Identification de systèmes de transmissions flexibles pour la co-manipulation robotique

Bassem Boukhebouz

▶ **To cite this version:**

Bassem Boukhebouz. Identification de systèmes de transmissions flexibles pour la co-manipulation robotique. Robotique [cs.RO]. Université de Strasbourg, 2023. Français. NNT : 2023STRAD007 . tel-04123265

HAL Id: tel-04123265
https://theses.hal.science/tel-04123265

Submitted on 9 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Strasbourg

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

École doctorale Mathématiques, sciences de l'information et de l'ingénieur | ED 269 Université de Strasbourg

ÉCOLE DOCTORALE MATHEMATIQUES, SCIENCES DE L'INFORMATION ET DE L'INGENIEUR – ED269

Laboratoire des sciences de l'ingénieur, de l'informatique et de l'imagerie (UMR7357)

THÈSE présentée par :

Bassem BOUKHEBOUZ

soutenue le : **24 Mars 2023**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : Automatique et Robotique

Identification de systèmes de transmissions flexibles pour la co-manipulation robotique

THÈSE dirigée par :

M. Édouard LAROCHE	Professeur des universités, université de Strasbourg
M. Guillaume MERCÉRE	Maitre de conférence HDR, université de Poitiers
M. Mathieu GROSSARD	Directeur de Recherche CEA, CEA LIST

RAPPORTEURS :

M. Thierry POINOT	Professeur des universités, université de Poitiers
M. Xavier BOMBOIS	Directeur de recherche CNRS, Laboratoire Ampère, Lyon

EXAMINATEURS :

Mme. Marion GILSON	Professeur des universités, Université de Lorraine
M. Yves ROLAIN	Professeur des universités, Vrije Univerisiteit Brussel

INVITÉ :

M. Xavier LAMY	Ingénieur-Chercheur, Stäubli

Université de Strasbourg

ÉCOLE DOCTORALE MSII : **"Mathématiques, Sciences de l'Information et de l'Ingénieur"**

Spécialité: **Automatique et Robotique**

THÈSE PRÉSENTÉE PAR

BASSEM BOUKHEBOUZ

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Strasbourg**

Identification de systèmes de transmissions flexibles pour la co-manipulation robotique

---

Directeur de thèse	:	Édouard Laroche	Université de Strasbourg
Co-directeur	:	Guillaume Mercère	Université de Poitiers
Co-encadrant	:	Mathieu Grossard	CEA LIST

COMPOSITION DU JURY

Rapporteurs :		
	Thierry Poinot	Professeur des Universités Université de Poitiers
	Xavier Bombois	Directeur de recherche CNRS Laboratoire Ampère, Lyon
Examinateurs :		
	Marion Gilson	Professeur des Universités Université de Lorraine
	Yves Rolain	Professeur des Universités Vrije Univerisiteit Brussel

Dédicaces

À toi, qui sans ton soutien infaillible, je n'aurais jamais atteint ce niveau de réussite. Chère Maman, tu as toujours été ma plus grande source d'inspiration et de motivation, me poussant à aller plus loin et à travailler plus dur. Ton amour inconditionnel et tes encouragements constants ont été une bouée de sauvetage tout au long de mes études supérieures, et je te suis infiniment reconnaissant pour cela. Je sais que tu as sacrifié beaucoup pour moi et pour ma réussite, et je ne pourrais jamais assez te remercier. Je t'aime de tout mon cœur et cette thèse est dédiée à toi, en reconnaissance de tout ce que tu as fait pour moi.

À la mémoire de mon père,
À mon frère.

Remerciements

Je tiens à exprimer en premier lieu mes sincères remerciements à Édouard Laroche, Gillaume Mercère et Mathieu Grossard, mes encadrants, pour leur précieuse contribution à la réalisation de ce mémoire de doctorat. Votre soutien, votre encadrement et vos conseils tout au long de cette aventure ont été inestimables et ont grandement contribué à la qualité de mon travail. Je souhaiterais de plus remercier Guillaume Mercère, d'abord pour ses explications et motivations dans le domaine de l'identification, et ensuite pour ses conseils sportifs, sa positivité et pour avoir cru en moi.

Je tiens à exprimer ma gratitude pour M. Yves Rolain, Professeur des Universités à Vrije Univerisiteit Brussel , M. Thierry Poinot, Professeur des Université à l'Université de Poitiers, M. Xavier Bombois, Directeur de recherche CNRS, Laboratoire Ampère, Lyon et Mme. Marion Gilson, Professeur des Universités à l'Université de Lorraine, membres du jury de ma soutenance de thèse. Votre expertise et vos commentaires constructifs ont été très appréciés. Je tiens également à vous remercier pour votre temps et votre engagement envers ma thèse. Votre présence lors de ma soutenance a été d'une grande valeur pour moi et votre contribution a permis d'enrichir les discussions et les échanges. Je suis honoré d'avoir eu la chance de présenter mon travail devant vous et d'avoir pu bénéficier de votre expérience et de vos connaissances.

Je souhaite remercier l'ensemble de mes collègues du CEA LIST pour leurs aides et conseils qui m'ont été précieux pour la compréhension des systèmes robotiques en particulier Xavier Lamy, Philippe Garrec et Adrien Chambellan. Mes sincères remerciements vont aussi à mes collègues du Laboratoire LIAS à l'université de Poitiers.

Je tiens également à remercier mes amis Franciliens (kamel, Mehdi, Abdou, Imene et Moh) et mes amis Poitevins (Ali, M'hamed et Souha) pour leur soutien inconditionnel tout au long de ma thèse de doctorat. Vos encouragements, votre soutien moral et votre présence ont été essentiels pour moi.

Bilal et *Rahma*, je tenais à vous adresser mes plus sincères remerciements pour tout le soutien que vous m'avez apporté. Je n'oublierai jamais les moments où vous

avez sacrifié votre temps et vos propres projets pour m'aider à avancer dans mes recherches. Je suis reconnaissant de vous avoir dans ma vie et de pouvoir compter sur vous en toutes circonstances. Votre présence et votre soutien ont été une source de motivation pour moi tout au long des périodes difficiles.

Finalement, je remercie profondément ma mère et mon frère "Mouaadh" pour leurs encouragements et leur soutien durant toutes ces années d'étude.

Table des matières

1 Introduction **1**
- 1.1 Contexte de l'étude . . . 1
- 1.2 Problématique et objectifs de la thèse . . . 3
- 1.3 Identification des systèmes robotiques . . . 5
- 1.4 Modèle linéaire fréquentiel non-paramétrique . . . 6
- 1.5 Contributions . . . 9
- 1.6 Structure du manuscrit . . . 10
- 1.7 Publications . . . 11

2 Modélisation des systèmes robotiques à articulations flexibles **13**
- 2.1 Introduction . . . 13
- 2.2 Robots manipulateurs à articulations rigides . . . 14
- 2.3 Modèle général des robots manipulateurs à articulations flexibles . . . 15
  - 2.3.1 Étude d'une articulation flexible de robot . . . 16
  - 2.3.2 Propriétés dynamiques d'une articulation flexible de robot . . . 18
- 2.4 Discussion et conclusion . . . 21

3 Approximation de systèmes non-linéaires à l'aide de modèles linéaires non-paramétriques **23**
- 3.1 Introduction . . . 24
- 3.2 Concepts et définitions . . . 25
  - 3.2.1 Transformée de Fourier discrète . . . 25
  - 3.2.2 Signal multisinus . . . 25
  - 3.2.3 Acquisition de données . . . 27
- 3.3 Détection de non-linéarités . . . 29
  - 3.3.1 Détection de non-linéarités par signal multisinus . . . 29
  - 3.3.2 Exemple illustratif de détection de non-linéarités . . . 31
- 3.4 Meilleure approximation linéaire d'un système non-linéaire . . . 33
  - 3.4.1 Approche robuste pour estimer la meilleure approximation linéaire . . . 36

3.4.2 Exemple illustratif de l'impact des P et des M sur l'estimation de la meilleure approximation linéaire . . . 39
3.4.3 Meilleure approximation linéaire en boucle fermée . . . 42
3.5 Application au cas d'une transmission mécanique flexible . . . 44
3.5.1 Description du système . . . 44
3.5.2 Impact des frottements . . . 45
3.5.3 Impact de la non-linéarité de la raideur . . . 47
3.5.4 Impact des frottements et de la non-linéarité de la raideur . . . 49
3.6 Conclusion . . . 50

4 Génération d'excitation multisinus en boucle fermée 53
4.1 Introduction . . . 54
4.2 Optimisation du facteur de crête . . . 56
4.2.1 État de l'art . . . 56
4.2.2 Optimisation du facteur de crête via une méthode numérique . . . 57
4.2.3 Convergence de l'algorithme d'optimisation du FC . . . 61
4.3 Optimisation du facteur de crête en boucle fermée . . . 64
4.3.1 Positionnement du problème . . . 64
4.3.2 Approche proposée pour le réglage du signal de référence en boucle fermée . . . 65
4.3.3 Algorithme d'optimisation du facteur de crête en boucle fermée 66
4.4 Résultats de simulation . . . 67
4.4.1 Génération du signal de commande désiré . . . 68
4.4.2 Impact de la saturation sur le signal de commande en boucle fermée . . . 68
4.4.3 Impact de l'optimisation du facteur de crête sur le RSB en boucle fermée . . . 70
4.5 Discussions et conclusion . . . 73

5 Validation expérimentale de la méthodologie d'identification 75
5.1 Introduction . . . 75
5.2 Description du dispositif expérimental . . . 77
5.3 Résultats expérimentaux . . . 80
5.3.1 Identification non-paramétrique à sortie libre . . . 81
5.3.2 Identification non-paramétrique à sortie bloquée . . . 87
5.4 Validation des résultats via une estimation paramétrique . . . 94
5.4.1 Modèle de type boîte grise du dispositif expérimental . . . 94
5.4.2 Estimation des paramètres d'un modèle boîte grise . . . 95
5.4.3 Résultats et discussions . . . 98
5.5 Conclusion . . . 105

6 Conclusion générale et perspectives **107**
6.1 Conclusion 107
6.2 Perspectives 108

Table des figures

1.1 a) Cobot LBR de KUKA. b) Cobot UR5 d'Universel Robots. 2
1.2 a) Vérin à câble du CEA-LIST. b) Réducteur Harmonic drive. 3

2.1 Robot manipulateur à chaîne cinématique ouverte [24]. 14
2.2 Position et couple moteur en amont et en aval de l'étage de réduction d'une articulation robotique [70]. 15
2.3 Représentation d'une articulation flexible [24]. 16
2.4 Articulation flexible de robot. 18
2.5 Réponse fréquentielle du transfert : colocalisée (à gauche) et non-colocalisé (à droite). 19
2.6 Impact des frottements sur les réponses fréquentielles. 20
2.7 Impact de la raideur sur les réponses fréquentielles. 21

3.1 Modèle linéaire avec bruit additif $v(t)$ et distorsions non-linéaires $v_{NL}(t)$. 25
3.2 Impacts des amplitudes sur la DSP et la DP. 26
3.3 Impacts des phases sur la DSP et la DP. 27
3.4 Acquisition de données dans le cas ZOH. 28
3.5 Acquisition de données dans le cas BL. 28
3.6 Illustration de l'approche de détection et de classification des distorsions non-linéaires [90]. 31
3.7 Schéma représentatif du système à identifier. 31
3.8 Spectre d'amplitude de $u(t)$ (à gauche) et du spectre de $y(t)$ (à droite). 32
3.9 Spectre d'amplitude de $u(t)$ (à gauche) et spectre de $y(t)$ (à droite) pour quelques harmoniques. 33
3.10 Équivalence entre un système non-linéaire et sa meilleure approximation linéaire. 35
3.11 Approche robuste pour estimer la meilleure approximation linéaire [90]. 37
3.12 Schéma représentatif du système à identifier. 39
3.13 Impact de la variation des $\mathbf{P}$ sur la meilleure approximation linéaire. . 40
3.14 Impact de la variation des $\mathbf{M}$ sur la meilleure approximation linéaire. 41

3.15 Schéma général d'un système opérant en boucle fermée. 42
3.16 Modèles des caractéristiques (a) des couples de frottement et (b) du couple élastique. 45
3.17 Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une faible valeur efficace et en présence des frottements. 46
3.18 Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une valeur efficace élevée et en présence des frottements. 47
3.19 Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une valeur efficace élevée et en présence de la non-linéarité de la raideur. 48
3.20 Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une faible valeur efficace de la non-linéarité de la raideur. 48
3.21 Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ en présence des frottements et des non-linéarités de la raideur. 49

4.1 Procédé avec saturation. 55
4.2 Variation du niveau d'écrêtage en fonction de σ. 58
4.3 Fonction d'écrêtage (4.3) pour 1000 itérations. 59
4.4 **Algorithme 2 :** Minimisation du FC par Van der Ouderaa et al [111]. 61
4.5 Comparaison entre $u(t)$ et $u_{des}(t)$. 62
4.6 Spectre du signal multisinus avant et après l'optimisation du FC. . . 62
4.7 Histogramme du facteur de crête pour 2000 tirages de Monte carlo. . 63
4.8 Variation du facteur de crête en fonction des itérations i pour 5 tirages. 64
4.9 Système en boucle fermée avec présence de saturation sur le signal de commande $u(t)$. 65
4.10 (a) Signal multisinus $u(t)$, (b) variation du FC en fonction des itérations. 68
4.11 Spectres d'amplitude initiaux du (a) signal de référence $r(t)$, (b) signal de commande $u(t)$. 69
4.12 Condition d'arrêt de l'algorithme 3 en fonction des itérations. 70
4.13 Spectre d'amplitude du (a) signal de référence $r(t)$, (b) signal de commande $u(t)$. 71
4.14 $G_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ estimée sans et avec l'Algorithme 3 comparée à $G_0(s)$ pour un RSB = 10dB et $P = 7$. 72

5.1 Bras ASSIST du CEA-LIST (a) et Cobot SYB3 de ISYBOT (b). . . . 76
5.2 Dispositif expérimental du CEA-LIST. 78
5.3 Représentation schématique du dispositif de commande 78
5.4 Vérin à câble du CEA-LIST [35]. 79
5.5 Schéma de principe de la commande du bras robotique. 80
5.6 Bras configuré à la position $q = 1,23\ rad$. 81
5.7 Évolution temporelle du signal $u_{des}(t)$. 82
5.8 Spectre d'amplitude et de phase de $u_{des}(t)$. 83

5.9 Variation du facteur de crête de l'entrée $u(t)$. 83
5.10 Réponse fréquentielle $G_{r\rightarrow u}(j\omega_k)$ obtenues pour 12 itérations. 84
5.11 Spectres de $r(t)$ et $u(t)$ de la première itération comparés aux spectres de la troisième itération. 85
5.12 Analyse non-paramétrique des distorsions non-linéaires et du bruit . 86
5.13 Comparaison entre $G_{\tau_m\rightarrow q_{mot}}(j\omega_k)$ obtenues pour M=2 et pour M=40. 86
5.14 Interaction homme-robot. 88
5.15 Schéma général de commande en impédance [63]. 88
5.16 Modèle boîte noire selon [63]. 89
5.17 Modèle boîte noire équivalent. 90
5.18 Dispositif expérimental avec sortie bloquée et capteur d'effort. 91
5.19 Meilleures approximations linéaires des réponses fréquentielles $H_1(j\omega)$, $H_2(j\omega)$, $H_3(j\omega)$ et $H_4(j\omega)$ obtenues pour **P=4** et **M=40**. 92
5.20 Réponses fréquentielles $G_{11}(j\omega)$, $G_{12}(j\omega)$, $G_{21}(j\omega)$ et $G_{22}(j\omega)$ calculées à partir de l'équation (5.8). 93
5.21 Réponse fréquentielle de $G_{22}(j\omega)$ et $G_{22_v}(j\omega)$. 94
5.22 Histogrammes des paramètres normalisés θ_{n_i} obtenus via *greyest*. . . 100
5.23 Histogrammes des paramètres normalisés θ_{n_i} obtenus via *systune*. . . 101
5.24 Diagramme quantile-quantile pour les θ obtenus avec *greyest*. 102
5.25 Diagramme quantile-quantile pour les θ obtenus avec *systune*. 103
5.26 Comparaison de la réponse fréquentielle avec les modèles boîte grise pour le transfert entre τ_m et $\dot{q}_{mot}$. 104

Liste des tableaux

2.1 Paramètres utilisés pour la simulation. 19

4.1 Comparaison entre le facteur de crête et la valeur efficace de $u(t)$ et $u_{des}(t)$. 61
4.2 RSB au niveau de la sortie mesurée $q_{mot}(t)$ 71

5.1 Impédances et admittances pour des systèmes mécaniques élémentaires. 87
5.2 Médiane, moyenne et écart-type obtenus via « greyest ». 99
5.3 Médiane, moyenne et écart type obtenues avec « *systune* ». 101
5.4 Paramètres physiques estimés. 105

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Contexte de l'étude 1

1.2 Problématique et objectifs de la thèse 3

1.3 Identification des systèmes robotiques 5

1.4 Modèle linéaire fréquentiel non-paramétrique 6

1.5 Contributions 9

1.6 Structure du manuscrit 10

1.7 Publications 11

1.1 Contexte de l'étude

Depuis leur invention, les robots manipulateurs ont toujours été une solution efficace pour rendre la vie humaine plus facile et plus productive. Que ce soit dans le secteur de la fabrication industrielle, de la médecine, de l'automobile ou de l'aérospatiale, les robots ont été créés pour exécuter des tâches simples ou complexes avec répétitivité, rapidité et grande précision. Les robots sont généralement utilisés afin d'améliorer la production en remplaçant l'opérateur humain dans les chaînes de production. Dans l'industrie, par exemple, les tâches qui peuvent être confiées à cette classe de robots manipulateurs sont la manutention, la soudure ou l'assemblage des pièces. Ces robots manipulateurs sont dotés de capteurs, d'actionneurs, d'éléments mécaniques et d'un organe de contrôle-commande. Cependant, malgré ces avantages, certaines tâches restent encore difficilement automatisables, du fait de leur complexité ou de leur faible retour sur investissement [5]. Sur ces postes, l'intervention de l'homme, son expertise et sa dextérité restent alors nécessaires.

Un changement de paradigme dans le domaine des robots manipulateurs s'est opéré ces dernières décennies [26,42]. En effet, des travaux de recherche en robotique se sont orientés vers une combinaison de la force et de la précision de la machine avec l'intelligence et la dextérité de l'humain. Ceci a conduit à la naissance d'une nouvelle génération de robots, nommés robots collaboratifs ou « cobots », néologisme issu de la contraction de « co-llaborative » et « ro-bot » [42]. Un cobot est un robot industriel travaillant dans un environnement où la proximité spatiale avec les opérateurs humains est permise [22]. L'interaction entre l'homme et la machine peut être réalisée via un port physique d'interaction [42]. Cette interaction est souvent connue sous le terme de « comanipulation robotique » pour désigner une manipulation conjointe des pièces ou des outils par l'opérateur en utilisant un robot. À partir des années 2000, le terme cobotique s'est largement répandu dans l'industrie où plusieurs sociétés pionnières de la robotique ont commencé à commercialiser des cobots manipulateurs, telle que le cobot KUKA lancé en 2004 et le cobot UR5 en 2008 de la société Universel Robots (cf. Figure 1.1).

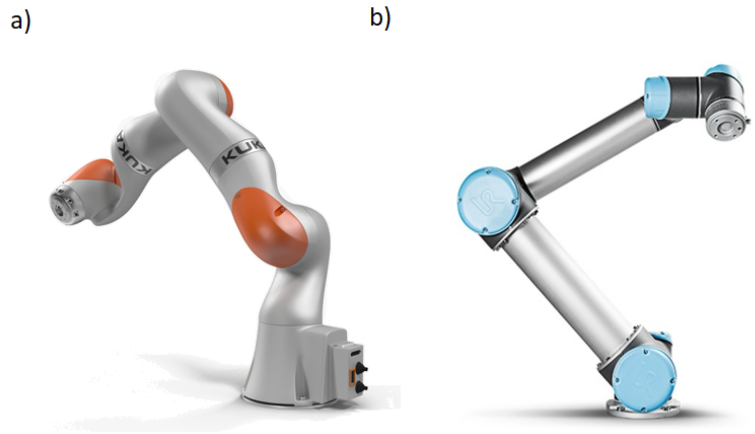


FIGURE 1.1 – a) Cobot LBR de KUKA. b) Cobot UR5 d'Universel Robots.

La comanipulation présente un potentiel considérable dans le milieu industriel et des services grâce aux rôles qu'elle offre tels que (*i*) la programmation par démonstration, où le robot apprend certaines trajectoires déterminées par l'opérateur qu'il reproduit ensuite sans l'intervention de l'opérateur [59] (*ii*) la compensation du poids par l'application des forces de compensation pendant la manipulation d'une charge [25] (*iii*) l'augmentation d'effort de l'opérateur lors de la manipulation de charges lourdes afin de réduire les troubles musclo-squelettiques [60] (*iv*) le filtrage des tremblements lors des interventions chirurgicales nécessitant de grandes précisions de positionnement [106]. Nous constatons que, contrairement aux objectifs attendus des robots manipulateurs manufacturiers où les performances en terme de précision et rapidité prévalent, la fonction visée par les cobots est l'assistance aux

opérateurs dont les performances sont évaluées selon des critères bien spécifiques. Nous pouvons citer à titre d'exemple la compliance [1] et la sensibilité aux contacts extérieurs afin d'assurer la sécurité de l'opérateur lors de la comanipulation.

Ces exigences ont engendré le développement de robots particuliers qui sont caractérisés par des structures légères avec une capacité de charge utile préservée [70]. Ceci résulte en des robots plus compliants soumis à des phénomènes d'élasticité, amenant un comportement flexible [2] du système. La flexibilité est généralement supposée être concentrée au niveau des articulations [24] et provient des éléments de transmission élastiques, tels que le réducteur Harmonic drive ou les vérins à câble (cf. Figure 5.4). Il est ainsi nécessaire de maîtriser les effets causés par ces phénomènes élastiques, c'est-à-dire qui capturent les flexibilités articulaires des robots pour répondre aux exigences énoncées plus haut.

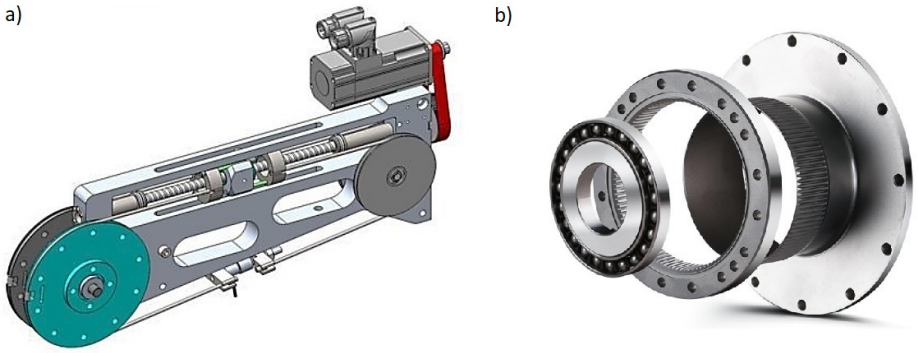


FIGURE 1.2 – a) Vérin à câble du CEA-LIST. b) Réducteur Harmonic drive.

1.2 Problématique et objectifs de la thèse

Dans le cadre de la comanipulation, l'opérateur est placé au cœur de la scène de travail et contribue directement à la réalisation des tâches. À cause de la présence d'un opérateur au voisinage voire au contact du robot, la synthèse du régulateur doit tenir compte du mode de couplage Homme-Robot. Cette exigence implique l'utilisation des méthodes avancées de synthèse de commande [5, 63]. Ces méthodes sont dites « basées modèle » et nécessitent ainsi l'élaboration de modèles précis de la dynamique de ces cobots. La modélisation des systèmes robotiques peut être fondée sur des lois physiques, comme les principes de Newton ou la formulation de Lagrange. Ces modèles sont souvent qualifiés de modèles analytiques et peuvent décrire la dynamique des systèmes cobotiques quand nous disposons des connaissances approfondies sur la conception du cobot. Cependant, à cause de la complexité de

1. La compliance est l'aptitude du robot à acquérir un comportement souple lors de la comanipulation [70].

2. La flexibilité correspond à des déformations élastiques dans la structure du robot.

ces systèmes et la présence de modes flexibles dans la bande-passante d'intérêt, la modélisation par une approche analytique requiert beaucoup d'expertise et de connaissances du système. Une autre approche pour élaborer un modèle utilise les mesures d'entrée-sortie d'un système pour créer des modèles mathématiques capables de décrire le comportement de certains processus réels. Elle est désignée sous le nom d' « identification des systèmes » [68, 90, 104]. L'identification des systèmes peut être considérée comme une sous-branche de l'automatique qui s'intéresse aux techniques délivrant des modèles mathématiques sur la base des données d'entrée et de sortie d'un processus pour permettre de prédire l'état futur du système, réaliser des simulations ou synthétiser des correcteurs.

L'objectif de ce travail de thèse est de développer une approche expérimentale d'identification pour la commande, en utilisant les capteurs (capteur de position moteur, position articulaire et d'effort) présents sur le système, à savoir une transmission mécanique mise en œuvre dans les cobots du CEA-LIST. Pour l'identification dans un objectif de commande, l'hypothèse généralement admise est que la classe des modèles linéaires est suffisante pour représenter la dynamique d'un modèle non-linéaire autour d'un point de fonctionnement. Cependant, pour certains systèmes non-linéaires, les non-linéarités peuvent être importantes et affecter certaines propriétés des systèmes telle que la passivité [3] [5]. C'est pourquoi il est important, dans un premier temps, d'analyser et de quantifier ces non-linéarités, afin de vérifier les hypothèses de linéarité. Pour cela, l'objectif initial de notre travail est de détecter, quantifier et classifier les non-linéarités issues des transmissions mécaniques, à travers une identification non-paramétrique principalement dans le domaine fréquentiel.

Pour une commande en position, ces systèmes sont instables en boucle ouverte. Ainsi, leur identification est réalisée en boucle fermée afin d'assurer leur stabilité. Dans un processus d'identification en boucle fermée, l'un des défis est de pouvoir exciter le système en respectant ses contraintes. En effet, les systèmes sont souvent protégés par des saturations qui limitent l'amplitude du signal d'excitation. Par conséquent, d'une part, les fortes amplitudes d'excitation doivent être évitées pour ne pas saturer les signaux. D'autre part, la nécessité d'exciter correctement toute la dynamique afin d'estimer ces paramètres physiques exige l'utilisation d'une excitation avec un bon rapport signal-bruit dans la bande de fréquence d'intérêt. Souvent, l'excitation des robots industriels est injectée comme une perturbation au niveau de la commande (couple moteur). Toutefois, dans notre cas, à cause de la particularité du système, l'excitation est la consigne de la position moteur. Par conséquent, il est important de concevoir une excitation qui prend en compte les saturations sur la commande et permet d'avoir des mesures riches en informations pour améliorer l'identification.

3. La propriété de passivité stipule qu'un système passif ne produit pas d'énergie, il ne peut alors fournir une énergie supérieure à celle précédemment reçue par une source d'énergie extérieure [122].

1.3 Identification des systèmes robotiques

La robotique est un domaine d'application important des méthodes et techniques d'identification des systèmes. Les systèmes robotiques sont généralement non-linéaires, couplés, multivariables, instables et vibratoires. De nombreux problèmes complexes associés au domaine de la robotique peuvent être résolus à l'aide d'outils d'identification des systèmes. L'application de l'identification des systèmes au système robotique peut être classée en deux catégories [6] qui incluent

- l'estimation du modèle cinématique via des techniques de calibration [61],
- l'estimation de la dynamique des robots.

L'identification des paramètres cinématiques sort du cadre de cette thèse, les lecteurs intéressés peuvent se référer à [54] pour plus de détails sur ce sujet. Pour l'estimation dynamique, les paramètres peuvent être classés en deux catégories : les paramètres rigides et les paramètres flexibles. Les paramètres rigides du robot sont généralement estimés en se basant sur un modèle dynamique analytique (modèle différentiel) ou sur le modèle énergétique (modèle de différence). La méthode des moindres carrés (ou moindres carrés pondérés) est généralement utilisée [38] pour estimer les paramètres de robot, supposé infiniment rigide, tels que la masse, l'inertie et le frottement.

Pour les robots flexibles (paramètres flexibles), l'estimation de la flexibilité est un problème courant. Il existe différentes sources de flexibilité telles que la déformation élastique des réducteurs, la déflexion des segments sous charge, tandis que la plus courante est la flexibilité dans les transmissions entre les moteurs et les articulations. Dans ce cas, un modèle d'ordre supérieur tenant compte de ces phénomènes est nécessaire pour une description précise de la dynamique du système robotique. L'identification de la flexibilité est considérée comme plus délicate que l'identification de la dynamique des robots rigides car certaines variables supplémentaires (comme la vitesse) sont impliquées pour estimer la flexibilité. Ce problème peut être résolu en utilisant plus de capteurs [6, 88] mais cela non seulement augmentera le coût de l'expérience d'identification mais aussi implique plus de mesures à traiter.

Un grand nombre de travaux sur l'identification des paramètres de robots flexibles peut être trouvé dans la littérature. L'identification est généralement basée sur des modèles analytiques ou comportementaux dans le domaine temporel ou fréquentiel. De plus, des méthodes linéaires et non-linéaires ont été utilisées. Pham et al. ont estimé les paramètres du modèle flexible à deux masses dans [89] en utilisant la méthode des moindres carrés qui est similaire à l'estimation de la dynamique des robots rigides. Les paramètres inertiels et les flexibilités sont identifiés par le biais d'un modèle de type boîte grise dans le domaine temporel dans [84] et dans le domaine fréquentiel dans [119]. L'identification d'un modèle d'état d'un système à deux masses est proposée par Nissing et Polzer dans [79]. Une méthode générale pour identifier la raideur, la masse et l'amortissement est proposée dans [14]. Dans cette

méthode, l'identification est basée sur une réponse fréquentielle non-paramétrique estimée en combinaison avec la solution d'un problème inverse de valeurs propres. Ce travail est étendu dans [56] pour l'identification des systèmes multivariables qui contiennent des termes inertiels couplés. Une estimation récursive est étudiée dans le domaine fréquentiel par Khorrami et al. [62]. De même, les méthodes d'identification des sous-espaces sont évaluées pour les robots ABB dans [58] tandis que les méthodes d'identification de type boîte noire pour des robots à 6 degrés de liberté sont proposées dans [30]. Pour ces méthodes, différentes configurations sont utilisées pour l'identification de la dynamique de chaque articulation afin de minimiser ou même d'éliminer le couplage entre les segments. Dans [71], Makarov et al. proposent une approche d'identification pour les robots à articulations flexibles, basée sur les mesures du côté moteur uniquement. La méthode est composée de deux étapes. D'abord une boucle de linéarisation interne est utilisée pour compenser les non-linéarités rigides, puis un modèle flexible paramétré est identifié en utilisant les moindres carrés pondérés dans le domaine fréquentiel. Certains travaux de recherche utilisent également des capteurs supplémentaires à des fins d'identification. Par exemple, des capteurs de force sont utilisés entre les articulations pour l'estimation de la raideur, de l'amortissement et de l'inertie dans [88]. Les capteurs de force sont également utilisés par Ferretti et al. pour mesurer les forces des contraintes lorsque l'effecteur du robot est bloqué, puis la rigidité de l'articulation est estimée [29].

Cet état de l'art montre que l'identification des systèmes robotiques dépend principalement de l'instrumentation du système, ce qui rend chaque problématique de l'identification en robotique différente et délicate. De plus, le système robotique étudié dans cette thèse (transmission mécanique flexible) est à la fois non-linéaire, instable et résonant. L'identification d'un tel système est ainsi une tâche laborieuse, tant pour trouver des excitations appropriées que des méthodes d'identification efficaces. Pour cela, dans notre travail, nous avons choisi de travailler dans le domaine fréquentiel en estimant des réponses fréquentielles. Ce choix est dû aux avantages qu'offrent les réponses fréquentielles non-paramétriques dans un processus d'identification [90], à savoir, la capacité de (*i*) fournir des connaissances sur le comportement entrée-sortie du système sans devoir disposer de solides connaissances sur le système à identifier (*ii*) capturer des dynamiques complexes comme les résonances qui se produisent dans la bande de fréquences d'intérêt (*iii*) servir comme échantillons fréquentiels pour estimer des modèles paramétriques.

1.4 Modèle linéaire fréquentiel non-paramétrique

Les phénomènes non-linéaires apparaissent dans des systèmes en ingénierie. C'est le cas par exemple pour les robots manipulateurs [37, 61, 71, 120, 125] où les non-linéarités sont dues (*i*) au couplage entre les segments rigides (*ii*) aux frottements au niveau moteur ou articulaire [51] (*iii*) à la raideur de la transmission [31] pour

n'en citer que quelques-unes. L'identification d'un modèle non-linéaire pour décrire la dynamique d'un système non-linéaire est souvent une tâche difficile puisque la sélection de la structure du modèle est complexe et l'estimation des paramètres est plus difficile que dans le cas linéaire [99]. Par conséquent, au cours du processus d'identification, pour décrire les dynamiques des systèmes non-linéaires, des modèles linéaires sont souvent identifiés [87, 99]. La description de la dynamique d'un système non-linéaire par un modèle linéaire est appelée « approximation linéaire ». Cette approximation est introduite pour réduire la complexité de l'identification de modèles non-linéaires et peut s'obtenir de deux façons, à savoir

- choisir l'amplitude (ou la valeur efficace) du signal d'excitation de sorte que les non-linéarités du système soient inactives. Dans ce cas, le modèle linéaire obtenu est unique et ne dépend pas de l'excitation [87],

- restreindre le choix de l'amplitude de l'excitation pour couvrir une grande plage de points de fonctionnement et d'extraire plus d'informations. Dans ce cas, les non-linéarités deviennent actives et introduisent des distorsions non-linéaires [4] dans les mesures. De plus, contrairement au premier cas où le modèle linéaire obtenu est indépendant de l'amplitude d'excitation appliquée, les modèles obtenus ne sont pas uniques et dépendent de l'excitation, à savoir son amplitude, son contenu fréquentiel, sa densité spectrale de puissance (DSP) et sa densité de probabilité (DP) [90].

La présence des distorsions non-linéaires a conduit au développement de certaines approches dédiées pour extraire le modèle linéaire sous-jacent du système non-linéaire. Parmi ces approches, la meilleure approximation linéaire (Best Linear Approximation BLA) [27, 68, 78, 90] est souvent utilisée pour linéariser le comportement du système non-linéaire. Cette approximation, que ce soit dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel, a pour objectif de minimiser, au sens des moindres carrés [90], l'erreur entre la sortie mesurée d'un système non-linéaire et la sortie d'un modèle linéaire.

Dans l'identification des systèmes, nous pouvons distinguer deux grands domaines, à savoir le domaine temporel et le domaine fréquentiel. Pendant longtemps, ces deux domaines ont été considérés comme concurrents. Cependant, dans les deux dernières décennies, il a été montré dans [69] qu'il existe un lien entre les méthodes temporelles et fréquentielles, que nous pouvons énumérer comme suit

- les données fréquentielles sont en effet obtenues en calculant la transformée de Fourier des signaux temporels, d'où l'existence d'une relation univoque entre le domaine temporel et le domaine fréquentiel. De plus, dans les meilleures conditions, aucune information n'est perdue lors du passage d'un domaine à l'autre,

4. Les distorsions non-linéaires représentent l'écart entre la sortie du système non-linéaire et celle de son modèle linéaire approché dans un contexte non bruité [90].

- les problèmes de fuite de spectre [5] rencontrés dans l'identification de modèles fréquentiels non-paramétriques sont exactement similaires aux problèmes des transitoires observés dans le domaine temporel [90],
- le filtrage des mesures dans le domaine temporel est équivalent au fenêtrage dans le domaine fréquentiel.

Une discussion plus détaillée sur les similitudes entre les méthodes d'identification dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel peut être trouvée, par exemple, dans Pintelon et Schoukens [90], Ljung [68] et les références qui y sont incluses.

Le choix entre le domaine temporel et fréquentiel est délicat et doit être fait selon la finalité de l'identification. En effet, les méthodes temporelles et fréquentielles diffèrent selon différents points. D'une part, certaines informations (comme les modes flexibles) sont plus facilement accessibles dans un domaine que dans l'autre. D'autre part, la complexité des méthodes d'identification dépend du domaine sélectionné, ce qui peut entraîner des différences numériques [90] lors de l'identification du modèle. Ces différences font qu'un domaine est plus approprié que l'autre pour certaines problématiques d'identification.

Comme le soulignent Pintelon et Schoukens dans [90], le domaine fréquentiel a connu une mauvaise réputation à cause des problèmes de fuite de spectre. En fait, les méthodes d'identification dans le domaine fréquentiel dépendent du choix du signal d'excitation. La transformée de Fourier discrète, utilisée pour estimer la réponse fréquentielle, est assujettie à des fuites de spectre à moins que l'excitation ne soit périodique et observée sur une ou plusieurs périodes multiples de la période de l'excitation [90]. Lorsque cette condition est remplie, le domaine fréquentiel offre de nombreux avantages, dont certains sont énumérés ci-dessous (pour une présentation plus exhaustive des avantages du domaine fréquentiel, le lecteur peut se référer au chapitre 13 du livre de Pintelon et Schoukens [90])

- le filtrage dans le domaine fréquentiel est plus facile que dans le domaine temporel, car il ne consiste qu'en une simple multiplication pondérée,
- en utilisant une excitation périodique, les effets du bruit peuvent être réduits en observant plusieurs périodes de l'entrée et de la sortie,
- il est possible de réduire les données, où en calculant la transformée de Fourier, l'estimation n'est effectuée que pour les fréquences porteuses d'information (fréquences contenues dans le signal d'excitation),
- il est également possible de combiner des expériences, c'est-à-dire que les données peuvent être collectées pour des bandes de fréquences disjointes. Ceci

5. La fuite de spectre est définie comme la dissipation d'une partie de la puissance d'un signal sur des fréquences non-excitées [90]. Ce phénomène peut être provoqué par la restriction du signal à un intervalle fini dans le domaine temporel (fenêtrage) lors du calcul de la transformée de Fourier.

donne plus de flexibilité pour la réalisation des expériences, si certaines bandes de fréquences spécifiques sont ciblées dans la procédure d'identification.

Dans le domaine fréquentiel, la dynamique d'un système LTI peut être décrite par sa réponse fréquentielle $G(\Omega)$ où Ω est la pulsation généralisée. Suivant la classe du modèle, Ω est égal à $j\omega$ pour les classes de modèles à temps continu ou à $e^{j\omega Te}$ pour les classes de modèles à temps discret [90]. Une autre classification de modèles est possible, dans le domaine fréquentiel, à savoir

- les modèles paramétriques qui décrivent la dynamique du système avec un nombre fini de paramètres. Le nombre des paramètres et la structure du modèle sont souvent fixés selon la connaissance totale ou partielle des phénomènes physiques qui gouvernent le système à identifier. Ces modèles s'écrivent généralement sous forme de fonctions de transfert ou de représentations d'état,
- les modèles non-paramétriques qui nécessitent généralement un nombre infini de paramètres pour décrire la dynamique des systèmes. Dans le domaine fréquentiel, ils sont représentés par leur réponse fréquentielle.

En pratique, il est recommandé de réaliser une identification non-paramétrique de la réponse fréquentielle en première étape dans un processus d'identification [90]. Cela est dû à (*i*) la flexibilité qu'offre l'identification non-paramétrique où aucune structure de modèle n'est imposée (*ii*) la non-nécessité d'optimiser une fonction coût pour identifier le modèle (par exemple un simple calcul de la transformée de Fourier permet d'estimer la réponse fréquentielle non-paramétrique) (*iii*) la possibilité d'obtenir des connaissances préalables sur le système qui facilitent le choix de la structure du modèle paramétrique à identifier.

1.5 Contributions

Pour répondre aux objectifs de cette thèse, initialement, nous avons analysé et étudié la dynamique d'une transmission flexible afin d'étudier l'impact de ces non-linéarités sur ces réponses fréquentielles. Le système non-linéaire considéré, en simulation, prend en considération deux sources de non-linéarités, à savoir les frottements et les non-linéarités de raideur des câbles. Les résultats obtenus montrent que les réponses fréquentielles dépendent de l'amplitude de l'excitation et le choix de celle-ci peut conduire à des distorsions non-linéaires dans les réponses fréquentielles. Pour réduire ces distorsions non-linéaires, nous avons utilisé une approche avancée pour l'estimation des réponses fréquentielles qui se base sur la théorie de la meilleure approximation linéaire (Best Linear Approximation BLA) [90]. À travers différents cas d'étude, nous avons pu réduire l'impact des non-linéarités et aboutir à des réponses fréquentielles non affectées par les distorsions non-linéaires. Les résultats obtenus ont donné lieu à la publication de l'article [16].

Ensuite, afin de réaliser une analyse non-paramétrique sur un système expérimental en se basant sur la théorie de BLA, nous avons proposé une approche de conception d'excitation multisinus en boucle fermée qui tient compte des contraintes imposées sur l'amplitude des signaux. La solution heuristique proposée consiste en la combinaison de deux algorithmes : un premier qui minimise la métrique de facteur de crête [90] du signal de commande et un second qui modifie d'une manière itérative le spectre du signal de commande de façon à ce qu'il converge vers un signal désiré via le réglage du spectre de référence. Cette solution, testée en simulation sur une transmission mécanique flexible, montre que la solution proposée permet d'éviter les distorsions non-linéaires créées par les saturations et d'améliorer l'estimation des réponses fréquentielles. La conception d'excitation proposée a été publiée dans [17].

Finalement, l'approche d'identification fréquentielle utilisée et la conception d'excitation proposée se sont révélées efficaces en expérimentation où elles ont permis d'obtenir des résultats précis. En effet, les travaux d'estimation de modèles paramétriques à partir des réponses fréquentielles expérimentales ont conduit à l'obtention de valeur numériques des paramètres physiques très proches de nos connaissances a priori sur le banc d'essai à travers l'identification des modèles de type boîte grise basée sur la norme $\mathcal{H}_2$ et $\mathcal{H}_\infty$. Cette validation sur un dispositif expérimental, développé par le CEA-LIST, confirme la pertinence de la méthodologie de modélisation expérimentale proposée, une méthode générale d'identification pour ce type de système utilisé au CEA-LIST, qui peut être étendue à d'autres systèmes robotiques.

1.6 Structure du manuscrit

Le **chapitre 2** rappelle la modélisation des systèmes robotiques à articulation flexible utilisés en robotique et met en évidence les caractéristiques principales des fonctions de transfert utilisées pour synthétiser leur commande.

Dans le **chapitre 3** nous présentons dans une première partie la détection des non-linéarités et nous abordons en détails la méthode de détection basée sur l'utilisation du signal multisinus composé d'harmoniques de rang impair. Dans une deuxième partie, nous expliquons à la fois l'estimation de la réponse fréquentielle d'un système linéaire invariant dans le temps (LTI) et la théorie de la meilleure approximation linéaire pour les systèmes qui sont assujettis à des non-linéarités. Dans l'ensemble du chapitre, nous illustrons la théorie de la BLA avec des exemples de simulation dans un cas monovariable de la transmission flexible.

Pour le **chapitre 4**, l'attention est portée sur la conception d'excitations multisinus pour l'identification de modèles non-paramétriques en boucle fermée. Dans un premier temps, nous commençons par expliquer l'impact de la phase d'un signal multisinus sur sa distribution et comment elle influence l'allure temporelle de ce signal. Deuxièmement, nous introduisons la problématique de conception d'excitation en boucle fermée en tenant compte des saturations existantes dans le système d'actionnement. Ensuite, nous expliquons la solution proposée et, enfin, nous présentons

les résultats obtenus en simulation.

Le **chapitre 5** est dédié aux résultats expérimentaux de l'identification fréquentielle non-paramétrique sur un banc d'essai disponible au CEA-LIST. Nous expliquons initialement, le fonctionnement du système expérimental. Ensuite, nous présentons la structure matérielle et logicielle de la stratégie de commande utilisée dans ce banc d'essai. Finalement, nous réalisons une évaluation des résultats expérimentaux obtenus à travers l'approche d'identification utilisée et la conception d'excitation proposée. Le chapitre s'achève par une validation de l'approche proposée via une identification paramétrique basée sur la norme $\mathcal{H}_2$ et $\mathcal{H}_\infty$.

Le **chapitre 6** est consacré au bilan des travaux réalisés durant cette thèse et aux perspectives à court et à moyen terme.

1.7 Publications

1- Communications internationales à comité de lecture

- B. Boukhebouz, G. Mercère, M. Grossard and E. Laroche. Shaping multisine excitation for closed-loop identification of a flexible transmission. 19th IFAC Symposium on System Identification, 2021. Padoue, Italie

- B. Boukhebouz, G. Mercère, M. Grossard, X. Lamy, E. Laroche. Identification of single flexible-joint robot dynamics : a nonparametric approach. 28th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2020. Saint-Raphaêl, France

2- Communications nationales sans actes

- B. Boukhebouz, G. Mercère, M. Grossard and E. Laroche. Shaping multisine excitation for identification of a ball-screw cable actuator. Groupe de Travail Identification du GDR MACS, 27 mai 2021. Virtual session

- B. Boukhebouz, G. Mercère, M. Grossard, X. Lamy et E. Laroche. Identification non-paramétrique de la dynamique d'un robot à articulation flexible. Journées Identifcation et Modélisation Expérimentale, 2020. Caen, France

Chapitre 2

Modélisation des systèmes robotiques à articulations flexibles

Sommaire

2.1 Introduction 13

2.2 Robots manipulateurs à articulations rigides 14

2.3 Modèle général des robots manipulateurs à articulations flexibles 15

2.3.1 Étude d'une articulation flexible de robot 16

2.3.2 Propriétés dynamiques d'une articulation flexible de robot 18

2.4 Discussion et conclusion 21

2.1 Introduction

Le domaine de la robotique accorde de plus en plus d'attention aux robots manipulateurs ayant une structure légère ainsi que la capacité de réaliser une interaction homme-robot sécurisée. Les robots manipulateurs à chaîne cinématique ouverte sont constitués d'une série de segments reliés par des articulations (cf. Figure 2.1). Pour ces systèmes, les sources de flexibilités mécaniques peuvent provenir des segments ou des transmissions mécaniques articulaires. Ainsi, nous trouvons dans la littérature relative à cette classe de robots manipulateurs deux familles de robots, à savoir, les robots à segments flexibles ou les robots à articulations flexibles. Pour les robots à segments flexibles, le lecteur peut se référer à [12, 24, 50] pour plus de détails sur leur modélisation. Les robots à articulations flexibles sont présentés dans ce chapitre, d'un point de vue de la modélisation analytique. Dans un premier temps, nous présentons la terminologie utilisée pour les robots manipulateurs, puis nous expliquons la différence de modélisation entre une articulation rigide et une articulation flexible.

Dans la suite, nous présentons le modèle analytique général décrivant la dynamique de ces robots et leurs propriétés.

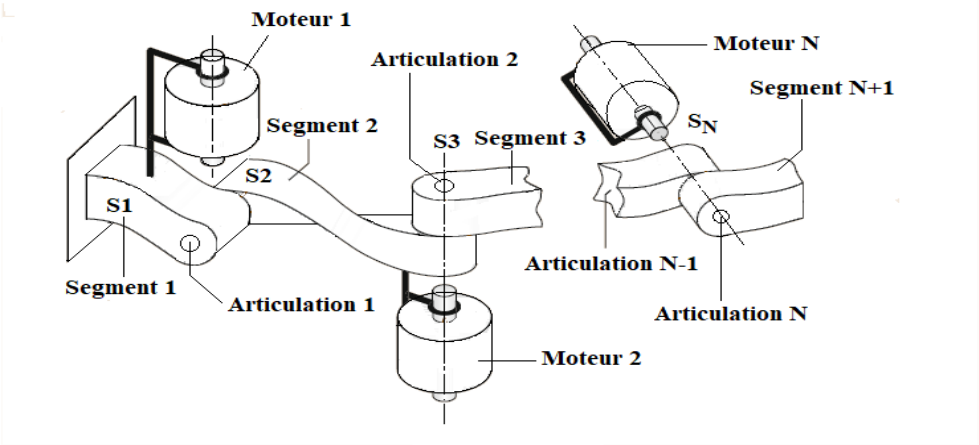


FIGURE 2.1 – Robot manipulateur à chaîne cinématique ouverte [24].

2.2 Robots manipulateurs à articulations rigides

Nous considérons un robot avec des articulations rigides comme une chaîne cinématique ouverte ayant $n+1$ segments inter-connectés par n articulations dont le vecteur des positions articulaires est donné par $q \in \mathbb{R}^n$. Ces dernières sont actionnées par n moteurs (cf. Figure 2.1). Les vecteurs des positions des moteurs et des couples qu'ils fournissent sont définis par $q_m \in \mathbb{R}^n$ et $\tau \in \mathbb{R}^n$, respectivement. En robotique, souvent, nous cherchons à augmenter le couple du moteur et à réduire sa vitesse, du fait des caractéristiques moteurs en terme de puissance disponible. Pour cela, nous utilisons des étages de réduction caractérisés par une matrice de réduction notée $R_{red} \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Ainsi, dans le cas d'un rendement idéal, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} \dot{q}_{mot} &= R_{red}\,\dot{q}_m, \\ \tau_m &= {R_{red}}^{-T}\,\tau, \end{aligned} \tag{2.1}$$

où $\dot{q}_{mot}$ et τ_m sont la vitesse et le couple moteur en aval de l'étage de réduction, respectivement (cf. Figure 2.2).

Dans le cas rigide, les positions moteurs et articulaires sont identiques, c'est-à-dire $q = q_{mot}$. Ainsi, en s'appuyant sur les lois de la physique, la dynamique d'un tel système peut s'écrire [61] :

$$M(q)\,\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + \tau_G(q) + \tau_f(\dot{q}) = \tau_m, \tag{2.2}$$

avec

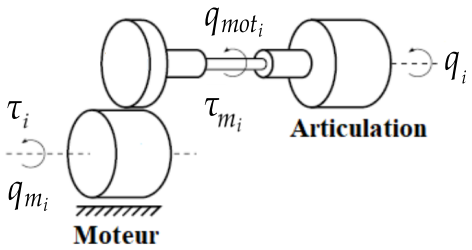


FIGURE 2.2 – Position et couple moteur en amont et en aval de l'étage de réduction d'une articulation robotique [70].

- $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie qui est symétrique et définie positive [61],
- $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des couples de Coriolis et centrifuges,
- $\tau_G(q) \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur des couples de gravité,
- $\tau_f(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des couples de frottement.

Notons que dans le cas rigide, un seul vecteur de coordonnées généralisées q est suffisant pour complètement caractériser la dynamique des robots à articulations et segments rigides.

2.3 Modèle général des robots manipulateurs à articulations flexibles

Les flexibilités articulaires de ce type de robots sont occasionnées par l'utilisation d'éléments de transmission déformables par exemple. Ces flexibilités sont concentrées au niveau de l'articulation et généralement représentées par un simple système ressort-amortisseur (cf. Figure 2.3), dans lequel le ressort est modélisé comme un ressort de torsion pour les articulations rotoïdes ou linéaires pour les articulations prismatiques [24] et [31].

Comparé au cas rigide, le modèle dynamique des robots manipulateurs avec des transmissions flexibles nécessite de considérer plus de coordonnées généralisées que dans le cas rigide, à savoir q, q_{mot}, $\dot{q}$ et $\dot{q}_{mot}$ pour caractériser complètement sa dynamique. En effet, contrairement au cas des robots manipulateurs à articulations rigides, les positions moteurs et articulaires ne peuvent pas être identiques du fait

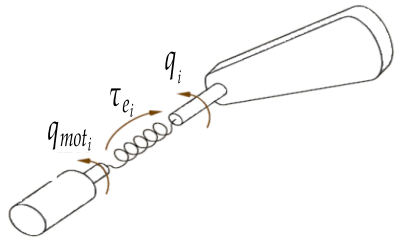


FIGURE 2.3 – Représentation d'une articulation flexible [24].

de la dynamique de la transmission mécanique entre moteur et articulation. Ainsi, une partie de l'énergie cinétique fournie par les moteurs électriques est transformée en une énergie potentielle de déformation stockée par les éléments élastiques au niveau des articulations. Cette énergie potentielle dépend de la déflexion, qui est la différence entre la position articulaire q et la position moteur q_{mot} [31].

En faisant les hypothèses suivantes [24]

- La matrice d'inertie M et le couple de gravité τ_G dépendent seulement de la position articulaire q,
- Le couplage entre l'inertie des moteurs et l'inertie des segments est négligeable,

nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} M(q)\,\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + \tau_{f_l}(\dot{q}) + \tau_e(q, q_{mot}) + \tau_G(q) = 0, \\ J\,\ddot{q}_{mot} + \tau_{f_m}(\dot{q}_{mot}) - \tau_e(q, q_{mot}) = \tau_m. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Les deux équations dans (2.3) représentent le modèle dynamique des robots à articulations flexibles proposé par [105]. La dynamique de ce système est régie par l'effet des couples de frottements $\tau_{f_l}(\dot{q})$ et $\tau_{f_m}(\dot{q}_{mot})$ côté charge et côté moteur, par l'effet du couple élastique $\tau_e(q, q_{mot})$ qui provient de la flexibilité de la transmission moteur-articulation et par le couple de gravité $\tau_G(q)$. Pour représenter la dynamique des frottements $\tau_{f_l}(\dot{q})$ et $\tau_{f_m}(\dot{q}_{mot})$, de nombreux modèles existent dans la littérature [10] et [51], cependant, le modèle le plus répandu est celui dit de Coulomb, où le frottement est supposé être composé de deux contributions, à savoir le frottement visqueux et le frottement sec. Quant au couple élastique, il dépend de la raideur $K(q, q_{mot})$ et de la déflexion $\delta(q, q_{mot}) = q - q_{mot}$ [24] et se définit par $\tau_e(q, q_{mot}) = K(q, q_{mot})\,\delta(q, q_{mot})$.

2.3.1 Étude d'une articulation flexible de robot

La Figure 2.4 représente un robot à un axe de rotation flexible, c'est-à-dire, $n = 1$. Dans ce cas, le vecteur des couples de Coriolis et centrifuges $C(q, \dot{q})$ devient

nul et la dynamique de ce système s'écrit

$$\begin{aligned} J\,\ddot{q} + \tau_f(\dot{q}) + \tau_e(q, q_{mot}) + \tau_G(q) &= 0, \\ J_m\,\ddot{q}_{mot} + \tau_{fm}(\dot{q}_{mot}) - \tau_e(q, q_{mot}) &= \tau_m, \end{aligned} \tag{2.4}$$

où J et J_m représentent l'inertie de la charge et l'inertie du moteur, respectivement.

Dans la littérature, le couple élastique est souvent modélisé par une fonction linéaire [31]. Cependant, en réalité le couple élastique est non-linéairement dépendant de la déflexion. Ainsi, afin de modéliser les phénomènes qui régissent la dynamique des éléments de transmission élastique, nous avons choisi un couple élastique non-linéaire $\tau_e(q, q_{mot})$ modélisé par une fonction polynomiale comme expliqué dans [31]. Ainsi, le modèle utilisé pour le couple élastique est le suivant

$$\tau_e(q, q_{mot}) = [k_0 + k_1\,\delta(q, q_{mot})^2]\,\delta(q, q_{mot}) \tag{2.5}$$

avec k_0 et k_1 les coefficients de la raideur. Pour les frottements, le modèle de Coulomb est le suivant

$$\begin{aligned} \tau_f(\dot{q}) &= f_v\,\dot{q} + f_s\,\mathrm{sgn}(\dot{q}), \\ \tau_{fm}(\dot{q}_{mot}) &= f_{vm}\,\dot{q}_{mot} + f_{sm}\,\mathrm{sgn}(\dot{q}_{mot}), \end{aligned} \tag{2.6}$$

où f_v et f_s représentent les coefficients de frottement visqueux et sec côté articulation, respectivement, tandis que f_{vm} et f_{sm} sont les coefficients de frottement visqueux et sec côté moteur. Ainsi, l'équation (2.4) devient

$$\begin{aligned} J\,\ddot{q} + f_v\,\dot{q} + f_s\,\mathrm{sgn}(\dot{q}) + [k_0 + k_1\,\delta(q, q_{mot})^2]\,\delta(q, q_{mot}) + \tau_G(q) &= 0, \\ J_m\,\ddot{q}_{mot} + f_{vm}\,\dot{q}_{mot} + f_{sm}\,\mathrm{sgn}(\dot{q}_{mot}) - [k_0 + k_1\,\delta(q, q_{mot})^2]\,\delta(q, q_{mot}) &= \tau_m. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Il est à noter que, si la rigidité $K(q, q_{mot})$ tend vers l'infini, la déflexion $\delta(q, q_{mot})$ devient nulle du fait que la position moteur et la position articulaire se confondent. Par conséquent, l'équation (2.7) devient

$$\begin{aligned} J\,\ddot{q} + f_v\,\dot{q} + f_s\,\mathrm{sgn}(\dot{q}) + \tau_G(q) &= 0, \\ J_m\,\ddot{q}_{mot} + f_{vm}\,\dot{q}_{mot} + f_{sm}\,\mathrm{sgn}(\dot{q}_{mot}) &= \tau_m. \end{aligned} \tag{2.8}$$

avec $q = q_{mot}$. Dans l'équation (2.8), nous observons une redondance, qui peut être simplifiée comme suit

$$(J + J_m)\,\ddot{q} + (f_v + f_{vm})\,\dot{q} + (f_s + f_{sm})\,\mathrm{sgn}(\dot{q}) + \tau_G(q) = \tau_m, \tag{2.9}$$

ainsi, nous retrouvons, aux frottements près, le cas rigide présenté dans l'équation (2.2).

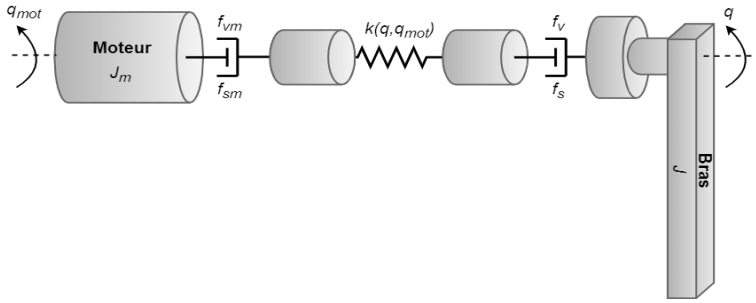


FIGURE 2.4 – Articulation flexible de robot.

2.3.2 Propriétés dynamiques d'une articulation flexible de robot

Les fonctions de transfert les plus importantes de ce modèle sont étudiées entre le couple moteur $\tau_m(t)$ et quatre variables, à savoir la position moteur $q_{mot}(t)$, la vitesse moteur $\dot{q}_{mot}(t)$, la position articulaire $q(t)$ et la vitesse articulaire $\dot{q}(t)$. La disponibilité de ces mesures est primordiale pour l'étude des propriétés et pour la commande en position de ce système. Certains robots sont dotés de capteurs permettant de mesurer toutes les variables $q_{mot}(t)$, $\dot{q}_{mot}(t)$, $q(t)$ et $\dot{q}(t)$. Cependant, en général, les robots à articulations flexibles ne sont équipés que de codeurs permettant de mesurer les positions. C'est pourquoi, lorsqu'aucun capteur de vitesse n'est présent, les vitesses sont généralement reconstruites par une différenciation numérique appropriée à haute résolution [24]. Le comportement de l'axe robotique est étudié en scindant les contributions dynamiques intervenant en amont et en aval de la transmission flexible.

Pour cela, nous définissons deux fonctions de transfert d'intérêt pour la commande en position [24], à savoir, la fonction de transfert $G_{\tau_m \to q_{mot}}$ dite « fonction de transfert colocalisée [1] » (en amont) et la fonction de transfert $G_{\tau_m \to q}$ appelée « fonction de transfert non-colocalisée [2] » (en aval). Afin de calculer $G_{\tau_m \to q_{mot}}$ et $G_{\tau_m \to q}$ il est nécessaire de linéairiser le modèle non-linéaire (2.7) autour d'un point de fonctionnement. Ainsi, en supposant que la gravité $\tau_G(q)$ est parfaitement compensée à travers un modèle analytique et en supprimant la non-linéarité dure « sgn(.) » dans l'équation (2.7), nous pouvons écrire la linéarisation de l'équation (2.7) autour d'un point de fonctionnement

1. Un transfert colocalisé se produit lorsque le capteur et l'actionneur sont physiquement placés dans le même endroit, donc nous contrôlons là où nous mesurons.

2. Quand le capteur et l'actionneur sont placés dans des positions différentes, nous parlons de transfert non-colocalisé.

$$\begin{aligned} G_{\tau_m \to q_{mot}}(s) &= \frac{q_{mot}(s)}{\tau_m(s)} = \frac{J\,s^2 + f_{vm}\,s + k_0}{\text{den(s)}}, \\ G_{\tau_m \to q}(s) &= \frac{q(s)}{\tau_m(s)} = \frac{f_v\,s + k_0}{\text{den(s)}}. \end{aligned} \tag{2.10}$$

où s représente la variable de Laplace et le dénominateur den(s) est donné par

$$\begin{aligned} \text{den(s)} =& J J_m s^4 + (J f_{vm} + J_m\, f_v) s^3 \\ &+ ((J + J_m) k_0 + (f_v\, f_{vm})) s^2 \\ &+ ((f_v + f_{vm}) k_0) s. \end{aligned} \tag{2.11}$$

En utilisant les paramètres indiqués dans le tableau 2.1 et pour $k_0 = k_{0,1}$, nous traçons leurs réponses fréquentielles sur la Figure 2.5.

TABLE 2.1 – Paramètres utilisés pour la simulation.

J	$0,2\ kg.m^2$	f_{vm}	$5\ N.m.s.rad^{-1}$
J_m	$0,3\ kg.m^2$	f_v	$2\ N.m.s.rad^{-1}$
f_s	$2\ N.m$	$k_{0,1}$	$1500\ N.m.rad^{-1}$
f_{sm}	$3\ N.m$	$k_{0,2}$	$3000\ N.m.rad^{-1}$

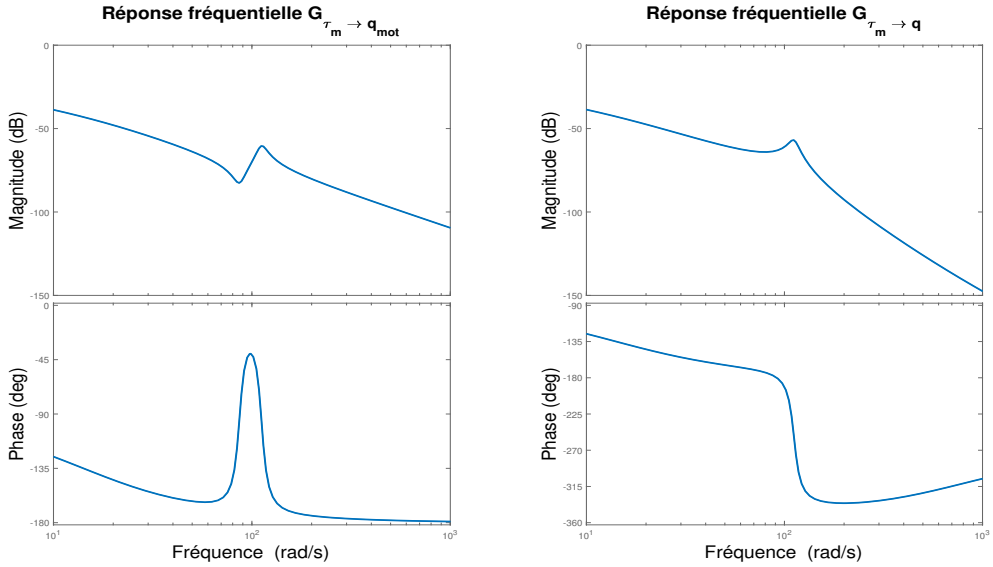


FIGURE 2.5 – Réponse fréquentielle du transfert : colocalisée (à gauche) et non-colocalisé (à droite).

La Figure 2.5 montre les réponses fréquentielles typiques dans les deux cas. Dans le diagramme de Bode d'amplitude correspondant à la sortie de position moteur (cf. Figure 2.5 à gauche), nous remarquons la présence d'un comportement d'anti-résonance/résonance. De même, nous observons une résonance pure pour la sortie articulaire (cf. Figure 2.5 à droite). Ces tracés sont tout à fait caractéristiques de la présence d'une flexibilité concentrée à l'articulation et peuvent être utilisés pour évaluer l'élasticité de l'articulation et pour identifier les paramètres du modèle (3.26). En outre, la connaissance du mode flexible joue un rôle important dans le choix de la bande passante du régulateur lors de la synthèse de commande. Les modes flexibles présents dans les réponses fréquentielles de ce système dépendent des coefficients de frottement, de la valeur de la raideur et des inerties :

- les anti-résonances et les résonances sont plus prononcées pour un frottement (amortissement) faible ou nul (cf. Figure 2.6),

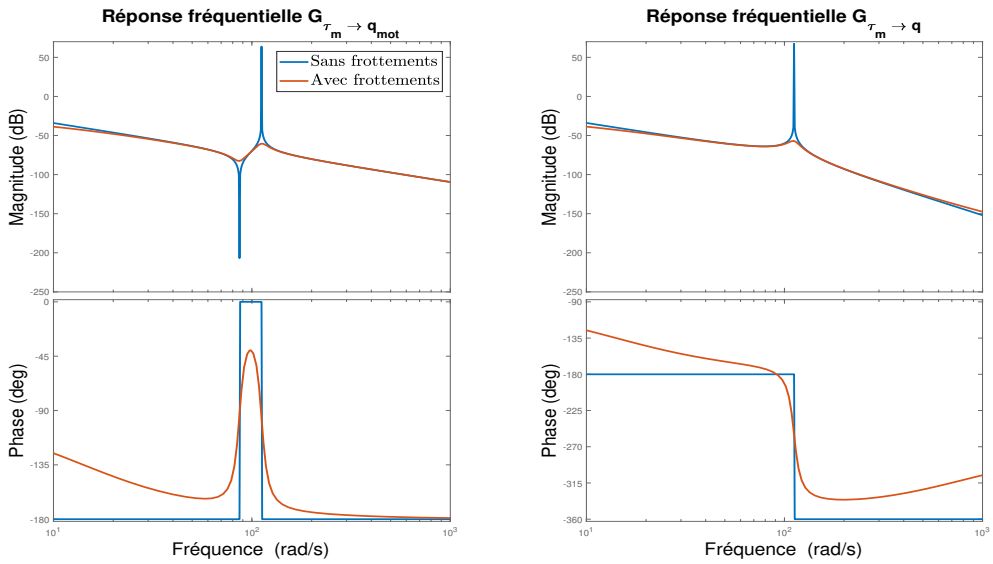


FIGURE 2.6 – Impact des frottements sur les réponses fréquentielles.

- la raideur et l'inertie influent les fréquences auxquelles l'anti-résonance et la résonance se produisent. En effet, en supposant que les frottements sont nuls, nous pouvons calculer les pulsations d'anti-résonance et de résonance

$$\begin{aligned} \omega_{ar} &= \sqrt{\frac{k_0}{J}}, \\ \omega_r &= \omega_{ar}\sqrt{1+\frac{J}{J_m}}, \end{aligned} \tag{2.12}$$

où ω_{ar} et ω_r sont les pulsations d'anti-résonance et de résonance, respectivement. Comme le montre la Figure 2.7, l'augmentation de la valeur de la raideur k_0 dans (2.12) de $k_0 = k_{0,1}$ vers $k_0 = k_{0,2}$ conduit à un décalage vers les hautes fréquences des pulsations ω_{ar} et ω_r.

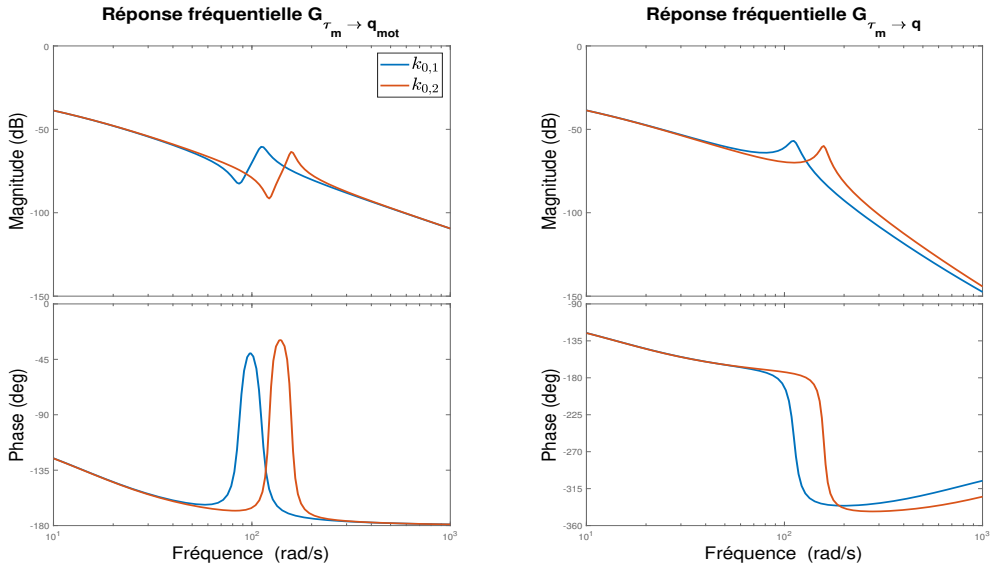


FIGURE 2.7 – Impact de la raideur sur les réponses fréquentielles.

2.4 Discussion et conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'explication des notions fondamentales de modélisation dynamique des robots manipulateurs à articulations rigides et flexibles. Nous y avons présenté les principales fonctions de transfert pour la commande en position des robots à articulations flexibles et nous avons montré qualitativement comment ces fonctions de transfert dépendent des frottements et de la raideur des éléments élastiques. Le modèle présenté pour un robot à articulation flexible mono-variable sera utilisé tout au long de la thèse en simulation pour (*i*) étudier l'impact des frottements et de la raideur sur les réponses fréquentielles non-paramétriques des transferts colocalisées et non-colocalisées (*ii*) valider une méthode de génération d'excitation pour l'identification en boucle fermée (*iii*) estimer les paramètres d'un dispositif expérimental.

Chapitre 3

Approximation de systèmes non-linéaires à l'aide de modèles linéaires non-paramétriques

Sommaire

3.1 Introduction 24

3.2 Concepts et définitions 25

3.2.1 Transformée de Fourier discrète 25

3.2.2 Signal multisinus 25

3.2.3 Acquisition de données 27

3.3 Détection de non-linéarités 29

3.3.1 Détection de non-linéarités par signal multisinus 29

3.3.2 Exemple illustratif de détection de non-linéarités 31

3.4 Meilleure approximation linéaire d'un système non-linéaire 33

3.4.1 Approche robuste pour estimer la meilleure approximation linéaire 36

3.4.2 Exemple illustratif de l'impact des P et des M sur l'estimation de la meilleure approximation linéaire 39

3.4.3 Meilleure approximation linéaire en boucle fermée 42

3.5 Application au cas d'une transmission mécanique flexible 44

3.5.1 Description du système 44

3.5.2 Impact des frottements 45

3.5.3 Impact de la non-linéarité de la raideur 47

3.5.4 Impact des frottements et de la non-linéarité de la raideur 49

3.6 Conclusion 50

3.1 Introduction

Dans de nombreux problèmes d'ingénierie, le comportement dynamique des systèmes laisse apparaître des non-linéarités, comme c'est le cas par exemple pour les robots manipulateurs [37, 61, 71, 120, 125]. Dans la plupart des cas, un modèle linéaire est identifié pour décrire la dynamique d'un système non-linéaire. Lorsque nous cherchons à identifier un modèle linéaire pour décrire la dynamique d'un système non-linéaire, deux possibilités se présentent : (i) les non-linéarités ne sont pas actives et un modèle linéaire sous-jacent peut être identifié en sélectionnant des amplitudes appropriées de l'excitation (ii) les non-linéarités sont actives et produisent des distorsions non-linéaires dans la sortie mesurée du système. En pratique, la plupart du temps, nous sommes confrontés à la deuxième option, où, contrairement au système linéaire, la sortie $y_{mes}(t)$ du système non-linéaire est affectée, en plus du bruit de mesure additif $v(t)$, par des distorsions non-linéaires $v_{NL}(t)$ comme l'illustre la Figure 3.1.

Lors de l'identification d'un système non-linéaire, il est nécessaire de réaliser des tests intermédiaires pour la détection et la quantification des non-linéarités $v_{NL}(t)$, dont le but est de quantifier le niveau des distorsions par rapport à la partie linéaire. Les résultats de ces tests permettent de décider s'il est primordial d'utiliser un modèle non-linéaire ou si un modèle linéaire est suffisant pour décrire la dynamique d'un système non-linéaire autour de ses points de fonctionnement. Pour cela, initialement, nous utilisons une approche de détection de non-linéarités afin de les classifier et les quantifier. Ensuite, comme le système à identifier est non-linéaire, nous avons opté pour une approche d'identification qui permet de réduire les distorsions non-linéaires dans l'estimation et d'obtenir la meilleure approximation linéaire d'un système non-linéaire. Plus spécifiquement, nous nous intéressons aux modèles non-paramétriques fréquentiels à travers l'estimation de réponses fréquentielles. Cet intérêt vient des avantages qu'offrent les réponses fréquentielles non-paramétriques dans un processus d'identification [90], à savoir la capacité de (i) fournir des connaissances sur le comportement entrée-sortie du système sans devoir disposer de connaissances a priori sur le système à identifier (ii) capturer des dynamiques complexes comme les résonances qui se produisent dans la bande de fréquences d'intérêt (iii) servir comme échantillons fréquentiels pour estimer des modèles paramétriques.

Dans la première partie de ce chapitre, nous rappelons les concepts de base utilisés dans la modélisation des systèmes LTI. La deuxième partie est consacrée à la détection des non-linéarités basée sur un signal multisinus. Dans la troisième partie, nous présentons d'abord la théorie de la meilleure approximation linéaire pour les systèmes mono-variables et ensuite, nous détaillons la méthode robuste d'estimation de la réponse fréquentielle à travers quelques exemples de simulation. La dernière partie porte sur l'estimation de BLA en boucle fermée avec comme application un système de transmission flexible.

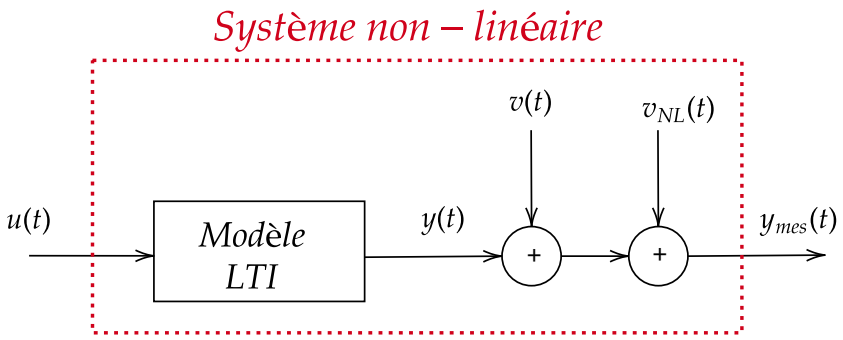


FIGURE 3.1 – Modèle linéaire avec bruit additif $v(t)$ et distorsions non-linéaires $v_{NL}(t)$.

3.2 Concepts et définitions

3.2.1 Transformée de Fourier discrète

Soit $x(t)$ un signal continu où sa version discrète $x(nT_e)$ est obtenue avec une fréquence d'échantillonnage f_e pour un nombre total d'échantillons N. La Transformée de Fourier Discrète (TFD) de $x(nT_e)$ est donnée par [82]

$$X(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(nT_e)e^{-j\omega_k nT_e}, \text{ avec } k \in \{0, 1, \ldots, F\} \tag{3.1}$$

où $T_e = 1/f_e$ est la période d'échantillonnage, ω_k sont les pulsations correspondant aux harmoniques k et définies par $\omega_k = 2\pi/kNT_e$, F est le nombre d'harmoniques et $X(k)$ sont les coefficients complexes de la TFD. Pour un signal périodique, le spectre de $x(t)$ est discret et défini à des multiples de la fréquence fondamentale f_0. Ces fréquences sont appelées les fréquences excitées et notées f_k, où $\omega_k = 2\pi f_k$. Dans notre travail, la TFD est calculée à l'aide de l'algorithme de la transformée de Fourier rapide (FFT) [81].

3.2.2 Signal multisinus

Un signal multisinus est le résultat de la sommation de plusieurs signaux sinusoïdaux déphasés entre eux [90]. Pour un nombre fixe F d'harmoniques, un signal multisinus est défini comme suit :

$$u(t) = \sum_{k=1}^{F} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \phi_k), \tag{3.2}$$

où les A_k sont les amplitudes de chaque cosinus, $f_k = kf_0$ sont des multiples entiers de sa fréquence fondamentale f_0 et les ϕ_k sont ses phases.

Le choix des amplitudes et des phases impacte le signal multisinus de différentes façons [90]. En effet, en choisissant les amplitudes et les phases du signal multisinus, nous fixons respectivement sa densité spectrale de puissance (DSP) et sa densité de probabilité (DP) [90]. Pour illustrer cela, nous considérons deux cas : premièrement, nous générons deux signaux multisinus avec deux amplitudes différentes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ tout en gardant les mêmes phases ϕ_k. La DSP et la DP de ce cas sont représentées sur la Figure 3.2. Deuxièmement, nous générons deux signaux multisinus avec des phases aléatoires $\phi_{1,k}$ et des phases déterministes $\phi_{2,k}$, sans changer les amplitudes A_k. Dans ce cas, pour les deux signaux, nous traçons sur la Figure 3.3 leurs DSP et DP.

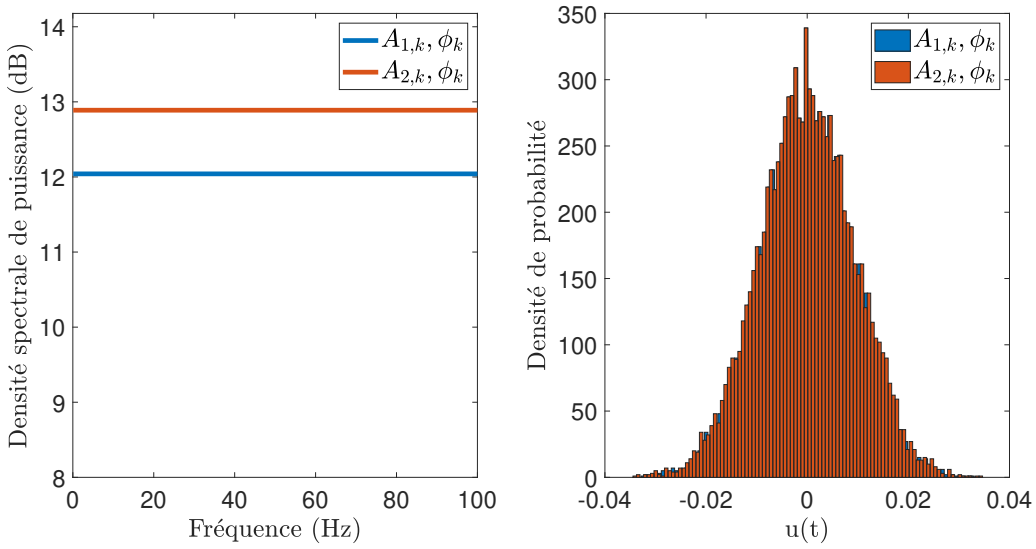


FIGURE 3.2 – Impacts des amplitudes sur la DSP et la DP.

Sur la Figure 3.2, pour deux amplitudes différentes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ et les mêmes phases ϕ_k, la densité de probabilité reste la même, alors que la valeur de la densité spectrale de puissance change. En gardant les mêmes amplitudes A_k et en choisissant deux phases différentes, nous observons sur la Figure 3.3 que la densité spectrale de puissance reste la même tandis que la forme de la densité de probabilité passe d'une distribution gaussienne pour les $\phi_{1,k}$ à une distribution non-gaussienne pour les $\phi_{2,k}$. Les amplitudes et les phases sont deux outils importants pour quantifier les non-linéarités comme expliqué dans [90], mais elles ne permettent pas de détecter et de classer les non-linéarités. Ainsi, lorsqu'il s'agit de détecter et classer les non-linéarités d'un système, il faut agir sur les fréquences f_k du signal multisinus comme nous allons l'expliquer dans la suite de ce chapitre.

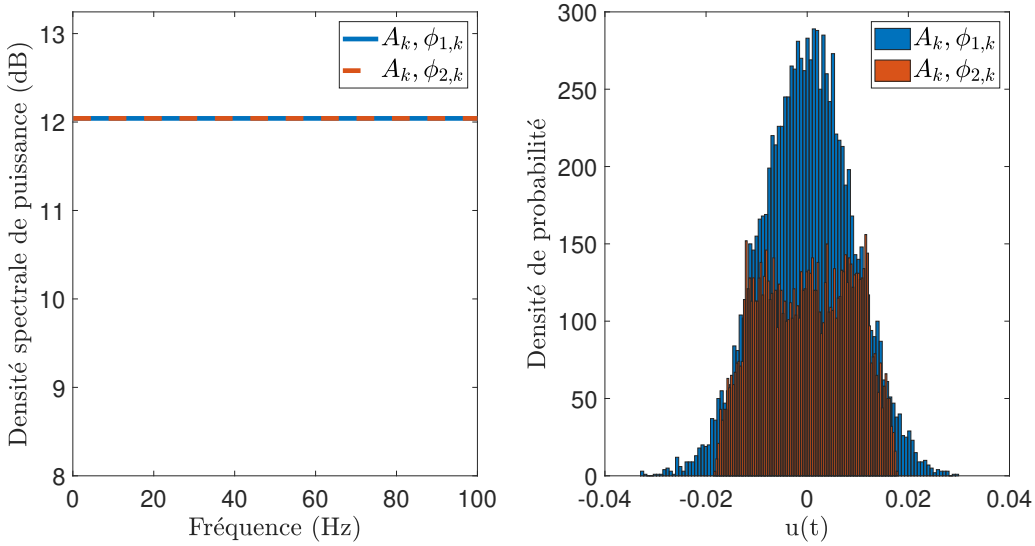


FIGURE 3.3 – Impacts des phases sur la DSP et la DP.

3.2.3 Acquisition de données

Lors de l'acquisition de données, nous récupérons les signaux discrets $u(nT_e)$ et $y(nT_e)$. Pour connaître comment les signaux continus $u(t)$ et $y(t)$ varient entre deux instants d'échantillonnage T_e, certaines hypothèses sur l'acquisition de données doivent être faites. Dans la littérature, les plus courantes sont l'hypothèse de bloqueur d'ordre zéro (ZOH) et l'hypothèse d'une bande limitée (BL) [102] où

- pour un bloqueur d'ordre zéro, le signal continu $u(t)$ reste constant entre deux instants d'échantillonnage et la réponse fréquentielle du système est estimée entre l'entrée $u(nT_e)$, par exemple générée par un calculateur numérique, et la sortie $y(nT_e)$ comme l'illustre la Figure 3.4,
- dans le cas d'un signal à bande limitée, nous supposons qu'au-delà d'une certaine fréquence $f_{max} < f_e/2$, les spectres de l'entrée et de la sortie sont nuls, c'est-à-dire pour $f > f_{max}$, $U(f) = 0$ et $Y(f) = 0$. Pour obtenir ceci, les signaux $u(t)$ et $y(t)$, avant d'être échantillonnés, sont filtrés par un filtre anti-repliement [1] (FAR) dont la fréquence de coupure est f_{max} comme présenté sur la Figure 3.5.

Les hypothèses ZOH ou BL ont un impact important sur le choix d'un modèle à temps continu ou à temps discret. En effet, dans [102], les auteurs montrent que pour

1. Un filtre anti-repliement est un filtre passe-bas conçu pour supprimer les fréquences supérieures à une certaine fréquence de coupure [90].

éviter une estimation biaisée de la réponse fréquentielle $G(\Omega)$, un modèle discret doit être sélectionné pour le cas ZOH, alors que pour le cas BL, il est conseillé de choisir un modèle continu. Dans notre travail, l'acquisition de données est réalisée sous l'hypothèse d'une bande limitée. Ainsi, tout au long de la thèse, nous allons identifier des modèles continus, où $\Omega = j\omega$.

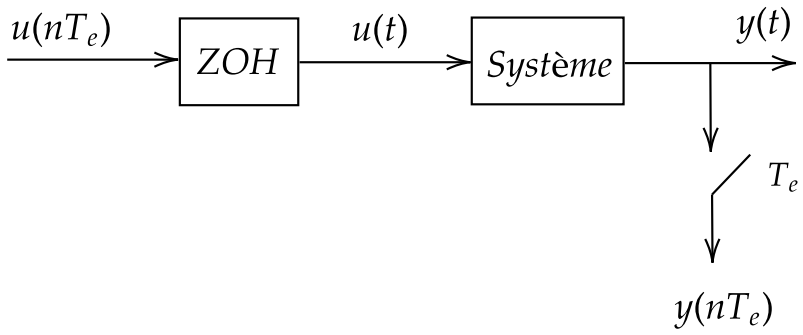


FIGURE 3.4 – Acquisition de données dans le cas ZOH.

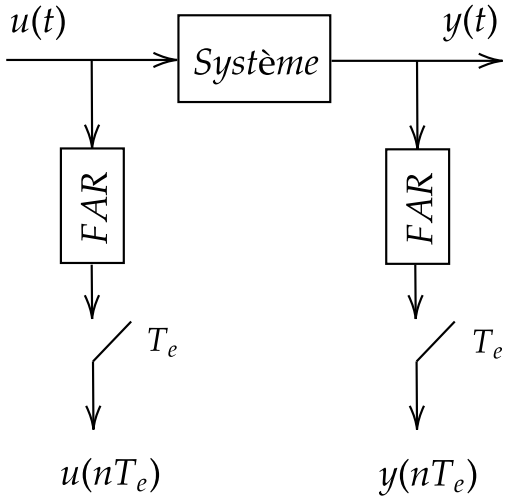


FIGURE 3.5 – Acquisition de données dans le cas BL.

3.3 Détection de non-linéarités

Les méthodes de détection de non-linéarités sont évaluées en fonction de certains critères [49], à savoir : le temps de mesure, la complexité de la méthode de détection, la capacité à quantifier les non-linéarités et à classifier le type de non-linéarité détectable. Plusieurs méthodes de détection que ce soit dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel ont été étudiées dans la littérature, nous pouvons citer parmi eux

- le principe de superposition [49],
- la fonction de cohérence [96],
- l'analyse bi-spectrale [20],
- la transformée de Hilbert [108],
- les excitations multisinus [90].

Pour plus de détails sur les méthodes de détection de non-linéarités, le lecteur peut se référer à [49] et [112] aussi qu'aux références qui y sont contenues. Dans [112], il a été montré que l'approche de détection des non-linéarités par un signal multisinus comparée à d'autres approches de détection s'avère très efficace en termes de (*i*) temps de mesure (*ii*) facilité de manipulation du contenu fréquentiel du signal multisinus (*iii*) rapidité de détection des non-linéarités sans modification de l'amplitude d'excitation (*iv*) possibilité de quantifier le niveau des distorsions non-linéaires (*v*) capacité à classer les non-linéarités en paires ou impaires. Ainsi, l'approche de détection des non-linéarités par le signal multisinus, expliquée dans la section suivante, sera utilisée dans notre travail.

3.3.1 Détection de non-linéarités par signal multisinus

Un système LTI ne peut pas transférer de l'énergie d'une fréquence à une autre, ce qui est possible en revanche avec un système non-linéaire [21]. À partir de ce mécanisme de transfert d'énergie, un outil essentiel dans la détection et la classification des non-linéarités a été développé par Schoukens et Pintelon dans [90], basé sur le choix de la parité des harmoniques k. Pour expliquer le principe, nous considérons un système non-linéaire statique défini par $y = u^{\alpha}$. En choisissant l'entrée u comme un signal multisinus défini dans (3.2), la sortie du système peut être donnée comme suit

$$y = (\sum_{k=1}^{F} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \phi_k))^{\alpha}. \tag{3.3}$$

À partir de la formule d'Euler pour les nombres complexes, l'Équation (3.3) devient

$$y = \sum_{k_1,k_2,\ldots k_\alpha}^{F} \prod_{i=1}^{\alpha} A_{k_i} \cos(2\pi k_i f_0 t + \phi_{k_i}). \tag{3.4}$$

De l'Équation (3.4), nous constatons qu'en faisant toutes les α combinaisons possibles de fréquences contenues dans le signal d'entrée, nous pouvons écrire les fréquences présentes à la sortie y comme suit [100]

$$\left(\sum_{i=1}^{\alpha} k_i\right) f_0 \text{ avec } k_i \in \{\pm k \mid k = 0, 1, \ldots, F\}. \tag{3.5}$$

De cette équation, nous pouvons constater que pour classifier les non-linéarités, c'est-à-dire détecter la parité de α, la parité des harmoniques k doit être sélectionnée astucieusement. En effet, si les harmoniques sont choisis pour être

- de rang pair et impair, nous ne pouvons pas distinguer les non-linéarités puisque le spectre de sortie sera composé des mêmes fréquences que l'entrée,
- de rang pair, le spectre de sortie ne contient que des harmoniques pairs puisque l'addition de nombres pairs donne toujours un nombre pair.
- de rang impair, le spectre de la sortie sera composé d'harmoniques paires et impaires, ainsi, la détection de la présence des non-linéarités est possible.

Parmi les possibilités ci-dessus, le choix des harmoniques impairs semble être le plus approprié. En effet, Pintelon et Schoukens dans [90] montrent que pour détecter et classer les non-linéarités, les harmoniques doivent être choisis de telle sorte que seules les fréquences impaires, correspondant à des valeurs impaires de k, sont excitées. De plus, pour chacun des n_f groupes d'harmoniques (cf. Figure 3.6), un harmonique est omis aléatoirement. Chaque k de rang impair éliminé sert à détecter les distorsions non-linéaires impaires. En ce qui concerne les fréquences non-excitées de rang pairs, elles servent pour la détection de non-linéarités paires. Le signal obtenu $u(t)$ dans ce cas est appelé signal multisinus impair à trous dont le spectre $U(k)$ est présenté sur la Figure 3.6. En appliquant ce signal d'excitation $u(t)$ à un système non-linéaire (cf. Figure 3.6), nous présentons sur la même figure le spectre de la sortie $Y(k)$. Pour ce spectre, les harmoniques excités impairs sont en noir, non-excités impair sont en rouge et non-excités pairs sont en vert. Sur la Figure 3.6, nous observons qu'aux fréquences paires qui ne sont pas excitées en entrée, les distorsions non-linéaires paires deviennent visibles à la sortie pour un signal multisinus impair. Pour les non-linéarités impaires (en rouge), elles sont détectées grâces aux fréquences impaires supprimées (par exemple, les fréquences cinq et neuf sur la Figure 3.6).

Remarque 1. *Cette méthode de détection peut être généralisée aux systèmes non-linéaires dynamiques, en utilisant les séries de Volterra [97]. Un développement théorique est donné dans [90] et illustré par un ensemble d'exemples dans [100].*

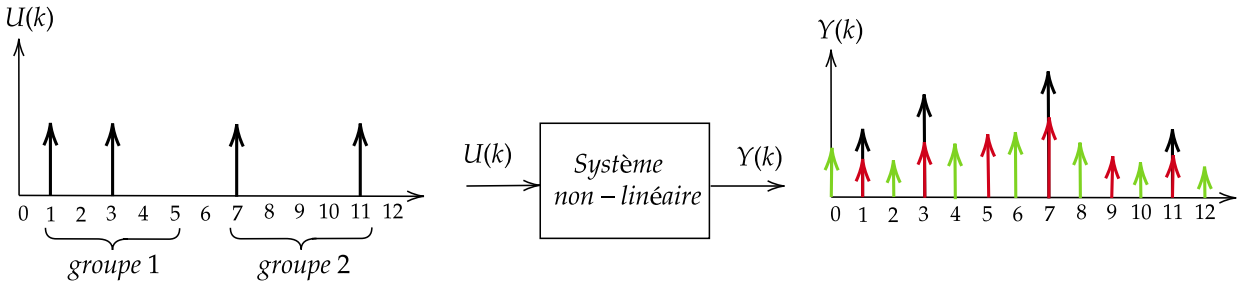


FIGURE 3.6 – Illustration de l'approche de détection et de classification des distorsions non-linéaires [90].

3.3.2 Exemple illustratif de détection de non-linéarités

Dans cet exemple, l'objectif est de détecter la présence des non-linéarités et de classifier leur parité en utilisant un signal multisinus. Pour cela, nous considérons une fonction de transfert $G_{0v}(s)$ représentative du transfert entre le couple moteur $u(t) = \tau_m(t)$ et la vitesse moteur $y(t) = \dot{q}_{mot}(t)$ d'une transmission flexible (cf. chapitre 2 pour plus de détails).

$$G_{0v}(s) = \frac{0,2s^3 + 2s^2 + 1500s}{0,06s^4 + 1,6s^3 + 760s^2 + 10500s}. \tag{3.6}$$

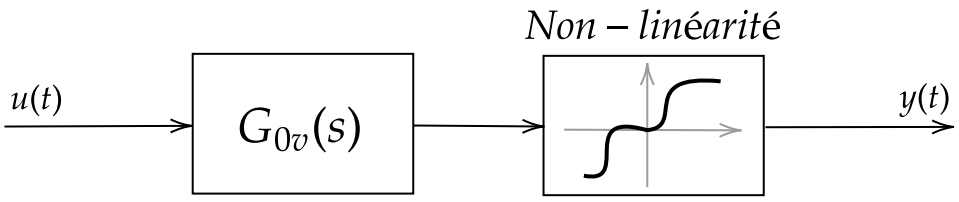


FIGURE 3.7 – Schéma représentatif du système à identifier.

Le signal d'excitation multisinus est généré selon (3.2). Ses fréquences f_k sont comprises entre 0 et $20Hz$, la fréquence d'échantillonage est $f_e = 1000Hz$, tandis que la fréquence de résolution est $f_{res} = f_e/N$ est égale à $0,1Hz$. De plus, nous construisons un spectre d'excitation ne contenant que certains harmoniques de rang impair (cf. Figure 3.8.a) afin de détecter les non-linéarités. Premièrement, nous appliquons cette excitation multisinus à l'entrée de $G_{0v}(s)$ et traçons le spectre de la sortie $y(t)$ sur la Figure 3.8.b en noir. Sur cette figure, nous constatons qu'en absence des non-linéarités, la sortie $y(t)$ conserve la parité des harmoniques de l'entrée.

Ensuite, nous ajoutons maintenant deux non-linéarités, une impaire et une paire, pour imiter les non-linéarités de la transmission flexible, c'est-à-dire les frottements, la raideur et la gravité. En utilisant la même excitation multisinus, nous traçons sur la Figure 3.8.b le spectre d'amplitude de la sortie $y(t)$ en bleu. Nous observons sur cette figure que les non-linéarités modifient les amplitudes et la forme du spectre de sortie $Y(k)$.

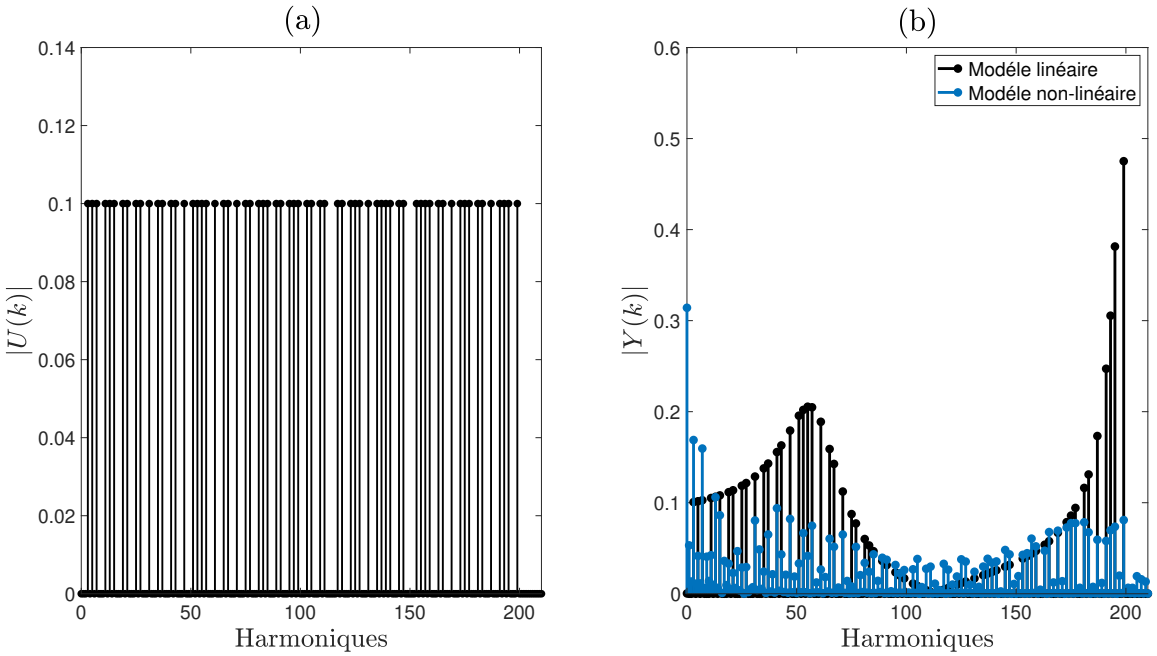


FIGURE 3.8 – Spectre d'amplitude de $u(t)$ (à gauche) et du spectre de $y(t)$ (à droite).

Afin d'illustrer la classification des non-linéarités, nous présentons sur la Figure 3.9 un zoom du contenu spectral d'amplitude pour $u(t)$ et $y(t)$, où les harmoniques de la sortie avec la non-linéarité paire sont tracés en vert et la non-linéarité impaire en rouge. Sur la Figure 3.9.b, nous observons que les non-linéarités paires créent des harmoniques supplémentaires aux rangs pairs, par exemple, aux harmoniques 2, 4, 6, 8. L'apparition des lignes vertes sur cette figure nous permet de confirmer qu'une excitation multisinus impaire permet de détecter et de classer facilement les non-linéarités paires. En outre, sur la Figure 3.9.b, nous observons la présence des harmoniques supplémentaires en rouge à des rangs impairs. Ces lignes rouges nous informent sur la présence de non-linéarités de parité impaires produites par les frottements et la raideur non-linéaire des câbles. Notons que les non-linéarités impaires sont détectées grâce aux harmoniques omis dans le spectre de $u(t)$ (par exemple les harmoniques 1, 9, 17 et 23).

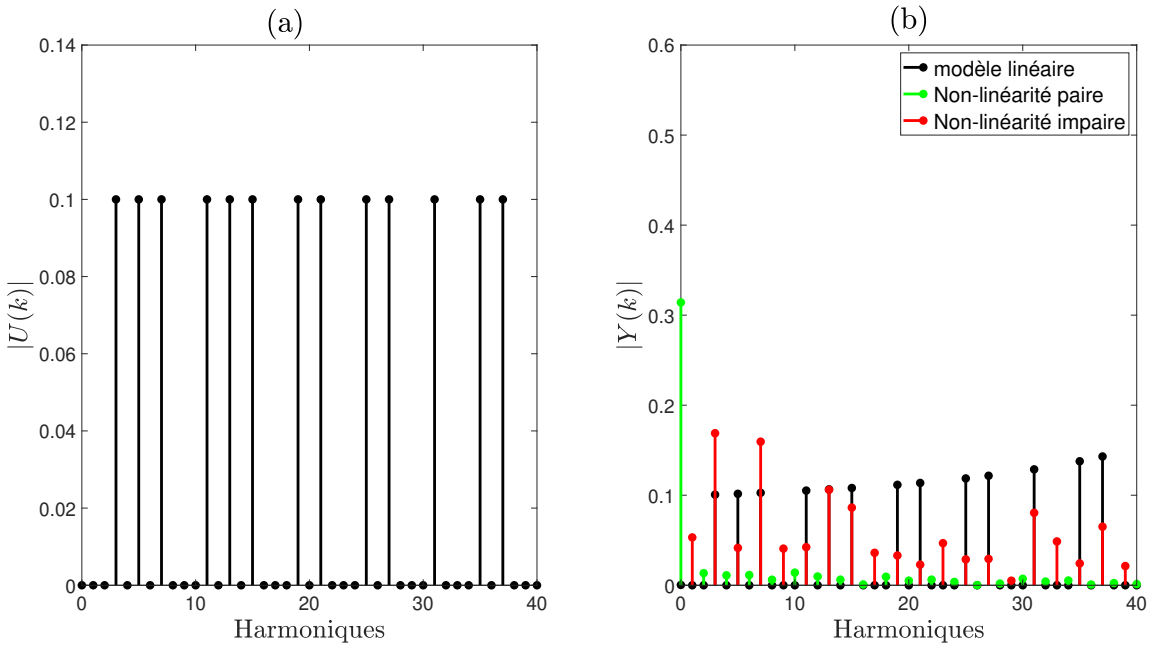


FIGURE 3.9 – Spectre d'amplitude de $u(t)$ (à gauche) et spectre de $y(t)$ (à droite) pour quelques harmoniques.

Les résultats de cette simulation montrent bien qu'à travers un système dynamique non-linéaire, l'utilisation de signaux multisinus impairs avec trous permet de détecter et de classifier les non-linéarités. Cette étape de détection permet de conclure sur l'approche d'estimation à utiliser selon l'objectif de l'identification. Autrement dit, à partir des résultats de la détection, l'utilisateur peut opter pour une méthode d'identification non-linéaire ou linéaire. Dans cette thèse, notre objectif est de trouver un modèle linéaire non-paramétrique d'un système non-linéaire. Plus précisément, nous cherchons à trouver la meilleure approximation linéaire non-paramétrique fréquentielle pour un objectif de synthèse de commande.

3.4 Meilleure approximation linéaire d'un système non-linéaire

La recherche d'un modèle linéaire qui représente la dynamique d'un système non-linéaire a été largement étudiée dans le domaine de l'identification des systèmes [19], [27], [68] et [90]. L'objectif est de trouver un modèle linéaire qui décrit efficacement la dynamique d'un système non-linéaire autour de ses points de fonctionnement. Parmi les approches de linéarisation proposées, nous trouvons l'approche bien connue appelée la meilleure approximation linéaire [90]. Cette approximation, que ce soit dans

le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel a pour objectif de minimiser, au sens des moindres carrés, l'erreur entre la sortie mesurée d'un système non-linéaire et la sortie d'un modèle linéaire [11].

Pour un système non-linéaire périodique [2] et qui peut être représenté par une série de Volterra, sa meilleure approximation linéaire est donnée par [90]

$$g_{BLA} = \arg\min_{g} \mathop{\mathbb{E}}_{u}[|y(t) - g(t) * u(t)|^2], \tag{3.7}$$

où $u(t)$ est l'entrée du système non-linéaire, $y(t)$ est sa sortie et $g(t)$ est sa réponse impulsionnelle linéaire. Dans [27] et [90], il a été expliqué que la meilleure approximation linéaire dépend de la distribution du signal d'excitation $u(t)$, d'où l'utilisation de l'opérateur d'espérance mathématique $\mathbb{E}$. Autrement dit, la notion de meilleure approximation linéaire est toujours liée au type d'excitation utilisée. L'équivalent de l'Équation (3.7) dans le domaine fréquentiel est

$$G_{BLA}(j\omega) = \arg\min_{g} \mathop{\mathbb{E}}_{U}[|Y(j\omega) - G(j\omega)U(j\omega)|^2], \tag{3.8}$$

avec $U(j\omega)$ et $Y(j\omega)$ les transformées de Fourier du signal d'entrée et de sortie, respectivement et $G(j\omega)$ sa réponse fréquentielle. Dans [11], la résolution de l'Équation (3.8) donne l'expression fréquentielle de la meilleure approximation linéaire

$$G_{BLA}(j\omega) = \frac{\mathop{\mathbb{E}}_{U}[Y(j\omega)U^H(j\omega)]}{\mathop{\mathbb{E}}_{U}[|U(j\omega)|^2]} = \frac{S_{yu}(j\omega)}{S_{uu}(j\omega)}, \tag{3.9}$$

où $S_{uu}(j\omega)$ est la densité auto-spectrale de $u(t)$ et $S_{yu}(j\omega)$ est la densité inter-spectrale de puissance entre $u(t)$ et $y(t)$. L'opérateur $(\cdot)^H$ représente la transposée-conjuguée.

Dans le domaine fréquentiel, trouver la meilleure approximation linéaire revient à estimer la réponse fréquentielle non-paramétrique du système non-linéaire en calculant le rapport entre $S_{yu}(j\omega)$ et $S_{uu}(j\omega)$ [90]. En pratique, lorsque nous mesurons la sortie d'un système non-linéaire dont le spectre est dénoté $Y(j\omega)$, la mesure inclut les distorsions non-linéaires du système et les contributions des bruits de mesure. Ces dernières introduisent des déviations dans l'estimation de la meilleure approximation linéaire. Afin de pouvoir quantifier et analyser l'impact des distorsions non-linéaires et des bruits sur la réponse fréquentielle, il est préférable d'utiliser un signal périodique [90]. Parmi les signaux périodiques, le signal multisinus à phase aléatoire est considéré comme un bon candidat pour l'estimation des réponses fréquentielles. Cela est dû au fait qu'il s'agit d'un signal déterministe dont le comportement est similaire aux bruits gaussiens tout en étant périodique [90]. Ainsi, pour un système

2. Un système non-linéaire est dit périodique lorsque sa sortie non-bruitée conserve la même périodicité que son entrée [90].

non-linéaire excité par un signal multisinus à phase aléatoire $u(t)$, nous pouvons écrire la relation suivante pour le spectre de sortie $Y(j\omega)$

$$Y(j\omega) = G_{BLA}(j\omega)\, U(j\omega) + Y_{DN}(j\omega) + Y_B(j\omega), \tag{3.10}$$

où $G_{BLA}(j\omega)$ est la meilleure approximation linéaire de la réponse fréquentielle du système, $Y_{DN}(j\omega)$ contient les distorsions qui résultent des non-linéarités, tandis que $Y_B(j\omega)$ regroupe les contributions des bruits (cf. Figure 3.10). De l'Équation (3.10), nous déduisons que pour obtenir la meilleure approximation linéaire, il faut réduire les effets de $Y_{DN}(j\omega)$ et $Y_B(j\omega)$ sur le spectre $Y(j\omega)$.

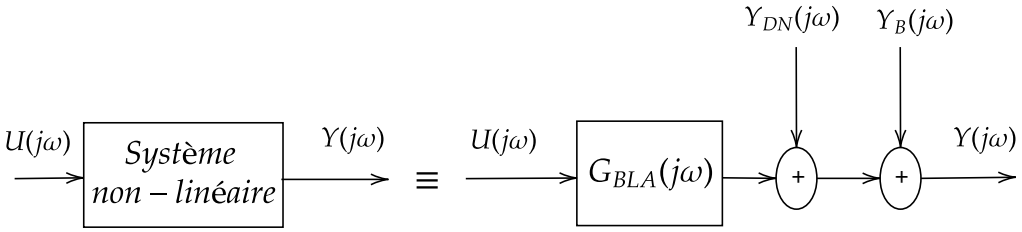


FIGURE 3.10 – Équivalence entre un système non-linéaire et sa meilleure approximation linéaire.

Les bruits sont apériodiques et indépendants de $u(t)$ et souvent modélisés comme des bruits blancs gaussiens additifs (filtrés), stationnaires et ergodiques [90]. Alors que pour les distorsions non-linéaires, elles dépendent de l'entrée $u(t)$ utilisée. Les caractéristiques des distorsions non-linéaires, que ce soit pour des signaux multisinus à phase aléatoire ou un bruit gaussien, ont été étudié par Pintelon et Schoukens dans [90], qui ont montré que ces distorsions possèdent plusieurs propriétés. Les plus importantes d'entre elles sont énumérées ci-dessous :

- les distorsions non-linéaires ont une moyenne nulle et sont décorrélées mais non indépendantes de $u(t)$,
- pour un système périodique donné, les distorsions non-linéaire sont également périodiques avec la même périodicité que $u(t)$,
- les distorsions non-linéaires suivent, asymptotiquement, une distribution normale.

Comme les bruits sont souvent apériodiques, alors que les distorsions non-linéaires sont périodiques, il est possible de réduire leurs variances indépendamment [90]. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature. Parmi ces approches, nous trouvons l'approche *robuste* proposée par Schoukens et Pintelon [90] et qui est expliquée dans la section suivante.

3.4.1 Approche robuste pour estimer la meilleure approximation linéaire

L'approche robuste se base sur l'utilisation des signaux multisinus à phase aléatoire. Elle permet de calculer (3.9) en considérant **M** réalisations [3] indépendantes du signal multisinus. En effet, les changements aléatoires des phases ϕ_k donnent lieu à un signal temporel $u(t)$ différent et, par conséquent, à un comportement non-linéaire différent. Ainsi, en excitant le système par **M** réalisations indépendantes du signal multisinus, nous pouvons réduire à la fois l'impact des distorsions non-linéaires et les contributions du bruit via le moyennage sur les **M** réalisations. Autrement dit, pour différentes réalisations **M**, les distorsions non-linéaires produites et les bruits mesurés sont différents et leur impact peut être réduit grâce au moyennage arithmétique. Au-delà de la réduction de $Y_{DN}(j\omega)$ et $Y_B(j\omega)$, l'approche robuste permet de faire une analyse quantitative et qualitative sur le niveau des distorsions non-linéaires et des bruits.

Pour un signal multisinus à phase aléatoire, l'Équation (3.9) devient

$$G_{BLA}(j\omega) = \frac{\mathop{\mathbb{E}}_{U}[Y(j\omega)U^H(j\omega)]}{\mathop{\mathbb{E}}_{U}[|U(j\omega)|^2]} = \frac{\mathop{\mathbb{E}}_{U}[Y(j\omega)U^H(j\omega)]}{|U(j\omega)|^2} = \mathop{\mathbb{E}}_{U}[\frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}]. \tag{3.11}$$

L'Équation (3.11) est évaluée seulement pour certaines fréquences $\omega_k = 2\pi k/(NT_e)$ de rang k dans le spectre du signal multisinus, où N est le nombre d'échantillons et T_e est la période d'échantillonage. Par conséquent, en mesurant **P** périodes et en faisant **M** réalisations du signal multisinus à phase aléatoire comme le montre la Figure (3.11), nous pouvons réécrire l'Équation (3.11) comme

$$G_{BLA}(j\omega_k) = \frac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{p=1}^{P} Y^{[m,p]}(k)}{\sum_{m=1}^{M}\sum_{p=1}^{P} U^{[m,p]}(k)}. \tag{3.12}$$

Grâce à la périodicité du signal multisinus $u(t)$, l'Équation (3.12) devient

$$G_{BLA}(j\omega_k) = \frac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{p=1}^{P} Y^{[m,p]}(k)}{P\sum_{m=1}^{M} U^{[m]}(k)}. \tag{3.13}$$

3. Une réalisation est un tirage aléatoire de la phase ϕ_k du signal multisinus suivant une distributions de probabilité dans un intervalle de $[0 - 2\pi]$.

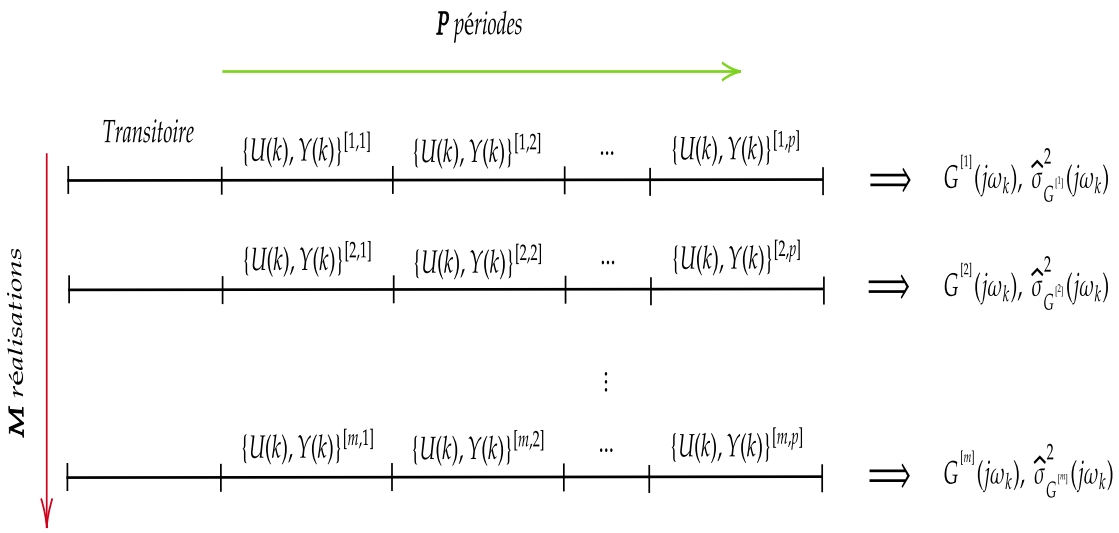


FIGURE 3.11 – Approche robuste pour estimer la meilleure approximation linéaire [90].

Le calcul de l'Équation (3.13) peut être scindé en deux étapes. Premièrement, nous considérons que le transitoire disparaît après un certain temps et nous mesurons **P** périodes de $u(t)$ et $y(t)$ en régime établi comme montré sur la Figure 3.11. Le calcul de la Transformée de Fourier de l'entrée et de la sortie pour chaque période permet d'avoir **P** spectres $U^{[1,P]}(k)$ et $Y^{[1,P]}(k)$. Pour chaque couple $U^{[1,P]}(k)$ et $Y^{[1,P]}(k)$, nous calculons la moyenne arithmétique de la réponse fréquentielle sur les **P** périodes

$$G^{[m]}(j\omega_k) = \frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P}\frac{Y^{[m,p]}(k)}{U^{[m,p]}(k)} = \frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P}G^{[m,p]}(j\omega_k). \tag{3.14}$$

De l'Équation (3.14), nous pouvons ainsi estimer la variance $\hat{\sigma}^2_{G^{[m]}}$ pour les **P** périodes comme suit

$$\hat{\sigma}^2_{G^{[m]}}(j\omega_k) = \frac{1}{P(P-1)}\sum_{p=1}^{P}|G^{[m,p]}(j\omega_k) - G^{[m]}(j\omega_k)|^2. \tag{3.15}$$

$\hat{\sigma}^2_{G^{[m]}}(j\omega_k)$ représente dans ce cas l'estimée de la variance de la variance des bruits vu que les distorsions non-linéaires sont constantes pour une réalisation donnée [90].

Deuxièmement, en calculant la moyenne arithmétique de $G^m(j\omega_k)$ pour chacune des **M** réalisations du signal multisinus, nous obtenons la meilleure approximation linéaire de la réponse fréquentielle du système non-linéaire comme l'explique l'équa-

tion suivante

$$G_{BLA}(j\omega_k) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} G^{[m]}(j\omega_k). \tag{3.16}$$

où l'estimée de la variance de la variance de $G_{BLA}(j\omega_k)$ est

$$\hat{\sigma}^2_{G_{BLA}}(j\omega_k) = \frac{1}{M(M-1)}\sum_{m=1}^{M} |G^{[m]}(j\omega_k) - G_{BLA}(j\omega_k)|^2, \tag{3.17}$$

Cette variance totale intègre l'ensemble des contributions provenant des non-linéarités et des bruits. En outre, pour les $\mathbf{M}$ réalisations, nous pouvons écrire la variance totale des bruits $\hat{\sigma}^2_B(j\omega_k)$ comme

$$\hat{\sigma}^2_B(j\omega_k) = \frac{1}{M^2}\sum_{m=1}^{M} \hat{\sigma}^2_{\hat{G}^{[m]}}(j\omega_k). \tag{3.18}$$

Finalement, pour obtenir la variance des distorsions non-linéaires $\hat{\sigma}^2_{DN}(j\omega_k)$, nous calculons la différence entre la variance totale et la variance totale des bruits selon l'équation ci-dessous :

$$\hat{\sigma}^2_{DN}(j\omega_k) = \hat{\sigma}^2_{G_{BLA}}(j\omega_k) - \hat{\sigma}^2_B(j\omega_k). \tag{3.19}$$

Dans [90], l'évaluation des propriétés statistiques de $\hat{\sigma}^2_{DN}$ et $\hat{\sigma}^2_B$ permet d'écrire leurs moyennes arithmétiques comme suit :

$$\mathbb{E}[\hat{\sigma}^2_B(j\omega_k)] = \frac{\mathrm{var}(Y_B(j\omega_k))}{MP}, \tag{3.20a}$$

$$\mathbb{E}[\hat{\sigma}^2_{DN}(j\omega_k)] = \frac{\mathrm{var}(Y_{DN}(j\omega_k))}{M}, \tag{3.20b}$$

où $\mathrm{var}(\cdot)$ représente la variance. À partir de l'Équation (3.20.a), nous observons que les contributions des bruits dépendent à la fois du nombre de réalisations $\mathbf{M}$ et du nombre de périodes mesurées $\mathbf{P}$. Cependant, l'impact des distorsions non-linéaires ne dépend que du nombre de réalisations $\mathbf{M}$ comme le montre l'Équation (3.20.b). Par conséquent, afin de réduire les effets des distorsions non-linéaires sur l'estimation de la meilleure approximation linéaire, il est primordial de faire plusieurs réalisations. Autrement dit, en répétant l'expérience d'identification $\mathbf{M}$ fois avec différents tirages aléatoires des phases ϕ_k, nous réduisons $\hat{\sigma}^2_{DN}$ et $\hat{\sigma}^2_B$. Notons qu'il faut mesurer au moins deux périodes $\mathbf{P}$ et effectuer deux réalisations $\mathbf{M}$ pour pouvoir calculer $\hat{\sigma}^2_B(j\omega_k)$ et $\hat{\sigma}^2_{DN}(j\omega_k)$.

3.4.2 Exemple illustratif de l'impact des P et des M sur l'estimation de la meilleure approximation linéaire

Dans cet exemple, en reprenant le même système non-linéaire présenté dans la section 3.3.2, nous cherchons à illustrer l'impact des bruits et des non-linéarités sur l'estimation de la meilleure approximation linéaire dans deux cas d'étude : (*i*) en modifiant la durée de mesure via la variation du nombre de périodes **P** (*ii*) en réalisant **M** expériences du signal multisinus à phase aléatoire. Pour les deux cas, nous utilisons un signal multisinus impair excitant une plage de fréquence comprise entre 1 et 50 Hz avec une fréquence d'échantillonage $f_e = 1000$. Chaque période contient $N = 10000$ échantillons. Les amplitudes A_k sont fixées à 10 et les phases sont choisies aléatoirement (distribution uniforme) dans l'intervalle $[0-2\pi]$. De plus, la sortie $y(t)$ est affectée par un bruit blanc gaussien additif de SNR = 10 dB (cf. Figure 3.12).

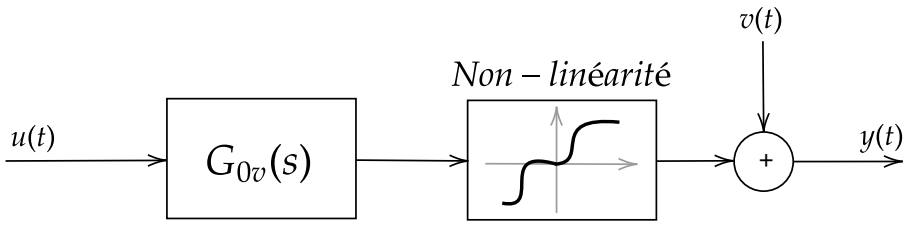


FIGURE 3.12 – Schéma représentatif du système à identifier.

3.4.2.1 Impacts de la durée de mesure sur l'estimation de BLA

Dans ce cas, nous fixons **M** à **2** et nous mesurons en régime établi $u(t)$ et $y(t)$ pour différentes valeurs de **P**. À partir des TFD de ces signaux, nous traçons sur la Figure 3.13 (*i*) la réponse fréquentielle $\hat{G}_{0v}(j\omega)$ en noir calculée via l'Équation (3.13) (*ii*) l'écart-type $\hat{\sigma}_B$ des bruits en vert calculé via l'Équation (3.18) (*iii*) l'écart-type $\hat{\sigma}_{DN}$ des distorsions non-linéaires en rouge calculé avec l'Équation (3.19).

Sur la Figure 3.13, pour $\mathbf{P} = \mathbf{2}$, nous constatons que les écart-types des bruits et des non-linéarités sont approximativement au même niveau et créent des distorsions dans la réponse fréquentielle. En augmentant le nombre de périodes **P**, nous observons que les écart-types $\hat{\sigma}_B(j\omega_k)$ des bruits diminuent significativement d'un facteur proportionnel à $\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{P}}$ pour un **M** fixe (cf. Équation (3.20.a)). Ainsi, le moyennage sur les périodes **P** est une solution très efficace pour réduire les contributions des bruits, mais cela a un coût. Le temps de mesure augmente proportionnellement à **P** où pour réduire les écart-types des bruits de 10 dB, le temps de mesure augmente d'un facteur de 10. Par exemple, comme nous pouvons l'observer sur cette figure, $\hat{\sigma}_B$ passe de $-38,53$ dB pour $\mathbf{P} = \mathbf{50}$ à $-48,98$ dB pour $\mathbf{P} = \mathbf{500}$. Quant aux distor-

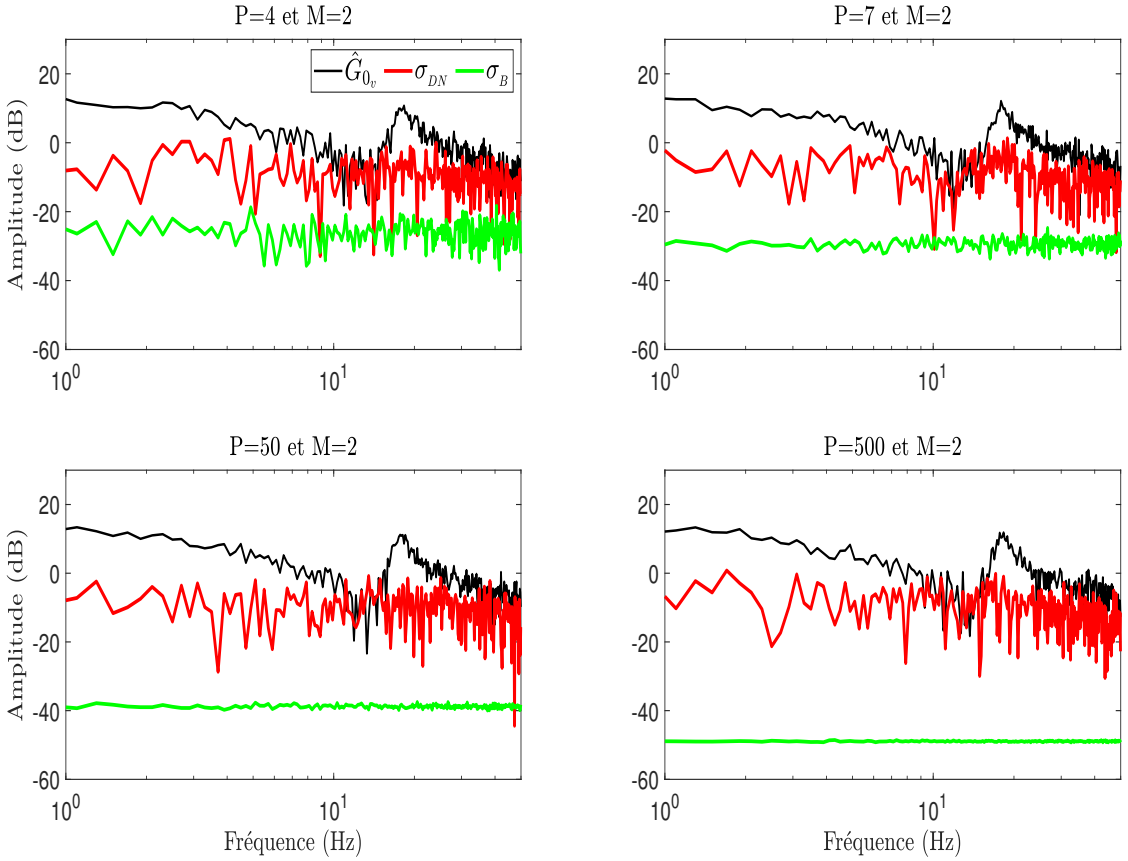


FIGURE 3.13 – Impact de la variation des **P** sur la meilleure approximation linéaire.

sions non-linéaires, leurs écart-types $\hat{\sigma}_{DN}(j\omega_k)$ ne dépendent pas de **P** (cf. Équation (3.20.b)).

3.4.2.2 Impacts de la répétition des expériences sur l'estimation de BLA

Contrairement au cas précédent, nous excitons le système avec **M** différentes réalisations multisinus où seulement deux périodes **P** sont mesurées pour chaque expérience. Pour $\mathbf{M} = \mathbf{2, 7, 50}$ et **500**, nous traçons sur la Figure 3.14 : $\hat{G}_{0v}(j\omega)$ en noir, $\hat{\sigma}_{DN}$ en rouge, $\hat{\sigma}_B$ en vert.

Sur la Figure 3.14, nous observons qu'en augmentant le nombre de réalisations **M**, à la fois les écarts types du bruit et les non-linéarités diminuent. En effet, le bruit et les non-linéarités changent au cours des réalisations, ce qui permet de réduire leurs écart-types en moyennant sur les **M** expériences. Pour un **P** et un **M** variables, les $\hat{\sigma}_B$ sont réduits par un facteur de $\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{MP}}$ (cf. Équation (3.20.a)) tandis que pour les distorsions non-linéaires par un facteur de $\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{M}}$ (cf. Équation (3.20.b)). Cependant, dans ce cas, puisque le nombre de périodes **P** est fixe, les $\hat{\sigma}_{DN}$ et $\hat{\sigma}_B$

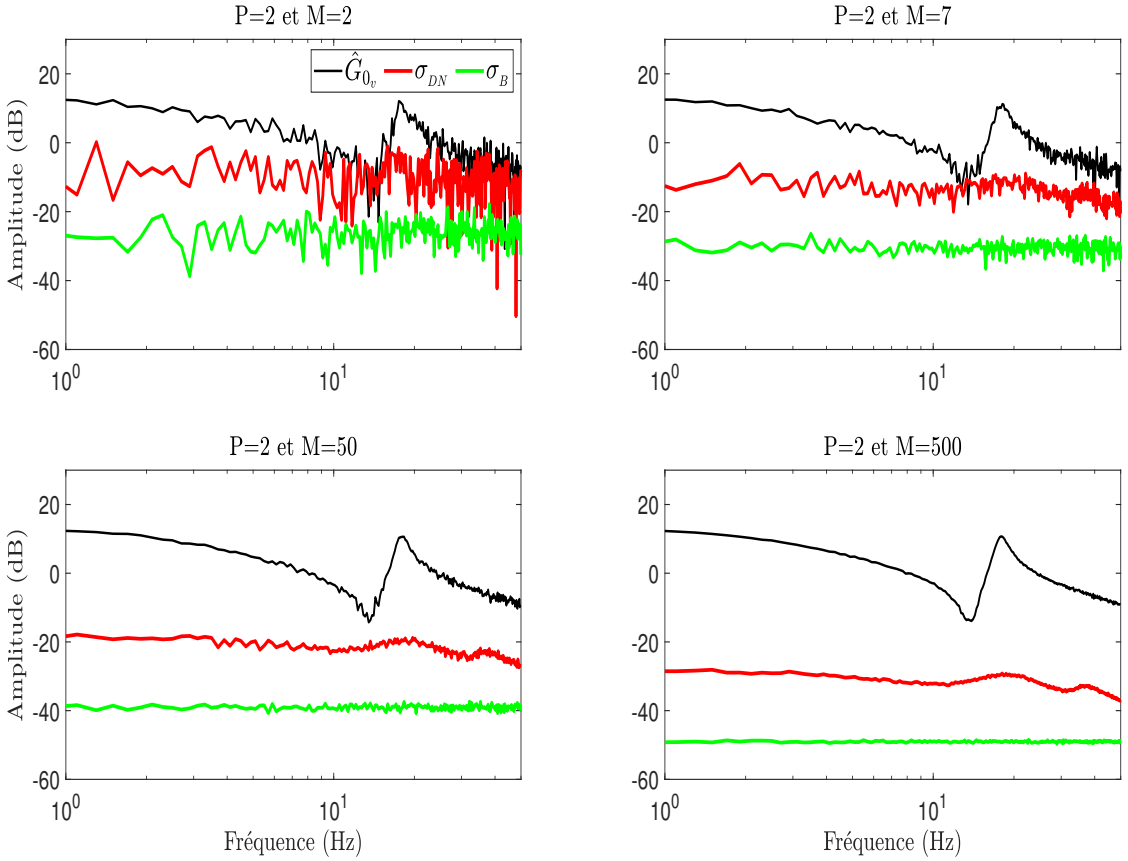


FIGURE 3.14 – Impact de la variation des **M** sur la meilleure approximation linéaire.

baissent d'un même facteur inversement proportionnel à $\sqrt{\mathbf{M}}$. Pour $\mathbf{M} = \mathbf{500}$, une bonne estimation de la partie linéaire du système est obtenue et les non-linéarités sont approximativement 40 dB en-dessous de $\hat{G}_{0v}$ sauf autour de la fréquence d'anti-résonance, où les distorsions non-linéaires sont seulement 17 dB en-dessous du gain de la réponse fréquentielle.

Bien que la méthode robuste soit très performante pour estimer la meilleure approximation linéaire en réduisant les distorsions comme le montre la Figure 3.14, elle nécessite cependant plusieurs expériences. Cela peut rendre le processus d'identification coûteux et chronophage. Par exemple, dans notre simulation, pour pouvoir réduire les distorsions et obtenir la meilleure approximation linéaire du système, nous avons dû simuler **500** expériences. Le choix de **P** et **M** dépend des connaissances préalables sur le système, c'est-à-dire s'il est fortement non-linéaire ou si les signaux mesurés sont très bruités, mais aussi de l'objectif de l'identification, En effet, si l'objectif est de réduire seulement les contributions des bruits, une mesure longue doit être effectuée, avec $\mathbf{P} \geq \mathbf{7}$ et $\mathbf{M} = \mathbf{2}$. Cependant, si nous cherchons à obtenir la meilleure approximation linéaire plusieurs expériences doivent être effectuées avec

$\mathbf{P} = \mathbf{2}$ et $\mathbf{M} \geq \mathbf{7}$ [90].

3.4.3 Meilleure approximation linéaire en boucle fermée

Pour certains systèmes, il n'est pas toujours évident de conduire des expériences d'identification en boucle ouverte, à cause de l'instabilité du système en boucle ouverte par exemple. Par conséquent, nous sommes amenés dans ce cas à réaliser des expériences d'identification en boucle fermée. L'identification en boucle fermée offre plusieurs avantages, tels que l'assurance de la stabilité du système à identifier et la possibilité de l'identifier autour de points de fonctionnement. Cependant, dans une telle configuration, le signal de commande $u(t)$ est corrélé avec les bruits de mesure $v(t)$ ce qui entraîne une estimation biaisée. Ainsi, il est important de se servir du signal de référence $r(t)$ pour contourner les éventuels biais d'estimation. Afin de formuler ce problème d'identification, nous considérons le schéma général (cf. Figure 3.15) d'un système opérant en boucle fermée.
Sur la Figure 3.15, $C(s)$ représente la fonction de transfert du correcteur, $G(s)$ est

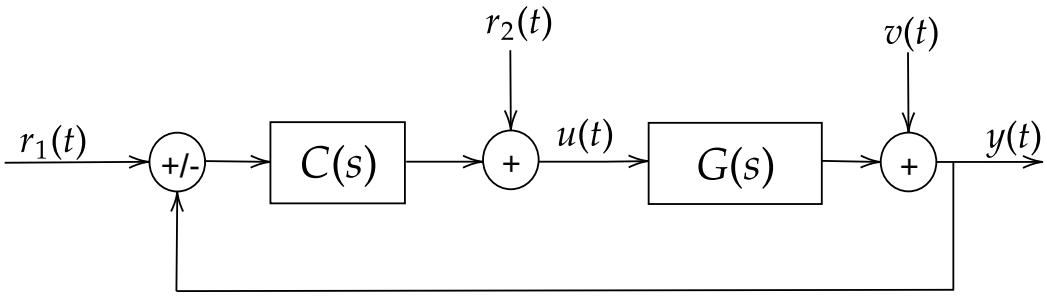


FIGURE 3.15 – Schéma général d'un système opérant en boucle fermée.

la fonction de transfert du système, $u(t)$ le signal de commande, $y(t)$ la sortie du système et $v(t)$ un bruit additif agissant sur $y(t)$. De plus, nous considérons que nous disposons de deux signaux de référence, à savoir $r_1(t)$ et $r_2(t)$. L'estimation du transfert $G(j\omega)$ est obtenue en calculant le rapport entre $U(k)$ et $Y(k)$, les transformées de Fourier des signaux $u(t)$ et $y(t)$, respectivement. Pour cela, à partir de la Figure 3.15, nous pouvons établir les relations suivantes :

$$\begin{aligned} U(k) &= \frac{C(j\omega)R_1(k) + R_2(k) - C(j\omega)V(k)}{1 + G(j\omega)C(j\omega)}, \\ Y(k) &= \frac{G(j\omega)[C(j\omega)R_1(k) + R_2(k)] + V(k)}{1 + G(j\omega)C(j\omega)}, \end{aligned} \tag{3.21}$$

où $R_1(k)$, $R_2(k)$ et $V(k)$ sont les transformées de Fourier des signaux $r_1(t)$, $r_2(t)$ et $v(t)$, respectivement. En définissant un signal de référence général $r(t) = C(s)r_1(t) + r_2(t)$, nous pouvons ainsi établir le rapport entre $Y(k)$ et $U(k)$ à partir de l'Équation (3.21) comme suit :

$$\frac{Y(k)}{U(k)} = \frac{G(j\omega)R(k) + V(k)}{R(k) - C(j\omega)V(k)}. \tag{3.22}$$

De l'Équation (3.22), nous observons qu'en présence des bruits, contrairement à l'estimation en boucle ouverte, le calcul du rapport entre $Y(k)$ et $U(k)$ conduit à une estimation biaisée de la réponse fréquentielle $G(j\omega)$ du système [40]. En Effet, dans l'hypothèse d'un bruit à moyenne nulle et de petite amplitude ($C(j\omega)V(k) << R(k)$), l'Équation (3.22) peut être approchée par

$$\begin{aligned} \frac{Y(k)}{U(k)} &\approx \frac{G(j\omega)R(k) + V(k)}{R(k)}(1 + \frac{C(j\omega)V(k)}{R(k)}), \\ &\approx G(j\omega) + \frac{V(k)}{R(k)} + \frac{G(j\omega)C(j\omega)V(k)}{R(k)} + \frac{C(j\omega)V^2(k)}{R^2(k)}. \end{aligned} \tag{3.23}$$

En prenant l'espérance mathématique, nous obtenons

$$\mathbb{E}[\frac{Y(k)}{U(k)}] \approx G(j\omega) + \frac{C(j\omega)}{R^2(k)}\mathbb{E}[V^2(k)], \tag{3.24}$$

d'où un biais de $C(j\omega)/R^2(k)\mathbb{E}[V^2(k)]$.

Pour les systèmes non-linéaires, en plus du bruit, les distorsions non-linéaires affectant la sortie $y(t)$ sont également réinjectées dans la boucle de commande. Cela conduit à avoir une entrée $u(t)$ affectée par les distorsions non-linéaires du système. Afin de résoudre ce problème, plusieurs techniques d'identification en boucle fermée ont été proposées [48,68,91,104,110,118]. Parmi les techniques proposées, nous trouvons la méthode indirecte [48] utilisée dans [91] pour trouver la meilleure approximation linéaire non-paramétrique d'un système non-linéaire opérant en boucle fermée. La méthode indirecte repose sur l'identification de la meilleure approximation linéaire en estimant deux transferts indépendants, à savoir, le transfert entre $r(t)$ et $u(t)$ et le transfert en $r(t)$ et $y(t)$. En considérant le cas où l'excitation est injectée seulement au niveau de $r_1(t)$, c'est-à-dire $r_2(t) = 0$, l'Équation (3.9) de la meilleure approximation linéaire en boucle fermée devient ainsi :

$$G_{BLA}(j\omega) = \frac{S_{yr}(j\omega)/S_{rr}(j\omega)}{S_{ur}(j\omega)/S_{rr}(j\omega)} = \frac{G_{r\to y}(j\omega)}{G_{r\to u}(j\omega)}, \tag{3.25}$$

où $r(t)$ est un signal multisinus décorrélé des bruits $v(t)$ et des distorsions non-linéaires. L'Équation (3.25) montre que, pour avoir une estimation non-biaisée de $G_{BLA}(j\omega)$, il suffit de calculer le rapport entre les meilleures approximations linéaires

$G_{y\to r}(j\omega)$ et $G_{u\to r}(j\omega)$. Notons que l'approche robuste décrite dans la section (3.4.1) peut être utilisée pour calculer $G_{y\to r}(j\omega)$ et $G_{u\to r}(j\omega)$ afin de réduire les bruits et les distorsions non-linéaires dans l'estimation de la réponse fréquentielle $G_{BLA}(j\omega)$ en boucle fermée.

3.5 Application au cas d'une transmission mécanique flexible

Cette section concerne l'analyse de l'impact des non-linéarités de frottement et de la raideur sur l'estimation de la meilleure approximation linéaire d'un système de transmission mécanique flexible en simulation. De plus, nous considérons que la non-linéarité issue du couple de gravité $\tau_g(q)$ est compensée par la commande pour focaliser l'étude sur les frottements et la non-linéarité de la raideur.

3.5.1 Description du système

La transmission mécanique flexible contient deux sources de non-linéarités, à savoir (i) les couples de frottement $\tau_f(\dot{q})$ et $\tau_{f_m}(\dot{q}_{mot})$ et (ii) le couple élastique $\tau_e(q, q_{mot})$. Pour décrire la dynamique de ce système, nous considérons le modèle non-linéaire présenté au chapitre 2 section 2.3.1 et nous nous intéressons à l'estimation de la réponse fréquentielle $G_{u\to y}(j\omega)$ qui représente la fonction de transfert colocalisée entre le couple moteur $u(t) = \tau_m(t)$ et la position moteur $y(t) = q_{mot}(t)$. La linéarisation permet d'obtenir la partie linéaire sous-jacente de ce système, dont la fonction de transfert est

$$G_0(s) = \frac{0,2s^2 + 2s + 1500}{0,06s^4 + 1,6s^3 + 760s^2 + 10500s}, \tag{3.26}$$

où $G_0(s)$ est calculé en utilisant les paramètres du Tableau 2.1.
Ce transfert est instable en boucle ouverte [24]. Par conséquent, nous utilisons un correcteur proportionnel dérivé $C(s)$ pour stabiliser sa position moteur $q_{mot}(t)$. La fonction de transfert du correcteur est

$$C(s) = P + D\frac{N}{1 + N\frac{1}{s}}, \tag{3.27}$$

avec le gain proportionnel $P = 200\ N.m.rad^{-1}$, la pulsation de coupure du filtre $N = 24\ rad.s^{-1}$ et le gain de la dérivée $D = 60\ N.m.s.rad^{-1}$. En outre, à cause de l'instabilité de ce transfert, nous utilisons la méthode indirecte pour estimer la réponse fréquentielle, où la meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{u\to y}(j\omega)$ est estimée à partir de l'Équation (3.25).

L'excitation $r(t)$ utilisée consiste en un signal multisinus avec des harmoniques de rang impair à phase aléatoire. Ces fréquences f_k sont, dans ce cas, comprises

entre 1 et 50 Hz, la fréquence d'échantillonnage est $f_e = 1000Hz$ et la fréquence de résolution est $f_{res} = 0,1Hz$. Quant au choix des amplitudes A_k, c'est-à-dire la valeur efficace (RMS) de $r(t)$, elle est choisie en fonction de l'objectif de l'identification. En effet, sur la Figure 3.16 qui représente les caractéristiques des couples de frottement et du couple élastique, nous observons que les non-linéarités interviennent d'une manière différente :

- les frottements secs sont actifs en cas de changement de signe de la vitesse (cf. Figure 3.16.a),
- le couple élastique, sur la Figure 3.16.b, devient non-linéaire lorsque la déflexion $q - q_{mot}$ est importante.

Ainsi, l'analyse de l'impact des frottements et de la non-linéarité de la raideur est réalisée d'abord séparément, puis ensemble. Dans l'ensemble des simulations, nous considérons que les signaux ne sont pas bruités afin de concentrer l'étude sur les non-linéarités.

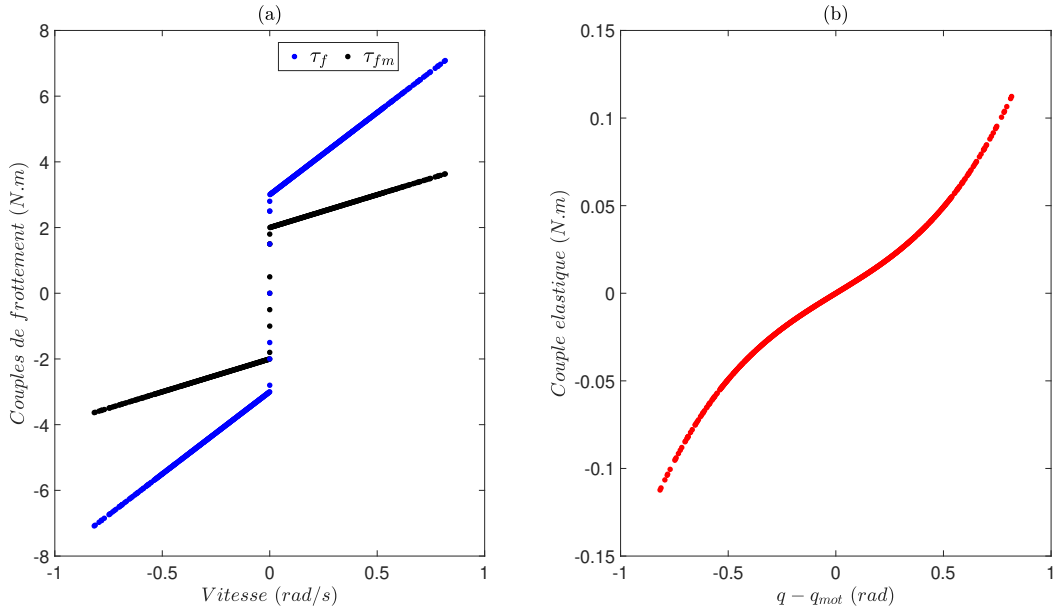


FIGURE 3.16 – Modèles des caractéristiques (a) des couples de frottement et (b) du couple élastique.

3.5.2 Impact des frottements

Dans l'étude qui suit, nous considérons que la raideur de la transmission est linéaire, c'est-à-dire, $k_1 = 0$ dans l'Équation (2.7) et que les frottements sont la

seule source de non-linéarité. Pour le signal d'excitation $r(t)$, sa valeur efficace est égale à $0,0044$ pour que les non-linéarités de frottement deviennent actives. Pour $\mathbf{P} = \mathbf{2}$ et deux valeurs différentes de $\mathbf{M}$, nous calculons l'estimation de $G_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ et nous traçons sur la Figure 3.17 le gain de $G_0(j\omega)$ en bleu, le gain de $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ en noir et les écart-types des distorsions non-linéaires en rouge.

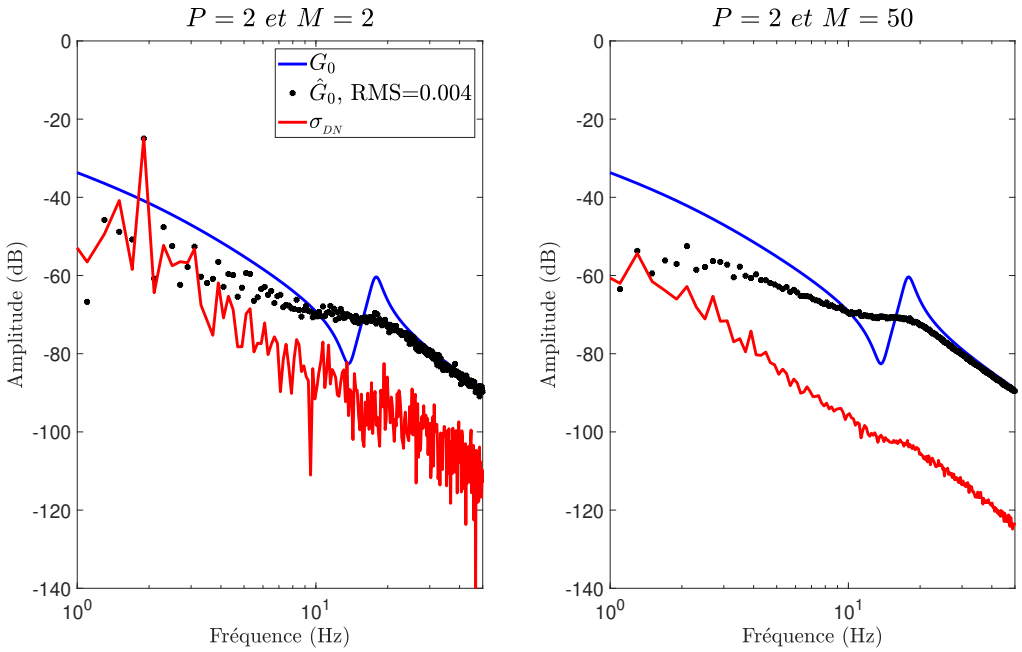


FIGURE 3.17 – Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une faible valeur efficace et en présence des frottements.

Sur le tracé de gauche, pour $\mathbf{M} = \mathbf{2}$, nous observons que les frottements causent une grande variabilité dans l'estimation de la réponse fréquentielle et masquent la résonance et l'anti-résonance du système. En effectuant un moyennage sur 50 réalisations (tracé de droite), nous réduisons l'impact des non-linéarités sur l'estimation. Cependant, $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ reste bien différente de $G_0(j\omega)$ où la résonance et l'anti-résonance du système sont masquées. L'écart entre $G_0(j\omega)$ et $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ est dû à la linéarisation du système non-linéaire, où nous supprimons les non-linéarités dures (frottements secs) pour calculer $G_0(j\omega)$. Pour que l'estimation soit identique à $G_0(j\omega)$ et afin d'éviter la région où les non-linéarités des frottements sont actives, nous augmentons la valeur efficace de l'excitation $r(t)$. Ainsi, pour une valeur efficace égale à $0,17$ (cf. Figure 3.18), l'impact des frottements devient négligeable : les σ_{DN} sont presque $30dB$ en dessous de la partie linéaire pour seulement $\mathbf{M} = \mathbf{2}$ et $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ devient identique à $G_0(j\omega)$.

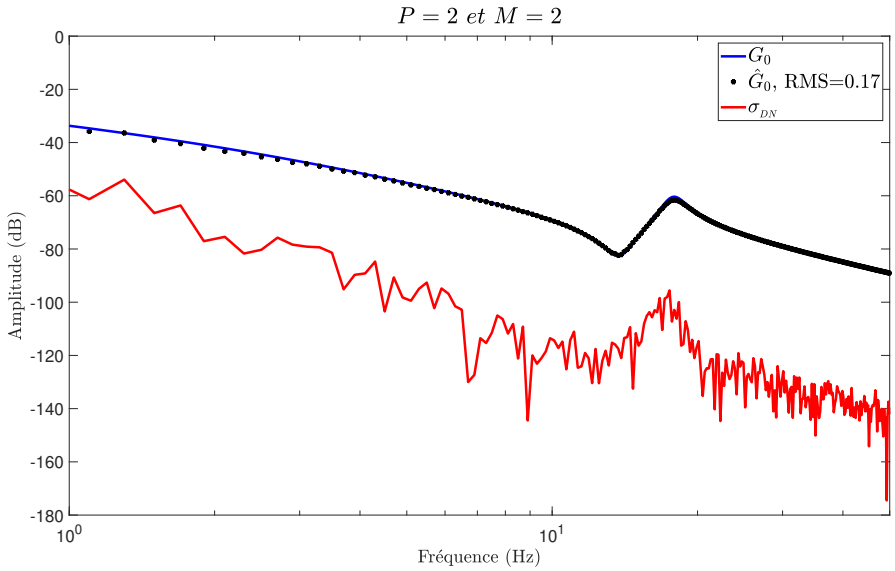


FIGURE 3.18 – Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une valeur efficace élevée et en présence des frottements.

3.5.3 Impact de la non-linéarité de la raideur

En mettant les coefficients des frottements secs f_s et f_{sm} à zéro, nous supprimons les non-linéarités de frottement dans le modèle. Dans ce cas, la seule source de non-linéarité est la raideur de la transmission. Pour que la non-linéarité de la raideur soit active, de grands déplacements sont requis. Ainsi, nous choisissons une excitation $r(t)$ dont la valeur efficace est égale à $0,17$ et nous traçons sur la Figure 3.19 les résultats de l'estimation pour $\mathbf{M = 2}$ à gauche et $\mathbf{M = 50}$ à droite.

Nous observons sur la Figure 3.19, que pour $\mathbf{P = 2}$ et $\mathbf{M = 2}$, les distorsions sont très importantes, notamment autour des fréquences de résonance et d'anti-résonance. En augmentant le nombre de réalisations à 50, nous réduisons l'impact des distorsions non linéaires, ce qui correspond à des écarts-types plus faibles et une estimation de $G_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ plus précise. La réponse fréquentielle estimée $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ dans ce cas est décalée vers les hautes fréquences en raison des non-linéarités. En d'autres termes, le biais entre $G_0(j\omega)$ et $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ est dû à l'augmentation de la valeur de la raideur. Pour obtenir une estimation similaire à $G_0(j\omega)$, nous réduisons la valeur efficace comme le montre la Figure 3.20. Dans ce cas, pour une valeur efficace $= 0,0044$, le gain de $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ est parfaitement superposable au gain de $G_0(j\omega)$ en faisant seulement deux réalisations.

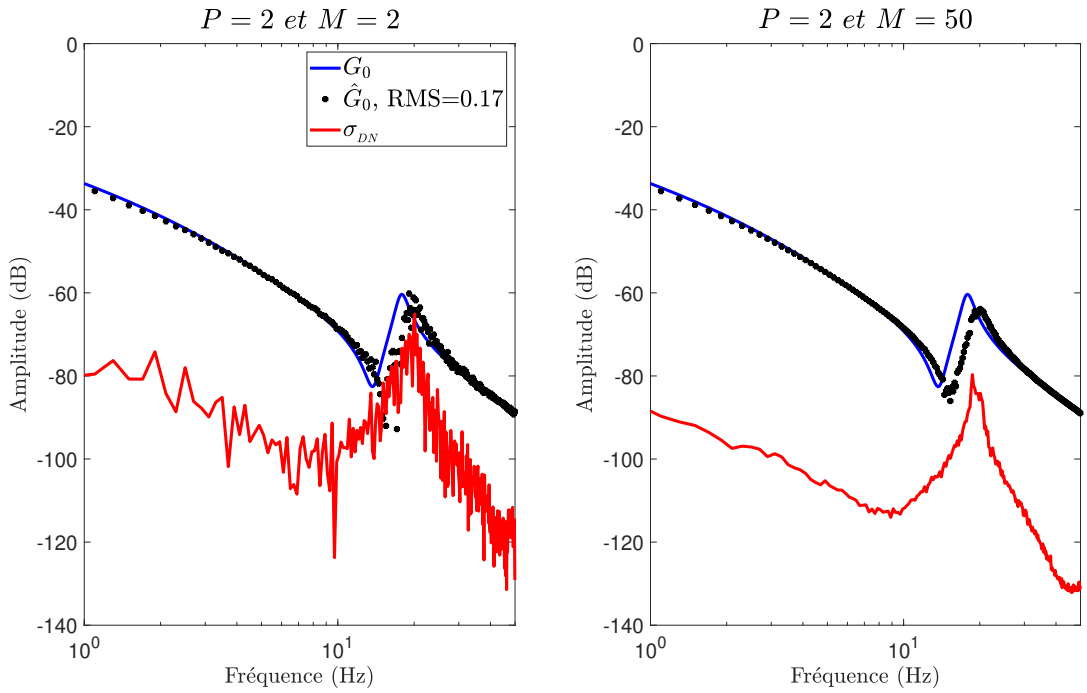


FIGURE 3.19 – Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une valeur efficace élevée et en présence de la non-linéarité de la raideur.

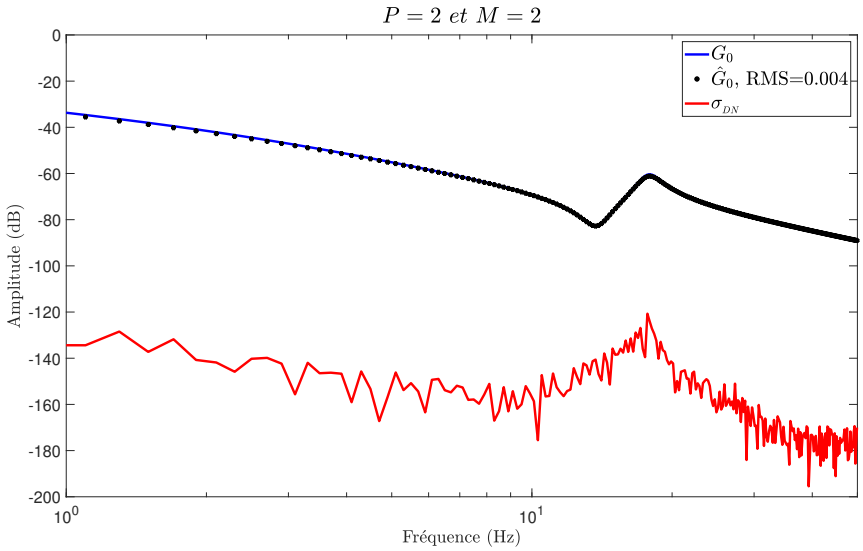


FIGURE 3.20 – Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ pour une faible valeur efficace de la non-linéarité de la raideur.

3.5.4 Impact des frottements et de la non-linéarité de la raideur

Nous considérons désormais que les deux non-linéarités sont présentes. Pour étudier leur impact, nous traçons sur la Figure 3.21, pour différentes valeurs efficaces de l'excitation, la réponse fréquentielle estimée en noir et l'écart-type des distorsions non-linéaires en rouge pour **P=2** et **M=50**.

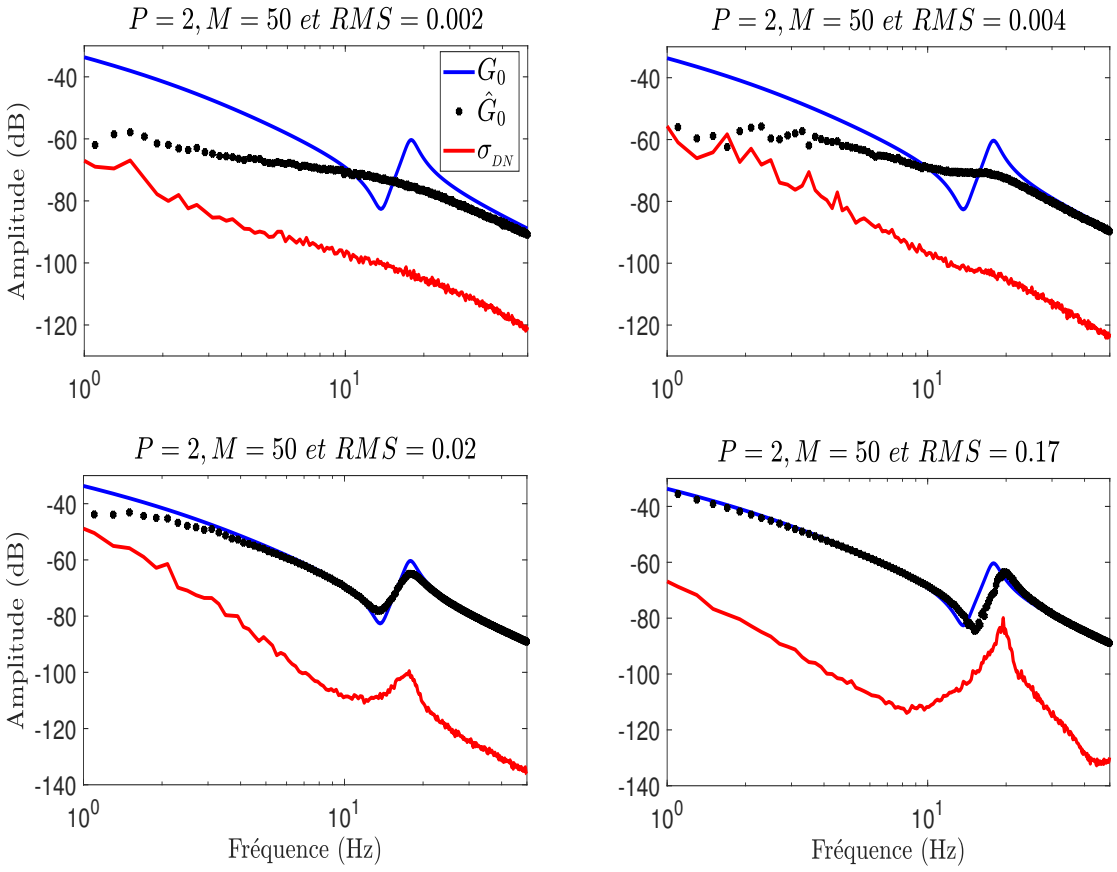


FIGURE 3.21 – Meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ en présence des frottements et des non-linéarités de la raideur.

Sur cette figure, nous remarquons que lorsque la valeur efficace est faible (égale à 0,0022 ou 0,0044), l'anti-résonance et la résonance (mode flexible) sont masquées. En augmentant la valeur efficace, le mode flexible devient mieux visible (cf. Figure 3.21 avec RMS= 0,022), pour devenir, finalement, bien visible et identique au mode flexible de $G_0(s)$, avec un décalage vers la droite, dans le cas d'une valeur efficace égale à 0,17. En effet, comme nous l'avons vu dans le cas précédent, pour des faibles valeurs efficaces, les non-linéarités de frottements dominent et masquent le mode flexible de $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$. L'augmentation de la valeur efficace permet de réduire leur

impact. Cependant, ceci conduit à avoir une raideur non-linéaire d'où le décalage vers la droite de $\hat{G}_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ autour des fréquences de résonance et d'anti-résonance.

Les résultats montrent que la meilleure approximation linéaire dépend de la valeur efficace (RMS) de l'excitation où pour des valeurs efficaces différentes, nous obtenons différentes BLA. Par exemple, dans le cas d'une transmission mécanique flexible, si l'objectif est d'estimer localement (faible valeur efficace) la meilleure approximation linéaire, les modes flexibles ne peuvent pas être bien distingués même en moyennant sur plusieurs réalisations à cause des frottements. Cependant, si l'objectif est de trouver la meilleure approximation linéaire pour des valeurs efficaces élevées, nous obtenons des modes flexibles décalés en fréquence à cause de la non-linéarité de la raideur. Dans ce cas, la valeur effective de la raideur doit être prise en compte lors de la modélisation du système, c'est-à-dire lors du calcul de $G_0(s)$.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, deux points principaux ont été abordés lors de l'identification non-paramétrique fréquentielle d'une transmission mécanique flexible, à savoir (*i*) la détection et la classification de la parité des non-linéarités en utilisant un signal multisinus et (*ii*) l'identification de la réponse fréquentielle en se basant sur la théorie de la meilleure approximation linéaire.

La détection des non-linéarités est une étape importante à réaliser lors de l'identification d'un système dynamique. Elle permet d'analyser la présence de non-linéarités paires et impaires et d'orienter l'utilisateur vers le choix d'un modèle linéaire ou non-linéaire. Dans le cas d'une transmission mécanique flexible, l'utilisation d'un signal multisinus avec des harmoniques de rang impair, nous a permis de détecter, en simulation, la présence des frottements, de la non-linéarité de la raideur et de la gravité. Les non-linéarités impaires (frottements et raideur) s'ajoutent à la partie linéaire du système et ne peuvent être détectées qu'en supprimons certains harmoniques dans le contenu fréquentiel du signal multisinus. Quant aux non-linéarités paires (gravité), elles sont faciles à détecter avec un signal multisinus impair et ne produisent pas de distorsions lors de l'estimation de la réponse fréquentielle.

Vu les spécificités des non-linéarités impaires de la transmission mécanique flexible, le choix de la valeur efficace du signal multisinus joue un rôle important dans le résultat de l'estimation d'un modèle linéaire non-paramétrique. En effet, l'étude et l'analyse de la transmission mécanique flexible montrent que pour des faibles déplacements (faible valeur efficace), les modes flexibles ne sont pas visibles, à cause des frottements. En revanche, pour des grands déplacements (valeur efficace élevée), un décalage de la réponse fréquentielle se produit à cause de l'activation de la non-linéarité de la raideur. Ainsi, pour trouver la meilleure approximation linéaire de la transmission mécanique flexible, un compromis doit être fait lors du choix de la

valeur efficace. Notons que, suivant les non-linéarités du système, il peut y avoir des cas où il faut trouver un compromis, mais il est également possible, dans d'autres cas, de choisir une valeur efficace faible tout en respectant les seuils de bruit.

Chapitre 4

Génération d'excitation multisinus en boucle fermée

Sommaire

4.1 Introduction 54

4.2 Optimisation du facteur de crête 56

4.2.1 État de l'art 56

4.2.2 Optimisation du facteur de crête via une méthode numérique 57

4.2.3 Convergence de l'algorithme d'optimisation du FC 61

4.3 Optimisation du facteur de crête en boucle fermée . . . 64

4.3.1 Positionnement du problème 64

4.3.2 Approche proposée pour le réglage du signal de référence en boucle fermée 65

4.3.3 Algorithme d'optimisation du facteur de crête en boucle fermée 66

4.4 Résultats de simulation 67

4.4.1 Génération du signal de commande désiré 68

4.4.2 Impact de la saturation sur le signal de commande en boucle fermée 68

4.4.3 Impact de l'optimisation du facteur de crête sur le RSB en boucle fermée 70

4.5 Discussions et conclusion 73

4.1 Introduction

L'identification d'un modèle qui décrit le comportement d'un système dynamique à partir de la mesure des entrées et des sorties dépend de plusieurs facteurs, tels que le choix de la classe de modèle considérée, la méthode d'estimation ou la conception de l'excitation. Cette dernière joue un rôle très important dans l'identification des systèmes comme l'expliquent les principales références de la théorie de l'identification des systèmes [28,68,90,104]. La conception de signaux d'excitation concerne le choix du type d'excitation et de ses caractéristiques. Dans cette étape, le signal d'excitation est conçu pour optimiser certains critères de performances destinés à réduire les erreurs d'identification. Nous pouvons citer la conduite d'expérience en un temps de mesure minimal, la maximisation du rapport signal sur bruit (RSB) ou le respect des conditions expérimentales, telles que les limites et les points de fonctionnement du système [43,68,90]. Afin de mener à bien une expérience d'identification, le signal d'excitation doit présenter deux caractéristiques principales, à savoir la persistance et la richesse en puissance. La persistance nous informe sur le nombre de paramètres que nous pouvons estimer en utilisant une excitation donnée [114]. La puissance quant à elle, dépend du type du signal et de son amplitude [90] et a un impact direct sur la valeur efficace de l'excitation. Cette dernière doit être suffisamment importante pour permettre de maximiser le RSB.

Plusieurs types de signaux candidats sont utilisés comme source d'excitation dans un processus d'identification. Nous pouvons citer le signal binaire pseudo-aléatoire, le signal chirp, le signal multisinus ou les bruits gaussiens [90]. Dans ce travail de thèse, nous focalisons notre étude sur le signal multisinus défini dans (3.2) en raison des avantages qu'il offre par rapport aux autres signaux, notamment, dans la détection, la classification et la quantification des non-linéarités, comme expliqué dans le chapitre 3. De plus, nous nous concentrons sur la conception d'excitation multisinus pour l'identification non-paramétrique. Le lecteur peut se référer aux travaux de [15, 43, 52, 65, 67, 75] ou à la thèse [94] pour un état de l'art exhaustif sur la conception d'excitation multisinus pour l'identification paramétrique.

La persistance du signal multisinus dépend de son contenu fréquentiel, c'est-à-dire du nombre de fréquences contenues dans son spectre [23]. Dans notre travail, nous supposons que le signal multisinus est non nul et contient suffisamment de fréquences pour assurer la persistance durant l'estimation des réponses fréquentielles. Ainsi, dans la suite de ce chapitre, nous nous focalisons sur le problème de réglage de la puissance du signal multisinus qui est liée aux amplitudes et aux phases. Autrement dit, comment choisir les amplitudes et les phases pour avoir un signal riche en puissance. Dans [90], Pintelon et Schoukens préconisent de choisir des phases aléatoires dans l'intervalle $[0 - 2\pi]$ pour l'estimation de la meilleure approximation linéaire de la réponse fréquentielle. Néanmoins, ce choix n'est généralement pas le meilleur d'un point de vue pratique. En effet, les phases aléatoires conduisent à un signal multisinus contenant des amplitudes pouvant être élevées. Ceci peut intro-

duire des distorsions non-linéaires dans le cas où les systèmes disposent de limiteurs d'amplitude souvent imposés par des saturations (cf. Figure. 4.1). C'est le cas par exemple dans les systèmes robotiques où les saturations sont actives dans les boucles de commande internes et protègent les actionneurs de fortes amplitudes de courant ou de vitesse. Ainsi, dans ce cas, l'objectif de la génération d'excitation revient à trouver une excitation admissible qui maximise la qualité de l'estimation de la réponse fréquentielle non-paramétrique en respectant les contraintes imposées. Une solution simple pour respecter les contraintes imposées par le système, et éviter que l'excitation ne sature, consiste à la normaliser. Ce type de normalisation repose sur l'augmentation ou la réduction des valeurs de toutes les amplitudes de sorte que le signal d'excitation soit inférieur ou égal à la valeur de la saturation. Malheureusement, une telle solution ne permet pas d'améliorer la valeur du facteur de crête (FC), une métrique qui quantifie la richesse en puissance d'un signal souvent exploitée dans l'identification non-paramétrique sous contrainte [18, 98]. Le facteur de crête est défini comme le rapport entre l'amplitude du signal et sa valeur efficace. Il permet d'avoir une indication sur la puissance d'un signal, où plus sa valeur est faible, plus le signal est riche en puissance [18].

Les différentes solutions proposées dans la littérature [18, 44, 93, 98, 103, 109, 111, 123] permettent de minimiser efficacement la valeur du FC et ainsi d'augmenter la qualité de l'excitation. Ces solutions sont dédiées à la minimisation du FC lorsque l'identification est réalisée en boucle ouverte. Cependant, dans notre travail, nous effectuons l'identification en boucle fermée. Ainsi, notre objectif est de minimiser la FC d'une excitation multisinus en boucle fermée. Pour atteindre cet objectif, nous proposons une solution basée sur les méthodes d'optimisation du FC disponibles dans la littérature. Pour cela, dans la première section, nous présentons d'abord un état de l'art relatif à l'optimisation du facteur de crête, puis nous expliquons en détail une des solutions parmi les différentes disponibles dans la littérature. La deuxième section est consacrée à la présentation de la solution que nous proposons pour la minimisation du facteur de crête en boucle fermée. La dernière section concerne la validation de la solution proposée en simulation à travers l'application de cette dernière sur une transmission mécanique d'un robot à articulation flexible monovariable.

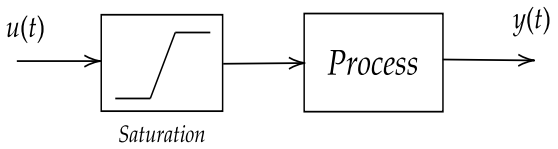


FIGURE 4.1 – Procédé avec saturation.

4.2 Optimisation du facteur de crête

4.2.1 État de l'art

Pour un signal $u(t)$ défini dans l'intervalle de temps $[0 - T]$, son facteur de crête est défini comme suit [90]

$$FC = \frac{\max\limits_{t\in[0,T]} |u(t)|}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|^2 dt}}. \tag{4.1}$$

Le rapport dans (4.1) quantifie la quantité d'énergie que nous injectons dans le système. Ainsi, plus le FC est faible, plus l'énergie injectée au système est importante. Afin d'obtenir un signal riche en puissance pour estimer la réponse fréquentielle d'un système et respecter ses limites, dans le cas de signaux multisinus, un FC minimal obtenu par une sélection appropriée des phases est le plus souvent nécessaire [44, 109].

La minimisation du FC (4.1) d'un signal multisinus demeure un problème mathématique ouvert [111]. Dans la littérature, les méthodes proposées peuvent être divisées en deux catégories [80] : les méthodes analytiques permettant de fournir directement des phases qui minimisent le FC et les méthodes numériques qui permettent de trouver des phases optimales à l'aide d'algorithmes itératifs [44].

4.2.1.1 Méthode analytique

Parmi les méthodes analytiques, nous trouvons principalement le travail de Schroeder [103] où, pour un spectre d'amplitude plat, la solution proposée pour minimiser le FC est donnée par la formule

$$\phi_k = \phi_1 - \frac{k(k-1)}{K}\pi \quad \text{avec } k = 2, 3, \cdots, K, \tag{4.2}$$

où ϕ_k désigne la phase de la k-ième harmonique du signal multisinus, ϕ_1 la phase de l'harmonique fondamentale qui peut être une valeur aléatoire comprise entre $\pm\pi$, K le nombre des harmoniques.

La méthode de Schroeder suppose que le signal multisinus a une faible bande de fréquence et un spectre d'amplitude uniforme [55]. Ainsi, la valeur typique du FC peut atteindre 1,6 à 1,7 lorsque le spectre a une distribution équidistante d'harmonique [101]. Cependant, dans le cas d'un spectre non-plat ou lorsque certains harmoniques sont supprimés, le FC atteint souvent 3 ou plus, ce qui ne garantit pas de meilleures performances qu'une simple génération aléatoire, c'est-à-dire un signal multisinus à phase aléatoire [44]. D'autres méthodes sont également proposées, comme celles rapportées par [18, 93]. Cependant, à notre connaissance, elles ne donnent pas de meilleurs résultats que la méthode de Schroeder [123].

4.2.1.2 Méthode numérique

Plusieurs travaux de recherche [44, 80, 98, 109, 111, 123] montrent qu'il est encore possible de réduire le FC du signal multisinus en utilisant certaines méthodes numériques itératives au prix d'une augmentation du temps de calcul.

Van den Bos dans [109] propose une méthode itérative pour sélectionner les phases afin de générer un signal multisinus à faible FC. Cette méthode est initialisée avec des phases initiales aléatoires et permet d'obtenir généralement un FC plus faible que la méthode de Schroeder. Cependant, elle dépend fortement des conditions initiales et converge souvent vers un optimum local [55]. L'auteur recommande de répéter la procédure plusieurs fois avec différentes phases initiales puis de sélectionner la meilleure solution. Un autre algorithme itératif a été proposé par Van der Ouderaa et al. [111] comme une amélioration de la méthode de Van den Bos. Cet algorithme commence à partir d'un spectre d'amplitude donné et des phases aléatoires et se base sur la transformée de Fourier discrète inverse et une technique d'écrêtage. À la différence des méthodes analytiques, ces méthodes numériques sont utilisables même dans le cas où le spectre du signal multisinus est non plat et lorsque certains harmoniques sont omis. Le lecteur peut se référer à [80] pour un état de l'art exhaustif sur les méthodes numériques d'optimisation du facteur de crête.

4.2.2 Optimisation du facteur de crête via une méthode numérique

Dans notre travail, nous nous concentrons sur les méthodes numériques dédiées à l'optimisation du facteur de crête. Plus précisément, nous optons pour la solution proposée par Van der Ouderaa et al. [111]. La motivation derrière ce choix est que les signaux multisinus utilisés dans notre étude sont à spectre impair et que certains harmoniques sont omis pour la détection des non-linéarités comme expliqué dans le chapitre 3.

Dans la méthode de Van der Ouderaa et al., le principe consiste à ajuster les phases du signal multisinus selon une approche heuristique, basée sur l'algorithme de Gerchberg et Saxton [39], en écrêtant le signal multisinus dans le domaine temporel de manière itérative. L'écrêtage consiste à limiter les valeurs du signal multisinus à certaines valeurs spécifiques lorsqu'elles dépassent des seuils définis par une fonction σ appelée « fonction d'écrêtage ». En effet, pour chaque valeur du signal $u(t)$ défini dans l'intervalle de temps $[t_0 - t_{fin}]$, l'écrêtage est effectué comme expliqué dans l'Algorithme 1.

Remarque 2. *De l'Algorithme 1, nous constatons que plus la valeur de σ est importante, moins nous écrêtons le signal $u(t)$ comme l'illustre la Figure 4.2. De plus, la fonction σ doit être différente de zéro, puisque pour σ égale à zéro, nous écrêtons complètement $u(t)$ et il devient égal à zéro.*

Données : signal multisinus initial $u(t)$
Résultats : signal multisinus $u_{ecr}(t)$ écrêté
pour t *allant de* t_0 *à* t_{fin} **faire**
  si $u(t) \geq \sigma \max(u(t))$ **alors**
    $u_{ecr}(t) \leftarrow \sigma \max(u(t))$
  sinon si $u(t) \leq \sigma \min(u(t))$ **alors**
    $u_{ecr}(t) \leftarrow \sigma \min(u(t))$
  sinon
    $u_{ecr}(t) \leftarrow u(t)$
  fin
fin
$u(t) \leftarrow u_{ecr}(t)$
retourner $u_{ecr}(t)$

Algorithme 1 : Écrêtage d'un signal multisinus.

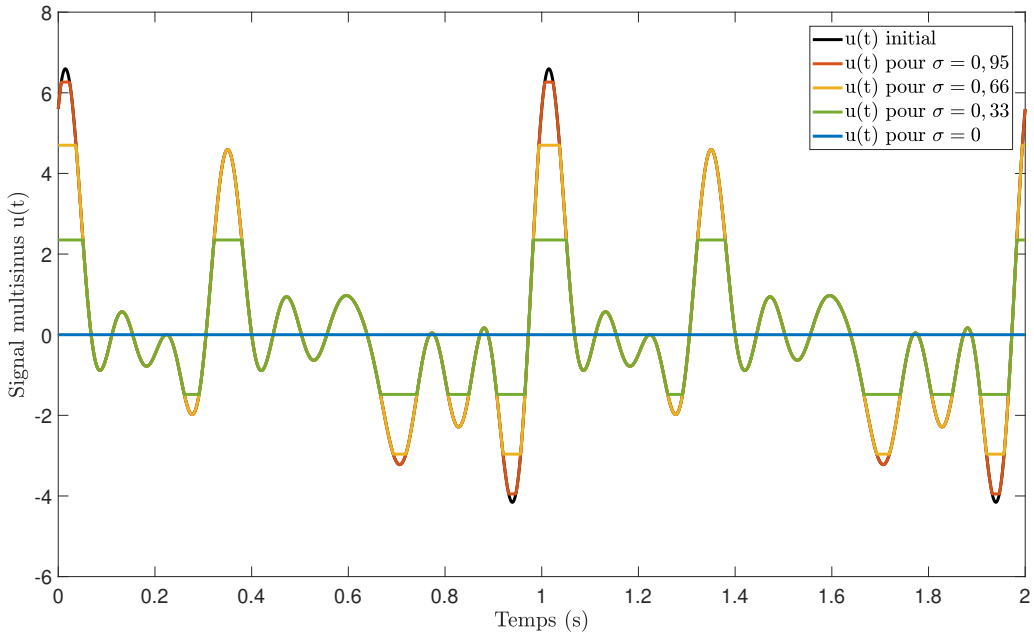


FIGURE 4.2 – Variation du niveau d'écrêtage en fonction de σ.

Souvent, la fonction σ n'est pas constante, mais elle dépend du numéro de l'itération i, dénotée donc σ_i. Les algorithmes basés sur l'écrêtage du signal nécessitent plusieurs itérations pour réduire significativement la valeur du FC et leur rapidité dépend du choix de σ_i. Ces algorithmes permettent généralement de réduire significativement le FC, mais parfois au prix de milliers d'itérations [111]. Cependant,

pour un choix spécifique de la fonction σ_i, de bons résultats peuvent être obtenus pour seulement 1000 itérations comme expliqué dans [123]. La fonction d'écrêtage σ_i est choisie de telle sorte qu'elle augmente de façon monotone d'une valeur initiale à une valeur finale en un nombre donné d'itérations. Dans [111], afin de ne pas écrêter entièrement le signal $u(t)$, les auteurs préconisent de choisir une fonction σ_i qui varie entre $0,75$ et $0,95$, c'est-à-dire initialement pour $i = 1$, nous écrêtons 25% du signal $u(t)$ jusqu'à atteindre 5% d'écrêtage à la fin des itérations. La fonction d'écrêtage σ_i introduite par [123] est utilisée dans notre travail. Elle permet une convergence de l'algorithme vers un FC amélioré au bout de 1000 itérations pour tout spectre multisinus prédéfini [1]. Ainsi, nous choisissons

$$\sigma_i = \frac{\log_{10}(i-b)}{\log_{10} a}, \tag{4.3}$$

où les paramètres a et b sont solutions des deux équations $\sigma_1 = 0,75$ et $\sigma_{1000} = 0,95$. La solution de ces équations permet d'obtenir $a = 1870,5$ et $b = -283,43$. Pour ces valeurs, nous traçons sur la Figure 4.3 les variations de la fonction σ_i en fonction des itérations i.

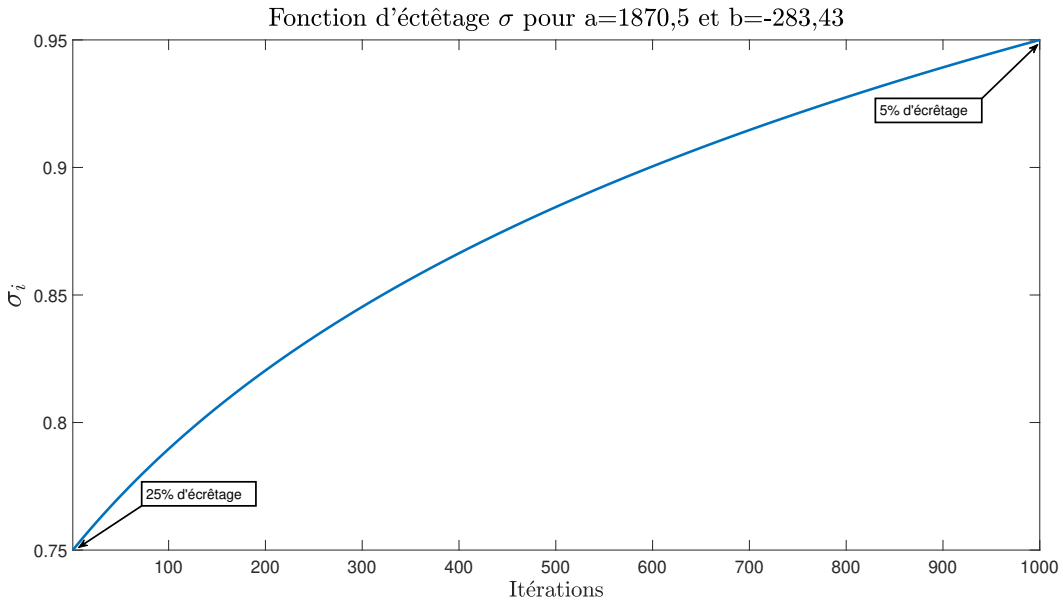


FIGURE 4.3 – Fonction d'écrêtage (4.3) pour 1000 itérations.

Ainsi, en se basant sur le principe de l'éctêtage, les étapes de l'algorithme d'optimisation du facteur de crête, résumé dans le Figure 4.4, peuvent être expliquées comme suit :

1. Spectre complet ou avec des trous.

1- Nous sélectionnons les paramètres du signal multisinus $u(t)$, à savoir, les amplitudes A_k^0, les phases ϕ_k^0 et les fréquences $f_k^0 = k\, f_{res}$ avec f_{res} la fréquence de résolution. Ensuite, à partir de ces paramètres, nous créons le spectre fréquentiel $U(k) = A_k^0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_\mathrm{k}^0}$.

2- Nous générons le signal multisinus temporel $u(t)$, en utilisant la transformée de Fourier inverse où $u(t) = \mathrm{ifft(U(k))}$.

3- Nous écrêtons le signal multisinus $u(t)$ en utilisant l'approche expliquée dans l'Algorithme (1).

5- Nous calculons la transformée de Fourier du signal écrêté $u_{ecr}(t)$ pour extraire les nouvelles phases ϕ_k^i du signal écrêté. En effet, en écrêtant le signal multisinus, nous modifions à la fois les amplitudes A_k et les phases ϕ_k et créons des harmoniques supplémentaires. Cependant, l'objectif est de modifier seulement les phases pour réduire le FC. Ainsi, à chaque itération $i+1$, le signal multisinus est généré avec les nouvelles phases ϕ_k^i tout en gardant les A_k^0 et f_k^0 initiales.

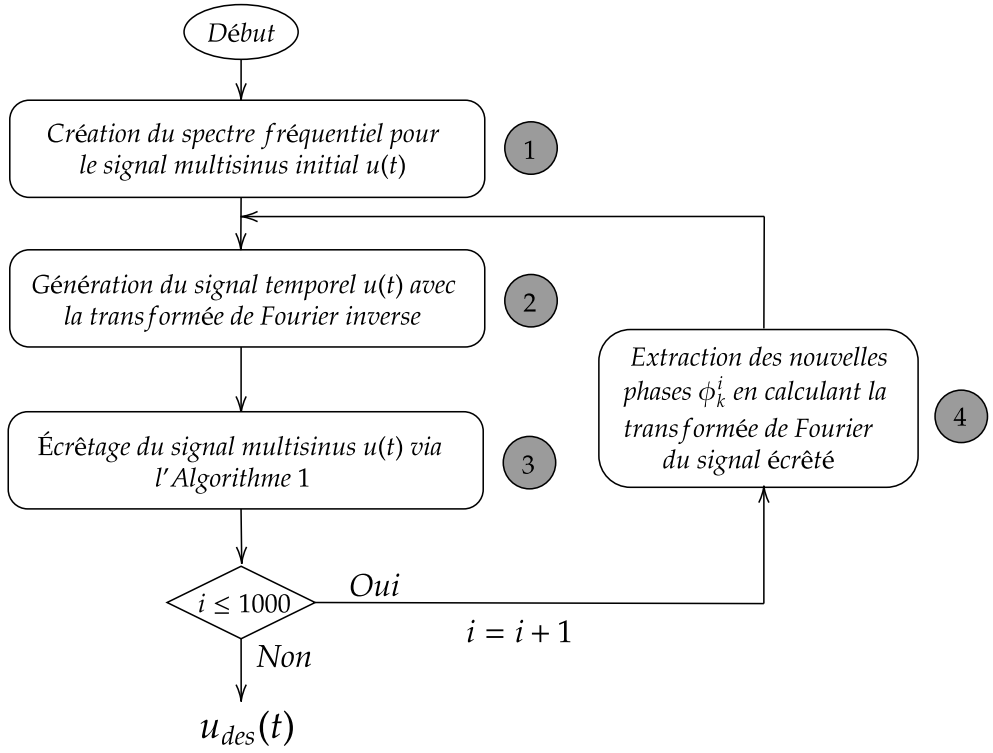
À la fin des itérations, l'Algorithme 2 permet d'avoir un signal multisinus $u(t)$ avec un FC amélioré.

Exemple illustratif de l'optimisation du facteur de crête

Notre objectif est d'avoir un signal multisinus $u(t)$ qui ne dépasse pas le seuil de $1,5$ ($|u(t)| \leq 1,5$). Pour cela, d'abord, nous générons un signal multisinus $u(t)$ à partir des paramètres suivants

- les amplitudes A_k sont toutes égales à $0,1$,
- les fréquences f_k sont de rang impair comprises entre $0,1$ et $5,0$Hz,
- les phases ϕ_k^0 initiales suivent une distribution uniforme dans l'intervalle $[0 - 2\pi]$,
- la fréquence de résolution est $f_{res} = 0,1$Hz.

Sur la Figure 4.5, nous traçons le signal multisinus $u(t)$ en bleu. Nous observons que $u(t)$ dépasse le seuil de $1,5$ plusieurs fois. Afin d'éliminer cela, nous utilisons l'algorithme d'optimisation du FC expliqué dans la section précédente. Après 1000 itérations de l'Algorithme 2, nous arrivons à obtenir le signal $u_{des}(t)$ tracé en rouge sur la même figure. Dans ce cas, nous observons que le signal $u_{des}(t)$ ne dépasse pas le seuil exigé. En outre, en calculant le facteur de crête et la valeur efficace de $u(t)$ et $u_{des}(t)$ (cf. Tableau 4.1), nous constatons que les deux signaux ont la même valeur efficace. Cependant, le FC du signal $u_{des}(t)$ est meilleur que celui de $u(t)$.



Algorithme 2 : Minimisation du FC par Van der Ouderaa et al [111].

Signal	Facteur de crête	Valeur efficace
$u(t)$	$4,05$	$0,707$
$u_{des}(t)$	$1,49$	$0,707$

TABLE 4.1 – Comparaison entre le facteur de crête et la valeur efficace de $u(t)$ et $u_{des}(t)$.

Afin de montrer que dans l'Algorithme 2 nous modifions seulement les phases, nous traçons sur la Figure 4.6 le spectre d'amplitude et de phase pour $u(t)$ et $u_{des}(t)$, en rouge et en bleu, respectivement. Sur cette figure nous observons que pour les deux signaux, les spectres d'amplitudes sont identiques, cependant, sur le spectre des phases, nous constatons que les phases ϕ_k sont modifiées.

4.2.3 Convergence de l'algorithme d'optimisation du FC

Pour l'algorithme itératif, à savoir l'algorithme Van der Ouderaa et al. [111], la convergence de la minimisation du FC vers le minimum global n'est pas garantie [45,111] où le FC peut rester constant après quelques itérations. Cependant, il a été constaté dans [111] que l'algorithme converge toujours vers des phases conduisant à

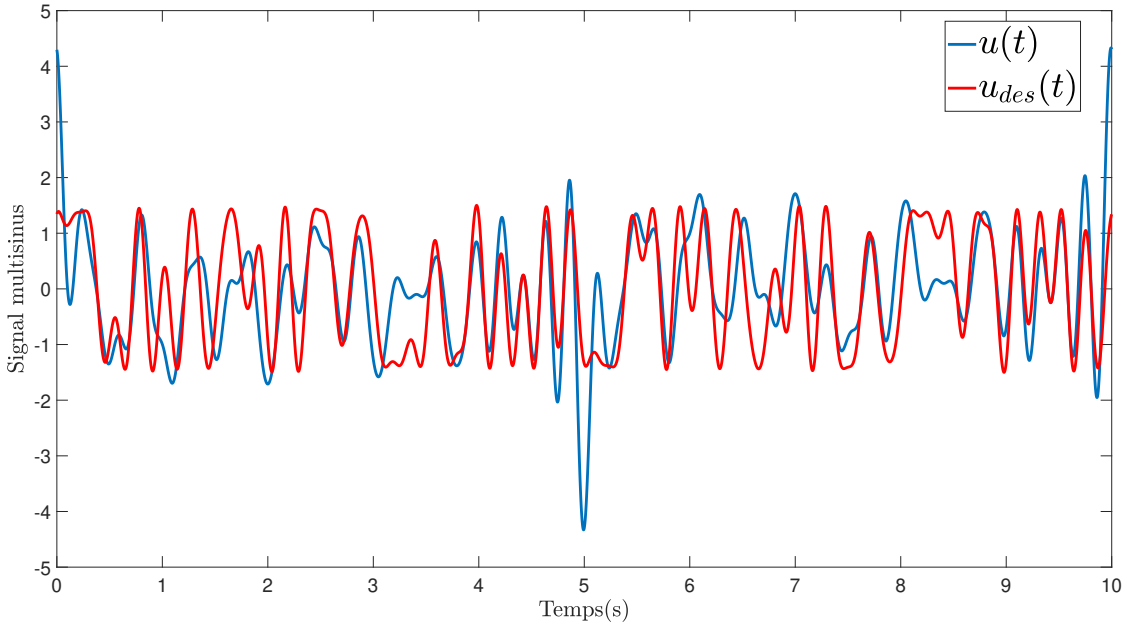


FIGURE 4.5 – Comparaison entre $u(t)$ et $u_{des}(t)$.

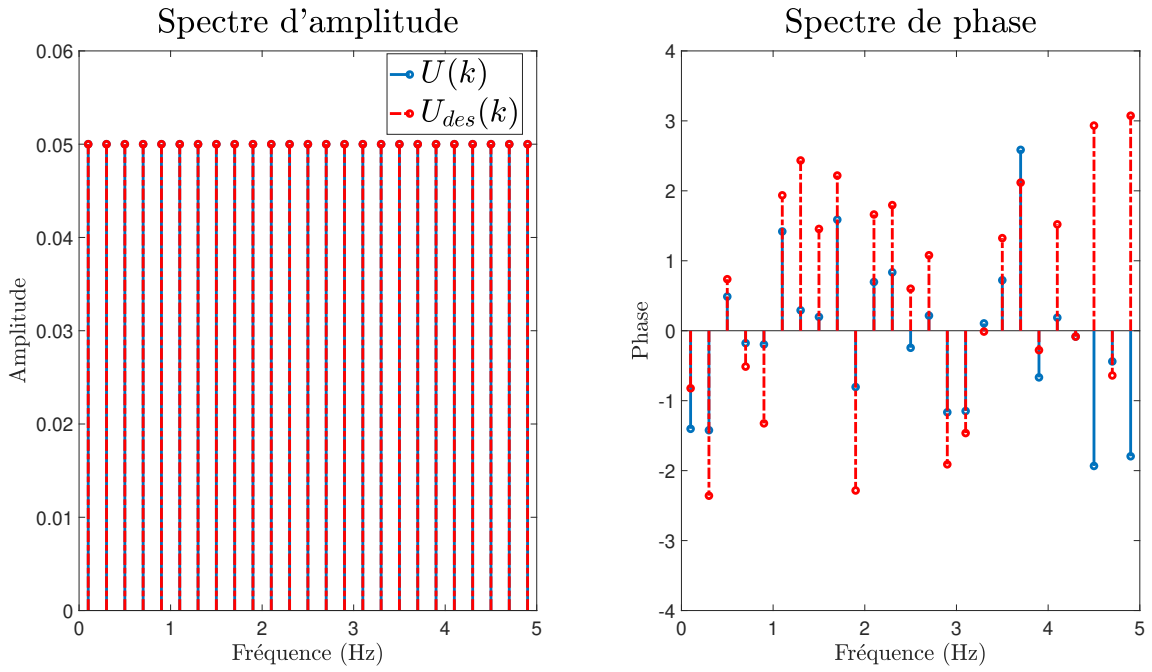


FIGURE 4.6 – Spectre du signal multisinus avant et après l'optimisation du FC.

des facteurs de crête faibles avec la méthode d'écrêtage présentée ci-dessus.

Afin d'illustrer la convergence de cet algorithme, nous réalisons 2000 tirages de Monte Carlo, où à chaque tirage, des nouvelles phases aléatoires initiales ϕ_k^0 sont générées. Dans ce cas, les paramètres du signal multisinus $u(t)$ sont déterminés comme suit

- les amplitudes A_k sont toutes égales à $0,1$,
- les fréquences f_k sont de rang impair comprises entre $0,1$ et 50Hz,
- les phases initiales ϕ_k^0 suivent une distribution uniforme dans l'intervalle $[0 - 2\pi]$,
- la fréquence de résolution est $f_{res} = 0,1$Hz.

Pour les 2000 tirages de Monte Carlo, sur la Figure 4.7, nous traçons l'histogramme du signal résultant de l'optimisation du facteur de crête. Cet histogramme a une moyenne égale à $1,518$ et sa variance est $7.607e^{-04}$. De plus, pour 5 tirages parmi les 2000, nous traçons sur la Figure 4.8, la variation du FC par rapport au nombre d'itération $i = 1, 2 \dots 1000$ de l'algorithme. Cette figure montre que le FC dans les 5 cas diminue de façon monotone jusqu'à un FC faible mais dont la variation est différente pour chaque tirage. Ces résultats montrent que l'algorithme d'optimisation du FC converge vers un minimum local indépendamment de l'initialisation des phases.

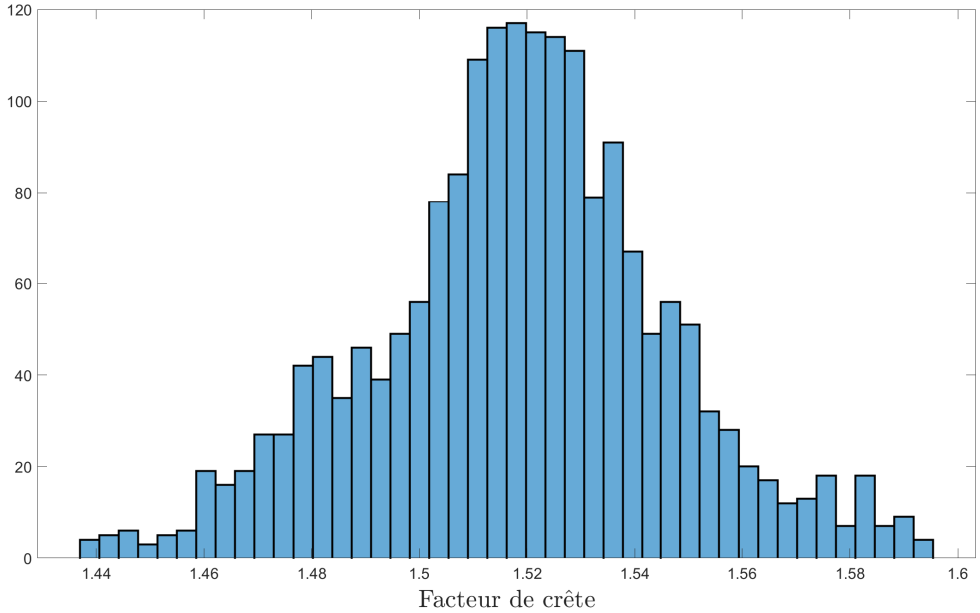


FIGURE 4.7 – Histogramme du facteur de crête pour 2000 tirages de Monte carlo.

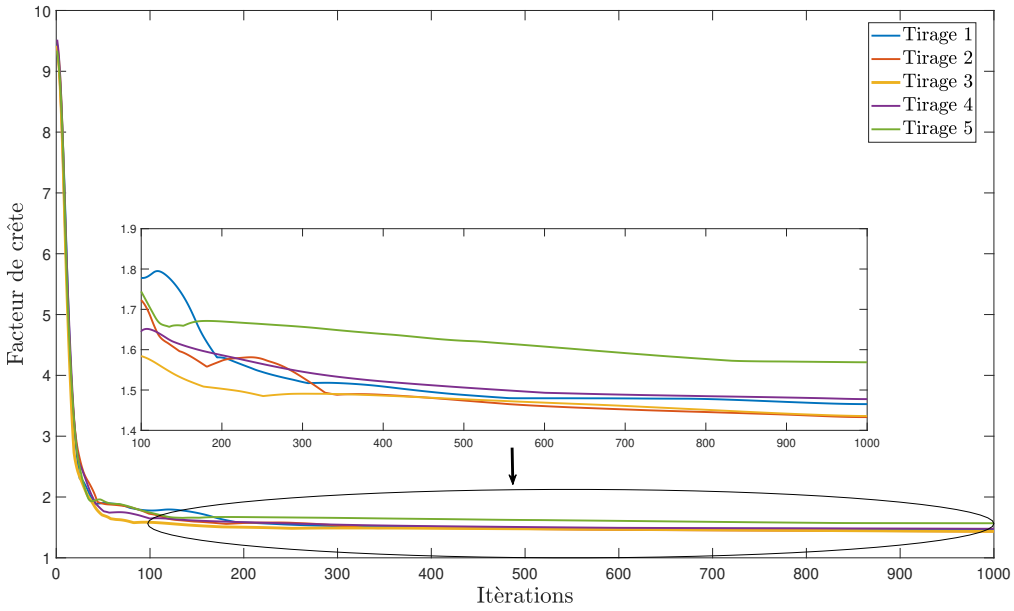


FIGURE 4.8 – Variation du facteur de crête en fonction des itérations i pour 5 tirages.

4.3 Optimisation du facteur de crête en boucle fermée

4.3.1 Positionnement du problème

Les méthodes de génération d'excitation pour l'identification non-paramétrique énumérées ci-dessus ont montré une grande efficacité dans l'obtention d'une excitation multisinus riche en puissance et qui respecte les limites imposées par les systèmes en boucle ouverte. Cependant, pour de nombreux systèmes, le processus d'identification est effectué en boucle fermée à cause de

- l'incapacité d'isoler le système de son régulateur dans une chaîne de production par exemple,
- l'instabilité du système en boucle ouverte.

Pour certains systèmes, lors de l'identification en boucle fermée, le signal d'excitation multisinus n'est pas la commande $u(t)$ mais il est injecté au niveau de la référence $r(t)$ comme l'illustre la Figure 4.9. Il est ainsi nécessaire d'assurer que le signal de commande $u(t)$ ne dépasse pas les seuils de saturation sans détériorer le facteur de crête. Un tel enjeu dans l'estimation de modèles non-paramétriques, à notre connaissance, n'a pas été étudié dans la littérature. Sur la base de ce constat,

nous proposons une approche de conception d'excitation multisinus pour estimer un modèle non-paramétrique en boucle fermée qui permet d'ajuster itérativement l'excitation multisinus au niveau de la référence $r(t)$ pour que le signal de commande $u(t)$ converge vers un signal désiré $u_{des}(t)$ où

$$\max_t |u_{des}(j\omega_k)| \leq u_{max}, \tag{4.4}$$

avec u_{max} le seuil imposé par la saturation.

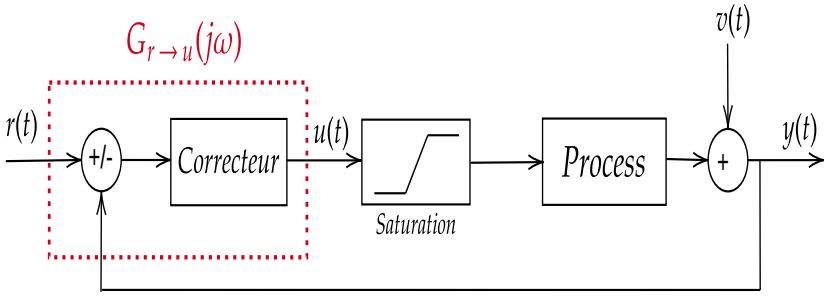


FIGURE 4.9 – Système en boucle fermée avec présence de saturation sur le signal de commande $u(t)$.

4.3.2 Approche proposée pour le réglage du signal de référence en boucle fermée

Pour répondre à cette problématique, nous proposons une approche de génération d'excitation multisinus basée la minimisation du FC du signal $u(t)$. Ce choix est motivé par la capacité qu'offre l'optimisation du FC en réduisant significativement les grandes amplitudes du signal multisinus tout en assurant un bon RSB. L'approche est axée sur les points suivants :

1- conception d'un signal désiré $u_{des}(t)$ avec un FC optimisé satisfaisant l'Équation (4.4),

2- réglage du signal de référence $r(t)$ afin que le signal $u(t)$ converge vers $u_{des}(t)$ en boucle fermée.

Les deux points susmentionnés sont indépendants et réalisés hors ligne. Pour le premier point, en connaissant les seuils imposés par le système et la bande de

fréquence d'intérêt, nous définissons le signal $u_{des}(t)$ en choisissant les A_k, ϕ_k et f_k pour $k = 1, 2 \ldots, K$ à travers la méthode Van der Ouderaa et al. [111] expliqué dans 4.2.2. Une fois l'optimisation du facteur de crête réalisée, nous passons à la seconde étape, qui est itérative et dépend de la boucle fermée, à savoir, la connaissance de la structure du correcteur et les signaux à mesurer.

4.3.3 Algorithme d'optimisation du facteur de crête en boucle fermée

Comme mentionné dans le chapitre 3, l'objectif dans notre travail est d'estimer la réponse fréquentielle du procédé entre le signal de commande $u(t)$ et la sortie du procédé $y(t)$ (cf. Figure 4.9) d'un système mono-variable opérant en boucle fermée. De plus, nous nous concentrons sur les systèmes où le signal d'excitation ne peut pas être superposé à la commande $u(t)$, mais au niveau de la référence $r(t)$. Autrement dit, le spectre de $u(t)$ n'est pas directement modifiable pour aboutir à un signal $u(t)$ qui ne sature pas. En supposant que l'Algorithme 2 nous permette d'obtenir un signal désiré $u_{des}(t)$ qui respecte les limites sur les amplitudes imposées par le système, nous proposons un algorithme qui permet de régler le spectre de la référence $r(t)$ de sorte que le signal $u(t)$ soit identique au signal $u_{des}(t)$. Pour cela, nous cherchons à réduire la différence, pour toutes les pulsations ω, entre le signal de commande mesuré $u(t)$ et le signal désiré $u_{des}(t)$ dans le domaine fréquentiel.

En supposant, dans un premier temps, que la réponse fréquentielle $G_{r\to u}(j\omega)$ entre $r(t)$ et $u(t)$ (cf. Figure 4.9) est connue et que les signaux ne sont pas bruités, nous proposons de modifier le spectre $U(j\omega)$ à travers le réglage du spectre de la référence $R(j\omega)$. Ainsi, nous pouvons écrire la solution directe à ce problème comme suit

$$R(j\omega) = G^{-1}_{r\to u}(j\omega)U_{des}(j\omega). \tag{4.5}$$

Le plus souvent, la réponse fréquentielle $G_{r\to u}(j\omega)$ est inconnue et nous devons l'estimer. Par conséquent, la minimisation de la différence entre $U(j\omega)$ et $U_{des}(j\omega)$ est réalisée d'une manière itérative (cf. Algorithme 3) où, à chaque itération, pour que $U(j\omega)$ se rapproche de $U_{des}(j\omega)$, il faut affiner le spectre de la référence $R(j\omega)$ comme l'explique l'Algorithme 3 et en utilisons l'équation

$$R(j\omega) = \hat{G}^{-1}_{r\to u}(j\omega)U_{des}(j\omega), \tag{4.6}$$

avec $\hat{G}_{r\to u}(j\omega)$ l'estimée de $G_{r\to u}(j\omega)$. À partir de l'Équation (4.6), nous pouvons ainsi écrire

$$U(j\omega) = G_{r\to u}(j\omega)\hat{G}^{-1}_{r\to u}(j\omega)U_{des}(j\omega). \tag{4.7}$$

De l'Équation (4.7), nous observons que la convergence du signal $u(t)$ vers le signal désiré $u_{des}(t)$ dépend de la précision de l'estimation $\hat{G}_{r\to u}(j\omega)$. Ainsi, pour converger vers le signal désiré nous devons avoir une estimation précise de $G_{r\to u}$. Nous utilisons l'approche donnée par [90] pour estimer la fonction de transfert de la

référence vers le signal de mesure. Cette procédure d'estimation, expliquée dans le chapitre 3, permet de réduire l'influence des distorsions non-linéaires, des bruits et d'obtenir la meilleure approximation linéaire $\hat{G}_{r\to u}(j\omega)$.

Données : spectre désiré $U_{des}(j\omega_k)$
Résultats : signal de référence $r(t)$
tant que *condition* **faire**
  excitation du système avec $r(t)$
  calcul du spectre $U(j\omega_k)$
  estimation de $\hat{G}_{r\to u}(j\omega_k)$
  calcul de l'inverse de $\hat{G}_{r\to u}(j\omega_k)$
  calcul du nouveau spectre $R_n(j\omega_k)$ avec l'Équation (4.6)
  calcul de la nouvelle référence $r_n(t) = \text{ifft}(R_n(j\omega_k))$
  $r(t) \leftarrow r_n(t)$
fin

Algorithme 3 : Réglage de l'excitation multisinus en boucle fermée.

Dans l'Algorithme 3, la condition d'arrêt que nous proposons consiste à comparer, à chaque itération, l'erreur relative maximale, pour toutes les pulsations ω_k, entre le spectre $U_{des}(j\omega_k)$ et le spectre $U(j\omega_k)$ et un seuil ε comme suit

$$\max_{\omega_k}\left(\left|\frac{U_{des}(j\omega_k) - U(j\omega_k)}{U_{des}(j\omega_k)}\right|\right) \leq \varepsilon. \tag{4.8}$$

4.4 Résultats de simulation

Afin de tester notre approche en simulation, nous reprenons le cas d'étude présenté dans le chapitre 3, section 3.5.1, en considérant que

- l'excitation est appliquée au niveau de la référence $r(t)$,
- le signal $u(t)$ ne doit pas dépasser la limite de saturation, c'est-à-dire, $u_{seuil} = 1,5N.m$,
- la seule source de non-linéarité est la saturation.

nous procédons de la manière suivante : initialement, nous concevons le signal de commande désiré u_{des} où $|u_{des}(t)| \leq u_{seuil}$ à travers l'Algorithme 2 d'optimisation du facteur de crête. Ensuite, en nous basant sur $u_{des}(t)$, nous générons le signal de référence $r(t)$ avec l'Algorithme 3.

4.4.1 Génération du signal de commande désiré

Initialement, nous générons un signal multisinus avec un spectre d'amplitude plat dont les fréquences sont comprises entre 0,1 et 20Hz où tous les harmoniques pairs et certains harmoniques impairs sont omis. Sur la Figure 4.10.a, nous observons que le signal multisinus initial (en bleu) dépasse les limites de saturations imposées. Contrairement au signal initial, en minimisant le FC de ce signal, le signal optimisé obtenu (en rouge) respecte les seuils des saturations. La Figure 4.10.b représente l'évolution du FC pour les 1000 itérations de l'Algorithme 2. Nous constatons une grande amélioration du facteur de crête. Initialement égal à $7,93$ (signal bleu), sa valeur décroît de manière monotone pour attendre la valeur de $1,51$ correspondant au signal temporel en rouge, soit un gain supérieur à 5.

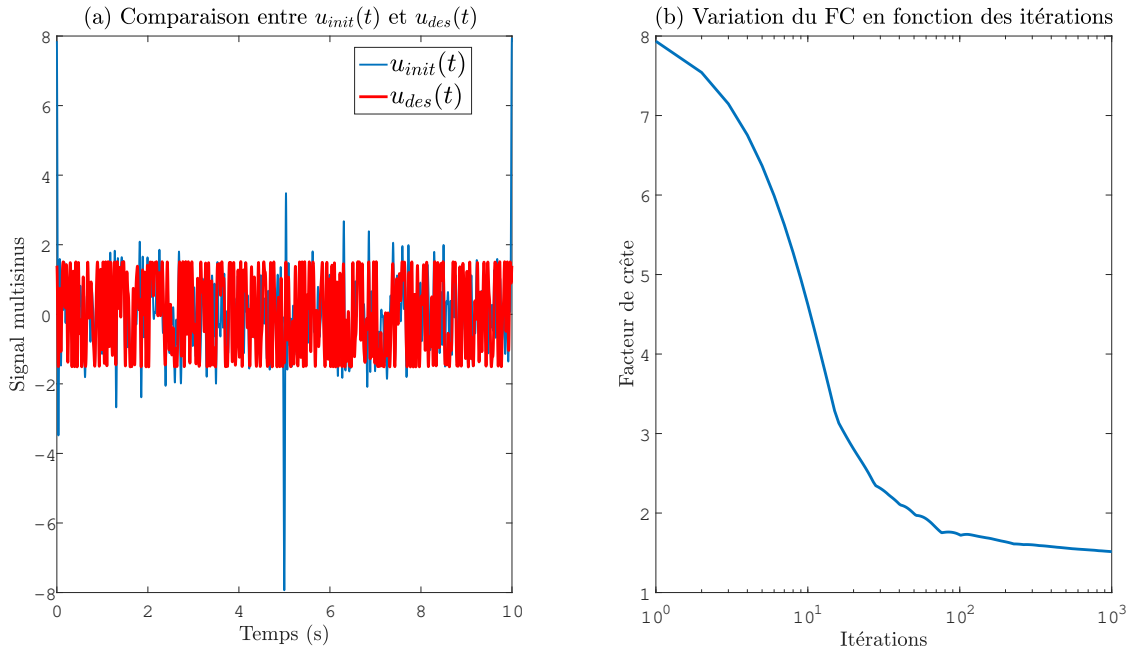


FIGURE 4.10 – (a) Signal multisinus $u(t)$, (b) variation du FC en fonction des itérations.

Dans ce qui suit, nous allons présenter l'impact de l'algorithme 3 dans deux cas différents, à savoir (i) impact de la saturation sur le signal de commande $u(t)$ en boucle fermée, (ii) impact de l'optimisation du facteur de crête sur le RSB.

4.4.2 Impact de la saturation sur le signal de commande en boucle fermée

Dans cette section, les signaux mesurés sont considérés non bruités. Nous excitons le système par un signal multisinus $r(t)$ impair, qui ne respecte pas les limites de

saturations, dont le spectre d'amplitude est illustré sur la Figure 4.11.a. Les points noirs représentent les fréquences contenues dans le signal $r(t)$, les cercles rouges sont les fréquences de rang impair omises, tandis que les cercles bleus représentent les fréquences de rang pair non-excitées, Notons que les valeurs de -300 dB correspondent à un zéro numérique en raison de la précision finie des calculs. Sur la Figure 4.11.b, nous traçons le spectre d'amplitude du signal de commande $u(t)$ lorsque l'excitation initiale $r(t)$ est appliquée.

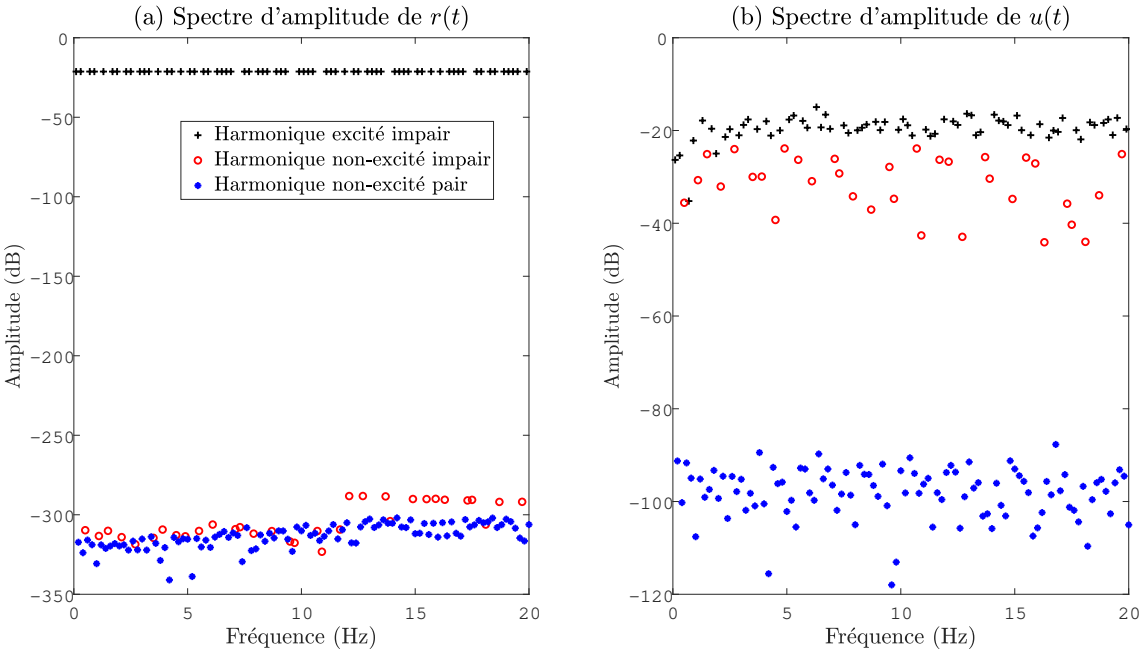


FIGURE 4.11 – Spectres d'amplitude initiaux du (a) signal de référence $r(t)$, (b) signal de commande $u(t)$.

Nous constatons que, contrairement au spectre du signal $r(t)$, le spectre de $u(t)$ contient des harmoniques non-excités (cercles rouges sur la Figure 4.11.b) à un niveau proche des harmoniques excités. La présence de ces harmoniques impairs non-excités dans le spectre du signal $u(t)$ confirme que les non-linéarités de saturation sont actives. En effet, la saturation étant une fonction impaire, elle ne crée des harmoniques supplémentaires qu'à des rangs impairs [90]. Ces harmoniques supplémentaires conduisent souvent à la présence de distorsions dans l'estimation de la réponse fréquentielle, en l'occurrence de $G_{u\to y}(j\omega)$. Par conséquent, pour limiter les distorsions non-linéaires provenant de la saturation, nous construisons une excitation $r(t)$ dans ce qui suit selon l'Algorithme 3 proposé.

Pour chaque itération de l'Algorithme 3, nous traçons sur la Figure 4.12 la variation de la condition d'arrêt donnée par l'Équation (4.8). Cette figure montre que

pour $\varepsilon = 1e^{-4}$, l'Algorithme 3 converge en 19 itérations vers le facteur de crête désiré, à savoir un FC = 1.51. De plus, nous observons que la condition d'arrêt diminue de façon monotone à partir de la $8^{\text{ème}}$ itération pour atteindre une valeur de $2,96e^{-5}$ à la $19^{\text{ème}}$ itération. Cette décroissance résulte de la réduction des distorsions nonlinéaires qui proviennent de la saturation. En effet, la saturation devient inactive à partir de la $8^{\text{ème}}$ itération en raison de la mise en forme de l'excitation $r(t)$.

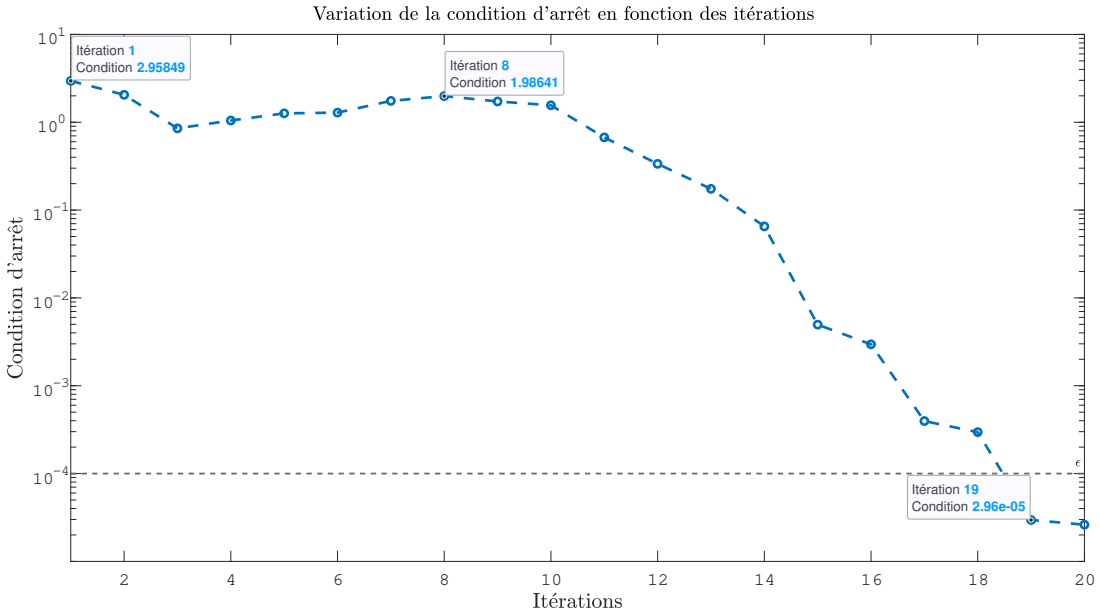


FIGURE 4.12 – Condition d'arrêt de l'algorithme 3 en fonction des itérations.

Après 19 itérations de l'Algorithme 3, nous obtenons un signal d'excitation $r(t)$ dont le spectre d'amplitude est présenté sur la Figure 4.13.a. Ce spectre, qui n'est pas plat comme dans le cas initial, résulte en un signal $u(t)$ identique au signal désiré $u_{des}(t)$. Sur la Figure 4.13.b, nous constatons que l'utilisation de l'Algorithme 3 donne lieu à un spectre plat désiré au niveau de la commande $u(t)$ où seuls les harmoniques impairs excités en noir sont observés. Ainsi, à la $19^{\text{ème}}$ itération, la saturation n'est plus active (les harmoniques supplémentaires créés par la saturation sont bien en dessous des harmoniques excités) en raison de la modification des phases du signal $u(t)$ via l'Algorithme 3.

4.4.3 Impact de l'optimisation du facteur de crête sur le RSB en boucle fermée

Notre objectif dans cette section est d'étudier l'impact de l'optimisation du facteur de crête sur le RSB au niveau de la sortie mesurée $q_{mot}(t)$ afin d'évaluer l'amélioration apportée par la méthode de génération d'excitation proposée. Deux cas sont

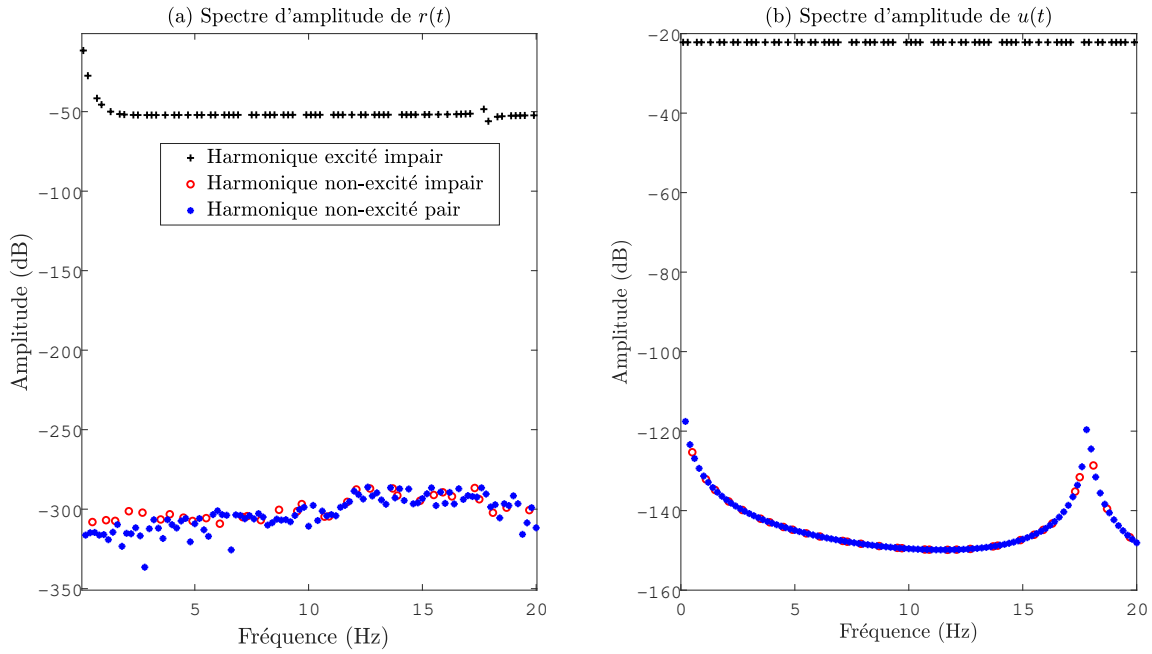


FIGURE 4.13 – Spectre d'amplitude du (a) signal de référence $r(t)$, (b) signal de commande $u(t)$.

considérés, à savoir, sans et avec l'optimisation du signal de référence $r(t)$. Pour ce faire, nous considérons que la sortie mesurée $q_{mot}(t)$ est affectée par un bruit gaussien additif de moyenne nulle $v(t)$. En outre, trois niveaux de bruit sont considérés, correspondant approximativement à un bruit faible, moyen et élevé, Le RSB est calculé au niveau de la sortie $y(t)$ et présenté dans le Tableau 4.2. Pour les trois niveaux du bruit, nous calculons le rapport signal sur bruit comme suit

$$\text{RSB} = 20 \log \left(\frac{\text{std}(y(t))}{\text{std}(v(t))} \right), \tag{4.9}$$

où std$(\cdot)$ représente l'écart-type de la grandeur temporelle $(\cdot)$.

Niveaux du bruit	**Sans l'Algorithme 3**	**Avec l'Algorithme 3**
Faible	9,15 dB	64,91 dB
Moyen	4,63 dB	35,43 dB
Élevé	1,81 dB	15,82 dB

TABLE 4.2 – RSB au niveau de la sortie mesurée $q_{mot}(t)$

Le Tableau 4.2 montre que, lorsque l'excitation n'est pas optimisée, le RSB au niveau de la sortie devient très faible. Cependant, avec l'algorithme proposé, le RSB

est nettement amélioré de plus de 14 dB (dans le cas d'un niveau de bruit élevé), soit une amélioration d'un facteur de 5 au minimum en raison de l'énergie élevée fournie au système via l'optimisation du FC. Ce résultat a un impact direct sur le temps de mesure car il permet de réduire la durée des expériences et de calculer la moyenne sur un nombre réduit de périodes **P** (pour réduire les contributions du bruit comme expliqué dans [92]).

Pour les deux cas, en mesurant plusieurs périodes (**P=7**) de $r(t)$, $u(t)$ et $y(t)$, nous traçons sur la Figure 4.14 la réponse fréquentielle estimée $G_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ et celle de la fonction de transfert $G_0(s)$ que nous avons présentée dans le chapitre 2. Les résultats de la Figure 4.14 montrent que la réponse fréquentielle estimée avec un signal multisinus optimisé (en rouge) est plus précise et superposable à la fonction de transfert $G_0(s)$ du procédé, ce qui n'est pas le cas lorsque l'excitation n'est pas optimisée (en bleu) en raison du faible rapport RSB et de la courte durée de mesure (**P=7**). Notons que, dans notre simulation, sélectionner **P=120** est nécessaire pour obtenir, sans l'Algorithme 3, des résultats similaires à ceux présentés sur la Figure 4.14.

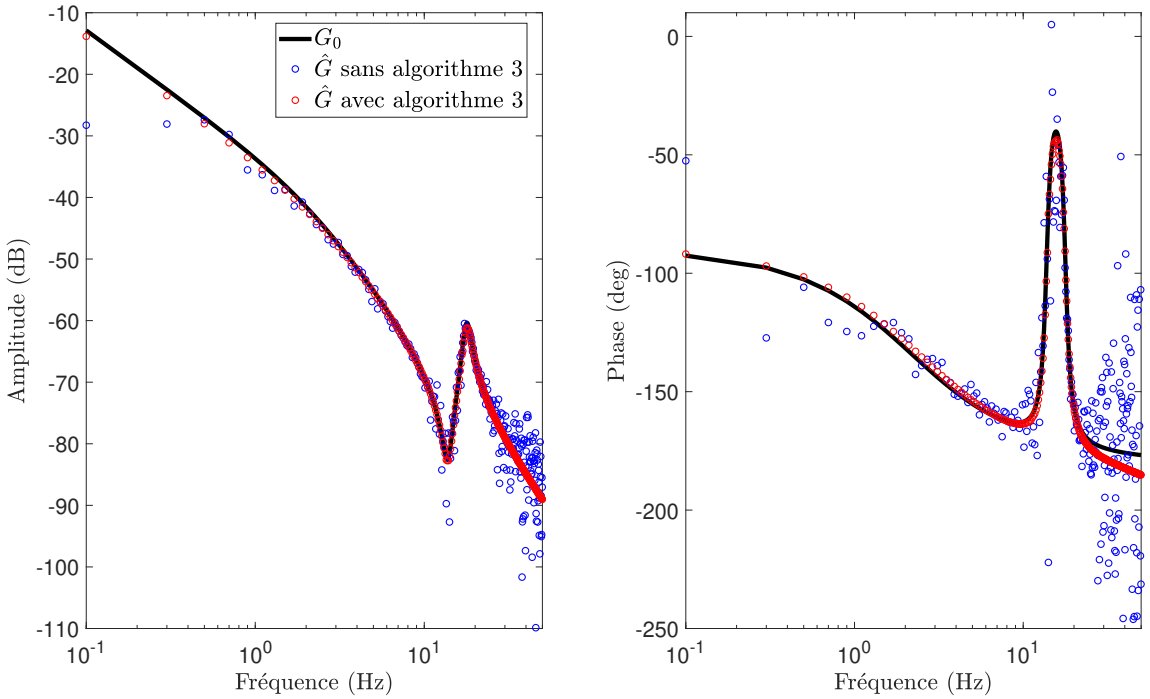


FIGURE 4.14 – $G_{\tau \to q_{mot}}(j\omega)$ estimée sans et avec l'Algorithme 3 comparée à $G_0(s)$ pour un RSB = 10dB et $P = 7$.

4.5 Discussions et conclusion

Dans ce chapitre, une approche de conception d'excitation multisinus est présentée pour améliorer la qualité des réponses fréquentielles estimées en présence de saturation sur le signal de commande dans une configuration en boucle fermée. L'approche se base sur le réglage itératif de l'excitation multisinus au niveau de la référence permettant ainsi d'améliorer le facteur de crête du signal de commande. Les résultats de simulation obtenus lors de l'application de notre approche, à un modèle de système robotique mono-axe, montrent que les limitations sur les amplitudes du signal de commande sont respectées par le réglage de l'excitation sans détériorer le rapport signal sur bruit. De plus, cette approche de génération d'excitation a permis d'obtenir une estimation précise de la réponse fréquentielle avec des expériences relativement brèves. Notons que l'approche peut également être utilisée dans le cas où la saturation est située ailleurs dans la boucle fermée et pour n'importe quel emplacement du signal d'excitation.

Chapitre 5

Validation expérimentale de la méthodologie d'identification

Sommaire

5.1 Introduction 75

5.2 Description du dispositif expérimental 77

5.3 Résultats expérimentaux 80

5.3.1 Identification non-paramétrique à sortie libre 81

5.3.2 Identification non-paramétrique à sortie bloquée 87

5.4 Validation des résultats via une estimation paramétrique 94

5.4.1 Modèle de type boîte grise du dispositif expérimental . . . 94

5.4.2 Estimation des paramètres d'un modèle boîte grise 95

5.4.3 Résultats et discussions 98

5.5 Conclusion 105

5.1 Introduction

Dans la conception des robots manipulateurs dans l'industrie manufacturière, l'objectif est généralement d'avoir des robots rigides à travers l'utilisation de systèmes d'actionnement rigides afin d'assurer des mouvements d'une grande précision de positionnement. Cependant, dans un contexte d'interaction opérateur-robot, ces systèmes d'actionnement ne permettent pas de garantir la sécurité des opérateurs et peuvent conduire à des dégâts corporels lors d'une collision. Afin d'améliorer la sécurité, certains robots manipulateurs sont désormais dotés de capteurs d'efforts qui permettent leur pilotage en effort, ainsi que l'implémentation de stratégies de

détection de collisions. Ils assurent la sécurité des opérateurs grâce à une estimation des efforts externes. Cependant, ils ne sont pas mécaniquement réversibles [1]. D'autres robots sont dotés de systèmes d'actionnement conçus pour être intrinsèquement réversibles. Ils permettent ainsi de transmettre les efforts externes de contacts appliqués au cobots directement au niveau du moteur sans l'utilisation des capteurs d'efforts [34], tels que le système d'actionnement à câbles développé au sein du CEA-LIST initialement pour la téléopération [34]. Ce dernier est caractérisé par sa faible inertie et son faible niveau de frottement, caractéristiques qui assurent une bonne sensibilité aux efforts externes. Ce système d'actionnement a été utilisé à des fins de co-manipulation robotique dans différents manipulateurs tels que le bras ASSIST développé par le CEA-LIST dans le cadre du projet ANR ASSIST ou le cobot SYB3 de la société ISYBOT (cf. Figure 5.1).

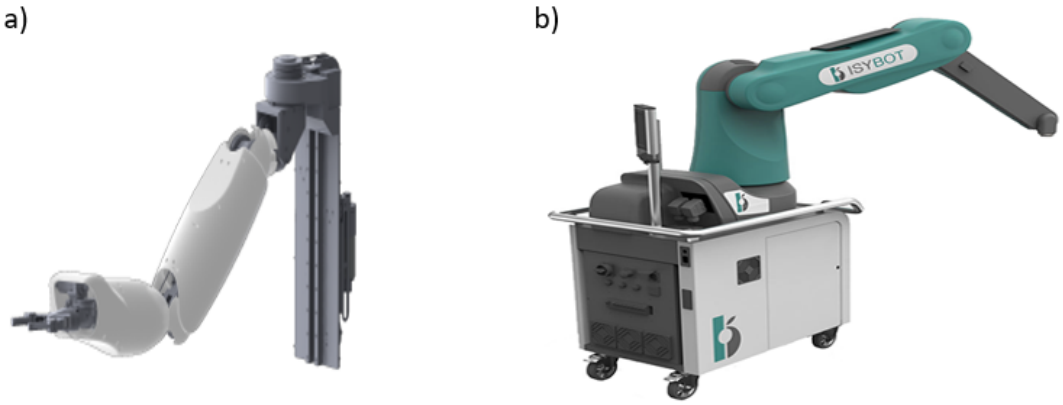


FIGURE 5.1 – Bras ASSIST du CEA-LIST (a) et Cobot SYB3 de ISYBOT (b).

Ces systèmes d'actionnement composés d'un moteur électrique et d'une transmission mécanique ont un grand rendement et sont souvent utilisés dans des contextes de robotique collaborative. La présence des câbles au sein de ces transmissions mécaniques amène des flexibilités mécaniques pouvant nuire à la précision de positionnements statiques et dynamiques. De plus, en raison de leur conception spécifique, certains phénomènes non-linéaires apparaissent dans leur dynamique, tels que la non-linéarité de la raideur des câbles [31] ou les frottements de Coulomb [36]. Ces phénomènes non-linéaires induisent une complexité de modélisation accrue et nécessitent beaucoup d'expertise en robotique pour l'élaboration d'un modèle analytique capable d'exprimer leur dynamique. D'où la nécessité, souvent, de réaliser une identification expérimentale basée sur les données mesurées sur le système. Notre objectif dans ce chapitre est de mettre en œuvre et d'évaluer expérimentalement la méthode développée précédemment en identifiant des modèles fréquentiels non-paramétriques

1. Un élément est dit réversible lorsqu'il peut transmettre de la puissance dans les deux sens comme dans le cas d'un moteur électrique par exemple.

en se basant sur les méthodes développées durant cette thèse. Le système à identifier est un dispositif expérimental représentatif d'un axe robotique du CEA-LIST.

Afin d'atteindre cet objectif, nous décrivons brièvement, dans la première partie, le principe de fonctionnement de ce système d'actionnement et son architecture de contrôle-commande. Dans la deuxième partie, nous présentons les résultats de l'identification obtenus avec la méthode de génération d'excitation que nous avons proposée dans le chapitre 4 et l'approche d'estimation basée sur la meilleure approximation linéaire présentée dans le chapitre 3. La dernière partie de ce chapitre est entièrement dédiée à la validation des modèles fréquentiels estimés via l'identification des modèles paramétriques de type boîte grise.

5.2 Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (cf. Figure 5.2) consiste en un bras robotique mono-axe développé par le CEA LIST et composé des éléments suivants :

- un moteur synchrone à faible inertie ($J_m = 1e-04\,kg.m^2$) avec un codeur incrémental 11 bits pour mesurer la position moteur $q_{mot}(t)$,
- une transmission mécanique dite « vérin à câbles » développée par le CEA LIST [35],
- un bras robotique monté au niveau de la poulie articulaire, d'une inertie calculée à partir de la CAO de $J_a = 2,23\,kg.m^2$,
- deux butées mécaniques haute et basse limitant le déplacement du bras,
- un variateur de vitesse.

En ce qui concerne l'architecture matérielle de commande du dispositif expérimental (cf. Figure 5.3.), elle est constituée de :

- un poste de commande pour la génération des signaux de référence $r(t)$ via un script *Python*
- un calculateur embarqué fonctionnant sous un système d'exploitation dédié temps réel pour la calcul des commandes numériques. L'échange d'informations entre ce dernier et le poste de commande est réalisé en MsgPack [2]
- un bus de communication Ethercat [3] pour interfacer le variateur de vitesse.

2. MsgPack est un format binaire d'échange de données implémenté en *C*, *Python*, etc [3].
3. Ethercat est un bus de communication orienté temps réel [1].

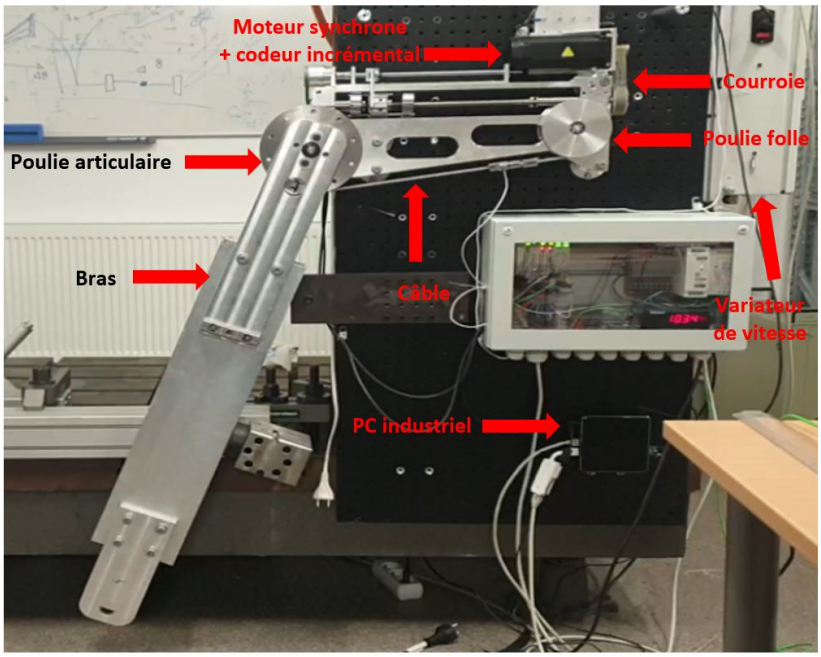


FIGURE 5.2 – Dispositif expérimental du CEA-LIST.

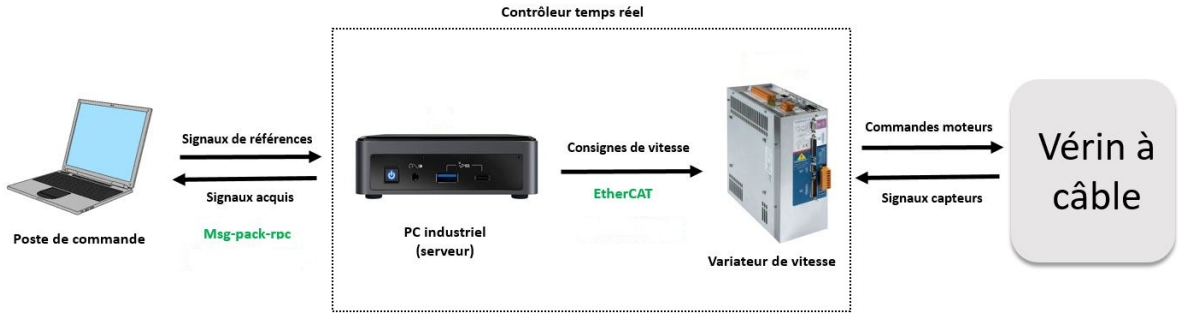


FIGURE 5.3 – Représentation schématique du dispositif de commande

La transmission mécanique (cf. Figure 5.4) utilisée dans ce dispositif expérimental sert à adapter la puissance moteur au besoin articulaire en terme de couple $\tau_m(t)$ et vitesse $\dot{q}(t)$ disponibles, grâce à un mode de fonctionnement spécifique [34]. Elle est composée des éléments suivants :

- une poulie d'entrée,
- une poulie articulaire (poulie de sortie) accompagnée d'un codeur 23 bits per-

mettant la mesure de la position articulaire $q(t)$,

- une courroie crantée liant l'arbre du moteur à la poulie d'entrée,
- une transmission de câbles munie d'écrous assurant le lien entre la poulie d'entrée et celle de sortie.

Le moteur synchrone produit un couple moteur qui est transmis à travers la courroie crantée vers la poulie d'entrée, ce qui résulte en un mouvement de translation de l'écrou. La translation de l'écrou, à son tour, provoque la rotation de la poulie de sortie. Cette dernière conduit à un mouvement de rotation de l'axe articulaire solidaire du segment robotique. Ainsi, suite à ces différentes étapes, le couple à la sortie est multiplié avec un rapport proportionnel fonction des caractéristiques de la courroie et des poulies menantes et menées [34].

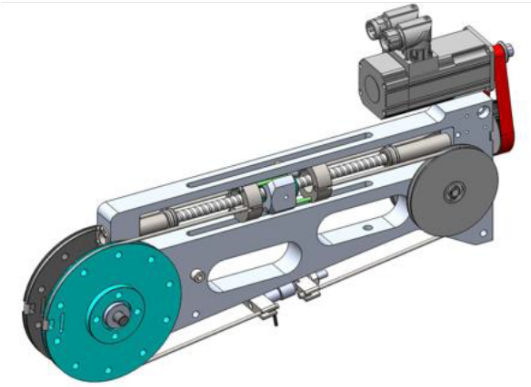


FIGURE 5.4 – Vérin à câble du CEA-LIST [35].

Pour ce bras robotique, les fonctions de transfert entre (i) le couple moteur $\tau_m(t)$ et la position moteur $y_1(t) = q_{mot}(t)$ (ii) le couple moteur $\tau_m(t)$ et la position articulaire $y_2(t) = q(t)$ sont instables en boucle ouverte en raison de la présence d'un intégrateur [24]. Par conséquent, afin de stabiliser $y_1(t)$ et $y_2(t)$, un asservissement en cascade est réalisé comme l'illustre la Figure 5.5. La structure des correcteurs peut être scindée en deux parties :

- une boucle interne au niveau du variateur de vitesse contenant un régulateur PID permettant la régulation du couple moteur $\tau_m(t)$,
- une boucle externe de position implémentée au niveau du calculateur embarqué CORTEX du CEA où les positions sont asservies par un correcteur PID.

Notons que, sur le dispositif expérimental, nous avons la possibilité d'ajouter au signal de commande $u(t) = \tau_m(t)$ des signaux de compensation $\tau_{comp}(t)$ (cf. Figure 5.5), pour compenser par exemple la gravité à travers un modèle analytique.

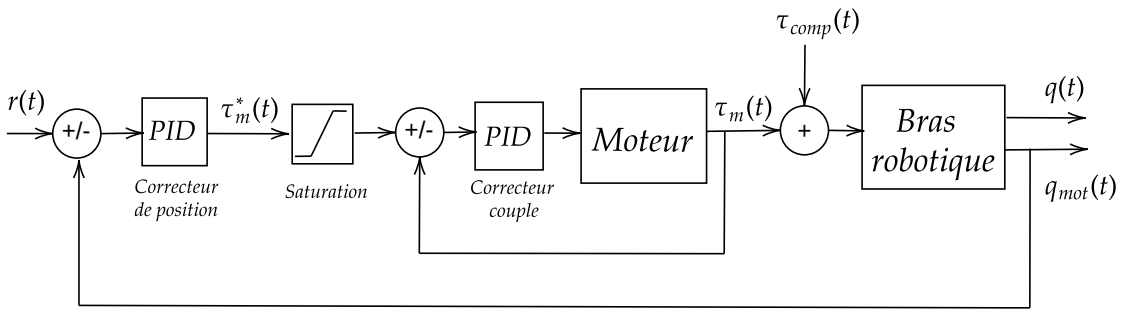


FIGURE 5.5 – Schéma de principe de la commande du bras robotique.

Le bras robotique est assujetti à plusieurs sources de non-linéarités, à savoir les frottements secs et visqueux [51], la non-linéarité du couple de gravité, la non-linéarité de raideur des câbles [31] et les saturations qui ont une place importante pour le choix des signaux d'excitation. Ces non-linéarités sont souvent source de distorsions dans les réponses fréquentielles et affectent les estimations en masquant par exemple les modes flexibles (frottements) ou en créant des décalages dans les réponses fréquentielles (raideur des câbles) comme nous l'avons expliqué au chapitre 2. Certains contrôleurs robotiques offrent la possibilité de compenser les non-linéarités, telles que les frottements, au moyen d'un modèle analytique complexe [70]. Dans notre travail, en dehors de la gravité, aucune non-linéarité n'est compensée afin d'identifier leur impact sur l'estimation des réponses fréquentielles.

5.3 Résultats expérimentaux

Dans le cadre de notre étude fréquentielle, nous nous intéressons à l'identification de différentes réponses fréquentielles dans deux contextes particuliers, à savoir : lorsque la position articulaire $q(t)$ est libre à se déplacer dans l'espace de travail et lorsque l'extrémité du bras est bloquée. Le signal d'excitation $r(t)$ utilisé est un signal multisinus contenant des harmoniques de rangs impairs et dont les phases sont déterminées selon la procédure exposée au chapitre 4, pour respecter les limites imposées par la saturation sur le couple moteur $u(t)$ où $u_{max} = 1,5\ N.m$. La position moteur et la position articulaire sont mesurées grâce aux codeurs et transmis vers le poste de commande avec une période d'échantillonnage $T_e = 1ms$. Notons que les positions articulaires permises du bras sont contenues dans l'intervalle $[0 - 2,3]\ rad$ à cause de butées mécaniques. L'analyse fréquentielle réalisée préalablement sur le dispositif expérimental montre que les réponses fréquentielles ne dépendent pas de

la position articulaire. Pour cela, dans notre étude, nous avons choisi de stabiliser le bras à une position horizontale (cf. Figure 5.6) où $q = 1,23\ rad$ grâce à une boucle de position, afin d'estimer des réponses fréquentielles de ce système autour de ce point de fonctionnement.

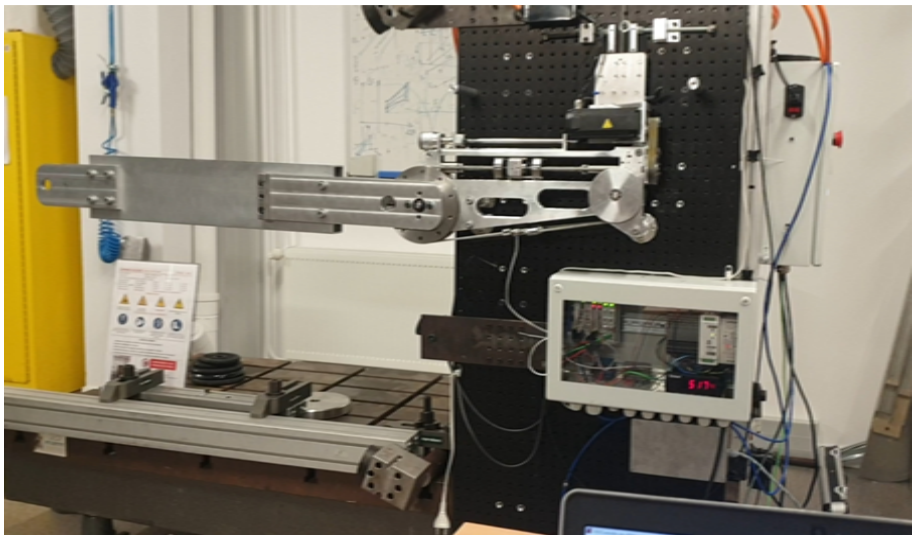


FIGURE 5.6 – Bras configuré à la position $q = 1,23\ rad$.

5.3.1 Identification non-paramétrique à sortie libre

Dans cette partie, nous nous focalisons sur l'estimation d'un transfert indispensable pour l'asservissement de la position moteur des systèmes robotiques (comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 2), à savoir le transfert $G_{\tau_m \rightarrow q_{mot}}(j\omega_k)$. Les fréquences contenues dans l'excitation multisinus sont comprises entre $1Hz$ et $60Hz$, la fréquence de résolution est $f_{res} = 0,1Hz$ et la période d'échantillonnage est $T_e = 1ms$. Initialement, nous excitons le système par un signal de référence contenant de faibles amplitudes $A_k = 0,004\ rad$ pour que le couple moteur ne sature pas. Ensuite, nous collectons six périodes des signaux $r(t)$, $u(t)$, $q_{mot}(t)$ où seules les quatre dernières sont conservées pour l'estimation des réponses fréquentielles, c'est-à-dire, **P=4**, afin de supprimer le régime transitoire. Avec le calcul des spectres $R(j\omega_k)$ et $U(j\omega_k)$, nous estimons la réponse fréquentielle $G_{r \rightarrow u}(j\omega_k)$ pour la génération d'excitation en boucle fermée. Pour cette première expérience, nous obtenons une valeur du facteur de crête du signal d'entrée $u(t)$ égale à $3,03$. Cette valeur correspond à un RSB faible du signal $u(t)$ (comme expliqué dans le chapitre 4) et ne permet donc pas d'éviter les effets non-linéaires liés aux frottements.

Afin d'améliorer la qualité du signal $u(t)$:

- nous utilisons la première estimation de $G_{r\rightarrow u}(j\omega_k)$,
- nous concevons un signal d'entrée désiré $u_{des}(t)$ (cf. Figure 5.7 et Figure 5.8) dont le FC est optimisé selon l'algorithme expliqué dans le chapitre 4,

pour trouver itérativement un signal $r(t)$ permettant d'avoir un signal de commande $u(t)$ identique au signal $u_{des}(t)$.

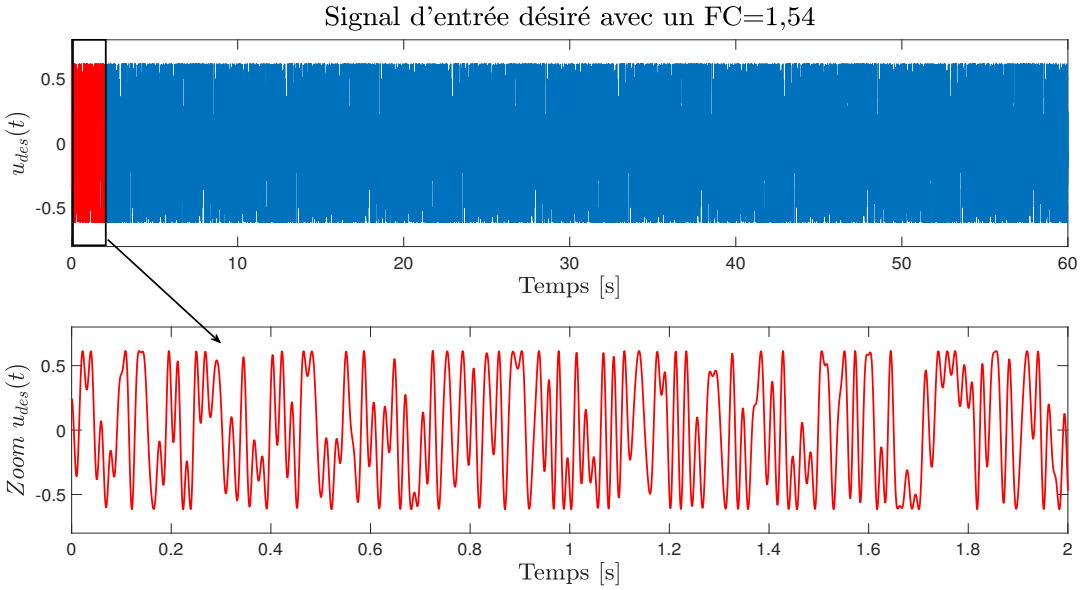


FIGURE 5.7 – Évolution temporelle du signal $u_{des}(t)$.

Après douze itérations de l'algorithme de génération d'excitation, nous obtenons les résultats présentés dans les Figures 5.9 et 5.10. La Figure 5.9 illustre les variations du FC où la meilleure valeur pour le facteur de crête de $u(t)$ est obtenue à la troisième itération avec un FC$= 2,16$. Le facteur de crête du signal $u(t)$ diminue donc de $3,03$ initialement à $2,16$ après trois itérations. Ensuite, il augmente à la quatrième itération pour finalement osciller autour de la valeur $2,5$ en moyenne après douze itérations. Sur la Figure 5.10, nous traçons la réponse fréquentielle $G_{r\rightarrow u}(j\omega_k)$ pour chaque itération. Les résultats montrent que la réponse fréquentielle initiale (triangles bleus dans la Figure 5.10) contient quelques valeurs aberrantes en basses fréquences et qu'elle ne capture pas précisément les modes flexibles aux fréquences $4Hz$ et $10Hz$. Cependant, les réponses fréquentielles à partir de la deuxième itération deviennent presque superposables et permettent de détecter les modes flexibles avec une meilleure précision par rapport à la première itération.

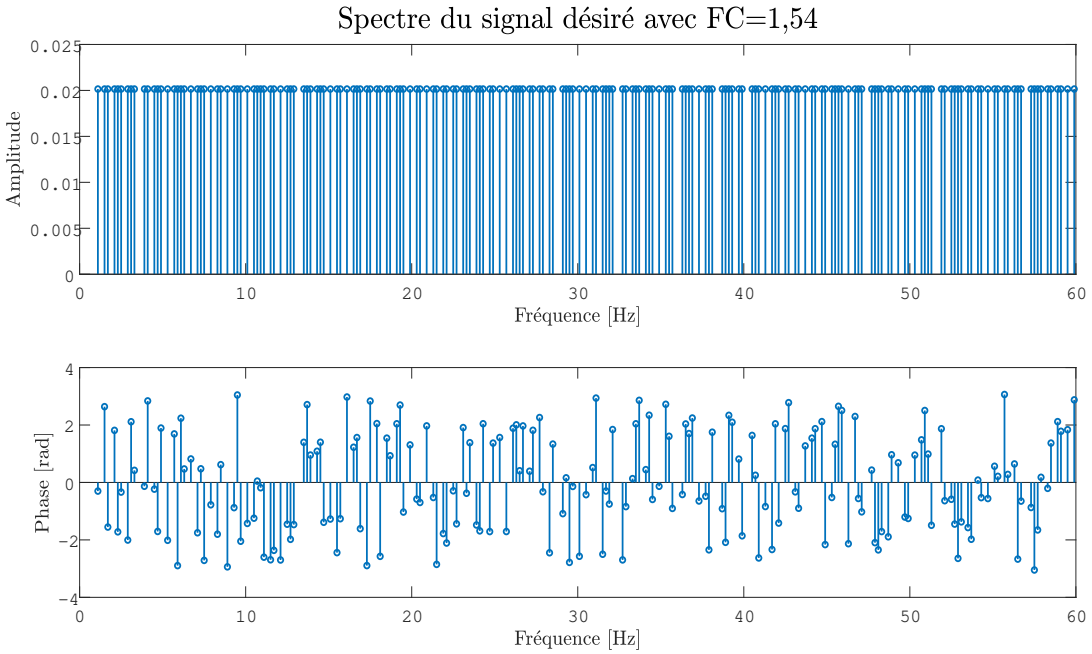


FIGURE 5.8 – Spectre d'amplitude et de phase de $u_{des}(t)$.

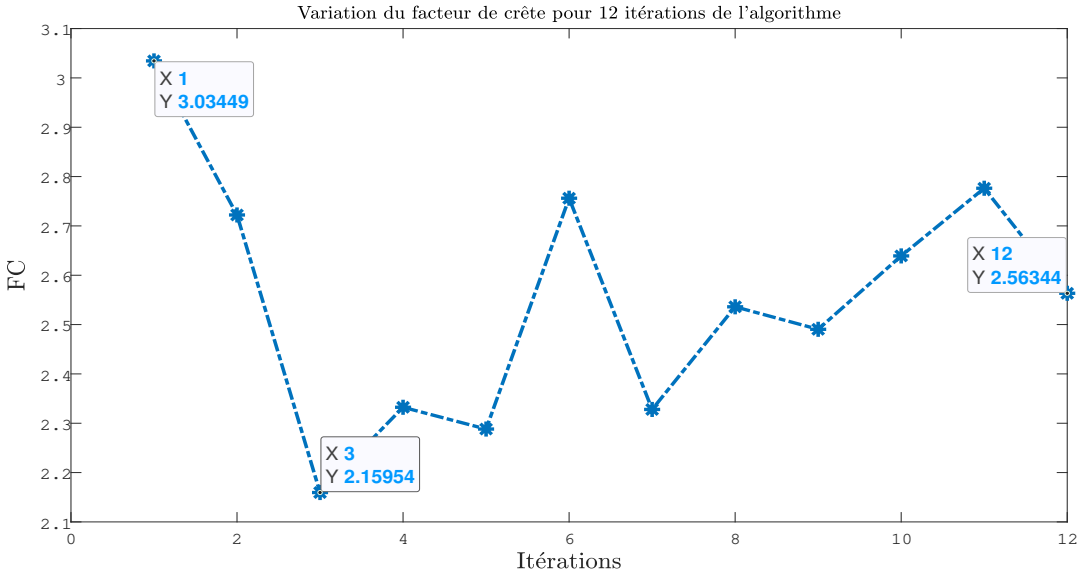


FIGURE 5.9 – Variation du facteur de crête de l'entrée $u(t)$.

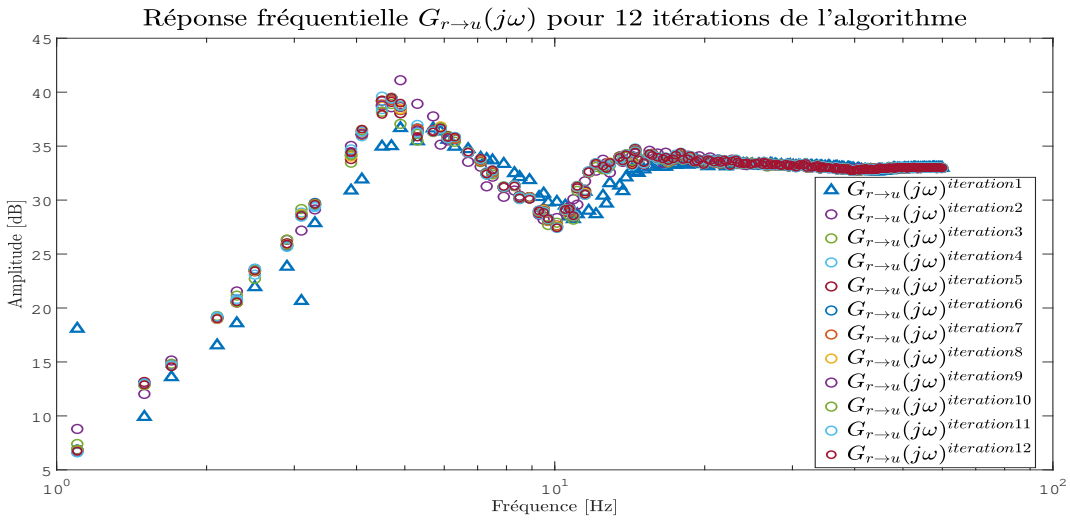


FIGURE 5.10 – Réponse fréquentielle $G_{r\to u}(j\omega_k)$ obtenues pour 12 itérations.

Nous retenons comme meilleure solution celle qui est obtenue à la troisième itération, à savoir FC=2, 16. Ainsi, nous comparons les spectres de référence $R(j\omega_k)$ et d'entrée $U(j\omega_k)$ pour la première et la troisième itération sur la Figure 5.11. Nous observons que l'algorithme de réglage du signal d'excitation a modifié la forme du spectre de référence initial (cercles bleus), à savoir un spectre plat, en un nouveau spectre représenté par les cercles en noir (cf. Figure 5.11a). Cette modification a pour effet de produire un spectre plat pour le signal $u(t)$. Dans la Figure 5.11b, nous observons que le spectre d'amplitude du signal $u(t)$ est augmenté, en particulier pour les basses fréquences où le spectre a presque doublé. Ces résultats montrent la pertinence de l'approche retenue où nous avons réussi à obtenir un signal $u(t)$ en boucle fermée riche en puissance et qui ne dépasse pas les seuils de saturation.

Afin d'estimer la meilleure approximation linéaire de $G_{\tau_m\to q_{mot}}(j\omega_k)$, nous générons **M** signaux d'entrée désirés $u_{des}(t)$ (c'est-à-dire, avec un FC optimisé) et, en utilisant l'estimation de $G_{r\to u}(j\omega_k)$ à la troisième itération, nous calculons **M** signaux de référence $r(t)$ selon l'équation suivante :

$$R(j\omega_k) = \hat{G}^{-1}_{r\to u}(j\omega_k)U_{des}(j\omega_k). \tag{5.1}$$

Sur la Figure 5.12a, nous traçons pour **P=4** et **M=2** l'estimation de la réponse fréquentielle $G_{\tau_m\to q_{mot}}(j\omega_k)$ en bleu, l'écart-type des distorsions non-linéaires $\sigma_{_{DN}}(j\omega)$ (cercles en rouge) et l'écart-type des bruits $\sigma_{_B}(j\omega)$ (points en vert). Nous observons que ces distorsions sont presque au même niveau que la réponse fréquentielle aux basses fréquences et aussi pour les fréquences comprises entre $2Hz$ et $10Hz$, ce qui engendre des distorsions dans $G_{\tau_m\to q_{mot}}(j\omega_k)$ estimée, notamment aux

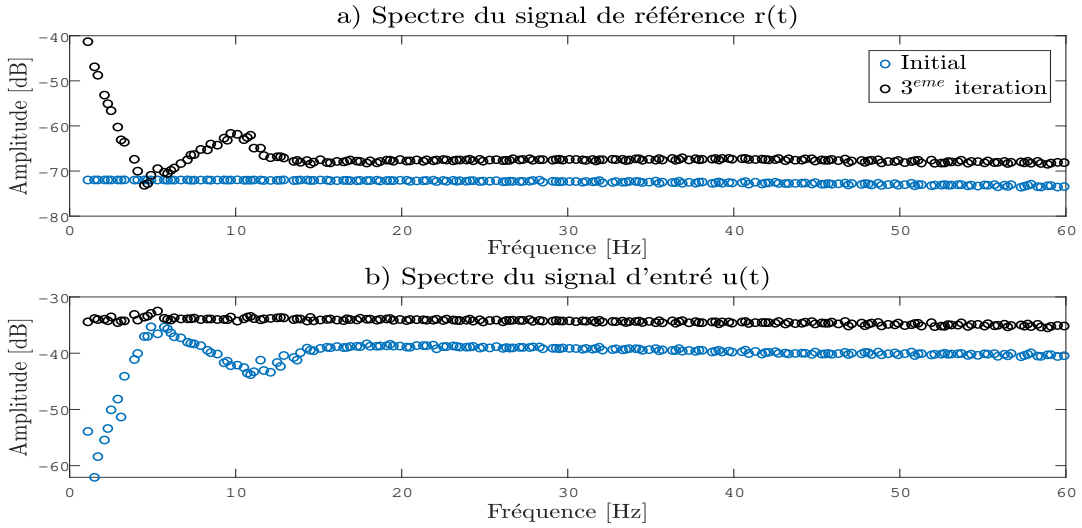


FIGURE 5.11 – Spectres de $r(t)$ et $u(t)$ de la première itération comparés aux spectres de la troisième itération.

fréquences de résonance et d'anti-résonance comme l'illustre la Figure 5.12a. De plus, nous observons sur cette figure que les distorsions non-linéaires sont $28dB$ au-dessus du niveau du bruit. De cette analyse, nous concluons que pour ce système, le niveau des non-linéarités est plus important que le niveau du bruit.

Afin de réduire l'impact des non-liéarités sur l'estimation de la réponse fréquentielle, nous conservons le même nombre de périodes **P=4** et nous répétons l'expérience pour **M** signaux de référence générés par l'équation (5.1). Les résultats expérimentaux (cf. Figure 5.12b) montrent que pour **M=40**, nous avons pu réduire les distorsions non-linéaires, où l'écart-type des distorsions représentées par les cercles rouges (cf. Figure 5.12b) devient $37dB$ en dessous de la réponse fréquentielle en noir grâce au moyennage sur les **M** réalisations. En outre, nous arrivons à mieux distinguer la résonance et l'anti-résonance grâce à la réduction des effets non-linéaires comme le montre la Figure 5.13. D'après ces résultats et à partir de l'analyse des écart-types des distorsions non-linéaires et du bruit, nous considérons que la réponse fréquentielle en noir est la meilleure approximation linéaire pour le transfert entre le couple moteur et la position moteur. Le gain et la phase de la meilleure approximation linéaire de cette réponse fréquentielle correspondent au gain et à la phase typiques de ce genre de système d'actionnement (cf. chapitre 2) où l'anti-résonance est suivie d'une résonance. Dans ce cas, la première résonance apparaît à la fréquence $10,1Hz$ et l'anti-résonance à la fréquence $7,5Hz$. Nous observons aussi l'apparition d'un deuxième mode flexible vers les fréquences 40 à $50Hz$ (cf. Figure 5.13).

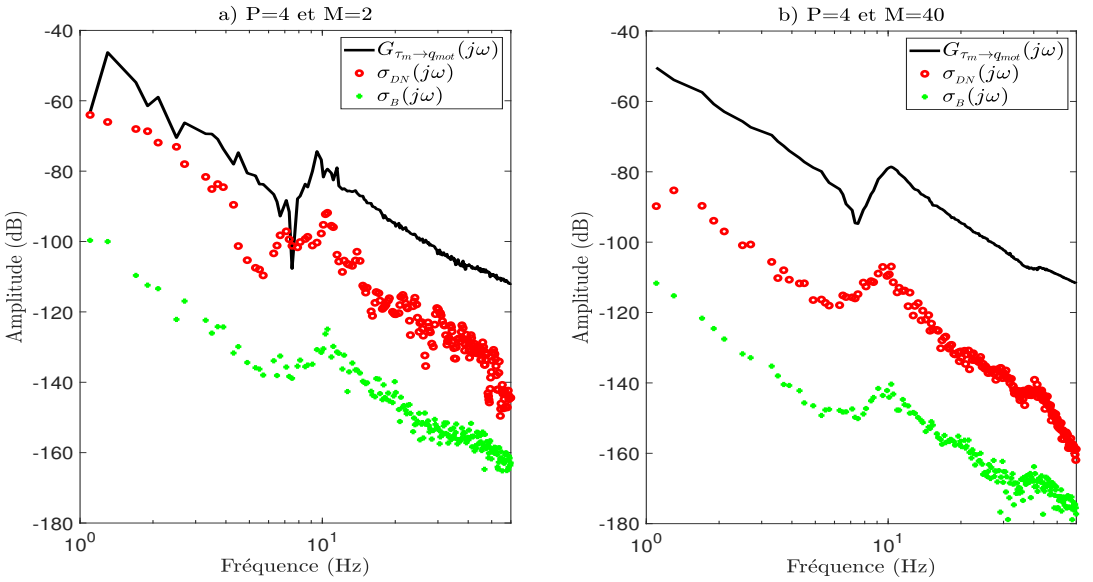


FIGURE 5.12 – Analyse non-paramétrique des distorsions non-linéaires et du bruit

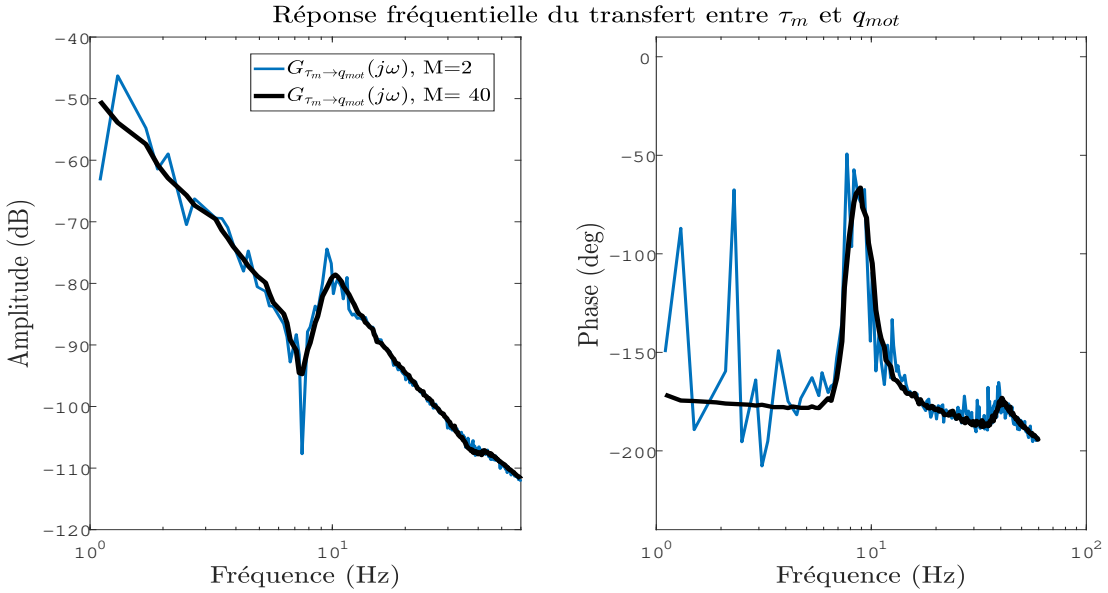


FIGURE 5.13 – Comparaison entre $G_{\tau_m \to q_{mot}}(j\omega_k)$ obtenues pour M=2 et pour M=40.

5.3.2 Identification non-paramétrique à sortie bloquée

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'identification des réponses fréquentielles dans un contexte de co-manipulation. Autrement dit, nous cherchons à estimer les réponses fréquentielles pour la synthèse de lois de commande lorsque le robot est en interaction avec l'opérateur. Pour cela, nous définissons d'abord quelques notions primordiales pour l'identification dans ce contexte. Ensuite, nous présentons l'approche suivie et les résultats obtenus.

5.3.2.1 Impédances et admittances

Lorsqu'une interaction a lieu entre un cobot et son environnement (opérateur par exemple), un échange de puissance se produit entre eux. Ainsi, nous pouvons définir le port d'interaction comme un emplacement où deux systèmes échangent de la puissance [22] comme présenté sur la Figure 5.14. Pour les systèmes robotiques, la puissance est caractérisée par deux variables qui sont la vitesse de l'effecteur [4] $v_e(t)$ et l'effort extérieur $f_e(t)$. Comme notre dispositif expérimental est un bras robotique mono-axe, pour la vitesse de l'effecteur $v_e(t)$ et l'effort extérieur $f_e(t)$, par simplicité, nous travaillons avec les grandeurs équivalentes au niveau articulaire $\dot{q}(t) = v_e(t)/L$ et $\tau_e(t) = Lf_e(t)$ avec $L = 1m$ la longueur du bras. L'environnement est considéré comme un système dynamique, dont la dynamique est caractérisée par une fonction de transfert appelée impédance [22]. L'impédance mécanique à un port d'interaction est un opérateur dynamique qui détermine la relation entre une force de sortie et une vitesse d'entrée. Cette impédance mesure l'aptitude d'un système à s'opposer à une force [22]. Son inverse se définit comme l'admittance, où l'impédance et l'admittance peuvent être représentées dans le domaine de Laplace par des fonctions de transfert, $\mathcal{Z}(s)$ et $\mathcal{Y}(s)$, respectivement. Le tableau 5.1 donne des exemples d'admittance et d'impédance mécaniques.

Systéme	**Impédance**	**Admittance**
Inertie (J_x)	$J_x s$	$\frac{1}{J_x s}$
Ressort (K_x)	$\frac{K_x}{s}$	$\frac{s}{K_x}$
Amortisseur (B_x)	B_x	$\frac{1}{B_x}$

TABLE 5.1 – Impédances et admittances pour des systèmes mécaniques élémentaires.

5.3.2.2 Commande en impédance

Comme pour tout objectif de commande, l'interaction entre le cobot et l'environnement doit satisfaire des objectifs de stabilité et de performance. Dans un contexte

4. En robotique, un effecteur est un outil relié à l'extrémité du bras d'un robot pour interagir avec l'environnement. Sa structure dépend de la tâche que le robot doit accomplir.

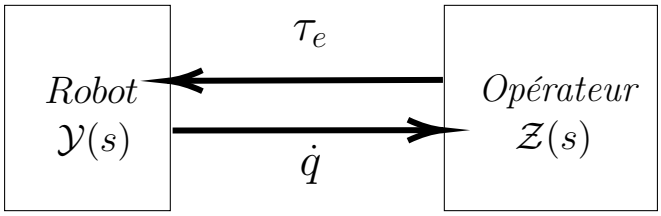


FIGURE 5.14 – Interaction homme-robot.

d'interaction, les performances sont évaluées selon la capacité du cobot à adopter un comportement conforme lorsqu'il est co-manipulé. Autrement dit, l'objectif est de minimiser une métrique portant sur l'impédance du cobot en lui confiant un comportement désiré en terme de masse, ressort et amortisseur d'où le nom *commande en impédance*. Dans [53], Hogan présente pour la première fois la commande en impédance qui a pour objectif de modifier l'impédance du cobot indépendamment de l'environnement avec lequel il interagit. Ensuite, de nombreuses structures de commande ont été proposées pour la commande en impédance. Le lecteur peut se référer à la thèse [5] pour plus de détails. Dans cette section, le but est de présenter le système à modéliser ou à identifier, c'est-à-dire, l'impédance d'un cobot pour un objectif de commande en impédance. La Figure 5.15 représente le schéma général de commande [63] où, dans cette figure, le cobot est connecté à un environnement quelconque caractérisé par son impédance $\mathcal{Z}$. L'environnement applique un couple extérieur $\tau_e(t)$ au bras robotique, ce qui résulte en une vitesse $\dot{q}(t)$.

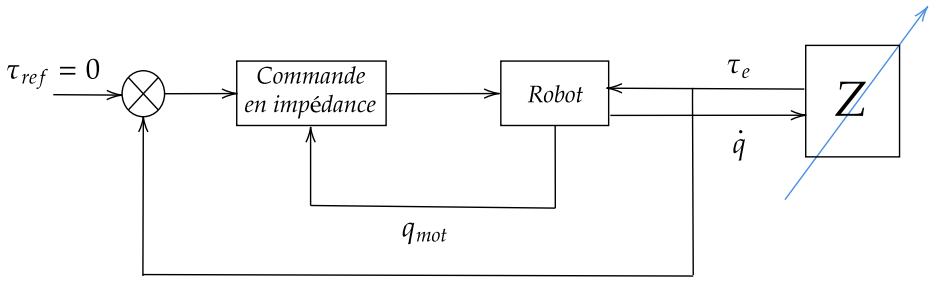


FIGURE 5.15 – Schéma général de commande en impédance [63].

5.3.2.3 Modèle boîte noire pour la co-manipulation

Afin d'identifier les réponses fréquentielles du système représenté à l'intérieur des lignes vertes pointillées (cf. Figure 5.16) pour une finalité de synthèse de lois

de commande en impédance, nous considérons ce système comme une boîte noire pour laquelle ses entrées sont le couple moteur $\tau_m(t)$ et le couple extérieur $\tau_e(t)$, et sa sortie la vitesse articulaire $\dot{q}(t)$. La relation entrée-sortie fréquentielle est donnée par

$$\dot{Q}(j\omega_k) = \mathcal{A}(j\omega_k)\mathcal{T}_m(j\omega_k) + \mathcal{Y}(j\omega_k)\mathcal{T}_e(j\omega_k), \tag{5.2}$$

où $\dot{Q}(j\omega_k)$, $\mathcal{T}_m(j\omega_k)$ et $\mathcal{T}_e(j\omega_k)$ sont les transformées de Fourier des signaux $\dot{q}(t)$, $\tau_m(t)$ et $\tau_e(t)$, respectivement. $\mathcal{A}(j\omega)$ représente le gain complexe du transfert du couple moteur $\tau_m(t)$ vers la vitesse articulaire $\dot{q}(t)$. $\mathcal{Y}(j\omega)$ est le gain complexe du transfert entre le couple extérieur $\tau_e(t)$ et la vitesse articulaire $\dot{q}(t)$.

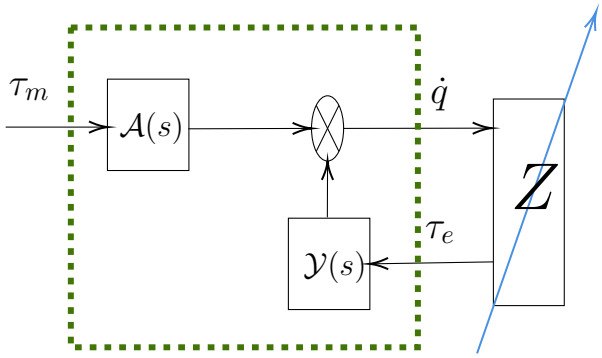


FIGURE 5.16 – Modèle boîte noire selon [63].

De l'équation (5.2), nous constatons qu'il est nécessaire de disposer de deux sources d'excitation, à savoir $\tau_m(t)$ et $\tau_e(t)$, pour pouvoir identifier les réponse fréquentielles $\mathcal{A}(j\omega)$ et $\mathcal{Y}(j\omega)$. En pratique, nous ne disposons que très rarement d'une instrumentation capable d'exciter en couple $\tau_e(t)$ le système. Cette problématique a été étudiée dans les travaux de recherche de Lamy [63] où l'auteur propose une solution expérimentale pour identifier $\mathcal{A}(j\omega_k)$ et $\mathcal{Y}(j\omega_k)$ sans l'utilisation d'une excitation $\tau_e(t)$. La solution proposée repose sur (i) l'utilisation du couple moteur $\tau_m(t)$ comme unique source d'excitation (ii) la transformation de $\tau_e(t)$ en une sortie mesurée par un capteur d'effort à travers l'imposition de conditions expérimentales particulières (iii) l'utilisation de la mesure de $\dot{q}_{mot}(t)$ comme une sortie supplémentaire. En effet, quand le bras est en interaction avec l'opérateur, la vitesse moteur $\dot{q}_{mot}(t)$ est le résultat de la combinaison de deux vitesses provenant du couple du moteur $\tau_m(t)$ et du couple extérieur $\tau_e(t)$ à savoir

$$\dot{Q}_{mot}(j\omega_k) = \mathcal{F}_1(j\omega)\mathcal{T}_m(j\omega_k) + \mathcal{F}_2(j\omega_k)\mathcal{T}_e(j\omega_k), \tag{5.3}$$

où $\mathcal{F}_1(j\omega_k)$ et $\mathcal{F}_2(j\omega_k)$ sont les deux transferts liant $\dot{q}_{mot}(t)$ à $\tau_m(t)$ et $\tau_e(t)$, respectivement. De plus, en utilisant la relation entre l'impédance de l'environnement

$\mathcal{Z}(j\omega_k)$, le couple extérieur et la vitesse articulaire, nous pouvons écrire le système d'équations suivant

$$\dot{Q}(j\omega_k) = \mathcal{A}(j\omega_k)\mathcal{T}_m(j\omega_k) + \mathcal{Y}(j\omega_k)\mathcal{T}_e(j\omega_k), \tag{5.4a}$$

$$\dot{Q}_{mot}(j\omega_k) = \mathcal{F}_1(j\omega)\mathcal{T}_m(j\omega_k) + \mathcal{F}_2(j\omega)\mathcal{T}_e(j\omega_k), \tag{5.4b}$$

$$\mathcal{T}_e(j\omega_k) = \mathcal{Z}(j\omega_k)\dot{Q}(j\omega_k). \tag{5.4c}$$

En se basant sur ce système d'équations, nous pouvons ainsi transformer le modèle du système qui est composé de deux entrées et une sortie (cf. Figure 5.16) en un modèle multi-variable (cf. Figure 5.17) représenté par quatre réponses fréquentielles à identifier, à savoir, $\mathcal{A}(j\omega_k) = G_{12}(j\omega_k)$, $\mathcal{Y}(j\omega_k) = G_{11}(j\omega_k)$, $\mathcal{F}_1(j\omega) = G_{22}(j\omega_k)$ et $\mathcal{F}_2(j\omega) = G_{21}(j\omega_k)$. Pour compenser l'absence d'une excitation en couple extérieur

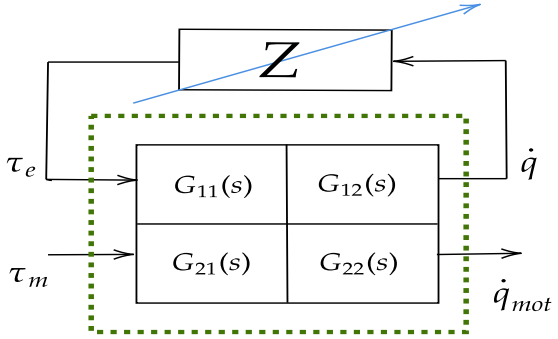


FIGURE 5.17 – Modèle boîte noire équivalent.

$\tau_e(t)$, nous considérons des conditions aux limites pour l'impédance afin d'identifier les transferts précédemment introduits. À partir de la relation entre $\mathcal{Z}(j\omega_k)$ et $\mathcal{T}_e(j\omega_k)$ dans l'équation (5.4c), en choisissant la valeur de l'impédance de l'environnement, nous pouvons fixer la valeur du couple extérieur. Ainsi,

- pour une valeur nulle de $\mathcal{Z}(j\omega_k)$, le couple extérieur $\mathcal{T}_e(j\omega_k)$ devient nul et nous obtenons les mêmes transferts que dans la Section 5.3.1 où le bras est libre de se déplacer dans l'espace de travail, soit

$$\dot{Q}(j\omega_k) = G_{12}(j\omega_k)\mathcal{T}_m(j\omega_k), \tag{5.5a}$$

$$\dot{Q}_{mot}(j\omega_k) = G_{22}(j\omega_k)\mathcal{T}_m(j\omega_k). \tag{5.5b}$$

- pour une valeur extrême de l'impédance ($\mathcal{Z}(j\omega_k) = \infty$), obtenue à partir d'un essai en contact avec un environnement infiniment rigide, la vitesse articulaire $\dot{q}(t)$

devient nulle (cf. Équation (5.4c)), ce qui nous permet de calculer le transfert entre le couple moteur et le couple extérieur à partir de l'équation (5.4a), soit,

$$G_{12}(j\omega_k)\mathcal{T}_m(j\omega_k) + G_{11}(j\omega_k)\mathcal{T}_e(j\omega_k) = 0. \tag{5.6}$$

Ces deux conditions aux limites permettent de considérer le signal $\tau_e(t)$ comme une sortie. Ainsi, à partir de (1.4.b), (1.5) et (1.6), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
H_1(j\omega_k) &= \lim_{\mathcal{Z}\to 0} \frac{\dot{Q}(j\omega_k)}{\mathcal{T}_m(j\omega_k)} &&= G_{12}(j\omega_k), \\
H_2(j\omega_k) &= \lim_{\mathcal{Z}\to +\infty} \frac{\mathcal{T}_e(j\omega_k)}{\mathcal{T}_m(j\omega_k)} &&= -\frac{G_{12}(j\omega_k)}{G_{11}(j\omega_k)}, \\
H_3(j\omega_k) &= \lim_{\mathcal{Z}\to 0} \frac{\dot{\mathcal{Q}}_{mot}(j\omega_k)}{\mathcal{T}_m(j\omega_k)} &&= G_{22}(j\omega_k), \\
H_4(j\omega_k) &= \lim_{\mathcal{Z}\to +\infty} \frac{\dot{\mathcal{Q}}_{mot}(j\omega_k)}{\mathcal{T}_m(j\omega_k)} &&= G_{22}(j\omega_k) - \frac{G_{12}(j\omega_k)G_{21}(j\omega_k)}{G_{11}(j\omega_k)}.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Les équations (5.7) représentent les différentes réponses fréquentielles à identifier, à savoir, $H_1(j\omega_k)$, $H_2(j\omega_k)$, $H_3(j\omega_k)$ et $H_4(j\omega_k)$. Dans ce cas, nous utilisons la même approche d'identification que dans la Section 5.3.1 pour estimer ces réponses fréquentielles, c'est-à-dire, en utilisant des signaux générés avec un FC optimal et en se basant sur l'approche de la meilleure approximation linéaire.

5.3.2.4 Estimation des réponses fréquentielles $H_i(j\omega)$

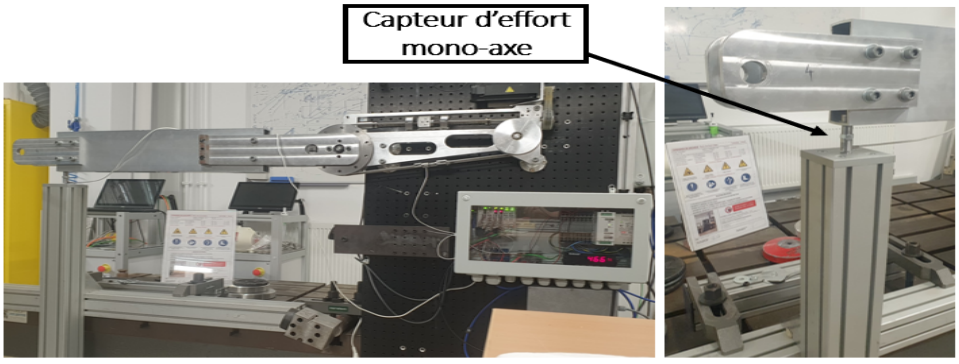


FIGURE 5.18 – Dispositif expérimental avec sortie bloquée et capteur d'effort.

Les estimations de $H_1(j\omega)$ et $H_3(j\omega)$ obtenues dans le cas libre sont présentées dans la Figure 5.19. Pour l'estimation des réponses fréquentielles $H_2(j\omega)$ et $H_4(j\omega)$, nous imposons la condition aux limites de blocage en position grâce à une barre verticale pour obtenir une impédance infinie sur le dispositif expérimental. En plus,

nous installons à son extrémité un capteur d'effort mono-axe pour mesurer $\tau_e(t)$ comme présenté sur la Figure 5.18. Nous utilisons des excitations multisinus avec un $FC = 2,16$ et dont les fréquences sont comprises entre $1Hz$ et $20Hz$ avec une fréquence de résolution $f_{res} = 0,1Hz$ et une période d'échantillonnage $T_e = 1ms$. Comme les résultats obtenus à la Section 5.3.1 montrent que les non-linéarités sont plus importantes dans ce système que le bruit, nous avons choisi de mesurer seulement quatre périodes (**P=4**) pour chaque signal et de répéter l'expérience pour **M=40** afin de réduire les distorsions non-linéaires. La mesure du couple moteur $\tau_m(t)$, du couple extérieur $\tau_e(t)$ et de la vitesse moteur $\dot{q}(t)$ permet d'estimer les réponses fréquentielles $H_2(j\omega)$ et $H_4(j\omega)$ sur la Figure 5.19.

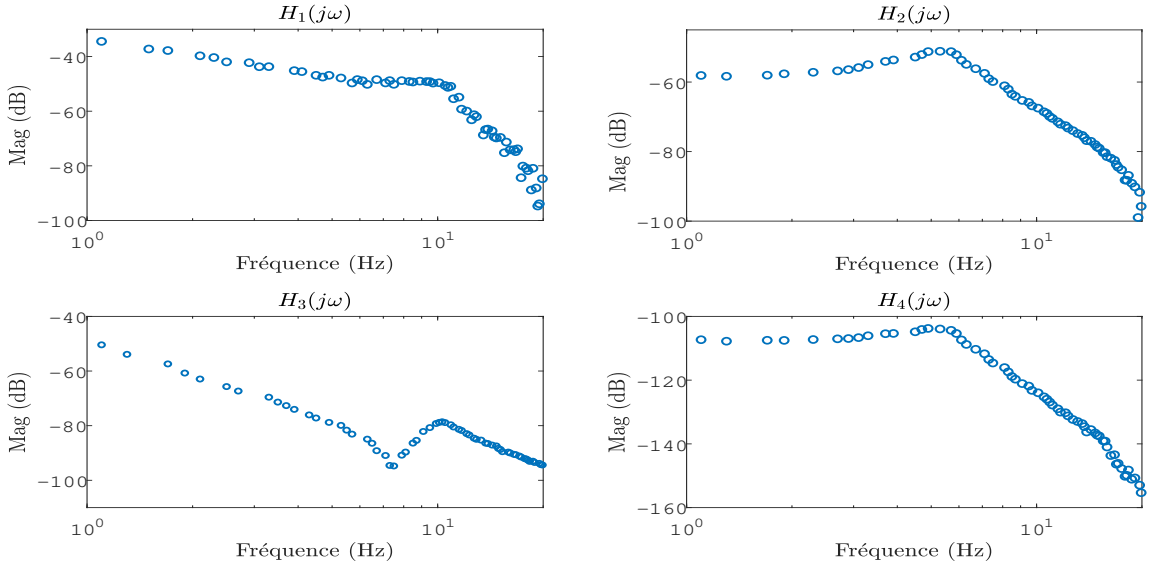


FIGURE 5.19 – Meilleures approximations linéaires des réponses fréquentielles $H_1(j\omega)$, $H_2(j\omega)$, $H_3(j\omega)$ et $H_4(j\omega)$ obtenues pour **P=4** et **M=40**.

5.3.2.5 Calcul des réponses fréquentielles $G_{ij}(j\omega)$

À partir des réponses fréquentielles identifiées $H_i(j\omega)$, nous calculons les réponses fréquentielles $G_{ij}(j\omega)$ en résolvant les équations suivantes obtenues par inversion du système (5.7)

$$\begin{aligned} G_{11}(j\omega_k) &= -\frac{H_1(j\omega_k)}{H_2(j\omega_k)}, \\ G_{12}(j\omega_k) &= H_1(j\omega_k), \\ G_{21}(j\omega_k) &= \frac{G_{11}(j\omega_k)(H_3(j\omega_k) - H_4(j\omega_k))}{H_1(j\omega_k)}, \\ G_{22}(j\omega_k) &= H_3(j\omega_k). \end{aligned} \tag{5.8}$$

Les équations (5.8) nous permettent de tracer les résultats obtenus pour les réponses fréquentielles $G_{11}(j\omega_k)$, $G_{12}(j\omega_k)$, $G_{21}(j\omega_k)$ et $G_{22}(j\omega_k)$ comme le montre la Figure 5.20. Sur la figure du gain complexe de la réponse fréquentielle $G_{11}(j\omega_k)$, nous observons un comportement intégrateur dans la bande de fréquence de $1Hz$ à $6Hz$ qui correspond à une inertie en basse fréquence (cf. Tableau 5.1), suivi par l'apparition d'un mode flexible autour des fréquences $6Hz$ et $10Hz$. Ce mode flexible provient de l'élasticité des câbles, la source principale des flexibilités dans ce système. Pour les fréquences supérieures à $12Hz$, nous remarquons une dispersion importante dans les échantillons fréquentiels estimés. Cela est dû à la dispersion de $H_1(j\omega_k)$ et dans une moindre mesure $H_2(j\omega_k)$ qui sont utilisées pour calculer $G_{11}(j\omega_k)$ (cf. Équations (5.8)). Pour les réponses fréquentielles $G_{12}(j\omega_k)$ et $G_{22}(j\omega_k)$, les résultats de l'estimation sont conformes aux modèles théoriques présentés dans le chapitre 2, où $G_{12}(j\omega_k)$ est caractérisée par une résonance concentrée autour $10,1Hz$, tandis que $G_{22}(j\omega_k)$ contient une anti-résonance à la fréquence $7,5Hz$ suivie d'une résonance autour de la fréquence $10,1Hz$. Ces réponses fréquentielles estimées sont satisfaisantes pour des problèmes de commande, car elles englobent les premiers modes flexibles qui sont généralement dans une bande de fréquence de $1Hz$ à $20Hz$ en cobotique.

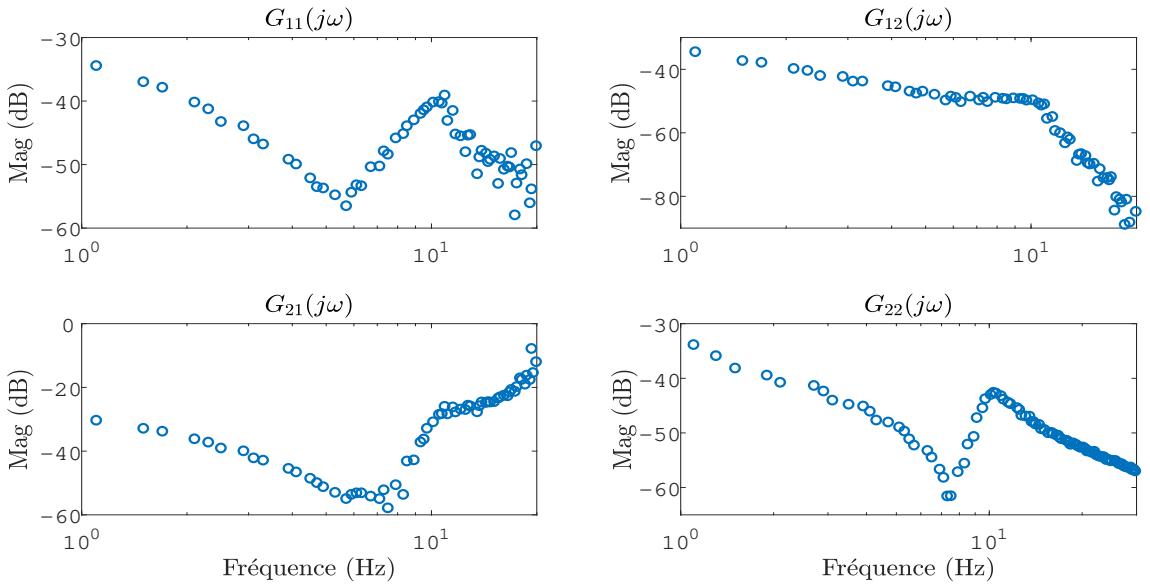


FIGURE 5.20 – Réponses fréquentielles $G_{11}(j\omega)$, $G_{12}(j\omega)$, $G_{21}(j\omega)$ et $G_{22}(j\omega)$ calculées à partir de l'équation (5.8).

5.4 Validation des résultats via une estimation paramétrique

Afin de valider les résultats de la section précédente, nous avons choisi d'estimer les paramètres d'un modèle paramétrique à partir des réponses fréquentielles obtenues précédemment. Les paramètres physiques à estimer sont J_a, J_m, k, f_{vt} et f_{vm} qui représentent l'inertie, la raideur et les coefficients des frottements, respectivement. Plus précisément, dans cette section, nous nous concentrons sur la réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega)$ représentant le transfert entre le couple moteur et la vitesse moteur. La réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega)$ est obtenue en multipliant la réponse fréquentielle $G_{22}(j\omega)$, qui représente le transfert entre le couple moteur et la position moteur (cf. Figure 5.21), par $j\omega$ comme suit

$$G_{22_v}(j\omega) = j\omega \cdot G_{22}(j\omega), \tag{5.9}$$

ainsi, nous obtenons la réponse fréquentielle entre le couple moteur et la vitesse moteur $G_{22_v}(j\omega) = G_{\tau_m \to \dot{q}_{mot}}(j\omega)$ présentée sur la Figure 5.21.

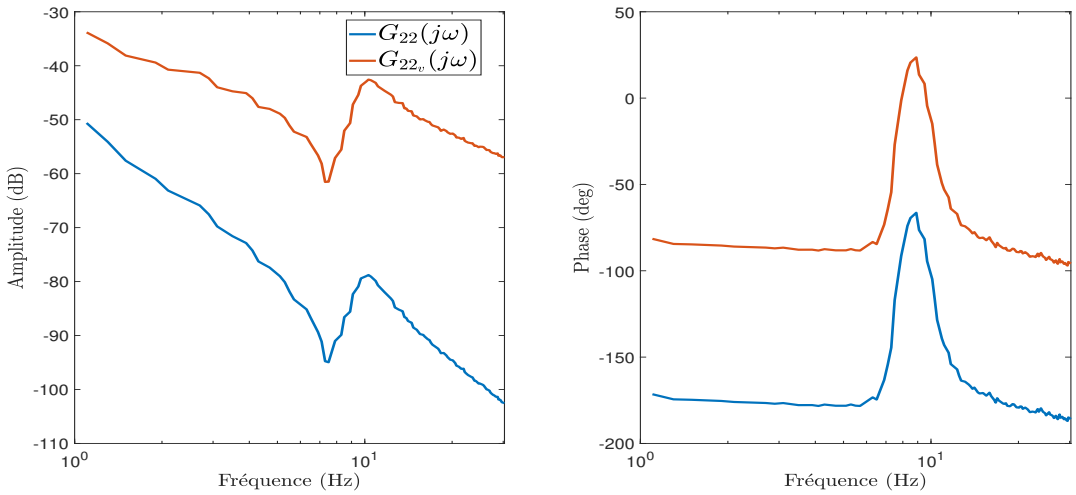


FIGURE 5.21 – Réponse fréquentielle de $G_{22}(j\omega)$ et $G_{22_v}(j\omega)$.

5.4.1 Modèle de type boîte grise du dispositif expérimental

À partir du modèle dynamique d'un bras robotique mono-axe décrit dans le chapitre 2, en supposant que la réponse fréquentielle obtenue dans la section 5.3 représente la meilleure approximation linéaire de la dynamique entre le couple moteur et la vitesse moteur, nous pouvons élaborer un modèle LTI régissant la dynamique

de $G_{22_v}(s)$ comme suit

$$\begin{cases} J_a\ddot{q} + f_{vt}\left(\dot{q} - \dot{q}_{mot}\right) + k\left(q - q_{mot}\right) + \tau_g(q) = 0, \\ J_m\ddot{q}_{mot} + f_{vm}\dot{q}_{mot} - f_{vt}\left(\dot{q} - \dot{q}_{mot}\right) - k\left(q - q_{mot}\right) = \tau_m. \end{cases} \tag{5.10}$$

En choisissant le vecteur d'état $x = \left(q - q_{mot} \quad \dot{q} \quad \dot{q}_{mot}\right)^T$, le vecteur d'entrée $u(t) = \tau_m(t)$, le vecteur de sortie $y(t) = \dot{q}_{mot}(t)$ et en supposant que $\tau_g(q)$ est parfaitement compensé par la commande, nous écrivons la représentation d'état suivante

$$\begin{array}{rcl} \dot{x}(t) = & A(\theta)x(t) & + \quad B(\theta)u(t), \\ y(t) = & C(\theta)x(t) & + \quad D(\theta)u(t), \end{array} \tag{5.11}$$

avec

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ \theta_1 & \theta_2 & -\theta_2 \\ \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 \end{bmatrix}, \quad B(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_6 \end{bmatrix}, \quad C(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D(\theta) = 0, \tag{5.12}$$

où le vecteur des paramètres $\theta \in \mathbb{R}^6$ est défini par

$$\begin{array}{rclrclrcl} \theta_1 & = & -\dfrac{k}{J_a}, & \theta_2 & = & -\dfrac{f_{vt}}{J_a}, & \theta_3 & = & \dfrac{k}{J_m}, \\ \theta_4 & = & \dfrac{f_{vt}}{J_m}, & \theta_5 & = & -\dfrac{f_{vm} + f_{vt}}{J_m}, & \theta_6 & = & \dfrac{1}{J_m}. \end{array} \tag{5.13}$$

Le modèle (5.12) est dit de type boîte grise. En d'autres termes, le vecteur des paramètres θ est fonction des paramètres physiques réels (cf. équation (5.13)) et les matrices A, B, C et D contiennent en plus des paramètres θ_i des 0 et des 1 qui n'ont pas besoin d'être estimés. Ce modèle boîte grise, affine en les paramètres, est identifiable en se basant sur l'approche décrite dans [41]. Par conséquent, l'estimation de son vecteur des paramètres θ doit donner une solution unique.

5.4.2 Estimation des paramètres d'un modèle boîte grise

Soit $F(\theta, \Omega) \in \mathbb{C}^{n_{F_{max}} \times 1}$ le vecteur complexe défini par

$$F(\theta, \Omega) = \left[F(\theta, j\omega_1) \ldots F(\theta, j\omega_{n_{F_{max}}})\right]^T, \tag{5.14}$$

où $F(\theta, j\omega_k) = G_{22_v}(j\omega_k) - C(\theta)\left(j\omega_k - A(\theta)\right)^{-1} B(\theta)$, $\Omega = \{j\omega_1,\, j\omega_2 \ldots j\omega_{n_{F_{max}}}\}$ et $n_{F_{max}}$ représente le nombre des fréquences accessibles. Ainsi, le problème d'estimation du vecteur de paramètres θ à partir de la réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega)$ peut être formulé comme suit

Objectif

Étant donné la meilleure approximation linéaire de la réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega_k)$, estimons le vecteur de paramètres θ du modèle d'état LTI de type boîte grise défini par l'équation (5.12) en minimisant une fonction de coût $V(\theta)$ définie comme suit

$$V_\diamond(\theta) = ||F(\theta, \Omega)||_\diamond, \tag{5.15}$$

où $\diamond$ représente la norme choisie par l'utilisateur.

Pour atteindre l'objectif ci-dessus, la solution consiste à recourir à un algorithme d'optimisation [68] capable de minimiser la fonction de coût $V_\diamond(\theta)$. Cette dernière est généralement non-convexe [114] et nécessite d'initialiser correctement le vecteur des paramètres θ pour assurer la convergence vers le minimum global. De plus, dans la plupart des cas, le problème d'optimisation (5.15) ne peut pas être résolu analytiquement. Il est alors nécessaire d'utiliser un algorithme d'optimisation itératif. Le vecteur de paramètres θ dans un algorithme itératif est mis à jour selon la formule générale suivante

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \mu_i \, d_i, \tag{5.16}$$

où i désigne le numéro de l'itération, μ_i est le pas qui doit être sélectionné de manière à ce que la fonction de coût $V_\diamond(\theta)$ diminue avec l'augmentation des itérations, tandis que d_i représente la direction de descente qui dépend de la méthode d'optimisation utilisée [68]. L'optimisation de (5.15) a été largement étudiée dans le domaine de l'identification des systèmes où plusieurs méthodes ont été proposées [13, 73, 74, 77, 86, 117] pour estimer les paramètres de modèles boîte grise à partir des données fréquentielles. Parmi ces méthodes, certaines minimisent la norme $\mathcal{H}_2$ [73, 86] à travers des algorithmes bien connus. D'autres méthodes reposent sur la minimisation de la norme $\mathcal{H}_\infty$ [13, 117] et permettent d'optimiser efficacement la fonction (5.15) impliquée tout en contournant certains problèmes de divergence rencontrés dans les méthodes basées sur la norme $\mathcal{H}_2$ [117].

5.4.2.1 Méthode basée sur la norme $\mathcal{H}_2$

Pour la norme $\mathcal{H}_2$ [124], la fonction de coût (5.15) s'écrit comme suit

$$V_{\mathcal{H}_2}(\theta) = \sum_{k=1}^{n_{F_{max}}} |F(\theta, j\omega_k)|^2. \tag{5.17}$$

$V_{\mathcal{H}_2}(\theta)$ est généralement minimisée à l'aide de l'algorithme de « Levenberg-Marquardt » qui combine la méthode de la descente du gradient et la méthode de Gauss-Newton [66, 72]. Dans cet algorithme, il est nécessaire de calculer le Jacobien $J(\theta)$ et la matrice Hessienne $H(\theta)$ définis par [114]

$$\begin{aligned} J(\theta) = & \quad \frac{\partial V_{\mathcal{H}_2}(\theta)}{\partial \theta}, \\ H(\theta) = & \quad \frac{\partial^2 V_{\mathcal{H}_2}(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^T}. \end{aligned} \tag{5.18}$$

Ainsi, l'équation (5.16) de la mis à jour du vecteur θ devient

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \left[H(\theta_i) + \lambda_i \cdot I\right]^{-1} J(\theta_i), \tag{5.19}$$

où I est la matrice identité et λ_i représente le paramètre de régularisation. Dans notre travail, la mise en œuvre de l'algorithme de « Levenberg-Marquardt » est effectuée avec la fonction Matlab « greyest » disponible dans la boîte à outils *Matlab System Identification Toolbox* qui permet de traiter des données temporelles ainsi que des données fréquentielles [2].

5.4.2.2 Méthode basée sur la norme $\mathcal{H}_\infty$

Pour la norme $\mathcal{H}_\infty$, la fonction de coût définie dans (5.15) devient

$$V_{\mathcal{H}_\infty}(\theta) = \max_{\omega_k} |F(\theta, j\omega_k)|, \tag{5.20}$$

La fonction de coût (5.20) est non-convexe et aussi non-lisse à cause de la présence de l'opérateur max. Ceci rend sa minimisation difficile en raison de la nécessité de résoudre un problème d'optimisation à la fois non-convexe et non-lisse. Toutefois, durant les dernières années, des nouvelles techniques dédiées à la synthèse de correcteurs robustes ont été adoptées par la communauté d'identification des systèmes [13, 115–117] pour minimiser les fonctions de coût non-convexes et non-lisses (5.20) impliquées dans l'identification des modèles de type boîte grise structurés. En effet, grâce aux progrès de l'optimisation non-lisse et non-convexe [7–9, 32], de nouvelles techniques de synthèse de correcteurs basée sur la norme $\mathcal{H}_\infty$ ont été développées permettant, contrairement aux techniques classiques qui se basent par exemple sur le lemme de Kalman-Yakubovich-Popov [95], de synthétiser non seulement des correcteurs d'ordre plein et non-structurés, mais aussi des correcteurs structurés et d'ordre réduit. Parmi ces techniques de synthèse de correcteurs, nous trouvons l'algorithme « proximity control algorithm » proposé dans [9] et utilisé dans [117] pour optimiser la norme $\mathcal{H}_\infty$ de la différence entre un modèle de type boîte grise $G_{BG}(s)$ et un modèle entièrement paramétré $G_{BN}(s)$ dit « modèle de type boîte noire ».

Pour cette approche d'identification [117], utilisée dans notre travail, il est nécessaire de disposer d'un modèle de type boîte noire. Cependant, notre fonction de coût (5.20) est définie en fonction de la réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega)$. Donc, il est indispensable de passer par une étape intermédiaire, comme expliqué dans [117], pour contourner ce problème. La procédure d'identification est ainsi effectuée en deux étapes, à savoir :

1- estimation d'un modèle boîte noire stable $G_{BN}(s)$ à partir de la réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega)$,

2- optimisation de la fonction de coût (5.20) pour $F(\theta, j\omega_k) = G_{BN}(j\omega_k) - G_{BG}(\theta, j\omega_k)$ via le « proximity control algorithm ».

Pour la première étape, la détermination d'un modèle linéaire de type boîte noire à partir de la réponse fréquentielle est désormais un problème facile à résoudre. En effet, grâce au succès, par exemple, des algorithmes des sous-espaces [64, 85, 113] qui s'appuient sur des technique de projection et ne nécessitent pas d'itération comme les méthodes d'optimisation non-linéaire, ils est désormais possible d'obtenir des estimations fiables des modèles d'état linéaires invariants dans le temps [76]. Parmi les différents algorithmes des sous-espaces, nous avons choisi d'utiliser l'algorithme N4SID [85] accessible depuis la boîte à outils *System Identification Toolbox* de Matlab, où la fonction « n4sid » permet d'estimer des modèles de type boîte noire à partir de données fréquentielles. Pour la deuxième étape, l'optimisation de la fonction de coût $V_{\mathcal{H}_\infty}(\theta)$ a été mise en œuvre via la fonction « systune » disponible dans la boîte à outils *Robust Control Toolbox* de Matlab [33].

5.4.3 Résultats et discussions

Dans cette partie, nous montrons d'abord les résultats d'estimation du vecteur des paramètres obtenus avec « greyest », puis ceux obtenus avec « systune » pour finalement présenter une discussion et une comparaison entre les deux méthodes. Nous effectuons des tirages de Monte Carlo afin d'évaluer la sensibilité des algorithmes d'optimisation à l'initialisation du vecteur θ. Pour cela, nous considérons une distribution uniforme sur l'intervalle $\pm 50\%$, où :

$$\theta_i^{\text{init}} = \theta_i^{\text{pr}}(0.5 \pm \text{rand}), \tag{5.21}$$

θ_i^{pr} est choisi selon nos connaissances préalables présentées dans la section 5.2 et i indique le nombre de tirages de Monte Carlo qui est 1000 dans notre travail. La fonction « rand » retourne une valeur aléatoire avec une distribution uniforme dans l'intervalle $[0, 1]$.

5.4.3.1 Résultats obtenus via la minimisation de la norme $\mathcal{H}_2$

Pour les 1000 tirages de Monte Carlo, il est important de noter que la minimisation de la norme $\mathcal{H}_2$ via « greyest » conduit à l'obtention de quelques valeurs aberrantes, en moyenne, autour de 10%. Ceci peut être dû à l'obtention des modèles instables qui apparaissent au cours de l'optimisation itérative où à la convergence vers un minimum local. Ainsi, afin de pouvoir étudier les propriétés statiques de θ estimé, les valeurs aberrantes sont supprimées à l'aide de la fonction « rmoutliers » de Matlab [4].

Dans le tableau (5.2), pour les valeurs restantes du vecteur θ, nous présentons la médiane, la moyenne et l'écart-type du vecteur θ obtenues avec « greyest ». De plus, pour donner une vision plus large des résultats obtenus via la minimisation de la norme $\mathcal{H}_2$, nous traçons sur la Figure 5.22 les histogrammes normalisés [5] de chaque paramètre θ_i.

TABLE 5.2 – Médiane, moyenne et écart-type obtenus via « greyest ».

Paramètre	**Médiane**	**Moyenne**	**Écart-type**
$\hat{\theta}_1$	-2265,282	-2265,284	$2,53e^{-02}$
$\hat{\theta}_2$	-7,702	-7,702	$5,98e^{-04}$
$\hat{\theta}_3$	1736,523	1736,524	$1,54e^{-02}$
$\hat{\theta}_4$	6,815	6,815	$5,86e^{-04}$
$\hat{\theta}_5$	-8,603	-8,603	$6,04e^{-04}$
$\hat{\theta}_6$	0,243	0,243	$1,54e^{-06}$

5.4.3.2 Résultats obtenus via la minimisation de la norme $\mathcal{H}_\infty$

Comme expliqué précédemment, pour la minimisation de la norme $\mathcal{H}_\infty$ en utilisant le « proximity control algorithm », une étape intermédiaire consistant en l'estimation d'un modèle de type boîte noire est nécessaire. Dans ce cas, la fonction de réponse fréquentielle $G_{22_v}(j\omega)$ est approchée par un modèle d'ordre 3 en utilisant la fonction « n4sid ». Le modèle boîte noire identifié $G_{BN}(s)$ est stable et dont les matrices d'état sont

$$A = \begin{bmatrix} -0,4067 & 706 & 3,519 \\ -0,9727 & -15,95 & -1689 \\ 0,00321 & 1,899 & -1,778 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -0,5417 \\ 0,01113 \\ -0,00044 \end{bmatrix}; \tag{5.22}$$

$$C = \begin{bmatrix} -0,4473 & 0,6371 & 0,5305 \end{bmatrix}; \quad D = 0,$$

Remarque 3. *D est fixé à zéro par défaut, cependant, nous avons la possibilité d'estimer D en modifiant les paramètres de la fonction « n4sid ».*

La seconde étape consiste à estimer les paramètres θ du modèle boîte grise (5.12) à partir du modèle boîte noire (5.22) via la fonction « systune ». Dans ce cas, pour les 1000 tirages de Monte Carlo, nous n'avons pas obtenu de valeurs aberrantes. En effet, le « proximity control algorithm » utilisé pour l'estimation des boîtes grises ne permet pas d'obtenir des modèles instables, puisque cet algorithme est essentiellement développé pour la synthèse de correcteurs stabilisants. En prenant

5. La normalisation d'une variable aléatoire s'effectue en retranchant sa moyenne et en la divisant par son écart-type, afin d'obtenir une variable de moyenne 0 et de variance 1.

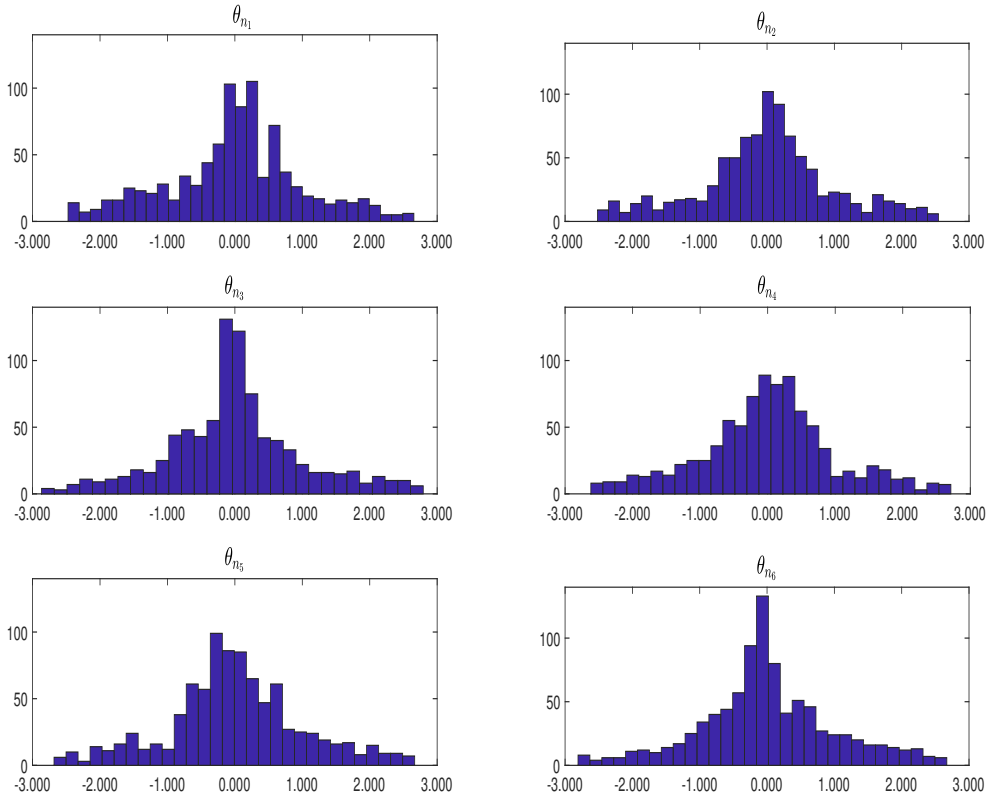


FIGURE 5.22 – Histogrammes des paramètres normalisés θ_{n_i} obtenus via *greyest*.

le même nombre de tirages de Monte Carlo que pour le cas de « greyest », nous présentons dans le tableau (5.3) la médiane, la moyenne et l'écart type de chaque θ obtenu avec la fonction « systune » et sur la Figure 5.23 les histogrammes normalisés.

TABLE 5.3 – Médiane, moyenne et écart type obtenues avec « *systune* ».

Paramètre	Médiane	Moyenne	Écart type
$\hat{\theta}_1$	-2191,888	-2191,888	$1,19e^{-07}$
$\hat{\theta}_2$	-6,476	-6,476	$2,67e^{-09}$
$\hat{\theta}_3$	1719,417	1719.417	$1,25e^{-07}$
$\hat{\theta}_4$	8,753	8.753	$2,91e^{-09}$
$\hat{\theta}_5$	-11,659	-11.659	$2,96e^{-09}$
$\hat{\theta}_6$	0,249	0,249	$1,29e^{-11}$

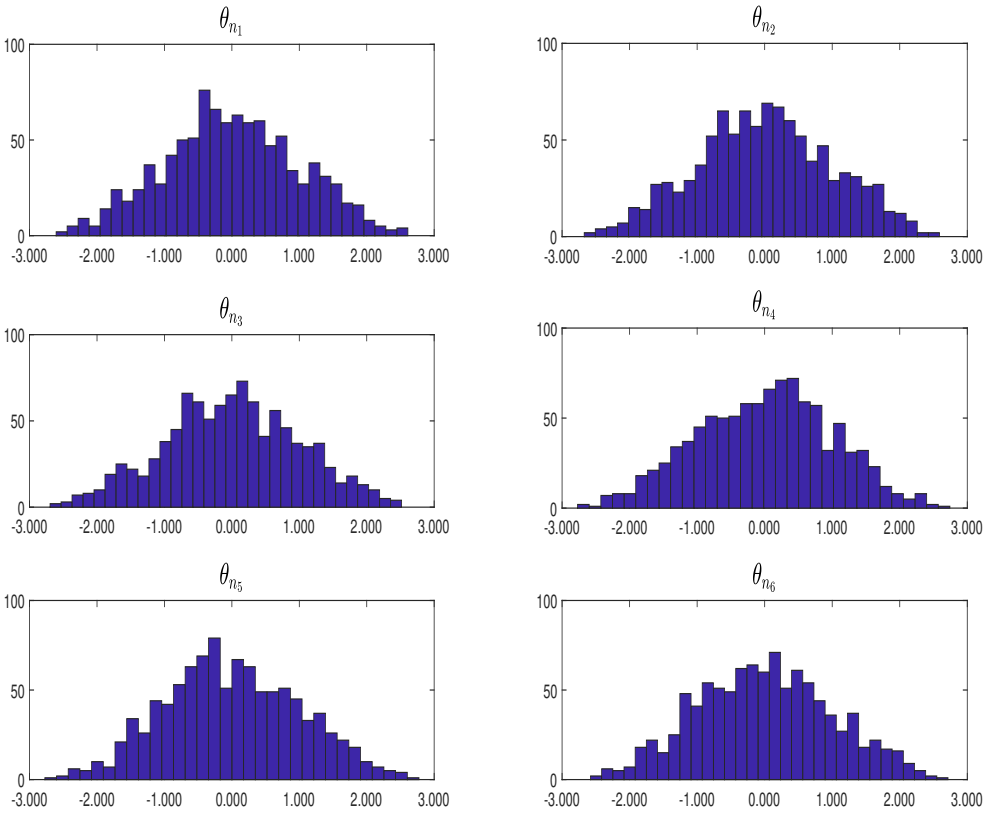


FIGURE 5.23 – Histogrammes des paramètres normalisés θ_{n_i} obtenus via *systune*.

5.4.3.3 Discussions

À partir des résultats présentés dans les tableaux (5.2) et (5.3), nous observons que pour les deux approches d'identification, la moyenne est identique à la médiane

et que tous les écarts types sont vraiment faibles. De plus, les paramètres estimés via « greyest » et « systune » sont relativement similaires, sauf pour le paramètre θ_5, où nous remarquons une légère différence. Pour les histogrammes présentés sur les Figures 5.22 et 5.23, nous pouvons constater que toutes les distributions ont des formes relativement régulières et sont assez centrées. Les histogrammes obtenus avec « systune » peuvent être considérés comme des distributions normales selon le test de normalité [107], où les tracés du Diagramme quantile-quantile sur la Figure 5.25 montrent que la plupart des cercles sont sur la ligne noire pointillée. En revanche, ceci est un peu moins vrai pour les histogrammes obtenus avec « greyest » comme le montre la Figure 5.24.

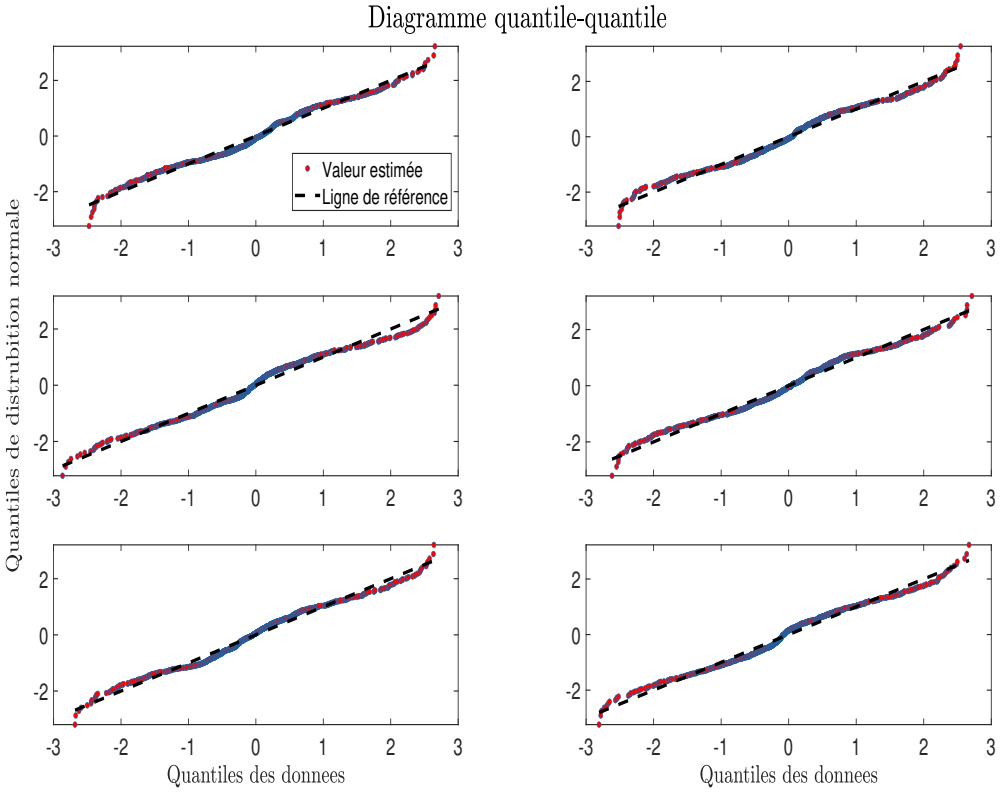


FIGURE 5.24 – Diagramme quantile-quantile pour les θ obtenus avec *greyest*.

En choisissant les meilleures estimations obtenues du vecteur θ par les deux approches, à savoir $\theta_{greyest}$ et $\theta_{systune}$, respectivement, nous traçons sur la même Figure 5.26 les diagrammes de Bode des modèles boîtes grises identifiés $G_{BG}(s)$ et de $G_{22_v}(j\omega)$ ainsi que l'erreur $\Delta_G = |G_{22_v}(j\omega) - G_{BG}(j\omega)|$. Nous calculons aussi la qualité d'ajustement (fit) pour évaluer la qualité de l'estimation des deux méthodes

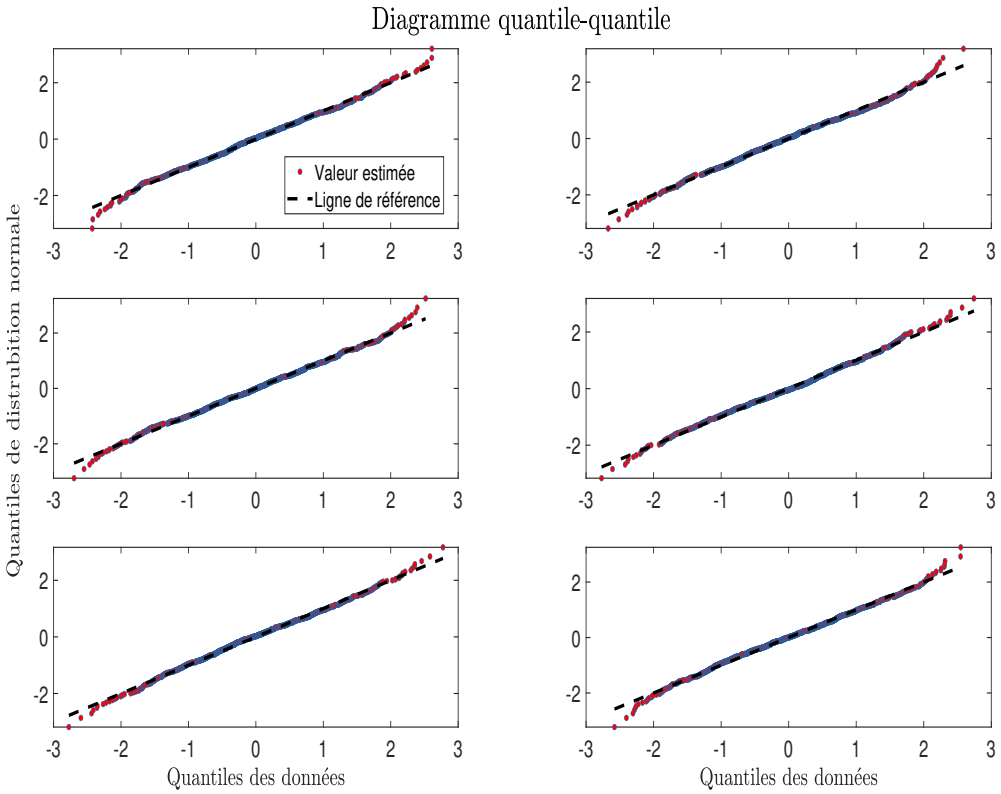


FIGURE 5.25 – Diagramme quantile-quantile pour les θ obtenus avec *systune*.

comme suit

$$\text{fit} = 100\left(1 - \frac{||\mathrm{G}_{22_\mathrm{v}}(j\omega) - \mathrm{G}_{\mathrm{BG}}(j\omega)||_2}{||\mathrm{G}_{22_\mathrm{v}}(j\omega) - \overline{\mathrm{G}_{22_\mathrm{v}}(j\omega)}||_2}\right), \tag{5.23}$$

où $\overline{X}$ représente la valeur moyenne de X.

Sur la Figure 5.26, nous remarquons que les deux modèles estimés de type boîte grise sont superposables aux données fréquentielles et capturent bien la dynamique flexible avec

- des bonnes qualités d'ajustement, à savoir $\text{fit}_{\text{greyest}} = 86,98\%$ et $\text{fit}_{\text{systune}} = 87,18\%$,
- un amortissement légèrement plus fort pour $G_{BG_{greyest}}(s)$ que pour $G_{BG_{systune}}(s)$, autour de la fréquence d'anti-résonance,
- une différence sur le tracé du gain et de la phase autour du mode flexible où $G_{BG_{systune}}(s)$ semble mieux coller aux données fréquentielles que $G_{BG_{greyest}}(s)$,

- des erreurs Δ_G qui sont à peu près au même niveau et sont en dessous de $-50dB$ du gain en basses fréquences et $-70dB$ en hautes fréquences.

.

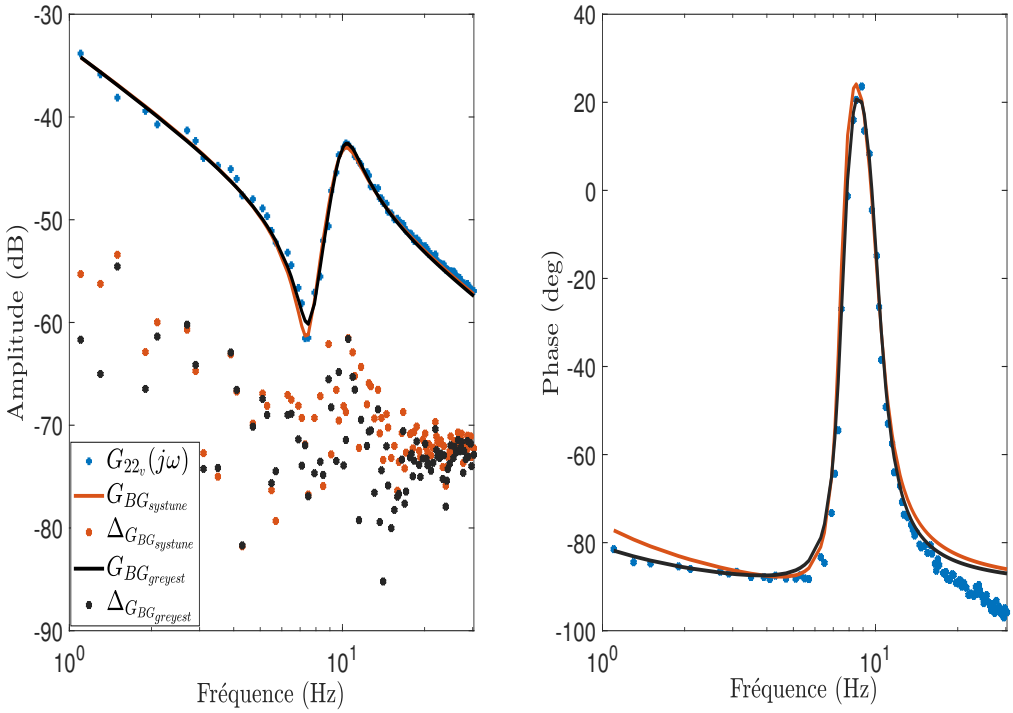


FIGURE 5.26 – Comparaison de la réponse fréquentielle avec les modèles boîte grise pour le transfert entre τ_m et $\dot{q}_{mot}$.

Finalement, la comparaison des paramètres physiques obtenus par les deux méthodes et présentés dans le tableau (5.4) montre qu'ils sont presque similaires, sauf pour les coefficients de frottement f_{vm} et f_{vt} où une légère différence est observée.

TABLE 5.4 – Paramètres physiques estimés.

Paramètre	Valeur a priori	Greyest	Systune	Unité
J_a	2,23	3,12	2.94	$kg.m^2$
J_m	$1e^{-04}$	$1,473e^{-04}$	$1,439e^{-04}$	$kg.m^2$
k	-	7000,616	6994,891	$N.m/rad$
f_{vt}	-	30,024	34,130	$N.m.s/rad$
f_{vm}	-	7,345	1,166	$N.m.s/rad$

Les différentes comparaisons effectuées montrent que les résultats des deux approches d'estimation des paramètres du modèle de type boîte grise (5.12) sont assez similaires et permettent d'obtenir des estimations proches des valeurs a priori des paramètres physiques, notamment pour l'inertie du moteur J_m. Ces résultats positifs permettent ainsi de valider notre méthodologie expérimentale d'identification.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un système d'actionnement spécifique mis en oeuvre sur un bras robotique dédié aux tâches de co-manipulation ainsi que les fonctions de transferts importantes pour la synthèse de sa commande. L'application sur ce système de la méthodologie proposée dans les chapitre 3 et 4 a permis d'obtenir des résultats montrant que les non-linéarités de frottement et de la raideur dominent les bruits. Ainsi, grâce à l'approche de génération d'excitation proposée et à la répétition des expériences, nous avons réussi à réduire l'impact de ces non-linéarités et à obtenir les meilleures approximations linéaires dans différents contextes. Finalement, les résultats obtenus de l'estimation paramétrique à partir de ces meilleures approximations linéaires ont permis de valider la pertinence de notre méthodologie d'identification.

Chapitre 6

Conclusion générale et perspectives

Sommaire

6.1 Conclusion 107
6.2 Perspectives 108

6.1 Conclusion

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse ont porté sur l'identification fréquentielle de transmissions mécaniques à câbles, telles qu'elles peuvent être mises en œuvre dans la conception de robots caractérisés par des articulations non-infiniment rigides. L'actionnement de cet axe robotique est réalisé à travers un système d'actionnement à câbles développé au sein du CEA-LIST. Ce système d'actionnement, à haut rendement, souvent utilisé dans des contextes de robotique collaborative est source de flexibilités et de non-linéarités. En effet, la présence de câbles au sein de ces transmissions mécaniques amène des flexibilités mécaniques pouvant nuire à la précision de positionnement statique et dynamique. De plus, en raison de sa conception spécifique, certains phénomènes non-linéaires apparaissent dans sa dynamique, tels que la non-linéarité de la raideur des câbles ou les frottements. Ainsi, notre premier objectif était d'analyser et de détecter ces non-linéarités afin d'étudier leur impact sur l'identification de la réponse fréquentielle. Ce premier objectif a été atteint en utilisant la théorie de la meilleure approximation linéaire et en appliquant des signaux multisinus comme source d'excitation. Les résultats de simulation de l'identification fréquentielle ont montré que les non-linéarités de frottement et de la raideur des câbles agissent de manière différente. En effet, l'étude et l'analyse de la transmission mécanique flexible montrent que pour des faibles déplacements (faible valeur efficace), les modes flexibles ne sont pas visibles, à cause des frottements. En revanche, pour des grands déplacements (valeur efficace élevée), un décalage de

la réponse fréquentielle se produit à cause de l'activation de la non-linéarité de la raideur. Ainsi, pour trouver la meilleure approximation linéaire de la transmission mécanique flexible, un compromis doit être fait lors du choix de la valeur efficace de l'excitation.
En raison de l'instabilité des fonctions de transfert entre le couple moteur et les positions moteurs et articulaires en boucle ouverte de ce système, l'identification a été réalisée en boucle fermée, afin d'éviter les biais dans l'estimation des réponses fréquentielles qui résultent de la corrélation entre le signal d'excitation et le signal de commande. En configuration boucle fermée, l'actionneur de notre dispositif expérimental est protégé par l'utilisation de saturations logicielles sur le couple moteur. Un nouvel objectif a été fixé pour trouver une excitation appropriée qui respecte les seuils de saturation sans dégrader la qualité du signal de commande, utile à l'étape d'identification. Pour cela, nous avons utilisé la métrique du facteur de crête pour quantifier la qualité du signal de commande. En nous appuyant sur les méthodes disponibles dans la littérature, nous avons proposé un algorithme itératif qui permet de minimiser le facteur de crête du signal de commande en boucle fermée. Les simulations et les résultats expérimentaux ont montré que l'algorithme proposé permet de satisfaire les contraintes du système tout en ayant un faible facteur de crête.

La méthodologie d'identification développée dans cette thèse, à savoir la génération d'une excitation permettant d'avoir un facteur de crête admissible et l'utilisation de la théorie de la meilleure approximation linéaire, nous a permis d'obtenir une estimation précise des réponses fréquentielles dans différentes configurations. Les tests et les études sur le système expérimental ont montré que les réponses fréquentielles obtenues retranscrivent avec précision la dynamique du système expérimental. De plus, elles sont en adéquation avec les modèles analytiques dédiés aux axes de transmissions mécaniques. Enfin, une estimation paramétrique, basée plus spécifiquement sur la réponse fréquentielle entre le couple moteur et la vitesse moteur a été effectuée pour valider les résultats expérimentaux. En utilisant deux méthodes d'estimation différentes basées sur les normes $\mathcal{H}_2$ et $\mathcal{H}_\infty$, le modèle paramétrique identifié a confirmé la pertinence de notre méthodologie d'identification, où les paramètres physiques estimés sont très proches de notre connaissance préalable du système.

6.2 Perspectives

Le travail de recherche exposé dans cette thèse ouvre plusieurs perspectives sur différents sujets.

À court terme

La validation des résultats fréquentiels a été effectuée en ne retenant qu'une seule

réponse fréquentielle, à savoir la réponse fréquentielle colocalisée. Il serait possible de valider l'identification fréquentielle en estimant les paramètres du système à partir des réponses fréquentielles colocalisée et non-colocalisée, deux transferts importants pour la synthèse de commande en position. L'estimation des paramètres physiques en utilisant simultanément les deux réponses fréquentielles est réalisable avec les deux approches $\mathcal{H}_2$ et $\mathcal{H}_\infty$.

À moyen terme

L'estimation de la meilleure approximation linéaire d'un système non-linéaire dépend de la distribution du signal d'excitation (par exemple uniforme, gaussienne), comme expliqué dans [90]. La plupart du temps, une distribution gaussienne est choisie, comme dans le cas des phases aléatoires. La motivation de ce choix est que, sous la condition de distribution gaussienne, la théorie de la meilleure approximation est bien documentée et développée [90]. Cependant, les excitations gaussiennes ne sont généralement pas le choix le plus simple ou le meilleur d'un point de vue pratique. En effet, de nombreux actionneurs sont limités par des saturations, comme nous l'avons vu dans notre travail. Ainsi, la génération de l'excitation multisinus doit être effectuée en minimisant certaines métriques, telles que le facteur de crête. Cela modifie inévitablement la distribution du signal multisinus, en la rendant non-gaussienne. Le travail de Wong [121] a montré que les estimations de la meilleure approximation linéaire d'un modèle à temps discret de type Wiener-Hammerstein et de type Volterra diffèrent selon que nous utilisons une excitation gaussienne ou non-gaussienne. Il sera donc intéressant, dans un futur travail, d'étudier l'éventuel biais entre la réponse fréquentielle obtenue à l'aide d'un signal multisinus à phase aléatoire et un signal multisinus avec un facteur de crête optimisé. L'objectif est d'analyser l'impact du biais sur l'estimation des paramètres physiques dans le cas de l'identification des robots à articulaires flexibles.

Une autre direction intéressante de recherche serait d'étudier la passivité des modèles estimés. Intuitivement, nous pourrons dire qu'un système passif ne génère pas d'énergie [22]. La passivité, en tant que propriété de système, a été largement explorée dans la littérature et son importance réside dans le fait que l'interconnexion de modèles passifs conduit à un système passif et donc stable [83]. Cette propriété est particulièrement utile dans le contexte des réseaux électriques et des systèmes mécaniques qui sont composés de nombreuses interconnexions. Si le système est connu pour être passif, les modèles qui représentent sa dynamique doivent préserver cette caractéristique. Cependant, les méthodes existantes d'identification des systèmes ne permettent pas toujours d'obtenir des réponses fréquentielles passives, même si le système est a priori réputé être passif. Tel est le cas dans les travaux de recherche de Neil Abroug [5], où la perte de la passivité a été mise en évidence lors de l'estimation de modèles pour certains systèmes cobotiques à plusieurs degrés de liberté. La passi-

vité peut être contrainte via des méthodes d'optimisation convexe qui supposent une connaissance préalable du système, notamment la matrice d'état A. Le problème de l'identification de modèles passifs a été abordé dans la littérature dans [46] et [57], où de nombreux algorithmes ont été proposés tels que l'algorithme d'ajustement de vecteur (Vector Fitting) [47]. Dans ces algorithmes, la passivité peut être obtenue en dérivant directement un modèle passif d'un modèle paramétrique non-passif préalablement estimé. Pour aller au delà des méthodes citées ci-dessus pour obtenir un système passif, il serait intéressant de traiter le problème de la préservation de la passivité à partir des réponses fréquentielles par le biais de l'identification de modèles de type boîtes grises, par exemple, à travers l'optimisation de la norme $\mathcal{H}_\infty$ sous contrainte de passivité.

Bibliographie

[1] Ethercat. https://www.ethercat.org/default.htm.

[2] greyest. https://de.mathworks.com/help/ident/ref/iddata.greyest.html.

[3] Message pack. https://msgpack.org/.

[4] rmoutliers. https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/rmoutliers.html#mw_f334bff5-af8a-45f3-a025-2d4bb19094641.

[5] N. Abroug. *Commande Robuste Multi-Variables des Systèmes de Comanipulation*. PhD thesis, Université de Strasbourg, Sep 2018.

[6] A. Albu-Schaffer and G. Hirzinger. Parameter identification and passivity based joint control for a 7 dof torque controlled light weight robot. In *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 2852–2858 vol.3, 2001.

[7] P. Apkarian and D. Noll. Nonsmooth H-infinity synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(1) :71–86, 2006.

[8] P. Apkarian, D. Noll, and O. Prot. A trust region spectral bundle method for nonconvex eigenvalue optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 19 :281–306, 06 2008.

[9] P. Apkarian, D. Noll, and O. Prot. A proximity control algorithm to minimize nonsmooth and nonconvex semi-infinite maximum eigenvalue functions. *Journal of Convex Analysis*, 16 :641–666, 2009.

[10] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. C. De Wit. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 30(7) :1083–1138, 1994.

[11] J. S. Bendat and A. G. Piersol. *Engineering Applications of Correlations and Spectral Analysis*. Wiley, New York, 1980.

[12] M. Benosman, F. Boyer, G. Le Vey, and D. Primault. Flexible links manipulators : from modelling to control. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 34 :381–414, 2002.

[13] M. Bergamasco and M. Lovera. State space model identification : from unstructured to structured models with an H-infinity approach. *IFAC Proceedings Volumes*, 46 :202–207, 2013.

[14] E. Berglund and G. Hovland. Automatic elasticity tuning of industrial robot manipulators. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 00CH37187)*, volume 5, pages 5091–5096. IEEE, 2000.

[15] X. Bombois, G. Scorletti, P. Van den Hof, and M. Gevers. Least costly identification experiment for control. a solution based on a high-order model approximation. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 3, pages 2818–2823 vol.3, 2004.

[16] B. Boukhebouz, G. Mercère, M. Grossard, X. Lamy, and E. Laroche. Identification of single flexible-joint robot dynamics : a nonparametric approach. In *2020 28th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pages 357–362, 2020.

[17] B. Boukhebouz, G. Mercère, M. Grossard, and Édouard Laroche. Shaping multisine excitation for closed-loop identification of a flexible transmission. *IFAC-PapersOnLine*, 54(7) :643–648, 2021. 19th IFAC Symposium on System Identification SYSID 2021.

[18] S. Boyd. Multitone signals with low Crest factor. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 33(10) :1018–1022, 1986.

[19] J. J. Bussgang and J. J. Bussgang. Crosscorrelation functions of amplitude-distorted gaussian signals. *Tech. Rep. 216, Research Lab. Electron*, 1952.

[20] R. S. Choi D., J.H. Chang and E. Powers. Bispectral identification of nonlinear mode interactions. In *Proceedings of the 2nd International Modal Analysis Conference, Florida, U.S.*, pages 602–609, 1984.

[21] L. Chua and C.-Y. Ng. Frequency domain analysis of nonlinear systems. Technical report, EECS Department, University of California, Berkeley, Jul 1978.

[22] J. E. Colgate and N. Hogan. Robust control of dynamically interacting systems. *International Journal of Control*, 48(1) :65–88, 1988.

[23] K. Colin, X. Bombois, L. Bako, and F. Morelli. Informativity : how to get just sufficiently rich for the identification of miso fir systems with multisine excitation ? In *2019 18th European Control Conference (ECC)*, pages 351–356, 2019.

[24] A. De Luca and W. Book. *Robot with flexible elements, in Springer Handbook of Robotics, edited by B.Siciliano and O. Khatib, Springer, p.287-319.* Springer Handbook of Robotics, 2008.

[25] P. Edgar R. Powell tool balance. *Brevet US3428298A*, Feb 1969.

[26] J. Edward, W. Wannasuphoprasit, and M. Peshkin. Cobots : Robots for collaboration with human operators. 03 1999.

[27] M. Enqvist. Linear models of nonlinear systems. Ph.d. dissertation, dept. of electrical engineering. *Linkoping University, Sweden.*, 2005.

[28] P. Eykhoff. *System Identification : Parameter and State Estimation.* John Wiley & Sons, New York, 1974.

[29] G. Ferretti, C. Maffezzoni, G. Magnani, and P. Rocco. Joint stiffness estimation based on force sensor measurements in industrial manipulators. *NASA STI/Recon Technical Report N*, 94 :17937, 1992.

[30] G. Ferretti, G. Magnani, and P. Rocco. Estimation of resonant transfer functions in the joints of an industrial robot. In C. Bànyàz, editor, *Intelligent Components and Instruments for Control Applications 1994*, IFAC Postprint Volume, pages 337–342. Pergamon, Oxford, 1994.

[31] F. Fichera and M. Grossard. On the modeling and identification of stiffness in cable-based mechanical transmissions for robot manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 108 :176 – 190, 2017.

[32] A. Fuduli, M. Gaudioso, and G. Giallombardo. Minimizing nonconvex nonsmooth functions via cutting planes and proximity control. *SIAM Journal on Optimization*, 14 :743–756, 01 2004.

[33] P. Gahinet and P. Apkarian. Automated tuning of gain-scheduled control systems. In *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2740–2745, 2013.

[34] P. Garrec. Screw and cable acutators (scs) and their applications to force feedback teleoperation, exoskeleton and anthropomorphic robotics. In *Robotics 2010*, chapter 10. IntechOpen, 2010.

[35] P. Garrec. Screw, nut and cable transmission, U.S. Patent US7389974B2, Jun. 2008.

[36] P. Garrec, J. P.Friconneau, Y. Measson, and Y. Perrot. Able, an innovative transparent exoskeleton for the upper-limb. *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 1483–1488, 2008.

[37] M. Gautier. Dynamic identification of robots with power model. In *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 1922–1927, april 1997.

[38] M. Gautier and W. Khalil. On the identification of the inertial parameters of robots. In *Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, pages 2264–2269. IEEE Piscataway, NJ, 1988.

[39] R. W. Gerchberg. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35 :237–246, 1972.

[40] M. Gilson. *Identification des systèmes en boucle fermée. Contributions aux méthodes de compensation de biais et des sous-espaces.* Theses, Université Henri Poincaré - Nancy 1, Nov. 2000.

[41] K. Glover and J. Willems. Parametrizations of linear dynamical systems : Canonical forms and identifiability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6) :640–646, 1974.

[42] M. Goodrich and A. Schultz. Human-robot interaction : A survey. *Foundations and Trends in Human-Computer Interaction*, 1 :203–275, 01 2007.

[43] G. C. Goodwin and R. L. Payne. *Dynamic System Identification : Experiment Design and Data Analysis.* Academic Press, New York, 1977.

[44] P. Guillaume, J. Schoukens, R. Pintelon, and I. Kollar. Crest-factor minimization using nonlinear chebyshev approximation methods. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 40(6) :982–989, 1991.

[45] P. Guillaume, J. Schoukens, R. Pintelon, and I. Kollar. Crest-factor minimization using nonlinear chebyshev approximation methods. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 40(6) :982–989, 1991.

[46] B. Gustavsen. Passivity enforcement of rational models via modal perturbation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2) :768–775, 2008.

[47] B. Gustavsen and C. Heitz. Modal vector fitting : A tool for generating rational models of high accuracy with arbitrary terminal conditions. *Advanced Packaging, IEEE Transactions on*, 31 :664 – 672, 12 2008.

[48] I. Gustavsson, L. Ljung, and T. Söderström. Identification of processes in closed loop—identifiability and accuracy aspects. *Automatica*, 13(1) :59–75, 1977.

[49] R. Haber. Nonlinearity tests for dynamic processes. *IFAC Proceedings Volumes*, 18(5) :409–414, 1985.

[50] H. Halalchi, L. Cuvillon, G. Mercere, and E. Laroche. *Commande robuste des robots manipulateurs à flexibilités structurelles, chapter 11*, volume Traité IC2 of *Systèmes automatisés*, pages 359–389. Hermès, Paris, Jul 2013.

[51] P. Hamon, M. Gautier, and P. Garrec. New dry friction model with load- and velocity-dependence and dynamic identification of multi-dof robots. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1077–1084, May 2011.

[52] H. Hjalmarsson. From experiment design to closed-loop control. *Automatica*, 41(3) :393–438, 2005.

[53] N. Hogan. Impedance control : An approach to manipulation. In *1984 American Control Conference*, pages 304–313, 1984.

[54] J. M. Hollerbach. A survey of kinematic calibration. 1989.

[55] A. Horner. Low peak amplitudes for wavetable synthesis. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 8(4) :467–470, 2000.

[56] G. Hovland, E. Berglund, S. Hanssen, A. I. AS, and A. R. AB. Identification of coupled elastic dynamics using inverse eigenvalue theory. In *Proceedings of the 32nd ISR (International Symposium on Robotics)*, volume 19, page 21, 2001.

[57] L. P. R. K. Ihlenfeld, G. H. C. Oliveira, and M. R. Sans. A data passivity-enforcement preprocessing approach to multiport system modeling. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 31(3) :1351–1359, 2016.

[58] R. Johansson, A. Robertsson, K. Nilsson, and M. Verhaegen. State-space system identification of robot manipulator dynamics. *Mechatronics*, 10(3) :403–418, 2000.

[59] M. Jr, W. Lin, and S. Lim. Walk-through programmed robot for welding in shipyards. *Industrial Robot : An International Journal*, 26 :377–388, 07 1999.

[60] H. Kazerooni. Extender : a case study for human-robot interaction via transfer of power and information signals. In *Proceedings of 1993 2nd IEEE International Workshop on Robot and Human Communication*, pages 10–20, 1993.

[61] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, identification and control of robots*. Butterworth-Heinemann, 2004.

[62] F. Khorrami, S. Jain, and A. Tzes. Experimental results on adaptive nonlinear control and input preshaping for multi-link flexible manipulators. *Automatica*, 31(1) :83–97, 1995.

[63] X. Lamy. *Conception d'une Interface de Pilotage d'un Cobot*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Mar. 2011.

[64] W. Larimore. Canonical variate analysis in identification, filtering, and adaptive control. In *29th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 596–604 vol.2, 1990.

[65] V. Levadi. Design of input signals for parameter estimation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(2) :205–211, 1966.

[66] K. Levenberg. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2), 1944.

[67] M. Levin. Optimum estimation of impulse response in the presence of noise. *IRE Transactions on Circuit Theory*, 7(1) :50–56, 1960.

[68] L. Ljung. *System Identification : Theory for the User*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1986.

[69] L. Ljung. State of the art in linear system identification : time and frequency domain methods. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 1, 2004.

[70] M. Makarov. *Contribution à la Modélisation et la Commande Robuste de Robots Manipulateurs à Articulations Flexibles - Applications à la Robotique Interactive*. PhD thesis, Supélec, mai 2013.

[71] M. Makarov, M. Grossard, P. Rodriguez-Ayerbe, and D. Dumur. A Frequency-Domain Approach for Flexible-Joint Robot Modeling and Identification. In *Proceedings of the SYSID2012*, volume 16, pages 583–588, July 2012.

[72] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 1963.

[73] T. McKelvey. *Identification of state-space models from time and frequency data*. Department of Electrical Engineering, Linköping University, 1995.

[74] T. McKelvey, H. Akçay, and L. Ljung. Subspace-based multivariable system identification from frequency response data. *IEEE Transactions on Automatic control*, 41(7) :960–979, 1996.

[75] R. K. Mehra. Frequency-Domain Synthesis of Optimal Inputs for Linear System Parameter Estimation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 98(2) :130–138, 06 1976.

[76] G. Mercère. *Contribution à l'identification récursive des systèmes par l'approche des sous-espaces*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I, 2004.

[77] G. Mercère, O. Prot, and J. A. Ramos. Identification of parameterized gray-box state-space systems : From a black-box linear time-invariant representation to a structured one. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 59(11) :2873–2885, 2014.

[78] P. Mäkilä and J. Partington. Least-squares lti approximation of nonlinear systems and quasistationarity analysis. *Automatica*, 40(7) :1157–1169, 2004.

[79] D. Nissing and J. Polzer. Parameter identification of a substitution model for a flexible link. *IFAC Proceedings Volumes*, 33(15) :675–680, 2000.

[80] J. Ojarand and M. Min. Recent advances in Crest factor minimization of multisine. *Elektronika ir Elektrotechnika*, 23(2) :59–62, Apr. 2017.

[81] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and J. R. Buck. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice-hall Englewood Cliffs, 1999.

[82] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab. *Signals & Systems (2nd Ed.)*. Prentice-Hall, Inc., USA, 1996.

[83] R. Ortega and E. García-Canseco. Interconnection and damping assignment passivity-based control : A survey. *European Journal of Control*, 10(5) :432–450, 2004.

[84] M. Östring, S. Gunnarsson, and M. Norrlöf. Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities. *Control engineering practice*, 11(3) :291–300, 2003.

[85] P. V. Overschee, B. D. Moor, and W. Favoreel. Numerical algorithms for subspace state space system identification (n4sid). In *in Applied and Computational Control, Signals and Circuits*, pages 385–422, 1997.

[86] D. Petersson. Nonlinear optimization approaches to h2-norm based LPV modelling and control. 2010.

[87] D. Peumans. *BLA-based Design and Analysis of VCO-based Sigma-Delta Modulators*. PhD thesis, Vrije Universiteit Brussel, Belgium, 2020.

[88] F. Pfeiffer and J. Holzl. Parameter identification for industrial robots. In *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pages 1468–1476. IEEE, 1995.

[89] M. T. Pham, M. Gautier, and P. Poignet. Identification of joint stiffness with bandpass filtering. In *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)*, volume 3, pages 2867–2872. IEEE, 2001.

[90] R. Pintelon and J. Schoukens. *System identification : a frequency domain approach*. John Wiley & Sons, 2012.

[91] R. Pintelon and J. Schoukens. FRF measurement of nonlinear systems operating in closed loop. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 62(5) :1334–1345, May 2013.

[92] R. Pintelon, G. Vandersteen, Ludwig De Locht, Y. Rolain, and J. Schoukens. Experimental characterization of operational amplifiers : a system identification approach-Part I : theory and simulations. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 53(3) :854–862, June 2004.

[93] B. Popovic. Synthesis of power efficient multitone signals with flat amplitude spectrum. *IEEE Transactions on Communications*, 39(7) :1031–1033, 1991.

[94] M. Potters. *Experiment design for identification of structured linear systems*. PhD thesis, Delft University of Technology, Juin 2016.

[95] A. Rantzer. On the Kalman—Yakubovich—Popov lemma. *Systems & control letters*, 28(1) :7–10, 1996.

[96] A. Rauch. Corehence : a powerful estimator of nonlinearity, theory and application. In *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference,*, pages 784–795, 1992.

[97] M. Schetzen. *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*. Krieger Publishing Co., Inc., USA, 2006.

[98] J. Schoukens, P. Guillaume, and R. Pintelon. Design of multisine excitations. In *Proceedings of the International Conference on Control 1991. Control '91*, pages 638–643 vol.1, 1991.

[99] J. Schoukens and L. Ljung. Nonlinear system identification : A user-oriented roadmap. *CoRR*, abs/1902.00683, 2019.

[100] J. Schoukens, R. Pintelon, and Y. Rolain. *Mastering System Identification in 100 Exercises*. Wiley, 2012.

[101] J. Schoukens, R. Pintelon, E. van der Ouderaa, and J. Renneboog. Survey of excitation signals for FFT based signal analyzers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 37(3) :342–352, 1988.

[102] J. Schoukens, R. Pintelon, and H. Van Hamme. Identification of linear dynamic systems using piecewise constant excitations : Use, misuse and alternatives. *Automatica*, 30(7) :1153–1169, 1994.

[103] M. Schroeder. Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low autocorrelation (corresp.). *IEEE Transactions on Information Theory*, 16(1) :85–89, 1970.

[104] T. Söderström and P. Stoica, editors. *System Identification.* Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1988.

[105] M. W. Spong. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 109(4) :310–318, 1987.

[106] R. H. Taylor, P. S. Jensen, L. L. Whitcomb, A. C. Barnes, R. Kumar, D. S. Stoianovici, P. K. Gupta, Z. Wang, E. de Juan, and L. R. Kavoussi. A steady-hand robotic system for microsurgical augmentation. In *MICCAI*, 1999.

[107] H. C. Thode. *Testing For Normality.* Statistics, textbooks and monographs. Taylor & Francis, 2002.

[108] G. R. Tomlinson. Developments in the use of the hilbert transform for detecting and quantifying non-linearity associated with frequency response functions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1 :151–171, 1987.

[109] A. Van Den Bos. A new method for synthesis of low-peak-factor signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 35(1) :120–122, 1987.

[110] P. Van den Hof. Closed-loop issues in system identification. *Annual reviews in control*, 22 :173–186, 1998.

[111] E. Van der Ouderaa, J. Schoukens, and J. Renneboog. Peak factor minimization of input and output signals of linear systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 37(2) :207–212, 1988.

[112] K. Vanhoenacker, J. Schoukens, J. Swevers, and D. Vaes. Summary and comparing overview of techniques for the detection of non-linear distortions. *Proceedings of the 2002 International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA*, 1, 01 2002.

[113] M. Verhaegen and A. Varga. Some experience with the MOESP class of subspace model identification methods in identifying the BO105 helicopter. 1994.

[114] M. Verhaegen and V. Verdult. *Filtering and System Identification : A Least Squares Approach*. Cambridge University Press, USA, 1st edition, 2007.

[115] D. Vizer and G. Mercere. H-infinity-based LPV model identification from local experiments with a gap metric-based operating point selection. In *2014 European Control Conference (ECC)*, pages 388–393. IEEE, 2014.

[116] D. Vizer, G. Mercère, and E. Laroche. Gray-box LPV model identification of a 2-dof surgical robotic manipulator by using an H-infinity-norm-based local approach. *1st IFAC Workshop on Linear Parameter Varying Systems LPVS 2015*, 48(26) :79–84, 2015.

[117] D. Vizer, G. Mercère, O. Prot, and E. Laroche. H-infinity-norm-based optimization for the identification of gray-box lti state-space model parameters. *Systems and Control Letters*, 92 :34–41, 2016.

[118] P. Wellstead. Reference signals for closed-loop identification. *International Journal of Control*, 26(6) :945–962, 1977.

[119] E. Wernholt. Frequency-domain gray-box identification of industrial robots. volume 41, pages 15372–15380, 07 2008.

[120] E. Wernholt and S. Gunnarsson. Estimation of nonlinear effects in frequency domain identification of industrial robots. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 57(4) :856–863, 2008.

[121] H. K. Wong. Study of the best linear approximation of nonlinear systems with arbitrary inputs. 2013.

[122] J. Wyatt, L. Chua, J. Gannett, I. Goknar, and D. Green. Energy concepts in the state-space theory of nonlinear n-ports : Part i-passivity. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 28(1) :48–61, 1981.

[123] Y. Yang, F. Zhang, K. Tao, B. Sanchez, H. Wen, and Z. Teng. An improved Crest factor minimization algorithm to synthesize multisines with arbitrary spectrum. *Physiological Measurement*, 36, 03 2015.

[124] K. Zhou, J. Doyle, and K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Feher/Prentice Hall Digital and. Prentice Hall, 1996.

[125] M. Östring, S. Gunnarsson, and M. Norrlöf. Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities. *Control Engineering Practice*, 11(3) :291 – 300, 2003.

Université de Strasbourg

Bassem BOUKHEBOUZ

Identification de systèmes de transmissions flexibles pour la co-manipulation robotique

École doctorale Mathématiques, sciences de l'information et de l'ingénieur | ED 269 Université de Strasbourg

Résumé

Dans la comanipulation robotique, où l'opérateur travaille en collaboration directe avec le robot, la synthèse du régulateur doit prendre en compte le mode de couplage Homme-Robot. Cela nécessite l'utilisation de méthodes avancées de synthèse de commande basées sur des modèles précis de la dynamique des robots collaboratifs. Dans ce contexte, l'objectif de ce travail de recherche est de développer une approche expérimentale d'identification pour la commande des robots du CEA-LIST en utilisant les capteurs de position moteur, position articulaire et d'effort. Comme les non-linéarités peuvent être importantes dans ces systèmes robotiques et affecter certaines propriétés comme la passivité, il est essentiel d'analyser et de quantifier les non-linéarités issues des transmissions mécaniques utilisées dans l'actionnement des robots collaboratifs, en utilisant une identification non-paramétrique principalement dans le domaine fréquentiel. Pour ce faire, il est important de bien exciter le système tout en respectant ses contraintes, notamment en évitant les saturations qui limitent l'amplitude du signal d'excitation. L'excitation des robots est généralement injectée sous forme de perturbation au niveau de la commande, mais dans ce cas particulier, l'excitation est la consigne de la position moteur. Il est donc crucial de concevoir une excitation appropriée qui tienne compte des saturations de commande et permette d'avoir des mesures riches en informations pour améliorer l'identification.

Mots clés : robotique collaborative, identification fréquentielle, distorsion non-linéaire, transmission flexible, excitation multisinus, facteur de crête

Résumé en anglais

In robotic comanipulation, where the operator works in direct collaboration with the robot, the controller synthesis must take into account the human-robot coupling mode. This requires the use of advanced control synthesis methods based on accurate models of the dynamics of collaborative robots. In this context, the objective of this research work is to develop an experimental identification approach for the control of CEA-LIST robots using motor position, joint position and force sensors. As non-linearities can be important in these robotic systems and affect certain properties such as passivity, it is essential to analyze and quantify the non-linearities arising from the mechanical transmissions used in the actuation of collaborative robots, using a non-parametric identification mainly in the frequency domain. To do this, it is important to excite the system while respecting its constraints, in particular by avoiding saturations that limit the amplitude of the excitation signal. The excitation of robots is usually injected as a disturbance at the control level, but in this particular case, the excitation is the motor position reference. Therefore, it is crucial to design an appropriate excitation that accounts for control saturations and allows for information-rich measurements to improve identification.

Keywords : collaborative robotics, frequency domain identification, non-linear distortion, flexible transmission, multisine excitation, crest factor