



HAL
open science

Mesure tridimensionnelle de coefficients aérodynamiques dynamiques en soufflerie d'un projectile empenné à l'aide d'un banc d'essai libre en rotations

Laurène Muller

► To cite this version:

Laurène Muller. Mesure tridimensionnelle de coefficients aérodynamiques dynamiques en soufflerie d'un projectile empenné à l'aide d'un banc d'essai libre en rotations. Autre. Université Bourgogne Franche-Comté, 2022. Français. NNT : 2022UBFCD053 . tel-04060765

HAL Id: tel-04060765

<https://theses.hal.science/tel-04060765>

Submitted on 6 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THESE DE DOCTORAT DE L'ETABLISSEMENT UNIVERSITE BOURGOGNE FRANCHE-COMTE
PREPAREE A L'UNIVERSITE DE FRANCHE-COMTE**

Ecole doctorale n°37

Sciences Physiques pour l'Ingénieur et Microtechniques [SPIM]

Doctorat de SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR

Par

Madame Laurène Muller

Mesure tridimensionnelle de coefficients aérodynamiques dynamiques en soufflerie d'un projectile
empenné à l'aide d'un banc d'essai libre en rotations

Thèse présentée et soutenue à Belfort, le 15 novembre 2022

Composition du Jury :

Mr, Cudel, Christophe	Professeur, Insitut IRISMAS, Université de Mulhouse, Mulhouse	Président du jury
Mr, Dala, Laurent	Professeur, Northumbria University, Newcastle (UK)	Rapporteur
Mr, Hoarreau, Yannick	Professeur, ICube, Université de Strasbourg, Strasbourg	Rapporteur
Mme, Ferrand, Valérie	Professeur associé, Supaéro, Toulouse	Examinatrice
Mr, Leopold, Friedrich	Chef de groupe, ISL, Saint-Louis	Examineur
Mr, Bailly, Yannick	Professeur, UBFC, FEMTO-ST, Belfort	Directeur de thèse
Mr, Roy, Jean-Claude	Maître de conférences, UBFC, FEMTO-ST, Belfort	Codirecteur de thèse
Mr, Libsig, Michel	Chargé de recherches, ISL, Saint-Louis	Encadrant

Titre : Mesure tridimensionnelle de coefficients aérodynamiques dynamiques en soufflerie d'un projectile empenné à l'aide d'un banc d'essai libre en rotations

Mots clés : Mécanique du vol, Simulation numérique, Stéréovision, Supersonique, Vol libre, Tube de Ludwieg.

Résumé : L'attitude d'un projectile en vol est induite par les forces et moments qui agissent sur ce dernier. Les moments aérodynamiques sont décomposés en deux parties : la partie statique, dépendant de l'orientation du projectile, et la partie dynamique, liée à sa vitesse angulaire. Alors que la soufflerie est un outil performant pour mesurer les moments statiques, seul le vol libre permet de déterminer les moments dynamiques. C'est sur ce constat que le projet de cette thèse, appelé MiRo, a été initié. Il aspire à développer une méthode de mesure permettant d'obtenir les moments dynamiques en soufflerie. Celle-ci est basée sur la stéréovision et sur un banc d'essai libre en rotation placé à l'intérieur de la maquette et permettant de la maintenir dans l'écoulement. Les coefficients des moments statiques et dynamiques sont obtenus après comparaison de l'attitude de la maquette avec un modèle linéaire issu des équations de la mécanique du vol. La validation du dispositif MiRo a été réalisée sur la base du DREV-ISL, un projectile académique stabilisé par empennage. Cette tâche a été menée en deux temps. La première étape a consisté à étudier l'impact du dispositif mécanique sur la répartition des efforts aérodynamiques agissant sur la maquette grâce à des simulations URANS. La seconde étape a eu pour but de valider les coefficients aérodynamiques obtenus avec la méthode MiRo dans une soufflerie supersonique en les confrontant à des prédictions numériquement et à des mesures alternatives en soufflerie, en vol libre et dans un tube de Ludwieg.

Title: Three-dimensional measurement of dynamic aerodynamic coefficients in a wind tunnel of a fin-stabilized projectile thanks to a freely rotating test bench

Keywords: Flight mechanics, Numerical simulation, Stereovision, Supersonic, Free Flight, Ludwieg tube

Abstract: The attitude of a projectile in flight is induced by the forces and moments acting on it. The aerodynamic moments are split into two parts: the static part, depending on the orientation of the projectile, and the dynamic part, related to its angular velocity. While the wind tunnel is a powerful static moment measurement tool, only free flight tests can be used for the determination of dynamic moments. This observation is the starting point of MiRo, the project of this PhD thesis. The goal of this project is to develop a measurement method for dynamic moment determination in wind tunnels. It is based on the stereovision technique and a freely rotating test bench placed inside in order to be hold in the flow. The static and dynamics moments coefficients are obtained after comparing the model's attitude with a linear model based on the equations of flight mechanics flight mechanics equations. The validation of the MiRo device was performed with the DREV-ISL, a fin-stabilised academic projectile. This task was carried out in two stages. The first step consisted in studying the impact of the mechanical device on the distribution of aerodynamic forces acting on the model thanks to URANS simulations. The second step aimed to validate the aerodynamic coefficients obtained with the MiRo method in a supersonic wind tunnel by being compared to numerical predictions and alternative measurements in a wind tunnel, in free flight and in a Ludwieg tube.

Remerciements

Le fruit de cette thèse est l'aboutissement d'un travail de longue haleine qui a nécessité le soutien, l'aide et la collaboration de plusieurs personnes. Rédiger ces remerciements me donne l'occasion de me remémorer les bons, voire très bons moments mais aussi les différents obstacles qu'il m'a fallu surmonter.

Je tiens d'abord à adresser mes remerciements aux membres de mon jury de thèse qui m'ont fait l'honneur d'évaluer ce travail et d'assister à ma soutenance. J'adresse plus particulièrement mes sincères remerciements à Yannick Hoarau et Laurent Dala pour leur tâche de rapporteur, à Valérie Ferrand pour son rôle d'examinatrice et à Christophe Cudel en sa qualité de président du jury.

Mes remerciements vont également à mes directeurs de thèse Yannick Bailly et Jean-Claude Roy pour leur encadrement universitaire.

Je voudrais ensuite remercier chaleureusement mon encadrant ISL, Michel Libsig, pour le temps qu'il m'a consacré tout au long de cette thèse. Sa porte étant en permanence ouverte, il a été d'un soutien sans faille, toujours à l'écoute, me prodiguant de nombreux conseils avisés, m'épaulant et me soutenant, malgré sa charge de travail plus que conséquente.

Je tiens à remercier toute l'équipe du groupe AMS (Aérodynamique, mesures et Simulations) pour son implication dans cette thèse et pour m'avoir chaleureusement intégrée au sein de l'équipe. Un grand merci à Léopold Friedrich, chef de groupe et examinateur dans mon jury, pour la confiance qu'il m'a accordée. Merci à Daniel Klatt et Robert Hruschka pour les nombreux conseils que vous m'avez fournis concernant la CFD. Un très grand merci à Sebastian Michalski pour avoir réalisé des essais en soufflerie avec la méthode de mesure qu'il était en train de mettre au point, me permettant ainsi d'avoir un élément de comparaison avec MiRo. Merci à Myriam Bastide de m'avoir fourni des visualisations de grandes qualités. Merci à Joseph Juncker d'avoir développé un déclencheur me permettant de piloter à la fois les caméras et les distributeurs pneumatiques. Merci à Christophe Demeautis, pour son implication et son aide dans la réalisation des essais en soufflerie. Merci à Remy Kempf et à Berthold Sauerwein pour avoir effectué les essais dans le tube de Ludwig.

Je souhaite également remercier l'ensemble du groupe ABX pour son aide dans la réalisation des essais en vol libre. Je garderai de très bons souvenirs de cette journée passée avec vous. Un merci tout particulier à Bastien Martinez pour m'avoir fait découvrir l'aérodynamique expérimentale lors de mon TIPE.

Par ailleurs, je souhaite également remercier l'ensemble des membres du bureau d'étude et de l'atelier central pour la conception et l'usinage de l'ensemble des pièces mécaniques.

Merci à la bande *team café* pour les discussions et les fous rires du midi. Merci aussi à mes collègues du club d'escalade qui m'ont permis de me changer les idées et de me défouler physiquement. Je tiens également à remercier les membres du club de géobiologie pour être arrivés à mettre mon cerveau sur off (chose pas facile) le temps de nos rencontres.

Un merci à mes amis pendant ces cinq années qui au cours de nos trop brèves retrouvailles m'ont servi de soupape de décompression, en me faisant oublier pour un temps mes travaux de thèse.

Pour finir, je souhaite également remercier ma famille pour leur soutien et l'attention portée. Un merci plus particuliers à mes parents supporteurs sans limite pour leur amour, leur confiance inconditionnelle, leur soutien et leurs encouragements, de tous les instants. Merci à Hugo, (*mon petit grand frère adoré que j'aime tant*), pour ses encouragements, sa présence dans les bons et les mauvais moments.

A Mamie et Papounet,

Sommaire

Sommaire	vii
Conférences et publications	xi
Liste des figures	xiii
Liste des tableaux	xvii
Introduction	1
1 État de l'art	7
1.1 Introduction	7
1.2 Modélisation du vol libre d'un projectile	7
1.2.1 Définitions des trièdres de référence	7
1.2.1.1 Repère terrestre	8
1.2.1.2 Repère projectile	8
1.2.1.3 Repère aérodynamique	8
1.2.1.4 Lien entre les différents trièdres	9
1.2.1.4.1 Position du repère projectile par rapport au repère terrestre	9
1.2.1.4.2 Position du repère projectile par rapport au repère aérodynamique	9
1.2.2 Inventaire des efforts aérodynamiques agissant sur un projectile stabilisé par ailettes	10
1.2.2.1 Forces exprimées dans le repère aérodynamique	11
1.2.2.2 Forces exprimées dans le repère projectile	12
1.2.2.3 Moments exprimés dans le repère projectile	12
1.2.3 Mise en équation de la mécanique du vol en vol libre	13
1.2.3.1 Principe général de la mécanique du vol	13
1.2.3.2 Mise en équation du mouvement en translation et en rotation d'un projectile stabilisé par ailettes	14
1.2.3.2.1 Bilan des forces et moments	14
1.2.3.2.2 Expression des équations de la mécanique du vol dans le repère projectile	15
1.2.3.2.3 Expression des équations de la mécanique du vol dans le repère aérodynamique	16
1.3 Transposition des équations au dispositif MiRo	16
1.3.1 Modélisation de la mécanique du vol sans translation	18
1.3.2 Équation cinématique	19
1.3.3 Angle d'incidence d'une maquette en soufflerie	19
1.3.4 Application des équations de la mécanique du vol au dispositif MiRo à 1DoF	19
1.3.5 Détermination du modèle d'amortissement en tangage.	20
1.4 Méthode de mesure des coefficients dynamiques	21
1.4.1 Obtention du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ par l'intermédiaire de la mesure de la réaction	21

1.4.1.1	Approche 1 : Intégration sur une période d'oscillation	23
1.4.1.2	Approche 2 : Résolution du déplacement angulaire moyen	23
1.4.2	Obtention du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ par l'intermédiaire de la mesure du mouvement	24
1.5	Modélisation de la stéréovision	26
1.5.1	Modélisation d'une caméra	26
1.5.1.1	Coordonnées homogènes	26
1.5.1.2	Modèle du sténopé	26
1.5.1.2.1	Changement de repère Monde/Caméra	28
1.5.1.2.2	Transformation entre le repère camera et le repère rétinien : projection perspective ($\mathcal{R}_C \rightarrow \mathcal{R}_R$)	29
1.5.1.2.3	Passage du repère métrique au repère pixelique ($\mathcal{R}_R \rightarrow \mathcal{R}_I$)	29
1.5.1.2.4	Transformation objet/image ($\mathcal{R}_S \rightarrow \mathcal{R}_I$)	30
1.5.1.3	Modélisation des distorsions	32
1.5.1.3.1	Distorsion radiale	34
1.5.1.3.2	Distorsion de décentrage	34
1.5.1.3.3	Distorsion prismatique	34
1.5.1.3.4	Distorsion totale	35
1.5.1.4	Étalonnage d'une caméra	35
1.5.2	Modélisation de la stéréovision	36
1.5.2.1	Intérêt d'utiliser deux caméras	36
1.5.2.2	Étalonnage stéréoscopique	38
1.5.2.3	Calcul de la position 3D d'un point à partir de deux images	39
2	Le projet MiRo	41
2.1	Introduction	41
2.2	Banc d'essai en soufflerie	42
2.2.1	Dispositif de maintien	42
2.2.2	Dispositif générateur de perturbation d'attitude de maquette	43
2.3	Stéréovision et traitement d'images	45
2.3.1	Montage expérimental	45
2.3.2	Algorithme de stéréovision	45
2.3.2.1	Principe de l'algorithme de détection des points de contrôle	47
2.3.2.2	Détermination de la position des marqueurs sur la maquette	47
2.4	Identification des coefficients aérodynamiques	49
3	Mesures expérimentales	53
3.1	Introduction	53
3.2	Mesures en soufflerie	53
3.2.1	La soufflerie trisonique	53
3.2.1.1	Présentation de l'installation	53
3.2.1.2	Détermination de la limite d'utilisation en soufflerie du DREV-ISL	54
3.2.2	Dispositif expérimental MiRo monté en soufflerie	56
3.2.3	Dispositif d'oscillation libre à 1DoF	57
3.3	Mesure dans le tube de Ludwig	59
3.3.1	Présentation du tube de Ludwig	59
3.3.2	Dispositif expérimental dans le tube de Ludwig	60
3.4	Mesure en vol libre	61
3.4.1	Le terrain d'expérience	62
3.4.2	Architecture des maquettes et design des sabots	62
3.5	Analyse statistique des résultats	64
3.5.1	Détection de normalité	65
3.5.2	Étude statistique des résultats MiRo	67

3.5.3	Étude statistique des résultats à oscillation libre à 1-DoF en soufflerie et dans le tube de Ludwig	68
3.5.4	Résultats des essais en vol libre	69
4	Étude numérique de l'impact du dispositif de maintien	71
4.1	Introduction	71
4.2	Description numérique	71
4.2.1	Description des maquettes utilisées	71
4.2.2	Paramétrisation des simulations	73
4.2.2.1	Simulation en régime permanent	74
4.2.2.2	Simulation en régime transitoire	74
4.2.2.2.1	La méthode du pas de temps double	74
4.2.2.2.2	Procédure de tangage planaire forcé transitoire	74
4.2.2.2.3	Couplage à 1 degré de liberté	75
4.3	Validation des simulations RANS	76
4.3.1	Résultats de l'étude d'indépendance en maillage	76
4.4	Validation des simulations URANS	79
4.4.1	Validation de la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations forcées	79
4.4.1.1	Indépendance en pas de temps global et interne	79
4.4.1.2	Dépendance en amplitude	79
4.4.1.3	Dépendance en fréquence	82
4.4.1.4	Conclusions sur la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations forcées	83
4.4.2	Validation de la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations libres	84
4.5	Étude de l'impact de la cavité sur l'attitude d'un projectile stabilisé par ailettes	87
4.5.1	Effet de l'angle d'attaque	88
4.5.2	Effet de la position du centre de rotation	90
4.5.3	Effet du régime d'écoulement	91
4.5.4	Récapitulatif de l'impact du système de maintien sur les coefficients aérodynamiques	92
5	Résultats et comparaisons	95
5.1	Introduction	95
5.2	Comparaison des résultats aérodynamiques	95
5.3	Impact des différences de coefficients aérodynamiques sur la trajectoire	99
5.3.1	Effet de l'intervalle de confiance à 95% sur les résultats MiRo	99
5.3.2	Effet des différences de coefficient résultants des six techniques de détermination	100
	Conclusion et perspectives	106
A	Complément d'information sur la mécanique du vol	I
A.1	Matrice de transformation	I
A.1.1	Matrice de transformation entre le repère projectile et le repère terrestre	I
A.1.2	Matrice de transformation entre le repère projectile et le repère aérodynamique	III
A.2	Développement des équations cinématiques de rotation	IV
A.3	Équation de mouvement angulaire du dispositif MiRo	V
A.3.1	Équation du mouvement de roulis	VI
A.3.2	Équation du mouvement de tangage	VI
A.3.3	Équation du mouvement de lacet	VII
B	Complément d'information sur la dynamique des gaz	IX

C Complément d'information sur l'analyse statistique	XIII
C.1 Distribution de Student	XIII
C.2 Test de Shapiro-Wilk	XIV

Conférences et publications

Les principales études réalisées au cours de cette thèse et détaillées dans ce manuscrit ont été soumises et présentées à plusieurs conférences internationales et ont donné lieu aux publications suivantes :

Article de journal international

L. Muller, M. Libsig, J.-C. Roy, and Y. Bailly. Wind tunnel measurements of dynamic aerodynamic coefficients using a freely rotating test bench. In *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2022, to be submitted

Actes de conférences internationales

L. Muller, B. Martinez, M. Libsig, D. Bidino, M. Bastide, J.-C. Roy, and Y. Bailly. Numerical and experimental investigation of a 3-axis free rotation model. In *54th 3AF International Conference on Applied Aerodynamic*, Paris, France, 2019

L. Muller, M. Libsig, B. Martinez, M. Bastide, D. Bidino, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Wind tunnel measurements of the dynamic stability derivatives of a fin-stabilized projectile by means of a 3-axis freely rotating test bench. In *AIAA AVIATION 2020 FORUM*, page 2782, Reno, Nevada, 2020.

L. Muller and M. Libsig. Design of a freely rotating wind tunnel test bench for dynamic coefficients measurements. In *56th 3AF International Conference on Applied Aerodynamic*, Toulouse, France, 2022.

Présentations orales dans des conférences nationales et internationales sans actes

L. Muller, M. Libsig, B. Martinez, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Validation of a spin-stabilized projectile transitional motion induced by the deployment of a constant effect actuator. In *7th ISL Scientific Symposium*, Saint-Louis, France, 2018.

L. Muller, M. Libsig, B. Martinez, M. Bastide, D. Bidino, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Numerical and experimental investigation of a 3-axis free rotating wind tunnel model. In *8th ISL Scientific Symposium*, Saint-Louis, France, 2019.

L. Muller, M. Libsig, B. Martinez, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Numerical investigation of a three-axis freely rotating wind tunnel test bench for dynamic coefficients measurements. In *9th ISL Scientific Symposium*, Saint-Louis, France, 2020.

L. Muller, M. Libsig, B. Martinez, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Design of a three-axis freely rotating wind tunnel test bench for dynamic coefficients measurements. In *10th ISL Scientific Symposium*, Saint-Louis, France, 2021.

L. Muller, M. Libsig, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Design of a freely rotating wind tunnel test bench for dynamic coefficients measurements, In *Measurement and Observation Techniques for Aerospace Research*, Saint-Louis, France, 2022.

Liste des figures

1	Complémentarité des méthodes d'investigation aérodynamique (Libsig, 2016)	2
2	Dessin technique du DREV-ISL (Girard, 1997)	4
3	Calages en roulis étudiés	5
1.1	Repère terrestre (vert), aérodynamique (bleu) et projectile (rouge)	8
1.2	Position du repère projectile par rapport au repère terrestre	9
1.3	Position du repère aérodynamique par rapport au repère projectile	10
1.4	Positionnement des forces et moments dans le repère projectile et aérodynamique	11
1.5	Mouvement induit par q	13
1.6	Mouvement induit par $\dot{\alpha}$	13
1.7	Position du repère soufflerie par rapport au repère projectile	17
1.8	Organigramme des méthodes de mesures permettant d'obtenir les coefficients dynamiques en soufflerie (Orlik-Ruckemann, 1981) -DDL = degré de liberté	22
1.9	Paramétrage du mouvement d'oscillation autour de l'axe de tangage	23
1.10	Exemple d'évolution du coefficient de tangage en fonction de l'angle d'attaque (pour $\alpha_0 = 0^\circ$ et $C_{m0} = 0$)	24
1.11	Exemple d'évolution de l'angle d'attaque en fonction du temps	25
1.12	Sténopé	27
1.13	Modélisation du sténopé	28
1.14	Schéma bloc du modèle sténopé	30
1.15	Impact de la distorsion sur le plan rétinien	32
1.16	Prise en compte de la distorsion dans le modèle du sténopé	32
1.17	Type de distorsion	33
1.18	Effet de la distorsion radiale	34
1.19	Effet de la distorsion tangentielle	34
1.20	Mire de Calibration	36
1.21	Détection des points de contrôle appartenant à chaque plan \times Plan $X = 0$; \times Plan $Y = 0$; \times Plan $Z = 0$	37
1.22	Détection après optimisation \times Points détectés dans l'image; \bullet Projections des points 3D après optimisation	37
1.23	une versus deux caméras	38
1.24	Calibration du capteur stéréoscopique	39
2.1	Décomposition du projet MiRo	42
2.2	Maquette DREV-ISL, dispositif de rotation et dard de fixation	43
2.3	Vue détaillée du dispositif de maintien (CAO)	43
2.4	Banc d'essai MiRo	44
2.5	Vue détaillée du banc d'essai MiRo	44
2.6	Schéma pneumatique de la commande du vérin	45
2.7	Montage optique comportant deux caméras rapides (en gris)	46
2.8	Marqueurs <i>Crash Dummy Symbol</i> positionnés sur la maquette DREV-ISL	46
2.9	Prédiction et calcul du centre des marqueurs présents sur la maquette	48
2.10	Principe du processus d'appariement des marqueurs	49

2.11 Exemple de signaux d'attitude obtenus à la fin du traitement d'images par stéréovision	49
2.12 Méthode des redressement des courbes	50
2.13 Courbes d'ajustement obtenues pour chaque méthode d'ajustement	52
3.1 Soufflerie trisonique	54
3.2 Schéma de fonctionnement de la soufflerie trisonique	55
3.3 Visualisation par ombroscopie des structures aérodynamiques visibles autour de la maquette à Mach 1,5	56
3.4 Visualisation par ombroscopie des structures aérodynamiques visibles autour de la maquette à Mach 1,86	56
3.5 Le dispositif expérimental MiRo	57
3.6 Comparaison du signal de l'angle d'attaque en utilisant la technique de stéréovision (2 caméras Photron SA-Z) et de visualisation directe (1 caméra Photron APX-RS)	58
3.7 Dispositif de pilotage du vérin pneumatique	58
3.8 Banc d'essai du dispositif libre à 1Dof (aussi dénommé "Poseidon")	59
3.9 La soufflerie à choc transformée en tube de Ludwieg	60
3.10 Principe de fonctionnement du tube de Ludwieg	60
3.11 Dispositif expérimental dans le tube de Ludwieg	61
3.12 Suivi par ombroscopie de l'attitude de la maquette à Mach 4,0 dans le tube de Ludwieg	61
3.13 Configuration du rayon de tir pour les essais en vol libre	62
3.14 Photo du projectile avec une pointe en laiton (remplacé par du tungstène pour ces expériences) et du sabot comprenant la jupe d'étanchéité en (blanc), l'assiette de poussée (en aluminium) et les 4 pétales (en beige)	64
3.15 Séparation du sabot et libération de la maquette	64
3.16 Niveau de confiance	65
3.17 Exemples de répartitions de valeurs mesurées avec MiRo	67
3.18 Résultat des essais du DREV-ISL monté sur le dispositif MiRo	68
3.19 Résultat des essais du DREV-ISL avec la méthode d'oscillation libre à 1-DoF en soufflerie et dans le tube de Ludwieg	69
4.1 Présentation des modèles permettant de quantifier l'impact du dispositif de maintien	72
4.2 Coupe longitudinale montrant la modélisation de la cavité	72
4.3 Répartition des corps d'influence dans le domaine fluide	73
4.4 Maillage utilisé pour les études CFD de la géométrie de référence	73
4.5 Principe du couplage 6DoF/CFD	76
4.6 Distributions de pression le long de l'axe longitudinal du DREV-ISL à Mach 2,0	77
4.7 Évolution de y^+ le long de l'axe longitudinal à différents nombres de Mach ($\alpha = 0^\circ$)	78
4.8 Influence du pas de temps interne i pour $N = 100$ et $N = 200$ à Mach 1,5, 2,0 et 4,0 sur le $C_{m\alpha}$ (colonne de gauche) et sur le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (colonne de droite)	80
4.9 Influence du pas de temps global Δt (proportionnel à $1/N$) pour $i=15$ et $i=20$ à Mach 1,5, 2,0 et 4,0 sur le $C_{m\alpha}$ (colonne de gauche) et sur le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (colonne de droite)	81
4.10 Effet de l'amplitude A sur le coefficient de moment de tangage pour $M = 2,0$, $k = 0,1$, $N = 200$, $i = 20$ et $A=(0,25^\circ, 0,5^\circ, 0,75^\circ, 1,0^\circ)$	82
4.11 Effet de l'amplitude A sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	82
4.12 Effet de la fréquence réduite k sur le coefficient de moment de tangage pour $M = 2,0$, $N = 200$, $i = 20$, $A = 0,25^\circ$ et $k=(0,025, 0,05, 0,1$ et $0,2)$	83
4.13 Influence de la fréquence réduite k sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	83
4.14 Influence du pas de temps global pour les simulations à 1DoF/CFD sur le $C_{m\alpha}$ (gauche) et le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (droite).	85
4.15 Influence du pas de temps interne i des simulations à 1DoF/CFD sur le $C_{m\alpha}$ (gauche) et le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (droite).	86
4.16 Impact de l'angle d'attaque sur les composantes des forces de pression s'exerçant sur les parois de la cavité	88

4.17 Impact de l'angle d'attaque sur la distribution des coefficients de force normale et du moment de tangage pour $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$	89
4.18 Comparaison entre les modèles avec et sans cavité des distributions des coefficients de forces et de moments le long de l'axe longitudinal pour un angle d'attaque égale à 2°	90
4.19 Position des centres de rotation étudiés	90
4.20 Impact de la position du centre de rotation sur la distribution totale des coefficients de forces et de moments le long de l'axe longitudinal à $AoA=2^\circ$	91
4.21 Distribution des coefficients de force normale sur l'extérieur des géométries creuse et pleine	92
4.22 Impact du nombre de Mach sur la distribution des coefficients de forces normales le long de l'axe longitudinal à $AoA=2^\circ$	93
4.23 Comparaison des coefficients aérodynamiques globaux entre les modèles avec et sans cavité	93
5.1 Comparaison des différentes méthodes permettant d'obtenir le $C_{m\alpha}$	96
5.2 Comparaison des différentes méthodes permettant d'obtenir le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	97
5.3 Influence du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sur la décroissance exponentielle à Mach 2,5, $(C_{m\alpha} = -8,55)$	101
A.1 Position du repère projectile par rapport au repère terrestre	I
A.2 Rotation autour de z_0	II
A.3 Rotation autour de y_1	II
A.4 Rotation autour de x_2	II
A.5 Position du repère projectile par rapport au repère aérodynamique	III
A.6 Rotation autour de y	IV
A.7 Rotation autour de x_1	IV
C.1 Représentation du niveau de confiance	XIII

Liste des tableaux

1.1	Définition des liaisons mécaniques	17
1.2	Différences notables entre les deux méthodes de calibration	35
2.1	Propriété inertielles du DREV-ISL monté sur le dispositif MiRo	42
2.2	Paramétrisation des ajustements de courbes	51
3.1	Tableau des principales conditions expérimentales de la soufflerie trisonique	55
3.2	Propriétés physiques du DREV-ISL monté sur le dispositif Poseidon.	59
3.3	Propriétés physiques mesurées des maquettes en vol libre du DREV-ISL	63
3.4	Tableau récapitulatif du nombre d'essais effectué avec la configuration "+"	65
3.5	Jeux de données où l'hypothèse de non-normalité est rejetée ✓, partiellement reje- tée ✓ ou validée ✗ pour les configurations "+" et "×".	66
3.6	Incertitudes relatives (en %) des coefficients des moments de tangage statique et dy- namique obtenues avec la méthode MiRo en soufflerie pour un niveau de confiance à 95%	68
3.7	Résultats des essais en vol libre	70
4.1	Nombre d'éléments en fonction de la densité du maillage	72
5.1	Incertitude relative à 68% des coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ obtenues avec la mé- thode MiRo, l'oscillation libre à 1DoF en vol libre	99
5.2	Effet des barres d'erreurs MiRo sur la trajectoire balistique à Mach 2,5	100
5.3	Influence des barres d'erreurs sur la fréquence f de la trajectoire	100
5.4	Influence de la méthode de détermination des coefficients aérodynamiques sur la trajectoire balistique à Mach 1,86, $\alpha = 5^\circ$	101
5.5	Influence de la méthode de détermination des coefficients aérodynamiques sur la trajectoire balistique à Mach 3,0, $\alpha = 5^\circ$	102
C.1	Coefficients de Student	XIV
C.2	Tableau des coefficients a_i pour $i \in [1, 10]$	XV
C.3	Tableau des coefficients a_i pour $i \in [11, 20]$	XV
C.4	Valeurs critiques de W (W_{crit})	XV

Notation

Coefficients aérodynamiques (sans dimension)

C_D	Coefficient de trainée	repère aérodynamique
C_{D0}	Coefficient de trainée pour $\alpha_t = 0^\circ$	repère aérodynamique
$C_{D\alpha^2}$	Dérivée seconde du coefficient de trainée par rapport à $\sin \alpha_t$	repère aérodynamique
C_L	Coefficient de portance	repère aérodynamique
C_{L0}	Coefficient de portance pour $\alpha > \alpha_{C_L=0}$	repère aérodynamique
$C_{L\alpha}$	Dérivée du coefficient de portance par rapport à $\sin \alpha$	repère aérodynamique
C_C	Coefficient de dérapage	repère aérodynamique
C_{C0}	Coefficient de dérapage pour $\beta = 0^\circ$	repère aérodynamique
$C_{C\beta}$	Dérivée du coefficient de dérapage par rapport à $\sin \beta$	repère aérodynamique
C_A	Coefficient de force axiale	repère projectile
C_Y	Coefficient de force latérale	repère projectile
C_Z	Coefficient force normale	repère projectile
C_l	Coefficient du moment d'entraînement en roulis	repère projectile
C_{lp}	Coefficient du moment d'amortissement en roulis	repère projectile
C_m	Coefficient du moment en tangage	repère projectile
C_{m0}	Coefficient du moment en tangage pour $\alpha = 0^\circ$	repère projectile
$C_{m\alpha}$	Dérivé du coefficient du moment en tangage par rapport à $\sin \alpha$	repère projectile
$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	Coefficient du moment d'amortissement en tangage	repère projectile
C_n	Coefficient du moment en lacet	repère projectile
C_{n0}	Coefficient du moment en lacet pour $\beta = 0^\circ$	repère projectile
$C_{n\beta}$	Dérivé du coefficient du moment en lacet par rapport à $\sin \beta$	repère projectile
$(C_{nr} + C_{n\dot{\beta}})$	Coefficient du moment d'amortissement en lacet	repère projectile

Mathématique

a Variable

\mathbf{a} Vecteur

\mathbf{A} Matrice

$[\mathbf{T}]^{R_1 R_2}$ Matrice de passage du repère R_2 au repère R_1

Variabes optiques

(u_0, v_0) Coordonnées du point principal dans le repère image (pixel)

β	Facteur de non orthogonalité	(deg ou rad)
$[\mathbf{E}]^{C0}$	Matrice des paramètres extrinsèques du modèle du sténopé	
$\alpha_{u,v}$	Focale de la caméra en nombre de pixels suivant les directions \vec{u} et \vec{v}	(pixel)
\mathbf{I}_c	Matrice des paramètres intrinsèques du modèle du sténopé	
$\mathbf{R}_{3 \times 3}$	Matrice de rotation	
$\mathbf{t}_{3 \times 1}$	Vecteur de translation	(m)
$k_{u,v}$	Nombre de pixels par unité de longueur suivant les axes \vec{u} et \vec{v}	(pixel.m ⁻¹)
s	Facteur d'échelle	
f	Longueur focale	(mm)
Repère de référence		
\mathfrak{R}_B	Repère projectile ($CG, \vec{x}, \vec{z}, \vec{y}$)	
\mathfrak{R}_C	Repère caméra ($C, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C$)	
\mathfrak{R}_E	Repère terrestre ($O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$)	
\mathfrak{R}_I	Repère image (o, \vec{u}, \vec{v})	
\mathfrak{R}_R	Repère rétinien (c, \vec{x}_R, \vec{y}_R)	
\mathfrak{R}_S	Repère soufflerie ($O, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S$)	
\mathfrak{R}_W	Repère aérodynamique ($CG, \vec{x}_w, \vec{y}_w, \vec{z}_w$)	
Variables physiques		
\bar{q}	Pression dynamique $\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 = \frac{\gamma}{2} P M^2$	(Pa)
$\omega_{R_1 R_2}$	Vecteur vitesse de rotation du repère R_1 par rapport au repère R_2	(rad.s ⁻¹)
γ	Coefficient de Laplace	(\emptyset)
ρ	Densité de l'air	(kg.m ⁻³)
\mathbf{F}	Résultante des forces	(N)
\mathbf{I}	Matrice d'inertie du projectile	(kg.m ²)
\mathbf{M}	Résultante des moments appliqués au centre de gravité	(N.m)
\mathbf{v}	Vecteur vitesse de translation	(m.s ⁻¹)
D	Diamètre de référence ou calibre	(m)
g	Accélération de la pesanteur	(9,8066 m.s ⁻²)
I_1	Moment d'inertie axiale	(kg.m ²)
I_2	Moment d'inertie transversale	(kg.m ²)
m	Masse du projectile	(kg)
S	Surface de référence $S = \frac{\pi d^2}{4}$	(m ²)
α	Angle de d'attaque	(deg ou rad)
β	Angle de de dérapage	(deg ou rad)
α_t	Angle de d'attaque total $\alpha_t = \arcsin(\cos \alpha \cos \beta)$	(deg ou rad)
ϕ	Angle de roulis	(deg ou rad)

NOTATION

θ	Angle de tangage	(deg ou rad)
ψ	Angle de lacet	(deg ou rad)
u	Vitesse de translation selon \vec{X} dans le repère projectile	(m.s ⁻¹)
v	Vitesse de translation selon \vec{Y} dans le repère projectile	(m.s ⁻¹)
w	Vitesse de translation selon \vec{Z} dans le repère projectile	(m.s ⁻¹)
p	Vitesse de roulis dans le repère projectile	(deg.s ⁻¹ ou rad.s ⁻¹)
q	Vitesse de tangage dans le repère projectile	(deg.s ⁻¹ ou rad.s ⁻¹)
r	Vitesse de lacet dans le repère projectile	(deg.s ⁻¹ ou rad.s ⁻¹)

Introduction

Contexte de l'étude

Toujours plus précis, toujours plus loin. C'est par ces quelques mots que l'on peut résumer les besoins opérationnels que réclament nos armées en termes de performance des munitions d'artillerie. Ces exigences conduisent aux développements de projectiles de plus en plus complexes et parfois guidés grâce à des appendices. Ce nouveau type de munitions requiert le développement de méthodes d'investigations aérodynamiques avec une précision accrue, capables à la fois de prédire et d'analyser l'attitude de projectiles en vol, induite par l'ensemble des forces et moments qui s'appliquent sur le corps. Que ce soit en aérodynamique ou en balistique, ces derniers sont généralement représentés par des nombres adimensionnés appelés coefficients aérodynamiques qui caractérisent la résistance de la pénétration dans l'air ainsi que la portance et la stabilité de l'objet étudié. En aérodynamique, on distingue deux types de stabilités. La première, dite stabilité statique, décrit la capacité d'un corps à retrouver sa position d'équilibre après en avoir été éloigné. La seconde, stabilité, appelée stabilité dynamique, décrit le processus de rétablissement de l'équilibre après la perturbation. Ce projet aspire à développer une méthode permettant à la fois d'étudier l'attitude d'un projectile et d'identifier les coefficients de moments statiques et dynamiques en soufflerie. L'identification des coefficients aérodynamiques désirés est obtenue après analyse tridimensionnelle du comportement de la maquette effectuée grâce à un procédé stéréoscopique. Ce sujet de thèse est proposé par l'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis (ISL), et plus particulièrement, par le groupe d'Aérodynamique, Mesures et Simulations (AMS) en association avec le laboratoire Franche-Comté Electronique Mécanique Thermique et Optique - Sciences et Technologies (FEMTO-ST) situé à Belfort.

Motivations

La conception aérodynamique d'un projectile commence généralement par des analyses numériques incluant le plus souvent des méthodes telles que des codes semi-empiriques et/ou des simulations numériques de la mécanique des fluides (CFD), pour finir à l'étape de validation du concept, basée sur des méthodes d'études de plus haute-fidélité, telles que des mesures en soufflerie ou des essais en vol libre. Alors que les premières études se concentrent principalement sur la prédiction des coefficients aérodynamiques statiques, les dernières permettent également de prédire les caractéristiques dynamiques. Pour améliorer ce processus, la procédure d'optimisation aérodynamique doit tenir compte simultanément des effets statiques et dynamiques. En effet, l'optimisation de la géométrie ou l'ajout d'appendices aérodynamiques n'affecte pas seulement les coefficients de portance et de traînée du projectile, mais peut également avoir un impact positif ou négatif sur le comportement dynamique de la munition. Dans ce cadre, la présente thèse vise à développer une méthode permettant d'obtenir les coefficients statiques et dynamiques en soufflerie afin d'améliorer la phase de validation de nouvelles munitions.

Méthodes de caractérisation aérodynamique

Grâce aux avancées technologiques réalisées durant ces cinquante dernières années, des méthodes d'investigations théoriques et expérimentales ont été développées et améliorées dans le but d'accroître la précision dans la détermination des propriétés aérodynamiques. Aujourd'hui ces outils sont :

- Méthodes numériques
- Mesures en soufflerie
- Essais en vol libre

Ces techniques ont chacune leurs propres avantages et inconvénients. Pour optimiser le temps de développement des munitions, ces méthodes sont employées de façon complémentaire comme l'illustre la Figure 1.

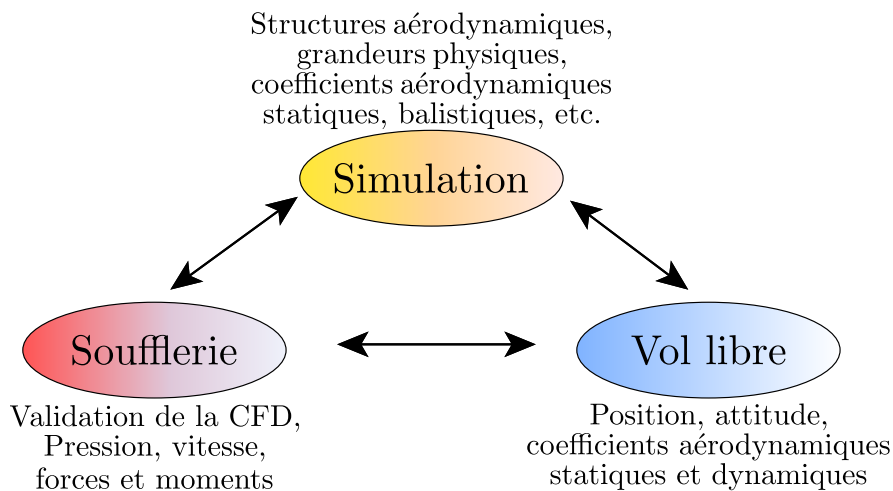


FIGURE 1 – Complémentarité des méthodes d'investigation aérodynamique (Libsig, 2016)

Pendant la phase d'avant-projet, les *codes empiriques et/ou semi-empiriques* sont efficaces pour définir rapidement l'architecture aérodynamique des projectiles. Ces codes se basent sur des modèles théoriques ou des bases de données aérodynamiques générées à partir de résultats provenant des méthodes d'études de plus haute-fidélité. Ils ont comme avantages d'être peu gourmands en temps et en coût humain, mais le résultat obtenu dépend, en outre, de la qualité de la base de données et de la configuration étudiée. En effet cette dernière doit être relativement proche des configurations utilisés pour peupler la base de données. Les *codes de mécanique des fluides numérique* (MFN), désignés plus couramment par son terme anglais Computational Fluid Dynamics (CFD) sont généralement utilisés dans un second temps lors du développement de l'architecture d'un projectile. Les codes de CFD résolvent numériquement les équations fondamentales de la mécanique des fluides. Malgré les progrès considérables de l'informatique, la résolution exacte de ces équations est presque toujours impossible. Les aérodynamiciens ont donc recours à des modèles de turbulence plus ou moins complexes capables partiellement ou totalement de retranscrire les phénomènes physiques tels que les transitions laminaire-turbulent, les phénomènes de décollement ou les effets visqueux. Les simulations CFD permettent d'étudier les phénomènes aérodynamiques autour d'une géométrie donnée telles que les distributions de pression ou de vitesse et les structures tridimensionnelles d'écoulement. Les calculs CFD permettent de prédire assez facilement et avec un coût de calcul raisonnable les coefficients statiques. Pour obtenir les phénomènes instationnaires comme les coefficients d'amortissement en tangage ou en lacet ou des écoulements de sillages, des calculs CFD plus complexe et donc plus coûteux en temps de calcul doivent être réalisés. Toutefois, les études paramétriques associées à un vaste ensemble de conditions de vol et de géométries requièrent tout de même une grande puissance de calcul pour caractériser complètement l'enveloppe de vol.

Les *essais en soufflerie* permettent de réaliser des études expérimentales pour caractériser des maquettes grandeur nature ou à taille réduite dans des conditions d'essais connues, stables et répétables. Les modèles sont maintenus dans l'écoulement grâce à un système de maintien adapté à la technique de mesure. Les essais en soufflerie présentent comme avantage de pouvoir aisément étudier un modèle à des nombres de Mach et des angles d'attaque différents grâce à l'utilisation d'un système de mise en incidence. Les essais en soufflerie sont généralement utilisés pour mesurer les forces et moments grâce à une balance aérodynamique dans le but d'obtenir les coefficients aérodynamiques statiques. Ils sont aussi utilisés afin d'obtenir par visualisation, la structure des écoulements ainsi que la distribution de pression sur le corps de la maquette. L'inconvénient principal avec ce type d'installation réside dans l'interaction entre le système de maintien, les parois de la veine d'essai et la maquette qui peut conduire à une modification de l'écoulement autour de la maquette et donc à une mauvaise estimation des coefficients aérodynamiques. En outre, la détermination des coefficients dynamiques est très souvent une tâche ardue, due entre autre, au caractère instationnaire de ces coefficients.

Les *essais en vol libre* permettent d'étudier en condition expérimentale réelle le comportement en vol d'une maquette taille réelle ou réduite et d'identifier les coefficients aérodynamiques. Ces derniers sont généralement déterminés à partir de grandeurs mesurées en vol grâce à des capteurs tels que des accéléromètres ou des magnétomètres et grâce à des mesures au sol effectuées avec des radars. Le suivi de la trajectoire est usuellement effectué par l'intermédiaire de capteurs embarqués ou de mesures optiques. Les coefficients aérodynamiques ne sont donc pas directement mesurés mais sont obtenus soit grâce à un code d'identification en exploitant les données des capteurs soit grâce à un code de traitement d'image qui analyse l'attitude tridimensionnelle de la maquette au cours du vol. La précision de leur détermination dépend donc de la qualité des grandeurs mesurées ainsi que l'appréciation de la personne en charge d'analyser le vol. En outre, contrairement aux essais en soufflerie, les essais en vol libre oblige les aérodynamiciens à travailler avec des vitesses non constantes dues à la décélération engendrée par les forces de traînée (McCoy, 1990). En raison du coût humain et matériel qu'impliquent ces essais, cette méthode ne peut être employée qu'en phase finale du développement d'un concept, mais reste la méthode de prédilection pour l'analyse des coefficients dynamiques.

Méthodes et objectifs

Lors de la phase de test et de validation du concept d'une nouvelle munition, les coefficients statiques sont donc obtenus par mesure balance lors d'essais en soufflerie et les coefficients dynamiques par identification lors d'essais en vol libre. Ce procédé nécessite donc de recourir à deux installations différentes et à la conception et fabrication de maquettes différentes. Dans ce cadre, afin d'augmenter l'efficacité de ce processus, le présent projet de recherche vise à développer une méthode de mesure expérimentale adaptée aux essais en soufflerie permettant d'identifier simultanément les coefficients caractérisant la stabilité et la réponse dynamique d'une maquette après analyse tridimensionnelle de son attitude. Le nom de ce projet est MiRo pour *Mise en Rotation*. Cette technique a recourt à un dispositif mécanique, qui placé à l'intérieur de la maquette, permet de maintenir la maquette dans l'écoulement tout en la laissant libre en rotation autour de son centre de gravité. Pour exploiter ce système, la maquette doit donc être évidée en partant de son culot. Au cours de l'expérience, l'incidence de la maquette est perturbée par l'éjection d'une pièce en plastique placée à l'intérieur de cette dernière. De cette manière, l'attitude du projectile lors de l'essai en soufflerie peut être considérée comme proche d'un vol libre. Un procédé stéréoscopique, employant deux caméras rapides, est utilisé pour capturer et numériser le comportement de la maquette. Si le modèle est stable, il suit un mouvement d'oscillation amortie qui peut être post-traité afin de déterminer les coefficients de moment de tangage statique et dynamique (McCoy, 1999). Ce travail est effectué par un algorithme qui compare l'attitude expérimentale à un modèle théorique à oscillation amortie.

Le dispositif MiRo a été développé grâce à un projectile de référence stabilisé par empennage, appelé DREV-ISL. Cette géométrie a été retenue pour son grand rapport calibre sur longueur. A la base, cette géométrie a été utilisée pour comparer les infrastructures de deux instituts : celui de l'ISL et du Defence Research Establishment Valcartier (DREV), aujourd'hui appelé Defence Research and Development Canada (DRDC). De nombreuses données ont été publiées dans la littérature, obtenues notamment par CFD (Berner, 1996b), essais en soufflerie (Girard, 1997), (Girard, 2000), (Berner, 1996a) et en vol libre (Dupuis and Berner, 1993). Le projectile est constitué d'un cône d'angle 14° et d'un corps cylindrique équipé de quatre ailettes de type delta tronquées positionnées à l'arrière du cylindre. L'angle de braquage des ailettes est nul. La Figure 2 représente le dessin technique du DREV-ISL. Pour des raisons pratiques, le centre de gravité de la maquette est positionné à 3,5 calibres ($3,5D$) du culot. Les deux angles de roulis présentés en Figure 3 ont été étudiés et sont dénommés pour la présente étude par "configuration en plus" ($\phi = 0^\circ$) et "configuration en croix" ($\phi = 45^\circ$).

Pour valider la méthode MiRo, et dans le même temps augmenter la bases de données concernant le DREV-ISL, les résultats obtenus avec ce dispositif sont comparés avec d'autres techniques expérimentales de détermination des coefficients aérodynamiques. Les résultats MiRo sont donc confrontés avec la méthode par excellence pour la détermination des coefficients dynamique : le vol libre. Ces expériences sont effectuées au champs de tir que possède l'ISL. En outre, une deuxième technique utilisable à la fois en soufflerie et dans un tube de Ludwig est employée pour mettre en balance les résultats MiRo. Cette technique permet de caractériser les stabilités statique et dynamique autour d'un seul axe de rotation. Des simulations CFD instationnaires sont effectuées sur deux géométries, l'une avec une cavité et l'autre sans, afin de mettre en évidence l'impact de la cavité sur les coefficients étudiés.

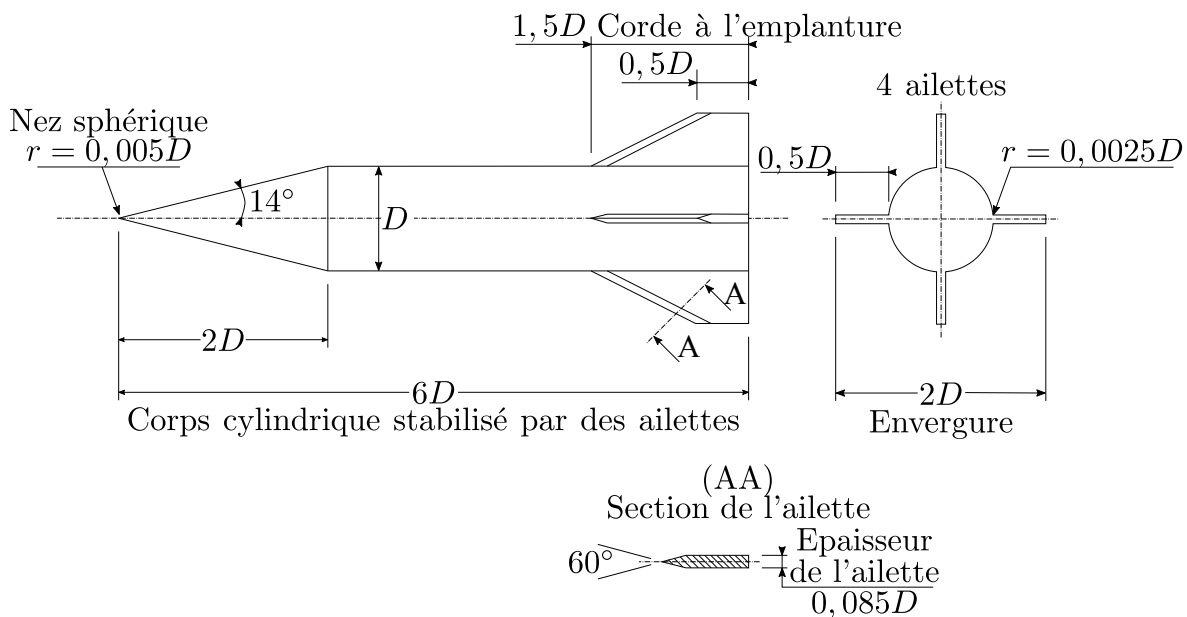


FIGURE 2 – Dessin technique du DREV-ISL (Girard, 1997)

Pour récapituler, les défis associés au développement de MiRo sont :

- Concevoir un banc mécanique non intrusif permettant de réaliser des mesures dynamiques en souffleries.
- Développer un dispositif stéréoscopique permettant de numériser précisément l'attitude de la maquette dans les trois directions de l'espace.
- Développer une méthode d'identification des coefficients aérodynamiques basée sur un modèle linéaire caractérisant le comportement d'un projectile stabilisé par ailettes.

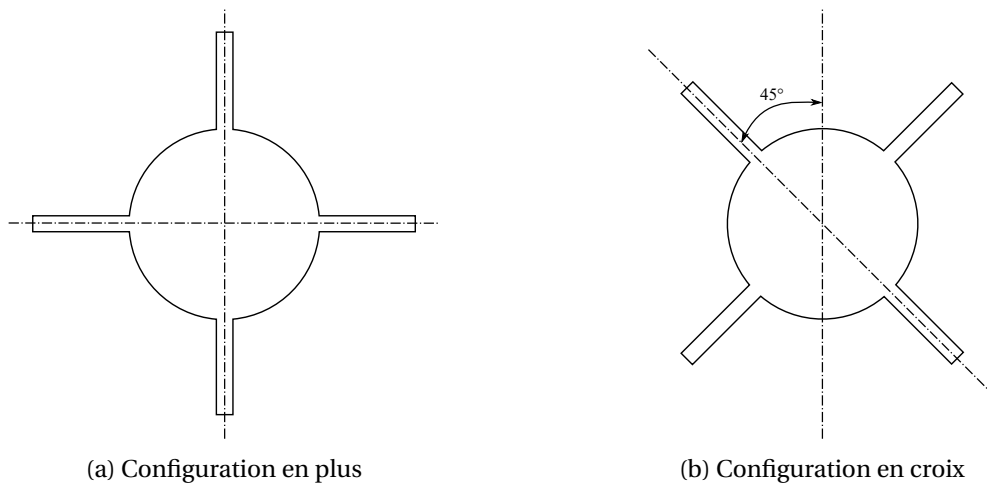


FIGURE 3 – Calages en roulis étudiés

Structure du manuscrit

La structure de ce mémoire répond aux objectifs formulés ci-dessus et s'articule autour de cinq chapitres.

Le chapitre 1 décrit l'aspect théorique du dispositif MiRo permettant d'identifier les coefficients aérodynamiques caractérisant les stabilités d'une maquette. Les équations différentielles caractérisant l'attitude d'un tel projectile sont directement liées aux coefficients aérodynamiques. Dans la première partie de ce chapitre, la mécanique du vol d'un projectile est décrite, d'abord pour un projectile en vol libre, puis dans le cadre des essais en soufflerie où tout mouvement rectiligne est proscrit. L'attitude de la maquette en soufflerie est d'abord mise en équation dans le cas où les trois rotations de l'espace sont autorisées avant de se concentrer sur une configuration où seul le mouvement autour de l'axe de tangage est possible. Le modèle non linéaire obtenu est ensuite linéarisé afin de permettre l'identification des coefficients aérodynamiques sur la base des résultats découlant des mesures optiques. La seconde partie de ce chapitre se consacre à deux techniques permettant d'identifier des coefficients propres à la stabilité dynamique via la mesure de la réaction ou du mouvement de la maquette. Pour le projet MiRo, c'est la deuxième solution qui est retenue. La dernière partie de ce chapitre décrit le modèle optique utilisé pour numériser l'attitude de la maquette, d'abord pour une caméra puis ensuite sur un couple de caméras.

Le chapitre 2 est consacré à la description du dispositif MiRo. Ce chapitre est scindé en trois parties, dédiées aux trois aspects de la méthode MiRo. La première partie de ce chapitre décrit le banc d'essai mécanique mis au point pour cette méthode. La seconde partie est consacrée aux systèmes optiques permettant de numériser le mouvement. Et enfin, la dernière partie de ce chapitre se consacre à la méthode d'identification des coefficients.

Le chapitre 3 présente les montages expérimentaux retenus pour l'évaluation des performances du dispositif MiRo. MiRo est ainsi comparé avec une méthode d'oscillation libre à un degré de liberté utilisable en soufflerie et dans le tube de Ludwig et à des essais en vol libre réalisés au layon de tir que possède l'ISL. Les résultats expérimentaux obtenus par l'intermédiaire des différentes techniques sont d'abord étudié séparément d'un point de vue statistique. Ce chapitre contient également une description détaillée des infrastructures expérimentales.

Le chapitre 4 est dédié à la simulation numérique. La première partie de ce chapitre présente les deux méthodes numériques permettant de caractériser la stabilité dynamique d'une maquette. La seconde partie de ce chapitre se focalise sur les investigations préliminaires nécessaires à toutes simulations stationnaires et instationnaires. La dernière partie s'intéresse à l'impact de la cavité sur l'attitude du projectile. La quantification de son impact est réalisée par l'intermédiaire d'une étude paramétrique.

Le chapitre 5 confronte les résultats MiRo aux prédictions numériques et aux résultats obtenus avec les méthodes expérimentales du chapitre 3. La deuxième partie de ce chapitre s'intéresse à la propagation des erreurs de mesures de la soufflerie sur les résultats obtenus avec le dispositif Miro.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Introduction

La mesure des coefficients dynamiques se fait généralement lors d'essais en vol libre. En plus d'être onéreux en coûts humains et matériels, ces essais sont soumis aux aléas climatiques et à des conditions de vol variables. La méthode de mesure MiRo a pour but d'éviter ces contraintes lors de la phase de développement de nouveaux projectiles. Cette méthode repose sur l'analyse du mouvement de la maquette en soufflerie. A contrario du vol libre, la maquette montée sur le dispositif MiRo ne possède que ses trois rotations comme degrés de libertés. La section 1.2 pose les bases de la mécanique du vol libre d'un projectile à ailettes. Ce modèle comprend à la fois les équations du mouvement du projectile ainsi qu'une description des forces et moments agissant sur le projectile. La mécanique du vol d'une maquette montée sur le dispositif MiRo étant différente de celle d'un projectile en vol libre puisque la maquette est bloquée en translation, il est nécessaire d'étudier les équations régissant son comportement. La section 1.3 transpose les équations du vol libre à un vol sans translation, d'abord à trois rotations puis à une rotation. L'équation selon l'angle de tangage est une équation différentielle du second degré et peut donc être résolue sous certaines hypothèses. Il est ainsi possible d'exprimer le comportement de la maquette en fonction de ses coefficients. L'identification des coefficients de moments aérodynamiques peut se faire, soit par mesure de la réaction, soit par mesure du mouvement. La section 1.4 présente ces deux méthodes et décrit, pour chacune d'elles, le processus permettant d'identifier les coefficients de stabilité statique et dynamique à partir d'un signal d'entrée. Avec la méthode MiRo, c'est le comportement de la maquette qui est utilisé pour obtenir les coefficients. Le banc d'essai permettant la libre rotation du modèle sur ses trois axes, la méthode de mesure doit être capable de mesurer le mouvement non seulement sur un plan mais en 3D. La stéréovision a donc été retenue. La section 1.5 est dédiée à expliciter les équations permettant de passer du monde réel au monde virtuel, d'abord pour une unique caméra et ensuite pour un capteur de vision stéréoscopique basé donc sur deux caméras.

1.2 Modélisation du vol libre d'un projectile

1.2.1 Définitions des trièdres de référence

Avant d'explicitier les équations de la mécanique du vol, il est nécessaire de définir convenablement les repères de référence utilisés en mécanique du vol ainsi que les relations qui les lient entre eux. La description des repères suit la norme [ANSI/AIAA-R-004-1992, 1992] (ANSI/AIAA, 1992). Les trois repères, représentés dans la Figure 1.1, sont directs et orthogonaux. Seuls les repères utilisés dans le cadre de l'étude sont décrits. Un aperçu plus complet des repères de référence utilisés en mécanique du vol est décrit dans (Zipfel, 2000) et (Morelli and Klein, 2016).

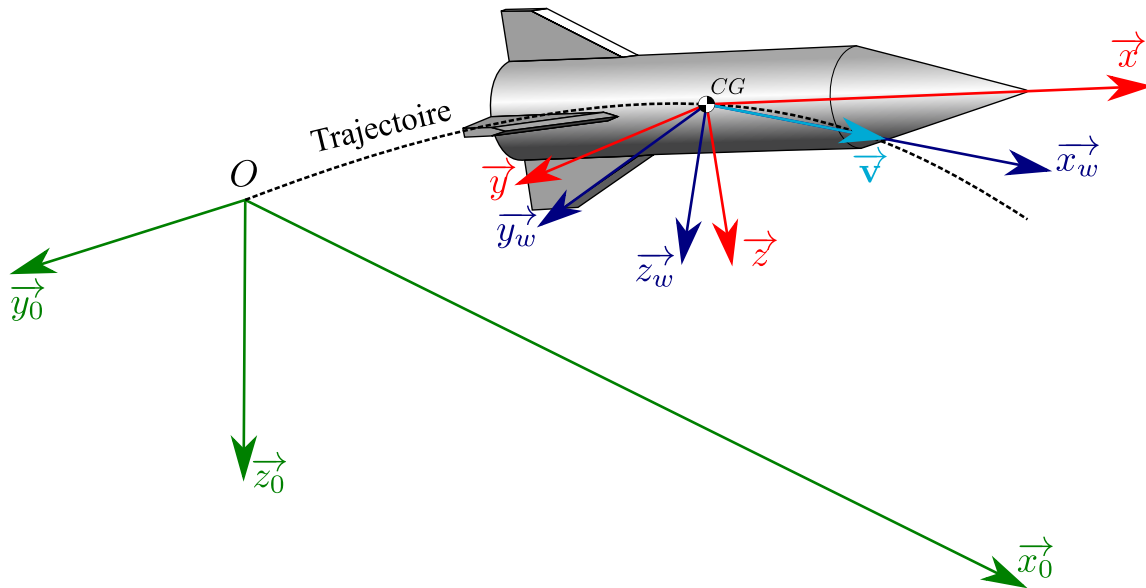


FIGURE 1.1 – Repère terrestre (vert), aérodynamique (bleu) et projectile (rouge)

1.2.1.1 Repère terrestre

Le repère terrestre $\mathfrak{R}_E = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ (en vert dans la Figure 1.1), *Earth* en anglais, est généralement utilisé pour définir le comportement d'un objet quelconque dans un repère fixe défini par rapport à la Terre. Il se construit de la manière suivante :

- Son origine O est un point arbitraire placé à la surface de la Terre.
- L'axe \vec{z}_0 passe par l'origine du repère et le centre de la Terre et pointe vers le bas.
- Les axes \vec{x}_0 et \vec{y}_0 sont placés de telle manière à avoir un repère direct. En règle générale, \vec{x}_0 pointe vers le Nord géographique et \vec{y}_0 vers l'Est.

1.2.1.2 Repère projectile

Le repère projectile $\mathfrak{R}_B = (CG, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ (en rouge dans la Figure 1.1), *Body* en anglais, est fixe par rapport au corps volant étudié et évolue donc avec lui. Par convention, ce repère sert à exprimer les moments liés au projectile. Il se construit de la manière suivante :

- Son origine se situe au centre de gravité du projectile (CG).
- L'axe \vec{x} est confondu avec l'axe du projectile et pointe vers le nez.
- L'axe \vec{z} est défini dans le plan de symétrie du projectile, est perpendiculaire à \vec{x} et est dirigé vers le bas du projectile.
- L'axe \vec{y} complète le trièdre direct et est donc orienté vers la droite du projectile.

1.2.1.3 Repère aérodynamique

Le repère aérodynamique $\mathfrak{R}_W = (CG, \vec{x}_w, \vec{y}_w, \vec{z}_w)$ (en bleu dans la Figure 1.1), *Wind* en anglais, est le repère par excellence pour définir les forces agissant sur le projectile. Ce repère est lié à la trajectoire du projectile dans l'air et est défini de la manière suivante :

- Son origine se situe au centre de gravité du projectile (CG).
- L'axe \vec{x}_w est colinéaire au vecteur vitesse et orienté dans le sens de la vitesse du projectile par rapport à l'air.
- L'axe \vec{z}_w est normal à \vec{x}_w et se situe dans le plan de symétrie du projectile. Cet axe est dirigé vers le bas.
- L'axe \vec{y}_w complète le trièdre direct et est donc orienté vers la droite du projectile.

1.2.1.4 Lien entre les différents trièdres

1.2.1.4.1 Position du repère projectile par rapport au repère terrestre

La relation qui relie le repère projectile au terrestre est fondamentale dans la mécanique du vol. L'orientation du repère projectile par rapport au repère terrestre se fait par l'intermédiaire des angles d'Euler : le roulis ϕ , le tangage θ et le lacet ψ . La matrice de passage dépendant de l'ordre des rotations successives, il est nécessaire de définir la séquence. La séquence généralement utilisée, illustrée en Figure 1.2, est : $\mathbf{R}_1(\phi)\mathbf{R}_2(\theta)\mathbf{R}_3(\psi)$. Elle est représentée par la matrice de passage $[\mathbf{T}]^{BE}$ dans l'équation (1.1) qui lie le repère terrestre au repère projectile.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [\mathbf{T}]^{BE} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

avec

$$[\mathbf{T}]^{BE} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

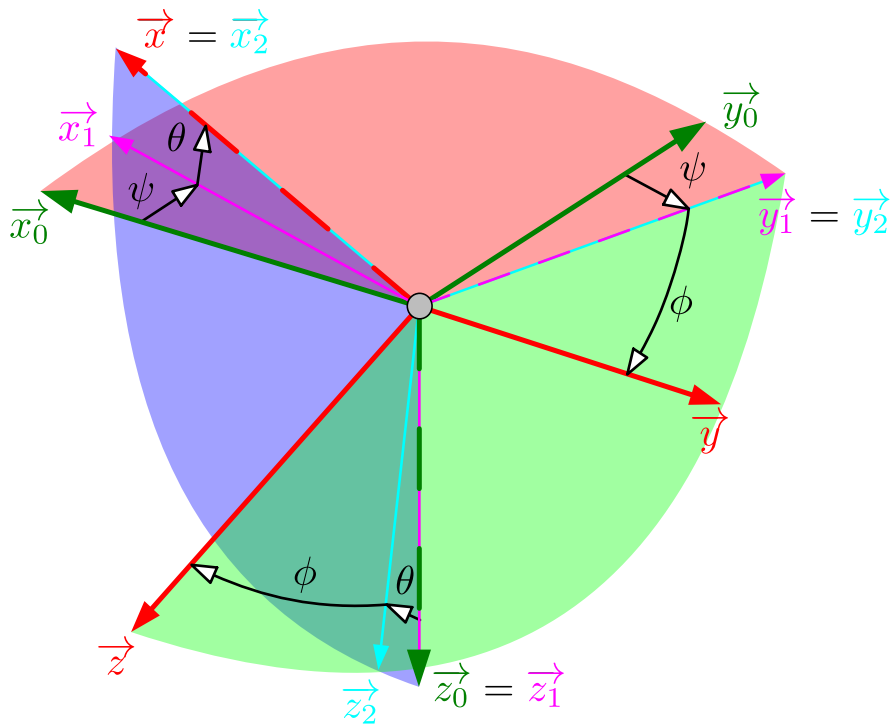


FIGURE 1.2 – Position du repère projectile par rapport au repère terrestre

$[\mathbf{T}]^{EB}$ est le symétrique de $[\mathbf{T}]^{BE}$ et représente la matrice passage du repère projectile au repère terrestre. La construction de la matrice $[\mathbf{T}]^{BE}$ est explicitée en Annexe A.1.1

1.2.1.4.2 Position du repère projectile par rapport au repère aérodynamique

Le passage du repère projectile au repère aérodynamique se fait par l'intermédiaire de l'angle d'attaque α et de dérapage β . La Figure 1.3 illustre la séquence de passage $\mathbf{R}_1(-\alpha)\mathbf{R}_2(\beta)$ permettant d'obtenir la matrice de passage suivante :

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = [\mathbf{T}]^{WB} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

avec

$$[\mathbf{T}]^{WB} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

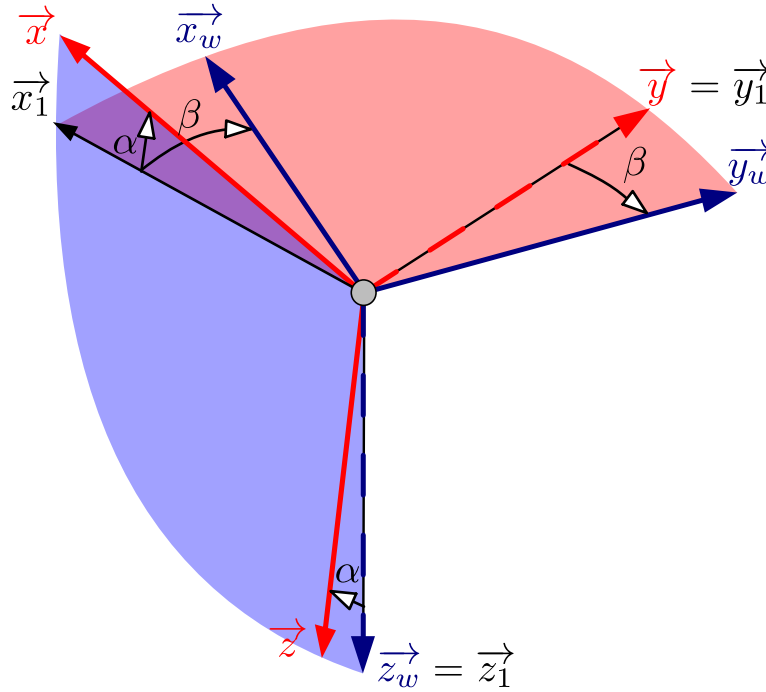


FIGURE 1.3 – Position du repère aérodynamique par rapport au repère projectile

$[\mathbf{T}]^{BW}$ est le symétrique de $[\mathbf{T}]^{WB}$ et représente le passage du repère aérodynamique au repère projectile. La construction de la matrice $[\mathbf{T}]^{WB}$ est expliquée en Annexe A.1.2.

1.2.2 Inventaire des efforts aérodynamiques agissant sur un projectile stabilisé par ailettes

Les notations utilisées pour exprimer les efforts s'appliquant sur le projectile sont basées sur les conventions internationales [ANSI/AIAA-R-004-1992, 1992] (ANSI/AIAA, 1992). Les forces s'appliquant sur un projectile sont généralement définies dans le repère aérodynamique \mathcal{R}_W alors que les moments sont décrits dans le repère projectile \mathcal{R}_B . La Figure 1.4 donne une vue d'ensemble des efforts aérodynamiques agissant sur le projectile. Pour plus de détails sur les forces et moments s'appliquant sur tout type de projectile, veuillez vous référer à (McCoy, 1999) et (Carlucci, 2007). Le développement limité des différents coefficients aérodynamiques se base sur (Murphy, 1963). Pour alléger la lecture des efforts, les notations suivantes sont utilisées :

- $\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 = \frac{\gamma}{2} P M^2$: la pression dynamique où ρ est la masse volumique de l'air et V la norme du vecteur vitesse du projectile, γ le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants de l'air, P la pression statique et M le nombre de Mach.
- $S = \frac{\pi D^2}{4}$: la section de référence du projectile où D est son diamètre de référence (par convention son calibre).

Les coefficients aérodynamiques définis ci-après sont des nombres adimensionnés décrivant les caractéristiques aérodynamiques de l'objet volant indépendamment de sa taille. Grâce à cette astuce, des modèles à échelle réduite peuvent être utilisés en soufflerie et les résultats transcrits à l'échelle réelle. Ces coefficients dépendent des conditions de vol tels que le nombre de Mach,

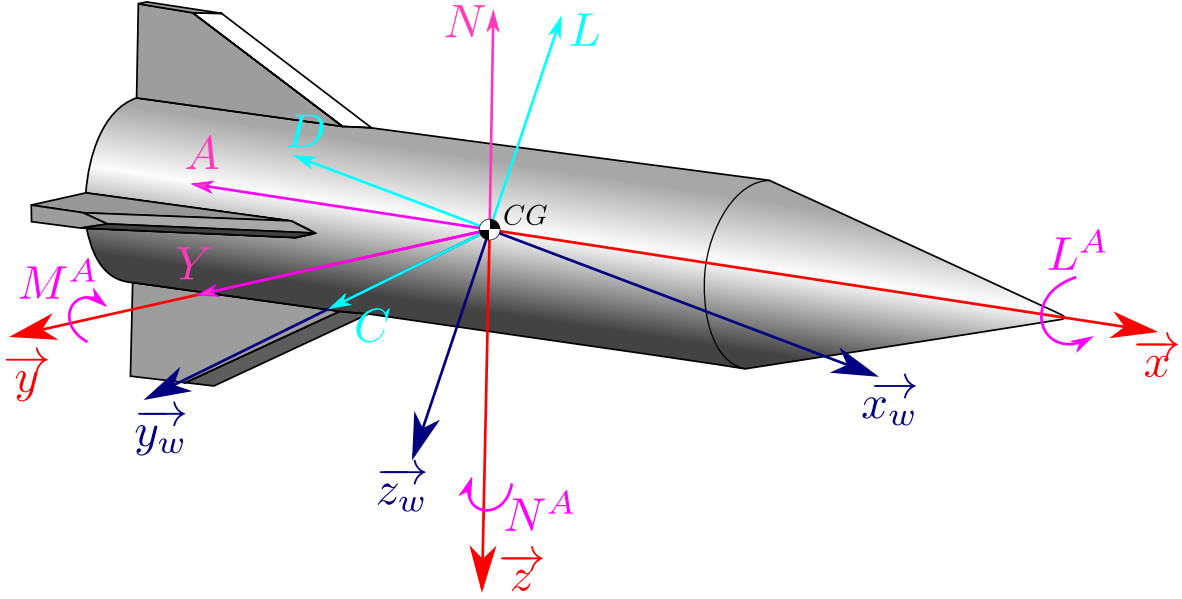


FIGURE 1.4 – Positionnement des forces et moments dans le repère projectile et aérodynamique

l'altitude, l'angle d'incidence α et de dérapage β , les des taux de rotations p, q et r et le taux de déflexion des ailettes δ :

$$C_j = C_j(M, \alpha, \beta, p, q, r, \delta) \quad , \quad j = D, L, C, A, Y, N, l, m, n \quad (1.5)$$

1.2.2.1 Forces exprimées dans le repère aérodynamique

La **trainée** \vec{D} est une force qui s'oppose au mouvement du corps dans un fluide. Elle décrit la résistance aérodynamique du fluide dans lequel évolue ce dernier. Son coefficient associé, appelé coefficient de trainée C_D , est par convention toujours positif. Cette force est opposée à l'axe \vec{x}_w . Son expression vectorielle est :

$$\vec{D} = -\bar{q} S C_D \vec{x}_w \quad \text{avec} \quad C_D = C_{D0} + C_{D\alpha^2} (\sin \alpha_t)^2 \quad (1.6)$$

où

$$\alpha_t = \arcsin(\cos \alpha \cos \beta) \quad ; \quad C_{D\alpha^2} = \frac{\partial^2 C_D}{\partial (\sin \alpha_t)^2} \quad (1.7)$$

La **portance** \vec{L} est la force perpendiculaire à la trajectoire du projectile induite par la distribution des pressions autour de ce dernier. Cette force s'oriente en fonction de l'angle d'attaque du projectile. Si $\alpha > \alpha_{C_L=0}$, la force de portance a tendance à faire monter le projectile. Dans ce cas de figure, le coefficient associé, appelé coefficient de portance C_L , est positif. Son expression vectorielle est :

$$\vec{L} = -\bar{q} S C_L \vec{z}_w \quad \text{avec} \quad C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} (\sin \alpha) \quad (1.8)$$

où $C_{L\alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \sin \alpha}$ et C_{L0} est dû à l'asymétrie du projectile.

La force de **dérapiage** \vec{C} complète le trièdre des forces exprimées dans le repère aérodynamique. Cette force est également le résultat d'une dissymétrie de la distribution des forces par rapport au plan normal à \vec{y}_w . Comme pour la force de portance, le coefficient de force latérale C_C varie en fonction de l'angle de dérapage β . Son expression vectorielle est :

$$\vec{C} = \bar{q} S C_C \vec{y}_w \quad \text{avec} \quad C_C = C_{C0} + C_{C\beta} (\sin \beta) \quad (1.9)$$

où $C_{C\beta} = \frac{\partial C_C}{\partial \sin \beta}$ et C_{C0} est dû à l'asymétrie du projectile.

1.2.2.2 Forces exprimées dans le repère projectile

Les forces aérodynamiques, et donc leur coefficients, peuvent se transcrire dans le repère projectile grâce à l'utilisation de la matrice de passage $[T]^{BW}$ (voir Équation (1.4)). Ainsi,

$$C_A = C_D \cos \alpha \cos \beta + C_C \cos \alpha \sin \beta + C_L \sin \alpha \quad (1.10)$$

$$C_Y = -C_D \sin \beta + C_C \cos \beta \quad (1.11)$$

$$C_N = C_D \sin \alpha \cos \beta + C_C \sin \alpha \sin \beta + C_L \cos \alpha \quad (1.12)$$

C_A , C_Y et C_N sont respectivement appelés coefficient de force axiale, de force latérale et de force normale.

1.2.2.3 Moments exprimés dans le repère projectile

Les moments aérodynamiques résultants sur chaque axe de rotation peuvent se décomposer en deux parties distinctes : une partie statique et une partie dynamique comme l'explique l'expression (1.13). La composante statique dépend de la position angulaire du projectile alors que la dynamique dépend sa vitesse angulaire. Les moments définis dans cette section sont exprimés par rapport au centre de gravité.

$$\begin{bmatrix} L^A \\ M^A \\ N^A \end{bmatrix}_B = \underbrace{\begin{bmatrix} L_s^A \\ M_s^A \\ N_s^A \end{bmatrix}_B}_{\text{Partie statique}} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_d^A \\ M_d^A \\ N_d^A \end{bmatrix}_B}_{\text{Partie dynamique}} \quad (1.13)$$

Le **moment d'entraînement en roulis** \vec{L}_s^A est responsable de la mise en rotation du projectile autour de son axe longitudinal. Dans le cas des projectiles empennés, la mise en rotation peut volontairement être réalisée par l'intermédiaire d'ailettes braquées afin de compenser d'éventuelles imperfections géométriques. Si les ailettes ne sont pas braquées (i.e. les ailettes sont parallèles à l'axe longitudinal du projectile), ces dernières engendrent un moment d'entraînement en roulis nul. Le signe de son coefficient, appelé coefficient du moment d'entraînement en roulis C_l , dépend de l'orientation du braquage des ailettes δ . Si l'angle de braquage δ est nul, alors $L_s^A = 0$. L'expression vectorielle de ce moment est :

$$\vec{L}_s^A = \bar{q} S D C_l(\delta, M) \vec{x} \quad \text{avec} \quad C_l(\delta, M) = \delta C_{l\delta}(M) = \delta \frac{\partial C_l}{\partial \delta}(M) \quad (1.14)$$

Le **moment d'amortissement en roulis** \vec{L}_d^A est responsable de la stabilisation de vitesse de la rotation axiale. Il est induit par la résistance de l'air sur les surfaces planes des ailettes et a tendance à stabiliser la vitesse en roulis. Le coefficient associé à cette force doit être négatif pour décélérer la vitesse de rotation p . Son expression vectorielle est :

$$\vec{L}_d = \bar{q} S D \left(\frac{pD}{2V} \right) C_{lp} \vec{x} \quad (1.15)$$

où C_{lp} est le coefficient du moment d'amortissement en roulis.

Le **moment de tangage** \vec{M}_s^A est directement induit par la répartition des forces de pression qui sont génératrices des efforts normaux. Ainsi, dès lors que la position du centre de pression est différente du centre de gravité, la répartition des forces de pression induit un moment selon l'axe latéral (axe de tangage). Le moment de tangage engendre un mouvement de pendulation autour de l'axe de tangage et caractérise la stabilité statique en tangage du projectile. Pour les projectiles empennés, le moment de tangage est stabilisateur si le centre de pression se situe derrière le centre de gravité. Dans ce cas de figure, la dérivée du coefficient du moment de tangage $C_{m\alpha}$ est négative. Son expression vectorielle est :

$$\vec{M}_s^A = \bar{q}SDC_m \vec{y} \quad \text{avec} \quad C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \sin \alpha \quad (1.16)$$

où $C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \sin \alpha}$ et C_{m0} est dû à l'asymétrie du projectile.

Le **moment d'amortissement en tangage** \vec{M}_d^A caractérise la stabilité dynamique du projectile autour de son axe de tangage. Ce moment est la somme d'un moment proportionnel à la vitesse angulaire en tangage q (Figure 1.5) et d'un autre proportionnel au taux angulaire de l'angle d'attaque $\dot{\alpha}$ (Figure 1.6) Afin d'amortir la pendulation et de converger vers une position d'équilibre, ces coefficients d'amortissement doivent être négatifs. Le moment total d'amortissement en tangage est donné par l'expression vectorielle suivante :

$$\vec{M}_d^A = \bar{q}SD \left(\frac{qD}{2V} \right) C_{mq} \vec{y} + \bar{q}SD \left(\frac{\dot{\alpha}D}{2V} \right) C_{m\dot{\alpha}} \vec{y} \quad (1.17)$$

où

C_{mq} : coefficient d'amortissement en tangage dû à q

$C_{m\dot{\alpha}}$: coefficient d'amortissement en tangage dû à $\dot{\alpha}$

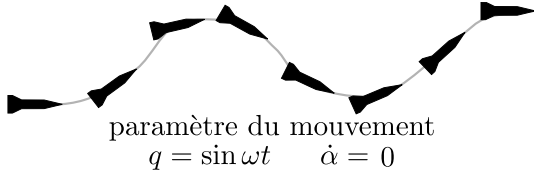


FIGURE 1.5 – Mouvement induit par q

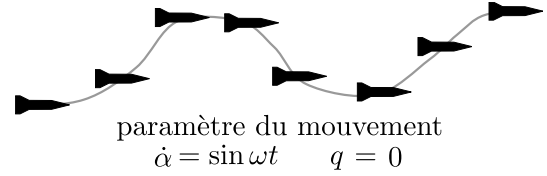


FIGURE 1.6 – Mouvement induit par $\dot{\alpha}$

Les moments selon l'axe de lacet se construisent de la même manière que les moments sur l'axe de tangage. Ainsi, le **moment de lacet** \vec{N}_s^A est :

$$\vec{N}_s^A = \bar{q}SDC_n \vec{z} \quad \text{avec} \quad C_n = C_{n0} + C_{n\beta} \sin \beta \quad (1.18)$$

C_n est appelé coefficient de lacet, $C_{n\beta} = \frac{\partial C_n}{\partial \sin \beta}$ et C_{n0} est dû à l'asymétrie du projectile. Compte tenu de l'orientation de l'angle de dérapage, $C_{n\beta}$ est positif si le projectile est stable.

Le **moment d'amortissement en lacet** \vec{N}_d^A est :

$$\vec{N}_d^A = \bar{q}SD \left(\frac{rD}{2V} \right) C_{nr} \vec{z} + \bar{q}SD \left(\frac{\dot{\beta}D}{2V} \right) C_{n\dot{\beta}} \vec{z} \quad (1.19)$$

où

C_{nr} : coefficient d'amortissement en tangage dû à r

$C_{n\dot{\beta}}$: coefficient d'amortissement en tangage dû à $\dot{\beta}$

1.2.3 Mise en équation de la mécanique du vol en vol libre

1.2.3.1 Principe général de la mécanique du vol

La mécanique du vol permet de modéliser le comportement du projectile en vol libre. La mise en équation transcrite dans cette section n'est valable que pour un projectile empenné. Le modèle global se trouve dans (Zipfel, 2000). Pour simplifier le développement des équations, les hypothèses suivantes sont généralement introduites dans le modèle :

Hypothèse 1 : La Terre est fixe dans l'espace inertiel (i.e., les axes de la Terre constituent un référentiel inertiel).

Hypothèse 2 : Le projectile est considéré comme étant un solide indéformable

Hypothèse 3 : La masse du projectile ainsi que sa répartition de la masse ne varient pas au cours du temps.

Hypothèse 4 : L'atmosphère est fixe dans le repère terrestre.

Hypothèse 5 : La courbure de la terre est négligeable ("terre plate").

Hypothèse 6 : L'accélération gravitationnelle est constante en magnitude et en direction.

Les équations de la mécanique du vol reposent sur la seconde loi de Newton, dite le principe fondamental de la dynamique. Cette dernière stipule que :

« Dans un référentiel galiléen, l'accélération du centre d'inertie d'un système de masse m constante est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit. »

(Newton)

L'hypothèse 1 nous permet de déclarer le repère terrestre comme étant galiléen. Par conséquent, le principe fondamental de la dynamique en rotation et en translation, exprimé dans le repère terrestre, peut donc se mettre sous la forme :

$$\left. \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \right|_E = \mathbf{F} \quad (1.20)$$

$$\left. \frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_{B/E})}{dt} \right|_E = \mathbf{M} \quad (1.21)$$

avec

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_{B/E} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Dans l'équation (1.20), les variables \mathbf{F} , m et \mathbf{v} représentent, respectivement, la résultante des forces, la masse et la vitesse en translation associées au projectile.

Dans l'équation (1.21), \mathbf{M} correspond à la résultante des moments appliquée au centre de gravité, \mathbf{I} la matrice d'inertie du projectile et $\boldsymbol{\omega}_{B/E}$ la vitesse de rotation du projectile dans le repère terrestre. Les équations (1.20) et (1.21) donnent les six équations décrivant le comportement d'un projectile en vol libre dans le repère terrestre.

Comme le projectile étudié comporte deux plans de symétrie et grâce à l'hypothèse 2, la matrice d'inertie peut se mettre sous la forme suivante :

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

où I_1 et I_2 sont respectivement les moments d'inertie axiale et transversale.

Pour décrire l'évolution du projectile en vol libre, il est nécessaire d'introduire l'orientation du projectile tel qu'il est perçu par le vecteur vitesse du projectile dans son propre référentiel. La formule de Varignon (1.24) permet de lier la dérivée temporelle d'un vecteur exprimée dans un référentiel fixe (ici terrestre) à sa dérivée temporelle exprimée dans un repère en mouvement (ici projectile).

$$\dot{(\cdot)} = \left. \frac{d(\cdot)}{dt} \right|_B + \boldsymbol{\omega}_{B/E} \wedge (\cdot) \quad (1.24)$$

1.2.3.2 Mise en équation du mouvement en translation et en rotation d'un projectile stabilisé par ailettes

1.2.3.2.1 Bilan des forces et moments

Le projectile n'étant pas propulsé, seules les forces aérodynamiques \mathbf{F}_A et gravitationnelles \mathbf{F}_G agissent sur le projectile. Comme on se place dans le cas d'un tir à faible portée, la force de Coriolis

a un effet négligeable sur la trajectoire. Cette force peut donc être négligée. Selon les hypothèses **2** et **3**, la position du centre de gravité du projectile est fixe dans son repère. La force de gravité, s'appliquant au centre de gravité, n'engendre donc aucun moment sur ce dernier. Seul le moment aérodynamique \mathbf{M}_A a un impact sur la vitesse angulaire du projectile. Les résultantes des forces et des moments peuvent donc s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{F}_{|B} = \mathbf{F}_{A|B} + \mathbf{F}_{G|B} \quad (1.25)$$

$$\mathbf{M}_{CG|B} = \mathbf{M}_{ACG|B} \quad (1.26)$$

avec

$$\mathbf{F}_{A|B} = \begin{bmatrix} A \\ Y \\ N \end{bmatrix}_B \quad (1.27)$$

$$\mathbf{M}_{ACG|B} = \begin{bmatrix} L^A \\ M^A \\ N^A \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} L_s^A \\ M_s^A \\ N_s^A \end{bmatrix}_B + \begin{bmatrix} L_d^A \\ M_d^A \\ N_d^A \end{bmatrix}_B \quad (1.28)$$

et

$$\mathbf{F}_{G|B} = m[T]^{BE} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}_E = m \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \sin \phi \cos \theta \\ g \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}_B \quad (1.29)$$

Toutes ces forces sont illustrées dans la Figure 1.4.

1.2.3.2.2 Expression des équations de la mécanique du vol dans le repère projectile

La définition des forces et moments étant plus simple à appréhender dans le repère projectile, la mise en équation des accélérations rectilignes et angulaires se fait principalement dans le repère projectile. En introduisant la formule de Varignon (1.24), la résultante des forces (1.25) et des moments (1.26) dans les équations de Newton (1.20) et d'Euler (1.21), on obtient les équations suivantes :

$$m\dot{\mathbf{v}}_{|B} + \boldsymbol{\omega}_{B/E} \wedge m\mathbf{v}_{|B} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_G \quad (1.30)$$

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{B/E} + \boldsymbol{\omega}_{B/E} \wedge \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_{B/E} = \mathbf{M}_A \quad (1.31)$$

Ainsi, en se basant sur l'équation (1.30), le vecteur vitesse et le vecteur rotation (1.22) et l'expression des forces sur le projectile (1.27) et (1.29), l'expression de l'accélération dans le système du projectile s'écrit :

$$\dot{u} = rv - qw + \frac{A}{m} - g \sin \theta \quad (1.32)$$

$$\dot{v} = pw - ru + \frac{Y}{m} + g \sin \phi \cos \theta \quad (1.33)$$

$$\dot{w} = qu - pv + \frac{N}{m} + g \cos \phi \cos \theta \quad (1.34)$$

En répétant les mêmes opérations dans l'équation (1.31), les variations des taux de vitesse angulaire dans le repère projectile s'écrivent sous la forme suivante :

$$\dot{p} = \frac{1}{I_1} L_A \quad (1.35)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_2} ((I_2 - I_1)pr + M^A) \quad (1.36)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_2} ((I_1 - I_2)pq + N^A) \quad (1.37)$$

1.2.3.2.3 Expression des équations de la mécanique du vol dans le repère aérodynamique

Traditionnellement, les forces aérodynamiques sont exprimées dans le repère aérodynamique. Dans ce cas de figure, la trajectoire du projectile s'exprime en fonction de la vitesse V , de l'angle d'attaque α et de l'angle de dérapage β . La matrice de passage $[T]^{WB}$ exprimée dans l'équation (1.4), permet d'exprimer α et β en fonction de u , v et w

$$\begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_W = [T]^{WB} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_B \quad (1.38)$$

Ainsi,

$$u = V \cos \alpha \cos \beta \quad v = V \sin \alpha \cos \beta \quad w = V \sin \alpha \sin \beta \quad (1.39)$$

De l'équation (1.38) découle les équations suivantes :

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (1.40)$$

$$\alpha = \arctan \frac{w}{u} \quad (1.41)$$

$$\beta = \arcsin \frac{v}{V} \quad (1.42)$$

En dérivant les équations (1.40), (1.41) et (1.42) par rapport au temps, les équations décrivant la trajectoire du projectile dans le repère aérodynamique sont obtenues.

$$\dot{V} = \frac{\bar{q}SD}{m} C_D + g(\cos \theta \cos \phi \sin \alpha \cos \beta + \cos \theta \sin \phi \sin \beta - \sin \theta \cos \alpha \cos \beta) \quad (1.43)$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{\bar{q}S}{mV \cos \beta} C_L + q - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + \frac{g}{V \cos \beta} (\cos \theta \cos \phi \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha) \quad (1.44)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & \frac{\bar{q}S}{mV} C_C + p \sin \alpha - r \cos \alpha \\ & + \frac{g}{V} (\cos \theta \sin \phi \cos \beta + \sin \theta \cos \alpha \sin \beta - \cos \phi \cos \theta \sin \alpha \sin \beta) \end{aligned} \quad (1.45)$$

1.3 Transposition des équations au dispositif MiRo

Dans le cadre de la méthode MiRo, la maquette n'est pas en vol libre. Le dispositif de maintien empêche tout mouvement rectiligne tout en laissant libre les trois rotations. Ce dispositif, placé à l'intérieur du modèle, est composé de roulements à billes et d'un cardan à deux axes composé d'un satellite interne et d'un autre externe. L'ensemble mécanique peut être assimilé à une rotule. Ce système mécanique lie donc la maquette au référentiel terrestre. De ce fait, la maquette ne peut plus être considérée comme un corps solide isolé (Strub, 2016). Les équations de la mécanique du vol ne sont plus directement applicables car l'inertie des cardans et les réactions mécaniques doivent être prises en compte dans le modèle. Contrairement au vol libre, lors d'essai en soufflerie, l'air n'est pas statique par rapport à la Terre mais se déplace à la vitesse V au niveau de la veine d'essai. La transposition des équations à la soufflerie requiert un repère additionnel : le repère soufflerie $\mathfrak{R}_S = (O, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$. Il se construit de la manière suivante :

- L'axe \vec{x}_S est dirigé dans la direction du vent dans la veine d'essai de la soufflerie
- L'axe \vec{z}_S est normal à \vec{z}_S et se situe dans le plan de symétrie de la veine d'essai. Cet axe est dirigé vers le bas.
- L'axe \vec{y}_S complète le trièdre positif et est donc orienté vers la droite de la veine.

Pour obtenir la mécanique du vol associée à MiRo les hypothèses suivantes sont introduites :

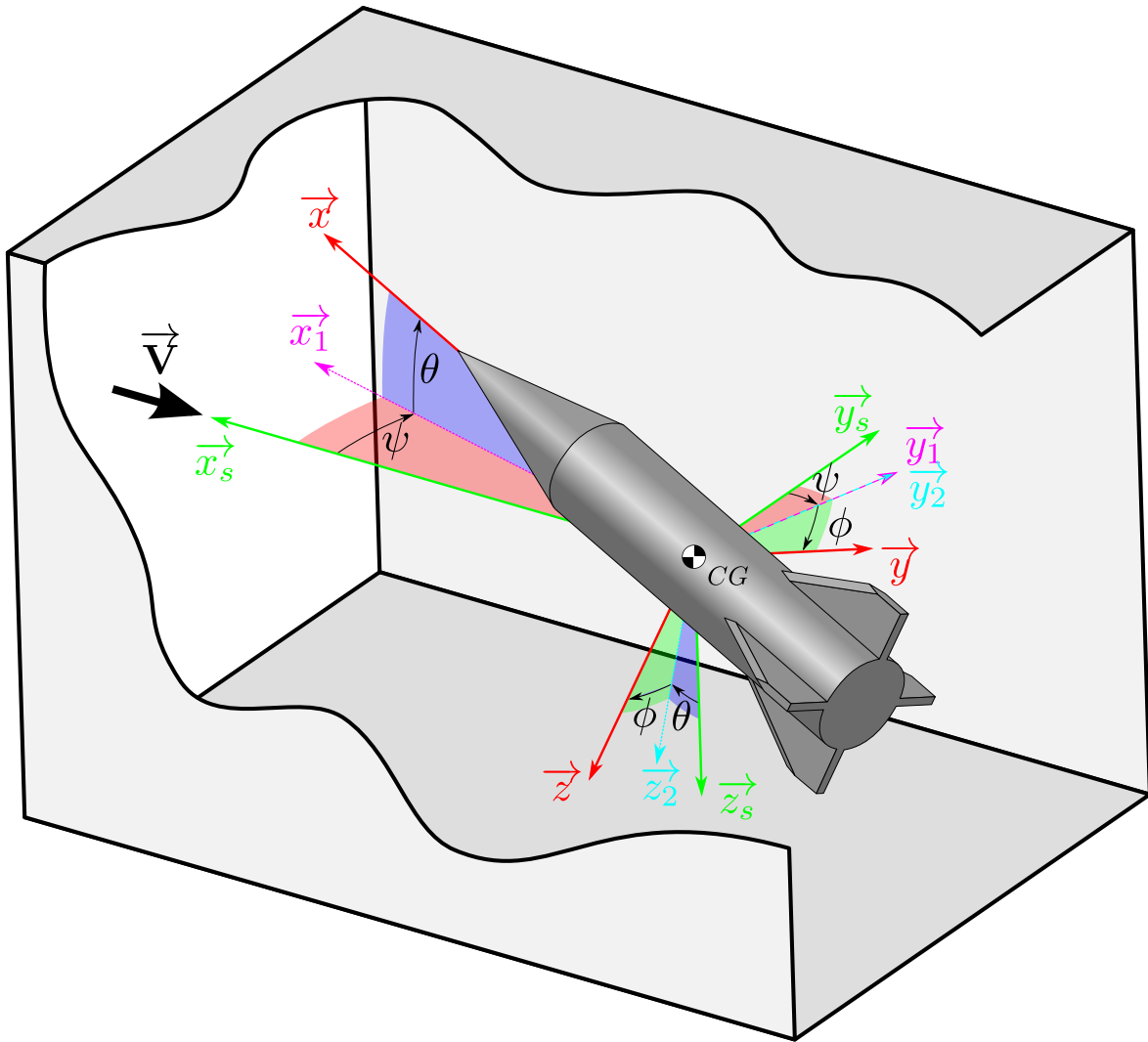


FIGURE 1.7 – Position du repère soufflerie par rapport au repère projectile

Hypothèse 1 : Tous les composants du dispositif de maintien sont considérés comme des solides indéformables.

Hypothèse 2 : Les masses et inerties des éléments du cardan sont négligeables par rapport à celle de la maquette.

Hypothèse 3 : Les liaisons mécaniques sont considérées comme parfaites et dépourvues de frottements.

Avant de modéliser la mécanique du vol de MiRo, il est nécessaire de définir correctement le système de coordonnées associé à chaque composant. Le dispositif est centré au niveau du centre de gravité (CG) de la maquette, le centre de chaque système de coordonnées associé aux liaisons est positionné au niveau de ce dernier. La paramétrisation des liaisons respecte la même nomenclature que les angles d'Euler car l'ordre des transformations suit la définition des angles d'Euler avec la convention (ZYX) ou $\mathbf{R}_1(\phi)\mathbf{R}_2(\theta)\mathbf{R}_3(\psi)$. Ceci est résumé dans le tableau suivant :

	composant	liaison	mouvement recherché
1	dard -> satellite interne	pivot	ψ autour de \vec{z}_s
2	satellite interne -> satellite externe	pivot	θ autour de \vec{y}_1
3	satellite externe -> maquette	pivot	ϕ autour de \vec{x}

TABEAU 1.1 – Définition des liaisons mécaniques

1.3.1 Modélisation de la mécanique du vol sans translation

La succession des liaisons mécaniques entre le dard (repère soufflerie) et la maquette (repère projectile) engendre des forces et des moments de réactions internes à chaque liaison. Les équations d'un système à plusieurs corps peuvent s'obtenir de différentes manières. L'une d'elle consiste à appliquer successivement les équations de Newton et d'Euler pour chaque corps du système (Wittenburg, 2007). Les efforts de réaction dans les liaisons introduisent ainsi des inconnues supplémentaires dans les équations du mouvement de chaque corps isolé. Le dispositif MiRo est une boucle cinématique ouverte, les inconnues de réaction peuvent donc être éliminées en choisissant intelligemment, un corps ou un ensemble de corps, de telle manière qu'il n'y ait qu'une unique liaison entre l'ensemble des corps isolés et le reste des autres corps du système.

Les liaisons étant considérées comme parfaites, l'effort de réaction associé à chacune d'entre elles est nul. Le torseur des actions transmissibles par une liaison pivot parfaite et sans frottement d'axe \vec{y} s'écrit de la manière suivante :

$$\{T_{C_1 \rightarrow C_2}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & 0 \\ Z & N \end{Bmatrix} \quad (1.46)$$

Ainsi en projetant l'effort $T_{C_1 \rightarrow C_2}$ sur l'axe de mobilité \vec{y}_2 , la liaison n'engendre plus d'inconnues de moment.

Le système MiRo empêche tout mouvement rectiligne et n'autorise que les mouvements angulaires. Par rapport au modèle du vol libre, les inconnues du mouvement sont seulement les dérivées des taux angulaire \dot{p} , \dot{q} et \dot{r} . On a donc besoin de trois équations indépendantes pour obtenir la dynamique angulaire complète. Ces équations sont obtenues en isolant successivement trois sous-systèmes mécaniques. Pour chacun de ces sous-systèmes, la lois d'Euler est appliquée, l'équation vectorielle est ensuite projetée le long de l'axe définissant la liaison de telle manière à obtenir une équation sous forme scalaire. Une description détaillée permettant d'obtenir les équations de mouvement pour chaque sous-système est donnée en Annexe A.3 Le premier sous-système est composé uniquement de la maquette. La projection des équations sur l'axe \vec{x} donne :

$$\dot{p}I_1 = L^A \quad (1.47)$$

Le deuxième sous-système est composé de la maquette et du satellite externe. La projection des équations sur l'axe \vec{y}_1 donne :

$$[\dot{q}I_2 + pr(I_1 - I_2)] \cos \phi - [\dot{r}I_2 + pq(I_2 - I_1)] \sin \phi = M^A \cos \phi - N^A \sin \phi \quad (1.48)$$

Le troisième sous-système est composé de la maquette, du satellite externe et du satellite interne. La projection des équations sur l'axe \vec{z}_S donne :

$$\begin{aligned} -\dot{p}I_1 \sin \theta + [\dot{q}I_2 + pr(I_1 - I_2)] \cos \theta \cos \phi + [\dot{r}I_2 + pq(I_2 - I_1)] \cos \theta \sin \phi = \\ -L^A \sin \theta + M^A \cos \theta \sin \phi + N^A \cos \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (1.49)$$

La résolution de ces équations donne la dynamique angulaire de la maquette maintenue par le dispositif MiRo.

$$\dot{p} = \frac{1}{I_1} L^A \quad (1.50)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_2} ((I_2 - I_1)pr + M^A) \quad (1.51)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_2} ((I_1 - I_2)pq + N^A) \quad (1.52)$$

Ces équations sont strictement identiques à celles du vol libre. La chaîne cinématique ne perturbe donc pas l'attitude du projectile.

1.3.2 Équation cinématique

L'orientation de la maquette dans le repère terrestre permet de définir son attitude. Il existe trois méthodes pour résoudre les équations de la cinématique :

1. Méthode des angles d'Euler
2. Méthode des quaternions
3. Méthode des cosinus directeurs

La méthode des angles d'Euler, malgré sa simplicité d'utilisation, peut dans certain cas ne pas être capable de décrire l'attitude d'un corps. Cette méthode devient ainsi inutilisable dès lors qu'un corps peut se mettre en plongée ou en montée verticale. Ceci peut être problématique pour décrire la trajectoire d'une fusée mais pas pour décrire celle d'une maquette montée sur le dispositif MiRo puisque l'amplitude maximale est d'environ 2° sur les angles de tangage et de lacet. Par l'intermédiaire des angles d'Euler, la vitesse angulaire du projectile dans le référentiel terrestre peut être exprimée de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \tan\theta(q \sin\phi + r \cos\phi) \\ q \cos\phi - r \sin\phi \\ \frac{q \sin\phi + r \cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

L'obtention de la matrice est décrite en Annexe A.2

1.3.3 Angle d'incidence d'une maquette en soufflerie

Dans le cas du dispositif MiRo, les expressions des angles d'incidence (1.41) et (1.42) ne sont plus applicables car le système de maintien assure le blocage de la maquette de façon rectiligne et par conséquent $(u, v, w)^T = (0, 0, 0)^T$. La projection des vecteurs unitaires dirigés respectivement le long de x_S et x_w dans le repère projectile donne :

$$[T]^{BW} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_w = [T]^{BS} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_s \quad (1.54)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\beta \\ \sin\beta \\ \sin\alpha \cos\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta \\ \cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi \\ \cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

Les angles d'incidence peuvent ainsi être exprimés comme des fonctions des angles d'Euler :

$$\alpha = \arctan(\tan\theta \cos\phi + \tan\psi \sin\phi \sec\theta) \quad (1.56)$$

$$\beta = \arcsin(\cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi) \quad (1.57)$$

1.3.4 Application des équations de la mécanique du vol au dispositif MiRo à 1DoF

Le dispositif MiRo offre la possibilité d'étudier le comportement d'une maquette en bloquant simultanément le roulis et le lacet tout en laissant libre le tangage. Le blocage du roulis et du lacet consiste à imposer une vitesse de rotation nulle ($\dot{\phi} = 0 \text{ rad s}^{-1}$, $\dot{\psi} = 0 \text{ rad s}^{-1}$) et verrouiller le roulis à un angle nul ($\phi = 0^\circ$). Dans ce cas de figure, le repère du satellite externe et de la maquette sont identiques et le vecteur \vec{y} reste dans le plan horizontal. La méthodologie permettant d'obtenir les équations de la cinématique de rotation est similaire à 1.3.2. Avec ces contraintes supplémentaires, le vecteur de vitesse angulaire s'écrit maintenant :

$$\vec{\omega}_B^{BE} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_B \quad (1.58)$$

Comparées au modèle à trois degrés de liberté, les équations (1.47) et (1.49) ne sont plus applicables car le blocage des liaisons permettant le mouvement de roulis et de lacet entraîne une réaction respectivement sur le premier sous-système et sur le troisième sous-système. A contrario l'équation (1.48) reste applicable car les deux précédentes liaisons n'ont pas d'impact sur le mouvement de tangage. Ainsi (1.48) donne la dynamique du mouvement de tangage :

$$\dot{q} = \frac{1}{I_2} M^A \quad (1.59)$$

Les équations des angles d'incidence (1.56) et (1.57) se réduisent à $\alpha = \theta$ et $\beta = -\psi$ dû au blocage du roulis. Ainsi,

$$\dot{\alpha} = q \quad \text{et} \quad \ddot{\alpha} = \dot{q} \quad (1.60)$$

1.3.5 Détermination du modèle d'amortissement en tangage.

La mise en équation du mouvement d'une maquette montée sur le dispositif MiRo a permis d'isoler l'équation (1.59). En introduisant (1.60), (1.16) et (1.17) dans (1.59), sous ces hypothèses, l'équation (1.59) devient :

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{I_2} \left(\bar{q}SD(C_{m0} + C_{m\alpha} \sin \alpha) + \bar{q}SD \left(\frac{\dot{\alpha}D}{2V} \right) (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \right) \quad (1.61)$$

Pour résoudre cette équation les hypothèses suivantes sont posées :

Hypothèse 1 : La vitesse du projectile est constante en direction et en magnitude.

Hypothèse 2 : On se place dans l'approximation des petits angles d'attaque ($\sin \alpha = \alpha$).

Sous ces hypothèses, l'équation (1.36) devient :

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{I_2} \left(\bar{q}SD(C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha) + \bar{q}SD \left(\frac{\dot{\alpha}D}{2V} \right) (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \right) \quad (1.62)$$

L'équation (1.62) est une équation différentielle du 2^{ème} ordre avec second membre qui peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{\alpha} + 2\lambda\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \omega_0^2 E \quad (1.63)$$

Avec

$$\lambda = -\frac{\rho SD^2 V (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})}{8I_2} \quad (1.64)$$

$$\omega_0^2 = -\frac{\rho SDV^2 C_{m\alpha}}{2I_2} \quad (1.65)$$

$$E = \frac{C_{m0}}{C_{m\alpha}} \quad (1.66)$$

Dans l'équation (1.63), λ et ω_0 correspondent, respectivement, à l'amortissement et à la pulsation propre (rad.s^{-1}). Lorsqu'un projectile empenné est perturbé, il retrouve sa position d'équilibre après une transition dans un régime pseudo-périodique. Par définition de ce régime, le discriminant $\Delta = \lambda^2 - 4\omega_0^2$ doit donc être négatif.

La solution de l'équation du mouvement selon l'axe de tangage est donc :

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} e^{-\lambda t} \sin(\omega_p t + \phi) + E \quad \text{avec} \quad \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \quad (1.67)$$

Pour le DREV-ISL, en écrivant ω_p sous la forme $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 \left(1 - \left(\frac{\lambda}{\omega_0} \right)^2 \right)}$, le terme $\left(\frac{\lambda}{\omega_0} \right)^2$ est négligeable devant 1 car :

$$\left(\frac{\lambda}{\omega_0} \right)^2 = \underbrace{\left(\frac{D}{4V} \right)^2}_{\approx 10^{-11}} \underbrace{\left(\frac{C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}}{C_{m\alpha}} \right)^2}_{\approx 10^2} \approx 10^{-9} \ll 1 \quad (1.68)$$

En outre, Le DREV-ISL possède deux plans de symétrie, son coefficient C_{m0} est donc nul. L'équation du mouvement de tangage propre au DREV-ISL est :

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} e^{-\lambda t} \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (1.69)$$

Pour que l'équation (1.69) soit définie dans le temps, ω_0^2 doit être positif. Ceci implique que $C_{m\alpha}$ doit être négatif. Concernant le signe de λ :

- Si $\lambda < 0$, alors $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) > 0$: il n'y a pas d'amortissement mais une amplification du mouvement. Dans ce cas de figure, le projectile est donc dynamiquement instable.
- Si $\lambda = 0$, alors $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) = 0$: il n'y a ni amortissement ni amplification du mouvement. Dans ce cas de figure, l'oscillation du projectile est non amortie.
- Si $\lambda > 0$, alors $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) < 0$: il y a amortissement du mouvement. Dans ce cas de figure, le projectile est dynamiquement stable.

Ainsi, un projectile empenné est stable en statique et en dynamique dès lors que $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sont négatif.

1.4 Méthode de mesure des coefficients dynamiques

Que ce soit de manière numérique ou expérimentale, les coefficients statiques sont assez faciles à obtenir par le biais de simulations RANS et grâce à des mesures balances lors d'essais en soufflerie (Libsig et al., 2018). A contrario, l'obtention des coefficients dynamiques est plus difficile. En effet, les études portant sur les coefficients dynamiques nécessitent la mise en mouvement du modèle. L'organigramme présenté dans la Figure 1.8, fait un état de l'art exhaustif des différentes techniques permettant d'obtenir les coefficients dynamiques en soufflerie. Pour cette thèse, seules les techniques faisant appel aux modèles oscillants ont été utilisées. Pour une description plus complète des différentes méthodes, veuillez vous référer à (Owens et al., 2006), (Orlik-Ruckemann, 1981), (Trieu et al., 2006) et (Samardžić et al., 2013). Dans le cas des modèles oscillants, le coefficient d'amortissement de tangage $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ peut être obtenu :

- Par l'intermédiaire d'un mouvement forcé, après analyse de la réaction.
- Grâce à un mouvement libre, après analyse du mouvement.

1.4.1 Obtention du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ par l'intermédiaire de la mesure de la réaction

Une des méthodes couramment citée dans la littérature est la méthode dite des oscillations forcées (en anglais *Transient Planar Pitching Method*). Cette technique peut être à la fois utilisée en soufflerie (Grafton, 1971) et en CFD (Bhagwandin and Sahu, 2014). Au vu de la faible taille de la veine d'essai de la soufflerie de l'ISL, cette méthode n'est pas envisageable. Cette méthode consiste à forcer le projectile à décrire un mouvement d'oscillation pur de faible amplitude selon l'axe de tangage lors d'un vol rectiligne. Grâce à la faible amplitude de mouvement, le coefficient global du moment de tangage peut se mettre sous la forme d'un développement de Taylor du premier ordre (Murphy, 1963) tel que :

$$C_m(t) = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha(t) + \left(\frac{q(t)D}{2V_\infty} \right) C_{mq} + \left(\frac{\dot{\alpha}(t)D}{2V_\infty} \right) C_{m\dot{\alpha}} \quad (1.70)$$

Le mouvement de tangage forcé est obtenu en imposant une fonction sinusoïdale (Équation (1.71)) de faible amplitude $A < 1^\circ$ autour d'un angle d'attaque moyen α_0 à une vitesse angulaire ω comme l'illustre la Figure 1.9.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + A \sin(\omega t) \quad (1.71)$$

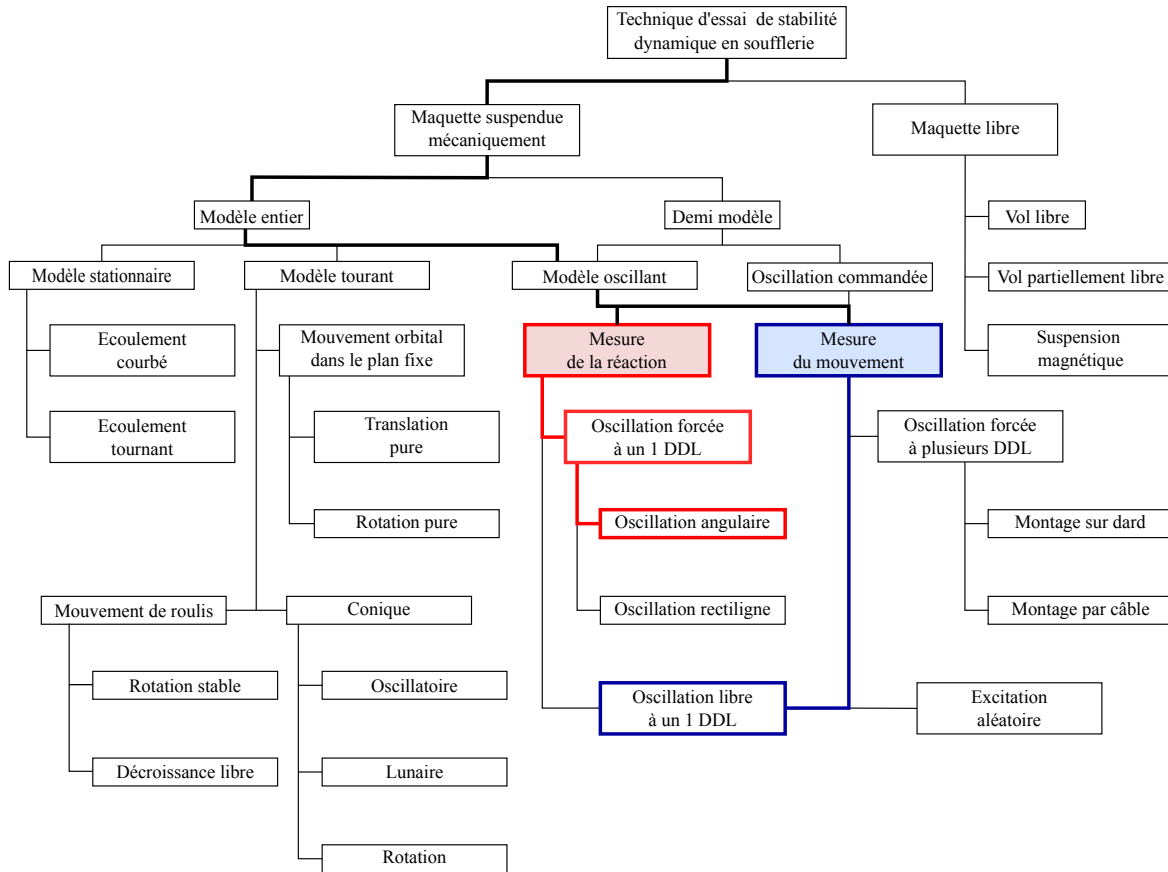


FIGURE 1.8 – Organigramme des méthodes de mesures permettant d’obtenir les coefficients dynamiques en soufflerie (Orlik-Ruckemann, 1981) -DDL = degré de liberté

Pour se mettre en adéquation avec la littérature, la vitesse angulaire du mouvement de tangage peut s’exprimer par l’intermédiaire de la fréquence réduite k , définie par :

$$k = \frac{\omega D}{2V_\infty} \quad (1.72)$$

Le mouvement imposé étant effectué dans le cas d’un vol rectiligne le taux de rotation en tangage q et la dérivée temporelle de l’angle d’attaque $\dot{\alpha}$ sont égaux. Ainsi :

$$q = \dot{\alpha} = A\omega \cos(\omega t) \quad (1.73)$$

La fréquence du mouvement f (ainsi que la période d’oscillation T) se déduisent aisément des équations (1.72) et (1.71) :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{V_\infty k}{\pi D} \quad (1.74)$$

En connaissant la période d’oscillation T ainsi que le nombre de pas de temps par période N , il est possible d’estimer le pas de temps Δt :

$$\Delta t = \frac{T}{N} = \frac{\pi D}{NV_\infty k} \quad (1.75)$$

Deux approches différentes permettent d’obtenir $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. La plus généraliste consiste à intégrer sur une période d’oscillation le coefficient $C_m(t)$. Cette approche a été utilisée par (Park et al., 2002) (McGowan et al., 2012). La seconde méthode utilisée pour des configurations génériques de projectiles et de missiles consiste à calculer le coefficient $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ à la position de déplacement angulaire moyen. Cette méthode a été utilisée par (Sahu, 2007), (DeSpirito et al., 2009).

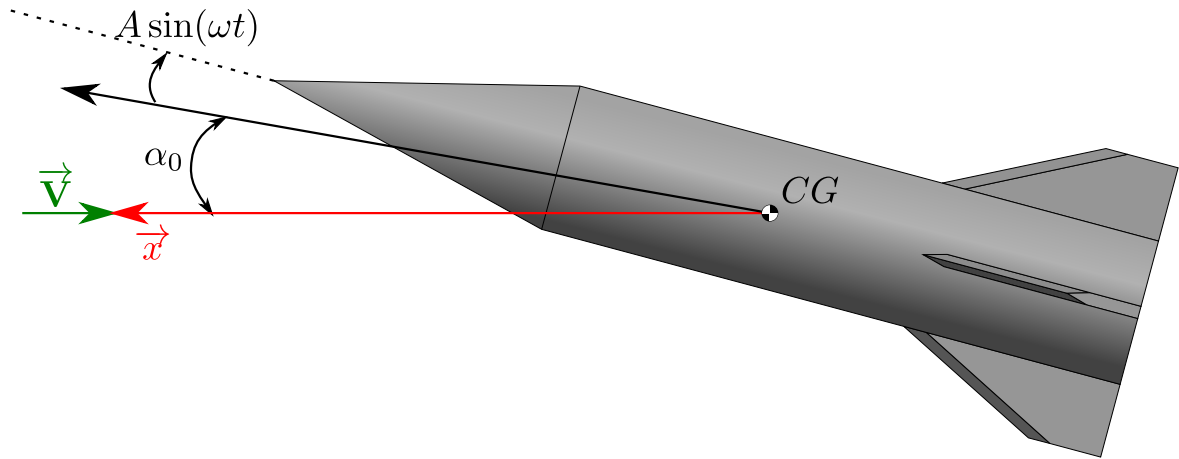


FIGURE 1.9 – Paramétrage du mouvement d'oscillation autour de l'axe de tangage

1.4.1.1 Approche 1 : Intégration sur une période d'oscillation

Cette méthode pose l'hypothèse que la somme des coefficients d'amortissement en tangage est constante dans le cas des faibles amplitudes. Pour cette approche, il est nécessaire d'intégrer l'équation (1.70) par rapport à l'angle d'attaque α sur une unique période d'oscillation et de substituer $\dot{\alpha}$ par son expression (1.73).

$$C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}} = \frac{2V_{\infty}}{D} \frac{\int [C_m(t) - C_{m_0} - C_{m\alpha}\alpha(t)] d\alpha}{\int \dot{\alpha}(t) d\alpha} \quad (1.76)$$

Les intégrales de C_{m_0} et $C_{m\alpha}$ étant nulles sur une période d'oscillation, l'équation (1.76) peut se simplifier :

$$C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}} = \frac{2V_{\infty}}{D} \frac{\int C_m(t) d\alpha}{\int \dot{\alpha}(t) d\alpha} \quad (1.77)$$

L'introduction des expressions (1.73) et (1.72) dans l'équation (1.77) permettent d'exprimer la somme des coefficients d'amortissement en tangage en intégrant le coefficient de moment de tangage sur une période d'oscillation :

$$C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}} = \frac{2V_{\infty}}{\pi AD} \int_{T_{i-1}}^{T_i} C_m(t) \cos\left(\frac{2V_{\infty}k}{D}t\right) dt \quad (1.78)$$

L'intégrale (1.78) peut se résoudre numériquement grâce à la méthode des trapèzes. Ainsi,

$$\int_{T_{i-1}}^{T_i} f(t) dt = \sum_{n=1}^{N-1} [t_{n+1} - t_n] [f(t_{n+1}) + f(t_n)] \quad (1.79)$$

où

$$f(t) = C_j(t) \cos\left(\frac{2V_{\infty}k}{D}t\right) \quad (1.80)$$

1.4.1.2 Approche 2 : Résolution du déplacement angulaire moyen

L'oscillation forcée produit un phénomène d'hystérésis sur le coefficient de tangage en fonction de l'angle d'attaque α . Selon (Bhagwandin and Sahu, 2014), ce phénomène est quasi constant et symétrique autour de l'angle moyen α_0 pour la plupart des projectiles. Dans ce cas de figure, le coefficient ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$) peut se calculer grâce à deux points de la courbe décrivant l'évolution du coefficient de moment de tangage en fonction de l'angle d'attaque. Ces deux points se situent sur l'axe $\alpha = \alpha_0$ et sont représentés dans la Figure 1.10 par les points C_{m+} et C_{m-} positionnés respectivement lors de la phase d'accroissement et de décroissement de l'angle de tangage. En

introduisant (1.73) et (1.71) dans (1.70) et en évaluant cette expression à $\alpha = \alpha_0$, il est possible de calculer le coefficient $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$:

$$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})_{\alpha=\alpha_0} = (-1)^n \frac{C_{m\pm} - C_{m0} - C_{m\alpha}\alpha_0}{kA} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.81)$$

Dans l'expression (1.81), n représente l'indice de la demi-oscillation et $C_{m\pm}$ la valeur de C_m quand $\alpha = \alpha_0$. La nature symétrique du mouvement de tangage permet de simplifier l'équation (1.81) de la manière suivante :

$$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})_{\alpha=\alpha_0} = \frac{C_{m+} - C_{m-}}{2kA} \quad (1.82)$$

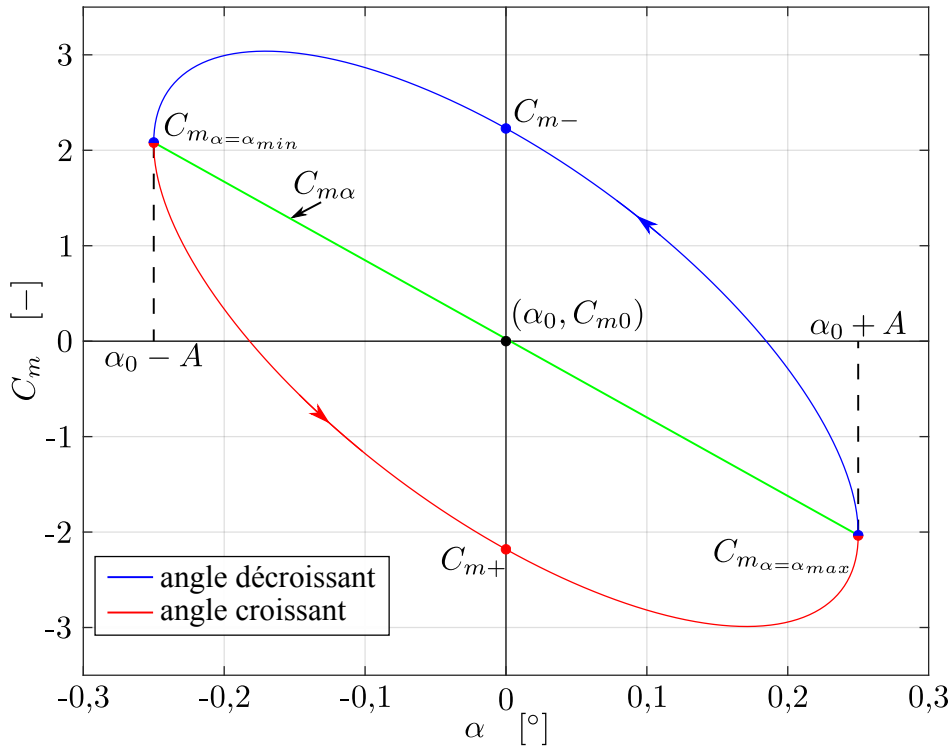


FIGURE 1.10 – Exemple d'évolution du coefficient de tangage en fonction de l'angle d'attaque (pour $\alpha_0 = 0^\circ$ et $C_{m0} = 0$)

En évaluant l'expression (1.70) pour $\alpha = \alpha_0 + A$, il est possible d'obtenir le coefficient $C_{m\alpha}$:

$$C_{m\alpha} = \frac{C_{m_{\alpha=\alpha_{max}}} - C_{m_{\alpha=\alpha_{min}}}}{2A} \quad (1.83)$$

1.4.2 Obtention du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ par l'intermédiaire de la mesure du mouvement

La détermination du coefficient du moment d'amortissement en tangage par l'intermédiaire de la mesure du mouvement est une méthode utilisée aussi bien en calcul numérique (Klatt et al., 2019), que pour des essais en soufflerie (Franzmann et al., 2021) ou en vol libre (Portier, 2014). Cette méthode consiste à positionner le modèle à un angle d'attaque non nul, puis à le libérer afin de pouvoir analyser l'évolution de l'angle d'attaque au cours du temps. Le signal obtenu (voir Figure 1.11) est ensuite comparé au modèle mathématique décrivant la variation de l'angle d'attaque au cours du temps (1.84) qui provient des équations de la mécanique du vol (voir section 1.3.5).

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} e^{\frac{\rho S D^2 V}{8 I_2} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) t} \sin \left(\sqrt{-\frac{\rho S D V^2 C_{m\alpha}}{2 I_2}} t + \phi \right) \quad (1.84)$$

Cette relation met en lumière que le comportement dynamique d'un projectile est influencé par les conditions d'essais (température, pression, vitesse) ainsi que par ses propriétés physiques (masse, position du centre de gravité, matrice d'inertie). Il est donc primordial de connaître ces paramètres pour pouvoir estimer la dérivée du coefficient du moment de tangage $C_{m\alpha}$ et le coefficient d'amortissement en tangage ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$).

Pour obtenir le coefficient de stabilité dynamique ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$), plusieurs auteurs dont (Shantz and Groves, 1960) et (McGowan et al., 2014) utilisent l'approche de la décroissance en tangage. Cette relation, décrite par l'équation (1.85), provient directement de la résolution d'un système à deux équations exprimant α_{n-1} et α_n en fonction de respectivement t_{n-1} et t_n .

$$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) = \frac{8I_2}{\rho SD^2 V} \frac{\ln \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}}}{t_{n+1} - t_n} \quad (1.85)$$

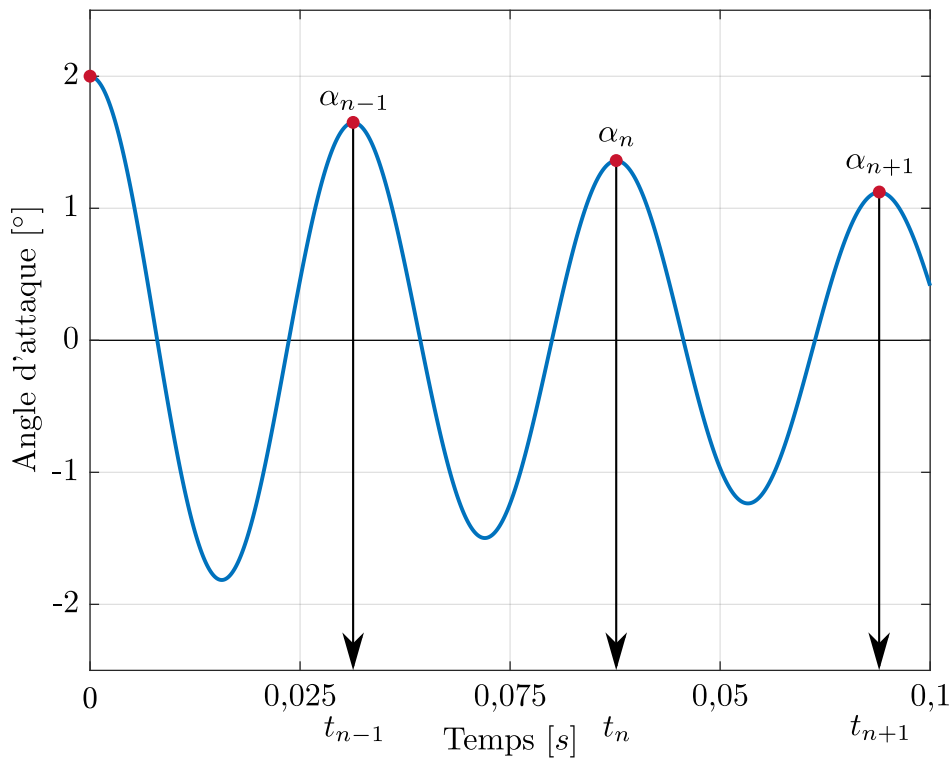


FIGURE 1.11 – Exemple d'évolution de l'angle d'attaque en fonction du temps

La dérivée du coefficient de moment en tangage $C_{m\alpha}$ est liée à la fréquence du signal f . Ce coefficient peut donc être obtenu grâce à la relation (1.86) en ayant au préalable effectué une analyse spectrale du signal permettant d'obtenir la fréquence f .

$$C_{m\alpha} = -\frac{8\pi^2 f^2 I_2}{\rho SDV^2} \quad (1.86)$$

Un ajustement de courbe peut aussi être utilisé dans le processus de détermination des coefficients. Dans ce cas de figure, le signal de sortie est comparé à la relation (1.84). Une optimisation se basant sur la méthode des moindres carrés est ensuite effectuée afin d'obtenir les coefficients propres au moment de tangage.

Cette technique a été retenue pour l'identification des coefficients dans le cadre du projet MiRo.

1.5 Modélisation de la stéréovision

L'Homme s'inspire souvent du monde du vivant pour trouver des réponses aux problématiques qui s'imposent à lui. On appelle cela le biomimétisme. La vision par ordinateur et plus particulièrement la stéréovision est un biomimétisme de la vision humaine. Chez les être vivants, les yeux captent des images en deux dimensions (acquisition) et le cerveau, en combinant les informations des deux yeux, crée la troisième dimension, à savoir la perspective (traitement). La vision par ordinateur repose sur les deux mêmes étapes. L'acquisition des images se fait généralement par l'intermédiaire de caméras CCD (Charge-Coupled Device ou en français dispositif à transfert de charges). Tout l'art de la vision par ordinateur consiste à trouver un modèle mathématique qui allie à la fois simplicité et finesse du modèle. Pour notre méthode de mesure, le modèle du sténopé répond à notre problématique.

1.5.1 Modélisation d'une caméra

1.5.1.1 Coordonnées homogènes

En vision par ordinateur, l'utilisation des coordonnées homogènes est fortement recommandée voir indispensable (Horaud and Monga, 1995)(Hartley and Zisserman, 2003). Les coordonnées homogènes sont à l'espace projectif ce que les coordonnées cartésiennes sont à l'espace euclidien. Ainsi une transformation non linéaire dans l'espace euclidien devient, grâce aux coordonnées homogènes, linéaire dans l'espace. Un point 3D M défini par des coordonnées cartésiennes dans l'espace euclidien est défini dans l'espace projectif par le point \tilde{M} en coordonnées homogènes avec $w \neq 0$. Généralement $w = 1$.

$$M = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{M} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ w \end{pmatrix} \quad (1.87)$$

de même en 2D :

$$m = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{m} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} \quad (1.88)$$

1.5.1.2 Modèle du sténopé

Le modèle dit du sténopé (Horaud and Monga, 1995)(Faugeras, 1993) (Tsai, 1987) est généralement utilisé pour modéliser la perspective en vision par ordinateur. Le sténopé est un appareil photographique dont les premières utilisations remontent aux environs de 500 avant J.C.. Comme le montre la Figure 1.12, le sténopé est une boîte dont l'une des faces est percée d'un minuscule trou où l'image d'un objet se forme au fond du dispositif, sur un support photosensible, après que la lumière émanant de cet objet soit passée au travers de l'orifice.

Le modèle du sténopé peut être utilisé pour approximer le système {Caméra + Objectif} dès lors que le dispositif optique répond aux conditions de l'approximation de Gauss, à savoir :

- Les angles d'incidence entre les rayons et l'axe optique sont faibles,
- Les rayons sont peu éloignés de l'axe optique.

Sous ces conditions, on peut assimiler l'objectif à un sténopé de profondeur égale à la longueur focale f de l'objectif de la camera.

D'un point de vue géométrique, grâce à une projection perspective, le modèle du sténopé associe un point M dans l'espace 3D à un point image m exprimé dans le repère 2D de l'image. Le point m est l'intersection entre la droite de vue et le plan rétinien. La droite de vue (ou rayon de

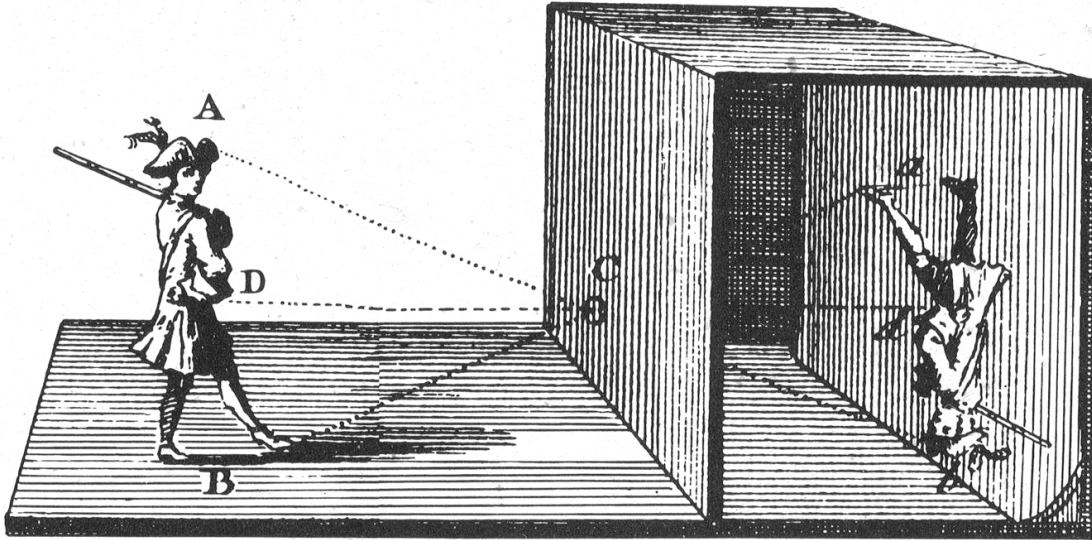


FIGURE 1.12 – Sténopé

projection) est la droite passant par le point M et le centre optique C du système optique {Caméra CCD + objectif}.

Le modèle du sténopé (Figure 1.13) est défini par les repères suivants :

- $\mathcal{R}_S = (O, \vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)$, le repère soufflerie, défini en section 1.3, (en vert dans la Figure 1.13) où l'objet est placé arbitrairement. Tous les points 3D sont initialement exprimés dans ce repère.
- $\mathcal{R}_C = \{C, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C\}$, le repère caméra dont l'origine se situe au centre optique C , appelé également centre de projection (en gris dans la Figure 1.13). Par définition, le centre optique est le point par lequel les rayons lumineux ne sont pas déviés. En règle générale, \vec{Z}_C est colinéaire à l'axe optique de la caméra. \vec{X}_C et \vec{Y}_C sont orientés de manière à être parallèle au plan image et perpendiculaire entre eux.
- $\mathcal{R}_R = \{c', \vec{x}_R, \vec{y}_R\}$, le repère associé au plan rétinien, centré sur le point principal c' (en bleu dans la Figure 1.13). Le point principal représente l'intersection entre l'axe optique et le plan image. Ce repère est placé à $Z_C = f$ du repère \mathcal{R}_C . Dans ce repère les points 2D sont en unité métrique.
- $\mathcal{R}_I = \{o, \vec{u}, \vec{v}\}$, le repère image où les coordonnées des points 2D sont exprimés en coordonnées pixeliques dont l'origine se situe dans le coin inférieur gauche de l'image (en rose dans la Figure 1.13). Les axes \vec{u} et \vec{v} représentent, respectivement, l'indice des colonnes de l'image et l'indice des lignes de l'image.

Le modèle peut se décomposer en trois transformations élémentaires illustrant les différents changements de repère nécessaire pour associer le point M , exprimé dans le repère soufflerie, à son point image m , exprimé dans le repère image :

Transformation 1 : Un changement de repère entre le repère soufflerie et le repère caméra ($\mathcal{R}_S \rightarrow \mathcal{R}_C$).

Transformation 2 : Une projection perspective qui transforme un point 3D en un point 2D sur le plan rétinien ($\mathcal{R}_C \rightarrow \mathcal{R}_R$).

Transformation 3 : Une transformation décrivant l'échantillonnage du plan rétinien par la matrice du capteur CCD ($\mathcal{R}_R \rightarrow \mathcal{R}_I$).

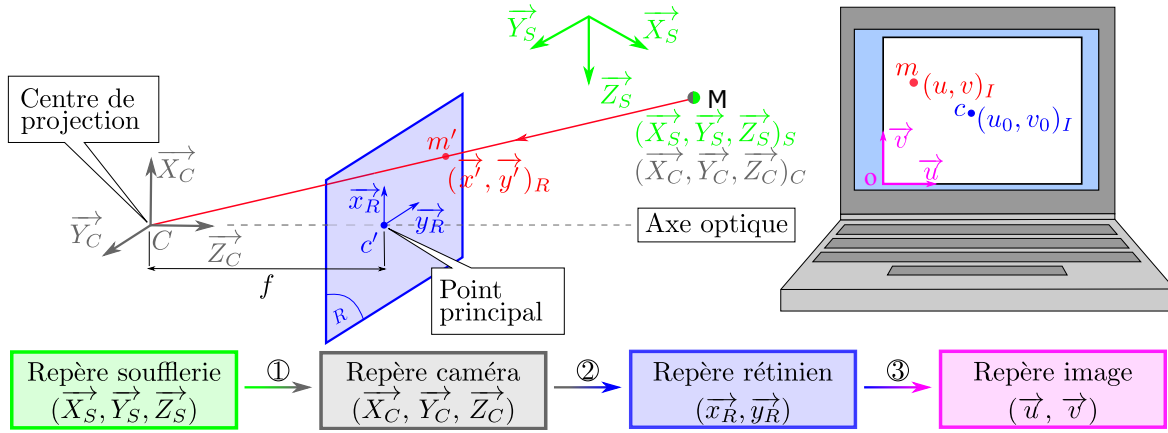


FIGURE 1.13 – Modélisation du sténopé

1.5.1.2.1 Changement de repère Monde/Caméra

La transformation repère soufflerie/caméra est la première transformation apparaissant dans le modèle du sténopé. Elle est représentée par ① dans la Figure 1.13. Cette transformation est un simple changement de repère entre le repère soufflerie \mathcal{R}_S et le repère caméra \mathcal{R}_C . Ces deux repères sont reliés par l'intermédiaire d'une transformation rigide composée d'une translation et d'une rotation. Soit (X_S, Y_S, Z_S) et (X_C, Y_C, Z_C) , les coordonnées euclidiennes du point M exprimées respectivement dans le repère soufflerie et dans le repère camera. Les deux repères sont liés grâce à l'égalité suivante :

$$\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{3 \times 3}} \left(\begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_{X_S} \\ C_{Y_S} \\ C_{Z_S} \end{pmatrix} \right) \quad (1.89)$$

Dans l'équation (1.89), $(C_{X_S}, C_{Y_S}, C_{Z_S})$ correspond aux coordonnées du centre optique C exprimées dans le repère soufflerie et $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ la matrice de rotation d'ordre 3 représentant l'orientation de l'axe optique exprimé par l'intermédiaire des angles d'Euler (ϕ, θ, ψ) .

Dans l'espace projectif, l'équation homogène associée à l'équation (1.89) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} = [\mathbf{E}]^{C0} \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.90)$$

où

$$[\mathbf{E}]^{C0} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta & -\sin \theta & t_x \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & t_y \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.91)$$

Afin d'alléger l'écriture de $[\mathbf{E}]^{C0}$, on introduit la notation suivante :

$$[\mathbf{E}]^{C0} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{t}_{3 \times 1} = -\mathbf{R}_{3 \times 3} \begin{pmatrix} C_{X0} \\ C_{Y0} \\ C_{Z0} \end{pmatrix} \quad (1.92)$$

1.5.1.2.2 Transformation entre le repère camera et le repère rétinien : projection perspective
 $(\mathfrak{R}_C \rightarrow \mathfrak{R}_R)$

Le modèle du sténopé réduit l'objectif de la caméra à une simple projection perspective d'un objet sur le plan rétinien de la caméra. Ce plan est placé à une distance focale f du centre optique C . Ainsi, par définition, l'image m' du point M se situe à l'intersection du plan rétinien avec la droite (MC). Cette transformation est représentée par ② dans la Figure 1.13. Soit (x_C, y_C, z_C) , les coordonnées cartésiennes du point m' exprimées dans le repère caméra \mathfrak{R}_C , résultat de la projection perspective du point M sur le plan rétinien. M et m' sont liés dans le repère \mathfrak{R}_C par les relations suivantes :

$$x_C = \frac{f X_C}{Z_C} \quad ; \quad y_C = \frac{f Y_C}{Z_C} \quad ; \quad z_C = f \quad (1.93)$$

Ces équations étant non-linéaires, l'utilisation des coordonnées homogènes permet de linéariser la relation. Sous sa forme homogène, l'équation (1.93) s'écrit comme, suit avec $s = Z_C/f$ un facteur d'échelle et $[\mathbf{P}_E]$ la matrice de projection perspective.

$$s \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ 1 \end{pmatrix} = [\mathbf{P}_E] \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad [\mathbf{P}_E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{bmatrix} \quad (1.94)$$

Comme le point m' se situe dans le plan rétinien, il est possible de simplifier l'équation (1.94) en exprimant directement les coordonnées du point m' dans le repère rétinien \mathfrak{R}_R . Dans ce repère les coordonnées cartésiennes de ce point sont (x', y') . Ainsi la relation qui lie un point M exprimé dans le repère \mathfrak{R}_C à son point projeté m' dans le repère rétinien s'écrit :

$$s \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = [\mathbf{P}]^{RC} \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad [\mathbf{P}]^{RC} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.95)$$

1.5.1.2.3 Passage du repère métrique au repère pixelique ($\mathfrak{R}_R \rightarrow \mathfrak{R}_I$)

Dans le repère \mathfrak{R}_R , les coordonnées du point-image m' sont exprimées en unité métrique alors que dans le repère image noté \mathfrak{R}_I les coordonnées m sont exprimées en unité pixelique. Il est donc nécessaire d'effectuer un changement d'unité. Cette dernière opération est représentée par ③ dans la Figure 1.13. Pour obtenir les coordonnées du point m dans le repère \mathfrak{R}_I , les paramètres suivants sont nécessaires :

- k_u et k_v représentent le nombre de pixels par unité de longueur suivant les axes \vec{u} et \vec{v} (pixel.m⁻¹).
- (u_0, v_0) représente les coordonnées du point principal c dans le repère image exprimées en pixels.
- β traduit la non orthogonalité des pixels, en anglais « skew factor ».

Le changement de repère s'écrit donc :

$$\begin{cases} u = k_u \sin \theta x' + k_v \cos \theta y' + u_0 + v_0 \cot \beta \\ v = k_v y' + v_0 / \sin \beta \end{cases} \quad (1.96)$$

Sous écriture homogène, ce changement de repère s'écrit :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = [\mathbf{T}]^{IR} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad [\mathbf{T}]^{IR} = \begin{bmatrix} k_u & k_v \cot \beta & u_0 + v_0 \cot \beta \\ 0 & k_v / \sin \beta & v_0 / \sin \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.97)$$

Grâce aux progrès fait dans les capteurs CCD, très souvent, le facteur de non-orthogonalité est considéré comme étant égal à $\pi/2$. De cette manière, la matrice de changement de repère $[\mathbf{T}]^{IR}$ devient :

$$[\mathbf{T}]^{IR} = \begin{bmatrix} k_u & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.98)$$

1.5.1.2.4 Transformation objet/image ($\mathfrak{R}_S \rightarrow \mathfrak{R}_I$)

La transformation globale se compose des trois transformations ①, ② et ③ représentée respectivement par les équations (1.90), (1.95) et (1.98). On obtient ainsi le modèle généralisé défini par la Figure 1.14.

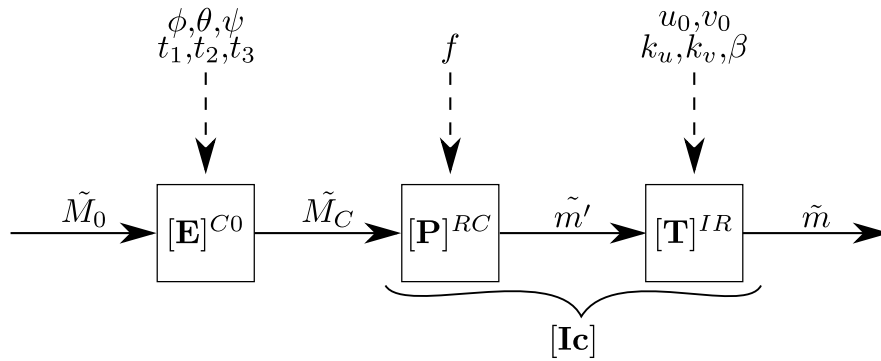


FIGURE 1.14 – Schéma bloc du modèle sténopé

La matrice des paramètres intrinsèques \mathbf{I}_c est obtenue en combinant les équations (1.98) et (1.95) :

$$\mathbf{I}_c = [\mathbf{T}]^{IR} [\mathbf{P}]^{RC} = \begin{bmatrix} \alpha_u & \alpha_v \cot \beta & u_0 + v_0 \cot \beta & 0 \\ 0 & \alpha_v / \sin \beta & v_0 / \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec } \alpha_u = k_u f \quad \text{et} \quad \alpha_v = k_v f \quad (1.99)$$

α_u et α_v représentent la longueur focale de la caméra en nombre de pixel suivant les directions \vec{u} et \vec{v} .

L'équation complète du modèle de sténopé est :

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\mathbf{I}_c [\mathbf{E}]^{C0}}_{[\mathbf{M}]} \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.100)$$

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_u & \alpha_v \cot \beta & u_0 + v_0 \cot \beta & 0 \\ 0 & \alpha_v / \sin \beta & v_0 / \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.101)$$

\mathbf{I}_c représente la matrice des paramètres intrinsèques tandis que $[\mathbf{E}]^{C0}$ représente la matrice des paramètres extrinsèques. Les paramètres intrinsèques ($\alpha_u, \alpha_v, \beta, u_0, v_0$) sont propres au système {Caméra CCD + objectif}. Les paramètres extrinsèques ($\phi, \theta, \psi, \beta, t_x, t_y, t_z$) expriment l'orientation et la position de la caméra. Le modèle du sténopé se décrit donc par l'intermédiaire de 5 paramètres intrinsèques et 6 paramètres extrinsèques. Après développement de la relation (1.101) et en introduisant le vecteur \mathbf{r}_i avec $i = 1, 2, 3$ tel que $\mathbf{r}_i = [r_{i1} \ r_{i2} \ r_{i3}]$, on obtient :

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_u \mathbf{r}_1 + (\alpha_v \cot \beta) \mathbf{r}_2 + (u_0 + v_0 \cot \beta) \mathbf{r}_3 & \alpha_u t_x + (\alpha_v \cot \beta) t_y + (u_0 + v_0 \cot \beta) t_z \\ (\alpha_v / \sin \beta) \mathbf{r}_2 + v_0 / \sin \beta \mathbf{r}_3 & (\alpha_v / \sin \beta) t_y + (v_0 / \sin \beta) t_z \\ \mathbf{r}_3 & t_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.102)$$

L'expression (1.102) peut se mettre sous la forme :

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 & m_{14} \\ \mathbf{m}_2 & m_{24} \\ \mathbf{m}_3 & m_{34} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{où } \mathbf{m}_i = [m_{i1} \quad m_{i2} \quad m_{i3}] \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.103)$$

Sous forme développée, la relation (1.100) nous donne la relation de colinéarité, tel que :

$$\begin{cases} u = \frac{m_{11}X_S + m_{12}Y_S + m_{13}Z_S + m_{14}}{m_{31}X_S + m_{32}Y_S + m_{33}Z_S + m_{34}} \\ v = \frac{m_{21}X_S + m_{22}Y_S + m_{23}Z_S + m_{24}}{m_{31}X_S + m_{32}Y_S + m_{33}Z_S + m_{34}} \end{cases} \quad (1.104)$$

Ce système d'équation décrit la droite de vue (CM) passant le centre de projection C et le point m' .

La matrice $[\mathbf{M}]$ représente la matrice de transfert entre le repère du laboratoire et celui de l'image. Pour déterminer les coefficients de la matrice de passage, un étalonnage est nécessaire (voir 1.5.1.4). Celle-ci consiste à identifier les paramètres intrinsèques et extrinsèques avec la relation 1.102. Par identification on obtient instantanément :

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{m}_3 \quad (1.105)$$

$$t_z = m_{34} \quad (1.106)$$

En faisant utilisant le produit scalaire, on obtient :

$$u_0 + v_0 \cot \beta = \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_3 \quad (1.107)$$

$$\frac{v_0}{\sin \beta} = \mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{m}_3 \quad (1.108)$$

En calculant le produit scalaire $\mathbf{m}_2 \wedge \mathbf{m}_3$ on obtient :

$$\frac{\alpha_v}{\sin \beta} = \|\mathbf{m}_2 \wedge \mathbf{m}_3\| \quad (1.109)$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{m}_2 - (\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{m}_3)\mathbf{m}_3}{\|\mathbf{m}_2 \wedge \mathbf{m}_3\|} \quad (1.110)$$

Le facteur d'orthogonalité peut ensuite être obtenu grâce à $\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2$. Ainsi,

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2 - (\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_3)(\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{m}_3)}{\|\mathbf{m}_2 \wedge \mathbf{m}_3\|^2} \quad (1.111)$$

Grâce aux produits vectoriels de $\mathbf{m}_1 \wedge \mathbf{m}_3$ et $\mathbf{m}_1 \wedge \mathbf{m}_2$ on obtient α_u et \mathbf{r}_2 :

$$\alpha_u = \frac{\|\cos \beta (\mathbf{m}_1 \wedge \mathbf{m}_2) - (\cos \beta v_0 / \cot \beta - (u_0 + v_0 \cot \beta))(\mathbf{m}_1 \wedge \mathbf{m}_3)\|}{\|\frac{\alpha_v}{\sin \beta} \cos \beta \mathbf{m}_3 - (u_0 + v_0 \cot \beta)\mathbf{r}_2\|} \quad (1.112)$$

Les trois paramètres suivants s'obtiennent directement par substitution des paramètres trouvés précédemment :

$$\mathbf{r}_1 = \frac{1}{\alpha_u} (\mathbf{m}_1 - (u_0 + v_0 \cot \beta)\mathbf{m}_3 - \frac{\alpha_v}{\sin \beta} \cos \beta \mathbf{r}_2) \quad (1.113)$$

$$t_y = \frac{\alpha_v}{\sin \beta} (m_{24} - \frac{v_0}{\cot \beta} t_z) \quad (1.114)$$

$$t_x = \frac{1}{\alpha_u} (m_{14} - (u_0 + v_0 \cot \beta) t_z - \frac{\alpha_v}{\sin \beta} \cos \beta t_y) \quad (1.115)$$

1.5.1.3 Modélisation des distorsions

Le modèle de caméra vu précédemment est basé sur un système optique parfait, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun défaut ni dans les lentilles ni dans le montage de l'objectif. Dans la réalité, il est difficile d'arriver à atteindre une telle perfection optique. En effet, en fonction de la qualité de l'objectif, le rayon optique provenant du point M intersecte le plan image avec un écart plus ou moins grand par rapport au point déterminé sous l'approximation de Gauss comme le montre la Figure 1.15.

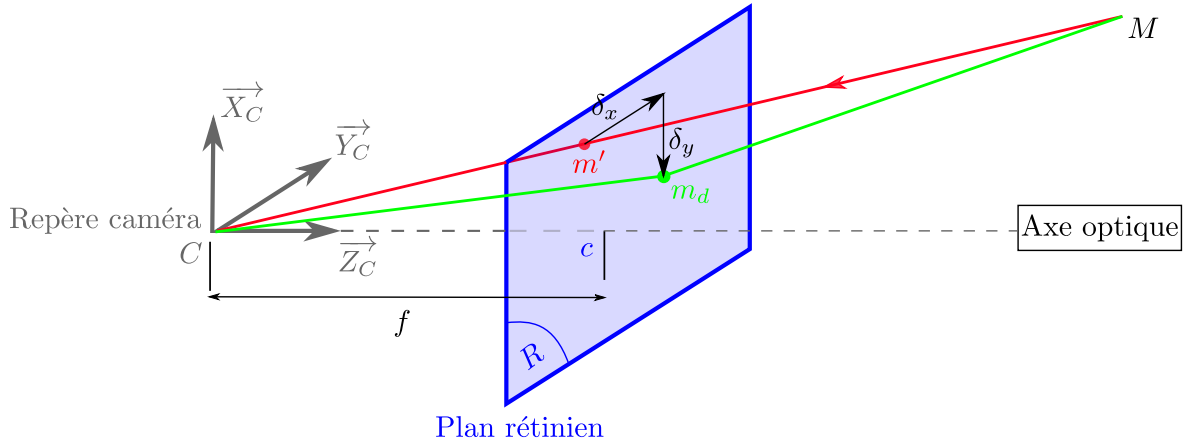


FIGURE 1.15 – Impact de la distorsion sur le plan rétinien

Dans le modèle mathématique du sténopé, la considération des distorsions se manifeste par l'ajout d'une étape de correction après l'étape de projection, comme l'indique la Figure 1.16. Cette étape supplémentaire s'exprime dans le repère rétinien et est explicitée par l'expression (1.116). Cette relation décrit le passage entre les coordonnées du point m' issu du modèle du sténopé (x', y') , donc non distordu, et ses coordonnées réelles sur le capteur optique $= (\delta_x, \delta_y)$, modélisées par le point m_d dans la Figure 1.15. $\delta = (\delta_x, \delta_y)$ est appelé vecteur d'aberration. $\delta_x(x', y')$ et $\delta_y(x', y')$ représentent la somme de plusieurs termes correctifs correspondant aux différentes sources de distorsion et au degré d'approximation du modèle choisi. L'effet de la distorsion dépendant de la position du point m' dans le repère rétinien, la prise en compte des distorsions rend le modèle du sténopé non linéaire.

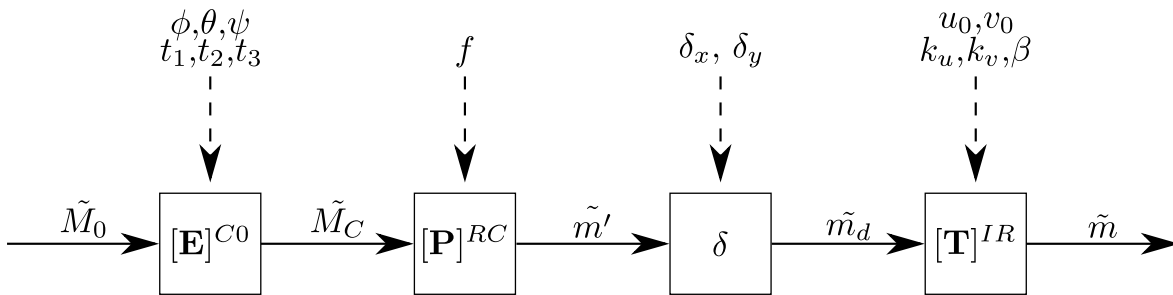


FIGURE 1.16 – Prise en compte de la distorsion dans le modèle du sténopé

$$\begin{cases} x_d = x' + \delta_x(x, y) \\ y_d = y' + \delta_y(x, y) \end{cases} \quad (1.116)$$

Usuellement, on exprime les distorsions dans un repère polaire dont l'origine est le centre de distorsion. (Weng et al., 1992) définit trois distorsions élémentaires en fonction de leurs origines physiques :

- Distorsion radiale (Figure 1.17b) notée $\delta_R = (\delta_{R_{rad}}, \delta_{R_{tan}})$ induite par une mauvaise courbure radiale des lentilles

- Distorsion de décentrage (Figure 1.17c) notée $\delta_D = (\delta_{D_{rad}}, \delta_{D_{tan}})$ induite un mauvais alignement des centres des lentilles dans l'objectif
- Distorsion prismatique (Figure 1.17d) notée $\delta_P = (\delta_{P_{rad}}, \delta_{P_{tan}})$ induite par le défaut de parallélisme entre les lentilles et/ou le plan rétinien

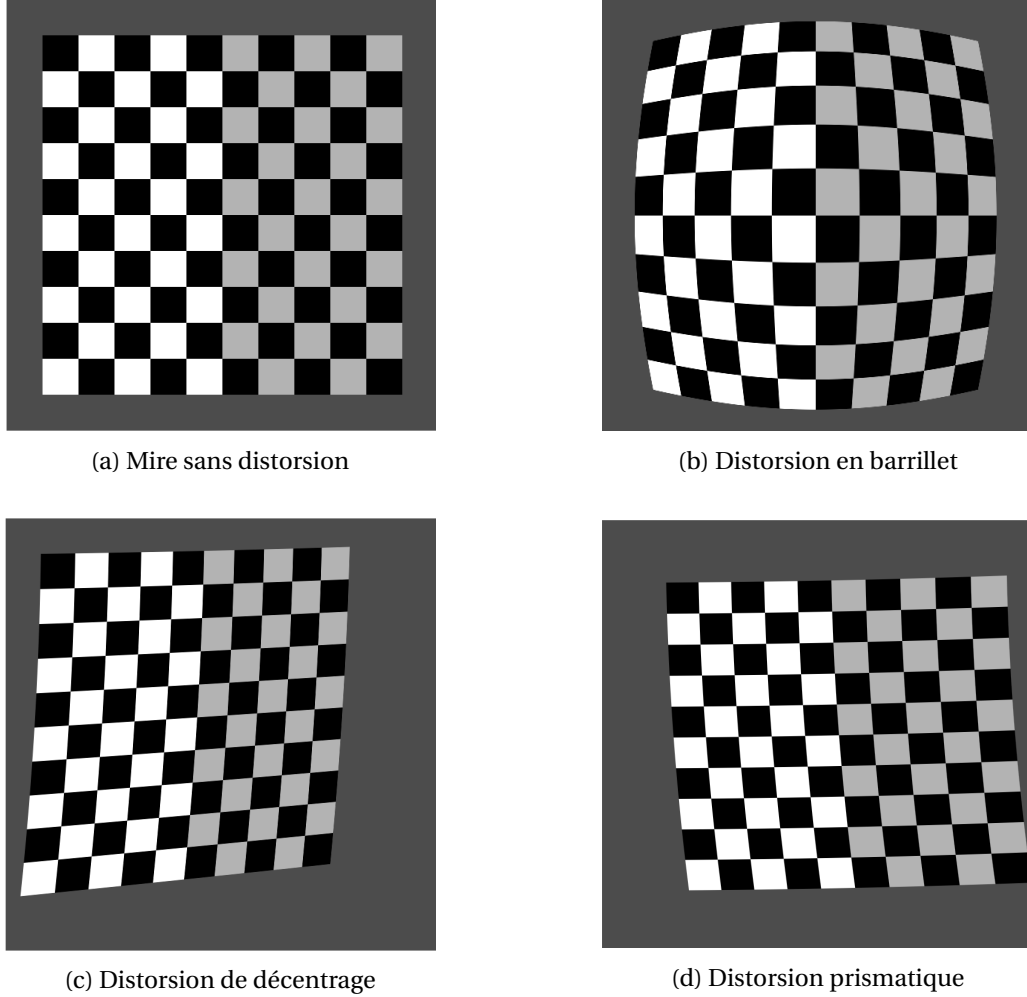


FIGURE 1.17 – Type de distorsion

$$m_d = m_r + \delta \quad (1.117)$$

où $\delta = (\delta_x, \delta_y)$ est appelé vecteur d'aberrations. Ainsi $\delta = \delta_R + \delta_D + \delta_P$.

Chaque distorsion se définit donc par un terme de distorsion purement radiale $\delta_{\cdot rad}(\rho, \phi)$ et un terme de distorsion purement tangentiel $\delta_{\cdot tan}(\rho, \phi)$, schématisés respectivement par les Figures 1.18 et 1.19. Très souvent, le centre de distorsion est confondu avec le point principal c . En effet, (Stein, 1993) a démontré qu'un écart entre ces deux points peut être modélisé par l'ajout d'un terme de distorsion de décentrage. Chaque point m' est donc représenté par sa distance ρ du point principal et l'angle orienté ϕ_d entre l'axe \vec{x}_r et \vec{cm}' , de telle sorte qu'on puisse poser :

$$\rho \approx \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad ; \quad \cos \phi_d \approx \frac{x'}{\rho} \quad ; \quad \sin \phi_d \approx \frac{y'}{\rho} \quad (1.118)$$

Le passage entre le repère polaire et le repère cartésien se fait par l'intermédiaire de la relation suivante (Garcia, 2001) (Weng et al., 1992) :

$$\begin{pmatrix} \delta_x(x', y') \\ \delta_y(x', y') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_d & -\sin \phi_d \\ \sin \phi_d & \cos \phi_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{\cdot rad}(\rho, \phi_d) \\ \delta_{\cdot tan}(\rho, \phi_d) \end{pmatrix} \quad (1.119)$$

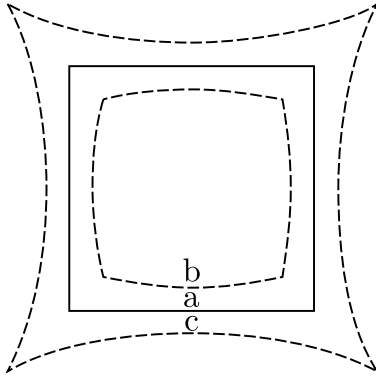


FIGURE 1.18 – Effet de la distorsion radiale

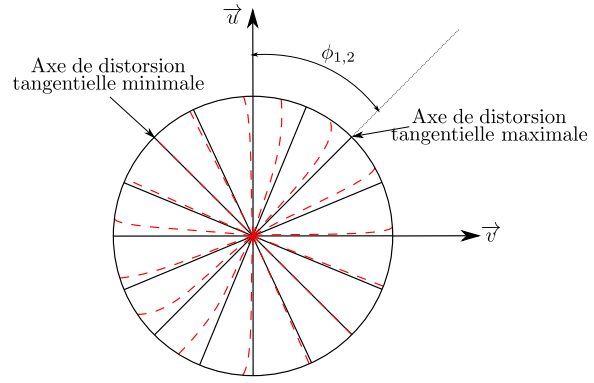


FIGURE 1.19 – Effet de la distorsion tangentielle

1.5.1.3.1 Distorsion radiale

La distorsion radiale, appelée aussi distorsion de Seidel, est la distorsion la plus prédominante dans un système optique. Elle est directement induite soit par l'écart à l'approximation de Gauss soit par une mauvaise courbure de la lentille. Elle engendre un déplacement radial vers l'intérieur ou vers l'extérieur d'un point donné par rapport à sa position idéale. Un déplacement radial vers l'intérieur est appelé distorsion en barillet (indice b dans la Figure 1.18) alors qu'un déplacement vers l'extérieur désigne une distorsion en coussinet (indice c dans la Figure 1.18). Ce type de distorsion est parfaitement symétrique par rapport aux axes du repère rétinien. Pour une lentille parfaitement centrée, la distorsion géométrique est définie par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \delta_{R_{rad}(\rho,\phi)} = \sum_{i=1}^{\infty} r_k \rho^{2i+1} \\ \delta_{R_{tan}(\rho,\phi)} = 0 \end{cases} \quad (1.120)$$

Dans le repère cartésien du plan rétinien cette expression s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \delta_{R_x(x',y')} = x \sum_{i=1}^{\infty} r_k (x'^2 + y'^2)^i \\ \delta_{R_y(x',y')} = y \sum_{i=1}^{\infty} r_k (x'^2 + y'^2)^i \end{cases} \quad (1.121)$$

1.5.1.3.2 Distorsion de décentrage

La distorsion de décentrage provient d'un défaut d'alignement des centres optiques des lentilles contenues dans l'objectif. Cette imperfection de montage entraîne à la fois une distorsion radiale et une distorsion tangentielle qui s'expriment grâce à l'équation suivante :

$$\begin{cases} \delta_{D_{rad}(\rho,\phi)} = 3 \sin(\phi_d - \phi_1) \sum_{i=1}^{\infty} s_k \rho^{2i} \\ \delta_{D_{tan}(\rho,\phi)} = \cos(\phi_d - \phi_1) \sum_{i=1}^{\infty} s_k \rho^{2i} \end{cases} \quad (1.122)$$

Où ϕ_1 est l'angle entre l'axe \vec{u} et une ligne de référence connue sous le nom d'axe de distorsion tangentielle maximale. Dans le repère cartésien l'expression précédente s'écrit :

$$\begin{cases} \delta_{D_x(x',y')} = (2x'y' \cos \phi_1 - (3x'^2 + y'^2) \sin \phi_1) \sum_{i=1}^{\infty} s_k (x'^2 + y'^2)^{i-1} \\ \delta_{D_y(x',y')} = (-2x'y' \sin \phi_1 + (x'^2 + 3y'^2) \cos \phi_1) \sum_{i=1}^{\infty} s_k (x'^2 + y'^2)^{i-1} \end{cases} \quad (1.123)$$

1.5.1.3.3 Distorsion prismatique

Une imperfection dans la conception et la fabrication de l'objectif ou d'un défaut d'assemblage de l'objectif à la caméra entraîne une aberration géométrique analogue à celle que l'on pourrait obtenir en ajoutant un prisme fin dans un système parfait. La distorsion prismatique peut donc se modéliser par le modèle du prisme fin et engendre donc à la fois une distorsion radiale et tangentielle. Cette distorsion s'exprime donc par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \delta_{P_{rad}(\rho,\phi)} = \sin(\phi - \phi_2) \sum_{i=1}^{\infty} t_k \rho^{2i} \\ \delta_{P_{tan}(\rho,\phi)} = \cos(\phi - \phi_2) \sum_{i=1}^{\infty} t_k \rho^{2i} \end{cases} \quad (1.124)$$

En coordonnées cartésiennes, la distorsion prismatique s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \delta_{P_x(x',y')} = -\sin\phi_2 \sum_{i=1}^{\infty} t_k (x'^2 + y'^2)^{i-1} \\ \delta_{P_y(x',y')} = \cos\phi_2 \sum_{i=1}^{\infty} t_k (x'^2 + y'^2)^{i-1} \end{cases} \quad (1.125)$$

1.5.1.3.4 Distorsion totale

La distorsion totale est la somme de la distorsion radiale (1.121), de décentrage (1.123) et prismatique (1.125). Les photogrammètres (Brown, 1971) (Brown, 1966) s'accordent à dire que pour des objectifs de focale supérieure à 5 mm, les distorsions radiales prédominent par rapport à celles de décentrage et prismatique. Ainsi un développement à l'ordre 3 suffit pour la distorsion radiale et les deux autres composantes sont limitées à l'ordre 1. Ce modèle, appelé R3D1P1, reproduit assez fidèlement la réalité avec 7 paramètres ($r_1, r_2, r_3, d_1, d_2, p_1$ et p_2). Les termes du vecteur d'aberration sont donc :

$$\begin{cases} \delta_x = x'(r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6) + 2d_1x'y' + d_2(3x'^2 + y'^2) + p_1\rho \\ \delta_y = y'(r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6) + 2d_2x'y' + d_1(3x'^2 + y'^2) + p_2\rho \end{cases} \quad (1.126)$$

où

$$d_1 = s_1 \cos\phi_1 \quad d_2 = s_1 \sin\phi_1 \quad p_1 = -t_1 \sin\phi_2 \quad p_2 = -t_1 \cos\phi_2 \quad (1.127)$$

Au niveau industriel, seule la distorsion radiale est généralement prise en compte (Tsai, 1987). En fonction de l'objectif, l'ordre varie entre 1 et 3. Ainsi,

$$\begin{cases} \delta_x = x'(r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6) \\ \delta_y = y'(r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6) \end{cases} \quad (1.128)$$

Les objectifs à grande distance focale possèdent peu voire aucune distorsion radiale. Ce type d'objectif a donc été retenu pour le développement de la méthode de mesure et permet ainsi de garder la linéarité propre au modèle du sténopé.

1.5.1.4 Étalonnage d'une caméra

L'étalonnage est une étape clé dans la vision par ordinateur. Elle consiste à trouver la fonction de transfert (équation (1.103)) qui relie un point du monde 3D à son point associé dans l'image 2D (Figure 1.13). L'étape d'étalonnage se fait par l'intermédiaire d'un objet d'étalon appelé mire de calibrage ou d'étalonnage. Il existe deux méthodes. L'une se base sur une connaissance imprécise de la mire (méthode photogrammétrique) (Lavest et al., 1999) et l'autre se base sur la connaissance parfaite de cette dernière (calibrage fort) (Tsai and Huang, 1981) (Tsai, 1987)(Zhang, 1999). Les points positifs (en vert) et négatifs (en rouge) de ces deux méthodes figurent dans le tableau 1.2, où p représente le nombre de points sur la mire et $0 \leq \delta \leq 7$ représentent le nombre de paramètres de distorsion à évaluer.

	Calibrage fort		Photogrammétrique
	Plane	Volumique	Plane
Système d'équation :	<ul style="list-style-type: none"> • Nombre d'équations $2np$ • Nombre d'inconnues $11 + \delta$ 		<ul style="list-style-type: none"> $2np$ $11 + \delta + 6n + 3p$
Nombre d'images requis (n)			
Précision de construction de la mire	Fort		Faible
Manipulation	Minutieuse		Arbitraire

TABLEAU 1.2 – Différences notables entre les deux méthodes de calibration

Malgré la facilité de mise en œuvre de la méthode photogrammétrique, la méthode de calibrage fort avec mire volumique a été retenue. En effet, l'accès restreint aux deux caméras lors des essais ne permettrait pas de faire différentes prises de vue. En outre, le groupe AMS (Aérodynamique, Mesures et Simulations) a un retour d'expérience important sur cette méthode d'étalonnage. La mire employée, (Figure 1.20) est composée de trois faces internes d'un cube formant un trièdre. Chacune des faces du cube est recouverte d'un damier noir et blanc dont chaque carré mesure 10x10 mm. Il y a sur chaque face 81 points de contrôle. Comme on considère la distorsion inexistante, il y a 11 paramètres à évaluer grâce à 486 équations.

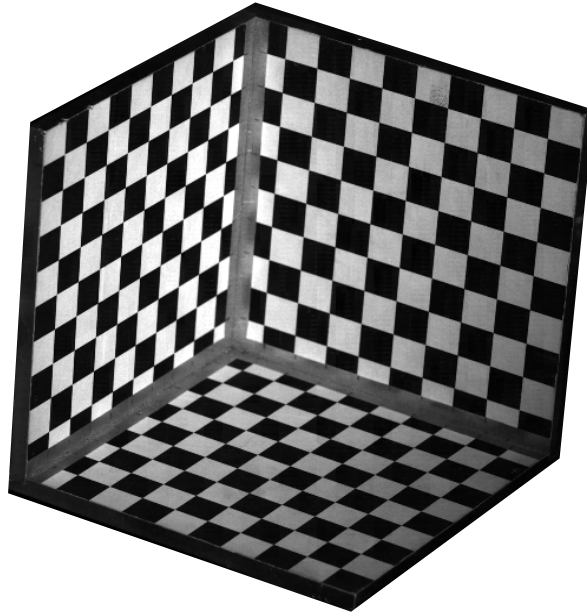


FIGURE 1.20 – Mire de Calibration

L'étalonnage d'une caméra s'obtient en trois étapes successives qui sont :

1. Détection des points de contrôle dans l'image par l'intermédiaire de la méthode de Harris (Harris et al., 1988) et appariement des points avec les coordonnées 3D des points de la mire (Figure 1.21)
2. Estimation initiale des paramètres par la méthode *Direct Linear Transformations* (Abdel-Aziz et al., 2015)
3. Détermination de la matrice de transfert $[M]$ par la méthode d'optimisation de Levenberg-Marquart (Levenberg, 1944) (Marquardt, 1963)

L'étape d'optimisation consiste à minimiser la distance entre les points détectés dans l'image et leur position théorique calculés à partir des points 3D, dont les coordonnées physiques sont connues, et de la matrice de transfert (Figure 1.22).

1.5.2 Modélisation de la stéréovision

1.5.2.1 Intérêt d'utiliser deux caméras

La vision par ordinateur se fonde sur le même principe que la capacité humaine à percevoir la perspective. Le cerveau d'un humain recevant des les informations visuelles d'un œil n'est pas capable de voir la profondeur d'une scène. Il en va de même pour la vision par ordinateur. D'un point de vue géométrique, la projection d'un point de l'espace sur un plan enlève l'information de distance, seul reste l'information de position latérale. Cette transformation est donc irréversible. Ce phénomène est illustré dans la Figure 1.23 par la caméra 1. Pour cette caméra, les points m'_1 et p'_1 , résultat de la projection perspective des points M et P , sont confondus car P se situe sur

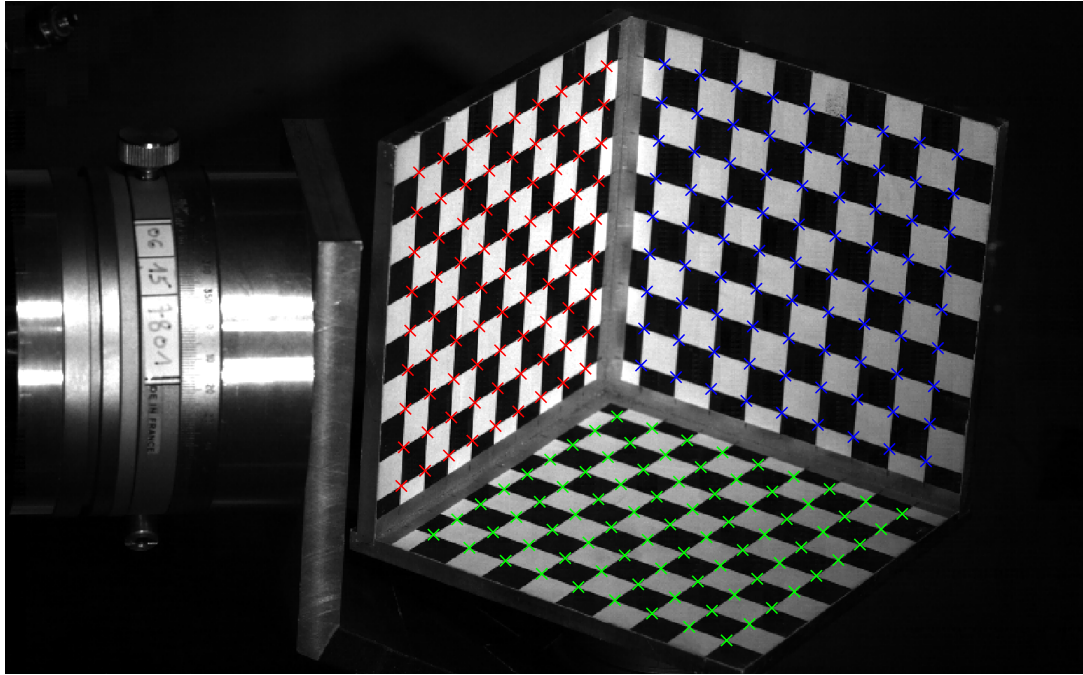


FIGURE 1.21 – Détection des points de contrôle appartenant à chaque plan
 × Plan $X = 0$; × Plan $Y = 0$; × Plan $Z = 0$

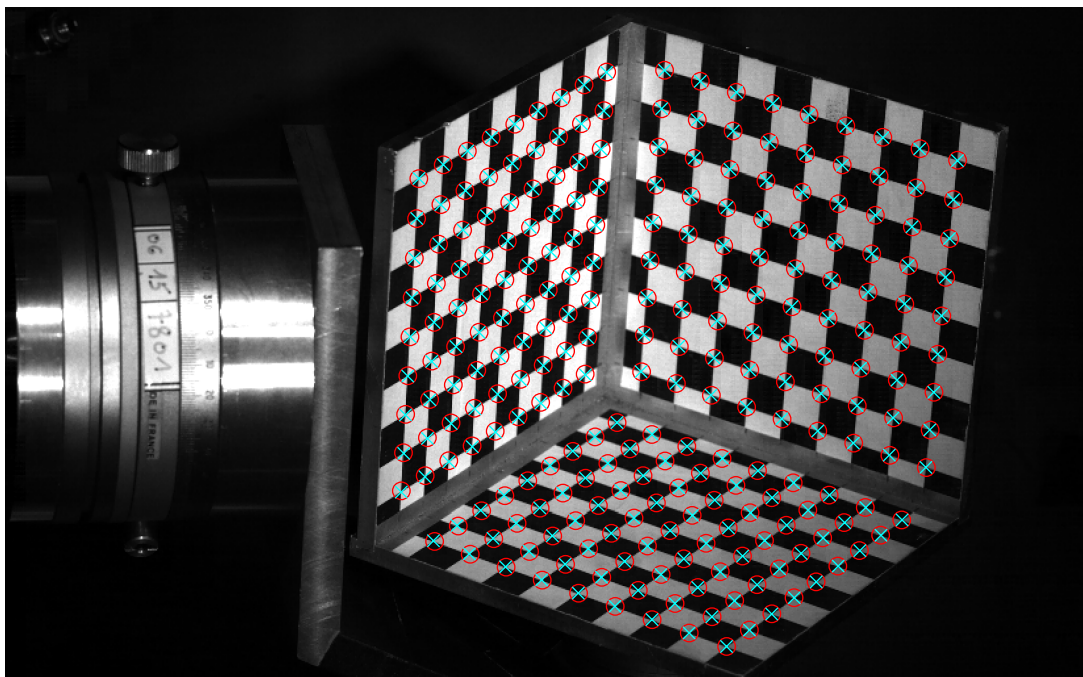


FIGURE 1.22 – Détection après optimisation
 × Points détectés dans l'image; • Projections des points 3D après optimisation

la droite de projection (C_1M). Ceci signifie qu'il existe une infinité de points 3D qui par projection perspective donne le point m'_1 . En utilisant les informations transmises par la caméra 2, il est possible de déterminer, par triangulation, les coordonnées 3D des points présents sur les deux caméras. En effet, il existe un unique point dans l'espace correspondant au couple (m'_1, m'_2) . Cette unique solution se situe à l'intersection des deux droites de vue ($C_1m'_1$) et ($C_2m'_2$) et correspond au point M . La stéréovision consiste donc à obtenir par triangulation les coordonnées 3D des points présents dans les deux images. Pour ce faire, il est nécessaire d'exprimer les droites de vue dans le

même repère, ici celui associé à la caméra 1.

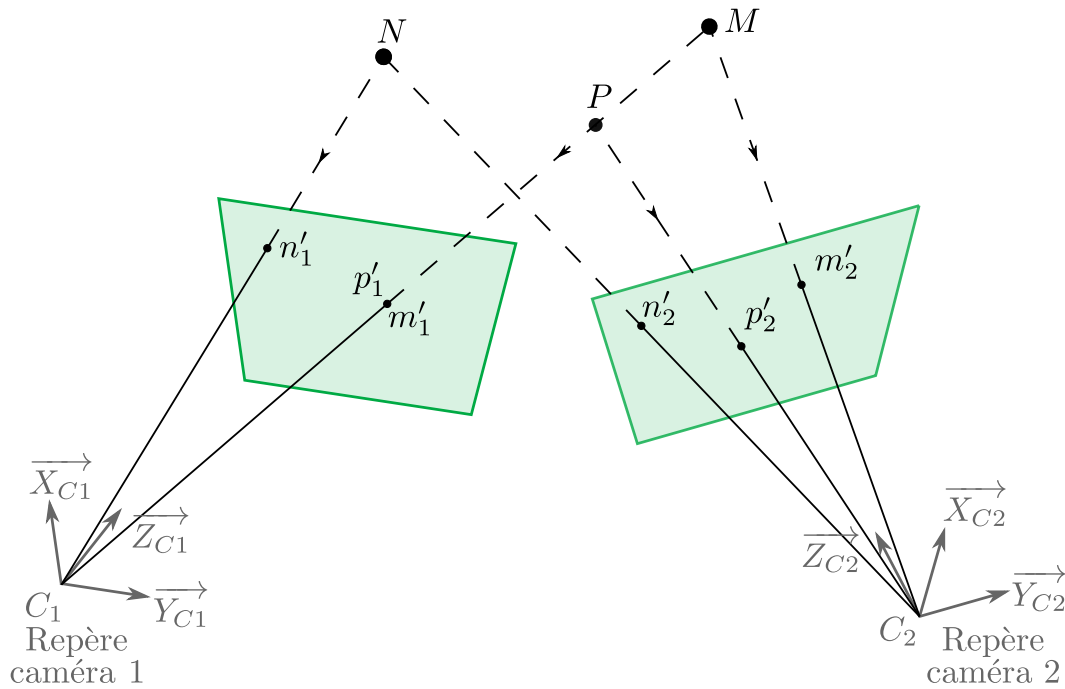


FIGURE 1.23 – une versus deux caméras

1.5.2.2 Étalonnage stéréoscopique

L'étalonnage d'un capteur stéréoscopique consiste donc à lier les trois repères, à savoir le repère soufflerie \mathcal{R}_S et les deux repères propres à chacune des caméras \mathcal{R}_{C1} et \mathcal{R}_{C2} . Ces trois repères ainsi que les trois transformations rigides permettant d'exprimer un point dans un autre référentiel sont représentés dans la Figure 1.24. Ainsi,

$$\tilde{M}_{C1} = [\mathbf{E}]_1 \tilde{M} \quad (1.129)$$

$$\tilde{M}_{C2} = [\mathbf{E}]_2 \tilde{M} \quad (1.130)$$

$$\tilde{M}_{C1} = [\mathbf{E}]_{12} \tilde{M}_{C2} \quad (1.131)$$

Ces trois équations révèlent que que les matrices $[\mathbf{E}]_1$, $[\mathbf{E}]_2$ et $[\mathbf{E}]_{12}$ sont liées entre elles. Ainsi, :

$$[\mathbf{E}]_{12} = [\mathbf{E}]_1 [\mathbf{E}]_2^{-1} \quad (1.132)$$

La matrice $[\mathbf{E}]_{12}$ est de la même forme que la matrice $[\mathbf{E}]^{C0}$ (voir équation (1.92)) et s'écrit comme suit :

$$[\mathbf{E}]^{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & c_x \\ \mathbf{r}_2 & c_y \\ \mathbf{r}_3 & c_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.133)$$

Le vecteur $\mathbf{c} = (c_x, c_y, c_z)^T$ représente le vecteur allant de C_2 à C_1 . Il est exprimé dans le repère de la caméra 2. Grâce la matrice $[\mathbf{E}]^{12}$, il devient possible d'exprimer les coordonnées des points se situant dans le repère rétinien d'une caméra grâce aux points se trouvant dans le repère rétinien de la deuxième caméra. Le points m'_1 et m'_2 étant les résultats de la projection du point M par les caméra 1 et 2, ils sont donc liés grâce à l'équation suivante :

$$\tilde{m}'_1 = [\mathbf{E}]^{12} \tilde{m}'_2 \quad (1.134)$$

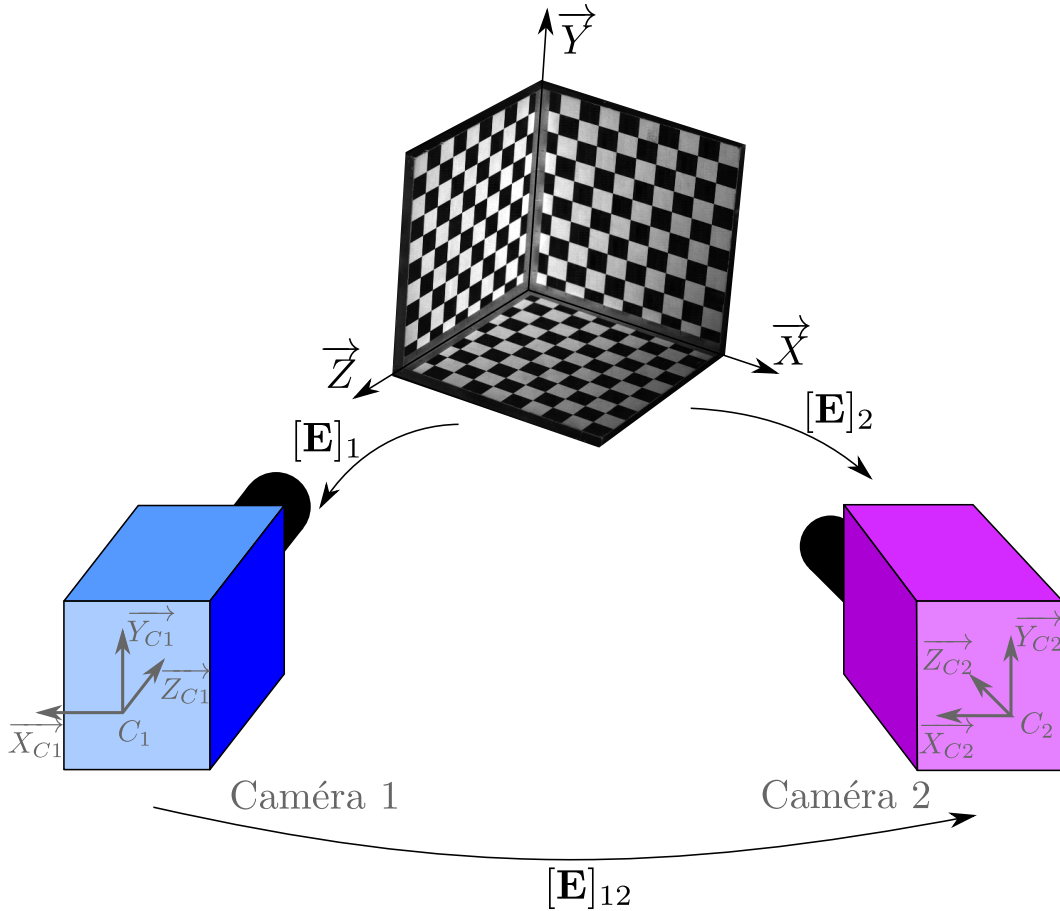


FIGURE 1.24 – Calibration du capteur stéréoscopique

En posant $\mathbf{m}'_1 = (x'_1, y'_1, 1)^T$ et $\mathbf{m}'_2 = (x'_2, y'_2, 1)^T$, l'équation (1.134) peut se mettre sous la forme :

$$x'_2 = \frac{Zr_1\mathbf{m}'_1 + c_x}{Zr_3\mathbf{m}'_1 + c_z} \quad (1.135)$$

$$y'_2 = \frac{Zr_2\mathbf{m}'_1 + c_y}{Zr_3\mathbf{m}'_1 + c_z} \quad (1.136)$$

$$(1.137)$$

Étalonner un capteur de stéréovision revient donc à trouver la fonction de transfert $[\mathbf{E}]^{12}$ qui relie le repère de la caméra 1 à celui de la caméra 2. L'étalonnage d'un capteur stéréoscopique peut se décomposer en trois étapes successives :

1. Chaque caméra est d'abord étalonnée séparément afin d'obtenir les matrices de transfert $[\mathbf{M}]_1$ et $[\mathbf{M}]_2$ (voir équation (1.102))
2. Les matrices intrinsèques \mathbf{I}_{c_1} et \mathbf{I}_{c_2} , et extrinsèques $[\mathbf{E}]_1$ et $[\mathbf{E}]_2$ propres à chaque caméra sont ensuite extraites
3. Construction de la matrice de transfert $[\mathbf{E}]^{12}$ par l'intermédiaire de la relation (1.132).

1.5.2.3 Calcul de la position 3D d'un point à partir de deux images

Dans la Figure 1.23, le point M de coordonnées 3D \mathbf{M} est observé par les deux caméras C_1 et C_2 . Ce point crée les points images m_1 et m_2 sur les capteurs CCD des deux caméras. Les coordonnées de ces points dans le repère pixélique sont \mathbf{m}_1 et \mathbf{m}_2 . Le modèle du sténopé (1.101) liant un point

3D à son image peut être écrit sous une forme plus compacte et qui est aussi plus visuelle :

$$\begin{cases} s_1 \mathbf{m}_1 = \mathbf{I}_1 (\mathbf{R}_1 \mathbf{M} + \mathbf{T}_1) \\ s_2 \mathbf{m}_2 = \mathbf{I}_2 (\mathbf{R}_2 \mathbf{M} + \mathbf{T}_2) \end{cases} \quad (1.138)$$

avec

$$\mathbf{m}_1 = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{m}_2 = \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} \quad (1.139)$$

Chaque équation présente dans le système (1.138) correspond à l'équation d'une droite en 3D, dont la meilleure intersection se trouve au point M de coordonnées 3D \mathbf{M} . Dans ce système k fait référence au numéro de la caméra (1 ou 2), s_k , \mathbf{I}_k , \mathbf{R}_k et \mathbf{T}_k font respectivement référence au facteur d'échelle, à la matrice des paramètres intrinsèques, à la matrice de rotation et à la matrice de translation associés à chaque caméra. Dès lors que les caméras sont étalonnées, les matrices \mathbf{I}_k , \mathbf{R}_k et \mathbf{T}_k sont connues et sont constantes tant que les caméras ne sont pas déplacées. Ainsi, le système d'équation (1.138) est la représentation sous forme matricelle d'un système à 6 équations et 5 inconnues : \mathbf{M} (les coordonnées du point 3D), s_1 et s_2 . Ce système est donc surdéterminé et ne possède généralement aucune solution. L'équation (1.138) peut se mettre sous une forme plus compacte avec \mathbf{P} un vecteur à 6 composantes et \mathbf{H} une matrice de dimension 6×5 .

$$\begin{cases} -\mathbf{I}_1 \mathbf{T}_1 = \mathbf{I}_1 \mathbf{R}_1 \mathbf{M} - s_1 \mathbf{m}_1 \\ -\mathbf{I}_2 \mathbf{T}_2 = \mathbf{I}_2 \mathbf{R}_2 \mathbf{M} - s_2 \mathbf{m}_2 \end{cases} \quad (1.140)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & -\mathbf{I}_1^{-1} \mathbf{m}_1 & 0_{(3 \times 1)} \\ \mathbf{R}_2 & 0_{(3 \times 1)} & -\mathbf{I}_2^{-1} \mathbf{m}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{T}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \quad (1.141)$$

Grâce à la méthode de résolution des moindres carrés, il est possible de trouver la meilleure solution possible pour les trois composantes du point M ainsi que s_1 et s_2 . La solution matricielle des moindres carrés se met sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = -(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{P} \quad (1.142)$$

Chapitre 2

Le projet MiRo

Sommaire

1.1 Introduction	7
1.2 Modélisation du vol libre d'un projectile	7
1.2.1 Définitions des trièdres de référence	7
1.2.2 Inventaire des efforts aérodynamiques agissant sur un projectile stabilisé par ailettes	10
1.2.3 Mise en équation de la mécanique du vol en vol libre	13
1.3 Transposition des équations au dispositif MiRo	16
1.3.1 Modélisation de la mécanique du vol sans translation	18
1.3.2 Équation cinématique	19
1.3.3 Angle d'incidence d'une maquette en soufflerie	19
1.3.4 Application des équations de la mécanique du vol au dispositif MiRo à 1DoF	19
1.3.5 Détermination du modèle d'amortissement en tangage.	20
1.4 Méthode de mesure des coefficients dynamiques	21
1.4.1 Obtention du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ par l'intermédiaire de la mesure de la réaction	21
1.4.2 Obtention du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ par l'intermédiaire de la mesure du mouvement	24
1.5 Modélisation de la stéréovision	26
1.5.1 Modélisation d'une caméra	26
1.5.2 Modélisation de la stéréovision	36

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, le banc d'essai destiné à la recherche et au développement de projectile est présenté en détail. Le banc d'essai MiRo (Mise en Rotation) (Martinez et al., 2018), (Muller et al., 2019), (Martinez et al., 2015), (Muller et al., 2020), (Muller and Libsig, 2022) a pour but d'identifier les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques tridimensionnels en soufflerie. Comme l'indique la Figure 2.1, le projet MiRo peut se scinder en trois parties distinctes. Il se compose d'un banc mécanique qui permet d'installer une maquette dans la veine d'essai d'une soufflerie au moyen d'un dispositif de maintien autorisant uniquement les mouvements angulaires. Les détails du banc mécanique sont présentés dans la section 2.2. La maquette évoluant dans les trois dimensions de l'espace, le dispositif de suivi d'attitude doit être capable de capturer la profondeur du mouvement et de la retranscrire numériquement. Pour ce faire, la technique de stéréovision est employée. Deux caméras à haute vitesse sont utilisées simultanément. Afin de suivre l'attitude de la maquette et de la reconstruire numériquement dans un second temps, des marqueurs sont placés sur le modèle afin d'être reconnus au moyen d'un processus de traitement d'image. Les détails du dispositif optique ainsi que de l'algorithme de traitement des images sont présentés en section 2.3. La comparaison de l'attitude de la maquette avec un modèle mathématiques modélisant son comportement en oscillation libre permet d'identifier les coefficients aérodynamique dans les

trois dimensions de l'espace. Cette identification est obtenue grâce à un programme d'ajustement de courbes, dont les détails se trouvent en section 2.4.

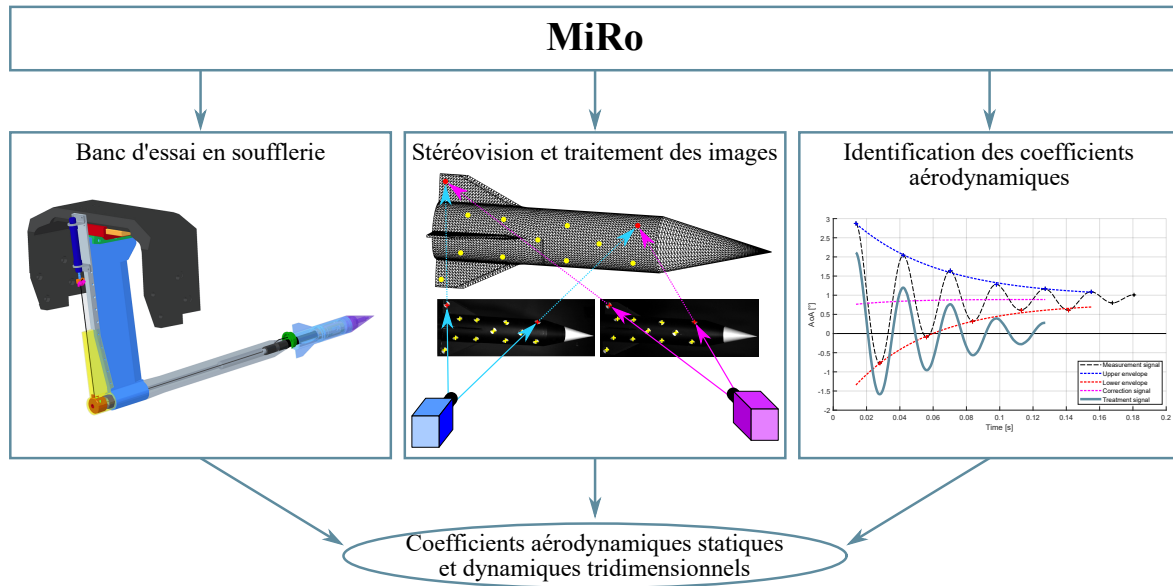


FIGURE 2.1 – Décomposition du projet MiRo

2.2 Banc d'essai en soufflerie

2.2.1 Dispositif de maintien

La maquette du projectile est installée dans la veine d'essai de la soufflerie par l'intermédiaire d'un dispositif de maintien qui laisse libre ses trois degrés de rotation. La Figure 2.2 représente une vue CAO de l'ensemble du dispositif de maintien. Il se compose d'un dard et d'un dispositif de rotation assimilable à une rotule. Ce dispositif de rotation est placé à l'intérieur de la maquette au niveau de son centre de gravité. Il est constitué d'un cardan à deux satellites et de deux roulements à billes. La description de la cinématique du mouvement suit la séquence de rotations explicitée en 1.2.1.4.1. Le satellite interne, visible dans la Figure 2.3b, tourne autour d'un axe vertical. Cette rotation correspond au mouvement de lacet dans la convention des angles d'Euler en mécanique du vol. Ce satellite relie le dard au satellite externe. Le deuxième satellite, visible dans les Figures 2.3a et 2.3b, tourne autour de l'axe horizontal du satellite interne et permet ainsi le mouvement de tangage dans la convention des angles d'Euler. Deux roulements à billes, visibles dans la Figure 2.3a, positionnés de part et d'autre du cardan permettent la rotation selon l'axe longitudinal du cardan externe. Cette rotation correspond au roulis dans la convention des angles d'Euler. L'amplitude de mouvement selon les axes de lacet et de tangage est d'environ 2° , et celle du roulis est infinie. Pour placer ce dispositif à l'intérieur d'une maquette, cette dernière doit être évidée en partant du culot afin de la rendre en partie creuse. L'équilibrage de la maquette est obtenu par l'intermédiaire de masselottes positionnées à l'intérieur du nez et de chaque côté du dispositif de rotation. Les moments d'inertie de la maquette sont indiqués dans le tableau 2.1.

$X_{CG}/culot$ (Calibre)	I_{XX} (kg.m^2)	I_{YY} (kg.m^2)	I_{ZZ} (kg.m^2)
3,5	$8,43437 \times 10^{-5}$	$1,151 \times 10^{-3}$	$1,151 \times 10^{-3}$

TABEAU 2.1 – Propriété inertielles du DREV-ISL monté sur le dispositif MiRo

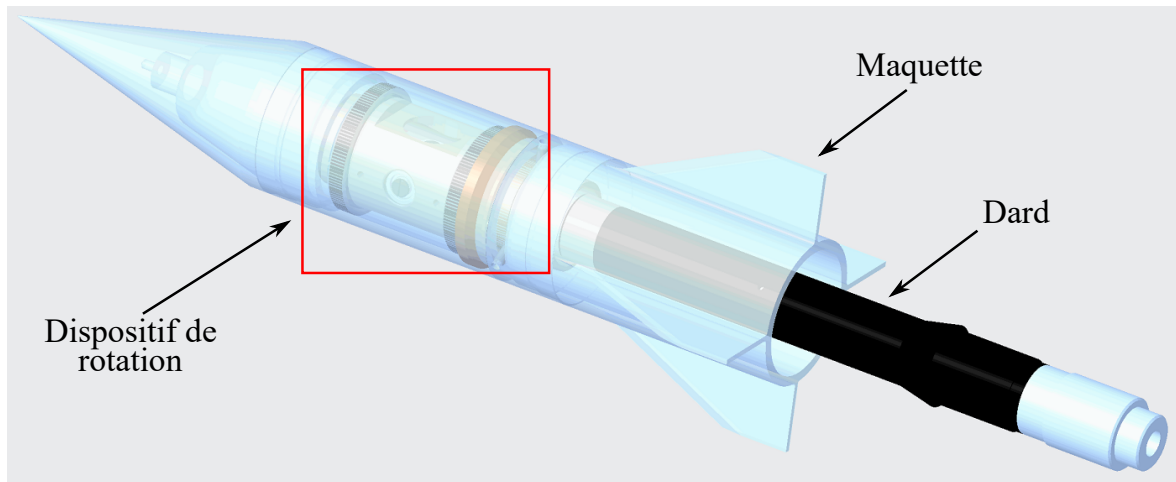


FIGURE 2.2 – Maquette DREV-ISL, dispositif de rotation et dard de fixation

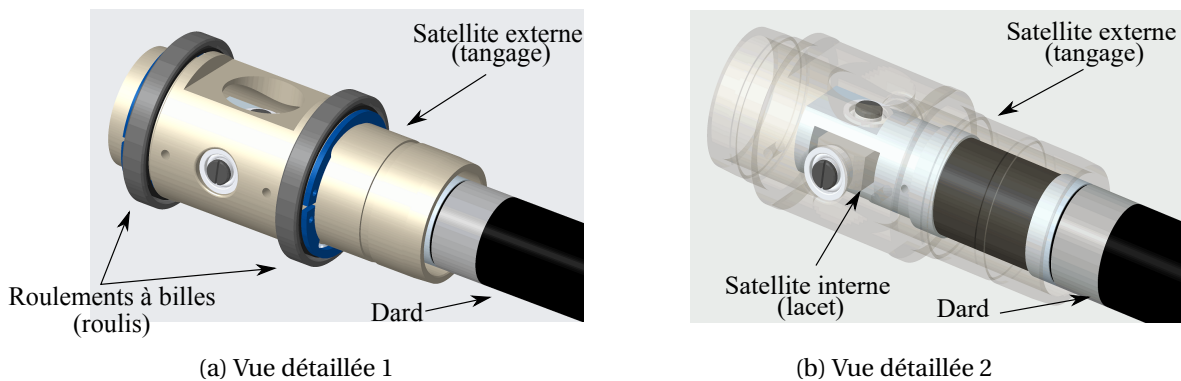


FIGURE 2.3 – Vue détaillée du dispositif de maintien (CAO)

2.2.2 Dispositif générateur de perturbation d'attitude de maquette

La perturbation de l'attitude de la maquette est générée par l'intermédiaire d'un second dispositif mécanique. La Figure 2.4 représente une vue CAO de l'ensemble du dispositif de perturbation placé dans la soufflerie. Une pièce de maintien, visible sur la Figure 2.5b, est positionnée à l'intérieur de la maquette. Cette pièce est le résultat d'une impression 3D en PLA. Son but est de bloquer la maquette à un angle d'attaque non nul. Son diamètre est légèrement supérieur à celui de la cavité afin de garantir, par friction, de la bloquer jusqu'à l'actionnement d'un déclencheur. Un vérin cylindrique bistable est positionné derrière le mat et est piloté grâce à deux électrovannes 3 voies monostables. Il a une course de 40 mm et un diamètre de piston de 16 mm. Le schéma pneumatique décrivant l'alimentation en air comprimé est présenté dans la Figure 2.6. La pièce de maintien est reliée au vérin au moyen d'un fil Dyneema® d'une résistance de 195 daN et d'un diamètre de 2 mm. Une poulie, illustrée en Figure 2.5a, positionnée à la jonction entre le dard et le mat, permet de guider le fil à l'intérieur du dard tout en limitant les frottements. Ce fil sort du dard à quelques centimètres du culot de la maquette.

Avant de débiter l'essai, le vérin est en position sortie. Il y a une pression de 6 bar dans la chambre arrière tandis que la chambre avant est à pression atmosphérique. La pièce de maintien est insérée à l'intérieur de la cavité. Le câble liant cette pièce plastique au vérin est mis en tension. Lorsque l'écoulement est stabilisé, l'opérateur envoie un signal au déclencheur. Le trigger va ensuite envoyer simultanément un signal aux deux électrovannes permettant de faire rentrer la tige du vérin. Dans cette configuration, la chambre avant du piston est alimentée avec de l'air pressurisé à 6 bar et la chambre arrière est reliée à une pompe à vide. Entre les deux chambres, le

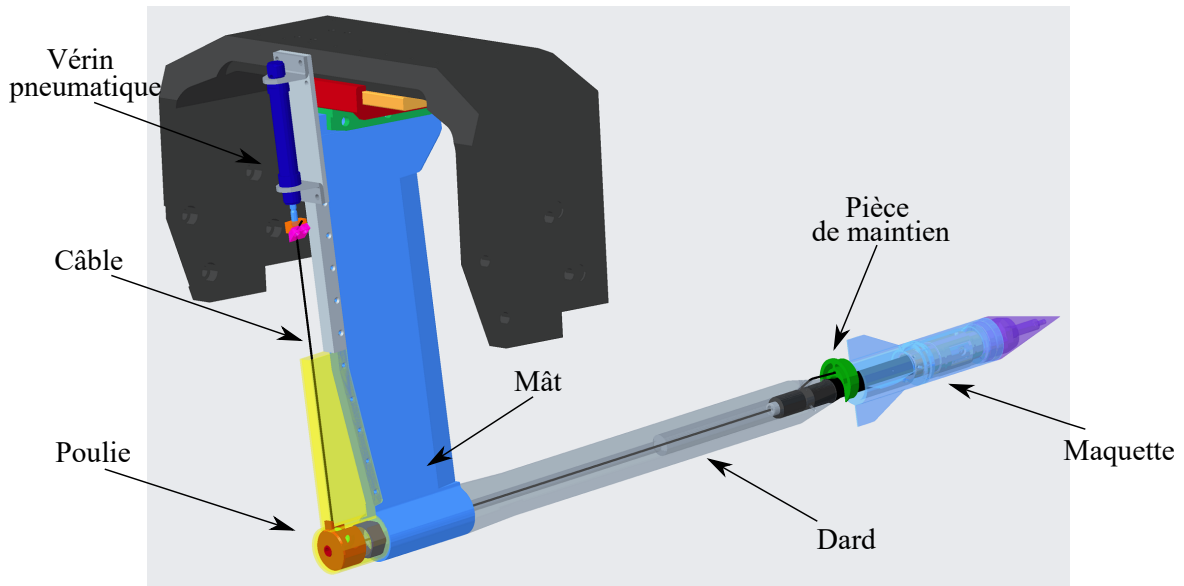
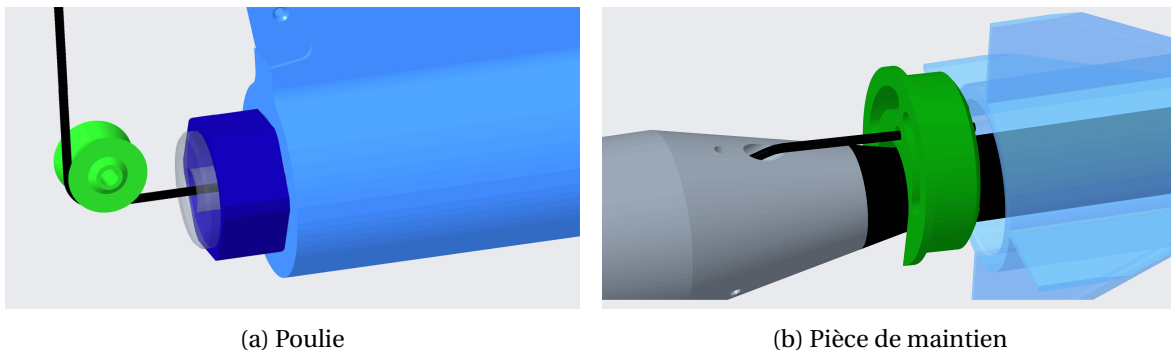


FIGURE 2.4 – Banc d’essai MiRo



(a) Poulie

(b) Pièce de maintien

FIGURE 2.5 – Vue détaillée du banc d’essai MiRo

différentiel de pression est alors de 6 bar ce qui correspond au différentiel maximal accepté par le vérin utilisé. La tige, en rentrant dans le vérin, exerce une traction sur la pièce de maintien de telle manière à ce qu’elle sorte de la cavité afin de libérer la maquette. La maquette libérée va pouvoir se mettre à osciller jusqu’au retour à sa position d’équilibre.

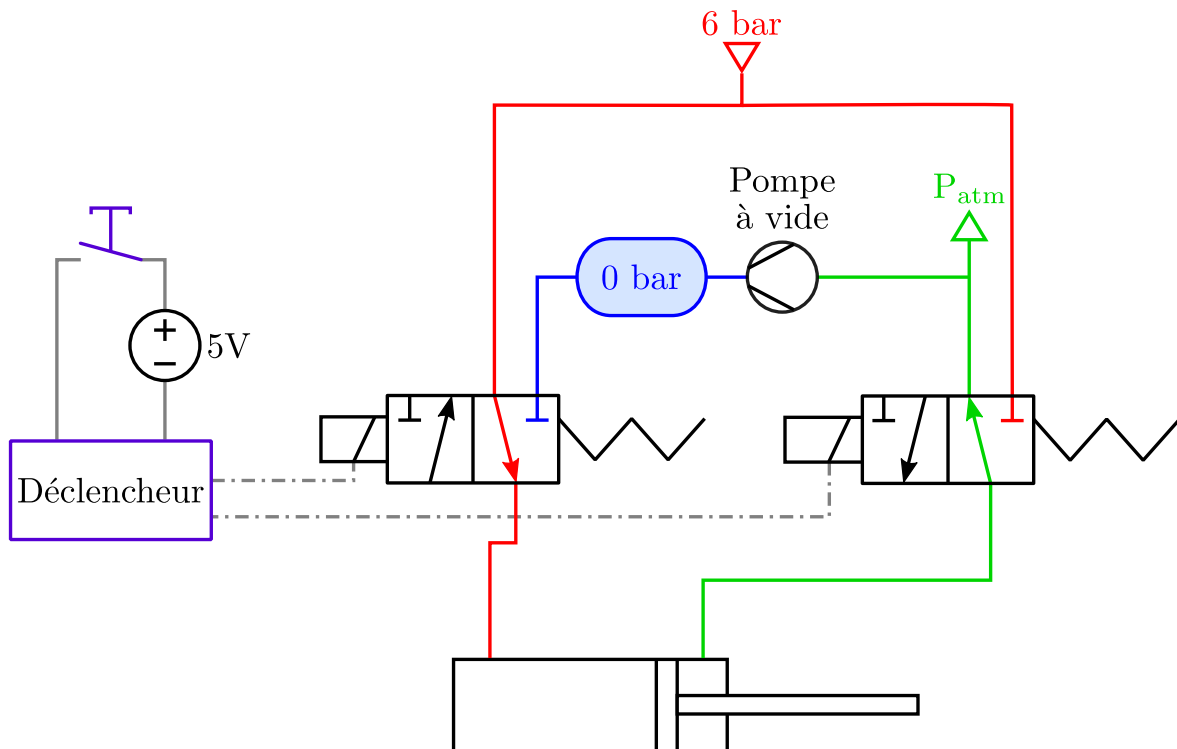


FIGURE 2.6 – Schéma pneumatique de la commande du vérin

2.3 Stéréovision et traitement d'images

2.3.1 Montage expérimental

Afin d'enregistrer le mouvement dans toutes les directions de l'espace, la configuration expérimentale doit être capable de capturer la profondeur de la scène, comme le fait le cerveau humain en combinant les informations des deux yeux. Une personne borgne, pour qui la configuration est similaire à une caméra unique, n'est pas capable de voir en 3D. Pour la technique de stéréovision employée pour MiRo, le même principe est recréé informatiquement. L'ordinateur a donc besoin d'au moins deux caméras afin d'obtenir deux vues différentes de la scène. Pour suivre l'évolution de la maquette, deux caméras ultra rapides Photron SA-Z sont positionnées de part et d'autre de la veine à une distance d'environ 1,2 mètre de la maquette, comme l'illustre la Figure 2.7. Ces caméras sont paramétrées afin d'enregistrer, en noir et blanc, le comportement de la maquette à une cadence de 3000 images par seconde avec un temps d'exposition de $0,5 \mu\text{s}$. Ce faible temps d'exposition est nécessaire afin d'éviter le flou de mouvement qui diminuerait considérablement la précision de détection lors du traitement des images. Les deux caméras sont équipées d'objectifs de focale 105 mm.

Des marqueurs de type *Crash Dummy Symbol* (CDS) sont placés sur la partie de la maquette peinte en noire, comme l'illustre la Figure 2.8. Chaque pastille a un diamètre de 10 mm. La détection de la pointe est réalisée grâce au contraste entre le cône blanc et l'arrière plan qui est noir.

2.3.2 Algorithme de stéréovision

L'algorithme de traitement d'images modélise chaque caméra par le modèle du sténopé, tel que décrit dans la section 1.5.1.2. Les relations propres à la stéréovision sont décrites dans la section 1.5.2. Le but de l'algorithme est de calculer la position et l'orientation de la maquette dans l'espace au moyen des marqueurs positionnés sur celle-ci. Pour chaque couple d'images, le processus suivant est effectué :

Étape 1 : Détection des marqueurs grâce à un algorithme de reconnaissance de forme.

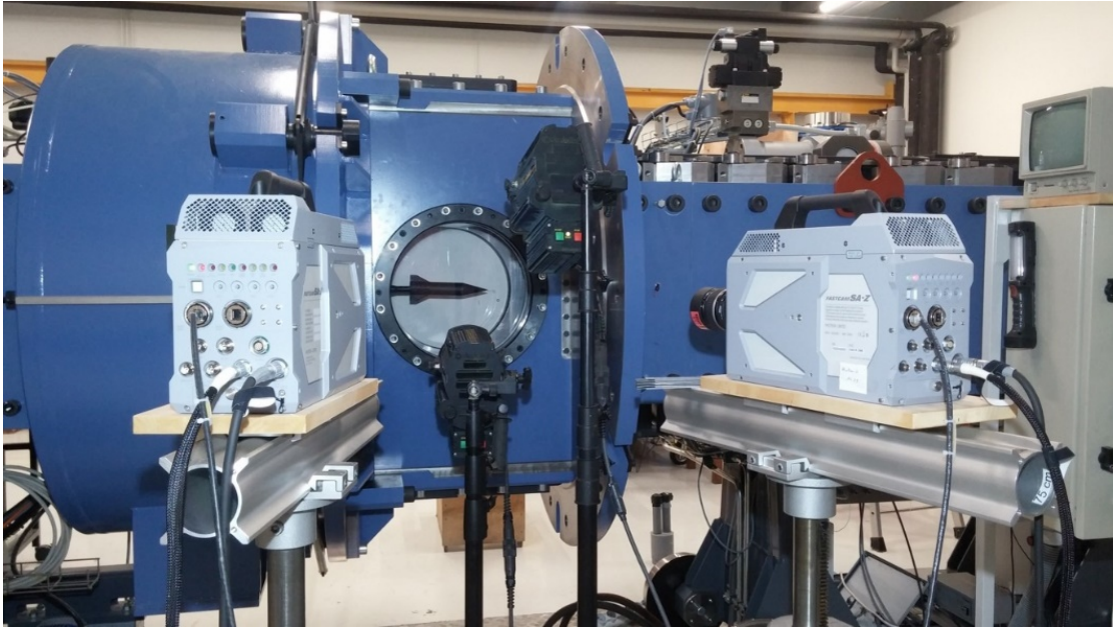


FIGURE 2.7 – Montage optique comportant deux caméras rapides (en gris)

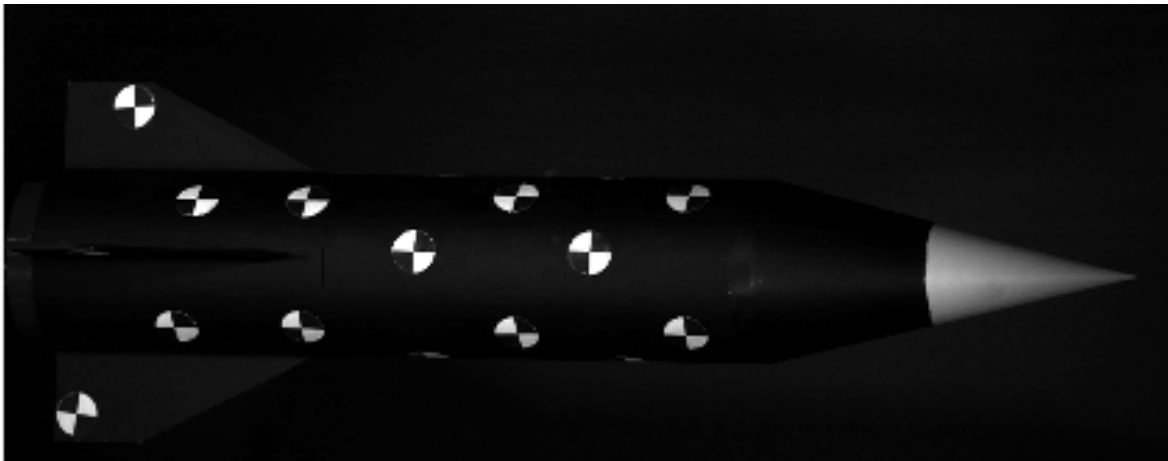


FIGURE 2.8 – Marqueurs *Crash Dummy Symbol* positionnés sur la maquette DREV-ISL

Étape 2 : Détection du centre des marqueurs détectés à l'étape 1.

Étape 3 : Appairage des marqueurs détectés sur les deux images .

Étape 4 : Calcul de la position 3D des marqueurs à l'aide du modèle du sténopé (section 1.5.2).

Étape 5 : Minimisation de la distance entre la position 3D des marqueurs et le maillage du projectile.

La dernière étape est réalisée grâce à l'algorithme de Levenberg-Marquart ([Levenberg, 1944](#)) et permet d'obtenir la position et l'orientation de la maquette dans le repère terrestre. Tout au long du traitement, le code garde en mémoire la position physique des marqueurs sur le projectile et va chercher dans les couples d'images à repérer les marqueurs déjà identifiés afin d'éviter les sur-détections. Pour les deux étapes les plus critiques, à savoir la détection des marqueurs et leur appairage, l'algorithme se base sur des critères de distance pour éviter notamment de fausses détections, de mauvais appariements ainsi que des mauvaises projections.

2.3.2.1 Principe de l'algorithme de détection des points de contrôle

Cet algorithme a pour but de détecter, grâce à une analyse statistique, la position des marqueurs dans chaque couple d'images indépendamment l'une de l'autre. La Figure 2.9 décrit, étape par étape, le processus permettant d'obtenir la position précise des centres des marqueurs. En utilisant la méthode de Otsu (Otsu, 1979), l'image de base, représentée par la Figure 2.9a, est d'abord convertie en une image binaire. La Figure 2.9b présente le résultat de cette binarisation. Cette étape a pour objectif de supprimer l'arrière-plan et la réflexion spéculaire. Un filtrage médian (Lim, 1990), dont la taille de fenêtre dépend de la dimension en pixel des pastilles, est ensuite réalisé. Le résultat de cette étape est illustré par la Figure 2.9c. Grâce à ce filtrage, les éventuelles zones où la peinture s'est écaillée ainsi que le reflet spéculaire du dard sont gommés. Une fermeture morphologique est ensuite effectuée sur l'image filtrée afin de connecter les deux quadrants blancs des marqueurs. Cette opération consiste à effectuer une dilatation suivie d'une érosion et utilise un élément structurant de la forme d'un disque dont le rayon est dépendant de la taille, en pixels, de la pastille (Van Den Boomgaard and Van Balen, 1992). La Figure 2.9d montre le résultat de cette opération. Les différentes zones blanches dans l'image sont ensuite identifiées (Haralock and Shapiro, 1991). Cette identification est illustrée dans Figure 2.9e par la coloration. Pour chacune de ces zones blanches, le centre de gravité est estimé et est représenté par les croix rouges dans la Figure 2.9f. Avant de passer à la dernière étape, la distance euclidienne entre chaque zone blanche détectée est calculée. Si cette distance est inférieure à un certain seuil (quadrants voisins non reliés), le programme considère les deux zones comme faisant partie du même marqueur. Dans ce cas de figure, le centre de cette pastille se situe à mi-chemin entre les barycentres des deux zones blanches. Le centre exact de chaque pastille est ensuite calculé dans l'image d'origine, grâce à la détection de coins de Bouguet (Bouguet and Perona, 1998). Ces centres sont représentés par les croix vertes dans Figure 2.9g. Cet algorithme cherche à trouver, par un processus itératif, le coin dans une image en niveaux de gris au moyen de la méthode de recherche de lignes de Harris et Stephen (Harris et al., 1988). Avec ce processus, les auteurs estiment la précision de détection inférieure à 0,1 pixel.

2.3.2.2 Détermination de la position des marqueurs sur la maquette

Comme pour tout code de stéréovision, la phase d'appariement est la plus critique. Un mauvais appariement aura pour conséquence une mauvaise estimation de la position 3D des marqueurs, et donc une erreur dans l'orientation de la maquette. Ce processus, répété pour chaque marqueur détecté par la caméra maître, est divisible en plusieurs étapes. Le principe de fonctionnement du couplage des marqueurs est illustré en Figure 2.10. Avant de débiter, l'algorithme commence par estimer la position ainsi que l'orientation du maillage à l'instant t en extrapolant son comportement à partir des données physiques de l'instant $t - \Delta t$. La première étape de l'appariement consiste à estimer la position 3D de la pastille observée par la caméra 1 (caméra maître). Pour ce faire, en utilisant le modèle du sténopé défini en 1.5.1.2, l'algorithme calcule la droite reliant le centre de projection de la caméra maître au centre de la pastille. L'intersection entre la prolongation de cette droite et la surface du maillage représente la position estimée en trois dimensions du marqueur. Lors de la seconde étape, l'algorithme applique la relation transposée du sténopé à la caméra 2 (caméra esclave). Il projette ainsi la position tridimensionnelle estimée du marqueur sur l'image de la caméra esclave. Une routine basée sur (Barber et al., 1996) est alors utilisée pour trouver la pastille la plus proche. La dernière étape consiste à réindexer les marqueurs déterminés dans l'image 2 afin d'être en adéquation avec l'indexage des points dans l'image 1.

Lorsque tous les points sont appariés, l'algorithme peut alors déterminer la position 3D des marqueurs par l'intermédiaire de la relation de stéréovision présentée en 1.5.2.3. La position et l'orientation de la maquette sont ensuite déterminées grâce à l'algorithme de Levenberg-Marquart (Levenberg, 1944). Dans ce cas de figure, cet algorithme minimise un facteur de mérite basé sur la distance entre la position des marqueurs en 3D et la position du maillage dans l'espace. Ce facteur de mérite dépend de la position 3D du centre de gravité de la maquette ainsi que de son

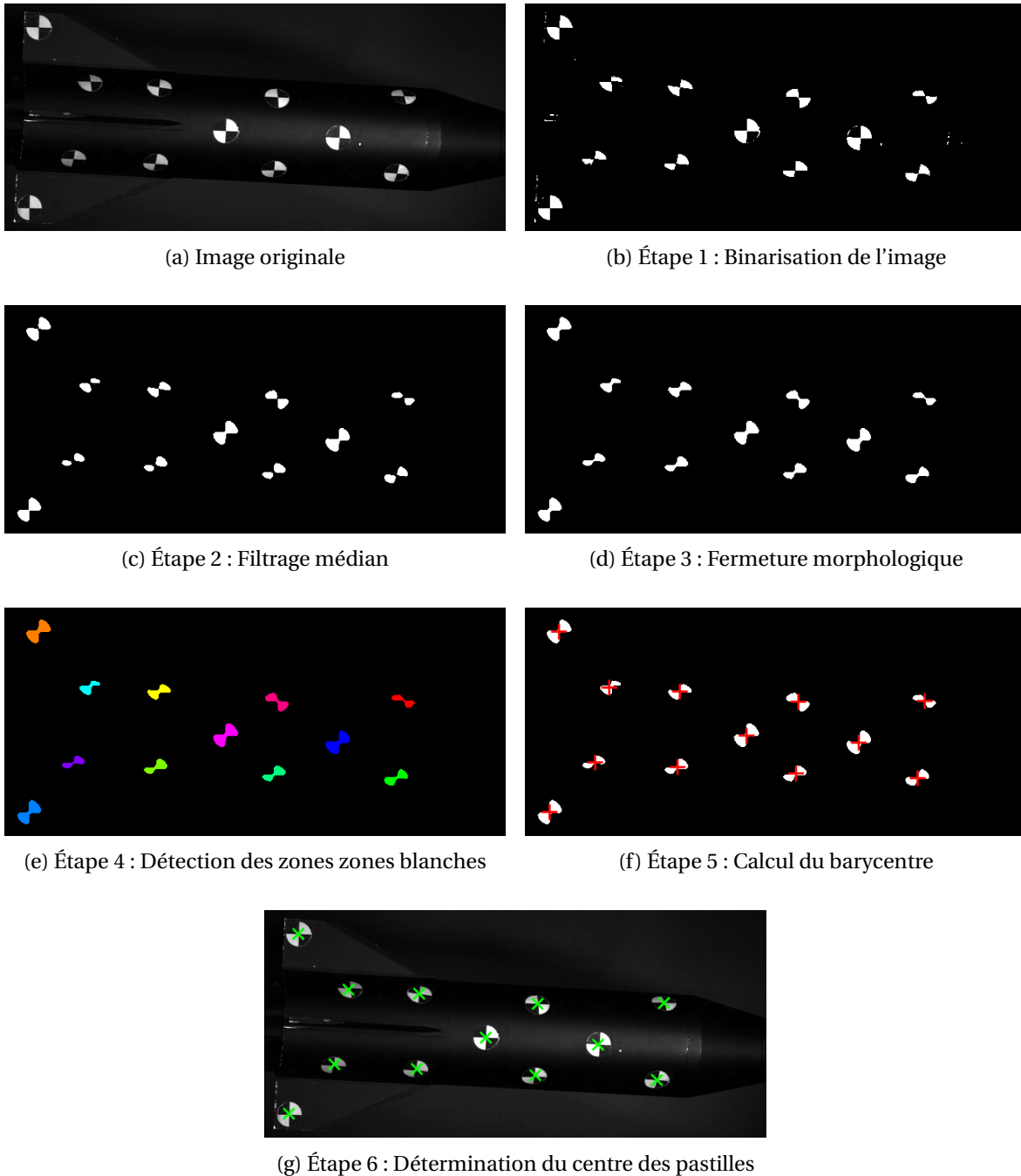


FIGURE 2.9 – Prédiction et calcul du centre des marqueurs présents sur la maquette

orientation exprimée grâce aux angles d'Euler (roulis, tangage et lacet). La nouvelle position de la maquette est mise en mémoire à la fin du processus itératif, lorsque le facteur de mérite à été minimisé. A la fin de la numérisation du mouvement, le programme permet d'étudier le comportement de la maquette en translation (Figure 2.11a) et en rotation (Figure 2.11b) au cours de l'essai.

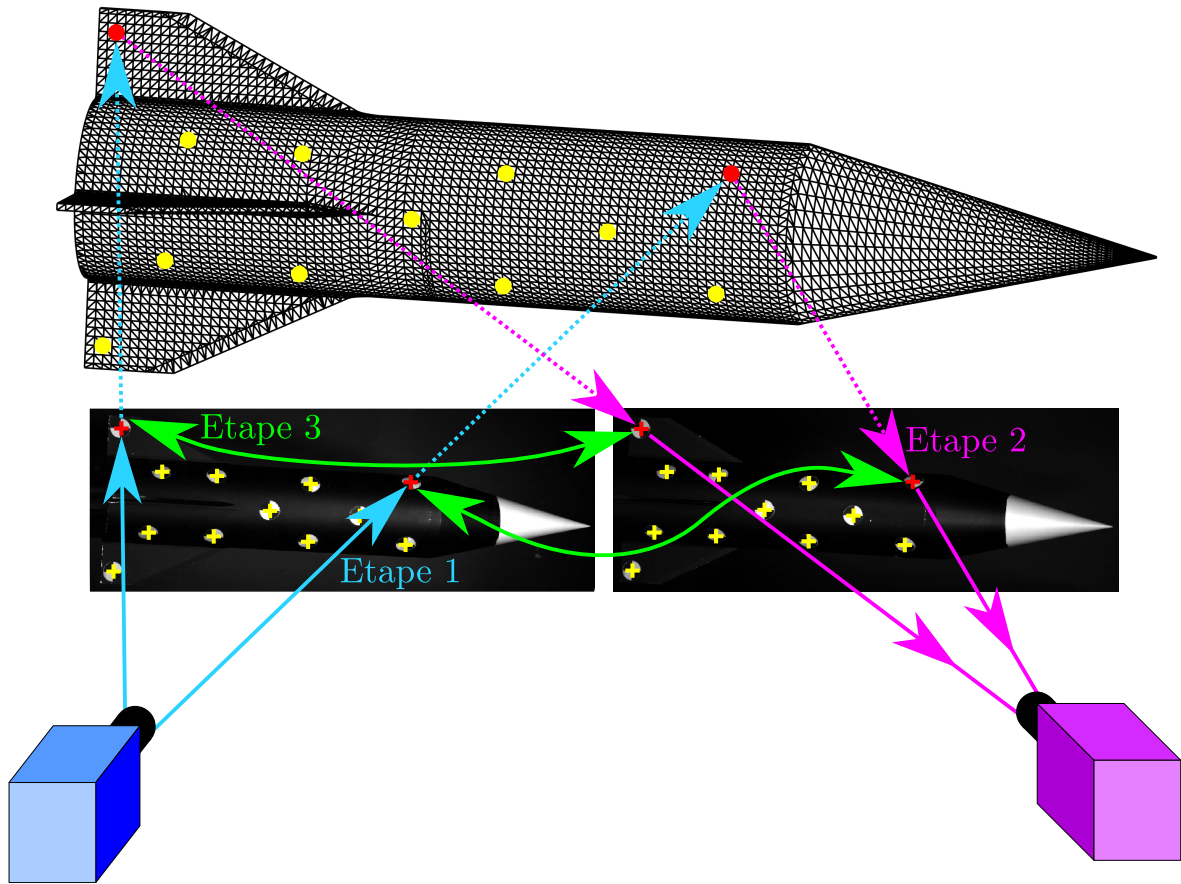
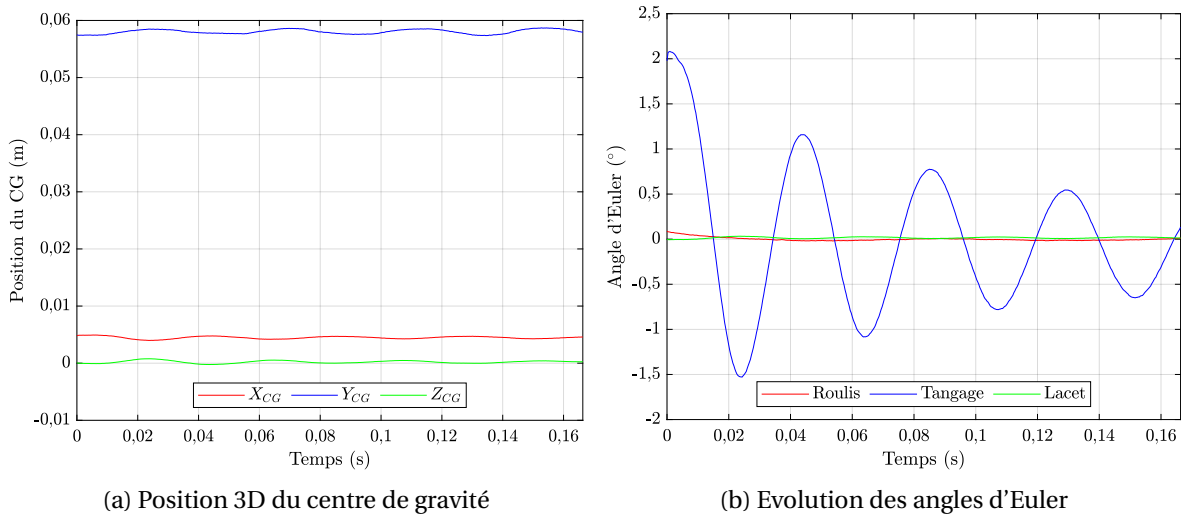


FIGURE 2.10 – Principe du processus d'appariement des marqueurs



(a) Position 3D du centre de gravité

(b) Evolution des angles d'Euler

FIGURE 2.11 – Exemple de signaux d'attitude obtenus à la fin du traitement d'images par stéréovision

2.4 Identification des coefficients aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques sont obtenus grâce à l'analyse du mouvement de la maquette. Le dispositif de rotation étant placé au centre de gravité de la maquette, seuls les efforts aérodynamiques ont une influence sur l'attitude de la maquette en soufflerie. Pour obtenir les coefficients selon l'axe de tangage, le signal de rotation autour cet axe est extrait de la base de données afin d'être analysé (en bleu dans la Figure 2.11b). Ce signal est com-

paré à un modèle (2.1) définissant l'évolution de l'angle d'attaque au cours du temps pour un projectile stabilisé par empennage dont l'angle d'attaque d'équilibre est nul. L'obtention de cette équation est décrite dans la section 1.3.5.

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} e^{\frac{\rho SD^2 V}{8I_2} (C_{m_q} + C_{m\dot{\alpha}}) t} \sin\left(\sqrt{-\frac{\rho SDV^2 C_{m_\alpha}}{2I_2}} t + \phi\right) \quad (2.1)$$

Dans le cas d'un essai en soufflerie, les paramètres caractérisant l'écoulement tels que la masse volumique ρ et la vitesse V dans la veine d'essai sont préalablement connus. Les dimensions géométriques, à savoir le calibre D ainsi que la surface de référence S sont également connus. Les moments d'inertie de la maquette sont mesurés à l'aide des appareils de mesure Dual Axis CG SE8913B et XR10 de l'entreprise Space Electronics. Pour caractériser l'attitude de la maquette selon son angle d'attaque, les paramètres en bleu dans l'équation (2.1) doivent être déterminés. α_{\max} et ϕ représentent l'amplitude maximale et le déphasage du signal. C_{m_α} et $(C_{m_q} + C_{m\dot{\alpha}})$ sont les coefficients statique et dynamique de la maquette selon l'axe de tangage.

L'étalonnage de la stéréovision définit le repère dans lequel les mesures d'attitude sont réalisées. Cette étape étant réalisée manuellement, un désalignement entre les vecteurs directeurs de la mesure et le vecteur vitesse de l'écoulement peut subsister. Sachant que la maquette soumise au vent a un angle d'attaque nul à l'équilibre, un algorithme de redressement de courbe est utilisé pour centrer le mouvement de autour de $\alpha_\infty = 0^\circ$ avant de déterminer les paramètres du modèle. Ce programme consiste à soustraire une fonction de correction au signal de mesure. Cette fonction de correction correspond à la moyenne des fonctions englobant le signal étudié. Deux méthodes sont utilisées. La première méthode, illustrée par la Figure 2.12a, consiste à estimer deux fonctions splines (De Boor and De Boor, 1978), l'une passant par les pics positifs et l'autre par les pics négatifs. La deuxième méthode, représentée par la Figure 2.12b, consiste à trouver deux fonctions exponentielles permettant d'envelopper le signal.

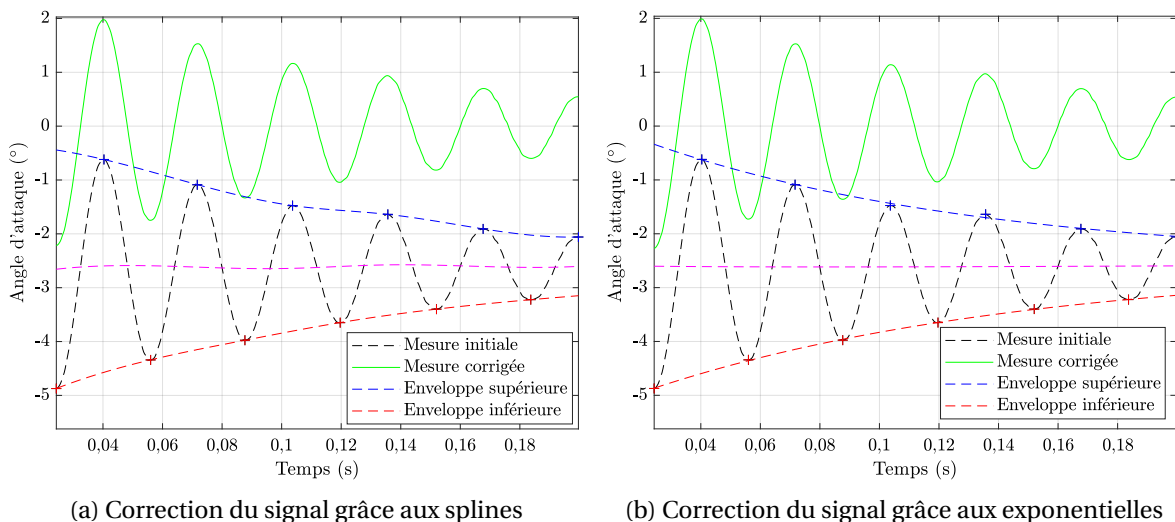


FIGURE 2.12 – Méthode des redressement des courbes

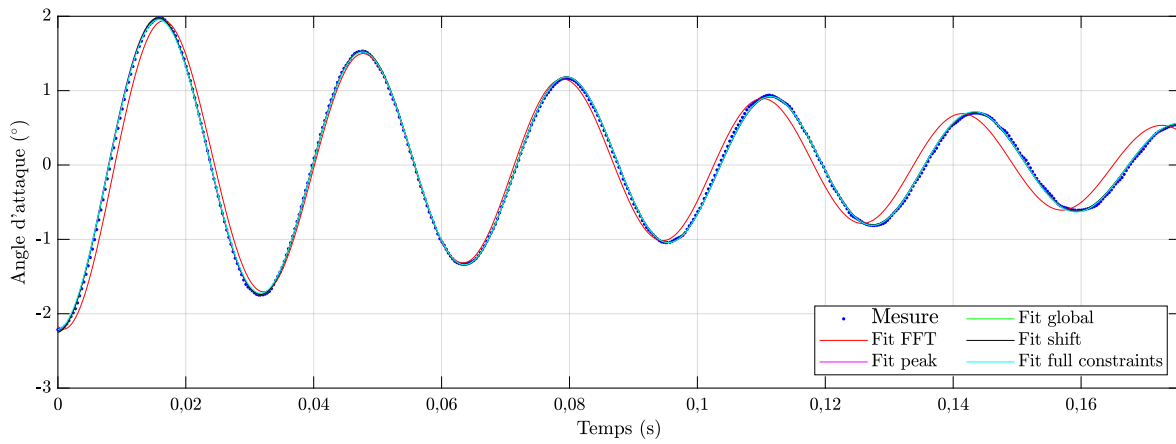
Les paramètres inconnus sont obtenus à l'aide de différents ajustements de courbes dont le paramétrage est répertorié dans le tableau 2.2. Dès lors que tous les ajustements donnent les mêmes résultats pour un même paramètre, indifféremment de la méthode de correction employée, l'identification est considérée comme validée. Dans la première méthode, dite "avec la FFT", et la seconde méthode, "avec les pics", le coefficient dérivé du moment de tangage C_{m_α} est préalablement estimé de deux manières différentes. Comme ce coefficient est proportionnel à la fréquence f , une analyse spectrale du signal permet d'obtenir la dérivée du coefficient du

moment de tangage. Dans la première méthode, la fréquence est obtenue grâce à la FFT (Transformation rapide de Fourier) (Frigo and Johnson, 1998) alors que dans la seconde méthode, la fréquence du signal est obtenue en moyennant l'inverse des périodes obtenues sur toutes les série de deux pics successifs. La mise sous contrainte du paramètre de déphasage ϕ dans les deux dernières méthodes du tableau 2.2 peut être réalisée car le signal traité commence toujours par un pic d'amplitude positif ou négatif. Pour ce faire, si des perturbations liées à la libération de la maquette altèrent le mouvement, la première demi-période est supprimée.

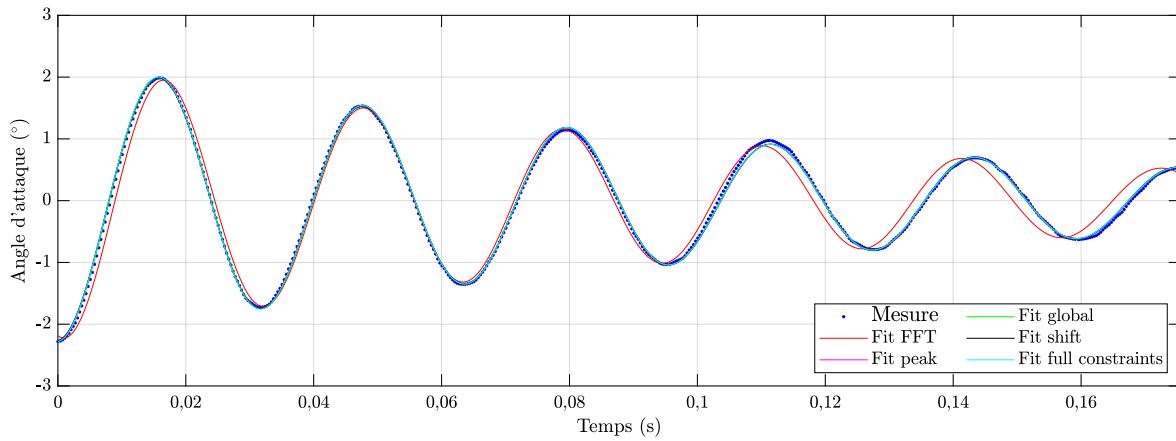
Méthode d'ajustement	Avec la FFT	Avec les pics	Global	Avec décalage	Totalement contraint
Paramètres fixés	C_{m_α}	C_{m_α}		$\phi = \pm\pi/2$	$\alpha_{max} = \alpha_0 $ $\phi = \pm\pi/2$
Paramètres à identifier	α_{max}, ϕ C_{m_q}	α_{max}, ϕ C_{m_q}	α_{max}, ϕ C_{m_α}, C_{m_q}	$\alpha_{max},$ C_{m_α}, C_{m_q}	C_{m_α}, C_{m_q}

TABLEAU 2.2 – Paramétrisation des ajustements de courbes

Les courbes ajustées visibles dans la Figure 2.13 sont obtenues par la régression des moindres carrés robustes. L'algorithme minimise une somme pondérée de carrés, où le poids pour chaque point de données dépend de la distance entre ce point et la courbe ajusté. Ainsi, plus le point est éloigné de la courbe plus son poids est faible. Grâce à cette pondération, le programme cherche à trouver une courbe qui s'adapte à la majorité des données en utilisant l'approche habituelle des moindres carrés tout en minimisant l'effet des valeurs aberrantes. Dans l'exemple de la Figure 2.13, l'identification des coefficients avec la FFT (rouge) donne une mauvaise modélisation du mouvement (points bleus). Cette estimation est donc exclue par l'utilisateur. Comme les autres méthodes d'ajustement donnent des résultats visuellement impeccables quelle que soit la méthode de correction du signal (splines ou exponentielles), la moyenne de ces identifications est calculée pour extraire les coefficients aérodynamiques de la mesure. Le nombre d'ajustements donnant une excellente superposition de courbes permet d'attribuer un indice de confiance à l'essai réalisé. Cette manière de procéder permet d'identifier facilement les essais présentant une anomalie (perturbation aérodynamique, vis déserrée, grippage du mécanisme, etc.).



(a) Courbes d'ajustement obtenues sur un signal corrigé grâce aux splines



(b) Courbes d'ajustements obtenues sur un signal corrigé grâce aux exponentielles

FIGURE 2.13 – Courbes d'ajustement obtenues pour chaque méthode d'ajustement

Chapitre 3

Mesures expérimentales

Sommaire

2.1 Introduction	41
2.2 Banc d'essai en soufflerie	42
2.2.1 Dispositif de maintien	42
2.2.2 Dispositif générateur de perturbation d'attitude de maquette	43
2.3 Stéréovision et traitement d'images	45
2.3.1 Montage expérimental	45
2.3.2 Algorithme de stéréovision	45
2.4 Identification des coefficients aérodynamiques	49

3.1 Introduction

Comme pour chaque nouvelle méthode de mesure, la méthode MiRo nécessite une phase de validation. Cette étape peut être réalisée par comparaison des résultats obtenus avec la méthode MiRo avec d'autres techniques expérimentales utilisées à l'ISL, permettant d'identifier les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques. Deux méthodes ont été retenues. La première s'emploie à la fois en soufflerie et dans le tube de Ludwieg et se base sur l'oscillation libre d'une maquette autour de son axe. La seconde technique utilisée est l'identification des coefficients lors du vol libre d'un projectile tiré par un canon. Ce chapitre contient une présentation de la soufflerie trisonique (section 3.2.1.1), du tube de Ludwieg (section 3.3.1) et du terrain d'expérience que possède l'ISL (section 3.4.1). La première partie de ce chapitre se consacre à décrire les installations expérimentales ainsi que les différentes techniques de mesure. L'installation de MiRo dans la soufflerie est décrite en section 3.2.2. La technique d'oscillation libre à un degré de liberté appliquée en soufflerie est expliquée en section 3.2.3, et, celle utilisée dans le tube de Ludwieg est présentée en section 3.3.2. La section 3.4.2 présente les maquettes ainsi que les sabots qui ont été tirés lors des expériences en vol libre. Dans la seconde partie de ce chapitre (section 3.5)), tous les résultats expérimentaux sont présentés séparément en fonction de la méthode employée. Afin de les comparer entre eux dans le chapitre 5, l'intervalle de confiance pour chaque série de mesures est calculé selon la loi de Student.

3.2 Mesures en soufflerie

3.2.1 La soufflerie trisonique

3.2.1.1 Présentation de l'installation

La méthode de mesure MiRo a été développée dans la soufflerie trisonique de l'ISL, illustrée en Figure 3.1. Cette soufflerie, dite à rafales, permet de réaliser des essais allant de Mach 0,5 à

4,0 par l'intermédiaire de deux sections d'essai mobiles. Le premier caisson dit transsonique est utilisé pour des expériences en dessous de Mach 1,2. Le deuxième caisson, dit supersonique, est exploité pour des mesures dont la vitesse d'écoulement est supérieure à Mach 1,2. C'est ce dernier qui fut utilisé pour toutes les campagnes qui ont permis de mettre au point la méthode MiRo. Le



FIGURE 3.1 – Soufflerie trisonique

schéma de principe est donné dans la Figure 3.2. Deux lignes de compression sont utilisées afin de comprimer de l'air à 27 bars avant de le stocker à température ambiante (300 K) dans des bouteilles de stockage (288 m³). Lors des essais, l'air est détendu en passant par une vanne rapide. Le gaz passe ensuite par une chambre de tranquillisation dans le but de générer un écoulement homogène avec un faible taux de turbulence. Dans cette chambre, la vitesse de l'écoulement est pratiquement nulle. Le gaz est ensuite accéléré en traversant une tuyère de Laval déformable, avant d'entrer dans la veine de mesure (30 par 40 centimètres). Cette déformation est obtenue par l'intermédiaire d'un mécanisme liant mécanique et pneumatique. En configuration supersonique, la vitesse de l'écoulement est directement liée au pourcentage de déformation de la tuyère. A la sortie de la veine d'essai, l'air est ralenti en traversant le diffuseur, lui aussi déformable, avant d'être évacué dans l'atmosphère par une cheminée. Pour des nombres de Mach supérieurs à Mach 2,5, une option dite de "Soft-Start" permet, en partant des conditions d'écoulement à Mach 2,0, d'augmenter la vitesse de l'écoulement jusqu'au nombre de Mach désiré afin de limiter les efforts sur les maquettes lors du démarrage. Une seconde option de "Soft-Stop" permet d'effectuer le processus inverse pour l'arrêt de la soufflerie. Le tableau 3.1 donne les conditions d'écoulement pour les nombres de Mach étudiés dans le cadre de cette thèse. Il est à noter qu'aucune campagne de certification de la soufflerie n'a été effectuée pour Mach 1,86.

3.2.1.2 Détermination de la limite d'utilisation en soufflerie du DREV-ISL

En soufflerie, les parois de la veine d'essai canalisent le flux d'air. L'écoulement autour de la maquette peut ne pas être exactement le même que celui d'une maquette en vol libre. Ainsi, contrairement au vol libre, en rencontrant les parois, les chocs générés par la maquette peuvent être réfléchis par les parois en direction de la maquette. Dans ce cas de figure, le comportement de la maquette peut être altéré. Par conséquent, les résultats obtenus par analyse du mouvement peuvent être faussés. Une étude préalable basée sur l'ombroscopie, a permis d'étudier la limite d'utilisation en terme de vitesse du DREV-ISL de calibre 40 mm dans la soufflerie trisonique de l'ISL afin que son attitude ne soit pas perturbée par ses propres chocs. Pour plus de détails sur l'ombroscopie ou les différentes méthodes de mesure par indice de réfraction, le lecteur peut se référer à (Libsig, 2016).

Le montage optique a été installé dans le plan vertical de la veine (vue depuis le haut) afin de visualiser les chocs dans le plan le plus étroit de la veine d'essai. Les ombroscopies ont été effec-

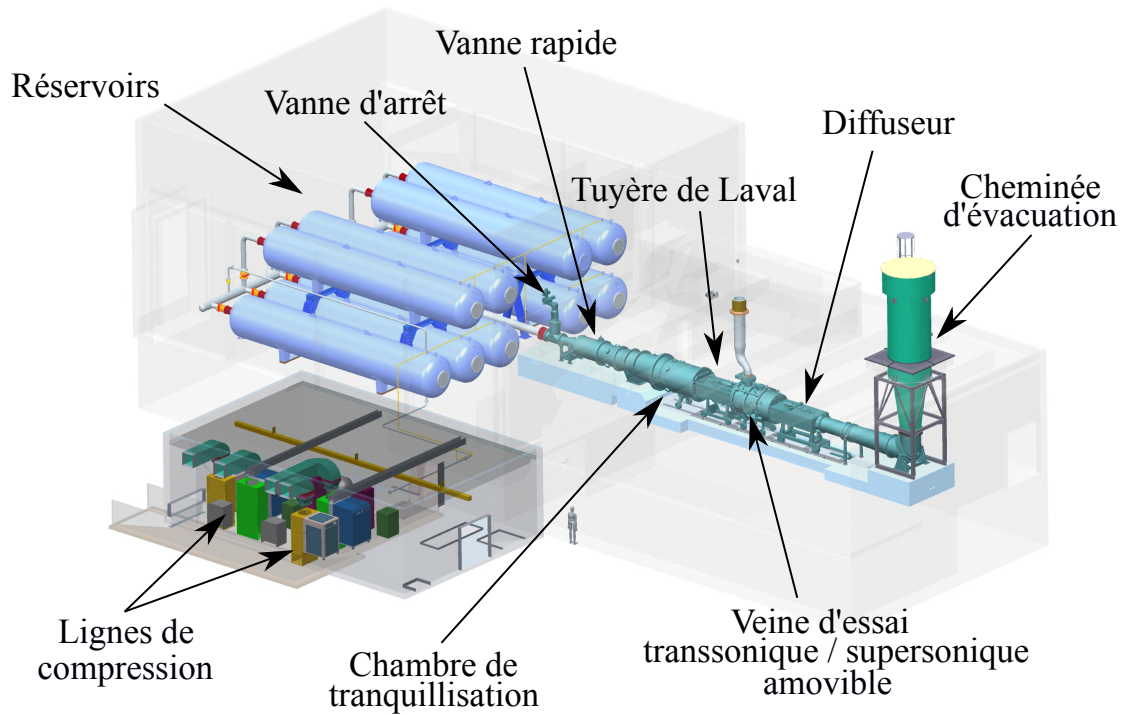


FIGURE 3.2 – Schéma de fonctionnement de la soufflerie trisonique

M_{veine}	1,5	1,86	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
P_t (bar)	2	2,5	2,5	3	5	9	14
P_{veine}/P_t	$2,72 \times 10^{-1}$	$1,59 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-1}$	$5,85 \times 10^{-2}$	$2,72 \times 10^{-2}$	$1,31 \times 10^{-2}$	$6,59 \times 10^{-3}$
P_{veine} (bar)	0,54481	0,39684	0,31951	0,17558	0,13612	0,11800	0,09221
T_t (K)	300	300	300	300	300	300	300
T_{veine}/T_t	0,690	0,591	0,556	0,444	0,357	0,290	0,238
T_{veine} (K)	206,9	177,3	166,7	133,3	107,1	87,0	71,4
ρ_t (kg.m ⁻³)	2,32	2,90	2,90	3,48	5,81	10,45	16,26
$\rho_{\text{veine}}/\rho_t$	0,395	0,269	0,230	0,132	0,076	0,045	0,028
ρ_{veine} (kg.m ⁻³)	0,92	0,78	0,668	0,46	0,44	0,47	0,45
V_{veine} (m.s ⁻¹)	432,5	496,5	517,6	578,7	622,5	654,3	677,7
$A_{\text{veine}}/A_{\text{col}}$	1,176	1,507	1,688	2,637	4,235	6,790	10,719
A_{col} (m ²)	$3,40 \times 10^{-2}$	$2,650 \times 10^{-2}$	$2,37 \times 10^{-2}$	$1,52 \times 10^{-2}$	$9,45 \times 10^{-3}$	$5,89 \times 10^{-3}$	$3,73 \times 10^{-3}$
\dot{m} (kg.s ⁻¹)	15,871	15,485	13,827	10,619	11,021	12,372	12,191
μ_{veine} (kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)	$1,363 \times 10^{-5}$	$1,193 \times 10^{-5}$	$1,129 \times 10^{-5}$	$9,183 \times 10^{-6}$	$7,411 \times 10^{-6}$	$5,973 \times 10^{-6}$	$4,826 \times 10^{-6}$
ν_{veine} (m ² .s ⁻¹)	$1,49 \times 10^{-5}$	$1,53 \times 10^{-5}$	$1,69 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$	$1,67 \times 10^{-5}$	$1,26 \times 10^{-5}$	$1,07 \times 10^{-5}$

TABLEAU 3.1 – Tableau des principales conditions expérimentales de la soufflerie trisonique

tuées dans les deux configurations de la maquette étudiée, à savoir en plus (Figure 3a) et en croix (Figure 3b). A cause de la faible taille des hublots verticaux par rapport à la maquette, il n'était pas possible d'étudier l'ensemble de la structure de l'écoulement pour l'ensemble en une seule fois. Il a donc fallu réaliser deux essais par configuration et par nombre de Mach pour obtenir la structure complète de l'écoulement; un essai se focalisant sur la partie avant de la maquette et le deuxième sur la partie arrière. Les ombroscopies ont ensuite été rassemblées numériquement et les parois ainsi que le dard ont été modélisés. Le choc généré par le nez a été poursuivi jus-

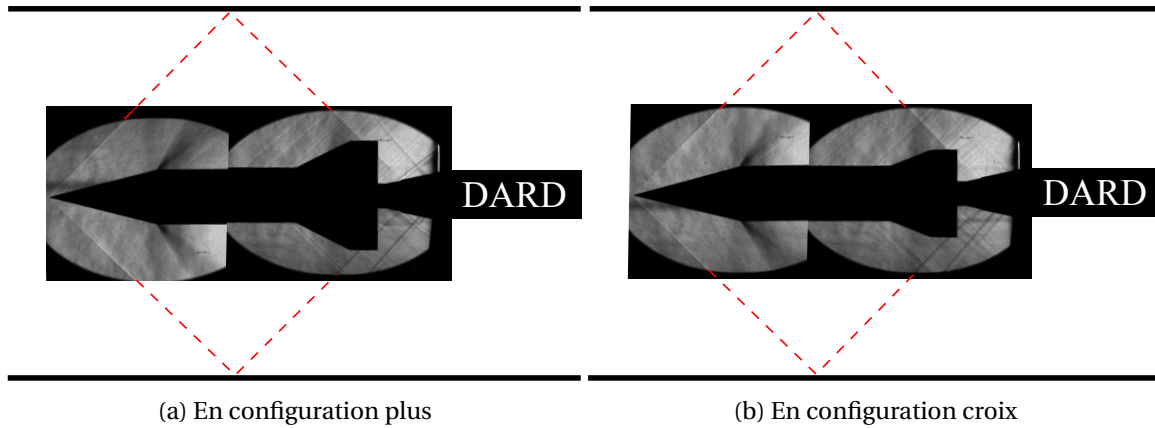


FIGURE 3.3 – Visualisation par ombroscopie des structures aérodynamiques visibles autour de la maquette à Mach 1,5

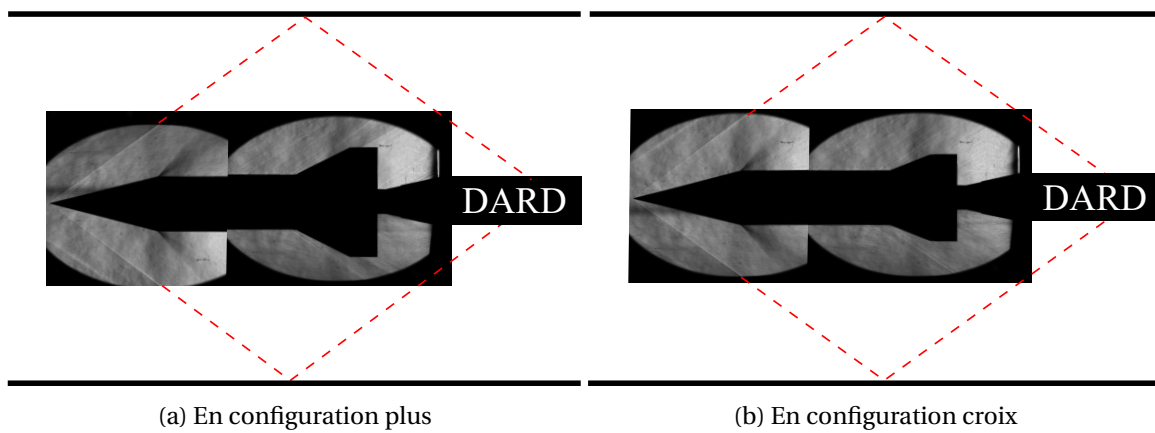


FIGURE 3.4 – Visualisation par ombroscopie des structures aérodynamiques visibles autour de la maquette à Mach 1,86

qu'aux parois. Les Figures 3.3a et 3.3b présentent les visualisations par ombroscopie à Mach 1,5 de l'écoulement autour de la maquette en configuration plus et croix. Les Figures 3.4a et 3.4b présentent les résultats pour les deux configurations à Mach 1,86. En régime supersonique, un choc faible de forme conique est généré par le nez du DREV-ISL. A Mach 1,5, le choc en se réfléchissant vient interagir avec les ailettes du DREV-ISL quel que soit la configuration étudiée. Le comportement de la maquette est donc perturbé de façon systématique. Par conséquent, l'analyse de son attitude donnera une estimation des coefficients statique et dynamique du moment de tangage erroné. En augmentant la vitesse de l'écoulement, le phénomène de réflexion du choc n'est plus visible. En traçant la trajectoire du choc, la réflexion de ce dernier interagit avec le dard en aval de la zone observée. Comme la maquette bouge librement par rapport au dard, ce choc n'impacte pas le comportement de la maquette. C'est pour cette raison que le développement du dispositif MiRo n'est effectué que pour les nombres de Mach suivants : 1,86, 2,0, 2,5, 3,0, 3,5 et 4,0.

3.2.2 Dispositif expérimental MiRo monté en soufflerie

La Figure 3.5 présente une vue globale du banc d'essai MiRO dans la soufflerie trisonique décrite dans la partie 3.2.1.1. Le pilotage du vérin pneumatique est réalisé grâce aux deux distributeurs 3/2 présents dans la Figure 3.7b. Chacun de ces distributeurs pilote une des chambres du vérin. En position tige sortie, la chambre arrière du vérin est alimentée sous 6 bars de pression grâce à la bouteille d'air présente dans la Figure 3.7a tandis que la chambre avant du vérin est à pression atmosphérique. Pendant toute la phase de démarrage de la soufflerie, la tige du vérin reste en position sortie. Pour libérer la maquette, l'utilisateur active le boîtier de déclenchement

qui va alors piloter les électrovannes par l'intermédiaire d'une commande rapide, afin de rentrer la tige du vérin. Ceci aura comme effet de tirer une pièce plastique retenue à l'intérieur de la maquette. Simultanément, les deux caméras rapides vont commencer à enregistrer la scène. L'attitude des projectiles est enregistrée à l'aide de caméras Photron SA-Z pouvant enregistrer jusqu'à 20 000 images par seconde en format plein écran (1024x1024 pixels) et avec un temps d'exposition de 0,5 μ s. La fréquence d'enregistrement nécessaire à la bonne capture du mouvement dépend de la fréquence d'oscillation et/ou de rotation de la maquette. La vitesse de roulis du DREV-ISL étant nulle, seule la fréquence d'oscillation autour de l'axe de tangage est à considérer dans le choix du paramétrage des caméras. Pour tous les essais, une fréquence de 3000 images par seconde est amplement suffisante pour obtenir un bon échantillonnage du signal de tangage. Quatre lampes LED haute puissance MultiLed QT de la marque GSVITEC ont été utilisées pour éclairer la maquette noire avec des marqueurs *Crash Dummy Symbol* noirs et blancs. Les deux objectifs des caméras ont une longueur focale de 105 mm. Les caméras sont placées à une distance de 1,2 mètres du modèle et sont espacées de 0,6 mètre. Dans cette configuration l'angle entre les deux axes optiques est égal à 30 degrés. Une caméra additionnelle Photron APX-RS, a été ajoutée entre les deux caméras SA-Z (au milieu dans la Figure 3.5). Cette caméra a été utilisée afin d'avoir une visualisation directe dans le but de valider le signal de tangage obtenu grâce à la stéréovision. La Figure 3.6 montre un exemple de comparaison des signaux d'angle d'attaque obtenus simultanément par les techniques de stéréovision et de visualisation directe. Pour les deux méthodes, les marqueurs et le nez blanc ont été utilisés pour suivre l'attitude du modèle au cours de l'essai. Les deux courbes étant parfaitement superposées, le dispositif de stéréovision arrive parfaitement à retranscrire le mouvement de l'angle d'attaque.

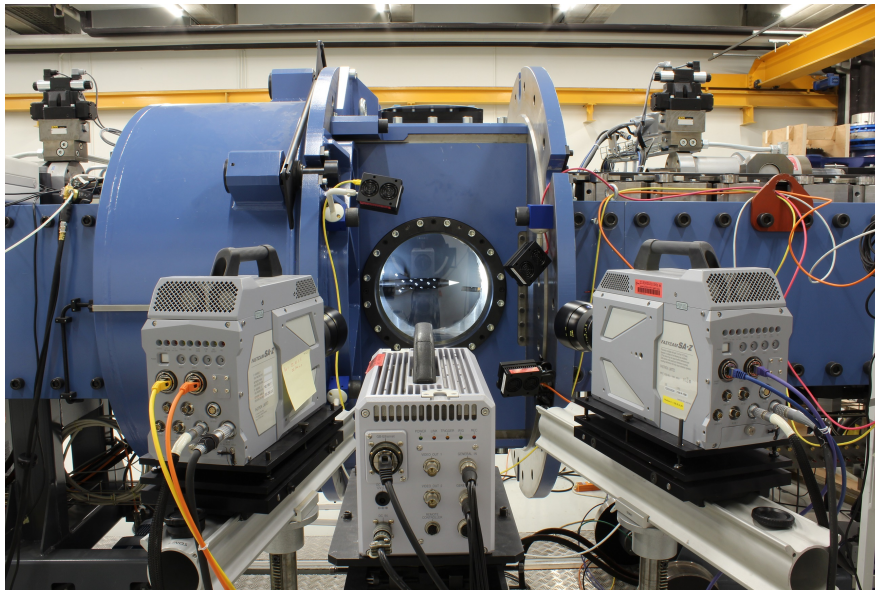


FIGURE 3.5 – Le dispositif expérimental MiRo

3.2.3 Dispositif d'oscillation libre à 1DoF

Le dispositif d'oscillation libre à 1DoF a été utilisé dans le but d'avoir une série de données comparative en soufflerie. Pour plus d'information sur ce dispositif, le lecteur peut se référer à (Michalski et al., 2021). Cette technique se base sur (Piper and DeMeritte, 1960) et (Shantz and Groves, 1960). Cette méthode permet d'étudier le mouvement en tangage d'un projectile stable afin d'obtenir les coefficients de moment propre à cet axe. Il se compose d'un banc d'essai, d'une visualisation directe et d'un algorithme de traitement d'images. La Figure 3.8 présente le dispositif de maintien en soufflerie. Cette structure est plus intrusive que celle du dispositif MiRo car un fil métallique traverse la maquette en son centre de gravité et interagit avec l'écoulement à proximité

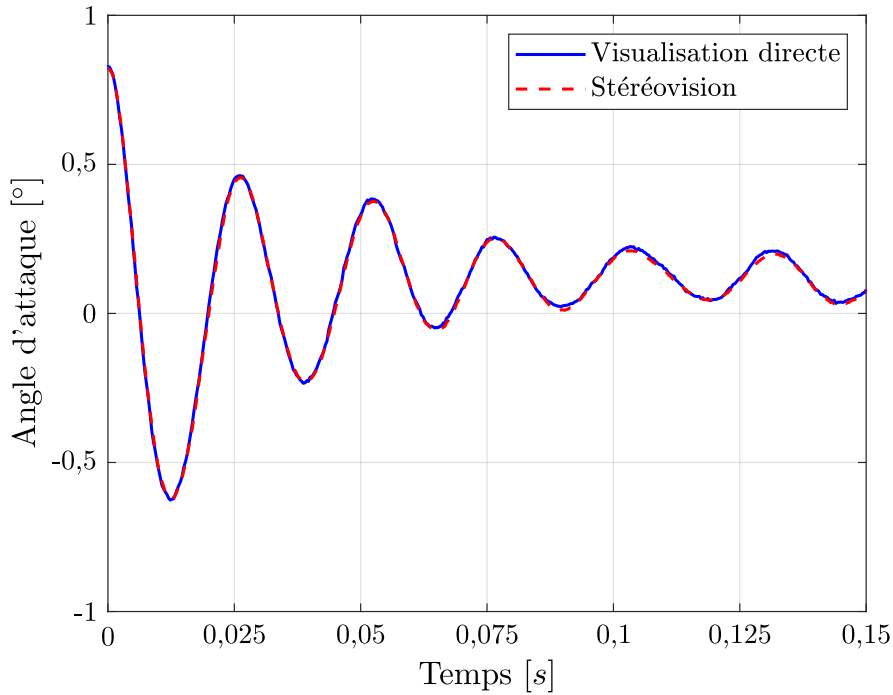


FIGURE 3.6 – Comparaison du signal de l’angle d’attaque en utilisant la technique de stéréovision (2 caméras Photron SA-Z) et de visualisation directe (1 caméra Photron APX-RS)

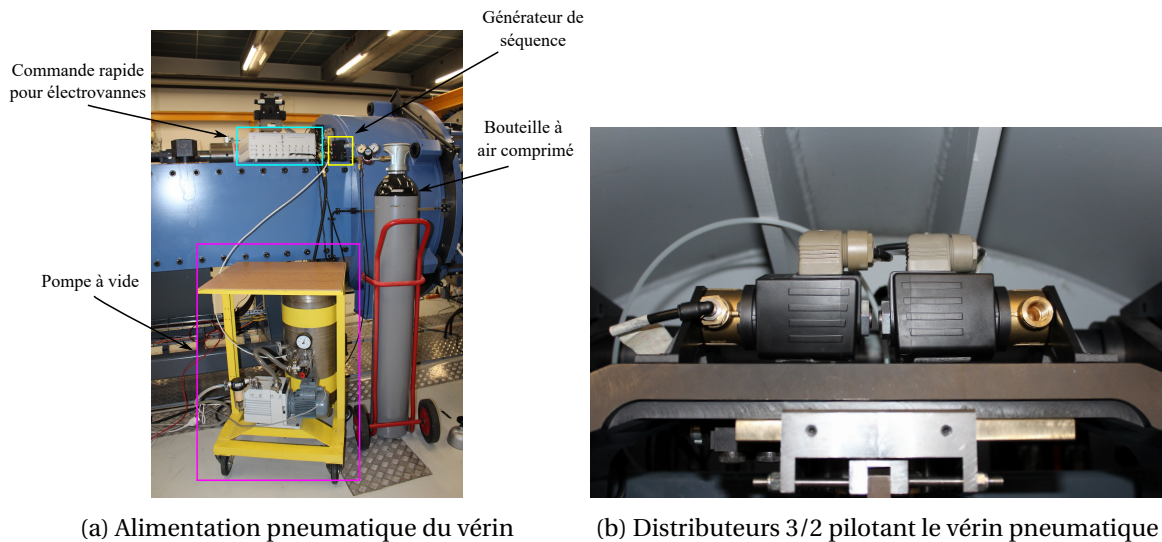


FIGURE 3.7 – Dispositif de pilotage du vérin pneumatique

du corps et des ailettes. Pour éviter que l’élasticité du fil impacte le mouvement de la maquette, ce fil est tendu. Pendant toute la phase de démarrage, le projectile est maintenu à un angle d’attaque non nul. Pour ce faire, un fil de pêche en nylon est utilisé pour relier la maquette à la structure (encadré rouge dans la Figure 3.8). Lorsque l’écoulement est stabilisé, le fil de pêche est fondu grâce à un courant électrique envoyé dans un système chauffant à effet Joule le fil (présenté dans l’encadré jaune de la Figure 3.8). Une fois le fil fondu, la maquette peut osciller librement jusqu’à retrouver sa position d’équilibre. Le mouvement de la munition est observé par ombroscopie. La caméra Photron FastCam SA-Z est utilisée et est configurée pour enregistrer 3000 images par seconde avec un temps de pose de $3,75 \mu\text{s}$. Le programme de traitement d’images se base sur un algorithme de corrélation croisée qui ajuste des masques de l’ombre de la maquette sur les images d’ombroscopies. Cet algorithme donne l’évolution du tangage au cours du temps. Un ajustement de courbe est ensuite réalisé dans le but d’obtenir les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Une correction est

ensuite appliquée sur le coefficient ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$) afin de supprimer la friction mécanique entre le fil de maintien et la maquette. Cette correction se base sur une estimation de la perte d'énergie au cours d'une période sinusoïdale, en supposant un coefficient de friction mécanique constant et en se basant sur des valeurs connues des coefficients C_D et $C_{N\alpha}$.

Pour ces expériences, la maquette du DREV-ISL a un calibre de 10 mm et son centre de gravité est positionné à 3,5D du culot, soit 35 mm. Pour ce faire, la maquette est usinée en deux parties; son nez est en laiton et le reste du corps est en dural. Les propriétés de la maquette sont présentées dans le tableau 3.2. La perte due à la friction mécanique est estimée à 15%.

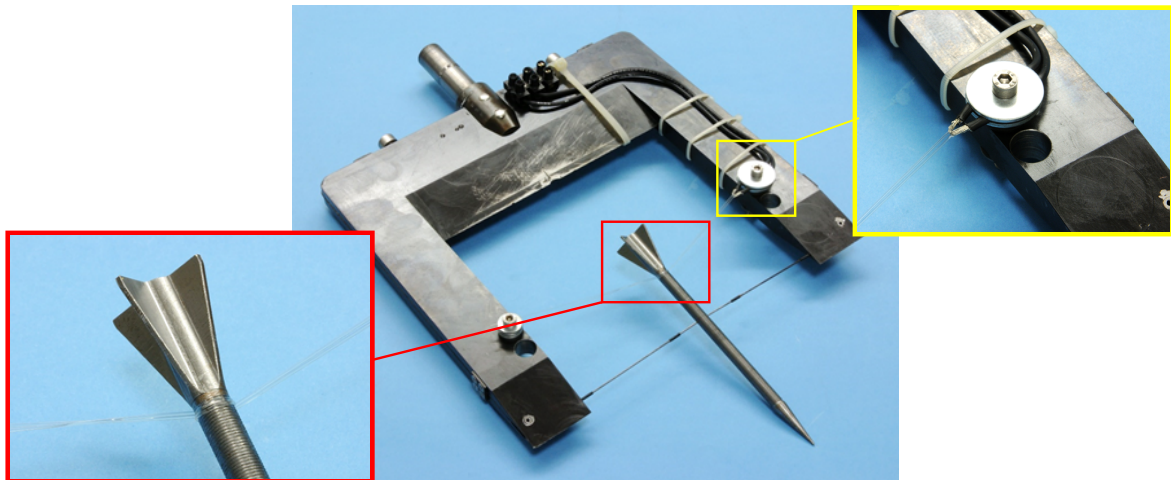


FIGURE 3.8 – Banc d'essai du dispositif libre à 1Dof (aussi dénommé "Poseidon")

D (mm)	L (mm)	m (g)	$X_{CG/culot}$ (mm)	I_x (kg.m ²)	I_y (kg.m ²)	I_z (kg.m ²)
10	60	9,499	35	$1,246 \times 10^{-7}$	$1,316 \times 10^{-5}$	$1,316 \times 10^{-5}$

TABEAU 3.2 – Propriétés physiques du DREV-ISL monté sur le dispositif Poseidon.

3.3 Mesure dans le tube de Ludwieg

3.3.1 Présentation du tube de Ludwieg

Le tube de Ludwieg, présenté en Figure 3.9, est une soufflerie supersonique qui permet de réaliser des essais sur une très courte période. Cette soufflerie fut inventée par Hubert Ludwieg (1912-2000) en 1955 (Ludwieg et al., 1969). Le schéma de principe est donné dans la Figure 3.10. Une membrane sépare une zone sous vide d'une zone haute pression. La zone sous vide comprend une tuyère convergente-divergente, la zone de mesure et le réservoir de vidange. La zone haute pression est constituée d'un tube cylindrique dans lequel un gaz est comprimé jusqu'à la rupture de la membrane. Les membranes sont conçues de telle sorte à ce qu'elles cèdent pour une pression prédéfinie. Cette rupture, qui caractérise le démarrage de l'essai, engendre une onde de choc qui se propage dans la zone de basse pression ainsi qu'une onde de détente qui se propage dans la zone de haute pression. En se propageant l'onde de choc génère un écoulement subsonique qui est accéléré en passant par la tuyère convergente-divergente. A la sortie de la tuyère, l'écoulement se propage à la vitesse supersonique désirée. En arrivant à l'extrémité du tube, l'onde de détente se fait réfléchir et repart donc en direction de la tuyère. L'écoulement dans la veine d'essai reste stable jusqu'à ce que l'onde de détente atteigne la tuyère. La durée de l'essai est limitée par la longueur

du tube et par la vitesse du son du gaz moteur utilisé. L'ISL possède une soufflerie à choc (Figure 3.9) qui a été modifiée pour devenir un tube de Ludwieg. Dans cette configuration la zone haute pression se trouve dans un volume cylindrique de 100 mm de diamètre et d'une longueur pouvant aller jusqu'à 18 mètres. Actuellement, une tuyère permet de réaliser des essais à Mach 4,5 sur une durée d'environ 110 ms. L'azote est utilisé comme gaz moteur afin d'éviter les phénomènes de condensation qui peuvent apparaître avec l'air.

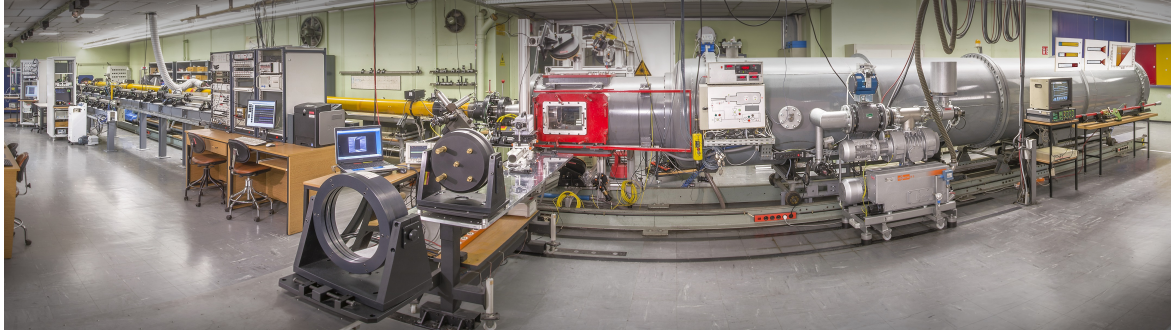


FIGURE 3.9 – La soufflerie à choc transformée en tube de Ludwieg

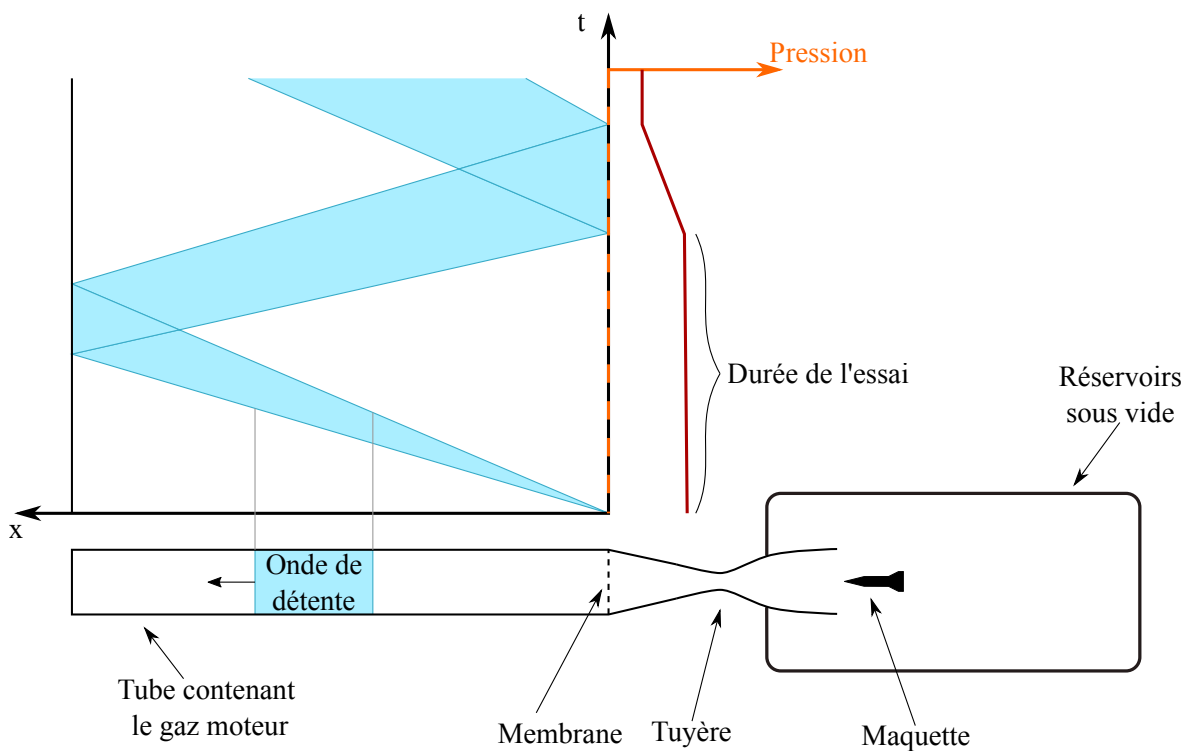


FIGURE 3.10 – Principe de fonctionnement du tube de Ludwieg

3.3.2 Dispositif expérimental dans le tube de Ludwieg

Ces mesures reposent sur le même principe que le dispositif à oscillation libre à 1DOF présenté en 3.2.3. Contrairement aux essais en soufflerie, l'écoulement dans le tube de Ludwieg se stabilise quasi instantanément. C'est pourquoi la maquette est simplement maintenue à un angle d'attaque non nul grâce à un morceau de papier adhésif. Au démarrage de l'essai, ce papier s'envole naturellement avec l'écoulement. La Figure 3.11 présente le dispositif dans le tube de Ludwieg. Comme pour son équivalent en soufflerie, le suivi de l'attitude est réalisé par l'intermédiaire d'une ombroscopie avec une caméra rapide. La rapidité du test nécessite d'augmenter le nombre

d'images par seconde à 12500. Le temps d'exposition est aussi réduit à $0,29 \mu\text{s}$. La maquette utilisée a les mêmes propriétés physiques (3.2) que celle qui a été montée sur le dispositif Poseidon. Le post-traitement des images se fait par l'intermédiaire du même algorithme de corrélation-croisée.

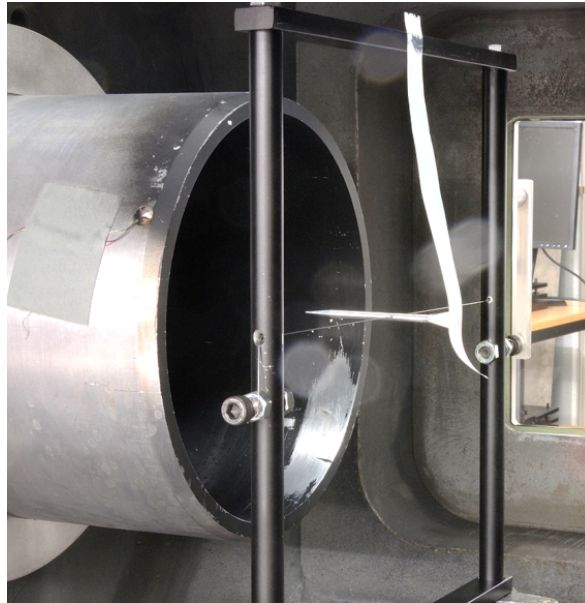
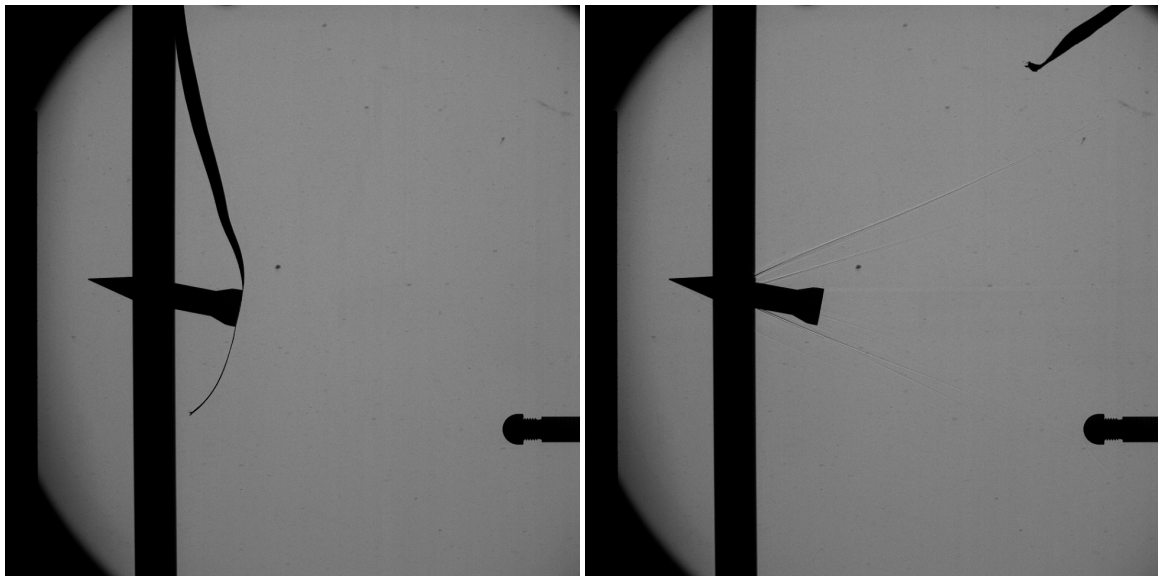


FIGURE 3.11 – Dispositif expérimental dans le tube de Ludwieg



(a) Avant le début de l'essai : la maquette est maintenue à un angle d'attaque non nul

(b) Pendant l'essai : la maquette est libérée et peut osciller librement

FIGURE 3.12 – Suivi par ombroscopie de l'attitude de la maquette à Mach 4,0 dans le tube de Ludwieg

3.4 Mesure en vol libre

Les essais en vol libre réalisés au cours de cette thèse ont pour but de valider les mesures du DREV-ISL monté sur le dispositif MiRo ainsi que les simulations CFD. Ces tirs ont été réalisés au terrain d'expérience de l'ISL.

3.4.1 Le terrain d'expérience

Le terrain d'expérience se situe sur la commune de Baldersheim, à environ 25 km au Nord de Saint Louis. L'institut possède un layon pour le vol libre permettant de réaliser des tirs tendus de maquettes de projectiles stabilisés par rotation et/ou par empennage. Le vol libre de sondes spatiales est aussi possible. Les expériences peuvent être réalisées sur des distances de vol allant jusqu'à 1000 mètres. Des canons à poudre rayés ou lisses permettant de tirer des projectiles de calibres compris entre 20 et 105 mm. Les maquettes peuvent être tirées à une vitesse initiale allant de Mach 0,5 à Mach 6,0. La Figure 3.13 est une vue aérienne de la ligne de tir et donne un aperçu du matériel utilisé lors de la campagne d'essais en vol libre. Les essais ont été réalisés sur une distance de 215 mètres. Afin de minimiser la vitesse de rotation de la maquette en sortie de bouche, les maquettes ont été tirées avec un canon à poudre lisse. Ce canon a un diamètre (a) de 105 mm et une longueur de 215 mm. Le vol du projectile est filmé au moyen de deux traqueurs optiques (b). Chacun de ces traqueurs se compose d'une caméra rapide et d'un miroir plan rotatif qui, en tournant, permet de déplacer le point de visée des caméras et donc de suivre la trajectoire de l'engin. Pour corriger la position angulaire des miroirs, des barrières optiques (c) sont installées le long de la ligne de tir. Chaque barrière envoie un signal aux traqueurs optiques lorsqu'elle se fait survoler par la maquette. La vitesse du projectile est mesurée par l'intermédiaire d'un radar de 10,5 GHz (d). Pour activer l'ensemble des systèmes, un détecteur de flash (e) pointé sur la bouche du canon est utilisé comme déclencheur. Au bout du layon se trouve le bac de récupération (f) rempli de sable ainsi qu'un filet de 8 × 12 mètres qui permet par perforation afin d'identifier le lieu de passage du projectile en fin de vol.

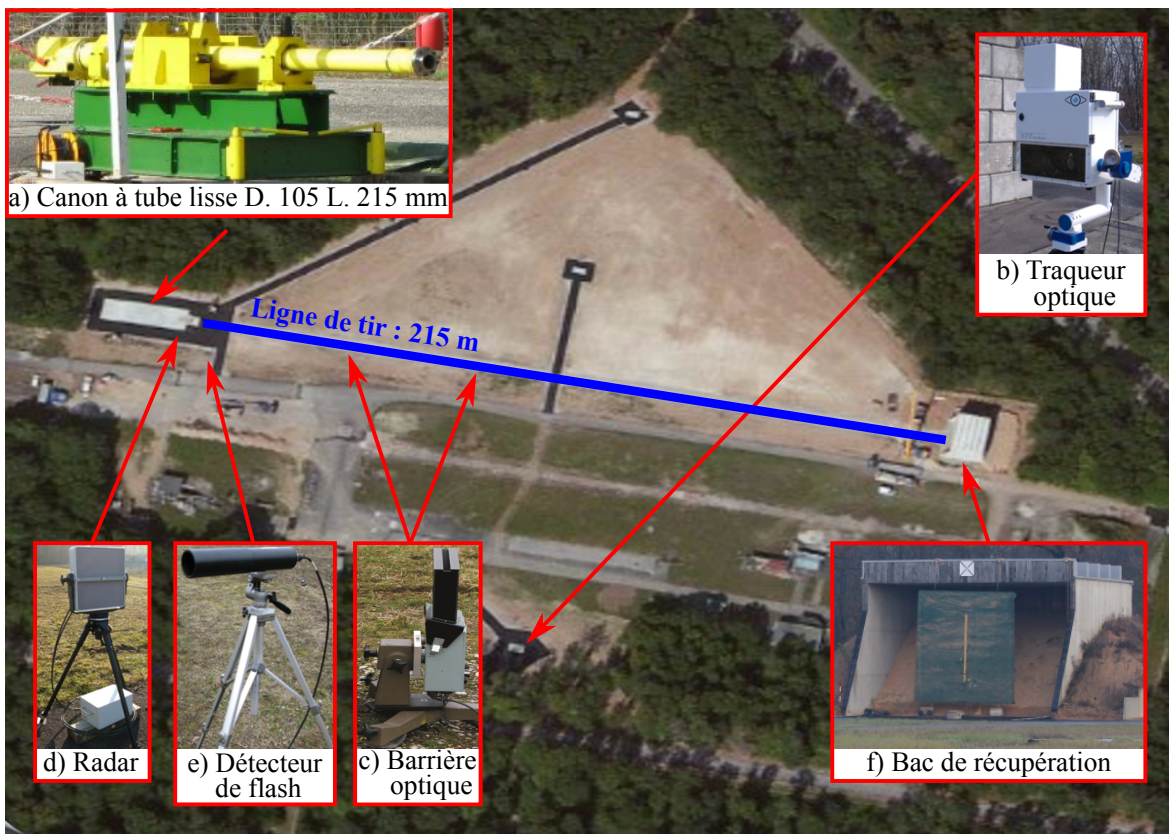


FIGURE 3.13 – Configuration du layon de tir pour les essais en vol libre

3.4.2 Architecture des maquettes et design des sabots

Pour éviter les problèmes d'échelle, le calibre des DREV-ISL tirés est identique à celui étudié en soufflerie, à savoir 40 mm. Afin de positionner le centre de gravité à l'endroit souhaité, les ma-

quettes ont été usinées en deux parties qui ont, par la suite, été collées l'une à l'autre. Comme pour la soufflerie, le centre de gravité des quatre maquettes tirées se situe à 3,5 calibres du culot (ou 140 mm du culot). Pour obtenir un tel équilibre, le nez a été usiné dans du tungstène et le reste de la maquette dans un alliage d'aluminium. Avant d'être tirées, les propriétés physiques telles que la masse, le moment d'inertie ainsi que la position précise du centre de gravité ont été mesurées pour toutes les maquettes avec un instrument de mesure de moments d'inertie. Le tableau 3.3 présente les propriétés physiques mesurées. L'écart relatif entre les inerties radiales (I_y et I_z) étant inférieur à 1% pour chacune des maquettes, on peut considérer qu'elles sont toutes axisymétriques avec un centre de gravité placé le long de l'axe longitudinal. En outre, les écarts relatifs entre les extremums des inerties selon chaque axe sont inférieurs à 2,5%. Ces faibles écarts permettent de considérer les maquettes comme physiquement identiques.

Numéro de l'essai	D (mm)	L (mm)	m (g)	$X_{CG/culot}$ (mm)	I_x (kg.m ²)	I_y (kg.m ²)	I_z (kg.m ²)
# 1	40	240	1056,8	142,75	$2,13 \times 10^{-4}$	$3,688 \times 10^{-3}$	$3,722 \times 10^{-3}$
# 2	40	240	1042,4	142,39	$2,12 \times 10^{-4}$	$3,693 \times 10^{-3}$	$3,686 \times 10^{-3}$
# 3	40	240	1046,6	142,37	$2,13 \times 10^{-4}$	$3,672 \times 10^{-3}$	$3,684 \times 10^{-3}$
# 4	40	240	1047,4	142,40	$2,08 \times 10^{-4}$	$3,657 \times 10^{-3}$	$36,51 \times 10^{-3}$

TABLEAU 3.3 – Propriétés physiques mesurées des maquettes en vol libre du DREV-ISL

Les maquettes étant de taille réduite par rapport au diamètre du canon, des sabots ont été conçus et usinés. La conception des sabots dépend notamment de la géométrie du modèle, de la masse totale, de la vitesse en sortie de canon ainsi que de l'accélération initiale générée par l'explosion. Un sabot (Figure 3.14) se compose d'une assiette de poussée en aluminium, de quatre pétales en polypropylène et d'une jupe d'étanchéité dont le but est d'éviter les fuites de gaz. La maquette est maintenue à l'intérieur du sabot jusqu'à la séparation des pétales (Figure 3.15), survenant dès lors que la paroi du tube du canon ne les maintient plus en position. Pour ne pas perturber le vol de la maquette, cette séparation doit se faire de la manière la plus symétrique possible. Afin que la maquette pendule autour de son axe de tangage, les sabots sont conçus de telle manière à positionner la maquette (placée à l'intérieur) à un angle d'attaque de 2°.

Afin de réduire le temps de fabrication des maquettes et de post-traitement des données pour cette campagne, toutes les maquettes sont dépourvues d'instrumentation. L'identification des coefficients est donc obtenue grâce à l'analyse du mouvement enregistré par les deux traqueurs optiques.



FIGURE 3.14 – Photo du projectile avec une pointe en laiton (remplacé par du tungstène pour ces expériences) et du sabot comprenant la jupe d'étanchéité en (blanc), l'assiette de poussée (en aluminium) et les 4 pétales (en beige)

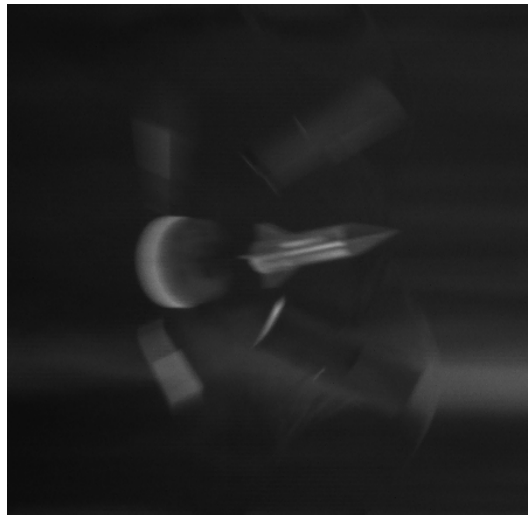


FIGURE 3.15 – Séparation du sabot et libération de la maquette

3.5 Analyse statistique des résultats

Le tableau 3.4 récapitule le nombre d'essais effectués avec les quatre techniques de mesures expérimentales pour la configuration "+" (Figure 3a). Soixante essais supplémentaires, non répertoriés dans ce tableau, ont été effectués avec le dispositif MiRo dans la configuration "x" (Figure 3b). Dans le but de comparer ces techniques d'un point de vue statistique, l'intervalle de confiance à 95% propre à chaque série de mesure est calculé. Cette intervalle représente la plage d'incertitude à un risque α donné associé à l'estimation d'une statistique. La courbe dans la Figure 3.16 illustre la notion de niveau de confiance en représentant ce dernier comme une intégrale (zone bleue).

Dans notre cas, nous cherchons à estimer les valeurs de la dérivée du coefficient de moment de tangage $C_{m\alpha}$ et du coefficient d'amortissement en tangage ($C_{mq} + C_{ma}$) pour le DREV-ISL à différents nombres de Mach. Le nombre de tests réalisés étant relativement faible d'un point de vue statistique, les intervalles de confiance sont exprimés en utilisant la loi de Student (Student, 1908) (Box, 1981). Selon cette loi, l'intervalle de confiance d'une loi normale d'espérance μ et de

variance σ quelconque inconnue peut être déterminé à partir d'un échantillon de taille n composé de variables aléatoires mutuellement indépendantes (x_1, \dots, x_n) suivant la même loi. Ainsi pour un niveau de confiance α , l'intervalle s'écrit :

$$\mu = [\bar{x} - t_{1-\alpha/2}^{n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{1-\alpha/2}^{n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}] \quad (3.1)$$

avec

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{l'estimateur de l'espérance} \quad (3.2)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 \quad \text{l'estimateur non-biaisé de la variance} \quad (3.3)$$

et $t_{1-\alpha/2}^{n-1}$ le quantile d'ordre $1 - \alpha/2$ de la loi de Student à $n - 1$ degrés de liberté. Les valeurs de ces quantiles se trouvent dans le tableau C.1. Pour augmenter la confiance dans le résultat, il faut soit élargir l'intervalle en accroissant $t_{1-\alpha/2}^{n-1}$ (réduire α) soit augmenter le nombre d'expériences (augmenter n).

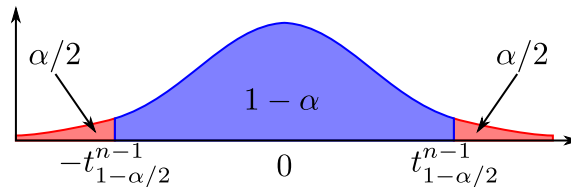


FIGURE 3.16 – Niveau de confiance

Mach	MiRo	1Dof Soufflerie	1DoF Tube de Ludwig	vol libre
1,86	10	0	0	4
2,0	10	3	0	0
2,5	10	3	0	0
3,0	10	3	0	0
3,5	10	3	0	0
4,0	10	2	0	0
4,5	0	0	14	0
<i>Totaux</i>	<i>60</i>	<i>11</i>	<i>14</i>	<i>4</i>

TABLEAU 3.4 – Tableau récapitulatif du nombre d'essais effectué avec la configuration "+"

3.5.1 Détection de normalité

Avant d'exprimer les intervalles de confiance, il est nécessaire de vérifier si les séries de mesures suivent une distribution gaussienne. Pour vérifier cela, le test de Shapiro-Wilk (Shapiro and Wilk, 1965) a été utilisé. Ce test valide ou rejette l'hypothèse nulle¹ selon laquelle un échantillon (x_1, \dots, x_n) est issu d'une population normalement distribuée. Il est généralement employé pour des séries de petites tailles ($n < 50$) et est considéré comme l'un des tests de détection de normalité le plus efficace. Le test de Shapiro-Wilk se base sur la statique W :

1. L'hypothèse nulle est une hypothèse postulant l'égalité entre des paramètres statistiques (généralement, la moyenne ou la variance) de deux échantillons dont elle fait l'hypothèse qu'ils sont pris sur des populations équivalentes.

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{E[\frac{n}{2}]} a_i (x_{(n+1-i)} - x_{(i)}) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.4)$$

Dans l'équation (3.4), n correspond à la taille de l'échantillon, $x_{(i)}$ correspond à la série de données triées par ordre croissant. $E[\frac{n}{2}]$ est la partie entière du rapport $n/2$ et a_i correspond au coefficient de pondération associé à l'individu $i \in [1, n]$. Les coefficients a_i sont donnés dans les tableaux C.2 et C.3 situés dans l'annexe C.

La statistique W peut s'interpréter comme étant le coefficient de détermination (le carré du coefficient de corrélation) entre la série de quantiles générée à partir de la loi normale et les quantiles empiriques obtenus à partir des données. Plus W est grand, plus la compatibilité avec la loi normale est crédible. En reportant W dans le tableau C.4, il est possible d'obtenir la valeur- p (ou p-value en anglais)². Pour Ronald Fisher, l'hypothèse de normalité ne peut jamais être acceptée et peut seulement être rejetée (Fisher, 1972). Pour lui, la p-valeur est considérée comme une image de la mesure pour laquelle les données plaident contre l'hypothèse nulle. Pour toutes les expériences, on considère que :

- Si $p < 0,1$ (✗ dans le tableau 3.5), alors l'hypothèse de non-normalité de la distribution est validée (hypothèse de normalité rejetée).
- Si $0,1 \leq p < 0,2$ (✓ dans le tableau 3.5), alors l'hypothèse de non-normalité a une faible probabilité d'être validée. Il est donc décidé, dans le cadre de cette étude, d'appliquer la distribution de Student.
- Si $0,2 \leq p$ (✓ dans le tableau 3.5), il n'y a pas de présomption contre l'hypothèse nulle et nous partons donc du principe que nous pouvons à juste titre utiliser la distribution de Student.

Mach	MiRo				1DoF Soufflerie		1DoF Tube de Ludwig		vol libre	
	$C_{m\alpha}$		$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$		$C_{m\alpha}$	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	$C_{m\alpha}$	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	$C_{m\alpha}$	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$
	+	×	+	×	+	+	+	+	+	+
1,86	✗	✓	✓	✓					✓	✓
2,0	✗	✓	✓	✓	✓	✓				
2,5	✓	✓	✓	✓	✓	✓				
3,0	✓	✓	✓	✓	✓	✓				
3,5	✓	✓	✓	✓	✓	✓				
4,0	✓	✓	✓	✓						
4,5							✓	✓		

TABLEAU 3.5 – Jeux de données où l'hypothèse de non-normalité est rejetée ✓, partiellement rejetée ✓ ou validée ✗ pour les configurations "+" et "×".

Selon le tableau 3.5, il n'y a que deux séries de données où l'hypothèse de normalité est totalement rejetée, à savoir les mesures du coefficient $C_{m\alpha}$ obtenues avec la méthode MiRo à Mach 1,86 et Mach 2,0. Les Figures 3.17a et 3.17b présentent les répartitions des valeurs mesurées pour les deux séries de données où l'hypothèse de normalité est rejetée. On constate que ces deux séries de mesures comportent une valeur prépondérante. Il laisse donc à penser qu'en augmentant le nombre d'expériences pour ces deux tests, on aurait une distribution normale, comme le suggère le théorème central limite (Rouaud, 2013). La Figure 3.17c montre un exemple de répartition pour lequel l'hypothèse de non-normalité est rejetée et pour lequel la loi de Student est utilisée à juste titre.

2. La valeur-p est le niveau de signification non arbitraire minimum avec lequel nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle.

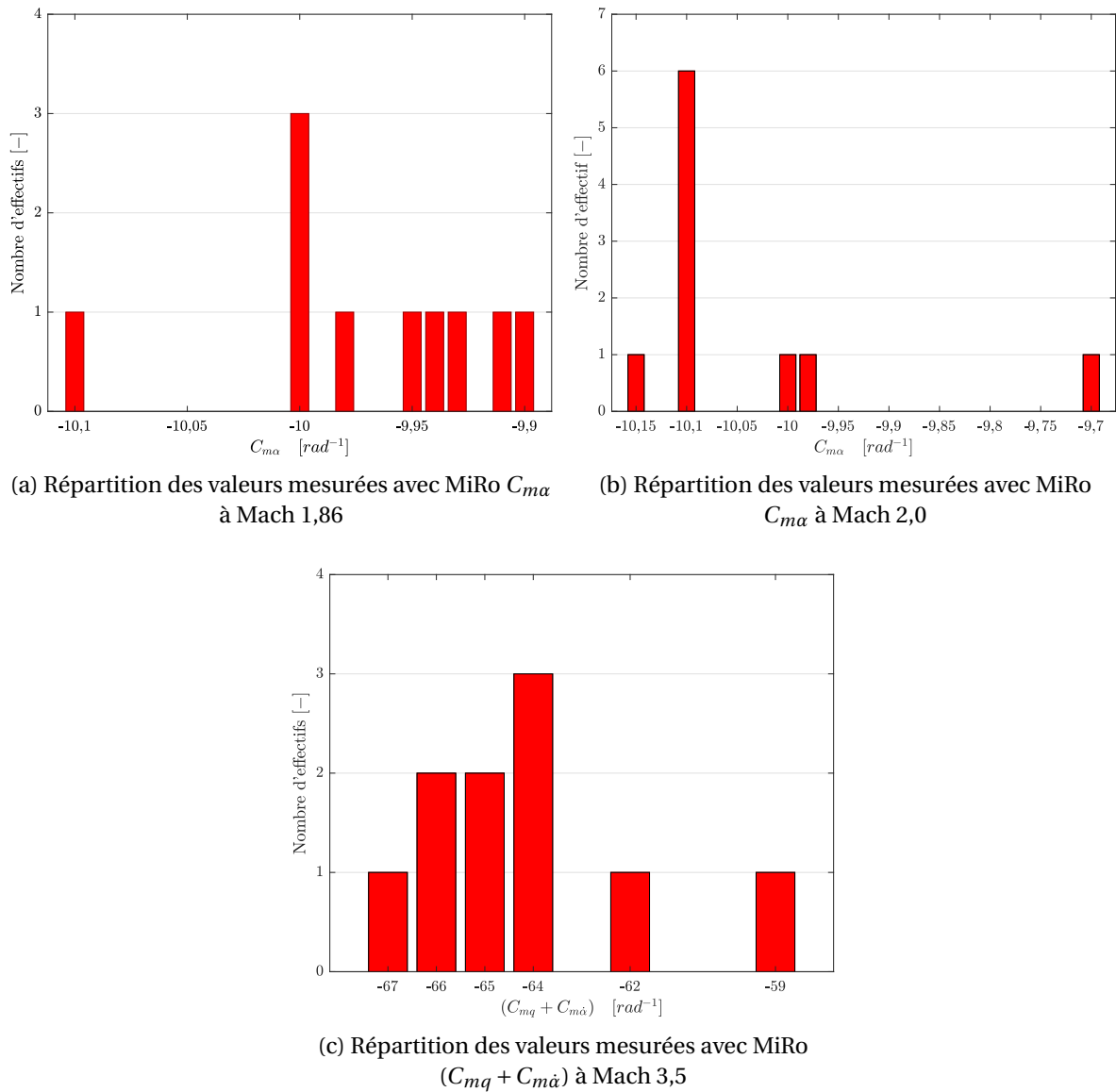
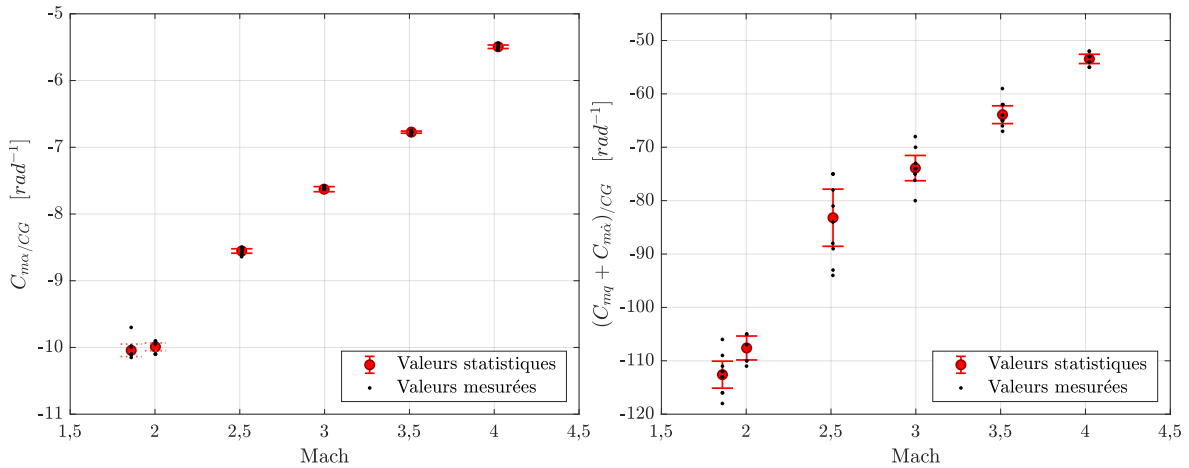


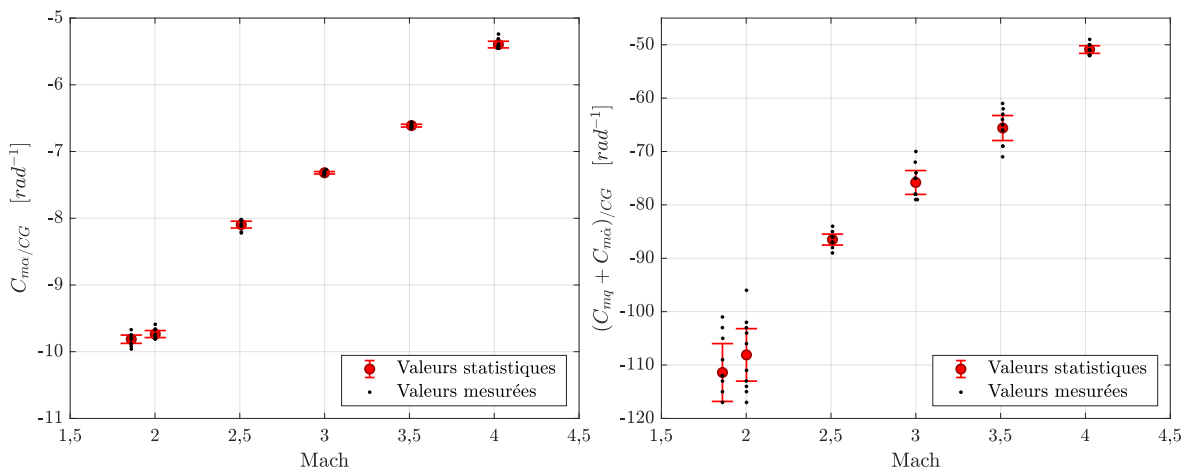
FIGURE 3.17 – Exemples de répartition de valeurs mesurées avec MiRo

3.5.2 Étude statistique des résultats MiRo

La Figure 3.18 présente les résultats des 120 essais effectués avec le DREV-ISL monté sur le dispositif MiRo. Les Figures 3.18a et 3.18b montrent les résultats respectivement pour la configuration en "+" (voir Figure 3a) et la configuration en "×" (voir Figure 3b). Dans ces figures, chaque essai est représenté individuellement par un point noir. La représentation statistique des essais pour chaque nombre de Mach est illustrée par des barres d'erreurs représentant l'intervalle de confiance à 95% défini selon la distribution de Student. Les barres d'erreurs en pointillées correspondent aux séries de données où l'hypothèse de non-normalité est acceptée. La valeur moyenne de chaque série de mesures est représentée par •. Du fait de la faible dispersion des résultats, les intervalles de confiance pour chaque série de mesures sont très fins malgré un nombre d'essais relativement faible. Il y a peu de différence entre les deux configurations testées. Le tableau 3.6 donne le détail des incertitudes relatives mesurées à 95% pour les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ en fonction du nombre de Mach et de la configuration étudiée. Les incertitudes obtenues pour $C_{m\alpha}$ sont inférieures à 3% et celles concernant $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sont inférieures à 21%. Au vu de leur complexité d'identification, les incertitudes pour ces coefficient sont faibles, en particulier pour le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Ils démontrent que la méthode MiRo donne des résultats répétables, reproductibles et de bonne qualité.



(a) Répartition des mesures du DREV-ISL en configuration "+"



(b) Répartition des mesures du DREV-ISL en configuration "x"

FIGURE 3.18 – Résultat des essais du DREV-ISL monté sur le dispositif MiRo

Configuration	Mach	1,86	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
Plus	Incertitude $C_{m\alpha}$			1,2	1,6	0,8	1,4
	Incertitude $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	7,1	6,6	20,3	10,1	8,3	4,9
Croix	Incertitude $C_{m\alpha}$	1,9	1,7	2,0	0,8	1,9	2,9
	Incertitude $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	15,3	14,3	3,7	9,3	11,3	4,4

TABLEAU 3.6 – Incertitudes relatives (en %) des coefficients des moments de tangage statique et dynamique obtenues avec la méthode MiRo en soufflerie pour un niveau de confiance à 95%

3.5.3 Étude statistique des résultats à oscillation libre à 1-DoF en soufflerie et dans le tube de Ludwig

La Figure 3.19 présente les essais effectués avec la méthode d'oscillation libre à 1-DoF en soufflerie et dans le tube de Ludwig. Comme pour la Figure 3.18, les barres d'erreurs dans cette figure représentent l'intervalle de confiance à 95% calculé grâce à la distribution de Student. Les croix et les points noirs représentent les valeurs mesurées lors des expériences, respectivement, dans la soufflerie et dans le tube de Ludwig.

Aucune barre d'erreurs n'est tracée pour les essais effectués à Mach 4,0 car avec seulement deux essais, le test de Shapiro-Wilk n'est pas applicable. Seule la valeur moyenne est donc affichée pour ce jeu de données. D'autre part, pour obtenir l'intervalle de confiance à Mach 4,0 il faudrait

multiplier l'écart-type non biaisé par $t_{\alpha}^{n-1}/\sqrt{n} \simeq 9$, ce qui résulte en un intervalle de confiance si grand qu'il n'a plus de sens d'un point de vue aérodynamique ou balistique. Pour les autres tests réalisés en soufflerie, malgré un très faible nombre d'essais égal à 3, les barres d'erreurs sont assez minces. En effet, au vu du tableau C.1, dans ce cas de figure, le coefficient de Student à 95% est égal à 4,303 soit 2,2 fois plus grand que si le jeu de données était de taille infinie. En comparant l'essai à Mach 3 en soufflerie et dans le tube de Ludwig, on obtient des intervalles de confiance quasi identiques, malgré la différence de taille des séries (voir tableau 3.4). La dispersion des essais effectués dans le tube de Ludwig à Mach 3 est donc plus grande qu'en soufflerie.

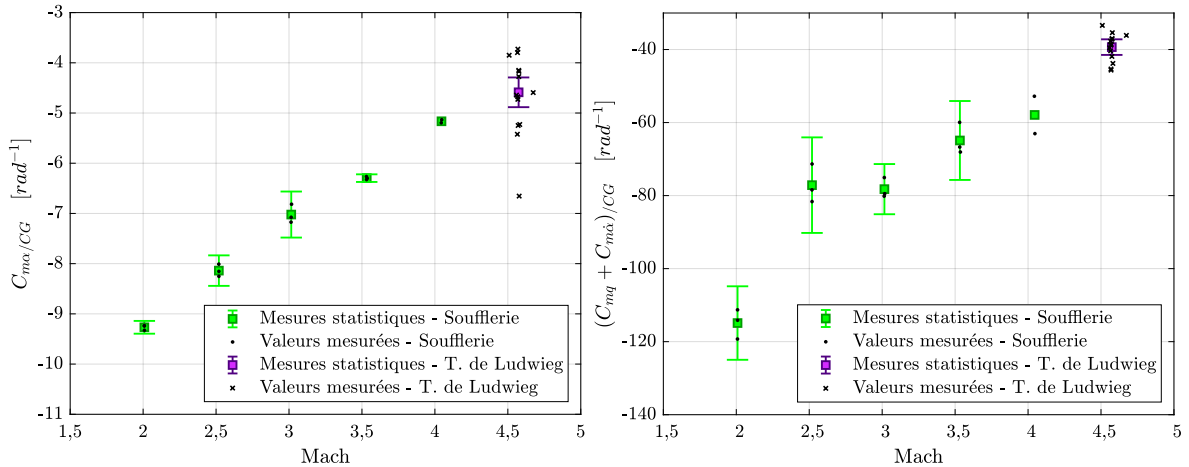


FIGURE 3.19 – Résultat des essais du DREV-ISL avec la méthode d'oscillation libre à 1-DoF en soufflerie et dans le tube de Ludwig

3.5.4 Résultats des essais en vol libre

Les résultats des essais en vol libre présentés dans le tableau 3.7, ont été obtenus grâce à l'analyse du mouvement pendulaire de la maquette au cours de son vol. Dans ce tableau, V_{moy} et M_{moy} représentent les moyennes de la vitesse et du nombre de Mach sur la plage de mesures où les variations d'angle d'attaque ont été analysées. La vitesse des maquettes en sortie de bouche du canon est de Mach 2,0. Pour ce nombre de Mach, le coefficient de traînée pour $\alpha = 0^\circ$, C_{D_0} , est égal à 0,542 (Berner, 1996a). A cette vitesse, la maquette subit donc une force décélération, de manière à obtenir un nombre de Mach moyen égal à 1,86 sur la phase de vol analysée. La vitesse moyenne étant quasiment la même pour tous les essais, on peut considérer les tirs comme identiques. Après application de la loi de Student, les intervalles de confiance à 95% de la campagne d'essai en vol libre sont :

- Pour $C_{m\alpha}/CG$: $\mu = [-11,61 - 0,23 ; -11,61 + 0,23] \text{ rad}^{-1}$
- Pour $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})/CG$: $\mu = [-136,24 - 3,43 ; -136,24 + 3,43] \text{ rad}^{-1}$

Les incertitudes relatives à 95% pour cette campagne sont, respectivement, de 3,9% et de 5,0% pour les coefficients statique et dynamique du moment de tangage. Ces résultats montrent que les essais en vol sont reproductibles et répétables.

Numéro du test	$X_{CG/culot}$ (mm)	I_y (kg.m ²)	V_{moy} (m.s ⁻¹)	M_{moy}	$C_{m\alpha}$ (rad ⁻¹)	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (rad ⁻¹)
# 1	142,75	$3,688 \times 10^{-3}$	633,57	1,86	-11,72	-133
# 2	142,39	$3,693 \times 10^{-3}$	640,35	1,89	-11,40	-138
# 3	142,37	$3,672 \times 10^{-3}$	644,82	1,89	-11,68	-136
# 4	142,40	$3,657 \times 10^{-3}$	636,14	1,86	-11,63	-138

TABLEAU 3.7 – Résultats des essais en vol libre

Chapitre 4

Étude numérique de l'impact du dispositif de maintien

4.1 Introduction

Le dispositif MiRo nécessite la création d'une cavité à l'arrière de la maquette pour que le système de maintien puisse y être inséré. Cette contrainte technique peut avoir un impact sur la distribution des pressions autour et à l'intérieur de la maquette et peut donc générer une modification de son attitude par rapport au vol libre. Afin de comprendre et de quantifier l'impact de la cavité, des études numériques basées sur des calculs CFD ont été menées. Ce chapitre est scindé en quatre parties. La section 4.2 présente les modèles numériques ainsi que les différentes stratégies de calculs utilisées pour évaluer l'impact de la cavité. Les sections 4.3 et 4.4 justifient le choix de la densité du maillage étudiée ainsi que le paramétrage des simulations URANS permettant d'estimer le coefficient dynamique du moment de tangage. La section 4.5 présente les conclusions de l'analyse de l'impact de la cavité. Les parties 4.5.1 à 4.5.3 analysent, grâce à des simulations RANS, l'effet du système de maintien sur la distribution des forces de pression le long des géométries étudiées. Cette étude a été réalisée par l'intermédiaire d'une étude paramétrique. La section 4.5.4 s'intéresse à l'impact de la cavité sur les coefficients aérodynamiques obtenus par l'intermédiaire des deux méthodes de simulations en régime transitoire.

4.2 Description numérique

4.2.1 Description des maquettes utilisées

Les études numériques se basent sur trois géométries différentes. La première géométrie (Figure 4.1a), dite de référence, modélise le DREV-ISL comme présenté en Figure 2. La deuxième géométrie (Figure 4.1b) représente la maquette montée sur le dispositif MiRo. Elle possède donc une cavité. La troisième géométrie (Figure 4.1c) représente le banc mécanique complet du dispositif MiRo. Cette géométrie contient donc une cavité ainsi que le dard de maintien. Pour les géométries disposant de la cavité, on suppose que le système de rotation équivaut à une paroi étanche comme l'illustre la Figure 4.2. La profondeur de la cavité équivaut à celle du modèle réel.

La CAO (Conception Assistée par Ordinateur) de ces trois modèles a été réalisée avec le logiciel *DesignModeler* de la suite *Ansys* (Matsson, 2021). Tous les maillages ont été réalisés avec le logiciel *FluentMeshing*. Ce logiciel donne la possibilité de générer des maillages "Mosaïque™" qui utilisent des éléments polyédriques pour relier de manière conforme des éléments hexaédriques de la région centrale et des éléments isotropes de la couche limite. Le type de Mosaïque™ utilisé est le *Poly-Hexcore*. Ce maillage remplit le domaine fluide avec des hexagones et structure ces éléments avec des octrees¹. Sur les parois, il réalise un maillage poly-prisme de haute qualité. Ces

1. Un octree est une structure de données de type arbre dans laquelle chaque nœud interne compte exactement 8 enfants

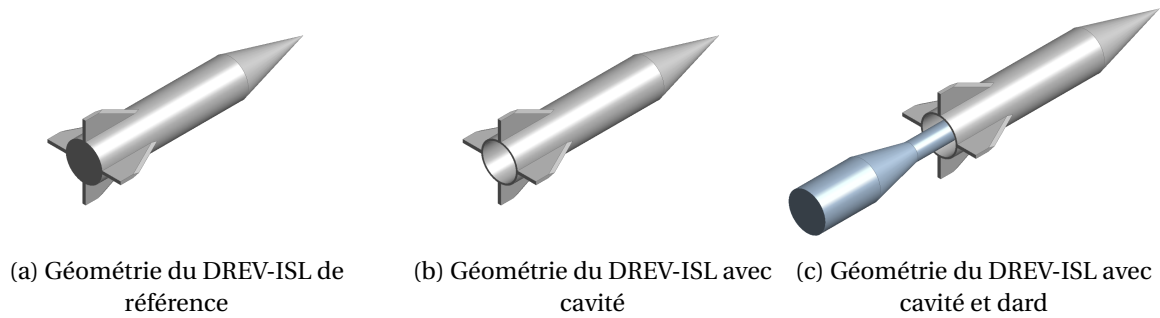


FIGURE 4.1 – Présentation des modèles permettant de quantifier l'impact du dispositif de maintien

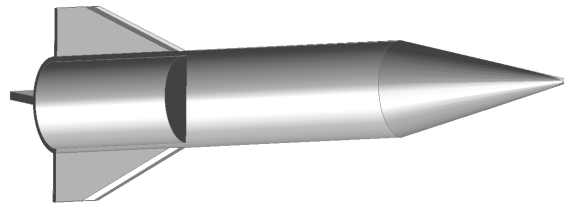


FIGURE 4.2 – Coupe longitudinale montrant la modélisation de la cavité

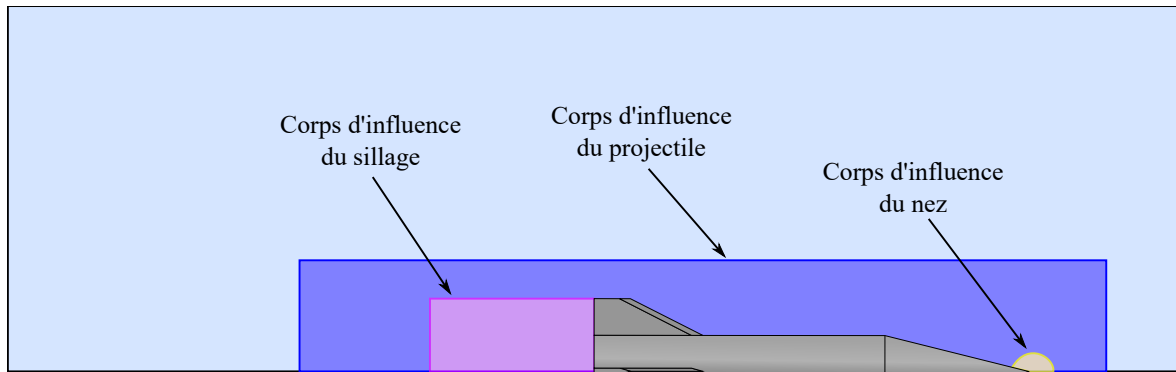
deux types de maillage sont reliés de manière conforme avec des éléments polyédriques généralisés. Afin de limiter les erreurs de calcul dues à la non-symétrie du maillage, seulement un quart du modèle a été maillé. Ce domaine a ensuite subi une répétition circulaire, et les quatre domaines résultants ont ensuite été fusionnés afin de n'en faire plus qu'un. Ce maillage utilise des corps d'influence pour définir la taille cible des mailles dans une zone. La Figure 4.3a présente les trois corps d'influence utilisés pour raffiner le maillage au niveau du sillage, du nez et du domaine proche du corps du projectile. Un corps d'influence à l'intérieur de la cavité est ajouté pour contraindre la taille des mailles pour les deux géométries en possédant une.

Afin de limiter le nombre de cellule du modèle contenant le dard, aucune couche d'inflation n'a été introduite sur le dard. Pour l'ensemble des géométries modélisant le projectile, l'épaisseur de la première maille est fixée à $2,5 \mu\text{m}$ et le taux d'expansion est égal à 1,2. La couche limite est discrétisée sur 25 mailles. Avec ce paramétrage, la couche limite respecte la condition $y^+ < 1$. Le domaine fluide est composé d'un cylindre de diamètre $10D$ et de longueur $16D$. Les trois géométries investiguées se basent sur la répartition des mailles du modèle de référence. L'étude de l'influence de la résolution du maillage a été effectuée sur le modèle de référence. Pour ce faire, trois niveaux de densité de maillages ont été considérés. Le nombre de mailles correspondant aux maillages grossier, moyen et fin est inscrit dans le Tableau 4.1

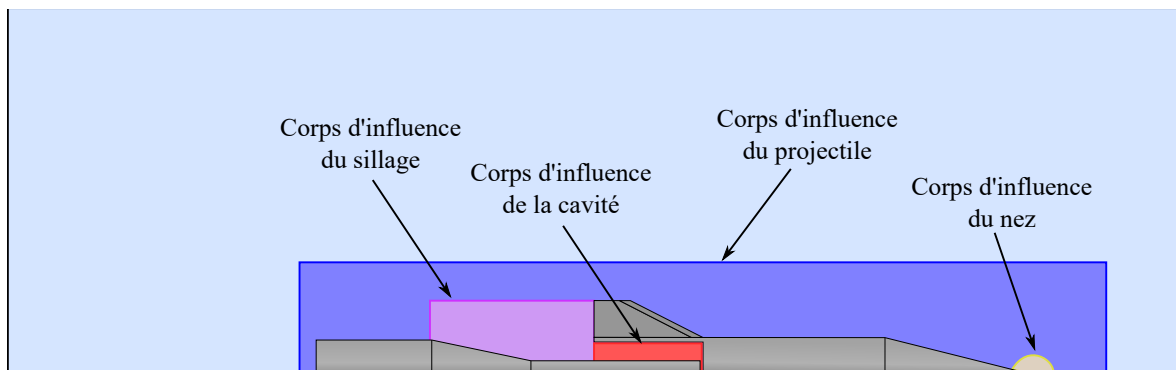
Densité de maillage	Nombre d'éléments
Grossier	0,9 M
Moyen	5,6 M
Fin	14,8 M

TABLEAU 4.1 – Nombre d'éléments en fonction de la densité du maillage

La Figure 4.4 présente les maillages surfacique et volumique le long du plan longitudinal de la géométrie de référence avec une densité de mailles moyenne.



(a) Répartition des corps d'influence dans le domaine fluide pour la géométrie de référence



(b) Répartition des corps d'influence dans le domaine fluide pour la géométrie comportant le dard de maintien

FIGURE 4.3 – Répartition des corps d'influence dans le domaine fluide

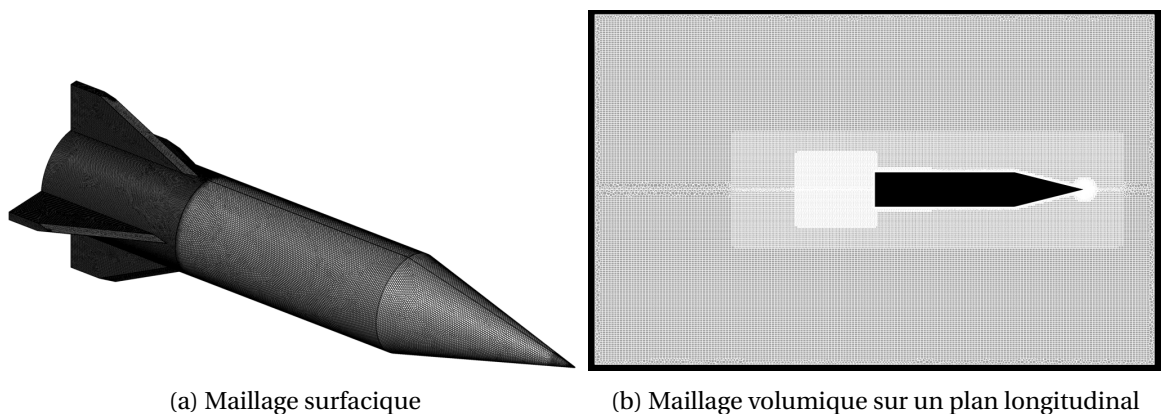


FIGURE 4.4 – Maillage utilisé pour les études CFD de la géométrie de référence

4.2.2 Paramétrisation des simulations

Les simulations numériques ont été effectuées avec le logiciel de CFD *Fluent* (FLUENT, 2021). Les conditions aux limites externes ont été définies comme des "pressure-far-field". Les parois du projectile ainsi que celles du dard sont considérées comme statiques, non glissantes et adiabatiques. L'air est utilisé comme fluide. La densité du fluide est obtenue en résolvant la relation des gaz parfaits tandis que sa viscosité est dictée par l'équation de Sutherland. Le logiciel *Fluent* a été utilisé afin de résoudre numériquement les équations RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations) tridimensionnelles compressibles dans le but de calculer les forces et moments aérodynamiques agissant sur le projectile. Ces grandeurs permettent, par la suite, d'estimer les coefficients statique et dynamique de moment de tangage. La double précision a été utilisée pour

tous les calculs. La prédiction des coefficients d'amortissement est obtenue grâce à des simulations URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes). Deux méthodes ont été utilisées dans cette thèse. La première consiste à imposer un mouvement d'oscillation à la maquette (Bhagwandin and Sahu, 2014) tandis que la seconde consiste à faire un couplage entre les équations de la mécanique du vol et la CFD (Klatt et al., 2019) (Costello et al., 2007)(Sahu, 2011).

La simulation RANS consiste à résoudre un écoulement moyen et à modéliser les fluctuations de la turbulence tandis que la simulation URANS consiste à résoudre ces mêmes équation mais en prenant en compte les effets instationnaires de l'écoulement. D'un point de vue numérique, dans le cas des simulations URANS, l'utilisateur définit un pas de temps physique unique dans alors que pour les simulations RANS chaque cellule a son pas de temps (appelé pas de temps virtuel) qui est fonction des conditions locales de l'écoulement.

Les sections suivantes décrivent les attributs numériques utilisés pour les simulations en régime permanent, suivi d'un résumé des procédures de simulations instationnaires permettant d'obtenir le coefficient d'amortissement en tangage.

4.2.2.1 Simulation en régime permanent

Les calculs en régime permanent ont été effectués avec le solveur Roe-FDS implicite basé sur la densité. La discrétisation spatiale de l'écoulement est basée sur un schéma amont du second ordre (Second Order Upwind). Le modèle de turbulence $k - \omega$ SST (Menter, 1994) a été employé pour toutes les simulations. Les variables de ce modèle ont aussi été calculées grâce à un schéma amont du second ordre. Le nombre de Courant-Friedrich-Levy (CFL) a progressivement été augmenté au cours des simulations en passant de 0,5 à 10. En fonction du nombre de Mach, il a fallu entre 8000 et 12000 itérations pour atteindre la convergence. Ces simulations RANS ont permis d'initialiser les simulations URANS. Les coefficients aérodynamiques ont été calculés par *Fluent* et exportés sous forme d'un fichier texte. Les coefficients $C_{N\alpha}$ et $C_{m\alpha}$ sont obtenus par l'intermédiaire des coefficients C_N et C_m calculés à différents angles d'incidence.

4.2.2.2 Simulation en régime transitoire

4.2.2.2.1 La méthode du pas de temps double

La méthode à double pas de temps (dual time stepping mode) a été activée pour résoudre les écoulements en régime transitoire. Cette option requiert la détermination de deux pas de temps. Le premier, appelé pas de temps externe (outer time step) ou global, correspond à la discrétisation temporelle du temps physique Δt . Selon (Sahu, 2009), il est recommandé de fixer ce pas de temps à 1/100 de la période d'oscillation libre ou forcée dans l'écoulement transitoire étudié. Ce pas de temps est appliqué à l'ensemble des cellules et ne varie pas dans l'espace. Le second pas de temps, appelé pas de temps interne (inner time step) ou artificiel, varie spatialement et est défini par l'intermédiaire d'un nombre d'itérations i . Le pas de temps interne i est une valeur locale sans réelle signification physique qui permet aux équations RANS de converger à chaque pas de temps externe Δt (aussi appelé pas de temps physique dans la suite). Tous les calculs URANS du DREV-ISL ont été effectués avec $i = 20$ itérations internes. Pour chaque type de simulation transitoire, une étude de convergence sur les pas de temps externe et interne a été réalisée. Le schéma de discrétisation spatiale et le modèle de turbulence des simulations URANS sont les mêmes que ceux utilisés dans les simulations en régime permanent.

4.2.2.2.2 Procédure de tangage planaire forcé transitoire

Avant de démarrer une simulation en régime transitoire à un nombre de Mach donné, une solution en régime permanent a été calculée avec un angle d'attaque $\alpha = \alpha_0 = 0^\circ$. Cette solution en régime permanent a ensuite été utilisée comme condition d'initialisation pour les simulations de tangage planaire forcé. Le mouvement de tangage a été défini par la fonction (1.71) autour de l'angle d'attaque moyen $\alpha_0 = 0^\circ$ avec une amplitude nominale $A = 0,25^\circ$ et une fréquence réduite d'oscillation $k = 0,05$. Pour chaque simulation, trois oscillations complètes ont été exécutées avec

$N = 200$ pas de temps par oscillation. Une étude d'indépendance a été menée pour les paramètres A , k , N et i . Durant la première oscillation, le moment de tangage est généralement atténué avant de se stabiliser et d'atteindre une convergence cyclique quasi-permanente. Le logiciel de CFD est paramétré pour donner l'évolution des efforts aérodynamiques en fonction de l'angle d'attaque. L'évolution du moment de tangage sur la dernière oscillation est utilisée pour déterminer les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ grâce aux deux méthodes décrites dans la section 1.4.1.

4.2.2.2.3 Couplage à 1 degré de liberté

Le logiciel *Fluent* donne la possibilité de coupler les équations de la mécanique des fluides, à celles des corps rigides (explicitées en 1.2.3.2). Pour ce type de simulation, le logiciel calcule la réponse dynamique du projectile grâce aux forces et moments aérodynamiques qui interagissent avec lui. Le processus complet est décrit dans la Figure 4.5. Les forces et moments sont donc calculés pour chaque pas de temps. Ces efforts sont transmis à un module 6DoF qui calcule la réponse du projectile face à ces forces et moments. Cette réponse est convertie en accélérations de translation et de rotation. Ces accélérations sont ensuite intégrées une première fois afin d'obtenir les vitesses rectilignes et angulaires et une seconde fois afin de d'obtenir une position et une orientation angulaire. A partir de cet état, le maillage considéré comme fixe est déplacé et une nouvelle vitesse est définie sur les des points du maillage. Le module 6DoF de *Fluent* permet de bloquer, en fonction des besoins de l'utilisateur, un ou plusieurs degrés de liberté. Pour toutes les simulations présentées dans cette thèse, seul le mouvement autour de l'axe de tangages est autorisé. Comme pour la précédente méthode, une solution en régime permanent à un nombre de Mach et un angle d'attaque $\alpha = 2^\circ$ est calculée afin de servir d'initialisation au couplage 1DoF/CFD. Une étude sur le pas de temps global a permis d'estimer la relation (4.1) permettant d'exprimer Δt en fonction de la longueur du projectile L_{proj} et de la vitesse d'écoulement V_∞ .

$$\Delta t = \frac{L_{proj}}{14V_\infty} \quad (4.1)$$

Une étude sur le pas de temps interne i a aussi été réalisée. Pour toutes les simulations $i = 20$. Le logiciel de CFD est paramétré de manière à obtenir deux fichiers de sorties : l'un avec l'évolution de la position au cours du temps et l'autre avec les coefficients aérodynamique pour chaque pas de temps. Les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sont obtenus grâce à l'analyse du mouvement, décrite en 1.4.2.

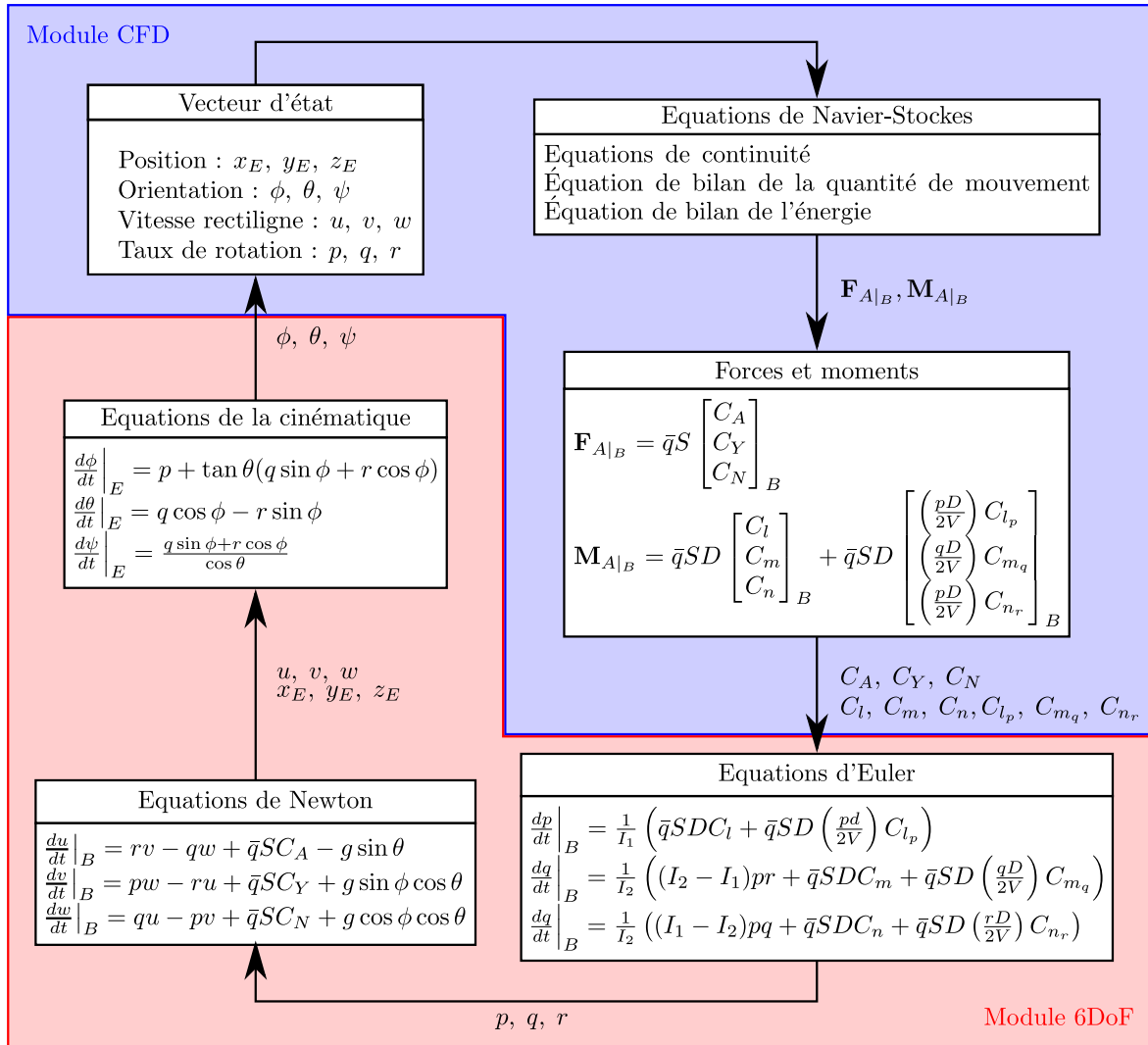


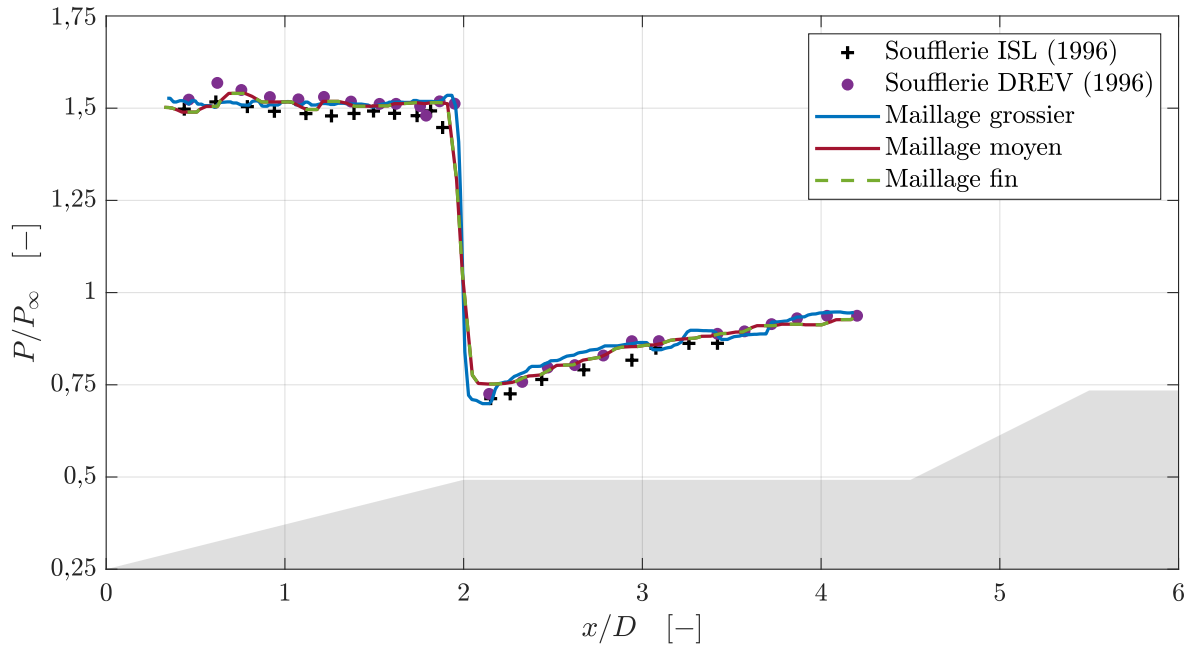
FIGURE 4.5 – Principe du couplage 6DoF/CFD

4.3 Validation des simulations RANS

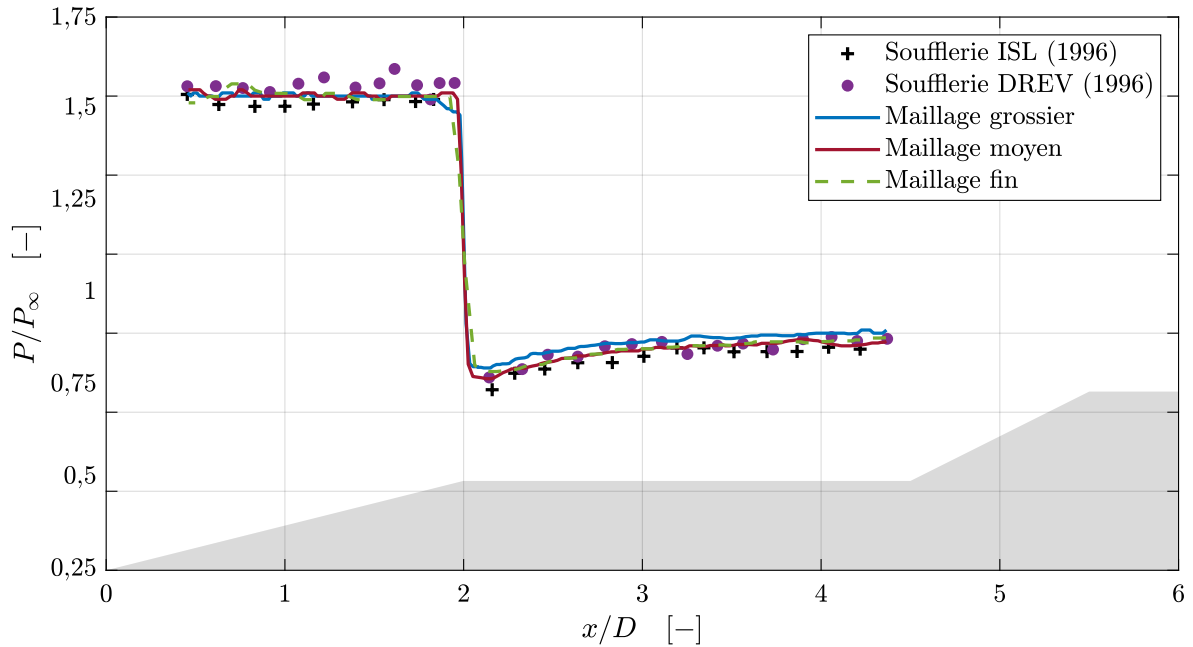
4.3.1 Résultats de l'étude d'indépendance en maillage

Comme mentionné dans la section 4.2.1, une étude d'indépendance en maillage a été réalisée afin de vérifier l'influence des mailles sur la distribution de pression sur la maquette de référence (sans cavité ni dard). Cette étude a été menée grâce à des simulations RANS. Pour ce faire, les distributions de pression le long de l'axe longitudinal ont été extraites pour chaque densité de maillage grâce au logiciel *Tecplot*. Les Figures 4.6a et 4.6b présentent les distributions de pression pour les trois densités comparées ainsi que celle obtenue lors d'essais en soufflerie (Bernier, 1996a), respectivement à un angle d'attaque nul et avec un angle d'attaque de 5° . Comme on peut le voir dans ces figures, les distributions de pressions sont quasiment identiques pour tous les maillages. Les écarts de pression entre le maillage moyen et fin sont pratiquement imperceptibles, alors que le nombre de mailles a été plus que doublé. En outre, les distributions de pression obtenues par CFD se superposent avec les données expérimentales.

Pour toutes ces raisons, le maillage à densité moyenne a été retenu comme maillage de travail pour toutes les investigations. Cette densité de maille a également été utilisée pour les deux autres géométries. La Figure 4.7 donne l'évolution du y^+ le long de l'axe longitudinal du maillage retenu à Mach 1,5, 2,0 et 4,0 et un angle $\alpha = 0^\circ$. Cette figure prouve bien que le critère $y^+ < 1$ est respecté pour l'ensemble des vitesses étudiées.



(a) Angle d'attaque égal à 0°



(b) Angle d'attaque égal à 5°

FIGURE 4.6 – Distributions de pression le long de l'axe longitudinal du DREV-ISL à Mach 2,0

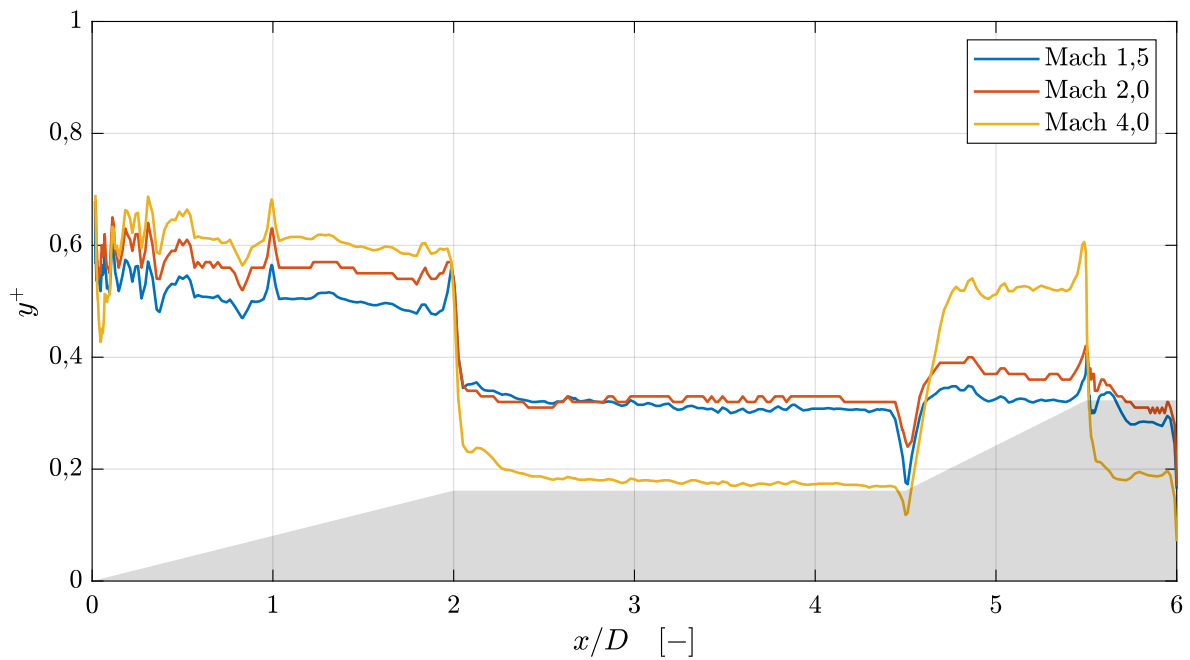


FIGURE 4.7 – Évolution de y^+ le long de l'axe longitudinal à différents nombres de Mach ($\alpha = 0^\circ$)

4.4 Validation des simulations URANS

Les simulations URANS ont pour but de quantifier le coefficient d'amortissement en tangage du DREV-ISL destinée à être confronté aux résultats obtenus en soufflerie. Au moment où ces études ont été réalisées, il n'existait pas encore de résultats en vol libre pour un centre de gravité positionné à 3,5D du culot. La validation des stratégies de calcul en URANS a donc été effectuée par rapport aux résultats publiés dans (Dupuis and Berner, 1993) qui concerne un DREV-ISL avec un centre de gravité positionné à 3D du culot.

4.4.1 Validation de la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations forcées

La validation de la stratégie de convergence se fait pour les variables définissant le mouvement d'oscillation forcée selon l'axe de tangage (1.71), à savoir l'amplitude A et la fréquence réduite k , en plus des paramètres propres aux simulations instationnaires.

4.4.1.1 Indépendance en pas de temps global et interne

Les simulations en oscillations forcées sont dépendantes du pas de temps. Le pas de temps global Δt est obtenu grâce à la relation (1.75) qui exprime ce dernier en fonction de N , le nombre de pas de temps par oscillation. Pour ces simulations, la fréquence réduite k est égale à 0,05 et l'amplitude A est de 0,25°. On considère la dépendance en pas de temps comme convergée dès lors que la variation entre deux pas de temps étudiés est inférieure à 1%.

La Figure 4.8 montre l'influence du pas de temps interne i sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ pour deux valeurs de pas de temps physique ($N = 100$ et $N = 200$) et trois nombres de Mach (1,5, 2 et 4,0). Pour chacune de ces figures, on constate une convergence plus ou moins rapide vers une droite asymptotique. A l'exception de Mach 4,0, un faible nombre d'itérations internes donne une bonne prédiction pour $N = 100$ et $N = 200$. Il faut au moins 20 itérations internes pour avoir une convergence sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. $N = 100$ est insuffisant pour obtenir une convergence à Mach 4,0. Pour $N = 200$, la convergence en $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ est atteinte avec $i = 15$, à l'exception de Mach 4,0 où 20 itérations internes sont nécessaires. Ainsi, pour assurer une convergence pour tous les nombres de Mach, $i = 20$ est choisie préalablement comme valeur nominale.

La Figure 4.9 présente l'influence du pas de temps global sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ pour deux valeurs de pas temps interne ($i = 15$ et $i = 20$) et trois nombres de Mach (1,5, 2,0 et 4,0). Comme l'indique l'étude de l'influence du pas de temps interne, un pas de temps global $N = 100$ est insuffisant. Le nombre idéal d'itérations par oscillation reste $N = 200$. En doublant le nombre d'itérations N pour $i = 20$, on a un gain inférieur à 1% pour les coefficients statique et dynamique du moment de tangage quel que soit le nombre de Mach.

Toutes les simulations seront effectuées avec les paramètres $i = 20$ et $N = 200$.

4.4.1.2 Dépendance en amplitude

La Figure 4.10 montre l'effet de l'amplitude A sur le coefficient de moment de tangage à Mach 2,0. La courbe de gauche représente l'effet de l'amplitude A en fonction de l'angle d'attaque α tandis que celle de droite présente son effet en fonction du temps t . Dans la description de la méthode 1.4.1, il a été évoqué que l'oscillation forcée dans le plan entraîne un phénomène d'hystérésis sur le moment de tangage en fonction de l'angle d'attaque α . Ce phénomène est clairement visible dans la Figure 4.10a. L'augmentation de l'amplitude A dans l'équation de mouvement de tangage forcée (1.71) entraîne des cycles d'hystérésis concentriques de plus en plus grands. Ces courbes sont toutes centrées sur le point $(\alpha_0, C_{m_0}) = (0,0)$. Dans cette figure, les points jaunes indiquent la valeur de C_m pour $\alpha = \alpha_0 \pm A$. Ces points jaunes sont tous alignés sur la même droite dont la pente correspond à $C_{m\alpha}$. La Figure 4.10b montre deux choses essentielles. Premièrement, comme explicité brièvement en 4.2.2.2.2, les effets transitoires initiaux sont atténués dans un quart de la première oscillation avant d'atteindre une convergence cyclique quasi-permanente. Ce phénomène

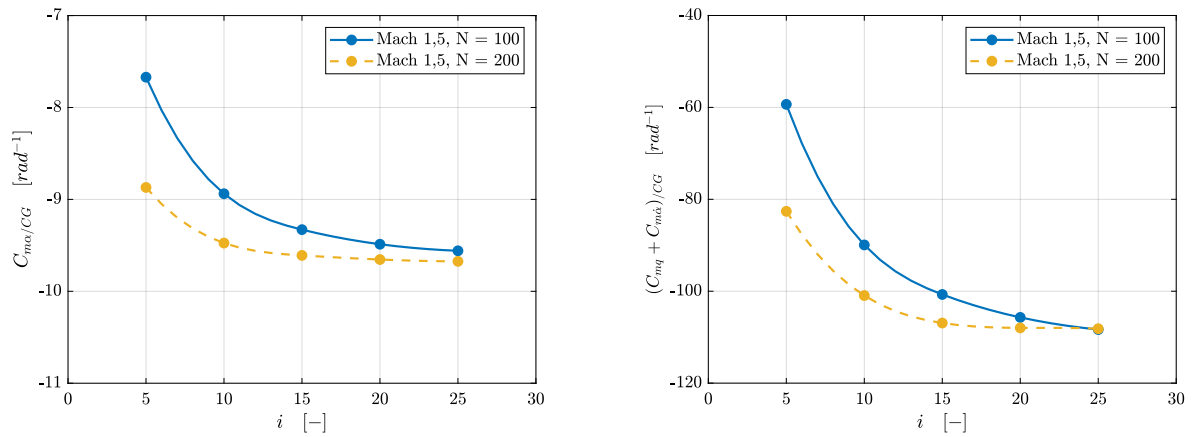
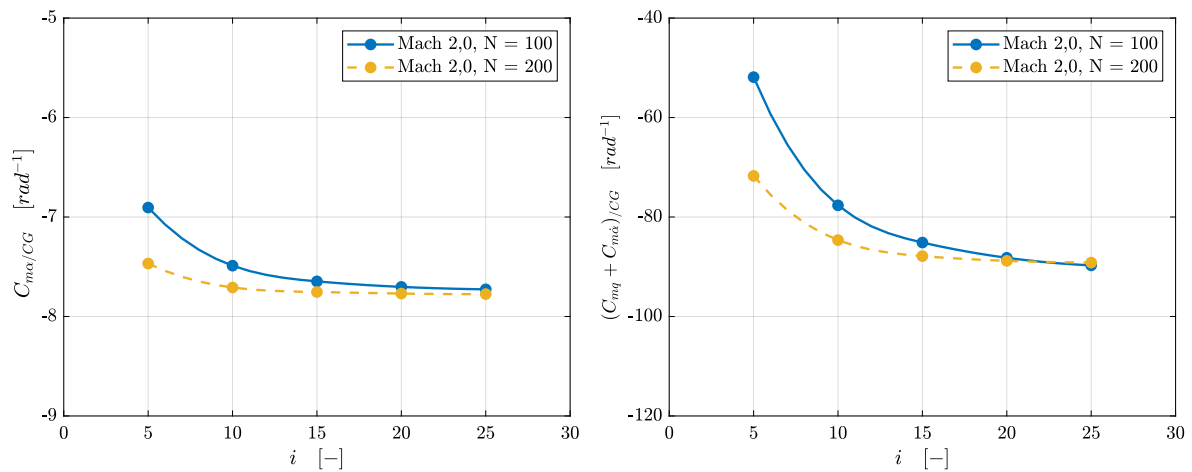
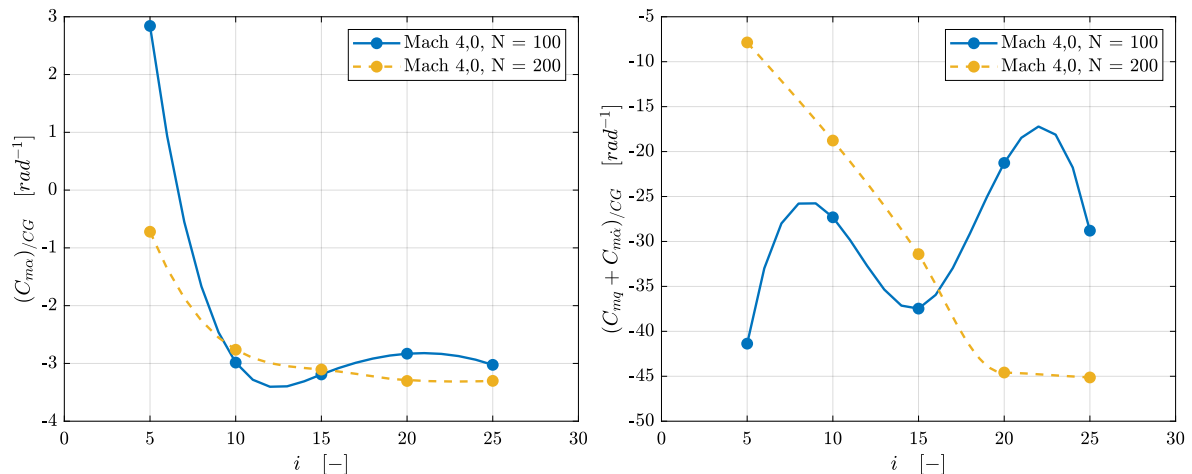

 (a) $M = 1,5$, $k = 0,05$, $A = 0,25^\circ$

 (b) $M = 2,0$, $k = 0,05$, $A = 0,25^\circ$

 (c) $M = 4,0$, $k = 0,05$, $A = 0,25^\circ$

 FIGURE 4.8 – Influence du pas de temps interne i pour $N = 100$ et $N = 200$ à Mach 1,5, 2,0 et 4,0 sur le $C_{m\alpha}$ (colonne de gauche) et sur le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (colonne de droite)

a aussi été constaté chez (Bhagwandin and Sahu, 2014). Deuxièmement, l'augmentation de l'amplitude A n'a aucun effet sur la fréquence des courbes sinusoïdales présentant $C_m = f(t)$. Seule l'amplitude de C_m est affectée par la modification. Comme l'amplitude A entraîne un accroissement concentrique des phénomènes d'hystérésis sans impacter la fréquence du signal temporel

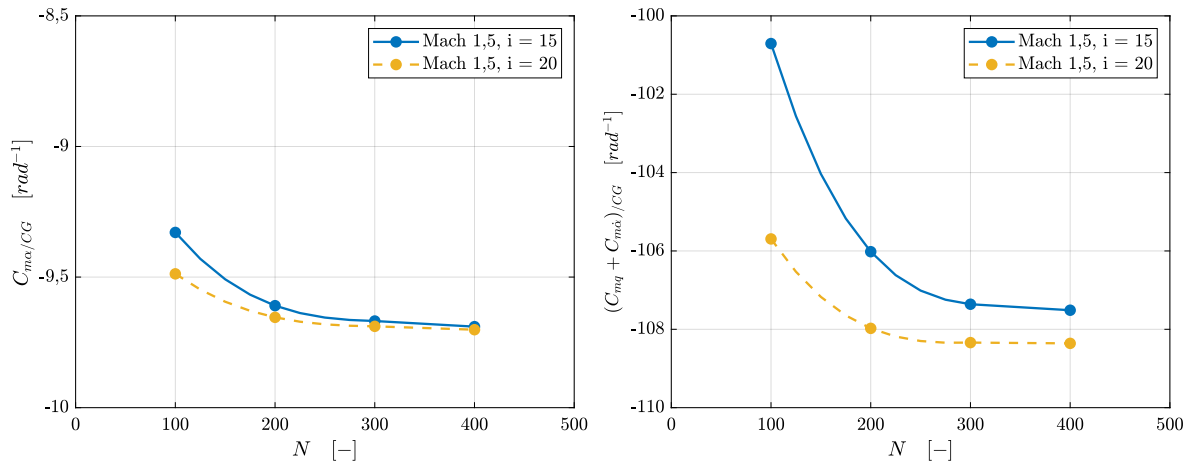
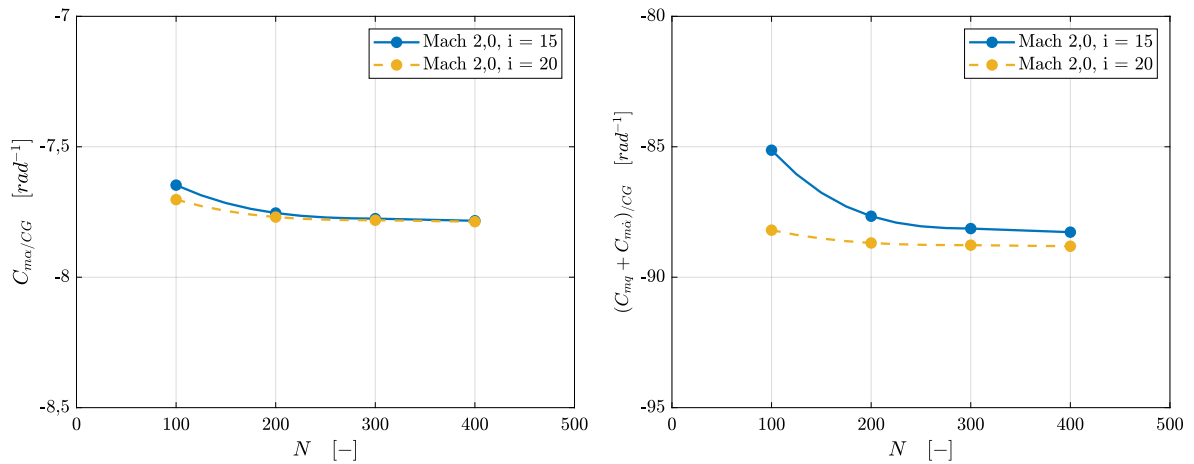
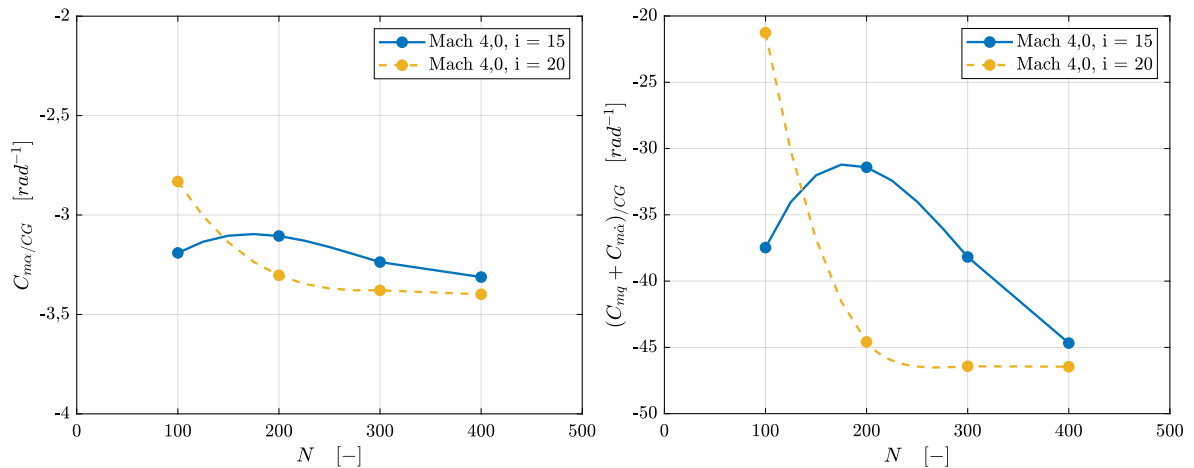

 (a) $M = 1,5$, $k = 0,05$, $A = 0,25^\circ$

 (b) $M = 2,0$, $k = 0,05$, $A = 0,25^\circ$

 (c) $M = 4,0$, $k = 0,05$, $A = 0,25^\circ$

 FIGURE 4.9 – Influence du pas de temps global Δt (proportionnel à $1/N$) pour $i=15$ et $i=20$ à Mach 1,5, 2,0 et 4,0 sur le $C_{m\alpha}$ (colonne de gauche) et sur le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (colonne de droite)

du coefficient C_m , le paramètre A n'a aucun effet sur les coefficients statique et dynamique du moment de tangage. Cette constatation est illustrée avec la Figure 4.11 qui présente l'évolution des coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ en fonction de l'amplitude A . Pour tous les nombres de Mach,

chaque courbe est une ligne droite parfaitement parallèle à l'axe des abscisses. Le choix d'utiliser l'amplitude $A = 0,25^\circ$ pour toutes les autres simulations est donc justifié.

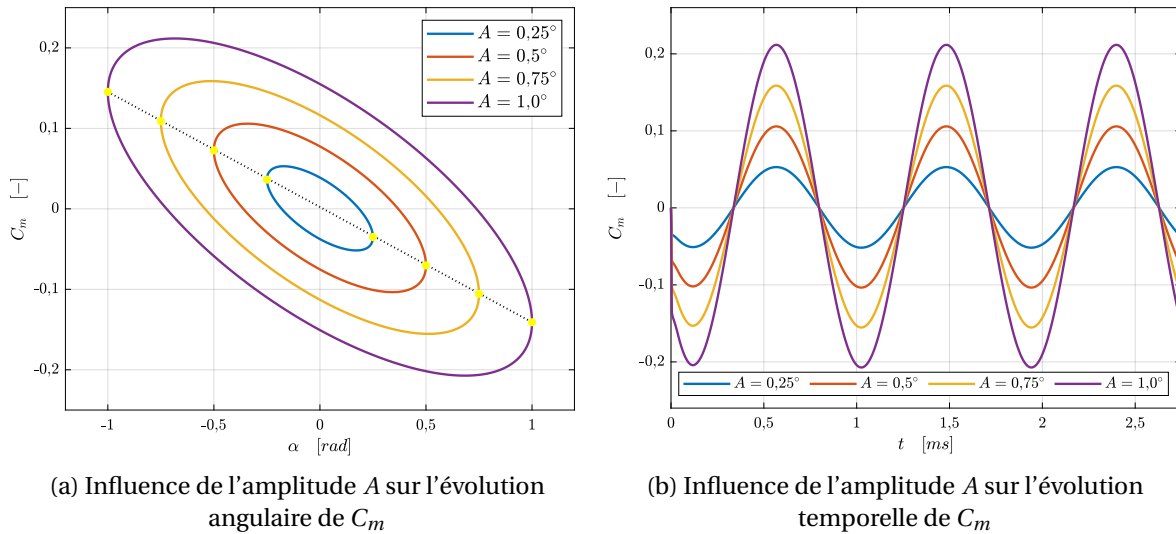


FIGURE 4.10 – Effet de l'amplitude A sur le coefficient de moment de tangage pour $M = 2,0$, $k = 0,1$, $N = 200$, $i = 20$ et $A = (0,25^\circ, 0,5^\circ, 0,75^\circ, 1,0^\circ)$

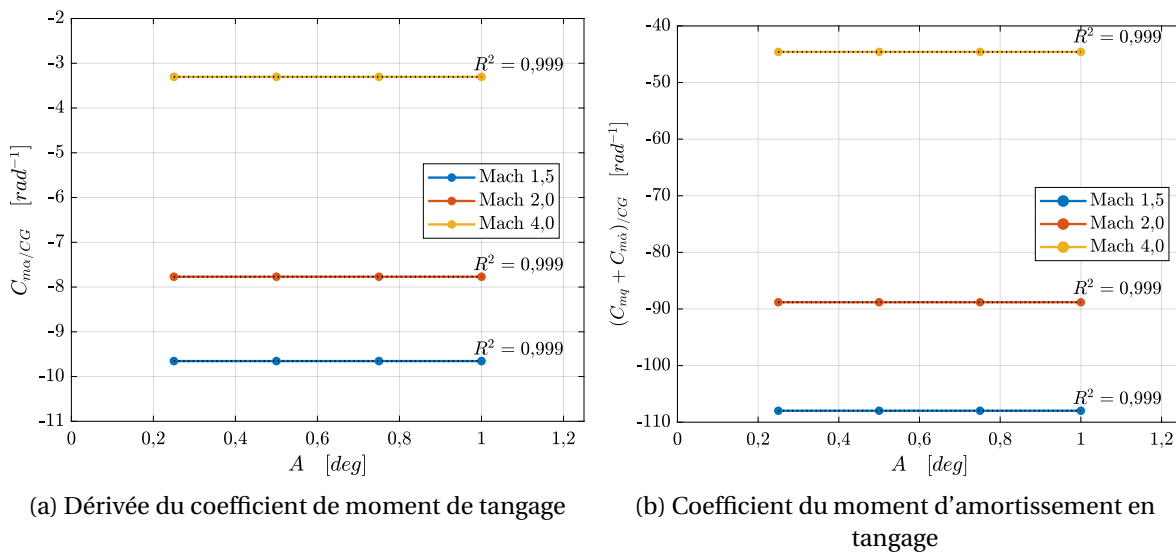


FIGURE 4.11 – Effet de l'amplitude A sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$

4.4.1.3 Dépendance en fréquence

La Figure 4.12 montre l'effet de la fréquence réduite k sur le coefficient de moment de tangage à Mach 2,0 en fonction de l'angle d'attaque α (Figure 4.12a) et du temps (Figure 4.12b). L'effet de la fréquence réduite sur les résultats est plus complexe à expliquer. La Figure 4.12a indique que la fréquence réduite influe sur la forme de l'hystérésis : plus la fréquence réduite augmente plus la courbe a tendance à s'arrondir. A l'inverse, plus la fréquence réduite diminue, plus la courbe a tendance à s'aplatir. En s'intéressant à la Figure 4.12b, on constate que la fréquence réduite k influe simultanément sur l'amplitude et sur la fréquence du signal C_m , et donc sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. La Figure 4.13 présente les coefficients statique et dynamique du moment de tangage en fonction de k . Pour chaque nombre de Mach, les coefficients obtenus sont alignés sur une droite dont le coefficient de détermination R^2 est presque égal à 1. Les coefficients $C_{m\alpha}$ obtenus avec $k = 0,05$ sont les plus proches des coefficients obtenus par calcul RANS ($C_{m\alpha} = -7.67$ à

Mach 2), ce qui explique pourquoi $k = 0,05$ est choisie comme valeur de fréquence réduite pour les calculs utilisant la méthode d'oscillations forcées. Pour ce nombre de Mach, (Berner and Dupuis, 1993) a mesuré en vol libre un $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) = -80 \text{ rad}^{-1}$. Une valeur de $k = 0,04$ permettrait de retrouver la valeur exacte du $C_{m\alpha}$ des calculs RANS. Cela n'a pas été fait dans cette étude parce que le rapport entre le gain et le coût de calcul supplémentaire est trop faible pour justifier l'effort que cela engendrerait.

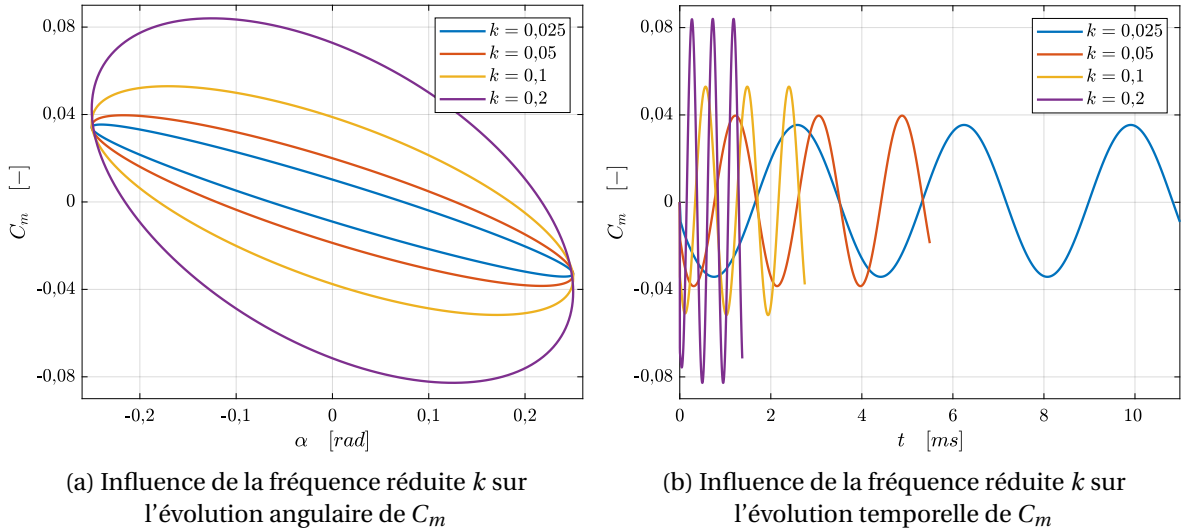


FIGURE 4.12 – Effet de la fréquence réduite k sur le coefficient de moment de tangage pour $M = 2,0$, $N = 200$, $i = 20$, $A = 0,25^\circ$ et $k=(0,025, 0,05, 0,1$ et $0,2)$

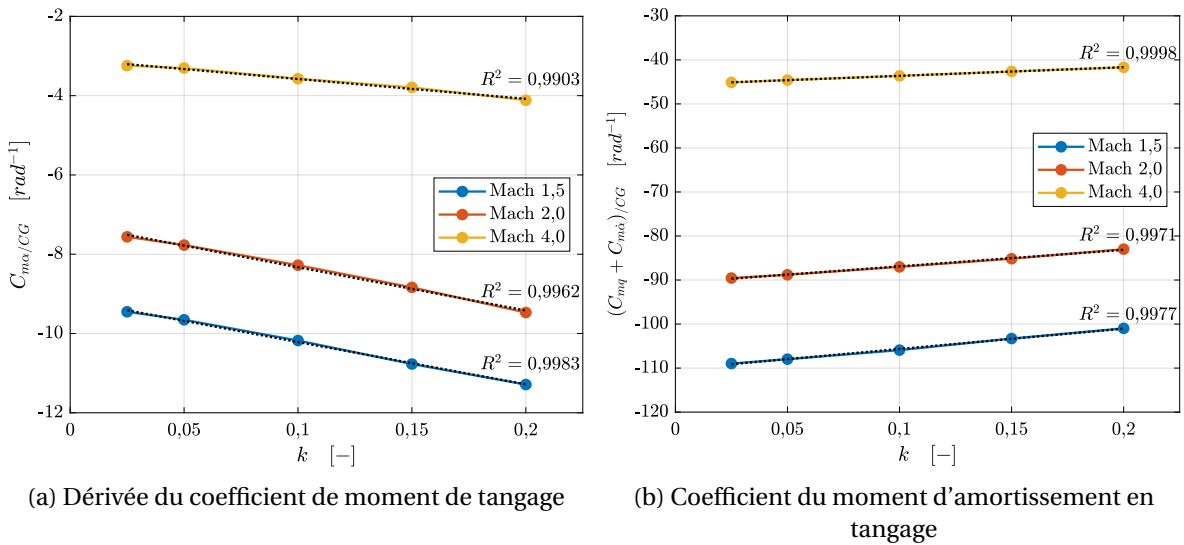


FIGURE 4.13 – Influence de la fréquence réduite k sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$

4.4.1.4 Conclusions sur la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations forcées

Cette section récapitule la stratégie de détermination des paramètres de calculs pour la méthode d'oscillation forcée. Préalablement, des simulations en régime permanent doivent être effectuées afin d'initialiser les simulations instationnaires. La première étape, consiste à faire une étude sur la dépendance en pas de temps global Δt et interne i et sur le nombre de cycle à réaliser afin d'obtenir une convergence des coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ avec un faible temps CPU. La deuxième étape du processus consiste, en faisant varier α selon des petits angles, à vérifier que les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sont effectivement indépendants de l'amplitude. Dans le

cas contraire, l'amplitude d'oscillation doit être réduite. La troisième étape du processus consiste alors à réaliser une étude sur la dépendance des résultats sur la fréquence réduite k . Le choix de la valeur de ce paramètre se base sur les prédictions des coefficients $C_{m\alpha}$ obtenues lors des simulations RANS. Une fois ce paramètre déterminé, une dernière vérification de Δt et i est nécessaire afin de valider le choix des pas de temps. Cette vérification définitive n'est pas montrée dans le développement de cette thèse parce que l'étude de convergence en i et Δt est illustrée dans la partie 4.4.1.2 avec la bonne valeur de la fréquence réduite.

Les paramètres retenus suite à cette étude de convergence sont $N = 200, i = 20, A = 0, 25^\circ$ et $k = 0, 05$.

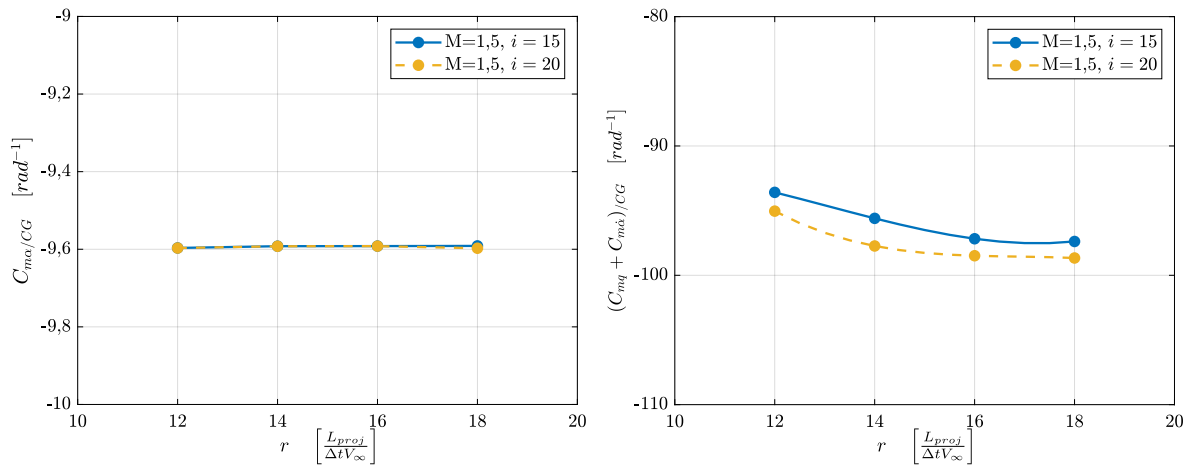
4.4.2 Validation de la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations libres

L'étude de la stratégie de convergence pour les simulations couplant les équations de la mécanique du vol à la CFD ne consiste qu'à déterminer un couple de pas de temps physique Δt et interne i .

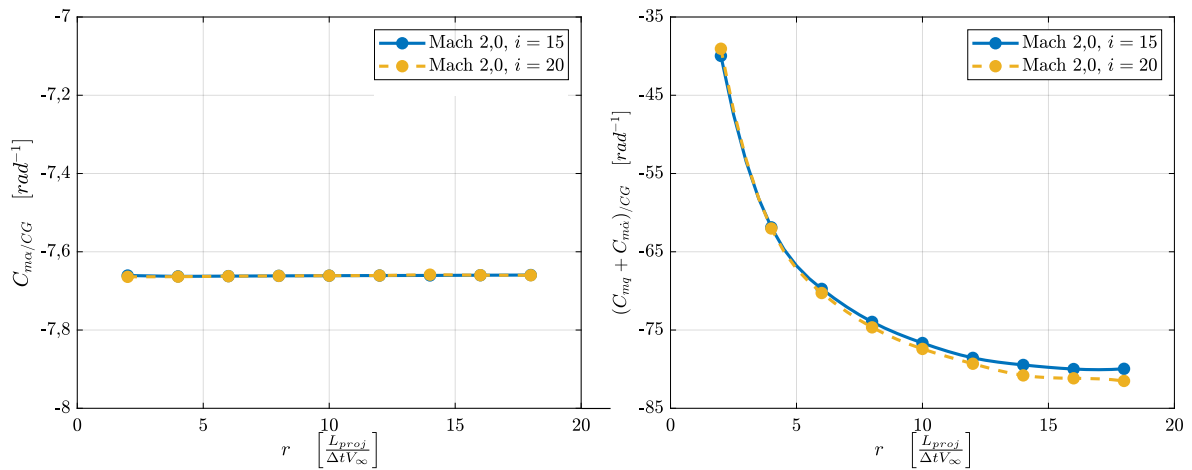
L'indépendance en pas de temps global est effectuée par l'intermédiaire de la relation (4.2). Dans cette relation ds est la distance parcourue par une particule fluide pendant un laps de temps Δt à la vitesse V_∞ et r est le rapport entre la longueur totale du projectile L_{proj} (exprimée en mètres) et ds . L'angle d'attaque initial est fixé à 2° et la vitesse angulaire initiale selon l'axe de tangage est définie comme nulle. Comme pour la première étude de convergence, on considère la solution convergée dès lors que la décroissance entre deux pas de temps est inférieure à 1%.

$$ds = \Delta t \cdot V_\infty = \frac{L_{proj}}{r} = \frac{6D}{r} \quad (4.2)$$

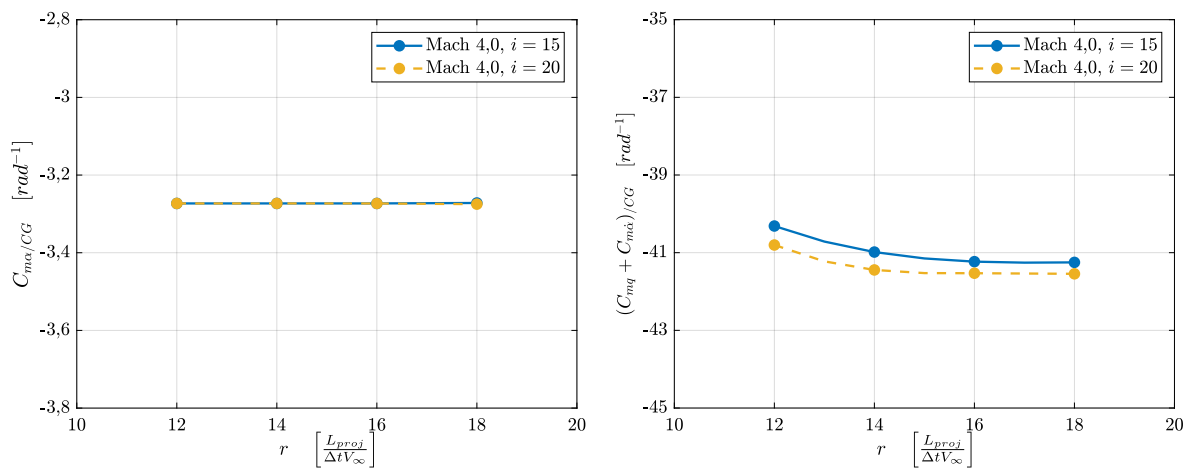
La Figure 4.14 montre l'influence du pas de temps Δt sur les coefficients du moment de tangage en fonction du rapport r pour deux pas de temps internes $i = 15$ et $i = 20$. En étudiant, les résultats de simulations pour les trois nombres de Mach, et particulièrement pour Mach 2,0, on constate qu'à l'inverse du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$, la prédiction du coefficient $C_{m\alpha}$ est indépendante du pas de temps global. L'étude de convergence en Δt porte donc uniquement sur le coefficient $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. A Mach 2,0, entre $r = 14$ et $r = 18$, l'écart en $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ est de 0,85% alors que le pas de temps global a été réduit de 22%. Pour Mach 1,5 et Mach 4,0, le critère de convergence est atteint pour la même valeur de r . Le pas de temps physique est donc dépendant du nombre de Mach et est défini de manière à ce que le rapport entre la longueur totale du projectile et la distance parcourue par une particule fluide soit systématiquement égale à 14. La Figure 4.15 montre l'influence du pas de temps interne i sur les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ pour des valeurs de r égales à 12 et 14 et pour les trois nombres de Mach étudiés. Avec ces deux pas de temps globaux, on constate que le coefficient $C_{m\alpha}$ reste stable quelque soit le nombre d'itérations internes. Pour le coefficient $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$, la convergence est atteinte pour $i = 20$. Entre $i = 20$ et $i = 50$, la décroissance est de 0,7% à Mach 2,0. Ainsi, comme pour les simulations à oscillations forcées, le pas de temps interne i est fixé à 20.



(a) Mach 1,5

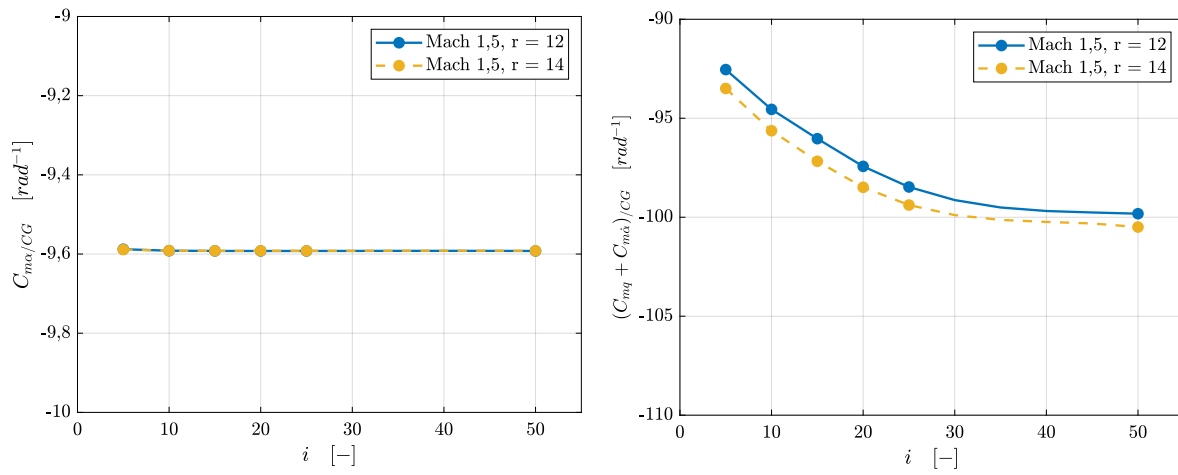


(b) Mach 2,0

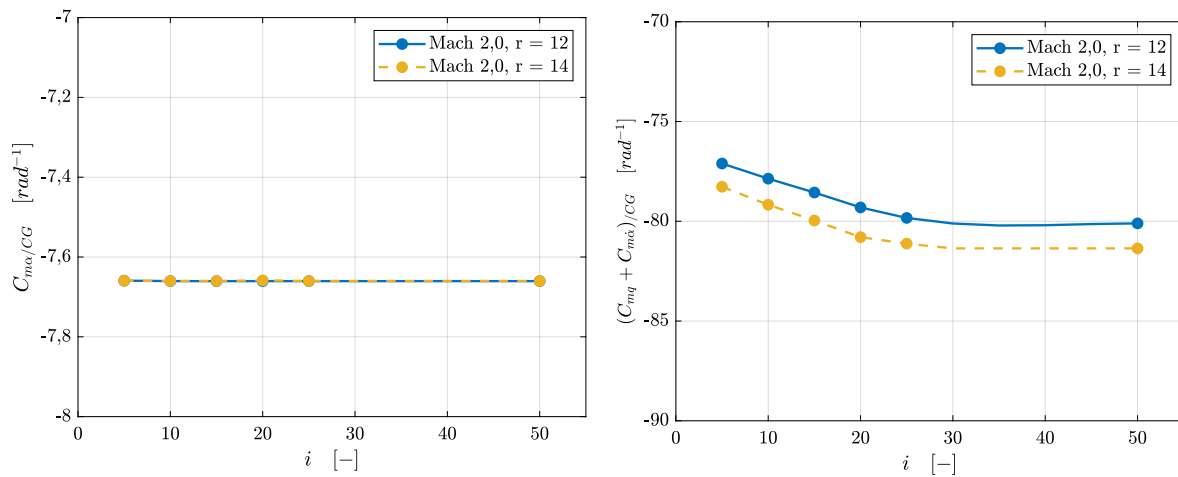


(c) Mach 4,0

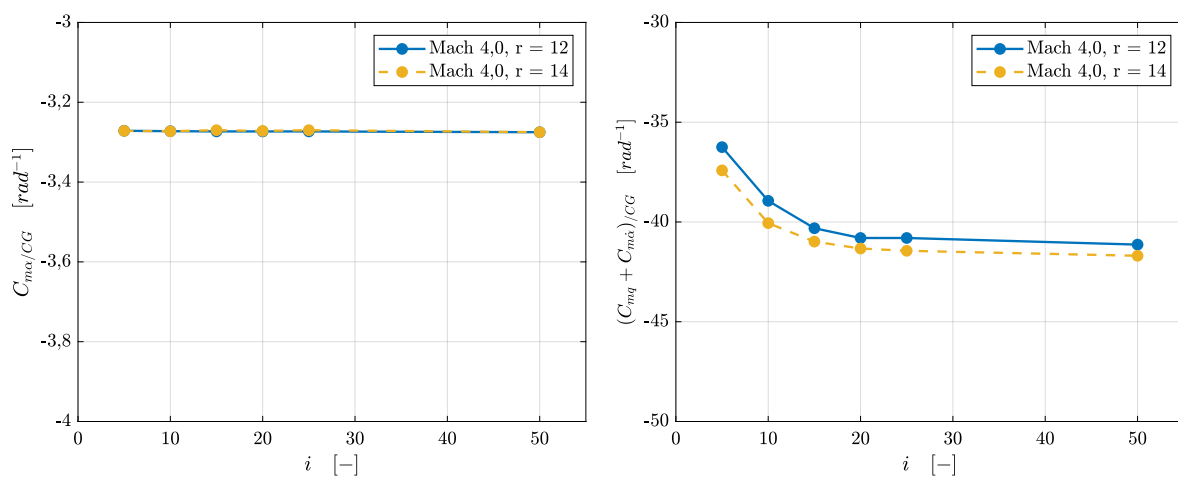
FIGURE 4.14 – Influence du pas de temps global pour les simulations à 1DoF/CFD sur le $C_{m\alpha}$ (gauche) et le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (droite).



(a) Mach 1,5



(b) Mach 2,0



(c) Mach 4,0

FIGURE 4.15 – Influence du pas de temps interne i des simulations à 1DoF/CFD sur le $C_{m\alpha}$ (gauche) et le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (droite).

4.5 Étude de l'impact de la cavité sur l'attitude d'un projectile stabilisé par ailettes

Une cavité a été créée dans la partie arrière de la maquette afin de pouvoir y insérer le dispositif de rotation en son centre de gravité. Celui-ci est ensuite relié à la soufflerie grâce au dard de maintien (section 2.2). Cette contrainte technique peut engendrer une modification de l'écoulement autour et à l'intérieur de la maquette, ce qui peut avoir comme effet de modifier son attitude par rapport à celle qu'elle aurait en vol libre. Pour comprendre et quantifier l'impact du système de maintien, une étude numérique comparant la géométrie du DREV-ISL (4.1a) avec la géométrie modifiée dotée de la cavité et du dard, représentée (4.1c), a été réalisée et est présentée dans cette section. Pour ce faire, une étude paramétrique a été menée avec les paramètres suivants :

- Nombre de Mach : $M = (0,5; 0,7; 0,9; 1,1; 1,3; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0)$
- Position du centre de rotation par rapport au culot (en calibres) : $CR = (2,0; 2,6; 3,0; 3,5)$
- Angle d'attaque : $AoA = (0^\circ; 2^\circ)$

L'étude paramétrique a été menée en régime permanent suivant la stratégie de calculs présentée en section 4.2.2.1 et sous condition atmosphérique ISA+5 ($P_\infty = 1013,25$ hPa, $T_\infty = 293,15$ K). Pour les simulations en régime subsonique et transsonique, les limites externes du domaine fluide ont été éloignées du corps de la maquette (et du dard) afin d'éviter les perturbations propres à ces régimes de vol (Silton, 2005). Les simulations numériques du modèle avec système de maintien sont faites de manière à ce que l'axe longitudinal du dard et le vecteur vitesse de l'écoulement soient colinéaires. L'angle d'attaque simulé correspond à l'orientation de l'axe longitudinal du projectile par rapport au vecteur vitesse de l'écoulement. L'évaluation des incertitudes d'attitude induites par le dispositif de maintien est obtenue en analysant les forces de pression orthogonales à l'axe du projectile (Klatt et al., 2020). Les géométries étudiées (corps externes + cavités) ont d'abord été divisées en plusieurs sections cylindriques le long de leurs axes longitudinaux. La découpe est réalisée de manière à diviser le projectile complet en 200 tronçons. Compte tenu de leurs dimensions égales à un quart de la longueur du projectile, la cavité et les ailettes sont donc divisées en 50 tronçons.

Pour chaque tranche, les forces de pression sont extraites et intégrées sur les surfaces externe et interne afin d'obtenir la distribution locale des forces sur la cavité et sur le corps extérieur selon la position axiale. La distribution de forces est ensuite adimensionnée. En procédant ainsi, le coefficient de la force F peut être retrouvé en intégrant la distribution de la force correspondante sur toute la longueur du projectile. La notation $dC_F/d(x/L)$ est donc utilisée conformément à la relation (4.3).

$$C_F = \int_0^6 \frac{dC_F}{d\left(\frac{x}{D}\right)} d\left(\frac{x}{D}\right) \quad (4.3)$$

Cette relation (4.3) est valable à la fois pour les distributions des forces (C_A ; C_Y ; C_N) et des moments ($C_{I/CR}$; $C_{m/CR}$; $C_{n/CR}$).

Les configurations sont définies par le jeu de paramètres {Nombre de Mach ; Angle d'attaque ; Position du centre de rotation}. Par conséquent, la configurations { $M=2,0$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,6D$ } représente une simulation numérique conduite à Mach 2,0 sur le modèle possédant le système de maintien placé à 2,6D du culot et dont l'angle d'attaque est de 2° . Dans les sections suivantes, cette configuration particulière est considérée comme référence de l'étude de l'impact du système de maintien. Cette dernière est comparée avec :

- { $M=2,0$; $AoA=0^\circ$; $CR=2,6D$ } afin de quantifier l'effet de l'angle d'attaque
- { $M=2,0$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,0D$ } et { $M=2,0$; $AoA=2^\circ$; $CR=3,5D$ } afin de quantifier l'effet de la position du centre de rotation
- { $M=0,5$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,6D$ }, { $M=0,9$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,6D$ } et { $M=3,5$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,6D$ } afin de quantifier l'effet du régime de vol

4.5.1 Effet de l'angle d'attaque

Pour quantifier l'impact de la cavité quand la maquette est mise en incidence, la configuration de base $\{M=2,0; \text{AoA}=2^\circ; CR=2,6D\}$ est comparée avec $\{M=2,0; \text{AoA}=0^\circ; CR=2,6D\}$. La Figure 4.16 présente les distributions des coefficients des forces de pression s'exerçant sur les parois de la cavité pour un angle d'attaque de 0° (Figure 4.16a) et de 2° (Figure 4.16b). En raison de la symétrie de l'écoulement pour un angle d'attaque nul, les coefficients de forces de pression selon les axes latéraux sont égales à zéro. La Figure 4.16a confirme que la CFD ne prédit aucune force latérale dans la cavité dès lors que les axes de la maquette et du dispositif de maintien sont colinéaires au vecteur vitesse de l'écoulement. A contrario, quand la maquette est inclinée à 2° , la composante N n'est plus égale à 0, notamment dans la seconde moitié de la cavité.

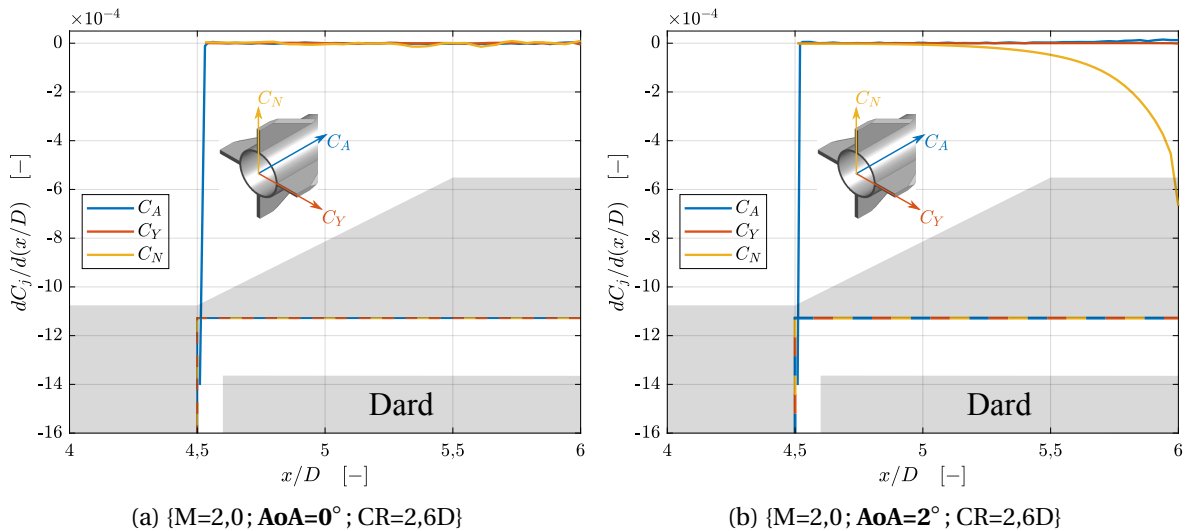
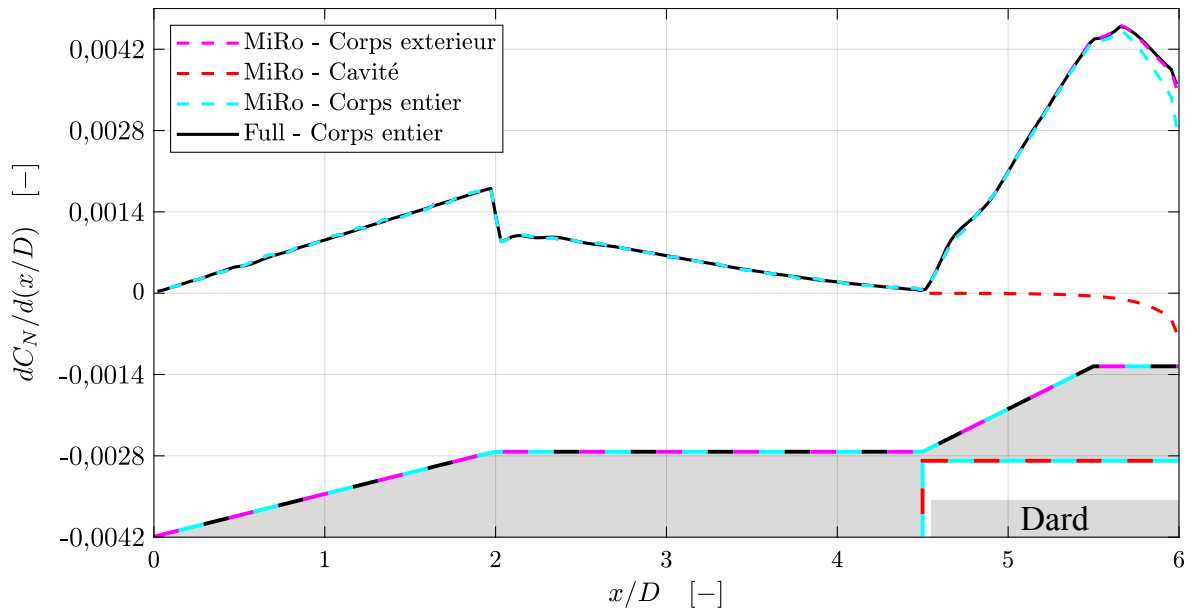


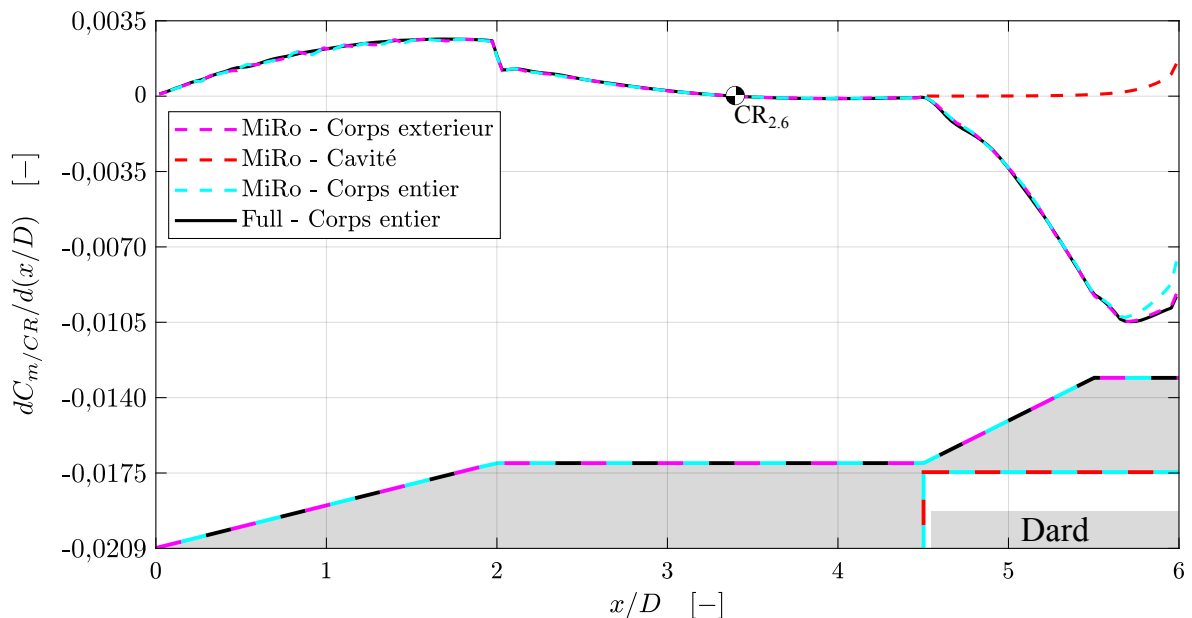
FIGURE 4.16 – Impact de l'angle d'attaque sur les composantes des forces de pression s'exerçant sur les parois de la cavité

La Figure 4.17a présente la distribution axiale des forces de pression appliquées sur le projectile dans la direction normale (selon \vec{z}) tandis que la Figure 4.17b présente la distribution des moments latéraux générés par ces mêmes forces. Dans ces deux figures, les courbes magenta et rouge représentent ces distributions sur le corps externe et dans la cavité. Les courbes cyans correspondent aux distributions totales des forces et des moments sur l'ensemble de la maquette. Elles sont obtenues en sommant les contributions internes et externes des forces et des moments. Les courbes noires présentent ces distributions sur la géométrie sans cavité. Pour la Figure 4.17b, les moments sont exprimés par rapport au centre de gravité (coïncidant avec le centre de rotation) situé sur l'axe du projectile à 2,6 calibres du culot. On constate que la cavité n'a aucun effet sur la répartition des efforts sur le corps externe puisque les courbes noires et magenta sont parfaitement superposées. D'autre part, on remarque que la force de pression générée dans la cavité est très faible par rapport à celle générée par la partie arrière de la maquette. Cette observation reste valide même sur les derniers 10% de la longueur du projectile où les forces de cavité sont les plus importantes. Le moment généré par la cavité est orienté à l'opposé de celui généré par l'empennage. L'écoulement a donc tendance à s'engouffrer dans la cavité et à pousser en sa partie inférieure, soit à l'endroit où le dard fait peu d'obstruction au passage de l'air. L'ensemble cavité + dard a donc tendance à légèrement réduire l'effet stabilisateur de l'arrière du corps tout en générant une variation négligeable de la force normale.

Ces réductions sont visibles sur la Figure 4.18 où sont comparées les distributions totales des forces de pression (Figure 4.18a) et des moments de tangage (Figure 4.18b) du modèle la cavité (courbe cyan) et du projectile complet (courbe noire). Les courbes rouges foncées, dont les ordonnées sont situées sur le côté droit des graphiques, représentent les différences entre les courbes bleues et noires. Comme vu plus haut, les différences sont proches de zéro dans la partie profonde



(a) Distribution du coefficient de force normale



(b) Distribution du coefficient de moment de tangage

 FIGURE 4.17 – Impact de l'angle d'attaque sur la distribution des coefficients de force normale et du moment de tangage pour $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$

de la cavité et atteint, à l'entrée de la cavité, un maximum tant sur le coefficient de la force normale que sur le coefficient du moment de tangage. En intégrant ces différences le long du projectile, la cavité engendre une variation en valeur absolue de 2,78% sur le coefficient de force normale et de 4,81% sur le coefficient de moment de tangage avec un angle d'attaque de 2° . Cet exemple concret montre que les forces générées par le dard de maintien peuvent être considérées comme négligeables jusqu'à son angle d'attaque maximal de 2° pour $CR = 2,6D$ et $M = 2,0$. En outre, en effectuant cette analyse sur l'ensemble des données de simulations, on peut montrer que les effets du dispositif de maintien sont toujours négligeables par rapport aux forces aérodynamiques appliquées sur l'extérieur de la maquette.

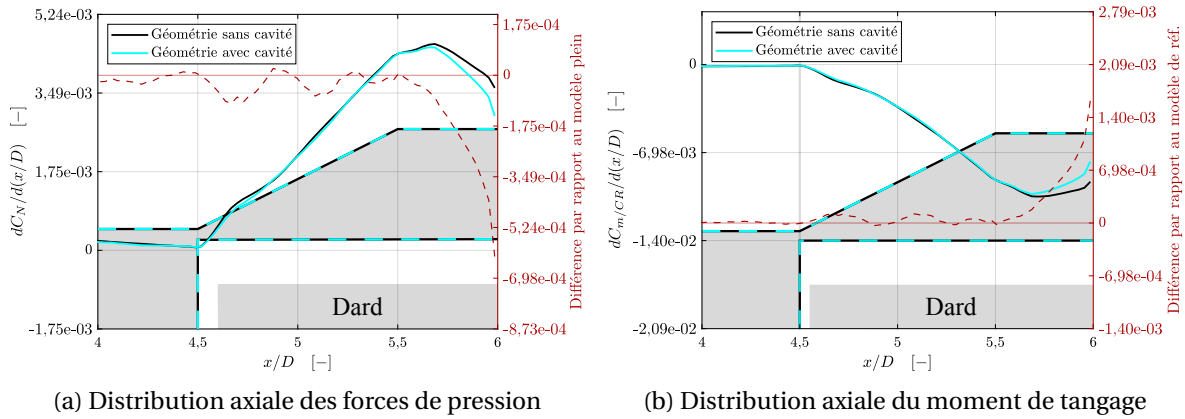


FIGURE 4.18 – Comparaison entre les modèles avec et sans cavité des distributions des coefficients de forces et de moments le long de l’axe longitudinal pour un angle d’attaque égale à 2°

4.5.2 Effet de la position du centre de rotation

Le dispositif de maintien offre la possibilité de déplacer la position du centre de rotation le long de l’axe longitudinal du projectile, afin qu’il coïncide avec le centre de gravité de la maquette. Ainsi, pour une maquette soumise à un angle d’attaque non nul, plus le centre de rotation est positionné profondément dans la cavité, plus l’écoulement a de possibilités de pénétrer dans la cavité de manière asymétrique puisque le dard de maintien présente un décentrage plus important à son entrée. Sur le banc d’essai MiRo, le centre de rotation du modèle DREV-ISL peut être placé entre 2,0 et 3,5 calibres du culot. Pour cette raison, il a été choisi de comparer les configurations $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=2,0D\}$ et $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=3,5D\}$ avec la configuration de référence $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$. Les positions des centres de rotation sont illustrées dans la Figure 4.19. La Figure 4.20a présente les distributions des coefficients de forces normales de pression

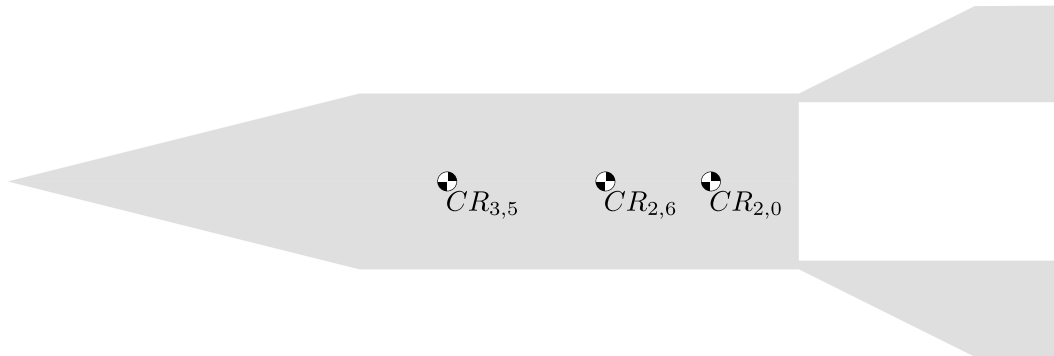


FIGURE 4.19 – Position des centres de rotation étudiés

s’appliquant à l’intérieur de la cavité pour la géométrie de la référence (courbe rouge) et les deux configurations étudiées (courbes bleue et verte) ainsi que leurs différences respectives par rapport à la référence (courbes en pointillées bleue et verte dont l’ordonnée est située à droite). Les deux courbes comparées suivent la même tendance que la référence. Dans le premier tiers de la cavité, les différences sont proches de zéro. Dans les deux tiers restants, la valeur absolue du coefficient de force normale croît plus ou moins rapidement suivant l’asymétrie de l’écoulement due à l’éloignement du centre de rotation. Ainsi pour $\alpha = 2^\circ$, la position du centre de rotation modifie la distribution des forces normales comme suit :

- Si $CR = 3,5D$, le coefficient de force normale augmente de 15% en valeur absolue à l’entrée de la cavité par rapport à la configuration de référence
- Si $CR = 2,0D$, le coefficient de force normale diminue de 20% en valeur absolue à l’entrée

de la cavité par rapport à la configuration de référence

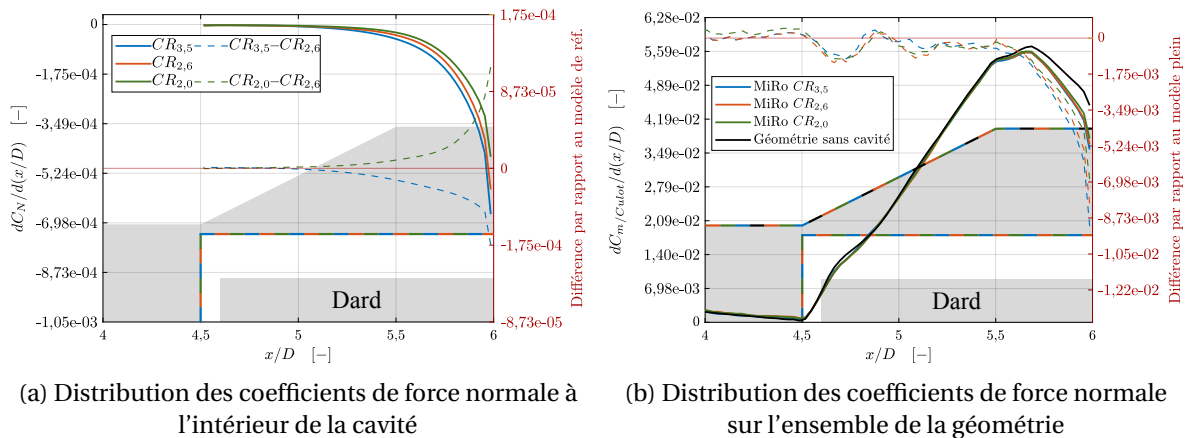


FIGURE 4.20 – Impact de la position du centre de rotation sur la distribution totale des coefficients de forces et de moments le long de l'axe longitudinal à $AoA= 2^\circ$

La Figure 4.20b compare les distributions globales des coefficients de forces de pression des trois centres de rotation étudiés avec celle d'une géométrie sans cavité. On constate que les tendances des courbes des géométries avec cavité restent identiques indépendamment la position du centre de rotation. A l'exception du domaine $5,5 < x/D < 6$, les courbes se superposent presque parfaitement. Le centre de rotation a donc très peu d'incidence sur le profil de vitesse à l'intérieur de la cavité malgré l'asymétrie plus ou moins prononcée de l'écoulement. En intégrant les distributions des coefficients de forces normales de pression, la différence relative concernant le C_m entre $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=2,0D\}$ et $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=3,5D\}$ est égale à 0,65%. On peut donc en conclure, que malgré une différence perceptible sur la distribution des coefficients de pression à l'intérieur de la cavité, la position du centre de rotation a un impact négligeable sur l'attitude du modèle, même pour l'incidence maximale pouvant être atteinte par le dispositif MiRo.

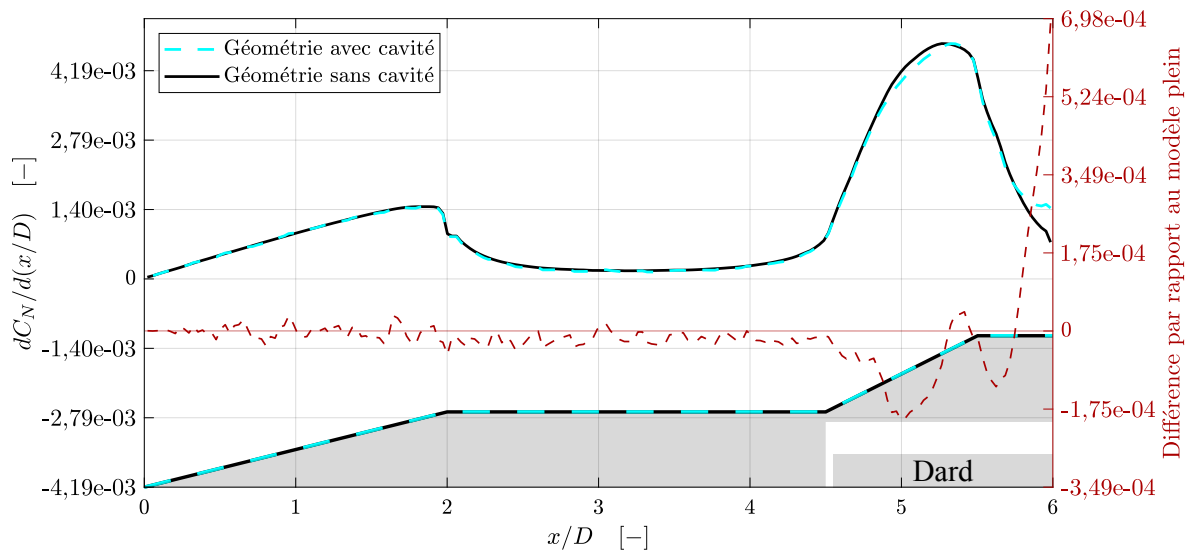
4.5.3 Effet du régime d'écoulement

Les précédents résultats numériques présentés à Mach 2,0 ainsi que la petite taille des intervalles de confiance obtenus lors des essais expérimentaux (voir section 3.5.2) confirment que l'impact du banc d'essai est faible lorsqu'il est soumis à des écoulements supersoniques. Dans le but de quantifier l'impact du nombre de Mach sur le système de maintien, les configurations $\{M=0,5; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$, $\{M=0,9; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$ et $\{M=3,5; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$ sont comparées à la configuration de référence $\{M=2,0; AoA=2^\circ; CR=2,6D\}$.

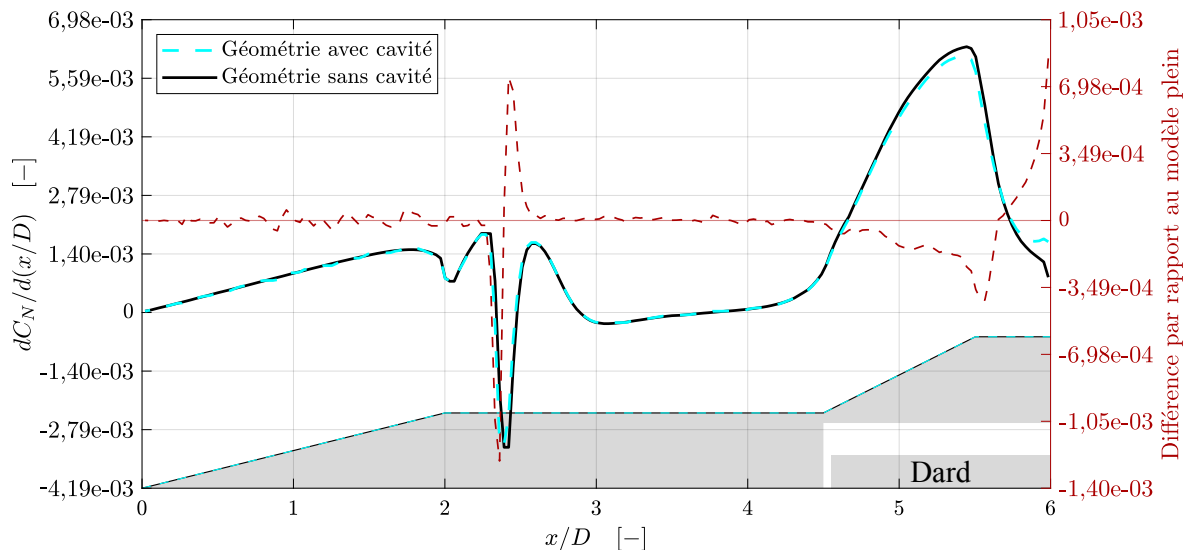
Les simulations numériques subsonique et transonique ont été effectuées afin d'avoir un premier aperçu de l'impact de la cavité dans des régimes d'écoulement dont les propriétés physiques sont bien plus contraignantes. Il est donc nécessaire d'étudier séparément les distributions des efforts internes et externes. Les Figures 4.21a et 4.21b présentent les distributions externes des coefficients de forces de pression, respectivement, à Mach 0,5 et 0,9 pour les géométries avec cavité (courbes bleues) et sans cavité (courbes noires). On constate que, contrairement à ce qui est montré dans la Figure 4.17a, la cavité a un effet sur la répartition des efforts de pression sur une longueur de presque 1,5 calibre. Ces variations sont dues à une modification significative de l'écoulement d'arrière corps par le dard, qui fait obstruction à la bonne formation de sillage turbulent, et par la cavité où l'air peut pénétrer et former des structures aérodynamiques totalement différentes. Son impact sur le coefficient C_N est cependant assez faible puisque les variations dues à la cavité sont conscrîtes à une petite zone : la différence relative entre les modèles avec et sans cavité est 0,01% pour Mach 0,5 et Mach 0,9. La Figure 4.22a montre l'évolution de la distribution des coefficients de forces normales à l'intérieur de la cavité pour $M = \{0,5; 0,9; 2,0; 3,5\}$. On constate que la zone d'influence diminue en taille et augmente en intensité lorsque le nombre de

Mach augmente. A Mach 3,5, 66% de la cavité est soumise à une force normale homogène mais ce ratio descend à 20% à Mach 0,5. La Figure 4.22b donne l'évolution des distributions totales des forces normales pour les modèles avec (trait plein) et sans cavité (trait discontinu). On constate qu'indépendamment du nombre de Mach, le comportement des distributions propres au modèle sans cavité reste globalement identique à celle du modèle plein. En s'intéressant à la différence relative (trait en pointillé), on constate qu'elle diminue lorsque le nombre de Mach augmente. Au vu des résultats de la Figure 4.22a, cette constatation était prévisible.

Le dispositif de maintien MiRo a un impact relativement plus important dans les régimes subsoniques et transoniques qu'en supersonique.



(a) Écoulement subsonique { $M=0,5$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,6D$ }



(b) Écoulement transonique { $M=0,9$; $AoA=2^\circ$; $CR=2,6D$ }

FIGURE 4.21 – Distribution des coefficients de force normale sur l'extérieur des géométries creuse et pleine

4.5.4 Récapitulatif de l'impact du système de maintien sur les coefficients aérodynamiques

Cette section présente l'effet de la cavité sur le DREV-ISL dont le centre de gravité est positionné à 3,5 calibres du culot. La Figure 4.23 compare les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ du

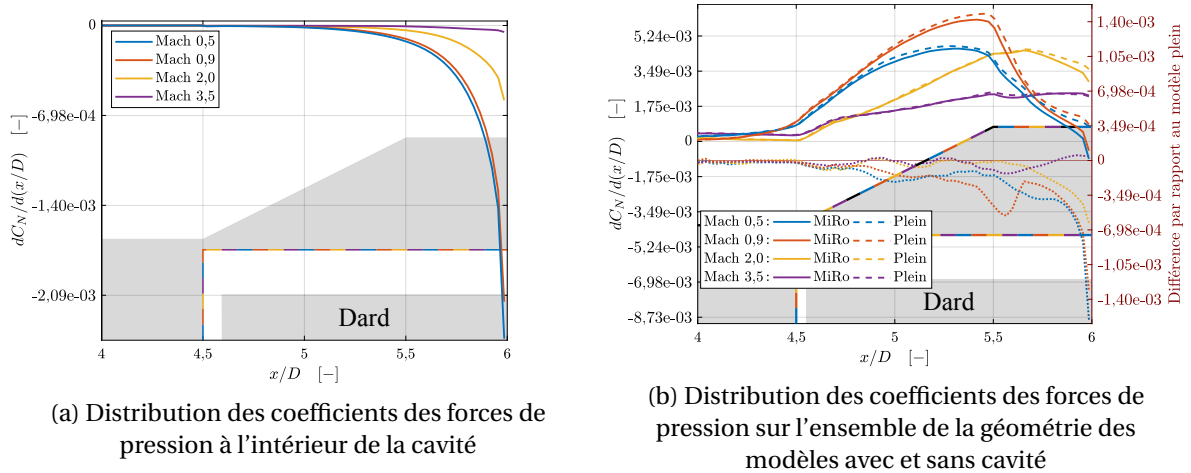


FIGURE 4.22 – Impact du nombre de Mach sur la distribution des coefficients de forces normales le long de l'axe longitudinal à $AoA=2^\circ$

DREV-ISL sans cavité (modèle de référence), en jaune, avec ceux du DREV-ISL avec cavité, en bleu. Ces coefficients ont été obtenus en suivant les stratégies de calculs présentées en section 4.2.2. Au vu des résultats de la Figure 4.23a, on constate que la cavité n'a pas d'effet sur le coefficient $C_{m\alpha}$ indépendamment de la méthode de simulations. La méthode à oscillations forcées a tendance à augmenter le $C_{m\alpha}$ de 5% en valeur absolue par rapport à la méthode à oscillations libres. Comme cela a été indiqué dans la partie 4.4.1.3, ce léger écart pourrait cependant être réduit en réalisant des simulations à oscillations forcées avec une fréquence réduite $k = 0,04$ au lieu de 0,05. A contrario, au vu de la Figure 4.23b, les deux techniques ne prédisent pas le même impact sur le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Alors que la méthode à oscillations forcées ne prédit aucun impact de la cavité, la méthode 1DoF/CFD indique que la cavité a tendance à distordre légèrement la tendance naturelle de la courbe $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Pour cette méthode, l'impact de la cavité sur le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ a tendance à décroître quand le nombre de Mach augmente, sauf à Mach 2,0 où celui-ci augmente soudainement de 13%. Concernant le modèle de référence (sans cavité), la méthode 1DoF/CFD a tendance à prédire des valeurs en moyenne 3% plus grandes par rapport aux résultats des simulations à oscillations forcées. Tout comme pour le $C_{m\alpha}$ cet écart pourrait être réduit avec $k = 0,04$. Les écarts étant dans l'ensemble très faibles, l'attitude du DREV-ISL obtenue avec le dispositif MiRo devrait être proche de celle du vol libre.

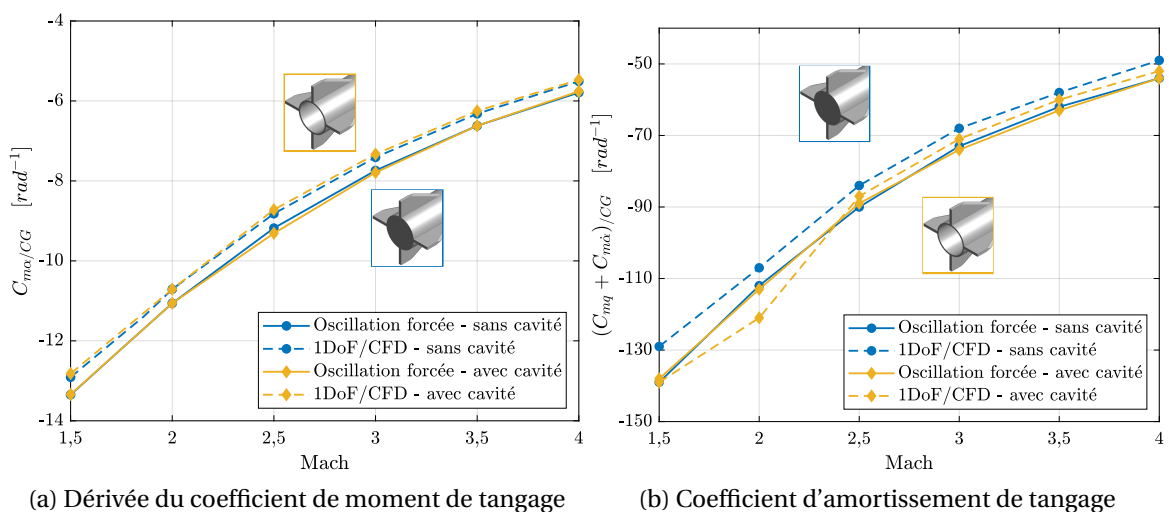


FIGURE 4.23 – Comparaison des coefficients aérodynamiques globaux entre les modèles avec et sans cavité

Chapitre 5

Résultats et comparaisons

Sommaire

4.1 Introduction	71
4.2 Description numérique	71
4.2.1 Description des maquettes utilisées	71
4.2.2 Paramétrisation des simulations	73
4.3 Validation des simulations RANS	76
4.3.1 Résultats de l'étude d'indépendance en maillage	76
4.4 Validation des simulations URANS	79
4.4.1 Validation de la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations forcées	79
4.4.2 Validation de la stratégie de calcul pour les simulations à oscillations libres	84
4.5 Étude de l'impact de la cavité sur l'attitude d'un projectile stabilisé par ailettes	87
4.5.1 Effet de l'angle d'attaque	88
4.5.2 Effet de la position du centre de rotation	90
4.5.3 Effet du régime d'écoulement	91
4.5.4 Récapitulatif de l'impact du système de maintien sur les coefficients aérodynamiques	92

5.1 Introduction

La dérivée du coefficient du moment de tangage $C_{m\alpha}$ ainsi que le coefficient d'amortissement en tangage ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$) sont utilisés pour caractériser la stabilité d'une munition. Le coefficient $C_{m\alpha}$ est représentatif de la stabilité statique du projectile. Une valeur négative pour ce coefficient entraîne un projectile stable et vice-versa. Le coefficient ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$) peut être associé à la stabilité dynamique du projectile. Plus sa valeur négative est grande en valeur absolue, plus le projectile est dynamiquement stable et plus vite il peut retrouver sa position d'équilibre lorsque son attitude est perturbée. Le coefficient $C_{m\alpha}$ est relativement facile à obtenir en soufflerie notamment grâce aux mesures balances. A contrario, pour le coefficient ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$), il est de notoriété publique de dire que ce coefficient est difficile à mesurer ou à estimer. Lors d'essais en soufflerie, (Prodas) estime que le pourcentage d'erreur à un écart type (1σ) pour le coefficient ($C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$) est supérieur à 25% et généralement de 5 à 10% pour le $C_{m\alpha}$.

5.2 Comparaison des résultats aérodynamiques

Les Figures 5.1 et 5.2 condensent les résultats obtenus pour le DREV-ISL avec les six méthodes décrites dans les chapitres 3 et 4. La Figure 5.1 présente les résultats concernant la dérivée du coefficient du moment de tangage $C_{m\alpha}$ en fonction du nombre de Mach tandis que la Figure 5.2

montre ceux concernant le coefficient du moment d'amortissement en tangage. En regardant l'allure générale des courbes, on constate que les coefficients augmentent avec le nombre de Mach. Le projectile devient donc moins stable statiquement et dynamiquement parlant quand la vitesse augmente. L'augmentation de la vitesse réduit l'efficacité des ailettes à contrebalancer la portance générée par le cône. Ce résultat est attendu puisque plusieurs études antérieures menées sur des projectiles empennées sont parvenues à la même constatation (Shantz and Groves, 1960) (Dupuis, 2002).

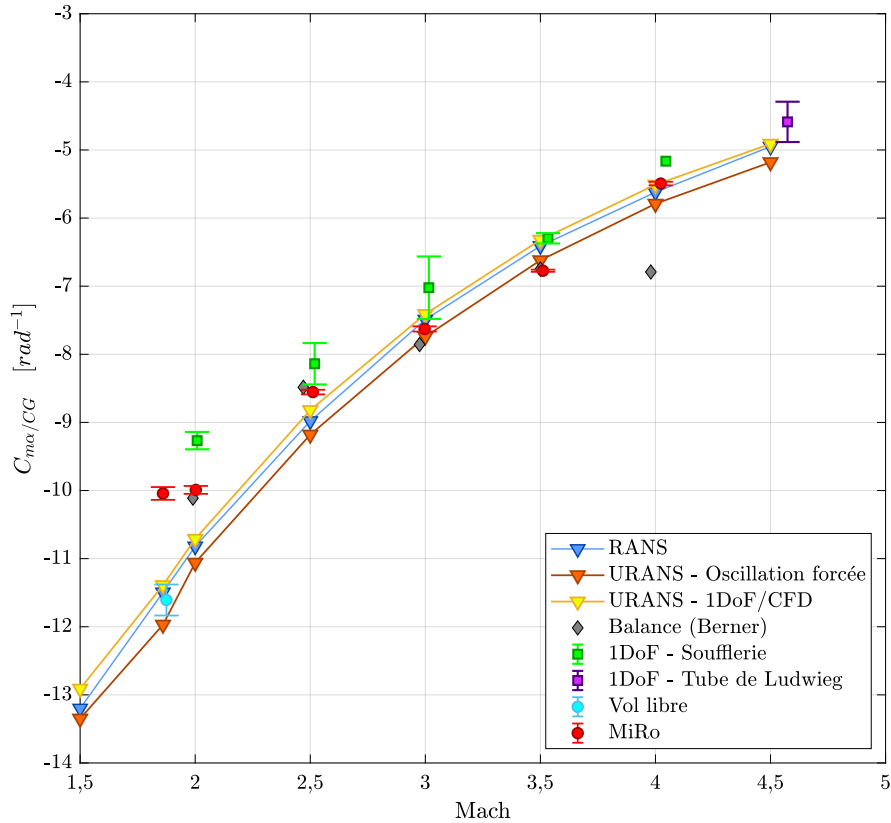
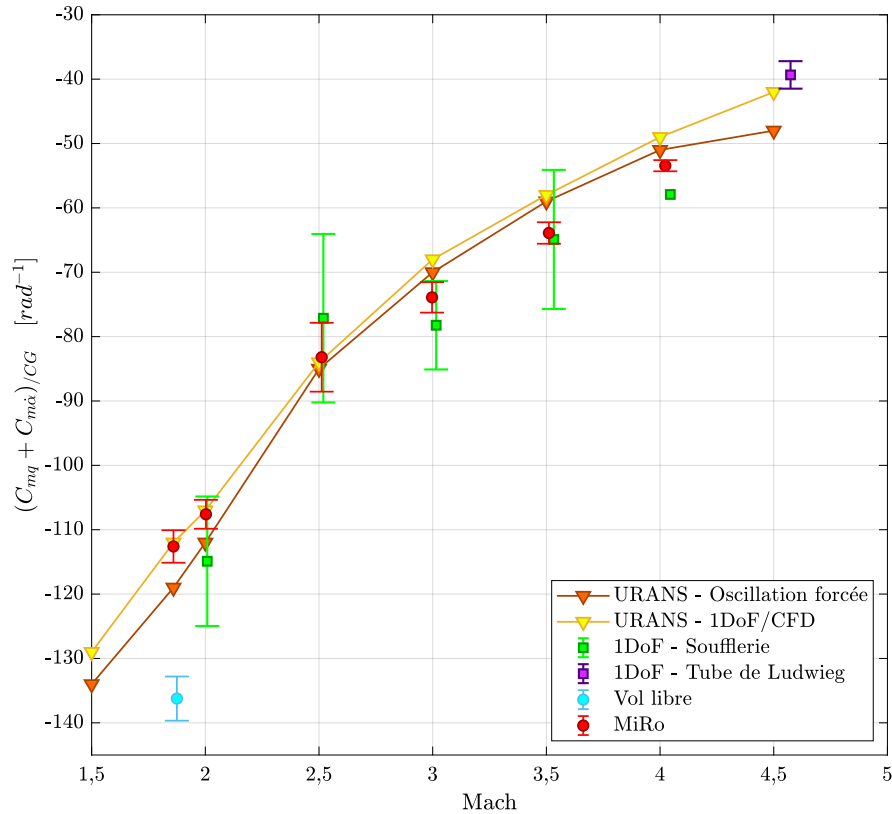


FIGURE 5.1 – Comparaison des différentes méthodes permettant d'obtenir le $C_{m\alpha}$

Les prédictions obtenues lors des calculs CFD menés sur le DREV-ISL sans cavité (voir Figure 4.1a) sont représentées dans les deux figures par des courbes où les points sont reliés par des lignes. La courbe orange représente les prédictions obtenues avec les simulations à oscillation forcée tandis que la courbe orange présente les simulations 1DoF/CFD. Dans la Figure 5.1, la courbe bleue présente les prédictions par simulation RANS. Ces trois méthodes produisent des prédictions comparables. Par rapport aux simulations RANS, les calculs URANS produisent des estimations de $C_{m\alpha}$ 1,4% plus grandes pour les calculs 1DoF/CFD et 2,8% plus faibles pour les oscillations forcées. Concernant la stabilité dynamique, les simulations 1DoF/CFD ont tendance à prédire des valeurs en moyenne de 3% plus grandes par rapport aux résultats des simulations à oscillations forcées. Comme les trois méthodes numériques donnent à peu de chose près les mêmes coefficients, on peut faire relativement confiance dans leurs prédictions. Les résultats propres à la méthode de mesure MiRo sont représentés par les cercles rouges. Les barres d'erreurs associées représentent l'intervalle de confiance à 95% selon la distribution de Student (voir section 3.5). Les résultats MiRo et les prédictions CFD se superposent pratiquement. Comme les simulations ont été réalisées pour de faibles angles d'attaque, à savoir une amplitude de $0,25^\circ$ pour les oscillations forcées et un angle d'attaque initial de 2° pour le couplage 1DoF/CFD, la précision des résultats CFD devrait être relativement bonne. Cette observation apporte une confiance supplémentaire dans les mesures MiRo. Les mesures balances du $C_{m\alpha}$ publiées dans (Berner, 1996a) sont représentées par les losanges gris. A l'exception de Mach 4,0, ces mesures confirment la justesse des mesures obtenues avec la méthode MiRo. Les résultats concernant la stabilité statique à Mach 2,0


 FIGURE 5.2 – Comparaison des différentes méthodes permettant d'obtenir le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$

sont difficiles à juger. La mesure balance confirme la valeur du coefficient $C_{m\alpha}$ obtenue avec le dispositif MiRo alors qu'il existe un écart relatif de 7% par rapport aux résultats RANS. Par ailleurs, comme la soufflerie trisonique n'a pas été qualifiée pour Mach 1,86 (nombre de Mach proche de 2,0), la mesure MiRo la plus proche est donc à considérer avec prudence. Maintenant, si on compare les résultats MiRo Mach 1,86 avec la CFD, on constate un écart de 12% pour le coefficient $C_{m\alpha}$ alors que pour le coefficient dynamique l'écart est inférieur à 1%. Cette différence de résultat entre la CFD et MiRo est la plus grande sur toute la plage de vitesses étudiée. Pour ce nombre de Mach les résultats en vol libre confirment les prédictions CFD obtenues pour le coefficient $C_{m\alpha}$, mais présentent un écart relatif de 21% avec les essais MiRo. Néanmoins même si le vol libre est considéré comme la méthode royale pour déterminer le coefficient $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$, il est difficile de dresser des conclusions fortes sur la précision des mesures MiRo pour les raisons suivantes :

- Seulement quatre projectiles ont été tirés.
- Pour réduire le temps de fabrication et de post-traitement, les maquettes n'ont pas été instrumentées.
- Les conditions de vol ne sont pas constantes puisque le projectile décélère pendant le vol (voir tableau 3.7).
- Le post-traitement a été effectué sur les séries d'image obtenues grâce aux traqueurs optiques. Or le suivi du projectile est compliqué sur ces images parce que les axes optiques des traqueurs optiques évoluent avec le vol et le projectile est de petite taille sur la vidéo.
- L'amplitude moyenne lors des essais en vol libre est de 6° , or plusieurs auteurs (Michalski et al., 2021), (Albisser, 2015) considèrent que le coefficient d'amortissement du moment de tangage dépend de l'angle d'attaque, comme le stipule la relation (5.1). L'étude menée dans (Michalski et al., 2021) indique que la valeur du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ a tendance à diminuer quand l'angle d'attaque augmente.

$$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) = (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})_0 + C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})_1 \alpha \quad (5.1)$$

Les résultats obtenus avec le dispositif d'oscillation libre à 1DoF tenu par un fil en soufflerie et dans le tube de Ludwig sont, respectivement, représentés par les carrés verts et violets. Les barres d'erreurs associées représentent l'intervalle de confiance à 95% selon la distribution de Student (voir section 3.5). De manière générale, on constate que ce dispositif fournit des valeurs de $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ inférieures aux mesures MiRo et aux prédictions CFD et des valeurs de $C_{m\alpha}$ supérieures aux autres méthodes. On peut expliquer cette tendance en considérant trois faits. Premièrement, l'angle d'attaque moyen est de 4° . Or, comme indiqué pour le vol libre, les coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ dépendent de l'angle d'attaque. En utilisant ce dispositif dans la soufflerie de l'ISL, (Michalski et al., 2021) constate qu'en doublant l'angle d'attaque pour le Basic Finner, la valeur de $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ augmente de 11% et celle de $C_{m\alpha}$ diminue d'autant à Mach 2,5. Il constate aussi que l'influence de l'angle d'attaque sur ces deux coefficients diminue quand le nombre de Mach augmente. Deuxièmement, l'interaction induite par le fil de suspension modifie l'écoulement autour de la maquette. En effet, comme la suspension filaire génère un choc cunéiforme émanant du centre de gravité (emplacement du passage du fil à l'intérieur de la maquette), le nombre de Mach à l'arrière de la maquette est plus faible que celui attendu lorsque le projectile est en vol libre. Or, comme le montre la Figure 5.2, les valeurs de $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ ont tendance à diminuer lorsque le nombre de Mach diminue. Il est donc normal d'obtenir des valeurs plus faibles en utilisant le dispositif d'oscillation libre à 1DoF par rapport aux autres méthodes qui sont moins invasives. Les intervalles de confiance sont plus grands que ceux propres à MiRo. Ceci peut s'expliquer par la différence du nombre d'essais qui ont été effectués entre ces deux méthodes. Pour rappel, 10 essais ont été effectués avec la méthode MiRo et seulement 3 avec la méthode à oscillation libre par nombre de Mach. Le fait que les intervalles de confiance des deux méthodes se superposent augmente la confiance dans la prédiction du coefficient $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Pour les deux dispositifs testés dans la soufflerie, il semble que l'impact des systèmes de maintien sur la stabilité statique a tendance à diminuer jusqu'à devenir négligeable pour des nombres de Mach supérieurs à 3. Cet effet est très certainement dû à la diminution de la pression. Comme l'indique le tableau 3.1, la pression dans la veine est divisée par 2 entre Mach 2,0 et Mach 3,0, et même par 3 entre Mach 2,0 et Mach 4,0. Les essais réalisés dans le tube de Ludwig sont encourageants sachant que ce sont les premiers essais réalisés à l'ISL avec ce type de soufflerie. Bien que les erreurs relatives pour Mach 3,0 et 4,5 sur le $C_{m\alpha}$ soient respectivement de 14% et de 21% par rapport aux résultats RANS, les intervalles de confiance à 95% ne s'étendent qu'à un plus ou moins de 1% pour ces deux nombres de Mach.

Le tableau 5.1 présente l'incertitude relative à 68% selon Student. Cette grandeur correspond à la valeur de $\Delta x / |\bar{x}|$ (5.2) telle que définie dans (Rouaud, 2013).

$$\frac{\Delta x}{|\bar{x}|} = t_{66\%}^{n-1} \frac{s}{|\bar{x}| \sqrt{n}} \quad (5.2)$$

avec

- Δx l'incertitude absolue de l'échantillon
- $|\bar{x}|$ la valeur absolue de la moyenne de l'échantillon
- s l'écart type de l'échantillon ((3.3))
- $t_{66\%}^{n-1}$ le coefficient de student à 68% pour $n - 1$ degrés de liberté (égal à 1,053 pour $n = 10$)

Cette grandeur s'apparente à l'incertitude relative à un écart type (1σ) sur toute la population (échantillon de taille infinie). Toutes les techniques de mesures présentent des incertitudes largement inférieures aux estimations de (Prodas) pour lequel l'erreur relative sur le $C_{m\alpha}$ est comprise entre 5 et 10% et est supérieure à 25% pour le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Concernant MiRo, les incertitudes relatives pour le coefficient $C_{m\alpha}$ sont inférieures à 1% tandis que pour le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$, celles-ci sont inférieures à 5%.

	Incertitude relative à 68%	Mach						
		1,86	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
MiRo	$C_{m\alpha}$	0,44%	0,27%	0,18%	0,23%	0,11%	0,21%	
	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	1,05%	0,97%	3,01%	1,47%	1,22%	0,75%	
1DoF-WT	$C_{m\alpha}$		0,52 %	1,4%	2,45%	0,45%		
	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$		3,39%	6,57%	3,40%	6,45%		
1DoF-LT	$C_{m\alpha}$							0,85%
	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$							2,69%
Vol libre	$C_{m\alpha}$	0,74%						
	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$	0,95%						

TABLEAU 5.1 – Incertitude relative à 68% des coefficients $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ obtenues avec la méthode MiRo, l'oscillation libre à 1DoF en vol libre

5.3 Impact des différences de coefficients aérodynamiques sur la trajectoire

Les Figures 5.1 et 5.2 montrent que les différences entre les coefficients aérodynamiques résultant des six techniques étudiées sont relativement faibles. Ces différences même minimes peuvent impacter la trajectoire en vol libre d'un projectile. Afin de quantifier l'effet de ces différences sur la forme réelle de la trajectoire, l'évolution temporelle de l'angle d'attaque modélisée par l'équation (1.69) est analysée. Cette analyse permet de calculer les variables de forme de la trajectoire suivantes :

- $\tau_{50\%}$: Temps pour lequel $\alpha(\tau_{50\%}) = 0,5\alpha_{\max}$ correspondant au temps de demi-vie de l'oscillation amortie
- $\tau_{95\%}$: Temps pour lequel $\alpha(\tau_{95\%}) = 0,05\alpha_{\max}$, également considéré comme temps de fin de l'oscillation amortie
- $N_{95\%}$: Nombre d'oscillations effectuées par le projectile entre τ_0 et $\tau_{95\%}$
- $X_{95\%}$: Distance parcourue par le projectile entre τ_0 et $\tau_{95\%}$

$$\tau_{50\%} = -\frac{\ln(2)8I_y}{\rho SD^2 V_\infty (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})} \quad \tau_{95\%} = -\frac{\ln(20)8I_y}{\rho SD^2 V_\infty (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})} \quad (5.3)$$

$$X_{95\%} = V_\infty \tau_{95\%} \quad N_{95\%} = \frac{\sqrt{-\frac{\rho SD V_\infty^2 C_{m\alpha}}{2I_y} \tau_{95\%}}}{2\pi} \quad (5.4)$$

Pour l'évaluation des trajectoires, on considère que le projectile vole à vitesse constante. Toutes les trajectoires se basent sur les propriétés physiques de la maquette utilisée en soufflerie ($D=40$ mm et $I_y = 1,151 \times 10^{-3}$ kg m²) et les conditions de vol de l'atmosphère standard (dite "ISA") au niveau de la mer ($P=1013,25$ hPa, $T=15$ °C). Pour toutes les simulations, l'angle d'attaque initial (α_{\max}) est fixé à 5°.

5.3.1 Effet de l'intervalle de confiance à 95% sur les résultats MiRo

Cette section s'intéresse à l'effet de l'incertitude des mesures sur le profil de la trajectoire résultante. L'analyse se base sur les résultats MiRo obtenus à Mach 2,5 puisque c'est pour ce nombre de Mach que les écarts-type des résultats sur le $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sont les plus grands. Les variables de forme évoquées en 5.3 sont calculées en utilisant les valeurs moyennes et les extrémités

des barres d'erreurs. Dans le tableau 5.2, les cellules vertes représentent les moyennes des coefficients. Les cellules rouges et bleues correspondent, respectivement, aux extrémités hautes et basses des barres d'erreurs représentant l'intervalle de confiance à 95% (équivalent à 2σ sur une population complète).

$C_{m\alpha}$ (rad ⁻¹)	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (rad ⁻¹)	$t_{50\%}$ (ms)	$t_{95\%}$ (s)	$X_{95\%}$ (m)	$N_{95\%}$ (-)
-8,52	-77,85	39	0,17	144	10,93
-8,55	-77,85	39	0,17	144	10,95
-8,59	-77,85	39	0,17	144	10,97
-8,52	-83,20	37	0,16	135	10,23
-8,55	-83,20	37	0,16	135	10,25
-8,59	-83,20	37	0,16	135	10,27
-8,52	-88,55	34	0,15	126	9,61
-8,55	-88,55	34	0,15	126	9,63
-8,59	-88,55	34	0,15	126	9,65

TABLEAU 5.2 – Effet des barres d'erreurs MiRo sur la trajectoire balistique à Mach 2,5

Comme le $C_{m\alpha}$ est indépendant du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ et qu'il est proportionnel à la fréquence des oscillations (voir équation (1.86)), seule la variable $N_{95\%}$ est affectée par la variation de $C_{m\alpha}$. Au regard du tableau 5.2, on constate que les barres d'erreurs du coefficient $C_{m\alpha}$ des mesures MiRo dans la Figure 5.1 sont trop petites pour avoir un réel impact sur la trajectoire. Pour un $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) = -83,2$, une variation de 0,8% en $C_{m\alpha}$ entraîne une augmentation de 0,4% du nombre d'oscillations avant de revenir à une position d'équilibre. En outre, comme l'indique le tableau 5.3 qui donne l'évolution de la différence de fréquence entre les extrémités des barres d'erreurs, la variation maximale de fréquence n'est que de 0,49 Hz à Mach 1,86.

M_{veine}	1,86	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
Δf	0,49	0,32	0,25	0,36	0,19	0,4

TABLEAU 5.3 – Influence des barres d'erreurs sur la fréquence f de la trajectoire

À l'inverse la différence relative entre les extrémités de la barre d'erreur du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ à Mach 2,5 est beaucoup plus importante, ce qui entraîne un effet non négligeable sur la forme de la trajectoire. Les variables $X_{95\%}$ et $N_{95\%}$ sont particulièrement touchées. Entre les deux extrêmes de cette barre d'erreur, la distance parcourue par le projectile ainsi que son nombre d'oscillations augmentent de 14% à Mach 2,5 pour $C_{m\alpha} = -8,55$. Néanmoins, ces conclusions doivent être relativisées. Premièrement, le cas étudié pour la comparaison des trajectoires représente le pire cas. Deuxièmement, comme le montre la Figure 5.3, une décroissance exponentielle de 95% est assez longue à atteindre, ce qui conduit à de grandes différences au moment du franchissement du seuil. On peut donc en conclure que même s'il existe des incertitudes sur les mesures du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$, avec le dispositif MiRo, leur ordre de grandeur est tel que leur effet sur la forme de la trajectoire reste modéré.

5.3.2 Effet des différences de coefficient résultants des six techniques de détermination

La section 5.3.1 a montré que pour le nombre de Mach le plus défavorable, l'incertitude de mesures sur le $C_{m\alpha}$ n'avait guère d'impact significatif en comparaison avec l'incertitude du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. C'est pour cette raison que l'analyse de cette partie se focalise seulement sur les résultats obtenus concernant le $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. Pour ce faire, les variables de forme ne sont calculées qu'avec

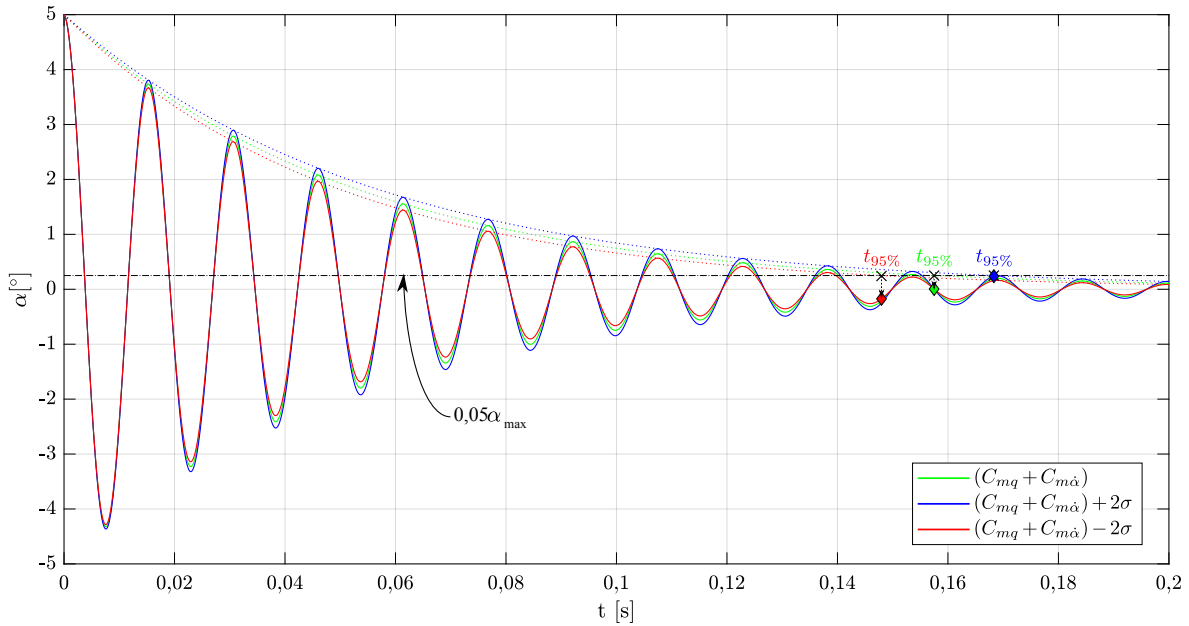


FIGURE 5.3 – Influence du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ sur la décroissance exponentielle à Mach 2,5, $(C_{m\alpha} = -8,55)$

les valeurs moyennes des deux nombre de Mach possédant le plus de données : Mach 1,86 et Mach 3,0. Les tableaux 5.4 et 5.5 présentent les valeurs de forme pour ces deux nombres de Mach. Comme visuellement prévisible grâce à la Figure 5.1, les écarts les plus importants sont obtenus pour le vol libre à Mach 1,86 et pour la suspension par fil à Mach 3,0. Les autres techniques de détermination, et en particulier MiRo, fournissent des variables de formes très cohérentes. Cette cohérence indépendante du nombre de Mach renforce la confiance dans les mesures MiRo et montre que cette méthodologie est très efficace pour les études de préconception ou de caractérisation aérodynamique. Les coefficients aérodynamiques présentés dans les Figures 5.1 et 5.2 et les variables de forme des trajectoires contenues dans les tableaux 5.4 et 5.5 obtenus avec la méthode MiRo et les prédictions CFD sont très proches les uns des autres. Le banc d'essai MiRo pourrait donc non seulement être utilisé pour valider les futurs résultats de la CFD mais aussi servir comme méthode expérimentale de comparaison des mouvements transitoires prédits par les simulations de trajectoire 6DoF.

Méthode de mesures	$C_{m\alpha}$ (rad^{-1})	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (rad^{-1})	$t_{95\%}$ (s)	$X_{95\%}$ (m)	$N_{95\%}$ (-)
MiRo (soufflerie)	-10,04	-112,6	0,16	99	8,20
Vol libre	-11,61	-136,2	0,13	82	7,29
Oscillations forcées (CFD)	-11,97	-119,0	0,15	94	8,47
Couplage 1DoF/CFD	-11,39	-112	0,16	100	8,78

TABLEAU 5.4 – Influence de la méthode de détermination des coefficients aérodynamiques sur la trajectoire balistique à Mach 1,86, $\alpha = 5^\circ$

Méthode de mesures	$C_{m\alpha}$ (rad ⁻¹)	$(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ (rad ⁻¹)	$t_{95\%}$ (s)	$X_{95\%}$ (m)	$N_{95\%}$ (-)
MiRo	-7,63	-73,9	0,15	152	10,89
1DoF par susp. filaire (soufflerie)	-7,08	-78,2	0,14	143	9,87
Oscillations forcées	-7,74	-70	0,16	160	11,58
Couplage 1DoF/CFD	-7,41	-68	0,16	165	11,67

TABLEAU 5.5 – Influence de la méthode de détermination des coefficients aérodynamiques sur la trajectoire balistique à Mach 3,0, $\alpha = 5^\circ$

Conclusion et perspectives

Ce projet de recherche vise à mettre au point une méthode non intrusive permettant à la fois d'étudier l'attitude d'un projectile et d'identifier les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques lors de la phase de conception de projectiles. Il existe différents outils permettant de caractériser les paramètres aérodynamiques. Les essais en vol libre sont considérés comme la méthode de prédilection pour analyser l'attitude des munitions. Mais en raison de leur coût humain et matériel, ces essais peuvent seulement être effectués en phase finale du développement. Or, dans la phase du développement du profil aérodynamique de munitions complexes, il peut être nécessaire d'étudier simultanément les coefficients statiques et dynamiques. La méthode de mesure MiRo développée dans le cadre de cette thèse consiste à approcher en soufflerie le comportement en vol libre d'un projectile en utilisant un dispositif de maintien permettant à ce dernier d'être libre sur ses trois axes de rotation. L'attitude tridimensionnelle du projectile peut être analysée expérimentalement en utilisant un procédé stéréoscopique. La validation de cette méthode a été obtenue en comparant les résultats obtenus avec des moyens de caractérisation que possède l'ISL.

La méthode d'identification des coefficients utilisée dans le cadre de cette thèse sert de ligne directrice pour l'étude bibliographique réalisée dans le chapitre 1. Le comportement d'un projectile en vol libre est gouverné par les lois de la mécanique du vol. La prise en compte des caractéristiques mécanique du dispositif expérimental a permis d'obtenir un modèle légèrement différent du vol libre. Le blocage en translation entraîne une dynamique angulaire complexe qui reste néanmoins semblable au vol libre. L'équation différentielle selon l'axe de tangage a ensuite été linéarisée et résolue. La solution analytique qui en découle sert de base d'identification des coefficients aérodynamiques. La seconde partie de ce chapitre détaille les méthodes permettant d'obtenir les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques à partir de la mesure de la réaction et celle du mouvement. La dernière partie de ce chapitre décrit la mise en équation du modèle de stéréoscopie permettant de numériser le comportement 3D de la maquette dans la soufflerie.

Au cours de cette thèse, une méthode expérimentale a été développée. Cette dernière se compose d'un système mécanique, d'un système optique permettant de numériser le mouvement et d'un algorithme d'identification des coefficients aérodynamiques. Ces trois parties, qui ont des objectifs distincts, sont présentées dans le chapitre 2. L'un des deux objectifs du banc mécanique est de maintenir la maquette dans l'écoulement en étant le moins intrusif possible tout en permettant la libre rotation de la maquette autour de son centre de gravité. Cet objectif a été rempli en utilisant un dard de maintien et un dispositif de rotation dédié à cette méthode. Le deuxième objectif du banc mécanique était de mettre au point un dispositif générateur de perturbation d'attitude de la maquette en prenant compte des contraintes mécaniques propres au dispositif de maintien et à la veine d'essai. Ce deuxième aspect du banc mécanique a été atteint en positionnant une pièce de maintien conçue par impression 3D à l'intérieur de la maquette afin de bloquer cette dernière à un angle d'attaque non nul. Cette pièce plastique remplit sa fonction de perturbation d'attitude en étant éjectée de la maquette grâce à un fil relié à un système pneumatique. La numérisation du mouvement a été obtenue grâce à un procédé stéréoscopique. Pour cette partie, une attention toute particulière a été portée sur l'algorithme de détection des marqueurs afin de réduire les fausses détections et les faux appariements engendrant une mauvaise capture du mouvement 3D. Le dernier aspect de cette méthode consistait à la mise en place d'un algorithme

d'identification des coefficients aérodynamiques, basé sur un modèle linéaire, tout en considérant d'éventuels désalignements dus à une calibration partiellement manuelle des caméras. Cette étape a été obtenue en appliquant une fonction de correction au signal mesuré. L'identification des coefficients aérodynamiques peut alors être effectuée à l'aide d'ajustements de courbes plus ou moins contraints afin d'accroître la confiance dans les résultats finaux.

Le chapitre 3 présente les dispositifs expérimentaux et les campagnes de mesures qui ont permis de valider la méthode MiRo. La campagne MiRo effectuée dans ce contexte a validé le procédé stéréoscopique grâce à une comparaison du signal de tangage obtenu après la numérisation du mouvement avec la mesure de l'angle de tangage obtenu par visualisation directe. Dans le but d'accroître les données dynamiques du DREV-ISL en vue d'une confrontation avec la méthode MiRO, deux méthodes de mesures distinctes ont été utilisées. La première, basée sur un système de maintien de la maquette dans l'écoulement grâce à un fil passant par son centre de gravité, a permis de caractériser le DREV-ISL dans la soufflerie trisonique et dans le tube de Ludwig. La seconde campagne de mesure a été effectuée au champ de tir, afin d'étudier le comportement dynamique de la maquette en conditions réelles. Pour toutes ces campagnes, les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques ont été obtenus par analyse du mouvement. Pour ces trois techniques expérimentales, des mesures statistiques ont été effectuées afin de pouvoir quantifier le niveau de confiance dans chacune de ces méthodes.

Le chapitre 4 est dédié aux simulations numériques réalisées tout d'abord dans le but d'accroître la base de données concernant le DREV-ISL notamment sur les coefficients statique et dynamique du moment de tangage. Préalablement à ces résultats, des études ont été menées afin de justifier le choix du maillage et des paramètres de calculs. Les résultats obtenus ont été comparés et validés grâce à des mesures en soufflerie antérieures à cette thèse. Des simulations numériques ont ensuite permis de quantifier l'impact de la cavité sur les stabilités statique et dynamique. La caractérisation dynamique a été effectuée avec deux méthodes radicalement opposées sur deux géométries différentes : le DREV-ISL avec et sans cavité. L'une se base sur un couplage de la mécanique du vol avec les équations de la mécanique des fluides, l'autre se base sur l'imposition d'un mouvement d'oscillation. Ces simulations ont montré que la cavité n'affecte pas la stabilité statique mais a tendance à très légèrement augmenter la stabilité dynamique. Enfin une étude paramétrique sur la distribution des pressions en régime permanent a permis de renforcer les conclusions sur l'impact de la cavité concernant la stabilité statique.

Le chapitre 5 est consacré à la confrontation générale des différentes méthodes expérimentales et numériques employées pour la validation de la méthode MiRo. D'une part, il a été observé que les mesures obtenues avec la méthode MiRo sont cohérentes avec les mesures et/ou prédictions des autres méthodes. D'autre part, la faible taille des intervalles de confiance à 95% montre que la méthode MiRo donne des résultats avec une très bonne précision malgré un nombre d'essais relativement faible. La seconde partie de ce chapitre est consacrée à l'impact de l'intervalle de confiance sur une trajectoire d'oscillation amortie. Il a été démontré que pour le plus grand des intervalles de confiance, les amplitudes de variation du $C_{m\alpha}$ et du $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$ ont peu d'effet sur la forme de la trajectoire. Cette étude a ensuite été menée dans le but de comparer les trajectoires obtenues avec les six méthodes utilisées au cours de cette thèse et a montré que toutes les trajectoires sont cohérentes entre elles. Au vu de ces constatations, la validation de la méthode MiRo sur 1 degré de liberté a été couronnée de succès et pourrait non seulement servir à valider les prédictions CFD mais aussi servir à l'étude de mouvements transitoires obtenus lors de simulations de trajectoires à 6 degrés de liberté.

Perspectives

Cette thèse a validé le dispositif MiRo pour l'identification des coefficients aérodynamiques propre au moment de tangage. Cette méthode a comme objectif d'étudier, à terme, le comportement tridimensionnel de projectiles. Afin d'atteindre cet objectif, il est nécessaire de complexifier étape par étape le dispositif MiRo. Cette section liste les étapes nécessaires au développement de la méthode :

1. Validation de la libre rotation autour de l'axe de lacet puis du roulis
2. Étude de projectiles empennés libres sur les trois axes de rotation
3. Modification de l'algorithme d'identification des coefficients aérodynamiques.
4. Développement du banc de maintien permettant l'identification des coefficients de moment de roulis
5. Développement du banc de maintien permettant l'étude de projectiles gyrostabilisés
6. Développement d'un système permettant l'étude de maquettes découplées

Certaines étapes de cette liste peuvent être interverties mais il est primordial de réaliser dans un premier temps les étapes une et deux avant de complexifier le banc de maintien.

Jusqu'à maintenant seule la rotation autour de l'axe de tangage était autorisé. L'étude d'une maquette libre de tourner autour de ses trois axes de rotation pourra être réalisée dès lors que la numérisation des trois mouvements de rotation aura été validée. La validation du mouvement de lacet ainsi que l'identification des coefficients aérodynamiques associés à cet axe peut se faire de la même manière que celle effectuée pour le mouvement de tangage, à la différence que la caméra utilisée en visualisation directe, doit être positionnée dans le plan vertical de la maquette. Comme le DREV-ISL est un projectile à symétrie tétragonale (symétrie à 90°) les coefficients $C_{n\beta}$ et $(C_{nr} + C_{n\dot{\beta}})$ sont égaux, respectivement, à $C_{m\alpha}$ et $(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$. En fonction de la précision obtenue, il sera peut-être nécessaire de modifier la position et l'inclinaison des caméras ou bien de rajouter une troisième caméra au dispositif de stéréovision afin d'obtenir les coordonnées 3D des marqueurs par triangulation.

La validation du mouvement autour de l'axe de roulis va nécessiter l'usinage d'une nouvelle maquette avec un calage non nul des ailettes matérialisé par l'angle δ . Le braquage des ailettes va ainsi engendrer un mouvement de roulis à la vitesse p définie par la relation suivante :

$$p = \frac{\tan \delta M_{\text{veine}} \sqrt{\gamma r T_{\text{veine}}}}{D} \quad (5.5)$$

Idéalement, plusieurs calages devraient être étudiés afin de vérifier la bonne tenue mécanique des roulements à billes ainsi que la numérisation du mouvement par l'algorithme de stéréovision. Pour ces essais, les paramètres des caméras devront être modifiés afin d'éviter le flou de mouvement. Le nombre d'images par seconde devra donc être augmenté et le temps d'exposition réduit. La validation de l'acquisition du taux de roulis par l'algorithme de stéréovision peut se réaliser en comparant le signal issu de la stéréovision avec celui obtenu grâce à un capteur tachymétrique. Le programme de stéréovision ne donne pour l'heure que les angles de rotation. Pour cette étape du développement de MiRo, il sera donc nécessaire de calculer l'évolution temporelle de la vitesse de rotation. Cette détermination pourra être réalisée en appliquant un filtre dérivateur au signal de position angulaire.

Lorsque les trois rotations auront été validées séparément, en prenant en compte les conclusions obtenues lors des précédentes étapes, l'étude des projectiles empennés libres en rotation pourra débiter. En fonction de l'attitude de la maquette, il sera peut-être nécessaire, dès cette étape, de remplacer l'algorithme d'identification des coefficients par un code inverse à 3 degrés de liberté basé sur (Albisser, 2015).

L'identification des coefficients d'entraînement en roulis C_l et d'amortissement en roulis C_{lp} va nécessiter une refonte du dispositif de maintien en implémentant un moteur entraînant le mouvement de roulis et un système de débrayage, déconnectant la maquette du moteur. Avant de commencer à concevoir un nouveau banc de maintien, il serait souhaitable de réaliser des simulations numériques pour quantifier un éventuel impact du système de maintien sur les coefficients propres au moment de roulis. En outre, il est préférable dans un premier temps, de bloquer les mouvements de tangage et de lacet afin de vérifier que le système de débraillement fonctionne correctement. Au cours de l'essai, le moteur devra entraîner la maquette en rotation de manière à atteindre un taux de roulis supérieur au taux naturellement induit par le braquage des ailettes. Lorsque l'écoulement et la vitesse de rotation de la maquette seront stabilisés, le moteur pourra être débrayé de façon à ce que la maquette puisse tourner librement autour de son axe. Dans le cas d'un projectile à empennage, le coefficient C_l tend à augmenter la vitesse de roulis, dès lors que le calage des ailettes est non nul, et le coefficient C_{lp} à la diminuer. Ces deux coefficients s'opposent donc l'un à l'autre. La vitesse de roulis converge alors vers une valeur d'équilibre proportionnelle à $C_{l\delta}/C_{lp}$. En résolvant l'équation différentielle (1.50), on obtient la fonction régissant l'évolution temporelle de la vitesse de roulis p :

$$p(t) = Ae^{\frac{\rho V S D^2 C_{lp}}{4I_1} t} - \frac{2V\delta C_{l\delta}}{DC_{lp}} \quad \text{avec } A = cste \quad (5.6)$$

Un ajustement de courbes permet d'obtenir la constante A et les coefficients $C_{l\delta}$ et C_{lp} .

Cette étape peut alors servir de base au développement d'un système de maintien dédié à l'étude de projectiles gyrostabilisés (i.e. projectile stabilisé par rotation autour de l'axe de roulis). La stabilisation par rotation doit être effectuée grâce à un moteur entraînant le mouvement de roulis. Pour atteindre la vitesse nécessaire à la stabilisation, la vitesse minimale de rotation doit respecter les critères de stabilités gyroscopique et dynamique (McCoy, 1999). Ce type de projectile étant soumis à un couplage tangage-lacet, la procédure d'identification présentée dans la section 2.4 n'est plus valable. Si ce n'est pas encore fait, la procédure d'identification des coefficients devra être remplacée par un code inverse à 3 degrés de liberté.

L'étude de projectiles découplés peut se faire avant ou après l'étude de projectiles gyrostabilisés. L'étude de ces maquettes nécessite une modification du banc afin qu'une partie soit motorisée en roulis et l'autre non. Pour l'étude de ce type de projectile, l'algorithme de stéréovision devra être modifié afin de pouvoir suivre le mouvement des deux parties indépendantes. Un des moyens d'y parvenir est d'importer des maillages propres à chaque partie de la maquette.

La section 4.5.3 a montré que le dispositif de maintien a un impact plus important dans les régimes subsoniques et transsoniques qu'en supersonique. Afin de quantifier plus précisément cet impact sur les coefficients aérodynamiques statiques et dynamiques, des simulations CFD en régime transitoire seront nécessaires.

Bibliographie

- Y. Abdel-Aziz, H. Karara, and M. Hauck. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 81(2) :103–107, 2015. [36](#)
- M. Albisser. *Identification of aerodynamic coefficients from free flight data*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2015. [97](#), [105](#)
- S. Amiroudine and J.-L. Battaglia. *Mécanique des fluides-3e éd. : Cours, 70 exercices corrigés*. Dunod, 2017. [IX](#)
- ANSI/AIAA. *Recommended Practice for Atmospheric and Space Flight Vehicle Coordinate Systems*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. [7](#), [10](#)
- C. B. Barber, D. P. Dobkin, and H. Huhdanpaa. The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 22(4) :469–483, 1996. [47](#)
- A. Berner, Claude et Dupuis. Wind tunnel investigations and analysis of the drev-isl reference projectiles. Technical report, DREV-ISL, 1996a. [4](#), [69](#), [76](#), [96](#)
- C. Berner. Numerical investigation of the drev-isl reference projectiles. Technical report, ISL, 1996b. [4](#)
- C. Berner and A. Dupuis. Wind tunnel investigations and analysis of the DREV-ISL reference projectiles. Technical report, DRV-ISL, 1993. [83](#)
- V. A. Bhagwandin and J. Sahu. Numerical prediction of pitch damping stability derivatives for finned projectiles. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 51(5) :1603–1618, 2014. [21](#), [23](#), [74](#), [80](#)
- J.-Y. Bouguet and P. Perona. Camera calibration from points and lines in dual-space geometry. In *Proc. 5th European Conf. on Computer Vision*, pages 2–6, 1998. [47](#)
- J. F. Box. Gosset, fisher, and the t distribution. *The American Statistician*, 35(2) :61–66, 1981. [64](#)
- D. C. Brown. Decentering distortion of lenses. *Photogramm. Eng.*, 32 :444–462, 1966. [35](#)
- D. C. Brown. Close-range camera calibration. *Photogramm. Eng.*, 37(8) :855–866, 1971. [35](#)
- D. E. Carlucci. *Ballistics : theory and design of guns and ammunition*. CRC Press, 2007. [10](#)
- M. Costello, S. Gatto, and J. Sahu. Using cfd/rbd results to generate aerodynamic models for projectile flight simulation. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, page 6582, 2007. [74](#)
- C. De Boor and C. De Boor. *A practical guide to splines*, volume 27. springer-verlag New York, 1978. [50](#)
- J. DeSpirito, S. I. Sifton, and P. Weinacht. Navier-stokes predictions of dynamic stability derivatives : evaluation of steady-state methods. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 46(6) :1142–1154, 2009. [22](#)

- A. Dupuis. Aeroballistic range and wind tunnel tests of the basic finned reference projectile from subsonic to high supersonic velocities. *Defense R&D Canada TM*, 136, 2002. 96
- A. Dupuis and C. Berner. Experimental and numerical investigation of a finned projectile at mach 2. *14th International Symposium on Ballistics*, Vol. 1 : General sessions, interior ballistics, launch dynamics, exterior ballistics :607–616, 1993. 4, 79
- O. Faugeras. *Three-dimensional computer vision : a geometric viewpoint*. MIT press, 1993. 26
- R. A. Fisher. Statistical methods for research workers. In *Breakthroughs in statistics*, pages 66–70. Springer, 1972. 66
- FLUENT. *ANSYS FLUENT 2021 User Guide*. ANSYS Inc., 2021. 73
- C. Franzmann, F. Leopold, and C. Mundt. Experimental determination of pitch damping coefficients using a wire suspension. In *AIAA Scitech 2021 Forum*, page 0836, 2021. 24
- M. Frigo and S. G. Johnson. FFTW : An adaptive software architecture for the FFT. In *Proc. 1998 IEEE Intl. Conf. Acoustics Speech and Signal Processing*, volume 3, pages 1381–1384. IEEE, 1998. 51
- D. Garcia. *Mesure de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo-corrélation d'images*. PhD thesis, Ecole des mines d'Albi, 2001. 33
- B. Girard. Wind tunnel tests on drev-isl reference models at supersonic speeds (series islpwt-1). Technical report, DREV-ISL, 1997. xiii, 4
- B. Girard. Wind tunnel tests on drev-isl reference afterbodies at mach 2.0. Technical report, DREV ISL, 2000. 4
- S. B. Grafton. *Dynamic stability derivatives of a twin-jet fighter model for angles of attack from -10 to 110*. National Aeronautics and Space Administration, 1971. 21
- R. M. Haralock and L. G. Shapiro. *Computer and robot vision*, volume 1. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1991. 47
- C. G. Harris, M. Stephens, et al. A combined corner and edge detector. In *Alvey vision conference*, volume 15, pages 10–5244. Citeseer, 1988. 36, 47
- R. Hartley and A. Zisserman. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press, 2003. 26
- R. Horaud and O. Monga. *Vision par ordinateur : outils fondamentaux*. Hermes, 1995. 26
- D. Klatt, M. Proff, and R. Hruschka. Investigation of the flight behavior of a flare-stabilized projectile using 6dof simulations coupled with cfd. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 30 :4185–4201, 2019. 24, 74
- D. Klatt, A. Mielke, and C. Mundt. Magnus effect for roll-decoupled canards on a spinning body of revolution. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2020. 87
- J.-M. Lavest, M. Viala, and M. Dhôme. Quelle précision pour une mire d'étalonnage? does really need an accurate calibration pattern? *Traitement du signal*, 16(3) :241–254, 1999. 35
- K. Levenberg. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of applied mathematics*, 2(2) :164–168, 1944. 36, 46, 47
- M. Libsig. *Contrôle d'écoulements en vue d'un pilotage alternatif pour les projectiles d'artillerie*. PhD thesis, Besançon, 2016. xiii, 2, 54

- M. Libsig, B. Martinez, J. Juncker, M. Bastide, and C. Demeautis. Accuracy enhancement of wind tunnel aerodynamic coefficients determination based on the coupling of balance data and optical angle of attack measurement. In *Proceedings 18th International Symposium on Flow Visualization*. ETH Zurich, 2018. [21](#)
- J. S. Lim. Two-dimensional signal and image processing. *Englewood Cliffs*, pages 469–476, 1990. [47](#)
- H. Ludwig, T. Hottner, and H. Grauer-Carstensen. Der rohrwindkanal der aerodynamischen versuchsanstalt goettingen the ludwig-tube wind tunnel of the gottingen aerodynamic facility. Technical report, DEUTSCHE FORSCHUNGS-UND VERSUCHSANSTALT FUER LUFT-UND RAUMFAHRT EV BRUNSWICK, 1969. [59](#)
- D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2) :431–441, 1963. [36](#)
- B. Martinez, D. Bidino, M. Bastide, C. Demeautis, F. Leopold, and P. Wey. Motion measurement of a wind tunnel model by stereovision technique. In *31st AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*, page 2405, 2015. [41](#)
- B. Martinez, P. Wey, M. Libsig, D. Bidino, M. Bastide, J. Juncker, and F. Leopold. Stereovision based determination of aerodynamic coefficients for a wind tunnel model in free rotational motion. In *2018 Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*, page 3804, 2018. [41](#)
- J. E. Matsson. *An Introduction to ANSYS Fluent 2021*. SDC Publications, 2021. [71](#)
- B. W. McCormick. Aerodynamics. *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*, 1979. [IX](#), [X](#)
- R. L. McCoy. The aerodynamic characteristics of .50 ball, m33, api, m8, and apit, m20 ammunition. Technical report, Army Ballistic Research Laboratory : Aberdeen Proving Ground Md, 1990. [3](#)
- R. L. McCoy. *Modern exterior ballistics : The launch and flight dynamics of symmetric projectiles*. Schiffer military history. Schiffer Pub., 1999. [3](#), [10](#), [106](#)
- G. McGowan, M. Kurzen, R. Nance, J. Carpenter, and F. Moore. Computational investigation of pitch damping on missile geometries at high angles of attack. In *30th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, page 2903, 2012. [22](#)
- G. Z. McGowan, M. J. Kurzen, R. P. Nance, J. G. Carpenter, and F. G. Moore. High fidelity approaches for pitch damping prediction at high angles of attack. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 51(5) : 1474–1484, 2014. [25](#)
- F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, 32(8) :1598–1605, 1994. [74](#)
- S. Michalski, R. Hruschka, and M. Breuer. Piecewise linear analysis of the pitch damping behavior of a high-velocity finned projectile. In *STAB*, 2021. [57](#), [97](#), [98](#)
- E. A. Morelli and V. Klein. *Aircraft system identification : theory and practice*, volume 2. Sunflyte Enterprises Williamsburg, VA, 2016. [7](#)
- L. Muller and M. Libsig. Design of a freely rotating wind tunnel test bench for dynamic coefficients measurements. In *56th 3AF International Conference on Applied Aerodynamic*, 2022. [41](#)
- L. Muller, B. Martinez, M. Libsig, D. Bidino, M. Bastide, J.-C. Roy, and Y. Bailly. Numerical and experimental investigation of a 3-axis free rotation model. In *54th 3AF International Conference on Applied Aerodynamic*, 2019. [41](#)

- L. Muller, M. Libsig, B. Martinez, M. Bastide, D. Bidino, Y. Bailly, and J.-C. Roy. Wind tunnel measurements of the dynamic stability derivatives of a fin-stabilized projectile by means of a 3-axis freely rotating test bench. In *AIAA AVIATION 2020 FORUM*, page 2782, 2020. [41](#)
- C. H. Murphy. Free flight motion of symmetric missiles. Technical report, ARMY BALLISTIC RESEARCH LAB ABERDEEN PROVING GROUND MD, 1963. [10](#), [21](#)
- K. Orlik-Ruckemann. Review of techniques for determination of dynamic stability parameters in wind tunnels. *AGARD LS-114*, 1981. [xiii](#), [21](#), [22](#)
- N. Otsu. A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, 9(1) :62–66, 1979. [47](#)
- B. Owens, J. Brandon, M. Croom, M. Fremaux, G. Heim, and D. Vicroy. Overview of dynamic test techniques for flight dynamics research at nasa larc. In *25th AIAA aerodynamic measurement technology and ground testing conference*, page 3146, 2006. [21](#)
- S. Park, Y. Kim, and J. Kwon. Prediction of dynamic damping coefficients using unsteady dual-time stepping method. In *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, page 715, 2002. [22](#)
- W. Piper and F. DeMeritte. Summary of the nol investigations to date of the aerodynamic characteristics of the navy low drag bomb. Technical report, NAVAL ORDNANCE LAB WHITE OAK MD, 1960. [57](#)
- S. Portier. 3d position and attitude determination of a vehicle in free flight based on 3d high-speed videos. Technical report, French-German Research Institute of Saint-Louis, 2014. [24](#)
- Prodas. *Arrow Tech. PRODAS V3 Technical Manual*. Arrow Tech. [95](#), [98](#)
- M. Rouaud. *Calcul d'incertitudes*. 2013. [66](#), [98](#)
- J. Sahu. Numerical computations of dynamic derivatives of a finned projectile using a time-accurate cfd method. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, page 6581, 2007. [22](#)
- J. Sahu. Computations of unsteady aerodynamics of a spinning body at transonic speeds. In *27th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, page 3852, 2009. [74](#)
- J. Sahu. Virtual fly-out simulations of a spinning projectile from subsonic to supersonic speeds. In *29th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, page 3026, 2011. [74](#)
- M. Samardžić, J. Isaković, Z. Anastasijević, and D. Marinkovski. Apparatus for measurement of pitch and yaw damping derivatives in high reynolds number blowdown wind tunnel. *Measurement*, 46(8) :2457–2466, 2013. [21](#)
- I. Shantz and R. T. Groves. Dynamic and static stability measurements of the basic finner at supersonic speeds. Technical report, NAVAL ORDNANCE LAB WHITE OAK MD, 1960. [25](#), [57](#), [96](#)
- S. S. Shapiro and M. B. Wilk. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(3/4) :591–611, 1965. [65](#), [XIV](#)
- S. I. Sifton. Navier-stokes computations for a spinning projectile from subsonic to supersonic speeds. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 42(2) :223–231, 2005. doi : 10.2514/1.4175. [87](#)
- G. P. Stein. Internal camera calibration using rotation and geometric shapes. Master's thesis, MIT, 1993. [33](#)
- G. Strub. *Modeling, identification and control of a guided projectile in a wind tunnel*. PhD thesis, Mulhouse, 2016. [16](#)

- Student. The probable error of a mean. *Biometrika*, pages 1–25, 1908. [64](#)
- B. Trieu, T. Tyler, B. Stewart, J. Chamock, D. Fisher, E. Heim, J. Brandon, and S. Grafton. Development of a forced oscillation system for measuring dynamic derivatives of fluidic vehicles. In *38th Aerospace mechanisms symposium*, 2006. [21](#)
- R. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 3(4) :323–344, 1987. [26](#), [35](#)
- R. Tsai and T. Huang. Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 29(6) :1147–1152, 1981. [35](#)
- R. Van Den Boomgaard and R. Van Balen. Methods for fast morphological image transforms using bitmapped binary images. *CVGIP Graphical Models and Image Processing*, 54(3) :252–258, 1992. [47](#)
- J. Weng, P. Cohen, M. Herniou, et al. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 14(10) :965–980, 1992. [32](#), [33](#)
- J. Wittenburg. *Dynamics of multibody systems*. Springer Science & Business Media, 2007. [18](#)
- Z. Zhang. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. In *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision*, volume 1, pages 666–673. Ieee, 1999. [35](#)
- P. H. Zipfel. *Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics*. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. doi : <https://doi.org/10.2514/4.862182>. [7](#), [13](#), [I](#), [III](#)

Annexe A

Complément d'information sur la mécanique du vol

Cette annexe donne les informations clés permettant de construire les matrices de passage entre le repère terrestre et le repère projectile, ainsi que celles entre le repère projectile et le repère aérodynamique.

A.1 Matrice de transformation

Le but d'une transformation est d'arriver à faire coïncider les axes de deux repères différents. Une des manières les plus simples est d'appliquer une séquence de rotations successives.

A.1.1 Matrice de transformation entre le repère projectile et le repère terrestre

La matrice de passage du repère terrestre au le repère projectile $[\mathbf{T}]^{BE}$. Elle est composée de trois rotations successives et fait intervenir les angles d'Euler : roulis ϕ , tangage θ et lacet ψ , comme l'explique la Figure A.1. Cette procédure nécessite l'utilisation de deux repères intermédiaires $]^1$ et $]^2$. La matrice $[\mathbf{T}]^{BE}$ est définie de la manière suivante (Zipfel, 2000).

$$[\mathbf{T}]^{BE} = [\mathbf{R}(\phi)]^{B2} [\mathbf{R}(\theta)]^{21} [\mathbf{R}(\psi)]^{1E} \quad (\text{A.1})$$

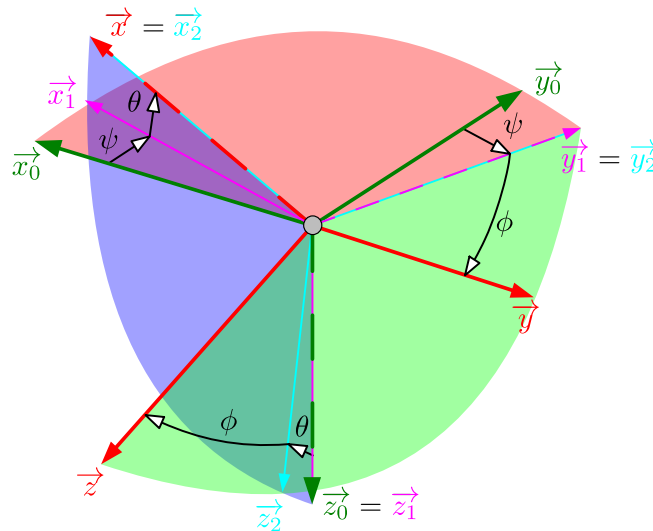


FIGURE A.1 – Position du repère projectile par rapport au repère terrestre

La première rotation vise à faire tourner le repère \mathfrak{R}_E autour de son axe \vec{z}_0 d'un angle ψ pour être aligné au repère $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{R}(\psi)]^{1E}} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

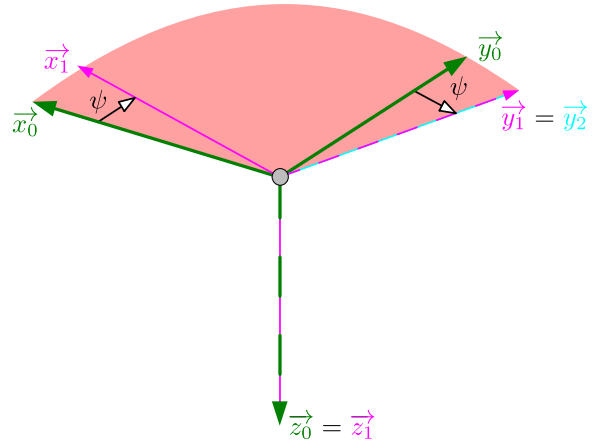


FIGURE A.2 – Rotation autour de z_0

La seconde transformation consiste à obtenir le repère $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ par l'intermédiaire d'une rotation autour de l'axe \vec{y}_1 d'un angle θ .

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}}_{[\mathbf{R}(\theta)]^{21}} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

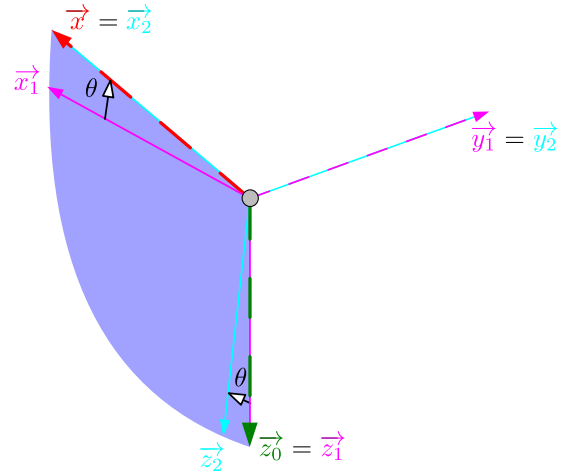


FIGURE A.3 – Rotation autour de y_1

La troisième et dernière transformation consiste à obtenir le repère projectile $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par l'intermédiaire d'une rotation autour de l'axe \vec{x}_2 d'un angle ϕ .

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}}_{[\mathbf{R}(\phi)]^{B2}} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

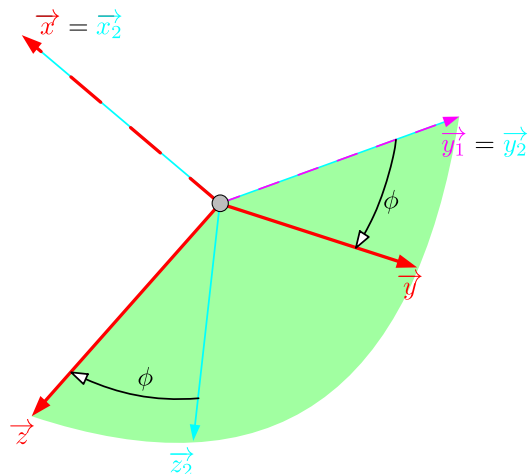


FIGURE A.4 – Rotation autour de x_2

Par substitutions successives des équations (A.2), (A.3) et (A.4), la transformation du repère terrestre au repère projectile est donnée par :

$$[\mathbf{T}]^{BE} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

En analysant la matrice $[\mathbf{T}]^{BE}$, il est possible d'extraire les angles d'Euler :

$$\phi = \arctan\left(\frac{t_{23}}{t_{33}}\right) \quad \theta = \arcsin(-t_{13}) \quad \psi = \arctan\left(\frac{t_{12}}{t_{11}}\right) \quad (\text{A.6})$$

La matrice de passage du repère projectile au repère terrestre $[\mathbf{T}]^{EB}$ est obtenue grâce à la transposition de la matrice $[\mathbf{T}]^{BE}$.

$$[\mathbf{T}]^{EB} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \sin \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

A.1.2 Matrice de transformation entre le repère projectile et le repère aérodynamique

La matrice de transformation entre le repère projectile et le repère aérodynamique $[\mathbf{T}]^{WB}$ est primordiale en mécanique du fluide. Tandis que le premier repère sert généralement à définir les moments agissant sur un corps volant, le deuxième sert à exprimer les forces aérodynamiques. Cette transformation est composée de deux rotations successives faisant appel à l'angle d'attaque α et de dérapage β , comme le décrit la Figure A.5. Cette procédure nécessite l'utilisation d'un repères intermédiaire]¹ et La matrice $[\mathbf{T}]^{WB}$ est définie de la manière suivante (Zipfel, 2000) :

$$[\mathbf{T}]^{WB} = [\mathbf{R}(\beta)]^{W1} [\mathbf{R}(-\alpha)]^{1B} \quad (\text{A.8})$$

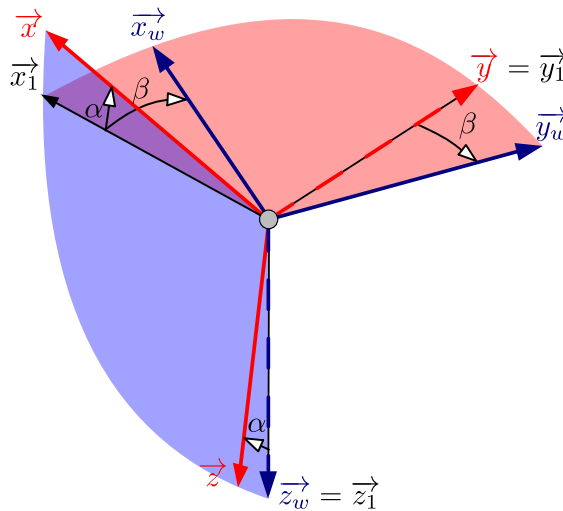
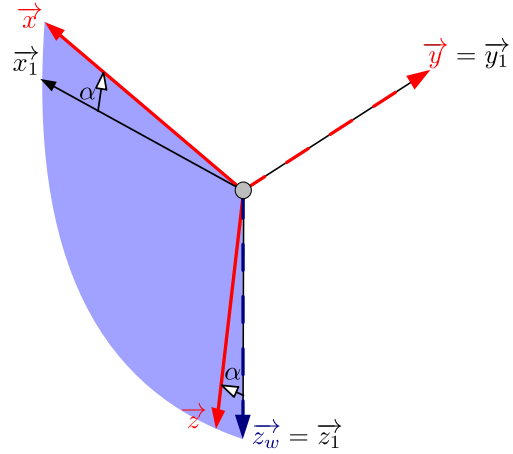


FIGURE A.5 – Position du repère projectile par rapport au repère aérodynamique

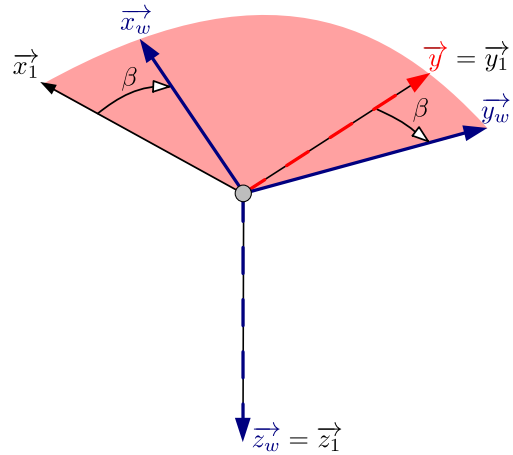
La première rotation vise à faire tourner le repère \mathfrak{R}_B autour de son axe \vec{y} d'un angle $-\alpha$ pour être aligné au repère $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}}_{[\mathbf{R}(-\alpha)]^{1B}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$


 FIGURE A.6 – Rotation autour de y

La seconde transformation consiste à obtenir le repère \mathfrak{R}_W par l'intermédiaire d'une rotation autour de l'axe \vec{z}_1 d'un angle β .

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{R}(\beta)]^{A1}} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$


 FIGURE A.7 – Rotation autour de x_1

Par substitutions successives des équations (A.9) et (A.10), la transformation du repère projectile au repère aérodynamique est donnée par :

$$[\mathbf{T}]^{WB} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

A.2 Développement des équations cinématiques de rotation

Les équations de la cinématique de rotation relient le taux de variation des angles d'Euler aux composantes de la vitesse angulaire exprimée dans le repère projectile. La vitesse angulaire $\omega^{B,E}$ peut se décomposer comme étant la somme de la vitesse angulaire du repère projectile ($B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$) par rapport au repère ($B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2$), de la vitesse de ($B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2$) par rapport à ($B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) et enfin la vitesse de ($B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) par rapport au repère terrestre ($B, \vec{x}_E, \vec{y}_E, \vec{z}_E$) :

$$\omega^{B,E} = \omega_B^{B,2} + \omega_B^{2,1} + \omega_B^{1,E} \quad (\text{A.12})$$

On introduit $\omega_K^{I,J}$ la vitesse angulaire du repère I par rapport au repère J exprimée dans le repère K . Les repères projectile B , les deux repères intermédiaires 1 et 2 ainsi que le repère terrestre

E sont définis en A.1.1 . La vitesse angulaire peut se définir en considérant la séquence des angles d'Euler "ZYX" ou $\mathbf{R}_1(\phi)\mathbf{R}_2(\theta)\mathbf{R}_3(\psi)$, définie en A.1.1. Ainsi :

$$\boldsymbol{\omega}_1^{1,E} = \boldsymbol{\omega}_E^{1,E} = [0 \ 0 \ \dot{\psi}]^T \quad (\text{A.13})$$

$$\boldsymbol{\omega}_2^{2,1} = \boldsymbol{\omega}_1^{2,1} = [0 \ \dot{\theta} \ 0]^T \quad (\text{A.14})$$

$$\boldsymbol{\omega}_B^{B,2} = \boldsymbol{\omega}_2^{B,2} = [\dot{\phi} \ 0 \ 0]^T \quad (\text{A.15})$$

Les trois vecteurs ci-dessus sont exprimés dans des repères différents μ . Ils doivent donc être exprimés dans le même repère avant de pouvoir être introduit dans la relation (A.12). Pour ce faire les équations (A.13) et (A.14) doivent être exprimées dans le repère projectile en utilisant les matrices définies en (A.1.1). Ainsi,

$$\boldsymbol{\omega}_B^{2,1} = [\mathbf{R}(\phi)]^{B2} \boldsymbol{\omega}_2^{2,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Et,

$$\boldsymbol{\omega}_B^{1,E} = [\mathbf{R}(\phi)]^{B2} [\mathbf{R}(\theta)]^{21} \boldsymbol{\omega}_1^{1,E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

La relation (A.12) peut donc être maintenant développée, tel que

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Finalement les équations de la cinématique de rotation reliant le taux de variation des angles d'Euler aux composantes de la vitesse angulaire exprimé dans le repère projectile sont :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

L'expression ci-dessus peut être inversée afin d'obtenir l'expression des taux de variations des angles d'Euler en fonction des vitesses angulaires exprimées dans le repère projectile.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \phi & \tan \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

A.3 Équation de mouvement angulaire du dispositif MiRo

Les équations du mouvement décrivant la dynamique angulaire d'une maquette montée sur le dispositif MiRo sont présentées dans la section 1.3. Une maquette montée sur ce système perd sa capacité à se déplacer en translation. Les équations du vol libre d'un projectile, présenté en 1.2.3.2 ne peuvent plus s'appliquer. La succession des liaisons mécaniques entre le repère de la soufflerie et le repère projectile introduit des efforts de liaison inconnus dans les équations de mouvement. Comme le dispositif MiRo présente une boucle de cinématique ouverte, ces inconnues peuvent être éliminées en sélectionnant intelligemment des ensembles de corps appelés sous-système. Ces sous-systèmes sont définis de telle manière à n'avoir qu'une unique liaison entre le sous-système étudié et les autres corps du système. On pose l'hypothèse que chacune de ces liaisons est parfaite

et sans frottement. Comme toutes ses liaisons sont des pivots, le torseur associé à chacune d'entre elles est de la forme suivante :

$$\{\mathbf{T}_{C_i \rightarrow C_j}\} = \{\mathbf{F}_{C_i \rightarrow C_j} \quad \mathbf{M}_{C_i \rightarrow C_j}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & 0 \\ Z & N \end{Bmatrix}_j \quad (\text{A.21})$$

Ainsi en projetant l'effort $T_{C_i \rightarrow C_j}$ sur l'axe de mobilité \vec{y}_j , la liaison n'engendre plus d'inconnus de moment.

Comme le dispositif MiRo empêche tout mouvement rectiligne, seules les dérivées des taux angulaires \dot{p} , \dot{q} et \dot{r} sont inconnues car $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}) = (0, 0, 0)$. Il faut donc trois équations indépendantes pour obtenir la dynamique du mouvement. Les équations du mouvement sont obtenues grâce à la loi d'Euler en isolant puis en projetant successivement le projectile ($\Sigma = B$), puis le projectile avec le satellite externe ($\Sigma = B + S_E$) et enfin le projectile avec le satellite interne et le satellite externe ($\Sigma = B + S_E + S_I$).

Pour obtenir la mécanique du vol associée à MiRo les hypothèses suivantes sont introduites :

Hypothèse 1 : Tous les composants du dispositif de maintien sont considérés comme des solides indéformables.

Hypothèse 2 : Les masses et inerties des satellites et des roulements sont négligeables par rapport à celle de la maquette.

A.3.1 Équation du mouvement de roulis

La dynamique du mouvement de roulis est obtenue en isolant la maquette ($\Sigma = B$). Dans cette configuration, ce sous-système est semblable à un projectile en vol libre, à l'exception des efforts de liaisons $\mathbf{T}_{B \rightarrow S_E}$ dûs à la liaison pivot permettant le libre mouvement selon l'axe de roulis, ainsi :

$$\left. \frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_{B/E})}{dt} \right|_E = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_{S_E \rightarrow B} \quad (\text{A.22})$$

En projetant l'équation (A.22) sur l'axe \vec{x}_B , on obtient :

$$\dot{p}I_1 = L^A \quad (\text{A.23})$$

La projection de (A.22) sur l'axe \vec{x}_B a permis de supprimer l'inconnue de réaction due à la liaison pivot. Cette équation est la même que l'équation (1.35) obtenue pour un projectile en vol libre. L'équation (1.35) reste toujours valable dans le cas d'une maquette montée sur le dispositif MiRo.

A.3.2 Équation du mouvement de tangage

La dynamique du mouvement de tangage est obtenue en isolant la maquette et le satellite externe ($\Sigma = B + S_E$). Dans ce cas de figure, la liaison permettant le roulis est interne au système et ne génère donc aucun effort supplémentaire. Outre les efforts aérodynamiques, seuls les efforts de réaction dûs à la liaison pivot $\mathbf{T}_{S_I \rightarrow S_E}$ permettant le mouvement de tangage sont à prendre en compte. Ainsi, :

$$\left. \frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_{B/E})}{dt} \right|_E + \left. \frac{d(\mathbf{I}_{S_E}\boldsymbol{\omega}_{S_E/E})}{dt} \right|_E = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_{S_I \rightarrow S_E} \quad (\text{A.24})$$

\mathbf{I}_{S_E} représente la matrice d'inertie du satellite externe. Le moment d'inertie propre au satellite externe est négligeable ce qui implique que $\left. \frac{d(\mathbf{I}_{S_E}\boldsymbol{\omega}_{S_E/E})}{dt} \right|_E = 0$. La formule de Varignon (1.24) est appliquée à la dérivée du moment cinétique du projectile, ainsi :

$$\mathbf{h}_B^{BE} = \left. \frac{d(\mathbf{I}_{S_E}\boldsymbol{\omega}_{S_E/E})}{dt} \right|_E = \begin{bmatrix} \dot{p}I_1 \\ \dot{q}I_2 + pr(I_1 - I_3) \\ \dot{r}I_2 + pq(I_2 - I_1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Le moment de réaction $\mathbf{M}_{S_I \rightarrow S_E}$ étant nul selon l'axe \vec{y}_2 , l'équation (A.24) est d'abord transposée dans dans le repère \mathfrak{R}_2 par l'intermédiaire de la matrice de transformation $[\mathbf{R}(\phi)]^{2B}$ allant du repère \mathfrak{R}_B à \mathfrak{R}_2 , (voir (A.4)) avant d'être projetée selon l'axe \vec{y}_2 , afin d'obtenir une équation sous forme scalaire :

$$[0 \ 1 \ 0]_2 [\mathbf{R}(\phi)]^{2B} \mathbf{h}_B^{BE} = [0 \ 1 \ 0]_2 [\mathbf{R}(\phi)]^{2B} \mathbf{M}_{A|B} + [0 \ 1 \ 0]_2 \mathbf{M}_{S_I \rightarrow S_E} \quad (\text{A.26})$$

L'équation (A.26) devient :

$$[\dot{q}I_2 + pr(I_1 - I_2)] \cos \phi - [\dot{r}I_2 + pq(I_2 - I_1)] \sin \phi = M^A \cos \phi - N^A \sin \phi \quad (\text{A.27})$$

A.3.3 Équation du mouvement de lacet

La dynamique du mouvement de lacet est obtenue en isolant la maquette, le satellite externe et le satellite interne ($\Sigma = B + S_E + S_I$). Dans ce cas de figure, la liaison permettant le roulis ainsi que celle permettant le tangage sont internes au système et ne génère donc aucun effort supplémentaire. En plus des efforts aérodynamiques, les efforts de réactions $\mathbf{T}_{D \rightarrow S_I}$ dûs à la liaison pivot entre le dard et le satellite interne sont à considérer. Cette liaison permet le mouvement de lacet de la maquette. Ainsi :

$$\left. \frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_{B/E})}{dt} \right|_E + \left. \frac{d(\mathbf{I}_{S_I}\boldsymbol{\omega}_{S_I/E})}{dt} \right|_E = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_{D \rightarrow S_I} \quad (\text{A.28})$$

\mathbf{I}_{S_I} représente la matrice d'inertie du satellite interne. Comme pour le satellite externe, le moment d'inertie du satellite interne est négligeable. Sa dérivée est donc nulle. Le moment de réaction $\mathbf{M}_{D \rightarrow S_I}$ étant nul selon l'axe \vec{z}_S , l'équation (A.28) est d'abord transposée dans dans le repère \mathfrak{R}_1 par l'intermédiaire de la matrice de transformation $[\mathbf{T}]^{SB}$ allant du repère \mathfrak{R}_B à \mathfrak{R}_S , (voir (A.7)) avant d'être projetée selon l'axe \vec{z}_S afin d'obtenir une équation sous forme scalaire :

$$[0 \ 0 \ 1]_S [\mathbf{T}]^{SB} \mathbf{h}_B^{BE} = [0 \ 0 \ 1]_S [\mathbf{T}]^{SB} \mathbf{M}_{A|B} + [0 \ 0 \ 1]_S \mathbf{M}_{D \rightarrow S_I} \quad (\text{A.29})$$

L'équation (A.29) devient :

$$\begin{aligned} -\dot{p}I_1 \sin \theta + [\dot{q}I_2 + pr(I_1 - I_2)] \cos \theta \sin \phi + [\dot{r}I_2 + pq(I_2 - I_1)] \cos \theta \cos \phi = \\ -L^A \sin \theta + M^A \cos \theta \sin \phi + N^A \cos \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

En introduisant (A.23) dans (A.30), le terme L^A est éliminé de l'équation :

$$[\dot{q}I_2 + pr(I_1 - I_2)] \sin \phi + [\dot{r}I_2 + pq(I_2 - I_1)] \cos \phi = M^A \sin \phi + N^A \cos \phi \quad (\text{A.31})$$

L'expression de \dot{q} est obtenue en réalisant l'opération $\cos \phi(\text{A.27}) + \sin \phi(\text{A.31})$. L'expression de \dot{r} est obtenue en réalisant l'opération $\cos \phi(\text{A.30}) - \sin \phi(\text{A.27})$. Finalement, l'expression des équations du mouvement angulaire pour un projectile dont les translations sont impossibles sont :

$$\dot{p} = \frac{1}{I_1} L_A \quad (\text{A.32})$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_2} ((I_2 - I_1)pr + M^A) \quad (\text{A.33})$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_2} ((I_1 - I_2)pq + N^A) \quad (\text{A.34})$$

Ces équations sont exactement les même que celles de la dynamique angulaire du projectile en vol libre.

Annexe B

Complément d'information sur la dynamique des gaz

Cette appendice spécifie les formules utilisées pour le calcul des valeurs répertoriées dans le tableau 3.1. Ces valeurs sont obtenues grâce aux paramètres de fonctionnement des installations, à savoir le nombre de Mach dans la veine d'essai M_{veine} , la pression totale P_t et la température totale T_t . Ces formules sont valables en posant les hypothèses suivantes :

- le gaz est considéré comme un gaz parfait.
- les détenteurs sont considérées comme isentropiques.

Ces hypothèses sont acceptables pour les régimes d'écoulement de la soufflerie trisonique et du tube de Ludwig. Concernant le gaz utilisé pour l'écoulement, on note γ l'indice adiabatique et r la constante des gaz parfaits du gaz utilisé pour l'écoulement.

Calcul de la pression et de la température du gaz dans la veine d'essai :

La pression statique P_{veine} et la température statique T_{veine} du gaz dans la veine d'essai sont calculées à l'aide des relations de détente isentropique (McCormick, 1979) :

$$\frac{P_{\text{veine}}}{P_t} = \left(1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{T_{\text{veine}}}{T_t} = \left(1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2}\right)^{-1} \quad (\text{B.2})$$

Calcul de la masse volumique totale et celle dans la veine d'essai :

Le gaz étant considéré comme parfait, la masse volumique totale ρ_t est obtenue grâce à la relation des gaz parfaits (Amiroudine and Battaglia, 2017) :

$$\rho_t = \frac{P_t}{r T_t} \quad (\text{B.3})$$

La masse volumique de la veine ρ_{veine} peut ensuite être calculée à l'aide de la relation de détente isentropique (McCormick, 1979) :

$$\frac{\rho_{\text{veine}}}{\rho_t} = \left(1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2}\right)^{\frac{-1}{\gamma - 1}} \quad (\text{B.4})$$

Calcul de la vitesse de l'écoulement dans la veine d'essai :

La vitesse de l'écoulement dans la veine d'essai se calcule grâce à la formule de la vitesse du son $a = \sqrt{\gamma r T}$:

$$V_{\text{veine}} = \frac{M_{\text{veine}}}{\sqrt{\gamma r T}} \quad (\text{B.5})$$

Calcul du débit massique :

Le débit massique de l'écoulement est calculé à partir de sa formule :

$$\dot{m}_{\text{veine}} = \rho_{\text{veine}} V_{\text{veine}} A_{\text{veine}} \quad (\text{B.6})$$

Calcul du col de la tuyère :

La section du col de la tuyère A_{col} est obtenue grâce à la conservation du débit massique entre le veine d'essai (\dot{m}_{veine}) et le col (\dot{m}_{col}). Connaissant au préalable la section de la veine d'essai A_{veine} et sachant que l'écoulement doit être sonique au col ($M_{\text{col}} = 1$) :

$$\begin{aligned} & \dot{m}_{\text{veine}} = \dot{m}_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \rho_{\text{veine}} V_{\text{veine}} A_{\text{veine}} = \rho_{\text{col}} V_{\text{col}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \frac{\rho_{\text{veine}}}{\rho_t} V_{\text{veine}} A_{\text{veine}} = \frac{\rho_{\text{col}}}{\rho_t} V_{\text{col}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \frac{\rho_{\text{veine}}}{\rho_t} M_{\text{veine}} \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_{\text{veine}}} A_{\text{veine}} = \frac{\rho_{\text{col}}}{\rho_t} \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_{\text{col}}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \frac{\rho_{\text{veine}}}{\rho_t} M_{\text{veine}} \sqrt{\frac{T_{\text{veine}}}{T_t}} A_{\text{veine}} = \frac{\rho_{\text{col}}}{\rho_t} \sqrt{\frac{T_{\text{col}}}{T_t}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \frac{\rho_{\text{veine}}}{\rho_t} M_{\text{veine}} \sqrt{\frac{T_{\text{veine}}}{T_t}} A_{\text{veine}} = \frac{\rho_{\text{col}}}{\rho_t} \sqrt{\frac{T_{\text{col}}}{T_t}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \left[1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{1}{\gamma - 1}} M_{\text{veine}} \left[1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{1}{2}} A_{\text{veine}} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{1}{\gamma - 1}} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{1}{2}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \left[1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} M_{\text{veine}} A_{\text{veine}} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} A_{\text{col}} \\ \Rightarrow & \left[1 + M_{\text{veine}}^2 \frac{\gamma - 1}{2} \right]^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} M_{\text{veine}} A_{\text{veine}} = \left[\frac{\gamma + 1}{2} \right]^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} A_{\text{col}} \end{aligned}$$

Calcul de la viscosité dynamique dans la veine d'essai :

La formule de Sutherland (McCormick, 1979) permet de calculer la viscosité dynamique de l'écoulement dans la veine d'essai μ_{veine} :

$$\mu_{\text{veine}} = \mu_{\text{ref}} \left[\frac{T_{\text{veine}}}{T_{\text{ref}}} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{T_{\text{ref}} + S}{T_{\text{veine}} + S} \quad (\text{B.7})$$

Avec :

- T_{ref} : la température de référence
- μ_{ref} : la viscosité de l'air à la température T_{ref}
- S : la température de Sutherland

T_{ref} , μ_{ref} et S sont des constantes dépendant de la composition du gaz de l'écoulement.

Calcul de la viscosité cinématique de l'écoulement dans la veine d'essai :

La viscosité cinématique de l'écoulement dans la veine d'essai ν_{veine} est calculé à partir de sa formule :

$$\nu_{\text{veine}} = \frac{\mu_{\text{veine}}}{\rho_{\text{veine}}} \quad (\text{B.8})$$

Calcul du nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds Re_D représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses et se calcule à partir de sa formule :

$$Re_D = \frac{\rho V_{\text{veine}} D}{\mu_{\text{veine}}} = \frac{V_{\text{veine}} D}{\nu_{\text{veine}}} \quad (\text{B.9})$$

Annexe C

Complément d'information sur l'analyse statistique

C.1 Distribution de Student

Si T est une variable aléatoire suivant la loi de Student à $\nu = n - 1$ degrés de liberté, le tableau C.1 donne, pour un risque α fixé, la valeur $t_{1-\alpha/2}$ telle que :

$$\mathbb{P}\{|T| \geq t_{1-\alpha/2}\} = \alpha \quad (\text{C.1})$$

Ainsi, $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1 - \alpha/2$ de la loi de Student à $n - 1$ degrés de liberté.

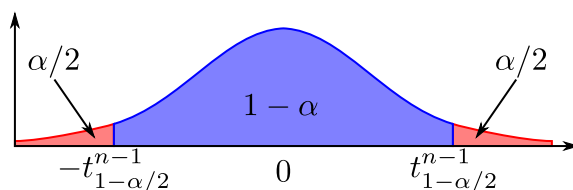


FIGURE C.1 – Représentation du niveau de confiance

Pour un nombre infini d'échantillon ($\nu = \infty$), $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1 - \alpha/2$ de la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$

$\alpha \backslash v$	0,4	0,31	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01	0,001
1	1,376	1,837	1,963	3,078	6,314	12,706	63,657	636,619
2	1,061	1,321	1,386	1,886	2,920	4,303	9,925	31,599
3	0,978	1,197	1,250	1,638	2,353	3,182	5,841	12,924
4	0,941	1,142	1,190	1,533	2,132	2,776	4,604	8,610
5	0,920	1,111	1,156	1,476	2,015	2,571	4,032	6,869
6	0,906	1,091	1,134	1,440	1,943	2,447	3,707	5,959
7	0,896	1,077	1,119	1,415	1,895	2,365	3,499	5,408
8	0,889	1,067	1,108	1,397	1,860	2,306	3,355	5,041
9	0,883	1,059	1,100	1,383	1,833	2,262	3,250	4,781
10	0,879	1,053	1,093	1,372	1,812	2,228	3,169	4,587
11	0,876	1,048	1,088	1,363	1,796	2,201	3,106	4,437
12	0,873	1,043	1,083	1,356	1,782	2,179	3,055	4,318
13	0,870	1,040	1,079	1,350	1,771	2,160	3,012	4,221
14	0,868	1,037	1,076	1,345	1,761	2,145	2,977	4,140
15	0,866	1,034	1,074	1,341	1,753	2,131	2,947	4,073
⋮					⋮			
∞	0,842	1,000	1,036	1,282	1,645	1,960	2,576	3,291

TABLEAU C.1 – Coefficients de Student

C.2 Test de Shapiro-Wilk

Le test de Shapiro-Wilk (Shapiro and Wilk, 1965) permet de vérifier si des séries de mesures respectent une distribution gaussienne. Il teste l'hypothèse nulle¹ selon laquelle un échantillon (x_1, \dots, x_n) est issu d'une population normalement distribuée. Il est généralement employée pour des échantillons de petites tailles ($n < 50$) et est considéré comme l'un des tests de détection de normalité le plus efficaces. Le test de Shapiro-Wilk se base sur la statique W :

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{E[\frac{n}{2}]} a_i (x_{(n+1-i)} - x_{(i)}) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (C.2)$$

où

- $x_{(i)}$ correspond à la série de données triées par ordre croissant
- $E[\frac{n}{2}]$ est la partie entière du rapport $n/2$
- a_i correspond au coefficient de pondération associé à l'individu $i \in [1, n]$

Les coefficients a_i sont des constantes calculées à partir de la moyenne et de la matrice de variance/covariance des quantiles d'un échantillon de taille n suivant la loi normale. Les coefficients a_i sont donnés dans les tableaux C.2 et C.3. Ces constantes sont calculées par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{m' V^{-1}}{(m' V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}} \quad \text{où } m = (m_1, \dots, m_n)' \quad (C.3)$$

Dans l'expression (C.3), m_1, \dots, m_n représente la valeur moyenne et V est la matrice de variance/covariance des quantiles d'un échantillon de taille n suivant la loi normale.

La statistique W peut s'interpréter comme étant le coefficient de détermination (le carré de coefficient de corrélation) entre la série des quantiles générées à partir de la loi normale et les

1. L'hypothèse nulle est une hypothèse postulant l'égalité entre des paramètres statistiques (généralement, la moyenne ou la variance) de deux échantillons dont elle fait l'hypothèse qu'ils sont pris sur des populations équivalentes.

quantiles empiriques obtenues à partir des données. Plus W est grand, plus la compatibilité avec la loi normale est crédible. La valeur de W est comparée par rapport à une valeur seuil W_{crit} dépendant du risque α et de l'effectif n , figurant dans les tableaux C.2 et C.3. Ainsi, si $W > W_{crit}$, l'hypothèse de normalité est compatible avec le jeu de données.

$i \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,7071	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,6052	0,5888	0,5739
2		0,0000	0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291
3			0,0000	0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141	
4				0,0000	0,0561	0,0947	0,1224		
5							0,0000	0,0399	

TABLEAU C.2 – Tableau des coefficients a_i pour $i \in [1, 10]$

$i \backslash n$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,5150	0,5056	0,4963	0,4886	0,4808	0,4734
2	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253	0,3232	0,3211
3	0,2260	0,2347	0,2412	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553	0,2561	0,2565
4	0,1429	0,1586	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027	0,2059	0,2085
5	0,0695	0,0922	0,1099	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587	0,1641	0,1686
6	0,0000	0,0303	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197	0,1271	0,1334
7			0,0000	0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837	0,0932	0,1013
8				0,0000	0,0196	0,0359	0,0496	0,0612	0,0711	
9						0,0000	0,0163	0,0303	0,0422	
10								0,0000	0,0140	

TABLEAU C.3 – Tableau des coefficients a_i pour $i \in [11, 20]$

$n \backslash \alpha$	0,01	0,02	0,05	0,1	0,5	0,9	0,95	0,98	0,99
3	0,753	0,756	0,767	0,789	0,959	0,998	0,999	1,000	1,000
4	0,687	0,707	0,748	0,792	0,935	0,987	0,992	0,996	0,997
5	0,686	0,715	0,762	0,808	0,927	0,979	0,986	0,991	0,993
6	0,713	0,743	0,788	0,826	0,927	0,974	0,981	0,986	0,989
7	0,730	0,760	0,803	0,838	0,928	0,972	0,979	0,985	0,988
8	0,749	0,778	0,818	0,851	0,932	0,972	0,978	0,984	0,987
9	0,764	0,791	0,829	0,859	0,935	0,972	0,978	0,984	0,986
10	0,781	0,806	0,842	0,869	0,938	0,972	0,978	0,983	0,986
11	0,792	0,817	0,850	0,876	0,940	0,973	0,979	0,984	0,986
12	0,805	0,828	0,859	0,883	0,943	0,973	0,979	0,984	0,986
13	0,814	0,837	0,866	0,889	0,945	0,974	0,979	0,984	0,986
14	0,825	0,846	0,874	0,895	0,947	0,975	0,980	0,984	0,986
15	0,835	0,855	0,881	0,901	0,950	0,975	0,980	0,984	0,987

TABLEAU C.4 – Valeurs critiques de W (W_{crit})