Modélisation et simulation numérique avancée du phénomène de décrochage par une méthode hybride RANS/LES avec prise en compte de la transition laminaire-turbulent

Michel Bouchard

▶ **To cite this version:**

Michel Bouchard. Modélisation et simulation numérique avancée du phénomène de décrochage par une méthode hybride RANS/LES avec prise en compte de la transition laminaire-turbulent. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Sorbonne Université (France), 2023. Français. NNT : 2023SORUS004 . tel-04051160

HAL Id: tel-04051160
https://theses.hal.science/tel-04051160

Submitted on 12 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale 391 - Sciences mécaniques, acoustique, électronique et robotique

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

Sorbonne Université

Spécialité "Mécanique des Fluides"

Michel Bouchard

présentée et soutenue publiquement le 12 janvier 2023

Modélisation et simulation numérique avancée du phénomène de décrochage par une méthode hybride RANS/LES avec prise en compte de la transition laminaire-turbulent

Devant le jury composé de :

Paola Cinnella	Professeur, Sorbonne Université	Président
Eric Goncalves Da Silva	Professeur, ENSMA	Rapporteur
Michel Visonneau	Directeur de recherche, CNRS	Rapporteur
Karen Mülleners	Professeur assistant, EPFL	Examinateur
Jean-Christophe Robinet	Professeur, ENSAM	Examinateur
Sébastien Deck	Directeur de recherche, ONERA	Directeur de thèse
Michel Costes	Directeur de recherche, ONERA	Directeur de thèse
Julien Marty	Ingénieur de recherche, ONERA	Encadrant

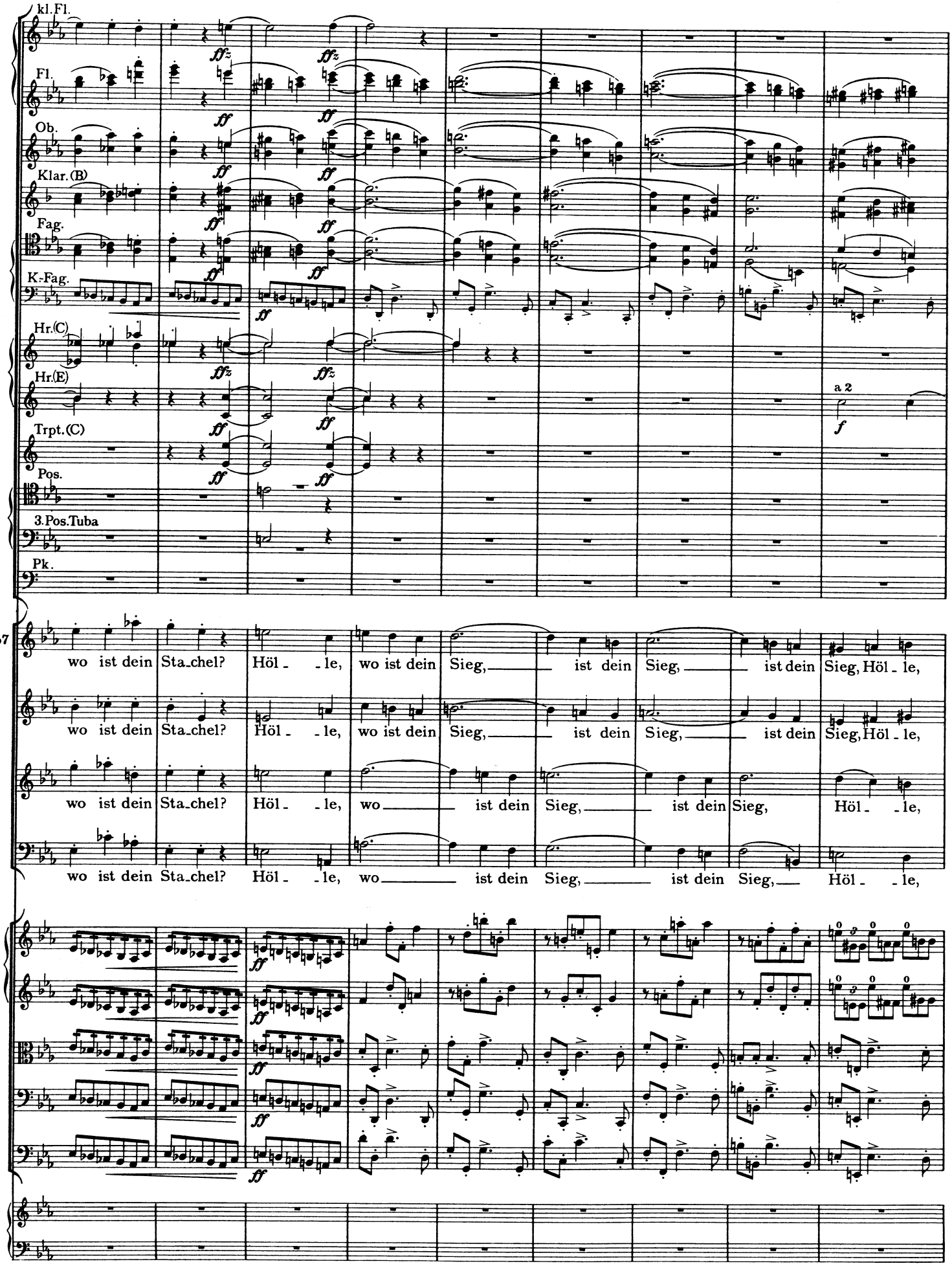
À mes parents, qui m'ont enseigné à rechercher la beauté dans la justesse.

E

kl. Fl.
Fl.
Ob.
Klar. (B)
Fag.
K.-Fag.
Hr. (C)
Hr. (E)
Trpt. (C)
Pos.
3. Pos. Tuba
Pk.

148

in den Sieg. Tod, wo ist dein Sta-chel! Tod, Tod,
schlungen in den Sieg. Tod, wo ist dein Sta-chel! Tod, Tod,
in den Sieg. Tod, wo ist dein Sta-chel! Tod, Tod,
schlungen in den Sieg. Tod, wo ist dein Sta-chel! Tod, Tod,

E

kl.Fl.
Fl.
Ob.
Klar.(B)
Fag.
K.-Fag.
Hr.(C)
Hr.(E)
Trpt.(C)
Pos.
3.Pos.Tuba
Pk.
a 2
57
wo ist dein Sta_chel? Höl_ _le, wo ist dein Sieg, ist dein Sieg, ist dein Sieg, Höl_le,
wo ist dein Sta_chel? Höl_ _le, wo ist dein Sieg, ist dein Sieg, ist dein Sieg, Höl_le,
wo ist dein Sta_chel? Höl_ _le, wo ist dein Sieg, ist dein Sieg, Höl_ _le,
wo ist dein Sta_chel? Höl_ _le, wo ist dein Sieg, ist dein Sieg, Höl_ _le,

«Dann, dann wird erfüllet werden
das Wort, das geshrieben steht :
der Tod ist verschlungen in den Sieg.
Tod, wo ist dein Stachel !
Tod, Tod, wo ist dein Stachel ?
Hölle, wo ist dein Sieg ?»

Johannes Brahms,
Eine Deutsches Requiem,
«Denn wir haben hie keine bleibende Statt»

Remerciements

Le contenu de ces pages résulte du concours des efforts de nombreuses personnes sur une durée bien plus longue que la seule durée de ma thèse. Aux intéressés : ces quelques pages vous sont consacrées.

Pour avoir accepté de relire mon travail dans les détails, je souhaite en tout premier lieu remercier MM. Eric Goncalves da Silva et Michel Visonneau. Très constructifs, bienveillants et renseignés, les rapports me permettent d'approcher la soutenance avec une certaine sérénité. Je tiens tout particulièrement à remercier M. Visonneau pour avoir noté l'effort esthétique global qui empreint le manuscrit, satisfaisant à fournir mais, il faut l'admettre, chronophage. J'espère que la soutenance vous séduira tout autant.
Merci également aux autres membres externes de mon jury : Mme Paola Cinnella, présidente, ainsi que Mme Karen Mülleners et M. Jean-Christophe Robinet, examinateurs. Je souhaite que les conversations qui auront lieu le jour de la soutenance soient enrichissantes pour tous.

Quatre années pleines consacrées à un unique projet ne sauraient être comprises sans envisager l'encadrement, humain et technique, qui permet à la motivation de se maintenir, à la combativité de se renforcer, et aux idées de fructifier. J'ai eu la grande chance de disposer d'un accompagnement régulier et constructif, qui contribue au premier chef au plaisir que j'ai pris à ce travail. À l'heure d'écrire ces remerciements, je souhaite souligner que la complémentarité des investissements de mes encadrants dans le projet est une part fondamentale de la richesse des résultats obtenus.
Merci Sébastien, pour ton engagement technique et émotionnel dans mon projet. Au début, nos entrevues étaient un défi, et elles sont progressivement devenues un intense plaisir humain. Merci de m'avoir accompagné dans les déboires du non-décrochage de notre OA209 préféré sans jamais cesser de soutenir que l'espoir perdurait (après tout, on n'est jamais à l'abri d'une bonne surprise). Je ne saurai souhaiter à un doctorant une meilleure direction de thèse que celle que tu as assurée, et je salue la conduite de la chronologie du projet et les prises de décisions stratégiques dont tu as su me convaincre à force de pragmatisme et d'ambition. Merci également pour ton soutien psychologique très finement mesuré aux moments critiques de la thèse.
Michel, nos nombreux échanges qui permettent de prendre du recul et de comprendre que l'idée discutée est brillante ou stupide, ou simplement de clarifier la pensée, ont grandement participé de la qualité des résultats du projet et des directions prises au cours de l'étude. Merci pour ta disponibilité et pour tes très fréquents aller-retours entre le deuxième et le premier pour venir voir les doctorants. Ton soutien psychologique inébranlable m'a souvent aidé à revenir de mes déperditions dans les abysses de la modélisation hybride et du code Fortran d'elsA. Le simple fait de te parler 5 minutes le temps de dire que j'avais un problème (ou que j'en cherchais un, ou encore, de temps en temps, que tout allait bien) a été d'une grande aide. Le recul et l'expérience que tu as su distiller dans nos discussions m'ont poussé à préserver le lien entre modélisation et

application, ce qui a mené au scénario de décrochage qui finalise ces travaux.
Enfin, merci Julien, pour ton investissement continu et ton suivi régulier, mis en place en particulier en réponse aux confinements successifs qui ont jalonné ma période de doctorat. Au-delà de l'aide technique pure (pour la rédaction du code, l'organisation des données, le choix des méthodes numériques) que tu as assurée, nos points techniques hebdomadaires m'ont progressivement permis de renforcer l'argumentaire de ces pages. Merci pour ton suivi moteur sans excès de pression, pour le caractère détendu - et souvent l'humour - de nos échanges. Ils ont contribué à construire l'ambiance de travail qui m'a soutenu jusqu'à la fin.
Je vous suis extrêmement reconnaissant à tous les trois d'avoir compris et accepté mes plannings trop serrés et ambitieux et mes envies de perfection dans la réalisation. La thèse n'a certainement pas corrigé ces deux aspects de ma personnalité, et je suis conscient de devoir y travailler.
Merci pour votre confiance.

Le commencement de cette thèse tout comme sa conduite sont par ailleurs le produit de rencontres marquantes et d'un processus de réflexion de longue date. Sans mentionner toutes les étapes, je remercie mon professeur de mathématiques de deuxième année de classes préparatoires, Franck Taïeb, pour avoir su initier mon goût de chercher en respectant tout raisonnement pourvu qu'il soit juste, indépendamment de sa capacité à aboutir. L'étape décisive me semble ensuite avoir été franchie lors d'un stage de recherche effectué au *Laboratory of Fluid Mechanics and Instabilities* de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne en 2017. Cette expérience auprès de François Gallaire et de son équipe (salut à Petra, Isha, Gioele et les autres) a grandement contribué à mon désir de m'essayer à la Recherche.
Dernière étape qui m'a mené à l'ONERA, la recherche d'un sujet et d'un endroit où réaliser ma thèse doit beaucoup à Benjamin Leclaire, dont j'ai beaucoup apprécié les Petites Classes à l'X et qui a été mon premier contact au sein de la Maison.
Enfin, pour avoir mis en place et accepté le dispositif administratif qui m'a permis de réaliser cette thèse dans d'excellentes conditions, et de l'achever avec la qualité que je souhaitais, mes plus sincères remerciements vont à la Direction Générale de l'Armement, et plus spécifiquement aux personnes suivantes : Kevin Selmi, pour le soutien et la mise en œuvre initiaux du projet, François Durand pour m'avoir orienté dans les labyrinthes administratifs des statuts et formations des ingénieurs de l'armement et m'avoir ouvert une voie parallèle pour faire une thèse, ainsi que mes chefs : Isaure de Broglie, Christopher Bon, Clélia Bruntz et Hugues Boquelet. Je souhaite exprimer une reconnaissance particulière envers Clélia et Hugues pour avoir accepté que je finisse ce travail malgré ma prise de poste à la DGA, alors que la rédaction des éléments propres du manuscrit n'était qu'entamée. Un grand merci également à Christiane Comte pour avoir accepté de gérer à distance mes formalités administratives durant deux ans, et pour m'avoir renseigné à chaque interrogation naïve.

Ma reconnaissance va également à Nicolas Renard et Luis Bernardos qui ont accepté de partager leur expertise en modélisation hybride de la turbulence et en modélisation de la transition, respectivement, et ce à plusieurs reprises. Tous deux ont porté un regard critique sur mon travail en m'aidant à cerner les verrous techniques associés aux objectifs de modélisation de cette thèse.
Pour avoir accepté d'ouvrir mes perspectives sur le développement des instabilités dans les différentes zones de l'écoulement autour d'un profil en phase de décrochage et sur l'apparition des oscillations à basse fréquence de l'écoulement, je remercie également Olivier Marquet. Notre discussion malheureusement trop tardive pour orienter les analyses m'a beaucoup aidé à développer le scénario qui conclue le chapitre 4, et à en discerner les perspectives de précision.
Pour de multiples échanges techniques sur l'art et la manière de réaliser une simulation en turbulence résolue autour d'un profil, et pour le temps passé à discuter mes résultats sur le décrochage de l'OA209 et l'influence des modèles de turbulence, je souhaite exprimer ma reconnaissance envers Vincent Gleize.

La fin de ma thèse a été marquée par un événement majeur sans lequel les résultats du dernier chapitre auraient été moitié moins fiables et abondants. Il s'agit d'un événement organisé par la Direction des Systèmes d'Information de l'ONERA à l'occasion de la mise en service de la troisième tranche du calculateur Sator, consistant en un challenge de réalisation de simulations massivement parallèles. Les heures de calcul allouées (environ 4 millions) ont permis de réaliser en trois semaines plus du tiers des deux simulations qui sont l'objet des analyses du chapitre 4. Je souhaite par conséquent remercier l'équipe Calcul Scientifique Intensif de la DSI pour l'assistance qui m'a été fournie pendant le challenge, et la Direction Scientifique Générale pour avoir fait de notre projet un des 16 sélectionnés. Plus particulièrement, merci à Cécile Yoshikawa pour sa disponibilité sans faille pendant le challenge, qui a permis de consommer de manière efficace près de 90 % du temps de calcul alloué (un week-end sur 4000 cœurs, c'est cher !).
Je tiens également à saluer l'effort, à cette occasion comme à d'autres, de l'équipe de développement du code elsA. Les conseils de Sébastien Heib, Julien Mayeur et Bertrand Michel m'ont aidé à me repérer dans les millions de lignes de ce code industriel massif, et à proposer des développements dont certains passent à la postérité.

Du début à la fin de cette thèse, de nombreuses personnes m'ont répété qu'il était capital de maintenir un équilibre personnel pour aller jusqu'au bout sans y laisser sa santé ou sa résistance psychologique. En ce sens, le soutien quotidien apporté par mes études musicales parallèles a été déterminant dans la conduite de ma thèse. Je suis par conséquent reconnaissant envers mes professeurs de musique pour leur souplesse vis-à-vis de ma disponibilité d'esprit, notamment pendant les deux dernières années. Merci à Jean-Baptiste Pelletier, professeur d'orchestration au CRD d'Issy-les-Moulineaux, pour l'excellente ambiance de son cours auquel j'ai eu grand plaisir à assister et où j'ai beaucoup appris. Merci à Pierre Agut, professeur d'écriture au CMA Centre de Paris, pour ses constants encouragements, sa pédagogie et ses conseils, en dépit de mes absences et de mon manque de temps pour travailler l'écriture musicale, et malgré la pandémie. Enfin et par-dessus tout, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance envers mon professeur de flûte traversière, Mihi Kim, qui m'a fourni pendant trois ans simultanément un soutien psychologique à toute épreuve et une oreille attentive, et m'a guidé sur la voie d'un autre monde tout aussi exigeant que la Recherche. Les cours m'ont donné un objectif à poursuivre quand les travaux scientifiques devenaient trop frustrants, et des perspectives musicales de long terme dont la fin de thèse semble enfin laisser entrevoir le mûrissement.

Merci aux autres doctorants de Meudon pour les discussions variées et détendues autour d'un café et pour les réflexions communes sur les problèmes des uns et des autres. Merci Antoine pour le partage et la compassion à propos des problèmes HPC, les départs tardifs de Meudon, les échanges sur le brassage et le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et sur la manière d'instrumenter et analyser un gros calcul. Nos discussions ont souvent été un bol d'air frais permettant la prise de recul dans les analyse. Merci à Miguel pour l'esprit de contact humain sans limite que tu instaures autour de toi, pour les rencontres aléatoires de soirée et les jets de dessous de verre, Camille C. pour tes conseils en mangas, nos discussions graphiques, de beaux week-ends à Toulouse et une approche du football proche de la mienne, Fatih pour les discussions dans ton bureau sur tout ce qui ne touche pas à la CFD et (surtout) le rassemblement du midi pour aller manger. Mention spéciale à Antoine, Camille et Fatih, l'équipe P0 au retour du premier confinement, pour avoir rendu cette période non seulement vivable, mais même agréable (pique-niques sur la pelouse au Soleil de mai). Je remercie également Lucas pour avoir veillé sur moi pendant ma troisième année, où j'étais plus proche de l'unité MSAT. Grâce à toi, je comprends désormais qu'avoir quelqu'un à qui dire que les choses vont à peu près bien permet d'éviter de commencer à penser qu'elles vont mal. C'est de ces petites contributions régulières que sont faits les soutiens psychologiques efficaces et les détections précoces de vrais problèmes.

Je remercie également les autres doctorants et stagiaires, qui ont fini plus tôt ou commencé plus récemment, ou ceux que j'ai moins eu l'occasion de côtoyer : Jaime pour les conseils au cours de la thèse, que ce soit pour la publication ou pour la soutenance, ainsi que pour d'inlassables joutes verbales avec Lucas - ça fait toujours beaucoup de bien de monter vous voir, Johan pour tes commentaires débridés, tes pots de miel et tes manuels d'éthique du codage, Hugues pour les conversations à propos d'escalade ou de randonnée, Victor pour avoir bien voulu croire que j'étais compétent en Fortran, Cyril pour nos échanges culturels poussés à propos de SF et pour m'avoir appris qu'en tout lapin réside un démon, Clémence pour nos footings le midi, Christophe pour les conseils cinématographiques, Rami, Camille F., Julien, Valentin, Arnaud (il est très gratifiant d'aider les stagiaires), Quentin, Estelle...
Plus largement, je souhaite remercier mes collègues anciens et actuels du DAAA, et en particulier des unités MSAT et H2T, qui cultivent un contexte de travail chaleureux et agréable. Ces quatre années ont été émaillées d'un nombre incalculable d'échanges sur des sujets extrêmement variés dûs à vos centres d'intérêt divers, à votre curiosité et à votre volonté de partage. Merci à Luis pour nos discussions sur l'aviation légère et pour tes conseils sur l'art et la manière de profiter d'un séjour aux Canaries, Thomas pour nos conversations de jeux de société, d'opéra et de cuisine, Danny pour tes conseils et *convictions* sur la cuisine italienne, et pour m'avoir écouté parler longuement d'orchestration sans jamais me donner l'impression de t'ennuyer, Fabrice pour nos discussions politico-géographico-économiques et ton inexplicable talent pour faire reformuler quand tu n'es pas d'accord, Antoine R. pour tes explications passionnantes sur l'espace et les disques d'accrétion, et sur tes expériences passées, Caroline pour ta capacité à stimuler la joie de vivre et le rire au travail (et pour l'organisation de soirées fort mémorables), Mikel - excellent cobureau, même si on s'est peu vus depuis mars 2020, Benjamin F. pour nos échanges sur des sujets plus ou moins artistiques allant du théâtre d'improvisation à l'effet du sous-échantillonnage sur les densités spectrales de puissance, Patrick pour ton humour inépuisable et pour de nombreux cageots de noix, Ronan pour nos échanges sur la photographie et tes conseils en conversion vidéo. Un très grand merci à Vincent (oui, une deuxième fois) pour des plongées dans les arcanes de l'ONERA autour d'un café et loin d'une cigarette - enfin, pour moi - et pour le plaisir que j'ai pris à nos discussions, sérieuses ou non. Je te prie de noter que je ne t'ai pas *hardiment jeté au front* le désormais classique mais *offensant substantif*, et je te suggère d'aller lire la source de cette dernière expression (Ayroles et Masbou 2007). Je ne doute pas que ça t'amusera, en plus de nourrir ta capacité à briller en société, ce dont tu n'as certes aucun besoin. Merci également à Marie S. pour toute ta bonne humeur, vos échanges profonds de bureau avec Fatih dont je n'ai été que le trop rare spectateur, et ton incroyable obligeance dans ta volonté d'anticiper le sens du vent conjuguée à ta manifeste incapacité à y réussir.
Merci François R. pour tes références sur les débats de société, Fabien pour tes lumières sur les clés elsA de la ZDES, Benjamin L. pour nos échanges sur le Prix et les études de musique en tant que grand amateur, Antoine D. pour ta bonne humeur (en dépit d'un stress un peu contagieux), Benjamin G. pour d'utiles conseils de début de thèse bien trop tardivement appliqués, Biel, Itham, Ilyas, Fulvio, Raphaël, Jean-Christophe B., Gilles, Robert et Joëlle.

Je tiens également à remercier ceux de mes amis qui n'ont aucun rapport avec l'ONERA, pour leurs constants encouragements au cours de ma thèse - même quand le projet prenait du retard, et pour la bonne volonté qu'ils ont bien voulu mettre à essayer de comprendre tant bien que mal ce que je fichais avec mes cœurs de calcul. Je suis reconnaissant à Marie X. d'avoir accepté de partager ses expériences de voyage avec moi et de m'avoir accordé toute sa confiance dans nos discussions littéraires et religieuses. Marie, je ne doute pas de tout le bien que fera ton auberge. Merci à Amaury pour d'inépuisables nouvelles expériences de jeux de société et nos nombreux intérêts communs de littérature, à Claire-Marie pour son soutien et ses conseils - toujours fondés, rarement écoutés, et en espérant que nous parviendrons à nous croiser ailleurs qu'à l'Opéra, à mes amis de l'X, notamment Joseph, Son, Victor et Alexandre. Enfin, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance envers des amis, perdus et retrouvés, de si longue date qu'il commence à être futile de compter : Diane, ainsi que Lola et Grégoire.

J’ai bien conscience que ces remerciements commencent à tirer en longueur. Ne vous en faites pas, la conclusion est proche. En dernier lieu, je remercie ma famille pour son soutien rationnel et inconditionnel. Merci à mes deux frères, Olivier et Lionel, pour tous les extraordinaires moments partagés, à 2000 m d’altitude ou sur le plancher des vaches (de manière non-exclusive). Je ne saurai enfin érire adéquatement la reconnaissance et l’amour que je ressens envers mes parents pour m’avoir toujours aidé à réaliser mon potentiel, et à explorer ce dont j’avais envie. Que ce soit en musique ou en sciences, une grande part de ce que j’ai fait ces dernières années et de ce que je présente ce jeudi 12 janvier 2023 vous est due.
Pour conclure, mes plus reconnaissants sentiments sont pour Yu-Tchun. Tu as enduré mon retard à la rédaction, ma fatigue, mes soirées passées à travailler, et ma volonté de rendre le meilleur travail possible, tout en étant constamment présente pour me soutenir, me rappeler qu’il y a un *après*, et croire en la fin. Ce n’est pas un euphémisme de dire que vivre en compagnie d’un doctorant qui termine est un défi, et tu le relèves avec discrétion et perfection. Merci pour tous les moments partagés, ta musique et ton rire.

Le mercredi 4 janvier 2023, à Paris.

Table des matières

Remerciements i

Liste des figures xi

Liste des tableaux xxiii

Notations 1

Introduction 7

I Étude 11

1 Revue bibliographique et état de l'art 13

1.1 Phénoménologie de l'écoulement autour d'un profil 15

1.1.1 Caractéristiques de l'écoulement autour d'un corps profilé 15

1.1.2 Laminarité et turbulence à la surface d'un profil 24

1.2 Formalisation du problème 31

1.2.1 Modélisation générale d'un écoulement d'air 31

1.2.2 Outils de description d'un écoulement turbulent 33

1.2.3 Application au cas de la couche limite attachée 35

1.3 Simulation numérique des écoulements turbulents 38

1.3.1 Modélisation de la turbulence 38

1.4 Modélisation de la transition laminaire-turbulent 45

1.4.1 Déclenchement de la transition 45

1.4.2 Longueur de la zone de transition et intermittence 49

1.4.3 Dynamique des régions transitionnelles 51

1.4.4 Modélisation du décollement d'une couche limite sous effet de transition 59
1.4.5 Cas test de validation des modèles de transition 60
1.5 Études du décrochage par méthodes hybrides RANS/LES 68

2 Détermination d'un modèle de transition utilisable en branche RANS d'une méthode hybride 71
2.1 Article 75
2.1.1 Abstract 75
2.1.2 Introduction 75
2.1.3 Models description 77
2.1.4 Test case description 84
2.1.5 Numerical apparatus 86
2.1.6 Results and discussion 88
2.1.7 Conclusion 96
2.1.8 Appendix 97
2.2 Choix du modèle à valider 100
2.2.1 Définition de contraintes liées à l'intégration à la ZDES 100
2.2.2 Présentation du cadre de modélisation $\gamma - Re_{\theta,t}$ 101
2.2.3 Description du fonctionnement du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ 102
2.3 Correction et validation du modèle 109
2.3.1 Méthodes numériques 109
2.3.2 Effet des modèles non corrigés 114
2.3.3 Évaluation des paramètres de modélisation de la turbulence 114
2.4 Résumé 119

3 Couplage d'un modèle RANS de transition laminaire-turbulent à une méthode hybride 121
3.1 Article 125
3.1.1 Abstract 125
3.1.2 Introduction 125
3.1.3 Test case 127
3.1.4 Numerical methods 128
3.1.5 Development of the hybrid RANS/LES model 129
3.1.6 Model assessment and validation 138
3.1.7 Conclusion and perspectives 141
3.1.8 Final model description 142
3.2 Complétion de la fonction de protection 149
3.2.1 Évaluation du déficit de protection dans les zones transitionnelles 149

3.2.2 Recherche de senseurs pour compléter la protection des zones laminaires et transitionnelles . . . 152
3.2.3 Comportement de la correction pour les décollements turbulents . . . 155
3.2.4 Première validation de la fonction de protection . . . 162
3.3 Modification des termes sources dans les zones laminaires et transitionnelles . . . 164
3.3.1 Analyse de l'équilibre production-dissipation de turbulence modélisée en branche LES 164
3.3.2 Couplage des termes sources par bascule . . . 165
3.3.3 Proposition d'adaptation de la longueur caractéristique de la turbulence modélisée . 166
3.4 Évaluation de l'influence de la branche LES de la ZDES mode 2 sur le modèle de transition . 170
3.5 Résumé . . . 172

4 Étude du décrochage statique du profil OA209 173
4.1 Présentation des calculs réalisés . . . 176
4.1.1 Procédure de calcul . . . 176
4.1.2 Discrétisation spatiale et temporelle . . . 180
4.1.3 Dimensions spatiales et temporelles du domaine de simulation . . . 181
4.2 Quantification de la bistabilité de l'écoulement oscillant . . . 188
4.3 Article . . . 193
4.3.1 Abstract . . . 193
4.3.2 Introduction . . . 193
4.3.3 Numerical procedure . . . 200
4.3.4 Simulations overview . . . 201
4.3.5 Validation . . . 204
4.3.6 Statistical properties of the separated flow . . . 207
4.3.7 Fluctuations in the separated region . . . 216
4.3.8 Stall cell low-frequency oscillation scenario . . . 220
4.3.9 Concluding remarks . . . 221
4.4 Résumé . . . 223

Conclusion 227

II Annexes 233

A Outils d'analyse du profil de vitesse d'une couche limite 235
A.1 Grandeurs intégrales de couche limite . . . 236
A.2 Application aux profils auto-semblables de couche limite de Falkner et Skan (1931) . . . 237

B Schémas de discrétisation des flux convectifs **241**

B.1 Influence sur les simulations RANS du cas de Laurent et al. (2012a) . . . 242

B.2 Effet sur l'événement de décollement massif de l'écoulement à 17° d'incidence autour de l'OA209 . . . 243

B.2.1 Influence des oscillations numériques dues à la correction *wiggle* de recentrement . . . 244

B.2.2 Comportement de la solution avec un schéma convectif centré et sensibilité à la dissipation artificielle . . . 244

C Traitement numérique du signal **247**

C.1 Approche probabiliste d'un écoulement turbulent . . . 248

C.1.1 Définition du formalisme mathématique . . . 248

C.1.2 Estimation des caractéristiques de l'écoulement . . . 248

C.2 Description statistique d'un écoulement . . . 249

C.2.1 Moments statistiques de la distribution de densité de probabilité . . . 249

C.2.2 Moments croisés de deux variables aléatoires . . . 251

C.2.3 Quantiles et discrétisation de la distribution de densité de probabilité . . . 251

C.3 Analyse spectrale d'un écoulement . . . 257

C.3.1 Densités spectrales de puissance . . . 257

C.3.2 Interprétation de la densité spectrale de puissance . . . 258

C.3.3 Estimation des densités spectrales de puissance . . . 260

D Diagrammes complémentaires **263**

III Références **285**

Liste des figures

1.1 Structure géométrique tridimensionnelle de corps respectivement non-profilé (gauche) et profilé (droite). 15

1.2 Efforts induits par un écoulement ambiant sur un profil, à incidence nulle (milieu), et non-nulle (droite). Détail de l'écoulement en proche paroi (gauche). 16

1.3 Photographie de filets de fumée permettant la visualisation de l'écoulement hydrodynamique autour d'un profil à une incidence faible (gauche) et une incidence plus élevée à laquelle un décollement advient au bord de fuite (droite). Photographies de Henri Werlé, issues de la photothèque de l'ONERA. 17

1.4 Évolution de la topologie qualitative de l'écoulement et des efforts sur le profil en fonction de l'incidence en cas de décrochage par le bord d'attaque ou par le bord de fuite. Inspiré du livre de Torenbeek (1982). 19

1.5 Corrélation entre ordonnée de l'extrados à 8 % de corde du bord d'attaque, nombre de Reynolds basé sur la corde du profil $Re_c = \rho c u_\infty / \mu$ (où c désigne la corde du profil, u_∞ la vitesse de l'écoulement incident, ρ la masse volumique du fluide et μ sa viscosité, voir partie 1.2.2) et caractéristiques du décrochage. 20

1.6 Allée de Von Kármán dans le sillage d'un corps non-profilé : l'île Tristan Da Cunha dans la zone Sud de l'océan Atlantique. La visualisation est permise par les nuages qui défilent autour de l'île. Image recolorisée par la NASA et issue du site Internet NASA Earth Observatory (2017). 22

1.7 Formation de cellules de décrochage peu au-delà de l'incidence de portance maximale. Visualisation par enduit pariétal (gauche) et schéma de la topologie des lignes de frottement moyen (droite), issus des travaux de Schewe (2001) 23

1.8 Un des schémas de Leonardo da Vinci sur le comportement turbulent d'un écoulement de sortie de canal. 24

1.9 Visualisation à l'aide d'une nappe de colorants de la transition par ondes de Tollmien-Schlichting d'un écoulement hydrodynamique le long d'une plaque plane. Photographie de Henri Werlé, issue de la photothèque de l'ONERA. 27

1.10 Classification des décollements laminaires, adaptée des travaux de Hatman et Wang (1998b). Sont représentés les états qualifiés par les auteurs de *principaux modes de transition par décollement* (en bas), et les états qu'ils nomment *intermédiaires* (en haut). On note x_{d} l'abscisse du décollement de la couche limite laminaire, x_{t} l'abscisse du point de début de la transition, et $x_{\mathrm{r},1}$ et x_{r} les abscisses des points de recollement de l'écoulement. $x_{u'_{\max}}$ est l'abscisse du point où les fluctuations de vitesse longitudinale sont maximales, et $x_{\mathrm{d.max}}$ celle de la section normale à la paroi à travers laquelle la couche limite engendre le déplacement maximum (δ_1 est maximal en ce point, voir l'annexe A). 28

1.11 Topologie moyenne typique d'un bulbe court de décollement laminaire. Des profils de vitesse en fonction de la distance à la paroi sont également tracés à l'aplomb de différents points particuliers. 29

1.12 Propagation de l'énergie cinétique de turbulence des grandes échelles de production vers les plus petites échelles dissipatives, dans le cas de la turbulence homogène et isotrope. Ce processus est classiquement appelé *cascade énergétique* de la turbulence. Inspiré du livre de Sagaut et al. (2013). $L_{xx,x}$ désigne l'échelle caractéristique de production de la turbulence. . 35

1.13 Loi de paroi pour une couche limite turbulente en l'absence de gradient de pression. Le profil de vitesse turbulent est issu des données de Eitel-Amor et al. (2014). 36

1.14 Évolution du profil de vitesse moyenne d'une couche limite turbulente pour différentes valeurs du gradient de pression $P^+ = \nu\partial_x p/\rho u_\tau^3$, adverse. Tiré des travaux de Nagano et al. (1993). . 37

1.15 Taille du maillage nécessaire à la résolution de la turbulence pariétale dans une simulation : lorsque la turbulence est pleinement résolue partout (DNS, en noir), lorsqu'elle est majoritairement résolue dans la zone interne et pleinement ou majoritairement résolue dans la zone externe (WRLES, en vert et en bleu), et lorsqu'elle est modélisée dans la zone interne et majoritairement résolue dans la zone externe (*Wall-Modeled* LES, en rouge). Tiré des travaux de Deck et al. (2014b). 39

1.16 Estimations des coûts et besoins de résolution des méthodes de simulation des écoulements turbulents, d'après Uribe (2018). 41

1.17 Corrélations de $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ au paramètre de Pohlhausen, λ_θ, et à l'intensité de la turbulence extérieure à la couche limite, Tu_∞. Les corrélations de Abu-Ghannam et Shaw (1980), Mayle (1991), Menter et al. (2006) et Langtry et Menter (2009) sont représentées, en fonction du gradient de pression λ_θ pour différentes valeurs d'intensité de la turbulence Tu (gauche) et en fonction de Tu pour différents gradients de pression (droite). 47

1.18 Fonctions définissant la forme du profil de l'intermittence dans une théorie monodimensionnelle. 53

1.19 Corrélation de Menter et al. (2006) reliant le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite au niveau du point de transition au nombre de Reynolds local basé sur la vorticité. 54

1.20 Corrélations proposées par différents auteurs pour les variables $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ et F_{length} du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ à l'aide de la variable transportée $Re_{\theta,\mathrm{t}}$. 56

1.21 Topologie géométrique de la quasi-DNS de Laurent et al. (2012a), et méthode de calcul adoptée dans chacune des zones de l'écoulement. 65

2.1 Typical flow topology downstream of a laminar separation. 76

2.2 Correlations for $Re_{\theta,\mathrm{S}}$, with λ_θ and Tu_∞ as variables published in the works by Abu-Ghannam et Shaw (1980), Mayle (1991), Menter et al. (2006) and Langtry et Menter (2009). 80

2.3 Empirical correlations developed in the works by Medida et Baeder and Krause et al. for the onset of transition and the extent of the transition zone in a $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition model. . . . 81

2.4 Mesh used for the RANS simulations. Every node at the boundary conditions and one mesh line in four are plotted. . . . 84

2.5 Reference flow and boundary-layer thicknesses from the zonal DNS computations by Laurent et al. . . . 85

2.6 Skin-friction coefficient obtained with the $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,t}$ model as the longitudinal refinement of the mesh is increased. . . . 86

2.7 Reynolds turbulence shear stress cross components fields obtained with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. . . . 89

2.8 Flow-separating streamlines obtained with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. The same legend is used in figures 2.9, 2.10 and 2.11. . . . 90

2.9 Reynolds turbulence shear stress cross-components profiles obtained along the wall-normal lines $x_{RS} = -0.2\ (1)\,, -0.05\ (2)\,, 0.1\ (3)\,, -0.25\ (4)\,, 0.4\ (5)\,, 0.7\ (6)\,, 1\ (7)$ with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. The legend used is that of figure 2.8. . . . 91

2.10 Boundary-layer 1-dimensional variables obtained with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. (a) : streamwise displacement thickness, (b) : streamwise momentum thickness, (c) : shape factor, (d) : skin friction coefficient. The legend used is that of figure 2.8. . . . 92

2.11 Velocity profiles obtained along the wall-normal lines $x_{RS} = 0.25\ (1')\,, 0.5\ (2')\,, 2\ (3')\,, 4\ (4')\,, 6\ (5')$ with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. The legend used is that of figure 2.8. . . . 93

2.12 Activation zones of the modification by Dacles-Mariani et al. of the source terms in Spalart and Allmaras' model. . . . 94

2.13 Reynolds turbulence shear stress cross-components fields obtained with Medida and Baeder's correlations and Langtry and Menter's. . . . 95

2.14 Boundary-layer 1-dimensional variables obtained with the $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,t}$ models completed with two different sets of correlations. (a) : Boundary layer momentum thickness, (b) : Skin friction coefficient. . . . 96

2.15 Intermittency fields obtained with Medida and Baeder's correlations and Langtry and Menter's. 97

2.16 Schéma des contraintes de parallélisation et coûts de communication associés à une intégration spatiale. . . . 100

2.17 Senseur de déclenchement de la transition $Re_v / Re_{\theta,c}$, évalué à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al. . . . 103

2.18 Fonctions définissant le profil de production d'intermittence pour le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$. . . . 104

2.19 Senseur et fonctions intervenant dans le calcul de la fonction-interrupteur F_{onset}, évaluées à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al. . . . 105

2.20 Grandeurs corrélées du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$, d'après les équations de Langtry et Menter (2009), évaluées à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al. . . . 106

2.21 Senseur de détection des décollements de couches limites, γ_{sep}, évaluée à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al. . . . 107

2.22 Fonction de détection des couches limites de Menter et al., $F_{\theta,t}$, évaluée à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al. . . . 107

2.23 Composantes de $F_{\theta,t}$, évaluées à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al. . . . 108

2.24 Maillage du cas de Laurent et al. Attirons l'attention sur les évidements réalisés pour rendre le cas présentable et la figure lisible. Les légendes d'axes attestent des dimensions réelles de la géométrie. De plus, seule une ligne de maillage sur 4 est représentée. . . . 109

2.25 Influence de la vitesse d'injection dans la cavité sur la topologie du décollement laminaire. Les conditions modifiées (par rapport aux conditions nominales) correspondent à $\rho = 1.18$ (+4.4%), $\rho u_x = 139$ (−9.7%), $\rho e = 307000$ (+28%). . . . 110

2.26 Evolution des tensions croisées de Reynolds quand on raffine le maillage dans la direction longitudinale (x). . . . 111

2.27 Coefficient de frottement obtenu le long de la plaque plane de Laurent et al. à l'aide de plusieurs maillages dont on a fait varier la taille de première maille dans la direction normale à la paroi. . . . 112

2.28 Distributions de tensions croisées de Reynolds dans la zone de transition du cas de Laurent et al., obtenues à l'aide de plusieurs maillages dont on a fait varier la taille de première maille dans la direction normale à la paroi. . . . 113

2.29 Position des points d'annulation du frottement lorsque la turbulence incidente varie. Pour le modèle de Menter et al., la valeur de Tu prise en compte pour la transition est reconstruite à partir du champ de k. Pour le modèle de Medida et Baeder et le critère de Roberts (1980), elle est imposée directement par l'utilisateur, dans le calcul de $Re_{\theta,S}$ et F_{length} et celui de la position de transition, respectivement. . . . 116

2.30 Champs de tensions croisées de Reynolds obtenues à l'aide de simulations couplant le modèle de Spalart et Allmaras au modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ de Menter et al., et en utilisant diverses corrélations de la littérature. . . . 117

2.31 Champs de F_{length} obtenus avec les jeux de corrélations de Medida et Baeder et Langtry et Menter, respectivement. . . . 118

3.1 Expected qualitative topology of the flow in post-stall conditions (left) and spanwise velocity component at an instant when the flow is massively separated (right) at an angle of attack of 19°. . . . 127

3.2 Meshing details at the leading edge (left; one mesh line in 5 is plotted in the longitudinal direction, and one in 10 in the wall-normal direction) and trailing edge and separation zone (right; resp. one mesh line in 5 in both directions). . . . 128

3.3 Activation zone of a γ-based correction on the leading edge laminar separation bubble preevaluated from a RANS computation. The contour lines in shades of blue display the shielding function (LES on the white side), while the dash-dotted red lines emphasize the regions of strong vorticity (boundary layer). The sensor distribution is shown in the background in black and white. Curvilinear coordinates are used, as defined in figure 3.4. . . . 132

3.4 Projection reference frame for the velocity components. s is the curvilinear coordinate along the wall, starting from point I. n is the distance to the wall. The wall reference frame $(\underline{e}_s, \underline{e}_n)$ at any location P in the volume is defined as the curvilinear reference frame at the closest wall point Q. For the airfoil used in this work, I is the trailing edge on the pressure side where $s = 0$, which yields $s \simeq c$ at the leading edge and $s \simeq 2c$ at the trailing edge on the suction side. 132

3.5 Activation zone of a $F_{\theta,t}$-based correction on the leading edge laminar separation bubble (top) and turbulent trailing edge separation (bottom) preevaluated from a RANS computation. The contour lines in shades of blue display the shielding function (LES on the white side), while the dash-dotted red lines emphasize the regions of strong vorticity (boundary layer). The sensor distribution is shown in the background in shades of grey. Curvilinear coordinates are used, as defined in greater detail in figure 3.4. 134

3.6 Definition of the shielding-type zones of the OA209 test-case, herein called the *zonalisation* process. (*a*) in red : transitional shielding (current) ; (*b*) everywhere else : shielding from ZDES mode 2 (2020) (Deck et Renard 2020). 135

3.7 Effect of the F_{turb} correction on the instantaneous tangential velocity map : without application of the correction in a ZDES (left), with it (center) and the RANS baseline result obtained with a Spalart-Allmaras-based $\gamma - Re_{\theta,t}$ model. The tangential velocity is defined as the projection of the velocity vector along the wall-tangential direction in the curvilinear coordinate system (see figure 3.4). Therefore, it is positive on the attached part of the suction side and negative on the pressure side. 137

3.8 Effect of the F_{turb} correction on the wall-normal boundary layer intermittency profiles in the laminar separation bubble (left) and immediately downstream of its reattachment (right). The wall distance coordinate n is defined in figure 3.4. 138

3.9 Effect of the noise on velocity gradients due to the *wiggle* recentering sensor at the leading edge of the airfoil. Left : recentering sensor activated, which translates into a premature destruction of the intermittency far from the wall due to numerical velocity gradients. Right : recentering sensor deactivated around the leading edge. 139

3.10 Map of the zones used for the validation of the model. Background : wall-tangential instantaneous velocity field. The projection reference frame for the velocity is defined in figure 3.4. 140

3.11 RANS treatment of the boundary layer and laminar separation bubble with the Menter-Langtry transition model at the leading edge (region I of figure 3.10). Left : wall-tangential instantaneous velocity (see the definition of the wall reference frame in figure 3.4), with explicit display of the separated region in white and blue. Right : intermittency. 140

3.12 Behavior of the shielding function in the upstream part of the suction side of the airfoil (region III of figure 3.10) : shielding of the leading edge and deactivation of the shielding when the turbulent boundary layer separates. 141

3.13 Development of instabilities in the wall-tangential velocity field in the switch region from RANS to LES, where the turbulent boundary layer separates (region II of figure 3.10). . . . 141

3.14 Resolution of turbulence in the mixing layer at the trailing edge (region IV of figure 3.10) : development of LES content, displayed in the transverse velocity distribution. 142

3.15 Fonctions principales de détection des zones d'une couche limite qui constituent la protection. 150

3.16 Fonctions d'inhibition de la protection au sein des décollements de couche limite. 150

3.17 Fonctions de protection totale des couches limites. 151

3.18 Profils normaux à la paroi d'intermittence γ, de fonction de protection f_P, et de vitesse tangente u_s au niveau du décollement turbulent de l'écoulement autour du profil OA209 à 19° d'incidence. Le positionnement des lignes d'extraction est indiqué sur la figure 3.19. 151

3.19 Localisations des profils normaux à la paroi et résultat d'un calcul RANS avec le modèle final du chapitre 2 de l'écoulement d'un OA209 à 19° d'incidence. 152

3.20 Champs superposés d'intermittence, de fonction de protection et de vorticité au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenus à partir d'un calcul RANS. Notons que les échelles de vorticité et de fonction de protection sont logarithmiques. Rappelons également que lorsque $f_P = 0$, le modèle adopte un comportement RANS. 154

3.21 Champ du senseur de Daclès-Mariani au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenu à partir d'un calcul RANS. 155

3.22 Champ du senseur de Daclès-Mariani au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenu à partir d'un calcul RANS. 156

3.23 Champ de la fonction $F_{\theta,t,1}$ au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenu à partir d'un calcul RANS. 157

3.24 Zones où la fonction d'inhibition f_R est utile, obtenues à l'aide d'un calcul RANS utilisant le modèle de Spalart et Allmaras en association avec le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ de Menter et al. Notons les échelles logarithmiques pour une meilleure visibilité du bulbe de décollement laminaire (petite zone claire de gauche) et du décollement turbulent (zone claire étendue de droite). Les définitions géométriques de l'abscisse curviligne s le long du profil et de la distance à la paroi n sont détaillées sur la figure 3.4 de l'article. 158

3.25 Correspondance entre les zones de l'écoulement où f_R est utile et les nombres de Reynolds locaux $Re_{\theta,t}$ et Re_v. Par souci de clarté, seules les données issues des cellules du maillage où $f_{R,utile} > 0.2$ sont représentées. 159

3.26 Distributions, respectivement, de la deuxième variable transportée du modèle de transition de $\gamma - Re_{\theta,t}$, et du nombre de Reynolds Re_v basé sur la vorticité, obtenues à l'aide d'un calcul RANS utilisant le modèle de Spalart et Allmaras en association avec le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$. On notera que les échelles sont logarithmiques pour permettre la distinction des deux zones d'intérêt : le bulbe de décollement laminaire situé à gauche vers $s/c = 1.02$, et le décollement turbulent, à droite, au delà de $s/c = 1.05$. Les définitions géométriques de l'abscisse curviligne s le long du profil et de la distance à la paroi n sont détaillées sur la figure 3.4 de l'article. Rappelons à nouveau que lorsque $f_P = 0$, le modèle hybride adopte un comportement RANS. 160

3.27 Cartographies de vitesse longitudinale, u_s (haut), et de fonction de protection, f_P (bas), à l'issue d'une simulation de 2 durées convectives initialisée avec un champ décollant à 60 % de corde. 162

3.28 Cartographies de nombre de Reynolds turbulent, μ_t/μ (droite), à l'issue d'une simulation de 2 durées convectives initialisée avec un champ décollant à 60 % de corde (gauche). 163

3.29 Modification relative de la distance caractéristique $\tilde{d}^{(II)}$ lorsqu'on choisit d'utiliser n_θ pour son calcul. La valeur de référence $\tilde{d}^{(II)}_{\theta,b}$ correspond à une modélisation RANS avec transition dans les zones protégées et ZDES mode 2 native (Deck et Renard 2020) dans les zones non protégées, présentée en partie 3.3.2. 167

3.30 Zones de l'écoulement décollé susceptibles d'être affectées par la modification de la distance caractéristique du modèle en branche LES, par rapport au comportement nominal de la ZDES mode 2 (2020). Un champ instantané au plan médian du calcul oscillatoire du chapitre 4 est utilisé pour reconstruire les variables. Ce champ est obtenu au bout de 0.25 s de temps physique, et seules les zones concernées par un comportement défavorable de la correction, c'est-à-dire où $n < C_{DES}\tilde{\Delta}^{(II)} < n\sqrt{2}$, sont colorées. Le profil complet est également représenté pour montrer l'agrandissement de l'image détaillée. Le champ de vue délimité par le petit cadre correspond au tracé de fond, ainsi qu'au petit cadre de la figure 3.29. 168

3.31 Évolution le long de lignes de maillage normales à la paroi à 80% de corde environ des variables nécessaires au calcul des termes sources du modèle. Un champ instantané au plan médian du calcul oscillatoire du chapitre 4 est utilisé pour reconstruire les variables. Ce champ est obtenu au bout de 0.25 s de temps physique. Sur le diagramme de gauche, la zone (*a*) où une modification de l'échelle de sous-maille est susceptible de se produire à cause du modèle de transition se trouve dans une zone RANS protégée ($f_P \simeq 0$). À l'inverse, la zone concernée (*b*) sur le diagramme de droite est située dans la zone où f_P passe de 0 à 1. De plus, γ y est faible, donc le modèle de transition multiplie l'échelle de sous-maille dans cette zone traitée en LES par $1/\sqrt{2}$. 169

4.1 Enchaînement de calculs ayant abouti à l'étude (I) du décrochage statique de l'OA209, *via* le développement de modèle (II) présenté au chapitre 3, la détermination des incidences de décrochage de l'OA209 (III) et la validation des méthodes numériques (IV). Les caractéristiques des différents calculs et leurs spécificités sont récapitulées dans le tableau 4.1. 177

4.2 Topologie-cible du processus de recherche d'incidence de décrochage de l'OA209. 179

4.3 Cartographies instantanées de vitesse longitudinale issues de la procédure d'obtention des champs initiaux des calculs dédiés à l'étude du décrochage de l'OA209. 180

4.4 Cartographie du nombre de CFL au bord d'attaque du profil. Les zones RANS ont été masquées à l'aide de la fonction de protection afin de rendre la figure plus lisible dans les zones LES. 182

4.5 Positionnement des sondes utilisées pour analyser les caractéristiques des écoulements. Chacun des points-sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,6]\!]}$ indiqués correspond à 300 centres de cellules répartis le long de l'envergure, où le signal est enregistré. 182

4.6 Corrélations intégrées des composantes de la vitesse et de la pression ($v \in \{u_s, u_n, u_z, p\}$) le long des points de référence possible des lignes de sondes $\mathcal{T}_2$ (gauche) et $\mathcal{T}_6$ (droite) dont le positionnement est donné sur la figure 4.5. Les données sont issues du calcul dont la solution oscille à basse fréquence. Les corrélations le long des cinq autres lignes $\{\mathcal{T}_i\}$ sont données en annexe D. 183

4.7 Corrélation des composantes de la vitesse et de la pression au niveau du bord de fuite du profil (sondes $\mathcal{T}_6$ de la figure 4.5), pour les signaux issus du calcul (*i*) en phase attachée suite à la bifurcation du comportement de l'écoulement (gauche) et pour ceux issus du calcul (*j*) produisant un écoulement majoritairement attaché à la topologie permanente (droite). 184

4.8 Convergence au cours de l'acquisition de l'espérance statistique des signaux de vitesse et de pression provenant des sondes $\mathcal{T}_4$ (en haut) et $\mathcal{T}_5$ (en bas). Les diagrammes sont coupés au moment de la bifurcation de l'écoulement vers un état attaché (après environ 90 temps convectifs). 185

4.9 Convergence au cours de l'acquisition de la médiane et des déciles extrêmes des signaux de vitesse provenant des sondes $\mathcal{T}_4$ (en haut) et $\mathcal{T}_5$ (en bas). Les diagrammes sont coupés au moment de la bifurcation de l'écoulement vers un état attaché (après environ 87 temps convectifs). 186

4.10 Convergence au cours de l'acquisition de la variance des signaux de vitesse et de pression provenant des sondes $\mathcal{T}_2$ (en haut) et $\mathcal{T}_6$ (en bas). 187

4.11 Champs de la moyenne $\mathbb{E}$, du premier décile $\mathbb{Q}_{1/10}$, de la médiane $\mathbb{Q}_{1/2}$ et du dernier décile $\mathbb{Q}_{9/10}$ des signaux de composante longitudinale - c'est-à-dire tangente à la paroi - de vitesse de la solution oscillant à basse fréquence. 189

4.12 Champs du premier décile $\mathbb{Q}_{1/10}$, de la médiane $\mathbb{Q}_{1/2}$, du dernier décile $\mathbb{Q}_{9/10}$ et de la moyenne $\mathbb{E}$ des signaux de composante longitudinale de vitesse de la solution oscillant à basse fréquence, au niveau du bord d'attaque du profil. 190

4.13 Distributions de probabilités des composantes de vitesse aux points $\mathcal{T}_2$ (à gauche) et $\mathcal{T}_4$ (à droite). 191

4.14 Leading-edge stall (left) or trailing-edge stall (right), depending on the shape of the airfoil. Inspired from the book of Torenbeek (1982). S is the *separation* location of the turbulent boundary layer, while SB means *separation bubble*. 195

4.15 Description of the wall reference frame. $\underline{e}_n$ is the wall-normal unit-vector and $\underline{e}_s$ its orthogonal vector, such that $\left(\underline{e}_s, \underline{e}_n, \underline{e}_z\right)$ is direct. In the present case, I is the trailing edge on the pressure side. 202

4.16 Probes locations on the unsteady field snapshot (at the periodicity condition and $T = tu_\infty/c = 55.96$) : spanwise ($\mathcal{T}$), in the wake ($\mathcal{S}$) and near-wall ($\mathcal{C}$). 202

4.17 Wall-normal probing lines $\mathcal{N}$ locations on the unsteady field snapshot (at midspan on the left diagram and at the periodicity condition on the right, and at $T = tu_\infty/c = 55.96$). The projection vector $\underline{e}_s$ for the obtention of the wall-tangential velocity component u_s is described on figure 4.15. 203

4.18 Isosurface of the Q-criterion during an upward flapping phase of the stall cell cycle. 204

4.19 Comparison of the wall-tangential velocity field (defined in greater detail on figure 4.15) between unsteady PIV measurements (left) and computation results ; respectively, the oscillatory state (middle) and the mostly attached state (right). 205

4.20 Lift coefficient from experiment and using the RANS and ZDES models. 205

4.21 Pressure coefficient distribution at the maximum lift angle and zoom-in on the leading-edge. 206

4.22 Wall pressure coefficient distribution in both computations. For the initially separated bifurcating case, the results obtained from both phases are plotted. 207

4.23 Evolution of the longitudinal skin-friction coefficient and spanwise velocity along a wall-close line $\mathcal{C}_0$ and spanwise line $\mathcal{T}_4$, respectively, for the initially separated flow. s is the curvilinear abscissa along the airfoil length (see figure 4.15). Though $\mathcal{C}_0$ and $\mathcal{T}_4$ are not exactly positioned and the same distance from the wall (and therefore the diagrams do not intersect), their relative streamwise and spanwise locations with respect to one another are reported. . . 209

4.24 Averages and standard deviations of the system's aerodynamic coefficients in time (left), and their trajectory for the ZDES cases (right). The arrows indicate the direction of evolution of the system in time through the oscillation cycles and after full reattachment. At each of the four named events placed along the curve, two views of the flow are provided on figure 4.25. 210

4.25 Visualizations of the flow at four remarkable instants. Top : wall pressure coefficient on the surface of the airfoil, with the leading edge on the left of each diagram ($s \simeq c$) and the trailing edge of the suction side on the right ($s \simeq 2c$). Bottom : velocity field at midspan projected on the wall-tangential direction, u_s (for more detail, see figure 4.15). 211

4.26 Statistical properties at the wall of the initially separated and oscillatory flow along the most upstream 20% of the suction side. Top : instantaneous distribution of the density gradient during a reattachment event. Middle : expectation (time-average) of streamlines and of the wall-tangential velocity component. Bottom : evolution of the expectation (blue curve) and median values (orange curve) of the longitudinal skin-friction coefficient $C_{f,s}$, respectively accompanied by standard deviation and extreme deciles as vertical errorbars. The probability of reverse flow is also plotted (crimson curve). Note that all three diagrams share the same abscissa. . . . 213

4.27 Statistical velocity profiles of the mostly-detached case flow before reattachment. Time-averaged (blue curves) and median (orange) values of wall-tangential velocity components are plotted respectively with the standard deviations and extreme deciles of the signals as horizontal errorbars. The crimson and indigo curves display the probability of reverse flow and the centered-reduced skewness factor of the wall-tangential velocity component, respectively. . . . 215

4.28 Detail of the timeline of the initially separated flow : skin-friction coefficient along the section between airfoil and the x-y plane located at 30% span. . . . 216

4.29 Propagation time ($t_{\phi,P}$) of convective information in the flow near the wall along C_0, and most upstream abscissa ($s_{\phi,P}$) reached before interaction with descending flow. . . . 218

4.30 Power spectral densities of resolved turbulence kinetic energy (logarithmic scale and dashed) and vertical velocity component (linear scale and full-lined) one chord downstream of the trailing edge along probing line S_0 (see figure 4.16). . . . 218

4.31 Power spectral densities of vertical velocity component from 0.6 to 3.8% axial chord lengths downstream of the pressure side trailing edge along probing line S_0 (see figure 4.16). . . . 219

4.32 Sketch of the scenario proposed for the advent of low-frequency contents associated with stall cells. . . . 220

A.1 Profils auto-semblables de vitesse de Falkner et Skan pour différentes valeurs du paramètre m quantifiant le gradient de pression : adverse si $m < 0$ et favorable si $m \geq 0$. Le cas $m = 0$ correspond à la solution de Blasius ; il est tracé en trait plein. . . . 238

A.2 Évolution des propriétés de la famille de profils auto-semblables de couche limite de Falkner et Skan, en fonction du paramètre m. Diagramme A.2a (gauche) : les différentes épaisseurs de la couche limite. De haut en bas, les courbes correspondent respectivement à l'épaisseur normalisée à 99 % de vitesse extérieure η_δ, à l'épaisseur de déplacement normalisée η_{δ_1}, et à l'épaisseur de quantité de mouvement normalisée η_θ ($\theta < \delta_1 < \delta$). Diagramme A.2b (droite) : facteur de forme de la couche limite. . . . 239

B.1 Facteurs de forme de la couche limite dans la zone de transition, obtenus à l'aide de deux schémas de calcul des flux convectifs des variables conservatives. . . . 242

B.2 Champs de tensions croisées de Reynolds obtenus à l'aide de deux schémas de reconstruction des flux convectifs des variables conservatives. . . . 243

B.3 Influence de la correction de recentrement de Mary et Sagaut (2002) du schéma de discrétisation des flux convectifs AUSM+P sur l'événement d'éclatement du bulbe de décollement laminaire de la solution du calcul (f) du diagramme 4.1. . . . 245

B.4 Solutions obtenues à l'aide du schéma de discrétisation des flux convectifs de Jameson et al., avec dissipation matricielle et différentes valeurs de χ_4. . . . 246

C.1 Évolution au cours de différents cycles de lecture des estimateurs de calcul par l'algorithme 1 de la médiane de deux signaux dont les propriétés statistiques sont rigoureusement égales : le signal bleu (droite) a été obtenu par permutation aléatoire des échantillons du signal rouge (gauche). 256

C.2 Valeurs des estimateurs de la médiane en fonction du nombre de cycles de lecture réalisés, pour les deux signaux de la figure C.1. 257

C.3 Influence du nombre de fenêtres utilisées pour le calcul sur l'estimation de la densité spectrale de puissance. Les signaux choisis sont les mêmes que ceux de la figure 4.30, pour le cas initialement décollé et oscillant. Rappelons que 10 signaux obtenus à intervalles réguliers en envergure sont utilisés pour réaliser l'estimation. 260

C.4 Procédure de fenêtrage produisant la méthode de Welch (1967) pour les calcul des densités spectrales de puissance. En rouge, on donne un exemple de forme de fenêtre (arbitraire). . . 261

D.1 Corrélations en envergure des signaux de vitesse et pression issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire. Chaque diagramme comporte, en bas à gauche, le nom de la sonde extrudée en envergure qui a servi à extraire les données nécessaires au calcul. 265

D.2 Statistiques des composantes de la vitesse le long des normales à la paroi définies sur la figure 4.17, obtenues à l'aide des signaux issus du calcul (i) de la figure 4.1, durant la phase oscillatoire. On représente en bleu la moyenne $\mathbb{E}$ et l'écart-type des signaux, en orange leur médiane $\mathbb{Q}_{1/2}$ et leurs déciles extrêmes $\mathbb{Q}_{1/10}$ et $\mathbb{Q}_{9/10}$, en carmin leur fréquence d'inversion de signe $\mathbb{P}[v < 0]$ et en indigo leur coefficient d'asymétrie $\mathbb{S}$. Notons que les trois diagrammes d'une même ligne partagent le même axe vertical (distance à la paroi le long d'une même ligne, pour les trois composantes de vitesse). De même, les trois diagrammes d'une même colonne partagent le même axe horizontal. Les normales d'extraction sont $\{\mathcal{N}_i\}_{i\in[\![0,2]\!]}$ (cette page), $\{\mathcal{N}_i\}_{i\in[\![3,5]\!]}$ (page suivante) et $\{\mathcal{N}_i\}_{i\in[\![6,8]\!]}$ (page 268). 266

D.3 Estimations des distributions de densité de probabilité associées aux composantes de la vitesse dans le repère curviligne en chacune des sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante), pour la phase oscillatoire du calcul (i) du diagramme 4.1. 270

D.5 Évolution au cours du temps des déciles extrêmes et de la médiane des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, pendant la phase d'écoulement oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante). 272

D.7 Évolution au cours du temps des déciles extrêmes et de la médiane des signaux de vitesse issus du calcul (j) du diagramme 4.1, produisant un écoulement attaché, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante). 274

D.9 Évolution au cours du temps des moyennes des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante). 276

D.11 Évolution au cours du temps des moyennes des signaux de vitesse issus du calcul (j) du diagramme 4.1, produisant un écoulement permanent majoritairement attaché, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in\{2,4,6\}}$. 278

D.12 Évolution au cours du temps des variances des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante). 280

D.14 Évolution au cours du temps des coefficients d'asymétrie des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante). 282

Liste des tableaux

1.1 Constantes de calibration de la ZDES mode 2 (2020) (Deck et Renard 2020). 44

1.2 Corrélations empiriques publiées liant $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ aux propriétés macroscopiques d'un écoulement transitionnel. 48

1.3 Constantes de calibration du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Langtry et Menter (2009). 55

1.4 Corrélations disponibles pour les variables $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ et F_{length} du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$. 57

1.5 Niveau de précision et résolution des données disponibles. Tiré et traduit d'un article de Sagaut et Deck (2009). 61

1.6 Cas académiques de référence de transition d'une couche limite de plaque plane. 62

1.7 Cas-test de référence de transition d'une couche limite de profil. 63

1.8 Cas-test de référence de transition d'une couche limite d'aube de turbomachine en configuration simplifiée (cascade linéaire, aube isolée...). 64

1.9 Cas-test de référence de transition d'une couche limite de géométrie tridimensionnelle complexe. 66

1.10 Études du décrochage de bord d'attaque, de bord de fuite ou mixte d'un profil bidimensionnel extrudé par méthode numérique hybride RANS/LES, de la plus ancienne à la plus récente. ✓and ✗ : phénomène physique pris en compte, ou non. «-» signifie que l'information n'est pas fournie dans la source. N_{xy} et N_z désignent respectivement le nombre de cellules dans une couche du maillage orthogonale à l'envergure, et le nombre de cellules en envergure. L_z est l'étendue du calcul en envergure et c la corde du profil. Ma et Re_c sont respectivement les nombre de Mach et de Reynolds, basés sur les conditions d'écoulement amont et sur la corde du profil. Enfin, Δt et t_c désignent le pas de temps de la simulation et le temps total d'acquisition des statistiques utilisées pour l'étude. «OBF» signifie *oscillations basse fréquence* et «CDD» *cellules de décrochage*. 69

2.1 Calibration constants of the Spalart-Allmaras model (Spalart et Allmaras 1992). 79

2.2 Some empirical correlations linking $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ to the global properties of a transitional flow. . . . 82

2.3 Some published correlations for the closure of $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models. 83

2.4 Mesh-related properties of the mesh convergence computations using the Spalart-Allmaras-$\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model. 87

2.5 Reference state values (IS units) at both inlet boundaries and at outlet. Turbulent variables are given for all models and are only used when applicable. 88

2.6 Calibration constants of the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model (Langtry et Menter 2009). 99

2.7 Etats de référence utilisés pour le cas de Laurent et al. pour les conditions limites entrantes et sortante. 112

2.8 Caractéristiques du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ en fonction du modèle de turbulence auquel il est couplé. 114

3.1 Calibration constants of the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model (Langtry et Menter 2009). 144

3.2 Functions first introduced here, or modified from their earlier version by Spalart et Allmaras or Deck et Renard. A modification is termed *explicit* when the function is entirely redefined here. It is called *implicit* when the immediate expression of the function does not change compared to previous works, but one or more of the functions necessary for its computation are explicitely (or implicitely) modified. 145

3.3 Calibration constants of ZDES mode 2 (2020) (Deck et Renard 2020). 147

3.4 Valeurs adoptées par la distance caractéristique $\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})}$ vue par le terme de destruction de $\tilde{\nu}$ dans la ZDES mode 2 dans les zones où $f_\mathrm{P} = 1$, pour les deux méthodes de couplage envisagées. 167

4.1 Description détaillée des calculs dont l'enchaînement est décrit sur la figure 4.1. Pour plus de détails concernant l'influence d'une modification du schéma de calcul des flux convectifs, voir l'annexe B, partie B.2. Quand rien n'est précisé, la modification de F_turb présentée en partie 3.4 n'est pas utilisée. 178

4.2 Hybrid RANS/LES studies performed on extruded two-dimensional airfoils in post-stall conditions, from oldest to most recent. ✓and ✗ : physical phenomenon taken into account or not, respectively. "-" means that the information is not available in the published source. N_{xy} and N_z are the number of grid points in one layer of the mesh and in the orthogonal spanwise extrusion direction, respectively. L_z is the spanwise extent of the domain and c the airfoil chord. Re_c and Ma are the chord-based Reynolds number and the Mach number. Finally, Δt and t_c are the time step of the computation and the total duration taken to converge statistic data, respectively. "LFO" stands for *low frequency oscillations*. 199

Notations

Constantes

Symbole	Signification	Valeur	Unité
c_p	Capacité thermique massique à pression constante	1004.703	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
c_v	Capacité thermique massique à volume constant	717.645	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
Pr	Nombre de Prandtl	0.72	[-]
Pr_t	Nombre de Prandtl turbulent	0.9	[-]
r	Constante réduite du gaz parfait pour de l'air	287.058	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
S	Constante de Sutherland	110.4	K
T_ref	Température de référence de la loi de Sutherland	273.15	K
κ	«Constante» de von Kármán	0.41	[-]
μ_ref	Viscosité moléculaire de référence de la loi de Sutherland	$1.716 \cdot 10^{-5}$	$\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$

Grandeurs variables

Par souci de concision, on ne présente ici que les variables qui ont une portée globale pour ces travaux. Au cours de la lecture, de nouvelles notations locales pourront être introduites.

Caractères latins

Symbole	Signification
c	Longueur de la corde d'un profil
$\left(c_{\bullet,i}\right)_{\bullet\in\{\mathrm{a,b,e,v,w}\},i\in\{1,2\}}$	Constantes de calibration des modèles de turbulence et de transition
C_p	Coefficient de pression
$c_{\theta,\mathrm{t}}$	Constante de calibration de modèle de transition
$\left(C_i\right)_{i\in[\![1,6]\!]}$	Coefficients de calibration
C_D et C_L	Coefficients de traînée et de portance d'un profil dans un écoulement
C_f	Coefficient de frottement
C_DES	Constante d'échelle de sous-maille
$\tilde{d}$	Échelle de longueur hybride RANS/LES
D_γ	Terme de destruction de l'équation du modèle de Menter et al. (2006) pour γ

$D_{\tilde{\nu}}$	Terme de destruction de l'équation du modèle de Spalart et Allmaras (1992) pour $\tilde{\nu}$
$D_{\tilde{\nu},\theta}$	Terme de destruction de l'équation de transport de $\tilde{\nu}$ de la ZDES mode 2 (2020) couplée au modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
$\tilde{D}_{\tilde{\nu}}$	Terme de destruction de l'équation de transport de $\tilde{\nu}$ couplée au modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
$\left\{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z\right\}$	Base canonique du repère cartésien
e	Épaisseur d'un profil
E	Énergie totale spécifique d'un fluide
$\left(f_{\bullet,i}\right)_{\bullet\in\{\mathrm{t,v}\},i\in\{1,2\}}$	Fonctions de modèle de turbulence
f	Fréquence
f_{d}	Fonction de protection de la zone log
$f_{\mathrm{d},0}$	Seuil de fonction de protection
f_{P}	Fonction de protection complète
$f_{\mathrm{P},2}$	Fonction de renforcement de la protection
$f_{\mathrm{P},\theta}$	Fonction de protection corrigée pour couvrir les zones laminaires et transitionnelles
f_{R}	Fonction d'inhibition de la protection renforcée $f_{\mathrm{P},2}$
$f_{\mathrm{R,lim}}$	Fonction d'inhibition de la protection renforcée, calculée avec des niveaux limités de vorticité
$f_{\mathrm{R,t}}$	Fonction d'inhibition de la protection renforcée $f_{\mathrm{P},2}$ en cas de décollement turbulent uniquement
$f_{\mathrm{R,utile}}$	Restriction de la fonction d'inhibition f_{R} aux zones où elle est utile
f_{w}	Fonction de modèle de turbulence
F_{length}	Fonction de modèle de transition, calculée à l'aide d'une corrélation
F_{onset} et $\left(F_{\mathrm{onset},i}\right)_{i\in[\![1,3]\!]}$	Fonctions de déclenchement de la transition
F_{reattach}, F_{turb}, F_{wake}	Fonctions de modèle de transition
$F_{\theta,\mathrm{t}}$	Fonction d'activation du terme de production de l'équation de transport de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$
$F_{\theta,\mathrm{t},1}$ et $F_{\theta,\mathrm{t},2}$	Composantes de $F_{\theta,\mathrm{t}}$
g	Fonction de modèle de turbulence
$\mathcal{G}_{\mathrm{S}}$	Senseur du caractère turbulent d'un décollement
$\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}$	Senseur de la zone externe
$\mathcal{G}_{\Omega}$	Senseur de décollement
H	Facteur de forme d'une couche limite : δ_1/θ
k	Énergie cinétique spécifique de turbulence
$\left(L_a\right)_{a\in\{x,y,z\}}$	Dimensions d'un corps aérodynamique dans les directions respectives $\underline{e}_x$, $\underline{e}_y$ et $\underline{e}_z$ (envergure)
m	Paramètre du profil de couche limite laminaire de Falkner et Skan (1931)
n	Coordonnée normale à la paroi (distance à la paroi)
n_θ	Coordonnée normale à la paroi équivalente corrigée par le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
N_{xyz}, N_{xy} et N_z	Nombre de cellules d'un maillage volumique, surfacique et dans la direction de l'envergure, respectivement
p	Pression (statique)
P_γ	Terme de production de l'équation du modèle de Menter et al. (2006) pour γ
$P_{\theta,\mathrm{t}}$	Terme de production de l'équation du modèle de Menter et al. (2006) pour $Re_{\theta,\mathrm{t}}$
$P_{\tilde{\nu}}$	Terme de production de l'équation du modèle de Spalart et Allmaras (1992) pour $\tilde{\nu}$
$P_{\tilde{\nu},\theta}$	Terme de production de l'équation de transport de $\tilde{\nu}$ de la ZDES mode 2 (2020) couplée au modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$

$\tilde{P}_{\tilde{\nu}}$	Terme de production de l'équation de transport de $\tilde{\nu}$ couplée au modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
r_{d}	Senseur de la zone log et de la sous-couche visqueuse
r_{S}	Senseur du caractère turbulent d'un décollement
r_{t}	Rapport entre la viscosité de turbulence et la viscosité moléculaire d'un fluide : $r_{\mathrm{t}} = \frac{\mu_{\mathrm{t}}}{\mu}$
$\begin{cases} \left(R_{i,j}\right)_{i,j\in[\![1,3]\!]} \\ \left(R_{a,b}\right)_{a,b\in\{x,y,z\}} \end{cases}$	Composantes du tenseur de Reynolds
$Re_{\theta,\mathrm{t}}$	Deuxième variable transportée du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
s	Abscisse curviligne
s_1	Constante de modèle de transition
$\left(S_{i,j}\right)_{i,j\in[\![1,3]\!]}$	Composantes de la partie symétrique du tenseur des taux de déformations : $\frac{1}{2}\left(\partial_{x_i} u_j + \partial_{x_j} u_i\right)$
S	Norme $\mathcal{L}_2$ du tenseur symétrique des déformations : $\sqrt{2\sum_{i,j} S_{i,j}^2}$
$\tilde{S}$	Norme modifiée de la partie symétrique du tenseur des taux de déformation pour le modèle de Spalart et Allmaras (1992)
t	Temps
T	Température (statique) *ou* Durée totale d'acquisition
t_c	Durée de convergence des estimateurs d'une grandeur statistique
$\mathcal{T}_\Delta$ et $\mathcal{T}_{\mathrm{w}}$	Tests booléens de la ZDES mode 2 (2020)
Tu	Intensité des fluctuations turbulentes
U	Norme de la vitesse de l'écoulement : $U = \left\|\underline{u}\right\|_2$
$\begin{cases} \left(u_i\right)_{i\in[\![1,3]\!]} \\ (u,v,w) \\ \left(u_a\right)_{a\in\{x,y,z\}} \end{cases}$	Composantes de la vitesse dans le repère cartésien canonique
$\left(u_a\right)_{a\in\{s,n\}}$	Composantes de la vitesse dans le repère curviligne au projeté du point courant sur la paroi
u_τ	Vitesse de frottement : $\sqrt{\mu \partial_n u_s / \rho}$
$\overline{u}$	Vitesse moyenne d'une couche de cisaillement
$\begin{cases} \left(x_i\right)_{i\in[\![1,3]\!]} \\ (x,y,z) \end{cases}$	Coordonnées cartésiennes

Caractères grecs

Symbole	**Signification**
α	Incidence d'un profil par rapport à l'écoulement amont *ou* Variable intermédiaire de la fonction d'inhibition f_{R}
β	Facteur de protection renforcée de la zone log dans la ZDES mode 2 (2020)
δ	Épaisseur d'une couche limite
δ_ω	Épaisseur de vorticité d'une couche de cisaillement
δ_1	Épaisseur de déplacement longitudinal d'une couche limite
δ_{BL}	Épaisseur de couche limite reconstruite du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
$\tilde{\Delta}$	Taille caractéristique de maille
$\Delta_{\max}$, Δ_{vol}, Δ_ω	Tailles caractéristiques de maille
Δt	Pas de temps
γ	Intermittence *ou* Première variable transportée du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$
γ_0	Seuil d'intermittence pour la correction de la fonction de protection

γ_{eff}	Intermittence effective
γ_{inf}	Seuil sur l'intermittence pour la pondération du terme de destruction du modèle de turbulence
γ_{sep}	Intermittence modifiée en cas de décollement laminaire
θ	Épaisseur de quantité de mouvement longitudinale d'une couche limite
θ_{BL}	Épaisseur de quantité de mouvement de couche limite reconstruite du modèle $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$
λ_θ	Paramètre de gradient de pression de Pohlhausen
χ	Variable intermédiaire du modèle de Spalart et Allmaras (1992) : $\tilde{\nu}/\nu$
μ	Viscosité moléculaire d'un fluide
μ_{t}	Viscosité cinématique de turbulence
ν	Viscosité dynamique d'un fluide
ν_{t}	Viscosité dynamique de turbulence
$\tilde{\nu}$	Viscosité de turbulence modifiée du modèle de Spalart et Allmaras
ρ	Masse volumique
σ, σ_γ, $\sigma_{\theta,\text{t}}$	Constantes de diffusion de modèles de turbulence et de transition
τ	Échelle de temps de modèle de transition
$\begin{cases} \left(\tau_{i,j}\right)_{i,j\in[\![1,3]\!]} \\ \left(\tau_{a,b}\right)_{a,b\in\{x,y,z,s,n\}} \end{cases}$	Composantes du tenseur des contraintes visqueuses
ω	Taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique de turbulence
$\left(\Omega_{i,j}\right)_{i,j\in[\![1,3]\!]}$	Composantes du tenseur de vorticité, partie antisymétrique du tenseur des taux de déformation : $\frac{1}{2}\left(\partial_{x_i}u_j - \partial_{x_j}u_i\right)$
ζ	Borne de limitation de la vorticité pour le calcul de la fonction $f_{\text{R,lim}}$
Ω	Norme $\mathcal{L}_2$ du tenseur de vorticité : $\sqrt{2\sum_{i,j}\Omega_{i,j}^2}$
$\tilde{\Omega}$	Vorticité modifiée de modèle de turbulence

Nombres sans dimension

Symbole	Signification
Ma	Nombre de Mach
Pr	Nombre de Prandtl
Pr_{t}	Nombre de Prandtl turbulent
Re	Nombre de Reynolds
Re_c	Nombre de Reynolds basé sur la corde d'un profil : $\frac{\rho c u_\infty}{\mu}$
Re_{v}	Nombre de Reynolds basé sur la vorticité locale et sur la distance à la paroi : $\frac{\rho n^2 \Omega}{\mu}$
Re_θ	Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement d'une couche limite : $\frac{\rho\theta u_\infty}{\mu}$
Re_τ	Nombre de Reynolds basé sur le frottement d'une couche limite : $\frac{\rho\delta u_\tau}{\mu}$
Re_ω	Nombre de Reynolds basé sur le taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique de turbulence : $\frac{\rho\omega n^2}{\mu}$
St	Nombre de Strouhal : $\frac{f c \sin(\alpha)}{u_\infty}$

Opérateurs

Symbole	Signification
$\langle \clubsuit \rangle$	Moyenne de Reynolds de la variable $\clubsuit$
$\widetilde{\clubsuit}$	Moyenne de Favre de la variable $\clubsuit$
$\clubsuit'$	Fluctuation de la variable $\clubsuit$ par rapport à sa moyenne de Reynolds
$\clubsuit''$	Fluctuation de la variable $\clubsuit$ par rapport à sa moyenne de Favre
$\mathrm{D}_\bullet \clubsuit$	Dérivée lagrangienne de la fonction $\clubsuit$ par rapport à la variable $\bullet$
$\partial_\bullet \clubsuit$	Dérivée partielle de la fonction $\clubsuit$ par rapport à la variable $\bullet$
$\overline{\clubsuit}$	Complément booléen de $\clubsuit$ *ou* $1 - \clubsuit$
$\nabla \clubsuit$	Gradient de la variable $\clubsuit$
$\mathbb{1}_{\mathcal{P}}$	Indicatrice du prédicat $\mathcal{P}$, valant 1 si $\mathcal{P}$ est vrai et 0 sinon
$\mathbb{C}\left[\clubsuit, \heartsuit\right]$	Corrélation entre les variables aléatoires $\clubsuit$ et $\heartsuit$
$\mathbb{C}_{A,B}\left[\clubsuit\right]$	Corrélation entre les signaux de la variable aléatoire $\clubsuit$ acquis respectivement au point A et au point B
$\mathbb{E}\left[\clubsuit\right]$	Espérance de la variable aléatoire $\clubsuit$
$f_{\mathrm{ddp}}\left[\clubsuit\right]$	Distribution de densité de probabilité de la variable aléatoire $\clubsuit$
$\mathbb{Q}_p\left[\clubsuit\right]$	Quantile de part $p \in [0, 1]$ de la variable aléatoire $\clubsuit$
$\mathbb{P}\left[\mathcal{V}\right]$	Probabilité de l'événement $\mathcal{V}$
$\mathbb{S}\left[\clubsuit\right]$	Coefficient d'asymétrie centré de la variable aléatoire $\clubsuit$
$S\left[\clubsuit, \heartsuit\right]$	Densité spectrale de puissance croisée entre les processus aléatoires $\clubsuit$ et $\heartsuit$
$S_{A,B}\left[\clubsuit\right]$	Densité spectrale de puissance croisée entre les signaux de la variable $\clubsuit$ acquis respectivement au point A et au point B
$\mathbb{V}\left[\clubsuit\right]$	Variance de la variable aléatoire $\clubsuit$

Indices

Symbole	Signification
i, j, k	Indices de directions
p	Part des échantillons du signal inférieurs à la variable courante
∞	Grandeur à l'infini amont de l'écoulement
ref	Grandeur de référence
c	Point critique (première croissance d'intermittence)
e	Frontière d'une couche limite
E	Fin de la transition
reat	Recollement d'une couche limite
RS	Distance exprimée en nombre de longueurs d'un bulbe de décollement laminaire
S	Début de la transition (réceptivité)
sep	Décollement d'une couche limite
ϕ	Variable associée à la propagation d'information dans l'espace

Exposants

Symbole	Signification
$^+$	Unités internes de la couche limite turbulente
$^{(I)}$	Variable du mode 1 de la ZDES
$^{(II)}$	Variable du mode 2 de la ZDES
^{DNS}	Données issues d'une DNS
$^{[DR]}$	Variable ou fonction de la ZDES mode 2 de Deck et Renard (2020)
$^{[ML]}$	Variable ou fonction du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006)
$^{[SA]}$	Variable ou fonction du modèle de Spalart et Allmaras (1992)

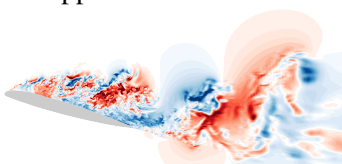
Acronymes

Acronyme	Signification
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
DES	Detached Eddy Simulation
DDES	Delayed Detached Eddy Simulation
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DNS	Direct Numerical Simulation
GIS	Grid-Induced Separation
LES	Large Eddy Simulation
MSD	Model Stress Depletion
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NREL	National Renewable Energy Laboratory
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
SST	Shear-Stress Transport
WMLES	Wall-Modelled Large Eddy Simulation
WRLES	Wall-Resolved Large Eddy Simulation
ZDES	Zonal Detached Eddy Simulation

Introduction

Contexte

La croissance ininterrompue de l'activité aéronautique depuis le début du XX^{ème} siècle fait de l'optimisation des aéronefs un enjeu économique et écologique majeur. Or, la sustentation et la propulsion de ces systèmes dépendent directement des efforts induits par l'écoulement de l'air ambiant sur leurs surfaces portantes. Parmi ces surfaces portantes, on peut par exemple citer les ailes pour un avion, les pales de rotor pour un hélicoptère ou les aubes des rotors et stators pour une turbomachine. Toutes sont constituées d'objets minces - des profils - susceptibles de récupérer un travail efficace du mouvement du fluide. Il est désirable de concevoir la géométrie et les méthodes d'opération (variations de calage, de pas, de vrillage ou déploiement des systèmes d'hyper-sustentation, pour n'en nommer que quelques-uns) de ces surfaces en adéquation aussi fine que possible avec les écoulements rencontrés.
Lorsqu'un profil est orienté dans le sens de l'écoulement, l'écoulement suit la surface de l'objet, mais le travail récupéré est faible. Afin d'augmenter les efforts efficaces induits par l'air sur l'objet, appelés portance, il est nécessaire de le mettre en incidence, c'est-à-dire de l'incliner. La portance d'un profil augmente avec son incidence tant que celle-ci reste faible, mais au-delà d'un angle limite, le fluide cesse de suivre la paroi et les efforts chutent. Cet événement, indésirable, est appelé décrochage. La capacité d'une surface portante à propulser ou sustenter l'aéronef est ainsi optimale lorsque le profil est placé dans les conditions d'incidence où sa portance est maximale, sans risquer son décrochage. Il en résulte que la connaissance du processus de décrochage des profils présente un intérêt majeur pour l'aviation. L'étude présente concerne plus spécifiquement le décrochage statique, c'est-à-dire le décrochage obtenu par augmentation quasi-statique de l'incidence.
Ce processus est depuis longtemps étudié expérimentalement (Melvill Jones 1933). Plusieurs comportements caractéristiques ont ainsi été mis en évidence. Parmi eux, on recense notamment l'apparition d'oscillations à basse fréquence de la masse d'air autour du profil (Zaman et al. 1987) et des inhomogénéités du comportement macroscopique du fluide dans la direction de l'envergure : certaines zones décollées peuvent apparaître tandis que le reste de l'écoulement demeure attaché. On parle alors de cellule de décrochage (Gregory et O'Reilly 1970 ; Moss et Murdin 1971). Par ailleurs, le décrochage est sensible à l'histoire de l'écoulement, ce qui peut engendrer une hystérésis des efforts en fonction de l'incidence (Farren 1935) : quand on réduit l'incidence, le caractère décroché tend à perdurer en-deçà de l'angle nécessaire pour faire décrocher la surface quand l'incidence augmente. Malgré de nombreuses observations et analyses de ces phénomènes, majoritairement expérimentales, la connaissance des liens entre eux demeure parcellaire.
De plus, les dimensions des aéronefs, la vitesse à laquelle ils se déplacent et les caractéristiques de l'air dans lequel ils évoluent font de la turbulence un phénomène déterminant dans le comportement du fluide à leur voisinage : le nombre de Reynolds, caractérisant l'importance relative des effets inertiels par rapport aux



effets visqueux, est grand (généralement supérieur à $5 \cdot 10^4$). Dans certains cas, l'apparition de la turbulence au sein des couches limites où le fluide est en contact avec les parois joue également un rôle important. On parle de transition laminaire-turbulent. La transition peut notamment se produire au voisinage du bord d'attaque d'un profil, à la faveur d'un décollement de la couche limite laminaire. L'apparition de la turbulence du fait de l'instabilité de l'écoulement cisaillé ainsi produit, source de regain de pression, permet alors le recollement de la couche limite, ce qui ferme la zone décollée et génère un bulbe de décollement laminaire. Lorsque le profil est suffisamment mince, cette zone est la source primaire du décrochage (McCullough et Gault 1951). Cependant, bien que des conjectures aient été émises concernant son influence sur les phénomènes caractéristiques du décrochage précédemment mentionnés (Mueller 1985 ; Bragg et al. 1993), elle demeure mal comprise.
Malgré l'essor des capacités de calcul, la simulation numérique complète - appelée Simulation Numérique Directe, ou DNS - de tels écoulements à des fins de conception est encore inabordable et le restera longtemps (Spalart 2000). La turbulence des couches limites au voisinage de parois est constituée de structures dont les plages d'échelles de longueurs et de fréquences sont vastes. Par conséquent, sa résolution, les grandes dimensions du domaine fluide dont il faut résoudre la dynamique et les durées physiques des phénomènes en jeu nécessitent le calcul et le stockage de très grandes quantités de données. De telles simulations sont donc actuellement réservées à la création de données de référence qui servent à calibrer et valider des méthodes de simulation dont le niveau de fidélité est plus bas. Parmi celles-ci, on recense notamment deux grandes familles d'approches :

— La première est appelée LES (*Large Eddy Simulation*). Elle consiste à ne résoudre que les grandes échelles de longueur des structures turbulentes et à modéliser l'influence des petites échelles, dont le comportement est supposé universel. Il s'agit encore d'une méthode de haute fidélité, et son coût est également prohibitif lorsqu'elle est utilisée pour résoudre la turbulence produite au voisinage de parois, notamment à grand nombre de Reynolds. On parle dans ce cas de *Wall-Resolved* LES, voire de Quasi-DNS.

— La deuxième consiste à ne résoudre que l'espérance statistique du comportement du fluide, et à modéliser la totalité des fluctuations chaotiques associées à la turbulence. Appelée *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS), ce type de méthode emploie des modèles forts et des approximations qui réduisent son niveau de fidélité et la rend impropre à la simulation de certains types d'écoulement, comme les écoulements massivement décollés rencontrés lors du décrochage. En revanche, son coût modéré la rend attractive pour la simulation de couches limites attachées.

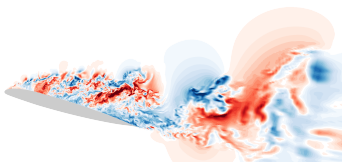
C'est pourquoi une communauté, grandissante depuis 25 ans, travaille au couplage des méthodes LES et RANS pour tirer parti de leurs avantages respectifs : réduction de coût de la simulation par rapport à une WRLES grâce au traitement des couches limites attachées en RANS, et gain en précision et capacité à prévoir la dynamique des décollements de couche limite grâce au traitement des écoulements décollés en LES. Récemment, une telle méthode hybride RANS/LES, la ZDES mode 2 (2020) a été proposée par Deck et Renard. Elle permet un couplage robuste des deux méthodes RANS et LES en traitant la totalité de l'épaisseur des couches limites attachées par une méthode RANS. Cependant, la ZDES mode 2 (2020) n'a pas initialement été conçue pour la reproduction des effets dûs à la transition laminaire-turbulent.
La transition, faisant intervenir des structures de très petite dimension, est également un phénomène physique coûteux à résoudre à l'aide de DNS ou de LES. Cependant, de récentes avancées permettent de la modéliser à l'aide d'approches RANS, et bien que les modèles concernés ne soient pas encore parfaitement prédictifs, leur niveau de validation progresse rapidement.

Objectifs

L'objectif des travaux présentés dans cet ouvrage est double : d'une part, on souhaite analyser l'influence de la transition par décollement laminaire sur les phénomènes caractéristiques du décrochage, ainsi que les interactions de ces différents phénomènes entre eux, à l'aide de simulations numériques hybrides RANS/LES. D'autre part et afin de permettre la réalisation du premier objectif, un modèle hybride RANS/LES basé sur la ZDES mode 2 (2020), permettant la prévision des phénomènes associés à la transition par décollement laminaire, doit être construit.

Démarche

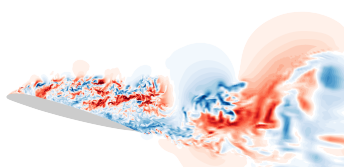
Le présent ouvrage est structuré comme suit.
Pour commencer, les connaissances préalables à cette étude concernant chacun de ses axes de travail sont présentées. Ainsi, au cours du chapitre 1, nous dressons dans un premier temps un portrait des phénomènes associés au décrochage statique des profils. Dans un deuxième temps, les moyens de formalisation du problème sont exposés. Ensuite, nous présentons le cadre de modélisation de la turbulence nécessaire à la réalisation d'une étude numérique du décrochage à grand nombre de Reynolds, puis le fonctionnement de la ZDES mode 2 (2020). Dans un quatrième temps, une attention plus spécifique est portée à la modélisation de la transition laminaire-turbulent. Les principales méthodes permettant sa représentation au sein d'une simulation sont exposées, ainsi qu'une démarche de modélisation qui permet l'obtention des modèles les plus récents. Nous faisons également mention de la nécessité de disposer de données de validation pour ces modèles, et nous donnons une liste extensive de cas-tests pouvant servir au cours du processus de développement d'un tel modèle. Enfin, une vision approfondie des études du décrochage par simulation CFD hybride RANS/LES réalisées avant l'écriture de cet ouvrage est fournie.
Les trois chapitres suivants, chacun appuyé sur un article de revue à comité de lecture, exposent les grandes étapes suivies dans la poursuite des objectifs de cette thèse.
Ainsi, au chapitre 2, un modèle RANS parmi ceux précédemment présentés est choisi pour être couplé à la ZDES mode 2 (2020). Au cours de ce chapitre, les contraintes permettant de faire ce choix sont décrites. Elles proviennent principalement de la nécessité de pouvoir effectuer des simulations massivement parallèles et de la compatibilité avec la ZDES mode 2 (2020). Ensuite, ce modèle RANS est utilisé pour réaliser des simulations de transition par décollement sur une plaque plane. Le comportement du modèle est évalué par comparaison avec des données de références issues de la DNS de Laurent et al. (2012a), et avec les résultats de simulations utilisant d'autres modèles RANS de turbulence et de transition. Dans un premier effort de modélisation, nous étudions l'influence sur la solution de plusieurs paramètres des méthodes numériques et du modèle. Cette étude permet ensuite de corriger le modèle, puis de valider son comportement.
Une fois le modèle RANS validé, il est utilisé afin d'introduire au sein de la ZDES mode 2 (2020) la capacité à prévoir les phénomènes associés à la transition laminaire-turbulent. Au cours du chapitre 3, l'association de ce modèle de transition à cette méthode hybride RANS/LES est étudiée en profondeur. Quatre axes de travail sont ainsi mis en évidence. Ils permettent d'assurer que la méthode hybride finale adopte le comportement du modèle RANS de transition dans les zones laminaires et transitionnelles, ainsi que dans les zones turbulentes attachées, d'une part, tout en préservant sa capacité à basculer dans un fonctionnement de type LES en cas de décollement d'une couche limite turbulente, d'autre part. Les composantes-clé du modèle hybride RANS/LES ainsi construit - capable de reproduire les effets de la transition - sont ensuite validées à l'aide de calculs de l'écoulement autour d'un profil de pale d'hélicoptère, l'OA209, en phase de décrochage.
Ce modèle hybride est ensuite employé au chapitre 4 pour une étude approfondie des phénomènes se produisant lors du décrochage de l'OA209. Après de nombreux calculs préliminaires permettant de déterminer les conditions d'écoulement amont auquel les phénomènes caractéristiques du décrochage des profils minces apparaissent pour l'OA209, plusieurs calculs haute fidélité de l'écoulement autour du profil en conditions



de décrochage sont réalisés. Les résultats des simulations et le comportement du modèle à long terme sont validés à l'aide de données expérimentales acquises dans la soufflerie F2 de l'ONERA (Le Pape et al. 2007). Ensuite, la représentativité des données et la convergence statistique des phénomènes observés sont analysées. Les données acquises sont enfin utilisées pour étudier les interactions entre les trois phénomènes précédemment mentionnés - oscillations basse fréquence, cellules de décrochage et hystérésis de décrochage statique. Une attention particulière est portée sur le rôle dans ces interactions du bulbe de décollement laminaire où se produit la transition.
Enfin, la conclusion de cet ouvrage fournit un résumé de l'ensemble des avancées réalisées au cours de l'étude, et propose une série de perspectives et de thèmes futurs d'étude sur les différents problèmes précédemment abordés : modélisation de la transition laminaire-turbulent, d'abord dans un contexte RANS puis hybride RANS/LES, étude du décrochage statique des profils minces et rôle de la transition dans ce processus.

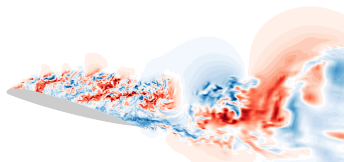
Première partie

Étude



Chapitre 1

Revue bibliographique et état de l'art



1.1 Phénoménologie de l'écoulement autour d'un profil 15
1.1.1 Caractéristiques de l'écoulement autour d'un corps profilé 15
1.1.1.1 Écoulement attaché 16
1.1.1.2 Écoulement décollé 18
1.1.1.3 Phénomènes fluides associés au décrochage 21
1.1.2 Laminarité et turbulence à la surface d'un profil 24
1.1.2.1 Reproductibilité microscopique d'un écoulement fluide. Chaos. 24
1.1.2.2 Transition laminaire-turbulent 25
1.2 Formalisation du problème 31
1.2.1 Modélisation générale d'un écoulement d'air 31
1.2.2 Outils de description d'un écoulement turbulent 33
1.2.3 Application au cas de la couche limite attachée 35
1.3 Simulation numérique des écoulements turbulents 38
1.3.1 Modélisation de la turbulence 38
1.3.1.1 Méthode DNS 38
1.3.1.2 Méthode LES 39
1.3.1.3 Méthode RANS 40
1.3.1.4 Modèles intermédiaires : présentation de la ZDES mode 2 41
1.4 Modélisation de la transition laminaire-turbulent 45
1.4.1 Déclenchement de la transition 45
1.4.1.1 Stabilité linéaire de la couche limite 45
1.4.1.2 Critères empiriques 46
1.4.2 Longueur de la zone de transition et intermittence 49
1.4.3 Dynamique des régions transitionnelles 51
1.4.3.1 Équations de transport du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ 51
1.4.3.2 Les corrélations empiriques au cœur du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ 55
1.4.3.3 Couplage au modèle de turbulence sous-jacent 58
1.4.4 Modélisation du décollement d'une couche limite sous effet de transition 59
1.4.5 Cas test de validation des modèles de transition 60
1.5 Études du décrochage par méthodes hybrides RANS/LES 68

1.1 Phénoménologie de l'écoulement autour d'un profil

La conception des systèmes de propulsion et de sustentation des véhicules aérodynamiques est lourdement appuyée sur un type d'objet élémentaire qualifié ici de *corps profilé*. À l'inverse des corps non profilés, ces composants, plongés dans un écoulement de fluide (liquide ou gaz), permettent une transmission d'efforts importante - et dans une certaine mesure, on le verra, contrôlable - du fluide à l'objet, et ainsi au véhicule. Ils permettent d'utiliser l'écoulement pour sustenter le véhicule, ou bien pour le propulser. Les corps profilés comprennent notamment les ailes d'avions, les pales de rotors d'hélicoptères, mais également les aubes d'étages de turbomachines. On les trouve également employés pour la conception de véhicules terrestres et marins : ailerons de voitures, cadres et roues de vélos de course et safrans de navires en sont quelques-uns.

Ces objets sont toujours minces : l'une de leurs dimensions est significativement inférieure aux deux autres. La section d'un corps profilé par un plan contenant la direction de l'écoulement ambiant notée $\underline{e}_x$ et la direction mince notée $\underline{e}_y$ produit une forme géométrique dénommée *profil*. Les dimensions d'un profil dans ses directions d'allongement maximal et minimal sont respectivement appelées *corde* et *épaisseur*. On attribue de plus une double orientation au profil. D'une part, on nomme les lignes qui composent sa partie supérieure et sa partie inférieure *extrados* et *intrados*, respectivement. D'autre part, on distingue l'avant du profil, généralement placé à l'amont dans l'écoulement, et son arrière, respectivement décrits par les termes *bord d'attaque* et *bord de fuite* (sauf exception, cette terminologie correspond d'ailleurs directement à la direction de l'écoulement ambiant). Une définition rigoureuse de ces éléments géométriques, associée à la physique de l'écoulement incident, est donnée au paragraphe suivant. Ces définitions sont récapitulées pour l'exemple sur la figure 1.1. Dans la suite, on utilisera indifféremment le terme «profil» pour l'objet géométrique bidimensionnel et pour l'objet tridimensionnel résultant de l'extrusion du précédent dans la direction $\underline{e}_z$ dite d'*envergure*, orthogonale à son plan.

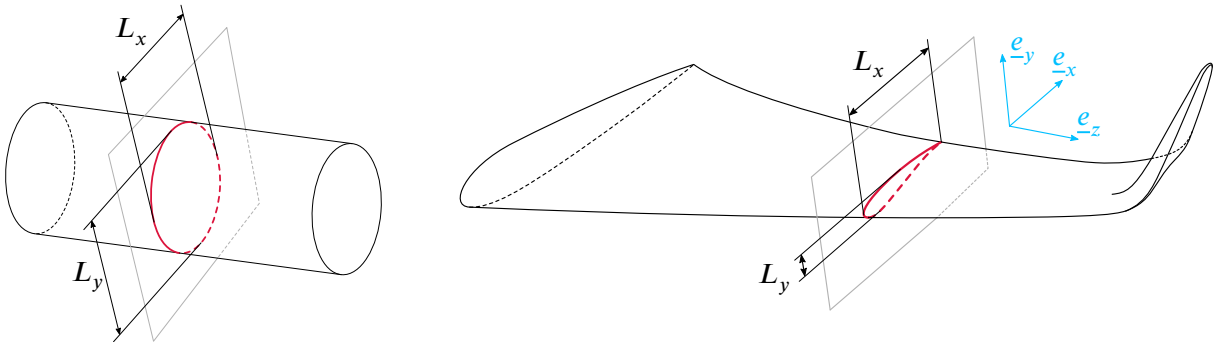
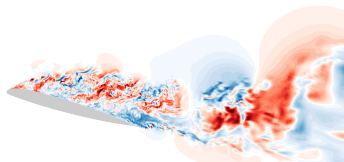


FIGURE 1.1 – Structure géométrique tridimensionnelle de corps respectivement non-profilé (gauche) et profilé (droite).

1.1.1 Caractéristiques de l'écoulement autour d'un corps profilé

En fonction de l'angle du profil par rapport à la direction de l'écoulement, appelé *incidence* et noté α dans ces travaux, la trajectoire du fluide à son voisinage est plus ou moins déviée. Lorsque l'incidence est positive, ce phénomène entraîne une surpression du fluide le long de l'intrados, et une dépression le long de l'extrados (et l'inverse si l'incidence est négative). Ce différentiel de pression est à l'origine d'une force dite *résultante aérodynamique de pression* qui s'exerce sur le profil.



De plus, le fluide, visqueux, adhère à la paroi du profil. Cette *condition d'adhérence*, particulièrement importante dans la suite de cet ouvrage, engendre des efforts de frottement du fluide sur la paroi, créant la *résultante aérodynamique de frottement*. Ensemble, ces efforts induits par le fluide sur le profil sont nommés *résultante aérodynamique* et notés $\underline{F}_a$. La résultante est ensuite classiquement décomposée : les efforts de portance dans la direction $\underline{e}_y$, orthogonaux à la direction de l'écoulement incident et à la direction d'envergure du corps profilé, forment généralement l'effet voulu (propulsion ou sustentation), tandis que les efforts de traînée dans la direction $\underline{e}_x$ sont souvent indésirables. Tant que l'incidence reste faible et que l'écoulement suit la paroi, la portance et la traînée augmentent toutes deux avec l'incidence.

Le phénomène de contournement de l'objet implique qu'il existe une ligne géométrique en amont du profil, délimitant le fluide voué à contourner le profil par le dessus, et le fluide devant le contourner par le dessous. Cette ligne de courant particulière rejoint la paroi en un point singulier qu'on nomme *point d'arrêt*. Par définition, le frottement au point d'arrêt est nul.
Ces considérations permettent de proposer la définition physique suivante du bord d'attaque du profil : il s'agit du point d'arrêt à l'incidence de portance nulle. On notera que cette définition physique du bord d'attaque induit une dépendance de sa position en fonction des paramètres de l'écoulement incident - vitesse, pression et température : la position du point d'arrêt est susceptible de varier lorsque l'écoulement change, d'une part, et l'angle de portance nulle n'est *a priori* pas non plus indépendant de ces paramètres, d'autre part. Les variations produites sont cependant de faible amplitude devant la corde du profil. De même, on peut définir le bord de fuite comme étant le point qui sépare l'écoulement le long de l'intrados de l'écoulement le long de l'extrados lorsque l'incidence choisie produit une portance nulle. Cette deuxième définition est en pratique rendue inutile par l'existence d'un angle vif dans la région aval du profil, qui impose la position du bord de fuite (et coïncide avec le bord de fuite géométrique défini plus haut). Mentionnons également qu'il est délicat de fabriquer un angle vif mince, d'une part, et que la tenue aux contraintes mécaniques et thermiques d'une telle géométrie est mauvaise, d'autre part. Par conséquent, certains profils ont un bord de fuite épais et non ponctuel, appelé le *culot* du profil. Dans ce cas, on désignera dans ces travaux le culot entier par le terme «bord de fuite». La figure 1.2 récapitule ces définitions géométriques.
On peut également donner une référence d'incidence à l'aide de ce qui a été énoncé précédemment : l'incidence nulle au sein d'un écoulement donné est définie comme l'angle du profil par rapport à l'écoulement qui produit une portance nulle. Dans cette configuration, les composantes verticales des efforts sur le profil se compensent.

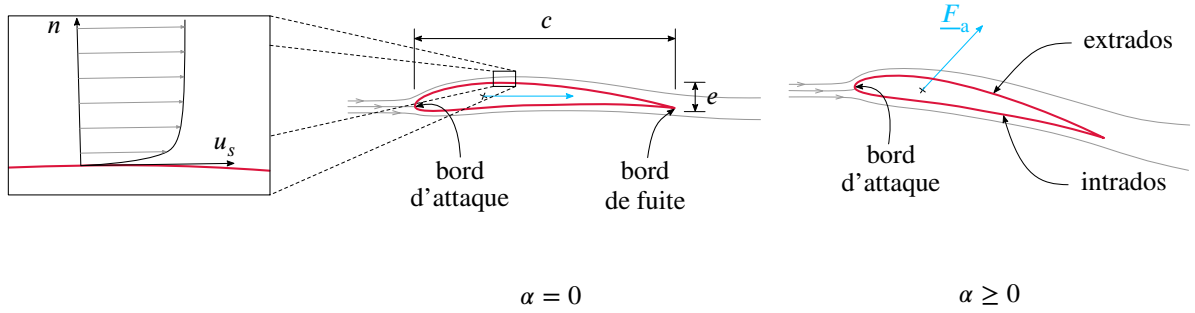


FIGURE 1.2 – Efforts induits par un écoulement ambiant sur un profil, à incidence nulle (milieu), et non-nulle (droite). Détail de l'écoulement en proche paroi (gauche).

1.1.1.1 Écoulement attaché

Dans la suite de cette partie, on suppose que l'incidence est positive. Le cas de l'incidence négative correspond à la situation symétrique de ce qui est décrit.

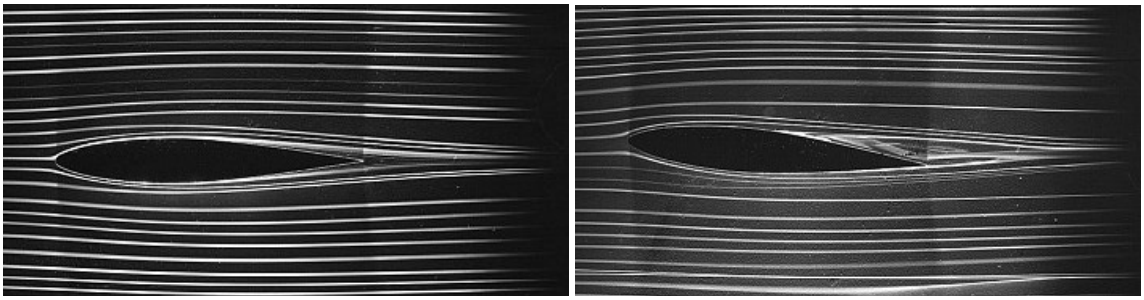
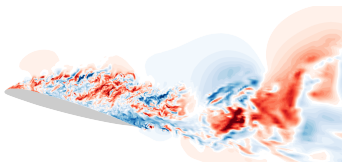


FIGURE 1.3 – Photographie de filets de fumée permettant la visualisation de l'écoulement hydrodynamique autour d'un profil à une incidence faible (gauche) et une incidence plus élevée à laquelle un décollement advient au bord de fuite (droite). Photographies de Henri Werlé, issues de la photothèque de l'ONERA.

Tant que l'incidence du profil est faible, l'écoulement reste *attaché* à la paroi, c'est-à-dire que la vitesse du fluide est toujours orientée du bord d'attaque vers le bord de fuite. Comme on le voit sur la photographie de gauche de la figure 1.3, le fluide suit la paroi. Dans cette situation, représentée à gauche sur la figure 1.2, une *couche limite attachée* se forme à la surface du profil, zone d'accélération progressive de l'écoulement au fur et à mesure de l'éloignement de la paroi. Cette couche limite attachée constitue la région intermédiaire entre le fluide loin du profil dont la vitesse est importante car édictée par l'écoulement incident, et la condition d'adhérence en paroi, qui impose que le fluide doit y avoir une vitesse nulle. Au bord d'attaque, le caractère attaché de l'écoulement résulte en une accélération locale importante du fluide, ce qui engendre une dépression. Cette dépression, d'autant plus importante que l'incidence est élevée, génère à son tour une portance de plus en plus grande. Comme la portance est nulle lorsque $\alpha = 0$ (par convention pour les définitions choisies, voir la partie précédente), pour de petites incidences, elle évolue linéairement en α (développement limité de la portance au voisinage de $\alpha = 0$). On observe que cette évolution a de plus une plage de validité importante, et constitue en général une bonne approximation du comportement du profil tant que α est petit, typiquement inférieur à 10°, et souvent également pour des incidences plus importantes.
La prise d'incidence engendre également un surcroît important de traînée : les efforts de pression s'exerçant dans la direction normale à la paroi, leur contribution à la traînée pour un corps mince est d'autant plus importante que le corps est mis en incidence.
La courbe qui décrit la portance en fonction de la traînée d'un profil, paramétrée par son incidence, est appelée la *polaire* de ce profil. On peut également représenter les efforts de portance et de traînée sur deux courbes séparées en fonction de l'incidence. Plusieurs exemples de l'évolution de la portance en fonction de l'incidence d'un profil sont donnés dans la partie 1.1.1.2 ci-après.
Lorsque l'incidence devient suffisamment importante, la portance quitte son comportement linéaire des petits angles. Sa croissance en fonction de l'incidence faiblit. Cet effet est en partie dû à l'incidence elle-même, qui augmente la contribution relative de la résultante aérodynamique à la traînée au détriment de la portance. Il est également induit par l'apparition de gradients de pression adverses importants le long de l'extrados du profil : la dépression de bord d'attaque est très intense et doit être suivie d'une compression et d'une décélération du fluide le long de l'extrados pour qu'il puisse recouvrer la pression du champ fluide lointain. Ce phénomène engendre directement un épaississement de la couche limite le long de l'extrados, et le regain de pression réduit la contribution du fluide contournant l'extrados à la portance. Le gradient de pression adverse, lorsqu'il devient trop important, peut faire *décoller* la couche limite. Ce terme désigne l'apparition d'un point de séparation des lignes de courant de la paroi. Un tel phénomène est visible sur la photographie de droite de la figure 1.3. En aval de cette séparation, la vitesse du fluide au voisinage de la paroi n'est plus nécessairement orientée vers le bord de fuite, et de la matière peut remonter vers le bord d'attaque dans la zone décollée. On parle de zone *recirculante*. Ces zones sont le siège de développement de turbulence (voir partie 1.1.2), et sont responsables d'une perte significative de portance et d'une augmentation de traînée.
Le fluide ne pouvant transmettre un travail infini au profil, la portance admet un maximum quand l'incidence

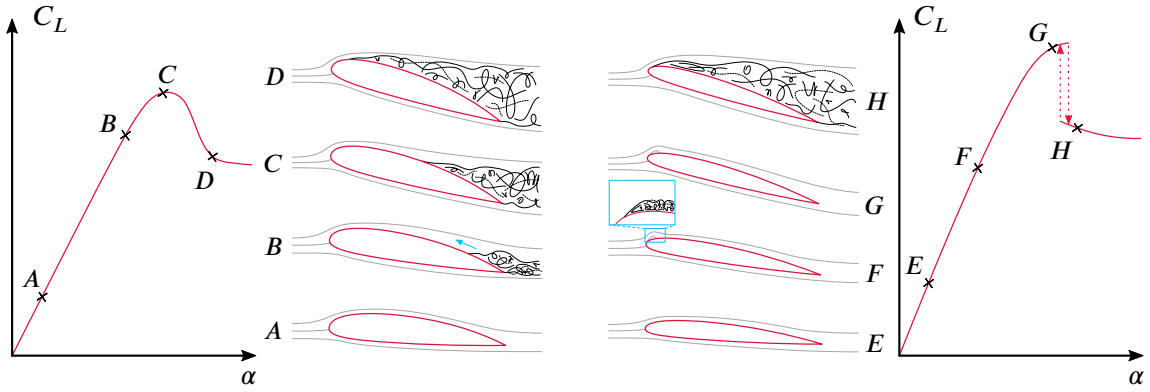


augmente encore. Au delà de l'incidence de portance maximale, augmenter encore l'incidence ne permet plus de gagner en portance. En général, la traînée continue de croître jusqu'à des incidences bien plus importantes, en revanche. Pour les profils communément étudiés et employés, l'incidence de portance maximale est comprise entre 5 et 25°, tandis que l'incidence de traînée maximale est proche de 90°.
Au-delà de l'incidence de portance maximale, on dit que le profil *décroche*. Le comportement de l'écoulement aux incidences de décrochage fait l'objet de la partie suivante. Il faut cependant noter qu'il est intéressant d'essayer d'opérer un profil au voisinage de l'incidence de portance maximale. C'est en effet dans ces conditions que le travail fourni par le fluide contribue au maximum aux efforts subis par le profil dans la direction orthogonale à l'écoulement incident. Pour une aile d'avion ou une pale de rotor d'hélicoptère, c'est l'incidence à laquelle la sustentation est la plus efficace. Pour une turbomachine, c'est le calage auquel le maximum de travail est récupéré du fluide (dans le cas d'une turbine), ou lui est fourni (dans le cas d'un compresseur).

1.1.1.2 Écoulement décollé

Au-delà de l'incidence de portance maximale, l'impact du gradient de pression adverse, notamment *via* l'épaississement des couches limites et leur décollement, devient prépondérant. Les décollements deviennent de plus en plus massifs, la portance chute et la traînée augmente de manière importante. De plus, l'écoulement décollé est le siège de fortes instationnarités qui peuvent induire des efforts importants et violemment fluctuants sur la structure de l'aéronef et ainsi compromettre la sécurité du vol. On distingue de plus le décrochage *statique* du décrochage *dynamique*. Le décrochage statique apparaît pour des profils dont l'incidence varie lentement, avec des temps caractéristiques très supérieurs à la durée d'établissement d'un régime d'écoulement sur le profil. C'est par exemple le cas des aéronefs à voilure fixe (avions, par exemple) lorsqu'ils sont opérés au voisinage de leurs conditions de portance maximale. À l'inverse, le décrochage dynamique concerne spécifiquement les profils dont l'incidence par rapport à l'écoulement varie rapidement. C'est par exemple le cas des pales reculantes de rotors d'hélicoptères en vol d'avancement. Ce système est présenté en détail dans de nombreux autres ouvrages, comme les travaux de Castells (2020) et de Busquet (2020) et ne sera pas détaillé ici : la présente étude concerne exclusivement le décrochage statique.
Le décrochage des profils a été étudié d'un point de vue expérimental et phénoménologique dès le début du XX$^{\text{ème}}$ siècle. On recense par exemple les études et cours de Melvill Jones (1933), qui s'est attaché à décrire les phénomènes qui apparaissent lorsqu'un profil décroche. Une première avancée théorique a été réalisée par McCullough et Gault (1951) sur la base des observations de Melvill-Jones. En étudiant le décrochage de plusieurs profils, ces auteurs en ont énoncé une classification en fonction des processus qui se produisent à leur décrochage. Ils distinguent ainsi les profils selon qu'ils présentent les caractéristiques d'un *décrochage de profil mince*, d'un *décrochage de bord d'attaque* ou d'un *décrochage de bord de fuite*. Les éléments principaux des deux derniers, qui sont d'un intérêt prépondérant pour cette étude, sont représentés sur la figure 1.4. Décrivons ces différents mécanismes.

Décrochage de bord de fuite. Ce type de décrochage (figure 1.4a) est dû à la formation d'un décollement au niveau du bord de fuite du profil. Lorsque l'incidence augmente, le décollement de bord de fuite devient de plus en plus long et épais, et le point de décollement remonte progressivement vers le bord d'attaque. Dans la situation la plus extrême, le décollement se produit directement au bord d'attaque. Ce processus de décrochage statique résulte en une perte progressive de portance lorsque l'incidence augmente : au-delà de l'incidence de portance maximale, la portance décroît continûment jusqu'à atteindre un palier.



(a) Décrochage par le bord de fuite.

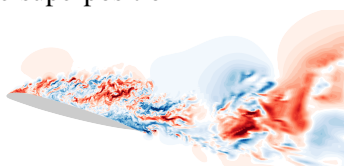
(b) Décrochage par le bord d'attaque.

FIGURE 1.4 – Évolution de la topologie qualitative de l'écoulement et des efforts sur le profil en fonction de l'incidence en cas de décrochage par le bord d'attaque ou par le bord de fuite. Inspiré du livre de Torenbeek (1982).

Décrochage de bord d'attaque. Au contraire du précédent, le décrochage de bord d'attaque (figure 1.4b) est un phénomène discontinu. Il concerne des profils plus minces que le décrochage de bord de fuite, et est lié au caractère laminaire de la couche limite au niveau du contournement du bord d'attaque. Les notions de laminarité et de turbulence seront présentées plus en détail dans la partie 1.1.2. Mentionnons seulement ici que la laminarité est un état de l'écoulement qui rend la couche limite particulièrement susceptible de décoller en cas de gradient de pression adverse, et que le passage d'un état laminaire à un état turbulent génère un regain de pression. Ainsi, la dépression intense provoquée par le contournement du bord d'attaque, même à des incidences relativement faibles, fait décoller la couche limite laminaire. Celle-ci transitionne vers un état turbulent sous l'effet des instabilités de la zone décollée, et le regain de pression ainsi induit permet le recollement de la couche limite. La structure topologique d'écoulement ainsi formée, décrite plus avant en partie 1.1.2.2, est appelée *bulbe de décollement laminaire*. Lorsque l'incidence augmente, cette structure est soumise à une dépression de plus en plus importante, mais sa taille varie peu. Lorsque la transition à la turbulence n'est plus suffisante pour permettre le recollement, le bulbe de décollement laminaire *éclate* soudainement pour former un décollement qui couvre l'ensemble de l'extrados du profil. Ce phénomène se traduit par une perte brutale de portance, discontinue en l'incidence.

Décrochage de profil mince. Ce troisième processus, d'intérêt moindre pour les travaux présents, est succinctement décrit par souci d'exhaustivité. Comme son nom l'indique, il concerne les profils dont l'épaisseur est la plus faible. Tout comme le décrochage de bord d'attaque, il est lié à la structure de bulbe de décollement laminaire. Lors d'une prise d'incidence, et à l'inverse du processus de bord d'attaque, le bulbe de décollement laminaire grandit progressivement en taille, et le recollement se déplace vers le bord de fuite. Lorsque le recollement ne peut plus se déplacer en aval, il n'a plus lieu. Le décollement s'ouvre, actant le décrochage du profil.

Un peu plus tard, Gault (1957) fournit une corrélation, représentée sur la figure 1.5, entre ces différents types de décrochage et deux paramètres d'influence principaux : le nombre de Reynolds calculé à l'aide de la corde du profil, d'une part, et l'ordonnée du point d'extrados à 8 % de corde. Ce deuxième paramètre peut approximativement être relié à l'épaisseur du profil e. On remarque ainsi que les caractéristiques du décrochage de profil mince apparaîssent pour les profils dont l'épaisseur rapportée à la corde est la plus faible ($e/c \leq 9\,\%$), tandis que le décrochage de bord de fuite concerne les profils dont l'épaisseur est la plus importante. Entre ces deux extrêmes, les phénomènes de décrochage de bord d'attaque sont observés pour les profils d'épaisseur intermédiaire ($9\,\% < e/c \leq 15\,\%$). Remarquons qu'il existe des zones de superposition



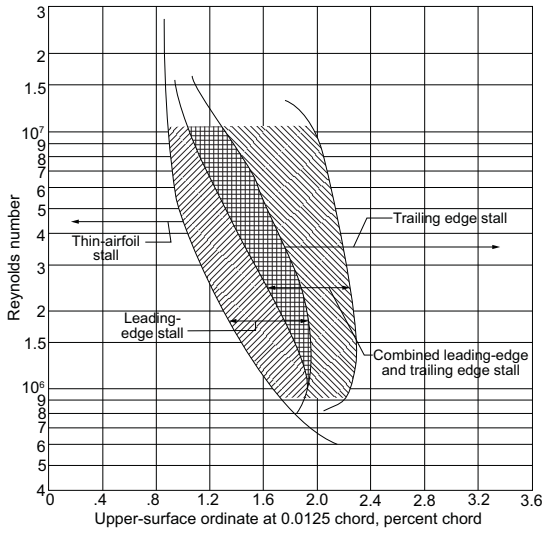


FIGURE 1.5 – Corrélation entre ordonnée de l'extrados à 8 % de corde du bord d'attaque, nombre de Reynolds basé sur la corde du profil $Re_c = \rho c u_\infty / \mu$ (où c désigne la corde du profil, u_∞ la vitesse de l'écoulement incident, ρ la masse volumique du fluide et μ sa viscosité, voir partie 1.2.2) et caractéristiques du décrochage.

des différentes corrélations, qu'on peut expliquer par deux causes principales. D'une part, les deux paramètres utilisés - nombre de Reynolds et épaisseur - ne sont pas suffisants pour conclure sur les caractéristiques du processus de décrochage d'un profil donné. Ainsi, à épaisseur relative et nombre de Reynolds basé sur la corde donnés, un profil peut par exemple présenter les caractéristiques d'un décrochage de bord d'attaque ou d'un décrochage de profil mince. Par ailleurs, les processus décrits précédemment ne sont pas nécessairement mutuellement exclusifs. C'est en particulier le cas des décrochages de bord d'attaque et de bord de fuite, comme l'a remarqué Gault : le bulbe de décollement laminaire de bord d'attaque peut engendrer une couche limite turbulente épaisse qui est susceptible de décoller au bord de fuite. Lorsque l'incidence augmente, le point de décollement de bord de fuite peut remonter progressivement le long de l'extrados selon un processus de décrochage de bord de fuite. Cette remontée modifie le gradient de pression adverse et a une influence sur le bulbe de décollement laminaire. Quand l'incidence croît encore, le gradient de pression de bord d'attaque peut devenir suffisamment conséquent pour que la zone de décollement laminaire s'ouvre, ce qui est caractéristique des décrochages de bord d'attaque. On obtient alors un processus de décrochage mixte entre décrochage de bord d'attaque et de bord de fuite. Ce processus a par exemple été étudié par Bonnet et Gleyzes (1983).

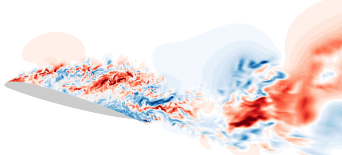
A propos de la phase de transition d'un état attaché à un écoulement décollé, mentionnons enfin l'influence de l'histoire de l'écoulement : même en cas de variation quasi-statique de l'incidence, l'angle de décrochage observé est différent selon que l'incidence augmente ou qu'elle diminue. En général, l'angle du maximum de portance en conditions d'incidence croissante est plus élevé qu'en conditions d'incidence décroissante. Le maximum de portance est également en conséquence plus élevé. Cette hystérésis, observée très tôt, notamment par Farren (1935), a été reproduite et étudiée depuis. Elle concerne majoritairement le décrochage de bord d'attaque, et Mueller (1985) suppose qu'elle peut être liée au phénomène de décollement laminaire et à la transition au bord d'attaque du profil (voir partie 1.1.2). En pratique, son existence signifie qu'en cas de décrochage des surfaces portantes d'un aéronef, l'effort nécessaire pour faire recoller l'écoulement (et retrouver un niveau de portance suffisant) est important. Le décrochage adopte ainsi un caractère à la fois indésirable et difficilement réversible.

1.1.1.3 Phénomènes fluides associés au décrochage

Cette partie vise à décrire plus en détails deux phénomènes souvent observés lors du décrochage d'un profil : des oscillations à basse fréquence et des non-uniformités de topologie en envergure, appelées *cellules de décrochage*.

Oscillations basse-fréquence. Pour commencer, prenons pour référence des fréquences caractéristiques d'un écoulement décollé la fréquence d'émission d'une allée de Von Kármán, représentée sur la figure 1.6. Cet ensemble de structures fluides, décrit pour la première fois par Von Kármán (1934), désigne les tourbillons alternés engendrés par un corps non profilé dans son sillage. Il a été étudié par de nombreux auteurs depuis sa mise en évidence, notamment dans le sillage de cylindres circulaires (Roshko 1954 ; Berger et Wille 1972 ; Bearman 1984 ; Wiliamson 1996 ; Williamson 1996 ; Zdravkovich 1996 ; Matsumoto 1999 ; Feshalami et al. 2022). On peut en particulier mentionner l'étude de Roshko (1954), à qui on attribue la quantification de la périodicité d'émission de ces tourbillons pour un cylindre. En se basant sur la fréquence f d'émission des tourbillons, le diamètre du cylindre D et sur la vitesse relative u_∞ de l'écoulement incident par rapport au cylindre, Roshko a ainsi montré que le nombre de Strouhal de ce phénomène, défini par $St = fD/u_\infty$, est presque constant et proche de 0.2. Plus tard, Schewe (2001) a étendu ce résultat à trois types d'objets différents : un cylindre circulaire, un profil de tablier de pont épais et un profil épais à haute incidence. Il démontre ainsi que les structures tourbillonnaires dans le sillage des corps non profilés se comportent de la même manière, et qu'un profil décroché peut être considéré à cet égard comme un corps non profilé. En utilisant le maître-couple de l'objet comme échelle de longueur de référence, il souligne également que le nombre de Strouhal de l'allée de Von Kármán d'un corps non profilé ne dépend pas de sa forme détaillée, et est proche de 0.2. Ce phénomène, connu et caractérisé par une oscillation tonale bien définie, est utilisé comme référence fréquentielle. Notons que le temps caractéristique d'évolution de l'allée de Von Kármán correspond à 2 durées nécessaires à une particule de fluide loin de la paroi pour parcourir la corde d'un profil à une incidence de 25°. Cette fréquence peut donc déjà être qualifiée de «basse» par rapport aux fréquences caractéristiques qu'on peut construire avec les données géométriques et cinématiques du problème. On verra aussi que l'allée de Von Kármán oscille à basse fréquence par rapport aux propriétés de la turbulence de la couche limite et de la turbulence en zone décollée.

Melvill Jones (1934) a noté l'apparition d'oscillations des efforts subis par le profil décroché à des fréquences encore inférieures d'un ordre de grandeur à celle de l'allée de Von Kármán. Peu de travaux ont été consacrés à l'étude de ces oscillations jusqu'aux travaux de Zaman et al. (1987). En particulier, les biais des méthodes expérimentales ont entretenu la confusion quant à une possible origine aéroélastique du phénomène. Certains auteurs ont ainsi attribué de telles oscillations basse fréquence rencontrées dans l'écoulement autour d'un cylindre à un comportement élastique de la structure excitée par le fluide, et non à un phénomène purement aérodynamique (Sreenivasan 1985 ; Van Atta et Gharib 1987). Zaman et al. les ont observées à $St \simeq 0.02$ et ont discuté leur origine. En particulier, ces auteurs ont remarqué que leur apparition est décorrélée des vibrations de la structure, d'une part, et qu'elle dépend fortement des paramètres de l'écoulement incident, d'autre part : lorsque le niveau de turbulence ambiant de la soufflerie est trop faible, ces oscillations ne se produisent pas. Bragg et al. (1993) ont imaginé qu'elles pourraient être produites par un battement de la couche de mélange issue du décollement laminaire de bord d'attaque, ce qui les lierait étroitement à la dynamique de l'écoulement au bord d'attaque (Broeren et Bragg 1999), et plus spécifiquement au caractère laminaire ou turbulent de la couche limite (voir partie 1.1.2), et donc à la transition laminaire-turbulent (Bragg et al. 1996). D'après eux, les oscillations basse fréquence sont un phénomène bidimensionnel. Ce groupe a enfin remarqué que l'influence du phénomène est majoritairement limitée dans la direction longitudinale à l'écoulement décollé le long de l'extrados. Par ailleurs, reprenant l'interprétation de Melvill Jones, Zaman et al. supposent que les oscillations basse fréquence et l'hystérésis de décrochage sont deux formes du même phénomène, apparaissant autour de profils de formes différentes.



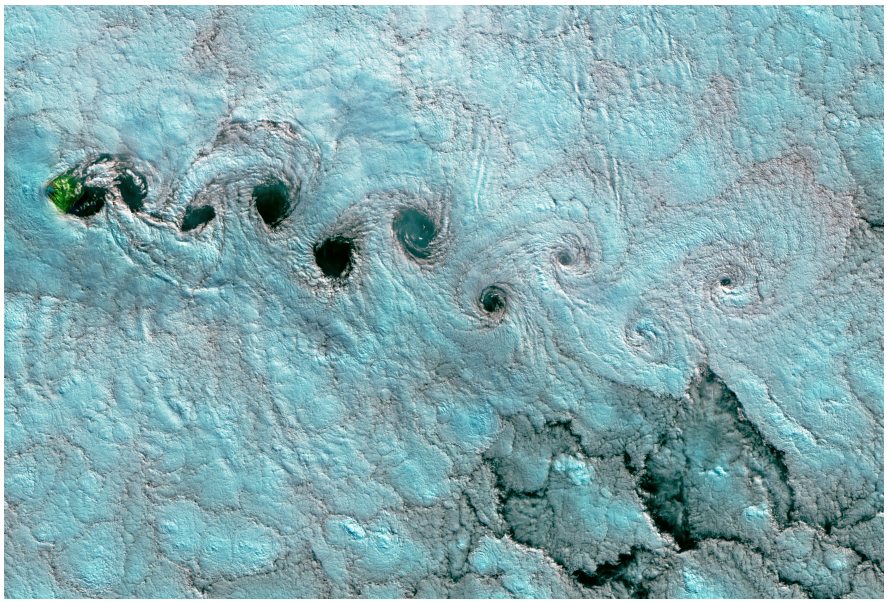


FIGURE 1.6 – Allée de Von Kármán dans le sillage d'un corps non-profilé : l'île Tristan Da Cunha dans la zone Sud de l'océan Atlantique. La visualisation est permise par les nuages qui défilent autour de l'île. Image recolorisée par la NASA et issue du site Internet NASA Earth Observatory (2017).

Une étude plus récente de Hristov et Ansell (2018) complète cette supposition : au cours de leurs essais en soufflerie d'un profil NACA0012, ces auteurs ont observé l'apparition d'une hystérésis de décrochage statique. Pourtant, l'analyse fréquentielle de leurs mesures de pression pariétales met en évidence du contenu oscillatoire à des fréquences qui coïncident avec celles qui font l'objet de ce paragraphe. Hystérésis et oscillations basse fréquence ne semblent donc pas mutuellement exclusives.
Les données expérimentales restent lacunaires quant à l'origine du phénomène, d'une part, et les données des quelques auteurs précédemment cités n'ont pas été confirmées par d'autres études contradictoires. En particulier, l'influence du phénomène oscillatoire sur le décollement laminaire et *vice-versa* restent à confirmer, notamment l'hypothèse d'un battement de la couche de cisaillement due au décollement.

Cellules de décollement. Il a également été remarqué que l'écoulement autour d'un profil décroché aux incidences immédiatement supérieures à l'incidence de portance maximale peut adopter des topologies tridimensionnelles. Plus spécifiquement, et en dépit de l'invariance de la géométrie et de l'écoulement incident dans la direction d'envergure, les dimensions du décollement peuvent varier significativement en envergure. Ainsi, à un même instant, une section de pale où l'écoulement reste attaché sur la moitié de la corde peut côtoyer une section un peu plus loin en envergure où l'écoulement décolle dès le bord d'attaque. Sur la partie amont de l'extrados du profil, la pression dans les zones où la couche limite est attachée est ainsi bien plus faible que la pression des zones où elle est décollée, ce qui génère des écoulements transverses importants (Esfahani et al. 2016). Ce type d'inhomogénéité transverse peut se répéter quasi-périodiquement le long de l'envergure ; on parle alors de cellules de décrochage, observables par exemple sur la figure 1.7. Les premières observations de ces structures peuvent être attribuées à Gregory et O'Reilly (1970) et Moss et Murdin (1971) indépendamment. Elles n'ont pas été la cible d'études détaillées avant la fin du XX$^{\text{ème}}$ siècle. Mentionnons cependant que Winkelmann et Barlow (1980) ont proposé un modèle de leur topologie tridimensionnelle en se basant sur des observations par enduit pariétal. Leur modèle est basé sur un enroulement de la couche de mélange formée par décollement de la couche limite laminaire. Cependant, Yon et Katz (1998) ont remis en cause sa validité par des arguments associés au sens de rotation des différents tourbillons qui composent une cellule. Ces auteurs ont de plus observé que les cellules de décrochage sont le siège d'oscillations basse fréquence dont le nombre de Strouhal est proche de 0.02. À cause de cette propriété, ils relient ces oscillations au

phénomène observé par Zaman et al. D'autres auteurs, comme Zarutskaya et Arieli (2005) et Ragni et Ferreira (2016), ont également remarqué que les cellules de décrochage sont susceptibles d'osciller à basse fréquence (toujours par rapport aux émissions tourbillonnaires cohérentes d'un corps non profilé). Remarquons que ces observations ne sont pas directement en contradiction avec les conclusions de Broeren et Bragg (1999) mentionnées plus haut sur le caractère purement bidimensionnel des oscillations basse fréquence : alors que ces derniers soutiennent que les oscillations peuvent apparaître dans un contexte d'écoulement majoritairement bidimensionnel, les études mentionnées ici affirment qu'elles sont également présentes au sein de cellules tridimensionnelles de décollement.

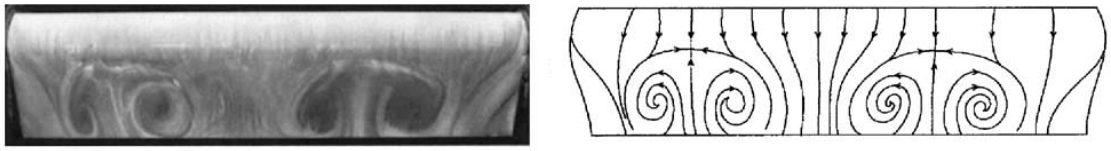


FIGURE 1.7 – Formation de cellules de décrochage peu au-delà de l'incidence de portance maximale. Visualisation par enduit pariétal (gauche) et schéma de la topologie des lignes de frottement moyen (droite), issus des travaux de Schewe (2001)

La structure spatiale des cellules de décollement a fait l'objet de plusieurs études expérimentales. Schewe (2001) a ainsi démontré que ces phénomènes sont indépendants de l'effet des parois latérales des souffleries au sein desquelles ils ont été observés. Chaque cellule occupe d'1 à 3 cordes en envergure. Ces grandes dimensions impliquent la nécessité de tester un objet de grande envergure pour en observer plusieurs, indépendamment de l'influence des parois. D'après Yon et Katz (1998), lorsque l'envergure du profil n'est pas un multiple de celle d'une cellule, des oscillations du positionnement des cellules le long de l'envergure peuvent se produire («*jostling*»), ou bien la formation intermittente d'une cellule supplémentaire instable. Cette dernière apparaît du fait du gradient de pression adverse, et disparaît sous l'effet de l'écoulement dirigé vers la paroi dû à la cellule voisine trop proche. Le même groupe (Weihs et Katz 1983) a proposé une relation liant le rapport d'aspect de l'aile au nombre de cellules qui se forment à sa surface. Ils ont étudié l'influence d'autres paramètres, comme le nombre de Reynolds et l'incidence, mais n'ont pas abouti à une corrélation manifeste de l'un ou de l'autre avec la topologie des cellules. Enfin, Weihs et Katz (1983) ont également suggéré que les cellules de décrochage résultent d'une instabilité de Crow, mais cette hypothèse n'a pas été prouvée.

Par ailleurs, plusieurs auteurs ont quantifié les conditions nécessaires à l'apparition de cellules de décollement. Ainsi, en utilisant une première approche par la méthode de la ligne portante et des arguments de stabilité, Spalart (2014) et Gross et al. (2015) ont étudié les premières étapes de tridimensionalisation d'un écoulement autour d'un profil décroché. Ces études ont ainsi montré que de telles structures ne peuvent se former spontanément que si la portance décroît à l'incidence observée. Conformément à ce qui a été exposé en 1.1.1.2 et détaillé à l'aide de la figure 1.4 à propos de l'évolution de la portance en fonction de l'incidence, ce résultat laisse penser que seuls les profils qui décrochent par le bord de fuite sont susceptibles de générer un écoulement comprenant des cellules de décrochage.

Plus récemment, Esfahani et al. (2018) ont mené une campagne expérimentale dédiée à la formation de cellules de décollement. En utilisant des émetteurs de décharges électriques permettant la formation de plasma au bord d'attaque du profil, ces auteurs ont réussi à forcer leur apparition. Ce résultat atteste de l'influence du comportement de l'écoulement au bord d'attaque sur la topologie du décollement. De plus, ils ont remarqué que les cellules de décrochage, une fois formées, s'auto-entretiennent : il faut un forçage pour les créer, mais elles demeurent par la suite, même quand le système de forçage est éteint. Enfin, ils ont déterminé une plage de fréquence permettant le forçage : pour des fréquences de décharges de plasma

inférieures à trois fois la fréquence de l'allée de Von Kármán ($St < 0.6$), le forçage échoue.
Du fait du relativement petit nombre d'études expérimentales visant à explorer les cellules de décollement au décrochage d'un profil, la connaissance de leur comportement et des paramètres qui influent sur leur formation et sur leur évolution reste parcellaire. En particulier, le rapport entre les oscillations basse fréquence de ces cellules et celles observées par Zaman et al. demeure incertain, ainsi que le mécanisme qui génère leur formation.

1.1.2 Laminarité et turbulence à la surface d'un profil

Au cours de la description de la dynamique d'un écoulement de fluide autour d'un profil, il a plusieurs fois été fait référence au caractère laminaire ou turbulent de l'écoulement. Nous nous proposons de détailler ici la signification de ces termes ainsi que l'influence de la turbulence sur le décrochage d'un profil.

1.1.2.1 Reproductibilité microscopique d'un écoulement fluide. Chaos.

Avant d'aborder leur définition rigoureuse, il semble important de mentionner que les concepts de laminarité et de turbulence résultent de l'intuition d'un comportement du fluide qualitativement et macroscopiquement différent vu par un œil humain. D'ailleurs, l'intuition des écoulements turbulents remonte à Da Vinci (1508), qui leur attribue leur nom (Marusic et Broomhall 2021). On recense de sa part de nombreux croquis d'écoulements, parmi lesquels celui représenté sur la figure 1.8. La principale caractéristique de cet écoulement du point de vue de la discussion actuelle réside dans la complexité de l'état du fluide à la surface de l'étendue dans laquelle se jette la conduite. On y observe une multitude de mouvements d'ensemble du liquide, comme par exemple des tourbillons, dont les tailles sont très diverses et semblent couvrir un continuum. De plus, ces *structures* sont désordonnées et leur comportement détaillé est imprévisible. À l'inverse, un écoulement laminaire apparaît qualitativement calme et ordonné ; c'est par exemple le cas de l'écoulement directement émergent de la conduite de Da Vinci.

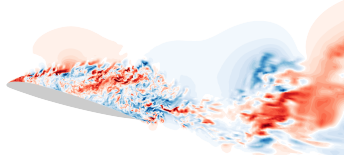
FIGURE 1.8 – Un des schémas de Leonardo da Vinci sur le comportement turbulent d'un écoulement de sortie de canal.

Les petites vitesses locales de directions multiples et incertaines, dues à la présence de structures turbulentes, permettent le transport de l'information par convection dans l'écoulement. La turbulence est

donc un phénomène diffusif. De plus, la viscosité du fluide associée aux cisaillements locaux induits par ces petites fluctuations, responsables de la conversion d'énergie cinétique en chaleur, en font également un phénomène dissipatif de la quantité de mouvement locale du fluide, et source d'énergie interne (température). Plus récemment, Bradshaw (1994) souligne dans une introduction éloquente qu'il est difficile de conceptualiser rigoureusement la turbulence. La définition (certes plus philosophique que scientifique) qu'il propose est que la turbulence est la solution générale des équations non-linéaires de Navier-Stokes (voir partie 1.2) qui régissent le comportement d'un volume de fluide. Mais ce cadre ne correspond pas à l'acception d'usage du terme donnée ci-dessus. Il donne également une autre définition, plus conforme à l'intuition : le comportement local d'un fluide peut être microscopiquement imprévisible et présenter une forte sensibilité aux perturbations. On parle de comportement *chaotique*. Deux réalisations de la même expérience d'un écoulement ne produiront ainsi jamais exactement les mêmes structures dans une zone turbulente car il est impossible de s'affranchir des petites perturbations ambiantes, si fines soient-elles. Un écoulement laminaire, en revanche, est reproductible et insensible aux incertitudes. Pourtant, la réalisation d'un écoulement laminaire n'est pas moins sujette à l'apparition d'imperfections que celle d'un écoulement turbulent. Les notions de laminarité et de turbulence sont donc intimement liées à celle d'*instabilité* : l'apparition d'une zone turbulente provient de l'amplification des perturbations dans l'espace ou dans le temps par un écoulement laminaire instable. On parle respectivement d'instabilité *convective* et *globale* (Huerre et Monkewitz 1990).
A cause du développement des instabilités ou d'autres processus faisant apparaître de la turbulence, une zone laminaire d'un écoulement peut évoluer dans le temps en une région turbulente, et la juxtaposition dans l'espace de zones laminaires et turbulentes est également possible. Le passage dans le temps ou dans l'espace d'un état à l'autre est appelé *transition laminaire-turbulent*. On utilisera simplement le terme de *transition* quand il n'y a pas d'ambiguité. Dans le cas particulier du passage d'un état turbulent à un état laminaire, on parle plus spécifiquement de *relaminarisation*.

1.1.2.2 Transition laminaire-turbulent

Le terme de *transition*, quoique largement adopté, doit toujours être précisé : il s'agit d'un mot générique pour désigner tout processus qui conduit un écoulement laminaire à devenir turbulent. L'évolution peut se faire dans l'espace comme dans le temps. De nombreux tels processus sont désormais connus et ont été étudiés (Walker 1989 ; Halstead et al. 1997a ; Halstead et al. 1995a ; Halstead et al. 1995b ; Halstead et al. 1997b ; Dick et Kubacki 2017). Plusieurs sources d'instabilités pouvant mener à un écoulement turbulent peuvent être mentionnées parce qu'elles sont souvent présentes au sein des écoulements autour d'aéronefs (Mayle 1991 ; Walker 1993). En particulier, certaines topologies d'écoulements sont linéairement instables et amplifient les petites perturbations qui peuvent y subvenir ; on trouve en particulier dans cette catégorie les zones de cisaillement intense et de forte vorticité. Le processus de transition dit *naturel* a ainsi lieu au sein des couches limites attachées développées sur une surface suffisamment longue par instabilité de Tollmien-Schlichting. Les couches de mélange linéairement instables entre deux régions de vitesses différentes - instabilité de Kelvin-Helmholtz - seront détaillées plus bas. Ce dernier cas rentre dans le cadre plus général des instabilités dues à un profil de vitesse localement inflectionnel. On note également parmi les écoulements linéairement instables les processus de transition par tourbillons de Görtler (Marxen et al. 2009), et les zones d'écoulement transverse à la surface d'ailes en flèches, par exemple. Ce dernier mécanisme est appelé transition *crossflow*.
D'autres processus de transition nécessitent une amplitude de perturbations initiales significative pour que le développement de la turbulence se produise. Il s'agit notamment d'instabilités non-linéaires. Les plus fréquents sont les instabilités dites «K» par mode de Klebanoff (Klebanoff 1971 ; Jiang et al. 2020), et les perturbations induites par les aspérités de la paroi (Minot 2016b). Ces phénomènes, détaillés dans d'autres ouvrages, ne sont pas prépondérants à la surface des profils d'aile au décrochage parce que la turbulence incidente est de faible intensité ; ils ne sont donc pas explorés plus avant ici. Pour un aperçu synthétique des modes de transition les plus fréquemment rencontrés, on pourra consulter l'article de Aupoix et al. (2011).



Les modes de transition de couches limites les plus fréquents dans les écoulements à la surface des profils sont la transition naturelle, en particulier en cas de décrochage de bord de fuite (Tamaki et Kawai 2022), et la transition par bulbe de décollement laminaire, si le décrochage s'effectue par le bord d'attaque. Ces processus sont décrits plus avant aux paragraphes suivants.

Transition naturelle par ondes de Tollmien-Schlichting. Au début de son développement, une couche limite laminaire atténue les perturbations qui s'y produisent. Cependant, au fur et à mesure de son épaississement, son profil de vitesse perd ce caractère stabilisant, jusqu'à devenir linéairement instable. Les modes instables de la couche limite laminaire ainsi formée sont appelés *ondes de Tollmien-Schlichting*. Leur développement, appelé instabilité primaire, forme des rouleaux dans la direction transverse de l'écoulement. Eux-mêmes sont ensuite sujets à un processus d'instabilité, cette fois-ci sous la forme d'ondulation des rouleaux dans la direction transverse. Ce deuxième processus est appelé instabilité secondaire. Ces deux processus peuvent être qualifiés de «laminaires», car ils sont caractérisés par des structures cohérentes reproductibles d'une expérience à l'autre. Les ondulations dues à l'instabilité secondaire s'accentuent jusqu'à ce que deux branches d'un même rouleau puissent interagir l'une avec l'autre. Au point d'interaction se forme alors un *spot* turbulent, c'est-à-dire une première apparition de zone d'écoulement chaotique. Ce spot est susceptible de se dilater car ses frontières sont des zones de cisaillement qui peuvent elles-mêmes générer de la turbulence. Les spots se multiplient au fur et à mesure de l'épaississement de la couche limite (Emmons 1951), jusqu'à se rejoindre et occuper la totalité de l'envergure de la couche limite (Narasimha 1985). Ainsi, l'apparition de spots turbulents constitue une irruption de turbulence dans un univers laminaire, et leur advection peut redonner lieu à des caractéristiques laminaires d'écoulement. Ce processus est apparent sur la figure 1.9. Il est important de noter qu'il se produit même si les perturbations qui affectent la couche limite sont d'ampleur infinitésimale.
De plus, plusieurs paramètres ont une influence importante sur la topologie de la transition naturelle, et des études détaillées ont été réalisées pour caractériser cette influence. On peut par exemple mentionner les expérimentations de Gostelow et al. (1994) sur l'influence de la turbulence extérieure et du gradient de pression. En particulier, la présence de fluctuations significatives initiales du fait de turbulence extérieure à la couche limite induit une transition plus rapide - mais toujours modale tant que ces perturbations demeurent d'amplitude faible. De même, la présence d'un gradient de pression adverse, même modéré, accélère le processus de transition, parce qu'il affecte le profil de vitesse en le rendant plus instable, d'une part, et parce qu'il augmente la vitesse d'expansion des spots turbulents, d'autre part (Seifert et Wygnanski 1995). Cette influence a également été observée pour des couches limites d'écoulements hypersoniques (Franko et Lele 2014).

Transition par bulbe de décollement laminaire. Une des hypothèses proposées pour l'apparition d'oscillations basse fréquence au décrochage d'un profil, décrites en partie 1.1.1.3, est appuyée sur un phénomène de battement de la couche de mélange issue d'un décollement laminaire (Zaman et al. 1987). La transition par décollement laminaire adopte donc une importance centrale pour l'étude qui fait l'objet de cet ouvrage. La topologie de bulbe de décollement laminaire résulte de deux phénomènes principaux (Gaster 1967). D'une part, la couche limite laminaire décolle sous l'effet d'un gradient de pression adverse. La zone recirculante à l'intérieur du décollement et l'écoulement extérieur sont alors séparés par une couche cisaillée dont le profil de vitesse inflectionnel permet l'apparition très rapide de turbulence (Alam et Sandham 2000 ; Roberts et Yaras 2005 ; McAuliffe et Yaras 2008 ; Volino 2009). Le regain de pression dû à la turbulence engendre ensuite un recollement de l'écoulement.
Le comportement du fluide au sein d'une telle zone d'écoulement a été étudié par de nombreux auteurs en vue d'en comprendre la structure et la dynamique (Hatman et Wang 1998c ; Volino et Hultgren 2000 ; Roberts et Yaras 2003b). En particulier, Hatman et Wang (1998b) ont proposé une classification des décollements laminaires, représentée sur la figure 1.10, en liant leurs caractéristiques topologiques moyennes aux spécificités de leurs comportements. Ils distinguent le cas de décollement d'un écoulement laminaire déjà perturbé et instable de celui d'une couche limite localement stable. Dans le premier cas, on parle de

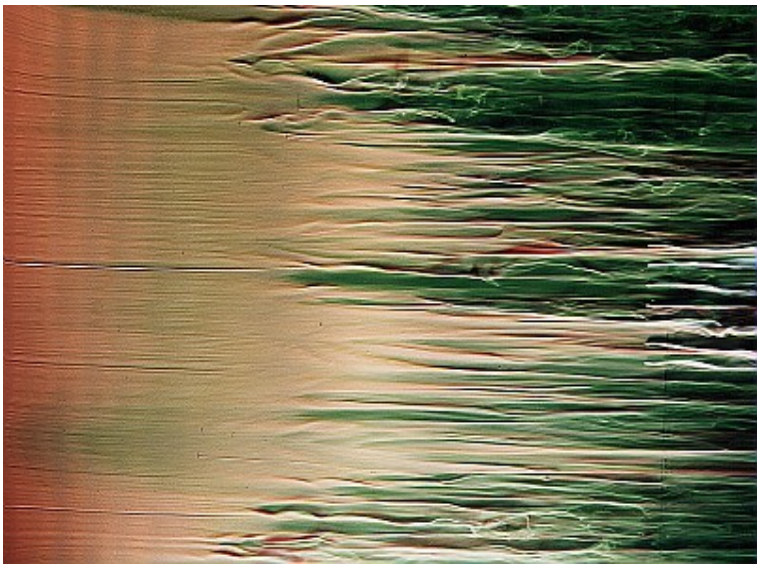


FIGURE 1.9 – Visualisation à l'aide d'une nappe de colorants de la transition par ondes de Tollmien-Schlichting d'un écoulement hydrodynamique le long d'une plaque plane. Photographie de Henri Werlé, issue de la photothèque de l'ONERA.

décollement transitionnel, et les perturbations peuvent être dues à un autre processus de transition déjà amorcé, comme des ondes de Tollmien-Schlichting ou bien des fluctuations induites par les aspérités de la surface. D'après Hatman et Wang, le processus dominant qui mène à la transition dans tous les cas est une instabilité non-visqueuse de couche de mélange proche d'une instabilité de Kelvin-Helmholtz, mais les perturbations initiales qui sont amplifiées par l'instabilité ne sont pas du même ordre de grandeur. Le comportement amplificateur des perturbations par une couche de mélange cisaillée est dominant par rapport aux autres processus d'instabilité présents. La transition est donc dans tous les cas accélérée par ce processus, et les caractéristiques de l'écoulement turbulent produit en aval ne sont influencées par les propriétés de la couche limite au point de décollement qu'à cause des différences de topologie (longueur de bulbe, notamment) entre le cas transitionnel et le cas laminaire : dans le premier cas, la transition étant plus rapide, la zone décollée est en général plus courte et plus mince que dans le deuxième.

Notons également que les comparaisons réalisées plus haut entre les instabilités de couche de mélange d'un bulbe de décollement laminaire et l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, d'une part, et entre la couche limite en aval du recollement et une couche limite pleinement turbulente, d'autre part, doivent être modérées. D'une part, l'écoulement immédiatement en aval du bulbe est caractérisé par un profil de vitesse et d'intensité des fluctuations turbulentes, un spectre et des structures cohérentes différentes d'une couche limite turbulente en équilibre (Alam et Sandham 2000). En particulier, le profil de vitesse ressemble à celui d'une couche limite turbulente sous fort gradient de pression adverse (la zone log est très réduite et la zone de sillage plus conséquente que dans une couche limite turbulente en quasi-équilibre, voir partie 1.2.3), et un surcroît d'intensité des fluctuations turbulentes est présent dans la zone externe de la couche limite peu en aval du point de recollement moyen (Laurent et al. 2012a). D'autre part, l'instabilité de la couche de mélange cisaillée due au décollement n'est pas quantitativement comparable à une instabilité de Kelvin-Helmholtz canonique entre deux écoulements parallèles et eux-mêmes non cisaillés. Diwan et Ramesh (2009) montrent ainsi que les lois d'échelles de Kelvin-Helmholtz ne sont pas valides dans le cas où la zone d'instabilité serait localisée à proximité d'une paroi : celle-ci engendre des effets visqueux stabilisants. Ils comparent la fréquence d'émission primaire de tourbillons observée pour l'instabilité d'un décollement laminaire à celle d'une instabilité de Kelvin Helmholtz en utilisant les échelles de Monkewitz et Huerre (1982), c'est-à-dire δ_ω, l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange source de l'instabilité, et $\overline{u}$, sa vitesse moyenne, respectivement définies

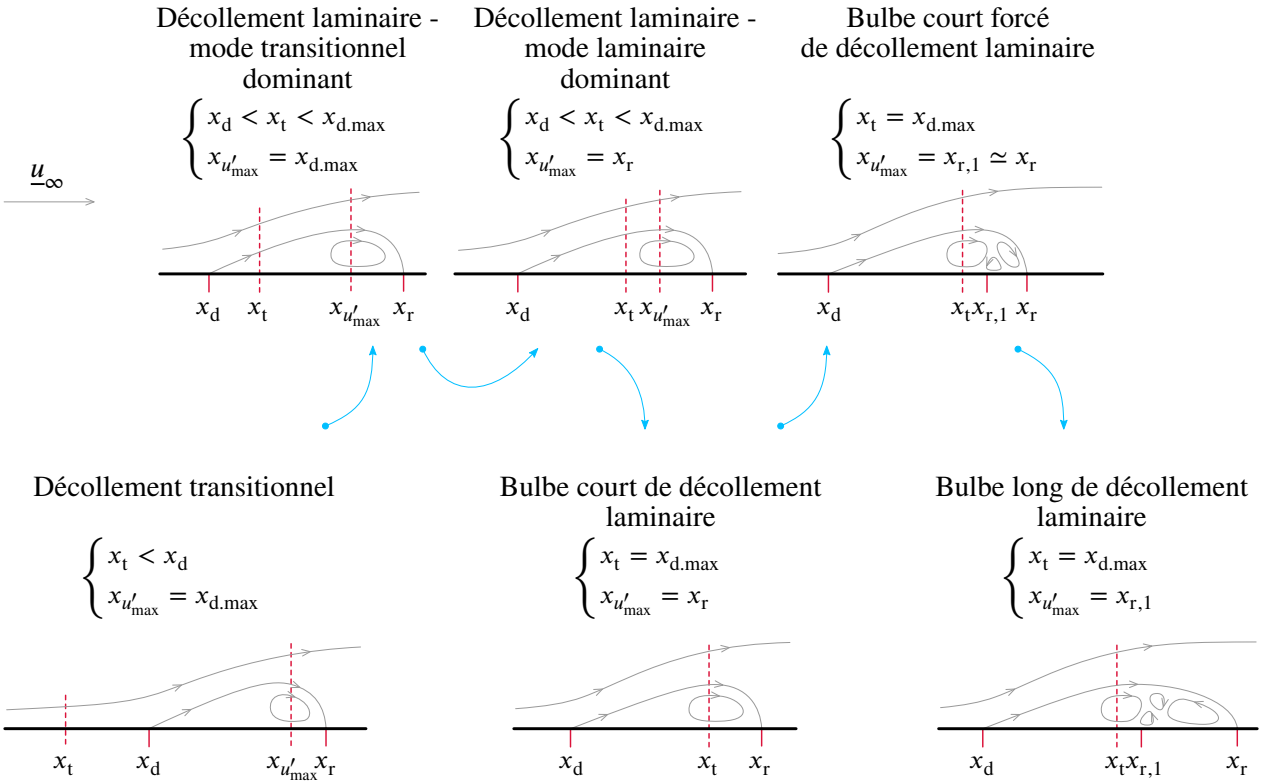


FIGURE 1.10 – Classification des décollements laminaires, adaptée des travaux de Hatman et Wang (1998b). Sont représentés les états qualifiés par les auteurs de *principaux modes de transition par décollement* (en bas), et les états qu'ils nomment *intermédiaires* (en haut). On note x_d l'abscisse du décollement de la couche limite laminaire, x_t l'abscisse du point de début de la transition, et $x_{r,1}$ et x_r les abscisses des points de recollement de l'écoulement. $x_{u'_{max}}$ est l'abscisse du point où les fluctuations de vitesse longitudinale sont maximales, et $x_{d.max}$ celle de la section normale à la paroi à travers laquelle la couche limite engendre le déplacement maximum (δ_1 est maximal en ce point, voir l'annexe A).

par :

$$\begin{cases} \delta_\omega(x) = \dfrac{\max\limits_y [u] - \min\limits_y [u]}{\max\limits_y \left[\partial_y u\right]} \\ \overline{u}(x) = \dfrac{\max\limits_y [u] + \min\limits_y [u]}{2} \end{cases}, \tag{1.1}$$

où les minima et maxima sont calculés le long du profil de vitesse de la couche cisaillée à l'abscisse x. Alors que la fréquence d'émission f d'une instabilité non-visqueuse de Kelvin-Helmholtz peut être approximée avec une bonne précision (Simoni et al. 2015 ; Bernardini et al. 2013 ; Deck et Thorigny 2007 ; Yang et Voke 2001) par la relation de $2\pi f \delta_\omega / 4\overline{u_x} \simeq 0.21$, Diwan et Ramesh montrent qu'elle ne donne une fréquence conforme aux observations qu'au voisinage du sommet du bulbe. En amont, elle peut être fortement réduite (jusqu'à 75 % si on considère le développement de l'instabilité en amont du décollement, et d'environ 25 % sinon). Ils proposent d'ailleurs une loi pour déterminer la fréquence du mode le plus amplifié en fonction de la distance à la paroi du point d'inflection du profil de vitesse et de l'épaisseur de la couche cisaillée.

La classification de Hatman et Wang distingue également des décollements laminaires *courts* et *longs* en fonction de la position relative de recollement par rapport au point de *demi-transition* où les fluctuations de la vitesse longitudinales sont maximales. Ainsi, dans le cas d'un bulbe court, les fluctuations maximales de la vitesse se produisent au niveau - ou légèrement en aval - du point de recollement. On y observe également

un pic de fluctuations couplées entre composantes longitudinale et normale à la paroi de la vitesse (Hain et al. 2009).

La terminologie de bulbes longs et courts a également été utilisée par d'autres auteurs avec des définitions différentes (Alam et Sandham 2000 ; Owen et Klanfer 1953). En s'appuyant sur la phénoménologie de l'écoulement autour d'un profil, Alam et Sandham (2000) définissent ainsi les décollements longs comme ayant une influence significative sur l'écoulement potentiel loin des parois, par opposition aux bulbes courts dont l'effet est local et limité au bord d'attaque du profil. Cette dernière définition est par ailleurs communément adoptée dans le cadre de l'étude des turbomachines : un bulbe long génère un plateau de pression statique à la surface d'une aube, et génère d'importantes pertes d'énergie cinétique, tandis qu'un bulbe court fait apparaître un plateau de pression presqu'imperceptible, associé à de faibles pertes (Pacciani et al. 2010). Cette classification coïncide également avec l'intérêt des constructeurs aéronautiques : un bulbe laminaire d'effet local n'a que peu d'influence négative sur les performances en sustentation ou propulsion d'un profil, il n'est donc pas défavorable d'en voir apparaître. Cet effet peut même être recherché afin de placer le profil dans des conditions de portance maximale. En revanche, un bulbe long est susceptible d'*éclater*, c'est-à-dire de former une zone de recirculation ouverte jusqu'au bord de fuite qui émet périodiquement des tourbillons. Il modifie la circulation et donc la portance du profil, ce qui le rend indésirable. Dans cet ouvrage consacré au décrochage mixte bord d'attaque-bord de fuite des profils, les bulbes de décollement sont laminaires et courts, à la fois au sens de Hatman et Wang et à celui de Alam et Sandham. Décrivons leur structure.

Un schéma de la topologie moyenne dans le temps d'un bulbe court de décollement laminaire est représenté sur la figure 1.11. La couche limite laminaire amont (a), dont le profil de vitesse se creuse en proche paroi au fur et à mesure de son développement du fait du gradient de pression adverse (voir partie 1.2.3), décolle en (b), provoquant une inversion du signe du frottement longitudinal. Le décollement est ensuite formé de deux parties principales. La zone (c) où le frottement de l'écoulement de retour est maximal correspond au tourbillon principal du décollement. Elle est précédée par une région (d) où les vitesses et le frottement sont faibles, immédiatement en aval du décollement. On parle de zone d'eau morte par analogie avec l'hydrodynamique (en anglais, *dead-air region*). Le tourbillon principal est périodiquement relâché par le bulbe et advecté vers l'aval (Gaster 1967 ; Pauley et al. 1990). La position du recollement (e) est donc fortement instationnaire, comme relevé par Roberts et Yaras (2005). Ces auteurs mentionnent ainsi que la longueur du bulbe oscille à basse fréquence avec une amplitude relative d'environ 30 %.

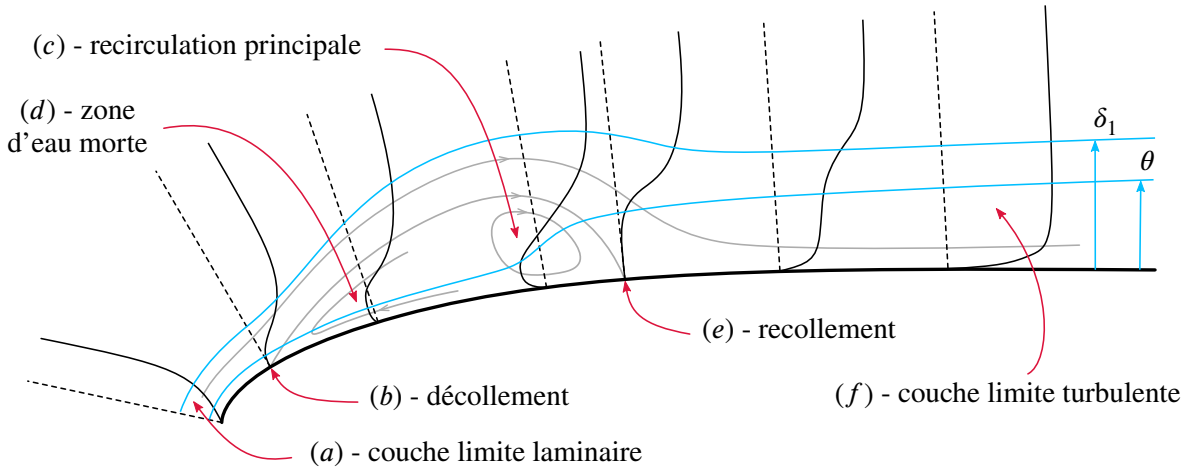
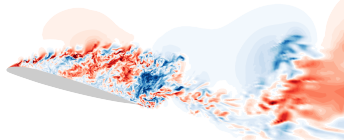


FIGURE 1.11 – Topologie moyenne typique d'un bulbe court de décollement laminaire. Des profils de vitesse en fonction de la distance à la paroi sont également tracés à l'aplomb de différents points particuliers.

Des études ont également été menées pour déterminer les paramètres de l'écoulement et de la surface susceptibles d'avoir une influence sur le comportement d'un bulbe de décollement laminaire. Huang et al. (2006) ont ainsi réalisé des essais d'injection de plasma froid en amont d'un bulbe de décollement



pour évaluer l'influence des perturbations de la couche limite sur les caractéristiques du décollement. Ils relèvent que la position du décollement laminaire, s'il a lieu, est peu sensible à ces perturbations. En revanche, le positionnement du point de recollement subit de fortes variations avec le niveau de perturbations injecté. Ces observations justifient la distinction qualitative qu'ils proposent entre décollements laminaires et transitionnels. Dans une logique similaire, Hosseinverdi et Fasel (2019) ont réalisé une Simulation Numérique Directe (DNS, voir partie 1.3) qui leur a permis d'évaluer quantitativement la prépondérance du phénomène d'instabilité de la couche de mélange cisaillée par rapport au mode de transition de Klebanoff dû à la turbulence extérieure (*bypass*). Ils ont ainsi démontré que pour des intensités faibles de fluctuations de vitesse incidente, le processus de Kelvin-Helmholtz est dominant, mais que quand ces perturbations dépassent 3 %, la transition est avant tout dictée par les stries associées aux modes de Klebanoff.

Enfin, l'évolution dans le temps des bulbes de décollement laminaire, notamment à bas nombre de Reynolds, a fait l'objet de recherches par méthodes de stabilité. On peut notammenent citer les travaux de Marxen et Rist (2010). Ces auteurs ont montré l'existence de deux modes principaux, *externe* et *interne*, dans un bulbe bidimensionnel de décollement laminaire. Le mode externe est responsable d'oscillations de la partie amont du bulbe, tandis que l'autre, agissant majoritairement au sein de la zone décollée, produit la transition proprement dite. D'après eux, ce deuxième mode rassemble les caractéristiques d'une instabilité visqueuse de Tollmien-Schlichting et d'une instabilité non-visqueuse de Kelvin-Helmholtz, mais cette dernière est dominante à l'aplomb de la recirculation principale (Marxen et al. 2012). Le scénario classiquement accepté pour le processus de transition dans la couche de mélange cisaillée d'un bulbe de décollement est le suivant : (*i*) apparition d'une instabilité bidimensionnelle identifiable à un processus de Kelvin-Helmholtz, suivie (*ii*) d'une instabilité secondaire responsable de l'apparition de structures tridimensionnelles. Theofilis et al. (2000) ont remis en cause ce scénario en étudiant la propension d'un bulbe de décollement laminaire à générer un écoulement tridimensionnel. Ils ont exhibé des modes primaires et globaux d'instabilité transverse du décollement laminaire susceptibles de rendre l'écoulement tridimensionnel directement en modifiant la position du recollement. Conformément aux observations expérimentales précédemment décrites, le point de décollement n'est pas affecté par ces instabilités. Plus tard, Rodríguez et Theofilis (2010) ont quantifié l'effet de ces instabilités, notamment en montrant que même des recirculations d'intensité modérée (la norme de la vitesse de l'écoulement de retour est faible devant celle de l'écoulement extérieur à la couche limite) sont sujettes au processus susceptible de rendre l'écoulement tridimensionnel directement (Rodríguez et al. 2013). Ces auteurs ont en particulier suggéré que cette instabilité tridimensionnelle pourrait être entièrement ou partiellement responsable de l'apparition de cellules de décollement (Rodríguez et Theofilis 2011). Aucune autre étude n'a pour le moment réussi à confirmer les résultats de Rodríguez et Theofilis (2010) ; ils sont donc sujets à caution, d'autant plus que la convergence des calculs de stabilité qui ont permis de les obtenir fait l'objet de doutes (He et al. 2017 ; Kitsios 2010).

La compréhension du processus détaillé de la transition laminaire-turbulent au sein d'un bulbe de décollement laminaire reste ainsi un sujet de recherche. Les données expérimentales de validation sont délicates à acquérir, en particulier du fait de la faible épaisseur de la zone à observer lorsque le nombre de Reynolds est élevé.

1.2 Formalisation du problème

Dans cette partie, nous présentons la modélisation des phénomènes décrits ci-dessus. Dans un premier temps, une modélisation du fluide et de l'écoulement, considérée comme représentative de la réalité, est donnée. Après un développement sur son usage dans le cadre de simulations à grands nombres de Reynolds, la modélisation de la turbulence est présentée plus en détails. Quelques analyses sur la structure de la couche limite turbulente, permises par le formalisme ainsi introduit, sont alors détaillées. Nous réservons la modélisation de la transition laminaire-turbulent pour la partie suivante, dans la mesure où la logique en est différente de celle de la turbulence, d'une part, et où elle constitue un élément central de l'étude présente, d'autre part.

1.2.1 Modélisation générale d'un écoulement d'air

Dans cet ouvrage, le fluide est considéré comme un milieu continu déformable et compressible. On néglige l'influence de la gravité et du rayonnement. On le modélise par conséquent avec le comportement de sa masse volumique ρ, de son vecteur vitesse $\underline{u}$ et de son énergie spécifique totale E, dont l'évolution dans le temps et l'espace est décrite en fonction de la pression p, du vecteur flux de chaleur $\underline{q}$ et du tenseur des contraintes visqueuses $\underline{\underline{\tau}}$ par les équations du milieu continu. Ces équations résultent de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\partial_t \rho + \sum_i \partial_{x_i} \left[\rho u_i\right] = 0 \tag{1.2a}$$

$$\forall j \in [\![1,3]\!],\ \partial_t \left(\rho u_j\right) + \partial_{x_j} p + \sum_i \partial_{x_i} \left[\rho u_i u_j - \tau_{ij}\right] = 0 \tag{1.2b}$$

$$\partial_t \left(\rho E\right) + \sum_i \partial_{x_i} \left[\rho E u_i + p u_i + q_i + \sum_j u_i \tau_{ij}\right] = 0 \tag{1.2c}$$

Ce système d'équations aux dérivées partielles est ouvert : il comporte plus d'inconnues que d'équations. Il est donc nécessaire de modéliser le comportement de plusieurs de ses variables en fonction des autres. On relie ainsi linéairement le tenseur des contraintes visqueuses $\underline{\underline{\tau}}$ au tenseur symétrique des taux de déformation $\underline{\underline{S}}$ (partie symétrique du tenseur des gradients de vitesse) par le modèle de Newton généralisé par Navier puis Stokes :

$$\underline{\underline{\tau}} = 2\mu \underline{\underline{S}} + \lambda \mathrm{Tr}\left(\underline{\underline{S}}\right) \underline{\underline{I}}, \tag{1.3}$$

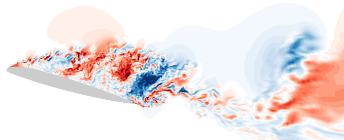
où $\underline{\underline{I}}$ désigne le tenseur identité. Conformément à la démarche de Stokes, on considère également que $\underline{\underline{\tau}}$ est de trace nulle, ce qui induit :

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \tag{1.4}$$

Dans ces relations, la grandeur μ, qui quantifie le lien entre les contraintes visqueuses et les taux de déformation est appelé *viscosité moléculaire dynamique* du fluide, ou simplement viscosité. On définit également la *viscosité cinématique* $\nu = \mu/\rho$.
Il est également nécessaire de modéliser le flux de chaleur $\underline{q}$. Cette modélisation est réalisée à l'aide de la loi de Fourier : on suppose que $\underline{q}$ dérive d'un potentiel, la température T, *via* la conductivité thermique du fluide K_T :

$$\forall i \in [\![1,3]\!],\ q_i = -K_T \partial_{x_i} T. \tag{1.5}$$

Sauf indication contraire, dans cet ouvrage, les termes de *pression* et *température* désignent la pression statique et la température statique, respectivement.



Par ailleurs, on exprime également l'énergie interne spécifique en fonction de la température. Cette grandeur intensive peut être calculée à partir de l'énergie spécifique totale *via* :

$$e = E - \frac{1}{2}\underline{u}^2, \tag{1.6}$$

et à partir de la température *via* :

$$e = c_{\mathrm{v}} T, \tag{1.7}$$

où on a pris la référence d'énergie interne nulle à température nulle. La variable c_{v} est appelée *capacité calorifique massique à volume constant* du fluide ($c_{\mathrm{v}} = \partial_T e|_V$).
De la même manière, l'enthalpie h du gaz, définie par :

$$h = e + \frac{p}{\rho}, \tag{1.8}$$

est également reliée à la température par l'intermédiaire de la *capacité calorifique massique à pression constante* du fluide c_{p} :

$$h = c_{\mathrm{p}} T. \tag{1.9}$$

Ces définitions sont fermées par le modèle du fluide calorifiquement parfait : on considère que les capacités calorifiques massiques sont constantes.
On quantifie alors la conductivité thermique K_T par le nombre de Prandtl du fluide, également supposé constant et défini par :

$$Pr = \frac{c_{\mathrm{p}}\mu}{K_T} = 0.72. \tag{1.10}$$

Il reste deux équations à ajouter pour fermer le modèle. La viscosité est donc supposée ne dépendre que de la température *via* la loi de Sutherland :

$$\mu = \mu_{\mathrm{ref}} \left[\frac{T}{T_{\mathrm{ref}}}\right]^{\frac{3}{2}} \frac{T_{\mathrm{ref}} + S}{T + S}, \tag{1.11}$$

avec, pour de l'air standard, $T_{\mathrm{ref}} = 273.15\,\mathrm{K}$, $\mu_{\mathrm{ref}} = 1.716 \cdot 10^{-5}\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$, et $S = 110.4\,\mathrm{K}$.
Enfin, le fluide est représenté par le modèle du gaz parfait diatomique et la loi d'état associée, ce qui relie la température à la pression et à la masse volumique, et fixe la valeur de la capacité calorifique à volume constant :

$$p = \rho r T \text{ et } c_{\mathrm{v}} = \frac{5}{2} r \tag{1.12}$$

où r est une constante caractéristique du fluide, prise pour de l'air égale à $287.058\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$. On démontre alors que les capacités calorifiques vérifient les relations suivantes :

$$c_{\mathrm{p}} - c_{\mathrm{v}} = r. \tag{1.13a}$$

$$\frac{c_{\mathrm{p}}}{c_{\mathrm{v}}} = 1.4 \tag{1.13b}$$

Cette dernière grandeur est habituellement notée γ, mais nous n'emploierons pas cette notation dans le cadre de ces travaux, parce que cette lettre grecque est réservée au concept central d'intermittence dans un processus de transition laminaire-turbulent. Les constantes utilisées, leurs définitions et leurs valeurs sont récapitulées au début de cet ouvrage.

1.2.2 Outils de description d'un écoulement turbulent

La turbulence n'étant pas microscopiquement reproductible, il est délicat de tirer des enseignements d'une seule réalisation d'une expérience. Par ailleurs, comme l'a représenté Da Vinci (voir 1.1.2.1), la multitude d'échelles de longueur des structures qui la caractérise produit une quantité d'information difficilement appréhendable. En revanche, leur comportement chaotique permet de représenter les propriétés locales du fluide (vitesse, température, pression, masse volumique) comme des fluctuations statistiques autour d'une valeur moyenne. Ce formalisme est appelé moyenne de Reynolds, du nom de son inventeur (Reynolds 1883). La moyenne dite *d'ensemble* de Reynolds $\langle \clubsuit \rangle$ d'une grandeur $\clubsuit$ est théoriquement obtenue en réalisant de nombreuses fois la même expérience, et en moyennant les résultats. Dans ce cadre, il faut noter que $\langle \clubsuit \rangle$ peut dépendre du temps. On parle alors de processus statistiquement non stationnaire. En pratique, calculer la moyenne de Reynolds d'un écoulement à l'aide de cette première définition est irréaliste en raison du nombre de réalisations nécessaires à l'obtention d'une estimation convergée (voire annexe C). Pour obtenir la moyenne de Reynolds, il faut alors faire l'hypothèse que le système est *ergodique*, c'est-à-dire que la moyenne d'une seule réalisation de $\clubsuit$ au cours du temps converge vers la moyenne d'ensemble $\langle \clubsuit \rangle$ selon :

$$\frac{1}{T}\int_0^T \clubsuit\,(t)\,dt \underset{T\to\infty}{\to} \langle \clubsuit \rangle \tag{1.14}$$

Dans ce cas, la moyenne obtenue ne peut plus dépendre du temps, ce qui suppose que l'écoulement est statistiquement stationnaire. Par souci de rigueur et pour la suite de ce chapitre, nous emploierons la moyenne de Reynolds sans hypothèse d'ergodicité. Sauf mention contraire, en revanche, l'hypothèse d'ergodicité est faite au cours des chapitres suivants.

L'opérateur de moyenne d'ensemble de Reynolds est par définition un endomorphisme projectif de l'espace vectoriel des champs variables admissibles susceptibles de décrire chacune des propriétés locales du fluide. Il commute de plus avec toute dérivation. Ce n'est cependant **pas** un morphisme d'algèbre : si $\langle \langle f \rangle\, g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$, en revanche, en général, $\langle f\, g \rangle \neq \langle f \rangle \langle g \rangle$. Cette caractéristique aura une importance particulière lors de la réécriture des équations en utilisant la moyenne de Reynolds. Le projecteur supplémentaire, associant à un champ l'écart de ce champ à sa moyenne de Reynolds, est appelé *fluctuation*. Si $\clubsuit$ désigne une réalisation d'un champ admissible, on note $\clubsuit' = \clubsuit - \langle \clubsuit \rangle$ sa fluctuation.

Cette approche du problème de représentation de la turbulence permet, dans une certaine mesure, de contrôler le couplage entre l'évolution du champ moyen et celle de ses fluctuations turbulentes. On peut ainsi remplacer chaque variable des équations décrites dans la partie 1.2.1 par la somme de leur moyenne et de leur fluctuation, puis appliquer l'opérateur de Reynolds aux deux membres de chaque équation. Dans le cadre de l'étude des écoulements compressibles, il est alors utile d'introduire une notation supplémentaire permettant une écriture plus favorable des équations. Il s'agit d'une moyenne pondérée par la masse volumique, introduite également par Reynolds et communément appelée moyenne de Favre, ainsi que de la fluctuation associée. Elles sont notées respectivement $\widetilde{\clubsuit}$ et $\clubsuit''$ pour la variable $\clubsuit$:

$$\widetilde{\clubsuit} = \frac{\langle \rho \clubsuit \rangle}{\langle \rho \rangle} \text{ et } \clubsuit'' = \clubsuit - \widetilde{\clubsuit}. \tag{1.15}$$

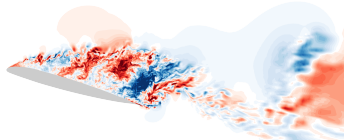
On obtient ainsi le système des équations *RANS* (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) :

$$\partial_t \langle \rho \rangle + \sum_i \partial_{x_i} \left[\langle \rho \rangle \widetilde{u_i} \right] = 0 \tag{1.16a}$$

$$\forall j \in [\![1,3]\!],\ \partial_t \left(\langle \rho \rangle \widetilde{u_j} \right) + \partial_{x_j} \langle p \rangle + \sum_i \partial_{x_i} \left[\langle \rho \rangle \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} + \langle \rho \rangle \widetilde{u_i'' u_j''} - \widetilde{\tau_{ij}} \right] = 0 \tag{1.16b}$$

$$\partial_t \left(\langle \rho \rangle \widetilde{E} \right) + \sum_i \partial_{x_i} \left[\langle \rho \rangle \widetilde{E} \widetilde{u_i} + \langle p \rangle \widetilde{u_i} + \langle q_i \rangle + \langle \rho \rangle \widetilde{u_i'' h} - \sum_j \widetilde{u_j} \widetilde{\tau_{ji}} \right] = 0 \tag{1.16c}$$

Notons que l'obtention de ces équations impose de négliger un certain nombre de termes. En particulier, on suppose que la fluctuation de viscosité est négligeable, et que la partie non fluctuante de la viscosité peut être



calculée directement avec la loi de Sutherland appliquée à la température moyenne $\widetilde{T}$. De même, les fluctuations du tenseur des contraintes visqueuses ont été négligées, et on suppose pouvoir calculer sa moyenne directement à l'aide de la viscosité moléculaire et des gradients de vitesse moyenne. Une description complète du processus n'est pas l'objet de ce chapitre, et nous redirigeons le lecteur vers un cours de modélisation de la turbulence pour une description complète des termes négligés (Pope 2000 ; Cousteix 1989).
Ce système d'équations est accompagné de l'équation d'état moyen du gaz parfait :

$$\langle p \rangle = \langle \rho \rangle r\widetilde{T}. \tag{1.17}$$

On observe alors que le système précédent n'est pas autonome : il requiert plusieurs fermetures supplémentaires, qui représentent le «couplage» entre les fluctuations et l'écoulement moyen. Le couplage est réalisé en trois points spécifiques, qui correspondent aux termes non linéaires des équations (1.2) et (1.3).
La diffusion d'enthalpie par les fluctuations turbulentes, $\langle \rho \rangle \widetilde{u_i'' h}$ est assimilée à un flux turbulent de chaleur noté $\underline{q}_{\mathrm{t}}$, et modélisé de la même manière que le flux de chaleur $\underline{q}$, à l'aide d'une loi de Fourier appliquée à la température moyenne :

$$\forall i \in [\![1,3]\!],\ q_{\mathrm{t}i} = -\frac{c_{\mathrm{p}}\mu}{Pr_{\mathrm{t}}}\partial_{x_i}\widetilde{T}, \tag{1.18}$$

où le nombre de Prandtl turbulent Pr_{t} est pris constant, et égal à 0.9.
On introduit le *tenseur de Reynolds* $\underline{\underline{R}}$, constitué des produits des composantes de la fluctuation de vitesse :

$$\forall (i,j) \in [\![1,3]\!]^2,\ R_{ij} = -\langle \rho \rangle \widetilde{u_i'' u_j''}. \tag{1.19}$$

Dans le cadre des travaux présentés ici, ce tenseur est modélisé à l'aide de l'hypothèse de Boussinesq (1877) qui le relie au tenseur des déformations $\underline{\underline{S}}$ par analogie avec la loi de Stokes :

$$\underline{\underline{R}} = 2\mu_{\mathrm{t}}\left[\underline{\underline{\widetilde{S}}} - \frac{1}{3}Tr\left(\underline{\underline{\widetilde{S}}}\right)\underline{\underline{I}}\right] - \frac{2}{3}\langle \rho \rangle k\underline{\underline{I}}, \tag{1.20}$$

où μ_{t} est un coefficient appelé viscosité de turbulence et k l'énergie cinétique associée aux fluctuations de vitesse liées à la turbulence de l'écoulement :

$$k = \frac{1}{2}\sum_{i\in[\![1,3]\!]} \widetilde{u_i''^2}. \tag{1.21}$$

Cette modélisation de la turbulence permet de représenter deux de ses caractéristiques majeures : c'est un phénomène à la fois dissipatif et diffusif. On peut en effet obtenir une équation aux dérivées partielles qui décrit l'évolution de k dans le temps et dans l'espace. Ce processus est par exemple détaillé en régime incompressible dans la thèse de Renard (2016). Nous ne répéterons pas cette équation ici et nous contenterons de mentionner la présence dans cette équation d'un terme de dissipation défini par :

$$\epsilon = 2\mu \langle \rho \rangle \sum_{i,j} \left\langle S_{ij}^2 \right\rangle \geq 0. \tag{1.22}$$

Les outils ainsi introduits nous permettent d'énoncer les hypothèses de similitude de Kolmogorov (1941) concernant le comportement d'un écoulement turbulent. Ainsi : (i) les échelles les plus fines sont supposées isotropes. Par ailleurs, (ii), leur comportement n'est lié qu'à ν et à ϵ. Leurs échelles de longueur et de vitesse, notées respectivement η et u_η, sont définies par :

$$\begin{cases} \eta = \epsilon^3/\nu \\ u_\eta = (\epsilon\nu)^{1/4} \end{cases} \tag{1.23}$$

C'est à cette échelle de longueur η, appelée *échelle de Kolmogorov*, que le phénomène de dissipation visqueuse devient dominant (le nombre de Reynolds associé à ces caractéristiques vaut par construction 1).

C'est la raison pour laquelle ce sont les plus petites structures turbulentes de l'écoulement. Enfin, Kolmogorov suppose que (*iii*) : il existe une gamme d'échelles plus grandes que les échelles dissipatives et négligeables devant les grandes échelles des structures de production dont la dynamique n'est liée qu'à ϵ. Cette troisième hypothèse résulte en un ensemble de structures, dit *zone inertielle*, qui permettent la transmission de l'énergie des grandes échelles vers les échelles dissipatives et constituent le cœur de la cascade de la turbulence représentée sur la figure 1.12. Le lecteur pourra consulter les ouvrages de Pope (2000) et Cousteix (1989) pour de plus amples développements à ce sujet.

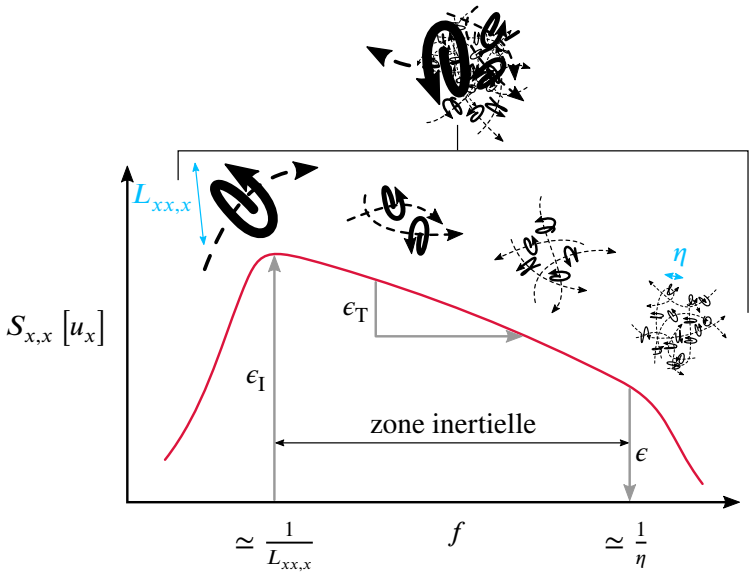


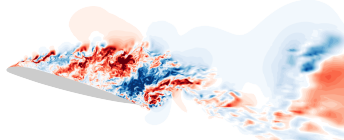
FIGURE 1.12 – Propagation de l'énergie cinétique de turbulence des grandes échelles de production vers les plus petites échelles dissipatives, dans le cas de la turbulence homogène et isotrope. Ce processus est classiquement appelé *cascade énergétique* de la turbulence. Inspiré du livre de Sagaut et al. (2013). $L_{xx,x}$ désigne l'échelle caractéristique de production de la turbulence.

1.2.3 Application au cas de la couche limite attachée

La couche limite turbulente peut être classiquement décomposée en deux zones principales : une zone *interne* dominée par les effets de la viscosité, et une zone *externe*. De nombreuses études (voir par exemple la revue de Marusic et al. (2010)) ont été menées à ce sujet depuis l'introduction de cette idée par Prandtl et Von Kármán. Afin de la décrire, on introduit les unités internes de la couche limite incompressible :

$$\begin{cases} y^+ = \dfrac{y u_\tau}{\nu} \\ u^+ = \dfrac{u}{u_\tau} \end{cases}, \tag{1.24}$$

où y désigne la distance à la paroi, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ est la «vitesse de frottement visqueux», construite à l'aide de la contrainte de cisaillement visqueux $\tau_w = \mu \partial_y u$ parallèle à la paroi, induit par la condition d'adhérence. De même, on définit les unités externes de la couche limite à partir de la vitesse de l'écoulement loin de la paroi, et de l'épaisseur de la couche limite δ (voir annexe A).
Ces définitions permettent alors de calculer un profil de vitesse moyenne auto-semblable d'une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Ce profil de vitesse est représenté sur la figure 1.13.



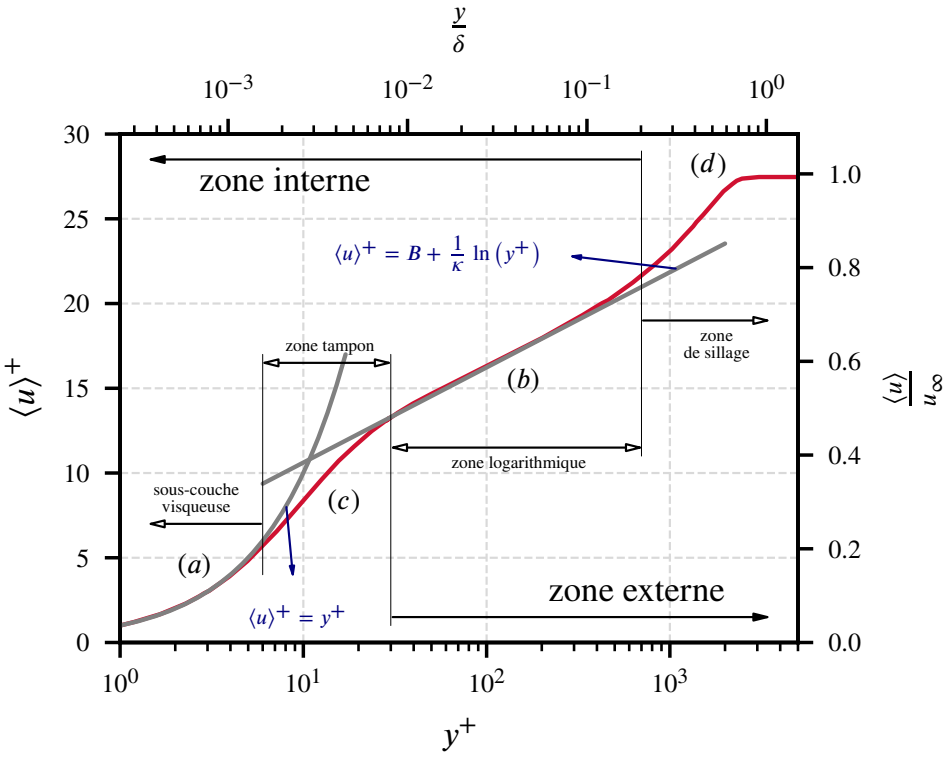


FIGURE 1.13 – Loi de paroi pour une couche limite turbulente en l'absence de gradient de pression. Le profil de vitesse turbulent est issu des données de Eitel-Amor et al. (2014).

Décrivons plus en détail la loi de paroi pour un profil de couche limite turbulente. Au proche voisinage de la paroi, l'hypothèse de Prandtl, vérifiée expérimentalement (Pope 2000 ; Bailey et al. 2013), consiste à supposer que l'évolution du profil de vitesse normalisée par u_τ ne dépend exclusivement que de y^+. Il en résulte une zone nommée *sous-couche interne* de la couche limite turbulente, dont l'épaisseur est donnée par Pope (2000) comme étant classiquement d'environ 10 % de δ. On peut détailler encore sa structure. Ainsi, la dépendance de $\langle u\rangle^+$ en y^+ est linéaire immédiatement à la paroi, et les termes d'ordre supérieur du développement limité lorsque $y^+ \sim 0$ sont nuls au moins jusqu'à l'ordre 4 (Pope 2000). La *sous-couche visqueuse* de la couche limite turbulente en résulte, notée (a) sur le diagramme.
De plus, lorsqu'on considère la zone de la sous-couche interne un peu plus éloignée de la paroi (typiquement, pour $y^+ \geq 30$, les effets de la viscosité deviennent négligeables devant les effets inertiels. Le profil de vitesse est alors logarithmique en la distance à la paroi (Marusic et al. 2013) selon :

$$\langle u\rangle^+ = B + \frac{1}{\kappa}\log\left(y^+\right), \tag{1.25}$$

où κ, appelée constante de Von Kármán, est un facteur quasi-constant de l'ordre de 0.41, et où B est de l'ordre de 5 (zone (b) sur la figure 1.13). Ces valeurs ne peuvent pas être considérées comme universelles (Monkewitz 2017). Cependant, selon Pope (2000), la plupart des valeurs adoptées dans la littérature sont proches à 5 % près des valeurs données ci-avant. Le raccordement entre la *zone log* ainsi décrite et la sous-couche visqueuse est communément appelé *zone tampon* (zone (c)).
Par ailleurs, Prandtl suppose qu'hors de la sous-couche interne, le profil de vitesse est édicté par la vitesse de l'écoulement extérieur et l'épaisseur de la couche limite. Cette zone, notée (d) sur la figure 1.13, s'appelle *zone de sillage* de la couche limite.
Malgré son ancienneté, certains attributs du concept de loi de paroi tel qu'il est présenté ici restent sujets à controverse. On peut mentionner en particulier le caractère universel de la «constante» de Von Kármán,

les échelles à utiliser pour la description de la zone de sillage (Monkewitz et al. 2008) ou bien la notion de couche limite en équilibre (Romero et al. 2022 ; Marusic et al. 2010).
Mentionnons également qu'une telle description auto-semblable existe pour la couche limite laminaire : il s'agit de la solution de Blasius (1908) pour une couche limite en gradient de pression nul, généralisée par Falkner et Skan (1931) pour un gradient de pression quelconque tant que la couche limite reste attachée. Ces profils sont représentés et décrits en annexe A, partie A.2. Ils ne permettent naturellement pas les même considérations zonales que la loi de paroi d'une couche limite turbulente, puisqu'ils décrivent directement le champ de vitesse, et non sa moyenne statistique.
La présence de gradients de pression altère les lois de paroi précédemment décrites, laminaire comme turbulente, à plusieurs regards. Cette altération est représentée à l'aide de la figure 1.14 pour une couche limite turbulente, et de la figure A.1 de l'annexe A pour une couche limite laminaire. Dans les deux cas, un gradient de pression adverse «creuse» le profil de vitesse au voisinage de la paroi et épaissit la couche limite, ce qui résulte en une augmentation du facteur de forme H et tend à faire décoller la couche limite.
Dans le cas d'une couche limite turbulente, la dépendance de $\langle u \rangle^+$ en y^+ au sein de la sous-couche visqueuse n'est plus nécessairement linéaire et peut devenir plus proche d'une évolution quadratique. Par ailleurs, si la zone log et la sous-couche visqueuse demeurent, leur épaisseur relative tend à diminuer devant celle de la zone de sillage (Nagano et al. 1993 ; Kitsios et al. 2017). Cette dernière devient en outre de plus en plus énergétique. Enfin, les constantes qui permettent d'écrire l'équation (1.25) de la loi log sont altérées. Skaare et Krogstad (1994) ont par exemple observé une valeur de κ de 0.78 pour une couche limite susceptible de décoller du fait d'un gradient de pression adverse important. Plus généralement, l'analyse menée par Monkewitz (2017) à l'aide de plusieurs jeux de données de profils de couche limite démontre selon lui que la zone log est en fait composée d'une zone interne universelle où $\kappa \simeq 0.38$, et d'une seconde zone qui constitue le raccordement avec la zone de sillage, dont la valeur κ associée augmente avec le gradient de pression adverse.
Malgré des propositions existantes dans la littérature, l'effet du gradient de pression sur le profil de vitesse moyenne dans une couche limite turbulente reste cependant un sujet de recherche actif (Vaquero 2022a).

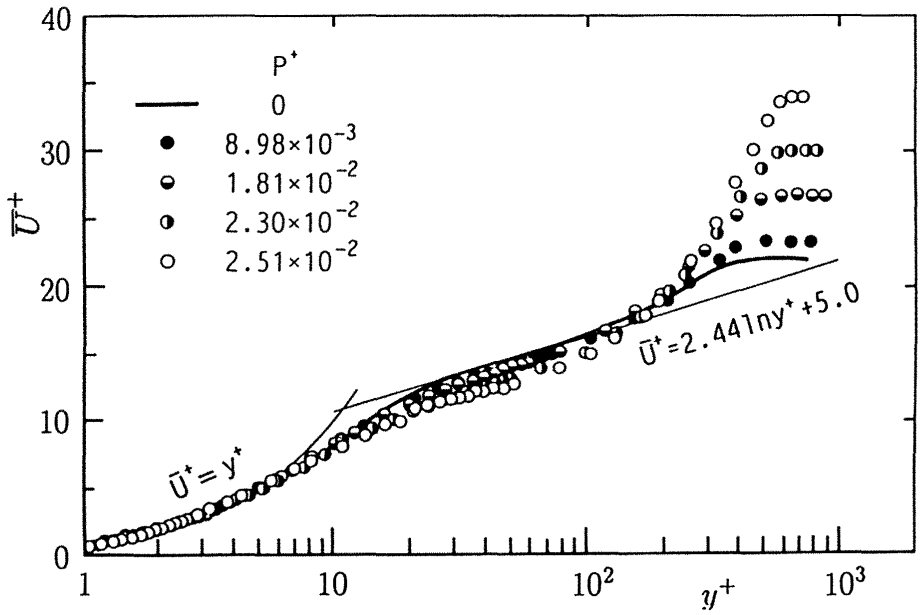
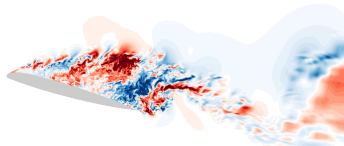


FIGURE 1.14 – Évolution du profil de vitesse moyenne d'une couche limite turbulente pour différentes valeurs du gradient de pression $P^+ = \nu \partial_x p / \rho u_\tau^3$, adverse. Tiré des travaux de Nagano et al. (1993).



1.3 Simulation numérique des écoulements turbulents

On s'intéresse ici à la simulation numérique des écoulements turbulents. Plus spécifiquement, on ne considère que les approches eulériennes, c'est-à-dire qui représentent l'écoulement à l'aide de grandeurs - vitesse, pression et température, par exemple - définies sur un maillage qui discrétise l'espace dans lequel le fluide évolue. Le maillage peut être mouvant mais il ne suit pas les particules de fluide.

1.3.1 Modélisation de la turbulence

1.3.1.1 Méthode DNS

Comme il a été vu précédemment, un écoulement turbulent contient un large spectre d'échelles de structures. Afin de reproduire numériquement le comportement d'un tel écoulement, il est donc nécessaire de *résoudre*, c'est-à-dire de décrire dans le détail, toutes ces structures. L'échantillonnage spatial doit être suffisant pour permettre la représentation des tourbillons à l'échelle de Kolmogorov, d'une part, et la discrétisation temporelle doit également être adaptée à leur évolution à haute fréquence. Ce type de simulation est appelé *Simulation Numérique Directe* (*Direct Numerical Simulation*, abbrévié DNS). En utilisant le résultat cité au paragraphe 1.2.2, affirmant que $\eta \propto Re^{3/4}$, on peut montrer que le nombre de cellules d'un maillage nécessaire à la réalisation de la DNS d'une turbulence homogène - la turbulence pariétale est plus coûteuse - est de l'ordre de $Re^{9/4}$, et que le coût de la simulation évolue en $Re^{11/4}$ (Aupoix 2002). Par conséquent, ce type de simulation n'est actuellement utilisé que pour des écoulements aux nombres de Reynolds faibles à modérés, et ne sera utilisable à échelle industrielle qu'à la fin du siècle, à condition que plusieurs verrous technologiques soient levés d'ici-là (Spalart 2000 ; Spalart et Venkatakrishnan 2016). Actuellement, elles sont utilisées en tant qu'expériences numériques visant à construire des données de référence pour valider le comportement d'approches moins coûteuses et moins fidèles. Elles ne se substituent de plus pas à l'expérimentation : si on peut théoriquement en extraire n'importe quelle donnée en n'importe quel point de l'écoulement à tout instant, il est impossible de stocker, puis de traiter toute l'information disponible. Même en supposant les estimations de Spalart (2000) très pessimistes, on peut réaliser un calcul d'ordre de grandeur pour une simulation de $1 \cdot 10^7$ pas de temps sur un maillage de $1 \cdot 10^{10}$ cellules : en supposant une représentation des variables sous forme de nombres à virgule flottante sur 64 bits, le stockage d'une unique variable sur une seule cellule du maillage au cours du temps nécessite 76 Mo d'espace disque... c'est-à-dire 710 Po pour une seule variable au cours du temps sur l'ensemble du maillage. Par ailleurs, la nécessité d'utiliser des pas de temps très réduits associée au coût d'une itération entraîne des simulations très coûteuses en temps de calcul qui résolvent des durées physiques très courtes, typiquement de l'ordre du centième de seconde. Cette méthode n'est ainsi pas adaptée à l'étude des fluctuations à basse fréquence de l'écoulement autour d'un profil décroché telles que celles décrites en 1.1.1.3. La production de données de référence pour ces phénomènes est donc encore l'apanage de l'expérimentation (Esfahani et al. 2018 ; Mülleners et Raffel 2013 ; Le Pape et al. 2007).

La réalisation de simulations d'écoulements turbulents, en particulier lorsque des phénomènes basse fréquence sont susceptibles d'apparaître, exige donc des approches moins coûteuses. La réduction de coût peut être obtenue en acceptant de ne pas résoudre toutes les échelles de la turbulence. Les échelles qui ne sont pas directement détaillées par le calcul ont cependant un effet sur celles qui le sont. On peut par exemple mentionner leurs caractères dissipatif et diffusif, et ces effets doivent être représentés dans le calcul. En l'absence de connaissance détaillée des structures qui en sont responsables, on le décrit par ajout d'équations et de variables. On dit alors que les échelles non résolues sont *modélisées*. La quantité d'information modélisée dépend de ce que l'utilisateur souhaite retirer de la simulation.

1.3.1.2 Méthode LES

Si l'objectif de la simulation est de reproduire les effets instationnaires de l'écoulement, les hypothèses de Kolmogorov présentées en 1.2.2 permettent une première réduction de coût. En effet, l'isotropie des plus petites structures turbulentes est une hypothèse qui permet de les modéliser. S'ensuit une approche appelée *Simulation des grandes échelles de la turbulence* (*Large-Eddy Simulation* ou LES), qui consiste à résoudre les structures les plus énergétiques qui ont les plus grandes échelles, et à modéliser les plus petites structures et en particulier leur caractère dissipatif. L'application de cette approche consiste en la construction d'un filtrage des équations de Navier-Stokes, qui produit un jeu d'équations décrivant le comportement des structures résolues. Ce jeu d'équations fait intervenir le comportement des échelles dont la résolution est exclue par le filtrage. La taille maximale de ces structures est comparable à la taille locale des mailles, c'est pourquoi le modèle qui décrit leur action sur les structures résolues est appelé *modèle de sous-maille*.
Afin de produire des résultats représentatifs de l'écoulement réel, une LES doit résoudre les structures porteuses d'au moins 90 % de l'énergie cinétique de turbulence. Or, en présence de parois, l'étendue de la zone inertielle qui porte une part significative de cette énergie (voir paragraphe 1.2.2) engendre la nécessité de travailler sur un maillage encore très fin. Spalart (2000) estime ainsi qu'une LES qui répond à ce critère sur l'ensemble du domaine de calcul jusqu'à la paroi, appelée *Wall-Resolved LES* (WRLES) ci-après, ne permet une réduction du coût de calcul que d'un ordre de grandeur par rapport à une DNS. La figure 1.15 quantifie de plus la taille du maillage nécessaire à la réalisation d'une simulation résolvant la turbulence, en fonction du nombre de Reynolds considéré et de la part de turbulence modélisée. Quelle que soit la méthode adoptée, on observe que l'augmentation du coût de calcul associé au maillage est très rapide avec le nombre de Reynolds, et ce, d'autant plus que le niveau de fidélité choisi est élevé.

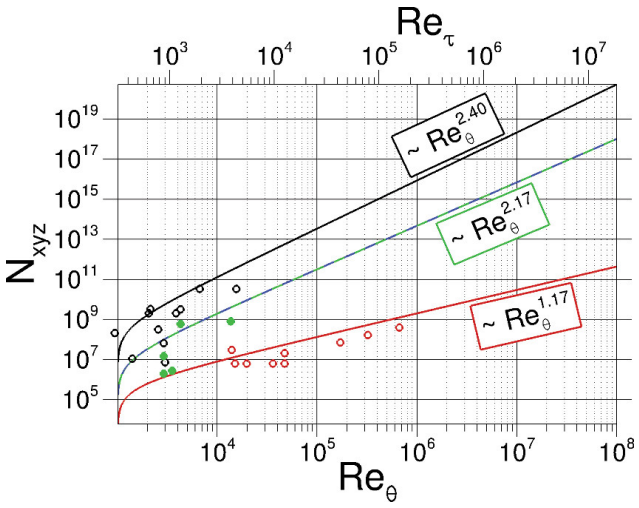
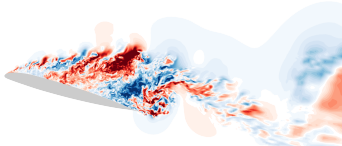


FIGURE 1.15 – Taille du maillage nécessaire à la résolution de la turbulence pariétale dans une simulation : lorsque la turbulence est pleinement résolue partout (DNS, en noir), lorsqu'elle est majoritairement résolue dans la zone interne et pleinement ou majoritairement résolue dans la zone externe (WRLES, en vert et en bleu), et lorsqu'elle est modélisée dans la zone interne et majoritairement résolue dans la zone externe (*Wall-Modeled* LES, en rouge). Tiré des travaux de Deck et al. (2014b).

L'utilisation de la LES de manière répétée et pour des besoins de conception est donc également inabordable lorsque les nombres de Reynolds des écoulements considérés sont élevés (Deck et al. 2014a). Tout comme la DNS, les méthodes WRLES servent actuellement à la production de données de référence, et à la vérification finale de résultats issus de simulations dont le niveau de fidélité est plus bas. Contrairement à la DNS, cette méthode est cependant applicable à des écoulements à haut nombre de Reynolds, quoiqu'à coût très élevé. On peut par exemple citer la WRLES récente d'un profil Aérospatiale A à $Re_c = 1 \cdot 10^7$ ($Re_\theta = u_\infty \theta / \nu \simeq 7.5 \cdot 10^4$ au bord de fuite du profil) de Tamaki et Kawai (2022), distribuée sur plus de



400 000 cœurs de calcul. Du fait de son coût, ce type de simulation est pour l'heure cantonné au stade de démonstration de capacité.

1.3.1.3 Méthode RANS

Dans une dynamique de conception, l'utilisateur est avant tout intéressé par le comportement moyen de l'écoulement. Les fluctuations autour de cette espérance dues à la turbulence sont d'un intérêt secondaire et peuvent être écartées dans un premier temps. La méthode utilisant les équations RANS définies au paragraphe 1.2.2 vise à répondre à ce besoin. On l'appelle d'ailleurs *approche RANS*. Elle se contente de résoudre l'évolution moyenne de l'écoulement dans le temps, et modélise l'impact de l'ensemble du spectre des structures turbulentes sur cette moyenne. Elle repose sur l'expression des termes ouverts des équations RANS à l'aide d'équations supplémentaires.
Théoriquement, l'approche RANS peut être utilisée pour calculer des écoulements statistiquement non-stationnaires, à condition que les phénomènes instationnaires de l'écoulement moyen (d'ensemble) présentent des durées caractéristiques d'évolution grandes devant celles des structures turbulentes. Cette séparation d'échelle étant délicate à démontrer (Spalart et Strelets 2000), les résultats instationnaires obtenus à l'aide de modèles RANS sont toujours sujets à caution. D'ailleurs, la résolution de décollements massifs de couche limite par cette approche sont problématiques, en raison des fortes interactions entre les structures turbulentes et la topologie du champ moyen.
Décrivons maintenant les modèles supplémentaires associés à la méthode RANS. Il a été vu en 1.3.1 que l'hypothèse de Boussinesq donnée par l'équation (1.20) introduit deux variables supplémentaires du problème qu'il faut à leur tour modéliser. Les approches RANS utilisées dans le cadre de cette étude décrivent leur évolution à l'aide d'équations de transport supplémentaires.
La construction d'un modèle RANS à équations de transport (ci-après uniquement dénommé «modèle RANS» par commodité) repose sur une première étape déterminante : le choix des variables transportées. Les premières approches en ce sens introduisent une équation de transport pour k, l'énergie cinétique de turbulence, et pour sa dissipation ϵ (Jones et Launder 1972). La recherche de meilleures propriétés numériques pour la deuxième variable du modèle a ensuite conduit au choix d'une équation de transport pour une longueur de mélange de turbulence, l (Smith 1994), ou pour la dissipation spécifique de l'énergie cinétique de turbulence, ω (Wilcox 1988). Cherchant à hériter des bonnes propriétés de ϵ (loin des parois) et de ω (dans les couches limites), Menter (1994) a construit un modèle dont la deuxième variable est alternativement ϵ et ω en fonction du point de l'écoulement considéré. Il introduit de plus la correction *Shear-Stress Transport* (SST).
Le modèle RANS le plus utilisé dans cette étude est le modèle de Spalart et Allmaras (1992). Il est constitué de l'unique équation de transport (1.26). Contrairement aux modèles précédemment mentionnés, cette équation ne provient pas d'un travail sur les équations de Navier-Stokes associée à la fermeture des termes inconnus. Elle résulte d'une construction pragmatique utilisant les différents phénomènes classiquement observés au sein d'un écoulement : variation temporelle pure, diffusion, advection, production et dissipation. Ces différents processus sont appliqués à la variable transportée $\tilde{\nu}$, à partir de laquelle la viscosité de turbulence μ_t peut directement être obtenue. Nous ne détaillons pas les termes constitutifs de l'équation (1.26) : ils seront précisés au cours de ces travaux.

$$\mathrm{D}_t(\rho\tilde{\nu}) = P_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}} + \frac{1}{\sigma}\sum_i \partial_{x_i}\left[\rho(\nu+\tilde{\nu})\,\partial_{x_i}\tilde{\nu}\right] + \rho c_{b,2}\left(\partial_{x_i}\tilde{\nu}\right)^2 - (\nu+\tilde{\nu})\,\partial_{x_i}\rho\partial_{x_i}\tilde{\nu}, \tag{1.26}$$

où σ et $c_{b,2}$ sont des constantes. Le nombre de Reynolds turbulent $r_t = \nu_t/\nu = \mu_t/\mu$ est reconstruit à l'aide de l'équation (1.27), ce qui permet l'obtention de μ_t.

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \chi f_{v,1} \text{ avec } f_{v,1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v,1}^3} \text{ et } \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}. \tag{1.27}$$

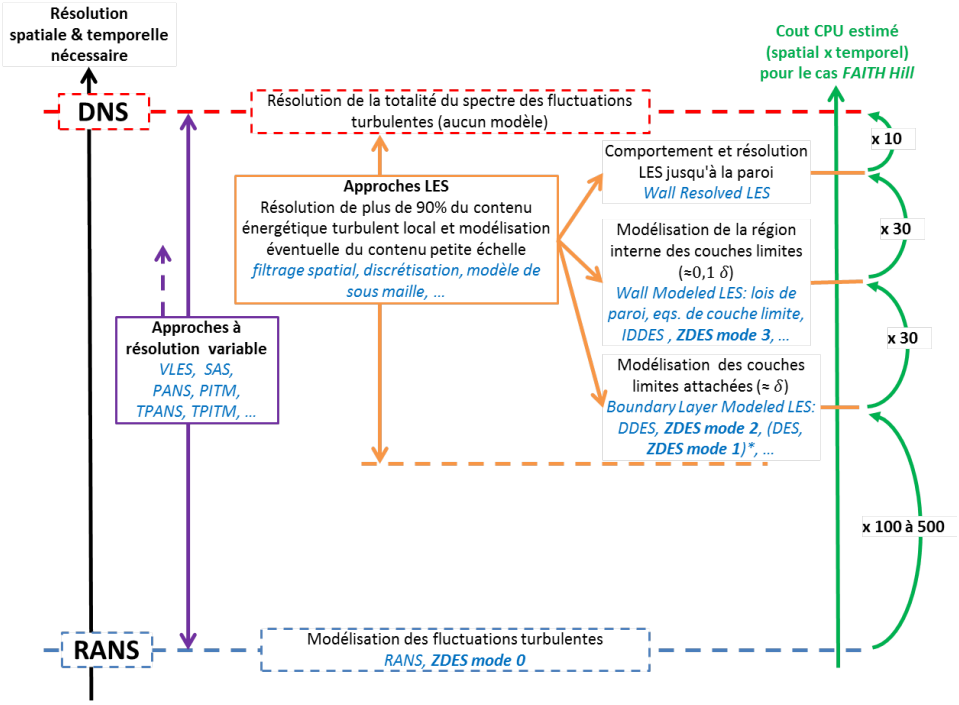
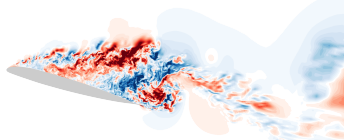


FIGURE 1.16 – Estimations des coûts et besoins de résolution des méthodes de simulation des écoulements turbulents, d'après Uribe (2018).

1.3.1.4 Modèles intermédiaires : présentation de la ZDES mode 2

Les problématiques de coûts et de précision rencontrées respectivement avec les approches WRLES et RANS conduisent naturellement à la recherche de méthodes intermédiaires tirant le meilleur parti des deux (Slotnick et al. 2013). Une présentation très détaillée des modèles existants est donnée par Uribe (2018), et nous ne la répétons pas ici, nous contentant de nous focaliser sur la méthode utilisée dans ces travaux et son positionnement par rapport à la littérature (Heinz 2020). Succinctement, Uribe propose de classifier les méthodes intermédiaires entre RANS et LES en deux catégories principales : approches à résolution variables, qui modulent la part de l'information résolue en fonction du maillage, et approches hybrides RANS/LES. Ces dernières sont conçues pour adopter un comportement RANS au sein des couches limites et LES en champ libre, réduisant ainsi le coût de résolution de l'écoulement turbulent pariétal. En fonction de la précision recherchée, une part variable de la couche limite est alors modélisée par méthode RANS. Lorsque seuls les 10 premiers pourcents de la couche limite en partant de la paroi (zone interne, voir partie 1.2.3) sont ainsi modélisés, on peut assimiler la méthode hybride à une LES avec loi de paroi (*Wall-Modeled LES*, WMLES), et on parle d'approche *zonale*. À l'inverse, lorsque la totalité de l'épaisseur de la couche limite doit être modélisée, il s'agit alors d'une approche *globale*. On reproduit en figure 1.16 une estimation des gains associés à chacune de ces méthodes.

Une approche globale, la méthode *Detached-Eddy Simulation* (DES97), a été proposée par Spalart et Shur (1997). Deux limites à son fonctionnement nominal ont été identifiées. La première résulte des *zones grises*, où le modèle passe d'un comportement RANS à un fonctionnement LES. Dans ces régions du domaine de calcul, situées en frontière extérieure des couches limites attachées, le contenu turbulent modélisé est détruit par le modèle, mais cette destruction s'effectue sur une distance non nulle. Le contenu résolu ne croît ainsi pas suffisamment rapidement parce que la branche RANS a un comportement stabilisant tant que demeure du contenu modélisé, ce qui génère un déficit global de turbulence. On parle de *Modeled Stress Depletion* (MSD). Ce comportement est particulièrement problématique lorsqu'il se produit au sein d'une



couche limite, car le niveau de turbulence de celle-ci est alors sous-estimé. Cette couche limite peut alors être amenée à décoller précocément de la paroi de manière non-physique, ce qui modifie fondamentalement la topologie de l'écoulement simulé. On parle alors de *Grid-Induced Separation* (GIS) : la topologie d'écoulement obtenue est dégradée lorsqu'on raffine le maillage. Un premier remède à ce problème a été proposé par Spalart et al. (2006) à l'aide de la méthode *Delayed Detached-Eddy Simulation* (DDES). Une *fonction de protection*, notée f_{d}, a été introduite, dont le rôle est de rendre le passage en branche LES automatique en détectant la frontière des couches limites. Cependant, il a été observé que cette première fonction de protection est déficiente lorsque l'utilisateur raffine le maillage, engendrant par là un phénomène de MSD dans la zone de sillage des couches limites (Ashton et al. 2016 ; Probst et al. 2010). Ce phénomène est d'autant plus important que le gradient de pression adverse est élevé, du fait de l'épaississement relatif de la zone de sillage.

La deuxième limite identifiée consiste en un retard au développement des instabilités produisant de la turbulence résolue dans les couches de cisaillement libre, par exemple en cas de décollement de la couche limite. Ce retard est dû à une activité encore présente du modèle RANS - qui amortit les fluctuations - lors du passage en mode LES.

De récentes études ont permis de proposer un modèle global qui prévient les deux risques précédemment mentionnés. Nous le présentons ici. La ZDES est une méthode développée depuis le début des années 2000 à l'ONERA (Deck 2005). Elle propose quatre modes de fonctionnement utilisables simultanément au sein d'une même simulation. Ainsi, en mode 0, la ZDES se comporte identiquement au modèle de Spalart et Allmaras (1992). Les modes 1 et 2 sont des approches hybrides globales, initialement distingués par des échelles de sous-maille différentes et une spécification respectivement manuelle et automatique [1] des zones de passage en branche LES, à l'instar de la DES97 et de la DDES, respectivement (Deck 2012). Enfin, le mode 3 est un modèle WMLES (Renard et Deck 2015). Ces trois derniers modes utilisent également une unique équation de transport pour la variable $\tilde{\nu}$. Des simulations utilisant ces quatre modes simultanément ont été réalisées avec succès, démontrant les qualités de l'approche zonale pour s'affranchir des limites de chacun des modèles (Deck et Laraufie 2013). Les comportements de chacun des modes ont de plus été validés à l'aide de simulations sur des configurations variées (Deck et al. 2014b ; Deck et al. 2018 ; Deck et al. 2014c). Nous renvoyons à nouveau vers le manuscrit de thèse de Uribe (2018) (pages 10 & 11) pour une liste exhaustive de ces validations jusqu'en 2018 et ne rajoutons que les travaux récents de Vaquero et al. (2019) sur les couches limites turbulentes en gradient de pression adverse (Vaquero et al. 2022b), de Reynaud et al. (2021) et Chatelier (2019) sur les écoulements bi-espèces appliqués respectivement à des configurations de lanceurs (Reynaud et al. 2022) et de brûleurs, de Marty et Uribe (2020) et Montsarrat (2021) sur les compresseurs axiaux et les jeux d'extrémité d'aube, de Polacsek et al. (2022) sur la prévision du bruit large-bande de l'interaction soufflante-redresseur pour un turbofan, de Tanguy et al. (2022) sur la distortion d'entrée d'air en S, de Gand et Huet (2021) sur la génération de turbulence synthétique en association avec la ZDES, et de Manueco (2021) sur l'utilisation de conditions aux limites immergées pour la simulation des écoulements autour de lanceurs spatiaux.

Plus récemment, Deck et Renard (2020) ont proposé une amélioration majeure de la ZDES mode 2, garantissant simultanément la protection de l'intégralité de l'épaisseur de la couche limite ainsi qu'un développement rapide des instabilités en cas de passage en branche LES. À l'heure de la rédaction de cet ouvrage, la ZDES mode 2 (2020) est la seule méthode hybride RANS/LES qui permet un traitement automatique robuste des couches limites par le modèle RANS, zone de sillage incluse et indépendamment du maillage, tout en permettant un développement rapide du contenu turbulent résolu au sein des zones décollées.

Les équations de la ZDES mode 2 (2020) sont détaillées ci-après. Nous ne donnons à ce stade que quelques commentaires sur leur fonctionnement. Celui-ci sera décrit plus en détail au chapitre 3.

Basée sur le modèle de Spalart et Allmaras (1992), la ZDES mode 2 (2020) ajoute une équation de transport pour la variable $\tilde{\nu}$ (1.26) aux équations RANS (1.16). Les termes de production et dissipation associés

1. Du point de vue de l'utilisateur.

s'écrivent alors :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu}} & = c_{\mathrm{b},1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \\ D_{\tilde{\nu}} & = c_{\mathrm{w},1}\rho f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})}\left(\dfrac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}^{(\mathrm{II})}}\right)^2 . \end{cases} \tag{1.28}$$

La distance caractéristique du modèle hybride, $\tilde{d}^{(\mathrm{II})}$, est fonction de la distance à la paroi n et de l'échelle de sous-maille $C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$, choisie à l'aide de la fonction de protection de Deck et Renard (2020) :

$$\tilde{d}^{(\mathrm{II})} = n - f_{\mathrm{P}}\ \max\left\{0\,; n - C_{\mathrm{DES}}\ \tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}\right\}. \tag{1.29}$$

L'échelle de sous-maille $\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$ est définie en fonction des propriétés locales du maillage :

$$\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} = \left(1 - \mathcal{T}_{\Delta}\right)\ \Delta_{\max} + \mathcal{T}_{\Delta}\ \Delta_{\omega}, \tag{1.30}$$

$\Delta_{\max}$ désigne la plus grande dimension de la cellule courante de maillage, tandis que Δ_{ω} est la racine carrée de la section de cette même cellule orthogonalement au vecteur vorticité local (Deck 2012 ; Chauvet et al. 2007). De plus, la définition de l'échelle de sous-maille $\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$ emploie le test booléen suivant :

$$\mathcal{T}_{\Delta} = \mathbb{1}_{f_{\mathrm{d}}(r_{\mathrm{d}})>f_{\mathrm{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{1-[1-f_{\mathrm{P},2}(r_{\mathrm{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})]f_{\mathrm{R}}(\mathcal{G}_{\Omega})>f_{\mathrm{d},0}} \tag{1.31}$$

La fonction $f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})}$ est définie comme suit :

$$f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})} = \left(1 - \mathcal{T}_{\mathrm{w}}\right)\ f_{\mathrm{w}} + \mathcal{T}_{\mathrm{w}}\left[\left(1 - \mathcal{T}_{\Delta}\right)\cdot 100 + \mathcal{T}_{\Delta} f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{I})}\right], \tag{1.32}$$

et emploie également un test booléen :

$$\mathcal{T}_{\mathrm{w}} = \mathbb{1}_{f_{\mathrm{d}}(r_{\mathrm{d}})>1-f_{\mathrm{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{1-[1-f_{\mathrm{P},2}(r_{\mathrm{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})]f_{\mathrm{R}}(\mathcal{G}_{\Omega})>1-f_{\mathrm{d},0}}. \tag{1.33}$$

La fonction de protection, dont le rôle est de discerner les zones où le modèle doit adopter un comportement RANS ($f_{\mathrm{P}} = 0$) de celles où il est désirable d'avoir un basculement en branche LES ($f_{\mathrm{P}} = 1$), est construite à l'aide des trois fonctions auxiliaires f_{d} (initialement issue de la DDES), $f_{\mathrm{P},2}$ et f_{R} :

$$f_{\mathrm{P}} = f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right)\left[1 - \left[1 - f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)\right] f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)\right], \tag{1.34}$$

où les fonctions auxiliaires s'écrivent :

$$f_{\mathrm{d}}\left(r\right) = 1 - \tanh\left[\left(C_1\, r\right)^{C_2}\right], \tag{1.35a}$$

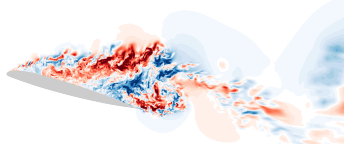
$$f_{\mathrm{P},2}\left(r, \mathcal{G}\right) = \frac{f_{\mathrm{d}}\left(\beta r\right)}{f_{\mathrm{d}}\left(r\right)} f_{\mathrm{d}}\left(\mathcal{G}\right), \tag{1.35b}$$

$$f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{G} \leq C_4 \\ \dfrac{1}{1 + \exp\left[\frac{-6\alpha}{1-\alpha^2}\right]} & \text{si } C_4 < \mathcal{G} \leq \dfrac{4}{3}C_4 \\ 0 & \text{si } \mathcal{G} > \dfrac{4}{3}C_4 \end{cases}, \text{ avec } \alpha = \frac{\frac{7}{6}C_4 - \mathcal{G}}{\frac{1}{6}C_4}, \tag{1.35c}$$

et leurs arguments :

— Pour la protection de la sous-couche visqueuse, de la zone tampon et de la zone log (voir 1.2.3) :

$$r_{\mathrm{d}} = \frac{\tilde{\nu} + \nu}{\kappa^2 n^2 \sqrt{\sum_{i,j}\left(\partial_{x_j} u_i\right)^2}}, \tag{1.36a}$$



— Pour la protection de la zone de sillage :

$$\mathcal{G}_{\tilde{\nu}} = \frac{C_3 \ \max\left\{0\,;-\partial_n\tilde{\nu}\right\}}{\kappa n\sqrt{\sum_{i,j}\left(\partial_{x_j}u_i\right)^2}}, \tag{1.36b}$$

— Et pour inhiber cette dernière quand la couche limite décolle :

$$\mathcal{G}_{\Omega} = \partial_n\Omega\sqrt{\frac{\tilde{\nu}}{\left[\sqrt{\sum_{i,j}\left(\partial_{x_j}u_i\right)^2}\right]^3}}. \tag{1.36c}$$

Afin d'empêcher des passages indésirables en branche LES à cause de l'erreur numérique associée à la reconstruction du gradient de vorticité, la fonction d'inhibition f_{R} peut être limitée à 1 dans les zones où l'intensité de vorticité est faible par rapport au taux global de déformation du fluide :

$$f_{\mathrm{R,lim}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right) = \begin{cases} f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right) & \text{si } \Omega \geq \zeta\sqrt{\sum_{i,j}\left(\partial_{x_j}u_i\right)^2} \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1.37}$$

Les fonctions et senseurs ainsi définis sont calculés à l'aide des constantes données au sein du tableau 1.1.

TABLEAU 1.1 – Constantes de calibration de la ZDES mode 2 (2020) (Deck et Renard 2020).

Nom de la constante	C_1	C_2	C_3	C_4	$f_{\mathrm{d},0}$	β	ζ
Valeur associée	8	3	25	0.03	0.8	2.5	0.8

Tout comme pour le modèle de Spalart et Allmaras (1992), une valeur modifiée du cisaillement est utilisée pour définir le terme de production de turbulence. Ainsi :

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 n^2} f_{\mathrm{v},2}^{(\mathrm{II})} \tag{1.38}$$

Les fonctions $\left\{f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{II})}\right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$ sont construites à l'aide du test booléen $\mathcal{T}_{\Delta}$ précédemment introduit, des fonctions du modèle RANS original de Spalart et Allmaras $\left\{f_{\mathrm{v},i}\right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$ et de celles de la ZDES mode 1 (Deck 2012) $\left\{f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{I})}\right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$:

$$\forall i \in \{1,2\}\,, f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{II})} = \left(1-\mathcal{T}_{\Delta}\right) f_{\mathrm{v},i} + \mathcal{T}_{\Delta} f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{I})}. \tag{1.39}$$

Enfin, les fonctions du mode 1 sont données ci après :

$$f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{I})} = \begin{cases} f_{\mathrm{w}} & \text{si } n \leq C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \\ 1 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{1.40a}$$

$$f_{\mathrm{v},1}^{(\mathrm{I})} = \begin{cases} f_{\mathrm{v},1} & \text{si } n \leq C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \\ 1 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{1.40b}$$

$$f_{\mathrm{v},2}^{(\mathrm{I})} = \begin{cases} f_{\mathrm{v},2} & \text{si } n \leq C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1.40c}$$

1.4 Modélisation de la transition laminaire-turbulent

Afin de rendre compte des transformations de l'écoulement associées à la transition, des modèles ont été inventés. Ces techniques prennent des formes différentes et s'appuient sur des théories diverses. On trouve dans les travaux de Di Pasquale et al. (2009), de Dick et Kubacki (2017) et de Piotrowski et Zingg (2019) trois descriptions des modèles permettant de décrire la transition, ainsi que des théories et partis-pris sous-jacents. Nous donnons ici une vision de ces modèles dans le but de mettre en évidence les problèmes de modélisation que posent les phénomènes associés à la transition ainsi que les différentes stratégies proposées.

1.4.1 Déclenchement de la transition

1.4.1.1 Stabilité linéaire de la couche limite

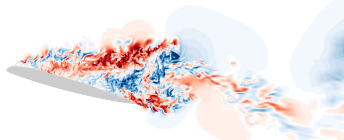
Une première méthode permettant de décrire certains mécanismes et certaines caractéristiques de la transition s'appuie sur le caractère instable de l'écoulement laminaire et sur le taux d'amplification des instabilités en son sein. Cette méthode semi-empirique a été développée initialement par Smith et Gamberoni (1956) et Van Ingen (1956). Ce dernier a remarqué que le taux d'amplification A des instabilités de la couche limite laminaire sur un profil d'aile est semblable à celui mesuré sur une plaque plane :

$$\frac{A}{A_0} = \exp\left[N\right], \tag{1.41}$$

où A_0 quantifie l'amplitude de la perturbation initiale au point où l'amplification est neutre (purement oscillatoire : l'onde n'est ni amplifiée ni amortie en ce point), et N est le facteur cumulé d'amplification modale de A_0 jusqu'au point où on cherche à évaluer A. En corrélant le point de déclenchement de la transition à ce taux, on peut déclarer la transition commencée quand le facteur N excède une valeur critique N_c. Cette méthode est baptisée e^N. Il est notable qu'elle exclut toute importance de l'amplitude initiale A_0. Cependant, le facteur d'amplification N dépend des conditions extérieures à la couche limite, et en particulier du taux de turbulence et du spectre de la turbulence de champ lointain. L'utilisation de cette méthode requiert donc l'assurance que les conditions de l'écoulement simulé sont proches de celles de l'écoulement qui a servi à la calibration.
La valeur prise par N en tout point peut être calculée à l'aide de plusieurs méthodes. Une méthode consiste à approximer les courbes d'évolution de N dans une couche limite comme celle de Blasius ou de Falkner-Skan à l'aide de relations empiriques entre N et, notamment, le facteur de forme de la couche limite (voir annexe A) (Drela et Giles 1987). Il est également possible d'utiliser un couplage à un calcul de couche limite dont le rôle est de déterminer la valeur de N. Enfin, N peut être calculé à l'aide de corrélations issues d'études de stabilité. C'est l'approche adoptée notamment par Arnal et al. (1980) (critère AHD), pour reproduire la physique de la transition naturelle, ou bien par Gleyzes et al. (1984) pour celle de la transition par décollement laminaire. Afin de tenir compte de l'histoire de la couche limite, les corrélations proposées utilisent le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite, Re_θ. L'influence du gradient de pression, elle, est introduite à l'aide du paramètre λ_θ de Pohlhausen (1921). Ces grandeurs sont définies par :

$$\begin{aligned} Re_\theta &= \frac{\theta\, u_e}{\nu}, \\ \lambda_\theta &= \frac{\theta^2}{\nu}\, \partial_s u_e, \end{aligned} \tag{1.42}$$

où s désigne la coordonnée curviligne le long d'une ligne de courant et u_e la vitesse de l'écoulement en frontière extérieure de couche limite. Pour la suite de cette étude, on définit deux points particuliers de l'écoulement transitionnel et les valeurs de Re_θ associées. Ainsi, $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ désigne la valeur prise par Re_θ au point critique au-delà duquel certains modes de la couche limite laminaire sont instables (réceptivité). $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ est



la valeur de Re_θ au point de première apparition de turbulence (dans le cas d'une transition par instabilité linéaire, on a donc $Re_{\theta,c} - Re_{\theta,S} > 0$).
La valeur de N_c employée pour l'usage de cette méthode est décisive et peut grandement influencer les résultats. Cette valeur est souvent utilisée comme outil de calibration des études réalisées, et sa valeur dépend de l'écoulement considéré. Ainsi, on trouve des valeurs aussi diverses que $N_c = 6$ (Stock et Haase 2000), $N_c = 7.8$ (Van Ingen 1956) ou $N_c = 9$ (Drela et Giles 1987). Mack (1977) propose de corréler sa valeur aux conditions de turbulence extérieure afin de s'affranchir de ce choix au cas par cas, *via* la relation suivante, utilisable selon l'auteur dès que $Tu < 2.98\,\%$ [2] :

$$N_c = -2.4 \ln Tu - 8.43 \tag{1.43}$$

Notons que ces méthodes réduisent la description de la transition aux processus d'instabilités linéaires : d'après Di Pasquale et al. (2009), la méthode e^N n'est pas *a priori* capable de prévoir un scénario de transition initiée par la turbulence externe à la couche limite (de type *bypass*). Cependant, Piotrowski et Zingg (2019) soutiennent qu'elle a été utilisée avec succès pour prévoir des transitions de type naturel (Rashad et Zingg 2016), par décollement et par turbulence extérieure. Une correction permet également de l'adapter aux cas de transition *crossflow*.

1.4.1.2 Critères empiriques

Une deuxième approche consiste, à l'aide de données expérimentales, à corréler une grandeur caractéristique de la couche limite au déclenchement de la transition. La transition est déclarée commencée quand cette grandeur excède une valeur-seuil. Par ailleurs, ce seuil peut dépendre des paramètres de l'écoulement considéré, comme le gradient de pression ou les caractéristiques de la turbulence à l'extérieur de la couche limite (intensité, longueur caractéristique). Cette fois, la théorie de développement des perturbations linéaires n'est pas prise en compte.
Une grandeur communément adoptée dans le cadre de ces corrélations empiriques est le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite (voir la définition de cette épaisseur en annexe A). La valeur-seuil de ce nombre de Reynolds doit correspondre au nombre de Reynolds basé sur la quantité de mouvement reconstruit à partir de mesures expérimentales au niveau du point de transition. Mayle (1991) cite trois facteurs physiques entrant en compte dans les caractéristiques de la transition : le taux de turbulence de l'écoulement extérieur, noté Tu, ainsi que le gradient de pression et l'accélération de l'écoulement, quantifiés respectivement par le paramètre de Pohlhausen λ_θ et le paramètre d'accélération K, défini par :

$$K = \frac{\nu}{u_e^2}\,\partial_s u_e. \tag{1.44}$$

Plusieurs auteurs ont proposé des corrélations entre le nombre de Reynolds basé sur la quantité de mouvement au point de début de transition, $Re_{\theta,S}$, et les grandeurs d'influence précédemment citées. Ces corrélations sont recensées au sein du tableau 1.2, et certaines sont représentées à l'aide de la figure 1.17. Il faut noter que chacune est adaptée à un contexte particulier. Toutes ne prennent par exemple pas en compte le gradient de pression, qui peut avoir une influence déterminante [3]. La première étude qui quantifie l'influence de λ_θ sur $Re_{\theta,S}$ à l'aide d'une corrélation expérimentale est celle d'Abu-Ghannam et Shaw (1980). Les expressions proposées par ces auteurs ont été largement utilisées, par exemple par Michelassi et al. (1997). Il a cependant été démontré que ces corrélations présentent certains dysfonctionnements dans les zones de gradient de pression favorable et en cas de transition mixte par décollement sous influence de la turbulence extérieure à la couche limite. Le profil de la courbe représentant la corrélation d'Abu-Ghannam et Shaw est conforme à ces observations : dans la zone où $\lambda_\theta > 0$, la sensibilité de la corrélation à λ_θ est réduite par rapport à la zone

2. Cette relation concerne par conséquent les cas de transition naturelle ou sous l'effet de niveaux modérés de turbulence extérieure à la couche limite.
3. Par exemple à la surface des aubes de turbines dans une turbomachine.

où le gradient de pression est adverse. Ces dysfonctionnements ont conduit d'autres auteurs comme Suzen et al. (2002) et Menter et al. (2006) à proposer des corrélations alternatives.

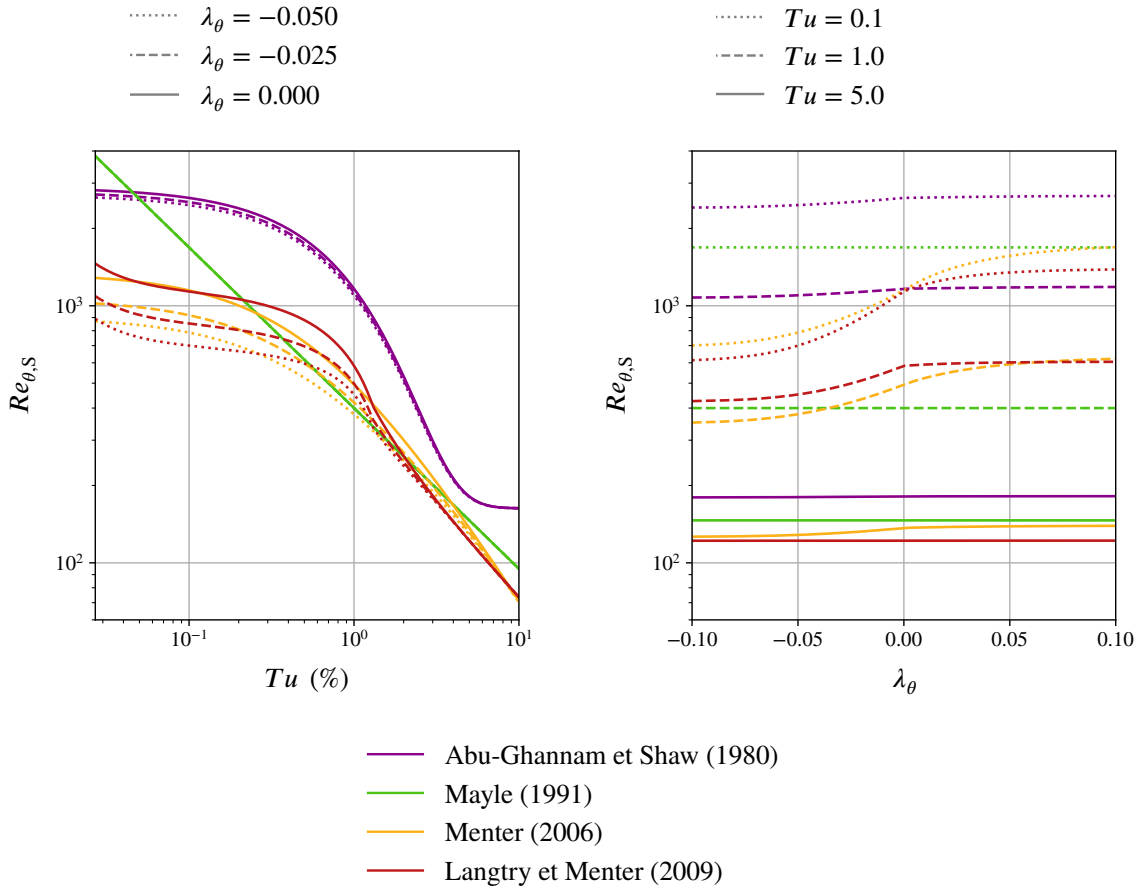


FIGURE 1.17 – Corrélations de $Re_{\theta,S}$ au paramètre de Pohlhausen, λ_θ, et à l'intensité de la turbulence extérieure à la couche limite, Tu_∞. Les corrélations de Abu-Ghannam et Shaw (1980), Mayle (1991), Menter et al. (2006) et Langtry et Menter (2009) sont représentées, en fonction du gradient de pression λ_θ pour différentes valeurs d'intensité de la turbulence Tu (gauche) et en fonction de Tu pour différents gradients de pression (droite).

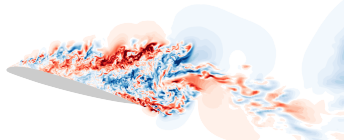


TABLEAU 1.2 – Corrélations empiriques publiées liant $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ aux propriétés macroscopiques d'un écoulement transitionnel.

Auteur(s) (année)	Corrélation proposée pour $Re_{\theta S}$	Fonctions auxiliaires	Limites et compléments
Seyb (1967)	$\frac{1000}{1.2+0.7\,Tu}+10\left(\frac{0.09+\lambda_\theta}{.0106+0.036\,Tu}\right)^{2.62}$		$Tu\in[0.1,4]$
Dunham (1972)	$\left(0.27+0.73\,e^{-.8\,Tu}\right)\left(550+\frac{680}{1+Tu-21\,\lambda_\theta}\right)$		
Hall et Gibbings (1972)	$190+e^{6.88-1.03\,Tu}$		
Abu-Ghannam et Shaw (1980)	$163+e^{6.91-Tu}\exp\left[\frac{F_{\mathrm{Abu-Ghannam}}(\lambda_\theta)}{6.91}\right]$	$F_{\mathrm{Abu-Ghannam}}\left(\lambda_\theta\right)=\begin{cases}6.91+12.75\,\lambda_\theta+63.64\,\lambda_\theta^2 & \text{si } \lambda_\theta\le 0\\ 6.91+2.48\,\lambda_\theta-12.27\,\lambda_\theta^2 & \text{si } \lambda_\theta>0\end{cases}$	
Hourmouziadis (1989)	$460\,Tu^{-.65}$		
Mayle (1991)	$400\,Tu^{-\frac{5}{8}}$		
Suzen et al. (2002)	$\left(120+150\,Tu^{-\frac{2}{3}}\right)\coth\left[4\left(0.3-10^5\ K\right)\right]$		
Menter et al. (2006)	$803.73\left(Tu+0.6067\right)^{-1.027}F_{\mathrm{Menter}}\left(Tu,\lambda_\theta,K\right)$	$F_{\mathrm{Menter}}\left(Tu,\lambda_\theta,K\right)=\begin{cases}1+\left(1.32\,\lambda_\theta+89.47\,\lambda_\theta^2+265.51\,\lambda_\theta^3\right)e^{-\frac{Tu}{3}} & \text{si } \lambda_\theta\le 0\\ 1+\left[.0962\left(K\cdot 10^6\right)+0.148\left(K\cdot 10^6\right)^2+0.0141\left(K\cdot 10^6\right)^3\right]\left[1-e^{-\frac{Tu}{13}}\right] & \\ \quad+0.556\left(1-e^{-23.9\,\lambda_\theta}\right)e^{-\frac{Tu}{13}} & \text{si } \lambda_\theta>0\end{cases}$	$\begin{cases}\lambda_\theta\in[-0.1,0.1]\\ K\in[-3,3]\cdot 10^{-6}\\ Re_{\theta,\mathrm{S}}\ge 20\end{cases}$
Langtry (2006a)	$\begin{cases}\left(1173.51-589.428\,Tu+\frac{0.2196}{Tu^2}\right)F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) & \text{si } Tu\le 1.3\\ 331.50\left(Tu-0.5658\right)^{-.671}F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) & \text{si } Tu>1.3\end{cases}$	$F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right)=\begin{cases}1+\left(12.986\,\lambda_\theta+123.66\,\lambda_\theta^2+405.689\,\lambda_\theta^3\right)e^{-\left(\frac{Tu}{1.5}\right)^{1.5}} & \text{si } \lambda_\theta\le 0\\ 1+0.275\left(1-e^{-35\,\lambda_\theta}\right)e^{-\frac{Tu}{0.5}} & \text{si } \lambda_\theta>0\end{cases}$	$\begin{cases}Tu\ge 0.027\\ \lambda_\theta\in[-0.1,0.1]\\ Re_{\theta,\mathrm{S}}\ge 20\end{cases}$

Les relations précédentes ne sont pas conçues pour prévoir le point de déclenchement de la transition en cas de décollement. Ce constat a mené à plusieurs études dédiées à la transition par décollement et à sa modélisation. Ainsi, Hatman et Wang (1998a) proposent deux relations entre les caractéristiques de la recirculation et le paramètre d'accélération K au point de décollement Hatman et Wang (1998d). La première corrélation proposée relie le nombre de Reynolds basé sur la distance de développement de la couche limite laminaire au niveau du point de décollement et le paramètre d'accélération local en ce même point. Cette première corrélation n'est cependant pas utilisée dans les codes de calcul Navier-Stokes, qui sont aptes à reproduire la position de décollements laminaires sans modèle ajouté. On peut alors s'appuyer sur cette information pour déclencher la production de turbulence, qui, d'elle-même, engendre le recollement de la couche limite. C'est pourquoi la deuxième relation de Hatman et Wang est plus cruciale : elle exprime la position du point où l'épaisseur de déplacement est maximale en fonction de cette même distance de développement de la couche limite laminaire au niveau du point de décollement. Or, dans le cas d'un décollement laminaire, ces auteurs observent que le point où l'épaisseur de déplacement est maximale coïncide avec le déclenchement de la transition. Cette relation permet donc de corréler la position du point de transition aux caractéristiques de l'écoulement au niveau du décollement. Notons que les données utilisées pour construire ces deux corrélations proviennent uniquement d'écoulements le long de plaques planes - notamment celles de Gaster (1967), et ne prennent par conséquent pas en compte les effets de courbure de surface.
Une stratégie semblable est adoptée par Roberts (1980) pour des cas soumis à une turbulence extérieure plus significative. Cet auteur introduit ainsi une dépendance des caractéristiques du bulbe de décollement aux conditions de champ libre à travers le facteur de turbulence de Taylor, exprimé sous la forme suivante :

$$F_T = Tu \left(\frac{c}{L_s} \right)^{\frac{1}{5}}, \tag{1.45}$$

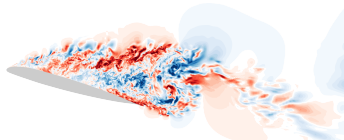
où c est une longueur caractéristique de la géométrie (dans l'étude de Roberts, il s'agit de la longueur de corde d'un profil) et L_s une échelle macroscopique de longueur, représentative des propriétés de la turbulence incidente. Ce paramètre permet la prise en compte - notable, car jusqu'alors absente - d'une échelle de longueur caractéristique de la turbulence en sus de son intensité, plus communément utilisée. Roberts et Yaras (2004) soulignent d'ailleurs que la représentation des caractéristiques de la turbulence à travers sa seule intensité Tu est une hypothèse forte des modèles, et une contrainte qui devrait être relâchée.
La relation proposée par Roberts s'écrit alors :

$$Re_{X,\mathrm{t}} - Re_{X,\mathrm{d}} = 2.5 \cdot 10^4 \ \log \left[\coth \left(10 \ F_T \right) \right], \tag{1.46}$$

où Re_X est le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de l'écoulement incident et sur la distance de développement de la couche limite, et où les indices t et d désignent respectivement le point de transition et le point de décollement.
Par ailleurs, Roberts propose également des corrélations entre les autres caractéristiques du bulbe - en particulier la position du point de recollement et l'épaisseur de la couche limite à son aplomb - et les propriétés de l'écoulement extérieur. Si ces corrélations ont moins d'applications immédiates pour la modélisation dans les codes Navier-Stokes, elles sont cependant d'intéressants facteurs de comparaison des résultats. Pour plus de détails, le lecteur pourra consulter l'article de Roberts, et nous ne les détaillons pas ici.

1.4.2 Longueur de la zone de transition et intermittence

La détermination de la position de déclenchement de la transition par une des méthodes précédemment citées peut permettre une première description des phénomènes physiques mis en jeu. Par exemple, dans une simulation numérique, on utilisera un critère de transition, comme celui d'Abu-Ghannam et Shaw (1980), produisant une variable binaire. À son tour, cette variable binaire définit s'il y a production de



turbulence ou non. Elle peut être mise en facteur des termes de production des grandeurs descriptives de la turbulence (k, ω, ϵ...). La production de turbulence est alors entièrement déléguée au modèle de turbulence. Cependant, la précision de cette méthode peut être remise en question parce que le modèle de turbulence est calibré pour soutenir un écoulement déjà turbulent, et non nécessairement pour des cas où une transition laminaire-turbulent a lieu. Afin d'améliorer la précision de la description, des auteurs se sont attachés à quantifier la longueur de la zone de transition et à en modéliser le comportement.
La transition étant un phénomène essentiellement instationnaire et inhomogène, une telle ambition se heurte au problème de définir l'état de l'écoulement à un instant donné en un point, ou même en moyenne dans le temps. En première approche, on peut supposer que l'écoulement est de manière alternative laminaire et turbulent. Emmons (1951) introduit ainsi le concept d'*intermittence*, c'est-à-dire la probabilité que l'écoulement en un point soit turbulent à un instant donné. Sous hypothèse d'ergodicité, cette grandeur, notée γ, peut être exprimée comme une moyenne temporelle du binaire valant 0 si l'écoulement est laminaire et 1 s'il est turbulent.
Cette étude, concernant initialement la transition naturelle, consiste à quantifier l'évolution de la transition à l'aide de l'intermittence, en calculant sa dynamique spatiale le long d'une plaque plane à partir de la distribution de production de spots turbulents dans la zone transitionnelle et de leur évolution. Pour cela, le taux de production des spots turbulents est supposé uniforme et stationnaire dans la zone transitionnelle. De plus, Emmons suppose que la vitesse de dilatation des spots est constante, ce qui permet d'affirmer que la zone sur laquelle un point P_0 influe est un cône d'origine P_0, dont l'angle au sommet dépend du rapport entre la vitesse d'advection des spots et la vitesse de leur dilatation. Il en déduit l'évolution spatiale suivante :

$$\gamma(x) = 1 - \exp\left[-\frac{\sigma g x^3}{3u_e}\right], \tag{1.47}$$

où σ est un paramètre adimensionné quantifiant le taux d'étalement d'un spot lors de son advection.
Cette théorie permet également une prise en compte de la longueur de la zone de transition. Conformément aux observations de Schubauer et Klebanoff (1955), Dhawan et Narasimha (1958) supposent ainsi la zone d'émission des spots turbulents localisée (*concentrated*), c'est-à-dire que $g(x)$ est une distribution de Dirac (Narasimha 1985). La fréquence d'émission des spots est quantifiée à l'aide du facteur n :

$$g(x) = n\delta\left(x - x_S\right), \tag{1.48}$$

où x_S est l'abscisse du point de début de transition.
Le profil d'intermittence obtenu est alors une demie distribution Gaussienne :

$$\gamma = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\dfrac{n\sigma\left(x - x_S\right)^2}{u_e}\right) & \text{si } x \geq x_t \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1.49}$$

Dhawan et Narasimha introduisent alors la grandeur $\xi = \frac{x - x_S}{L}$ où L une longueur caractéristique de la zone transitionnelle. De plus, ils supposent que l'angle d'étalement des spots et les coefficients de proportionnalité reliant les vitesses de propagation des extrémités amont et aval des spots à la vitesse de l'écoulement libre u_e sont constants et uniformes. Ils obtiennent alors l'évolution suivante, pour $\xi \geq 0$:

$$\gamma = 1 - e^{-A_0\,\xi^2}, \tag{1.50}$$

où A_0 est une constante, d'une valeur estimée à 0.412. Cette égalité peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\sqrt{-\ln(1-\gamma)} = \sqrt{A_0}\,\xi. \tag{1.51}$$

Plusieurs auteurs ont utilisé cette base théorique pour proposer des corrélations décrivant l'évolution spatiale de γ en fonction des autres variables de l'écoulement, et ont obtenu d'excellents accords avec des données expérimentales, et ce, même en présence de gradient de pression adverse et de turbulence extérieure de faible

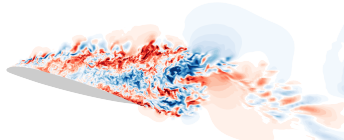
intensité (Solomon et al. 1996 ; Simon 1995 ; Gostelow et al. 1994 ; Gostelow et al. 1992 ; Chen et Thyson 1971). D'autres auteurs ont choisi de s'écarter de ce cadre théorique pour formuler leur modèle.
Dans les derniers modèles de ce type, comme celui de Cliquet et al. (2007b) ou celui de Bernardos et al. (2019c), l'intermittence perd son identité de probabilité et devient un facteur uniquement numérique, ce qui permet de contourner les problèmes associés aux simulations comme l'oscillation du point de début de transition (Cliquet 2007a). Cette vision ouvre la voie à des modèles numériques prenant plus de libertés avec les considérations théoriques. Ces relations ont été utilisées pour décrire avec de plus amples détails la structure spatiale moyenne de la transition (Michelassi et al. 1999 ; Bernardos et al. 2019c). Cependant, toutes les relations présentées depuis le début de la partie 1.4 nécessitent le calcul de grandeurs non locales, comme par exemple Re_θ qui résulte d'une intégration sur l'épaisseur de la couche limite. Cette dépendance à des grandeurs reconstruites non-locales confère à ces méthodes un défaut : elle engendre d'importants coûts associés aux échanges mémoire entre processus dans un contexte de calcul numérique massivement parallèle.

1.4.3 Dynamique des régions transitionnelles

Une autre manière d'introduire une dépendance de la dynamique de transition au contexte (géométrie, conditions aux limites, histoire de la couche limite...) est, dans le même esprit que de nombreux modèles de turbulence, d'exprimer les variables descriptives de la transition à l'aide d'équations différentielles de transport. Cette idée, relativement ancienne (Libby 1975), a connu des développements récents à cause du besoin grandissant de méthodes de modélisation de la transition pour le calcul massivement parallèle.
On peut ainsi mentionner les approches qui modélisent les fluctuations de vitesse qui mènent à la transition à l'aide d'une énergie cinétique des fluctuations laminaires (par analogie avec l'énergie cinétique de turbulence). C'est par exemple le cas du modèle à trois équations de transport de Walters et Cokljat (2008), basé sur un modèle $k-\omega$, et adapté à la modélisation de la transition attachée au sein des turbomachines. Les travaux de Jecker (2018) utilisent également cette idée en se focalisant sur la transition par modes de Klebanoff, due à la turbulence extérieure à la couche limite. Notons que la propagation de l'histoire de la couche limite est une difficulté pour le développement de tels modèles. Jecker et al. introduisent ainsi au sein de leur modèle une variable (β) dont le rôle est de propager l'information de la transition vers l'aval. À l'heure de la rédaction de ce document, ces méthodes sont peu validées, et impropres à la modélisation de la transition par bulbe de décollement laminaire.
Une autre approche directement issue des critères algébriques de transition consiste à rendre locale la détermination de la véracité du critère à l'aide d'une équation de transport. On parle de *critère transporté*. Le modèle de Pascal et al. (2020) permet ainsi de modéliser la transition naturelle, *crossflow* et par décollement par application de critères de transition locaux issus d'une équation de transport. Cependant, il n'est encore utilisé que par une communauté restreinte, et nécessite plus ample validation. Un autre modèle basé sur un critère algébrique a subi un large processus de validation depuis sa publication. Il s'agit du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006) ainsi que ses dérivés et extensions. Initialement prévu pour représenter la transition sous effet des perturbations extérieures à la couche limite ou due à un décollement laminaire, ce modèle a été étendu plus tard pour la simulation de la transition *crossflow* (Langtry et al. 2015). Nous détaillons son fonctionnement un peu plus loin, après avoir décrit une procédure qui permet la construction de son système d'équations.

1.4.3.1 Équations de transport du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$

Plusieurs utilisations de l'intermittence au sein de modèles de turbulence ont été proposées. En s'appuyant sur la moyenne conditionnelle de Dopazo (1977), on peut en effet justifier une pondération directe de μ_t par γ lors de l'application du modèle aux équations RANS (Steelant et Dick 2000). La méthode de Dopazo consiste à supposer que l'écoulement résulte de la superposition d'un état turbulent et d'un état laminaire,



pondérés par l'intermittence. La décomposition résultante des tensions croisées de Reynolds qui produit le résultat énoncé est décrite en détail par Dick et Kubacki (2017). Menter et al. (2006), eux, l'emploient comme facteur multiplicatif du terme de production de l'énergie cinétique de turbulence, mais ce choix peut sembler arbitraire et nécessiter une justification. Cette solution, relativement simple, respecte en tout cas la dynamique intuitive de la transition.
Ce type de modèle s'appuie sur la théorie d'Emmons élargie à tout type de transition. Ainsi, l'équation (1.51) permet, par dérivation, de trouver une équation différentielle vérifiée par l'intermittence :

$$\mathrm{d}_\xi \gamma = 2\sqrt{A_0}\,(1-\gamma)\sqrt{-\ln(1-\gamma)} \tag{1.52}$$

Dick et Kubacki (2017) décrivent le processus qui peut mener à la forme générale des équations de transport de γ utilisées actuellement. Ils utilisent plusieurs éléments et généralisations appliqués à l'équation (1.52) :

$$\begin{cases} u\mathrm{d}_\xi \gamma \leftarrow \underline{u}\cdot\nabla\gamma \\ \sqrt{-\ln(1-\gamma)} \underset{\gamma\to 0}{\sim} \sqrt{\gamma} \\ \dots \end{cases} \tag{1.53}$$

Effectuer la deuxième de ces transformations revient à transformer la demi-gaussienne de Dhawan et Narasimha (1958) donnée par l'équation (1.51) en la fonction suivante :

$$\gamma = \left[\tanh\left(\sqrt{A_0}\,\xi\right)\right]^2. \tag{1.54}$$

Les deux formes sont représentées sur la figure 1.18. Le profil asymptotique au point de première apparition d'intermittence est conservé (à l'ordre 2 en ξ), mais la forme de la fonction diffère légèrement quand $\gamma \to 1$. La différence n'est cependant pas significative. La modification apporte seulement une simplification du terme source de l'équation de transport permettant une meilleure lisibilité, d'une part, et surtout une meilleure stabilité numérique : le nouveau terme source est calculable dans le cas où $\gamma \geq 1$ du fait d'erreurs numériques. Remarquons par ailleurs que la grandeur A_0 est un facteur de dilatation de la fonction-solution dans la direction longitudinale. Plus A_0 est grand, plus la zone de transition, représentée par la région où γ a une valeur significativement positive et éloignée de 1, est étendue.

À l'issue de généralisations successives, Suzen et al. (2002) obtiennent ainsi l'équation de transport suivante, reprise par Menter et al. (2006) :

$$\mathrm{D}_t(\rho\gamma) = P_\gamma - D_\gamma + \sum_{i=1}^{3} \partial_{x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma}\right)\partial_{x_i}\gamma\right], \tag{1.55}$$

Les termes de production et destruction d'intermittence sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} P_\gamma = c_{\mathrm{a},1}\rho S F_{\mathrm{length}}\sqrt{F_{\mathrm{onset}}}\left(1 - c_{\mathrm{e},1}\gamma\right)\sqrt{\gamma} \\ D_\gamma = c_{\mathrm{a},2}\rho\Omega\gamma\left(c_{\mathrm{e},2}\gamma - 1\right)F_{\mathrm{turb}} \end{cases}, \tag{1.56}$$

dont les fonctions sont :

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{onset}} &= \max\left\{F_{\mathrm{onset},2} - F_{\mathrm{onset},3}; 0\right\}, \\ F_{\mathrm{onset},3} &= \max\left\{1 - \left(\frac{r_{\mathrm{t}}}{2.5}\right)^3; 0\right\}, \\ F_{\mathrm{onset},2} &= \min\left\{\max\left\{F_{\mathrm{onset},1}; {F_{\mathrm{onset},1}}^4\right\}; 2\right\}, \\ F_{\mathrm{onset},1} &= \frac{Re_{\mathrm{v}}}{2.193\,Re_{\theta,\mathrm{c}}}, \\ F_{\mathrm{turb}} &= e^{-\left(\frac{r_{\mathrm{t}}}{4}\right)^4}. \end{aligned} \tag{1.57}$$

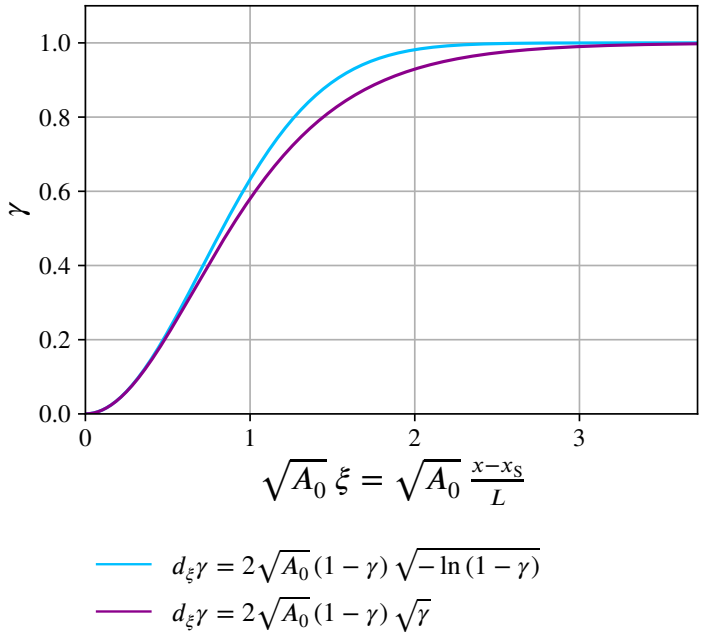


FIGURE 1.18 – Fonctions définissant la forme du profil de l'intermittence dans une théorie monodimensionnelle.

Menter et al. (2006) proposent ainsi une méthode alternative de détermination du début de la transition. Comme la majorité des critères mentionnés, cette méthode utilise le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur locale de quantité de mouvement de la couche limite. Cependant, le modèle est purement local, c'est-à-dire qu'il ne fait pas intervenir d'intégration des grandeurs de la couche limite. En particulier, ces auteurs proposent [4] d'exprimer $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ à l'aide d'une grandeur locale intervenant dans la fonction $F_{\mathrm{onset},1}$. D'après une idée de Blumer et Van Driest (1963), la grandeur choisie est un nombre de Reynolds, Re_{v}, basé sur la vorticité locale de l'écoulement et défini par l'équation (1.58) :

$$Re_{\mathrm{v}} = \frac{n^2}{\nu}\Omega. \tag{1.58}$$

La corrélation proposée, représentée sur la figure 1.19 est ainsi :

$$Re_{\theta,\mathrm{S}} = \frac{\max\limits_{n\in[0,\delta]}\left(Re_{\mathrm{v}}\right)}{2.193}. \tag{1.59}$$

L'application du critère de transition est réalisée à l'aide de la fonction F_{onset}.
De plus, dans l'équation (1.57), le facteur A_0 précédemment décrit dans le processus d'obtention de l'équation de transport (1.52) est remplacé par une variable locale :

$$A_0 = c_{\mathrm{a},1}\rho S F_{\mathrm{length}}\sqrt{F_{\mathrm{onset}}}. \tag{1.60}$$

Cette grandeur quantifie ainsi l'influence de l'état local de l'écoulement - donc de la couche limite - sur la vitesse de transition. Celle-ci est ainsi régulée par le cisaillement local S, et par la fonction corrélée F_{length}

4. Par souci d'unité avec ce qui précède et de simplicité de notation, nous avons préféré conserver la notation de Abu-Ghannam et Shaw pour le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement au départ de la transition. Ainsi, la quantité nommée $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ dans les publications de Menter et al. est ici notée $Re_{\theta,\mathrm{S}}$, et nous avons simplifié la notation de la grandeur transportée, initialement $\widetilde{Re_{\theta_t}}$ en $Re_{\theta,\mathrm{t}}$. La notation pour le nombre de Reynolds critique $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ a, elle, été conservée intacte. Elle est cohérente avec ce qui précède.

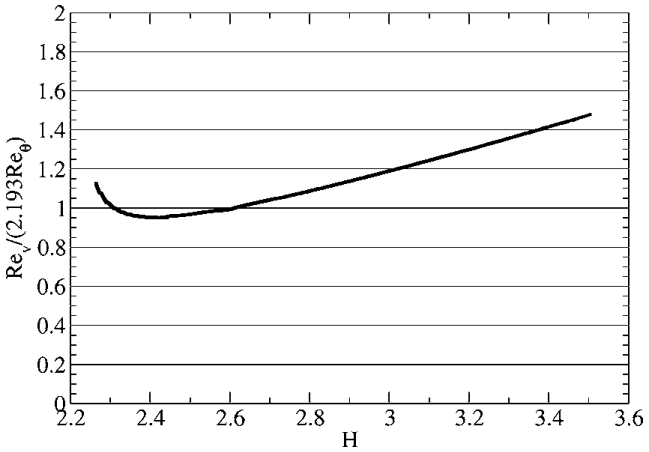


FIGURE 1.19 – Corrélation de Menter et al. (2006) reliant le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite au niveau du point de transition au nombre de Reynolds local basé sur la vorticité.

(dont l'expression est précisée plus loin). La longueur de la zone de transition diminue quand le cisaillement augmente. F_{length}, elle, a pour rôle d'introduire une sensibilité de la longueur de transition à l'histoire de la couche limite. La corrélation doit ainsi faire augmenter F_{length} quand l'histoire de la couche limite tend à la déstabiliser.

Le terme de destruction D_γ intervient en cas de relaminarisation de l'écoulement. Comme $\gamma \simeq 1$ loin des parois (Menter et al. 2006), cette situation peut se produire lorsque le fluide approche d'une couche limite laminaire, ou bien qu'une couche limite turbulente est menée à relaminariser, par exemple en présence de gradient de pression favorable. La régulation de cette relaminarisation est pilotée par la fonction F_{turb} qui dépend du caractère turbulent ou non de l'écoulement *via* le rapport des viscosités de turbulence et moléculaire r_{t}.

Pour déterminer la valeur-seuil $Re_{\theta,\text{c}}$ de Re_θ qui signale le début de la transition, Menter et al. (2006) et Langtry et al. (2006b) introduisent une dépendance aux caractéristiques locales de l'écoulement à l'aide d'une équation de transport pour une variable intermédiaire baptisée $Re_{\theta,\text{t}}$:

$$\mathrm{D}_t\left(\rho Re_{\theta,\text{t}}\right) = P_{\theta,\text{t}} + \sum_{i=1}^{3} \partial_{x_i}\left[\sigma_{\theta,\text{t}}\left(\mu + \mu_t\right)\partial_{x_i} Re_{\theta,\text{t}}\right]. \tag{1.61}$$

Dans cette équation, le terme de production s'écrit :

$$P_{\theta,\text{t}} = c_{\theta,\text{t}}\frac{\rho}{\tau}\left(Re_{\theta,\text{S}} - Re_{\theta,\text{t}}\right)\left(1 - F_{\theta,\text{t}}\right), \tag{1.62}$$

où $Re_{\theta,\text{S}}$ désigne la valeur de nombre de Reynolds désirée au niveau du début de transition, déterminé avec une corrélation empirique comme celle d'Abu-Ghannam et Shaw (1980) ou d'Arnal et al. (1984), et τ est une échelle de temps donnée par :

$$\tau = \frac{500\nu}{\underline{u}^2}. \tag{1.63}$$

De plus, les fonctions associées à l'équation de transport de $Re_{\theta,\text{t}}$ sont définies comme suit :

$$F_{\theta,\text{t}} = \max\left\{F_{\text{wake}}\, e^{-\left(\frac{n}{\tilde{\delta}}\right)^4}; 1 - \left(\frac{c_{\text{e},2}\gamma - 1}{c_{\text{e},2} - 1}\right)^2\right\}, \tag{1.64a}$$

où :

$$\tilde{\delta} = \frac{50\,\Omega n}{\|\underline{u}\|_2}\delta_{\text{BL}}\,;\, \delta_{\text{BL}} = \frac{15}{2}\theta_{\text{BL}} \text{ et } \theta_{\text{BL}} = \frac{Re_{\theta,\text{t}}\nu}{\|\underline{u}\|_2}, \tag{1.64b}$$

TABLEAU 1.3 – Constantes de calibration du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ de Langtry et Menter (2009).

Nom de la constante	$c_{e,1}$	$c_{a,1}$	$c_{e,2}$	$c_{a,2}$	σ_γ	$c_{\theta,t}$	$\sigma_{\theta,t}$
Valeur associée	1	2	50	0.06	1	0.03	2

$$F_{\text{wake}} = e^{-\left[\frac{Re_\omega}{10^5}\right]^2}, \tag{1.64c}$$

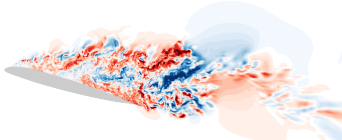
$$Re_\omega = \frac{\omega n^2}{\nu}, \tag{1.64d}$$

où ω désigne la dissipation spécifique de la turbulence. Le signe du terme de production $P_{\theta,t}$ est gouverné par le terme d'élongation $\left(Re_{\theta,S} - Re_{\theta,t}\right)$: $P_{\theta,t}$ est un terme de rappel de $Re_{\theta,t}$ vers $Re_{\theta,S}$ dès que $F_{\theta,t} \simeq 0$. C'est en particulier le cas hors des couches limites. Au sein des couches limites, la dynamique de $Re_{\theta,t}$ est gouvernée par la diffusion depuis l'extérieur. Le rôle de la fonction F_{wake} est de permettre un comportement différent du modèle entre une zone de couche limite et une zone de couche cisaillée libre.
Enfin, les valeurs proposées par Langtry et Menter (2009) pour les constantes de calibration du modèle sont rassemblées au sein du tableau 1.3.

Il est important de noter que les concepts physiques initialement associés aux variables transportées du modèle ne sont définis que dans la couche limite (voire de manière bidimensionnelle). Par conséquent, les équations de transport pour les variables introduites constituent plus (d'après Menter et al.) un cadre formel de calcul qu'une représentation d'éléments physiques. C'est la raison pour laquelle le modèle comprend des corrélations empiriques qui lient les variables à des comportements physiques observés expérimentalement.

1.4.3.2 Les corrélations empiriques au cœur du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$

Les corrélations occupent un rôle central dans le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$, parce qu'elles décrivent le comportement physique du système dynamique modélisé. Le modèle fait ainsi intervenir trois variables à l'aide de corrélations empiriques. Les deux nombres de Reynolds $Re_{\theta,c}$ et $Re_{\theta,S}$ sont basés sur la vitesse du fluide à l'extérieur de la couche limite et sur une épaisseur de quantité de mouvement. Pour le calcul de $Re_{\theta,S}$, la valeur de θ utilisée est l'épaisseur attendue au point où la couche limite laminaire devient réceptive, c'est-à-dire qu'elle permet le développement des instabilités menant à la transition. Pour $Re_{\theta,c}$, il s'agit de l'épaisseur attendue au point de première apparition d'intermittence (donc de turbulence). $Re_{\theta,S}$ peut être déterminé par chacune des formules rassemblées dans le tableau 1.2. La troisième variable concernée par les corrélations empiriques, F_{length}, est un coefficient d'amplitude de production de γ, qui permet de régler la longueur de la zone de transition.
Les expressions de la fonction F_{length} et de $Re_{\theta,c}$ en fonction de $Re_{\theta,t}$ n'ont pas été données par les auteurs du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ au moment de la première publication, qui comporte une invitation à exprimer les corrélations avec des données propres. C'est pourquoi des expressions ont été proposées pour compléter le modèle, rassemblées au sein du tableau 1.4. On peut distinguer deux classes d'expressions proposées en fonction des variables intervenant dans le calcul de $Re_{\theta,c}$ et F_{length}.
Certains auteurs choisissent de corréler les caractéristiques de la transition à la valeur locale du champ transporté $Re_{\theta,t}$ qui représente l'histoire de la couche limite. Ces relations sont représentées sur la figure 1.20. D'autres contributions choisissent de corréler ces grandeurs aux propriétés de l'écoulement extérieur à la couche limite, comme l'intensité de la turbulence ou le gradient de pression. C'est le cas des études de Medida et Baeder (2011) et Krause et al. (2008), sur la base des cas-test de plaques planes avec et sans gradient de pression ERCOFTAC (Pironneau et al. 1992 ; Savill 1993).



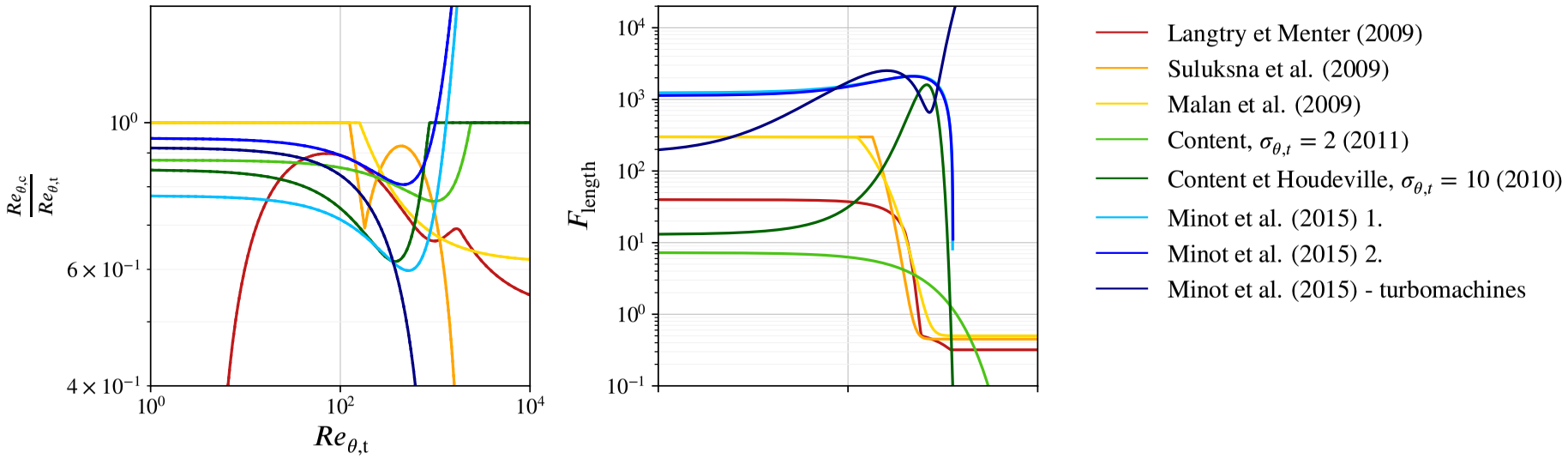
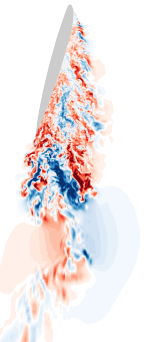


FIGURE 1.20 – Corrélations proposées par différents auteurs pour les variables $Re_{\theta,c}$ et F_{length} du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ à l'aide de la variable transportée $Re_{\theta,t}$.

TABLEAU 1.4 – Corrélations disponibles pour les variables $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ et F_{length} du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$.

Auteur(s) (année)	Cas d'application et recommandations	F_{length}	$Re_{\theta,\mathrm{c}}$
Krause et al. (2008)	plaques planes subsoniques et écoulements hypersoniques autour de corps profilés, $Tu_\infty \in [0.18, 6.6]\,\%$	$\begin{cases} \dfrac{\ln\left(1+Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)}{Tu_\infty} & \text{si } Tu_\infty \leq 1\% \\ \left(2.1449 - 1.3493\,Tu_\infty + 0.2337\,Tu_\infty^2\right)\ln\left(1+Re_{\theta,\mathrm{t}}\right) & \text{si } Tu_\infty > 1\% \end{cases}$	$\frac{Re_{\theta,\mathrm{t}}}{1.0744+0.0118\,Tu_\infty+0.4233\,Tu_\infty^2-0.042\,Tu_\infty^3}$
Langtry et Menter (2009)	transition naturelle, induite par la turbulence extérieure ou par un décollement, $Tu_\infty \geq 0.1\,\%$	$F_{\mathrm{length,base}}\left(1-F_{\mathrm{sublayer}}\right)+40\,F_{\mathrm{sublayer}}$, avec : $F_{\mathrm{sublayer}} = e^{-\left(\frac{Re_\Omega}{0.4}\right)^2}$; $F_{\mathrm{length,base}} = \begin{cases} 398.189\cdot10^{-1} - 119.270\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 132.567\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 & \text{si } Re_{\theta,\mathrm{t}} < 400 \\ 263.404 - 123.939\cdot10^{-2}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 194.548\cdot10^{-5}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 - 101.695\cdot10^{-8}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3 & \text{si } 400 \leq Re_{\theta,\mathrm{t}} < 596 \\ 0.5 - 3\cdot10^{-4}\left(Re_{\theta,\mathrm{t}} - 596\right) & \text{si } 596 \leq Re_{\theta,\mathrm{t}} < 1200 \\ 0.3188 & \text{si } 1200 \leq Re_{\theta,\mathrm{t}} \end{cases}$	$\begin{cases} Re_{\theta,\mathrm{t}} - 396.035\cdot10^{-2} + 12.656\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 868.230\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 696.506\cdot10^{-9}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3 - 174.105\cdot10^{-12}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^4 & \text{si } Re_{\theta,\mathrm{t}} \leq 1870 \\ Re_{\theta,\mathrm{t}} - 593.11 - 0.482\left(Re_{\theta,\mathrm{t}} - 1870\right) & \text{si } Re_{\theta,\mathrm{t}} > 1870 \end{cases}$
Suluksna et al. (2009)	transition sous effet d'un décollement ou de turbulence extérieure en cas de gradient de pression adverse et de niveau de turbulence extérieur élevés	$\min\left\{300\,;\,0.45 + 0.1\exp\left(12 - 0.022\,Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)\right\}$	$\min\left\{Re_{\theta,\mathrm{t}}\,;\,\max\left\{125\,;\,-120 + 1.47\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - (0.025)^2\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right\}\right\}$
Content et Houdeville (2010)	niveau de turbulence extérieure faible $\sigma_{\theta,\mathrm{t}} = 10$	$\exp\left(2.5652 + 8.16\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 7.42\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 - 1.325\cdot10^{-8}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3\right)$	$Re_{\theta,\mathrm{t}}\min\left\{1\,;\,0.849 - 1.228\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 1.623\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right\}$
Content (2011)	transition naturelle, $Tu_\infty \leq 1\,\%$	$\max\left\{10^{-4}\,;\exp\left(1.98 - 1.423\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)\right\}$	$Re_{\theta,\mathrm{t}}\min\left\{1\,;\,0.8779 - 3.4\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 1.227\cdot10^{-7}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right\}$
Medida et Baeder (2011)	transition naturelle et sous l'effet d'une turbulence extérieure modérée, $Tu_\infty \leq 1$, modèle de Spalart et Allmaras	$0.0306 - 0.0083\,Tu_\infty + 0.171\,Tu_\infty^2$	$\left(0.585 + 1.37\,Tu_\infty - 5.7\,Tu_\infty^2 + 4.45\,Tu_\infty^3\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$
Minot et al. (2015) A	transition par bulbe de décollement et sous l'effet de turbulence extérieure pour les turbomachines : Tu_∞ élevé et λ_θ très négatif	$1235 + 3.532\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 3.547\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2$	$\left(0.7754 - 6.810\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 6.516\cdot10^{-7}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$
Minot et al. (2015) B	voir Minot et al. (Minot et al. 2015) A. $s_1 = 10$ pour de meilleures prévisions de la transition par décollement	$1129 + 4.260\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 5.03\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 7.949\cdot10^{-7}Re_{\theta,\mathrm{t}}^3$	$\left(0.9472 - 6.095\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 6.578\cdot10^{-7}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$
Minot (2016b)	voir Minot et al. (Minot et al. 2015) A ; modèle de Smith (Smith 1994)	$\max\left\{10^{-4}\,;177.1 + 2.66\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 5.441\cdot10^{-2}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 3.7\cdot10^{-5}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3\right\}$	$\left(0.9164 - 8.352\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 1.266\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$



1.4.3.3 Couplage au modèle de turbulence sous-jacent

A ces deux variables transportées, on peut ajouter celles du modèle de turbulence associé. Dans l'implémentation originale du modèle, il s'agit de k et ω pour le modèle $k-\omega$ SST de Menter (1994), mais des extensions aux modèles de Spalart-Allmaras (voir par exemple les travaux de Medida et Baeder) et au modèle de Smith (par Minot et al., notamment) ont été étudiées.

Le modèle de Menter et al. est initialement construit pour une intégration au modèle $k-\omega$ SST de Menter (1994). Il fait donc intervenir un couplage entre les variables de ce modèle et les variables descriptives de la transition du modèle de Menter et al., γ et $Re_{\theta,\mathrm{t}}$. Le couplage est réalisé à l'aide de plusieurs liens entre les deux modèles.

— D'une part, le facteur r_t de l'équation (1.57) est le rapport entre la viscosité de turbulence et la viscosité moléculaire. Dans le cadre d'un modèle $k-\omega$, il s'écrit donc :

$$r_\mathrm{t} = \frac{\mu_\mathrm{t}}{\mu} = \frac{\rho k}{\mu\omega} = \frac{k}{\nu\omega}. \tag{1.65}$$

— Par ailleurs, la fonction F_wake définie par l'équation (1.64c) fait intervenir Re_ω, un nombre de Reynolds basé sur le taux spécifique de dissipation de la turbulence.

— Le couplage réciproque est réalisé *via* une modification des termes sources du modèle de turbulence. Ainsi, Langtry et Menter (2009) redéfinissent les termes de production et destruction de k :

$$\begin{cases} \tilde{P}_k = \gamma_\mathrm{eff} P_k = \gamma_\mathrm{eff} \displaystyle\sum_{i,j=1}^{3} \tau_{i,j} \partial_{x_j} u_{x_i} \\ \tilde{D}_k = \max\left\{\gamma_\mathrm{eff}\,;\gamma_\mathrm{inf}\right\} D_k \end{cases}, \tag{1.66}$$

où :

$$\gamma_\mathrm{eff} = \max\left\{\gamma\,;\gamma_\mathrm{sep}\right\}, \tag{1.67a}$$

$$\gamma_\mathrm{sep} = \min\left\{ s_1 \max\left\{ \frac{Re_\mathrm{v}}{3.235\, Re_{\theta,\mathrm{c}}} - 1\,;0 \right\} F_\mathrm{reattach}\,;2 \right\} F_{\theta,\mathrm{t}}, \tag{1.67b}$$

$$F_\mathrm{reattach} = e^{-\left(\frac{r_\mathrm{t}}{20}\right)^4}, \tag{1.67c}$$

et

$$\gamma_\mathrm{inf} = 0.1,\ s_1 = 2. \tag{1.67d}$$

L'introduction du seuil supplémentaire d'intermittence γ_sep permet au modèle d'accélérer le processus de transition en cas de décollement de la couche limite laminaire.

— Enfin, Menter et al. suggèrent de modifier également la fonction de raccord des modèles $k-\varepsilon$ et $k-\omega$ utilisés dans le modèle $k-\omega$ SST selon la formule suivante :

$$\tilde{F}_1 = \max\left\{F_1\,;F_3\right\}, \tag{1.68a}$$

où :

$$F_3 = e^{-\left(\frac{Re_y}{120}\right)^8}, \tag{1.68b}$$

$$Re_y = \frac{y\sqrt{k}}{\nu}. \tag{1.68c}$$

Ce couplage a été adapté pour une utilisation du modèle de Spalart et Allmaras (1992) par Medida et Baeder (2011). Dans leur approche :

$$r_{\mathrm{t}} = \frac{\nu_t}{\nu} \tag{1.69}$$

F_{wake} est ignorée car le modèle n'a pas vocation à permettre une simulation correcte des couches de mélange non-visqueux. Quant à l'intervention des variables de transition dans le modèle de Spalart-Allmaras, elle est réalisée d'une manière similaire au couplage au modèle $k-\omega$ SST :

$$\begin{cases} \tilde{P}_{\tilde{\nu}} = \gamma_{\mathrm{eff}} P_{\tilde{\nu}} \\ \tilde{D}_{\tilde{\nu}} = \max\left\{\gamma\,;\gamma_{\mathrm{inf}}\right\} D_{\tilde{\nu}} \end{cases}, \tag{1.70a}$$

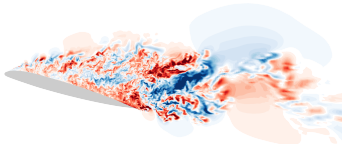
où

$$\gamma_{\mathrm{inf}} = 0.5. \tag{1.70b}$$

On remarque l'absence de correction de γ par γ_{sep} et l'élévation du seuil γ_{inf} dans le terme de destruction reformulé.
Plus tard, Medida (2014) propose une reformulation plus complète du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ pour une meilleure association au modèle de turbulence de Spalart-Allmaras. Il modifie les termes de production et destruction d'intermittence ainsi que plusieurs paramètres. Cependant, cette nouvelle version n'est plus purement locale.
Mentionnons enfin que le couplage entre la méthode $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et le modèle de Spalart-Allmaras a également été abordé par Piotrowski et Zingg (2019), qui modifient r_{t} et $P_{\tilde{\nu}}$ de la même manière que Medida, mais conservent l'expression originale de $D_{\tilde{\nu}}$.

1.4.4 Modélisation du décollement d'une couche limite sous effet de transition

L'état actuel des méthodes de modélisation de la transition précédemment décrit montre que celles-ci sont encore dans un état de faible maturité (Coder 2018 ; Bernardos et al. 2019b). Par conséquent, peu de travaux ont été menés pour les inclure dans un cadre plus complexe comme celui de la modélisation des décollements par méthodes hybrides RANS/LES. Nous présentons ici un panorama qui se veut exhaustif des études mêlant méthodes hybrides et modèles de transition.
La première démonstration de faisabilité d'un traitement unifié des régions transitionnelles et décollées peut être attribuée à Sørensen et al. (2011). Ces auteurs ont proposé une méthode de couplage entre le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et une version $k-\omega$ de la DES97 et l'ont utilisé pour simuler l'écoulement transitionnel autour d'un cylindre circulaire, ainsi que d'un profil épais. Ils ont ainsi amélioré les prévisions de traînée par comparaison avec des calculs pleinement turbulents - c'est-à-dire sans modèle de transition, démontrant ainsi que la modélisation de la transition est un besoin essentiel pour assurer la représentativité des efforts obtenus par calcul d'écoulements massivement décollés. Peu après, Alam et al. (2013a) ont proposé une association du modèle à énergie cinétique laminaire (voir 1.4.3) $k - k_L - \omega$ de Walters et Cokljat (2008) à leur méthode hybride, et ont montré Alam (2013b) que ce couplage permet une amélioration de la topologie du décollement laminaire qui se produit à bas nombre de Reynolds sur les aubes PAK-B (voir tableau de cas-test 1.8). En particulier, et à l'inverse des résultats produits par une DDES standard, l'écoulement ne recolle pas avant le bord de fuite de l'aube, et la position du décollement laminaire est conforme aux données expérimentales. À peu près en même temps, You et Kwon (2013) ont adapté le modèle SAS pour lui adjoindre le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, et ont également démontré une amélioration des résultats de simulation d'un écoulement autour d'un cylindre à base circulaire. Ils ont en particulier proposé une formulation de «fonction de mélange» adaptée aux simulations d'écoulements transitionnels. Le modèle de Menter et al. (2006) a également été utilisé par Hodara et Smith (2017) pour introduire la phénoménologie de la transition dans des calculs utilisant un modèle hybride entre $k-\omega$ SST et LDKM de Kim et Menon (1999) issu de la procédure de moyennage conditionnel de Baurle et al. (2003). Hodara (2016) a validé le comportement de la méthode à l'aide de cas de plaque plane, puis simulé l'écoulement autour d'un cylindre circulaire et



du profil NACA64-415. Dans les trois cas, il a observé une nette amélioration des prévisions de quantités intégrales de couche limite et de frottement par rapport à un calcul sans modèle de transition. De même, Wang et al. (2020) ont proposé un couplage de leur modèle à une équation de transport pour γ (Wang et Fu 2009) à la DDES. Ces études, ainsi que plusieurs autres mentionnées ci-après, ont à nouveau démontré l'intérêt de capacités à représenter les effets transitionnels. Pour des applications différentes, Tester et al. (2018) ont également développé une méthode basée sur la DDES (Spalart et al. 2006) et sur le modèle AFT de Coder (2017) afin de reproduire l'impact de la transition laminaire-turbulent dans des cas d'interaction onde de choc-couche limite. Ils ont obtenu une influence significative de la modélisation de la transition sur la position et la dimension de la zone décollée, bien que le modèle n'ait été validé qu'à l'aide de cas de plaque plane. Le même modèle a également été employé par Coder et Ortiz-Melendez (2019) pour calculer l'écoulement autour d'un profil tri-corps. Modélisant ainsi la transition par ondes de Tollmien-Schlichting, ils ont obtenu un meilleur accord avec les données expérimentales que ce que fournissait précédemment le modèle pleinement turbulent.
Notons que peu d'études ont traité le domaine d'applicabilité d'un modèle hybride capable de reproduire les effets de transition. On peut cependant mentionner l'étude de Zhou et al. (2019) sur la prise en compte de l'influence de la turbulence incidente. Ces auteurs ont montré que l'activation de leur modèle, issu d'un couplage DDES/$\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, résultait en une altération importante des caractéristiques de la turbulence incidente. Ainsi, lors d'un passage du modèle en branche LES, la turbulence modélisée est détruite pour permettre le développement d'instabilités, par exemple en cas de décollement. Or, celle-ci joue un rôle majeur dans le comportement de la transition laminaire-turbulent. Ces auteurs ont par conséquent choisi de désactiver la branche LES dans le champ extérieur à la couche limite, réduisant ainsi son utilisation aux seules zones décollées et aux sillages d'objets. Cependant, cette décision réduit grandement le champ d'application du modèle : par exemple, si un sillage provenant de l'amont interagit avec la couche limite d'un profil, comme par exemple au sein d'une turbomachine, la turbulence qu'il contient doit nécessairement être modélisée (traitée par la branche RANS du modèle). Cependant, si on choisit de calculer également l'écoulement autour du corps qui génère ce sillage, cette turbulence sera résolue - c'est le propre d'une méthode hybride. Le modèle de Zhou et al. (2019) engendre donc une différence fondamentale de méthode de représentation entre les données en amont et en aval du domaine de calcul. Cette caractéristique le rend impropre au traitement de géométries complexes où les sillages et les couches limites interagissent sans cesse. Par ailleurs, il faut souligner que les modèles de transition ne sont à l'heure actuelle pas conçus pour rendre compte des effets de l'absorption de turbulence résolue. La question de la réalisation de simulations de l'écoulement au sein d'étages successifs de turbomachines - par exemple - avec un traitement unifié de la turbulence est donc ouverte, et un sujet de recherche actif (Dufau et al. 2021).

1.4.5 Cas test de validation des modèles de transition

À l'instar de la modélisation de la turbulence, celle de la transition laminaire-turbulent dans ses différents modes nécessite des bases de données de calibration puis de validation du comportement des modèles. Dans le cours de ces travaux, un recensement à grande échelle des cas-tests existants a été réalisé. Nous le présentons ici avant d'en tirer deux cas qui sont d'une importance plus décisive pour la suite de notre étude. Une partie des données présentées ci-après sont issues d'autres travaux partiels de recensement, comme ceux de Langtry et Menter (2009), Coder et al. (2014), Coder (2018), Piotrowski et Zingg (2019) et Jung et Baeder (2019). L'ensemble des cas-tests a été subdivisé en quatre grandes catégories, représentatives de la complexité des phénomènes observés - ainsi de la maturité du modèle utilisé pour les reproduire, et des phénomènes transitionnels décisifs. Un niveau quantitatif de précision des données disponibles est également fourni selon la classification de Sagaut et Deck (2009), redonnée à l'aide du tableau 1.5.

La première classe distinguée, plutôt orientée vers une perspective de calibration des modèles, est constituée des écoulements le long de plaque plane, qui s'affranchissent notamment des effets de courbure de paroi. On y trouve cependant des effets de gradient de pression adverse. Elle est représentée au sein du

TABLEAU 1.5 – Niveau de précision et résolution des données disponibles. Tiré et traduit d'un article de Sagaut et Deck (2009).

Niveau	Données disponibles
1	Coefficients de frottement et pression (coefficients aérodynamiques intégraux)
2	Champ aérodynamique moyen (profils orthogonaux à la paroi de vitesse et/ou de pression)
3	Variances statistiques (moments d'ordre 2 des variables)
4	Analyse spectrale locale (densités spectrales de puissance)
5	Analyse spectrale corrélée sur deux points ou plus (corrélations, cohérences et spectres de phase)
6	Analyse d'ordre élevé et en fréquence (spectres fréquence-nombre d'onde, spectres de bicohérence)

tableau 1.6. Les cas qui en sont membres sont généralement orientés vers un type particulier de transition. La deuxième classe, représentée dans le tableau 1.7, est constituée des écoulements autour de profils d'aile ou de pales, hors turbomachines (aérodynamique externe). Cette liste ne se veut pas exhaustive. Plusieurs organismes, dont l'ONERA, le DLR, la NASA et le NREL ont mené des campagnes de caractérisation systématique d'une multitude de profils, dont un grand nombre sont caractérisés par des effets de transition. Une telle entreprise serait donc futile. Nous n'avons retenu ici que ceux qui sont régulièrement utilisés pour l'étude des modèles, et considérés par la communauté comme problématiques, ou bien à l'inverse validatoires. D'autres bases de données de ce type peuvent être consultées dans les travaux de McCroskey et al. (1982), Pucci et al. (1982), Carr et al. (1982) et Bertagnolio et al. (2001). La troisième classe de problèmes, donnée par le tableau 1.8, concerne les écoulements autour de profils d'aubes de turbomachines. Elle voit en particulier apparaître les phénomènes liés à la conjonction de plusieurs modes de transition (par exemple transition par décollement tranformée en transition sous effet de la turbulence extérieure lors du passage d'un sillage) et à la relaminarisation des couches limites. Enfin, la quatrième et dernière classe d'écoulements distinguée est constituée des écoulements autour de géométries tridimensionnelles complexes. On y trouve à nouveau des interactions entre différents types de transition ; ainsi du sphéroïde de rapport d'aspect 6 :1, à la surface duquel les phénomènes associés à la transition par ondes de Tollmien-Schlichting côtoient ceux de la transition *crossflow* due aux écoulements transverses. Ces cas, quoique parfois bien documentés, peuvent être utilisés dans une optique de recherche des limites des modèles plutôt que pour leur calibration ou leur validation. Ils sont rassemblés au sein du tableau 1.9 .

Mentionnons par ailleurs que de nombreuses études qui ne peuvent pas constituer de cas-test ont également été réalisées pour étudier les différents mécanismes de la transition, mais ne sont pas présentées ici. Les données qui en ont résulté constituent plus une base d'étude et de compréhension des phénomènes qu'un environnement de test des modèles de transition, dans la mesure où de nombreux paramètres rentrent en jeu, ainsi qu'un certain nombre d'éléments difficilement reproductibles dans une simulation numérique sans modélisation plus avancée, comme par exemple le haut-parleur miniaturisé de Gostelow et al. (1996) servant à générer la perturbation à l'origine de spots turbulents. Quand bien même ces éléments pourraient être représentés, les erreurs de modélisation de la méthode de calcul de la transition et celles associées aux caractéristiques du cas seraient difficilement différenciables.

De même, les tableaux ci-dessous ne recensent que les cas où les données ne sont pas sujettes aux erreurs de modélisations. Les résultats de LES de Yang et Voke (2001) et Roberts et Yaras (2005) ne sont par exemple pas considérées comme des données suffisamment robustes. Cependant, ils peuvent être un outil de valeur dans l'évaluation d'un modèle sur la base de données de DNS ou d'essais expérimentaux afin d'obtenir une plus large plage de paramètres d'études. Elles ne devraient cependant pas être utilisées seules dans un contexte de validation, étant elles-mêmes sujettes à caution sur le plan de la modélisation.

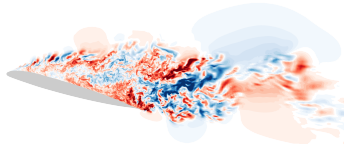


TABLEAU 1.6 – Cas académiques de référence de transition d'une couche limite de plaque plane.

Auteur(s) (année)	Commentaire (variables de l'étude)	Type	$u_\infty\,(\mathrm{m\,s^{-1}})$	$Tu_\infty\,(\%)$	Précision	Mode de transition
Tomiuka et al. (2020)	Soumise au sillage d'un profil	exp.	8.0	0.3	3	Bypass
Singh (2019) et Singh et Sarkar (2011)	Gradient de pression adverse. Profil de Blasius en entrée	DNS	–	~ 0	4	
Hosseinverdi et Fasel (2015)	Gradient de pression adverse	DNS		$[0, 2]$	4	
Laurent et al. (2012a)	PLaque plane sous gradient de pression adverse calculé pour reproduire celui du profil OA209 en pré-décrochage	DNS	47.57	~ 0	4	Décollement
McAuliffe et Yaras (2008)	Gradient de pression adverse.Étude des rôles des instabilités visqueuse et non-visqueuse dans la transition par décollement.	QDNS	4.5	0.7	4	Naturelle, Décollement
Zaki et Durbin (2006)	Interaction de modes (λ_θ)				3	Bypass
Roberts et Yaras (2003b), Yaras (2002) et Yaras (2001)	Étude de l'influence du gradient de pression et de la turbulence extérieure sur l'intermittence (Re, Tu_∞, λ_θ)	exp.			2	Décollement, Naturelle, Bypass
Wissink et Rodi (2003)	Gradient de pression adverse	DNS				
Roberts et Yaras (2003a)	Étude des influences respectives de la turbulence extérieure et des instationnarités sur la transition par décollement. Injection instationnaire (St)	exp.	$Re \in [3.5, 4.7] \cdot 10^5$	$[0.4, 4.5]$	2	Décollement
Fasel (2002)	Interaction entre «modes» de Tollmien-Schlichting et de Klebanoff	DNS				Naturelle, Bypass
Yaras (2001)	Gradient de pression adverse. Faible intensité de turbulence extérieure. (Re, λ_θ)	exp.	$[4.5, 12.8]$	$[0.22, 0.65]$	2	Décollement
Alam et Sandham (2000)	Gradient de pression adverse variable, profil de Blasius en entrée	DNS		$[0.46, 3]$	5	Décollement
Lou et Hourmouziadis (2000)	Décollement soumis à l'effet d'un déficit de vitesse instationnaire représentant un sillage (Re, St)	exp.	$[1.5, 31]$	0.5	4	Décollement
Maucher et al. (2000)	Gradient de pression adverse	DNS	29.3	0	2	Naturelle, Décollement
Spalart et Strelets (2000)	Gradient de pression adverse. Profil de Blasius en entrée.	DNS	–	< 0.1	3	Décollement
Volino et Hultgren (2000)	Gradient de pression adverse variable. Profil de pression imposé par la paroi supérieure courbe et conçu pour être le même que le profil Pak-B	exp.	$[3.75, 22.5]$	$[0.2, 7]$	4	Bypass, Décollement
Wu et al. (1999) et Wu et Durbin (1999)	Avec sillages défilants sur le modèle de (Liu et Rodi 1991)	DNS	15.4	–	3	Naturelle, Bypass
Shyne et al. (1999)	Gradient de pression adverse rencontré sur une aube de turbine.	exp.	$Re \in [1, 2.5] \cdot 10^5$	$[0.8, 3]$	3	Décollement
Hatman et Wang (1998c)	Étude de l'influence du gradient de pression adverse et du nombre de Reynolds. Décroissance de Tu_∞ précisément caractérisée. Mesures de vitesse peu fiables. (Re, λ_θ)	exp.	$[2.38, 20.55]$	$[0.3, 0.6]$	3	Naturelle, Décollement
Westin et al. (1994) et Boiko et al. (1994)	Étude de l'interaction entre modes de Tollmien-Schlichting et Klebanoff	exp.		1.5		Naturelle, Bypass
Roach et Brierley (1992b)	Cas ERCOFTAC «T3A-»	exp.	19.8	1	3	Bypass, Naturelle
Roach et Brierley (1992b)	Cas ERCOFTAC «T3A»	exp.	5.3	3	3	Bypass
Roach et Brierley (1992b)	Cas ERCOFTAC «T3B»	exp.	9.6	6	3	Bypass
Roach et Brierley (1992a)	Cas ERCOFTAC «T3C» avec gradient de pression adverse	exp.				
Roach et Brierley (1992a)	Cas ERCOFTAC «T3L» avec gradient de pression adverse et décollement de bord d'attaque	exp.				
Liu et Rodi (1991)	Sous effet de sillage. Décomposition des signaux entre bruit et modes	exp.	15.4	–	3	Naturelle, Bypass
Cherry et al. (1984)	Avec bord d'attaque carré	exp.	13.1	0.07	5	Décollement
Gaster (1967)	Soumise à plusieurs distributions de gradient de pression adverse (Re, λ_θ)	exp.			2	
Schubauer et Klebanoff (1955)	Classiquement dénommé «SK»	exp.	$[10.1, 24.4]$	$[0.03, 1]$	3	Naturelle

TABLEAU 1.7 – Cas-test de référence de transition d'une couche limite de profil.

Profil	**Auteur(s) (année)**	**Commentaire (variables de l'étude)**	**Type**	**Nombre de Reynolds basé sur la corde Re_c**	**Amplitude de la turbulence amont Tu_∞ (%)**	**Incidence α (°)**	**Précision**	**Mode de transition**
A2	Fejtek (1997) et AGARD (1994)	Profil multi-corps avec bec et volet AGARD	exp.	$3.52 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 23]$	2	Naturelle, Aspérités
AS239 (Aerospatiale A)	Gleyzes et Capbern (2003) et Haase (1997)	Décrochage statique mixte abrupt	exp.	$2.1 \cdot 10^6$	< 0.1	$[3, 18]$	3	Décollement
AS240 (Aerospatiale B)	Gleyzes et Capbern (2003)	Décrochage statique mixte lent	exp.	$2.1 \cdot 10^6$	< 0.1	$[0, 24]$	3	Décollement
Cylindre	Achenbach (1968), Roshko (1961) et Fage et Falkner (1931)	«Crise de traînée»	exp.	$\mathbb{R}^+$ (presque)	–	–	1	Naturelle, Bypass, Décollement, Aspérités...
Double-pointe	McCullough et Gault (1951)	Voir NACA 63-009. Décrochage de profil mince	exp.	$5.8 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 10]$	1	Décollement
DU 91-W 2-250	Timmer et Rooy (1993)	Étude de l'influence de VGs et d'un Gureney flap	exp.	$[1, 3] \cdot 10^6$	0.02, 0.1	$[-9, 16]$	1	Naturelle
Eppler387	McGhee et al. (1988)	Plage d'essais importante, examen du sillage (M)	exp.	$[6, 46] \cdot 10^4$	[0.04, 0.2]	$[-3, 16]$	1	Décollement
FFA-W3-241	Fuglsang et al. (1998a)	Éoliennes	exp.	$1.6 \cdot 10^6$	1	$[-4.4, 27.5]$	1	(Bypass), Décollement
FFA-W3-301	Fuglsang et al. (1998a)	Éoliennes	exp.	$1.6 \cdot 10^6$	1	$[-3.3, 27.7]$	1	(Bypass), Décollement
McDonnell Douglas 30P/30N	Klausmeyer et Lin (1994)	Profil multi-corps avec bec et volet. Essai orienté turbulence pleinement développée	exp.	$[5, 16] \cdot 10^6$	non précisé	$[-4, 24]$	3	Naturelle
NACA 0012 et 4412	Kay et al. (2019)	Caractéristiques statistiques de la turbulence amont mesurées précisément	exp.	$[5, 20] \cdot 10^4$	[1.3, 15]	$[-6, 20]$	1+	Bypass, Décollement
NACA 0012	Yarusevych et Kotsonis (2017)	Étude de l'influence des perturbations de champ et du contrôle en paroi sur un bulbe de décollement laminaire	exp.	$1.3 \cdot 10^5$	< 0.1	2	4	(Bypass), Décollement
NACA 0012	Jones et al. (2008)	Forçage des perturbations, mais leurs caractéristiques ne sont pas précisément quantifiées	DNS	$5 \cdot 10^4$	–	5	5	(Bypass), Décollement
NACA 0012	Shan et al. (2004)	Décollement secondaire	ILES	$1 \cdot 10^5$	4	–	3	Décollement
NACA 0012	Gregory et O'Reilly (1970)	Décrochage mixte, effets de rugosités	exp.	$1.44 \cdot 10^6$	–	$[0, 16.5]$	2	Décollement
NACA 0012, SC-1095 et NLR7301	McCroskey et al. (1982), Pucci et al. (1982) et Carr et al. (1982)	Éoliennes en décrochage dynamique	exp.	$2.5 \cdot 10^6$		$[-5, 16]$	1	Décollement
NACA 0021	Swalwell et al. (2003) et Swalwell et al. (2001)	Étude de décrochage sous turbulence extérieure	exp.	$2.7 \cdot 10^5$	[0.6, 7]	$[0, 30]$	1	Bypass, Décollement
NACA 63-009	McCullough et Gault (1951)	Étude des differents décrochages. Décrochage de bord d'attaque.	exp.	$5.8 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 10]$	1	Décollement
NACA 63_1-012	McCullough et Gault (1951)	Voir NACA 63-009. Décrochage de bord d'attaque. Re_c modifié en cours de polaire.	exp.	$5.8 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 13]$	1	Décollement
NACA 63_3-018	McCullough et Gault (1951)	Voir NACA 63-009. Décrochage de bord de fuite.	exp.	$5.8 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 18]$	1	Décollement
NACA 63-215	Abbott et Dönhoff (1959) selon Bertagnolio et al. (2001)	Éoliennes	exp.	$3 \cdot 10^6$	non précisé	$[-3, 18]$	1	Décollement
NACA 63-215	Fuglsang et al. (1998b)	Décrochage dynamique	exp.	$1.1 \cdot 10^6$	1	$[-4, 25]$	1	(Bypass), Décollement
NACA 63-221	Abbott et Dönhoff (1959) selon Bertagnolio et al. (2001)	Éoliennes	exp.	$3 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 20]$	1	Décollement
NACA 63-430	Fuglsang et al. (1998a)	Éoliennes	exp.	$1.6 \cdot 10^6$	1	$[-4.4, 27.5]$	1	(Bypass), Décollement
NACA 64A006	McCullough et Gault (1951)	Étude des differents décrochages	exp.	$5.8 \cdot 10^6$	non précisé	$[0, 11]$	1	Décollement
NACA 66_3-018	Bursnall et Loftin (1951)	Décollement de bord d'attaque	exp.	$[1.2, 2.4] \cdot 10^6$	non précisé	0	1	Décollement
NACA 66,2-516	Bursnall et Loftin (1951)	Décollement de bord d'attaque	exp.	$[1.2, 2.4] \cdot 10^6$	non précisé	3	1	Décollement
NLF(1)-0416	Somers (1981)	Profil laminaire. Turbulence amont non caractérisée	exp.	$[1, 4] \cdot 10^6$	–	$[-16, 17]$	1	
OA209	Le Pape et al. (2012)	Profil de pale d'hélicoptère en phase de pré-décrochage	exp.	$[5.5, 18] \cdot 10^5$	–	15	2	Décollement
PSU 94-097	Maughmer et al. (2002)	Profil de winglet. Cas basse vitesse	exp.	$[2.4, 10] \cdot 10^5$	non précisé	$[2, 8]$	1	Décollement
RISØ-A1-21	Fuglsang et al. (1999)	Éoliennes. Transition peu sensible à Tu_∞	exp.	$1.6 \cdot 10^6$	1	$[0, 28]$	1	Bypass
S414	Coder et al. (2014) et Somers et Maughmer (2010)	Profil d'aile laminaire bicorps (éolienne)	exp.	$[5, 15] \cdot 10^5$	0.05	$[-4, 19]$	1	Naturelle, Décollement
S809	Somers (1989)	Éoliennes	exp.	$[1, 3] \cdot 10^6$	[0.02, 0.04]	$[-17, 15]$	1	Décollement
S814	Somers (1997)	Éoliennes	exp.	$1 \cdot 10^6$	[0.02, 0.04]	$[-30.2, 20.2]$	1	
S827	Somers (2005)	Éoliennes	exp.	$[1, 6] \cdot 10^6$	0.03	$[-4, 20]$	1	Décollement
SD7003	Hain et al. (2009)	Profil planeur à décollement long	exp.	$6.6 \cdot 10^4$	0.28	4	3	Décollement
VA-2	Mateer et al. (1996)	Profil supercritique	exp.	$[6, 60] \cdot 10^5$	0.5	$[-0.5, 11.5]$	1	Naturelle

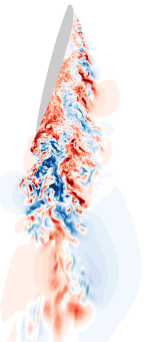


TABLEAU 1.8 – Cas-test de référence de transition d'une couche limite d'aube de turbomachine en configuration simplifiée (cascade linéaire, aube isolée...).

Profil	Auteur(s) (année)	Commentaire (variables de l'étude)	Type	Nombre de Reynolds basé sur la corde et la vitesse de sortie, Re_c	Sillage défilant	Amplitude de la turbulence amont (et de sillage), Tu_∞ (%)	Précision	Mode de transition
Aubes et cascades d'aubes de turbine								
CLT2	Vera et al. (2004)	Essais de rugosités (M)	exp.	$\{1.3, 2\} \cdot 10^5$	oui	0.5 (non précisé)	3–	Bypass, Aspérités
Datum, L, H	Curtis et al. (1997)	Aube de référence, aube laminaire et aube à haut niveau de portance	exp.	$2 \cdot 10^5$	oui	0.5	1	Bypass, Décollement
L1A	Volino (2009)	Géométrie accessible aux chercheurs américains. Génération suivante après les T10*. Comparaison avec les aubes L1M et Pak-B	exp.	$[2.5, 33] \cdot 10^4$	non	0.6	4	Décollement
L1A, L1M	Bons et al. (2005)	Design des aubes et étude du contrôle du décollement	exp.	$\{2, 5\} \cdot 10^4$	non	0.3	3	Décollement
LS89	Arts et al. (1990), Arts et Lambert de Rouvroit (1992) et Cação Ferreira et al. (2019)	Turbine haute-pression à fort niveau de turbulence incidente (Ma, Re, Tu)	exp.	$[5, 200] \cdot 10^4$	non	$[1, 6]$	4	Décollement, Choc
MTU	Wissink et Rodi (2006)	Gradient de pression majoritairement favorable. Aube de stator. Étude des transferts thermiques (St)	DNS	$7.2 \cdot 10^4$	oui et non	2.8 (non précisé)	3	Décollement
MTU-T161	Martinstetter (2009)	Décollements intrados et extrados. ($Ma \in \{0.6, 0.66\}$)	exp.	$\{7 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^5\}$	oui	2.	4	Décollement
MTU-T161	Iyer et al. (2021)	Décollements intrados et extrados.	DNS	$1. \cdot 10^5$	non	0.	4	Décollement
Pak-B	Huang et al. (2006) et Dorney et al. (2000)	Étude de contrôle du décollement par injection de plasma. LDV	exp.	$\left[1 \cdot 10^4, 1 \cdot 10^5\right]$	non	[0.08, 2.85] %	2	Bypass, Décollement, Forçage tiers
Pak-B	Zhang et al. (2002)		exp.	$[2.5, 15] \cdot 10^4$	non	$\{0.4, 4.5\}$	4	Bypass, Décollement
Pak-B	Kaszeta et al. (2007), Kaszeta et al. (2005) et Kaszeta et al. (2001)	Essai monocanal avec barreaux défilants, forts taux de turbulence	exp.	$5 \cdot 10^4$	oui	– ([6, 10])	3	Bypass, Décollement
Pak-B	Volino (2002b) et Volino (2002a)	Information sur les statistiques de turbulence en entrée, spectre, intensité et longueurs caractéristiques (détaillée dans les trois directions car non isotrope). Canal unique (Tu_∞)	exp.	$[2.5, 30] \cdot 10^4$	non	$\{0.5, 8.7\}$	4	Bypass, Décollement
Pak-B	Simon et al. (2000) et Qiu et Simon (1997)	Essai monocanal	exp.	$[5, 30] \cdot 10^4$	non	[0.5, 10]	4	Bypass, Décollement
T104	Weiss et Fottner (1995)	Aube chargée à l'avant, générant de plus grosses pertes que la T106	exp.	$5 \cdot 10^5$	non	non précisé	2	Décollement
T106	Hilgenfeld et al. (2002)	Conditions originales. Aube de turbine cambrée à ultra-haute portance	exp.	$2 \cdot 10^5$	oui	[0.4, 7.5]	2	Bypass, Décollement
T106	Wu et Durbin (2001)	«Cylindres imaginaires»	DNS	$1.48 \cdot 10^5$	oui	0 (–)	3	Bypass, Décollement
T106	Weiss et Fottner (1995)	Voir T104	exp.	$5 \cdot 10^5$	non	non précisé	2	Décollement
T106 A	Garai et al. (2016)	Turbulence initiée par un tourbillon de Taylor-Green	DNS	$[6, 8] \cdot 10^4$	non	$[0, 2]$	2	Bypass, Décollement
T106 A	Michelassi et al. (2015) et Sandberg et al. (2015)	(Tu_∞)	DNS	$\{6, 10\} \cdot 10^4$	oui	[0.5, 3.2]	4	Bypass, Décollement
T106 A	Opoka et Hodson (2008)	(Tu_∞)	exp.	$[9, 26] \cdot 10^4$	non	[0.5, 4]	3	Bypass, Décollement
T106 A	Wissink et Rodi (2006) et Wissink (2003)	Difficile de savoir comment les barreaux sont représentés	DNS	$5.18 \cdot 10^4$	oui	– (non précisé)	3	Bypass, Décollement
T106 A	Stadtmüller et al. (2000)	Variations de calage, de nombre de Mach et de vitesse de passage des barreaux. Décollement massif. Représente la mi-envergure du moteur PW2037 (M, St)	exp.	$\{6, 20\} \cdot 10^4$	oui	1 (non précisé)	3	(Naturelle ?), Bypass, Décollement
T106 A	Stieger et Hodson (2005), Stieger et al. (2004) et Stieger et Hodson (2004)	Mesures extensives et résolues, LDA	exp.	$1.6 \cdot 10^5$	oui	non précisé (5)	3	Naturelle, Bypass, Décollement
T106 C	Garai et al. (2016)	Voir T106 A	DNS	$8 \cdot 10^4$	non	[0, 3.2]	2	Bypass, Décollement
T106 C	Hillewaert et al. (2014)	Caractérisation statistique détaillée de la turbulence amont	exp. et DNS	$[8, 25] \cdot 10^4$	non	0.9	2	Décollement
T106 C	Michálek et al. (2012)	Même profil que le cas T106A, avec un calage et un espace inter-aubes différents	exp.	$[8, 16] \cdot 10^4$	non	[0.8, 3.2]	4	Bypass, Décollement
T106 C	Uzol et al. (2007)	PIV	exp.	$1.3 \cdot 10^5$	oui	0.5 (indisponible)	3	Bypass, Décollement
T106 C	Zhang et Hodson (2004)	Étude paramétrique de la rugosité	exp.	$1.74 \cdot 10^5$	non	0.5	1	Décollement, Aspérités
T106 Cp, Cc et D	Duden et al. (1999) et Duden et Fottner (1997)	Étude des pertes dues aux écoulements secondaires	exp.	$\{1.2, 5\} \cdot 10^5$	non	[1.4, 6.8]	2	Bypass, Décollement
T106 D	Stadtmüller et al. (2000)	Voir T106 A (M, St)	exp.	$\{6, 20\} \cdot 10^4$	oui	1 (non précisé)	3	(Naturelle ?), Bypass, Décollement
T106-300	Wunderwald et Fottner (1996)		exp.	$[3, 9] \cdot 10^5$	non	[0.7, 2.9]	4	Bypass, Décollement
T108	Michálek et al. (2011)		exp.	$[6, 20] \cdot 10^4$	-	– (–)	–	Bypass, Décollement
Non-nommé	Van Treuren et al. (2001)	Géométrie non mentionnée	exp.	$\{2.5, 5\} \cdot 10^4$	non	$\{1, 9\}$	1	Bypass, Décollement
Non-nommé	Brunner et al. (2000)	Comparaison de deux profils d'aubes de turbine, pauvre en information sur les profils. Décollements importants en conditions stationnaires (St)	exp.	$[7, 30] \cdot 10^4$	oui	1 (2)	3	Bypass, Décollement
Non-nommé	Murawski et al. (1997)	Cascade linéaire	exp.	$\{5.3, 16\} \cdot 10^3$	non	$\{1.1, 8.1\}$	3	Bypass, Décollement
Non-nommé	Ubaldi et al. (1996) et Cicatelli et Sieverding (1997)	Projet BRITE Euram	exp.	$1.6 \cdot 10^6$	non	1	4	(Naturelle ?), Bypass
Non-nommé	Coton et al. (2003) et Roux et al. (2002)	Utilisation du flux de chaleur pour identifier les caractéristiques de la couche limite. Générateur de sillage non invariant par translation selon z (roue).	exp.	[1.9, 6.5]	oui	0.8	2	Naturelle, Bypass, Décollement
Aubes et cascades d'aubes de compresseur								
10C4/30C50	(Etemadi et al. 2019 ; Taghavi-Zenouz et al. 2014)	(α)	exp.	$[8, 50] \cdot 10^4$	non	[1.25, 4]	2	Bypass, Décollement
V103	Zaki et al. (2010)	Cascade d'aubes NACA 65	DNS	138500	non	[0, 10]	4	Bypass, Décollement
V103-220	Li et Yang (2019) et Hilgenfeld et Pfitzner (2004)							
	Leipold et al. (1999), Wunderwald et Fottner (1995) et Bell et Fottner (1995)	Cascade d'aubes NACA 65-K48	exp.	$[3.6, 9] \cdot 10^5$	oui	[4, 8] (9.5)	3(4)	Bypass, Décollement
Zierke et Deutsch	Zierke et Deutsch (1989a) et Zierke et Deutsch (1989b)	Aube bi-circulaire à décollement transitionnel et décollement de bord de fuite. Fils et film chaud, LDV (α)	exp.	$5 \cdot 10^5$	non	0.18	3	(Naturelle ?), Bypass, Décollement
Non-nommé	Sans et al. (2015) et Sans et al. (2014)	Effets de variation de solidité. Géométrie non communiquée	exp.	$\sim 3.2 \cdot 10^5$	non	1	1	Naturelle, Bypass
Non-nommé	Schreiber et al. (2002)	Enduit pariétal	exp.	$[7, 30] \cdot 10^5$	non	[0.7, 4]	1	Bypass, Décollement

Cas de décollement laminaire d'une couche limite de plaque plane. Le premier cas choisi pour la suite de cette étude est celui de Laurent et al. (2012a), construit pour reproduire le long d'une plaque plane les effets de gradient de pression adverse induisant l'apparition du bulbe de décollement au bord d'attaque du profil OA209 que nous présentons au paragraphe suivant.

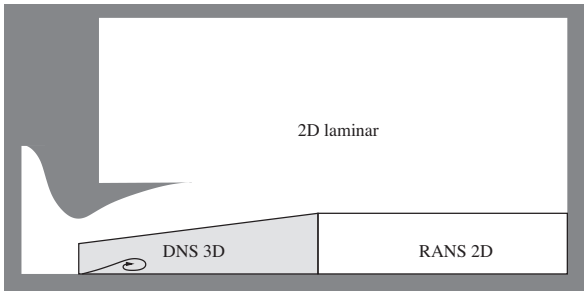


FIGURE 1.21 – Topologie géométrique de la quasi-DNS de Laurent et al. (2012a), et méthode de calcul adoptée dans chacune des zones de l'écoulement.

De plus, la géométrie de Laurent, représentée sur la figure 1.21, permet de rendre compte de ces effets indépendamment de la courbure de la paroi de l'OA209. Le nombre de Reynolds de l'écoulement, $Re_c = cu_\infty/\nu$, basé sur la corde du profil-modèle, est de $1.8 \cdot 10^6$, et son nombre de Mach de 0.16. La paroi supérieure du canal est une paroi glissante, permettant d'imposer un gradient de pression adverse sans générer de couche limite (et par conséquent sans faire apparaître de décollement). Ce gradient de pression adverse est responsable d'un décollement de la couche limite laminaire, qui déclenche la transition. Le regain de pression associé à la génération de turbulence fait alors recoller la couche limite.
L'écoulement débouche dans une vaste cavité où le fluide est également injecté avec les mêmes propriétés thermodynamiques que le fluide qui sort du conduit où le décollement se produit. Cette démarche vise à permettre à la couche limite de se développer en gradient de pression négligeable en aval de la zone décollée, et à prévenir l'apparition d'une couche de mélange cisaillée au niveau où les deux flux se rejoignent. Le phénomène de décollement laminaire à l'origine de la transition est ainsi isolé des autres phénomènes susceptibles de se produire à la surface de l'OA209.
Les données disponibles pour ce cas, obtenues par Laurent et al. à l'aide d'une quasi-DNS (Robinson 1991), comprennent des statistiques d'ordre 1 et 2 dans l'ensemble du volume, ce qui permet également de reconstruire les évolutions des quantités pariétales : frottement moyen, épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement moyennes de la couche limite, et facteur de forme.

Cas du profil OA209 à décrochage mixte de bord de fuite/de bord d'attaque. Pour étudier les phénomènes qui se produisent au décrochage d'un profil, décrits en 1.1.1, nous utiliserons le profil OA209 de pale de rotor d'hélicoptère. Il est actuellement utilisé pour la fabrication des rotors de l'hélicoptère AS365 Dauphin : il s'agit du profil de la pale à mi-envergure environ. Ce profil a été testé à deux reprises dans la soufflerie F2 de l'ONERA au centre du Fauga-Mauzac dans le cadre de projets de contrôle du décrochage statique et dynamique. Le contrôle était notamment réalisé à l'aide de VGs (*Vortex Generators*) ou de générateurs de plasma, servant à produire localement de la turbulence. Une première campagne a eu lieu entre 2002 et 2004, et la deuxième entre 2009 et 2011 (Le Pape et al. 2012). Les conditions de réalisation des essais ont permis l'acquisition de données à un nombre de Mach de 0.16 et pour trois nombres de Reynolds basés sur la corde du profil : $5 \cdot 10^5$, $1 \cdot 10^6$ et $1.8 \cdot 10^6$.

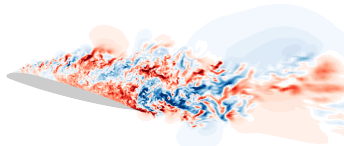
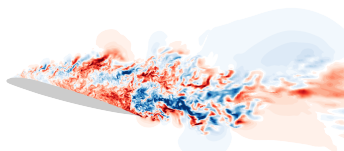


TABLEAU 1.9 – Cas-test de référence de transition d'une couche limite de géométrie tridimensionnelle complexe.

Nom	Auteur(s) (année)	Commentaire (variables de l'étude)	Type	Principaux paramètres et variables	Précision	Mode de transition
HIFiRE-5	Kimmel et al. (2017) et Kimmel et al. (2010)	Véhicule hypersonique testé en vol libre	exp.	$Ma \in [7.7, 7.9]$, $Re \in [5, 30] \cdot 10^6$	1	Naturelle
Aile en flèche brisée	Petzold et Radespiel (2015)	Aile en flèche croissante depuis l'emplanture. Transition crossflow conçue pour mettre en difficulté la stabilité linéaire	exp.	$Re \in \{1.75, 2.75\} \cdot 10^6$, $\alpha \in \{-2.6, 1.2\}$, $Tu_\infty = 0.17\,\%$	4	Naturelle, Crossflow
Discus 2cx	Coder et al. (2014)	Aile et winglet de planeur. Géométrie non disponible et référence secondaire	exp.	$Re = 2 \cdot 10^6$	1	Décollement
ROBIN-Mod7	Schaeffler et al. (2010)	Fuselage d'hélicoptère	exp.	$Ma = 0.1$, $Tu_\infty = 0.1\,\%$	1	Naturelle
Common Research Model	Rivers et Dittberner (2010).	Aile et voilure	exp.	$Ma = 0.5$, $Re \in [5, 30] \cdot 10^6$	1	Naturelle
4AV	Fischer et al. (2004)	Quatre étages de compresseur. Aubes de stator fortement courbées	exp.	$\Omega = 17100$ rpm	1, (2)	Bypass, Décollement
BR715 à aubes UHL	Haselbach et al. (2001)	Turbine entière, aubes ultra-high lift. comparaison avec la même turbine avec des aubes différentes	exp.	$Ma = 0.7$, $Re \in [7, 30] \cdot 10^4$, $St = 0.79$	1	Bypass, Décollement
3 étages de turbine	Gier et Ardey (2001)	Analyse détaillée des pertes engendrées par un éventuel décollement	exp.	$Re \in [1.4, 5.5] \cdot 10^5$	2	Bypass, Décollement
NLF(2)-0415	Dagenhart et Saric (1999)	Profil laminaire en flèche de 45°	exp.	$Re \in [1.93, 3.27] \cdot 10^6$, $\alpha \in [-4, 4]$	3	Décollement, Crossflow
Sphéroïde 6 :1	Chesnakas et Simpson (1996) et Chesnakas et Simpson (1994)					
	Barber et Simpson (1991) et Kreplin et al. (1985)	Corps de révolution (ogive)	exp.	$Re = 4 \cdot 10^6$	3	Naturelle, Décollement, Crossflow
LSRC	Halstead et al. (1995a)	Compresseur multi-étage. Mise en évidence des effets de sillage. IGV suivi de quatre étages. Essais poussés presque jusqu'au décrochage des profils	exp.	$Re \in [1, 4.2] \cdot 10^5$	2	Bypass, Décollement
LSRT	Halstead et al. (1995b)	Turbine basse-pression multi-étage. Mise en évidence des effets de sillage. Deux étages, aubes conçues spécifiquement. Pas de décollement.	exp.	$Re \in [1.2, 5.2] \cdot 10^5$	2	Bypass, Décollement
RGW	Schulz et al. (1990b), Schulz et al. (1990a) et Schulz et Gallus (1988)	Cascade annulaire d'aubes de compresseur. Étude des écoulements secondaires - décrochage d'aube au carter. (angle incident i)	exp.	$i \in [44, 55]$°	4	Bypass, Décollement
S-76	Balch et Lombardi (1985)	Extrémité de rotor hélicoptère. Étude de la géométrie : flèche, delta, anhédralité	exp.	$Ma \in [0.55, 0.65]$	1	Naturelle, Décollement
ONERA M6	Schmitt et al. (1975)	Aile en flèche constante	exp.	$Re = 1.17 \cdot 10^7$	1	Naturelle, Crossflow

Il s'agit d'un profil mince d'épaisseur relative à sa corde d'environ 9 %, avec un culot d'épaisseur 0.18 %. La courbure importante de son bord d'attaque engendre l'apparition d'un bulbe de décollement laminaire dès les faibles incidences. Quand l'incidence augmente, l'écoulement décolle également au bord de fuite, puis le décollement s'étend à l'ensemble de l'extrados du profil. Le décrochage est donc de type mixte entre bord d'attaque et bord de fuite. Nous nous intéressons plus particulièrement ici aux données à $Re_c = 1 \cdot 10^6$. La corde du profil mesure alors 300 mm, et la vitesse de l'écoulement incident vaut 55 m s^{-1}. La veine mesurant 1.8 m de côté, le bloquage maximal est de l'ordre de 11 %. Le profil décroche à une incidence α d'environ 14°.

La plupart des mesures a été prise à mi-envergure. Les données disponibles contiennent des champs bidimensionnels de vitesse pris par *Particle Image Velocimetry* (PIV) à une incidence de 16° (Mülleners et al. 2012 ; Mülleners et Raffel 2013) et des mesures instationnaires de pression pariétale à toutes les incidences testées, permettant de reconstruire les coefficients de portance et de traînée du profil.

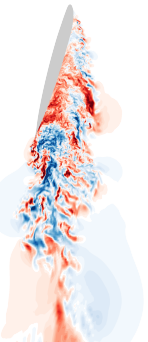


1.5 Études du décrochage par méthodes hybrides RANS/LES

Nous terminons cet état de l'art par une brève présentation des travaux réalisés jusqu'à la rédaction de ce manuscrit pour la simulation de l'écoulement autour d'un profil décroché.
Il a été démontré que les méthodes RANS sont imprécises pour la résolution de ce type d'écoulement. En particulier, les modèles RANS prévoient systématiquement un décrochage des profils à plus haute incidence que les données expérimentales (Nived et al. 2022). Certains phénomènes du décrochage ont cependant été capturés avec précision à l'aide d'études RANS, comme par exemple les phénomènes d'hystérésis (Mittal et Saxena 2002 ; Richez et al. 2016), les cellules tridimensionnelles de décrochage (Manni et al. 2016 ; Liu et Nishino 2018) et les oscillations basse-fréquence (Busquet et al. 2021). À la connaissance de l'auteur, aucune étude par méthode RANS n'a pour le moment réussi à reproduire les interactions complexes entre ces différents phénomènes, ni à quantifier l'influence de la transition laminaire-turbulent sur eux.
À l'inverse, les méthodes hybrides, quoique prometteuses, n'ont pas été largement utilisées dans l'étude de ces phénomènes. Nous réalisons ci-après un recensement des études hybrides RANS/LES du décrochage préalables au travaux présents, avec prise en compte des effets de transition ou non. Seuls les cas de décrochage de bord d'attaque, de bord de fuite, et mixtes entre les deux précédents ont été retenus. Les caractéristiques de ces travaux sont rassemblées dans le tableau 1.10. Nous y précisons également les modèles utilisés pour la prévision des décollements massifs d'une part, et de la transition d'autre part.
Il faut souligner que la réalisation de tels calculs reste coûteuse. D'une part, le nombre de pas de temps nécessaires à la résolution d'un nombre d'oscillations basse fréquence de l'écoulement suffisant pour la convergence des statistiques du champ est très importante. Pour les conditions d'écoulement de l'OA209 présentées en 1.4.5, il faut résoudre au minimum une demi-seconde de signal, ce qui correspond à un million d'itérations compte tenu des contraintes sur le pas de temps dues à la condition de Courant-Friedrich-Levy dans les cellules à la paroi (voir chapitre 4). De plus, l'étendue en envergure du domaine de calcul doit être suffisante pour permettre l'apparition de cellules de décrochage. D'après les données et corrélations présentes dans la littérature, on peut estimer qu'elle doit au moins être d'une corde (Weihs et Katz 1983 ; Manni et al. 2016). L'envergure doit également être suffisamment résolue pour permettre de supporter le contenu turbulent (Spalart et Shur 1997), ce qui impose un nombre très élevé de plans de maillage en envergure. Enfin, du fait du caractère très instationnaire de la position de décollement de la couche limite, l'économie de maillage due au traitement RANS des couches limites par rapport à une WRLES de la même configuration, n'est pas aussi importante qu'on pourrait l'espérer. Il faut en effet une densité de maillage suffisante à bonne distance de la paroi le long d'une grande partie de l'extrados pour résoudre le cisaillement d'une couche limite qui décolle, tout en conservant une densité de maille en très proche paroi adéquate pour simuler une couche limite turbulente dans le cas où l'écoulement est attaché (condition $y^+ \leq 1$).
Le tableau montre que dans tous les cas, des compromis ont été adoptés par les auteurs : un des phénomènes a toujours été privilégié par rapport aux autres. Par exemple, lorsque l'envergure est suffisante pour l'apparition de cellules de décollement, la durée de la simulation ne permet pas la convergence des statistiques à basse fréquence, ou bien le pas de temps empêche la résolution adéquate de la turbulence dans l'écoulement décollé.
La vision d'ensemble qui est donnée ici montre qu'à l'heure de la rédaction de cet ouvrage, aucune simulation par méthode hybride permettant à la fois la résolution de la turbulence dans un écoulement massivement décollé, la prise en compte de phénomènes basse fréquence et la capture du caractère fortement tridimensionnel de l'écoulement n'a été réalisée. De plus, l'interaction de la transition laminaire-turbulent avec les trois phénomènes précédemment mentionnés reste une question ouverte.

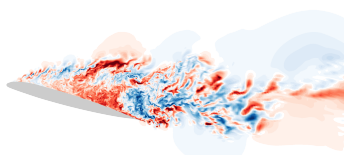
TABLEAU 1.10 – Études du décrochage de bord d'attaque, de bord de fuite ou mixte d'un profil bidimensionnel extrudé par méthode numérique hybride RANS/LES, de la plus ancienne à la plus récente. ✓and ✗ : phénomène physique pris en compte, ou non. «-» signifie que l'information n'est pas fournie dans la source. N_{xy} et N_z désignent respectivement le nombre de cellules dans une couche du maillage orthogonale à l'envergure, et le nombre de cellules en envergure. L_z est l'étendue du calcul en envergure et c la corde du profil. Ma et Re_c sont respectivement les nombre de Mach et de Reynolds, basés sur les conditions d'écoulement amont et sur la corde du profil. Enfin, Δt et t_c désignent le pas de temps de la simulation et le temps total d'acquisition des statistiques utilisées pour l'étude. «OBF» signifie *oscillations basse fréquence* et «CDD» *cellules de décrochage*.

Auteurs (année)	Profil	Modèle hybride RANS/LES	Modèle de transition	Incidence (°)	Re_c	Ma	$\frac{L_z}{c}$ (%)	$N_z\frac{c}{L_z}$	N_{xy}	$\frac{u_\infty \Delta t}{c}$	$\frac{u_\infty t_c}{c}$	Transition	OBF	CDD	Hystérésis
Cokljat et Liu (2002)	Aérospatiale A	DES97 (Spalart et al. 1997)	✗	13.3 - maximum de portance	$2.1 \cdot 10^6$	0.15	3	534	$2.3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^{-4}$	5	✗	✗	✗	✗
Szydlowski et Costes (2004)	NACA0015	DES97 (Spalart et al. 1997)	✗	13 - incidence de décrochage - 16 - post-décrochage	$1.95 \cdot 10^6$	0.29	10	200	$1.1 \cdot 10^5$	-	-	✗	✗	✗	✗
Li et al. (2006)	$NACA63_3$-018	DES97 (Spalart et al. 1997)	✗	0-22 - polaire complète	$5.8 \cdot 10^6$	0.3	100	25	$1.6 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	67	✗	✗	-	✗
	$NACA63_1$-012	DES97 (Spalart et al. 1997)	✗	0-22 - polaire complète	$5.8 \cdot 10^6$	0.3	100	25	$1.6 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	67	✗	✗	✗	✗
Sanchez-Rocha et al. (2006)	NACA0015	$k-\omega$ SST-LDKM (Kim et Menon 1999 ; Baurle et al. 2003)	✗	0-18 - polaire complète	$1.95 \cdot 10^6$	0.29	4	500	$5.2 \cdot 10^4$	-	-	✗	✗	✗	✗
Nakamori et Ikohagi (2008)	$NACA63_3$-018	MILES (Boris et al. 1992 ; Baurle et al. 2003)	Baldwin et Lomax (1978)	0-19 - polaire complète	$5.8 \cdot 10^6$	0.17	100	40	$2.1 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	200	✓	✗	✗	✗
	$NACA63_1$-012	MILES (Boris et al. 1992 ; Baurle et al. 2003)	Baldwin et Lomax (1978)	0-22 - polaire complète	$5.8 \cdot 10^6$	0.17	100	40	$2.1 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	200	✓	✗	✗	✗
Gilling et al. (2009)	NACA0015	DES97 ($k-\omega$)	✗	8-18 - polaire complète	$1.6 \cdot 10^6$	-	150	85	$2.5 \cdot 10^4$	-	150	✗	✓	✓	✗
Probst et al. (2010)	HGR-01	IDDES (Shur et al. 2008)	e^h-RSM (Jakirlić et Hanjalić 2002)	12-16 - polaire complète	$6.5 \cdot 10^5$	0.073	20	155	$7.2 \cdot 10^4$	$2.5 \cdot 10^{-3}$	5	✓	✗	✗	✗
Zhong et al. (2010)	NACA0012	DES97 (Spalart et al. 1997)	✗	12-16 - polaire complète	$9 \cdot 10^5$	0.3	10	440	$3.5 \cdot 10^4$	-	-	✗	-	✗	✗
Illi et al. (2013)	NACA0012	IDDES (Shur et al. 2008)	✗	16 - post-décrochage	$6 \cdot 10^6$	0.3	40	200	$2.2 \cdot 10^5$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	8	✗	✗	✗	✗
Le Pape et al. (2013)	OA209	ZDES mode 2 (2012) (Deck 2012)	✗	16.7 - post-décrochage	$1.8 \cdot 10^6$	0.16	100	250	$1.3 \cdot 10^5$	$8.25 \cdot 10^{-5}$	29	✗	✓	✗	✗
Jain et Baeder (2015)	SC1095	IDDES (Travin et al. 2006)	$\gamma - Re_{\theta t}$ (Medida et Baeder 2011)	4-20 - polaire complète	$2 \cdot 10^6$	0.3	50	150	$4. \cdot 10^4$	-	-	✓	✗	✗	✗
Manni et al. (2016)	NACA0012	DDES (Spalart et al. 2006)	✗	16-22 - post-décrochage	$1 \cdot 10^6$	-	1000	20	$1.9 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	61	✗	✗	✗	✗
Xu et al. (2017b)	S809	DDES (Spalart et al. 2006)	✗	0-19 - polaire complète	$6.5 \cdot 10^5$	0.076	100	38	$5.1 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$	350	✗	✗	✗	✗
Pasandeh et Esfahanian (2017)	NACA0015	Modèle multi-échelles de Nichols et Nelson (2003)	✗	5-18 - polaire complète	$1.95 \cdot 10^6$	0.29	8	500	$5.8 \cdot 10^4$	-	-	✗	✗	✗	✗
Ke et Edwards (2017)	Aérospatiale A	Modèles de Choi et al. (2009) et Gieseking et al. (2011)	$\gamma - Re_{\theta t}$ (Langtry et Menter 2009)	13.3 - maximum de portance	$2.1 \cdot 10^6$	0.15	2	3600	$5.4 \cdot 10^5$	-	-	✓	✗	✗	✗
	NACA0012		$\gamma - Re_{\theta t}$ (Langtry et Menter 2009)	16.7 - post-décrochage	$1 \cdot 10^6$	0.1	10.5	2400	$2.6 \cdot 10^5$	-	-	✓	✗	✗	✗



Chapitre **2**

Détermination d'un modèle de transition utilisable en branche RANS d'une méthode hybride



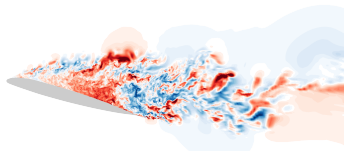
2.1 Article 75
2.1.1 Abstract 75
2.1.2 Introduction 75
2.1.3 Models description 77
2.1.3.1 Algebraic transition criteria 77
2.1.3.2 Local correlations-based transition models 78
2.1.3.3 Correlations 79
2.1.4 Test case description 84
2.1.4.1 Simulation methods 84
2.1.4.2 Conditions and main features of the reference flow 85
2.1.5 Numerical apparatus 86
2.1.5.1 Mesh and boundary conditions 86
2.1.5.2 Models 88
2.1.6 Results and discussion 88
2.1.6.1 Criterion and transport equations framework 88
2.1.6.2 Modification of the turbulence production term 94
2.1.6.3 Modification of the underlying correlations 94
2.1.7 Conclusion 96
2.1.8 Appendix 97
2.1.8.1 Local correlations-based transition models 97
2.2 Choix du modèle à valider 100
2.2.1 Définition de contraintes liées à l'intégration à la ZDES 100
2.2.2 Présentation du cadre de modélisation $\gamma - Re_{\theta,t}$ 101
2.2.3 Description du fonctionnement du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ 102
2.3 Correction et validation du modèle 109
2.3.1 Méthodes numériques 109
2.3.2 Effet des modèles non corrigés 114
2.3.3 Évaluation des paramètres de modélisation de la turbulence 114
2.4 Résumé 119

Ce chapitre vise à trouver une approche RANS qui permette de modéliser les effets de la transition laminaire-turbulent et qui puisse être couplée avec le mode 2 de la ZDES.
Sachant que le phénomène de décrochage de bord d'attaque d'un profil est étroitement lié à l'apparition d'un décollement laminaire au bord d'attaque, les écoulements transitionnels qui font l'objet de cette étude sont principalement caractérisés par une transition par décollement. Ce type de cas est critique pour une modélisation hybride RANS/LES, parce que les couches limites turbulentes doivent être traitées par la branche RANS du modèle. Cette caractéristique impose de traiter également la zone de transition dont elles sont issues à l'aide d'un modèle RANS, et ce pour trois raisons principales. Premièrement, convertir le contenu turbulent résolu en contenu modélisé est compliqué : dans un champ instantané, il est difficile *a priori* de distinguer les instationnarités qui relèvent de la turbulence chaotique de celles qui sont le produit d'une dynamique d'ensemble reproductible. Il n'y a pas de séparation d'échelle dans le cas général [1], et même quand c'est le cas, l'échelle limite serait très dépendante de l'écoulement simulé. Par conséquent, la propagation de l'information de turbulence d'une zone transitionnelle LES à une couche limite attachée turbulente RANS semble délicat. En outre, une LES satisfaisante de la zone de transition demande une capacité de résolution de structures turbulentes de très petite échelle, qui sont notamment précurseurs des modes de transition par instabilité linéaire. Cette capacité ne peut être obtenue qu'à l'aide d'un maillage suffisamment fin, ce qui augmenterait drastiquement le coût de simulation et détruirait l'intérêt d'utiliser une méthode hybride RANS/LES. Enfin, le déclenchement d'une transition reproduite en LES devient lui aussi un problème, notamment pour la transition par ondes de Tollmien-Schlichting (Örlü et Schlatter 2011), notoirement difficile à engendrer sans artefact numérique.
Le choix a donc été fait de modéliser les effets de la transition par décollement par la branche RANS. Cependant, les zones de décollements massifs doivent, elles, subir un traitement LES. Cette disjonction de cas au sein d'un même écoulement et selon que la couche limite amont est laminaire ou turbulente fait de la transition par décollement une condition critique de validation du modèle hybride RANS/LES qui fait l'objet de cette thèse. Par conséquent, le cas-test de Laurent et al. (2012a) a dans un premier temps été choisi pour mettre à l'épreuve les modèles disponibles dans la littérature concernant la modélisation de la transition engendrée par un décollement dû au gradient de pression adverse. Ce cas est présenté au chapitre précédent, partie 1.4.5.
Afin de trouver le modèle qui permettra la meilleure prise en compte des phénomènes de transition par couplage avec la ZDES, les biais induits dans l'écoulement par plusieurs approches RANS de modélisation de la transition ont été évalués à l'aide de calculs de l'écoulement du cas de Laurent et al. Deux types d'approches ont été adoptées : les modèles par critères de transition et les modèles avec équations de transport supplémentaires spécifiquement associées à la transition. Les résultats obtenus à l'aide de ces modèles ont été comparés aux données issues de la DNS de référence. De plus, l'utilisation de deux modèles de turbulence sous-jacents, le modèle de Spalart et Allmaras (1992) et le modèle $k-\omega$ SST de Menter (1994) a permis de distinguer la part de biais due à la modélisation de la turbulence hors transition pour les deux approches évaluées.
Par ailleurs, la sensibilité des résultats obtenus à l'aide du modèle de Spalart et Allmaras (1992) dans un cadre $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ à plusieurs paramètres a été étudiée :

— Il a été vérifié que le résultat est indépendant des méthodes numériques adoptées, *via* une procédure de convergence de la solution en maillage et une modification du schéma de calcul des flux convectifs des variables conservatives.

— Le lien entre les conditions aux limites amont et la topologie de l'écoulement a également été exploré.

1. Les tailles caractéristiques des structures turbulentes couvrent une large bande dont la borne inférieure est souvent bien en-deçà de la taille des structures reproductibles. On peut par exemple citer le cas des tourbillons d'une allée de Von Kármán dans le sillage d'un cylindre comparés aux structures des couche cisaillées au niveau des décollements de couche limite (Ouro et al. 2019 ; Xu et al. 2017a). Dans certaines situations, en revanche, les structures reproductibles peuvent être plus petites que certaines structures turbulentes. C'est par exemple le cas - très à-propos pour cette étude - immédiatement en aval du recollement moyen d'un bulbe de décollement laminaire. Les données issues des DNS de Laurent et al. (2012a) et Spalart et Strelets (2000) permettent d'observer que les rouleaux tourbillonnaires générés par la couche de mélange laminaire ont une taille au niveau de leur première apparition un ordre de grandeur inférieure à celle des grandes structures turbulentes cohérentes présentes dans la zone de sillage de la couche limite quelques longueurs de bulbe en aval du recollement. D'après Vaquero (2022a), ces dernières peuvent avoir des dimensions supérieures à 10 épaisseurs de couche limite, surtout lorsque le gradient de pression est fortement adverse.



— Dans un contexte de production de turbulence dans une zone d'écoulement fortement rotationnel, une responsabilité des biais de production associés à la rotation a également été écartée à l'aide de calculs mettant en œuvre la correction de Dacles-Mariani et al. (1999).

— Enfin, l'impact des corrélations empiriques sous-jacente au modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Medida et Baeder (2011) a été mis en relation avec les défauts de la solution par rapport aux données de la DNS de référence.

Les résultats principaux de l'étude décrite dans ce chapitre ont donné lieu à la publication d'un article (Bouchard et al. 2021) dans le journal à comité de lecture Aerospace Science and Technology. On y trouve en particulier les résultats initiaux des calculs, une preuve de convergence en maillage de la solution en fonction du raffinement longitudinal, et l'étude de l'effet des corrélations sur le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ en association avec celui de Spalart et Allmaras (1992). Le contenu de ce document n'est pas intégralement répété dans le corps de ce chapitre, mais quand il y a lieu, un résumé des résultats est donné. L'article lui-même est inséré pour plus de détail et pour référence ultérieure en partie 2.1. Le reste du corps de ce chapitre détaille et complète les résultats de l'article. Le fonctionnement du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et les raisons du choix de cette méthode de modélisation en association avec le modèle de Spalart et Allmaras (1992) pour la suite de l'étude sont détaillés en partie 2.2. L'étude détaillée de la sensibilité de la solution aux méthodes numériques et aux conditions limites, d'une part, et aux paramètres du modèle - corrélations et niveau de turbulence perçu, d'autre part, est ensuite donnée en partie 2.3, aboutissant à une correction du modèle dont la description et la validation concluent l'article.

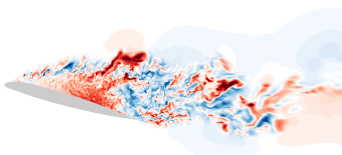
2.1 Article

2.1.1 Abstract

Predicting the laminar-turbulent transition is becoming a necessity in order to reduce margin costs in the design of turbines and helicopter rotors. Most RANS models lack the capacity to create turbulence sufficiently abruptly to accurately predict separation-induced transition. This article aims at evaluating the performances of the $\gamma - Re_{\theta,t}$ strategy applied to the Spalart-Allmaras and $k-\omega-$SST models ($\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,t}$ and $k - \omega - \gamma - Re_{\theta,t}$). The chosen test case features a laminar separation bubble over a flat plate. The results are compared to the flows obtained using classical algebraic criteria and validated against DNS data. The effects of the correction by Dacles-Mariani et al. are detailed as well as those of two sets of correlations.
The turbulence production mechanism of the present models is too weak downstream of the first increase of intermittency, and the laminar separation bubbles are longer than in the reference flow. More specifically, the $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,t}$ model with Medida and Baeder's correlations fails to reach the correct levels of turbulence production in the fully turbulent boundary layer. Switching the correlations corrects this last behavior. Finally, using maps of the activation zones of the Dacles-Mariani correction, a sensor is exhibited that could be used in future separation-induced transition modeling efforts.

2.1.2 Introduction

Laminar or transitional boundary-layer separation has been shown to play a determining role in the performance of numerous aircraft systems, and more specifically of turbomachinery - both turbines and compressors (Halstead et al. 1995a; Halstead et al. 1995b) - and helicopter rotors (Richez et al. 2015). In these cases, a massive separation of the laminar boundary layer can lead to a complete stall of the airfoil, thereby drastically modifying the flow dynamics and pressure distribution along the surface. In turn, these changes in the topology of the flow affect the lift and drag of the airfoil. However, for closed separation bubbles, the reattachment location strongly depends on the laminar-turbulent transition phenomena that can be triggered by separation : if transition occurs, reattachment can significantly move upstream, decreasing the losses as compared to a fully laminar flow. Therefore, being able to understand and accurately predict separation-induced transition allows for a reduction of margins and a more efficient design.
A large number of studies have been conducted to understand the underlying principles of separation-induced transition (Hatman and Wang 1998c; Volino and Hultgren 2000; Roberts and Yaras 2003b). A classification method for different types of separation, and, more importantly, different dynamics was introduced by Hatman and Wang (1998b). These authors studied flows subjected to deceleration or adverse pressure gradient in which laminar separation is likely to occur. Their classification splits the cases between separations of locally stable laminar flow and of flows which are already subject to some destabilizing effect, such as Tollmien-Schlichting instabilities. They denote the latter case as a "transitional separation". In both cases, the dominant destabilizing effect is a Kelvin-Helmholtz inviscid inflectional instability of the separated shear layer created by the recirculating fluid of the bubble. However, the initial perturbations of the shear layer are not of the same order of magnitude, since they have already been amplified in the transitional separation case. In both cases, studies have reported the advent of an abrupt transition involving a strong production of turbulence (Alam and Sandham 2000; Roberts and Yaras 2005; McAuliffe and Yaras 2008; Volino 2009), though its properties (spectrum, coherent structures) differ from those of a wall-bounded turbulent flow until several bubble lengths downstream of reattachment (Alam and Sandham 2000). Furthermore, Hatman and Wang distinguish "short" laminar separation bubbles from "long" ones according to the position of the mid-transition station (where $\overline{u'^2}$ reaches its maximum) relative to the reattachment location : in the case of a short bubble, the maximum of $\overline{u'^2}$ is reached roughly at the reattachment point, while in the long bubble case, reattachment occurs downstream of the mid-transition point. There is no consensus in the literature regarding these definitions (Alam and Sandham 2000; Owen and Klanfer 1953). The classification by Hatman and Wang is used here.
This article's main focus is a short laminar separation bubble (Hatman and Wang 1998b). Figure 2.1 pre-



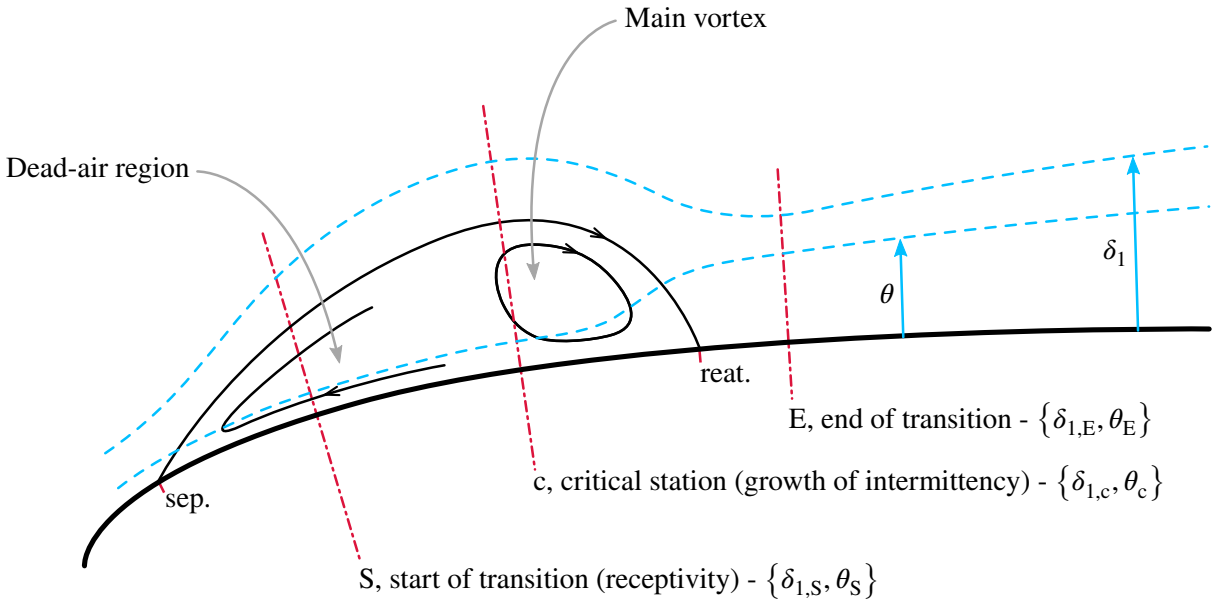


FIGURE 2.1 – Typical flow topology downstream of a laminar separation.

sents a schematics of a typical short separation bubble. The bubble is comprised of a single recirculation region through which transition begins. According to Dick and Kubacki (2017), the transition does not need to be complete for reattachment to occur. Still, the pressure recovery due to the production of turbulence is a strong contributing factor to the reattachment process. The recirculating region can be roughly described as including an upstream dead-air zone and a downstream vortex which can detach and be advected downstream. Therefore, the topology of a laminar separation bubble is highly unsteady. For instance, Roberts and Yaras (2005) report a low frequency oscillation of the bubble length with an amplitude of 30 % of its average length. As shown on figure 2.1, the displacement thickness of the boundary layer reaches a maximum, then decreases, while the momentum thickness strongly increases in the aft part of the bubble. Downstream of the reattachment location, both thicknesses recover to a fully-turbulent behavior.

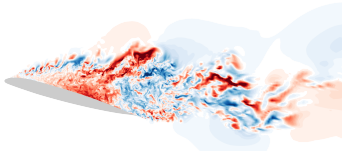
Studies aiming at understanding transition - separation-induced or otherwise - in wall-bounded flows have been accompanied by a significant modeling effort. Emmons (1951) introduces a mathematical framework which has been widely accepted and used since, in which the final stage of transition is the creation of "turbulent spots", which propagate and spread through the boundary layer as they are advected, giving birth to the fully turbulent flow. This representation uses the concept of intermittency field, namely, the probability that the flow at given location and instant be turbulent through a range of realizations. Assuming a Dirac distribution of spots creation, Dhawan and Narasimha (1958) supplement Emmons's equations with an estimation of the length of the transition zone and a shape to the intermittency function. This representation has paved the way to a simplification of the problem where the unknowns are reduced to the position of apparition of the first spots and the length of the transition zone. In order to determine these variables, the models rely heavily on empirical correlations between macroscopic properties of the flow, such as boundary-layer momentum thickness at the start of transition and freestream turbulence intensity, or pressure gradient parameter. The works of Roberts (1980) and Hatman and Wang (1998a) deal specifically with separation-induced transition. The former will be further described in part 2.1.3.1 of the present article. These correlations can be used directly in a Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) computation, since they give a criterion to decide whether transition at a given point has started. These models have several drawbacks, however. First, they use integral variables of the boundary-layer, such as its momentum thickness, and therefore cannot straightforwardly reproduce some features of a two- or three-dimensional transition : when it starts, it does so on the whole thickness of the boundary layer, even though the sublayers can - and usually do - have different dynamics. Moreover, the computation of integral properties is nontrivial and

costly in a parallel-computing environment. Its implementation in a Computational Fluid Dynamics (CFD) environment is also a complex task. Secondly, the use of these models is time-consuming and requires a high level of expertise, along with a previous knowledge of the flow topology. Thirdly, though a wide range of correlations have been published regarding the point at which transition starts (see table 2.2) (Seyb 1967; Abu-Ghannam and Shaw 1980; Mayle 1991), relatively few studies (Bernardos et al. 2019b) have been aimed at defining the shape of the intermittency function and how turbulence must be produced, and Heaviside or Dhawan-Narasimha-like half-Gaussian distributions are often assumed. Finally, the use of transition criteria relies entirely on the hypothesis that transition processes do not interact. For example, it excludes the possibility of a main transition process driven by Kelvin-Helmholtz instabilities that amplify initial perturbations created by non-linear interactions between freestream turbulence and the boundary layer profile, as is often the case in turbomachinery flows. This assumption fails in numerous cases such as the "transitional" separation cases in the classification of Hatman and Wang. Despite these limitations, the transition criteria have been shown to provide accurate results for canonic flows on relatively simple geometries.
More recently, a different class of models that also make use of correlations has been proposed. These RANS models describe the transition properties as field variables, and feature additional transport equations to describe their dynamics. This approach, called correlations-based transition modeling, allows a far greater freedom for the shape of the transition zone. Notable works with this approach include those of Menter et al. (2006) and Coder (2017). The Amplification Factor Transport model by Coder is natural transition-oriented, but the model devised by Langtry and Menter (2009) claims to be able to take any type of transition into account and has been extended to reach this aim (Langtry et al. 2015; Langel et al. 2014). This model has been thoroughly validated for a wide range of applications (Son et al. 2021; Ye et al. 2020). Several transition models have been published that closely follow its philosophy and Langtry and Menter's method (Liu et al. 2020; Sheng 2020). The version of this model used here is more deeply described in part 2.1.3.2 and in appendix 2.1.8.1.
The aim of the present article is to assess the above-mentioned transition modeling strategies applied to the Spalart-Allmaras model (Spalart and Allmaras 1992) and to the $k-\omega-$ SST model by Menter (1994) for a laminar separation bubble test-case by Laurent et al. (2012a). The article is organized as follows. First, a further description of the correlations and transport equations used is provided. Then, the test-case is presented, along with some of the reference data. After an outlining of the numerical strategy adopted in the RANS computations, results are described, analyzed and compared to the reference in order to validate the use of the RANS models and gain a clear insight into their degree of accuracy and limitations.

2.1.3 Models description

2.1.3.1 Algebraic transition criteria

One of the most validated and used method to predict transition features is to use algebraic criteria that compute the onset of transition based on the boundary layer wall-normal profile. Transition criteria have been developed to properly model all types of transition (Seyb 1967; Abu-Ghannam and Shaw 1980; Mayle 1991; Arnal et al. 1984; Arthur et al. 2003; Gleyzes et al. 1985; Suzen et al. 2002). Most of these models seek to correlate the location of the onset of transition and its extent to the properties of the boundary layer, and specifically its history. Therefore, they make use of quantities that have been found to best describe the state of the boundary layer, such as its momentum thickness θ or its shape factor H. They also take into account properties of the external flow, such as the pressure gradient with the Pohlhausen parameter λ_θ or the turbulence intensity.
While the turbulence equations are solved everywhere, allowing non-zero levels to the turbulence variables even in the laminar zones, their effect on the mean flow depends on the result of the transition criterion computation : if the boundary layer is declared laminar, the eddy viscosity is set to zero, otherwise it is



computed from the turbulence variables. This means, for instance, that the eddy-viscosity is not necessarily continuous through the transition location. Catalano et al. (2015) have underlined the paramount importance of solving the turbulence equations upstream of the transition point, especially in the dead-air region, for low-Reynolds number flows. While the current methods act on the eddy-viscosity rather than the turbulence production terms, their behavior in the laminar region seems to fulfill the requirements of Catalano et al. The remaining difference in implementation between their advice and the current algebraic criterion models is assumed to have little influence, since the Reynolds number of the flow dealt with in this study is 1.8×10^6. Indeed, their study emphasizes quantitative differences for low Reynolds numbers (lower than 6×10^4), depending on the implementation, but also notes no significant difference for a higher Reynolds number flow (around the SD7003 airfoil at Reynolds number 6×10^6). This class of models has been applied successfully to the computation of transitional flows around airfoils with Reynolds numbers ranging from 5×10^4 to 2.5×10^5 in numerous previous studies, such as the development of the LSTT model by Bernardos et al. (2019a).
One notable criterion was first introduced by Abu-Ghannam and Shaw for bypass transition. It correlates the momentum thickness-based Reynolds number $Re_\theta = \frac{\theta U_e}{\nu}$ at the start of transition, $Re_{\theta,S}$, to the freestream turbulence intensity Tu and to the local pressure gradient parameter λ_θ. When the momentum thickness-based Reynolds number of the laminar boundary layer exceeds the correlated value of $Re_{\theta,S}$, transition is declared started. The expression for this correlation is given further in table 2.2 and represented on figure 2.2. Since the correlation of $Re_{\theta,S}$ by Langtry and Menter (2009) is also used further and in a slightly different context, it is also represented here for ulterior reference.
Since the test case used involves "short" separation-induced transition, the criterion of Roberts is also used in order to take the effects of separation into account. This method links the distance between separation and transition to the freestream turbulence properties, assuming, for short laminar separation bubbles, that the transition location correlates well to the maximum displacement thickness abscissa of the boundary layer. Specifically, the distance between separation and transition is estimated using the intensity and macroscale length of turbulence. The reader is referred to ref. (Roberts 1980) for a more comprehensive and quantitative description of these formulae.

2.1.3.2 Local correlations-based transition models

Medida and Baeder (2011) proposed a coupling method of the local correlations-based transition model (LCTM) developed by Langtry and Menter (2009) to the turbulence model of Spalart and Allmaras (1992). Thus, two equations are added to the one-equation turbulence model, and these authors developed correlations to fit the experimental data used for calibrating the model. Both transport equations along with their components are the same as in the original Langtry-Menter model and are provided in appendix 2.1.8.1.

In the original model, the transition model is coupled to the evolution of the turbulence variables in two ways : first, the eddy-to-molecular viscosity ratio r_t intervenes in the source terms of the transition equations in eq. (2.11). Second, the production and destruction terms in the transport equations for k and ω are modified compared to those of the lone turbulence model. This coupling strategy was also adopted by Medida and Baeder.
Therefore, the transport equation for the modified eddy viscosity in the turbulence model by Spalart-Allmaras reads :

$$\mathrm{D}_t\tilde{\nu} = P_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}} + \frac{1}{\sigma}\sum_i \partial_{x_i}\left[(\nu + \tilde{\nu})\,\partial_{x_i}\tilde{\nu}\right] + c_{b,2}\left(\partial_{x_i}\tilde{\nu}\right)^2 \tag{2.1}$$

where the Spalart-Allmaras working variable $\tilde{\nu}$ is defined from the eddy-viscosity ν_t :

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \chi f_{v,1} \text{ with } f_{v,1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v,1}^3} \text{ and } \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{2.2}$$

and the production and destruction terms, modified to take transition into account, read :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu}} = \gamma_{\text{eff}} c_{\text{b},1} \tilde{\Omega} \tilde{\nu} \\ D_{\tilde{\nu}} = \min\left\{\max\left\{\gamma\ ;\gamma_{\text{inf}}\right\}\ ;1.0\right\} c_{\text{w},1} f_{\text{w}} \left(\frac{\tilde{\nu}}{n}\right)^2 \end{cases} \tag{2.3}$$

In this formulation, $\tilde{\Omega}$ is a modified vorticity magnitude :

$$\tilde{\Omega} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 n^2} f_{\text{v},2} \text{ with } f_{\text{v},2} = 1 - \frac{\chi}{1+\chi f_{\text{v},1}} \tag{2.4}$$

and the function f_{w} is defined as follows :

$$f_{\text{w}} = g\left[\frac{1+c_{\text{w},3}^6}{g^6+c_{\text{w},3}^6}\right]^{\frac{1}{6}}, \text{ where } g = r + c_{\text{w},2}\left(r^6 - r\right) \text{ and } r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\Omega}\kappa^2 n^2} \tag{2.5}$$

In their study, Medida and Baeder use the so-called "rotational correction" by Dacles-Mariani et al. (1995), which is a replacement of Ω by $\Omega + 2\min\{0\ ;S-\Omega\}$ in eq. (2.4). This correction aims at decreasing the production of $\tilde{\nu}$ in regions of flow where the vorticity magnitude exceeds the shear-stress. Its effects are assessed in this work.
γ_{inf} is a limiting factor preventing the destruction term to fall beneath a minimum rate of its turbulent value.
γ_{eff} is an effective intermittency used in eq. (2.3), designed to overincrease the turbulence production if the flow separates :

$$\gamma_{\text{eff}} = \max\left\{\gamma\ ;\gamma_{\text{sep}}\right\} \tag{2.6a}$$

$$\gamma_{\text{sep}} = \min\left\{s_1 \max\left\{\frac{Re_{\text{v}}}{3.235\ Re_{\theta,\text{c}}} - 1\ ;0\right\} F_{\text{reattach}}\ ;2\right\} F_{\theta,\text{t}} \tag{2.6b}$$

where

$$F_{\text{reattach}} = e^{-\left(\frac{r_{\text{t}}}{20}\right)^4} \tag{2.6c}$$

and

$$s_1 = 2,\ \gamma_{\text{inf}} = 0.5 \tag{2.6d}$$

Finally, the model is completed by the original Spalart-Allmaras constants, given in table 2.1.

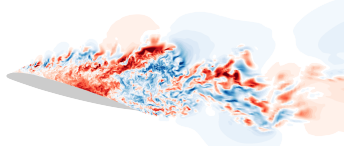
TABLEAU 2.1 – Calibration constants of the Spalart-Allmaras model (Spalart and Allmaras 1992).

Constant name	$c_{\text{b},1}$	$c_{\text{b},2}$	σ	$c_{\text{w},1}$	$c_{\text{w},2}$	$c_{\text{w},3}$	$c_{\text{v},1}$
Value	0.1355	0.622	$\frac{2}{3}$	$\frac{c_{\text{b},1}}{\kappa^2} + \frac{1+c_{\text{b},2}}{\sigma}$	0.3	2	7.1

The tripping functions $\left(f_{t,i}\right)_{i\in\{1,2\}}$ initially included by Spalart and Allmaras are naturally omitted. Indeed, as their names indicate, they were only designed to obtain transition at a predefined desired location, which would be equivalent to imposing the transition location in an experiment with vortex generators or a tripping line.

2.1.3.3 Correlations

Special attention should be given to the $Re_{\theta,\text{S}}$, F_{length} and $Re_{\theta,\text{c}}$ variables, as they are the correlated functions upon which this class of models heavily rely. They represent the empirical part of the LCTM



by Menter et al. and introduce the link between the mathematical dynamic system and the physics of transition.

The first one, $Re_{\theta,S}$, is the value of the momentum thickness-based Reynolds number at the location where the laminar boundary layer velocity profile would first become unstable and receptive to disturbances without turbulence model. This value is determined by a correlation. For the sake of coherence and simplicity, the notation adopted here is the one introduced by Abu-Ghannam and Shaw. In this work, the expression given by Langtry and Menter is used (see table 2.2). This correlation is plotted on figure 2.2, along with those of Abu-Ghannam and Shaw, Mayle and Menter et al. for several values of Tu_∞ and λ_θ. Even if one only considers the results for mildly adverse pressure gradients and moderately high values of turbulence intensity, there remains considerable differences between these correlations. Some might be explained through the context for which they were published. Furthermore, this study, exclusively based on two parameters, Tu_∞ and λ_θ, omits the already remarked-upon influence of other freestream turbulence parameters such as the eddy length scale (Roberts and Yaras 2004).

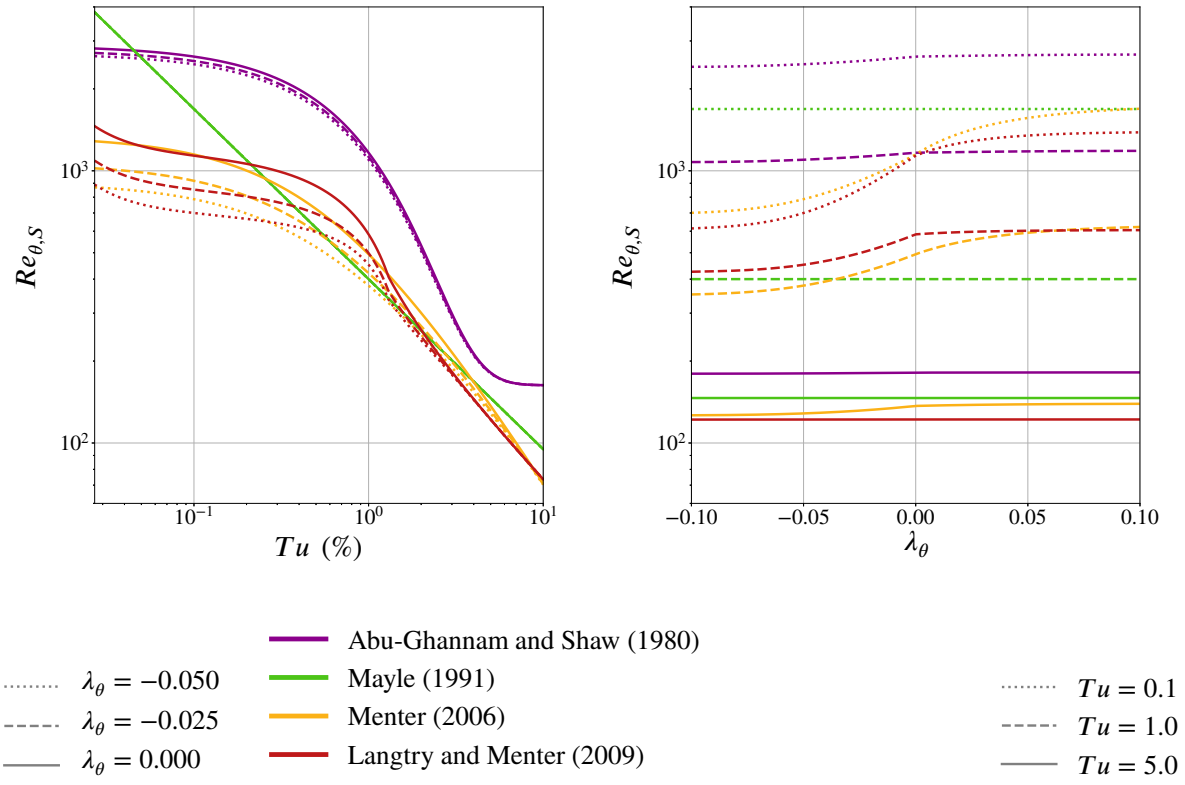


FIGURE 2.2 – Correlations for $Re_{\theta,S}$, with λ_θ and Tu_∞ as variables published in the works by Abu-Ghannam and Shaw (1980), Mayle (1991), Menter et al. (2006) and Langtry and Menter (2009).

$Re_{\theta,c}$ is the Reynolds number based on the boundary layer momentum thickness at the station beyond which the intermittency starts to grow. F_{length} is an amplitude factor describing the rate of production of intermittency, and therefore the speed of transition and the length of the transition zone. These correlations, initially not included in the publication by Menter et al., were eventually disclosed by Langtry and Menter. However, significant effort had been made beforehand by other research teams to develop their own correlations. A number of existing and published correlations for $Re_{\theta,c}$ and F_{length} are gathered in table 2.3. Medida and Baeder specifically designed new correlations for a Spalart-Allmaras framework.

Contrary to most correlations that have been published to fill in the gap left by Menter et al., the Medida-Baeder correlations introduce a dependency of $Re_{\theta,c}$ and F_{length} to the up- and freestream turbulence intensity

as well as to the $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ variable. Krause et al. also used this process in the development of fitting correlations for the Menter et al. model. Both sets of correlations are represented on figure 2.3. Though they were not created for the same underlying turbulence model, their common role is to describe the point of transition onset and the speed of the transition process, making the comparison qualitatively relevant. The F_{length} correlation of Krause et al. was evaluated for a typical $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ of 1000. It can be easily verified that the shape of this function does not depend on $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ and that this representation allows for a justified comparison.
For the sake of completeness, the correlations by Medida and Baeder are plotted against a wide range of freestream turbulence intensities. It should be noted however, that they were developed with a low turbulence intensity context in mind, and, as is obvious upon seeing the figure, are not valid beyond $Tu = 0.7\,\%$ (though the authors mention a limit of applicability as high as 1 %). Specifically, the model predicts a diverging value for $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ as Tu_∞ becomes large, delaying transition, or even preventing it altogether, which is contrary to the physics of bypass transition.

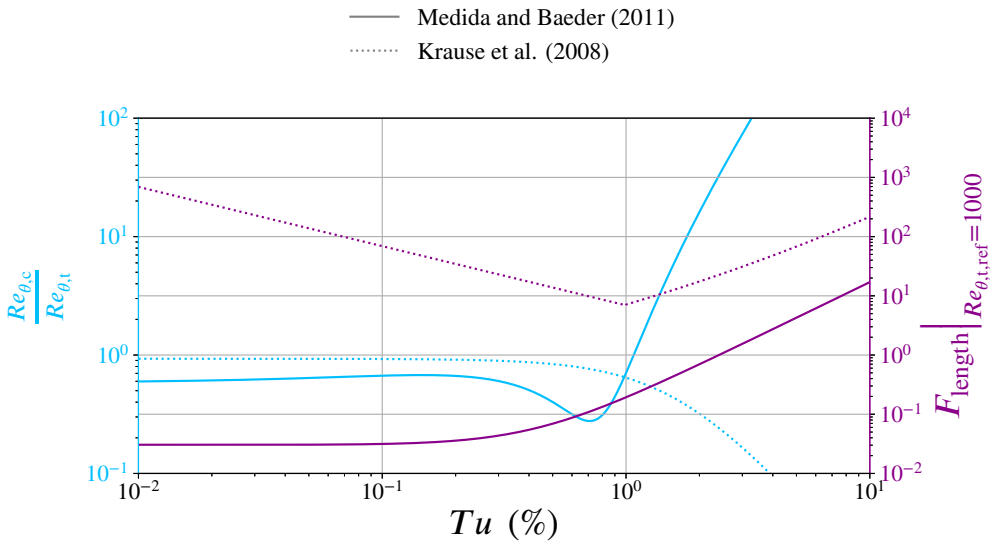


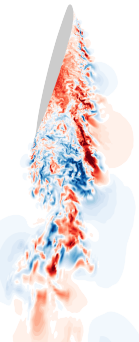
FIGURE 2.3 – Empirical correlations developed in the works by Medida and Baeder and Krause et al. for the onset of transition and the extent of the transition zone in a $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transition model.

TABLEAU 2.2 – Some empirical correlations linking $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ to the global properties of a transitional flow.

Author(s)	Correlated value for $Re_{\theta,S}$	Auxiliary functions	Complements and limits
Seyb (1967)	$\frac{1000}{1.2+0.7\,Tu}+10\left(\frac{0.09+\lambda_\theta}{0.0106+0.036\,Tu}\right)^{2.62}$		$Tu\in[0.1,4]$
Dunham (1972)	$\left(0.27+0.73\,e^{-0.8\,Tu}\right)\left(550+\frac{680}{1+Tu-21\,\lambda_\theta}\right)$		
Hall and Gibbings (1972)	$190+e^{6.88-1.03\,Tu}$		
Abu-Ghannam and Shaw (1980)	$163+e^{6.91-Tu}\exp\left[\frac{F_{\mathrm{Abu-Ghannam}}(\lambda_\theta)}{6.91}\right]$	$F_{\mathrm{Abu-Ghannam}}\left(\lambda_\theta\right)=\begin{cases}6.91+12.75\,\lambda_\theta+63.64\,\lambda_\theta^2 & \text{if } \lambda_\theta\le 0\\ 6.91+2.48\,\lambda_\theta-12.27\,\lambda_\theta^2 & \text{if } \lambda_\theta>0\end{cases}$	
Hourmouziadis (1989)	$460\,Tu^{-0.65}$		
Mayle (1991)	$400\,Tu^{-\frac{5}{8}}$		
Suzen et al. (2002)	$\left(120+150\,Tu^{-\frac{2}{3}}\right)\coth\left[4\left(0.3-10^5\,K\right)\right]$		
Menter et al. (2006)	$803.73\left(Tu+0.6067\right)^{-1.027}F_{\mathrm{Menter}}\left(Tu,\lambda_\theta,K\right)$	$F_{\mathrm{Menter}}\left(Tu,\lambda_\theta,K\right)=\begin{cases}1+\left(1.32\,\lambda_\theta+89.47\,\lambda_\theta^2+265.51\,\lambda_\theta^3\right)e^{-\frac{Tu}{3}} & \text{if } \lambda_\theta\le 0\\ 1+\left[0.0962\left(K\cdot 10^6\right)+0.148\left(K\cdot 10^6\right)^2\right. & \\ \quad\left.+\,0.0141\left(K\cdot 10^6\right)^3\right]\left[1-e^{-\frac{Tu}{1.5}}\right] & \\ \quad+0.556\left(1-e^{-23.9\,\lambda_\theta}\right)e^{-\frac{Tu}{1.5}} & \text{if } \lambda_\theta>0\end{cases}$	$\begin{cases}\lambda_\theta\in[-0.1,0.1]\\ K\in[-3,3]\cdot 10^{-6}\\ Re_{\theta,S}\ge 20\end{cases}$
Langtry (2006a)	$\begin{cases}\left(1173.51-589.428\,Tu+\frac{0.2196}{Tu^2}\right)F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) & \text{if } Tu\le 1.3\\ 331.50\left(Tu-0.5658\right)^{-0.671}F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) & \text{if } Tu>1.3\end{cases}$	$F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right)=\begin{cases}1+\left(12.986\,\lambda_\theta+123.66\,\lambda_\theta^2\right. & \\ \quad\left.+\,405.689\,\lambda_\theta^3\right)e^{-\left(\frac{Tu}{1.5}\right)^{1.5}} & \text{if } \lambda_\theta\le 0\\ 1+0.275\left(1-e^{-35\,\lambda_\theta}\right)e^{-\frac{Tu}{0.5}} & \text{if } \lambda_\theta>0\end{cases}$	$\begin{cases}Tu\ge 0.027\\ \lambda_\theta\in[-0.1,0.1]\\ Re_{\theta,S}\ge 20\end{cases}$

TABLEAU 2.3 – Some published correlations for the closure of $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models.

Authors	**Application range and recommendations**	F_{length}	$Re_{\theta,\mathrm{c}}$
Krause et al. (2008)	subsonic flat plates and hypersonic bodies, $Tu_\infty \in [0.18, 6.6]\,\%$	$\begin{cases} \dfrac{\ln\left(1+Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)}{Tu_\infty} & \text{if } Tu_\infty \le 1\% \\ \left(2.1449 - 1.3493\,Tu_\infty + 0.2337\,Tu_\infty^2\right)\ln\left(1+Re_{\theta,\mathrm{t}}\right) & \text{if } Tu_\infty > 1\% \end{cases}$	$\dfrac{Re_{\theta,\mathrm{t}}}{1.0744+0.0118\,Tu_\infty+0.4233\,Tu_\infty^2-0.042\,Tu_\infty^3}$
Langtry and Menter (2009)	bypass, natural and separation-induced transition, $Tu_\infty \ge 0.1\%$	$F_{\mathrm{length,base}}\left(1-F_{\mathrm{sublayer}}\right)+40\,F_{\mathrm{sublayer}}$, with : $F_{\mathrm{sublayer}} = e^{-\left(\frac{Re_\omega}{0.4}\right)^2}$; $F_{\mathrm{length,base}} = \begin{cases} 398.189\cdot10^{-1} - 119.270\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 132.567\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 & \text{if } Re_{\theta,\mathrm{t}} < 400 \\ 263.404 - 123.939\cdot10^{-2}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 194.548\cdot10^{-5}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 - 101.695\cdot10^{-8}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3 & \text{if } 400 \le Re_{\theta,\mathrm{t}} < 596 \\ 0.5 - 3\cdot10^{-4}\left(Re_{\theta,\mathrm{t}} - 596\right) & \text{if } 596 \le Re_{\theta,\mathrm{t}} < 1200 \\ 0.3188 & \text{if } 1200 \le Re_{\theta,\mathrm{t}} \end{cases}$	$\begin{cases} Re_{\theta,\mathrm{t}} - 396.035\cdot10^{-2} + 12.656\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 868.230\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 696.506\cdot10^{-9}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3 - 174.105\cdot10^{-12}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^4 & \text{if } Re_{\theta,\mathrm{t}} \le 1870 \\ Re_{\theta,\mathrm{t}} - 593.11 - 0.482\left(Re_{\theta,\mathrm{t}} - 1870\right) & \text{if } Re_{\theta,\mathrm{t}} > 1870 \end{cases}$
Suluksna et al. (2009)	bypass and separation-induced transition in flows submitted to adverse pressure gradient and high freestream turbulence intensity	$\min\left\{300\,;0.45+0.1\exp\left(12-0.022\,Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)\right\}$	$\min\left\{Re_{\theta,\mathrm{t}}\,;\max\left\{125\,;-120+1.47\,Re_{\theta,\mathrm{t}}-(0.025)^2\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right\}\right\}$
Content and Houdeville (2010)	low turbulence intensity $\sigma_{\theta,\mathrm{t}} = 10$	$\exp\left(2.5652 + 8.16\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 7.42\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 - 1.325\cdot10^{-8}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3\right)$	$Re_{\theta,\mathrm{t}}\min\left\{1\,;0.849-1.228\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}+1.623\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right\}$
Content (2011)	natural transition, $Tu_\infty \le 1\%$	$\max\left\{10^{-4}\,;\exp\left(1.98-1.423\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)\right\}$	$Re_{\theta,\mathrm{t}}\min\left\{1\,;0.8779-3.4\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}+1.227\cdot10^{-7}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right\}$
Medida and Baeder (2011)	natural to mild bypass transition, $Tu_\infty \le 1\%$, Spalart-Allmaras' model	$0.0306 - 0.0083\,Tu_\infty + 0.171\,Tu_\infty^2$	$\left(0.585 + 1.37\,Tu_\infty - 5.7\,Tu_\infty^2 + 4.45\,Tu_\infty^3\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$
Minot et al. (2015) A	bypass and separation-induced transition in turbomachinery : high Tu_∞ and highly negative λ_θ	$1235 + 3.532\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 3.547\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2$	$\left(0.7754 - 6.810\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 6.516\cdot10^{-7}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$
Minot et al. (2015) B	see previous entry, A. $s_1 = 10$ for improved separation prediction	$1129 + 4.260\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 5.03\cdot10^{-3}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 7.949\cdot10^{-7}Re_{\theta,\mathrm{t}}^3$	$\left(0.9472 - 6.095\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 6.578\cdot10^{-7}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$
Minot (2016b)	see previous entry A. Smith model	$\max\left\{10^{-4}\,;177.1+2.66\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 5.441\cdot10^{-2}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 3.7\cdot10^{-5}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3\right\}$	$\left(0.9164 - 8.352\cdot10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 1.266\cdot10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2\right)Re_{\theta,\mathrm{t}}$



2.1.4 Test case description

2.1.4.1 Simulation methods

The RANS models described in section 2.1.3 and implemented in the elsA software (Cambier et al. 2013) were applied to the flat-plate zonal Direct Numerical Simulation (DNS) test case of Laurent et al. (2012a). This academic configuration was designed to mimic the pressure gradient of the OA209 airfoil profile with a 15°-angle of attack (Le Pape et al. 2012). As the angle of attack is increased, the profile experiences leading edge separation due to the adverse pressure gradient shortly before deep stall. The laminar separation bubble allows a fast transition of the boundary layer, which reattaches.
In order to gain better understanding of the OA209 case, Laurent et al. designed a canonic test case that independently addresses the problem of separation-induced transition. Their configuration aims at discarding the effects of the pressure gradient after reattachment, of surface curvature, and of information coming from the trailing edge as well as perturbations from the leading edge of the airfoil. This approach had already received some amount of attention with other works (Hatman and Wang 1998b; Shyne et al. 1999; Lou and Hourmouziadis 2000; Volino and Hultgren 2000).
The geometry used here, presented on figure 2.4, is comprised of a zero-thickness flat plate faced by an opposite curved slipping wall. The curvature of the latter was iteratively computed by Laurent et al. to fit the pressure gradient distribution of the OA209 airfoil, starting from an inviscid estimation and using fully turbulent computations. The coordinates of the upper wall are given in *annexe* F.2 of ref. (Laurent 2012b). Moreover, and contrary to the experimental studies of the other authors mentioned above, Laurent et al. chose to let the turbulent reattached boundary layer develop under zero-pressure gradient conditions. Therefore, the domain of interest, containing the recirculation bubble, opens on a wide section containing both the turbulent boundary layer zone and a high freestream zone where the injection at the inlet boundary condition was designed to create no free shear layer from the junction downstream. This process prevents an interaction between the free shear layer and the developing turbulent boundary layer.
Special attention should be paid to the zonality of the computation : Laurent et al. only performed a DNS on the part of the domain surrounding the laminar-separation bubble.

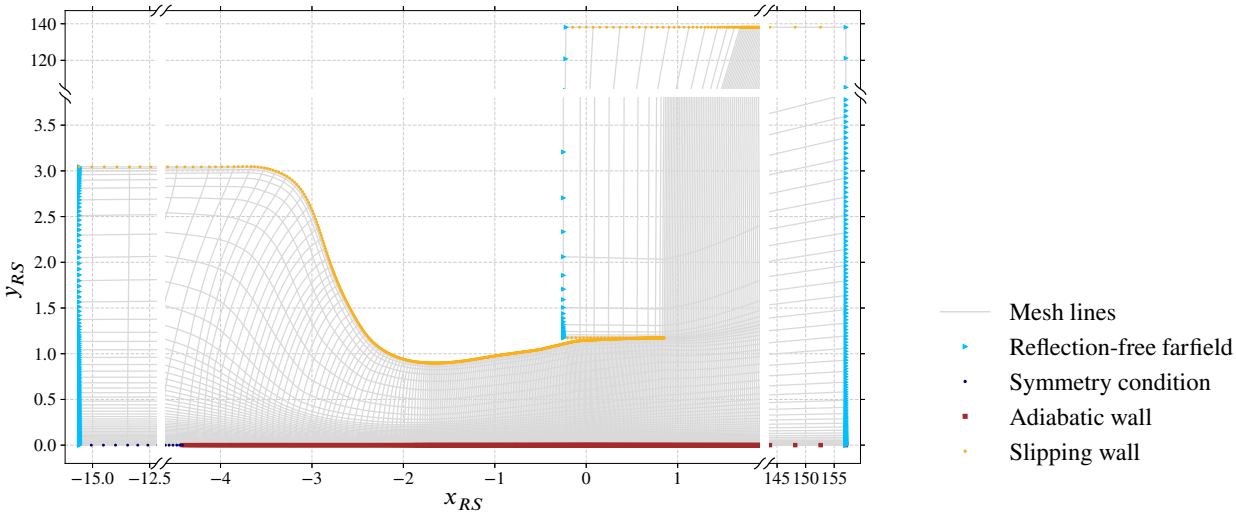


FIGURE 2.4 – Mesh used for the RANS simulations. Every node at the boundary conditions and one mesh line in four are plotted.

2.1.4.2 Conditions and main features of the reference flow

The flow conditions of the OA209 airfoil near stall were used for the DNS : based on a chord length of 1 m, a freestream Reynolds number of 1.8×10^6 is imposed. The freestream Mach number is 0.16.
The main features of the reference flow can be seen on figure 2.5. As the flow separates from the flat plate, a recirculation is formed, where the maximum reverse flow velocity norm reaches 13 % of the freestream velocity norm. In the following, a new set of coordinates $\left(x_{RS}, y_{RS}\right)$ is defined :

$$x_{RS} = \frac{x - x_{\text{reat}}^{\text{DNS}}}{x_{\text{reat}}^{\text{DNS}} - x_{\text{sep}}^{\text{DNS}}}, \; y_{RS} = \frac{y}{x_{\text{reat}}^{\text{DNS}} - x_{\text{sep}}^{\text{DNS}}} \tag{2.7}$$

The shear layer formed through separation allows a fast transition (Laurent et al. 2012a). The production of turbulence forces reattachment, forming a "short" laminar separation bubble (in the sense of Owen and Klanfer (1953)). The maximum distance from the streamline separating the external mean flow from the recirculating one to the wall amounts to 3.5 % of the distance L_{RS} between the separation and the reattachment locations. Due to the design of the upper injection values, no free shear layer is formed as the reattached flow reaches the open cavity. In this zero-pressure gradient zone, a fully turbulent boundary layer develops over the flat plate.

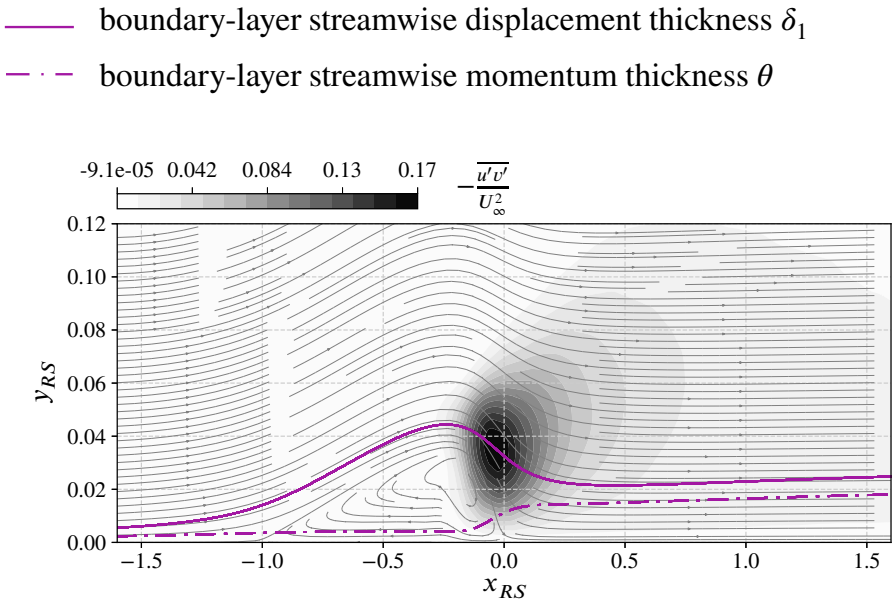
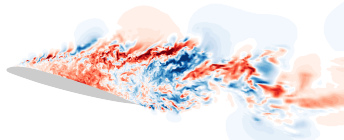


FIGURE 2.5 – Reference flow and boundary-layer thicknesses from the zonal DNS computations by Laurent et al.



2.1.5 Numerical apparatus

2.1.5.1 Mesh and boundary conditions

The geometry used includes the wide cavity downstream of reattachment as in (Laurent et al. 2012a). All meshes used for the RANS computations are two-dimensional, and a mesh convergence procedure is followed to ensure mesh-independence of the solution in the transition region. The influences of mesh refinement in both directions were examined, and we present the results obtained regarding streamwise mesh distribution. The fineness of the mesh in the streamwise direction in the transition region is represented by the wall-unit value Δx^+ of mesh spacing at the station $x_{RS} = -\frac{1}{2}$, which cuts the DNS separation bubble vertically at its middle point between separation and reattachment. As the separation location given by all RANS models is in good agreement with the value observed in the DNS, $x_{RS} = -\frac{1}{2}$ is a critical region for the model in all computations. Values of the grid spacing ratio $\frac{\Delta x^+}{\Delta y^+}$ ranging from 8 to 330 at this location were used. A uniform wall-normal grid spacing along the length of the flat plate was chosen. In order to obtain maximum values below 1 for Δy^+ in the fully turbulent boundary-layer as far as $13L_{RS}$ downstream of reattachment, the chosen wall-normal grid spacing value amounts to $\Delta y^+ \in [0.1, 0.3]$ at $x_{RS} = -\frac{1}{2}$ where the skin friction is lower than in the turbulent region. Therefore, the range of Δx^+ used in the streamwise grid convergence study is $[0.9, 100]$. These values start from quasi-DNS resolutions. The upper bound, though lower than the values typically found in RANS computations, is sufficient to produce malfunctioning of the models and was therefore deemed sufficient to demonstrate the necessity of a fine mesh in the transitional region - based on fully-turbulent flow criteria. This study therefore thoroughly assesses the robustness of the Langtry-Menter model to streamwise mesh refinement for a simple separation-induced transition test-case. Indeed, the sensitivity of this model to mesh distribution has been reported (Hall 2018). The evolution of the skin-friction coefficient with mesh fineness is represented on figure 2.6.

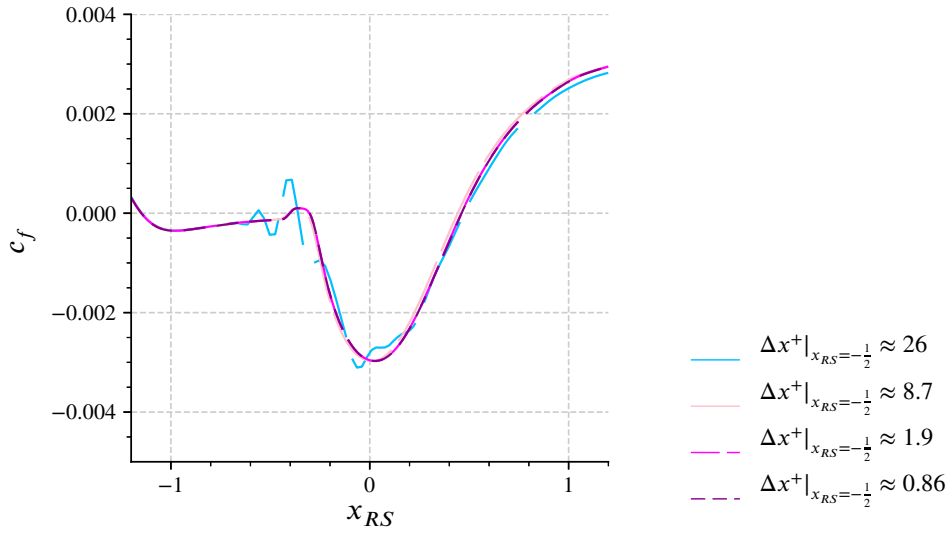


FIGURE 2.6 – Skin-friction coefficient obtained with the $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model as the longitudinal refinement of the mesh is increased.

It is seen that the resolution required to obtain convergence is significantly higher than usual recommendations for RANS computations such as $\Delta x^+ \approx 400$. However, it must be kept in mind that the skin friction in the transitional region is significantly lower than in a fully turbulent boundary layer. The hypotheses underlying the usual recommendations are therefore of a questionable validity here. In order to check whether the observed requirement is an intrinsic property of the model or if the nature of the test

case plays a dominant part in it, the same set of computations was realized using the $k-\omega$ SST model as basis for the Langtry-Menter transition model, as originally proposed by its authors (Langtry and Menter 2009). The same evolution was observed with the same critical values for Δx^+ in the center of the bubble. Therefore, the pathological behavior observed when Δx^+ at $x_{RS} = -\frac{1}{2}$ is increased beyond 10 does not appear to be caused specifically by the coupling to the Spalart-Allmaras model, but, to the contrary, it seems to stem from the Langtry-Menter model itself. It must be emphasized that an influence of the mesh on the flow is to be expected when the cell length is not small enough to allow a proper discretization of the separated region where the transition is quite abrupt. Table 2.4 reports several values deemed worthy of interest in the computations. This study gives an insight into the streamwise grid-spacing requirements of the Langtry-Menter model applied either to the Spalart Allmaras model or to the $k-\omega$ SST model for separation-induced transition : $\Delta x^+ = 10$ in the vicinity of the transition location appears to be an upper bound to ensure both mesh independence and the proper working of the model.
Since the flow does not appear to undergo significant changes when Δx^+ is reduced below 8.7 at $x_{RS} = -\frac{1}{2}$, the mesh with $\Delta x^+ = 1.9$ at this location was considered refined far beyond what is necessary to ensure mesh independence and prove the robustness of the model to refinement. The data presented further therefore results from computations using this mesh.

TABLEAU 2.4 – Mesh-related properties of the mesh convergence computations using the Spalart-Allmaras-$\gamma - Re_{\theta,t}$ model.

Δx^+ **at** $x_{RS} = -\frac{1}{2}$	**Unsteady flow**	**Number of grid nodes at the wall in the separated region**	**Relative length of the laminar separation bubble compared to DNS**
64	yes	-	-
26	yes	69	1.64
8.7	no	87	1.59
4.2	no	184	1.61
1.9	no	394	1.61
0.86	no	879	1.61
0.4	yes	-	- (meaningless due to vortex shedding)

An analogous procedure regarding the wall-normal discretization parameters was followed, finally producing the mesh upon which the following results were obtained. This mesh is comprised of 552 992 cells. The height of the first cell at the wall nears $1 \cdot 10^{-6}$m in the vicinity of the bubble and $5 \cdot 10^{-6}$m in the fully turbulent boundary layer, amounting to a maximum Δy^+ value of 0.6. A schematics of the zone of interest can be seen on figure 2.4. Note that the domain is shortened through omission of substantial slices and compression of scales at the right-, left- and upper-borders. Non-reflective strategies are used for inlet and exit conditions, using the reference-state values summarized in table 2.5. The use of a similar state for both the upper inlet and the outlet is justified by the vastly greater height of the upper zone compared to that of the boundary layer and the lower zone. Therefore, the contribution of the global flux of conservative variables through the lower zone to the flux through the exit is negligible. A weak inlet turbulence intensity of roughly 0.01 % is imposed.
The compressible fluid is assumed to be a perfect gas with constant Prandtl number and Laplace coefficient, obeying Sutherland's law.
Viscous fluxes are computed using the AUSM+P scheme (Liou 2006). Furthermore, convergence is achieved through an implicit backward Euler time-marching process, with a local timestep method and a Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) number of 4. The convergence of the implicit computations is accelerated using the LU-SSOR scalar spectral radius method.

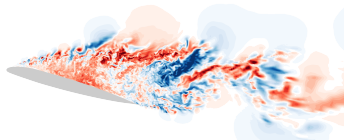


TABLEAU 2.5 – Reference state values (IS units) at both inlet boundaries and at outlet. Turbulent variables are given for all models and are only used when applicable.

Field name	**Symbol**	**Bottom inlet**	**Top inlet, outlet**
Density	ρ	1.22	1.13
Momentum : x-component	ρu_x	57.85	154.05
Momentum : y-component	ρu_y	0	
Momentum : z-component	ρu_z	0	
Energy stagnation density	ρe	255 125	239 984
Modified eddy-viscosity density	$\rho\tilde{\nu}$	1.8×10^{-7}	
Turbulent kinetic energy density	ρk	5.49×10^{-5}	
Turbulent specific dissipation rate density	$\rho\omega$	3689	
Intermittency density	$\rho\gamma$	1.22	
Momentum thickness-based Reynolds number	$\rho Re_{\theta,\mathrm{t}}$	1137	

2.1.5.2 Models

For the sake of meaningful comparisons, both the $k-\omega-\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model by Langtry and Menter, based on the $k-\omega-$ SST turbulence model by Menter (1994), and the $\tilde{\nu}-\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model previously described (Medida and Baeder 2011) are used. Moreover, computations are run using the transition criterion by Roberts. These computations allow a thorough evaluation of the influence of the $\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ framework on the behavior of the turbulence models, and some measure of assessment of the errors due to the transition modeling strategies as opposed to the errors induced by the turbulence model itself. The $\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transition modeling strategy applied to the Spalart-Allmaras turbulence model is used first without modification of Ω. Results obtained using the Dacles-Mariani correction are also presented. Finally, some conclusions are drawn by modifying the model's correlations and using those of Langtry and Menter, initially designed for a $k-\omega$ turbulence model.

2.1.6 Results and discussion

2.1.6.1 Criterion and transport equations framework

The first comparisons involve both $\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models and both criterion computations. f_{w} and $P_{\tilde{\nu}}$ are computed using Ω. Maps of the cross components of the turbulence shear-stress tensor are plotted on figure 2.7. All RANS models build a separation bubble, and the separation location is insensitive to both turbulence- and transition-modeling, indicating non-interference of the RANS model in the laminar-zones computations. However, the dimensions of the separated region are always overestimated : the RANS separation bubbles are both too long and too thick. This global failure to estimate the correct bubble dimensions can be explained by an analysis of the turbulence production. Because of an underestimation of the turbulence production in the zone immediately aft of the transition location, no RANS computation reaches the reference values for the main turbulence shear stress. In this regard, the Roberts algebraic criterion-based models yield better predictions than the $\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models, but they also display this behavior to a lesser extent. In all cases, the pressure recovery induced by turbulence production is slowed by this weakened activation, and reattachment is delayed. More quantitatively, the separating streamlines for each flow are plotted on figure 2.8, with a color scheme of figures that is used for all results of this four-model comparison. The separating streamlines presented on figure 2.8, issued from the stagnation points in the flow, define statistically closed regions : in average, fluid particles inside one of these lines will stay inside. Note that the determination of these streamlines is subject to integration imprecision, accounting for the fact that most lines do not exactly stop at

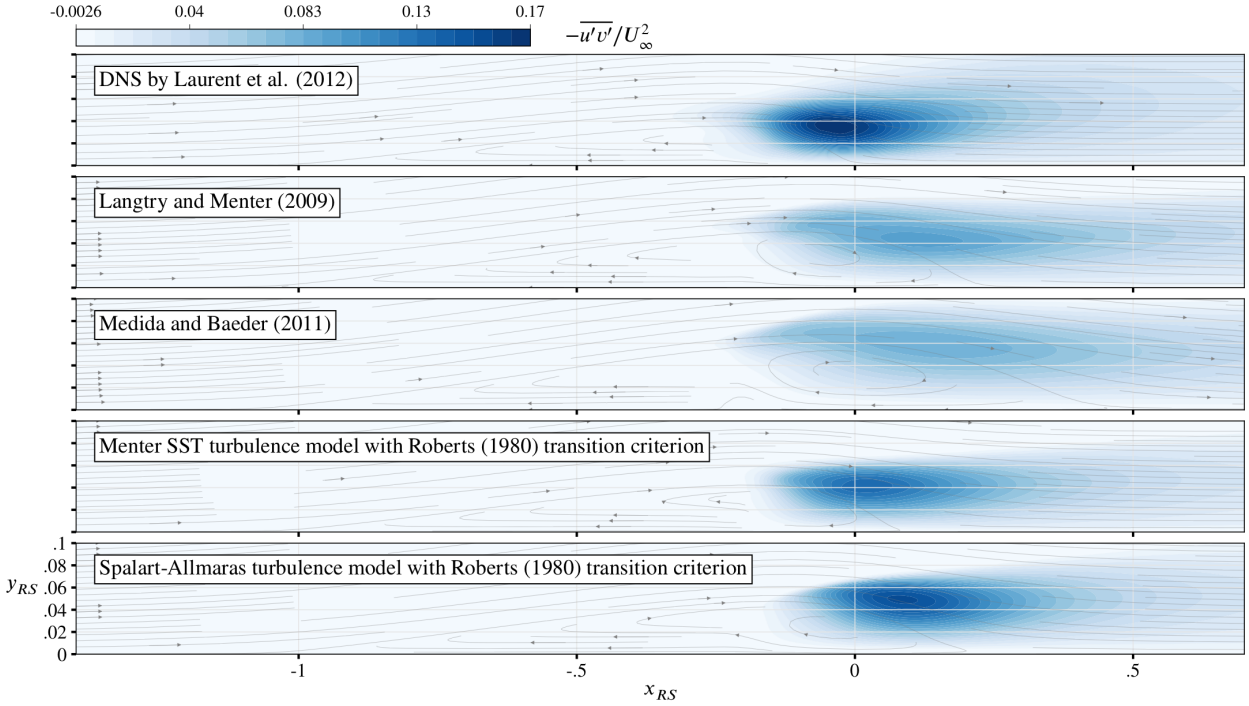
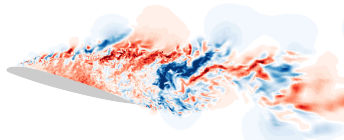


FIGURE 2.7 – Reynolds turbulence shear stress cross components fields obtained with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria.

the wall. Both an upper and lower estimation of their position have been plotted, which is quite sufficient for the current discussion. The bubble lengths are overestimated by as much as 50 % in the case of the $\tilde{\nu}-\gamma-Re_{\theta,t}$ model, and in all cases by at least 10 %. The wall-normal thickness of the recirculation region is overestimated respectively by 35, 85, 15 and 30 % using resp. the $k-\omega-\gamma-Re_{\theta,t}$, the $\tilde{\nu}-\gamma-Re_{\theta,t}$, the $k-\omega$-Roberts and the Spalart-Allmaras-Roberts model. Furthermore, the flow obtained with Spalart and Allmaras' model complemented with a $\gamma - Re_{\theta,t}$ approach exhibits a sufficiently overestimated separated zone for a secondary recirculation to appear between the main vortex and the dead-air region.

More quantitatively, the evaluation of the Reynolds shear stress components along several wall-normal lines in internal units inside the recirculation zones leads to figure 2.9. The delay in the increase of turbulence from the transition point downstream is noticeable in two facts : first, most RANS models build a maximum amplitude of Reynolds shear stress cross-components in slices $(3-4)$, while the averaged DNS flow exhibits a maximum in slice (2), and second, the decrease in turbulence occurs early in the DNS compared to RANS : along all slices from slice (4) downstream, $-\overline{u'v'}/U_\infty^2$ reaches higher values in RANS computations than in the reference flow. While the wall-normal position of the highest production of turbulence is, for all models, overestimated, this bias can be attributed to an overall large thickness of the laminar separation bubble. Presumably, reducing that thickness and therefore decreasing the distance between the wall and the main shear region would also amount to a smaller distance of the main turbulence production region to the wall. More disturbing, however, is the relatively timely first increase of turbulence given by the $\gamma - Re_{\theta,t}$ models : in slice (1), the flows obtained using these models show a level of turbulence shear stress similar to that of the reference flow, whereas its growth is too slow. Indeed, though with a late start, the $k-\omega$ model together with Roberts' criterion reaches the maximum value of turbulence shear stress cross components with the best accuracy. This might indicate a failure of the $\gamma - Re_{\theta,t}$ framework to reproduce a brutal transition mechanism despite the overincrease of γ_{eff} in a separated region, or an insufficient action on the part of the γ_{sep} correction.

Figure 2.10 represents the evolution of integral boundary-layer variables along the wall. All the tested



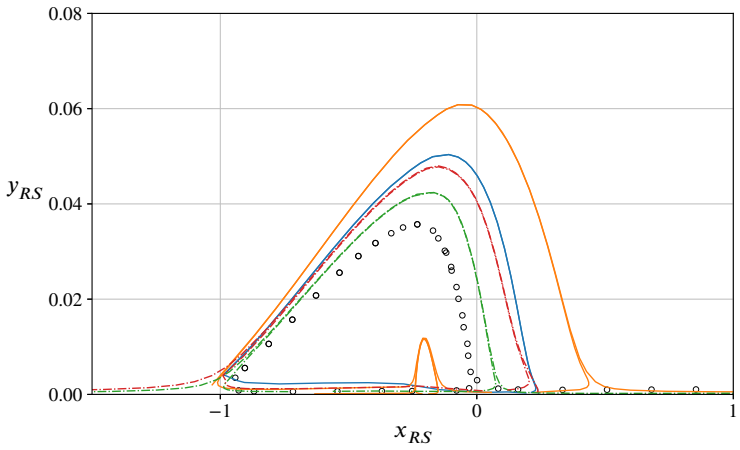


FIGURE 2.8 – Flow-separating streamlines obtained with $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models and transition criteria. The same legend is used in figures 2.9, 2.10 and 2.11.

RANS models produce an overestimation of the boundary layer displacement thickness δ_1, while the momentum thickness θ is better captured, giving rise to an increase in shape factor H in the separated region. Again, it is seen that the criterion-based transition strategies perform better than turbulence models supplemented with $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transport equations. It is also clear that the behavior of the $k-\omega-$SST turbulence model allows a better reproduction of the physics of the separated boundary layer. Combined with our previous remark that the flows obtained with the model by Spalart-Allmaras show a higher level of turbulence shear-stress, this observation leads to a conclusion : the overall level of turbulence must not be the most important criterion at play in the shape of the separation bubble. Since the flow with the $k-\omega-$SST model also exhibits an earlier first rise in turbulence, it can be inferred that accurately computing the location of the first increase in Reynolds' stresses is more crucial than estimating its global amplitude.
In addition to our previous statements about the weak turbulence production by the $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model, it must also be noted that the asymptotic friction coefficient is underestimated in the fully-developed turbulent boundary layer with this model, creating a default in the slope of the momentum thickness. Moreover, both transition models associated with the $\tilde{\nu}$ model fail to build the excess of friction after reattachment compared to the asymptotic boundary layer, while both models based on the turbulence model by Menter develop it to some extent.

Figure 2.11 aims at evaluating the ability of the models to build a canonic boundary layer profile in the fully turbulent zone downstream of reattachment, comprised of the internal, the buffer and the external layers. To that effect, the asymptotic laws of the turbulent boundary layer are also plotted. As expected, the boundary layer slightly downstream of the DNS-flow reattachment is highly modified by the late RANS reattachments, and the log-layer profile that is already apparent in the flow of the DNS at stations $(1')$ and $(2')$ only appears from the station $(3')$ downstream for the flows obtained with $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models and from the station $(2')$ downstream for the flows obtained with Roberts' criterion. In the fully turbulent boundary layer at stations

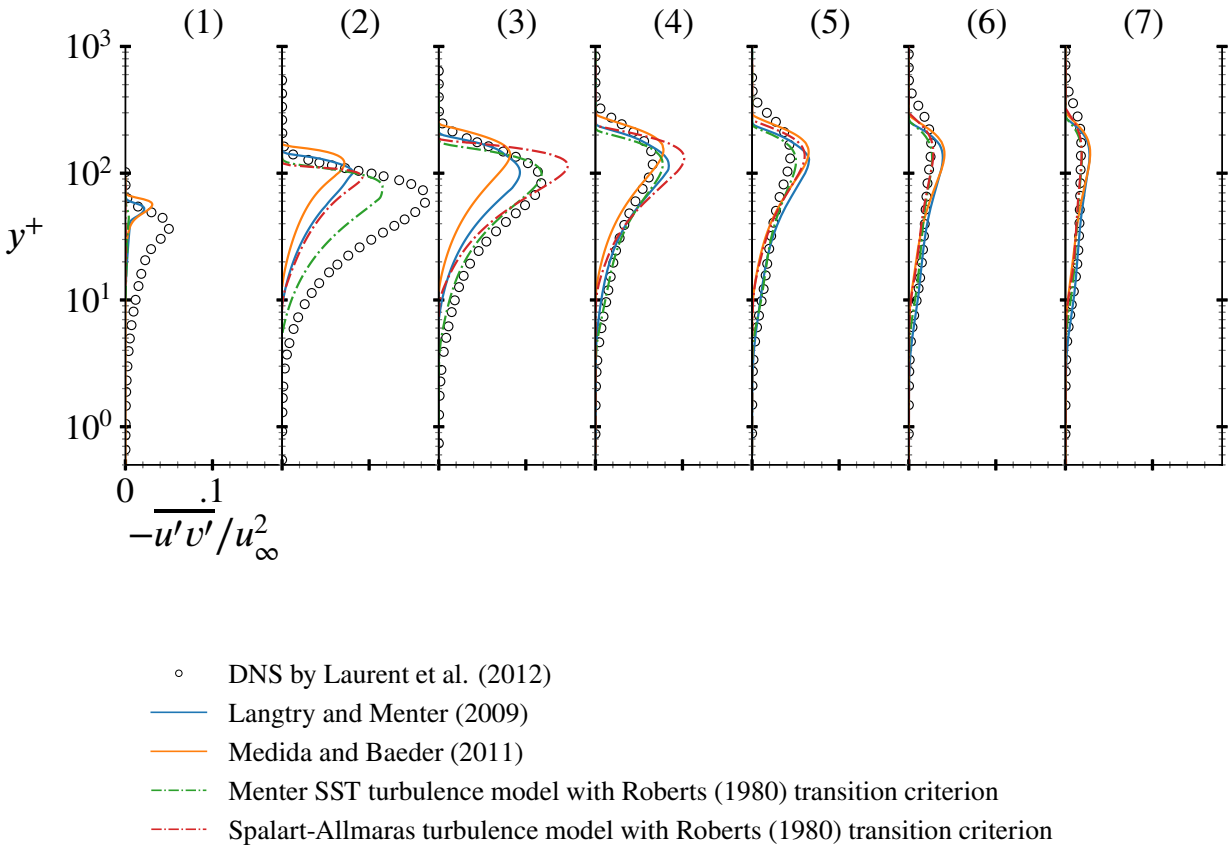
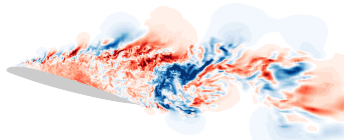


FIGURE 2.9 – Reynolds turbulence shear stress cross-components profiles obtained along the wall-normal lines $x_{RS} = -0.2$ (1), -0.05 (2), 0.1 (3), -0.25 (4), 0.4 (5), 0.7 (6), 1 (7) with $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ models and transition criteria. The legend used is that of figure 2.8.

$(3' - 5')$, a better agreement is observed, though with some delay due to the overall lateness of the starts of transition given by the RANS models. Therefore, the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ framework applied to Spalart and Allmaras' model qualitatively preserves the ability of the turbulence model to behave nominally in a turbulent boundary layer. However, it will be seen in part 2.1.6.3 that the transition model jeopardizes the quantitative recovery of the fully-turbulent behavior.



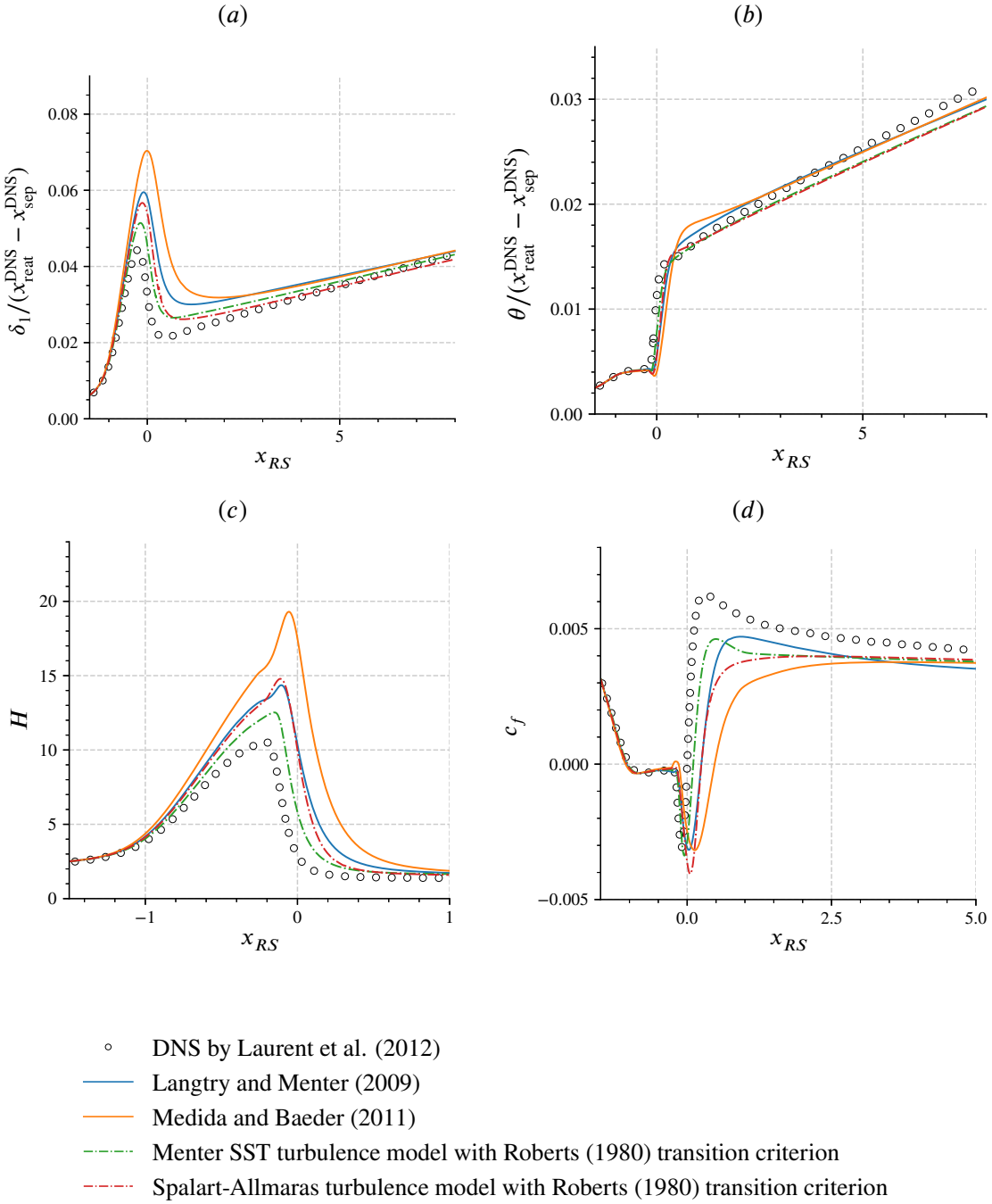


FIGURE 2.10 – Boundary-layer 1-dimensional variables obtained with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. (a) : streamwise displacement thickness, (b) : streamwise momentum thickness, (c) : shape factor, (d) : skin friction coefficient. The legend used is that of figure 2.8.

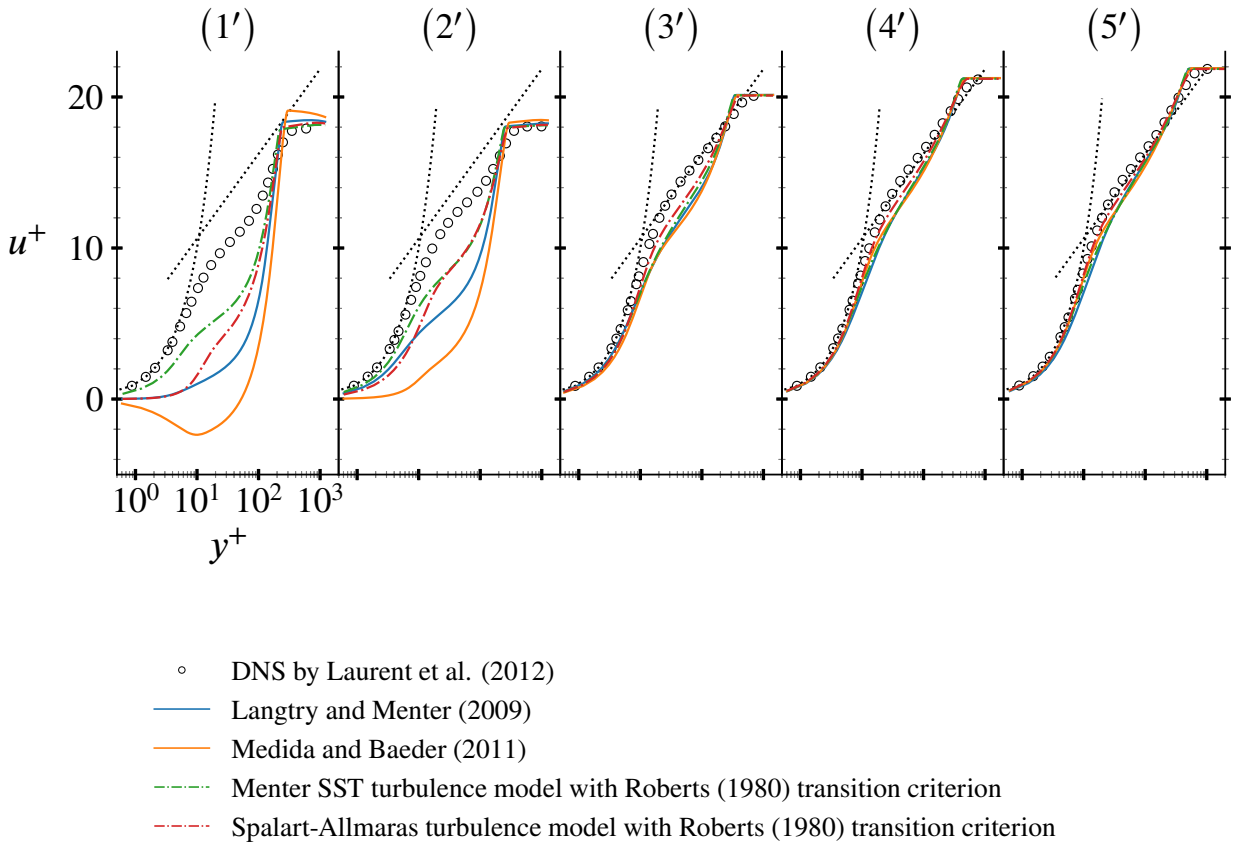
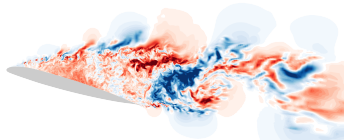


FIGURE 2.11 – Velocity profiles obtained along the wall-normal lines $x_{RS} = 0.25\ (1'), 0.5\ (2'), 2\ (3'), 4\ (4'), 6\ (5')$ with $\gamma - Re_{\theta,t}$ models and transition criteria. The legend used is that of figure 2.8.



2.1.6.2 Modification of the turbulence production term

The following part deals with the effects of modifying the vorticity scale in the production and destruction terms of the Spalart-Allmaras model. This modification replaces Ω with $\Omega + 2\min\{0\,;S-\Omega\}$ in the computation of $\tilde{\Omega}$ (see eq. (2.4)), as is the case in Medida and Baeder's study. It is observed that :

$$\Omega \geq \Omega + 2\min\{0\,;S-\Omega\} = \begin{cases} \Omega & \text{where the fluid rotates less than it is sheared,} \\ 2S-\Omega & \text{everywhere else.} \end{cases} \tag{2.8}$$

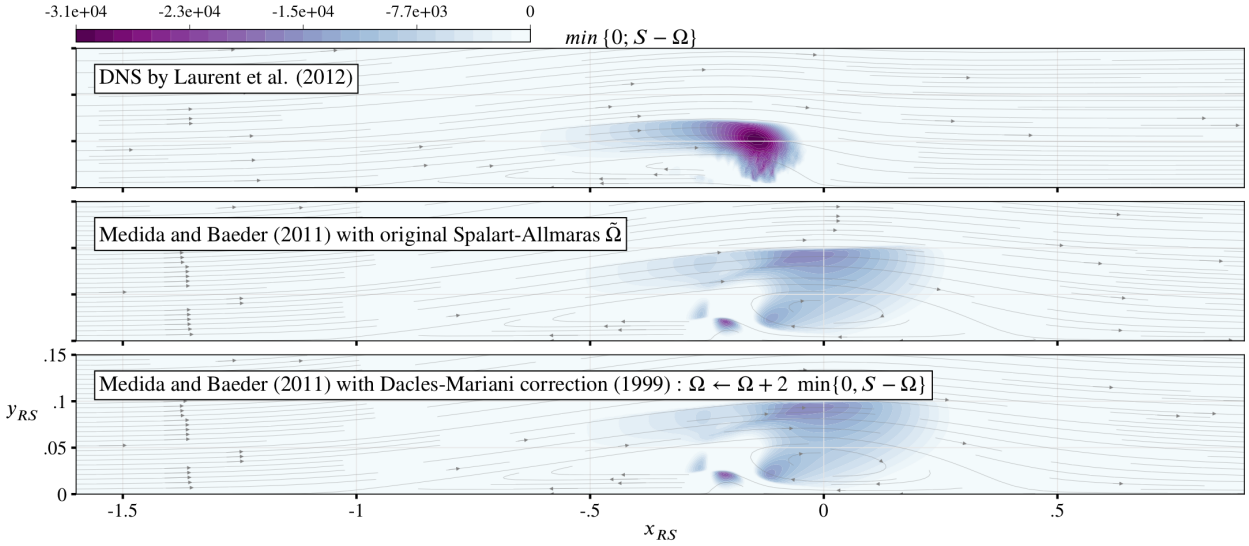


FIGURE 2.12 – Activation zones of the modification by Dacles-Mariani et al. of the source terms in Spalart and Allmaras' model.

This reformulation emphasizes that the model's correction comes in play when the flow is submitted to a stronger rotation than shear, in which case $\tilde{\Omega}$ is decreased, inducing an increase in destruction and a drop of production. The zones where this correction is activated appear dark on figure 2.12, along with the general flow topology. Interestingly, these locations of highly negative value for $\min\{0\,;S-\Omega\}$ in the reference flow do represent locations where an increase in turbulence production could be desired in this case. However, in most cases, regions of strong rotation with eddies that have a high length scale tend to be weaker generators of turbulence than highly-sheared regions, which explains why the proposed correction decreases turbulence in regions where the rotation dominates the strain rate. The use of the modification by Dacles-Mariani et al. in Medida and Baeder's model only has a marginal effect on the flow, small enough as to not be worth developing much further. This effect does not correct the lack of turbulence production previously observed, quite the opposite (which is in agreement with its intended working). The production being decreased in the transition zone, the bubble is slightly longer and thicker. It can therefore be said that this sole modification cannot serve to correct the misbehavior previously described of the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model associated with Spalart and Allmaras' turbulence model. However, the current authors would like to point out that the quantity $\min\{0\,;S-\Omega\}$ can be kept in mind regarding sensors of laminar separation bubbles turbulence-producing regions.

2.1.6.3 Modification of the underlying correlations

This last part presents results obtained with the Spalart-Allmaras model with $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transport equations, using the underlying correlations by Langtry and Menter. Figure 2.13 maps the turbulence shear stress

cross-components of these flows. A stronger production of turbulence is achieved with Langtry and Menter's correlations. While not in close agreement with the DNS data, $-\overline{u'v'}/U_\infty^2$ reaches sufficiently higher values for reattachment to occur significantly upstream. The laminar separation bubble is shorter by 10 % and thinner, though the use of these correlations does not prevent the formation of a - smaller than before - secondary separation that is better seen on the friction coefficient evolution represented on figure 2.14(*b*). Furthermore, the first rise of turbulence shear stress does not occur significantly earlier with Langtry and Menter's correlations than with Medida and Baeder's, and it is still downstream of the same first rise predicted by DNS. However, relatively to the topology of each flow, this increase in main turbulence shear-stress seems to occur slightly upstream of the summit of the separating line, as in the reference flow. Arguably, the transition displays the proper triggering, but a flawed amplitude : the production of turbulence is much underestimated, yielding the inaccurate topology previously described.

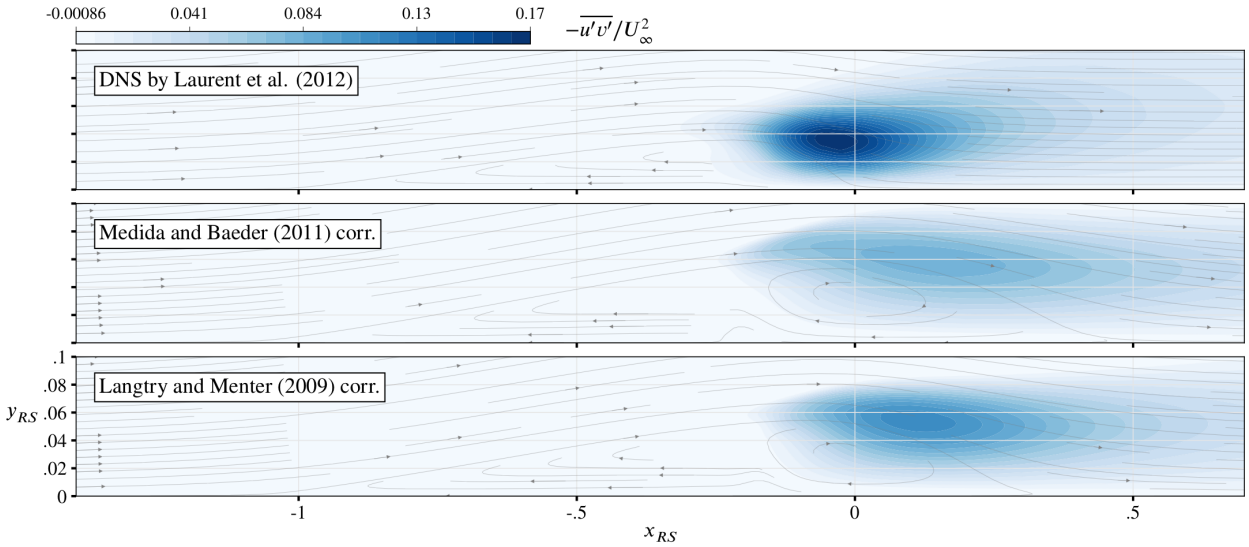
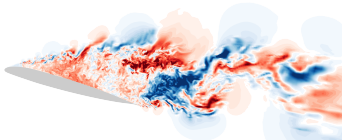


FIGURE 2.13 – Reynolds turbulence shear stress cross-components fields obtained with Medida and Baeder's correlations and Langtry and Menter's.

In order to explain the positive influence of the correction, the fields of γ obtained with both versions of the model are represented on figure 2.15. With the model built on Medida and Baeder's correlations, γ never reaches its asymptotic expected value of 1. On the other hand, changing the correlations allows for a very steep transition, and the transported intermittency variable quickly reaches its target value (upstream of reattachment, in fact). Since γ is used as a pondering factor in the production of $\tilde{\nu}$, the turbulent boundary layer can only be described by the model as intended by Spalart and Allmaras if $\gamma \sim 1$. Using Langtry and Menter's correlations is therefore in better agreement with the original intent of the transition modeling strategy.

The analysis of the boundary-layer characteristic variables also brings some insight into the effects of modifying the correlations for $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ and F_{length}. Figure 2.14 indicates that the increase in turbulence production allows the turbulent boundary layer to display a better momentum thickness asymptotic slope. Accordingly, the friction coefficient reaches asymptotic values in the fully developed turbulent boundary layer that are closer to those of the reference flow.



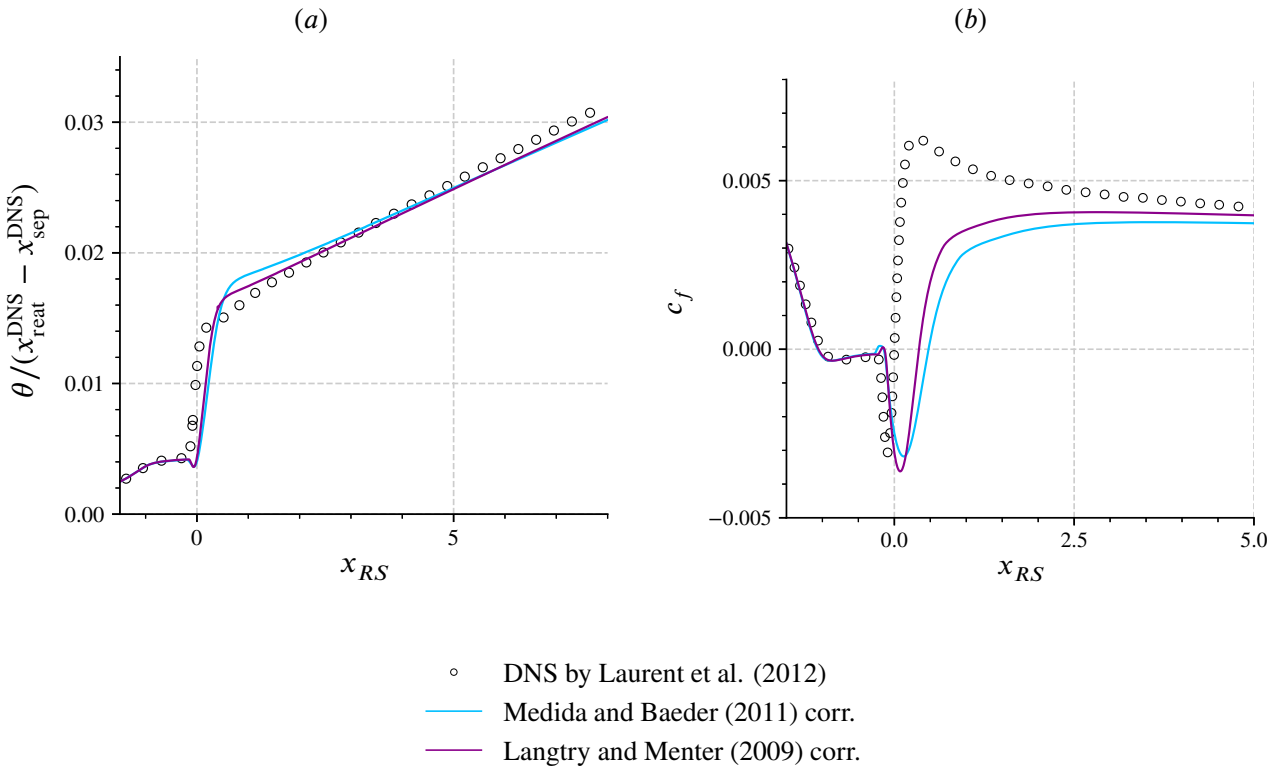


FIGURE 2.14 – Boundary-layer 1-dimensional variables obtained with the $\tilde{\nu}-\gamma-Re_{\theta,t}$ models completed with two different sets of correlations. (*a*) : Boundary layer momentum thickness, (*b*) : Skin friction coefficient.

2.1.7 Conclusion

In order to assess the performance of the $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition modeling strategy, RANS simulations were run using both turbulence models by Spalart-Allmaras and Menter, coupled to criterion-based and transport equations-based transition models. The chosen test case is a laminar separation bubble on a flat plate designed to mimic that of a leading-edge separation on an airfoil near stall. The reference data comes from a zonal DNS performed by Laurent et al.. In a second part, two modifications were implemented to gain further insight in Medida and Baeder's $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition model. First, the correction by Dacles-Mariani et al. was implemented and used, and the underlying correlations for the variables $Re_{\theta,c}$ and F_{length} were switched to those by Langtry and Menter.

Results were analyzed by comparing flow topologies, turbulence production mechanisms and locations, and boundary layer integral properties. A global tendency of the RANS models towards an underestimation of turbulence production was observed. Therefore, all models build too long a laminar separation bubble, with a good agreement to the reference data regarding the separation point and the start of transition, but a late reattachment, because the pressure recovery is too slow. Furthermore, a second recirculation exists inside the main laminar separation bubble in the flow obtained with the $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,t}$ model. The authors attribute this flow feature to an internal pressure gradient strong enough for separation, due to the overestimation of the primary separation's size. More problematic is this model's failure to completely switch into its turbulent state downstream of transition, as the transported intermittency γ never reaches its target value of 1. Since this behavior prevents the underlying turbulence model from working as it would in a fully turbulent state for which it has been thoroughly validated, this behavior is regarded as unsound.

Modifying the correlations has yielded significant improvement in the results. Indeed, the use of Langtry and Menter's correlations instead of Medida and Baeder's allows an increase of γ in the fully turbulent part of the boundary layer, even though they were not originally calibrated for a coupling with this

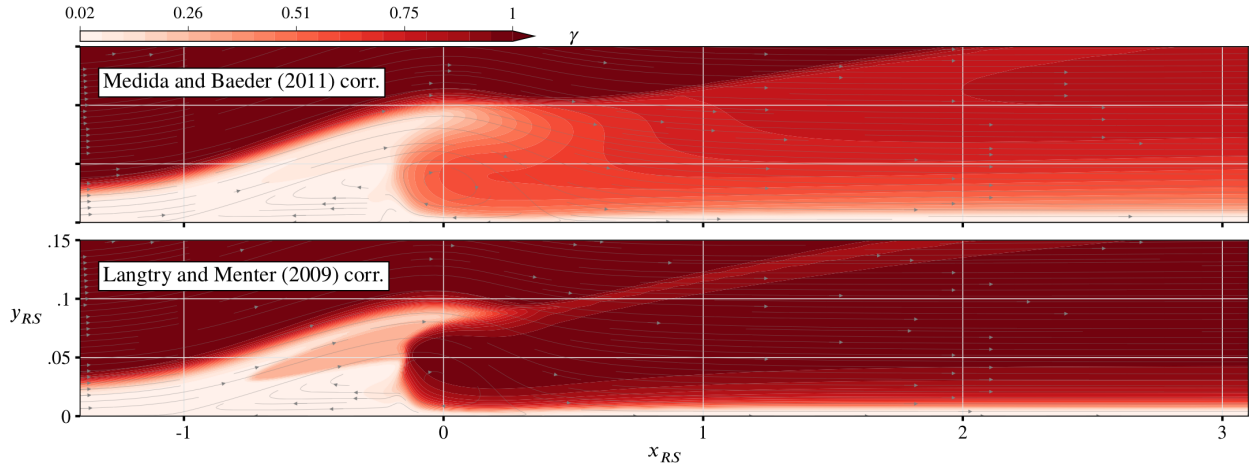


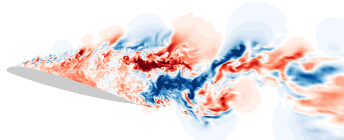
FIGURE 2.15 – Intermittency fields obtained with Medida and Baeder's correlations and Langtry and Menter's.

one-equation turbulence model. The predicted transition is steeper and the field of turbulence shear stress cross-components is in better agreement with the reference data, though its peak amplitude is still underestimated by approximately 35 %, and the peak's streamwise location overestimated due to the sluggishness in the production of turbulence. The improvement is noticeable, however, and warrants further research in the design of specifically calibrated correlations.
It was also observed that $k-\omega-$SST-based models display a better behavior in the region near reattachment, where an expected overproduction of turbulence (compared to the asymptotic turbulent boundary layer) should appear, along with a peak of friction coefficient. While this local overproduction of turbulence is the motive of Langtry and Menter's separation correction that makes use of the γ_{sep} and γ_{eff} fields, it appears to be too weak to trigger the Spalart-Allmaras model with a sufficient amplitude. Hence, the friction coefficient distributions obtained with this model display a monotonic behavior downstream of the friction minimum. Recalibrating or reformulating this correction to better account for the overproduction of turbulence is the object of future work.
Finally, the effects of the Dacles-Mariani correction on the flow were not decisive, but the analysis of its activation zones has shown that $\min\{0\,;\,S-\Omega\}$ might be an interesting sensor to detect the regions where the turbulence production must increase in laminar separation bubbles. The study could be led further by normalizing this quantity and designing a production-increasing modification to the current $\tilde{\nu}-\gamma-Re_{\theta,\text{t}}$ model.
Along with the previously-mentioned topics, future research will be devoted to extending the $\gamma-Re_{\theta,\text{t}}$ transition modeling framework to the ZDES (mode 2) hybrid RANS/LES method by Deck and Renard (2020).

2.1.8 Appendix

2.1.8.1 Local correlations-based transition models

Menter et al. (2006) proposed a local correlations-based transition model (LCTM) designed to be coupled to an existing turbulence model. This model is comprised of two transport equations, and a set of correlations to fit the experimental data used for calibration. The first equation (eq. (2.9)) describes the transport of a first supplemented transported variable, called γ, a numerical intermittency. It is meant to vanish in the laminar regions and to equal 1 in the fully turbulent ones.



$$\mathrm{D}_t(\rho\gamma) = P_\gamma - D_\gamma + \sum_i \partial_{x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_\mathrm{t}}{\sigma_\gamma}\right)\partial_{x_i}\gamma\right], \tag{2.9}$$

The production and destruction terms of this equation are :

$$\begin{cases} P_\gamma = c_{\mathrm{a},1}\rho S F_{\mathrm{length}}\sqrt{F_{\mathrm{onset}}}\left(1 - c_{\mathrm{e},1}\gamma\right)\sqrt{\gamma} \\ D_\gamma = c_{\mathrm{a},2}\rho\Omega\gamma\left(c_{\mathrm{e},2}\gamma - 1\right)F_{\mathrm{turb}} \end{cases} \tag{2.10}$$

and the underlying functions can be written as :

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{onset}} &= \max\left\{F_{\mathrm{onset},2} - F_{\mathrm{onset},3}; 0\right\} \\ F_{\mathrm{onset},3} &= \max\left\{1 - \left(\frac{r_\mathrm{t}}{2.5}\right)^3; 0\right\} \\ F_{\mathrm{onset},2} &= \min\left\{\max\left\{F_{\mathrm{onset},1}; {F_{\mathrm{onset},1}}^4\right\}; 2\right\} \\ F_{\mathrm{onset},1} &= \frac{Re_\mathrm{v}}{2.193\ Re_{\theta,\mathrm{c}}} \\ F_{\mathrm{turb}} &= e^{-\left(\frac{r_\mathrm{t}}{4}\right)^4} \end{aligned} \tag{2.11}$$

The eddy-to-molecular viscosity ratio $r_\mathrm{t} = \frac{\mu_\mathrm{t}}{\mu}$ is computed from the turbulence variables of the underlying model. As the momentum thickness Reynolds number Re_θ of a boundary layer profile is a non-local property, Menter et al. correlate it to a (local) Reynolds number based either on the local vorticity or on the strain rate in order to build a fully local transition model, as in eq. (2.12) :

$$Re_\theta = \frac{\max\limits_{n\in[0,\delta]}\left(Re_\mathrm{v}\right)}{2.193}, \text{ where } Re_\mathrm{v} = \frac{n^2}{\nu}S \tag{2.12}$$

Since this link is only used to describe the position where intermittency needs to start increasing, it is sufficient to detect only the first location where the critical threshold is crossed by the value of Re_v (which is therefore its maximum). This observation removes the need for the non-local computation of the maximum function.
The second equation (eq. (2.13)) describes the dynamics of a second transported variable, $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, that propagates boundary layer history downstream.

$$\mathrm{D}_t\left(\rho Re_{\theta,\mathrm{t}}\right) = P_{\theta,\mathrm{t}} + \sum_i \partial_{x_i}\left[\sigma_{\theta,\mathrm{t}}\left(\mu + \mu_\mathrm{t}\right)\partial_{x_i}Re_{\theta,\mathrm{t}}\right] \tag{2.13}$$

The production term of this equation is :

$$P_{\theta,\mathrm{t}} = c_{\theta,\mathrm{t}}\frac{\rho}{\tau}\left(Re_{\theta,\mathrm{S}} - Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)\left(1 - F_{\theta,\mathrm{t}}\right), \tag{2.14}$$

where t is a time scale :

$$\tau = \frac{500\nu}{U^2} \tag{2.15}$$

and $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ is the value of the momentum thickness-based Reynolds number at the start of transition as the intermittency first starts to increase in the boundary layer. This value is determined by a correlation.

The production activation function reads :

$$F_{\theta,\mathrm{t}} = \max\left\{e^{-\left(\frac{n}{\delta}\right)^4}; 1 - \left(\frac{c_{\mathrm{e},2}\gamma - 1}{c_{\mathrm{e},2} - 1}\right)^2\right\} \tag{2.16a}$$

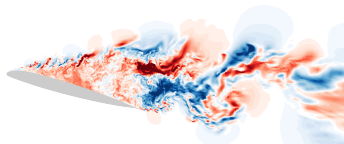
where :

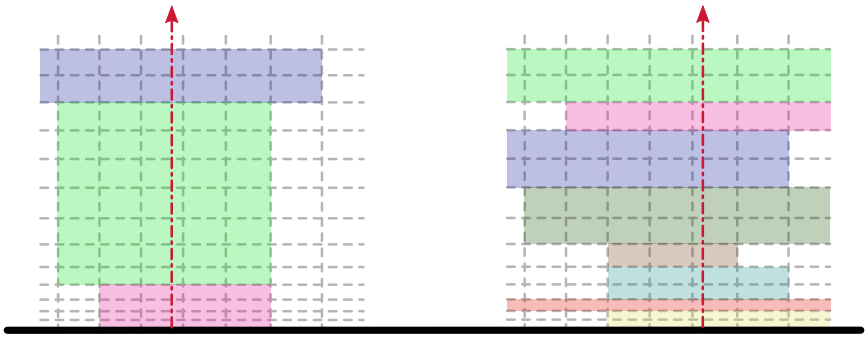
$$\tilde{\delta} = \frac{50\,\Omega n}{U}\delta_{\mathrm{BL}}\,;\,\delta_{\mathrm{BL}} = \frac{15}{2}\theta_{\mathrm{BL}} \text{ and } \theta_{\mathrm{BL}} = \frac{Re_{\theta,\mathrm{t}}\nu}{U} \tag{2.16b}$$

The model constants are given in table 2.6.
Note that Menter et al. used a function named F_{wake} to prevent the model from behaving the same way in a free shear layer as in a boundary layer. Since the computation of this function involves the local value of the specific dissipation rate of turbulent kinetic energy, ω, it is omitted when the underlying turbulence model is that of Spalart and Allmaras (Medida and Baeder 2011).

TABLEAU 2.6 – Calibration constants of the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model (Langtry and Menter 2009).

Constant name	$c_{\mathrm{e},1}$	$c_{\mathrm{e},2}$	$c_{\mathrm{a},1}$	$c_{\mathrm{a},2}$	σ_γ	$c_{\theta,\mathrm{t}}$	$\sigma_{\theta,\mathrm{t}}$
Value	1	50	2	0.06	1	0.03	2





(a) - 3 blocs de maillage (b) - 8 blocs de maillage

FIGURE 2.16 – Schéma des contraintes de parallélisation et coûts de communication associés à une intégration spatiale.

2.2 Choix du modèle à valider

2.2.1 Définition de contraintes liées à l'intégration à la ZDES

Afin de remplir les objectifs de l'étude, le modèle doit pouvoir être utilisé en branche RANS de la ZDES mode 2. Pour cela, plusieurs contraintes sont initialement fixées pour le choix du modèle.
Les modèles hybrides RANS/LES étant utilisés pour des calculs coûteux en mémoire et en temps CPU, il est crucial que le modèle RANS visé ne dégrade pas significativement la vitesse d'exécution des opérations lors de son utilisation. Dans un cadre de calcul massivement parallèle, cette contrainte est interprétée de la manière suivante : les opérations de modélisation *non-locales* doivent être proscrites. On dit qu'un cœur de calcul réalise une opération non-locale lorsque l'opération en question nécessite de l'information que le cœur n'a pas à sa disposition et qui nécessite la communication avec un autre cœur, dont l'identité est connue à l'avance ou non, ou bien de l'information accessible à tous. Dans un cadre de parallélisation par découpage du maillage et répartition sur les différents cœurs disponibles, c'est par exemple le cas de toutes les opérations d'intégration dans l'espace, comme le calcul des épaisseurs intégrales de couche limite (voir annexe A). Ces dernières nécessitent en effet la connaissance du champ fluide tout le long d'une normale à la paroi considérée. Ces données étant réparties entre les différents cœurs, il y a alors nécessité pour les cœurs de communiquer. Plus le niveau de parallélisation est important, plus ces communications sont coûteuses, car l'information recherchée est d'autant plus répartie entre les différents processus. Dans le cas où l'information est accessible à tous, quand c'est possible (*i.e.* elle n'est pas trop volumineuse), elle présente alors un coût élevé en espace de mémoire vive car elle doit être dupliquée.

La figure 2.16 présente qualitativement un exemple de processus de calcul d'épaisseur intégrale de couche limite avec deux niveaux de parallélisation différents. Dans le cas (a), la droite normale à la paroi au sein du domaine fluide traverse des zones attribuées à $n_c = 3$ processeurs différents. Le nombre de communications nécessaires peut être estimé à 6 (3 pour regrouper l'information et 3 pour diffuser le résultat) si tous les cœurs ont besoin de la même information. Dans le cas (b), plus massivement parallélisé, $n_c = 8$ processeurs doivent échanger l'information nécessaire au calcul. Si le volume d'information efficace échangé change peu, le nombre de communications nécessaires monte à 16. De plus, pour obtenir la même information, un seul processeur doit effectuer le calcul et renvoyer le résultat à tous les autres, qui doivent attendre de le recevoir. Lorsque de nombreux cœurs sont impliqués, ce temps d'attente peut également devenir coûteux. On peut également remarquer que la duplication d'efforts ne fait qu'empirer le problème : si tous les coeurs réalisent le calcul, la complexité du processus de communications nécessaires augmente à

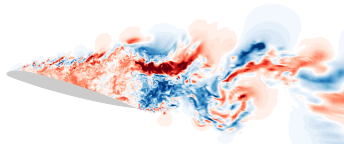
n_c^2 : il faut réaliser $n_c \times \left(n_c - 1\right)$ communications, c'est-à-dire toujours 6 dans le premier cas, mais 56 dans le deuxième. De plus, le temps de calcul hors communication n'est pas réduit.

Par ailleurs, il est souhaitable que le modèle soit capable de traiter tous types de transition. Il a cependant été montré dans le chapitre précédent que leur modélisation simultanée est un problème ouvert et difficile. La dynamique des écoulements de décrochage statique, considérés dans cette étude, impose quoi qu'il en soit que le modèle choisi soit à même de modéliser les phénomènes associés à la transition par bulbe de décollement laminaire ou transitionnel. De plus, afin de préserver le caractère automatique de la ZDES mode 2 une fois le couplage réalisé, le modèle ne doit nécessiter aucune connaissance *a priori* de l'écoulement simulé, en particulier de l'orientation des lignes de courant au voisinage de la paroi, ou de la direction de propagation des phénomènes transitionnels. Cette contrainte limite le choix à seulement quelques modèles.
Enfin, dans une optique de validation incrémentale des méthodes de modélisation, on s'impose la méthode hybride à laquelle le modèle sera ultérieurement couplé : il s'agit de la version de 2020 de la ZDES mode 2 de Deck et Renard (2020). Cette méthode est une amélioration de la ZDES mode 2 de 2012 (Deck 2012), notamment vis-à-vis de la protection de la zone de sillage des couches limites sous fort gradient de pression adverse, et de la sensibilité au raffinement du maillage. Ces deux aspects en font un modèle attractif pour la simulation du décrochage statique d'un profil. Ce choix engendre cependant l'obligation pour le modèle de transition d'être compatible avec le modèle de Spalart et Allmaras (1992), sur lequel la ZDES mode 2 (2020) est construite, ou bien une transposition des qualités de la ZDES mode 2 (2020) à un cadre différent (ZDES $k-\omega$ de Uribe et al. (2017), par exemple). Cette deuxième possibilité est exclue car elle constitue un effort important de modélisation hors transition, qui n'est pas l'objet de ces travaux. La première possibilité est donc choisie. Les avantages liés à ce choix réduisent considérablement le risque d'un échec de l'étude à cause d'une défaillance de la méthode hybride hors transition, et compensent largement la contrainte associée.

2.2.2 Présentation du cadre de modélisation $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$

Les contraintes précédemment énoncées laissent peu de choix pour le modèle de transition recherché. Les modèles les plus validés et les plus anciens, basés sur des critères de transition ou sur la reconstruction du facteur exponentiel d'amplification maximale des perturbations par la couche limite (méthode dite e^N) s'appuient sur des calculs non locaux, et ne peuvent donc pas être retenus.
En outre, les méthodes par critères algébriques de transition sont exigeantes en termes de connaissance préalable de la topologie de l'écoulement : leur emploi nécessite la connaissance de la direction principale de développement de la couche limite et de son origine[2], d'une part, et un bon alignement des lignes de maillage avec elle, d'autre part. Elles sont donc difficilement applicables dans le cadre d'une topologie complexe d'écoulement, et leur extension à un maillage quelconque n'est pas triviale. En revanche, ces méthodes permettent de valider le modèle choisi en fournissant une base de données de comparaison pour des écoulements à la topologie simple.
Il reste les modèles à équations de transport. Parmi ceux-là, on peut notamment mentionner les méthodes dites «Laminar Kinetic Energy» de Walters et Cokljat (2008) et Walters et Leylek (2002) puis de Jecker et al. (2017). Mentionnons également le modèle «Amplification Factor Transport» de Coder (2017), qui introduit une équation de transport pour le facteur d'amplication maximal des perturbations de la méthode e^N pour s'affranchir de la non-localité de son calcul. Cependant, ces trois modèles ne sont pas *a priori* orientés vers la modélisation de la transition par décollement. En effet, le modèle de Jecker et al. vise explicitement une modélisation de la transition induite par la turbulence incidente *via* les modes de Klebanoff, et le modèle de Walters et Cokljat (2008) a principalement été validé à l'aide de configurations où la transition est due à de forts taux de turbulence («bypass») ou aux ondes de Tollmien-Schlichting (transition naturelle). On peut cependant mentionner son utilisation pour la simulation de la transition par décollement par Pacciani

2. Pour l'écoulement autour d'un profil, il s'agit du point d'arrêt.



et al. (2011), mais cet emploi demeure exceptionnel. Le modèle de Coder, lui, est conçu pour représenter les mécanismes de transition modaux comme la transition par ondes de Tollmien-Schlichting. Un autre type de méthode locale proposé est la méthode des «critères transportés» (Pascal et al. 2020), mais elle est à ce jour peu validée et peu employée. Il faut également noter qu'aucun modèle précédemment cité n'a vocation à élargir son champ d'applicabilité à tout type de transtion.
A la connaissance de l'auteur, le seul modèle à équations de transports largement validé pour les cas de transition par décollement et susceptible d'être étendu à tout type de transition est le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006), basé sur des corrélations empiriques. Les auteurs de ce modèle précisent également dans l'article publiant sa version originale qu'il peut être associé à un autre modèle de turbulence que le modèle $k-\omega$ SST de Menter (1994). Plus de détails sur l'histoire de ces modèles sont donnés au chapitre 1, partie 1.4.
Ce dernier modèle a donc été choisi pour un couplage avec la ZDES. La partie suivante décrit son fonctionnement. Dans le cours de ces travaux, l'utilisation d'un autre modèle défini par Medida (2014) dans sa thèse de doctorat, inspiré du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, a également été envisagée. Cependant, ce modèle introduit une fonction notée G_{onset}, absente du modèle de Menter et al., qui nécessite un calcul non-local afin de déclarer la transition commencée sur toute l'épaisseur de la couche limite simultanément. Ce modèle n'a par conséquent pas été retenu. La littérature laisse supposer que les niveaux de frottements et longueurs de décollements qu'il produit sont comparables à ceux obtenus à l'aide du modèle de Spalart et Allmaras couplé à la méthode $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$. Il serait néanmoins intéressant d'en faire une comparaison poussée.

2.2.3 Description du fonctionnement du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$

Les senseurs et fonctions que le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ fait intervenir ainsi que les descriptions de leurs interactions sont décrits ici. Ils sont représentés à l'aide des résultats obtenus à la fin de ce chapitre sur le cas de Laurent et al. La manière d'obtenir ces résultats est exposée plus loin dans le contexte de validation du modèle. Les coordonnées adimensionnées x_{RS} et y_{RS} ont respectivement leur origine au point de recollement moyen de la DNS de référence et à la paroi, et sont adimensionnées par la longueur du décollement moyen de la DNS. Par conséquent, le point $\left(x_{RS}, y_{RS}\right) = (-1, 0)$ correspond au point de la paroi où se situe en moyenne le décollement laminaire de la DNS. On voit aussi sur les champs présentés plus bas que le décollement a un rapport d'aspect de 4.2% environ.
Le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006) ajoute deux équations de transport au modèle de turbulence sous-jacent. Dans sa version originale, il est associé au modèle $k-\omega$ SST de Menter (1994), mais il a été associé à d'autres modèles par le passé, comme le modèle $k-l$ de Smith (Minot et al. 2016a), ou le modèle de Spalart et Allmaras (Medida et Baeder 2011). Son histoire est présentée en détails dans le chapitre 1, et ne sera pas répétée ici. Contentons-nous de mentionner que la première équation ajoutée au modèle de turbulence concerne l'intermittence γ, c'est-à-dire un facteur mathématique qui représente la probabilité que l'écoulement soit turbulent à un instant et en un point donné de l'écoulement. La deuxième équation de transport du modèle permet d'introduire une sensibilité du modèle à l'histoire de la couche limite *via* le transport de la variable $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, qui représente le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite au niveau du point de transition. L'intégralité des équations du modèle est donnée dans le chapitre 1 ainsi que dans l'annexe de l'article de journal qui accompagne le présent chapitre (partie 2.1). Le lecteur est invité à se référer à ces parties pour une description complète du modèle.
Le modèle consiste à rendre locale une modélisation de la transition dont la localisation et l'étendue sont essentiellement décidées à l'aide d'un critère empirique : quand l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite excède une certaine valeur, la transition est déclarée commencée. Sa vitesse est ensuite dictée par l'intensité de la production d'intermittence, obtenue à l'aide d'une autre corrélation empirique. Les deux grandeurs corrélées qui servent à déterminer la position et la vitesse de la transition sont $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ et F_{length}.
L'interrupteur primaire de déclenchement du processus de transition se situe au niveau de la fonction F_{onset}, et consiste en une comparaison du nombre de Reynolds basé sur la vorticité, Re_{v}, au nombre de Reynolds basé

sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite, $Re_{\theta,c}$, obtenu à l'aide d'une corrélation. Ce senseur et les fonctions qu'il permet de calculer, donnés par les équations (1.57), sont représentés respectivement sur les figures 2.17 et 2.19. Le modèle déclenche la transition quand $Re_v/Re_{\theta,c}$ dépasse la valeur empirique de 2.193. Cet événement se produit au niveau où les instabilités de Kelvin-Helmholtz se déclencheraient dans un écoulement laminaire décollé. On peut voir sur la figure 2.17 que la zone d'activation primaire de la transition est située à l'extérieur de la ligne de courant séparatrice moyenne, c'est-à-dire hors de la région dont, en moyenne, le fluide ne sort pas. De plus, le senseur est maximal à l'aplomb du maximum d'épaisseur du bulbe, ce qui en fait également une grandeur intéressante pour la détection des décollements laminaires. Il conserve des valeurs significatives dans la zone de sillage de la couche limite après le recollement, ce qui permet d'entretenir le caractère turbulent de la couche limite, par diffusion.

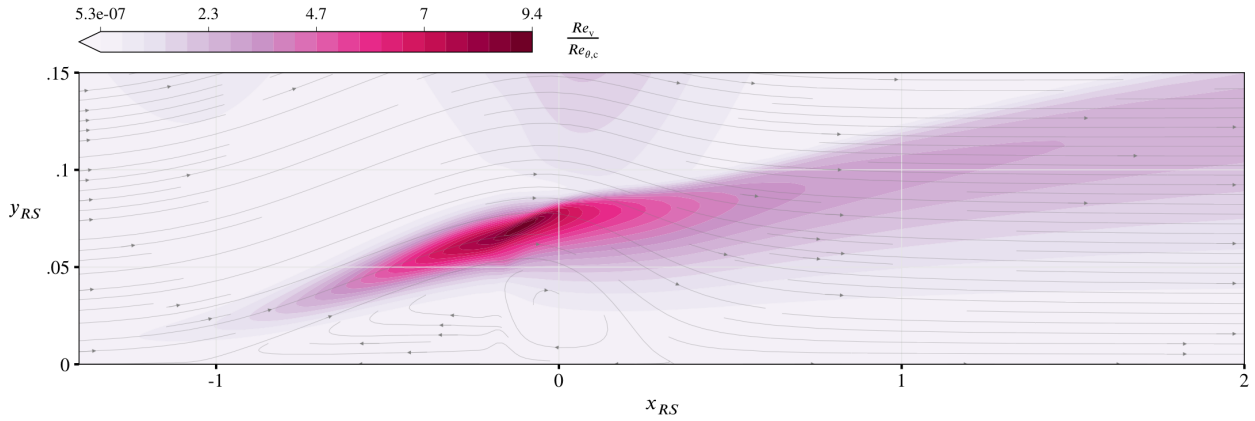
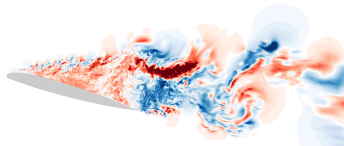


FIGURE 2.17 – Senseur de déclenchement de la transition $Re_v/Re_{\theta,c}$, évalué à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al.

Dans un second temps, l'information captée par le senseur $Re_v/Re_{\theta,c}$ est amplifiée par les fonctions $\left(F_{\text{onset,i}}\right)_{i\in[\![1,2]\!]}$. Ces fonctions permettent l'application du critère de déclenchement de la transition (voir 1.4.3.1, équation (1.57)). F_{onset} est donc nulle tant que $Re_v < 2.193\ Re_{\theta,c}F_{\text{onset,3}}$, c'est-à-dire tant que $F_{\text{onset,1}} < F_{\text{onset,3}}$, puis elle subit une croissance transitoire avant d'adopter une valeur constante (indépendante de Re_v). La forme de la croissance transitoire est imposée par la fonction $F_{\text{onset,2}}$. La valeur constante dépend de $F_{\text{onset,3}}$, qui fait intervenir la variable r_t, rapport de la viscosité de turbulence et de la viscosité moléculaire du fluide. Cette variable constitue une des boucles de rétroaction du modèle de turbulence sur le modèle de transition : l'intermittence croît d'autant plus vite que la viscosité de turbulence est importante. L'évolution de ces fonctions en fonction du critère de déclenchement et du niveau ambiant de turbulence est représentée sur la figure 2.18 pour une valeur arbitraire de r_t fixée à 1.9.

Ici, $Re_v/Re_{\theta,c}$ est utilisée pour déclencher une phase de croissance lente de l'intermittence en amont de $x_{RS} = -0.25$, suivie d'une transition brutale. Le saut de F_{onset} vers $x_{RS} = 0.8$ est dû à $F_{\text{onset,3}}$, qui dépend directement de la viscosité de turbulence, μ_t. Dans cette zone, le modèle de turbulence est pleinement actif, et $F_{\text{onset,3}}$ décroît, et n'a plus d'influence sur le calcul de F_{onset}. Cette dernière est égale à $F_{\text{onset,2}}$ et prend des valeurs élevées, ce qui permet à γ d'adopter rapidement sa valeur de rappel, c'est-à-dire 1 dans une couche limite turbulente.



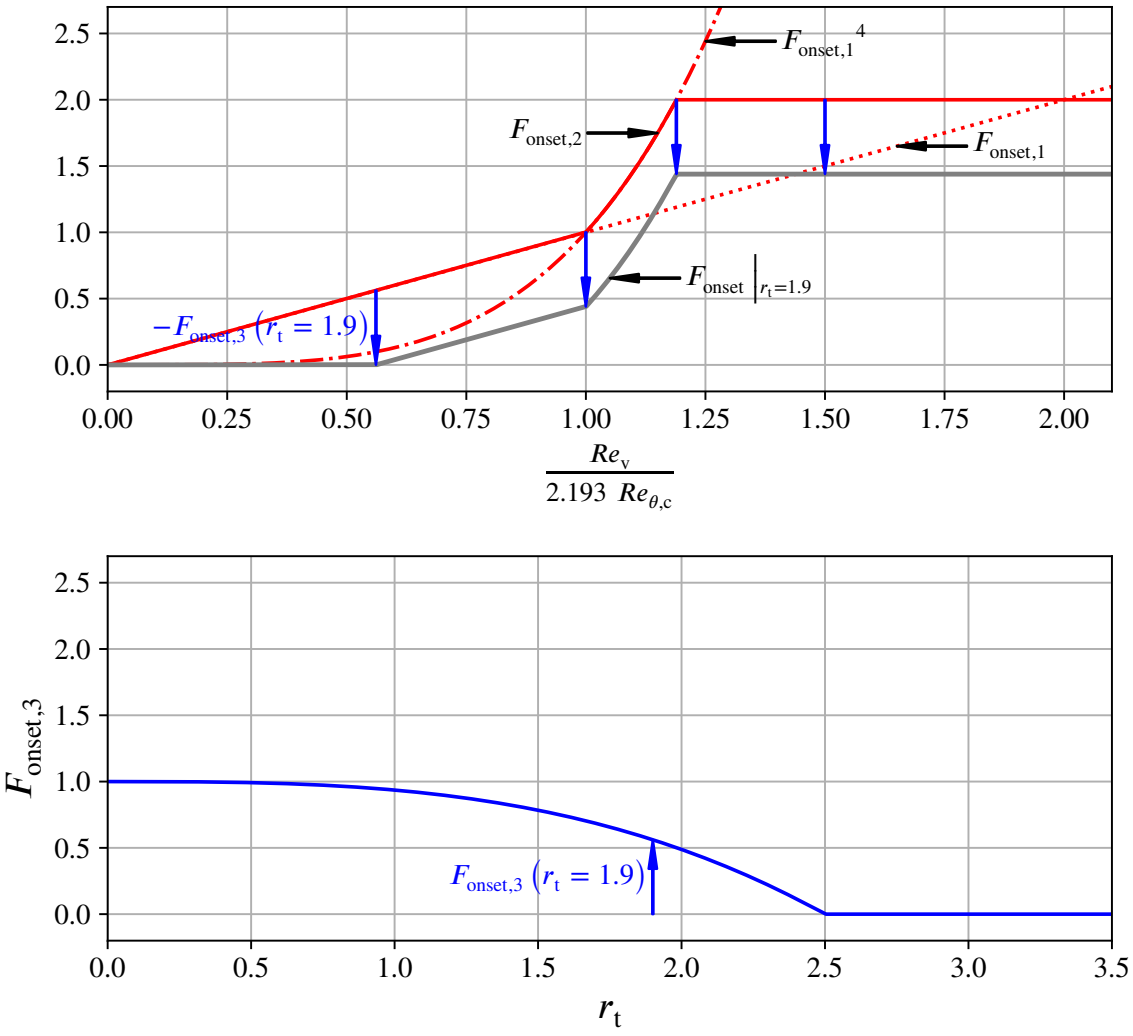


FIGURE 2.18 – Fonctions définissant le profil de production d'intermittence pour le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$.

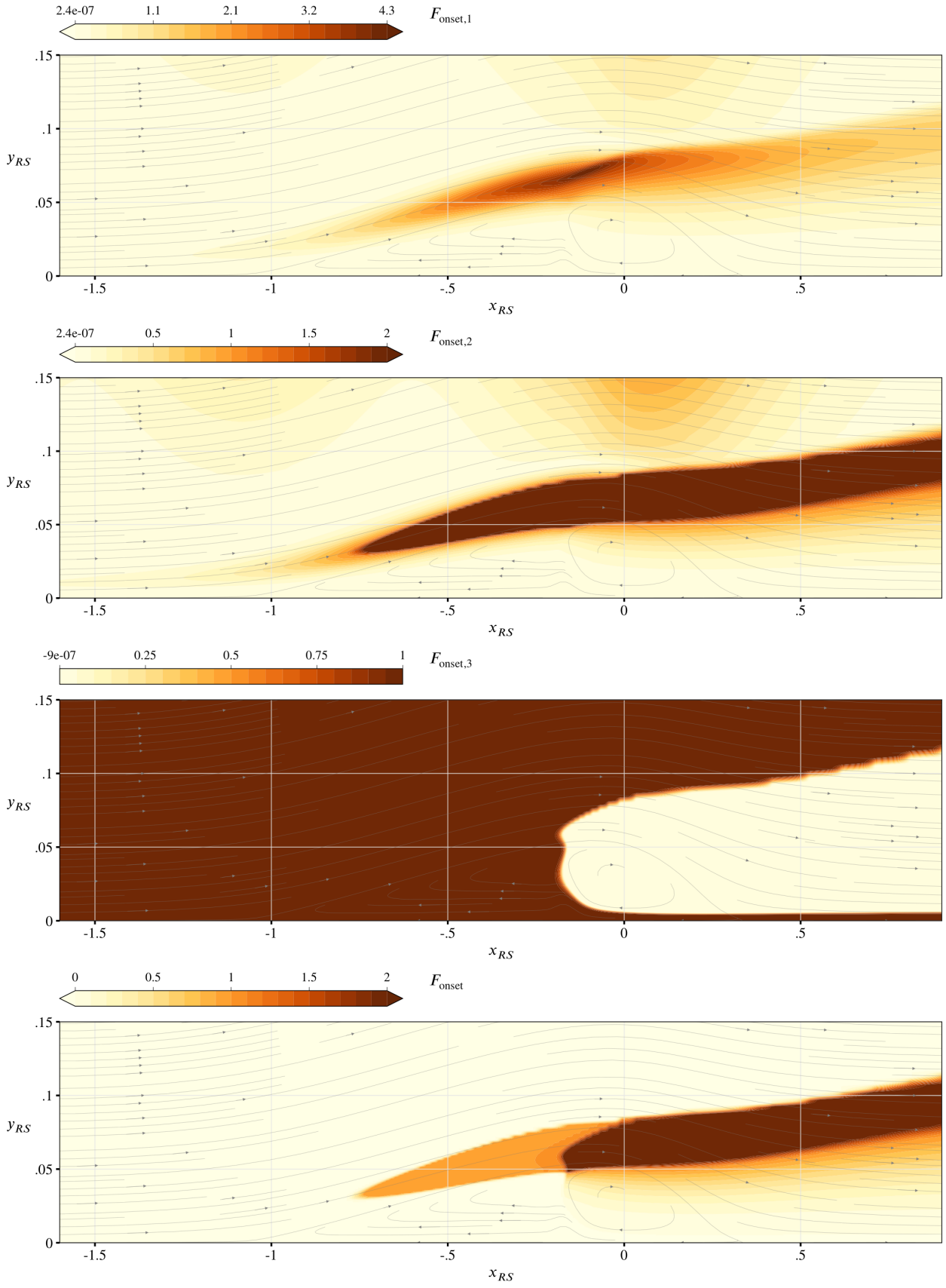


FIGURE 2.19 – Senseur et fonctions intervenant dans le calcul de la fonction-interrupteur F_{onset}, évaluées à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al.

Le déclenchement des méchanismes qui mènent à la production de turbulence modélisée est entièrement déterminé par les deux grandeurs corrélées F_{length} et $Re_{\theta,\text{c}}$. Si de nombreuses corrélations ont été proposées pour ces deux facteurs, nous ne représentons sur la figure 2.20 que les originales de Langtry et Menter (2009) données dans le tableau 1.4.

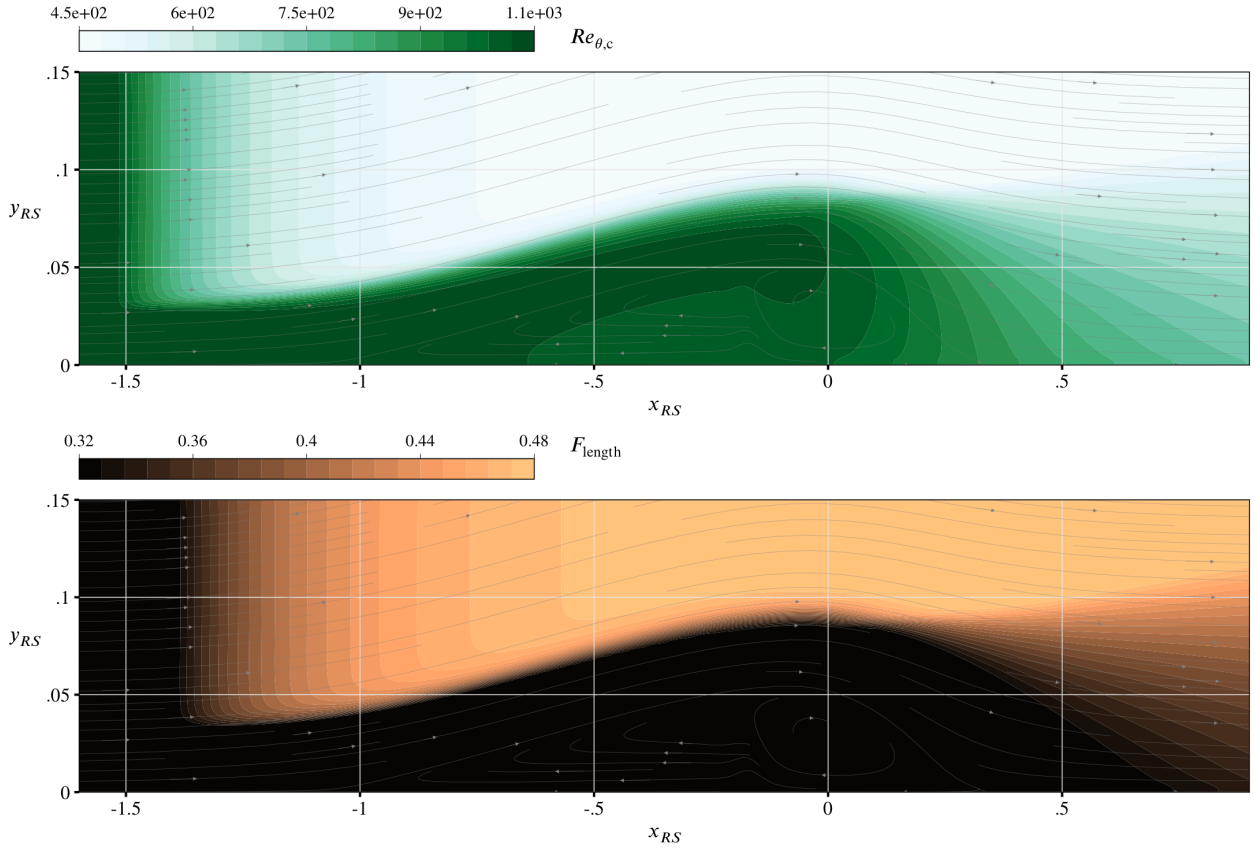


FIGURE 2.20 – Grandeurs corrélées du modèle $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$, d'après les équations de Langtry et Menter (2009), évaluées à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al.

Ces grandeurs ne dépendent que de la variable transportée $Re_{\theta,\text{t}}$. Elles suivent donc sa dynamique. En particulier, on observe que des valeurs significatives ne commencent à apparaître que dans la zone de gradient de pression adverse, et seulement hors de la couche limite. Par ailleurs, une fois la transition déclenchée, les effets de la diffusion de $Re_{\theta,\text{t}}$ par la turbulence sont apparents sur les deux variables corrélées, et la frontière de leur zone d'activité perd en raideur.

$Re_{\theta,\text{c}}$ est également utilisé lors du couplage au modèle de turbulence. Rappelons que ce processus est effectué à l'aide d'une pondération des termes de production et destruction des équations de transport des variables turbulentes (k pour un modèle sous-jacent de type $k-\omega$ ou $k-l$, $\tilde{\nu}$ pour le modèle de Spalart et Allmaras). Afin de reproduire l'excès de production de turbulence immédiatement en aval de la transition quand celle-ci s'effectue au sein d'un décollement de couche limite, une correction de cette pondération est apportée. La correction fait également intervenir $Re_{\text{v}}/Re_{\theta,\text{c}}$ (voir figure 2.17), mais avec un seuil de 3.235 plus élevé que le calcul de $F_{\text{onset},1}$. Le senseur γ_{sep} est ainsi obtenu. Sa zone d'activité est représentée sur la figure 2.21. Cette zone est principalement localisée à l'extérieur de la ligne de courant séparatrice, et à l'aplomb du tourbillon principal de bulbe, là où le cisaillement dû au différentiel de vitesse entre intérieur du bulbe et écoulement de champ libre est le plus important. γ_{sep} sert ensuite à accélérer la production de turbulence dans cette zone, et est notamment la cause des niveaux locaux importants de tensions croisées de Reynolds modélisées obtenus à cet endroit dans les calculs employant le modèle $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$. Cette

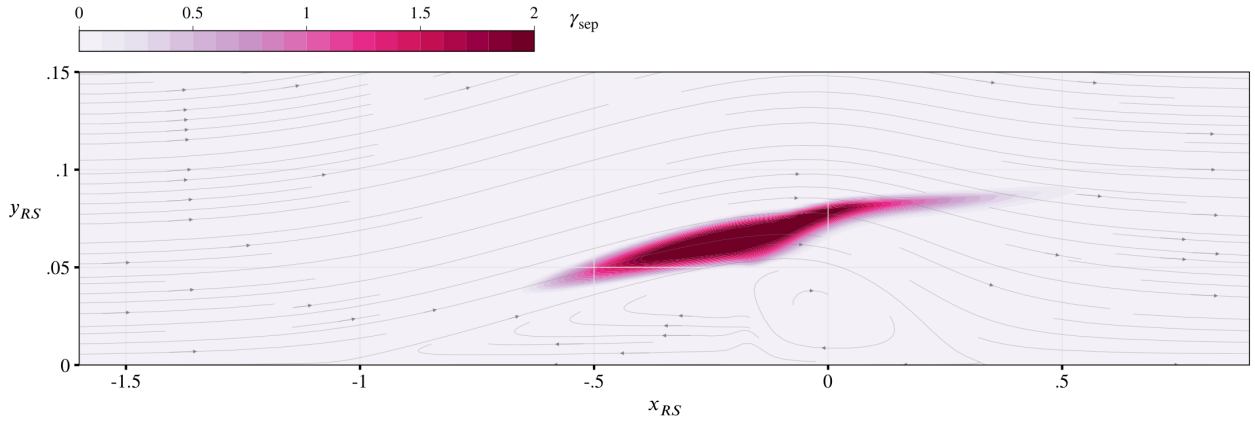


FIGURE 2.21 – Senseur de détection des décollements de couches limites, γ_{sep}, évaluée à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al.

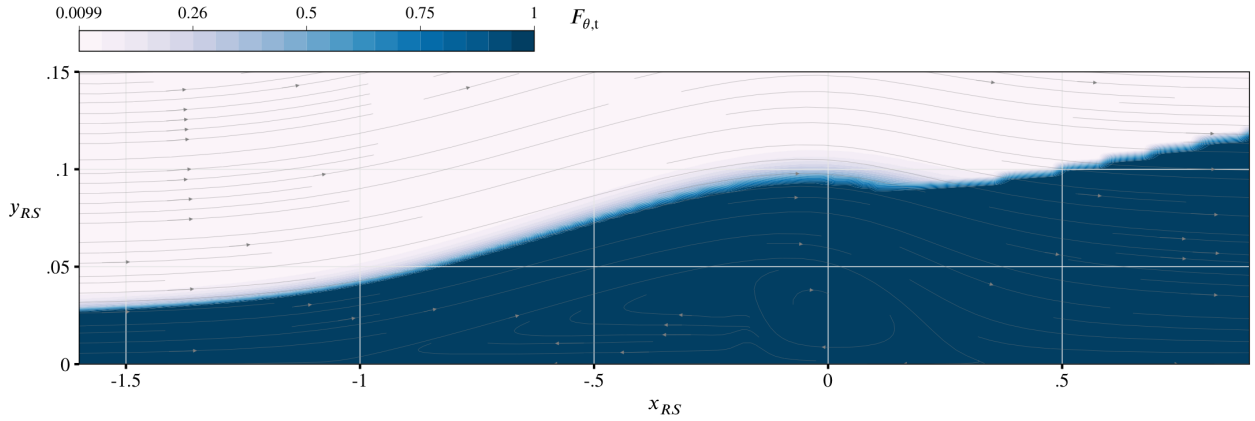
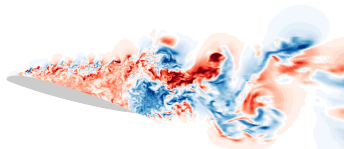


FIGURE 2.22 – Fonction de détection des couches limites de Menter et al., $F_{\theta,t}$, évaluée à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al.

surproduction de turbulence modélisée est introduite afin de reproduire le caractère hors équilibre de la turbulence au niveau du recollement : à l'endroit où le cisaillement moyen est maximal, la production de turbulence domine sa dissipation (Laurent et al. 2012a).
Attachons-nous désormais à la dynamique de $Re_{\theta,t}$. Le transport de cette variable est principalement soumis à deux termes : un terme source (ou puits), et un terme de diffusion. Le second comprend une contribution laminaire par viscosité moléculaire, et un terme turbulent, sur le modèle de l'équation d'énergie cinétique de turbulence dans un modèle de turbulence. Le terme source est dominé par un rappel vers une troisième variable corrélée, $Re_{\theta,S}$, avec une raideur variable en fonction des caractéristiques locales de la solution. $Re_{\theta,S}$ est déterminé par une corrélation et un processus itératif sur l'épaisseur de quantité de mouvement au niveau du début de la transition, θ_S. Il est difficile de la reconstruire car elle fait l'objet d'une définition implicite. La raideur du terme de rappel comprend un senseur de couche limite (laminaire, transitionnelle ou turbulente), la fontion $F_{\theta,t}$, représentée sur la figure 2.22.

$F_{\theta,t}$ est le maximum de deux fonctions subordonnées, $F_{\theta,t,1}$ et $F_{\theta,t,2}$, représentées sur la figure 2.23. Cette détection est majoritairement réalisée par $F_{\theta,t,1}$, appuyée sur la vorticité et sur la variable transportée $Re_{\theta,t}$. Elle est complétée par $F_{\theta,t,2}$, qui ne détecte que la couche laminaire où γ est proche de zéro, ainsi que la sous-couche interne de la couche limite turbulente. $F_{\theta,t,1}$ a un rôle central pour la suite de ces travaux, notamment au chapitre 3. La détection des couches limites permet de n'activer le rappel de $Re_{\theta,t}$ vers $Re_{\theta,S}$ qu'à l'extérieur des couches limites. La valeur de $Re_{\theta,t}$ au sein des couches limites est alors entièrement



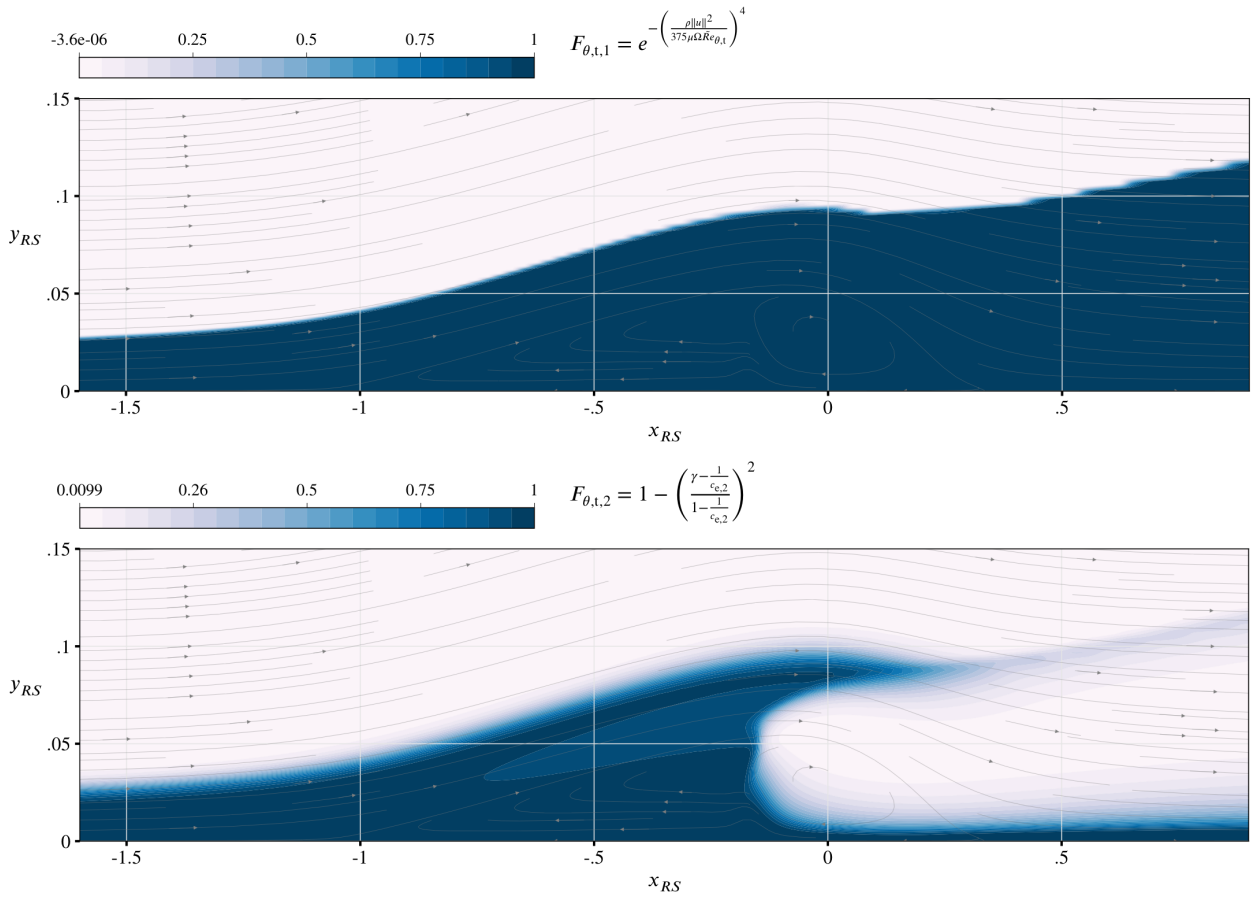


FIGURE 2.23 – Composantes de $F_{\theta,\mathrm{t}}$, évaluées à l'aide d'un résultat de simulation RANS du cas de Laurent et al.

engendrée par le processus de diffusion, visqueuse et turbulente, comme vu précédemment lors de l'examen de $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ et F_{length}.

Dans le modèle original de Menter et al. (2006), $F_{\theta,\mathrm{t}}$ est complétée par une fonction d'inhibition du modèle de transition dans les couches de mélange et notée F_{wake}. Cette fonction est bâtie sur la valeur locale de la dissipation spécifique de l'énergie cinétique de turbulence et sur la distance à la paroi. La première de ces valeurs n'étant pas disponible dans le cadre d'un couplage au modèle de Spalart et Allmaras, la fonction F_{wake} n'est pas incluse dans la définition du modèle de transition. Pour un couplage à la ZDES, cette omission n'est pas problématique, car les couches de mélange et sillages doivent être traités par la branche LES du modèle complet. Dans le cadre de la présente validation du modèle RANS, elle est remplacée par une zonalisation qui consiste en un traitement pleinement turbulent loin de la paroi.

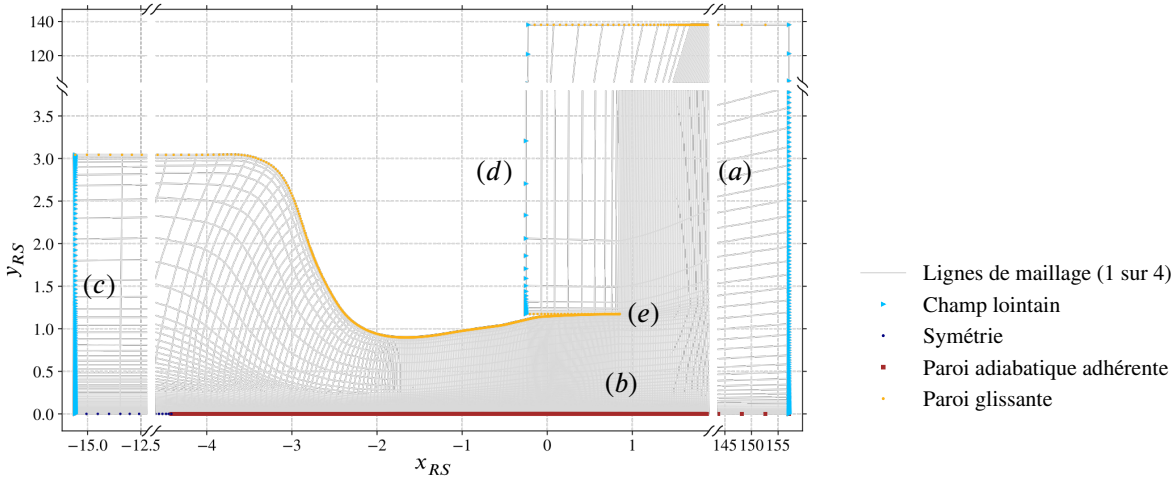


FIGURE 2.24 – Maillage du cas de Laurent et al. Attirons l'attention sur les évidements réalisés pour rendre le cas présentable et la figure lisible. Les légendes d'axes attestent des dimensions réelles de la géométrie. De plus, seule une ligne de maillage sur 4 est représentée.

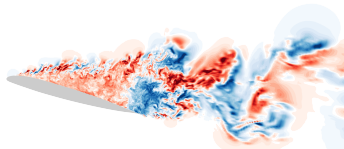
2.3 Correction et validation du modèle

Cette partie présente les résultats obtenus en première approche avec le modèle précédemment décrit, et examine les modifications qui lui ont été apportées avant de s'attarder sur la validation des résultats obtenus avec le modèle final.

2.3.1 Méthodes numériques

Les premiers résultats présentés pour le cas de Laurent et al. ont été obtenus à l'aide de processus itératifs avec une discrétisation temporelle par la méthode rétrograde d'Euler avec pas de temps local. Le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy vaut 4. De plus, la solution de chaque itération est calculée à l'aide de la résolution d'un système implicite. La résolution de ce système est accélérée à l'aide de la méthode de rayon spectral scalaire LU-SSOR (Yoon et Jameson 1986).
Les flux convectifs des variables conservatives ρ, ρu_x, ρu_y, ρu_z et ρE sont calculés à l'aide du schéma AUSM+P MILES (Mary et Sagaut 2002), initialement choisi parce qu'il est adapté aux écoulements à bas nombre de Mach. Au cours de ces travaux, ce schéma a cependant été modifié. On trouvera en annexe B, partie B.1 les résultats de l'étude d'influence de ce paramètre numérique sur les calculs RANS du cas de Laurent et al. (2012a).

Le maillage de référence du cas de validation de Laurent et al. (voir partie 1.4.5) utilisé est un maillage structuré plan constitué de 552 992 cellules. La taille de première maille permet d'assurer $y^+ \leq 0.3$ tout le long de la paroi au centre de la première maille, où y^+ est la distance à la paroi exprimée en unités internes de la couche limite. Le maillage est représenté sur la figure 2.24. La vaste cavité (a) dans laquelle débouche la couche limite peu en aval de la zone de transition (b) est incluse dans les calculs. Ceci permet d'assurer que la couche limite sortant du divergent du canal n'est pas soumise à un effet de paroi opposé significatif qui pourrait influer sur la dynamique de la transition, en particulier à cause d'un gradient de pression indésirable. Dans la mesure où l'écoulement subit une transformation dans le canal bas, les conditions de sortie du canal, en (b), ne sont pas identiques aux conditions d'entrée, en (c). Laurent et al. ont choisi les conditions d'injection dans la cavité en (d) pour qu'elles soient les plus proches possibles de l'écoulement sortant du divergent. Cette procédure permet d'isoler le comportement du bulbe de décollement laminaire pour deux



raisons. D'une part, la pression sortante du conduit (*b*) est ainsi celle de la cavité (*a*), et à nouveau, le seul gradient de pression significatif subi par la couche limite laminaire dans le divergent est dû à la courbure de la paroi supérieure. D'autre part, il n'y a pas d'instabilité de couche de mélange qui se développe à la jonction (*e*) entre les deux domaines. À ce sujet, rappelons que la paroi basse de la cavité au niveau de son injection est glissante. Il n'y a donc pas de développement de couche limite qui pourrait créer un gradient de vitesse à l'endroit où les deux écoulements se rejoignent.
Il faut remarquer que cette procédure de calibration pose problème dans un contexte de modélisation de la transition : selon le degré de fidélité de la reproduction de l'écoulement de référence par le modèle dans le canal bas, des écarts de conditions sortantes peuvent survenir. Une couche de mélange significative peut alors apparaître à la jonction, et la différence de condition d'injection peut engendrer un gradient de pression supplémentaire dans le canal, ce qui tend à modifier la topologie du décollement. La figure 2.25 présente une comparaison des topologies obtenues pour deux vitesses d'injection supérieure différentes avec le modèle $\tilde{\nu}-\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Medida et Baeder présenté plus loin. Bien que la différence de vitesse d'injection entre les deux simulations soit extrême, la différence de topologie permet de valider que la condition d'injection dans la cavité peut avoir une forte influence sur la taille du décollement et sur la production de turbulence par le modèle.

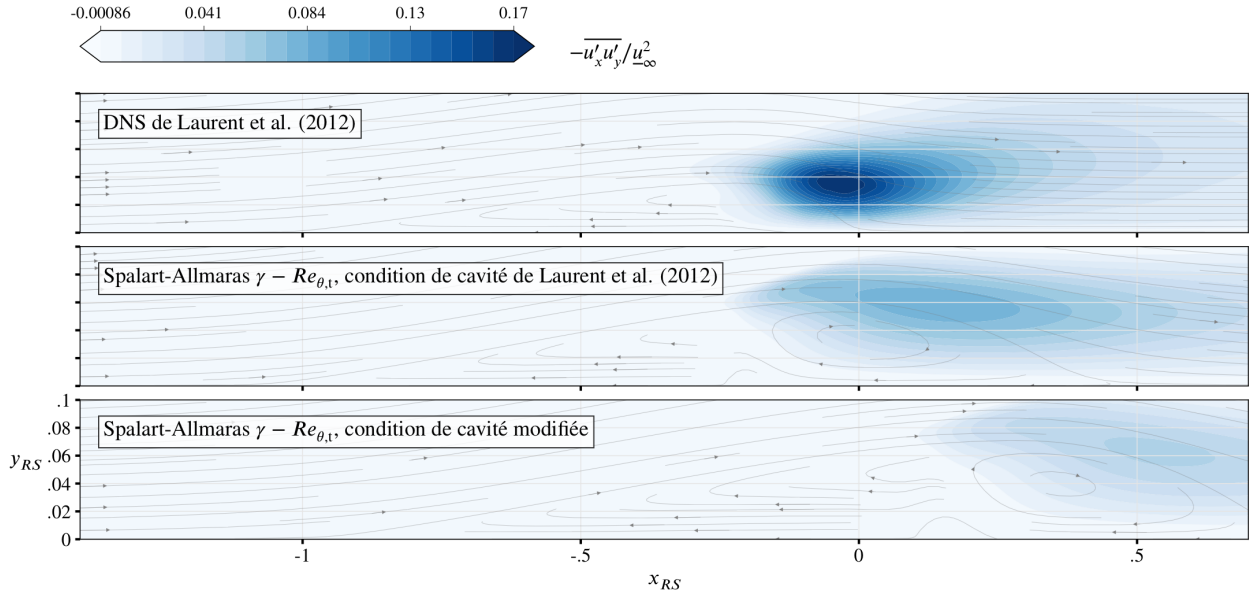


FIGURE 2.25 – Influence de la vitesse d'injection dans la cavité sur la topologie du décollement laminaire. Les conditions modifiées (par rapport aux conditions nominales) correspondent à $\rho = 1.18$ (+4.4%), $\rho u_x = 139$ (−9.7%), $\rho e = 307000$ (+28%).

Si on souhaite respecter rigoureusement les conditions d'isolation du décollement laminaire voulu par Laurent et al., la détermination des conditions de l'injection supérieure devient un problème implicite coûteux en temps de calcul. De plus, dès que la topologie d'écoulement est qualitativement bien reproduite, la couche de mélange au niveau de la jonction résulte d'un cisaillement faible, d'une part, et n'interagit avec la couche limite turbulente que plus de 10 longueurs de bulbe en aval de la jonction, d'autre part. Son influence est donc négligeable devant celle du modèle de transition au niveau du bulbe. Dans la suite de ces travaux, il a donc été décidé d'accepter une potentielle influence de la cavité sur la topologie du décollement, et les conditions limites imposées dans le canal bas comme dans la cavité sont celles de Laurent et al. Ces dernières sont rappelées dans le tableau 2.7.

Le maillage définitif résulte d'une procédure complète de convergence en maillage durant laquelle les raffinements dans les deux directions - longitudinale et normale à la paroi - ont été indépendamment modifiés. Deux paramètres ont principalement été étudiés : l'épaisseur de la première maille en paroi et

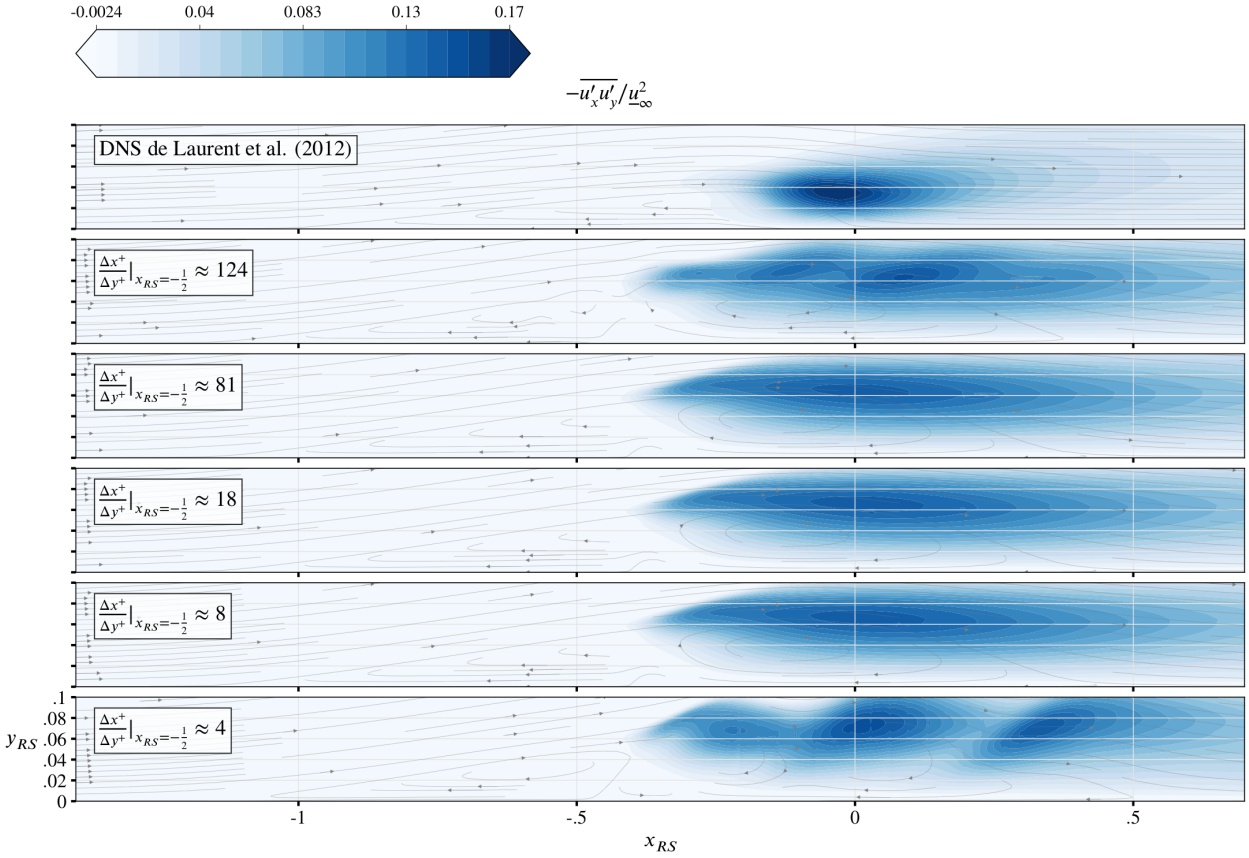


FIGURE 2.26 – Evolution des tensions croisées de Reynolds quand on raffine le maillage dans la direction longitudinale (x).

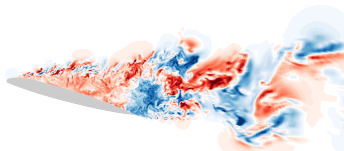


TABLEAU 2.7 – Etats de référence utilisés pour le cas de Laurent et al. pour les conditions limites entrantes et sortante.

Symbole	**Injection canal**	**Injection cavité et extraction**
ρ	1.22	1.13
$\{\rho u_x, \rho u_y, \rho u_z\}$	(57.85,0,0)	(154.05,0,0)
ρe	255 125	239 984
$\rho\tilde{\nu}$	1.8×10^{-7}	
ρk	5.49×10^{-5}	
$\rho\omega$	3689	
$\rho\gamma$	1.22	
$\rho Re_{\theta,\mathrm{t}}$	1137	

l'espacement longitudinal des cellules le long de la paroi. L'influence de ce dernier paramètre est présenté dans l'article joint à ce chapitre, nous n'en donnons donc ici qu'un bref résumé. Des résultats similaires ont été obtenus indépendamment du modèle de turbulence sous-jacent au modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$. Les modèles testés sont ceux de Spalart et Allmaras (1992) et de Menter (1994) (version SST), et par souci de concision, nous ne donnons ici que les résultats obtenus avec le modèle de Spalart et Allmaras. Les solutions obtenues sont stationnaires sur une large plage d'espacements longitudinaux au niveau de la zone de transition. Dans ce cas, elles dépendent peu de Δx^+ tant que celui-ci reste inférieur à environ $81\Delta y^+$. Comme en atteste la figure 2.26, en cas de raffinement excessif ou insuffisant, le caractère stationnaire est perdu, notamment si $\Delta x^+ < 8\Delta y^+$ en $x_{RS} = -1/2$. À cause des faibles valeurs de frottement observées au sein du bulbe de décollement laminaire, les valeurs de Δx^+ nécessaires à la convergence en maillage sont très inférieures aux recommandations classiques des méthodes RANS ($\Delta x^+ \approx 400$). Il est cependant judicieux de souligner que les unités internes de couche limite, échelles universelles pour les couches limites turbulentes sans gradient de pression, perdent cette universalité pour un écoulement laminaire décollé. Par conséquent, les recommandations de raffinement données ici, validées pour le cas de Laurent et al., pourraient être remises en cause pour d'autres décollements minces.

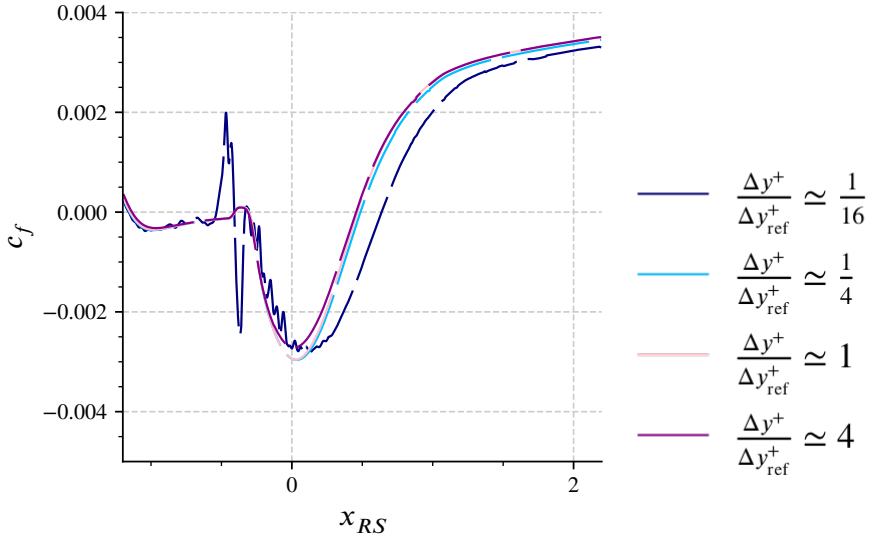


FIGURE 2.27 – Coefficient de frottement obtenu le long de la plaque plane de Laurent et al. à l'aide de plusieurs maillages dont on a fait varier la taille de première maille dans la direction normale à la paroi.

L'effet des paramètres de raffinement du maillage dans la direction normale à la paroi est détaillé à

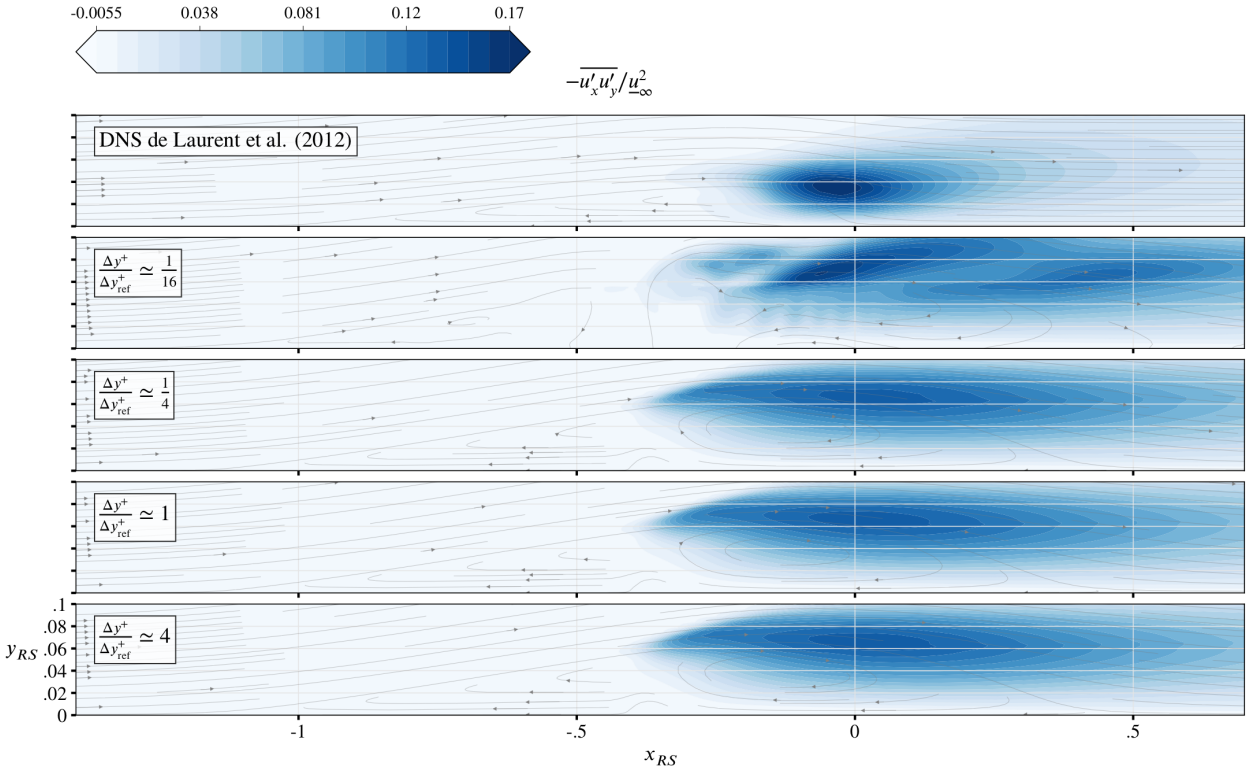
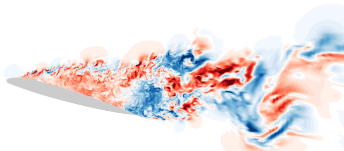


FIGURE 2.28 – Distributions de tensions croisées de Reynolds dans la zone de transition du cas de Laurent et al., obtenues à l'aide de plusieurs maillages dont on a fait varier la taille de première maille dans la direction normale à la paroi.

l'aide des figures 2.27 et 2.28. La grandeur caractéristique du maillage étudiée est l'épaisseur de la première cellule en proche paroi. La distance du centre de la première cellule à la paroi dans le maillage de référence vérifie $\Delta y^+_{1/2} \simeq 0.3$ en $x_{RS} = -1/2$. Deux maillages raffinés en paroi ont été construits, ainsi qu'un maillage déraffiné, avec des valeurs de $\Delta y^+_{1/2}$ en $x_{RS} = -1/2$ respectivement 16 fois plus petite, 4 fois plus petite et 4 fois plus importante que dans le maillage de référence. On remarque que la solution obtenue après raffinement d'un facteur 4 est pratiquement identique à la solution de référence. La solution obtenue par déraffinement d'un facteur 4, en revanche, dégrade légèrement la solution. La longueur de la zone recirculante est peu modifiée, mais le frottement associé au tourbillon principal du décollement laminaire est moins intense que dans la solution de référence. L'impact n'est cependant pas perceptible sur le champ des tensions croisées de Reynolds $-\overline{u'_x u'_y}$. L'épaisseur de première cellule au voisinage de la paroi pour le maillage de référence est donc suffisante pour que la solution en soit indépendante.
Notons cependant que lorsque qu'une nouvelle étape de raffinement est réalisée, le même phénomène que pour la convergence en maillage dans la direction longitudinale se produit : quand $\Delta y^+_{1/2}$ en $x_{RS} = -1/2$ est abaissé à un seizième de sa valeur de référence, la simulation ne converge plus vers un état stationnaire à cause d'un dysfonctionnement du modèle de transition. La couche limite décollée reste laminaire, et le modèle de turbulence n'est pas activé, ce qui engendre une sous-estimation de la dissipation turbulente. La valeur de $\Delta y^+_{1/2}$ obtenue est cependant bien en-deçà des critères habituellement utilisés en CFD, et les effets du modèle ne peuvent être découplés des effets numériques. Par exemple, pour un maillage aussi fin, le schéma de reconstruction des flux convectifs devient sous-diffusif, ce qui est susceptible de provoquer des instabilités numériques. Tant que le raffinement n'est pas excessif, la convergence en maillage selon le critère d'épaisseur de première cellule en paroi est cependant satisfaisante.



2.3.2 Effet des modèles non corrigés

Quatre modèles de turbulence et transition ont été utilisés séparément pour simuler le cas de Laurent et al. et estimer l'impact de la modélisation de la transition et de la turbulence. Ainsi, pour chacun des deux modèles de turbulence sous-jacents - le modèle $k-\omega$ SST de Menter (1994) et celui de Spalart et Allmaras (1992), deux méthodes de modélisation de la transition laminaire-turbulent ont été testées : une par usage du critère algébrique de transition de Roberts (1980) et une par couplage avec le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006). Dans ce deuxième cas, les corrélations utilisées sont différentes selon le modèle de turbulence : celles de Langtry et Menter (2009) sont utilisées pour un couplage au modèle $k-\omega$ SST, et celles de Medida et Baeder (2011) pour un couplage au modèle de Spalart et Allmaras. De plus, la constante γ_{inf} qui fixe un seuil minimal sur la destruction de turbulence modélisée est ajustée : de 0.1 en cas de couplage au modèle $k-\omega$ SST, elle est augmentée à 0.5 pour un couplage au modèle de Spalart et Allmaras (la définition de γ_{inf} est donnée dans la description entière du modèle qui est faite dans l'annexe de l'article qui entame ce chapitre). Ces données sont récapitulées dans le tableau 2.8.

TABLEAU 2.8 – Caractéristiques du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ en fonction du modèle de turbulence auquel il est couplé.

Modèle de turbulence	**Corrélations**	**Variables transportées**	γ_{inf}
Spalart et Allmaras (1992)	Medida et Baeder (2011)	$\tilde{\nu}$, γ, $Re_{\theta,\mathrm{t}}$	0.5
Menter (1994), version SST	Langtry et Menter (2009)	k, ω, γ, $Re_{\theta,\mathrm{t}}$	0.1

Les résultats de cette première évaluation de l'impact des modèles sur l'écoulement-solution sont présentés en détail dans l'article qui accompagne ce chapitre (partie 2.1). Un bref résumé en est donné ici.
Tous les modèles sans exception permettent une bonne prévision du point de décollement, mais aucun d'entre eux ne prévoit correctement la longueur et l'épaisseur du décollement laminaire. Plus spécifiquement, tous entraînent une surestimation de ses dimensions. Cet effet est la cause d'une sous-estimation de la production de tensions croisées de Reynolds $-\overline{u'_x u'_y}$ et du regain de pression qu'elles entraînent à l'aplomb du tourbillon principal du bulbe. Cependant, il est notable que l'usage du critère de Roberts permet une meilleure prévision de la longueur de la zone de transition, et ce, quel que soit le modèle de turbulence auquel il est appliqué. Pour les deux modèles de turbulence utilisés, le modèle de Spalart et Allmaras construit un décollement de dimensions surestimées par rapport au résultat obtenu avec le même modèle de transition (mais des corrélations différentes) et le modèle $k-\omega$ SST. En particulier, le modèle de Spalart et Allmaras couplé à la méthode $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ produit une transition très lente par rapport aux autres modèles, avec une production de tensions croisées de Reynolds largement déficiente. L'erreur commise sur la longueur du décollement par rapport au résultat de la DNS de référence est d'environ 20 % pour le modèle $k-\omega$ SST associé au critère de Roberts, mais de plus de 60 % pour le modèle de Spalart et Allmaras couplé aux équations $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$.
Les premières parties de ce chapitre ont montré que les caractéristiques de ce dernier modèle le rendent désirable pour un couplage avec le mode 2 de la ZDES, c'est pourquoi les causes du recollement tardif produit ont été explorées en détail. C'est l'objet des prochaines parties. Dans un premier temps, l'influence du schéma de discrétisation des flux convectifs sur la solution a été évaluée. Une modification du schéma n'a produit aucune différence de comportement. Pour préserver la fluidité du propos, nous proposons donc au lecteur intéressé de trouver le détail de cette analyse en annexe B, partie B.1, et nous nous concentrons ici sur les corrections associées à la modélisation de la turbulence et de la transition.

2.3.3 Évaluation des paramètres de modélisation de la turbulence

Turbulence incidente. Quand on utilise un modèle de turbulence RANS au comportement fortement dissipatif en l'absence de cisaillement, la reproduction de l'influence de la turbulence incidente est délicate.

En effet, les grandeurs de turbulence à l'infini amont doivent être ajustées pour que leur valeur au niveau de la zone d'intérêt correspondent aux phénomènes attendus. Cette correction est particulièrement problématique pour les cas d'écoulements internes pour lesquels la turbulence induite par les sillages d'étages d'aubes amont peuvent drastiquement modifier l'écoulement sur l'étage d'intérêt. Dans le cas d'espèce, la turbulence imposée par l'utilisateur est prise en compte de manière différente selon le modèle choisi. Elle est représentée à l'aide du taux de turbulence, grandeur qu'on peut définir expérimentalement :

$$Tu = \sqrt{\frac{2k}{3\underline{u}^2}} \tag{2.17}$$

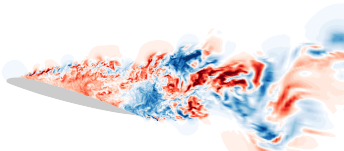
Dans le cadre du modèle de Spalart et Allmaras n'employant pas k, Tu est un scalaire sans lien direct avec les variables transportées. Les méthodes de calcul de ce scalaire sont les suivantes :

— Lorsque le modèle de turbulence sous-jacent est de type $k-\omega$, c'est la condition limite amont imposée pour k qui contient l'information de la turbulence incidente. Cependant, comme noté par Roberts et Yaras (2005), cette information est parcellaire et néglige l'effet de répartition fréquentielle de l'énergie de cette turbulence. Une autre possibilité d'influence de la turbulence extérieure réside dans son intervention sur les corrélations empiriques du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$. En particulier, en suivant les notations introduites au chapitre 1, le calcul de $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ dépend directement d'un taux de turbulence qui peut être calculé de plusieurs manières. Dans le cas présent, il est reconstruit avec la valeur locale de l'énergie cinétique de turbulence modélisée en utilisant une vitesse de référence fixée à la vitesse d'injection de l'écoulement dans le canal bas. Dans ce cas, la valeur de Tu imposée correspond à celle utilisée pour calculer les scalaires de turbulence (k et ω) de la condition d'entrée du canal bas.

— Cette première méthode n'étant pas applicable quand la turbulence est modélisée par la méthode de Spalart et Allmaras, une autre approche est adoptée : le taux de turbulence pris en compte pour la transition est directement fixé par l'utilisateur. C'est également la méthode qui est utilisée pour les calculs avec critères algébriques de transition, quel que soit le modèle de turbulence utilisé. La valeur de Tu imposée peut alors grandement différer de la valeur obtenue par la première méthode pour un modèle $k-\omega$ au niveau de l'amorce de la transition si on impose la même valeur en entrée, notamment à cause du caractère fortement dissipatif et diffusif du modèle de turbulence.

L'influence du taux de turbulence injecté dans le domaine ou utilisé de manière directe pour la modélisation de la transition est évaluée à l'aide de trois séries de simulations dans lesquelles Tu varie. Chaque simulation donne lieu à l'évaluation de la position des points d'annulation du frottement, c'est-à-dire les points de décollement ou de recollement de l'écoulement. Les résultats de cette étude sont rapportés sur la figure 2.29.

Comme attendu, l'impact de la condition limite amont sur la transition est négligeable pour le modèle $k-\omega-\gamma-Re_{\theta,\mathrm{t}}$, car toute l'information injectée est dissipée avant son arrivée à la zone où se produit la transition. En revanche, les deux modèles pour lesquels la valeur de Tu à prendre en compte pour la transition est fixée directement par l'utilisateur présentent une sensibilité à sa valeur. Tant que $Tu \leq 0.7\,\%$, la taille du bulbe de décollement diminue quand Tu augmente, ce qui est conforme aux phénomènes physiques modélisés : dans un écoulement à décollement laminaire, toute perturbation amont présente au niveau du décollement nourrit les instabilités qui se développent dans le bulbe. Ces perturbations non-infinitésimales engendrent un développement accéléré de la turbulence, c'est-à-dire une transition plus rapide.
Notons cependant que le modèle de Medida et Baeder a une réponse erronée au taux de turbulence incidente au delà de $Tu \simeq 0.7\,\%$: sur une très courte plage, les dimensions du bulbe augmentent de nouveau, et ensuite, il n'est plus possible d'obtenir une solution stationnaire. Ce comportement est dû à la calibration des corrélations présentées sur la figure 2.3 : la valeur de $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ diverge quand Tu devient grand. Ainsi, la valeur critique de Re_{v} nécessaire pour déclencher la transition augmente avec Tu au-delà de 0.7 %. En pratique, ce



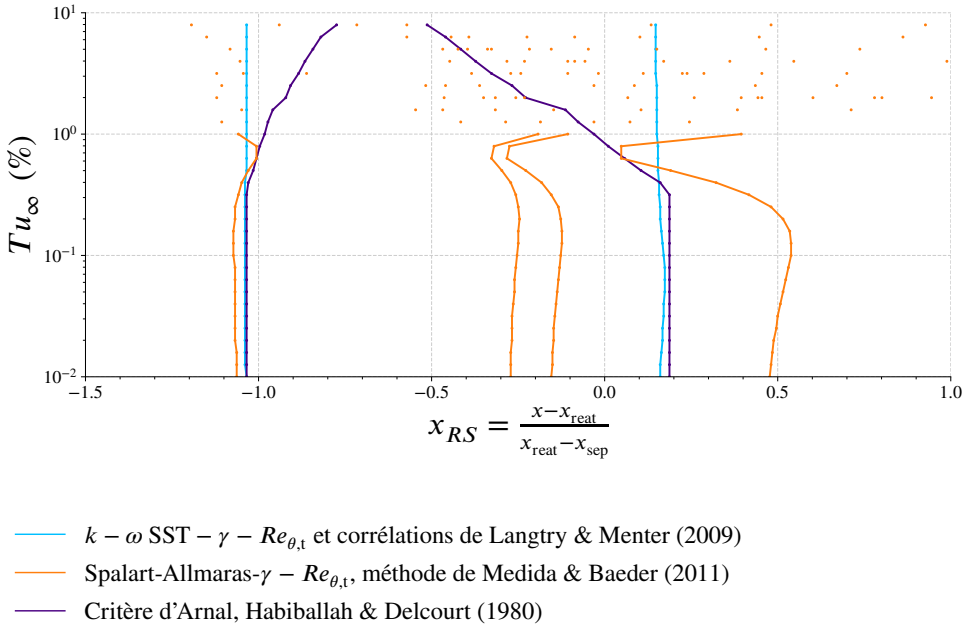


FIGURE 2.29 – Position des points d'annulation du frottement lorsque la turbulence incidente varie. Pour le modèle de Menter et al., la valeur de Tu prise en compte pour la transition est reconstruite à partir du champ de k. Pour le modèle de Medida et Baeder et le critère de Roberts (1980), elle est imposée directement par l'utilisateur, dans le calcul de $Re_{\theta,\text{S}}$ et F_{length} et celui de la position de transition, respectivement.

comportement se traduit par une impossibilité pour la transition de se produire. L'écoulement reste laminaire, le regain de pression dû à la transition n'a pas lieu et le décollement devient fortement instationnaire. Notons également que sur toute la plage de Tu où il est possible d'obtenir la convergence vers un état stationnaire, les dimensions du bulbe produit par le modèle de Medida et Baeder sont excessives par rapport aux données de référence. Cette taille excessive permet un gradient de pression interne au décollement principal suffisant pour y engendrer un petit décollement secondaire, également visible par exemple sur la figure 2.25. C'est la raison pour laquelle la figure 2.29 comporte 4 courbes oranges.

Corrélations empiriques. Comme démontré dans l'article de journal accompagnant ce chapitre et inséré en partie 2.1, la cause des erreurs importantes observées lors de l'utilisation du modèle $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ couplé au modèle de Spalart et Allmaras par la méthode de Medida et Baeder est à attribuer aux corrélations empiriques sur lesquelles le modèle est entièrement appuyé. En effet, le comportement de γ est fautif dans ces simulations : en aval de la zone de transition, il n'atteint jamais sa valeur asymptotique attendue dans une couche limite turbulente, c'est-à-dire 1, et plafonne à environ 0.8. Dans l'article reproduit plus haut, il est démontré qu'utiliser les corrélations initiales de Langtry et Menter (2009) - même dans le cadre d'un couplage au modèle de Spalart et Allmaras - restaure une solution saine. Le modèle de turbulence est alors pleinement actif en aval de la zone de transition. Nous donnons ici quelques détails en sus du contenu de l'article.

L'impact de plusieurs jeux de corrélations sur l'écoulement résultant a été estimé. Les topologies obtenues ainsi que les niveaux locaux de tensions croisées de Reynolds sont représentés sur la figure 2.30. Alors que la topologie du décollement dépend beaucoup du jeu de corrélations utilisé, étonnament, le niveau maximal de $-\overline{u'_x u'_y}$, lui, en dépend peu. Ainsi, l'utilisation des corrélations de Content et Houdeville (2010) ou de Minot (2016b) produit un pic de tensions croisées d'amplitude similaire à celui obtenu avec

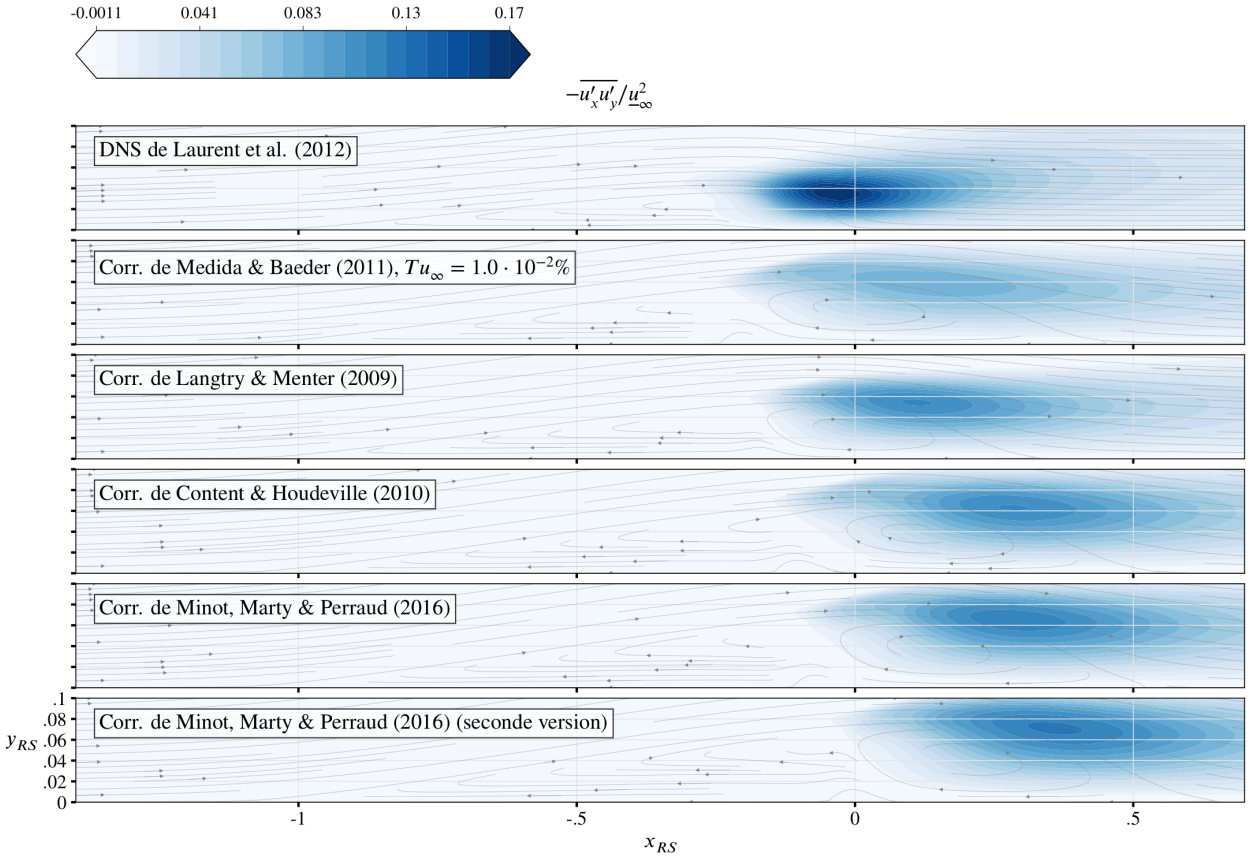


FIGURE 2.30 – Champs de tensions croisées de Reynolds obtenues à l'aide de simulations couplant le modèle de Spalart et Allmaras au modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ de Menter et al., et en utilisant diverses corrélations de la littérature.

les corrélations originales de Langtry et Menter (2009). En revanche, la longueur du décollement obtenu est encore supérieure à celle du bulbe produit par les corrélations de Medida et Baeder. Ces dernières se distinguent cependant par un autre aspect : la production de $-\overline{u'_x u'_y}$ qui leur est associée est significativement inférieure à celle obtenue avec toutes les autres expressions. De plus, la recirculation secondaire à l'intérieur du bulbe est plus épaisse.

Il est clair que les seules corrélations qui permettent l'obtention d'un résultat en meilleur accord avec celui de la DNS de Laurent et al. sont celles de Langtry et Menter. Afin de déterminer quelle grandeur, entre F_{length} et $Re_{\theta,c}$, est fautive dans la sous-production de turbulence quand on utilise les corrélations de Medida et Baeder, leurs valeurs ont été comparées. Comme souligné au chapitre 1, le couplage du modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ à celui de Spalart et Allmaras par la méthode de Medida et Baeder ne prend en compte la turbulence extérieure à la couche limite que *via* les corrélations. Celles-ci ne dépendent d'ailleurs que de la valeur de Tu qui est fournie par l'utilisateur. Ainsi, les champs de $Re_{\theta,c}$ et F_{length} vus par le modèle sont constants et uniformes. Alors que les champs de $Re_{\theta,c}$ pour ces deux jeux de corrélations sont du même ordre de grandeur au niveau de la zone de transition, et ne sauraient ainsi expliquer l'impact des corrélations de Medida et Baeder sur le comportement du modèle, F_{length}, elle, a un profil radicalement différent. La figure 2.31 la représente. Les valeurs de F_{length} de Medida et Baeder sont largement inférieures à celles de Langtry et Menter. Comme F_{length} est un facteur d'amplitude qui agit directement sur la production de γ d'après l'équation (1.56), cela signifie qu'une fois la transition déclenchée, la production de γ par le modèle utilisant les corrélations de Medida et Baeder est négligeable devant celle issue des corrélations de Langtry et Menter. C'est la raison pour laquelle γ subit une augmentation trop lente. Dans ces conditions, on peut d'ailleurs noter la robustesse du cadre $\gamma - Re_{\theta,t}$ de Menter et al. dont le terme de rappel permet tout de même l'obtention d'une topologie

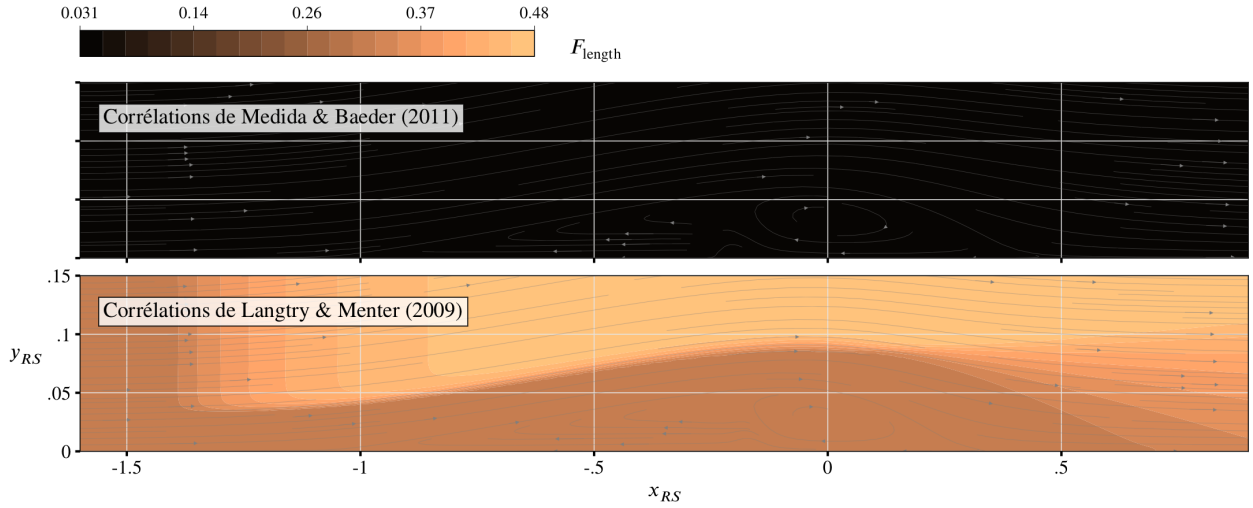
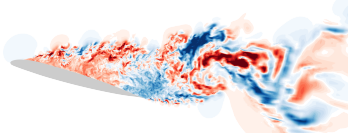


FIGURE 2.31 – Champs de F_{length} obtenus avec les jeux de corrélations de Medida et Baeder et Langtry et Menter, respectivement.

qualitativement ressemblante à celle du résultat de la DNS.

2.4 Résumé

Dans ce chapitre, les contraintes de choix d'un modèle pour une introduction de la modélisation de la transition au sein de la ZDES mode 2 par la branche RANS ont été définies. Le modèle doit ainsi permettre un couplage au modèle de Spalart et Allmaras, être capable de modéliser la transition par bulbe de décollement laminaire ou transitionnel et être applicable dans un cadre de calcul massivement parallélisé.
Ces contraintes ont porté le choix sur un couplage du cadre $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006) au modèle de Spalart et Allmaras. Des calculs préliminaires du cas de Laurent et al. (2012a) ont été effectués afin de valider ce couplage, initialement réalisé avec les corrélations de Medida et Baeder. Cependant, le décollement produit par ce modèle est long par rapport aux données de référence, du fait d'une sous-estimation importante de la production de turbulence modélisée dans la zone de transition. Les causes de cette sous-estimation ont été examinées.
L'influence des méthodes numériques a été estimée insuffisante pour engendrer les écarts observés, en particulier par rapport à des calculs RANS réalisés avec d'autres modèles de transition. L'impact de l'injection de turbulence et de sa prise en compte pour la dynamique de la zone de transition a également été écarté, surtout dans un contexte de transition par décollement où le taux de turbulence incidente est négligable.
La cause d'une sous-estimation importante de la production de turbulence à l'aplomb du recollement a finalement été identifiée dans les corrélations empiriques sur lesquelles le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ s'appuie. Ainsi, les corrélations de Medida et Baeder présentent un comportement erroné, non seulement pour des valeurs de Tu excédant 0.7 %, mais également pour de faibles valeurs de taux de turbulence pris en compte pour la transition : la fonction F_{length} de Medida et Baeder, qui pondère directement la production d'intermittence, accuse des valeurs extrêmement faibles par rapport à celle de Langtry et Menter. C'est à cause d'elle que l'intermittence n'atteint jamais sa valeur asymptotique de couche limite turbulente et plafonne à 0.8, empêchant le modèle de Spalart et Allmaras de fonctionner pleinement une fois la transition réalisée. Un remplacement des corrélations de Medida et Baeder par celles de Langtry et Menter, initialement conçues pour un couplage au modèle $k - \omega$ SST, permet de restaurer la pleine activité du modèle de turbulence en aval de la transition, et génère par conséquent un décollement plus court et plus conforme aux données de référence. Le modèle ainsi obtenu produit un accord avec les données de référence satisfaisant, bien qu'imparfait. L'erreur résiduelle commise semble comparable à celle due à l'hypothèse d'isotropie de la turbulence propre à une approche basée sur l'hypothèse de Boussinesq (Park et al. 2022). Ce modèle est retenu pour un couplage à la ZDES mode 2.

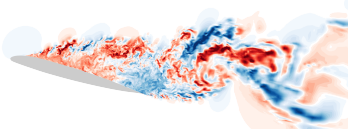


Chapitre **3**

Couplage d'un modèle RANS de transition laminaire-turbulent à une méthode hybride

«Tête contre tête
Tête contre poitrine
Combat.»

Crystal Pite, Body and Soul



3.1 Article 125
3.1.1 Abstract 125
3.1.2 Introduction 125
3.1.3 Test case 127
3.1.4 Numerical methods 128
3.1.5 Development of the hybrid RANS/LES model 129
3.1.5.1 Original model components 129
3.1.5.2 Development of the hybrid RANS/LES transition modeling capability . 131
3.1.6 Model assessment and validation 138
3.1.6.1 Influence of the numerical method 138
3.1.6.2 Compatibility of the transition modeling approach with the hybrid RANS/LES framework 139
3.1.7 Conclusion and perspectives 141
3.1.8 Final model description 142
3.1.8.1 Local correlations-based transition model 143
3.1.8.2 Turbulence equations 145
3.2 Complétion de la fonction de protection 149
3.2.1 Évaluation du déficit de protection dans les zones transitionnelles 149
3.2.2 Recherche de senseurs pour compléter la protection des zones laminaires et transitionnelles 152
3.2.3 Comportement de la correction pour les décollements turbulents 155
3.2.3.1 Zonalisation de la définition du modèle 156
3.2.3.2 Modification des équations de transport des variables de transition . . . 156
3.2.3.3 Détermination d'un senseur distinguant les décollements laminaires et transitionnels des décollements turbulents 157
3.2.4 Première validation de la fonction de protection 162
3.3 Modification des termes sources dans les zones laminaires et transitionnelles 164
3.3.1 Analyse de l'équilibre production-dissipation de turbulence modélisée en branche LES 164
3.3.2 Couplage des termes sources par bascule 165
3.3.3 Proposition d'adaptation de la longueur caractéristique de la turbulence modélisée 166
3.4 Évaluation de l'influence de la branche LES de la ZDES mode 2 sur le modèle de transition 170
3.5 Résumé 172

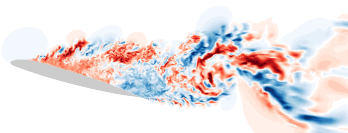
Dans ce chapitre, l'objectif est de construire un modèle hybride RANS-LES à partir de la ZDES mode 2 en utilisant en branche RANS le modèle de transition développé et validé au chapitre 2. Sachant que le fonctionnement de la ZDES mode 2 n'a pas été conçu pour simuler des écoulements transitionnels au sein desquels le modèle de turbulence n'est pas entièrement actif, quatre axes principaux de travail ont été identifiés pour réaliser cette construction.

La ZDES mode 2 a été conçue pour assurer un traitement RANS des couches limites attachées à condition qu'elles soient turbulentes, c'est-à-dire que le modèle de turbulence de Spalart et Allmaras y soit actif. Ce comportement, appelé *protection* et déclenché par la fonction du même nom f_P, s'appuie sur le profil de la variable de turbulence $\tilde{\nu}$ dans la couche limite, et est donc susceptible d'être déficient dans une couche limite laminaire ou transitionnelle. Or, comme décrit au chapitre 2, le choix fait dès le début de l'étude est d'introduire la phénoménologie de la transition dans la ZDES par la branche RANS. La première tâche a donc été d'assurer un traitement RANS des couches limites attachées laminaires et transitionnelles au sein desquelles $\tilde{\nu}$ ne se comporte pas comme dans une couche limite turbulente. Pour cela, la déficience de protection dans les zones de couches limites non-pleinement turbulentes a d'abord été vérifiée, puis f_P a été complétée. Cette complétion a été réalisée à l'aide d'une étude de différents senseurs possibles de la couche limite laminaire ou transitionnelle. Cet axe de développement du modèle adopte une importance singulière pour les écoulements considérés dans ces travaux. En effet, la fonction de protection initiale de la ZDES mode 2 contient un senseur qui permet le basculement en branche LES du modèle en cas de décollement, et ce senseur n'est, lui, pas sensible au caractère laminaire ou turbulent de la couche limite qui décolle. Un décollement laminaire est donc perçu comme lieu de passage en branche LES, ce qui est contraire au choix réalisé initialement pour la modélisation de la transition par méthode hybride.

Il convient de noter que cette fonction de protection renforcée et complétée ne doit tout de même pas être insensible aux décollements turbulents et ne doit ainsi pas être une surprotection des zones où il est désirable de passer en branche LES du modèle. Le risque d'un tel comportement a été évalué à l'aide d'une reconstruction de la nouvelle fonction de protection dans le champ résultant de calculs RANS du cas OA209 (voir la définition de ce cas-test en partie 1.4.5). Afin d'assurer un basculement en branche LES dans le cas d'un décollement de couche limite turbulente, deux solutions ont alors été proposées. La première consiste à *zonaliser* le calcul, c'est-à-dire à définir des régions où la correction de f_P est active et d'autres où elle ne l'est pas, dans lesquelles le passage en LES est par conséquent possible. Cette méthode, relativement fruste mais peu risquée, présente l'inconvénient de briser le caractère complètement automatique de la ZDES mode 2 et de requérir une connaissance préalable de l'écoulement recherché par l'utilisateur. Dans une première approche de validation de la correction de f_P au sein des couches limites non-turbulentes, c'est cependant celle qui a été retenue pour la suite de l'étude. La deuxième méthode proposée consiste à forcer le basculement en LES à l'aide d'un senseur automatique appuyé sur les variables des champs fluide et modélisé. Une étude de détermination d'un tel senseur a été réalisée, et une possibilité est proposée. Le contexte de développement incrémental du modèle et la validation progressive de ses composantes ont cependant empêché de tester ce senseur à l'aide d'un calcul dédié, faute de temps.

Le troisième axe de travail identifié a concerné le couplage des équations de transition avec l'équation de transport de la turbulence de la ZDES mode 2. La stratégie de couplage ne doit en particulier pas avoir d'impact sur le comportement du modèle quand il bascule en branche LES. Deux stratégies ont donc été proposées, distinctes de celle qui relie les équations $\gamma - Re_{\theta,t}$ au modèle RANS seul. La première consiste en une modification de la longueur caractéristique vue par le modèle dans les zones RANS. La deuxième, plus coûteuse en puissance de calcul, s'appuie sur le comportement d'interrupteur de la fonction de protection. Du fait de son comportement simple et aisé à déterminer *a priori*, c'est cette deuxième stratégie qui a été retenue pour la suite de l'étude.

Enfin, la quatrième dimension du travail de couplage du modèle développé au chapitre 2 à la ZDES mode 2 a touché au retour d'information de la branche LES du modèle hybride vers les équations de transport des variables de transition. Un risque de relaminarisation précoce a ainsi été identifié du fait du traitement LES des zones hors couche limite, où le modèle hybride détruit $\tilde{\nu}$ plus intensément que le modèle RANS seul ne le ferait. Une correction de la fonction F_{turb} du modèle de transition a ainsi été proposée pour écarter ce risque. Une étude de cette correction a été menée afin de déterminer s'il est désirable de l'appliquer.



Les étapes de développement du modèle hybride couplé au cadre de travail $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et certaines des solutions envisagées et validées ont été soumises pour publication dans un article de journal à comité de lecture, Computers and Fluids. Il est reproduit ci-après pour référence, en partie 3.1. On y trouve les principales conclusions issues des quatre axes de travail proposés ci-avant, et les modifications finales ainsi apportées au modèle. Y est également intégralement décrit le modèle final lui-même, dans la version qui a servi à l'étude du décrochage proposée au chapitre 4. En revanche, par nécessité de concision, plusieurs propositions de solutions étudiées n'y figurent pas. Le contenu de l'article sur les trois premiers axes est donc intégralement résumé dans la suite du chapitre afin d'y fournir une vue exhaustive et cohérente de l'effort de modélisation. On trouvera ainsi en partie 3.2 l'étude de l'ensemble des corrections de la fonction de protection proposées. En particulier, après une étude du fonctionnement de la protection proposée en partie 3.2.1, nous nous concentrons en partie 3.2.2 sur la protection des zones laminaires et transitionnelles (premier axe ci-dessus). Ensuite, la partie 3.2.3 contient l'étude du deuxième axe, c'est-à-dire les solutions envisagées afin d'assurer un passage en branche LES au niveau des décollements de couche limite turbulente. Le couplage des termes sources du modèle de transition à la ZDES mode 2 est approfondi au sein de la partie 3.3. Il s'agit du troisième axe. Enfin, tout le travail réalisé sur le quatrième axe est présent dans l'article, et n'est donc que résumé en partie 3.4.

3.1 Article

3.1.1 Abstract

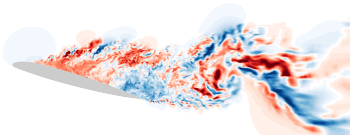
A strategy for the coupling of a robust hybrid Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)/Large-Eddy Simulation (LES) framework with a transition model is presented and assessed on a mixed-type stalling airfoil test case at two poststall angles of attack with a mesh of $1.17 \cdot 10^8$ cells. The model is based on Zonal Detached-Eddy Simulation (ZDES) mode 2 (2020) with the Langtry-Menter correlation-based transition model. An enhancement of the shielding function is proposed and validated for the laminar and transitional region, even in the presence of a laminar separation bubble. The model is therefore able to treat these regions in a RANS manner, and the laminar-turbulent transition is adequately described by the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ equations. However, the transition shielding function is not sensitive to turbulent separation, and a zonal treatment allows a recovery of the ZDES mode 2 (2020) shielding in the fully turbulent region over the suction side. The model's behavior is validated regarding the inner working of the transition model, its activation in the near-wall leading edge region, and the switch to LES when the turbulent flow separates on the suction side and at the trailing edge pressure side.

3.1.2 Introduction

The computation of massively separated flows such as those on stalled airfoils or at off-design operating points in turbomachinery remains a challenging issue in aerodynamics, and the problem becomes even more complex when laminar-to-turbulent transition issues need to be considered (Mayle 1991 ; Lakshminarayana 1996). If transition could be computed accurately, it would for instance allow for an important mass reduction in low-pressure turbines because of margin reductions.

Traditional methods with relatively low cost such as Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) models have been proven insufficient to predict with accuracy the features of massively separated flow, and while Large Eddy Simulation (LES) and Direct Numerical Simulation (DNS) are useful tools for this purpose, they involve computational costs that are unaffordable in a day-to-day industrial conception context (Deck et al. 2014a), especially when the computed flow involves attached turbulent boundary layers. Therefore, there is a great demand for intermediary methods which aim at a higher fidelity degree than RANS, but need to be less expensive than wall turbulence-resolving methods such as Wall-Resolved LES (WRLES) or DNS. It is now widely acknowledged (Slotnick et al. 2013) that hybrid RANS/LES is the main strategy to drastically reduce computational costs compared with standard WRLES.

Among this class of methods, Spalart et al. (1997) proposed the Detached-Eddy Simulation (DES97) which, ideally, would compute attached flows in a RANS manner, and massively separated flows in a LES manner. This would lead to a substantial gain in accuracy compared to RANS and to a significant decrease in cost compared to WRLES. In practice, two weaknesses are classically identified. The first one is encountered in grey areas where the model switches from RANS to LES, and becomes dramatic when this switch occurs inside an attached boundary layer. The second issue comes from the possible delay in the development of instabilities in free-shear layers (see Deck and Renard (2020)). To improve on the first issue, Spalart et al. (2006) proposed a Delayed Detached-Eddy Simulation (DDES) to delay the switch into LES mode. This delay is based on the introduction of a *shielding function*, f_d, in the definition of the hybrid length scale. However, this shielding function fails for fine meshes and under adverse pressure gradients (Ashton et al. 2016 ; Probst et al. 2010). In practice, mesh refinement leads to a degradation of the results, which is not an acceptable behavior. Deck and Renard (2020) recently proposed a robust Zonal Detached-Eddy Simulation (ZDES) mode 2 method mitigating both aforementioned shortcomings. Let us be reminded that in the ZDES framework, mode 2 is an automatic method which dynamically sets the switch from RANS to LES. Unlike standard DDES, the whole boundary layer is computed with the underlying RANS model, up to the wake sublayer, and this feature makes it a case-independent model which offers a general and automatic treatment of both attached and massively separated flows.



Furthermore, recent industrial applications seek to benefit from the laminar-transition process. Once more, DNS and LES are able to reproduce the physics of transition, but the need for methods that are computationally less expensive has led to the development of many transition modeling approaches, such as linear stability studies and transition empirical criteria (Aupoix et al. 2011). However, most of these methods were not designed with modern highly parallel computations in mind, and are therefore not easily applicable to complex geometries. This is why a new class of models was initiated, called correlation-based transition models. These models add transport equations to the usual turbulence modeling framework to account for the effects of transition (Dick and Kubacki 2017; Coder 2017). Menter et al. (2006) have proposed such a transition model, based on two transport equations, and built for massively parallel computing environments. The model, usually named $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, was initially meant to reproduce the physics of bypass transition, though its authors' ambition was to create a general framework for the computation of transition which can be coupled to any turbulence model and can be completed for a wider range of applications. Several improvements have been made to the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model, introducing capabilities for the modeling of separation-induced and crossflow transition (Langtry and Menter 2009; Langtry et al. 2015).
However, while several RANS models are available for the computation of transition, hybrid RANS/LES methods are, as of yet, mostly not suited to its representation. Still, some work was invested in the development of transitional hybrid RANS/LES methods.
A feasibility demonstration for a continuous RANS/LES treatment with transition modeling capabilities was first given by Sørensen et al. (2011). These authors, validating their coupling method between the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model by Menter et al. (2006) et Langtry and Menter (2009) and DES in a $k - \omega$ version for a circular cylinder and a thick airfoil, obtained better drag predictions and showed that the transition modeling capability was central to obtaining correct forces with cases of massively detached flow. Then Alam et al. (2013a) (Alam 2013b) used the $k - k_{\mathrm{L}} - \omega$ by Walters and Cokljat (2008) to introduce transition modeling capabilities in their hybrid RANS/LES model, while at the same time, You and Kwon (2013) used the Menter-Langtry (Menter et al. 2006; Langtry and Menter 2009) transition model blended into the SAS hybrid RANS/LES method. Both of these studies, associated with several more recent ones, demonstrated that taking transition effects into account is of paramount importance for the resolution of some flows. The proof was given through comparisons with fully-turbulent hybrid RANS/LES simulations results. This is also what (Wang et al. 2020) have shown by coupling their in-house γ model (Wang and Fu 2009) to a $k - \omega$ DDES framework. Another example is the study by Tester et al. (2018); looking to reproduce the physics of shock-wave/boundary-layer interaction, these authors have developed a transition modeling capable hybrid RANS/LES method using the Amplification Factor Transport model by Coder (2017). Their model modified the extent and the location of the separated region, but was only validated for a flat-plate test case without shock. The same procedure was used by Coder and Ortiz-Melendez (2019) for the computation of the flow over a three-element airfoil with modeling of Tollmien-Schlichting transition effects, with favorable results. As is common with transition modeling, the application context is strongly linked in each study to the transition modeling methodology adopted. Depending on the type of transition expected, one model or another is susceptible to produce more accurate results. However, the level of validation of the proposed models remains, in all cases, low.
Hodara and Smith (2017) coupled the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transition modeling framework to the $k - \omega$ SST-based localized dynamic kinetic energy model by Kim and Menon (1999), and ran validation tests on a flat plate, the circular cylinder and the NACA64-415 airfoil. The coupling was found to improve the results regarding integral quantities and skin-friction in all cases. The influence of inflow turbulence on transition was addressed by Zhou et al. (2019) using a DDES-$\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ coupled model. They found that the activation of the LES branch of the model far from the wall can drastically modify incoming turbulence characteristics. Indeed, when the LES branch is active, modeled turbulence is, by design, destroyed, which questions the use of hybrid models for internal flows such as turbomachinery flows. It also precludes an accurate representation of the influence of incoming turbulence on the laminar-turbulent transition of a modeled boundary layer. These authors have proposed to build a switch to LES only in wakes, but this raises further questions. More specifically, the subject of taking incoming turbulence into account, both resolved and modeled, is still open, such as for instance in a rotor-stator interaction where the wake of the upstream row would be resolved and

then interact with the downstream row.
This short review shows that despite proposals which can be found in the literature, a robust robust coupling between a transition model and a hybrid RANS/LES framework which preserves a RANS treatment of the transition process independently of the grid resolution is still both desirable and lacking.
The objective of this study is to propose a coupling method of the well-validated $\gamma - Re_{\theta,t}$ model to ZDES mode 2 (2020), which is the only published formulation providing a complete solution to the RANS shielding of the whole boundary layer thickness, and assess the influence of transition modeling on the computation of massively separated flows where regions of attached boundary layer are dealt with using a RANS approach. First, the test-case is described. Then, the numerical methods used for the computations are detailed. In a third subsection, the development process of the model is then followed step by step, with a particular focus on three of its salient aspects. Finally, validation results are sketched before concluding and offering some insight into the focus of future work. The complete formulation is detailed in appendix 3.1.8 for practical implementation.

3.1.3 Test case

The Onera airfoil OA209 test case is used to validate the model. The airfoil is placed in poststall conditions corresponding to experiments performed in the F2 wind-tunnel at the ONERA Fauga-Mauzac test center (Le Pape et al. 2007). The inlet velocity is $u_\infty = 55\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, the Reynolds number based on the airfoil chord length c is $1 \cdot 10^6$ and the Mach number 0.16. The flow undergoes a laminar separation at the leading edge. This thin separated region is the seat of a brutal transition process which forces the flow to reattach when the angle of attack is not too high. In average, the non-equilibrium turbulent boundary layer thus generated develops over roughly 10% of the chord length before separating again. The following turbulent separation is massive and does not, in average, reattach before the trailing edge. It displays a strong sensitivity to the boundary layer profile at the turbulent reattachment of the laminar separation bubble, and therefore to the boundary layer history and transitioning process.

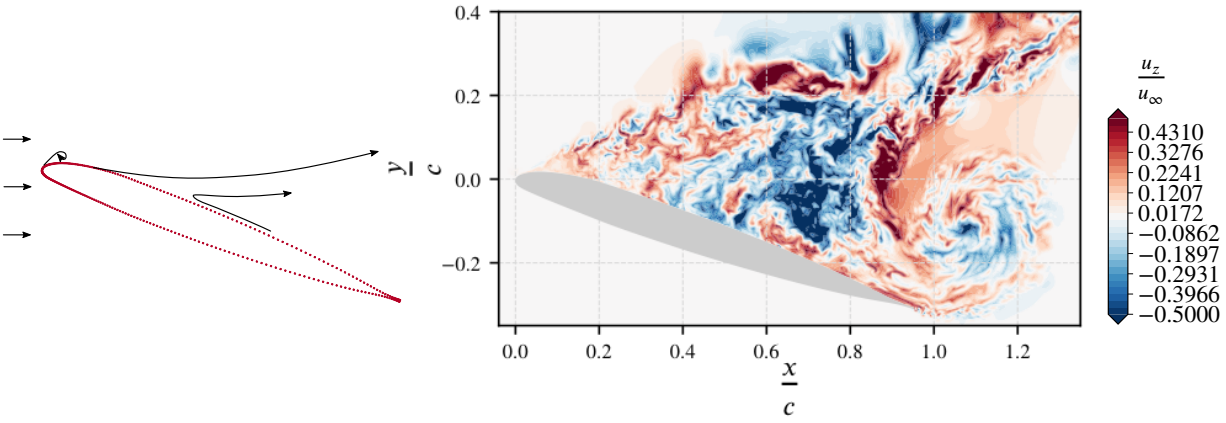
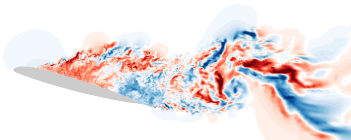


FIGURE 3.1 – Expected qualitative topology of the flow in post-stall conditions (left) and spanwise velocity component at an instant when the flow is massively separated (right) at an angle of attack of 19°.

The geometry can be seen on figure 3.1 as well as the expected qualitative flow topology. For the development of the model and the presentation of numerical methods, the angle of attack of the airfoil is either 16° or 19°. The validation of the model is then performed using the results of a computation at 16° angle of attack, in order to show its behavior when a significant region of the turbulent flow is attached (subsubsection 3.1.6.2).
Three structured meshes are used in this study. Both meshes used for hybrid RANS/LES computations are



comprised of planes with $3.9 \cdot 10^5$ cells each. One of them is described with more details and represented on fig. 3.2. The attached boundary layer is discretized using a rigourously wall-normal mesh. In this region, the thickness of the first cell close to the wall ensures that $y^+ < 1$ along the first row of cell centers, with y^+ the distance to the wall expressed in wall units. Further aft, the massive trailing edge separation region is meshed with cubic cells far from the wall and greater expansion ratios close to the wall than in the attached boundary layer region, allowing a transfer of the resolution power to the heart of the separation. The airfoil surface is represented with an adiabatic no-slip wall, while the external boundary condition is based on the imposition of the reference state through a farfield strategy.

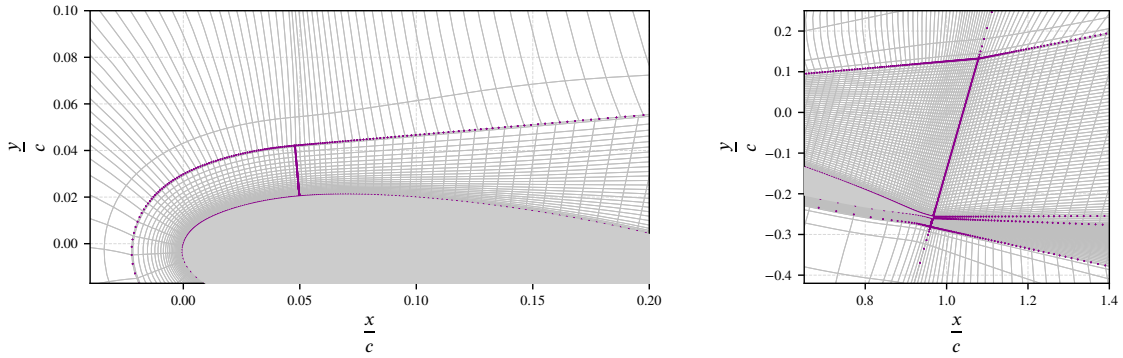


FIGURE 3.2 – Meshing details at the leading edge (left; one mesh line in 5 is plotted in the longitudinal direction, and one in 10 in the wall-normal direction) and trailing edge and separation zone (right; resp. one mesh line in 5 in both directions).

The RANS computations are performed on a two-dimensional mesh, and the hybrid RANS/LES meshes are extruded in the spanwise direction. In the latter cases, periodic boundary conditions are used. According to similar studies found in the literature, a span L_z greater than twice the height of the separation ($L_z > 2c$) ensures that the solution is independent of the span, and that there is no global forcing phenomenon due to the flow's action on itself through the periodic conditions (Richez et al. 2015; Laurent et al. 2012a). In order to properly represent three-dimensional turbulence in the spanwise direction, a greater resolution is taken than that used by Le Pape et al. (2013) in their DDES/ZDES mode 2 (2012) study of the same airfoil on the same span : where they discretized the 1-chord span with 250 cells, 300 are used here, amounting to $\Delta z^+ \simeq 300$ in the attached region. Figure 3.1 pictures an instantaneous spanwise component of the velocity field when the flow is massively separated, where the transverse resolution of the mesh allows high levels of fluctuations.

3.1.4 Numerical methods

All computations are performed using the ONERA elsA solver (Cambier et al. 2013). An implicit backward second-order discretization with 6 Gear (Daude 2007) subiterations is used to perform the integration in time. In order to ensure the stability of the computations and Courant-Friedrichs-Lewy (CFL $= (u + a)\Delta t / \min\{\Delta\xi, \xi \in \{x, y, z\}\}$, with u the velocity magnitude and a the sound velocity magnitude) numbers based on maximum acoustic velocity below 30 in the near-wall region, a time step of $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7}$ s is chosen. The implicit operator is inverted using the LU-SSOR scalar method (Yoon and Jameson 1986).
Convective fluxes of the conservative variables are computed using the hybrid centered-upwind AUSM+P scheme (Liou 2006), and fluxes of the turbulence variables are reconstructed through the Roe scheme (Roe 1981). The recentering "wiggle" correction is used zonally in the separated region to recover low dissipa-

tion levels where turbulence is resolved. This last detail is addressed in greater detail in subsubsection 3.1.6.1.

3.1.5 Development of the hybrid RANS/LES model

The following subsection describes the hybrid RANS/LES model that was developed. First, ZDES mode 2 (2020) (Deck and Renard 2020) is presented, along with the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transition framework proposed by Menter et al. (2006). Then, three specific aspects of the development are described in detail, along with their effects on the computations. The entirety of the final model proposed after this study is given in appendix 3.1.8.

3.1.5.1 Original model components

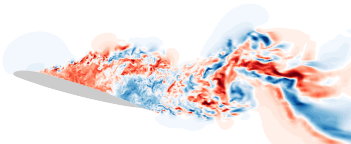
Presentation of the ZDES mode 2 (2020) hybrid RANS/LES model. The Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) is a multi-resolution approach developed by ONERA (Deck 2005 ; Deck 2012) which covers the full range of modeling from RANS to Wall-Modelled LES (WMLES) (Deck et al. 2014b ; Deck et al. 2018 ; Deck et al. 2014c). It is based on the model by Spalart and Allmaras (1992). The zonal nature of ZDES not only allows the user to specify RANS and LES regions, but also results in the possibility of using various model formulations within the same computation (Deck and Laraufie 2013). This work is solely based on ZDES mode 2 (2020) (Deck and Renard 2020), a fully automatic model which features an internal dynamic switch between the RANS and LES branches. It is of interest to note that this model ensures a robust RANS treatment of attached boundary layers even for strongly refined meshes, while at the same time ensuring a minimum delay in the formation of instabilities.
In order to improve readability, the original notations for functions reused from previously published models have been changed as little as possible. Superscripts are therefore used to lift all ambiguity. Whenever a function which exists either in the model by Spalart and Allmaras ([SA]), in ZDES mode 2 (2020) by Deck and Renard ([DR]), or in the model by Menter et al. ([ML]) is redefined, the original is noted with the initials of the authors in superscript, and the naked notation is used for the redefined function. For example :

— The notations for $F_{\theta,\mathrm{t}}$, $c_{\mathrm{b},1}$ et $f_{\mathrm{P},2}$, already defined in ZDES mode 2 (2020) or in the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model and not modified here, are kept.
— $f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]}$ is the wall damping function of ZDES mode 2 (2020), noted with the initials of Deck and Renard. It is used here and a new version of $f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})}$ is defined.
— $P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{SA}]}$ is the production term of the model by Spalart and Allmaras.
— $P_{\tilde{\nu}}$ is the production term of the current model in its transitional LES branch, defined through a modification of $P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{DR}]}$ inherited from ZDES mode 2 (2020). The simultaneous use of both the inherited and the new versions justifies the superscripting process.
— $P_{\tilde{\nu},\theta}$ is the full production term of the new model, built using all three $P_{\tilde{\nu}}$, $P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{DR}]}$ and $P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{SA}]}$.

Within ZDES mode 2 (2020), the transport equation for the modified eddy-viscosity $\tilde{\nu}$, inherited from the model by Spalart and Allmaras (1992), reads :

$$\partial_t(\rho\tilde{\nu}) + \sum_i \partial_{x_i}\left(\rho u_i \tilde{\nu}\right) = P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{DR}]} - D_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{DR}]} + \frac{1}{\sigma}\sum_i \partial_{x_i}\left[(\mu + \rho\tilde{\nu})\,\partial_{x_i}\tilde{\nu}\right] \tag{3.1}$$

In this equation, the switch between RANS and LES modes is controlled through the production and destruction terms :



$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{DR}]} & = c_{\mathrm{b},1}\rho\tilde{S}^{[\mathrm{DR}]}\tilde{\nu} \\ D_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{DR}]} & = c_{\mathrm{w},1}\rho f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]}\left(\dfrac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]}}\right)^2 \end{cases}, \tag{3.2}$$

where the computation of the characteristic length scale $\tilde{d}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]}$ involves the shielding function $f_{\mathrm{P}}^{[\mathrm{DR}]}$ (see Deck and Renard (2020)) :

$$\tilde{d}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]} = n - f_{\mathrm{P}}^{[\mathrm{DR}]}\ \max\left\{0\,;n - C_{\mathrm{DES}}\ \tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]}\right\}, \tag{3.3}$$

where $\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})[\mathrm{DR}]}$ is the subgrid scale used within ZDES mode 2 (2020) and n the wall distance. The shielding function $f_{\mathrm{P}}^{[\mathrm{DR}]}$ is composed of three salient ingredients :

$$f_{\mathrm{P}}^{[\mathrm{DR}]} = f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right)\ \left[1 - \left[1 - f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)\right] f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)\right] \tag{3.4}$$

— $f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right)$, inherited from DDES (Spalart et al. 2006), shields the internal and log sublayers,

— $f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)$ shields the wake layer of the boundary layer, and

— $f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)$ inhibits $f_{\mathrm{P},2}$ in separated regions to allow the switch to LES.

A hybrid RANS/LES model aims at allowing a fast triggering of instabilities while at the same time providing a robust RANS shielding of boundary layers independently of the grid resolution. To reach both of these antagonist goals, the switch between a RANS region and a LES one is necessarily steep, meaning that the shielding function is either very close to 0 (RANS mode) or to 1 (LES mode), and very seldom halfway between these extremes. This can be reformulated as follows : for any $\epsilon \in]0,1]$, the typical spatial extent of the grey zone where $\frac{\epsilon}{2} \leq f_{\mathrm{P}} \leq 1 - \frac{\epsilon}{2}$ needs to be very small.

Description of the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ transition modeling framework. The ZDES mode 2 (2020) model is coupled for the first time to the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ Menter-Langtry transition model (Menter et al. 2006 ; Langtry and Menter 2009) through the production and destruction terms of the $\tilde{\nu}$ variable. The second variable of the transition framework, $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, represents the Reynolds number based on the boundary layer momentum thickness at the start of transition. It quantifies and transports the boundary layer history downstream, and is used to trigger transition by activating the production of the first variable, γ. γ is based on the intermittency factor by Emmons (1951). Within the Menter-Langtry model, it is mostly a mathematical factor which regulates the production and destruction terms of the underlying turbulence model :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu}} & = \gamma_{\mathrm{eff}} P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{SA}]} \\ D_{\tilde{\nu}} & = \max\left\{\gamma\,;\gamma_{\mathrm{inf}}\right\} D_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{SA}]} \end{cases}, \tag{3.5}$$

where γ_{eff} is a function based on γ designed to overincrease the production of turbulence in the case of separation-induced transition, and γ_{inf} is a constant limiter (see appendix 3.1.8.1 for more details).
In the original version of the model, the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ framework was applied to the $k - \omega$ SST (Menter 1994) model, but according to the authors, it can be used in conjunction with other turbulence models. Indeed, it has also been coupled to the $k - l$ model (Smith 1994 ; Minot et al. 2016a) and to the model by Spalart and Allmaras (1992) (Medida and Baeder 2011 ; Bouchard et al. 2021) since. The latter is used here. The equations for γ and $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ are the same as in the article by Langtry and Menter disclosing the full set of correlations (Langtry and Menter 2009). Only the F_{turb} correction, which is both proposed and invalidated herein (see part 3.1.5.2), modifies the RANS transition model. The final transition model, described in detail in appendix 3.1.8, uses the correlations by Langtry and Menter (2009) with

imposed turbulence intensity. The coupling method to the underlying turbulence model differs from the RANS approach described in a previous study (Bouchard et al. 2021), however, as is described in part 3.1.5.2.

3.1.5.2 Development of the hybrid RANS/LES transition modeling capability

In this part, the different steps followed in the development of the new ZDES mode 2 with transition are described. The modeling effort is directed towards three main goals :

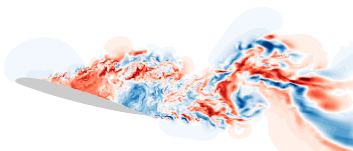
— It is ensured in part 3.1.5.2, by building an adequate shielding function, that the transition region is computed using the RANS transitional branch of the new model.

— The influence of the RANS transition model on the source terms of the hybrid turbulence model is addressed in part 3.1.5.2. It is shown that the classical $\gamma - Re_{\theta,t}$ coupling would result in an undesirable modification of the LES branch of the model, which is why a new definition of the turbulence source terms is developed.

— The possibility of a reverse action of the LES branch on the transition model is also examined in part 3.1.5.2.

Modification of the shielding function. From the beginning of this work, the decision was made to introduce transition in the ZDES mode 2 (2020) model through the RANS branch. The main reason comes from the costs, both in terms of computing power and modeling effort, of computing transition with LES. On the one hand, the local mesh size would need to be very small to accurately capture the small scale fluctuations which lead to laminar-to-turbulent transition. This would result in a tremendous increase in cost of the computation, which defeats the purpose of creating a method intended to treat technical applications at high Reynolds numbers with much lower costs than WRLES. Furthermore, as underlined by Sagaut et al. (2013), restoring a RANS turbulent boundary layer from a LES separation after its reattachment is difficult. Indeed, taking the lagrangian history of a LES region by converting resolved fluctuations into modeled turbulence is not trivial for most RANS models, and more specifically for the model by Spalart and Allmaras. This problem is also all the more difficult that a boundary layer which undergoes transition in a laminar separation bubble does not possess at its reattachment location the properties of a classical equilibrium boundary layer (Alam and Sandham 2000 ; Spalart and Strelets 2000 ; Laurent et al. 2012a ; Bernardos et al. 2019b).
Therefore, the first step is to ensure that the laminar and transitional regions are well covered by the shielding function. The original function $f_P^{[DR]}$ was initially not designed to protect the laminar part of the boundary layer. Indeed, both f_d and $f_{P,2}$ rely on the fact that in turbulent boundary layers, $\tilde{\nu}$ is significantly high. Therefore, a new piece is needed in order to ensure a RANS treatment of the laminar and transitional parts of the boundary layer. The only previous published studies found which explicitely mention a correction of the shielding function are the ones by Wang et al. (2020) and Coder and Ortiz-Melendez (2019). Their method is assessed below.
Two sensors are presented here. Figures 3.3 and 3.5 present the results obtained using a computation of the OA209 test-case at 16° angle of attack using the RANS transitional model alone (Bouchard et al. 2021). In both cases, several fields are plotted to measure the ability of the sensor to protect the laminar and transitional zones. The axes are set in Frénet-coordinates defined in figure 3.4 : s is the curvilinear abscissa along the profile, starting from the trailing edge on the pressure side and increasing in the clockwise direction (therefore $s \simeq c$ at the leading edge and $s \simeq 2c$ at the trailing edge on the suction side), and n is the wall-normal distance. The field of the original shielding function is plotted (blue lines), as well as vorticity contours in log scale (red dash-dotted lines). The former describes which regions of the flow are detected by the original shielding function as needing RANS treatment : they are inside the dark blue lines. The latter is a visualization of the regions which *should* be shielded. In the background and in grey scale, the sensor field is presented.

The natural sensor for the detection of laminar boundary layers is of course the transported intermittency



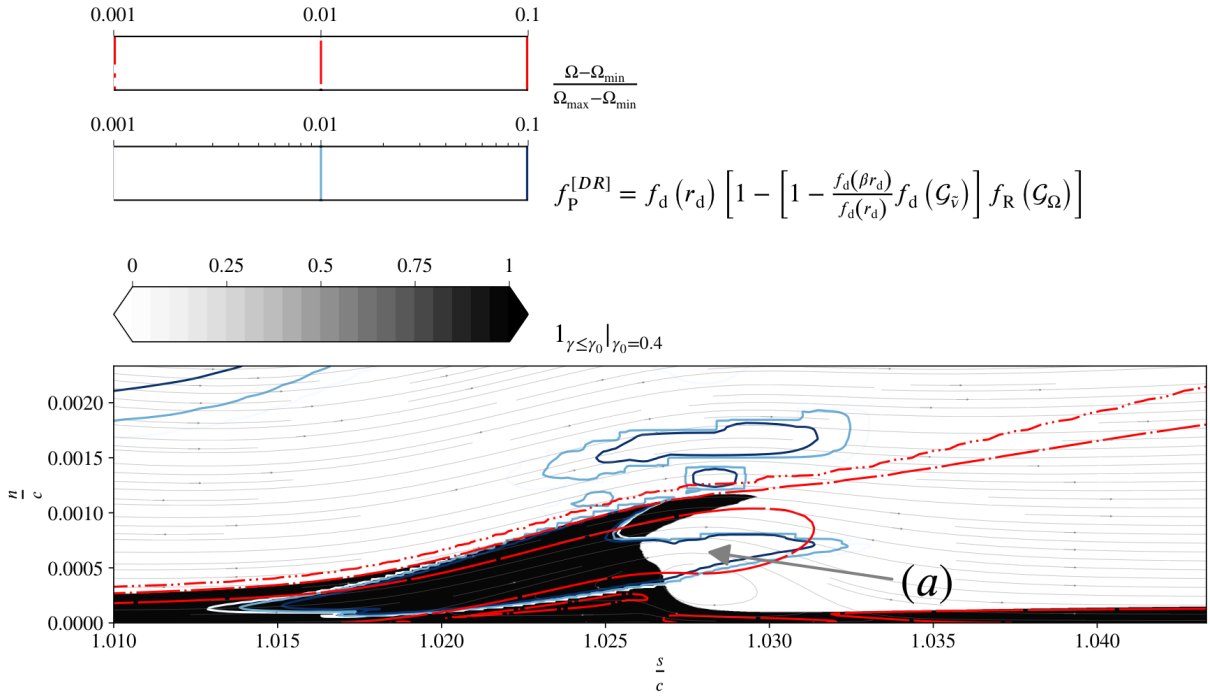


FIGURE 3.3 – Activation zone of a γ-based correction on the leading edge laminar separation bubble preevaluated from a RANS computation. The contour lines in shades of blue display the shielding function (LES on the white side), while the dash-dotted red lines emphasize the regions of strong vorticity (boundary layer). The sensor distribution is shown in the background in black and white. Curvilinear coordinates are used, as defined in figure 3.4.

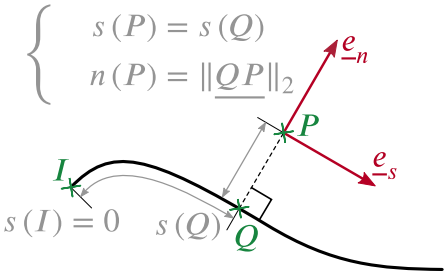


FIGURE 3.4 – Projection reference frame for the velocity components. s is the curvilinear coordinate along the wall, starting from point I. n is the distance to the wall. The wall reference frame $(\underline{e}_s, \underline{e}_n)$ at any location P in the volume is defined as the curvilinear reference frame at the closest wall point Q. For the airfoil used in this work, I is the trailing edge on the pressure side where $s = 0$, which yields $s \simeq c$ at the leading edge and $s \simeq 2c$ at the trailing edge on the suction side.

variable γ. It is expected to equal 0 in these regions and 1 everywhere else, which is exactly what is needed. In fact, in this case, the behavior of the Menter-Langtry model, which sets $\gamma = 1$ in the farfield, plays along with the modeling effort. Wang et al. (2020) and Coder and Ortiz-Melendez (2019) have used this sensor to correct the shielding function in the course of developing their own transitional hybrid RANS/LES method. Though their underlying RANS transition models are not the $\gamma - Re_{\theta,t}$ framework used here, both do contain an intermittency variable. However, they did not apply their hybrid models to separation-induced transition, which neither of their RANS branches is built to reproduce. Figure 3.3 displays the behavior of a γ-based sensor at the leading edge of the OA209 airfoil. There exists a small region (a) at the heart of the laminar separation bubble where $f_P^{[DR]} \simeq 1$, where the vorticity levels are significant and where $\gamma \simeq 1$. In other words, this region is not shielded by the original $f_P^{[DR]}$ because it is inside the dark blue contour lines, but it should be shielded because it is also located inside the red dash-dotted lines. Unfortunately, the sensor does not cover it because it lies in the white colored zone. This means that γ cannot be used as a shield of a separation-induced transition region.

Another sensor is therefore used instead to strengthen the shielding function $f_P^{[DR]}$. It is the first component of the $F_{\theta,t} = \max\left\{F_{\theta,t,1}\,;\,F_{\theta,t,2}\right\}$ function used by Menter et al. (Menter et al. 2006). Its definition reads :

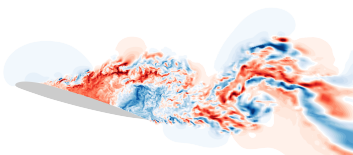
$$F_{\theta,t,1} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\rho U^2}{C_5 \mu \Omega Re_{\theta,t}}\right)^4\right], \tag{3.6}$$

with $C_5 = 375$.
This function, plotted on figure 3.5, shows a complete coverage of the laminar and transitional zones. The whole width of the region with non-negligible vorticity (where the production terms of the turbulence model are apt to activate) is well-protected, making $F_{\theta,t,1}$ a good candidate for the correction of the shielding function. Therefore, the new shielding function used in the hybrid RANS/LES simulations presented here is :

$$f_{P,\theta} = f_d\left(r_d\right)\left[1 - F_{\theta,t,1}\right]\left[1 - \left[1 - f_{P,2}\left(r_d, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)\right] f_R\left(\mathcal{G}_\Omega\right)\right]. \tag{3.7}$$

It can also be seen on the second diagram of figure 3.5 that this sensor presents a complication at the trailing edge : it is insensitive to the non-transitional aspect of the separation, and where the original $f_P^{[DR]}$ deactivates to allow the switch to LES in region (b), $F_{\theta,t,1}$ does not. Therefore, the correction introduces an undesirable overshielding of the turbulent separated regions compared to $f_P^{[DR]}$. Note that the trailing edge recirculation is much smaller than expected at this angle of attack : when the RANS model is used, the airfoil stalls at a higher angle of attack than observed in the experiments. Furthermore, the stalling process is smooth, resembling trailing-edge stall, which is also in disagreement with experimental data (Le Pape et al. 2007). However, this is of no consequence for the present study : the laminar separation bubble is obtained anyway, and the original shielding function is seen to deactivate even if the separation is small. These flow properties are sufficient for the current modeling discussion.
In order to perform the computations and validate the workings of the model on the upstream half of the airfoil despite the overshielding, a zonal definition of the model, as permitted by the ZDES framework (Deck 2012), is used and plotted on figure 3.6. After the application of the zonalisation, the full shielding function f_P is obtained : the pressure side and the leading edge, in red on the figure, as far downstream as the expected turbulent reattachment of the laminar separation bubble, are treated with the new shielding function $f_{P,\theta}$ presented above in eq. (3.7). Everywhere else, the original $f_P^{[DR]}$ is used.

The modification of the shielding function is propagated to the boolean tests used in ZDES mode 2 (2020), $\mathcal{T}_\Delta$ and $\mathcal{T}_w$. These boolean values are used to restore a full LES behavior of the damping functions of the model, both in the log-layer and in the viscous sublayer. They also serve to overincrease the destruction of modeled turbulence through $f_w^{(II)}$ when separation occurs, allowing a quick development of instabilities in the LES region. They must therefore follow the behavior of the shielding function in terms of switching location :



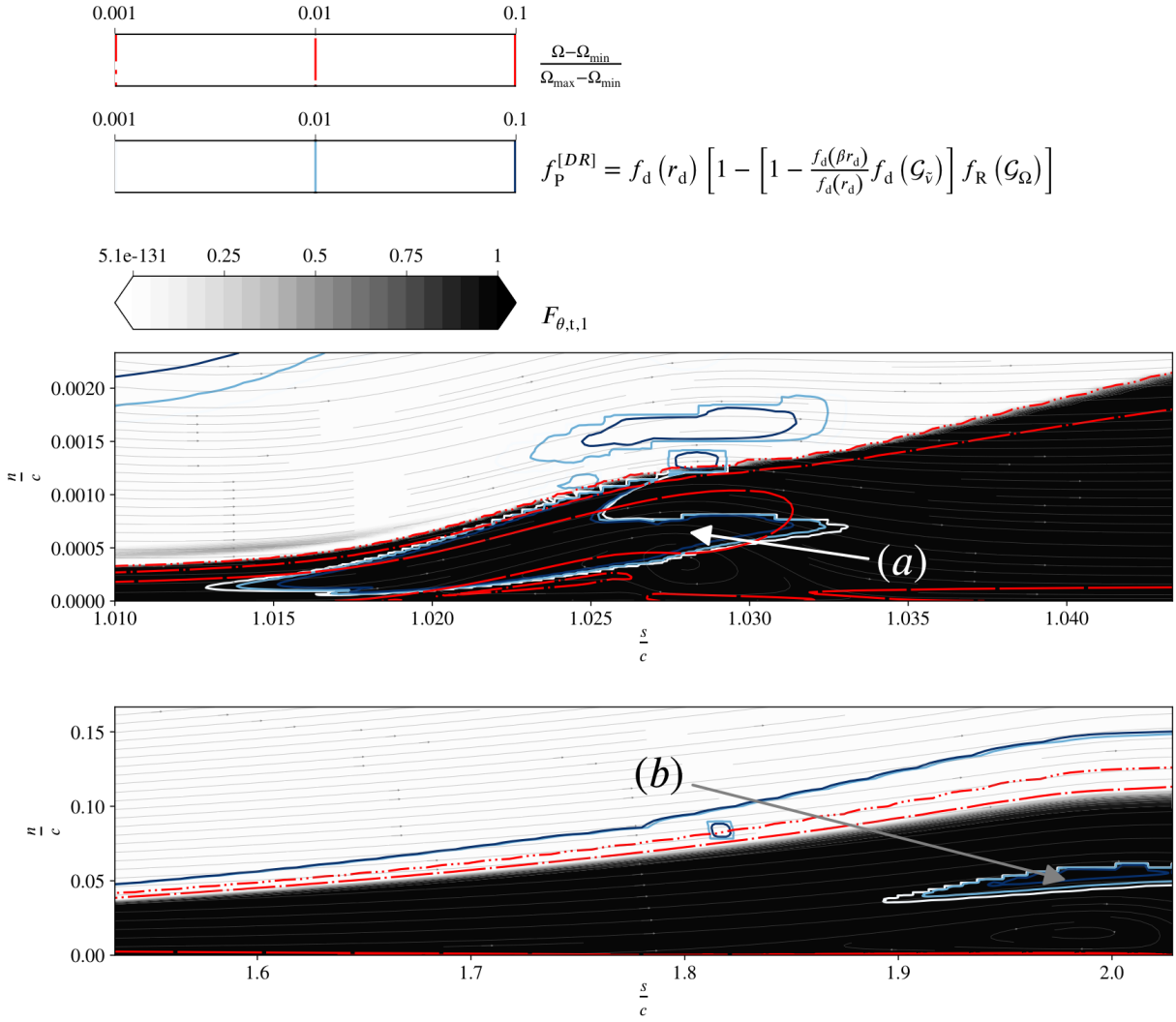


FIGURE 3.5 – Activation zone of a $F_{\theta,\mathrm{t}}$-based correction on the leading edge laminar separation bubble (top) and turbulent trailing edge separation (bottom) preevaluated from a RANS computation. The contour lines in shades of blue display the shielding function (LES on the white side), while the dash-dotted red lines emphasize the regions of strong vorticity (boundary layer). The sensor distribution is shown in the background in shades of grey. Curvilinear coordinates are used, as defined in greater detail in figure 3.4.

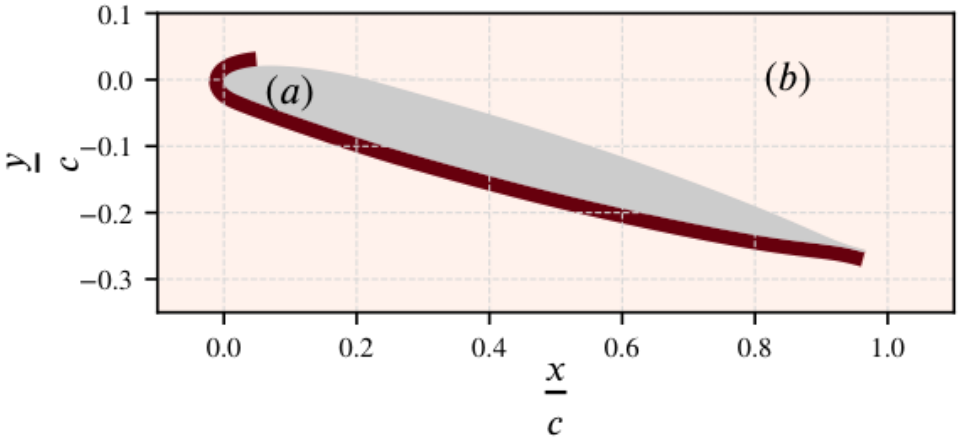


FIGURE 3.6 – Definition of the shielding-type zones of the OA209 test-case, herein called the *zonalisation* process. (*a*) in red : transitional shielding (current) ; (*b*) everywhere else : shielding from ZDES mode 2 (2020) (Deck and Renard 2020).

$$\begin{cases} \mathcal{T}_\Delta &= \mathbb{1}_{f_\mathrm{d}(r_\mathrm{d})>f_{\mathrm{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{[1-F_{\theta\mathrm{t},1}][1-[1-f_{\mathrm{P},2}(r_\mathrm{d},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})]f_\mathrm{R}(\mathcal{G}_\Omega)]>f_{\mathrm{d},0}} \\ \mathcal{T}_\mathrm{w} &= \mathbb{1}_{f_\mathrm{d}(r_\mathrm{d})>1-f_{\mathrm{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{[1-F_{\theta\mathrm{t},1}][1-[1-f_{\mathrm{P},2}(r_\mathrm{d},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})]f_\mathrm{R}(\mathcal{G}_\Omega)]>1-f_{\mathrm{d},0}} \end{cases}, \tag{3.8}$$

where $\mathbb{1}_\mathcal{A}$ is the boolean test of assertion $\mathcal{A}$:

$$\mathbb{1}_\mathcal{A} = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathcal{A} \text{ is true,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{3.9}$$

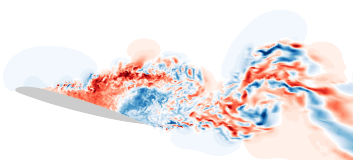
Changing these tests, in turn, modifies the values of $\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$, $\left\{ f_\mathrm{w} f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{II})} \right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$ and $f_\mathrm{w}^{(\mathrm{II})}$. The expressions of these variables are however not otherwise explicitely changed. Using these modified versions of f_P, $\mathcal{T}_\Delta$ and $\mathcal{T}_\mathrm{w}$, the new hybrid RANS/LES source terms $P_{\tilde{\nu}}$ and $D_{\tilde{\nu}}$ are obtained. At this point, the shielding function has been strengthened, but the modeled turbulence does not take transition effects into account.

Preservation of the production-dissipation balance. The coupling method used for RANS models between the γ and $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ equations with the underlying turbulence model (Menter et al. 2006 ; Medida and Baeder 2011 ; Minot et al. 2016a) is not entirely applicable here. Indeed, this method can drastically modify the balance between production and destruction of turbulence, which is undesirable in the LES branch of the model. For instance, in a finely meshed separated region where the shielding function is inactive ($f_\mathrm{P} = 1$), and using the same procedure as Menter et al. (2006) by letting the new source terms be :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu},\theta} &= \gamma_\mathrm{eff} P_{\tilde{\nu}} \\ D_{\tilde{\nu},\theta} &= \max\left\{\gamma\,;\gamma_\mathrm{inf}\right\} D_{\tilde{\nu}} \end{cases}, \tag{3.10}$$

with $\gamma_\mathrm{inf} = 0.5$, would produce the following balance between production and destruction of eddy-viscosity, because $\mathcal{T}_\Delta = 1$, $\mathcal{T}_\mathrm{w} = 1$ and $n > C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$:

$$\gamma_\mathrm{eff}\tilde{\nu}\Omega \propto \max\left\{\gamma\,;\gamma_\mathrm{inf}\right\} \frac{c_{\mathrm{w},1}}{c_{\mathrm{b},1}} \left(\frac{\tilde{\nu}}{C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}}\right)^2. \tag{3.11}$$



In such a region, $\tilde{\nu}$ is dissipated, and the F_{turb} function enables the relaminarization process of the Menter-Langtry model. While said relaminarization is not a problem (the transition model does not play a determining role in this region) in itself, in eq. (3.11), $\gamma_{\text{eff}} = \gamma$, and γ is small, which brings $\max\left\{\gamma\,;\gamma_{\text{inf}}\right\} = \gamma_{\text{inf}}$. The balance between production and destruction therefore becomes :

$$\tilde{\nu}\Omega \propto \frac{\gamma_{\text{inf}}}{\gamma}\frac{c_{\text{w},1}}{c_{\text{b},1}}\left(\frac{\tilde{\nu}}{C_{\text{DES}}\tilde{\Delta}^{(\text{II})}}\right)^2. \tag{3.12}$$

In short, the transition model's influence on separated regions that are treated in a LES manner can be summarized as a modification of the local subgrid scale constant :

$$C_{\text{DES}} \leftarrow \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\text{inf}}}}C_{\text{DES}}. \tag{3.13}$$

This impact can be dramatic because the lower bound for $\frac{\gamma}{\gamma_{\text{inf}}}$ is $\frac{1}{c_{\text{e},2}\gamma_{\text{inf}}} = 4\cdot 10^{-2}$. Let us emphasize that this issue is directly linked to the relaminarization capacity of the $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ model, which is central in its behavior. In some previous studies (Tester et al. 2018 ; Wang et al. 2020), this capacity was not a feature of the RANS transition model used and the question was therefore not addressed. To the best of the authors' knowledge, the question was however not addressed either when the $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ model was used, such as in the works of Sørensen et al. (2011) and of Zhou et al. (2019). Still, the previous considerations spell that the coupling method must differ from the RANS one. In order to also exactly preserve the behavior of the transition model in protected regions, a superposition solution is adopted :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu},\theta} &= \left[1-f_{\text{P}}\right]\gamma_{\text{eff}}P_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]} + f_{\text{P}}P_{\tilde{\nu}} \\ D_{\tilde{\nu},\theta} &= \left[1-f_{\text{P}}\right]\max\left\{\gamma\,;\gamma_{\text{inf}}\right\}D_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]} + f_{\text{P}}D_{\tilde{\nu}} \end{cases}, \tag{3.14}$$

where $P_{\tilde{\nu}}$ and $D_{\tilde{\nu}}$ are the production and destruction terms obtained with the formulation given by Deck and Renard after replacing the shielding function $f_{\text{P}}^{[\text{DR}]}$ by f_{P} (which is either $f_{\text{P}}^{[\text{DR}]}$ or $f_{\text{P},\theta}$, depending on the chosen zonalisation, see part 3.1.5.2). By definition, in unprotected LES regions ($f_{\text{P}} \simeq 1$), the original balance between production and destruction of turbulence is recovered, and in protected RANS ones ($f_{\text{P}} \simeq 0$), the transition model is exactly the one used by Bouchard et al. (2021). Note that this process is entirely independent of the zonalisation described in part 3.1.5.2, which only regards the shielding function.

Wake sublayer correction. In order to prevent a possible interaction between the LES and the transitional branches of the model, another correction is envisioned. Indeed, in LES regions, modeled turbulence is greatly dissipated, and $\tilde{\nu}/\nu \ll 1$. Given the RANS coupling procedure described in appendix 3.1.8 and in previous works (Medida and Baeder 2011 ; Bouchard et al. 2021), this means that as soon as some vorticity appears, for instance at the leading edge, γ starts to decrease. This drop is due to the F_{turb} function of the Menter-Langtry model which scales the destruction of γ :

$$F_{\text{turb}} = \exp\left[-\left(\frac{r_{\text{t}}}{4}\right)^4\right], \tag{3.15}$$

where $r_{\text{t}} = \mu_{\text{t}}/\mu$ is the eddy-to-molecular viscosity ratio. This phenomenon has already been remarked upon by Zhou et al. (2019). They proposed to correct it by only allowing the switch into LES in wake regions. To achieve this goal, they used the f_{wake} function first defined by Menter et al. (2006). This function cannot be used here because it is based on the specific dissipation rate of the turbulence kinetic energy ω, which is not accessible through the transported variable $\tilde{\nu}$ of the model by Spalart and Allmaras. Another strategy must therefore be found.

To prevent an early relaminarization, the Menter-Langtry F_{turb} function is multiplied by the shielding correction described above. This modification allows the model to begin destroying γ only if the shielding

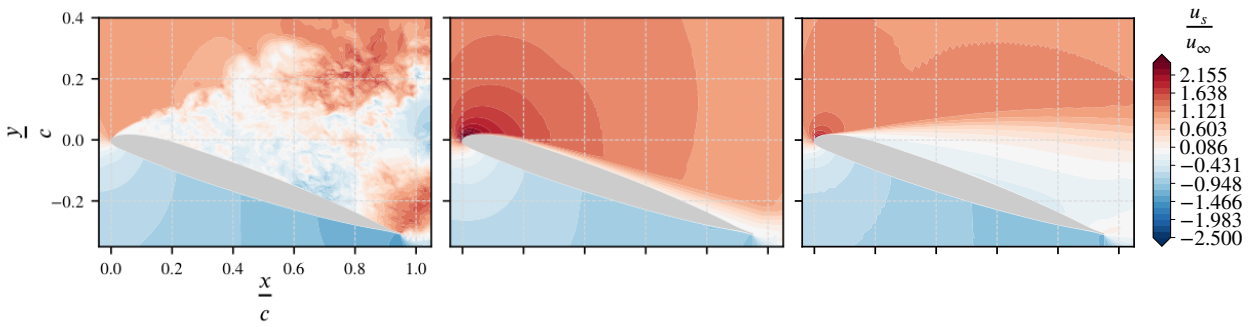


FIGURE 3.7 – Effect of the F_{turb} correction on the instantaneous tangential velocity map : without application of the correction in a ZDES (left), with it (center) and the RANS baseline result obtained with a Spalart-Allmaras-based $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ model. The tangential velocity is defined as the projection of the velocity vector along the wall-tangential direction in the curvilinear coordinate system (see figure 3.4). Therefore, it is positive on the attached part of the suction side and negative on the pressure side.

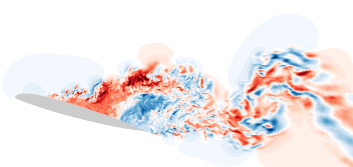
function is active, i.e. if a RANS region is detected ($F_{\theta,\text{t},1} = 1$). F_{turb} is then defined by :

$$F_{\text{turb}} = F_{\theta,\text{t},1} F_{\text{turb}}^{[\text{ML}]}, \tag{3.16}$$

where $F_{\text{turb}}^{[\text{ML}]}$ is the original Menter-Langtry function.

The assessment of the effect of this correction is performed by means of computations of the flow around the OA209 airfoil at $\alpha = 19°$ after 10 chord-passing durations, with and without application of the correction. In both cases, a permanent topology is reached. The results are presented on figure 3.7 along with the baseline result obtained at convergence of a RANS computation. The latter uses the $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ framework applied to the model by Spalart and Allmaras described by Bouchard et al. (2021) (with the original $F_{\text{turb}}^{[\text{ML}]}$). The correction is responsible for an unphysical resilience of the boundary layer to separation, and the airfoil is not stalled at an angle of attack of 19°, while the experimental stall occurs around 15°. Indeed, this resilience to boundary layer separation is even more pronounced than what is observed in the RANS computation. Conversely, when the correction is not applied, the leading edge separation is not a bubble, it is opened and directly degenerates into resolved three-dimensional turbulence as expected.

In order to understand the reason for the previously-observed resilience of the boundary layer to strong adverse pressure gradients when F_{turb} is modified, the behavior of the transition model at the leading edge is examined using a short-term computation : starting from the same initial RANS field, transitional ZDES mode 2 computations are realized using both versions of F_{turb} for a very short physical time of $5 \cdot 10^{-4}$ seconds (1000 iterations) and a span reduced to 32 cells and $c/5$. The results are plotted on figure 3.8. The wall-normal profile of the intermittency variable is drawn for two stations : the first, *(a)*, in the middle of the average separation bubble, and the second *(b)* at the reattachment location.
The profiles obtained show that the correction, as can be expected, is responsible for a decrease in the destruction of γ, which keeps higher values in the wake zone. This overestimation of γ creates an overproduction of turbulence in these regions which tends to make the boundary layer resilient to separation. Notably, this effect is entirely located in the external zone of the boundary layer. These observations emphasize the paramount importance of the wake layer modeling for the prediction of turbulent separation and of its complete RANS shielding for the needs of hybrid RANS/LES computations of stall.
Given that the desirable behavior is the massive stall of the airfoil at 19°, the correction proposed here is not retained in the final model. Still, the authors believe that the current study can provide useful insight into the modeling of the boundary layer when transitional effects are to be taken into account.



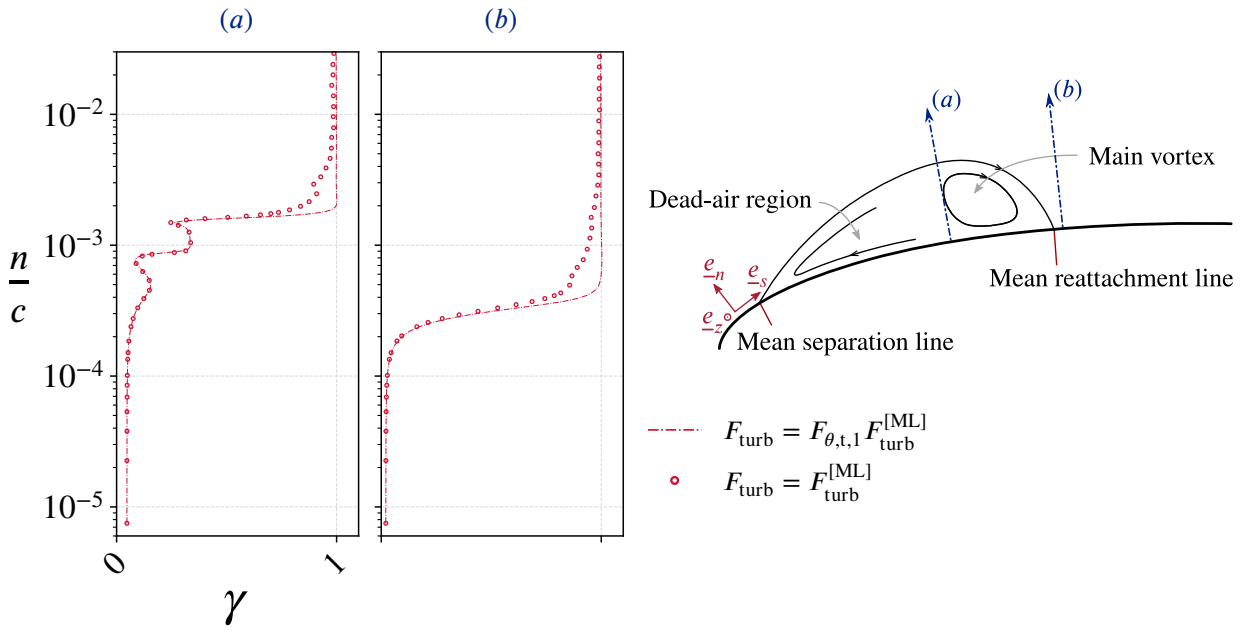


FIGURE 3.8 – Effect of the F_{turb} correction on the wall-normal boundary layer intermittency profiles in the laminar separation bubble (left) and immediately downstream of its reattachment (right). The wall distance coordinate n is defined in figure 3.4.

3.1.6 Model assessment and validation

3.1.6.1 Influence of the numerical method

As previously mentioned, a recentering scheme was used in association with the AUSM+P convective flux reconstruction scheme. The recentering process is associated with a sensor which switches the scheme from upwind to centered when no spurious numerical point-to-point oscillation is detected (Mary and Sagaut 2002). This allows a more accurate flux reconstruction in regions of the flow where turbulence is fully resolved. However, since the sensor only activates when oscillations are already present, it does not prevent their occurence altogether. Zones of non-resolved turbulence with strong rotation can therefore exhibit some noise in the flux reconstruction. This subsubsection deals with the effects of such noise on the model's behavior.

When the scheme is fully centered, it is under-dissipative and may produce spatial spurious oscillations, especially regarding the velocity gradient field. These oscillations therefore also appear on the vorticity tensor norm Ω, which is a common component of turbulence modeling. In the present case, Ω plays a key part in the destruction term of the γ transport equation. Its oscillations lead to higher levels of destruction at the leading edge far from the wall where some vorticity is already present, but at levels lower than in a boundary layer. This behavior leads to the Menter-Langtry model building an early relaminarization and only partly activating the turbulence model in the external flow. To precisely assess this effect, two test-computations were performed for $1 \cdot 10^{-2}$ s on a mesh which extends 1 chord-length in the spanwise direction. The first computation used the recentering sensor everywhere, while the second limited its effect to the blue regions of figure 3.6, using the same zonalization process and topology as the model definition. The results are shown on figure 3.9. The levels of γ outside of the leading edge laminar boundary layer are seen to decrease seriously on the outskirts of the laminar boundary layer, with intermittency decreasing to $\gamma \simeq 0.8$ instead of displaying the normal free-stream behavior $\gamma \simeq 1$. This early relaminarization is expected to yield erroneous

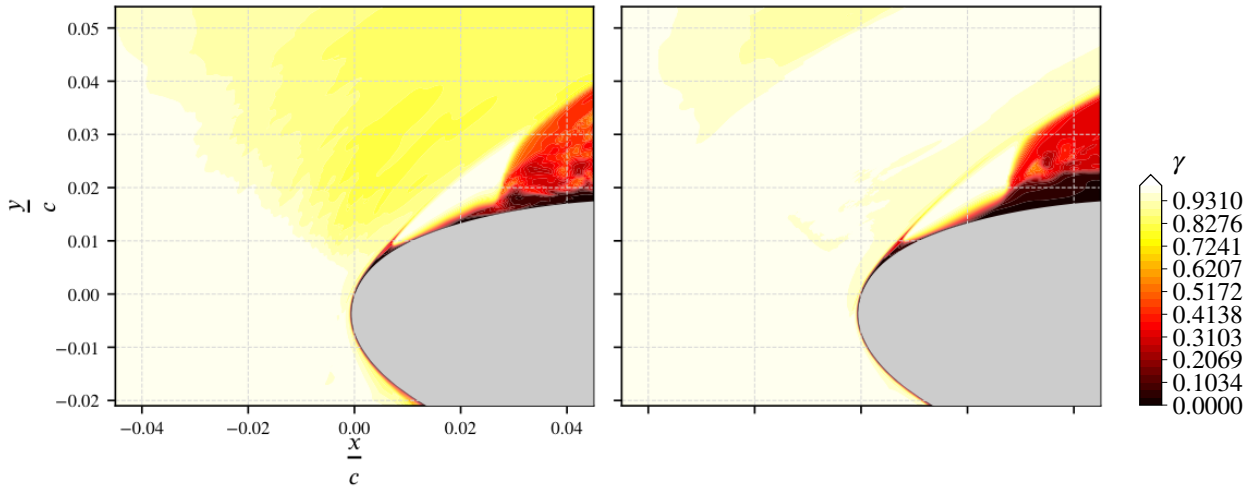


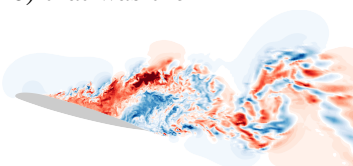
FIGURE 3.9 – Effect of the noise on velocity gradients due to the *wiggle* recentering sensor at the leading edge of the airfoil. Left : recentering sensor activated, which translates into a premature destruction of the intermittency far from the wall due to numerical velocity gradients. Right : recentering sensor deactivated around the leading edge.

dynamics of the boundary layer since the Menter-Langtry model heavily relies on diffusion and advection. In the present case, it can be surmised that such overestimated destruction of intermittency would produce early stall, because the boundary layer would undergo a slower transition process and therefore be more sensitive to turbulent separation.

3.1.6.2 Compatibility of the transition modeling approach with the hybrid RANS/LES framework

The model is now validated regarding its main components, namely : proper working of the transition model, proper shielding of attached boundary layers (whether they are fully turbulent or not) and proper switch to LES in separated regions. Four regions are deemed worthy of interest and represented on figure 3.10 along with an instantaneous wall-tangential velocity field u_s of a computation at 16° angle of attack with the beforehand built hybrid RANS/LES model. The first one extends around the laminar separation bubble, while the second one is located at the turbulent separation and the third one encompasses both of the previous ones. The last one is located at the trailing edge of the airfoil. The relative locations of these regions are reminded on the following diagrams using Roman numbers.

Figure 3.11 presents the topology of the flow (left) and the intermittency field (right) at midspan and in the leading edge region of the previous instantaneous field (region I on figure 3.10). The laminar separation is present, and the flow reattaches, forming a separation bubble. The Menter-Langtry model is seen to perform well : transition occurs in the separation quite abruptly. γ quickly reaches its turbulent value of 1, exactly as expected of the RANS transition model (Menter et al. 2006). Indeed, as shown on the map of f_P in region III, displayed in figure 3.12, the laminar separation bubble is properly shielded : the model adopts the behavior of its RANS branch. Accordingly, the high levels of shear encountered in this area due to the strong streamline curvature around the leading edge and to the velocity difference between the recirculating part of the laminar separation bubble and the external flow do not create resolved three-dimensional eddies. The possible undesirable interaction between the transition model and the LES branch of ZDES mode 2 (2020) that was the



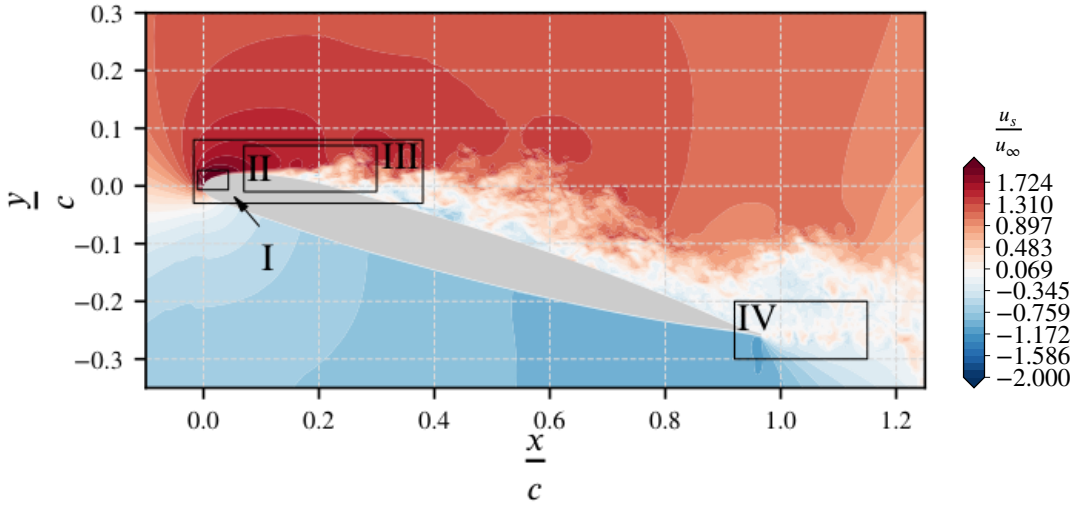


FIGURE 3.10 – Map of the zones used for the validation of the model. Background : wall-tangential instantaneous velocity field. The projection reference frame for the velocity is defined in figure 3.4.

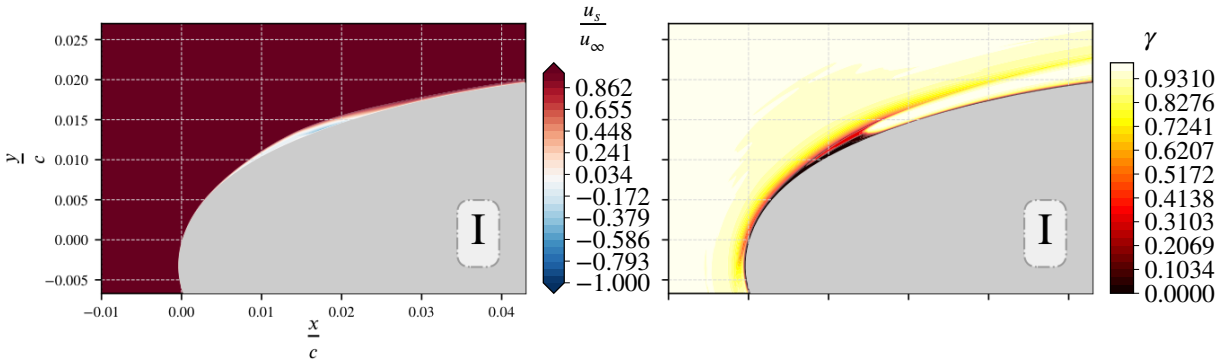


FIGURE 3.11 – RANS treatment of the boundary layer and laminar separation bubble with the Menter-Langtry transition model at the leading edge (region I of figure 3.10). Left : wall-tangential instantaneous velocity (see the definition of the wall reference frame in figure 3.4), with explicit display of the separated region in white and blue. Right : intermittency.

object of the F_{turb} correction (see part 3.1.5.2) does not appear. Therefore, the transition modeling goal given at the start of this study - to introduce transition through the RANS branch of the model - is fulfilled.

As far as the switch to LES in the turbulent separation is concerned in regions II and III of figure 3.10, two specific features of the model are evaluated : (i) the switch must occur, and therefore the shielding function must deactivate, and (ii) the instabilities that must appear in a strongly sheared flow must do so immediately, without delay. The former aspect is validated in the upstream part of the suction side (region III) using again figure 3.12 : the model switches to a LES behavior when the turbulent flow separates. This switch provides another demonstration of the adequacy of the ZDES mode 2 (2020) inhibition function f_{R} for the detection of separations. Note that no jump is observed at the transition between the regions where $f_{\text{P}} = f_{\text{P},\theta}$ and that where $f_{\text{P}} = f_{\text{P}}^{[\text{DR}]}$, because $f_{\text{P}}^{[\text{DR}]}$ covers the turbulent attached boundary layer farther from the wall than $F_{\theta,\text{t},1}$ at this location. Furthermore, the free sheared layer which results from the separation quickly degenerates into resolved three-dimensional turbulence without delay, as is visible on figure 3.13. The model is therefore also

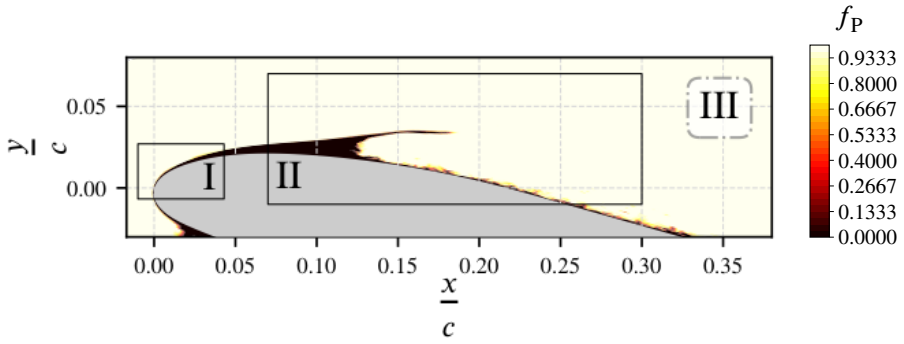


FIGURE 3.12 – Behavior of the shielding function in the upstream part of the suction side of the airfoil (region III of figure 3.10) : shielding of the leading edge and deactivation of the shielding when the turbulent boundary layer separates.

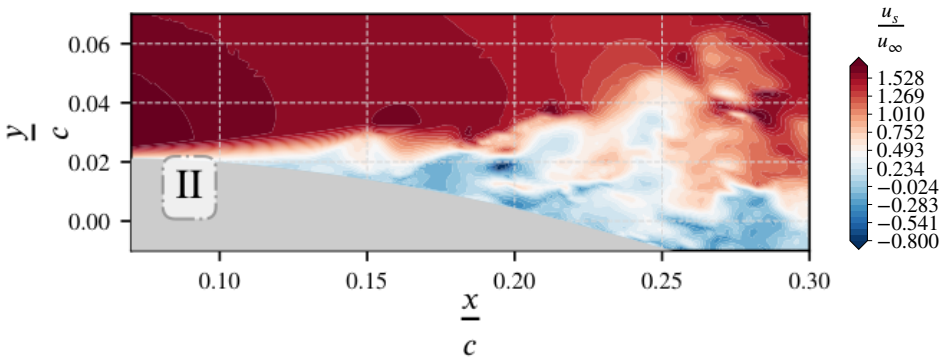


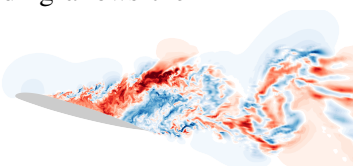
FIGURE 3.13 – Development of instabilities in the wall-tangential velocity field in the switch region from RANS to LES, where the turbulent boundary layer separates (region II of figure 3.10).

able to destroy modeled turbulence quickly enough for the instabilities to immediately form, given that the mesh is fine enough.

The last validation performed here is a check that LES contents appear at the trailing edge. To that effect, a transverse velocity map is drawn on figure 3.14 using the same instantaneous field as before, in part IV of figure 3.10. The Kelvin-Helmholtz instability due to the strong velocity gradient between pressure and suction side at the trailing edge is not impinged upon by the model. Indeed, since $F_{\theta,t,1}$ is not sensitive to turbulent separations, it could have delayed the appearance of resolved turbulence in this region. However, this is not the case, and the wake of the airfoil is resolved in a LES manner as soon as the flow separates from the pressure side.

3.1.7 Conclusion and perspectives

RANS and zonal hybrid RANS/LES simulations were performed to compute the flow around an airfoil near stall at $Ma = 0.16$ and $Re = 1 \cdot 10^6$ involving a leading-edge laminar separation bubble.
A transition model was used to represent the physics of the leading edge laminar separation bubble in which transition takes place. A modification of the original ZDES mode 2 (2020) shielding function was proposed and validated to ensure a RANS treatment of the transitional zone. Furthermore, a coupling method between ZDES mode 2 (2020) and the Menter-Langtry framework was developed. The new shielding allows the



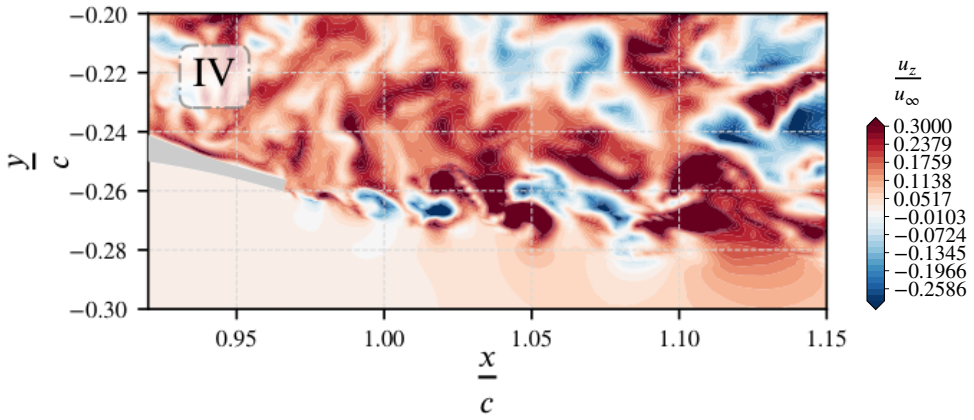


FIGURE 3.14 – Resolution of turbulence in the mixing layer at the trailing edge (region IV of figure 3.10) : development of LES content, displayed in the transverse velocity distribution.

transition model to quantitatively behave in the same fashion as in RANS computations in the leading edge region. It is hypothesized that the model should allow a computation to recover from a situation where the leading edge separation is opened and rebuild a closed laminar separation bubble, and *vice-versa*, thereby displaying an interesting robustness to radical transient modifications of the flow topology. The documentation of that hypothesis is an on-going work.
The new shielding function is not sensitive to turbulent separation, contrary to the original shielding function by Deck and Renard (2020) which deactivates when a separation of the boundary layer is detected. Therefore, a zonal treatment is used to recover a proper LES working of the model in separated regions : the transitional correction of the shielding function is only used on the pressure side and at the leading edge. In a general application context, the present model can be embedded within the computational domain in a flexible zonal hybrid RANS/LES framework. With the goal of recovering the fully automatic switch between RANS and LES which is one of the desirable features of the original ZDES mode 2 (2020), future work will be dedicated to finding a way to deactivate the transitional shielding correction when the boundary layer separation happens in a fully turbulent region.
In order to assess the possibility of early relaminarization due to an interaction between the transition model and the farfield LES behavior of the model, the destruction switch F_{turb} was strengthened in the transition model. This function was found responsible for the presence of a thin sublayer in the wake region of the boundary layer, where γ is allowed to remain well below its fully turbulent value of 1. It has been proven that this sublayer plays a determining role in the very sensitive process of leading-edge stall and that its removal yields unphysical behavior. The average turbulent separation might happen much closer to the leading edge in computations where it is present than in computations where it is not, going so far as to generate an open leading edge separation instead of a short laminar separation bubble.
After this development and validation step, the model will be used to study the static stall of the OA209 airfoil, and more specifically the stall hysteresis and formation of reattachment cells when the airfoil is completely stalled.

3.1.8 Final model description

Keeping in mind that the underlying turbulence model is based on a transport equation for the modified eddy-viscosity $\tilde{\nu}$, let us first present the system of equations of the transition model, because its action on the $\tilde{\nu}$ equation is much stronger than the reverse.

3.1.8.1 Local correlations-based transition model

Menter et al. (2006) proposed a local correlations-based transition model (LCTM) designed to be coupled to an existing turbulence model. This model is comprised of two transport equations, and a set of correlations to fit the experimental data used for calibration. The first equation (3.17) describes the transport of a first supplemented transported variable, called γ, a numerical intermittency. Near a wall, it is meant to vanish in the laminar regions and to equal 1 in the fully turbulent ones. In the farfield, γ should also equal 1.

$$\mathrm{D}_t(\rho\gamma) = P_\gamma - D_\gamma + \sum_i \partial_{x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_\mathrm{t}}{\sigma_\gamma}\right)\partial_{x_i}\gamma\right], \tag{3.17}$$

The production and destruction terms of this equation are :

$$\begin{cases} P_\gamma = c_{\mathrm{a},1}\rho S F_{\mathrm{length}}\sqrt{F_{\mathrm{onset}}}\left(1 - c_{\mathrm{e},1}\gamma\right)\sqrt{\gamma} \\ D_\gamma = c_{\mathrm{a},2}\rho\Omega\gamma\left(c_{\mathrm{e},2}\gamma - 1\right)F_{\mathrm{turb}}^{[\mathrm{ML}]} \end{cases} \tag{3.18}$$

and the intervening functions :

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{onset}} &= \max\left\{F_{\mathrm{onset},2} - F_{\mathrm{onset},3}\,;0\right\} \\ F_{\mathrm{onset},3} &= \max\left\{1 - \left(\frac{r_\mathrm{t}}{2.5}\right)^3\,;0\right\} \\ F_{\mathrm{onset},2} &= \min\left\{\max\left\{F_{\mathrm{onset},1}\,;{F_{\mathrm{onset},1}}^4\right\}\,;2\right\} \\ F_{\mathrm{onset},1} &= \frac{Re_\mathrm{v}}{2.193\,Re_{\theta,\mathrm{c}}} \\ F_{\mathrm{turb}}^{[\mathrm{ML}]} &= e^{-\left(\frac{r_\mathrm{t}}{4}\right)^4} \end{aligned} \tag{3.19}$$

The eddy-to-molecular viscosity ratio $r_\mathrm{t} = \frac{\mu_\mathrm{t}}{\mu}$ is computed from the turbulence variables of the underlying model, and the vorticity-based Reynolds number is defined as :

$$Re_\mathrm{v} = \frac{\rho\Omega n^2}{\mu}, \tag{3.20}$$

with n the distance to the wall, Ω the vorticity tensor magnitude and μ the molecular viscosity of the fluid. F_{length} determines the speed of the transition process, and $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ is the critical Reynolds number based on boundary-layer momentum thickness, beyond which the intermittency starts to increase. Both are linked to $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ (see below) through correlations.
The second equation (3.21) describes the dynamics of a second transported variable, $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, which carries boundary layer history downstream.

$$\mathrm{D}_t\left(\rho Re_{\theta,\mathrm{t}}\right) = P_{\theta,\mathrm{t}} + \sum_i \partial_{x_i}\left[\sigma_{\theta,\mathrm{t}}\left(\mu + \mu_\mathrm{t}\right)\partial_{x_i}Re_{\theta,\mathrm{t}}\right] \tag{3.21}$$

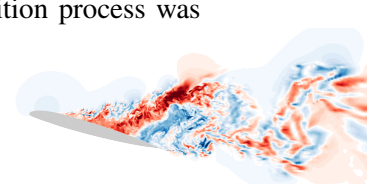
The production term of this equation is :

$$P_{\theta,\mathrm{t}} = c_{\theta,\mathrm{t}}\frac{\rho}{\tau}\left(Re_{\theta,\mathrm{S}} - Re_{\theta,\mathrm{t}}\right)\left(1 - F_{\theta,\mathrm{t}}\right), \tag{3.22}$$

where τ is a time scale :

$$\tau = \frac{500\nu}{U^2} \tag{3.23}$$

and $Re_{\theta,\mathrm{S}}$ is the value of the momentum thickness-based Reynolds number at the start of transition where fluctuations of the laminar flow would start to appear in the boundary layer if the transition process was



resolved. This value is determined by a correlation.
The production activation function reads :

$$F_{\theta,\mathrm{t}} = \max\left\{F_{\theta,\mathrm{t},1}\,;\,F_{\theta,\mathrm{t},2}\right\} \tag{3.24a}$$

where :

$$\begin{cases} F_{\theta,\mathrm{t},1} = e^{-\left(\frac{n}{\tilde{\delta}}\right)^4} \\ F_{\theta,\mathrm{t},2} = 1 - \left(\dfrac{c_{\mathrm{e},2}\gamma - 1}{c_{\mathrm{e},2} - 1}\right)^2 \end{cases}, \tag{3.24b}$$

and :

$$\tilde{\delta} = \frac{50\,\Omega n}{U}\delta_{\mathrm{BL}}\,;\,\delta_{\mathrm{BL}} = \frac{15}{2}\theta_{\mathrm{BL}} \text{ and } \theta_{\mathrm{BL}} = \frac{Re_{\theta,\mathrm{t}}\nu}{U}. \tag{3.24c}$$

The model constants are gathered in table 3.1.

TABLEAU 3.1 – Calibration constants of the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model (Langtry and Menter 2009).

Constant name	$c_{\mathrm{e},1}$	$c_{\mathrm{e},2}$	$c_{\mathrm{a},1}$	$c_{\mathrm{a},2}$	σ_γ	$c_{\theta,\mathrm{t}}$	$\sigma_{\theta,\mathrm{t}}$
Value	1	50	2	0.06	1	0.03	2

The following correlations by Langtry and Menter (2009) are used in conjunction with the previously described transport equations :

— $Re_{\theta,\mathrm{S}}$:

$$Re_{\theta,\mathrm{S}} = \begin{cases} \left(1173.51 - 589.428\,Tu + \dfrac{0.2196}{Tu^2}\right) F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) & \text{if } Tu \le 1.3 \\ 331.50\,(Tu - 0.5658)^{-0.671}\,F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) & \text{if } Tu > 1.3 \end{cases} \tag{3.25a}$$

and the subordinate function is :

$$F_{\mathrm{Langtry}}\left(Tu,\lambda_\theta\right) = \begin{cases} 1 + \left(12.986\,\lambda_\theta + 123.66\,\lambda_\theta^2 \right. \\ \quad \left. + 405.689\,\lambda_\theta^3\right) e^{-\left(\frac{Tu}{1.5}\right)^{1.5}} & \text{if } \lambda_\theta \le 0 \\ 1 + 0.275\left(1 - e^{-35\,\lambda_\theta}\right) e^{-\frac{Tu}{0.5}} & \text{if } \lambda_\theta > 0 \end{cases}, \tag{3.25b}$$

— F_{length} :

$$F_{\mathrm{length}} = \begin{cases} 398.189\cdot 10^{-1} - 119.270\cdot 10^{-4}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} - 132.567\cdot 10^{-6}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 & \text{if } Re_{\theta,\mathrm{t}} < 400 \\ 263.404 - 123.939\cdot 10^{-2}\,Re_{\theta,\mathrm{t}} + 194.548\cdot 10^{-5}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 \\ \qquad - 101.695\cdot 10^{-8}\,Re_{\theta,\mathrm{t}}^3 & \text{if } 400 \le Re_{\theta,\mathrm{t}} < 596 \\ 0.5 - 3\cdot 10^{-4}\,\left(Re_{\theta,\mathrm{t}} - 596\right) & \text{if } 596 \le Re_{\theta,\mathrm{t}} < 1200 \\ 0.3188 & \text{if } 1200 \le Re_{\theta,\mathrm{t}} \end{cases} \tag{3.26}$$

TABLEAU 3.2 – Functions first introduced here, or modified from their earlier version by Spalart and Allmaras or Deck and Renard. A modification is termed *explicit* when the function is entirely redefined here. It is called *implicit* when the immediate expression of the function does not change compared to previous works, but one or more of the functions necessary for its computation are explicitely (or implicitely) modified.

Status	**Notation**
First introduced here	$f_{\mathrm{P},\theta}$, $P_{\tilde{\nu},\theta}$ and $D_{\tilde{\nu},\theta}$
Explicitely modified	f_{P}, $\mathcal{T}_{\mathrm{w}}$ and $\mathcal{T}_{\Delta}$
Implicitely modified as a consequence of the previous introductions and modifications	$P_{\tilde{\nu}}$, $D_{\tilde{\nu}}$ $\tilde{S}$, $f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{II})}$, $\tilde{d}^{(\mathrm{II})}$, $\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$ and $\left\{ f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{II})} \right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$

— $Re_{\theta,\mathrm{c}}$:

$$Re_{\theta,\mathrm{c}} = \begin{cases} Re_{\theta,\mathrm{t}} - 396.035\cdot 10^{-2} + 12.656\cdot 10^{-4}\, Re_{\theta,\mathrm{t}} \\ \qquad - 868.230\cdot 10^{-6}\, Re_{\theta,\mathrm{t}}^2 + 696.506\cdot 10^{-9}\, Re_{\theta,\mathrm{t}}^3 \\ \qquad - 174.105\cdot 10^{-12}\, Re_{\theta,\mathrm{t}}^4 & \text{if } Re_{\theta,\mathrm{t}} \leq 1870 \\ Re_{\theta,\mathrm{t}} - 593.11 - 0.482\left(Re_{\theta,\mathrm{t}} - 1870\right) & \text{if } Re_{\theta,\mathrm{t}} > 1870 \end{cases} \tag{3.27}$$

3.1.8.2 Turbulence equations

ZDES mode 2 as defined by Deck and Renard (2020) (2020), uses a modified version of the transport equation first introduced by Spalart and Allmaras (1992). In a similar way as in subsubsection 3.1.5.1, a superscripting procedure is used when the functions or constants were modified in the process of creating the current hybrid RANS/LES approach : when a function f is redefined, the original is noted $f^{[\mathrm{SA}]}$ when it comes from the model by Spalart and Allmaras, and $f^{[\mathrm{DR}]}$ when it comes from ZDES mode 2 (2020) by Deck and Renard. Therefore, when no superscript is used, either the definition is explicitely given, or there is no ambiguity because the function is not redefined here. In this last case, the definition which applies is that by Deck and Renard (2020) for ZDES mode 2 (2020) or by Langtry and Menter (2009) for the $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ model. As a help implementing the model, a summary of the modifications and new notations is provided in table 3.2.

The equation for the modified eddy-viscosity $\tilde{\nu}$ is :

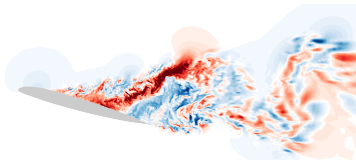
$$\partial_t\left(\rho\tilde{\nu}\right) + \sum_i \partial_{x_i}\left(\rho u_i \tilde{\nu}\right) = P_{\tilde{\nu},\theta} - D_{\tilde{\nu},\theta} + \frac{1}{\sigma}\sum_i \partial_{x_i}\left[\left(\mu + \rho\tilde{\nu}\right)\partial_{x_i}\tilde{\nu}\right] \tag{3.28}$$

The destruction and production terms are obtained using the transition model, the Spalart-Allmaras same terms and the transitional ZDES mode 2 (2020) same terms :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu},\theta} &= \left[1 - f_{\mathrm{P}}\right]\gamma_{\mathrm{eff}} P_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{SA}]} + f_{\mathrm{P}} P_{\tilde{\nu}} \\ D_{\tilde{\nu},\theta} &= \left[1 - f_{\mathrm{P}}\right]\max\left\{\gamma\,;\gamma_{\mathrm{inf}}\right\} D_{\tilde{\nu}}^{[\mathrm{SA}]} + f_{\mathrm{P}} D_{\tilde{\nu}} \end{cases}, \tag{3.29}$$

where f_{P} can be either $f_{\mathrm{P}}^{[\mathrm{DR}]}$ or $f_{\mathrm{P},\theta}$, depending on the zonalisation chosen (see part 3.1.5.2). γ_{inf} is a limiting factor preventing the destruction term to fall beneath a minimum rate of its turbulent value. γ_{eff} is an effective intermittency, designed to overincrease the modeled turbulence production if the flow separates in a shielded zone :

$$\gamma_{\mathrm{eff}} = \max\left\{\gamma\,;\gamma_{\mathrm{sep}}\right\} \tag{3.30a}$$



with

$$\gamma_{\text{sep}} = \min\left\{ s_1 \max\left\{ \frac{Re_{\text{v}}}{3.235\ Re_{\theta,\text{c}}} - 1\ ;0 \right\} F_{\text{reattach}}\ ;2 \right\} F_{\theta,\text{t}}\ , \tag{3.30b}$$

$$F_{\text{reattach}} = e^{-\left(\frac{r_{\text{t}}}{20}\right)^4} \tag{3.30c}$$

and

$$s_1 = 2,\ \gamma_{\text{inf}} = 0.5 \tag{3.30d}$$

The purely RANS and hybrid terms are obtained with similar equations, respectively :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]} & = c_{\text{b},1}\rho\tilde{S}^{[\text{SA}]}\tilde{\nu} \\ D_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]} & = c_{\text{w},1}\rho f_{\text{w}}\left(\frac{\tilde{\nu}}{n}\right)^2 \end{cases}, \tag{3.31}$$

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu}} & = c_{\text{b},1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \\ D_{\tilde{\nu}} & = c_{\text{w},1}\rho f_{\text{w}}^{(\text{II})}\left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}^{(\text{II})}}\right)^2 \end{cases}, \tag{3.32}$$

The modified distance to the wall $\tilde{d}^{(\text{II})}$ is a function of the actual distance from the current point to the wall and of the characteristic LES subgrid scale, chosen through the transitional shielding function $f_{\text{P},\theta}$:

$$\tilde{d}^{(\text{II})} = n - f_{\text{P},\theta}\ \max\left\{0\ ;n - C_{\text{DES}}\ \tilde{\Delta}^{(\text{II})}\right\}, \tag{3.33}$$

where $\tilde{\Delta}^{(\text{II})}$ is the subgrid scale of the current hybrid model. This distance is defined in relation with the local mesh properties :

$$\tilde{\Delta}^{(\text{II})} = \left(1 - \mathcal{T}_\Delta\right)\ \Delta_{\max} + \mathcal{T}_\Delta\ \Delta_\omega, \tag{3.34}$$

$\Delta_{\max}$ is the largest cell dimension (local variable), and Δ_ω is the length scale (square root of the surface of the subsection between the cell and a plane normal to the vorticity vector). The previous definition of $\tilde{\Delta}^{(\text{II})}$ uses the following test :

$$\mathcal{T}_\Delta = \mathbb{1}_{f_{\text{d}}(r_{\text{d}})>f_{\text{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{[1-F_{\theta,\text{t},1}][1-[1-f_{\text{P},2}(r_{\text{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})]f_{\text{R}}(\mathcal{G}_\Omega)]>f_{\text{d},0}} \tag{3.35}$$

The function $f_{\text{w}}^{(\text{II})}$ is defined by :

$$f_{\text{w}}^{(\text{II})} = \left(1 - \mathcal{T}_{\text{w}}\right)\ f_{\text{w}} + \mathcal{T}_{\text{w}}\left[\left(1 - \mathcal{T}_\Delta\right)\cdot 100 + \mathcal{T}_\Delta f_{\text{w}}^{(\text{I})}\right] \tag{3.36}$$

and uses the following boolean test :

$$\mathcal{T}_{\text{w}} = \mathbb{1}_{f_{\text{d}}(r_{\text{d}})>1-f_{\text{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{[1-F_{\theta,\text{t},1}][1-[1-f_{\text{P},2}(r_{\text{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})]f_{\text{R}}(\mathcal{G}_\Omega)]>1-f_{\text{d},0}} \tag{3.37}$$

The transitional shielding function $f_{\text{P},\theta}$ is defined as follows :

$$f_{\text{P},\theta} = f_{\text{d}}\left(r_{\text{d}}\right)\left[1 - F_{\theta,\text{t},1}\right]\left[1 - \left[1 - f_{\text{P},2}\left(r_{\text{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)\right] f_{\text{R}}\left(\mathcal{G}_\Omega\right)\right], \tag{3.38}$$

with the following functions :

$$f_{\text{d}}\left(r\right) = 1 - \tanh\left[\left(C_1\ r\right)^{C_2}\right] \tag{3.39a}$$

$$f_{\text{P},2}\left(r,\mathcal{G}\right) = \frac{f_{\text{d}}\left(\beta r\right)}{f_{\text{d}}\left(r\right)} f_{\text{d}}\left(\mathcal{G}\right) \tag{3.39b}$$

$$f_R(\mathcal{G}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathcal{G} \leq C_4 \\ \dfrac{1}{1+\exp\left[\frac{-6\alpha}{1-\alpha^2}\right]} & \text{if } C_4 < \mathcal{G} \leq \frac{4}{3}C_4 \\ 0 & \text{if } \mathcal{G} > \frac{4}{3}C_4 \end{cases}, \text{ with } \alpha = \frac{\frac{7}{6}C_4 - \mathcal{G}}{\frac{1}{6}C_4} \tag{3.39c}$$

and sensors :

— For the internal and log sublayers :

$$r_d = \frac{\tilde{\nu} + \nu}{\kappa^2 n^2 \sqrt{\sum_{i,j} \left(\partial_{x_j} u_i\right)^2}}, \tag{3.40a}$$

— For the wake zone :

$$\mathcal{G}_{\tilde{\nu}} = \frac{C_3 \ \max\left\{0\,;-\partial_n \tilde{\nu}\right\}}{\kappa n \sqrt{\sum_{i,j} \left(\partial_{x_j} u_i\right)^2}}, \tag{3.40b}$$

— And to inhibit the latter in case of separation :

$$\mathcal{G}_\Omega = \partial_n \Omega \sqrt{\frac{\tilde{\nu}}{\left[\sqrt{\sum_{i,j} \left(\partial_{x_j} u_i\right)^2}\right]^3}}. \tag{3.40c}$$

In order to prevent spurious switches to LES in case of numerical error on the vorticity value, the inhibition function applied to the separation sensor can be amended by limiting it to 1 where the vorticity magnitude is low compared to the velocity gradient magnitude :

$$f_{R,\text{lim}}\left(\mathcal{G}_\Omega\right) = \begin{cases} f_R\left(\mathcal{G}_\Omega\right) & \text{if } \Omega \geq \zeta \sqrt{\sum_{i,j} \left(\partial_{x_j} u_i\right)^2} \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{3.41}$$

The functions and sensors are computed using the constants given in table 3.3.

TABLEAU 3.3 – Calibration constants of ZDES mode 2 (2020) (Deck and Renard 2020).

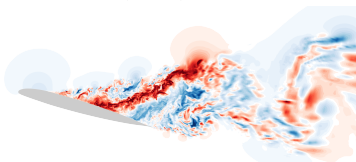
Constant name	C_1	C_2	C_3	C_4	$f_{d,0}$	β	ζ
Value	8	3	25	0.03	0.8	2.5	0.8

Exactly like with the Spalart-Allmaras model, a modified value for shear is used :

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 n^2} f_{v,2}^{(II)} \tag{3.42}$$

Moreover, the eddy viscosity is linked to the modified eddy viscosity $\tilde{\nu}$ using the following equation :

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v,1}^{(II)} \tag{3.43}$$



The functions $\left\{ f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{II})} \right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$ are defined using the previously described boolean test $\mathcal{T}_\Delta$, the functions from the original Spalart-Allmaras model $\left\{ f_{\mathrm{v},i} \right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$ and the functions from ZDES mode 1 (Deck 2012) $\left\{ f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{I})} \right\}_{i\in[\![1,2]\!]}$:

$$\forall i \in \{1,2\}, f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{II})} = \left(1-\mathcal{T}_\Delta\right) f_{\mathrm{v},i} + \mathcal{T}_\Delta f_{\mathrm{v},i}^{(\mathrm{I})} \tag{3.44}$$

In turn, the functions issued from ZDES mode 1 are :

$$f_{\mathrm{w}}^{(\mathrm{I})} = \begin{cases} f_{\mathrm{w}} & \text{if } n \leq C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \\ 1 & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{3.45a}$$

$$f_{\mathrm{v},1}^{(\mathrm{I})} = \begin{cases} f_{\mathrm{v},1} & \text{if } n \leq C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \\ 1 & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{3.45b}$$

$$f_{\mathrm{v},2}^{(\mathrm{I})} = \begin{cases} f_{\mathrm{v},2} & \text{if } n \leq C_{\mathrm{DES}}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{3.45c}$$

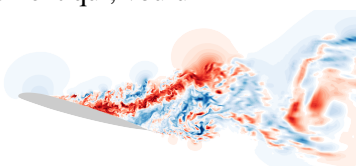
3.2 Complétion de la fonction de protection

3.2.1 Évaluation du déficit de protection dans les zones transitionnelles

Comme décrit au chapitre 1, partie 1.3.1.4, le comportement hybride de la ZDES mode 2 est entièrement appuyé sur la fonction de protection f_P, définie par l'équation (1.34). Le rôle de ce composant est de détecter automatiquement les régions de l'écoulement dans lesquelles la turbulence doit être modélisée à l'aide d'un comportement RANS. Elles correspondent aux zones où résoudre la turbulence avec une méthode LES serait le plus coûteux, c'est-à-dire aux couches limites attachées. Dès le début de ces travaux, il a été décidé de modéliser les effets de la transition à l'aide de la branche RANS du modèle. Pour rappel, cette décision découle de plusieurs observations. Premièrement, il est difficile de convertir du contenu turbulent résolu en contenu modélisé, et en outre, la résolution des structures turbulentes fines dans la zone de transition - comme les «stries» caractéristiques d'une transition forcée par la turbulence extérieure à la couche limite (Klebanoff 1971) engendrerait une augmentation du coût de calcul incompatible avec les objectifs de développement d'une méthode hybride. Enfin, la modélisation de la transition à l'aide d'une méthode RANS permet de s'affranchir des problèmes de déclenchement des instabilités linéaires qui peuvent être la cause primaire de la transition (par exemple les ondes de Tollmien-Schlichting).
La fonction de protection s'appuie lourdement sur la distribution de la turbulence modélisée, et en particulier sur le profil de $\tilde{\nu}$ dans une couche limite attachée turbulente. Afin d'assurer un traitement RANS de la zone de transition, il est donc nécessaire de vérifier que cette fonction protège également les couches limites laminaires et transitionnelles, et si ce n'est pas le cas, de la corriger.
Pour ce faire, une analyse des composantes préalables de la fonction est réalisée ici. Cette analyse s'appuie sur le résultat final obtenu au chapitre précédent pour le cas de Laurent et al. avec le modèle de transition de Spalart et Allmaras couplé à la méthode $\gamma - Re_{\theta,t}$. Pour ce cas, comme il n'y a pas de décollement de couche limite turbulente, le comportement désiré du modèle hybride est un comportement RANS partout sauf éventuellement loin des parois, hors des couches limites. En particulier, on souhaite que la fonction de protection couvre la totalité de la longueur et de l'épaisseur de la couche limite, qu'elle soit attachée ou décollée, laminaire, transitionnelle ou turbulente. Le passage en branche LES ne doit être effectif qu'en cas de décollement d'une couche limite turbulente. Or, le cas de Laurent et al. n'en contient pas.

Les deux composantes principales de la fonction de protection, $f_d\left(r_d\right)$ et $f_d\left(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)$, sont des fonctions complémentaires qui protègent la couche limite sur toute sa hauteur, zone de sillage incluse. Ainsi, $f_d\left(r_d\right)$, inspirée de la DDES (Spalart et al. 2006), vise la zone logarithmique et la sous-couche interne, tandis que $f_d\left(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)$ distingue la zone de sillage. Les distributions de ces deux fonctions sont représentées sur la figure 3.15. En aval de la zone décollée, on a $f_d\left(r_d\right) = 0$ au voisinage de la paroi et $f_d\left(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right) = 0$ un peu plus loin, et leur produit est nul sur toute l'épaisseur de la couche limite. Elles remplissent donc leur rôle adéquatement en aval de la zone de transition. En revanche, il est clair qu'elles présentent une déficience dans la zone laminaire. $f_d\left(r_d\right)$ n'est en effet nulle que dans la zone de très proche paroi, tandis que $f_d\left(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)$ est, elle, complètement inactive (égale à 1). On remarquera que, conformément à l'équation (1.35b), Deck et Renard (2020) incitent également à augmenter la zone de couverture de la zone logarithmique en utilisant $f_d\left(\beta r_d\right)$ en complément de $f_d\left(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)$ avec une valeur recommandée de 2.5 pour β. Cependant, cette fonction utilise le même senseur $r_d\left(\tilde{\nu}\right)$ que $f_d\left(r_d\right)$, et si elle est légèrement plus couvrante, elle ne corrige pas le problème précédemment observé.

De plus, la version de 2020 de la ZDES mode 2 fait intervenir le senseur $\mathcal{G}_\Omega$ qui détecte les décollements de couche limite à travers la fonction d'inhibition de la protection $f_R\left(\mathcal{G}_\Omega\right)$. Cette dernière est ainsi nommée car elle est utilisée pour désactiver l'effet de $f_d\left(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)$ et $f_d\left(\beta r_d\right)$ en cas de décollement de la couche limite, ce qui autorise un passage en mode LES du modèle. La fonction $f_R\left(\mathcal{G}_\Omega\right)$ est représentée sur la figure 3.16. De nouveau, cette fonction remplit parfaitement le rôle pour lequel elle a été conçue : elle désactive la protection au sein du décollement laminaire. On peut d'ailleurs souligner la robustesse de ce comportement qui, voulu



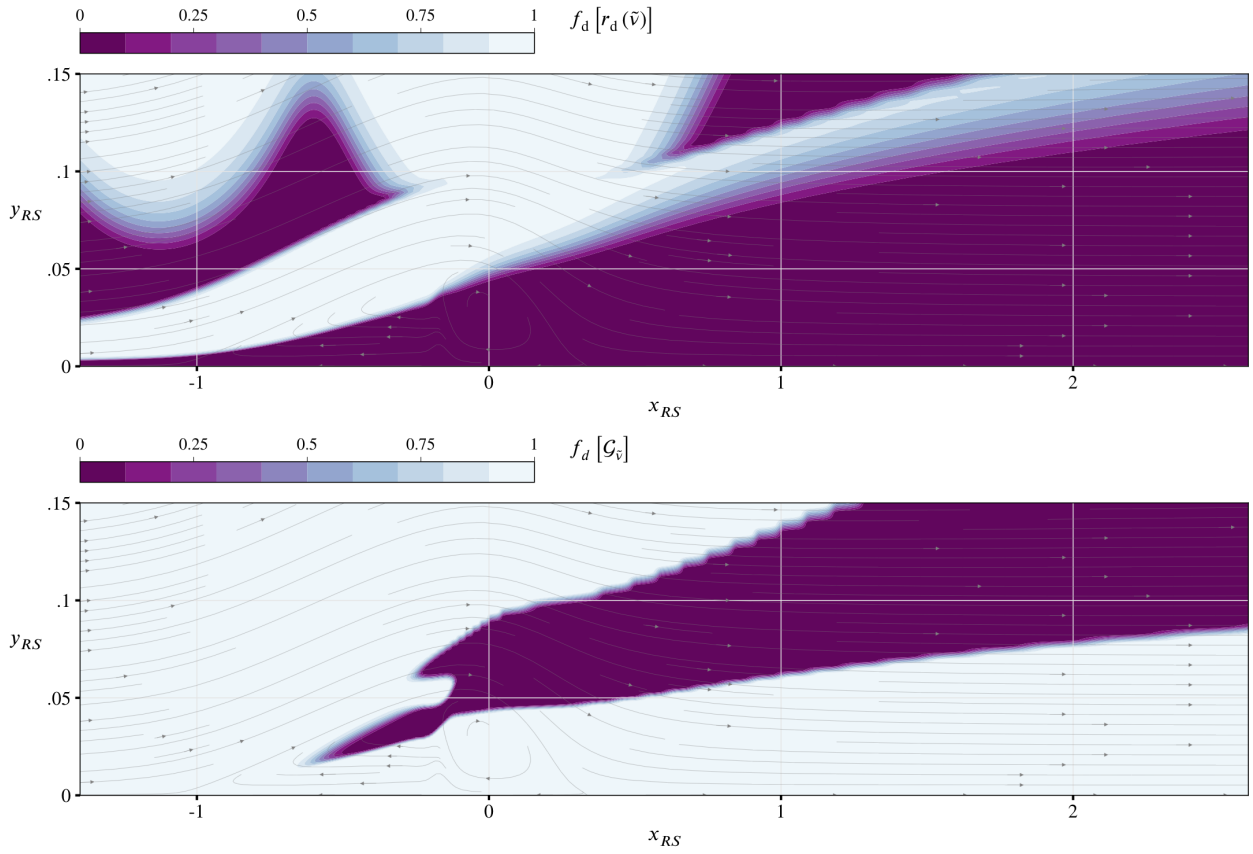


FIGURE 3.15 – Fonctions principales de détection des zones d'une couche limite qui constituent la protection.

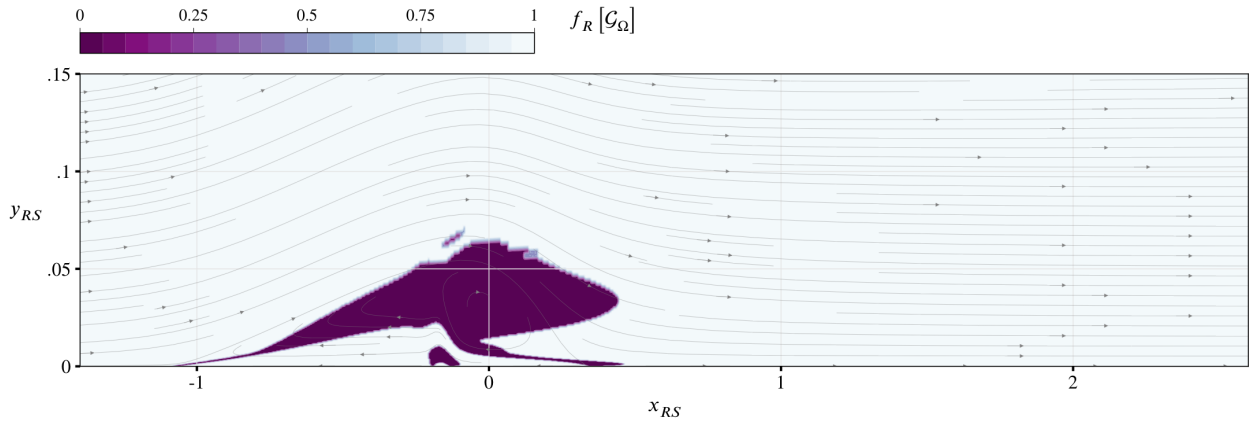


FIGURE 3.16 – Fonctions d'inhibition de la protection au sein des décollements de couche limite.

pour les décollements intenses, s'applique aussi aux décollements minces. Malheureusement, il est indésirable dans le cas présent, car il entame encore un peu plus la protection dans la zone transitionnelle. Il rend également la tâche de modélisation malaisée, car il impose de construire une ségrégation supplémentaire au sein de la fonction de protection entre les décollements laminaires ou transitionnels et les décollements turbulents. Nous y reviendrons.

La fonction de protection totale est calculée à l'aide de l'équation (1.34) donnée au chapitre 1, partie 1.3.1.4, et représentée sur la figure 3.17. Ce calcul fait intervenir les quatre fonctions précédemment mentionnées. Comme attendu compte tenu des comportements de ses composantes, la protection est déficiente

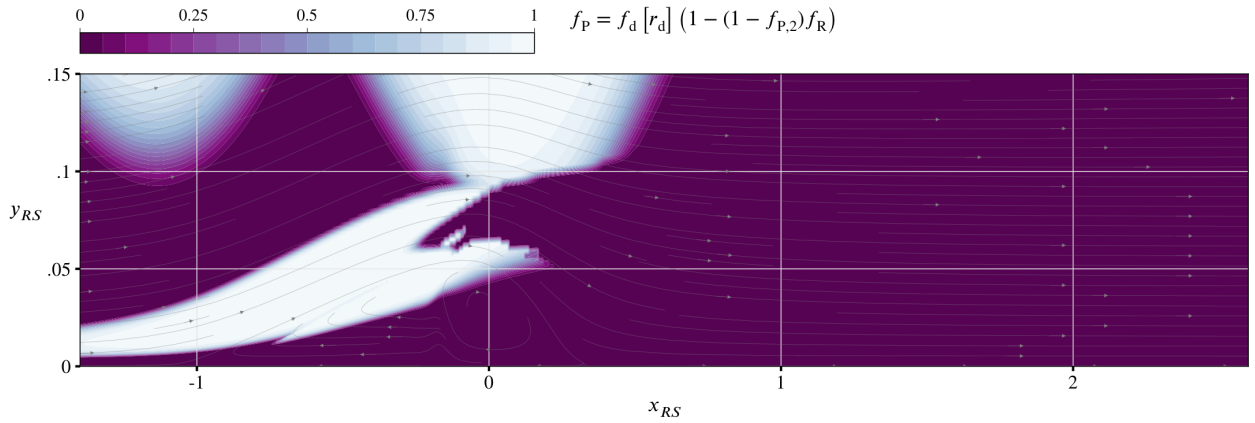
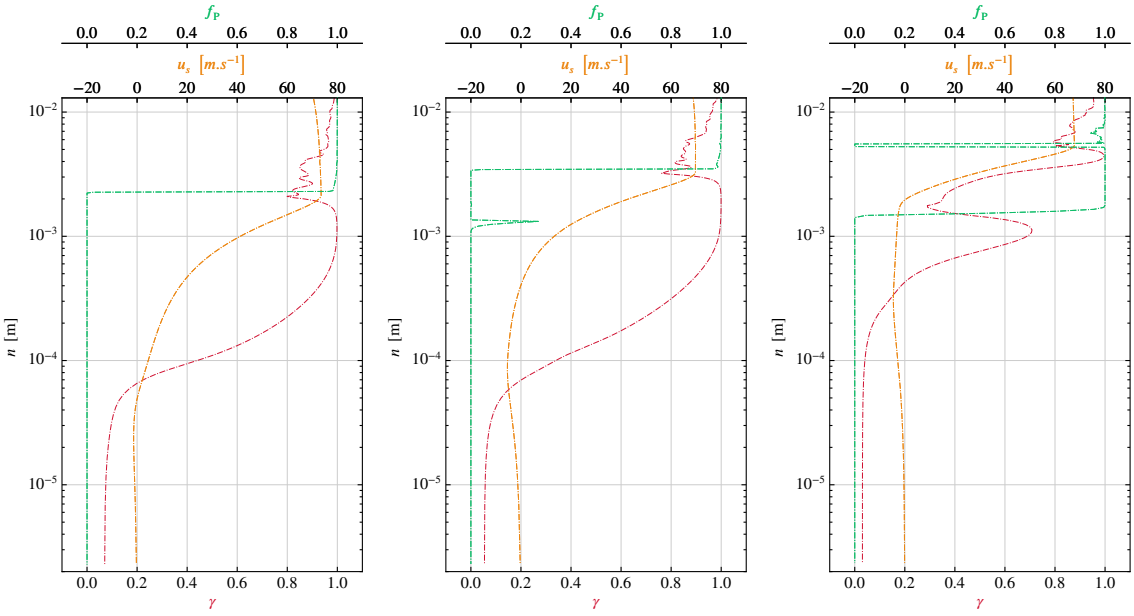


FIGURE 3.17 – Fonctions de protection totale des couches limites.

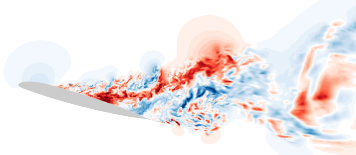
($f_P \neq 0$) : celle de la couche limite laminaire d'une part, et celle du décollement d'autre part, notamment le long de la couche de cisaillement qui sépare la zone d'eau morte de l'écoulement externe. Il est donc nécessaire de la corriger afin d'assurer un traitement RANS de ces deux régions.



(a) Normale numéro 1 (b) Normale numéro 2 (c) Normale numéro 3

FIGURE 3.18 – Profils normaux à la paroi d'intermittence γ, de fonction de protection f_P, et de vitesse tangente u_s au niveau du décollement turbulent de l'écoulement autour du profil OA209 à 19° d'incidence. Le positionnement des lignes d'extraction est indiqué sur la figure 3.19.

Plus quantitativement, il est important pour réaliser cette correction de comprendre comment la fonction de protection se comporte le long d'une épaisseur de couche limite, et en particulier le positionnement de son passage de 0 à 1, ainsi que la localisation de son inhibition. La figure 3.18 présente l'évolution de ces grandeurs le long de plusieurs lignes normales à la paroi d'un profil OA209 à 19° d'incidence (ce profil est présenté en partie 1.4.5). Le positionnement des lignes est donné par la figure 3.19. Ces trois lignes sont situées au niveau du décollement turbulent de l'écoulement. Les résultats ont été reconstruits à partir d'un calcul utilisant uniformément le modèle obtenu en fin de chapitre 2.
Les profils obtenus permettent en particulier d'observer l'évolution de la protection dans un écoulement



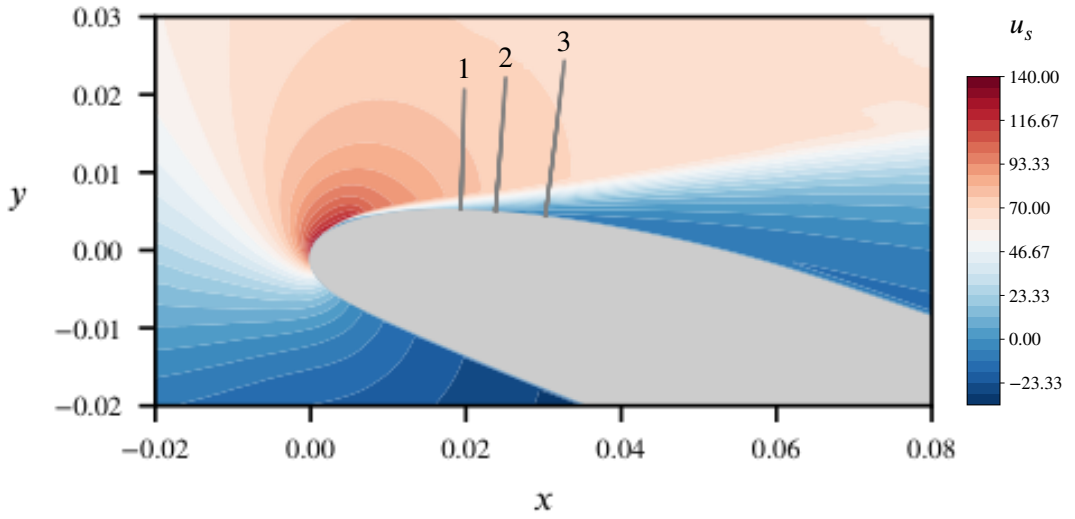


FIGURE 3.19 – Localisations des profils normaux à la paroi et résultat d'un calcul RANS avec le modèle final du chapitre 2 de l'écoulement d'un OA209 à 19° d'incidence.

de couche limite turbulente qui décolle. Ainsi, alors que le profil de f_P est plein au niveau de la normale numéro 1 (diagramme 3.18a), située à proximité du point de décollement, un évidement par le milieu apparaît au niveau de la normale numéro 2 (diagramme 3.18b), situé en aval du point de décollement. Ensuite, cet évidement s'amplifie dans le décollement, et permettrait le passage du modèle en mode LES. Ce dernier comportement est visible au niveau de la normale numéro 3 (diagramme 3.18c) : la frontière extérieure de la zone protégée, correspondant à $f_P = 0$, continue de se déplacer dans le sens croissant de la distance à la paroi n, mais une zone intérieure se découpe du fait de la fonction d'inhibition, ne laissant qu'une fine bande protégée en frontière de couche limite. La zone intérieure à la couche limite où $f_P = 1$ se situe alors dans la partie haute du décollement, à proximité du point d'inflexion du profil de vitesse. Ces diagrammes permettent également de remarquer que la frontière de la zone protégée se déplace en même temps que le profil de vitesse de la couche limite, et que le modèle ne passe en branche LES que lorsque le profil de vitesse a atteint sa valeur asymptotique. Ici, l'asymptote peut être déformée du fait de l'accélération du fluide nécessaire au contournement de l'objet, mais le point où u_s est maximale correspond toujours à une zone protégée, c'est-à-dire qui serait traitée par la branche RANS du modèle hybride. De même, l'intermittence γ a également atteint sa valeur asymptotique de 1 en champ lointain quand f_P passe à 1.

3.2.2 Recherche de senseurs pour compléter la protection des zones laminaires et transitionnelles

La recherche d'une correction de la fonction de protection susceptible de couvrir les zones laminaires et transitionnelles de l'écoulement a initialement été effectuée à l'aide d'évaluations de différents senseurs sur le résultat d'une simulation du cas-test de Laurent et al. Ce résultat a été obtenu à l'aide du modèle de transition de Spalart et Allmaras avec modélisation de la transition par la méthode $\gamma - Re_{\theta,t}$, l'ensemble résultant de la démarche du chapitre 2. Plusieurs senseurs ont été envisagés.

Le premier de ces senseurs, et le plus naturel pour détecter les couches limites laminaires, est la variable d'intermittence γ du modèle de Menter et al. Par définition, cette variable doit valoir 0 dans les couches limites laminaires et 1 dans les couches limites turbulentes et dans le champ éloigné des parois. La figure 3.20 décrit son allure au sein de l'écoulement. Sur les figures 3.20, 3.21, 3.22 et 3.23, les niveaux de vorticité sont représentés en pointillés rouges et dénotent l'intérieur de la couche limite. Les lignes bleues sont des

isovaleurs de la fonction de protection initiale de Deck et Renard. La fonction est active (mode RANS) du côté des lignes bleu marine, et inactive (mode LES) du côté des lignes blanches. Enfin, en nuances de gris au fond, est représenté le senseur évalué. Pour la figure 3.20, il s'agit de l'intermittence γ. Comme attendu, γ semble pouvoir fournir une protection complète de la couche limite laminaire (a), ainsi que des prémices de la transition en amont de $x_{RS} = -0.2$. On peut ainsi proposer une nouvelle fonction de protection de la forme suivante :

$$f_{\mathrm{P},\theta} = \overline{\mathbb{1}_{\gamma \leq \gamma_0}} \cdot f_{\mathrm{P}}, \tag{3.46}$$

où $\mathbb{1}_{\mathcal{B}}$ est l'indicatrice du prédicat $\mathcal{B}$, valant 1 si $\mathcal{B}$ est vrai et 0 sinon. Par ailleurs, la plupart des fonctions manipulées pour l'étude de la fonction de protection sont localement égales à 0 où 1, et les zones de transition entre ces deux valeurs sont très restreintes. On peut donc les comprendre en première approche comme des fonctions quasi-booléennes. C'est pourquoi l'extension suivante à l'ensemble des réels de la notation du complément booléen est utilisée :

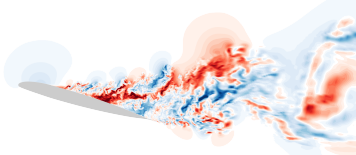
$$\overline{\clubsuit} = 1 - \clubsuit. \tag{3.47}$$

Cette notation permet une simplification de l'écriture des fonctions dont le calcul fait intervenir le complément à 1 d'autres fonctions, comme c'est le cas pour la ZDES mode 2 (2020).
En l'occurence, on déclare ainsi la protection activée si γ est inférieur au seuil $\gamma_0 < 1$ fixé à l'avance. On peut par exemple prendre $\gamma_0 \simeq 0.6$. La sensibilité de la protection obtenue à la valeur prise pour γ_0 est faible, parce que les évolutions de γ sont abruptes. Il suffit que γ soit suffisamment grand pour couvrir les prémices de transition où $\gamma \simeq 0.3$, et suffisamment faible pour exclure les zones pleinement turbulentes où $\gamma = 1$.
En revanche, il existe une zone (b) à l'intérieur du bulbe de décollement laminaire qui n'est pas couverte par la fonction de protection héritée du modèle de Deck et Renard (2020), mais au sein de laquelle γ est déjà très proche de 1. Cette variable ne permet donc pas de couvrir complètement la région où la transition se produit. Une comparaison avec la figure 3.16 montre que la zone concernée est la zone d'activation de la fonction d'inhibition f_{R}. Une autre complétion de la fonction de protection spécifique pour cette zone est donc nécessaire.

Le deuxième senseur envisagé, mentionné à la fin de l'article qui accompagne le chapitre 2, est le champ de la correction de Dacles-Mariani et al. (1999) (couramment appelée correction de rotation du modèle de Spalart et Allmaras), $\max\{0\,;S-\Omega\}$. Son aspect est présenté à l'aide de la figure 3.21. Au-delà de son apparente activation à proximité de la zone non-couverte par la précédente correction utilisant γ, ce senseur présente la caractéristique désirable d'être invariant par transformation galiléenne : sa valeur ne dépend pas du référentiel galiléen dans lequel on le calcule, puisqu'il est exprimé exclusivement en fonction du tenseur des gradients de vitesse.

Le senseur de Daclès-Mariani semble prometteur pour le problème présent. En effet, il n'est pas actif hors du décollement de couche limite, notamment parce qu'il est basé sur la valeur locale de la vorticité. Son effet est de plus très localisé, ce qui éviterait des activations non souhaitées de la fonction de protection. En revanche, sa zone d'activité semble trop ramassée dans la direction parallèle à la paroi par rapport à la zone qui n'est couverte ni par f_{P} ni par γ (entre $x_{RS} = -0.2$ et $x_{RS} = 0.35$). Cette correction ne peut donc pas être retenue non plus.

L'analyse effectuée au chapitre 2 des fonctions du modèle de Menter et al. impose de mentionner ici un autre senseur possible. Il s'agit de la variable $Re_{\mathrm{v}}/Re_{\theta,\mathrm{c}}$, qui compare la vorticité locale de la couche limite à l'épaisseur critique de quantité de mouvement corrélée au sein du modèle. Re_{v} est défini par l'équation (1.58) et $Re_{\theta,\mathrm{c}}$ est donné par une corrélation (voir tableau 1.4). Il a ainsi été vu à l'aide de la figure 2.17 que cette grandeur prend des valeurs particulièrement importantes dans la zone de transition, et que c'est elle qui déclenche l'activité du modèle. Sa distribution est tracée sur la figure 3.22. De nouveau, sa zone d'activité est restreinte et localisée à proximité de la zone où le déficit de protection persiste - c'est-à-dire de l'intérieur de la bulle bleue, entre $x_{RS} = -0.2$ et $x_{RS} = 0.35$, et entre $y_{RS} = 0.035$ et $y_{RS} = 0.075$. Elle est



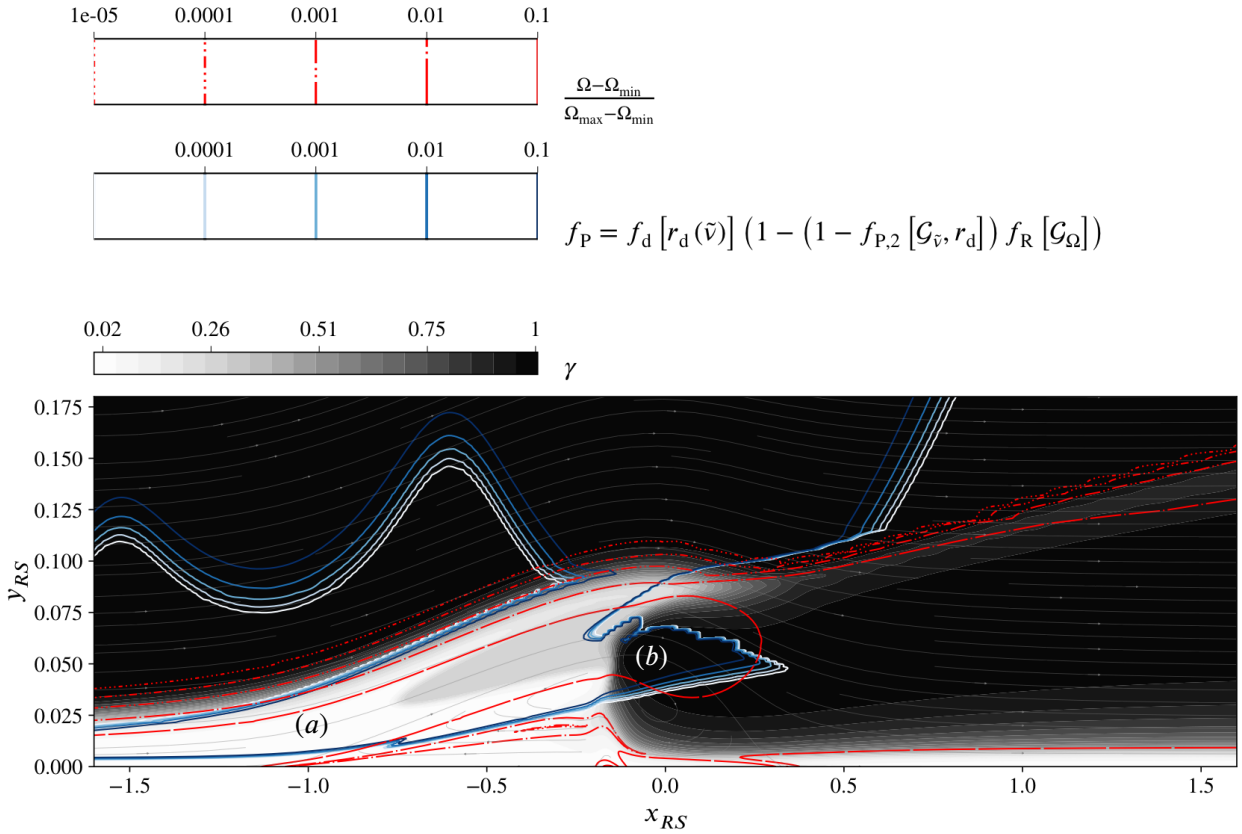


FIGURE 3.20 – Champs superposés d'intermittence, de fonction de protection et de vorticité au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenus à partir d'un calcul RANS. Notons que les échelles de vorticité et de fonction de protection sont logarithmiques. Rappelons également que lorsque $f_P = 0$, le modèle adopte un comportement RANS.

également plus étendue dans la direction longitudinale que celle du senseur de Daclès-Mariani si on prend en compte les valeurs du senseur inférieures à 4. On remarque cependant qu'aucune de ces deux variables n'adopte de valeurs suffisamment élevées dans le coin en bas à gauche de l'îlot bleu résiduel non protégé (en $x_{RS} \simeq -0.15$ et $y_{RS} \simeq 0.04$) pour résoudre entièrement le problème de protection. Même si ce n'est pas la zone où le cisaillement est le plus intense, laisser cette région non protégée exposerait le modèle à des dysfonctionnements. Comme elle est située à proximité du développement primaire de la transition, on peut notamment imaginer qu'une activité de type LES du modèle à cet endroit pourrait engendrer un retard à la transition, voire un basculement complet en mode LES à cause d'une destruction locale intense de $\tilde{\nu}$ (au sujet de l'interaction entre LES et modèle de transition, voir également la partie 3.4 du présent chapitre). Pour cette raison, une combinaison limitée à ces deux variables a aussi été exclue.

Enfin, le quatrième et dernier senseur envisagé pour corriger la fonction de protection est présenté à l'aide de la figure 3.23. Il s'agit de la première des deux composantes qui constituent la fonction de détection des couches limites de Menter et al. (2006). Cette fonction est basée sur la variable transportée $Re_{\theta,t}$ et sur la vorticité de la couche limite. Notons qu'elle fait directement intervenir la norme du champ de vitesse, et qu'elle n'est par conséquent pas invariante par transformation galiléenne. Elle couvre cependant adéquatement la couche limite laminaire et la zone de transition, rendant par là l'usage de γ redondant. C'est cette fonction qui sera utilisée dans la suite de cette étude pour garantir la protection des zones laminaires et transitionnelles. La nouvelle fonction de protection de la ZDES mode 2 avec effets de transition (valant pour rappel 0 dans les zones traitées en mode RANS) sera donc définie par :

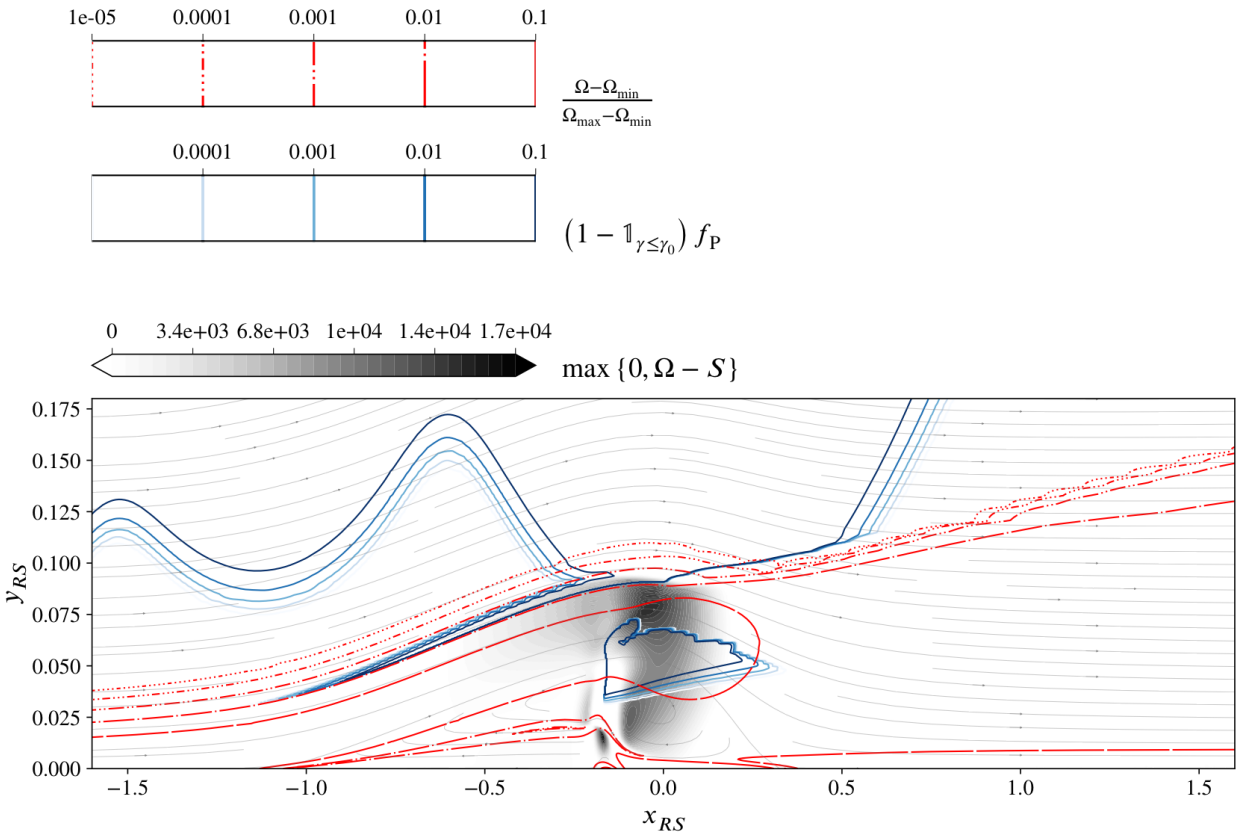


FIGURE 3.21 – Champ du senseur de Daclès-Mariani au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenu à partir d'un calcul RANS.

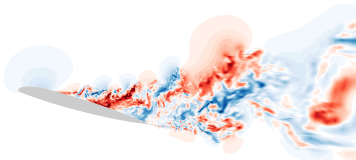
$$f_{\mathrm{P},\theta} = \overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}} \cdot f_{\mathrm{P}} \tag{3.48}$$

La modification de la fonction de protection est étendue aux deux tests booléens intervenant dans la ZDES mode 2 (2020), $\mathcal{T}_\Delta$ et $\mathcal{T}_{\mathrm{w}}$. Ceux-ci deviennent :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\Delta &= \mathbb{1}_{f_{\mathrm{d}}(r_{\mathrm{d}})>f_{\mathrm{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{\overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}\cdot\overline{f_{\mathrm{P},2}(r_{\mathrm{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})}\cdot f_{\mathrm{R}}(\mathcal{G}_\Omega)}>f_{\mathrm{d},0}} \\ \mathcal{T}_{\mathrm{w}} &= \mathbb{1}_{f_{\mathrm{d}}(r_{\mathrm{d}})>\overline{f_{\mathrm{d},0}}} \cdot \mathbb{1}_{\overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}\cdot\overline{f_{\mathrm{P},2}(r_{\mathrm{d}},\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})}\cdot f_{\mathrm{R}}(\mathcal{G}_\Omega)}>\overline{f_{\mathrm{d},0}}} \end{aligned} \tag{3.49}$$

3.2.3 Comportement de la correction pour les décollements turbulents

Cette sous-partie s'appuie sur les résultats présentés dans l'article en tête de ce chapitre concernant l'analyse des effets de la fonction de protection prenant en compte les zones laminaires et transitionnelles définie à l'aide de l'équation (3.48). On observe en effet que cette nouvelle fonction de protection n'est plus sensible à aucun décollement. En particulier, elle ne se désactive plus lorsqu'un décollement turbulent se produit, empêchant le passage du modèle en branche LES (voir la figure 3.5 de l'article). Plusieurs solutions ont été envisagées pour remédier à ce problème.



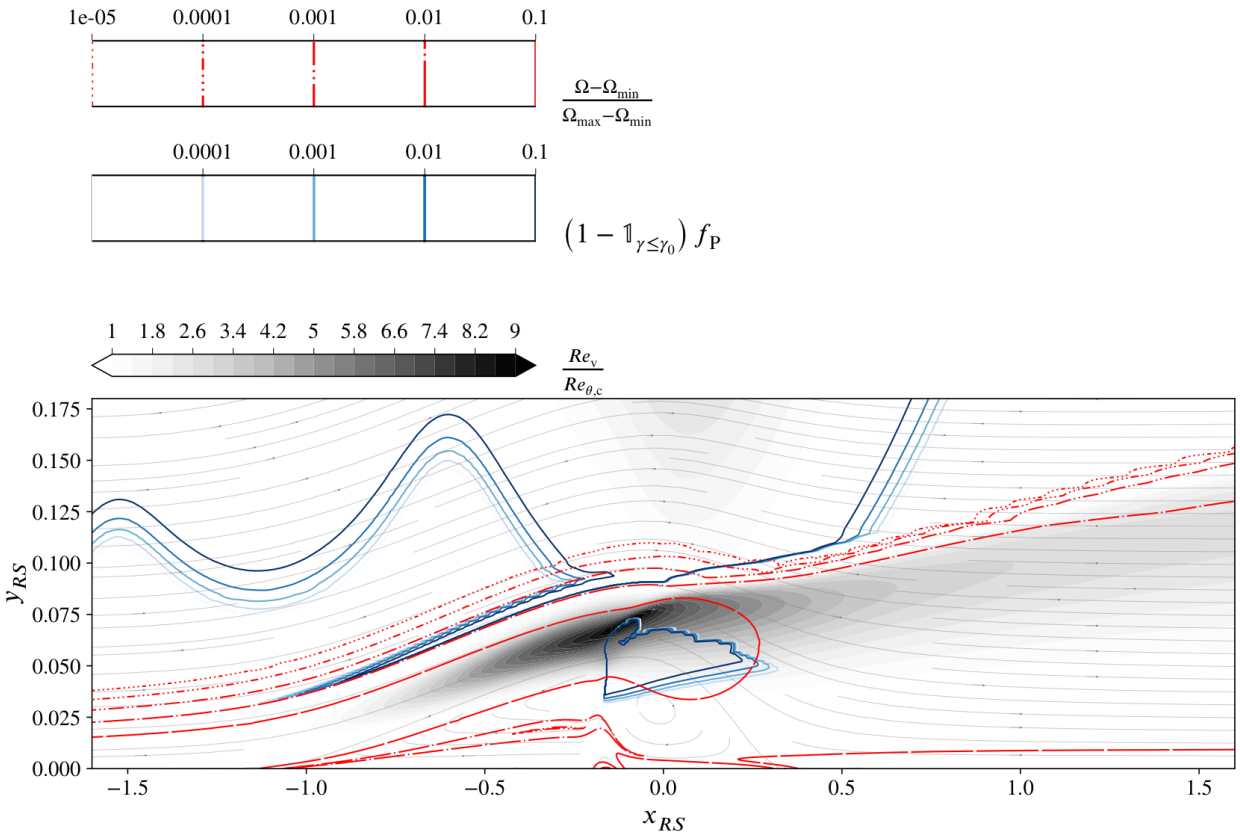


FIGURE 3.22 – Champ du senseur de Daclès-Mariani au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenu à partir d'un calcul RANS.

3.2.3.1 Zonalisation de la définition du modèle

La première, utilisée dans le reste de cette étude et validée dans l'article associé à ce chapitre, consiste à *zonaliser* la définition du modèle lors de la préparation du calcul. L'usage de cette méthode doit autant que possible être limité aux cas où la position d'un éventuel décollement turbulent est préalablement connue et où elle se situe loin de la zone de transition. Dans ce cas, on n'applique la nouvelle définition de la fonction de protection $f_{\mathrm{P},\theta}$ qu'aux zones où on sait qu'aucun décollement turbulent n'est susceptible de se produire. Partout ailleurs, on utilise la fonction f_{P} issue du modèle de Deck et Renard, ce qui permet de conserver le passage en branche LES dû à f_{R} en cas de décollement. Cette solution, bien qu'efficace pour certains écoulements, présente l'inconvénient de requérir une connaissance préalable partielle de l'écoulement simulé, d'une part, et d'exiger une utilisation complexe par l'utilisateur, qui doit définir les zones d'activité de $f_{\mathrm{P},\theta}$, d'autre part. Elle est donc en conflit avec la logique d'automatisation et de transparence d'usage pour l'utilisateur qui fait une part de l'attractivité de la ZDES mode 2, mais correspond à la logique de la ZDES permettant l'utilisation de niveaux de résolution différents au sein d'un même calcul sur des zones différentes (Deck 2012). C'est la raison pour laquelle deux autres méthodes ont été explorées, bien que ni l'une ni l'autre n'ait pu faire l'objet d'une validation complète, faute de temps.

3.2.3.2 Modification des équations de transport des variables de transition

Ainsi, la deuxième méthode considérée, simplement hypothétique, consisterait à faire en sorte, au travers de l'équation de transport de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, que $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ ne soit plus active au niveau d'un décollement turbulent. En particulier, le modèle de Menter et al. n'utilise l'information issue du transport de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ qu'en amont de la

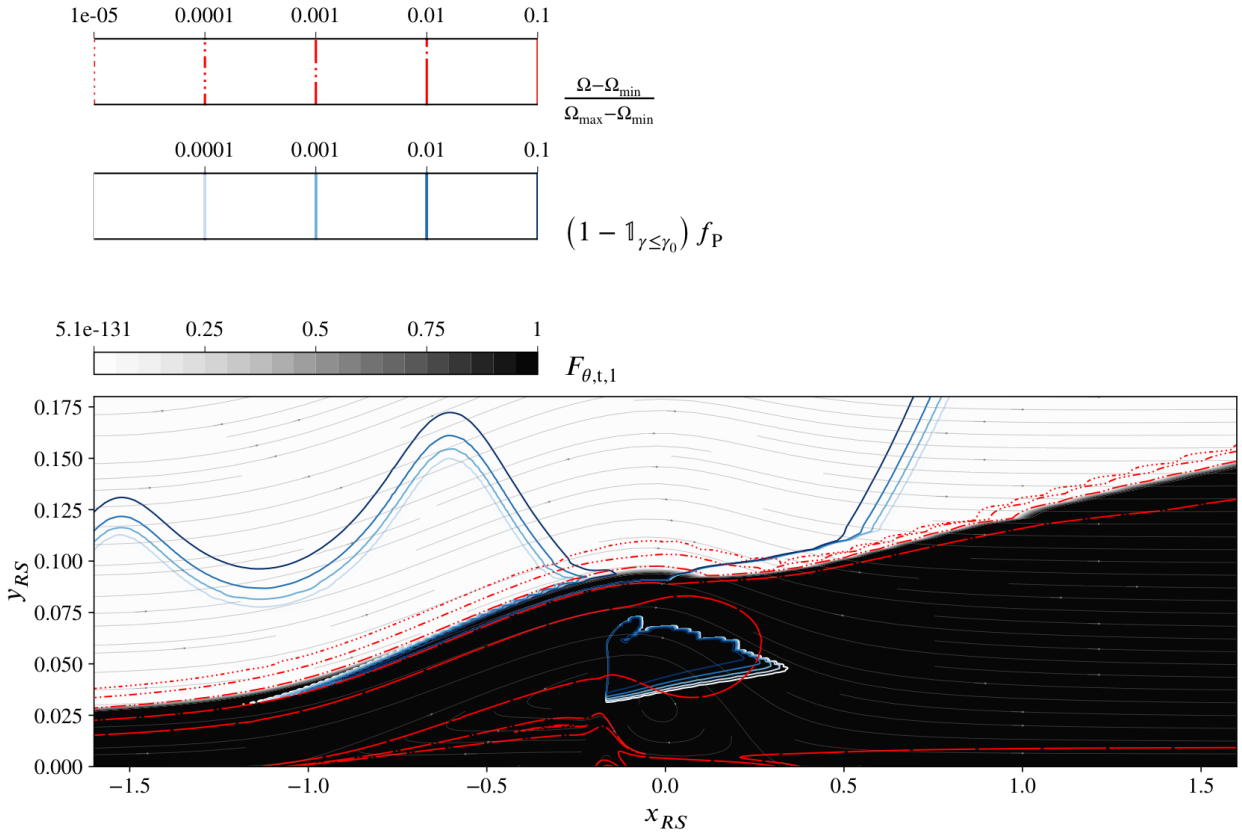
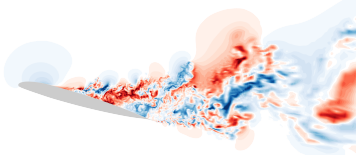


FIGURE 3.23 – Champ de la fonction $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ au niveau de la zone de transition du cas-test de Laurent et al., obtenu à partir d'un calcul RANS.

transition. Une fois que γ a atteint 1, c'est le terme de rappel de l'équation de transport de γ qui prend le relai et maintient γ proche de 1. Il serait donc raisonnable de modifier le modèle pour détruire ou diffuser $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ en aval de la zone de transition. Comme $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ est directement reliée à la valeur de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, il serait alors possible de détruire $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ entre la zone de transition et la zone de décollement turbulent pour l'empêcher d'influer sur le passage en mode LES du modèle. Il s'agit cependant d'une modification délicate : d'une part, il faut s'assurer que le modèle de transition continue de fonctionner nominalement là où la protection est active, et d'autre part, il faut clarifier le comportement du modèle en cas de décollement laminaire massif. Dans ce dernier cas, il est souhaitable que le modèle passe en mode LES. Le modèle de transition ne doit alors pas être actif du tout, afin d'éviter de générer de la turbulence modélisée dissipative et stabilisante qui créerait un retard au développement des instabilités de la zone cisaillée. Cependant, cela imposerait de commencer à détruire $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ immédiatement au niveau du décollement laminaire, c'est-à-dire au niveau de la transition, ce qui risquerait de modifier le comportement du modèle en cas de bulbe mince de décollement laminaire. Une éventuelle calibration de cette correction serait par conséquent très délicate et présenterait le risque de dépendre fortement du cas-test utilisé pour la réaliser, ce qui nous semble devoir décourager toute tentative.

3.2.3.3 Détermination d'un senseur distinguant les décollements laminaires et transitionnels des décollements turbulents

Enfin, la troisième option proposée est d'introduire un nouveau senseur qui aurait vocation à distinguer les décollements laminaires et transitionnels des décollements turbulents. Il serait alors possible de construire une inhibition de $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ au niveau des décollements turbulents qui ne s'activerait pas dans les décollements laminaires. Dans la recherche d'une telle variable, il est naturel de se tourner vers les équations du modèle



$\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, qui rendent compte de l'influence de la transition. À la fin de la sous-partie précédente, on dispose de deux fonctions de protection trop agressives pour les décollements, $f_{\mathrm{P},2}$ et $\overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}}$, et d'une fonction d'inhibition qui n'est pas sélective entre décollements laminaires et décollements turbulents, f_{R}. Dans le but de permettre un passage du modèle en branche LES au sein des décollements turbulents exclusivement, on cherche donc un senseur qui serait actif dans la région d'utilité de f_{R}, à condition que ce soit un décollement de couche limite turbulente.
Pour déterminer un senseur adéquat, les résultats obtenus à l'aide de simulations RANS ont été utilisés. L'écoulement autour du profil OA209 (voir partie 1.4.5) à 19° d'incidence a ainsi été simulé. Le résultat comprend un bulbe de décollement laminaire et un décollement turbulent massif à l'extrados du profil. Chacun des points du maillage de cette simulation fournit alors un ensemble de variables qu'on peut tracer les unes en fonction des autres. On pourrait par exemple représenter l'intensité de la pression en tout point dans l'écoulement sous forme d'un nuage de points colorés placés sur un diagramme en fonction de la composante longitudinale de la vitesse et de sa composante normale. Pour l'analyse présente, rappelons l'expression de f_{P} :

$$f_{\mathrm{P}} = f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right) \cdot \overline{\overline{f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)} \cdot f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)} \tag{3.50}$$

On remarque que la valeur de f_{R} n'a une importance qu'à condition que simultanément, $f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right) \neq 1$ et $f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right) \neq 0$. Comme ces fonctions ont des comportements très abrupts entre 0 et 1, cette condition revient approximativement à $f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right) = 0$ et $f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right) = 1$. Une variable distinguant ainsi les zones d'utilité de f_{R} est donc donnée par :

$$f_{\mathrm{R,utile}} = f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right) \cdot \overline{f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)} \cdot \overline{f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)} \tag{3.51}$$

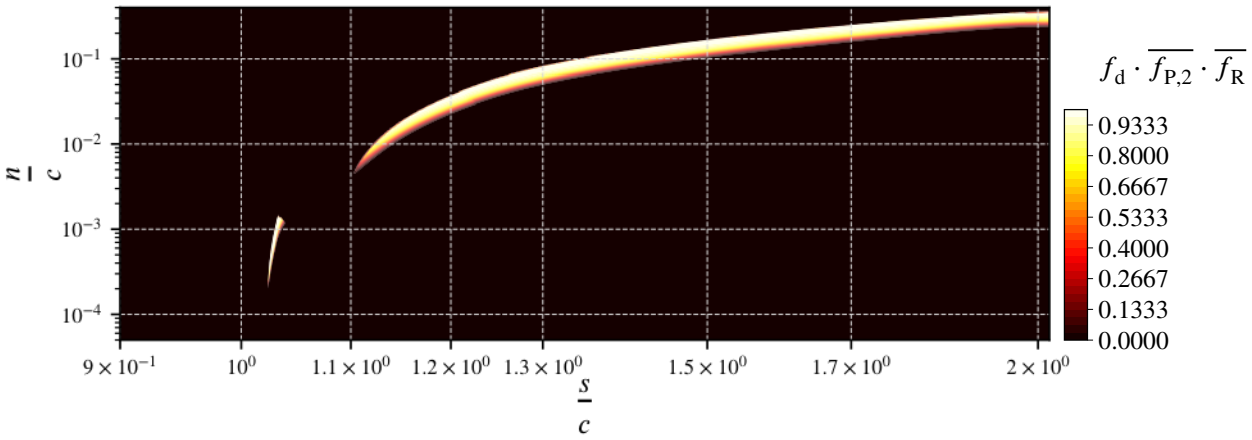


FIGURE 3.24 – Zones où la fonction d'inhibition f_{R} est utile, obtenues à l'aide d'un calcul RANS utilisant le modèle de Spalart et Allmaras en association avec le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. Notons les échelles logarithmiques pour une meilleure visibilité du bulbe de décollement laminaire (petite zone claire de gauche) et du décollement turbulent (zone claire étendue de droite). Les définitions géométriques de l'abscisse curviligne s le long du profil et de la distance à la paroi n sont détaillées sur la figure 3.4 de l'article.

Pour commencer, on peut tracer la distribution de $f_{\mathrm{R,utile}}$ en fonction de l'abscisse curviligne projetée, s et de la distance à la paroi, n, toutes deux rapportées à la corde du profil c. C'est l'objet de la figure 3.24. f_{R} n'est ainsi utile que dans les décollements, et on distingue nettement la zone de décollement laminaire de la zone de décollement turbulent.

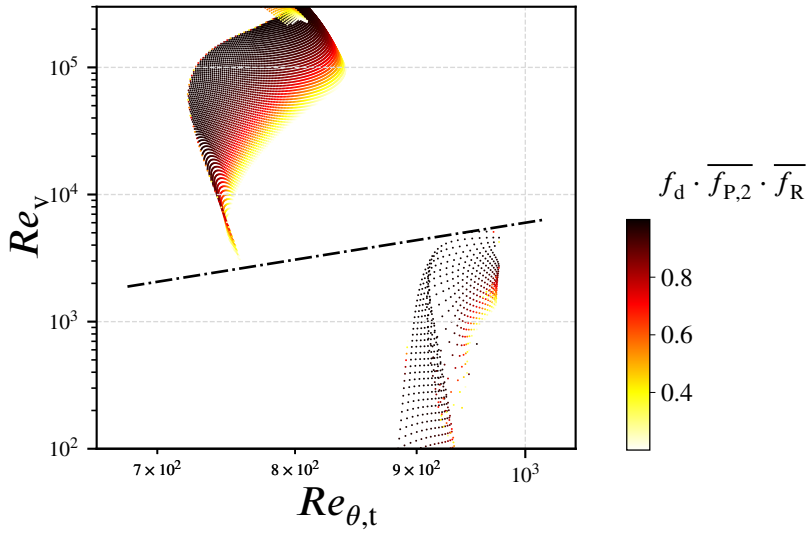


FIGURE 3.25 – Correspondance entre les zones de l'écoulement où f_R est utile et les nombres de Reynolds locaux $Re_{\theta,t}$ et Re_v. Par souci de clarté, seules les données issues des cellules du maillage où $f_{R,utile} > 0.2$ sont représentées.

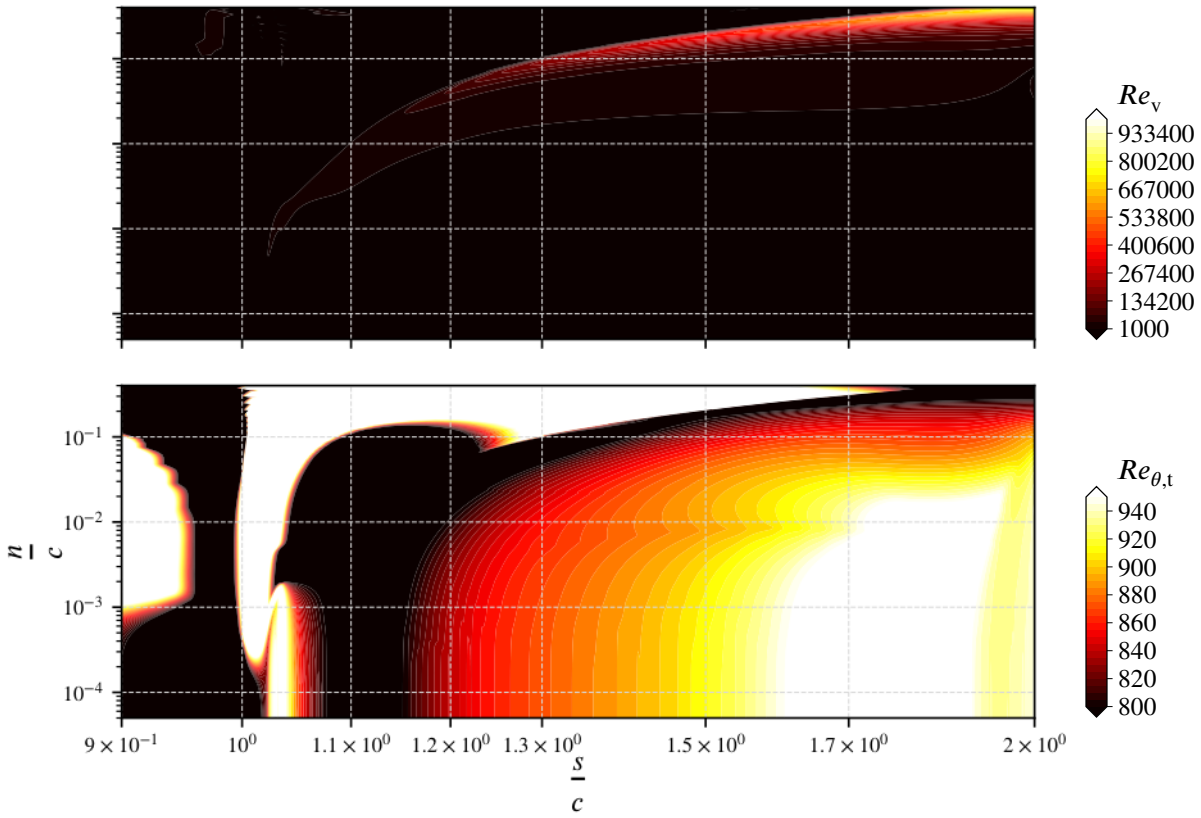


FIGURE 3.26 – Distributions, respectivement, de la deuxième variable transportée du modèle de transition de $\gamma - Re_{\theta,t}$, et du nombre de Reynolds Re_v basé sur la vorticité, obtenues à l'aide d'un calcul RANS utilisant le modèle de Spalart et Allmaras en association avec le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$. On notera que les échelles sont logarithmiques pour permettre la distinction des deux zones d'intérêt : le bulbe de décollement laminaire situé à gauche vers $s/c = 1.02$, et le décollement turbulent, à droite, au delà de $s/c = 1.05$. Les définitions géométriques de l'abscisse curviligne s le long du profil et de la distance à la paroi n sont détaillées sur la figure 3.4 de l'article. Rappelons à nouveau que lorsque $f_P = 0$, le modèle hybride adopte un comportement RANS.

On peut alors tracer une cartographie de la distribution de $f_{\mathrm{R,utile}}$ en fonction des autres variables disponibles. Pour cette étude, cette cartographie a été limitée à deux paramètres. La figure 3.25 permet ainsi d'observer les valeurs de $f_{\mathrm{R,utile}}$ en fonction des deux variables Re_{v} et $Re_{\theta,\mathrm{t}}$. Ces variables ont été choisies car ce sont deux grandeurs qui doivent adopter des valeurs bien différentes selon que le décollement est transitionnel ou turbulent. $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ représente l'histoire de la couche limite, et il a été vu au chapitre précédent que sa valeur décroît en aval de la transition à cause de la diffusion turbulente. On obtient deux régions d'utilité de f_{R} bien distinctes. L'une est caractérisée par des valeurs élevées de Re_{v} et des valeurs faibles de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$, et l'autre, à l'inverse, présente de faibles valeurs de Re_{v} et des valeurs élevées de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$. D'après la figure 3.26, la zone en haut à gauche de la figure 3.25 correspond au décollement turbulent et celle en bas à droite au bulbe de décollement laminaire. Pour le cas de l'OA209, il est donc possible de construire un senseur basé sur Re_{v} et $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ pour décider si l'inhibition doit avoir lieu. Grossièrement, on peut par exemple prendre une droite qui sépare distinctement les deux zones :

$$r_{\mathrm{S}}(M) = \frac{< \underline{IM}, \underline{AB} >}{\|\underline{AB}\|}, \tag{3.52}$$

où A désigne un point du bulbe, B un point du décollement turbulent, et I un point intermédiaire entre les deux dans l'espace $\left(\ln\left(Re_{\theta,\mathrm{t}}\right), \ln\left(Re_{\mathrm{v}}\right)\right)$, et où le produit scalaire est calculé dans ce même espace. Cette grandeur peut être traduite en une relation affine :

$$r_{\mathrm{S}}\left(Re_{\theta,\mathrm{t}}, Re_{\mathrm{v}}\right) = a \ln\left(Re_{\theta,\mathrm{t}}\right) + b \ln\left(Re_{\mathrm{v}}\right) + c, \tag{3.53}$$

Où a, b et c sont des coefficients réels, et où le signe de r_{S} produit un critère de détermination du caractère turbulent ou laminaire du décollement. On peut transformer cette grandeur utilisant les échelles logarithmiques de $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et Re_{v} en le senseur suivant :

$$\mathcal{G}_{\mathrm{S}}\left(Re_{\theta,\mathrm{t}}, Re_{\mathrm{v}}\right) = C_6 Re_{\theta,\mathrm{t}}^{a} Re_{\mathrm{v}}^{b} - 1, \tag{3.54}$$

avec $C_6 = e^c$. C'est alors le signe de $\mathcal{G}_{\mathrm{S}}$ qui fournit le critère recherché. En s'appliquant à séparer les régions de la figure 3.25, on peut donner la première calibration des coefficients suivante, qui résulte en la droite tracée sur le diagramme :

$$C_6 = 5 \cdot 10^{-6},\ a = 3,\ b = -1. \tag{3.55}$$

En utilisant le même procédé que Deck et Renard, on peut ainsi proposer une nouvelle fonction d'inhibition :

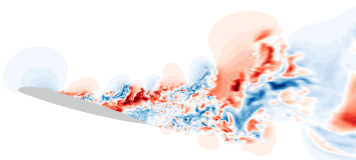
$$f_{\mathrm{R,t}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}, \mathcal{G}_{\mathrm{S}}\right) = \overline{\overline{f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)} \cdot f_{\mathrm{d}}\left(\mathcal{G}_{\mathrm{S}}\right)} \tag{3.56}$$

La fonction de protection totale devient alors :

$$f_{\mathrm{P},\theta}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}, \mathcal{G}_{\Omega}, \mathcal{G}_{\mathrm{S}}\right) = f_{\mathrm{d}}\left(r_{\mathrm{d}}\right) \cdot \overline{\overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}} \cdot f_{\mathrm{P},2}\left(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}}\right)} \cdot \overline{\overline{f_{\mathrm{R}}\left(\mathcal{G}_{\Omega}\right)} \cdot f_{\mathrm{d}}\left(\mathcal{G}_{\mathrm{S}}\right)}. \tag{3.57}$$

Dans ce cas, les tests $\mathcal{T}_{\Delta}$ et $\mathcal{T}_{\mathrm{w}}$ doivent également être adaptés car ils garantissent le lien entre turbulence modélisée et échelle de sous-maille dans les zones traitées en LES (voir partie suivante) :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\Delta} &= \mathbb{1}_{f_{\mathrm{d}}(r_{\mathrm{d}}) > f_{\mathrm{d},0}} \cdot \mathbb{1}_{\overline{\overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}} \cdot f_{\mathrm{P},2}(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}})} \cdot \overline{\overline{f_{\mathrm{R}}(\mathcal{G}_{\Omega})} \cdot f_{\mathrm{d}}(\mathcal{G}_{\mathrm{S}})} > f_{\mathrm{d},0}} \\ \mathcal{T}_{\mathrm{w}} &= \mathbb{1}_{f_{\mathrm{d}}(r_{\mathrm{d}}) > \overline{f_{\mathrm{d},0}}} \cdot \mathbb{1}_{\overline{\overline{F_{\theta,\mathrm{t},1}} \cdot f_{\mathrm{P},2}(r_{\mathrm{d}}, \mathcal{G}_{\tilde{\nu}})} \cdot \overline{\overline{f_{\mathrm{R}}(\mathcal{G}_{\Omega})} \cdot f_{\mathrm{d}}(\mathcal{G}_{\mathrm{S}})} > \overline{f_{\mathrm{d},0}}} \end{aligned} \tag{3.58}$$



3.2.4 Première validation de la fonction de protection

Les modifications apportées à la fonction de protection ainsi que la procédure de zonalisation décrite au premier paragraphe de la partie 3.2.3 peuvent être mis à l'épreuve à l'aide d'un test simulant un raffinement infini du maillage : il s'agit de modifier la constante C_{DES} en la rendant nulle. Ceci induit directement une destruction totale de toute turbulence modélisée dans les zones traitées en LES, et provoque ainsi une situation très défavorable au modèle : la turbulence modélisée dans les zones RANS ne peut plus être soutenue par une légère diffusion provenant des zones LES. Ainsi, en cas de déficit de protection, la turbulence modélisée de la couche limite est immédiatement et brutalement détruite, aggravant le déficit car la fonction de protection est fortement appuyée sur $\tilde{\nu}$, plus particulièrement dans les zones non-transitionnelles. Cette modification permet donc de révéler un éventuel comportement divergent de la fonction de protection à long terme. C'est elle qui met en défaut la fonction de protection de la DDES de Spalart et al. (2006), surtout quand le gradient de pression local est adverse.
Ce test a été pratiqué *a posteriori* pour le modèle actuel à l'aide du champ final du calcul oscillant décrit au chapitre suivant. Le calcul a ainsi été poursuivi pour 30 000 itérations, c'est-à-dire un peu plus de 2 durées convectives, avec $C_{\mathrm{DES}} = 0$. Contentons-nous ici de signaler que l'écoulement en question, toujours autour de l'OA209, est constitué d'une couche limite attachée sur environ 60 % de la surface de l'extrados du profil. Étant donné le gradient de pression adverse très intense auquel la couche limite turbulente est soumise, si le test échoue, $\tilde{\nu}$ doit décroître dans la zone de sillage de la couche limite, compromettant ainsi la protection. Le déficit global de turbulence modélisée ainsi engendré doit faire décoller la couche limite de manière prématurée (*Grid-Induced Separation*, voir 1.3.1.4). Les figures 3.27 et 3.28 montrent le résultat de ce test au niveau du bord de fuite du profil. Nous ne montrons pas le résultat au niveau du bord d'attaque dans la mesure où celui-ci est trivial : la fonction de protection des zones transitionnelles ne dépend pas directement de μ_{t}, elle n'est donc pas directement influencée par une modification de C_{DES}.

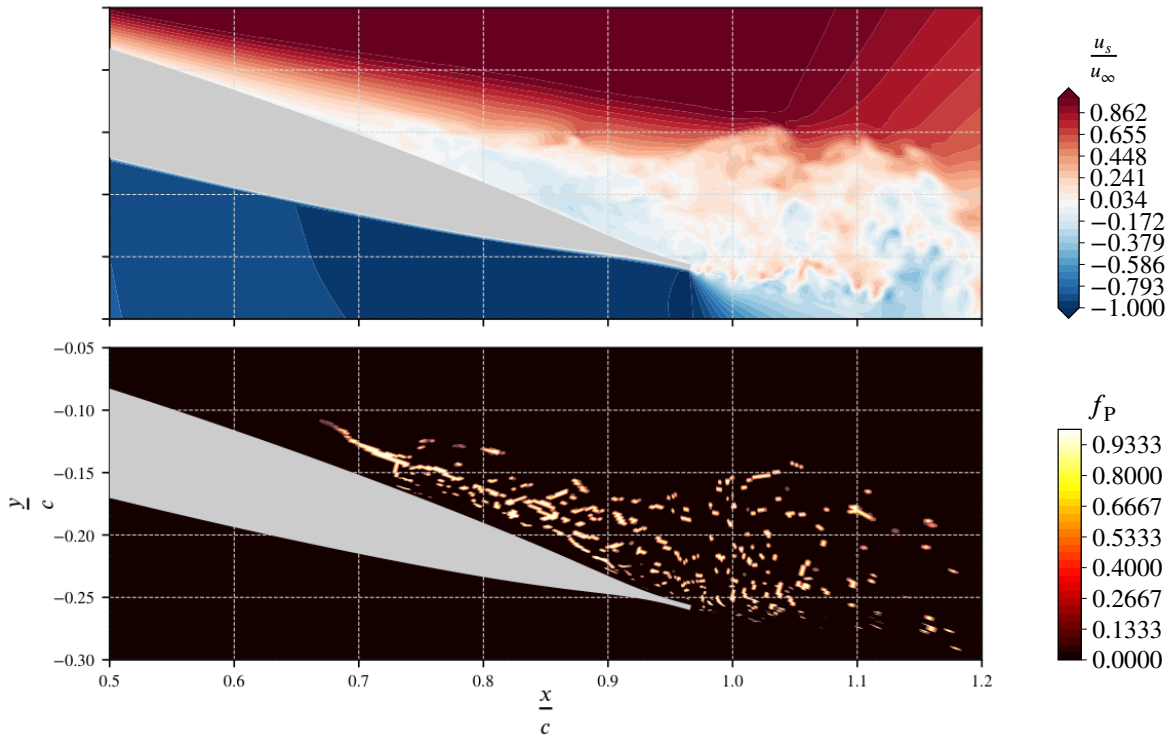


FIGURE 3.27 – Cartographies de vitesse longitudinale, u_s (haut), et de fonction de protection, f_{P} (bas), à l'issue d'une simulation de 2 durées convectives initialisée avec un champ décollant à 60 % de corde.

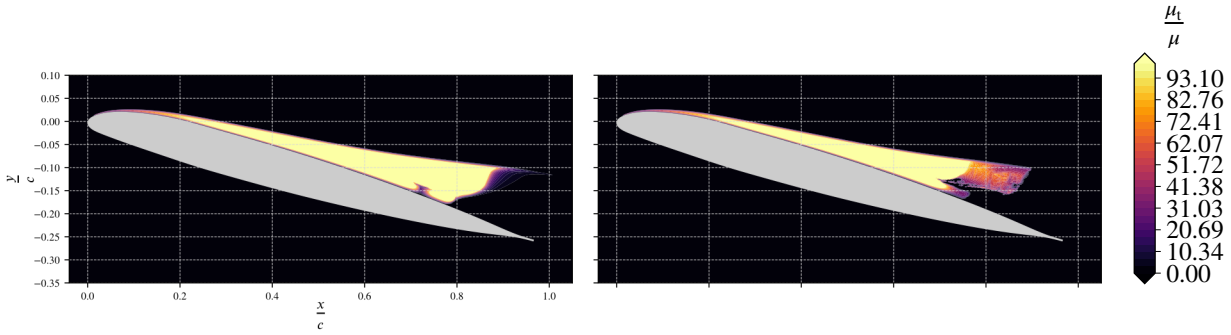
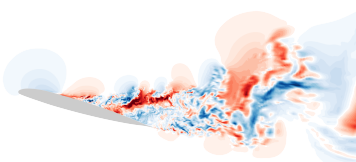


FIGURE 3.28 – Cartographies de nombre de Reynolds turbulent, μ_t/μ (droite), à l'issue d'une simulation de 2 durées convectives initialisée avec un champ décollant à 60 % de corde (gauche).

On observe que la position du décollement n'a pas bougé après deux durées convectives de simulation, d'une part, et que la fonction de protection est même renforcée par la correction : tout l'écoulement sauf la zone de décollement de la couche limite turbulente (zone d'activation de f_R) est traité par la branche RANS du modèle. De même, le comportement du modèle dans la zone de sillage de la couche limite n'est pas sensible à la modification, ce qui confirme la robustesse de la fonction de protection de la ZDES mode 2, même dans ce cas où le gradient de pression adverse est très important. On note en revanche que la modification a une influence sur la turbulence modélisée au niveau du passage en branche LES : la destruction brutale lors du changement de branche est propagée vers l'amont et tend à faire remonter le décollement. Ce résultat est attendu parce que la modification touche à l'équilibre entre les deux branches du modèle, mais il n'est pas critique pour le comportement des simulations : en temps normal, la valeur de C_{DES} est calibrée pour quantifier cet équilibre et ce comportement ne diverge pas à long terme.



3.3 Modification des termes sources dans les zones laminaires et transitionnelles

Une fois que la protection adéquate des décollements transitionnels est assurée, il reste à construire le couplage du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ à l'équation de transport de la ZDES mode 2. On souhaite garder les informations issues de la validation du modèle RANS couplé, donc dans les zones protégées, on s'impose de devoir récupérer exactement le modèle défini en fin de chapitre 2. Cependant, comme démontré dans l'article de la partie 3.1, il n'est pas possible d'utiliser exactement la même méthode de couplage que dans le modèle RANS, c'est-à-dire en se contentant de pondérer les termes de production et destruction de $\tilde{\nu}$. Cette solution détruirait en effet l'équilibre entre le terme de production et le terme de destruction dans les zones traitées en LES.

3.3.1 Analyse de l'équilibre production-dissipation de turbulence modélisée en branche LES

Comme décrit par Spalart et al. (1997) lors de la construction initiale de la DES, la dynamique de la turbulence modélisée répond à des équilibres précis entre production et dissipation, que ce soit dans les zones RANS ou dans les zones LES. La ZDES mode 2 hérite de cet équilibre, en particulier parce qu'en zone LES ($f_\mathrm{P} = 1$), $f_{\mathrm{v},1} = 1$ et $f_\mathrm{w} = 1$ du fait des comportements des tests booléens $\mathcal{T}_\mathrm{w}$ et $\mathcal{T}_\Delta$. Elle est donc basée en zone LES sur l'hypothèse du modèle de sous-maille de Smagorinsky (1963) :

$$\nu_\mathrm{t} = C_\mathrm{LES} S \Delta^2, \tag{3.59}$$

où Δ désigne la taille du filtre de sous-maille. Dans le cas de la ZDES, il s'agit directement de $\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$, la taille caractéristique de la maille courante (Δ_max, Δ_vol ou Δ_ω, voir partie 1.3.1.4), et la constante s'écrit :

$$C_\mathrm{LES} = \frac{c_{\mathrm{b},1}}{c_{\mathrm{w},1}} C_\mathrm{DES}^2 \tag{3.60}$$

De même, dans les couches limites turbulentes, le modèle RANS de Spalart et Allmaras fournit la viscosité de turbulence suivante, sous condition d'équilibre entre production et destruction :

$$\nu_\mathrm{t} = \frac{c_{\mathrm{b},1}}{c_{\mathrm{w},1}} S n^2, \tag{3.61}$$

où n désigne la distance à la paroi. On se souviendra que quand le niveau de turbulence est significatif, c'est-à-dire que $\nu_\mathrm{t}/\nu \gg 1$, $\nu_\mathrm{t} \simeq \tilde{\nu}$ car $f_{\mathrm{v},1} \simeq 1$. Si la procédure de couplage à un modèle de transition justifie de modifier le comportement de cet équilibre au sein des couches limites à condition qu'elles soient laminaires ou transitionnelles, en revanche, rien ne permet de défendre une transformation similaire de l'équilibre de Smagorinsky dans les zones traitées par la branche LES du modèle. Or, comme démontré dans l'article accompagnant ce chapitre, l'adoption d'une procédure de couplage du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ à la ZDES similaire à celle décrite pour un couplage au modèle de Spalart et Allmaras au chapitre 2 risque de perturber cet équilibre. Rappelons ici l'expression de ce couplage :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu},\theta} = \gamma_\mathrm{eff} P_{\tilde{\nu}} \\ D_{\tilde{\nu},\theta} = \max\left\{\gamma\,;\gamma_\mathrm{inf}\right\} D_{\tilde{\nu}} \end{cases}, \tag{3.62}$$

où $P_{\tilde{\nu}}$ et $D_{\tilde{\nu}}$ sont les termes source et puits, respectivement, du modèle de turbulence sous-jacent, et $P_{\tilde{\nu},\theta}$ et $D_{\tilde{\nu},\theta}$ ceux du modèle avec prise en compte de la transition. On sait d'après sa définition que $\gamma_\mathrm{eff} > \gamma$. Par ailleurs, la branche LES de la ZDES produit des niveaux de turbulence modélisée beaucoup plus faibles que la branche RANS. À cause de ce deuxième comportement, on s'attend à une relaminarisation du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ sous l'effet de la fonction F_turb et de la vorticité induite par la turbulence résolue au niveau des

régions traitées en LES. Il en découle que γ_{eff} y vaut γ et que ce dernier peut être faible et inférieur à γ_{inf}. Le nouvel équilibre s'écrit alors :

$$\nu_{\text{t}} = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{inf}}} \frac{c_{\text{b},1}}{c_{\text{w},1}} C_{\text{DES}}^2 S \tilde{\Delta}^{(\text{II})2}. \tag{3.63}$$

Dans le pire des cas, si γ a été complètement détruit, il est égal à sa valeur basse de rappel, c'est-à-dire $1/c_{\text{e},2}$, et le couplage au modèle de transition revient à une multiplication de la constante C_{DES} par le facteur $1/\sqrt{c_{\text{e},2}\gamma_{\text{inf}}} = 0.2$. Cette modification est indésirable car le comportement du modèle en zone LES ne doit pas être sensible au modèle de transition, et ce, d'autant plus que ce comportement est difficile à prévoir puisque les équations de transports de γ et $Re_{\theta,\text{t}}$ sont laissées à elles-mêmes. Il est donc impossible d'adopter la même stratégie de couplage pour la ZDES que pour le modèle de Spalart et Allmaras. Cependant, il faut s'assurer qu'en branche RANS, la ZDES avec modèle de transition est rigoureusement identique au modèle $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ développé au chapitre 2. Deux méthodes de couplage alternatives vérifiant ces deux contraintes sont donc proposées.

3.3.2 Couplage des termes sources par bascule

La méthode présentée ici, finalement adoptée pour coupler les équations $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ au modèle hybride, est décrite en détail dans l'article qui débute ce chapitre. Le lecteur est prié de s'y référer pour plus de détails, et seul un résumé en est fourni ici. Les mêmes notations sont utilisées : au sein des équations, les termes sans indication spécifique sont soit des termes qui sont construits pour la première fois ici et qui n'existent dans aucun des modèles utilisés pour la construction, soit des termes qui sont hérités de la ZDES mode 2 ou du modèle de Menter et al., et ne sont pas modifiés. En revanche, les termes signés de deux initiales en exposant correspondent à des versions antérieures de fonctions et constantes présentes dans la ZDES mode 2 de Deck et Renard ([DR]), dans le modèle de Spalart et Allmaras ([SA]) ou dans le modèle de transition de Menter et al. ([ML]), qui ont été modifiées dans le cours de la procédure de couplage. Ainsi :

— $F_{\theta,\text{t}}$, $c_{\text{b},1}$ et $f_{\text{P},2}$, par exemple, déjà présents dans la ZDES mode 2 ou le modèle de Menter et al. et non modifiés pour la construction du modèle actuel, sont notés sans signature en exposant.

— $P_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]}$ est le terme de production de $\tilde{\nu}$ du modèle de Spalart et Allmaras.

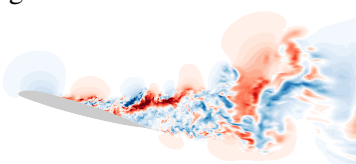
— $P_{\tilde{\nu}}$ est le terme de production du modèle actuel dans sa branche LES transitionnelle, et il est défini par une modification du même terme $P_{\tilde{\nu}}^{[\text{DR}]}$ issu de la ZDES mode 2 de Deck et Renard, *via* les tests booléens $\mathcal{T}_\Delta$ et $\mathcal{T}_{\text{w}}$. L'utilisation de la même notation justifie l'exposant.

— $P_{\tilde{\nu},\theta}$ est le terme de production total du modèle actuel ; il est construit sur la base des trois précédents.

Cette convention permet de préserver une relative concision tout en évitant l'introduction de notations propres à chaque modèle, ce qui rendrait à coup sûr illisible ce qui suit et la formulation complète du modèle dans l'article. On redéfinit ainsi respectivement les termes de production et destruction de l'équation de transport de $\tilde{\nu}$ par :

$$\begin{cases} P_{\tilde{\nu},\theta} & = \overline{f_{\text{P}}} \gamma_{\text{eff}} P_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]} + f_{\text{P}} P_{\tilde{\nu}} \\ D_{\tilde{\nu},\theta} & = \overline{f_{\text{P}}} \max\left\{\gamma\,;\gamma_{\text{inf}}\right\} D_{\tilde{\nu}}^{[\text{SA}]} + f_{\text{P}} D_{\tilde{\nu}} \end{cases}, \tag{3.64}$$

où f_{P} désigne la fonction de protection construite dans la partie 3.2 (zonalisation incluse), et où $P_{\tilde{\nu}}$ et $D_{\tilde{\nu}}$ sont notés sans exposant parce que les modifications réalisées sur la fonction de protection, $\mathcal{T}_{\text{w}}$ et $\mathcal{T}_\Delta$ dans cette même partie les affectent.
Cette construction prend ainsi deux fois en compte l'information fournie par f_{P}, une fois pour le calcul de $\tilde{d}^{(\text{II})}$ et une fois directement pour le calcul de $P_{\tilde{\nu},\theta}$ et $D_{\tilde{\nu},\theta}$. Cette redondance alourdit significativement



la formulation. Ce dernier point est préoccupant parce qu'il rend la compréhension du modèle dans ses détails difficile et son implémentation délicate. La méthode, certes inélégante, garantit en revanche que le comportement du modèle dans les zones où $f_\mathrm{P} = 1$ est celui du modèle de Deck et Renard (2020), tandis que son comportement dans les zones protégées ($f_\mathrm{P} = 0$) est celui du modèle RANS de transition validé au chapitre 2. Pour cette raison, c'est cette version qui a été retenue pour l'étude du décrochage décrite au chapitre 4. Elle respecte de plus l'approche zonale choisie pour la construction de la ZDES (Deck 2012).

3.3.3 Proposition d'adaptation de la longueur caractéristique de la turbulence modélisée

La deuxième méthode de couplage envisagée consiste à utiliser la bascule existante due à f_P dans le calcul du terme de destruction de $\tilde{\nu}$ pour ne corriger que la branche RANS du modèle. On écrit alors :

$$D_{\tilde{\nu}} = c_{\mathrm{w},1} f_\mathrm{w} \left[\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})}} \right]^2, \tag{3.65}$$

avec :

$$\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})} = n_\theta - f_\mathrm{P} \max \left\{ 0 \, ; n_\theta - C_\mathrm{DES} \tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \right\}, \tag{3.66}$$

et n_θ est une distance à la paroi corrigée par le modèle de transition dans les zones laminaires et transitionnelles :

$$n_\theta = \frac{n}{\sqrt{\max \left\{ \gamma \, ; \gamma_\mathrm{inf} \right\}}}. \tag{3.67}$$

Quand $f_\mathrm{P} = 0$, c'est-à-dire dans les zones RANS, $\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})} = n_\theta$, et on vérifie aisément que le terme de destruction du nouveau modèle hybride est alors égal à celui du modèle validé au chapitre précédent, correspondant à l'équation (1.66). Dans le cas alternatif d'apparition d'une zone LES ($f_\mathrm{P} \simeq 1$), le tableau 3.4 présente la comparaison entre les comportements de $\tilde{d}^{(\mathrm{II})}$ entre la variante du modèle présentée ici et celle de la partie 3.3.2 précédente, en fonction de l'ordre des différents termes permettant son calcul. Notons que dans tous les cas, comme $0 \leq \gamma_\mathrm{inf} \leq 1$, la relation suivante est vérifiée :

$$n \leq n_\theta \leq \frac{n}{\sqrt{\gamma_\mathrm{inf}}} \tag{3.68}$$

On vérifie que dans les zones suffisamment loin de la paroi traitées en LES, c'est la distance caractéristique de la branche LES, $C_\mathrm{DES} \tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$ qui apparaît. C'est notre deuxième contrainte. Le seul comportement qui peut poser problème correspond aux zones proche paroi intermédiaires traitées par la branche LES, où la distance caractéristique peut être modifiée du facteur suivant :

$$\sqrt{\max \left\{ \gamma \, ; \gamma_\mathrm{inf} \right\}} \in \left[1/\sqrt{2}, 1 \right] \simeq [0.707, 1] \tag{3.69}$$

Cette situation se présente en particulier si le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ vient à engendrer une relaminarisation.

Les deux derniers cas sont susceptibles de modifier le comportement de la ZDES mode 2 dans sa branche LES. Ils concernent les zones proches de la paroi. Bien que d'étendue restreinte, ces zones sont ainsi le siège d'un risque de modification du modèle de turbulence, ce qui est indésirable et nous a conduits à adopter une alternative plus sûre (voir la partie précédente). *A posteriori*, une estimation de l'erreur commise à un instant donné du calcul sur la distance caractéristique $\tilde{d}^{(\mathrm{II})}$ conduit à la figure 3.29. Y est représenté le rapport entre la valeur $\tilde{d}_{\theta,b}^{(\mathrm{II})}$ obtenue pour $\tilde{d}^{(\mathrm{II})}$ à l'aide du modèle adopté pour la poursuite de l'étude (voir partie 3.3.2), et $\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})}$. Les données sont issues d'un champ instantané au plan médian en envergure du calcul oscillatoire du chapitre 4. Les deux cas identifiés à l'aide du tableau 3.4 n'apparaissent qualitativement pas par rapport au

TABLEAU 3.4 – Valeurs adoptées par la distance caractéristique $\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})}$ vue par le terme de destruction de $\tilde{\nu}$ dans la ZDES mode 2 dans les zones où $f_\mathrm{P} = 1$, pour les deux méthodes de couplage envisagées.

Situation	**Modification directe des termes sources**	**Modification de longueur caractéristique**
1. : $C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \leq n \leq n_\theta$	$C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$	$C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$
2. : $n < C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} \leq n_\theta$	n	$C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$
3. : $n \leq n_\theta < C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$	n	n_θ

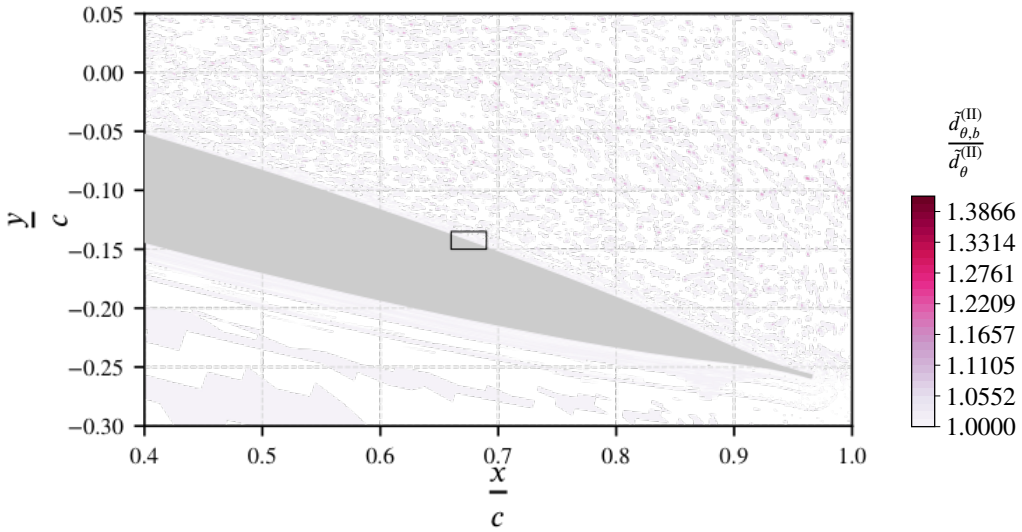
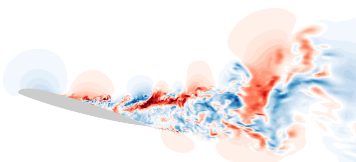


FIGURE 3.29 – Modification relative de la distance caractéristique $\tilde{d}^{(\mathrm{II})}$ lorsqu'on choisit d'utiliser n_θ pour son calcul. La valeur de référence $\tilde{d}_{\theta,b}^{(\mathrm{II})}$ correspond à une modélisation RANS avec transition dans les zones protégées et ZDES mode 2 native (Deck et Renard 2020) dans les zones non protégées, présentée en partie 3.3.2.

bruit numérique de reconstruction des fonctions.

La raison pour laquelle ce comportement défavorable - modification de l'échelle de sous-maille en zone LES par une relaminarisation du modèle de transition - ne se présente pas est analysé plus en détails à l'aide des figures 3.30 et 3.31. La première présente en couleurs la zone potentiellement concernée par le deuxième cas identifié dans le tableau 3.4, c'est-à-dire le *locus* des points où $n < C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})} < n\sqrt{2}$. Le modèle de turbulence y est modifié si simultanément, f_P n'y est pas nulle, et γ n'y vaut pas 1. La ligne noire désigne la frontière de la fonction de protection, prise à un 0.1 conservateur. Le comportement de $\tilde{d}_\theta^{(\mathrm{II})}$ s'explique alors par le constat suivant : toutes les zones concernées sont protégées ($f_\mathrm{P} = 0$).

Plus quantitativement, l'évolution des grandeurs cartographiées le long de deux lignes normales à la paroi a été tracée. C'est l'objet de la figure 3.31. Le diagramme de gauche confirme l'analyse réalisée précédemment : $n/C_\mathrm{DES}\tilde{\Delta}^{(\mathrm{II})}$ n'est inférieur à 1 que dans la zone proche paroi protégée. En revanche, de manière transitoire et localisée, on peut également obtenir le comportement montré sur le diagramme de droite, présentant la situation la plus défavorable observée lors de cette analyse. Le dernier cas du tableau 3.4 y est toujours correctement protégé, mais la zone (b), représentant la zone d'apparition potentielle du deuxième cas, coïncide avec la transition du modèle en mode LES (f_P y passe de 0 à 1). De plus, dans cette zone, $\gamma \simeq 1/c_{\mathrm{e},2} < 1$. L'écoulement y est en effet massivement décollé, ce qui autorise le modèle de transition à



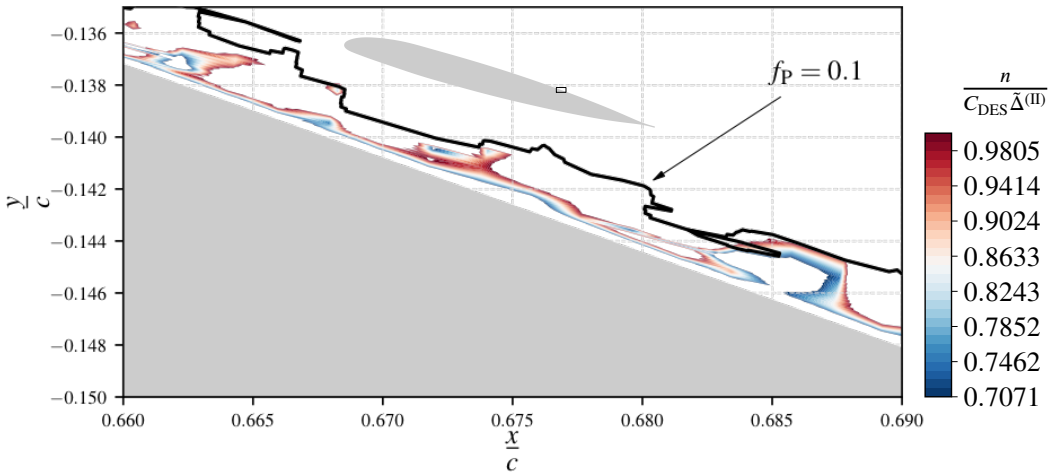


FIGURE 3.30 – Zones de l'écoulement décollé susceptibles d'être affectées par la modification de la distance caractéristique du modèle en branche LES, par rapport au comportement nominal de la ZDES mode 2 (2020). Un champ instantané au plan médian du calcul oscillatoire du chapitre 4 est utilisé pour reconstruire les variables. Ce champ est obtenu au bout de 0.25 s de temps physique, et seules les zones concernées par un comportement défavorable de la correction, c'est-à-dire où $n < C_{DES}\tilde{\Delta}^{(II)} < n\sqrt{2}$, sont colorées. Le profil complet est également représenté pour montrer l'agrandissement de l'image détaillée. Le champ de vue délimité par le petit cadre correspond au tracé de fond, ainsi qu'au petit cadre de la figure 3.29.

générer une zone de relaminarisation loin de la paroi, qui tend à étendre la zone immédiatement à la paroi où $\gamma = 0$ à cause de la condition à la limite. À l'inverse de la zone (*a*), le modèle obtenu y est donc différent de la ZDES mode 2 (2020). Il faut cependant noter qu'un balayage complet des lignes de maillage normales à la paroi révèle que ce phénomène ne s'étend que sur une largeur de 3 cellules, et que la large majorité des situations rencontrées correspondent au comportement (*a*). Le phénomène (*b*) est dû à la vorticité locale qui modifie $\tilde{\Delta}^{(II)} = \Delta_\omega$; il est par essence transitoire. Il nous semble que l'analyse réalisée ici quantifie et limite le risque associé à cette formulation. Une vérification complète à l'aide d'un calcul dédié serait nécessaire pour s'en assurer.

La méthode de couplage ainsi présentée nous semble pertinente du fait de sa formulation relativement simple et peu impactante en termes de complexité du modèle par rapport à la ZDES mode 2 (2020). Il semble cependant arbitraire de modifier la valeur de n servant au calcul de $\tilde{d}^{(II)}$ dans les zones RANS et LES proche paroi. Son sens physique nous a échappé : il ne nous semble pas qu'il y ait de raison que les comportements de l'écoulement entre les zones laminaires et turbulentes puissent être reliés par un facteur d'échelle sur la distance à la paroi. Quand bien même on lui en trouverait un, il serait naturel d'étendre la modification aux autres apparitions de n dans les équations du modèle, ce qui briserait le comportement de la branche RANS. En revanche, l'analyse de comportement *a posteriori* réalisée ici montre que cette formulation présente un risque limité par rapport à celle de la partie précédente, et mérite considération approfondie.

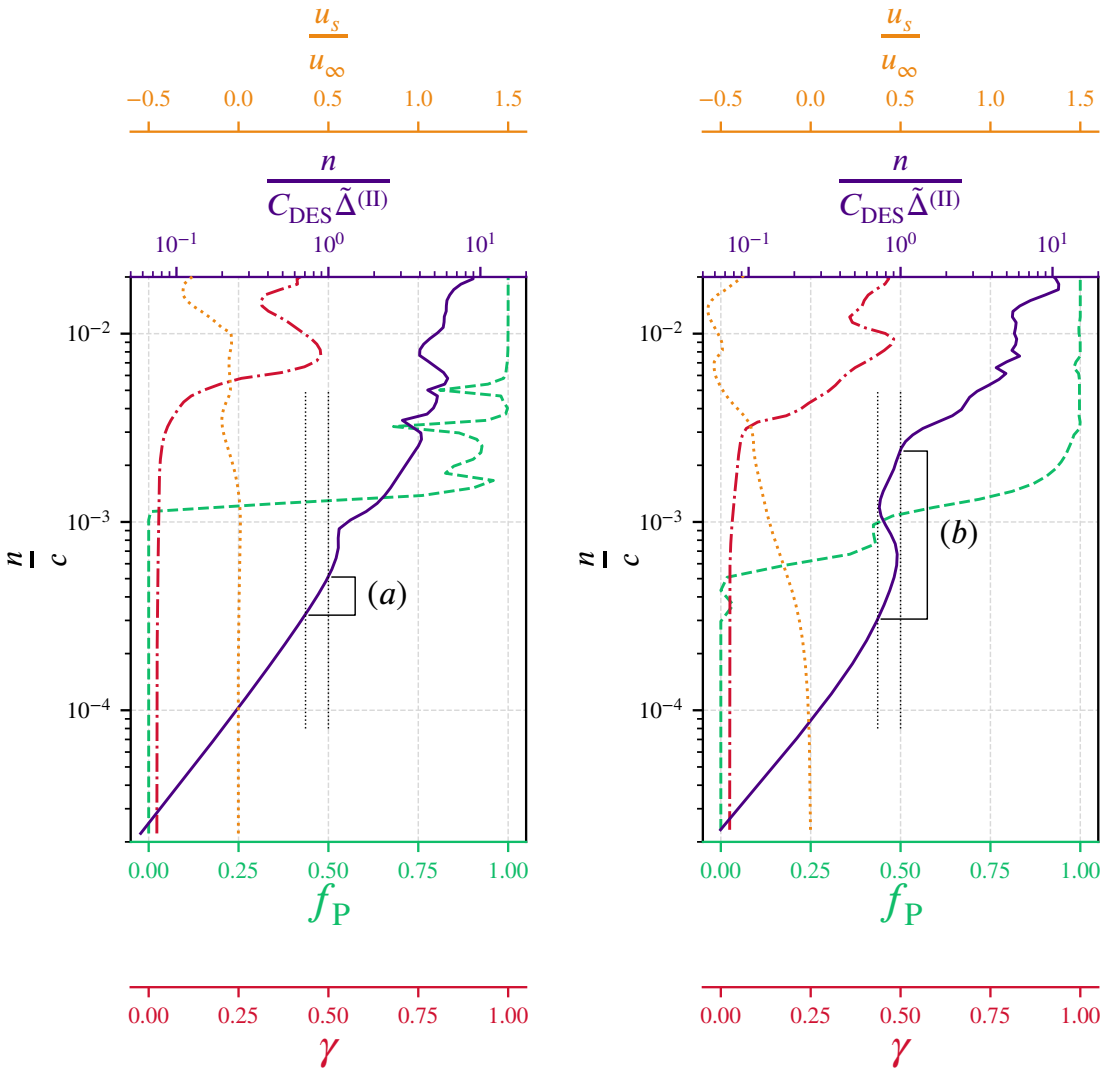
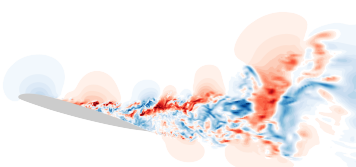


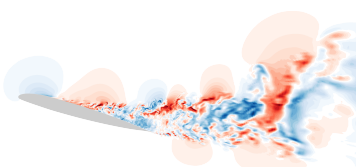
FIGURE 3.31 – Évolution le long de lignes de maillage normales à la paroi à 80% de corde environ des variables nécessaires au calcul des termes sources du modèle. Un champ instantané au plan médian du calcul oscillatoire du chapitre 4 est utilisé pour reconstruire les variables. Ce champ est obtenu au bout de 0.25 s de temps physique. Sur le diagramme de gauche, la zone (*a*) où une modification de l'échelle de sous-maille est susceptible de se produire à cause du modèle de transition se trouve dans une zone RANS protégée ($f_{\mathrm{P}} \simeq 0$). À l'inverse, la zone concernée (*b*) sur le diagramme de droite est située dans la zone où f_{P} passe de 0 à 1. De plus, γ y est faible, donc le modèle de transition multiplie l'échelle de sous-maille dans cette zone traitée en LES par $1/\sqrt{2}$.



3.4 Évaluation de l'influence de la branche LES de la ZDES mode 2 sur le modèle de transition

Le dernier axe identifié de travail du modèle concerne les possibilités de rétroaction défavorables de la branche LES sur les équations de modélisation de la transition. Les résultats issus de l'étude de cet axe sont exhaustivement présentés dans l'article associé à ce chapitre. Seul un résumé en est donc fourni ci-dessous.
Commençons ainsi par rappeler que la rétroaction du modèle de turbulence sur les équations de transport de γ et $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ s'effectue par trois points d'entrée dans le modèle original de Menter et al. Le premier est la fonction F_{wake}, impossible à calculer dans le cadre d'un couplage au modèle de Spalart et Allmaras faute d'accès à la dissipation spécifique de l'énergie cinétique de turbulence. Elle concerne l'activation du modèle de transition dans les sillages d'objets (Langtry et Menter 2009), qui doivent de toute façon être traités par la branche LES du modèle hybride final. Cette fonction a donc été ignorée dans la construction du présent modèle. Le deuxième point d'entrée se situe au niveau de la fonction $F_{\mathrm{onset},3}$, et le troisième au niveau de la fonction F_{turb}. $F_{\mathrm{onset},3}$ intervient dans le calcul du terme de production d'intermittence et permet de contrôler la vitesse de la transition compte tenu de la turbulence déjà présente dans l'écoulement. Sa zone d'intérêt principale, tracée sur la figure 2.19, se situe à l'intérieur du bulbe de décollement laminaire, où le modèle hybride a un comportement identique au modèle RANS seul. Le comportement de $F_{\mathrm{onset},3}$ n'est donc *a priori* pas modifiée par la branche LES du modèle. F_{turb}, en revanche, pondère directement le terme de destruction de l'intermittence γ selon l'équation (1.56). Elle empêche la destruction de γ dans les zones où ν_{t} est élevée. Or, du point de vue du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, les zones loin des parois doivent être considérées comme turbulentes, c'est-à-dire que γ y est proche de 1. Menter et al. signalent d'ailleurs que la condition d'injection de champ libre pour γ est une condition de Dirichlet avec $\gamma = 1$. Cela signifie que l'approche d'une couche limite qui doit être laminaire, comme au bord d'attaque du profil OA209, constitue une zone de relaminarisation du modèle. Dans cette zone, le terme de destruction de γ a une importance particulière.
Observons maintenant une autre transition de comportement du modèle à l'approche de cette couche limite laminaire : la ZDES mode 2 considère également que les zones de champ libre doivent être traitées différemment des couches limites. Par conséquent, l'approche du bord d'attaque est également une zone intermédiaire entre LES (à l'extérieur) et RANS (dans les couches limites). Comme la branche LES - par définition - produit des niveaux de turbulence modélisée beaucoup plus faibles que la branche RANS lorsque $\gamma = 1$, on observe ainsi une différence de comportement dans le champ libre entre une simulation RANS et une ZDES mode 2 : ν_{t}/ν adopte des valeurs très supérieures dans le premier cas par rapport au deuxième, ce qui signifie que dans le premier cas, F_{turb} joue son rôle d'inhibiteur de la relaminarisation et pas dans le second. La destruction de γ étant également directement proportionnelle à la vorticité, on peut donc s'attendre, lors du contournement du bord d'attaque du profil, à une relaminarisation précoce du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$.
Une correction a été proposée pour éviter l'effet relaminarisant de F_{turb} au voisinage du bord d'attaque et loin des couches limites laminaires. Cette correction consiste à multiplier F_{turb} par $F_{\theta,\mathrm{t}}$ afin d'assurer que D_γ, le terme-puits de l'équation de transport de γ, est négligeable en dehors des couches limites. L'effet de cette correction est drastique et beaucoup plus important qu'anticipé, comme en atteste la figure 3.7. Le modèle corrigé génère des couches limites extrêmement résistantes aux décollements, et ce, de manière non physique. Les solutions obtenues présentent même des couches limites plus attachées que les solutions issues d'une simulation RANS. Le champ obtenu est stationnaire et aucune zone LES n'est observée le long de l'extrados. Il semble donc que le modèle de Menter et al. s'appuie sur le fait que $F_{\theta,\mathrm{t}}$ est plus couvrante que F_{turb} (voir figure 3.8). La correction proposée n'a pas été retenue pour la suite de ces travaux.
Mentionnons enfin qu'*a posteriori*, les craintes concernant le comportement de F_{turb} en zone LES étaient infondées. Les niveaux de vorticité du champ fluide ne deviennent suffisants qu'à proximité étroite de la couche limite pour engendrer la relaminarisation, ce qui est conforme au fonctionnement normal du modèle. D'autres paramètres de simulation, et en particulier le schéma de calcul des flux convectifs des composantes de la quantité de mouvement, peuvent déclencher le comportement craint (à ce sujet, voir la partie 3.1.6.1 de l'article qui concerne le schéma convectif, figure 3.9), mais ces effets peuvent être évités. Quoique la

relaminarisation ait nécessairement lieu un peu plus tôt que dans une simulation RANS, le caractère abrupt de la transition de comportement en frontière de couche limite laminaire empêche l'apparition d'anomalies.



3.5 Résumé

Un modèle hybride RANS-LES a été développé dans ce chapitre. Ce modèle est construit sur la base d'un ajout des équations $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. à la formulation de la ZDES mode 2. Pour son développement, quatre axes principaux de travail ont été explorés.

Premièrement, il a été démontré que la fonction de protection de la ZDES mode 2, composante qui détecte automatiquement les zones qui doivent être traitées par la branche RANS du modèle, est déficiente dans les zones laminaires et transitionnelles. Quatre senseurs ont été proposés pour pallier cette déficience, et l'un d'eux a été retenu. Il s'agit de la fonction $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$.

Une fois la protection assurée dans les zones transitionnelles, même en cas d'apparition d'un bulbe de décollement laminaire, il a été vérifié que la fonction de protection était bien inactive au niveau des décollements turbulents. C'est le cas de f_P, la fonction originale de la ZDES mode 2, mais la fonction $F_{\theta,\mathrm{t}}$, elle, surprotège ce type de décollement. Afin de restaurer le passage en branche LES au niveau des décollements turbulents, deux méthodes principales ont été proposées. La première est une stratégie de mise en données : étant donnée une connaissance préalable, même grossière, de la position des décollements turbulents, il est possible de n'utiliser $F_{\theta,\mathrm{t}}$ que de façon zonale, et de recouvrer la ZDES mode 2 originale lorsqu'un passage en branche LES est désirable. C'est cette première méthode qui a été retenue pour la suite, parce que c'est celle qui présente le plus faible risque d'échec. La deuxième méthode s'appuie sur la détermination d'un senseur qui distingue les décollements laminaires des décollements turbulents. En prenant en exemple le cas de l'écoulement autour du profil OA209, un tel senseur a été exhibé, nommé $\mathcal{C}_\mathrm{S}$. Il est construit à l'aide du nombre de Reynolds basé sur la vorticité locale, Re_v, et de la variable transportée $Re_{\theta,\mathrm{t}}$ qui représente l'histoire de la couche limite. Une nouvelle correction de la fonction de protection à l'aide de cette grandeur constitue une alternative possible à la stratégie de zonalisation précédemment décrite. Elle présente de plus l'avantage de restaurer le caractère automatique de la ZDES mode 2. Cependant, l'expression de $\mathcal{C}_\mathrm{S}$ mérite plus ample exploration et validation, et n'a pas pu être utilisée pour poursuivre ces travaux.

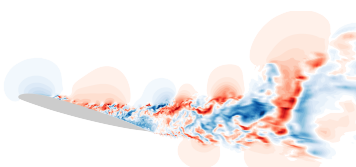
Dans un troisième temps, l'influence des équations de transition sur la branche LES du modèle a été évaluée. Il a ainsi été démontré qu'un couplage par pondération des termes-sources, identique à celui construit dans le cadre RANS au chapitre précédent, risquait de compromettre le comportement de la branche LES du modèle, en modifiant l'amplitude de la turbulence modélisée par le modèle de sous-maille. Une autre méthode de couplage a par conséquent été développée. Elle permet d'assurer que le modèle s'identifie rigoureusement au modèle RANS du chapitre 2 dans les zones protégées, tout en conservant le comportement de la ZDES mode 2 dans les zones traitées par la branche LES. La méthode adoptée s'appuie sur une bascule des termes sources en fonction de la valeur locale de la fonction de protection.

Enfin, l'impact réciproque de la LES sur le modèle de transition a été évalué. Un risque a été identifié à cause de l'appui de la dynamique de relaminarisation du modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ sur l'amplitude locale de $\tilde{\nu}$ *via* la fonction F_turb. Une analyse approfondie du comportement de F_turb et d'une proposition de correction ont écarté le risque, tout en démontrant que la correction proposée engendrait une résistance non physique des couches limites aux décollements turbulents.

Le modèle ainsi construit est détaillé en annexe de l'article présenté en partie 3.1 du présent chapitre. Cet article présente également les validations réalisées sur son comportement. Capable de reproduire les phénomènes associés à la transition ainsi que les instationnarités au sein des décollements turbulents, ce modèle est un candidat de choix pour l'étude du décrochage statique des corps profilés, et en particulier de l'OA209.

Chapitre 4

Étude du décrochage statique du profil OA209



4.1 Présentation des calculs réalisés 176
4.1.1 Procédure de calcul 176
4.1.2 Discrétisation spatiale et temporelle 180
4.1.3 Dimensions spatiales et temporelles du domaine de simulation 181
4.2 Quantification de la bistabilité de l'écoulement oscillant 188
4.3 Article 193
4.3.1 Abstract 193
4.3.2 Introduction 193
4.3.2.1 Airfoil stall 193
4.3.2.2 Numerical studies of static stall 196
4.3.3 Numerical procedure 200
4.3.3.1 Flow solver 200
4.3.3.2 Modeling 200
4.3.4 Simulations overview 201
4.3.4.1 Test case 201
4.3.4.2 Mesh and extracted data 202
4.3.4.3 Initial conditions 203
4.3.5 Validation 204
4.3.5.1 Instantaneous flow 204
4.3.5.2 Pressure distribution 205
4.3.6 Statistical properties of the separated flow 207
4.3.6.1 Stall hysteresis 208
4.3.6.2 Description of a low-frequency oscillation cycle 210
4.3.6.3 Stall cells characteristics 212
4.3.7 Fluctuations in the separated region 216
4.3.7.1 Convective velocities in the massively separated flow 216
4.3.7.2 Fluctuation sources 218
4.3.8 Stall cell low-frequency oscillation scenario 220
4.3.9 Concluding remarks 221
4.4 Résumé 223

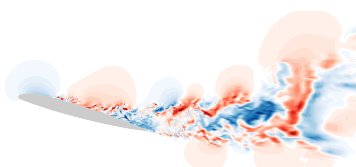
Ce chapitre vise à étudier par méthode numérique les différents phénomènes qui se produisent au décrochage statique d'un profil. Les phénomènes d'intérêt sont l'avènement d'oscillations à fréquence basse (devant la fréquence caractéristique de l'allée de Von Kármán émise par le profil), le comportement en hystérésis de la topologie de l'écoulement en fonction de l'incidence, et le caractère fortement tridimensionnel de l'écoulement - cellules de décrochage. Plus spécifiquement, on souhaite déterminer les couplages entre la dynamique de la transition au bord d'attaque et ces différents phénomènes pour un cas de décrochage mixte bord de fuite/bord d'attaque.
Cet objectif impose ainsi la prise en compte des effets de transition, et de décollements massifs.

Compte tenu du coût prohibitif d'une WRLES ou d'une DNS de ce type d'écoulement [1] et de l'imprécision des modèles RANS pour les écoulements massivement décollés qui sont caractéristiques des profils décrochés (voir parties 1.3.1 et 1.5), le modèle hybride RANS/LES développé au chapitre 3 constitue un excellent moyen de réalisation de cette étude. Il est donc employé pour le calcul de l'écoulement autour du profil OA209 présenté en 1.4.5 dans les conditions suivantes : $Re_c = 1 \cdot 10^6$, $Ma = 0.1617$ et $16° \leq \alpha \leq 19°$.

Dans un premier temps, une série de calculs est réalisée afin de déterminer une plage d'incidences auxquelles le profil est susceptible de décrocher, d'une part, et pour vérifier le fonctionnement du modèle et des méthodes de calcul numérique, d'autre part. Chacune de ces étapes de vérification résout l'écoulement pour une durée permettant à une particule du champ lointain de parcourir 10 à 15 longueurs de corde du profil (0.3 m). Cette procédure permet également de construire des champs initiaux aux calculs dédiés à l'étude physique, réduisant ainsi la durée des transitoires numériques nécessaires à l'obtention d'un écoulement représentatif.

Enfin, deux calculs sont réalisés sur un domaine d'une corde en envergure maillé avec $1.18 \cdot 10^8$ cellules, à une incidence de 16° à partir de deux champs initiaux différents et pour des durées correspondant respectivement à 46 et 134 durées convectives, c'est-à-dire autant de passages de corde par une particule à la vitesse de l'écoulement lointain. Le premier, issu d'un écoulement dont la couche limite est attachée sur la majorité de la corde, reste durablement dans cet état. L'autre, initialisé à partir d'un écoulement massivement décollé, voit apparaître des oscillations à basse fréquence et des cellules de décollement telles que celles décrites en 1.1.1.3. Les données issues de ces calculs sont validées à l'aide de mesures expérimentales disponibles, puis analysées dans le détail afin d'exhiber différents modes d'interaction entre les phénomènes observés, d'une part, et d'évaluer l'influence de la zone de transition sur le comportement de l'écoulement aux incidences de décrochage. En particulier, une analyse spectrale couplée entre domaines temporel et fréquentiel permet de détailler (i) le processus de formation des cellules de décollement et leur lien avec le décollement laminaire, et (ii) le contenu énergétique des oscillations à basse fréquence de la topologie.

1. En ordre de grandeur, le maillage nécessaire à la réalisation d'une WRLES de cet écoulement serait constitué de plus de $15 \cdot 10^9$ cellules. Compte tenu de la durée physique de simulation nécessaire à la reproduction des phénomènes basse fréquence susceptibles d'apparaître, et des contraintes numériques liées à la résolution de la turbulence dans la zone interne des couches limites attachées, une telle simulation représenterait plus d'une vingtaine d'années de calcul sur 10 000 cœurs.



4.1 Présentation des calculs réalisés

Cette première partie est dédiée à la suite de calculs qui a permis la correction du modèle, l'obtention de champs d'initialisation caractéristiques de l'écoulement autour de l'OA209 décroché et la validation des méthodes numériques utilisées. Le diagramme 4.1 présente les différents calculs réalisés, et en détaille succinctement les caractéristiques et résultats.

4.1.1 Procédure de calcul

Les calculs (a) et (d) sur la figure 4.1 ont pour rôle de valider le fonctionnement du modèle. Leurs résultats et l'utilisation qui en a été faite pour la construction de la ZDES mode 2 avec transition ont été détaillés au chapitre précédent. Les données expérimentales démontrent un maximum de portance à $\alpha = 14.5°$ environ. Cependant, elles peuvent être influencées par le bloquage de la veine, non-négligeable. De plus, une certaine résistance au décrochage héritée de la modélisation RANS de l'écoulement au bord d'attaque est à prévoir. Par conséquent, une marge est adoptée au-delà de l'incidence de portance maximale pour la réalisation du premier calcul (a). Conformément aux données expérimentales, la première incidence testée est de 16°. Dans un second temps, dans la mesure où l'écoulement reste résolument attaché à 16°, l'incidence est augmentée à 19°. La résistance persistante au décrochage conduit alors au retrait de la correction du modèle décrite en 3.4. Une fois la correction retirée, le calcul (c) à $\alpha = 19°$ produit un écoulement totalement décollé. Ceci conduit à penser que cette incidence se situe excessivement au-delà de la portance maximale, réduisant voire annulant ainsi le rôle de la couche limite au bord d'attaque du profil (car elle est quasi-inexistante). L'incidence est donc de nouveau réduite à 16°.
À l'inverse, le calcul (e) avec le modèle définitif à $\alpha = 16°$ produit une topologie d'écoulement à la couche limite majoritairement attachée. Cette situation est également défavorable pour l'étude présente parce qu'elle réduit l'ampleur de la zone de couche limite turbulente décollée, et ainsi les possibilités d'interaction entre cette zone et le bulbe de décollement laminaire. Par conséquent, un processus itératif (calculs (e) à (h)) est adopté afin de déterminer une incidence à laquelle une zone de couche limite attachée significative est présente, mais à laquelle le décollement de la couche limite turbulente se produit peu en aval du recollement du bulbe de décollement laminaire. La topologie recherchée est représentée à l'aide de la figure 4.2. Il faut noter que cette topologie correspond à une situation existante pour un décrochage mixte bord d'attaque-bord de fuite (voir la description des modes de décrochage mixtes en partie 1.1.1.2) - en moyenne. Nous y reviendrons.

Plusieurs éléments perturbent l'interprétation des résultats de ce processus itératif. D'une part, afin d'éviter une stabilisation de la position du point de décollement de la couche limite turbulente (et un retard au développement des instabilités de la couche cisaillée associée) due à une sous-résolution du maillage dans la zone de décollement, la géométrie a été remaillée plusieurs fois. Ces remaillages ont permis d'assurer que la résolution au niveau du décollement est suffisante pour permettre le développement de la turbulence résolue par la branche LES du modèle. D'autre part, il n'est pas acceptable en termes de temps de calcul d'attendre qu'une modification de l'incidence effectuée aux conditions limites parvienne au profil pour observer le résultat. Avec les paramètres numériques choisis, le simple parcours de la distance entre la condition limite amont et le bord d'attaque du profil (20 longueurs de corde), exige 730 000 itérations, c'est-à-dire un mois et demi de calcul sur plus de 1000 cœurs. Par conséquent, le champ est redressé d'un calcul à l'autre par les formules suivantes :

$$\begin{cases} u_{x,\mathrm{c}} = & u_x \dfrac{\cos\left(\alpha_\mathrm{c}\right)}{\cos\left(\alpha\right)} \\ u_{y,\mathrm{c}} = & u_y \dfrac{\sin\left(\alpha_\mathrm{c}\right)}{\sin\left(\alpha\right)} \end{cases}, \tag{4.1}$$

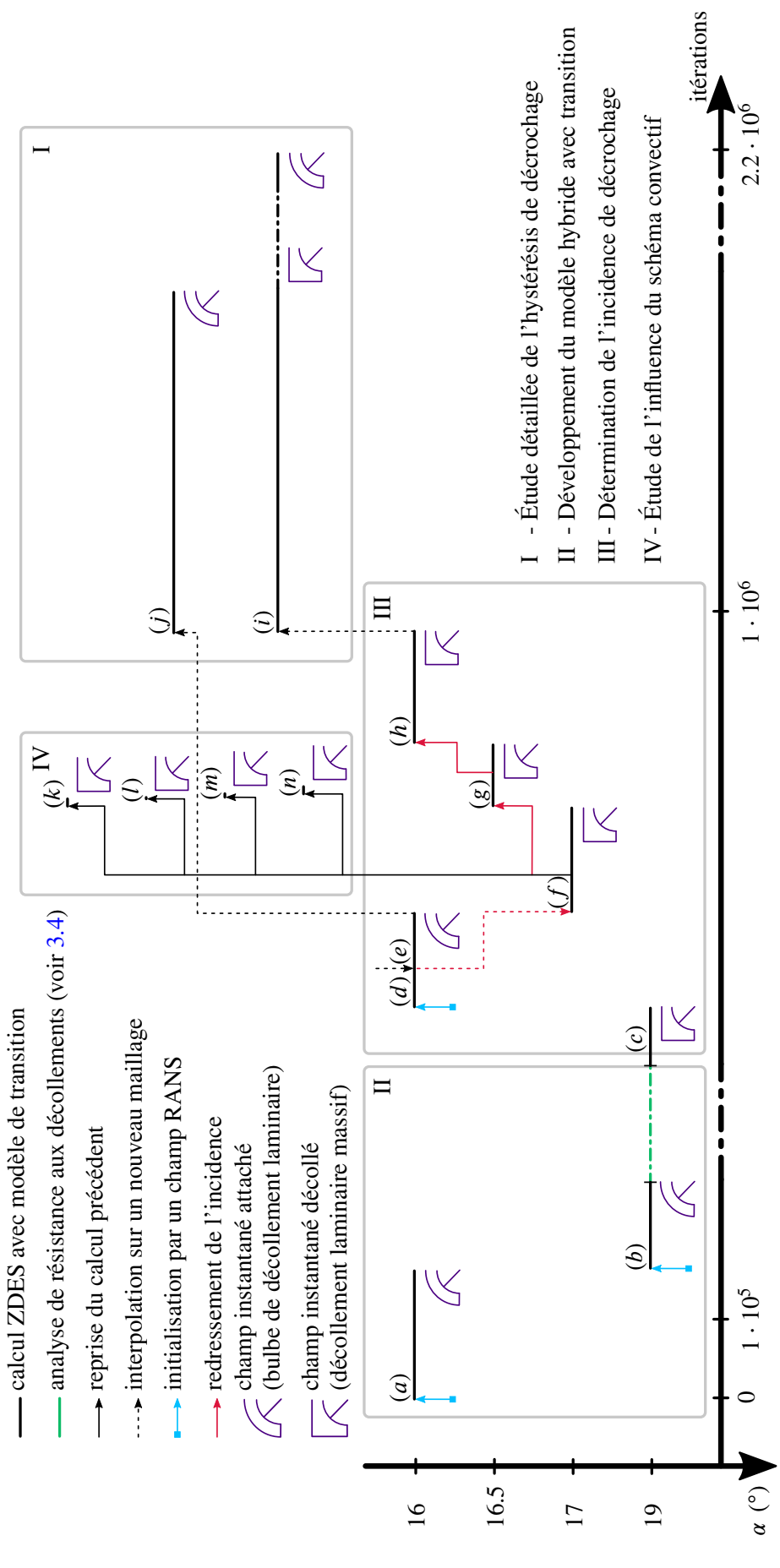


FIGURE 4.1 – Enchaînement de calculs ayant abouti à l'étude (I) du décrochage statique de l'OA209, *via* le développement de modèle (II) présenté au chapitre 3, la détermination des incidences de décrochage de l'OA209 (III) et la validation des méthodes numériques (IV). Les caractéristiques des différents calculs et leurs spécificités sont récapitulées dans le tableau 4.1.

TABLEAU 4.1 – Description détaillée des calculs dont l'enchaînement est décrit sur la figure 4.1. Pour plus de détails concernant l'influence d'une modification du schéma de calcul des flux convectifs, voir l'annexe B, partie B.2. Quand rien n'est précisé, la modification de F_{turb} présentée en partie 3.4 n'est pas utilisée.

Id.	Champ d'initialisation	Incidence	Modèle	Schéma convectif	Commentaire
(*a*)	RANS puis ZDES sur envergure restreinte (30 cellules, 10 % de corde)	16°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ avec correction de F_{turb}	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*b*)	RANS puis ZDES sur envergure restreinte (30 cellules, 10 % de corde)	19°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ avec correction de F_{turb}	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*c*)	RANS puis ZDES sur envergure restreinte (30 cellules, 10 % de corde)	19°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$ sans correction de F_{turb}, validée au chapitre 3	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*d*)	RANS puis ZDES sur envergure restreinte (30 cellules, 10 % de corde)	16°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*e*)	champ final de (*d*) interpolé	16°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES	
(*f*)	champ intermédiaire de (*e*) redressé, avec bulbe de décollement laminaire fermé et décollement turbulent massif (topologie initialement attendue)	17°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*g*)	champ intermédiaire de (*f*) redressé, avec bulbe de décollement laminaire fermé et décollement turbulent massif (topologie initialement attendue)	16.5°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*h*)	champ intermédiaire de (*g*) redressé, avec bulbe de décollement laminaire fermé et décollement turbulent massif (topologie initialement attendue)	16°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*i*)	champ final de (*h*) interpolé sur un maillage adapté à l'alternance entre écoulement attaché et décollé	16°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*j*)	champ final de (*e*) interpolé sur le maillage de (*i*) pour comparaison des deux comportements	16°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES avec senseur «wiggle»	
(*k*)	champ intermédiaire de (*f*), peu avant l'ouverture du décollement laminaire au bord d'attaque	17°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	AUSM+P MILES	
(*l*)	champ intermédiaire de (*f*), peu avant l'ouverture du décollement laminaire au bord d'attaque	17°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	Jameson avec dissipation matricielle, $\chi_4 = 1 \cdot 10^{-3}$	instable
(*m*)	champ intermédiaire de (*f*), peu avant l'ouverture du décollement laminaire au bord d'attaque	17°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	Jameson avec dissipation matricielle, $\chi_4 = 4 \cdot 10^{-3}$	instable
(*n*)	champ intermédiaire de (*f*), peu avant l'ouverture du décollement laminaire au bord d'attaque	17°	ZDES mode 2 $\gamma - Re_{\theta,\text{t}}$	Jameson avec dissipation matricielle, $\chi_4 = 8 \cdot 10^{-3}$	

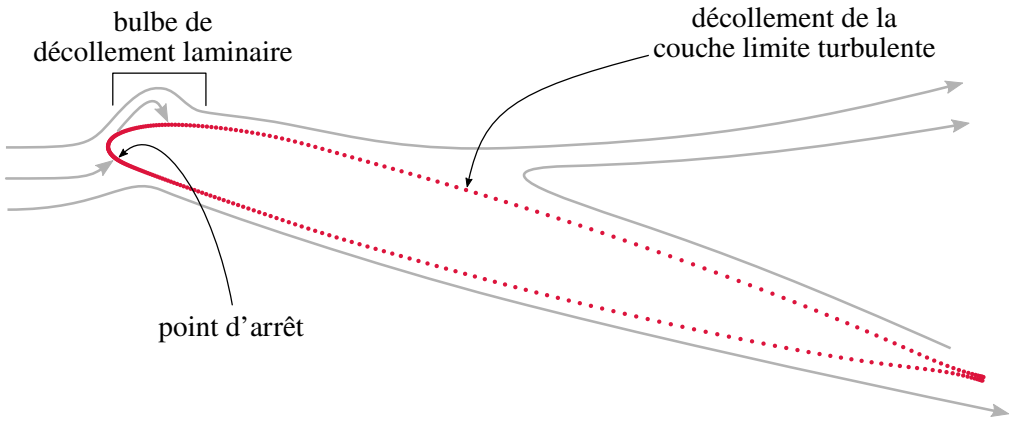


FIGURE 4.2 – Topologie-cible du processus de recherche d'incidence de décrochage de l'OA209.

où $(u_{x,c}, u_{y,c}, u_z)$ désigne le champ de vitesse utilisé pour l'initialisation du nouveau calcul à l'incidence-cible α_c, et (u_x, u_y, u_z) le champ de vitesse résultant du calcul précédent à l'incidence α. Cette correction permet d'assurer que l'angle de l'écoulement par rapport au profil et loin de lui est l'incidence-cible dès le début du calcul, au prix d'un transitoire numérique majoritairement constitué d'ondes acoustiques rapidement évacuées. Ce transitoire reste moins coûteux que de repartir d'un champ issu d'un calcul RANS extrudé en envergure, et l'influence sur la topologie de l'écoulement est également moindre. Cette deuxième possibilité engendre en effet une rapide dégénérescence des couches fortement cisaillées issues du calcul RANS en turbulence de grande échelle extrêmement énergétique. On observe alors en général la formation d'une très grosse structure non-physique le long de l'extrados du profil, qui doit être évacuée. Cette évacuation (convective) nécessite une longue durée de calcul, et l'écoulement transitoire résultant ne peut pas être employé pour analyser le décrochage statique du profil.
Au cours de cette procédure, l'impact du schéma de discrétisation des flux convectifs des variables conservatives sur l'événement de décollement de la couche limite partiellement attachée (formant ainsi un décollement laminaire ouvert) a été évalué. Pour une description détaillée de ce jeu de paramètres numériques et de leur influence sur la stabilité et le résultat des calculs, le lecteur intéressé pourra se référer à l'annexe B, partie B.2.
Le processus itératif de recherche de l'incidence-cible a été poursuivi jusqu'à une incertitude sur α de 0.5° (entre 16° et 16.5°). En résumé : pour toutes les incidences strictement supérieures à 16°, un écoulement décollé sur la totalité de la longueur de l'extrados a été obtenu (contrairement à la solution pour $\alpha = 16°$). À ce stade, il a alors été décidé d'utiliser l'écoulement décollé obtenu à 16.5° pour initialiser un nouveau calcul à 16° (*via* la procédure de redressement donnée par les équations (4.1)) afin de vérifier l'hypothèse d'une hystérésis de décrochage.
Le calcul résultant présentant également une topologie de couche limite majoritairement décollée, l'incidence définitivement retenue est 16°, avec deux champs d'initialisation différents : le résultat du calcul (e) initial, majoritairement attaché, et le résultat de ce dernier calcul, quasiment entièrement décollé. Des cartographies au plan median du calcul de ces champs d'initialisation sont présentées à l'aide de la figure 4.3.

Le calcul (j) initialisé avec l'écoulement de gauche majoritairement attaché reste dans cet état pendant toute la durée résolue. En revanche, et conformément au processus itératif de recherche précédemment décrit, l'autre calcul (i) adopte un ensemble de comportements complexes caractéristiques du décrochage. Sa topologie oscille entre l'état massivement décollé avec lequel il est initialisé et des événements transitoires de recollement de la couche limite et de fermeture du décollement laminaire de bord d'attaque. Lors de ces événements de recollement, un bulbe de décollement laminaire est formé, et la couche limite qui le suit en aval décolle de nouveau plus loin. Ces recollements présentent une forte non-uniformité en envergure : à un instant donné, un écoulement massivement décollé dans une section orthogonale à l'envergure coïncide avec un événement de recollement sur plus de la moitié de la corde, une demie-envergure plus loin. De plus, les

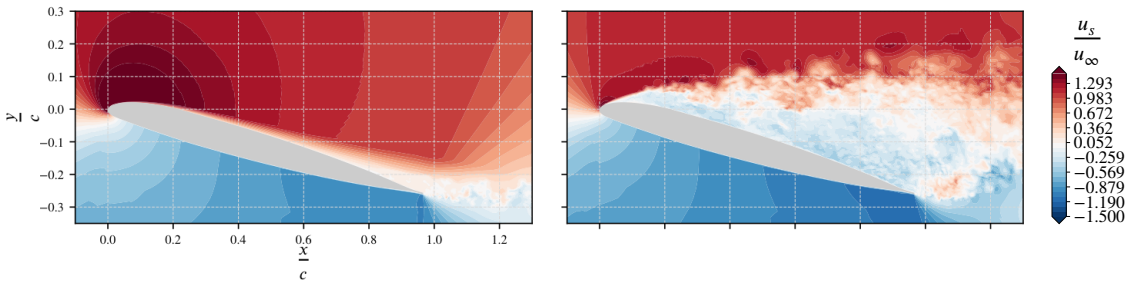


FIGURE 4.3 – Cartographies instantanées de vitesse longitudinale issues de la procédure d'obtention des champs initiaux des calculs dédiés à l'étude du décrochage de l'OA209.

oscillations entre ces deux états ont une fréquence très basse, comparable aux fréquences identifiées dans la littérature au décrochage d'autres profils (voir 1.1.1.3) : le nombre de Strouhal associé $St = fc \sin\alpha/u_\infty$, où f désigne la fréquence d'oscillation, est de l'ordre de 0.02.
Afin de permettre une étude quantitative de ces oscillations, les deux calculs sont poursuivis sur des durées significativement supérieures à celles des simulations du décrochage par méthodes hybrides qui ont été publiées précédemment (voir partie 1.5). 8 périodes de cette oscillation à basse fréquence sont ainsi résolues, correspondant à une durée physique de 0.475 s ou 87 durées convectives, (ou encore 3 mois et demi de calcul sur 1200 cœurs). Au bout de cette durée, le système bifurque de manière très surprenante vers l'état du calcul majoritairement attaché. Il est alors poursuivi pour une durée de 0.2 s afin de permettre la comparaison des statistiques de ce troisième état avec celles de la solution de l'autre calcul. Au total, le calcul dont la solution est initialement décollée résout 0.675 s de comportement physique de l'écoulement, et l'autre 0.213 s.
Nous renvoyons le lecteur vers l'article qui accompagne ce chapitre en partie 4.3 pour une description quantitative et plus détaillée du comportement des solutions.

4.1.2 Discrétisation spatiale et temporelle

Pour tous les maillages générés, trois critères ont principalement été pris en compte :

— La résolution en proche paroi nécessaire à la résolution du profil de vitesse de la couche limite dans la zone où elle est attachée : les calculs RANS effectués en préparation des calculs hybrides ont permis d'obtenir un résultat où la couche limite est attachée sur une portion plus importante de la corde que le pire scénario observé lors des simulations hybrides [2] [3]. Par conséquent, cet écoulement a permis de calculer la hauteur de première cellule en paroi telle que $y^+ \leq 1$ à son centre, et ce, partout où la couche limite est attachée.

— La résolution au niveau de la zone de transition dans la direction longitudinale. Il a été observé, notamment au cours de ces travaux (voir 2.3.1), que le modèle $\gamma - Re_{\theta,t}$ est particulièrement sensible à la résolution du maillage dans la direction longitudinale. Les critères obtenus au chapitre 2 ont été appliqués pour assurer une indépendance de la zone de transition au maillage ainsi que le fonctionnement du modèle. En particulier, lorsque le décollement laminaire forme un bulbe, celui-ci est systématiquement discrétisé à l'aide d'un nombre de cellules compris entre 80 et 160 dans la direction longitudinale.

— La résolution dans la direction orthogonale à la couche cisaillée issue de la couche limite au niveau du décollement turbulent. Cette couche cisaillée est toujours discrétisée à l'aide d'au moins 20 cellules dans son épaisseur de vorticité (voir 1.1.2.2 pour la définition de cette grandeur). D'après Sagaut et al. (2013), il en faut au minimum 30. C'est pourquoi quand la couche de mélange est amenée à se

2. Une fois le modèle définitivement figé.
3. Ceci démontre que les résultats obtenus avec le modèle RANS conduiraient à un optimisme excessif sur la capacité de l'écoulement à demeurer attaché.

déplacer le long de la corde du profil, la géométrie est remaillée et le calcul repris. Il faut noter que cette procédure nécessite une interpolation de la solution, source de bruit. Pour la partie exploratoire de la procédure décrite sur la figure 4.1, ce bruit n'est pas dérangeant, dans la mesure où un résultat qualitatif est suffisant pour conclure sur le comportement général de l'écoulement. C'est par exemple le cas au passage entre les calculs (d) et (e). Pour les deux calculs définitifs qui ont permis d'obtenir les données pour réaliser les analyses qui suivent, ce critère est dépassé pour atteindre 45 cellules dans l'épaisseur de vorticité au niveau du décollement de la couche limite turbulente. Cet effort est réalisé afin de garantir un développement rapide des instabilités de la couche de mélange entre l'écoulement extérieur et la zone recirculante.

— L'isotropie des mailles dans la zone d'écoulement massivement décollé. Cette contrainte impose principalement une discrétisation fine dans la direction d'envergure et dans la direction longitudinale. La résolution de la zone décollée dans la direction normale à la paroi est en effet dictée par le critère précédent, beaucoup plus contraignant, parce que tous les maillages sont structurés.

Les deux calculs qui serviront à l'analyse du décrochage de l'OA209 sont ainsi réalisés sur un maillage de $118 \cdot 10^6$ cellules. L'envergure, égale à 1 corde, est constituée de 300 cellules, ce qui permet des valeurs maximales de Δz^+ inférieures à 300. Les cellules dans la zone d'écoulement massivement décollé sont approximativement des cubes de côté 1 mm.
La discrétisation temporelle est ensuite effectuée par la méthode d'Euler rétrograde. Le pas de temps de la simulation, noté Δt, est choisi pour respecter la condition de Courant-Friedrichs-Lewy. On définit le nombre de CFL acoustique à l'aide de l'équation (4.2), où a désigne la vitesse du son dans l'écoulement et Δ la plus petite dimension de la cellule.

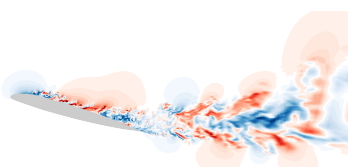
$$CFL = (\|\underline{u}\|_2 + a)\frac{\Delta t}{\Delta} \tag{4.2}$$

Le pas de temps est ainsi choisi égal à $5 \cdot 10^{-7}$ s afin que ce nombre vaille environ 35 au maximum dans les premières cellules en proche paroi de la couche limite laminaire. Cette valeur est considérée suffisamment faible compte tenu du fait que ces zones sont traitées par une approche RANS (Sagaut et al. 2013) et que la résolution de chaque pas est implicite. La figure 4.4 représente la distribution du nombre de CFL dans les zones traitées par méthode LES sur un champ instantané du calcul initialement décollé lors d'une phase de décollement massif (cas le plus défavorable où les zones LES sont les plus étendues). Les zones traitées en RANS ont été masquées à l'aide de la fonction de protection. On observe que la valeur maximale du nombre de CFL le long de l'extrados du profil, hors zone protégée, est d'environ 14. Enfin, 6 sous-itérations de méthode Gear sont utilisées à chaque pas de temps pour la résolution du système implicite [4], ce qui suffit à obtenir une baisse des résidus de sous-itération d'environ deux ordres de grandeur et ainsi garantir la qualité de la progression temporelle de la simulation.

4.1.3 Dimensions spatiales et temporelles du domaine de simulation

Cette partie concerne plus particulièrement les deux calculs (i) et (j) voués à analyser le décrochage de l'OA209. Une envergure d'une corde a été choisie, conformément aux données de la littérature (Le Pape et al. 2013). Il faut noter que cette envergure semble *a priori* insuffisante pour le développement de cellules de décrochage, car les dimensions de ces cellules sont en général de l'ordre de deux cordes (voir 1.1.1.3). De telles cellules ont cependant été observées dans le cours du calcul dont la solution est oscillatoire, ce qui démontre que cette envergure est suffisante pour les faire apparaître. La solution concernée finit cependant, après une durée longue de 90 passages de corde, par bifurquer vers la solution attachée. Une hypothèse envisagée pour expliquer ce phénomène est que l'envergure est trop restreinte pour que ces cellules soient stables.
L'envergure conséquente choisie permet cependant au minimum une indépendance de la solution à une section

4. Notons que la simulation de l'écoulement oscillant a par conséquent effectué plus de 1 350 000 pas, c'est-à-dire 8 100 000 sous-itérations !



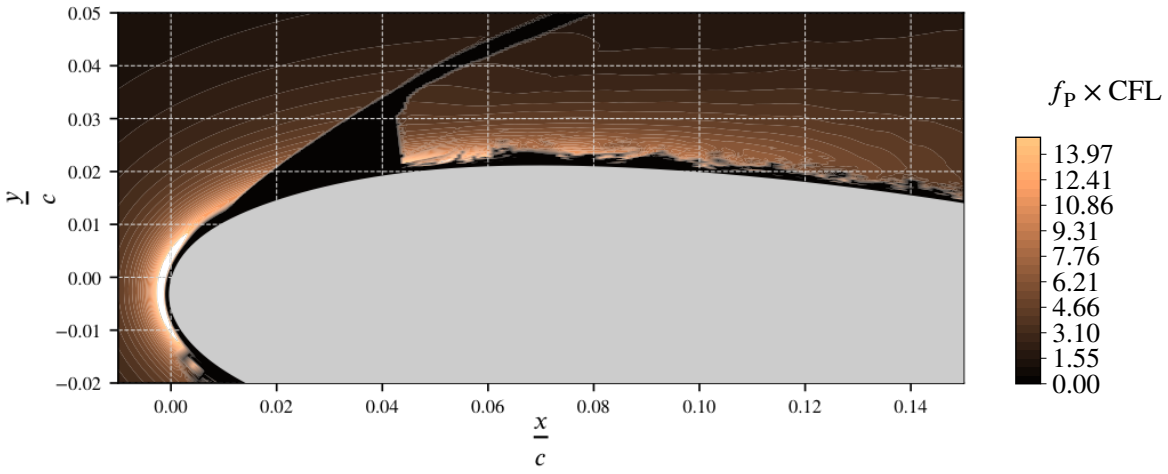


FIGURE 4.4 – Cartographie du nombre de CFL au bord d'attaque du profil. Les zones RANS ont été masquées à l'aide de la fonction de protection afin de rendre la figure plus lisible dans les zones LES.

donnée vis-à-vis des événements se produisant une demie-corde plus loin en envergure. Pour le démontrer, nous présentons l'évolution de la corrélation entre deux signaux obtenus en deux points espacés en envergure de Δz, définie en annexe C. La corrélation obtenue est de plus moyennée le long d'une ligne en envergure. Le positionnement des points ayant servi à l'acquisition est donné à l'aide de la figure 4.5 sur un champ instantané de vitesse transverse dans une phase de décollement d'ampleur intermédiaire.

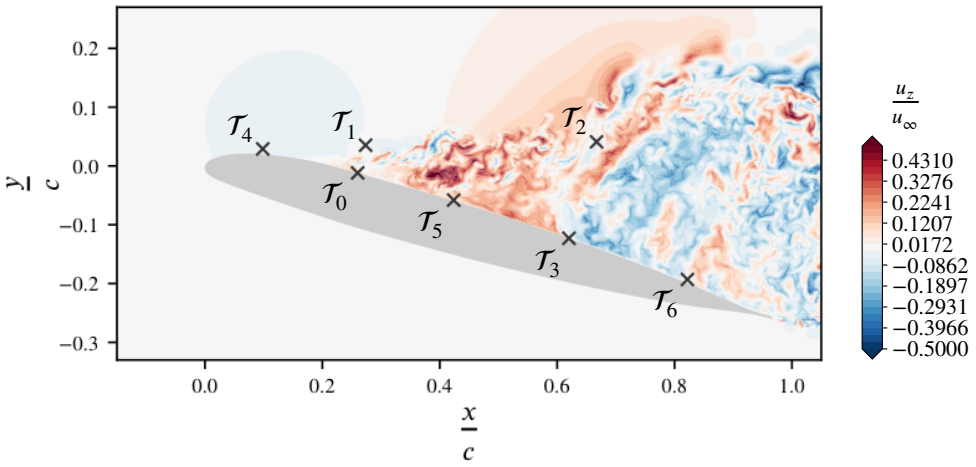


FIGURE 4.5 – Positionnement des sondes utilisées pour analyser les caractéristiques des écoulements. Chacun des points-sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,6]\!]}$ indiqués correspond à 300 centres de cellules répartis le long de l'envergure, où le signal est enregistré.

Les corrélations moyennées en envergure aux points-sondes $\mathcal{T}_2$ et $\mathcal{T}_6$, où le modèle adopte la plupart du temps un fonctionnement de type LES, sont tracées sur la figure 4.6. On observe une décorrélation des événements affectant les différentes composantes de la vitesse entre une position en envergure et la position une demie-envergure plus loin, notamment dans la zone loin de la paroi où sont situées les sondes $\mathcal{T}_2$. En

revanche, les événements de pression sont corrélés, ce qui n'est pas surprenant compte tenu de la vitesse de propagation acoustique, un ordre de grandeur plus élevée que les vitesses d'écoulement mises en jeu ici. Les composantes normale et transverse de vitesse, en revanche, sont bien décorrélées à mi-envergure, avec une distance caractéristique de cohérence inférieure au quart de l'envergure. Notons que la vitesse longitudinale est également légèrement corrélée au niveau du bord de fuite du profil (sondes $\mathcal{T}_6$). Ceci est dû au caractère cohérent de l'émission des tourbillons de l'allée de Von Kármán, qui affecte simultanément toute l'envergure du profil au niveau du bord de fuite. Cette hypothèse est confortée par une analyse similaire réalisée à l'aide de résultats obtenus suite à la bifurcation du comportement de l'écoulement oscillant vers un état attaché, ainsi que de résultats du calcul produisant un écoulement majoritairement attaché. Les corrélations ainsi calculées sont présentées à l'aide de la figure 4.7. Dans ce contexte, l'écoulement est décollé au bord de fuite, mais le décollement est trop mince pour engendrer une allée de Von Kármán. C'est la raison pour laquelle une meilleure décorrélation est obtenue pour la composante longitudinale de la vitesse au niveau de la sonde $\mathcal{T}_6$.

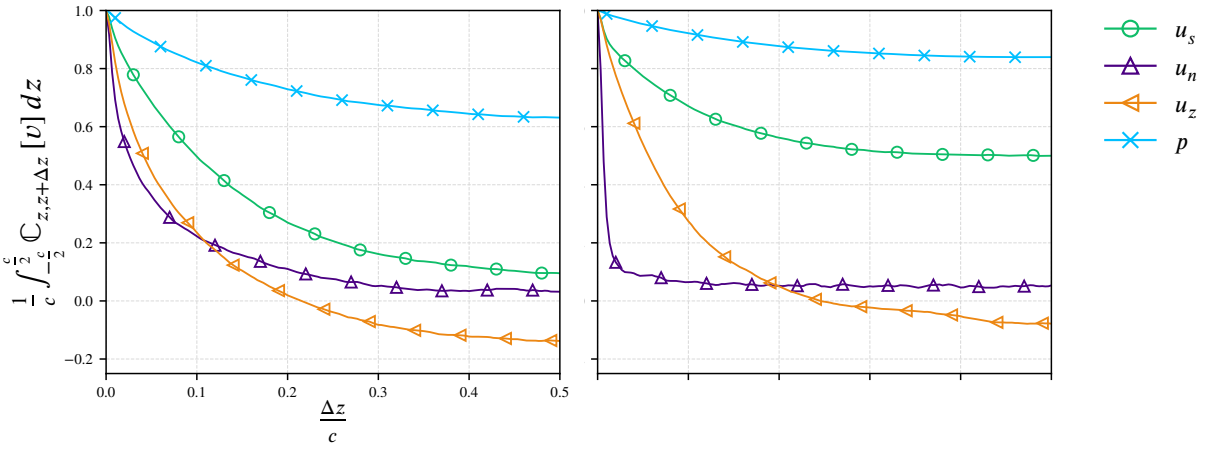


FIGURE 4.6 – Corrélations intégrées des composantes de la vitesse et de la pression ($v \in \{u_s, u_n, u_z, p\}$) le long des points de référence possible des lignes de sondes $\mathcal{T}_2$ (gauche) et $\mathcal{T}_6$ (droite) dont le positionnement est donné sur la figure 4.5. Les données sont issues du calcul dont la solution oscille à basse fréquence. Les corrélations le long des cinq autres lignes $\{\mathcal{T}_i\}$ sont données en annexe D.

Par ailleurs, le durée totale d'acquisition des signaux est un point crucial pour soutenir les analyses qui en sont faites, en particulier dans un contexte où la fréquence structurante est aussi basse par rapport aux autres phénomènes de l'écoulement. Malheureusement, la topologie de l'écoulement oscillant change radicalement au bout de la huitième période de cette oscillation et bifurque vers un état attaché. La durée des signaux utilisée pour les analyses est donc contrainte par cette limite, et il est nécessaire de démontrer que les biais induits par un nombre faible de cycles n'est pas dommageable aux analyses.

La figure 4.8 montre l'évolution de l'espérance des signaux de vitesse et de coefficient de pression obtenus à partir des sondes $\mathcal{T}_4$ et $\mathcal{T}_5$ au fur et à mesure de l'acquisition. Le résultat a été intégré le long de la direction homogène d'envergure. Ces deux sondes sont respectivement le cas le plus favorable et le cas le plus défavorable observés. $\mathcal{T}_5$ se trouve en effet dans une zone qui est décollée la plupart du temps, et sous effet de fluctuations turbulentes constantes. À l'inverse, $\mathcal{T}_4$ est située au bord d'attaque du profil, et voit alternativement une couche limite attachée dont la turbulence n'est pas résolue et une zone massivement décollée (respectivement environ $1/4$ et $3/4$ du temps, voir partie 4.3.6.3 de l'article reproduite en partie 4.3). Cet effet oscillatoire qui produit une mauvaise convergence de l'espérance statistique du signal en $\mathcal{T}_4$ est de plus accentué par un biais associé au calcul de cette espérance : les événements rares et intenses (comme les événements de recollement de couche limite) pèsent lourd dans le calcul de la moyenne car les valeurs adoptées

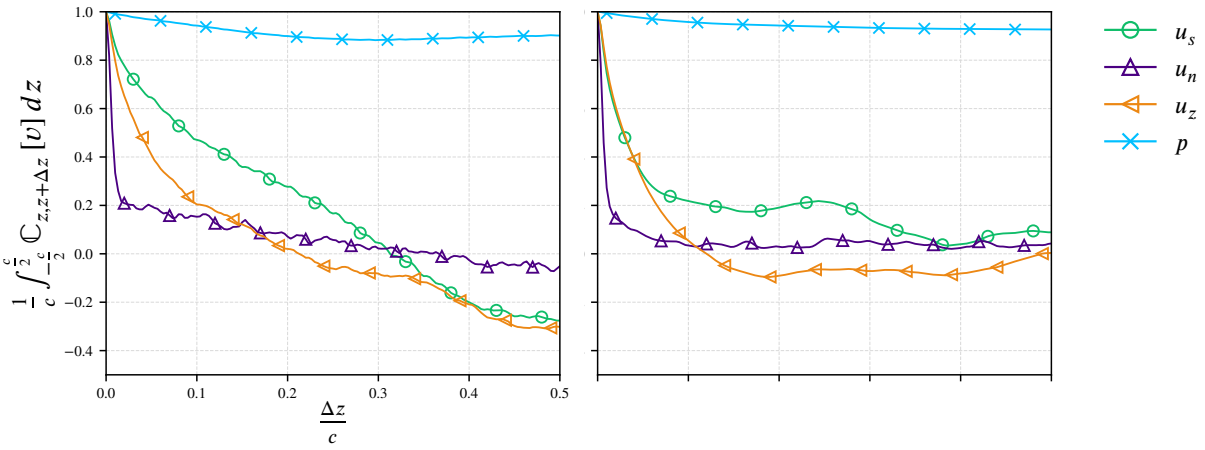


FIGURE 4.7 – Corrélation des composantes de la vitesse et de la pression au niveau du bord de fuite du profil (sondes $\mathcal{T}_6$ de la figure 4.5), pour les signaux issus du calcul (i) en phase attachée suite à la bifurcation du comportement de l'écoulement (gauche) et pour ceux issus du calcul (j) produisant un écoulement majoritairement attaché à la topologie permanente (droite).

sont élevées en valeur absolue par rapport à celles de l'écoulement décollé majoritaire. Donnons l'exemple suivant : soient 11 valeurs réelles telles que 10 d'entre elles soient négatives et inférieures à 1 en valeur absolue, et qu'une seule soit supérieure à 10. Alors la moyenne de ces 11 réels sera positive, bien que le signal soit très majoritairement négatif.
Il en découle que le champ moyen de notre écoulement n'est pas représentatif d'un état instantané de cet écoulement, et qu'il est extrêmement lent à converger dans les zones où la couche limite recolle transitoirement et régulièrement. Notons cependant que dans les zones peu soumises aux recollements, la convergence des espérances est satisfaisante.
Un autre estimateur de la convergence statistique du signal a donc été utilisé, par construction représentatif du comportement majoritaire de l'écoulement : il s'agit de la médiane des signaux, ainsi que des premier et dernier déciles pour l'observation de la convergence des statistiques associées aux événements rares (voir annexe C). Ces estimateurs de convergence sont présentés à l'aide de la figure 4.9.

La qualité de convergence obtenue pour la médiane des signaux est plus satisfaisante que pour leur espérance, et ce, aux deux points d'acquisition. En particulier, la médiane de la composante tangente à la paroi de la vitesse au point $\mathcal{T}_4$ est stabilisée rapidement, dès que 20 durées convectives se sont écoulées. C'est également le cas des premiers déciles des trois composantes en $\mathcal{T}_4$, ce qui permet d'affirmer que la durée d'acquisition est suffisante pour obtenir une bonne convergence des statistiques associées aux phénomènes turbulents. La stablisation est paradoxalement un peu plus lente (environ 40 durées convectives) pour les quantiles des signaux issus de $\mathcal{T}_5$, parce que les valeurs obtenues sont faibles : l'intensité des fluctuations rapportée à la moyenne est plus conséquente qu'en $\mathcal{T}_4$. Conformément à ce qui a précédemment été décrit à propos de l'espérance, le dernier décile des signaux de composante tangente à la paroi en $\mathcal{T}_4$ n'est convergé qu'à environ 10 % près ; il est fortement influencé par les événemenents de recollement.

Bien qu'il eût été souhaitable d'obtenir une meilleure convergence des statistiques associées à cet écoulement, les figures 4.8 et 4.9 montrent que la convergence des phénomènes non-tonaux est suffisante pour permettre des analyses du régime oscillatoire observé. En particulier, on note que durant le processus de convergence de l'espérance en $\mathcal{T}_4$, les **seules** fluctuations significatives observées au delà de $T = 45$ sont dues aux événements de recollement transitoires. Nous proposons de soutenir cette affirmation avec la figure 4.10, qui représente l'évolution de la variance des signaux en $\mathcal{T}_2$ et $\mathcal{T}_6$ au fur et à mesure de leur acquisition.

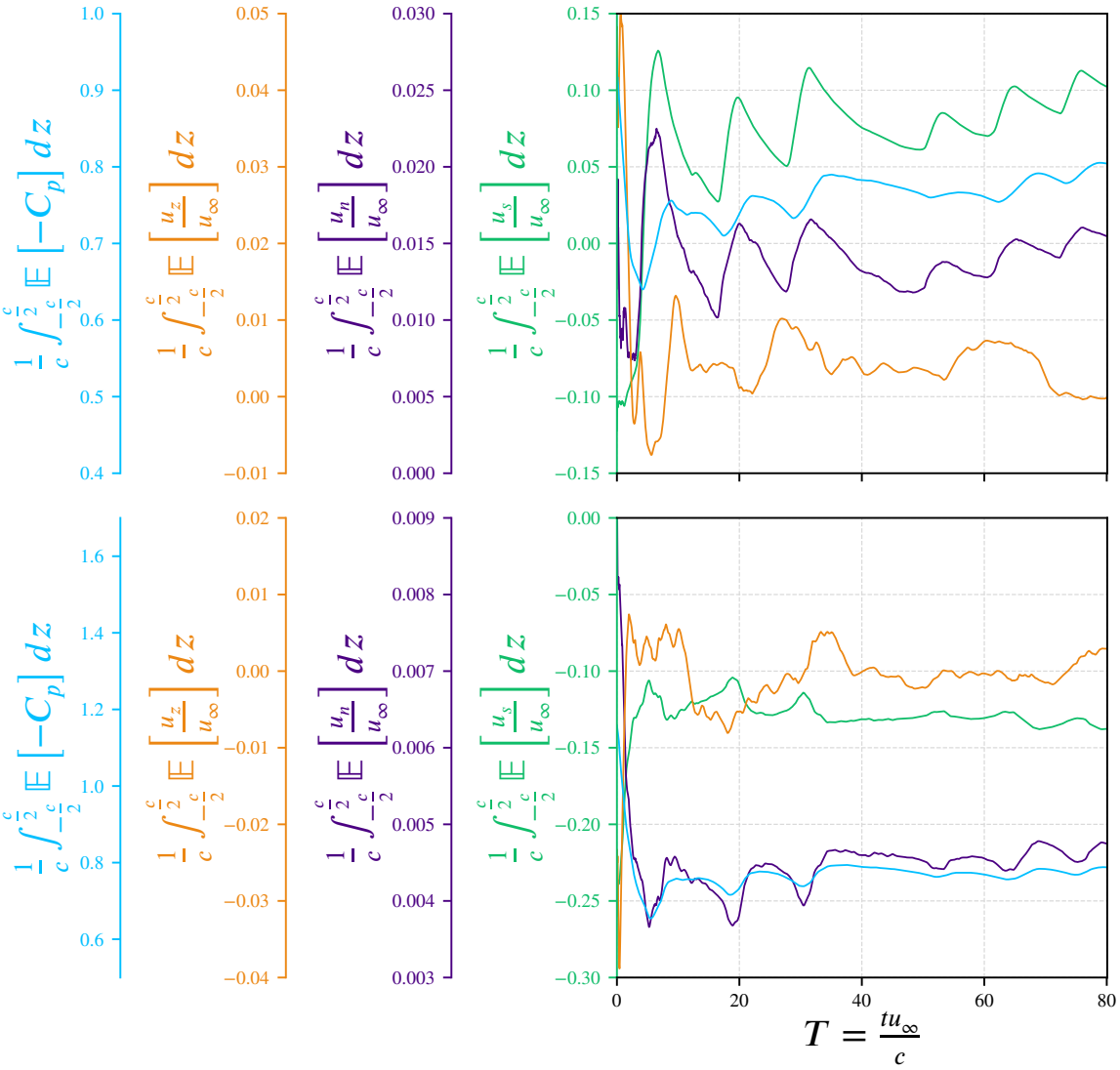


FIGURE 4.8 – Convergence au cours de l'acquisition de l'espérance statistique des signaux de vitesse et de pression provenant des sondes $\mathcal{T}_4$ (en haut) et $\mathcal{T}_5$ (en bas). Les diagrammes sont coupés au moment de la bifurcation de l'écoulement vers un état attaché (après environ 90 temps convectifs).

Rappelons que ces deux sondes sont plongées 100 % du temps dans l'écoulement issu du décollement dont la turbulence est résolue par la simulation. $\mathcal{T}_2$ est alternativement dans la zone décollée et dans le champ extérieur, comme nous le verrons un peu plus loin (voir partie 4.2), mais l'écoulement turbulent qu'elle subit lorsque la couche limite est décollée a également une vitesse importante, ce qui réduit le biais associé aux oscillations basse-fréquence.

On observe qu'en ces points, où le calcul de la variance s'affranchit dans une certaine mesure du caractère tonal du phénomène dominant l'écoulement, la convergence des moments d'ordre 2 est plus satisfaisante que celle des moyennes, en particulier pour les variables dont l'intensité est peu affectée par les oscillations à basse fréquence de l'écoulement, c'est-à-dire u_n, u_z et p.
Pour la suite des analyses réalisées, les 50 000 premières itérations du calcul oscillant ne sont pas prises en compte. Elles représentent 4 durées convectives et un peu moins d'une demie-période d'oscillation. Cette durée est considérée suffisante pour s'affranchir du transitoire numérique de calcul, parce que cela correspond environ au temps d'aller-retour d'une onde acoustique jusqu'aux frontières extérieures du domaine de calcul.

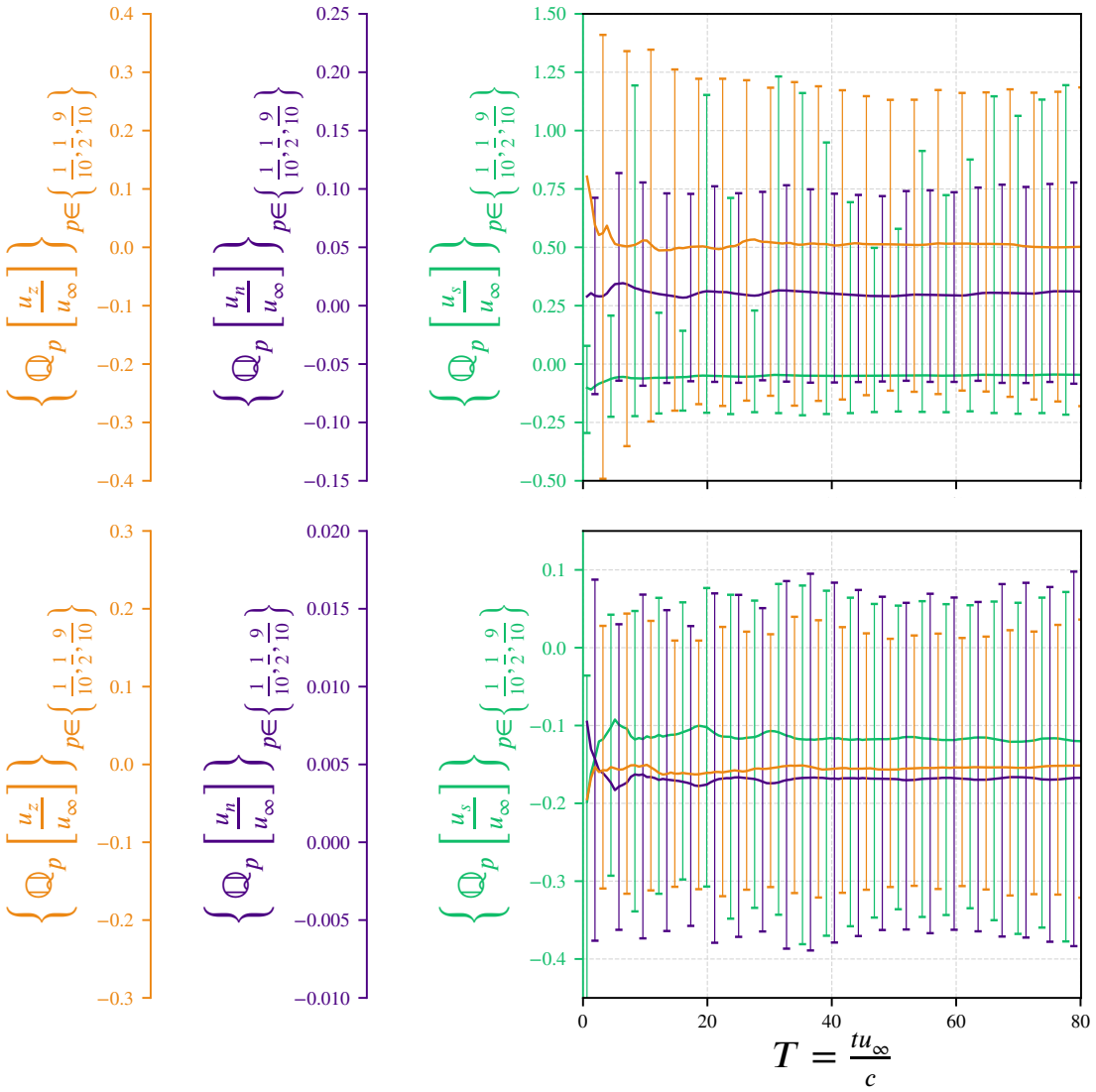


FIGURE 4.9 – Convergence au cours de l'acquisition de la médiane et des déciles extrêmes des signaux de vitesse provenant des sondes $\mathcal{T}_4$ (en haut) et $\mathcal{T}_5$ (en bas). Les diagrammes sont coupés au moment de la bifurcation de l'écoulement vers un état attaché (après environ 87 temps convectifs).

Par souci d'exhaustivité, des diagrammes similaires aux figures 4.8, 4.9 et 4.10 pour tous les signaux issus des points-sondes de la figure 4.5 sont fournis en annexe D. Ils sont accompagnés de figures similaires pour les moments centrés et réduits du troisième ordre, dits *moments d'asymétrie* de la distribution.

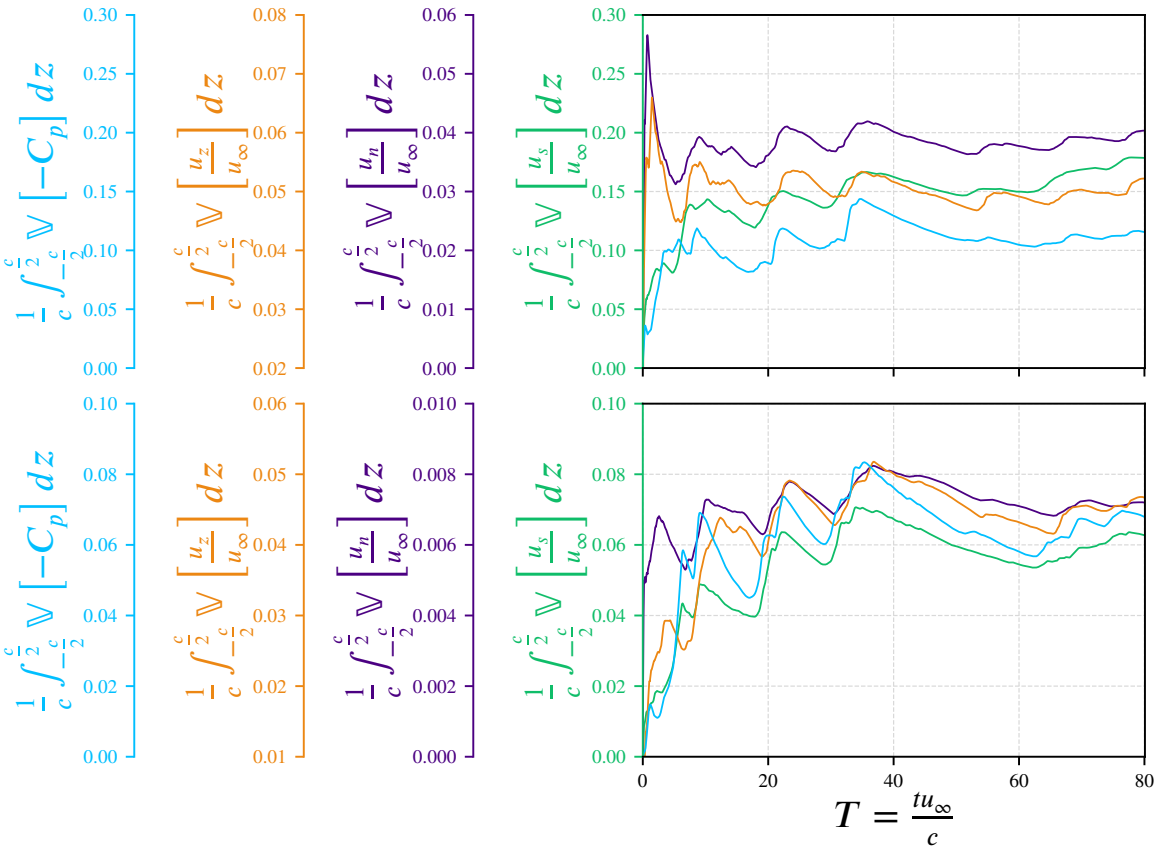


FIGURE 4.10 – Convergence au cours de l'acquisition de la variance des signaux de vitesse et de pression provenant des sondes $\mathcal{T}_2$ (en haut) et $\mathcal{T}_6$ (en bas).

4.2 Quantification de la bistabilité de l'écoulement oscillant

Une vue spatialement plus vaste du comportement de l'écoulement est donnée dans cette partie afin notamment de décrire les deux états extrêmes et de quantifier le biais introduit dans le calcul de la moyenne par le caractère fortement asymétrique de la distribution de vitesse au bord d'attaque. Une estimation a ainsi été réalisée de la médiane au cours du temps des variables descriptives de l'écoulement, ainsi que de leurs premiers et derniers déciles. Ces données complètent en particulier l'analyse quantitative qui est faite des profils de vitesse et de leurs caractéristiques statistiques et probabilistes dans l'article associé à ce chapitre (voir partie 4.3.6.3).

La médiane et les déciles extrêmes ont été calculés à l'aide de champs instantanés plans aux centres des cellules les plus proches du centre du domaine et du plan de périodicité [5]. Ces données ont été extraites du calcul respectivement toutes les 100 et toutes les 5000 itérations. Pour le calcul des quantiles présentés ici, seule une partie des données extraites au plan central est utilisée, du fait de la non-homogénéité des zones d'apparition des événements de recollement en envergure : durant tout le calcul, ces événements se produisent proche du plan central, et le plan de périodicité n'en voit presqu'aucun. Ce phénomène est particulièrement apparent sur la figure 4.23 de l'article, et une explication en est fournie : les cellules de décollement génèrent les conditions nécessaires à leur propre réapparition. En effet, c'est l'interaction des structures émises par l'événement de décollement avec le bord de fuite qui, en remontant à l'intérieur de la zone décollée, engendre le battement de couche de mélange responsable de la formation de la cellule suivante. Une cellule conditionne ainsi la zone d'apparition de la suivante au travers de la direction de remontée de cette information. Or cette direction est en moyenne orthogonale à l'envergure. Chaque cellule a donc une plus grande possibilité d'apparaître à proximité du lieu de disparition de la précédente.
L'inhomogénéité de répartition en envergure des cellules induit ainsi un biais dans le calcul des quantiles : utiliser plus d'échantillons issus du plan central, même s'ils sont décorrélés les uns des autres, reviendrait à introduire une surreprésentation artificielle des événements de recollement dans l'estimation de la densité de probabilité des signaux. En particulier, une telle procédure produit un champ médian attaché au bord d'attaque. Afin de s'affranchir de ce phénomène, les données issues du plan central sont sous-échantillonnées d'un facteur 50, ce qui permet le même espacement temporel entre deux échantillons successifs qu'au plan de périodicité, et par conséquent le même nombre d'échantillons. Ces données sont donc sous-échantillonnées d'un facteur 5 en espace et 5000 en temps par rapport à ce qui est présenté dans l'article (ligne de sondes normales à la paroi et ligne de sondes proche-paroi). À nouveau, les résultats sont tout de même qualitativement représentatifs en raison du très grand nombre de pas de temps réalisés pendant la phase oscillatoire : le signal initial est largement suréchantillonné. La figure 4.11 présente les résultats obtenus. Notons que le calcul de ces grandeurs est extrêmement coûteux : il n'est pas possible d'avoir toutes les données en mémoire en une seule fois pour les ordonner et en déduire les quantiles. La procédure utilisée, brièvement présentée en annexe C, implique un grand nombre de lectures des mêmes données. Les champs présentés ici résultent par exemple de 70 lectures successives des mêmes 361 champs plans. La moyenne de la composante longitudinale de vitesse est également donnée.

Conformément aux remarques de la partie 4.1.3 sur le biais de calcul de la moyenne pour un signal bistable asymétrique, le champ médian et le champ moyen diffèrent au niveau du bord d'attaque. Alors que la couche limite est en moyenne attachée, sa médiane est en revanche décollée et plus représentative du comportement instantané du fluide. Elle est de plus qualitativement proche de son premier décile. Le dernier décile, lui, correspond à l'état extrême inverse : le bulbe de décollement laminaire au bord d'attaque est fermé, et il existe une courte région de couche limite turbulente attachée. Cet extrême reste cependant différent de la topologie de l'écoulement initialement majoritairement attaché : l'écoulement est décollé plus de 90 % du temps sur plus de 75 % de la surface de l'extrados du profil. On note également l'apparition des

5. Les deux plans considérés pour le calcul sont par conséquent espacés d'une demie-envergure exactement.

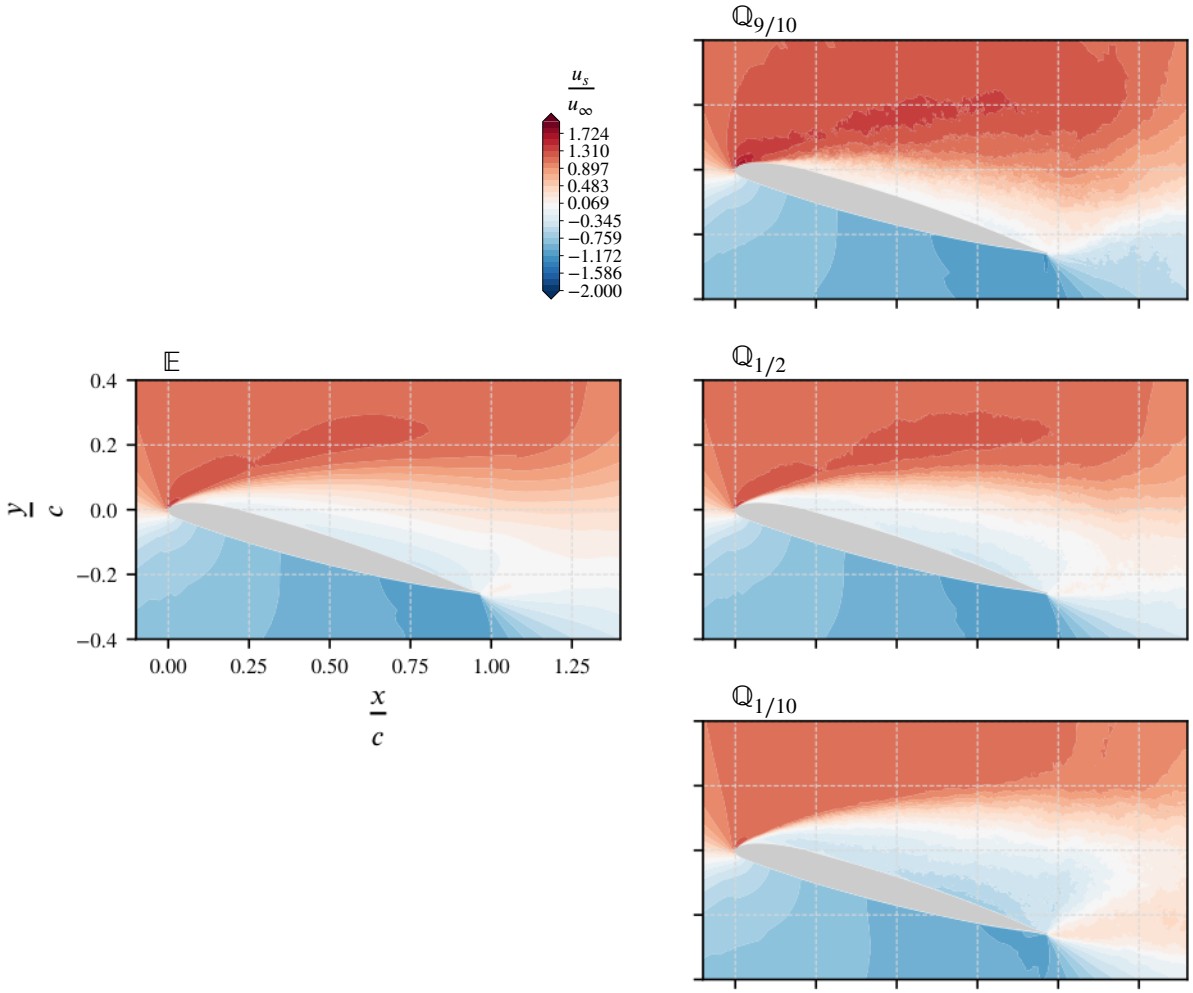


FIGURE 4.11 – Champs de la moyenne $\mathbb{E}$, du premier décile $\mathbb{Q}_{1/10}$, de la médiane $\mathbb{Q}_{1/2}$ et du dernier décile $\mathbb{Q}_{9/10}$ des signaux de composante longitudinale - c'est-à-dire tangente à la paroi - de vitesse de la solution oscillant à basse fréquence.

prémices d'une deuxième zone de vitesse longitudinale négative intense au premier décile de la distribution par rapport à la médiane : à l'aplomb du bord de fuite du profil, ces vitesses négatives correspondent aux tourbillons périodiquement formés et relâchés dans l'allée de Von Kármán du profil.
Un agrandissement sur le bord d'attaque de ces diagrammes est montré en figure 4.12. La médiane observée ici est conforme à celle présentée le long de lignes normales à la paroi dans l'article de la partie 4.3 (mieux résolue en espace et en temps) : en proche paroi au bord d'attaque, les deux estimations sont décollées, quoiqu'avec des valeurs de vitesse longitudinale extrêmement faibles. Cette analyse corrobore ainsi les observations faites plus haut sur le calcul de la moyenne pour ce type d'écoulement. Elle démontre de plus l'impossibilité de reproduire les phénomènes observés à l'aide d'une approche RANS : la région d'écoulement attaché en aval du recollement du bulbe - qui ne peut pas vraiment être qualifiée de couche limite attachée, ainsi que la topologie de la partie amont du décollement turbulent, ne peuvent pas être simulées à l'aide d'un modèle calibré pour construire des profils de couche limite turbulente attachée. Il reste imaginable de réaliser des simulations instationnaires où le phénomène de battement de la couche de mélange serait possible au travers des instationnarités de la solution. Nous verrons cependant que ce battement est en lien direct avec des interactions entre fluctuations haute fréquence et phénomènes basse fréquence, qu'il est par définition impossible à capter par une représentation intégrale du spectre des fluctuations turbulentes.

Enfin, les signaux détaillés et optimalement échantillonnés acquis aux points $\mathcal{T}$ (voir figure 4.5) per-

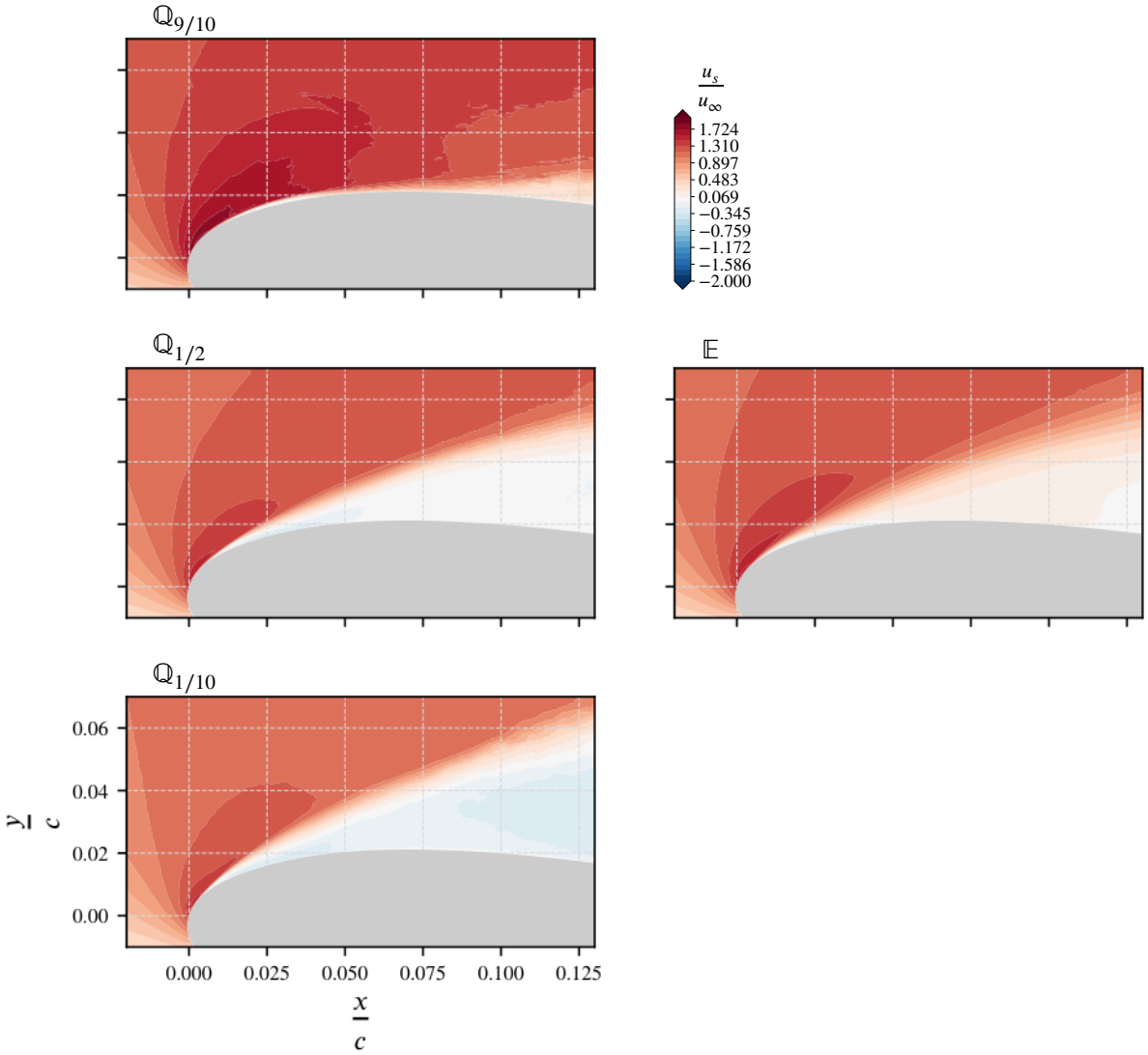


FIGURE 4.12 – Champs du premier décile $\mathbb{Q}_{1/10}$, de la médiane $\mathbb{Q}_{1/2}$, du dernier décile $\mathbb{Q}_{9/10}$ et de la moyenne $\mathbb{E}$ des signaux de composante longitudinale de vitesse de la solution oscillant à basse fréquence, au niveau du bord d'attaque du profil.

mettent une analyse plus quantitative des statistiques de l'écoulement en ces points. En supposant que les signaux sont des réalisations de processus aléatoires (voir annexe C), les fonctions de densité de probabilité des variables aléatoires de chacune des composantes de la vitesse ont été estimées, et sont représentées sur la figure 4.13. Ces histogrammes ont été calculés par dérivation de la fonction de répartition des variables. Cette dernière a été évaluée en ordonnant les réalisations de chaque variable, puis en découpant cette suite ordonnée en intervalles contenant tous le même nombre d'éléments. Afin de rendre le calcul réalisable sur un ordinateur classique, et compte tenu de la très grande quantité de données que constitue chacun des signaux [6], les signaux sont sous-échantillonnés dans le temps : un échantillon sur 17 est utilisé. Cette procédure ne pose pas problème pour la convergence du résultat parce que les signaux initiaux sont suréchantillonnés pour des raisons de stabilité numérique. Il aurait également été possible de sous-échantillonner en espace sans perte de précision parce que les signaux sont corrélés à faible distance, comme le montrent les figures de la partie 4.1.3. On ne gagne donc pas d'information - et par conséquent pas de qualité de convergence - à utiliser la

6. Rappelons-nous que le même signal est acquis à l'identique au centre des 300 cellules d'envergure à chaque pas de temps de la phase oscillatoire qui en comporte 900 000 ; chacune des variables en chacun des points est donc caractérisée par $2.7 \cdot 10^8$ nombres à virgule flottante, c'est-à-dire 2 Go d'espace mémoire morte.

totalité des échantillons acquis. En conséquence, chacun des 53 points de chaque couleur des diagrammes de la figure 4.13 est obtenu à l'aide de 300 000 échantillons de signal.

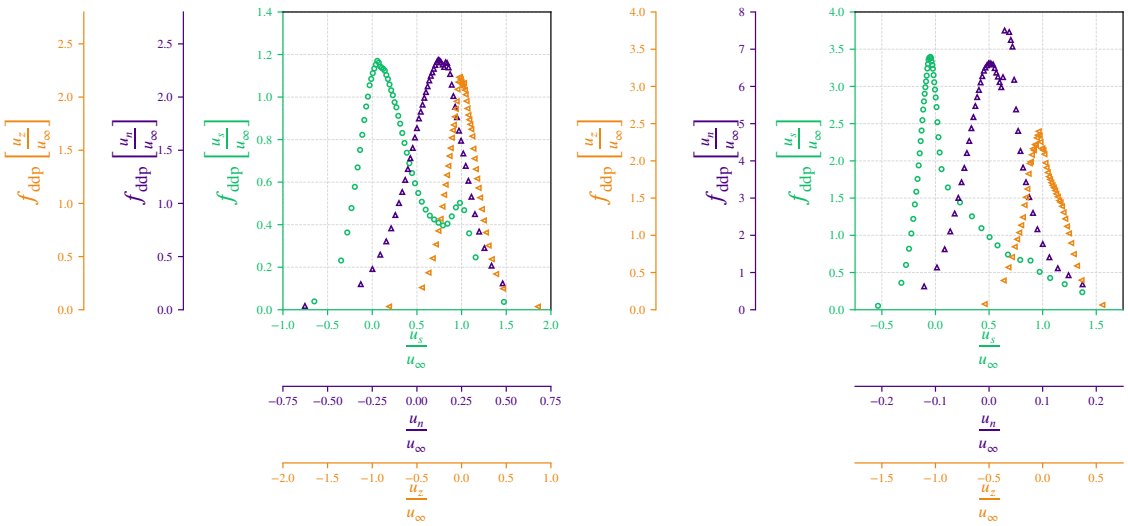


FIGURE 4.13 – Distributions de probabilités des composantes de vitesse aux points $\mathcal{T}_2$ (à gauche) et $\mathcal{T}_4$ (à droite).

Les deux lignes de sondes qui ont permis d'acquérir les données présentées ont été choisies parce que les comportements des composantes de la vitesse y sont particulièrement explicites. Ainsi, le point $\mathcal{T}_2$ est situé suffisamment loin de la surface de l'extrados pour traduire alternativement les phénomènes de l'écoulement non turbulent du champ lointain et ceux associés à l'écoulement massivement décollé turbulent. C'est la raison pour laquelle la fonction de densité de probabilité associée à u_s (composante longitudinale de la vitesse, en vert) possède deux pics bien distincts : un autour de $u_s \simeq 0$ par valeurs positives, correspondant aux faibles vitesses de l'écoulement décollé, dominant, et un en $u_s \simeq u_\infty$, qui correspond aux événements de recollement, durant lesquels l'écoulement en $\mathcal{T}_2$ est un écoulement laminaire de champ lointain. Dans les deux cas, l'écoulement a un mouvement d'éloignement de la paroi à cause de l'aspiration de l'écoulement lointain, comme en atteste le pic de $u_n \simeq 0.12u_\infty$. En revanche, la distribution de densité de probabilité de u_z est symétrique, comme attendu pour un cas bidimensionnel extrudé en envergure avec conditions de périodicité. Notons que le pic de cette distribution est assez large, ce qui traduit des intensités de vitesse transverse significatives par rapport à la vitesse de l'écoulement extérieur au décollement.
La bistabilité de l'écoulement est également apparente en $\mathcal{T}_4$, quoique sous une autre forme. La fonction de densité de probabilité de u_s est ainsi fortement asymétrique en raison de la haute intensité des événements de vitesse longitudinale positive lors des phases de recollement de couche limite. La partie droite de la courbe excède par ailleurs largement $u_s \simeq u_\infty$, ce qui reflète la forte accélération du fluide due au contournement du bord d'attaque lorsque la couche limite est attachée. À l'opposé, lorsque l'écoulement décolle de la paroi dès le bord d'attaque, $\mathcal{T}_4$ est alors positionnée dans la zone de recirculation où le fluide remonte majoritairement vers le bord d'attaque. C'est la raison pour laquelle le pic de la distribution est obtenu pour une valeur de u_s légèrement négative. Par ailleurs, et contrairement aux signaux enregistrés en $\mathcal{T}_2$, la bistabilité de l'écoulement est également visible sur la composante normale de la vitesse (en indigo) : deux pics sont clairement dessinés. Le pic centré sur $u_n \simeq 0$, qui rassemble le plus d'événements, correspond aux phases de décollement, alors que le pic en $u_n \simeq 0.04u_\infty$ décrit les événements de recollement. Dans ces cas-là, u_n est légèrement et constamment positive en raison de l'épaississement de la couche limite sous l'effet du fort gradient de pression adverse produit par le contournement de bord d'attaque. Notons également que la distribution de densité de probabilité de u_z est légèrement gauchie pour $\mathcal{T}_4$, contrairement à son aspect pour

$\mathcal{T}_2$. Ce gauchissement provient de l'intensité des écoulements transverses observés au bord d'attaque (voir figure 4.23), associée au relativement faible nombre des événements de recollement observés au total. Si plus d'événements étaient disponibles pour l'estimation des distributions de densité de probabilité, la distribution de u_z devrait converger vers une distribution symétrique, du fait de l'invariance du domaine de calcul par symétrie plane par rapport au plan central.

4.3 Article

Dans les parties précédentes, il a été démontré que les caractéristiques numériques - envergure du domaine, résolution du maillage et du pas de temps, et durée totale d'acquisition des données - des deux calculs finaux du processus de la figure 4.1 assurent une représentativité des résultats vis-à-vis des phénomènes physiques observés. De plus, une première analyse quantitative du caractère bistable de l'écoulement oscillant a été proposée.
Les phénomènes observés sont ensuite mis en lien avec les caractéristiques expérimentales d'un écoulement autour d'un profil décroché (voir partie 1.1.1.3). Cette étude de la physique du décrochage mixte de l'OA209 à l'aide du modèle hybride RANS/LES construit au cours de ces travaux a donné lieu à la publication d'un article dans le journal à comité de lecture Physics of Fluids (Bouchard et al. 2022a). Nous le reproduisons ici. Il contient la plupart des analyses réalisées, dont la validation des calculs vis-à-vis des données expérimentales, d'une part, et une étude détaillée, spectrale et temporelle, de l'écoulement oscillant et des différents phénomènes qui le caractérisent, d'autre part. Les analyses qui y sont réalisées nous conduisent à proposer un scénario expliquant l'apparition d'oscillations à basse fréquence, et de cellules de décrochage.

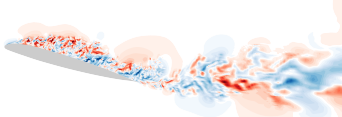
4.3.1 Abstract

The flow around a stalled airfoil is investigated using Zonal Detached-Eddy Simulation (ZDES mode 2) including transition effects through a coupling with the $\gamma - Re_{\theta,t}$ framework. The airfoil exhibits mixed trailing edge-leading edge stall type properties. The chord length-based Reynolds number and Mach number respectively amount to $1 \cdot 10^6$ and 0.16. Two computations with different initial conditions are performed for 40 and 120 chord-passing durations (or equivalently 0.23 s and 0.67 s), allowing the capture of several periods of the low frequency dynamics of the flow - compared to typical Von Kármán vortex shedding. A stall hysteresis is observed : the computation initiated from an attached flow remains thus, but the computation which starts from a separated flow yields a quasi-permanent low-frequency oscillatory behavior which bifurcates to the previous attached topology after 90 chord-passing durations (0.45 s). The oscillatory phase displays events of emergence and disappearance of stall cells. The partly- and fully-attached flows are validated against experimental data. The oscillatory bistable flow is then analyzed with regards to the characteristics and frequency contents of both massive separation and partial transient reattachments. It is shown that the low-frequency separated shear layer flapping at the leading edge is forced by high-frequency fluctuations which travel from the trailing edge upstream, close to the wall in the separated flow. The flapping phenomenon displays a Strouhal number based on the front-section height of the airfoil around $St = fc \sin(\alpha) / u_\infty \simeq 0.02$. Conversely, the high-frequency fluctuations have Strouhal numbers closer to 3, which is in close agreement with leading-edge shear-layer instability frequencies. The spectral content of the flow is then explored in search of the source of these high-frequency fluctuations. It is proposed that they stem from the instability of the trailing edge shear layer between the pressure side boundary layer and the separated flow from the suction side. Finally, a scenario describing a cycle of the low-frequency oscillation of a stall cell is proposed.

4.3.2 Introduction

4.3.2.1 Airfoil stall

Within its nominal operating range, the lift of an airfoil increases linearly with the angle of attack. However, when this angle exceeds a critical value which depends on the flow conditions as well as on the airfoil shape, the flow can no longer support the deflection prescribed by the airfoil surface and the boundary layer separates due to the adverse pressure gradient, inducing a significant loss of lift if the flow separation is large enough. This phenomenon is called *airfoil stall*. Besides the reduced lifting capabilities, stall also generates



strong flow unsteadiness and large dynamic loads potentially damaging for the aircraft structure, as well as a loss of control which may lead to fatal accidents. Still, aircrafts are often led to operate in the vicinity of their maximum lift during part of their flight, especially when taking-off or landing. It is therefore of primary import for safety to better understand these flow behaviors.
It is also common to distinguish between static and dynamic stall. *Static stall* tends to affect fixed-wing aircrafts with steady flight conditions in the vicinity of the maximum lift capabilities. The corresponding angle of attack is the static stall angle. *Dynamic stall* occurs for varying freestream conditions with angles of attack above the static stall angle. It is typical of helicopter rotors at high speed forward flight, due to the dissymmetry of flow conditions between the advancing and the retreating blade. Whatever the case, static or dynamic, stall reduces an aircraft's efficiency and limits its flight domain (Reding 1969).
Since the static stall process was first brought to light (Melvill Jones 1934), understanding of the associated phenomena has grown along with the need to better control its occurence. A first structuring breakthrough, initiated by the observations of Melvill Jones (1934) and detailed with the study of McCullough and Gault (1951), remarked upon the topological flow differences at stall between several types of airfoil, depending on their geometrical properties. Among several stall types, these studies distinguished two topological classes which are of particular significance here : leading- and trailing-edge stalls. As depicted on figure 4.14, the differences between them can be wrapped up in a single defining trait : while trailing edge stall starts with a trailing edge separation of the boundary layer which continuously progresses towards the leading edge as the angle of attack is increased, leading edge stall comes from an attached boundary layer which suddenly switches to a separated state. This difference translates into a continuous drop of lift beyond the maximum lifting angle of attack in the trailing edge stall case, while the drop of lift is brutal and discontinuous in the leading edge stall case.
Although the object of interest - a two-dimensional airfoil - is an elementary component of aeronautical engineering, research has progressively shown that the flow around the airfoil at and beyond the maximum lift angle is comprised of several fluidic phenomena which interact in complex ways. Some of those are described below.

First, the extent of the role of laminar-turbulent transition is unclear. It is a well-documented fact that laminar and recently transitioned boundary layers are more prone to adverse pressure gradient-induced separation than fully-turbulent ones (Mayle 1991). Futhermore, it is a central phenomenon to leading-edge stall, because the leading edge curvature of the airfoil leads to a strong adverse pressure gradient which increases with the angle of attack. When this pressure gradient is large enough, the leading edge laminar boundary layer separates and quickly transitions due to strong shear layer instabilities. The transition, in turn, triggers reattachment. The statistically closed recirculation region thus formed is called a laminar separation bubble (Gaster 1967). Laminar separation bubbles have been the focus of many studies regarding their instability, their unsteadiness and their sensitivity to external flow parameters, such as incoming turbulence and Reynolds number (Alam and Sandham 2000 ; Rodríguez et al. 2013 ; Theofilis et al. 2000).
As far as static stall is concerned, research has proven that transition modifies the angle of maximum lift and can have a direct impact on the stall type (Chandrasekhara et al. 1996) : when transition is triggered near the stagnation point, the subsequent turbulent boundary-layer is more resilient to separation than a free-transitioning boundary layer (Ward 1963). This can altogether prevent a laminar separation bubble from forming. The angle of attack can therefore reach higher values before the airfoil stalls, and, for instance, transform a leading edge-dominated stall process into a trailing edge stall. However, despite the existence of a wide literature on the instability of laminar separation bubbles and their amplificator behavior, the interaction between the transition region and some specific features of the stalling mechanisms remains to be clarified. Among these features, three are described hereafter in greater detail : low-frequency oscillations, stall cells and a hysteretic behavior of stall depending on the angle of attack.
One poorly understood feature of the stalling mechanism is the advent of low-frequency oscillations of the flow. It has been noticed early on (Melvill Jones 1934 ; Farren 1935), but has not attracted much attention until the studies of Zaman et al. (1987) et Zaman et al. (1989). The term "low" refers to a comparison

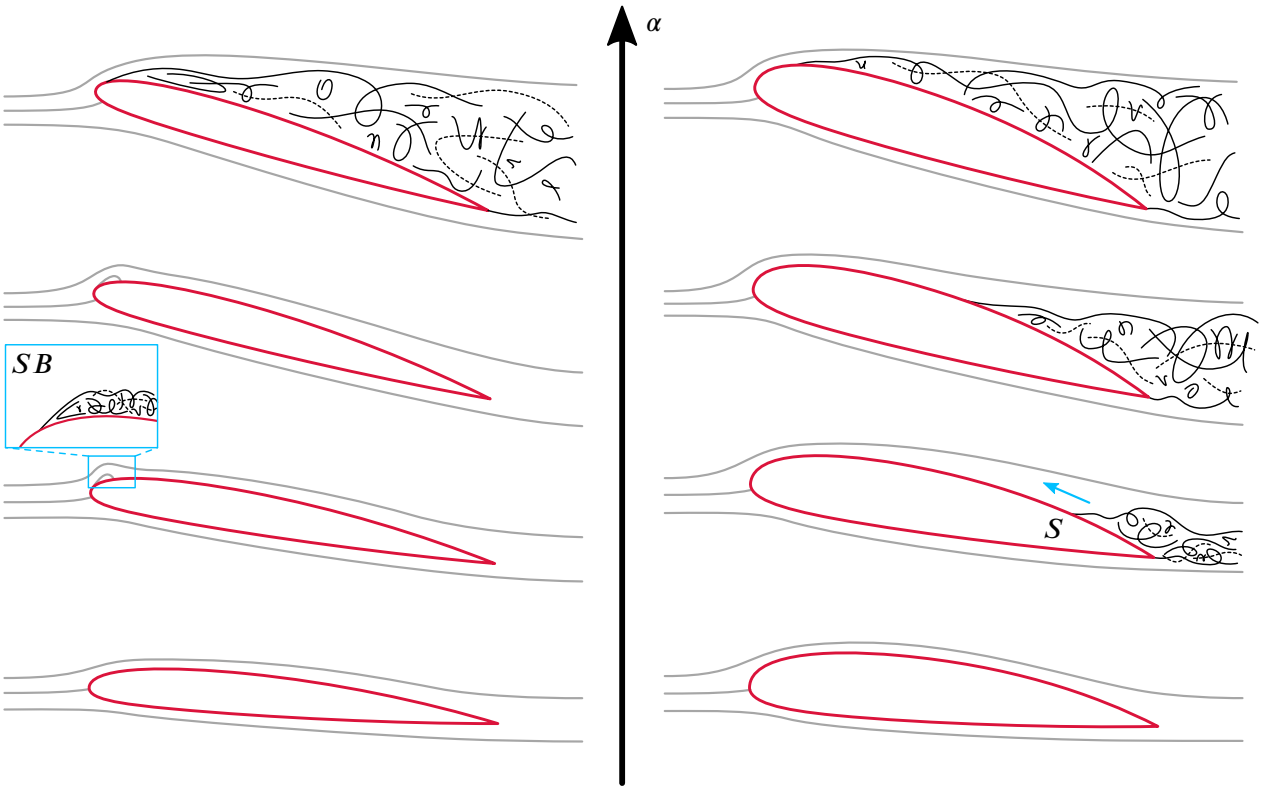
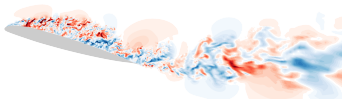


FIGURE 4.14 – Leading-edge stall (left) or trailing-edge stall (right), depending on the shape of the airfoil. Inspired from the book of Torenbeek (1982). S is the *separation* location of the turbulent boundary layer, while SB means *separation bubble*.

with the typical frequencies of the bluff-body vortex shedding mechanism first described by Von Kármán (1934) and since then by a great number of other parties (Roshko 1954; Berger and Wille 1972; Bearman 1984; Wiliamson 1996; Williamson 1996; Zdravkovich 1996; Matsumoto 1999; Feshalami et al. 2022). While the Strouhal numbers observed for the vortex shedding mechanism are usually around 0.2 based on the front-section height of the body, the low-frequency violent lift and drag fluctuations observed by Melvill-Jones and Zaman et al. display Strouhal numbers closer to 0.02. Zaman et al. (1989) observed that in their wind-tunnel experiments, a too clean incoming flow does not trigger these low-frequency oscillations, which Bragg et al. (1996) attributed to there being a link with the transition process. The impact of one on the other has however not been explicitely described, though Bragg et al. (1993) have hypothesized that the low-frequency oscillations are induced by a flapping phenomenon of the shear-layer of the laminar separation bubble.

Stalling is also greatly influenced by the flow history, which yields hysteresis effects. Several authors have reported different behaviors of the flow around an airfoil depending on whether the angle of attack is being increased or decreased (Farren 1935; Mueller 1985). Usually, the flow is attached at greater angles of attack in the former case than in the latter. Consequently, both the maximum lift and the corresponding angle of attack are higher. Such bistability is known to affect leading-edge stalling airfoils. Indeed, Mueller (1985) suggested that it might be linked to boundary layer transition and the appearance of laminar separation bubbles. Arguing that low-frequency oscillations and hysteresis are different manifestations of the same phenomenon for different airfoil shapes, Melvill Jones (1934) and later Zaman et al. (1989) have surmised that they cannot appear simultaneously, but recent studies by Hristov and Ansell (2018) have undermined that particular correlation. This question remains open.

Finally, while the previous effects have been studied mostly from a two-dimensional point of view, more recent studies have put emphasis on three-dimensional flow structures that appear at low post-stall angles of attack. Indeed, the status of the boundary layer, attached or separated, can be quite inhomogeneous in the



spanwise direction, even when both airfoil and incoming flow are two-dimensional (Esfahani et al. 2016). Sections with mostly-attached boundary layer may coexist with sections of massively separated flow at a given instant. Such flow structures are called stall cells and were first observed by Gregory and O'Reilly (1970) and Moss and Murdin (1971). A preliminary topological model of stall cells based on oil flow measurements was first proposed by Winkelmann and Barlow (1980) and was corrected by Yon and Katz (1998). Schewe (2001) has shown that the occurence of stall cells is not induced by wall effects, and that their spanwise wavenumber is not dependent on the span-to-chord aspect ratio. In all experimental studies, the typical stall cell spanwise length lies between 1 and 3 chord lengths independently of the spanwise extent of the airfoil (between 4 and 10 chord lengths). When the span is not a multiple of the spanwise wavenumber, *jostling* may appear, with spanwise motion of the cells and transient appearance of one more cell where a large region of attached boundary layer becomes unstable (Yon and Katz 1998). This behavior is attributed by Yon and Katz to stability effects of the downwash induced by two adjacent cells when they are too close to one another. Their results are in agreement with the study by Weihs and Katz (1983) who produced an empirical law giving the number of cells depending on the aspect ratio of the airfoil. This is also in line with reports of spanwise motion of the stall cells in time. Finally, Manolesos and Voutsinas (2013) et Manolesos and Voutsinas (2014) have studied the topology of stall cells while varying both angle of attack and chord-based Reynolds number. Though probably not free of end-wall effects, their data suggests that the relative area of separated flow does not depend on the aspect ration of the model when the angle of attack is high enough. Furthermore, the lowest angle of attack at which stall cells are formed seems to be a property of the airfoil because it does not change with the aspect ratio. It must be emphasized that no consensus has emerged regarding the time-average topological structure of the three-dimensional flow : indeed, Manolesos and Voutsinas claim that their data supports the topology proposed by Winkelmann and Barlow (1980).
Furthermore, Esfahani et al. (2018) have aimed at evaluating the necessary conditions for the creation of stall cells. They have successfully forced their appearance by using plasma-induced flow fluctuations at the leading edge and remarked that the stall cells are self-sustaining : once appeared, they persisted even when the forcing was stopped. They have also shown the existence of a minimum frequency below which the forcing was unsuccessful, roughly three times greater than the typical vortex shedding frequency. Stall cells are furthermore the seat of strong unsteadiness (Zarutskaya and Arieli 2005), responsible for large amplitude fluctuations of both lift and drag. Studies of the spectral content of their unsteadiness have shown that the lowest frequencies are close to the previously mentioned low-frequency oscillations (Yon and Katz 1998 ; Ragni and Ferreira 2016). In either case, the available data suggest a differentiated frequency answer of the stall cells topology : they display low-frequency oscillating behavior, but can only be forced using higher frequency fluctuations. Though Weihs and Katz (1983) have proposed a Crow instability as the fundamental mechanism for the formation of stall cells, no consensus has emerged, in part because stall cells have not been the primary focus of many experimental analyses, and validation data regarding their formation process are lacking.
This review of experimental works shows that all four of the previous phenomena - leading-edge laminar separation bubble, hysteresis, low-frequency oscillations and stall cells - have been studied and that their properties are understood with various depths. However, the ways in which they interact are still mostly uncertain. This study aims at shedding light on these coupled dynamics.

4.3.2.2 Numerical studies of static stall

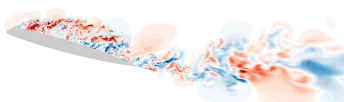
In addition to the previously-described experimental studies, there has been considerable interest in reproducing the features of static stall using numerical methods. On the one hand, Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) models have proven able to reproduce all of the features described above separately, while at the same time being unable to correctly predict them in detail, or together. Some few studies have tackled low frequency oscillations (Busquet et al. 2021). Stall hysteresis has been captured by Mittal and Saxena (2002) with unsteady computations for the NACA0012 airfoil, and by Richez et al. (2016) with steady ones for the

Onera OA209 airfoil studied in this article. Transition models such as the $\gamma - Re_{\theta,t}$ framework by Menter et al. (2006) manage to build laminar separation bubbles as well as the boundary layer profiles that stem from them. Finally, some authors have reported the appearance of stall cells in RANS computations (Liu and Nishino 2018 ; Manni et al. 2016). Still, to the best of the author's knowledge, no RANS computation has yet been performed which reproduces several of these flow phenomena, mainly because RANS models are known to fail at reproducing massive separations (Spalart et al. 1997), and because their accuracy is still in doubt regarding the effects of laminar-to-turbulent transition on complex geometries (Coder 2018 ; Bernardos et al. 2019b).

On the other hand, turbulence-resolving computations have either been focused on one of these phenomena exclusively, such as the DNS (Direct Numerical Simulations) by Laurent et al. (2012a) or by Jiang and Fu (2022) when the separation-induced transition is initiated with perturbations due to outside perturbations (Hatman and Wang 1998b) . However, several factors have prevented any WRLES (Wall-Resolved Large-Eddy Simulation) or DNS from focusing both on the formation of stall cells and on low-frequency oscillations at industrial-realistic Reynolds numbers. The primary obstacle on the road to performing DNS or WRLES of wall-bounded high Reynolds number flows remains their dramatic computational cost. Indeed, the resolution of flow structures at the scales responsible for turbulence production imposes severe demands on the grid resolution near solid walls (for further details, see for instance the discussion by Deck et al. (2014b)). Besides, the number of time steps needed to capture several oscillations of the low-frequency oscillations is prohibitively high, given that they must also be small enough to properly resolve turbulence in the viscous sublayer of boundary layers with reasonable CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) numbers. Furthermore, the spanwise extent of the computational domain must be sufficient for at least one stable stall cell to appear (Manolesos and Papadakis 2021). Available experimental and numerical data in the literature about stall cells suggest that it should at least amount to one chord length (Weihs and Katz 1983 ; Manni et al. 2016). The spanwise mesh cell size being also constrained by turbulence-resolving criteria (Spalart and Shur 1997), this forces one to have a huge number of spanwise mesh layers. Finally, due to the very unsteady behavior of the separation line of stall cells and their spanwise motion previously mentioned, the location of the separation, and therefore of the shear layer, may greatly move over the suction side and in the wall-normal direction. The resolution of the mesh close to the wall must therefore be sufficient to resolve boundary-layer turbulence as well as separation-induced turbulence along most of the chord length. An estimation of the cost of a Wall-Resolved LES for the test case dealt with in this article gives the following estimates : the mesh would be comprised of at least $30 \cdot 10^9$ cells, and the computation should be run for at least $5 \cdot 10^6$ time steps of $1 \cdot 10^{-7}$ s each. Such a study is obviously mostly unaffordable.

Still, recent numerical studies have tackled the specific link between low-frequency oscillations and laminar separation bubbles, albeit at medium Reynolds numbers between $5 \cdot 10^4$ and $1.3 \cdot 10^5$. More specifically, Almutairi and AlQadi (2013) have used Large-Eddy Simulations of the flow around a NACA0012 airfoil to propose a mechanism for low-frequency oscillations involving the dynamics of the leading-edge laminar separation and the trailing edge shear-layer. Unfortunately, ElJack and Soria (2020) have later shown that the study by Manolesos and Voutsinas (2013) is not grid-converged, notably in the region surrounding the laminar separation. ElJack and Soria (2020) have also analyzed data from a Large-Eddy Simulation covering 4 periods of low-frequency oscillations. Using conditional averaging and Proper Orthogonal Decomposition, they have proposed that the oscillation process could be sustained by the interaction of three vortices found in the deviatory part of the flowfield with respect to the mean flow. These results remain to be further supported by way of analyses of signals which resolve a significant number of periods. Such data could be produced either by experiments or very costly high-fidelity computations.

The cost of high-fidelity computations and the inability of RANS models to accurately predict the physics of stall make hybrid RANS/LES models very attractive. These models are intermediary methods between RANS and LES, in that they model near-wall turbulence using a RANS model, and resolve free-stream and separation-induced turbulence in the manner of a LES. The first such method proposed was the Detached-Eddy Simulation (DES) by Spalart and Shur (1997), based on the Spalart-Allmaras model (Spalart and Allmaras 1992). It was further developed into the Delayed-Detached-Eddy Simulation (Spalart et al. 2006) and the Improved Delayed-Detached-Eddy Simulation (Shur et al. 2015). The Zonal Detached-Eddy Simulation

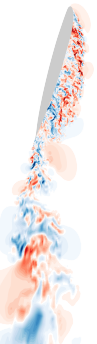


(ZDES) is a multi-resolution technique which has been developed at ONERA from 2002 onwards (Deck 2005). The complete baseline formulation can be found in the article by Deck (2012). The method takes full advantage of its zonal nature by allowing the use of various models simultaneously at different locations within the same computation. The latest development, refered to as *ZDES mode 2 (2020)*, by Deck and Renard (2020) proposes a general automatic and robust RANS/LES treatment of attached and massively separated flows.

A review of the static post-stall computations with hybrid RANS/LES methods found in the literature is given in table 4.2 along with the current computations characteristics, focusing on the advent of low-frequency oscillations, the account for transition effects, the appearance of stall cells and the observations regarding static stall hysteresis. None of the studies referenced manage to reproduce stall cells and low-frequency oscillations while at the same time accounting for transition effects. In most cases, this is either due to the coarseness of the mesh, to the limited durations of the computations or to an insufficient spanwise extent of the domain. Though transition-modeling capabilities with hybrid RANS/LES models are starting to see the light of day, precious few computations have tackled the physics of stall cells or low-frequency oscillations.

TABLEAU 4.2 – Hybrid RANS/LES studies performed on extruded two-dimensional airfoils in post-stall conditions, from oldest to most recent. ✓and ✗ : physical phenomenon taken into account or not, respectively. "-" means that the information is not available in the published source. N_{xy} and N_z are the number of grid points in one layer of the mesh and in the orthogonal spanwise extrusion direction, respectively. L_z is the spanwise extent of the domain and c the airfoil chord. Re_c and Ma are the chord-based Reynolds number and the Mach number. Finally, Δt and t_c are the time step of the computation and the total duration taken to converge statistic data, respectively. "LFO" stands for *low frequency oscillations*.

Authors	**Year**	**Airfoil**	**Angle of attack (°)**	Re_c	Ma	$\frac{L_z}{c}$ (%)	$N_z\frac{c}{L_z}$	N_{xy}	$\frac{u_\infty \Delta t}{c}$	$\frac{u_\infty t_c}{c}$	**Transition**	**LFO**	**Stall cells**	**Hysteresis**
Cokljat and Liu (2002)	2002	Aérospatiale A	13.3 - max. lift	$2.1 \cdot 10^6$	0.15	3	534	$2.3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^{-4}$	5	✗	✗	✗	✗
Szydlowski and Costes (2004)	2004	NACA0015	13 - onset of stall - 16 - post-stall	$1.95 \cdot 10^6$	0.29	10	200	$1.1 \cdot 10^5$	-	-	✗	✗	✗	✗
Li et al. (2006)	2006	$NACA63_3$-018	0-22 - full polar	$5.8 \cdot 10^6$	0.3	100	25	$1.6 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	67	✗	✗	-	✗
		$NACA63_1$-012	0-22 - full polar	$5.8 \cdot 10^6$	0.3	100	25	$1.6 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	67	✗	✗	✗	✗
Sanchez-Rocha et al. (2006)	2006	NACA0015	0-18 - full polar	$1.95 \cdot 10^6$	0.29	4	500	$5.2 \cdot 10^4$	-	-	✗	✗	✗	✗
Nakamori and Ikohagi (2008)	2008	$NACA63_3$-018	0-19 - full polar	$5.8 \cdot 10^6$	0.17	100	40	$2.1 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	200	✗	✗	✗	✗
		$NACA63_1$-012	0-22 - full polar	$5.8 \cdot 10^6$	0.17	100	40	$2.1 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	200	✗	✗	✗	✗
Gilling et al. (2009)	2009	NACA0015	8-18 - full polar	$1.6 \cdot 10^6$	-	150	85	$2.5 \cdot 10^4$	-	150	✗	✓	✓	✗
Probst et al. (2010)	2010	HGR-01	12-16 - full polar	$6.5 \cdot 10^5$	0.073	20	155	$7.2 \cdot 10^4$	$2.5 \cdot 10^{-3}$	5	✗	✗	✗	✗
Zhong et al. (2010)	2010	NACA0012	12-16 - full polar	$9 \cdot 10^5$	0.3	10	440	$3.5 \cdot 10^4$	-	-	✗	-	✗	✗
Illi et al. (2013)	2013	NACA0012	16 - post-stall	$6 \cdot 10^6$	0.3	40	200	$2.2 \cdot 10^5$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	8	✗	✗	✗	✗
Le Pape et al. (2013)	2013	OA209	16.7 - post-stall	$1.8 \cdot 10^6$	0.16	100	250	$1.3 \cdot 10^5$	$8.25 \cdot 10^{-5}$	29	✗	✓	✗	✗
Jain and Baeder (2015)	2015	SC1095	4-20 - full polar	$2 \cdot 10^6$	0.3	50	150	$4. \cdot 10^4$	-	-	✓	✗	✗	✗
Manni et al. (2016)	2016	NACA0012	16-22 - post-stall	$1 \cdot 10^6$	-	1000	20	$1.9 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	61	✗	✗	✗	✗
Xu et al. (2017b)	2017	S809	0-19 - full polar	$6.5 \cdot 10^5$	0.076	100	38	$5.1 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$	350	✗	✗	✗	✗
Pasandeh and Esfahanian (2017)	2017	NACA0015	5-18 - full polar	$1.95 \cdot 10^6$	0.29	8	500	$5.8 \cdot 10^4$	-	-	✗	✗	✗	✗
Ke and Edwards (2017)	2017	Aérospatiale A	13.3 - max. lift	$2.1 \cdot 10^6$	0.15	2	3600	$5.4 \cdot 10^5$	-	-	✓	✗	✗	✗
		NACA0012	16.7 - post-stall	$1 \cdot 10^6$	0.1	10.5	2400	$2.6 \cdot 10^5$	-	-	✓	✗	✗	✗
Present authors	2022	OA209	16 - post-stall	$1 \cdot 10^6$	0.16	100	300	$3.9 \cdot 10^5$	$9.17 \cdot 10^{-5}$	120	✓	✓	✓	✓
			16 - max. lift							40	✓	✗	✗	✓



This review reveals that spatially-detailed knowledge of the fluctuating flow around a stalled airfoil is limited by the lack of data from scale-resolving computations. Taking all the previously mentioned effects into account for the first time to the best of the authors knowledge in a turbulence-resolving computation, this work aims at gaining new insight into the physics of stall. More specifically, the objective is to determine the interaction processes between the phenomena detailed in subsection 4.3.2.1 : separation-induced transition region at the leading edge, stall cells, low-frequency oscillations and hysteresis effects.
To reach this goal, ZDES mode 2 (2020) was recently coupled to the $\gamma - Re_{\theta,t}$ framework by the authors (Bouchard et al. 2022b). It is able to account for massive separations as well as transition effects, which makes it a good candidate for an in-depth studying of the detailed features of the stall process. More specifically, interactions between transition, stall cells and low-frequency oscillations are assessed using two computations producing quantitatively different results with identical inflow conditions, thereby also exhibiting hysteretic behavior.
This article is structured as follows. First, the numerical procedure is described in section 4.3.3. Then, an overview of both computations is given in section 4.3.4. The results are validated against the available reference data in section 4.3.5. Detailed statistics of the flow are examined in section 4.3.6 to shed light on the dynamics and properties of the low-frequency appearance of stall cells. Section 4.3.7 is then dedicated to exploring the frequency content of the flow at several locations, with emphasis on the multi-spectral content of the flow and the interaction between oscillatory phenomena. Finally, based on the previous analyses, a scenario for the advent and low-frequency evolution of stall cells is proposed in section 4.3.8. With section 4.3.9, some concluding remarks close the article.

4.3.3 Numerical procedure

4.3.3.1 Flow solver

All computations are carried out using the ONERA elsA software (Cambier et al. 2013). The solver is a finite-volume cell-centered CFD solver with second order accuracy in space. A second-order accurate backward Euler time-stepping scheme is used with the GEAR subiterating procedure (Daude 2007) with 6 subiterations per time step to converge the implicit problem. The chosen physical time step is $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7}$s, or equivalently $\Delta t u_\infty / c = 9.17 \cdot 10^{-5}$ convective times (see 4.3.4.1). The convergence of the implicit operator inversion is accelerated using the LU-SSOR scalar spectral radius method (Yoon and Jameson 1986). The two hybrid RANS/LES computations analyzed here were run respectively through 1 350 000 and 436 000 time steps, amounting to a total CPU time of $5 \cdot 10^6$ hours.
The fluxes of the conservative variables ρ, $\rho\underline{u}$ and ρE between cells are computed using the hybrid centered-upwind AUSM+P MILES scheme (Liou 2006), while the turbulent fluxes are estimated using the Roe scheme (Roe 1981). On the suction side of the airfoil where separation occurs, a recentering sensor is activated (Mary and Sagaut 2002). Recentering the scheme produces lower levels of numerical dissipation in LES regions when possible, while the baseline upwind scheme serves to stabilize the computation.

4.3.3.2 Modeling

The air is assumed to be a perfect gas and a newtonian fluid, with constant Prandtl (both standard and turbulent) numbers. Its viscosity is linked to the local temperature by means of Sutherland's law.
Turbulence is modeled using the hybrid RANS/LES model fully described by Bouchard et al. (2022b). Briefly, the model results from a coupling between ZDES mode 2 (2020) by Deck and Renard (2020) and the Menter-Langtry (Menter et al. 2006 ; Langtry and Menter 2009) $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition modeling framework. Let us be reminded that ZDES mode 2 is the only method published in the open literature which solves the issue of possible Modeled Stress Depletion (MSD) on arbitrarily fine meshes, thereby preventing the advent of

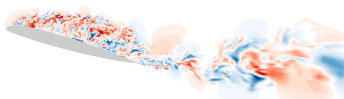
any Grid Induced Separation. The RANS branch of the current model is a Spalart-Allmaras model (Spalart and Allmaras 1992) with addition of - and coupling to - the $\gamma - Re_{\theta,t}$ equations (Medida and Baeder 2011 ; Bouchard et al. 2021) by Menter et al. (2006) completed with Langtry's correlations (Langtry and Menter 2009). The shielding function of ZDES mode 2 (2020) is modified to bring the ability to shield laminar and transitional boundary layers. The LES branch is identical to that of ZDES mode 2. However, since the new transitional shielding function is overprotective of turbulent separations, a zonalization strategy permitted by the ZDES framework is used : the transitional shielding function is used at the leading edge and on the pressure side of the airfoil, but the original shielding function of ZDES mode 2 (2020) is kept on the suction side beyond the transition region. This zonalization process also serves to segregate the activation of the recentering method of the convective scheme mentioned in subsection 4.3.3.1. The zonalization process is described with more detail by Bouchard et al. (2022b). Note that the solution is continuous at the interface between adjacent zones : only the source terms appearing in the transport equation for $\tilde{\nu}$ undergo a jump, not $\tilde{\nu}$ itself.

4.3.4 Simulations overview

4.3.4.1 Test case

The OA209 test-case used to study airfoil post-stall dynamics is a mixed-type stalling airfoil (McCullough and Gault 1951) exhibiting both leading edge and trailing edge stall behaviors. The experiments, carried out in 2010 at the ONERA Fauga-Mauzac F2 low-speed wind tunnel, aimed at providing a database regarding static and dynamic stall (Le Pape et al. 2012 ; Mülleners et al. 2012 ; Mülleners and Raffel 2013). Two airfoil chords of $c = 0.5$ m and 0.3 m were used and the test section width is 1.8 m, bringing a worst-case blockage ratio of 11%. Three Reynolds numbers Re_c, based on chord length, were tested : $0.5 \cdot 10^6$, $1 \cdot 10^6$ and $1.8 \cdot 10^6$. The present study focuses on the data acquired at $Re_c = 1 \cdot 10^6$. Unsteady pressure measurements taken at mid-span of the model are available, and are used to compute aerodynamic coefficients. Furthermore, Particle Image Velocimetry (PIV) was performed, but mostly at $Re_c = 1.8 \cdot 10^6$. The only PIV data available at $Re_c = 1 \cdot 10^6$ were taken at the current angle of attack, 16°. The wind-tunnel velocity and total pressure and temperature conditions yield a Mach number Ma around 0.16.
The OA209 is a thin airfoil - with 9% thickness-to-chord ratio - with rounded leading edge and a flat mid-chord region of the suction side. Its thick trailing edge has 0.18% thickness-to-chord ratio. This leads the current study to differentiate the behavior between suction side and pressure side at the trailing edge. This airfoil is currently in use on the rotor blades of the AS365 Dauphin helicopter.
Throughout this work, the subscript ∞ denotes upstream values of the thermodynamic variables and α is the angle of attack. The non-dimensional time T is defined as tu_∞/c, with t denoting the physical time. The wall-reference frame is often used, for instance for the projection of the velocity field. It is defined anywhere in the volume as the Frénet reference frame at the closest wall location. At the projected wall-point, the curvilinear abscissa starting from the trailing edge on the pressure side is denoted s. It increases towards the leading edge where it reaches c and then towards the trailing edge on the suction side where it is slightly greater than $2c$ due to the curvature of the wall. n is the distance to the wall. This information is repeated graphically on the schematics of figure 4.15.

In the present computations, the imposed Reynolds and Mach number are $1 \cdot 10^6$ and 0.1617, respectively. The inlet velocity of the F2 wind-tunnel, 55 m s^{-1}, is used. The angle of attack is 16°.



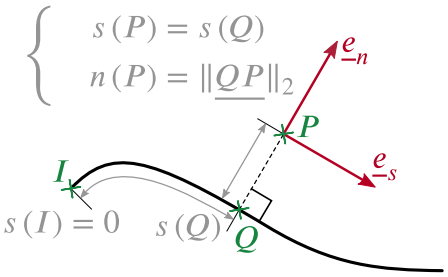


FIGURE 4.15 – Description of the wall reference frame. $\underline{e}_n$ is the wall-normal unit-vector and $\underline{e}_s$ its orthogonal vector, such that $(\underline{e}_s, \underline{e}_n, \underline{e}_z)$ is direct. In the present case, I is the trailing edge on the pressure side.

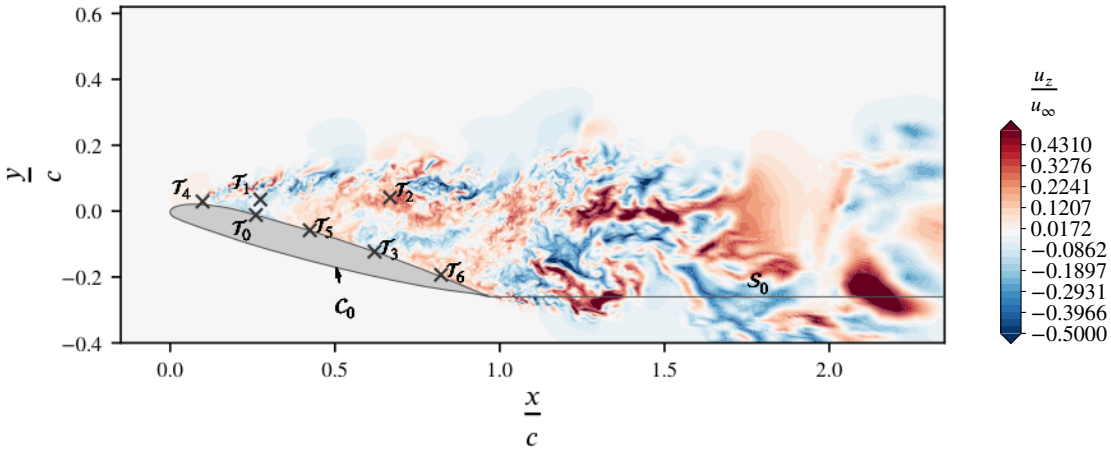


FIGURE 4.16 – Probes locations on the unsteady field snapshot (at the periodicity condition and $T = tu_\infty/c = 55.96$) : spanwise ($\mathcal{T}$), in the wake (S) and near-wall (C).

4.3.4.2 Mesh and extracted data

The same structured mesh with C-H topology is used for both hybrid RANS/LES computations. It comprises $118 \cdot 10^6$ cells distributed over a spanwise extent of one chord length with 300 cells. The distance to the wall of the first cell center in the normal direction, measured in wall units, y_1^+, is lower than 1 everywhere a region of attached boundary layer can occur. The shear-layer at separation is discretized using 45 cells in its vorticity thickness δ_ω, following the recommandations of Sagaut et al. (2013). In regions of separated turbulent flow, the cells were designed to be as isotropic as possible given the previous constraints and the structured nature of the mesh. The fineness of the mesh can be observed on the instantaneous spanwise velocity field of figure 4.16. It will also be apparent on figures below, such as, for instance, the representation of separated turbulence displayed on figure 4.18. The final mesh is finer in all directions than the one used in a previous fully-turbulent hybrid RANS/LES study of the stalling process of the OA209 airfoil (Le Pape et al. 2013). The discretization of the laminar separation region was chosen in line with the guidelines produced by the authors in a previous study of a flat-plate test-case designed to mimic the laminar separation bubble of the OA209 airfoil in maximum lift conditions (Bouchard et al. 2021). The chosen discretization in time and space yields a maximum CFL number, based on the maximum acoustic velocity $\underline{u} + \underline{a}$ and on the smallest cell dimension, of 47 (in the attached laminar boundary layer). The CFL number is also lower than 15 in the region of primary development of the separated shear layer, and lower than 3 everywhere in the massively separated region.

20 chord lengths are chosen as the minimum distance between farfield boundary conditions and the airfoil surface. Spanwise periodicity is imposed, and the wall is modeled as an adiabatic no-slip boundary condition. The simulated flow was probed at numerous locations to extract unsteady time-resolved data. The positions

of those used in the present analyses are given in figure 4.16 and 4.17. All probes represented record the signals in time at every time step and at the closest cell center. All probing lines were duplicated 10 times in the spanwise direction in order to give better accuracy to the statistics, except for the $\mathcal{T}$ family, comprised of spanwise lines along which all 300 closest cell center sets of data were recorded. Finally, the probing line C_0, located in the volume as close to the wall as possible all along the airfoil surface, was accompanied by an extraction line directly at the wall, also duplicated 10 times in the spanwise direction. All in all, the flow was probed at about 80 000 locations.

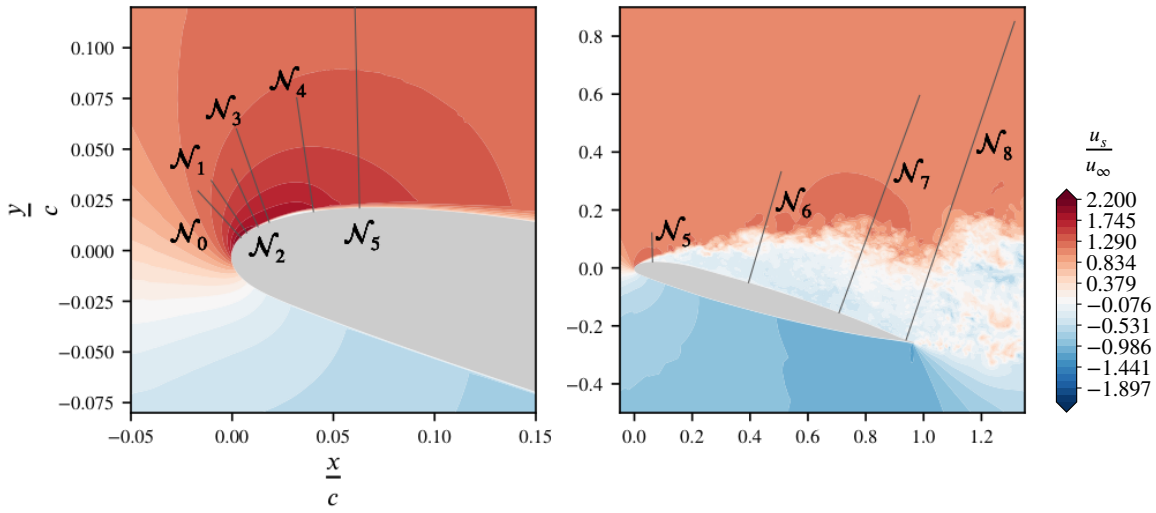


FIGURE 4.17 – Wall-normal probing lines $\mathcal{N}$ locations on the unsteady field snapshot (at midspan on the left diagram and at the periodicity condition on the right, and at $T = tu_\infty/c = 55.96$). The projection vector $\underline{e}_s$ for the obtention of the wall-tangential velocity component u_s is described on figure 4.15.

4.3.4.3 Initial conditions

The only difference between the two ZDES mode 2 computations presented here is the initial flow. One computation is initiated from a mostly-separated flow obtained with a RANS computation at 17° angle of attack. The flow angle is adjusted to fit a 16° angle of attack condition for the hybrid computation. This case is herein called the *initially separated* case. The other computation - the *initially attached* case - starts from a RANS flow solution at 16° angle of attack. Both RANS computations used to determine the initial conditions were carried out using the Menter-Langtry (Langtry and Menter 2009) transition modeling framework coupled to the Spalart-Allmaras (Spalart and Allmaras 1992) turbulence model (Medida and Baeder 2011 ; Bouchard et al. 2021).

Both hybrid RANS/LES computations were run for durations one order of magnitude higher than most usual CFD computations in order to properly resolve low-frequency oscillations (see table 4.2). The physical durations of the computations are given in table 4.2. The flow in the initially attached case remained mostly attached for the whole computation duration. The boundary layer of this case separates at $x/c \simeq 0.65$. Downstream of the separation location, the LES branch of the hybrid model takes over. On the other hand, the initially separated flow displays massive three-dimensional behavior with low-frequency oscillations accompanying the emergence of stall cells for 90 convective times (0.45 s) before bifurcating and going to the attached state.

4.3.5 Validation

In this section, the computation results are qualitatively presented and then compared to experimental data using pressure coefficient distribution and aerodynamic coefficients as well as instantaneous PIV measurements.

4.3.5.1 Instantaneous flow

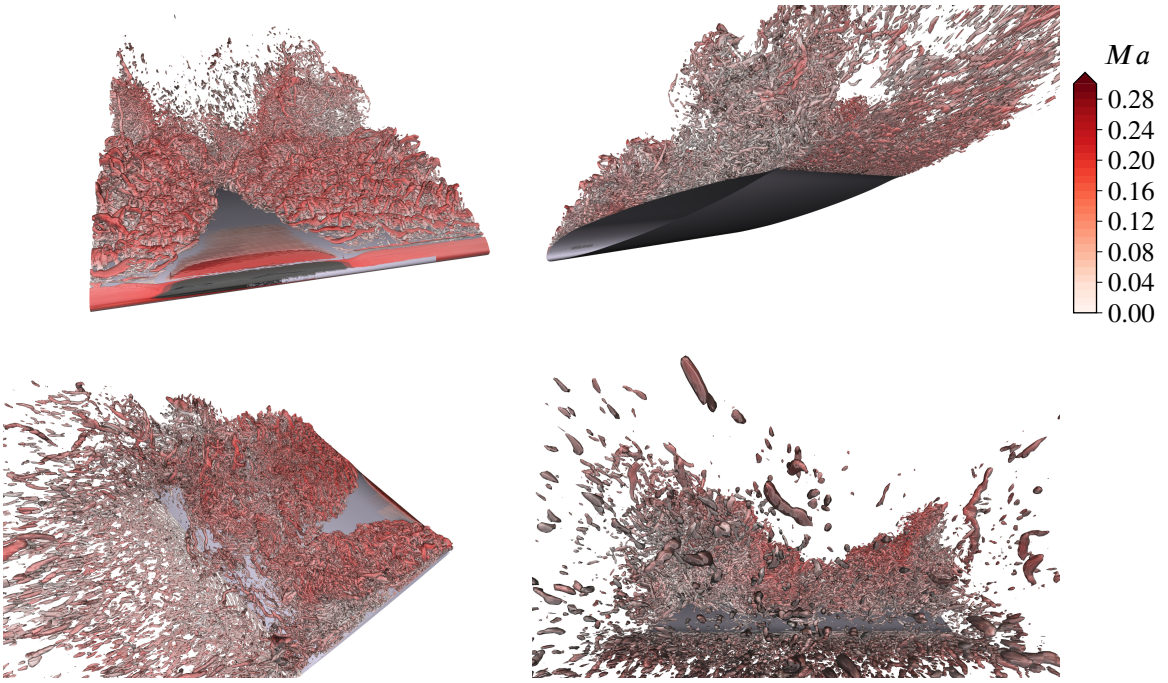


FIGURE 4.18 – Isosurface of the Q-criterion during an upward flapping phase of the stall cell cycle.

The qualitative topology of one typical stall cell observed during one of the low-frequency oscillations of the initially separated flow is presented using an isosurface of the Q-criterion in figure 4.18. The flow is three-dimensional, with spanwise stations displaying a closed leading-edge laminar separation bubble and others a massively separated state where the laminar flow detaches at the leading edge, transitions and does not reattach. A region of attached boundary layer can be observed at the lateral boundaries of the cell. When and where the flow is separated, as well as at the trailing edge on the pressure side of the airfoil, Kelvin-Helmholtz instability processes take place.

Some PIV data are available from the experiments in post-stall conditions at the same Reynolds number and angle of attack as the computations, respectively $1 \cdot 10^6$ and 16°. Qualitative validation is therefore carried out on figure 4.19 using the instantaneous flow field, keeping in mind that the PIV measurements were also taken at mid-span exclusively, which precludes the observation of three-dimensional effects and induces a bias in the computation of average fields for this massively unsteady and three-dimensional test-case. The longitudinal velocity field u_s is presented (the projection direction $\underline{e}_s$ is defined on figure 4.15). The similarities between the set of data obtained using PIV and the oscillatory state are striking, though the oscillatory motion and the appearance of stall cells prevent quantitative comparison of the three-dimensional velocity field. The mostly-attached case seems to display a different behavior entirely, which was not revealed by PIV measurements.

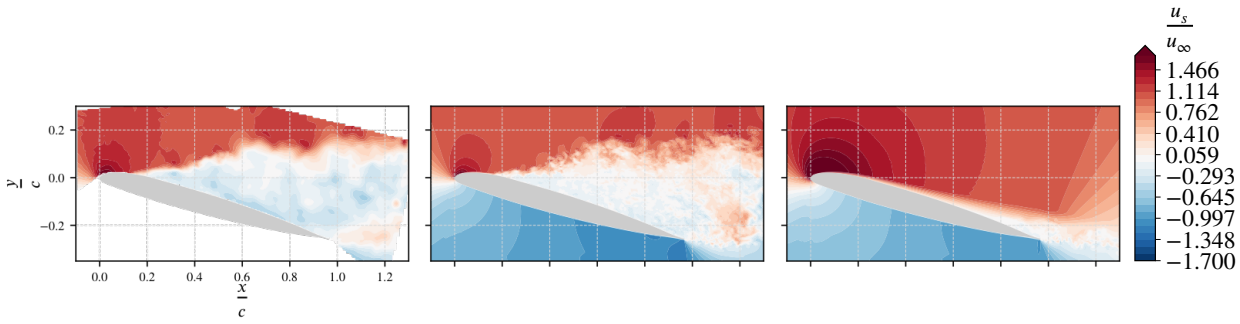
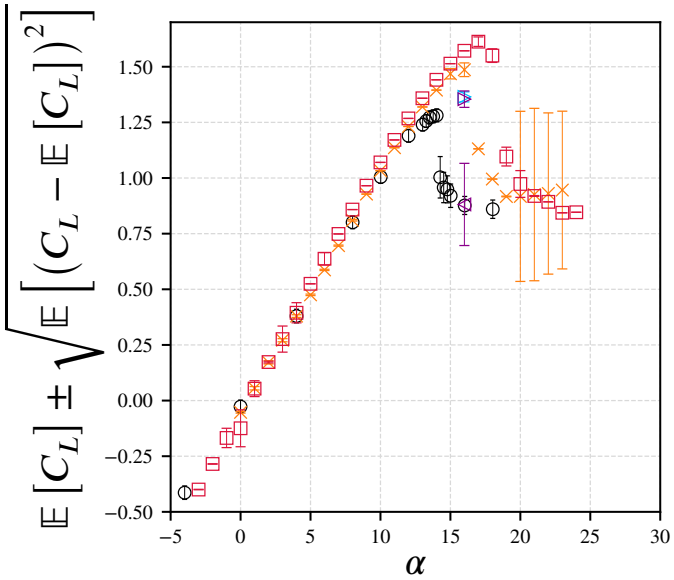


FIGURE 4.19 – Comparison of the wall-tangential velocity field (defined in greater detail on figure 4.15) between unsteady PIV measurements (left) and computation results ; respectively, the oscillatory state (middle) and the mostly attached state (right).

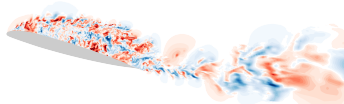
4.3.5.2 Pressure distribution



- Experimental data - Le Pape et al. (2010)
- Spalart-Allmaras with $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition
- Spalart-Allmaras without transition
- ZDES mode 2 with $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition - initially attached
- ZDES mode 2 with $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition - initially separated and oscillatory
- ZDES mode 2 with $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition - initially separated and reattached

FIGURE 4.20 – Lift coefficient from experiment and using the RANS and ZDES models.

Figure 4.20 displays the evolution of the lift coefficient against the angle of attack in the experiments and in the computations, as well as its standard deviation in time. Polars computed using the Spalart-Allmaras turbulence model and in association with the $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition modeling framework are also shown for comparison. These results were obtained using unsteady RANS computations and the same averaging process as the results from hybrid RANS/LES computations. The fully turbulent model classically produces late



stall with properties resembling those of trailing-edge stalling airfoils. The lift coefficient decreases smoothly beyond the maximum lift angle, and no sudden drop is observed, contrary to what is expected for mixed-type stalling airfoils such as the OA209. Indeed, a very sudden drop in lift is present in the experiments as the angle of attack exceeds 14°.
Adding transition modeling capabilities to the computation makes for better results on all counts : the leading edge laminar separation bubble that is present in the computations produces the sudden decrease in lift expected in this case. Furthermore, the maximum lift angle of attack is lower, though still 2° higher than in the experiments, and the maximum lift coefficient is still higher than the reference, though closer to the target than the fully-turbulent computation. The abrupt drop in lift is however not steep enough. Low-frequency and great-amplitude oscillations appear in the post-stall regime.
Finally, the inclusion of the transition-modeling able model in a hybrid RANS/LES context further improves the results. Three points are displayed on the diagram. One is the lift coefficient obtained from the initially attached computation. The others come from the initially separated flow, which is split in three parts : the low-frequency oscillatory state, termed *separated*, the final state after the maximum full-reattachment event (*h*) of figure 4.23, and the transient state between them, which is not shown in figure 4.20. Both points corresponding to mostly-attached flows are seen to collapse well, confirming that the initially separated flow has switched from one solution branch to another, displaying a hysteretic behavior. Though too attached in comparison with the experiment, the obtained flow still improves on the RANS results : the maximum lift coefficient is lower. In turn, this demonstrates that time- and space-resolved fluctuations going upstream have an influence on the separation location of a boundary layer subjected to a strong adverse pressure gradient. These fluctuations are hypothesized to bear responsibility for the separation location moving upstream, which tends to lower the lift coefficient in better agreement with experimental data. The other state of the initially separated flow is in good agreement with the experiment in the deeply stalled branch. However, the amplitude of the associated fluctuations is greater than measured in the experiments. It still bears mentioning that the experimental lift coefficient was computed from pressure transducer signals that were only positioned at the midspan of the airfoil, thereby precluding most three-dimensional effects sensitivity. Furthermore, the non-negligible blockage of the wind tunnel (about 10% at 16° angle of attack), may have forced an early stall and prevented the appearance of some three-dimensional effects.

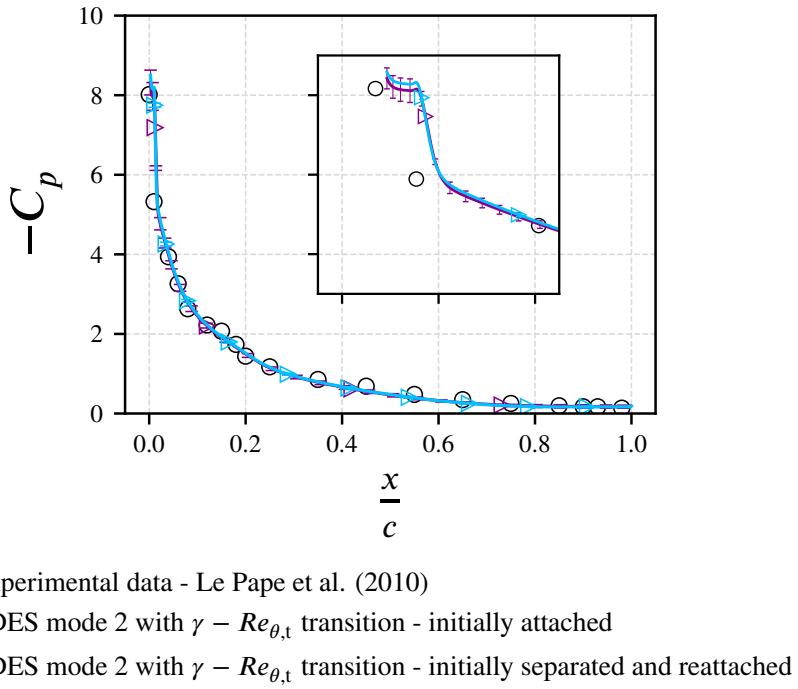


FIGURE 4.21 – Pressure coefficient distribution at the maximum lift angle and zoom-in on the leading-edge.

The second validation performed here regards the pressure coefficient distribution along the airfoil suction side. Again, note that the pressure coefficients were only measured at mid-span, making the comparison between the separated phase of the initially separated flow and the experiments irrelevant. However, the wall pressure coefficient distribution is plotted in figure 4.21 for both attached flows obtained as well as for the experimental results at the maximum lift angle of attack. A very good agreement is reached, except, except around the leading edge, where the experimental data is too sparse to allow a resolution of the laminar separation bubble. The laminar separation bubble, responsible for a small region of quasi-constant C_p near the leading edge with $x/c < 0.02$, cannot be observed on the experimental data, because the pressure transducers were too distant from one another. The amplitude of the leading-edge pressure fall is however well reproduced by the current computations, as well as the pressure recovery occurring on the suction side of the airfoil.

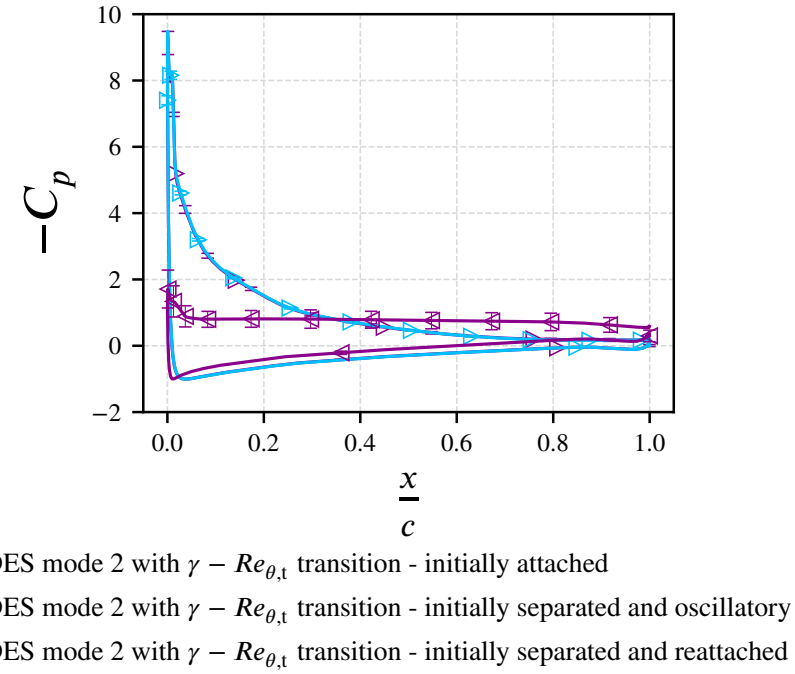
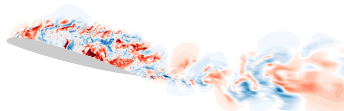


FIGURE 4.22 – Wall pressure coefficient distribution in both computations. For the initially separated bifurcating case, the results obtained from both phases are plotted.

As a comparison basis, the pressure coefficient distribution on the whole airfoil length is also provided in figure 4.22 with inclusion of the oscillatory state of the initially separated flow. The average state was computed using 7 full periods of the low-frequency oscillating state, which amounts to 83 convective durations. Compared to the pressure distribution at maximum lift, the leading-edge pressure decrease is, as expected, much less steep, making the pressure recovery faster, with a plateau on most of the suction side due to the average massive recirculation region. The pressure side also displays a significantly different pressure coefficient distribution, with an average displacement of 0.3 towards low-pressure levels and an early pressure peak close to the leading edge.

4.3.6 Statistical properties of the separated flow

This section deals with the quantitative effect of the occurrence of oscillatory stall cells on the statistical properties of the flow in the initially separated case. First, the successive states of a low-frequency oscillation cycle are described. Then, statistical moments are analyzed.



4.3.6.1 Stall hysteresis

In order to give a detailed description of the flow topology in time, figure 4.23 provides a view of the evolution of the flow along two probing lines for the initially separated case. The upper plot displays the evolution of the longitudinal skin-friction coefficient along a line C_0 at the wall at 30% of the span. The ordinate is the curvilinear abscissa along the airfoil surface, defined on figure 4.15. Orthogonally in space, the lower cartography describes the evolution of the spanwise velocity component along the spanwise line $\mathcal{T}_4$ at the 8% chord station and in the region of the primary development of leading-edge shear layer instabilities.

Focusing on the upper diagram, one can describe the events in space and time occurring during one low-frequency oscillation of the flow. As can be expected, the pressure side with $0 < s \leq 1$ is a region of attached flow, though some little amount of reverse flow is sometimes seen close to the trailing edge, when the whole pressure side undergoes an event of lower skin-friction. This is the case for event (a), for instance. Progressing vertically on the diagram, the first horizontal white line from the bottom up displays the stagnation point of the flow, as indicated on the right. Going towards the trailing edge on the suction side (with s increasing towards $2c$), it is followed by a dark red region of strong skin-friction where the laminar boundary layer is always attached, and a second white line at the laminar separation. This second demarcation is always followed by the dead-air region where the flow is weakly recirculating. This thin clear blue band has low levels of absolute friction. Its width varies greatly depending on the instantaneous global topology of the flow. It is immediately followed by a stronger backflow region, displayed in dark blue. This is the main vortex of the recirculation.
Progressing even further towards the trailing edge on the suction side, the topology depends on the phase of the flow with regard to the formation of stall cells. On the one hand, when a reattachment region such as events (b), (c) and (d) is present, a closed laminar separation bubble is formed, followed by an attached turbulent boundary layer. The latter can extend on as much as 60% of the chord length. The reattachment point can be seen on the diagram as a white line, while the region of attached flow is displayed in dark red (strong positive skin-friction). The reattached flow is followed by a separation point downstream of which the flow is recirculating and turbulent all the way to the trailing edge. During reattachment events, the stagnation point recedes towards the pressure side, while the laminar separation point progresses towards the trailing edge of the suction side. Note that there is also a good correlation between events of reattachment on the suction side and events of low skin-friction on the pressure side, such as events (b) and (a).
On the other hand, when the flow does not reattach, such as event (e), the main separation vortex is followed by a chaotic region of separated flow with lower levels of absolute skin-friction. This massive recirculation covers the whole suction side.
The second diagram provides a description of the spanwise three-dimensionality and extent of the previously described events. Events of attached flow engender at the $\mathcal{T}_4$ station a longitudinal attached boundary layer. Its spanwise velocity levels are smooth and low because it is modeled using the RANS branch of ZDES mode 2. These can be seen in white, while separated flow translates into red and blue regions. Events of transiently attached flow have a non-monotonic spanwise extent as time progresses. The last two occurrences (b) and (c) occupy 70% of the total span. The intensity of the separation event occurring after a reattachment is however well correlated to the intensity of this reattachment : ampler reattachment tend to be followed by stronger events of reverse friction. Furthermore, the phenomenon is quasi-periodic, as attested by the constant spacing between the red regions of attached boundary layer. One occurrence is missing at event (f) $(T \simeq 45)$, at least at the 30% span station, though a weak and narrow region of mostly-longitudinal flow exists at event (g) around $z/c \simeq 0.15$ and gives birth to the following large reattachment event. In total, 8 full periods of the stall cell oscillation are accounted for in 90 chord-passing durations. This justifies considering this state as independent of the numerical transient phase as well as both transient and quasi-stable, and performing deeper analyses on it.
After 90 chord-passing durations have elapsed, the initially separated flow undergoes a complete topological change : the flow reattaches on the whole span at event (d) and the boundary layer transiently develops on the

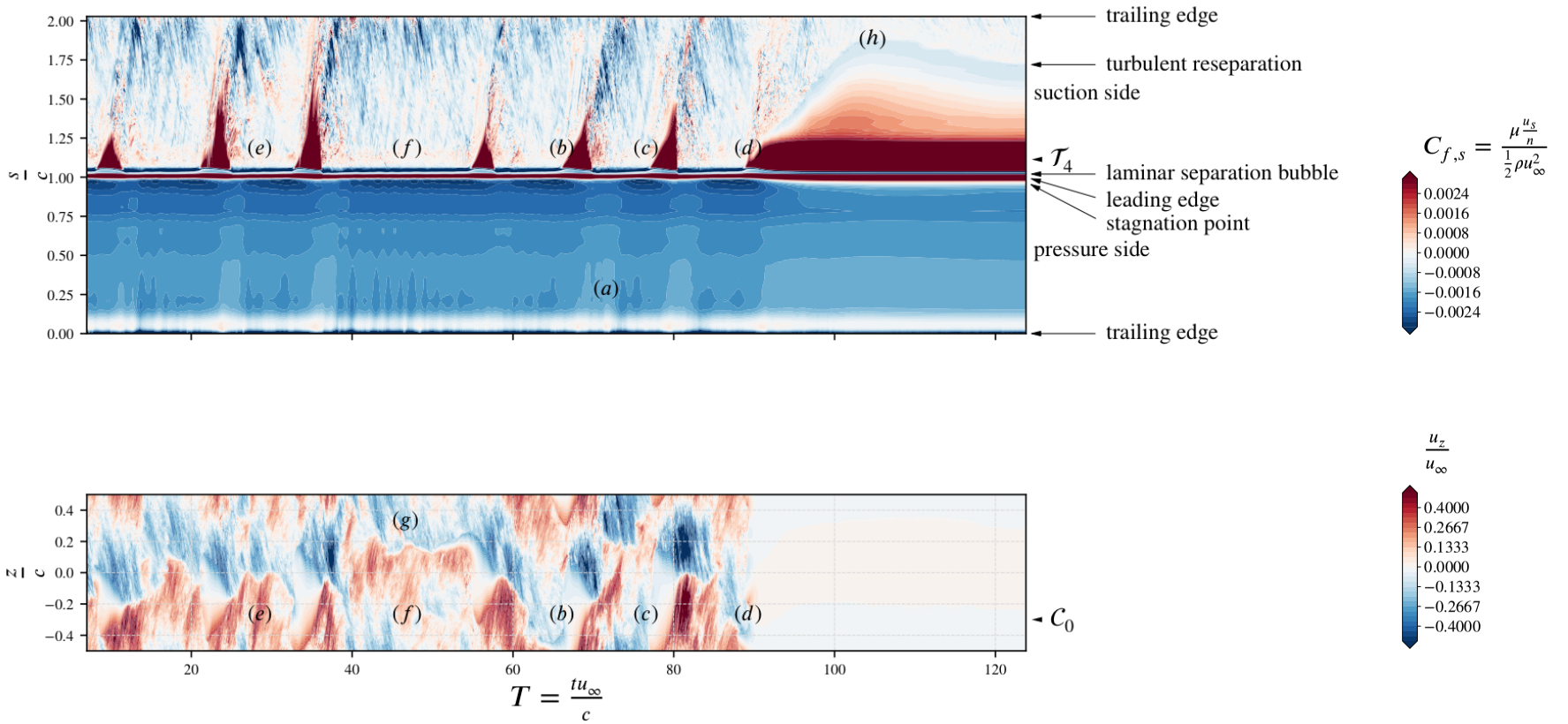
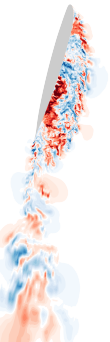


FIGURE 4.23 – Evolution of the longitudinal skin-friction coefficient and spanwise velocity along a wall-close line C_0 and spanwise line $\mathcal{T}_4$, respectively, for the initially separated flow. s is the curvilinear abscissa along the airfoil length (see figure 4.15). Though C_0 and $\mathcal{T}_4$ are not exactly positioned and the same distance from the wall (and therefore the diagrams do not intersect), their relative streamwise and spanwise locations with respect to one another are reported.



suction side until it reaches as far as the 85% suction side chord station at event (h) ($T \simeq 105$). Afterwards, the trailing edge separation starts to grow again. During this period, the laminar separation bubble is closed and mostly steady, though some amount of fluctuation and evolution is still on-going along the suction side. The initially - and continuously - attached flow does not warrant such a detailed description. Its topology is constant through time and topologically identical to the final state of the initially separated flow.

4.3.6.2 Description of a low-frequency oscillation cycle

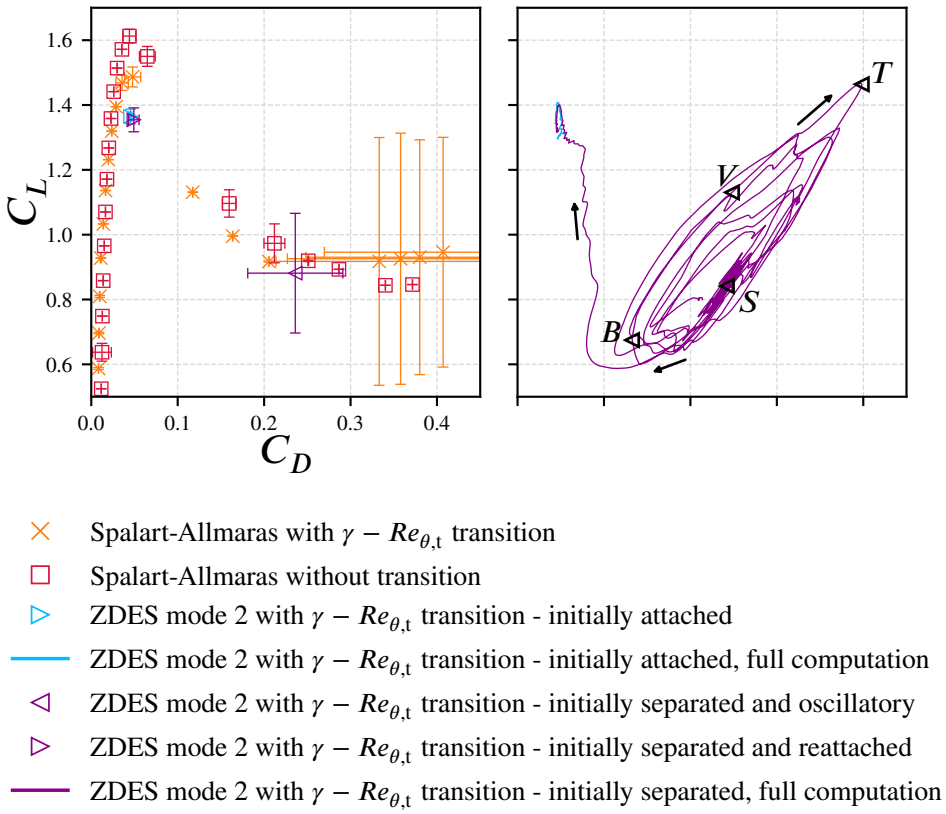


FIGURE 4.24 – Averages and standard deviations of the system's aerodynamic coefficients in time (left), and their trajectory for the ZDES cases (right). The arrows indicate the direction of evolution of the system in time through the oscillation cycles and after full reattachment. At each of the four named events placed along the curve, two views of the flow are provided on figure 4.25.

Though the amplitude of the low-frequency oscillation cycles is non-monotonic, the flow around the airfoil passes through distinctive states. Figure 4.24 provides the evolution through time of the flow in the drag-lift coefficients phase space. Similarly to figure 4.20, the results of RANS computations are plotted, and the initially separated flow is split in three parts for the computations of statistics, of which only the two extremes are represented. Error bars represent the standard deviations, i.e. the square root of the variance of the signals, defined for C_L (for instance) as :

$$\sqrt{\mathbb{V}\left[C_L\right]} = \sqrt{\mathbb{E}\left[C_L^2\right] - \mathbb{E}\left[C_L\right]^2} = \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(C_L - \mathbb{E}\left[C_L\right]\right)^2\right]}, \tag{4.3}$$

where $\mathbb{E}\left[C_L\right]$ is the expectation of the signal, computed as the average of all its successive discrete values. Four specific events, refered to respectively as T, V, B and S, are chosen to describe the evolution of the flow and detailed using figure 4.25. At these events, maps of both the longitudinal velocity at midspan and

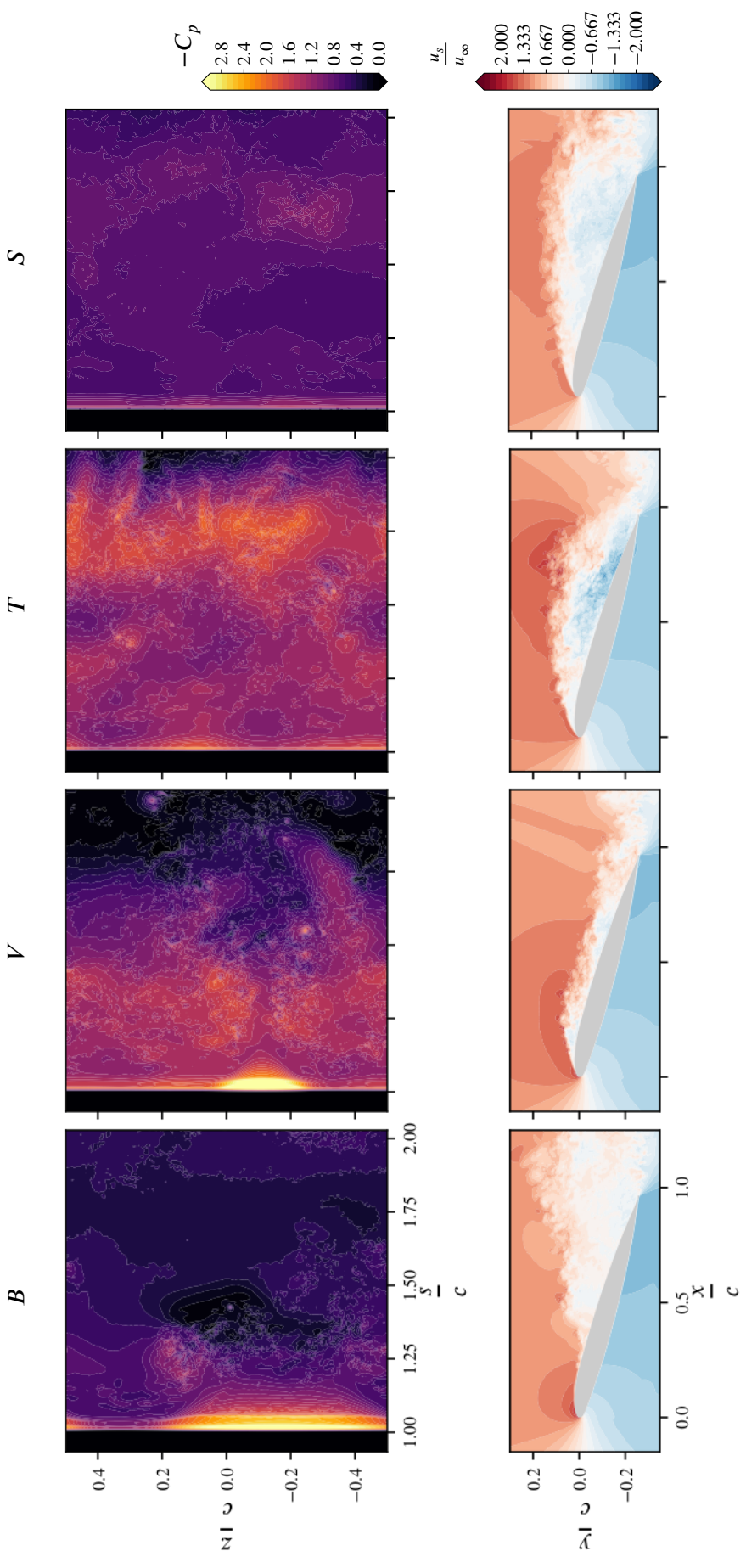


FIGURE 4.25 – Visualizations of the flow at four remarkable instants. Top : wall pressure coefficient on the surface of the airfoil, with the leading edge on the left of each diagram ($s \simeq c$) and the trailing edge of the suction side on the right ($s \simeq 2c$). Bottom : velocity field at midspan projected on the wall-tangential direction, u_s (for more detail, see figure 4.15).

the wall pressure coefficient on the whole suction side are shown. At event T (top of the curve), both lift and drag coefficients are at their highest. The laminar separation is open, and the turbulent flow reattaches exactly at the trailing edge, producing both vorticity and reverse flow peaks in the recirculation region. This closed recirculation is deemed responsible for the peak in aerodynamic coefficients, because it produces a weak drop of pressure that homogeneously spans the entire suction side. The main vortex is then convected downstream until the computation reaches a flow resembling that of event S (separated flow). Most of the time of the computation is spent in such a state, where the leading edge separation is widely open, and extends beyond the trailing edge. At some point, the flow at the leading edge reattaches on a portion of the airfoil span, where a leading-edge laminar separation bubble is created. This is event B (bottom of the curve), where the stall cell is clearly visible with the corresponding attached flow in yellow. The induced acceleration of the attached boundary layer produces both a strong pressure drop at the leading edge and the shedding of a large spanwise vortex structure, visible in dark purple on the pressure coefficient map. During such events, the trailing edge separation is most open, which brings the drop in lift observed and compensates for the increase in lift due to the reattachment. Finally, this reattachment region gradually becomes thinner as the flow progresses towards state V (vanishing stall cell). At this state, the leading edge separation opens, accumulating vorticity before regenerating the massive separation responsible for the maximum lift events of type T.

The oscillatory state of the initially separated flow displays low average lift and high drag, with great variations in time. This is in line with the findings of Zaman et al. (1989), who reported relative lift fluctuations greater than 50%. The standard deviation here amounts to 25%, with peak amplitude at 65%. Again, the final state after bifurcation of the initially separated flow collapses on the state of the initially attached one, with low levels of fluctuations. The drag level of this state is roughly similar to that of the RANS maximum-lift states, but the lift is lower.

4.3.6.3 Stall cells characteristics

The occurrence of reattachment events, even on a portion of the span and a reduced amount of the total computation time, has a significant impact on the flow statistical properties. In order to provide an accurate description of this effect, probabilistic notations are used in this part. $\mathbb{P}[\mathcal{U}]$ is the probability of event $\mathcal{U}$ (for instance, $\mathcal{U} = \{u \leq 0\}$ is the event "u is negative") and $\mathbb{E}[u]$ is the expectation of variable u, estimated using its time-average (also simply called average or mean). Furthermore, for any $p \in [0, 1]$, $\mathbb{Q}_p[u]$ is the $1/p$-ile value of the distribution of variable u, meaning that a fraction of at least p of the whole u signal is lower than $\mathbb{Q}_p[u]$, and a fraction of at least $1 - p$ of it is greater. For example, $\mathbb{Q}_{1/2}[u]$, $\mathbb{Q}_{1/10}[u]$ and $\mathbb{Q}_{9/10}[u]$ are respectively the median value, the first and the last (ninth) deciles of the signal u. All statistics are computed using the signals acquired between $T = tu_\infty/c = 5$ and $T = 83$, after the numerical transient has elapsed and while the flow oscillates.

Figure 4.26 describes the statistics of the flow over the first 20% of the suction side length.$\tau_{s,n}$ is the longitudinal component of the wall viscous stress tensor, which makes $\mathbb{P}\left[\tau_{s,n} < 0\right]$ (crimson curve of the bottom diagram) the probability of reverse flow events. Only a very thin region with $0.02 < x/c < 0.035$ is constantly separated (in dark blue on figure 4.23), but all of the represented airfoil surface is separated more than a third of the time.

Noteworthy is the bias induced by the great difference between absolute velocity levels when the flow is attached compared to when it is separated. Indeed, as attested by the first and last deciles at each station (orange errorbars), events of attached flow display high levels of positive skin friction, while separation events have moderate to low levels of reverse absolute friction. Therefore, even though the flow is separated most of the time, the average flow appears attached because attached events weigh more in the averaging process. This is why in this case, the average flow does not describe any instantaneous topology encountered. The median flow, in this regard, is much more representative of the state of the flow. For instance, at the station where $x/c = 0.05$, the flow is separated more than 80% of the time, but the average flow is attached. This is due to

the asymmetric behavior of the signal at this station : the deviation of the highest values with respect to the median ones is more than 10 times higher than the deviation of the lowest values.
Both the average and median flow topologies show a region of attached flow, but the laminar separation bubble detected by the median flow is much longer, and the turbulent separation occurs earlier. In the intermittently reattaching region, the levels of standard deviation of the skin-friction coefficient reach values at least 8 times its average value.

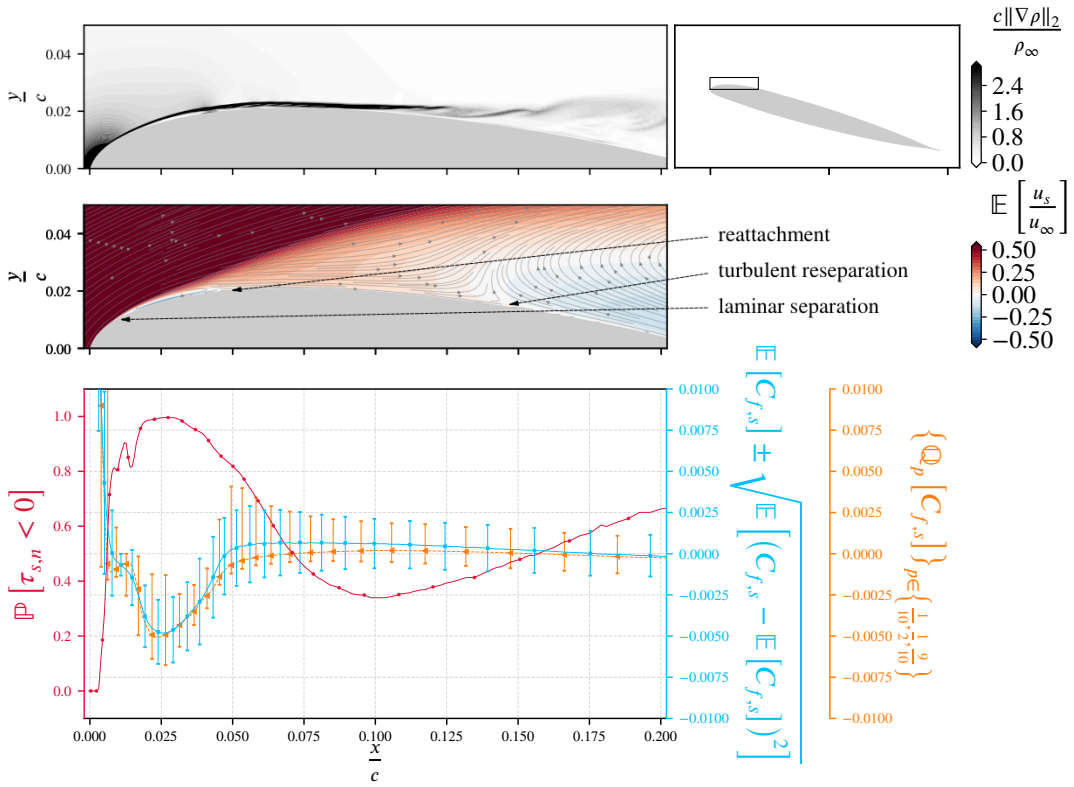
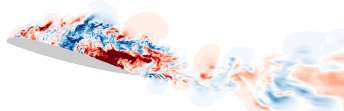


FIGURE 4.26 – Statistical properties at the wall of the initially separated and oscillatory flow along the most upstream 20% of the suction side. Top : instantaneous distribution of the density gradient during a reattachment event. Middle : expectation (time-average) of streamlines and of the wall-tangential velocity component. Bottom : evolution of the expectation (blue curve) and median values (orange curve) of the longitudinal skin-friction coefficient $C_{f,s}$, respectively accompanied by standard deviation and extreme deciles as vertical errorbars. The probability of reverse flow is also plotted (crimson curve). Note that all three diagrams share the same abscissa.

This longitudinal view is completed with wall normal statistics displayed on figure 4.27. In order to show non-redundant information and for the sake of briefness, only the longitudinal velocity signals acquired along the wall-normal lines $\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_3$, $\mathcal{N}_5$ and $\mathcal{N}_6$ (see figure 4.17) are shown. The velocity profiles at these stations are representative of the current flow. The probability of reverse flow $\mathbb{P}\left[u_s < 0\right]$ is plotted with the average and median values of the signals against the wall-normal coordinate n, with the addition of the centered skewness factor of the wall-tangential velocity defined as :

$$\mathbb{S}\left[u_s\right] = \frac{\mathbb{E}\left[\left(u_s - \mathbb{E}\left[u_s\right]\right)^3\right]}{\mathbb{E}\left[\left(u_s - \mathbb{E}\left[u_s\right]\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}, \tag{4.4}$$

with $\mathbb{E}\left[v\right]$ denoting again the estimated expectation of u_s (time-average). The skewness factor only has



physical significance far from the wall and in regions where the flow is always separated. In particular, near-wall boundary-layer flows tend to induce a bias on the skewness factor because they are rare events of high velocity levels during which the high-frequency fluctuations are damped by the RANS branch of the model. Provided that the fluctuations are weak compared to the average velocity level, this bias should not be dominant. No conclusion can however be drawn from the skewness profile in these regions of intermittently attached boundary layer.

The velocity profile at station $\mathcal{N}_1$ displays the characteristics of a bistable behavior with two radically different flow topologies. Indeed, the separation point moves upstream when the flow is massively separated. The flow at $\mathcal{N}_1$ is attached when the laminar separation bubble is closed because this location is upstream of the laminar separation in this case. This is why the last and first deciles profiles are those of an attached laminar boundary layer and an early separation, respectively. The probability profile close to the wall at (a) therefore suggests that around 75% of the recorded space-time events are massively separated states. Note that rare reattachment events with intense longitudinal velocity values produce a positive skewness factor far from the wall at (b).
$\mathcal{N}_3$ is located inside the primary recirculation (in dark blue on figure 4.23) when the flow is separated and cuts the laminar separation bubble otherwise. This is why there is backflow in the near wall region at least 90% of the time - the last decile profile is negative at (c). Indeed, the probability of reverse flow is almost 1 at (d). The last decile also displays the edge of the separated boundary layer, which coincides well with a sudden drop of the probability of reverse flow. Again, the edge of the boundary layer in the case of attached flow is given by the ninth decile (highest orange value) reaching its asymptotic state far from the wall around $n/c = 1.2 \cdot 10^{-3}$. The value of the probability of reverse flow there at (e) attests of the previously given figure of a 75% probability that the flow be separated : at this distance from the wall, events of closed laminar separation bubble yield positive velocities.
As previously observed, the average field computation is subject to an asymmetry bias. This is particularly obvious at station $\mathcal{N}_5$: though the average field is entirely attached, the median longitudinal velocity profile bespeaks a recirculation as high as $n/c = 1 \cdot 10^{-2}$ at (f). This is due to the asymmetry in absolute values of velocity at (g) between the attached boundary layer profile (displayed by the last decile) and the massive backflow region (emphasized by the first decile) with $n/c \in \left[0, 1.3 \cdot 10^{-2}\right]$. The boundary layer profile at the last decile is that of the recently transitioned turbulent boundary layer.
Finally, station $\mathcal{N}_6$ was chosen because it is the earliest point at which almost no event of attached boundary layer occurs (remember that the data shown here only come from the oscillatory phase). Indeed, the asymmetry of intense events is much lower than in the previous stations, and the median and average profiles collapse. The recirculation probability is higher than at the previous station in the near-wall region (h), meaning that events of attached flow become more rare.
The skewness factor profile is in very good agreement with the high-order statistics provided by Simpson et al. (1981b) et Simpson et al. (1981a) at lower Reynolds number for a boundary layer separation. Indeed, the skewness factor is slightly positive where the average velocity profile reaches its minimum, and it is greatest between the minimum average velocity station and the maximum average shearing stress station. This maximum of about 1 is however higher than the value of roughly 0.5 observed by Simpson et al., though their maxima at different stations did not collapse very well (with observed values between 0.2 and 0.8). As in the case of $\mathcal{N}_1$ (b), the strong acceleration due to the deviation of the flow by the airfoil in the rare events of attached flow is expected to introduce some positive bias. Furthermore, at all measured stations, the skewness factor vanishes around the inflection point of both the average and median velocity profiles, as indicated by letters (i) and (j), (k), (l) and (m) on the diagrams. It is hypothesized that this behavior is due to the dynamics of a shear-layer inflectional instability. The vanishing of the skewness factor indicates the zone of utmost sensitivity to disturbances - the inflection point. Similar behavior has been reported by Sharma and McKeon (2013) for an attached boundary layer case, but remains to be further investigated.

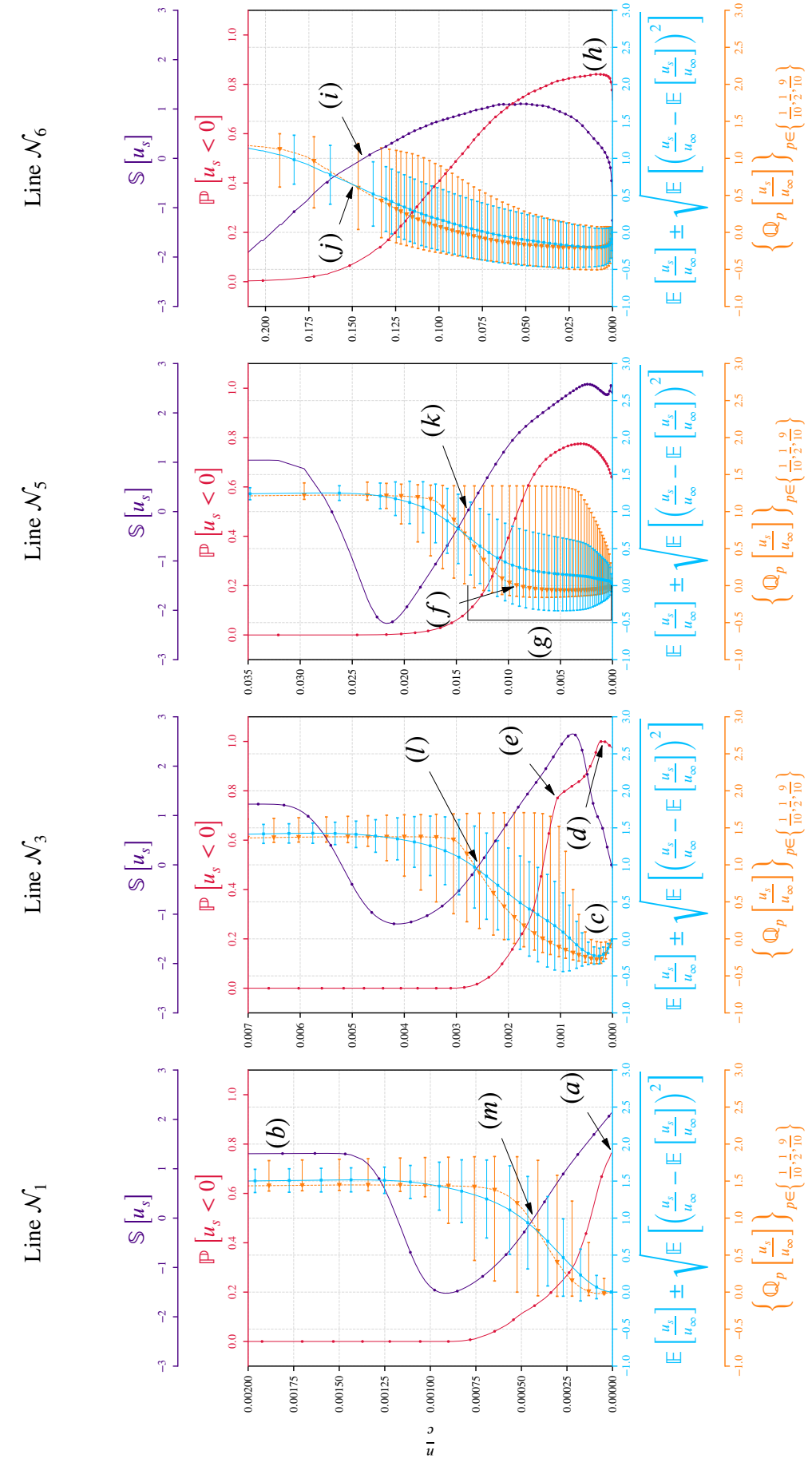
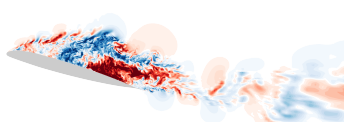


FIGURE 4.27 – Statistical velocity profiles of the mostly-detached case flow before reattachment. Time-averaged (blue curves) and median (orange) values of wall-tangential velocity components are plotted respectively with the standard deviations and extreme deciles of the signals as horizontal errorbars. The crimson and indigo curves display the probability of reverse flow and the centered-reduced skewness factor of the wall-tangential velocity component, respectively.



4.3.7 Fluctuations in the separated region

4.3.7.1 Convective velocities in the massively separated flow

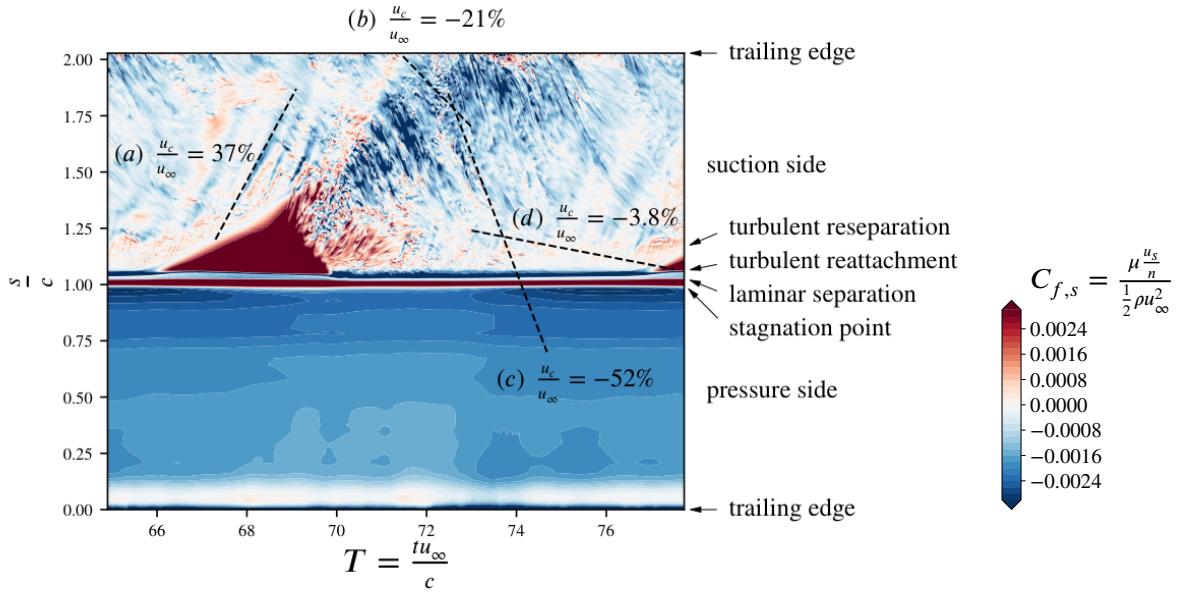


FIGURE 4.28 – Detail of the timeline of the initially separated flow : skin-friction coefficient along the section between airfoil and the x-y plane located at 30% span.

In this section, the fluctuating velocity field is analyzed regarding the interaction between different regions and properties of the flow. First, let us examine more closely a reattachment event. Figure 4.28 is an enlarged detail of the first diagram of figure 4.23, showing the full occurrence of a stall cell as well as the following massively recirculating flow until the next reattachment event precursors.
This figure allows the drawing of lines in space and time, displaying the propagation velocities of some features in the flow. As the stall cell in dark red is forming between $T = 66$ and $T = 69$, the vortex structures formed in the strong shear layer due to the near-wall acceleration are convected downstream along line (a) at a convection velocity $u_c \simeq 0.37u_\infty$. This is termed a *descending* event, because it follows the direction of the outer flow.
On the other hand, several information streams seem to propagate towards the leading edge during the massively separated phase. More specifically, frequency contents stemming from the trailing edge run all along the suction side of the profile until they start interacting with descending information and the primary shear layer. These are called *ascending* because they run contrary to the outer flow direction. This information displays two different behaviors, depending on how far upstream it has reached. The downstream part of the airfoil with $s/c \geq 1.2$ is a purely propagating region : the information is convected by the recirculating flow inside the separation in the near-wall region towards the leading edge, first slowly along line (b), and then more rapidly along line (c). The respective propagation velocities, displayed on figure 4.28, amount to $u_c \simeq (-)\,0.21u_\infty$ and $u_c \simeq (-)\,0.52u_\infty$. However, on the upstream part of the airfoil, closer to its leading-edge, the information encounters the descending stream and interacts with it. This region is inhabited by both ascending and descending structures. The latter still propagate upstream, but far more slowly, with a typical velocity of $u_c \simeq (-)\,0.038u_\infty$.
Using the number of events appearing on the diagram in the course of a prescribed duration, the ascending frequencies can qualitatively be evaluated at $St \in [2, 10]$, where the Strouhal number based on the largest front-section of the airfoil is defined by :

$$St = \frac{f c \sin(\alpha)}{u_\infty}, \tag{4.5}$$

with f the raw dimensional frequency. These frequencies fall within the range of actuator frequencies used by Esfahani et al. (2018) to force stall cells, efficient with $St \geq 0.6$. On figure 4.28, these oscillations appear as streaks in the ascending stream, and seem to span a thin band of frequencies, as opposed to fully-formed turbulence which usually occupies a broadband spectrum. They also appear to be the source of the next reattachment event through their interaction with the separated shear layer. Indeed, these frequencies also coincide with typical frequencies of the Kelvin-Helmholz instability : based on the information taken at station $\mathcal{N}_5$, the vorticity thickness of the shear-layer can be estimated as $\delta_\omega/c \simeq 8 \cdot 10^{-3}$ and the average velocity speed as $\overline{u}/u_\infty = \left(u_{\max} + u_{\min}\right)/2u_\infty \simeq 6 \cdot 10^{-1}$. The elsewhere reported (Simoni et al. 2015 ; Bernardini et al. 2013 ; Deck and Thorigny 2007 ; Yang and Voke 2001 ; Monkewitz and Huerre 1982) typical reduced frequency of the Kelvin-Helmholz primary instability, $f\delta_\omega/\overline{u} \simeq 1.3 \cdot 10^{-1}$, yields a Strouhal number of $St \simeq 2.8$ in the present non-dimensonalization units (because $\sin(\alpha) \simeq 0.28$). This value is close to the frequencies previously measured on figure 4.28. The ascending information therefore displays a frequency content apt to excite the oscillations of the leading-edge separated shear layer. In turn, such a forcing signal may trigger the flapping of the separated leading-edge shear layer - assumed responsible for the low-frequency oscillations - observed by several parties such as Zaman et al. (1989) and Yon and Katz (1998).
In order to quantify the convection of fluctuations at $St \in [2, 10]$, cross-spectral analysis was performed along the airfoil suction side. If $S_{x,y}\left[u_s\right]$ denotes the cross power spectral density between the signals of the wall-tangential velocity component u_s obtained at points x and y, the complex argument $\theta_{x,y}\left[u_s\right]$ of $S_{x,y}\left[u_s\right]$ provides a measure of the propagation time $\Delta t(f)$ of the information between x and y through the following equation :

$$\theta_{x,y}(f) = 2\pi f \Delta t(f). \tag{4.6}$$

Dividing by $|x-y|$ and when $x \to y$, this translates into an estimator of the propagation velocity at point x :

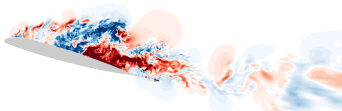
$$v_{\phi,x}\left[u_s\right](f) = \frac{2\pi f}{\lim\limits_{y\to x} \frac{\theta_{x,y}[u_s](f)}{|y-x|}} = \frac{2\pi f}{\partial_y \theta_{x,y}\left[u_s\right]\Big|_{y=x}(f)}. \tag{4.7}$$

Integrating the inverse of this velocity along the airfoil surface starting from the trailing edge P yields two scalars for each frequency, represented on figure 4.29. Because they are built on cross power spectral densities between the trailing edge on the suction side and each of the probing points of line C_0 of fig. 4.16, both of these scalars describe the behavior of the fluctuations which have traveled all the way from the trailing edge. This case is therefore different from that described by Vadlamani and Tucker (2019), for instance. In this study of intakes under cross-wind conditions, the fluctuations were seen to stem from the reattachment location. The first one, $s_{\phi,P}$, in indigo on the diagram, is the most upstream (or downstream, depending on the propagation direction) unimpended propagation location of the information coming from P. At $s_{\phi,P}$ the propagation velocity $v_{\phi,P}$ vanishes. This happens more specifically when ascending and descending informations at the same frequency meet. For the ascending information coming from P which is of interest here (*i.e.* $v_{\phi,P}(f) < 0$), this scalar is defined as :

$$s_{\phi,P}(f) = \sup\left\{s(Q) \in [0, s(P)] \,/\, v_{\phi,Q}\left[u_s\right](f) \geq 0\right\}, \tag{4.8}$$

with s denoting again the curvilinear abscissa (see figure 4.15).
The second scalar $t_{\phi,P}$, in crimson, is the corresponding propagation time, which is the time required by the information at frequency f to reach $s_{\phi,P}$, starting from P.

Plotting $s_{\phi,P}$ and $t_{\phi,P}$ in non-dimensional units when P is the suction side trailing edge, one obtains figure 4.29. A band of frequencies between $St = 2$ and $St = 8.5$ propagates all the way to the interaction region close to the leading edge (see figure 4.28). Furthermore, the time needed by this information amounts to at least $10c\sin(\alpha)/u_\infty$, which translates into 2.5 non-dimensional units on figure 4.28. This is in line with the qualitative durations previously mentioned for purely ascending fluctuations. Note also that a competition seems to exist around $St \simeq 9$ between the behavior of high frequencies, with short ascending distances, and medium frequencies, which propagate further.



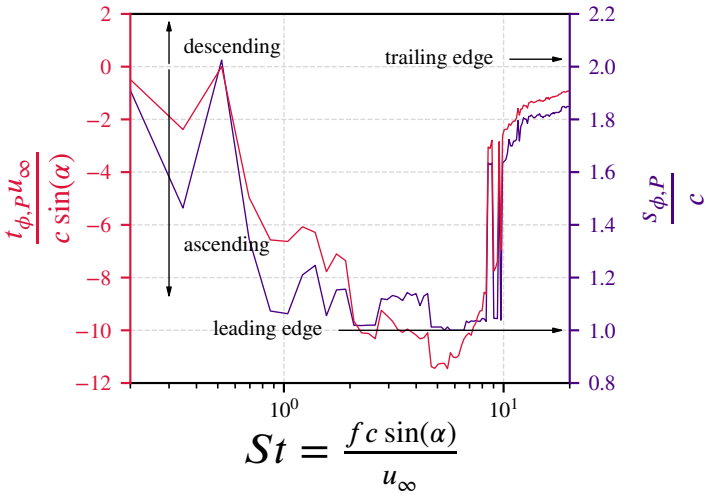


FIGURE 4.29 – Propagation time ($t_{\phi,P}$) of convective information in the flow near the wall along C_0, and most upstream abscissa ($s_{\phi,P}$) reached before interaction with descending flow.

4.3.7.2 Fluctuation sources

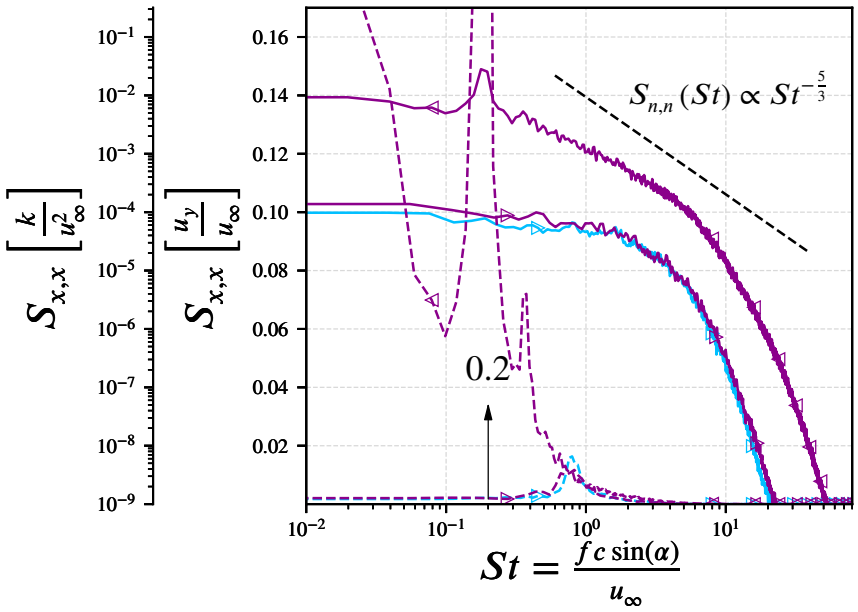


FIGURE 4.30 – Power spectral densities of resolved turbulence kinetic energy (logarithmic scale and dashed) and vertical velocity component (linear scale and full-lined) one chord downstream of the trailing edge along probing line S_0 (see figure 4.16).

The frequency content of several sources is examined in order to assess the origin of the high frequency fluctuations with $St \in [2, 10]$ previously observed. First, examining the signals in the wake one chord length downstream of the trailing edge at a location x along probing line S_0 (see figure 4.16), one obtains figure 4.30. The diagram displays the power spectral densities, again denoted $S_{x,x}[k]$ and $S_{x,x}[u_y]$, of the turbulence

kinetic energy and the vertical velocity component, respectively. The Von Kármán shedding frequency $St = 2 \cdot 10^{-1}$ and its first harmonic is particularly well defined for the initially separated case in its oscillating phase. In the case of both attached flows, the front-side height of the body can be interpreted as thinner - for instance the trailing edge width complemented with attached boundary layers thicknesses, yielding a higher characteristic frequency with Strouhal number around $8 \cdot 10^{-1}$. Both these oscillating processes have too low frequencies to produce the previously described coherent structures along the suction side. It should be emphasized however that they are expected to play a significant role. Indeed, Esfahani et al. (Esfahani et al. 2018) noticed that stall cells were not self-triggering but that they were self-sustaining. Therefore, the stall cell state must contain the conditions of its own regeneration, and these conditions must not be met when the flow has not yet been partly separated. The Von Kármán structures are a good candidate for this segregating phenomenon, because, in the oscillatory phase, they have high amplitudes, far reach, and global influence which they do not in the attached phase.

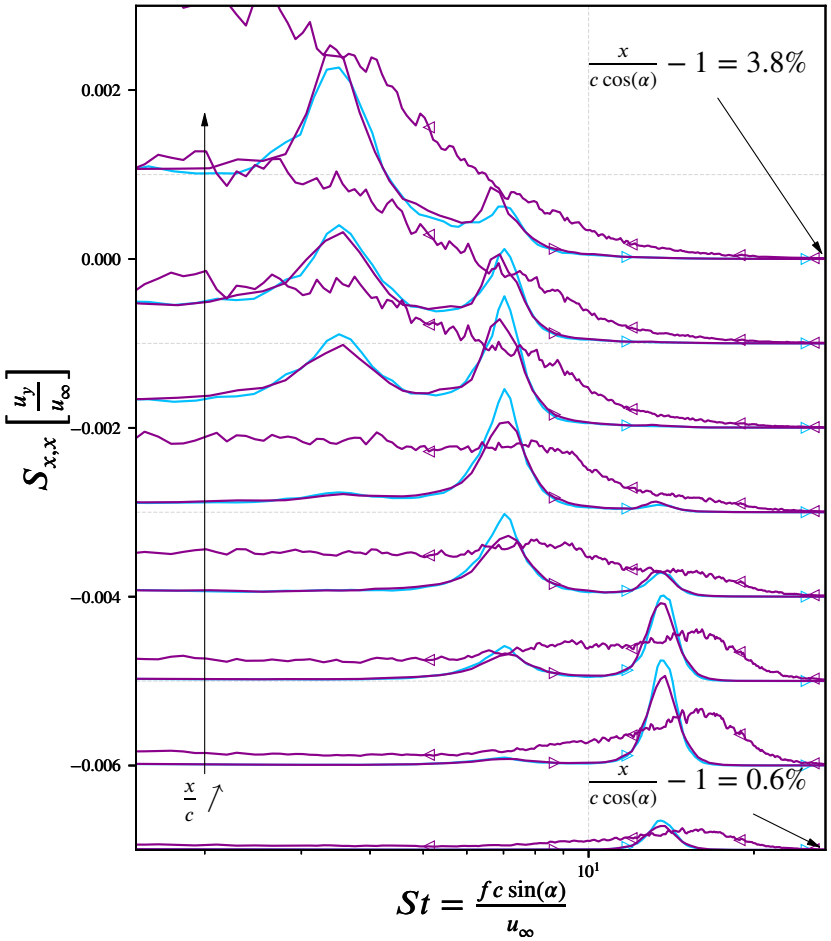
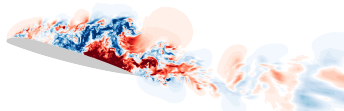


FIGURE 4.31 – Power spectral densities of vertical velocity component from 0.6 to 3.8% axial chord lengths downstream of the pressure side trailing edge along probing line S_0 (see figure 4.16).



The investigation of the mixing layer instability at the trailing edge also brings some insight. The power spectral densities obtained for the vertical velocity component are displayed on figure 4.31, from the first mesh cell close to the pressure side trailing edge until 3.8% chord length downstream along S_0. The tonal behavior of the Kelvin-Helmholtz process is especially striking in both cases where the flow is attached over the suction side. The first vortex emission takes place at $St \simeq 16$. However, vortex pairing quickly brings most of the energy to the first subharmonic with halved frequency. Progressing further downstream, a secondary pairing again produces the lower first order subharmonic, which is the third subharmonic of the initial emission frequency, with $St \simeq 3$. This last frequency coincides with the previously-mentioned ascending information frequency range.
The oscillatory flow displays the same behavior close to the trailing edge, with more noisy spectra. The main frequency is also slightly shifted towards higher values because of the lower values of velocity encountered at the pressure side trailing edge. The first pairing can also be observed. However, the energy contained in the incoming three-dimensional broadband spectrum turbulence drowns the second pairing. Furthermore, the Von Kármán vortices skew the flow at the trailing edge a great deal, and the two-dimensional Kelvin-Helmholtz vortices do not propagate in a straight line. This is discussed in greater detail in section 4.3.8.

4.3.8 Stall cell low-frequency oscillation scenario

Based on the data and analyses presented above, a scenario is derived for the advent of low-frequency oscillations in stall cells. The scenario is sketched on figure 4.32.

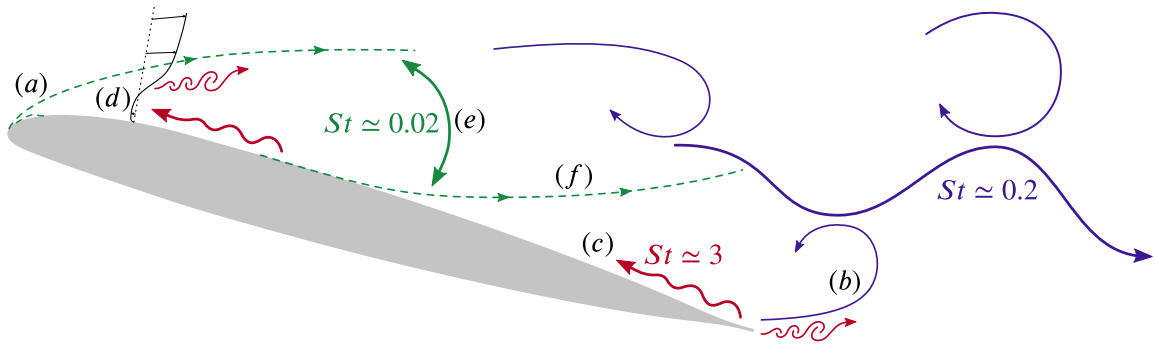


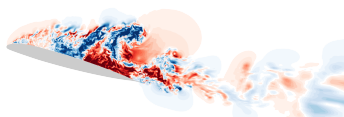
FIGURE 4.32 – Sketch of the scenario proposed for the advent of low-frequency contents associated with stall cells.

In agreement with the works of Zaman et al. (1989), the present analyses suggest that low frequency oscillations are primarily a flapping of the separated shear layer, and that the exciting phenomenon is the Kelvin-Helmholtz instability, forced by Esfahani et al. (2018) near its eigenfrequencies. The present data suggest that these frequencies are present on the suction side of the airfoil when the flow is massively separated, and come from the trailing edge towards the leading edge. They also seem to stem from the descending information produced by the reattaching boundary layer when it reaches the trailing edge. This explains the self-sustained behavior observed by Esfahani et al. Furthermore, the convection velocities presented in the previous section produce total propagation times from the trailing edge to the separated shear layer compatible with the period of the low-frequency phenomenon. However, the interaction time at the leading edge - from $T = 73.5$ to $T = 77$ on figure 4.28 - is not accounted for here. Indeed, it cannot be captured by spectral analysis limited to time-transform, since this region is inhabited by both ascending and

descending fluctuations.
The frequency of the forcing fluctuations responsible for reattachment events coincide with the oscillation characteristics of the trailing edge Kelvin-Helmholtz process. This instability could therefore be the initial source for these fluctuations. From the unsteady flowfield, it can be surmised that the Von Kármán vortices, during their growth and while they are attached to the trailing edge, act as momentum exchangers and bring the trailing edge fluctuations to the suction side. This hypothesis must however be confirmed with more targeted analyses.
The reason for the non-occurrence of low-frequency oscillations when the flow has not already been separated is assumed to be due to the attached boundary layer being a stable state. However, when an event of reattachment occurs while the flow is already massively separated, it creates vortices which trigger the ascending fluctuations when it reaches the trailing edge. This prevents the generation of a too-stable boundary layer and this is also the reason for the need for an initial forcing to make stall cells appear at all.
In short, the following timeline, reported on figure 4.32, is proposed for an oscillation : (*a*) initial boundary layer reseparation at the leading edge under the effect of adverse pressure gradient, facilitated by the three-dimensionality of the partly attached flow, generating strong vortical structures which are convected to the trailing edge ; (*b*) interaction between these structures, the Von Kármán trailing edge vortex and the trailing edge Kelvin-Helmholtz frequency content, allowing the latter to start ascending the suction side along the wall towards the leading edge ; (*c*) ascension of the high-frequency structures ; (*d*) interaction of the high-frequency structures with the leading-edge shear layer at the characteristic frequencies of its Kelvin Helmholtz instability ; (*e*) triggering of a flapping event of the separated shear layer by the fluctuations of the Kelvin-Helmholtz process ; (*f*) new reattachment, restoring the necessary conditions for a new beginning of the cycle.

4.3.9 Concluding remarks

Hybrid RANS/LES computations of the flow around the OA209 airfoil in post-stall conditions were carried out. The model, based on a robust coupling between ZDES mode 2 (2020) and the $\gamma - Re_{\theta,t}$ transition model, allowed taking transition effects into account, and two separate states were observed : an attached state and an oscillatory motion. During the latter, a stall cell successively forms and disappears, before forming again, at a frequency an order of magnitude lower than the Von Kármán vortex shedding process. Eight events of reattachment were captured before a final bifurcation when the flow over the whole airfoil span reattached. This bifurcation is attributed to the *jostling* process described by Yon and Katz (1998) : the stall cell formed induces a downwash on itself because the spanwise dimension of the airfoil is insufficient. This downwash eventually destroys the stall cell altogether, generating full-span reattachment.
The computations were validated against experimental data and typical flow processes found in the literature, such as vortex shedding frequencies and Kelvin-Helmholtz instability motion.
Statistical wall skin friction and wall-normal velocity profiles were studied in-depth in order to shed light on the bistable behavior of the low-frequency oscillation process. This also allowed a validation of the behavior of both the separated shear layer and the massively separated flow region.
Finally, the spectral content of several regions of the flow was examined and compared with the timeline of a low-frequency oscillation cycle. Based on the previous considerations, a self-regenerating scenario for the stall cells was proposed. Briefly : a stall cell comes from a reattachment event ; such an event may be triggered by fluctuations at the high frequency of the separated shear-layer instability. Such fluctuations, coming from the trailing edge, run all along the wall towards the leading-edge in the massively separated region, and seem to be created by the previous reattachment event.
Two key components of this scenario are still uncertain : while the source of those high-frequency fluctuations coincide with the Kelvin-Helmholtz process occurring at the trailing edge, quantitative information is lacking to link those to the events which trigger the reattachment. It is hypothesized that the Von Kármán vortex shedding process plays a determining part during the primary development of the trailing edge vortex.



The other missing aspect is the reason for the duration of the interaction process between the separated shear layer and the high-frequency ascending fluctuations.
Several links between phenomena typically encountered during the stalling process of a mixed trailing edge-leading edge stalling airfoil have also been brought to light :

— Data to support the existence of low-frequency contents in stall cells were produced and analyzed. While these phenomena need not necessarily always appear paired, they clearly interact. Indeed, the authors believe that the process described for a low-frequency period is much more likely to happen when the reattachment is partial and inhomogeneous along the span, because the reseparation of the attached boundary layer region is thereby eased. Still, stall cells appear as an intermediary step between massive full-span oscillations and full reattachment. A study supporting this hypothesis is on-going.

— The role of laminar to turbulent transition in the leading edge separation bubble is still unclear. It has been once more shown that taking it into account drastically modifies the stalling angle of attack as well as the maximum lift, even under a fully-RANS hypothesis. However, its interaction with low-frequency oscillations and stall cells remains to be strengthened. It can be surmised that the recently transitioned flow is more prone to reseparate when the low-frequency oscillation reaches the state of maximum attachment. In turn, this would have an impact on phase (f) of the low-frequency process described - the reseparation under the effect of adverse pressure gradient and three-dimensionality. The current study at least demonstrates that low-frequency oscillations and stall cells are relatively independent of microscopic turbulent structures which appear when the flow at the leading edge of the airfoil transitions, because these structures are not resolved here. On the contrary, if an interaction does exist, it must mostly concern the large scale behavior of the flow.

— The hysteretic behavior known to appear in the flow around the presently studied airfoil was observed. If the previous assumption about the insufficient airfoil spanwise extent to sustain stall cells for a long time is correct, this suggests that hysteresis and low-frequency oscillations can in fact coexist, comforting the analysis by Hristov and Ansell (2018) and further antagonizing Broeren and Bragg's hypothesis (Broeren and Bragg 1999).

Regarding the accuracy of the obtained flow, it must be emphasized that the transitional RANS model tends to produce a slightly weak transition process (Bouchard et al. 2021) in the case of separation-induced transition. Furthermore, a zonalization process is used, but a unified and continuous treatment of the modeling of turbulence would be desirable.
Finally, the data and analyses presented here emphasize the paramount importance of having at disposal highly detailed databases, including spectral and three-dimensional data, which are still lacking.

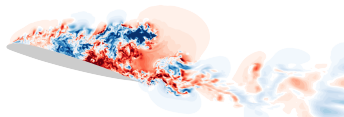
4.4 Résumé

Le décrochage mixte d'un profil à $Re_c = 1 \cdot 10^6$ et $Ma = 0.1617$ a été étudié dans ce chapitre à l'aide de simulations numériques employant le modèle développé aux chapitres précédents. Le cas du profil OA209 extrudé a été choisi.
Dans un premier temps, un ensemble de calculs a permis de déterminer les paramètres numériques permettant la résolution d'un écoulement au décrochage. En particulier, la résolution du maillage a été choisie :

- pour soutenir le développement rapide des instabilités au niveau d'un décollement de couche limite turbulent,
- pour permettre la représentation de la turbulence résolue dans les zones massivement décollées,
- pour assurer le fonctionnement du modèle de transition au niveau du bulbe de décollement laminaire [7],
- pour résoudre la couche limite turbulente jusqu'en paroi (critère $y^+ < 1$) dans les zones de couche limite attachée.

Le pas de temps a ensuite été choisi pour assurer la précision des résultats avec une méthode d'itération temporelle implicite : le nombre de CFL acoustique est inférieur à 35 au sein des cellules en proche paroi des zones RANS, et inférieur à 14 dans toutes les cellules des zones où de la turbulence est résolue.
Il a ensuite été démontré qu'une envergure d'une corde suffit à produire une décorrélation à mi-envergure des composantes de la vitesse dans les zones décollées, à condition qu'elles soient peu affectées par un phénomène tonal comme l'émission tourbillonnaire de l'allée de Von Kármán.
Une démarche itérative a ensuite permis de déterminer l'incidence à laquelle le profil décroche. Au cours de cette démarche, une hystérésis de décrochage a été observée, commune pour les cas de décrochage de bord d'attaque. À l'incidence définitive de 16°, deux topologies d'écoulement ont été identifiées : un état où la couche limite est constamment attachée sur plus de 60 % de la surface de l'extrados du profil, et un état où elle est décollée la plupart du temps sur la totalité de la surface de l'extrados. Ce dernier état est également fortement instationnaire et tridimensionnel : l'écoulement oscille à basse fréquence et de manière inhomogène en envergure entre la topologie massivement décollée précédemment décrite et un état intermédiaire où la couche limite est attachée sur $10 - 50$ % de corde et où le décollement laminaire de bord d'attaque forme un bulbe fermé. La fréquence caractéristique des oscillations correspond à celles des oscillations basse fréquence classiquement identifiées au décrochage de profils (voir partie 1.1.1.3), et dont l'apparition n'est pour l'heure pas expliquée. Les inhomogénéités en envergure, formant des cellules de décrochage permettant la cohabitation à une demie envergure d'écart de topologies massivement décollée et partiellement attachée, ont été mises en lien avec les cellules de décrochage également observées expérimentalement. Ces oscillations perdurent pendant près d'une demie-seconde (8 périodes ou 87 durées convectives, environ), puis le système bifurque vers le premier état constamment majoritairement attaché décrit plus haut.
Dans un second temps, la représentativité des topologies des écoulements obtenus a été évaluée. Il a été montré que la moyenne d'un tel écoulement bistable à la distribution de probabilité asymétrique n'est pas représentative de son comportement majoritaire. En particulier, l'écoulement moyen au bord d'attaque est celui d'une couche limite attachée (quoique significativement gauchie), alors que l'écoulement y est décollé environ 80 % du temps. Ce biais est produit par l'intensité des événements rares de couche limite attachée en terme de norme du vecteur vitesse. Il a alors été démontré que la valeur médiane de l'écoulement est plus représentative de la topologie majoritaire, et que les événements rares peuvent être représentés à l'aide des quantiles extrêmes des distributions de probabilité. Les densités de probabilité associées aux composantes de la vitesse du fluide ont ensuite été analysées pour exhiber le caractère bistable de l'écoulement et l'intensité des événements rares.
Les données produites par les calculs ont été comparées aux données expérimentales. La distribution instantanée de la vitesse dans une section, celle du coefficient de pression le long de la corde, et les efforts aérodynamiques exercés par le fluide sur le profil ont été observés conformes aux données d'essais. Un

7. Conformément à la procédure de convergence en maillage décrite au chapitre 2.



certain désaccord subsiste cependant sur le comportement du champ moyen. Une des causes identifiées réside dans la méthode d'instrumentation des essais. Les mesures expérimentales n'ont été réalisées qu'au plan central de la soufflerie F2 de l'ONERA, et ce plan est par définition extrêmement spécifique. En particulier, des mesures prises à cet endroit risquent de ne pas rendre compte de toutes les caractéristiques tridimensionnelles de l'écoulement. Il convient également de noter que la transition relativement lente due au modèle de transition et mise en évidence au chapitre 2 est susceptible de modifier la topologie de l'écoulement. Une couche limite turbulente issue d'un processus de transition plus rapide, et dont les caractéristiques se rapprochent plus de celles d'une couche limite turbulente en quasi-équilibre soumise à un fort gradient de pression adverse, serait ainsi susceptible de décoller plus tardivement, retardant le décrochage.
Dans un troisième temps, les phénomènes physiques ainsi simulés ont été analysés en détails. Quatre fréquences tonales principales ont été mises en évidence :

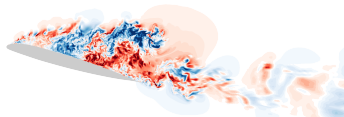
— la basse fréquence d'oscillation de l'écoulement dans son ensemble entre ses deux états extrêmes, dont le nombre de Strouhal basé sur le maître-couple du profil en incidence et la vitesse de l'écoulement extérieur est de $St = 0.02$,
— la fréquence d'émission des tourbillons contra-rotatifs de l'allée de Von Kármán dans le sillage du profil, de l'ordre de $St = 0.2$,
— la fréquence caractéristique de l'instabilité non-visqueuse de couche de mélange au niveau du décollement de la couche limite turbulente
— la fréquence caractéristique de l'instabilité non-visqueuse de la jonction de bord de fuite entre l'écoulement attaché à la surface de l'intrados et de l'écoulement décollé à la surface de l'extrados

Ces deux dernières sont d'ordres de grandeur équivalents, proche de $St = 3$. De plus, il a été démontré que ces dernières fluctuations issues du bord de fuite remontent lentement le long de la surface de l'extrados, à l'intérieur de la zone massivement décollée, vers le bord d'attaque et en proche paroi. Le temps de propagation de ces fluctuations depuis le bord de fuite jusqu'au bord d'attaque a été évalué à environ $1/3$ de la période d'une oscillation basse-fréquence. Ce constat a mené à l'énonciation d'une proposition de scénario produisant les oscillations auto-entretenues à basse fréquence de l'écoulement. En cas d'écoulement massivement décollé, ces informations issues du bord de fuite possèdent les caractéristiques nécessaires au forçage des instabilités de la couche de mélange laminaire produite par le décollement de bord d'attaque. À leur tour, les instabilités forcées de la couche limite laminaire décollée engendrent un événement de battement de la zone décollée, qui se traduit par un recollement de la couche limite. Ce recollement est transitoire du fait du fort gradient de pression adverse et des fluctuations de pression produites par le décollement de bord de fuite (Bonnet et Gleyzes 1983). Ces dernières génèrent alors un nouveau décollement de la couche limite, et le cycle recommence.
Il a été suggéré et observé qualitativement que la remontée d'information du bord de fuite en cas de décollement massif est permise par les tourbillons de l'allée de Von Kármán, qui, pendant leur phase de développement primaire et avant leur émission, transportent les fluctuations issues du bord de fuite jusqu'à la surface aval de l'extrados, où elles peuvent être advectées vers le bord d'attaque par le fluide, en moyenne remontant. Cette observation permet également d'expliquer pourquoi les fluctuations basse fréquence de l'écoulement, bien qu'auto-entretenues une fois apparues, doivent initialement être déclenchées (voir partie 1.1.1.3). Cette hypothèse mérite cependant plus ample examen.
L'auteur estime que deux éléments dans ce scénario restent incertains :

— La nature et la durée de l'interaction entre les fluctuations remontant vers le bord d'attaque et la couche de mélange laminaire cisaillée restent peu détaillées. Un forçage de l'instabilité non-visqueuse est envisagé, concordances fréquentielles à l'appui, mais non démontré.
— La place des tourbillons de l'allée de Von Kármán dans le mécanisme doit encore être quantifiée.

Ces incertitudes nous semblent relever de la précision et ne pas remettre en cause le scénario proposé.
L'étude présentée dans ce chapitre complète ainsi les données expérimentales disponibles en permettant une

analyse spatiale, temporelle et fréquentielle détaillée des événements associés au décrochage mixte. Il faut cependant souligner l'importance d'avoir à disposition des données de validation tridimensionnelles. Les méthodes numériques de très haute fidélité comme la DNS ou la WRLES étant totalement inaccessibles pour ce type d'écoulement, ces données ne peuvent provenir que de l'expérimentation.

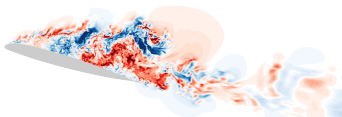


Conclusion

Ces travaux de thèse avaient deux objectifs principaux. Premièrement, ils étaient dédiés à approfondir la compréhension des interactions entre les différents phénomènes qui apparaissent dans l'écoulement autour d'un profil mince lorsqu'il est placé en conditions de décrochage statique. Ces phénomènes - oscillations basse fréquence, hystérésis de la portance en fonction de l'incidence, et cellules de décrochage - devaient en particulier être analysés à travers le prisme d'une étude de l'influence de la transition par bulbe de décollement laminaire au bord d'attaque. Afin de permettre l'observation de tous ces phénomènes, l'analyse devait être réalisée à l'aide de simulations hybrides RANS/LES prenant en compte les effets de transition. Condition nécessaire à la réalisation de cette première ambition, le deuxième objectif de l'étude résidait dans le développement d'un modèle hybride RANS/LES général basé sur la ZDES mode 2 (2020) permettant la prise en compte des effets de la transition laminaire-turbulent.
Nous résumons dans cette partie les résultats de l'étude menée pour remplir ces objectifs. À la lumière de ces conclusions, nous mentionnons ensuite plusieurs sujets de questionnement qui demeurent ouverts à la fin de ces travaux, et auxquels des approfondissements futurs seraient susceptibles d'apporter des réponses.

Synthèse

Les efforts ont d'abord été focalisés sur le développement du modèle, suivant une logique en deux étapes. Premièrement, un cadre de modélisation de la transition laminaire-turbulent par une méthode RANS a été choisi pour un couplage à la ZDES mode 2 (2020). Le modèle résulte d'un couplage au modèle de turbulence de Spalart et Allmaras (1992) de la méthode $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006) associée aux corrélations empiriques de Medida et Baeder (2011). Testé dans un contexte de calcul RANS d'un bulbe de décollement laminaire à la surface d'une plaque plane, il a été démontré que le modèle reproduit un processus incomplet de transition, empêchant par là le fonctionnement normal du modèle de turbulence en aval de la zone de transition. La responsabilité de ce comportement a été attribuée aux corrélations empiriques, centrales dans le fonctionnement du modèle. Il a été démontré qu'un comportement sain du modèle de turbulence est recouvré lorsqu'on utilise les corrélations de Langtry et Menter (2009).
Il a une nouvelle fois été observé que la production de turbulence modélisée hors équilibre à l'aplomb du point de recollement est insuffisante, et ce, en employant deux types de modèles différents : le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ et un critère algébrique de déclenchement de la transition. Le niveau de production de turbulence dans cette zone dû au modèle RANS construit est comparable à celui des autres méthodes testées. Il a été considéré suffisant pour passer à l'étape suivante.
Deuxièmement, le modèle RANS a été utilisé pour introduire la capacité à modéliser la transition laminaire-turbulent au sein de la ZDES mode 2 (2020). Il a été démontré que le couplage entre les deux méthodes, loin d'être trivial, présente des difficultés particulières dans un contexte de transition par décollement laminaire.



C'est pourquoi quatre éléments critiques de ce couplage ont été approfondis.
La ZDES mode 2 (2020) étant conçue pour fonctionner en mode LES au sein des décollements, le premier élément a ainsi été d'assurer un traitement RANS de la zone décollée laminaire et transitionnelle, afin de permettre à la branche RANS du futur modèle d'y assurer son rôle de modèle de transition. Une correction de la fonction de protection par la fonction $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ de Menter et al. (2006) a été proposée, implémentée et testée. Il a été montré que la nouvelle fonction de protection assure un comportement RANS du modèle au sein d'un bulbe de décollement laminaire. Le deuxième élément a ensuite été de vérifier que cette nouvelle protection permettait toujours un passage en branche LES de la méthode en cas de décollement d'une couche limite turbulente. Un phénomène de surprotection a été mis en évidence, et corrigé par approche zonale. Une autre proposition de correction a été proposée et implémentée, mais n'a pas pu être testée, faute de temps. Une fois la protection correctement assurée, il a été montré que le couplage des termes sources de la méthode $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ à ceux de la ZDES mode 2 (2020) ne pouvait pas suivre la même logique que leur couplage à un modèle RANS. C'est le troisième élément d'étude. En particulier, un risque de déséquilibre entre production et dissipation de la turbulence modélisée au sein des zones traitées par la branche LES du modèle à cause de la branche RANS transitionnelle a été mis en évidence. Deux méthodes de couplage alternatives des termes sources ont été développées. Il a été montré qu'elles sont équivalentes, sauf en de rares endroits de très petite dimension au proche voisinage des parois dans les zones traitées en LES. De ces deux méthodes, celle qui restitue le comportement exact de la ZDES mode 2 (2020) partout dans les zones traitées en LES a été conservée pour la suite de l'étude, bien qu'elle soit source d'une complexification significative de la formulation du modèle. Enfin, une possible influence défavorable en sens inverse, de la branche LES sur la branche transitionnelle RANS, a été envisagée. Ce risque a été écarté en raison de la robustesse du modèle de transition. Ce quatrième et dernier élément a également permis de démontrer la sensibilité de l'ensemble de l'écoulement au comportement de la zone externe de la couche limite transitionnelle : un surcroît indésirable de turbulence modélisée dans cette région peut être responsable d'une résistance non-physique de la couche limite turbulente aux décollements.

Le modèle hybride RANS/LES ainsi construit, capable de prévoir les effets de la transition laminaire-turbulent dans un bulbe de décollement laminaire, a ensuite été utilisé pour étudier les événements associés au décrochage du profil mince OA209. Suite à une longue procédure itérative de validation du modèle et de détermination des conditions d'écoulement amont, deux longues simulations, respectivement de 218 ms (436 500 itérations, c'est-à-dire 1 mois de calcul sur 924 cœurs) et de 675 ms (1 350 500 itérations, ou environ 4 mois de calcul sur 1224 cœurs) ont été réalisées à la même incidence, 16°, et avec deux champs d'initialisation différents. Un des deux écoulements a ainsi été initialisé avec un écoulement majoritairement attaché le long de l'extrados du profil, et l'autre avec un écoulement majoritairement décollé. Les comportements à long terme des deux écoulements diffèrent alors radicalement : tandis que le premier reste attaché, le second, massivement décollé la plupart du temps, entre dans une phase oscillatoire à très basse fréquence qui voit l'apparition transitoire à chaque oscillation de zones de recollement formant des cellules de décrochage. Cet état demeure pendant plus de 87 durées convectives (8 périodes), puis le système bifurque vers l'état du premier écoulement. Cette différence de comportement traduit un phénomène d'hystérésis.
Les résultats de ces deux simulations ont été validés à l'aide de données expérimentales (PIV et mesures de pression pariétale) issues des essais réalisés dans la soufflerie F2 de l'ONERA (Le Pape et al. 2007). L'arrêt du processus oscillatoire et la bifurcation finale de l'écoulement initialement décollé vers un état attaché ont été attribués à l'instabilité des cellules de décollement due à une envergure trop faible pour les maintenir à long terme. Leur taille caractéristique est en effet documentée dans la littérature comme étant en général supérieure à deux longueurs de corde. L'envergure d'une corde du domaine simulé implique donc une forte interaction destructive des cellules avec elles-mêmes au travers des conditions de périodicité.
Il a de plus été montré que deux éléments de modélisation permettent d'améliorer la prévision de l'angle limite de décrochage. D'une part, l'utilisation d'un modèle de transition produit des résultats plus proches des données d'essai ; d'autre part, l'estimation de cet angle est également améliorée par l'emploi de la méthode hybride. Ce dernier élément implique une importante influence de la zone de couche limite turbulente

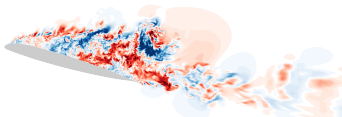
décollée sur la zone de transition, qui n'avait pour le moment été que peu documentée.
L'analyse spectrale des phénomènes apparaissant dans l'écoulement oscillant ont enfin permis d'établir des liens entre eux. Des arguments ont été fournis pour soutenir l'hypothèse selon laquelle les oscillations basse fréquence sont produites par le battement de la couche de mélange au niveau du décollement laminaire. Ce battement est forcé par des fluctuations haute fréquence intérieures à la zone décollée massive, se propageant du bord de fuite vers le bord d'attaque. C'est la durée de remontée de cette information à basse vitesse qui est responsable de la grande longueur des périodes de battement.
Il a été proposé que la source de ces fluctuations réside dans les instabilités de la couche de mélange entre la couche limite de l'intrados du profil et la zone décollée au culot. Cette hypothèse est soutenue par l'analyse des fréquences caractéristiques de l'écoulement dans ces deux zones. Cependant, une corrélation nette n'a pas pu être identifiée à cause du bruit de la turbulence ambiante. Malgré la proximité géographique entre la surface aval de l'extrados et le côté intrados du bord de fuite, le chemin suivi par les fluctuations reste incertain. L'observation qualitative des champs de vitesse permet de supposer que les tourbillons de l'allée de Von Kármán jouent un rôle central, pendant leur phase de développement primaire au cours de laquelle ils sont encore attachés au culot du profil. Ils transporteraient alors les fluctuations du culot vers l'extrados.
Enfin, le décollement de la couche limite suite à un événement de recollement est induit par le gradient de pression adverse associé aux inhomogénéités de la longueur de zone décollée le long de l'envergure, les cellules de décrochage.
Ces analyses ont ainsi permis de construire un scénario liant les oscillations basse fréquence de l'écoulement au décollement laminaire de bord d'attaque et à l'apparition de cellules de décrochage. Il a été vérifié que ce scénario est conforme aux données expérimentales disponibles dans la littérature. En particulier, il explique pourquoi les oscillations basse fréquence n'apparaissent pas en soufflerie lorque l'écoulement amont est trop faiblement perturbé : les fluctuations extérieures joueraient le rôle de premier forçage du phénomène. Pour les calculs réalisés ici, ce forçage n'est pas nécessaire parce que l'écoulement initial contient déjà les conditions nécessaires à l'apparition des oscillations.

Perspectives

Les résultats exposés dans ce mémoire de thèse et leurs limites permettent d'envisager des pistes privilégiées de recherche afin de faire progresser la connaissance sur le décrochage, sur la modélisation de la transition laminaire-turbulent, et sur la modélisation hybride RANS/LES, avec ou sans prise en compte de la transition.

Modélisation des écoulements décollés et transitionnels

Pour commencer, les modèles RANS de transition peuvent à l'heure actuelle être regroupés en deux catégories principales : les modèles précis au domaine d'application restreint, comme les critères de transition, et les modèles au champ d'application plus larges, mais qui ne sont à l'heure actuelle pas suffisamment précis et par conséquent pas prédictifs. Par exemple, comme il a été vu au chapitre 2, le modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$, largement utilisé et validé, et considéré comme l'état de l'art de la modélisation de la transition, nécessite toujours une expertise importante dans son utilisation, et échoue par exemple à prévoir une production de turbulence suffisamment abrupte dans la couche de cisaillement d'un bulbe de décollement laminaire. De plus, il nécessite des paramètres définis par l'utilisateur dont la valeur ne correspond pas nécessairement exactement à des grandeurs mesurables lors d'un essai en soufflerie, comme l'intensité relative des fluctuations turbulentes.
Pour appliquer cette observation au modèle RANS établi en fin de chapitre 2, une calibration spécifique du modèle - corrélations et constantes - serait envisageable pour un couplage au modèle de Spalart et Allmaras



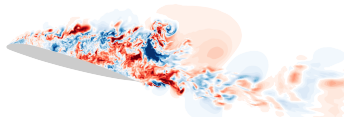
(1992). Elle permettrait notamment d'amplifier la production de turbulence dans la zone de couche limite décollée hors équilibre immédiatement en aval du point de transition et à l'aplomb du recollement, ce qui induirait un raccourcissement des bulbes issus de décollements laminaires. Par ailleurs, le couplage des équations du modèle de transition à celle du modèle de turbulence est pour l'heure réalisé par une méthode exactement similaire à celle de Menter et al. (2006), alors que le modèle de turbulence que ces auteurs utilisent est de type $k - \omega$. Rien ne permet d'affirmer que $\tilde{\nu}$, la variable de Spalart et Allmaras (1992), se comporte de la même manière que k. Par conséquent, une modification de l'architecture du couplage permettrait peut-être de construire un modèle plus précis.
Par ailleurs, le modèle hybride construit dans ces pages présente plusieurs défauts auxquels il serait désirable de remédier pour permettre son utilisation dans un contexte de conception industrielle. En particulier, la fonction $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ utilisée pour compléter la fonction de protection au niveau des zones laminaires et transitionnelles n'est pas invariante par changement de repère galiléen. Par ailleurs, la procédure de zonalisation utilisée pour restaurer le passage en branche LES dans les décollements de couche limite turbulente du fait de la surprotection induite par $F_{\theta,\mathrm{t},1}$ brise le caractère automatique de la ZDES mode 2 (2020). L'utilisation du modèle hybride obtenu en fin de chapitre 3 nécessite par conséquent une certaine connaissance préalable de l'écoulement simulé, comme la position de la transition, ou celle des décollements de couche limite turbulente. Cette nécessité est un obstacle à l'usage du modèle pour simuler un écoulement autour d'une géométrie entièrement nouvelle. La procédure de zonalisation doit donc être abandonnée au profit d'un senseur déterminant si un décollement est laminaire ou turbulent. C'est à cette fin que le senseur exhibé - et non testé - de la partie 3.2.3.3 a été construit. Enfin, une démarche de simplification globale du modèle - notamment au niveau des tests booléens superposés - pourrait être entreprise pour le rendre plus aisé à implémenter.

Connaissance des phénomènes associés au décrochage des profils

La réalisation future de calculs permettant notamment l'étude des oscillations basse fréquence au décrochage d'un profil serait grandement facilitée par la connaissance précise des caractéristiques du champ d'initialisation qui permettent leur apparition. Une étude détaillée du comportement transitoire des calculs en fonction de ce champ serait par conséquent très riche pour la communauté. Une telle étude se heurterait cependant certainement à l'impossibilité d'obtenir des données fiables avec un champ dépourvu de fluctuations - comme un champ RANS. Une telle initialisation contiendrait par essence des zones de cisaillement extrêmes non-représentatives d'un écoulement instantané réel, et susceptibles de créer un comportement non physique à court terme, comme par exemple la formation et l'advection d'une très grosse structure engendrée par ce cisaillement excessif, source d'une accalmie non-physique dans son amont immédiat [8]. Des procédures de génération synthétique de turbulence seraient par conséquent à promouvoir. Les données de l'étude présente peuvent fournir un premier élément d'analyse *via* la comparaison des deux champs d'initialisation présentés au chapitre 4.
Certains aspects de l'étude du décrochage des profils présentée au chapitre 4 nécessitent une analyse plus approfondie. Pour certains d'entre eux, la CFD ne peut probablement pas fournir toutes les réponses.
Plus spécifiquement, la nature exacte de l'interaction entre les fluctuations haute fréquence remontant l'extrados du profil à l'intérieur de la zone décollée et le cisaillement induit par le décollement laminaire au bord d'attaque est encore inconnue. Pour la déterminer, une possibilité serait de réaliser une étude de stabilité globale du champ moyen en phase décollée. Ce champ serait issu d'une procédure de moyenne conditionnelle de l'écoulement, ne prenant en compte que les instants et les sections auxquelles le décollement est massif (c'est-à-dire 80 % des échantillons, comme démontré en partie 4.3.6.3). Un des objectifs principaux d'une telle étude serait de comprendre comment les fluctuations haute fréquence peuvent déclencher un battement de la couche cisaillée : s'agit-t-il d'un forçage des instabilités de Kelvin-Helmholtz permettant une transition précoce qui génère un recollement, ou d'un processus différent ? Une telle étude aurait également vocation à comprendre pourquoi l'événement de battement n'est déclenché qu'au bout d'un temps d'interaction de

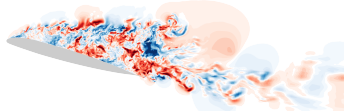
8. Ce comportement a été observé dans le cours de ces travaux.

plusieurs durées convectives.
Par ailleurs, la corrélation entre les fluctuations haute fréquence remontantes et celles de la couche de mélange issues de la couche limite intrados immédiatement au bord de fuite demande à être fortifiée. En particulier, le rôle des phénomènes oscillatoires de plus basses fréquences dans cette corrélation demeure incertain. Compte tenu des temps de simulation nécessaire à la convergence des analyses spectrales pour ce type de cas-tests, il n'est pas certain que la CFD puisse produire des réponses satisfaisantes. L'expérimentation, ayant accès aux hautes fréquences de la couche de mélange - négligeables devant les plus hautes fréquences de l'écoulement turbulent - et à des durées de signaux beaucoup plus longues, pourrait permettre d'apporter des certitudes à ce sujet. Si un rôle prépondérant des tourbillons de l'allée de Von Kármán nous semble probable au vu des solutions, il reste à le quantifier.
Pour finir, la raison pour laquelle les cellules de décollement disparaissent peu après leur apparition, quoique dans un processus oscillatoire, a été attribuée à un choix d'envergure trop restreinte. Ce choix, bien que motivé par la faisabilité des calculs associée à leur coût, pourrait être réévalué pour permettre la stabilisation des cellules dans le temps et prévenir la bifurcation du système observée au chapitre 4. Par exemple, un calcul avec 3 cordes en envergure (Weihs et Katz 1983) sur le maillage alors obtenu (qui comporterait de l'ordre de 400 millions de cellules) ne pourrait pas être réalisé avec succès dans une durée et des conditions comparable à la présente étude. Des développements récents de logiciels à l'ONERA montrent qu'un gain d'un facteur 10 est envisageable. Sans permettre d'étude paramétrique de l'écoulement, le coût d'un tel calcul serait en tout cas suffisamment modéré pour la réalisation d'une étude détaillée d'un profil extrudé sur une très grande envergure, susceptible de voir apparaître des cellules de décollement. Cette réalisation demeure cependant conditionnelle de la levée du verrou précédemment mentionné du choix du champ d'initialisation.
Il nous semble nécessaire de souligner une nouvelle fois le besoin crucial de données expérimentales détaillées, dans l'espace comme dans le temps, que ce soit pour la construction de modèles, leur validation, ou bien dans une optique d'enrichissement mutuel avec les données issues de simulation. Pour de tels écoulements dont la simulation directe restera encore longtemps inaccessible, la compréhension profonde des phénomènes fluides y est pour l'heure complètement et irrémédiablement asservie.



Deuxième partie

Annexes

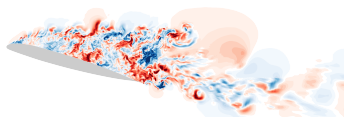


Annexe **A**

Outils d'analyse du profil de vitesse d'une couche limite

A.1 Grandeurs intégrales de couche limite 236

A.2 Application aux profils auto-semblables de couche limite de Falkner et Skan (1931) 237



Ce chapitre d'annexe est dédié à l'introduction des outils intégraux d'analyse des couches limites, et à l'interprétation physique associée à ces outils.

A.1 Grandeurs intégrales de couche limite

Pour commencer, rappelons que la couche limite est une zone de déficit de vitesse de l'écoulement par rapport à l'écoulement de champ libre, due à la condition d'adhérence imposée par la présence de la paroi. Du fait de la condition aux limites associée au flux de chaleur ou à la température, on peut également parler de couche limite thermique, mais ce concept est en dehors de la portée des analyses de cet ouvrage. On suppose ici qu'on peut définir un écoulement de champ lointain, c'est-à-dire que la vitesse de l'écoulement ne dépend plus de la distance à la paroi dès qu'on se place suffisamment loin de celle-ci. Dans le cas d'écoulements internes, il peut exister une couche limite sur une paroi opposée à la zone d'étude qui empêche la bonne définition de cette valeur asymptotique. Nous reviendrons sur ce point lors de la définition des dfférentes variables.
Dans ce chapitre, on adopte des conventions de notation identiques aux chapitres 3 et 4 : on se place dans le repère curviligne détaillé sur la figure 3.4. En supposant que la paroi peut être décrite par une courbe paramétrée de classe C^1, tout point P de l'espace suffisamment proche de la paroi est positionné de manière unique par un couple de coordonnées curvilignes $\{s, n\}$, où s désigne l'abscisse curviligne de la projection orthogonale Q de P sur la paroi, et n la distance entre P et Q.
On peut définir une frontière de couche limite, au-delà de laquelle l'écoulement peut être considéré comme uniformément décrit par ses caractéristiques asymptotiques. Cette grandeur, notée $\delta(s)$, est appuyée sur un critère de sortie de la zone de couche limite. On peut par exemple la définir comme étant la distance à la paroi où la vitesse atteint $1-\epsilon$ de sa valeur asymptotique à l'extérieur de la couche limite. On utilise classiquement $\epsilon = 0.01$, mais il est possible d'utiliser des valeurs plus élevées pour s'affranchir de problèmes numériques lors de la détermination de δ. On notera que dans le cadre d'un écoulement interne, cette définition est invalide car la notion d'asymptote perd son sens : il n'existe plus d'écoulement infiniment loin des parois. La valeur obtenue pour δ par cette définition peut alors être sensible à la valeur prise pour la limite de vitesse. D'autres définitions sont donc également utilisées, plus robustes. On peut ainsi baser la définition de δ sur d'autres grandeurs :

- la vorticité de la couche limite : δ est atteinte lorsque Ω est réduit à moins de ϵ de sa valeur maximale le long de la normale à la paroi.
- la pression totale : δ est atteinte lorsque p_t est égal à $1-\epsilon$ de sa valeur extérieure à la couche limite, cette dernière étant plus facilement définissable que la valeur asymptotique de la vitesse.

La valeur obtenue pour chacune de ces définitions dépend directement de la valeur adoptée pour ϵ, et de la définition choisie. On ne peut par conséquent pas attribuer à δ d'interprétation physique rigoureuse, et cette échelle de longueur doit être utilisée préférentiellement pour des comparaisons, et toujours avec prudence.

On peut en revanche construire d'autres échelles de longueur dans une recherche d'interprétation physique. Ainsi, du fait du déficit de vitesse de l'écoulement induit par la couche limite, on peut interpréter cette zone comme une région de déficit de flux de masse, de flux de quantité de mouvement et de flux d'énergie par rapport à la situation idéale d'un écoulement de fluide parfait où les caractéristiques asymptotiques de l'écoulement le caractériseraient également jusqu'à la paroi [1].
L'épaisseur de déplacement longitudinal δ_1 est ainsi définie par la relation suivante :

$$\delta_1 = \int_{n=0}^{\infty} 1 - \frac{\rho u_s}{\rho_e u_e} dn. \tag{A.1}$$

1. Par exemple, on peut envisager le cas d'un écoulement obéissant aux équations d'Euler, où les parois sont des conditions de glissement plutôt que des conditions d'adhérence.

On vérifie que $\delta_1(s)$ correspond à la position fictive de la paroi si celle-ci était une condition de glissement, et telle que le débit total à travers la droite normale à la paroi soit celui de la situation réelle.
De la même manière, l'épaisseur de quantité de mouvement longitudinale θ de la couche limite est obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\theta = \int_{n=0}^{\infty} \left[1 - \frac{u_s}{u_e}\right] \frac{\rho u_s}{\rho_e u_e} dn \tag{A.2}$$

De nouveau, on peut interpréter cette grandeur en termes de déficit d'une quantité conservée : $\delta_1 + \theta$ correspond à la position de la paroi glissante fictive qui permettrait un flux de quantité de mouvement identique au cas réel.
Ainsi, plus δ_1 est élevée, plus la couche limite engendre un déficit de débit important, et plus θ est élevée, plus elle génère un déficit de flux de quantité de mouvement important par rapport à la situation idéale d'un profil de vitesse (et de masse volumique) uniforme jusqu'à la paroi.
Ces deux grandeurs permettent ensuite de définir le facteur de forme de la couche limite H :

$$H = \frac{\delta_1}{\theta}. \tag{A.3}$$

En tant que grandeur adimensionnée, il est intéressant d'analyser le facteur de forme du point de vue de l'auto-similitude du profil de vitesse de la couche limite. Ainsi, on montre que pour le profil de couche limite auto-semblable de Blasius (1908) sans gradient de pression, $H \simeq 2.59$. Pour une couche limite turbulente sans gradient de pression, sa valeur fluctue, mais peut être approximée par l'intervalle de valeurs $[1.3, 1.4]$ (Cousteix 1989).
On peut de plus utiliser ces grandeurs pour reformuler l'équation de Navier-Stokes décrivant la conservation de la quantité de mouvement au voisinage d'une paroi dans un cadre incompressible. On obtient alors l'équation de Von Kármán avec prise en compte du gradient de pression :

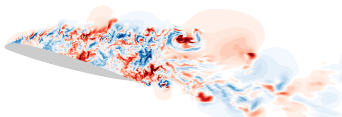
$$\mathrm{d}_s\theta + \frac{H+2}{Re_\theta}\lambda_\theta = C_{f,s}. \tag{A.4}$$

Pour obtenir cette équation, il est nécessaire d'utiliser les hypothèses de couche limite, puis d'intégrer les équations de couche limite de Prandtl ainsi obtenues le long d'une normale à la paroi. L'équation est présentée ici dans un but d'interprétation, et son obtention n'est pas détaillée plus avant. Nous redirigeons le lecteur vers un cours de couche limite pour plus de détail, comme par exemple celui de Schlichting et Kestin (1961).
Dans le cadre de la modélisation de la turbulence des couches limites sous l'effet de gradients de pression adverses, on peut utiliser cette équation pour analyser qualitativement l'effet d'une erreur d'estimation de θ au bord d'attaque d'un profil sur l'aspect de la couche limite en aval. En pratique, on observe qu'une telle erreur est amplifiée par l'évolution de la couche limite le long de la paroi : ainsi, une petite erreur d'estimation de θ au début du développement de la couche limite peut engendrer des différences significatives plus en aval (Tamaki et Kawai 2022).

A.2 Application aux profils auto-semblables de couche limite de Falkner et Skan (1931)

La théorie de Blasius (1908) décrivant le profil de vitesse auto-semblable d'une couche limite laminaire à gradient de pression nul a été étendue par Falkner et Skan (1931) pour des couches limites laminaires en gradients de pression non nuls, adverses ou favorables. Ainsi, ces auteurs ont démontré que si on suppose que la vitesse asymptotique de la couche limite suit l'évolution suivante :

$$u_e(s) = u_{e,\mathrm{ref}} \left[\frac{s}{s_{\mathrm{ref}}}\right]^m, \tag{A.5}$$



avec m une constante et $u_{e,\mathrm{ref}}$ la valeur de cette vitesse asymptotique à l'abscisse curviligne s_{ref}, on peut alors obtenir une équation différentielle non-linéaire, généralisant la formule de Blasius :

$$\psi''' - m\psi'^2 + \frac{m+1}{2}\psi\psi'' + m = 0, \tag{A.6}$$

où :

$$\begin{cases} \psi' &= \dfrac{u_s}{\sqrt{s\nu u_e}} \\ \eta &= n\sqrt{\dfrac{u_e}{\nu s}} \end{cases}. \tag{A.7}$$

Les conditions aux limites associées à cette équation différentielle permettant le calcul de la famille de solutions de Falkner et Skan sont les suivantes :

$$\begin{cases} \psi\,(s=0) &= 0 \\ \psi'\,(s=0) &= 0 \\ \psi'\,(s) \underset{s\to\infty}{\to} & 1 \end{cases}. \tag{A.8}$$

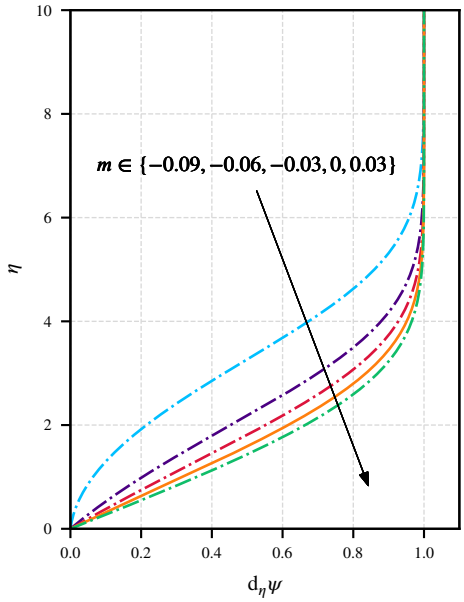


FIGURE A.1 – Profils auto-semblables de vitesse de Falkner et Skan pour différentes valeurs du paramètre m quantifiant le gradient de pression : adverse si $m < 0$ et favorable si $m \geq 0$. Le cas $m = 0$ correspond à la solution de Blasius ; il est tracé en trait plein.

La résolution approchée [2] de cette équation pour différentes valeurs de m permet de produire la figure A.1. On observe qu'en gradient de pression adverse, la solution se creuse en proche paroi, induisant un déficit de débit et de quantité de mouvement plus important qu'en gradient de pression nul. Notons également l'existence d'une valeur limite de $m \simeq -0.0905$ (Vaquero 2022a) en deçà de laquelle le frottement s'annule (la tangente à l'origine est horizontale). De plus, la solution est moins sensible à la valeur de m lorsque le gradient de pression est favorable.

2. Il s'agit d'une résolution discrète initialisée en $n = 0$ par une valeur très faible mais non-nulle.

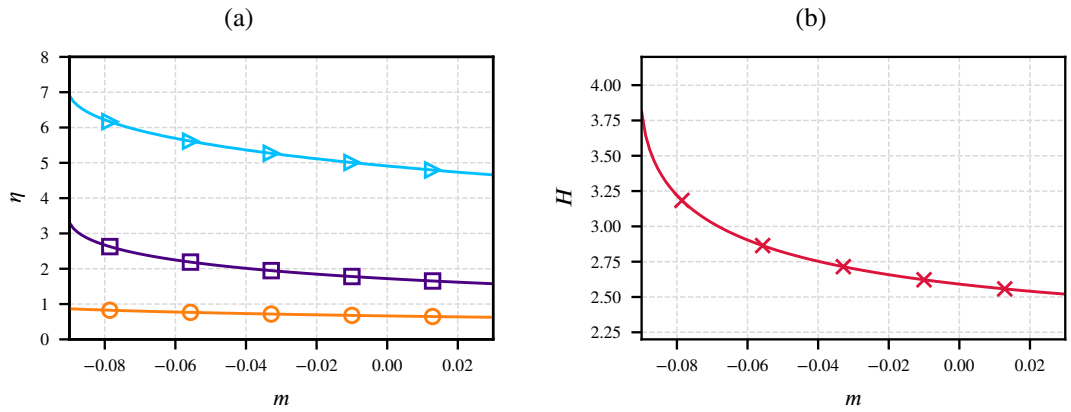
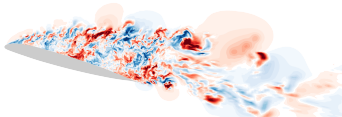


FIGURE A.2 – Évolution des propriétés de la famille de profils auto-semblables de couche limite de Falkner et Skan, en fonction du paramètre m. Diagramme A.2a (gauche) : les différentes épaisseurs de la couche limite. De haut en bas, les courbes correspondent respectivement à l'épaisseur normalisée à 99 % de vitesse extérieure η_δ, à l'épaisseur de déplacement normalisée η_{δ_1}, et à l'épaisseur de quantité de mouvement normalisée η_θ ($\theta < \delta_1 < \delta$). Diagramme A.2b (droite) : facteur de forme de la couche limite.

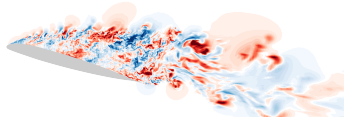
Pour chaque valeur de m, on peut ensuite calculer l'épaisseur à 99 % de vitesse extérieure de la couche limite (correspondant à $\epsilon = 0.01$ dans la définition de la partie précédente), ses épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement, ainsi que son facteur de forme. Les résultats de ces calculs sont présentés sur la figure A.2. Ainsi, plus le gradient de pression adverse est important (correspondant à des valeurs de m fortement négatives), plus la couche limite est épaisse, d'une part, et plus le facteur de forme croît. Cet exemple souligne un fait plus général : la sensibilité d'une couche limite au décollement est d'autant plus importante que son facteur de forme est élevé. On notera d'ailleurs qu'au chapitre 2, le bulbe de décollement laminaire est caractérisé par des valeurs de H importantes, et ce, d'autant plus que le décollement est long.



Annexe **B**

Schémas de discrétisation des flux convectifs

B.1 Influence sur les simulations RANS du cas de Laurent et al. (2012a) 242
B.2 Effet sur l'événement de décollement massif de l'écoulement à 17° d'incidence autour de l'OA209 243
B.2.1 Influence des oscillations numériques dues à la correction *wiggle* de recentrement . 244
B.2.2 Comportement de la solution avec un schéma convectif centré et sensibilité à la dissipation artificielle 244



Ce chapitre d'annexes est consacré à l'influence du schéma de discrétisation des flux convectifs dans les simulations présentées au cours de cet ouvrage. Ce paramètre numérique a été étudié à deux reprises au cours de l'étude. Ainsi, en partie B.1, on décrit l'influence d'une modification du schéma convectif sur la solution RANS obtenue pour le cas de bulbe de décollement laminaire de Laurent et al. (2012a) au chapitre 2. La partie B.2 est quant à elle consacrée à l'étude de l'influence du schéma convectif sur l'événement du calcul ZDES (f) à 17° d'incidence (voir figure 4.1), qui amène la modification de topologie entre un état de couche limite majoritairement attachée avec bulbe de décollement laminaire fermé en un état massivement décollé où le décollement laminaire est ouvert.
Les schémas utilisés sont tous publiés dans la littérature scientifique. Dans chaque cas, nous fournissons la référence à laquelle le lecteur peut se référer pour obtenir le détail de la formulation du schéma.

B.1 Influence sur les simulations RANS du cas de Laurent et al. (2012a)

Cette partie concerne les calculs RANS du cas de Laurent et al. (2012a) réalisés avec le modèle $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$. On rappelle que le couplage entre les modèle $\gamma - Re_{\theta,\mathrm{t}}$ de Menter et al. (2006) et le modèle de Spalart et Allmaras (1992) est réalisé par la méthode de Medida et Baeder (2011), et que ce sont également les corrélations de Medida et Baeder qui sont utilisées pour F_{length} et $Re_{\theta,\mathrm{c}}$. Afin d'écarter les causes numériques comme sources d'erreurs, la sensibilité de la longueur du décollement laminaire au schéma convectif a été évaluée. Deux schémas sont utilisés ici : le schéma décentré amont AUSM+P de Liou (2006), et le schéma décentré amont de Roe (1981). Dans tous les cas, c'est le schéma de Roe qui est utilisé pour la reconstruction des flux des variables des modèles de turbulence et de transition.

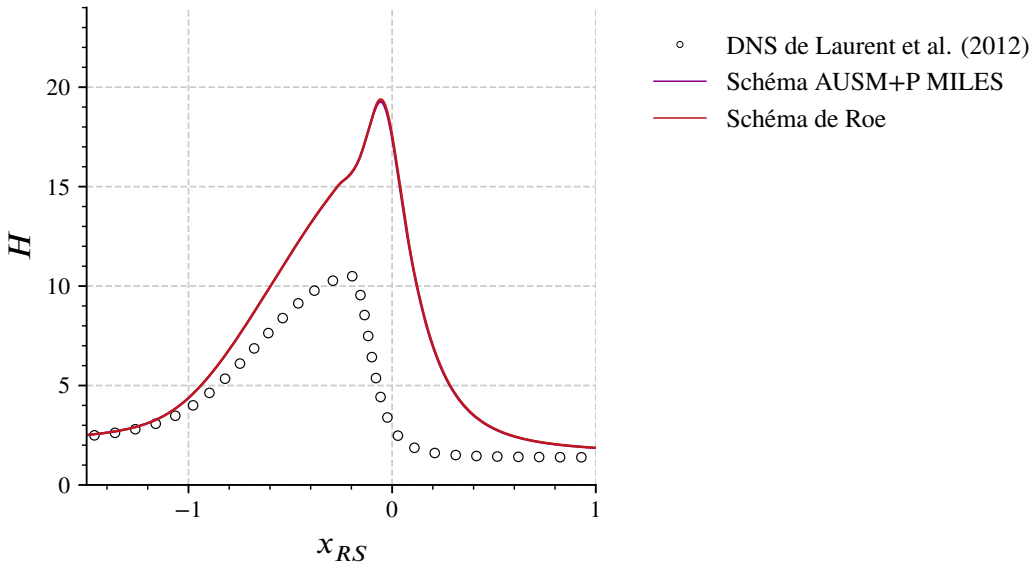


FIGURE B.1 – Facteurs de forme de la couche limite dans la zone de transition, obtenus à l'aide de deux schémas de calcul des flux convectifs des variables conservatives.

Les résultats de la modification de schéma convectif sont présentés à l'aide des figures B.1 et B.2. Le schéma de Roe ne semble pas corriger la sous-estimation du frottement asymptotique dans la couche limite transitionnée, et il ne permet pas non plus de recouvrer le pic du frottement présent dans la DNS immédiatement en aval du recollement. La topologie de l'écoulement est ainsi très peu modifiée. Les profils de tensions croisées de Reynolds produits à l'aide des deux schémas, représentés sur la figure B.2, diffèrent quantitativement très peu. En conséquence, la longueur du décollement est identique. La topologie détaillée

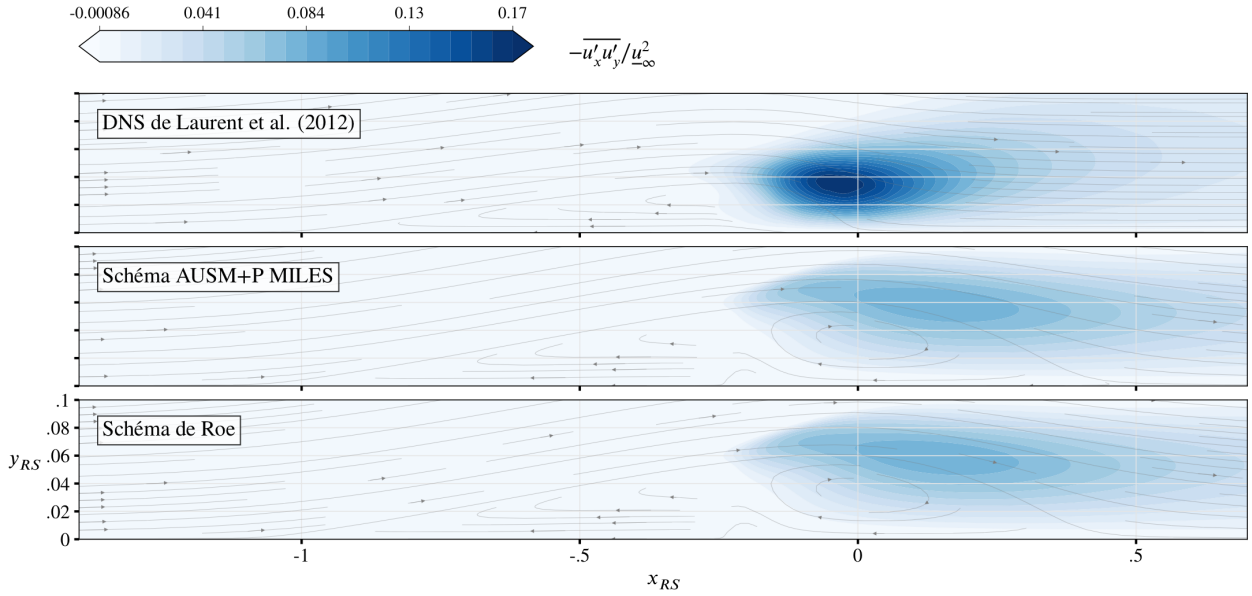


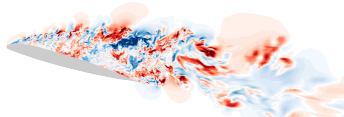
FIGURE B.2 – Champs de tensions croisées de Reynolds obtenus à l'aide de deux schémas de reconstruction des flux convectifs des variables conservatives.

est d'ailleurs rigoureusement la même : avec le schéma de Roe comme avec le schéma AUSM+P, une recirculation secondaire apparaît au sein du décollement principal du fait de sa taille surestimée.
Les prévisions des calculs ne sont pas améliorées lors du changement de schéma. De plus amples analyses sont donc nécessaires pour comprendre l'origine de la sous-estimation de la production de turbulence par le modèle $\tilde{\nu} - \gamma - Re_{\theta,t}$ dans la zone immédiatement en aval de la transition. Ces analyses sont présentées au chapitre 2, partie 2.3.3.

B.2 Effet sur l'événement de décollement massif de l'écoulement à 17° d'incidence autour de l'OA209

Durant la procédure décrite sur le schéma 4.1, un premier indice de l'existence d'une hystérésis de décrochage statique de l'OA209 est apparu lors de la recherche de l'incidence limite de décrochage du profil, c'est-à-dire la phase III de la démarche. Étant donné que le calcul (*e*) à 16° d'incidence s'est achevé sur un état stabilisé avec bulbe de décollement laminaire fermé, et que le calcul (*c*) à 19° a produit un écoulement massivement décollé, il était attendu que le comportement de l'écoulement à 17° serait intermédiaire. Nous pensions que le bulbe de décollement laminaire resterait fermé, mais que le décollement de la couche limite turbulente aurait lieu peu en aval du recollement du bulbe. En fait, ce calcul produit un événement singulier qui a grandement orienté la suite de l'étude : après environ 25 ms, l'écoulement, qui semble évoluer lentement [1] et conserver un bulbe fermé, change subitement de topologie [2] : le bulbe *éclate* et la topologie finale d'écoulement est qualitativement identique à celle de l'écoulement à 19° d'incidence. Les calculs ultérieurs ont confirmé qu'il est difficile, sinon impossible, d'obtenir la topologie intermédiaire présentée sur la figure 4.2, du fait de la bistabilité du comportement au décrochage. Cette bistabilité a finalement été obtenue et démontrée pour l'incidence de 16°.
L'événement de décollement massif brutal à 17° étant source d'une réorientation majeure du cours de ces travaux, il convient de vérifier qu'il résulte d'un phénomène physique - gradient de pression adverse intense,

1. Pour de la CFD, donc avec des temps caractéristiques de l'ordre de la milliseconde.
2. Au plan central du domaine de calcul, le décollement remonte 1/3 de la corde du profil en moins d'un dixième de milliseconde.



par exemple - et qu'il est indépendant des paramètres numériques choisis pour la simulation. C'est pourquoi la phase transitoire entre les deux états a été simulée plusieurs fois en modifiant le schéma de discrétisation des flux convectifs des variables conservatives. Comme précédemment, les flux associés aux variables des modèles de turbulence et de transition, eux, sont systématiquement reconstruits à l'aide du schéma de Roe (1981).

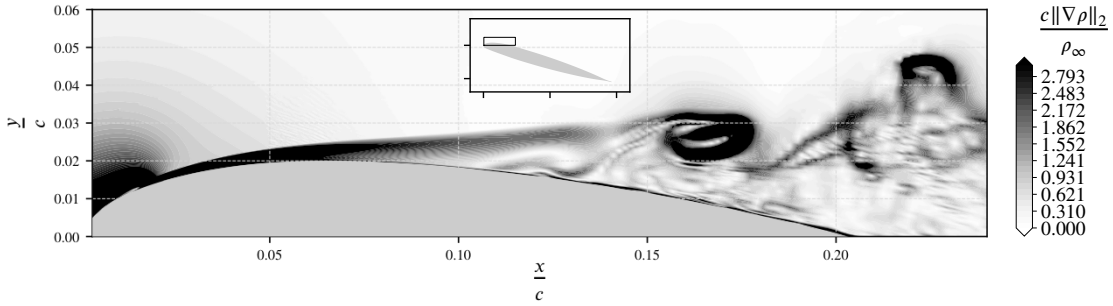
B.2.1 Influence des oscillations numériques dues à la correction *wiggle* de recentrement

Rappelons que le calcul initial emploie le schéma décentré amont AUSM+P de (Liou 2006), corrigé par le senseur *wiggle* de recentrement de Mary et Sagaut (2002), et ce de manière zonale : ce senseur de recentrement étant source d'oscillations numériques dans les zones de forte vorticité, il est préférable de ne l'utiliser que dans les zones où les niveaux de vorticité sont faibles, ou bien dans les zones où une grande précision du schéma est désirable. Dans un cadre hybride RANS/LES, ces dernières correspondent aux zones traitées en LES, où le contenu turbulent de l'écoulement est majoritairement résolu. C'est pourquoi cette correction n'est pas employée dans la zone RANS proche paroi, et en particulier dans la zone où le décollement laminaire se trouve. Il a d'ailleurs été démontré au chapitre 3, partie 3.1.6.1, que ce senseur peut être responsable d'une destruction prématurée de γ par le modèle de Menter et al. (2006) à l'approche du bord d'attaque, du fait de la présence simultanée de niveaux élevés de vorticité, et d'oscillations numériques de la solution. Si on se réfère à la figure 3.6, la zone (*a*) (pourpre) est ainsi traitée à l'aide du schéma AUSM+P brut, tandis que dans la zone (*b*) (chair), on adjoint au schéma la correction de recentrement *wiggle*.
Comme il n'est pas possible de savoir exactement où la turbulence sera résolue lors du calcul, la frontière de la zone d'activation du senseur est choisie pour que le bulbe de décollement laminaire, lorsqu'il est fermé, ne soit pas soumis au bruit numérique du *wiggle*. Cette frontière se situe ainsi immédiatement en aval du point de recollement du bulbe. Cependant, pour le cas d'espèce, c'est-à-dire l'événement de décollement massif brutal à 17°, le point de décollement de la couche limite turbulente, initialement attachée, est par conséquent en aval de la frontière d'activation du senseur. Les fluctuations numériques dues au recentrement la touchent ainsi directement, et peuvent être la source de l'événement de décollement.
Le premier essai réalisé afin d'invalider cette hypothèse est de restaurer le schéma original de Liou (2006) uniformément dans tout le domaine de calcul. Cette démarche permet d'évaluer la sensibilité de l'évolution de la solution aux fluctuations numériques du schéma. Les résultats de cette analyse sont présentés à l'aide de la figure B.3. Les solutions sont obtenues à l'aide de deux calculs de 10 000 itérations employant le même champ initial - immédiatement avant l'événement de décollement. Malgré des différences quantitatives, le comportement qualitatif des deux écoulements est identique, et le retrait de la correction de recentrement ne prévient pas l'éclatement du bulbe de décollement laminaire, invalidant par là même l'hypothèse d'une influence décisive du bruit induit par le recentrement.

B.2.2 Comportement de la solution avec un schéma convectif centré et sensibilité à la dissipation artificielle

Dans un souci d'exhaustivité, l'analyse précédente réalisée sur la correction *wiggle* a été complétée à l'aide de calculs employant un schéma convectif complètement différent. Le schéma choisi est le schéma centré de Jameson et al. (1981), comportant une dissipation artificielle matricielle (Swanson et Turkel 1992). L'intensité de cette dissipation est gouvernée par deux paramètres du schéma : la variable χ_2, responsable de la dissipation ajoutée en cas de choc (gradients locaux dus à une discontinuité de la solution), ici fixée à 0, et la variable χ_4, qui gouverne une dissipation artificielle uniforme. Ce deuxième paramètre est successivement fixé à $1 \cdot 10^{-3}$, $4 \cdot 10^{-3}$ et $8 \cdot 10^{-3}$, augmentant ainsi progressivement la dissipation artificielle du schéma et réduisant sa précision. L'augmentation de cette valeur résulte de l'instabilité des calculs quand la valeur choisie est trop faible. Ainsi, les calculs réalisés avec $\chi_4 = 1 \cdot 10^{-3}$ et $\chi_4 = 4 \cdot 10^{-3}$, initialisés avec le même écoulement initial que les deux calculs de la partie précédente, divergent avant l'apparition de l'événement de

(a) Solution de référence immédiatement après l'événement de décollement massif à 17°.



(b) Solution obtenue immédiatement après l'événement de décollement massif à 17°, sans emploi de la correction de recentrement du schéma le long de l'extrados du profil.

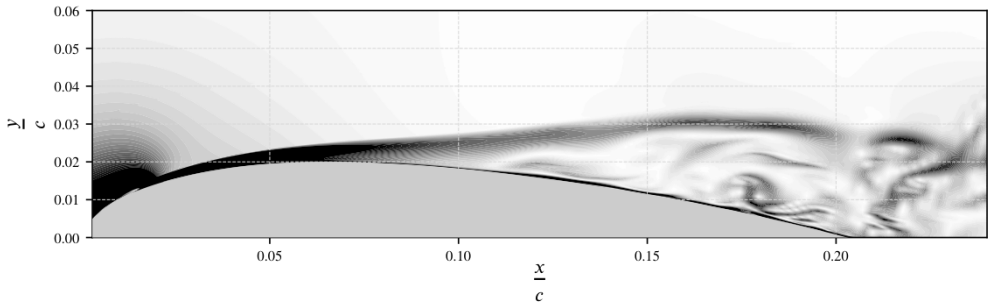
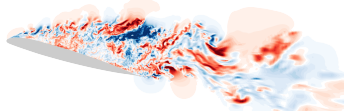


FIGURE B.3 – Influence de la correction de recentrement de Mary et Sagaut (2002) du schéma de discrétisation des flux convectifs AUSM+P sur l'événement d'éclatement du bulbe de décollement laminaire de la solution du calcul (f) du diagramme 4.1.

décollement massif. Les topologies finales des écoulements obtenus à l'aide de ces trois calculs sont présentés sur la figure B.4. Seul le dernier permet une analyse de l'influence du schéma sur l'événement de décollement. Comme précédemment, il résulte d'un calcul de 10 000 itérations. Lorsque $\chi_4 = 1 \cdot 10^{-3}$ (respectivement $4 \cdot 10^{-3}$), le calcul diverge au bout de 1957 (respectivement 4903) itérations.

On observe que le schéma est responsable d'oscillations numériques intenses dès que χ_4 est trop faible. Ces oscillations sont la raison des divergences des calculs. Lorsque $\chi_4 = 8 \cdot 10^{-3}$, le calcul ne diverge pas, mais on observe toujours un certain bruit numérique dans la solution, comparable à l'effet de la correction *wiggle* du schéma AUSM+P. De plus, la topologie finale de l'écoulement n'est pas qualitativement modifiée par rapport aux solutions obtenues avec le schéma AUSM+P, et l'événement de décollement massif associé à l'éclatement du bulbe de décollement laminaire a également lieu.
L'étude de l'influence du schéma de discrétisation des flux convectifs réalisée dans cette partie démontre ainsi que l'événement de décollement qui se produit lors du calcul (f) du diagramme 4.1 est robuste aux méthodes numériques choisies, et qu'il est par conséquent causé par un comportement physique de l'écoulement autour de l'OA209 en limite de décrochage. Cette analyse justifie la poursuite de la recherche de l'incidence de décrochage, puis l'hypothèse de bistabilité de l'écoulement qui a conduit à réaliser une deuxième simulation à une incidence de 16° avec un champ d'initialisation différent, dans le but de la mettre en évidence.
De plus, ces analyses confirment qu'en dépit du bruit numérique induit par la correction de recentrement *wiggle* sur la solution, le schéma AUSM+P avec *wiggle* dans les zones LES constitue un bon compromis entre précision de la résolution et stabilité du calcul. Cette méthode de discrétisation des flux convectifs est par conséquent conservée pour la suite de l'étude décrite au chapitre 4.



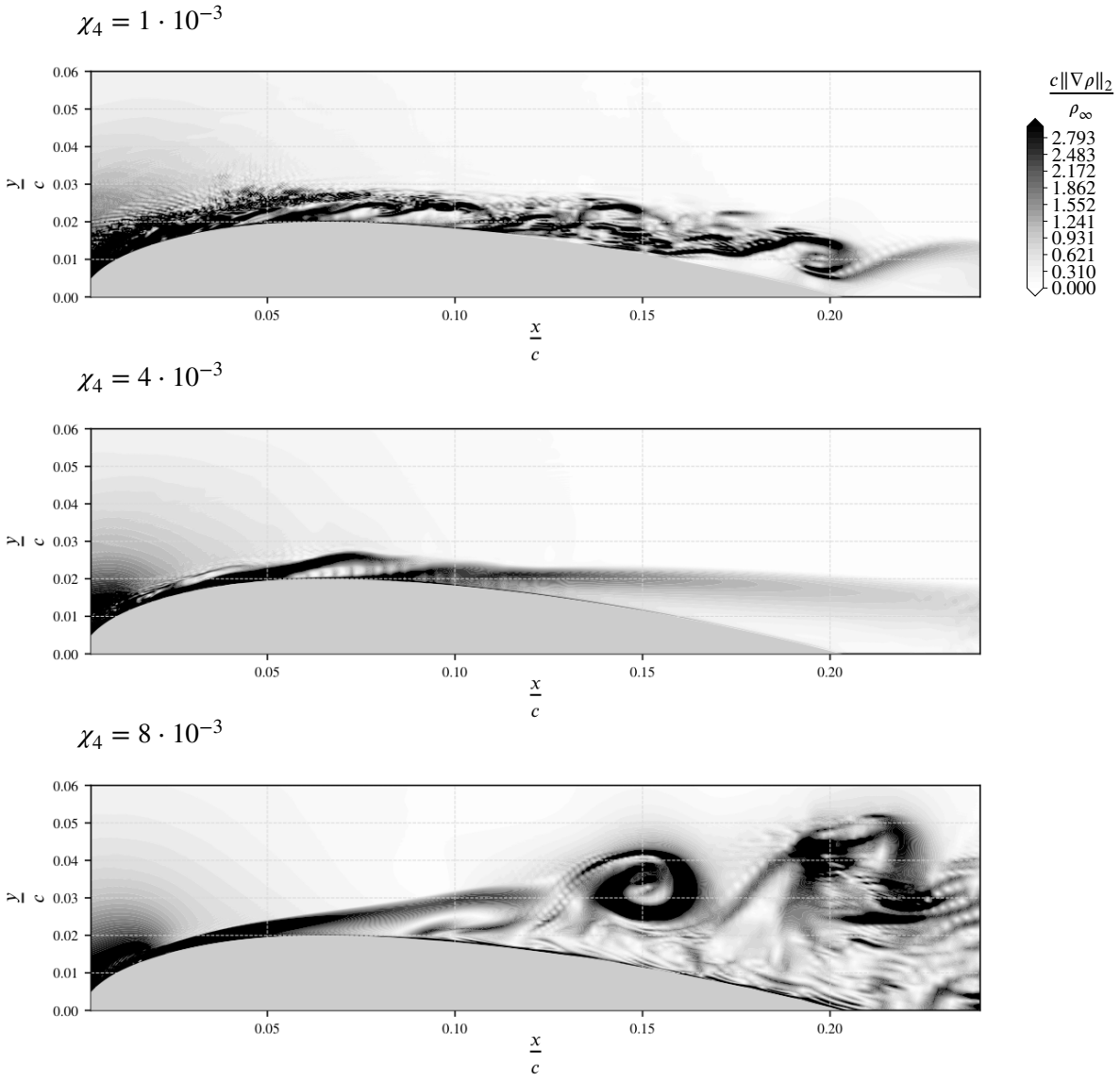
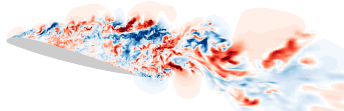


FIGURE B.4 – Solutions obtenues à l'aide du schéma de discrétisation des flux convectifs de Jameson et al., avec dissipation matricielle et différentes valeurs de χ_4.

Annexe **C**

Traitement numérique du signal

C.1 Approche probabiliste d'un écoulement turbulent 248
C.1.1 Définition du formalisme mathématique 248
C.1.2 Estimation des caractéristiques de l'écoulement 248
C.2 Description statistique d'un écoulement 249
C.2.1 Moments statistiques de la distribution de densité de probabilité 249
C.2.2 Moments croisés de deux variables aléatoires 251
C.2.3 Quantiles et discrétisation de la distribution de densité de probabilité 251
C.3 Analyse spectrale d'un écoulement 257
C.3.1 Densités spectrales de puissance 257
C.3.2 Interprétation de la densité spectrale de puissance 258
C.3.3 Estimation des densités spectrales de puissance 260



L'objet de ce chapitre est d'introduire les outils de traitement numérique du signal nécessaires aux analyses réalisées au cours de l'étude, et en particulier au chapitre 4. Pour plus de détail, le lecteur intéressé pourra consulter des ouvrages spécialisés comme par exemple celui de Bendat et Piersol (2010)

C.1 Approche probabiliste d'un écoulement turbulent

C.1.1 Définition du formalisme mathématique

Le caractère chaotique et microscopiquement non reproductible d'un écoulement turbulent est source d'incertitudes sur la valeur à un instant et en un point de l'espace donnés de chacune des variables thermodynamiques qui décrivent cet écoulement. La réalisation de chaque variable mesurée dans un essai ou obtenue dans une simulation dépend des conditions initiales de l'écoulement (voir partie 1.1.2.1). Pour chacune de ces variables, on peut donc représenter l'ensemble des valeurs qu'il est possible d'observer à l'aide d'un espace probabilisé Ω. Ainsi, à un instant t, si $v(t)$ est une variable thermodynamique qu'on souhaite observer en un point de l'espace, on peut lui associer une variable aléatoire réelle $V(t)$ dont $v(t)$ est une réalisation. Si on note T la durée d'observation, on dit que l'application :

$$\begin{array}{rcl} [0,T[& \longrightarrow & \Omega \\ t & \longmapsto & V(t) \end{array} \tag{C.1}$$

est un *processus aléatoire*. En tant que variable aléatoire continue sur $\mathbb{R}$, $V(t)$ est caractérisée par une distribution de densité de probabilité $f_{\text{ddp}}[V]$, qui dépend *a priori* de t. De plus, si $\Delta t \in [0, T-t[$, l'état de l'écoulement à l'instant t influence son état à l'instant $t+\Delta t$, et les variables aléatoires $V(t)$ et $V(t+\Delta t)$ ne sont par conséquent *a priori* pas indépendantes.

C.1.2 Estimation des caractéristiques de l'écoulement

En pratique, on n'a jamais accès à la distribution de densité de probabilité de V. L'étude probabiliste du champ thermodynamique consiste donc en une reconstruction des caractéristiques du processus aléatoire à l'aide des données disponibles : il s'agit d'un problème d'estimation.
Si on note a une grandeur caractéristique associée à une variable (ou à un processus) aléatoire, on appelle *estimateur* de a, et on notera ici $\widehat{a}$, une grandeur calculée à partir des données disponibles qui a vocation à reconstruire a. Il peut exister plusieurs estimateurs d'une même grandeur. Or, les données disponibles sont toujours sujettes à des incertitudes en termes de représentativité du processus aléatoire ciblé.
Une première provient de la discrétisation. Qu'elles proviennent de mesures expérimentales ou de simulations numériques, les données disponibles sont généralement discrètes. Notons les $\left\{\tilde{v}_i\right\}_{i\in[\![1,N]\!]}$, et soit $\left\{\tilde{V}_i\right\}_{i\in[\![1,N]\!]}$ le processus aléatoire associé. Si on suppose que ces données sont régulièrement échantillonnées dans le temps avec une fréquence f_e, comment assurer que la distribution de probabilité de chaque variable aléatoire $\tilde{V}_i$ est identique à celle de $V\left(i/f_e\right)$? Par ailleurs, lorsqu'on étudie le processus dans sa globalité, le taux d'échantillonnage et la durée du signal peuvent être sources de biais d'estimation importants.
Une deuxième question survient si on étudie les biais des données disponibles vis-à-vis de la cible. Dans une mesure expérimentale, l'appareil de mesure peut être source de filtrage, d'écrétage par saturation ou encore de lissage, pour n'en nommer que quelques-uns. Dans une simulation numérique, les méthodes numériques adoptées elles-mêmes sont susceptibles de déformer l'information. On peut par exemple observer du bruit numérique (notamment produit par le schéma de discrétisation des flux comme montré en partie 3.1.6.1), une dissipation excessive source d'amortissement, ou encore des artefacts d'interpolation, d'approximation ou de limitation. Ces phénomènes peuvent produire des biais d'estimation des caractéristiques du processus.

Enfin, la méthode de calcul de $\widehat{a}$ peut également engendrer des biais d'estimation : en fonction de la forme choisie pour l'estimateur, il peut échouer à représenter la variable-cible a.
C'est pourquoi on introduit des outils de mesure de la précision d'une estimation. On nomme *erreur de biais* la grandeur :

$$e_1\left(\widehat{a}, a\right) = \mathbb{E}\left[\widehat{a}\right] - a, \tag{C.2}$$

où $\mathbb{E}$ désigne l'espérance d'une variable aléatoire. On dit alors que $\widehat{a}$ est un estimateur *biaisé* (respectivement *non-biaisé*) de a dès lors que l'erreur de biais est non nulle (respectivement nulle). Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguité sur la grandeur que l'estimateur représente, on dira par abus de language qu'il s'agit d'un estimateur biaisé ou non biaisé tout court. On définit de plus l'*erreur de variance* de l'estimateur, qui quantifie l'étalement des estimations possibles autour de leur espérance :

$$e_2\left(\widehat{a}, a\right) = \mathbb{V}\left[\widehat{a} - a\right] = \mathbb{V}\left[\widehat{a}\right]. \tag{C.3}$$

$\widehat{a}$ est d'autant un meilleur estimateur de a que $e_1\left(\widehat{a}, a\right)$ est faible (en moyenne, $\widehat{a}$ tend à reconstruire a), et que $e_2\left(\widehat{a}, a\right)$ est faible également (en moyenne, la valeur obtenue pour $\widehat{a}$ est faiblement éloignée de son espérance).

C.2 Description statistique d'un écoulement

C.2.1 Moments statistiques de la distribution de densité de probabilité

Les moments de la distribution de densité de probabilité de V constituent des grandeurs d'intérêt, parce qu'ils permettent une représentation scalaire du comportement de la variable avec une précision qui augmente avec l'ordre du moment observé. Dans cet ouvrage, les moments d'intérêt sont d'ordre 1, 2 et 3. Le moment du premier ordre, appelé *espérance* de V, est ainsi défini par :

$$\mathbb{E}[V] = \int_{-\infty}^{+\infty} v f_{\text{ddp}}(v)\, dv. \tag{C.4}$$

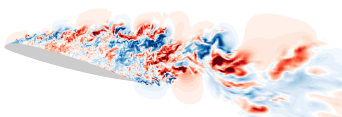
Chaque moment centré d'ordre k strictement supérieur à 1 est donné par :

$$\mathbb{M}_k[V] = \int_{-\infty}^{+\infty} (v - \mathbb{E}[V])^k\, f_{\text{ddp}}(v)\, dv. \tag{C.5}$$

Lorsque $k = 2$, on parle de *variance*, et on note $\mathbb{M}_2 = \mathbb{V}$.
Enfin, il est habituel d'exprimer les moments d'ordre strictement supérieurs à 2 relativement à la variance de V. On définit ainsi le moment centré et *réduit* d'ordre k par la formule suivante :

$$\mathbb{L}_k[V] = \frac{\mathbb{M}_k[V]}{\mathbb{V}[V]^{\frac{k}{2}}}. \tag{C.6}$$

Notons que les moments centrés réduits sont toujours des nombres sans dimension. Dans le cas où $k = 3$, on parle de moment de *gauchissement* ou d'*asymétrie* centré (*centered skewness factor*), et on le note $\mathbb{S}$. Comme son nom l'indique, le moment d'asymétrie centré quantifie le déséquilibre relatif de l'étalement de la distribution de densité de probabilité entre les valeurs inférieures à l'espérance et les valeurs supérieures. Plus le moment observé est d'ordre élevé, plus il est influencé par le comportement de la distribution de densité de probabilité aux valeurs extrêmes loin de l'espérance, et en particulier par la vitesse de convergence vers 0 de la distribution en $\pm\infty$. Plus cette convergence est lente, plus ces moments sont élevés. À titre de comparaison, pour toute distribution de densité de probabilité symétrique par rapport à son espérance - et par conséquent pour une distribution gaussienne, le moment d'asymétrie centré est nul. La symétrie de la distribution n'est cependant pas une condition nécessaire à la nullité de $\mathbb{S}$.
En tant que représentations partielles de l'information contenue dans la distribution de densité de probabilité,



les moments sont plus faciles à estimer que la distribution elle-même. L'espérance de la distribution de $V(t)$ coïncide par ailleurs avec la moyenne de Reynolds de $v(t)$ définie au chapitre 1, partie 1.2.2. C'est pourquoi les moments occupent une place importante au sein des analyses d'écoulements turbulents.

De la même manière que pour l'obtention de la moyenne de Reynolds, il est impossible d'obtenir suffisamment de réalisations indépendantes de V pour obtenir une bonne estimation de la distribution de densité de probabilité à tout instant ou de ses caractéristiques d'ordre faible. En revanche, les informations disponibles sont le plus souvent constituées de l'évolution dans le temps d'un faible nombre de réalisations. En faisant l'hypothèse que l'écoulement est ergodique, on peut alors utiliser cette information temporelle pour réaliser l'estimation. Comme exposé au chapitre 1, cela revient à supposer l'écoulement statistiquement stationnaire. La distribution de $V(t)$ est alors indépendante de t : les variables aléatoires $\{V(t)\}_{t\in[0,T[}$ sont identiquement distribuées, quoique toujours non-indépendantes.
Dans toutes les analyses de cet ouvrage, les signaux sont discrets, et largement suréchantillonnés par rapport aux fréquences caractéristiques des écoulements simulés, et ce pour des raisons de qualité et de stabilité numérique. L'hypothèse est faite que ce suréchantillonnage assure une représentativité des signaux discrets obtenus par rapport aux signaux continus que la simulation représente. Notons cependant qu'il s'agit d'une approximation, et qu'il est relativement aisé de construire un signal continu et une discrétisation de ce signal dont les moments statistiques ne coïncident pas. C'est par exemple le cas du signal suivant :

$$v(t) = \cos(\omega t + \phi), \tag{C.7}$$

où ω et ϕ sont des constantes strictement positives et où $\phi \notin \pi\mathbb{Z}$. La moyenne de ce signal est nulle. Si on discrétise ce signal dans le temps aux instants $t_i = 2\pi i/\omega$ pour $i \in \mathbb{N}$, la moyenne du signal discret obtenu est $\cos(\phi) \neq 0$. Dans la suite de ce chapitre, on note $\left\{V_i\right\}_{i\in[\![1,N]\!]}$ le signal aléatoire discrétisant le signal $V(t)$ précédemment introduit aux instants iT/N. L'hypothèse de ce paragraphe consiste à supposer que :

$$\forall i \in [\![1,N]\!], V_i \text{ et } V\left(i\frac{T}{N}\right) \text{ sont identiquement distribuées.} \tag{C.8}$$

Les estimateurs utilisés dans cet ouvrage pour les moments précédemment présentés sont les suivants :

$$\begin{cases} \widehat{\mathbb{E}[V]} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} V_i \\ \widehat{\mathbb{V}[V]} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\left(V_i - \widehat{\mathbb{E}[V]}\right)^2 \\ \widehat{\mathbb{S}[V]} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\left(V_i - \widehat{\mathbb{E}[V]}\right)^3}{\widehat{\mathbb{V}[V]}^{\frac{3}{2}}} \end{cases}. \tag{C.9}$$

Pour un système au comportement chaotique, on peut considérer que deux échantillons sont indépendants dès qu'ils sont suffisamment espacés dans le temps [1]. Dans la suite, cette hypothèse est appelée *indépendance à long terme* des échantillons. L'application directe du théorème central limite permet ainsi de démontrer que les estimateurs précédents sont non-biaisés, et qu'à fréquence d'échantillonnage constante, leur erreur de variance décroît proportionnellement à la racine carrée de la durée totale du signal. On peut utiliser des estimateurs d'expressions similaires pour les moments d'ordres plus élevés.

1. À cause de la sensibilité aux conditions limites, on peut comprendre cette hypothèse de la manière suivante : il n'est pas possible de contrôler l'état du système à un instant donné à l'aide de son état à un instant antérieur dès que ces deux instants sont suffisamment distants. Par conséquent, la distribution de densité de probabilité des variables à l'instant ultérieur n'est pas affectée par l'état à l'instant antérieur.

C.2.2 Moments croisés de deux variables aléatoires

Dans cette partie, on souhaite réaliser une étude des comportements de deux variables de l'écoulement l'une par rapport à l'autre, notées $\left\{v^{[j]}\right\}_{j\in\{1,2\}}$. On peut alors définir la *covariance* des variables aléatoires $\left\{V^{[j]}\right\}_{j\in\{1,2\}}$ associées :

$$\mathbb{V}\left[V^{[1]},V^{[2]}\right]=\mathbb{E}\left[\left(V^{[1]}-\mathbb{E}\left[V^{[1]}\right]\right)\left(V^{[2]}-\mathbb{E}\left[V^{[2]}\right]\right)\right]. \tag{C.10}$$

Une fois réduite, cette covariance permet de construire la *corrélation* de $V^{[1]}$ et $V^{[2]}$:

$$\mathbb{C}\left[V^{[1]},V^{[2]}\right]=\frac{\mathbb{V}\left[V^{[1]},V^{[2]}\right]}{\sqrt{\mathbb{V}\left[V^{[1]}\right]\mathbb{V}\left[V^{[2]}\right]}}. \tag{C.11}$$

En appliquant l'inégalité de Cauchy-Schwartz à leur covariance [2], on démontre que la corrélation entre deux variables est toujours comprise entre -1 et $+1$. Elle permet, de mesurer à quel point deux variables se comportent de la même manière et en même temps. Ainsi, la corrélation vérifie les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbb{C}\left[V,V\right]&=1\\ \mathbb{C}\left[-V,V\right]&=-1\end{aligned}. \tag{C.12}$$

De plus, la corrélation entre deux variables aléatoires indépendantes est nulle. En revanche, il n'est pas suffisant de démontrer que la corrélation entre deux variables est nulle pour pouvoir affirmer leur indépendance. Il est par conséquent intéressant de l'utiliser pour analyser le lien entre deux signaux de la même variable, obtenus en deux points différents de l'écoulement. On trouvera ainsi la notation suivante lorsque $V^{[1]}$ désigne le signal de la variable v en un point P et $V^{[2]}$ le signal de cette même variable en un deuxième point Q :

$$\mathbb{C}\left[V^{[1]},V^{[2]}\right]=\mathbb{C}_{P,Q}\left[V\right], \tag{C.13}$$

et si P et Q ont des coordonnées toutes identiques sauf une d'indice k, on les assimilera à cette coordonnée :

$$\mathbb{C}\left[V^{[1]},V^{[2]}\right]=\mathbb{C}_{x_{k,P},x_{k,Q}}\left[V\right]. \tag{C.14}$$

Les estimateurs suivants de la covariance et de la corrélation sont adoptés :

$$\begin{cases}\mathbb{V}\left[\widehat{V^{[1]},V^{[2]}}\right]=\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\left(V_i^{[1]}-\widehat{\mathbb{E}\left[V^{[1]}\right]}\right)\left(V_i^{[2]}-\widehat{\mathbb{E}\left[V^{[2]}\right]}\right)\\ \mathbb{C}\left[\widehat{V^{[1]},V^{[2]}}\right]=\dfrac{\mathbb{V}\left[\widehat{V^{[1]},V^{[2]}}\right]}{\sqrt{\mathbb{V}\left[\widehat{V^{[1]}}\right]\mathbb{V}\left[\widehat{V^{[1]}}\right]}}\end{cases}. \tag{C.15}$$

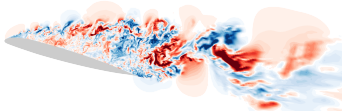
De même que précédemment, on démontre que ces estimateurs sont non-biaisés et d'une variance qui diminue avec la durée du signal.

C.2.3 Quantiles et discrétisation de la distribution de densité de probabilité

Il est également possible d'obtenir une image de la distribution de densité de probabilité en discrétisant la fonction de répartition $\mathbb{F}$ de la variable aléatoire observée V. On rappelle que la fonction de répartition de V est donnée par :

$$\mathbb{F}\left(q\right)=\mathbb{P}\left[V\leq q\right]=\int_{-\infty}^{q}f_{\text{ddp}}\left(v\right)dv. \tag{C.16}$$

2. On peut aisément vérifier que la covariance est un produit scalaire.



Si $p \in [0,1]$, on définit ainsi le p-quantile $\mathbb{Q}_p[V]$ de la distribution par les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \lim\limits_{\substack{q \to \mathbb{Q}_p[V] \\ q < \mathbb{Q}_p[V]}} \mathbb{F}(q) \leq p \\ \lim\limits_{\substack{q \to \mathbb{Q}_p[V] \\ q > \mathbb{Q}_p[V]}} 1 - \mathbb{F}(q) \leq 1 - p \end{cases} . \tag{C.17}$$

Cette valeur est bien définie pour toute valeur de p à condition que la distribution de densité de probabilité soit non nulle presque partout sur son support connexe. Quand ce n'est pas le cas, il peut exister des intervalles sur lesquels $\mathbb{F}$ est constante à une valeur p. Tout élément de cet intervalle est alors solution du système C.17. Au cours de ces travaux, les analyses ont montré que ce cas de figure n'apparaît pas (voir les figures 4.13 et **??**).
Étudier les p-quantiles de la distribution de densité de probabilité pour des valeurs régulièrement espacées de p revient à discrétiser $\mathbb{F}^{-1}$, la fonction réciproque de $\mathbb{F}$, de manière uniforme sur $[0,1]$.
Si $p \in [0,1]$, on utilise pour estimer $\mathbb{Q}_p[V]$ l'opérateur suivant :

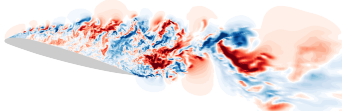
$$v_{\psi(1+\lfloor p(N-1) \rfloor)}, \tag{C.18}$$

où ψ désigne la permutation de $[\![1, N]\!]$ qui ordonne la suite d'échantillons $\left\{v_i\right\}_{\{i \in [\![1,N]\!]\}}$ en ordre croissant. En faisant de nouveau l'hypothèse que les échantillons qui composent le signal sont indépendants à long terme (voir partie C.2.1), la loi forte des grands nombres permet de démontrer que cet estimateur est non-biaisé.
Notons cependant que le calcul de sa valeur est très coûteux en espace mémoire : afin de le réaliser, l'approche la plus simple consiste à ordonner les échantillons, puis à prendre le $\lfloor p(N-1) \rfloor + 1$-ème. Cette méthode impose par conséquent de disposer à un instant donné de tous les échantillons du signal simultanément. Lorsqu'on traite les signaux issus d'un point-sonde, ce n'est pas un problème, même lorsqu'il y a beaucoup d'échantillons. En revanche, lorsqu'on souhaite évaluer la distribution de $\mathbb{Q}_p[V]$ en de nombreux points simultanément, comme par exemple sur tout un plan de l'écoulement, cette opération devient extrêmement coûteuse en mémoire, et irréalisable. Un algorithme a été mis au point pour contourner ce problème. Il consiste à réaliser deux estimations (par valeurs supérieures et par valeurs inférieures) de la valeur recherchée en lisant les échantillons les uns après les autres, et à corriger ces estimations au fur et à mesure des lectures. L'algorithme 1 le reproduit. Son fonctionnement général est le suivant : on réalise des cycles de lecture successive de l'ensemble des échantillons du signal, dans l'ordre. Au cours de chaque cycle, on corrige peu à peu un estimateur par valeurs basses et un estimateur par valeurs hautes. Pendant ce processus, on s'assure qu'une part d'au moins p des valeurs lues au cours du cycle sont inférieures à l'estimateur supérieur, et qu'une part d'au moins $1-p$ des valeurs lues sont supérieures à l'estimateur inférieur. Lors du cycle suivant, on n'utilise plus les valeurs situées hors de l'intervalle déterminé par les estimateurs du cycle précédent pour corriger les estimateurs courants. En revanche, on les utilise pour incrémenter les estimations des parts des échantillons qui sont respectivement inférieurs à l'estimateur supérieur, et supérieurs à l'estimateur inférieur. On affine ainsi progressivement l'intervalle dans lequel on a la certitude que la valeur-cible se trouve.
Une version plus intuitive de l'algorithme consiste à lire tous les échantillons à chaque cycle, en calculant itérativement les valeurs extrêmes parmi les échantillons compris strictement dans l'intervalle du cycle précédent. En comptant les échantillons lus, on peut alors assurer un arrêt du calcul lorsqu'on atteint la convergence. Cet algorithme moins rapide a une complexité de l'ordre de N^2. L'algorithme 1 converge en pratique plus vite que N^2.

Algorithme 1 Calcul à faible coût mémoire des quantiles du signal $\{v_i\}_{i\in[\![1,N]\!]}$: estimation par valeurs inférieures et supérieures $q^{[\inf]}$ et $q^{[\sup]}$ du quantile d'ordre p.

Require: $p \in [0,1]$

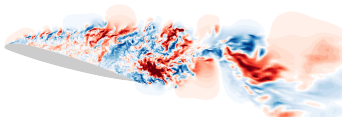
$q^{[\inf]} \leftarrow -\infty$ ▷ Estimateur final par valeurs inférieures
$q^{[\sup]} \leftarrow +\infty$ ▷ Estimateur final par valeurs supérieures
$\tilde{q}^{[\inf]} \leftarrow +\infty$ ▷ Correcteur d'estimation par valeurs inférieures,
▷ évalué au cours de chaque cycle de lecture.
$\tilde{q}^{[\sup]} \leftarrow -\infty$ ▷ Correcteur d'estimation par valeurs supérieures,
▷ évalué au cours de chaque cycle de lecture.
$\tilde{p}^{[\inf]} \leftarrow 0$ ▷ Estimateur de la part des échantillons déjà lus au cours d'un cycle
▷ qui est supérieure à $\tilde{q}^{[\inf]}$.
$\tilde{p}^{[\sup]} \leftarrow 0$ ▷ Estimateur de la part des échantillons déjà lus au cours d'un cycle
▷ qui est inférieure à $\tilde{q}^{[\sup]}$.
$c^{[\inf]} = \texttt{false}$ ▷ Conditions de convergence des deux estimateurs finaux.
$c^{[\sup]} = \texttt{false}$
$n_l \leftarrow 0$
while not $c^{[\inf]} = \texttt{false}$ **or** $c^{[\sup]} = \texttt{false}$ **do**
  $n_l \leftarrow n_l + 1$ ▷ Démarrage du cycle de lecture $n_l + 1$.
  $n \leftarrow 0$
  while $n < N$ **do**
    $n \leftarrow n + 1$ ▷ Traitement de l'échantillon $n + 1$.
    if $v_n < q^{[\sup]}$ **then** ▷ L'estimateur n'est corrigé que si l'échantillon courant
    ▷ est dans l'intervalle $\left]q^{[\inf]}, q^{[\sup]}\right]$, donné par les estimations
    ▷ du cycle de lecture précédent.
      if $v_n \leq \tilde{q}^{[\sup]}$ **then**
        $\tilde{p}^{[\sup]} \leftarrow \frac{(n-1)\tilde{p}^{[\sup]}+1}{n}$
      else
        if $\frac{(n-1)\tilde{p}^{[\sup]}}{n} < p$ **then** ▷ Permet de s'assurer qu'une part au moins égale à p
        ▷ des échantillons déjà lus au cours de ce cycle reste inférieure
        ▷ à l'estimation supérieure $\tilde{q}^{[\sup]}$.
          $\tilde{q}^{[\sup]} \leftarrow v_n$
          $\tilde{p}^{[\sup]} \leftarrow \frac{(n-1)\tilde{p}^{[\sup]}+1}{n}$
        else
          $\tilde{p}^{[\sup]} \leftarrow \frac{(n-1)\tilde{p}^{[\sup]}}{n}$
        end if
      end if
    else
      $\tilde{p}^{[\sup]} \leftarrow \frac{(n-1)\tilde{p}^{[\sup]}}{n}$
    end if



```
        if υ_n > q^[inf] then
            if υ_n ≥ q̃^[inf] then
                p̃^[inf] ← ((n−1)p̃^[inf]+1)/n
            else
                if ((n−1)p̃^[inf])/n < 1 − p then        ▷ Permet de s'assurer qu'une part au moins égale à 1 − p
                                                        ▷ des échantillons déjà lus au cours de ce cycle reste supérieure
                                                        ▷ à l'estimation inférieure q̃^[inf].
                    q̃^[inf] ← υ_n
                    p̃^[inf] ← ((n−1)p̃^[inf]+1)/n
                else
                    p̃^[inf] ← ((n−1)p̃^[inf])/n
                end if
            end if
        else
            p̃^[inf] ← ((n−1)p̃^[inf])/n
        end if
    end while
    if q̃^[inf] = q^[sup] then ▷ Traitement du cas où la convergence est atteinte pour l'estimateur supérieur.
        c^[inf] ← true
        q̃^[inf] ← q^[inf]
    end if
    if q̃^[sup] = q^[inf] then ▷ Traitement du cas où la convergence est atteinte pour l'estimateur inférieur.
        c^[sup] ← true
        q̃^[sup] ← q^[sup]
    end if
    q^[sup] ← q̃^[sup]                                  ▷ Mise à jour des bornes de l'intervalle de recherche.
    q^[inf] ← q̃^[inf]
    q̃^[sup] ← q^[inf]
    q̃^[inf] ← q^[sup]
end while
```

La figure C.1 présente l'évolution des estimateurs de l'algorithme au cours de plusieurs cycles, pour deux signaux [3] dont les propriétés statistiques sont identiques, car ils résultent d'une permutation aléatoire des échantillons l'un de l'autre. Chaque signal est constitué de $N = 4000$ échantillons. On observe que l'intervalle entre les deux estimateurs croît au cours d'un cycle, mais décroît de cycle en cycle. De plus, la majorité de chaque cycle ne permet pas de corriger les estimations. Elle sert alors seulement à connaître avec précision la part des échantillons lus qui sont inférieurs à l'estimation haute, ou supérieurs à l'estimation basse.
Notons également que la convergence est beaucoup plus rapide lorsque les échantillons sont désordonnés, c'est-à-dire que deux échantillons successifs ne sont pas nécessairement proches l'un de l'autre. En effet, cette désorganisation des échantillons permet d'exclure rapidement (au cours du premier cycle) les événements extrêmes. On quantifie cet effet à l'aide de la figure C.2, sur laquelle est représentée l'évolution des états des estimateurs en fin de cycle, et au cours des cycles (numérotés n_l), pour les deux signaux de la figure C.1. Comme attendu, la décroissance initiale du diamètre de l'intervalle d'estimation est beaucoup plus rapide lorsque les échantillons sont désordonnés. Au bout de 50 cycles de lecture, les estimateurs sont convergés pour ce signal, mais pas pour le signal déterministe initial.

3. Le premier signal est issu d'une simulation du système chaotique de Lorenz (1963) caractérisé par les trois paramètres ρ, β et σ. Il s'agit de l'évolution au cours du temps de la deuxième variable du système, lorsque $\rho = 28$, $\beta = 8/3$ et $\sigma = 10$.



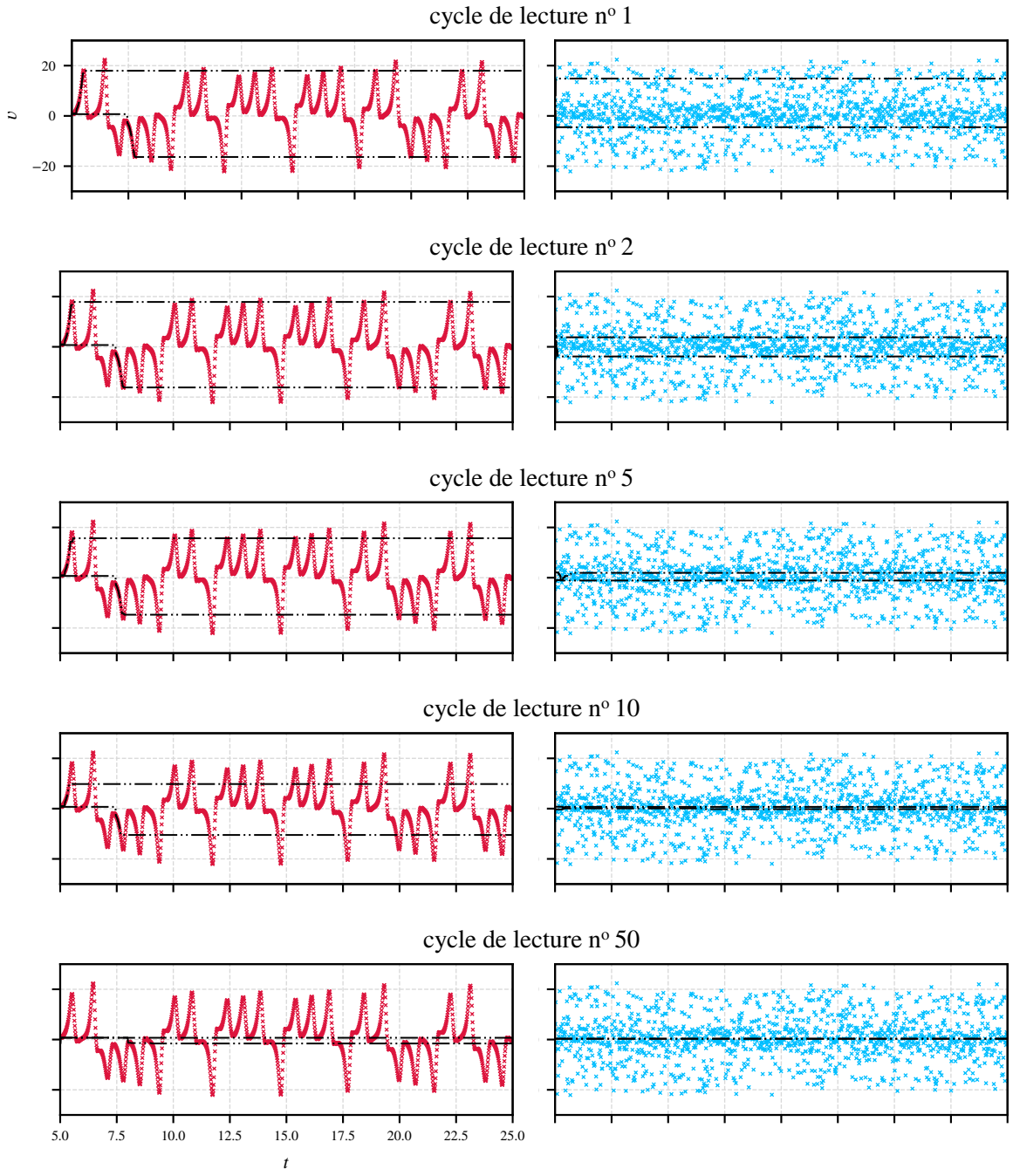


FIGURE C.1 – Évolution au cours de différents cycles de lecture des estimateurs de calcul par l'algorithme 1 de la médiane de deux signaux dont les propriétés statistiques sont rigoureusement égales : le signal bleu (droite) a été obtenu par permutation aléatoire des échantillons du signal rouge (gauche).

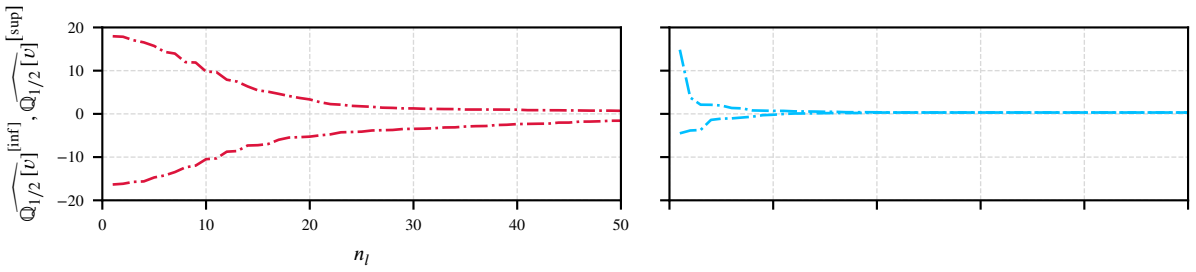


FIGURE C.2 – Valeurs des estimateurs de la médiane en fonction du nombre de cycles de lecture réalisés, pour les deux signaux de la figure C.1.

C.3 Analyse spectrale d'un écoulement

C.3.1 Densités spectrales de puissance

Les grandeurs statistiques introduites dans les paragraphes précédents de ce chapitre ne sont pas sensibles à l'ordre des échantillons au cours du temps. Ils ne rendent par conséquent pas compte de la logique d'évolution du système dans le temps. Par exemple, les deux signaux représentés sur la figure C.1 produisent exactement les mêmes estimations des moments statistiques et des quantiles, parce qu'ils sont obtenus à partir d'une permutation aléatoire des échantillons l'un de l'autre. Pourtant, leurs logiques d'évolution sont radicalement différentes.
Cette logique peut être représentée à l'aide de la transformée de Fourier des signaux. Dans un espace continu, on rappelle son expression pour un signal $v \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ (de carré intégrable, c'est-à-dire d'énergie finie), en fonction de la fréquence f :

$$\mathcal{F}[v](f) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)\, e^{-2\pi i f t} dt. \tag{C.19}$$

Similairement, la transformée de Fourier d'un signal discret s'écrit :

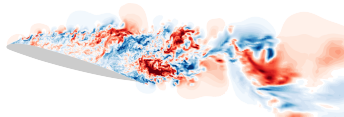
$$\forall k \in [\![1, N]\!], \mathcal{F}[v]_k = \frac{1}{N} \sum_{1}^{N} v_j e^{-2\pi i \frac{jk}{N}}. \tag{C.20}$$

Dans le cadre probabiliste installé précédemment, les réalisations des processus ne sont pas *a priori* de carré intégrable. Cela signifie en particulier que leur transformée de Fourier ne peut pas être définie par ce qui précède. Pour l'examen du contenu spectral de deux processus différents V et W, on utilise par conséquent la *densité spectrale de puissance* (qu'on dit *croisée* quand V et W sont différents). Afin de définir cette grandeur, il est nécessaire de construire la *restriction* d'un processus à un intervalle $[0, T]$:

$$V|_{[0,T]} : t \mapsto \begin{cases} V(t) \text{ si } t \in [0, T] \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases} \tag{C.21}$$

En tant que fonction à support borné, la restriction d'un processus V à tout intervalle est de carré intégrable, et on peut par conséquent définir sa transformée de Fourier. On définit alors la densité spectrale de puissance croisée, lorsqu'elle existe, de V et W par :

$$S[V, W] = \lim_{T \to \infty} \frac{\mathbb{E}\left[\mathcal{F}\left[V|_{[0,T]}\right] \mathcal{F}\left[W|_{[0,T]}\right]^*\right]}{T}. \tag{C.22}$$



Lorsque $V = W$, on parle simplement de densité spectrale de puissance de V. Dans ce cas, la grandeur $S[V]$ résultante est réelle, et positive.
La densité spectrale de puissance croisée est naturellement un produit hermitien sur $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Comme pour la représentation des corrélations au paragraphe C.2.2, on utilisera les notations suivantes lorsque V et W sont deux processus de variables différentes en deux points différents de l'espace, respectivement P et Q :

$$S[V(P), W(Q)] = S_{P,Q}[V, W]. \tag{C.23}$$

Lorsque V et W sont des signaux de la même variable aux points P et Q, on omettra la précision d'une des deux :

$$S_{P,Q}[V, V] = S_{P,Q}[V]. \tag{C.24}$$

De plus, lorsque P et Q peuvent être différentiés par une seule de leurs coordonnées x_k, on emploiera par abus de notation cette coordonnée à la place de P et Q (voir par exemple la figure 4.30) :

$$S_{P,Q}[V, W] = S_{x_{k,P},x_{k,Q}}[V, W]. \tag{C.25}$$

C.3.2 Interprétation de la densité spectrale de puissance

Elle permet de quantifier le lien, pour toute fréquence f, entre les deux processus, tant en termes d'amplitude que de déphasage des événements. Ainsi, le module de $S[V, W](f)$ est d'autant plus important que V et W ont un contenu spectral proche, et la phase de cette grandeur résulte du déphasage entre les ondes qui composent respectivement V et W.
Dans le cas particulier de processus aléatoires stationnaires, on peut donner un cadre interprétatif de la densité spectrale de puissance d'un processus aléatoire à l'aide du théorème de Wiener-Khintchine, qui établit la relation suivante :

$$S[V] = \mathcal{F}[R[V]], \tag{C.26}$$

où $R[V]$ désigne la corrélation entre V et son translaté $t \mapsto V(t + \tau)$, en fonction du déphasage temporel τ :

$$R[V](\tau) = \mathbb{E}[V(t) V(t + \tau)]. \tag{C.27}$$

Ainsi, la densité spectrale de puissance représente la propension des événements composant le signal à se reproduire périodiquement à une fréquence donnée.
La densité spectrale de puissance croisée entre deux processus n'est *a priori* pas positive, ni même réelle. Il s'agit d'une fonction complexe de la fréquence réelle, et il est coutumier d'analyser sa phase et son module séparément. En particulier, l'examen du module de la densité spectrale de puissance croisée emploie dans ces travaux la notion de *spectre de cohérence*, défini par la relation suivante :

$$\gamma_{P,Q}[V, W] = \frac{\left|S_{P,Q}[V, W]\right|}{\sqrt{S_{P,P}[V] S_{Q,Q}[W]}}. \tag{C.28}$$

En appliquant à nouveau l'inégalité de Cauchy-Schwartz à la densité spectrale de puissance croisée, on montre que :

$$\forall f \in \mathbb{R}, \gamma_{P,Q}[V, W](f) \in [0, 1]. \tag{C.29}$$

Le spectre de cohérence entre V et W caractérise la similitude entre les contenus spectraux des deux signaux à une fréquence donnée.
On complète ensuite l'information donnée par $\gamma_{P,Q}[V, W]$, $S_{P,P}[V]$ et $S_{Q,Q}[W]$ avec la phase de la densité spectrale de puissance croisée, appelée *spectre de phase* de W par rapport à V :

$$\theta_{P,Q}[V, W] = \arg\left(S_{P,Q}[V, W]\right). \tag{C.30}$$

Comme son nom l'indique, le spectre de phase quantifie le déphasage temporel entre le contenu spectral des deux signaux à une fréquence donnée. Dans l'hypothèse où P et Q, caractérisés par une coordonnée r, sont

très proches l'un de l'autre à une distance dr, et où les deux signaux étudiés correspondent au même champ thermodynamique, dérivable deux fois en espace, on peut réaliser le développement limité en espace de la densité spectrale de puissance croisée réduite :

$$\begin{aligned}\frac{S_{r,r+dr}[V]}{\sqrt{S_{r,r}[V]\,S_{r+dr,r+dr}[V]}} = & \quad 1 \\ & + \quad i\frac{\mathfrak{I}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]}{S_{r,r}[V]}dr \\ & + \quad \left[\begin{array}{l} \left(\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{R}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]^2}{S_{r,r}[V]^2} - \frac{1}{2}\frac{S_{r,r}\left[\partial_r V\right]}{S_{r,r}[V]}\right) \\ + \quad i\left(\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{I}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r^2 V\right]\right]}{S_{r,r}[V]} - \frac{\mathfrak{R}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]\mathfrak{I}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]}{S_{r,r}[V]^2}\right)\end{array}\right] dr^2 \\ & + \quad \underset{dr\to 0}{\mathcal{O}}\left(dr^3\right)\end{aligned} \tag{C.31}$$

Notons en particulier que le terme du développement au premier ordre est imaginaire pur. Ce développement permet de quantifier l'influence d'un petit écart spatial entre P et Q sur les spectres de cohérence et de phase :

$$\gamma_{r,r+dr}[V] = 1 + \left[\frac{\left|S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right|}{S_{r,r}[V]^2} - \frac{S_{r,r}\left[\partial_r V\right]}{S_{r,r}[V]}\right] dr^2 + \underset{dr\to 0}{\mathcal{O}}\left(dr^3\right) \tag{C.32}$$

et :

$$\theta_{r,r+dr}[V] = \frac{\mathfrak{I}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]}{S_{r,r}[V]}dr + \left[\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{I}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r^2 V\right]\right]}{S_{r,r}[V]} - \frac{\mathfrak{R}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]\mathfrak{I}\left[S_{r,r}\left[V,\partial_r V\right]\right]}{S_{r,r}[V]^2}\right] dr^2 + \underset{dr\to 0}{\mathcal{O}}\left(dr^3\right) \tag{C.33}$$

La première équation permet ainsi de calculer la courbure du spectre de cohérence au voisinage de $P = Q$ (où il est identiquement égal à 1), tout en démontrant que l'évolution du spectre de cohérence est proportionnelle à dr^2. La deuxième relation, elle, donne une mesure de l'évolution de la phase de la densité spectrale de puissance croisée dans l'espace. Lorsque V est la solution d'une équation de propagation à vitesse constante c, comme par exemple l'équation de la chaleur, on peut montrer que l'équation C.33 permet de reconstruire c. Plus généralement, si on dispose de trois processus U, V et W statistiquement stationnaires tels que :

$$\exists \tau \in [0, +\infty[\,, W(t) = V(t+\tau)\,, \tag{C.34}$$

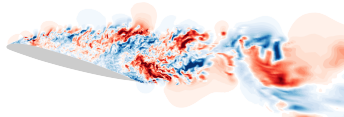
alors le théorème de Wiener-Khintchine permet de démontrer la relation suivante :

$$S[U,W](f) = e^{-2\pi i f \tau} S[U,V](f)\,. \tag{C.35}$$

Il en découle que :

$$\theta[U,W](f) = \theta[U,V](f) - 2\pi f \tau. \tag{C.36}$$

Cette relation permet de calculer le temps nécessaire pour l'information issue d'un point de l'écoulement pour atteindre un autre point - sous réserve que les signaux obtenus en ces deux points soient cohérents à la fréquence f. Cette durée, associée à la distance entre les deux points, permet ensuite de connaître une estimation de la vitesse moyenne de propagation de l'information à cette même fréquence entre les deux points.



C.3.3 Estimation des densités spectrales de puissance

En pratique, on souhaite estimer la densité spectrale de puissance des processus aléatoires observés à l'aide de données discrétisées en temps avec un pas Δt, et de durée totale finie $T = N\Delta t$. On considère l'estimateur suivant, appelé *périodogramme*, qui consiste à calculer la transformée de Fourier discrète des signaux afin d'utiliser la relation C.22 :

$$\widehat{S[V,W]} = \frac{\mathcal{F}[V]\,\mathcal{F}[W]^*}{N}, \tag{C.37}$$

où les tranformées de Fourier sont nécessairement discrètes.
On peut démontrer que cet estimateur n'est pas satisfaisant. Sa variance à une fréquence donnée ne diminue en effet pas avec la durée totale du signal et reste comparable à son espérance, c'est-à-dire à la valeur recherchée, ce qui rend les résultats inutilisables car extrêmement bruités (Bendat et Piersol 2010).
La méthode la plus couramment adoptée pour estimer une densité spectrale de puissance consiste à découper l'intervalle d'observation en L sous-intervalles - éventuellement partiellement recouvrants avec un taux de recouvrement de ξ - de même taille, puis à calculer la transformée de Fourier du signal sur chacun d'eux. Enfin, les signaux spectraux ainsi obtenus sont moyennés afin de réduire la variance de l'estimateur total. Cette méthode, due à Welch (1967) et représentée sur la figure C.4, permet ainsi la construction de l'estimateur suivant :

$$\widehat{S[V,W]} = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} \frac{\mathcal{F}\left[V|_{[M(l-1)(1-\xi),M(1+(l-1)(1-\xi))]}\right]\mathcal{F}\left[W|_{[lM-\xi(l-1)M]}\right]^*}{\lfloor \frac{N}{L-\xi(L-1)} \rfloor}. \tag{C.38}$$

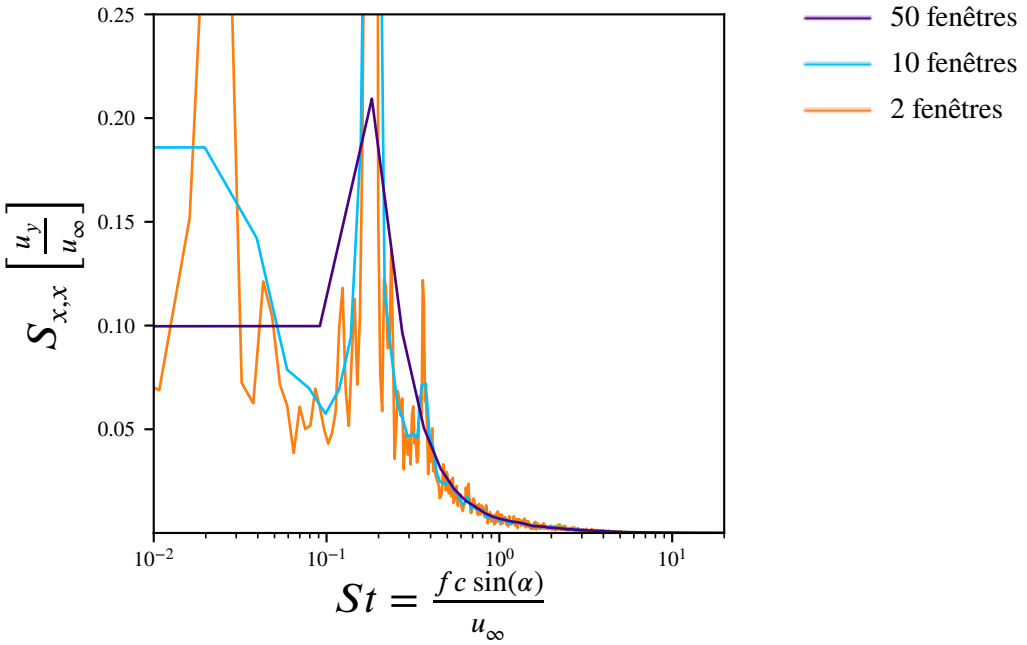


FIGURE C.3 – Influence du nombre de fenêtres utilisées pour le calcul sur l'estimation de la densité spectrale de puissance. Les signaux choisis sont les mêmes que ceux de la figure 4.30, pour le cas initialement décollé et oscillant. Rappelons que 10 signaux obtenus à intervalles réguliers en envergure sont utilisés pour réaliser l'estimation.

La variance de cet estimateur décroît inversement proportionnellement au nombre de fenêtres L utilisées pour découper l'intervalle d'observation. Il faut cependant noter que cette procédure consiste à sacrifier l'observation du contenu spectral à basse fréquence au profit d'une variance plus acceptable de

l'estimateur : l'intervalle sur lequel on réalise chaque transformée de Fourier étant de taille plus restreinte ($\lfloor N/(L-\xi(L-1))\rfloor \Delta t$), l'estimateur ne résout pas le contenu spectral dont la fréquence est comprise entre $1/T$ et $1/(\lfloor N/(L-\xi(L-1))\rfloor \Delta t)$. Par conséquent, l'application de cet estimateur résulte toujours d'un compromis entre volonté d'analyser les basses fréquences et nécessité d'obtenir des erreurs de variance suffisamment faibles pour que le résultat soit exploitable. La figure C.3 quantifie cette influence du choix du nombre de fenêtres sur la distribution de l'estimateur. Lorsqu'on réalise le calcul avec 2 fenêtres sur chacun des 10 signaux servant à l'estimation, la densité spectrale de puissance obtenue est très bruitée et presqu'impossible à analyser. À l'inverse, lorsque le nombre de fenêtres est trop élevé, les basses fréquences ne sont plus observables, et la perte d'information est également importante.

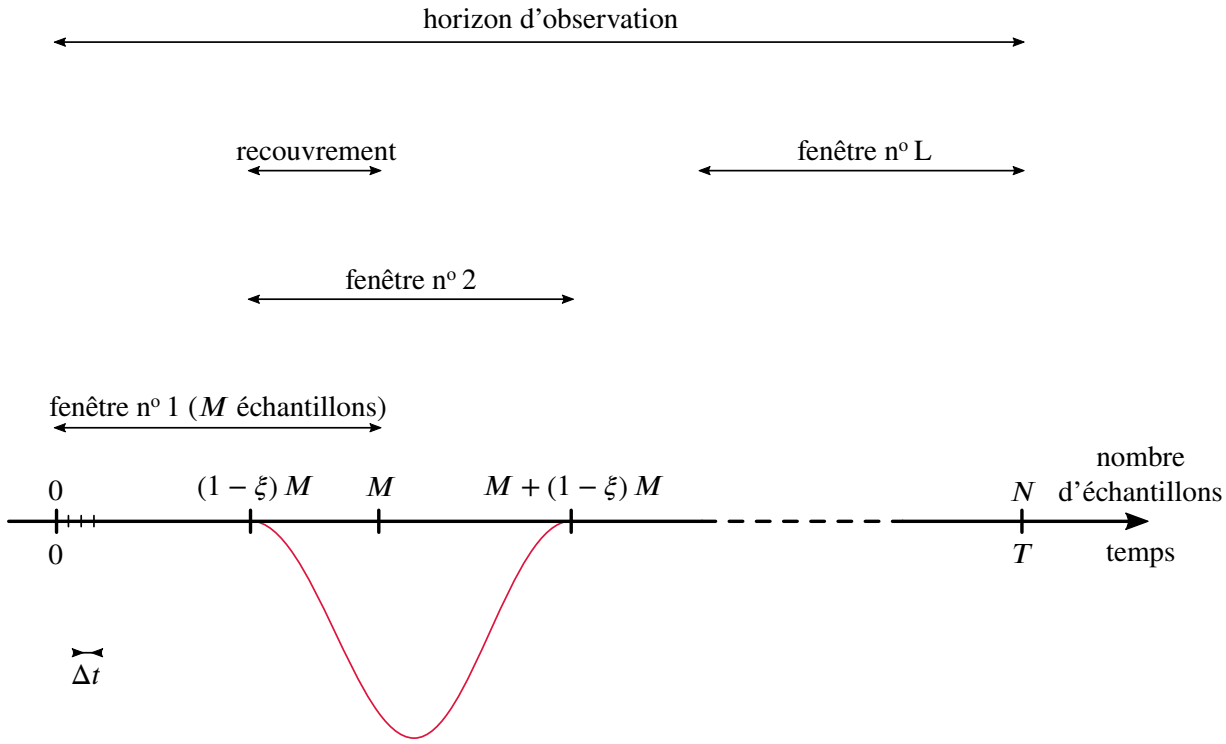
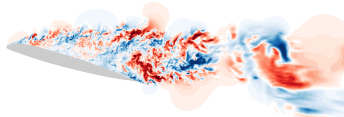


FIGURE C.4 – Procédure de fenêtrage produisant la méthode de Welch (1967) pour les calcul des densités spectrales de puissance. En rouge, on donne un exemple de forme de fenêtre (arbitraire).

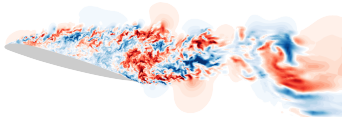
Par ailleurs, la méthode de Welch (1967) inclut une prise en compte de la restriction du signal à un support borné. Cette restriction, déjà présente quand on calcule un périodogramme de l'ensemble du signal, revient à la multiplication du signal total (défini sur un domaine temporel non-borné) que l'on souhaite analyser par une fonction porte. Dans le domaine fréquentiel, cette opération correspond à une convolution de la densité spectrale de puissance par la transformée de Fourier d'une porte, c'est à-dire par une fonction sinus cardinal. Afin de minimiser les artefacts dûs à cette convolution, la fenêtre choisie en pratique n'est en général pas carrée. Ce n'est plus une fonction porte, et on applique la transformée de Fourier à un signal issu de la multiplication du signal initial par une fenêtre plus complexe - toujours à support borné, mais qui déforme en général les valeurs proches des bords de fenêtre. Plusieurs types de fenêtres ont été construites dans cet objectif. Un exemple qualitatif en est fourni sur la figure C.4. Au cours de ces travaux, c'est la fenêtre de Hann ω_{Hann} de largeur 1, commune en traitement numérique de signaux suréchantillonnés et sous-résolus, qui est employée, et l'estimateur final résulte de l'application de la formule C.38 aux signaux fenêtrés suivants :

$$v|_{[M(l-1)(1-\xi),M(1+(l-1)(1-\xi))],\text{Hann}}(t) = v(t)\cdot\omega_{\text{Hann}}\left(\frac{t}{M\Delta t}+\frac{1}{2}+\left((l-1)(1-\xi)-\frac{1}{2}\right)\right). \tag{C.39}$$



Annexe **D**

Diagrammes complémentaires



Cette annexe complète les figures présentées au chapitre 4. Pour les analyses présentées dans le corps du manuscrit, les données issues de certains points-sondes ont été choisies car considérées comme représentatives, ou bien dignes d'un intérêt particulier. Par souci d'exhaustivité, sont regroupées ici les figures associées aux mêmes analyses, pour l'ensemble des points-sondes des calculs (i) et (j) du diagramme 4.1.
On rappelle que le positionnement de toutes les sondes utilisées est décrit sur les figures 4.16 et 4.17 de l'article associé au chapitre 4 (partie 4.3).

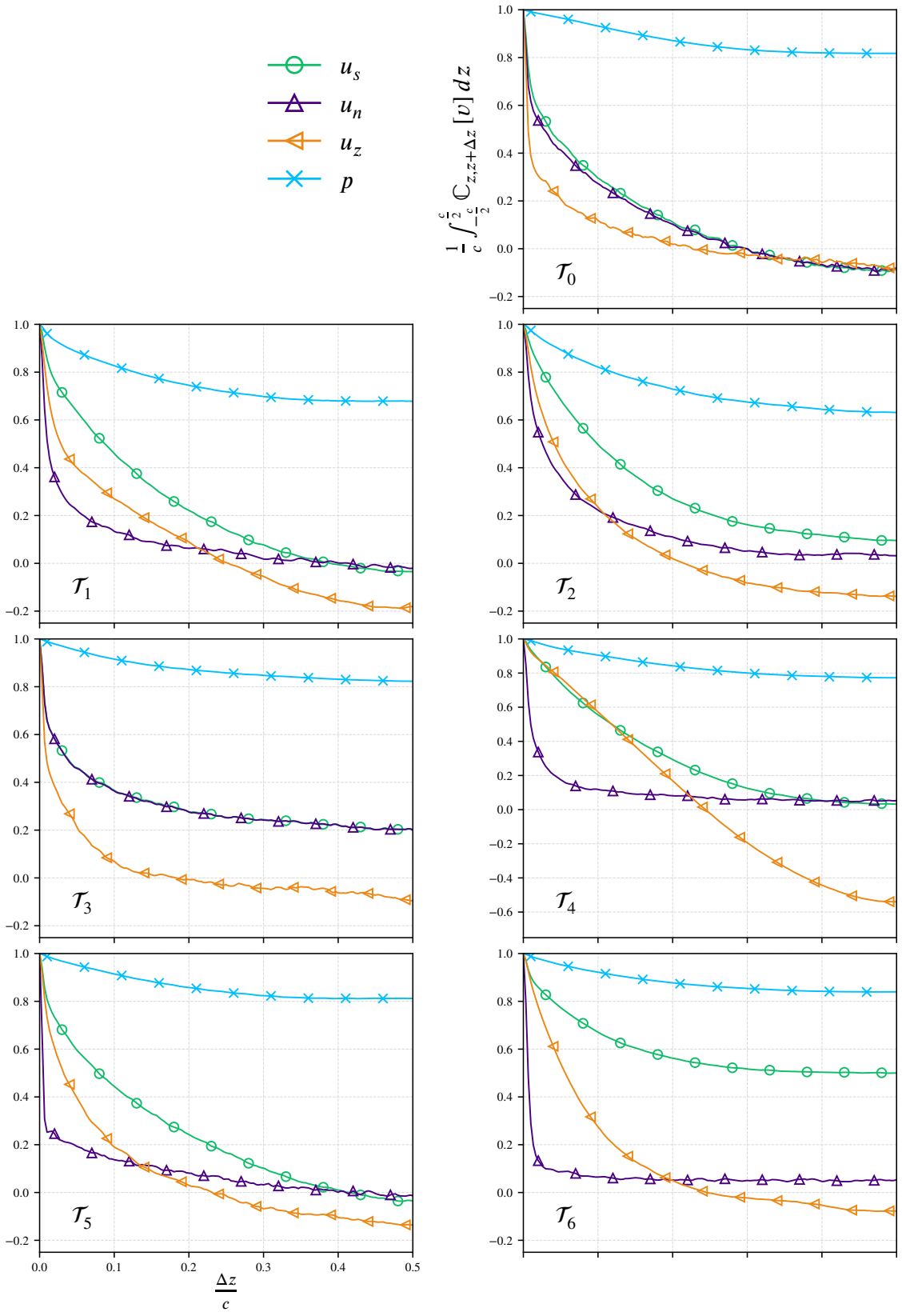
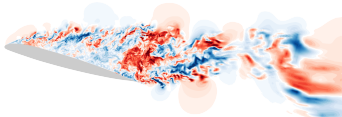


FIGURE D.1 – Corrélations en envergure des signaux de vitesse et pression issus du calcul (*i*) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire. Chaque diagramme comporte, en bas à gauche, le nom de la sonde extrudée en envergure qui a servi à extraire les données nécessaires au calcul.



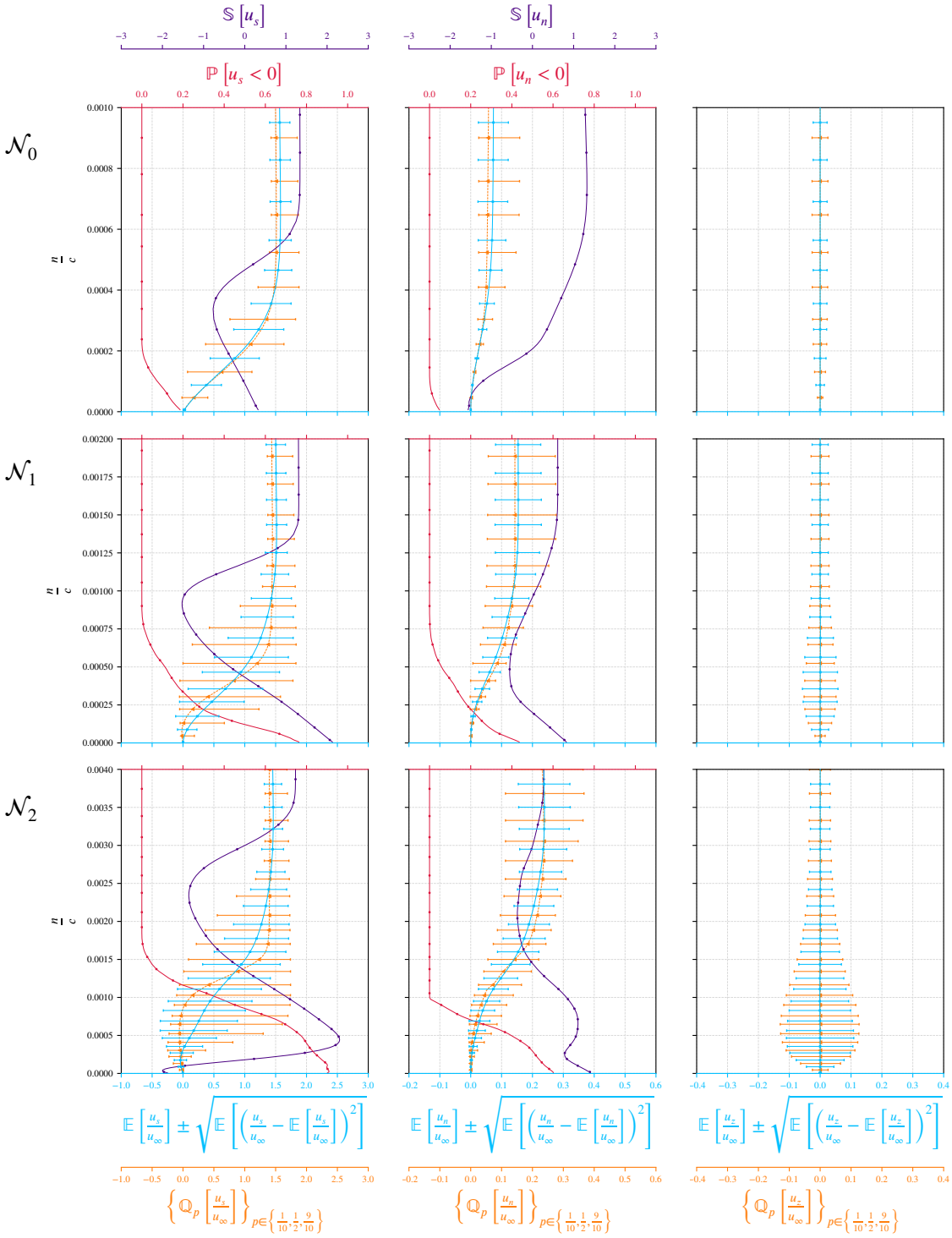
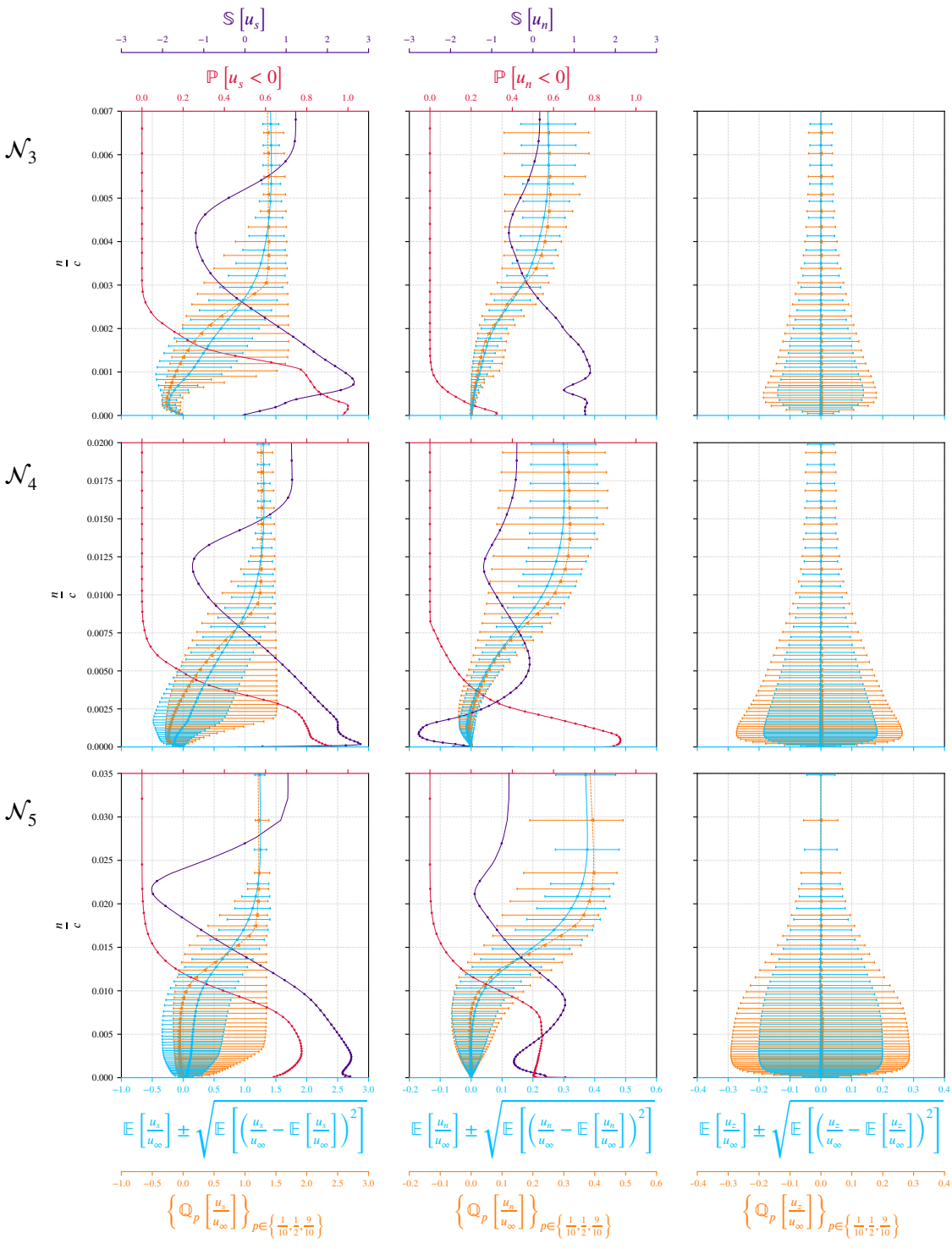
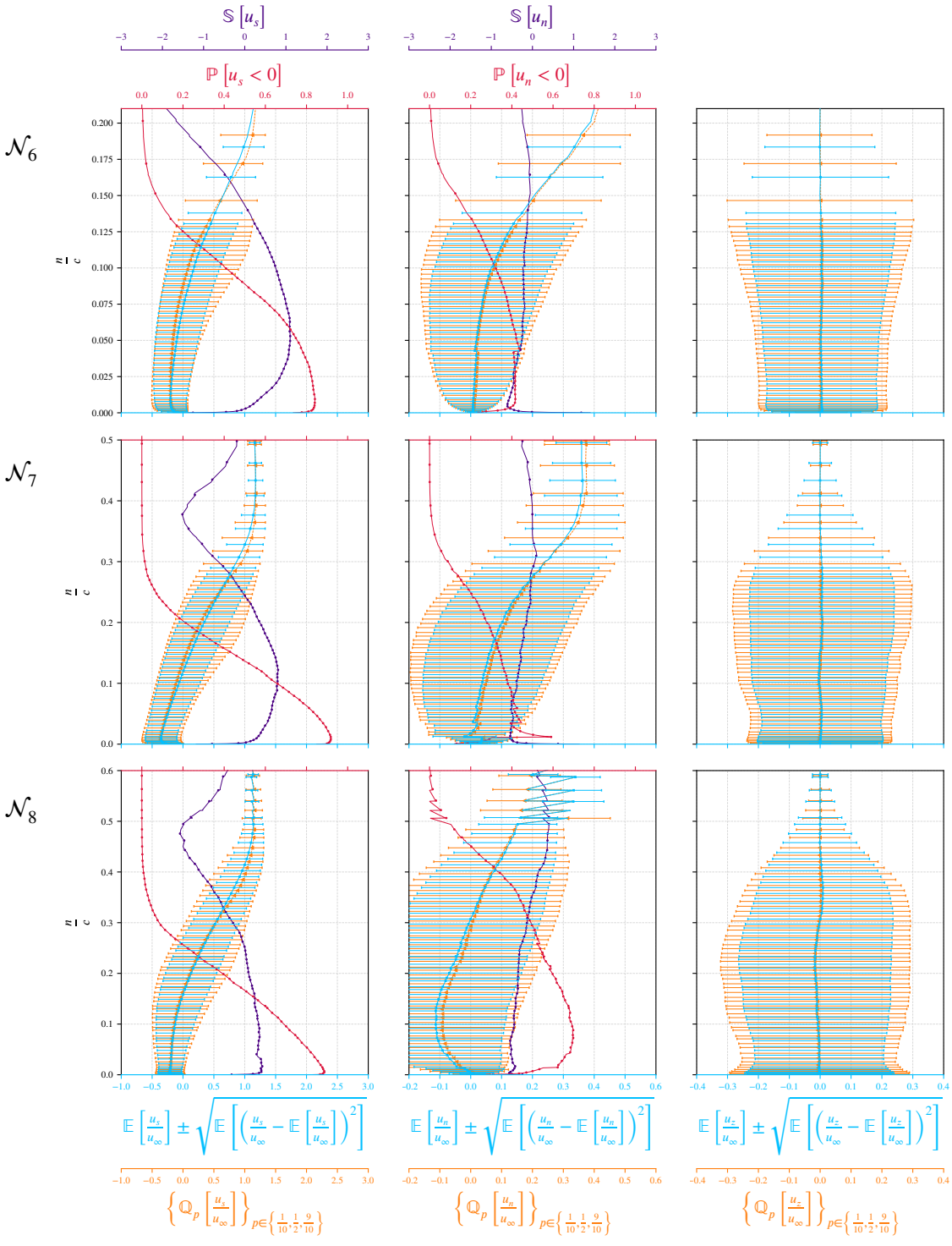
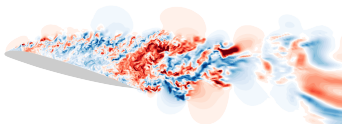


FIGURE D.2 – Statistiques des composantes de la vitesse le long des normales à la paroi définies sur la figure 4.17, obtenues à l'aide des signaux issus du calcul (*i*) de la figure 4.1, durant la phase oscillatoire. On représente en bleu la moyenne $\mathbb{E}$ et l'écart-type des signaux, en orange leur médiane $\mathbb{Q}_{1/2}$ et leurs déciles extrêmes $\mathbb{Q}_{1/10}$ et $\mathbb{Q}_{9/10}$, en carmin leur fréquence d'inversion de signe $\mathbb{P}\left[v < 0\right]$ et en indigo leur coefficient d'asymétrie $\mathbb{S}$. Notons que les trois diagrammes d'une même ligne partagent le même axe vertical (distance à la paroi le long d'une même ligne, pour les trois composantes de vitesse). De même, les trois diagrammes d'une même colonne partagent le même axe horizontal. Les normales d'extraction sont $\left\{\mathcal{N}_i\right\}_{i\in[\![0,2]\!]}$ (cette page), $\left\{\mathcal{N}_i\right\}_{i\in[\![3,5]\!]}$ (page suivante) et $\left\{\mathcal{N}_i\right\}_{i\in[\![6,8]\!]}$ (page 268).


$\mathbb{S}\left[u_s\right]$
$\mathbb{S}\left[u_n\right]$
$\mathbb{P}\left[u_s < 0\right]$
$\mathbb{P}\left[u_n < 0\right]$
$\mathcal{N}_3$
$\mathcal{N}_4$
$\mathcal{N}_5$
$\frac{n}{c}$
$\mathbb{E}\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right] \pm \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(\frac{u_s}{u_\infty} - \mathbb{E}\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right]\right)^2\right]}$
$\mathbb{E}\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right] \pm \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(\frac{u_n}{u_\infty} - \mathbb{E}\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right]\right)^2\right]}$
$\mathbb{E}\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right] \pm \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(\frac{u_z}{u_\infty} - \mathbb{E}\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right]\right)^2\right]}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$


$\mathbb{S}\left[u_s\right]$
$\mathbb{S}\left[u_n\right]$
$\mathbb{P}\left[u_s < 0\right]$
$\mathbb{P}\left[u_n < 0\right]$
$\mathcal{N}_6$
$\mathcal{N}_7$
$\mathcal{N}_8$
$\frac{n}{c}$
$\mathbb{E}\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right] \pm \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(\frac{u_s}{u_\infty} - \mathbb{E}\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right]\right)^2\right]}$
$\mathbb{E}\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right] \pm \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(\frac{u_n}{u_\infty} - \mathbb{E}\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right]\right)^2\right]}$
$\mathbb{E}\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right] \pm \sqrt{\mathbb{E}\left[\left(\frac{u_z}{u_\infty} - \mathbb{E}\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right]\right)^2\right]}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$



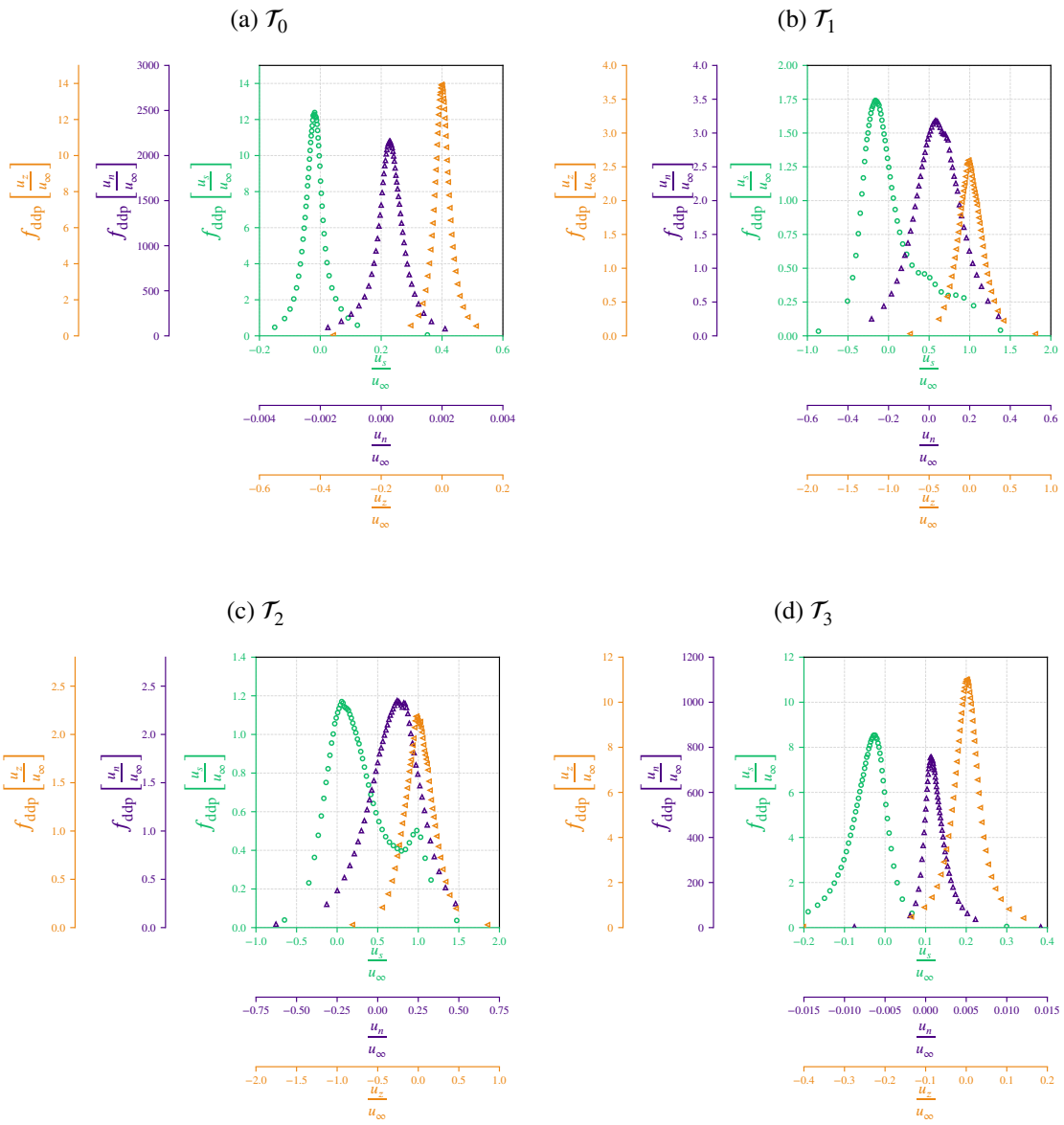
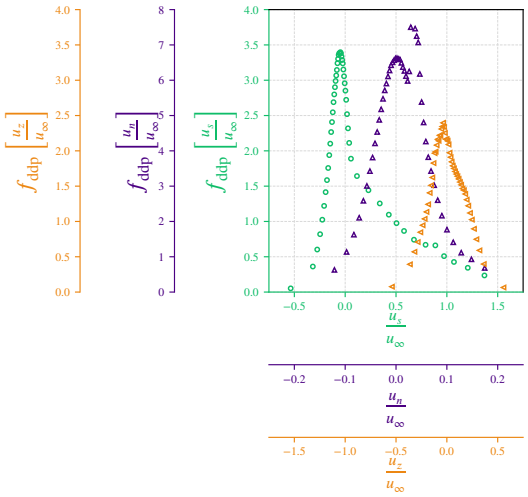
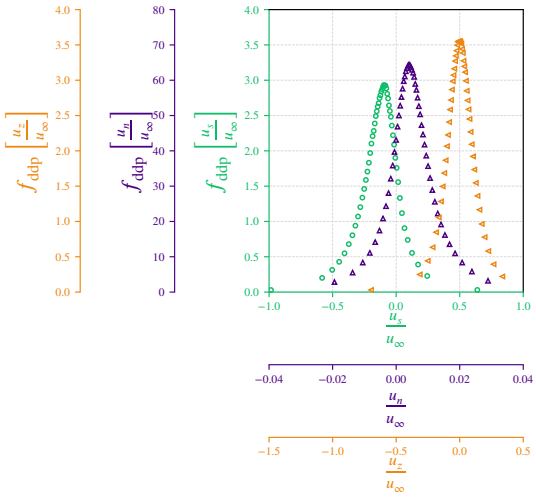


FIGURE D.3 – Estimations des distributions de densité de probabilité associées aux composantes de la vitesse dans le repère curviligne en chacune des sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante), pour la phase oscillatoire du calcul (i) du diagramme 4.1.

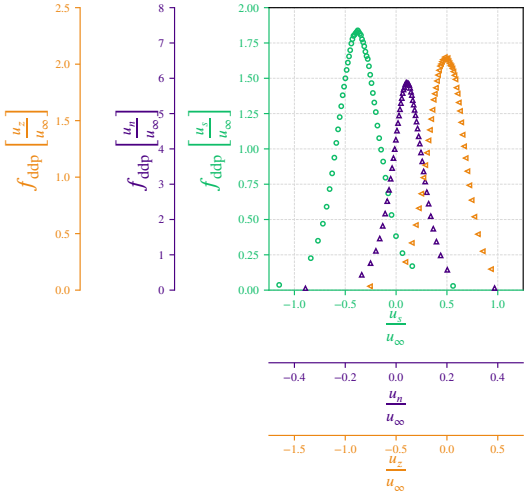
(a) $\mathcal{T}_4$

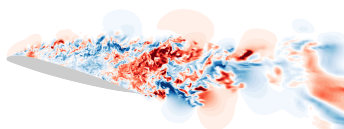


(b) $\mathcal{T}_5$



(c) $\mathcal{T}_6$





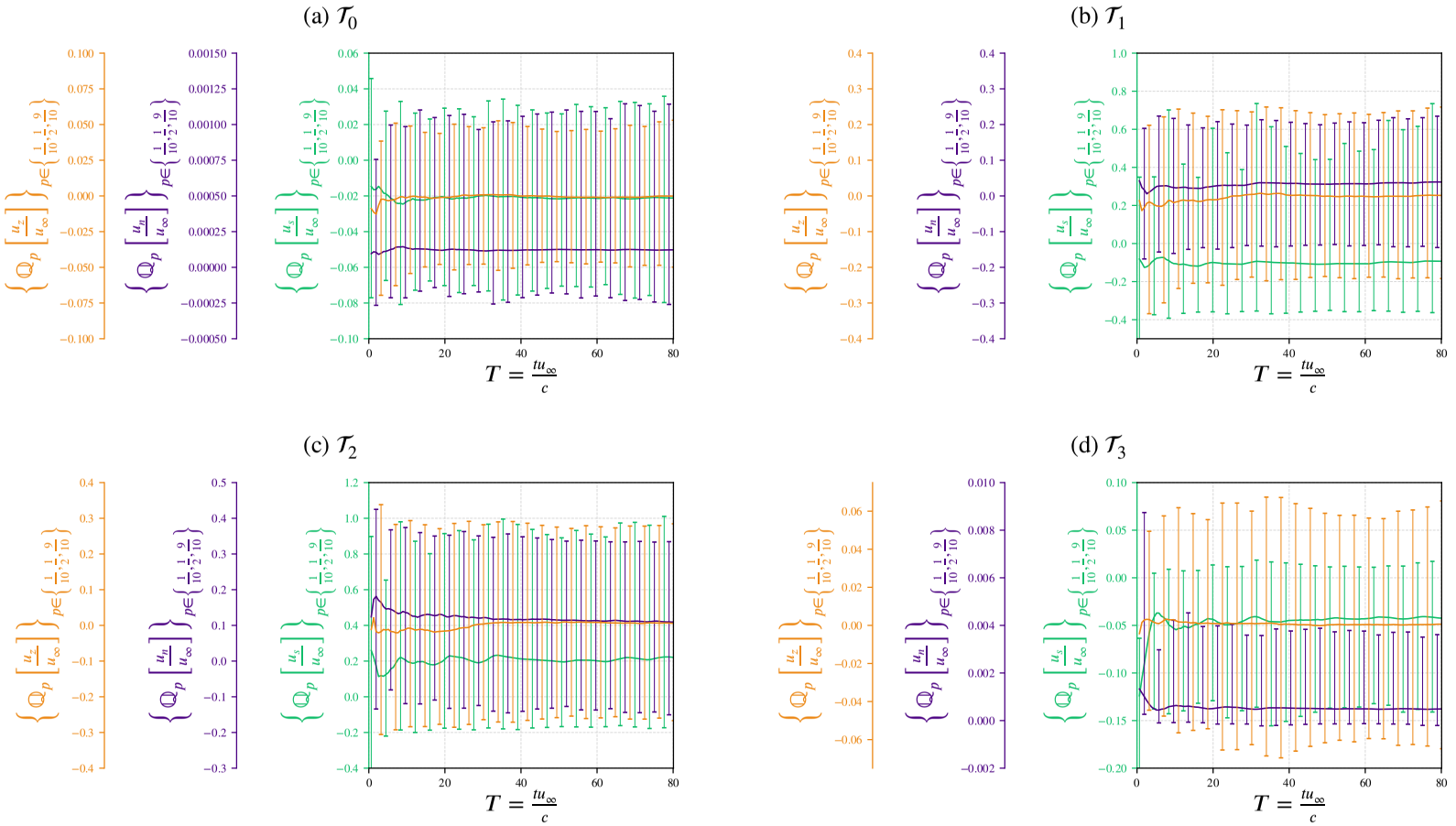
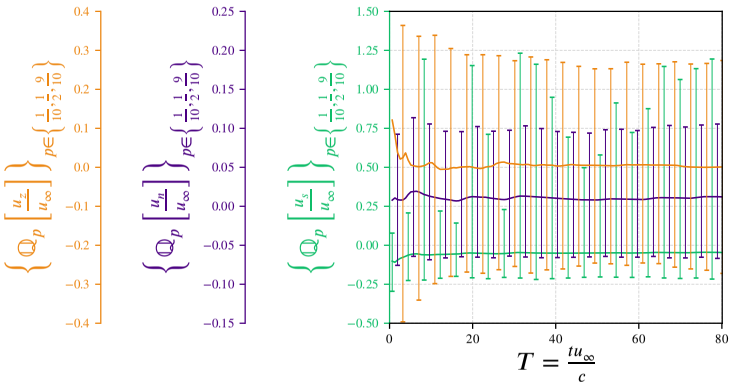
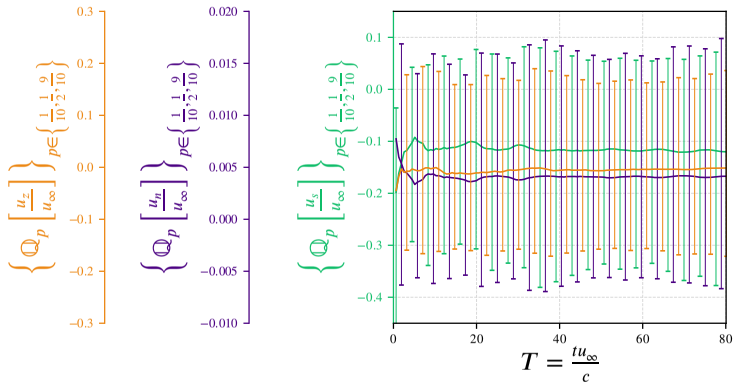


FIGURE D.5 – Évolution au cours du temps des déciles extrêmes et de la médiane des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, pendant la phase d'écoulement oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante).

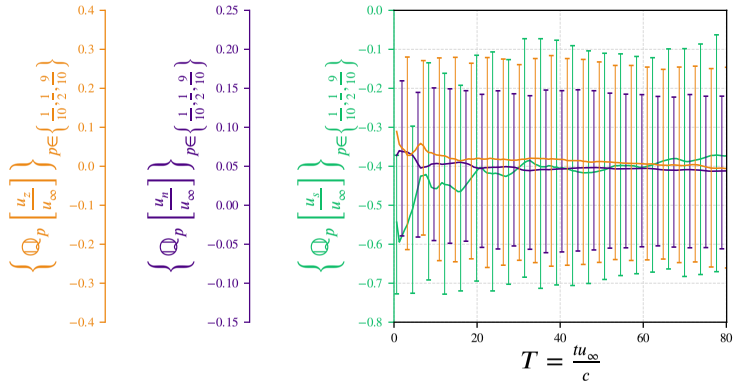
(a) $\mathcal{T}_4$

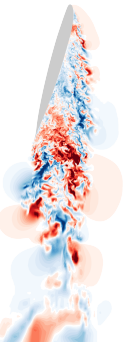


(b) $\mathcal{T}_5$



(c) $\mathcal{T}_6$





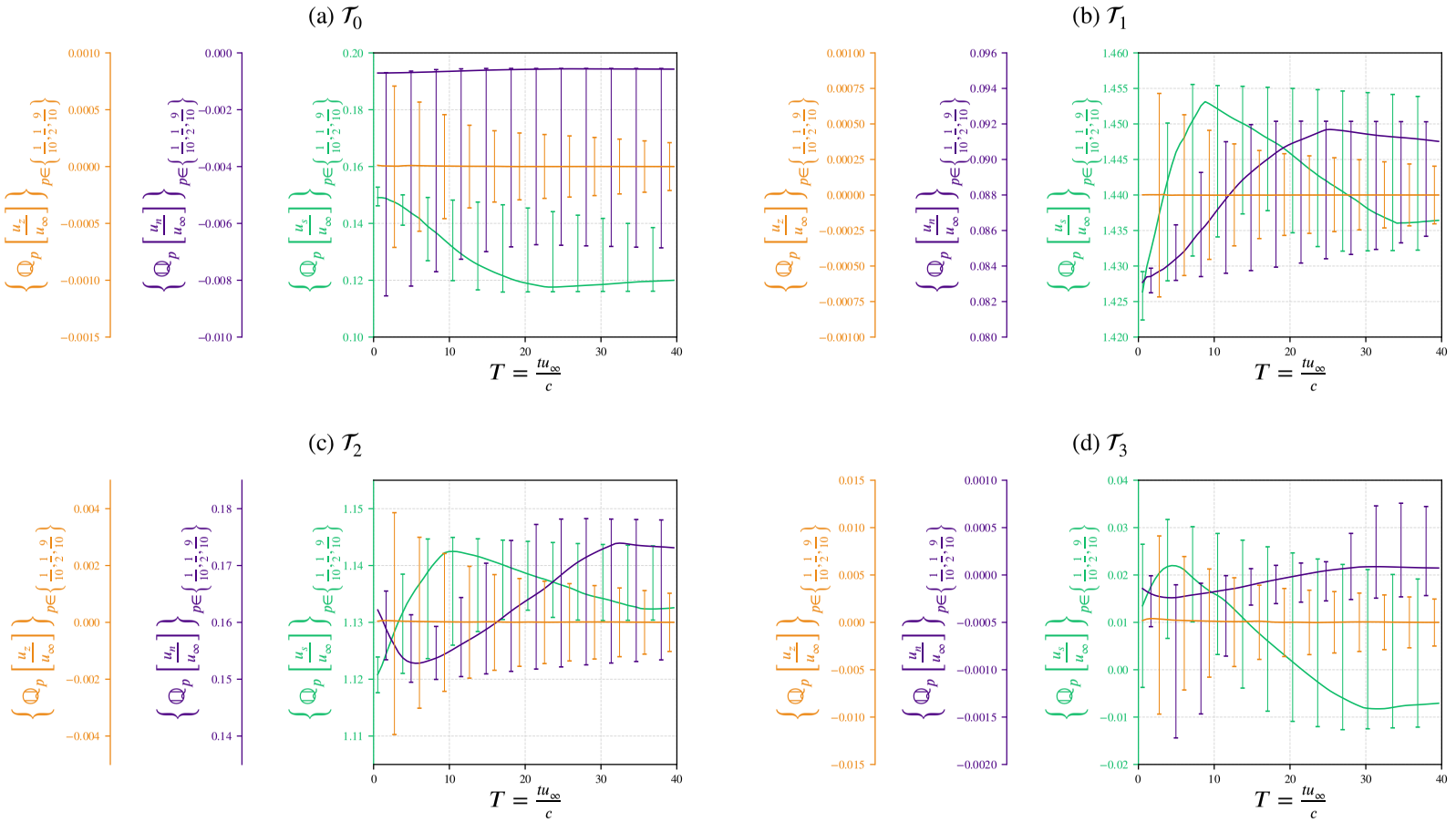
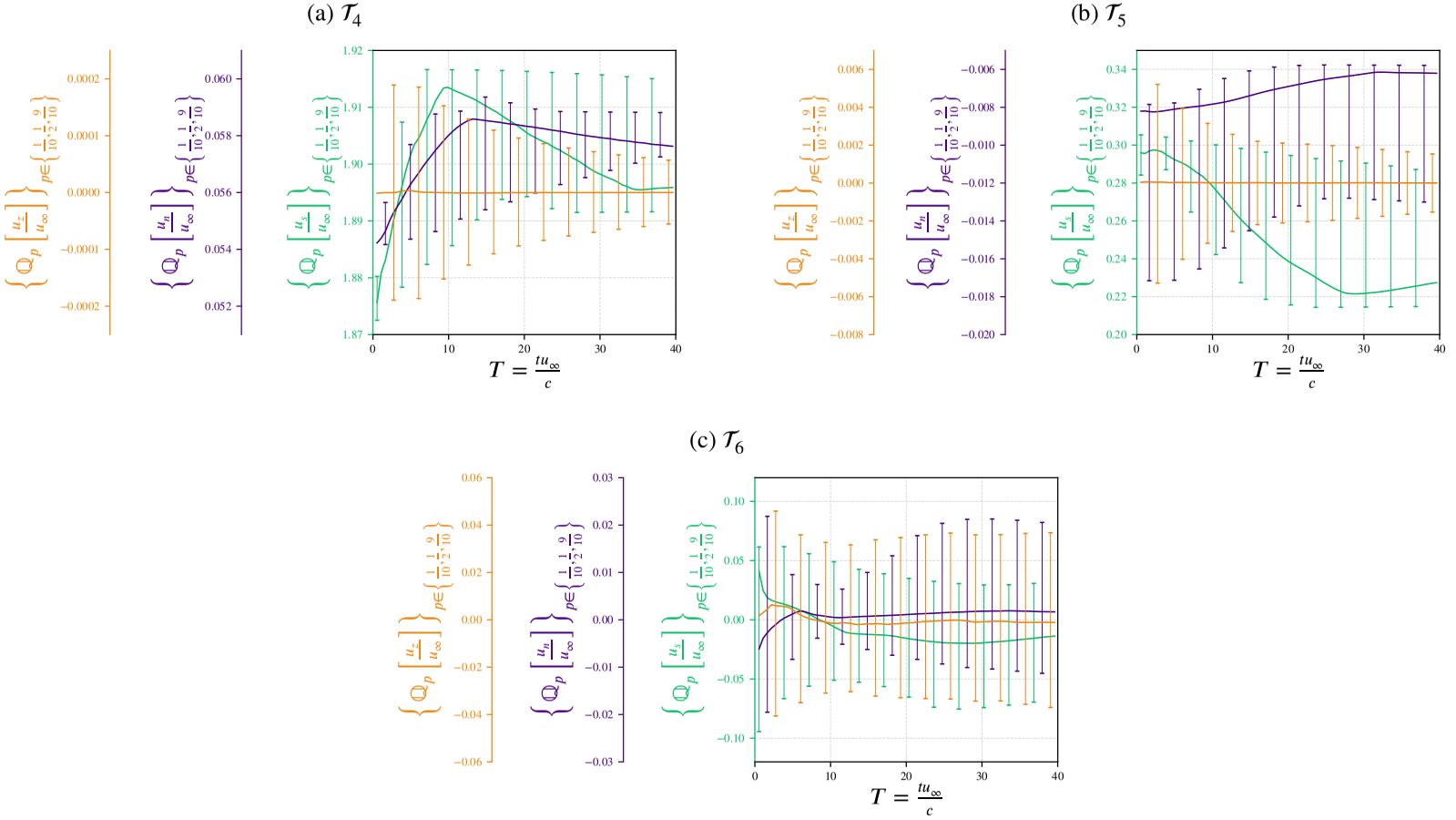
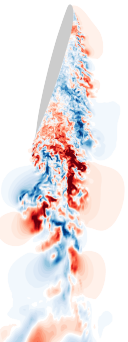


FIGURE D.7 – Évolution au cours du temps des déciles extrêmes et de la médiane des signaux de vitesse issus du calcul (j) du diagramme 4.1, produisant un écoulement attaché, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante).


(a) $\mathcal{T}_4$
(b) $\mathcal{T}_5$
(c) $\mathcal{T}_6$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_z}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$\left\{\mathbb{Q}_p\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right]\right\}_{p\in\left\{\frac{1}{10},\frac{1}{2},\frac{9}{10}\right\}}$
$T = \frac{tu_\infty}{c}$



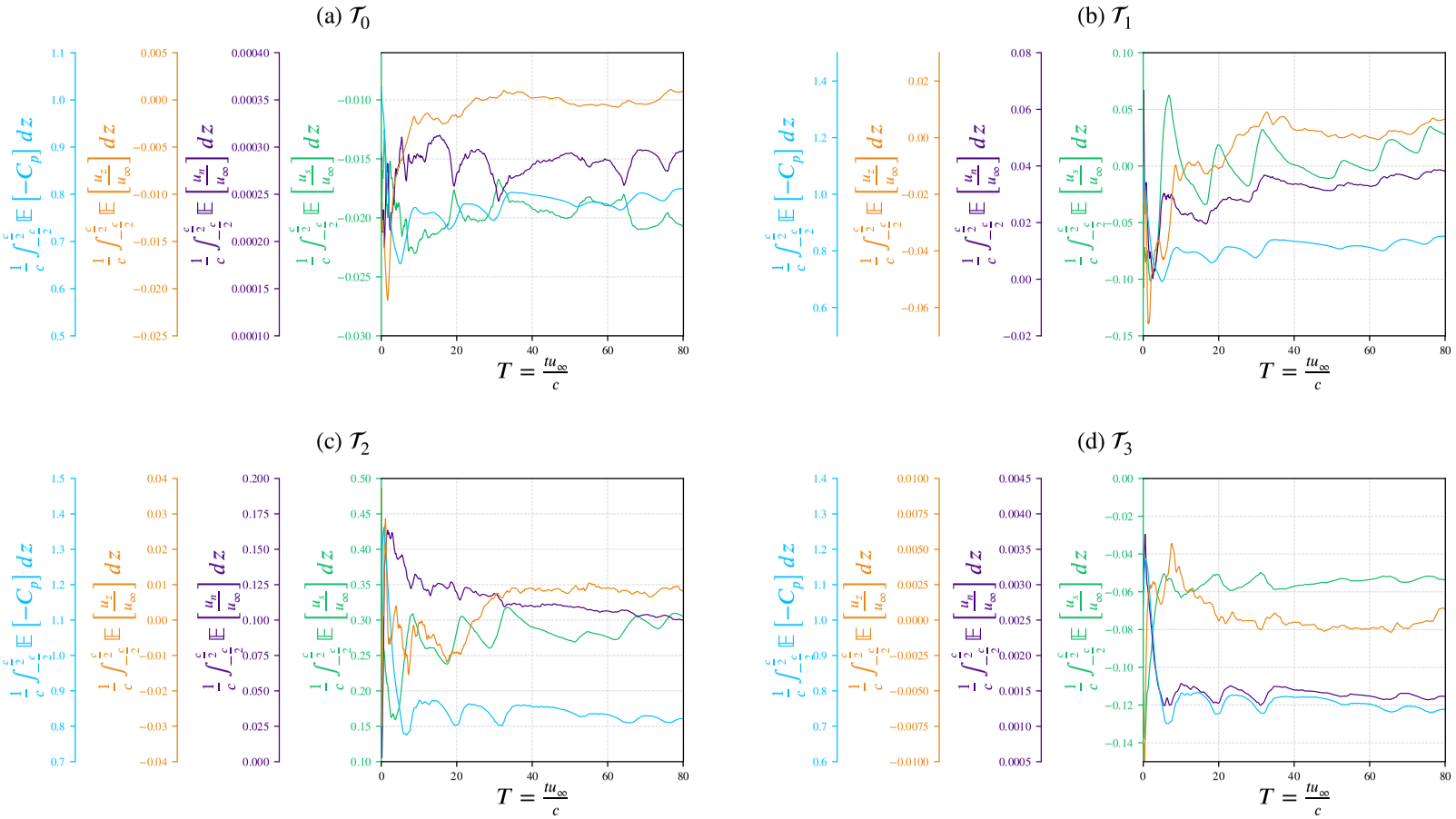
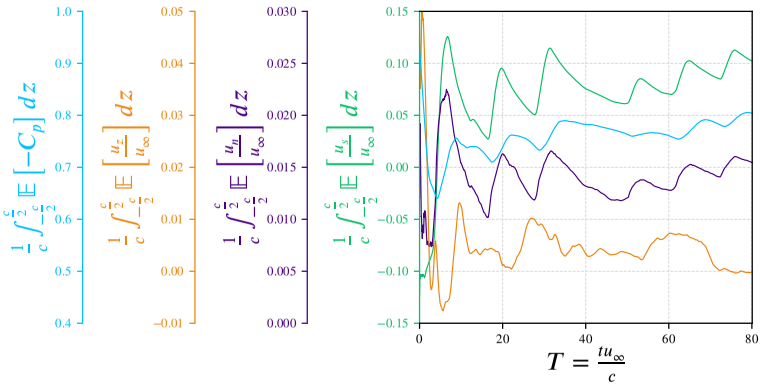
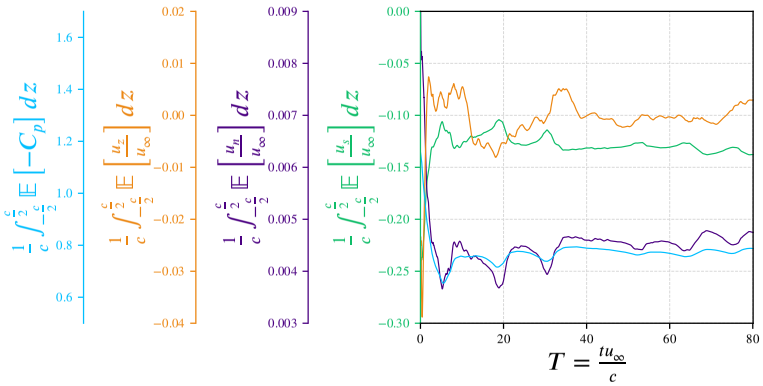


FIGURE D.9 – Évolution au cours du temps des moyennes des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante).

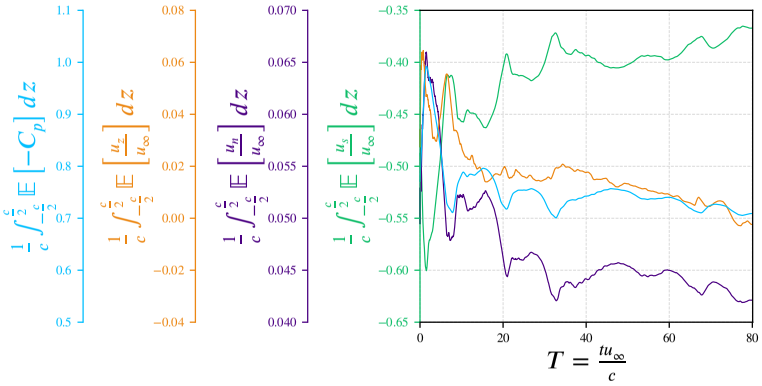
(a) $\mathcal{T}_4$

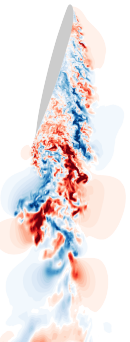


(b) $\mathcal{T}_5$



(c) $\mathcal{T}_6$





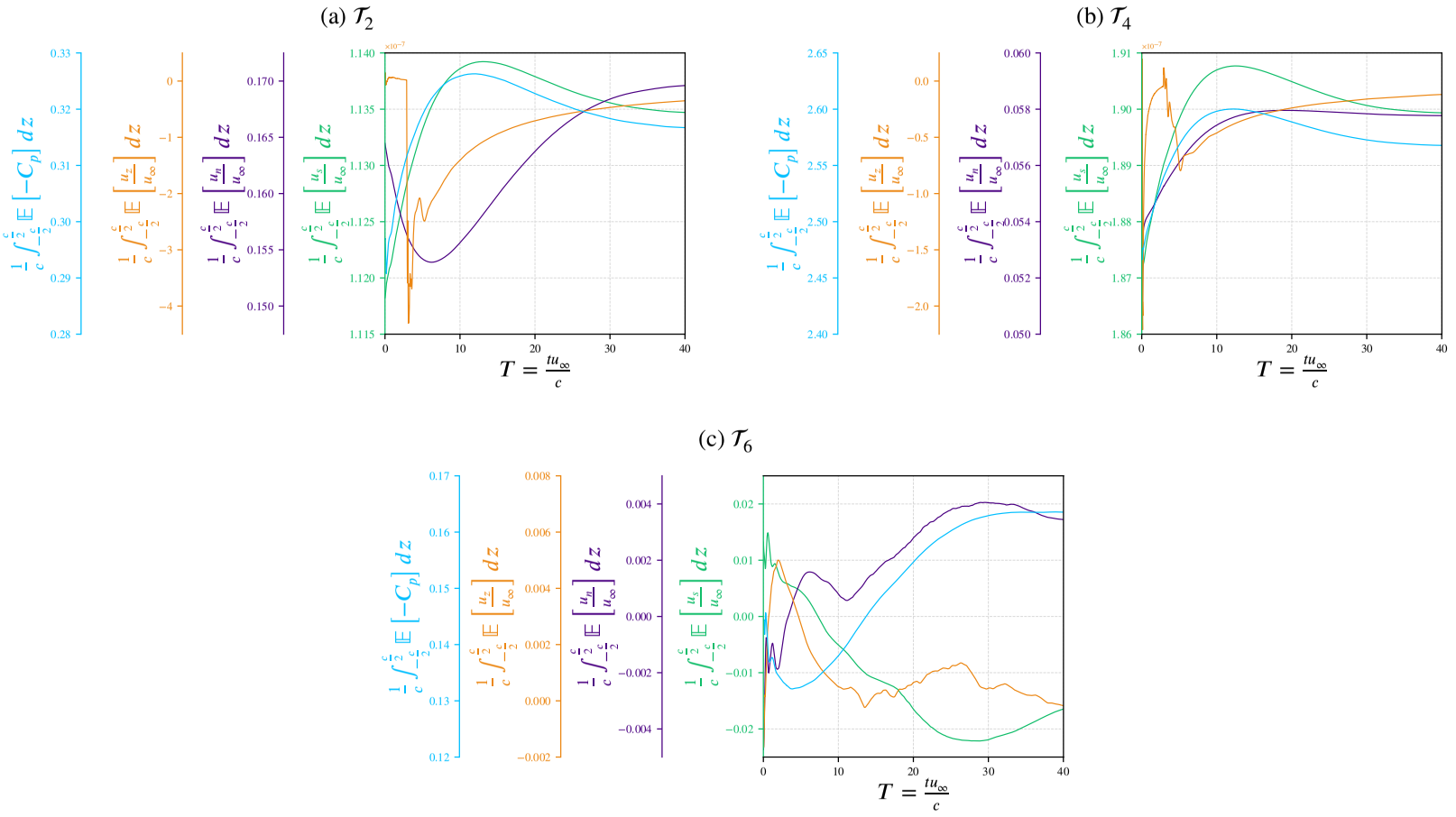
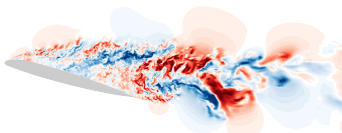


FIGURE D.11 – Évolution au cours du temps des moyennes des signaux de vitesse issus du calcul (j) du diagramme 4.1, produisant un écoulement permanent majoritairement attaché, pour les sondes $\left\{\mathcal{T}_i\right\}_{i\in\{2,4,6\}}$.



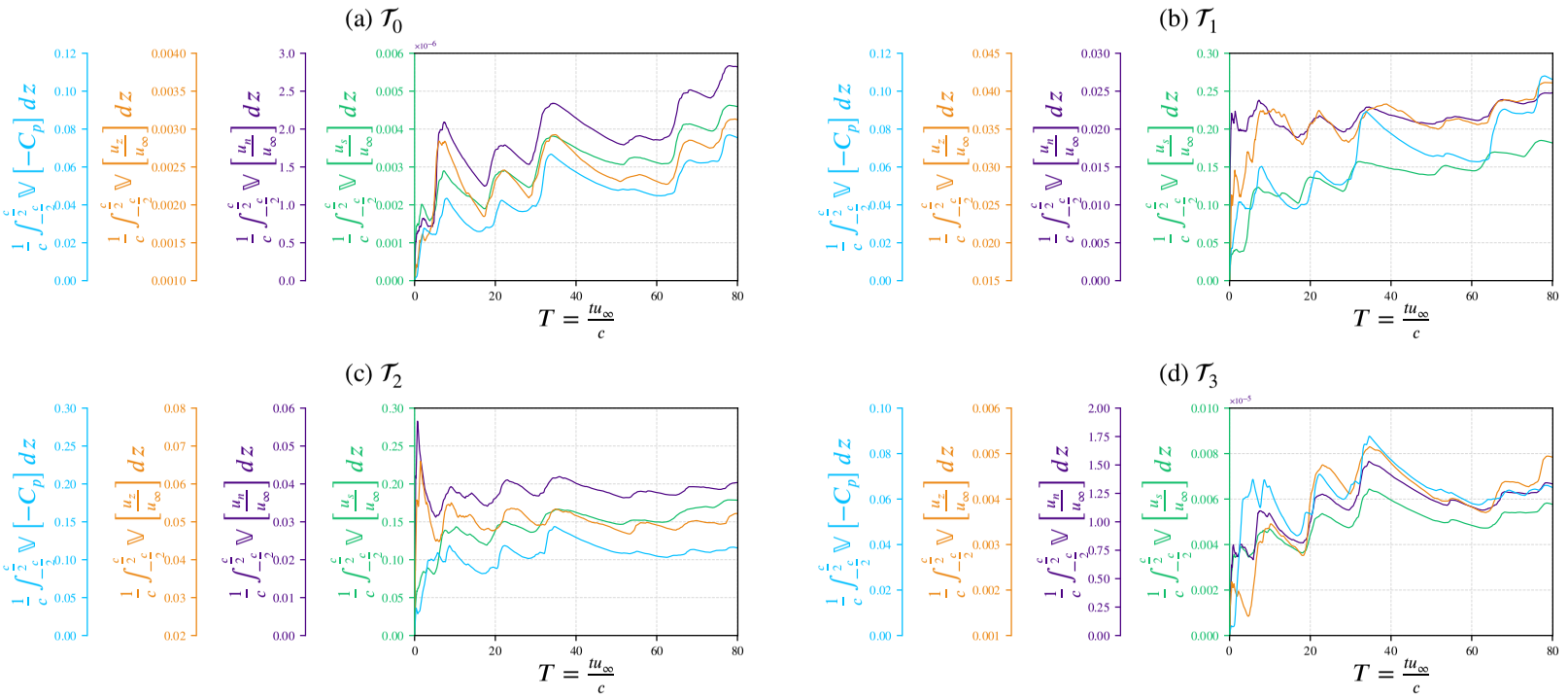
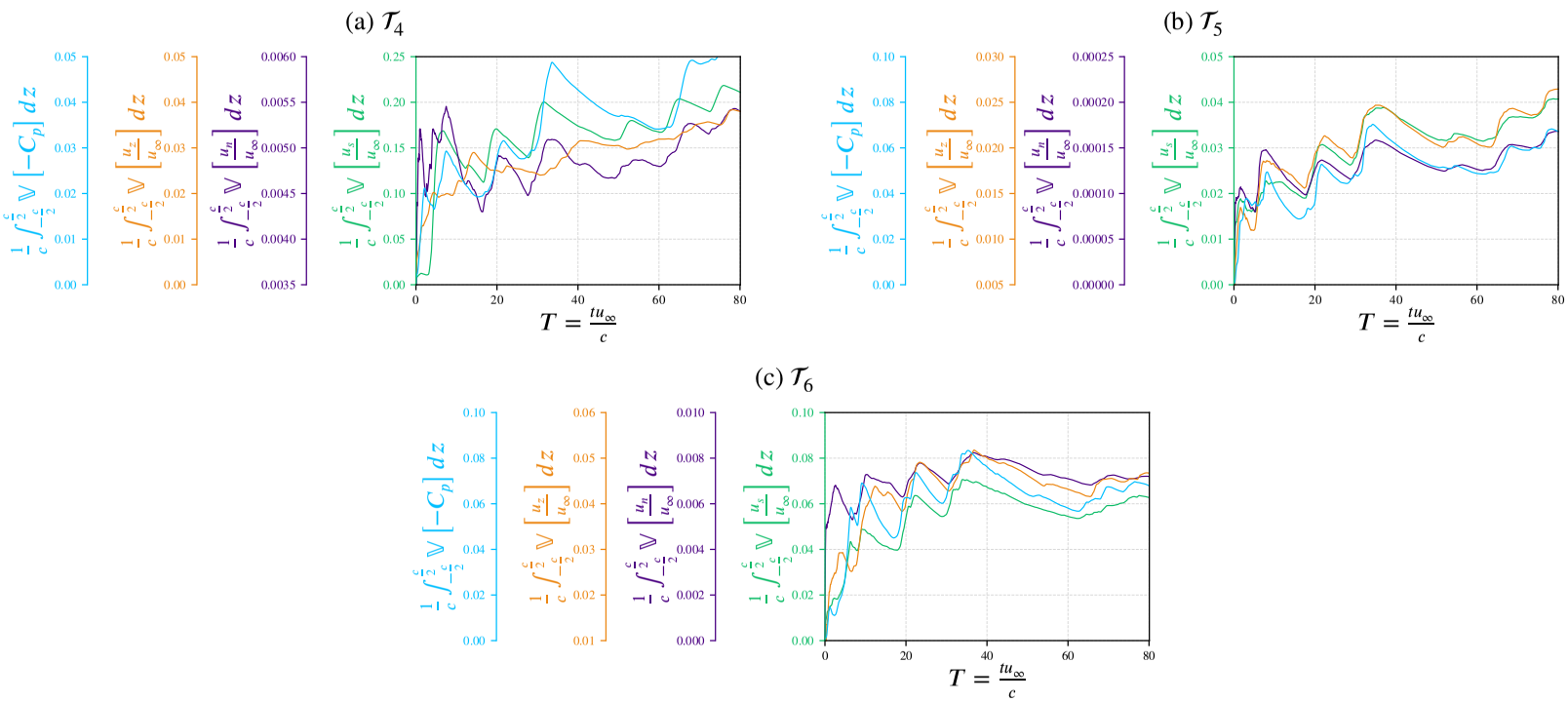
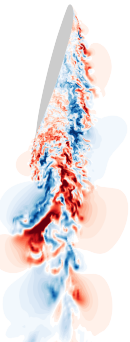


FIGURE D.12 – Évolution au cours du temps des variances des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire, pour les sondes $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\{\mathcal{T}_i\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante).


(a) $\mathcal{T}_4$
(b) $\mathcal{T}_5$
(c) $\mathcal{T}_6$
$\frac{1}{c}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \mathbb{V}\left[-C_p\right] dz$
$\frac{1}{c}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \mathbb{V}\left[\frac{u_x}{u_\infty}\right] dz$
$\frac{1}{c}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \mathbb{V}\left[\frac{u_n}{u_\infty}\right] dz$
$\frac{1}{c}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \mathbb{V}\left[\frac{u_s}{u_\infty}\right] dz$
$T = \frac{tu_\infty}{c}$



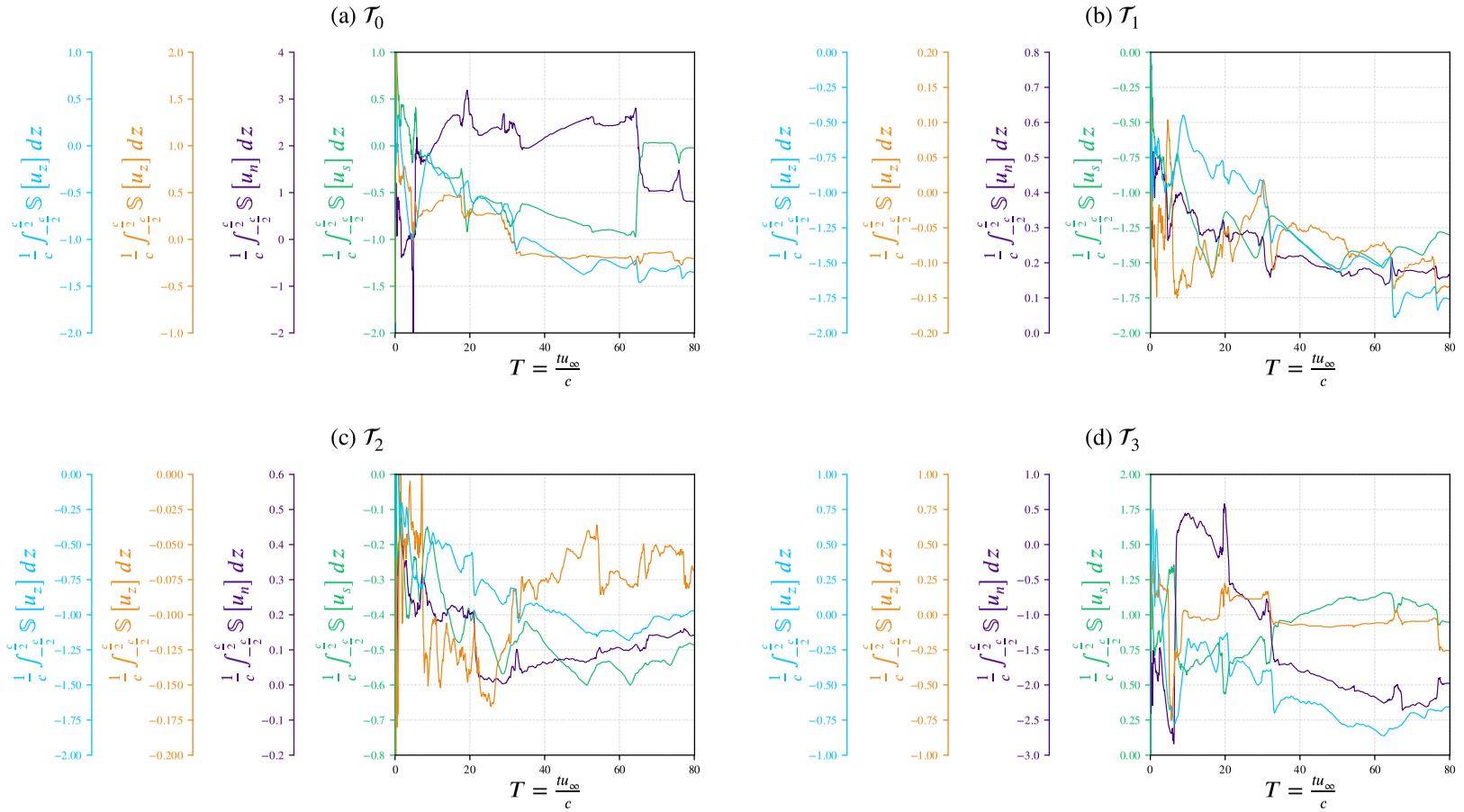
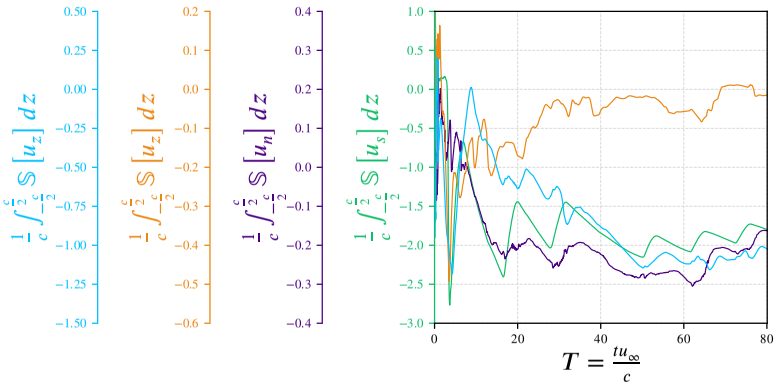
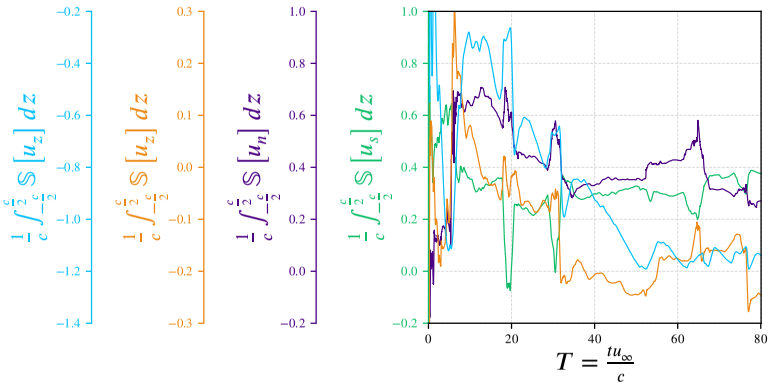


FIGURE D.14 – Évolution au cours du temps des coefficients d'asymétrie des signaux de vitesse issus du calcul (i) du diagramme 4.1, durant la phase oscillatoire, pour les sondes $\left\{\mathcal{T}_i\right\}_{i\in[\![0,3]\!]}$ (cette page) et $\left\{\mathcal{T}_i\right\}_{i\in[\![4,6]\!]}$ (page suivante).

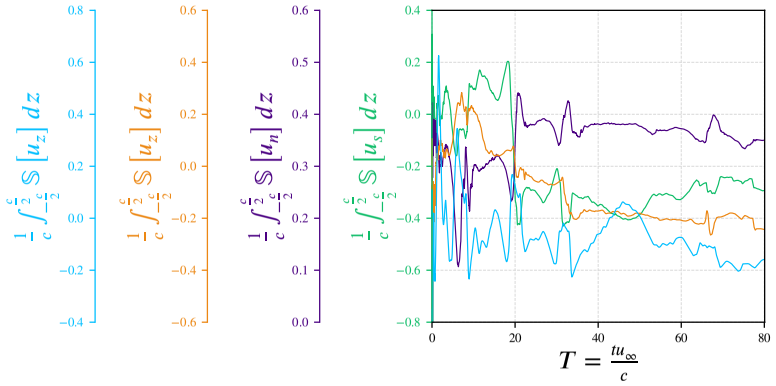
(a) $\mathcal{T}_4$

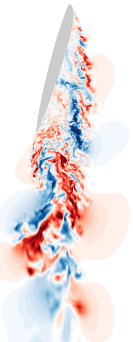


(b) $\mathcal{T}_5$



(c) $\mathcal{T}_6$





Troisième partie

Références

Bibliographie

Abbott, I. H. et A. E. von Dönhoff (1959). *Theory of wing sections, including a summary of airfoil data*. New York : Courier Corporation (cf. p. 63).

Abu-Ghannam, B. J. et R. Shaw (oct. 1980). « Natural transition of boundary layers. The effect of turbulence, pressure gradient, and flow history ». Tiré de : *Journal of Mechanical Engineering Science* 22.5, p. 213-228. DOI : 10.1243/JMES_JOUR_1980_022_043_02 (cf. p. 46-49, 53, 54, 77, 78, 80, 82).

Achenbach, E. (déc. 1968). « Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \cdot 10^6$ ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 34 (04), p. 625-639. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/S0022112068002120 (cf. p. 63).

AGARD (août 1994). *A selection of experimental test cases for the validation of CFD codes*. Rapp. tech. 303. Advisory report. 7 rue Ancelle, 92200 Neuilly-sur-Seine, France : North Atlantic Treaty Organization (cf. p. 63).

Alam, M. F., D. K. Walter et D. S. Thomson (2013a). « A transition-sensitive hybrid RANS/LES modeling methodology for CFD applications ». Tiré de : *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting, 07 - 10 January, Grapevine (Dallas/Ft. Worth Region), Texas*. AIAA 2013-0995. DOI : 10.2514/6.2013-995 (cf. p. 59, 126).

Alam, Mohammad et Neil D. Sandham (2000). « Direct Numerical Simulation of "short" laminar separation bubbles with turbulent reattachment ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 410, p. 1-28. DOI : 10.1017/S0022112099008976 (cf. p. 26, 27, 29, 62, 75, 131, 194).

Alam, Mohammad Faridul (2013b). « A dynamic hybrid RANS/LES modeling methodology for turbulent/transitional flow field prediction ». Thèse de doct. Mississippi State University (cf. p. 59, 126).

Almutairi, J. H. et I. M. AlQadi (2013). « Large-Eddy Simulation of natural low-frequency oscillations of separating-reattaching flow near stall conditions ». Tiré de : *AIAA Journal* 51.4, p. 981-991. DOI : 10.2514/1.J052165 (cf. p. 197).

Arnal, D., M. Habiballah et E. Coustols (mars 1984). « Théorie de l'instabilité laminaire et critères de transition en écoulement bi- et tridimensionnel ». Tiré de : *La Recherche Aérospatiale* 2, p. 125-143 (cf. p. 54, 77).

Arnal, D., M. Habiballah et V. Delcourt (1980). *Synthèse sur les méthodes de calcul de la transition développées au DERAT*. Note Technique RT 11/5018. ONERA (cf. p. 45).

Arthur, M. T., H. S. Dol, A. Krumbein, R. Houdeville et J. Ponsin (jan. 2003). *Application of transition criteria in Navier-Stokes computations*. Rapp. tech. GARTEUR/TP-137 (cf. p. 77).

Arts, T. et M. Lambert de Rouvroit (jan. 1992). « Aero-thermal performance of a two-dimensional highly loaded transonic turbine nozzle guide vane: a test case for inviscid and viscous flow computations ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 114.1, p. 147-154. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2927978 (cf. p. 64).

Arts, T., M. Lambert de Rouvroit et A.W. Rutherford (sept. 1990). *Aero-thermal investigation of a highly loaded transonic linear turbine guide vane cascade: a test case for inviscid and viscous flow computations*. Rapp. tech. (cf. p. 64).

Ashton, Neil, Alastair West et Fred Mendonça (2016). « Flow dynamics past a 30P30N three-element airfoil using Improved Delayed Detached-Eddy Simulation ». Tiré de : *AIAA Journal*, p. 1-10 (cf. p. 42, 125).

Aupoix, B. (mars 2002). « Introduction to turbulence modelling for compressible flows ». Tiré de : *Introduction to the Modelling of Turbulence*. Sous la dir. de J.P.A.J. van Beeck et C. Benocci. von Kármán Institute for Fluid Dynamics – Lecture series 2002-02 (cf. p. 38).

Aupoix, B., D. Arnal, H. Bézard, B. Chaouat, F. Chedevergne, S. Deck, V. Gleize, P. Grenard et E. Laroche (2011). « Transition and turbulence modeling ». Tiré de : *AerospaceLab Journal* 2.1, p. 1-13 (cf. p. 25, 126).

Ayroles, Alain et Jean-Luc Masbou (oct. 2007). *Le maître d'armes*. Delcourt. .VIII. De Cape et de Crocs. ISBN : 2756003182 (cf. p. iv).

Bailey, S. C. C. et al. (2013). « Obtaining accurate mean velocity measurements in high Reynolds number turbulent boundary layers using Pitot tubes ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 715, p. 642-670. DOI : 10.1017/jfm.2012.538 (cf. p. 36).

Balch, D. T. et J. Lombardi (1985). *Experimental study of main rotor tip geometry and tail rotor interactions in hover*. Rapp. tech. Moffett Field, California : NASA Ames Research Center (cf. p. 66).

Baldwin, B. et H. Lomax (jan. 1978). « Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulentflows ». Tiré de : *AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.1978-257 (cf. p. 69).

Barber, K. M. et R. L. Simpson (jan. 1991). « Mean velocity and turbulence measurements of flow around a 6:1 prolate spheroid ». Tiré de : *29th Aerospace Sciences Meeting*. AIAA. DOI : 10.2514/6.1991-255 (cf. p. 66).

Baurle, R.A., C.-J. Tam, J.R. Edwards et H.A. Hassan (2003). « Hybrid simulation approach for cavity flows: blending, algorithm, and boundary treatment issues ». Tiré de : *AIAA Journal* 41.8, p. 1463-1480. DOI : 10.2514/2.2129 (cf. p. 59, 69).

Bearman, P. W. (1984). « Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies ». Tiré de : *Annual Review of Fluid Mechanics* 16.1, p. 195-222. DOI : 10.1146/annurev.fl.16.010184.001211 (cf. p. 21, 195).

Bell, Ralf M. et Leonhard Fottner (juin 1995). « Investigations of shock/boundary-layer interaction in a highly loaded compressor cascade ». Tiré de : t. Volume 1: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V001T01A016. DOI : 10.1115/95-GT-084 (cf. p. 64).

Bendat, J. S. et A. G. Piersol (jan. 2010). *Random data : basic descriptions and properties*. John Wiley & Sons, Ltd. Chap. 1, p. 1-24. ISBN : 9781118032428. DOI : 10.1002/9781118032428.fmatter (cf. p. 248, 260).

Berger, E. et R. Wille (1972). « Periodic flow phenomena ». Tiré de : *Annual Review of Fluid Mechanics* 4.1, p. 313-340. DOI : 10.1146/annurev.fl.04.010172.001525 (cf. p. 21, 195).

Bernardini, Chiara, Stuart I. Benton, Jen-Ping Chen et Jeffrey P. Bons (oct. 2013). « Exploitation of subharmonics for separated shear layer control on a high-lift low-pressure turbine using acoustic forcing ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 136.5, p. 051018. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.4025586 (cf. p. 28, 217).

Bernardos, Luis, François Richez et Vincent Gleize (2019a). « RANS modeling of laminar separation bubbles around airfoils at low Reynolds conditions ». Tiré de : *AIAA Aviation 2019 Forum*. DOI : 10.2514/6.2019-2922 (cf. p. 78).

Bernardos, Luis, François Richez, Vincent Gleize et Georges A. Gerolymos (2019b). « Algebraic nonlocal transition modeling of laminar separation bubbles using $k-\omega$ turbulence models ». Tiré de : *AIAA Journal* 57.2, p. 553-565. DOI : 10.2514/1.J057734 (cf. p. 59, 77, 131, 197).

— (2019c). « Prediction of separation-induced transition on the SD7003 airfoil using algebraic transition triggering ». Tiré de : *AIAA Journal* 57.9, p. 3812-3824. DOI : 10.2514/1.J058288 (cf. p. 51).

Bertagnolio, Franck, Niels N. Sørensen, Jeppe Johansen et Peter Fuglsang (2001). *Wind turbine airfoil catalogue*. Denmark. Forskningscenter Risoe. Risoe-R 1280(EN). ISBN : 87-550-2910-8 (cf. p. 61, 63).

Blasius, Heinrich (1908). « Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung ». Tiré de : *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 56.1, p. 1-37 (cf. p. 37, 237, 238).

Blumer, C. B. et E. R. Van Driest (juin 1963). « Boundary layer transition - freestream turbulence and pressure gradient effects ». Tiré de : *AIAA Journal* 1, p. 1303-1306. DOI : 10.2514/3.1784 (cf. p. 53).

Boiko, A. V., K. J. A. Westin, B. G. B. Klingmann et V. V. Kozlov (déc. 1994). « Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part 2. The role of TS-waves in the transition process ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 281, p. 219-245. DOI : 10.1017/S0022112094003095 (cf. p. 62).

Bonnet, J. L. et C. Gleyzes (1983). *Étude expérimentale de la transition dans des bulbes de décollement laminaire au bord d'attaque des profils d'aile*. Rapp. tech. 23. 5018. OA (cf. p. 20, 224).

Bons, Jeffrey P., Laura C. Hansen, John P. Clark, Peter J. Koch et Rolf Sondergaard (juin 2005). « Designing low-pressure turbine blades with integrated flow control ». Tiré de : t. Volume 3: Turbo Expo 2005, Parts A and B. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, p. 1079-1091. DOI : 10.1115/GT2005-68962 (cf. p. 64).

Boris, J. P., F. F. Grinstein, E. S. Oran et R. L. Kolbe (déc. 1992). « New insights into Large Eddy Simulation ». Tiré de : *Fluid Dynamics Research* 10.4-6, p. 199-228. DOI : 10.1016/0169-5983(92)90023-p (cf. p. 69).

Bouchard, M., J. Marty, S. Deck et M. Costes (2021). « Validation of correlations-based transition modeling strategies applied to the Spalart-Allmaras turbulence model for the computation of separation-induced transition ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 119, p. 107045. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2021.107045 (cf. p. 74, 130, 131, 136, 137, 201-203, 222).

— (2022a). « Numerical investigation of self-sustained oscillations of stall cells around a leading edge-separating airfoil ». Tiré de : *Physics of Fluids* 34.11, p. 115153. DOI : 10.1063/5.0111550 (cf. p. 193).

— (jan. 2022b). « ZDES accounting for transition of the OA209 airfoil in poststall conditions ». Tiré de : *AIAA SCITECH 2022 Forum*. DOI : 10.2514/6.2022-1544 (cf. p. 200, 201).

Boussinesq, M.J. (1877). « Essai sur la Théorie des Eaux Courantes ». Tiré de : *Mémoires Présentés par Divers Savants Étrangers à l'Académie des Sciences*. Paris : Gauthier–Villars, p. 1 (cf. p. 34).

Bradshaw, Peter (fév. 1994). « Turbulence: the chief outstanding difficulty of our subject ». Tiré de : *Experiments in Fluids* 16.3, p. 203-216. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/BF00206540 (cf. p. 25).

Bragg, M. B., D. C. Heinrich, F. A. Balow et K. B. M. Q. Zaman (1996). « Flow oscillation over an airfoil near stall ». Tiré de : *AIAA Journal* 34.1, p. 199-201. DOI : 10.2514/3.13045 (cf. p. 21, 195).

Bragg, M. B., D. C. Heinrich et A. Khodadoust (1993). « Low-frequency flow oscillation over airfoils near stall ». Tiré de : *AIAA Journal* 31.7, p. 1341-1343. DOI : 10.2514/3.49069 (cf. p. 8, 21, 195).

Broeren, A. P. et M. B. Bragg (1999). « Flowfield measurements over an airfoil during natural low-frequency oscillations near stall ». Tiré de : *AIAA Journal* 37.1, p. 130-132. DOI : 10.2514/2.678 (cf. p. 21, 23, 222).

Brunner, Stefan, Leonhard Fottner et Heinz-Peter Schiffer (mai 2000). « Comparison of two highly loaded low pressure turbine cascades under the influence of wake-induced transition ». Tiré de : t. Volume 3: Heat Transfer; Electric Power; Industrial and Cogeneration. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V003T01A073. DOI : 10.1115/2000-GT-0268 (cf. p. 64).

Bursnall, William J. et Jr. Loftin Laurence K. (avr. 1951). *Experimental investigation of localized regions of laminar-boundary-layer separation*. Rapp. tech. NACA-TN-3338. NACA (cf. p. 63).

Busquet, D. (juin 2020). « Study of a high Reynolds number flow around a two dimensional airfoil at stall; an approach coupling a RANS framework and bifurcation theory ». Thèse de doct. Institut polytechnique de Paris (cf. p. 18).

Busquet, D., O. Marquet, F. Richez, M. Juniper et D. Sipp (2021). « Bifurcation scenario for a two-dimensional static airfoil exhibiting trailing edge stall ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 928, A3. DOI : 10.1017/jfm.2021.767 (cf. p. 68, 196).

Cação Ferreira, Tânia S., Tony Arts et Emma Croner (2019). « On the influence of high turbulence on the convective heat flux on the high-pressure turbine vane LS89 ». Tiré de : *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power* 4.4. ISSN : 2504-186X. DOI : 10.3390/ijtpp4040037 (cf. p. 64).

Cambier, L., S. Heib et S. Plot (jan. 2013). « The Onera elsA CFD software: input from research and feedback from industry ». Tiré de : *Mechanics & Industry* 14 (03), p. 159-174. ISSN : 2257-7750. DOI : 10.1051/meca/2013056 (cf. p. 84, 128, 200).

Carr, L. W., W. J. McCroskey, K. W. McAlister, S. L. Pucci et O. Lambert (1982). *An experimental study of dynamic stall on advanced airfoil sections. Volume 3: Hot-wire and hot-film measurements*. Rapp. tech. NASA-TM-84245-Vol-3. NASA (cf. p. 61, 63).

Castells, Camille (déc. 2020). « Etude phénoménologique du décrochage dynamique sur un rotor d'hélicoptère en vol d'avancement ». Thèse de doct. Sorbonne Université (cf. p. 18).

Catalano, Pietro, Benedetto Mele et Renato Tognaccini (2015). « On the implementation of a turbulence model for low Reynolds number flows ». Tiré de : *Computers & Fluids* 109, p. 67-71. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2014.12.009 (cf. p. 78).

Chandrasekhara, M. S., M. C. Wilder et L. W. Carr (1996). « Boundary-layer-tripping studies of compressible dynamic stall flow ». Tiré de : *AIAA Journal* 34.1, p. 96-103. DOI : 10.2514/3.13027 (cf. p. 194).

Chatelier, Adrien (juin 2019). « Modeling questions for numerical simulations of aeronautical combustors ». Thèse de doct. Université Paris-Saclay (cf. p. 42).

Chauvet, N., S. Deck et L. Jacquin (2007). « Zonal Detached Eddy Simulation of a controlled propulsive jet ». Tiré de : *AIAA Journal* 45.10, p. 2458-2473. DOI : 10.2514/1.28562 (cf. p. 43).

Chen, K. K. et N. A. Thyson (mai 1971). « Extension of Emmons' spot theory to flows on blunt bodies ». Tiré de : *AIAA journal* 9.5, p. 821-825. DOI : 10.2514/3.6281 (cf. p. 51).

Cherry, N. J., R. Hillier et M. E. M. P. Latour (juill. 1984). « Unsteady measurements in a separated and reattaching flow ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 144, p. 13-46. DOI : 10.1017/S002211208400149X (cf. p. 62).

Chesnakas, C. J. et R. L. Simpson (juin 1994). « Full three-dimensional measurements of the cross-flow separation region of a 6:1 prolate spheroid ». Tiré de : *Experiments in Fluids* 17.1, p. 68-74. DOI : 10.1007/BF02412805 (cf. p. 66).

— (juin 1996). « Measurements of the turbulence structure in the vicinity of a 3-D separation ». Tiré de : *Journal of Fluids Engineering* 118.2, p. 268-275. ISSN : 0098-2202. DOI : 10.1115/1.2817373 (cf. p. 66).

Choi, Jung-Il, Jack R Edwards et Robert A Baurle (2009). « Compressible boundary-layer predictions at high Reynolds number using hybrid LES/RANS methods ». Tiré de : t. 47. 9, p. 2179 (cf. p. 69).

Cicatelli, G. et C. H. Sieverding (oct. 1997). « The effect of vortex shedding on the unsteady pressure distribution around the trailing edge of a turbine blade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 119.4, p. 810-819. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2841192 (cf. p. 64).

Cliquet, J. (2007a). « Calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes. Application aux géométries complexes ». Thèse de doct. Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, Université de Toulouse, France (cf. p. 51).

Cliquet, J., R. Houdeville et D. Arnal (jan. 2007b). « Application of laminar-turbulent transition criteria in Navier-Stokes computations ». Tiré de : *45th AIAA Aero-space Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV*. AIAA 2007-515, p. 1-15 (cf. p. 51).

Coder, James G. (2017). « Enhancement of the Amplification Factor Transport transition modeling framework ». Tiré de : *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, p. 1709. DOI : 10.2514/6.2017-1709 (cf. p. 60, 77, 101, 102, 126).

— (jan. 2018). « Standard test cases for CFD-based laminar-transition model verification and validation ». Tiré de : *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.2018-0029 (cf. p. 59, 60, 197).

Coder, James G., Mark D. Maughmer et Dan M. Somers (2014). « Theoretical and experimental results for the S414, slotted, natural-laminar-flow airfoil ». Tiré de : *Journal of Aircraft* 51.6, p. 1883-1890. DOI : 10.2514/1.C032566 (cf. p. 60, 63, 66).

Coder, James G. et Hector D. Ortiz-Melendez (août 2019). « Transitional Delayed Detached-Eddy Simulation of multielement high-lift airfoils ». Tiré de : *Journal of Aircraft* 56.4, p. 1303-1312. ISSN : 1533-3868. DOI : 10.2514/1.C035161 (cf. p. 60, 126, 131, 133).

Cokljat, D. et F. Liu (2002). « DES of turbulent flow over an airfoil at high incidence ». Tiré de : *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, p. 590. DOI : 10.2514/6.2002-590 (cf. p. 69, 199).

Content, Cédric (2011). « Méthode innovante pour le calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes ». Thèse de doct. Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, Université de Toulouse, France (cf. p. 57, 83).

Content, Cédric et Robert Houdeville (juin 2010). « Local correlation-based transition model ». Tiré de : *8th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements*, p. 522-527 (cf. p. 57, 83, 116).

Coton, T., T. Arts, M. Lefebvre et N. Liamis (mars 2003). « Unsteady and calming effects investigation on a very high-lift LP turbine blade — part I: Experimental analysis ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 125, p. 281-290. DOI : 10.1115/1.1556013 (cf. p. 64).

Cousteix, J. (1989). *Turbulence et couche limite*. Cepadues Editions (cf. p. 34, 35, 237).

Curtis, E. M., H. P. Hodson, M. R. Banieghbal, J. D. Denton, R. J. Howell et N. W. Harvey (juill. 1997). « Development of blade profiles for low-pressure turbine applications ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 119.3, p. 531-538. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2841154 (cf. p. 64).

Da Vinci, Leonardo (1508). *Codex Windsor*. Notes non publiées (cf. p. 24).

Dacles-Mariani, J., G.G. Zilliac, J.S. Chow et P. Bradshaw (1995). « Numerical/experimental study of a wingtip vortex in the near field ». Tiré de : *AIAA Journal* 33, p. 1561-1568. DOI : 10.2514/3.12826 (cf. p. 79).

Dacles-Mariani, Jennifer, Dochan Kwak et Gregory Zilliac (1999). « On numerical errors and turbulence modeling in tip vortex flow prediction ». Tiré de : *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 30.1, p. 65-82. ISSN : 1097-0363. DOI : 10.1002/(SICI)1097-0363(19990515)30:1<65::AID-FLD839>3.0.CO;2-Y (cf. p. 74, 153).

Dagenhart, J. et W. Saric (1999). *Crossflow Stability and Transition Experiments in Swept-Wing Flow*. Rapp. tech. TP-1999-209344. National Aeronautics, Space Administration, Scientific et Technical Information Branch (cf. p. 66).

Daude, F. (2007). « Méthode d'intégration temporelle implicite pour la simulation des grandes échelles application à la réduction du bruit de cavité ». Tiré de : Poitiers (cf. p. 128, 200).

Deck, S. (2005). « Zonal-Detached-Eddy Simulation of the flow around a high-lift configuration ». Tiré de : *AIAA Journal* 43, p. 2372-2384. DOI : 10.2514/1.16810 (cf. p. 42, 129, 198).

— (2012). « Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation ». Tiré de : *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 26, p. 523-550. ISSN : 0935-4964. DOI : 10.1007/s00162-011-0240-z (cf. p. 42-44, 69, 101, 129, 133, 148, 156, 166, 198).

Deck, S., F. Gand, V. Brunet et S. Ben Khelil (2014a). « High-fidelity simulations of unsteady civil aircraft aerodynamics: stakes and perspectives. Application of Zonal Detached Eddy Simulation ». Tiré de : *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical,Physical and Engineering Sciences* 372.2022, p. 1-21. DOI : 10.1098/rsta.2013.0325 (cf. p. 39, 125).

Deck, S. et R. Laraufie (oct. 2013). « Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 732, p. 401-444. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/jfm.2013.363 (cf. p. 42, 129).

Deck, S. et N. Renard (2020). « Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods ». Tiré de : *Journal of Computational Physics* 400, p. 108970. ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/j.jcp.2019.108970 (cf. p. 6, 8, 42-44, 97, 101, 125, 129, 130, 135, 136, 142, 145, 147, 149, 153, 156, 161, 165-167, 198, 200).

Deck, S., N. Renard, R. Laraufie et P. Sagaut (2014b). « Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range 3150 $< Re_\theta <$ 14000 ». Tiré de : *Physics of Fluids* 26, p. 025116. DOI : 10.1063/1.4866180 (cf. p. 39, 42, 129, 197).

Deck, S., N. Renard, R. Laraufie et P.-E. Weiss (2014c). « Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to $Re_\theta = 13650$ ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 743, p. 202-248. DOI : 10.1017/jfm.2013.629 (cf. p. 42, 129).

Deck, S. et P. Thorigny (2007). « Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow: Numerical investigation ». Tiré de : *Physics of Fluids* 19.6, 065103, p. 065103. DOI : 10.1063/1.2734996 (cf. p. 28, 217).

Deck, S., P.-E. Weiss et N. Renard (2018). « A rapid and low noise switch from RANS to WMLES on curvilinear grids with compressible flow solvers ». Tiré de : *Journal of Computational Physics* 363, p. 231-255. ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/j.jcp.2018.02.028 (cf. p. 42, 129).

Dhawan, S. et R. Narasimha (1958). « Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 3.4, p. 418-436. DOI : 10.1017/S0022112058000094 (cf. p. 50, 52, 76).

Di Pasquale, D., A. Rona et S. J. Garrett (juin 2009). « A selective review of CFD transition model ». Tiré de : *39th AIAA Fluid Dynamics Conference*. San Antonio, Texas (cf. p. 45, 46).

Dick, E. et S. Kubacki (2017). « Transition models for turbomachinery boundary layer flows: a review ». Tiré de : *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power* 2.2, p. 4. DOI : 10.3390/ijtpp2020004 (cf. p. 25, 45, 52, 76, 126).

Diwan, S. S. et O. N. Ramesh (mai 2009). « On the origin of the inflectional instability of a laminar separation bubble ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 629, p. 263-298. DOI : 10.1017/S002211200900634X (cf. p. 27, 28).

Dopazo, César (1977). « On conditioned averages for intermittent turbulent flows ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 81.3, p. 433-478. DOI : 10.1017/S0022112077002158 (cf. p. 51).

Dorney, Daniel, James Lake, Paul King et David Ashpis (jan. 2000). « Experimental and numerical investigation of losses in low-pressure turbine blade rows ». Tiré de : *38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. DOI : 10.2514/6.2000-737 (cf. p. 64).

Drela, Mark et Michael B. Giles (1987). « Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils ». Tiré de : *AIAA Journal* 25.10, p. 1347-1355. DOI : 10.2514/3.9789 (cf. p. 45, 46).

Duden, A. et L. Fottner (1997). « Influence of taper, Reynolds number and Mach number on the secondary flow field of a highly loaded turbine cascade ». Tiré de : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy* 211.4, p. 309-320. DOI : 10.1177/095765099721100401 (cf. p. 64).

Duden, A., I. Raab et L. Fottner (avr. 1999). « Controlling the secondary flow in a turbine cascade by three-dimensional airfoil design and endwall contouring ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 121.2, p. 191-199. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2841301 (cf. p. 64).

Dufau, Antoine, Julien Marty, Daniel Man et Estelle Piot (juin 2021). « Simulation of passing wakes inducing unsteady boundary layer transition around low-pressure turbine blade ». Tiré de : t. Volume 2B: Turbomachinery — Axial Flow Turbine Aerodynamics; Deposition, Erosion, Fouling, and Icing. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. DOI : 10.1115/GT2021-58563 (cf. p. 60).

Dunham, J. (1972). « Prediction of boundary layer transition on turbomachinery blades ». Tiré de : *AGARD AG-64(3) Meeting Boundary Layer in Turbomachines* (cf. p. 48, 82).

Eitel-Amor, Georg, Ramis Örlü et Philipp Schlatter (2014). « Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 8300$ ». Tiré de : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 47, p. 57-69. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2014.02.006 (cf. p. 36).

ElJack, E. M. et J. Soria (2020). « Investigation of the low-frequency oscillations in the flowfield about an airfoil ». Tiré de : *AIAA Journal* 58.10, p. 4271-4286. DOI : 10.2514/1.J058905 (cf. p. 197).

Emmons, H. W. (1951). « The laminar-turbulent transition in the boundary layer - Part I ». Tiré de : *Journal of Aerospace Science* 18, p. 490-498. DOI : 10.2514/8.2010 (cf. p. 26, 50, 76, 130).

Esfahani, A., N. Webb et M. Samimy (août 2018). « Stall cell formation over a post-stall airfoil: effects of active perturbations using plasma actuators ». Tiré de : *Experiments in Fluids* 59.9, p. 132. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/s00348-018-2588-y (cf. p. 23, 38, 196, 217, 219, 220).

Esfahani, Ata, Achal Singhal, Christopher J. Clifford et Mo Samimy (jan. 2016). « Flow separation control over a Boeing Vertol VR-7 using NS-DBD plasma actuators ». Tiré de : *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.2016-0843 (cf. p. 22, 196).

Etemadi, M., J. J. Defoe et R. Taghavi-Zonouz (avr. 2019). « The effects of free-stream turbulence intensity on the aerodynamic performance of compressor cascades ». Tiré de : *13th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics* (cf. p. 64).

Fage, A. et V. M. Falkner (fév. 1931). *Further experiments on he flow around a circular cylinder*. Rapp. tech. Aeronautical Research Committee (cf. p. 63).

Falkner, V. M. et S. W. Skan (1931). « LXXXV. Solutions of the boundary-layer equations ». Tiré de : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 12.80, p. 865-896. DOI : 10.1080/14786443109461870 (cf. p. 2, 37, 237-239).

Farren, W. S. (1935). « The reaction on a wing whose angle of incidence is changing rapidly ». Tiré de : *Rep. Mem. Aeronaut. Res. Comm. (Great Britain*, p. 1648 (cf. p. 7, 20, 194, 195).

Fasel, Hermann F. (jan. 2002). « Numerical investigation of the interaction of the Klebanoff-mode with a Tollmien–Schlichting wave ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 450, p. 1-33. DOI : 10.1017/S0022112002006140 (cf. p. 62).

Fejtek, Ian (1997). « Summary of code validation results for a multiple element airfoil test case ». Tiré de : *28th Fluid Dynamics Conference*. DOI : 10.2514/6.1997-1932 (cf. p. 63).

Feshalami, Behzad Forouzi, Shuisheng He, Fulvio Scarano, Lian Gan et Chris Morton (2022). « A review of experiments on stationary bluff body wakes ». Tiré de : *Physics of Fluids* 34.1, p. 011301. DOI : 10.1063/5.0077323 (cf. p. 21, 195).

Fischer, Axel, Walter Riess et Joerg R. Seume (sept. 2004). « Performance of strongly bowed stators in a four-stage high-speed compressor ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 126.3, p. 333-338. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1649743 (cf. p. 66).

Franko, Kenneth J. et Sanjiva Lele (2014). « Effect of adverse pressure gradient on high speed boundary layer transition ». Tiré de : *Physics of Fluids* 26.2, p. 024106. DOI : 10.1063/1.4864337 (cf. p. 26).

Fuglsang, Peter, Ioannis Antoniou et Kristian Dahl (jan. 1998a). « Wind tunnel tests of the FFA-W3-241, FFA-W3-301 and NACA 63-430 airfoils ». Tiré de : Risø-R-1041 (cf. p. 63).

Fuglsang, Peter, Ioannis Antoniou et Niels N. Sørensen (avr. 1998b). « Validation of a wind tunnel testing facility for blade surface pressure measurements ». Tiré de : *Electronic Networking: Research, Applications and Policy* Risø-R-981 (cf. p. 63).

Fuglsang, Peter, Kristian Dahl et Ioannis Antoniou (jan. 1999). « Wind tunnel tests of the Risø-A1-18, Risø-A1-21 and Risø-A1-24 airfoils ». Tiré de : Risø-R-1041 (cf. p. 63).

Gand, F. et M. Huet (2021). « On the generation of turbulent inflow for hybrid RANS/LES jet flow simulations ». Tiré de : *Computers & Fluids* 216, p. 104816. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2020.104816 (cf. p. 42).

Garai, Anirban, Laslo T. Diosady, Scott M. Murman et Nateri K. Madavan (juin 2016). « DNS of low-pressure turbine cascade flows with elevated inflow turbulence using a discontinuous-Galerkin spectral-element method ». Tiré de : t. 2C: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V02CT39A025. DOI : 10.1115/GT2016-56700 (cf. p. 64).

Gaster, M. (mars 1967). *The structure and behavior of laminar separation bubbles*. Rapp. tech. R. & M. No. 3595. London, Her Majesty's Stationery Office : Aeronautical Research Council, Reports et Memoranda (cf. p. 26, 29, 49, 62, 194).

Gault, D.E. (mars 1957). *A correlation of low-speed, airfoil-section stalling characteristics with Reynolds number and airfoil geometry*. Rapp. tech. NACA-TN-3963. National Advisory Committe for Aeronautics (cf. p. 19).

Gier, Jochen et Sabine Ardey (juin 2001). « On the impact of blade count reduction on aerodynamic performance and loss generation in a three-stage LP turbine ». Tiré de : t. Volume 3: Heat Transfer; Electric Power; Industrial and Cogeneration. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V003T01A071. DOI : 10.1115/2001-GT-0197 (cf. p. 66).

Gieseking, Daniel A, Jung-Il Choi, Jack R Edwards et Hassan A Hassan (2011). « Compressible-flow simulations using a new large-eddy simulation/Reynolds-averaged Navier-Stokes model ». Tiré de : *AIAA Journal* 49.10, p. 2194-2209. DOI : 10.2514/1.J051001 (cf. p. 69).

Gilling, Lasse, Niels Sørensen et Lars Davidson (2009). « Detached Eddy Simulations of an airfoil in turbulent inflow ». Tiré de : *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.2009-270 (cf. p. 69, 199).

Gleyzes, C., J. Cousteix et J. Bonnet (1985). « Theoretical and experimental study of low Reynolds number transitional separation bubbles ». Tiré de : *UNDAS-CP-77B123*. Conference on low Reynolds number airfoil aerodynamics (cf. p. 77).

Gleyzes, C., J. Cousteix et J. L. Bonnet (1984). « A calculation method of leading-edge separation bubbles ». Tiré de : *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows II*. Sous la dir. de Tuncer Cebeci. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, p. 173-192. ISBN : 978-3-662-09014-5 (cf. p. 45).

Gleyzes, Christian et Patrick Capbern (2003). « Experimental study of two AIRBUS/ONERA airfoils in near stall conditions. Part I: Boundary layers ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 7.6, p. 439-449. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/S1270-9638(03)00045-2 (cf. p. 63).

Gostelow, J. P., A. R. Blunden et G. J. Walker (juill. 1994). « Effects of free-stream turbulence and adverse pressure gradients on boundary layer transition ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 116.3, p. 392-404. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2929426 (cf. p. 26, 51).

Gostelow, J. P., N. Melwani et G. J. Walker (oct. 1996). « Effects of streamwise pressure gradient on turbulent spot development ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 118.4, p. 737-743. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2840929 (cf. p. 61).

Gostelow, J. P., Blunden A. R. et G. J. Walker (1992). « Effects of free-stream turbulence and adverse pressure gradients on boundary layer transition ». Tiré de : *ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*. T. 1, p. 1-14. DOI : 10.1115/92-GT-380 (cf. p. 51).

Gregory, N. et C. L. O'Reilly (jan. 1970). *Low-speed aerodynamic characteristics of NACA0012 airfoil section including the effects of upper surface roughness simulating hoar frost*. Rapp. tech. 197105. 1308, Middlesex, England, United Kingdom : Aerodynamics Division, N. P. L., p. 1-41 (cf. p. 7, 22, 63, 196).

Gross, A., H. F. Fasel et M. Gaster (2015). « Criterion for spanwise spacing of stall cells ». Tiré de : *AIAA Journal* 53.1, p. 272-274. DOI : 10.2514/1.J053347 (cf. p. 23).

Haase, W. (1997). T. 58. Braunschweig/Wiesbaden, Vieweg : ECARP: European Computational Aerodynamics Research Project (cf. p. 63).

Hain, R., C. J. Kähler et R. Radespiel (juill. 2009). « Dynamics of laminar separation bubbles at low-Reynolds-number aerofoils ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 630, p. 129-153. DOI : 10.1017/S0022112009006661 (cf. p. 29, 63).

Hall, D. J. et J. C. Gibbings (1972). « Influence of stream turbulence and pressure gradient upon boundary layer transition ». Tiré de : *Journal of Mechanical Engineering Science* 14.2, p. 134-146. DOI : 10.1243/JMES_JOUR_1972_014_019_02 (cf. p. 48, 82).

Hall, Zach (jan. 2018). « Assessment of Transition Modeling Capabilities in NASA's OVERFLOW CFD Code version 2.2m ». Tiré de : *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.2018-0032 (cf. p. 86).

Halstead, David E., David C. Wisler, Theodore H. Okiishi, Gregory J. Walker, Howard P. Hodson et Hyoun-Woo Shin (juin 1995a). « Boundary layer development in axial compressors and turbines: Part 2 of 4 — Compressors ». Tiré de : *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*. T. Volume 1: Turbomachinery. V001T01A110, p. 1-20. DOI : 10.1115/95-GT-462 (cf. p. 25, 66, 75).

— (juin 1995b). « Boundary layer development in axial compressors and turbines: Part 3 of 4 — LP turbines ». Tiré de : *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*. T. Volume 1: Turbomachinery. V001T01A111, p. 1-15. DOI : 10.1115/95-GT-463 (cf. p. 25, 66, 75).

— (jan. 1997a). « Boundary layer development in axial compressors and turbines: Part 1 of 4 — Composite picture ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 119.1, p. 114-127. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2841000 (cf. p. 25).

— (jan. 1997b). « Boundary layer development in axial compressors and turbines: Part 4 of 4 — Computations and analyses ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 119.1, p. 128-139. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2841001 (cf. p. 25).

Haselbach, Frank, Heinz-Peter Schiffer, Manfred Horsman, Stefan Dressen, Neil Harvey et Simon Read (fév. 2001). « The application of ultra high lift blading in the BR715 LP turbine ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 124.1, p. 45-51. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1415737 (cf. p. 66).

Hatman, Anca et Ting Wang (juin 1998a). « A prediction model for separated-flow transition ». Tiré de : *ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, p. 1-10. DOI : 10.1115/98-GT-237 (cf. p. 49, 76).

— (juin 1998b). « Separated flow transition - part 1 : Experimental methodology and mode classification ». Tiré de : *ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, p. 1-10. DOI : 10.1115/98-GT-461 (cf. p. 26-29, 75, 84, 197).

— (juin 1998c). « Separated flow transition - part 2 : Experimental results ». Tiré de : *ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, p. 1-12. DOI : 10.1115/98-GT-462 (cf. p. 26, 62, 75).

— (juin 1998d). « Separated flow transition - part 3 : Primary modes and vortex dynamics ». Tiré de : *ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, p. 1-6. DOI : 10.1115/98-GT-463 (cf. p. 49).

He, W., R. S. Gioria, J. M. Pérez et V. Theofilis (2017). « Linear instability of low Reynolds number massively separated flow around three NACA airfoils ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 811, p. 701-741. DOI : 10.1017/jfm.2016.778 (cf. p. 30).

Heinz, Stefan (2020). « A review of hybrid RANS-LES methods for turbulent flows: Concepts and applications ». Tiré de : *Progress in Aerospace Sciences*, p. 100597. ISSN : 0376-0421. DOI : 10.1016/j.paerosci.2019.100597 (cf. p. 41).

Hilgenfeld, L., P. Stadtmüller et L. Fottner (déc. 2002). « Experimental investigation of turbulence influence of wake passing on the boundary layer development of highly loaded turbine cascade blades ». Tiré de : *Flow, Turbulence and Combustion* 69.3, p. 229. DOI : 10.1023/A:1027351020947 (cf. p. 64).

Hilgenfeld, Lothar et Michael Pfitzner (déc. 2004). « Unsteady boundary layer development due to wake passing effects on a highly loaded linear compressor cascade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 126.4, p. 493-500. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1791290 (cf. p. 64).

Hillewaert, Koen, Corentin Carton de Wiart, Guillaume Verheylewegen et Tony Arts (juin 2014). « Assessment of a high-order Discontinuous Galerkin Method for the Direct Numerical Simulation of transition at low-Reynolds number in the T106C high-lift low pressure turbine cascade ». Tiré de : t. Volume 2B: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V02BT39A034. DOI : 10.1115/GT2014-26739 (cf. p. 64).

Hodara, Joachim (2016). « Hybrid RANS-LES closure for separated flows in the transitional regime ». Thèse de doct. Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia (cf. p. 59).

Hodara, Joachim et Marilyn J. Smith (2017). « Hybrid Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulation closure for separated transitional flows ». Tiré de : *AIAA Journal* 55.6, p. 1948-1958. DOI : 10.2514/1.J055475 (cf. p. 59, 126).

Hosseinverdi, Shirzad et Hermann F. Fasel (2015). « Laminar-turbulent transition in a laminar separation bubble in the presence of free-stream turbulence ». Tiré de : t. 14, p. 570-579. DOI : 10.1016/j.piutam.2015.03.066 (cf. p. 62).

— (2019). « Numerical investigation of laminar–turbulent transition in laminar separation bubbles: the effect of free-stream turbulence ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 858, p. 714-759. DOI : 10.1017/jfm.2018.809 (cf. p. 30).

Hourmouziadis, J. (mai 1989). « Aerodynamic design of low pressure turbines ». Tiré de : *Blading Design for Axial Turbomachines, AGARD Lecture series*, p. 8-40 (cf. p. 48, 82).

Hristov, G. et P. J. Ansell (2018). « Poststall Hysteresis and Flowfield Unsteadiness on a NACA 0012 Airfoil ». Tiré de : *AIAA Journal* 56.7, p. 2528-2539. DOI : 10.2514/1.J056774 (cf. p. 22, 195, 222).

Huang, Junhui, Thomas C. Corke et Flint O. Thomas (jan. 2006). « Plasma actuators for separation control of low-pressure turbine blades ». Tiré de : *AIAA Journal* 44.1, p. 51-57. DOI : 10.2514/1.2903 (cf. p. 29, 64).

Huerre, P. et P. A. Monkewitz (1990). « Local and global instabilities in spatially developing flows ». Tiré de : *Annual Review of Fluid Mechanics* 22.1, p. 473-537. DOI : 10.1146/annurev.fl.22.010190.002353 (cf. p. 25).

Illi, Sebastian A., Philipp P. Gansel, Thorsten Lutz et Ewald Krämer (juin 2013). « Hybrid RANS-LES wake studies of an airfoil in stall ». Tiré de : *CEAS Aeronautical Journal* 4.2, p. 139-150. ISSN : 1869-5590. DOI : 10.1007/s13272-012-0050-z (cf. p. 69, 199).

Iyer, A.S., Y. Abe, B.C. Vermeire, P Bechlars, R.D. Baier, A. Jameson, F.D. Witherden et P.E. Vincent (2021). « High-order accurate Direct Numerical Simulation of flow over a MTU-T161 low pressure turbine blade ». Tiré de : *Computers & Fluids*, p. 104989. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2021.104989 (cf. p. 64).

Jain, Nishan et James D. Baeder (2015). « Aerodynamic characteristics of SC1095 airfoil using hybrid RANS-LES methods implemented into a GPU accelerated Navier-Stokes solver ». Tiré de : *22nd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, p. 2918. DOI : 10.2514/6.2015-2918 (cf. p. 69, 199).

Jakirlić, S. S. et K. Hanjalić (mai 2002). « A new approach to modelling near-wall turbulence energy and stress dissipation ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 459, p. 139-166. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/S0022112002007905 (cf. p. 69).

Jameson, A., W. Schmidt et E. Turkel (juin 1981). « Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes ». Tiré de : *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*. Sous la dir. d'AIAA. AIAA 81-1259. Palo Alto, CA (cf. p. 244, 246).

Jecker, L., O. Vermeersch, H. Deniau, E. Croner et G. Casalis (2019). « A laminar kinetic energy model based on the Klebanoff-mode dynamics to predict bypass transition ». Tiré de : *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 74, p. 265-279. ISSN : 0997-7546. DOI : 10.1016/j.euromechflu.2018.08.016 (cf. p. 51).

Jecker, Loïc (2018). « Prévision de la transition bypass à l'aide d'un modèle à énergie cinétique laminaire basé sur la dynamique des modes de Klebanoff ». Thèse de doct. ISAE (cf. p. 51).

Jecker, Loïc, Olivier Vermeersch, Hugues Deniau, Gregoire Casalis et Emma Croner (juin 2017). « A new Laminar Kinetic Energy model for RANS simulations of bypass transition ». Tiré de : *47th AIAA Fluid Dynamics Conference*. DOI : 10.2514/6.2017-3457 (cf. p. 101).

Jiang, X. Y., C. B. Lee, X. Chen, C. R. Smith et P. F. Linden (2020). « Structure evolution at early stage of boundary-layer transition: simulation and experiment ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 890, A11. DOI : 10.1017/jfm.2020.107 (cf. p. 25).

Jiang, Si-Ya et Song Fu (2022). « Investigation on spatial evolutions of two- and three-dimensional modes in a laminar separation bubble over a low-pressure turbine cascade ». Tiré de : *Physics of Fluids* 34.1, p. 014110. DOI : 10.1063/5.0076643 (cf. p. 197).

Jones, L. E., R. D. Sandberg et N. D. Sandham (mai 2008). « Direct numerical simulations of forced and unforced separation bubbles on an airfoil at incidence ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 602, p. 175-207. DOI : 10.1017/S0022112008000864 (cf. p. 63).

Jones, W. P. et B.E. Launder (1972). « The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence ». Tiré de : *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15, p. 301-314 (cf. p. 40).

Jung, Yong Su et James Baeder (2019). « $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ Spalart–Allmaras with crossflow transition model using hamiltonian–strand approach ». Tiré de : *Journal of Aircraft* 56.3, p. 1040-1055. DOI : 10.2514/1.C035149 (cf. p. 60).

Kaszeta, Richard W., Terrence W. Simon et David E. Ashpis (juin 2001). « Experimental investigation of transition to turbulence as affected by passing wakes ». Tiré de : t. Volume 3: Heat Transfer; Electric Power; Industrial and Cogeneration. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V003T01A069. DOI : 10.1115/2001-GT-0195 (cf. p. 64).

Kaszeta, Richard W., Terrence W. Simon, Nan Jiang et Federico Ottaviani (avr. 2005). « Influence of wake passing frequency and elevated turbulence intensity on transition. » Tiré de : *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 19.2, p. 137-147. DOI : 10.2514/1.9952 (cf. p. 64).

— (mars 2007). *Influence of wake passing frequency and elevated turbulence intensity on transition.* Rapp. tech. Glenn Research Center, Cleveland, Ohio 44135 : University of Minnesota (cf. p. 64).

Kay, Nicholas J., Peter J. Richards et Rajnish N. Sharma (2019). « Influence of turbulence on cambered and symmetrical airfoils at low Reynolds numbers ». Tiré de : *AIAA Journal*, p. 1-13. DOI : 10.2514/1.J058822 (cf. p. 63).

Ke, J. et J. R. Edwards (2017). « Numerical simulations of turbulent flow over airfoils near and during static stall ». Tiré de : *Journal of Aircraft* 54.5, p. 1960-1978. DOI : 10.2514/1.C034186 (cf. p. 69, 199).

Kim, Won-Wook et Suresh Menon (1999). « An unsteady incompressible Navier–Stokes solver for large eddy simulation of turbulent flows ». Tiré de : *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 31.6, p. 983-1017. DOI : 10.1002/(SICI)1097-0363(19991130)31:6<983::AID-FLD908>3.0.CO;2-Q (cf. p. 59, 69, 126).

Kimmel, Roger L., David Adamczak, Karen Berger et Meelan Choudhari (juin 2010). « HIFiRE-5 flight vehicle design ». Tiré de : *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. Chicago, Illinois, United States, p. 1-17. DOI : 10.2514/6.2010-4985 (cf. p. 66).

Kimmel, Roger L., David Adamczak, David Hartley, Hans Alesi, Myles A. Frost, Robert Pietsch, Jeremy Shannon et Todd Silvester (juin 2017). « HIFiRE-5b flight overview ». Tiré de : *47th AIAA Fluid Dynamics Conference*. Denver, Colorado, United States, p. 1-20. DOI : 10.2514/6.2017-3131 (cf. p. 66).

Kitsios, V., A. Sekimoto, C. Atkinson, J. A. Sillero, G. Borrell, A. G. Gungor, J. Jiménez et J. Soria (2017). « Direct numerical simulation of a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 829, p. 392-419. DOI : 10.1017/jfm.2017.549 (cf. p. 37).

Kitsios, Vassili (2010). « Recovery of fluid mechanical modes in unsteady separated flows ». Thèse de doct. Université de Poitiers, Institut PPRIME et University of Melbourne (cf. p. 30).

Klausmeyer, Steven et John Lin (juin 1994). « An experimental investigation of skin friction on a multi-element airfoil ». Tiré de : *12th Applied Aerodynamics Conference*. Colorado Springs. DOI : 10.2514/6.1994-1870 (cf. p. 63).

Klebanoff, P.S. (1971). « Effect of free-stream turbulence on a laminar boundary layer ». Tiré de : *Bulletin of the American Physical Society* 16, p. 1323 (cf. p. 25, 149).

Kolmogorov, A.N. (1941). « The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers ». Tiré de : *Proceedings of the USSR Academic of Sciences* 30, p. 299-303 (cf. p. 34).

Krause, Martin, Marek Behr et Josef Ballmann (avr. 2008). « Modeling of Transition Effects in Hypersonic Intake Flows Using a Correlation-Based Intermittency Model ». Tiré de : *15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, p. 1-12. DOI : 10.2514/6.2008-2598 (cf. p. 55, 57, 81, 83).

Kreplin, H.-P., H. Vollmers et H. U. Meier (jan. 1985). *Wall shear stress measurements on an inclined prolate spheroid in the DFVLR 3m × 3m low speed wind tunnel, Göttingen*. Rapp. tech. IB 222-84 A 33 (cf. p. 66).

Lakshminarayana, B. (1996). *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. John Wiley et Sons, Inc. (cf. p. 125).

Langel, C. M., R. Chow, C. P. Van Dam, M. A. Rumsey, D. C. Maniaci, R. S. Ehrmann et E. B. White (2014). « A computational approach to simulating the effects of realistic surface roughness on boundary layer transition ». Tiré de : *52nd Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.2014-0234 (cf. p. 77).

Langtry, R. B. (2006a). « A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes ». Thèse de doct. Institut für Thermische Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium, Universität Stuttgart (cf. p. 48, 82).

Langtry, R. B. et F. R. Menter (2009). « Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes ». Tiré de : *AIAA Journal* 47.12, p. 2894-2906. DOI : 10.2514/1.42362 (cf. p. 47, 55, 57, 58, 60, 69, 77, 78, 80, 83, 87, 88, 96, 99, 106, 114, 116-119, 126, 130, 144, 145, 170, 200, 201, 203, 227).

Langtry, R. B., F. R. Menter, S. R. Likki, Y. B. Suzen, P. G. Huang et S. Völker (juill. 2006b). « A correlation-based transition model Using local variables part II - Test cases and industrial applications ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 128, p. 423-434. DOI : 10.1115/1.2184353 (cf. p. 54).

Langtry, Robin B., Kaustav Sengupta, David T. Yeh et Andrew J. Dorgan (2015). « Extending the $\gamma - \overline{Re}_{\theta,t}$ local correlation-based transition model for crossflow effects ». Tiré de : *45th AIAA Fluid Dynamics Conference*. DOI : 10.2514/6.2015-2474 (cf. p. 51, 77, 126).

Laurent, C., I. Mary, V. Gleize, A. Lerat et D. Arnal (2012a). « DNS database of a transitional separation bubble on a flat plate and application to RANS modeling validation ». Tiré de : *Computers & Fluids* 61.0,

p. 21-30. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2011.07.011 (cf. p. 9, 27, 62, 65, 73, 77, 84-86, 102, 103, 105-110, 112-114, 117, 119, 128, 131, 149, 152, 154-157, 197, 242).

Laurent, Célia (déc. 2012b). « Study of transitional and non-equilibrium flows through DNS and RANS approaches. » Thèse de doctorat. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM (cf. p. 65, 84).

Le Pape, A., M. Costes, F. Richez, G. Joubert, F. David et J.-M. Deluc (oct. 2012). « Dynamic stall control using deployable leading-edge vortex generators ». Tiré de : *AIAA Journal* 50.10, p. 2135-2145. DOI : 10.2514/1.J051452 (cf. p. 63, 65, 84, 201).

Le Pape, A., G. Pailhas, F. David et J.-M. Deluc (jan. 2007). « Extensive wind tunnel tests measurements of dynamic stall phenomenon for the OA209 airfoil including 3D effects ». Tiré de : *33rd European Rotorcraft Forum 2007, ERF33*. T. 207. ONERA, p. 320-355 (cf. p. 10, 38, 127, 133, 228).

Le Pape, Arnaud, François Richez et Sébastien Deck (2013). « Zonal Detached-Eddy Simulation of an airfoil in poststall condition ». Tiré de : *AIAA Journal* 51.8, p. 1919-1931. DOI : 10.2514/1.J052235 (cf. p. 69, 128, 181, 199, 202).

Leipold, Robert, Matthias Boese et Leonhard Fottner (fév. 1999). « The influence of technical surface roughness caused by precision forging on the flow around a highly loaded compressor cascade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 122.3, p. 416-424. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1302286 (cf. p. 64).

Li, Dong, Igor Men'shov et Yoshiaki Nakamura (2006). « Detached-Eddy Simulation of three airfoils with different stall onset mechanisms ». Tiré de : *Journal of Aircraft* 43.4, p. 1014-1021. DOI : 10.2514/1.17274 (cf. p. 69, 199).

Li, Hua J. et Zhiyin Yang (2019). « Separated boundary layer transition under pressure gradient in the presence of free-stream turbulence ». Tiré de : *Physics of Fluids* 31.10, p. 104106. DOI : 10.1063/1.5122889 (cf. p. 64).

Libby, Paul A. (1975). « On the prediction of intermittent turbulent flows ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 68.2, p. 273-295. DOI : 10.1017/S0022112075000808 (cf. p. 51).

Liou, Meng-Sing (2006). « A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds ». Tiré de : *Journal of Computational Physics* 214.1, p. 137-170. ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/j.jcp.2005.09.020 (cf. p. 87, 128, 200, 242, 244).

Liu, D. et T. Nishino (2018). « Numerical analysis on the oscillation of stall cells over a NACA 0012 aerofoil ». Tiré de : *Computers & Fluids* 175, p. 246-259. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2018.08.016 (cf. p. 68, 197).

Liu, Kang, Yue Wang, Wen-Ping Song et Zhong-Hua Han (2020). « A two-equation local-correlation-based laminar-turbulent transition modeling scheme for external aerodynamics ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 106, p. 106128. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2020.106128 (cf. p. 77).

Liu, X. et W. Rodi (oct. 1991). « Experiments on transitional boundary layers with wake-induced unsteadiness ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 231, p. 229-256. DOI : 10.1017/S0022112091003385 (cf. p. 62).

Lorenz, Edward N. (1963). « Deterministic nonperiodic flow ». Tiré de : *Journal of Atmospheric Sciences* 20.2, p. 130-141. DOI : 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2 (cf. p. 255).

Lou, Weiliang et Jean Hourmouziadis (fév. 2000). « Separation bubbles under steady and periodic-unsteady main flow conditions ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 122.4, p. 634-643. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1308568 (cf. p. 62, 84).

Mack, L.M. (mai 1977). *Transition and Laminar instability*. J.P.L. Report 77-15, Pasadena, CA (cf. p. 46).

Manni, Luca, Takafumi Nishino et Pierre-Luc Delafin (2016). « Numerical study of airfoil stall cells using a very wide computational domain ». Tiré de : *Computers & Fluids* 140, p. 260-269. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2016.09.023 (cf. p. 68, 69, 197, 199).

Manolesos, M. et G. Papadakis (2021). « Investigation of the three-dimensional flow past a flatback wind turbine airfoil at high angles of attack ». Tiré de : *Physics of Fluids* 33.8, p. 085106. DOI : 10.1063/5.0055822 (cf. p. 197).

Manolesos, M. et S. G. Voutsinas (2013). « Geometrical characterization of stall cells on rectangular wings ». Tiré de : *Wind Energy* 17.9, p. 1301-1314. DOI : 10.1002/we.1634 (cf. p. 196, 197).

— (2014). « Study of a stall cell using stereo particle image velocimetry ». Tiré de : *Physics of Fluids* 26.4, p. 045101. DOI : 10.1063/1.4869726 (cf. p. 196).
Manueco, Lucas (nov. 2021). « Étude de la prévision des efforts aérodynamiques sur des configurations nouvelles de lanceurs spatiaux ». Thèse de doct. Sorbonne Université (cf. p. 42).
Martinstetter, M. (2009). « Experimentelle Untersuchungen zur Aerodynamik hoch belasteter Niederdruckturbinen-Beschaufelungen ». Thèse de doct. Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr München (cf. p. 64).
Marty, Julien et Cédric Uribe (août 2020). « Impact of underlying RANS turbulence models in Zonal Detached Eddy Simulation: application to a compressor rotor ». Tiré de : *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power* 5.3, p. 22. ISSN : 2504-186X. DOI : 10.3390/ijtpp5030022 (cf. p. 42).
Marusic, I., B. J. McKeon, P. A. Monkewitz, H. M. Nagib, A. J. Smits et K. R. Sreenivasan (2010). « Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers: recent advances and key issues ». Tiré de : *Physics of Fluids* 22.6, p. 065103. DOI : 10.1063/1.3453711 (cf. p. 35, 37).
Marusic, Ivan et Susan Broomhall (2021). « Leonardo da Vinci and fluid mechanics ». Tiré de : *Annual Review of Fluid Mechanics* 53.1, p. 1-25. DOI : 10.1146/annurev-fluid-022620-122816 (cf. p. 24).
Marusic, Ivan, Jason P. Monty, Marcus Hultmark et Alexander J. Smits (2013). « On the logarithmic region in wall turbulence ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 716, R3. DOI : 10.1017/jfm.2012.511 (cf. p. 36).
Marxen, Olaf, Matthias Lang et Ulrich Rist (2012). « Discrete linear local eigenmodes in a separating laminar boundary layer ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 711, p. 1-26. DOI : 10.1017/jfm.2012.263 (cf. p. 30).
Marxen, Olaf, Matthias Lang, Ulrich Rist et Ori Levin (sept. 2009). « Mechanisms for spatial steady three-dimensional disturbance growth in a non-parallel and separating boundary layer ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 634, p. 165-189. DOI : 10.1017/S0022112009007149 (cf. p. 25).
Marxen, Olaf et Ulrich Rist (oct. 2010). « Mean flow deformation in a laminar separation bubble: separation and stability characteristics ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 660, p. 37-54. DOI : 10.1017/S0022112010001047 (cf. p. 30).
Mary, I. et P. Sagaut (juin 2002). « Large Eddy Simulation of flow around an airfoil near stall ». Tiré de : *AIAA Journal* 40.6, p. 1139-1145. DOI : 10.2514/2.1763 (cf. p. 109, 138, 200, 244, 245).
Mateer, George G., Daryl J. Monson et Florian R. Menter (fév. 1996). « Skin-friction measurements and calculations on a lifting airfoil ». Tiré de : *AIAA Journal* 34.2, p. 231-236. DOI : 10.2514/3.13055 (cf. p. 63).
Matsumoto, M. (1999). « Vortex shedding of bluff bodies : a review ». Tiré de : *Journal of Fluids and Structures* 13.7, p. 791-811. ISSN : 0889-9746. DOI : 10.1006/jfls.1999.0249 (cf. p. 21, 195).
Maucher, U., U. Rist, M. Kloker et S. Wagner (juill. 2000). « DNS of laminar-turbulent transition in separation bubbles ». Tiré de : DOI : 10.1007/978-3-642-59686-5_24 (cf. p. 62).
Maughmer, Mark D., Timothy S. Swan et Steven M. Willits (2002). « Design and testing of a winglet airfoil for low-speed aircraft ». Tiré de : *Journal of Aircraft* 39.4, p. 654-661. DOI : 10.2514/2.2978 (cf. p. 63).
Mayle, R. E. (oct. 1991). « The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 113.4, p. 509-536. DOI : 10.1115/1.2929110 (cf. p. 25, 46-48, 77, 80, 82, 125, 194).
McAuliffe, B. R. et M. I. Yaras (avr. 2008). « Numerical study of instability mechanisms leading to transition in separation bubbles ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 130, p. 021006. DOI : 10.1115/1.2750680 (cf. p. 26, 62, 75).
McCroskey, W. J., K. W. McAlister, L. W. Carr et S. L. Pucci (juill. 1982). « An experimental study of dynamic stall on advanced airfoil sections. Volume 1: Summary of the experiment ». Tiré de : (cf. p. 61, 63).
McCullough, George B. et Donald E. Gault (sept. 1951). *Examples of three representative types of airfoil-section stall at low speed*. Rapp. tech. NACA-TN-2502. National Advisory Committee for Aeronautics (cf. p. 8, 18, 63, 194, 201).

McGhee, Robert J., Betty S. Walker et Betty F. Millard (oct. 1988). *Experimental results for the Eppler 387 airfoil at low Reynolds numbers in the Langley low-turbulence pressure tunnel*. Rapp. tech. NASA_NTRS_Archive_19890001471. NASA (cf. p. 63).

Medida, Shivaji (2014). « Correlation-based transition modeling for external aerodynamic flows ». Thèse de doctorat. University of Maryland (cf. p. 59, 102).

Medida, Shivaji et James D. Baeder (juin 2011). « Application of the correlation-based $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ transition model to the Spalart-Allmaras turbulence model ». Tiré de : *20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, Hawaii*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, p. 1-21. DOI : 10.2514/6.2011-3979 (cf. p. 55, 57-59, 69, 74, 78, 81, 83, 88, 99, 102, 110, 114-119, 130, 135, 136, 201, 203, 227, 242).

Melvill Jones, B. (1933). « An experimental study of stalling of the wings ». Tiré de : *ARC R&M* 1588 (cf. p. 7, 18).

— (1934). « Stalling ». Tiré de : *The Journal of the Royal Aeronautical Society* 38.285, p. 753-770. DOI : 10.1017/S0368393100109782 (cf. p. 21, 194, 195).

Menter, F. R. (août 1994). « Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications ». Tiré de : *AIAA Journal* 32.8, p. 1598-1605. DOI : 10.2514/3.12149 (cf. p. 40, 58, 73, 77, 88, 102, 112, 114, 130).

Menter, F. R., R. B. Langtry, S. R. Likki, Y. B. Suzen, P. G. Huang et S. Völker (juill. 2006). « A correlation-based transition model using local variables - Part I : Model formulation ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 128, p. 413-422. DOI : 10.1115/1.2184352 (cf. p. 1, 2, 6, 47, 48, 51-55, 58, 59, 77, 80, 82, 97, 98, 102, 107, 108, 114, 116, 117, 119, 126, 129, 130, 133, 135, 136, 139, 143, 152-154, 156, 158, 165, 170, 172, 197, 200, 201, 227, 228, 230, 242, 244).

Michálek, J., M. Monaldi et T. Arts (nov. 2012). « Aerodynamic performance of a very high lift low pressure turbine airfoil (T106C) at low Reynolds and high Mach number with effect of free stream turbulence intensity ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 134, p. 061009-1-10. DOI : 10.1115/1.4006291 (cf. p. 64).

Michálek, Jan, Ayhan Ilikan et Tony Arts (jan. 2011). « A comparison of high and low speed aerodynamic performance of a very high lift low pressure turbine airfoil (T108) at low Reynolds numbers: Experimental analysis and numerical prediction ». Tiré de : *9th European Conference on Turbomachinery: Fluid Dynamics and Thermodynamics, ETC 2011 - Conference Proceedings* 2, p. 1121-1135 (cf. p. 64).

Michelassi, V., F. Martinelli, R. Dénos, T. Arts et C. H. Sieverding (juill. 1999). « Unsteady heat transfer in stator-rotor interaction by two-equation turbulence model ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 121, p. 436-447. DOI : 10.1115/1.2841336 (cf. p. 51).

Michelassi, V., W. Rodi et P.-A. Gieß (1997). « Experimental and numerical investigation of boundary-layer and wake development in a transonic turbine cascade ». Tiré de : *ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*. T. 1. DOI : 10.1115/97-GT-483 (cf. p. 46).

Michelassi, Vittorio, Li-Wei Chen, Richard Pichler et Richard D. Sandberg (juill. 2015). « Compressible Direct Numerical Simulation of low-pressure turbines — Part II: effect of inflow disturbances ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 137.7. 071005. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.4029126 (cf. p. 64).

Minot, A., J. Marty, J. Perraud et G. Casalis (2016a). « Adapting the γ-$\widetilde{R_{\theta_t}}$ model to a k-l turbulence modeling framework ». Tiré de : *ERCOFTAC Bulletin* (cf. p. 102, 130, 135).

Minot, Alexandre (mai 2016b). « Modélisation de la transition laminaire-turbulent par rugosité et bulbe de décollement laminaire sur les aubes de turbomachines ». Thèses. Université de Toulouse, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE-Supaéro) (cf. p. 25, 57, 83, 116).

Minot, Alexandre, Xavier de Saint Victor, Julien Marty et Jean Perraud (2015). « Advanced numerical setup for separation-induced transition on high-lift low-pressure turbine flows using the $\gamma - \widetilde{R_{\theta_t}}$ Model ». Tiré de : *ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*. American Society of Mechanical Engineers, V02BT39A010-V02BT39A010. DOI : 10.1115/GT2015-42160 (cf. p. 57, 58, 83).

Mittal, Sanjay et Priyank Saxena (2002). « Hysteresis in flow past a NACA 0012 airfoil ». Tiré de : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191.19, p. 2207-2217. ISSN : 0045-7825. DOI : 10.1016/S0045-7825(01)00382-6 (cf. p. 68, 196).

Monkewitz, Peter A. (sept. 2017). « Revisiting the quest for a universal log-law and the role of pressure gradient in "canonical" wall-bounded turbulent flows ». Tiré de : *Phys. Rev. Fluids* 2 (9), p. 094602. DOI : 10.1103/PhysRevFluids.2.094602 (cf. p. 36, 37).

Monkewitz, Peter A., Kapil A. Chauhan et Hassan M. Nagib (2008). « Comparison of mean flow similarity laws in zero pressure gradient turbulent boundary layers ». Tiré de : *Physics of Fluids* 20.10, p. 105102. DOI : 10.1063/1.2972935 (cf. p. 37).

Monkewitz, Peter A. et Patrick Huerre (1982). « Influence of the velocity ratio on the spatial instability of mixing layers ». Tiré de : *The Physics of Fluids* 25.7, p. 1137-1143. DOI : 10.1063/1.863880 (cf. p. 27, 217).

Montsarrat, Christophe (2021). « Tip-leakage flow modelling in axial compressors ». Thèse de doct. École Centrale de Lyon, Mécanique des fluides (cf. p. 42).

Moss, G.F. et P.M. Murdin (1971). « Two dimensional low-speed tunnel tests on the NACA 0012 section including measurements made during pitching oscillations at the stall ». Tiré de : *Aeronautical Research Council current papers* 1145 (cf. p. 7, 22, 196).

Mueller, T. J. (1985). *Low Reynolds number vehicles*. Rapp. tech. 288. Advisory Group For Aerospace Research et Development - Neuilly-sur-Seine (France) (cf. p. 8, 20, 195).

Mülleners, Karen, Arnaud Le Pape, Benjamin Heine et Markus Raffel (jan. 2012). « The dynamics of static stall ». Tiré de : *29th AIAA Applied Aerodynamics* (cf. p. 67, 201).

Mülleners, Karen et Markus Raffel (fév. 2013). « Dynamic stall development ». Tiré de : *Experiments in Fluids* 54.2, p. 1469-. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/s00348-013-1469-7 (cf. p. 38, 67, 201).

Murawski, Christopher G., Rolf Sondergaard, Richard B. Rivir, Kambiz Vafai, Terrence W. Simon et Ralph J. Volino (juin 1997). « Experimental study of the unsteady aerodynamics in a linear cascade with low Reynolds number low pressure turbine blades ». Tiré de : t. Volume 1: Aircraft Engine; Marine; Turbomachinery; Microturbines and Small Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V001T03A026. DOI : 10.1115/97-GT-095 (cf. p. 64).

Nagano, Y., M. Tagawa et T. Tsuji (1993). « Effects of Adverse Pressure Gradients on Mean Flows and Turbulence Statistics in a Boundary Layer ». Tiré de : *Turbulent Shear Flows 8*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, p. 7-21. ISBN : 978-3-642-77674-8 (cf. p. 37).

Nakamori, Ichiro et Toshiaki Ikohagi (2008). « Dynamic hybridization of MILES and RANS for predicting airfoil stall ». Tiré de : *Computers & Fluids* 37.2, p. 161-169. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2007.06.004 (cf. p. 69, 199).

Narasimha, R. (1985). « The laminar-turbulent transition zone in the boundary layer ». Tiré de : *Progress in Aerospace Sciences* 22.1, p. 29-80. ISSN : 0376-0421. DOI : 10.1016/0376-0421(85)90004-1 (cf. p. 26, 50).

NASA Earth Observatory (juin 2017). *Two views of Von Kármán vortices*. Visité le 25 juillet 2022. https://earthobservatory.nasa.gov/images/90734/two-views-of-von-karman-vortices (cf. p. 22).

Nichols, R. H. et C. C. Nelson (2003). « Application of hybrid RANS/LES turbulence models ». Tiré de : *AIAA 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. T. 83, p. 2003. DOI : 10.2514/6.2003-83 (cf. p. 69).

Nived, M. R., Bandi Sai Mukesh, Sai Saketha Chandra Athkuri et Vinayak Eswaran (juill. 2022). « On the performance of RANS turbulence models in predicting static stall over airfoils at high Reynolds numbers ». Tiré de : *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 32.4, p. 1299-1323. ISSN : 0961-5539. DOI : 10.1108/HFF-08-2021-0519 (cf. p. 68).

Opoka, M. M. et H. P. Hodson (mai 2008). « Experimental Investigation of Unsteady Transition Processes on High-Lift T106A Turbine Blades ». Tiré de : *Journal of Propulsion and Power* 24.3, p. 424-432. DOI : 10.2514/1.31947 (cf. p. 64).

Örlü, Ramis et Philipp Schlatter (2011). « Inflow length and tripping effects in turbulent boundary layers ». Tiré de : *Journal of Physics: Conference Series*. T. 318. 2. IOP Publishing, p. 022018 (cf. p. 73).

Ouro, Pablo, Valentine Muhawenimana et Catherine A. M. E. Wilson (oct. 2019). « Asymmetric wake of a horizontal cylinder in close proximity to a solid boundary for Reynolds numbers in the subcritical

turbulence regime ». Tiré de : *Phys. Rev. Fluids* 4 (10), p. 104604. DOI : 10.1103/PhysRevFluids.4.104604 (cf. p. 73).

Owen, P. R. et L. Klanfer (oct. 1953). *On the laminar boundary layer separation from the leading edge of a thin aerofoil*. Rapp. tech. Report n. Aero2508. Aeronautical Research Council (cf. p. 29, 75, 85).

Pacciani, R., M. Marconcini, A. Arnone et F. Bertini (2011). « An Assessment of the Laminar Kinetic Energy Concept for the Prediction of High-Lift, Low-Reynolds Number Cascade Flows ». Tiré de : *9th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*. Sous la dir. de M. Sen, G. Bois, M. Manna et T. Arts. 254. Istanbul, Turkey, 21-25 March, p. 297-307 (cf. p. 101).

Pacciani, Roberto, Michele Marconcini, Atabak Fadai-Ghotbi, Sylvain Lardeau et Michael A. Leschziner (nov. 2010). « Calculation of high-lift cascades in low pressure turbine conditions using a three-equation model ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 133.3. 031016. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.4001237 (cf. p. 29).

Park, Danah, Jessie Liu et Ali Mani (jan. 2022). « Direct measurement of the eddy viscosity tensor in a canonical separated flow: What is the upper bound of accuracy for local Reynolds stress models ? » Tiré de : *AIAA SciTech 2022 Forum*. DOI : 10.2514/6.2022-0940 (cf. p. 119).

Pasandeh, Reza et Vahid Esfahanian (2017). « Accuracy improvement of second-order central scheme using smart post-process filter for hybrid RANS/LES method ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 69, p. 387-394. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2017.06.035 (cf. p. 69, 199).

Pascal, L., G. Delattre, H. Deniau et J. Cliquet (2020). « Stability-based transition model using transport equations ». Tiré de : *AIAA Journal* 58.7, p. 2933-2942. DOI : 10.2514/1.J058906 (cf. p. 51, 102).

Pauley, Laura L., Parviz Moin et William C. Reynolds (1990). « The structure of two-dimensional separation ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 220, p. 397-411. DOI : 10.1017/S0022112090003317 (cf. p. 29).

Petzold, Rouven et Rolf Radespiel (fév. 2015). « Transition on a wing with spanwise varying crossflow evaluated with linear stability theory ». Tiré de : *AIAA Journal*. DOI : 10.2514/1.J053127 (cf. p. 66).

Piotrowski, Michael G. H. et David W. Zingg (jan. 2019). « Investigation of a local correlation-based transition model in a Newton-Krylov algorithm ». Tiré de : *AIAA Scitech 2019 Forum*. San Diego, California. DOI : 10.2514/6.2019-2299 (cf. p. 45, 46, 59, 60).

Pironneau, Olivier, W. Rodi, I. L. Ryhming, A. M. Savill et T. V. Truong (mars 1992). « Numerical simulation of unsteady flows and transition to turbulence ». Tiré de : *Proceedings of the ERCOFTAC workshop held at EPFL*. Cambridge University Press. ISBN : 0-521-41618-3 (cf. p. 55).

Pohlhausen, K. (1921). « Zur näherungsweisen Integration der Differentialgleichung der Laminaren Grenzschicht ». Tiré de : *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 1.4, p. 252-290. DOI : 10.1002/zamm.19210010402 (cf. p. 45).

Polacsek, Cyril, Majd Daroukh, Benjamin Francois et Raphaël Barrier (juin 2022). « Zonal Detached Eddy Simulation of the fan-OGV stage of a turbofan engine: partII — broadband noise predictions ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery*, p. 1-30. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.4054764 (cf. p. 42).

Pope, Stephen B (2000). *Turbulent flows*. Cambridge university press (cf. p. 34-36).

Probst, Axel, Christoph Wolf, Rolf Radespiel, Tobias Knopp et Dieter Schwamborn (jan. 2010). « A comparison of Detached-Eddy Simulation and Reynolds-Stress Modeling applied to the flow over a backward-facing step and an airfoil at stall ». Tiré de : *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.2010-920 (cf. p. 42, 69, 125, 199).

Pucci, S. L., K. W. McAlister, W. J. McCroskey et L. W. Carr (sept. 1982). « An experimental study of dynamic stall on advanced airfoil sections. Volume 2: Pressure and force data ». Tiré de : (cf. p. 61, 63).

Qiu, Songgang et Terrence W. Simon (juin 1997). « An experimental investigation of transition as applied to low pressure turbine suction surface flows ». Tiré de : t. Volume 1: Aircraft Engine; Marine; Turbomachinery; Microturbines and Small Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V001T03A081. DOI : 10.1115/97-GT-455 (cf. p. 64).

Ragni, D. et C. Ferreira (juill. 2016). « Effect of 3D stall-cells on the pressure distribution of a laminar NACA64-418 wing ». Tiré de : *Experiments in Fluids* 57.8, p. 127. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/s00348-016-2215-8 (cf. p. 23, 196).

Rashad, Ramy et David W. Zingg (2016). « Aerodynamic shape optimization for natural laminar flow using a discrete-adjoint approach ». Tiré de : *AIAA Journal* 54.11, p. 3321-3337. DOI : 10.2514/1.J054940 (cf. p. 46).

Reding, J. P. (juill. 1969). *Unsteady airfoil stall*. Rapp. tech. NASA-CR-66787. Sunnyvale, CA, United States (cf. p. 194).

Renard, N. (jan. 2016). « Advanced numerical simulations and physical analyses of turbulent boundary layers at high Reynolds number ». Thèse de doct. Sorbonne Universités, Université Pierre-et-Marie-Curie (UPMC) (cf. p. 34).

Renard, N. et S. Deck (2015). « Improvements in Zonal Detached Eddy Simulation for Wall Modeled Large Eddy Simulation ». Tiré de : *AIAA Journal* 53.11, p. 3499-3504. DOI : 10.2514/1.J054143 (cf. p. 42).

Reynaud, J., P.-E. Weiss et S. Deck (2021). « Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets ». Tiré de : *Computers & Fluids* 226, p. 104994. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2021.104994 (cf. p. 42).

Reynaud, J., P.-E. Weiss, S. Deck et P. Guillen (2022). « A comprehensive framework for high fidelity computations of two-species compressible turbulent flows ». Tiré de : *Journal of Computational Physics* 462, p. 111222. ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/j.jcp.2022.111222 (cf. p. 42).

Reynolds, Osborne (1883). « XXIX. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels ». Tiré de : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 174, p. 935-982. DOI : 10.1098/rstl.1883.0029 (cf. p. 33).

Richez, F., M. Leguille et O. Marquet (2016). « Selective frequency damping method for steady RANS solutions of turbulent separated flows around an airfoil at stall ». Tiré de : *Computers & Fluids* 132, p. 51-61. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2016.03.027 (cf. p. 68, 196).

Richez, François, Arnaud Le Pape et Michel Costes (2015). « Zonal Detached-Eddy Simulation of separated flow around a finite-span wing ». Tiré de : *AIAA Journal* 53.11, p. 3157-3166. DOI : 10.2514/1.J053636 (cf. p. 75, 128).

Rivers, Melissa et Ashley Dittberner (juin 2010). « Experimental investigations of the NASA Common Research Model (Invited) ». Tiré de : *28th AIAA Applied Aerodynamics Conference*. Chicago, Illinois, USA : AIAA. DOI : 10.2514/6.2010-4218 (cf. p. 66).

Roach, P. E. et D. H. Brierley (mars 1992a). « The influence of a turbulent free-stream on zero pressure gradient transitional boundary layer development ». Tiré de : *Numerical simulation of unsteady flows and transition to turbulence*. Sous la dir. d'O. Pironneau, W. Rodi, I. L. Ryhming, A. M. Savill et T. V. Truong. Cambridge University Press, p. 319-347. ISBN : 0-521-41618-3 (cf. p. 62).

— (mars 1992b). « The influence of a turbulent free-stream on zero pressure gradient transitional boundary layer development, part I : test cases T3A and T3B ». Tiré de : *Numerical simulation of unsteady flows and transition to turbulence*. Sous la dir. d'O. Pironneau, W. Rodi, I. L. Ryhming, A. M. Savill et T. V. Truong. Cambridge University Press. ISBN : 0-521-41618-3 (cf. p. 62).

Roberts, S. K. et M. I. Yaras (juin 2003a). « Effects of periodic unsteadiness, free-stream turbulence, and flow Reynolds number on separation-bubble transition ». Tiré de : t. Volume 5: Turbo Expo 2003, Parts A and B. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, p. 745-759. DOI : 10.1115/GT2003-38262 (cf. p. 62).

— (juin 2003b). « Measurements and prediction of free-stream turbulence and pressure-gradient effects on attached-flow boundary-layer transition ». Tiré de : *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*. T. Volume 5: Turbo Expo 2003, Parts A and B, p. 729-743. DOI : 10.1115/GT2003-38261 (cf. p. 26, 62, 75).

Roberts, Stephen K. et Metin I. Yaras (mars 2004). « Modeling transition in separated and attached boundary layers ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 127.2, p. 402-411. DOI : 10.1115/1.1860570 (cf. p. 49, 80).

— (août 2005). « Large-Eddy Simulation of transition in a separation bubble ». Tiré de : *Journal of Fluids Engineering* 128.2, p. 232-238. ISSN : 0098-2202. DOI : 10.1115/1.2170123 (cf. p. 26, 29, 61, 75, 76, 115).

Roberts, W. B. (1980). « Calculation of laminar separation bubbles and their effect on airfoil performance ». Tiré de : *AIAA journal* 18.1, p. 25-31. DOI : 10.2514/3.50726 (cf. p. 49, 76, 78, 88, 114, 116).

Robinson, S. K. (1991). « Coherent motions in the turbulent boundary layer ». Tiré de : *Annual Review of Fluid Mechanics* 23.1, p. 601-639. DOI : 10.1146/annurev.fl.23.010191.003125 (cf. p. 65).

Rodríguez, D., E. M. Gennaro et M. P. Juniper (2013). « The two classes of primary modal instability in laminar separation bubbles ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 734, R4. DOI : 10.1017/jfm.2013.504 (cf. p. 30, 194).

Rodríguez, D. et V. Theofilis (2010). « Structural changes of laminar separation bubbles induced by global linear instability ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 655, p. 280-305. DOI : 10.1017/S0022112010000856 (cf. p. 30).

— (juin 2011). « On the birth of stall cells on airfoils ». Tiré de : *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 25.1, p. 105-117. ISSN : 1432-2250. DOI : 10.1007/s00162-010-0193-7 (cf. p. 30).

Roe, P. L. (1981). « Approximate Riemann solver, parameter vector and differences schemes ». Tiré de : *Journal of Computational Physics* 43, p. 357-372. DOI : 10.1016/0021-9991(81)90128-5 (cf. p. 128, 200, 242, 244).

Romero, Sylvia, Spencer Zimmerman, Jimmy Philip, Christopher White et Joseph Klewicki (2022). « Properties of the inertial sublayer in adverse pressure-gradient turbulent boundary layers ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 937, A30. DOI : 10.1017/jfm.2022.6 (cf. p. 37).

Roshko, A. (juill. 1954). *On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies*. Rapp. tech. NACA-TN-3169. National Advisory Committe for Aeronautics (cf. p. 21, 195).

Roshko, Anatol (mai 1961). « Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 10 (03), p. 345-356. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/S0022112061000950 (cf. p. 63).

Roux, Jean-Michel, Michaël Lefebvre et Nicolas Liamis (juin 2002). « Unsteady and calming effects investigation on a very high lift LP turbine blade - part II : Numerical analysis ». Tiré de : t. Volume 3: Turbo Expo 2002, Parts A and B. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, p. 611-620. DOI : 10.1115/GT2002-30228 (cf. p. 64).

Sagaut, P., S. Deck et M. Terracol (2013). « Multiscale and multiresolution approaches in turbulence ; LES, DES and hybrid RANS/LES methods: applications and guidelines (2nd edition) ». Tiré de : sous la dir. d'ISBN 978-1-84816-986-9. Imperial College Press (cf. p. 35, 131, 180, 181, 202).

Sagaut, Pierre et Sébastien Deck (2009). « Large eddy simulation for aerodynamics: status and perspectives ». Tiré de : *Royal Society* 367.1899, p. 2849-2860. DOI : 10.1098/rsta.2008.0269 (cf. p. 60, 61).

Sanchez-Rocha, Martin, Mehmet Kirtas et Suresh Menon (2006). « Zonal hybrid RANS-LES method for static and oscillating airfoils and wings ». Tiré de : *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. DOI : 10.2514/6.2006-1256 (cf. p. 69, 199).

Sandberg, Richard D., Vittorio Michelassi, Richard Pichler, Liwei Chen et Roderick Johnstone (mai 2015). « Compressible Direct Numerical Simulation of low-pressure turbines — Part I: Methodology ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 137.5. 051011. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.4028731 (cf. p. 64).

Sans, J., J.-F. Brouckaert et S. Hiernaux (juin 2015). « Experimental and numerical investigations of the solidity effect on a linear compressor cascade ». Tiré de : t. Volume 2A: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V02AT37A034. DOI : 10.1115/GT2015-43204 (cf. p. 64).

Sans, J., M. Resmini, J.-F. Brouckaert et S. Hiernaux (juin 2014). « Numerical investigation of the solidity effect on linear compressor cascades ». Tiré de : t. Volume 2A: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V02AT37A013. DOI : 10.1115/GT2014-25532 (cf. p. 64).

Savill, A. M. (1993). « Further progress in the turbulence modelling of by-pass transition ». Tiré de : *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*. Elsevier, p. 583-592. ISBN : 978-0-444-89802-9. DOI : 10.1016/B978-0-444-89802-9.50059-9 (cf. p. 55).

Schaeffler, Norman W., Allan Brian G., Caroline Lienard et Arnaud Le Pape (sept. 2010). *Progress towards fuselage drag reduction via active flow control: A combined CFD and experimental effort*. Rapp. tech. (cf. p. 66).

Schewe, G. (2001). « Reynolds-number effects in flow around more-or-less bluff bodies ». Tiré de : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 89.14. Bluff Body Aerodynamics and Applications, p. 1267-1289. ISSN : 0167-6105. DOI : 10.1016/S0167-6105(01)00158-1 (cf. p. 21, 23, 196).

Schlichting, Hermann et Joseph Kestin (1961). *Boundary layer theory*. T. 121. Springer (cf. p. 237).
Schmitt, V., B. Monneris, G. Dorey et C. Capelier (1975). *Étude de la couche limite tridimensionelle sur une aile en flèche*. Rapp. tech. 14/1713-AN. Châtillon, France : Office National des Études et Recherches Aéronautiques (cf. p. 66).
Schreiber, H.-A., W. Steinert et B. Küsters (fév. 2002). « Effects of Reynolds number and free-stream turbulence on boundary layer transition in a compressor cascade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 124.1, p. 1-9. DOI : 10.1115/1.1413471 (cf. p. 64).
Schubauer, G. B. et P. S. Klebanoff (sept. 1955). *Contributions on the mechanics of boundary-layer transition*. Technical note 3489. https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930084334.pdf. National Advisory Committee for Aeronautics (cf. p. 50, 62).
Schulz, H. D. et H. D. Gallus (oct. 1988). « Experimental investigation of the three-dimensional flow in an annular compressor cascade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 110.4, p. 467-478. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.3262220 (cf. p. 66).
Schulz, H. D., H. E. Gallus et B. Lakshminarayana (oct. 1990a). « Three-dimensional separated flow field in the endwall region of an annular compressor cascade in the presence of rotor-stator interaction: Part 1 — Quasi-steady flow field and comparison with steady-state data ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 112.4, p. 669-678. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2927707 (cf. p. 66).
— (oct. 1990b). « Three-dimensional separated flow field in the endwall region of an annular compressor cascade in the presence of rotor-stator interaction: Part 2 — Unsteady flow and pressure field ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 112.4, p. 679-688. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2927708 (cf. p. 66).
Seifert, Avi et Israel J. Wygnanski (1995). « On turbulent spots in a laminar boundary layer subjected to a self-similar adverse pressure gradient ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 296, p. 185-209. DOI : 10.1017/S0022112095002102 (cf. p. 26).
Seyb, N. J. (sept. 1967). *A simplified and practical method of determining the external heat-transfer coefficient round a turbine blade*. Rapp. tech. 29398. ARC (cf. p. 48, 77, 82).
Shan, Hua, Li Jiang et Chaoqun Liu (sept. 2004). « Direct numerical simulation of flow separation around a NACA 0012 airfoil ». Tiré de : *Computers & Fluids* 34.9, p. 1096-1114. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2004.09.003 (cf. p. 63).
Sharma, A. S. et B. J. McKeon (2013). « On coherent structure in wall turbulence ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 728, p. 196-238. DOI : 10.1017/jfm.2013.286 (cf. p. 214).
Sheng, Chunhua (2020). « Improving predictions of transitional and separated flows using RANS modeling ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology*, p. 106067. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2020.106067 (cf. p. 77).
Shur, M.L., P.R. Spalart, M.K. Strelets et A.K. Travin (2008). « A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities ». Tiré de : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29.6, p. 1638-1649. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.07.001 (cf. p. 69).
— (2015). « An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows ». Tiré de : *Flow, Turbulence and Combustion* 95.4, p. 709-737. ISSN : 1386-6184. DOI : 10.1007/s10494-015-9618-0 (cf. p. 197).
Shyne, Rickey J., Ki-Hyeon Sohn et Kenneth J. De Witt (août 1999). « Experimental investigation of boundary layer behavior in a simulated low pressure turbine ». Tiré de : *Journal of Fluids Engineering* 122.1, p. 84-89. ISSN : 0098-2202. DOI : 10.1115/1.483229 (cf. p. 62, 84).
Simon, Frederick F. (1995). « The use of transition region characteristics to improve the numerical simulation of heat transfer in bypass transitional flows ». Tiré de : *International Journal of Rotating Machinery* 2.2, p. 93-102. DOI : 10.1155/S1023621X95000248 (cf. p. 51).
Simon, Terrence, Songgang Qiu, Kebiao Yuan, David Ashpis et Fred Simon (avr. 2000). *Measurements in a transitional boundary layer under low-pressure turbine airfoil conditions*. Rapp. tech. CR—2000-209957. NASA (cf. p. 64).
Simoni, Daniele, Marina Ubaldi et Pietro Zunino (déc. 2015). « A simplified model predicting the Kelvin-Helmholtz instability frequency for laminar separated flows ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 138.4. 044501, p. 044501. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.4032162 (cf. p. 28, 217).

Simpson, R. L., Y.-T. Chew et B. G. Shivaprasad (déc. 1981a). « The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 2. Higher-order turbulence results ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 113, p. 53-73. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/S0022112081003406 (cf. p. 214).

Simpson, Roger L., Y.-T. Chew et B. G. Shivaprasad (déc. 1981b). « The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 1. Mean flow and Reynolds stresses ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 113, p. 23-51. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/S002211208100339X (cf. p. 214).

Singh, N. K. (jan. 2019). « Instability and transition in a laminar separation bubble ». Tiré de : *Journal of Applied Fluid Mechanics* 12, p. 1511-1525. ISSN : 1735-3645. DOI : 10.29252/jafm.12.05.29607 (cf. p. 62).

Singh, N. K. et S. Sarkar (sept. 2011). « DNS of a laminar separation bubble ». Tiré de : *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering* 5.9, p. 1757-1761. ISSN : 1307-6892. DOI : 10.5281/zenodo.1077223 (cf. p. 62).

Skaare, Per Egil et Per-åge Krogstad (1994). « A turbulent equilibrium boundary layer near separation ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 272, p. 319-348 (cf. p. 37).

Slotnick, J., A. Khodadoust, J. Alonso, D. Darmofal, W. Gropp, E. Lurie et D. Mavriplis (2013). « CFD vision 2030 study: a path to revolutionary computational aerosciences ». Tiré de : (cf. p. 41, 125).

Smagorinsky, J. (1963). « General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment ». Tiré de : *Monthly weather review* 91.3, p. 99-164 (cf. p. 164).

Smith, A. M. O. et N. Gamberoni (1956). *Transition, pressure gradient and stability theory*. Report ES 26388. El Segundo, California : Douglas Aircraft Company (cf. p. 45).

Smith, Brian R. (juin 1994). « A near wall model for the $k-l$ two equation turbulence model ». Tiré de : *25th AIAA Fluid Dynamics Conference, Colorado Springs, USA* (cf. p. 40, 57, 83, 102, 130).

Solomon, W. J., G. J. Walker et J. P. Gostelow (oct. 1996). « Transition length prediction for flows with rapidly changing pressure gradients ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 118.4, p. 744-751. DOI : 10.1115/1.2840930 (cf. p. 51).

Somers, Dan M. (1981). *Design and experimental results for a Natural-Laminar-Flow airfoil for general aviation applications*. Rapp. tech. 1861. Hampton, VA, United States : National Aeronautics, Space Administration, Scientific et Technical Information Branch (cf. p. 63).

— (mars 1989). *Design and experimental results for the S809 airfoil*. Rapp. tech. 1, p. 1-97 (cf. p. 63).

— (jan. 1997). *Design and experimental results for the S814 airfoil*. Rapp. tech. United States. DOI : 10.2172/437669 (cf. p. 63).

— (jan. 2005). *Design and experimental results for the S827 airfoil*. Rapp. tech. Airfoils, Inc. (cf. p. 63).

Somers, Dan M. et Mark D. Maughmer (août 2010). *Design and experimental results for the S414 airfoil*. Rapp. tech. 1, p. 1-94 (cf. p. 63).

Son, C., M. Kelly et T. Kim (2021). « Boundary-layer transition model for icing simulations of rotating wind turbine blades ». Tiré de : *Renewable Energy* 167, p. 172-183. ISSN : 0960-1481. DOI : j.renene.2020.11.070 (cf. p. 77).

Sørensen, Niels N., A. Bechmann et F. Zahle (2011). « 3D CFD computations of transitional flows using DES and a correlation based transition model ». Tiré de : *Wind energy* 14.1, p. 77-90. DOI : 10.1002/we.404 (cf. p. 59, 126, 136).

Spalart, P. R. (2014). « Prediction of lift cells for stalling wings by lifting-line theory ». Tiré de : *AIAA Journal* 52.8, p. 1817-1821. DOI : 10.2514/1.J053135 (cf. p. 23).

Spalart, P. R. et S. R. Allmaras (1992). « A one-equation turbulence model for aerodynamic flows ». Tiré de : *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. T. 94. Reno, NV, U.S.A. : American Institute of Aeronautics et Astronautics, p. 1-22. DOI : 10.2514/6.1992-439 (cf. p. 2-4, 6, 40, 42, 44, 57, 59, 73, 74, 77-79, 101, 102, 106, 108, 112, 114-117, 119, 123, 129-131, 136, 137, 145, 149, 152, 153, 158, 160, 164, 165, 170, 197, 201, 203, 227, 229, 230, 242).

Spalart, P.R. (juin 2000). « Strategies for turbulence modelling and simulations ». Tiré de : *International Journal for Heat and Fluid Flow* 21.3, p. 252-263. DOI : 10.1016/S0142-727X(00)00007-2 (cf. p. 8, 38, 39).

Spalart, P.R., S. Deck, M.L. Shur, K.D. Squires, M.K. Strelets et A.K. Travin (2006). « A new version of Detached-Eddy Simulation, resistant to ambiguous grid densities ». Tiré de : *Theoretical And Computational Fluid Dynamics* 20, p. 181-195. DOI : 10.1007/s00162-006-0015-0 (cf. p. 42, 60, 69, 125, 130, 149, 162, 197).

Spalart, P.R., W.H. Jou, M.K. Strelets et S.R. Allmaras (1997). « Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach ». Tiré de : *Advances in DNS/LES*. Sous la dir. de C. Liu, Z. Liu et L. Sakell, p. 137-47 (cf. p. 69, 125, 164, 197).

Spalart, P.R. et M.L. Shur (1997). « On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 1, p. 297-302. DOI : 10.1016/S1270-9638(97)90051-1 (cf. p. 41, 68, 197).

Spalart, P.R. et V Venkatakrishnan (2016). « On the role and challenges of CFD in the aerospace industry ». Tiré de : *The Aeronautical Journal* 120.1223, p. 209-232 (cf. p. 38).

Spalart, Philippe R. et Michael Kh. Strelets (2000). « Mechanisms of transition and heat transfer in a separation bubble ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 403, p. 329-349. DOI : 10.1017/S0022112099007077 (cf. p. 40, 62, 73, 131).

Sreenivasan, K. R. (1985). « Transitional and turbulent wakes and chaotic dynamical systems ». Tiré de : *Nonlinear Dynamics of Transcritical Flows*. Sous la dir. de H. L. Jordan, H. Oertel et K. Robert. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, p. 59-80. ISBN : 978-3-642-82506-4 (cf. p. 21).

Stadtmüller, Peter, Leonhard Fottner et Andreas Fiala (mai 2000). « Experimental and numerical investigation of wake-induced transition on a highly loaded LP turbine at low Reynolds numbers ». Tiré de : t. Volume 3: Heat Transfer; Electric Power; Industrial and Cogeneration. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V003T01A074. DOI : 10.1115/2000-GT-0269 (cf. p. 64).

Steelant, J. et E. Dick (oct. 2000). « Modeling of laminar-turbulent transition for high freestream turbulence ». Tiré de : *Journal of Fluids Engineering* 123.1, p. 22-30. ISSN : 0098-2202. DOI : 10.1115/1.1340623 (cf. p. 51).

Stieger, R. D. et H. P. Hodson (déc. 2004). « The transition mechanism of highly loaded low-pressure turbine blades ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 126.4, p. 536-543. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1773850 (cf. p. 64).

— (mai 2005). « The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 127.2, p. 388-394. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1811094 (cf. p. 64).

Stieger, R. D., David Hollis et H. P. Hodson (déc. 2004). « Unsteady surface pressures due to wake-induced transition in a laminar separation bubble on a low-pressure cascade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 126.4, p. 544-550. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1773851 (cf. p. 64).

Stock, Hans W. et Werner Haase (2000). « Navier-Stokes airfoil computations with e^N transition prediction including transitional flow regions ». Tiré de : *AIAA Journal* 38.11, p. 2059-2066. DOI : 10.2514/2.893 (cf. p. 46).

Suluksna, Keerati, Pramote Dechaumphai et Ekachai Juntasaro (2009). « Correlations for modeling transitional boundary layers under influences of freestream turbulence and pressure gradient ». Tiré de : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 30.1, p. 66-75. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.09.004 (cf. p. 57, 83).

Suzen, Y. B., G. Xiong et P. G. Huang (fév. 2002). « Predictions of transitional flows in low-pressure turbines using intermittency transport equation ». Tiré de : *AIAA Journal* 40.2, p. 254-266. DOI : 10.2514/2.1667 (cf. p. 47, 48, 52, 77, 82).

Swalwell, Katrina, John Sheridan et William Melbourne (jan. 2001). « The effect of turbulence intensity on stall of the NACA 0021 aerofoil ». Tiré de : *14th Australasian Fluid Mechanics Conference*, p. 941-944 (cf. p. 63).

— (juin 2003). « Frequency analysis of surface pressures on an airfoil after stall ». Tiré de : *21st AIAA Applied Aerodynamics Conference*. AIAA 2003-3416. Orlando, Florida : AIAA. DOI : 10.2514/6.2003-3416 (cf. p. 63).

Swanson, R.C et Eli Turkel (1992). « On central-difference and upwind schemes ». Tiré de : *Journal of Computational Physics* 101.2, p. 292-306. ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/0021-9991(92)90007-L (cf. p. 244).

Szydlowski, J. et M. Costes (juill. 2004). « Simulation of flow around a static and oscillating in pitch NACA 0015 airfoil using URANS and DES ». Tiré de : t. Volume 2, Parts A and B. Heat Transfer Summer Conference, p. 891-908. DOI : 10.1115/HT-FED2004-56437 (cf. p. 69, 199).

Taghavi-Zenouz, Reza, Majed Etemadi et Mehdi Nabati (juin 2014). « Experimental Investigation of the Loss Coefficients in a Linear Cascade ». Tiré de : *International Journal of Turbo and Jet Engines* 31.2, p. 149-157. DOI : 10.1515/tjj-2013-0041 (cf. p. 64).

Tamaki, Y. et S. Kawai (2022). « Wall-resolved LES of near-stall airfoil flow at $Re_c = 10^7$ using the supercomputer Fugaku ». Tiré de : *AIAA SCITECH 2022 Forum*. DOI : 10.2514/6.2022-1060 (cf. p. 26, 39, 237).

Tanguy, Geoffrey, David G. MacManus et Eric Garnier (2022). « Numerical investigation of the unsteady distortion for an S-duct intake with mechanical vortex generators ». Tiré de : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 95, p. 108975. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2022.108975 (cf. p. 42).

Tester, Bradley W., James G. Coder, Christopher S. Combs et John D. Schmisseur (2018). « Hybrid RANS/LES Simulation of Transitional Shockwave/Boundary-Layer Interaction ». Tiré de : *2018 Fluid Dynamics Conference*. DOI : 10.2514/6.2018-3224 (cf. p. 60, 126, 136).

Theofilis, V., S. Hein et U. Dallmann (2000). « On the origins of unsteadiness and three-dimensionality in a laminar separation bubble ». Tiré de : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 358.1777, p. 3229-3246. DOI : 10.1098/rsta.2000.0706 (cf. p. 30, 194).

Timmer, W. et R. P. J. O. M. van Rooy (mars 1993). « Wind tunnel results for a 25% thick wind turbine blade airfoil ». Tiré de : *European Community Wind Energy Conference*. Lübeck-Travemünde, Germany (cf. p. 63).

Tomiuka, Kota, Yu Nishio, Seiichiro Izawa et Fukunishi Yu (2020). « Bypass transition in a boundary layer subject to sheet-type freestream disturbance ». Tiré de : *Journal of Fluid Science and Technology* 15.1, JFST0001-JFST0001. DOI : 10.1299/jfst.2020jfst0001 (cf. p. 62).

Torenbeek, E. (1982). *Synthesis of subsonic airplan design*. Delft University Press (cf. p. 19, 195).

Travin, A.K., M.L. Shur, P.R. Spalart et M.K. Strelets (2006). « Improvement of Delayed Detached-Eddy Simulation for LES with wall modelling ». Tiré de : *European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD* (cf. p. 69).

Ubaldi, Marina, Pietro Zunino, Ugo Campora et Andrea Ghiglione (juin 1996). « Detailed velocity and turbulence measurements of the profile boundary layer in a large scale turbine cascade ». Tiré de : t. Volume 1: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. DOI : 10.1115/96-GT-042 (cf. p. 64).

Uribe, C. (2018). « Développement d'une approche ZDES à deux équations de transport et application turbomachines ». Thèse de doct. Sorbonne Université (cf. p. 41, 42).

Uribe, C., J. Marty et G. Gerolymos (2017). « Evaluation of Zonal Detached Eddy Simulation $k-\omega$ and Scale Adaptive Simulation methods on a realistic rotor of a high-pressure compressor ». Tiré de : *Proceedings of the CFM 2017, Lille, France* (cf. p. 101).

Uzol, Og˘uz, Xue Feng Zhang, Alex Cranstone et Howard Hodson (mai 2007). « Investigation of unsteady wake-separated boundary layer interaction using Particle-Image-Velocimetry ». Tiré de : t. Volume 6: Turbo Expo 2007, Parts A and B. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, p. 1791-1803. DOI : 10.1115/GT2007-28099 (cf. p. 64).

Vadlamani, N. R. et P. G. Tucker (2019). « Eddy Resolving Simulations of Intake Under Crosswinds ». Tiré de : *Direct and Large-Eddy Simulation XI*. Sous la dir. de Maria Vittoria Salvetti, Vincenzo Armenio, Jochen Fröhlich, Bernard J. Geurts et Hans Kuerten. Cham : Springer International Publishing, p. 523-529. ISBN : 978-3-030-04915-7 (cf. p. 217).

Van Atta, C. W. et M. Gharib (1987). « Ordered and chaotic vortex streets behind circular cylinders at low Reynolds numbers ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 174, p. 113-133. DOI : 10.1017/S0022112087000065 (cf. p. 21).

Van Ingen, J. L. (sept. 1956). *A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region*. Report. https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:cff1fb47-883f-4cdc-ad07-07d264f3fd10. Technische Hogeschool Vliegtuigbouwkunde, Dept. Aerospace Engineering, Delft, The Netherlands (cf. p. 45, 46).

Van Treuren, Kenneth W., Terrence Simon, Marc von Koller, Aaron R. Byerley, James W. Baughn et Richard Rivir (fév. 2001). « Measurements in a turbine cascade flow under ultra low Reynolds number conditions ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 124.1, p. 100-106. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1415736 (cf. p. 64).

Vaquero, J. (2022a). « Simulations avancées et analyse physique de turbulence pariétale hors équilibre à grand nombre de Reynolds ». Thèse de doct. Sorbonne Université (cf. p. 37, 73, 238).

Vaquero, J., N. Renard et S. Deck (2019). « Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions ». Tiré de : *Physics of Fluids* 31.11, p. 115111. DOI : 10.1063/1.5126932 (cf. p. 42).

Vaquero, Jaime, Nicolas Renard et Sébastien Deck (2022b). « Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24{,}000$ recovering from mild separation ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 942, A42. DOI : 10.1017/jfm.2022.389 (cf. p. 42).

Vera, M., H. P. Hodson et R. Vazquez (mars 2004). « The Effects of a Trip Wire and Unsteadiness on a High-Speed Highly Loaded Low-Pressure Turbine Blade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 127.4, p. 747-754. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1934446 (cf. p. 64).

Volino, Ralph J. (nov. 2002a). « Separated flow transition under simulated low-pressure turbine airfoil conditions — Part 1: Mean flow and turbulence statistics ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 124.4, p. 645-655. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1506938 (cf. p. 64).

— (nov. 2002b). « Separated flow transition under simulated low-pressure turbine airfoil conditions — Part 2: Turbulence spectra ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 124.4, p. 656-664. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1506939 (cf. p. 64).

— (sept. 2009). « Separated flow measurements on a highly loaded low-pressure turbine airfoil ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 132. DOI : 10.1115/1.3104608 (cf. p. 26, 64, 75).

Volino, Ralph J. et Lennart S. Hultgren (fév. 2000). « Measurements in separated and transitional boundary layers under low-pressure turbine airfoil conditions ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 123.2, p. 189-197. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1350408 (cf. p. 26, 62, 75, 84).

Von Kármán, T. (jan. 1934). « Turbulence and skin friction ». Tiré de : *Journal of the Aeronautical Sciences* 1.1, p. 1-20. DOI : 10.2514/8.5 (cf. p. 21, 195).

Walker, G. J. (mai 1989). « Transitional flow on axial turbomachine blading ». Tiré de : *AIAA Journal* 27.5, p. 595-602. DOI : 10.2514/3.10150 (cf. p. 25).

— (avr. 1993). « The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines: a discussion ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 115.2, p. 207-216. DOI : 10.1115/1.2929223 (cf. p. 25).

Walters, D Keith et Davor Cokljat (oct. 2008). « A three-equation eddy-viscosity model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulations of transitional flow ». Tiré de : *Journal of Fluids Engineering* 130.12, p. 121401. DOI : 10.1115/1.2979230 (cf. p. 51, 59, 101, 126).

Walters, Keith D. et James H. Leylek (2002). « A new model for boundary-layer transition using a single-point RANS approach ». Tiré de : *ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. American Society of Mechanical Engineers, p. 67-79 (cf. p. 101).

Wang, Guangxing, Zhixiang Xiao et Lianzhong Chen (2020). « Simultaneous simulation of transition and massive separation by RANS-LES-Tr model ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 105, p. 106026. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2020.106026 (cf. p. 60, 126, 131, 133, 136).

Wang, Liang et Song Fu (mai 2009). « Modelling flow transition in a hypersonic boundary layer with Reynolds-averaged Navier-Stokes approach ». Tiré de : *Science in China Series G: Physics, Mechanics*

and Astronomy 52.5, p. 768-774. ISSN : 1862-2844. DOI : 10.1007/s11433-009-0047-8 (cf. p. 60, 126).

Ward, Julian W. (1963). « The behaviour and effects of laminar separation bubbles on aerofoils in incompressible flow ». Tiré de : *The Journal of the Royal Aeronautical Society* 67.636, p. 783-790. DOI : 10.1017/S0001924000061583 (cf. p. 194).

Weihs, D. et J. Katz (1983). « Cellular patterns in poststall flow over unswept wings ». Tiré de : *AIAA Journal* 21.12, p. 1757-1759. DOI : 10.2514/3.8321 (cf. p. 23, 68, 196, 197, 231).

Weiss, A. P. et L. Fottner (jan. 1995). « The influence of load distribution on secondary flow in straight turbine cascades ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 117.1, p. 133-141. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2835631 (cf. p. 64).

Welch, P.D. (1967). « The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra : a method based on time averaging over short, modified periodograms ». Tiré de : *IEEE Transactions on audio and electroacoustics* 2.AU-15, p. 70-73. DOI : 10.1109/TAU.1967.1161901 (cf. p. 260, 261).

Westin, K. J. A., A. V. Boiko, B. G. B. Klingmann et V. V. Kozlov (déc. 1994). « Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part 1. Boundary layer structure and receptivity ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 281, p. 193-218. DOI : 10.1017/S0022112094003083 (cf. p. 62).

Wilcox, D.C. (nov. 1988). « Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models ». Tiré de : *AIAA Journal* 26.11, p. 1299-1310 (cf. p. 40).

Wiliamson, C. H. K. (1996). « Vortex dynamics in the cylinder wake ». Tiré de : *Annual Review of Fluid Mechanics* 28.1, p. 477-539. DOI : 10.1146/annurev.fl.28.010196.002401 (cf. p. 21, 195).

Williamson, C. H. K. (1996). « Three-dimensional vortex dynamics in bluff body wakes ». Tiré de : *Experimental Thermal and Fluid Science* 12.2, p. 150-168. ISSN : 0894-1777. DOI : 10.1016/0894-1777(95)00085-2 (cf. p. 21, 195).

Winkelmann, Allen E. et Jewell B. Barlow (1980). « Flowfield model for a rectangular planform wing beyond stall ». Tiré de : *AIAA Journal* 18.8, p. 1006-1008. DOI : 10.2514/3.50846 (cf. p. 22, 196).

Wissink, J. G. (2003). « DNS of separating, low Reynolds number flow in a turbine cascade with incoming wakes ». Tiré de : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 24.4, p. 626-635. DOI : 10.1016/B978-008044114-6/50070-3 (cf. p. 64).

Wissink, J. G. et W. Rodi (mars 2003). « DNS of a laminar separation bubble in the presence of oscillating external flow ». Tiré de : *Flow, Turbulence and Combustion* 71.1, p. 311-331. ISSN : 1573-1987. DOI : 10.1023/B:APPL.0000014917.71180.f1 (cf. p. 62).

— (fév. 2006). « Direct Numerical Simulations of transitional flow in turbomachinery ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 128.4, p. 668-678. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.2218517 (cf. p. 64).

Wu, X. et P. A. Durbin (nov. 1999). « Numerical Simulation of Heat Transfer in a Transitional Boundary Layer With Passing Wakes ». Tiré de : *Journal of Heat Transfer* 122.2, p. 248-257. ISSN : 0022-1481. DOI : 10.1115/1.521485 (cf. p. 62).

— (2001). « Evidence of longitudinal vortices evolved from distorted wakes in a turbine passage ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 446, p. 199-228. DOI : 10.1017/S0022112001005717 (cf. p. 64).

Wu, Xiaohua, Robert G. Jacobs, Julian C. R. Hunt et Paul A. Durbin (nov. 1999). « Simulation of boundary layer transition induced by periodically passing wakes ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 398, p. 109-153. DOI : 10.1017/S0022112099006205 (cf. p. 62).

Wunderwald, Dirk et Leonhard Fottner (juin 1995). « Experimental investigation of boundary layer transition and turbulence structures on a highly loaded compressor cascade ». Tiré de : t. Volume 1: Turbomachinery. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V001T01A032. DOI : 10.1115/95-GT-129 (cf. p. 64).

— (juin 1996). « Experimental investigation of turbulence structures in the boundary layer of a highly loaded turbine cascade ». Tiré de : t. Volume 5: Manufacturing Materials and Metallurgy; Ceramics; Structures and Dynamics; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education; General. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V005T16A012. DOI : 10.1115/96-GT-249 (cf. p. 64).

Xu, S. J., W. G. Zhang, L. Gan, M. G. Li et Y. Zhou (2017a). « Experimental study of flow around polygonal cylinders ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 812, p. 251-278. DOI : 10.1017/jfm.2016.801 (cf. p. 73).

Xu, He-Yong, Chen-Liang Qiao, Hui-Qiang Yang et Zheng-Yin Ye (2017b). « Delayed Detached Eddy Simulation of the wind turbine airfoil S809 for angles of attack up to 90 degrees ». Tiré de : *Energy*, p. 1090-1109. ISSN : 0360-5442. DOI : 10.1016/j.energy.2016.10.131 (cf. p. 69, 199).

Yang, Zhiyin et Peter R. Voke (juill. 2001). « Large-eddy simulation of boundary-layer separation and transition at a change of surface curvature ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 439, p. 305-333. ISSN : 1469-7645. DOI : 10.1017/S0022112001004633 (cf. p. 28, 61, 217).

Yaras, M. I. (juin 2001). « Measurements of the effects of pressure-gradient history on separation-bubble transition ». Tiré de : t. Volume 3: Heat Transfer; Electric Power; Industrial and Cogeneration. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. V003T01A067. DOI : 10.1115/2001-GT-0193 (cf. p. 62).

— (juin 2002). « Measurements of the effects of freestream turbulence on separation-bubble transition ». Tiré de : t. Volume 3: Turbo Expo 2002, Parts A and B. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, p. 647-660. DOI : 10.1115/GT2002-30232 (cf. p. 62).

Yarusevych, Serhiy et Marios Kotsonis (fév. 2017). « Steady and transient response of a laminar separation bubble to controlled disturbances ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 813, p. 955-990. DOI : 10.1017/jfm.2016.848 (cf. p. 63).

Ye, C., F. Wang, C. Wang et B. P. M. van Esch (2020). « Assessment of turbulence models for the boundary layer transition flow simulation around a hydrofoil ». Tiré de : *Ocean Engineering* 217, p. 108124. ISSN : 0029-8018. DOI : 10.1016/j.oceaneng.2020.108124 (cf. p. 77).

Yon, S. A. et J. Katz (1998). « Study of the unsteady flow features on a stalled wing ». Tiré de : *AIAA Journal* 36.3, p. 305-312. DOI : 10.2514/2.372 (cf. p. 22, 23, 196, 217, 221).

Yoon, Seokkwan et Anthony Jameson (déc. 1986). « An LU-SSOR scheme for the Euler and Navier-Stokes equations ». Tiré de : *25th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. DOI : 10.2514/6.1987-600 (cf. p. 109, 128, 200).

You, Ju Yeol et Oh Joon Kwon (2013). « Blending of SAS and correlation-based transition models for flow simulation at supercritical Reynolds numbers ». Tiré de : *Computers & Fluids* 80. Selected contributions of the 23rd International Conference on Parallel Fluid Dynamics ParCFD2011, p. 63-70. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2012.05.016 (cf. p. 59, 126).

Zaki, T. A., J. G. Wissink, W. Rodi et P. A. Durbin (2010). « Direct Numerical Simulations of transition in a compressor cascade: the influence of free-stream turbulence ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 665, p. 57-98 (cf. p. 64).

Zaki, Tamer A. et Paul A. Durbin (sept. 2006). « Continuous mode transition and the effects of pressure gradient ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 563, p. 357-388. DOI : 10.1017/S0022112006001340 (cf. p. 62).

Zaman, K. B. M. Q., A. Bar-Sever et S. M. Mangalam (1987). « Effect of acoustic excitation on the flow over a low-Re airfoil ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 182, p. 127-148. DOI : 10.1017/S0022112087002271 (cf. p. 7, 21, 26, 194).

Zaman, K. B. M. Q., D. J. Mckinzie et C. L. Rumsey (1989). « A natural low-frequency oscillation of the flow over an airfoil near stalling conditions ». Tiré de : *Journal of Fluid Mechanics* 202, p. 403-442. DOI : 10.1017/S0022112089001230 (cf. p. 21, 23, 24, 194, 195, 212, 217, 220).

Zarutskaya, Tatiana et Rimon Arieli (juin 2005). « On vortical flow structures at wing stall and beyond ». Tiré de : *35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. DOI : 10.2514/6.2005-4913 (cf. p. 23, 196).

Zdravkovich, M. M. (1996). « Different modes of vortex shedding : a review ». Tiré de : *Journal of Fluids and Structures* 10.5, p. 427-437. ISSN : 0889-9746. DOI : 10.1006/jfls.1996.0029 (cf. p. 21, 195).

Zhang, Xue Feng et Howard Hodson (mars 2004). « Combined effects of surface trips and unsteady wakes on the boundary layer development of an ultra-high-lift LP turbine blade ». Tiré de : *Journal of Turbomachinery* 127.3, p. 479-488. ISSN : 0889-504X. DOI : 10.1115/1.1860571 (cf. p. 64).

Zhang, Xuefeng, Ali Mahallati et Steen Sjolander (juill. 2002). « Hot-film measurements of boundary layer transition, separation and reattachment on a low-pressure turbine airfoil at low Reynolds numbers ». Tiré de : *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*. DOI : 10.2514/6.2002-3643 (cf. p. 64).

Zhong, Bowen, Satish K. Yadav et Dimitris Drikakis (2010). « Turbulent flow simulations around an airfoil at high incidences using URANS, DES and ILES approaches ». Tiré de : *Direct and Large-Eddy Simulation VII*. Sous la dir. de Vincenzo Armenio, Bernard Geurts et Jochen Fröhlich. Dordrecht : Springer Netherlands, p. 533-540. ISBN : 978-90-481-3652-0 (cf. p. 69, 199).

Zhou, Lin, Zhenghong Gao et Yiming Du (fév. 2019). « Flow-dependent DDES/$\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ coupling model for the simulation of separated transitional flow ». Tiré de : *Aerospace Science and Technology* 87, p. 389-403. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2019.02.037 (cf. p. 60, 126, 136).

Zierke, William C. et Steven Deutsch (juill. 1989a). *The measurements of boundary layers on a compressor cascade : Volume 1 - Experimental technique analysis, and results*. Rapp. tech. Pennsylvania State University : NASA (cf. p. 64).

— (juill. 1989b). *The measurements of boundary layers on a compressor cascade : Volume 2 - Data tables*. Rapp. tech. Pennsylvania State University : NASA (cf. p. 64).