



HAL
open science

Synthèse typologique et dimensionnelle des mécanismes à chaînes cinématiques fermées : application aux robots parallèles

Ines Ben Hamida

► **To cite this version:**

Ines Ben Hamida. Synthèse typologique et dimensionnelle des mécanismes à chaînes cinématiques fermées : application aux robots parallèles. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université de Poitiers; Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sousse (Tunisie), 2021. Français. NNT : 2021POIT2289 . tel-04142173

HAL Id: tel-04142173

<https://theses.hal.science/tel-04142173v1>

Submitted on 26 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de Docteur de l'Université de Poitiers

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
Pôle poitevin de recherche pour l'ingénieur en mécanique, matériaux et énergétique - PPRIMME
(Poitiers)
(Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016)

École doctorale : Sciences et Ingénierie des Matériaux, Mécanique, Énergétique
SIMME (Poitiers)

Secteur de recherche : Génie mécanique, productique, transport

Présentée par :

Ines BEN HAMIDA

SYNTHESE TYPOLOGIQUE ET DIMENSIONNELLE DES MECANISMES A CHAINES CINEMATiques FERMEES : APPLICATION AUX ROBOTS PARALLELES

**Directeurs de thèse : Med Amine LARIBI
Abdelfattah MLIKA
Saïd ZEGHLOUL
Lotfi ROMDHANE**

Soutenue le 10 Novembre 2021 devant la Commission d'Examen

JURY

M. Stéphane CARO	Directeur de Recherche – LS2N Nantes, France	Rapporteur
M. Zouhaier AFFI	Professeur – E.N.I.M, Tunisie	Rapporteur
M. Eduardo CASTILLO-CASTANEDA	Professeur – IPN, Mexique	Examinateur
Mme. Neila KHABOU MASMOUDI	Maître de Conférences – E.N.I.S, Tunisie	Examinatrice
M. Abdelfattah MLIKA	Professeur – E.N.I.So, Tunisie	Examinateur
M. Lotfi ROMDHANE	Professeur – Univ Américaine de Sharjah, UAE	Examinateur
M. Saïd ZEGHLOUL	Professeur -Univ. de Poitiers, France	Examinateur
M. Med Amine LARIBI	Maître de Conférences-HdR- Univ. de Poitiers, France	Examinateur

Résumé

Les travaux menés dans le cadre de cette thèse portent sur la conception optimale des robots parallèles translateurs. Deux aspects de la synthèse des mécanismes sont évoqués : la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle. Une première partie s'intéresse à la synthèse dimensionnelle de quatre types différents de robots parallèles translateurs, le Delta, le 3-UPU, le Tri-pyramide et le RAF, pour le même espace de travail prescrit. Cette synthèse bien qu'elle nous ait donné une idée sur les performances de chaque type à travers un ensemble de solutions optimales de chacun, elle ne permet pas de sélectionner le robot optimal en termes de dextérité et compacité pour le problème proposé. Dans une deuxième partie, une approche de synthèse évolutionnaire qui traite les deux aspects, type et dimensions, simultanément est élaborée. Elle consiste en un algorithme d'optimisation qui permet à la fois le choix de la typologie optimale et la détermination de ses dimensions pour une application donnée. Cette méthode a été illustrée sur le robot parallèle à câbles LAWEX, conçu au Laboratoire de Robotique et Mécatronique (LARM) à Cassino. Quatre modèles avec différentes configurations des câbles ont été proposés et étudiés. Ces derniers ont fait l'objet d'une synthèse combinée pour sélectionner le meilleur modèle en termes de compacité et tension maximale exercée par les câbles. Cette synthèse a permis la génération du front de Pareto contenant différentes solutions non-dominées des différents modèles du LAWEX. Etant donnée que le robot est dédié à la rééducation physique du membre supérieur, un critère décisif sur la sécurité des patients a été considéré pour sélectionner une solution unique. La solution retenue a été comparée au prototype existant de LAWEX pour évaluer la contribution portée par notre approche de synthèse.

Mots clés : Typologie, Optimisation, Algorithme génétique, robots parallèles translateurs, robots parallèles à câbles

Abstract

This PhD thesis deals with the optimal design of translational parallel robots. Both aspects of mechanisms synthesis are introduced: typological synthesis and dimensional synthesis. The first part of this document deals with the dimensional synthesis of four different types of translational parallel robots, Delta, 3-UPU, Tri-Pyramid and RAF, for the same prescribed workspace. The obtained results yield a number of optimal solutions for each robot in terms of compactness and dexterity; however, this procedure does not allow an easy selection of a unique optimal robot for the given task. In the second part, an evolutionary synthesis approach addressing both aspects, i.e., type and dimensions, simultaneously, is presented. This procedure consists of an optimization algorithm, which allows the selection of the optimal typology and the determination of its dimensions for a given application. This method is illustrated using the cable driven parallel robot LAWEX designed at Laboratory of Robotics and Mechatronic (LARM) at Cassino. Four designs of LAWEX with different cables configurations are proposed and studied. A dimensional synthesis problem of LAWEX is then presented and solved using the proposed designs. The obtained result is a Pareto Front composed of a set of non-Dominated solutions of different designs of LAWEX. To select a unique solution, an additional criterion is considered to assure the users safety by avoiding collusion with cables. The retained solution is then compared to the existent prototype to evaluate the contributions of our synthesis approach.

Keys words: Type synthesis, Optimization, Genetic Algorithm, Translational parallel robots, Cable driven parallel robots

Notations

Dans cette thèse, les vecteurs et les matrices seront notés en caractères gras non-italique et les autres grandeurs mathématiques en italique.

Symboles mathématiques :

J	La matrice Jacobienne
$K(J)$	Le nombre de conditionnement
$tr()$	Trace d'une matrice
$det()$	Déterminant d'une matrice

Liste des abréviations :

AG	Algorithme Génétique
ddl	Degrés de liberté
ET	Espace de Travail
MCD	Modèle Cinématique Directe
MCI	Modèle Cinématique Inverse
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
RPC	Robot Parallèle à Câbles
RPT	Robot Parallèle Translateur
TP	Tri-Pyramide
WCW	Wrench Closure Workspace
WFW	Wrench Feasible Workspace

Tables des matières

Chapitre 1 : Introduction générale	1
Chapitre 2 : Etat de l'art - Synthèse des robots parallèles translateurs	5
1. Introduction	6
2. Synthèse des mécanismes.....	7
2.1. Définitions et types	7
2.2. Synthèse typologique	8
2.3. Synthèse dimensionnelle.....	9
2.3.1. Tâches de synthèse dimensionnelle	9
2.3.2. Méthodes de résolution de la synthèse dimensionnelle.....	10
2.4. Techniques d'optimisation.....	12
2.5. Algorithmes Génétiques (AGs).....	14
2.5.1. Principe de fonctionnement	14
3. Robots parallèles	15
3.1. Définitions et avantages	15
3.2. Applications	17
3.3. Robots Parallèles Translateurs	18
3.3.1. Modélisation géométrique des RPTs.....	21
3.3.2. Modélisation cinématique des RPTs	21
3.4. Critères de performances des RPTs	22
3.4.1. Espace de travail	22
3.4.2. Compacité.....	23
3.4.3. Singularité.....	23
3.4.4. Dextérité et indice de conditionnement	24
4. Robots parallèles à câbles	26
4.1. Types et définitions.....	26

4.2.	Applications des RPCs.....	27
4.3.	Critères de performances des RPCs.....	30
4.3.1.	Espace de travail.....	30
4.3.2.	Tension des câbles.....	30
4.3.3.	Affaissement des câbles.....	31
4.3.4.	Récapitulatif.....	32
5.	Conclusion.....	33
	Chapitre 3 : Synthèse Optimale des Robots Parallèles Translateurs.....	34
1.	Introduction.....	34
2.	Formulation mathématique de l'espace de travail des RPTs.....	35
2.1.	Méthodes de détermination de l'espace de travail (ET).....	36
2.2.	Approche géométrique pour la mise en équation de l'ET.....	37
2.3.	Exemples d'identification de l'ET.....	41
2.3.1.	Robot Delta.....	42
2.3.2.	Robot 3-UPU.....	44
2.3.3.	Robot Tri-pyramide.....	46
2.3.4.	Robot RAF.....	49
2.4.	Généralisation.....	50
3.	Comparaison des performances géométriques et cinématiques.....	51
3.1.	Etude géométrique et cinématique des 4 structures sélectionnées.....	51
3.1.1.	Robot Delta.....	51
3.1.2.	Robot 3-UPU.....	52
3.1.3.	Robot Tri-pyramide.....	53
3.1.4.	Robot RAF.....	54
3.2.	Formulation du problème de synthèse dimensionnelle.....	54
3.3.	Résolution du problème de synthèse.....	56
3.3.1.	Algorithme de résolution.....	56

3.3.2.	Vecteur de décision (ou de conception).....	57
3.3.3.	Fonctions objectifs.....	58
3.3.4.	Fonctions contraintes	59
3.3.5.	Implémentation	60
3.3.6.	Résultats et discussion	61
4.	Conclusion.....	63
	Chapitre 4 : Approche de synthèse typologique et dimensionnelle combinée	65
1.	Introduction	65
2.	Approche de synthèse combinée	67
3.1.	Formulation mathématique de la problématique de synthèse.....	67
3.2.	Algorithme de résolution	67
3.3.	Avantages et limitations.....	69
3.	Le Robot LAWEX	70
3.1.	Modèle géométrique et la jacobienne du robot.....	70
3.1.1.	Modèle géométrique inverse	71
3.1.2.	Modèle cinématique inverse.....	72
3.2.	Espace de travail du LAWEX.....	72
3.2.1.	Espace de travail accessible.....	72
3.2.2.	Tensions des câbles	73
3.2.3.	Espace de travail effectif du LAWEX.....	74
3.3.	Formulation du problème de synthèse multi-objectifs.....	75
3.3.1.	Vecteur de conception	75
3.3.2.	Fonctions objectifs.....	76
3.3.3.	Fonctions contraintes	76
3.3.4.	Implémentation et résultats.....	77
4.	Synthèse typologique et dimensionnelle de LAWEX.....	78
4.1.	Géométrie et cinématique des différentes architectures	79

4.3.1. Première architecture « a »	79
4.3.2. Deuxième architecture « b »	80
4.3.3. Troisième architecture « c »	80
4.3.4. Quatrième architecture « d »	81
4.2. Rééducation du membre supérieur.....	81
4.3. Algorithme de synthèse combinée du LAWEX.....	83
4.3.1. Vecteur de conception	83
4.3.2. Fonctions objectifs.....	84
4.3.3. Fonctions contraintes	85
4.4. Implémentation et résultats	86
4.5. Nouveau critère de sécurité.....	89
5. Conclusion.....	93
Conclusions générales	95
1. Conclusions	95
2. Perspectives.....	97
Productions scientifiques	98
Références Bibliographiques :	99

Liste des figures

Figure I-1: Nombre de publications sur la robotique parallèle par an	1
Figure II-1 : Processus séquentiel de conception d'un mécanisme [9]	7
Figure II-2 : Schématisation des trois tâches traitées en synthèse dimensionnelle des mécanismes : (a) Génération de fonction, (b) Génération de trajectoire, (c) Génération de mouvement	9
Figure II-3 : Classification des méthodes d'optimisation	12
Figure II-4 : Fonctionnement d'un AG classique [33]	15
Figure II-5 : Exemples de mécanismes : (a) un mécanisme sériel, (b) un mécanisme parallèle	15
Figure II-6 : Prototype of Gen-2 macro-scale DSIF machine	19
Figure II-7 : Robot Delta	20
Figure II-8 : Robot 3-UPU	20
Figure II-9 : Robot 3-PUU	20
Figure II-10 : Robot Tri-pyramide	20
Figure II-11 : Robot 3-PRS	20
Figure II-12 : Robot 3-PCR.....	20
Figure II-13 : RPC partiellement contraint à 8 câbles et 6 ddl	27
Figure II-14 : RPC pleinement contraint à 8 câbles et 6 ddl	27
Figure II-15 : Aspect d'affaissement d'un câble	32
Figure III-1 : Organigramme de l'approche de définition de l'ET par discrétisation	36
Figure III-2 : Robot Delta.....	42
Figure III-3 : Paramétrage du robot Delta	43
Figure III-4 : Volume accessible par une jambe du robot Delta	43
Figure III-5 : Construction de l'espace de travail du robot Delta	43
Figure III-6 : Robot 3-UPU	44
Figure III-7 : Paramétrage du robot 3-UPU	45
Figure III-8 : Volume accessible par une jambe du robot 3-UPU.....	46
Figure III-9 : Construction de l'espace de travail du robot 3-UPU.....	46
Figure III-10 : Robot Tri-pyramide	47
Figure III-11 : Paramétrage du robot Tri-Pyramide	48

Figure III-12 : Espace accessible par une jambe du robot Tri-pyramide	48
Figure III-13 : Construction de l'espace de travail du robot Tri-pyramide.....	48
Figure III-14 : Robot RAF	49
Figure III-15 : Paramètres du robot RAF	49
Figure III-16 : Volume accessible par une jambe active de RAF	50
Figure III-17 : Volume accessible par une chaîne passive du RAF.....	50
Figure III-18 : Algorithme d'évaluation de l'espace de travail.....	50
Figure III-19 : Espace de travail prescrit.....	55
Figure III-20 : Organigramme de l'algorithme génétique multi-objectifs	56
Figure III-21 : Fronts de Pareto des quatre robots étudiés	61
Figure III-22 : CAO des solutions sélectionnées	62
Figure III-23 : Graphe de comparaison des performances des robots étudiés	62
Figure IV-1 : Algorithme de synthèse combinée	68
Figure IV-2 : Prototype du robot LAWEX	70
Figure IV-3 : Paramètres de conception du robot LAWEX.....	71
Figure IV-4 : Coordonnées plückeriennes des vecteurs Li.....	74
Figure IV-5 : Espace de travail du robot LAWEX [107].....	75
Figure IV-6 : Paramètres du vecteur de conception du LAWEX.....	76
Figure IV-7 : Front de Pareto de l'optimisation multi-objectifs de LAWEX	77
Figure IV-8 : Quatre architectures de LAWEX	79
Figure IV-9 : Extension -flexion du coude.....	82
Figure IV-10 : Espace de travail pour la rééducation du coude	82
Figure IV-11 : Vecteur de conception.....	83
Figure IV-12 : Paramètres de conception du robot à câbles et positionnement du coude.	84
Figure IV-13 : Schéma de contrôle de la tension des câbles.....	85
Figure IV-14 : Evolution des architectures à travers les générations.....	86
Figure IV-15 : Solutions de la dernière population.....	87
Figure IV-16 : Front de Pareto	87
Figure IV-17 : CAO et tensions maximale des deux solutions sélectionnées.....	88
Figure IV-18 : Schématisation du critère de sécurité.....	90
Figure IV-19 : Cylindre de sureté	90

Figure IV-20 : Tension maximale en N : (a) Prototype actuel (LAWEX), (b) Solution optimale sélectionnée 92

Figure IV-21 : (a) CAO du prototype actuel, (b) CAO de la solution optimale sélectionnée.. 92

Liste des tableaux

Tableau II-1 : Exemples de robots parallèles réussis dans différentes applications.....	17
Tableau II-2 : Applications des RPCs proposées dans la littérature.....	29
Tableau II-3 : Critères de performances des RPCs.....	32
Tableau III-1. Classement par famille des RPTs dans la littérature.....	39
Tableau III-2 : Vecteurs de décision des 4 translateurs étudiées.....	57
Tableau III-3 : Fonction de compacité des translateurs étudiés.....	59
Tableau III-4 : Fonctions contraintes des translateurs étudiés.....	60
Tableau III-5 : Les solutions sélectionnées.....	62
Tableau IV-1 : Intervalles de variation des paramètres de conception.....	77
Tableau IV-2 : Les dimensions du prototype de LARM.....	84
Tableau IV-3 : Les solutions du point de discontinuité de front de Pareto.....	88
Tableau IV-4 : Les paramètres de conception du design sélectionné.....	91
Tableau IV-5 : Comparaison entre la solution existante et la solution proposée.....	92

Chapitre 1 : Introduction générale

La robotique parallèle est un axe de recherche aussi fascinant que complexe. Les travaux sur les mécanismes parallèles ont commencé depuis 1897 [1] sur les octaèdres articulés même avant l'apparition du terme robot. Cependant, la première invention d'un robot parallèle était en 1928 avec J.E. Gwinnett qui a conçu un mécanisme sphérique destiné à l'industrie de divertissement comme plateforme pour le cinéma dynamique [2], néanmoins, la complexité de la commande de ce mécanisme, a entravé son aboutissement. La première réalisation de robot parallèle a vu le jour en 1954 avec la plateforme de Gough. Cette invention appelée aussi l'hexapode octaédrique, a été réalisée par la société DUNLOP pour tester les pneus par application de charge [3].

De nombreux travaux de recherche se poursuivent depuis les années quatre-vingt jusqu'à nos jours pour résoudre différentes problématiques liées à la conception des robots parallèles. La Figure I-1 montre l'évolution des travaux en robotique parallèle au cours des quatre dernières décennies. Cependant, la présence des structures parallèles sur le marché industriel reste timide en comparaison avec les structures sérielles.

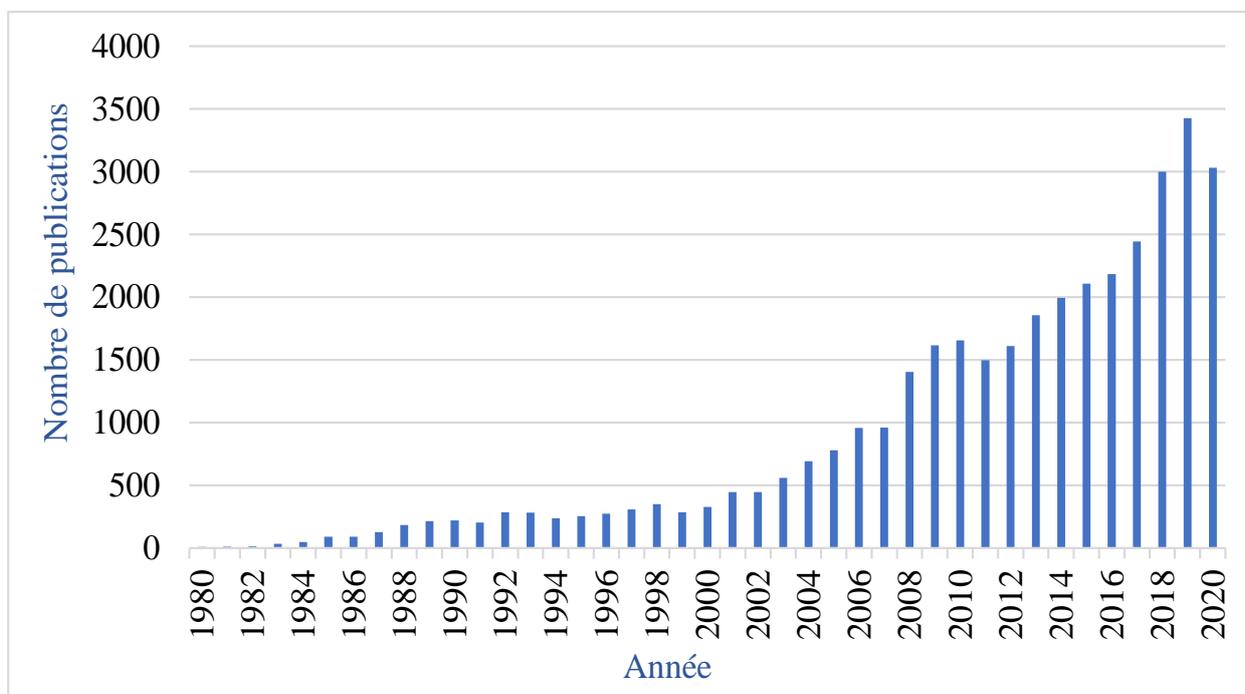


Figure I-1: Nombre de publications sur la robotique parallèle par an

1. Contexte de la thèse

Une des tâches principales des mécanismes parallèles est la manipulation d'objets le long de trajectoires imposées. Ces mécanismes, appelés générateurs de trajectoires et d'efforts, doivent satisfaire la condition d'accéder à un ensemble de points imposés par les tâches visées. Devant la diversité de choix des mécanismes parallèles proposés dans la littérature, le concepteur est confronté à deux difficultés :

- Choix de la meilleure architecture pour son utilisation (ddl, redondance, type d'actionneurs, etc.)
- Détermination des dimensions de l'architecture sélectionnée

Notre travail s'inscrit dans ce contexte, où l'on vise à développer et à améliorer des algorithmes de synthèse des mécanismes parallèles. Deux aspects de la synthèse peuvent être distingués : la synthèse typologique qui consiste à choisir l'architecture et la synthèse dimensionnelle qui consiste à déterminer les paramètres géométriques optimaux pour l'architecture choisie.

Nous nous intéressons en particulier, dans ce travail, aux robots parallèles translateurs, ayant 3 ddl en translation dans l'espace. Ces robots parallèles translateurs sont très répandus dans le milieu industriel, notamment, dans les tâches de manutention et d'usinage. Parmi une centaine de manipulateurs parallèles translateurs développés dans les travaux de recherches, seule une petite partie est commercialisée. L'architecture la plus utilisée est celle du robot Delta commercialisée par différentes compagnies : ABB, OMRON, FANUC, etc.

Les travaux menés dans le cadre de cette thèse ont pour objectif de proposer des approches innovantes de sélection et d'identification de robots parallèles pour une tâche prédéfinie et en particulier les robots parallèles translateurs. Les études publiées dans cet axe de synthèse des mécanismes parallèles traitent les deux aspects typologique et dimensionnel de la synthèse séparément. Dans ce travail, nous nous intéressons particulièrement au développement d'une approche optimale mixte permettant de choisir la meilleure cinématique ainsi que les paramètres de conception optimaux pour une application donnée. Plusieurs critères de performances géométriques, cinématiques ou dynamiques peuvent être considérés (espace de travail, compacité, dextérité, rigidité, ...).

Nous proposons deux approches d'optimisation qui seront illustrées sur deux classes différentes de robots parallèles translateurs :

- Robots rigides
- Robots à câbles

2. Organisation du mémoire

La suite de ce document s'articule autour des deux points évoqués précédemment : la synthèse des robots parallèles translateurs à éléments rigides et la synthèse des robots parallèles translateurs à câbles. La suite de ce mémoire est organisée en trois chapitres détaillés ci-dessous :

Le chapitre 2 présente une revue de la littérature de différents travaux en relation avec les objectifs de cette thèse. Une première partie sera consacrée à définir la synthèse des mécanismes ainsi que sa fonction dans le processus général de conception. Les deux aspects, typologique et dimensionnel, sont également introduits ainsi que les différentes méthodes de résolution évoquées dans la littérature. La deuxième partie présentera les robots parallèles, en particulier, leurs avantages, leurs caractéristiques et leurs applications. Une attention sera portée sur les robots parallèles translateurs. Ces robots à degrés de mobilité réduits seront abordés en termes d'avantages, d'applications et de performances. Les robots parallèles translateurs à câbles ainsi que leurs applications seront présentés dans une dernière partie de ce chapitre.

Le chapitre 3 présentera une étude de synthèse dimensionnelle des robots parallèles translateurs. Une première partie portera sur le développement d'une approche géométrique de détermination de l'espace de travail des translateurs. Il s'agit d'établir les équations mathématiques des surfaces limites de l'espace de travail d'un robot à partir de la forme géométrique de l'espace accessible par une jambe du robot. Cette formulation mathématique sera exploitée pour la résolution du problème de la synthèse dimensionnelle de quatre robots d'architectures différentes : le Delta, le 3-UPU, le Tri-pyramide et le RAF. Une étude comparative sera menée à l'issue de cette synthèse.

Le dernier chapitre sera consacré à la proposition d'une procédure de synthèse combinée. Le principe de fonctionnement ainsi que les avantages et les limitations de l'algorithme proposé seront présentés. Une étude de cas sera menée sur le robot à câbles LAWEX dont un

prototype existe à DIMEG (Département de génie mécanique, énergétique et de gestion), Université de Calabria où j'ai conduit une partie des travaux de cette thèse dans le cadre d'un séjour ERASMUS. Dans un premier temps, la problématique de synthèse dimensionnelle d'une façon identique au chapitre précédent sera résolue. Une analyse des résultats obtenus, nous permettra de développer, dans un second temps, une nouvelle approche de synthèse qui prendra en considération plusieurs modèles du LAWEX. Il s'agit d'une synthèse combinée où les deux aspects : typologique et dimensionnel seront traités simultanément.

Le document sera clôturé par une conclusion générale, où les contributions de la thèse seront rappelées et des perspectives découlant du travail effectué seront présentées.

Chapitre 2 : Etat de l'art - Synthèse des robots parallèles translateurs

Sommaire

1. Introduction	6
2. Synthèse des mécanismes.....	7
2.1. Définitions et types	7
2.2. Synthèse typologique	8
2.3. Synthèse dimensionnelle.....	9
2.3.1. Tâches de synthèse dimensionnelle	9
2.3.2. Méthodes de résolution de la synthèse dimensionnelle.....	10
2.4. Techniques d'optimisation.....	12
2.5. Algorithmes Génétiques (AGs).....	14
2.5.1. Principe de fonctionnement	14
3. Robots parallèles	15
3.1. Définitions et avantages	15
3.2. Applications	17
3.3. Robots Parallèles Translateurs	18
3.3.1. Modélisation géométrique des RPTs	21
3.3.2. Modélisation cinématique des RPTs	21
3.4. Critères de performances des RPTs	22
3.4.1. Espace de travail	22
3.4.2. Compacité.....	23
3.4.3. Singularité.....	23
3.4.4. Dextérité et indice de conditionnement	24
4. Robots parallèles à câbles	26
4.1. Types et définitions.....	26
4.2. Applications des RPCs.....	27
4.3. Critères de performances des RPCs	30
4.3.1. Espace de travail	30
4.3.2. Tension des câbles	30
4.3.3. Affaissement des câbles.....	31
4.3.4. Récapitulatif.....	32
5. Conclusion.....	33

1. Introduction

La synthèse des mécanismes est une phase primordiale du processus de la conception de mécanismes. Elle consiste à définir le mécanisme convenable qui satisfait l'ensemble des contraintes et des performances souhaitées par l'utilisateur pour une tâche donnée. Les travaux sur la synthèse de mécanismes ont commencé dans les années 1940, dans un premier temps, sur des mécanismes plans simples [4], [5]. Au fil de la progression de la cinématique des mécanismes, l'étape de la synthèse s'avère de plus en plus importante et compliquée, notamment, pour les mécanismes parallèles dont l'avancement a eu lieu à la fin du 20^{ème} siècle.

En effet, au cours des dernières décennies, un intérêt croissant a été accordé aux robots parallèles en raison de leurs excellentes performances par rapport aux robots sériels en termes de précision [6], rigidité [7] et rapidité [8]. Cependant, leur commercialisation sur le marché reste timide relativement aux robots sériels. Une des raisons de cette timidité est la complexité de leur mise en œuvre, c'est pourquoi une attention particulière a été accordée aux robots parallèles à mobilités réduites. Notamment les Robots Parallèles Translateurs (RPTs), à 3 mobilités de translation dans l'espace, ont réussi à attirer l'attention de plusieurs chercheurs grâce à leur facilité de modélisation et leur large gamme d'applications comme par exemple, les tâches de prélèvement et de "Pick and place", les opérations d'usinage et d'assemblage.

Une classe spéciale des robots parallèles sont les robots parallèles à câbles dont la particularité est l'utilisation de câbles souples entre la base et la plateforme mobile au lieu d'éléments rigides. Cette particularité a en partie contribué au succès des robots parallèles à câbles dans plusieurs applications, particulièrement celles nécessitant un large espace de travail.

Dans ce chapitre, nous revenons sur des différents travaux de recherche sur la synthèse des mécanismes dans ses deux aspects, typologique et dimensionnel, qui seront introduits dans le prochain paragraphe. Une analyse plus détaillée sera développée sur les RPTs ainsi que leurs applications et leurs critères d'évaluation. Une liste non exhaustive des critères de performances géométriques, cinématiques et dynamiques considérés lors de la phase de synthèse des RPTs est présentée. La dernière partie du chapitre s'intéresse aux robots parallèles à câbles, leurs caractéristiques ainsi que leur intérêt dans de différentes applications. Des travaux de synthèse sur les robots parallèles à câbles seront également étudiés et

interprétés. Cette synthèse bibliographique sera clôturée par une conclusion des différentes thématiques abordées ainsi que la problématique et les objectifs de cette thèse qui seront traités dans la suite du manuscrit.

2. Synthèse des mécanismes

2.1. Définitions et types

Avant de définir la synthèse, il est important d'expliciter ce qu'est un mécanisme. Un mécanisme est un ensemble de pièces, déformables ou non, reliées entre elles par des liaisons mécaniques. Ces dernières désignent tout contact physique entre deux surfaces de deux pièces différentes.

La synthèse des mécanismes est une étape fondamentale de la conception mécanique. Elle consiste à déterminer les mécanismes qui satisfont certaines spécifications de mouvement. Elle permet également la création d'un nouveau mécanisme pour répondre à des besoins particuliers en mouvement, en vitesse et/ou en accélération [5].

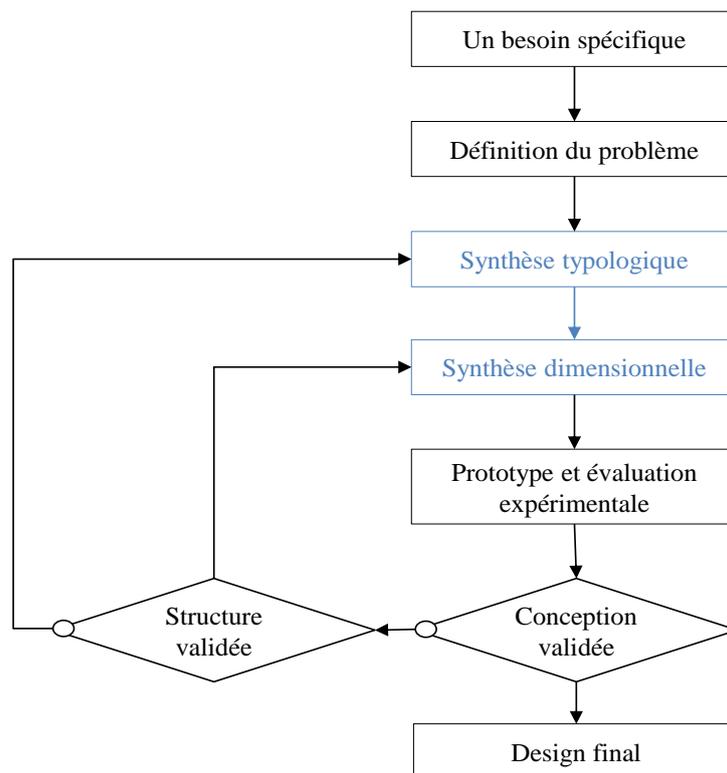


Figure II-1 : Processus séquentiel de conception d'un mécanisme [9]

Le processus séquentiel de conception des systèmes mécaniques, décrit dans la Figure II-1, a fait l'objet de plusieurs travaux dans la littérature [10] [11]. A partir d'un besoin spécifique de

l'utilisateur, une définition mécanique du problème est établie en termes de mobilités requises, de trajectoire désirée, de charge à supporter, etc.

La synthèse typologique est développée en vue de déterminer le type du mécanisme (sériel ou parallèle), ses degrés de mobilité, la nature des actionneurs, etc.

Cette étape est suivie de la synthèse dimensionnelle du mécanisme sélectionné lors de la précédente phase. Une synthèse dimensionnelle consiste à déterminer l'ensemble des paramètres géométriques optimaux du mécanisme. Une fois la structure du mécanisme ainsi que ses dimensions sont identifiées, une évaluation expérimentale est élaborée afin de tester si la conception est appropriée pour la tâche désignée. En cas de non-satisfaction, une reprise du processus est possible à partir de la synthèse typologique et/ou dimensionnelle.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, nous nous intéressons aux deux étapes de synthèse, la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle en proposant une approche « innovante » qui combine les deux.

2.2. Synthèse typologique

La synthèse typologique, appelée aussi synthèse structurelle, joue un rôle important dans le processus de conception d'un mécanisme. Elle affecte les performances du mécanisme ainsi que son coût. La sélection d'une architecture appropriée n'est pas une tâche systématique. Elle dépend fortement de l'expertise du concepteur. Difficile de l'introduire d'une manière algorithmique, la synthèse typologique s'appuie généralement sur les schémas cinématiques et l'analyse de mobilité. Cette phase de la conception des systèmes mécaniques demeure l'une des enjeux majeurs de la robotique d'aujourd'hui.

Une architecture est généralement définie par ses liaisons mécaniques, leur nombre et leurs natures (translation / rotation), les directions des axes de mouvement, la position des moteurs, etc. Les paramètres de conception d'une architecture sont le nombre de ddl, les relations entrée-sortie, la redondance et le degré d'hyperstatisme [30].

Les contributions portées à ce sujet dans la littérature reposent souvent sur des notions mathématiques tel que la théorie des groupes de Lie [12]–[15], la théorie des torseurs [16], la théorie des transformations linéaires [17] et la cinématique instantanée [18]. Ces méthodes algébriques permettent de générer les différentes cinématiques qui satisfont certains critères comme la mobilité et la dextérité.

Une autre tâche de la synthèse typologique est de sélectionner une cinématique parmi d'autres en se basant sur les caractéristiques requises dans le cahier des charges. Peu de travaux de recherches se sont intéressés à cet aspect. Tsai et Joshi [19] ont procédé à la comparaison de quatre robots parallèles ayant les mêmes mobilités mais des cinématiques différentes. Cette étude a révélé la difficulté de la tâche de sélection quand les critères de performances sont multiples.

2.3. Synthèse dimensionnelle

Une fois la synthèse typologique effectuée, la synthèse dimensionnelle consiste à déterminer les dimensions optimales du mécanisme pour qu'il réponde au mieux aux exigences du cahier de charges.

2.3.1. Tâches de synthèse dimensionnelle

Trois grandes familles de tâches sont considérées lors de la synthèse dimensionnelle : la génération de fonction, la génération de mouvement et la génération de trajectoire.

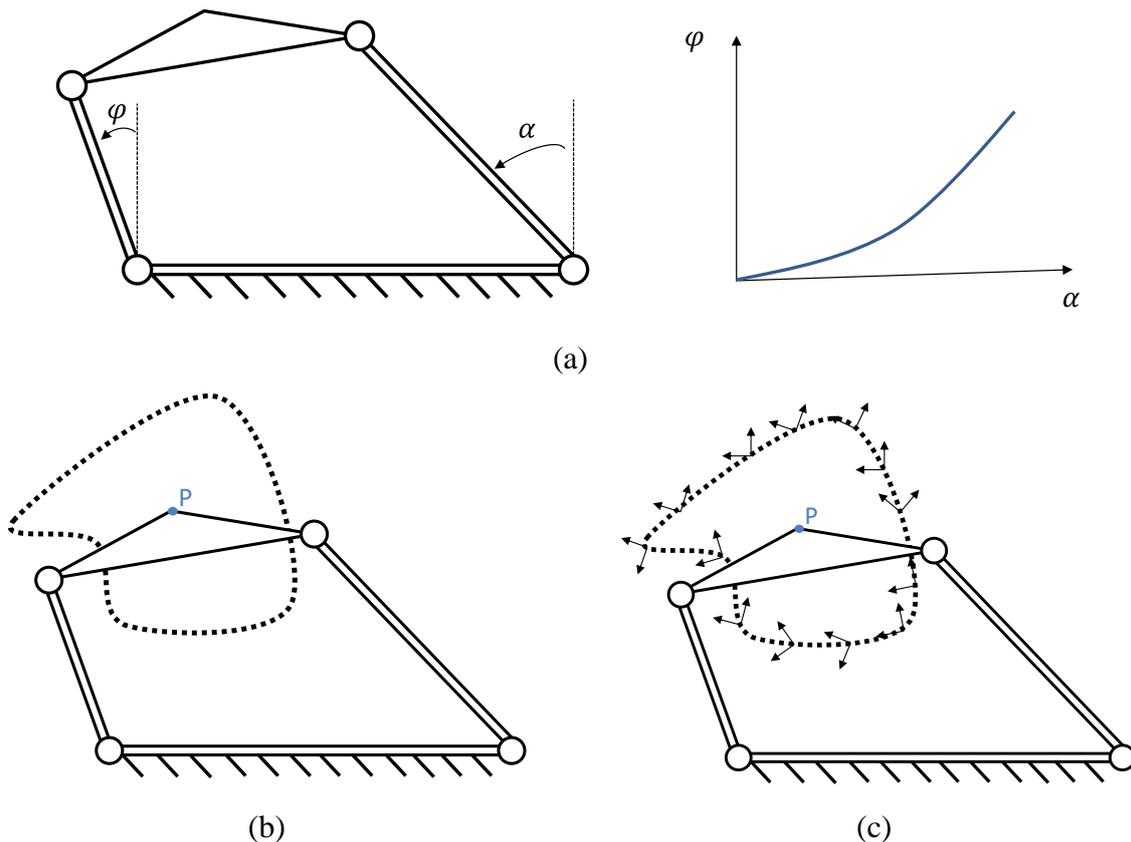


Figure II-2 : Schématisation des trois tâches traitées en synthèse dimensionnelle des mécanismes :

(a) Génération de fonction, (b) Génération de trajectoire, (c) Génération de mouvement

- La génération de fonction : Il s'agit de satisfaire une relation entre deux paramètres du

mécanisme, un paramètre d'entrée et un paramètre de sorti (voir la Figure II-2-(a)). L'exemple le plus connu c'est celui du mécanisme à 4 barres au niveau de la direction d'un véhicule, modélisé par la relation d'Ackermann. Ce problème a été traité dans [20].

- La génération de trajectoire : Cette tâche consiste au suivi d'une trajectoire désirée par un point appelé traceur sur l'effecteur. Un exemple est présenté dans la Figure II-2-(b).
- La génération de mouvement : Cette tâche de génération de mouvement vient pour compléter la tâche précédente de suivi de trajectoire. En effet, en plus de la trajectoire à suivre, l'orientation de l'effecteur est considérée. Il doit respecter une orientation prédéfinie pour chaque position (voir Figure II-2-(c)).

2.3.2. Méthodes de résolution de la synthèse dimensionnelle

Etant donnée son habilité à traiter les différents types de problèmes présentés ci-dessus, la synthèse dimensionnelle a fait l'objet de nombreux travaux de recherche.

Evidemment, il n'existe pas une méthode unique ou générale pour la résolution de tous les problèmes de synthèse dimensionnelle. Chaque problème a ses spécifications qui permettent de choisir la méthode la plus appropriée pour sa résolution. Deux grandes familles de méthodes de résolution des problèmes de synthèse dimensionnelle peuvent être distinguées : les méthodes graphiques et les méthodes analytiques.

- Méthodes graphiques

Les méthodes graphiques étaient les seules adoptées jusqu'aux années cinquante. Basée sur des constructions géométriques, ces méthodes permettent de déterminer les dimensions des mécanismes relativement simples. Elles font recours à des éléments et des opérateurs géométriques comme les médiatrices, les homothéties, les translations, les centres instantanés de rotation, etc. Parmi ces méthodes, nous citons la méthode de Burmester illustrée par *Mallik et al* dans [21] pour la synthèse du mécanisme « 4-barres ».

L'inconvénient de ces méthodes est la difficulté des constructions géométriques ce qui les rend complexes et imprécises. En plus, une construction géométrique n'est valable que pour une seule géométrie, il suffit de changer un paramètre pour refaire toute la construction. Ces limitations ont donné naissance à de nouvelles méthodes basées sur des formulations analytiques

- **Méthodes analytiques**

Les méthodes analytiques sont basées sur la mise en équations mathématiques des relations de fermetures cinématiques. La résolution de ces équations, généralement fortement non-linéaires et complexes, est désormais possible grâce au développement des outils de calculs numériques. Contrairement aux méthodes graphiques, les méthodes analytiques permettent d'avoir une solution analytique symbolique. Cependant, le temps de calcul croit exponentiellement avec la complexité du problème en termes de nombres de variables et d'équations. Dans le cas d'un problème de génération de trajectoire ou de mouvement, le nombre de points spécifiés doit être limité. Les approches analytiques sont donc inadaptées à la majorité des problèmes spatiaux où le nombre des variables de mouvement est élevé. Parmi ces méthodes, nous citons la méthode des matrices de déplacement [22] et la méthode des nombres complexes [23].

Une grande partie des problèmes de synthèse dimensionnelle traite des problèmes redondants où le nombre d'inconnus est supérieur au nombre d'équations. La convergence vers une solution unique, dans ces cas, est impossible avec les méthodes citées au-dessus. Pour répondre à ce besoin, une nouvelle génération de méthodes analytiques est apparue à la suite de l'apparition du calcul différentiel au 18^{ème} siècle. Ces méthodes appelées techniques d'optimisation impliquent un nombre de points de passage beaucoup plus grand que les méthodes analytiques classiques. Elles impliquent la considération d'une certaine erreur qu'on cherche à minimiser, d'où le concept d'optimisation.

D'une façon générale, un problème d'optimisation est formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(\mathbf{X}) \\ \mathbf{X} = [x_1 \dots x_n] \\ x_{i \min} < x_i < x_{i \max} \\ g(\mathbf{X}) \leq 0 \end{array} \right.$$

Avec :

f est la fonction objectif à minimiser.

\mathbf{X} est le vecteur des paramètres géométriques à déterminer appelé vecteur de conception.

$x_{i \min}$ et $x_{i \max}$ sont les contraintes explicites qui définissent les limites supérieures et inférieures des paramètres géométriques.

g présente les contraintes implicites du problème.

Les méthodes d'optimisation ont attiré l'intérêt de plusieurs chercheurs grâce à leurs aptitudes à résoudre des problèmes non-linéaires, hyperstatiques et dont la convergence n'est pas garantie [24], [25]. Dans la suite, nous présentons une classification des techniques d'optimisation ainsi que leurs avantages et inconvénients.

2.4. Techniques d'optimisation

La tâche d'optimisation consiste à la recherche des meilleurs paramètres qui permettent de minimiser ou maximiser des critères donnés [26]. Evidemment, il n'y a pas une méthode unique pour résoudre tous les problèmes d'optimisation ; le choix de la méthode dépend de la nature du problème : avec ou sans contrainte, mono ou multi objectifs, etc. Plusieurs techniques d'optimisation ont été développées au fur et à mesure du développement des outils de calculs numériques et d'intelligence artificielle.

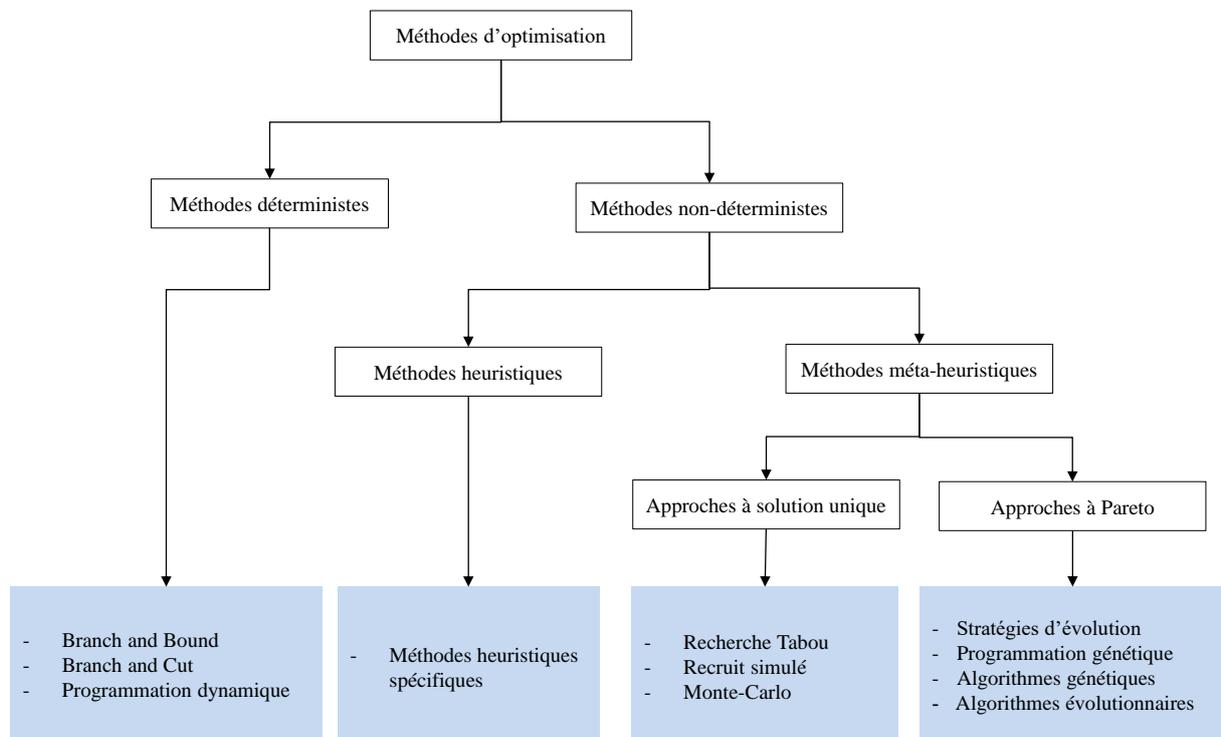


Figure II-3 : Classification des méthodes d'optimisation

Dans la Figure II-3, une classification des méthodes d'optimisation selon la nature de recherche de l'optimum est proposée. Deux grandes familles sont distinguées : les méthodes déterministes et les méthodes non-déterministes ou stochastiques. Les méthodes déterministes sont souvent utilisées pour résoudre les problèmes les moins complexes. Un intérêt plus important est accordé aux méthodes stochastiques qui sont classées en méthodes heuristiques

et métaheuristiques. Une méthode heuristique est une méthode approchée qui ne garantit pas de trouver la solution optimale (si elle existe) contrairement aux méthodes déterministes. Une méthode métaheuristique est une heuristique généraliste qui peut s'appliquer à plusieurs problèmes d'optimisation. Une classification des métaheuristiques en méthodes à solution unique et méthodes à population de solutions est possible. En effet, l'avantage de ces méthodes est leur capacité à résoudre les problèmes multi-objectifs dont le résultat est un ensemble de solutions appelé front de Pareto.

La notion de Pareto a été introduite par l'économiste et le sociologue italien Vilfredo Pareto comme un équilibre tel que l'on ne peut pas améliorer un objectif sans détériorer au moins un des autres objectifs. Dans les problèmes d'optimisation multi-objectifs, la fonction objectif est une fonction qui intègre plusieurs critères. Dans ces cas, le résultat d'une approche d'optimisation ne peut pas se réduire à une solution optimale unique mais plutôt un ensemble de solutions appelées solutions Pareto. La caractéristique principale de ces solutions est la dominance, en effet, l'amélioration d'un objectif provoque la dégradation de l'un des autres objectifs. Les solutions Pareto présentent un compromis entre les différents objectifs du problème d'optimisation [27].

Les algorithmes à population de solutions sont des algorithmes évolutionnaires dont le principe général est fondé sur paradigme de l'évolution naturelle des espèces. Ils font partis d'une discipline de l'intelligence artificielle. On distingue 4 algorithmes évolutionnaires principaux :

- La programmation évolutionnaire présentée en 1966 par Fogel [28]
- Les stratégies d'évolution apparues en 1973 [29]
- Les algorithmes génétiques proposés par Holland en 1975 [30]
- La programmation génétique introduite par J. Koza en 1992 [31]

Cependant, les méthodes d'optimisation non-déterministes présentent aussi certains inconvénients dont les plus importants sont :

- Un temps de convergence lent.
- Une convergence non garantie.
- Une optimalité locale.
- Une difficulté de sélection de solution initiale dans le cas d'une recherche locale.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons aux problèmes d'optimisation multi-objectifs non linéaires. Nous optons pour les méthodes basées sur l'utilisation des algorithmes génétiques pour la résolution de ces problèmes.

2.5. Algorithmes Génétiques (AGs)

L'AG est une méthode d'optimisation appartenant à la famille des méthodes évolutionnistes. L'apparition de cette méthode date des années 70. Cette méthode a été proposée par un groupe de chercheurs de l'université de Michigan dirigé par John H. Holland [30]. Développée ensuite par David Goldberg [32], l'utilisation des AG s'est popularisée avec le progrès d'informatique et de la puissance des machines. Les applications de l'AG ne sont pas restreintes au dimensionnement des mécanismes. En effet, il est aussi utilisé comme algorithme de calcul pour la résolution de problèmes économiques, financiers et l'optimisation des dispositifs électrotechniques.

2.5.1. Principe de fonctionnement

Les méthodes des AGs sont des méthodes itératives qui consistent à simuler l'évolution des générations en appliquant des opérateurs génétiques (sélection, mutation, croisement) d'une population à une autre comme illustré dans le pseudocode de la Figure II-4. La taille de la population n ainsi que le nombre maximal d'itérations G_{max} sont des paramètres de l'AG fixés par l'utilisateur.

L'ensemble des paramètres à déterminer dans un problème forme le vecteur de décision qui n'est d'autre que le vecteur de conception dans nos problèmes, il présente les variables de la fonction fitness de l'AG. La fonction fitness est la fonction à minimiser par l'AG, elle est généralement formulée à partir de la fonction objectif. L'algorithme commence par la génération aléatoire de n vecteurs de décision qui présentent les n individus de la population initiale. L'évaluation de la fitness de chaque individu de la population permet de sélectionner les individus qui subiront le croisement et la mutation et ainsi former la nouvelle population. Ces trois dernières actions seront répétées jusqu'à l'atteinte d'un critère d'arrêt qui peut être le nombre d'itérations maximal G_{max} , l'erreur minimale, le temps de résolution maximal... Une solution optimale parmi les individus de la dernière population sera fournie.

La difficulté des AGs réside dans le choix des paramètres (méthodes de sélection, taille de la population, type de codage, la population initiale...) qui peuvent affecter la robustesse de l'algorithme (vitesse de convergence).

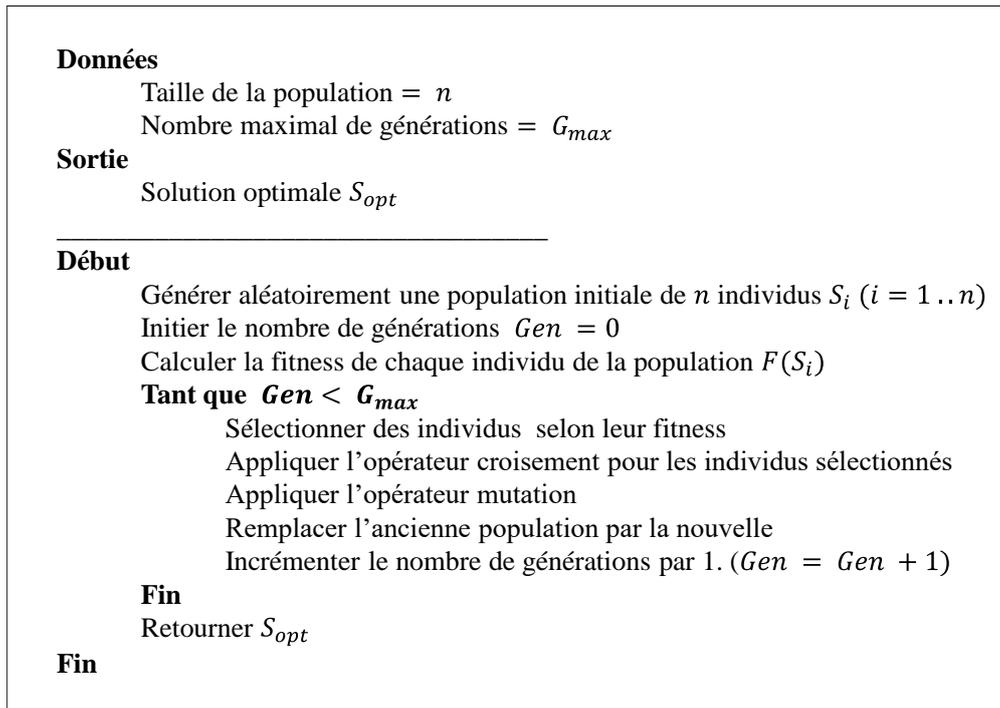


Figure II-4 : Fonctionnement d'un AG classique [33]

3. Robots parallèles

3.1. Définitions et avantages

Contrairement aux robots sériels ou à chaîne cinématique ouverte (voir Figure II-5-(a)), les robots parallèles sont caractérisés par leurs chaînes cinématiques fermées (voir Figure II-5-(b)).

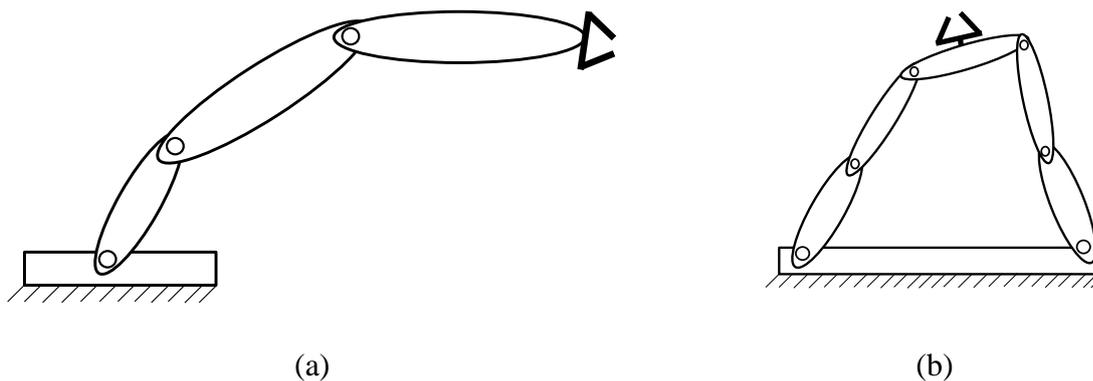


Figure II-5 : Exemples de mécanismes :
(a) un mécanisme sériel, (b) un mécanisme parallèle

Chaque chaîne cinématique entre la base et l'organe terminal d'un robot parallèle est appelée jambe. Chaque jambe est actionnée généralement par un seul moteur fixé sur la base.

L'architecture particulière des robots parallèles leur a permis de contourner plusieurs inconvénients des architectures sérielles :

- Des accélérations élevées grâce à la faible masse des parties mobiles, c'est le cas du célèbre robot parallèle Delta dont l'accélération peut atteindre 500 m/s^2 [34], [35].
- Une meilleure précision au niveau de l'organe terminal considérant la diminution d'erreurs accumulées à l'extrémité du robot.
- Une meilleure isotropie cinématique grâce à la symétrie des architectures parallèles dans la majorité des cas. L'isotropie signifie la similarité des performances cinématiques dans toutes les directions.
- Le maintien de la plateforme par plusieurs jambes assure au robot parallèle une meilleure rigidité ainsi qu'un rapport charge utile/ masse élevé.

Cependant, ces avantages peuvent être facilement relativisés compte tenu de certaines limitations des architectures parallèles :

- Un espace de travail réduit résultant de l'association de plusieurs chaînes cinématiques. De ce fait, l'espace de travail est obtenu par l'intersection des espaces de travail élémentaires de toutes les jambes composant le manipulateur [7]. Plusieurs travaux de la littérature ont porté sur l'analyse et l'optimisation de l'espace de travail des robots parallèles [36]–[42].
- En plus de l'étroit espace de travail du robot, la présence des singularités restreint davantage l'espace de travail. Les configurations singulières sont des configurations où le robot perd ou gagne une mobilité non contrôlée. Gosselin était le premier à étudier la singularité des mécanismes parallèles et il a proposé une classification de trois types de singularités [43]. De nombreuses recherches ensuite ont focalisé sur la détermination et l'évitement des positions singulières des architectures parallèles [44]–[51].
- Le problème de collisions affecte considérablement la taille de l'espace de travail. Il est plus redoutable pour les mécanismes parallèles que pour les mécanismes sériels [52], [53].
- La complexité des algorithmes de commande et de contrôle [54], [55]

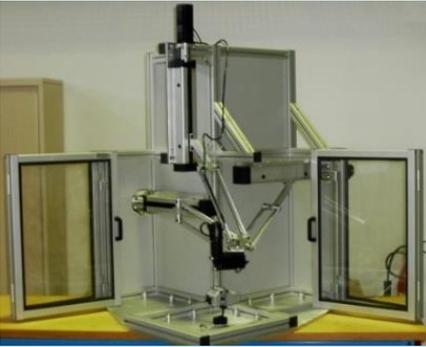
Ces limitations des architectures parallèles demeurent jusqu'à nos jours un axe actif de recherches.

3.2. Applications

Malgré l'apparition relativement récente des mécanismes parallèles (les années 80s), ces derniers ont pu marquer leurs succès dans plusieurs domaines industriels, médical et d'usinage. Le Tableau II-1 illustre quelques exemples de robots parallèles utilisés dans de différentes applications.

Tableau II-1 : Exemples de robots parallèles réussis dans différentes applications

Robot	Description
<p>FANUC F-200iB</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - 6 ddl - Basé sur la cinématique de la plateforme de Gough - Utilisé dans des tâches de manutention, de positionnement et de soudure.
<p>Simulateur BOEING 777</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - 6 ddl - Basé sur la cinématique de la plateforme de Gough - Utilisé comme simulateur de vol au sein de Air France
<p>SurgiScope</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - 3 ddl - Basé sur la cinématique du robot Delta - Utilisé pour la manipulation d'un microscope opératoire

<p>ABB Flexible Automation's IRB 340 FlexPicker</p>		<ul style="list-style-type: none"> - 4 ddl - Basé sur la cinématique du robot Delta - Utilisé pour des tâches de Pick and Place
<p>Le robot Orthoglide de l'IRCCyN</p>		<ul style="list-style-type: none"> - 3 ddl - La cinématique de l'Orthoglide est proposée par Chablat et al [56] - Utilisé dans des tâches d'usinage à grandes vitesses

3.3. Robots Parallèles Translateurs

Un robot parallèle translateur (RPT) est un robot parallèle, à 3 degrés de liberté en translation, qui maintient fixe l'orientation de son organe terminal.

Au cours des dernières années, les recherches sur les mécanismes parallèles se sont en partie focalisées sur les mécanismes à mobilités restreintes dont le nombre de degrés de mobilités est inférieure à 6. Les RPTs présentent une variété des robot parallèles à mobilités réduites. Ils disposent des mêmes avantages des robots parallèles à savoir, la précision, la rigidité, la rapidité, etc. Mais en plus, ils ont une structure mécanique plus simple avec moins de ddl.

Les RPTs sont très utilisés dans l'industrie pour des tâches qui ne nécessitent que des mouvements de translations comme les opérations de pick and place, les machines de mesures tridimensionnelles, les centres d'usinage, etc.

Le succès du premier RPT en 1988, le robot Delta [8], [34], [35] présenté dans la Figure II-7, a promu le développement des mécanismes parallèles translateurs. En effet, l'excellent comportement dynamique de Delta, lui a permis d'être parmi les mécanismes parallèles translateurs les plus réussis [57][34]. Commercialisé par plusieurs compagnies, le Delta a été déployé dans plusieurs domaines d'applications : industriel (le PEGASUS de Reichenbacher, le FlexPLP et le FlexPicker de ABB), interfaces haptiques (le FALCON de Novint Technologies) et médical (le SurgiScope de ISIS).

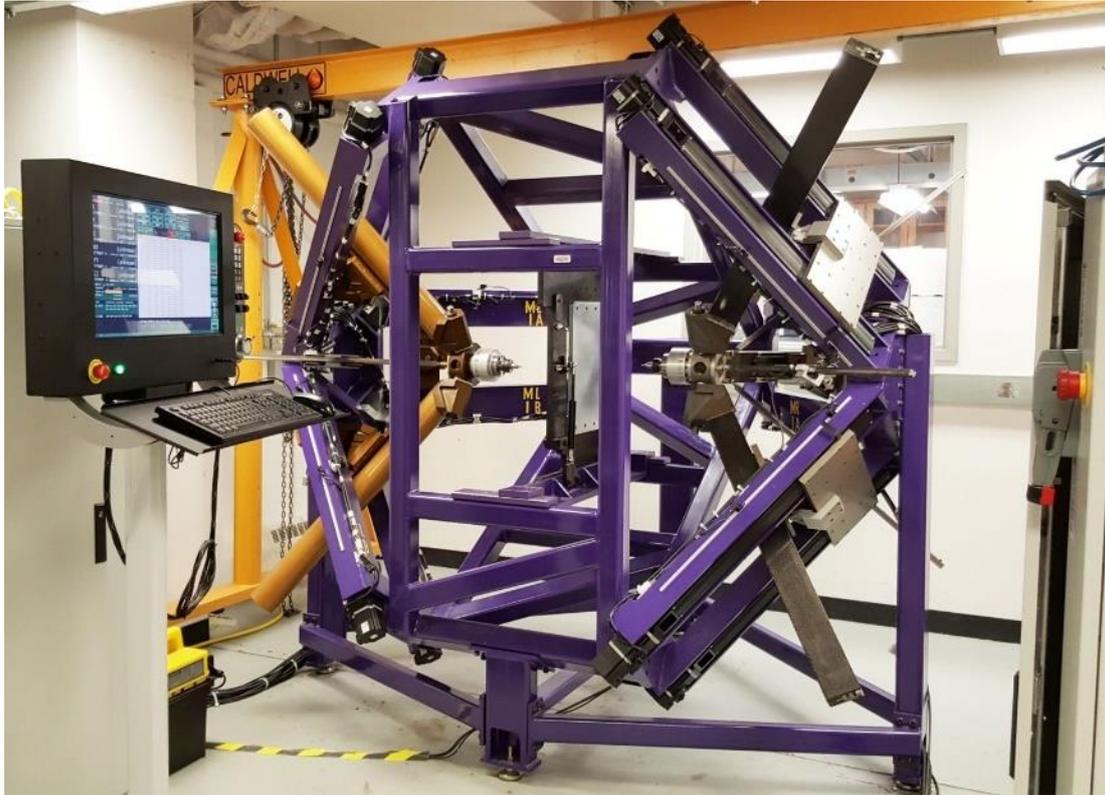


Figure II-6 : Prototype of Gen-2 macro-scale DSIF machine

Plus tard en 1996, Tsai a introduit [58] le robot 3-UPU, nommé également le mécanisme de Tsai. La présence de la liaison prismatique dans chaque jambe a fait que les longueurs de ces jambes sont extensibles (voir la Figure II-8). Une architecture similaire, le robot 3-PUU de la Figure II-9, a été aussi présentée par Tsai et al [19] et ensuite proposée par Lu. S et al [59], [60] comme un mécanisme pour un dispositif d'impression 3D. Un autre RPT à actionneurs linéaires, le robot Tri-pyramide présenté dans la Figure II-10, a été proposé par Q. Zeng et al [61] en 2014. Ce manipulateur a été conçu pour assurer le processus de formage des tôles grâce à ses bonnes performances en termes de précision et charge [62]. La Figure II-6 présente un prototype du robot Tri-pyramide fabriqué au Laboratoire des procédés de fabrication avancés à l'université de Northwestern pour un procédé de formage incrémental.

Dans le domaine médical, Y. Li et al ont proposé le robot 3-PRS (voir la Figure II-11) en 2005 [63] et ensuite le robot 3-PCR (voir la Figure II-12) en 2007 [64]. Ces deux RPTs sont dédiés à la compression thoracique au cours d'un processus de réanimation cardio-pulmonaire (RCP). L'architecture du 3-PUU a été également étudiée en tant que dispositif médical pour réaliser des radiographies thoraciques [65].

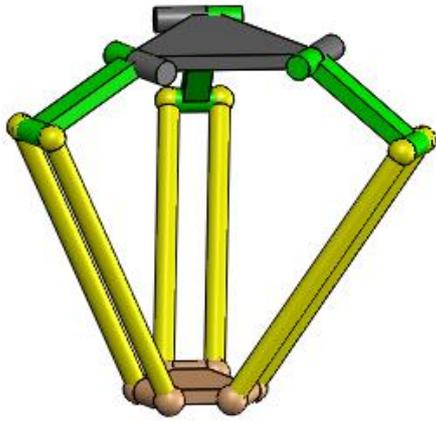


Figure II-7 : Robot Delta

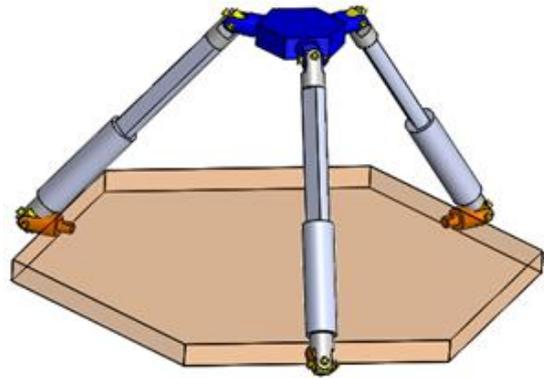


Figure II-8 : Robot 3-UPU

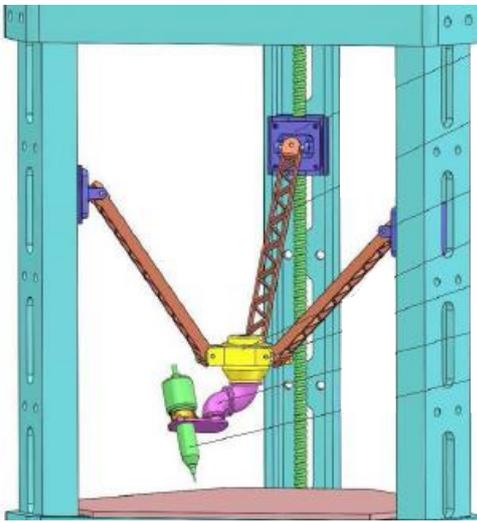


Figure II-9 : Robot 3-PUU

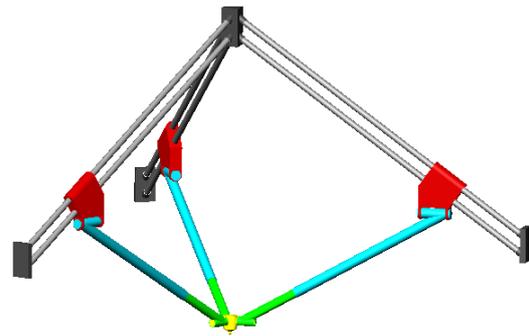


Figure II-10 : Robot Tri-pyramide



Figure II-11 : Robot 3-PRS

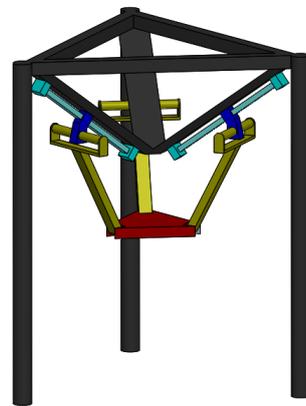


Figure II-12 : Robot 3-PCR

3.3.1. Modélisation géométrique des RPTs

Le modèle géométrique d'un mécanisme est une relation mathématique qui lie les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal et les coordonnées articulaires. Ces dernières sont les variables des articulations motorisées qui déterminent la configuration du mécanisme. Les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal définissent sa position et son orientation. Dans le cas des RPTs, les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal sont réduites à sa position cartésienne étant donné que son orientation est maintenue fixe par les contraintes structurelles du robot.

Selon le type du problème traité deux modèles géométriques peuvent être distingués : le modèle géométrique directe et le modèle géométrique inverse :

- Le modèle géométrique direct donne la relation qui permet d'obtenir les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal à partir des variables articulaires.
- Le modèle géométrique inverse permet de calculer les variables articulaires à partir des coordonnées cartésiennes de l'organe terminal.

D'une manière générale, le modèle géométrique inverse des robots parallèles est moins complexe que le modèle géométrique direct. Cependant des recherches d'actualité explorent de nouvelles méthodes numériques pour résoudre le problème géométrique direct [66]–[69].

3.3.2. Modélisation cinématique des RPTs

Identiquement à la modélisation géométrique, deux types de problèmes de modélisation cinématique peuvent être identifiés : le modèle cinématique directe et le modèle cinématique inverse.

- Le modèle cinématique direct : ce modèle détermine la vitesse instantanée de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires
- Le modèle cinématique inverse : ce modèle décrit les vitesses articulaires en fonction des vitesses linéaires de l'organe terminal.

Le modèle cinématique d'un robot translateur est obtenu, entre autres, en différenciant son modèle géométrique par rapport au temps. Le modèle cinématique direct (ou inverse) est obtenu comme une relation linéaire entre les vitesses articulaires et la vitesse linéaire de l'organe terminal comme décrit dans l'équation suivante.

$$J_x \dot{X} = J_q \dot{q} \quad (II-1)$$

Avec :

$\dot{X} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$: est la vitesse de déplacement de l'organe terminal dans l'espace catésien.

$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n]^T$: sont les vitesses articulaires des n articulations actives.

J_x et J_q sont respectivement la matrice jacobienne parallèle et la matrice Jacobienne sérielle sachant que la matrice jacobienne J est égale à $J_x^{-1} J_q$

3.4. Critères de performances des RPTs

Dans la suite, nous présentons une liste non exhaustive des critères d'évaluation des RPTs qui ont été abordés dans la littérature et qui seront développés dans la suite de notre travail. Dans [70], G. Wu a proposé une classification des critères d'optimisation en critères géométriques, cinématiques, statiques et dynamiques. Nous allons procéder de la même manière, en focalisant sur les critères qu'on adoptera dans la suite de ce manuscrit.

3.4.1. Espace de travail

L'espace de travail d'un robot est défini par l'ensemble des poses accessibles par l'organe terminal. Pour le cas des RPTs, l'orientation est maintenue fixe, l'espace de travail est défini par l'ensemble de points de l'espace accessibles par l'organe terminal.

La détermination de l'espace de travail est une étape essentielle et primordiale dans le processus de conception d'un mécanisme étant donné qu'il est fortement lié à la cinématique et les paramètres de conception de ce dernier. L'espace de travail petit des robots parallèles représente un de leurs inconvénients majeurs aussi bien que leurs cinématiques complexes. Plusieurs travaux de recherche se sont intéressés à analyser et à optimiser l'espace de travail des robots parallèles translateurs [36], [40], [53], [71], [72]. Jha et al [51] ont proposé une nouvelle méthode basée sur une décomposition algébrique pour la détermination de l'espace de travail. L'algorithme développé a permis de synthétiser l'espace de travail d'une famille de robots Delta : Orthoglide, Hybridglide, Triaglide et UraneSX. Cet algorithme servira comme outil pour la synthèse typologique. Pour élargir l'espace de travail du robot médical 3-PUU, Hou et al [65] ont proposé une optimisation par la méthode des algorithmes génétiques. La fonction objectif considérée est le rapport entre le nombre de points appartenant à l'espace de travail et le nombre total de points de l'espace discrétisé considéré. Cette optimisation a permis d'élargir significativement, l'espace de travail du robot pour satisfaire au mieux le besoin du patient. Aboulissane et al [73] ont proposé une méthode graphique basée sur une

technique CAO (conception assistée par l'ordinateur) pour maximiser l'espace de travail. Implémenté sur le module « Product Engineering Optimizer » de Catia, l'algorithme du recuit simulé est utilisé pour optimiser l'espace de travail du robot Delta. Dans [41], la même équipe de chercheurs a proposé la résolution du problème d'optimisation du robot Delta par deux algorithmes implémentés sur CATIA : le recuit simulé et le gradient conjugué. La comparaison a démontré que la méthode du recuit simulé est plus efficace en termes de temps de convergence et de solution optimale.

3.4.2. Compacité

La compacité est un critère géométrique fondamental dans la tâche de conception. Il caractérise la taille du robot. Ce critère est d'une grande importance notamment dans des applications de la micromanipulation dans le domaine médical [74], [75] ou à l'intérieur d'un MEB [76] (Microscope Électronique à balayage) ou encore dans des applications industrielles [77] où la gestion de l'espace s'avère une nécessité.

Cependant, la taille du robot et le volume de son espace de travail sont deux variables fortement corrélées ; une maximisation de l'espace de travail entraîne une maximisation de la taille du robot et par conséquent une dégradation de la compacité. En accord avec les exigences de l'application, certains concepteurs cherchent un compromis entre la taille de l'espace de travail et la compacité du robot.

3.4.3. Singularité

Les positions singulières sont souvent situées sur les frontières de l'espace de travail du robot mais également à l'intérieur de ce dernier. Ces positions désignent les configurations du robot où le comportement de ce dernier se dégrade. La présence des singularités à l'intérieur de l'espace de travail constitue un inconvénient majeur des robots parallèles, contrairement aux robots sériels, dont les singularités se situent généralement aux frontières de leur espace de travail. Parmi les premiers travaux sur les singularités des robots parallèles, on trouve les travaux de Gosselin et Angeles [43] qui ont identifié trois types de singularités à partir de l'étude du modèle cinématique (Eq (II-1)) : les singularités sérielles, les singularités parallèles et les singularités sérielles/ parallèles.

Trois types de singularités sont identifiés par analyse des matrices jacobiniennes :

- La matrice J_q est singulière ($\det(J_q) = 0$) : il s'agit d'une singularité sérielle. Les configurations singulières sérielles se positionnent sur les frontières de l'espace de

travail ou bien sur les limites internes accessibles par les différentes jambes du robot. Dans ces configurations singulières, le robot perd un ou plusieurs degrés de liberté.

- La matrice J_x est singulière ($\det(J_x) = 0$) : il s'agit d'une singularité parallèle. Les configurations singulières parallèles se manifestent par l'apparition de mobilités de l'organe terminal alors que tous les actionneurs sont bloqués. Des mobilités inutiles/parasites s'ajoutent au fonctionnement du robot et viennent altérer son comportement.
- Les matrices J_q et J_x sont singulières : cette singularité est possible pour un certain set de paramètres de conception. Dans ces configurations, le mécanisme peut produire des mobilités quand les actionneurs sont bloqués et inversement.

Il existe un autre type de singularités qui ne peut pas être identifié par le formalisme de Gosselin et Angeles, ce sont les singularités de contraintes. Pour ce type de singularité, le manipulateur perd certaines de ses contraintes et par conséquent, il gagne certaines mobilités. Ces singularités sont identifiées généralement à travers la théorie des torseurs [78]–[81].

3.4.4. Dextérité et indice de conditionnement

La dextérité est un critère de performance cinétostatique d'une configuration d'un mécanisme. Il évalue l'aptitude du mécanisme à garder les mêmes performances dans les différentes directions de l'espace cartésien [82] ; plus la dextérité est bonne, plus l'organe terminal s'éloigne des configurations singulières.

Le nombre de conditionnement K est l'un des indicateurs les plus utilisés pour évaluer la dextérité. C'est un facteur mesurant l'amplification de l'erreur entre les variables articulaires et l'espace cartésien [83], [84] à partir de la matrice jacobienne du robot \mathbf{J} .

$$K(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\| \quad (\text{II-2})$$

L'indice de conditionnement dépend directement de la norme utilisée. Gosselin et Angeles ont proposé la norme ci-dessous [85] :

$$\|\mathbf{J}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{J} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{J}^T)} \quad (\text{II-3})$$

Avec :

$$N = \frac{1}{\dim(\mathbf{J})} \cdot I$$

I : Matrice identité

Ce nombre K est un indice local qui est toujours supérieur ou égal à 1. L'isotropie est un objectif de conception des robots. Elle indique que les performances de ce dernier sont les mêmes dans toutes les directions. Plus le robot s'approche des configurations singulières, plus le nombre de conditionnement prend de grandes valeurs qui tendent vers l'infini (configuration singulière pour $K = \infty$, configuration isotrope pour $K = 1$).

On utilise souvent l'indice de conditionnement local η qui est égal à l'inverse du nombre de conditionnement.

$$\eta = 1/K(\mathbf{J}) \quad (\text{II-4})$$

η est toujours compris entre 0 et 1. Une valeur proche de 0 de cet indice indique une configuration singulière alors que sa valeur maximale 1 indique une configuration isotrope.

Pour évaluer la dextérité globale du manipulateur, Gosselin et Angeles [85] ont défini l'indice de conditionnement global GCI défini ci-dessous :

$$GCI = \frac{\int_W \left(\frac{1}{K}\right) dW}{\int_W dW} \quad (\text{II-5})$$

Avec

W : Espace de travail du manipulateur

dW : Élément infinitésimal de l'espace de travail W

Pour réduire le temps de calcul de l'indice global de dextérité, J. P. Merlet a proposé une approximation du GCI par la discrétisation de l'espace de travail selon un pas régulier et ensuite le calcul de l'indice η en chaque nœud [84].

$$GCI_a = \frac{\sum_N \left(\frac{1}{K}\right)}{W \cdot N} \quad (\text{II-6})$$

Avec :

N : Nombre des nœuds

W : Volume de l'espace de travail du manipulateur

Cet indice de conditionnement présente un inconvénient pour les manipulateurs ayant les deux types de mouvement : translation et rotation. Dans ce cas, la valeur de l'indice de conditionnement change aux dépens de l'unité considérée. Gosselin a proposé dans [86] une autre approche pour caractériser la dextérité des robots spatiaux en se basant sur la détermination des vitesses linéaires de 3 points non alignés de l'organe terminal.

4. Robots parallèles à câbles

L'intérêt pour les robots parallèles à câbles a augmenté récemment grâce à leur coût réduit et à leur capacité à accomplir plusieurs tâches nécessitant un large espace de travail. Un robot parallèle à câbles RPC est un robot parallèle où la plateforme mobile est suspendue par des câbles flexibles au lieu des éléments rigides. Cette caractéristique confère aux RPCs d'excellentes performances en termes d'espace de travail élargi, de charge utile importante, de vitesses et d'accélération élevées par rapport aux robots parallèles classiques.

Une autre caractéristique importante des RPCs est leur faible poids, leur facilité d'assemblage et de reconfiguration ce qui les rend particulièrement adaptés aux tâches de rééducation physique.

4.1. Types et définitions

En fonction du nombre des câbles, les positions des points de sortie des câbles et les positions des points d'ancrage des câbles sur la plate-forme mobile, deux classes de RPCs peuvent être distinguées :

- RPC sous-contraint :

Un RPC est classé sous-contraint si la plateforme mobile préserve une ou plusieurs mobilités lorsque les moteurs sont bloqués et la longueur des câbles est fixe. Cela se produit généralement lorsque le nombre de câbles est inférieur ou égal au nombre de ddl du mécanisme. Les RPCs suspendus, où les câbles sont tous fixés au-dessus de la plateforme mobile, font partie des RPCs sous-contraint. Dans ce cas, la gravité de la partie mobile joue un rôle primordial pour le contrôle du RPC. Elle agit comme un câble supplémentaire virtuel pour garantir la tension positive de tous les câbles.

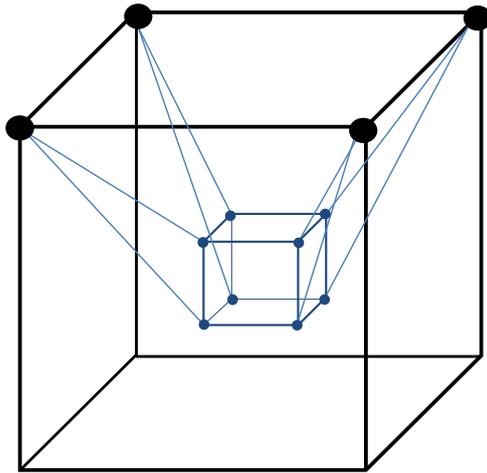


Figure II-13 : RPC partiellement contraint à 8 câbles et 6 ddl

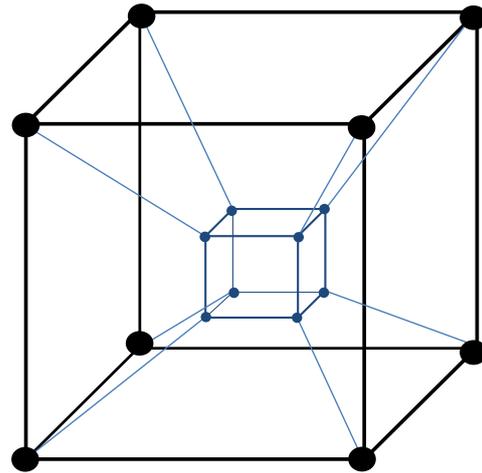


Figure II-14 : RPC pleinement contraint à 8 câbles et 6 ddl

- RPC pleinement contraint :

Un RPC pleinement contraint est entraîné par au moins $n + 1$ câbles (n : nombre de ddl). Comme l'effort exercé par les câbles est uni-axial (en traction), une redondance d'actionnement est nécessaire pour éviter le relâchement des câbles. Cette condition bien qu'elle soit nécessaire n'est pas suffisante, d'autres facteurs comme la position des points d'ancrage des câbles doivent aussi être considérés.

Les Figure II-13 et Figure II-14 présentent deux différentes configurations d'un RPC avec le même nombre des câbles et les mêmes ddl. La première configuration est d'un RPC suspendu où les points de sorties des câbles sont tous situés au-dessus de la partie mobile. Dans ce cas, la force de gravité joue un rôle clé pour le contrôle de la plateforme mobile. Dans la deuxième configuration, le robot est totalement contraint avec un degré de redondance égal à 2.

4.2. Applications des RPCs

Le Tableau II-2 présente une liste non-exhaustive des applications les plus répandues des RPCs. Les premiers RPCs ont été destinés à des applications industrielles. RoBoCrane [1] est considéré comme le premier robot parallèle entraîné par câbles mis en œuvre en 1989 au NIST (National Institute of Standards and Technology de l'Amérique). Ce robot à 6 ddl est utilisé pour plusieurs applications, e.g. découpe, façonnage, finition, levage et positionnement. Dernièrement, plusieurs RPCs ont été proposés et développés par la communauté robotique, on peut citer, le Falcon-7 [87], un robot japonais à 6 ddl contrôlés par 7 câbles actionnés. Ce

robot entièrement contraint a été utilisé pour des applications nécessitant une grande vitesse de déplacement. Les RPCs sont également utilisés pour les tâches de construction urbaines [88], compte tenu de leur grand espace de travail et de leur rapport charge/masse élevé par rapport aux robots parallèles classiques.

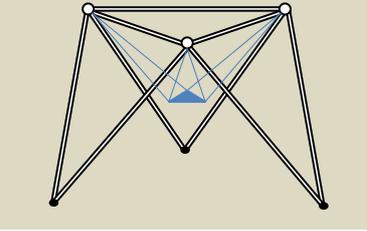
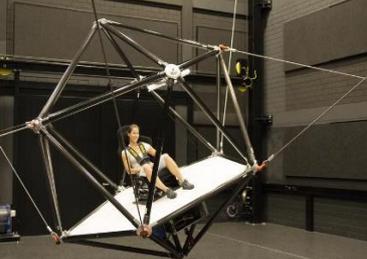
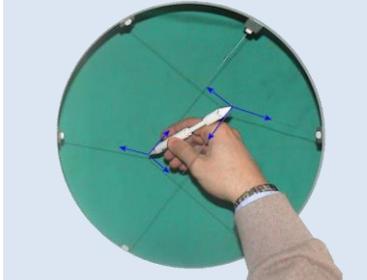
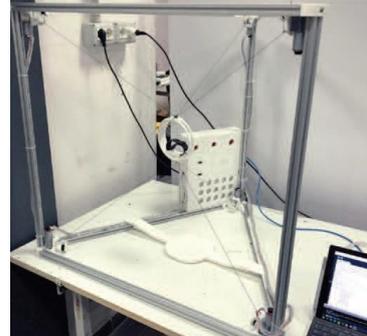
Le grand espace de travail des RPCs et la masse réduite des éléments en mouvement présentent aussi un atout pour les applications d'enregistrement vidéos (magnétoscope) comme le système Skycam [89]. Ce grand RPC est utilisé pour déplacer une caméra autour d'un stade pour la diffusion directe des événements sportifs avec des vitesses allant jusqu'à 44,8 Km/h [90]. FAST est l'un des projets des RPCs les plus réussis. Installée dans la région karstique de la province du Guizhou en Chine, ce robot à 6 câbles répartis sur un diamètre de 500 m est utilisé pour le radiotélescope [91] .

Les RPCs ont été aussi utilisés comme simulateurs de mouvement comme le «CableRobot Simulator » développé à l'Institut Max Planck de cybernétique biologique et utilisé dans des travaux de recherche sur la perception et la cognition [92].

De même, les robots à câbles ont démontré leur adaptation aux applications haptiques. Les dispositifs haptiques nécessitent un système de contrôle indépendant qui permet non seulement à l'utilisateur de fournir des informations de contrôle, mais également de recevoir un retour de la machine sous forme de sensation ressentie de l'inertie et du frottement. De nombreux dispositifs haptiques ont été proposés dans la littérature. RIME [95] est un système robotique de télé-chirurgie avec un dispositif maître à retour haptique de 5 ddl entraîné par câbles développé à l'Université de Padoue (Italie).

La simplicité d'assemblage et de reconfiguration des RPCs leurs a permis également d'imprégner le domaine de la rééducation physique. Sophia-3 est un robot parallèle entraîné par câble à 2 DOF utilisé pour la rééducation des membres supérieurs [97]. NeReBot est parmi les premiers RPCs commercialisés pour des application de rééducation. C'est un dispositif de neuroréadaptation des membres supérieurs proposé par Fanin et al [98]. Il utilise 3 câbles pour suspendre le membre supérieur du patient. Les tests cliniques de Rosati et al [99] montrent que les patients traités avec le protocole additionnel de NeReBot récupèrent plus rapidement que ceux traités avec un protocole classique. Ce dispositif avantageux en termes de cinématique et de coût peut assurer des exercices de rééducation de l'épaule au lieu d'exosquelettes complexes.

Tableau II-2 : Applications des RPCs proposées dans la littérature

Applications	Exemples	
Construction	Robot crane [93][94] : <ul style="list-style-type: none"> - Un RPC suspendu - 6 câbles 	
Système de magnétoscope	Skycam [89] : <ul style="list-style-type: none"> - Un RPC suspendu - 4 câbles 	
Radiotélescope	Fast [91] : <ul style="list-style-type: none"> - Un RPC suspendu - 6 câbles 	
Simulateur de mouvement	CableRobot Simulator [92] : <ul style="list-style-type: none"> - Un RPC pleinement contraint - 6 câbles 	
Dispositifs haptiques	PiRoGa5 du dispositif RIME [95] : <ul style="list-style-type: none"> - Un RPC sous-contraint - 6 câbles 	
Rééducation physique	CUBE [96] : <ul style="list-style-type: none"> - Un RPC pleinement contraint - 6 câbles 	

Des dispositifs à câbles passifs tels que CATRASYS et Milli-CATRASYS ont été proposés depuis le début des années 90 pour la détermination de la pose et de l'orientation des effecteurs des mécanismes [100]. Un travail de Varela et al. [101] a proposé une approche expérimentale utilisant CATRASYS pour caractériser la marche humaine. Récemment, Cafolla et al ont proposé CUBE [96], un robot parallèle entraîné par 6 câbles. Ce robot est proposé dans le cadre des tests cliniques pour la rééducation des membres supérieurs et inférieurs.

4.3. Critères de performances des RPCs

Aussi bien que les robots parallèles conventionnels, les RPCs sont caractérisés par leur comportement géométrique, cinématique et dynamique. Les critères de performances introduits dans le paragraphe 3.4 sont également considérés pour évaluer les RPCs, une particularité est évoquée pour caractériser leur espace de travail dû à la nature flexible des câbles.

4.3.1. Espace de travail

Les RPCs ont potentiellement un espace de travail large par rapport aux robots parallèles conventionnels. Cependant, vu la nature flexible des câbles, une condition supplémentaire est requise pour définir l'espace de travail des RPCs. En effet, les câbles du robot ne fonctionnent qu'en traction, ce qui implique que les tensions des câbles doivent être toujours positives. Des conditions supplémentaires peuvent être ajoutées à l'espace de travail, ce qui conduit à différents types d'espaces de travail. Les premières recherches sur l'espace de travail des RPCs se sont intéressées à l'espace de travail statique (WCW) et à l'espace de travail effectif (WFW). La WCW fait référence à la principale caractéristique des RPCs, à savoir la tension positive dans les câbles [102]. Une pose donnée appartient à la WCW si elle est capable de générer des tensions de câbles positives. Cependant, WFW est défini par le maximum et le minimum de tensions acceptables [103], [104]. L'évaluation et l'optimisation de l'espace de travail des RPCs demeure un domaine de recherche actif [105]–[107].

4.3.2. Tension des câbles

La nature flexible des câbles ajoute une contrainte supplémentaire lors de la conception des robots à câbles. En effet, un fonctionnement correct du robot exige que les tensions dans les différents câbles doivent être maintenue positive. En pratique et par souci de sécurité, la tension de chaque câble du robot est toujours maintenue supérieure à une tension minimale non nulle.

Dans des conditions statiques, l'équilibre de l'organe terminal aboutit à la relation entre les tensions des câbles et l'effort appliqué sur l'organe terminal exprimée par l'équation (II-7).

$$\mathbf{W} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}_p \quad (II-7)$$

Avec :

$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & & & \mathbf{l}_m \\ \mathbf{l}_1 \times \mathbf{p}_1 & \dots & \mathbf{l}_m \times \mathbf{p}_m \end{bmatrix}$ est la matrice structure ($6 \times m$), m étant le nombre des câbles, \mathbf{l}_i désigne la direction du $i^{\text{ème}}$ câble et \mathbf{p}_i est le vecteur entre le point d'ancrage du $i^{\text{ème}}$ câble et le centre d'inertie de l'organe terminal.

$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \dots \tau_m]^T$ est le vecteur des tensions

$\mathbf{W}_p = [\mathbf{f}^T \quad \mathbf{M}^T]^T$ est le torseur des efforts extérieurs appliqués sur l'organe terminal.

En cas de redondance, la solution de l'équation (II-7) est donnée par la sommation de la solution particulière et la solution homogène comme suit:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}^+ \mathbf{W}_p + (\mathbf{I}_m - \mathbf{W}^+ \mathbf{W}) \mathbf{s} \quad (II-8)$$

Avec :

\mathbf{W}^+ : est la Moore-Penrose pseudo-inverse de \mathbf{W} .

\mathbf{I}_m : est la matrice identité $m \times m$.

\mathbf{s} : est un vecteur arbitraire $m \times 1$

4.3.3. Affaissement des câbles

La majorité des études sur les RPCs considèrent que les câbles sont de masse négligeable. Cependant, dans certains cas avec des câbles à longue portée, le facteur poids des câbles devient important du fait de l'apparition de l'aspect d'affaissement des câbles. En effet, comme le montre la Figure II-15, un câble avec une masse non négligeable a tendance à fléchir sous son propre poids. Le problème d'affaissement des câbles a été abordé en premier par Jeong et al [103] où une expression analytique de la déformation longitudinale d'un câble a été établie, puis un facteur de compensation de la déformation du câble a été proposé et validé par des essais expérimentaux. Liu et al [108] ont proposé une approche d'optimisation de la tension pour un robot parallèle entraîné par câbles de grandes dimensions. Le modèle mathématique pour la disposition des câbles affaissés proposé dans [109] est utilisé, puis une approche itérative a été appliquée pour calculer les tensions des câbles.

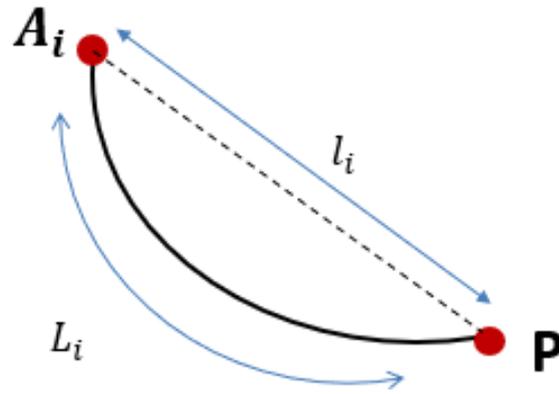


Figure II-15 : Aspect d'affaissement d'un câble

4.3.4. Récapitulatif

Le Tableau II 3 présente une liste non-exhaustive des critères de performances considérés lors des études sur les RPCs. Comme on peut le constater, certains critères peuvent être considérés comme une contrainte et un objectif à la fois.

Tableau II-3 : Critères de performances des RPCs

	Contrainte	Objectif
<i>Espace de travail</i>	✓	✓
<i>Compacité</i>	✓	✓
<i>Dextérité</i>	x	✓
<i>Singularité</i>	✓	x
<i>Rapport charge utile/masse</i>	✓	✓
<i>Tensions des câbles</i>	✓	✓
<i>Sécurité</i>	✓	✓
<i>Interférences des câbles</i>	✓	x
<i>Affaissement des câbles</i>	✓	x
<i>Energie consommée</i>	✓	✓

5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons parcouru des différentes définitions, notions et travaux de la littérature en relation avec la synthèse des robots parallèles. La thématique abordée paraît assez large, cependant, dans ce projet de thèse l'étude a été limitée aux robots parallèles translateurs et aux robots parallèles translateurs à câbles.

La première partie du chapitre a introduit la notion de synthèse des mécanismes. Cette étape fondamentale du processus de conception passe elle-même par deux phases séquentielles : la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle. Des travaux de la littératures portant sur ces deux phases de synthèses ont été présentés et analysés. L'aspect séquentiel de la synthèse a été analysé et critiqué en termes de temps et d'efficacité.

La deuxième partie du chapitre a été consacrée aux robots parallèles. Nous avons présenté les avantages et les inconvénients de ces derniers en regard des robots sériels. Des exemples des robots parallèles réussis et commercialisés dans de différents domaines ont été également présentés. Un cas particulier des robots parallèles, les RPTs, a été ensuite introduit. Ces robots à 3 mobilité en translation, ont attiré plusieurs chercheurs en vue et leur large plage d'applications et la simplicité de leur modélisation. Une liste non-exhaustive des critères de performances qui peuvent caractériser les robots parallèles a été présentée.

Dans la dernière partie, une classe spéciale de robots parallèles a été investiguée, ce sont les robots parallèles à câbles. Avec la particularité de la nature des câbles, ces robots présentent des avantages en termes de coût, d'espace de travail et de dynamique. Le succès des RPCs est démontré à travers plusieurs applications intéressantes dans de différents domaines. Enfin, quelques critères qui caractérisent les RPCs ont été définis et présentés

Dans la suite de notre travail, nous nous intéressons à la synthèse typologique et dimensionnelle des robots parallèles translateurs rigides et à câbles. Une première étude concerne la synthèse dimensionnelle de quatre types de translateurs de cinématiques différentes. Cette étude bien qu'elle ait permis l'optimisation de chacune de ces cinématiques en réponse au problème de synthèse proposé, la sélection d'une solution unique parmi les translateurs étudiés est restée une tâche complexe. L'objectif de la deuxième étude est donc d'intégrer la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle en une seule approche pour permettre à la fois de sélectionner la meilleure architecture ainsi que de déterminer ses dimensions optimales.

Chapitre 3 : Synthèse Optimale des Robots Parallèles Translateurs

Sommaire :

1. Introduction	35
2. Formulation mathématique de l'espace de travail des RPTs	35
2.1. Méthodes de détermination de l'espace de travail (ET)	36
2.2. Approche géométrique pour la mise en équation de l'ET	37
2.3. Exemples d'identification de l'ET	41
2.3.1. Robot Delta.....	42
2.3.2. Robot 3-UPU	44
2.3.3. Robot Tri-pyramide	46
2.3.4. Robot RAF.....	49
2.4. Généralisation	50
3. Comparaison des performances géométriques et cinématiques.....	51
3.1. Etude géométrique et cinématique des 4 structures sélectionnées.....	51
3.1.1. Robot Delta.....	51
3.1.2. Robot 3-UPU	52
3.1.3. Robot Tri-pyramide	53
3.1.4. Robot RAF.....	54
3.2. Formulation du problème de synthèse dimensionnelle.....	54
3.3. Résolution du problème de synthèse.....	56
3.3.1. Algorithme de résolution	56
3.3.2. Vecteur de décision (ou de conception).....	57
3.3.3. Fonctions objectifs.....	58
3.3.4. Fonctions contraintes	59
3.3.5. Implémentation.....	60
3.3.6. Résultats et discussion	61
4. Conclusion.....	63

1. Introduction

Ce chapitre porte sur la synthèse optimale des Robots Parallèles Translateurs (RPTs). Les deux phases de synthèse seront traitées : la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle.

Dans la première partie de ce chapitre, une approche d'identification de l'enveloppe de l'espace de travail d'un RPT est proposée. Cette approche repose sur la mise en équation des frontières de l'espace de travail sans passer par le modèle géométrique inverse du manipulateur. La méthode sera illustrée à travers l'étude de quatre cinématiques de robots translateurs, à noter : Delta [8], 3-UPU [110], Tri-pyramide [61] et RAF [46]. En intégrant la notion de fonction puissance du point par rapport à une surface, utilisée par Laribi et al [40], [71], [111], la modélisation mathématique des limites de l'espace de travail sera utile dans le processus de synthèse dimensionnelle des RPTs.

Dans la seconde partie de ce chapitre, une approche optimale de résolution du problème de synthèse dimensionnelle pour un espace de travail prescrit des quatre robots translateurs : Delta, 3-UPU, RAF et Tri-pyramide, est proposée. La formulation du problème de synthèse dimensionnelle consiste à optimiser les performances géométriques et cinématiques d'un manipulateur pour un espace de travail prescrit. Un algorithme génétique multi-objectifs est implémenté pour la résolution du problème d'optimisation et la recherche des solutions optimales.

L'objectif de ce chapitre consiste à sélectionner une meilleure typologie parmi quatre RPTs et à déterminer ses dimensions optimales qui garantissent le meilleur compromis entre les objectifs à optimiser et un espace de travail prescrit. L'étude comparative, établie à l'issue de la résolution du problème de synthèse des quatre translateurs, a révélé une difficulté de choix notamment lorsque le problème d'optimisation traite plusieurs objectifs qui sont souvent antagonistes.

2. Formulation mathématique de l'espace de travail des RPTs

L'espace de travail (ET) d'un robot présente le volume total accessible à son organe terminal. La taille de l'ET est directement liée aux dimensions des différents segments du manipulateur. Plusieurs facteurs peuvent être à l'origine de la réduction de l'ET des RPTs comme les limites

mécaniques des articulations passives, les collisions et les limitations du mouvement des actionneurs [7].

2.1. Méthodes de détermination de l'espace de travail (ET)

L'évaluation de l'ET d'un robot parallèle translateur est une tâche importante dans la conception de mécanismes. La détermination de l'ET est relativement moins complexe pour les RPTs compte tenu de l'orientation fixe de l'organe terminal. Plusieurs travaux dans la littérature se sont intéressés à la détermination de l'espace de travail des robots parallèles [112], [113], nous avons retenu deux méthodes les plus utilisées pour la modélisation de l'ET des RPTs :

- Méthode de discrétisation

La discrétisation consiste à définir l'espace 3-D cartésien comme un ensemble de points selon une distribution régulière. Chacun des points est ensuite testé en termes de conditions d'appartenance à l'espace de travail par les contraintes ci-dessous :

- Modèle géométrique inverse (MGI) valide en ce point
- Les variables articulaires respectent les butées
- Absence de collisions en ce point

La définition des limites de l'espace de travail par cette méthode, illustrée dans la Figure III-1, n'est pas analytique et le temps de calcul est d'autant plus important que la précision souhaitée est élevée.

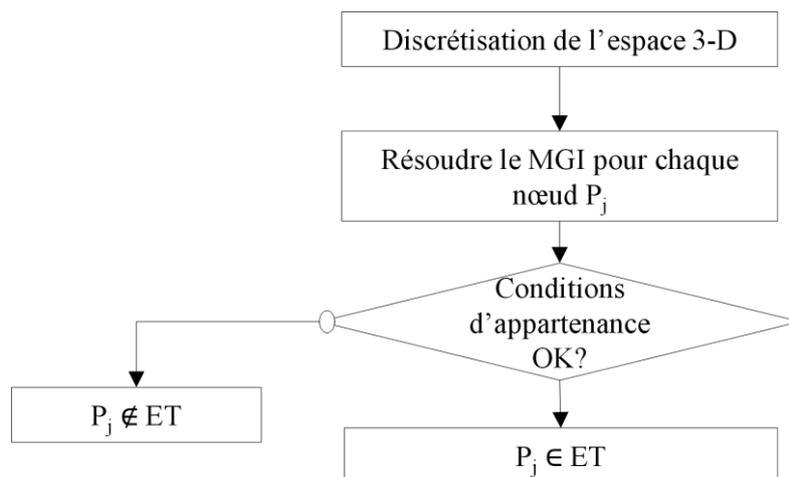


Figure III-1 : Organigramme de l'approche de définition de l'ET par discrétisation

- Méthode géométrique-analytique

Cette méthode consiste à déterminer les enveloppes de l'ET à partir de la forme géométrique de ce dernier. Il s'agit d'identifier la forme géométrique de l'espace accessible par chaque jambe en exploitant le modèle géométrique direct de chaque jambe. Ensuite, une équation mathématique de l'enveloppe de cet espace est développée. L'ET du translateur est obtenu par l'intersection des espaces accessibles à chaque jambe.

Cette méthode est simple à mettre en œuvre, vu qu'une définition de l'ET peut être présentée sans passer par le modèle géométrique inverse du mécanisme.

Dans la suite de ce chapitre, la méthode géométrique sera utilisée pour la mise en œuvre du problème de synthèse dimensionnelle.

2.2. Approche géométrique pour la mise en équation de l'ET

L'objectif de cette approche est de mettre en œuvre la méthode géométrique précédemment décrite afin de développer une formulation mathématique d'un espace de travail. Cette formulation sera utilisée par la suite dans les problèmes de synthèse dimensionnelle des robots translateurs.

En fonction de la séquence des liaisons qui assurent la structure d'une jambe, la forme géométrique de l'espace accessible par l'extrémité de la jambe est déterminée. L'équation géométrique de cet espace est également établie.

Pour des raisons pratiques, les abréviations suivantes sont utilisées afin d'illustrer le type des articulations :

P : prismatique C : cylindrique R : rotoïde
U : universelle Pa : parallélogramme

Dans le but de décrire un nombre important de translateurs, la classification suivante basée sur le nombre d'articulations prismatiques présentes dans une jambe du manipulateur est considérée.

- 1^{ère} famille (F0) : Aucune articulation prismatique

Les RPTs appartenant à cette famille ne comportent aucune articulation prismatique dans leurs architectures cinématiques. Le mouvement de l'organe terminal est assuré uniquement

par des articulations rotoïdes ou universelles. Cette famille de translateurs inclue l'exemple du robot Delta et le mécanisme 5R [47].

- 2^{ème} famille (F1) : Une seule articulation prismatique par jambe

Plusieurs architectures RPTs font partie de cette famille, i.e. l'Orthoglide, le Delta linéaire, le 3-UPU, le 3-CRR, le 3PUU, etc. L'espace accessible décrit par l'extrémité d'une jambe dépend de la position et la direction de l'articulation prismatique.

- 3^{ème} famille (F2) : Deux articulations prismatiques par jambe

Plusieurs architectures de RPTs avec deux prismatiques par jambe ont été proposées dans la littérature, i.e. le 3-PRC, le 3-RPC, le Tri-pyramide, le 3-CPU, le 3-RCC, etc.

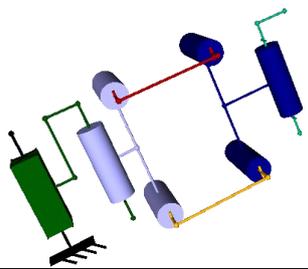
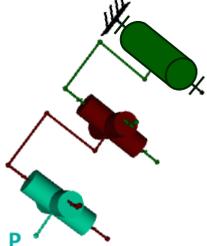
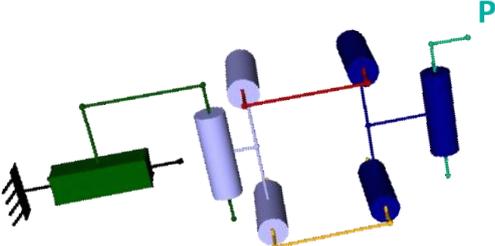
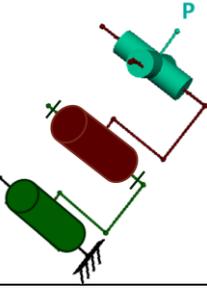
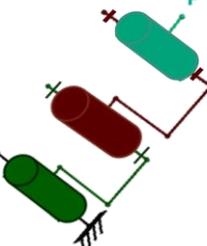
- 4^{ème} famille (F3) : Trois articulations prismatiques par jambe

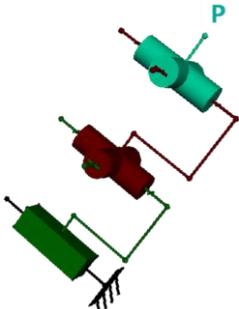
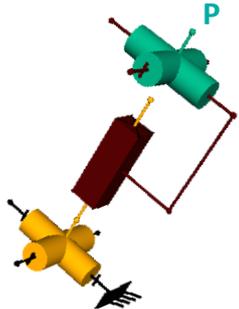
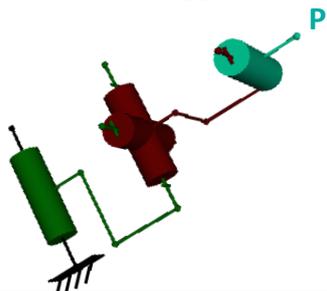
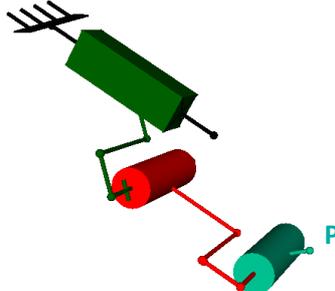
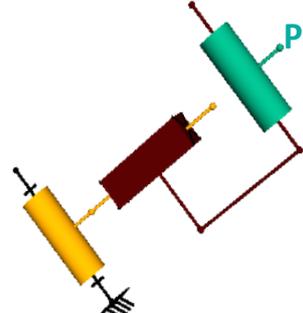
Cette famille comporte uniquement le robot 3-PPP.

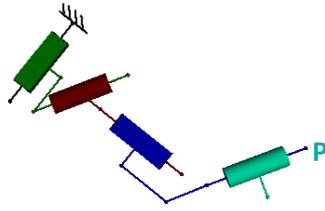
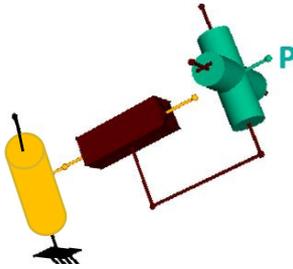
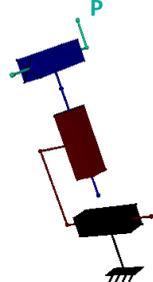
Une liste non-exhaustive des RPTs des différentes familles est présentée dans le Tableau III-1 avec la forme correspondante de l'espace accessible par l'extrémité d'une jambe. Une première observation concerne la première famille F0 où seules les articulations rotoïdes sont considérées. L'espace accessible par l'extrémité d'une jambe d'un RPT de la famille F0 est décrit par une forme torique, contrairement aux translateurs de la famille F1 dont le volume accessible par l'extrémité d'une de leurs jambes, dépend de l'ordre ainsi que la direction de l'articulation prismatique dans la séquence des liaisons. Lorsque l'articulation prismatique est placée en début de la chaîne, l'espace décrit par l'extrémité de la jambe est de forme cylindrique, c'est le cas de l'Orthoglide [56]. Alors que dans le cas d'une articulation prismatique située au milieu des articulations rotoïdes, l'ET généré a une forme sphérique comme l'exemple du mécanisme de Tsai [36], [114], [115].

Pour la famille F2, il est difficile d'extraire un modèle de l'ET d'une jambe. Ce dernier est différent d'un mécanisme à un autre. Dans la dernière famille, les trois articulations prismatiques consécutives sont d'axes orthogonaux, i.e. robot 3-PPP. L'espace décrit par le déplacement de l'extrémité d'une des jambes a la forme d'un parallélepède rectangle.

Tableau III-1. Classement par famille des RPTs dans la littérature

Famille	Translateur	Séquence de liaisons dans une jambe	Forme géométrique de l'espace accessible par une jambe
F0	Delta [40]	<p>R R Pa R</p> 	Tore
	5R [47]	<p>R U U</p> 	Tore
F1	Orthoglide [116]	<p>P R Pa R</p> 	Cylindre
	Delta Linéaire [117]		
F1	3-CRU [118]	<p>CRU</p> 	Cylindre
	3-CRR [119]	<p>CRR</p> 	pCylindre

	3-PUU [120]	<p>PUU</p> 	Cylindre
	Mécanisme de Tsai [36]	<p>UPU</p> 	Sphère
	CUR [121]	<p>CUR</p> 	Cylindre
F2	3-PRC [122]	<p>PRC</p> 	Parallélépipède
	3-RPC [123]	<p>RPC</p> 	Cylindre

	Tri-Pyramide [61]	P R P R 	Cône
	3-CPU [124]	C P U 	Cylindre
F3	3-PPP [125]	P P P 	Parallélépipède rectangle

A partir de l'équation mathématique des surfaces limitant l'espace de travail, une fonction de puissance d'un point $h_i(M)$ est exploitée [40], [83], [126] avec i l'indice référence de la jambe et M un point de l'espace cartésien.

La fonction $h_i(M)$ sera utilisée pour définir l'appartenance d'un point M à l'espace accessible d'une jambe i comme suit :

$$\begin{cases} h_i(M) \leq 0, & M \in ET \\ h_i(M) = 0, & M \text{ est sur la surface limite de ET} \\ h_i(M) > 0, & M \notin ET \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

Cette approche sera illustrée à travers quatre RPTs différents dans le paragraphe suivant.

2.3. Exemples d'identification de l'ET

Dans cette partie, nous allons introduire les quatre RPTs qui seront étudiés dans la suite de ce chapitre. A partir du schéma cinématique d'une jambe du RPT, une expression analytique de

la frontière de l'espace atteignable sera établie. Cette formulation permettra de définir les points de l'espace qui appartiennent à l'espace de travail de la jambe.

2.3.1. Robot Delta

Le robot Delta est un RPT à actionneurs rotatifs. Son organe terminal qui constitue la base mobile, est lié à la base fixe par trois jambes identiques. Chaque jambe est composée d'un segment dont une extrémité est reliée à la base par une articulation rotoïde et l'autre extrémité est reliée par deux sphériques à deux biellettes parallèles, ce qu'on appelle articulation en parallélogramme. Cette dernière est attachée à la plateforme mobile via deux rotules comme présenté dans la Figure III-2. Trois moteurs situés sur la base fixe du robot assurent l'actionnement des trois premières articulations rotoïdes des trois jambes.

Ce manipulateur, proposé par Clavel en 1989, a connu un véritable succès industriel grâce à sa vitesse de manipulation avec des accélérations importantes pouvant atteindre 50 m/s^2 [7]. Cependant, l'espace de travail intrinsèquement petit du robot reste un de ses inconvénients majeurs.

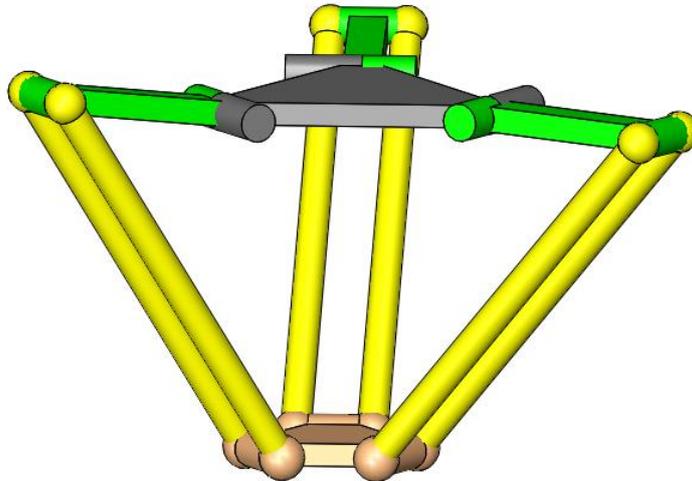


Figure III-2 : Robot Delta

Chaque jambe, ayant la séquence d'articulations R Pa R, admet un volume sphérique de centre B_i et de rayon L_1 (Figure III-3). Par l'ajout de la première rotoïde motorisée, l'extrémité de la jambe génère un volume torique autour de l'axe (A_i, \mathbf{Y}_i) comme présenté sur la Figure III-4.

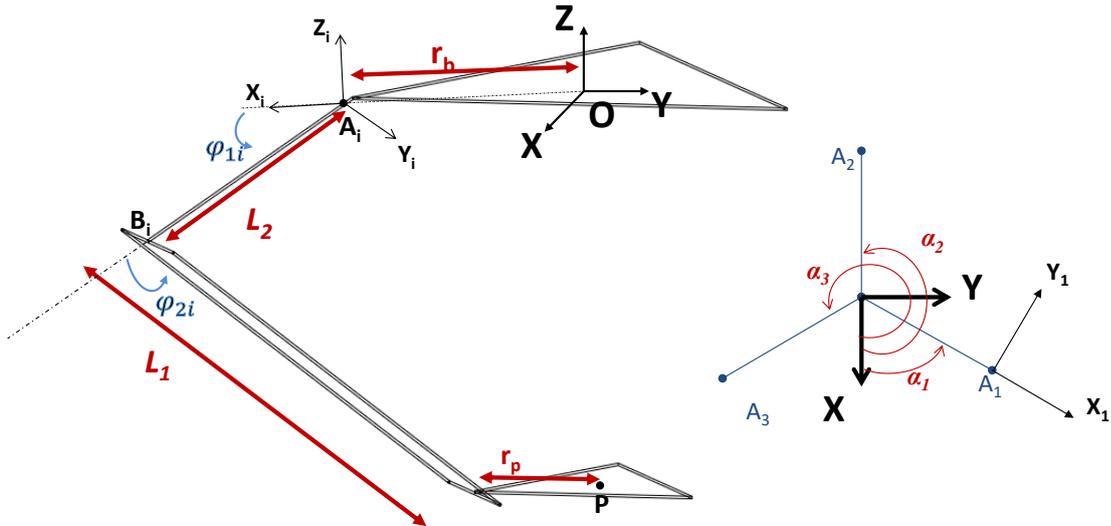


Figure III-3 : Paramétrage du robot Delta

L'équation cartésienne du tore qui décrit l'espace accessible par une jambe du robot Delta est donnée par l'équation suivante :

$$(x_{P_i}^2 + y_{P_i}^2 + z_{P_i}^2 + L_2^2 - L_1^2)^2 = 4L_2^2(x_{P_i}^2 + z_{P_i}^2) \quad \text{(III-2)}$$

Avec :

$x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i}$ sont les coordonnées du point P (centre de la plateforme mobile) dans le repère $(A_i; X_i, Y_i, Z_i)$ lié à la ième jambe avec $x_{P_i} = X_P \cos \alpha_i + Y_P \sin \alpha_i - r_b$, $y_{P_i} = -X_P \sin \alpha_i + Y_P \cos \alpha_i - r_b$, $z_{P_i} = Z_P$

X_P, Y_P, Z_P sont les coordonnées du point P par rapport au repère de référence au centre de la base fixe $(O; X, Y, Z)$

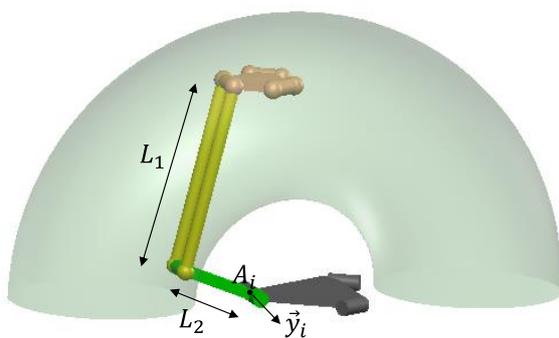


Figure III-4 : Volume accessible par une jambe du robot Delta

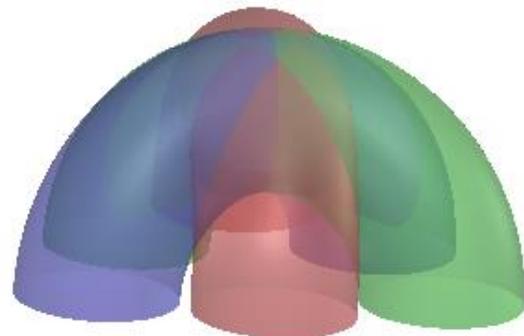


Figure III-5 : Construction de l'espace de travail du robot Delta

L'espace de travail du robot Delta est obtenu par l'intersection des trois tores représentés dans la Figure III-5.

Pour définir mathématiquement l'espace de travail du robot Delta, nous définissons la fonction puissance du point comme suit :

$$h_i(M) = (x_{M_i}^2 + y_{M_i}^2 + z_{M_i}^2 + L_2^2 - L_1^2)^2 - 4L_2^2(x_{M_i}^2 + z_{M_i}^2) , i = 1,2,3 \quad (\text{III-3})$$

Avec M est un point de l'espace et $x_{M_i}, y_{M_i}, z_{M_i}$ sont ses coordonnées dans le repère $(A_i ; \mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i, \mathbf{Z}_i)$.

Ainsi l'appartenance ou non du point M à l'espace du travail sera donnée par les valeurs de l'équation (III-1).

2.3.2. Robot 3-UPU

Le robot 3-UPU est composé des trois jambes identiques, chacune comporte trois articulations successives U, P et U comme présenté sur la Figure III-6. Pour éliminer les rotations de la plateforme mobile, une condition nécessaire est requise sur les deux articulations universelles. Etant donnée que chaque universelle est composée de deux articulations rotoïdes, l'axe de la première et l'axe de la dernière articulation doivent être parallèles, même condition est requise entre les axes des deux rotoïdes intermédiaires.

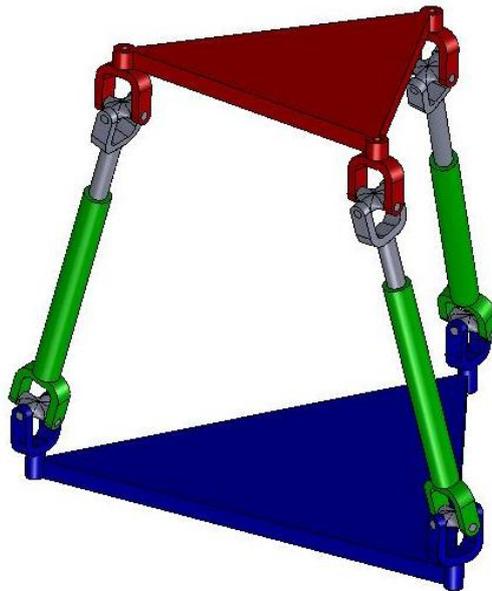


Figure III-6 : Robot 3-UPU

L'espace accessible par une jambe du robot 3-UPU est limité par la course de l'articulation prismatique. Il présente la différence entre deux sphères de centre A_i et de rayons successifs l_{max} et l_{min} avec l_{max} et l_{min} sont les butées de la liaison prismatique (voir Figure III-7).

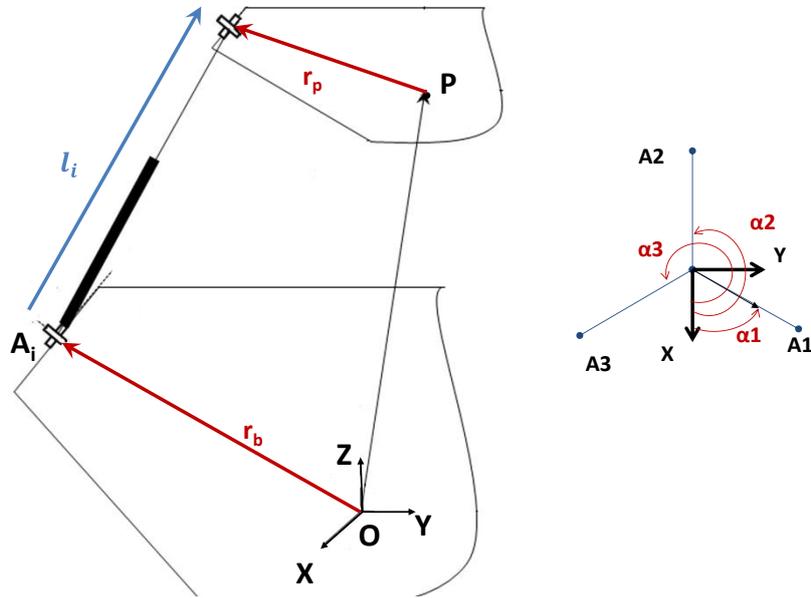


Figure III-7 : Paramétrage du robot 3-UPU

Les équations cartésiennes de ces deux sphères construites dans la Figure III-8 sont données dans l'équation (III-4).

$$\begin{aligned} (X_P - X_{A_i})^2 + (Y_P - Y_{A_i})^2 + (Z_P - Z_{A_i})^2 &= l_{max}^2 \\ (X_P - X_{A_i})^2 + (Y_P - Y_{A_i})^2 + (Z_P - Z_{A_i})^2 &= l_{min}^2 \end{aligned} \quad (III-4)$$

$$i = 1, 2, 3$$

Avec :

X_P, Y_P, Z_P sont les coordonnées du point P (centre de la plateforme mobile) par rapport au repère de référence au centre de la base fixe ($O; \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$)

$X_{A_i}, Y_{A_i}, Z_{A_i}$ sont les coordonnées du point A_i de chaque jambe par rapport au repère ($O; \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$)

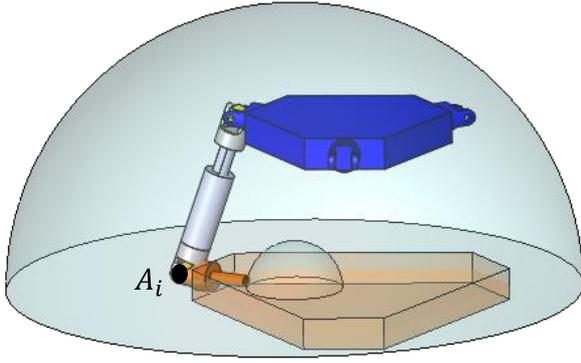


Figure III-8 : Volume accessible par une jambe du robot 3-UPU

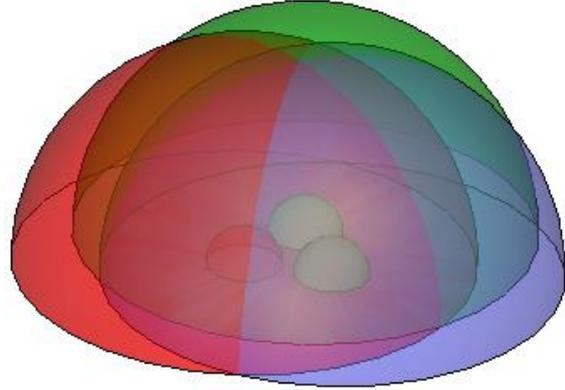


Figure III-9 : Construction de l'espace de travail du robot 3-UPU

L'espace de travail final du robot est obtenu par l'intersection des trois volumes sphériques correspondants aux trois jambes comme illustré dans la Figure III-9. Une formulation mathématique de l'espace de chacune des jambes est donnée dans l'équation (III-5).

$$\begin{aligned}
 h_{i \max}(M) &= (X_M - X_{A_i})^2 + (Y_M - Y_{A_i})^2 + (Z_M - Z_{A_i})^2 - l_{\max}^2 \\
 h_{i \min}(M) &= l_{\min}^2 - (X_M - X_{A_i})^2 - (Y_M - Y_{A_i})^2 - (Z_M - Z_{A_i})^2 \quad \text{(III-5)} \\
 & \quad \quad \quad i = 1,2,3
 \end{aligned}$$

Avec M est un point de l'espace de coordonnées X_M, Y_M, Z_M dans le repère $(O; \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$.

Comme définie dans l'équation (III-1), un point M appartient à l'espace de travail du 3-UPU si et seulement si $h_{i \max}(M) \leq 0$ et $h_{i \min}(M) \leq 0$.

2.3.3. Robot Tri-pyramide

Le Tri-pyramide est un RPT proposé en 2014 par Zeng *et al* [61]. Comme le montre la Figure III-10, le robot Tri-pyramide comporte trois jambes, chacune est composée de quatre articulations à séquence P R P R. Pour éliminer les rotations de la plateforme mobile, les axes des deux articulations rotoïdes de chaque jambe doivent être parallèles.

Le sous-ensemble RPR de chaque chaîne permet un déplacement sur une surface conique d'axe \mathbf{z}_{1i} passant par le centre A_i (voir Figure III-11). L'ajout de la première prismatique, éventuellement motorisée, génère l'espace accessible construit dans la Figure III-12.

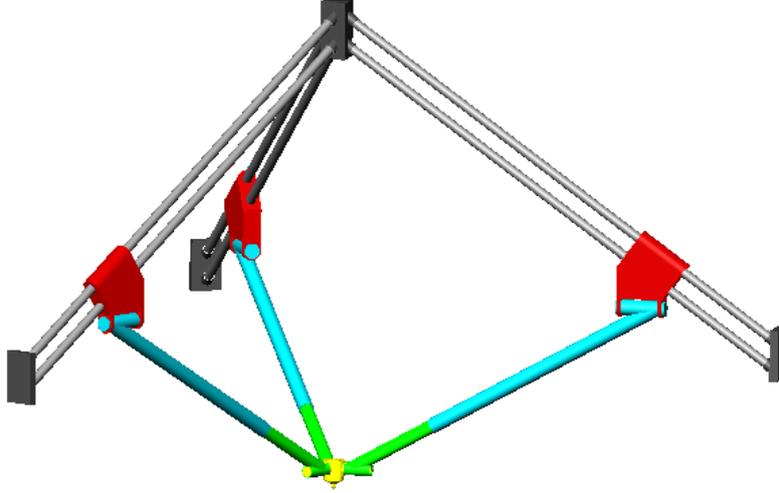


Figure III-10 : Robot Tri-pyramide

L'équation de cette surface conique exprimée dans le repère $(A_i; \mathbf{x}_{1i}, \mathbf{y}_{1i}, \mathbf{z}_{1i})$ est donnée ci-dessous :

$$x_{1i}^2 + y_{1i}^2 = (z_{1i} - r_p)^2 (\tan \gamma_i)^2 \quad (\text{III-6})$$

En passant au repère $(O; \mathbf{x}_{0i}, \mathbf{y}_{0i}, \mathbf{z}_{0i})$ fixé au pied de la ième jambe, la surface conique générée pour une position fixe de l_i est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned} x_{0i}^2 + (l_i \cos \alpha_p - z_{0i} \cos(\alpha_p - \alpha_R) + y_{0i} \sin(\alpha_p - \alpha_R))^2 \\ = (l_i \sin \alpha_p - z_{0i} \sin(\alpha_p - \alpha_R) - y_{0i} \cos(\alpha_p - \alpha_R))^2 (\tan \gamma)^2 \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

Sachant que les coordonnées du point P dans le repère de référence au centre de la base fixe $(O; \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$ sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_{0i} &= X_P \sin \alpha_i - Y_P \cos \alpha_i \\ y_{0i} &= X_P \cos \alpha_i + Y_P \sin \alpha_i \\ z_{0i} &= Z_P \end{aligned} \quad (\text{III-8})$$

Les surfaces limites de l'espace de travail sont déterminées par les valeurs, maximale et minimale du déplacement de l'actionneur suivant l'axe \mathbf{I}_i , données successivement par l_{min} et l_{max} . Nous définissons deux fonctions puissance du point correspondantes à ces deux surfaces (Equation (III-9)).

$$\begin{aligned}
 h_{i \max}(P) &= x_{0i}^2 + (l_{\max} \cos \alpha_p - z_{0i} \cos(\alpha_p - \alpha_R) + y_{0i} \sin(\alpha_p - \alpha_R))^2 \\
 &\quad - (l_{\max} \sin \alpha_p - z_{0i} \sin(\alpha_p - \alpha_R) - y_{0i} \cos(\alpha_p - \alpha_R))^2 (\tan \gamma)^2 \\
 h_{i \min}(P) &= -x_{0i}^2 - (l_{\min} \cos \alpha_p - z_{0i} \cos(\alpha_p - \alpha_R) + y_{0i} \sin(\alpha_p - \alpha_R))^2 \\
 &\quad - (l_{\min} \sin \alpha_p - z_{0i} \sin(\alpha_p - \alpha_R) - y_{0i} \cos(\alpha_p - \alpha_R))^2 (\tan \gamma)^2
 \end{aligned} \tag{III-9}$$

$i = 1,2,3$

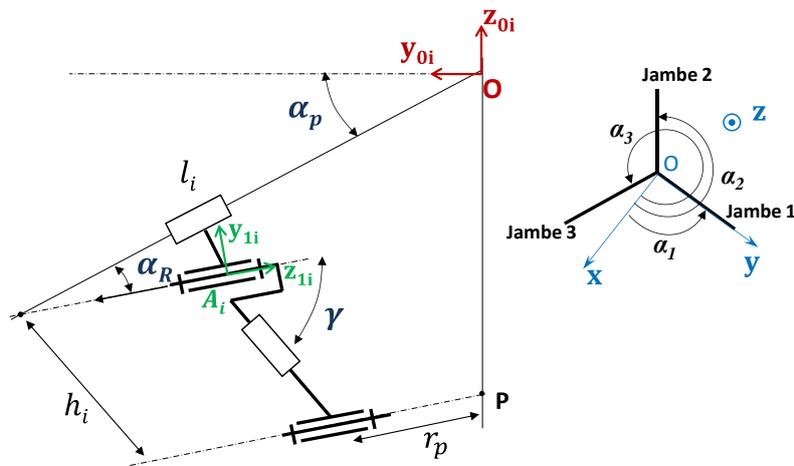


Figure III-11 : Paramétrage du robot Tri-Pyramide

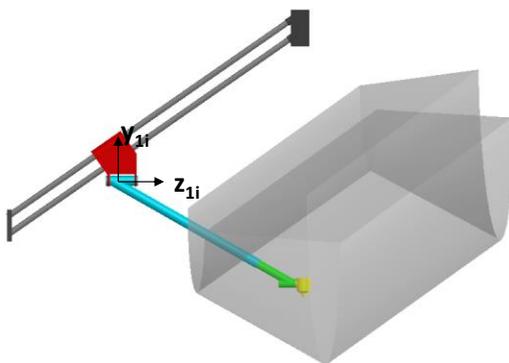


Figure III-12 : Espace accessible par une jambe du robot Tri-pyramide

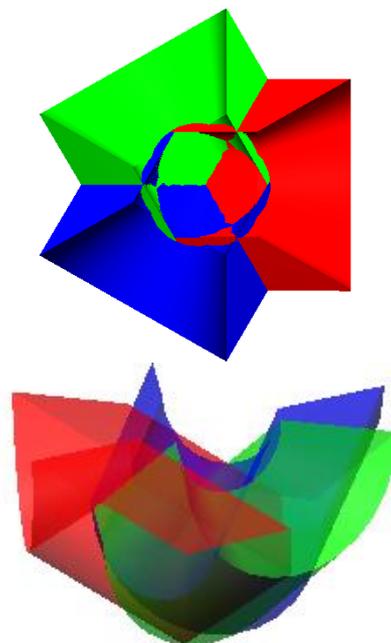


Figure III-13 : Construction de l'espace de travail du robot Tri-pyramide

L'espace de travail du robot Tri-pyramide est obtenu par l'intersection de l'espace généré par les trois jambes du robot construit sur la Figure III-13.

2.3.4. Robot RAF

Robot RAF (Romdhane-Affi-Fayet) est un RPT proposé par Romdhane et al [46]. Il consiste en deux chaînes cinématiques imbriquées, une passive et une active. La plateforme mobile est reliée à la base fixe par trois jambes actives et deux chaînes cinématiques passives utilisées pour bloquer les rotations de la plateforme mobile. Les actionneurs sont linéaires et sont reliés à la base et à la plateforme mobile par deux articulations sphériques comme présenté dans la Figure III-14.

La Figure III-15 présente les paramètres de conception du robot RAF. Pour les jambes actives, on considère r_b et r_p les rayons des cercles des points d'attache A_i sur la base fixe et la plateforme mobile, respectivement. Les variables des trois articulations prismatiques motorisées l_i ($i = 1,2,3$) sont définies entre l_{max} et l_{min} . L_1 et L_2 sont les longueurs des segments des chaînes passives. r_a et r_d sont les rayons des cercles des points d'attache B_i sur la base fixe et la plateforme mobile, respectivement.

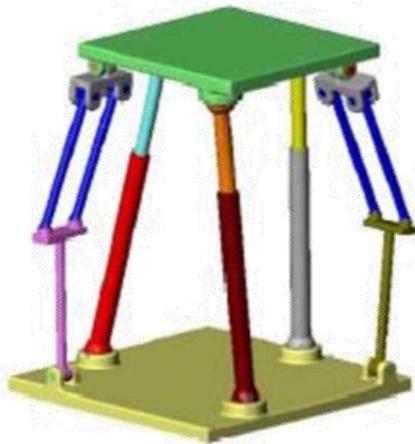


Figure III-14 : Robot RAF

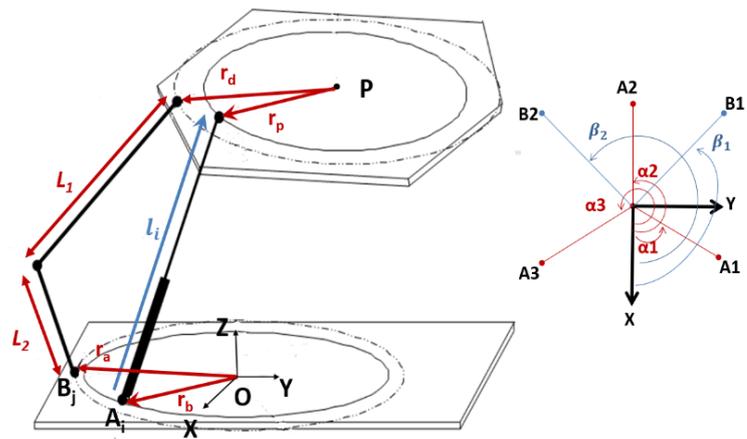


Figure III-15 : Paramètres du robot RAF

La particularité de l'espace de travail du robot RAF est sa composition de deux régions : l'espace de travail actif (décrit par les trois jambes actives) et l'espace de travail passif (décrit par les deux chaînes passives).

La ressemblance architecturale entre les jambes actives du RAF et celles du 3-UPU entraîne les mêmes équations limitant l'espace de travail actif construit dans la Figure III-16.

$$\begin{aligned}
 h_{i \max}^{ac}(P) &= (X_P - X_{A_i})^2 + (Y_P - Y_{A_i})^2 + (Z_P - Z_{A_i})^2 - l_{\max}^2 \\
 h_{i \min}^{ac}(P) &= l_{\min}^2 - (X_P - X_{A_i})^2 - (Y_P - Y_{A_i})^2 - (Z_P - Z_{A_i})^2
 \end{aligned} \tag{III-10}$$

$i = 1, 2, 3$

De même, la similitude entre les chaînes passives du RAF et les jambes du robot Delta entraîne l'équation suivante pour l'espace de travail passif construit dans la Figure III-17.

$$\begin{aligned}
 h_j^{pa}(P) &= (x_{P_j}^2 + y_{P_j}^2 + z_{P_j}^2 + L_2^2 - L_1^2)^2 - 4L_2^2(x_{P_j}^2 + z_{P_j}^2) \\
 & \qquad \qquad \qquad j = 1, 2
 \end{aligned} \tag{III-11}$$

Avec :

$$x_{P_j} = X_P \cos \beta_j + Y_P \sin \beta_j - r_b, \quad y_{P_j} = -X_P \sin \beta_j + Y_P \cos \beta_j - r_b, \quad z_{P_j} = Z_P$$

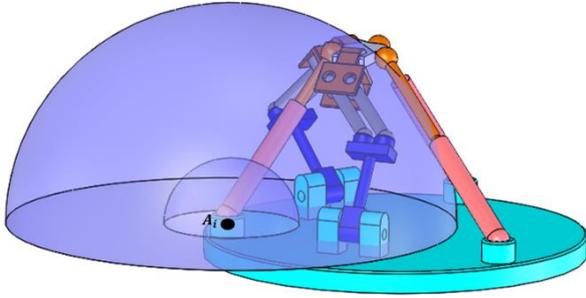


Figure III-16 : Volume accessible par une jambe active de RAF

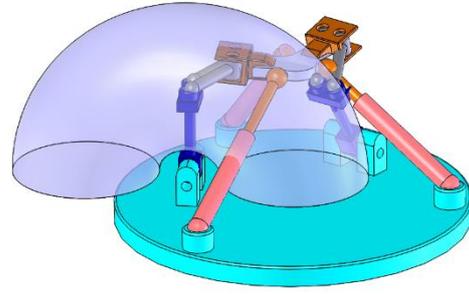


Figure III-17 : Volume accessible par une chaîne passive du RAF

2.4. Généralisation

L'approche proposée permet une modélisation analytique des frontières de l'espace de travail d'un RPT. L'évaluation de l'espace de travail du translateur est basée sur l'utilisation de la formulation mathématique de l'espace accessible par chaque jambe de ce translateur sous forme d'entités géométriques de référence tel qu'un cylindre, une sphère, un tore, ...

h_i : fonction puissance d'un point de l'enveloppe de l'espace accessible par la jambe i
 n : nombre de chaînes actives et passives
 M : un point de l'espace cartésien

Pour $i = 1$ jusqu'à n
 Si $h_i(M) \leq 0$
 $M \in ET$
 Sinon
 $M \notin ET$
 Fin

Fin

Figure III-18 : Algorithme d'évaluation de l'espace de travail

Pour un point M donné dans l'espace cartésien défini par ses coordonnées x_M, y_M, z_M dans le repère de référence et une fonction $h_i(M)$ décrivant la surface limitant l'espace de travail d'une jambe i , l'appartenance du point M à l'espace de travail du manipulateur peut être vérifiée à l'aide de l'algorithme présenté sur la Figure III-18. Cette évaluation est basée uniquement sur des critères géométriques définis par les équations des surfaces limites de l'espace de travail.

3. Comparaison des performances géométriques et cinématiques

Dans cette partie, une formulation du problème de synthèse dimensionnelle est proposée. Il s'agit de trouver la solution optimale d'un robot pour une meilleure distribution de dextérité et espace de travail prescrit. Ce travail de synthèse dimensionnelle est mené sur les quatre RPTs du paragraphe précédent : le Delta, le 3-UPU, le Tri-pyramide et le RAF. Une étude comparative des performances géométriques et cinématiques de ces quatre derniers est effectuée en se basant sur les résultats de la synthèse dimensionnelle.

3.1. Etude géométrique et cinématique des 4 structures sélectionnées

3.1.1. Robot Delta

Le MGD du Delta est obtenu par la relation d'entrée-sortie relative à une jambe. Les paramètres de conception et les variables articulaires sont présentés dans la Figure III-3. Le MGD d'une jambe est donné dans l'équation (III-12) où P est le centre de la plateforme mobile.

$$\begin{cases} X_P = \cos \alpha_i (r_b + L_2 \cos \varphi_{1i} + L_1 \cos \varphi_{3i} \cos(\varphi_{1i} + \varphi_{2i}) - r_p) - L_1 \sin \alpha_i \sin \varphi_{3i} \\ Y_P = \sin \alpha_i (r_b + L_2 \cos \varphi_{1i} + L_1 \cos \varphi_{3i} \cos(\varphi_{1i} + \varphi_{2i}) - r_p) + L_1 \cos \alpha_i \sin \varphi_{3i} \\ Z_P = L_2 \sin \varphi_{1i} + L_1 \cos \varphi_{3i} \sin(\varphi_{1i} + \varphi_{2i}) \end{cases} \quad (\text{ III-12})$$

$i = 1,2,3$

Afin d'éliminer les variables des articulations passives, nous procédons à la sommation des carrés des équations précédentes. Le MGD du robot Delta est ainsi obtenu ci-dessous :

$$[B_i - X_P]^2 + [C_i - Y_P]^2 + [D_i - Z_P]^2 = L_1^2 \quad (\text{ III-13})$$

Avec :

$$B_i = (r + L_2 \cos \varphi_{1i}) \cos \alpha_i, \quad C_i = (r + L_2 \cos \varphi_{1i}) \sin \alpha_i, \quad D_i = -L_2 \sin \varphi_{1i}$$

$$r = r_b - r_p$$

Le MCD est obtenu par différenciation par rapport au temps du MGD

$$\begin{aligned} \dot{X}_P(X_P - B_i) + \dot{Y}_P(Y_P - C_i) + \dot{Z}_P(Z_P - D_i) \\ = \dot{B}_i(X_P - B_i) + \dot{C}_i(Y_P - C_i) + \dot{D}_i(Z_P - D_i) \end{aligned} \quad (\text{III-14})$$

Avec :

$$\dot{B}_i = -L_2 \cos \alpha_i \sin \varphi_{1i} \dot{\varphi}_{1i}, \quad \dot{C}_i = -L_2 \sin \alpha_i \sin \varphi_{1i} \dot{\varphi}_{1i}, \quad \dot{D}_i = -L_2 \cos \varphi_{1i} \dot{\varphi}_{1i}$$

En réécrivant l'équation sous forme matricielle, nous obtenons l'équation suivante :

$$\mathbf{J}_v \begin{pmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \\ \dot{Z}_P \end{pmatrix} = \mathbf{J}_\varphi \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{11} \\ \dot{\varphi}_{12} \\ \dot{\varphi}_{13} \end{pmatrix} \quad (\text{III-15})$$

Avec :

$$\mathbf{J}_v = \begin{pmatrix} X_P - B_1 & Y_P - C_1 & Z_P - D_1 \\ X_P - B_2 & Y_P - C_2 & Z_P - D_2 \\ X_P - B_3 & Y_P - C_3 & Z_P - D_3 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{J}_\varphi = \begin{pmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{pmatrix}$$

$$J_{xx} = -L_2[\cos \alpha_1 (X_P - B_1) + \sin \alpha_1 (Y_P - C_1)] \sin \varphi_{11} - L_2(Z_P - D_1) \cos \varphi_{11}$$

$$J_{yy} = -L_2[\cos \alpha_2 (X_P - B_2) + \sin \alpha_2 (Y_P - C_2)] \sin \varphi_{12} - L_2(Z_P - D_2) \cos \varphi_{12}$$

$$J_{zz} = -L_2[\cos \alpha_3 (X_P - B_3) + \sin \alpha_1 (Y_P - C_3)] \sin \varphi_{13} - L_2(Z_P - D_3) \cos \varphi_{13}$$

3.1.2. Robot 3-UPU

Le modèle géométrique peut être défini par l'équation de fermeture de la chaîne cinématique **OP** d'une jambe du 3-UPU (voir Figure III-7).

$$\mathbf{OP} = \mathbf{r}_b + \mathbf{l}_i - \mathbf{r}_p, \quad i = (1,2,3) \quad (\text{III-16})$$

$$\begin{cases} X_P = r_b \cos \alpha_i + l_{ix} - r_p \cos \alpha_i \\ Y_P = r_b \sin \alpha_i + l_{iy} - r_p \sin \alpha_i \\ Z_P = l_{iz} \end{cases} \quad (\text{III-17})$$

Le MGI est obtenu en additionnant au carré les équations précédentes :

$$l_i = \sqrt{(X_P - r \cos \alpha_i)^2 + (Y_P - r \sin \alpha_i)^2 + (Z_P)^2} \quad (\text{III-18})$$

Avec :

$$r = r_b - r_p \text{ et } i = 1,2,3$$

Le MCI est obtenu par différenciation du MGI par rapport au temps :

$$\begin{pmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{X_P - r \cos \alpha_1}{l_1} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_1}{l_1} & \frac{Z_P}{l_1} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_2}{l_2} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_2}{l_2} & \frac{Z_P}{l_2} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_3}{l_3} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_3}{l_3} & \frac{Z_P}{l_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \\ \dot{Z}_P \end{pmatrix} \quad (\text{III-19})$$

La matrice jacobienne inverse du 3-UPU est ainsi donnée par :

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{X_P - r \cos \alpha_1}{l_1} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_1}{l_1} & \frac{Z_P}{l_1} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_2}{l_2} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_2}{l_2} & \frac{Z_P}{l_2} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_3}{l_3} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_3}{l_3} & \frac{Z_P}{l_3} \end{pmatrix} \quad (\text{III-20})$$

3.1.3. Robot Tri-pyramide

La position de la plateforme mobile est donnée par le vecteur \mathbf{OP} comme présenté dans la Figure III-11.

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{l}_i - \mathbf{h}_i - \mathbf{r}_i \quad (\text{III-21})$$

Avec :

$$\mathbf{r}_0 = [X_P \ Y_P \ Z_P]^T$$

$$\mathbf{l}_i = l_i [\cos \alpha_p \cos \alpha_i \quad \cos \alpha_p \sin \alpha_i \quad \sin \alpha_p]^T$$

$$\mathbf{r}_i = r [\cos(\alpha_p - \alpha_R) \cos \alpha_i \quad \cos(\alpha_p - \alpha_R) \sin \alpha_i \quad \sin(\alpha_p - \alpha_R)]^T$$

En décomposant l'équation précédente, nous obtenons l'expression de \mathbf{h}_i

$$\mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} l_i \cos \alpha_p \cos \alpha_i - r \cos(\alpha_p - \alpha_R) \cos \alpha_i - X_P \\ l_i \cos \alpha_p \sin \alpha_i - r \cos(\alpha_p - \alpha_R) \sin \alpha_i - Y_P \\ l_i \sin \alpha_p - r \sin(\alpha_p - \alpha_R) - Z_P \end{bmatrix} \quad (\text{III-22})$$

La solution du modèle géométrique inverse est obtenue par résolution de l'équation suivante :

$$\mathbf{h}_i \cdot \mathbf{r}_i = h_i \cdot r \cdot \cos(\gamma) \quad (\text{III-23})$$

La résolution de l'équation (III-23), aboutie au MGI du Tri-pyramide :

$$l_i = \frac{A_i \cos^2 \gamma - B_i \cos \alpha_R - r \cos \alpha_R \sin^2 \gamma + \sqrt{C_i}}{(\cos^2 \gamma - \cos^2 \alpha_R)} \quad (\text{III-24})$$

Avec :

$$A_i = (X_P \cos \alpha_i + Y_P \sin \alpha_i) \cos \alpha_p + Z_P \sin \alpha_p$$

$$B_i = (X_P \cos \alpha_i + Y_P \sin \alpha_i) \cos(\alpha_p - \alpha_R) + Z_P \sin(\alpha_p - \alpha_R)$$

$$C_i = [A_i \cos^2 \gamma - B_i \cos \alpha_R - r \cos \alpha_R \sin^2 \gamma]^2 - (\cos^2 \gamma - \cos^2 \alpha_R) [\cos^2 \gamma (X_P^2 + Y_P^2 + Z_P^2 + r^2 + 2rB_i) - (B_i + r)^2]$$

L'équation des vitesses est obtenue par différenciation du MGI para rapport au temps :

$$\dot{l}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{\frac{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{l}_i}{l_i}} \begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \\ \dot{Z}_P \end{bmatrix} \quad (\text{III-25})$$

Avec :

$$\mathbf{k}_i = \left(\frac{\mathbf{r}_i}{r} \times \frac{\mathbf{h}_i}{h_i} \right) \times \frac{\mathbf{h}_i}{h_i}$$

La matrice jacobienne inverse est ainsi donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{l_i} \quad (\text{III-26})$$

3.1.4. Robot RAF

Grâce à la similitude entre la cinématique du 3-UPU et les chaînes actives du RAF, le MGI est obtenu de la même manière. On obtient :

$$l_i = \sqrt{(X_P - r \cos \alpha_i)^2 + (Y_P - r \sin \alpha_i)^2 + (Z_P)^2} \quad (\text{III-27})$$

avec :

$$r = r_b - r_p \text{ et } i = (1,2,3)$$

X_P, Y_P, Z_P sont les coordonnées du centre de la plateforme mobile dans le repère de référence $R(O; X, Y, Z)$.

De même que les autres mécanismes, la matrice jacobienne du RAF est obtenue à partir du MCI :

$$\begin{pmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{X_P - r \cos \alpha_1}{l_1} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_1}{l_1} & \frac{Z_P}{l_1} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_2}{l_2} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_2}{l_2} & \frac{Z_P}{l_2} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_3}{l_3} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_3}{l_3} & \frac{Z_P}{l_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \\ \dot{Z}_P \end{pmatrix} \quad (\text{II-28})$$

La matrice jacobienne inverse du RAF est ainsi donnée par :

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{X_P - r \cos \alpha_1}{l_1} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_1}{l_1} & \frac{Z_P}{l_1} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_2}{l_2} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_2}{l_2} & \frac{Z_P}{l_2} \\ \frac{X_P - r \cos \alpha_3}{l_3} & \frac{Y_P - r \sin \alpha_3}{l_3} & \frac{Z_P}{l_3} \end{pmatrix} \quad (\text{III-28})$$

3.2. Formulation du problème de synthèse dimensionnelle

La synthèse dimensionnelle d'un mécanisme pour un espace de travail prescrit consiste à déterminer ses paramètres de conception qui permettent à la fois d'accéder à la région prescrite et assurer les performances désirées par le concepteur.

Dans ce travail, nous proposons une formulation du problème de synthèse dont l'objectif est d'optimiser la taille du robot et son comportement cinématique tout en satisfaisant la condition d'un espace de travail cubique prescrit. Les deux critères objectifs considérés sont de natures différentes : géométrique et cinématique. Ces deux critères sont la compacité et la dextérité du robot qui sont antagonistes, i.e. une optimisation de l'un entraîne la dégradation de l'autre. Le but est de trouver la solution des paramètres de conception qui garantissent le meilleur compromis entre ces deux critères de performances.

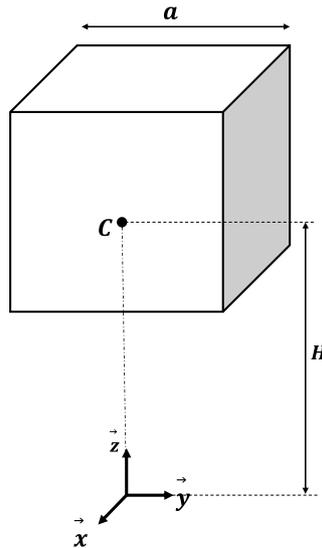


Figure III-19 : Espace de travail prescrit

Une formulation mathématique du problème de synthèse dimensionnelle est donnée par les expressions (III-29). Cette formulation multi-objectifs permet de manipuler deux critères d'une manière parallèles.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } \mathbf{F}(\mathbf{I}) = [F1(\mathbf{I}) \ F2(\mathbf{I})]^T \\ \text{Sous les contraintes } C_i(\mathbf{I}, M) \leq 0 \\ \mathbf{I} = [t_1, \dots, t_n] \\ t_{j \min} < t_j < t_{j \max} \end{array} \right. \quad (\text{III-29})$$

Avec :

$\mathbf{F}(\mathbf{I}) = \begin{pmatrix} F1(\mathbf{I}) \\ F2(\mathbf{I}) \end{pmatrix}$ est la fonction objectif ; $F1(\mathbf{I})$ est la fonction objectif liée à la compacité et $F2(\mathbf{I})$ est la fonction objectif liée à la dextérité.

$C_i(\mathbf{I}, M)$ sont les fonctions contraintes relatives à l'espace de travail prescrit.

\mathbf{I} est le vecteur de conception contenant les variables de conception indépendants t_j

M est un point de l'espace de travail prescrit

L'espace de travail prescrit considéré est un cube de centre $C(0,0,H)$ et de longueur a comme illustré dans la Figure III-19

3.3. Résolution du problème de synthèse

3.3.1. Algorithme de résolution

Pour la résolution du problème de synthèse formulé par les équations (III-29), nous avons recours à un algorithme évolutionnaire, stochastique, itératif : l'algorithme génétique multi-objectifs décrit par l'organigramme de la Figure III-20.

Dans ce travail, nous utilisons le solveur algorithme génétique multi-objectifs implémenté sur le toolbox « Optimisation » de Matlab.

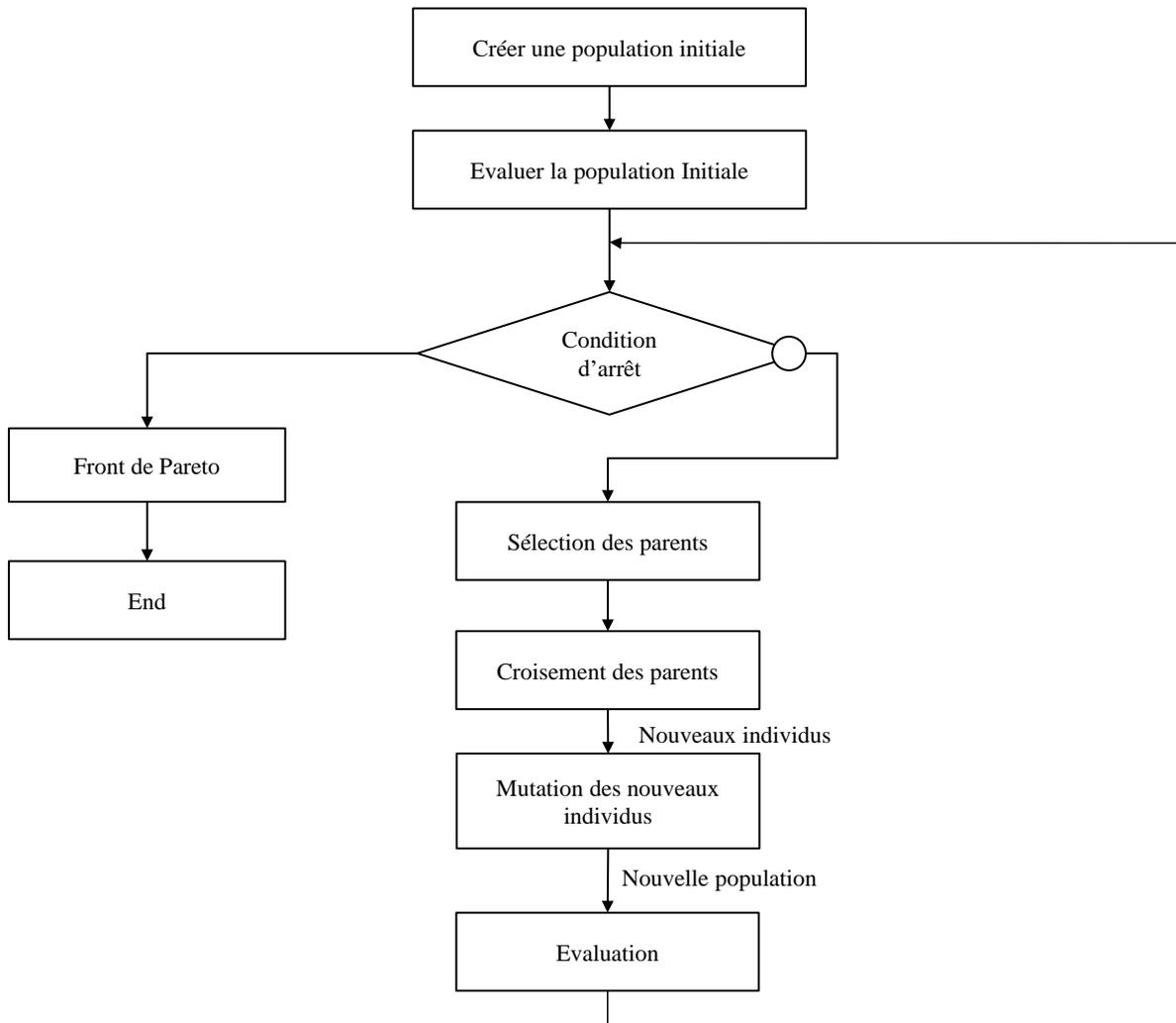
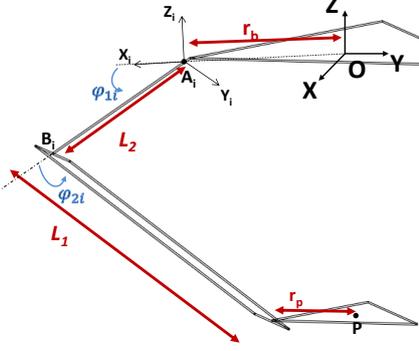
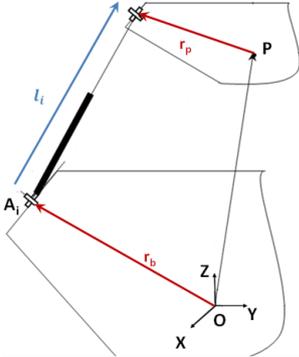
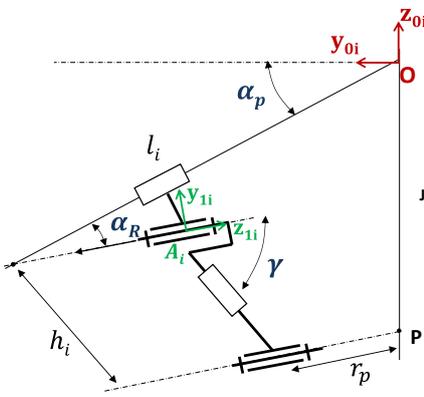
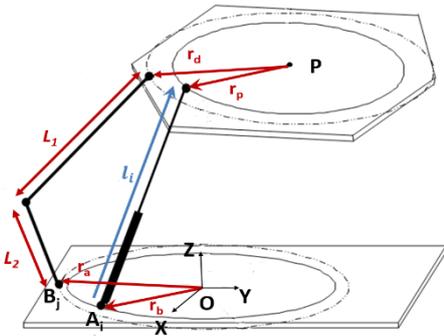


Figure III-20 : Organigramme de l'algorithme génétique multi-objectifs

3.3.2. Vecteur de décision (ou de conception)

Tableau III-2 : Vecteurs de décision des 4 translateurs étudiées

Translateurs	Vecteur de décision																											
<p>Delta</p> 	$\mathbf{I} = [r_b, r_p, L_1, L_2, H]^T$ <table border="1" data-bbox="874 495 1331 613"> <thead> <tr> <th></th> <th>r_b</th> <th>r_p</th> <th>L_1</th> <th>L_2</th> <th>H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Min</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Max</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>50</td> <td>50</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>		r_b	r_p	L_1	L_2	H	Min	5	5	5	5	10	Max	70	60	50	50	100									
	r_b	r_p	L_1	L_2	H																							
Min	5	5	5	5	10																							
Max	70	60	50	50	100																							
<p>3-UPU</p> 	$\mathbf{I} = [r_b, r_p, l_{max}, H]^T$ <table border="1" data-bbox="919 882 1283 1001"> <thead> <tr> <th></th> <th>r_b</th> <th>r_p</th> <th>l_{max}</th> <th>H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Min</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Max</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>200</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>		r_b	r_p	l_{max}	H	Min	5	5	0	1	Max	70	60	200	100												
	r_b	r_p	l_{max}	H																								
Min	5	5	0	1																								
Max	70	60	200	100																								
<p>TP</p> 	$\mathbf{I} = [r, \alpha_p, \gamma, l_{max}, h_{max}, H]^T$ <table border="1" data-bbox="847 1256 1347 1375"> <thead> <tr> <th></th> <th>r</th> <th>α_p</th> <th>γ</th> <th>l_{max}</th> <th>h_{max}</th> <th>H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Min</td> <td>5</td> <td>-70</td> <td>-90</td> <td>30</td> <td>10</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Max</td> <td>70</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>200</td> <td>100</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>		r	α_p	γ	l_{max}	h_{max}	H	Min	5	-70	-90	30	10	10	Max	70	0	0	200	100	100						
	r	α_p	γ	l_{max}	h_{max}	H																						
Min	5	-70	-90	30	10	10																						
Max	70	0	0	200	100	100																						
<p>RAF</p> 	$\mathbf{I} = [r_b, r_p, l_{max}, r_a, r_d, L_1, L_2, H]^T$ <table border="1" data-bbox="842 1682 1362 1800"> <thead> <tr> <th></th> <th>r_b</th> <th>r_p</th> <th>l_{max}</th> <th>r_a</th> <th>r_d</th> <th>L_1</th> <th>L_2</th> <th>H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Min</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Max</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>200</td> <td>60</td> <td>60</td> <td>50</td> <td>50</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>		r_b	r_p	l_{max}	r_a	r_d	L_1	L_2	H	Min	5	5	0	5	5	5	5	10	Max	70	60	200	60	60	50	50	100
	r_b	r_p	l_{max}	r_a	r_d	L_1	L_2	H																				
Min	5	5	0	5	5	5	5	10																				
Max	70	60	200	60	60	50	50	100																				

Le vecteur de décision I est le vecteur contenant les paramètres de conception du mécanisme. Il s'agit des variables que l'algorithme d'optimisation cherche à déterminer. Pour chacun des robots étudiés, le vecteur de décision contient ses paramètres géométriques plus un paramètre supplémentaire H qui définit la position de l'espace de travail prescrit (voir Figure III-19).

Les vecteurs de décision des quatre structures ainsi que les intervalles de recherche des paramètres géométriques sont définis dans le Tableau III-2.

3.3.3. Fonctions objectifs

- *Compacité*

La compacité est évaluée par le rapport entre le volume occupé par la structure et celui de l'espace de travail prescrit. La fonction objectif de compacité est exprimée comme suit :

$$C\% = \frac{\text{Volume de l'espace de travail prescrit}}{\text{Volume occupé par la structure}} 100 \quad (\text{III-30})$$

Pour calculer le volume occupé, nous considérons le volume du cylindre circonscrit entourant la structure.

Le Tableau III-3 présente des schématisations des cylindres considérés pour calculer l'espace occupé par un robot. Les fonctions de compacité sont également rappelées dans ce tableau.

- *Dextérité*

Pour calculer la dextérité des robots étudiés, nous utilisons l'indice d'amplification d'erreur introduit dans le premier chapitre qui correspond à l'indice de conditionnement de la matrice jacobienne.

Pour évaluer la dextérité globale dans l'espace de travail désiré, une formulation de l'indice de conditionnement global compris entre 0 et 1 est définie dans l'équation suivante :

$$\mu_G = \frac{\sum_{j=1}^N \mu_j}{N} \quad (\text{III-31})$$

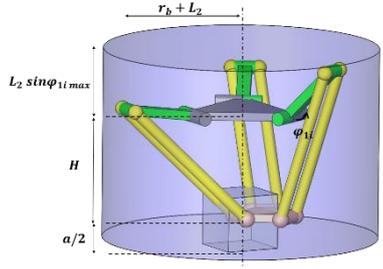
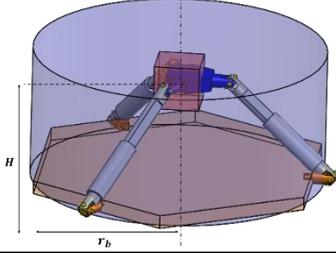
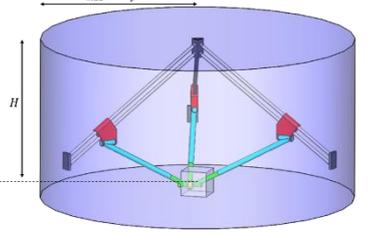
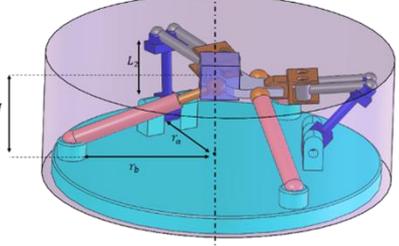
avec :

$$\mu_j = \frac{1}{K_j(j)} : \text{l'indice de conditionnement au point } j = 1..n$$

N : le paramètre de discrétisation de l'espace de travail désiré

La meilleure dextérité possible est atteinte quand μ_G est proche de 1.

Tableau III-3 : Fonction de compacité des translateurs étudiés

Translateurs	Fonction de compacité
 <p>Delta</p>	$C_{Delta}^{\%} = \begin{cases} \frac{a^3}{\pi \cdot (r_b + L_2)^2 \left(H + \frac{a}{2}\right)} & \text{if } \max(\varphi_{1i}(P_j)) \leq 0 \\ \frac{a^3}{\pi \cdot (r_b + L_2)^2 \left(H + \frac{a}{2} + L_2 \sin(\max(\varphi_{1i}(P_j)))\right)} & \text{if } \max(\varphi_{1i}(P_j)) > 0 \end{cases}$
 <p>3-UPU</p>	$C_{3-UPU}^{\%} = \frac{a^3}{\pi \cdot r_b^2 \left(H + \frac{a}{2}\right)}$
 <p>TP</p>	$C_{TP}^{\%} = \frac{a^3}{\pi (l_{max} \cos \alpha_p)^2 \left(H + \frac{a}{2}\right)}$
 <p>RAF</p>	$C_{RAF}^{\%} = \frac{a^3}{\pi (\max((r_a + L_2), r_b))^2 \left(H + \frac{a}{2}\right)}$

3.3.4. Fonctions contraintes

Les fonctions contraintes sont liées aux limites de l'espace de travail du robot. Ces fonctions, définies dans la première partie de ce chapitre, sont rappelées dans le Tableau III-4, avec P_j , $j = 1..8$ désigne le sommet j du cube désiré et $i = 1,2,3$ désigne l'indice de la jambe du translateur.

Tableau III-4 : Fonctions contraintes des translateurs étudiés

Le robot Delta	$F_i^{DELTA}(P_j) \leq 0$	Equation d'un tore
Le robot 3-UPU	$F_{i_{max}}^{3UPU}(P_j) \leq 0$	Limite sphérique extérieure
	$F_{i_{min}}^{3UPU}(P_j) \geq 0$	Limite sphérique intérieure
Le robot RAF	$F_{i_{max}}^{RAF}(P_j) \leq 0$	Limite sphérique extérieure de l'espace de travail actif
	$F_{i_{min}}^{RAF}(P_j) \geq 0$	Limite sphérique intérieure de l'espace de travail actif
	$F_k^{RAF}(P_j) \leq 0 \quad k = 1,2$	Limite de l'espace de travail passif
Le robot TP	$Fl_{i_{max}}^{TP}(P_j) \leq 0$	Surfaces limites de l'articulation prismatique motorisée
	$Fl_{i_{min}}^{TP}(P_j) \geq 0$	
	$Fh_{i_{max}}^{TP}(P_j) \leq 0$	Surfaces limites de l'articulation prismatique passive.
	$Fh_{i_{min}}^{TP}(P_j) \geq 0$	

3.3.5. Implémentation

Le problème de synthèse dimensionnelle introduit dans l'équation (III-29) est résolu de la même manière pour les quatre RPTs avec la méthode des algorithmes génétiques illustrée dans la Figure III-20. Pour l'implémentation, nous utilisons la toolbox « algorithme génétique multi-objectifs » de Matlab.

Pour inclure les fonction contraintes du Tableau III-4 dans l'algorithme génétique, nous utilisons la méthode de pénalisation. Cette méthode consiste à ajuster la fonction fitness par un terme positif dont la valeur dépend de la violation ou non des contraintes du problème.

Comme fonction de fitness nous définissons la fonctions F dans l'équation suivante :

$$F(I) = \begin{pmatrix} C\%(I) + Cs \cdot F_c \\ \mu_G(I) + Cs \cdot F_c \end{pmatrix} \quad (\text{III-32})$$

Avec :

$C\%(I)$ est la fonction objectif de compacité

$\mu_G(I)$ est la fonction objectif de dextérité

Cs est un paramètre de pénalité (grande constante positive)

F_c est la fonction de pénalité définie comme suit :

$$F_c = \begin{cases} 0 & \text{si les contraintes décrites dans le Tableau III-4 sont respectées} \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous avons fixé les paramètres de l'algorithme génétique comme suit :

Taille de la population	2000
Probabilité de croisement	0.9
Probabilité de mutation	0.1

3.3.6. Résultats et discussion

Le résultat obtenu pour chaque translateur est un ensemble de solutions optimales non dominées qui présentent le meilleur compromis entre les deux objectifs visés. Ce résultat, appelé front de Pareto, est présenté dans la Figure III-21. On constate qu'il y a une contradiction entre les deux objectifs pour les quatre robots ; une amélioration de la compacité entraîne la dégradation de la dextérité et vice-versa.

Pour le robot Delta, la compacité est comprise entre 0,5 et 7% alors que la dextérité est comprise entre 0,16 et 0,3, ce qui est relativement faible par rapport aux robots RAF, UPU et TP où la dextérité dépasse la valeur de 0,7. Le robot 3-UPU présente la plus grande plage de variation à la fois pour la dextérité (de 0,1 à 0,8) et la compacité (de 0 à 50%). Cependant les solutions ayant une bonne dextérité supérieure à 0,5 correspondent à une faible compacité variant de 0 à 5 % (voir Figure III-21).

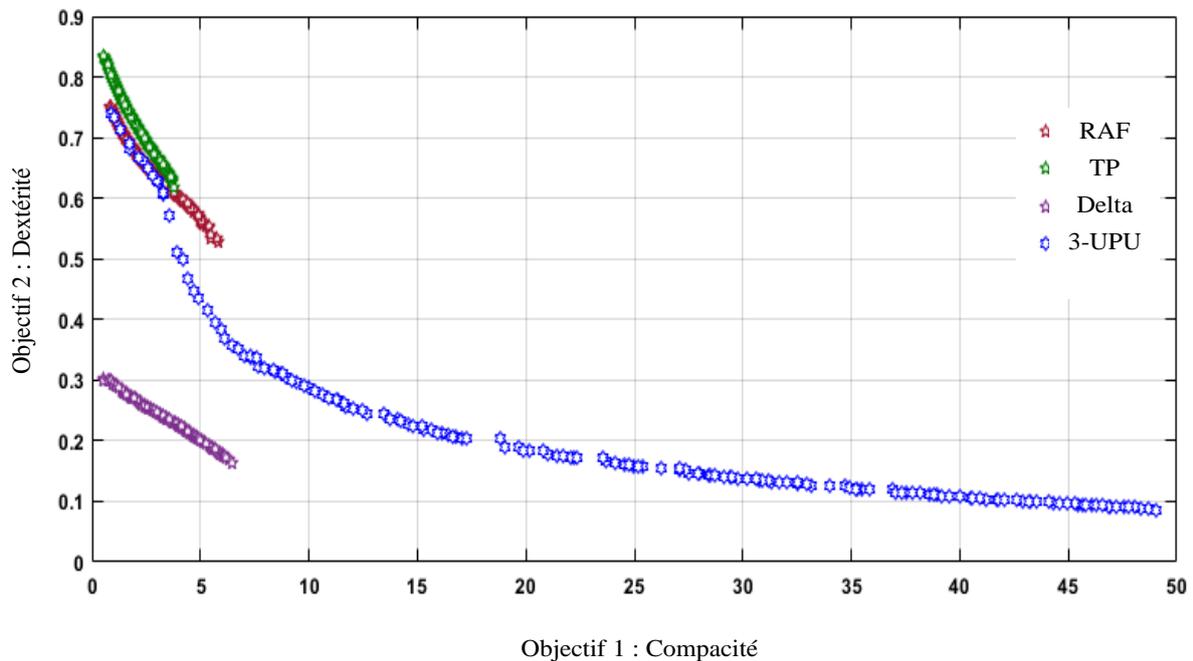


Figure III-21 : Fronts de Pareto des quatre robots étudiés

Pour une meilleure analyse du résultat obtenu, deux solutions sont sélectionnées à partir du front de Pareto de chaque robot : la première favorisant le critère de dextérité (Solution 1) et

la deuxième favorisant le critère de compacité (Solution 2). Les performances des solutions sélectionnées sont données dans le Tableau III-5 et leurs modèles CAO sont présentés dans la Figure III-22.

Tableau III-5 : Les solutions sélectionnées

	Delta		3-UPU		RAF		TP	
	Solution 1	Solution 2						
$C\%$	0.54	6.5	0.91	49.04	0.85	5.8	0.53	3.8
μ_G	0.3	0.16	0.74	0.08	0.75	0.53	0.84	0.62

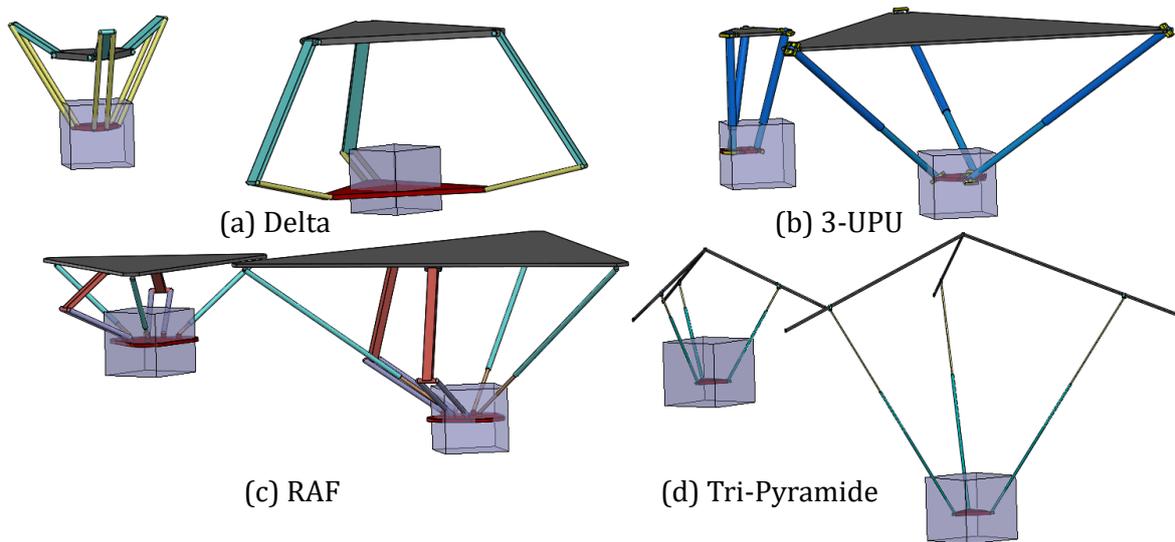


Figure III-22 : CAO des solutions sélectionnées

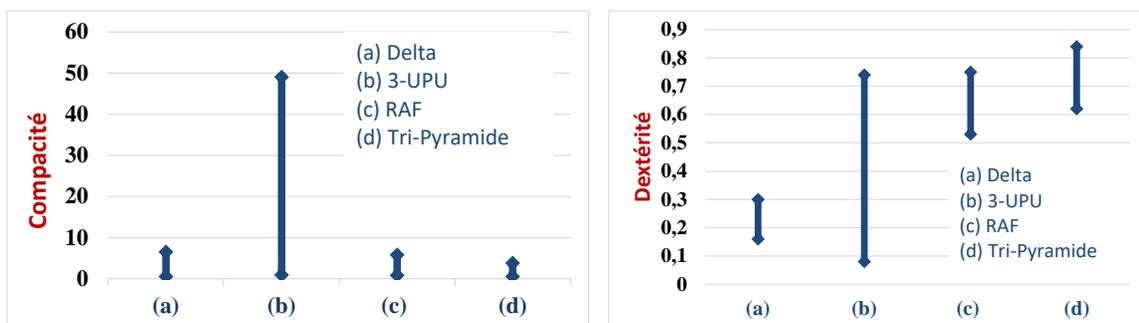


Figure III-23 : Graphe de comparaison des performances des robots étudiés

La Figure III-23 présente un aperçu comparatif des performances des quatre robots. Comme on peut le voir, le robot 3-UPU a atteint largement la meilleure compacité avec la valeur de 49%. Cependant, les trois autres robots ont presque la même compacité qui ne dépasse pas 7%. En revanche, le robot TP a la meilleure dextérité comprise entre 0,62 et 0,84. Les robots 3-UPU et RAF ont pratiquement le même maximum de dextérité égal à 0,75. Néanmoins, le robot Delta a la dextérité la plus faible comprise entre 0,16 et 0,3. La mauvaise dextérité du robot Delta peut s'expliquer par l'utilisation d'actionneurs rotatifs.

La comparaison des résultats des quatre robots montre qu'il n'y a pas d'architecture qui excelle pour les deux critères. D'un point de vue cinématique, le robot TP a la dextérité la plus élevée avec un indice de conditionnement global compris entre 0,6 et 0,9. Toutefois, cette architecture présente la structure la plus volumineuse avec une fonction de compacité qui ne dépasse pas 4%. Les résultats montrent également que, bien que le robot 3-UPU a la meilleure compacité, sa dextérité ne dépasse pas la valeur de 0,3 pour des solutions de compacité supérieure à 10%. Les résultats obtenus peuvent aider le concepteur à choisir la « meilleure » structure en fonction de ses préférences et priorités. Il est clair qu'aucun gagnant ne peut prétendre être le meilleur dans tous les critères.

4. Conclusion

Ce chapitre a abordé le problème de synthèse dimensionnelle des RPTs. La première partie a été consacrée à un critère fondamental de la conception optimale des robots parallèles : l'espace de travail. Une approche géométrique de détermination de l'espace de travail a été présentée. Le principe consiste à la mise en équation des surfaces frontières de l'espace de travail du RPT à partir de la définition de la forme géométrique de l'espace accessible par une jambe de ce dernier. Pour ce, une classification des RPTs selon le nombre des articulations prismatiques a été proposée et la forme de l'espace de travail de chaque catégorie a été analysée et présentée.

Cette approche permet de définir l'espace accessible par le RPT sans passer par la résolution de son modèle géométrique. Elle pourrait être renforcée dans les travaux futurs par des critères supplémentaires liés à la question de la singularité.

La deuxième partie du chapitre traite un problème de synthèse dimensionnelle de quatre RPTs, Delta, 3-UPU, Tri-pyramide et RAF, pour un espace de travail prescrit. Une formulation de problème d'optimisation qui consiste à optimiser la taille du RPT et son

comportement cinématique a été proposée. La méthode des algorithmes génétiques a été adoptée pour la résolution du problème multi-objectifs. Cette résolution a permis la génération de quatre fronts de Pareto rassemblant un ensemble de solutions qui présentent un compromis entre les deux objectifs contradictoires. Une étude comparative sur les quatre translateurs a été menée à l'issue des résultats d'optimisation. Cette étude peut aider le concepteur à choisir le type et les dimensions de la structure qui répondent au mieux à son cahier des charges, cependant, elle ne permet pas le classement des RPTs étudiés en fonction de leurs performances. En effet, une synthèse qui combine le type et les dimensions des mécanismes pour faciliter la tâche du concepteur est proposée dans la chapitre suivant.

Chapitre 4 : Approche de synthèse typologique et dimensionnelle combinée

Sommaire :

1. Introduction	66
2. Approche de synthèse combinée	67
3.1. Formulation mathématique de la problématique de synthèse	67
3.2. Algorithme de résolution	67
3.3. Avantages et limitations.....	69
3. Le Robot LAWEX	70
3.1. Modèle géométrique et la jacobienne du robot.....	70
3.1.1. Modèle géométrique inverse	71
3.1.2. Modèle cinématique inverse.....	72
3.2. Espace de travail du LAWEX.....	72
3.2.1. Espace de travail accessible.....	72
3.2.2. Tensions des câbles	73
3.2.3. Espace de travail effectif du LAWEX.....	74
3.3. Formulation du problème de synthèse multi-objectifs.....	75
3.3.1. Vecteur de conception	75
3.3.2. Fonctions objectifs.....	76
3.3.3. Fonctions contraintes	76
3.3.4. Implémentation et résultats.....	77
4. Synthèse typologique et dimensionnelle de LAWEX.....	78
4.1. Géométrie et cinématique des différentes architectures	79
4.3.1. Première architecture « a »	79
4.3.2. Deuxième architecture « b »	80
4.3.3. Troisième architecture « c »	80
4.3.4. Quatrième architecture « d »	81
4.2. Rééducation du membre supérieur.....	81
4.3. Algorithme de synthèse combinée du LAWEX.....	83
4.3.1. Vecteur de conception	83
4.3.2. Fonctions objectifs.....	84
4.3.3. Fonctions contraintes	85
4.4. Implémentation et résultats	86
4.5. Nouveau critère de sécurité.....	89
5. Conclusion.....	93

1. Introduction

Les travaux de synthèse dimensionnelle menés dans le chapitre 2, ont permis d'évaluer certaines performances de quatre RPTs. Cependant, face à la multitude d'architectures dans la littérature, le choix de la meilleure structure pour une tâche donnée demeure un exercice délicat et compliqué.

L'objectif de ce chapitre est de systématiser la synthèse typologique en l'intégrant dans la formulation mathématique de l'optimisation dimensionnelle traitée dans le deuxième chapitre. Cet objectif est atteint à travers l'intégration d'un nouveau paramètre discret dans le vecteur de conception précédemment défini. Cette approche permettra d'analyser plus qu'une seule architecture à la fois. Un Algorithme Génétique multi-objectifs sera spécifiquement développé combinant les deux types de codage, binaire et réel, pour prendre en compte successivement les deux types de variables implémentées : discrètes et continues.

Pour illustrer la méthodologie proposée, un problème de synthèse typologique et dimensionnelle d'un RPT à câbles est traité. Il s'agit du robot LAWEX (LARM Wire EXercising device), développé à Cassino et dédié à la rééducation fonctionnelle du membre supérieur [127]. Dans cette synthèse, quatre architectures différentes de robots à câbles inspirées du LAWEX sont présentées et analysées. L'approche de synthèse proposée consiste à comparer et à optimiser ces quatre architectures pour sélectionner la meilleure architecture sujet à des contraintes et des critères dictés par la formulation du problème de synthèse.

Dans la première partie de ce chapitre, nous introduisons l'approche de synthèse combinée qui permettra à la fois de sélectionner la cinématique et les dimensions du robot parallèle. Une analyse des avantages et des limitations de cette approche a révélé la question de non-compatibilité des phases de reproduction de l'algorithme génétique avec l'approche combinée lorsqu'il s'agit d'individus de cinématiques différentes. Nous proposons dans une deuxième partie, l'étude du robot parallèle translateur à câbles (RPTC) : le LAWEX et la faisabilité de l'approche proposée. Quatre montages différents du même robot sont proposés en modifiant les emplacements des moteurs et le nombre des câbles. Nous procédons à une synthèse typologique et dimensionnelle combinée des quatre montages du LAWEX pour une trajectoire prescrite. Les montages proposés sont présentés par une variable discrète et les paramètres de conception sont présentés par des variables continues. La synthèse combinée

agit ainsi sur les deux aspects : le type du montage et les dimensions du robot. L'implémentation et les résultats obtenus sont détaillés et analysés dans la suite. Le chapitre est clôturé par une conclusion et des perspectives pour étendre la méthode présentée à d'autres types de mécanismes.

2. Approche de synthèse combinée

L'objectif de cette approche est d'associer les deux étapes séquentielles de synthèse, typologique et dimensionnelle, en une seule étape. Cette approche permettra d'identifier en une seule procédure, l'architecture optimale et les dimensions optimales du robot offrant les meilleures performances souhaitées par le concepteur.

3.1. Formulation mathématique de la problématique de synthèse

Nous gardons la même formulation précédemment présentée dans le chapitre 2. Cependant nous introduisons une nouvelle variable discrète, t_y , dans le vecteur de conception qui désignera les différentes architectures/ montages.

La formulation mathématique du problème est donnée dans l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } \mathbf{F}(\mathbf{I}) \\ \text{Sous les contraintes } C_i(\mathbf{I}, P) \leq 0 \\ \mathbf{I} = [t_y, \quad t_1, \dots, t_n] \\ t_{j \min} < t_j < t_{j \max} \end{array} \right. \quad (IV-1)$$

Avec :

$\mathbf{F}(\mathbf{I})$ est la fonction objectif

$C_i(\mathbf{I}, P)$ sont les fonctions contraintes relatives à l'espace de travail prescrit.

P est un point de l'espace de travail prescrit.

\mathbf{I} est le vecteur de conception composé de deux parties :

- Une partie discrète : t_y désignera l'architecture sélectionnée
- Une partie continue : contenant les variables de conception indépendantes t_j

3.2. Algorithme de résolution

L'algorithme de synthèse proposé est donné dans la *Figure IV-1*. Il vise à étendre l'algorithme génétique NSGA-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm) [128] pour le rendre apte à optimiser et comparer plusieurs architectures cinématiques en même temps.

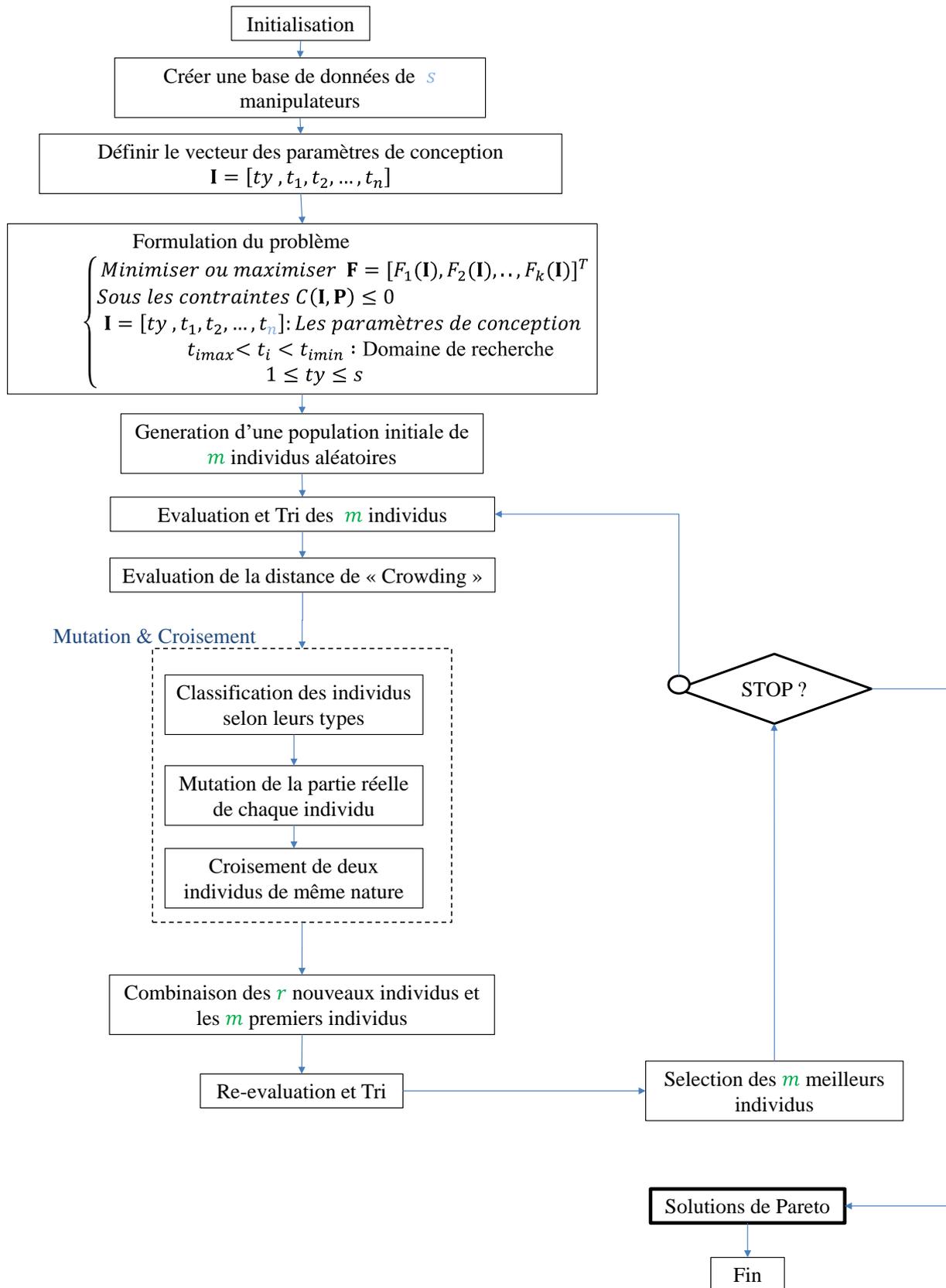


Figure IV-1 : Algorithme de synthèse combinée

L'algorithme d'optimisation NSGA-II est un algorithme élitiste évolutif inspiré de la théorie de l'évolution des espèces [128], [129]. Cet algorithme, considéré comme une méthode métaheuristique, se distingue avec sa capacité de résolution de problèmes complexes impliquant plusieurs objectifs et contraintes.

Deux types de codage, discret et réel, peuvent être utilisés pour coder les individus (vecteurs de conception) de l'algorithme génétique. La principale contribution de notre approche est de combiner les deux types de codage dans la même formulation. Le vecteur de conception sera composé de deux parties : une partie discrète définissant le type d'architecture et une partie continue contenant l'ensemble des paramètres dimensionnels du manipulateur parallèle étudié. Cet algorithme est décrit par la *Figure IV-1*.

La population initiale est créée aléatoirement avec un nombre arbitraire de chaque type d'architecture. Cette population est évaluée, classée et triée en fonction de la distance de crowding [130]. La distance de crowding d'un point de la population est la distance moyenne entre ce point et les deux autres points les plus proches le long des critères (une illustration est donnée dans [128]). Ensuite de nouveaux individus seront générés par application des opérateurs génétiques de croisement et de mutation. Après combinaison des nouveaux individus obtenus et de l'ancienne population, l'ensemble est trié en fonction de la distance de crowding. Par sélection des meilleurs individus, une nouvelle population sera née et le nombre des générations est incrémenté de 1.

Un processus parallèle est implémenté pour sélectionner les individus non dominés qui apparaîtront dans le front de Pareto. Les mêmes étapes sont répétées au cours des générations jusqu'à satisfaction de l'un des critères d'arrêt. Le critère d'arrêt considéré ici est le nombre maximal de générations.

Un individu I sera retenu dans le front de Pareto s'il n'existe pas un autre individu capable de diminuer un critère sans provoquer l'augmentation d'un autre. Ces individus sont appelés des solutions non dominées et forment le front de Pareto.

3.3. Avantages et limitations

Cette approche bien qu'elle nous permette d'intégrer plusieurs robots parallèles dans une même population de l'algorithme NSGA-II, il s'avère impossible d'appliquer les opérateurs de reproduction de l'AG (croisement et mutation) entre deux individus de cinématiques différentes (Exp : un robot Delta et un robot 3-UPU). Dans ces cas, le vecteur de conception

n'aura ni la même nature ni le même nombre des variables pour tous les individus, d'où la difficulté de reproduction au sein d'une même génération. Cependant, cet algorithme se révèle intéressant dans le cas des RPCs où plusieurs architectures peuvent être comparées en modifiant le nombre des câbles et la position des moteurs. Pour illustrer la faisabilité de la méthode sur les RPTCs, nous allons dans la suite de ce chapitre l'appliquer au robot LAWEX, destiné à la rééducation physique du membre supérieur, dans le but de définir la meilleure architecture ainsi que ses paramètres géométriques qui permettront d'assurer la tâche de rééducation ciblée.

3. Le Robot LAWEX

Le robot LAWEX, représenté sur la *Figure IV-2*, est un dispositif de rééducation construit dans le laboratoire de recherche LARM à l'université de Cassino [42]. Il se compose de 3 moteurs contrôlant les longueurs de trois câbles flexibles attachés à un anneau qui présente l'organe terminal.

Les câbles utilisés sont de petits diamètres avec des masses négligeables. En tant qu'appareil de rééducation, le LAWEX fonctionne à faible vitesse. Le poids de la partie mobile est estimé à 1,5 kg, y compris le poids moyen d'un avant-bras humain.

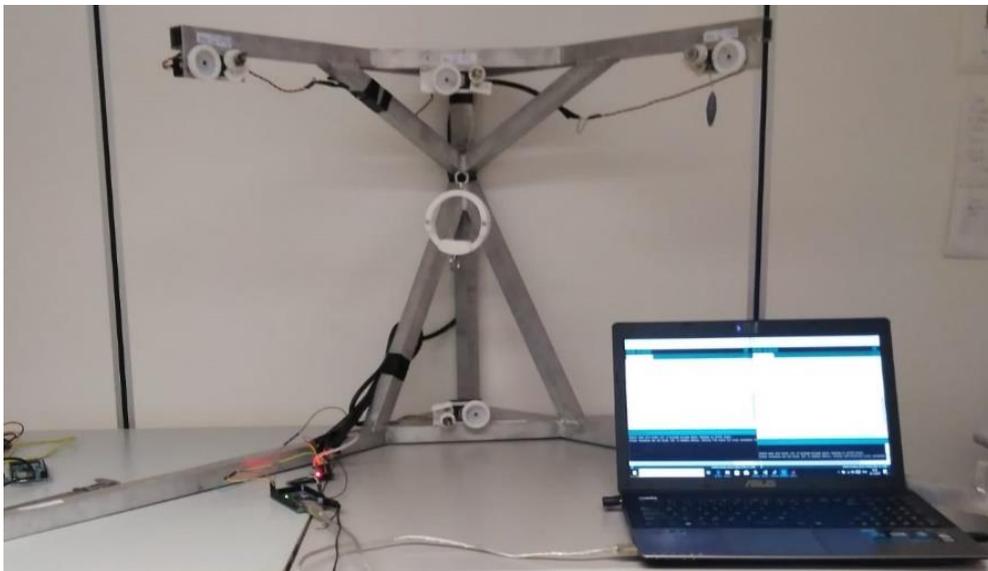


Figure IV-2 : Prototype du robot LAWEX

3.1. Modèle géométrique et la jacobienne du robot

Nous désignons par $R(O; \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$ le repère de référence comme présenté dans la *Figure IV-3*. Les points $A_1 = [d_1, 0, h]^T$, $A_2 = [0, 0, h]^T$ et $A_3 = [0, d_2, h]^T$ désignent les points de fixation

des moteurs (les points de sorties des câbles). Les variables l_1 , l_2 et l_3 désignent les longueurs des trois câbles.

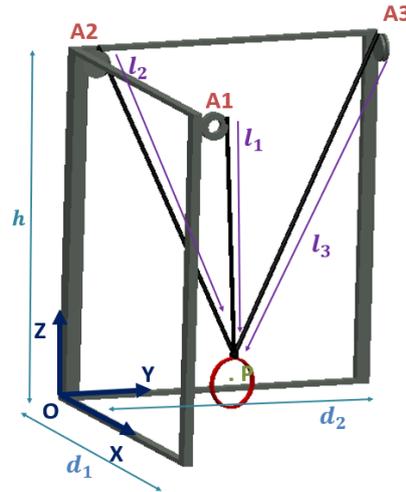


Figure IV-3 : Paramètres de conception du robot LAWEX

3.1.1. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse (MGI) d'un RPC est exprimé par la longueur des câbles entraînant la plateforme mobile en fonction de la position de cette dernière.

La position de la plateforme mobile est donnée par le vecteur $\mathbf{P} = [x, y, z]^T$, tel que P est le point d'ancrage des trois câbles. La relation géométrique du MGI est obtenue à travers l'équation de fermeture de la chaîne cinématique pour chaque câble.

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1P} = \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{A_2P} = \overrightarrow{OA_3} + \overrightarrow{A_3P} \quad (IV-2)$$

En posant :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \mathbf{P} \\ \overrightarrow{OA_i} &= \mathbf{A}_i \\ \overrightarrow{A_iP} &= \mathbf{l}_i \end{aligned}$$

Alors :

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{l}_1 = \mathbf{A}_2 + \mathbf{l}_2 = \mathbf{A}_3 + \mathbf{l}_3 \quad (IV-3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_1 &= \mathbf{P} - \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{l}_2 &= \mathbf{P} - \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{l}_3 &= \mathbf{P} - \mathbf{A}_3 \end{aligned} \quad (IV-4)$$

Le MGI du robot LAWEX est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} l_1 = \|\mathbf{l}_1\| = \sqrt{(x - d_1)^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ l_2 = \|\mathbf{l}_2\| = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ l_3 = \|\mathbf{l}_3\| = \sqrt{x^2 + (y - d_2)^2 + (z - h)^2} \end{cases} \quad (IV-5)$$

3.1.2. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse (MCI) présente la relation entre les vitesses articulaires des câbles et la vitesse de la plateforme mobile. Il est obtenu par la différenciation du MGI par rapport au temps.

$$\dot{\mathbf{i}} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \sqrt{(x - d_1)^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + (y - d_2)^2 + (z - h)^2} \end{pmatrix} \quad (IV-6)$$

Le développement de l'équation (IV-6) permet l'obtention du MCI ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x - d_1}{l_1} & \frac{y}{l_1} & \frac{z - h}{l_1} \\ \frac{x}{l_2} & \frac{y}{l_2} & \frac{z - h}{l_2} \\ \frac{x}{l_3} & \frac{y - d_2}{l_3} & \frac{z - h}{l_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad (IV-7)$$

La matrice jacobienne inverse, donnée ci-dessous, est la matrice de transformation linéaire entre les vitesses d'entrée et la vitesse de sortie :

$$\dot{\mathbf{i}} = \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{x - d_1}{l_1} & \frac{y}{l_1} & \frac{z - h}{l_1} \\ \frac{x}{l_2} & \frac{y}{l_2} & \frac{z - h}{l_2} \\ \frac{x}{l_3} & \frac{y - d_2}{l_3} & \frac{z - h}{l_3} \end{pmatrix} \quad (IV-8)$$

3.2. Espace de travail du LAWEX

3.2.1. Espace de travail accessible

L'espace de travail accessible du LAWEX est donné par l'intersection des trois sous-espaces accessibles par les trois câbles. Le volume accessible par un câble i est limité par deux

sphères de centre A_i et de rayons l_{max} et l_{min} avec l_{max} et l_{min} sont respectivement les longueurs maximales et minimales des câbles.

La fonction puissance du point du $i^{\text{ème}}$ câble est définie comme suit :

$$\begin{aligned} f_{i \max} &= (x - x_{A_i})^2 + (y - y_{A_i})^2 + (z - z_{A_i})^2 - l_{\max}^2 \\ f_{i \min} &= l_{\min}^2 - (x - x_{A_i})^2 - (y - y_{A_i})^2 - (z - z_{A_i})^2 \end{aligned} \quad (IV-9)$$

$i = 1,2,3$

Avec :

$x_{A_i}, y_{A_i}, z_{A_i}$ sont les coordonnées du point A_i

Ainsi, un point M de coordonnées x_M, y_M, z_M appartient à l'espace de travail accessible du LAWEX si et seulement s'il satisfait les conditions ci-dessous :

$$\begin{aligned} f_{i \max}(M) &= (x_M - x_{A_i})^2 + (y_M - y_{A_i})^2 + (z_M - z_{A_i})^2 - l_{\max}^2 \leq 0 \\ f_{i \min}(M) &= l_{\min}^2 - (x_M - x_{A_i})^2 - (y_M - y_{A_i})^2 - (z_M - z_{A_i})^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (IV-10)$$

$i = 1,2,3$

Cependant, l'espace accessible par un robot à câbles ne peut pas être considéré comme son espace de travail effectif étant donné que la tension des câbles doit demeurer positive, cette condition n'est pas toujours satisfaite. Une deuxième condition sur les tensions des câbles est donc requise.

3.2.2. Tensions des câbles

Dans des conditions statiques, la relation entre les tensions des câbles du robot et les forces et les moments appliqués est donnée par l'équation de Newton-Euler ci-dessous :

$$\mathbf{W} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}_p \quad (IV-11)$$

Avec :

$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \dots \tau_t]^T$: Le vecteur des tensions des câbles et t est le nombre des câbles

$\mathbf{W}_p = [\mathbf{f}^T \mathbf{M}^T]^T$: Le torseur des forces extérieures appliquées sur la plateforme mobile.

$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1 \dots \mathbf{W}_t] = \mathbf{J}^T$ avec $\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_i \\ \mathbf{L}_i \times \mathbf{p}_i \end{bmatrix}$ sont les coordonnées plückeriennes du

vecteur $\mathbf{L}_i = \mathbf{l}_i/l_i$ (le vecteur de direction du $i^{\text{ème}}$ câble) et \mathbf{p}_i est le vecteur entre le

point d'ancrage du $i^{\text{ème}}$ câble et le centre d'inertie de la plateforme mobile (voir la Figure IV-4).

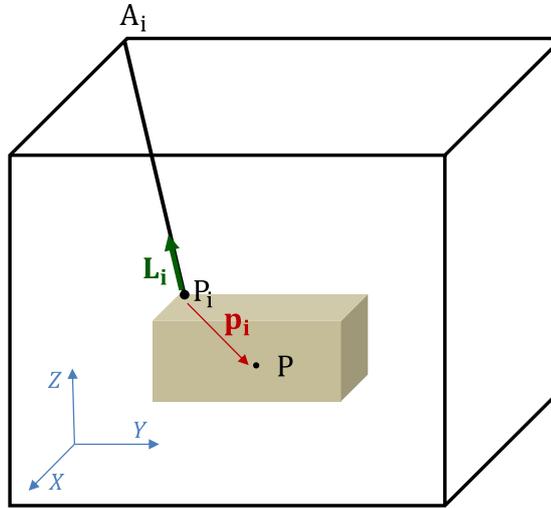


Figure IV-4 : Coordonnées plückeriennes des vecteurs L_i

Le robot LAWEX est entraîné par trois câbles accrochés à l'organe terminal en même point P. En résolvant l'équation (IV-11) pour $t = 3$, nous obtenons l'équation suivante :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{W}_p \quad (IV-12)$$

Avec :

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$$

$$\mathbf{W}_p = \mathbf{f}^T = [0 \ 0 \ (-M_a g)]^T; M_a \text{ est la masse de l'effecteur}$$

$$\mathbf{W} = [L_1, L_2, L_3]; L_i = \mathbf{l}_i / l_i$$

3.2.3. Espace de travail effectif du LAWEX

L'espace de travail effectif du robot LAWEX est déterminé par l'intersection de deux conditions :

- Le volume accessible
- Les tensions positives des câbles

La Figure IV-5 illustre les deux conditions citées ; l'intersection du volume accessible par les câbles et le volume correspondant à la tension positive des câbles représente l'espace de travail effectif du robot LAWEX.

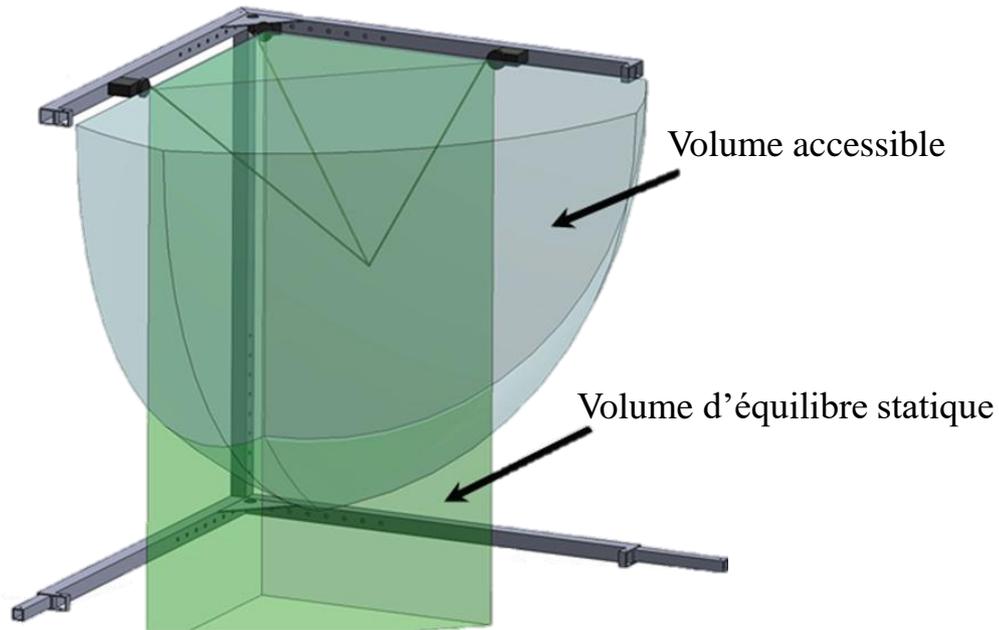


Figure IV-5 : Espace de travail du robot LAWEX [107]

3.3. Formulation du problème de synthèse multi-objectifs

Dans un premier temps, nous reprenons la formulation du problème de synthèse traité dans le chapitre 3 avec les robots translateurs à éléments rigides. Il s'agissait de trouver les paramètres géométriques du mécanisme pour une compacité et une dextérité optimales sous la contrainte d'accessibilité à un espace de travail prescrit.

3.3.1. Vecteur de conception

Le vecteur de conception contient l'ensemble des paramètres indépendants décrivant la géométrie du robot parallèle à câbles. Nous considérons le vecteur donné ci-dessous :

$$I = [d_1, d_2, h, C_x, C_y, C_z]^T$$

Avec :

d_1, d_2, h sont les paramètres géométriques du LAWEX

C_x, C_y, C_z sont les coordonnées de la position du centre du cube prescrit (voir Figure IV-6).

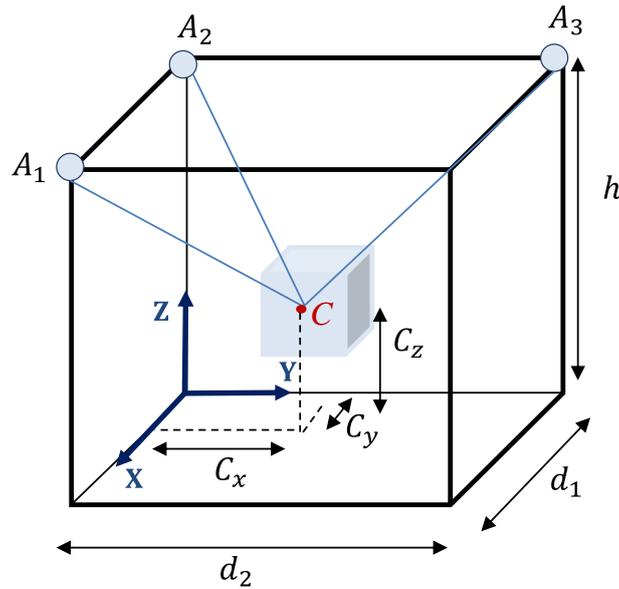


Figure IV-6 : Paramètres du vecteur de conception du LAWEX

3.3.2. Fonctions objectifs

Dans cette formulation du problème de synthèse, deux critères sont évoqués : la compacité et la dextérité. Nous associons une fonction objectif à chacun des deux critères.

- **Compacité**

Nous associons au critère de compacité, la fonction d'évaluation de la compacité, est définie comme le rapport entre le volume du cube prescrit par le volume total du robot.

$$C^{\%} = 100 \frac{a^3}{d_1 d_2 h} \quad (IV-13)$$

Avec, a l'arête du cube prescrit

- **Dextérité**

Nous associons au critère de dextérité, la fonction d'évaluation du comportement cinématique (définition donnée dans le chapitre 2), est calculé par la moyenne de l'indice de conditionnement aux huit sommets du cube. Cette moyenne est définie par :

$$\mu_G = \frac{\sum_{j=1}^8 \mu_j}{8} \quad (IV-14)$$

3.3.3. Fonctions contraintes

Les contraintes du problème d'optimisation sont d'un côté liées à la formulation de l'espace de travail prescrit, représenté par un cube d'arête a , et d'un autre côté liées à la nature du robot à câbles. En conséquence, deux conditions sont à respecter :

- Appartenance du cube à l'espace accessible au robot à câble
- Tension positive des câbles pour toute configuration du cube.

Les limites de l'espace accessible du LAWEX ainsi que l'équation des tensions des câbles sont données respectivement par les équations (IV-9) et (IV-11).

3.3.4. Implémentation et résultats

Le problème d'optimisation multi-objectifs de la synthèse dimensionnelle pour un espace de travail prescrit est résolu avec la méthode des algorithmes génétiques similaire à celle présentée dans le chapitre 3. Après plusieurs itérations et réglages, les paramètres de l'AG ont été fixés comme suit :

Taille de la population	2000
Probabilité de croisement	0.9
Probabilité de mutation	0.1

Les intervalles de variation des paramètres du vecteur de conception sont donnés dans le *Tableau IV-1*.

Tableau IV-1 : Intervalles de variation des paramètres de conception

	d_1	d_2	h	C_z	C_x	C_y
Max (mm)	200	200	200	100	10	10
Min (mm)	1500	1500	1500	1400	1000	1000

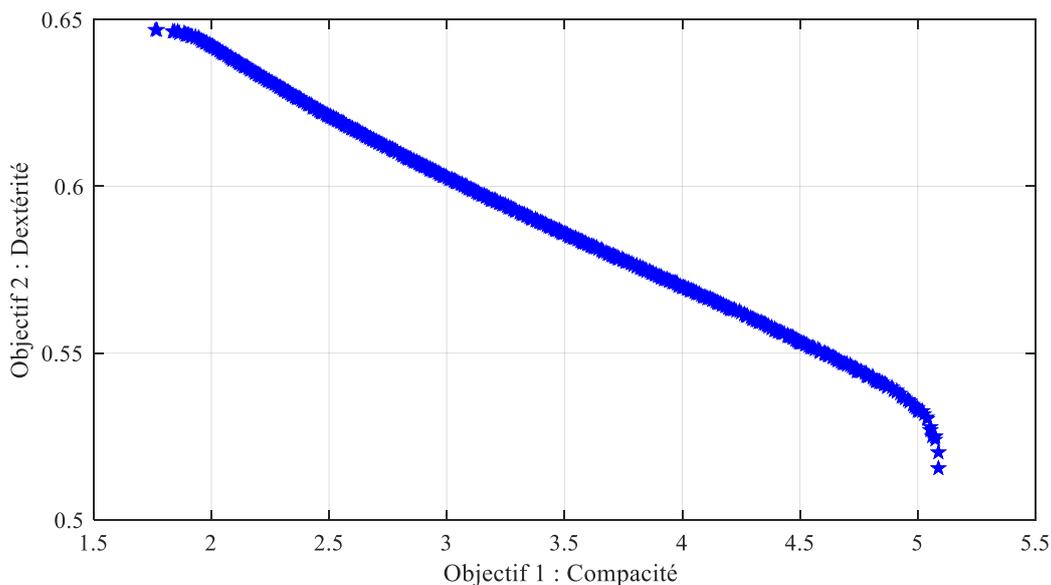


Figure IV-7 : Front de Pareto de l'optimisation multi-objectifs de LAWEX

Le résultat de l'optimisation du problème de synthèse multi-objectifs de LAWEX est présenté dans la *Figure IV-7*. Cette courbe décrit le front de Pareto avec plusieurs solutions à compromis entre les deux objectifs : le critère de compacité et le critère de dextérité.

L'analyse des intervalles de variation des deux fonctions objectifs, montre que l'architecture actuelle du LAWEX est encombrante avec des valeurs de compacité qui vont de 1.5 % à 5.2 % du volume de l'espace de travail prescrit.

Une justification possible de ce résultat est la nature sous-contrainte de l'architecture actuelle du LAWEX. En effet, l'architecture suspendue avec trois câbles limite l'espace de travail effectif du robot et par conséquent, une structure volumineuse sera nécessaire pour assurer l'espace de travail prescrit.

Pour une meilleure analyse, la même formulation du problème de synthèse est proposée avec d'autres architectures du LAWEX, où les emplacements des moteurs et le nombre des câbles sont considérés comme variables de conception.

4. Synthèse typologique et dimensionnelle de LAWEX

Cette partie vise l'étude et la comparaison de quatre architectures différentes du robot LAWEX (voir la *Figure IV-8*). L'objectif est de sélectionner l'architecture optimale et les paramètres optimaux du robot ayant la meilleure répartition des tensions le long de la trajectoire prescrite pour un exercice de rééducation du coude.

En supposant que l'orientation de l'organe terminal durant la tâche de rééducation est fixe, les moments exercés sont négligés. Par conséquent, on ne considèrera que les forces générées par les tensions des câbles.

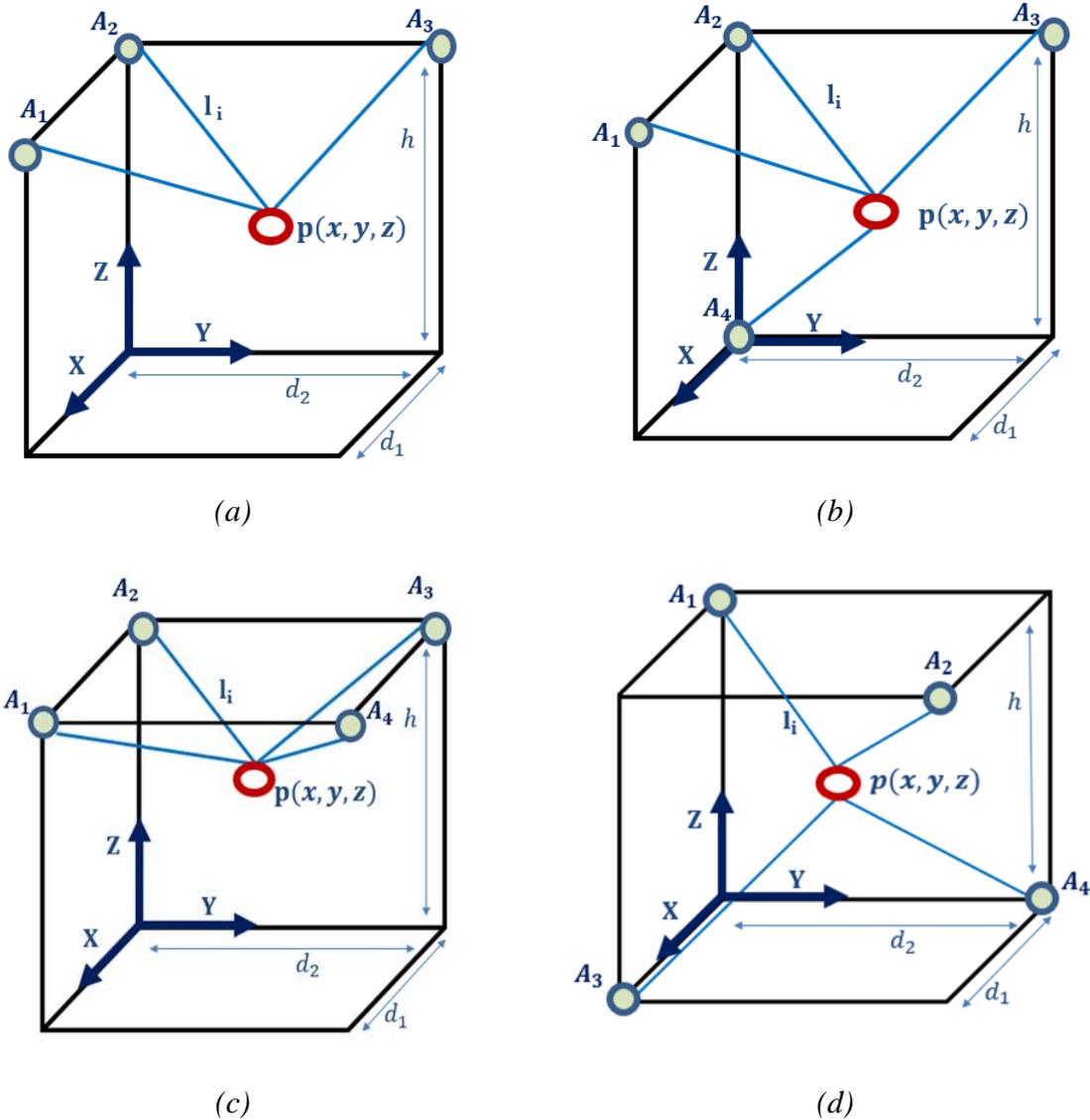


Figure IV-8 : Quatre architectures de LAWEX

La première architecture (a) est l'architecture suspendue sous-contrainte proposée dans la section précédente. Pour la deuxième architecture (b), un câble supplémentaire est ajouté au-dessous de l'organe terminal ce qui rend le robot totalement contraint. La proposition (c) est une architecture suspendue sous-contrainte avec 4 câbles au-dessus de l'organe terminal. Dans la dernière proposition, 4 câbles sont équitablement repartis au-dessus et en dessous de l'organe terminal.

4.1. Géométrie et cinématique des différentes architectures

4.3.1. Première architecture « a »

La première architecture est celle étudiée dans la première partie. C'est la structure présentée dans la Figure IV-8-(a).

Le MGI et la matrice jacobienne de ce robot sont donnés respectivement par les équations (IV-5) et (IV-8).

4.3.2. Deuxième architecture « b »

L'architecture « b », présentée dans la *Figure IV-8-(b)*, fait intervenir 4 câbles pour contrôler la position de l'organe terminal (OT). Trois câbles sont accrochés au point supérieur de l'OT et un quatrième câble au point inférieur de l'OT. Le MGI de cette architecture est défini comme suit :

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(x - d_1)^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + (y - d_2)^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{pmatrix} \quad (IV-15)$$

Les tensions des câbles sont obtenues à partir de l'équation de Newton:

$$\mathbf{W} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}_p \quad (IV-16)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T \\ \mathbf{W}_p &= [0 \ 0 \ -M_a g]^T, \quad M_a: \text{masse de l'OT}, \quad g: \text{accélération gravitationnelle} \\ \mathbf{W} &= [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3, \mathbf{U}_4] \quad , \quad \mathbf{U}_i = -\mathbf{l}_i / l_i \end{aligned}$$

Vu que l'architecture « b » est redondante, il existe une infinité de solutions pour le vecteur tension $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T$. Ce vecteur est donné par l'équation suivante :

$$\boldsymbol{\tau} = \bar{\boldsymbol{\tau}} + \beta \mathbf{N} \quad (IV-17)$$

Avec :

$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{W}^+ \mathbf{W}_p$: est la solution particulière de l'équation (IV-16) et \mathbf{W}^+ est la matrice Moore-Penrose pseudo-inverse de \mathbf{W}
 \mathbf{N} : est le noyau de \mathbf{W}
 β : est un scalaire arbitraire choisi de façon que le τ_i ($i = 1.4$) soit supérieur à la tension minimale désirée.

4.3.3. Troisième architecture « c »

Pour l'architecture « c », présentée dans la *Figure IV-8-(c)*, il s'agit d'une structure suspendue sur-contraint. Son MGI est donné ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(x - d_1)^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{x^2 + (y - d_2)^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{(x - d_1)^2 + (y - d_2)^2 + (z - h)^2} \end{pmatrix} \quad (IV-18)$$

Similairement au robot « b », les tensions des câbles sont données en résolvant l'équation de Newton de l'équation (IV-16).

4.3.4. Quatrième architecture « d »

Pour le robot « d », quatre câbles sont utilisés de manière équitable au-dessus et au-dessous de l'OT comme présenté dans la *Figure IV-8-(d)*. Le MGI dans ce cas est donné ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{(x - d_1)^2 + (y - d_2)^2 + (z - h)^2} \\ \sqrt{(x - d_1)^2 + y^2 + z^2} \\ \sqrt{x^2 + (y - d_2)^2 + z^2} \end{pmatrix} \quad (IV-19)$$

Les tensions des câbles sont déterminées de la même manière que les deux architectures précédentes.

4.2. Rééducation du membre supérieur

La nature flexible et reconfigurable des robots parallèles à câbles a créé leur succès particulièrement dans les tâches d'assistance médicale et rééducation physique [96], [131]–[135]. Le LAWEX a été conçu et développé pour assister les personnes aux problème de motricité du membre supérieur.

Des études statistiques ont montré que 80 % des patients qui ont survécu à un AVC souffrent d'une paralysie du membre supérieur [136]. L'objectif de la rééducation fonctionnelle est d'aider ces patients à retrouver le contrôle du mouvement et de corriger l'amplitude de ce dernier.

Alves *et al* [131] a identifié les sept mouvements les plus importants du membre supérieur sans compter ceux des doigts :

- L'épaule : abduction/adduction – Flexion / Extension – rotation extérieure /intérieure
- Le coude : Supination / pronation - Flexion /Extension
- Le poignet : déviation radiale / ulnaire – Flexion /Extension

Pour déterminer les amplitudes des différents mouvements, plusieurs études expérimentales de mesure ont été réalisées [136] [135] [137]. Cependant une réévaluation doit être refaite sur chaque patient pour tenir compte de ses limites psychologiques et physiques.

Dans ce travail de thèse, on s'intéresse au mouvement de la flexion-extension du coude schématisé dans la *Figure IV-9*. La flexion du coude est réalisée en tenant l'épaule à un angle de 90° du tronc et le membre supérieur en position étendue (avec la paume de la main vers le haut). Le mouvement de flexion consiste à apporter l'avant-bras aussi près que possible du bras, comme le montre le modèle de la *Figure IV-9*.

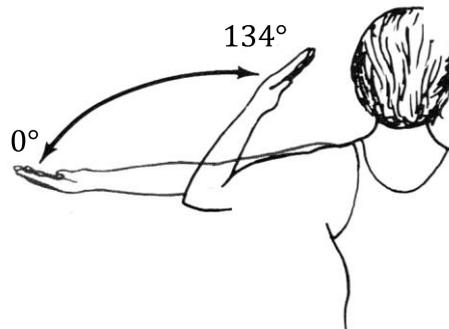


Figure IV-9 : Extension -flexion du coude

L'étude menée par Major *et al* [137] sur 21 patients de différents sexes et âges, a montré que la moyenne des amplitudes de flexion atteinte est de 134.2° .

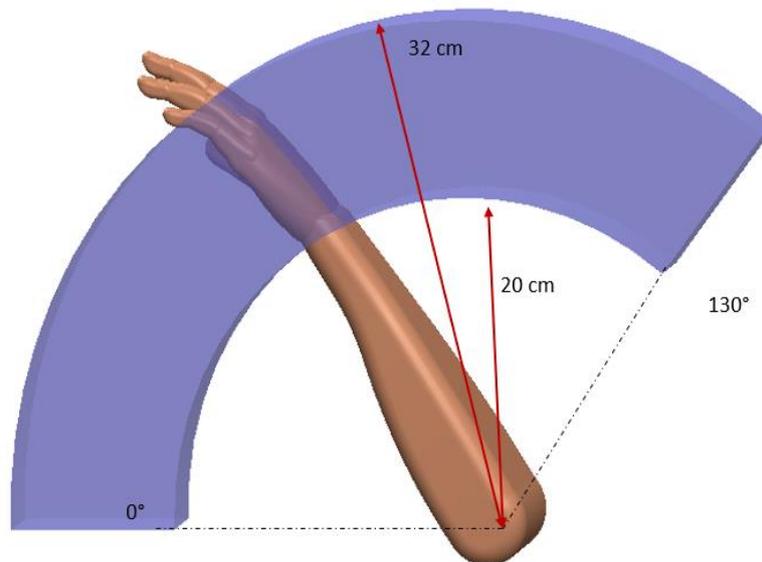


Figure IV-10 : Espace de travail pour la rééducation du coude

Nous avons fait des mesures de la longueur de l'avant-bras de 10 différents sujets et nous avons enregistré un intervalle de variance de 20 à 32 cm. Cette étude nous a permis de définir le volume de l'espace de travail nécessaire pour la rééducation en flexion-extension de l'avant-bras comme présenté dans la *Figure IV-10*

4.3. Algorithme de synthèse combinée du LAWEX

4.3.1. Vecteur de conception

Le vecteur de conception \mathbf{I} de l'approche proposée est composé de deux parties. La première partie comporte la variable discrète ($ty = 1,2,3,4$) en référence à l'architecture sélectionnée parmi les quatre proposées et la deuxième partie comporte les variables continues qui décrivent les paramètres de conception du manipulateur (voir la *Figure IV-11*).

$$\mathbf{I} = [ty, d_1, d_2, h, r, z_E]^T \quad (IV-20)$$

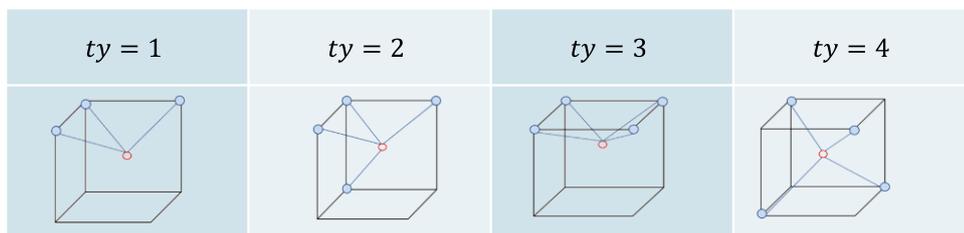
Avec :

$ty = 1, 2, 3, 4$: désigne le type de l'architecture sélectionnée

d_1, d_2, h : sont les paramètres de conception du manipulateur

$$r = x_E \sqrt{2} = y_E \sqrt{2}$$

x_E, y_E, z_E : désignent la position fixe du coude du patient (voir la *Figure IV-12*).



$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} ty & d_1 & d_2 & h & r & z_E \end{bmatrix}$$

↓
}

Variable discrète Variables continues
 1 .. 4

Figure IV-11 : Vecteur de conception

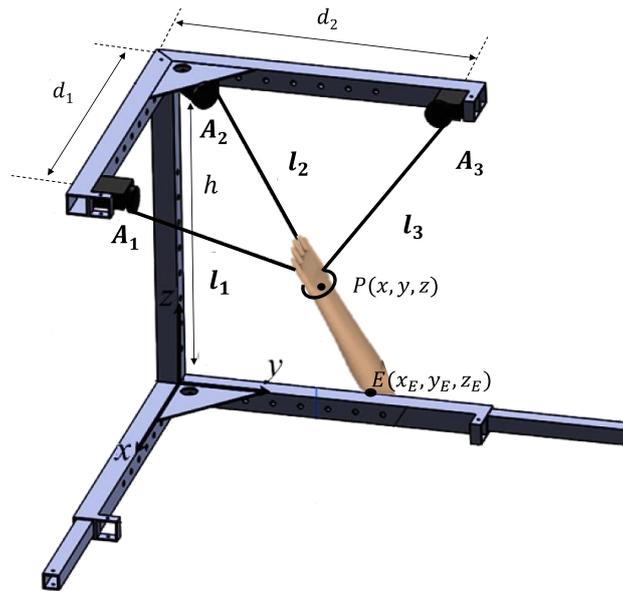


Figure IV-12 : Paramètres de conception du robot à câbles et positionnement du coude.

4.3.2. Fonctions objectifs

- **Compacité**

L'objectif de ce critère est de réduire le volume occupé par le robot. La fonction proposée est un rapport entre le volume de la solution proposée et le volume du prototype de LAWEX construit par le laboratoire LARM.

$$F_1(I) = \frac{d_1 \times d_2 \times h}{V_{LARM}} \quad (IV-21)$$

Les dimensions et le volume du prototype de LARM sont reportés dans le *Tableau IV-2*.

Tableau IV-2 : Les dimensions du prototype de LARM

d_1_{LARM}	d_2_{LARM}	h_{LARM}	V_{LARM}
0.6 m	0.6 m	0.65 m	0.234 m ³

- **Tensions des câbles**

Pour minimiser les tensions des câbles tout au long de la trajectoire prescrite, une fonction objectif est proposée dans l'équation (IV-22). Il s'agit de minimiser la somme quadratique des tensions des câbles en tout point de la trajectoire.

$$F_2(I) = \frac{\boldsymbol{\tau}^T \boldsymbol{\tau}}{(\max \boldsymbol{\tau})^2} \quad (IV-22)$$

4.3.3. Fonctions contraintes

Le problème de synthèse combinée du LAWEX proposé est sujet de deux contraintes :

- Appartenance de la trajectoire désirée à l'espace de travail du robot.
- Positivité de la tension des câbles en chaque point de la trajectoire.

L'appartenance à l'espace de travail est assurée par la fonction de puissance de point ci-dessous :

$$\begin{cases} f_{i \max} = (x - x_{Ai})^2 + (y - y_{Ai})^2 + (z - z_{Ai})^2 - l_{\max}^2 \leq 0 \\ f_{i \min} = l_{\min}^2 - (x - x_{Ai})^2 - (y - y_{Ai})^2 - (z - z_{Ai})^2 \leq 0 \end{cases} \quad (IV-23)$$

Avec :

$i = 1,2,3$ ou $i = 1,2,3,4$ selon l'architecture

Ai est le point d'ancrage du $i^{\text{ème}}$ câble

l_{\max} et l_{\min} sont respectivement les longueurs maximale et minimale des câbles

Pour garantir la tension positive des câbles dans les cas des architectures redondantes, nous imposons une tension minimale τ_{\min} positive et nous calculons la fonction pseudo-inverse (voir la Figure IV-13) :

$$\boldsymbol{\tau} = \bar{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{Q} \geq 0 \quad (IV-24)$$

Avec :

$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{W}^+ \mathbf{W}_p$, \mathbf{W}^+ : est la pseudo-inverse de \mathbf{W} .

$\mathbf{Q} = (\mathbf{I}_m - \mathbf{W}^+ \mathbf{W})\mathbf{s}$, \mathbf{I}_m : est la matrice d'identité $m \times m$, m est le nombre des câbles

\mathbf{s} : est $(m \times 1)$ vecteur arbitraire

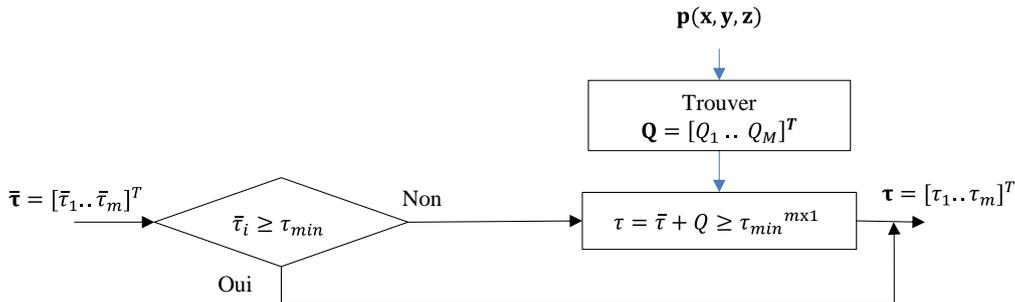


Figure IV-13 : Schéma de contrôle de la tension des câbles

Pour l'intégration des contraintes de notre problème dans l'algorithme de résolution, nous optons pour la méthode de pénalité. Cette méthode permet de passer d'une formulation avec contraintes à une formulation sans contraintes. Une fonction de pénalité binaire est définie comme ci-dessous :

$$F_0(I) = \begin{cases} 0 & \text{si les contraintes sont satisfaites} \\ cf & \text{sinon} \end{cases} \quad (IV-25)$$

Avec, cf est une constante de pénalité (grande constante positive)

4.4. Implémentation et résultats

Le problème d'optimisation proposé est résolu sur le logiciel MATLAB. L'algorithme NSGA-II modifié a été implémenté avec les entrées suivantes :

Taille de la population = 500

Nombre de générations = 100

L'évolution de chacune des architectures à travers les générations, présentée dans la *Figure IV-14*, montre une domination de la quatrième architecture « d » à partir de la 50^{ème} génération. Pour analyser la dominance des individus de type « d », une présentation de la dernière génération en termes de fonctions objectif est donnée sur la *Figure IV-15*. Les solutions de type « d » sont nombreuses mais quasi-identiques en termes de compacité, elles ont des valeurs de compacité proches mais une variation de la fonction tensions des câbles relativement importante contrairement aux autres architectures « a », « b » et « c ».

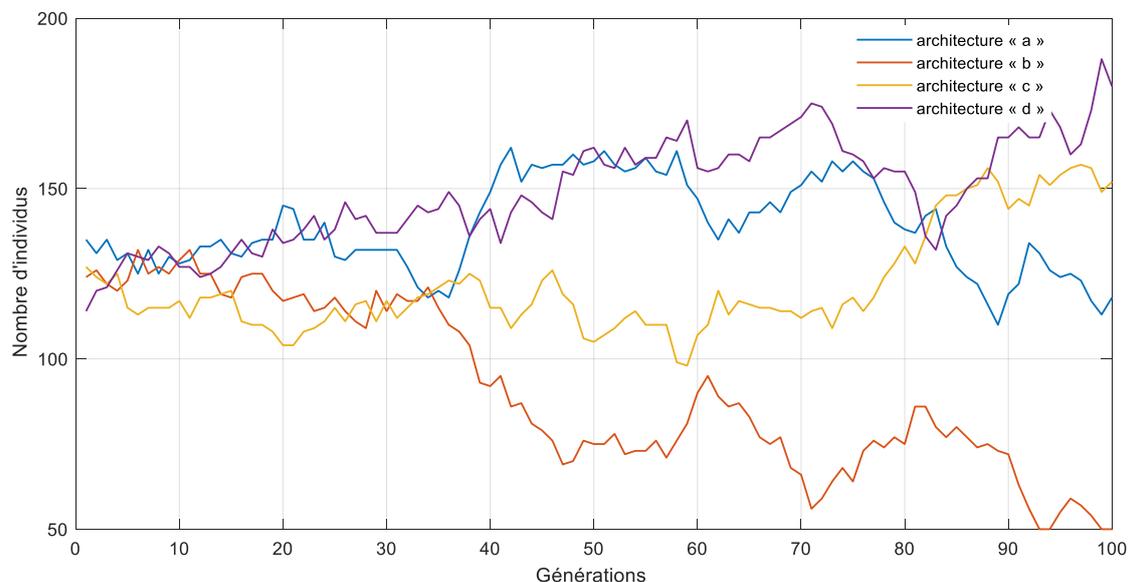


Figure IV-14 : Evolution des architectures à travers les générations

La *Figure IV-16* présente l'ensemble des solutions optimales non dominées appelées front de Pareto du processus d'optimisation. La première et la deuxième architectures, « a » et « b », sont exclues du front de Pareto car leurs solutions sont des solutions dominées. La tension minimale des câbles est obtenue pour le troisième type « c » où l'organe terminal est suspendu

par quatre câbles tandis que les meilleures valeurs de compacité sont présentées par le type « d », où les câbles sont équitablement répartis au-dessous et au-dessus de l'organe terminal. Les solutions ayant un indice de compacité supérieur à 1 dans le front de Pareto sont les solutions avec une conception plus encombrante que le prototype du LAWEX.

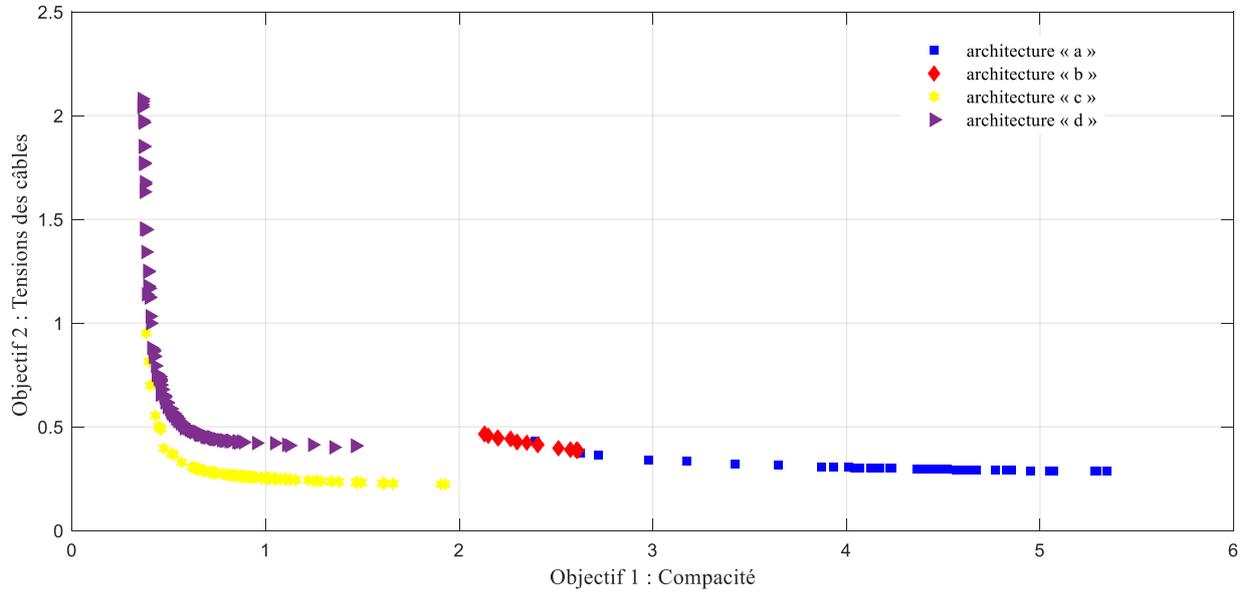


Figure IV-15 : Solutions de la dernière population

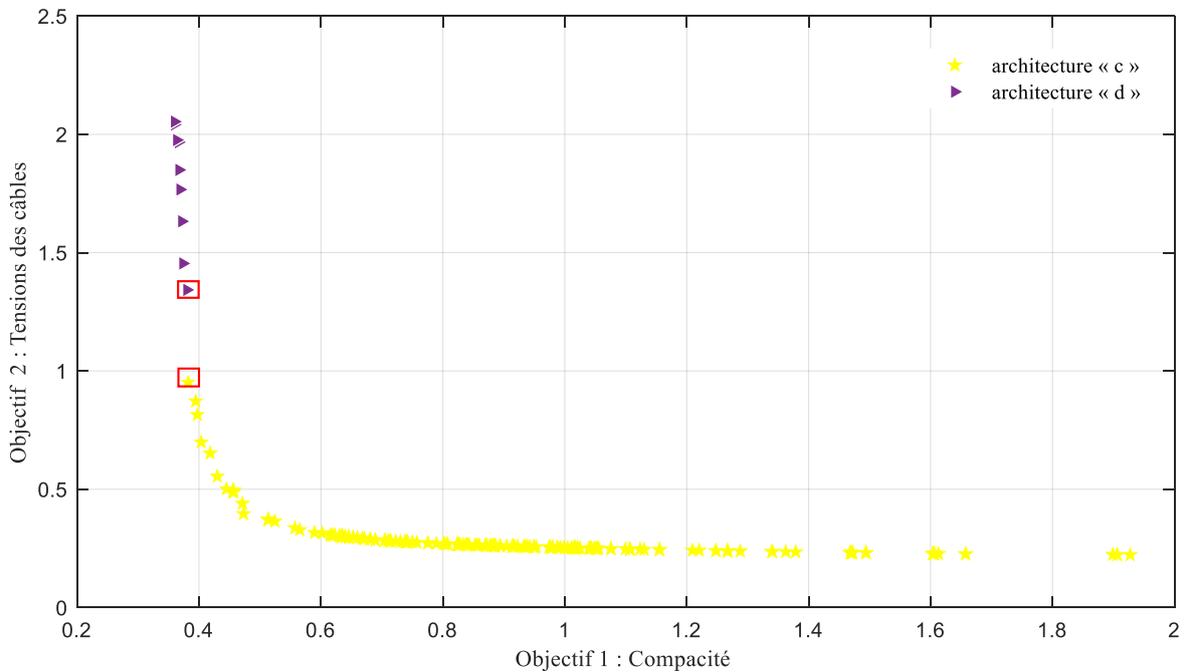


Figure IV-16 : Front de Pareto

La discontinuité du front de Pareto le long de l'axe de l'objectif de tension des câbles peut être expliquée par l'hétérogénéité des conceptions étudiées où l'objectif de compacité est une fonction commune à toutes les conceptions alors que la fonction des tensions des câbles est spécifique à chacune des conceptions. Pour examiner le point de discontinuité, les deux solutions de l'intervalle de discontinuité du front de Pareto sont identifiées (*Tableau IV-3*) et présentées sur la *Figure IV-17*.

Tableau IV-3 : Les solutions du point de discontinuité de front de Pareto

	ty	d_1	d_2	h	r	z_e
I	4	0.44m	0.45 m	0.45 m	0.284 m	0.05 m
	3	0.45 m	0.45 m	0.46 m	0.289 m	0.05 m

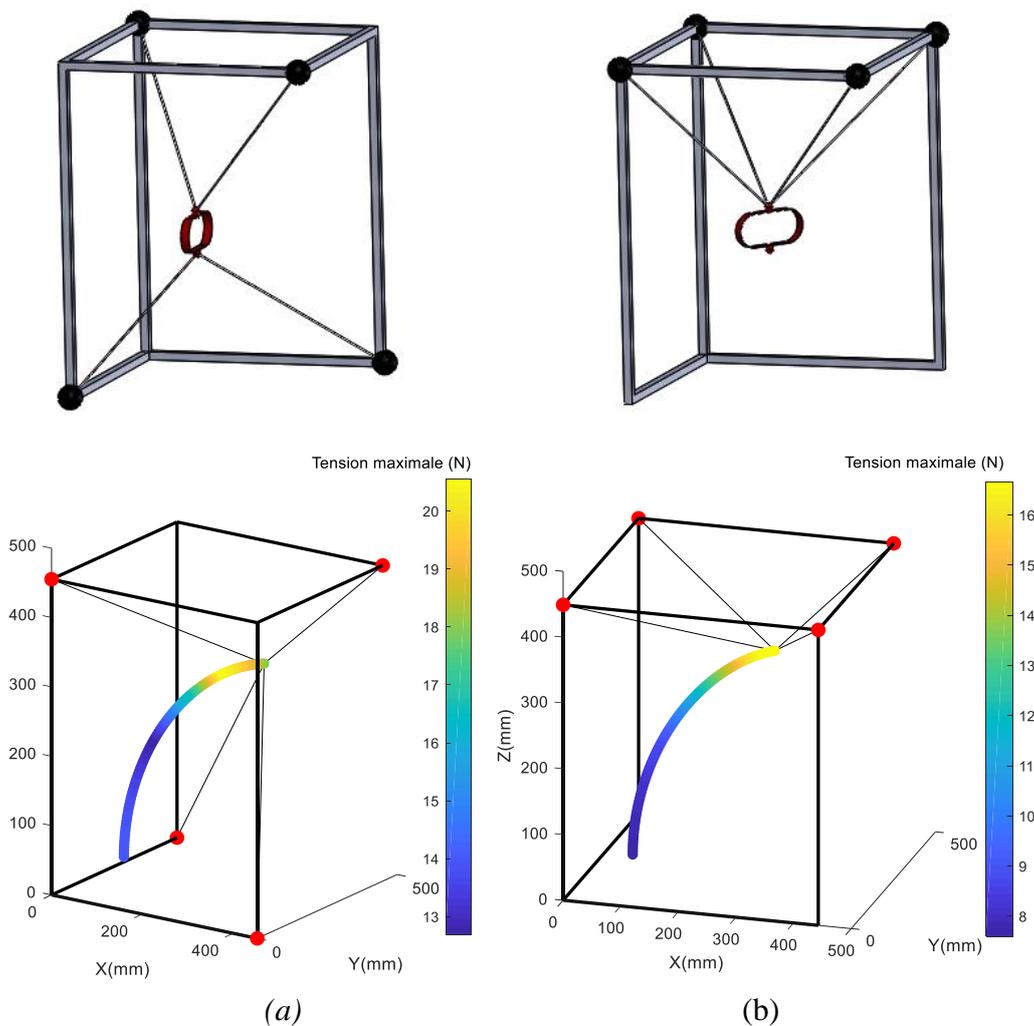


Figure IV-17 : CAO et tensions maximale des deux solutions sélectionnées

La Figure IV-17 montre que les volumes occupés par les deux solutions sont très proches approximativement égaux à $0.09 m^3$. Cependant, une différence relativement importante au niveau de la tension maximale des câbles est enregistrée le long de la trajectoire. La différence de la position des moteurs d'une conception à une autre affecte l'équilibre statique de l'effecteur et par conséquent, la répartition des efforts appliqués.

4.5. Nouveau critère de sécurité

Dans le but de minimiser le risque d'interférence entre les câbles et le patient, un critère de sécurité géométrique est proposé. Il consiste à calculer la distance minimale entre le patient et les points de la trajectoire prescrite de la tâche de rééducation. Ainsi, nous considérons les câbles comme des segments que nous discrétisons en n points comme illustrés dans la Figure IV-18. Une zone de sureté est considérée afin de renforcer la sécurité du patient. Elle est décrite par un cylindre de diamètre D et d'axe de révolution positionné au niveau de la colonne vertébrale du patient et de diamètre D (voir la Figure IV-19).

La distance entre un point du câble j de coordonnées (x_j, y_j, z_j) et le cylindre entourant le patient est donnée par l'expression suivante :

$$d_j = \sqrt{(x_j - x_c)^2 + (y_j - y_c)^2} - \frac{D}{2} \quad (IV-26)$$

Avec :

$C(x_c, y_c, z_c)$ est un point de l'axe du cylindre à la même hauteur que le point j ($z_c = z_j$). L'indice du critère de sécurité proposé est donné par l'inverse de la distance minimale enregistrée durant la trajectoire.

$$f = \frac{1}{\min(d_j)}, \quad j = 1..n \quad (IV-27)$$

Avec :

d_j est la distance en mm entre le cylindre et un point j du câble.

N est le nombre de points discrétisés des câbles.

L'indice $f \in [0 1]$ peut être implémenté dans un problème de synthèse dimensionnelle du RPC comme une contrainte à respecter ou un objectif à minimiser.

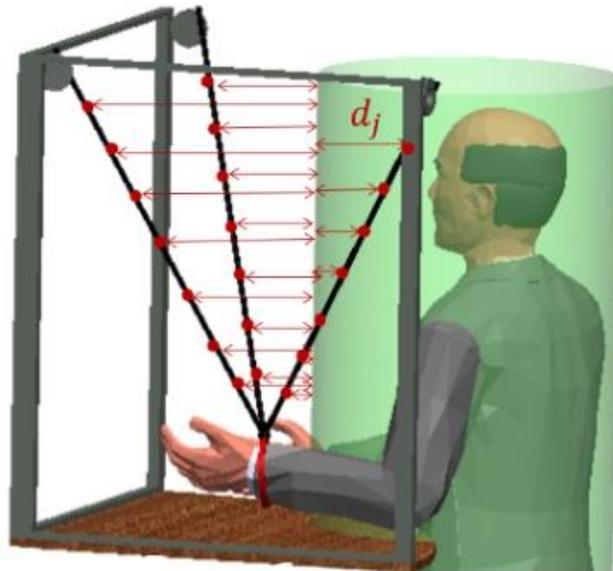


Figure IV-18 : Schématisation du critère de sécurité

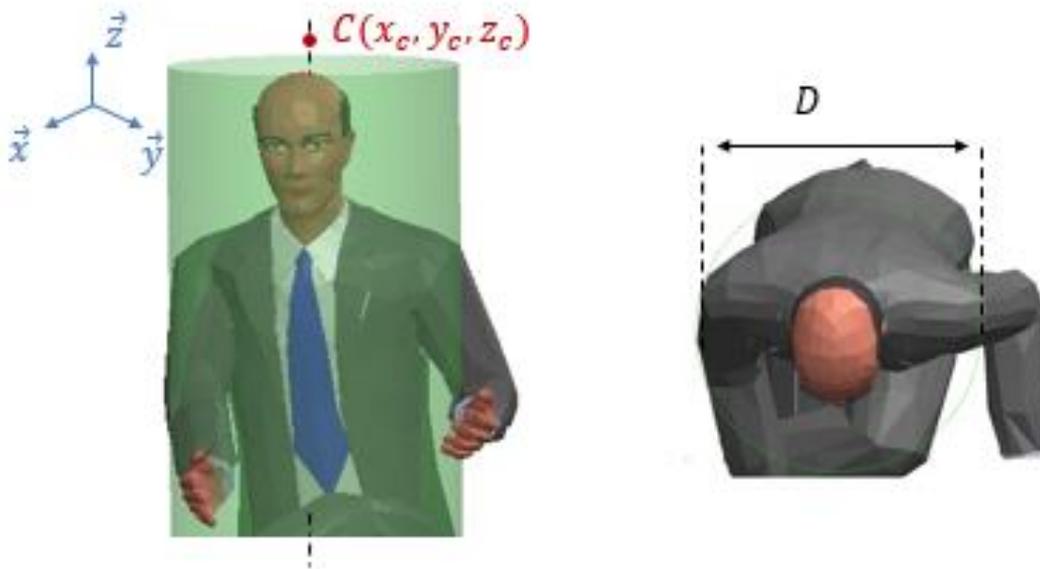


Figure IV-19 : Cylindre de sureté

Pour sélectionner une solution unique dans l'ensemble des solutions du front de Pareto, nous faisons recours à ce critère de sécurité. Il consiste à évaluer la distance minimale entre les câbles et le patient. Un nombre de points est sélectionné sur chaque câble à égale distance puis la distance d'un point p_{ij} au patient est calculée où $i = 1..m$ et $j = 1..nb$.

$$F_s = \min (P_{ij}) \quad (IV-28)$$

Avec :

$$P_{ij} = \sqrt{(x_{ij} - x_c)^2 + (y_{ij} - y_c)^2} - \frac{D}{2}$$

x_{ij}, y_{ij} : sont les coordonnées du point p_{ij}

La fonction de sécurité est calculée pour toutes les solutions de Pareto. Le classement des solutions de Pareto a révélé que l'architecture « d » est plus sûre pour le patient que les solutions de type « c » avec une distance minimale égale à 5 cm tout au long de la trajectoire souhaitée. La solution de type « d » qui garantit la distance maximale entre les câbles et le patient est choisie.

Pour une meilleure analyse, les paramètres de conception de la solution sélectionnée et du prototype existant sont donnés dans le *Tableau IV-4*.

Tableau IV-4 : Les paramètres de conception du design sélectionné

	ty	d_1	d_2	h	r	z_e
I	4	0.44m	0.44 m	0.40 m	0.83 m	0.05 m
I_{LARM}	1	0.6 m	0.6 m	0.65 m	0.29 m	0.22 m

La *Figure IV-20* présente l'évolution de la tension maximale le long de la trajectoire prescrite pour le prototype existant et la solution optimale choisie. Une différence allant de 2 à 3 N est constatée entre les deux architectures.

La *Figure IV-21* présente les modèles CAO du prototype LAWEX et de la solution choisie. Une différence importante est remarquée sur le volume occupé par les deux modèles. Une évaluation du volume occupé et de la tension maximale des câbles des deux architectures est donnée dans le *Tableau IV-5*. Les résultats montrent l'architecture « d » comme étant la plus efficace en termes de critères d'optimalité sélectionnés avec un compromis entre le volume occupé du robot, les tensions des câbles et la sécurité de l'utilisateur.

Pour conclure, il a été possible d'obtenir une réduction du volume occupé d'environ 65% tandis que la tension maximale du câble a été réduite de 12%. En termes de sécurité, le prototype actuel est encore 41 % plus sûr que la solution choisie en raison de la position des points de sortie qui sont isolés de la position du patient.

Tableau IV-5 : Comparaison entre la solution existante et la solution proposée

	Prototype actuel	Solution proposée	Amélioration %
Volume occupé	$V_{LAWEX} = 0.234 \text{ m}^3$	$V_{sol} = 0.08 \text{ m}^3$	$\frac{V_{LAWEX} - V_{sol}}{V_{LAWEX}} \% = 65\%$
Tension maximale des câbles	$\text{Max}(\tau_{LAWEX}) = 20.1 \text{ N}$	$\text{Max}(\tau_{sol}) = 17.5 \text{ N}$	$\frac{\text{Max}(\tau_{LAWEX}) - \text{Max}(\tau_{sol})}{\text{Max}(\tau_{LAWEX})} \% = 12\%$
Sécurité : distance minimale entre les câbles et le patient	$d_{\min LAWEX} = 10.4 \text{ cm}$	$d_{\min sol} = 6.1 \text{ cm}$	$\frac{d_{\min LAWEX} - d_{\min sol}}{d_{\min LAWEX}} \% = -41\%$

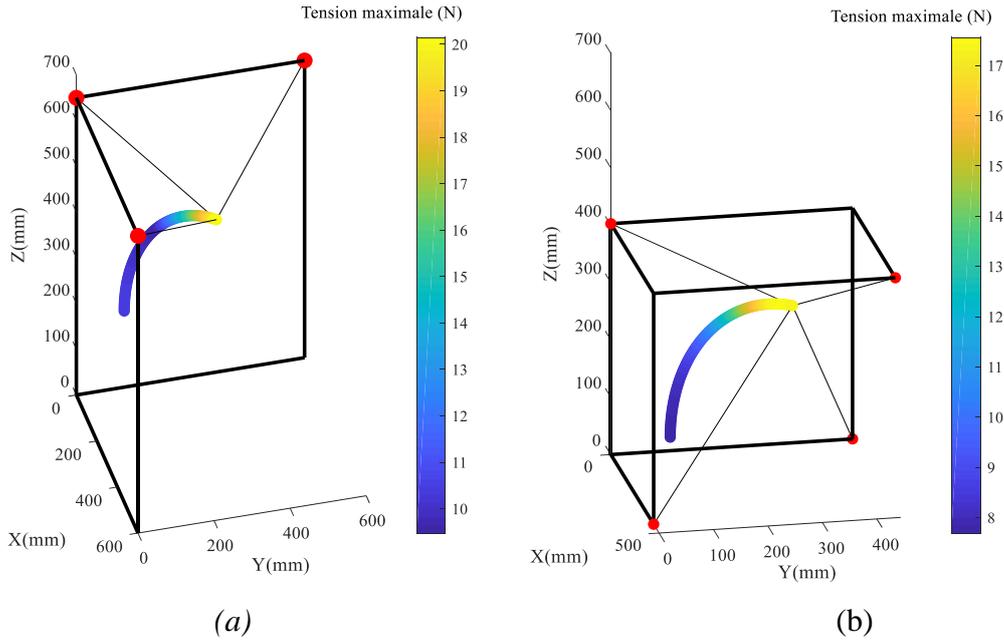


Figure IV-20 : Tension maximale en N : (a) Prototype actuel (LAWEX), (b) Solution optimale sélectionnée

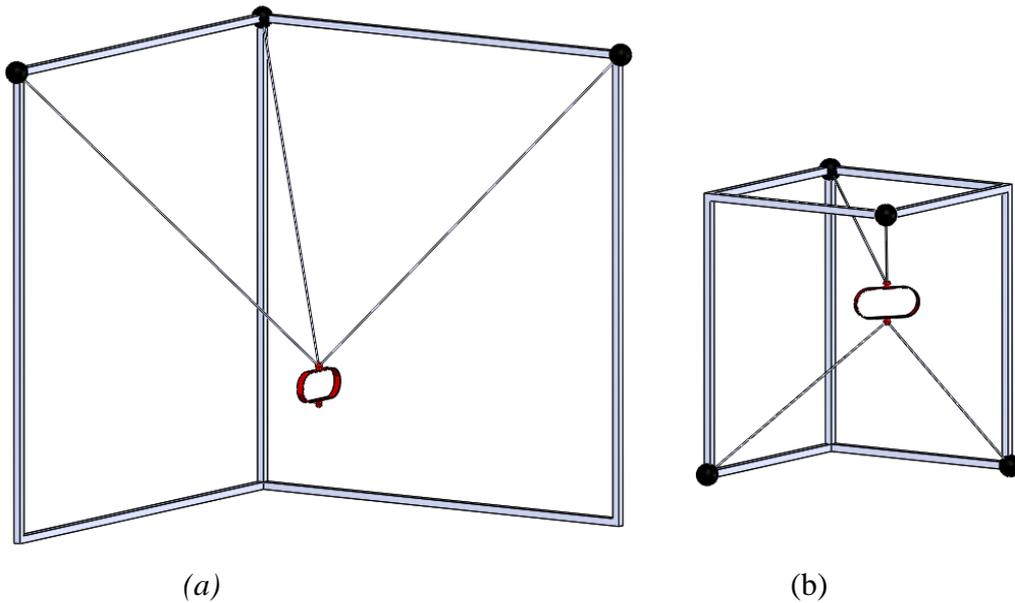


Figure IV-21 : (a) CAO du prototype actuel, (b) CAO de la solution optimale sélectionnée

5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une nouvelle approche de synthèse combinée qui regroupe la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle des RPTs en une seule étape. En utilisant l'algorithme d'optimisation multi-objectifs NSGA-II, une formulation qui rassemble deux types de variables, discrètes et continues, est développée et présentée. Il s'agit d'étendre le NSGA-II pour permettre la synthèse de plusieurs architectures en même temps, le type de l'architecture est définie par une variable discrète alors que ses dimensions sont représentées par des variables continues. L'approche développée a révélé une disconvenance au niveau des phases de reproduction du NSGA-II. En effet, le croisement et la mutation de deux individus de cinématiques différentes et donc de paramètres de conception non homogènes s'avère impossible. Ceci a rendu impossible d'appliquer l'approche aux quatre RPTs du chapitre 3. Par contre et vu qu'il s'agit bien d'une même cinématique, nous avons pu l'appliquer sur les robots parallèles à câbles à travers le robot LAWEX. Développé par un groupe de chercheurs de l'université de Cassino, LAWEX est un robot à câbles conçu pour assister les personnes suivant une thérapie de rééducation physique du membre supérieur. Une présentation géométrique et cinématique de LAWEX a été donnée. Ensuite, une formulation d'un problème de synthèse multi-objectifs pour optimiser la taille et le comportement cinématique du robot pour un espace de travail prescrit a été proposée et résolue similairement à la problématique du chapitre 3.

Dans un troisième temps, l'approche d'optimisation combinée développée a été appliquée sur le robot LAWEX. Ce cas d'étude propose une optimisation multi-objectifs simultanée en prenant en compte les tensions des câbles et le volume occupé ainsi que la trajectoire désirée. Quatre typologies différentes du LAWEX ont été proposées. En plus des paramètres géométriques, le vecteur de conception de l'algorithme développé contient une variable discrète pour définir la typologie sélectionnée parmi les quatre proposées. La typologie et les dimensions du mécanisme parallèle sont optimisées simultanément. En implémentant l'algorithme développé sur MATLAB, un front de Pareto a été obtenu montrant l'ensemble des solutions optimales non-dominées. Compte tenu de l'importance de la sûreté des patients dans les tâches de rééducation, un critère de sécurité a été développé et proposé. Il s'agit d'évaluer la distance entre le patient et les câbles à chaque instant de l'exercice de rééducation. La distance minimale est retenue et est considérée comme critère à maximiser. Ce critère de sélection supplémentaire nous a permis de choisir l'architecture la plus efficace

en termes de critères d'optimalité sélectionnés avec un compromis entre le volume du robot occupé, les tensions des câbles et la sécurité de l'utilisateur.

L'algorithme développé est une amélioration de l'algorithme NSGA-II. Il a permis de supporter les caractéristiques typologiques et les paramètres dimensionnelles du manipulateur simultanément, contrairement aux approches séquentielles classiques.

Conclusions générales

1. Conclusions

Les contributions principales de cette thèse s'articulent autour de la synthèse optimale des robots parallèles. Ces derniers, malgré leur présence timide sur le marché, commencent à gagner l'intérêt de l'industrie moderne grâce à leurs qualités en termes de précision, rigidité, dynamique, etc. Cependant, certaines de leurs limitations comme leur étroit espace de travail et la complexité de leur modélisation demeurent un sujet de recherche actif.

Nos travaux s'intéressent aux deux phases consécutives de la synthèse des mécanismes parallèles, i.e. la synthèse typologique et la synthèse dimensionnelle. Une approche de définition de l'espace de travail des RPTs a été élaborée et illustrée sur quatre translateurs différents, à savoir Delta, 3-UPU, Tri-Pyramide et RAF. Cette approche consiste à la mise en équations des frontières de l'espace de travail du RPT en fonction de la forme géométrique de l'espace accessible par l'extrémité de chaque jambe de ce dernier. L'avantage de cette méthode est la simplicité de sa mise en œuvre qui ne nécessite pas la résolution du modèle géométrique inverse du RPT contrairement à l'approche de discrétisation. En plus de la détermination de l'espace de travail du RPT, la méthodologie développée permet d'attribuer une fonction de puissance à chaque point de l'espace cartésien. La valeur de cette fonction sert à décider sur l'appartenance de ce point donné à l'espace de travail du RPT aussi bien que à évaluer la distance entre le point et les frontières de l'espace de travail.

Les équations des surfaces frontières sont exploitées dans la formulation du problème de synthèse des RPTs pour un espace de travail prescrit. L'objectif de cette formulation est l'optimisation de plusieurs performances des RPTs qui sont souvent contradictoires. Le défi est de trouver la solution qui présente le meilleur compromis entre différents critères de différentes natures. Nous avons proposé la résolution d'un problème d'optimisation qui consiste à maximiser le critère géométrique de compacité et le critère cinématique de dextérité de quatre translateurs pour un espace de travail cubique prescrit. Ces deux critères évoluent d'une façon inversement proportionnelle, i.e. l'amélioration d'un critère provoque la dégradation de l'autre et vice versa.

Pour la résolution nous avons fait recours à une méthode d'optimisation évolutionnaire multi-objectifs : l'Algorithme Génétique (AG). Une approche de pénalité a été également mise en œuvre pour l'implémentation des contraintes liées à l'espace travail prescrit dans l'algorithme d'optimisation. Les résultats générés par l'AG présentent les fronts de Pareto correspondants aux quatre RPTs étudiés, i.e. Delta, 3-UPU, Tri-Pyramide et RAF. Les solutions obtenues ont fait l'objet d'une étude comparative sur les performances étudiées des RPTs. Cette étude n'a pas permis le tri des RPTs en vue de l'évolution contradictoire des performances optimisées.

À la suite de cette étude, une nouvelle approche qui vise à combiner le type et les dimensions du RPT dans un même algorithme est proposée. Il s'agit d'étendre l'algorithme d'optimisation pour traiter deux types de paramètres : paramètres discrets et paramètres continus. Ces éléments sont respectivement accordés au type du RPT et à ses paramètres de conception qui définissent entre autres ses dimensions. Une limitation de cette approche réside dans la manipulation de plusieurs types de RPTs de différentes natures (différentes variables de conception). Dans ce cas, la reproduction entre deux différents éléments de différentes natures, et donc ayant des paramètres de conception différents s'avère impossible au sein de l'AG. Par contre, quand il s'agit des architectures pouvant être représentées par le même vecteur de conception, comme les robots parallèles à câbles, l'approche combinée typologie-dimensions est bien applicable.

Nous avons proposé un cas d'étude particulier sur les robots parallèles à câbles, où quatre différentes architectures du même robot LAWEX ont été présentées. Ce robot développé au sein du laboratoire LARM est utilisé comme dispositif d'assistance aux personnes durant les exercices de rééducation physique. Le prototype existant est composé d'une plateforme suspendu par 3 câbles. Nous avons présenté trois autres architectures de LAWEX en modifiant l'emplacement des moteurs et le nombre de câbles. Le but de cette étude est de sélectionner la meilleure architecture qui offre les meilleures performances désirées par la concepteur. L'algorithme proposé permet de trier et comparer les quatre architectures au sein d'une même génération de l'AG. La formulation consiste à optimiser la taille et le comportement cinématique de LAWEX pour une tâche prescrite, deux paramètres sont mis en jeu : le type de l'architecture et ses dimensions.

L'implémentation de cet algorithme sur le Software MATLAB, a permis d'obtenir le front de Pareto composé par des solutions de différents types. Ces solutions sont triées en fonction des

critères d'optimisation définis. Le choix d'une solution optimale est ainsi plus simple selon les préférences du concepteur.

2. Perspectives

En projection à nos travaux, plusieurs pistes peuvent être abordées sur les deux plans : court et long terme.

A court termes, il est impérieux d'adapter l'algorithme de synthèse mixte proposé à tout type de mécanismes. L'enjeu est d'intervenir dans les étapes de reproduction au sein de l'AG, i.e. le croisement et la mutation, pour empêcher des individus de différentes natures de se reproduire. Cette perspective n'est pas restreinte aux RPTs, la méthodologie développée permettra d'optimiser tout type de mécanisme.

Un autre volet qu'on a commencé à creuser est la classification et la détermination de l'espace de travail des RPTs. L'objectif est de systématiser la méthode développée au cours du troisième chapitre et l'implémenter d'une façon algorithmique. Les entrées de l'algorithme seront les chaînes cinématiques composant chaque jambe du robot. Une énumération des différentes combinaisons des articulations cinématiques est déjà en cours de progression. Cette base de données une fois établie permettra de prévoir l'espace accessible par l'extrémité de la chaîne cinématique et par la suite de développer les équations des surfaces frontières de l'espace de travail du RPT.

A long termes, nous envisageons d'élargir les types de mécanismes étudiées en proposant des mécanismes hybrides composés d'une partie rigide et une partie flexible à câbles. Cette perspective a pour objectif de rassembler les avantages des deux types d'éléments, i.e. rigides et flexibles, pour avoir un mécanisme précis, sécuritaire et avec un large espace de travail.

Une autre solution pour améliorer la sécurité des mécanismes rigides est d'intégrer des éléments flexibles comme les ressorts dans le schéma cinématique du mécanisme. Une solution pareille est déjà en cours de développement au sein de l'équipe.

Productions scientifiques

Articles :

- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, G. Carbone, « Multi-Objective Optimal Design of a Cable Driven Parallel Robot for Rehabilitation Tasks », Mechanism and Machine Theory, 2021, 156, 104141
- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, « Dimensional Synthesis and Performance Evaluation of Four Translational Parallel Manipulators », Robotica, 2021, 39(2), pp: 233-249.

Chapitres :

- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, G. Carbone, « On the optimal design of LAWEX for a safe upper arm rehabilitation exercising », 5th IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics - MEDER2021
- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, G. Carbone, « Novel Safety Criterion for Synthesis of Cable Driven Parallel Robots », Mechanism and Machine Science, 2020, 84, pp: 112-120
- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, « Comparative Study of Design of a 3-DOF Translational Parallel Manipulator with Prescribed Workspace », Mechanism and Machine Science, 2019, 73, pp: 501-512
- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, « Geometric Based Approach for Workspace Analysis of Translational Parallel Robots », CISM International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures, 2019, 584, pp. 180–188

Dépôt de Brevet :

Dispositif mécanique parallèle à compliance passive pour la transmission de mouvement de translation spatial

Communication :

- I. Ben Hamida**, M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane « Synthèse dimensionnelle d'un translateur : Le Tri-pyramide », 7ième Congrès International Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques CMSM'2017

Références Bibliographiques :

- [1] R. BRICARD, “Mémoire sur la théorie de l’octaèdre articulé,” *J. Math. Pures Appl.*, vol. 3, pp. 113–148, 1897.
- [2] J. E. Gwinnett, “Amusement device,” 1 789 680, 1928.
- [3] V. E. Gough and S. G. Whitehall, “Universal Tyre Test Machine,” in *Proceedings of 9th International Congress FISITA*, 1962, no. May, pp. 117–137.
- [4] J. A. Hrones and George L. Nelson, *Analysis of the Four-Bar Linkage: Its Application to the Synthesis of Mechanisms*. The MIT Press, 1951.
- [5] R. S. Hartenberg and J. Denavit, *Kinematic Synthesis of Linkages*. USA: McGraw-Hill Book Company, 1964.
- [6] E. Pernette, S. Henein, I. Magnani, and R. Clavel, “Design of parallel robots in microrobotics,” *Robotica*, vol. 15, no. 4, pp. 417–420, 1997.
- [7] J. P. Merlet, *Parallel Robots*, 2nd ed., vol. 128, no. 49. Netherlands: Springer, 2006.
- [8] R. Clavel, “DELTA, A fast robot with parallel geometry,” in *Proc 18th Int Symp Ind Robot 1988*, 1988, pp. 91–100.
- [9] I. Ben Hamida, M. A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, S. Zeghloul, and G. Carbone, “Multi-Objective optimal design of a cable driven parallel robot for rehabilitation tasks,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 156, p. 104141, 2021.
- [10] G. Gogu, *Structural synthesis of parallel robots*, vol. 149. Springer, 2012.
- [11] D. G. Olson, A. G. Erdman, and D. R. Riley, “A systematic procedure for type synthesis of mechanisms with literature review literaturbe-sprechung,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 20, no. 4, pp. 285–295, 1985.
- [12] J. M. Hervé, “Analyse structurelle des mécanismes par groupe des déplacements,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 13, no. 4, pp. 437–450, 1978.
- [13] J. M. Hervé, “Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 34, no. 5, pp. 719–730, 1999.
- [14] C.-C. Lee and J. M. Hervé, “Cartesian Parallel Manipulators With Pseudoplanar Limbs,” *J. Mech. Des.*, vol. 129, no. 12, p. 1256, 2007.
- [15] J. Hervé and F. Sparacino, “Structural synthesis of parallel robots generating spatial translation,” *Advanced Robotics, 1991. 'Robots in 1991*.
- [16] X. Kong and C. M. Gosselin, “Generation of Parallel Manipulators with Three Translational Degrees of Freedom Based on Screw Theory,” in *CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines and Mechatronics*, 2001, no. September.
- [17] G. Gogu, P. Coiffet, and A. Barraco, *Mathématiques pour la robotique : Représentation des déplacements des robots*. Paris: Hermes, 1997.
- [18] M. Carricato and V. Parenti-Castelli, “Position Analysis of a New Family of 3-DOF Translational Parallel Manipulators,” *J. Mech. Des.*, vol. 125, no. 2, p. 302, 2003.
- [19] L.-W. Tsai and S. Joshi, “Kinematic Analysis of 3-DOF Position Mechanisms for Use in Hybrid Kinematic Machines,” *J. Mech. Des.*, vol. 124, no. 2, p. 245, 2002.

- [20] J.-F. Collard, “Geometrical and kinematic optimization of closed-loop multibody systems,” Université Catholique de Louvain, 2007.
- [21] A. K. Mallik, A. Ghosh, and G. Dittich, *Kinematic Analysis and Synthesis of Mechanisms*. CRC Press, 1994.
- [22] C. W. R. R. E. Chung Ha Suh, *Kinematics and Mechanisms Design*. R.E. Krieger Publishing Company, 1978.
- [23] G. N.SANDOR and A. G.ERDMAN, *Advanced mechanism Design: Analysis and synthesis*. USA, 1984.
- [24] W. J. Hong, P. Yang, and K. Tang, “Evolutionary Computation for Large-scale Multi-objective Optimization: A Decade of Progresses,” *Int. J. Autom. Comput.*, 2021.
- [25] Y. Wang and Z. Cai, “Combining multiobjective optimization with differential evolution to solve constrained optimization problems,” *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 16, no. 1, pp. 117–134, 2012.
- [26] S. S. Rao, *Engineering Optimization: Theory and Practice*, 5th ed. Florida: John Wiley & Sons, Inc., 2020.
- [27] J. Legriel, C. Le Guernic, S. Cotton, and O. Maler, “Approximating the Pareto Front of Multi-Criteria Optimization Problems,” in *International Conference on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems TACAS 2010*, 2010, pp. 69–83.
- [28] L. J. Fogel, A. J. Owens, and M. J. Walsh, “Artificial Intelligence through Simulated Evolution,” in *Evolutionary Computation: The Fossil Record*, New York: Wiley-IEEE Press, 1966, pp. 227–296.
- [29] I. Rechenberg, “Evolution Strategy: Nature’s Way of Optimization,” in *Lecture Notes in Engineering*, H. W. Bergmann, Ed. Springer-Verlag, 1989, pp. 106–126.
- [30] John H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. The MIT Press, 1992.
- [31] John R Koza, *Genetic programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. Cambridge M A, United States: MIT Press, 1992.
- [32] David E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, 1st ed. USA: Addison Wesley, 1988.
- [33] S. Katoch, S. S. S Chauhan, and V. Kumar, “A review on genetic algorithm: past, present, and future,” *Multimed. Tools Appl.*, 2020.
- [34] I. Bonev, “Delta Parallel Robot — the Story of Success,” *The Parallel Mechanisms Information Center*, pp. 1–6, 2000.
- [35] F. Pierrot, C. Reynaud, and A. Fournier, “DELTA:A simple and efficient parallel robot,” *Robotica*, vol. 8 pt 2, pp. 105–109, 1990.
- [36] V. Parenti-Castelli, R. Di Gregorio, and F. Bubani, “Workspace and optimal design of a pure translation parallel manipulator,” *Meccanica*, vol. 35, no. 3, pp. 203–214, 2000.

- [37] T. Harada, “How to Expand the Workspace of Parallel Robots,” in *Kinematics*, E. Gorrostieta Hurtado, Ed. InTechOpen, 2017, pp. 95–111.
- [38] A. B. K. Rao, P. V. M. Rao, and S. K. Saha, “Workspace and dexterity analyses of hexaslide machine tools,” *2003 IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.03CH37422)*, vol. 3, pp. 4104–4109, 2003.
- [39] C. Gosselin, “Determination of the Workspace of 6-DOF Parallel Manipulators,” *J. Mech. Des.*, vol. 112, no. 3, p. 331, 1990.
- [40] M. A. Laribi, L. Romdhane, and S. Zeghloul, “Analysis and dimensional synthesis of the DELTA robot for a prescribed workspace,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 42, no. 7, pp. 859–870, 2007.
- [41] B. Aboulissane, L. El Bakkali, and J. El Bahaoui, “Workspace analysis and optimization of the parallel robots based on computer-aided design approach,” *Facta Univ. Ser. Mech. Eng.*, vol. 18, no. 1, pp. 79–89, 2020.
- [42] G. Hentz, I. Charpentier, and P. Renaud, “Higher-order continuation for the determination of robot workspace boundaries,” *Comptes Rendus Mec.*, vol. 344, no. 2, pp. 95–101, 2016.
- [43] C. Gosselin and J. Angeles, “Singularity Analysis of a Closed-Loop Kinematic Chains,” *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, 1990.
- [44] S. Lahouar, S. Zeghloul, and L. Romdhane, “Singularity free path planning for parallel robots,” *Adv. Robot Kinemat. Anal. Des.*, pp. 235–242, 2008.
- [45] G. Pagis, S. Briot, N. Bouton, and P. Martinet, “Génération de trajectoires optimales pour la sortie de singularité des mécanismes parallèles,” in *21ème Congrès Français de Mécanique*, pp. 1–6.
- [46] L. Romdhane, Z. Affi, and M. Fayet, “Design and Singularity Analysis of a 3-Translational-DOF In-Parallel Manipulator,” *J. Mech. Des.*, vol. 124, no. 3, pp. 419–426, 2002.
- [47] M. Tanabe, Y. Takeda, and S. Huda, “Utility Workspace of 3-5R Translational Parallel Mechanism *,” vol. 2, no. 6, pp. 998–1010, 2008.
- [48] Y. Li and Q. Xu, “Kinematics and dexterity analysis for a novel 3-DOF translational parallel manipulator,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2005, no. April, pp. 2944–2949, 2005.
- [49] B. Dasgupta and T. S. Mruthyunjaya, “Singularity-free path planning for the Stewart platform manipulator,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 33, no. 6, pp. 711–725, 1998.
- [50] M. Asgari, M. A. Ardestani, and M. Asgari, “Singularity analysis of a novel three translational DoF parallel robot considering kinematic asymmetric property,” in *2014 2nd RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics, ICRoM 2014*, 2014, no. October, pp. 113–118.
- [51] R. Jha, D. Chablat, L. Baron, F. Rouillier, and G. Moroz, “Workspace, joint space and singularities of a family of delta-like robot,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 127, pp. 73–95, 2018.

- [52] A. H. Chebbi and V. Parenti-Castelli, "Geometric and Manufacturing Issues of the 3-UPU Pure Translational Manipulator," *New Trends Mech. Sci. Mech. Mach. Sci.*, vol. 5, pp. 595–596, 2010.
- [53] Z. Anvari, P. Ataei, and M. T. Masouleh, "The Collision-Free Workspace of the Tripteron Parallel Robot Based on a Geometrical Approach," *Comput. Kinematics, Mech. Mach. Sci.*, vol. 50, no. 1–3, pp. 381–416, 2018.
- [54] S. Wen, G. Qin, B. Zhang, H. K. Lam, Y. Zhao, and H. Wang, "The study of model predictive control algorithm based on the force/position control scheme of the 5-DOF redundant actuation parallel robot," *Rob. Auton. Syst.*, vol. 79, pp. 12–25, 2016.
- [55] F. Paccot, N. Andreff, and P. Martinet, "A review on the dynamic control of parallel kinematic machines: Theory and experiments," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 28, no. 3, pp. 395–416, 2009.
- [56] D. Chablat and P. Wenger, "Architecture optimization of a 3-DOF translational parallel mechanism for machining applications, the orthoglide," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 19, no. 3, pp. 403–410, 2003.
- [57] I. Bonev, "Les robots parallèles: de la recherche vers les applications," *Journées Natl. la Rech. en Robot. ...*, vol. 2000, 2007.
- [58] L. Tsai, G. C. Walsh, and R. E. Stamper, "Kinematics of a Novel Three DOF Translational Platform," in *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, Minnesota*, 1996, pp. 3446–3451.
- [59] S. Lu and Y. Li, "Kinematic analysis and performance evaluation of the 3-PUU parallel module of a 3D printing manipulator," *2014 13th Int. Conf. Control Autom. Robot. Vision, ICARCV 2014*, pp. 1847–1852, 2014.
- [60] S. Lu, B. Ding, and Y. Li, "Minimum-jerk trajectory planning pertaining to a translational 3-degree-of-freedom parallel manipulator through piecewise quintic polynomials interpolation," *Adv. Mech. Eng.*, vol. 12, no. 3, pp. 1–18, 2020.
- [61] Q. Zeng, K. F. Ehmann, and J. Cao, "Tri-pyramid Robot: Design and kinematic analysis of a 3-DOF translational parallel manipulator," *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 30, no. 6, pp. 648–657, 2014.
- [62] S. Liao, Q. Zeng, K. F. Ehmann, and J. Cao, "Parameter Identification and Nonparametric Calibration of the Tri-Pyramid Robot," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 25, no. 5, pp. 2309–2317, 2020.
- [63] Y. Li and Q. Xu, "Kinematic design and dynamic analysis of a medical parallel manipulator for chest compression task," *2005 IEEE Int. Conf. Robot. Biomimetics, ROBIO*, vol. 2005, pp. 693–698, 2005.
- [64] L. Yangmin and X. Qingsong, "Design and Development of a Medical Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation," *Mechatronics, IEEE/ASME Trans.*, vol. 12, no. 3, pp. 265–273, 2007.
- [65] Y. Hou and Y. Zhao, "Workspace Analysis and Optimization of 3-PUU Parallel Mechanism in Medicine Base on Genetic Algorithm," *Open Biomed. Eng. J.*, vol. 9, no. 1, pp. 214–218, 2015.

- [66] A. Morell, M. Tarokh, and L. Acosta, "Solving the forward kinematics problem in parallel robots using Support Vector Regression," *Eng. Appl. Artif. Intell.*, vol. 26, no. 7, pp. 1698–1706, 2013.
- [67] I. Kardan and A. Akbarzadeh, "An improved hybrid method for forward kinematics analysis of parallel robots," *Adv. Robot.*, vol. 29, no. 6, pp. 401–411, 2015.
- [68] Q. Zhu and Z. Zhang, "An Efficient Numerical Method for Forward Kinematics of Parallel Robots," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 128758–128766, 2019.
- [69] C. Yang, Q. Huang, P. O. Ogbobe, and J. Han, "Forward kinematics analysis of parallel robots using global Newton-Raphson method," in *2nd International Conference on Intelligent Computing Technology and Automation, ICICTA 2009*, 2009, vol. 3, pp. 407–410.
- [70] J. Yu, J. S. Dai, S. Bi, and G. Zong, "Numeration and type synthesis of 3-DOF orthogonal translational parallel manipulators," *Prog. Nat. Sci.*, vol. 18, no. 5, pp. 563–574, 2008.
- [71] M. A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, and S. Zeghloul, "Robust optimization of the RAF parallel robot for a prescribed workspace," *Mech. Mach. Sci.*, vol. 50, pp. 383–393, 2018.
- [72] Y. Wan, G. Wang, S. Ji, Z. Wang, and J. Liu, "A Y-Star robot: Optimal design for the specified workspace," *Proc. - Int. Conf. Comput. Sci. Softw. Eng. CSSE 2008*, vol. 1, pp. 1089–1093, 2008.
- [73] B. Aboulissane, D. El Haiek, L. El Bakkali, and J. El Bahaoui, "On The Workspace Optimization of Parallel Robots Based on CAD Approach," *Procedia Manuf.*, vol. 32, pp. 1085–1092, 2019.
- [74] L. Nouaille, M. A. Laribi, C. A. Nelson, T. Essomba, G. Poisson, and S. Zeghloul, "Design process for robotic medical tool guidance manipulators," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 230, no. 2, pp. 259–275, 2016.
- [75] T. Essomba, L. Nouaille, M. A. Laribi, G. Poisson, and S. Zeghloul, "Design process of a robotized tele-echography system," *Appl. Mech. Mater.*, vol. 162, pp. 384–393, 2012.
- [76] J.-Y. Rauch, O. Lehmann, P. Rougeot, J. Abadie, J. Agnus, and M. A. Suarez, "Smallest microhouse in the world, assembled on the facet of an optical fiber by origami and welded in the μ Robotex nanofactory," *J. Vac. Sci. Technol. A*, vol. 36, no. 4, 2018.
- [77] H. Qiang, L. Wang, J. Ding, and L. Zhang, "Multiobjective Optimization of 6-DOF Parallel Manipulator for Desired Total Orientation Workspace," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2019, 2019.
- [78] D. Kanaan, P. Wenger, S. Caro, and D. Chablat, "Singularity analysis of lower mobility parallel manipulators using Grassmann-Cayley algebra," *IEEE Trans. Robot.*, vol. 25, no. 5, pp. 995–1004, 2009.
- [79] S. Amine, O. Mokhiamar, and S. Caro, "A new method for limb singularity analysis of parallel manipulators," *Int. J. Robot. Autom.*, vol. 34, no. 3, pp. 312–319, 2019.

- [80] S. Amine, D. Kanaan, S. Caro, and P. Wenger, “Constraint and singularity analysis of lower-mobility parallel manipulators with parallelogram joints,” in *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference*, 2010, vol. 2, pp. 1317–1326.
- [81] M. H. F. Kaloorazi, M. T. Masouleh, and S. Caro, “Determination of the maximal singularity-free workspace of 3-DOF parallel mechanisms with a constructive geometric approach,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 84, pp. 25–36, 2015.
- [82] W. Li and J. Angeles, “A novel three-loop parallel robot with full mobility: Kinematics, singularity, workspace, and dexterity analysis,” *J. Mech. Robot.*, vol. 9, no. 5, 2017.
- [83] M. A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, and S. Zeghloul, “Geometric and Kinematic Performance Analysis and Comparison of Three Translational Parallel Manipulators,” in *The 14th IFToMM World Congress*, 2015.
- [84] J. P. Merlet, “Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots,” *J. Mech. Des.*, vol. 128, no. 1, p. 199, 2006.
- [85] C. Gosselin and J. Angeles, “A Global Performance Index for the Kinematic Optimization of Robotic Manipulators,” *J. Mech. Des.*, vol. 113, no. September 1991, p. 220, 1991.
- [86] C. Gosselin, “The Optimum Design of Robotic Manipulators Using Dexterity Indices,” *Rob. Auton. Syst.*, vol. 9, pp. 213–226, 1992.
- [87] X. Tang, “An Overview of the Development for Cable-Driven Parallel Manipulator,” *Adv. Mech. Eng.*, vol. January, 2014.
- [88] A. M. Pinto, E. Moreira, J. Lima, J. P. Sousa, and P. Costa, “A cable-driven robot for architectural constructions: a visual-guided approach for motion control and path-planning,” *Auton. Robots*, vol. 41, no. 7, pp. 1487–1499, 2017.
- [89] L. L. Cone, “Skycam: An Aerial Robotic Camera System,” *Byte*, vol. 10, no. 10, pp. 122–132, 1985.
- [90] S. Qian, B. Zi, W. W. Shang, and Q. S. Xu, “A Review on Cable - driven Parallel Robots,” *Chinese J. Mech. Eng.*, vol. 31:66, 2018.
- [91] R. Nan *et al.*, “The five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope (FAST) project,” *Int. J. Mod. Phys. D*, vol. 20, no. 6, pp. 989–1024, 2011.
- [92] P. Miermeister *et al.*, “The CableRobot simulator large scale motion platform based on Cable Robot technology,” in *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2016, vol. October, pp. 3024–3029.
- [93] James Albus, R. Bostelman, and N. Dagalakis, “The NIST RoBoCrane,” *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, vol. 94, no. 3, pp. 373–384, 1992.
- [94] N. G. Dagalakis, J. S. Albus, B. L. Wang, J. Unger, and J. D. Lee, “Stiffness Study of a Parallel Link Robot Crane for Shipbuilding Applications,” *J. Offshore Mech. Arct. Eng.*, vol. 111, no. 3, pp. 183–193, 1989.
- [95] G. Boschetti, G. Rosati, and A. Rossi, “A haptic system for robotic assisted spine

- surgery,” *Proc. IEEE Int. Conf. Control Appl.*, vol. 24, no. 4, pp. 19–24, 2005.
- [96] D. Cafolla, M. Russo, and G. Carbone, “CUBE , a Cable-driven Device for Limb Rehabilitation,” *J. Bionic Eng.*, vol. 16, pp. 493–494, 2019.
- [97] D. Zanotto, G. Rosati, S. Minto, and A. Rossi, “Sophia-3: A semiadaptive cable-driven rehabilitation device with a tilting working plane,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 30, no. 4, pp. 974–979, 2014.
- [98] C. Fanin, P. Gallina, A. Rossi, U. Zanatta, and S. Masiero, “NeRebot: A Wire-based Robot for Neurorehabilitation.pdf,” in *In Proceedings of the 8th International Conference on Rehabilitation Robotics ICORR03*, 2003, pp. 23–26.
- [99] G. Rosati, S. Masiero, and A. Rossi, “On the Use of Cable-Driven Robots in Early Inpatient Stroke Rehabilitation,” in *Advances in Italian Mechanism Science, Mechanisms and Machine Science 47*, 2017, pp. 551–558.
- [100] E. E. Hernández-Martínez, M. Ceccarelli, G. Carbone, C. S. López-Cajún, and J. C. Jáuregui-Correa, “Characterization of a Cable-Based Parallel Mechanism for Measurement Purposes,” *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, vol. 38, no. 1, pp. 25–49, 2010.
- [101] M. J. Varela, M. Ceccarelli, and P. Flores, “A kinematic characterization of human walking by using CaTraSys,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 86, pp. 125–139, 2015.
- [102] M. Gouttefarde and C. M. Gosselin, “Analysis of the wrench-closure workspace of planar parallel cable-driven mechanisms,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 22, no. 3, pp. 434–445, 2006.
- [103] J. M. Heo, B. J. Park, J. O. Park, C. S. Kim, J. Jung, and K. S. Park, “Workspace and stability analysis of a 6-DOF cable-driven parallel robot using frequency-based variable constraints,” *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 32, no. 3, pp. 1345–1356, 2018.
- [104] A. Z. Loloie, M. M. Aref, and H. D. Taghirad, “Wrench feasible workspace analysis of cable-driven parallel manipulators using LMI approach,” in *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM*, 2009, pp. 1034–1039.
- [105] G. Barrette and C. M. Gosselin, “Determination of the dynamic workspace of cable-driven planar parallel mechanisms,” *J. Mech. Des. Trans. ASME*, vol. 127, no. 2, pp. 242–248, 2005.
- [106] H. Jeong, S. Watanabe, and K. Yamadal, “Optimization of Workspace through Perturbation Analysis of Rehabilitation Cable Robot,” in *The 2014 Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON-2014) Optimization*, 2014, pp. 4–8.
- [107] M. A. Laribi, G. Carbone, and S. Zeghloul, “On the Optimal Design of Cable Driven Parallel Robot with a Prescribed Workspace for Upper Limb Rehabilitation Tasks,” *J. Bionic Eng.*, vol. 16, pp. 503–504, 2019.
- [108] P. Liu and Y. Qiu, “Tension Optimization for a Cable-Driven Parallel Robot with Non-Negligible Cable Mass,” *Open Autom. Control Syst. J.*, vol. 7, pp. 1973–1980, 2015.
- [109] K. Kozak, Q. Zhou, and J. Wang, “Static analysis of cable-driven manipulators with non-negligible cable mass,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 22, no. 3, pp. 425–433, 2006.

- [110] L.-W. Tsai and S. Joshi, "Kinematics and Optimization of a Spatial 3-UPU Parallel Manipulator," *J. Mech. Des.*, vol. 122, no. December 2000, p. 439, 2000.
- [111] M. A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, and S. Zeghloul, "Multi criteria optimum design of 3 dof translational in parallel manipulators (3TPM)," in *13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, 2011, pp. 19–25.
- [112] A. N. Chaudhury and A. Ghosal, "Determination of workspace volume of parallel manipulators using monte carlo method," *Mech. Mach. Sci.*, vol. 50, no. July, pp. 323–330, 2018.
- [113] J. Merlet, "A Generic Trajectory Verifier for the Motion Planning of Parallel Robots," *Trans. Am. Soc. Mech. Engg.*, vol. 123, no. 4, pp. 510–515, 2016.
- [114] D. R. Walter, "Kinematic Analysis of the TSAI-3UPU Parallel Manipulator Using Algebraic Methods," *World*, vol. 1, pp. 19–25, 2011.
- [115] L-W. TSAI, "KINEMATICS OF A THREE-DOF PLATFORM WITH THREE EXTENSIBLE LIMBS," in *Recent Advances in Robot Kinematics*, J. Lenarčič and V. Parenti-Castelli, Eds. Kluwer Academic Publishers, 1996, pp. 401–410.
- [116] A. Pashkevich, P. Wenger, and D. Chablat, "Design strategies for the geometric synthesis of Orthoglide-type mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 40, no. 8, pp. 907–930, 2005.
- [117] R. Kelaiaia, O. Company, and A. Zaatri, "Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot," *Mech. Mach. Theory*, vol. 50, pp. 159–178, 2012.
- [118] B. Li, Y. M. Li, X. H. Zhao, and W. M. Ge, "Kinematic analysis of a novel 3-CRU translational parallel mechanism," *Mech. Sci.*, vol. 6, no. 1, pp. 57–64, 2015.
- [119] B. Xianwen Kong and C. M. Gosselin, "Kinematics and singularity analysis of a novel type of 3-CRR 3-DOF translational parallel manipulator," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 21, no. 9, pp. 791–798, 2002.
- [120] S. Lu and Y. Li, "Dimensional synthesis of a 3-DOF translational parallel manipulator considering kinematic dexterity property," *2014 IEEE Int. Conf. Inf. Autom. ICIA 2014*, vol. 183, no. July, pp. 7–12, 2014.
- [121] M. Ruggiu, "Kinematics analysis of the CUR translational manipulator," *Mech. Mach. Theory*, vol. 43, no. 9, pp. 1087–1098, 2008.
- [122] Y. Li, Q. Xu, and S. Staicu, "Kinematics modelling of a 3-PRC parallel kinematic machine," *Proc. Rom. Acad. Ser. A - Math. Phys. Tech. Sci. Inf. Sci.*, vol. 12, no. 2, pp. 117–124, 2011.
- [123] I. Prause, M. Lorenz, and B. Corves, "Kinetostatic analysis of the translational RPC-manipulator with different actuator and frame configurations," *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2015-June, no. June, pp. 1605–1612, 2015.
- [124] M. Callegari and M. C. Palpacelli, "Prototype design of a translating parallel robot," *Meccanica*, vol. 43, no. 2, pp. 133–151, 2008.
- [125] X. Tang and I. M. Chen, "A large-displacement and decoupled XYZ flexure parallel mechanism for micromanipulation," *2006 IEEE Int. Conf. Autom. Sci. Eng. CASE*, pp.

75–80, 2006.

- [126] I. Ben Hamida, M. A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane, and S. Zeghloul, “Geometric Based Approach for Workspace Analysis of Translational Parallel Robots,” in *ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control. CISM International Centre for Mechanical Sciences*, 2019, vol. 584, pp. 180–188.
- [127] G. Carbone, C. Aróstegui Cavero, M. Ceccarelli, and O. Altuzarra, “A Study of Feasibility for a Limb Exercising Device,” *Adv. Ital. Mech. Sci. Mech. Mach. Sci.* 47, vol. 18, no. 2, pp. 11–21, 2017.
- [128] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, and T. Meyarivan, “A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II,” *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics)*, vol. 1917, pp. 849–858, 2000.
- [129] Y. Yusoff, M. S. Ngadiman, and A. M. Zain, “Overview of NSGA-II for optimizing machining process parameters,” *Procedia Eng.*, vol. 15, pp. 3978–3983, 2011.
- [130] J. Liu and X. Chen, “An improved NSGA-II algorithm based on crowding distance elimination strategy,” *Int. J. Comput. Intell. Syst.*, vol. 12, no. 2, pp. 513–518, 2019.
- [131] Alves Thiago, R. S. Gonçalves, G. Carbone, and M. Ceccarelli, “Cable-Driven Robots in Physical Rehabilitation: from Theory to Practice,” in *Advanced Robotics and Intelligent Automation in Manufacturing*, 2020, pp. 52–96.
- [132] H. Lamine, M. A. Laribi, S. Bennour, L. Romdhane, and S. Zeghloul, “Design Study of a Cable-based Gait Training Machine,” *J. Bionic Eng.*, vol. 14, no. 2, pp. 232–244, 2017.
- [133] T. Zhao, S. Qian, Q. Chen, and Z. Sun, “Design and Development of a new Cable-Driven Parallel Robot for Waist Rehabilitation,” *IEEE / ASME Trans. Mechatronics*, vol. 24, no. 4, pp. 1497–1507, 2019.
- [134] G. Boschetti, G. Carbone, and C. Passarini, “Cable Failure Operation Strategy for a Rehabilitation Cable-Driven Robot,” *Robotics*, vol. 8, no. 1, pp. 1–12, 2019.
- [135] G. Carbone, G. Bogdan, I. Ulinici, C. Vaida, and D. Pisla, “Design issues for an inherently safe robotic rehabilitation device,” in *Advances in Service and Industrial Robotics RAAD 2017 Mechanisms and Machine Science*, 2018, vol. 49, pp. 1025–1032.
- [136] J. A. Beebe and C. E. Lang, “Active range of motion predicts upper extremity function 3 months after stroke,” *Stroke*, vol. 40, no. 5, pp. 1772–1779, 2009.
- [137] K. A. Major *et al.*, “Ranges of motion as basis for robot-assisted poststroke rehabilitation,” *Hum. Vet. Med.*, vol. 8, no. 4, pp. 200–204, 2016.