustique mono-faisceau. Cette dernière hypothèse implique qu'en fonction de la position sur la surface sphérique, le champ acoustique incident est soit entrant (pour  $\theta_S \in [\pi/2, \pi]$ ), soit sortant (pour  $\theta_S \in [0, \pi/2]$ ) (figure (1.12)).

$$\Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n B_n^m j_n(k_0 r_S) Y_n^m(\theta_S, \varphi_S), \quad (1.31)$$

$$\Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n B_n^m h_n^{(1)}(k_0 r_S) Y_n^m(\theta_S, \varphi_S), & \text{si } \theta_S \in [0, \frac{\pi}{2}], \\ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n B_n^m h_n^{(2)}(k_0 r_S) Y_n^m(\theta_S, \varphi_S), & \text{si } \theta_S \in [\frac{\pi}{2}, \pi]. \end{cases} \quad (1.32)$$



**FIGURE 1.11** Approximation des fonctions de Hankel et de leurs dérivées - erreurs relatives calculées à partir des valeurs absolues (équation (1.29)) à gauche, et à partir des phases (équation (1.30)) à droite.

On peut démontrer que les coefficients  $B_n^m$  et  $A_n^m$  sont équivalents en injectant l'équation (1.31) dans (1.28), et en faisant apparaître le Wronskien  $W\{J_\nu(x), Y_\nu(x)\} = 2/(\pi x)$ , avec  $J_\nu(x)$  et  $Y_\nu(x)$  les fonctions de Bessel de première et seconde espèces (Abramowitz et Stegun, 1948, chap. 9, éq (9.1.16)).

En injectant dans l'équation (1.28),

$$\begin{aligned}
 A_n^m = -ik_0 r_S^2 \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[ \Psi_S(ik_0 - \frac{1}{r_S}) h_n^{(1)}(k_0 r_S) - h_n^{(1)}(k_0 r_S) (-ik_0 - \frac{1}{r_S}) \Psi_S \right] \right. \\
 \times Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S \\
 \left. + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \Psi_S(ik_0 - \frac{1}{r_S}) h_n^{(1)}(k_0 r_S) - h_n^{(1)}(k_0 r_S) (ik_0 - \frac{1}{r_S}) \Psi_S \right] \right. \\
 \left. \times Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S \right\}, \quad (1.33)
 \end{aligned}$$

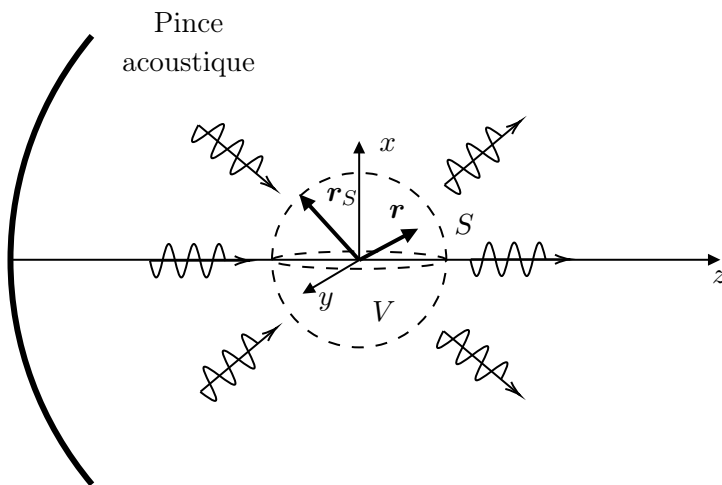
$$A_n^m = 2k_0^2 r_S^2 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \Psi_S h_n^{(1)}(k_0 r_S) Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S, \quad (1.34)$$

avec  $\Psi_S = \Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S)$ .

Cette méthode inclut un filtrage des ondes stationnaires en imposant l'écriture du champ en  $h_n^{(2)}$  du côté amont de la surface sphérique, correspondant à un champ progressif.

Cette méthode est avantageuse par rapport à la méthode du spectre angulaire car il suffit de mesurer le champ acoustique sur la demi-sphère fictive comprise entre  $\theta_S = \pi/2$  et  $\theta_S = \pi$ , ce qui réduit considérablement le nombre de points de mesure (entre 229 et 1041, en fonction de la précision choisie pour résoudre l'intégrale avec la quadrature de Lebedev). D'autre part, la méthode utilise directement le champ mesuré et pas sa transformée de Fourier spatiale. De plus, par rapport à la méthode précédente faisant appel à la quadrature de Lebedev, le facteur  $1/j_n(k_0 r_S)$  (équation (1.14)) générant une erreur importante en présence de bruit n'apparaît pas dans l'équation (1.34). Enfin, cette nouvelle méthode du produit scalaire filtré permet de déterminer des champs acoustiques focalisés à la focale par leur mesure loin des zones à fortes

dynamiques d'amplitude, ce qui présente un intérêt pour certains capteurs limités en dynamique. En revanche, son utilisation s'applique uniquement à des champs progressifs, harmoniques se propageant en espace libre, et nécessite que la surface de mesure soit suffisamment grande ( $k_0 r_S \geq 2N$ ) pour que les approximations des fonctions de Hankel sphériques et du champ acoustique soient applicables.



**FIGURE 1.12** Si le champ est progressif, il est entrant dans le volume pour  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  et sortant pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ , avec  $\theta = \arccos(r/z)$ .

### 1.3.2.2 Validation numérique

Afin de la valider numériquement, la méthode est utilisée pour estimer les coefficients de forme  $A_n^m$  d'un vortex acoustique focalisé décrit par l'équation (1.13), de fréquence  $f_0 = 50$  MHz, de charge topologique  $m' = 1$ , d'angle d'ouverture  $\alpha_0 = 50^\circ$  et de distance de focalisation  $r_0 = 3$  mm ( $\approx 100\lambda$ ) se propageant dans l'eau. De plus, un bruit aléatoire gaussien de 5% de l'amplitude maximale du champ est ajouté avant l'étape d'estimation des  $A_n^m$  pour se rapprocher d'une situation expérimentale, soit un rapport signal sur bruit de 5%. Ainsi la procédure de validation consiste à calculer le champ acoustique sur la surface sphérique d'intégration à partir des  $A_n^m$  théoriques tronqués à  $N = 50$ , de récupérer l'amplitude maximale du champ calculé précédemment afin d'y ajouter le bruit aléatoire. Ensuite, l'équation (1.34) est résolue à l'aide de la quadrature de Lebedev. Ainsi les  $A_n^m$  sont estimés et comparés à la théorie, puis utilisés pour calculer la force de radiation, elle-même comparée avec la force théorique. Ce processus de validation numérique permettra également de déterminer le rayon  $r_S$  de la sphère d'intégration et l'ordre de quadrature optimaux.

Dans un premier temps, l'ordre de la quadrature est étudié, le rayon de la surface est fixé à  $10\lambda$ , la série des  $A_n^m$  estimés peut alors être tronquée à  $N = 30$ . La reconstruction des  $A_n^m$  ainsi que le calcul de la force de radiation est effectué pour plusieurs ordres de quadratures (qui définissent la précision de la méthode de quadrature) répertoriés dans le tableau (1.2), avec les nombres correspondant de points de mesure sur la demi-sphère. Les quadratures de Lebedev sont implémentées numériquement à l'aide de la bibliothèque *quadpy* de Python.

Ordre de quadrature	35	41	47	53	59	65	71	77
Nombre de points	229	309	401	505	621	749	889	1041

**TABLEAU 1.2** Ordres de quadrature de Lebedev et nombres de points de mesure associés sur la demi-sphère définie par  $\theta \geq \pi/2$ .

Les erreurs relatives sont définies par :

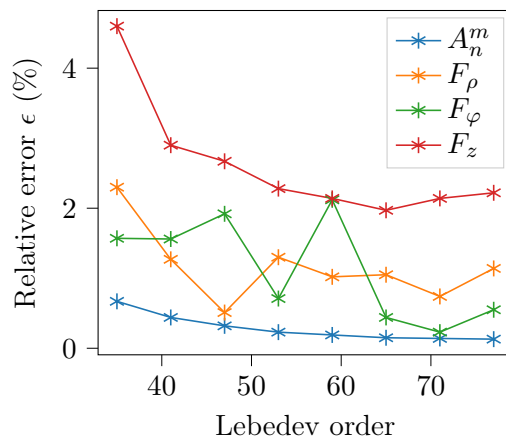
$$\begin{aligned}
\epsilon(A_n^m) &= \frac{100}{(N+1)(2N+1)} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \frac{|A_n^m - A_n^{m,th}|}{\max|A_n^{m,th}|} (\%), \\
\epsilon(F_\rho) &= \frac{100}{N_\rho} \sum_{j=0}^{N_\rho-1} \frac{|F_\rho(\rho_j) - F_\rho^{th}(\rho_j)|}{\max|F_\rho^{th}|} (\%), \\
\epsilon(F_\varphi) &= \frac{100}{N_\rho} \sum_{j=0}^{N_\rho-1} \frac{|F_\varphi(\rho_j) - F_\varphi^{th}(\rho_j)|}{\max|F_\varphi^{th}|} (\%), \\
\epsilon(F_z) &= \frac{100}{N_z} \sum_{j=0}^{N_z-1} \frac{|F_z(z_j) - F_z^{th}(z_j)|}{\max|F_z^{th}|} (\%),
\end{aligned} \tag{1.35}$$

et sont représentées figure (1.13). L'erreur faite sur les  $A_n^m$  est beaucoup plus faible que celles sur la force, et se stabilise autour de 0.15% à partir d'un ordre de quadrature de 59. En revanche, les erreurs liées aux composantes cylindriques de la force ne sont pas monotones et ne semblent pas avoir avec de relation spécifique avec l'erreur des  $A_n^m$ . La composante axiale a une importance particulière ici car dans le cas du vortex c'est celle qui a l'amplitude la plus faible par rapport aux autres, environ 1 ordre de grandeur en moins pour le pic négatif. Or la force axiale est primordiale pour l'obtention d'un piège tridimensionnel, ainsi on attachera plus d'intérêt à l'erreur faite sur cette composante. De plus, on souhaite minimiser le nombre de points pour la mesure du champ afin d'éviter les effets de sa dégradation au cours du temps. Il faut donc faire un compromis entre l'erreur et le nombre de points de mesure.

Les forces reconstruites apparaissent figure (1.14). L'allure de la composante axiale  $F_z$  est assez perturbée pour les ordres inférieurs à 53, et au delà l'erreur se stabilise autour de 2%. Cependant, peu importe l'ordre, la force reste légèrement déformée. La pente autour de l'origine n'est pas tout à fait linéaire, de plus les pics positif et négatif sont plus proches de l'origine par rapport à l'origine. Les composantes axiales sont très fidèlement reconstruite avec une précision inférieure à 0.2 nN sur les pics positif et négatif par rapport à la force théorique. Finalement on conservera un ordre de 65 pour la suite de la validation numérique, représentant un bon compromis entre les erreurs commises sur les  $A_n^m$ , les forces et le nombre de points de mesure.

Il convient à présent d'étudier le second paramètre d'intérêt ici, le rayon de la demi-sphère d'intégration  $r_S$ . Ce rayon doit être pris suffisamment grand devant la longueur d'onde afin que les formes asymptotiques des fonctions de Hankel sphériques puissent être valides. Cette condition impose numériquement  $N > \pi r_S/\lambda$ . Le rayon est varié entre  $\lambda$  et  $10\lambda$ , et  $N$  conformément à  $r_S$  (tableau (1.3)). À nouveau, l'erreur sur les  $A_n^m$ , figure (1.15) reste très faible comparée à celles sur la force et elle se stabilise en dessous de 0.2% à partir d'un rayon de  $5\lambda$ . Les erreurs issues des composantes de la force semblent osciller et atteindre des valeurs minimales localement aux rayons





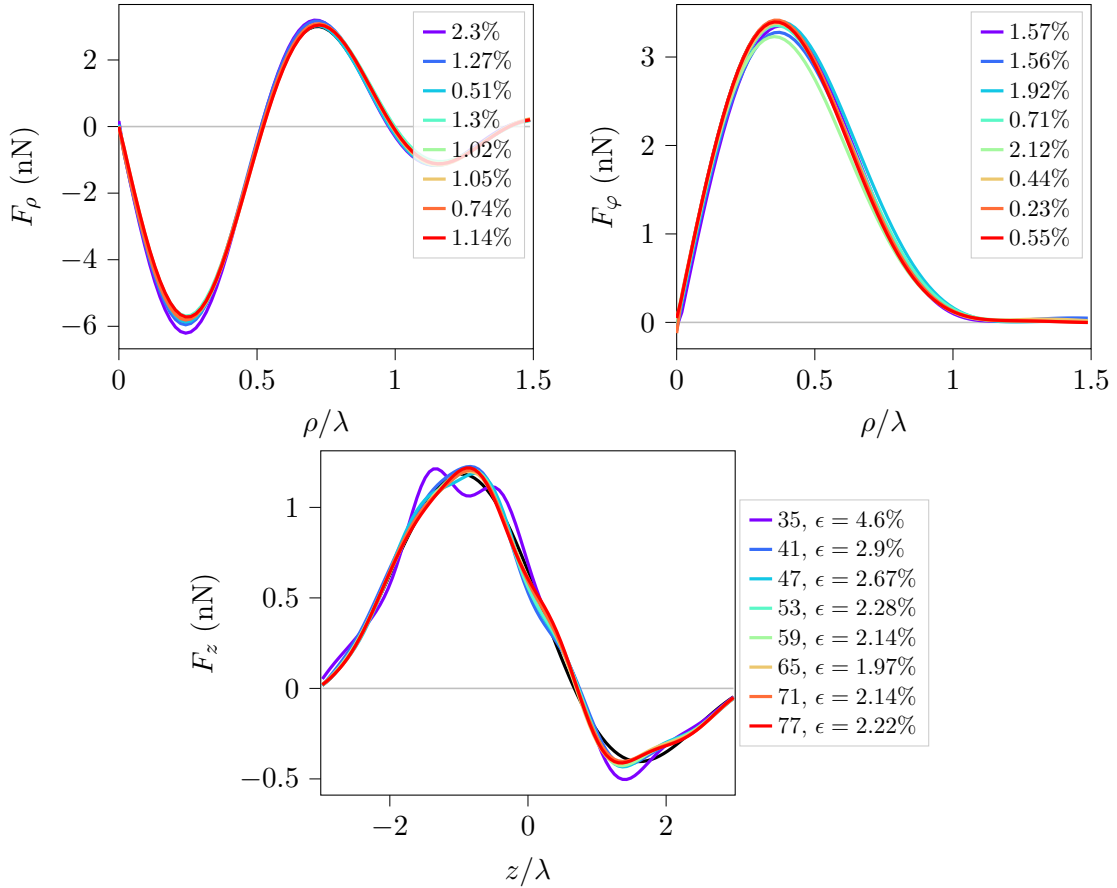
**FIGURE 1.13** Erreur relative de la méthode (équation (1.35)) sur les coefficients de forme  $A_n^m$  du champ acoustique et sur les composantes cylindriques  $F_\rho(\rho)$ ,  $F_\varphi(\rho)$ ,  $F_z(z)$  de la force de radiation en fonction de l'ordre de quadrature utilisé. Le rayon de la sphère d'intégration est fixé à  $10\lambda$ . Un bruit aléatoire de 5% de la valeur maximale du champ est ajouté. La série des  $A_n^m$  est tronquée à  $N = 30$ .

$r_S$	$1\lambda$	$2\lambda$	$3\lambda$	$4\lambda$	$5\lambda$	$6\lambda$	$7\lambda$	$8\lambda$	$9\lambda$	$10\lambda$
$N$	3	6	9	12	15	18	21	25	28	30

**TABLEAU 1.3** Rayons de la demi-sphère d'intégration  $r_S$  et ordres de la troncature  $N$  des  $A_n^m$  associés.

impairs. L'erreur minimale globale sur  $F_z$  correspond à un rayon de  $7\lambda$ . De manière attendue la force axiale, figure (1.16) est très perturbée pour des rayons inférieurs à  $5\lambda$ . Cet effet peut être causé à la fois par une taille de sphère trop petite et par un ordre de troncature trop faible.

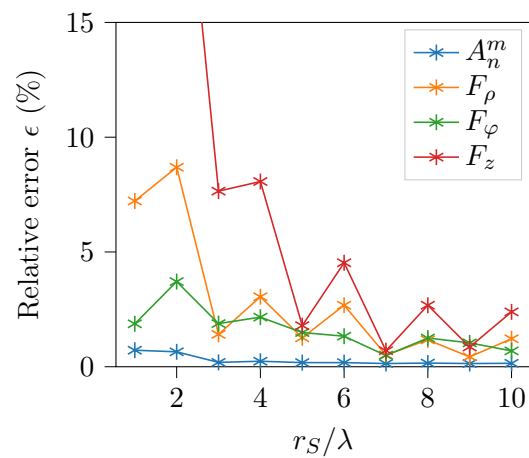
Les paramètres finalement retenus sont donc une demi-sphère de rayon  $r_S = 7\lambda$ , un ordre de quadrature minimal de 65 et donc 749 points de mesure. Dans ces conditions, la méthode peut être comparée à la méthode du spectre angulaire implicitement filtrée ainsi qu'à la méthode du produit scalaire non filtré. Pour cette dernière, le rayon de la sphère est choisi à  $5.6\lambda$  (Zhao *et al.* (2019)), car à  $7\lambda$  la fonction de Bessel de première espère s'annule à l'ordre 0, causant alors une explosion numérique du coefficient  $A_0^0$  et donc de la force. Pour la méthode du spectre angulaire, le champ acoustique est calculé sur un plan situé en  $z = 0$  de dimensions  $6\lambda \times 6\lambda$  échantillonné en  $61^2 = 3721$  points de mesure, ce qui équivaut à un pas spatial de  $\lambda/10$  environ. Les forces reconstruites par les trois méthodes différentes sont tracées figure (1.17). Elles reconstruisent fidèlement la force de radiation théorique avec une erreur un peu plus élevée avec la méthode du spectre angulaire. Cette dernière peut être améliorée en augmentant la taille du plan et le nombre de points de mesure. La force obtenue avec la méthode du produit scalaire non filtré présente de légères oscillations. Ces oscillations dépendent du rapport signal sur bruit et du rayon choisi pour la quadrature. Le bruit agit comme une sorte d'onde stationnaire, connue pour générer des forces beaucoup plus forte qu'une onde progressive (King (1934)). Or, en l'absence de filtrage, le bruit provoque des oscillations de la force axiale, axe sur lequel le vortex focalisé



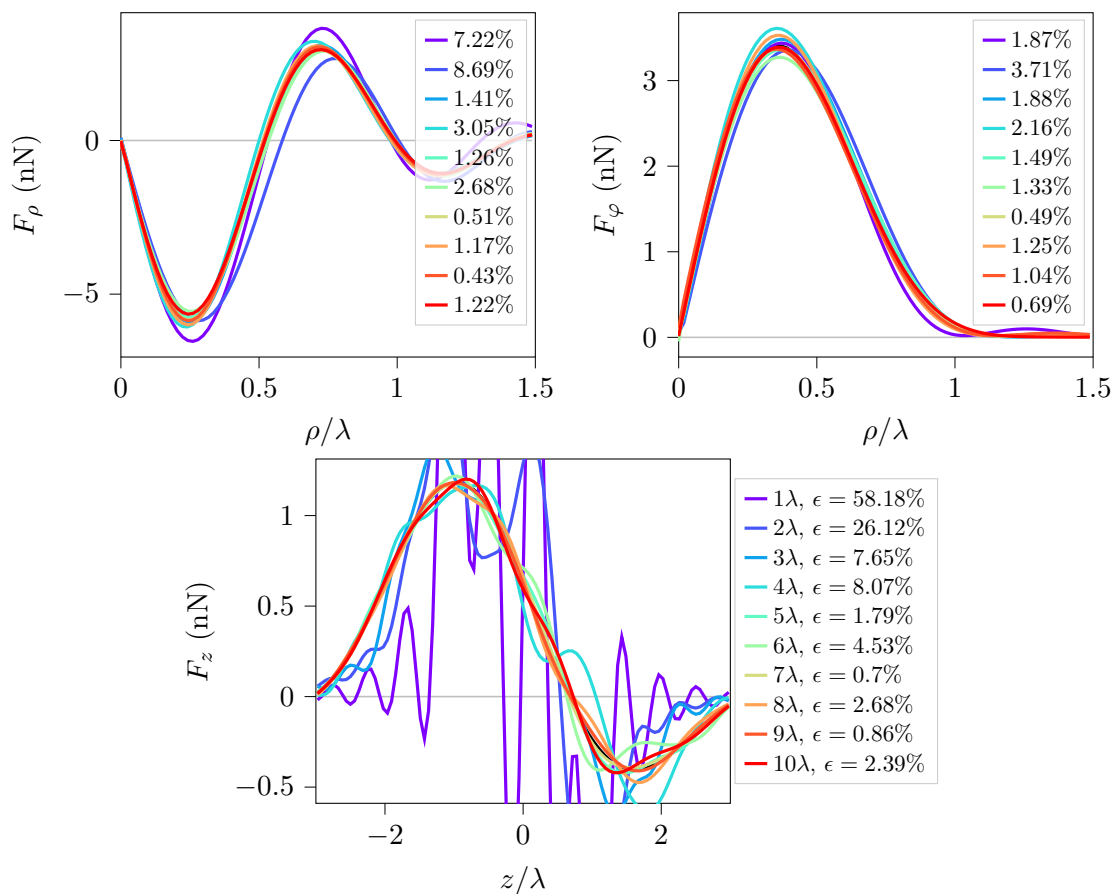
**FIGURE 1.14** Estimation des composantes cylindriques ( $F_\rho, F_\phi, F_z$ ) de la force de radiation à partir des  $A_n^m$  calculés avec la méthode du produit scalaire filtré pour différents ordres de quadrature (tableau (1.2)). Le rayon de la sphère d'intégration est fixé à  $10\lambda$ . Un bruit aléatoire de 5% de la valeur maximale du champ est ajouté. La série des  $A_n^m$  est tronquée à  $N = 30$ .

est complètement progressif. Cette différence peut également être observée au niveau de l'écart d'amplitude entre la force axiale et la force radiale. En effet, suivant cette direction, le champ acoustique est stationnaire. C'est également pour cela que l'estimation de la force radiale est moins sensible au bruit contenu dans les coefficients de forme expérimentaux.

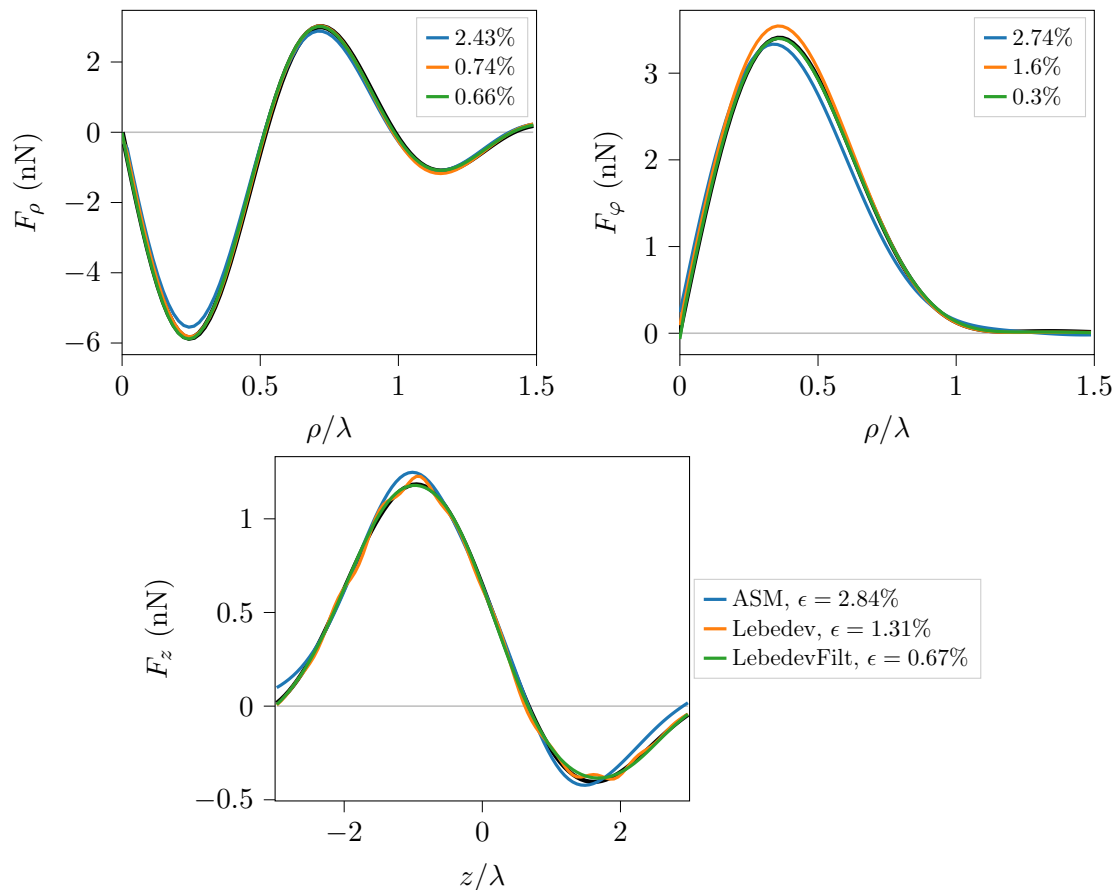
La nouvelle méthode du produit scalaire filtré apparaît donc comme une estimation fiable, et peu sensible au bruit, des coefficients de forme du champ acoustique qui permettent à la fois de reconstruire le champ acoustique, mais également de calculer la force de radiation associée avec une erreur inférieure à 1%. Les avantages de cette méthode sont un filtrage des ondes stationnaires réduisant fortement l'influence du bruit, un nombre limité de points de mesure, choisis spécifiquement pour le calcul numérique d'une intégrale, et à l'utilisation directe du champ mesuré, et non pas sa transformée de Fourier. De plus, l'absence du terme  $1/j_n$ , apparaissant dans la première méthode du produit scalaire non filtré, la rend également beaucoup plus stable.



**FIGURE 1.15** Erreur (équation (1.35)) relative de la méthode sur les coefficients de forme  $A_n^m$  du champ acoustique et sur les composantes cylindriques  $F_\rho(\rho)$ ,  $F_\varphi(\rho)$ ,  $F_z(z)$  de la force de radiation en fonction du rayon de la sphère d'intégration. Les erreurs sur  $F_z$  à  $1\lambda$  et  $2\lambda$ , respectivement 58 et 26% ne sont pas représentées par soucis de visibilité. L'ordre de la quadrature est fixé à 65 et le champ est bruité à 5% de sa valeur maximale.



**FIGURE 1.16** Estimation des composantes cylindriques ( $F_\rho, F_\phi, F_z$ ) de la force de radiation à partir des  $A_n^m$  calculés avec la méthode filtrée pour différents rayons de la sphère d'intégration (tableau (1.3)). L'ordre de la quadrature utilisé est 65. Le champ acoustique est bruité avec une amplitude de 5% de la valeur maximale du champ.



**FIGURE 1.17** Comparaison des forces reconstruites avec les méthodes du spectre angulaire (*ASM*), du produit scalaire non filtrée (*Lebedev*) et la nouvelle méthode du produit scalaire filtré (*LebedevFilt*). Le champ acoustique est bruité avec une amplitude de 5% de la valeur maximale du champ sur les points de mesure. Pour le spectre angulaire, le plan de mesure situé en  $z = 0$ , de dimensions  $6\lambda \times 6\lambda$  est constitué de 3721 points. Pour la méthode filtrée du produit scalaire, le rayon de la sphère d'intégration est  $7\lambda$ , l'ordre de la quadrature 65 impliquant un nombre de points de mesure de 749, environ 5 fois moins que pour le spectre angulaire. Pour la méthode du produit scalaire non filtré, le rayon est fixé à  $5.6\lambda$ .

### 1.3.3 Filtrage implicite dans la méthode du spectre angulaire

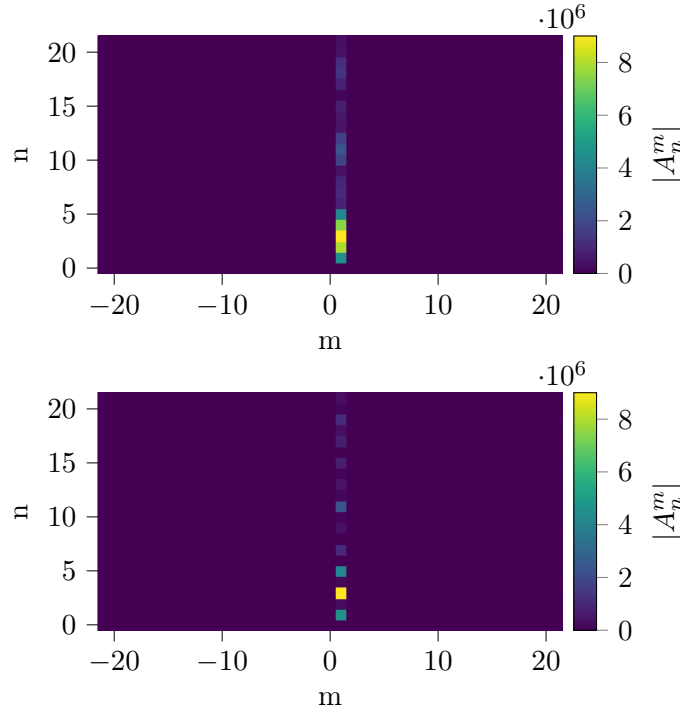
Il apparaît que le filtrage des ondes stationnaires soit optimal pour l'estimation de la force de radiation associée à un champ progressif comme le vortex focalisé. Tel que vu précédemment, l'absence de ce filtrage peut provoquer l'apparition d'oscillations non physiques plus ou moins fortes de la force de radiation axiale. La nouvelle méthode, proposée ci-dessus, dotée de ce filtrage s'est montrée robuste à la présence de bruit aléatoire.

Nous allons à présent montrer que la méthode du spectre angulaire développée par Sapozhnikov et Bailey (2013) fait également appel, de manière implicite, au filtrage des ondes stationnaires. Puis, nous proposerons une version non filtrée de la méthode du spectre angulaire.

Dans un premier temps, la méthode du spectre angulaire filtrée est appliquée à un champ stationnaire. Ce dernier est défini par la somme des coefficients de forme d'un vortex focalisé progressif et de leurs conjugués multipliés par un facteur  $e^{i\pi}$ , tel que :

$$A_n^{m,stat} = \frac{1}{2} \left[ A_n^{m,th} + \left( A_n^{m,th} e^{i\pi} \right)^* \right], \quad (1.36)$$

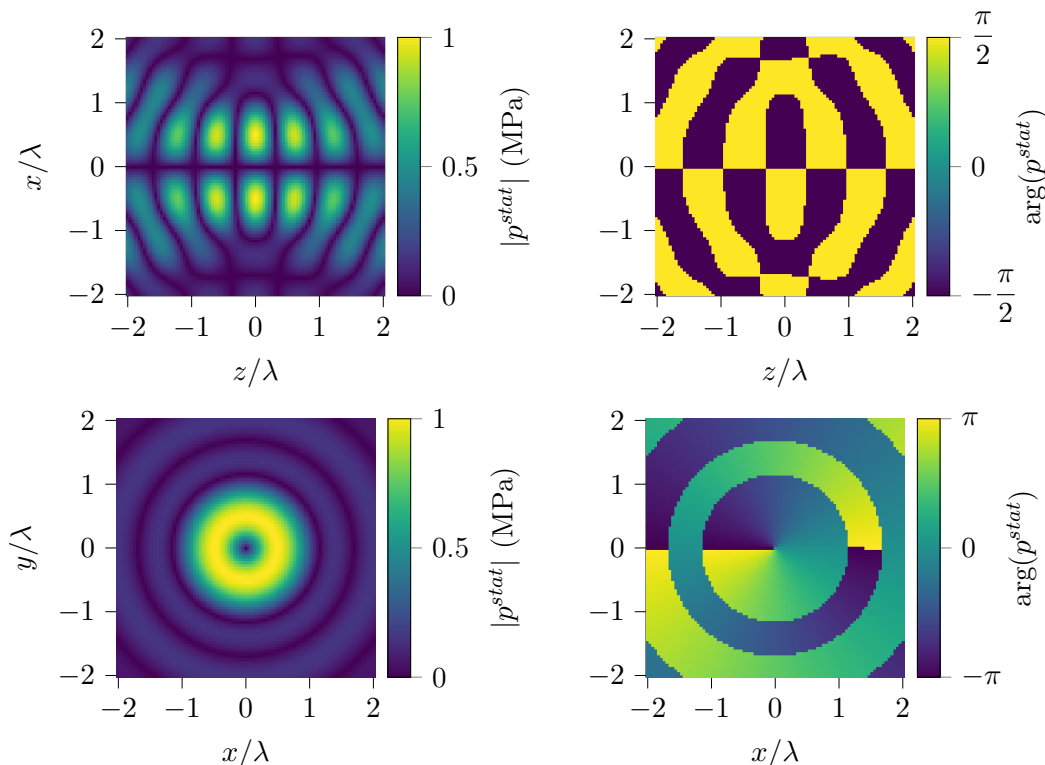
avec  $A_n^{m,th}$  les coefficients de forme théoriques définis par l'équation (1.13), et  $A_n^{m,th*}$  leurs conjugués. L'amplitude de pression maximale est 1 MPa, équivalente à celle du vortex progressif. Les  $A_n^{m,stat}$  obtenus sont représentés figure (1.18) en bas. L'effet principal de la stationnarité appa-



**FIGURE 1.18** Comparaison des coefficients de forme correspondant au vortex focalisé progressif (équation (1.13)) en haut et au vortex focalisé stationnaire (équation (1.36)) en bas.

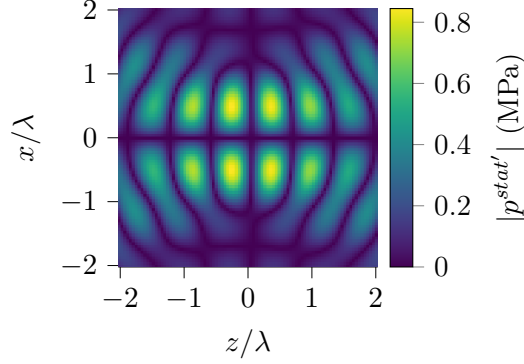
raît le long de l'axe  $m = m' = 1$  où les premiers  $A_n^{m'}$  sont discontinus par rapport à la version

progressive. Cela s'explique par la relation satisfaite par les polynômes associés de Legendre,  $P_n^m(\cos(\pi - \theta)) = P_n^m(-\cos \theta) = (-1)^{n+m} P_n^m(\cos \theta)$ , où l'angle  $\pi - \theta$  correspond à la direction opposée à celle du champ progressif. Un coefficient sur deux va donc s'annuler, et l'autre s'ajouter, d'où le facteur  $1/2$  dans l'équation (1.36). Le champ acoustique associé, figure (1.19), fait bien preuve de stationnarité suivant l'axe de propagation. Le facteur  $e^{i\pi}$  introduit dans l'équa-



**FIGURE 1.19** Valeur absolue et module du champ acoustique stationnaire calculés à partir des  $A_n^m$  définis par l'équation (1.36), tracés dans le plan axial (en haut) et dans le plan transverse (en bas).

tion (1.36) permet d'obtenir l'amplitude de pression maximale à la focale (figure (1.19) en haut à droite) au lieu d'un nœud de pression (figure (1.20)). Les paramètres définis plus tôt pour l'estimation des  $A_n^m$  sont conservés.



**FIGURE 1.20** Valeur absolue du champ acoustique stationnaire dans le plan axial en l'absence du facteur  $e^{i\pi}$  dans l'équation (1.36), impliquant l'annulation du champ à la focale.

La reconstruction des  $A_n^m$  par les méthodes du spectre angulaire et du produit scalaire filtrés, figure (1.21), montre bien qu'elles ne permettent pas de restituer le champ stationnaire. Les coefficients obtenus se rapprochent davantage de la version progressive du champ (figure (1.18)), en particulier pour la méthode du spectre angulaire. La reconstruction des champs acoustiques à partir de ces coefficients de forme témoigne également d'une structure proche de celle du vortex progressif. Il est possible d'adapter la méthode du spectre angulaire afin d'y retirer le filtrage implicite des ondes stationnaires. Pour cela, on repart de la transformée de Fourier 3D du champ acoustique :

$$\text{TF}_{3\text{D}}[\hat{p}(x, y, z)] = P(k_x, k_y, k_z) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \hat{p}(x, y, z) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dx dy dz. \quad (1.37)$$

Avec  $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$  le vecteur des coordonnées spatiales, et  $\mathbf{k} = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y + k_z\mathbf{e}_z$  le vecteur d'onde. Le champ étant solution de l'équation de Helmholtz, la relation de dispersion  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2$  s'applique, avec  $k_0 = \omega_0/c_0$ . Cela impose

$$k_z = \pm \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} = \pm q.$$

Ainsi, l'équation (1.37) devient

$$\text{TF}_{3\text{D}}[\hat{p}(x, y, z)] = P(k_x, k_y, k_z) (\delta(k_z - q) + \delta(k_z + q)). \quad (1.38)$$

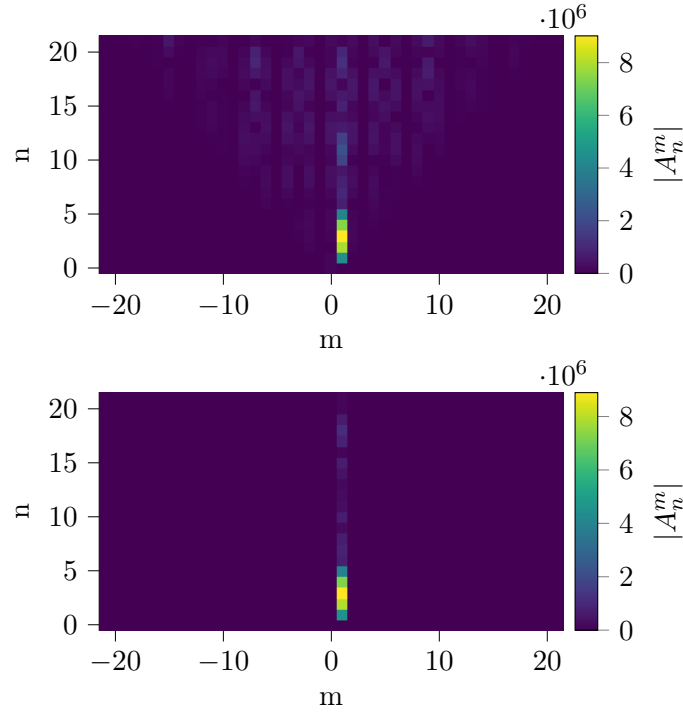
Le champ acoustique est simplement la transformée inverse de  $P$  :

$$\hat{p}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} P(k_x, k_y, k_z) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dk_x dk_y dk_z,$$

qui peut se réécrire, à l'aide de la décomposition en onde plane, équation (1.18) ; en coordonnées cartésiennes,

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{2\pi^2} j_n(k_0 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(x, y, z) \\ &\quad \times \iiint_{-\infty}^{\infty} P(k_x, k_y, k_z) Y_n^{m*}(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z. \end{aligned}$$





**FIGURE 1.21** Reconstruction des  $A_n^m$  d'un vortex focalisé stationnaire non bruité avec la méthode du spectre angulaire filtré (en haut) et la méthode du produit scalaire filtré (en bas).

De plus, selon l'équation (1.38),

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{2\pi^2} j_n(k_0 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(x, y, z) \\ &\times \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} [P(k_x, k_y, q) Y_n^{m*}(k_x, k_y, q) + P(k_x, k_y, -q) Y_n^{m*}(k_x, k_y, -q)] dk_x dk_y. \end{aligned}$$

L'expression des harmoniques sphériques, donnée à l'équation (1.9), fait intervenir les polynômes associés de Legendre qui ont pour propriété :

$$P_n^m(-x) = (-1)^{n+m} P_n^m(x).$$

Or  $x = \cos \theta_k = k_z/k_0 = \pm q/k_0$ . Ainsi,  $Y_n^{m*}(k_x, k_z, -q) = (-1)^{n+m} Y_n^{m*}(k_x, k_y, q)$ .

Finalement,

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{2\pi^2} j_n(k_0 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(x, y, z) \\ &\times \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} [P^+(k_x, k_y) + (-1)^{n+m} P^-(k_x, k_y)] Y_n^{m*}(k_x, k_y, q) dk_x dk_y, \end{aligned}$$

avec  $P^+(k_x, k_y) = P(k_x, k_y, q)$  correspondant à la partie du champ qui se propage de manière progressive et  $P^-(k_x, k_y) = P(k_x, k_y, -q)$  à celle qui se propage de manière rétrograde.

Les coefficients de forme peuvent être identifiés à partir de la décomposition en harmoniques sphériques du champ acoustique (équation (1.6)), en notant que le coefficient d'amplitude  $p_0$  est inclu dans  $A_n^m$  :

$$A_n^m = \frac{i^n}{2\pi^2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} [P^+(k_x, k_y) + (-1)^{n+m} P^-(k_x, k_y)] Y_n^{m*}(k_x, k_y, q) dk_x dk_y. \quad (1.39)$$

De plus, le spectre angulaire est défini comme la transformée inverse de  $P(k_x, k_y, k_z)$ ,

$$\begin{aligned} S_z(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P(k_x, k_y, k_z) e^{ik_z z} dk_z, \\ &= \frac{1}{2\pi} [P^+(k_x, k_y) e^{iqz} + P^-(k_x, k_y) e^{-iqz}]. \end{aligned}$$

Dans le cas d'une onde progressive paraxiale  $S_{z=0}(k_x, k_y) = P^+(k_x, k_y)/(2\pi)$ , avec  $S_{z=0}$  le spectre angulaire du champ acoustique dans le plan  $z = 0$ . À l'aide de l'équation (1.39), on retrouve ainsi l'expression des  $A_n^m$  de la méthode du spectre angulaire (section (1.3.1), Sapozhnikov et Bailey (2013)) :

$$A_n^m = \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} S_{z=0}(k_x, k_y) Y_n^{m*}(\theta_k, \varphi_k) dk_x dk_y, \quad (1.40)$$

avec  $\theta_k = \arccos(k_z/k_0)$ ,  $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$  et  $\varphi_k = \arctan(k_y/k_x)$ .

Dans le cas d'une onde quelconque,  $P^+$  et  $P^-$  doivent être pris en compte, il est donc nécessaire de connaître le spectre angulaire sur 2 plans différents  $z = z_1$  et  $z = z_2$  :

$$\begin{cases} S_{z_1}(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} [P^+(k_x, k_y) e^{iqz_1} + P^-(k_x, k_y) e^{-iqz_1}], \\ S_{z_2}(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} [P^+(k_x, k_y) e^{iqz_2} + P^-(k_x, k_y) e^{-iqz_2}]. \end{cases}$$

Ce système permet de déterminer  $P^+$  et  $P^-$  en fonction des spectres angulaires mesurés :

$$\begin{cases} P^+(k_x, k_y) = 2\pi \frac{S_{z_1} e^{iqz_1} - S_{z_2} e^{iqz_2}}{e^{2iqz_1} - e^{2iqz_2}}, \\ P^-(k_x, k_y) = 2\pi \frac{S_{z_1} e^{-iqz_1} - S_{z_2} e^{-iqz_2}}{e^{-2iqz_1} - e^{-2iqz_2}}. \end{cases} \quad (1.41)$$

En injectant ces expressions dans l'équation (1.39) :

$$A_n^m = \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} \left[ \frac{S_{z_1} e^{iqz_1} - S_{z_2} e^{iqz_2}}{e^{2iqz_1} - e^{2iqz_2}} + (-1)^{n+m} \frac{S_{z_1} e^{-iqz_1} - S_{z_2} e^{-iqz_2}}{e^{-2iqz_1} - e^{-2iqz_2}} \right] Y_n^{m*} dk_x dk_y. \quad (1.42)$$

*A priori*, le choix des plans  $z_1$  et  $z_2$  est arbitraire, on peut les choisir symétriques autour de l'origine, tel que  $z_1 = -z$  et  $z_2 = z$ , avec  $z > 0$ , alors :

$$\begin{aligned} A_n^m &= \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} \frac{1}{2i \sin(2qz)} [S_{z^+} (e^{iqz} - (-1)^{n+m} e^{-iqz}) \\ &\quad - S_{z^-} (e^{-iqz} - (-1)^{n+m} e^{iqz})] Y_n^{m*} dk_x dk_y. \end{aligned}$$

Deux cas sont possibles en fonction de la valeur de  $(-1)^{n+m}$  :

$$A_n^m = \begin{cases} \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} \left[ \frac{S_{z^+} + S_{z^-}}{2 \cos(qz)} \right] Y_n^{m*} dk_x dk_y & \text{si } (-1)^{n+m} = 1, \\ \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} \left[ \frac{S_{z^+} - S_{z^-}}{2i \sin(qz)} \right] Y_n^{m*} dk_x dk_y & \text{si } (-1)^{n+m} = -1. \end{cases} \quad (1.43a)$$

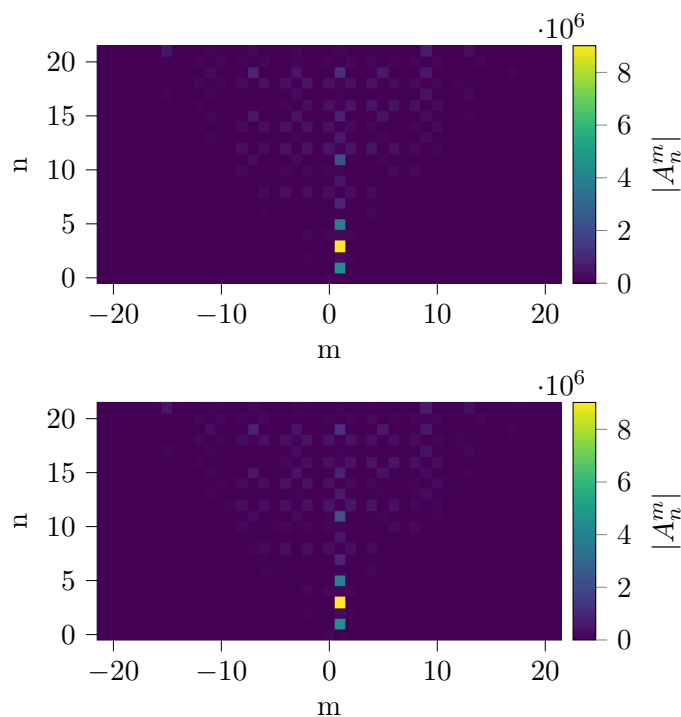
$$A_n^m = \begin{cases} \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} \left[ \frac{S_{z^+} + S_{z^-}}{2 \cos(qz)} \right] Y_n^{m*} dk_x dk_y & \text{si } (-1)^{n+m} = 1, \\ \frac{i^n}{\pi} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} \left[ \frac{S_{z^+} - S_{z^-}}{2i \sin(qz)} \right] Y_n^{m*} dk_x dk_y & \text{si } (-1)^{n+m} = -1. \end{cases} \quad (1.43b)$$

L'équation (1.43a) implique  $qz < \pi/2$  et donc  $z < \lambda/4$ . Et l'équation (1.43b) implique  $qz > 0$ , ainsi  $z > 0$ .

Cette méthode complète du spectre angulaire doit permettre de retrouver les  $A_n^m$  d'un champ stationnaire, par exemple celui défini par l'équation (1.36). Pour appliquer cette méthode, les deux plans sont pris en  $z = -0.1\lambda$  et  $z = 0.1\lambda$ , et possèdent les mêmes dimensions que le plan utilisé pour le spectre angulaire filtré, soit  $6\lambda \times 6\lambda$  et 3721 points. La figures (1.22) représentent les coefficients de forme estimés avec 5% de bruit et sans bruit. Ils sont très peu perturbés par l'ajout de bruit.

Les forces reconstruites sont représentées figure (1.23) pour le champ acoustique bruité à 5%, et comparées avec celles obtenues par les méthodes précédemment exposées.

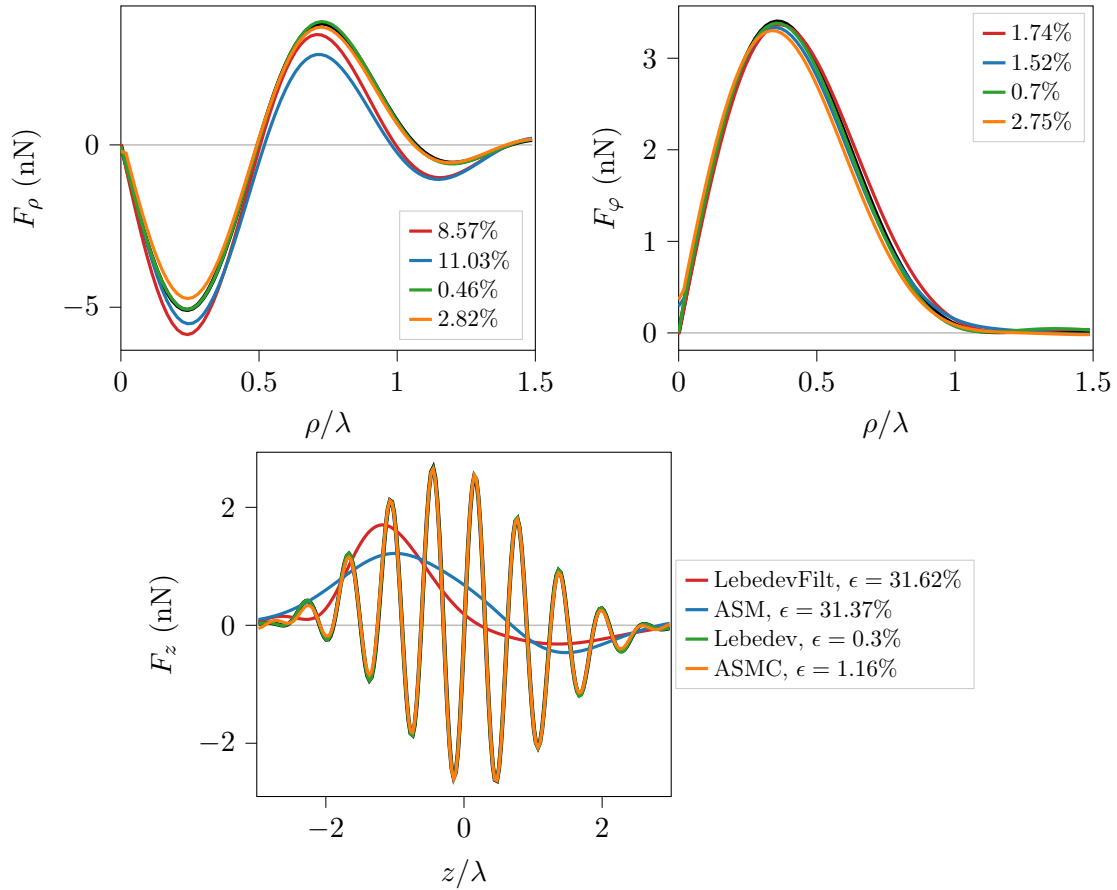
Tel que prévu, seules les méthodes non filtrées permettent d'obtenir la force correctement. En



**FIGURE 1.22** Reconstruction des  $A_n^m$  d'un vortex focalisé stationnaire avec la méthode du spectre angulaire complète sans bruit en haut et avec 5% de bruit.

outre, à amplitudes de pression égales entre le champ stationnaire et le champ progressif, la force axiale stationnaire est 2 fois plus importante, en ce qui concerne le pic positif, et 6 fois plus

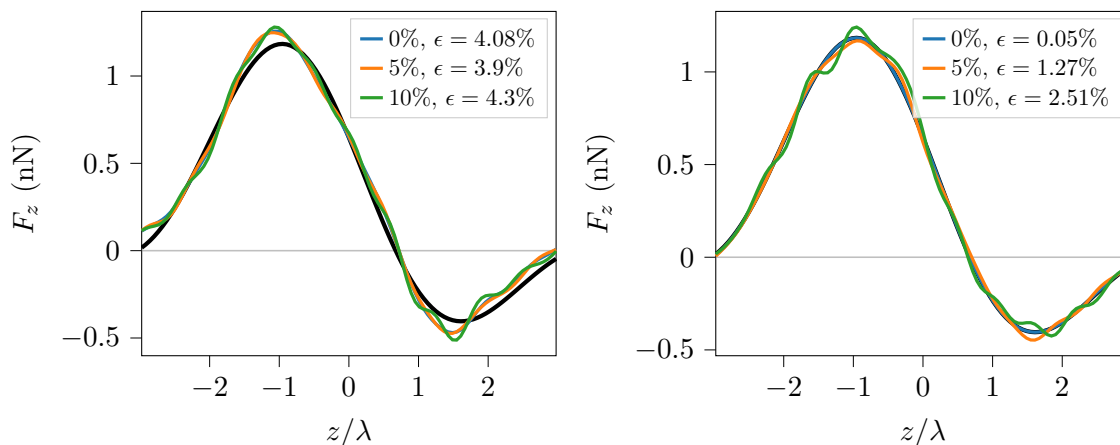
pour le pic négatif. Les ondes stationnaires ont donc une contribution conséquente à la force de radiation. La répartition d'amplitude entre les pics positifs et négatifs de la force axiale est équilibrée. Quoique légèrement surestimée par les méthodes filtrées, la force radiale n'est quasiment pas modifiée par rapport au vortex progressif. En effet, ce dernier présente déjà une dimension stationnaire latérale en raison de la focalisation du champ et de la rotation de la phase. La stationnarité permet d'expliquer en partie l'écart d'amplitude entre les forces axiale et latérale pour les champs progressif et stationnaire. Ce rapport d'amplitude dépend également de l'angle de focalisation  $\alpha_0$ . En présence de bruit cette fois-ci, la méthode du produit scalaire non filtré permet aussi de récupérer la force axiale correcte. En effet, le bruit présent dans le champ a beaucoup moins d'influence sur un champ déjà stationnaire.



**FIGURE 1.23** Comparaison des forces reconstruites pour le vortex focalisé stationnaire bruité à 5% avec les méthodes du produit scalaire filtré (*LebedevFilt*), du spectre angulaire filtré (*ASM*), du produit scalaire non filtré (*Lebedev*) et du spectre angulaire non filtré (*ASMC*). Pour les méthodes du spectre angulaire, les plans de mesure sont de dimensions  $6\lambda \times 6\lambda$ , constitués de 3721 points. Le plan est situé en  $z = 0$  pour la méthode filtrée, et en  $|z| = 0.1\lambda$  pour la version non filtrée. Pour la méthode du produit scalaire filtré, le rayon de la sphère est  $7\lambda$ , la quadrature est d'ordre 65 impliquant 749 points de mesure.

Pour la méthode du produit scalaire non filtré le rayon est pris à  $5.6\lambda$ .

*A priori*, la méthode du spectre angulaire non filtré permet également de reconstruire les coefficients de forme d'un champ progressif. On peut le vérifier en appliquant cette méthode au vortex focalisé progressif utilisé au début de cette section. Les forces axiales obtenues, en présence de 0, 5, 10% de bruit sont représentées figure (1.24), ainsi que celles obtenues par la méthode du produit scalaire non filtré. Les forces présentent, de manière similaire, de légères oscillations qui ont tendance à être amplifiées par la présence de bruit. Ainsi, la présence de bruit, agissant comme des ondes stationnaires, a bien un effet perturbateur sur la force axiale du champ progressif. Dans



**FIGURE 1.24** Forces reconstruites pour le vortex focalisé progressif bruité à 5% avec, à gauche, la méthode du spectre angulaire non filtré (*ASMC*) et, à droite, la méthode du produit scalaire non filtré (*Lebedev*). Pour la méthode du spectre angulaire, les plans de mesure situés en  $|z| = 0.1\lambda$  sont de dimensions  $6\lambda \times 6\lambda$ , constitués de 3721 points. Pour la méthode du produit scalaire, le rayon de la sphère d'intégration est  $5.6\lambda$ , l'ordre de la quadrature 65 impliquant 749 points de mesure.

le cadre de la caractérisation de la pince acoustique mono-faisceau, faisant donc appel à des champs progressifs, il est ainsi primordial d'utiliser une méthode filtrante pour l'estimation de la force de radiation.

## 1.4 Conclusions

Dans un premier temps, la modélisation tridimensionnelle de la force de radiation a été rappelée, dans le cas d'un champ acoustique harmonique arbitraire et un objet sphérique élastique positionné arbitrairement dans ce champ. Les trois composantes de la force s'expriment en fonction de deux inconnues, les coefficients de diffusion associés à l'objet et les coefficients de forme du champ acoustique. Les premiers sont bien connus et dépendent uniquement de la taille de l'objet, de ses propriétés mécaniques et celles de son milieu environnant. Les coefficients de forme, quant à eux, caractérisent complètement la structure du champ acoustique dans la base des harmoniques sphériques. Ils peuvent également contenir directement l'amplitude de pression ou de potentiel, notamment dans le cadre d'un champ expérimental. Pour estimer la force de radiation à partir de l'expression analytique, il est donc nécessaire de connaître la taille et les propriétés mécaniques de

l'objet à piéger, ainsi que le champ incident, interagissant avec l'objet, par le biais des coefficients de forme.

Dans un second temps, les caractéristiques du vortex acoustique focalisé ont été rappelées, ainsi que sa capacité à générer des pièges tridimensionnels et sélectifs. Ce champ, dont l'expression analytique de ses coefficients de forme est connue, est principalement caractérisé par deux paramètres qui sont son angle d'ouverture et sa distance de focalisation. L'angle est essentiel afin de générer des forces axiales de rappel suffisamment fortes. Plus l'angle est important, plus la source est focalisée et plus la force axiale de rappel est grande. Il y a tout de même un compromis à faire entre l'angle et la distance focale, car les applications potentielles des pinces acoustiques peuvent nécessiter des distances de travail confortables.

Dans le cas où le champ acoustique expérimental peut être mesuré pour estimer la force de radiation, des méthodes de reconstruction des coefficients de forme existent. Deux de ces méthodes sont rappelées, celle de la quadrature de Lebedev du produit scalaire et celle du spectre angulaire. La première méthode s'était malheureusement révélée extrêmement sensible au bruit et incompatible avec un champ expérimental, en raison de la présence du terme  $1/j_0(k_0 r_S)$  et de l'absence de filtrage des ondes stationnaires. La seconde est fiable mais nécessite un grand nombre de points de mesure pour bien fonctionner. Cela peut poser des problèmes pour certains procédés de mesure, ainsi une nouvelle méthode, sorte de version filtrée de la quadrature de Lebedev du produit scalaire, est proposée. Elle permet de reconstruire très fidèlement la force de radiation à moindre coût en termes de points de mesure, est très peu sensible au bruit et ne nécessite pas l'utilisation de transformée de Fourier. Cela peut éviter certaines erreurs liées au fenêtrage et à l'échantillonnage spatial du champs. Par ailleurs, cela retire une étape supplémentaire de manipulation numérique des données. Les paramètres optimaux de cette méthode sont étudiés numériquement.

Enfin, il est démontré que la méthode existante du spectre angulaire contient de manière implicite un filtrage des ondes stationnaires, ondes généralement responsables de fortes erreurs dans le calcul de la force. Une méthode sans filtrage du spectre angulaire est exposée, permettant ainsi de mettre en évidence le filtrage implicite présent dans la méthode initiale du spectre angulaire et d'obtenir les forces et coefficients de forme de champs acoustiques stationnaires.

Par la suite, deux méthodes d'estimations des coefficients de forme seront appliquées, la méthode du spectre angulaire filtré (Sapozhnikov et Bailey (2013)) et la nouvelle méthode du produit scalaire filtré (cf. section 1.3.2). La première méthode est avantageuse dans le cas où la mesure reste stable au cours du temps, par exemple si le capteur est un microphone ou un hydrophone, ou bien si la géométrie de la pince acoustique ne permet pas de réaliser la mesure du champ par la deuxième méthode en raison d'une distance de travail trop faible (cf. chapitre 2). En effet, il a été démontré que le rayon de la sphère d'intégration doit être suffisamment grand pour appliquer certaines approximations. Enfin, en plus de présenter une erreur minimale, la seconde méthode a l'avantage de nécessiter un nombre réduit de points de mesure permettant une mesure plus rapide du champ, aspect crucial dans le cas d'une mesure instable sur de longues durées (cf. chapitre 3).



## Force de rappel axiale en micropesanteur en milieu aérien

La pince acoustique présente de nombreuses applications, pour la micro-robotique, la rhéologie, la science des matériaux ou la mécanique des fluides par exemple. Son développement en tant qu'instrument scientifique requiert une caractérisation précise de la force de radiation. Celle-ci passe généralement par des méthodes indirectes, la force de radiation dépendant intrinsèquement de l'objet sur lequel elle s'exerce. Par exemple, l'équilibre entre la poussée d'Archimède et la force de radiation exercée sur des bulles de rayon 25 à 500  $\mu\text{m}$  et générée par un vortex focalisé opérant à 2.25 MHz a permis de caractériser la force axiale de poussée (Baresch et Garbin, 2020). La force de poussée a également été caractérisée par la mesure des déplacements d'un diffuseur sphérique d'acier de diamètre 1.8 mm suspendu par des fils (rigides ou élastiques) et soumis à la force de radiation émise par un transducteur émettant à 1.19 MHz (Nikolaeva *et al.*, 2016). Les forces latérales, à une fréquence de 1.5 MHz, exercées sur des billes de diamètre 2 à 8 mm reposant sur une membrane dans l'eau, ont été déterminées par la balance de forces latérales opposées, notamment le poids (Ghanem *et al.*, 2019). D'autres stratégies de caractérisation des forces latérales de radiation sont basées sur la force de traînée induite dans un microcanal (Lee *et al.*, 2013) ou sur les forces de friction entraînées par le déplacement latéral des objets piégés sur une surface (Li *et al.*, 2013). Il semble donc que la force axiale de rappel n'ait pas encore été caractérisée pour la manipulations de billes élastiques sphériques, malgré son importance pour les activités de manipulation sans contact sélectives, tridimensionnelles et précises.

La force de radiation est un phénomène ténu, souvent dominé par d'autres effets. La force de rappel axiale y est d'autant plus sensible qu'elle a, en général, un ordre de grandeur en moins par rapport aux forces latérales, en raison de l'aspect progressif du champ suivant l'axe de propagation et stationnaire suivant les axes transverses. Dans l'air, la force de radiation est particulièrement concurrencée par le poids des objets à manipuler, dont les masses volumiques présentent de forts contrastes avec celle du milieu. Malgré ces difficultés, la possibilité de manipuler des objets à distance dans l'air à partir de champs acoustiques a été démontrée, en pesanteur terrestre, à plusieurs reprises avec des systèmes à ondes stationnaires (Whymark, 1975; Xie *et al.*, 2002; Weber *et al.*, 2009), ou avec des systèmes de lévitation (Marzo *et al.*, 2015). Cependant, soit la variété de matériau des objets pouvant être manipulés est restreinte (par leur densité) soit les opérations de manipulation sont limitées en raison de multiples positions d'équilibre (peu précis) ou par l'encombrement du système (peu accessible).

Un moyen de se débarrasser du poids des objets, pour la caractérisation du piège acoustique, est de réaliser les expériences de manipulation sans contact en micropesanteur, ainsi le poids n'est



plus un facteur limitant. Les premières expériences de lévitation acoustique dans l'espace, plus précisément dans le laboratoire de la Navette Spatiale Challenger en 1985, consistaient à positionner et maintenir en place des échantillons afin de les étudier. L'une d'entre elles visait à étudier les rotations forcées d'une goutte piégée par trois faisceaux d'ondes stationnaires orthogonaux (Wang *et al.*, 1986). Une autre expérience visait à positionner des échantillons de verre, à l'aide d'un dispositif à onde stationnaire (composé d'une source acoustique et d'un réflecteur) opérant à 15 kHz, pour étudier leur fusion (Rey *et al.*, 1988). Suite à ces travaux, d'autres expériences similaires ont été réalisées en environnement de micropesanteur (Wang *et al.*, 1994, 1996). Plus récemment, la manipulation de gouttes, leur coalescence, mélange, séparation et évaporation ont été réalisées par le biais d'une antenne de transducteur et d'un réflecteur (Hasegawa *et al.*, 2019). La manipulation simultanée de deux gouttes de diamètre environ 2 mm est démontrée. L'utilisation de tels dispositifs en micropesanteur présente l'avantage de ne pas nécessiter des amplitudes acoustiques trop importantes, pouvant conduire à des effets de propagation non-linéaires ou à des instabilités de surface des gouttes ou échantillons en fusion. Au delà des avantages à réaliser ces expériences en micropesanteur, la manipulation acoustique sans contact présente un réel potentiel pour la recherche en micropesanteur (Trinh, 1985; Andrade *et al.*, 2018, 2020).

Les pinces acoustiques représentent un candidat idéal pour de telles applications en raison de leurs propriétés de sélectivité, tridimensionnalité, précision et accessibilité. En effet, une particularité de la pince acoustique est l'utilisation d'un faisceau progressif unidirectionnel, autorisant alors l'accès à l'échantillon piégé depuis toutes les autres directions. Ce qui n'est pas le cas des systèmes à ondes stationnaires qui nécessitent que les sources soient correctement situées et alignées par rapport à un réflecteur ou une autre source déphasée.

Un prototype de pince acoustique à faisceau unidirectionnel, développé au laboratoire pour la manipulation d'objets millimétriques dans l'air, a suscité l'intérêt du Centre National d'Étude Spatiale (CNES) pour le lancement d'un projet de manipulation acoustique dans la Station Spatiale Internationale. L'objectif est, dans un premier temps, de réaliser un démonstrateur technologique de manipulation sans contact en micropesanteur pour ensuite promouvoir et développer cette innovation comme instrument de la recherche spatiale, pour l'étude des comportements des fluides en micropesanteur, la manipulation de substances toxiques ou encore d'objets biologiques dans le cadre de la médecine (Ghanem *et al.*, 2020).

Dans le cadre de ce projet avec le CNES, un dispositif expérimental de pince acoustique adapté est développé pour la manipulation d'objet dans l'air. Dans un premier temps, la conception du système, inspiré de (Baresch *et al.*, 2016) et (Marzo *et al.*, 2018), sera décrite. Dans le but d'estimer la force de radiation produite par le dispositif, le champ acoustique incident est mesuré et les coefficients de forme associés sont déterminés.

Puis, des expériences de manipulation sans contact sont réalisées en micropesanteur par le biais de vols paraboliques. Des pièges stables sont observés et la dynamique des objets manipulés est étudiée. Celle-ci permet la mesure indirecte de la raideur de la force de radiation en faisant l'hypothèse d'un comportement d'oscillateur masse-ressort simple.

Enfin, le modèle théorique tridimensionnel de la force de radiation (Baresch *et al.*, 2013b) est comparé aux données expérimentales.

La dernière partie est consacrée à la démonstration technologique de la pince acoustique dans la Station Spatiale Internationale.

## 2.1 Description du dispositif de pince acoustique

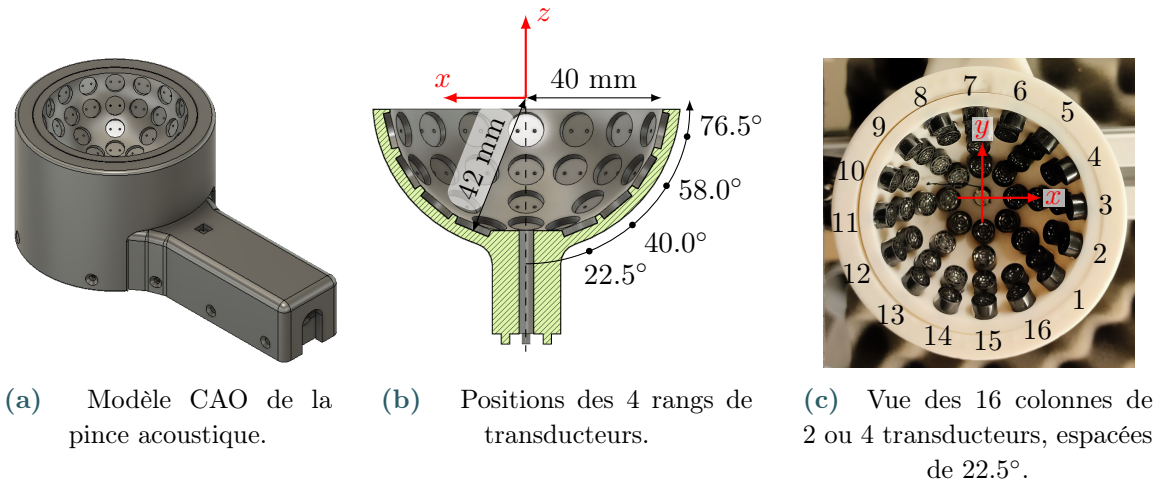
### 2.1.1 Géométrie et agencement de l'antenne de transducteurs

L'objectif est de concevoir une pince acoustique opérant dans l'air à une fréquence de 40 kHz (correspondant à une longueur d'onde  $\lambda = 8.5$  mm) afin de piéger des objets sphériques de taille millimétrique. Dans un premier temps, le modèle tridimensionnel de la force de radiation, section 1.1 est combiné à l'expression théorique des coefficients de forme  $A_n^m$  du vortex focalisé, équation (1.13). Cette étape permet de comparer les forces obtenues pour différents jeux de paramètres  $r_0$  la distance de focalisation et  $\alpha_0$  l'angle d'ouverture, et de choisir la combinaison optimale. Ensuite, ce premier modèle numérique doit être adapté au type de transducteur choisi pour construire l'antenne synthétisant le vortex focalisé. L'usage de l'intégrale de Rayleigh (Morse et Ingard (1968)) permet alors de déterminer le champ acoustique produit par une antenne hémisphérique, de rayon  $r_0$  et angle d'ouverture  $\alpha_0$ , composée de plusieurs transducteurs. Le champ total correspond à la somme des champs acoustiques produits par chaque transducteur. Enfin, à l'aide d'une méthode de détermination des coefficients de forme, section 1.3, la force de radiation est estimée et l'agencement optimal des transducteurs est choisi. Le passage d'une surface émettrice continue (définie par l'expression théorique des  $A_n^m$ ) à une somme de surfaces émettrices (pour l'antenne) a pour conséquence principale de réduire l'amplitude de la force de radiation. En effet, réduire la surface d'émission par la discrétisation induit une diminution de l'énergie acoustique.

À la suite de ce processus, le modèle retenu pour la pince acoustique aérienne est une antenne de 48 transducteurs piézoélectriques ultrasonores Murata MA40S4S (10 mm de diamètre chacun, 120 dB SPL à 30 cm, pour 10  $V_{rms}$  à 40 kHz) émettant 40 kHz ( $\lambda = 8.5$  mm). Ces derniers sont sélectionnés pour leur qualité de résonance à la fréquence de travail. Cette caractéristique est avantageuse car elle permet d'obtenir le meilleur rendement possible, et l'amplitude de champ acoustique et de force de radiation la plus importante à la fréquence voulue.

Ces transducteurs sont agencés sur un support hémisphérique de rayon 4 cm ( $\approx 4.7\lambda$ ) conçu à l'aide d'un logiciel de conception assistée par ordinateur (CAO) et fabriqué à l'imprimante 3D (figure (2.1a)). Le choix du rayon du bol résulte du compromis entre un nombre suffisant de transducteurs sur le support afin d'atteindre les forces de radiation visées et la compacité du système, ainsi que sa maniabilité, par rapport aux objets à piéger, de l'ordre du millimètre. En effet, la manipulation d'objets millimétriques et ses applications seraient plus difficiles si la pince acoustique est très grande par rapport aux objets manipulés.

Les 48 transducteurs sont répartis sur 16 colonnes ou voies, séparées d'un angle azimutal de  $22.5^\circ$  (figure (2.1c)), alternant 2 ou 4 rangs (figure (2.1b)), avec des angles d'élévation de  $22.5^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $58^\circ$  et  $76.5^\circ$  par rapport au fond du support. Le choix de cet agencement permet à la fois d'optimiser l'occupation de la surface du support par rapport aux contraintes géométriques et d'encombrement, liées aux dimensions des transducteurs et du support, ainsi que le contrôle électronique des transducteurs. Le but étant de générer un vortex focalisé dont la phase, dans un plan, varie de manière angulaire de 0 à  $2\pi$ . Pour cela, les transducteurs de chaque colonne sont reliés par des câbles électriques et connectés à une voie électronique qui transmet le déphasage adéquat à la colonne de transducteurs concernée. Les transducteurs d'une même colonne reçoivent donc le même signal, phase et amplitude. L'amplitude de l'émission acoustique des transducteurs n'est



**FIGURE 2.1** Conception de la pince acoustique. (a) Modèle CAO de la pince, support des transducteurs, utilisé à l'impression 3D. (b) Position des 4 rangs de transducteur sur la surface hémisphérique. (c) Vue du dessus de la pince acoustique et de ses 16 colonnes indépendantes de 2 ou 4 transducteurs.

donc pas contrôlée individuellement, une voie correspondant à une colonne. Enfin, l'alternance du nombre de transducteurs (2 ou 4) par colonne est liée à l'encombrement au fond du bol. Il est impossible de remplir chaque colonne de 4 transducteurs par manque de place et ne conserver que des colonnes de 2 transducteurs aurait considérablement réduit l'amplitude du champ acoustique. De plus, un nombre de 16 colonnes permet d'avoir un échantillonnage suffisamment fin de la phase du champ.

Le rayon de focalisation  $r_0$  est d'environ 3.3 cm ( $\approx 3.9\lambda$ ) et l'angle d'ouverture  $\alpha_0$  de  $77^\circ$ , impliquant une très forte focalisation du champ acoustique.

La forme sphérique du support ainsi que le contrôle électronique indépendant de chacune des 16 voies permettent la génération d'un vortex naturellement focalisé de charge topologique  $m'$ . La charge topologique définit le nombre de sauts de phase que le front d'onde subira dans un même plan transverse. Ici  $m'$  est fixé à  $\pm 1$ . Si l'on souhaitait l'augmenter, il faut s'assurer que la discrétisation de la phase est suffisante pour reconstruire le vortex de charge  $|m'| > 1$  correctement. Une charge 2, soit deux sauts de phase, semble accessible car il y aurait alors 8 colonnes de transducteurs par rotation de phase (contre 16 colonnes pour  $m' = 1$ ).

Le modèle apparaissant figure (2.1a) présente, si besoin, une poignée pour le contrôle manuel la pince lors d'expériences de piégeage. Pour cela, un bouton poussoir et un potentiomètre permettent la mise en marche ou l'arrêt de la pince et le réglage son amplitude d'émission (figure (2.2)).

Les informations relatives à la conception de la pince, sa géométrie, le nombre de transducteurs et leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau (2.1).



**FIGURE 2.2** Emplacement du bouton poussoir (pour la mise en marche et l'arrêt de l'émission acoustique) et du potentiomètre (pour la variation de l'amplitude de l'émission acoustique).

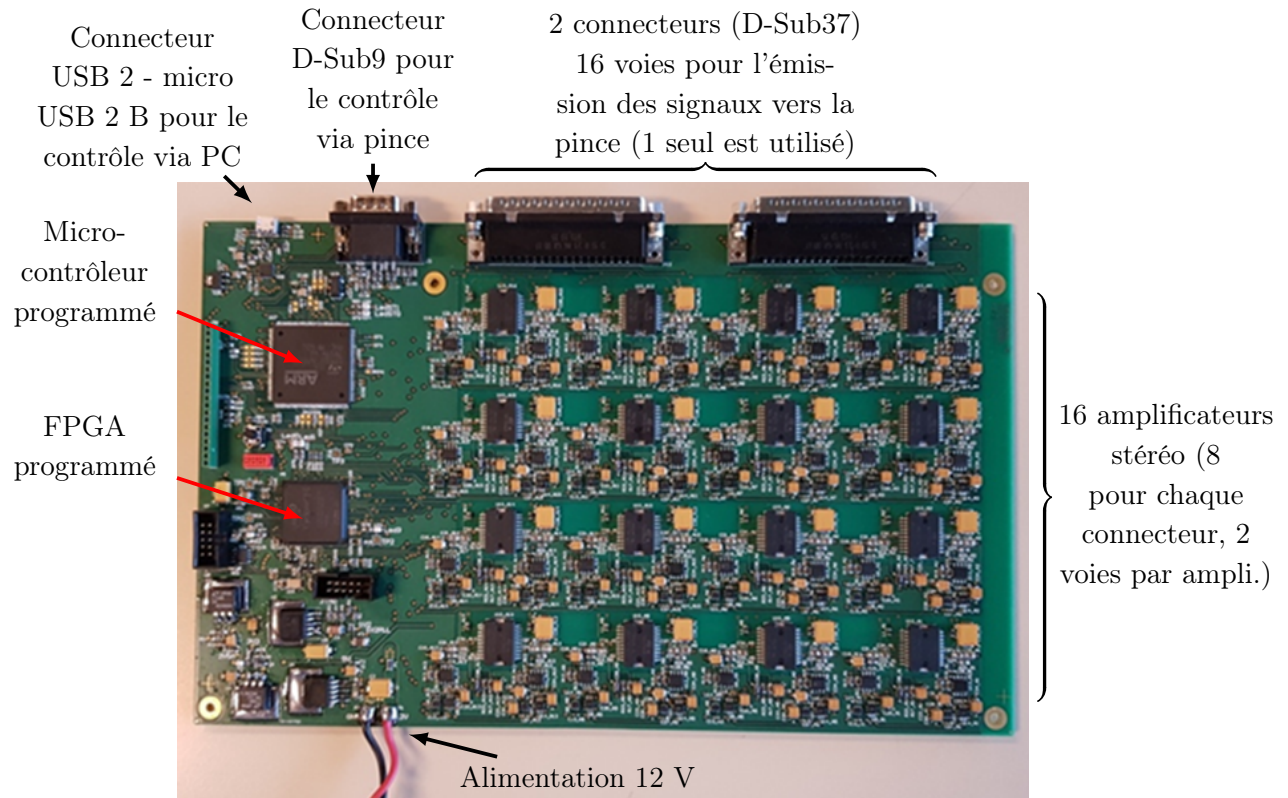
Géométrie	Transducteurs
48 transducteurs	$f_0 = 40 \text{ kHz}$ ( $\lambda = 8.5 \text{ mm}$ )
16 voies séparées de $22.5^\circ$ , 1 sur 2 est constituées de 2 ou 4 transducteurs	Diamètre 10 mm
$r_0 \approx 3.3 \text{ cm}$ $\alpha_0 \approx 77^\circ$	Niveau de référence : 120 dB SPL à 30 cm pour une tension de $10 V_{rms}$ à 40 kHz

**TABLEAU 2.1** Récapitulatif des données de conception de la pince acoustique.

### 2.1.2 Électronique de contrôle des voies de l'antenne

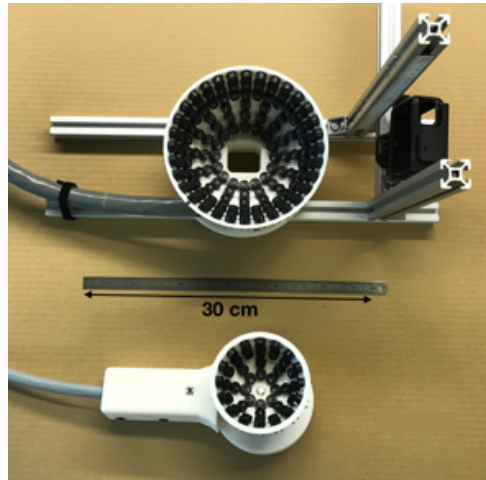
Une électronique de contrôle a été développée au laboratoire, par Hélène Moingeon, spécialement pour l'étude des pinces acoustiques aériennes opérant à une fréquence de 40 kHz (figure (2.3)). Le cœur de la carte est composé d'un FPGA Intel Cyclone10LP permettant de générer au maximum 32 signaux codés sur 12 bits à 40 kHz avec des phases adaptées. Le nombre de 32 signaux indépendants fait suite à un premier modèle de pince, composé de 144 transducteurs répartis sur 32 voies, jugé trop encombrant et peu maniable pour les applications visées (figure (2.4) pour la comparaison des deux modèles). Dans le cadre de la pince étudiée ici, seulement 16 voies sont utilisées. Ces signaux sont ensuite transmis à des convertisseurs analogiques puis amplifiés par des amplificateurs stéréo de puissance audio (16 amplificateurs stéréo au total, soit 8 utilisés pour 16 voies). Chaque sortie d'amplificateur alimente une voie de 2 à 4 transducteurs décrits ci-dessus par le biais d'un des deux connecteurs D-Sub37 (dont seulement 32 broches sur 37 sont utilisées pour relier les deux pâtes de chaque transducteur à chaque sortie d'amplificateur). Le FPGA est piloté par un micro-contrôleur qui transmet les ordres du PC, reçus par liaison USB 2, ou bien génère des commandes en fonction de l'état du bouton poussoir on/off et du potentiomètre de la pince, via le connecteur D-Sub9. La carte est mise en marche par une alimentation linéaire de 12 V et 5 A.

La conception de cette électronique de contrôle est prévue pour la maîtrise du déphasage, caracté-



**FIGURE 2.3** Photographie de la carte électronique (dimensions 180.34 mm  $\times$  289.56 mm) développée pour le fonctionnement de la pince acoustique aérienne. Les éléments principaux de la carte sont l'alimentation 12 V, le FPGA (Field Programmable Gate Arrays) permettant de programmer l'émission des signaux acoustiques, le micro-contrôleur recevant les ordres externes d'émission, les 16 amplificateurs ainsi que les différents connecteurs : USB vers l'ordinateur de contrôle, celui permettant le contrôle de la pince par l'ordinateur et celui permettant d'acheminer les signaux vers les transducteurs.

téristique indispensable du vortex, dépendant de la colonne d'intérêt ou de manière générale, de la position azimutale des transducteurs (figure (2.1c)). En revanche, l'amplitude délivrée est la même pour tous les transducteurs. Ceux-ci étant tous situés à la même distance de la focale, leur amplitude, après propagation jusqu'au centre, est supposée équivalente. Il n'est donc pas nécessaire de contrôler individuellement l'amplitude des transducteurs. Enfin, la carte électronique est montée dans le boîtier apparaissant figure (2.5).



**FIGURE 2.4** Comparaison du premier modèle (en haut) de pince acoustique aérienne opérant à 40 kHz, composé de 144 transducteurs répartis en 32 colonnes, par rapport au second modèle (en bas) constitué de 48 transducteurs répartis sur 16 colonnes.



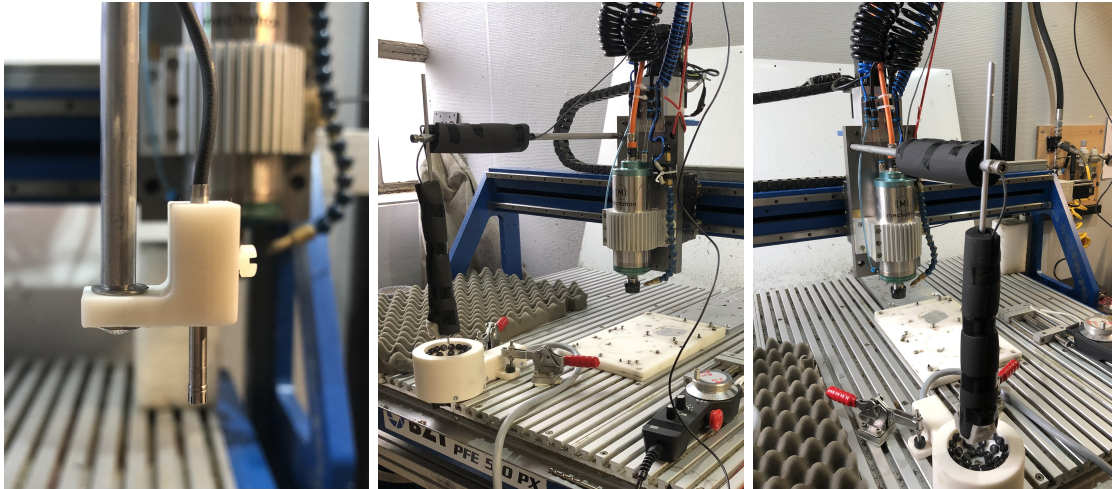
**FIGURE 2.5** Boîtier de protection de la carte électronique (en noir à gauche) et son alimentation (en blanc à droite).

## 2.2 Mesure du champ acoustique

### 2.2.1 Dispositif de mesure

Afin de vérifier la synthèse du vortex, le champ de pression acoustique est mesuré dans un plan transverse à l'aide d'un microphone Gras 46DE de 1/8" ( $\approx 3$  mm de diamètre) calibré monté sur un système automatisé de déplacement linéaire sur les trois axes (figure (2.6)). Le plan de mesure est situé environ à la focale. Pour en déterminer sa position, une bille de polystyrène expansée (EPS, de masse volumique  $\approx 16$  kg/m<sup>3</sup>) est piégée et le microphone est amené progressivement au niveau de la position de la bille. L'alignement du microphone par rapport au champ acoustique est vérifié par des mesures dans des plans de dimension plus petites.

Le microphone, calibré par le constructeur, a une réponse relativement plate entre 250 Hz et 100 kHz. Sa sensibilité mesurée est de 0.62 mV/Pa à 250 Hz. L'incertitude de mesure du capteur est de  $\pm 3$  dB.

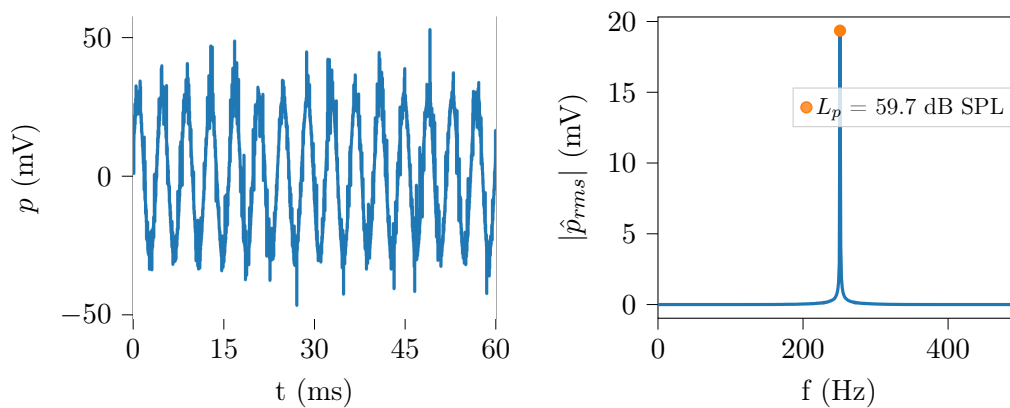


**FIGURE 2.6** Microphone (Gras 46DE de 1/8") et système automatisé de déplacement linéaire sur les trois axes pour la mesure du champ acoustique.

### 2.2.2 Calibration du microphone

La calibration du microphone est réalisée à l'aide d'un pistonphone (appareil acoustique permettant d'étalonner un microphone) émettant une sinusoïde de fréquence 250 Hz à un niveau de pression de 124 dB SPL (figure (2.7)) et afin de vérifier la sensibilité mesurée par le constructeur. Néanmoins, la fréquence de travail de la pince acoustique est de 40 kHz et il serait donc préférable de réaliser la calibration du microphone à cette fréquence, ce qui n'a pas été possible ici.

Le processus de calibration consiste à placer le microphone en face du pistonphone par le biais



**FIGURE 2.7** Signal de calibration mesuré (en haut à gauche), son spectre filtré à l'aide d'une fenêtre de Kaiser (équation (2.1)) (en haut à droite) et le signal filtré (en bas), pour une fréquence d'émission de 250 Hz et un niveau de pression de 124 dB SPL ( $\approx 32$  Pa).

d'un embout adapté pour assurer une distance adéquate entre les deux instruments. Les signaux sont mesurés sur une durée de 1 s avec une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. Les mesures

sont un peu bruités alors le spectre est filtré à l'aide d'une fenêtre de Kaiser définie par :

$$w(f) = \frac{1}{LI_0(\beta)} I_0 \left( 1 - \left( \frac{2f}{L} \right)^2 \right), \quad (2.1)$$

avec  $L = 2f_0$ , la largeur de la fenêtre et  $f_0$  la fréquence d'émission du pistonphone,  $I_0$  la fonction de Bessel modifiée de première espèce à l'ordre 0 et  $\beta$  le paramètre déterminant la forme de la fenêtre, ici fixé à 30. La fenêtre a donc une largeur de deux fois la fréquence d'émission et est centrée en celle-ci.

À partir de la tension mesurée, le niveau de pression SPL est déterminée à la fréquence 250 Hz à l'aide du spectre filtré. Ainsi, la nouvelle sensibilité  $s$  du microphone est calculée par :

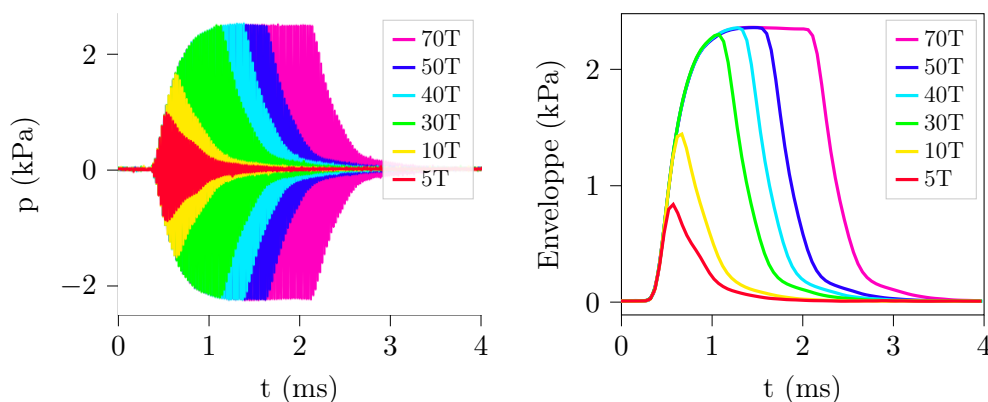
$$s = 10^{(L_m - L_p)/20}, \quad (2.2)$$

avec  $L_m$  le niveau de pression obtenu par le microphone et  $L_p$  le niveau de pression du pistonphone. La mesure est répétée 64 fois afin de moyennner les différences de niveaux obtenues pour calculer la sensibilité. Finalement, la sensibilité du microphone déterminée à la fréquence 250 Hz vaut 0.609 mV/Pa.

### 2.2.3 Scan 2D

Afin de réaliser les mesures 2D, des signaux sinusoïdaux de fréquence 40 kHz sont transmis aux transducteurs avec une tension crête de référence  $V_p^{ref} = 5.25$  V (la tension maximale délivrée étant de 10.54 V). Une durée de 255 périodes ( $255 \times 25 \mu s$ ) est choisie afin de s'assurer que les transducteurs aient suffisamment de temps pour atteindre un régime permanent d'émission. En effet, les transducteurs émettent à leur fréquence de résonance et ont une bande passante étroite, cela implique que la réponse des transducteurs n'est pas instantannée. Ainsi, il faut un certain temps avant que l'amplitude maximale soit atteinte, pour la tension transmise aux transducteurs (figure (2.8)).

Ensuite, le champ est passé en régime harmonique, ce qui revient à sélectionner le spectre des



**FIGURE 2.8** Réponse des transducteurs à des signaux sinusoïdaux de différentes durées exprimées en nombre de périodes. À gauche, l'amplitude des signaux mesurés. À droite, l'enveloppe des signaux mesurés.

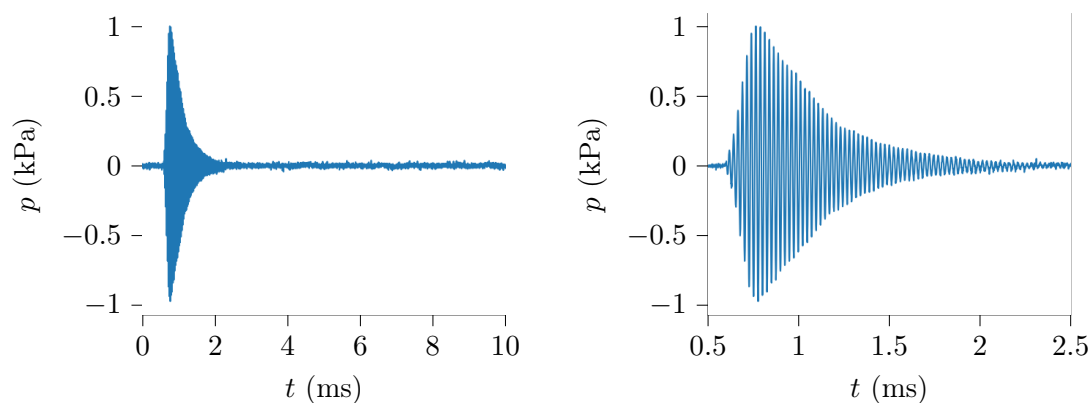
signaux temporels à la fréquence de travail  $f_0 = 40$  kHz en chaque point mesuré. Cette étape



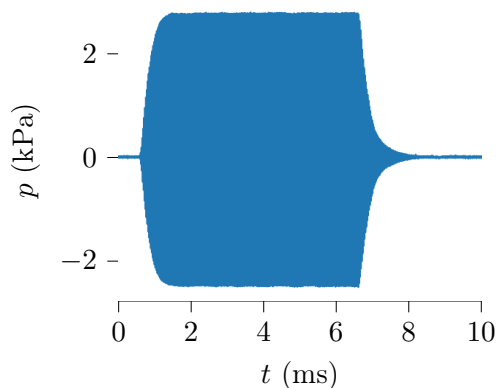
nécessite un certain nombre de périodes en fonctionnement nominal des transducteurs.

La propreté des signaux mesurés est vérifiée, notamment la présence de réflexions dues au milieu environnant. Bien que le microphone soit entouré de mousse absorbante, il peut toujours y avoir des réflexions, à la fréquence de travail, dessus ou ailleurs. Pour cela, des cycles de sinusoïdes 5 et 255 périodes sont également mesurés au même point,  $(x, y) = (3, 0)$  mm dans le plan focal déterminé plus tôt (figures (2.9) et (2.10)).

Les signaux mesurés n'indiquent pas la présence de réflexion due au milieu environnant la me-



**FIGURE 2.9** Signal mesuré (à gauche) et zoomé (à droite) dans le plan focale en  $x = 3$  mm ( $\approx 0.35\lambda$ ) et  $y = 0$  pour 5 périodes émises par la pince acoustique.

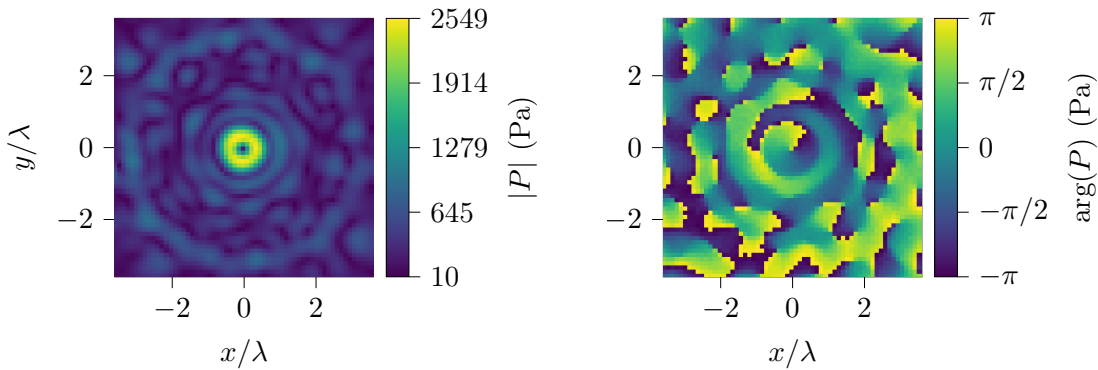


**FIGURE 2.10** Signal mesuré dans le plan focal en  $x = 3$  mm ( $\approx 0.35\lambda$ ) et  $y = 0$  pour 255 périodes émises par la pince acoustique.

sure. Lorsqu'un signal constitué de 5 périodes de sinusoïdes de fréquence 40 kHz est transmis aux transducteurs de la pince, entre 70 et 80 périodes sont mesurées dans le champ acoustique. Cela reflète bien le caractère très résonant des transducteurs, lié à leur bande passante très étroite. L'amplitude du signal mesuré pour les 5 périodes est aussi beaucoup plus faible que celle mesurée pour les 255 périodes.

Enfin, la mesure 2D du champ acoustique est réalisée dans un plan transverse de dimensions

60 mm  $\times$  60 mm, centré en  $(x, y) = (0, 0)$ . L'échantillonnage spatial vaut 1 mm ( $\approx \lambda/8$ ), résultant en un nombre de points de mesure égal à  $61 \times 61 = 3721$ . Le pas spatial est plus faible que le diamètre du microphone, qui vaut environ 3 mm, le champ sera donc moyenné sur la surface du capteur. Cependant, échantillonner à 1 mm lors de la mesure revient en quelques sortes à interpoler le champ acoustique. De plus, il est préférable d'avoir un pas d'échantillonnage suffisamment fin par rapport à la longueur d'onde, en raison des forts gradients de pression présents dans le champ acoustique. À chaque coordonnée spatiale du plan, le champ de pression est enregistré sur une durée de 10 ms avec une fréquence d'échantillonnage de 1 MHz, à l'aide d'un système d'acquisition synchronisée afin de récupérer la phase du vortex. Les spectres des signaux temporels sont sélectionnés à 40 kHz, pour passer en régime harmonique (ou régime sinusoïdal), puis multipliés par le facteur de calibration déterminé plus tôt.

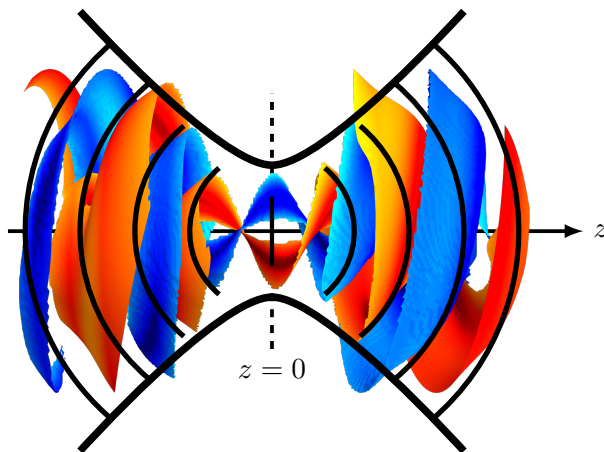


**FIGURE 2.11** Pression acoustique mesurée dans le plan focal  $z = 0$  : module (gauche) et phase (droite). L'amplitude de pression est obtenue par une tension crête de référence  $V_p^{ref} = 5.25$  V transmise aux transducteurs.

Le champ résultant  $P_{m=1}(x, y, f_0)$  est représenté sur la figure (2.11). La phase du champ présente une structure hélicoïdale, avec au centre, une valeur singulière induisant l'annulation du champ sur l'axe de propagation  $z$ , en  $(x, y) = (0, 0)$ . Autour de ce nœud de pression, l'amplitude du champ est maximale sur un anneau de rayon  $\lambda/2$  environ. En dehors de cet anneau, l'amplitude est beaucoup plus faible et le champ présente des sortes d'anneaux secondaires. En théorie, pour un vortex focalisé généré par une surface concave continue, ces lobes secondaires sont parfaitement circulaires. En pratique à cause de la discrétisation de la surface d'émission, l'amplitude du champ présente des légères discontinuités ainsi que des tâches circulaires à partir du troisième anneau de pression en partant de l'origine (cela peut être vérifié en calculant le champ produit par l'antenne de transducteurs à l'aide de l'intégrale de Rayleigh). L'amplitude sur le premier anneau est également légèrement inhomogène, ce qui est probablement causé par des incertitudes géométriques introduites lors du montage des transducteurs. Cependant, leur présence n'a pas vraiment d'incidence sur la force de radiation, notamment axiale, qui nous intéresse à l'intérieur de l'anneau. On considère donc que le vortex focalisé est correctement synthétisé.

Le saut de phase de  $2\pi$  à la focale est rectiligne dans la partie centrale qui correspond à l'anneau. Dans le cas des vortex focalisés, cela est un indicateur de la position focale. En effet, le vortex focalisé s'apparente à un vortex cylindrique (champ non focalisé avec une amplitude constante

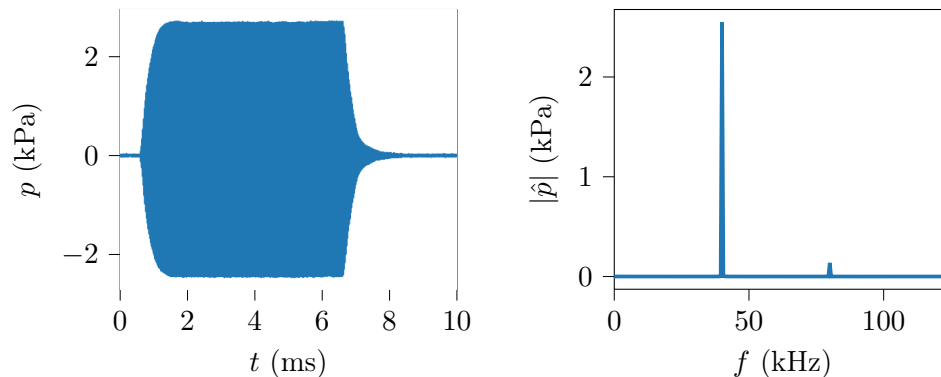
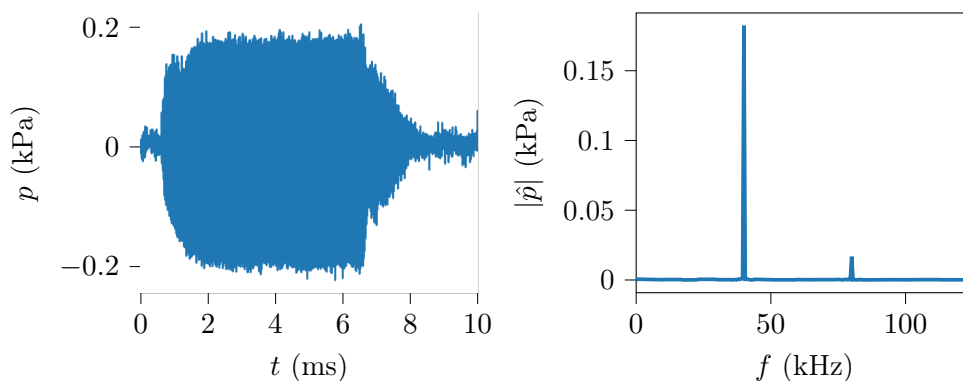
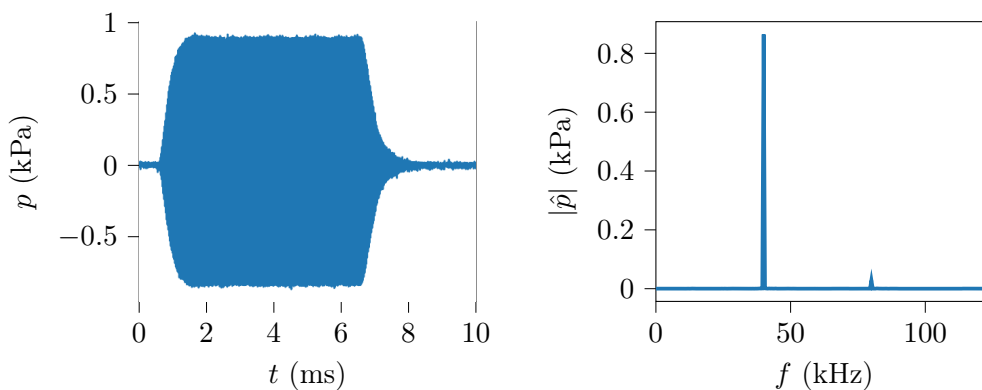
suivant  $z$ , un anneau de pression dans le plan transverse et une phase à structure hélicoïdale) superposé successivement à une onde sphérique convergente, puis une onde plane, et enfin une onde sphérique divergente (figure (2.12)). Ainsi, en amont ou en aval de la focale située en  $z = 0$ ,



**FIGURE 2.12** Évolution des plans équi-phases du vortex focalisé théorique (cf. équation (1.13)) de charge topologique  $m' = 1$ . Les couleurs correspondent à la valeur réelle du champ. En amont et en aval de la focale, située en  $z = 0$ , le champ converge puis diverge. Les plans équi-phases du vortex y sont arrondis, orientés vers la focale. À la focale, les plans équi-phases sont droits induisant alors un saut de phase bien droit, à l'intérieur de l'anneau (cf. figure (2.11)).

les fronts d'onde en spirale sont courbés vers la focale. En revanche, à la focale, les fronts d'onde, toujours en spirale, ne présentent plus de courbure. Ainsi, l'évolution de la phase, au centre de l'anneau dans le plan  $z = 0$ , expose un saut de phase bien droit.

Quelques signaux temporels mesurés et leurs spectres sont tracés figure (2.13). En dehors du noeud de pression, les signaux sont globalement peu bruités. Leurs spectres sont également très propres, mais présentent cependant un pic à 80 kHz, soit  $2f_0$  la fréquence de travail. Ce pic semble suggérer la présence d'effets non-linéaires, dont l'impact sera évalué plus tard. L'amplitude est, proportionnellement au pic fondamental, plus importante en  $(x, y) = (0, 0)$  qu'aux autres points, ce point étant le foyer de la focalisation associée à des interférences destructives, diminuant fortement l'amplitude du champ. Cette dernière n'est pas complètement nulle, probablement en raison de l'étalement spatial du capteur, mais peut-être également à cause d'erreurs d'alignement des transducteurs entre eux par exemple. L'amplitude absolue du pic à 80 KHz est maximale au point  $(x, y) = (-2, 2)$  mm.

(a) Signal et son spectre mesurés en  $(x, y) = (-2, 2)$  mm ( $\approx (-0.23\lambda, 0.23\lambda)$ ).(b) Signal et son spectre mesurés en  $(x, y) = (0, 0)$ .(c) Signal et son spectre mesurés en  $(x, y) = (-12, 6)$  mm ( $\approx (-1.41\lambda, 0.7\lambda)$ ).

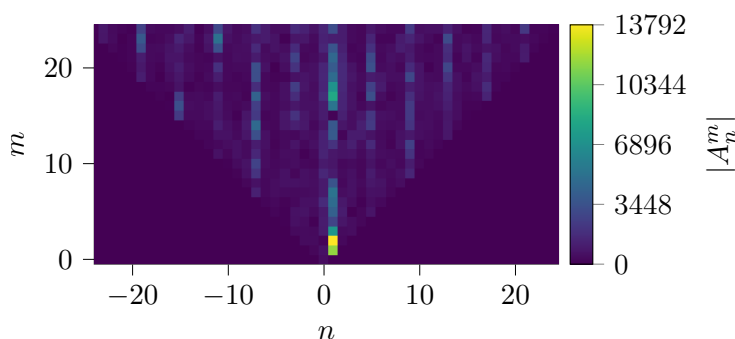
**FIGURE 2.13** Signaux extraits de la mesure 2D du champ acoustique dans le plan focal pour différentes positions  $x$  et  $y$ . Signal temporel à gauche et spectre associé à droite.

## 2.3 Détermination des coefficients de forme

### 2.3.1 Méthode du spectre angulaire

Les coefficients de forme du champ sont déterminés, figure (2.14), à l'aide de la méthode du spectre angulaire filtré (Sapozhnikov et Bailey (2013)) rappelée au chapitre 1, section 1.3.1. Cette méthode est appliquée ici car aucune contrainte ne s'applique sur la durée de mesure. De plus, la nouvelle méthode de détermination des coefficients de forme développée au chapitre précédent nécessite de mesurer le champ sur une demi-sphère de rayon  $7\lambda$  en amont de la focale, c'est-à-dire entre la source et la focale. Or la distance focale ici vaut environ 3.3 cm soit à peine  $4\lambda$ . La méthode, telle quelle, ne peut donc être appliquée à cette pince acoustique. Enfin, même si la nouvelle méthode est moins sensible au bruit que la méthode du spectre angulaire, le champ mesuré ici présente un très bon rapport signal sur bruit. La méthode de Sapozhnikov et Bailey convient donc bien au cas présent.

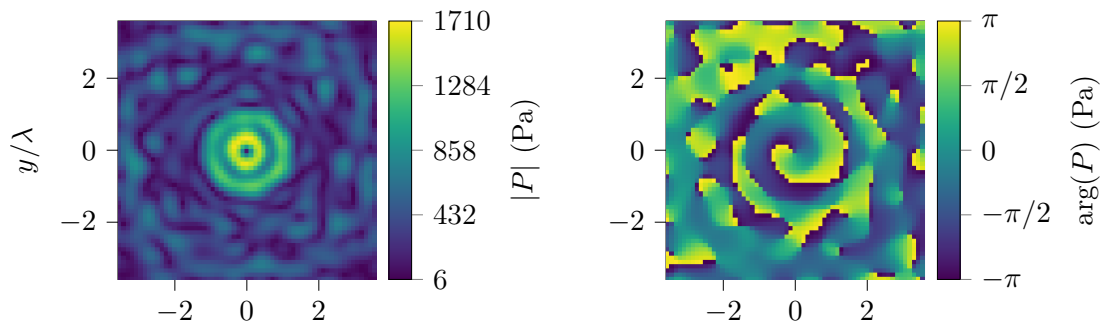
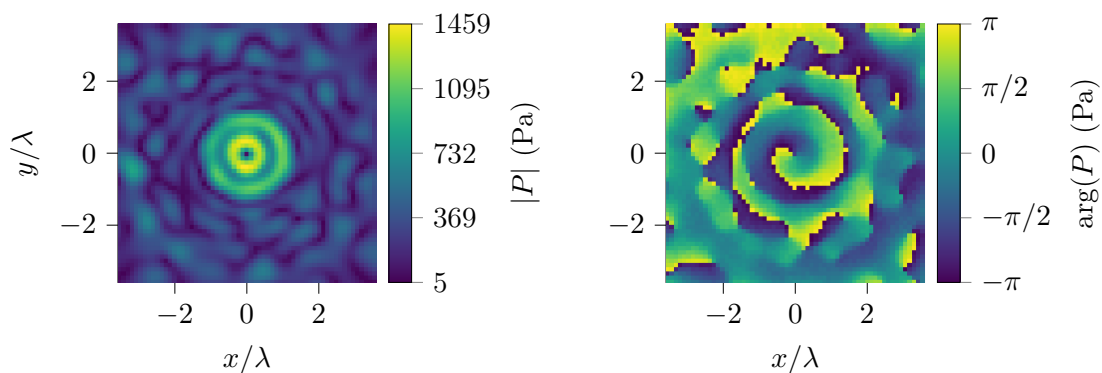
Afin de vérifier l'estimation des coefficients de forme, on calcule le champ à partir des  $A_n^m$  dans



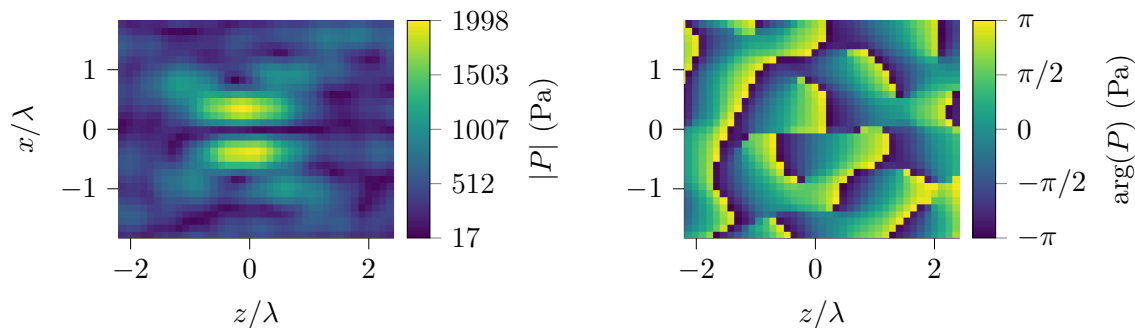
**FIGURE 2.14** Estimation des coefficients de forme à partir du champ mesuré à la focale (figure (2.11)) à l'aide de la méthode du spectre angulaire filtré.

le plan  $z = \lambda/2$  (figure (2.15a)) et on le compare avec une mesure directe du champ acoustique au même plan (figure (2.15b)). La mesure et la reconstruction du champ sont en très bon accord, malgré un léger écart d'amplitude. Le champ présente toujours le saut de phase caractéristique du vortex, mais il est beaucoup plus arrondi qu'au plan  $z = 0$  en raison de la divergence du champ liée à la focalisation (figure (2.12)). Observer une phase bien droite, comme à la figure (2.11), est donc un bon indicateur de la position focale de la source.

La figure (2.16) représente le champ calculé à partir des  $A_n^m$  dans le plan axial, c'est-à-dire le plan de propagation. La structure en "x" du vortex est bien retrouvée, de même que l'annulation du champ sur l'axe de propagation. L'amplitude maximale observée figure (2.11) n'est pas retrouvée dans le plan axiale, cependant le champ acoustique mesuré présente une légère anisotropie, c'est-à-dire que l'amplitude de l'anneau n'est pas uniforme. Par ailleurs, l'amplitude maximale n'est pas située dans le plan  $y = 0$ , ceci expliquant les différences d'amplitude maximale entre la mesure et la reconstruction dans le plan axial. Les paramètres et données de la mesure du champ incident sont récapitulés dans le tableau (2.2).


 (a) Champ reconstruit en  $z = \lambda/2$ .

 (b) Champ mesuré en  $z = \lambda/2$ .

**FIGURE 2.15** Comparaison des pressions acoustiques au plan  $z = \lambda/2 = 4.25$  mm (a) reconstruite avec les  $A_n^m$  calculés à partir du champ mesuré en  $z = 0$  et (b) mesurée directement. La valeur absolue du champ est représentée à gauche, la phase à droite.



**FIGURE 2.16** Reconstruction du champ acoustique dans le plan de propagation, à partir des coefficients de forme estimés par la mesure du champ dans le plan focal.

<b>Émission acoustique</b>	$f_0 = 40 \text{ kHz}$ ( $\lambda = 8.5 \text{ mm}$ ) Durée : 255 périodes ( $255 \times 25 \mu\text{s}$ ) Tension : 5.25 V (crête)
<b>Plan de mesure</b>	Dimensions : 60 mm×60 mm ( $\approx 7\lambda \times 7\lambda$ ) Échantillonnage spatial : 1 mm Nombre de points : 3721
<b>Acquisition des signaux</b>	Durée : 10 ms Fréquence d'échantillonnage : 1 MHz Exemple de signaux figure (2.13)
<b>Microphone</b>	Modèle Gras 46DE 1/8" ( $\varnothing \approx 3 \text{ mm}$ ) Sensibilité : 0.609 mV/Pa Incertitude : $\pm 3 \text{ dB}$
<b>Résultats de mesure</b>	Pression : figure (2.11) Coefficient de forme (méthode du spectre angulaire (Sapozhnikov et Bailey (2013))) : figure (2.14)

**TABLEAU 2.2** Récapitulatif des paramètres et données de mesure du champ acoustique dans le plan focal.

### 2.3.2 Réalignement du champ acoustique

Bien que le champ soit mesuré le plus précisément possible à la focale et centré sur l'axe de propagation, il est en pratique compliqué d'être parfaitement aligné. Or, les coefficients de forme doivent en théorie être définis à partir du champ acoustique mesuré dans le plan focale centré en  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  l'origine du repère de la bille. Le calcul de la force implique de calculer le champ total, et donc le champ diffusé, pour chaque position souhaitée de la bille par rapport à l'origine du repère, par hypothèse, la focale géométrique. Pour cela, les  $A_n^m$  sont recalculés dans la nouvelle base centrée sur la position de la bille, à l'aide de ceux déterminés à l'origine. Cependant, si la position de l'origine est erronée, alors la nouvelle base l'est aussi. Ainsi la force de radiation est estimée au mauvais endroit par rapport au champ réel.

Pour illustrer ce problème, mettons que la position du plan de mesure servant à estimer les coefficients de forme soit en réalité décalée de 2 mm suivant  $x$  par rapport à la position réelle de la focale. Ainsi, lors de l'estimation de la force axiale suivant  $z$ , soit pour  $(x, y) = (0, 0)$ , elle est en réalité calculée pour  $x = 2 \text{ mm}$ . La force axiale de rappel doit être calculée sur l'axe où la bille sera piégée, or cela est principalement dirigé par les forces latérales, dont les amplitudes sont plus importantes que celle de la force axiale. Par conséquent, sans ré-alignement, la force sera mal estimée par rapport à la force réelle, ce qui pose problème lors de la caractérisation expérimentale du piège, d'où l'importance de vérifier l'alignement des coefficients de forme expérimentaux.

Une façon de vérifier l'alignement est de résoudre la seconde loi de Newton décrivant la

dynamique d'une bille dans le piège :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_T, \quad (2.3)$$

avec  $m$  la masse d'une bille,  $\mathbf{v}$  sa vitesse,  $\mathbf{F}_R$  la force de radiation exercée sur la bille et  $\mathbf{F}_T = 6\pi\mu a_p \mathbf{v}$  la force de trainée, avec  $\mu$  la viscosité dynamique,  $a_p$  le rayon et  $\mathbf{v}$  la vitesse de la bille. On utilise ici la force de trainée de Stokes, supposant ainsi un nombre de Reynolds  $Re = dv/\nu = 2a_p v \rho / \mu$ , et donc une vitesse de déplacement faible. De plus, on néglige le poids de la bille afin de simplifier le problème, ainsi que la poussée d'Archimède en raison de la différence de masse volumique entre l'air et la bille considérée. On néglige également la présence de streaming de volume (streaming d'Eckart) et de streaming de parois (streaming de Schlichting). Le but étant simplement de retrouver une position d'équilibre nominale en l'absence de force pouvant déstabiliser le piège.

L'équation peut être décomposée en un système d'équations :

$$\begin{cases} m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_S, \\ \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}. \end{cases}$$

Le système est résolu à l'aide d'une méthode explicite de Runge-Kutta d'ordre 5(4). La position initiale est  $(x, y, z) = (0, 0, 3)$  mm et la vitesse est nulle. Afin de rendre la méthode plus stable, la viscosité est augmentée numériquement ( $10^3\mu$  pour les plus petites billes et  $2.1 \times 10^3\mu$  pour la plus grosse, avec  $\mu = 18.5 \times 10^{-6}$  Pa.s, la viscosité dynamique de l'air). Une autre méthode aurait été de calculer la force de radiation pour différentes positions de bille jusqu'à déterminer la position d'équilibre optimale, mais cela nécessite de bien raffiner le maillage spatial de calcul de la force ou de procéder à un certain nombre d'itérations. La première méthode semble donc plus rapide et efficace.

Ainsi, pour chaque rayon utilisé (tableau (2.3)), les positions d'équilibre sont obtenues, tableau (2.4). Les positions suivant  $x$  et  $y$  sont très proches de l'origine pour chaque rayon, de l'ordre de 0.1 mm, indiquant que la mesure est bien centrée sur la focale dans le plan transverse. En revanche, la variation de la position d'équilibre axiale est plus importante, mais reste faible devant la longueur d'onde. De plus, la position d'équilibre axiale n'est pas forcément confondue avec la focale, en fonction du rayon de la bille notamment. Enfin, la position axiale est moins importante à recalculer car la force axiale sera calculée en plusieurs positions  $z$ . Il faut surtout assurer un bon alignement des positions  $(x, y) = (0, 0)$ .

Le recentrage des coefficients de forme, par le biais d'opérations de translation et rotation aux coordonnées déterminées, n'a pas de fort impact sur leur allure. Cet effet est davantage visible sur la force de radiation et sera illustré à la section 2.5.



Matériaux	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	<b>E</b> (GPa)	$\nu$	<b>c<sub>L</sub></b> (m/s)	<b>c<sub>T</sub></b> (m/s)	$\varnothing$ (mm)
Polypropylène (PP)	870	1.285	0.43	2051	719	2.381 et 4.762
Polyamide (PA)	1110	2.5	0.4	2197	897	2.381 et 4.762
Polyacétal (POM)	1379	64	0.44	2619	857	2.381 et 4.762
Verre Borosilicate (VB)	2230	64	0.2	5647	3458	2 et 4.762
Céramique AL <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (AOC)	3850	400	0.22	7686	4605	2.381

**TABLEAU 2.3** Matériaux, propriétés mécaniques et diamètres des billes piégées en micropesanteur.

Rayons (mm)	1 (0.12 $\lambda$ )	1.19 (0.14 $\lambda$ )	2.38 (0.28 $\lambda$ )
<b>x<sub>eq</sub></b> (mm)	-0.118	0.008	0.162
<b>y<sub>eq</sub></b> (mm)	-0.102	0.006	0.41
<b>z<sub>eq</sub></b> (mm)	-0.132	-0.016	-0.329

**TABLEAU 2.4** Positions d'équilibre numériques des billes, en fonction de leur rayon, dans le piège acoustique avant réalignement des coefficients de forme du champ incident.

## 2.4 Neutralisation des effets de rotation

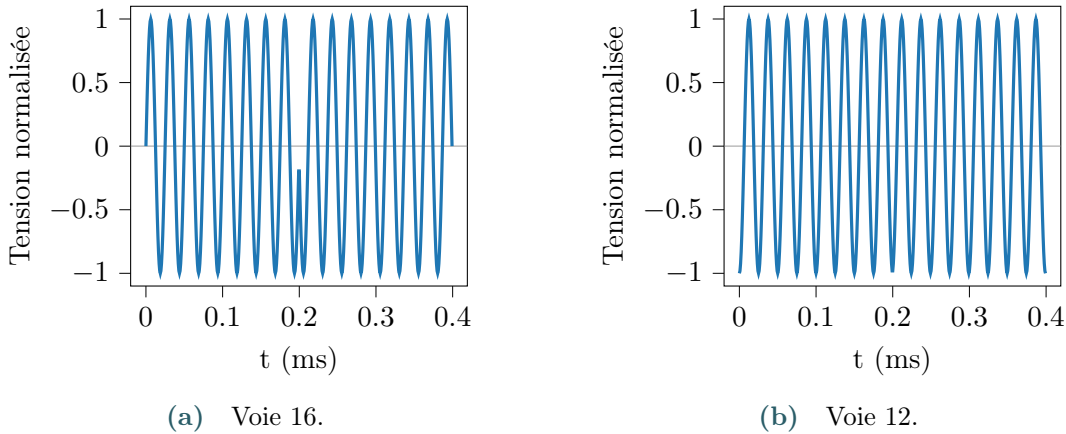
Lorsque la bille absorbe de l'énergie acoustique ou qu'elle n'est pas tout à fait sphérique, le vortex acoustique peut induire sa rotation. Cette dernière peut également être induite par l'action du streaming de paroi émergeant aux frontières de l'objet. La rotation peut être contrôlée si besoin et ne semble pas déstabiliser le piège dans l'eau (Baresch *et al.* (2018)). Cependant, dans l'air, il est nécessaire de neutraliser la rotation afin d'assurer la stabilité du piège, autrement la particule peut en être éjectée (Marzo *et al.* (2018)). Dans ce but, le champ acoustique consiste en l'alternance de deux vortex focalisés, un de charge topologique  $m' = 1$  et l'autre de charge  $m' = -1$ , à une fréquence de  $8T$ , avec  $T = 1/f_0 = 25 \mu\text{s}$  la période acoustique, soit une durée de 0.2 ms. Le choix s'est fait expérimentalement en testant plusieurs fréquences d'alternance allant de 50 à 8 périodes. Pour cela, une bille de polystyrène expansé (EPS, masse volumique de  $16.5 \text{ kg/m}^3$ ) de quelques millimètres de diamètre est insérée dans le piège et sa stabilité est évaluée qualitativement. Finalement, un taux d'alternance de 8 périodes est retenu comme celui apportant la meilleure stabilité. De plus, cette durée est largement inférieure au temps caractéristique de

mise en rotation d'une sphère (Lamprecht *et al.* (2015)) :

$$\tau = \frac{J}{\tilde{D}} = \frac{\frac{2}{5}ma_p^2}{8\pi\mu a_p^3} = \frac{1}{15\mu}\rho_p a_p^2,$$

avec  $J$  le moment d'inertie et  $\tilde{D}$  le coefficient de traînée angulaire de la sphère,  $m$  la masse de la bille,  $\rho_p$  sa masse volumique,  $a_p$  son rayon et  $\mu$  la viscosité dynamique du milieu. Dans le cas d'une bille d'EPS de 2 mm de diamètre,  $\tau \approx 60$  ms. La durée d'émission d'un vortex, 8 périodes, est ainsi très inférieure à la durée de mise en rotation d'une bille.

Pour réaliser cette alternance, le signal sinusoïdal est constitué de 8 périodes de sinusoïde de phase  $\varphi$ , puis du même signal lu à l'envers. (figure (2.17)). Pour certaines voies, le déphasage



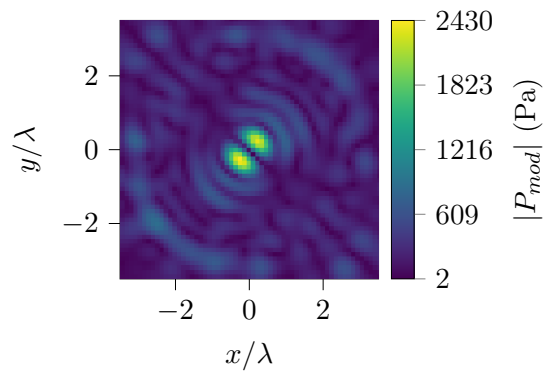
**FIGURE 2.17** Tension normalisée transmise aux transducteurs des voies 12 et 16 (cf. figure (2.1c)) dans le cas de l'alternance de vortex de charges topologiques opposées toutes les 8 périodes.

de la sinusoïde implique que l'enchaînement des deux cycles est invisible. Pour d'autres voies, l'enchaînement entraîne la modulation du champ acoustique et la diminution de l'amplitude de pression. En effet, en raison du caractère très résonnant des transducteurs, l'alternance rapide des deux vortex de charges opposées ne leur permet pas d'atteindre un régime permanent d'émission. D'après la figure (2.8), il faut un minimum de 40 périodes pour atteindre l'amplitude maximale pouvant être délivrée par les transducteurs alimentés par une tension fixée.

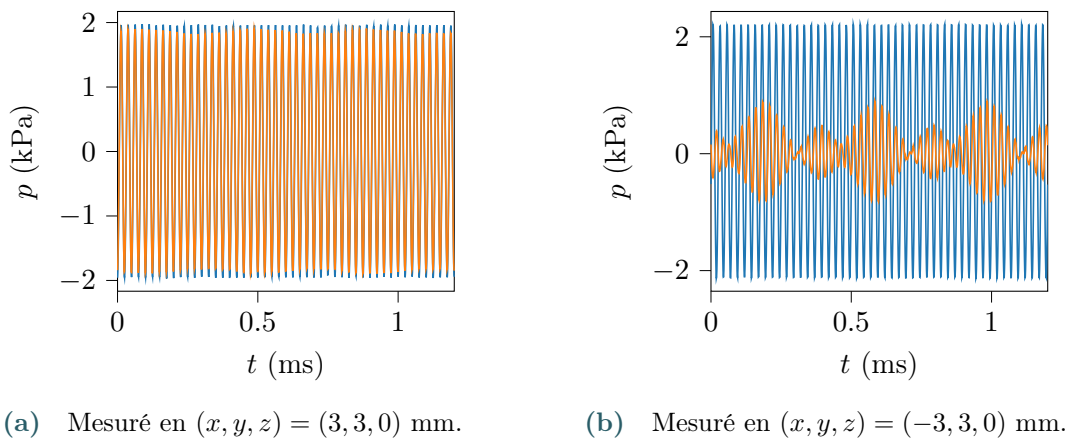
Le champ modulé est mesuré dans le plan focal de la même façon que le champ non modulé correspondant à un vortex de charge topologique  $m' = 1$ . La carte d'amplitude de pression est représentée figure (2.18). Pour chaque signal du plan, le spectre est sélectionné à la fréquence 40 kHz afin d'obtenir un champ bidimensionnel.

Les signaux de pression, pour un champ composé d'un seul vortex de charge  $m' = 1$  et pour un champ modulé composé de deux vortex successifs de charge  $m' = +1, -1$ , mesurés à la même coordonnée sur l'anneau de pression du vortex dans le plan focal, sont visibles dans la figure (2.19).

Le champ alternant les deux vortex voit donc son amplitude diminuée pour certaines positions  $x, y$  dans le plan de mesure, en raison de la réponse des transducteurs à la succession rapide des deux charges topologiques. De manière équivalente, la force de radiation expérimentale est réduite par la modulation et la façon de prendre en compte cet effet sera développée dans la section 2.6.4.1.



**FIGURE 2.18** Module de la pression acoustique mesurée dans le plan focal  $z = 0$  du champ modulé résultant de l’alternance de deux vortex de charges topologiques opposées,  $m' = \pm 1$ , à une fréquence de 8 périodes. L’amplitude de pression est obtenue par une tension crête de référence  $V_p^{ref} = 5.25 V$  transmise aux transducteurs.



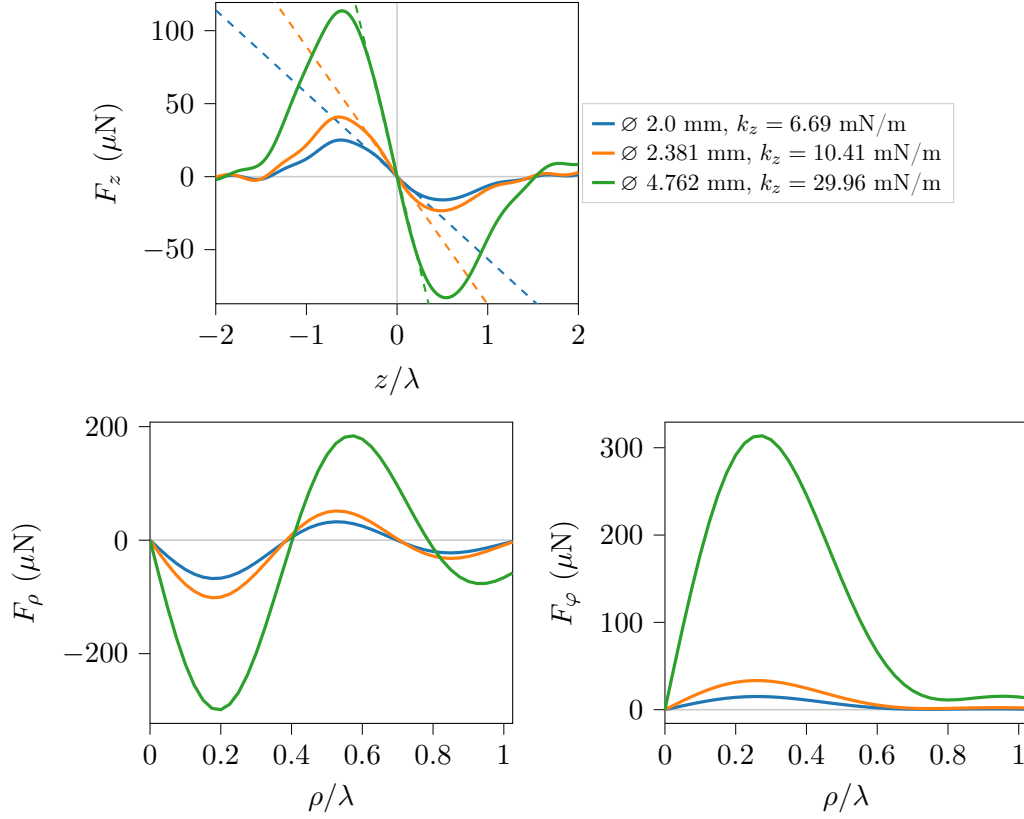
(a) Mesuré en  $(x, y, z) = (3, 3, 0)$  mm.

(b) Mesuré en  $(x, y, z) = (-3, 3, 0)$  mm.

**FIGURE 2.19** Pression mesurée sur l’anneau du vortex dans le plan focal, en fonction du temps, lorsque le champ est un unique vortex focalisé de charge topologique  $m = 1$  (bleu) et lorsqu’il alterne périodiquement entre deux vortex de charge 1 et -1 (orange).

## 2.5 Estimation de la force de radiation

La force peut être calculée en considérant les positions d'équilibre trouvées plus tôt (section 2.3.2) comme l'origine du repère et en tenant compte de la modulation (section 2.2.2). Les composantes axiale, radiale et azimutale, notées respectivement  $F_z$ ,  $F_\rho$  et  $F_\varphi$ , figure (2.20), démontrent un piège tridimensionnel.



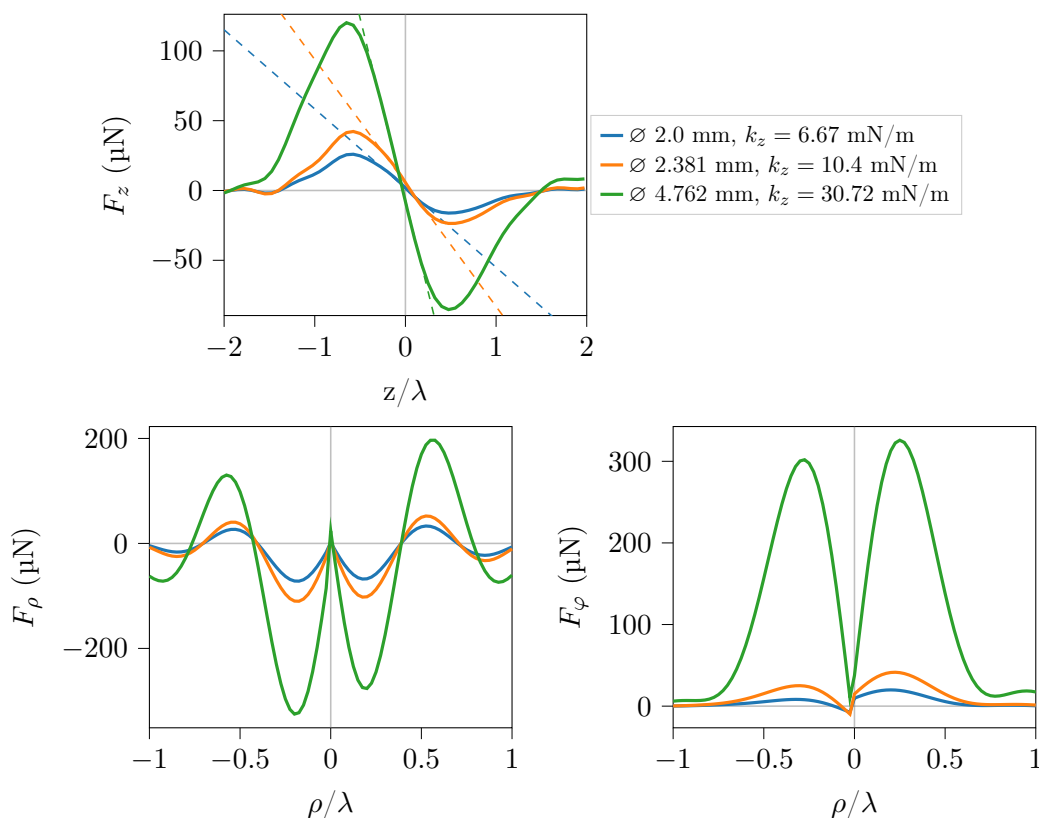
**FIGURE 2.20** Composantes cylindriques de la force de radiation ( $F_z$  est calculée suivant  $z$  et  $\rho = 0$ ,  $F_\rho$  et  $F_\varphi$  suivant  $\rho$  et  $z = 0$ ), estimées à partir des coefficients de forme réalignés, pour l'amplitude maximale de pression de la pince acoustique. Les traits discontinus correspondent à la pente calculée localement autour de la position d'équilibre, soit la raideur du piège  $k_z$ .

La force axiale pousse la particule située en  $-1.5\lambda < z < 0$  et l'attire quand elle se trouve en  $0 < z < 1.5\lambda$ . Autour de la position d'équilibre, la force peut être modélisée comme un oscillateur harmonique.

La composante radiale, tracée suivant  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  retient la particule au centre tant que celle-ci a une position radiale inférieure à  $0.4\lambda$ . Enfin, la composante azimutale met en rotation la bille si elle s'éloigne de l'axe de propagation. Pour un vortex focalisé théorique, les forces radiale et azimutale sont axisymétriques, cependant dans le cas d'un champ expérimental non-uniforme, l'axisymétrie est perdue. Ainsi,  $F_\rho$  et  $F_\varphi$  tracées figure (2.20) peuvent varier dans le plan  $z = 0$ . L'objectif ici étant de caractériser la force axiale, peu d'intérêt sera porté aux variations des forces latérales dans le plan focal.

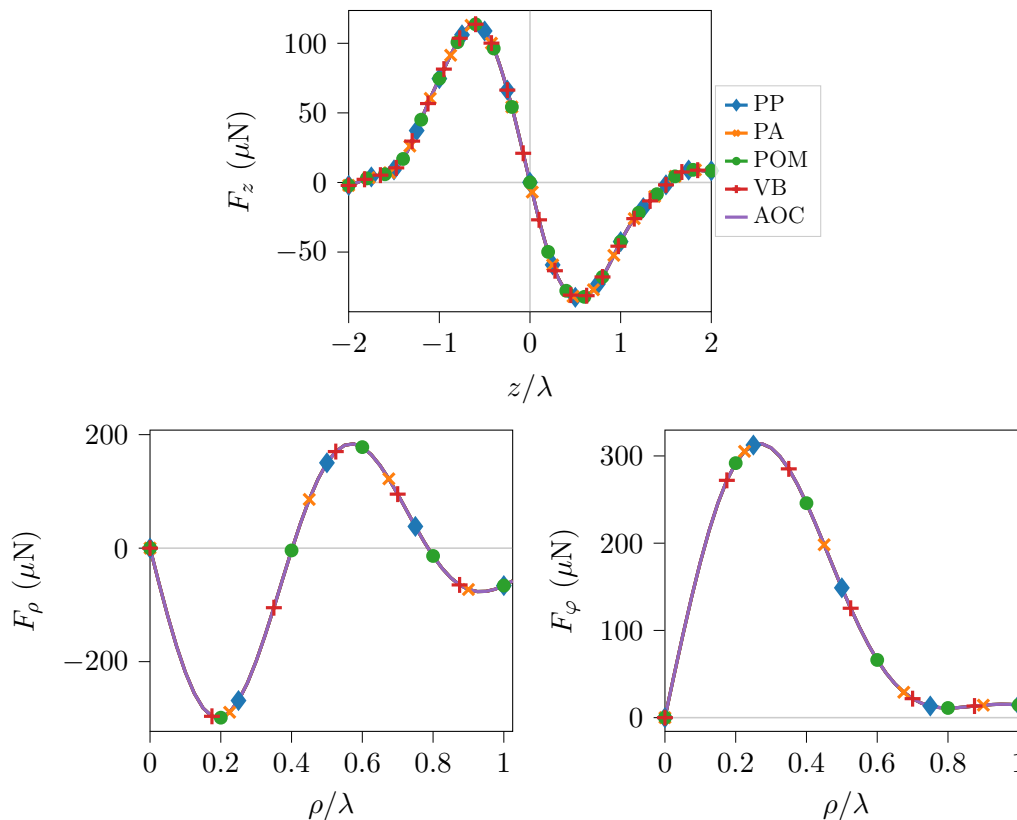
Pour une bille en verre borosilicate de 2 mm de diamètre (courbe bleue), la force axiale est comprise entre  $-4.61$  et  $7.26 \mu\text{N}$ . Pour la bille de polypropylène de 2.381 mm (courbe orange),  $F_z$  est comprise entre  $-6.77$  et  $11.34 \mu\text{N}$ . Enfin, pour une bille de 4.762 mm du même matériau (courbe verte), la force minimale est  $-24 \mu\text{N}$ , et la force maximale  $32.92 \mu\text{N}$ . Les valeurs précédentes sont données pour l'amplitude maximale pouvant être générée par le système d'émission acoustique, incluant la modulation.

La force calculée à partir des coefficients de forme non recentrés, obtenus à partir de la mesure 2D du champ acoustique, est représentée figure (2.21). La force n'est pas très différente de celle calculée à partir des  $A_n^m$  recentrés, figure (2.20), en particulier la force axiale. Cependant, la raideur axiale, elle, est légèrement diminuée sans le recentrage des  $A_n^m$ . Enfin, les forces radiale et azimutale ne s'annulent plus en  $\rho = 0$ , ce qui dénote l'erreur d'alignement des  $A_n^m$ . Les erreurs restant néanmoins faibles ici (tableau (2.4)), l'effet du recentrage n'est pas très flagrant.



**FIGURE 2.21** Force de radiation estimée à partir des coefficients de forme non réalignés (cf. figure (2.20) pour la force calculée à partir des coefficients de forme réalignés).

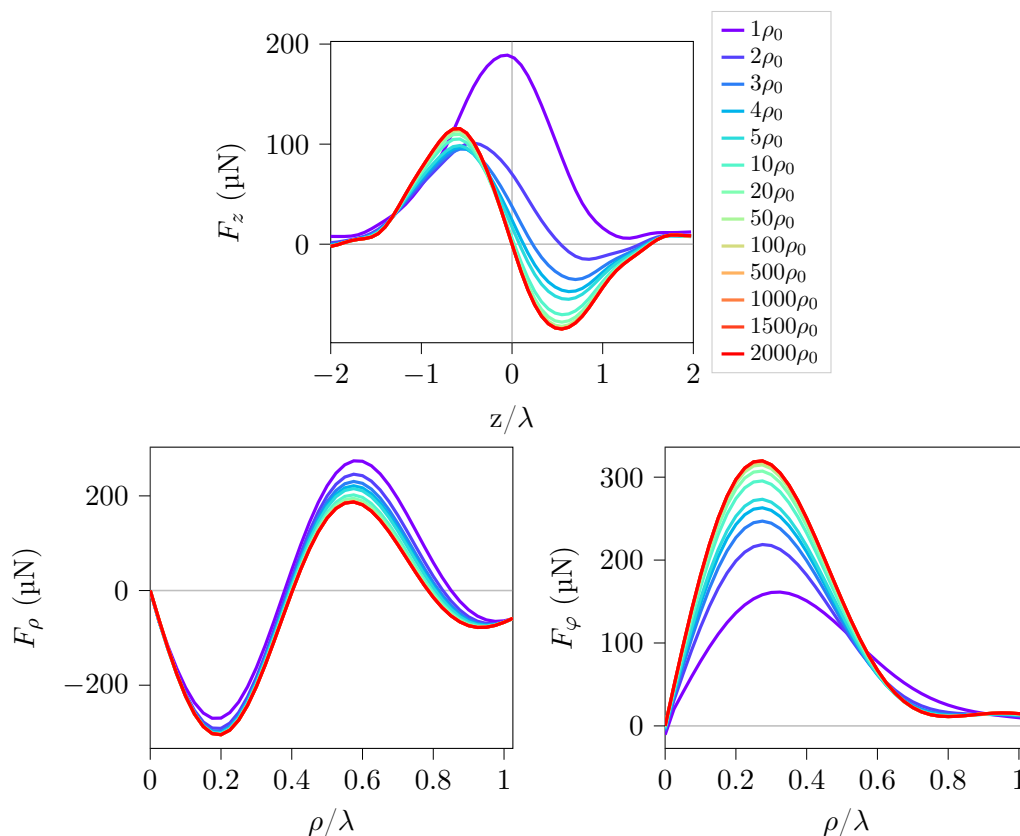
La force de radiation (cf. figure (2.20)) varie de manière importante avec le rayon, mais très peu avec le matériau utilisé. En effet, les composantes cylindriques de la force sont représentées, figure (2.22), pour les différents matériaux (tableau (2.3)) d'une bille de diamètre 4.762 mm et sont identiques pour chaque matériau. Cela semble suggérer que l'amplitude de la force est saturée



**FIGURE 2.22** Force de radiation estimée pour différents matériaux (tableau (2.3)) d'une bille de diamètre 4.762 mm. Les forces sont identiques pour tous les matériaux.

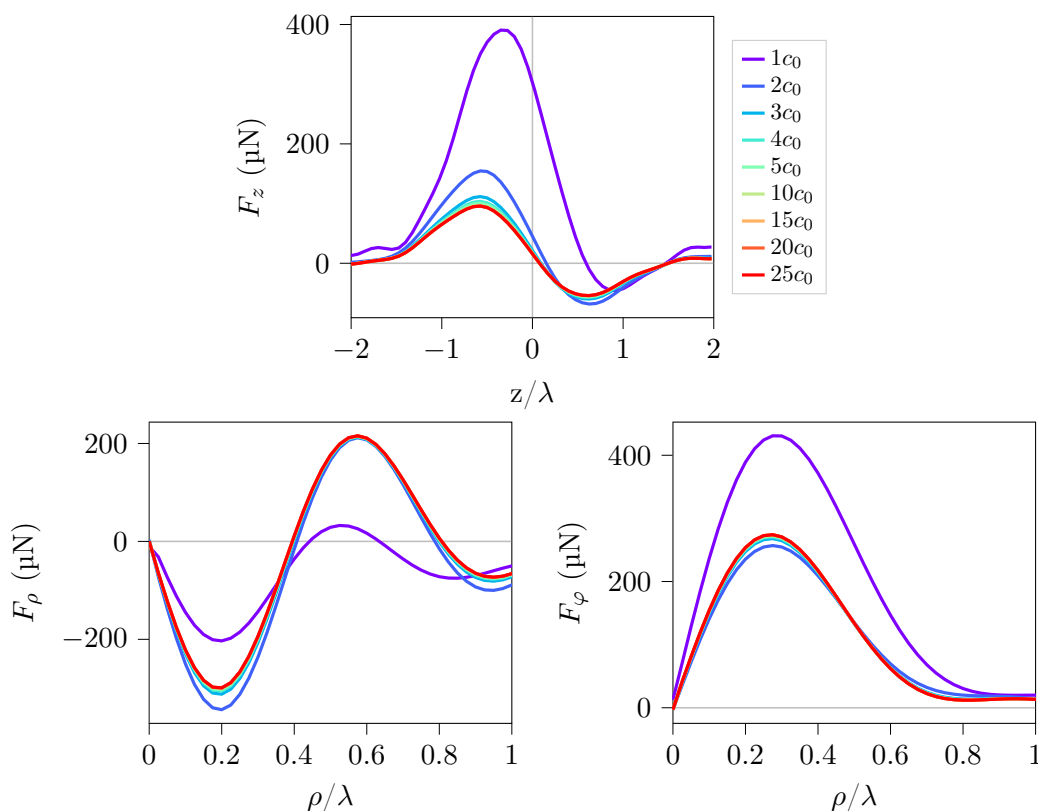
par les propriétés mécaniques de la bille. En effet, pour les billes d'intérêt, les contrastes de masse volumique, de vitesses longitudinale et transverse sont très importants. Entre 750 et 3200 pour la masse volumique, et entre 6 et 23 pour la vitesse longitudinale, sachant que la vitesse transverse est entre 1.5 et 3 fois plus faible que la vitesse longitudinale.

Il est possible d'étudier séparément l'impact du contraste de masse volumique et du contraste de célérité longitudinale. Par exemple, on fixe le diamètre de la bille à 4.762 mm, ainsi que ses vitesses longitudinale et transverse à 2500 et 1000 m/s respectivement, tout en faisant varier sa masse volumique de 1 à 2000 fois la masse volumique du milieu  $\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$ . La force de radiation est tracée figure (2.23) et son amplitude semble saturer à partir de  $\rho_p = 500\rho_0$ . De plus, si la masse volumique de la bille est égale à celle de l'air, la force axiale est entièrement positive et ne permet pas de piège axial.



**FIGURE 2.23** Force de radiation exercée sur une bille de diamètre 4.762 mm, dont la vitesse longitudinale est 2500 m/s, la vitesse transverse 1000 m/s et la masse volumique  $\rho_p$  varie de  $\rho_0$  à  $2000\rho_0$ , avec  $\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$ , la masse volumique de l'air. L'amplitude de la force commence à saturer à partir de  $\rho_p = 500\rho_0$ .

De façon similaire, toujours pour une bille de 4.762 mm de diamètre, on peut fixer la masse volumique à  $5\rho_0$  et faire varier la vitesse longitudinale  $c_L$  de  $c_0$  à  $25c_0$ , et la vitesse transverse  $c_T$  en  $c_0/2$ . Dans ce cas, figure (2.24), la force sature à partir de  $c_L \geq 10c_0$ .

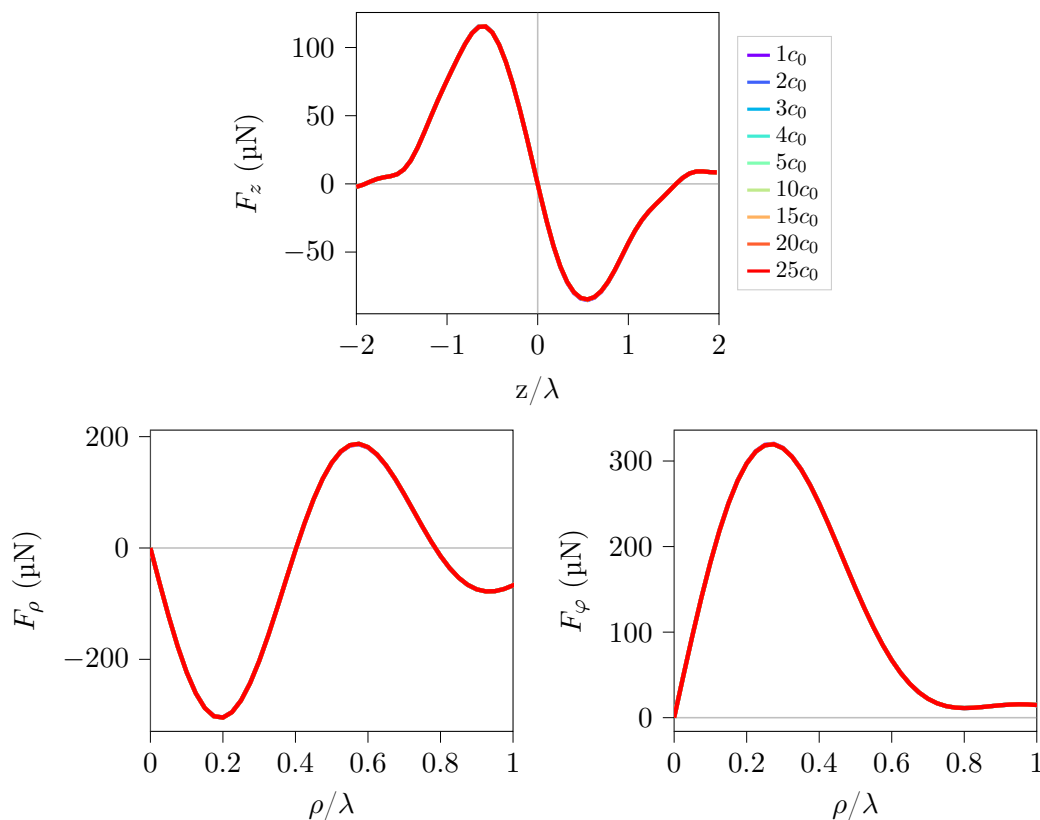


**FIGURE 2.24** Force de radiation exercée sur une bille de diamètre 4.762 mm, de masse volumique  $5\rho_0$ , dont la vitesse longitudinale  $c_L$  varie de  $c_0$  à  $25c_0$ , et la vitesse transverse  $c_T = c_L/2$ , avec  $c_0 = 340$  m/s la célérités des ondes dans l'air. L'amplitude de la force sature à partir de  $10c_0$ .

En revanche, si la masse volumique de la bille est fixée à  $1000\rho_0$ , figure (2.25), alors la variation des vitesses longitudinale et transverse n'influence plus l'amplitude de la force.

Par conséquent, la nature du matériau de la bille considérée n'a pas d'effet sur la force de radiation, saturée par ses propriétés mécaniques, seul son rayon importe. En revanche, le matériau, en particulier sa masse volumique, joue un rôle important sur la dynamique du piège qui sera mis en avant dans la section 2.6.4.



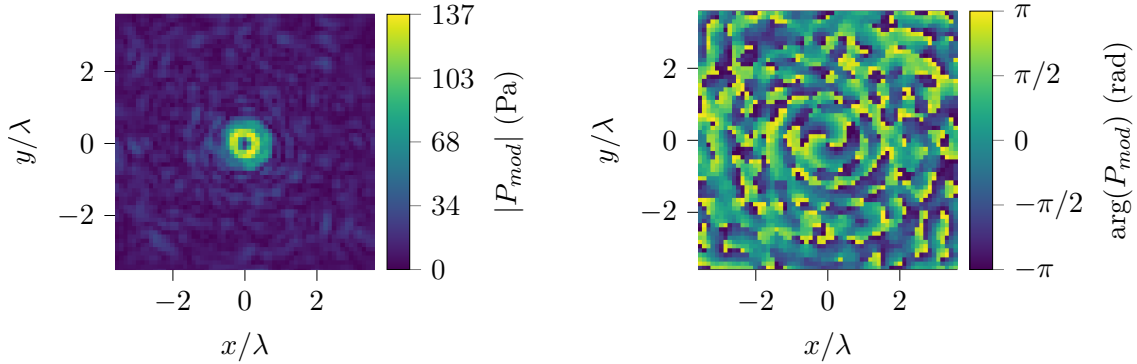


**FIGURE 2.25** Force de radiation estimée sur une bille de diamètre 4.762 mm, de masse volumique  $1000\rho_0$ , dont la vitesse longitudinale  $c_L$  varie de  $c_0$  à  $25c_0$ , et  $c_T = c_L/2$ , avec  $c_0 = 340$  m/s la célérité des ondes dans l'air. L'amplitude de la force est complètement saturée.

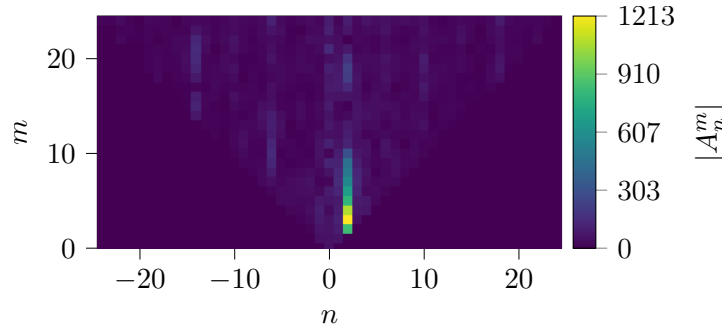
Au regard des amplitudes de pression mesurées (figure (2.11)) et reconstruites (figure (2.16)), il est pertinent de prendre en compte la présence d'effets non-linéaires. En effet, la pression maximale du champ est d'environ 2500 Pa. Le nombre de Mach acoustique  $M = v/c_0$ , avec  $v$  la vitesse particulaire acoustique et  $c_0$  la célérité des ondes dans le milieu fluide, permet de quantifier ces effets non-linéaires. Si on pose  $v = p/(\rho_0 c_0)$ , alors pour la pression considérée, le nombre de Mach n'est plus très faible devant 1,  $M \approx 0.018$ . En considérant que l'amplitude d'émission peut être, au maximum, deux fois plus élevée que celle utilisée pendant la mesure, alors le nombre de Mach maximum sera de l'ordre de 0.036.

De plus, les signaux mesurés lors du scan 2D du champ acoustique présentent un pic d'amplitude à 80 kHz, deux fois la fréquence d'émission de la pince acoustique, suggérant également la présence d'effets non-linéaires. Une méthode simple pour prendre en compte l'impact de ces effets sur la force de radiation est de sélectionner la deuxième harmonique dans le spectre des signaux temporels du scan et d'en produire un champ 2D, figure (2.26) (cf. figure (2.11) pour le champ mesuré à 40 kHz). Les coefficients de forme, figure (2.27), estimés par la méthode du spectre angulaire, permettent de calculer la force de radiation associée au pic d'amplitude à 80 kHz, figure (2.28) (cf. figures (2.14) et (2.20) pour les coefficients de forme et les forces estimés à la fréquence 40 kHz).

Le champ étant mesuré à la moitié de l'amplitude maximale pouvant être générée par la pince



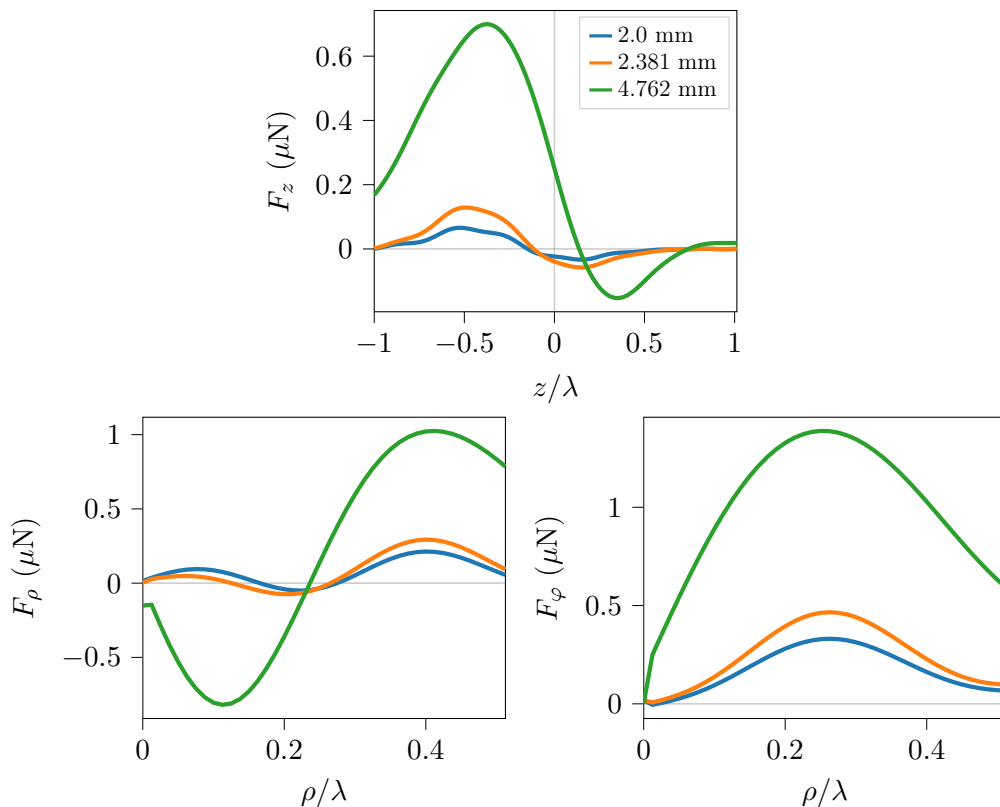
**FIGURE 2.26** Module et phase du champ de pression acoustique dans le plan focal pour le pic d'amplitude à l'harmonique  $f_2 = 80$  kHz (la longueur d'onde est toujours calculée à partir de la fréquence d'émission, 40 kHz,  $\lambda = c_0/f_0 = 8.5$  mm).



**FIGURE 2.27** Estimation des coefficients de forme à partir du champ mesuré à 80 kHz.

acoustique, l'amplitude de la force est recalée de sorte à correspondre à l'amplitude maximale, soit, multipliée par un facteur 4 environ. De plus, au vu du faible impact du recentrage des coefficients de forme sur la force de radiation, elle est calculée ici à partir des  $A_n^m$  directement issus du champ mesuré dans le plan focal, sans recentrage. La force maximale obtenue est de l'ordre de  $10^{-1} \mu\text{N}$  et est donc très inférieure, 150 fois plus faible que la force correspondant à la fréquence fondamentale. On peut donc négliger les effets non-linéaires.

Il serait tout de même judicieux de réaliser la mesure du champ à l'amplitude maximale d'émission acoustique pour avoir une quantification fiable des effets non-linéaires. Néanmoins, les forts niveaux de pression alors générés dans le plan focal seraient à la limite de la dynamique du microphone. Dans ce cas, il pourrait être intéressant d'adapter la méthode de détermination des  $A_n^m$ , proposée section 1.3.2, afin de réaliser cette mesure. En effet, cette méthode telle quelle n'est pas compatible avec la pince acoustique présentée ici, car elle nécessite de mesurer le champ sur une sphère de rayon  $7\lambda$  centrée sur la focale et orientée vers la source. Cependant, la distance de travail de la pince acoustique est d'environ  $4\lambda$ . Il faudrait donc adapter la méthode afin de pouvoir



**FIGURE 2.28** Force de radiation estimée à partir de la première harmonique de fréquence 80 kHz du champ incident sur des billes de diamètres 2, 2.381 et 4.762 mm ( $\lambda = c_0/f_0 = c_0/40 \text{ kHz} = 8.5 \text{ mm}$ ). Les forces obtenues à 40 kHz sont tracées figure (2.20).

réaliser la mesure sur la demi-sphère orientée dans l'autre direction. Ainsi, il serait possible de mesurer, loin de la focale, un champ acoustique de forte amplitude localement.

Par la suite, on néglige l'impact des effets non-linéaires.

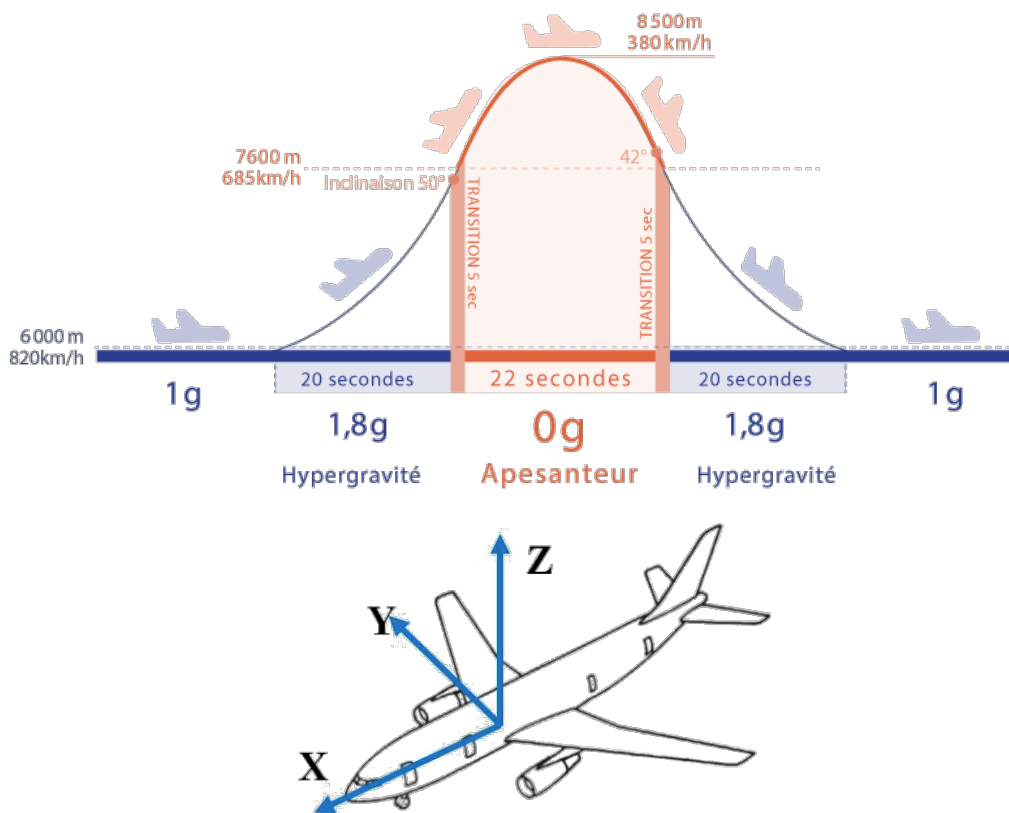
## 2.6 Mesure de la force axiale en micropesanteur

### 2.6.1 Vols paraboliques

Afin de calibrer la force de radiation axiale produite par la pince acoustique fonctionnant à 40 kHz dans l'air sur un objet sphérique élastique, le piégeage est observé dans un environnement de micropesanteur, fourni par les vols paraboliques de Novespace. Au cours de ces expériences, l'avion suit une trajectoire parabolique, ce qui entraîne une phase d'apesanteur d'environ  $10^{-2}g$  dans la cabine, avec  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  la pesanteur terrestre, pendant 22 secondes. Avant et après cette phase de micropesanteur, l'avion se cabre et subit une phase d'hyperpesanteur, à environ  $1.8g$ . Cette manœuvre, schématisée figure (2.29) est répétée plusieurs fois permettant ainsi d'exécuter différentes expériences. La figure (2.30) représente l'accélération verticale ainsi que l'inclinaison de l'avion par rapport au sol, mesurées pendant un vol entier et pendant une des

paraboles extraite du vol.

Dans la cabine de l'avion, la température entre 17 et 20°C et la pression est réglée à  $825 \pm 5$  hPa.



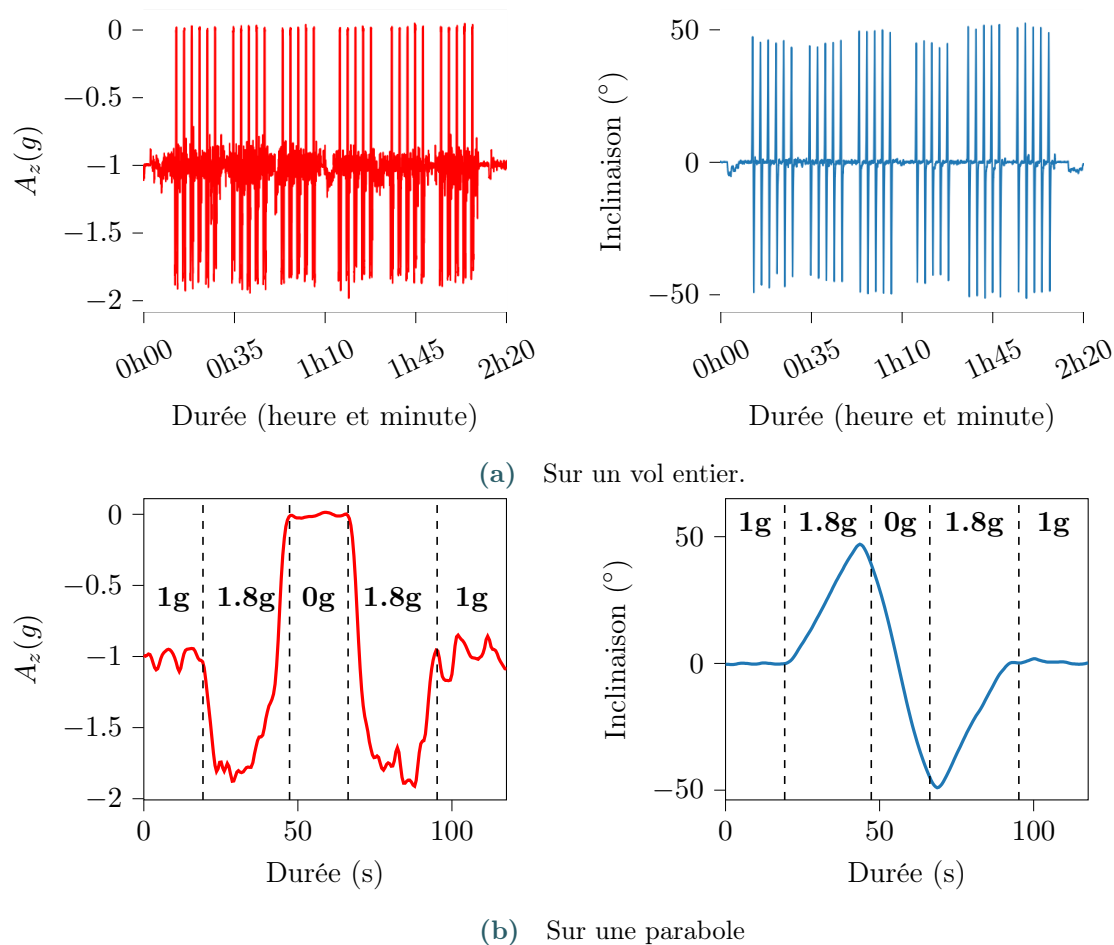
**FIGURE 2.29** (En haut) Description de la manœuvre parabolique permettant de recréer un environnement de micropesanteur (AirZeroG, Weightless with Novespace (2019)). La bille est injectée dans le piège après les 20 secondes d'hypergravité, c'est-à-dire au début des 22 secondes de micropesanteur. (En bas) Repère cartésien dans la cabine de l'avion. L'axe  $z$  de la cabine est aligné avec celui de la pince acoustique.

Ainsi, la masse volumique est différente de celle au sol. On se base sur la loi des gaz parfaits pour déterminer la masse volumique :

$$\rho_{air} = \frac{p_{air}M}{RT}, \quad (2.4)$$

avec  $p_{air}$  la pression de l'air dans la cabine de l'avion, on prendra 825 hPa,  $M = 28.964420$  kg/k-mol la masse molaire de l'air supposé sec,  $R = 8.31432$  J/K/mol la constante des gaz parfaits ICAO (2002) et  $T$  la température en Kelvin, prise à 18.5°C. Ainsi, la masse volumique de l'air est de 0.985 kg/m<sup>3</sup>. La célérité des ondes ne varie quasiment pas et vaut 342 m/s. D'après les expressions de la force de radiation (cf. équations (1.10) à (1.12)), la diminution de la masse volumique de l'air (notée  $\rho_0$  dans l'équations des composantes de la force) entraîne l'augmentation de la force de radiation.

La procédure expérimentale de manipulation sans contact consiste à déposer une bille de poly-



**FIGURE 2.30** Accélération verticale ou axiale  $A_z$  (cf. figure (2.29)) (à gauche) et inclinaison de l'avion par rapport au sol (à droite) sur toute la durée d'un vol, en haut, et sur une parabole, en bas.

styrène expansé (EPS) de diamètre compris entre 2 et 4 mm dans le piège acoustique à l'aide d'une brucelle à bout arrondi en plastique antistatique à fibre de carbone, en amont de la manœuvre parabolique, c'est-à-dire pendant la phase 1g. La bille d'EPS étant très légère, de masse volumique estimée à  $16.5 \text{ kg/m}^3$ , elle est maintenue dans le piège également pendant la phase d'hyperpesanteur à 1.8g. En micropesanteur, la bille d'EPS sert alors de repère visuel du piège pour y déposer manuellement la bille d'intérêt, toujours à l'aide de la brucelle. L'injection d'une bille dense en apesanteur peut être délicate en raison d'un manque d'acclimatation à cet environnement de la part de l'expérimentateur, mais également en raison des variations résiduelles de l'accélération dans la cabine de l'avion. Une fois que la bille d'intérêt est piégée, la bille d'EPS est retirée méticuleusement de la zone de piégeage, en essayant de perturber le moins possible la stabilité du piège. Ensuite, l'observation de l'objet manipulé peut commencer.

Lorsque l'objet piégé subit des perturbations externes, des variations de pesanteur ou les conditions initiales liées au retrait du piège de la bille d'EPS, il oscille. Ces oscillations, enregistrées par les deux caméras dans les plans axiaux ( $xz$ ) et ( $yz$ ), peuvent être reliées à la raideur du piège. Pour réaliser une caractérisation complète, les oscillations sont observées pour plusieurs objets

référéncés dans le tableau (2.3) et amplitudes de pression acoustique, car la force de radiation et sa raideur dépendent de l'amplitude de pression, de la taille de l'objet et de ses propriétés mécaniques.

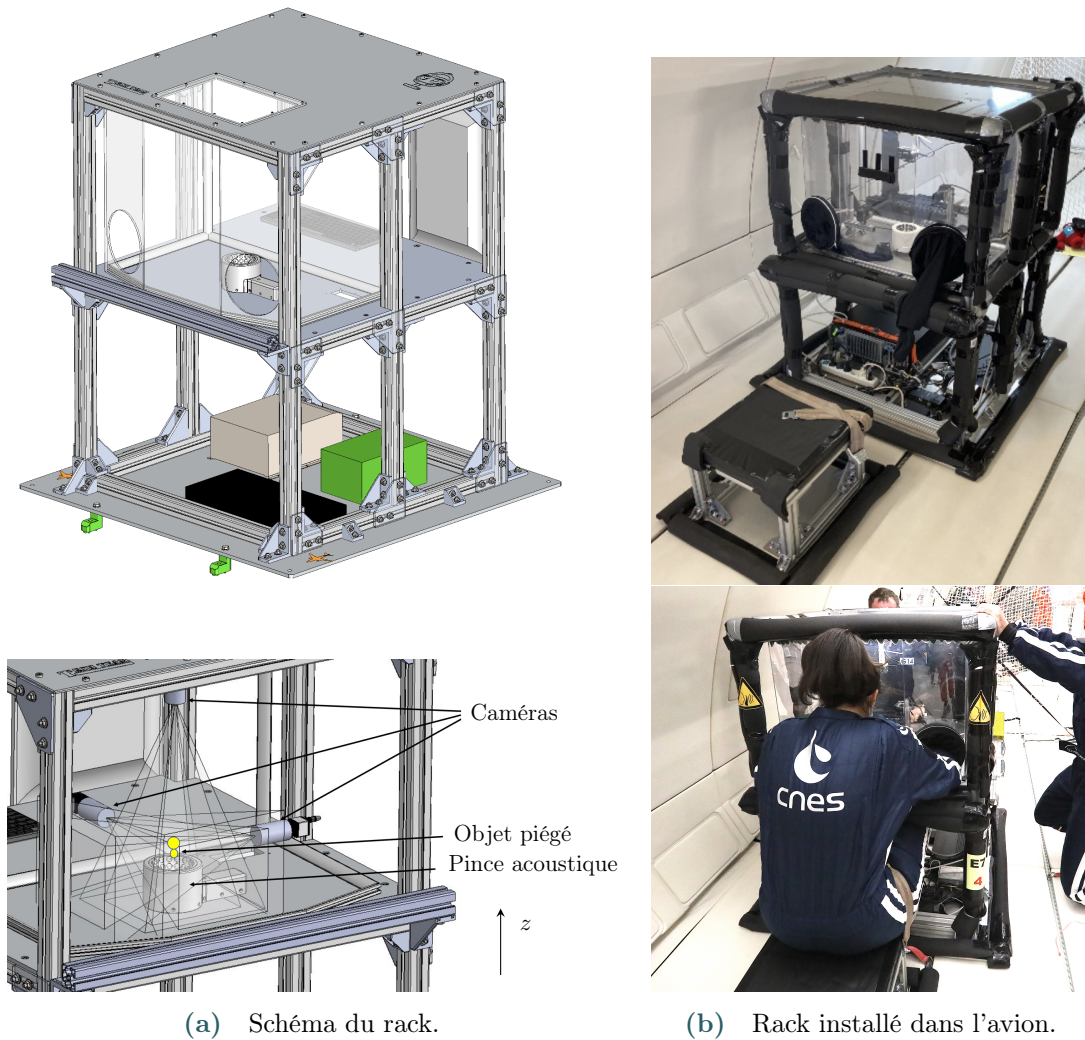
L'expérience est filmée par deux caméras IDS UI-3080CP-M-GL Rev.2 (AB00848, taille d'un pixel :  $3.45 \mu\text{m}$ ), enregistrant 50 images par seconde. Celles-ci sont équipées de d'objectifs Fujifilm CF-ZA-1S (distance focale de 12 ou 16 mm) permettant de régler manuellement la distance de travail des caméras (minimum 100 mm) et donc le grossissement (entre 10 et 25). Les images obtenues contiennent  $1024 \times 1024$  pixels. Dans le plan focal, la taille d'un pixel est estimée à  $60 \mu\text{m}$  environ. Le montage expérimental mis en œuvre est présenté sur la figure (2.31).

Le développement d'un rack expérimental adapté aux vols paraboliques doit suivre un certain nombre de réglementations permettant d'assurer la sécurité des équipements et des personnes pendant le vol. La structure mécanique doit être capable de résister à de fortes contraintes mécaniques, en cas d'atterrissage d'urgence par exemple. L'expérience ne doit pas être source de danger en cas de perte de certains services fournis par l'avion et doit pouvoir soutenir une dépressurisation de la cabine. Le rack ne peut pas dépasser 200 kg, ni être constitué de matériaux cassables. S'il doit en contenir, ceux-ci doivent être confinés afin de ne pas endommager la cabine de l'avion ou de la contaminer avec des débris.

Dans le cadre du dispositif expérimental développée ici, cela implique que les billes manipulées soient confinées. Ainsi, le rack est constitué, à l'étage supérieur, d'une sorte de boîte à gants en Plexiglas, accessible par deux ouvertures circulaires habillés de manchons en tissu. Lors des expériences, les manchons doivent être resserrés au niveau des poignets. Enfin, l'expérience de doit pas contenir de source de chaleur incontrôlée, de matériaux inflammables et les circuits électroniques doivent être conçus dans le but d'éviter des incendies et chocs électriques.

Ces différentes contraintes rendent la conception d'un rack expérimental assez complexe, voire impossible pour certains expérimentateurs. Dans ces circonstances, le CNES peut prêter un rack standard répondant aux exigences des vols paraboliques. Les premières expériences de la pince acoustique ont ainsi été réalisées dans un rack prêté par le CNES (figure (2.32)) lors d'une campagne de vols paraboliques en juin 2020. Ces expériences avaient permis de réaliser une preuve de concept de la pince acoustique en micropesanteur, ainsi que valider le choix du modèle de pince présenté section 2.1.1.

Cependant, l'agencement de l'expérience, contraint par la géométrie du rack, rendait le protocole de piégeage très difficile pour l'expérimentateur, en particulier à cause de la posture imposée. Pour la seconde campagne de vols réalisée en mars 2021, dont les résultats sont présentés ci-après, un rack expérimental sur mesure a donc été développé et instrumenté au laboratoire par Jean-Marie Citerne (cf. figure (2.31)).



**FIGURE 2.31** Rack expérimental pour les vols paraboliques de 2021 - Le rack est constitué de deux étages. L'étage inférieur contient l'ordinateur, le boîtier de contrôle de la pince acoustique, son alimentation et des accéléromètres. L'étage supérieur est découpé en deux parties. Une première partie ouverte supporte l'écran de l'ordinateur et un clavier de saisie avec trackpad. L'autre partie consiste en la boîte à gants confinée, accessible par des ouvertures circulaires munies de manchons en tissu. Ce caisson contient la pince acoustique, les billes et les caméras. Le plafond du caisson est recouvert de mousse absorbante pour éliminer les réflexions acoustiques. Un tabouret est fixé devant le caisson pour permettre une posture optimale lors des expériences.



**FIGURE 2.32** Rack prêté par le CNES lors des expériences préliminaires de 2020 de la pince acoustique en vols paraboliques - Le rack consiste en un caisson hermétique accessible par des manchons en caoutchouc. La droite du rack est dédiée au boîtier de contrôle de la pince et son alimentation. La gauche est dédiée à la pince acoustique et les billes. Les deux parties sont séparées par un voile ignifugé afin d'éviter la perte des billes. Le plafond du caisson situé au dessus de la pince est recouvert de mousse absorbante. Un ordinateur portable est collé au Velcro sur la paroi extérieure du caisson.



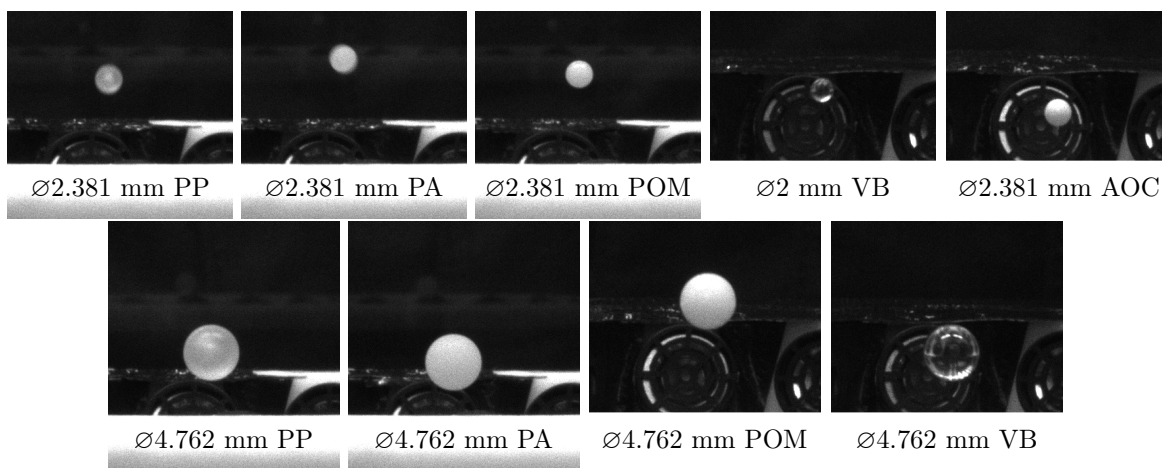
## 2.6.2 Observations de pièges stables

Les expériences de manipulation sans contact sont réalisées lors de 3 jours de vols paraboliques comportant chacun 31 paraboles (cf. figure (2.30a)). Certaines expériences peuvent donc être répétées plusieurs fois ou réitérées en cas d'échec lors d'un premier essai. Les échecs sont parfois dus à une mauvaise injection de la bille dans le piège ou à de trop fortes variations de pesanteur, rendant la parabole inexploitable.

Comme le montre la figure (2.33), toutes les billes testées ont été piégées avec succès pendant les 22 secondes d'expérience en micropesanteur. Ces pièges stables valident la tridimensionnalité des forces générées par la pince acoustique aérienne. En effet, en micropesanteur, il n'est plus possible d'obtenir la stabilité de la particule en contrebalançant le poids, il est nécessaire de la maintenir en une position fixe en y appliquant des forces dirigées vers cette position.

La position de la bille dans le piège dépend principalement de la taille de l'objet et de son poids résiduel en micropesanteur. Le piège est relativement rigide, ce qui permet à la particule d'osciller lorsqu'une perturbation externe s'exerce sur elle, comme les variations d'accélération dans la cabine de l'avion ou la perturbation liée à la condition initiale, le retrait du piège de la bille d'EPS. On notera tout de même, que tant que la bille d'EPS est piégée avec l'autre bille, le tout bouge très peu. Cela peut s'expliquer par la très faible masse d'une bille d'EPS, entraînant une raideur du piège très importante par rapport à celle d'une seule bille plus dense. La position de la bille dépend également de son mouvement dynamique dans le piège. Le piège des billes plus grosses, et donc plus lourdes a tendance à être moins stable dans les conditions de micropesanteur délivrées par l'avion. Ainsi certaines observations sont de courte durée en raison de l'éjection de la particule piégée. Cette éjection peut être rapide ou lente lors du décrochage de la particule à l'extrémité d'une oscillation.

De plus, le piège d'objets complexes a également été observé, figure (2.34). Ces objets complexes

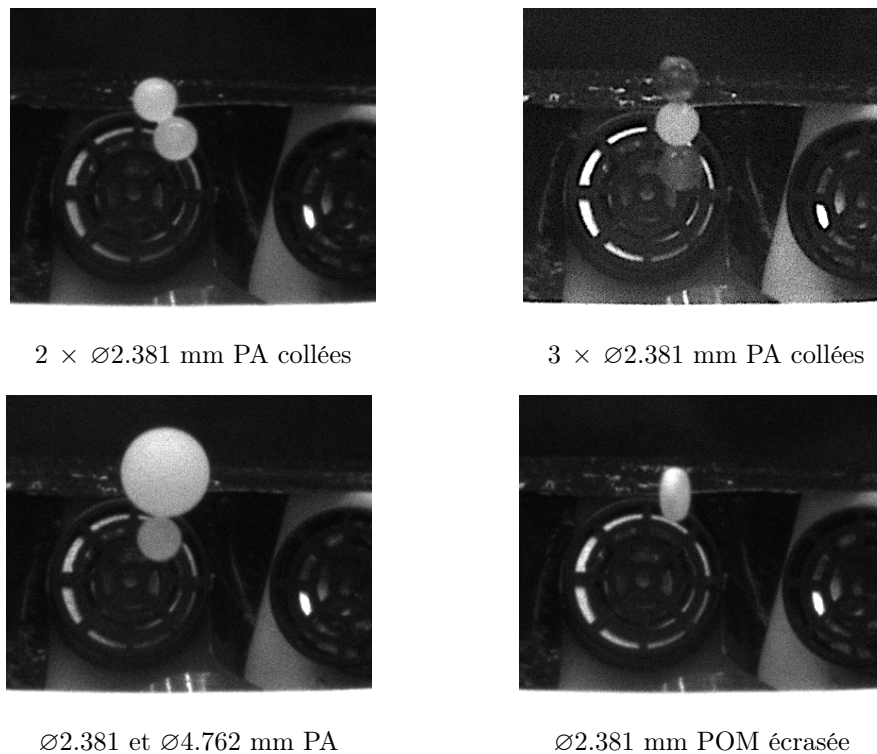


**FIGURE 2.33** Observations de piégeage stable de plusieurs billes (énumérées dans le tableau 2.3) dans des conditions de micropesanteur par la pince acoustique.

consistent en 2 ou 3 billes de mêmes matériau et diamètre collées les unes aux autres, ou bien au piège simultané de deux billes de même matériau mais de diamètre différent, ou encore en une

sorte de disque, réalisé en écrasant une bille de plastique de 2.381 mm de diamètre.

Ces objets ont tous été piégés en utilisant le même procédé d'injection que pour les billes seules.



**FIGURE 2.34** Observations de piégeage stable de plusieurs billes dans des conditions de micropesanteur par la pince acoustique.

De plus, leurs injections ont été réalisées avec aisance. Cependant le retrait de la bille d'EPS a toujours un fort impact sur la dynamique de l'objet dans le piège.

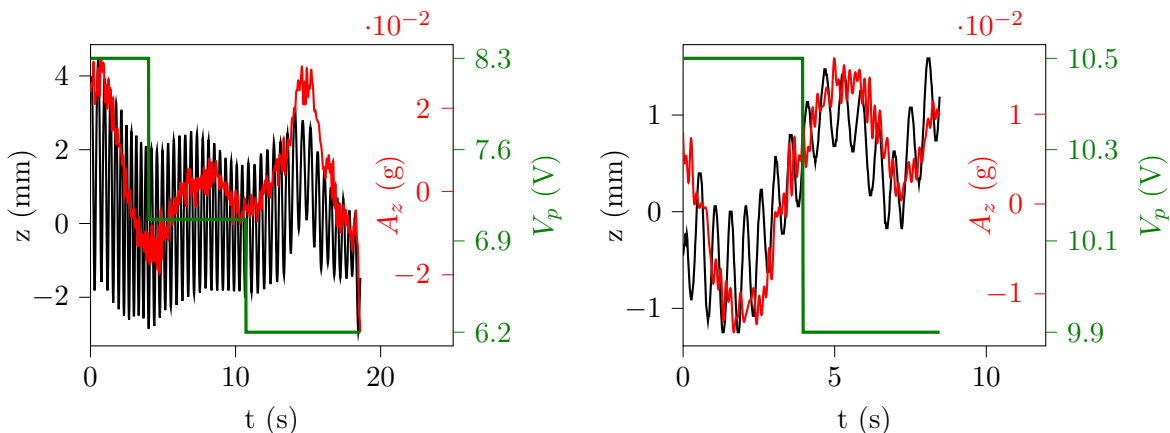
L'observation des deux billes collées indique une rotation rapide mais stable de l'objet sur lui-même dans le piège. Les 3 billes collées présentent le même comportement, mais leur rotation conduit à leur éjection du piège au bout de quelques secondes seulement. Toutefois, les 3 billes collées déposées sous la bille d'EPS, restent stables tant que cette dernière est toujours présente. De façon similaire, l'ajout d'une bille de 2.381 mm sous une bille de 4.762 mm de diamètre a un effet stabilisateur et coupe en partit les oscillations initiales de la grosse bille. Enfin, le disque initialement déposé à plat sous la bille d'EPS, se met instantanément à la verticale, tel que dans la figure (2.34), et se met à tourner rapidement autour de son axe de révolution, ainsi les rotations sont difficile à percevoir dans les films récupérés. Contrairement aux billes seules, le disque oscille peu dans le piège et il a été nécessaire de les provoquer manuellement, lesquelles sont restées stables dans le temps de micropesanteur restant.

L'analyse de ces observations restent pour le moment qualitatives mais prouvent la possibilité de piéger des objets de géométries plus complexes qu'une sphère. L'étude de leur dynamique nécessiterait d'ajouter des effets de diffusions multiples au calcul de la force afin d'estimer les forces de radiation s'exerçant sur plusieurs billes piégées simultanément.

### 2.6.3 Caractérisation dynamique

À présent, on s'intéresse à la dynamique des billes piégées (cf. figure (2.33)), en particulier aux oscillations axiales qu'elles présentent.

Les oscillations des billes ont pour origines principales la condition initiale d'injection et les variations de l'accélération verticale dans la cabine de l'avion (dont l'axe vertical est confondu avec l'axe de propagation de la pince acoustique). Ces oscillations filmées sont ensuite récupérées par un algorithme de suivi standard et sont synchronisées avec l'accélération verticale mesurée à proximité de la pince, ainsi qu'avec la tension d'émission acoustique. La taille des pixels est estimée par la connaissance précise de la taille des billes piégées. Les données sont présentées sur la figure (2.35) pour une bille de polypropylène de 2.381 mm de diamètre et pour une bille de polyamide de 4.762 mm de diamètre (cf. tableau (2.3) pour les propriétés mécaniques). L'enveloppe des oscillations est principalement dirigée par l'accélération verticale. De plus, les oscillations sont d'autant plus rapides que la bille est petite et sont d'amplitude plus importante également.

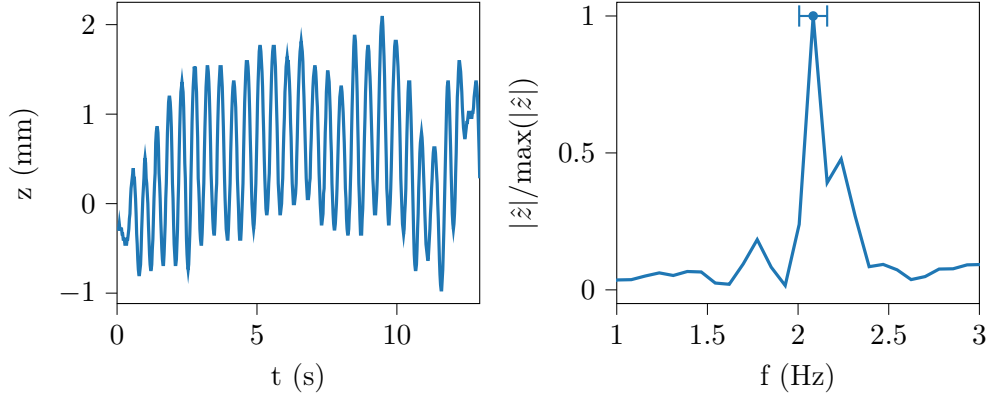


**FIGURE 2.35** Oscillations axiales d'une bille de polypropylène (PP) de 2.381 mm (gauche) et d'une bille de polyamide (PA) de 4.762 mm (droite) pendant une expérience en micropesanteur. L'accélération verticale exprimée en  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ , mesurée pendant l'expérience, est tracée en rouge. La tension d'émission, qui détermine l'amplitude de la pression acoustique, est représentée en vert et varie au cours de l'expérience.

La force de radiation axiale et l'objet piégé agissent comme un système masse-ressort, où la pulsation des oscillations  $\omega_B$  de la bille est reliée à la raideur  $k_z$  par :

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k_z}{m}}, \quad (2.5)$$

avec  $m$  la masse de l'objet. De plus, autour de la position d'équilibre (figure (2.20)), la force est linéaire, ainsi on peut faire l'hypothèse qu'elle est proportionnelle à  $k_z z$ , qui sera également proportionnel au carré de l'amplitude de la pression. Ainsi, les pulsations des oscillations sont calculées pour plusieurs objets et pour plusieurs niveaux d'émission acoustique, exprimés par la tension crête  $V_p$  transmise aux transducteurs. Les pulsations  $\omega_B$  sont récupérées à partir du spectre des oscillations, par exemple figure (2.36). Il est possible de déterminer des incertitudes



**FIGURE 2.36** Oscillations d'une bille de polypropylène de diamètre 4.762 mm et le spectre associé. La fréquence des oscillations est déterminée comme la fréquence correspondant au maximum d'amplitude du spectre.

Cette fréquence est représentée par un point avec barre d'erreur.

de mesure, liées à la durée du signal utilisé pour calculer la fréquence d'oscillation. L'incertitude est alors égale à :

$$\delta\omega_B = \frac{2\pi f_r}{N_t}, \quad (2.6)$$

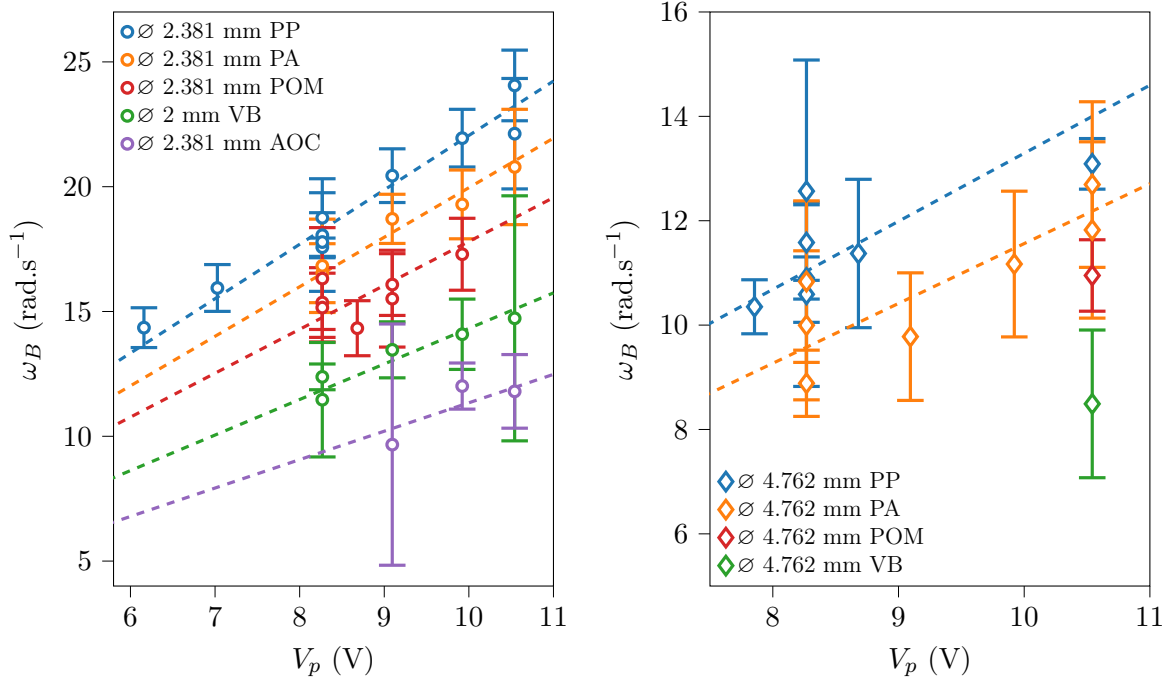
avec  $f_r = 50$  Hz la fréquence d'échantillonnage de la caméra et  $N_t$  le nombre d'échantillons temporels. Cette incertitude est également tracée sur le spectre des oscillations d'une bille, figure (2.36).

Finalement, les pulsations expérimentales et leurs incertitudes sont représentées pour chaque bille en fonction de  $V_p$  sur la figure (2.37) (points avec barres d'erreur). Les points de mesure sont restreints dans un intervalle de tensions délimité par 6.16 V et 10.54 V, car les billes n'ont pas pu être piégées par des amplitudes acoustiques en dessous de cet intervalle, et la tension maximale délivrée aux transducteurs correspond à la limite supérieure.

Les données expérimentales peuvent être ajustées par une régression linéaire (cf. traits discontinus de la figure (2.37)). Celle-ci est réalisée à l'aide de la méthode des moindres carrés et en ajoutant le point ( $V_p = 0, \omega_B = 0$ ) aux séries de mesure, cependant le passage à 0 de la régression linéaire n'est pas forcé. Les coefficients de corrélation de Pearson obtenus pour chaque série sont supérieurs à 0.98 et indiquent donc une forte relation linéaire entre la tension et les oscillations des billes.

Ainsi, la relation  $\omega_B = \alpha V_p$  apparaît, avec  $\alpha = \alpha(a_p, m)$  une fonction du rayon de la bille  $a_p$  et de sa masse  $m$ . Il a été remarqué section 2.5, qu'au regard des propriétés d'élasticité des matériaux (masse volumique, vitesses longitudinale et transverse des ondes acoustiques), leurs différences d'une bille à l'autre n'ont pas d'impact sur la force de radiation. En revanche, la masse joue bien un rôle important sur les oscillations des billes dans le piège. En conséquence,  $k_z = \beta(a_p, m)V_p^2$ , ce qui est cohérent avec la relation de proportionnalité entre la force de radiation et l'intensité du champ (équation (1.12)).

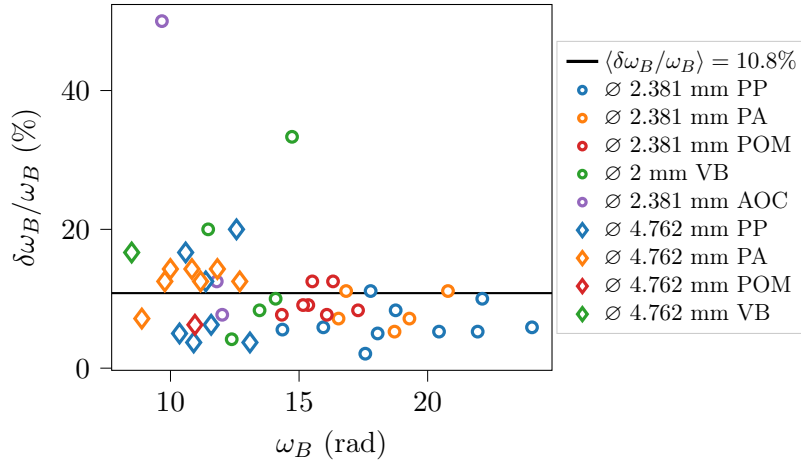
L'analyse des incertitudes de mesure des oscillations observées, figure (2.38), montre que celles-ci sont plus importantes pour les billes les plus grosses et lourdes, représentées par des losanges, ou de couleur verte et violette, dont les oscillations sont plus basse-fréquence. Leurs incertitudes



**FIGURE 2.37** Pulsations expérimentales (points avec barres d'erreur)  $\omega_B$  pour diverses billes (tableau (2.3)) en fonction de l'amplitude acoustique, exprimée comme la tension de crête fournie aux transducteurs. Les barres d'erreur expérimentales  $\delta\omega_B$  sont définies par l'équation (2.6) en fonction de la durée des oscillations utilisées pour calculer le spectre. Les données expérimentales sont ajustées par une régression linéaire (traits discontinus) dont les coefficients de corrélation de Pearson sont supérieurs à 0.98 (pour chaque série).

sont au dessus de la moyenne, et parfois très importantes dans le cas des billes de verre et de céramique de diamètres 2 et 2.381 mm respectivement. Cette tendance reflète la difficulté, lors des expériences de manipulation en micropesanteur, à insérer les billes correctement dans le piège, en raison d'une gravité résiduelle non nulle, résultant en des temps d'observation plus courts. En effet, le poids des billes est proportionnel au rayon au cube des particules. Ainsi, passer d'une bille de 2.381 mm de diamètre à 4.762 mm, c'est-à-dire doubler le rayon, revient à multiplier le poids par un facteur 8. Or, la force de radiation quand à elle, n'est multipliée que d'un facteur 2.8 pour le pic positif et d'un facteur 3.5 pour le pic négatif. En ce qui concerne, la raideur, que l'on mesure à partir des oscillations, elle n'est multipliée que d'un facteur 2.8 également. Par conséquent, le poids, même résiduel, a un fort impact sur la facilité à piéger une bille et sur sa stabilité. Aussi, le poids augmente avec la masse alors que la force de radiation est la même pour toutes les billes de rayon identique, utilisées ici (cf. figure (2.22)).

Les incertitudes sur la pulsation des oscillations sont en moyenne de l'ordre de 11%, et l'écart type est de 8%.



**FIGURE 2.38** Incertitude expérimentale de la pulsation pour chaque point de mesure. L’incertitude, exprimée par l’équation (2.6), est liée à la durée d’observation des oscillations et est normalisée par la pulsation. Chaque bille est représentée par un symbole et une couleur. La moyenne des incertitudes est tracée en noir (cf. figure (2.37)).

#### 2.6.4 Comparaison avec le modèle théorique de la force de radiation

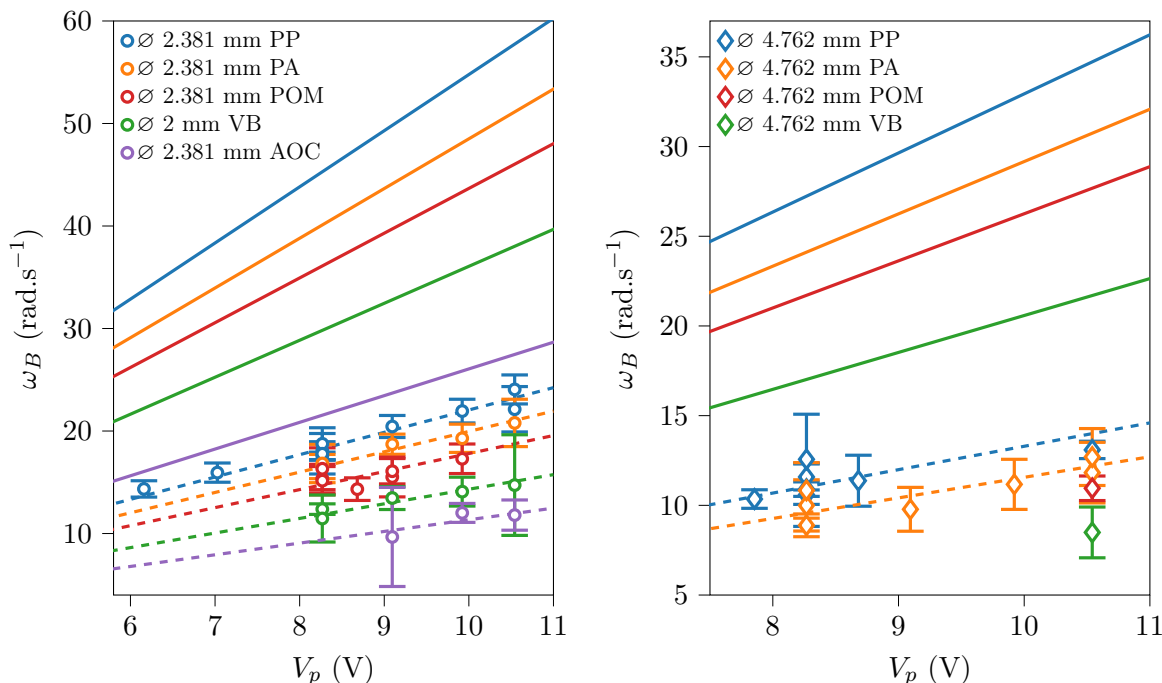
Afin de comparer les résultats expérimentaux avec le modèle tridimensionnel, la force théorique est calculée dans les conditions atmosphériques de l’avion en connaissant la taille et les propriétés de l’objet ainsi que les coefficients de forme (cf. section 2.3) du champ incident mesuré (cf. section 2.2.3), qui correspond à un vortex focalisé de charge topologique  $m = 1$ . La raideur théorique  $k_z^{th}$  correspond à la pente locale de la force, autour du point d’abscisse correspondant à l’annulation de la force axiale, ce qui suppose que le poids de l’objet est nul. La pulsation théorique est alors obtenue par l’équation (2.5). Étant donné que le champ acoustique a été mesuré à une amplitude d’émission unique, il est nécessaire d’appliquer une étape de mise à l’échelle pour calculer la force de radiation à d’autres amplitudes. En supposant une propagation acoustique linéaire, la force calculée à partir du champ mesuré est recalée par le coefficient  $(V_p/V_p^{ref})^2$ , avec  $V_p$  la tension crête fournie aux transducteurs pendant les expériences de piégeage et  $V_p^{ref} = 5.25$  V la tension crête de référence correspondant à la mesure 2D du champ de pression servant à estimer les coefficients de forme. La tension maximale délivrée par le système étant de 10.54 V. Les résultats théoriques (traits pleins) et expérimentaux (points avec barres d’erreur) sont comparés sur la figure (2.39). On rappelle que les traits discontinus correspondent à la régression linéaire des données expérimentales (cf. figure (2.37)).

La comparaison directe des résultats théoriques et expérimentaux montre que le modèle de la force de radiation surestime les valeurs d’oscillations d’au moins un facteur 2. Plusieurs raisons peuvent expliquer cette disparité et elles sont développées ci-dessous.

##### 2.6.4.1 Prise en compte d’effets supplémentaires

###### Modulation du champ acoustique

La comparaison des pulsations théoriques et expérimentales est réalisée en estimant la force de



**FIGURE 2.39** Comparaison des pulsations expérimentales (points avec barres d'erreur et régressions linéaires en traits discontinus) et théoriques (traits pleins),  $\omega_B$ , pour diverses billes (tableau (2.3)) en fonction de l'amplitude acoustique, exprimée comme la tension de crête fournie aux transducteurs. Les barres d'erreur expérimentales  $\delta\omega_B$  sont définies par l'équation (2.6) en fonction de la durée des oscillations utilisées pour calculer le spectre. Les pulsations théoriques  $\omega_B^{th}$  sont calculées à partir de la pente de la force autour de l'origine  $k_z^{th}$  et de la relation  $\omega_B^{th} = \sqrt{k_z^{th}/m}$ .

radiation à partir des coefficients de forme du champ incident correspondant à un vortex focalisé de charge 1. Cependant, le champ réellement généré lors des expériences de piégeage correspond à l'alternance de 2 vortex de charges topologiques opposées. Cette modulation n'est pas incluse dans la théorie, qui n'est valable qu'en régime harmonique, mais devrait être prise en compte lors du calcul de l'amplitude de la pression en raison de la réponse des transducteurs. Ainsi, l'amplitude du champ modulé est plus ou moins faible que le champ non modulé, selon la position dans le plan (cf. figure (2.11) pour le champ non modulé et figure (2.18) pour le champ modulé). La comparaison des signaux aux points d'amplitudes maximale et minimale du champ modulé, figure (2.19), montre qu'il peut y avoir un facteur 1 à 7 entre l'amplitude du signal non modulé et celle du signal modulé. Ainsi, on peut supposer que la force associée à l'alternance des deux vortex est d'amplitude plus faible que celle associée au vortex seul. Par conséquent, un facteur sur l'amplitude du champ ou sur la raideur théorique devrait pouvoir prendre en compte la modulation.

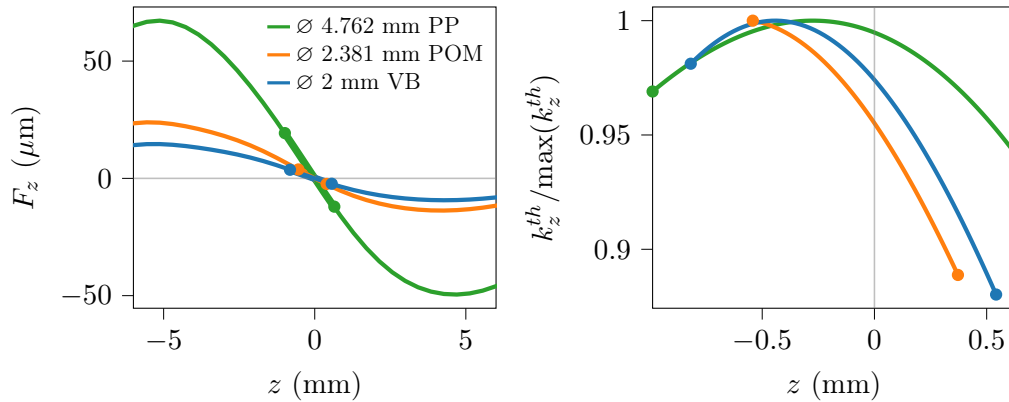
### Incertitude sur les caractéristiques du microphone

On rappelle que la mesure du champ est réalisée à l'aide d'un microphone calibré à une fréquence

de 250 Hz (cf. section 2.2.2). Toutefois, la pince acoustique opère à 40 kHz et dans cet intervalle de fréquence, le constructeur du microphone spécifie une précision à  $\pm 3$  dB, soit un facteur  $\sqrt{2}$  ou  $1/\sqrt{2}$  en amplitude. En considérant que l'amplitude est surestimée, un facteur  $1/\sqrt{2} \approx 0.707$  peut se rajouter au facteur d'amplitude lié à la modulation du champ acoustique par l'alternance de deux vortex de charges topologiques opposées.

### Position réelle dans le piège

Une autre source de différence est la pesanteur résiduelle durant les phases de micropesanteur, qui a précédemment été négligée pour calculer la raideur (supposant donc un poids des billes nul). Le poids résiduel influence la position d'équilibre et donc la raideur du piège. D'après la documentation des vols paraboliques, le niveau de gravité résiduelle au cours d'une manœuvre varie entre  $\pm 0.02g$ . Les mesures réalisées sur le rack expérimental au cours des différentes paraboles indiquent toutefois une gravité résiduelle maximale allant de  $-0.04g$  à  $0.025g$  (en moyenne la gravité résiduelle était plutôt comprise entre  $-0.023g$  et  $0.011g$ ). L'impact sur la raideur est représenté figure (2.40). La raideur est calculée pour chaque coordonnée  $z$  délimitée par l'intersection entre le poids résiduel (minimal et maximal) et la force de radiation (on rappelle qu'un poids négatif va s'opposer au pic positif de la force, et vice versa). Ainsi, la raideur peut être diminuée d'un facteur 0.88 en raison du poids résiduel.



**FIGURE 2.40** Influence du poids résiduel sur la raideur théorique. La raideur (à droite) est déterminée par la pente de la force axiale de radiation (à gauche) calculée en chaque coordonnée  $z$  délimitée par l'intersection du poids résiduel et de la force.

### Streaming acoustique

Enfin, un autre effet négligé jusqu'ici est l'écoulement de streaming. Celui-ci sera caractérisé, au chapitre 4, pour une pince acoustique haute-fréquence dans l'eau. Bien que le champ acoustique soit plutôt basse-fréquence, il se propage dans l'air, ainsi les effets thermiques ne peuvent être négligés. Toutefois, la théorie utilisée au chapitre 4 ne les prend pas en compte. Une première piste serait de modifier uniquement le coefficient d'atténuation pour y inclure les effets thermiques. Le streaming exerce une force de trainée dirigée vers les  $z$  croissants et tend donc à pousser la bille piégée loin de la source. Par conséquent, l'action du streaming sur la bille décale la position



d'équilibre du côté de la force attractive. En négligeant momentanément la pesanteur résiduelle pour ne conserver que l'action du streaming, cette dernière aurait pour effet de diminuer la raideur du piège de la bille. En présence d'accélération négative (dirigée vers le sol), le poids serait en concurrence avec le streaming et l'ensemble pourrait être négligé. Cependant, l'accélération varie rapidement dans la cabine de l'avion, il est alors peu probable que le streaming soit contré en permanence par le poids de la bille. Ainsi, l'écoulement peut expliquer une partie des différences constatées entre les pulsations théoriques et expérimentales.

#### 2.6.4.2 Détermination du facteur d'amplitude entre les résultats théoriques et expérimentaux

Les effets décrits précédemment sont difficiles à prendre en compte dans la modélisation théorique. Ainsi, on propose d'identifier un facteur d'amplitude unique  $\gamma$  incluant tous ces effets tel que :

$$k_z^{th,\gamma} = \gamma^2 k_z^{th}. \quad (2.7)$$

Ce coefficient est déterminé à l'aide d'une méthode d'optimisation (le module *lmfit* de Python est utilisé avec la méthode des moindres carrés), sa valeur est trouvée à environ  $\gamma = 0.405$  et permet de réaligner les pulsations théoriques sur les pulsations expérimentales avec un très bon accord, figure (2.41). Ainsi, un seul facteur d'amplitude permet de recalculer le modèle théorique de la force de radiation sur les résultats expérimentaux et leurs incertitudes. Ces résultats peuvent également être comparés en termes de raideur, figure (2.42). Chaque rayon de bille est traité séparément pour une meilleure visibilité des résultats. La raideur expérimentale est obtenue par :

$$k_z = \omega_B^2 m. \quad (2.8)$$

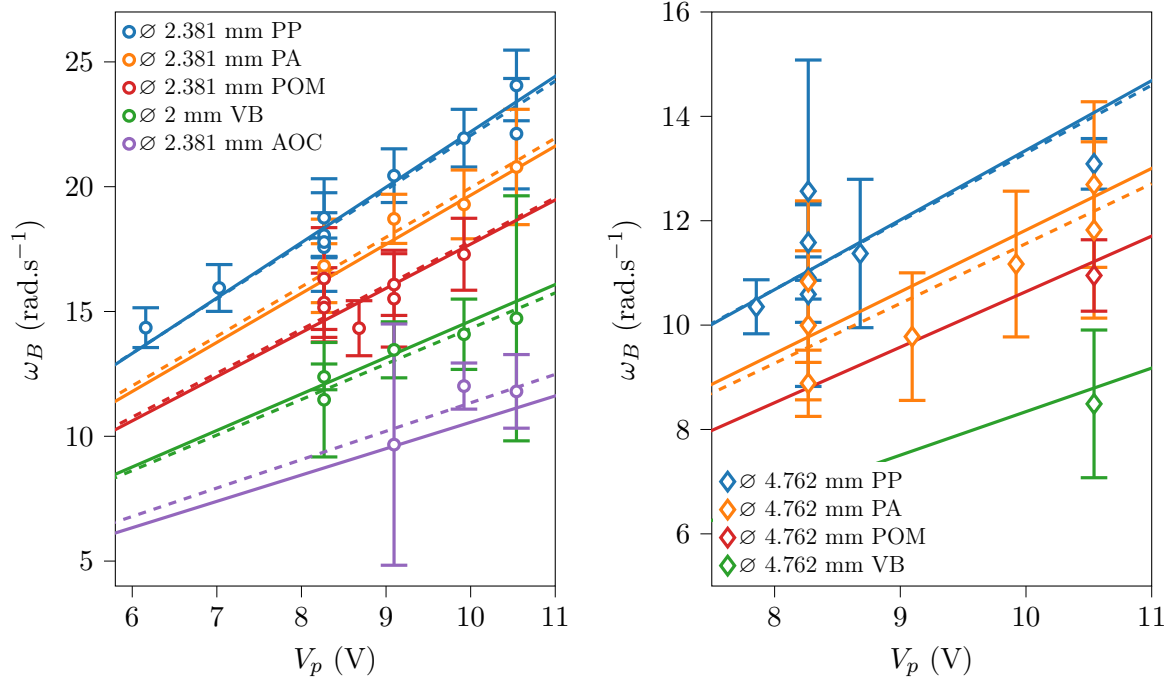
Ainsi, les raideurs sont à peu près les mêmes pour les billes de diamètre identique. Cela avait été constaté numériquement lors du calcul de la force de radiation pour les diverses billes utilisées. Ici, les différences de masse volumique entre les divers matériaux utilisés semblent avoir peu d'impact sur la force de radiation et donc sur la raideur du piège. L'expérience ayant lieu dans l'air, le contraste de densité entre le milieu et la particule est déjà très important pour la bille la moins dense. L'augmentation de la masse volumique ne permet pas d'augmenter davantage l'amplitude de la force de radiation. En revanche, les forces estimées pour les billes d'EPS, servant à la fois à tester le dispositif en pesanteur terrestre et de cible en vol parabolique, présentent des différences notables aux mêmes diamètres. Cependant, bien que leur densité soit estimée expérimentalement à environ  $16 \text{ kg/m}^3$ , les autres paramètres mécaniques sont méconnus. De ce fait, l'estimation des forces exercées sur les billes d'EPS reste très hypothétique.

Les incertitudes de mesure de la raideur expérimentale sont définies par :

$$\delta k_z = \left| \frac{\partial k_z}{\partial \omega_B} \right| \delta \omega_B. \quad (2.9)$$

Les erreurs obtenues, normalisées par  $k_z$ , figure (2.43), sont en moyenne autour de 21%. Il apparaît à nouveau que les erreurs sont plus importantes pour les billes les plus denses et les plus grandes. Les écarts entre les raideurs théoriques (recalées) et expérimentales exprimés par :

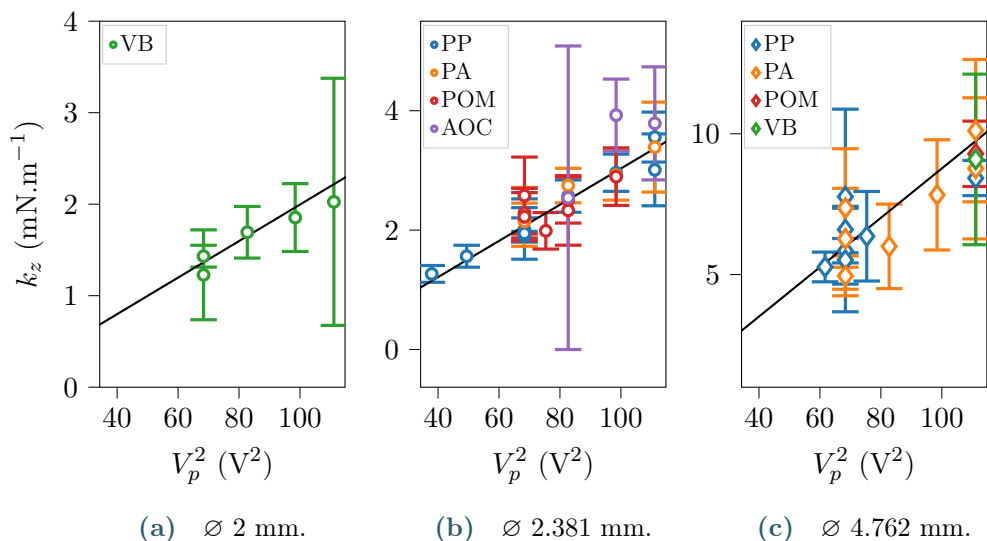
$$\frac{|k_z - k_z^{th,\gamma}|}{k_z^{th,\gamma}} * 100 (\%), \quad (2.10)$$



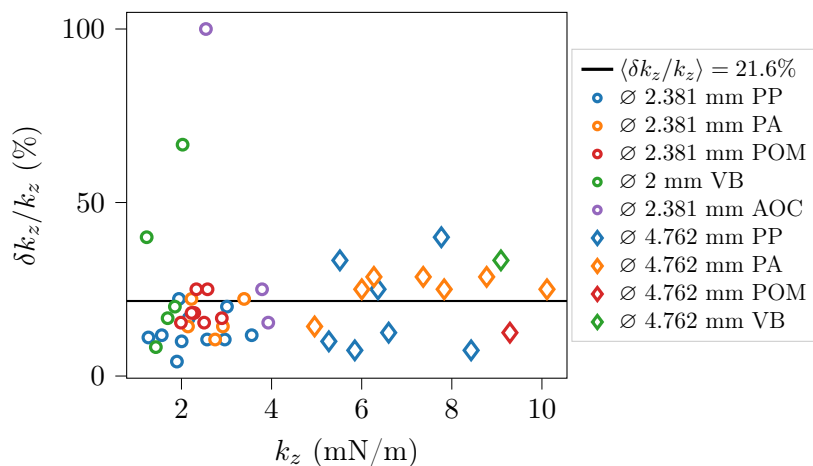
**FIGURE 2.41** Comparaison des pulsations expérimentales (points avec barres d'erreur et régressions linéaires en traits discontinus) et théoriques (traits pleins),  $\omega_B$ , pour diverses billes (tableau (2.3)) en fonction de l'amplitude acoustique, exprimée comme la tension de crête fournie aux transducteurs. Les barres d'erreur expérimentales  $\delta\omega_B$  sont définies par l'équation (2.6) en fonction de la durée des oscillations utilisées pour calculer le spectre. Les pulsations théoriques  $\omega_B^{th}$  sont calculées à partir de la pente de la force autour de l'origine recalée par un coefficient d'amplitude  $k_z^{th,\gamma}$  (cf. équation (2.7)) et de la relation  $\omega_B^{th} = \sqrt{k_z^{th}/m}$ .

sont tracés figure (2.44) en fonction du pourcentage des erreurs expérimentales.

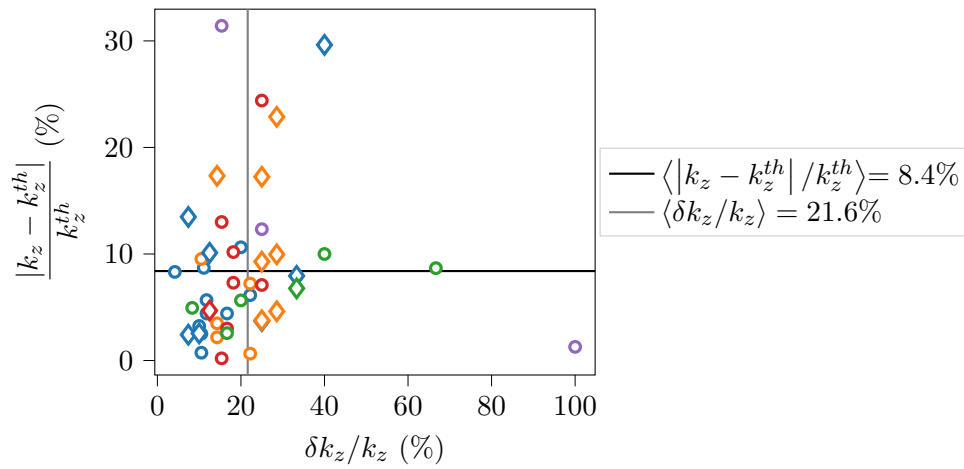
L'erreur effectuée en moyenne est de 8.4%, l'erreur minimale 0.2% et l'erreur maximale 33%. Ces écarts ne semblent pas spécialement dépendre des amplitudes de force (liées aux amplitudes d'émission acoustique), ni des incertitudes expérimentales. D'autres travaux de caractérisation de la force de radiation, rapportent des écarts avec la théorie de l'ordre de 32% (Ghanem *et al.* (2019)) et de 5 à 50% (Nikolaeva *et al.* (2016)) pour des forces de 100 à 10  $\mu$ N respectivement. Finalement, ces résultats indiquent que la mesure du champ acoustique permet d'obtenir la force théorique correspondant à la force expérimentale, à un unique facteur d'amplitude près incluant la modulation du champ acoustique, l'incertitude de mesure du champ liée au microphone, le streaming acoustique et la pesanteur résiduelle.



**FIGURE 2.42** Comparaison des raideurs expérimentales et théoriques recalées par le coefficient d’amplitude  $\gamma$  (cf. équation (2.7)), pour diverses billes en fonction de la tension d’émission acoustique. La raideur expérimentale et son incertitude  $\delta k_z$  sont obtenues par les équations (2.8) et (2.9). La raideur théorique est déterminée par la pente de la force axiale, calculée autour du point d’abscisse  $z$  correspondant à  $F_z = 0$  (figure (2.20)).



**FIGURE 2.43** Incertitudes expérimentales de la raideur  $\delta k_z$  obtenues par l’équation (2.9), normalisées par  $k_z$ , en fonction de la raideur. Chaque bille est représentée par un symbole et une couleur. La moyenne est tracée en noir.



**FIGURE 2.44** Écarts entre les raideurs théoriques et expérimentales, définis par (2.10), en fonction de l'incertitude sur la raideur expérimentale. Les moyennes de l'écart théorie-expérimental (droite horizontale) et de l'incertitude expérimentale de la raideur (droite verticale) sont également représentées.

## 2.7 Vers un instrument de manipulation sans contact pour l'ISS

Les résultats obtenus en vols paraboliques ont permis de valider le principe de fonctionnement de la pince acoustique en micropesanteur. Dans le cadre des expériences scientifiques de la mission Alpha de l'astronaute français Thomas Pesquet dans la Station Spatiale Internationale (ISS), le CNES a décidé le développement et l'utilisation d'une pince acoustique dont le design et l'électronique se sont basés sur ceux de la pince précédente. À termes, l'objectif est de développer un nouvel outil pour la recherche scientifique en micropesanteur. La station spatiale présente l'avantage d'être un environnement de micropesanteur en continu. La pesanteur y est plus faible et stable que dans l'avion (environ  $10^{-3}g$ ). Il est donc possible d'observer des phénomènes sur des durées plus longues, contrairement aux vols paraboliques qui permettent seulement des phases de micropesanteur d'une vingtaine de secondes.

Une session d'expérience a été menée par Thomas Pesquet dans le cadre de sa mission Alpha en juillet 2021. Fort du succès de cette première session, une seconde a été réalisée par l'astronaute allemand Matthias Maurer, avec la participation active de l'astronaute américain Mark T. Vande Hei, en février 2022.

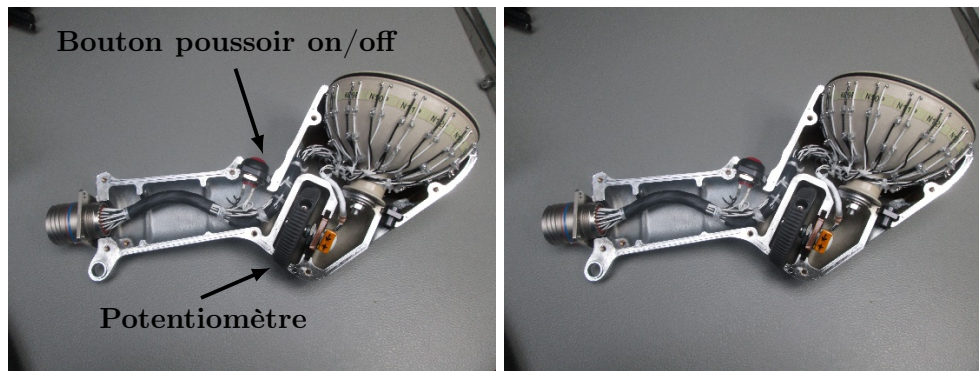
Ces deux sessions ont permis d'observer, sur des durées plus longues, des pièges de billes observés également en vols paraboliques. Mais aussi des pièges d'objets complexes. Les résultats de ces expériences seront exposés section 2.7.3.

### 2.7.1 Adaptation du dispositif expérimental à l'ISS

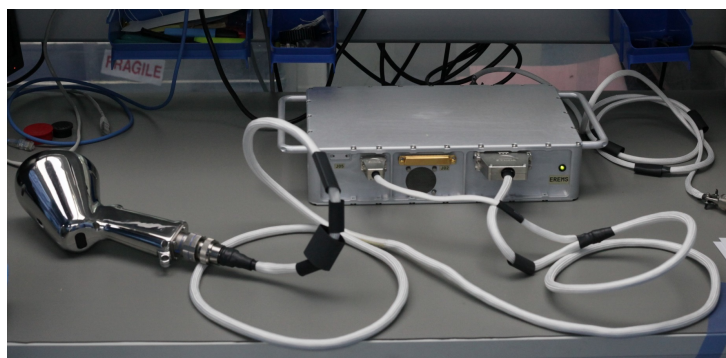
Pour la réalisation des expériences de manipulation sans contact dans l'ISS, il a fallu adapter la pince acoustique présentée précédemment, prototype de laboratoire. Telle quelle, la pince ne respectait pas les très nombreuses contraintes mécaniques, thermiques, électromagnétiques et de sécurité de l'ISS. Ainsi, un nouveau dispositif, largement inspiré du premier, a été conçu et certifié pour être envoyé dans l'ISS. Les transducteurs, leur agencement ont été conservés à l'identique et les composants de la carte électronique ont été certifiés pour leur fonctionnement dans l'ISS. En revanche, le support des transducteurs, initialement fabriqué à l'imprimante 3D, a été adapté par la société Comat, concepteur et fournisseur d'équipements spatiaux et représenté figure (2.45a). Enfin l'alimentation de la carte électronique a été revue et assemblée avec la carte dans un nouveau boîtier standard compatible avec les racks de l'ISS, figure (2.45b), par l'entreprise EREMS (Études et réalisations électroniques Développements logiciels). Dans le cadre de ces expériences, la carte est programmée pour le contrôle de la pince sans ordinateur, par le biais du bouton poussoir et du potentiomètre pour la mise en marche et la variation de l'amplitude d'émission acoustique (déjà présents sur le modèle des vols paraboliques, figure (2.2)).

Les deux sociétés mentionnées ci-dessus ont également pris en charge, avec le CNES, la certification spatiale de l'expérience. Elle consiste à réaliser des tests mécaniques et thermiques, permettant d'assurer la tenue du système lors de l'envoi dans l'espace, notamment au décollage de la fusée. Enfin, des essais électromagnétiques sont menés afin de vérifier que l'expérience, lors de son utilisation, n'aura pas d'incidence sur le fonctionnement de la station spatiale.

Suite à ces validations techniques, le nouveau modèle adapté de la pince acoustique a pu être envoyé dans l'ISS. Lors de la première session, les expériences sont filmées par une caméra fixe capturant l'expérimentateur tenant la pince acoustique dans une main, en l'actionnant à l'aide du



(a) Pince acoustique - support des transducteurs réalisé par Comat (avant assemblage final à gauche).



(b) Pince acoustique et boîtier électronique de contrôle réalisés par Comat et EREMS.

**FIGURE 2.45** Adaptation de la pince acoustique des vols paraboliques pour les expériences de la Station Spatiale Internationale.

bouton poussoir on/off et du potentiomètre, et en piégeant les billes à l'aide de son autre main.

### 2.7.2 Procédure d'injection des billes dans le piège

Ces prises de vue permettent de réaliser des observations qualitatives du processus de piégeage, comme la prise en main du système, l'apprentissage de l'insertion de la bille dans le piège, la durée et stabilité du piège, etc.

L'un des objectifs des vols paraboliques était de répondre à la question de l'insertion de la bille dans le piège acoustique. En effet, en pesanteur normale, deux protocoles différents peuvent être appliqués. Soit la bille d'EPS est disposée sur un tissu fin sous l'action de son poids et amenée aux alentours du piège (par au-dessus ou en-dessous), une fois positionnée à proximité, la force de radiation attire la bille et le piège est réalisé. Soit la bille est déposée dans le piège à l'aide d'une brucelle antistatique. Ce protocole dernier demande une certaine habitude au système.

Cependant en micropesanteur, la bille ne reste pas immobile sur le bout de tissu, mais bouge librement dans l'espace, rendant l'insertion difficile. Une contrainte supplémentaire est d'insérer l'objet sans trop perturber le champ acoustique, ce qui pourrait altérer le piège.

Lors des vols paraboliques préliminaires, une première tentative avait consisté en la fabrication de pochons en tissu ouverts d'un côté, permettant de contenir la bille. Celle-ci restait coincée

dans le pochon, tout en bougeant librement à l'intérieur en l'absence de pesanteur. Il suffisait ensuite d'amener le tout à proximité du piège et attendre que la bille soit piégée, puis retirer le pochon doucement. Toutefois, cette méthode n'avait pas été très efficace, en partie à cause de la durée des phases de micropesanteur, des variations de la pesanteur résiduelle dans l'avion, mais également en raison du rack expérimental qui imposait une posture inadaptée à l'expérimentateur (cf. figure (2.32)). Ce procédé a tout de même été retenu pour les expériences dans l'ISS, où la durée de la micropesanteur n'est pas limitée.

Une deuxième tentative mise en œuvre lors des seconds vols parabolique, exposée dans la section 2.6, consistait à piéger une bille d'EPS lors de la phase 1g, à l'aide d'une brucelle antistatique. Le piège étant très raide pour une bille d'EPS, il suffisait d'approcher la bille de la focale pour qu'elle soit instantanément attirée au centre par l'action de la force de radiation. Ainsi l'insertion se faisait visuellement à l'aide de la brucelle. À 1g, cette opération a été réalisée à de multiples reprises pendant les essais préliminaires en laboratoire et l'apprentissage du geste rend la tâche plus facile. Ensuite, la bille d'EPS étant maintenue dans le piège pendant la phase d'hyperpesanteur (1.8g), il était possible de s'en servir comme guide, en micropesanteur, pour insérer une bille plus lourde (cf. tableau (2.3)) et de retirer celle en EPS pour étudier le comportement de la bille d'intérêt. Cette méthode s'est montrée largement plus efficace que la méthode du pochon, notamment car plus rapide à exécuter sur les 20 secondes de micropesanteur accordées par les vols paraboliques. Aussi, l'ergonomie du rack expérimental a joué un rôle important dans la réalisation des expériences.

Il est également possible de piéger une bille directement en micropesanteur à l'aide de la brucelle, sans guide visuel, c'est-à-dire sans bille d'EPS préalablement piégée. Cependant, l'expérimentateur n'étant pas habitué à cet environnement (en vols paraboliques) il est difficile de viser correctement dans des conditions de micropesanteur. Ainsi la méthode de la cible est retenue pour les vols paraboliques.

En revanche, il n'était pas possible d'utiliser des billes d'EPS et la brucelle en fibre de carbone dans l'ISS, en raison de l'absence de certification du matériau ou de données constructeur fiables. Ainsi, la méthode du pochon est conservée pour les expériences dans l'ISS, avec en outre l'utilisation d'une pince plate, déjà présente dans la station, bien que ses dimensions et sa géométrie ne soit pas tout à fait adaptées.

### 2.7.3 Pièges stables observés dans l'ISS

Lors de la première session d'expérience de manipulation sans contact dans l'ISS, menée par Thomas Pesquet, toutes les billes du tableau (2.3), sauf celle en céramique, ont été piégées avec succès. Cependant, les observations ont mis en avant la difficulté à insérer les billes dans le piège, que ce soit à l'aide des pochons décrits section 2.7.2 ou d'une pince plate. Difficulté probablement liée en partie au manque d'entraînement et de familiarité avec le système. De plus, les pièges ont souvent été déstabilisés par l'environnement extérieur, en partie du fait que la pince soit mobile et tenue à la main, impliquant la présence d'écoulement et donc d'une force de trainée s'exerçant sur l'objet en concurrence avec la force de radiation. Mais peut-être également à cause de courants d'air ou de perturbations présents dans la station. La pince n'étant pas confinée, plusieurs sources de perturbation sont envisagées.

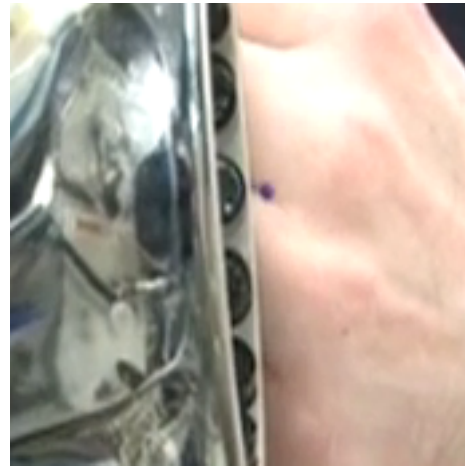
L'analyse des observations est qualitative en raison du manque de résolution de la caméra qui

filmais l'ensemble de l'expérience à distance un peu trop grande. Il est donc souvent nécessaire d'agrandir considérablement l'image pour apercevoir la bille, qui est alors mal résolue. Dans le cas de certains pièges, il a été possible d'approcher la pince de la caméra et ainsi d'avoir une meilleure résolution de l'objet capturé. Ces observations sont montrées figure (2.46).

Les billes piégées seules présentent des comportements similaires à ceux observés en vols para-



Ø2.381 mm PP



Ø2.381 mm POM



Ø4.762 mm POM (bleue) - fil  
42.5 mm - Ø2.381 mm POM (rouge)



Ø4.762 mm POM (bleue) - fil  
42.5 mm - Ø2.381 mm POM (rouge)

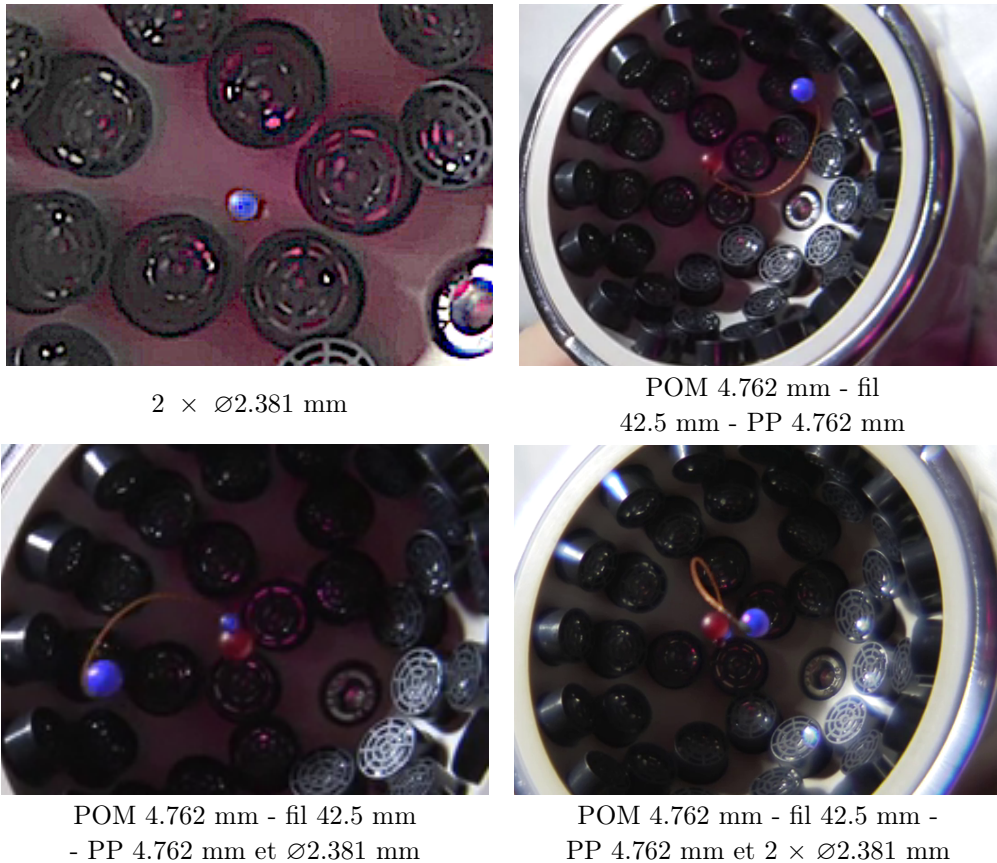
**FIGURE 2.46** Observations de piégeage stable de plusieurs billes dans des conditions de micropesanteur par la pince acoustique. POM 4.762 mm - fil 42.5 mm - PP 4.762 mm

boliques. Un objet complexe, sorte d'haltère constituée de deux billes de plastique POM, reliées par un fil de couture de 42.5 mm de longueur, une de diamètre 4.762 mm (en bleu) et l'autre de 2.381 mm de diamètre (en rouge), a été piégé par la pince acoustique. Plus précisément, la bille la plus grande est piégée à la focale, tandis que l'autre se déplace librement dans un périmètre délimité par la longueur du fil les reliant. La bille mobile, non piégée, se déplace de manière aléatoire plus ou moins vite dans tout l'espace lui étant atteignable. Il est difficile de déterminer la source de ces mouvements. Le champ acoustique exerce probablement une force de radiation,



plus faible qu’au centre, la poussant vers l’extérieur du bol. Des perturbations externes peuvent également diriger ses mouvements. Enfin, il est aussi possible que la bille piégée (en bleu) subisse de légères rotations, à cause du défaut créé par le collage du fil à sa surface, et entraîne la petite bille (en rouge) dans son mouvement.

La deuxième session, conduite par Matthias Maurer, s’est focalisée sur le piégeage d’objets complexes : plusieurs billes piégées en simultanément (mais non collées) et à nouveau l’haltère mais cette fois constituée de deux billes de même taille mais de matériaux différents, ici du plastique POM (en rouge) et du polypropylène (en bleu), figure (2.47). Cette fois-ci, les injections des



**FIGURE 2.47** Observations de piégeage stable de plusieurs billes dans des conditions de micropesanteur par la pince acoustique. POM 4.762 mm - fil 42.5 mm - PP 4.762 mm

objets ont été réalisées à l’aide d’une pince plate pointue en métal. La première photo montre le piège deux billes de même diamètre, 2.381 mm. La deuxième bille en rouge est située sous la bille bleue. Leur piégeage présentait de légères oscillations axiales ainsi qu’une rotation assez rapide autour de l’axe de propagation. Il semblerait alors que le fait de coller deux billes l’une à l’autre (figure (2.34)) entraîne une déstabilisation, contrairement à deux billes distinctes piégées simultanément.

La seconde photo présente l’haltère composée de deux grandes billes. La bille de plastique POM est piégée à la focale, tandis que l’autre se déplace librement dans la limite de la longueur du fil. Dans

cette expérience, la pince est maintenue le plus fixement possible, ainsi la bille libre subit moins de mouvement que ce qui avait été observé lors de la première session. Il semble alors que l'origine de ces mouvements rapides soient provoquées par son exposition au champ acoustique lorsqu'elle se rapproche à quelques millimètres des transducteurs. Ensuite, les mouvements mettent quelques secondes à ralentir. Par intuition, il aurait été attendu une faible stabilité de cet objet dans le piège, cependant, l'action des billes l'une sur l'autre superposée à l'action de la force de radiation créée un ensemble stable.

À cette même haltère ont été rajouté successivement deux billes de diamètre 2.381 mm. La présence de l'une puis des deux billes n'a pas eu d'incidence notable sur le comportement de l'haltère dans le piège. La première bille, seule, est restée collée à la bille piégée de l'haltère, au niveau du point de collage entre la bille et le fil. Puis, suite à un mouvement assez rapide de l'haltère, la petite bille s'est retrouvée toujours collée sur la grande mais à l'opposé. À l'ajout de la seconde petite bille, cette dernière a été attirée par la piège, à côté de l'autre petite bille, les deux étant situées sous la grande bille, vers le bol. L'ensemble formé par les trois billes piégées à la focale est resté très stable malgré les mouvements de la quatrième bille (bleu) attachée à l'ensemble par le fil.

## 2.8 Conclusion

Les travaux présentés dans ce chapitre ont consisté au développement d'une pince acoustique à faisceau unidirectionnel fonctionnant dans l'air à une fréquence de 40 kHz. Ce dispositif a permis de générer un piège tridimensionnel sélectif de l'ordre de quelques millimètres et d'étudier la force axiale de rappel à l'œuvre. L'étude de ce piège est réalisée expérimentalement lors de campagnes de mesure en vols paraboliques, recréant des situations de micropesanteur, afin de s'affranchir du poids en compétition avec la force de radiation. En l'absence de pesanteur, il a été possible de manipuler à distance des objets lourds de 2 à 4.762 mm de diamètre pendant des périodes de 20 secondes environ. Ces observations ont conduit à la caractérisation expérimentale de la raideur du piège acoustique, par l'analyse des oscillations des billes lors de leur manipulation, en fonction du niveau d'émission acoustique, de la taille et des propriétés mécaniques de l'objet.

Ces résultats expérimentaux ont ensuite été comparés avec le modèle théorique de la force de radiation, développé au chapitre 1. Cette étude a nécessité, dans un premier temps, la mesure du champ acoustique produit à la focale et l'estimation des coefficients de forme associés (chapitre 1), afin d'estimer la force de radiation exercée sur les objets utilisés en vols paraboliques. Dans un premier temps, les pulsations théoriques sont supérieures, d'un peu plus d'un facteur 2, aux pulsations expérimentales. Plusieurs incertitudes expérimentales et phénomènes négligés peuvent expliquer ces disparités : l'alternance de deux vortex de charges topologiques opposées pour la neutralisation des effets de rotation induits par le vortex, les incertitudes sur la mesure du champ acoustique par le microphone, la pesanteur résiduelle et le streaming acoustique. Tous ces éléments peuvent être pris en compte empiriquement par un unique facteur de correction de l'amplitude qui permet d'obtenir un très bon accord entre les résultats expérimentaux et théoriques, avec des écarts de 8.4% en moyenne.

Dans cette étude, la neutralisation des effets de rotation a été réalisée par l'alternance de deux vortex de charges topologiques opposées. La fréquence de cette alternance, sorte de rapport cyclique

ou "duty cycle" a été déterminée empiriquement lors d'expériences préliminaires. Cependant, il serait intéressant d'étudier de manière approfondie ce paramètre, son impact et sa valeur optimale correspondant au compromis entre les effets de rotation et la force du piège. De plus, les disparités théoriques et expérimentales motivent à caractériser le streaming acoustique, dont le modèle (développé au chapitre 4) doit être adapté pour la prise en compte des effets thermiques, non négligeables dans l'air.

Les oscillations observées présentent également des composantes latérales qui pourraient servir à étudier la force radiale, afin d'avoir une caractérisation tridimensionnelle du piège acoustique.

Enfin, certaines des expériences faites en vols paraboliques ont pu être reproduites avec succès pendant des périodes de temps plus longues, dans la Station Spatiale Internationale par les astronautes Thomas Pesquet et Matthias Maurer. Ils ont également piégé des objets plus complexes, comme deux billes reliées par un fil, pendant plusieurs minutes. La compréhension et la modélisation de ces observations nécessiteront d'inclure des modèles de diffusion multiple dans le calcul du champ acoustique total, ainsi qu'une implémentation dynamique du processus de calcul de la force de radiation.





# Pince acoustique haute-fréquence pour des applications biologiques

La manipulation acoustique sans contact suscite un intérêt considérable dans le cadre de l'étude de phénomènes biologiques, comme les interactions inter-cellulaires, ou avec leur environnement, ou encore, la caractérisation de certaines propriétés mécaniques des cellules qui donnent des informations sur leur dynamique ou sur leur état. Par exemple, la connaissance des forces d'adhésion cellulaire, qui concernent la capacité d'une cellule à se fixer à une autre cellule ou à une matrice extra-cellulaire, permet de déterminer des propriétés structurales ou mécaniques d'une cellule. Ces connaissances favorisent la compréhension de différents processus, comme le développement d'un embryon ou la métastase d'une tumeur, par exemple (Ungai-Salánki *et al.*, 2019). Par ailleurs, certaines propriétés rhéologiques des cellules jouent un rôle majeur dans diverses fonctions cellulaires, qui peuvent être modifiées par des maladies ou par l'environnement extérieur de la cellule. Par exemple, il a été démontré expérimentalement que des érythrocytes, communément appelés globules rouges, infectés par la malaria voyaient leur raideur augmenter progressivement (Musielak, 2009). La mesure des propriétés mécaniques de cellules cancéreuses ont également permis de déterminer leur invasivité par le biais de leur rigidité, les cellules molles étant plus invasives que les cellules rigides en raison d'une meilleure migration (Xu *et al.*, 2012). Ainsi, les propriétés mécaniques d'une cellule font office de marqueurs biologiques pour la détection de diverses maladies.

Il existe de nombreux outils de manipulation sans contact permettant de positionner et sonder les propriétés physiques d'objets biologiques, tels que des cellules, comme la pince optique (Ashkin, 1970), la pince magnétique (Snezhko et Aranson, 2011) ou encore les pièges électriques (Voldman, 2006; Fuhr *et al.*, 1992; Schnelle *et al.*, 1993). Ces techniques permettent la manipulation d'objet de taille comprise entre le nanomètre et le micromètre pour la pince optique, et de l'ordre de 0.5 à 5  $\mu\text{m}$  pour les pinces magnétique et électrique. Enfin les forces générées sont de l'ordre de 0.1 à 100 pN pour la pince optique,  $10^{-3}$  à  $10^2$  pN pour la pince magnétique et  $10^{-2}$  à  $10^4$  pN pour la pince électrique (Neuman et Nagy, 2008). Ces méthodes présentent certains désavantages critiques conduisant à chercher des techniques alternatives. En raison des forces en jeu, proportionnelles à l'intensité du faisceau divisée par la célérité des ondes, la pince optique est limitée à la manipulation directe de cellules de petite taille (quelques micromètres) comme des champignons unicellulaires de levure, des globules rouges et des spermatozoïdes (Dholakia et Reece, 2006). Autrement, il est possible de les manipuler de manières indirectes par le biais d'une bille faisant office de poignée (Zhang et Liu, 2008), permettant par exemple la mesure des propriétés élastiques

des membranes de globule rouge (Musielak, 2009). De plus, l'utilisation de la pince optique sur des objets biologiques peut provoquer une augmentation de température dangereuse ainsi que de la phototoxicité (Rasmussen *et al.*, 2008). La pince magnétique est limitée à la manipulation d'objets magnétiques et nécessite donc que les objets à manipuler soient étiquetés par le biais d'un matériau magnétique ou implantés d'objets magnétiques, comme des billes (Bausch *et al.*, 1999). Cette méthode sans contact peut donc être très invasive dans le cas de certains échantillons. Enfin, l'efficacité des pièges électriques est très dépendante de la polarisation de l'objet piégé, ainsi que de la conductivité du milieu (Fuhr *et al.*, 1992). De plus, la miniaturisation des systèmes peuvent conduire à différents effets néfastes pour les cellules manipulées, comme l'échauffement par effet Joule (Heida *et al.*, 2002; LaLonde *et al.*, 2015).

Ainsi, les ondes acoustiques apparaissent comme une alternative, non-invasive et biocompatible, aux techniques existantes de manipulation sans contact de cellules. De nombreux systèmes de manipulation acoustique sans contact ont déjà vu le jour, en particulier avec l'essor de la microfluidique (Ding *et al.*, 2013; Yeo et Friend, 2014), permettant de rassembler (Shi *et al.*, 2008; Vanherberghen *et al.*, 2010), séparer (Lenshof et Laurell, 2010; Shi *et al.*, 2009b), mélanger (Rezk *et al.*, 2012), trier (Franke *et al.*, 2010), structurer (Shi *et al.*, 2009a; Ma *et al.*, 2020), déplacer en 1D (Manneberg *et al.*, 2009), en 2D (Ding *et al.*, 2012) ou en 3D (Guo *et al.*, 2016) une ou plusieurs cellules *in vitro*. Cependant, tous ces systèmes sont soit basés sur les ondes stationnaires, impliquant des dispositifs d'émission acoustique encombrants, ou sur des ondes progressives permettant la lévitation des objets en y appliquant une force acoustique opposée au poids. Parfois ces deux types d'onde sont combinés au streaming acoustique contrôlé pour permettre une manipulation tridimensionnelle (Ozcelik *et al.*, 2018; Wu *et al.*, 2022; You *et al.*, 2022; Li *et al.*, 2021a). Cependant, ces systèmes présentent en général plusieurs nœuds et ventres de pression, réduisant ainsi la capacité des méthodes à sélectionner une cellule unique parmi d'autres. Ils sont donc plutôt adaptés à la manipulation collective de cellules. Pour atteindre la manipulation précise et sélective, des champs focalisés ont été utilisés pour piéger des cellules uniques au niveau du point focal (Lee *et al.*, 2009; Li *et al.*, 2013) et pour étudier leurs propriétés mécaniques comme leur élasticité (Hwang *et al.*, 2016). Néanmoins, la plupart des objets biologiques sont généralement piégés aux nœuds de pression en raison de leur contraste de compressibilité avec le milieu environnant. Enfin, la résolution spatiale des systèmes existants n'est pas toujours suffisante pour certaines applications biologiques. Une voie d'amélioration consiste à augmenter la fréquence de travail, toutefois la miniaturisation des systèmes d'émission représente un défi technologique. Des méthodes d'holographie visent à surmonter les limites de diffraction afin d'améliorer la résolution spatiale sans augmenter la fréquence d'émission acoustique (Melde *et al.*, 2016; Cummer *et al.*, 2016).

Les études précédentes pointent vers la conception d'une solution acoustique permettant de manipuler des cellules uniques par le biais d'un faisceau focalisé, pour la sélectivité, mais présentant un nœud de pression, afin d'y attirer les objets d'intérêt. Le système d'émission acoustique optimal doit être unidirectionnel pour la potentielle utilisation *in vivo*, ou pour la réduction de l'encombrement du système, présentant la dextérité des pinces optiques et la capacité à déplacer de manière tridimensionnelle l'objet piégé pour l'isoler de son environnement. Toutefois, certains défis majeurs sont à surmonter pour y parvenir. La résolution spatiale des systèmes doit être améliorée, il faut donc augmenter la fréquence d'émission acoustique, ce qui aura comme consé-

---

quences, l'augmentation de l'atténuation et la diminution de la distance de travail (Li *et al.*, 2014). De plus, le front d'onde doit être modélisé afin de générer un nœud de pression entouré d'un fort gradient de pression et le vortex focalisé se présente actuellement comme le candidat idéal (cf. chapitre 1 section 1.2). Il faut donc concevoir un nouvel émetteur compatible avec les fréquences d'émission ; les antennes de transducteurs utilisées par Baresch *et al.* (2016) ou Marzo *et al.* (2018) et dans le chapitre 2 n'étant pas compatibles avec les fréquences d'émission. De plus, les systèmes actuels basés sur l'holographie sont pour le moment destinés à des fréquences maximales de l'ordre du mégahertz et trop encombrants (Jiang *et al.*, 2016a; Jiménez *et al.*, 2016, 2018).

À partir de ces considérations, Baudoin *et al.* (2019) ont exposé, dans un premier temps, la conception d'un émetteur miniaturisé capable de synthétiser un vortex sphérique focalisé à une fréquence de 4.4 MHz. Leur système est conçu par le dépôt d'électrodes métallisées sur un substrat piézoélectrique. L'agencement en spirale des électrodes sur le substrat est déterminé par l'intersection des surfaces isophases discrétisées en deux niveaux d'un faisceau de Hankel avec un plan matérialisant le substrat. L'ensemble est ensuite recouvert d'une lamelle de verre, elle-même en contact avec une autre lamelle de verre mobile sur laquelle est installée la chambre microfluidique. La lame mobile est couplée à la lame fixe par une goutte d'huile permettant ainsi son déplacement latéral. Les électrodes sont alimentées avec la phase adéquate de sorte à générer des ondes transverses dans la première lame de verre et ainsi focaliser le vortex à la surface de la lame de verre mobile. Le champ généré permet finalement de manipuler de manière bidimensionnelle des billes de polystyrène de rayon  $75 \mu\text{m}$  dans une chambre microfluidique par le déplacement latéral de cette dernière.

Suite à cette première preuve de concept, Baudoin *et al.* (2020) ont redimensionné leur système d'émission de vortex focalisé à une fréquence de 45 MHz, tout en minimisant l'effet Joule, amplifié par la réduction de la taille du système. Cette fois-ci, la lame de verre fixe permet à la fois la focalisation du champ acoustique, ainsi que l'isolation thermique de la chambre microfluidique des électrodes. La manipulation bidimensionnelle précise et sélective d'une cellule individuelle du cancer du sein, de rayon  $7 \mu\text{m}$ , est démontrée dans une chambre microfluidique. Les forces latérales de radiation sont estimées à environ 200 pN pour une puissance inférieure à 2 mW (le déplacement acoustique est mesuré à la surface de la lamelle de verre mobile par vibrométrie Doppler à environ 1 nm). La viabilité à court et long-terme des cellules est également vérifiée et aucun dommage n'est constaté.

En suivant une démarche similaire, un dispositif haute-fréquence pour la manipulation sans contact tridimensionnelle est proposé, permettant le contrôle précis et sélectif d'un objet micrométrique dans l'eau ainsi que l'évaluation de la force de rappel axiale générée par un vortex focalisé. De plus, l'augmentation de la fréquence implique que le poids, proportionnel au volume de l'objet piégé (dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde), est négligeable devant la force axiale.

Dans un premier temps, le dispositif de la pince acoustique à 50 MHz ainsi que ses étapes de fabrication seront décrits. Ensuite, une méthode de mesure à haute-résolution du champ acoustique, basée sur l'interférométrie laser, sera mise en œuvre pour la caractérisation du vortex focalisée. Cette mesure conduira à l'estimation expérimentale des coefficients de forme (cf. chapitre 1), puis



après une étape de réaligement de la base dans laquelle sont calculés les coefficients, la force de radiation est évaluée, de l'ordre du nanoNewton, à partir du modèle théorique développé par Baresch *et al.* (2013b) (cf. section 1.1). Enfin, l'observation d'un piège acoustique tridimensionnel d'une bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$  sera réalisée dans un microcanal à hauteur variable. La sélectivité du piège ainsi que les déplacements latéraux et axiaux seront exposés, témoignant ainsi de la possibilité de l'utilisation d'une pince acoustique haute-fréquence à faisceau unidirectionnel pour la manipulation tridimensionnelle d'objets micrométriques.

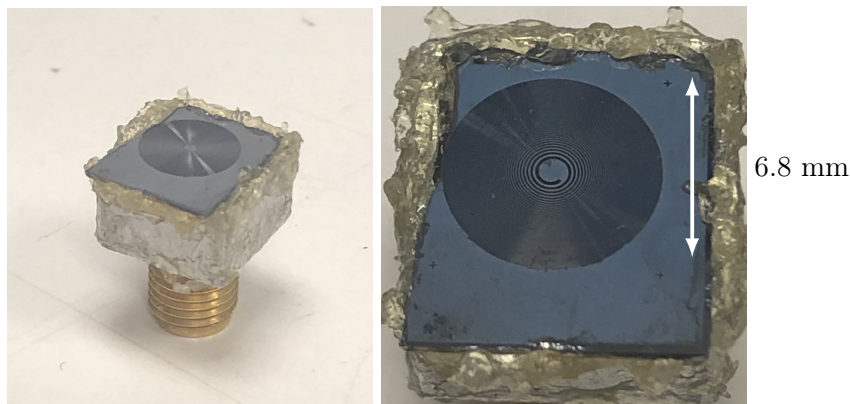
## 3.1 Description du dispositif

### 3.1.1 Pince acoustique

La pince acoustique haute-fréquence est conçue pour la manipulation d'objet dont la taille est de l'ordre d'une dizaine de micromètre dans l'eau. La fréquence est donc choisie à 50 MHz, correspondant à une longueur d'onde d'environ  $30 \mu\text{m}$ . Dans le but de générer des forces de radiation de l'ordre du nanoNewton, les paramètres du vortex focalisé théorique,  $r_0$  la distance de focalisation,  $\alpha_0$  l'angle d'ouverture et  $m'$  la charge topologique sont fixés à  $100\lambda = 3 \text{ mm}$ ,  $48.57^\circ$  et 1 respectivement. Le rayon de la source, fixé par  $r_0 \tan \alpha_0$  est de 3.4 mm.

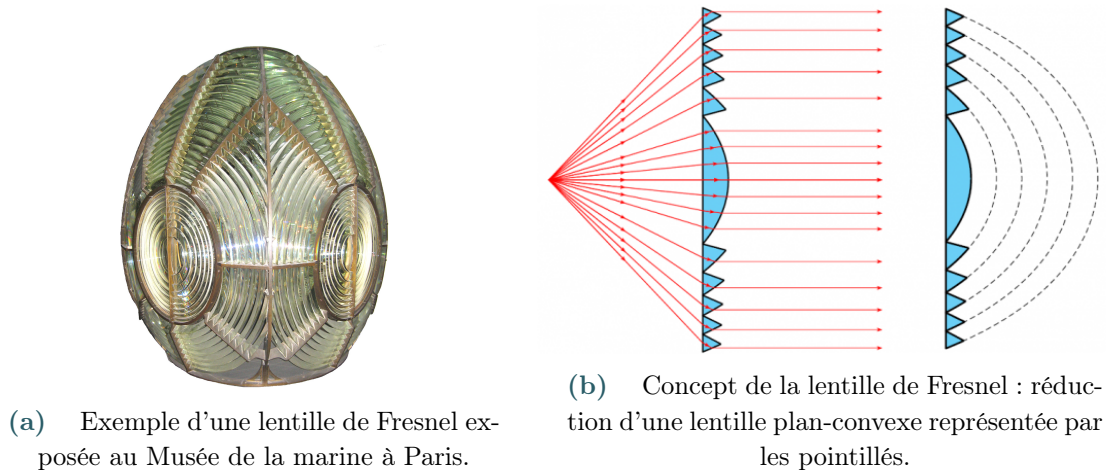
La synthèse de ce champ est réalisée à l'aide d'un transducteur piézoélectrique fabriqué à partir de niobate de lithium, cristal de référence pour la génération d'ondes acoustiques haute-fréquence Bajak *et al.* (1981). L'orientation du cristal correspond à une coupe "y" tournée de  $36^\circ$  permettant de générer des ondes quasi-longitudinales avec un facteur de couplage de 0.485. L'épaisseur du cristal est d'une demi-longueur d'onde.

Tel quel, le transducteur ne permet pas de générer une structure de champ hélicoïdale. De plus, la fréquence de travail et les dimensions associées du transducteur ne permettent pas non plus de faire appel à des techniques d'antennerie pour modeler le front d'onde. Dans ce but, un masque est fabriqué à l'aide d'une couche de silicium (coupe 100,  $c = 8433 \text{ m/s}$ ) gravée puis fixée, par une fine couche de colle, sur la surface du transducteur, figure (3.1). Le masque est conçu comme une



**FIGURE 3.1** Pince acoustique constituée d'une pastille piézoélectrique de niobate de lithium sur laquelle est collée une gravure de silice en spirale. Le tout est entouré d'un tube à base carré en acier rendu étanche par une couche de silicone. Un connecteur coaxial SMA permet d'alimenter la pince.

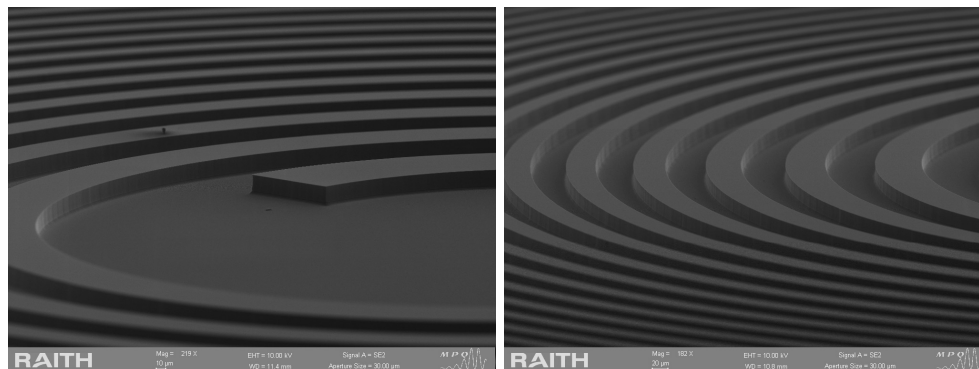
lentille de Fresnel. Les lentilles de Fresnel ou lentille à échelons, figure (3.2a), sont une invention de 1822 par Augustin Fresnel qui ont permis de remplacer les réflecteurs ou miroirs paraboliques, utilisés pour l'éclairage des phares pour les côtes maritimes, qui absorbaient environ 50% de la puissance lumineuse. Le concept est de remplacer une lentille plan-convexe par une lentille fine divisée en anneaux concentriques, figure (3.2b). Cette technique peut servir à faire converger ou



**FIGURE 3.2** Invention de la lentille à échelons par A. Fresnel pour les systèmes d'éclairage des phares Guigueno (2008).

diverger les rayons lumineux d'une source tout en minimisant la taille de la lentille.

Le masque de la pince acoustique est donc conçu de sorte à focaliser le champ acoustique et à induire un retard de phase permettant de synthétiser la structure hélicoïdale du vortex acoustique. La gravure du silicium, figure (3.3), est réalisée à l'aide d'une technique de gravure ionique réactive ou Reactive-ion etching (RIE). La structure de la gravure est obtenue par le calcul de la phase du



**FIGURE 3.3** Gravure de silicium réalisée par une technique de RIE photographiée au microscope électronique. Le motif est déterminé à partir du calcul de la phase du champ acoustique sur la surface du transducteur discrétisée sur deux niveaux. La profondeur de la gravure est d'environ  $18 \mu\text{m}$ , permettant de générer un déphasage de  $\pi$  entre les deux niveaux de la gravure.

champ acoustique au niveau de la surface du transducteur, soit en  $z = -r_0$  ( $z = 0$  étant la position

de la focale acoustique), à partir des expressions théoriques du champ acoustique (équation (1.6)) et des coefficients de forme du vortex focalisé (équation (1.13)) dont les paramètres sont fixés ci-dessus et rappelés dans le tableau (3.1). La phase obtenue  $\phi$  est ensuite discrétisée sur 2 niveaux,

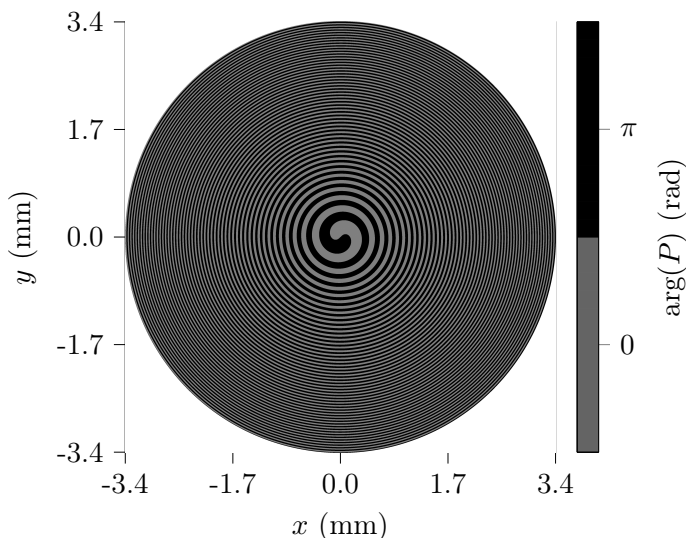
Paramètres	Valeurs
Fréquence d'émission $f_0$	50 MHz
Distance de travail $r_0$	3 mm
Angle de focalisation $\alpha_0$	48.57°
Charge topologique $m'$	1
Rayon de la source $R$	3.4 mm
Degré $N$ de la troncature des $A_n^m$	25

**TABLEAU 3.1** Paramètres du vortex focalisé utilisé dans l'expression analytique des coefficients de force du champ incident. La rayon de la source  $R$  intervient dans la définition des conditions aux limites pour la résolution du streaming acoustique.

0 ou  $\pi$ , figure (3.4), pour la gravure tel que :

$$\phi_{disc} = \begin{cases} \pi & \text{si } \pi \leq \phi \leq 2\pi \\ 0 & \text{si } 0 \leq \phi < \pi. \end{cases}$$

Avec  $\phi_{disc}$  la phase discrétisée. En pratique, le centre arrondi de la phase est coupé net pour des



**FIGURE 3.4** Estimation et discrétisation sur deux niveaux de la phase du champ acoustique à la surface du transducteur.

raisons de compatibilité avec les logiciels de conception des masques, d'où la différence entre les figures (3.4) et (3.3). La profondeur  $h$  de la gravure est donnée par le rapport entre le déphasage

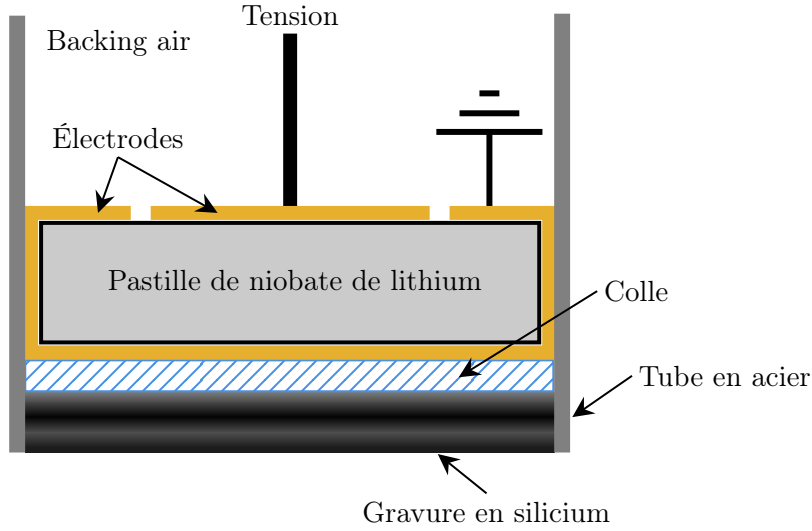
$\Delta\phi$  et la différence entre les nombres d'onde des deux milieux, soit le silicium  $k_{si}$  ( $c = 8433$  m/s) et l'eau  $k_{eau}$  ( $c = 1497$  m/s), avec  $k = 2\pi f_0/c$  :

$$h = \frac{\Delta\phi}{\Delta k} = \frac{\pi}{k_{eau} - k_{si}} \approx 18 \text{ } \mu\text{m}, \quad (3.1)$$

en supposant que les ondes générées par le transducteur piézoélectrique sont planes. Enfin, l'amplitude du champ est uniforme sur la surface du transducteur.

L'assemblage des différents éléments et leur encapsulage étanche permettent de constituer la pince acoustique haute-fréquence, figure (3.5).

Le champ issu de la gravure peut être recomposé à la focale par la propagation du spectre angu-



**FIGURE 3.5** Pince acoustique constituée d'une pastille de niobate lithium entouré de deux électrodes, dont l'une est collée à la gravure en silicium permettant de modeler le front d'ondes en vortex focalisé de fréquence 50 MHz.

laire Goodman (1996). Cette approche repose sur la décomposition en ondes planes d'un champ acoustique, se propageant suivant  $z$ , incident sur un plan transverse  $(x, y)$ . Connaissant le champ de pression dans un plan  $z_0$  et donc son spectre angulaire  $S(k_x, k_y, z_0)$ , le champ correspondant dans un autre plan  $z$  parallèle à celui en  $z_0$  est obtenu par :

$$\hat{p}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2} S(k_x, k_y, z_0) e^{i\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}(z - z_0)} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y. \quad (3.2)$$

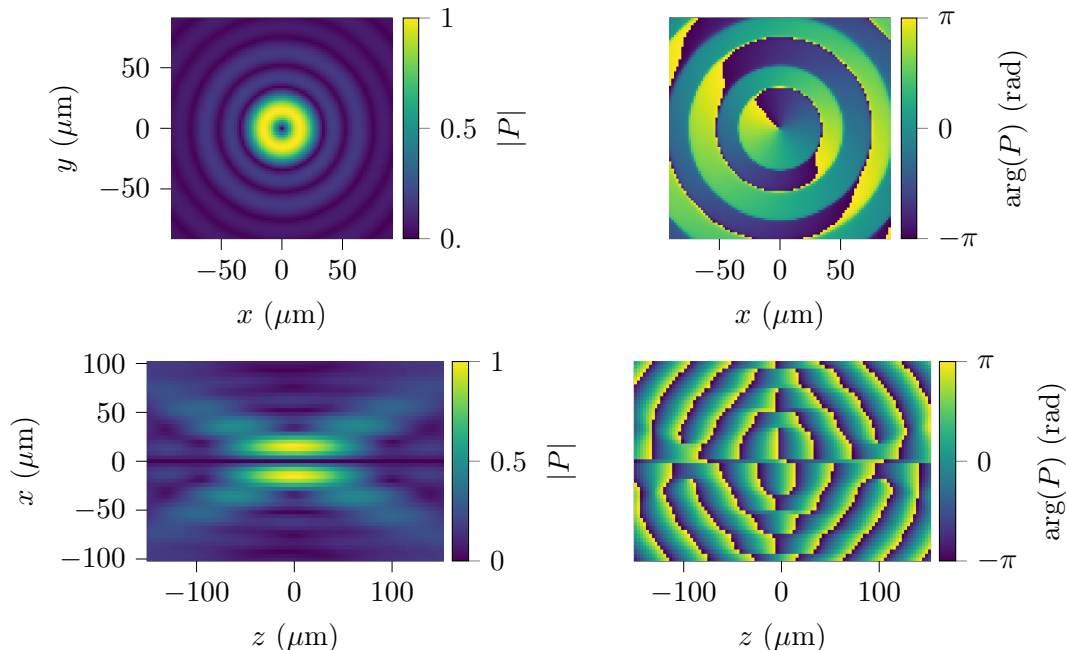
Avec

$$S(k_x, k_y, z_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(x, y, z_0) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy, \quad (3.3)$$

l'expression du spectre angulaire.

Le champ estimé à la focale, à partir de sa structure à la surface, est représenté figure (3.6) dans le plan transverse et dans le plan de propagation. Les caractéristiques du vortex focalisé sont bien retrouvées.

L'émission du champ acoustique est réalisée à l'aide d'un générateur de fonction (Tektronix AFG 3251) capable de synthétiser des signaux sinusoïdaux haute-fréquence en continu ou sur quelques



**FIGURE 3.6** Estimation du champ acoustique dans le plan focal (en haut) et dans le plan axial centré sur la focale (en bas) à partir de la propagation du spectre angulaire du champ connu à la surface de la pince acoustique.

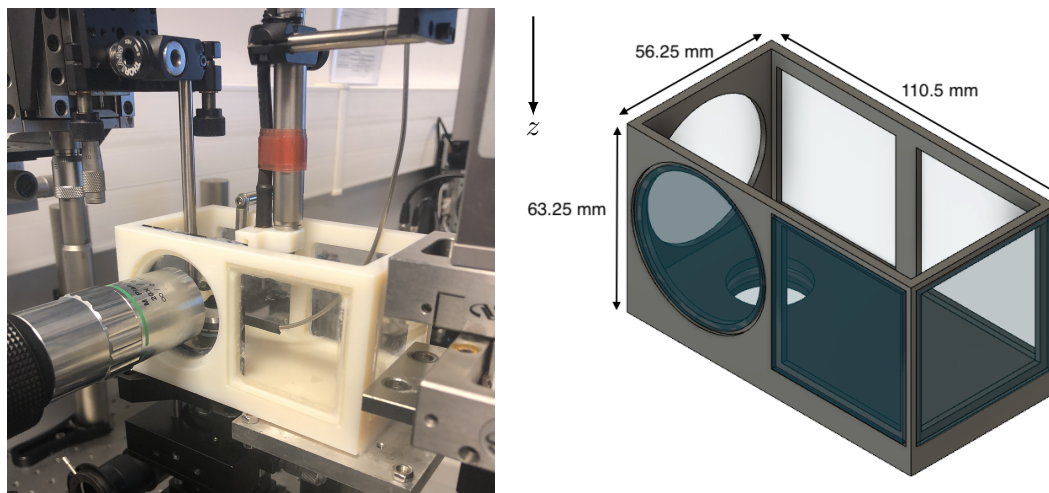
cycles. Un amplificateur de puissance peut également être utilisé dans le cas où l'amplitude du champ acoustique est insuffisante (pour la mesure acoustique ou pour la réalisation d'un piège tridimensionnel).

### 3.1.2 Montage expérimental

La pince acoustique opère dans l'eau, pour cela une cuve sur mesure est réalisée à l'imprimante 3D, figure (3.7). Dans le but de démontrer l'existence du piège tridimensionnel à cette fréquence, la pince est orientée vers le bas et peut être déplacée à l'aide d'un système motorisé de déplacement linéaire sur trois axes. Un support, de type membrane, situé sous la pince est prévu pour y déposer les billes à piéger.

La visualisation des expériences de manipulation est réalisée à l'aide de deux caméras (pco.panda 4.3 bi et FLIR Flea3, en noir et blanc) permettent d'obtenir deux points de vue différents, l'une correspondant au plan axial/vertical et l'autre au plan transverse/horizontal. Chaque caméra est équipée d'un objectif de microscopie (Mitutoyo 20X 0.42 NA 200 mm WD pour le plan axial et Nikon 40X 0.8 NA 3.5 mm WD immergé pour le plan transverse) pour atteindre une résolution optimale de l'expérience. Ainsi, une visualisation tridimensionnelle en simultanément des expériences de manipulation est possible.

Étant donné les échelles spatiales de l'expérience, de l'encombrement de la cuve par la pince, son support, celui des billes et des caractéristiques des capteurs optiques, il est nécessaire d'éclairer au maximum la scène expérimentale. Pour cela, les parois latérales de la cuve sont équipées de vitres, dont deux (circulaires) sont traitées optiquement pour la visualisation de l'expérience par



**FIGURE 3.7** Cuve expérimentale réalisée à l'imprimante 3D contenant la pince acoustique, orientée vers le bas, ainsi qu'un objectif immergé accédant à la cuve par le trou de la paroi inférieure. La cuve est équipée de vitres en verre optique pour la visualisation des expériences avec un second objectif non immergé.

l'objectif non-immersé. Enfin, deux fibres optiques de lumière blanche sont installées afin d'ajouter de l'éclairage. L'une des deux est immergée dans la cuve à proximité des billes et la seconde est située à l'extérieur en face de l'objectif horizontal.

La mesure du champ acoustique, décrite section 3.2), permet de vérifier la synthèse du vortex focalisé. Cette mesure nécessite deux éléments à intégrer dans la cuve. Le premier est une membrane réfléchissante tendue horizontalement par un support circulaire et située dans un plan parallèle à la pince. Le second élément est l'objectif utilisé pour la visualisation des expériences dans le plan transverse. Cet objectif doit être suffisamment focalisé pour assurer une bonne résolution de la mesure optique. Afin d'éviter les aberrations liées au changement de milieu air-eau, l'objectif est immergé et un trou dans la paroi inférieure de la cuve est prévu pour le passage de l'objectif, dont la distance de travail est de 3.5 mm.

Les dimensions de la cuve, données figure (3.7), sont prévues pour l'assemblage des différents éléments de l'expérience tout en évitant les collisions. Avant la mise en place des différents éléments, la cuve est remplie d'eau déionisée et dégazée. Les éléments sont ensuite plongés dans l'eau et fixés à leur support tout en prenant garde à bien retirer toute bulle d'air. Une fois que la température de l'eau dans la cuve est stabilisée, les mesures ou expériences sont réalisées.

## 3.2 Développement d'une méthode de mesure du champ acoustique à haute résolution spatiale

La fabrication de la pince acoustique, décrite précédemment, est conçue pour la synthèse d'un vortex focalisé à la fréquence 50 MHz. Afin de vérifier la bonne reconstruction du champ et de déterminer les coefficients de forme du champ incident expérimental, pour l'estimation de la force

de radiation, le champ acoustique doit être mesuré.

Étant donné la structure fine du vortex focalisé et les contraintes liées à la détermination des coefficients de forme, la résolution spatiale souhaitée pour la mesure du champ est de  $\lambda/10$ , avec  $\lambda$  la longueur d'onde égale à  $30 \mu\text{m}$  à  $50 \text{ MHz}$  dans l'eau. La résolution doit donc être de  $3 \mu\text{m}$ , cependant, les tailles de capteurs standards de mesure acoustique ne descendent pas en dessous de  $10 \mu\text{m}$  de diamètre (pour les hydrophones à fibre optique par exemple), soit à peine suffisant et limitant ainsi la résolution spatiale de la mesure. Il est donc nécessaire de développer un système de mesure compatible avec les échelles spatiales en jeu. Ce dernier est inspiré de techniques d'interférométrie pour la mesure de champs acoustiques par le biais de membrane mise en mouvement par les ondes acoustiques (Royer et Casula (1994)).

### 3.2.1 Interférométrie laser

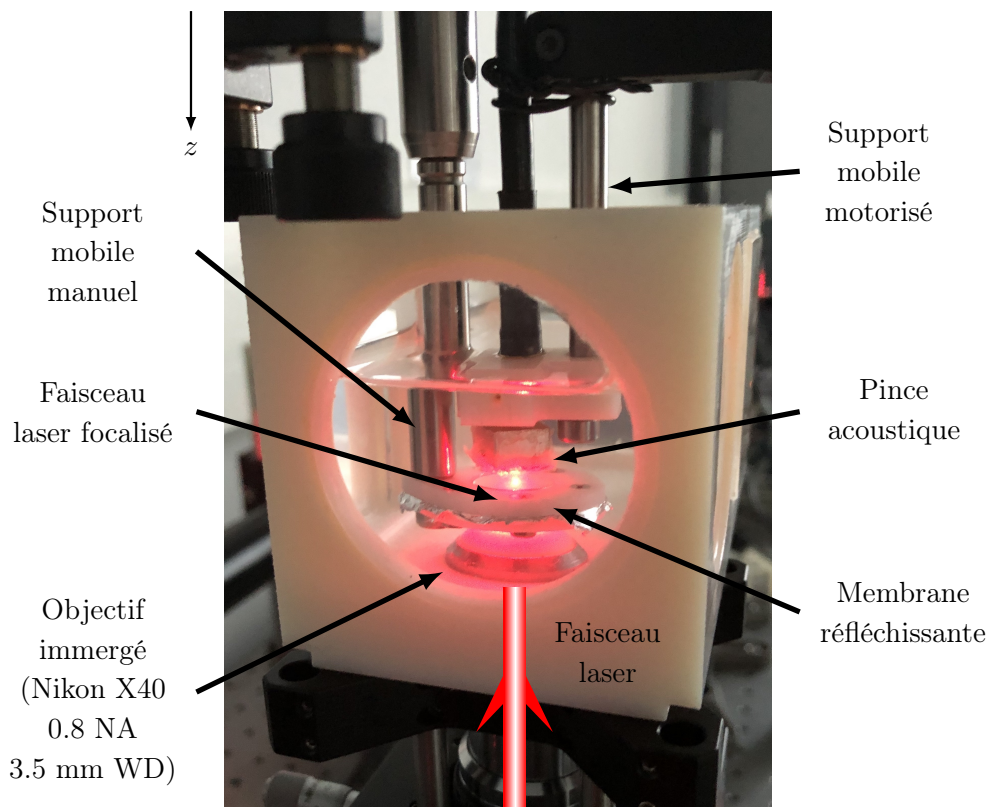
Un système à haute résolution, basé sur l'interféromètre de Michelson Hariharan (2007), est conçu pour la mesure du champ acoustique. L'interféromètre de Michelson permet de mesurer de faibles déplacements par l'analyse des interférences de deux faisceaux issus d'une même source, séparés pour traverser deux chemins optiques de distances initialement égales, puis réfléchis par des miroirs et réunis à nouveau pour être mesurés par une photodiode. La variation de distance d'un des deux chemins, appelé bras de mesure, par rapport à l'autre chemin, appelé bras de référence, produite par le déplacement du miroir induit une différence de phase entre les deux faisceaux. Ce déphasage implique à son tour une variation de l'intensité du laser, proportionnelle au déplacement du miroir.

Le miroir mobile correspond ici à une membrane fine de polyéthylène recouverte d'une couche d'aluminium réfléchissant le faisceau laser mais transparente aux ondes acoustiques, en raison de ses propriétés physiques et son épaisseur. Le champ produit par la pince acoustique, située au dessus de la membrane (cf. figure (3.8)) la met en vibration à son passage. Connaissant les intensités maximale et minimale résultant de l'interférence des deux faisceaux traversant chacun le bras de mesure ou le bras de référence, il est possible de relier l'intensité mesurée au déplacement de la membrane, équivalent au déplacement acoustique axial particulaire. En effet, l'intensité maximale du faisceau mesuré par la photodiode correspond à un déphasage nul et implique donc un déplacement de la membrane nul également. L'intensité minimale, en théorie nulle, est obtenue pour un déphasage de  $\pi$  entre les deux faisceaux et correspond donc à un déplacement maximal de  $\lambda_L/2$ , avec  $\lambda_L$  la longueur d'onde du faisceau laser. En pratique, le contraste de l'interféromètre

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{min} + I_{max}}, \quad (3.4)$$

est inférieur à 1 en raison de la difficulté à régler parfaitement l'interféromètre ou en raison de défaut de qualité des miroirs par exemple.

Le système développé ici présente quelques particularités par rapport au Michelson standard, inhérentes aux contraintes de la mesure. Tout d'abord, la membrane faisant office de miroir mobile dans le bras de mesure, n'est pas totalement réfléchissante. Ainsi, une partie de l'intensité du faisceau est perdue et induit une différence d'intensité entre les faisceaux du bras de mesure et du bras de référence. Leur interférence en est donc également perturbée. Une solution mise en



**FIGURE 3.8** Montage expérimental de la cuve pour la mesure du champ acoustique de la pince par interférométrie laser. L'objectif immergé focalise le faisceau laser sur la membrane située sous la pince, de sorte à vibrer au passage des ondes acoustiques.

œuvre est d'utiliser un laser polarisé et une lame demi-onde, ou  $\lambda/2$ , permettant de distribuer en proportion désirée la puissance du faisceau sur les deux polarisations avant de le séparer en deux. Le faisceau du bras de mesure peut donc avoir une puissance plus importante par rapport aux bras de référence et ainsi compenser les pertes issues de la membrane.

Deuxièmement, une résolution spatiale de l'ordre du micromètre étant souhaitée, il est nécessaire de réduire le diamètre du faisceau laser. Pour cela un objectif de grande ouverture numérique est utilisé pour focaliser le faisceau sur une tâche focale d'environ  $1 \mu\text{m}$  à la membrane. Une focalisation maximale est obtenue dans le cas où le faisceau entrant dans l'objectif est de même taille que sa pupille d'entrée. Pour s'en assurer, un expanseur de faisceau, aussi appelé télescope, permet d'augmenter le diamètre du faisceau laser à la taille de la pupille d'entrée de l'objectif.

Enfin, la surface de la membrane n'est pas de très bonne qualité et donc le faisceau réfléchi présente des vecteurs d'ondes de toutes les directions, qui brulent le signal électromagnétique mesuré par la photodiode. Un filtre spatial est ajouté à l'interféromètre afin de supprimer tous les vecteurs d'onde non plans issus de la réflexion du faisceau focalisé sur la membrane.

Les trois parties constituant l'interféromètre, la partie principale (figure (3.9)), le bras de référence (figure (3.10)) et le bras de mesure (figure (3.11)), sont décrites ci-dessous.



## Partie principale de l'interféromètre

Un laser continu He-Ne de longueur d'onde  $\lambda = 632.8$  nm à polarisation rectiligne émet une onde plane électromagnétique collimatée. Un télescope réfracteur Képlérien, aussi appelé extenseur de faisceau laser, permet d'augmenter le diamètre du faisceau, initialement à 1.6 mm, à environ 5 mm. L'extenseur est constitué de 2 lentilles incluant une focalisation interne.

Ensuite une lame demi-onde décompose la polarisation rectiligne en deux polarisations, verticale et horizontale, permettant de régler la puissance attribuée à chacune des deux polarisations. Puis le faisceau rencontre un séparateur de faisceau polarisé qui transmet l'onde polarisée horizontalement et réfléchit à  $90^\circ$  l'onde polarisée verticalement.

Ainsi le faisceau initial est séparé en deux vers chaque bras constituant l'interféromètre. Après avoir traversé les deux bras et le séparateur polarisé une seconde fois, les faisceaux se rencontrent à nouveau. Cependant, leurs polarisations sont orthogonales et les faisceaux ne peuvent donc pas interférer. Une deuxième lame demi-onde permet de repasser à une polarisation rectiligne, pour laquelle l'interférence a lieu.

Enfin, un filtre spatial permet de filtrer les vecteurs d'onde non plans issus de la réflexion du faisceau par la membrane réfléchissante utilisée pour la mesure du champ. En effet, le miroir engendré par cette membrane n'est pas d'excellente qualité et génère donc des vecteurs d'onde dans toutes les directions qui viennent bruite le signal électromagnétique.

Pour finir, le faisceau est acheminé à deux photodiodes, après sa séparation en deux à l'aide d'une lame demi-onde et d'un séparateur de faisceau, afin de mesurer l'intensité lumineuse résultant de la rencontre des faisceaux issus des deux bras de l'interféromètre, décrits ci-après. L'utilisation de deux photodiodes, recevant deux signaux en opposition de phase, permet de supprimer les vibrations basse-fréquence en combinant les signaux.

## Bras de référence

Après avoir été réfléchi par le séparateur de faisceau polarisé, l'onde électromagnétique rencontre un miroir à  $45^\circ$  permettant d'orienter le faisceau à la verticale. Puis, il traverse une lame quart d'onde avant d'arriver sur la cale piézoélectrique réfléchissante qui fait office de régulateur PID (proportionnel, intégral, dérivé). Ce composant permet d'assurer un point de fonctionnement correct de l'interféromètre dans le cas où des vibrations externes perturberaient la mesure. Enfin le faisceau traverse à nouveau la lame quart d'onde. Les éléments du bras de référence ont pour effet global de convertir la polarisation verticale en polarisation horizontale, afin que le faisceau puisse traverser le séparateur polarisé.

## Bras de mesure

Lorsque le faisceau laser initial traverse pour la première fois le séparateur polarisé, il rencontre un premier miroir qui le dirige à la verticale dans une lame quart d'onde, puis dans un objectif (Nikon 40X 0.8 NA 3.5 mm WD) d'ouverture numérique 0.8 et de distance de travail 3.5 mm. L'objectif utilisé possède une pupille d'entrée de 8 mm diamètre. L'extenseur de faisceau est donc indispensable afin d'obtenir la focalisation souhaitée. En effet, la résolution spatiale visée pour la mesure du champ acoustique est de 3  $\mu\text{m}$ . Ensuite, le point focal du laser est réfléchi par

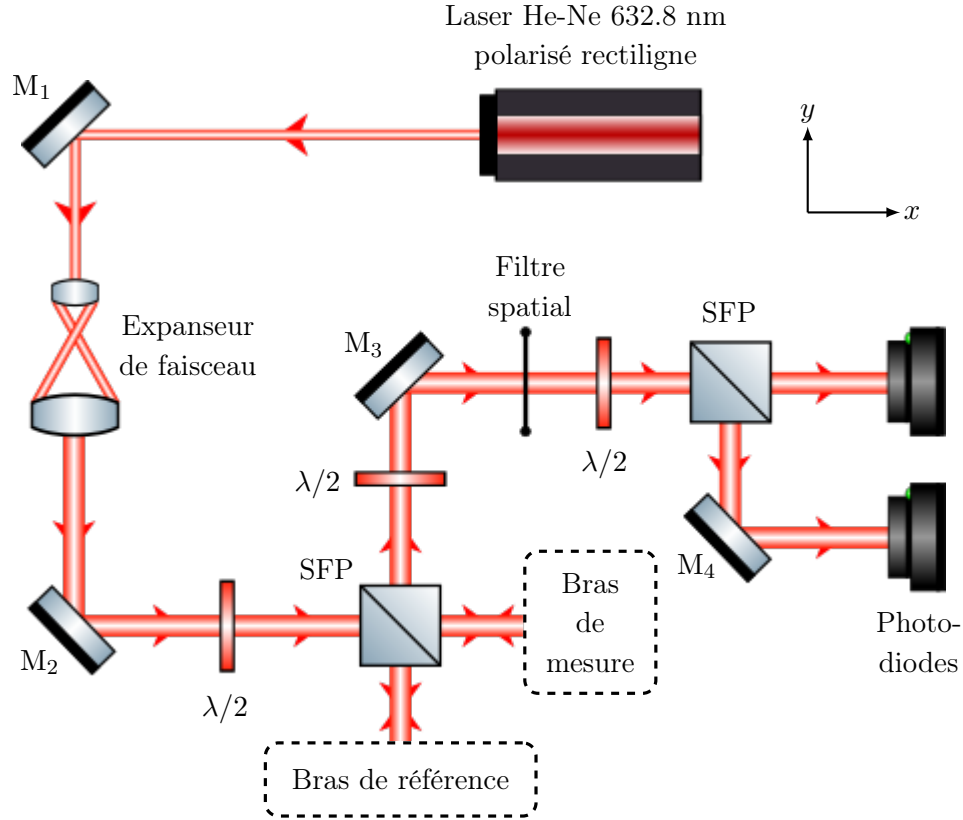
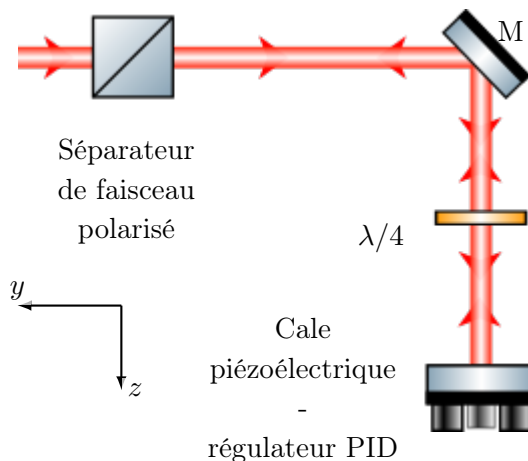


FIGURE 3.9 Partie principale de l'interféromètre.

la membrane fine de  $2 \mu\text{m}$  d'épaisseur recouverte d'une couche d'aluminium pour l'effet miroir, puis traverse à nouveau l'objectif, qui cette fois dé-focalise le faisceau, puis la lame quart d'onde, qui finalement convertit la polarisation horizontale en polarisation verticale. Ainsi, le faisceau est réfléchi à  $90^\circ$  par le séparateur polarisé.

### 3.2.2 Traitement des signaux pour l'obtention du déplacement axial

Le système complet permet de réaliser une mesure du déplacement acoustique à haute fréquence avec une résolution spatiale de l'ordre du micromètre. Comme au chapitre 2, l'acquisition des signaux est synchronisée avec l'émission acoustique afin de pouvoir retrouver la phase du vortex focalisé. L'acquisition est réalisée avec un oscilloscope digital (Textronix TDS 5104) à une fréquence d'échantillonnage de 625 MHz sur une durée de  $4 \mu\text{s}$ , soit 200 périodes à 50 MHz. Au moment de l'acquisition, un moyennage est réalisé par l'oscilloscope afin d'améliorer le rapport signal sur bruit. Avant toute mesure, le réglage du contraste de l'interféromètre est vérifié et les tensions correspondant aux intensités minimale  $I_{min}$  et maximale  $I_{max}$  de chaque photodiode sont relevées à l'oscilloscope. L'intensité maximale correspond à un déplacement nul de la membrane, l'intensité minimale s'obtient lorsque la membrane se déplace de  $\lambda_L/2$  (lors d'une vibration extérieure importante par exemple), avec  $\lambda_L$  la longueur d'onde du laser. Les signaux de tension peuvent ensuite être convertis en déplacement. Pour cela, les intensités minimale et maximale de chaque photodiode servent à calculer l'intensité crête à crête, toujours en tension,  $I_{cc}^i$ ,  $i = 1, 2$


**FIGURE 3.10** Bras de référence de l'interféromètre.

pour les deux photodiodes. Finalement, une valeur moyenne de l'intensité crête à crête est calculée par  $I_{cc}^{moy} = (I_{cc}^{(1)} + I_{cc}^{(2)})/2$ . Ainsi la conversion des signaux en déplacement se fait par la formule suivante :

$$u_z^{(i)}(x, y, z, t) = \frac{\lambda_L}{2} \frac{I^{(i)}(x, y, z, t)}{I_{cc}^{moy}}, \quad i = 1, 2. \quad (3.5)$$

Avec  $I_i = I_1$  ou  $I_2$  l'intensité mesurée par la photodiode 1 ou 2. Les signaux obtenus par chaque photodiode après cette étape sont représentés figure (3.12a).

Les signaux présentent des oscillations basse-fréquence dont il faut se débarrasser. Pour cela, on exploite le déphasage de  $\pi$  entre les deux signaux induit par la dernière lame demi-onde avant la séparation des faisceaux vers les deux photodiodes (cf. figure (3.9)). Ce déphasage implique que les signaux sont de signe opposé. Un décalage d'une demi-période est ensuite ajouté à l'un des deux signaux, puis la moyenne des deux signaux est calculée :

$$u_z(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \left( u_z^{(1)}(x, y, z, t) + \alpha u_z^{(2)}(x, y, z, t + T/2) \right), \quad (3.6)$$

avec  $\alpha$  un coefficient de renormalisation de l'amplitude du signal mesuré par la deuxième photodiode rapport à celle du signal mesuré par la première photodiode :

$$\alpha = \frac{\max(u_z^{(1)}) - \min(u_z^{(1)})}{\max(u_z^{(2)}) - \min(u_z^{(2)})}. \quad (3.7)$$

Le déplacement axial filtré et son spectre,  $\hat{u}_z(x, y, z, f)$  sont représentés figure (3.12b). Le signal obtenu ne présente plus d'oscillation basse-fréquence et le spectre présente un pic d'amplitude à la fréquence d'émission de la pince acoustique. La sélection du spectre à la fréquence de travail  $f_0$  permet de définir une amplitude et une phase au point de mesure  $(x, y, z)$ ,  $\hat{u}_z(x, y, z, f_0)$ .

Enfin, la vitesse axiale est déterminée par la dérivée par rapport au temps du déplacement axial harmonique :

$$v_z(x, y, z, f_0) = -i2\pi f_0 \hat{u}_z(x, y, z, f_0). \quad (3.8)$$

Les différentes étapes de traitement précédentes sont appliquées à chaque point de mesure, dans le cas d'une mesure bidimensionnelle ou tridimensionnelle, afin d'obtenir une carte d'amplitude et de phase du champ acoustique.

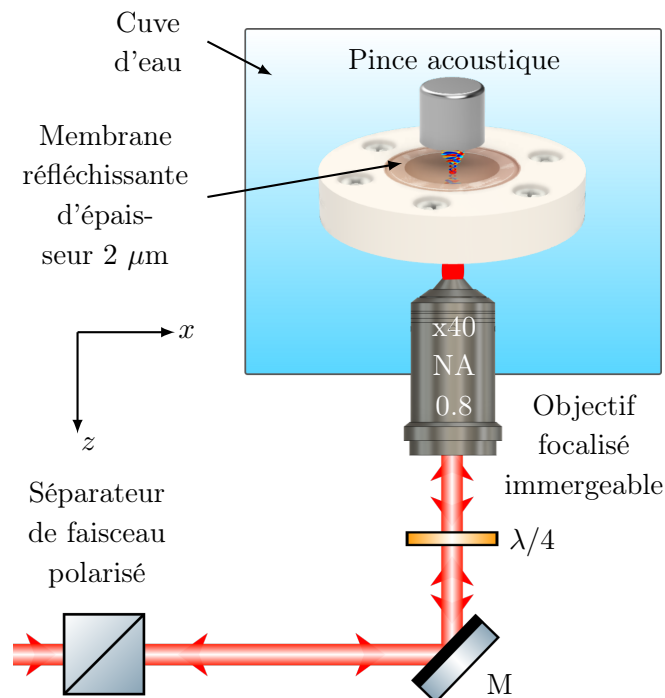
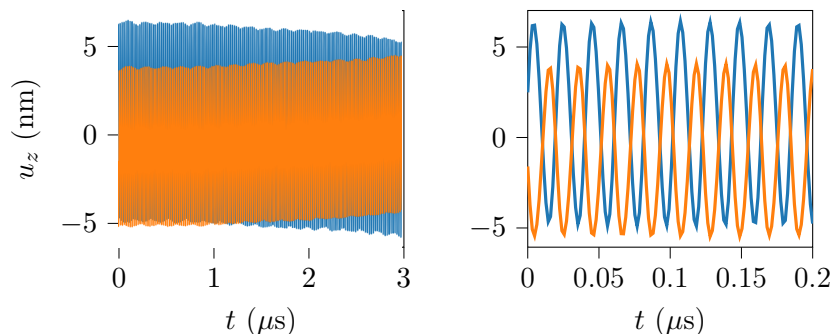


FIGURE 3.11 Bras de mesure de l'interféromètre.

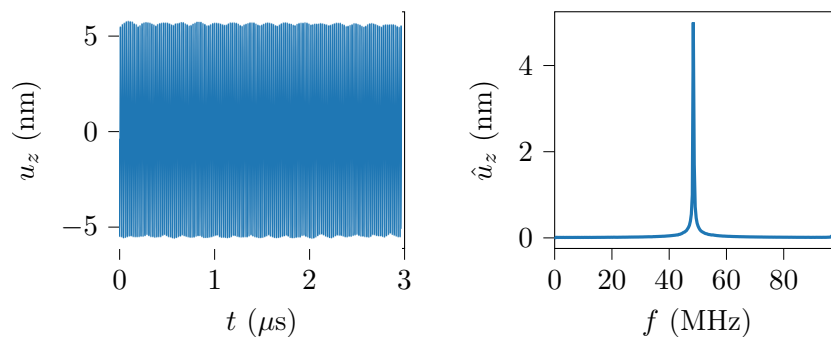
### 3.2.3 Performances et limitations du système

Le système de mesure haute-résolution développé présente la capacité de mesurer le déplacement axial de la pince acoustique haute-fréquence. D'après le critère de Rayleigh  $(0.61\lambda_L)/NA$ , la résolution théorique du système est fixée par les caractéristiques de l'objectif, soit une résolution théorique de  $0.48 \mu\text{m}$ . En pratique, on constate plutôt une résolution de  $1$  à  $2 \mu\text{m}$ . Le rapport signal sur bruit du système, varie avec le niveau d'émission, mais est de l'ordre de  $35 \text{ dB}$  pour les mesures effectuées ici. L'amplitude maximale des déplacements pouvant être mesurée par ce système est de  $\lambda_L/2 = 316.4 \text{ nm}$  et dépend donc de la longueur d'onde du laser. Cependant, afin d'assurer une réponse linéaire de l'interféromètre, les déplacements mesurés doivent être petits devant  $\lambda_L/2$ . Le déplacement minimal pouvant être mesuré est limité par le bruit de mesure. Un des objectifs de ces mesures est de déterminer les coefficients de forme du champ incident. Or les méthodes de détermination sont sensibles au bruit. Il est donc recommandé de générer des signaux acoustiques d'amplitude suffisamment forte par rapport au bruit.

La technique mise en œuvre présente toutefois certaines contraintes cruciales pour les objectifs visés. Le système doit être réglé à chaque mesure en raison d'une perte de contraste. Cette dernière est constatée de manière significative au bout d'une durée d'une heure, sans effectuer de mesure, donc sans déplacement de la pince acoustique dans la cuve. Pour une mesure bidimensionnelle ou tridimensionnelle, un point de mesure nécessite environ  $2$  secondes, en incluant les déplacements minimaux de la pince ainsi que l'acquisition des signaux. Or la méthode du spectre angulaire requiert un plan de mesure suffisamment grand et bien échantillonné, il faut donc compter au minimum  $2$  heures de mesure. Cela implique donc une perte de contraste significative de



(a) Signaux mesurés par chaque photodiode, convertis en nanomètres par l'équation (3.5).



(b) Combinaison des deux signaux pour le filtrage des oscillations basse-fréquence (à gauche) et son spectre (à droite).

**FIGURE 3.12** Exemple de signaux mesurés par l'interféromètre et de leur traitement pour obtenir l'amplitude et la phase du déplacement acoustique en chaque point de mesure.

l'interféromètre à partir de la moitié de la mesure. De plus, la qualité de la mesure dépend de la membrane utilisée et de son positionnement sur le support permettant de la tendre. Elle ne doit pas être trop tendue, ni pas assez et doit être régulièrement changée ou remise en place (de l'ordre de quelques jours). Enfin, la mesure est très sensible aux vibrations extérieures (ouverture et fermeture des portes du laboratoire, passage du métropolitain, travaux de construction...), d'où l'utilisation d'une cale piézoélectrique permettant de compenser automatiquement les variations de distance causées par ces perturbations. Cependant, son efficacité n'est pas toujours assurée et le point de fonctionnement est parfois perdu ce qui peut dégrader la mesure. Ce dernier pourrait être amélioré par une meilleure qualité de table optique (i.e. sa capacité à amortir les vibrations extérieures) pour le montage de l'interféromètre.

### 3.3 Mesure et caractérisation du champ acoustique

La technique de mesure décrite précédemment permet l'acquisition de la composante axiale du déplacement acoustique. L'intérêt d'une telle mesure est multiple. Elle permet, dans un premier temps, de repérer la position de la focale acoustique et de l'aligner avec la focale du laser. Cette étape est nécessaire à la réalisation d'une expérience de manipulation sans contact, qui ne peut se faire à la vue, contrairement au dispositif de pince acoustique à 40 kHz présenté au

chapitre 2. En effet, les échelles en jeu pour la pince acoustique haute-fréquence sont de l'ordre du micromètre à la dizaine de micromètres et astreignent à utiliser un système de visualisation adapté ainsi qu'à déterminer la position du piège par la mesure du champ acoustique. Pour cela, un premier alignement visuel et donc approximatif, est réalisé entre la focale laser et la pince acoustique. Puis, des mesures dans des plans transverses sont réalisées successivement pour se rapprocher au maximum de la focale jusqu'à atteindre une position jugée correcte.

Contrairement à la pince acoustique aérienne, pour laquelle le capteur de mesure était déplacé afin de réaliser un scan du champ acoustique, ici le dispositif d'interférométrie laser ne peut être bougé. Par conséquent, la pince acoustique est déplacée par un système motorisé sur trois axes pour mesurer le champ à différentes positions.

Un deuxième intérêt à réaliser une mesure 2D du champ acoustique est de déterminer la fréquence de travail optimale. En effet, les différents éléments constituant la pince acoustique, soit le transducteur et la gravure, sont conçus pour fonctionner à 50 MHz. Cependant, leur assemblage par une couche fine de colle peut avoir détérioré le champ acoustique à la fréquence de travail initiale. Il est donc indispensable, pour assurer les meilleures conditions de piégeage possible, de vérifier la synthèse du champ à différentes fréquences et de déterminer la fréquence optimale.

### 3.3.1 Mesures dans un plan transverse

Le champ de déplacement acoustique est mesuré à différentes fréquences, 50 MHz, 48.5 MHz, 47 MHz et 46 MHz. On suspecte, à priori, que la fréquence optimale de travail a été diminuée par l'ajout d'épaisseur provoqué par le collage de la gravure sur la pastille piézoélectrique. Pour chaque fréquence, la position focale est différente, sachant qu'elle est en théorie de 3 mm depuis la surface de la pince pour une fréquence de 50 MHz. La règle de trois permet d'obtenir les distances focales aux autres fréquences. Ainsi, la position focale est redéterminée à chaque fréquence. Lorsque la position est adéquate, la mesure complète est effectuée dans un plan transverse de dimensions  $240 \mu\text{m} \times 240 \mu\text{m}$  échantillonné spatialement par un pas de  $3 \mu\text{m}$ . Cela représente donc  $81 \times 81$  points, soit 6561 points. La mesure d'un point nécessitant environ 2 secondes, la durée totale de la mesure est de plus de 3h, ainsi, une dégradation du contraste de l'interféromètre au cours de la mesure est attendue (cf. équation (3.4) et section 3.2.3).

Les cartes d'amplitude normalisée et de phase du déplacement axial acoustique mesuré sont représentées figure (3.13) pour les différentes fréquences d'émission. Le vortex focalisé est bien reconstitué à chaque fréquence mais semble toutefois présenter des lobes secondaires plus importants aux fréquences 47 et 46 MHz. Enfin, la phase du vortex n'est pas toujours très droite au centre, cela peut indiquer que la position  $z$  du plan de mesure n'est pas située à la focale (cf. figure (2.12)).

La perte de contraste de l'interféromètre se remarque dans la partie basse des mesures 2D, les mesures étant réalisées des  $y$  positifs vers les  $y$  négatifs. La perte de contraste est finalement plus tardive que prévue, cependant les mesures exposées ici sont sélectionnées pour leur bonne qualité. D'autres mesures ont pu être effectuées avec un succès moindre en raison d'une perte de contraste beaucoup plus significative, généralement due à une perturbation extérieure importante. De plus, on remarque que certains points des champs mesurés sont particulièrement bruités par rapport au reste de la mesure, notamment sur l'anneau du vortex. Il est probable que cela soit lié à une défaillance de la cale piézoélectrique (cf. section 3.2.1) ou de son système électronique ayant

pour conséquences que le point de fonctionnement de l'interféromètre n'est pas assuré et que le déplacement mesuré ne corresponde pas au déplacement réel de la membrane.

L'analyse, telle quelle, des mesures n'est pas suffisante pour déterminer la fréquence de travail optimale. Pour cela, on propose de propager les mesures par l'approche du spectre angulaire décrite section 3.1.1 afin de les reconstruire en 3D.

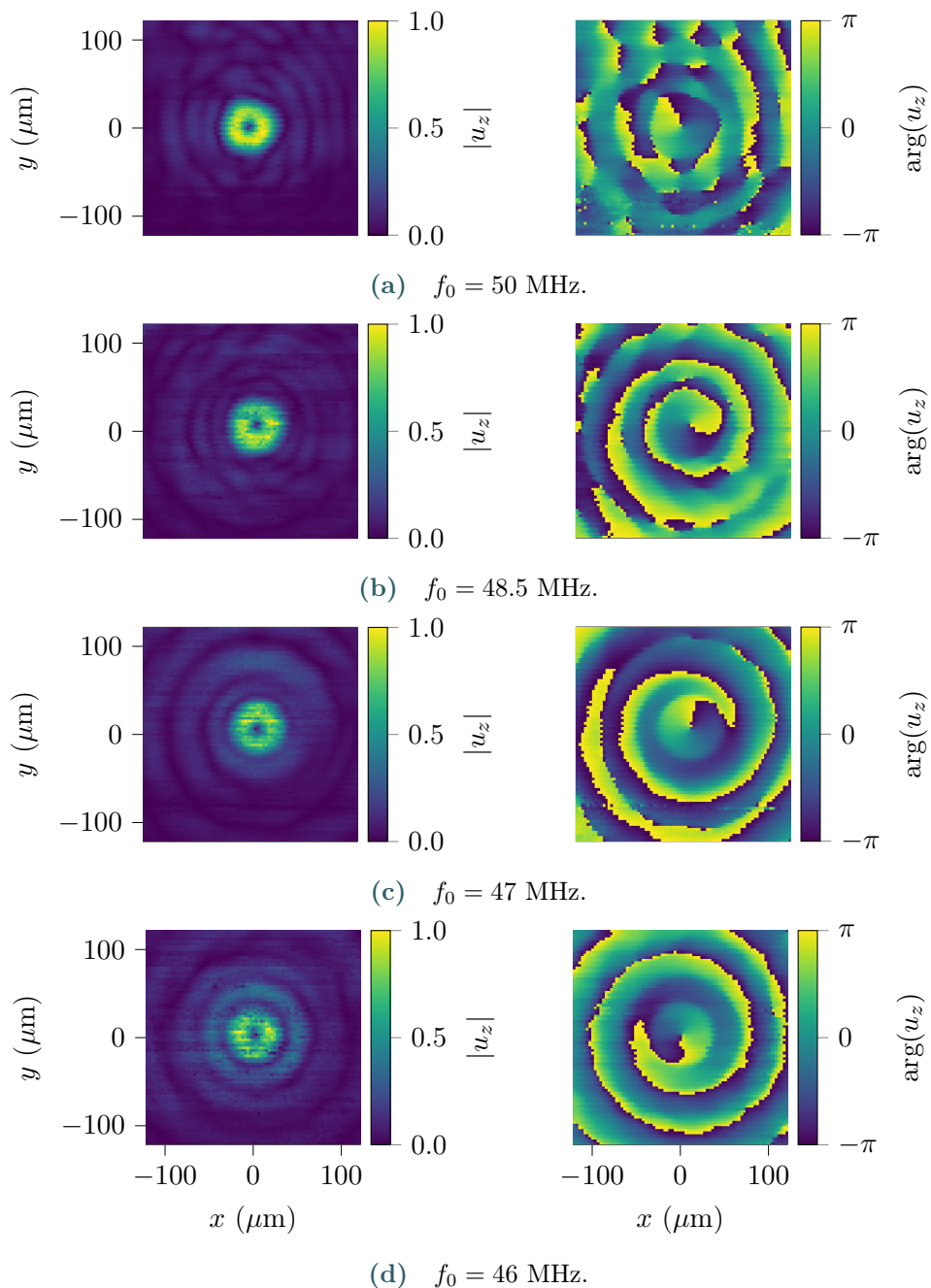
### 3.3.2 Reconstruction du champ dans le plan axial

Les mesures effectuées dans un plan transverse à différentes fréquences sont propagées dans des plans parallèles pour reconstruire le champ de pression en 3D. Les reconstructions sont tracées dans le plan  $(x, z)$  de propagation ( $y = 0$ ), figure (3.14). La méthode de propagation du spectre angulaire introduit un filtrage des nombres d'onde  $k_x, k_y$  supérieurs au disque de rayon  $k_0$  (cf. équation (3.2)), du fait de la relation de dispersion associée à l'équation de Helmholtz. Ainsi, le bruit de mesure visible dans les cartes d'amplitude, figure (3.13), est filtré par la propagation du spectre angulaire.

Les structures des champs mesurés peuvent donc être comparées à celle du champ acoustique théorique, figure (3.6). Comme le suggérait la présence plus forte des lobes secondaires pour les fréquences 47 et 46 MHz, le champ dans le plan axial présente une tâche focale plus étendue suivant l'axe de propagation. La focalisation n'est donc pas optimale à ces fréquences.

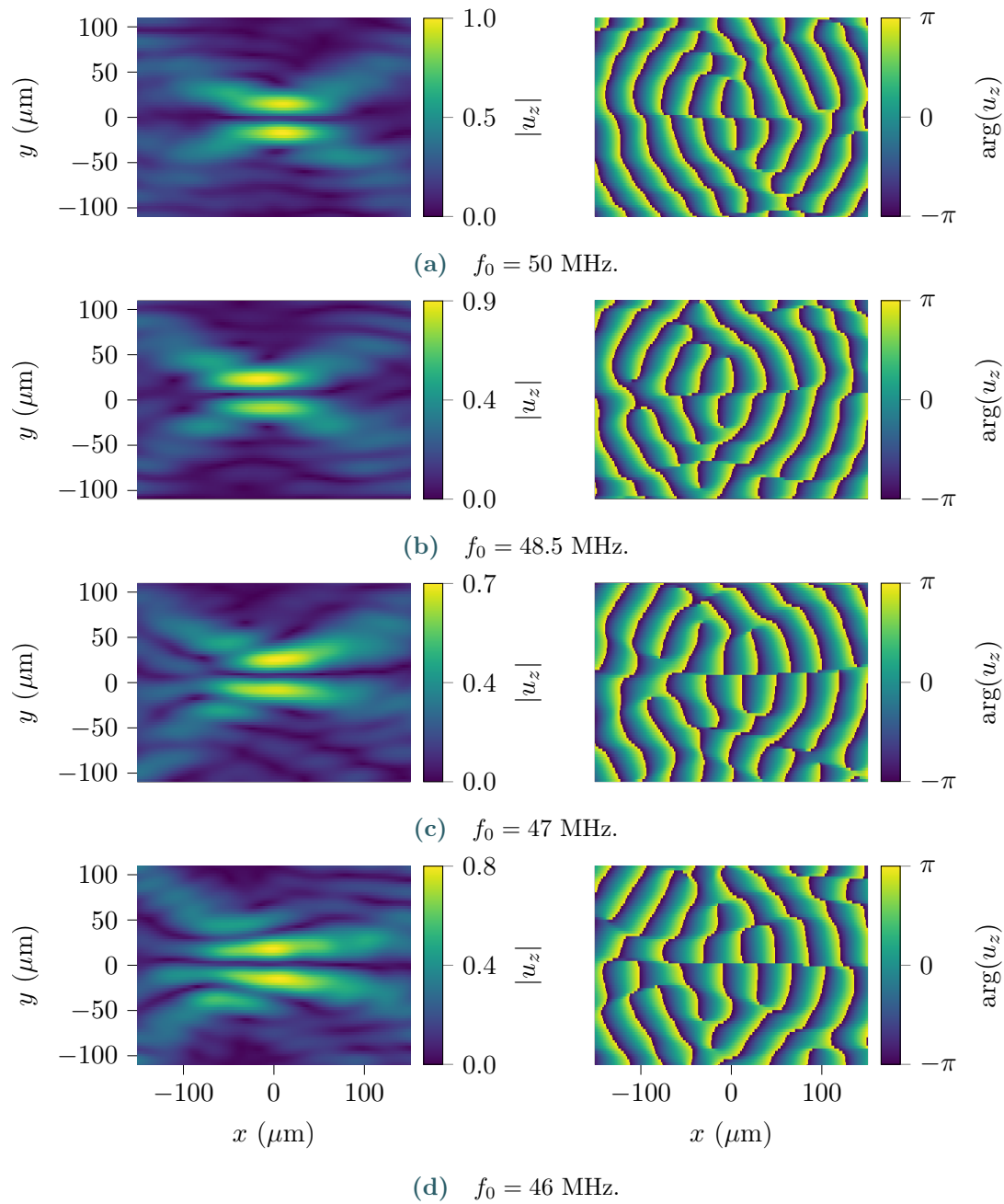
Les champs obtenus à 50 et 48 MHz sont très similaires, cependant la structure en "X" de part et d'autres de l'axe  $x$  à la focale semble davantage symétrique à 48.5 MHz, malgré le bruit de mesure et les variations de contraste de l'interféromètre. En effet, la variation de contraste engendre l'apparition de pixels de faible amplitude à certaines coordonnées du champ où l'on s'attend à de fortes amplitudes, par exemple au niveau de l'anneau de pression du vortex (cf. figure (3.13)). Ces pertes de contraste peuvent également provoquer une non-uniformité de l'amplitude du champ acoustique, qui est visible sur la reconstruction dans le plan axial au niveau de la coupe de l'anneau de pression. Cela peut également expliquer les différences d'amplitude du champ dans le plan axial aux différentes fréquences. Toutefois, il est aussi probable que l'amplitude du champ généré par la pince acoustique à la focale ne soit tout simplement pas uniforme.

Finalement, la fréquence de travail retenue est 48.5 MHz.



**FIGURE 3.13** Mesure du champ acoustique dans un plan transverse de dimensions  $240 \mu\text{m} \times 240 \mu\text{m}$  et 6561 points, à différentes fréquences d'émission de la pince acoustique.





**FIGURE 3.14** Reconstruction des mesures du champ acoustique à différentes fréquences (cf. figure (3.13)) dans le plan axial par la propagation du spectre angulaire.

## 3.4 Détermination des coefficients de forme

### 3.4.1 Expression des coefficients de forme en fonction de la vitesse axiale

La mesure du champ à 48.5 MHz permet d'estimer les coefficients de forme du champ incident. Cependant, les mesures dans le plan focal sont dégradées à cause de la perte de contraste de l'interféromètre qui s'effectue au cours de la mesure et qui est d'autant plus importante que la mesure est longue. Or la méthode du spectre angulaire Sapozhnikov et Bailey (2013) nécessite un nombre de points de mesure important, soit une durée de mesure longue également. L'application de cette méthode aux mesures réalisées précédemment dans le plan transverse n'a pas permis une estimation concluante de la force de radiation.

Ainsi, les coefficients de forme sont estimés à l'aide de la méthode, proposée section 1.3.2, qui permet d'estimer les  $A_n^m$  à partir de la mesure du champ sur une demi-sphère, équation (1.34) :

$$A_n^m = 2k_0^2 r_S^2 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \Psi_S h_n^{(1)}(k_0 r_S) Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S.$$

Cette méthode est particulièrement intéressante lorsque l'objectif est de minimiser le nombre de points de mesure et donc la durée d'acquisition. Elle s'est également montrée moins sensible au bruit que les autres méthodes existantes (cf. figure (1.17)). Toutefois, le dispositif d'interférométrie laser décrit ci-dessus mesure seulement la composante axiale du déplacement acoustique  $u_z(x, y, z)$ , conduisant à la vitesse axiale par l'expression (3.8). Or, la nouvelle méthode d'estimation des coefficients de forme, basée sur le filtrage du champ et la quadrature de Lebedev sur une surface hémisphérique, a été développée avec comme paramètre d'entrée le potentiel acoustique. Il faut donc adapter la méthode pour estimer les  $A_n^m$  à partir de la vitesse particulaire axiale, obtenue par la mesure du déplacement acoustique axial au cours du temps.

L'expression des  $A_n^m$ , équation (1.34), redonnée ci-dessus, nécessite la connaissance du potentiel acoustique sur une surface sphérique de normale  $\mathbf{e}_r$ . Ici, seule la vitesse normale à la membrane est mesurée, soit la vitesse axiale. Il faut donc reformuler l'expression (1.34) qui dépend du potentiel acoustique.

Dans un premier temps on cherche donc à établir la relation entre le potentiel acoustique et la vitesse acoustique. En coordonnées sphériques, cette dernière s'exprime en fonction du potentiel par :

$$\mathbf{v} = \nabla \Psi = \partial_r \Psi \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \partial_\theta \Psi \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\varphi \Psi \mathbf{e}_\varphi. \quad (3.9)$$

D'après l'expression du potentiel en fonction des coefficients de forme, équation (1.24) et du développement de la fonction de Bessel sphérique  $j_n = h_n^{(1)} + h_n^{(2)}$ ,

$$\partial_{r_S} \Psi = \left(-i - \frac{1}{k_0 r_S}\right) \Psi, \quad (3.10)$$

dans le cas où  $k_0 r_S \gg 1$  et que la propagation est progressive. Ainsi,

$$v_r = \partial_r \Psi \approx \left(-i - \frac{1}{k_0 r}\right) \Psi.$$

Et

$$\Psi \approx \frac{v_r}{-i - 1/k_0 r}. \quad (3.11)$$

Si la vitesse axiale est mesurée, il faut déterminer la relation entre celle-ci et la vitesse radiale. Les matrices de passage permettant de passer des composantes cartésiennes aux composantes sphériques, et inversement, sont données par :

$$\begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_\varphi \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Ainsi,

$$v_z = \cos \theta v_r - \sin \theta v_\theta. \quad (3.14)$$

Pour un champ progressif et focalisé suivant  $z$ , on peut supposer que  $v_\theta \ll v_r$ , si le rayon de la sphère de mesure est suffisamment grand. Ainsi  $v_z \approx \cos \theta v_r$ , donc

$$v_r \approx \frac{v_z}{\cos \theta}. \quad (3.15)$$

On peut vérifier cette hypothèse en calculant  $v_\theta$ .

$$v_\theta(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r} \partial_\theta \Psi = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) N_n^m e^{im\varphi} \frac{\partial P_n^m(\cos \theta)}{\partial \theta}. \quad (3.16)$$

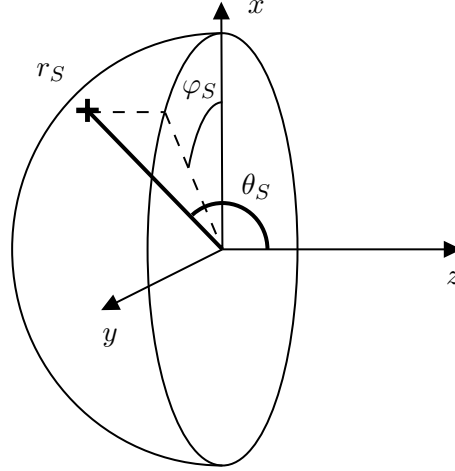
À l'aide la relation de récurrence suivante :

$$(x^2 - 1) \frac{dP_n^m(x)}{dx} = -x(n+1)P_n^m(x) + (n-m+1)P_{n+1}^m(x),$$

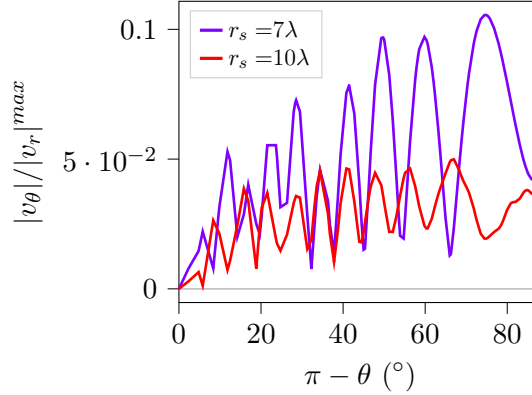
où  $x = \cos \theta$  et  $\frac{d}{dx} = \frac{-1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta}$ ,

$$\begin{aligned} v_\theta &= \frac{1}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) \left[ \cos \theta (n+1) P_n^m(\cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - (n-m+1) P_{n+1}^m(\cos \theta) \right] N_n^m e^{im\varphi}, \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) \left[ \cos \theta (n+1) Y_n^m(\theta, \varphi) \right. \\ &\quad \left. - (n-m+1) \frac{N_n^m}{N_{n+1}^m} Y_{n+1}^m(\theta, \varphi) \right], \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) \left[ \cos \theta (n+1) Y_n^m(\theta, \varphi) \right. \\ &\quad \left. - (n-m+1) \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+1)}{(2n+3)(n-m+1)}} Y_{n+1}^m(\theta, \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

La composante  $v_\theta$  normalisée par la valeur maximale de la vitesse radiale, en fonction de  $\pi - \theta$  (cf. figure (3.15)), est représentée figure (3.16) pour deux rayons de sphère de mesure, 7 et 10 $\lambda$ .



**FIGURE 3.15** Schéma de la surface hémisphérique de mesure de rayon  $r_S$  située entre  $\theta = \pi$  et  $\theta = \pi/2$ .



**FIGURE 3.16** Amplitude de la composante suivant  $\theta$  de la vitesse particulaire acoustique du vortex focalisé en fonction de  $\theta$ , pour  $r_s = 7$  et  $10\lambda$ .

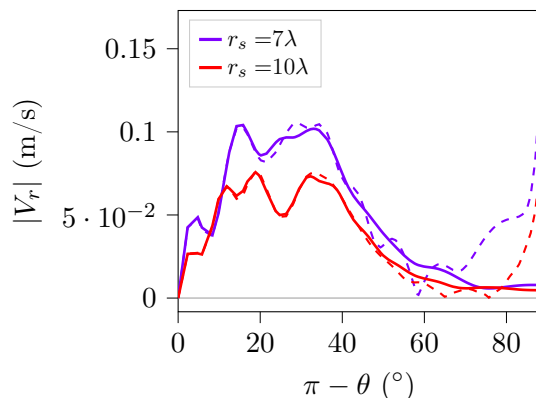
L'amplitude de  $v_\theta$  est faible et l'est encore plus lorsque le rayon de la sphère augmente. Ainsi, pour un champ focalisé mesuré sur une sphère de rayon grand devant la longueur d'onde,  $v_\theta$  peut être négligée. Par conséquent, la vitesse radiale peut être reconstruite seulement à partir de la vitesse axiale.

Néanmoins, d'après l'équation (3.15), la reconstruction de  $v_r$  présente une valeur singulière pour  $\theta = \pi/2$ . Effectivement, en comparant la vitesse radiale théorique :

$$v_r(r, \theta, \varphi) = \partial_r \Psi(r, \theta, \varphi) = k_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n'(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (3.18)$$

avec la vitesse radiale reconstruite à l'aide de la vitesse axiale, figure (3.17), il est clair qu'au delà d'un certain angle  $\pi - \theta \approx 70^\circ$ , les deux courbes ne sont plus en accord. La vitesse radiale obtenue par l'équation (3.15) tend vers l'infini en raison de la division par  $\cos \theta$ .

En remarquant que la vitesse radiale est faible au delà de  $\theta > \theta_{lim}$ , angle limite à définir, le



**FIGURE 3.17** Comparaison des vitesses radiales théorique (en trait plein) et reconstruite à partir de la vitesse axiale, équation (3.15) (en trait pointillé).

problème est contourné en appliquant un filtre à la vitesse radiale reconstruite :

$$v_r = \begin{cases} \frac{v_z}{\cos \theta}, & \text{si } \theta > \pi - \theta_{lim}, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.19)$$

Finalement, le potentiel acoustique intervenant dans l'expression des coefficients de forme, équation (1.34), est défini à partir de la vitesse axiale :

$$\Psi(r_S, \theta_S, \varphi_S) = \frac{v_z(r_S, \theta_S, \varphi_S)}{\left(-i - \frac{1}{k_0 r_S}\right) \cos \theta_S}, \quad (3.20)$$

pour  $\theta_S \in [\theta_{lim}, \pi]$ .

$$A_n^m = \frac{2k_0^2 r_S^2}{\left(-i - \frac{1}{k_0 r_S}\right)} \int_0^{2\pi} \int_{\theta_{lim}}^{\pi} \frac{v_z}{\cos \theta_S} h_n^{(1)}(k_0 r_S) Y_n^{m*}(\theta_S, \varphi_S) \sin \theta_S d\theta_S d\varphi_S. \quad (3.21)$$

Avec  $v_z$  la composante axiale de la vitesse particulière définie à partir du déplacement axial par l'équation (3.8).

### 3.4.2 Validation numérique

L'adaptation de la méthode est évaluée numériquement par l'estimation des coefficients de forme d'un vortex focalisé de fréquence 48.5 MHz, d'angle d'ouverture 48.57°, de distance de focalisation 2.9 mm et de charge topologique 1.

Dans un premier temps, le potentiel est d'abord calculé sur la demi-sphère à partir de son expression théorique en fonction des coefficients de forme (cf. équations (1.24) et (1.13)). Ensuite, les composantes  $v_r$  et  $v_\theta$  de la vitesse particulière sont déterminées à l'aide des équations (4.41) et (4.42). Puis, l'équation (3.14) permet d'exprimer  $v_z$  la composante axiale de la vitesse en fonction de  $v_r$  et  $v_\theta$ . Du bruit uniforme est ajouté à la vitesse axiale et son amplitude est fixée à 5% de la valeur maximale de  $v_z$  sur les points de la demi-sphère. Enfin, l'équation (3.21) permet de déterminer les coefficients de forme à partir de la vitesse axiale.

Comme au chapitre 1, plusieurs paramètres numériques sont investigués en repartant des paramètres optimaux déterminés à la section 1.3.2. Ces derniers concernaient le rayon de la sphère d'intégration  $r_S$  et l'ordre de la quadrature de Lebedev, utilisée pour résoudre l'intégrale de l'équation (1.34). L'étude paramétrique avait montré qu'il fallait un rayon  $r_S = 7\lambda$  et un ordre de quadrature minimal de 65, imposant un nombre de points de mesure de 749 (cf. tableau (1.2)), pour estimer la force de radiation avec une erreur de l'ordre de 1%.

Toutefois, pour la présente étude paramétrique, le rayon de la sphère est choisi à  $7\lambda$  mais également  $10\lambda$ , en raison de l'hypothèse consistant à négliger la composante suivant  $\theta$  de la vitesse acoustique qui impose un rayon suffisamment grand de la sphère d'intégration. Un rayon supérieur pourrait poser problème car l'amplitude acoustique, mesurée loin de la focale, doit être assez importante pour ressortir du bruit.

Au vu des conditions d'approximation de la vitesse radiale, 3 ordres de quadratures sont utilisés, 53, 65 et 71, pour étudier l'impact du nombre de points de mesure sur l'approximation. De plus, la mesure par interférométrie laser étant peu stable au cours du temps en raison d'une perte de contraste (cf. figure (3.13)), il serait préférable que le nombre de points de mesure soit le plus faible possible, ainsi la méthode est appliquée à un ordre inférieur à 65, précédemment établi comme optimal.

Enfin, l'adaptation de la méthode de détermination des coefficients de forme à la mesure de la vitesse axiale introduit un paramètre supplémentaire,  $\theta_{lim}$ , l'angle limite au-delà duquel l'expression approchée de  $v_r$ , équation (3.19), en fonction de  $v_z$  ne s'applique plus. L'angle limite  $\theta_{lim}$  est varié entre  $90^\circ$  et  $40^\circ$ . La figure (3.17) montre que pour  $\pi - \theta < 70^\circ$ , la vitesse radiale calculée à partir de  $v_z$  et la vitesse radiale théorique sont similaires.

Les paramètres testés sont repris tableau (3.2).

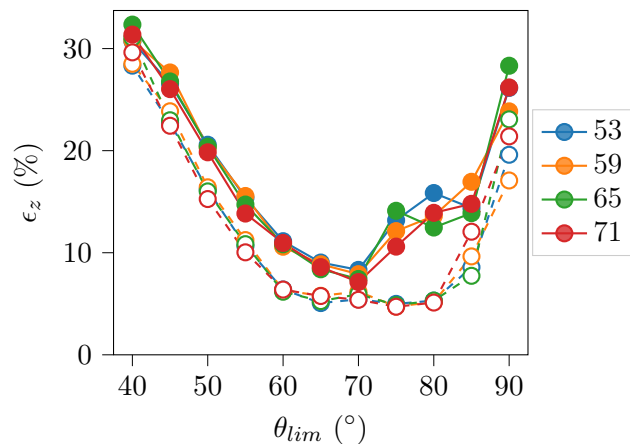
<b>Rayon de mesure <math>r_S</math></b>	$[7\lambda, 10\lambda]$
<b>Ordre de quadrature de Lebedev</b>	$[53, 59, 65, 71]$
<b>Angle limite <math>\theta_{lim}</math></b>	$[90^\circ, 85^\circ, 80^\circ, 75^\circ, 70^\circ, 65^\circ, 60^\circ, 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ]$

**TABLEAU 3.2** Paramètres numériques pour la validation de la méthode de détermination des coefficients de forme adaptée à la mesure de la vitesse axiale (cf. tableau (1.2) pour le nombre de points associé à chaque ordre de quadrature).

L'erreur effectuée sur la composante axiale de la force de radiation par la méthode adaptée de détermination des  $A_n^m$  est représentée figure (3.18) en fonction de l'angle limite  $\theta_{lim}$  pour chaque ordre de quadrature et rayon de la sphère d'intégration. Les forces sont calculées pour une bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$  (cf. tableau (3.3) pour les propriétés mécaniques). L'erreur  $\epsilon_z$  est définie par :

$$\epsilon_z = \frac{100}{N_z} \sum_{j=0}^{N_z-1} \frac{|F_z(z_j) - F_z^{th}(z_j)|}{\max|F_z^{th}|} \quad (\%). \quad (3.22)$$

Tout d'abord, l'erreur est plus faible pour la sphère la plus grande, de rayon  $r_S = 10\lambda$ . Pour ce rayon, il semble nécessaire de prendre un angle limite compris entre  $60^\circ$  et  $80^\circ$ . Enfin, l'erreur ne

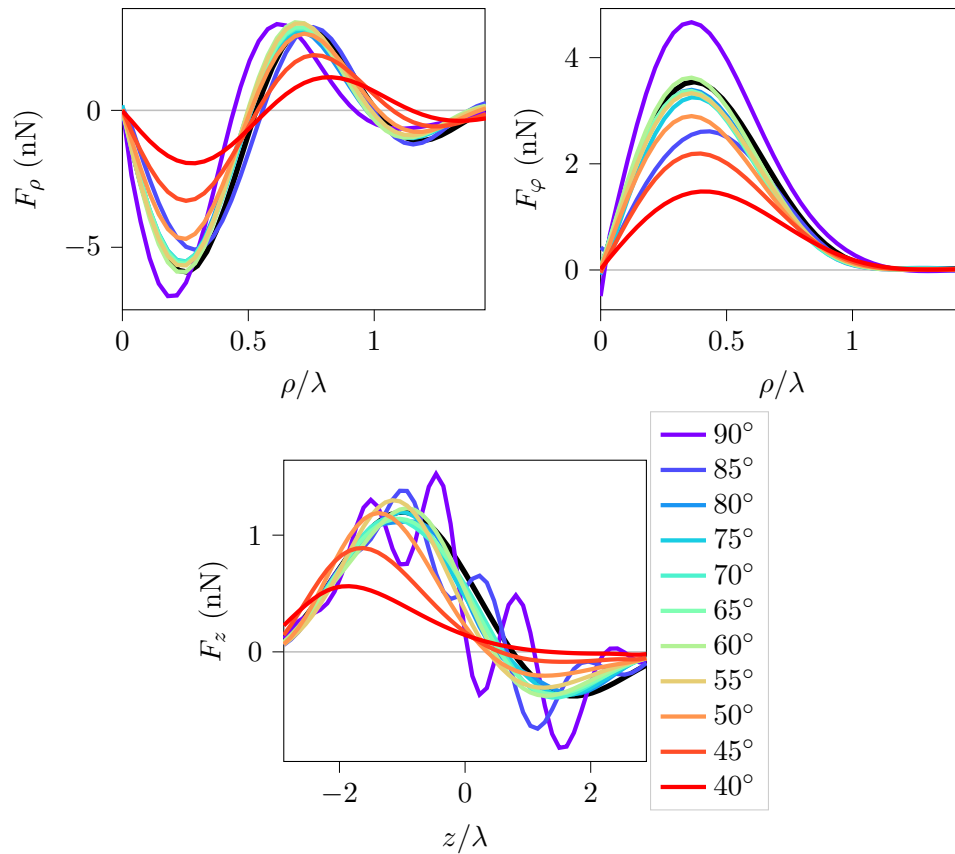


**FIGURE 3.18** Erreur sur la force axiale de radiation (équation (3.22)) en fonction de l'angle limite  $\theta_{lim}$ , pour chaque ordre de quadrature (bleu, orange, vert) et pour les deux rayons  $r_S = 7\lambda$  (traits et ronds plein) et  $r_S = 10\lambda$  (traits discontinus et ronds vides).

semble pas dépendre de l'ordre de quadrature utilisé.

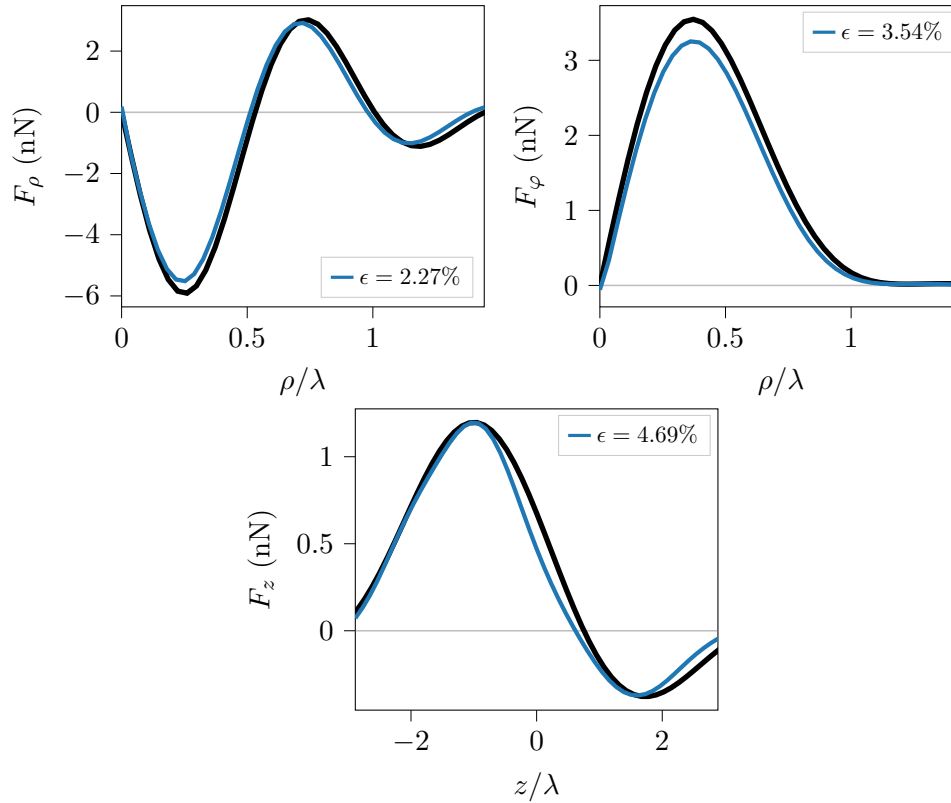
La force de radiation est tracée pour chaque angle du tableau (3.2), une sphère de rayon  $10\lambda$  et un ordre de quadrature de 53, figure (3.19). Pour un angle de  $90^\circ$ , la force axiale présente de fortes oscillations dues à l'annulation du cosinus, équation (3.19). En revanche, les estimations des forces radiale et azimutale sont relativement correcte. Pour les autres angles, l'erreur est autour de 5% croît à nouveau si l'angle est trop faible.

Enfin, la force estimée pour la configuration optimale est représentée figure (3.20). Celle-ci est obtenue pour  $r_S = 10\lambda$ , un ordre de quadrature de 71 (889 points) et  $\theta_{lim} = 75^\circ$ . Pour la composante axiale, l'erreur est d'environ 5%. La méthode adaptée est donc légèrement moins précise que la méthode de base nécessitant la connaissance du potentiel ( $\epsilon < 1\%$ ), ainsi que la méthode du spectre angulaire ( $\epsilon < 3\%$ ) Sapozhnikov et Bailey (2013). Cependant, elle permet d'estimer la force à partir de la seule connaissance de la vitesse acoustique axiale et ce pour un nombre de points de mesure réduit.



**FIGURE 3.19** Forces de radiation estimées par la méthode de détermination des coefficients de forme adaptée à la mesure de la vitesse axiale pour chaque angle du tableau (3.2), une sphère de rayon  $10\lambda$  et un ordre de quadrature de 53 (cf. tableau (1.2) pour le nombre de points associé à chaque ordre de quadrature).



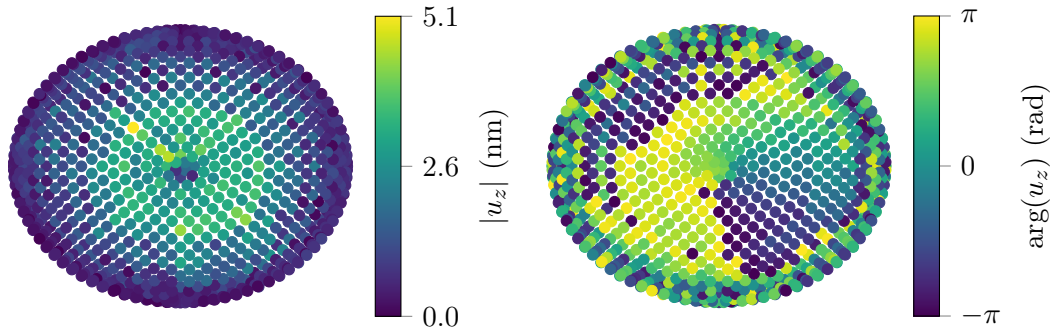


**FIGURE 3.20** Force de radiation estimée par la méthode de détermination des coefficients de forme adaptée à la mesure de la vitesse axiale pour  $r_S = 10\lambda$ , un ordre de quadrature de 71 (889 points) et  $\theta_{lim} = 75^\circ$ . La force théorique est représentée en noir.

## 3.4.3 Estimation des coefficients de forme de la pince haute-fréquence

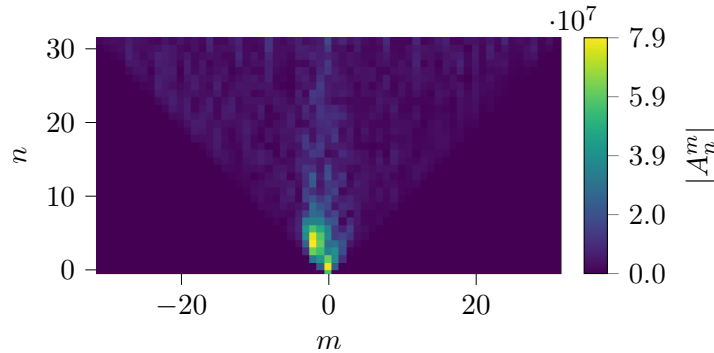
Dans le but de déterminer les coefficients de forme du champ incident de la pince acoustique haute-fréquence, le déplacement acoustique est mesuré sur une demi-sphère de rayon  $10\lambda$  orientée vers la pince dont les points de mesure sont définis par l'ordre 71 de quadrature de Lebedev. La mesure nécessite donc un total de 889 points, soit environ 30 minutes (contre 6561 points pour les mesures dans le plan focal, figure (3.13)). L'amplitude de l'émission acoustique est fixée suffisamment forte pour maximiser le rapport signal sur bruit, qui peut être important étant donné qu'on mesure le champ acoustique loin de la focale. Pour la présente mesure, le rapport signal sur bruit des signaux temporels est évalué à 35 dB.

L'amplitude et la phase du champ de déplacement axial sont représentées figure (3.21). La phase du champ présente bien une singularité au centre du repère.



**FIGURE 3.21** Mesure du déplacement acoustique axial sur la demi-sphère de rayon  $10\lambda$  définie par les points de la quadrature de Lebedev d'ordre 71. Le traitement des signaux mesurés permettant l'obtention du déplacement est décrit section 3.2.2.

La méthode de détermination des coefficients de forme adaptée à la mesure du déplacement axial est ensuite appliquée au champ mesuré, et les  $A_n^m$  obtenus sont représentés figure (3.22). En

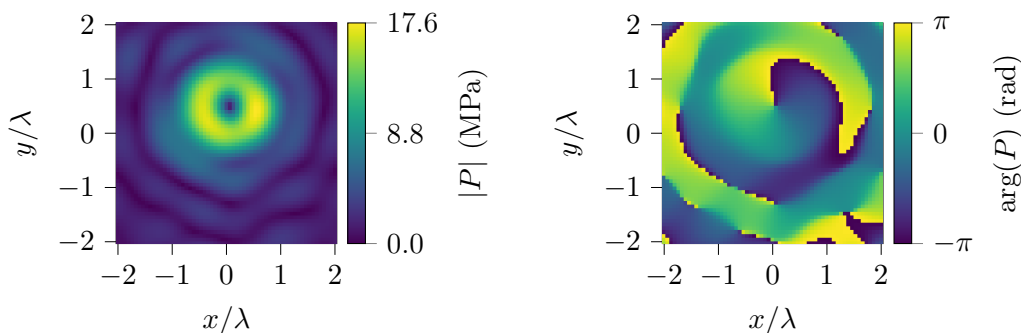


**FIGURE 3.22** Estimation des coefficients de forme du champ incident à partir de la mesure du déplacement acoustique axial sur une demi-sphère de rayon  $10\lambda$  et d'ordre 71 pour la quadrature.

théorie, les coefficients de forme définis dans le repère de la bille sont non nuls uniquement pour  $m = m'$ , cependant en présence de bruit cela peut changer. De plus, si le repère, dans lequel le vortex focalisé est mesuré, n'est pas parfaitement aligné avec le repère théorique de la bille, alors les  $A_n^m$  peuvent présenter des valeurs non nulles pour  $m \neq m'$ , ce qui semble être le cas ici. Dans ce cas, la force de radiation ne sera pas calculée dans le même repère que la bille.

La reconstruction du champ dans le plan focal à partir des  $A_n^m$  estimés, figure (3.22), montre qu'effectivement le champ mesuré n'est pas centré sur l'origine. Le nœud de pression devrait se trouver au centre du repère en  $(x, y) = (0, 0)$ . Par ailleurs, on remarque le champ reconstruit ne présente pas de bruit de mesure, qui avait été constaté sur les mesures dans le plan transverse (section 3.13) et qui est moins visible sur les mesures réalisées sur la demi-sphère (figure (3.21)). L'absence de bruit dans le champ reconstruit témoigne de l'efficacité de la méthode de détermination des coefficients de forme à filtrer les ondes stationnaires.

Il est possible d'évaluer une sorte de rapport signal sur bruit du champ mesuré sur la sphère, qui



**FIGURE 3.23** Reconstruction du champ de pression dans le plan focal à partir de l'estimation des coefficients de forme (cf. figure (3.22)).

pourra être comparé à celui des champs théoriques utilisés pour la validation de la méthode de détermination des coefficients de forme. On rappelle que 5% de bruit est ajouté au champ théorique pour l'évaluation de la méthode. Cela signifie que le bruit ajouté a une amplitude maximale correspondant à 5% de la valeur maximale du champ théorique calculé sur la demi-sphère. On choisit de définir un rapport signal sur bruit  $SNR$  tel que :

$$SNR = 20 \log_{10} \left( \frac{S}{N} \right),$$

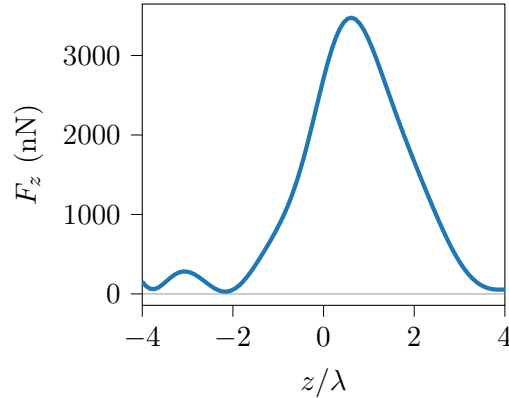
avec  $S = |\hat{u}_z|^{max}$ ,  
et  $N = |\hat{u}_z|^{min}$ .

Le SNR obtenu pour la mesure du champ acoustique est de 56 dB. Pour le champ théorique bruité, le rapport  $S/N$  est calculé pour 100 fois et moyenné pour finalement obtenir le SNR en dB, qui est de 50 dB. Le SNR est donc un peu surestimé pour la validation numérique.

Si la force de radiation est calculée à partir des coefficients de forme tel quel, la possibilité d'un piège n'est pas rencontrée, figure (3.24). En effet, la force axiale, calculée pour  $x = y = 0$  est positive tout le long de l'axe  $z$  et ne présente pas de position d'équilibre. Cependant, cela est causé par le fait que la position  $(x, y) = (0, 0)$  de la bille n'est pas alignée avec la position de

l'axe de propagation du champ acoustique.

Si l'on souhaite estimer correctement la force de radiation de la pince acoustique haute-fréquence,



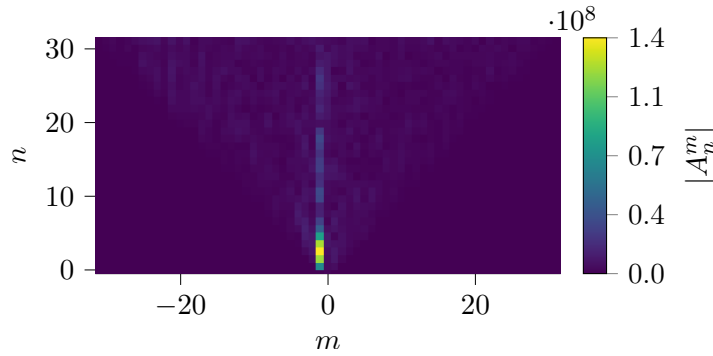
**FIGURE 3.24** Force de radiation axiale exercée sur une bille de silice (tableau (3.3)) de rayon  $7 \mu\text{m}$  à partir des coefficients de forme de la figure (3.22) non alignés avec le repère de la bille.

il va falloir procéder au réalignement du repère de mesure avec celui de la bille.

### 3.5 Réalignement des coefficients de forme dans le repère de la bille

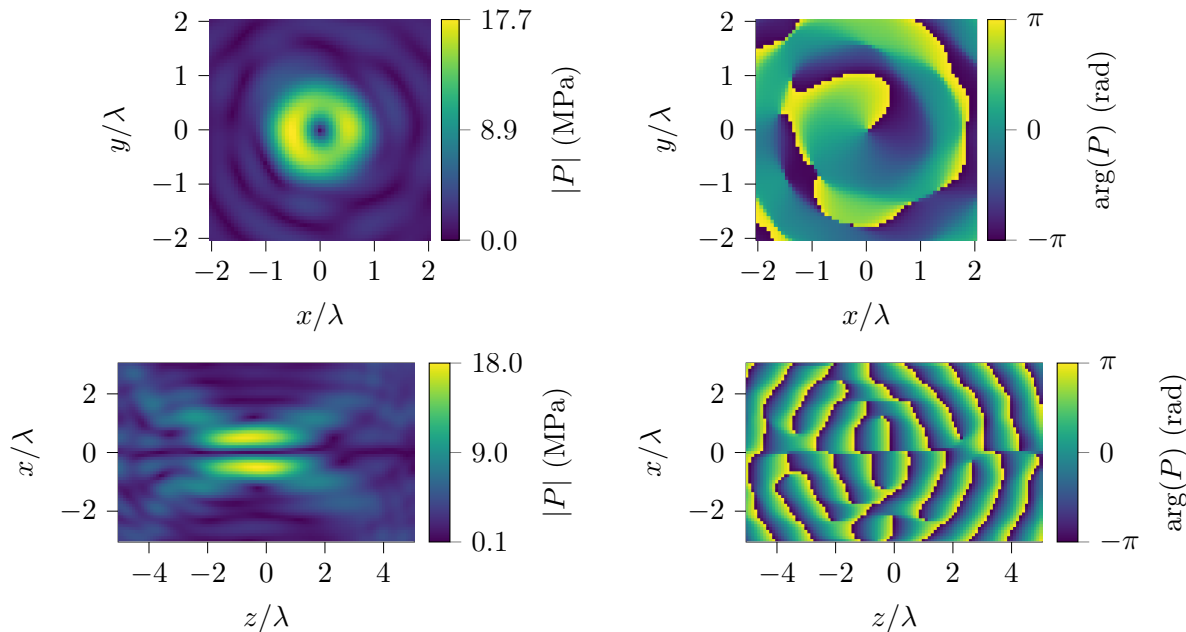
Il est important de recentrer les coefficients de forme afin de pouvoir mener une estimation correcte de la force de radiation à la focale, soit suivant l'axe  $z$ , pour  $x = y = 0$ . L'alignement est effectué en deux étapes. Dans un premier temps, la position approximative du nœud de pression est repéré à l'aide de la figure (3.23), est utilisée pour réaligner la focale. Les décalages retenus sont de  $dx = 2.35 \mu\text{m}$ ,  $dy = 15.27 \mu\text{m}$  et  $dz = 24.7 \mu\text{m}$ . Puis, afin d'améliorer la précision du recentrage, la méthode de résolution du bilan des forces, utilisée section 2.3.2, est appliquée ici, avec une viscosité dynamique de  $10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , correspondant à celle de l'eau. Le poids et la poussée d'Archimède sont également négligés et la force de trainée est définie par la loi de Stokes, donc pour une vitesse de déplacement faible. Les décalages spatiaux à appliquer sont de l'ordre du micromètre suivant les axes  $x$  et  $y$ , et de l'ordre de la dizaine de micromètres suivant  $z$  avec  $dx = -0.46 \mu$ ,  $dy = 0.56 \mu\text{m}$  et  $dz = 6.63 \mu\text{m}$ . L'alignement sur l'axe  $z$  n'est pas essentiel et son impact est moins fort sur l'estimation de la force axiale, qui se trouvera seulement décalée sur l'axe. Les coefficients de forme du champ sont déterminés dans la nouvelle base centrée sur la position d'équilibre d'une bille de rayon  $7 \mu\text{m}$  de rayon, figure (3.25). La nouvelle base n'est pas forcément centrée sur la position de la focale car celle-ci peut ne pas correspondre à la position d'équilibre d'un objet piégé par la pince acoustique.

Après cette étape d'alignement, les coefficients de forme obtenus sont de nouveau similaires à ceux du vortex focalisé théorique définis dans le repère de la bille. De plus, leur amplitude maximale est plus importante qu'avant l'étape d'alignement, ce qui indique bien le repositionnement à la focale. On peut remarquer que la charge topologique, initialement prévue pour être égale à 1, est en fait égale à -1. Toutefois, cela n'aura pas d'impact sur les expériences de manipulation. Seul



**FIGURE 3.25** Réalignement des coefficients de forme du champ incident à l'origine du repère théorique.

le sens de rotation induit par la force azimuthale en dehors de l'axe de propagation est influencé. Finalement, le champ acoustique peut être reconstruit de manière tridimensionnelle dans le plan  $z = 0$  et dans le plan de propagation, pour  $y = 0$ , à l'aide de la décomposition en harmoniques sphériques du champ incident et des  $A_n^m$ , figure (3.26). Dans un premier temps, on remarque



**FIGURE 3.26** Reconstruction du champ dans le plan  $z = 0$  (en haut) et dans le plan de propagation pour  $y = 0$  (en bas) à partir de l'estimation des coefficients de forme réalignés à la position d'équilibre d'une bille de rayon  $7 \mu\text{m}$  en l'absence de forces opposées (cf. figure (3.25)).

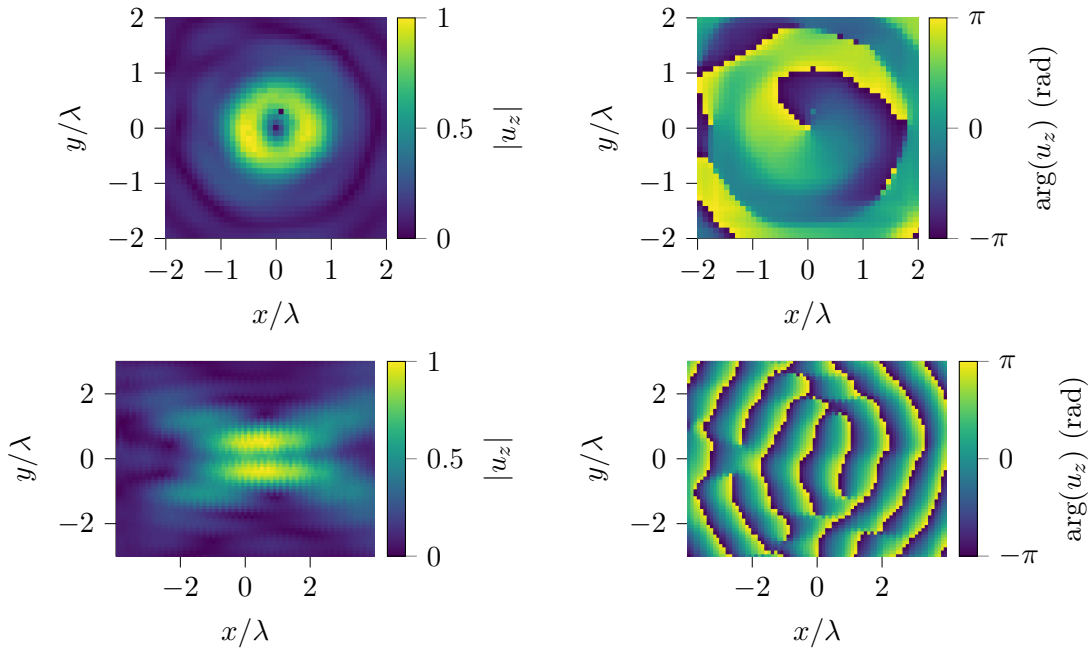
que l'anneau de pression n'est pas tout à fait uniforme. Cette anisotropie peut être causée par la méthode de fabrication de la pince, ce qui semble être la source la plus probable. Ainsi, le vortex focalisé ne serait pas parfaitement synthétisé. L'anisotropie peut également provenir de la mesure par la dégradation du contraste de l'interféromètre, ou de la perte du point de fonctionnement ou

encore d'un mauvais alignement de la pince acoustique avec la membrane. En effet, si la surface de la pince et la membrane ne sont pas parfaitement alignées alors le champ acoustique ne peut être uniforme. Enfin, la méthode de détermination des coefficients de forme n'est pas exacte et peut introduire des erreurs.

L'amplitude à la focale du champ acoustique, 18 MPa, correspond à l'amplitude du déplacement acoustique mesuré sur la sphère de rayon  $10\lambda$ , expressément choisie forte pour minimiser l'impact du bruit. Toutefois, pour le calcul de la force de radiation, on normalisera l'amplitude de pression acoustique de sorte à avoir une amplitude maximale de 1 MPa à la focale.

L'observation du champ acoustique dans le plan de propagation montre que la nouvelle base, dans laquelle sont exprimés les coefficients de forme après l'étape d'alignement, n'est pas confondue avec la focale et est décentrée par rapport à la focale géométrique de la pince. Ainsi, le plan  $z = 0$  ne correspond pas au plan focal, et donc la phase du champ est assez arrondie au centre comparée à celle du vortex focalisé (cf. figure (3.6)).

La reconstruction du champ peut être comparée à des mesures réalisées dans les plans transverse et axial, figure (3.27). Le champ acoustique reconstruit correspond relativement bien au champ



**FIGURE 3.27** Mesures du champ acoustique dans le plan transverse à proximité de la focale (en haut) et dans le plan axial (en bas). L'amplitude du déplacement est normalisée.

mesuré, sachant que les plans de mesure de la figure (3.27) ne sont pas tout à fait alignés avec le repère du champ reconstruit. L'anisotropie du champ acoustique est également similaire, elle peut donc provenir de la synthèse imparfaite du vortex focalisé par la pince acoustique ou de l'alignement de la surface de la pince acoustique avec la membrane. La présence d'un lobe secondaire prononcée semble suggérer que la position de la focale sur l'axe de propagation n'est pas atteinte. De plus, le plan axial de mesure n'est pas non plus aligné avec l'axe de propagation (soit pour  $y = 0$ ), car le contraste entre le nœud de pression et l'anneau n'est pas très marqué. Toutefois,

la tâche focale s'étend bien entre  $z = -2\lambda$  et  $z = 2\lambda$  et les lobes secondaires sont similaires dans les champs reconstruits et les champs mesurés.

### 3.6 Estimation la force de radiation à partir des coefficients de forme

La composantes cylindriques de la force de radiation sont estimées pour une bille de silice (dont la masse volumique présente un contraste important avec le milieu fluide) de rayon  $7 \mu\text{m}$  avec les coefficients de forme déterminés par la mesure du champ acoustique sur une demi-sphère de rayon  $10\lambda$  dont les points sont définis par l'ordre 71 de la quadrature de Lebedev et tel que  $\theta \in [\pi - \theta_{lim}, \pi]$ , avec  $\theta_{lim} = 75^\circ$  (cf. section 3.4.1). L'amplitude du champ de pression est fixée à 1 MPa à la focale. Les propriétés physiques de la particule sont données dans le tableau (3.3). Dans le cas de champs et forces acoustiques théoriques, les forces latérales sont axisymétriques

Matériau	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_L$ (m/s)	$c_T$ (m/s)
Silice (SiO <sub>2</sub> )	2200	5800	3500

TABLEAU 3.3 Propriétés mécaniques de la bille de silice.

et donc calculées seulement pour un seul angle  $\varphi$ . Toutefois, la reconstruction du champ (cf. figure (3.26)) a montré l'anisotropie de l'amplitude de pression sur l'anneau du vortex et il n'est, *a priori*, plus possible de supposer l'axisymétrie des forces latérales. Par conséquent,  $F_\rho$  et  $F_\varphi$  sont estimées pour différents angles  $\varphi$ , figure (3.28). La partie négative (en bleu) composante

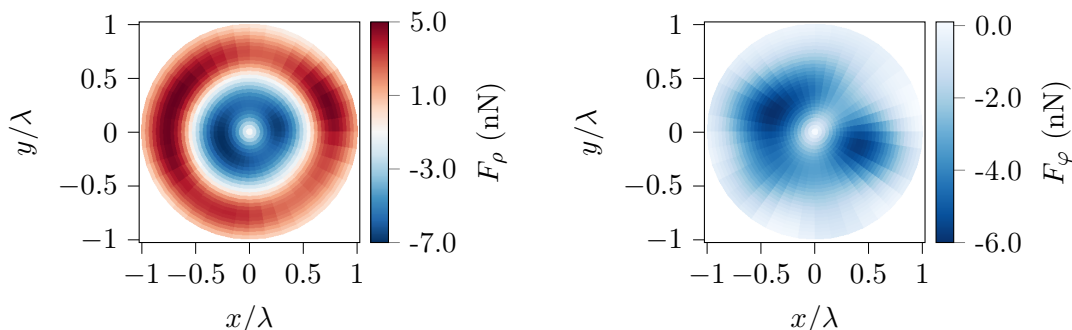
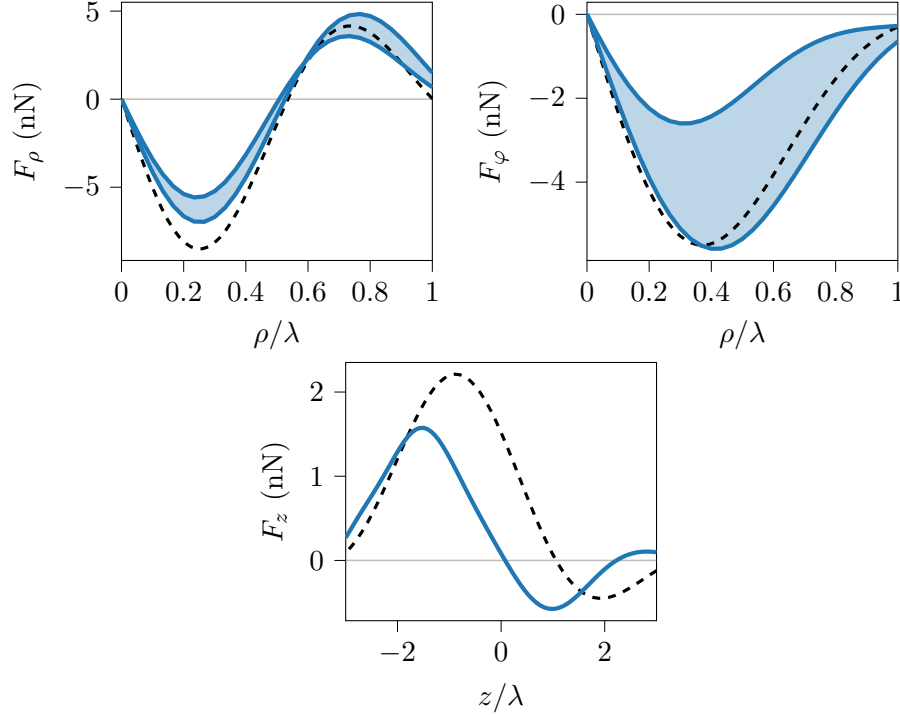


FIGURE 3.28 Estimation des composantes radiale  $F_\rho$  et azimutale  $F_\varphi$  de la force de radiation dans le plan  $z = 0$ , pour  $\rho \in [0, \lambda]$  et  $\varphi \in [0, 2\pi]$ . Les forces démontrent une anisotropie similaire à celle du champ acoustique (cf. figures (3.26) et (3.27)).

radiale exhibe la même anisotropie que le champ acoustique, elle est donc plus forte dans les zone où l'amplitude du champ acoustique est plus importante. La force azimutale induit une rotation de l'objet, en dehors de l'axe, dans le sens horaire (on rappelle que  $m' = -1$ ). Cette force a une amplitude plus importante au niveau des angles  $\varphi$  précédant légèrement les zones de forte

amplitude de l'anneau de pression.

Pour la comparaison des forces estimées expérimentalement avec les forces théoriques, seules les valeurs minimale et maximale des forces latérales sont tracées figure (3.29). La force axiale est calculée suivant  $z$ , pour  $\rho = 0$ . La force obtenue est de l'ordre du nanoNewton. La force axiale



**FIGURE 3.29** Force de radiation exercée sur une bille de silice (tableau @3.3) de rayon  $7 \mu\text{m}$  et une amplitude de pression maximale de 1 MPa à la focale (traits pleins bleus). La force est estimée par la mesure du déplacement acoustique sur une sphère de rayon  $10\lambda$  dont les 889 points de mesure sont définis par l'ordre 71 de la quadrature de Lebedev. En raison de l'anisotropie du champ de pression expérimental, les forces radiale et azimutale sont calculées pour plusieurs angles  $\varphi \in [0, 2\pi]$ . Les forces obtenues sont comprises entre les valeurs minimale et maximale du premier lobe tracées en trait plein. La force théorique exercée par un vortex focalisé à la fréquence 48.5 MHz est superposée (traits noirs discontinus) à la force estimée.

de rappel vaut -0.5 nN et est environ 3 fois plus faible, en amplitude, que la force de poussée qui de 1.5 nN. La force radiale est environ 10 fois plus élevée que la force de rappel axiale, du fait de l'aspect stationnaire du champ suivant  $\rho$ . Ayant connaissance des capacités de la pince acoustique pour une pression dans le plan  $z = 0$  de 1 MPa, on peut comparer les forces acoustiques aux autres forces potentiellement concurrentes. Le poids de la bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$  est de 0.031 nN et est quasiment compensé par la poussée d'Archimède qui vaut 0.021 nN. Le poids restant ne devrait pas empêcher la force axiale de rappel de soulever un objet. Des applications biologiques étant visées, comme la manipulation de cellule, il est primordial que la force de radiation soit capable de lutter contre les forces d'adhésion cellulaires. Celles-ci sont de l'ordre de 1 à 100 pN

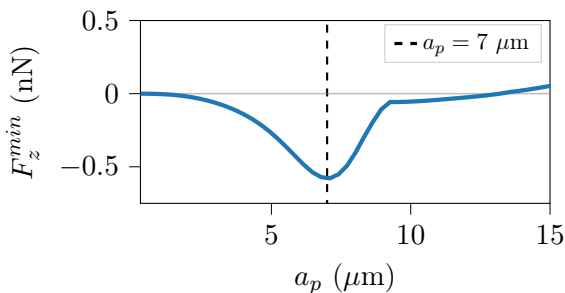


(Ungai-Salánki *et al.*, 2019), ainsi les forces axiale et latérales pourraient être en capacité de détacher une cellule de son substrat ou d'une cellule voisine. Toutefois, la force de radiation est estimée pour une bille de silice et des variations significatives de la force peuvent être constatées en fonction du matériau de l'objet piégé.

Les forces estimées par la détermination des coefficients de forme du champ expérimental sont similaires à la force théorique du système, tracée en trait noir discontinu. Les forces latérales s'annulent bien pour  $\rho = 0$ , indiquant le bon réaligement des coefficients de forme sur l'axe de propagation. La composante radiale est maximale à l'intérieur de l'anneau de pression du vortex, et s'annule à nouveau à un peu plus d'une demi-longueur d'onde. En revanche, la composante azimutale est maximale au niveau de l'anneau de pression. Les pics d'amplitude des forces latérales expérimentales sont légèrement plus éloignés que ceux de la force théorique. Cela peut indiquer que la focalisation du champ expérimental est un peu plus faible que celle escomptée.

Les forces de rappel axiales expérimentale et théorique sont équivalentes. La force de poussée est plus faible dans le cas expérimental, ce qui n'est pas préjudiciable dans le cas de la pince acoustique. Au contraire, cela réduit le déséquilibre entre la force de poussée et la force de traction qui peut dégrader la stabilité de l'objet piégé. Un décalage d'environ une longueur d'onde sur l'axe  $z$  est constaté entre les forces expérimentale et théorique. Ce décalage est principalement causé par le réaligement des coefficients de forme sur le repère de la position d'équilibre. Celle-ci n'est pas située à la focale acoustique et varie avec le rayon de la bille considérée. Ce décalage n'a pas d'importance, en pratique il suffit de trouver la position d'équilibre relativement à la position du repère de la mesure du champ acoustique. Les disparités restantes peuvent être liées à des imperfections de la pince acoustique par rapport au champ théorique, ou encore à des erreurs associées à l'estimation des coefficients de forme. Enfin, la technique de mesure a montré une dégradation du contraste au cours de la mesure, ainsi que des pertes du point de fonctionnement de l'interféromètre en raison de la sensibilité du système aux vibrations extérieures. Toutes ces anomalies peuvent conduire à des différences entre les forces estimées expérimentalement et les forces théoriques.

Enfin, il est possible de déterminer le rayon optimal de la bille pouvant être piégée par la pince acoustique. La force axiale est déterminée pour plusieurs rayons d'une bille de silice, et ce pour chaque mesure réalisée. Pour chaque rayon, l'amplitude minimale de la force axiale, soit la partie attractive, est récupérée et tracée figure (3.30). Ainsi le rayon optimal est de  $7 \mu\text{m}$  et la force axiale de rappel associée est de  $-0.5 \text{ nN}$ , pour une pression à la focale de  $1 \text{ MPa}$ .



**FIGURE 3.30** Force de rappel axiale en fonction du rayon d'une bille de silice. Le rayon optimal générant la force de rappel maximale est de  $7 \mu\text{m}$ .

### 3.7 Observation du piège tridimensionnel

D'après l'estimation des coefficients de forme à partir de la mesure du champ incident, la force de radiation générée par la pince acoustique sur une bille de silice de  $7 \mu\text{m}$  de rayon doit permettre de générer un piège tridimensionnel de la particule sphérique. Néanmoins, aucun piège direct n'a pu être réalisé par la pince acoustique.

Un effet concurrent a été omis jusqu'à présent, le streaming acoustique, un écoulement produit par l'atténuation visqueuse des ondes acoustiques dans le milieu de propagation. Cet écoulement génère à son tour une force de trainée, sur la bille piégée, qui fait concurrence à la force de radiation. D'après l'étude numérique sur le streaming acoustique, réalisée au chapitre suivant, la force de trainée prédite dans le cas de la pince haute-fréquence est trop importante par rapport à la force de radiation. Ainsi, bien que la structure de la force de radiation autorise un piège tridimensionnel, le streaming est trop puissant pour permettre le piégeage.

Une configuration visant à couper le streaming est alors étudiée numériquement. Elle consiste à entourer la zone de piégeage de deux parois horizontales (cf. figure (4.20)) de sorte à former un microcanal d'épaisseur  $h$  variable. D'après les résultats numériques, l'épaisseur ou la hauteur du microcanal ne doit pas dépasser  $175 \mu\text{m}$ .

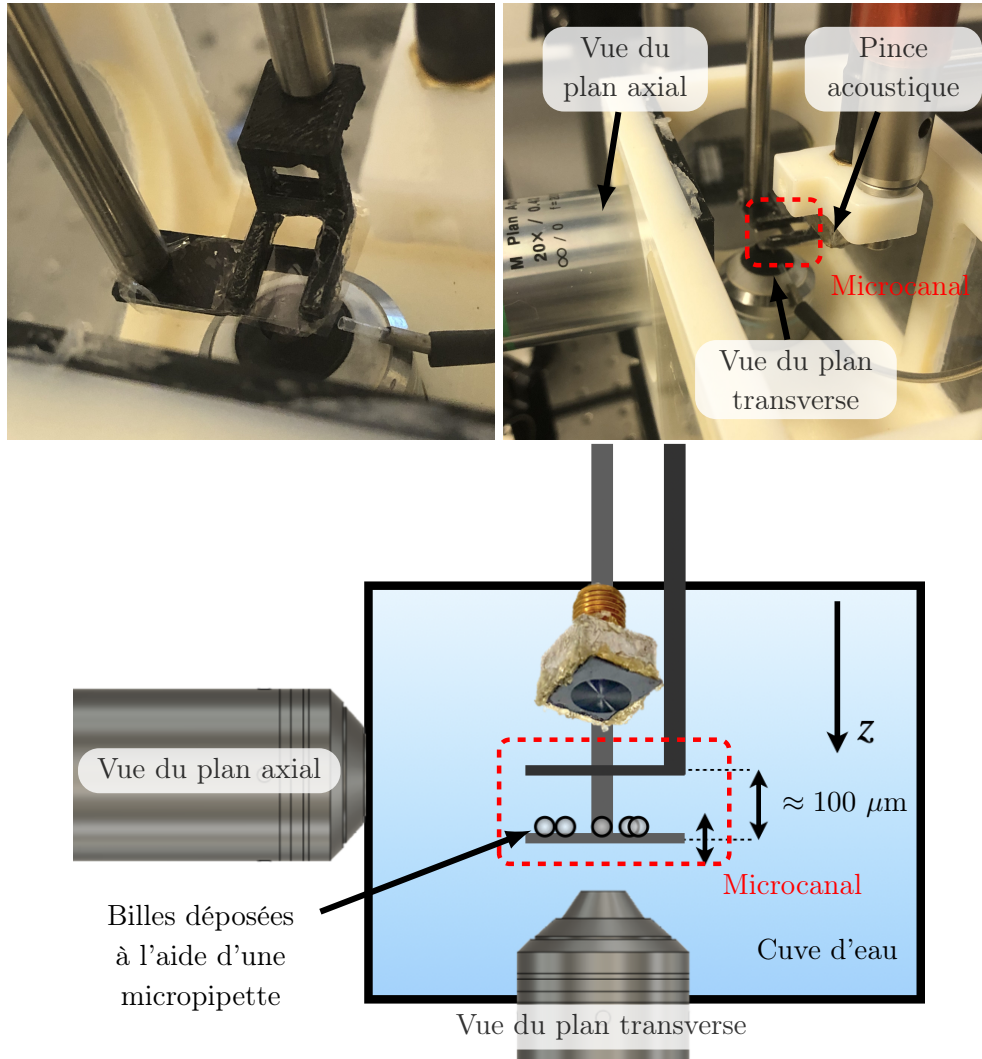
Ainsi les expériences de manipulation sans contact sont menées en configuration de microcanal. Pour cela, des supports sur mesure sont développés pour maintenir les deux membranes constituant les parois inférieure et supérieure du microcanal, figure (3.31).

Les membranes, tendues et collées sur les supports, sont d'épaisseur  $16 \mu\text{m}$  en polytéréphtalate d'éthylène (PET). On suppose que ces membranes ne perturbent pas la structure du champ acoustique ou ne génèrent pas d'onde stationnaire, cependant il est probable que l'amplitude du champ soit dégradée. Celle-ci pourra donc être augmentée en conséquence si besoin. Le microcanal est situé au niveau des focales alignées des deux objectifs qui permettent de visualiser l'expérience (cf. section 3.1.2). Les billes de silice sont déposées sur la membrane inférieure à l'aide d'une micropipette. Puis, la pince est approchée par dessus, sa focale étant alignée avec celles des objectifs. Afin de réaliser une expérience de manipulation, la membrane inférieure peut être déplacée manuellement à l'aide d'un système de déplacement 3 axes pour amener une bille au niveau du point focal du laser, aligné avec celui de la pince. Une fois que la bille est bien positionnée, la pince acoustique est mise en marche et le piège peut avoir lieu.

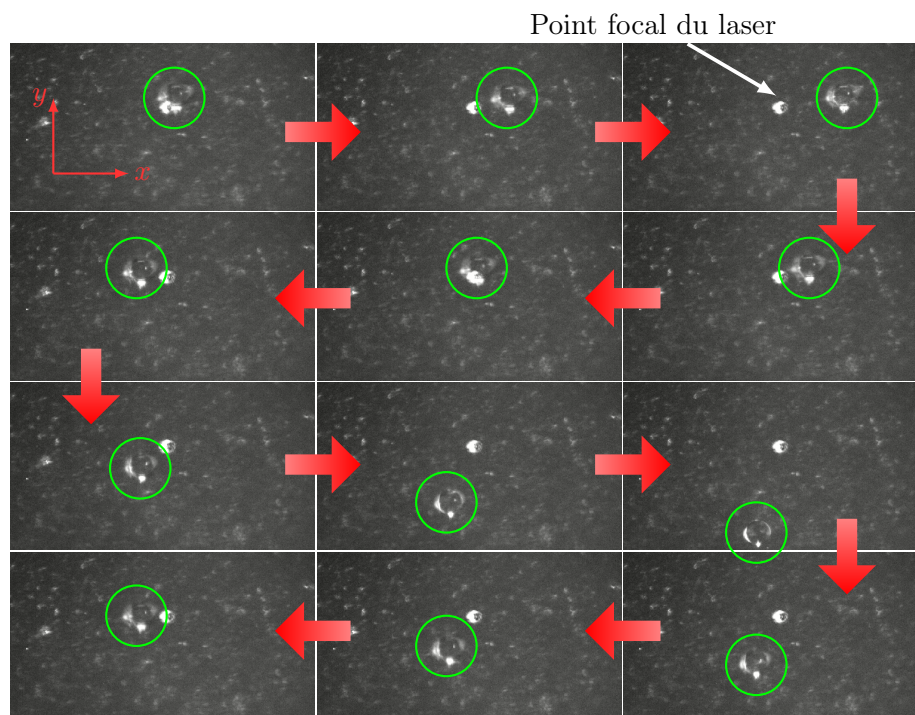
Dans un premier temps, l'action des forces latérales et leur capacité à piéger la bille sur la membrane sont démontrées. La figure (3.32) montre le déplacement d'une bille de silice transparente par la pince acoustique sur la membrane inférieure, vue du dessous. Le point focal du laser est visible à peu près au milieu de chaque image. Sur la première image, la bille est bien située au niveau du point focal, puis elle est déplacée de droite à gauche, suivant  $y$ , ainsi que de bas en haut sur l'image, soit suivant  $x$ .

Ensuite, la pince acoustique peut être déplacée vers le haut afin de soulever la bille, et la membrane inférieure peut être déplacée vers le bas de quelques dizaines de micromètres. Ainsi, il est possible d'amener la bille, piégée de manière tridimensionnelle, au niveau du plan focal de l'objectif, autrement la bille ne sera pas visible par l'objectif inférieur, figure (3.33).

La figure (3.34) montre le piège tridimensionnel d'une bille ainsi que son déplacement latéral. Les images de gauche correspondent à une vue du plan axial et les images de droite à une vue



**FIGURE 3.31** Microcanal de hauteur variable constitué de deux membranes d'épaisseur  $16 \mu\text{m}$  en PET. La pince acoustique se placera au dessus des deux membranes. Un objectif de distance de travail  $3.5 \text{ mm}$  situé sous les membranes permet une visualisation dans le plan transverse. Un second objectif, de distance de travail  $200 \text{ mm}$ , situé à l'extérieur de la cuve, renvoie un point de vue du plan axial. Le tout est éclairé par une fibre optique à proximité de l'objectif inférieur.

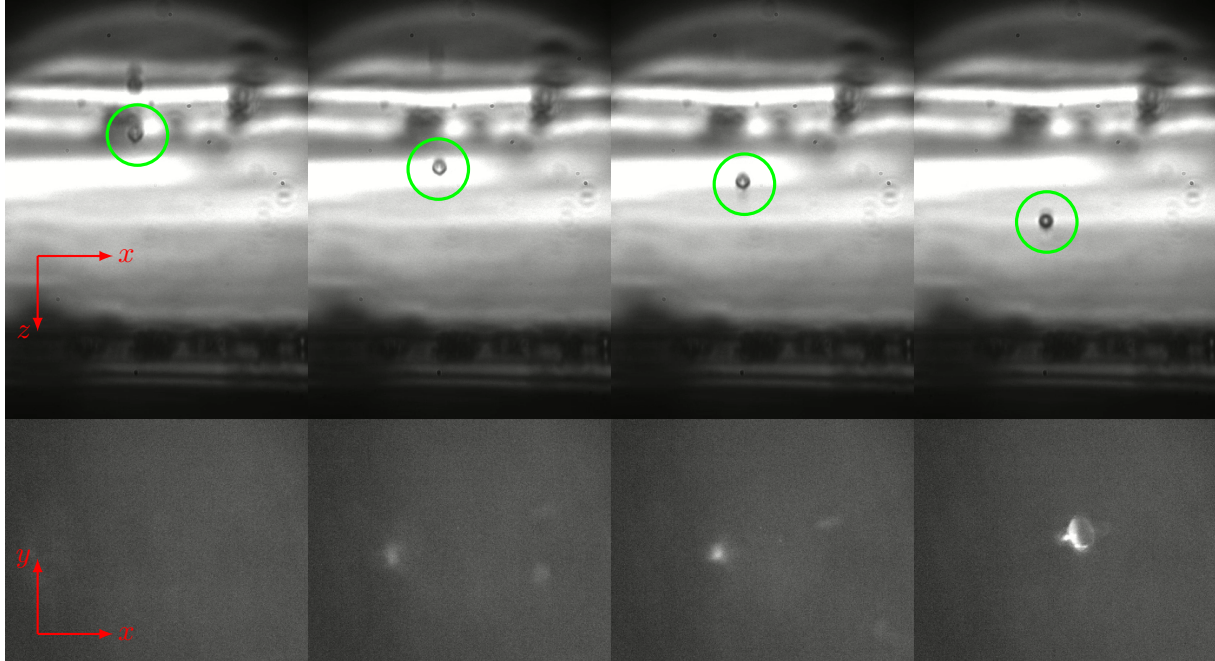


**FIGURE 3.32** Piège et déplacement latéraux d'une bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$  sur la membrane, vue du dessous. La pince acoustique se trouve donc derrière la bille. Sur la première image en haut à gauche, la bille est située sur le point focal fixe du laser. Sur l'image suivante, la bille est déplacée vers la droite.

du plan transverse sans la membrane. Le bille se trouve donc bien dans le plan focal de l'objectif qui permet d'avoir une vue du plan transverse. La figure (3.35) représente la même expérience sauf que la bille est déplacée latéralement suivant l'autre axe. Ainsi dans les images du haut, qui montrent une vue axiale, la bille ne semble pas bouger, cependant elle s'éloigne du plan focal de l'objectif et est donc un peu floutée. La sélectivité latérale de la pince acoustique est démontrée, figure (3.36). Le piège d'une bille a lieu sur la membrane. Cette bille est ensuite approchée d'un agglomérat de billes, puis éloignée sans que le piège n'ait attiré une seconde bille. La pince acoustique peut donc manipuler un objet dans un environnement contenant d'autres objets sans les attirer.

Toutefois, le piège simultané de deux billes séparées d'à peu près une demi-longueur d'onde sur la membrane a pu être observé, figure (3.37). La pince peut également les déplacer latéralement sur la membrane. Ce comportement indique la possibilité d'un piège latéral secondaire. Cela est possible en raison de la forme oscillatoire de la force radiale, qui présente plusieurs positions d'équilibre. En revanche, le piège de la deuxième particule n'est pas tridimensionnel. Si la pince est déplacée vers le haut, seule la bille piégée au centre pourra être soulevée.

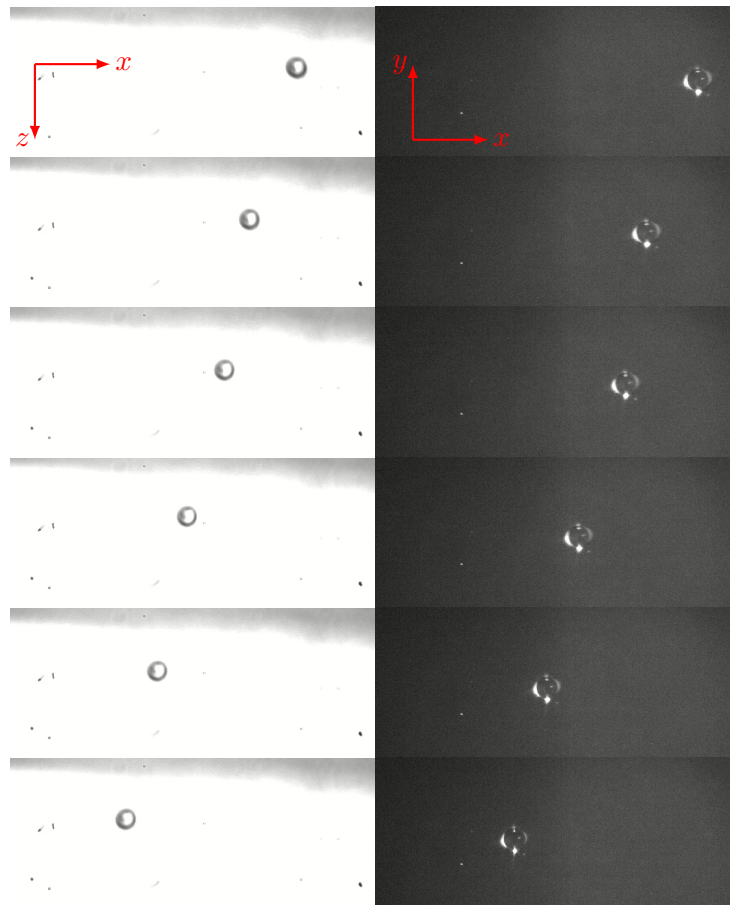
Enfin, il est possible de séparer une bille d'un agglomérat, figure (3.38). Cela prouve la capacité de la pince acoustique haute-fréquence à sélectionner une particule, la déplacer dans un environnement encombré puis l'isoler de son environnement et support par l'action de la force de rappel



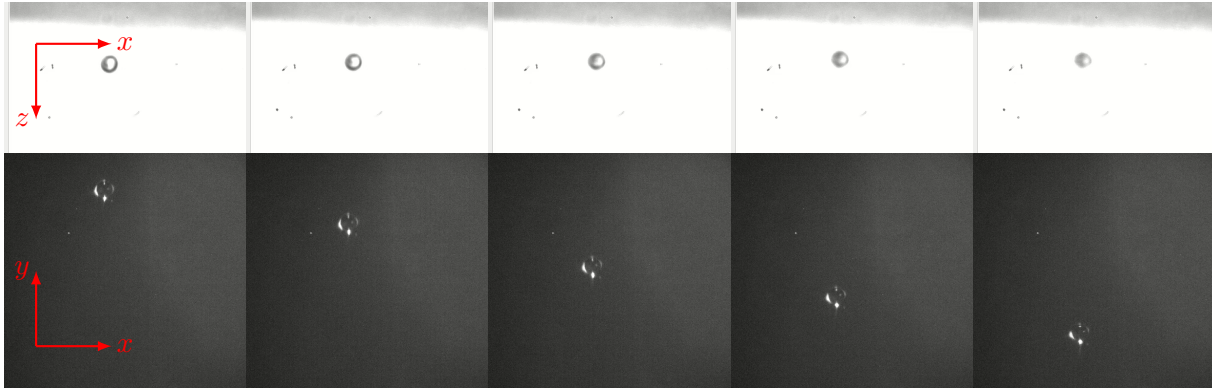
**FIGURE 3.33** Piège tridimensionnel d'une bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$ , vue du plan axiale en haut et vue du plan transverse, par dessous la pince. Sur la première image à gauche, la bille a été soulevée par la pince et la membrane inférieure abaissée. Sur les images suivantes, la bille est déplacée vers le bas jusqu'au plan focal de l'objectif capturant la scène dans le plan transverse.

axiale.

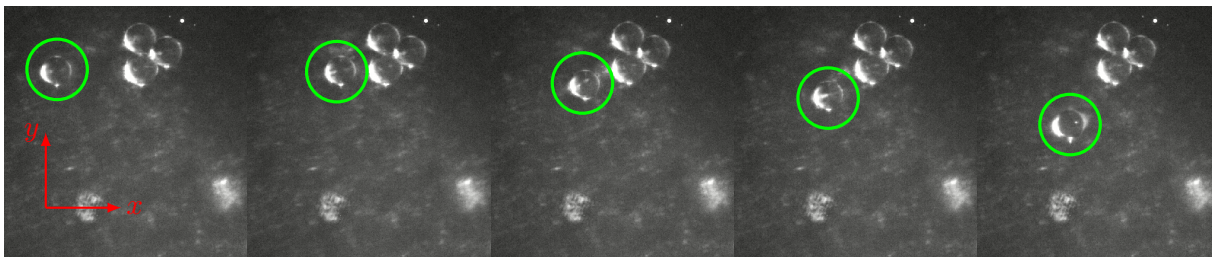
Les expériences de manipulation sans contact ont parfois montré des comportements inattendus. En particulier, des déplacements verticaux saccadés ont été observés. Il avait été supposé que la présence des deux membranes constituant le microcanal, ne créait pas d'ondes stationnaires, néanmoins le déplacement saccadé semble indiquer la présence de stationnarité dans le champ et cela peut poser problème pour la manipulation précise d'objets. Un moyen de contourner ce problème serait de dimensionner une pince acoustique pouvant fonctionner en milieu libre, sans besoin de microcanal. Les caractéristiques optimales d'une telle pince seront déterminées au chapitre suivant.



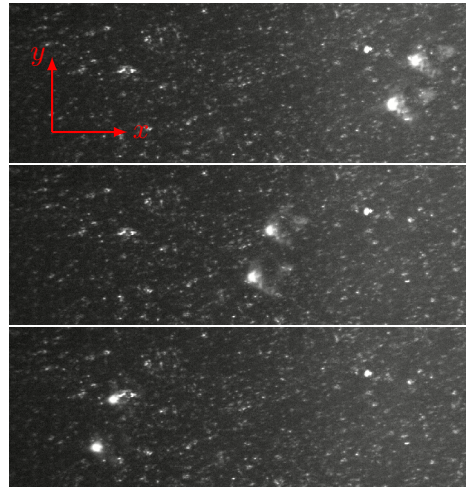
**FIGURE 3.34** Piège tridimensionnel d'une bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$  et déplacement latéral. Les images de gauche correspondent à un point de vue dans le plan axial. Les images de droites correspondent à une vision du plan transverse par le dessous.



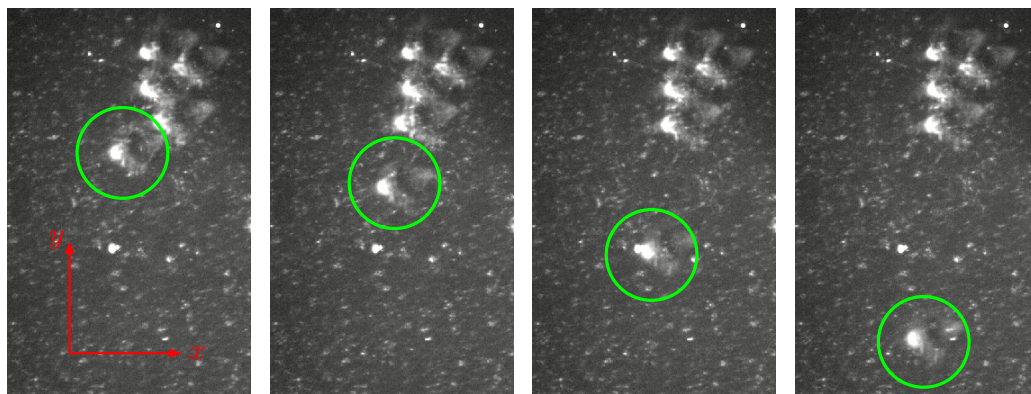
**FIGURE 3.35** Piège tridimensionnel d'une bille de silice de rayon  $7 \mu\text{m}$  et déplacement latéral dans l'axe de l'objectif latéral, soit dans la direction perpendiculaire à celle du déplacement effectué figure (3.34). Les images du haut montre un point de vue axial, dans lequel la bille se déplace d'avant en arrière et s'éloigne du plan focal de l'objectif. Les images du bas correspondent à une vision du plan transverse.



**FIGURE 3.36** Démonstration de la sélectivité de la pince acoustique. Une bille piégée est approchée d'un agglomérat de billes sans en attirer avec elle.



**FIGURE 3.37** Déplacement latéral simultané de deux billes espacées d'environ  $\lambda/2$  ( $\approx 15 \mu\text{m}$ ), sur la membrane.



**FIGURE 3.38** Démonstration de la précision de la pince acoustique haute-fréquence par la séparation d'une bille d'un groupe de billes.



### 3.8 Conclusion

La conception d'une pince acoustique haute-fréquence fonctionnant à une fréquence de 50 MHz dans l'eau a été mise en œuvre. Un masque consistant en une gravure de silicium en spirale sur deux niveaux est collé sur la surface du transducteur piézoélectrique, permettant ainsi l'émission d'un vortex focalisé à structure hélicoïdale. Afin de vérifier la synthèse du champ, un interféromètre de Michelson a été mis en place pour la mesure du déplacement acoustique axial sur une membrane fine réfléchissant le faisceau laser mais transparente aux ondes acoustiques. L'interféromètre présente des spécificités liées aux contraintes de la mesure, notamment l'utilisation d'un faisceau laser polarisé permettant de redistribuer la puissance du laser sur les deux bras de l'interféromètre et ainsi compenser les pertes causées par la membrane. De plus, les contraintes de résolution spatiale imposent l'intégration d'un objectif à grande ouverture numérique pour focaliser le faisceau sur la membrane en un point d'étendue spatiale d'environ  $1 \mu\text{m}$ .

Les mesures ont permis de vérifier la synthèse du champ acoustique et de déterminer la fréquence de travail optimale pour la pince acoustique, qui a été diminuée à 48.5 MHz par l'assemblage des différents éléments de la source acoustique. Les coefficients de forme expérimentaux ont été estimés par le biais de la nouvelle méthode proposée au chapitre 1 et adaptée pour la mesure du déplacement axial acoustique. Moins précise qu'avec le potentiel, cette méthode présente tout de même l'avantage d'un nombre de points de mesure minimal par rapport à la méthode du spectre angulaire, ce qui a été critique pour la mesure interférométrique, dont le contraste se dégrade au cours de la mesure. Les paramètres de la mesure et du traitement numérique sont déterminés à partir du champ théorique puis appliqués à la mesure du champ. Les coefficients de forme du champ incident expérimental ont pu être déterminés et utilisés pour l'estimation de la force de radiation. Celle-ci présente une position d'équilibre tridimensionnel, démontrant la possibilité de piéger des particules sphériques, ainsi que des amplitudes maximales, pour une pression de 1 MPa à la focale, de 0.5 nN pour la force de rappel axiale, et 1.5 nN pour la force de poussée. La force radiale quant à elle vaut 5 nN.

Enfin, le piège tridimensionnel et la manipulation d'une bille de silice de  $7 \mu\text{m}$  de rayon ont été démontrés expérimentalement. Ces expériences ont illustré les capacités de la pince acoustique haute-fréquence à sélectionner une particule parmi d'autres, à l'éloigner d'un groupe de particules et à l'isoler complètement de son environnement. La bille piégée peut être déplacée de manière tridimensionnelle dans l'espace. Cependant, la présence forte d'un écoulement de streaming a obligé à restreindre la zone de manipulation entre deux membranes, formant une sorte de microcanal à hauteur variable, sans lesquelles le piège de la bille n'a pu être réalisé. La présence des membranes, supposées transparentes aux ondes acoustiques, a toutefois semblé perturber le déplacement axial des particules, présentant un comportement saccadé, ce qui suggère la présence d'ondes stationnaires dans le microcanal. Le chapitre suivant se proposera de déterminer les paramètres d'une pince acoustique optimisée dans le but de minimiser le streaming acoustique et maximiser la force de radiation.

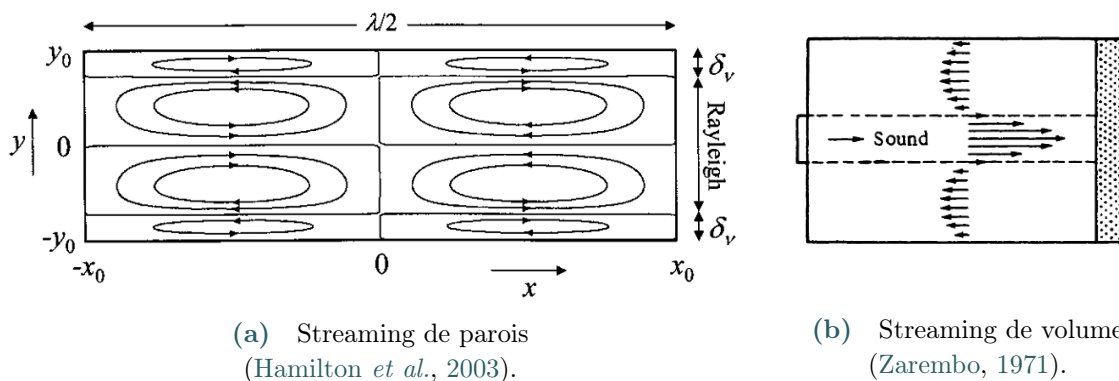
Ces travaux ouvrent la voie vers l'utilisation de la pince acoustique à faisceau unidirectionnel pour la manipulation tridimensionnelle d'objets biologiques. La mise en place d'un tel système devra cependant passer par des étapes de validation concernant la viabilité des objets manipulés par rapport aux effets mécaniques et thermiques du champ acoustique.





## Streaming acoustique

Le *streaming acoustique* est un écoulement de fluide généré par les ondes acoustiques. Différentes natures de streaming ont été distinguées et sont réparties en deux grandes catégories en fonction des mécanismes à l'œuvre (Riley, 2001; Zaremba, 1971). Le *streaming de parois* ou *boundary-layer-driven streaming* (Hamilton *et al.*, 2003), figure (4.1a) est l'écoulement généré par la propagation d'une onde dans un fluide à proximité d'une paroi, en raison de contraintes de cisaillement dans la couche limite visqueuse. Deux types de streaming, séparés par leurs échelles spatiales, appartiennent à cette catégorie, le *streaming de Schlichting* ou *inner streaming* et le *streaming de Rayleigh* ou *outer streaming*. Le premier a lieu dans la couche limite visqueuse avec des échelles caractéristiques petites devant la longueur d'onde, tandis que le second a lieu en dehors de la couche limite, avec des échelles caractéristiques de l'ordre de la longueur d'onde. Ces deux écoulements sont stationnaires et présentent une structure similaire, en rouleaux de recirculation, mais dont le sens de rotation est opposé. La seconde catégorie correspond au *streaming de volume* ou *bulk streaming* ou encore *streaming d'Eckart*, figure (4.1b). L'écoulement est produit par l'atténuation thermo-visqueuse des ondes acoustiques dans le fluide et du transfert de pseudo-quantité de mouvement (*pseudomomentum*) de l'onde vers le fluide. Les échelles caractéristiques de cet écoulement sont généralement grandes devant la longueur d'onde. Cette dernière catégorie de streaming sera l'objet de ce chapitre.



**FIGURE 4.1** Catégories de streaming acoustique en fonction des mécanismes à l'œuvre.

Les applications associées au streaming acoustique sont multiples et le traitement de l'écoulement varie en fonction des objectifs recherchés. De manière globale, soit le streaming acoustique

permet l'amélioration de procédés comme le mélange, le brassage ou le pompage de fluides, le tri de particules ou encore le déplacement de gouttes. Soit le streaming représente un effet à combattre dans les applications de manipulation acoustique sans contact. En effet, pour certaines tailles de particules manipulées, le streaming acoustique prend le dessus sur la force de radiation (Wiklund *et al.*, 2012). Aussi, il est essentiel de comprendre le phénomène de streaming apparaissant avec l'utilisation de la pince acoustique.

Les premiers travaux sur le streaming acoustique remontent à Rayleigh (1884), motivés par les observations de Faraday et Dvorak. Faraday (1831) reporte la formation de nuages de poussière constitués de grains très légers, aussi appelés figures de Chladni inverses en opposition aux figures de Chladni habituelles. Ces nuages se collectent au dessus des ventres de vibrations lors d'expériences de Chladni (cf. figure (4.2)). Dvorak décrit des écoulements depuis les ventres de



(a) Collections des grains légers aux dessus des ventres de vibration. (b) Collections des grains lourds sur les nœuds de vibration.

**FIGURE 4.2** Visualisation de simulations numériques des figures de Chladni (à droite) et figures de Chladni inverse (à gauche) (van Gerner *et al.*, 2011).

vibrations, produits par une onde stationnaire dans un tube de Kundt, vers les nœuds de vibration. Bien que la dernière observation relève de phénomènes plus complexes que le streaming acoustique (Andrade, 1931), Rayleigh propose une modélisation théorique, applicable aux fluides compressibles ou incompressibles, de l'écoulement issu de l'atténuation d'une onde acoustique par la couche limite visqueuse. Dans sa configuration, l'onde se propage dans un tuyau dont le diamètre et l'épaisseur de la couche limite visqueuse sont petits devant la longueur d'onde, tels que  $\delta_\nu \ll d \ll \lambda$ , avec  $\delta_\nu$  l'épaisseur de la couche limite et  $d$  le diamètre du tuyau. Cependant, l'écoulement n'est résolu qu'en dehors de la couche limite (outer streaming) et il faudra attendre les travaux de Schlichting (1932) pour la modélisation de l'écoulement (inner streaming) dans la couche limite. La modélisation de Rayleigh a pu être vérifiée expérimentalement par Andrade (1931) par le biais photographiques des écoulements générés dans l'air ensemené de particules de fumée de cigarette, et par Schuster et Matz (1940), après l'extension du modèle aux géométries cylindriques.

Suite à l'émergence des sources piezoélectriques, le second type de streaming, le streaming de volume, est observé et dénommé "quartz wind" dans l'eau (par Meissner en 1926) ou "sonic wind" dans l'air (Walker et Allen, 1950), correspondant à un écoulement d'air dans la direction de propagation du faisceau acoustique. D'après Eckart (1948), cet écoulement résulte de l'atté-

---

nuation visqueuse des ondes dans le volume du fluide. Les étapes de son développement théorique consistent, dans un premier temps, à développer les équations de Navier-Stokes compressibles isentropiques en trois ordres de contributions, 0 (à l'équilibre), 1 (linéaire) et 2 (non-linéaire). Ensuite, les équations de conservation de la masse et conservation de la quantité de mouvement sont combinées à l'ordre 2. Enfin, les termes du second ordre sont séparés en ceux contribuant à la propagation non-linéaire des ondes, en prenant la divergence des équations combinées, et en ceux contribuant à l'écoulement, en prenant le rotationnel de la même équation. Cela résulte en une équation instationnaire pour la vorticité, le rotationnel du champ de vitesse du second ordre, correspondant au streaming acoustique. Ce modèle est compatible avec les écoulements non-stationnaires, cependant, il est exprimé en fonction de la vorticité, rendant parfois difficile la définition des conditions aux limites. De plus, la détermination de la vitesse à partir de la vorticité nécessite de résoudre un autre système d'équations différentielles.

Eckart s'intéresse à l'écoulement produit par une onde plane progressive harmonique atténuée se propageant suivant l'axe d'un tube de rayon grand devant la longueur d'onde, dont les extrémités sont fermées mais transparentes aux ondes acoustiques, et dont les parois latérales sont rigides. Il montre que le flux total à travers n'importe quelle section du tuyau est nulle, en raison de la recirculation du fluide et que la vitesse de l'écoulement, proportionnelle à l'intensité acoustique, ne devient significative qu'à partir d'une certaine fréquence, en fonction du milieu considéré. Par exemple, dans le cas de l'eau, l'écoulement devient important à partir d'une fréquence de 1 MHz. En revanche, dans l'air, cette fréquence passe à 100 Hz. Enfin, l'écoulement théorique suit la direction de propagation de l'onde et montre une sensibilité importante à la géométrie de l'expérience.

La validation expérimentale est menée par Liebermann (1949), qui retrouve des structures d'écoulement similaires à celles prédites par Eckart, dans le cadre de faibles nombres de Reynolds. De plus, il utilise la théorie d'Eckart pour déterminer le coefficient de viscosité de volume pour différents fluides.

Par la suite, Nyborg (1953) reprend un développement similaire à celui d'Eckart mais en dérive des équations de Stokes avec un terme source acoustique. Néanmoins, ce dernier dépend en partie de termes de gradient identifiés par Lighthill (1978), ne contribuant pas à l'écoulement moyen de streaming, mais dont l'amplitude peut être largement supérieure à celle du vrai terme source, menant ainsi à d'importantes erreurs numériques. En revanche, ces termes de gradient peuvent générer un mouvement moyen en présence de frontières, par le biais de la pression de radiation (Mcintyre, 1981).

  la même période que Nyborg, Westervelt (1953) propose une modélisation réunissant la théorie mise en œuvre par Rayleigh et Schlichting pour le streaming de paroi à celle développée par Eckart pour le streaming de volume. Son développement décrit un écoulement stationnaire généré par une perturbation acoustique linéaire pouvant être à la fois sole nodale et compressible. Il permet aussi bien de retrouver l'équation de streaming d'Eckart (obtenue en supposant la perturbation acoustique irrotationnelle en l'absence de paroi) que la solution complète du problème considéré par Rayleigh.

Finalem nt, Riaud *et al.* (2017a) isole le seul terme source acoustique du streaming de volume, exprimé en fonction de l'intensité acoustique moyenn e. Dans ces travaux, Riaud résout l'équation de streaming pour une onde de surface transmise dans une goutte puis réfléchie par ses frontières.

Il montre qu'il est possible de filtrer spatialement le terme source avant la résolution de l'équation car les petites échelles spatiales ne contribuent pas au streaming, en effet elles sont filtrées par la viscosité du fluide.

Moudjed *et al.* (2014a) proposent une modélisation différente à celle d'Eckart, conduisant à un résultat similaire, basée sur la séparation des échelles temporelles entre la propagation acoustique et l'écoulement et qui ne nécessite pas de comparer les ordres de grandeur des vitesses acoustique et hydrodynamique. Ainsi, les effets d'inertie sont inclus dans la modélisation. L'analyse dimensionnelle proposée montre que lorsque les effets d'inertie dominent l'écoulement, la vitesse du streaming est proportionnelle à l'amplitude d'émission acoustique. En revanche, quand les effets visqueux dominent, la vitesse de l'écoulement évolue avec le carré de l'amplitude. Ces résultats avaient également été constatés expérimentalement (Mitome, 1998; Frenkel *et al.*, 2001). De plus, à partir d'une certaine amplitude d'émission acoustique, ou à nombre de Reynolds grand devant 1 (sa valeur pouvant varier en fonction de la longueur caractéristique choisie), le streaming acoustique présente un régime de transition vers de la turbulence par l'apparition d'oscillations du champ de vitesse loin de la source. Cet aspect est également étudié expérimentalement par Moudjed *et al.* (2014b).

De nombreuses études se sont intéressées à la caractérisation du streaming acoustique en fonction de différentes propriétés du terme source. Par exemple, des études expérimentales, théoriques et numériques ont montré l'importance de considérer les effets de la diffraction, en particulier quand le streaming acoustique est résolu en champ proche (Moudjed *et al.*, 2015; Kamakura *et al.*, 1996). L'évolution du streaming avec la fréquence (Dentry *et al.*, 2014) a mis en évidence plusieurs types de relation entre la vitesse de l'écoulement et la fréquence. Tout d'abord, une relation quadratique est constatée en basse fréquence ( $< 50$  MHz), puis une relation en puissance  $1/2$  pour les plus hautes-fréquences, jusqu'à l'atteinte d'un plateau au delà d'une fréquence de 100 MHz. La présence d'effets non-linéaires dans la propagation acoustique semblent également induire une amplification de l'écoulement (Starritt *et al.*, 1989). Enfin, l'influence de la température est étudiée dans le cas du streaming de parois (Muller et Bruus, 2014) et celle-ci cause également l'augmentation de la vitesse de l'écoulement.

Jusqu'ici, le streaming acoustique est généralement étudié dans le cas d'un faisceau d'ondes planes ou faisceau gaussien. Cependant, l'utilisation de champs plus complexes, comme les vortex, conduisent à des comportements de streaming remarquables. Anhäuser *et al.* (2012) ont montré la formation d'un flux orbital de quantité de mouvement lié au streaming de volume généré par un vortex acoustique. Avec les conditions aux limites adéquates, les vortex sont capables de produire des écoulements attracteurs ou répulsifs (Riaud *et al.*, 2014), propriétés intéressantes pour la manipulation acoustique sans contact. Récemment, la combinaison du vortex focalisé et du streaming a permis le renforcement de la force axiale de lévitation pour la manipulation sélective d'objets millimétriques (Li *et al.*, 2021a). Dans ces travaux, la source acoustique est située sous l'objet à soulever.

Dans le cadre des pinces acoustiques, le streaming est un effet concurrent à la force de radiation axiale de rappel. Baresch *et al.* (2018) estiment expérimentalement la vitesse de l'écoulement généré par la pince acoustique, basée sur l'émission d'un vortex fortement focalisé à une fréquence de 1 MHz. La procédure consiste à injecter une goutte d'encre, opérant comme traceur, dans la

zone d'intérêt, puis à mettre en marche l'émission acoustique et filmer le déplacement de la tâche d'encre avec l'écoulement, une fois que le régime stationnaire est atteint. Un algorithme de détection du front de l'écoulement permet de déterminer les amplitudes du champ de vitesse. À la focale du vortex focalisé, la vitesse axiale est estimée à un peu plus de 4 mm/s, puis décroît en s'éloignant de la focale. Un écoulement azimutal est également observé autour de l'axe de propagation.

*A priori*, l'augmentation de la fréquence du système d'émission pour la manipulation d'objets micrométriques devrait entraîner une amplification significative du streaming acoustique. D'après le chapitre 3, décrivant un nouveau système de pince acoustique à une fréquence de 50 MHz, la manipulation directe des objets n'a pas été possible en raison du streaming. En effet, il a été nécessaire de cloisonner l'expérience dans une sorte de microcanal permettant de limiter l'écoulement et ainsi de manipuler les billes de manière tridimensionnelle.

Ce chapitre propose une modélisation théorique de l'écoulement de streaming de volume, incluant les effets d'inertie, généré par un terme source acoustique tridimensionnel arbitraire. La simulation numérique du champ de vitesse généré par la pince acoustique théorique décrite dans la section 3.1 du chapitre précédant est réalisée, section 4.3, après la démonstration de la convergence de la méthode numérique mise en œuvre. Suite à ces résultats, la compétition entre les forces de radiation et de traînée est évaluée section 4.3.3. Celle-ci confirme bien l'impossibilité de piéger des objets de manière directe, soit en espace libre. Les conditions expérimentales mises en œuvre pour la manipulation sans contact d'objets (cf. section 3.7) en microcanal sont étudiées pour quantifier la réduction du streaming acoustique.

La théorie et la méthode numérique étant applicables à n'importe quel terme source (pourvu que son amplitude ne génère pas de turbulence), le streaming de la pince acoustique développée par Baresch *et al.* est simulé et des vitesses d'écoulement similaires sont obtenues section 4.3.5.

Pour finir, on propose, section 4.4, le dimensionnement d'une pince acoustique haute-fréquence, 50 MHz, optimisée pour la maximisation des forces de radiation et la minimisation des forces de traînée via une étude paramétrique du champ acoustique.

## 4.1 Modélisation théorique

Pour la modélisation du streaming acoustique, on se propose de suivre la méthodologie de Riaud *et al.* (2017a). Cependant, avec l'augmentation de la fréquence d'émission acoustique, une amplification de la vitesse du streaming acoustique est suspectée. La vitesse du streaming pourrait alors être comparable à la vitesse particulaire acoustique. Par exemple, pour une pression acoustique maximale de 1 MPa, la vitesse particulaire équivalente donnée par  $p/\rho_0 c_0$  vaut alors environ 0.7 m/s. La vitesse du streaming de la pince acoustique de fréquence 1 MHz avait été estimée à 4 mm/s (Baresch *et al.*, 2018), or la fréquence est ici multipliée par 50. L'atténuation étant proportionnelle au carré de la fréquence, on s'attend alors à une forte augmentation du streaming.

Ainsi, il semble pertinent de prendre en compte les termes hydrodynamiques du second ordre auparavant négligés, dans le cas où le nombre de Reynolds hydrodynamique  $Re$  ne se situe plus dans le régime de Stokes, soit  $Re \ll 1$ . Cependant, on suppose tout de même que le nombre de



Reynolds reste faible devant la valeur de transition vers un régime turbulent, impliquant donc que l'écoulement reste laminaire et stationnaire. De plus, le streaming est considéré comme un effet moyen et stationnaire.

Le point de départ de la modélisation du streaming acoustique sont les équations constitutives d'état, de conservation de la masse et de la quantité de mouvement exprimée à partir du tenseur des contraintes incluant les contraintes hydrostatiques et visqueuses. Le milieu est supposé Newtonien et les effets thermiques sont négligés.

$$p = p(\rho), \quad (4.1)$$

$$\partial_t \rho + \partial_j (\rho v_j) = 0, \quad (4.2)$$

$$\partial_t (\rho v_i) + \partial_j (\rho v_i v_j) = -\partial_i p + \mu \partial_{jj}^2 v_i + \left( \frac{\mu}{2} + \mu_B \right) \partial_{ij}^2 v_j, \quad (4.3)$$

avec  $p$  le champ de pression,  $\rho$  la densité,  $v$  la vitesse. Les dérivées spatiales et temporelles sont notées respectivement  $\partial_i$  et  $\partial_t$  pour  $\partial/\partial x_i$  et  $\partial/\partial t$ . Les coefficients  $\mu$  et  $\mu_B$  correspondent respectivement au coefficient de viscosité dynamique et au coefficient de viscosité de volume. Le premier représente la résistance du fluide au cisaillement, tandis que le second représente la résistance du milieu aux compressions et dilatations. Ces deux coefficients sont supposés constants. Suivant Riaud, la décomposition de Reynolds, classique en théorie de la turbulence, est appliquée aux grandeurs intensives qui consistent alors en 3 contributions, une contribution hydrostatique (notée  $f_0$ ), une fluctuation périodique (notée  $\tilde{f}(\mathbf{x}, t)$ ) et une composante stationnaire (notée  $\bar{f}(\mathbf{x}) = \langle f(\mathbf{x}, t) - f_0 \rangle$ ).

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_0 + \tilde{\rho}(\mathbf{x}, t) + \bar{\rho}(\mathbf{x}),$$

$$p(\mathbf{x}, t) = p_0 + \tilde{p}(\mathbf{x}, t) + \bar{p}(\mathbf{x}),$$

$$v_i(\mathbf{x}, t) = \tilde{v}_i(\mathbf{x}, t) + \bar{v}_i(\mathbf{x}).$$

Le fluide étant supposé au repos en l'absence de perturbation de sorte que  $v_i^0 = 0$ . La fluctuation périodique est définie par la relation  $\tilde{f} = f - f_0 - \bar{f}$ , par conséquent  $\langle \tilde{f} \rangle = 0$ . De plus, on suppose que  $\bar{v}_i \sim \tilde{v}_i \ll c_0$ ,  $\bar{\rho}, \bar{p} \ll \tilde{\rho}, \tilde{p}$  et  $\tilde{\rho}, \tilde{p} \ll \rho_0, p_0$ .

En introduisant la décomposition du champ dans les équations constitutives, la conservation de la masse (4.2) et la conservation de la quantité de mouvement (4.3) deviennent :

$$\partial_t \bar{\rho} + \partial_j (\rho_0 \bar{v}_j + \rho_0 \tilde{v}_j + \tilde{\rho} \bar{v}_j + \tilde{\rho} \tilde{v}_j + \bar{\rho} \tilde{v}_j + \bar{\rho} \tilde{v}_j) = 0, \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \partial_t (\rho_0 \tilde{v}_i + \tilde{\rho} \tilde{v}_i + \tilde{\rho} \bar{v}_i + \bar{\rho} \tilde{v}_i) + \partial_j (\rho_0 \tilde{v}_i \tilde{v}_j + \rho_0 \tilde{v}_i \bar{v}_j + \rho_0 \bar{v}_i \tilde{v}_j + \rho_0 \bar{v}_i \bar{v}_j) \\ = -\partial_i (\tilde{p} + \bar{p}) + \mu \partial_{jj}^2 (\tilde{v}_i + \bar{v}_i) + \left( \frac{\mu}{3} + \mu_B \right) \partial_{ij}^2 (\tilde{v}_j + \bar{v}_j). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Les termes d'ordre 3 sont négligés.

Le streaming étant un effet moyen, les équations précédentes sont moyennées sur une période acoustique. Sachant que  $\langle \tilde{f} \rangle = 0$ ,  $\langle \bar{f} \rangle = \bar{f}$ , avec  $f = (\rho, p, v_i)$  et que pour une fonction périodique  $\langle \partial_t \tilde{f} \rangle = 0$ . Ainsi,

$$\partial_j ((\rho_0 + \bar{\rho}) \bar{v}_j) + \partial_j \langle \tilde{\rho} \tilde{v}_j \rangle = 0, \quad (4.6)$$

$$\rho_0 \partial_j \langle \tilde{v}_i \tilde{v}_j \rangle + \rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j) = -\partial_i \bar{p} + \mu \partial_{jj}^2 \bar{v}_i + \left( \frac{\mu}{3} + \mu_B \right) \partial_{ij}^2 \bar{v}_j. \quad (4.7)$$

Or  $\rho_0 \gg \bar{\rho}$ , et d'après l'équation d'état développée au premier ordre :

$$\tilde{p} = c_0^2 \tilde{\rho}, \quad (4.8)$$

$$\langle \tilde{\rho} \tilde{v}_i \rangle = \frac{1}{c_0^2} \langle \tilde{p} \tilde{v}_i \rangle = \frac{1}{c_0^2} \langle \tilde{I}_i \rangle, \quad (4.9)$$

avec  $\tilde{I}_i$  le vecteur de Poynting. Alors,

$$\rho_0 \partial_j \bar{v}_j + \frac{1}{c_0^2} \partial_j \langle \tilde{I}_j \rangle = 0, \quad (4.10)$$

$$\rho_0 \partial_j \langle \tilde{v}_i \tilde{v}_j \rangle + \rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j) = -\partial_i \bar{p} + \mu \partial_{jj}^2 \bar{v}_i + \left( \frac{\mu}{3} + \mu_B \right) \partial_{ij}^2 \bar{v}_j. \quad (4.11)$$

D'après l'équation de conservation de l'énergie acoustique moyennée :

$$\frac{\partial \langle E \rangle}{\partial t} + \partial_j \langle \tilde{I}_j \rangle,$$

avec  $E = E_c + E_p$  la somme des énergies potentielle et cinétique acoustiques, la divergence du vecteur de Poynting moyenné est proportionnelle à l'atténuation visqueuse, qui reste faible devant les termes d'inertie dans l'eau, loin des frontières. Ainsi, l'équation (4.10) devient

$$\partial_j \bar{v}_j \approx 0, \quad (4.12)$$

l'écoulement est incompressible. Par conséquent :

$$-\partial_i \bar{p} + \mu \partial_{jj}^2 \bar{v}_i - \rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j) = \rho_0 \partial_j \langle \tilde{v}_i \tilde{v}_j \rangle. \quad (4.13)$$

Ou encore,

$$-\partial_i \bar{p} + \mu \partial_{jj}^2 \bar{v}_i - \rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j) = -F_i, \quad (4.14)$$

avec  $F_i = -\rho_0 \partial_j \langle \tilde{v}_i \tilde{v}_j \rangle$ , le terme source acoustique. Cette équation est proche de celle obtenue par Riaud *et al.* (2017a) :

$$-\partial_i \bar{p} + \mu \partial_{jj}^2 \bar{v}_i + F_i = 0, \quad (4.15)$$

à la différence de la présence du terme d'advection  $\rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j)$  qui n'est plus négligeable devant les autres termes dans le cas où la vitesse de l'écoulement est comparable à la vitesse particulière acoustique.

Le terme source acoustique est à traiter avec précaution, car écrit de cette façon, il contient des termes en gradient qui ne contribuent pas au streaming acoustique mais à la force de radiation (Baudoin et Thomas, 2020).

D'après Riaud *et al.* (2017a) et Lighthill (1978), le terme source peut-être décomposé en deux contributions. La première est un terme de gradient qui ne contribue qu'à la force de radiation. Le second, en revanche, ne contribue qu'au streaming acoustique. Nous allons procéder à la séparation de ces deux termes.

Le terme source peut être réécrit de la façon suivante :

$$F_i = -\rho_0 \langle \tilde{v}_j \partial_j \tilde{v}_i + \tilde{v}_i \partial_j \tilde{v}_j \rangle. \quad (4.16)$$

Tout d'abord, le premier terme de l'équation (4.16) est analysé. En faisant l'hypothèse que le champ de vitesse acoustique est irrotationnel, ce qui est cohérent avec le milieu de propagation et sa viscosité, alors  $\epsilon_{ijk}\partial_j\tilde{v}_k = 0$ . De plus, en considérant l'identité vectorielle suivante :

$$\epsilon_{ijk}A_j\epsilon_{klm}\partial_l A_m = A_j\partial_i A_j - A_j\partial_j A_i, \quad (4.17)$$

alors, le premier terme à droite de l'équation (4.16) devient :

$$\rho_0\langle\tilde{v}_j\partial_j\tilde{v}_i\rangle = \partial_i\langle\frac{1}{2}\rho_0\tilde{v}^2\rangle = \partial_i\langle E_c\rangle. \quad (4.18)$$

Avec  $E_c$  l'énergie cinétique acoustique. Alors,

$$F_i = -\partial_i\langle E_c\rangle - \langle\rho_0\tilde{v}_i\partial_j\tilde{v}_j\rangle. \quad (4.19)$$

Il convient à présent de traiter la seconde partie du terme source.

Dans un premier temps, on fait appel à l'équation de conservation de la masse développée à l'ordre 1 pour les quantités acoustiques :

$$\partial_t\tilde{\rho} + \rho_0\partial_j\tilde{v}_j = 0. \quad (4.20)$$

Il est suffisant de la développer à l'ordre 1 en raison du fait que le terme source acoustique est déjà à l'ordre 2. Par conséquent :

$$-\langle\rho_0\tilde{v}_i\partial_j\tilde{v}_j\rangle = \langle\tilde{v}_i\partial_t\tilde{\rho}\rangle. \quad (4.21)$$

À l'aide de la méthode d'intégration par partie et en notant que le produit de deux fonctions périodiques est également périodique :

$$-\langle\rho_0\tilde{v}_i\partial_j\tilde{v}_j\rangle = -\langle\tilde{\rho}\partial_t\tilde{v}_i\rangle. \quad (4.22)$$

Ensuite, l'équation de conservation de la quantité de mouvement, également développée à l'ordre 1 en quantités acoustiques permet de ré-exprimer la dernière expression obtenue :

$$\rho_0\partial_t\tilde{v}_i = -\partial_i\tilde{p} + \mu\partial_{jj}^2\tilde{v}_i + \left(\frac{\mu}{3} + \mu_B\right)\partial_{ij}^2\tilde{v}_j. \quad (4.23)$$

Or d'après l'identité vectorielle suivante :

$$\epsilon_{ijk}\partial_j\epsilon_{klm}\partial_l A_m = \partial_{im}A_m - \partial_{jj}A_i, \quad (4.24)$$

et sachant que  $\epsilon_{ijk}\partial_j\tilde{v}_k = 0$ , car le champ acoustique est irrotationnel, alors :

$$\partial_{ij}^2\tilde{v}_j = \partial_{jj}^2\tilde{v}_i. \quad (4.25)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement se réécrit alors :

$$\partial_t\tilde{v}_i = -\frac{1}{\rho_0}\partial_i\tilde{p} + \frac{\mu}{\rho_0}\left(\frac{4}{3} + \frac{\mu_B}{\mu}\right)\partial_{jj}^2\tilde{v}_i. \quad (4.26)$$

Puis en multipliant par  $\tilde{\rho}$  et en utilisant l'équation d'état (4.8), l'équation (4.26) devient :

$$-\tilde{\rho}\partial_t\tilde{v}_i = \frac{1}{2\rho_0c_0^2}\partial_i\tilde{p}^2 - \nu b\frac{\tilde{p}}{c_0^2}\partial_{jj}^2\tilde{v}_i, \quad (4.27)$$

avec  $\nu = \mu/\rho_0$  la viscosité cinématique et  $b = (4/3 + \mu_B/\mu)$ . On peut également identifier l'énergie potentielle acoustique  $E_p = \tilde{p}^2/(2\rho_0 c_0^2)$ . Le terme  $\partial_{jj}^2 \tilde{v}_i$ , de l'équation (4.27) apparaît aussi dans l'équation des ondes acoustiques non atténuées :

$$\frac{1}{c_0^2} \partial_{tt}^2 \tilde{v}_i - \partial_{jj}^2 \tilde{v}_i = 0. \quad (4.28)$$

Le champ acoustique étant harmonique, la vitesse acoustique peut s'écrire  $\tilde{v}_i(\mathbf{x}, t) = \hat{v}_i(\mathbf{x})e^{-i\omega_0 t}$ , avec  $\omega_0 = 2\pi f_0$  la pulsation acoustique et  $f_0$  la fréquence d'émission acoustique. Ainsi la dérivée temporelle de la vitesse acoustique s'exprime  $\partial_t \tilde{v}_i(\mathbf{x}, t) = -i\omega_0 \hat{v}_i(\mathbf{x})e^{-i\omega_0 t} = -i\omega_0 \tilde{v}_i(\mathbf{x}, t)$  :

$$\partial_{jj}^2 \tilde{v}_i = -\frac{\omega_0^2}{c_0^2} \tilde{v}_i. \quad (4.29)$$

Ainsi l'équation (4.27) se réécrit :

$$-\tilde{\rho} \partial_t \tilde{v}_i = \partial_i E_p + \frac{\nu b \omega_0^2}{c_0^4} \tilde{p} \tilde{v}_i. \quad (4.30)$$

Puis en appliquant la moyenne sur une période acoustique :

$$-\langle \tilde{\rho} \partial_t \tilde{v}_i \rangle = \partial_i \langle E_p \rangle + \frac{\nu b \omega_0^2}{c_0^4} \langle \tilde{I}_i \rangle. \quad (4.31)$$

Finalement, le terme source (équation (4.16)) s'exprime à partir de l'équation précédente et l'équation (4.19) :

$$F_i = -\partial_i \langle E_c \rangle + \partial_i \langle E_p \rangle + \frac{\nu b \omega_0^2}{c_0^4} \langle \tilde{I}_i \rangle, \quad (4.32)$$

$$F_i = -\partial_i \langle \mathcal{L} \rangle + \frac{\nu b \omega_0^2}{c_0^4} \langle \tilde{I}_i \rangle, \quad (4.33)$$

avec  $\mathcal{L} = E_c - E_p$  la densité Lagrangienne acoustique. Le premier terme de l'équation (4.33) dérive d'un potentiel et est indépendant de la viscosité. Il ne dépend donc pas de l'atténuation de l'onde. Or, le streaming acoustique est généré par le transfert de quantité de mouvement depuis le mode d'onde acoustique, compressible et irrotationnel vers le mode visqueux incompressible, par le biais de l'atténuation de l'onde. Ce terme ne contribue donc pas à l'écoulement stationnaire et est équilibré par le gradient de la pression hydrodynamique. Ainsi, comme Riaud *et al.* (2017a) et Baudoin et Thomas (2020), on peut redéfinir la pression hydrodynamique de l'écoulement :

$$\bar{p}^S = \bar{p} + \langle \mathcal{L} \rangle. \quad (4.34)$$

On notera que dans le cas du vortex focalisé qui sera utilisé par la suite (cf. section 4.2.2), la densité Lagrangienne acoustique est de l'ordre de la dizaine de Pascal au niveau de la focale pour une pression maximale de 1 MPa.

Par conséquent l'équation (4.14) du streaming acoustique devient :

$$\mu \partial_{jj}^2 \bar{v}_i - \partial_i \bar{p}^S - \rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j) + F_i^S = 0, \quad (4.35)$$

où

$$F_i^S = \frac{\nu b \omega_0^2}{c_0^4} \langle \tilde{I}_i \rangle = \frac{2\alpha}{c_0} \langle \tilde{I}_i \rangle, \quad (4.36)$$

est le terme source acoustique du streaming et dépend de la viscosité cinématique  $\nu = \mu/\rho_0$ , du coefficient  $b = (4/3 + \mu_B/\mu)$ , avec  $\mu_B$  la viscosité de volume, de la célérité des ondes dans le milieu  $c_0$ , de la pulsation acoustique  $\omega_0 = 2\pi f_0$  et du vecteur d'intensité acoustique ou vecteur de Poynting moyenné  $\langle \tilde{I}_i \rangle = \langle \tilde{p} \tilde{v}_i \rangle$ . Le coefficient d'atténuation  $\alpha$  peut également être identifié dans le terme source.

## 4.2 Résolution numérique

### 4.2.1 OpenFOAM

L'équation (4.35) décrivant l'écoulement de streaming est résolue par le biais d'une méthode numérique. Le logiciel libre OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation) est utilisé pour déterminer le champ de vitesse solution de l'équation de streaming. Ce code de calcul se base sur la méthode des volumes finis pour résoudre des équations aux dérivées partielles de manière approchée. On utilise le solveur SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), implémenté dans OpenFOAM, pour résoudre les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible, stationnaire et laminaire d'un fluide Newtonien. La résolution de ces équations n'est pas directe en raison de l'absence d'une équation explicite pour la pression. Ainsi l'approche mise en œuvre par le solveur est de dériver une équation pour la pression à partir de la divergence de l'équation de la quantité de mouvement et d'y substituer l'équation de continuité. Le solveur est modifié afin d'introduire le terme source acoustique dans l'équation à résoudre. Ce terme source, équation (4.36), est tridimensionnel et indépendant du temps.

Il est également nécessaire de définir un domaine de calcul tridimensionnel. On peut distinguer deux domaines différents, le domaine acoustique et le domaine de l'écoulement. À priori, en raison de la focalisation, le champ acoustique est principalement localisé à la focale. Cependant, il reste important de vérifier l'évolution du champ ailleurs. Lorsque les dimensions minimales du champ acoustique sont déterminées, le domaine de l'écoulement peut être défini. À nouveau, il est attendu que le champ de vitesse du streaming soit beaucoup plus étalé spatialement que le champ acoustique en raison de la diffusion liée à la viscosité. Les dimensions du domaine de l'écoulement doivent donc être investiguées. De plus, la résolution de l'équation est itérative, il convient alors de vérifier à la fois la convergence du maillage et du processus itératif.

Par simplicité, les maillages du champ acoustique et de l'écoulement sont identiques, seules leurs dimensions diffèrent. C'est-à-dire, que pour tous les points  $(x, y, z)$  du maillage supérieurs aux dimensions du terme source, ce dernier est nul. Les conditions initiales sont des champs de vitesse et de pression nuls. Les conditions aux limites seront discutées ci-après, mais dans un premier temps, toutes les limites du domaine de calcul sont supposées rigides et immobiles, impliquant que le champ de vitesse du streaming s'y annule.

Les paramètres du milieu utilisés pour la résolution du streaming sont énumérés tableau (4.1).

Paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Masse volumique	$\rho_0$	997	kg/m <sup>3</sup>
Célérité des ondes	$c_0$	1497	m/s
Viscosité cinématique	$\nu$	$8.927 \cdot 10^{-7}$	m <sup>2</sup> /s
Viscosité dynamique	$\mu$	$0.89 \cdot 10^{-3}$	Pa.s
Viscosité de volume	$\mu_B$	$2.485 \cdot 10^{-3}$	Pa.s
Longueur d'atténuation à 50 MHz	$L_a = 1/\alpha$	18.5	mm

**TABLEAU 4.1** Paramètres physiques de l'eau à 25°C et 0.1013 MPa (Muller et Bruus (2014)).

#### 4.2.2 Calcul du terme source sur un maillage non structuré

L'objectif étant de déterminer le streaming acoustique de la pince haute-fréquence (cf. chapitre 3), le terme source est basé sur celle-ci. Connaissant les paramètres de la source, le champ produit par la pince acoustique est défini à l'aide de l'expression analytique des coefficients de forme du vortex focalisé, équation (1.13) du chapitre 1. La description détaillée de la source acoustique est effectuée section 3.1. Brièvement, celle-ci est constituée d'un transducteur plan cylindrique de rayon 3.4 mm, conçu pour émettre à une fréquence de 50 MHz dans l'eau. Un masque est collé sur sa surface émettrice afin de modeler le front d'onde en vortex focalisé de charge topologique  $m'$  fixée à 1, de distance de focalisation  $r_0 = 3$  mm et d'angle d'ouverture  $\alpha_0 = 48.57^\circ$  (cf. tableau (4.2)). L'expression analytique du vortex focalisé suppose une surface émettrice concave (induisant naturellement la focalisation du champ), or ici la source est plane. Cependant, pour une première estimation du streaming produit par la pince haute-fréquence, l'utilisation de l'expression analytique est suffisante.

D'après la géométrie du champ acoustique et son évolution autour de la focale, on suppose

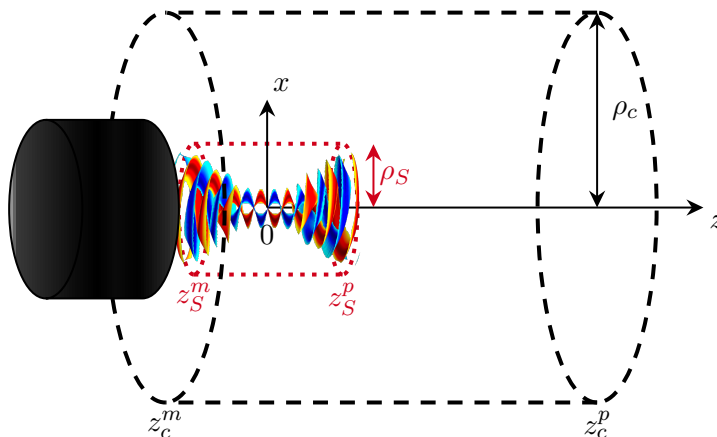
Paramètres	Valeurs
Fréquence d'émission $f_0$	50 MHz
Distance de focalisation $r_0$	3 mm
Angle d'ouverture $\alpha_0$	48.57°
Charge topologique $m'$	1
Rayon de la source $R$	3.4 mm

**TABLEAU 4.2** Paramètres du vortex focalisé utilisé dans l'expression analytique des coefficients de force du champ incident (équation (1.13)). La rayon de la source  $R$  intervient dans la définition des conditions aux limites pour la résolution du streaming acoustique.

dans un premier temps que les dimensions minimales du domaine de calcul du terme source pour doivent être d'au moins  $60\lambda \approx 2$  mm latérale et suivant  $z$ ,  $100\lambda \approx 3$  mm, pour la résolution du streaming. Ce domaine est limité en  $z = -r_0 = -3$  mm, par la paroi rigide représentant la pince

acoustique. Dans un premier temps, au delà de ces dimensions, le champ est ramené à 0. Les dimensions totales du domaine de calcul, qui peuvent être différentes de celles du domaine du terme source, seront traitées plus tard, néanmoins les frontières ont un rôle primordial sur le streaming acoustique. Celles-ci sont supposées très lointaines de la source, il faut donc prendre de grandes dimensions pour le domaine de calcul.

La figure (4.3) schématise les différentes dimensions du domaine de calcul et du terme source. Au vu des dimensions nécessaires seulement pour le terme source, il ne semble pas possible de



**FIGURE 4.3** Géométrie du domaine de calcul. Ce dernier peut être divisé en deux parties, la plus petite (en rouge) entourant le terme source, dont les frontières sont virtuelles mais servent à délimiter l'étendue du terme source. C'est-à-dire, qu'en dehors de ce domaine, le terme source est nul. La deuxième partie (en noir) correspond au domaine numérique de la résolution du streaming. Ses frontières ont des conditions physiques servant à la résolution.

réaliser le calcul sur un maillage cartésien et uniforme. En effet, le terme source doit avoir les dimensions suivantes,  $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$ , avec une précision suffisante pour reproduire la structure fine du champ acoustique à la focale. Si on suppose qu'il faut au minimum 4 points par longueur d'onde, il faudrait alors au moins 227.5 millions de points de maillage seulement pour le domaine acoustique.

Ainsi, on propose d'utiliser un maillage non structuré permettant ainsi de raffiner le maillage seulement au niveau de la focale acoustique, où la structure du terme source du streaming est la plus fine.

Le calcul du terme source nécessite le calcul du vecteur de Poynting qui s'exprime en fonction de la pression et de la vitesse particulière acoustiques. Ces dernières sont obtenues à partir du potentiel acoustique qui s'exprime à partir des coefficients de forme du champ :

$$\phi_i(r, \theta, \varphi, t) = \phi_0 \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi) e^{-i\omega_0 t}. \quad (4.37)$$

Avec  $(r, \theta, \varphi)$  les coordonnées sphériques. La vitesse et la pression s'obtiennent par :

$$\mathbf{v}_i = \nabla \phi_i(r, \theta, \varphi, t), \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} p_i(r, \theta, \varphi, t) &= -\rho_0 \partial_t \phi_i(r, \theta, \varphi, t), \\ &= i\omega_0 \rho_0 \phi_i(r, \theta, \varphi, t). \end{aligned} \quad (4.39)$$

Pour un maillage cartésien, structuré et uniforme, le gradient du potentiel peut être calculé numériquement sans problème. Dans le cas contraire, il est plus fiable de le calculer analytiquement. La vitesse s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= v_r \mathbf{e}_r + v_\theta \mathbf{e}_\theta + v_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \\ &= \nabla \phi(r, \theta, \varphi, t), \\ &= \partial_r \phi \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \partial_\theta \phi \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\varphi \phi \mathbf{e}_\varphi, \end{aligned} \quad (4.40)$$

avec  $\partial_r = \partial/\partial r$ ,  $\partial_\theta = \partial/\partial \theta$  et  $\partial_\varphi = \partial/\partial \varphi$ . À partir de l'expression du potentiel et en omettant la dépendance temporelle :

$$v_r = \phi_0 \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m \partial_r [j_n(k_0 r)] Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (4.41)$$

$$v_\theta = \frac{\phi_0}{r} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) N_n^m e^{im\varphi} \partial_\theta [P_n^m(\cos \theta)], \quad (4.42)$$

$$v_\varphi = \frac{\phi_0}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) \partial_\varphi [Y_n^m(\theta, \varphi)]. \quad (4.43)$$

D'après l'expression des harmoniques sphériques  $Y_n^m$ , équation (1.9), la dérivée apparaissant dans l'équation (4.43) est simplement  $imY_n^m(\theta, \varphi)$ . Les deux autres dérivées sont données par :

$$\partial_r j_n(k_0 r) = \frac{dj_n(k_0 r)}{d(k_0 r)} \frac{d(k_0 r)}{dr} = k_0 j_n', \quad (4.44)$$

$$\partial_\theta P_n^m(\cos \theta) = \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d \cos \theta} \frac{d \cos \theta}{d\theta} = -\sin \theta P_n^{m'}(\cos \theta). \quad (4.45)$$

D'après les relations de récurrences suivantes (Abramowitz et Stegun, 1948, chap. 8, éq. (8.5.3) et (8.5.4); chap. 10, éq. (10.1.20)) :

$$j_n'(x) = \frac{1}{2n+1} [nj_{n-1}(x) - (n+1)j_{n+1}(x)], \quad (4.46)$$

$$P_n^{m'}(x) = \frac{1}{1-x^2} [(n+1)xP_n^m(x) - (n-m+1)P_{n+1}^m(x)]. \quad (4.47)$$



Les composantes de la vitesse deviennent :

$$v_r = k_0 \phi_0 \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \frac{1}{2n+1} A_n^m [n j_{n-1}(k_0 r) - (n+1) j_{n+1}(k_0 r)] Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (4.48)$$

$$v_\theta = \frac{\phi_0}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) N_n^m e^{im\varphi} [(n-m+1) P_{n+1}^m(\cos \theta) - (n+1) \cos \theta P_n^m(\cos \theta)], \quad (4.49)$$

$$v_\varphi = \frac{\phi_0}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) im Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (4.50)$$

*A priori*,  $v_\theta$  et  $v_\varphi$  ne semblent définies en  $r = 0$ ,  $\theta = 0, \pi$ , cependant l'annexe A démontre qu'en réalité ces deux composantes sont bien définies pour toute coordonnées  $(r, \theta, \varphi)$ .

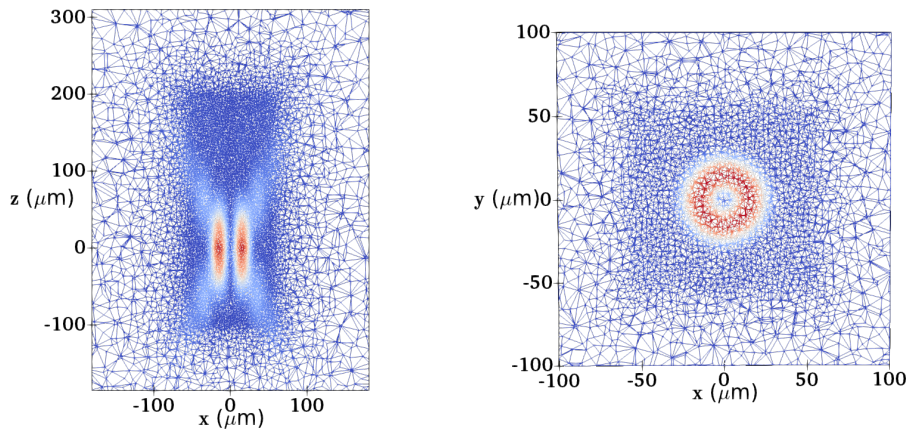
Enfin, les expressions suivantes permettent de repasser dans le repère cartésien :

$$v_x = \sin \theta \cos \varphi v_r + \cos \theta \cos \varphi v_\theta - \sin \varphi v_\varphi, \quad (4.51)$$

$$v_y = \sin \theta \sin \varphi v_r + \cos \theta \sin \varphi v_\theta + \cos \varphi v_\varphi, \quad (4.52)$$

$$v_z = \cos \theta v_r - \sin \theta v_\theta. \quad (4.53)$$

La norme du terme source acoustique est représentée figure (4.4) sur le maillage numérique non structuré généré avec le logiciel Gmsh. Le maillage est raffiné dans une zone parallélépipédique rectangle puis décroît progressivement jusqu'au frontières du domaine. Le raffinement du maillage permet de restituer correctement la structure fine du champ acoustique au niveau de la focale tout en augmentant progressivement la taille du maillage vers les frontières, réduisant ainsi considérablement le nombre de points total.



**FIGURE 4.4** Zoom sur le terme source acoustique calculé sur le maillage numérique non structuré dans le plan de propagation  $(x, z)$  ( $y = 0$ ), obtenu pour un vortex focalisé dont les paramètres sont donnés tableau (4.2).

### 4.2.3 Convergence numérique

L'estimation du streaming acoustique nécessite une étude préalable de convergence numérique. Il s'agit de vérifier que le résultat de la simulation ne dépend pas de paramètres numériques comme la taille des mailles, la taille du domaine de calcul ainsi que ses conditions aux limites. Un autre paramètre, propre à la résolution du streaming acoustique, concerne les dimensions du champ acoustique. Bien que l'atténuation ne soit pas prise en compte dans la modélisation de la propagation acoustique, la structure focalisée du champ induit une diffraction importante et donc une décroissance géométrique de l'amplitude de l'onde. Il peut donc être pertinent d'étudier le streaming acoustique en fonction des dimensions du terme source. On parlera donc de deux domaines numériques différents, le domaine acoustique, dans lequel le terme source est défini, et le domaine hydrodynamique, dans lequel l'équation du streaming acoustique est résolue. Les dimensions minimales des deux domaines sont déterminées par la résolution des équation de streaming, ensuite deux types de conditions aux limites seront étudiées, puis l'échantillonnage spatial. Enfin, la convergence du processus itératif sera démontrée.

#### 4.2.3.1 Convergence de l'écoulement avec les dimensions du terme source

Dans un premier temps, on fixe le domaine de calcul de l'écoulement. Le domaine de calcul entier est un cylindre de rayon  $\rho_c = 8$  mm, et de longueur  $z_c^m = -3$  mm à  $z_c^p = 16$  mm (cf. cylindre pointillé noir figure (4.3)). Le maillage est raffiné dans une zone parallélépipédique rectangle (cf. figure (4.4)) comprise entre  $x, y \in [-2.125\lambda, 2.125\lambda]$  et  $z \in [-4.125\lambda, 8.25\lambda]$ , avec un pas d'échantillonnage spatial de  $\delta_r = \lambda/8$  dans la zone de raffinement. La taille de la maille augmente progressivement sur le reste du domaine jusqu'à une taille de 1.7 mm. Le maillage est représenté figure (4.5). Les frontières du domaine sont supposées rigides et fixes, une condition aux limites de non-glissement s'y applique, impliquant que la vitesse de l'écoulement et le gradient de la pression s'annulent aux parois.

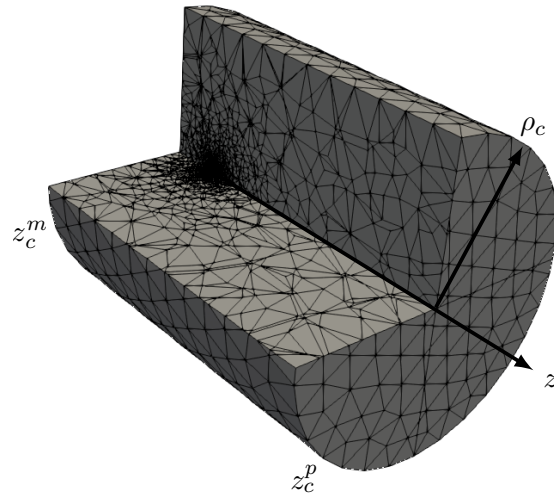
Plusieurs dimensions du domaine de définition du terme source (cf. cylindre pointillé rouge figure (4.3)) sont testées, tableau (4.3), et correspondent à un cylindre de rayon  $\rho_S$  et de longueur comprise entre  $z_S^m$  et  $z_S^p$ . En dehors de ces dimensions, le terme source est ramené à 0. Dans le cas où  $z_S^p > 3$  mm,  $z_S^m$  est limité à -3 mm, qui correspond à la position de la source acoustique.

La valeur absolue de chacune des composantes du terme source interpolée sur un maillage car-

$\rho_S$ (mm)	$z_S^m$ (mm)	$z_S^p$ (mm)	$v_z^{max}$ (mm/s)
0.5	-1	1	16.46
1	-2	2	17.40
2	-3	4	17.73
4	-3	8	17.77
8	-3	16	17.77

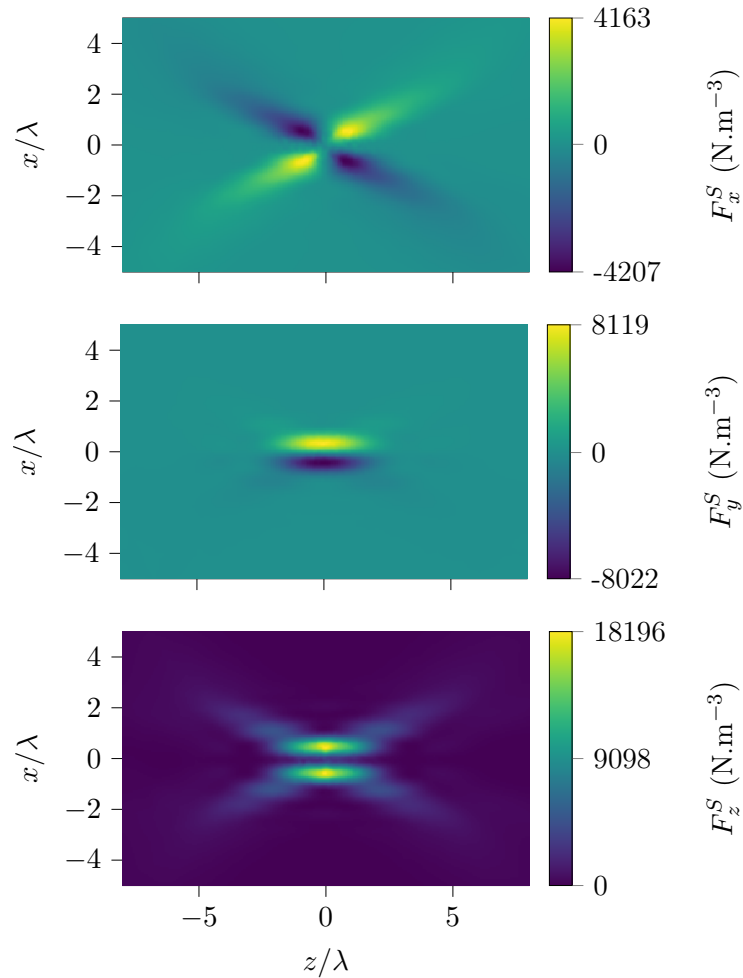
**TABLEAU 4.3** Dimensions du terme source. Le domaine de calcul est un cylindre de rayon 8 mm et de longueur  $z = -3$  mm à  $z = 16$  mm.

tésien uniforme est représentée figure (4.6), dans le plan axial  $(x, z)$ . Les trois composantes sont



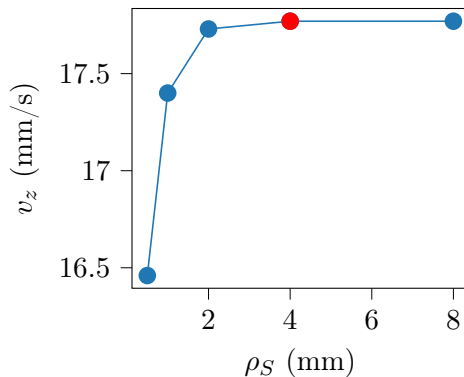
**FIGURE 4.5** Maillage numérique du domaine de calcul total du streaming acoustique utilisé pour étudier la convergence de la vitesse en fonction des dimensions du terme source.

quasiment nulles partout sauf à la focale. D'après la composante suivant  $x$ , l'intensité acoustique est dirigée vers l'axe de propagation  $z$ . La composante suivant  $y$  montre la rotation du vecteur de Poynting autour du nœud de pression. Si l'on regarde le terme source dans le plan perpendiculaire,  $(y, z)$ , la structure des composantes  $x$  et  $y$  est échangée.



**FIGURE 4.6** Composantes cartésiennes du terme source interpolées sur un maillage cartésien uniforme dans le plan de propagation. Le terme source est obtenu pour un vortex focalisé d’amplitude maximale 1 MPa dont les paramètres sont donnés tableau (4.2).

Pour chaque dimension du terme source, l’équation du streaming est résolue et la vitesse maximale obtenue est tracée en fonction du rayon du domaine de la source. Ces vitesses sont également restituées dans le tableau (4.3). D’après ces résultats, les dimensions minimales du terme source sont un rayon de 4 mm, et une longueur comprise entre -3 mm et 8 mm.



**FIGURE 4.7** Vitesse axiale maximale en fonction des dimensions du terme source définies par un cylindre de rayon  $\rho_S$  et de longueur  $4\rho_S$  (tableau (4.3)). Les dimensions totales du domaine numérique sont un rayon de 8 mm et une longueur de 19 mm, partant de  $z = -3$  mm.

#### 4.2.3.2 Convergence de l'écoulement avec les dimensions du domaine de calcul

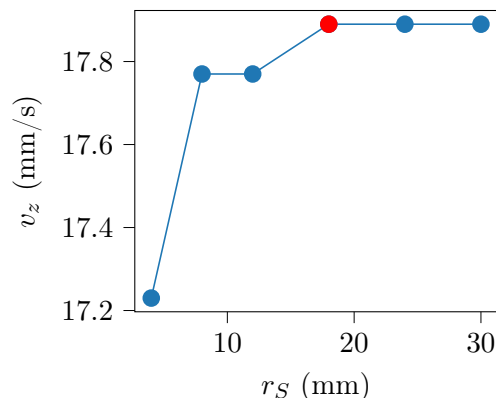
Précédemment, le domaine de calcul complet (cf. cylindre pointillé noir figure (4.3)) correspondait à un cylindre de rayon 8 mm et de longueur comprise entre  $z_c^m = -3$  mm et  $z_c^p = 16$  mm. Dans le but de déterminer les dimensions minimales du domaine de calcul, le rayon du cylindre est augmenté progressivement, ainsi que la position du côté des  $z$  positifs de l'extrémité du cylindre. L'autre extrémité, correspondant à la position de la pince acoustique, est toujours fixée à -3 mm, distance équivalente à la distance de focalisation. Les différentes dimensions étudiées sont listées dans le tableau (4.4). Une condition limite de non-glissement, soit l'annulation de la vitesse et du gradient de la pression, s'applique toujours au niveau des frontières du domaine de calcul.

Les vitesses maximales de l'écoulement obtenues sont représentées figure (4.8). Au-delà de di-

$\rho_c$ (mm)	$z_c^p$ (mm)	$v_z^{max}$ (mm/s)
4	8	17.23
8	16	17.77
12	24	17.77
18	36	17.89
24	48	17.89
30	60	17.89

**TABLEAU 4.4** Dimensions du domaine de calcul correspondant à un cylindre de rayon  $r_c$  et de longueur  $z_c^m = -3$  mm à  $z_c^p$ .

mensions de  $\rho_c = 18$  mm et  $z_c^p = 36$  mm, la vitesse maximale ne varie plus, ainsi les parois rigides du domaine de calcul ne semblent plus impacter l'écoulement de streaming.



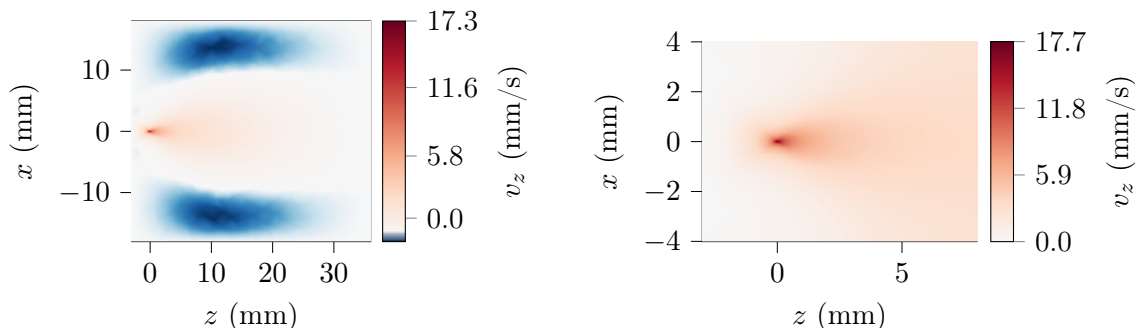
**FIGURE 4.8** Évolution de la vitesse axiale maximale en fonction des dimensions du domaine de calcul, un cylindre de rayon  $r_c$  et de longueur comprise entre  $z_c = [-3 \text{ mm}, z_c^p]$ , avec  $z_c^p = 2r_c$ .

#### 4.2.3.3 Convergence de l'écoulement avec les conditions limites

Jusqu'à présent, une condition aux limites de non-glissement est appliquée aux frontières du domaine de calcul. Cette condition implique, aux limites du domaine, que le champ de vitesse et le gradient de la pression de l'écoulement s'annulent. L'utilisation d'une telle condition requiert, dans le problème du streaming d'Eckart, de placer les frontières suffisamment éloignées du terme source. Le streaming acoustique étant influencés par des effets cumulatifs, la présence d'une paroi peut considérablement réduire l'écoulement. Le domaine de calcul doit donc être très grand devant la longueur d'onde pour ne pas impacter l'écoulement, ainsi, d'après la section précédente, le diamètre du domaine est fixé à environ  $1200\lambda$  et la longueur à  $1300\lambda$ . De telles dimensions nécessitent un grand nombre de cellules dans le maillage, c'est-à-dire de subdivisions du domaine, ici 233686. Il peut être intéressant de sélectionner de nouvelles conditions aux limites permettant de réduire les dimensions du domaine de calcul et le nombre de cellules.

Le logiciel OpenFOAM propose une variété de conditions aux limites dont certaines permettent de simuler une frontière dite ouverte. Cette condition consiste à fixer la pression et le gradient du champ de vitesse à 0 à la paroi d'intérêt. L'écoulement est donc libre d'entrer ou de sortir du domaine en fonction de son état à l'intérieur du domaine de calcul. Ce type de condition agit comme l'absence de frontière. Ainsi, le domaine peut être rétréci aux dimensions minimales du terme source acoustique, soit un rayon de 4 mm et une longueur de 11 mm comprise entre -3 mm et 8 mm (cf. tableau (4.3) et figure (4.7)). En  $z = -3$  mm, deux conditions limites sont appliquées, une condition de non-glissement pour la surface circulaire de rayon 3.4 mm correspondant à la surface de la pince acoustique, et une condition ouverte ailleurs. Toutes les autres frontières, latérales et en  $z = 8$  mm, ont une condition d'ouverture également. Ainsi le nombre de cellules est réduit à 149031 points, soit une réduction d'un facteur 1.5 environ. Cela permet également de diminuer le temps de calcul pour la résolution du streaming.

Les écoulements axiaux obtenus avec ces deux types de conditions aux limites sont comparés figure (4.9) dans le plan de propagation. Le champ de vitesse obtenu pour des conditions aux limites de non-glissement est négatif de part et d'autre de l'axe de propagation  $z$  à proximité des parois. La combinaison de cette condition limite avec la conservation de la masse dans le domaine



**FIGURE 4.9** Vitesse axiale du streaming acoustique pour une condition de non-glissement aux parois (à gauche) et pour une condition ouverte dans un domaine numérique réduit (à droite).

de l'écoulement implique une recirculation du fluide. La source acoustique agit comme une source de masse et produit un écoulement dirigé dans la direction opposée à la pince acoustique. Le transport de masse implique que cette masse soit récupérée ailleurs, d'où la recirculation du fluide d'une extrémité à l'autre du domaine, dans le sens inverse de la propagation.

Dans le cas d'une condition ouverte, le fluide peut rentrer de part et d'autre de la pince acoustique (toujours modélisée par une condition de non-glissement) ou par les parois latérales. Et peut sortir librement du domaine via l'extrémité opposée à la pince, ainsi que par les parois latérales. Ainsi, l'écoulement ne présente pas de recirculation et les conditions imposées aux frontières ainsi que l'état de l'écoulement à l'intérieur du domaine permettent au solveur de déterminer la quantité de masse entrante et sortante.

Les vitesses maximales sondées dans le domaine de calcul sont de 17.89 mm/s pour la condition de non-glissement et de 17.95 mm/s pour la condition de frontière ouverte. La différence entre ces deux vitesses est faible, par conséquent l'utilisation de condition aux limites ouverte est validée pour la suite des simulations du streaming acoustique.

#### 4.2.3.4 Convergence de l'écoulement avec l'échantillonnage spatial

Lors des résultats précédemment exposés, l'échantillonnage spatial varie en fonction de la position dans le domaine de calcul. L'échantillonnage minimal,  $\delta_{min} = \lambda/8$  est rencontré dans un parallélépipède rectangle de côté  $2 \times 2.125\lambda$  et de longueur comprise entre  $-4.125\lambda$  et  $8.125\lambda$ . L'échantillonnage décroît ensuite progressivement sur le reste du domaine de calcul jusqu'au pas spatial maximal  $\delta_{max} = 20\lambda$ . Différentes valeurs pour  $\delta_{min}$  et  $\delta_{max}$  sont utilisées pour résoudre les équations du streaming acoustique. Dans un premier temps, la maille la plus fine est conservée et la maille la plus grande est augmentée à  $33\lambda$ . Cela permet de réduire le nombre de cellules lors de la diminution de la maille la plus fine.

Les vitesses maximales obtenues sont exposées dans le tableau (4.5). Les différences obtenues en vitesse sont de l'ordre de 0.1 mm/s. L'échantillonnage ne semble pas impacter de manière significative le streaming acoustique, cependant, il est important de choisir un pas d'échantillonnage suffisamment fin pour reconstituer le terme source correctement. Enfin, la position correspondant à la vitesse axiale maximale ne varie quasiment pas, au maximum de  $2 \mu\text{m}$  suivant  $x, y, z$ . Cette

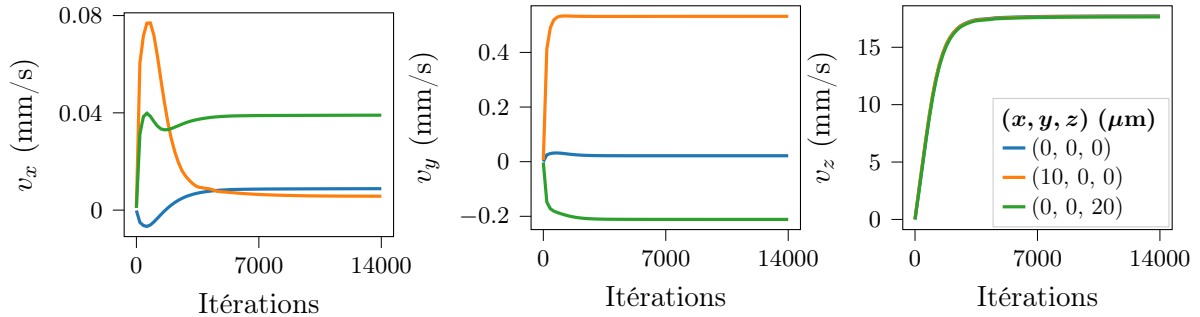
variation semble plutôt attribuée à la variation, liée à celle du pas d'échantillonnage, de la taille des cellules composant le domaine de calcul.

$\delta_{min}$	$\delta_{max}$	Nombre de Points	$v_z^{max}$ (mm/s)
$\lambda/4$	$33\lambda$	22638	17.75
$\lambda/8$	$20\lambda$	149031	17.95
$\lambda/8$	$33\lambda$	115401	17.91
$\lambda/10$	$33\lambda$	207405	17.83
$\lambda/12$	$33\lambda$	339844	17.80

**TABLEAU 4.5** Valeurs des pas d'échantillonnage minimaux et maximaux, nombre de points du maillage numérique et vitesses axiales maximales de streaming associées.

#### 4.2.3.5 Convergence du processus itératif

Lors de chaque simulation de l'écoulement, il est également important de vérifier la convergence du solveur. Ainsi, lors de la résolution, le champ de vitesse est sondé à différentes coordonnées du domaine de calcul afin de vérifier la convergence et la stabilité de la solution. La tolérance du solveur, qui est un critère de convergence choisi à  $10^{-6}$ , permet de d'arrêter la simulation lorsque la valeur résiduelle du champ est inférieure à la tolérance. Il est également possible d'arrêter la simulation au bout d'un certain nombre d'itération. Ici, ces deux méthodes sont implémentées et lorsque la simulation se termine, la convergence de la simulation est vérifiée par l'observation de la vitesse au cours des itérations. Son évolution est représentée figure (4.10) pour trois positions différentes dans le domaine de calcul. Les points sont choisis à la focale et à



**FIGURE 4.10** Évolution des composantes de la vitesse de l'écoulement en fonction du nombre d'itérations pour 3 positions différentes dans le domaine de calcul.

ses environs car la force de trainée résultante sera comparée à la force de radiation dans une zone de quelques longueurs d'onde autour de la focale, endroit où les objets sont piégés par la pince acoustique.



La vitesse évolue fortement au début de la simulation puis atteint une valeur constante stable. Ce genre de comportement témoigne de la convergence de la solution et doit être observé pour chaque simulation.

Les divers résultats présentés jusqu'ici permettent d'assurer la convergence des résultats numériques.

### 4.3 Streaming de la pince haute-fréquence

La résolution des équations de streaming est réalisée pour un terme source acoustique correspondant au champ produit par la pince acoustique haute-fréquence. Cette dernière est dimensionnée dans le but de générer un vortex focalisé de paramètres  $r_0 = 3$  mm et  $\alpha_0 = 48.57^\circ$ , la distance de focalisation et l'angle d'ouverture, à une fréquence de 50 MHz (cf. tableau (4.2)). La fabrication et caractérisation de cette pince acoustique fait l'objet du chapitre 3. Pour une pression à la focale d'1 MPa, les forces de radiation sont de l'ordre du nanoNewton, ce qui doit être suffisant pour les applications visées. Le terme source est représenté figure (4.6).

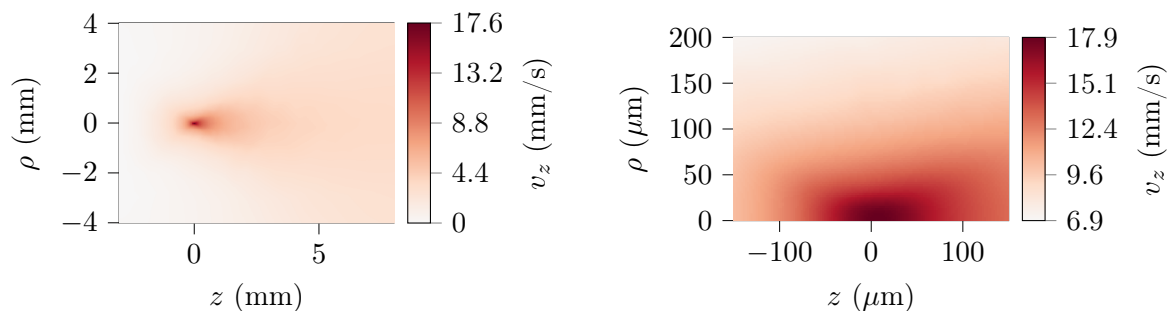
Dans un premier temps, le streaming acoustique produit par la pince acoustique haute-fréquence est étudié numériquement à partir du champ théorique calculé à l'aide de l'expression analytique des coefficients de forme du vortex focalisé. Les dimensions du maillage sont déterminées suite à l'étude de convergence réalisée précédemment. Le domaine de calcul est un cylindre de rayon  $\rho_c = 4$  mm et s'étend de  $z_c^m = -3$  mm à  $z_c^p = 8$  mm. Le maillage est raffiné, avec un pas d'échantillonnage de  $\lambda/8$  ( $\lambda = c_0/f_0 \approx 30$   $\mu\text{m}$ ) dans une zone rectangulaire limitée par  $|x| = |y| = 2.125\lambda$  située entre  $z = -4.125\lambda$  et  $z = 8.25\lambda$  (cf. section 4.2.3.1). En dehors de cette zone, la maille augmente progressivement jusqu'à  $20\lambda$ . La frontière située en  $z = -3$  mm est constituée d'une surface rigide de rayon 3.4 mm, à laquelle une condition de non-glissement est appliquée. Le reste de la frontière et les autres parois correspondent à des frontières ouvertes.

La structure et l'amplitude de l'écoulement sont présentées. Ensuite, la force de trainée associée au streaming acoustique est confrontée à la force de radiation et une configuration permettant de réduire l'écoulement est proposée.

#### 4.3.1 Structure de l'écoulement

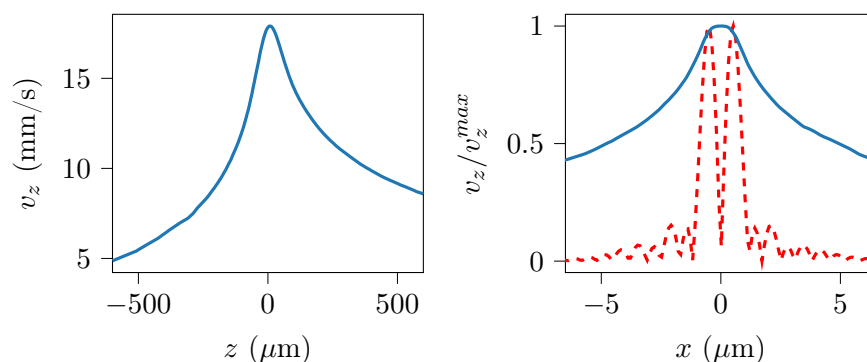
Étant donné la structure tridimensionnelle du champ acoustique, l'écoulement présente aussi une structure tridimensionnelle. Sa composante axiale est représentée dans le plan de propagation  $(x, z)$  ( $y = 0$ ), figure (4.11) et suit la direction de propagation. L'écoulement axial est maximal dans une zone  $200$   $\mu\text{m}$  par  $200$   $\mu\text{m}$  centrée sur la focale, avec une valeur maximale de  $17.9$  mm/s. L'écoulement présente une dissymétrie par rapport à la focale en raison de la différence de conditions aux limites aux deux extrémités du domaine de calcul et des effets cumulatifs. En particulier, les effets cumulatifs ont pour conséquence que l'écoulement en amont entraîne le fluide en aval.

L'écoulement sur l'axe de propagation, figure (4.12), augmente progressivement jusqu'à atteindre une valeur maximale à la focale, puis décroît plus lentement après la focale. La dissymétrie du champ  $y$  est évidente. De plus, la composante axiale est représentée suivant  $x$ , en  $y, z = 0$  et superposée à la valeur absolue du champ acoustique. La structure de l'écoulement suit celle du terme source (cf. figure (4.6)) avec cependant un étalement spatial plus important, du fait des effets de diffusion en jeu.



**FIGURE 4.11** Composante axiale de l'écoulement de streaming acoustique dans le plan de propagation, produit par la pince acoustique haute-fréquence ( $f_0 = 50$  MHz) pour une pression maximale de 1 MPa.

La composante radiale de l'écoulement est représentée dans le plan de propagation figure (4.13).

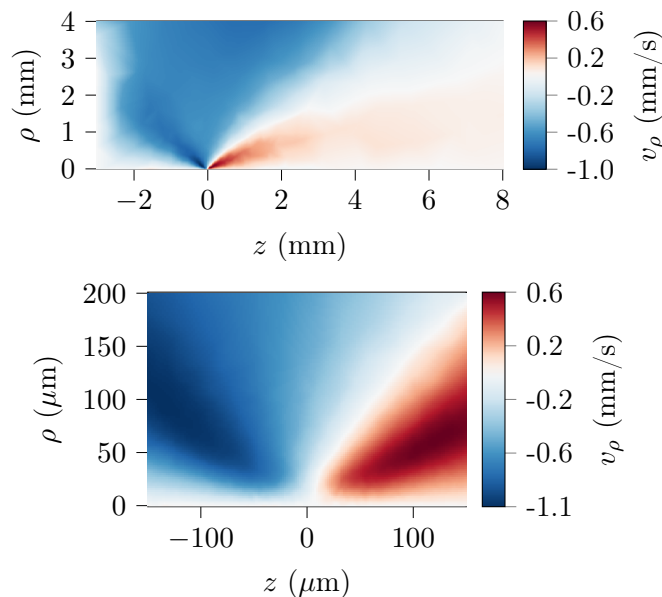


**FIGURE 4.12** Composante axiale du streaming suivant  $z$  (à gauche) et suivant  $x$  (à droite). Suivant  $x$ , l'écoulement est normalisé et superposé à la valeur absolue de la pression acoustique normalisée.

En amont de la focale, l'écoulement radial est dirigé vers le centre à une vitesse maximale d'environ  $-1$  mm/s. À la focale, dans un rayon de  $50 \mu\text{m}$ , la vitesse radiale est quasiment nulle. Puis, après la focale, la vitesse radiale se dirige vers l'extérieur à une vitesse maximale de  $0.6$  mm/s. Cette structure de la vitesse radiale suggère de réaliser le piège d'un objet en amont de la focale, car l'écoulement tend à l'amener vers le centre du champ acoustique. Alors qu'en aval, l'écoulement tend plutôt à éjecter l'objet du centre. Toutefois, la vitesse radiale est quasiment nulle sur l'axe de propagation.

Enfin, la composante azimutale, figure (4.14), est maximale au niveau de la l'anneau du vortex, qui a un rayon d'environ  $15 \mu\text{m}$ , soit une demie longueur d'onde (cf. figure (4.6)). À cet endroit, l'écoulement présente une rotation autour de l'axe de propagation dans le sens de rotation du front d'onde du vortex focalisé. La vitesse azimutale maximale est d'environ  $0.7$  mm/s.

L'écoulement de streaming acoustique présente donc une structure tridimensionnelle, quoique principalement axiale. En effet, la vitesse axiale maximale est 25 fois plus importante que les vitesses maximales radiale et azimutale. L'écoulement a une structure similaire au terme source

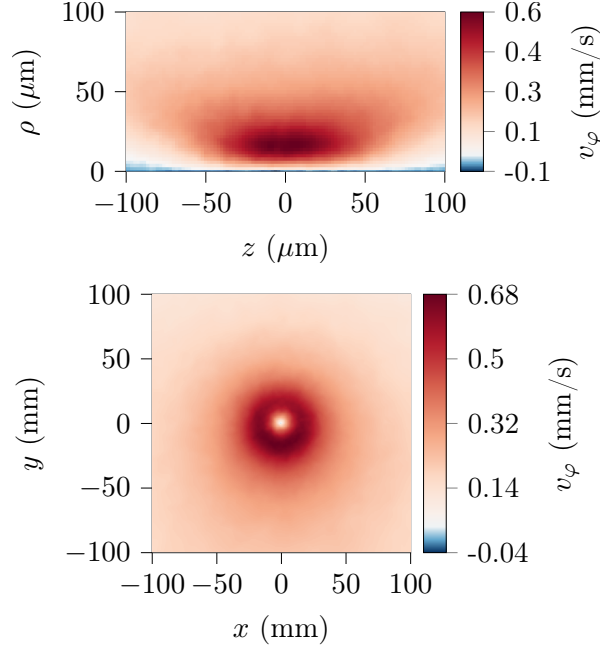


**FIGURE 4.13** Composante radiale de l'écoulement de streaming acoustique dans le plan de propagation, produit par la pince acoustique haute-fréquence ( $f_0 = 50$  MHz) pour une pression maximale de 1 MPa.

acoustique, mais moins fine du fait de la diffusion liée à la viscosité du milieu, qui a pour conséquence l'entraînement successif des couches de fluide.

L'amplitude maximale de l'écoulement axial est de quasiment 18 mm/s. Une vitesse axiale de 4 mm/s et une vitesse azimutale de 1 mm/s avaient été estimées par Baresch *et al.* (2018) pour une pince acoustique émettant un vortex focalisé à 1.15 MHz, avec une distance de focalisation de 6 cm, un rayon et un angle d'ouverture de 4.05 cm et  $42.5^\circ$ . L'observation de l'écoulement avait été réalisée en injectant une goutte d'encre à proximité de la source. Sa mise en marche avait provoqué l'entraînement de la goutte avec l'écoulement. La vitesse de l'écoulement avait pu être estimée à la focale en suivant l'évolution de la concentration d'encre.

En augmentant la fréquence d'émission de la pince acoustique, une forte augmentation du streaming était attendue. En effet, passer à une fréquence de 50 MHz représente une augmentation d'un facteur 50 et l'atténuation des ondes acoustiques est proportionnelle au carré de la fréquence, cependant la vitesse de l'écoulement n'a été augmentée que d'un facteur 4 environ. Avec l'augmentation de la fréquence, les dimensions du terme source diminuent fortement, il est alors possible que la réduction de l'étalement spatial, volumique du terme source permette de minimiser l'augmentation du streaming avec la fréquence. De plus, les paramètres de la source tels que la distance de focalisation et l'angle d'ouverture jouent sur le streaming un rôle primordial qui sera abordé dans la section 4.4.



**FIGURE 4.14** Composante azimutale de l'écoulement de streaming acoustique dans le plan de propagation (en haut) et le plan focal (en bas), produit par la pince acoustique haute-fréquence ( $f_0 = 50$  MHz) pour une pression maximale de 1 MPa.

#### 4.3.2 Évolution du streaming avec l'amplitude du champ acoustique

La modélisation développée à la section 4.1 inclut les termes d'inertie hydrodynamiques d'ordre 2. Ceux-ci sont généralement négligeables lorsque l'écoulement est en régime de Stokes, donc pour un nombre de Reynolds très petit :

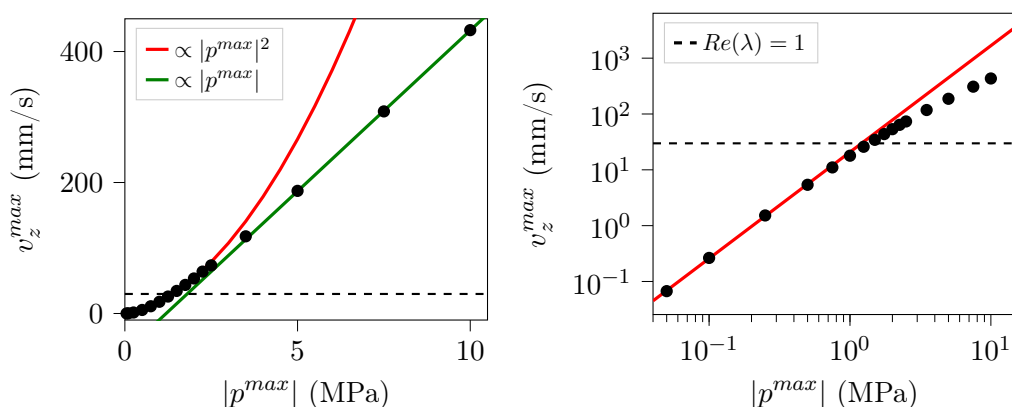
$$Re = \frac{vL}{\nu}, \quad (4.54)$$

avec  $v$  la vitesse de l'écoulement,  $L$  la longueur caractéristique du problème étudié et  $\nu$  la viscosité cinématique. Le nombre de Reynolds correspond au rapport des forces d'inertie et des forces de viscosité d'un écoulement et permet de prédire la nature du régime de l'écoulement. À très faible nombre de Reynolds et en espace libre, le streaming acoustique peut être modélisé par les équations de Stokes dont une solution peut être trouvée à l'aide de la fonction de Green déterminée en remplaçant le terme source par une force ponctuelle à l'origine. La solution obtenue est appelée Stokeslet. Il a été montré qu'il est possible de modéliser le streaming acoustique produit par un champ quelconque, en espace libre et régime de Stokes, à l'aide de la Stokeslet (Jorgensen (2022)) et en décomposant spatialement le terme source en une somme de sources ponctuelles. La Stokeslet étant solution d'une équation linéaire, l'écoulement de streaming peut être résolu en sommant chaque écoulement par une seule source ponctuelle. L'écoulement de streaming obtenu présente alors une symétrie axiale de part et d'autre de la focale.

Dans le cas de la pince acoustique, et en raison de l'augmentation de l'atténuation de l'onde avec la fréquence, il est supposé que l'écoulement n'est pas si faible et ne se trouve plus forcément

en régime de Stokes, ce qui implique de considérer les termes d'ordre 2 en contribution stationnaire (cf. section 4.1). Leur prise en compte mène à l'ajout d'un terme supplémentaire d'inertie non-linéaire en  $\rho_0 \partial_j (\bar{v}_i \bar{v}_j)$ . Ainsi, l'écoulement de streaming ne peut plus être modélisé comme la somme des écoulements générés par des sources ponctuelles.

Le streaming acoustique est calculé pour différentes amplitudes du champ de pression allant de 0.05 à 10 MPa à la focale. Les vitesses axiales maximales sont tracées en fonction de l'amplitude, figure (4.15) en échelle linéaire et en échelle logarithmique. Deux régimes d'écoulement se distinguent. Le premier régime est celui prévu par le régime de Stokes pour lequel la vitesse est proportionnelle au terme source et donc au carré de l'amplitude de pression. Le second régime présente une relation linéaire entre la vitesse axiale et l'amplitude de pression. Le passage du premier au second régime intervient entre des pressions maximales à la focale de 1 et 2 MPa. Un moyen de déterminer le régime auquel appartient l'écoulement est le nombre de Reynolds.



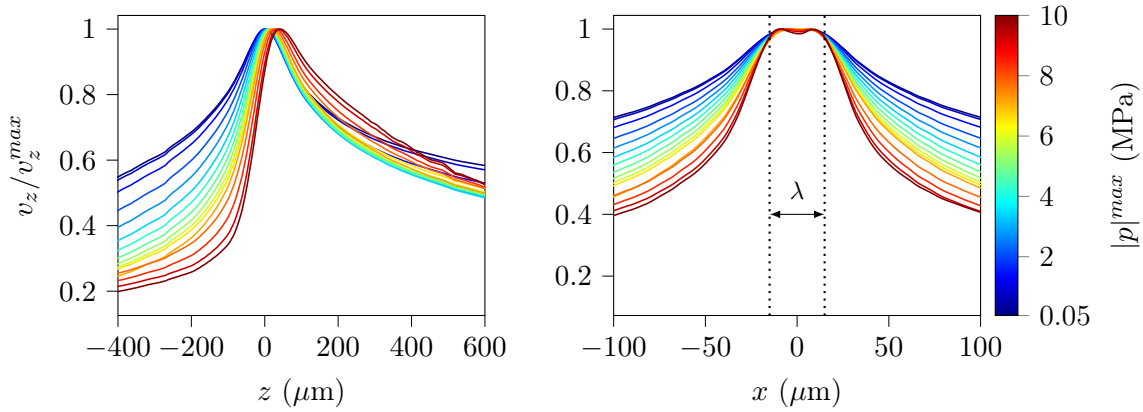
**FIGURE 4.15** Vitesse axiale maximale du streaming en fonction de la pression acoustique maximale à la focale, en échelle linéaire (à gauche) et en échelle logarithmique (à droite).

Ce dernier nécessite cependant de déterminer une longueur caractéristique. Celle-ci dépend de la géométrie du problème, c'est-à-dire du contenant de l'écoulement (tuyau) ou de l'objet autour duquel le fluide s'écoule (longueur de la plaque, diamètre d'une sphère). Dans le cas du streaming d'Eckart, l'écoulement a lieu loin de toute frontière et sans présence d'objet, il n'est donc pas trivial de fixer une longueur caractéristique. Plusieurs possibilités peuvent être envisagées comme la longueur d'onde, soit environ le diamètre de l'anneau de pression du vortex, ou bien l'étendu axial du champ acoustique. Étant donné les résultats numériques de la figure (4.15), il semblerait que le changement de régime ait lieu autour d'une vitesse de 25 mm/s, correspondant à une amplitude de pression 1.25 MPa. Le nombre de Reynolds équivalent, égal à 1, impose une longueur caractéristique correspondant à la longueur d'onde acoustique, environ  $30 \mu\text{m}$ . Ce qui semblait un choix judicieux dans le cas d'un terme source focalisé et une tâche focale d'une longueur d'onde de diamètre. Ainsi, la vitesse limite à partir de laquelle les termes d'inertie doivent être pris en compte devrait augmenter avec la fréquence d'émission acoustique :

$$v^{lim} = \frac{\nu}{\lambda} = \frac{\mu}{\rho_0 c_0} f_0. \quad (4.55)$$

Cependant, il peut être intéressant de travailler à nombre de Reynolds supérieur à 1, car dans ce régime la vitesse de l'écoulement évolue de manière linéaire avec l'amplitude du champ, alors que la force de radiation évolue avec le carré de l'amplitude. La concurrence des forces de radiation et de traînée peut donc être moins serrée à forte amplitude d'émission acoustique.

Enfin, la prise en compte des termes d'inertie dans l'équation de l'écoulement joue sur la structure du champ de vitesse. Sa composante axiale normalisée est représentée suivant  $z$  et suivant  $x$ , figure (4.16). Tout d'abord, suivant  $z$  l'axe de propagation, à l'amplitude de pression la plus faible,



**FIGURE 4.16** Composante axiale de la vitesse du streaming normalisée suivant l'axe de propagation  $z$  (à gauche) et suivant l'axe transverse  $x$  en  $z = 0$  (à droite) pour différentes amplitudes de pression maximales à la focale.

la vitesse axiale est quasiment symétrique en raison de la différence de condition limite entre les deux extrémités du domaine de calcul cylindrique. Plus l'amplitude de pression est forte, plus la vitesse axiale se dissymétrise. De plus, la position de la vitesse maximale se déplace vers les  $z$  positifs. En amont de la focale, l'écoulement subit un raidissement important avant d'atteindre sa valeur maximale. En aval, la décroissance de l'écoulement ne se fait pas non plus de manière identique pour les différentes amplitudes de pression. Au delà de  $|p|^{max} = 5$  MPa, l'écoulement est plus étalé du coté des  $z$  positifs que pour les autres pressions.

Suivant  $x$ , l'étalement spatial de l'écoulement à la focale est réduit par l'augmentation de l'amplitude de pression, ce qui est aussi lié au déplacement de la position de la vitesse maximale après la focale. Aussi, plus l'amplitude augmente, plus l'écoulement se creuse à la focale. Cela peut être lié à la domination des effets d'inertie sur les effets visqueux. Ces derniers tendent, en régime de Stokes, à diffuser la structure complexe du terme source.

### 4.3.3 Compétition des forces de traînée et de radiation

Le streaming généré par la pince acoustique haute-fréquence présente une vitesse axiale maximale d'environ 18 mm/s à la focale. L'efficacité d'une pince acoustique repose sur sa capacité à produire un piège tridimensionnel et donc une force de rappel axiale. Cependant, cette force est généralement faible et se retrouve en compétition avec d'autres forces, comme le poids (chapitre 2) et le streaming acoustique. Dans le cas de la pince haute-fréquence dans l'eau, le poids de l'objet est très faible en raison de sa taille (de l'ordre d'une dizaine de micromètres), et

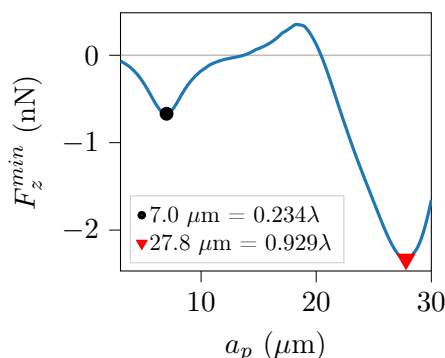
la poussée d'Archimède permet d'en réduire l'effet. Cependant le streaming, qui dépend de la fréquence d'émission, va exercer une force de trainée sur l'objet piégé. Cette force de trainée doit être inférieure à la force de radiation afin d'assurer la stabilité du piège.

La force de trainée s'exerçant sur une particule sphérique soumise à un écoulement de fluide peut s'exprimer de différentes façons en fonction de la vitesse de l'écoulement. La sélection du modèle de trainée dépend du nombre de Reynolds (équation ((4.54))), et donc de la vitesse de l'écoulement ainsi que de la longueur caractéristique de l'objet, soit le diamètre dans le cas d'une sphère. Dans le cas d'une bille de  $14 \mu\text{m}$  de diamètre et un écoulement de  $18 \text{ mm/s}$  dans l'eau (cf. tableau (4.1) pour les propriétés physiques de l'eau), le nombre de Reynolds est inférieur à  $0.3$ , ce qui correspond au régime de Stokes, pour lequel les forces d'inertie sont négligeables devant les effets visqueux. La force de trainée peut donc être calculée à partir de la loi de Stokes :

$$\mathbf{D} = -6\pi\mu a_p \mathbf{v}. \quad (4.56)$$

Avec  $a_p$  le rayon de la particule sphérique et  $\mu$  la viscosité dynamique.

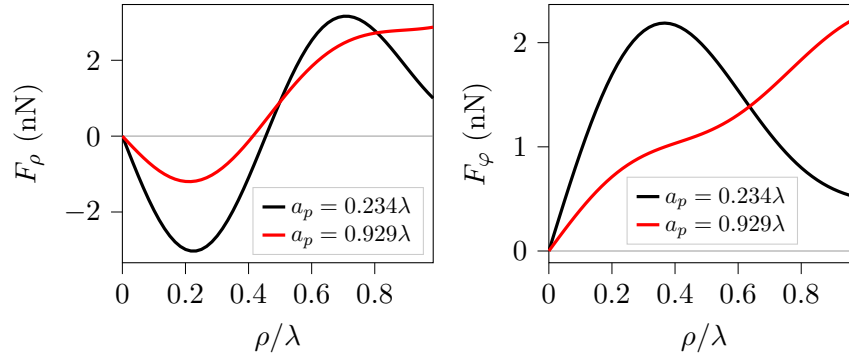
Pour comparer la force de trainée à la force de radiation, il faut déterminer le rayon optimal de la sphère pouvant être piégée par la pince acoustique. Pour cela, la force de radiation est calculée pour des rayons de sphère de verre borosilicate compris entre  $3 \mu\text{m}$  ( $0.1\lambda$ ) et  $30 \mu\text{m}$  ( $\lambda$ ). La force axiale de rappel, soit la partie négative, s'oppose à la force de trainée, par conséquent pour chaque taille de sphère, on sélectionne la valeur minimale de la force de radiation, figure (4.17). La



**FIGURE 4.17** Force de radiation axiale de rappel en fonction du rayon d'une sphère de verre borosilicate.

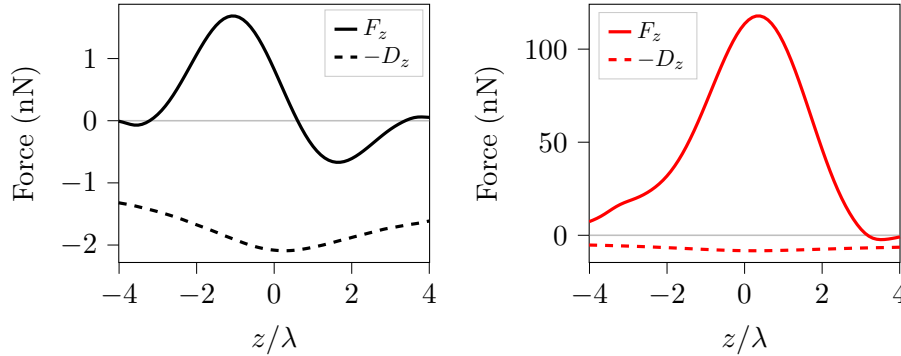
courbe obtenue présente deux valeurs minimales locales. Une première à  $7 \mu\text{m}$  ( $\approx 0.23\lambda$ ) et une seconde beaucoup plus importante à  $27.8 \mu\text{m}$  ( $\approx 0.93\lambda$ ). Pour ces deux rayons, le pic négatif de la force de radiation axiale atteint des valeurs respectives de  $-0.67 \text{ nN}$  et  $-2.33 \text{ nN}$ . Par conséquent, le piège sera possible si l'amplitude de la force de trainée est inférieure à celle de la force de radiation. L'existence d'un piège tridimensionnel nécessite également de vérifier la composante radiale, figure (4.18). Cette dernière présente bien un pic négatif qui permet d'attirer la particule vers le centre du faisceau. En théorie, le piège acoustique est possible mais sa réalisation dépend de l'amplitude de la force de trainée.

Pour les deux rayons déterminés précédemment, la force de radiation axiale et la force de trainée associée à la composante axiale du streaming sont représentées figure (4.19). Il apparaît alors que



**FIGURE 4.18** Force de radiation radiale (à gauche) et azimutale (à droite) pour les deux rayons sélectionnés à la figure (4.17)

la force de trainée est largement supérieure à la force de radiation axiale, quelque soit le rayon. Et plus le rayon augmente, plus la force axiale présente une dissymétrie importante entre son pic positif et son pic négatif. Cet aspect peut rendre le piégeage difficile à réaliser en pratique. En effet, si la bille est attrapée du côté des  $z$  négatifs, elle subira une accélération importante en raison de la force de poussée, somme de la force de radiation et de la force de trainée, ce qui peut conduire à l'éjection de la particule.



**FIGURE 4.19** Comparaison des forces de radiation et de trainée axiales pour deux sphères de verre borosilicate de rayon  $7 \mu\text{m}$  ( $\approx 0.23\lambda$ ) à gauche, et  $27.8 \mu\text{m}$  ( $\approx 0.93\lambda$ ) à droite.

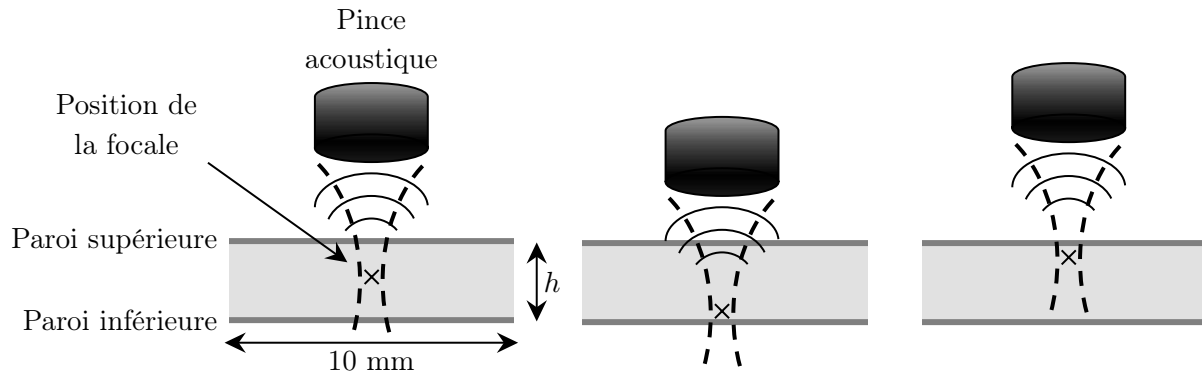
#### 4.3.4 Réduction du streaming par l'usage de microcanaux

La comparaison des forces de radiation et de trainée montre que le piège de particule sphérique n'est pas possible dans les conditions décrites précédemment, c'est-à-dire dans le cas d'un piégeage en espace libre, avec les caractéristiques  $r_0$  et  $\alpha_0$  du vortex définies précédemment. Cependant, le streaming acoustique dépend fortement des frontières et des conditions limites du domaine. Ainsi, une stratégie envisageable afin de permettre le piège de particule sphérique par la pince acoustique haute-fréquence est de confiner le piégeage dans une cavité ou un microcanal.

On peut imaginer un microcanal de hauteur  $h$  à définir et de largeur et profondeur 10 mm,



figure (4.20). Les parois supérieure et inférieure du microcanal sont parallèles à la surface de la



**FIGURE 4.20** Schéma du microcanal de hauteur  $h$ , de largeur et profondeur 10 mm. Le microcanal est situé sous la pince acoustique et la focale acoustique peut se déplacer à l'intérieur du microcanal.

pince acoustique. On suppose que le matériau composant le microcanal est d'impédance similaire à l'eau et ne perturbe pas le champ acoustique. L'objectif est de déterminer la hauteur  $h$  optimale du microcanal pour que la force de trainée soit suffisamment réduite par rapport à la force de radiation. Pour cela, le streaming acoustique est simulé pour des microcanaux de hauteur de 500, 250, 175 et 100  $\mu\text{m}$ . Pour chaque configuration, plusieurs positions de la focale dans le microcanal sont explorées. La variation de la position de la focale dans le microcanal implique que le terme source sera situé plus ou moins proche des parois supérieure ou inférieure du microcanal. Dans un premier temps, la particule sphérique repose sur la paroi inférieure. Lorsque la focale est située sur l'objet, celui-ci est piégé. Ensuite, dans le but de réaliser une tâche de manipulation, la focale et donc l'objet sont déplacés au centre du microcanal ou jusqu'à sa paroi supérieure. Pour la résolution du streaming, une condition de non-glissement est appliquée aux parois du microcanal. La composante axiale du streaming est représentée figure (4.21) pour un microcanal de 500  $\mu\text{m}$  de hauteur. La focale acoustique est toujours prise comme origine du repère et est située à différentes distances de la paroi inférieure. La vitesse de l'écoulement est maximale lorsque la focale est positionnée au centre du microcanal. De part et d'autre du centre, l'écoulement est symétrique. Plus la focale se rapproche des parois, plus la vitesse maximale diminue. La vitesse axiale maximale est toujours située à la focale. Celle-ci est tracée pour chaque position de la focale dans le microcanal de 500  $\mu\text{m}$  de hauteur en fonction de la distance entre la focale et la paroi inférieure du canal, figure (4.22a).

L'évolution de la vitesse maximale peut être modélisée par un polynôme d'ordre 2. La vitesse maximale au centre du microcanal est de 8.9 mm/s soit 2 fois moins forte que la vitesse maximale sans microcanal. Cependant la force de trainée associée est toujours plus importante que la force de rappel axiale.

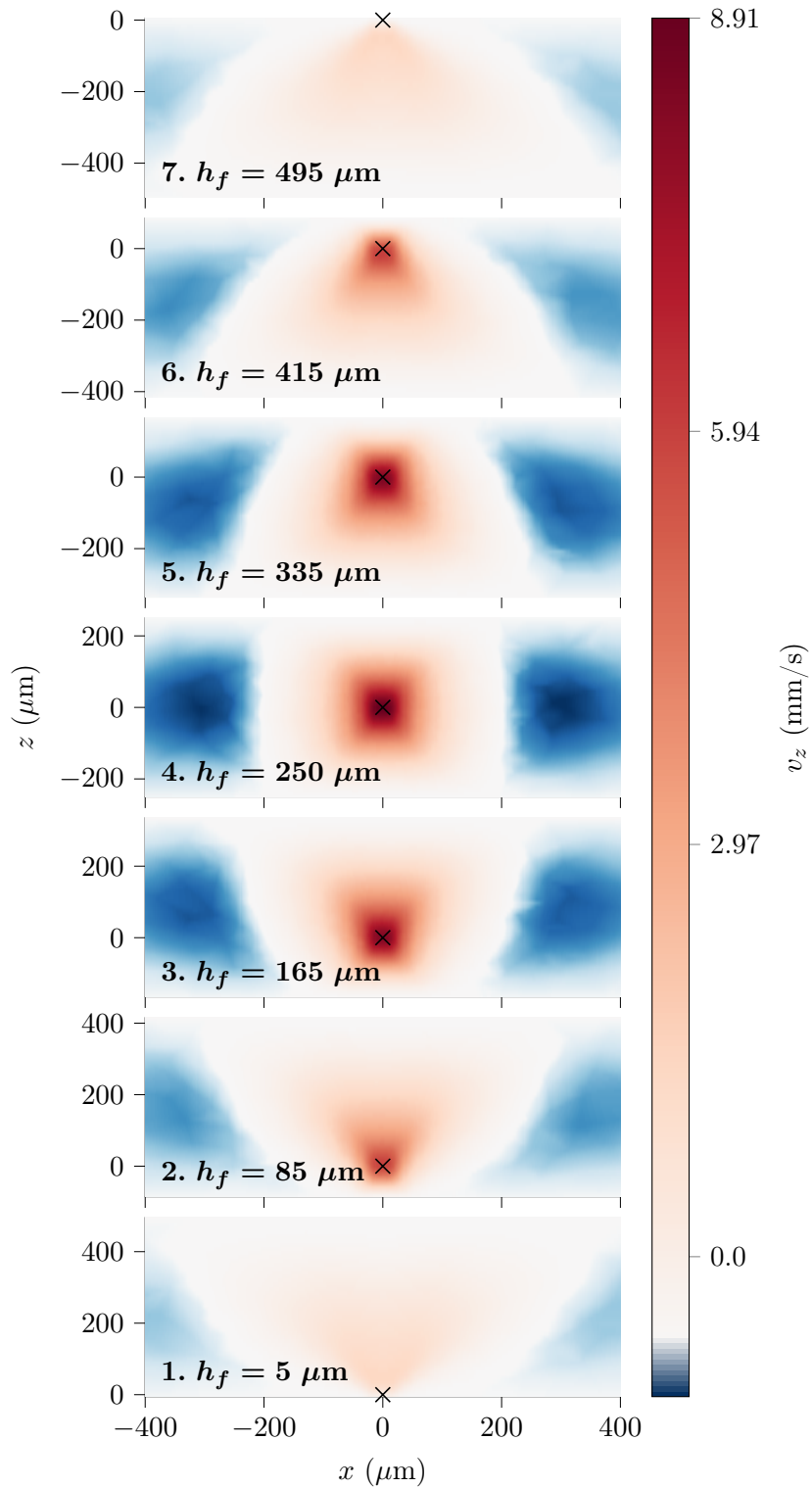
Les mêmes simulations sont réalisées pour des microcanaux de hauteurs 250, 175 et 100  $\mu\text{m}$ . Les valeurs maximales de la vitesse axiale sont tracées en fonction de la distance entre la focale et la paroi inférieure de chaque microcanal, figure (4.22). La figure (4.23) rassemble les vitesses maximales obtenues dans chaque microcanal. Comme vu précédemment, la vitesse maximale est

toujours obtenue quand la position focale se situe au centre du microcanal. La vitesse maximale du streaming diminue considérablement avec la hauteur du microcanal. Pour les microcanaux de 250, 175 et 100  $\mu\text{m}$ , les vitesses maximales correspondent respectivement à 32, 24 et 12% de la vitesse du streaming sans microcanal. Ainsi la force de trainée maximale passe de 2.1 nN à 0.68, 0.5, 0.26 nN. De plus, la force de trainée à la position  $z$  correspondant au pic négatif de la force de radiation ( $\approx 1.6\lambda$ ) est à environ 90% de la force de trainée maximale. Les microcanaux de hauteur  $h = 175 \mu\text{m}$  et  $h = 100 \mu\text{m}$  devraient donc permettre de manipuler des particules sphériques de 14  $\mu\text{m}$  de diamètre avec la pince acoustique.

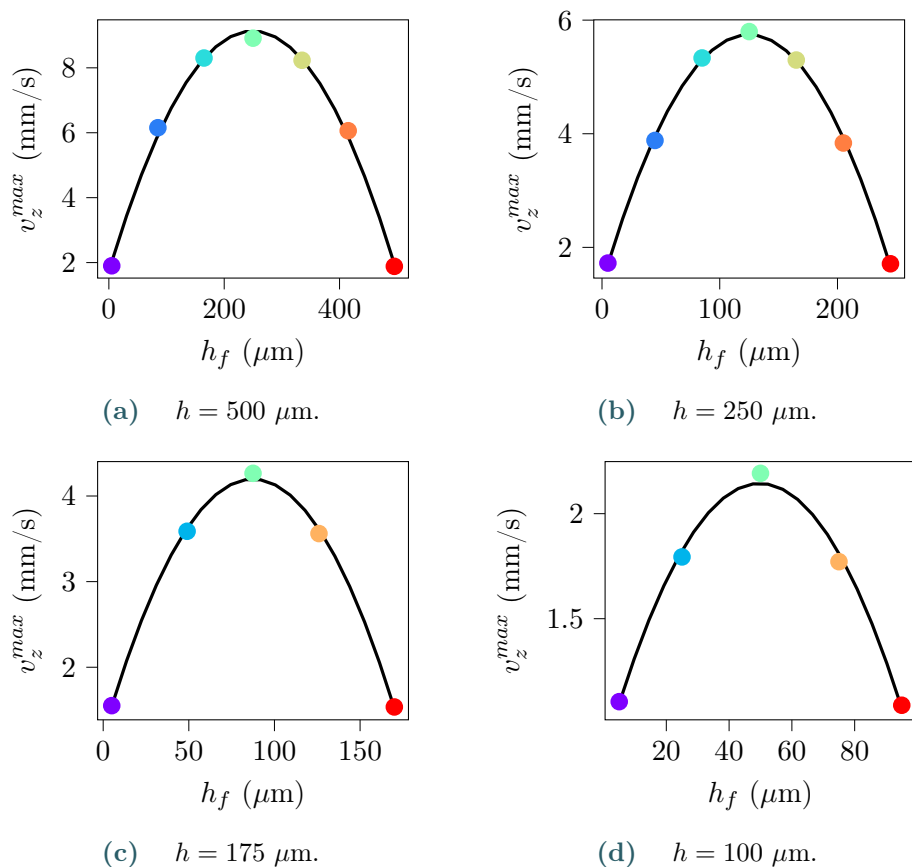
Les résultats principaux, vitesses maximales et forces de trainée associées sont réunis dans le tableau (4.6).

$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$h$ ( $\lambda$ )	$v_z^{max}$ (mm/s)	$D_z^{max}$ (nN)
500	16.7	8.9	1.04
250	8.33	5.8	0.68
175	5.83	4.3	0.5
100	3.33	2.2	0.26

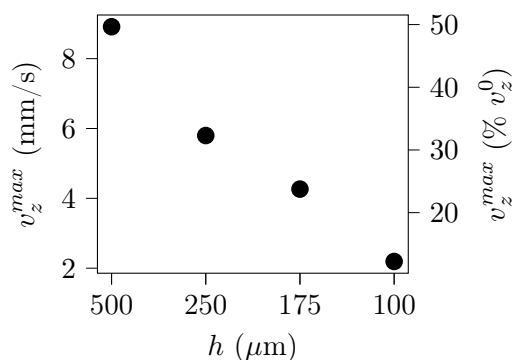
**TABLEAU 4.6** Vitesses et forces de trainée axiales maximales du streaming acoustique dans les microcanaux de hauteur  $h$ . Sans microcanal, la vitesse maximale est 17.9 mm/s et la force de trainée associée est -2.1 nN. L'amplitude du pic négatif de la force de radiation est de -0.67 nN. À la position axiale correspondante, la force de trainée vaut environ 90% de la force maximale.



**FIGURE 4.21** Vitesse axiale du streaming dans un microcanal de  $500 \mu\text{m}$  de hauteur, pour différentes position  $h_f$  de la focale par rapport à la paroi inférieure du microcanal (cf. figure 4.20). La pression maximale du champ acoustique est fixée à 1 MPa.



**FIGURE 4.22** Vitesse axiale maximale du streaming en fonction de la distance  $h_f$  entre la focale et la paroi inférieure de chaque microcanal simulé (cf. figure 4.20).

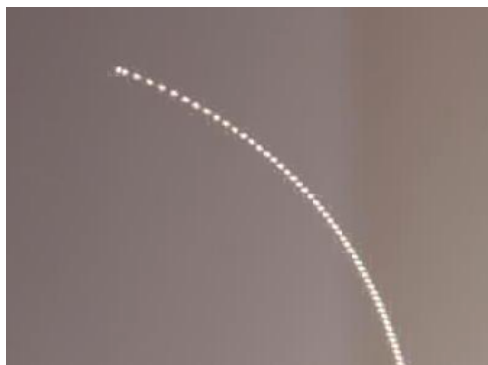


**FIGURE 4.23** Vitesse axiale maximale du streaming acoustique en fonction de la hauteur  $h$  du microcanal. Elle est également donnée en pourcentage de la vitesse initiale  $v_z^0$ , sans microcanal, égale à 17.9 mm/s.

### 4.3.5 Streaming de la pince acoustique à 1 MHz

Le streaming acoustique associé à une pince acoustique a été estimé expérimentalement sur un dispositif fonctionnant à une fréquence de 1.15 MHz dans l'eau (Baresch *et al.*, 2018). La pince acoustique est réalisée par une antenne de transducteurs piézoélectriques sur laquelle est fixée une lentille acoustique concave d'ouverture 0.7 permettant la focalisation du vortex focalisé (Baresch *et al.*, 2016). Lors de l'arrêt de l'émission de la pince acoustique, il avait été observé que l'objet piégé ne retombait pas tout à fait verticalement mais suivait plutôt une trajectoire parabolique, figure (4.24). Ce comportement témoigne de l'influence du streaming acoustique sur la bille, généré par la pince acoustique.

Baresch *et al.* ont pu mettre en œuvre une méthode expérimentale simple d'estimation de la



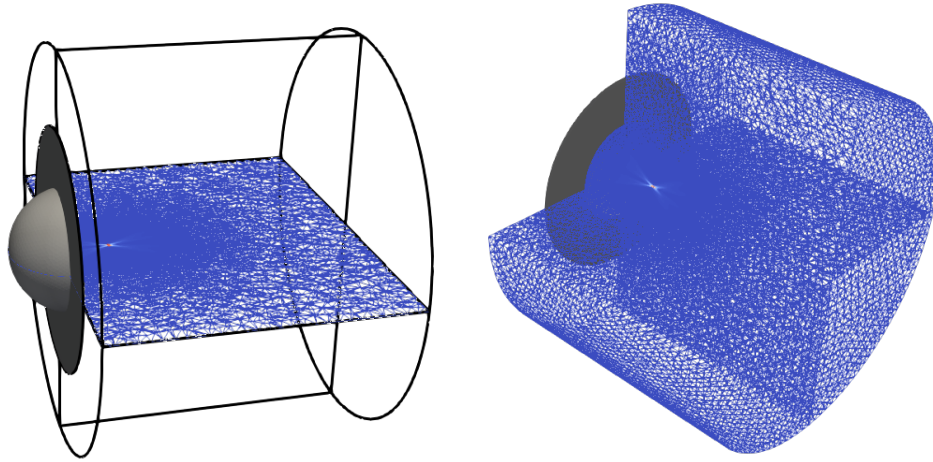
**FIGURE 4.24** Trajectoire d'une bille piégée par la pince acoustique à 1.15 MHz directement après l'arrêt de l'émission acoustique.

vitesse de l'écoulement. Elle consiste à injecter de l'encre au niveau de la zone de l'écoulement près de la focale, afin de servir de traceur. Une fois l'encre injectée, la pince acoustique est mise en marche et l'expérience est filmée par une caméra rapide. Ensuite, le front de l'écoulement est détecté en post-traitement et permet d'obtenir la vitesse Lagrangienne de l'écoulement. Et la vitesse du streaming dépend de la région où on l'observe. À la focale, la vitesse axiale de l'écoulement est estimée à 4 mm/s pour une amplitude de pression maximale à la focale de  $0.8 \pm 0.1$  MPa. D'après cette estimation et la vitesse limite du régime de Stokes, équation (4.55), la prise en compte des termes d'inerties dans l'équation du streaming est nécessaire pour sa résolution.

Ainsi, la méthode développée précédemment est appliquée à cette configuration et une vitesse similaire est obtenue numériquement pour une amplitude à la focale de 0.7 MPa, valeur incluse par les incertitudes précédemment définies. Le champ acoustique est un vortex focalisé dont les paramètres sont  $r_0 = 60$  mm la distance de focalisation,  $\alpha_0 = 42.5^\circ$  l'angle d'ouverture et  $m' = 1$  la charge topologique.

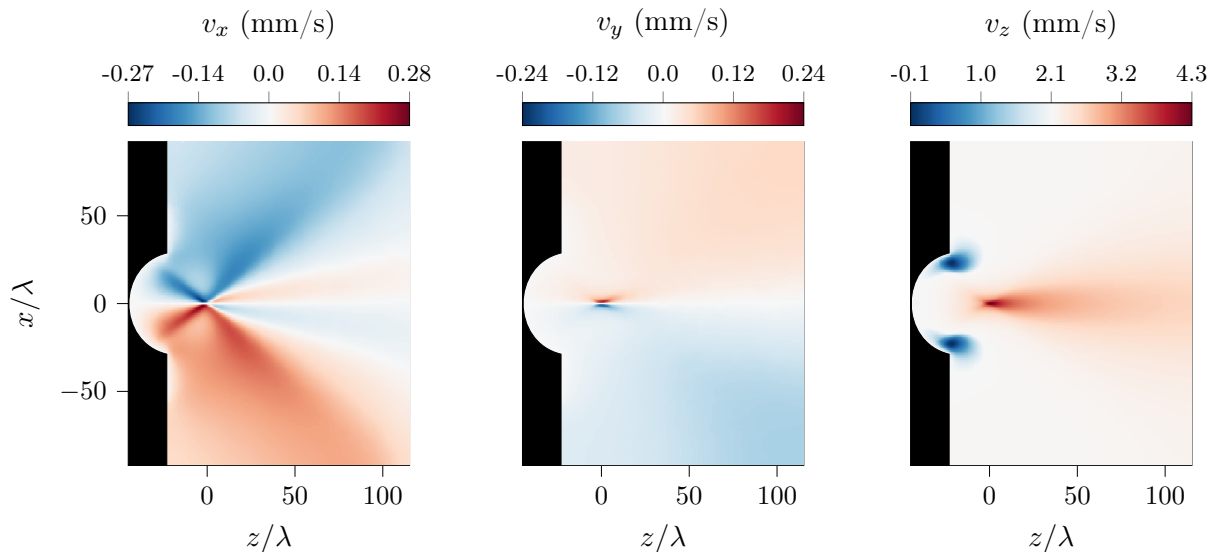
L'écoulement est déterminé pour un domaine numérique cylindrique, de rayon 120 mm étendu de  $z = -29.8$  mm à  $z = 150$  mm (le repère étant centré sur la focale), incluant une partie hémisphérique rattachée à un disque, le tout représentant la surface de la lentille acoustique. Cette surface hémisphérique est de rayon 37.5 mm, centrée en  $z = -21$  mm, délimitée par les angles  $\theta = 103.8^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ . Le disque, uni à la demie sphère, est de rayon 72.5 mm, situé en  $z = -29.8$  mm. Le maillage est raffiné autour de la focale dans une zone rectangulaire comme

pour la pince haute-fréquence, avec un pas d'échantillonnage de  $\lambda/8$ , avec  $\lambda = 1.3$  mm. Les domaine et maillage numériques décrit ci-dessus sont représentés figure (4.25). Les composantes



**FIGURE 4.25** Domaine et maillage numériques pour le calcul de la pince acoustique à 1.15 MHz (Baresch *et al.*, 2016).

de l'écoulement obtenu sont tracées figure (4.26). Sa structure est similaire à celle obtenue pour la pince haute-fréquence, à la différence que le nombre de Reynolds est ici à 6.7 contre 0.6 pour la vitesse maximale à 50 MHz (cf. section 4.3.1). L'écoulement est donc plus raide en amont de la focale et sa vitesse axiale maximale est légèrement décalée vers les  $z$  positifs (cf. section 4.3.2). De plus, la pince acoustique a une géométrie différente, hémisphérique, qui modifie également la structure de l'écoulement. Néanmoins, les propriétés principales sont retrouvées.



**FIGURE 4.26** Composantes cartésiennes du streaming de la pince acoustique à 1 MHz (Baresch *et al.*, 2016) dans le plan de propagation. La pression acoustique maximale est fixée à 1 MPa.

#### 4.4 Dimensionnement d'une pince acoustique haute-fréquence

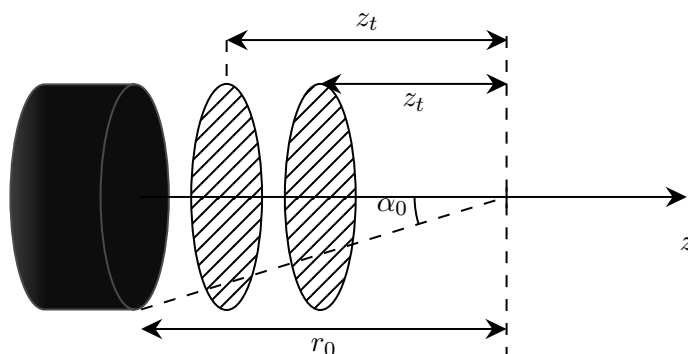
Lors du dimensionnement d'une pince acoustique, il est important de définir le champ acoustique et ses paramètres principaux par rapport aux objectifs, par exemple le piège de particules d'un matériau ou d'une taille spécifiques. Cela permet alors d'estimer la force de radiation théorique pouvant être atteinte par le dispositif expérimental. Cependant, et en particulier dans le cas d'une pince acoustique haute-fréquence, la force de radiation peut être en compétition avec d'autres effets, comme la force de traînée associée au streaming acoustique par exemple. Or le comportement du streaming n'est pas trivial, il convient alors de l'étudier pour les différents paramètres de la pince acoustique qui sont le rayon de la source, la distance focale ou distance de travail (correspondant à la position du piège acoustique par rapport à la paroi en amont la plus proche) et l'angle de focalisation dans le cas du vortex focalisé. La fréquence pourrait également être un paramètre à étudier, toutefois ici elle est fixée à 50 MHz pour viser la manipulation d'objets micrométriques.

On se propose d'étudier le streaming acoustique en fonction des différents paramètres du champ acoustique et des conditions limites, la distance de focalisation, l'angle d'ouverture et la distance de travail. Dans un premier temps, on évalue l'impact de la distance de travail sans modifier la structure du champ acoustique. Ensuite, on étudie l'angle d'ouverture, tout en conservant une distance de focalisation fixe. Enfin, on combine les deux paramètres pour dimensionner une pince acoustique optimisée pour la réduction du streaming acoustique et la maximisation de la force de radiation.

## 4.4.1 Distance de travail

La pince acoustique consiste en un transducteur plan circulaire. La distance entre sa surface et la focale est définie comme la distance de focalisation  $r_0$ . Elle peut aussi être appelée distance de travail (par analogie aux objectifs de microscope), qui définit la distance entre l'appareil et l'objet à visualiser, ou ici manipuler. La distance de travail est notée  $z_t$ . On suppose que cette distance peut être diminuée par rapport à  $r_0$  (cf. figure (4.27)) par le biais d'une paroi transparente aux ondes acoustiques, comme dans le cas du microcanal (section 4.3.4). La variation de  $z_t$  peut jouer un rôle sur l'écoulement de streaming par rapport aux effets cumulatifs qui ont lieu sur la distance.

Dans le cas où un microcanal restreint la zone dans laquelle l'écoulement peut se développer, il a



**FIGURE 4.27** Variation de la distance de travail  $z_t$  entre la focale et la paroi rigide en amont. La distance de focalisation  $r_0$  et l'angle d'ouverture ne varient pas et valent 3 mm et  $48.57^\circ$  respectivement.

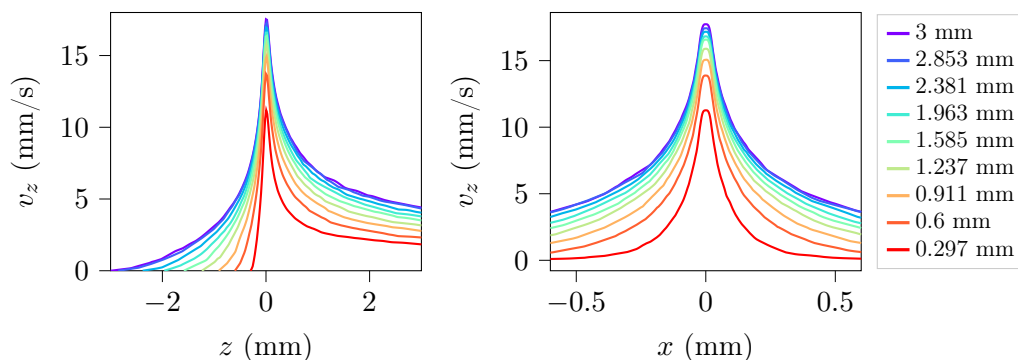
été vu que sa vitesse peut être largement diminuée. Il n'est pas forcément nécessaire de cloisonner entièrement l'écoulement, réduire la distance de travail peut permettre de diminuer suffisamment l'écoulement pour que la force de traînée ne perturbe pas le piège acoustique. L'effet de cette distance sur le streaming est évalué ci-après.

Comme pour les simulations précédentes, la paroi permettant de régler la distance de travail  $z_t$  est modélisée par une surface fixe circulaire de rayon 3.4 mm (identique à celui de la pince acoustique) sur laquelle est appliquée une condition de non-glissement, par conséquent la vitesse de l'écoulement doit s'y annuler. Les autres parois du domaine numérique de la simulation du streaming sont choisies ouvertes. Au niveau de ces frontières, l'écoulement est libre d'entrer ou de sortir. Le domaine complet est un cylindre de rayon 4 mm et de longueur comprise entre  $z = -z_t$  et  $z = 8$  mm.

Le terme source du streaming acoustique est obtenu pour un vortex focalisé de pression 1 MPa à la focale, de fréquence 50 MHz, de rayon de focalisation et d'angle d'ouverture de 3 mm et  $48.57^\circ$ , ainsi  $r_0 \neq z_t$  ici. Ses composantes sont représentées dans le plan de propagation figure (4.6).

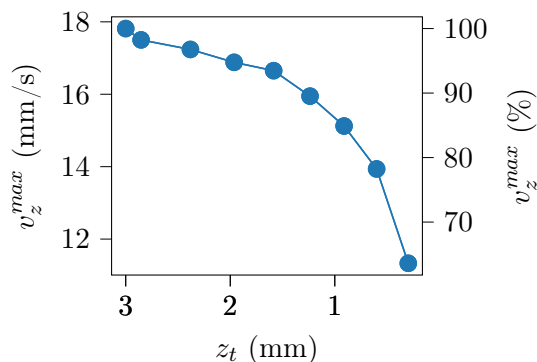
La distance de travail  $z_t$  varie de 3 mm à 0.297 mm, et pour chacune, l'écoulement de streaming acoustique est déterminé. Sa composante axiale est représentée suivant l'axe de propagation  $z$  et suivant l'axe transverse  $x$ , figure (4.28), pour chaque distance de travail. En  $z = -z_t$ , soit la position de la paroi fixe, l'écoulement est bien à vitesse nulle. Plus  $z_t$  diminue, moins l'écoulement





**FIGURE 4.28** Comparaison de la composante axiale du streaming suivant l'axe de propagation  $z$  ( $x, y = 0$ ) (à gauche) et l'axe transverse  $x$  ( $z, y = 0$ ) (à droite) pour chaque distance de travail  $z_t$  comprise entre 3 mm et 0.297 mm.

a de distance pour se développer, ainsi la valeur maximale de la vitesse, à la focale, est réduite. La vitesse axiale voit également son étalement latéral réduit, cela est seulement dû à la proximité de la paroi en  $-z_t$  étant donné que les parois latérales sont ouvertes. La figure (4.29) montre que l'évolution du streaming n'est pas linéaire avec  $z_t$ . Le streaming diminue assez faiblement



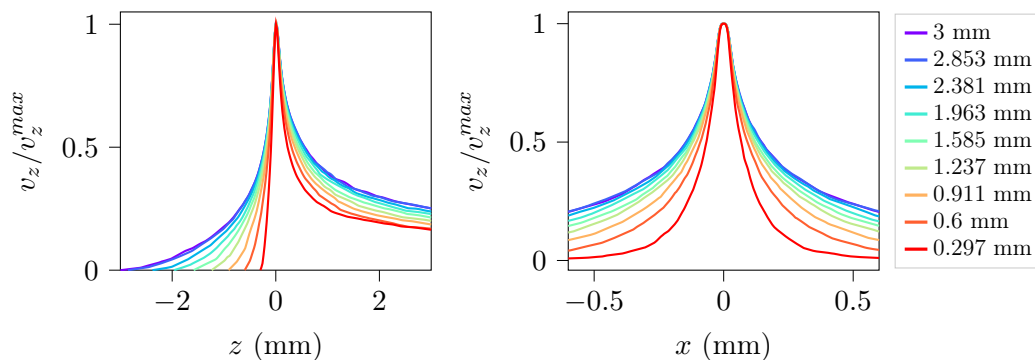
**FIGURE 4.29** Vitesse axiale maximale à la focale en fonction de la distance de travail  $z_t$  (distance entre la paroi fixe et la focale). La distance focale, le rayon de la source et l'angle d'ouverture sont fixés respectivement à 3 mm, 3.4 mm et  $48.57^\circ$ . La pression maximale du champ acoustique vaut 1 MPa.

avec les premières valeurs de  $z_t$ , cependant la diminution est plus importante entre les deux dernières valeurs. Réduire la distance de travail, donc la distance entre la paroi fixe et la focale, d'un facteur 2, ne permet de diminuer la vitesse de l'écoulement que de 7%. Une réduction de  $z_t$  d'un facteur 10 par rapport à la valeur initiale de 3 mm, entraîne une réduction du streaming de 37%. Or il faut une réduction de la vitesse d'au moins 69% pour que la force de traînée soit équivalente à la force de radiation, soit une vitesse égale à 31% de la valeur initiale. Même dans ce cas là, la stabilité du piège risque d'être compromise. On suppose qu'il faudrait environ un facteur 2 entre la force de traînée et la partie négative de la force axiale de radiation pour assurer un piège axial, il faudrait que la force de traînée soit de 0.3 nN environ. Le choix de ce facteur résulte de l'identification d'un point de fonctionnement sur la force assurant une raideur

suffisante du piège. Cela représente environ 15% du streaming obtenu pour la pince acoustique introduite plus tôt. Cependant, la distance de travail doit rester suffisamment grande pour pouvoir effectuer des tâches de manipulation sans trop de difficulté. Par exemple, pour les expériences de manipulation sans contact avec les pinces optiques, les distances de travail sont fixées par les ouvertures numériques des objectifs. Dans le but de générer un piège optique, il faut des faisceaux fortement focalisés, ainsi les ouvertures numériques sont généralement de 1.3, correspondant à des distances de travail de 0.2 mm (Padgett et Di Leonardo, 2011). Les distances étudiées ici sont donc encore acceptables.

Enfin, on regarde la vitesse axiale normalisée pour chaque valeur de  $z_t$  suivant  $z$  et suivant  $x$ , figure (4.30). Plus  $z_t$  est faible, plus le streaming est faible après la focale et plus il est étroit latéralement à la focale. La réduction de la distance de travail modifie donc la géométrie de l'écoulement.

Les valeurs de vitesse du streaming et de la force de trainée associée sont données pour chaque



**FIGURE 4.30** Vitesse axiale normalisée tracée suivant  $z$  (à gauche) et suivant  $x$  (à droite) pour chaque distance  $z_t$  entre la paroi fixe et la focale.

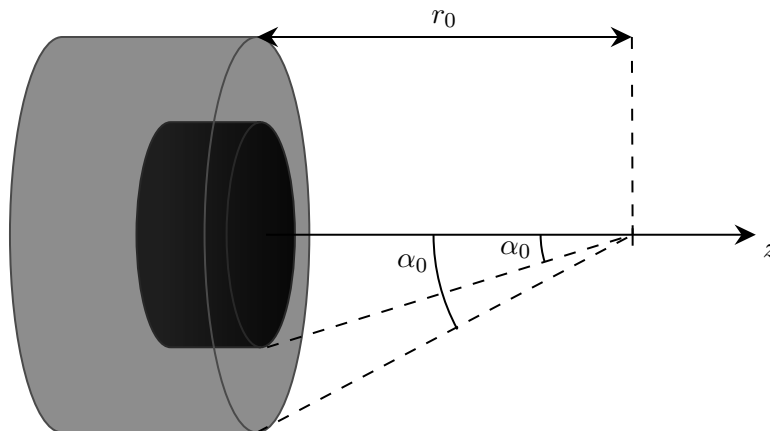
distance  $z_t$  dans le tableau (4.7).

$z_t$ (mm)	$z_t$ ( $\lambda$ )	$v_z^{max}$ (mm/s)	$D_z^{max}$ (nN)
3	100	17.9	2.1
2.853	95	17.5	2.05
2.381	79	17.2	2.02
1.923	64	16.9	1.98
1.585	53	16.6	1.95
1.237	41	15.9	1.87
0.911	30	15.1	1.77
0.6	20	13.9	1.64
0.297	10	11.3	1.33

**TABLEAU 4.7** Valeurs des distances  $z_t$  entre la pince acoustique et la focale, ainsi que les vitesses axiales maximales du streaming et forces de trainée associées calculées pour une bille de  $7 \mu\text{m}$  de rayon.

#### 4.4.2 Angle de focalisation

La variation de la distance de travail n'engendre pas de réduction significative du streaming. Un autre paramètre pouvant jouer sur la vitesse de l'écoulement est l'angle d'ouverture de la pince acoustique, figure (4.31). Il permet de régler la focalisation du vortex. Ainsi, l'angle est



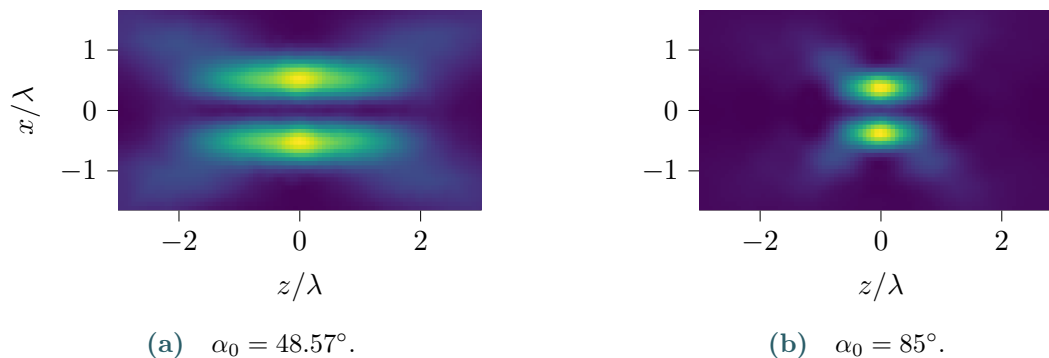
**FIGURE 4.31** Variation de l'angle d'ouverture de la pince acoustique, à distance de focalisation  $r_0$  fixée 3 mm. Dans cette configuration, la distance de travail  $z_t$  est égale à  $r_0$ . Pour faire varier  $\alpha_0$  à  $r_0$  fixé, le rayon de la source est modifié suivant  $r_0 \tan \alpha_0$ .

varié entre  $48.57^\circ$ , l'angle initial, et  $85^\circ$ . La distance de focalisation  $r_0$  reste fixée à 3 mm (la distance de travail  $z_t$  étudiée précédemment est ici équivalente à  $r_0$ ), par conséquent le rayon de la source varie en  $r_0 \tan \alpha_0$ . De même que précédemment, l'amplitude de pression maximale à la focale vaut 1 MPa.

Les dimensions du domaine numérique sont identiques à celles utilisées section 4.3, soit un cy-

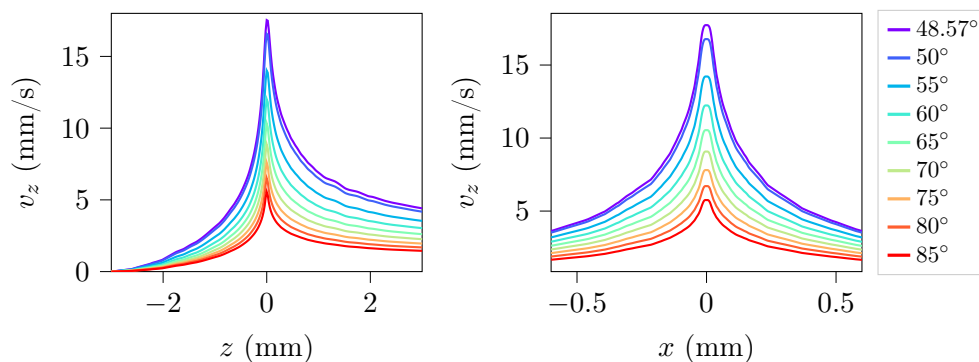
lindre de rayon  $\rho_c = 4$  mm et de longueur comprise entre  $z_c^m = -r_0 = -3$  mm et  $z_c^p = 8$  mm. Comme dans la section précédente, le domaine possède une paroi rigide de rayon 3.4 mm située en  $z_c^m$  à laquelle est appliquée une condition de non-glisement. Les autres parois sont supposées ouvertes.

La figure (4.32) représente le champ de pression acoustique obtenu pour les deux angles de focalisation  $\alpha_0$  donnés ci-dessus, soit  $48.57^\circ$  et  $85^\circ$ . Plus l'angle est important, plus la tâche focale est réduite axialement et plus l'anneau de pression est resserré. La source de l'écoulement est donc réduite de manière volumique.



**FIGURE 4.32** Comparaison des termes sources du streaming pour deux angles d'ouverture différents :  $\alpha_0 = 48.57^\circ$  et  $\alpha_0 = 85^\circ$ .

La vitesse axiale du streaming est tracée en fonction de  $z$ , l'axe de propagation, et  $x$  dans la figure (4.33). La vitesse axiale s'annule en  $z = -3$  mm, au niveau de la surface de la pince acoustique, puis atteint une valeur maximale à la focale, qui diminue lorsque l'angle augmente. La vitesse maximale du streaming, figure (4.34), diminue de manière plus importante avec la

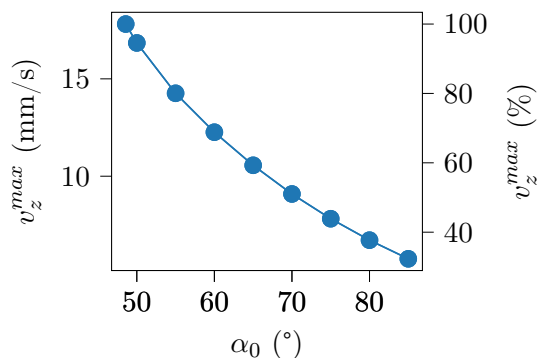


**FIGURE 4.33** Comparaison de la composante axiale du streaming acoustique suivant l'axe de propagation  $z$  ( $x, y = 0$ ) (à gauche) et l'axe transverse  $x$  ( $z, y = 0$ ) (à droite) pour chaque angle d'ouverture  $\alpha_0 \in [48.57^\circ, 85^\circ]$ .

variation de l'angle d'ouverture qu'avec la distance de travail. Cette évolution n'est pas linéaire non plus. Pour les angles les plus importants, la vitesse maximale ne diminue plus beaucoup et semble tendre vers une valeur constante. Son évolution semble saturer avec l'angle de focalisation.

Pour  $\alpha_0 = 85^\circ$ , la vitesse maximale n'est plus qu'à 32% de la valeur initiale.

La diminution du streaming est à présent liée à la diminution du volume de la source, ou au-

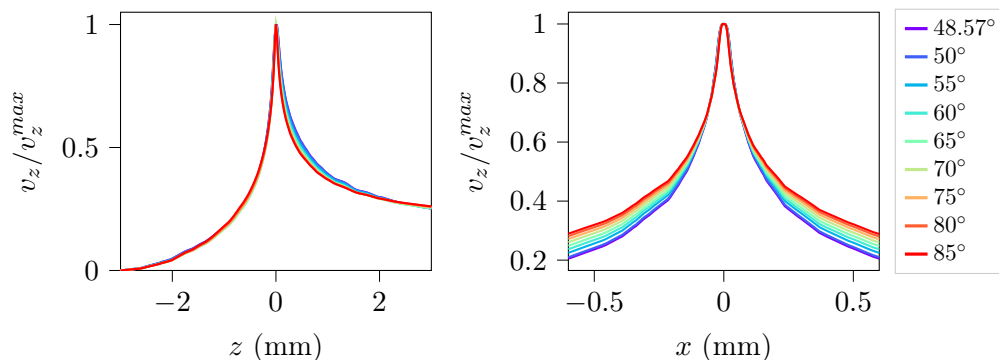


**FIGURE 4.34** Vitesse axiale maximale à la focale en fonction de l'angle d'ouverture  $\alpha_0$  de la pince acoustique.

trement dit à la réduction spatiale du champ acoustique. En effet, l'augmentation de l'angle de focalisation réduit la tâche focale, ainsi, à amplitude de pression égale à la focale, l'énergie du terme source est restreinte sur un volume de plus en plus petit pour un angle important (cf. figure (4.32)), toujours à distance de travail fixée. Cela peut expliquer pourquoi l'augmentation de la fréquence de 1 MHz (Baresch *et al.*, 2018) (cf. section 4.3.5) à 50 MHz ne résulte pas en une amplification aussi importante du streaming acoustique. En effet, malgré l'augmentation de l'atténuation, les échelles spatiales du terme source sont considérablement réduites ainsi l'écoulement de streaming est limité.

Contrairement à la figure (4.30), la figure (4.35) montre que la géométrie de l'écoulement axial n'est pas très impactée par la variation de l'angle d'ouverture. Toutefois, l'étalement latéral à la focale est cette fois légèrement plus important quand l'angle augmente, ce qui peut s'expliquer par le rapprochement des lobes secondaires autour de la focale.

Il semble plus intéressant de conserver une grande distance de travail, et plutôt d'augmenter le



**FIGURE 4.35** Vitesse axiale normalisée tracée suivant  $z$  (à gauche) et suivant  $x$  (à droite) pour chaque angle d'ouverture  $\alpha_0$  de la pince acoustique.

diamètre de la source pour conserver un angle de focalisation suffisant. En effet, la réduction du streaming via la distance de travail est moins significative que pour l'augmentation de l'angle de

focalisation. Les valeurs de vitesse du streaming et de la force de trainée associée sont données pour chaque angle de focalisation  $\alpha_0$  dans le tableau (4.8).

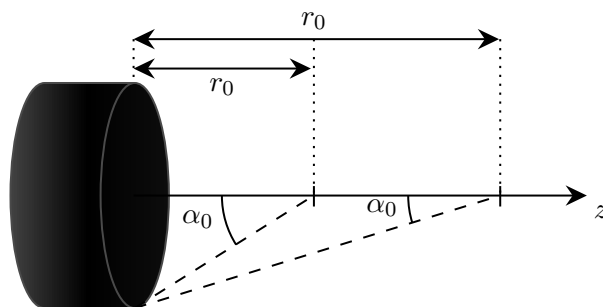
$\alpha_0$ ( $^\circ$ )	$v_z^{max}$ (mm/s)	$D_z^{max}$ (nN)
48.57	17.9	2.1
50	16.8	1.97
55	14.2	1.67
60	12.3	1.44
65	10.6	1.24
70	9.1	1.07
75	7.8	0.92
80	6.7	0.79
85	5.7	0.67

**TABLEAU 4.8** Valeurs des angles d'ouverture  $\alpha_0$  de la pince, des vitesses axiales maximales du streaming et forces de trainée associées (calculées pour une bille de  $7 \mu\text{m}$  de rayon).

#### 4.4.3 Distance de focalisation et angle d'ouverture

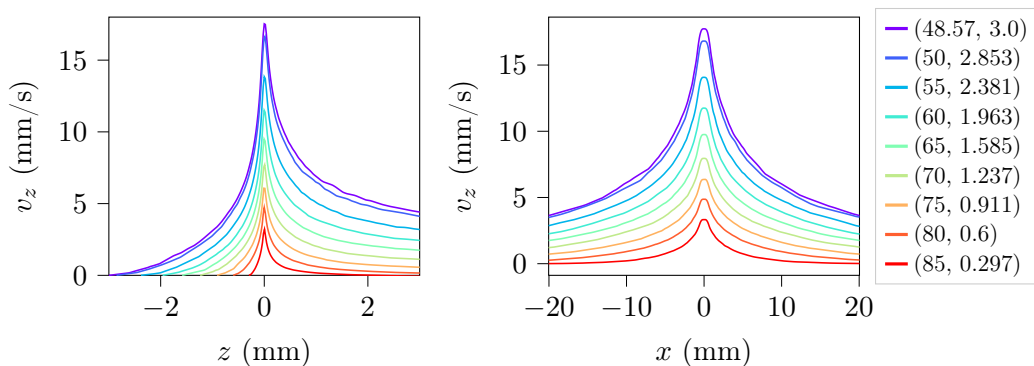
À présent, les simulations de streaming sont réalisées en modifiant conjointement l'angle d'ouverture  $\alpha_0$ , la distance de focalisation  $r_0$  et la distance de travail  $z_t$ , c'est-à-dire la position de la paroi rigide, représentant la pince acoustique, par rapport à la focale. Le domaine de calcul varie donc avec  $z_t$  et  $r_0$ , sachant que  $z_t = r_0$ . Les champs acoustiques permettant de calculer les différents termes sources sont donc équivalents à ceux définis à la section précédente. Finalement, cela revient à simuler le streaming produit par plusieurs pinces acoustiques différentes émettant à la même fréquence. L'amplitude de pression à la focale est toujours fixée à 1 MPa.

La forme du champ de vitesse varie de manière très visible avec la variation jointe de  $\alpha_0$  et  $z_t$



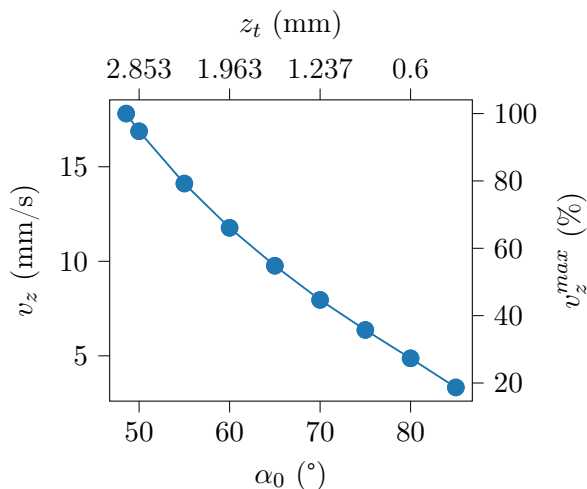
**FIGURE 4.36** Variation de l'angle d'ouverture  $\alpha_0$ , de la distance de focalisation  $r_0$  et de la distance de travail  $z_t$ . Le rayon de la source est fixé de sorte que  $r_0 = z_t = a_0 / \tan \alpha_0$ .

(figure (4.37)). La combinaison des deux paramètres permet de diminuer davantage le streaming



**FIGURE 4.37** Comparaison de la composante axiale du streaming acoustique suivant l’axe de propagation  $z$  ( $x, y = 0$ ) (à gauche) et l’axe transverse  $x$  ( $z, y = 0$ ) (à droite) pour chaque jeu de paramètre  $\alpha_0, r_0 = z_t$ , l’angle de focalisation et la distance de travail (en mm) (cf. figure (4.36)).

acoustique. En effet, pour  $(\alpha_0, z_t) = (85^\circ, 0.297)$ , la vitesse maximale de l’écoulement vaut environ 20% (figure (4.38)) de la valeur initiale, contre 32% pour  $(\alpha_0, z_t) = (85^\circ, 3)$ , et 63% quand  $(\alpha_0, z_t) = (48.57^\circ, 0.297)$ .

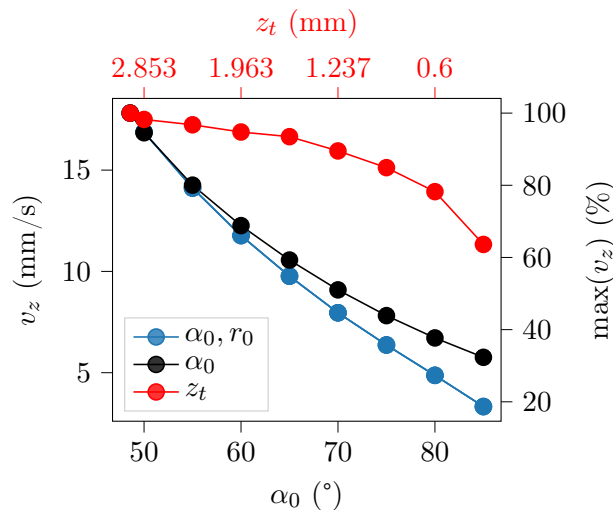


**FIGURE 4.38** Vitesse axiale maximale à la focale en fonction du jeu de paramètre  $\alpha_0, r_0 = z_t$ , l’angle de focalisation et la distance de travail (cf. figure (4.36)).

La figure (4.39) compare les vitesses maximales du streaming dans les 3 cas étudiés ici : la variation seule de la distance de travail (courbe rouge), la variation seule de l’angle d’ouverture (courbe noire) et la variation conjointe des deux paramètres précédents (courbe bleue). On rappelle que les valeurs de  $z_t$  sont celles associées à l’augmentation de l’angle de focalisation pour un rayon de source fixé. Ainsi  $z_t$  correspond à la distance de focalisation  $r_0$ .

La variation seule de  $z_t$  ne s’était pas montrée aussi significative que la variation seule de  $\alpha_0$  et cela se voit également lorsque les deux paramètres sont modifiés simultanément. L’angle de

focalisation joue donc un rôle plus important sur la puissance du streaming acoustique.

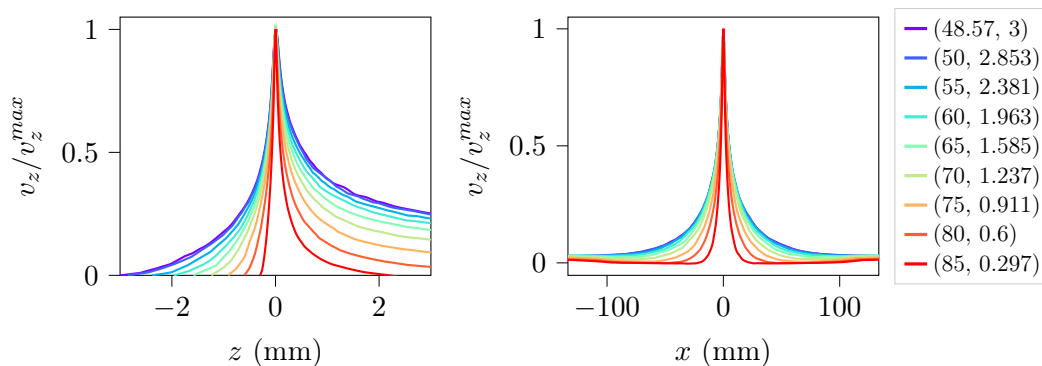


**FIGURE 4.39** Comparaison des vitesses axiales maximales obtenues pour les trois études paramétriques précédentes : variation de la distance de travail  $z_t$  (cf. section 4.4.1), variation de l'angle d'ouverture  $\alpha_0$  (cf. section 4.4.2) et variation conjointe de la distance de focalisation  $r_0 = z_t$  et  $\alpha_0$ .

Enfin la figure (4.40) montre que la réduction de la distance de travail et l'augmentation de l'angle de focalisation réduit à la fois l'étalement axial et latéral du streaming. Dans la première configuration pour laquelle la distance est réduite par le biais d'une paroi transparente aux ondes acoustiques (section 4.4.1), les paramètres du champ acoustique n'étaient pas modifiés, seule la proximité de la paroi influençait le streaming. Il avait été observé que l'étalement spatial de l'écoulement était réduit axialement et latéralement. Dans la seconde configuration (section 4.4.2), seul l'angle d'ouverture variait et l'écoulement déterminé ne présentait quasiment pas de variations géométriques d'un angle à l'autre, excepté latéralement où l'écoulement était légèrement plus large pour les angles les plus élevés. Les résultats de streaming acoustique sont résumés tableau (4.9) pour les 3 situations étudiées précédemment.

Le dimensionnement de la pince acoustique, réalisé dans le but de réduire le streaming acoustique, peut s'envisager de deux façons différentes. La première est de conserver le rayon de la source, fixé ici à 3.4 mm par rapport au dispositif expérimental (chapitre 3), et d'augmenter l'angle de focalisation par le biais de techniques holographiques (par exemple une lentille ou un masque). La seconde option est de conserver la distance de travail et l'angle de focalisation les plus grands possible et donc d'augmenter le rayon de la source. Par exemple, pour un angle d'ouverture  $\alpha_0 = 80^\circ$  et une distance de focalisation (ou distance de travail, on les suppose identique ici,  $r_0 = z_t$ )  $r_0 = 3$  mm, le rayon de la source serait de 17 mm, soit quasiment 5 fois plus que le rayon actuel de la pince acoustique haute-fréquence. Les résultats précédents encouragent plutôt à augmenter le rayon de la source, pour conserver la distance de travail tout en renforçant la focalisation, plutôt que réduire la distance de travail. Cependant, il faut pouvoir accéder à n'importe

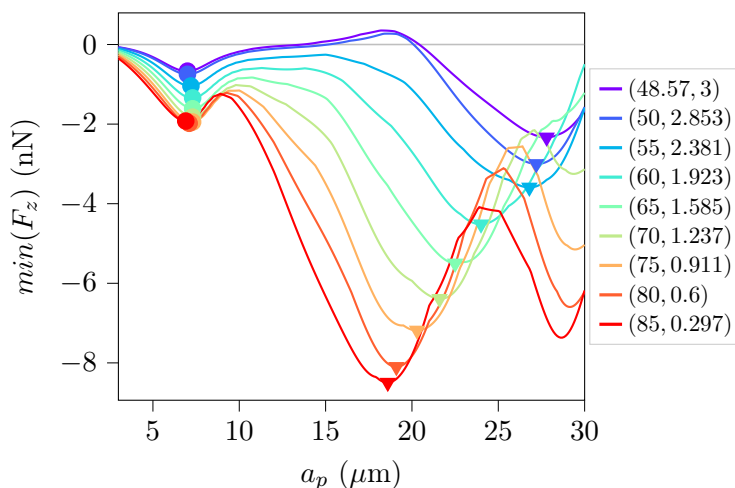




**FIGURE 4.40** Vitesse axiale normalisée tracée suivant  $z$  (à gauche) et suivant  $x$  (à droite) pour chaque jeu de paramètre  $\alpha_0, z_t$ , l'angle de focalisation et la distance de travail (en mm).

quelle taille de source. Pour la suite, on explore le cas où le rayon de la source ne peut être modifié.

L'objectif étant de dimensionner une pince acoustique à 50 MHz qui maximise les forces de radiation et minimise les forces de trainée liée au streaming acoustique, il faut à présent estimer la force de radiation en fonction du jeu de paramètres  $\alpha_0$  et  $r_0 = z_t$ . Comme cela est fait section 4.3.3, la force de radiation minimale, correspondant à la partie attractive de la force, est calculée pour différents rayons de bille et pour chaque paramètre  $\alpha_0$  et  $r_0$ , figure (4.41). Plus l'angle de focalisation augmente, plus la force de rappel est importante. Deux rayons sont à

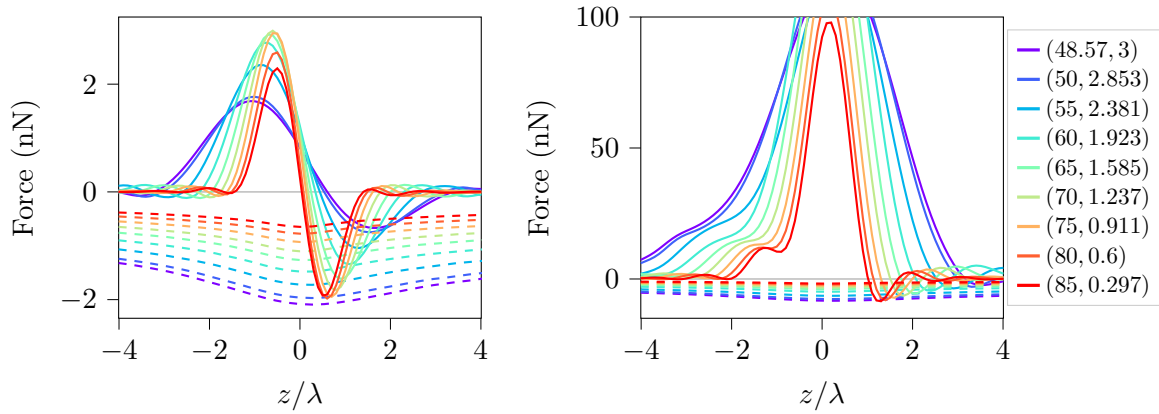


**FIGURE 4.41** Force de radiation axiale de rappel en fonction du rayon d'une sphère de verre borosilicate pour différents jeux de paramètres  $(\alpha_0, r_0)$  de la pince acoustique et une pression maximale à la focale de 1 MPa.

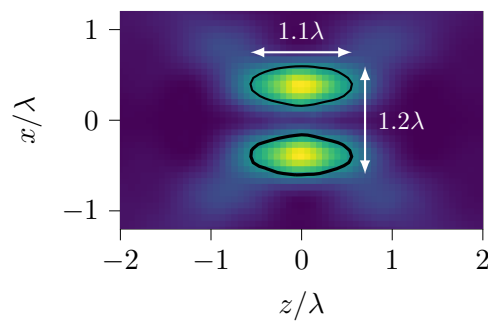
nouveau choisis pour étudier la compétition entre la force de radiation et la force de trainée. Les rayons ne sont pas forcément les mêmes d'un jeu de paramètres à l'autre, en effet, pour les billes les plus grandes, le rayon a tendance à diminuer lorsque  $\alpha_0$  augmente.

La figure (4.42) montre que non seulement la force de trainée diminue avec l'augmentation de



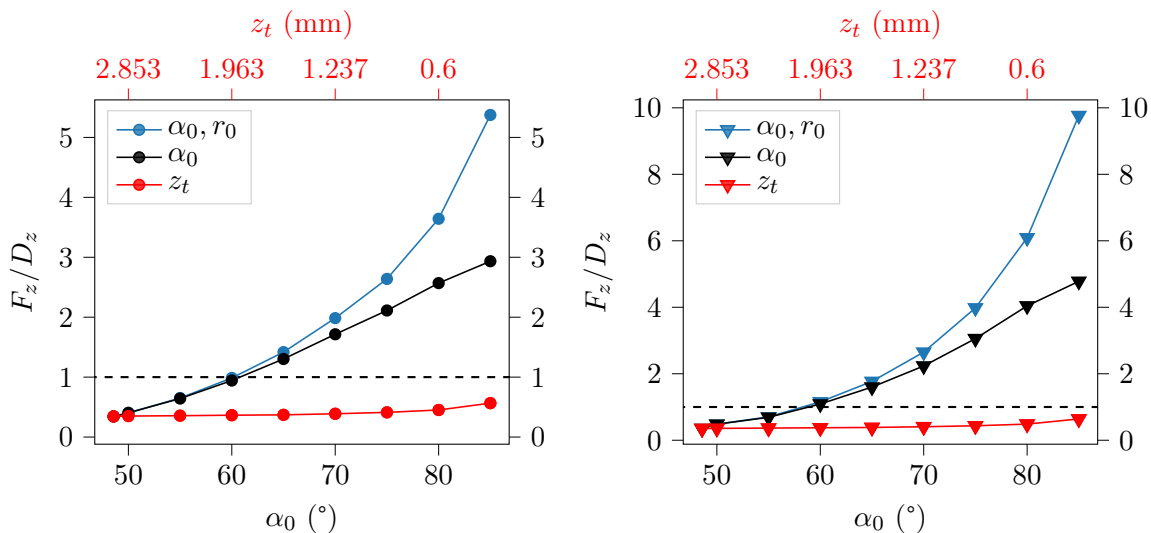


**FIGURE 4.42** Comparaison des forces de radiation et de trainée axiales pour deux sphère de verre borosilicate dont les rayons sont déterminés figure (4.41).



**FIGURE 4.43** Visualisation de la limite de diffraction par le biais de la longueur et la largeur du faisceau à la moitié de l'amplitude maximale du terme source  $|F^S|^{max}/2$  calculé pour un angle d'ouverture de  $80^\circ$ .

et la force de trainée pour assurer l'efficacité du piège acoustique. En effet, la figure (4.42) permet de déterminer le point de fonctionnement, ou position du piège, sur la courbe de force de radiation qui correspond au croisement des deux forces. Si la force de trainée est égale à la force de rappel, alors la raideur du piège (soit la pente de la force de radiation) au point de fonctionnement sera minimale. En revanche, si la force de rappel axiale est deux fois plus grande que la force de trainée, alors la raideur est quasiment maximale au point de fonctionnement et le piège sera stable. Ainsi, un angle de  $70^\circ$  et une distance de travail de 1.237 mm sont l'angle maximal et la distance minimale à fixer pour le dimensionnement d'une pince acoustique haute-fréquence qui fonctionnerait en espace libre, sans présence de paroi supplémentaire.



**FIGURE 4.44** Rapport de la force de radiation  $F_z$  et de la force de trainée  $D_z$  en fonction des paramètres  $\alpha_0$  l'angle d'ouverture,  $r_0$  la distance de focalisation et  $z_t$  la distance de travail. Les forces sont calculées pour des billes de verre borosilicate de rayons déterminés à la figure (4.41), à gauche pour rayons les plus petits, à droite pour les plus grands.

## 4.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la modélisation théorique et numérique du streaming acoustique produit par une source acoustique quelconque à géométrie tridimensionnelle. La modélisation est ensuite appliquée au cas de la pince acoustique, c'est-à-dire pour un vortex fortement focalisé. Par rapport à la fréquence d'émission acoustique et l'atténuation des ondes associée, les effets d'inertie sont dorénavant pris en compte dans la modélisation.

Les équations de Navier-Stokes incompressibles et stationnaires, développées à l'ordre 2, avec la présence d'un terme source acoustique proportionnel à l'atténuation et l'intensité acoustique, sont ensuite résolues à l'aide du logiciel OpenFOAM basé sur la méthode des volumes finis. Le calcul du terme source acoustique est adapté au cas d'un maillage non structuré, utilisé ici en raison des grandes dimensions du domaine numérique devant la longueur d'onde.

Suite à la démonstration de la convergence numérique de la solution obtenue, le streaming acous-

tique est déterminé pour la pince acoustique haute-fréquence, 50 MHz, dont le champ acoustique est un vortex focalisé d'angle d'ouverture  $48.57^\circ$ , de distance de focalisation 3 mm et de pression maximale 1 MPa à la focale. La structure tridimensionnelle de l'écoulement, bien que principalement axiale, est présentée. La force de trainée, déterminée par la loi de Stokes, exercée sur une particule sphérique de rayon  $7 \mu\text{m}$  est comparée à la force de radiation, qui s'avère trop faible pour piéger la bille en présence de l'écoulement. L'utilisation d'un microcanal est proposée et analysée pour permettre la réduction du streaming. Sa hauteur doit être au maximum de  $175 \mu\text{m}$  afin d'assurer la stabilité du piège acoustique, ce qui représente environ 5.8 fois la longueur d'onde, laissant ainsi toujours la possibilité d'isoler un objet de son environnement.

Enfin, dans le but de dimensionner une pince acoustique haute-fréquence optimisée pour maximiser la force de radiation et minimiser la force de trainée, une étude paramétrique numérique du streaming est réalisée pour différents paramètres du champ acoustique,  $\alpha_0$  l'angle d'ouverture et  $r_0$  la distance de focalisation, ainsi que la distance de travail  $z_t$ . Il est conclu qu'un angle minimal de  $70^\circ$  et des distances de focalisation et de travail maximales de 1.237 mm permettent d'atteindre un rapport supérieur à 2 entre les forces axiales de radiation et de trainée.

Suite à ces travaux, une mesure du streaming acoustique pourrait être effectuée sur le dispositif de pince acoustique haute-fréquence développé au chapitre 3 afin de valider expérimentalement les résultats obtenus ici. Cette mesure fait cependant face à certaines difficultés et contraintes matérielles en raison des faibles longueurs caractéristiques de l'écoulement et des vitesses importantes en jeu. Une technique de microPIV (vélocimétrie par images de particules micrométriques) pourrait être envisagée à condition d'utiliser des particules d'ensemencement suffisamment petites pour ne pas être perturbées par la force de radiation, probablement de la centaine de nanomètres. En effet, l'enjeu est de mesurer le streaming acoustique isolé de la force de radiation, qui sont deux effets non-linéaires liés. Enfin, en raison de la géométrie du système et de l'encombrement mécanique, l'illumination des particules semble également délicate.

La méthode de calcul du streaming développée ici pourrait également permettre de déterminer l'écoulement produit par la pince acoustique aérienne (chapitre 2). Cependant, le changement de milieu doit être pris en compte. En effet, un gaz, dont les particules peuvent entrer librement en collision, n'a pas tout à fait le même comportement qu'un liquide, pour lequel les particules le constituant sont liées par les forces de van der Waals. Ainsi, dans un gaz, les effets thermiques sont *a priori* plus importants que pour un liquide, et ne peuvent plus être complètement négligés. Une première approche pour leur prise en compte serait d'adapter le calcul du terme source du streaming par l'introduction des contraintes thermiques dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement développée pour les quantités acoustiques. Le coefficient d'atténuation des ondes acoustiques serait alors modifié en conséquence et renforcerait ainsi le terme source. Autrement, il faut redéfinir les équations constitutives du problème hydrodynamique afin d'y intégrer les effets thermiques. Enfin, la géométrie sphérique de la pince acoustique aérienne pourrait également introduire des instabilités numériques, il faudra donc peut être envisager une méthode ou un solveur différents.





# Conclusion générale

La manipulation acoustique sans contact est une technologie connue et étudiée depuis longtemps, ainsi de nombreuses applications ont été développées. Les pinces acoustiques représentent une modalité ingénieuse de réaliser des tâches de manipulation à distance grâce à leurs spécificités principales : tridimensionnalité, sélectivité, précision et accessibilité. Elles sont notamment capables de sélectionner un objet dans son environnement, de l'en isoler et de le déplacer par le contrôle manuel ou motorisé de la source acoustique. La mise en œuvre d'une pince acoustique est cependant délicate, en particulier la création d'une force de rappel axiale, dont l'amplitude est généralement plus faible par rapport aux autres forces acoustiques. Le vortex acoustique focalisé, champ acoustique à structure hélicoïdale, reste le moyen prédominant de générer cette force de rappel axial. Néanmoins, cette force de radiation reste ténue et parfois insuffisante face aux forces concurrentes, comme le poids, les forces électrostatiques (en particulier pour les objets de petite taille) ou les forces de traînée produites soit par la mise en mouvement de la pince, soit par la production d'un écoulement de streaming acoustique, dans le volume du milieu fluide. Ainsi la caractérisation de la force de radiation acoustique associée à la pince acoustique est restée incomplète. La mesure directe de la force n'étant pas possible, car dépendant intrinsèquement de l'objet manipulé, des méthodes indirectes expérimentales ou semi-expérimentales associées à la théorie de la force de radiation sont développées. De plus, cette modalité étant récente, peu de configurations de pince acoustique ont été étudiés, limitant ainsi ses applications potentielles.

L'étude rapportée s'est donc concentrée sur la caractérisation de la force axiale de rappel produite par la pince acoustique et sur la démonstration de deux pinces acoustiques comme instruments scientifiques. Pour cela, les outils théoriques principaux sont rappelés, le modèle tridimensionnel de la force de radiation produite par un champ arbitraire nécessitant la connaissance des propriétés de la particule sphérique élastique et du champ acoustique par le biais des coefficients de forme le décrivant dans la base des harmoniques sphériques associée à la particule. Les méthodes de détermination expérimentales de ces coefficients sont également évoquées et une nouvelle méthode, basée sur le filtrage des ondes stationnaires d'un champ acoustique mesuré sur un nombre réduit de point sur une demi-sphère, est proposée ainsi qu'évaluée. Ces différents outils interviennent tout au long de l'étude, aussi bien pour le dimensionnement de pinces acoustiques que pour leur caractérisation.

Deux dispositifs de pince acoustique sont développés pour l'étude de la force axiale de rappel. Le premier est destiné à la manipulation d'objets millimétriques en micropesanteur et se présente sous la forme d'une antenne de transducteurs pour laquelle une électronique de contrôle sur mesure est dédiée. La caractérisation acoustique du système et son exploitation expérimentale en vols paraboliques permettent l'estimation de la raideur du piège pour une variété de matériaux et taille des objets manipulés par l'analyse de leurs oscillations dans le piège. Ainsi les forces estimées sont de l'ordre de la dizaine de micronewtons. Ces travaux ouvrent la voie vers l'utilisation de la pince acoustique comme instrument scientifique en micropesanteur, par exemple dans



la Station Spatiale Internationale dans laquelle la démonstration technologique de la pince s'est réalisée. La comparaison des résultats expérimentaux et théoriques a cependant mis en avant des disparités. Celles-ci sont en partie dues à la modulation acoustique du champ de pression permettant de neutraliser les effets de rotation de la bille. Cependant, le modèle théorique s'applique à un champ harmonique et ne peut donc rendre compte des variations temporelles. Du fait de la résonance des transducteurs constituant la pince, cette modulation implique une réduction de l'amplitude du champ, cependant insuffisante pour expliquer toutes les différences relevées. D'autres sources d'incertitude sont présentes, notamment la précision insuffisante du capteur de mesure acoustique. Enfin, la présence de phénomènes concurrents peut réduire la raideur du piège. Les phénomènes principaux identifiés sont la variation de la position d'équilibre de l'objet piégé liée à la pesanteur résiduelle et la formation de streaming acoustique. Néanmoins, il suffit d'un unique facteur d'amplitude pour réaligner les résultats théoriques aux résultats expérimentaux et ainsi conclure une première étape de caractérisation de la force axiale de rappel.

L'estimation de la force par le biais de la mesure du champ représente un outil précieux, cependant limité par la fiabilité des mesures acoustiques qui est donc un point essentiel de cette démarche. Il est recommandé de procéder au choix du capteur le plus précis et fiable pour les mesures acoustiques. La pince acoustique présentement développée permet la manipulation d'une variété d'objets dans l'air limitée par la gravité. En micropesanteur, cela n'est pas aussi décisif et des dynamiques intéressantes ont été observées. Leur analyse motivera notamment à inclure des effets de la diffusion multiple. Enfin, il est théoriquement possible de manipuler des liquides avec la pince acoustique, ainsi cette piste pourra être explorée expérimentalement pour mener vers l'étude de l'hydrodynamique de goutte.

Le second dispositif développé est orienté vers la manipulation d'objets micrométriques biologiques, des cellules par exemple. Pour ce faire, un système d'émission acoustique miniaturisé est conçu et consiste en un unique transducteur piézoélectrique muni d'un masque permettant de modeler le front d'ondes. À nouveau, les outils théoriques sont exploités pour caractériser semi-expérimentalement la pince acoustique développée, en particulier à l'aide de mesures acoustiques. En raison des échelles spatiales du champ, une technique de mesure à haute-résolution, de l'ordre du micromètre, basée sur l'interférométrie laser, est conçue pour la mesure du déplacement acoustique axial. Le capteur permet l'évaluation de la synthèse du champ acoustique qui se trouve être très similaire au champ théorique. La nouvelle méthode de détermination des coefficients de forme, modifiée pour la mesure du déplacement, se montre très adaptée aux contraintes de la mesure interférométrique. Ainsi, la force de radiation est estimée de l'ordre du nanonewton et la faisabilité de la pince acoustique haute-fréquence pour la manipulation tridimensionnelle d'objets sphériques est démontrée pour des billes de silices de rayon  $7 \mu\text{m}$ . L'objectif premier était de piéger des objets en espace libre, c'est-à-dire sans présence de parois environnantes, cependant l'influence du streaming acoustique a contraint à restreindre la zone de manipulation dans un microcanal de hauteur maximale de l'ordre de la centaine de micromètres. Malgré cette contrainte, ces résultats expérimentaux préparent le terrain pour la manipulation d'objets biologiques. Enfin, la conception de la pince à 50 MHz a permis de tirer des leçons essentielles pour le développement d'une pince à plus haute-fréquence afin de diminuer davantage l'échelle des objets manipulés.

Le streaming acoustique, écoulement généré par l'atténuation des ondes acoustiques dans le volume du milieu, a été modélisé et caractérisé dans le cadre de la pince acoustique haute-fréquence. L'augmentation de la fréquence présageait l'amplification de l'écoulement de streaming et l'élaboration des expériences de manipulation sans contact se sont basées sur son étude numérique. L'écoulement s'est effectivement révélé trop important pour permettre une manipulation directe des objets. De plus, l'évolution du champ de vitesse du streaming avec l'amplitude d'émission a montré l'importance de prendre en compte les effets d'inertie. Ainsi, des résultats précédemment exposés sont également retrouvés, en particulier la dépendance quadratique entre la vitesse du streaming et la pression acoustique en régime de Stokes, pour lequel les effets visqueux dominent. Mais aussi la dépendance linéaire entre ces deux quantités lorsque l'inertie domine.

La méthode numérique développée est applicable à n'importe quel terme source acoustique, ainsi elle est utilisée pour le dimensionnement d'une pince acoustique haute-fréquence optimisée pour la réduction du streaming. Le paramètre principal permettant de diminuer l'écoulement est identifié comme l'angle de focalisation du vortex. Plus l'étendue spatiale de la source est réduite, moins l'écoulement est important. On s'attend alors à la saturation de la vitesse du streaming avec la longueur d'onde (pour une pression acoustique fixée), autrement dit la fréquence d'émission de la pince acoustique. L'outil développé représente donc un moyen supplémentaire pour le dimensionnement des pinces acoustiques et permettra de vérifier l'hypothèse énoncée juste avant. Les pistes d'amélioration de cet outil sont envisagées et s'orientent notamment vers la modélisation du streaming dans l'air, qui nécessite de prendre en compte les effets thermiques. Au vu des amplitudes de pression acoustique, il sera peut-être nécessaire d'inclure des phénomènes de turbulence dans la modélisation.

Pour conclure, les travaux réalisés ont démontré d'une part l'exploitation d'un panel d'outils pour le dimensionnement et la caractérisation de la pince acoustique. D'autre part, des pinces acoustiques sont conçues pour l'étude de la force de radiation ainsi que du streaming acoustique et sont destinées à des applications bien distinctes. Leurs développements définissent des démarches à suivre pour le déploiement futur des pinces acoustiques comme instrument scientifique.



## Singularité des composantes sphériques de la vitesse particulaire

Le calcul du terme source du streaming acoustique sur un maillage non structuré requiert les expressions analytiques des composantes de la vitesse particulaire, données par :

$$v_r = k_0 \phi_0 \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \frac{1}{2n+1} A_n^m [n j_{n-1}(k_0 r) - (n+1) j_{n+1}(k_0 r)] Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (\text{A.1})$$

$$v_\theta = \frac{\phi_0}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) N_n^m e^{im\varphi} [(n-m+1) P_{n+1}^m(\cos \theta) - (n+1) \cos \theta P_n^m(\cos \theta)], \quad (\text{A.2})$$

$$v_\varphi = \frac{\phi_0}{r \sin \theta} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) im Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (\text{A.3})$$

*A priori*,  $v_\theta$  et  $v_\varphi$  ne sont pas définies en  $r = 0$ ,  $\theta = 0, \pi$ . Dans le cas où  $r$  s'annule, la fonction de Bessel sphérique prend deux valeurs différentes en fonction de  $n$  :

$$j_n(0) = \begin{cases} 1, & \text{si } n = 0 \\ 0, & \text{si } n > 0 \end{cases}.$$

Alors,  $v_\theta = v_\varphi = 0$  pour  $n > 0$ . Dans le cas où  $n = 0$ ,  $m$  s'annule également, par conséquent  $v_\varphi = 0$ . En ce qui concerne  $v_\theta$ , quand  $n = m = 0$  :

$$(n-m+1) P_{n+1}^m(\cos \theta) - (n+1) \cos \theta P_n^m(\cos \theta) = P_1^0(\cos \theta) - \cos \theta P_0^0(\cos \theta) = 0,$$

avec  $P_0^0(\cos \theta) = 1$  et  $P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$ . Finalement, toutes les composantes s'annulent quand  $r = 0$ . Dans le cas où  $\theta$  prend une valeur de 0 ou  $\pi$ ,  $\varphi = 0$ . La composante  $v_\varphi$  dépend de  $\theta$  par le biais des harmoniques sphériques qui contiennent  $P_n^m(\cos \theta)$ , les polynômes associés de Legendre, qui peuvent s'écrire en fonction des polynômes de Legendre à l'aide de l'expression suivante (Abramowitz et Stegun, 1948, chap. 8, éq. 8.6.6) :

$$P_n^m(\cos \theta) = (-1)^m (\sin \theta)^m \frac{d^m}{d(\cos \theta)^m} (P_n(\cos \theta)). \quad (\text{A.4})$$

Ainsi quand  $\theta = 0$  ou  $\pi$ ,  $\sin \theta = 0$ . Trois cas sont à distinguer en fonction de  $m$ . Dans un premier temps si  $m > 0$ , impliquant  $n \neq 0$  alors  $P_n^m = 0$ . Deuxièmement, si  $m < 0$

$$P_n^{-m}(\cos \theta) = (-1)^m \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta). \quad (\text{A.5})$$

Donc, pour tout  $m < 0$  et  $n \neq 0$ , les polynômes associés de Legendre s'annulent pour un argument égal à  $\pm 1$ . Enfin, si  $m = 0$ , alors  $v_\varphi = 0$ .

La composante  $v_\theta$  dépend de  $\theta$  par le biais du terme entre crochets de l'équation (A.2) :

$$(n - m + 1)P_{n+1}^m(\cos \theta) - (n + 1) \cos \theta P_n^m(\cos \theta) \quad (\text{A.6})$$

À nouveau, plusieurs cas sont à considérer. Dans un premier temps, on pose  $m \neq 0$  et donc  $n \neq 0$ , d'après l'équation (A.4),  $P_n^m(\cos \theta) = 0, \forall \theta = 0, \pi$ . Ainsi le terme (A.6) s'annule. Dans un second temps, on considère la cas où  $n = 0$ , impliquant alors  $m = 0$ , le terme devient :

$$\begin{cases} P_1^0(1) - P_0^0(1) = 0, & \text{pour } \theta = 0, \\ P_1^0(-1) + P_0^0(1) = 0, & \text{pour } \theta = \pi. \end{cases}$$

Enfin, si  $n \neq 0$  et  $m = 0$  :

$$P_n^0(x) = P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 (x-1)^{n-k} (x+1)^k, \quad (\text{A.7})$$

$$= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n+k}{k} \left(\frac{x-1}{2}\right)^k. \quad (\text{A.8})$$

Avec  $\binom{n}{k}$  les coefficients binomiaux :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad (\text{A.9})$$

Pour  $\theta = 0$ ,  $\cos \theta = 1$ , d'après l'équation (A.8) :

$$P_n(1) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n+k}{k} 0^k. \quad (\text{A.10})$$

La somme intervenant dans l'équation précédente est non nulle seulement pour  $k = 0$ , ainsi  $P_n(1) = 1$ . L'expression (A.6) s'annule alors.

Pour  $\theta = \pi$ ,  $\cos \theta = -1$  et d'après l'équation (A.7) :

$$P_n(-1) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 (x-1)^{n-k} 0^k. \quad (\text{A.11})$$

À nouveau, la somme est non nulle seulement pour  $k = 0$  et dans ce cas :

$$P_n(-1) = \frac{(-2)^n}{2^n} = \begin{cases} 1, & \text{si } n \text{ est pair,} \\ -1, & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$$

Et donc,

$$(n + 1) [P_{n+1}(-1) + P_n(-1)] = 0. \quad (\text{A.12})$$

Finalement, les composantes de la vitesse sont bien définies pour tout point de coordonnées  $(r, \theta, \varphi)$ .





# Bibliographie

- M. ABRAMOWITZ et I. STEGUN : *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Applied Mathematics Series. U.S. Government Printing Office, 1948. (Cité p. 23,153,197.)
- AIRZEROG, WEIGHTLESS WITH NOVESPACE : Manœuvre parabolique, 2019. (Cité p. 69.)
- C. H. ALLEN et I. RUDNICK : A Powerful High Frequency Siren. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 19(5):857–865, 1947. (Cité p. 3.)
- E. N. D. C. ANDRADE : On the circulations caused by the vibration of air in a tube. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 134(824):445–470, 1931. (Cité p. 142.)
- M. A. B. ANDRADE, A. MARZO et J. C. ADAMOWSKI : Acoustic levitation in mid-air : Recent advances, challenges, and future perspectives. *Applied Physics Letters*, 116(25):250501, 2020. (Cité p. 42.)
- M. A. B. ANDRADE, N. PÉREZ et J. C. ADAMOWSKI : Review of Progress in Acoustic Levitation. *Brazilian Journal of Physics*, 48(2):190–213, 2018. (Cité p. 2,42.)
- A. ANHÄUSER, R. WUNENBURGER et E. BRASSELET : Acoustic Rotational Manipulation Using Orbital Angular Momentum Transfer. *Physical Review Letters*, 109(3):034301, 2012. (Cité p. 11,144.)
- A. ASHKIN : Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *Physical Review Letters*, 24(4):4, 1970. (Cité p. 2,95.)
- A. ASHKIN et J. DZIEDZIC : Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science*, 235(4795):1517–1520, 1987. (Cité p. 2.)
- A. ASHKIN, J. M. DZIEDZIC, J. E. BJORKHOLM et S. CHU : Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics Letters*, 11(5):288, 1986. (Cité p. 2.)
- A. ASHKIN, J. M. DZIEDZIC et T. YAMANE : Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams. *Nature*, 330(6150):769–771, 1987. (Cité p. 2.)
- I. L. BAJAK, A. McNAB, J. RICHTER et C. D. W. WILKINSON : Attenuation of acoustic waves in lithium niobate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(3):689–695, 1981. (Cité p. 98.)
- D. BARESCHE : *Pince Acoustique : Piégeage et Manipulation d'un Objet Par Pression de Radiation d'une Onde Progressive*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. (Cité p. 3,9.)



- D. BARESCH et V. GARBIN : Acoustic trapping of microbubbles in complex environments and controlled payload release. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(27):15490–15496, 2020. (Cité p. 4,15,41.)
- D. BARESCH, J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Spherical vortex beams of high radial degree for enhanced single-beam tweezers. *Journal of Applied Physics*, 113(18):184901, 2013a. (Cité p. 3,7,11.)
- D. BARESCH, J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Three-dimensional acoustic radiation force on an arbitrarily located elastic sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(1):25–36, 2013b. (Cité p. 3,4,7,11,42,98.)
- D. BARESCH, J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Observation of a Single-Beam Gradient Force Acoustical Trap for Elastic Particles : Acoustical Tweezers. *Physical Review Letters*, 116(2):024301, 2016. (Cité p. 3,7,11,15,42,97,174,175,176.)
- D. BARESCH, J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Orbital Angular Momentum Transfer to Stably Trapped Elastic Particles in Acoustical Vortex Beams. *Physical Review Letters*, 121(7):074301, 2018. (Cité p. 11,58,144,145,164,174,182.)
- M. BAUDOIN et J.-L. THOMAS : Acoustic Tweezers for Particle and Fluid Micromanipulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 52(1):205–234, 2020. (Cité p. 10,147,149.)
- M. BAUDOIN, J.-C. GERBEDOEN, A. RIAUD, O. B. MATAR, N. SMAGIN et J.-L. THOMAS : Folding a focalized acoustical vortex on a flat holographic transducer : Miniaturized selective acoustical tweezers. *Science Advances*, p. 7, 2019. (Cité p. 15,97.)
- M. BAUDOIN, J.-L. THOMAS, R. A. SAHELY, J.-C. GERBEDOEN, Z. GONG, A. SIVERY, O. B. MATAR, N. SMAGIN, P. FAVREAU et A. VLANDAS : Spatially selective manipulation of cells with single-beam acoustical tweezers. *Nature Communications*, 11(1):4244, 2020. (Cité p. 4,97.)
- A. R. BAUSCH, W. MÖLLER et E. SACKMANN : Measurement of Local Viscoelasticity and Forces in Living Cells by Magnetic Tweezers. *Biophysical Journal*, 76(1):573–579, 1999. (Cité p. 96.)
- P. BIQUARD : Les ondes ultra-sonores. *Revue d'Acoustique*, 1932. (Cité p. 7,8.)
- R. W. BOWMAN et M. J. PADGETT : Optical trapping and binding. *Reports on Progress in Physics*, 76(2):026401, 2013. (Cité p. 2.)
- E. H. BRANDT : Levitation in Physics. *Science*, 243(4889):349–355, 1989. (Cité p. 1.)
- L. BRILLOUIN : Sur les tensions de radiation. *Annales de Physique*, 10(4):528–586, 1925. (Cité p. 7.)
- L. CHEN, X.-L. ZHENG, N. HU, J. YANG, H.-Y. LUO, F. JIANG et Y.-J. LIAO : Research Progress on Microfluidic Chip of Cell Separation Based on Dielectrophoresis. *Chinese Journal of Analytical Chemistry*, 43(2):300–309, 2015. (Cité p. 1.)

- X. CHEN et R. E. APFEL : Radiation force on a spherical object in an axisymmetric wave field and its application to the calibration of high-frequency transducers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(2):713–724, 1996. (Cité p. 7.)
- S. CLEVE, M. GUÉDRA, C. MAUGER, C. INSERRA et P. BLANC-BENON : Microstreaming induced by acoustically trapped, non-spherically oscillating microbubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 875:597–621, 2019. (Cité p. 3.)
- S. A. CUMMER, J. CHRISTENSEN et A. ALÙ : Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*, 1(3):16001, 2016. (Cité p. 96.)
- M. B. DENTRY, L. Y. YEO et J. R. FRIEND : Frequency effects on the scale and behavior of acoustic streaming. *Physical Review E*, 89(1):013203, 2014. (Cité p. 144.)
- K. DHOLAKIA et P. REECE : Optical micromanipulation takes hold. *Nano Today*, 1(1):18–27, 2006. (Cité p. 95.)
- X. DING, P. LI, S.-C. S. LIN, Z. S. STRATTON, N. NAMA, F. GUO, D. SLOTCAVAGE, X. MAO, J. SHI, F. COSTANZO et T. J. HUANG : Surface acoustic wave microfluidics. *Lab on a Chip*, 13(18):3626, 2013. (Cité p. 96.)
- X. DING, S.-C. S. LIN, B. KIRALY, H. YUE, S. LI, I.-K. CHIANG, J. SHI, S. J. BENKOVIC et T. J. HUANG : On-chip manipulation of single microparticles, cells, and organisms using surface acoustic waves. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(28):11105–11109, 2012. (Cité p. 96.)
- C. ECKART : Vortices and Streams Caused by Sound Waves. *Physical Review*, 73(1):68–76, 1948. (Cité p. 142.)
- T. F. W. EMBLETON : Mean Force on a Sphere in a Spherical Sound Field. I. (Theoretical). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 26(1):40–45, 1954. (Cité p. 7.)
- M. FARADAY : XVII. On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 121:299–340, 1831. (Cité p. 142.)
- T. FRANKE, S. BRAUNMÜLLER, L. SCHMID, A. WIXFORTH et D. A. WEITZ : Surface acoustic wave actuated cell sorting (SAWACS). *Lab on a Chip*, 10(6):789, 2010. (Cité p. 96.)
- V. FRENKEL, R. GURKA, A. LIBERZON, U. SHAVIT et E. KIMMEL : Preliminary investigations of ultrasound induced acoustic streaming using particle image velocimetry. *Ultrasonics*, 39(3):153–156, 2001. (Cité p. 144.)
- G. FUHR, W. M. ARNOLD, R. HAGEDORN, T. MÜLLER, W. BENECKE, B. WAGNER et U. ZIMMERMANN : Levitation, holding, and rotation of cells within traps made by high-frequency fields. *Biochimica et Biophysica Acta (BBA) - Biomembranes*, 1108(2):215–223, 1992. (Cité p. 1,95,96.)

- J. GAO, C. CAO et B. WEI : Containerless processing of materials by acoustic levitation. *Advances in Space Research*, 24(10):1293–1297, 1999. (Cité p. 3.)
- Q.-H. GAO, W.-M. ZHANG, H.-X. ZOU, W.-B. LI, H. YAN, Z.-K. PENG et G. MENG : Label-free manipulation *via* the magneto-Archimedes effect : Fundamentals, methodology and applications. *Materials Horizons*, 6(7):1359–1379, 2019. (Cité p. 2.)
- E. GERENA, F. LEGENDRE, A. MOLAWADE, Y. VITRY, S. RÉGNIER et S. HALIYO : Tele-Robotic Platform for Dexterous Optical Single-Cell Manipulation. *Micromachines*, 10(10):677, 2019. (Cité p. 2.)
- M. A. GHANEM, A. D. MAXWELL, O. A. SAPOZHNIKOV, V. A. KHOKHLOVA et M. R. BAILEY : Quantification of Acoustic Radiation Forces on Solid Objects in Fluid. *Physical Review Applied*, 12(4):044076, 2019. (Cité p. 4,15,41,83.)
- M. A. GHANEM, A. D. MAXWELL, Y.-N. WANG, B. W. CUNITZ, V. A. KHOKHLOVA, O. A. SAPOZHNIKOV et M. R. BAILEY : Noninvasive acoustic manipulation of objects in a living body. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(29):16848–16855, 2020. (Cité p. 4,11,42.)
- J. W. GOODMAN : *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering. McGraw-Hill, New York, 2nd ed édn, 1996. ISBN 978-0-07-024254-8. (Cité p. 101.)
- L. P. GOR'KOV : On the Forces Acting on a Small Particle in an Acoustical Field in an Ideal Fluid. *Soviet Physics Doklady*, 6:773, 1962. (Cité p. 7.)
- I. S. GRADSHTEYN et I. M. RYZHIK : Table of integrals, series and products, Chap. 8 (eq. 8.533.1). p. 1171. Elsevier Acad. Press, Amsterdam, 7. ed. édn, 2009. ISBN 978-0-12-373637-6. (Cité p. 21.)
- V. GUIGUENO : Les lentilles à échelons de Fresnel. *Bibnum*, 2008. (Cité p. 99.)
- F. GUO, Z. MAO, Y. CHEN, Z. XIE, J. P. LATA, P. LI, L. REN, J. LIU, J. YANG, M. DAO, S. SURESH et T. J. HUANG : Three-dimensional manipulation of single cells using surface acoustic waves. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(6):1522–1527, 2016. (Cité p. 96.)
- M. F. HAMILTON, Y. A. ILINSKII et E. A. ZABOLOTSKAYA : Acoustic streaming generated by standing waves in two-dimensional channels of arbitrary width. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(1):153–160, 2003. (Cité p. 141.)
- P. HARIHARAN : *Basics of Interferometry*. Elsevier Academic Press, Amsterdam ; Boston, 2nd ed édn, 2007. ISBN 978-0-12-373589-8. (Cité p. 104.)
- K. HASEGAWA, A. WATANABE et Y. ABE : Acoustic Manipulation of Droplets under Reduced Gravity. *Scientific Reports*, 9(1):16603, 2019. (Cité p. 3,42.)
- B. T. HEFNER et P. L. MARSTON : Acoustical helicoidal waves and Laguerre–Gaussian beams : Applications to scattering and to angular momentum transport. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(5):2971–2971, 1998. (Cité p. 15.)

- B. T. HEFNER et P. L. MARSTON : An acoustical helicoidal wave transducer with applications for the alignment of ultrasonic and underwater systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106(6):3313–3316, 1999. (Cité p. 15.)
- T. HEIDA, W. L. C. RUTTEN et E. MARANI : Experimental Investigation on Neural Cell Survival after Dielectrophoretic Trapping. *Archives of Physiology and Biochemistry*, 110(5):373–382, 2002. (Cité p. 96.)
- J. Y. HWANG, J. KIM, J. M. PARK, C. LEE, H. JUNG, J. LEE et K. K. SHUNG : Cell Deformation by Single-beam Acoustic Trapping : A Promising Tool for Measurements of Cell Mechanics. *Scientific Reports*, 6(1):27238, 2016. (Cité p. 96.)
- ICAO : *Manual of the ICAO Standard Atmosphere Extended to 80 Kilometres (262 500 Feet)*. ICAO, Montreal, 3rd ed édn, 2002. ISBN 978-92-9194-004-2. (Cité p. 69.)
- X. JIANG, Y. LI, B. LIANG, J.-c. CHENG et L. ZHANG : Convert Acoustic Resonances to Orbital Angular Momentum. *Physical Review Letters*, 117(3):034301, 2016a. (Cité p. 97.)
- X. JIANG, J. ZHAO, S.-l. LIU, B. LIANG, X.-y. ZOU, J. YANG, C.-W. QIU et J.-c. CHENG : Broadband and stable acoustic vortex emitter with multi-arm coiling slits. *Applied Physics Letters*, 108(20):203501, 2016b. (Cité p. 15.)
- N. JIMÉNEZ, R. PICÓ, V. SÁNCHEZ-MORCILLO, V. ROMERO-GARCÍA, L. M. GARCÍA-RAFFI et K. STALIUNAS : Formation of high-order acoustic Bessel beams by spiral diffraction gratings. *Physical Review E*, 94(5):053004, 2016. (Cité p. 15,97.)
- N. JIMÉNEZ, V. ROMERO-GARCÍA, L. M. GARCÍA-RAFFI, F. CAMARENA et K. STALIUNAS : Sharp acoustic vortex focusing by Fresnel-spiral zone plates. *Applied Physics Letters*, 112(20):204101, 2018. (Cité p. 15,97.)
- J. JORGENSEN, Helboe : *Theory and Modeling of Thermoviscous Acoustofluidics*. Thèse de doctorat, Technical University of Denmark, 2022. (Cité p. 165.)
- T. KAMAKURA, T. SUDO, K. MATSUDA et Y. KUMAMOTO : Time evolution of acoustic streaming from a planar ultrasound source. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(1):132–138, 1996. (Cité p. 144.)
- L. V. KING : On the acoustic radiation pressure on spheres. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, 147(861):212–240, 1934. (Cité p. 7,26.)
- A. LALONDE, M. F. ROMERO-CREEL et B. H. LAPIZCO-ENCINAS : Assessment of cell viability after manipulation with insulator-based dielectrophoresis : Microfluidics and Miniaturization. *Electrophoresis*, 36(13):1479–1484, 2015. (Cité p. 96.)
- A. LAMPRECHT, T. SCHWARZ, J. WANG et J. DUAL : Viscous torque on spherical micro particles in two orthogonal acoustic standing wave fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(1):23–32, 2015. (Cité p. 59.)

- G. LAURENT, A. DELETTRE, R. ZEGGARI, R. YAHIAOUI, J.-F. MANCEAU et N. FORT-PIAT : Micropositioning and Fast Transport Using a Contactless Micro-Conveyor. *Micromachines*, 5(1):66–80, 2014. (Cité p. 1.)
- V. I. LEBEDEV et D. N. LAIKOV : A quadrature formula for the sphere of the 131st algebraic order of accuracy. *Doklady Mathematics*, 59:477–481, 1999. (Cité p. 16.)
- J. LEE, J. S. JEONG et K. K. SHUNG : Microfluidic acoustic trapping force and stiffness measurement using viscous drag effect. *Ultrasonics*, 53(1):249–254, 2013. (Cité p. 4,41.)
- J. LEE, S.-Y. TEH, A. LEE, H. H. KIM, C. LEE et K. K. SHUNG : Single beam acoustic trapping. *Applied Physics Letters*, 95(7):073701, 2009. (Cité p. 96.)
- A. LENSHOF et T. LAURELL : Continuous separation of cells and particles in microfluidic systems. *Chemical Society Reviews*, 39(3):1203, 2010. (Cité p. 96.)
- J. LI, A. CRIVOI, X. PENG, L. SHEN, Y. PU, Z. FAN et S. A. CUMMER : Three dimensional acoustic tweezers with vortex streaming. *Communications Physics*, 4(1):113, 2021a. (Cité p. 4,96,144.)
- M. LI, N. XI, Y. WANG et L. LIU : Progress in Nanorobotics for Advancing Biomedicine. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 68(1):130–147, 2021b. (Cité p. 3.)
- Y. LI, C. LEE, R. CHEN, Q. ZHOU et K. K. SHUNG : A feasibility study of *in vivo* applications of single beam acoustic tweezers. *Applied Physics Letters*, 105(17):173701, 2014. (Cité p. 97.)
- Y. LI, C. LEE, K. HO LAM et K. KIRK SHUNG : A simple method for evaluating the trapping performance of acoustic tweezers. *Applied Physics Letters*, 102(8):084102, 2013. (Cité p. 4,41,96.)
- L. N. LIEBERMANN : The Second Viscosity of Liquids. *Physical Review*, 75(9):1415–1422, 1949. (Cité p. 143.)
- S. J. LIDTHILL : Acoustic streaming. *Journal of Sound and Vibration*, 61(3):391–418, 1978. (Cité p. 143,147.)
- Z. MA, A. W. HOLLE, K. MELDE, T. QIU, K. POEPEL, V. M. KADIRI et P. FISCHER : Acoustic Holographic Cell Patterning in a Biocompatible Hydrogel. *Advanced Materials*, 32(4):1904181, 2020. (Cité p. 96.)
- O. MANNEBERG, B. VANHERBERGHEN, B. ÖNFELT et M. WIKLUND : Flow-free transport of cells in microchannels by frequency-modulated ultrasound. *Lab on a Chip*, 9(6):833, 2009. (Cité p. 96.)
- P. L. MARSTON : Axial radiation force of a Bessel beam on a sphere and direction reversal of the force. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(6):3518–3524, 2006. (Cité p. 7.)
- P. L. MARSTON : Radiation force of a helicoidal Bessel beam on a sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(6):3539–3547, 2009. (Cité p. 7.)

- A. MARZO, M. CALEAP et B. W. DRINKWATER : Acoustic Virtual Vortices with Tunable Orbital Angular Momentum for Trapping of Mie Particles. *Physical Review Letters*, p. 6, 2018. (Cité p. 3,11,42,58,97.)
- A. MARZO, S. A. SEAH, B. W. DRINKWATER, D. R. SAHOO, B. LONG et S. SUBRAMANIAN : Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects. *Nature Communications*, 6(1):8661, 2015. (Cité p. 3,11,41.)
- M. E. MCINTYRE : On the ‘wave momentum’ myth. *Journal of Fluid Mechanics*, 106(-1):331, 1981. (Cité p. 143.)
- K. MELDE, A. G. MARK, T. QIU et P. FISCHER : Holograms for acoustics. *Nature*, 537(7621):518–522, 2016. (Cité p. 96.)
- F. MILLOT, J. C. RIFFLET, G. WILLE, V. SAROU-KANIAN et B. GLORIEUX : Analysis of Surface Tension from Aerodynamic Levitation of Liquids. *Journal of the American Ceramic Society*, 85(1):187–192, 2004. (Cité p. 1.)
- K. A. MIRICA, S. S. SHEVKOPLYAS, S. T. PHILLIPS, M. GUPTA et G. M. WHITESIDES : Measuring Densities of Solids and Liquids Using Magnetic Levitation : Fundamentals. *Journal of the American Chemical Society*, 131(29):10049–10058, 2009. (Cité p. 2.)
- H. MITOME : The mechanism of generation of acoustic streaming. *Electronics and Communications in Japan (Part III : Fundamental Electronic Science)*, 81(10):1–8, 1998. (Cité p. 144.)
- P. MORSE et U. INGARD : Chap. 7.4 (eq. 7.4.16). In *Theoretical Acoustics*. McGraw Hill Book Company, 1968. ISBN 0-691-02401-4 978-0-691-02401-1. (Cité p. 43.)
- P. M. MORSE et H. FESHBACH : *Methods of Theoretical Physics*, vol. 1. McGraw-Hill, 1953. (Cité p. 20.)
- B. MOUDJED, V. BOTTON, D. HENRY, H. BEN HADID et J.-P. GARANDET : Scaling and dimensional analysis of acoustic streaming jets. *Physics of Fluids*, 26(9):093602, 2014a. (Cité p. 144.)
- B. MOUDJED, V. BOTTON, D. HENRY, S. MILLET, J. P. GARANDET et H. BEN HADID : Near-field acoustic streaming jet. *Physical Review E*, 91(3):033011, 2015. (Cité p. 144.)
- B. MOUDJED, V. BOTTON, D. HENRY, S. MILLET, J.-P. GARANDET et H. BEN-HADID : Oscillating acoustic streaming jet. *Applied Physics Letters*, 105(18):184102, 2014b. (Cité p. 144.)
- P. B. MULLER et H. BRUUS : Numerical study of thermoviscous effects in ultrasound-induced acoustic streaming in microchannels. *Physical Review E*, 90(4):043016, 2014. (Cité p. 1,144,151.)
- M. MUSIELAK : Red blood cell-deformability measurement : Review of techniques. *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, 42(1):47–64, 2009. (Cité p. 95,96.)
- K. C. NEUMAN et A. NAGY : Single-molecule force spectroscopy : Optical tweezers, magnetic tweezers and atomic force microscopy. *Nature Methods*, 5(6):491–505, 2008. (Cité p. 2,95.)

- A. V. NIKOLAEVA, S. A. TSYSAR et O. A. SAPOZHNIKOV : Measuring the radiation force of megahertz ultrasound acting on a solid spherical scatterer. *Acoustical Physics*, 62(1):38–45, 2016. (Cité p. 15,41,83.)
- P. C. NORDINE et R. M. ATKINS : Aerodynamic levitation of laser-heated solids in gas jets. *Review of Scientific Instruments*, 53(9):1456–1464, 1982. (Cité p. 1.)
- W. L. NYBORG : Acoustic Streaming due to Attenuated Plane Waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25(1):68–75, 1953. (Cité p. 143.)
- J. F. NYE et V. BERRY : Dislocations in wave trains. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 336(1605):26, 1974. (Cité p. 11.)
- M. ONO, S. KOGA et H. OHTSUKI : Japan’s superconducting Maglev train. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 5(1):9–15, 2002. (Cité p. 2.)
- A. OZCELIK, J. RUFO, F. GUO, Y. GU, P. LI, J. LATA et T. J. HUANG : Acoustic tweezers for the life sciences. *Nature Methods*, 15(12):1021–1028, 2018. (Cité p. 96.)
- C. PACORET, R. BOWMAN, G. GIBSON, S. HALIYO, D. CARBERRY, A. BERGANDER, S. RÉGNIER et M. PADGETT : Touching the microworld with force-feedback optical tweezers. *Optics Express*, 17(12):10259, 2009. (Cité p. 2.)
- M. PADGETT et R. DI LEONARDO : Holographic optical tweezers and their relevance to lab on chip devices. *Lab on a Chip*, 11(7):1196, 2011. (Cité p. 179.)
- W. D. PHILLIPS : Nobel Lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Reviews of Modern Physics*, 70(3):721–741, 1998. (Cité p. 2.)
- A. PROSPERETTI : Advanced mathematics for applications, Chap. 7 (table 7.9). *In Advanced Mathematics for Applications*. Cambridge University Press, Cambridge, UK ; New York, 2011. ISBN 978-0-521-51532-0 978-0-521-73587-2. (Cité p. 22.)
- M. B. RASMUSSEN, L. B. ODDERSHEDE et H. SIEGUMFELDT : Optical Tweezers Cause Physiological Damage to *Escherichia coli* and *Listeria* Bacteria. *Applied and Environmental Microbiology*, 74(8):2441–2446, 2008. (Cité p. 96.)
- L. RAYLEIGH : I. On the circulation of air observed in Kundt’s tubes, and on some allied acoustical problems. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 175:1–21, 1884. (Cité p. 142.)
- L. RAYLEIGH : XLII. *On the momentum and pressure of gaseous vibrations, and on the connexion with the virial theorem*. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 10(57):364–374, 1905. (Cité p. 7.)
- G. REGNAULT, C. MAUGER, P. BLANC-BENON et C. INSERRA : Secondary radiation force between two closely spaced acoustic bubbles. *Physical Review E*, 102(3):031101, 2020. (Cité p. 3.)

- C. A. REY, D. R. MERKLEY, G. R. HAMMARLUND et T. J. DANLEY : Acoustic levitation technique for containerless processing at high temperatures in space. *Metallurgical Transactions A*, 19(11):2619–2623, 1988. (Cité p. 42.)
- A. R. REZK, A. QI, J. R. FRIEND, W. H. LI et L. Y. YEO : Uniform mixing in paper-based microfluidic systems using surface acoustic waves. *Lab on a Chip*, 12(4):773–779, 2012. (Cité p. 96.)
- A. RIAUD, M. BAUDOIN, O. BOU MATAR, J.-L. THOMAS et P. BRUNET : On the influence of viscosity and caustics on acoustic streaming in sessile droplets : An experimental and a numerical study with a cost-effective method. *Journal of Fluid Mechanics*, 821:384–420, 2017a. (Cité p. 143,145,147,149.)
- A. RIAUD, M. BAUDOIN, O. BOU MATAR, L. BECERRA et J.-L. THOMAS : Selective Manipulation of Microscopic Particles with Precursor Swirling Rayleigh Waves. *Physical Review Applied*, 7(2):024007, 2017b. (Cité p. 15.)
- A. RIAUD, M. BAUDOIN, J.-L. THOMAS et O. BOU MATAR : Cyclones and attractive streaming generated by acoustical vortices. *Physical Review E*, 90(1):013008, 2014. (Cité p. 11,144.)
- N. RILEY : Steady streaming. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33(1):43–65, 2001. (Cité p. 141.)
- M. J. ROCKE : Copper coated laser fusion targets using molecular beam levitation. *Journal of Vacuum Science and Technology*, 20(4):1325–1327, 1982. (Cité p. 1.)
- ROYER et CASULA : Quantitative imaging of transient acoustic fields by optical heterodyne interferometry. In *Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium ULTSYM-94*, p. 1153–1162 vol.2, Cannes, France, 1994. IEEE. ISBN 978-0-7803-2012-3. (Cité p. 104.)
- J. E. RUSH, W. K. STEPHENS et E. C. ETHRIDGE : Properties of a Constricted-Tube Air-Flow Levitator. *MRS Proceedings*, 9:131, 1981. (Cité p. 1.)
- S. SANTESSON et S. NILSSON : Airborne chemistry : Acoustic levitation in chemical analysis. *Analytical and Bioanalytical Chemistry*, 378(7):1704–1709, 2004. (Cité p. 3.)
- O. A. SAPOZHNIKOV et M. R. BAILEY : Radiation force of an arbitrary acoustic beam on an elastic sphere in a fluid. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(2):661–676, 2013. (Cité p. 3,7,15,31,35,39,54,56,115,120.)
- H. SCHLICHTING : Berechnung ebener periodischer Grenzschichtströmungen. *Phys. z.*, 33:327–335, 1932. (Cité p. 142.)
- T. SCHNELLE, R. HAGEDORN, G. FUHR, S. FIEDLER et T. MILLER : Three-dimensional electric field traps for manipulation of cells - calculation and experimental verification. *Biochimica et Biophysica Acta (BBA) - General Subjects*, 1157(3):127–140, 1993. (Cité p. 1,95.)
- K. SCHUSTER et W. MATZ : über stationäre Strömungen im Kundtschen Rohr. *Akustische Zeitschrift*. *Akustische Zeitschrift*, 5:349–352, 1940. (Cité p. 142.)



- M. SETTNES et H. BRUUS : On the forces acting on a small particle in an acoustical field in a viscous fluid. *Biochimica et Biophysica Acta (BBA) - General Subjects*, 2011. (Cité p. 7.)
- J. SHI, D. AHMED, X. MAO, S.-C. S. LIN, A. LAWIT et T. J. HUANG : Acoustic tweezers : Patterning cells and microparticles using standing surface acoustic waves (SSAW). *Lab on a Chip*, 9(20):2890–2895, 2009a. (Cité p. 3,96.)
- J. SHI, H. HUANG, Z. STRATTON, Y. HUANG et T. J. HUANG : Continuous particle separation in a microfluidic channel via standing surface acoustic waves (SSAW). *Lab on a Chip*, 9(23):3354, 2009b. (Cité p. 96.)
- J. SHI, X. MAO, D. AHMED, A. COLLETTI et T. J. HUANG : Focusing microparticles in a microfluidic channel with standing surface acoustic waves (SSAW). *Lab on a Chip*, 8(2):221–223, 2008. (Cité p. 96.)
- A. SNEZHKO et I. S. ARANSON : Magnetic manipulation of self-assembled colloidal asters. *Nature Materials*, 10(9):698–703, 2011. (Cité p. 95.)
- S. L. SOBOLEV : Cubature Formulas on the Sphere Invariant under Finite Groups of Rotations. In G. V. DEMIDENKO et V. L. VASKEVICH, édés : *Selected Works of S.L. Sobolev*, p. 461–466. Springer US, Boston, MA, 2006. ISBN 978-0-387-34148-4. (Cité p. 16.)
- H. W. ST. CLAIR : An Electromagnetic Sound Generator for Producing Intense High Frequency Sound. *Review of Scientific Instruments*, 12(5):250–256, 1941. (Cité p. 3.)
- H. STARRITT, F. DUCK et V. HUMPHREY : An experimental investigation of streaming in pulsed diagnostic ultrasound beams. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 15(4):363–373, 1989. (Cité p. 144.)
- K. SVOBODA et S. BLOCK : Biological Applications of Optical Forces. *Annual Review of Biophysics and Biomolecular Structure*, 23(1):247–285, 1994. (Cité p. 2.)
- J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Pseudo Angular Momentum and Topological Charge Conservation for Nonlinear Acoustical Vortices. *Physical Review Letters*, 91(24):244302, 2003. (Cité p. 11,15.)
- E. H. TRINH : Compact acoustic levitation device for studies in fluid dynamics and material science in the laboratory and microgravity. *Review of Scientific Instruments*, 56(11):2059–2065, 1985. (Cité p. 3,42.)
- E. TURKER et A. ARSLAN-YILDIZ : Recent Advances in Magnetic Levitation : A Biological Approach from Diagnostics to Tissue Engineering. *ACS Biomaterials Science & Engineering*, 4(3):787–799, 2018. (Cité p. 2.)
- R. UNGAI-SALÁNKI, B. PETER, T. GERECSEI, N. ORGOVAN, R. HORVATH et B. SZABÓ : A practical review on the measurement tools for cellular adhesion force. *Advances in Colloid and Interface Science*, 269:309–333, 2019. (Cité p. 95,130.)

- H. J. VAN GERNER, K. VAN DER WEELE, M. A. VAN DER HOEF et D. VAN DER MEER : Air-induced inverse Chladni patterns. *Journal of Fluid Mechanics*, 689:203–220, 2011. (Cité p. 142.)
- B. VANHERBERGHEN, O. MANNEBERG, A. CHRISTAKOU, T. FRISK, M. OHLIN, H. M. HERTZ, B. ÖNFELT et M. WIKLUND : Ultrasound-controlled cell aggregation in a multi-well chip. *Lab on a Chip*, 10(20):2727, 2010. (Cité p. 96.)
- J. VOLDMAN : Electrical forces for microscale cell manipulation. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 8(1):425–454, 2006. (Cité p. 1,95.)
- J. P. WALKER et C. H. ALLEN : Sonic Wind and Static Pressure in Intense Sound Fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 22(5):680–681, 1950. (Cité p. 142.)
- M. WANG, H. YIN, R. LANDICK, J. GELLES et S. BLOCK : Stretching DNA with optical tweezers. *Biophysical Journal*, 72(3):1335–1346, 1997. (Cité p. 2.)
- T. G. WANG, A. V. ANILKUMAR et C. P. LEE : Oscillations of liquid drops : Results from USML-1 experiments in Space. *Journal of Fluid Mechanics*, 308:1–14, 1996. (Cité p. 42.)
- T. G. WANG, A. V. ANILKUMAR, C. P. LEE et K. C. LIN : Bifurcation of rotating liquid drops : Results from USML-1 experiments in Space. *Journal of Fluid Mechanics*, 276:389–403, 1994. (Cité p. 42.)
- T. G. WANG, E. H. TRINH, A. P. CROONQUIST et D. D. ELLEMAN : Shapes of rotating free drops : Spacelab experimental results. *Physical Review Letters*, 56(5):452–455, 1986. (Cité p. 42.)
- Z. M. WANG, R. G. WU, Z. P. WANG et R. V. RAMANUJAN : Magnetic Trapping of Bacteria at Low Magnetic Fields. *Scientific Reports*, 6(1):26945, 2016. (Cité p. 2.)
- J. K. R. WEBER, C. A. REY, J. NEUEFEIND et C. J. BENMORE : Acoustic levitator for structure measurements on low temperature liquid droplets. *Review of Scientific Instruments*, 80(8):083904, 2009. (Cité p. 41.)
- P. J. WESTERVELT : The Theory of Steady Rotational Flow Generated by a Sound Field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25(1):60–67, 1953. (Cité p. 143.)
- R. WHYMARK : Acoustic field positioning for containerless processing. *Ultrasonics*, 13(6):251–261, 1975. (Cité p. 41.)
- M. WIKLUND, R. GREEN et M. OHLIN : Acoustofluidics 14 : Applications of acoustic streaming in microfluidic devices. *Lab on a Chip*, 12(14):2438, 2012. (Cité p. 142.)
- H. WU, Z. TANG, R. YOU, S. PAN, W. LIU, H. ZHANG, T. LI, Y. YANG, C. SUN, W. PANG et X. DUAN : Manipulations of micro/nanoparticles using gigahertz acoustic streaming tweezers. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 5(2):023001, 2022. (Cité p. 96.)
- W. J. XIE, C. D. CAO, Y. J. LÜ et B. WEI : Levitation of Iridium and Liquid Mercury by Ultrasound. *Physical Review Letters*, 89(10):104304, 2002. (Cité p. 41.)

- W. XU, R. MEZENECV, B. KIM, L. WANG, J. McDONALD et T. SULCHEK : Cell Stiffness Is a Biomarker of the Metastatic Potential of Ovarian Cancer Cells. *PLoS ONE*, 7(10):e46609, 2012. (Cité p. 95.)
- R. YAHIAOUI, R. ZEGGARI, J. MALAPERT et J.-F. MANCEAU : A MEMS-based pneumatic micro-conveyor for planar micromanipulation. *Mechatronics*, 22(5):515–521, 2012. (Cité p. 1.)
- L. Y. YEO et J. R. FRIEND : Surface Acoustic Wave Microfluidics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 46(1):379–406, 2014. (Cité p. 96.)
- R. YOU, H. WU, W. PANG et X. DUAN : On-Chip Arbitrary Manipulation of Single Particles by Acoustic Resonator Array. *Analytical Chemistry*, 94(13):5392–5398, 2022. (Cité p. 96.)
- L. K. ZAREMBO : Acoustic Streaming. In L. D. ROZENBERG, éd. : *High-Intensity Ultrasonic Fields*, p. 135–199. Springer US, Boston, MA, 1971. ISBN 978-1-4757-5410-0 978-1-4757-5408-7. (Cité p. 141.)
- H. ZHANG et K.-K. LIU : Optical tweezers for single cells. *Journal of The Royal Society Interface*, 5(24):671–690, 2008. (Cité p. 2,95.)
- P. ZHANG, H. BACHMAN, A. OZCELIK et T. J. HUANG : Acoustic Microfluidics. *Annual Review of Analytical Chemistry*, 13(1):17–43, 2020. (Cité p. 3.)
- D. ZHAO, J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Computation of the radiation force exerted by the acoustic tweezers using pressure field measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 146(3):1650–1660, 2019. (Cité p. 4,8,10,15,16,26.)
- D. ZHAO, J.-L. THOMAS et R. MARCHIANO : Generation of spherical vortex beams to trap large particles for enhanced axial force. *Ultrasonics*, 111:106296, 2021. (Cité p. 4.)