



**HAL**  
open science

# Étude d'algorithmes de commande à base d'observateurs pour optimiser les performances d'un procédé de cristallisation : simulations et essais sur pilote

Cédric Damour

## ► To cite this version:

Cédric Damour. Étude d'algorithmes de commande à base d'observateurs pour optimiser les performances d'un procédé de cristallisation : simulations et essais sur pilote. Génie des procédés. Université de la Réunion, 2010. Français. NNT : 2010LARE0037 . tel-04146414

**HAL Id: tel-04146414**

**<https://theses.hal.science/tel-04146414>**

Submitted on 30 Jun 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE LA RÉUNION  
U.F.R. de Sciences et Technologies  
Laboratoire d'Énergétique, d'Électronique et Procédés

par

**Cédric Damour**

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de La Réunion

Discipline : Génie des procédés - Automatique

## Etude d'algorithmes de commande à base d'observateurs pour optimiser les performances d'un procédé de cristallisation : simulations et essais sur pilote

Soutenue le 28 août 2010 devant la commission d'examen composée de :

|                            |                                  |            |
|----------------------------|----------------------------------|------------|
| Pr. Lionel BOILLEREAUX     | ONIRIS Nantes                    | Président  |
| Pr. Gilles FEVOTTE         | Université Claude Bernard Lyon 1 | Rapporteur |
| Pr. Jean Marie FLAUS       | I.N.P. Grenoble                  | Rapporteur |
| Pr. Brigitte GRONDIN-PEREZ | Université de La Réunion         | Examineur  |
| Michel BENNE, MCF          | Université de La Réunion         | Examineur  |
| Pr. Jean-Pierre CHABRIAT   | Université de La Réunion         | Directeur  |



## *Remerciements*

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été menés au sein du Laboratoire d'Energétique, Electronique et Procédés (LE2P) sous la direction du professeur Jean-Pierre CHABRIAT et l'encadrement du professeur Brigitte GRONDIN-PEREZ et du docteur Michel BENNE.

Je voudrais tout d'abord remercier le professeur Jean-Pierre CHABRIAT, le professeur Brigitte GRONDIN-PEREZ et le docteur Michel BENNE pour leur disponibilité, leur soutien et leur écoute tout au long de ces trois années. Ils m'ont permis de progresser dans de nombreux domaines tant scientifiques que rédactionnels ou organisationnels.

Je souhaite aussi faire part de ma gratitude aux membres du jury. Merci au professeur Gilles FEVOTTE de l'université Claude Bernard Lyon et au professeur Jean-Marie FLAUSS de l'Institut National Polytechnique de Grenoble de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ces travaux de thèse. Je tiens également à remercier le professeur Lionel BOILLEUREAUX d'ONIRIS Nantes d'avoir présidé mon jury de thèse.

Je tiens à remercier Monsieur Patrick JEANTY et Monsieur Yannis HOARAU pour leur large contribution dans la mise en place du pilote de laboratoire. J'ai une pensée particulière pour Samuel RIVIERE, Dominique GRONDIN et Sébastien BEYOU avec qui j'ai partagé un bureau mais surtout une aventure de vie inoubliable. Je remercie également le docteur Frédéric ALICALAPA pour son soutien scientifique et ses précieux conseils tout au long de ces trois années.

Je remercie tous les membres du LE2P pour leur accueil chaleureux, leur bienveillance et leur bonne humeur.

## *Résumé*

En dépit d'une longue histoire et du vaste champ d'applications du procédé de cristallisation, l'amélioration de son contrôle demeure, aujourd'hui encore, un champ de recherche ouvert. L'objectif de cette étude est l'optimisation de la conduite du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière. A cet effet, trois stratégies de commande à base d'observateurs sont proposées.

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres : le premier propose un état de l'art du contrôle du procédé de cristallisation. Dans le deuxième chapitre, l'observation et l'analyse de la conduite du procédé de cristallisation industriel nous conduisent à proposer des stratégies de commande alternatives, à la fois en termes de régulateur et de variables de commande et à commander. Certaines grandeurs n'étant pas mesurées en ligne, le chapitre trois est dédié à la synthèse de trois observateurs, correspondant aux trois configurations parmi les plus répandues en sucrerie. Le chapitre quatre présente les résultats obtenus, en simulation et sur un réacteur pilote (échelle 1/1000<sup>ème</sup>), avec deux stratégies de commande monovariables. Dans le cinquième chapitre, les performances en asservissement et en régulation d'une stratégie de commande multivariable sont étudiées en simulation.

L'ensemble des résultats obtenus dans cette étude met en lumière une amélioration significative de la supervision et du contrôle du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière.



## *Abstract*

Despite the long history and the widespread application of crystallization process, the improvement of its control still remains an open field of research. The aim of this study is to optimize the crystallization process control in sugar industry. In this purpose, three observer-based control strategies are proposed.

This thesis consists in five chapters. The first one presents the state of the art of the crystallization process control. In the second chapter, the observation and analyze of the industrial crystallization control lead us to propose alternative control strategies, in terms of controller, controlled and manipulated variables. Since some of these variables are not measured on-line, the third chapter deals with the design of three observers, based on the three most widespread configurations in sugar industry. Results obtained in simulation and on a pilot plant (scale of 1 to 1000) with two monovariate strategies are presented in the fourth chapter. The performances of a multivariate control strategy, in terms of setpoint tracking and disturbances rejection, are studied in the fifth chapter.

The overall results obtained in this study show a significant improvement of the supervision and control of the crystallization process in sugar industry.



---

## *Sommaire*

|                           |  |              |
|---------------------------|--|--------------|
| Nomenclature              |  | p. ix        |
| Liste des figures         |  | p. xiii      |
| Liste des tableaux        |  | p. xvii      |
|                           |  |              |
| Introduction générale     |  | p. 1         |
|                           |  |              |
| <b>Premier chapitre</b>   | <b>Etat de l'art : La commande en cristallisation</b>  | <b>p. 7</b>  |
|                           | I.1. Etat de l'art de la commande du procédé de cristallisation  | p. 9         |
|                           | I.2. Outils pour la commande : modèles et observateurs   | p. 24        |
|                           | I.3. Conclusion  | p. 36        |
|                           |  |              |
| <b>Deuxième chapitre</b>  | <b>Proposition pour l'amélioration de la conduite d'un procédé de cristallisation : application à l'industrie sucrière</b> | <b>p. 39</b> |
|                           | II.1. Objet d'étude : le cristalliseur industriel  | p. 42        |
|                           | II.2. Analyse de la conduite de la cristallisation en milieu industriel et propositions d'amélioration                     | p. 51        |
|                           | II.3. Conclusion   | p. 63        |
|                           |  |              |
| <b>Troisième chapitre</b> | <b>Synthèse d'observateurs</b>   | <b>p. 65</b> |
|                           | III.1. Modélisation du procédé de cristallisation  | p. 67        |
|                           | III.2. Observateurs de Luenberger étendus  | p. 76        |
|                           | III.3. Conclusion  | p. 92        |

|                           |   |               |
|---------------------------|---|---------------|
| <b>Quatrième chapitre</b> | <b>Commande monovariante du procédé de cristallisation</b>  | <b>p. 93</b>  |
|                           | IV.1. Le modèle prédictif                                   | p. 95         |
|                           | IV.2. Commande PID à paramètres variables                   | p. 108        |
|                           | IV.3. Commande prédictive                                   | p. 123        |
|                           | IV.4. Conclusion  | p. 133        |
| <b>Cinquième chapitre</b> | <b>Commande multivariante du procédé de cristallisation</b> | <b>p. 135</b> |
|                           | V.1. Suivi de consigne multivariante                        | p. 137        |
|                           | V.2. Rejet de perturbation                                  | p. 143        |
|                           | V.3. Erreur de modélisation                                 | p. 148        |
|                           | V.4. Effet du bruit sur les variables de commande           | p. 151        |
|                           | V.5. Conclusion   | p. 155        |
|                           | <b>Conclusion générale et perspectives</b>                  | <b>p. 157</b> |
|                           | <b>Bibliographie</b>  | <b>p. 165</b> |
|                           | <b>Annexes</b>  | <b>p. 179</b> |
|                           | Annexe 1  | p. 181        |
|                           | Annexe 2  | p. 183        |
|                           | Annexe 3  | p. 185        |

## Nomenclature

### Variables thermodynamiques

|                  |   |                    |
|------------------|---|--------------------|
| $Bx$             | brix (fraction massique de matière sèche dans une solution)   |                    |
| $cc$             | teneur en cristaux  |                    |
| $C_p$            | capacité calorifique massique                                 | $J.K^{-1}.kg^{-1}$ |
| $F$              | débit-volume  | $m^3.s^{-1}$       |
| $h$              | enthalpie spécifique  | $J.kg^{-1}$        |
| $m$              | masse   | $kg$               |
| $\dot{m}$        | débit-masse   | $kg.s^{-1}$        |
| $P_{te}$         | pureté (fraction massique de matière sèche dans une solution) |                    |
| $\dot{Q}$        | puissance de chauffe  | $W$                |
| $s$              | concentration   |                    |
| $T$              | température   | $^{\circ}C$        |
| $\dot{W}$        | puissance d'agitation   | $W$                |
| $\alpha_{cryst}$ | taux de conversion  | $s^{-1}$           |
| $\kappa$         | conductivité électrique                                       | $\%$               |
| $\lambda$        | chaleur latente spécifique                                    | $J.kg^{-1}$        |
| $\rho$           | masse volumique   | $kg.m^{-3}$        |
| $\sigma$         | sursaturation   |                    |

## Indices

---

|          |                                       |
|----------|---------------------------------------|
| i        | impuretés                             |
| c, cryst | cristal                               |
| s        | saccharose dissous                    |
| w        | eau                                   |
| cw       | condensat (de la vapeur de chauffe)   |
| f        | alimentation en liqueur               |
| hs       | vapeur de chauffe                     |
| ml       | liqueur mère                          |
| mg       | massesuite (liqueur mère et cristaux) |
| vap      | vapeur émise                          |

## Formalisme mathématique et notations générales

---

|                            |   |
|----------------------------|---|
| $C$                        | critère de performance  |
| $e$                        | erreur entre la sortie du procédé et la consigne  |
| $J$                        | critère quadratique   |
| $\kappa$                   | gain de l'observateur   |
| $m_o, m_c$                 | potentiel arrivant sur le neurone de sortie / de la couche cachée                         |
| $N_{cc}$                   | nombre de neurones dans la couche cachée  |
| $n_u, n_y$                 | espace de régression entrées / sorties du modèle neuronal                                 |
| $q^{-1}$                   | opérateur de retard   |
| $u$                        | vecteur des entrées physiques   |
| $w_b^o, w_{b,c}^h$         | pondération du biais du neurone de sortie / de la couche cachée                           |
| $w_c^o$                    | pondération entre les neurones de la couche cachée et la sortie                           |
| $w_{c,i_y}^h, w_{c,i_u}^h$ | pondération entre les sorties / entrées de régression et les neurones de la couche cachée |
| $x$                        | vecteur des variables d'état  |

---

|                       |  |
|-----------------------|--|
| $\hat{x}$             | vecteur des variables d'état estimées                            |
| $y$                   | vecteur des sorties physiques                                    |
| $\hat{y}$             | vecteur des sorties physiques estimées                           |
| $y_c$                 | vecteur de consigne  |
| $z$                   | vecteur des sorties à commander                                  |
| $Z_o, Z_c$            | fonction d'activation du neurone de sortie / de la couche cachée |
| $\gamma_i, \beta_i$   | coefficient de pondération                                       |
| $\gamma$              | facteur des moments $\in [0,1]$                                  |
| $\mu$                 | paramètre de régularisation                                      |
| $k_c, \tau_i, \tau_d$ | paramètres du régulateur PID                                     |
| $\theta$              | vecteur des paramètres du réseau de neurones                     |
| $\varphi_{RN}$        | fonction d'activation du réseau de neurones                      |
| $\mathfrak{R}$        | erreur de poursuite  |

## Abréviations

---

|                   |   |
|-------------------|---|
| A.P.I.            | Automate Programmable Industriel                                      |
| C.A.P.            | Coupleur d'Automates Programmables                                    |
| I-MEDIA           | Interactive Multitask Environment for Digital Industrial Applications |
| LE <sup>2</sup> P | Laboratoire d'Energétique, d'Electronique et Procédés                 |
| NARMAX            | Non linéaire Auto-Régressif à Moyenne Ajustée et entrées eXogènes     |
| NARX              | Non linéaire Auto-Régressif à entrées eXogènes                        |
| NNARX             | Non linéaire Neuronal Auto-Régressif à entrées eXogènes               |
| PC                | Personal Computer   |
| PID               | régulateur à fonction Proportionnelle, Intégrale et Dérivée           |
| RN                | Réseau de Neurone   |
| S.C.S             | Système de Contrôle et de Supervision                                 |



## Liste des figures

|   |    |
|---|----|
| Figure I- 1 : Schéma d'un contrôleur PID à paramètres variables.....  | 12 |
| Figure I- 2 : Algorithme PID à paramètres variables et règles heuristiques.....   | 17 |
| Figure I- 3 : Principe de fonctionnement temporel de la commande prédictive.....  | 20 |
| Figure I- 4 : Principe de la commande prédictive .....  | 21 |
| Figure I- 5 : Schéma du régulateur prédictif.....   | 21 |
| Figure I- 6 : Schéma de principe de la linéarisation.....   | 23 |
| Figure I- 7 : Schéma du régulateur par linéarisation .....  | 24 |
| Figure I- 8 : Modèle à réseau de neurones non bouclé .....  | 28 |
| Figure I- 9 : Modèle à réseau de neurones bouclé .....  | 29 |
| Figure I- 10 : Schéma de principe de l'observateur.....   | 31 |
|   |    |
| Figure II- 1 : Diagramme de solubilité du saccharose.....   | 45 |
| Figure II- 2 : Photo du cristalliseur industriel.....   | 46 |
| Figure II- 3 : cristalliseur industriel.....  | 47 |
| Figure II- 4 : Instrumentation du cristalliseur industriel.....   | 48 |
| Figure II- 5 : Schéma de principe du S.C.S couplé à I-MEDIA .....   | 51 |
| Figure II- 6 : Schéma de régulation de la phase de croissance cristalline.....  | 54 |
| Figure II- 7 : influence des perturbations de vide sur la conductivité.....   | 55 |
| Figure II- 8 : Suivi de consigne de conductivité électrique .....   | 56 |
| Figure II- 9 : Photo du pilote de laboratoire .....   | 59 |
| Figure II- 10 : Pilote de laboratoire .....   | 60 |
| Figure II- 11 : Instrumentation du pilote .....   | 61 |
| Figure II- 12 : Interface de supervision et commande .....  | 62 |
| Figure II- 13 : Schéma de principe du S.C.S du pilote .....   | 63 |
|   |    |
| Figure III- 1 : Cristalliseur.....  | 69 |
| Figure III- 2 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour $cc$ (base de données 6).....  | 73 |
| Figure III- 3 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour $cc$ (base de données 7).....  | 74 |
| Figure III- 4 : Erreur absolue entre $cc$ expérimentale et modèle (base de données 6).....                              | 74 |
| Figure III- 5 : Erreur absolue entre $cc$ expérimentale et modèle (base de données 7).....                              | 74 |
| Figure III- 6 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour $m_c$ (base de données 6)..... | 75 |
| Figure III- 7 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour $m_c$ (base de données 7)..... | 75 |
| Figure III- 8 : Erreur relative entre $m_c$ expérimentale et modèle (base de données 6).....                            | 75 |
| Figure III- 9 : Erreur relative entre $m_c$ expérimentale et modèle (base de données 7).....                            | 75 |
| Figure III- 10 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle reconstruite pour la teneur en cristaux.....        | 82 |

|  |     |
|--|-----|
| Figure III- 11 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle estimée pour la masse des cristaux .....                                       | 83  |
| Figure III- 12 : Test de convergence de l'observateur.....   | 84  |
| Figure III- 13 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle reconstruite pour $Bx_{mg}$ .....  | 86  |
| Figure III- 14 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle estimée pour la masse des cristaux .....                                       | 87  |
| Figure III- 15 : Test de convergence de l'observateur.....   | 88  |
| Figure III- 16 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle reconstruite pour $Bx_{ml}$ .....  | 89  |
| Figure III- 17 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle estimée pour la masse des cristaux .....                                       | 90  |
| Figure III- 18 : Test de convergence de l'observateur.....   | 91  |
|  |     |
| Figure IV- 1 : Modèle prédicteur (RN bouclé) .....   | 97  |
| Figure IV- 2 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de $m_c$ (Base de données 1).....                              | 99  |
| Figure IV- 3 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de $m_c$ (Base de données 2).....                              | 100 |
| Figure IV- 4 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de $m_c$ (Base de données 1).....                          | 101 |
| Figure IV- 5 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de $m_c$ (Base de données 2).....                          | 102 |
| Figure IV- 6 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de $m_c$ (Base de données 1).....                              | 104 |
| Figure IV- 7 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de $m_c$ (Base de données 2).....                              | 105 |
| Figure IV- 8 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de $m_c$ (Base de données 1).....                          | 106 |
| Figure IV- 9 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de $m_c$ (Base de données 2).....                          | 107 |
| Figure IV- 10 : Evolution classique de la masse des cristaux.....  | 108 |
| Figure IV- 11 : Schéma de régulation .....   | 109 |
| Figure IV- 12 : Suivi de consigne .....  | 110 |
| Figure IV- 13 : Variable de commande.....  | 110 |
| Figure IV- 14 : Evolution de la concentration de saccharose dissous .....  | 111 |
| Figure IV- 15 : Suivi de consigne .....  | 112 |
| Figure IV- 16 : Variable de commande.....  | 112 |
| Figure IV- 17 : Evolution de la concentration de saccharose dissous .....  | 113 |
| Figure IV- 18 : Suivi de consigne .....  | 114 |
| Figure IV- 19 : Variable de commande.....  | 114 |
| Figure IV- 20 : Evolution de la concentration de saccharose dissous .....  | 115 |
| Figure IV- 21 : Perturbation .....   | 115 |
| Figure IV- 22 : Suivi de consigne .....  | 116 |
| Figure IV- 23 : Variable de commande.....  | 116 |
| Figure IV- 24 : Variable de commande avec et sans perturbation.....  | 117 |
| Figure IV- 25 : Observation de la sensibilité de la conductivité électrique et du Brix liqueur mère aux variations de la pression<br>réduite ..... | 118 |
| Figure IV- 26 : Masse des cristaux estimée .....   | 119 |
| Figure IV- 27 : Suivi de consigne .....  | 120 |
| Figure IV- 28 : Variable de commande.....  | 121 |
| Figure IV- 29 : Suivi de consigne .....  | 122 |
| Figure IV- 30 : Variable de commande.....  | 122 |
| Figure IV- 31 : Schéma de régulation pour la stratégie de commande prédictive .....  | 124 |
| Figure IV- 32 : Suivi de consigne .....  | 125 |

|  |     |
|--|-----|
| Figure IV- 33 : Variable de commande.....  | 125 |
| Figure IV- 34 : Evolution de la concentration de saccharose dissous.....                   | 126 |
| Figure IV- 35 : Suivi de consigne.....   | 127 |
| Figure IV- 36 : Variable de commande.....  | 127 |
| Figure IV- 37 : Evolution de la concentration de saccharose dissous.....                   | 128 |
| Figure IV- 38 : Perturbation.....  | 128 |
| Figure IV- 39 : Suivi de consigne.....   | 129 |
| Figure IV- 40 : Variable de commande.....  | 129 |
| Figure IV- 41 : Variable de commande avec et sans perturbation.....                        | 130 |
| Figure IV- 42 : Suivi de consigne.....   | 131 |
| Figure IV- 43 : Variable de commande.....  | 131 |
|  |     |
| Figure V- 1 : Profil de consigne de concentration en saccharose.....                       | 138 |
| Figure V- 2 : Schéma de régulation multivariable.....                                      | 141 |
| Figure V- 3 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration.....                 | 142 |
| Figure V- 4 : Débit d'alimentation en liqueur.....   | 142 |
| Figure V- 5 : Débit de vapeur de chauffe.....  | 142 |
| Figure V- 6 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux.....                  | 142 |
| Figure V- 7 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration.....                       | 142 |
| Figure V- 8 : Perturbation.....  | 143 |
| Figure V- 9 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration.....                 | 144 |
| Figure V- 10 : Débit d'alimentation en liqueur.....  | 144 |
| Figure V- 11 : Débit de vapeur de chauffe.....   | 144 |
| Figure V- 12 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux.....                 | 144 |
| Figure V- 13 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration.....                      | 144 |
| Figure V- 14 : Débit d'alimentation en liqueur.....  | 145 |
| Figure V- 15 : Débit de vapeur de chauffe.....   | 145 |
| Figure V- 16 : Dérive en température.....  | 146 |
| Figure V- 17 : Dérive en température.....  | 147 |
| Figure V- 18 : Suivi de consigne : masse des cristaux.....                                 | 147 |
| Figure V- 19 : Débit d'alimentation en liqueur.....  | 147 |
| Figure V- 20 : Débit de vapeur de chauffe.....   | 147 |
| Figure V- 21 : Suivi de consigne avec rejet de perturbation et erreur de modélisation..... | 149 |
| Figure V- 22 : Débit d'alimentation en liqueur.....  | 149 |
| Figure V- 23 : Débit de vapeur de chauffe.....   | 149 |
| Figure V- 24 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux.....                 | 149 |
| Figure V- 25 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration.....                      | 149 |
| Figure V- 26 : Suivi de consigne avec rejet de perturbation et erreur de modélisation..... | 151 |
| Figure V- 27 : Débit de vapeur de chauffe.....   | 151 |
| Figure V- 28 : Erreur de suivi de consigne.....  | 151 |
| Figure V- 29 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration.....                | 152 |
| Figure V- 30 : Débit d'alimentation en liqueur.....  | 152 |

|   |     |
|---|-----|
| Figure V- 31 : Débit de vapeur de chauffe.....                              | 152 |
| Figure V- 32 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux.....  | 152 |
| Figure V- 33 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration.....       | 152 |
| Figure V- 34 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration..... | 154 |
| Figure V- 35 : Débit d'alimentation en liqueur.....                         | 154 |
| Figure V- 36 : Débit de vapeur de chauffe.....                              | 154 |
| Figure V- 37 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux.....  | 154 |
| Figure V- 38 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration.....       | 154 |

## *Liste des tableaux*

|  |    |
|--|----|
| Tableau I- 1 : Avantages et limites des trois régulateurs retenus .....          | 36 |
| Tableau II- 1 : Récapitulatif des stratégies monovariabiles proposées.....       | 57 |
| Tableau II- 2 : Synthèse de la stratégie de commande multivariable proposée..... | 58 |
| Tableau II- 3 : Synthèse des stratégies de commande proposées.....               | 64 |
| Tableau III- 1 : Synthèse des résultats d'optimisation .....                     | 73 |
| Tableau III- 2 : Synthèse des configurations étudiées .....                      | 76 |
| Tableau III- 3 : Pôles des trois observateurs de Luenberger étendus.....         | 81 |
| Tableau III- 4 : C.I. expérimentales et C.I. observateur.....                    | 84 |
| Tableau III- 5 : C.I. expérimentales et C.I. observateur.....                    | 87 |
| Tableau III- 6 : C.I. expérimentales et C.I. observateur.....                    | 90 |



# *Introduction générale*



## *Introduction générale*

Dans un contexte économique touché par une crise financière mondiale, aujourd'hui plus qu'hier, l'optimisation des systèmes de production figure au premier plan des problématiques industrielles. Qu'il s'agisse de l'approvisionnement en matières premières, de la consommation d'énergie, des rendements des procédés ou de la qualité des produits, il s'ensuit une progression des activités de recherche en lien avec l'industrie. L'amélioration de la productivité et la baisse du coût de production sont le souci de tous les industriels.

L'industrie Réunionnaise, et particulièrement la filière sucrière, n'échappe pas à cette problématique. Historiquement, le développement de La Réunion est étroitement lié à l'agriculture sucrière. Depuis plus de deux siècles, la production du sucre est l'un des moteurs de la structuration du territoire. Aujourd'hui encore, 50% des terres cultivables sont dédiées à la plantation cannière, et les deux usines<sup>1</sup> sucrières encore en activités produisent annuellement 200 000 tonnes de sucre de cannes.

Depuis le début des années 90, en étroite collaboration avec la sucrerie de Bois Rouge, de nombreux travaux de recherche ont été menés par les chercheurs du laboratoire d'énergétique, d'électronique et procédés (LE2P) :

- analyse énergétique et exergetique de l'ensemble des procédés de fabrication du sucre : étude comparative de trois sucreries [Chabriat, 1993],
- développement d'un modèle de connaissance d'un procédé d'évaporation en multiple-effets et proposition d'un schéma de commande prédictive. Application au procédé d'évaporation de la sucrerie de Beaufonds [Cadet, 1997],
- développement d'un modèle à réseaux de neurones d'un procédé d'évaporation en multiple-effets et proposition d'un schéma de commande prédictive. Application à la sucrerie de Bois Rouge [Benne, 1999],

---

<sup>1</sup> La Réunion ne compte plus, depuis la fermeture de la sucrerie de Beaufonds en 1996, que deux usines sucrières : la sucrerie de Bois Rouge à Saint-André et celle du Gol à Saint-Louis.

- mise en œuvre de plans d'expérience pour l'étude de l'ensemencement et l'optimisation de l'épuisement de la solution<sup>2</sup> sucrée. Applications pilotes et applications industrielles à la sucrerie de Bois Rouge [Bonnecaze, 2004],
- développement de modèles de connaissance d'un procédé de cristallisation : comparaison inter-modèles. Application à la sucrerie de Bois Rouge [Libelle, 2007],
- contrôle d'un procédé de cristallisation à partir d'un modèle neuronal et d'un régulateur PID à paramètres variables. Application à la sucrerie de Bois Rouge [Beyou, 2008].

Ce travail, consacré à la modélisation et au contrôle du procédé de cristallisation, s'inscrit dans la continuité des travaux du laboratoire. La problématique de cette étude est l'optimisation de l'épuisement de la solution au cours du procédé de cristallisation. Elle se traduit dans ce mémoire sous la forme de l'optimisation de la conduite de la phase de croissance cristalline. A cet effet, plusieurs pistes de travail sont envisagées, à la fois en termes de structures d'algorithme de commande et de choix des variables de commande et à commander.

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

**Le premier chapitre** propose un état de l'art des stratégies de contrôle utilisées en cristallisation. L'abondance des travaux témoigne de l'intérêt que suscite l'amélioration du contrôle des procédés de cristallisation. Aujourd'hui encore, l'optimisation de la conduite de ce procédé demeure un champ de recherche ouvert. Nous présenterons également dans ce chapitre les trois algorithmes qui seront utilisés dans cette étude, ainsi que quelques outils théoriques liés au contrôle des procédés.

**Le deuxième chapitre** de ce mémoire s'articule autour de deux axes : l'observation d'un procédé industriel, celui de la sucrerie de Bois Rouge, et l'analyse de la stratégie de commande appliquée *in situ* (choix du régulateur, pertinence de la variable à commander, performances du contrôle). L'immersion dans le monde sucrier nous amène à introduire le vocabulaire industriel utilisé pour décrire les procédés, les produits et leurs propriétés. L'analyse des limites observées *in situ* expliquera le développement d'une expérience pilote, conçue et instrumentée par le LE2P, pour

---

<sup>2</sup> L'épuisement de la solution est l'extraction du maximum de saccharose dissous

reproduire le procédé de cristallisation à l'échelle 1/1000<sup>ème</sup>, et tester des stratégies de commande alternatives en laboratoire.

Certaines grandeurs intervenant dans les stratégies de commande n'étant pas mesurées en ligne, le **chapitre trois** est consacré à la synthèse d'observateurs. La première partie de ce chapitre est dédiée à la modélisation du phénomène de cristallisation. Puis, dans une seconde partie, afin de répondre le plus largement possible aux problématiques industrielles, trois observateurs, correspondant aux trois configurations parmi les plus répandues, seront synthétisés.

Le **quatrième chapitre** présente un contrôle monovarié du procédé de cristallisation. Dans ce chapitre, les performances en asservissement et en régulation de deux stratégies de commande monovarié seront étudiées : en simulation, à travers plusieurs scénarii de commande, et sur le réacteur pilote.

Le **cinquième chapitre** de ce mémoire est dédié à un contrôle multivarié du procédé de cristallisation. Les essais expérimentaux n'étant pas encore envisageables sur le réacteur pilote, les performances en asservissement et en régulation d'une stratégie de commande multivarié sont évaluées en simulation à travers de nombreux scénarii de commande.



---

---

# Chapitre I

## *Etat de l'art : La commande en cristallisation*

---

---

*« On fait la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres : mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison. »*

---

**Henri Poincaré**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>I.1. Etat de l'art de la commande du procédé de cristallisation .....</b> | <b>9</b>  |
| I.1.1. La commande en cristallisation .....                                  | 10        |
| I.1.1.1. Commande du procédé de cristallisation.....                         | 10        |
| I.1.2. La commande PID à paramètres variables .....                          | 11        |
| I.1.2.1. Principe du PID à paramètres variables.....                         | 12        |
| I.1.2.2. Règles heuristiques d'amélioration du réglage des paramètres.....   | 14        |
| I.1.3. La commande prédictive.....   | 17        |
| I.1.3.1. Principe de la commande prédictive.....                             | 18        |
| I.1.4. La commande par linéarisation entrée-sortie .....                     | 22        |
| I.1.4.1. Principe de la commande par linéarisation.....                      | 22        |
| <br>   |           |
| <b>I.2. Outils pour la commande : modèles et observateurs .....</b>          | <b>24</b> |
| I.2.1. Les modèles .....   | 25        |
| I.2.1.1. Définition.....   | 25        |
| I.2.1.2. Les différents modèles en cristallisation.....                      | 26        |
| I.2.1.3. Le modèle à réseaux de neurones.....                                | 27        |
| I.2.2. Les observateurs .....  | 30        |
| I.2.2.1. Définition.....   | 31        |
| I.2.2.2. Analyse d'observabilité.....  | 32        |
| I.2.2.3. Les observateurs en cristallisation.....                            | 34        |
| I.2.2.4. Observateur de Luenberger étendue.....                              | 34        |
| <br>   |           |
| <b>I.3. Conclusion .....</b>   | <b>36</b> |

## **I. Etat de l'art : la commande en cristallisation**

La cristallisation est souvent considérée comme l'opération unitaire la plus importante dans les processus de séparation et de purification. Ce passage de la phase dissoute vers la phase solide est présent dans de nombreux processus de fabrication (pharmaceutique, microélectronique, agro-alimentaire) [Braatz, 2002 ; Vollmer et al., 2006]. Les propriétés du cristal (pureté, taille, forme, etc.) dépendent principalement des conditions opératoires [Yu et al., 2007 ; Larsen et al., 2006]. De ce fait, le contrôle du procédé de cristallisation occupe une place primordiale.

Ce premier chapitre est consacré à un état de l'art de la commande des procédés de cristallisation. Dans une première partie, nous présenterons les stratégies de commande les plus répandues pour le contrôle du procédé de cristallisation. Par la suite, nous nous intéresserons plus particulièrement à trois algorithmes de commande que l'on retrouve fréquemment en industrie. Enfin, dans une deuxième partie, nous introduirons quelques outils théoriques fréquemment utilisés pour le contrôle de procédé.

### **I.1. Etat de l'art de la commande du procédé de cristallisation**

Dans l'industrie, l'amélioration du contrôle du procédé de cristallisation est en enjeu économique majeur [Adler et al. 1998 ; Eisenberger, 1996]. Prenons par exemple, l'industrie de la micro électronique qui requiert un contrôle de haute qualité pour la fabrication des matériaux cristallins [National Research Council, 1992 ; Semiconductor Industry Association, 2001], ou les industries pharmaceutique et agro-alimentaire qui nécessitent un contrôle performant pour garantir des propriétés de taille, de forme, de pureté, etc. [Rodríguez-Hornedo et al., 1999 ; Shekunov et al., 2000 ; Hartel, 2001 ; Kim, 2002].

Dans cette partie, nous nous intéresserons aux différentes stratégies de commandes utilisées pour le contrôle du procédé de cristallisation. Nous présenterons ensuite les trois algorithmes de commande que nous avons retenus pour cette étude : la commande PID à paramètres variables, la commande prédictive et la commande par linéarisation entrée-sortie.

### **I.1.1. La commande en cristallisation**

En dépit d'une longue histoire et du vaste champ d'applications du procédé de cristallisation, l'amélioration de son contrôle demeure, aujourd'hui encore, un véritable challenge. De nombreux problèmes de contrôle, principalement imputés aux non linéarités du phénomène de cristallisation, perdurent [Nagy, 2009].

Pour pallier ces différents problèmes et améliorer le contrôle du procédé, plusieurs schémas de contrôle, incluant plusieurs choix de variables à commander, ont vu le jour ces trente dernières années.

#### *I.1.1.1. Commande du procédé de cristallisation*

Le contrôle du procédé de cristallisation se résume souvent à un contrôle de la qualité du produit. La question qui se pose: « comment agir sur le procédé pour obtenir le produit avec la qualité désirée, telle que la taille du cristal, sa forme, ou encore la distribution de la taille ». Quels que soient les variables de commande, les variables à commander ou les algorithmes de contrôle choisis, la grande majorité des stratégies de commande des procédés de cristallisation est élaborée pour maintenir la solution dans un état thermodynamique situé dans une zone appelée métastable [Yu et al, 2007]. Maintenir la solution dans cette zone permet d'éviter la formation spontanée ou la dissolution des cristaux [Barth, 2006].

Dans l'industrie pharmaceutique, le suivi d'un profil de température lors de la phase de cristallisation est un des moyens les plus répandus pour contrôler la distribution de taille des cristaux. Durant ces vingt dernières années, de nombreux travaux ont été réalisés afin de déterminer un profil de température optimal [Mullin et al., 1971 ; Jones et al., 1974 ; Rawlings et al., 1992 ; Hu et al. 2005]. Dans l'industrie sucrière, une des méthodes les plus anciennes, mais encore utilisée dans certaines usines, consiste en un suivi d'un profil de conductivité électrique de la solution [Hugo, 1979].

Dans chacune de ces deux industries, des stratégies de commande plus élaborées, souvent à base de modèle, ont vu le jour. Ces stratégies permettent de spécifier la taille des cristaux, leur forme, ou encore la distribution de taille [Braatz, 2002 ; Lewiner et al., 2002 ; Rawlings et al., 2002 ; Kramer et al., 2003 ; Worlitschek, 2003; Doki et al, 2004 ; Patience et al., 2004 ; Worlitschek et al., 2004 ; Larsen et al. 2006]. On retrouve par exemple dans le domaine sucrier, des outils de supervision et des régulateurs s'appuyant sur des modèles neuronaux [Grondin et al. 2006 ; Georgieva et al., 2006 ] permettant d'améliorer la conduite du procédé.

La conduite du procédé a pu s'améliorer grâce à l'élaboration d'algorithmes de contrôle de plus en plus performants permettant de prendre en compte les contraintes opératoires, les erreurs de modélisation, les non linéarités ou encore les retards purs qui caractérisent le procédé [Braatz, 2002]. Ces algorithmes de commande ont permis de dépasser les limitations du traditionnel régulateur proportionnel intégral dérivé (PID), qui reste soulignons-le, encore largement utilisé dans le monde industriel. De nombreux algorithmes de commande (commande prédictive, commande  $H_\infty$ , commande par linéarisation, etc.) ont démontré leur efficacité pour améliorer, parfois de manière significative, le contrôle des procédés de cristallisation [Vollmer et al., 2001; Moldovanyi et al., 2005; Hu et al., 2005 ; Georgevia et al., 2006; Yuzgec et al., 2006; Nagy et al., 2007; Paengjuntuek et al., 2008 ; Sheikhzadeh et al., 2008 ; Prada et al., 2009]. Chaque algorithme de contrôle possède ses avantages et ses limites. Le choix d'un algorithme de commande dépend des objectifs à atteindre : suivi d'un profil de référence, prise en compte des incertitudes du modèle ou des contraintes, etc.

Dans la suite de cette étude, nous nous intéresserons plus particulièrement à trois algorithmes de commande à base de modèle dont l'efficacité a été montrée dans le domaine industriel : la commande PID à paramètres variables, la commande prédictive et la commande par linéarisation entrées/sorties. Ces trois algorithmes possèdent comme point commun, une caractéristique intéressante pour le contrôle du procédé de cristallisation, celle de pouvoir imposer une trajectoire de référence à la variable à commander.

### **I.1.2. La commande PID à paramètres variables**

Un atout majeur du régulateur PID à paramètres variables, en plus des caractéristiques précédemment citées, réside dans sa loi de commande, la même que celle du régulateur PID traditionnel. Pour les nombreuses industries qui utilisent depuis des années un régulateur de type PID, cela facilite la transition vers des algorithmes de contrôle plus performants. On retrouve dans la littérature différentes approches concernant la commande PID à paramètres variables, dédiées à des systèmes linéaires [Cameron et al., 1983 ; Clark et al., 1979 ; Ortega et al., 1984 ; Poudfoot et al., 1983 ; Radke et al., 1987] et à des systèmes non linéaires [Chen et al., 2004 ; Segovia et al., 2004 ; Prakash et al., 2009]. L'approche que nous présentons, fondée sur le contrôle du procédé par un régulateur PID à paramètres variables, est celle décrite par [Chen et al., 2004] et reprise par [Beyou, 2008].

I.1.2.1. Principe du PID à paramètres variables

L'approche PID à paramètres variables est une approche à base de modèle et nécessite la modélisation du procédé. Dans l'approche présentée, le comportement du procédé est décrit à l'aide d'un modèle de type neuronal.

L'algorithme de commande repose sur trois éléments clés :

- un modèle non linéaire du procédé de type réseau de neurones;
- une procédure de linéarisation instantanée de ce modèle neuronal ;
- et la minimisation d'un critère suivant une méthode non itérative, s'appuyant sur un algorithme dédié au calcul de la loi de commande à Minimum de Variance Généralisée (MVG).

L'extraction des coefficients du modèle neuronale non linéaire permet la mise en place d'un modèle linéarisé utilisé comme prédicteur à un pas. Le calcul des coefficients du régulateur PID s'appuie sur la minimisation d'un critère prenant en compte la sortie prédite du procédé à l'instant suivant. Ce critère est construit de telle manière que la variable de commande calculée fasse tendre la sortie du procédé vers la valeur désirée à l'instant suivant.

Le schéma de commande associé à la mise en place d'un contrôle de procédé par cette méthode est le suivant :

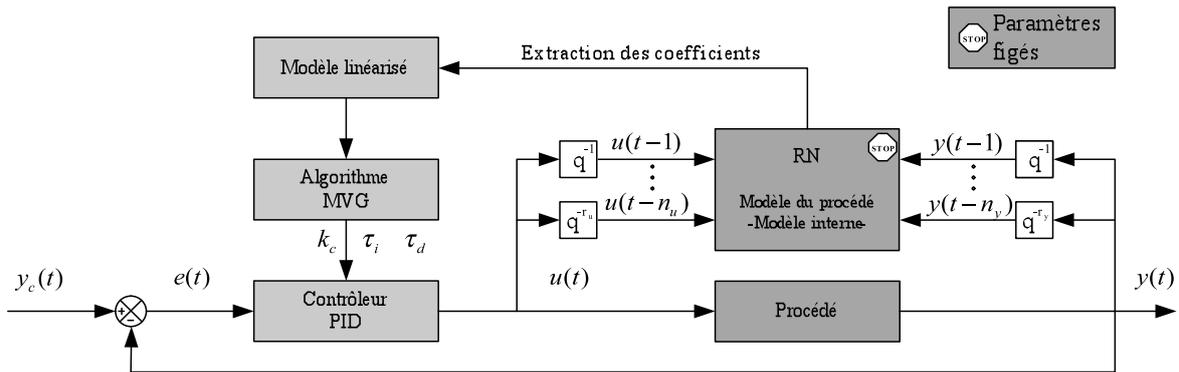


Figure I- 1 : Schéma d'un contrôleur PID à paramètres variables

L'objectif consistant à faire tendre la sortie du procédé vers une valeur de consigne à l'instant suivant, en recalculant les paramètres du régulateur en ligne, se traduit par le problème d'optimisation (I. 1) :

$$\begin{cases} \min_{k_c, \tau_i, \tau_d} J = \frac{1}{2} \min[e^2(t+1) + \mu \Delta u^2(t)] \\ e(t+1) = y_c(t+1) - y(t+1) \end{cases} \quad (\text{I. 1})$$

---

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $J$                   | Critère quadratique à minimiser                 |
| $e(t+1)$              | Ecart entre la sortie du procédé et la consigne |
| $y_c(t), y(t)$        | Consigne / sortie du procédé                    |
| $\mu$                 | Paramètre de régularisation                     |
| $k_c, \tau_i, \tau_d$ | Paramètres du régulateur PID                    |

---

Ce problème d'optimisation fait intervenir la sortie du procédé  $y(t+1)$  à l'instant  $t+1$ . Or, cette grandeur n'est pas accessible à cet instant. En s'appuyant sur la sortie prédite par le modèle neuronal linéarisé il est possible de faire l'approximation (I. 2) :

$$y(t+1) \cong \hat{y}^{lin}(t+1) \quad (\text{I. 2})$$

Cette approximation permet la reformulation du problème d'optimisation sous la forme (I. 3) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{k_c, \tau_i, \tau_d} J \approx \min_{k_c, \tau_i, \tau_d} L \\ \min_{k_c, \tau_i, \tau_d} L = \frac{1}{2} \min \left[ (\hat{e}^{lin}(t+1))^2 + \mu \Delta u^2(t) \right] \\ \hat{e}^{lin}(t+1) = y_c(t+1) - \hat{y}^{lin}(t+1) \end{array} \right. \quad (\text{I. 3})$$

---

|                      |   |
|----------------------|---|
| $L$                  | Critère quadratique à minimiser après approximation     |
| $\hat{e}^{lin}(t+1)$ | Ecart entre la sortie du procédé prédite et la consigne |

---

Il est démontré de manière détaillée dans [Beyou, 2008] que l'optimisation de ce critère peut être faite de manière non itérative en considérant la relation (I. 4) :

$$K(t) = \left[ E(t)E(t)^T \right]^{-1} E(t) \frac{\Omega b_1}{b_1 + \mu} \quad (\text{I. 4})$$

Cette relation fait apparaître les coefficients obtenus par la linéarisation instantanée du modèle neuronal et le vecteur d'erreur entre la sortie du procédé et la consigne.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega = y_c(t+1) + \sum_{i=1}^{n_y} a_i y(t-i+1) - \sum_{i=2}^{n_u} b_i u(t-i+1) - b_1 u(t-1) - \text{biais} \\ a_i = \left. \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial y(t-1)} \right|_{t=\tau} \quad i = 1, 2, \dots, n_y \\ b_i = \left. \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial u(t-1)} \right|_{t=\tau} \quad i = 1, 2, \dots, n_u \\ \text{biais} = y(\tau) + \sum_{i=1}^{n_y} a_i y(\tau-i) - \sum_{i=1}^{n_u} b_i u(\tau-i) \\ E(t) = [e(t) \ e(t-1) \ e(t-2)]^T \\ e(t) = y_c(t) - y(t) \end{array} \right.$$

---

|                            |  |
|----------------------------|--|
| $E(t)$                     | Vecteur d'erreur entre la sortie du procédé et la consigne |
| $y_c(t), y(t), \hat{y}(t)$ | Consigne / sortie du procédé / sortie estimée              |
| $\mu$                      | Paramètre de régularisation                                |
| $k_c, \tau_i, \tau_d$      | Paramètres du régulateur PID                               |
| $a_i, b_i$                 | Coefficients obtenu lors de la linéarisation instantanée   |
| $n_u, n_y$                 | Espace de régression entrées / sorties du modèle neuronale |

---

Les paramètres du régulateur sont ensuite calculés à l'aide de la relation (I. 5) en posant

$$K = [k_0 \ k_1 \ k_2]^T :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_c = \frac{1}{2}(k_0 - k_1 - 3k_2) \\ \tau_i = \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{k_0 - k_1 - 3k_2}{k_0 + k_1 + k_2} \\ \tau_d = \frac{2}{\Delta t} \cdot \frac{2k_2}{k_0 - k_1 - 3k_2} \end{array} \right. \quad (\text{I. 5})$$

### I.1.2.2. Règles heuristiques d'amélioration du réglage des paramètres

L'application de l'approche développée dans la sous section (I.1.2.1) à des systèmes industriels entraîne souvent des variations importantes de la variable de commande. Cela s'explique principalement par l'importance des bruits de mesure sur les procédés industriels et par les erreurs de modélisation. Pour pallier ce problème, trois solutions sont proposées.

### Le Filtre des moments

Afin d'éviter des oscillations sur les paramètres du régulateur, lesquelles induisent des oscillations sur la variable de commande, on introduit un filtre passe bas d'ordre 1. Ce filtre, appelé filtre des moments, est implémenté dans le schéma de commande afin de réduire les oscillations des paramètres du régulateur. L'actualisation des paramètres est obtenue par l'expression (I. 6) :

$$\begin{cases} \Delta k^m(t) = \gamma \Delta k^m(t-1) + (1-\gamma) \Delta k(t) \\ k(t) = k(t-1) + \Delta k^m(t) \end{cases} \quad (\text{I. 6})$$

---

$k(t)$  Vecteur des paramètres du régulateur

$\Delta k(t)$  Variation des paramètres

$\Delta k^m(t)$  Variation filtrée des paramètres

$\gamma$  Facteur des moments  $\in [0,1]$

---

### Le critère de performance

Dans le schéma de contrôle, les paramètres du régulateur sont recalculés en ligne à chaque instant  $t$ . Cependant, lorsque la sortie du procédé est très proche de la consigne, ce calcul peut ne pas être nécessaire. Plus encore, il peut entraîner une amplification du bruit. Afin de s'affranchir de ce problème, un critère de performance s'appuyant sur des lois statistiques peut être introduit. Ce critère est construit comme la somme, sur une fenêtre glissante, des erreurs quadratiques moyennes entre la consigne et la sortie du procédé (I. 7) :

$$C(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t (y_c(t) - y(t))^2 \quad (\text{I. 7})$$

---

$C(t)$  Critère de performance

$m-1$  Taille de la fenêtre glissante

$y_c(t), y(t)$  Consigne / sortie du procédé

---

Au fil des itérations, les paramètres du régulateur ne sont recalculés que si le critère de performance est supérieur à un certain seuil  $\sigma^2$ . La valeur du seuil peut être déterminée, soit à partir de l'état d'équilibre du système lorsque la commande est fixe, soit à partir d'une

connaissance *a priori* du comportement du procédé. Ce critère permet une optimisation du temps de calcul de la commande, et une diminution des oscillations des paramètres du régulateur induites par le bruit.

### L'ajustement du paramètre de régularisation

Le paramètre de régularisation  $\mu$  intervient dans la définition du critère à partir duquel les paramètres du régulateur sont recalculés (I. 3). L'approximation de l'écart entre la consigne et la sortie du procédé, fondée sur une linéarisation instantanée du modèle neuronal, entraîne inéluctablement des valeurs de paramètre non optimales pour le régulateur. Dans ce cas, l'ajustement de ce paramètre de régularisation permet d'améliorer la dynamique de réponse du régulateur. [Chen et al., 2004] proposent d'ajuster en ligne ce paramètre en s'appuyant sur l'erreur de linéarisation  $\eta$  (I. 8) et sur un bornage adapté (I. 9). Plus le paramètre de régularisation est grand et plus l'amplitude des variations des paramètres du régulateur est restreinte, et *vice versa*.

$$\eta = |\hat{y}(t+1) - \hat{y}^{lin}(t+1)| \quad (I. 8)$$

$$\begin{cases} \eta \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2] \Rightarrow \mu(t+1) = \mu(t) \\ \eta > \varepsilon_2 \Rightarrow \mu(t+1) = \frac{1}{2}\mu(t) \\ \eta < \varepsilon_1 \Rightarrow \mu(t+1) = 2\mu(t) \end{cases} \quad (I. 9)$$

---

$\mu$  Paramètre de régularisation

$\eta$  Erreur absolue de linéarisation

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  Limite inférieur/supérieur du bornage de  $\eta$

---

Dans le cadre de cette approche, la détermination des bornes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  s'effectue par la méthode d'essai-erreur. Le schéma de commande comprenant l'ensemble des règles heuristiques présentées est synthétisé de la manière suivante :

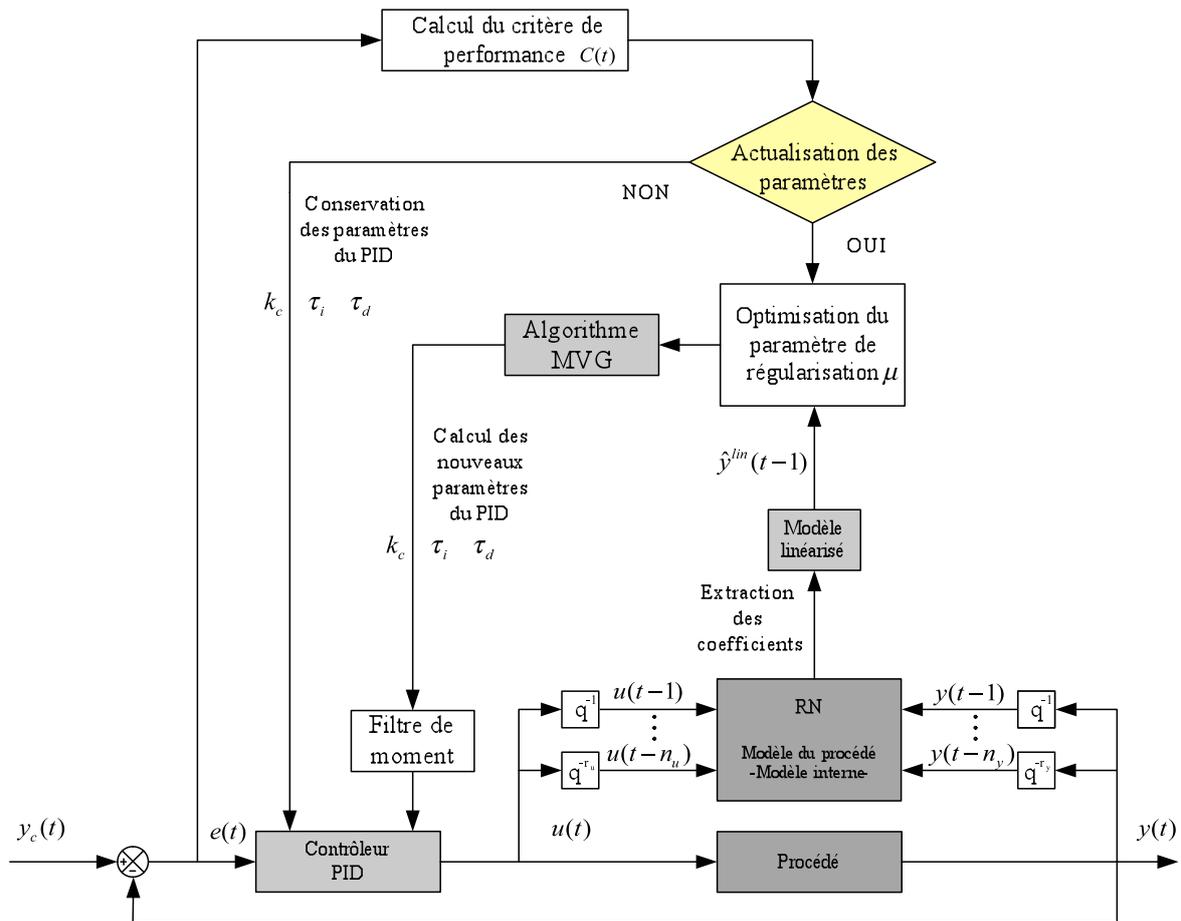


Figure I- 2 : Algorithme PID à paramètres variables et règles heuristiques.

### I.1.3. La commande prédictive

Cette stratégie de commande est de plus en plus utilisée dans le monde industriel car elle permet de prendre en compte les différentes contraintes du procédé, les objectifs en terme de production et de qualité, mais aussi les non linéarités du procédé [Bequette, 1991 ; Henson, 1998 ; Morari et al., 1997]. Elle a notamment été implémentée avec succès pour améliorer le contrôle de procédés de cristallisation dans le domaine pharmaceutique et sucrier [Molovanya et al., 2005 ; Gu et al, 2008 ; Georgieva et al. 2006 ; Yuzgec et al., 2006 ; Nagy et al., 2007 ; Prada et al., 2009].

Il est important de souligner, que selon la nature du modèle prédictif, linéaire ou non, on parlera de commande prédictive ou de commande prédictive non linéaire.

### I.1.3.1. Principe de la commande prédictive

La commande prédictive consiste à prévoir le comportement futur du procédé sur un certain horizon, et à calculer la commande à appliquer à l'instant suivant pour atteindre les objectifs fixés. Cette stratégie de commande comprend deux éléments clés. Le premier est le modèle interne, qui doit permettre de prédire le comportement futur du procédé. Le second est la résolution d'un problème d'optimisation, qui intègre les objectifs et les contraintes. A chaque instant, le calcul de la commande peut se décomposer en quatre étapes [Richalet, 1993].

#### La prédiction à l'aide du modèle du procédé

Le modèle prédictif est au cœur de la stratégie de commande prédictive. Sa mise en place requiert donc le plus grand soin. Il doit permettre de prévoir le comportement futur du procédé avec une certaine précision, sur un horizon de prédiction noté  $H_p$ , mais également de prendre en compte certaines contraintes liées au temps de calcul disponible entre chaque période d'échantillonnage. Il peut s'agir d'un modèle de connaissance ou d'un modèle de comportement. Les sorties prédites par le modèle sont notées  $y(t + i/t)$ .

#### La définition de la trajectoire de référence

Cette trajectoire prend en compte la dynamique du système, elle est notée  $sr$ . A chaque instant  $t$  elle définit la trajectoire à suivre pour atteindre la consigne. Il existe différentes manières de calculer cette trajectoire. La plus simple, mais aussi la plus couramment utilisée, reste la trajectoire de type premier ordre de la forme (I. 10) :

$$sr(t + i) = y_c(t + i) - \alpha_r (y_c(t) - s(t)) \quad (\text{I. 10})$$

---

$y_c$  Consigne à l'instant  $t$

$\alpha_r = \exp(-Te/\tau_r)$  Coefficient porteur de la dynamique

$Te$  Période d'échantillonnage

$\tau_r$  Constante de temps de la trajectoire de référence

---

### Le calcul du vecteur de commande

Ce calcul est fondé sur la résolution d'un problème d'optimisation qui consiste, à partir de l'écart entre le comportement prédit et la consigne, à estimer le vecteur de commande à appliquer pour atteindre l'objectif fixé. La résolution du problème d'optimisation est fortement liée à la complexité du modèle prédictif et occupe une place importante dans la stratégie de commande.

Le vecteur de commande *futur* est obtenu en minimisant un critère quadratique  $J$  sur l'horizon de prédiction  $H_p$ . Le vecteur de commande est calculé sur un horizon de commande  $H_c$ , au-delà duquel la valeur de la variable de commande est constante et égale à  $u(t + H_c)$ . Le critère quadratique s'exprime en fonction de l'écart entre les sorties désirées, appartenant à la trajectoire de référence, et les sorties prédites notées  $\hat{y}(t + i/t)$ . Il résulte de la formulation mathématique des objectifs de contrôle du procédé (I. 11) et offre la possibilité de traduire des contraintes telles que la minimisation de la consommation de matière première ou encore l'augmentation du rendement.

$$J = \sum_{i=H1}^{H_p} \gamma_i \cdot \left[ sr(t+i) - \hat{y}(t+i/t) \right]^2 + \sum_{i=0}^{H_c-1} \beta_i \cdot \Delta u^2(t+i) \quad (\text{I. 11})$$

La définition de ce critère fait intervenir plusieurs termes et coefficients.

- 
- $H1$  Intervalle de sécurité, permet d'éviter les problèmes dans le cas de systèmes avec retard pur ou de systèmes à non minimum de phase. L'horizon compris entre  $H1$  et  $H_p$  est appelé horizon de coïncidence.
  - $\gamma_i, \beta_i$  Coefficients de pondération, permettent d'agir sur la variation de la commande ainsi que sur le suivi de consigne.
  - $e(t)$  Erreur entre la sortie calculée par le modèle et la sortie mesurée à l'instant  $t$  (erreur de modélisation). Cette erreur est calculée à chaque instant  $t$ . Elle est considérée comme constante sur l'horizon de prédiction.

$$\Delta u(t+i) = u(t+i) - u(t+i-1)$$


---

Le principe de fonctionnement temporel de la commande prédictive ainsi que les différents horizons utilisés sont illustrés sur la Figure I- 3 [Richalet et al., 1978 ; Richalet, 1993].

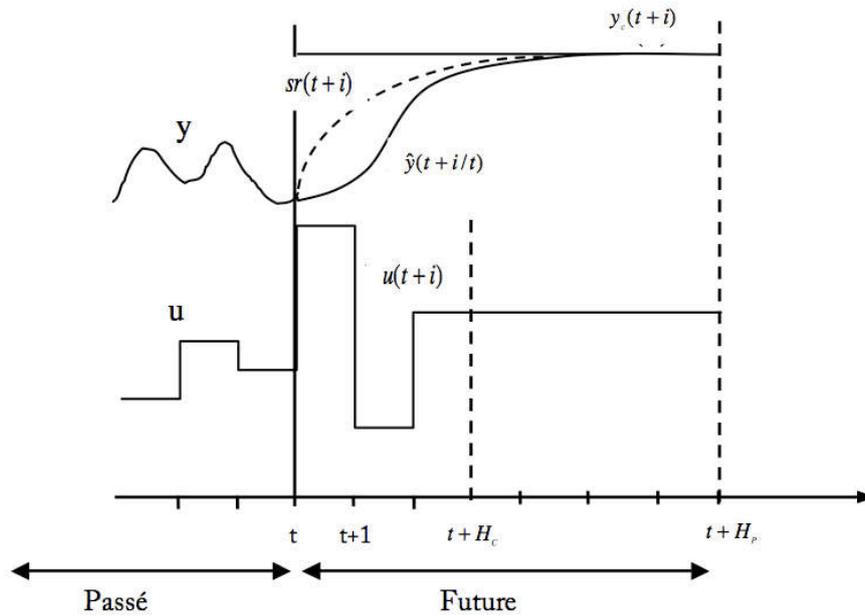


Figure I- 3 : Principe de fonctionnement temporel de la commande prédictive

Dans le cas de systèmes non linéaires, comme le procédé de cristallisation, la résolution du problème d'optimisation est généralement réalisée de manière itérative. Le temps de calcul du vecteur de commande dépend donc fortement de la complexité du modèle prédicteur mais également des horizons de prédiction et de commande.

Lors d'une utilisation en temps réel, le choix des différents horizons ainsi que la complexité du modèle prédicteur est déterminant car la résolution du problème d'optimisation doit être effectuée en un temps raisonnable par rapport à la période d'échantillonnage.

### L'application de la 1ère composante du vecteur de commande

A chaque instant  $t$ , seule la première composante du vecteur de commande est appliquée. Cette procédure permet de prendre en compte d'éventuelles perturbations ainsi que la réinitialisation des erreurs entre les objectifs et les mesures.

Le schéma de principe de la commande prédictive est synthétisé par le diagramme Figure I- 4 :

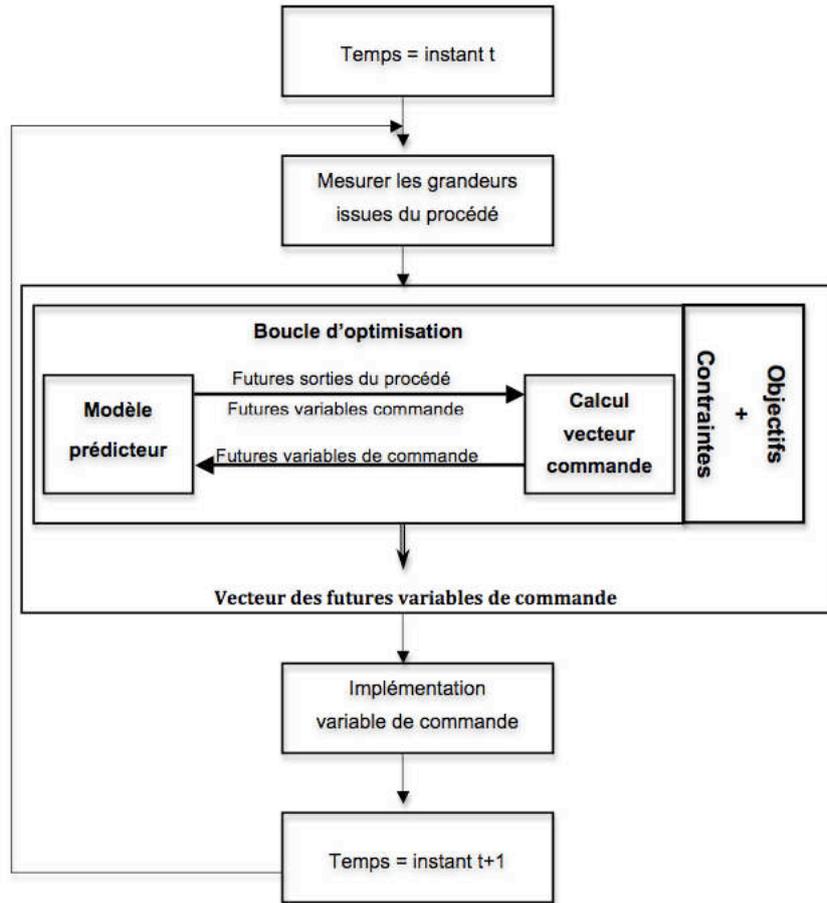


Figure I- 4 : Principe de la commande prédictive

Le schéma de contrôle d'une telle stratégie peut être synthétisé par la Figure I- 5 :

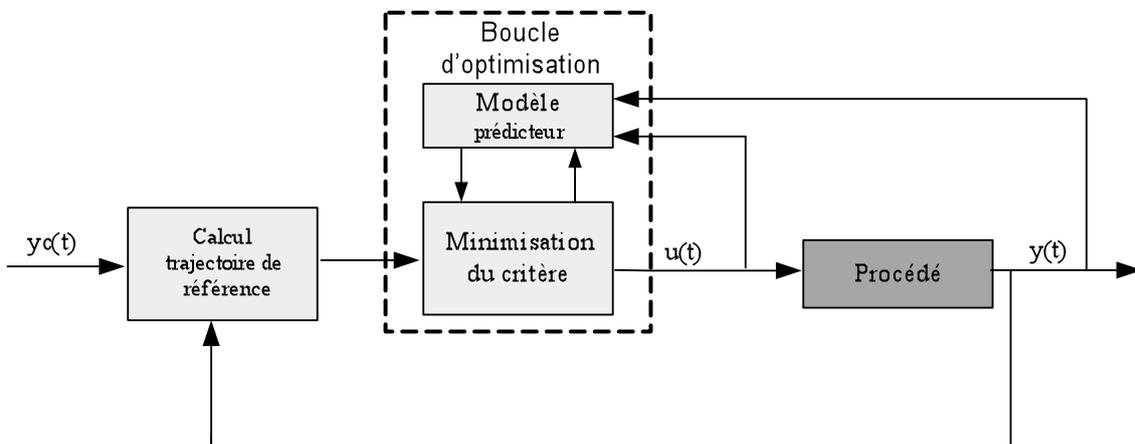


Figure I- 5 : Schéma du régulateur prédictif

#### I.1.4. La commande par linéarisation entrée-sortie

Avec la commande prédictive, présentée précédemment, la commande par linéarisation fait partie des algorithmes de commande les plus répandus pour le contrôle des procédés présentant des fortes non linéarités. Elle est notamment utilisée pour le contrôle des procédés chimiques qui sont connus pour être fortement non linéaires [Kurtz et al., 1997]. La commande par linéarisation possède plusieurs avantages par rapport à d'autres stratégies à base de modèle. Par exemple, le modèle non linéaire du procédé, issu des bilans de masse, d'énergie ou de moment, est directement utilisé dans le régulateur. On peut également souligner que le réglage du régulateur est simple et facile à appréhender et que plusieurs méthodes d'analyse de la stabilité du régulateur sont disponibles [Madar et al., 2005]. En contre partie, contrairement à la commande prédictive, elle ne permet pas d'intégrer les contraintes.

##### I.1.4.1. Principe de la commande par linéarisation

La linéarisation entrées-sorties consiste à synthétiser un retour d'état pour obtenir, à partir d'un système non linéaire, une relation linéaire entre la sortie et une *nouvelle* entrée [Isidori, 1989 ; Slotine et al., 1991 ; Nijmeijer et al., 1990 ; Kaddouri, 2000].

Considérons le système multivariable non linéaire (I. 12), avec  $n$  entrées et  $n$  sorties :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^n f_i(x(t))u_i \\ y(t) = g(x(t)) \end{cases} \quad (\text{I. 12})$$

---

$x \in R^n$  Vecteur d'état

$u(t) \in R^n$  Vecteur d'entrée

$y(t) \in R^n$  Vecteur de sortie

---

Afin d'obtenir la loi de commande non linéaire  $u_i(t) = f_i(v, x)$ , on introduit un *nouveau* vecteur d'entrée  $v(t)$ . Ce vecteur d'entrée est choisi de telle manière à obtenir une fonction de transfert en  $p$  linéaire entre les sorties  $y(p)$  et les nouvelles entrées  $v(p)$  (I. 13) :

$$\frac{y(p)}{v(p)} = \frac{1}{p^r + k_{(r-1)_j} p^{r-1} + k_{(r-2)_j} p^{r-2} + \dots + k_{1_j} p + k_0} \quad (\text{I. 13})$$

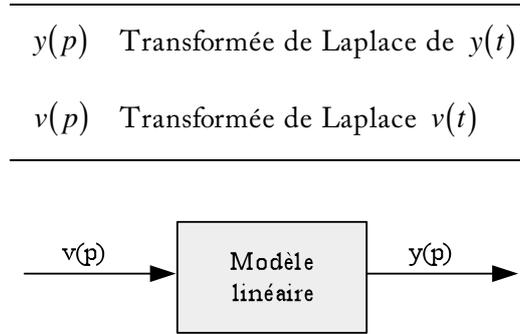


Figure I- 6 : Schéma de principe de la linéarisation

Les coefficients  $k_{0j}, k_{1j}, \dots, k_{(r-1)j}$  sont choisis de sorte que le polynôme  $p^r + k_{(r-1)j}p^{r-1} + k_{(r-2)j}p^{r-2} + \dots + k_{1j}p + k_0$  soit un polynôme d'Hurwitz (qui possède des racines avec des parties réelles strictement négatives).

Dans le cas d'un suivi de consigne, la loi de commande en boucle fermée nécessite deux étapes successives.

La première étape consiste à dériver la sortie par rapport au temps jusqu'à ce qu'au moins une entrée apparaisse (I. 14) :

$$y_j^r(t) = L_f^s g(x(t)) + \sum_{i=1}^n L_{f_i} (L_f^{r-1} g(x(t))) u_i \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{I. 14})$$

---

$L_f g$  Dérivée de Lie de  $g(x)$  dans la direction de  $f$

$L_{f_i} g$  Dérivée de Lie de  $g(x)$  dans la direction de  $f_i$

$r$  Degré relatif, correspond au nombre de dérivé nécessaire pour faire apparaître au moins une entrée dans l'expression (I. 14).

---

La deuxième étape est l'écriture du problème de poursuite de trajectoire. Lors d'un suivi de consigne, l'objectif est de diminuer, voir d'annuler, l'écart entre la valeur de consigne ( $y_c$ ) et la sortie du procédé. Ce problème de poursuite se synthétise par l'équation (I. 15) [Akkari, 2007] :

$$y_j^r(t) = y_{ref_j}^r(t) + k_{0j} \mathfrak{R}_j(t) + k_{1j} \dot{\mathfrak{R}}_j(t) + k_{2j} \ddot{\mathfrak{R}}_j(t) + \dots + k_{(r-1)j} \mathfrak{R}_j^{(r-1)}(t) \quad (\text{I. 15})$$

$\mathfrak{R}(t) = y_c(t) - y(t)$  représente l'erreur de poursuite, soit, l'écart entre la sortie désirée et la sortie du procédé.

En appliquant la loi de commande (I. 16) et en utilisant les équations (I. 14) et (I. 15), on obtient la loi de commande en boucle fermée (I. 17) [Doyle et al., 1995 ; Kurtz et al., 1997] :

$$\sum_{i=1}^n L_{f_i} (L_f^{-1} g(x(t))) u_i(t) = v_j(t) - L_f g(x) \quad (\text{I. 16})$$

$$\sum_{i=1}^n L_{f_i} (L_f^{-1} g(x(t))) u_i(t) = y_{c_j}^r - \sum_{i=0}^{r-1} k_{ij} \mathfrak{R}_j^{(i)}(t) - L_f g(x) \quad (\text{I. 17})$$

Le schéma de contrôle du régulateur par linéarisation entrée-sortie en poursuite de trajectoire est présenté sur la Figure I- 7 :

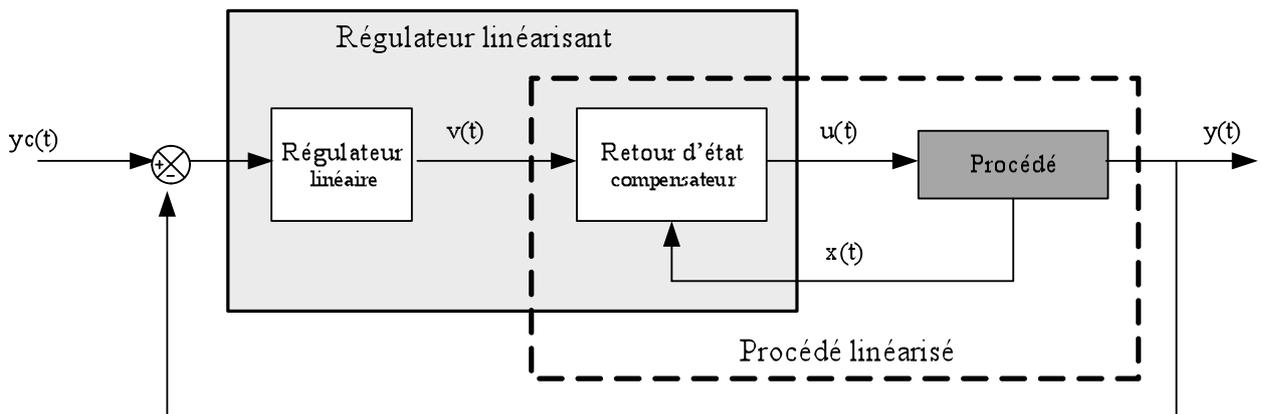


Figure I- 7 : Schéma du régulateur par linéarisation

Certains auteurs [Dunia et al., 1997 ; Xie et al., 1999 ; Duvall et al., 2001 ; Jenzsch et al., 2006] proposent d'ajouter un terme intégral à l'équation (I. 15) afin d'améliorer les performances du régulateur, notamment en diminuant l'effet de l'incertitude du modèle.

## I.2. Outils pour la commande : modèles et observateurs

Les stratégies de commande dites « avancées », comme celles que nous avons présentées dans la partie I.1, reposent souvent sur de deux objets mathématiques: le modèle et l'observateur. Selon la stratégie de commande, le modèle peut être utilisé pour *prédire* les sorties du procédé sur un horizon (*e.g.* la commande prédictive), ou encore être utilisé directement pour obtenir la loi de commande (*e.g.* la commande par linéarisation). L'observateur, ou estimateur d'état, est un outil puissant pour la commande et la supervision. Il permet d'estimer les états du système lorsque ceux-ci ne sont pas accessibles (*e.g.* capteur non existant). Il possède également des propriétés de robustesse très intéressantes.

Dans cette partie, nous nous proposons d'introduire ces deux outils, ainsi que leur utilisation pour le contrôle et la supervision de procédés de cristallisation.

### I.2.1. Les modèles

L'identification du modèle d'un système requiert une démarche méthodologique rigoureuse. Le choix du type de modèle, de sa structure, de son architecture, ou encore de sa complexité est conditionné par les perspectives d'applications (simulation, étude des phénomènes physiques, conception d'un régulateur, contrôle temps réel, observation, diagnostic, etc.) et des contraintes imposées (nature du système, temps de calcul disponible, etc.).

#### I.2.1.1. Définition

Un modèle est une approximation de la réalité, une représentation simplifiée de phénomènes physiques que nous ne sommes pas capables d'appréhender dans leur globalité. Cet outil permet de rattacher un formalisme mathématique à un système réel, quelle que soit sa complexité. Un modèle peut être statique ou dynamique. Un modèle statique permet d'étudier le comportement du système à l'équilibre, tandis que le modèle dynamique permet la description des périodes transitoires en faisant apparaître une dimension temporelle.

Les modèles peuvent être classifiés en trois grandes catégories : les modèles de connaissance, les modèles systémiques et les modèles hybrides [Sjöberg et al., 1995; Colin, 2006].

#### **Modèle de connaissance (ou modèle boîte blanche)**

Ces modèles intègrent une connaissance phénoménologique du procédé étudié et sont issus de l'analyse physique des phénomènes qui régissent le système (*e.g.* bilan de matière et d'énergie). Les équations et les paramètres sont issus de lois physicochimiques. Il convient néanmoins de distinguer deux types de modèles : ceux à paramètres localisés et ceux à paramètres distribués. Les premiers sont décrits par des équations différentielles ordinaires alors que les seconds le sont par des équations aux dérivées partielles.

Toutefois, la mise en équations de tous les phénomènes physiques s'avère parfois difficile, voir impossible. Lorsque la description des phénomènes devient délicate, les modèles systémiques offrent une alternative intéressante.

### **Modèle systémique (ou modèle boîte noire)**

Ces modèles, à l'opposé des modèles phénoménologiques, ne nécessitent aucune connaissance *a priori*. Ils s'appuient sur une analyse statistique des relations entrées-sorties du système. De ce fait, les paramètres du modèle n'ont aucune signification physique. Ces modèles peuvent être regroupés en trois grandes familles : les systèmes experts, la logique floue et les réseaux de neurones. Nous détaillerons dans le paragraphe (I.2.1.3) le principe de la modélisation à base de réseaux de neurones.

### **Modèle hybride (ou modèle boîte grise)**

Les deux types de modèles précédemment présentés sont souvent utilisés de manière complémentaire, on parle alors de modèle hybride.

On peut noter que dans la réalité, il existe très peu d'approches purement boîte blanche ou purement boîte noire. Par exemple, la structure du modèle peut être déterminée par une étude des phénomènes physiques impliqués et les paramètres estimés à partir de données expérimentales.

#### *I.2.1.2. Les différents modèles en cristallisation*

La première approche de modélisation du phénomène de cristallisation est proposée par [Hulburt & Katz, 1964] et s'appuie sur un modèle de connaissance. Quarante ans plus tard, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu, la modélisation de ce procédé reste un véritable enjeu. Longtemps, la modélisation de ce phénomène s'est appuyée sur une étude phénoménologique. Les modèles proposés dérivent d'un bilan de masse, d'énergie et de population [Wright et al., 1968 ; Randolph et al., 1971 ; White et al., 1971 ; Wright et al., 1974 ; Ramkrishna, 1985 ; Ulrich, 1989 ; Feye de Azevedo et al., 1993]. Ces différentes modélisations permettent une description de l'évolution macroscopique des états du système qui n'est pas assez précise pour décrire de manière fine l'évolution de certaines grandeurs telles que la taille des cristaux ou encore la distribution de la taille des cristaux [Georgieva et al. 2003, Puel et al., 2003]. Cela s'explique principalement par la difficulté de modéliser de manière précise les phénomènes de nucléation, de croissance et d'agglomération, et ce particulièrement en présence d'impureté [Feye de Azevedo et al., 1994 ; Choro et al., 1996]. Pour pallier cette difficulté, des modèles hybrides et des modèles de connaissance intégrant l'effet des impuretés, ont été développés [Thomson et al., 1994 ; Feye de Azevedo et al., 1997 ; Meireles et al., 1998 ; Georgieva et al., 2003 ; Libelle, 2007 ; Févotte et al., 2010].

On peut toutefois remarquer que la modélisation la plus répandue reste celle qui s'appuie sur le bilan de masse, d'énergie et de population [Georgieva et al. 2003]. Ces modèles permettent une description des propriétés du cristal (taille, répartition de taille, etc.) en faisant intervenir les 5 premiers moments du bilan de population.

### I.2.1.3. Le modèle à réseaux de neurones

Les modèles à réseaux de neurones sont aujourd'hui bien connus, et ont démontré leur efficacité dans de nombreux domaines [Ou et al., 2007 ; Swift et al., 2008 ; Ye, 2008], aussi bien pour la supervision que le contrôle de procédé. Le procédé de cristallisation n'y fait pas exception, plusieurs stratégies de supervision et de contrôle s'appuient sur des modèles neuronaux [Benne, 1999 ; Peres et al., 2001 ; Georgieva et al. 2003 ; Libelle, 2007 ; Beyou, 2008].

#### Structure

Le modélisation neuronale est fondée sur les structures Non linéaire Auto-Régressives à entrées eXogènes (NARX) et Non linéaire Auto-Régressives à Moyenne Ajustée et entrées eXogènes (NARMAX) [Suykens et al., 1996]. La déclinaison neuronale de la structure NARX devient le modèle de type NNARX représenté par l'équation (I. 18) :

$$\hat{y}(t) = \varphi_{RN} \left( y(t-1), \dots, y(t-n_y), u(t-1), \dots, u(t-n_u), \theta \right) \quad (\text{I. 18})$$

---

|                |  |
|----------------|--|
| $\hat{y}(t)$   | Sortie estimée du modèle à l'instant $t$     |
| $y(t-1)$       | Sortie du système à l'instant $t-1$          |
| $u(t-1)$       | Entrée du système à l'instant $t-1$          |
| $\theta$       | Vecteur des paramètres du réseau de neurones |
| $\varphi_{RN}$ | Fonction d'activation du réseau de neurones  |
| $n_u, n_y$     | Espace de régression des entrées / sorties   |

---

Cette structure s'appuie sur les mesures des sorties précédentes, ce qui correspond à un schéma non bouclé. Le réseau de neurones correspondant peut s'écrire sous la forme (I. 19), avec la représentation schématique illustrée en Figure I- 8.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{y}(t) = Z_o(m_o(t)) \\ m_o(t) = \sum_{c=1}^{N_{cc}} w_c^o \cdot Z_c(m_c(t)) + w_b^o \\ m_c(t) = \sum_{\substack{i=1 \\ i_y=i}}^{n_y} w_{c,i_y}^h \cdot y(t-i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i_u=i+n_y}}^{n_u} w_{c,i_u}^h \cdot u(t-i) + w_{b,c}^h \end{array} \right. \quad (\text{I. 19})$$

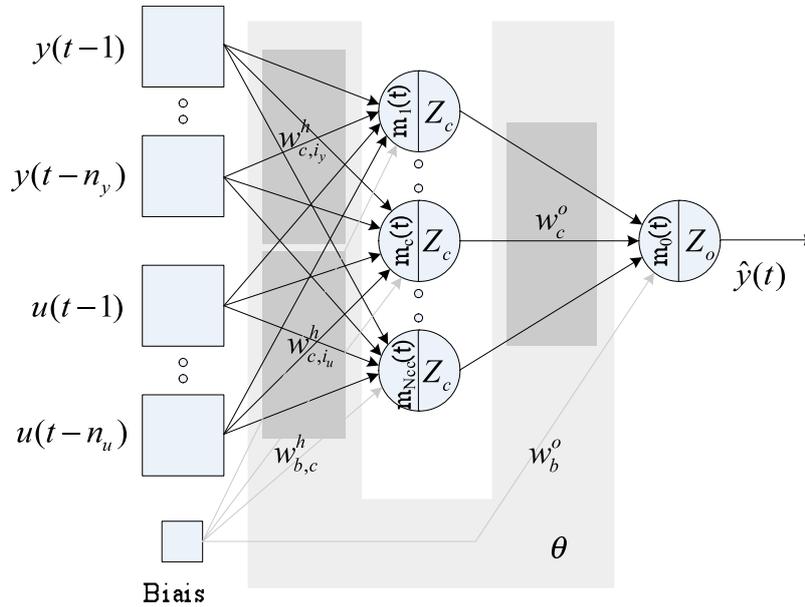


Figure I- 8 : Modèle à réseau de neurones non bouclé

$Z_o, Z_c$  Fonction d'activation du neurone de sortie / de la couche cachée

$m_o(t), m_c(t)$  Potentiel arrivant sur le neurone de sortie / de la couche cachée

$w_b^o, w_{b,c}^h$  Pondération du biais du neurone de sortie / de la couche cachée

$w_c^o$  Pondération entre les neurones de la couche cachée et la sortie

$w_{c,i_y}^h, w_{c,i_u}^h$  Pondération entre les sorties / entrées de régression et les neurones de la couche cachée

Un réseau de neurones non bouclé est un modèle qui permet de *prédire* la sortie future du procédé à un pas d'échantillonnage, une structure utilisée notamment dans la commande PID à paramètres variables.

Dans le cas d'un réseau de neurones bouclé, les sorties *prédites* sont réinjectées à l'entrée du modèle, le réseau s'écrit alors sous la forme (I. 20), et peut être représenté schématiquement par la Figure I- 9. Un réseau de neurones bouclé peut être utilisé comme simulateur ou encore prédicteur multi-pas. Par exemple, en commande prédictive les sorties du procédé ne sont pas connues sur l'horizon de prédiction, ce sont alors les sorties calculées par le réseau de neurones bouclé qui sont utilisées.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{y}(t) = Z_o(m_o(t)) \\ m_o(t) = \sum_{c=1}^{N_{cc}} w_c^o \cdot Z_c(m_c(t)) + w_b^o \\ m_c(t) = \sum_{\substack{i=1 \\ i_y=i}}^{n_y} w_{c,i_y}^h \cdot \hat{y}(t-i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i_u=i+n_y}}^{n_u} w_{c,i_u}^h \cdot u(t-i) + w_{b,c}^h \end{array} \right. \quad (\text{I. 20})$$

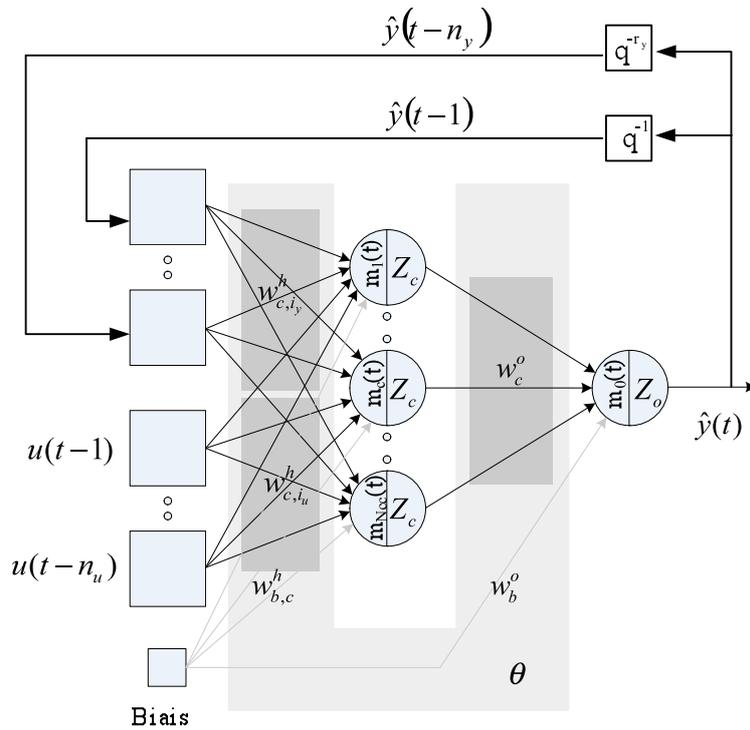


Figure I- 9 : Modèle à réseau de neurones bouclé

### Propriétés

Les réseaux de neurones présentent deux propriétés particulièrement importantes que sont l'**approximation universelle** [Hornik, 1989] et la **parcimonie** [Rival et al., 1994]. Ces propriétés font des réseaux de neurones des outils performants, capables « d'approximer » n'importe quel système non linéaire à partir de données expérimentales bruitées et incomplètes [Hornik, 1991].

### Identification

L'identification du modèle est une étape délicate qui peut être décomposée en quatre grandes étapes [Dreyfus et al., 2004]:

- détermination des entrées pertinentes,
- construction des bases de données qui serviront à l'estimation des paramètres. Celles-ci devant contenir un nombre suffisant de données couvrant une plage de fonctionnement du système la plus large possible,
- détermination de la structure du modèle (nombre de neurones dans la couche cachée, vecteur de régression sur les entrées-sorties, etc.),
- estimation des paramètres du modèle.

L'estimation des paramètres consiste à évaluer le vecteur des paramètres qui permet de passer de l'espace des entrées vers celui des sorties en reproduisant le plus fidèlement possible le comportement du procédé. Cette étape, qui s'appuie sur une procédure itérative, est connue sous le nom d'apprentissage.

L'identification du modèle nécessite généralement un traitement préalable des données, comme par exemple la normalisation des données. Ce traitement permet de ramener les grandeurs d'entrées s'exprimant sur une échelle différente, à un intervalle de variation homogène.

#### **I.2.2. Les observateurs**

L'observateur est un outil performant qui permet d'estimer les états du système lorsque ceux-ci ne sont pas directement mesurables. Il est utilisé aussi bien pour la supervision que pour le contrôle des procédés, et s'appuie sur un modèle du procédé étudié.

I.2.2.1. Définition

Un observateur, ou reconstituteur d'état, est un système dynamique qui permet d'obtenir une valeur estimée des différents états du système à partir des entrées et des sorties mesurées de celui-ci.

Si l'on considère le système dynamique représenté par (I. 21) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x) \end{cases} \quad (\text{I. 21})$$

La structure de l'observateur associé peut être synthétisée par le système dynamique auxiliaire (I. 22) [Bonard et al., 1993] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + \kappa(t)e(t) \\ \hat{y}(t) = g(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{I. 22})$$

---

$x(t), \hat{x}(t)$  Vecteur d'état / Vecteur d'état estimé

$y(t), \hat{y}(t)$  Vecteur de sortie / Vecteur de sortie estimé

$u(t)$  Vecteur d'entrée

$\kappa(t)$  Gain de l'observateur

$e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  Erreur entre la sortie mesurée et la sortie estimée

---

Le schéma de principe de l'observateur est présenté sur la Figure I- 10 :

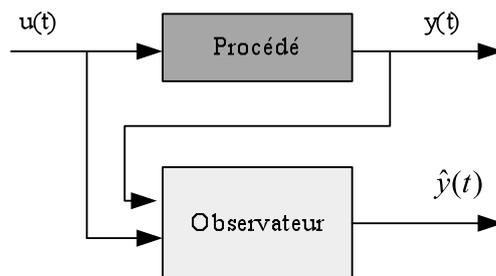


Figure I- 10 : Schéma de principe de l'observateur

La synthèse de l'observateur passe par la définition de la dynamique de convergence de l'observateur dictée par la matrice  $\kappa(t)$ . Cependant, la dynamique de l'observateur n'est pas toujours assignable. Une **condition nécessaire** pour que la dynamique puisse être assignée est que le système considéré soit **observable**.

### I.2.2.2. Analyse d'observabilité

L'observabilité d'un système exprime la possibilité de pouvoir reconstruire l'état initial  $x(t_0)$  à partir de la seule connaissance des sorties  $y(t, t_0)$  et des entrées  $u(t, t_0)$  sur un intervalle de temps  $[t_0, t_1]$ . Cette notion s'appuie sur la possibilité de différencier deux conditions initiales distinctes. On parlera de la distinguabilité d'un couple de conditions initiales.

**Définition I- 1 (Distinguabilité) :** Deux états initiaux  $x_0, x_1 \in \mathcal{V}$  tel que  $x_0 \neq x_1$  sont dits distinguables dans  $\mathcal{V}$  si  $\exists t \geq 0$  et  $\exists u : [0, t] \rightarrow U$  une entrée admissible telle que les trajectoires des sorties issues respectivement de  $x_0$  et  $x_1$  restent dans  $\mathcal{V}$  pendant la durée  $[0, t]$  et vérifient  $y(t, x_1, u(t)) \neq y(t, x_2, u(t))$ . On dira alors que  $u$  distingue  $x_0$  et  $x_1$  dans  $\mathcal{V}$ . Réciproquement, deux états initiaux  $x_0, x_1 \in \mathcal{V}$  tel que  $x_0 \neq x_1$  sont dits indistinguables dans  $\mathcal{V}$  si  $\forall t \geq 0$  et  $\forall u : [0, t] \rightarrow U$  pour lesquels les trajectoires issues de  $x_0$  et  $x_1$  restent dans  $\mathcal{V}$  on a :  $y(t, x_1, u(t)) = y(t, x_2, u(t))$ .

**Définition I- 2 (Observabilité) :** Un système est observable en  $x_0 \in \mathcal{V}$  si tout autre état  $x_1 \neq x_0$  est indistinguable de  $x_0$  dans  $\mathcal{V}$ . Un système est dit observable s'il est observable en tout point  $x_0 \in \mathcal{V}$  [Bonard et al., 1993].

Dans le cas de systèmes linéaires, l'observabilité est vérifiée par une condition nécessaire et suffisante appelée *condition du rang*. Le système linéaire (I. 23) , d'ordre  $n$ , est observable si et seulement si la matrice d'observabilité  $M_{obs}$  est de rang plein :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad x \in R^n, u \in R^m, y \in R^p \quad (\text{I. 23})$$

$$M_{Obs} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 24})$$

Autrement dit, le système est observable si et seulement si  $\text{Rang}(M_{Obs}) = n$ .

Dans le cas de systèmes non linéaires, on parlera de systèmes *localement* ou *uniformément* observables.

**Définition I- 3 (Observabilité locale) :** Le système non linéaire (I. 25) est dit *localement observable* en  $x_0$  si pour tous voisinages ouverts  $V$  de  $x_0$ , l'ensemble des points qui sont indistinguables de  $x_0$  dans  $V$  est le point  $x_0$  lui-même [Krener et al., 1983].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^m f_i(x(t))u_i \\ y(t) = g(x) \end{cases} \quad x \in R^n, u \in R^m, y \in R^p \quad (\text{I. 25})$$

Ainsi, le système non linéaire (I. 25) est localement observable en  $x_0$  si et seulement si la relation (I. 26) est vérifiée :

$$\text{rang} \left( \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} g \\ L_f g \\ \vdots \\ L_f^{n-1} g \end{array} \right]_{x_0} \\ \frac{\partial}{\partial x} \end{array} \right) = n \quad (\text{I. 26})$$

Où  $L_f g$  est la dérivée de Lie de  $g$  le long du champ de vecteur  $f$ .

---

### Rappel

Soient  $f : R^n \rightarrow R$  un champ de vecteur et  $g : R^n \rightarrow R$  une fonction scalaire. La dérivée de Lie est la fonction scalaire donnant la dérivée de  $g(x)$  dans la direction de  $f(x)$ , tel que :

$$L_f g = \nabla g f = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial g}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

La dérivée de Lie à l'ordre  $i$  s'écrit alors  $L_f^i g = L_f(L_f^{i-1} g) = \nabla(L_f^{i-1} g)f$ .

---

**Définition I- 4 (Observabilité uniforme) :** Un système est dit uniformément observable si pour toutes entrées  $u$ , pour toutes conditions initiales  $x_0 \neq x_1$  il existe  $t \in [0, t_1]$  tel que  $y(t, x_0, u) \neq y(t, x_1, u)$  où  $y(t, x_0, u)$  est la sortie à l'instant  $t$ , associée à la condition initiale  $x_0$  et à l'entrée  $u$ .

Autrement dit, le système (I. 25) est uniformément observable si et seulement si la relation (I. 26) est vérifiée  $\forall x_0, x_1 \in R^n$ .

### I.2.2.3. Les observateurs en cristallisation

En cristallisation, les difficultés de mesure en ligne, par des capteurs physiques, de l'état de la solution, en particulier la répartition de taille des cristaux, restent aujourd'hui encore un problème majeur. Rappelons que la qualité du produit final dépend principalement des propriétés géométriques du cristal. Dans ce contexte, les observateurs s'avèrent être des outils performants pour l'amélioration de la supervision et du contrôle du procédé de cristallisation. Depuis quelques années, ils sont utilisés en supervision pour estimer les propriétés géométriques du cristal (taille, répartition de taille) [Bakir et al., 2006 ; Motz et al., 2007] ou encore la concentration de la solution [Mesbah et al., 2008]. Ils sont également utilisés dans plusieurs stratégies de commande [Mesbah et al., 2009 ; Xie et al., 2001 ; Zhang et al., 2003] permettant notamment un contrôle de la répartition de taille des cristaux.

### I.2.2.4. Observateur de Luenberger étendue

Lorsqu'on parle de systèmes linéaires et d'observateurs, on pense immédiatement à deux types d'approches, celle de Luenberger [Luenberger, 1971] et celle de Kalman [Kalman, 1960]. La première est utilisée lorsque le modèle de perturbation est déterministe et la seconde lorsque le modèle de perturbation est stochastique. Ces observateurs sont bien connus et ont fait leurs preuves dans bien des domaines.

En revanche, lorsque l'on parle de systèmes non linéaires, le problème devient plus délicat. Les solutions proposées dans la littérature peuvent être regroupées en trois catégories [Akkari, 2007] :

- 1- les techniques dérivées des solutions utilisées pour les systèmes linéaires, comme le filtre de Kalman étendu ou l'observateur de Luengerger étendu, qui sont applicables à tous les systèmes,

- 2- les techniques spécifiques, qui sont destinées à des classes de systèmes bien particulières (e.g. des systèmes affines en la commande)
- 3- et les solutions numériques d'estimation d'états, applicable aussi aux systèmes linéaires et adaptées à toutes les classes de système, dont le succès dépend principalement du conditionnement du problème.

Pour des raisons que nous détaillerons dans les chapitres suivants, nous retiendrons pour cette étude l'observateur de Lunberger étendu.

### Principe de l'observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu peut être utilisé quel que soit le système non linéaire considéré. Sa synthèse s'appuie sur le principe de l'observateur de Luenberger dans le cas de systèmes linéaires, à savoir le calcul du gain de l'observateur par un placement de pôles. Dans le cas de systèmes non linéaires, le placement de pôles requiert la linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement  $x_0$ .

Considérons le système non linéaire (I. 25), le calcul du gain  $\kappa$  de l'observateur est effectué en

plaçant les pôles de  $\left( \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} - \kappa \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x_0} \right)$ .

Le placement de pôles est une étape cruciale de la synthèse de l'observateur. Ce sont les pôles qui imposent la dynamique de l'observateur. Ils doivent être choisis de manière à trouver un compromis entre la vitesse de convergence de l'observateur et sa sensibilité aux bruits et aux perturbations. Plus la vitesse de convergence sera grande et plus l'observateur sera sensible aux bruits et aux perturbations.

Le gain est calculé à partir d'un modèle linéaire, issu d'une linéarisation autour d'un point de fonctionnement donné. Ainsi, la stabilité de l'observateur ne peut être garantie qu'autour de ce point de fonctionnement. Autrement dit, si le système s'éloigne trop de ce point de fonctionnement l'observateur peut rapidement devenir instable.

Lorsque le système possède plusieurs points de fonctionnement, il existe une méthode qui consiste à recalculer le gain de l'observateur en ligne. Pour pallier ce problème d'instabilité dû à la linéarisation, le gain est recalculé à chaque instant autour du nouveau point de fonctionnement.

### I.3. Conclusion

Depuis plus de quarante ans, l'amélioration du contrôle du procédé de cristallisation a fait l'objet de nombreuses études. On recense un grand nombre de stratégies de commande, plus ou moins élaborées, faisant intervenir différents algorithmes de contrôle, mais aussi différents outils de commande tels que les modèles ou les observateurs. Aujourd'hui encore, l'amélioration du contrôle du procédé de cristallisation reste un champ de recherche ouvert dans de nombreux domaines, telles que les industries pharmaceutique ou agroalimentaire.

Dans la suite de cette étude, nous proposons différentes stratégies de commande pour l'amélioration du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière. Ces stratégies de commande alternatives s'appuient sur trois algorithmes de commande qui ont été décrits précédemment : la commande PID à paramètres variables, la commande prédictive et la commande par linéarisation. Chacun de ces régulateurs a fait ses preuves dans de nombreux domaines, dont la cristallisation, et chacun possède ses avantages et ses inconvénients (Cf. Tableau I- 1) :

|                                   | Points forts  | Limites  |
|-----------------------------------|---|--|
| <b>PID à paramètres variables</b> | <p>Loi de commande identique à celle du régulateur PID (encore largement utilisé dans l'industrie).</p> <p>Temps de calcul (calcul de la commande de manière non itérative).</p> <p>Suivi d'une trajectoire de référence.</p>                     | <p>Oscillation des paramètres du régulateur et de la commande (implique l'emploi des règles heuristiques).</p> <p>Pas de prise en compte des contraintes.</p> <p>Monovariable.</p> |
| <b>Commande prédictive</b>        | <p>Prise en compte des contraintes dans le calcul de la commande.</p> <p>Robustesse.</p> <p>Prise en compte des non linéarités du procédé (modèle prédictif non linéaire).</p> <p>Suivi d'une trajectoire de référence.</p> <p>Multivariable.</p> | <p>Temps de calcul (optimisation itérative).</p> <p>Réglage du régulateur (nombreux paramètres et horizon à régler).</p>   |
| <b>Commande par linéarisation</b> | <p>Utilisation du modèle non linéaire directement dans le régulateur.</p> <p>Temps de calcul (calcul de la commande de manière non itérative).</p> <p>Suivi d'une trajectoire de référence.</p> <p>Multivariable.</p>                             | <p>Pas de prise en compte des contraintes.</p> <p>Sensible aux bruits de mesure.</p>   |

Tableau I- 1 : Avantages et limites des trois régulateurs retenus

Tous les régulateurs proposés sont à base de modèle. Une étape de modélisation du phénomène de cristallisation est donc nécessaire. Pour cela, un modèle de tendance et un modèle à réseau de neurones seront développés. Certaines difficultés, liées à la mesure de différentes grandeurs intervenant dans les stratégies de commande proposées, nécessiteront la synthèse d'un observateur.



---

---

## Chapitre II

*Proposition pour l'amélioration de la conduite*

*d'un procédé de cristallisation*

*application à l'industrie sucrière*

---

---

*«On ne peut se passer d'une méthode pour se mettre en  
quête de la vérité des choses.»*

---

René Descartes

|  |           |
|--|-----------|
| <b>II.1. Objet d'étude : le cristalliseur industriel .....</b>   | <b>42</b> |
| II.1.1. Vocabulaire et grandeurs de référence en cristallisation sucrière .....  | 42        |
| II.1.1.1. <i>Le Brix et la pureté</i> .....  | 42        |
| II.1.1.2. <i>La teneur en cristaux</i> .....   | 44        |
| II.1.1.3. <i>Solubilité, saturation et sursaturation</i> .....   | 44        |
| II.1.2. Cristalliseur industriel.....  | 46        |
| II.1.2.1. <i>Caractéristiques techniques</i> .....   | 46        |
| II.1.2.2. <i>Instrumentation</i> .....   | 48        |
| II.1.2.3. <i>Chaîne d'acquisition de données</i> .....   | 49        |
| <br>   |           |
| <b>II.2. Analyse de la conduite de la cristallisation en milieu industriel et propositions<br/>d'amélioration.....</b> | <b>51</b> |
| II.2.1. Conduite du procédé de cristallisation industriel en phase de montée .....                                     | 51        |
| II.2.1.1. <i>Objectifs de commande</i> .....   | 52        |
| II.2.1.2. <i>Variable de commande</i> .....  | 52        |
| II.2.1.3. <i>Variable régulée</i> .....  | 53        |
| II.2.1.4. <i>Schéma de contrôle</i> .....  | 54        |
| II.2.2. Limites de la stratégie de contrôle utilisée dans l'industrie sucrière.....                                    | 54        |
| II.2.2.1. <i>Limites de l'utilisation de la conductivité électrique comme variable à commander</i> .....               | 54        |
| II.2.2.2. <i>Limites du régulateur PID comme algorithme de contrôle</i> .....  | 55        |
| II.2.3. Propositions de stratégies de contrôle alternatives pour l'amélioration de la conduite du<br>procédé .....     | 56        |
| II.2.3.1. <i>Stratégies de commande monovariables</i> .....  | 57        |
| II.2.3.2. <i>Stratégies de commande multivariable</i> .....  | 57        |
| II.2.4. Pilote de laboratoire .....  | 59        |
| II.2.4.1. <i>Caractéristiques techniques</i> .....   | 60        |
| II.2.4.2. <i>Instrumentation</i> .....   | 61        |
| II.2.4.3. <i>Chaîne d'acquisition</i> .....  | 62        |
| <br>   |           |
| <b>II.3. Conclusion.....</b>   | <b>63</b> |

## II. Vers l'amélioration de la conduite du procédé : application à la cristallisation en milieu industriel.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'amélioration de la conduite du procédé de cristallisation demeure, dans différents secteurs industriels, un enjeu majeur, encourageant un développement soutenu des recherches dans ce domaine. Ainsi, un grand nombre de stratégies de commande et d'outils pour la commande ont été développés pour optimiser la conduite du procédé de cristallisation. Dans ce chapitre, en réponse aux limites de la stratégie de commande appliquée à la sucrerie de Bois Rouge<sup>1</sup>, stratégie répandue par ailleurs dans l'industrie du sucre de canne, nous proposons plusieurs pistes de travail, à la fois en terme de régulateurs, et en terme de variable de commande et à commander.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description de l'objet d'étude : le cristalliseur industriel. Nous introduirons également le vocabulaire et les grandeurs de références utilisés en sucrerie. Dans une deuxième partie, l'observation du procédé industriel et l'analyse des limites de la stratégie appliquée (choix du régulateur, pertinence de la variable à commander) nous conduiront à proposer des stratégies alternatives. Ces stratégies de commande s'appuieront sur des variables de commande et des variables à commander alternatives, et sur différents régulateurs non linéaires. Dans cette même partie, nous décrirons le réacteur pilote qui a été développé au sein du laboratoire pour tester les différentes stratégies de commande proposées pour l'amélioration de la conduite du procédé.

---

<sup>1</sup> La sucrerie de Bois Rouge est notre partenaire industriel : <http://www.bois-rouge.fr/>

## II.1. Objet d'étude : le cristalliseur industriel

Cette partie est consacrée à la présentation de l'objet d'étude : le cristalliseur industriel. Dans un premier temps, nous introduirons le vocabulaire de base pour décrire la cristallisation du sucre, les produits sucrés (liqueur mère, massecuite), les grandeurs caractéristiques de leurs propriétés (Brix, pureté), et les notions qui se rapportent à leur état thermodynamique (solubilité, sursaturation, etc.). Puis, nous présenterons le cristalliseur industriel ainsi que sa chaîne de mesure et d'acquisition.

### II.1.1. Vocabulaire et grandeurs de référence en cristallisation sucrière

La cristallisation d'un soluté repose sur l'introduction dans un mélange diphasique, constitué du soluté en phase liquide et en phase solide en suspension dans le solvant, d'une solution qui contient le soluté en phase liquide. En sucrerie, le mélange diphasique, appelé **massecuite** ou **magma**, est constitué de saccharose dissous (le soluté) et de cristaux de sucre en suspension dans l'eau. La solution entourant les cristaux de sucre est appelée **liqueur mère**.

#### II.1.1.1. Le Brix et la pureté

Deux grandeurs de références, le **Brix** et la **pureté**, sont calculées à partir des masses des constituants présents dans les produits sucrés, à savoir l'eau, le saccharose dissous, le sucre cristallisé et les résidus non sucrés (appelés impuretés ou *non-sucre*). Dans la suite de ce travail, les notations suivantes seront adoptées pour chacun de ces constituants :

- $m_w$  Masse d'eau contenue dans la masse totale de solution
- $m_s$  Masse de saccharose à l'état dissous contenue dans la masse totale de solution
- $m_i$  Masse d'impureté contenue dans la masse totale de solution
- $m_c$  Masse des cristaux contenus dans la masse totale de solution

Le Brix représente la fraction massique de matière sèche par rapport à la masse totale de la solution. Dans l'industrie sucrière, il est d'usage de mesurer le Brix de la liqueur mère et/ou le Brix de la massecuite<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> La massecuite est composée d'une phase liquide (liqueur mère) et d'une phase solide (les cristaux).

### Brix liqueur mère

Le Brix de la liqueur mère, mesuré par réfractométrie, représente la fraction massique de matière sèche contenue dans la liqueur mère (solution entourant les cristaux), et s'écrit sous la forme (II. 1) :

$$Bx_{ml} = \frac{m_s + m_i}{m_s + m_i + m_w} \quad (\text{II. 1})$$

### Brix masse cuite

Le Brix de la masse cuite, mesuré par gamma densimètre, hyperfréquence ou par débimétrie (effet Coriolis), est défini par la fraction massique de la matière sèche (intégrant les cristaux) contenus dans la masse cuite (II. 2) :

$$Bx_{mg} = \frac{m_s + m_i + m_c}{m_s + m_i + m_w + m_c} \quad (\text{II. 2})$$

On remarque que le Brix de la masse cuite prend en compte les cristaux dans le calcul de la matière sèche.

Dans le cas de solutions impures (*e.g.* l'industrie sucrière), afin de prendre en compte la concentration en saccharose par rapport aux impuretés, on introduit la notion de *pureté*.

### Pureté de la liqueur mère

La pureté de la liqueur mère est définie comme la fraction massique du saccharose à l'état dissous par rapport à la masse de matière sèche dans la liqueur mère (II. 3) :

$$Pte_{ml} = \frac{m_s}{m_s + m_i} \quad (\text{II. 3})$$

### Pureté de la masse cuite

Cette grandeur est définie comme la fraction massique du saccharose total (dissous et solide) par rapport à la masse de matière sèche dans la masse cuite (II. 4) :

$$Pte_{mg} = \frac{m_s + m_c}{m_s + m_i + m_c} \quad (\text{II. 4})$$

### II.1.1.2. La teneur en cristaux

La teneur en cristaux représente la fraction massique de cristaux contenue dans la masse cuite (II. 5). Cette grandeur est bien connue de l'industriel car elle permet de s'assurer de l'avancement du procédé.

$$cc = \frac{m_c}{m_s + m_i + m_c + m_w} \quad (\text{II. 5})$$

La teneur en cristaux peut être obtenue par une mesure indirecte à l'aide des mesures du Brix liqueur mère et du Brix masscuite en utilisant la relation (II. 6) [Libelle, 2007] :

$$cc = \frac{Bx_{mg} - Bx_{ml}}{1 - Bx_{ml}} \quad (\text{II. 6})$$

---

#### Remarque

D'après (II. 5), le produit de la teneur en cristaux par la masse totale de la masse cuite  $m_i$  permet d'obtenir la masse des cristaux (II. 7) :

$$m_c = cc m_i \quad (\text{II. 7})$$

---

### II.1.1.3. Solubilité, saturation et sursaturation

Une solution est un mélange homogène constitué d'une seule phase, de deux ou plusieurs substances. Ces constituants sont appelés solvant et soluté. Généralement, le solvant est le composé présent en excès et le soluté est la substance dissoute. La concentration du soluté au point de **saturation** représente la solubilité du soluté. Ainsi, la **solubilité** du soluté représente la limite entre la zone sous saturée et la zone sursaturée. Lorsque la concentration en soluté d'une solution est inférieure à sa solubilité, elle sera en mesure de dissoudre ce soluté. Dans le cas contraire, elle aura tendance à évacuer l'excédent de soluté sous forme solide.

Il existe deux zones pour lesquelles la solution est dite saturée : la zone métastable et la zone labile. Dans la zone labile, le phénomène de cristallisation spontanée, ou nucléation primaire<sup>3</sup>, peut se produire, ce qui n'est pas le cas dans la zone métastable. Afin d'éviter la nucléation spontanée, phénomène non maîtrisé par définition, l'objectif est de maintenir la solution dans

---

<sup>3</sup> La nucléation primaire est la formation spontanée de cristaux dans une solution où il n'y a encore aucun cristal.

la zone métastable. Les différentes zones sous-saturée, métastable et labile, pour une solution sucrée, sont représentées par le diagramme de solubilité Figure II- 1 :

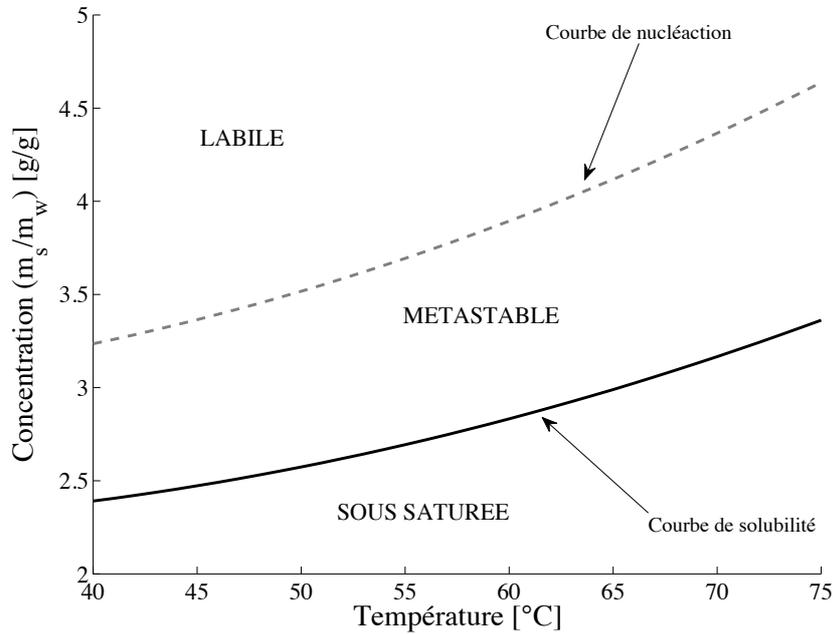


Figure II- 1 : Diagramme de solubilité du saccharose

A température donnée, la **sursaturation** de la solution est donnée comme le rapport de la concentration en saccharose de la solution à sa solubilité (II. 8) :

$$\sigma = \frac{C}{C^*} \quad (\text{II. 8})$$

---

$\sigma$  Sursaturation

$C = \frac{m_s}{m_w}$  Concentration du soluté

$C^*$  Solubilité du soluté

---

#### Remarque

Les courbes de solubilité sont généralement données pour des solutions pures. Dans le cas de solutions impures, on introduit un coefficient de saturation qui est le rapport des solubilités en milieu impur et en milieu pur. Cela se traduit en pratique par une translation de la courbe de solubilité du soluté.

## II.1.2. Cristalliseur industriel

L'objet d'étude, le cristalliseur industriel, est présenté sur la Figure II- 2 :

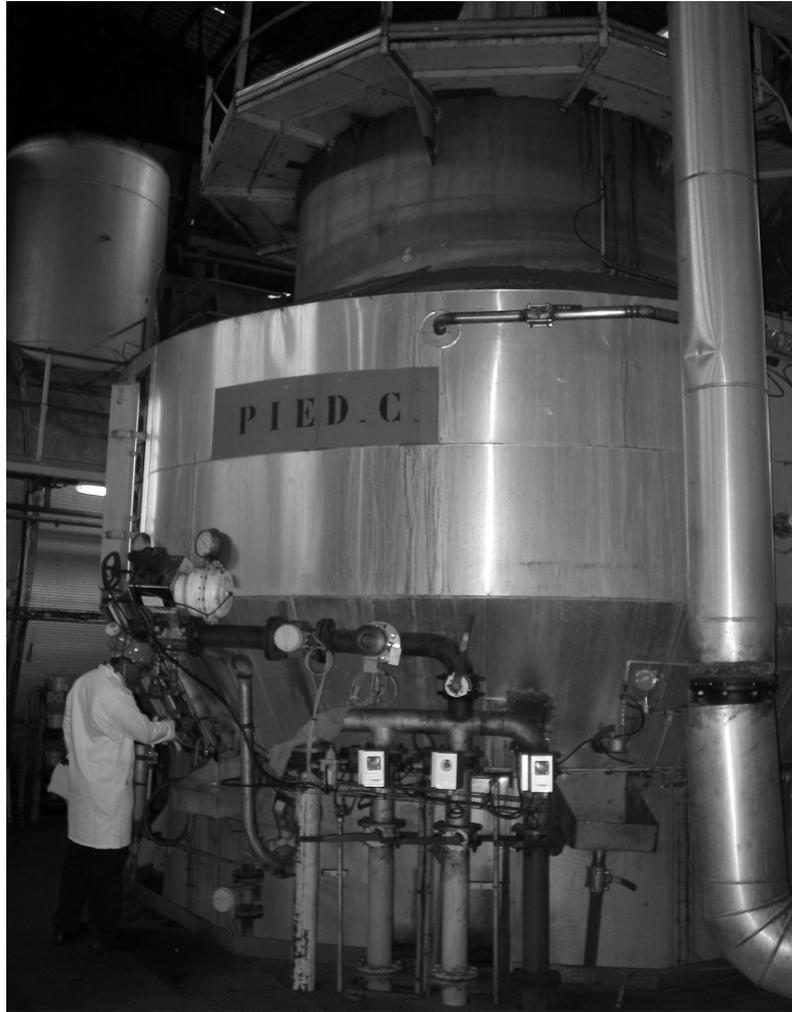


Figure II- 2 : Photo du cristalliseur industriel

### II.1.2.1. Caractéristiques techniques

C'est une cuve en acier inoxydable constituée d'un corps cylindrique fermé par un dôme et par une base circulaire conique. La géométrie de la base facilite l'écoulement de la suspension visqueuse en fin de cristallisation. La Figure II- 3 présente les principaux éléments ainsi que les principales cotes du cristalliseur.

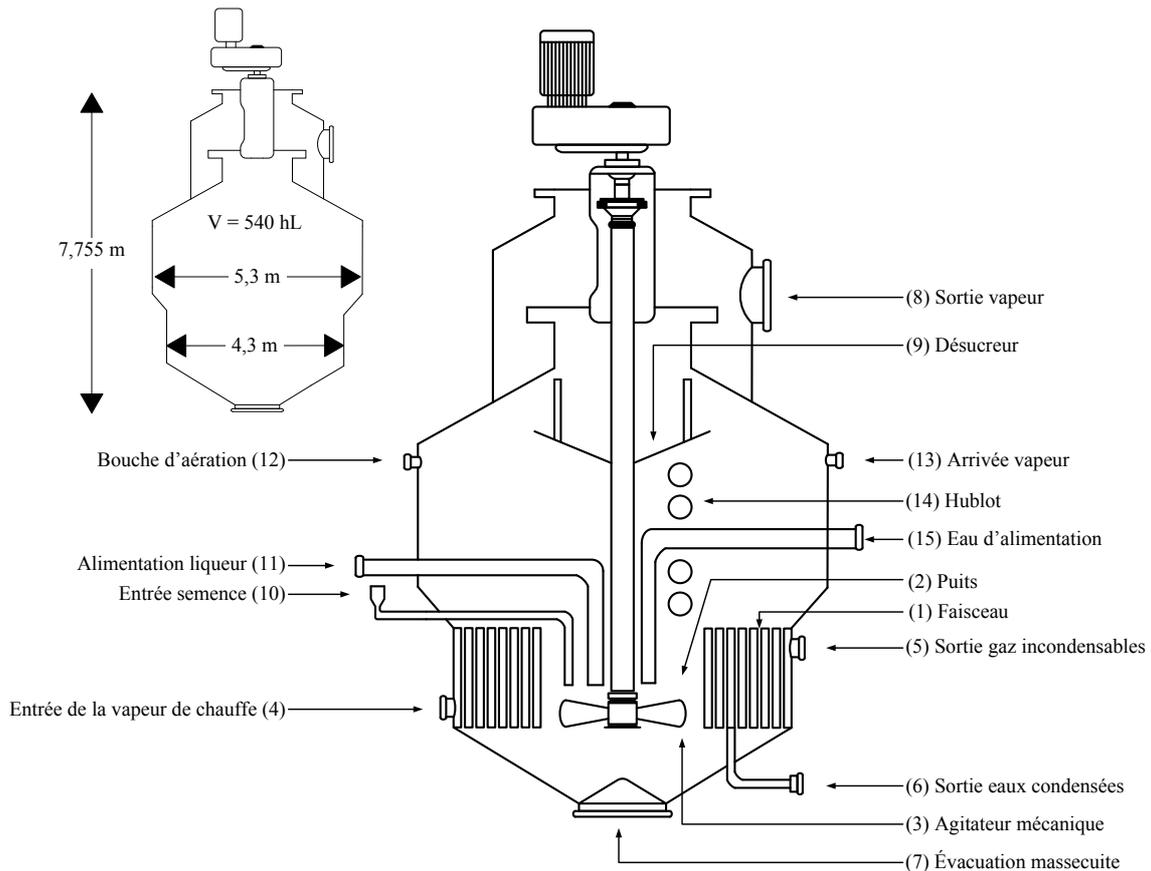


Figure II- 3 : cristalliseur industriel

Le cristalliseur est doté dans sa partie basse d'un faisceau de tubes (1) permettant la circulation de la vapeur de chauffe. La calandre présente en son centre un puits (2), qui permet la circulation de la solution, activée par les pales de l'agitateur mécanique (3). L'arrivée de la vapeur de chauffe se fait par la paroi latérale de la calandre (4). En fin de cuite, l'évacuation de la masse cuite s'effectue par le point le plus bas de la calandre (7).

Le dôme est muni d'une sortie (8) permettant l'évacuation des vapeurs d'eau émises lors de la concentration de la solution. Un désucreur (9) est placé juste au-dessous de la bouche d'évacuation des vapeurs afin que les gouttelettes d'eau contenant du saccharose à l'état liquide, s'agglutinent sur sa surface et retombent dans la masse cuite.

L'ensemencement de la solution s'effectue par une conduite qui aboutit au puits central de la calandre, juste au-dessus des pales de l'agitateur (10). La croissance des cristaux de saccharose nécessite un apport de matière contenant du saccharose à l'état dissous. Les liqueurs d'alimentation empruntent une conduite (11) qui plonge dans le puits central de la calandre. L'agitation mécanique répartit les solutions d'alimentation dans la suspension. La continuité de l'agitation de la masse cuite permet d'assurer l'homogénéité des propriétés de la solution.

Après la cristallisation, l'ouverture d'une bouche d'aération (12), placée juste en dessous du dôme, permet le retour à la pression atmosphérique.

Des arrivées de vapeur (13) sont disposées dans le haut du corps cylindrique de la cuve. On utilise de la vapeur sous pression pour le rinçage du dispositif entre deux cristallisations. Des hublots (14) disposés sur la surface latérale du corps cylindrique, permettent aux opérateurs (cuiseurs) d'observer à l'intérieur de l'appareil et de voir l'aspect et le niveau de la masse cuite en cours d'opération. L'appareil dispose également d'une arrivée d'eau (15) qui peut être utilisée pour diluer la préparation ou lors des phases de rinçage du cristalliseur.

### II.1.2.2. Instrumentation

Les outils de supervision et de contrôle qui sont utilisés en industrie s'appuient sur un certain nombre de grandeurs physiques, mesurées à l'aide des différents capteurs qui équipent le cristalliseur industriel (Cf. Figure II- 4).

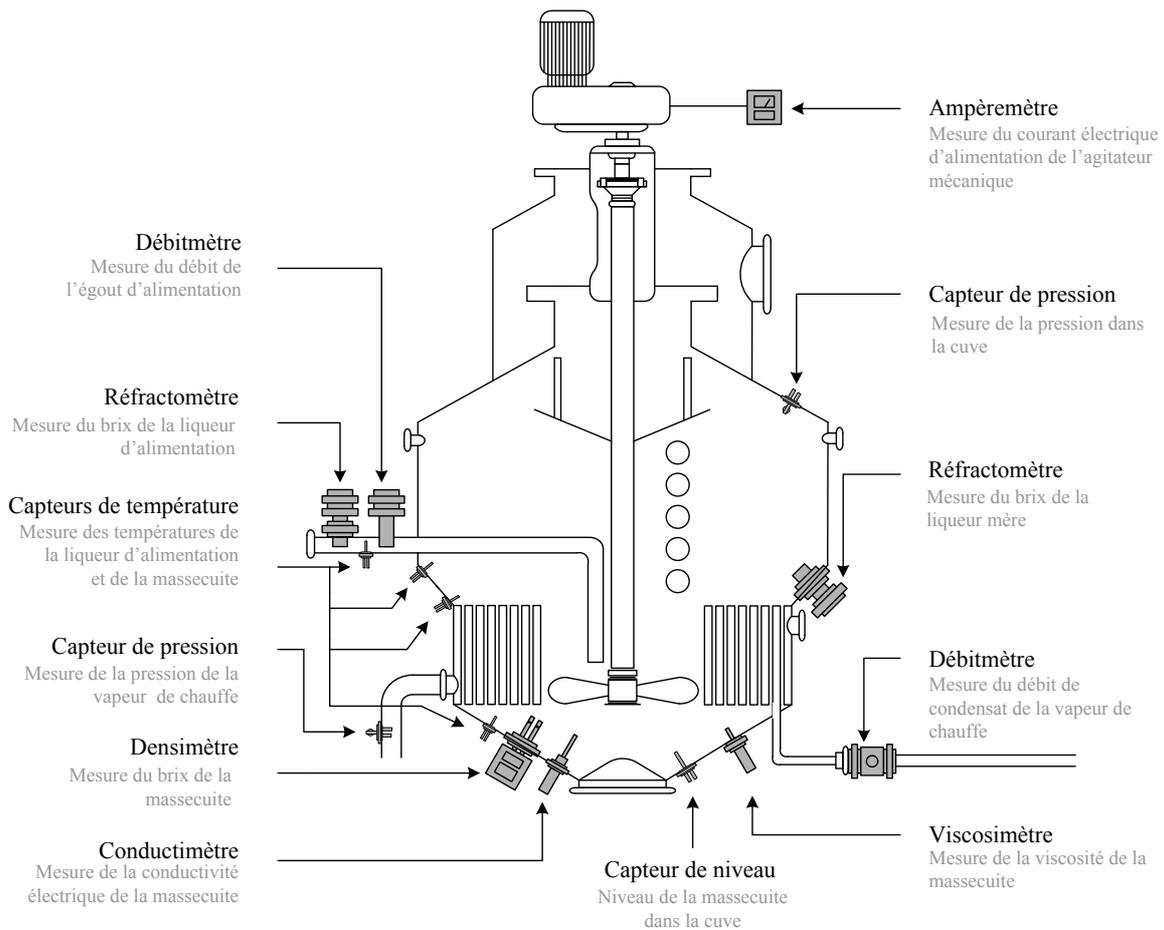


Figure II- 4 : Instrumentation du cristalliseur industriel

Plusieurs capteurs de température, disposés à différentes hauteurs, permettent d'observer les gradients de température. Le cristalliseur est également équipé de trois capteurs de pression : le premier, situé en haut de cuve, mesure la pression réduite à l'intérieur du cristalliseur, le second la pression de vapeur de chauffe et le dernier est utilisé pour mesurer le niveau dans la cuve (mesure de pression différentielle). Les flux de matières (alimentation en liqueur et condensat de la vapeur de chauffe) sont mesurés à l'aide de deux débitmètres. La mesure du courant d'alimentation de l'agitateur mécanique est obtenue par un ampèremètre et la viscosité de la masscuite par un viscosimètre. La conductivité électrique de la solution, utilisée comme variable à commander par les industriels, est mesurée par un conductimètre situé au fond de la cuve. Le cristalliseur est équipé de trois capteurs de Brix. Les deux premiers, des réfractomètres, permettent de mesurer la fraction de matière sèche dissoute (ils ne tiennent pas compte des cristaux). Le dernier capteur de Brix s'appuie sur une technologie micro-onde et permet d'obtenir la fraction de matière sèche totale, incluant les cristaux. Des informations complémentaires concernant ces différents capteurs sont présentées en *annexe 1*.

---

#### Remarque

Le capteur de Brix par technologie micro-onde a été installé par l'équipe de recherche du LE2P. La majorité des sucreries ne possède qu'un seul capteur de Brix, souvent réfractométrique. Afin de ne pas restreindre la portée de ce travail, nous tiendrons compte de cette remarque lors de la synthèse de l'observateur.

---

#### II.1.2.3. Chaîne d'acquisition de données

Dans l'industrie, la gestion des informations délivrées par les capteurs et des signaux générés pour la commande nécessite l'utilisation d'un outil permettant d'organiser et de hiérarchiser les flux de données. Cet outil, appelé système de conduite et de supervision (S.C.S.), est une station informatisée dont l'organisation modulaire et évolutive permet un traitement réparti de l'ensemble des opérations effectuées dans l'usine. Ce système numérique permet l'échange des informations délivrées par les capteurs entre des automates programmable industriel (A.P.I.) et les dispositifs de régulation commandant les actionneurs.

### Architecture du S.C.S de la sucrerie de Bois Rouge

A la sucrerie de Bois Rouge, le S.C.S utilisé est un MODUMAT 8000, auquel se substituent peu à peu des systèmes de la génération Symphony compatible avec les réseaux TCP-IP. Les capteurs et actionneurs sont gérés par des A.P.I. autonomes, lesquels sont regroupés en grappes, suivant la localisation géographique des procédés instrumentés et leurs interactions. L'association en grappes de 1 à 32 A.P.I est gérée par un coupleur d'automates programmables (C.A.P.), et les informations échangées entre CAP et A.P.I. transitent par un bus dédié (MEDIAMAT P). Enfin, l'interaction entre les opérateurs et les C.A.P. est assurée par une interface graphique programmable qui communique avec les CAP *via* le bus MEDIAMAT S.

### Le système de communication I-MEDIA

Afin de développer et de tester des outils de supervision et de contrôle, l'équipe de recherche du LE2P a développé une interface entre le S.C.S de l'usine et un environnement de simulation développé en langage MATLAB® [Benne, 1999 ; Beyou, 2008]. Cette interface, nommée I-MEDIA, permet de se greffer à la structure S.C.S de l'usine. Pour cela, un ordinateur portable (PC) est branché sur un C.A.P au moyen d'un câble RS-332. Le CAP hôte échange avec l'interface *via* un serveur de données qui attend les requêtes d'applications clientes pour interroger son hôte, ou déposer des signaux de contrôle (flux de données en lecture et en écriture). Qu'il s'agisse d'applications de supervision, de simulation ou de contrôle, chaque client Matlab exécuté sur le PC est considéré comme un API virtuel.

En fonctionnement depuis la campagne sucrière de 1998, la structure de la plateforme IMEDIA repose sur un couplage clients-serveur *via* un canal D.D.E.<sup>4</sup> :

La plateforme de communication I-MEDIA, en plus de proposer une solution de sauvegarde de données, ouvre le champ à l'implémentation *in situ* d'outils de supervision et de commande avancées [Benne, 1999 ; Bonnacaze, 2004 ; Libelle, 2007 ; Beyou, 2008].

Le schéma de principe du S.C.S de l'usine couplé à l'interface I-MEDIA est présenté sur la Figure II- 5 :

---

<sup>4</sup> Dynamique Data Exchange est un outil de communication dynamique entre applications

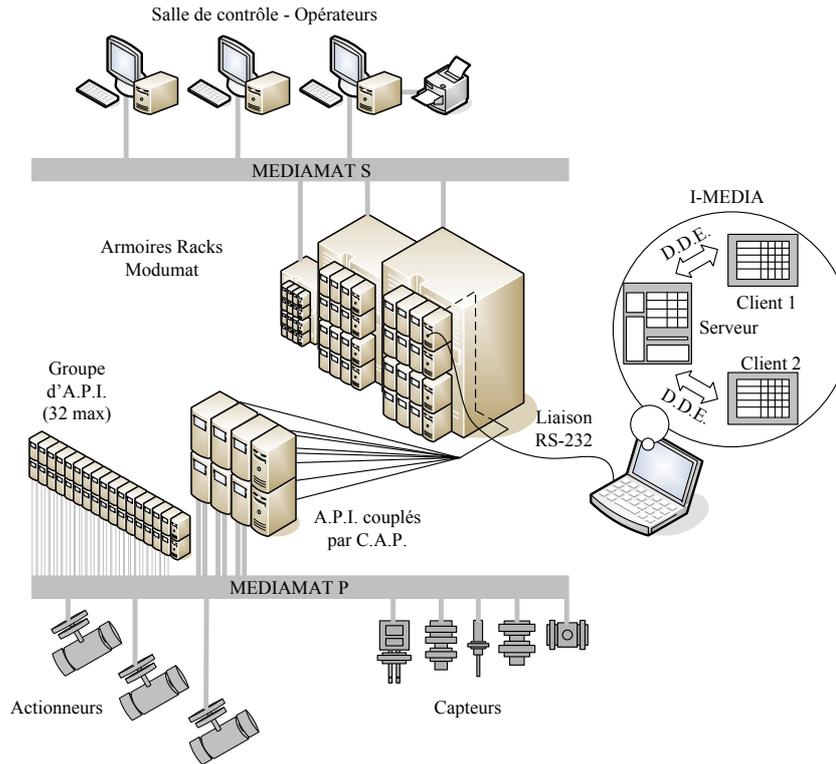


Figure II- 5 : Schéma de principe du S.C.S couplé à I-MEDIA

## II.2. Analyse de la conduite de la cristallisation en milieu industriel et propositions d'amélioration

Dans cette partie, nous analyserons la méthodologie utilisée pour la conduite du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière, et mettrons en lumière les limites de cette approche. Puis, nous proposerons plusieurs stratégies de commandes alternatives pour optimiser la conduite du procédé et améliorer la régulation actuelle.

### II.2.1. Conduite du procédé de cristallisation industriel en phase de montée

Un cycle complet de cristallisation se décompose en trois phases successives :

- la concentration du pied de cuite,
- la phase d'ensemencement,
- et enfin la phase de croissance cristalline, ou phase de montée.

Chacune de ces phases est décrite de manière détaillée dans [Libelle, 2007]. Dans la suite de cette étude, nous nous intéresserons plus particulièrement à la phase de croissance cristalline

qui est l'étape clé de la cristallisation. Dans la suite de ce travail, afin d'alléger la formulation, nous réduirons le terme « cristallisation » à la seule « phase de montée cristalline ».

#### *II.2.1.1. Objectifs de commande*

Dans l'industrie sucrière, les objectifs de contrôle peuvent être d'ordre qualitatif ou quantitatif. Dans le premier cas, l'objectif de contrôle est souvent d'obtenir des cristaux possédant des critères de taille, de forme ou encore de couleur définis, imposés par un cahier des charges. Dans le second cas, l'objectif de contrôle est d'extraire le maximum de saccharose dissous en solution. On parle alors d'optimisation de l'épuisement. En pratique, le respect des critères de qualité et d'optimisation sont couplés : le cahier des charges est prépondérant en terme de production, et l'optimisation de l'épuisement est essentiel en terme de productivité.

**Dans ce qui suit, en réponse à la demande de l'industriel, nous travaillerons sur l'optimisation de l'épuisement.**

#### *II.2.1.2. Variable de commande*

C'est lors de la phase de croissance cristalline que s'opère le changement de phase du saccharose dissous en sucre cristallisé, la croissance pouvant se combiner avec des phénomènes de nucléation et d'agglomération. Pour assurer cette transformation la solution doit se trouver dans un état thermodynamique particulier : la sursaturation métastable. Le maintien de la solution dans cet état sursaturé est assuré par un équilibre entre la quantité d'eau évaporée et la quantité de sucre dissous apporté par la liqueur d'alimentation. Cette recherche d'équilibre impose le choix d'une variable de commande qui permet d'agir ou sur le débit de vapeur de chauffe (ébullition), ou sur le débit de liqueur d'alimentation.

L'évaporation nécessite un écart de température entre les faisceaux de l'appareil à cuire, dans lesquels circule la vapeur de chauffe, et la calandre. Cet écart de température est imposé par l'écart entre la pression réduite dans la calandre et la pression de la vapeur de chauffe. En permettant de contrôler l'ébullition, le contrôle du débit de vapeur de chauffe permet de maintenir la solution dans l'état de sursaturation désiré. Il s'agit ici d'un contrôle de type thermodynamique fondé sur une différence de température.

La deuxième variable de commande potentielle est le débit d'alimentation en liqueur : c'est un contrôle de type flux de matière.

Sur le site industriel, le débit de vapeur de chauffe n'est pas une grandeur manipulable, c'est pourquoi la conduite de la phase de croissance cristalline est réalisée par un contrôle de type flux de matière. **La variable de commande utilisée est donc le débit d'alimentation en liqueur.**

### II.2.1.3. Variable régulée

Afin de maîtriser la croissance cristalline, la solution doit être maintenue dans une zone de sursaturation appelée métastable. Ainsi, le choix de la sursaturation comme variable à commander semble naturel. Cependant, dans la pratique, les problèmes liés à la mesure directe de cette grandeur ont conduit les industriels à utiliser une grandeur diélectrique, la conductivité électrique de la solution, comme image de la sursaturation. Dans la plupart des industries sucrières, la stratégie de conduite repose ainsi sur le suivi d'un profil de conductivité électrique. Ce profil de conductivité est calculé à chaque instant  $t$  en fonction de la conductivité initiale de la solution et du niveau de remplissage de l'appareil (II. 9) :

$$\gamma(t) = \frac{\Delta\gamma}{\Delta N} \cdot (N(t) - N_i) + \gamma_i \quad (\text{II. 9})$$

---

$N(t)$  Le niveau mesuré dans l'appareil à l'instant  $t$

$\gamma(t)$  La conductivité exprimée en %

$\gamma_i$  La conductivité initiale de la solution exprimée en %

$N_i$  Le niveau initial dans l'appareil

$\Delta N$  La variation du niveau de l'état final à l'état initial

$\Delta\gamma$  La variation de conductivité de l'état final à l'état initial

---

Le niveau est directement lié à la quantité de matière présente dans la solution, ce qui permet d'approcher la notion de sursaturation par celle de conductivité électrique. La mesure de la conductivité comporte cependant quelques inconvénients, nous y reviendrons plus en détail dans la partie II.2.2.

II.2.1.4. Schéma de contrôle

Le schéma de principe de régulation utilisé en industrie est représenté sur la Figure II- 6. La stratégie de conduite repose sur le suivi d'un profil de conductivité électrique (variable à commander) à partir de la régulation du débit de liqueur d'alimentation (variable de commande).

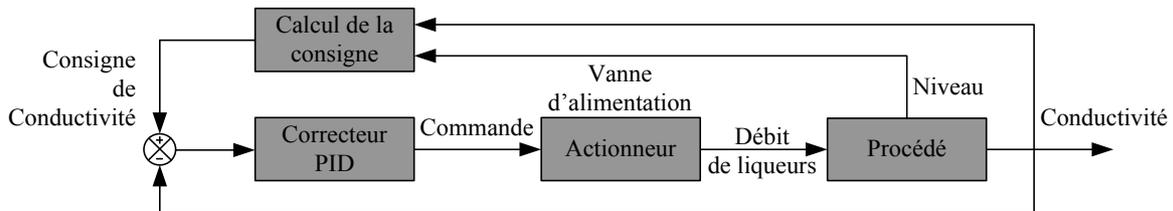


Figure II- 6 : Schéma de régulation de la phase de croissance cristalline

On remarque, et ce en dépit des progrès en matière de commande de procédés industriels, que le régulateur de type PID reste l'organe de commande de prédilection dans l'industrie sucrière.

II.2.2. Limites de la stratégie de contrôle utilisée dans l'industrie sucrière

L'analyse des performances de la régulation de la conductivité électrique de la solution suivant une loi de commande de type PID met en évidence un certain nombre des limites de cette stratégie.

II.2.2.1. Limites de l'utilisation de la conductivité électrique comme variable à commander

La conductivité électrique d'une solution traduit son aptitude à conduire un courant électrique, aptitude qui dépend de la concentration en porteurs de charge et de leur mobilité. Cette information peut être considérée comme une bonne représentation de la sursaturation sous l'hypothèse que la concentration des porteurs de charge dans la solution est constante, ou que sa variation est connue. Or, lors de la phase de croissance cristalline, l'apport en produit sucré (liqueur d'alimentation) modifie le nombre de porteurs de charge. Le niveau d'impureté de la liqueur d'alimentation mais surtout sa variabilité, due à la nature de la matière première, ne permettent pas d'obtenir la variation de la concentration en porteurs de charge. Dans ces conditions, la conductivité électrique ne permet pas de donner une représentation précise de la sursaturation de la solution.

Par ailleurs, des observations expérimentales ont révélé que la conductivité est sensible aux variations de la pression réduite dans le cristalliseur, laquelle est sensible aux perturbations sur le réseau de vide général de l'usine (Cf. Figure II- 7).

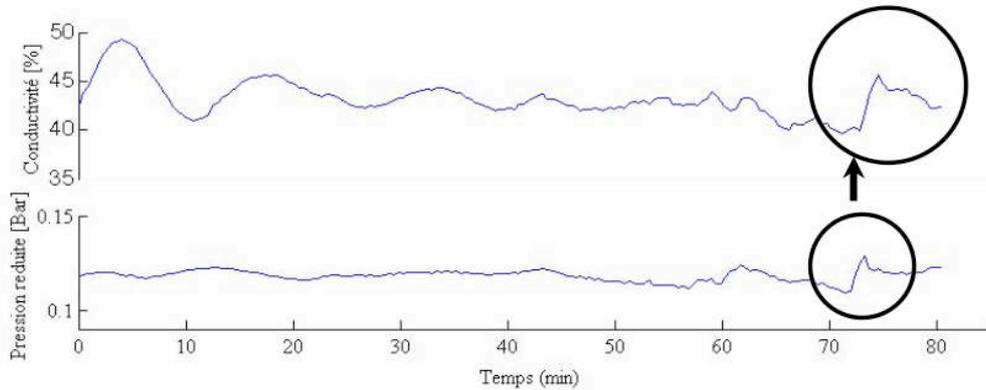


Figure II- 7 : influence des perturbations de vide sur la conductivité

Lorsque la variation de la concentration des porteurs de charge n'est pas maîtrisée ou que des perturbations de pression réduite apparaissent, la conductivité ne donne plus une image fidèle de la sursaturation, ce qui entraîne une dégradation du contrôle du procédé et *in fine* de la productivité.

#### II.2.2.2. Limites du régulateur PID comme algorithme de contrôle

Le régulateur PID, peu coûteux et facile à mettre en œuvre, a été largement utilisé dans l'industrie. Bien qu'il donne des résultats satisfaisants dans de nombreux domaines, il atteint ses limites lorsqu'il s'agit de procédés fortement non linéaires telle que la cristallisation [Beyou, 2008]. Depuis plusieurs années, un grand nombre de stratégies de commande alternatives ont été proposées pour pallier les limites de la commande PID dans ce cas.

Des observations expérimentales, menées à la sucrerie, montrent que le régulateur PID ne permet pas un suivi de consigne optimal.

La Figure II- 8 représente le suivi de consigne traditionnellement obtenu à l'aide du régulateur PID à la sucrerie. On observe une oscillation de la sortie autour de la valeur de consigne tout au long de la phase de croissance cristalline. Ces erreurs importantes de suivi de consigne se répercutent alors directement sur la productivité et la production de l'industrie.

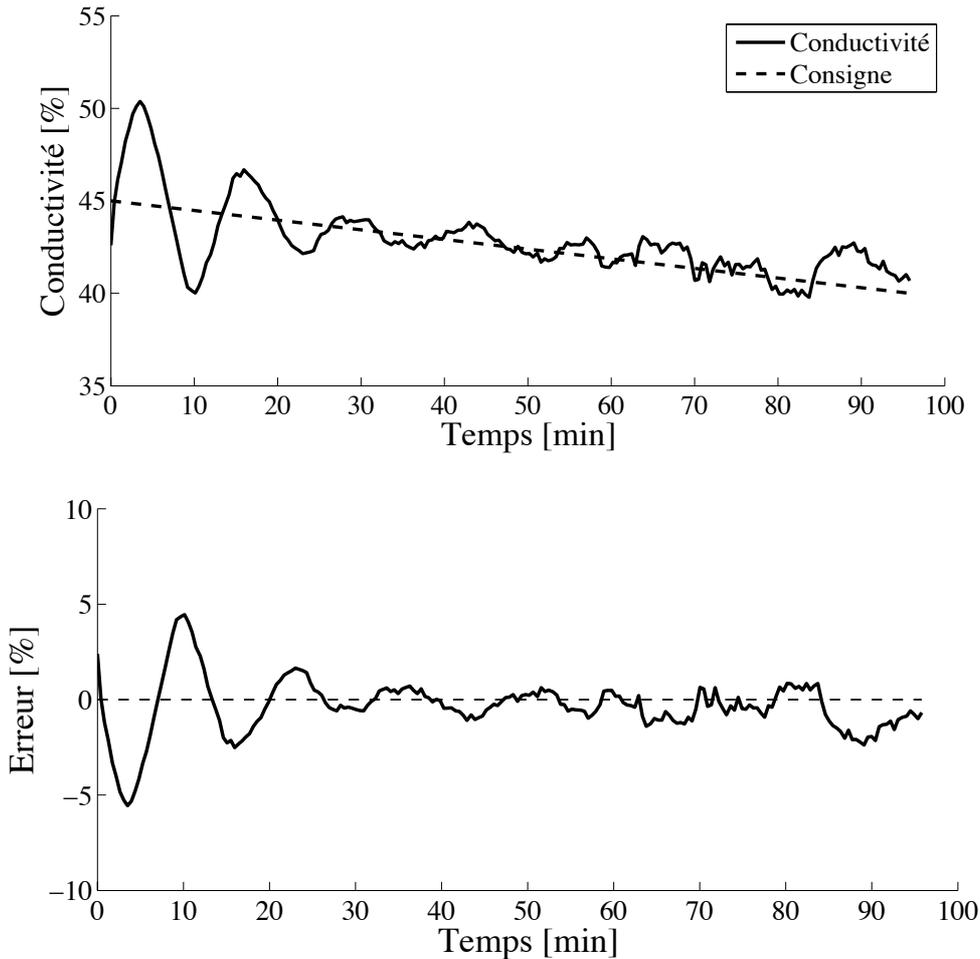


Figure II- 8 : Suivi de consigne de conductivité électrique

---

#### Remarque

La conductivité électrique est exprimée en pourcentage de la gamme de mesure du capteur. Cette convention est utilisée dans plusieurs industries sucrières.

---

### II.2.3. Propositions de stratégies de contrôle alternatives pour l'amélioration de la conduite du procédé

L'analyse de la conduite du procédé de cristallisation utilisée en industrie a montré :

- les limites du régulateur PID linéaire utilisé pour asservir un procédé fortement non linéaire;
- et celles qui résultent de l'utilisation de la conductivité électrique comme variable à commander.

Dans cette partie, nous présenterons plusieurs stratégies alternatives de commande permettant d'optimiser la conduite du procédé. Dans un premier temps, nous présenterons deux stratégies de commande monovariables, directement applicables à l'usine. Dans un second temps, nous proposerons une troisième stratégie de commande multivariable susceptible d'améliorer encore la conduite du procédé.

### II.2.3.1. Stratégies de commande monovariables

Dans un premier temps, nous étudierons deux stratégies de commande monovariables directement applicables en industrie. Rappelons que l'objectif de contrôle est d'extraire le maximum de saccharose de la solution par changement de phase. Autrement dit, d'obtenir une masse de cristaux la plus importante possible à la fin de la cristallisation. **La masse de cristaux, indicateur direct de l'avancement du procédé, apparaît ainsi comme une variable à commander intéressante pour s'affranchir des limites de la conductivité électrique.**

Pour pallier les limites du régulateur PID, nous proposons deux algorithmes de commande qui ont fait leurs preuves dans l'industrie, et qui permettent de prendre en compte les non linéarités du procédé : **le régulateur PID à paramètres variables et la commande prédictive non linéaire.**

Nous garderons le débit d'alimentation en liqueur comme variable manipulable pour les deux stratégies proposées. Le récapitulatif des stratégies de commande monovariables qui seront étudiées dans la suite de ce manuscrit est présenté dans le Tableau II- 1 :

|                    | Variable de commande | Variable à commander | Régulateur                       |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------------------|
| <b>Stratégie 1</b> | Débit d'alimentation | Masse des cristaux   | PID à paramètres variables       |
| <b>Stratégie 2</b> | Débit d'alimentation | Masse des cristaux   | Commande prédictive non linéaire |

Tableau II- 1 : Récapitulatif des stratégies monovariables proposées

### II.2.3.2. Stratégies de commande multivariable

Nous avons vu dans la section II.2.1.2 que le maintien de la solution dans l'état de sursaturation peut être obtenu en manipulant le débit d'alimentation en liqueur et/ou le débit

de vapeur de chauffe. Seul le débit d'alimentation en liqueur est utilisé comme variable de commande sur le site industriel. Ainsi, afin que le transfert technologique entre le laboratoire et l'industrie puisse se faire aisément, nous avons choisi dans un premier temps de proposer des stratégies de commande monovariante s'appuyant sur cette grandeur manipulable.

Nous proposons maintenant de montrer que l'utilisation de la **puissance de chauffe**, qui est directement liée au débit de vapeur de chauffe, comme **seconde variable de commande** est susceptible d'améliorer encore la conduite du procédé. Pour cela nous proposons une stratégie de commande multivariante avec comme variables de commande le débit d'alimentation en liqueur et la puissance de chauffe.

Par ailleurs, l'objectif étant de maintenir la solution dans l'état de sursaturation, nous proposons d'utiliser, en plus de la masse des cristaux, la concentration de saccharose dissous dans la solution comme variable à commander. En s'appuyant sur le diagramme de solubilité du saccharose dans l'eau, la maîtrise de la concentration du saccharose dissous permet de maintenir la solution dans l'état thermodynamique désiré.

Le PID à paramètres variables ne permettant pas de prendre en compte un système multivariante et la commande prédictive multivariante nécessitant un temps de calcul élevé, nous proposons d'utiliser une commande linéarisante entrées/sorties pour cette dernière stratégie. Le Tableau II- 2 synthétise la stratégie de commande proposée :

|             | Variables de commande | Variables à commander | Régulateur                       |
|-------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|
| Stratégie 3 | Débit d'alimentation  | Masse des cristaux    | Linéarisation<br>entrées/sorties |
|             | Puissance de chauffe  | Concentration         |                                  |

Tableau II- 2 : Synthèse de la stratégie de commande multivariante proposée

**Remarque**

La masse des cristaux et la concentration ne sont pas directement mesurables en ligne. **Toutes les stratégies** de commande proposées (monovariante et multivariante) dans cette section nécessiteront la **synthèse d'un observateur d'état**.

#### II.2.4. Pilote de laboratoire

Pour tester les stratégies de commande proposées en amont, les membres du LE2P ont développé un réacteur pilote (Cf. Figure II- 9). Fruit de plusieurs années d'expériences en cristallisation, la conception de ce pilote répond à un cahier des charges précis pour reproduire en laboratoire, à échelle réduite (1/1000<sup>ème</sup>), les phases de concentration et de croissance cristalline en respectant les modes opératoires et les conditions expérimentales observés à Bois Rouge.

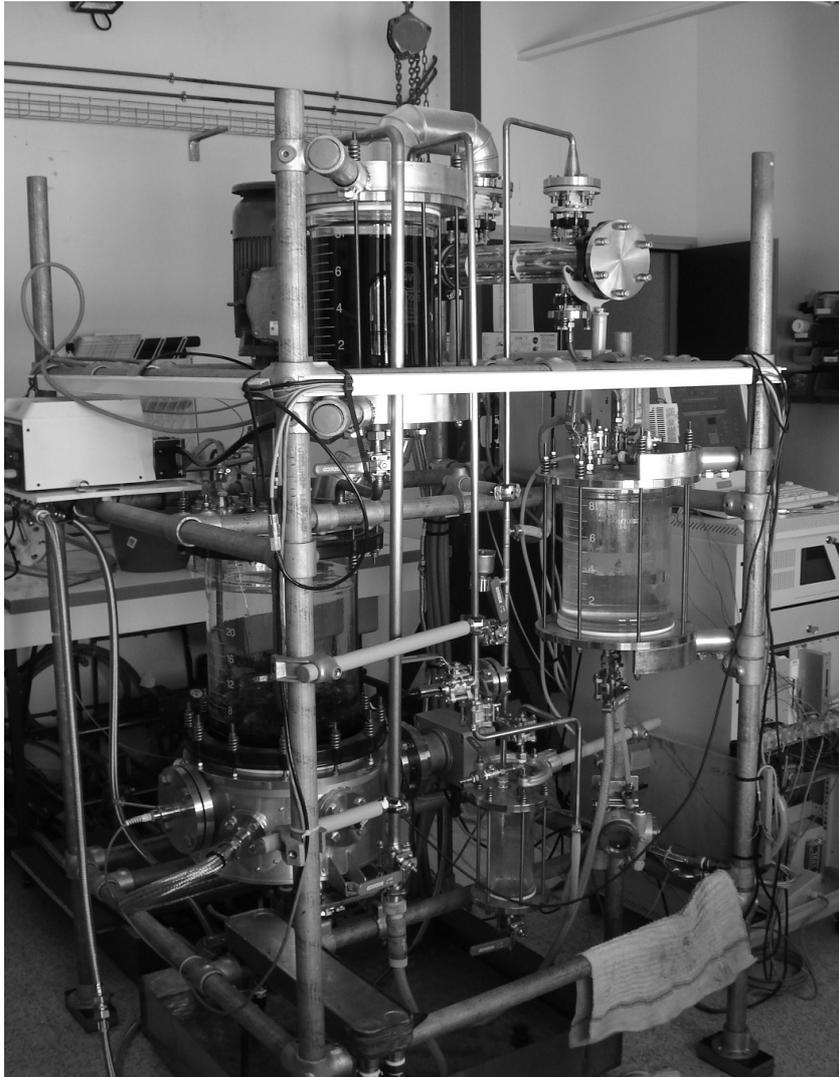


Figure II- 9 : Photo du pilote de laboratoire

II.2.4.1. Caractéristiques techniques

Les principales caractéristiques techniques du pilote sont présentées sur la Figure II- 10 :

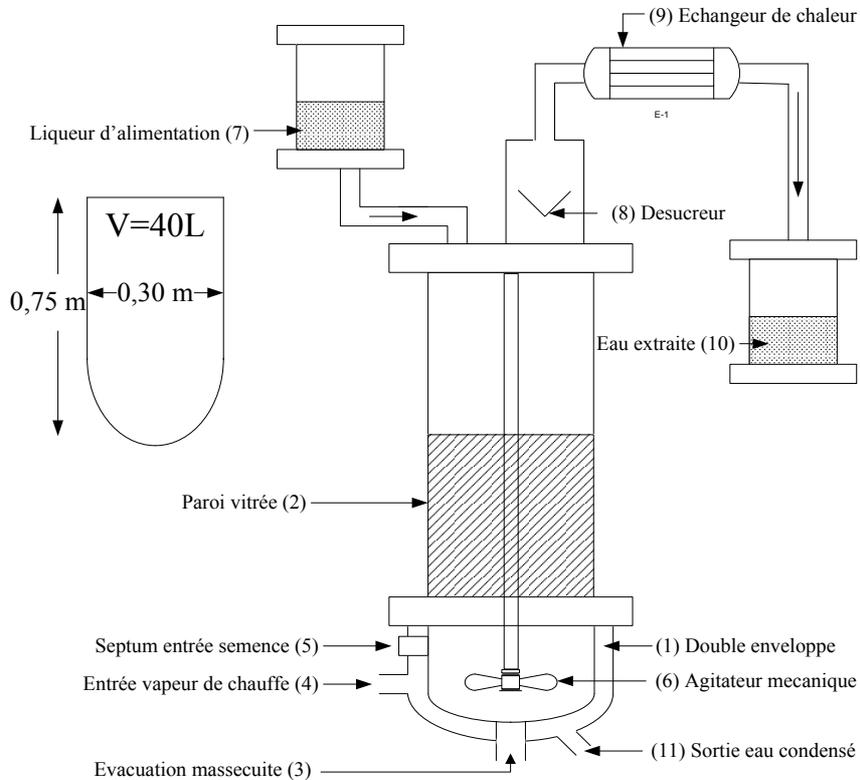


Figure II- 10 : Pilote de laboratoire

Le réacteur pilote est constitué d'une double enveloppe en acier inoxydable en partie basse (1) surplombée par une colonne en verre (2). Cette partie vitrée permet d'observer un certain nombre de phénomènes, tel que le phénomène de mousse qui apparaît peu avant l'ébullition. La forme conique de la double enveloppe facilite l'écoulement de la masse cuite en phase de vidange (3). Pour faciliter la répartition du fluide caloporteur à l'intérieur de la double enveloppe, la vapeur de chauffe est injectée à travers deux orifices latéraux (4). La semence est injectée, à l'aide d'une aiguille, à travers un septum (5) qui traverse la double enveloppe. De la même manière que pour le cristalliseur industriel, l'homogénéité de la solution est assurée par un agitateur mécanique (6). Lors de la phase de croissance cristalline, l'alimentation en liqueur (7) se fait à travers la bride qui ferme la colonne en verre. L'eau évaporée passe par un désucreur (8) avant d'être condensée à travers un échangeur de chaleur (9) et récupérée dans un réservoir (10).

II.2.4.2. Instrumentation

Les différents capteurs qui équipent le pilote sont présentés sur la Figure II- 11 :

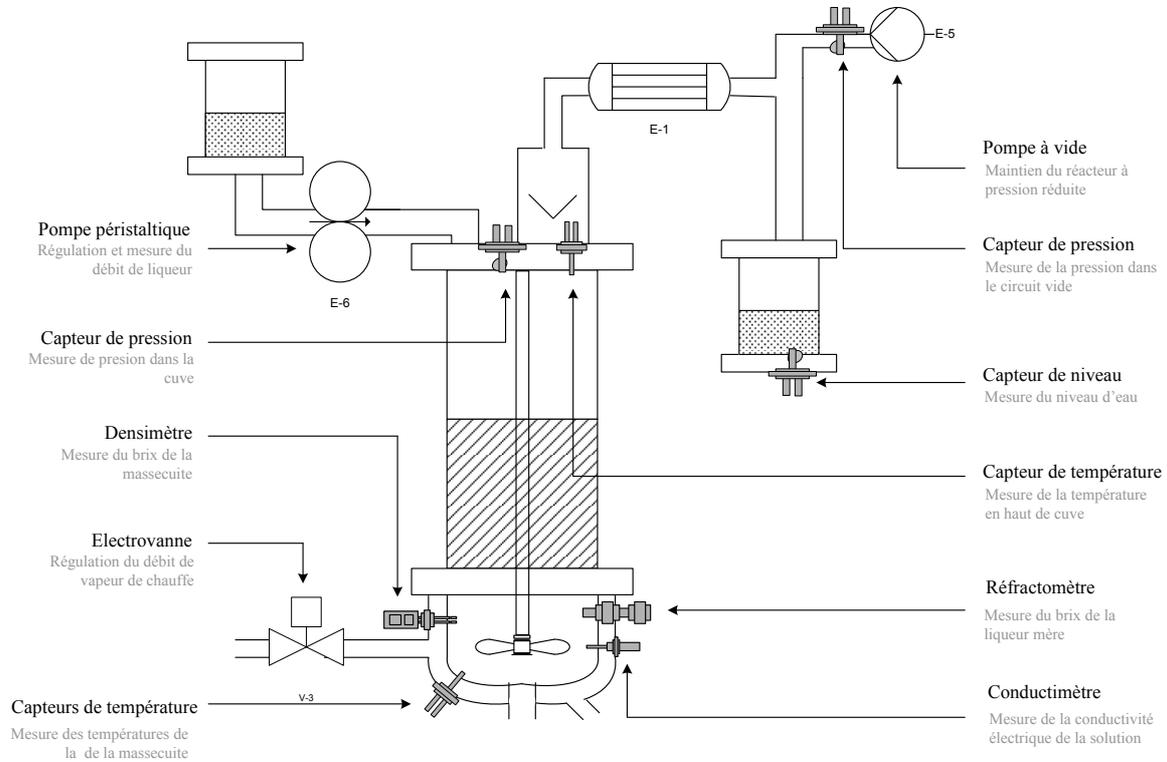


Figure II- 11 : Instrumentation du pilote

Afin de se rapprocher encore un peu plus de l'environnement industriel, les capteurs de Brix et de conductivité électrique de la solution qui équipent le pilote sont identiques à ceux employés à l'usine. On retrouve un réfractomètre pour la mesure de la matière sèche de la liqueur mère, et une sonde micro-onde pour mesurer la matière sèche de la massecuite (cristaux inclus). La mesure de la conductivité électrique de la massecuite est obtenue à l'aide d'un conductimètre. Ces trois capteurs sont situés dans la partie inférieure du pilote. Deux thermocouples de type K, un au fond de la cuve et l'autre sur la bride qui ferme la colonne de verre, permettent d'obtenir la température de la massecuite. On compte également trois capteurs de pression. Le premier, situé sur le couvercle du réacteur permet d'obtenir la pression à l'intérieur du réacteur. Le second, placé sur le réseau de vide, permet par comparaison avec le premier de détecter un défaut capteur ou une éventuelle fuite. Le dernier capteur de pression est utilisé pour calculer le volume de condensat (issu de la massecuite) en mesurant la hauteur de la colonne d'eau. La mesure et le contrôle du débit d'alimentation en liqueur sont obtenus à

l'aide d'une pompe péristaltique pilotable. Enfin, le débit de vapeur de chauffe est commandé par le biais d'une électrovanne. La pression réduite est maintenue à environ 100 mBar à l'aide d'une pompe à vide.

### Remarque

Le débit d'alimentation en liqueur et le débit de vapeur de chauffe, variables de commande des différentes stratégies de commande proposées, sont pilotés *via* la pompe péristaltique et l'électrovanne respectivement.

#### II.2.4.3. Chaîne d'acquisition

Le système de conduite et de supervision du pilote de laboratoire s'appuie sur du matériel et des logiciels de National Instrument. Les capteurs et actionneurs sont reliés à des modules S.C.X.I.<sup>5</sup> qui assurent l'ensemble des opérations d'acquisition, de conditionnement et de commande.

Tous ces modules sont ensuite reliés *via* un bus à une carte P.C.I.<sup>6</sup> de National Instruments qui assure l'interface avec un ordinateur PC. Le traitement des informations et les tâches de supervision sont prises en charge par le logiciel LabView. Cet environnement de programmation graphique permet de construire des applications de supervision et de conduite interactives, avec des commutateurs, des indicateurs et des graphes déroulants. La Figure II- 12 montre l'une des interfaces que nous avons développées pour la supervision et le contrôle de la cristallisation sur le pilote.

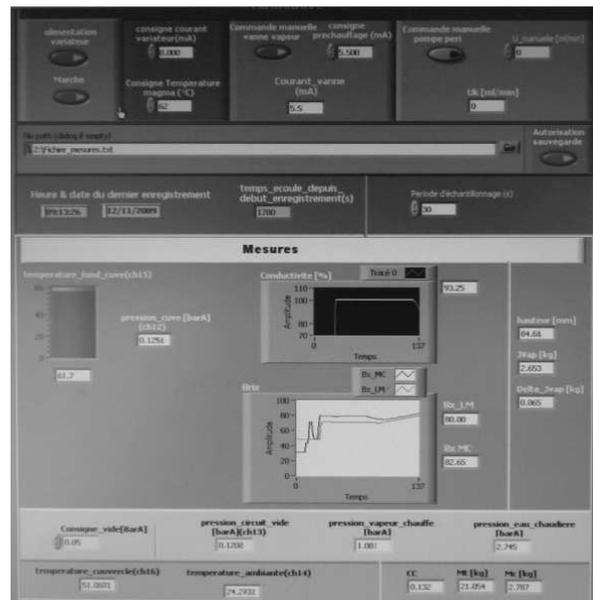


Figure II- 12 : Interface de supervision et commande

Au laboratoire, comme à l'usine, l'opérateur peut suivre l'évolution de la cristallisation en observant sur les indicateurs et les graphes déroulants l'évolution des variables clés, avec deux modes. Un mode manuel, pour agir en temps réel sur les commutateurs, piloter les

<sup>5</sup> Signal Conditioning eXtensions for Instrumentation

<sup>6</sup> Peripheral Component Interconnect

actionneurs et modifier les flux de matière et d'énergie. Et un mode automatique, avec des algorithmes de commande avancés, exécutés sur le même poste ou sur un ordinateur distant.

Toutes les stratégies de commande que nous avons proposées étant programmées sous le logiciel MATLAB, nous avons mis en place une communication entre LabView et MATLAB. Ainsi, MATLAB utilise les mesures issues des différents capteurs pour calculer le vecteur de commande qui est ensuite appliqué aux actionneurs *via* le S.C.S de National Instrument. Le schéma de principe du S.C.S du réacteur pilote couplé avec MATLAB est synthétisé sur la Figure II- 13 :

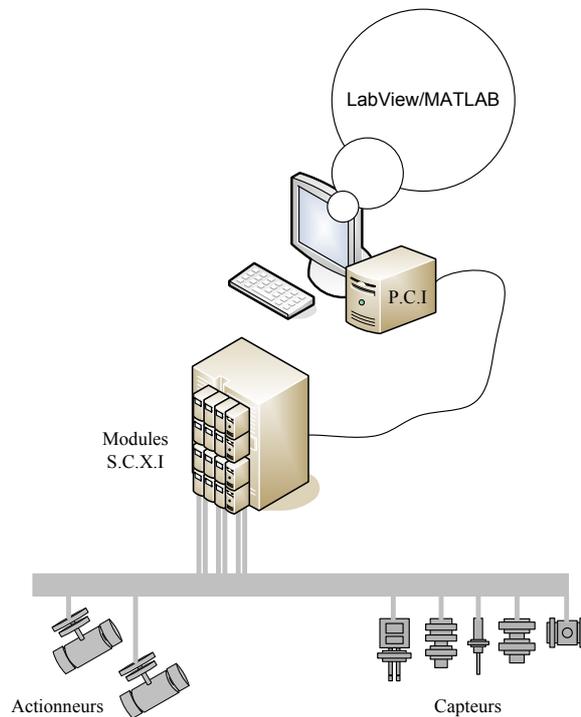


Figure II- 13 : Schéma de principe du S.C.S du pilote

### II.3. Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons analysé la conduite du procédé de cristallisation de la sucrerie de Bois Rouge. Cela nous a permis de mettre en lumière les limites de la variable de commande et du régulateur qui sont utilisés sur le site industriel. La conductivité électrique, variable à commander, s'avère peu fiable pour la conduite du procédé lorsque la concentration en impureté de la liqueur d'alimentation est variable. Par ailleurs, le régulateur PID utilisé, qui

ne permet pas de prendre en compte les non linéarités du procédé, s'avère également peu efficace en terme de suivi de consigne. Des oscillations importantes de la variable régulée autour de la valeur de consigne sont observées systématiquement.

Afin d'améliorer la conduite du procédé et pallier les limites de la méthodologie actuelle, nous avons proposé trois stratégies de commande alternatives. Les deux premières stratégies, monovariante, sont directement applicables à l'usine. La troisième tend à prouver que l'utilisation de la variable de chauffe comme seconde variable de commande permet d'améliorer encore la conduite du procédé et d'optimiser la consommation énergétique. Les différentes stratégies de commande que nous allons étudier sont synthétisées dans le Tableau II- 3 :

|                          |   | Variables de commande                | Variables à commander               | régulateur                       |
|--------------------------|---|--------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| Stratégie USINE          |   | Débit liquideur                      | Conductivité électrique             | PID                              |
| Stratégies monovariantes | 1 | Débit liquideur                      | Masse des cristaux                  | PID variables                    |
|                          | 2 | Débit liquideur                      | Masse des cristaux                  | Commande prédictive non linéaire |
| Stratégie multivariable  | 3 | Débit liquideur et Puissance chauffe | Masse des cristaux et Concentration | Linéarisation E/S                |

Tableau II- 3 : Synthèse des stratégies de commande proposées

Dans l'industrie, la masse des cristaux et la concentration de saccharose dissous ne sont pas mesurées en ligne. Nous consacrerons le prochain chapitre à la synthèse d'un observateur d'état dédié à l'estimation de ces variables non mesurées.

---

---

# Chapitre III

## *Synthèse d'observateurs*

---

---

*« C'est la théorie qui décide de ce que nous pouvons observer. »*

---

**Albert Einstein** (extrait de *Darwin and Co* de Pierre Thuillier)

|  |           |
|--|-----------|
| <b>III.1. Modélisation du procédé de cristallisation .....</b>                           | <b>67</b> |
| III.1.1. Modèle du procédé .....   | 68        |
| III.1.1.1. Hypothèses de modélisation.....   | 68        |
| III.1.1.2. Bilans de matière et d'énergie.....   | 69        |
| III.1.1.3. Représentation d'état.....  | 71        |
| III.1.2. Identification et validation du modèle .....                                    | 72        |
| III.1.2.1. Estimation de paramètres.....   | 72        |
| III.1.2.2. Validation expérimentale.....   | 73        |
| <br>   |           |
| <b>III.2. Observateurs de Luenberger étendus .....</b>                                   | <b>76</b> |
| III.2.1. Observabilité et commandabilité.....  | 77        |
| III.2.1.1. Analyse d'observabilité.....  | 77        |
| III.2.1.2. Analyse de commandabilité.....  | 79        |
| III.2.2. Mise en place des observateurs de Luenberger étendus .....                      | 80        |
| III.2.3. Validation des observateurs.....  | 81        |
| III.2.3.1. Cas 1 : mesures des Brix liqueur mère et masse cuite disponible en ligne..... | 81        |
| III.2.3.2. Cas 2 : mesures du Brix liqueur mère et de la masse de saccharose totale..... | 85        |
| III.2.3.3. Cas 3 : mesure du Brix masse cuite et de la masse de saccharose totale.....   | 88        |
| <br>   |           |
| <b>III.3. Conclusion .....</b>   | <b>92</b> |

### III. Synthèse d'observateurs

Dans le chapitre précédent, plusieurs stratégies de commande ont été proposées afin d'optimiser la conduite d'un procédé de cristallisation en sucrerie de canne. Certaines grandeurs impliquées dans ces stratégies n'étant pas mesurées en ligne, nous avons conclu ce chapitre sur la nécessité de mettre en place un observateur d'état. Ce chapitre 3 est consacré à la synthèse de l'observateur impliqué dans la mise en œuvre des stratégies de commande proposées.

La première partie de ce chapitre est dédiée à la modélisation du phénomène de cristallisation. L'objectif étant l'épuisement de la solution sucrée par l'extraction maximale du saccharose dissous (critère quantitatif), les informations relatives à la qualité du cristal (*e.g.* distribution de taille) ne sont pas nécessaires. Ainsi proposerons-nous un modèle s'appuyant uniquement sur les bilans de matière et d'énergie. La deuxième partie du chapitre est consacrée la synthèse **des observateurs**. En effet, afin de rendre cette étude la plus généralisable possible, nous proposons d'étudier trois configurations parmi les plus répandues en industrie sucrière.

#### III.1. Modélisation du procédé de cristallisation

Les modèles standards de cristallisation s'appuient sur les bilans de matière, d'énergie et de population [Hulburt & Katz, 1964; Ramkrishna, 1985 ; Georgieva et al., 2003 ; Févotte et al., 2010]. La résolution des équations du bilan de population permet d'estimer des propriétés difficiles à mesurer en ligne, notamment la taille des cristaux ou la distribution de taille des cristaux. Dans le cadre d'un critère d'ordre quantitatif, ces propriétés ne sont pas pertinentes. C'est pourquoi nous proposons un modèle reposant uniquement sur les bilans de masse et d'énergie. Dans ce cas, la difficulté majeure réside dans le calcul de la variation de la masse cristalline. Cette grandeur est généralement calculée à partir d'une combinaison des moments issus de la résolution des deux premières équations du bilan de population. Pour contourner cette difficulté, nous proposons de décrire la variation de la masse cristalline comme la conversion d'une partie du saccharose dissous en sucre cristallisé. Cette approche s'appuie sur un paramètre cinétique représentant le taux de conversion entre saccharose dissous et sucre cristallisé. Nous détaillerons cette approche dans la partie III.1.1.

### III.1.1. Modèle du procédé

#### Nomenclature

| Variables thermodynamiques |                            |                    | $\alpha_{cryst}$ | taux de conversion                    | $s^{-1}$    |
|----------------------------|----------------------------|--------------------|------------------|---------------------------------------|-------------|
| $Bx$                       | brix (fraction massique)   |                    | $\rho$           | masse volumique                       | $kg.m^{-3}$ |
| $cc$                       | teneur en cristaux         |                    |                  |                                       |             |
| $Cp$                       | capacité calorifique       | $J.K^{-1}.kg^{-1}$ | <i>Indices</i>   |                                       |             |
| $F$                        | débit-volume               | $m^3.s^{-1}$       | i                | impuretés                             |             |
| $h$                        | enthalpie spécifique       | $J.kg^{-1}$        | c, cryst         | cristal                               |             |
| $\lambda$                  | chaleur latente spécifique | $J.kg^{-1}$        | s                | saccharose dissous                    |             |
| $m$                        | masse                      | $kg$               | w                | eau                                   |             |
| $\dot{m}$                  | débit-masse                | $kg.s^{-1}$        | cw               | condensat (de la vapeur de chauffe)   |             |
| $Pte$                      | pureté (fraction massique) |                    | f                | alimentation                          |             |
| $\dot{Q}$                  | puissance de chauffe       | $W$                | hs               | vapeur de chauffe                     |             |
| $T$                        | température                | $^{\circ}C$        | ml               | liqueur mère                          |             |
| $\dot{W}$                  | puissance d'agitation      | $W$                | mg               | massesuite (liqueur mère et cristaux) |             |
| $\sigma$                   | sursaturation              |                    | vap              | vapeur émise                          |             |
| $\kappa$                   | conductivité électrique    | $\%$               |                  |                                       |             |
| $s$                        | concentration              |                    |                  |                                       |             |

#### III.1.1.1. Hypothèses de modélisation

Le modèle du procédé que nous proposons dans ce chapitre repose sur les cinq hypothèses suivantes :

- 1- l'agitation assure une température homogène de la massecuite (pas de gradient de température au sein de la massecuite),
- 2- la variation de la température de la massecuite est considérée comme nulle pendant la phase de montée (massécuite maintenue à température constante),
- 3- les phénomènes de dissolution, de nucléation spontanée et d'agglomération sont négligés [Pautrat et al., 1997 ; Barth, 2006],
- 4- la capacité calorifique de la massecuite est considérée constante et homogène dans le volume,
- 5- la puissance d'agitation (puissance mécanique dissipée par agitation) est négligée.



**Remarque**

Le volume et la pureté de la solution de départ étant connus, la masse initiale d'impuretés  $m_i(0)$  est connue. En supposant que la masse volumique de la liqueur d'alimentation est uniforme, la masse d'impureté s'exprime comme une fonction du temps :

$$m_i(t) = m_i(0) + \rho_f F_f B x_f (1 - P t e_f) \quad (\text{III. 4})$$

Le débit de vapeur émise  $\frac{dm_{vap}}{dt}$  est obtenu à partir du bilan d'énergie (III. 5). Dans ce cas, la variation de l'énergie interne du système s'exprime en fonction de la puissance de chauffe, des enthalpies apportées par les flux entrants ou évacuées par les flux sortants, et des enthalpies de changement de phase (cristallisation, évaporation):

$$\frac{dH_{mg}}{dt} = \dot{Q} + \rho_f F_f h_f + \rho_w F_w h_w + \lambda_{cryst} \frac{dm_c}{dt} - h_{vap} \frac{dm_{vap}}{dt} \quad (\text{III. 5})$$

Or, la variation de l'enthalpie de la masse cuite s'écrit sous la forme (III. 6) :

$$\frac{dH_{mg}}{dt} = \frac{d(Cp_{mg} m_{mg} T_{mg})}{dt} \quad (\text{III. 6})$$

En s'appuyant sur les hypothèses 2 et 4, il vient:

$$\frac{dH_{mg}}{dt} = Cp_{mg} T_{mg} \frac{dm_{mg}}{dt} \quad (\text{III. 7})$$

La combinaison des équations (III. 5) et (III. 7) permet d'obtenir la relation (III. 8) :

$$h_{vap} \frac{dm_{vap}}{dt} = \dot{Q} + \rho_f F_f h_f + \rho_w F_w h_w + \lambda_{cryst} \frac{dm_c}{dt} - Cp_{mg} T_{mg} \frac{dm_{mg}}{dt} \quad (\text{III. 8})$$

Où  $m_{mg} = m_c + m_s + m_i + m_w$ .

Ainsi, en remplaçant  $\dot{m}_c$ ,  $\dot{m}_s$ ,  $\dot{m}_i$  et  $\dot{m}_w$  par leur expression respective on obtient l'expression de  $\dot{m}_{vap}$  (III. 9) :

$$(h_{vap} - Cp_{mg} T_{mg}) \frac{dm_{vap}}{dt} = \dot{Q} + \rho_f F_f (h_f - Cp_{mg} T_{mg}) + \rho_w F_w (h_w - Cp_{mg} T_{mg}) + \lambda_{cryst} \alpha_{cryst} m_s \quad (\text{III. 9})$$

On peut ainsi remplacer  $\dot{m}_{vap}$  par son expression dans l'équation (III. 3).

### III.1.1.3. Représentation d'état

La représentation du système dans l'espace d'état nécessite, au préalable, la définition du vecteur d'état et du vecteur d'entrée.

#### Vecteur d'état

Le vecteur d'état  $x$  est constitué de la masse de saccharose dissous, de la masse des cristaux et de la masse d'eau.

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [m_s \quad m_c \quad m_w]^T$$

#### Vecteur d'entrée

Le vecteur d'entrée  $u$  est constitué du débit d'alimentation en liqueur, du débit d'eau de dilution et de la puissance de chauffe.

$$u = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T = [F_f \quad F_w \quad \dot{Q}]^T$$

Finalement, l'équation d'état du système est donnée par (III. 10) :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_{cryst} & 0 & 0 \\ \alpha_{cryst} & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_{cryst} \lambda_{cryst}}{\vartheta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_f B x_f P t e_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & \frac{1}{\vartheta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 10})$$

Avec,

$$\vartheta = h_{vap} - C p_{mg} T_{mg}, \quad b_{31} = \rho_f \left( \frac{h_{vap} - h_f}{\vartheta} - B x_f \right) \text{ et } b_{32} = \rho_w \frac{h_{vap} - h_w}{\vartheta}$$

La valeur des différents paramètres thermiques et physiques ainsi que les corrélations utilisées sont présentées dans l'annexe 2. Seul le paramètre  $\alpha_{cryst}$  que nous avons introduit sera estimé par méthode inverse.

#### Vecteur de sortie

Dans la perspective de répondre à des problématiques industrielles (manque d'information, amélioration de la supervision, etc.), trois configurations de vecteurs de sorties parmi les plus

répandues en sucrerie seront étudiées. Chacun de ces vecteurs de sorties sera présenté en détail dans la section III.2.

---

**Remarque**

L'écriture de la variation de la masse des cristaux à partir du paramètre cinétique  $\alpha_{cryst}$ , sans prise en compte du bilan de population, a permis de mettre en place un modèle **linéaire en état**.

---

**III.1.2. Identification et validation du modèle**

Pour reprendre le vocabulaire introduit dans le chapitre premier, le modèle présenté dans la partie précédente est un modèle de tendance de type boîte grise. La description du procédé s'appuie quasiment exclusivement sur des équations de la physique, et l'identification du modèle requiert l'estimation d'un paramètre :  $\alpha_{cryst}$ .

*III.1.2.1. Estimation de paramètres*

L'estimation du paramètre  $\alpha_{cryst}$  est réalisée à partir de données expérimentales. Ce paramètre est obtenu en utilisant une technique inverse d'identification s'appuyant sur la minimisation d'un critère quadratique. La mesure des Brix liqueur mère et massecuite étant disponible en ligne, nous proposons d'utiliser la teneur en cristaux dans le critère de minimisation  $J$ . Le problème d'optimisation est ainsi synthétisé par la relation (III. 11) :

$$\min J = \min_{\alpha_{cryst}} \frac{1}{2} \sum_i \left( cc_{\text{expérimentale}}^i - cc_{\text{modèle}}^i \right)^2 \quad (\text{III. 11})$$

---

$J$  Critère à minimiser

$$cc_{\text{expérimentale}} = \frac{Bx_{mg} - Bx_{lm}}{1 - Bx_{lm}} \quad \text{Teneur en cristaux } \textit{mesurée} \text{ (valeur expérimentale)}$$

$$cc_{\text{modèle}} = \frac{x_2}{x_1 + x_2 + x_3 + m_i} \quad \text{Teneur en cristaux calculée par le modèle}$$


---

Cette procédure de minimisation a été exécutée successivement sur cinq bases de données. Les résultats obtenus<sup>1</sup> sont repris dans le Tableau III- 1 :

---

<sup>1</sup> Le problème d'optimisation a été résolu sous Matlab en utilisant l'algorithme de Levenber-Marquart.

|                           | Base de données 1      | Base de données 2      | Base de données 3      | Base de données 4      | Base de données 5      |
|---------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $\alpha_{cryst} [s^{-1}]$ | $1,2333 \cdot 10^{-4}$ | $1,2087 \cdot 10^{-4}$ | $1,1224 \cdot 10^{-4}$ | $1,2090 \cdot 10^{-4}$ | $1,1534 \cdot 10^{-4}$ |

Tableau III- 1 : Synthèse des résultats d'optimisation

L'écart type sur les cinq bases étant de  $4,5791 \cdot 10^{-6} s^{-1}$ , nous considérerons dans la suite de ce travail la valeur du paramètre  $\alpha_{cryst}$  constante et égale à sa valeur moyenne sur les cinq bases :  $1,1854 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ .

### III.1.2.2. Validation expérimentale

La validation du modèle repose sur la comparaison des grandeurs calculées par le modèle avec les données expérimentales, issues de deux autres bases de données : bases 6 et 7. Rappelons que la masse des cristaux est obtenue à partir de la teneur en cristaux et de la masse totale de masecuite (Cf. chapitre 2).

La Figure III- 2 et la Figure III- 4 illustrent la comparaison entre la teneur en cristaux mesurée et la teneur en cristaux calculée à partir du modèle.

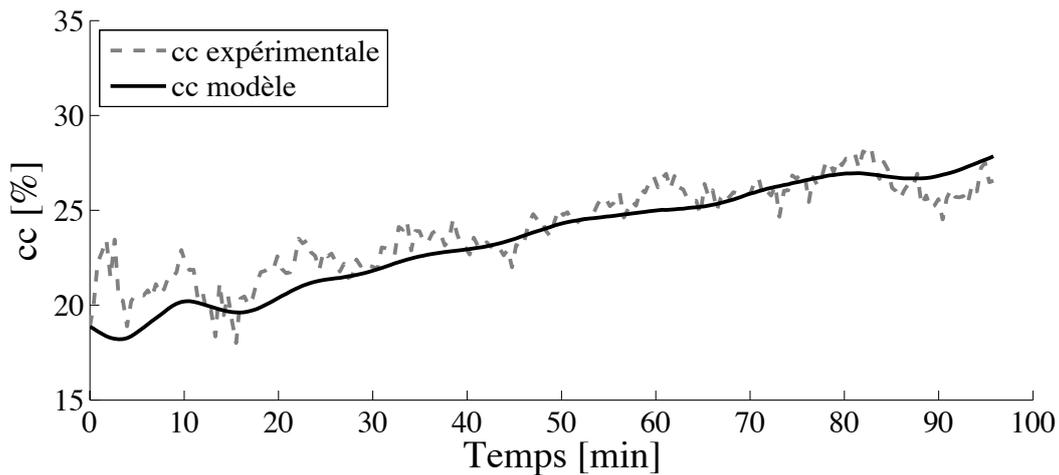


Figure III- 2 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour cc (base de données 6)

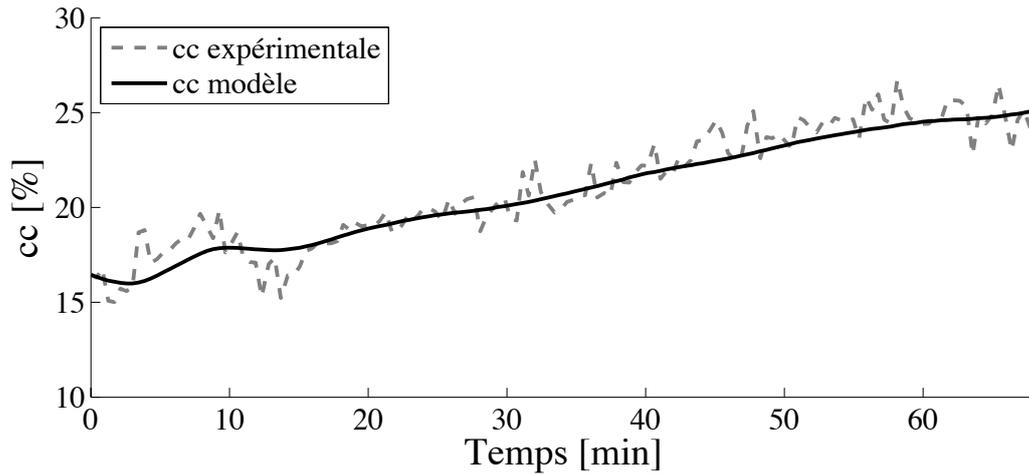


Figure III- 3 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour cc (base de données 7)

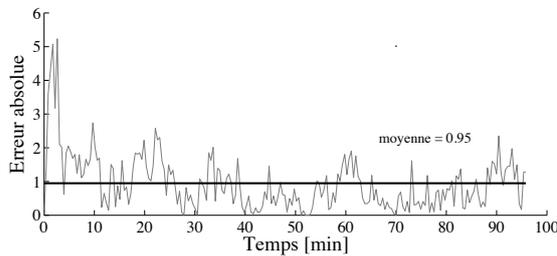


Figure III- 4 : Erreur absolue entre cc expérimentale et modèle (base de données 6)

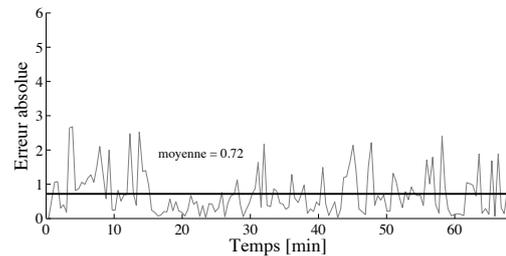


Figure III- 5 : Erreur absolue entre cc expérimentale et modèle (base de données 7)

Avec une erreur absolue inférieure à un point, le modèle permet d'obtenir la teneur en cristaux avec une précision satisfaisante.

#### Remarque

Pour des raisons de lisibilité, les fractions massiques (Brix et teneur en cristaux) sont présentées en pourcentage sur toutes les figures. Pour les mêmes raisons, nous avons choisi de présenter les erreurs absolues dans le cas des Brix et de la teneur en cristaux (calculées à partir des pourcentages massiques) et l'erreur relative dans le cas de la masse des cristaux.

La comparaison entre la masse des cristaux expérimentale et la masse des cristaux estimée par le modèle est présentée sur la Figure III- 6 et Figure III- 7 :

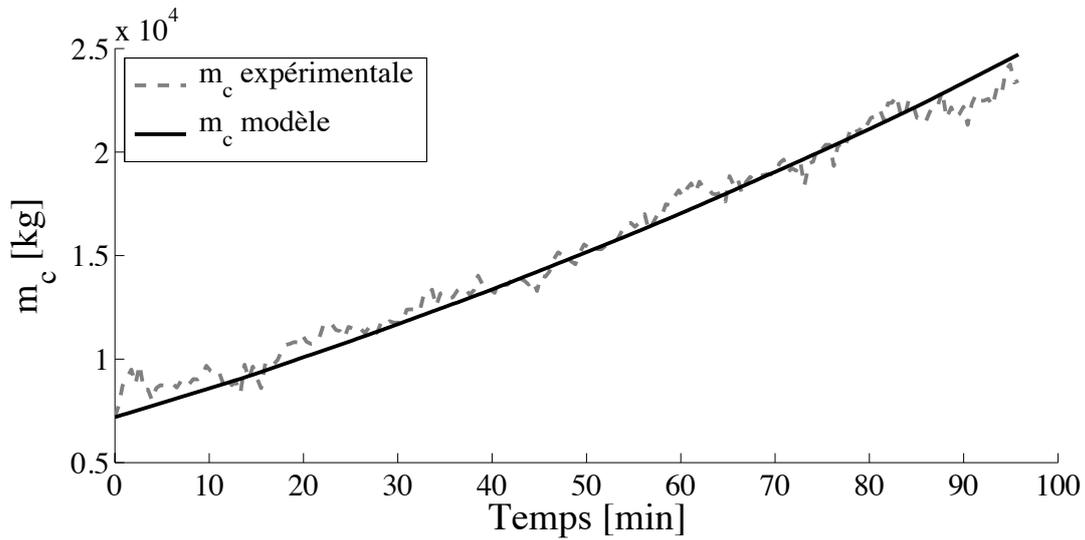


Figure III- 6 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour  $m_c$   
(base de données 6)

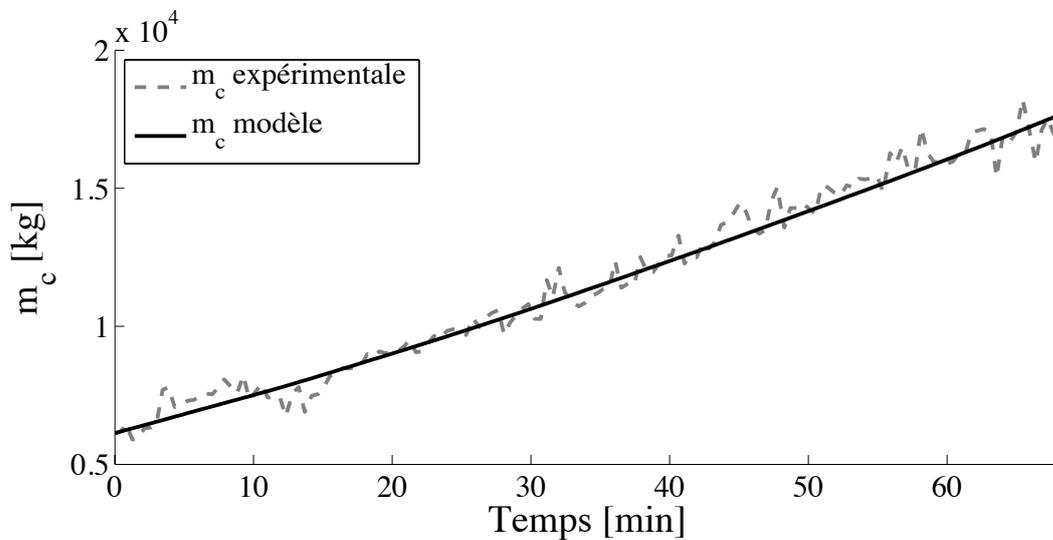


Figure III- 7 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et la sortie du modèle pour  $m_c$   
(base de données 7)

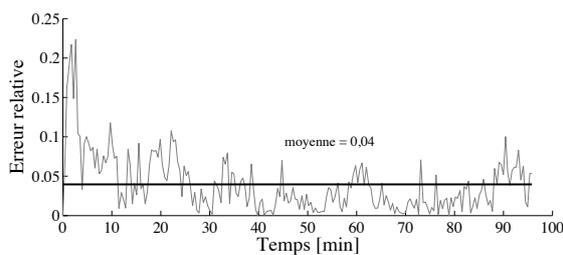


Figure III- 8 : Erreur relative entre  $m_c$   
expérimentale et modèle (base de données 6)

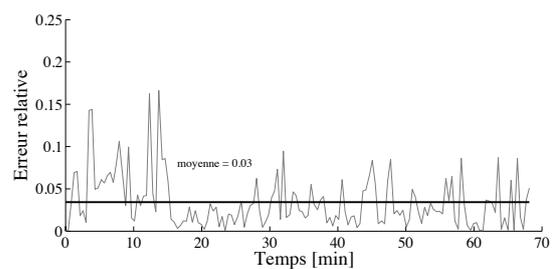


Figure III- 9 : Erreur relative entre  $m_c$   
expérimentale et modèle (base de données 7)

Les résultats obtenus confirment que le modèle permet de simuler correctement l'évolution de la teneur en cristaux et de la masse des cristaux. Le modèle possède par ailleurs des propriétés de filtrage intéressantes. Les bruits de mesure, principalement localisés dans les hautes fréquences, sont éliminés (filtre passe-bas), ce qui permet de lisser les signaux en conservant la dynamique et la tendance. L'objectif de contrôle principal étant d'ordre quantitatif, la précision du modèle peut être considérée comme satisfaisante.

**Nous retiendrons que le modèle offre une approximation de la réalité suffisante pour atteindre nos objectifs de supervision et de contrôle.**

### III.2. Observateurs de Luenberger étendus

La synthèse d'observateurs s'intègre dans le cadre du développement d'outils de supervision, pour accéder à des informations non mesurables en ligne, et/ou d'outils de contrôle. S'agissant du procédé de cristallisation, deux variables sensibles retiennent notre attention, parce qu'elles sont impliquées dans la supervision et la conduite du procédé : le Brix de la liqueur-mère et le Brix de la massecuite. A la sucrerie de Bois Rouge, la mesure du Brix liqueur mère ainsi que celle du Brix massecuite sont disponibles. En pratique, la plupart des ateliers de cristallisation ne sont équipés que d'une mesure de Brix. En résumé, trois configurations sont envisageables dans l'industrie (Cf. Tableau III- 2).

|                            | Cas 1                                      | Cas 2             | Cas 3           |
|----------------------------|--|-------------------|-----------------|
| <b>Mesures disponibles</b> | Brix liqueur mère<br>et<br>Brix massecuite | Brix liqueur mère | Brix massecuite |

Tableau III- 2 : Synthèse des configurations étudiées

Dans la perspective de répondre à des problématiques industrielles, nous proposons la synthèse et la validation d'un observateur pour chacune des trois configurations possibles.

### III.2.1. Observabilité et commandabilité

La première étape dans la mise en place d'un estimateur d'état est la vérification de la condition d'observabilité. Le système doit nécessairement être observable, dans le cas contraire sa dynamique ne pourra être assignée.

Dans cette sous-partie, nous vérifierons la condition d'observabilité pour chacune des configurations proposées, avant d'aborder la notion de commandabilité du système.

#### III.2.1.1. Analyse d'observabilité

La condition d'observabilité uniforme du système (III. 10) s'écrit sous la forme (III. 12) :

$$\text{rang} \left( \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} g \\ L_f g \\ L_f^2 g \end{bmatrix} \right)_{x_0} = 3 \quad \forall x_0 \quad (\text{III. 12})$$

---


$$f(x) = \begin{bmatrix} -\alpha_{cryst} & \alpha_{cryst} & \frac{\alpha_{cryst} \lambda_{cryst}}{\vartheta} \end{bmatrix}^T \quad \text{Produit de la matrice d'état et du vecteur d'état}$$

$g$  Fonction de sortie

$L_f g$  dérivée de Lie de  $g$  le long du champ de vecteur  $f$ .

---

La fonction de sortie  $g$  va dépendre de la configuration étudiée.

---

#### Remarque

Les calculs matriciels relatifs à l'analyse d'observabilité, effectués en langage symbolique sous l'environnement Matlab, résultent d'un formalisme complexe et lourd que nous avons choisi de présenter en annexe (*annexe 3*) pour ne pas entacher la lisibilité du texte.

---

### Cas 1 : Mesure du Brix liqueur mère et du Brix massecuite

Dans le cas où les deux mesures de Brix sont disponibles, la fonction de sortie s'écrit sous la forme (III. 13) :

$$g(x) = \begin{bmatrix} Bx_{mg} \\ Bx_{mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2 + m_i(t)}{x_1 + x_2 + x_3 + m_i(t)} \\ \frac{x_1 + m_i(t)}{x_1 + x_3 + m_i(t)} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 13})$$

La vérification de la condition d'observabilité nécessite ensuite le calcul de  $L_f g$  et de  $L_f^2 g$ .

Une fois  $g(x)$ ,  $L_f g$  et  $L_f^2 g$  obtenus, il ne reste plus qu'à concaténer ces trois matrices et à calculer la dérivée de la matrice obtenue par rapport à  $x$  au point  $x_0$  (III. 14) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} g \\ L_f g \\ L_f^2 g \end{bmatrix}_{x_0} \quad (\text{III. 14})$$

Le calcul du rang de la matrice (III. 1) permet de vérifier que cette matrice est de rang plein quelle que soit la valeur des conditions initiales. **Le système est donc uniformément observable.**

### Cas 2 : Mesure du Brix liqueur mère

Dans le cas où seul le Brix liqueur mère est mesuré en ligne, la fonction de sortie s'écrit sous la forme (III. 15) :

$$g(x) = Bx_{mi} = \frac{x_1 + m_i(t)}{x_1 + x_3 + m_i(t)} \quad (\text{III. 15})$$

De la même manière que pour le cas 1, on construit la matrice d'observabilité. Le calcul du rang de cette matrice montre qu'elle n'est pas de rang plein : **le système n'est pas observable.**

Pour pallier ce problème nous proposons d'introduire une « pseudo-variable » mesurée  $m_{s+c} = m_s + m_c$ . Cette grandeur représente la masse de saccharose totale dans la massecuite (saccharose dissous plus sucre solide). De la même manière que pour la masse d'impuretés, la connaissance de la masse de saccharose totale à l'instant initial permet d'écrire  $m_{s+c}$  comme une fonction du temps (III. 16) :

$$m_{s+c}(t) = m_{s+c}(0) + \rho_f F Bx_f Pte_f \quad (\text{III. 16})$$

La fonction de sortie s'écrit alors sous la forme (III. 17) :

$$g(x) = \begin{bmatrix} Bx_{mi} \\ m_{s+c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + m_i(t)}{x_1 + x_3 + m_i(t)} \\ x_1 + x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 17})$$

La vérification de la condition d'observabilité (III. 12) montre que la matrice d'observabilité est de rang plein quelle que soit la valeur des conditions initiales. Ainsi, **le système est uniformément observable.**

### Cas 3 : Mesure du Brix massecuite

De la même manière que pour le cas 2, on montre que **le système devient uniformément observable** si l'on introduit la « pseudo-variable »  $m_{s+c}$ . La fonction de sortie correspondante s'écrit alors sous la forme :

$$g(x) = \begin{bmatrix} Bx_{mg} \\ m_{s+c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2 + m_i(t)}{x_1 + x_2 + x_3 + m_i(t)} \\ x_1 + x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 18})$$

**En résumé, quelle que soit la configuration, il est possible de synthétiser un observateur d'état.**

#### *III.2.1.2. Analyse de commandabilité*

La condition d'observabilité ayant été vérifiée, nous nous intéressons maintenant à la condition de commandabilité. Dans le cas d'un système linéaire en état, comme celui étudié, il existe une condition nécessaire et suffisante à vérifier pour s'assurer de la commandabilité du système.

### Rappel

Considérons le système linéaire (III. 19) :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III. 19})$$

---

$x(t) \in R^n$  Vecteur d'état

$u(t) \in R^m$  Vecteur d'entrée

$A \in R^{n \times n}$  Matrice d'état

$B \in R^{n \times m}$  Matrice d'entrée

---

Ce système est dit complètement commandable si et seulement si la condition (III. 20) est vérifiée [Khalil, 1980] :

$$\text{rang}([B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]) = n \quad (\text{III. 20})$$

Où  $[B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$  représente la matrice de commandabilité et  $n$  la dimension de l'espace d'état.

---

Pour le système (III. 10), la condition à vérifier s'écrit sous la forme (III. 21) :

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} \rho_f B x_f P t e_f & 0 & 0 & -\alpha_{\text{cryst}} \rho_f B x_f P t e_f & 0 & 0 & -\alpha_{\text{cryst}}^2 \rho_f B x_f P t e_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{\text{cryst}} \rho_f B x_f P t e_f & 0 & 0 & \alpha_{\text{cryst}}^2 \rho_f B x_f P t e_f & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & \frac{1}{\vartheta} & \frac{\alpha_{\text{cryst}} \lambda_{\text{cryst}} \rho_f B x_f P t e_f}{\vartheta} & 0 & 0 & \frac{\alpha_{\text{cryst}}^2 \lambda_{\text{cryst}} \rho_f B x_f P t e_f}{\vartheta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = 3 \quad (\text{III. 21})$$

On montre que la matrice de commandabilité est de rang plein : **le système est commandable.**

### III.2.2. Mise en place des observateurs de Luenberger étendus

La condition d'observabilité ayant été vérifiée pour chaque configuration, nous pouvons maintenant nous intéresser à la dynamique de convergence des différents observateurs. Nous avons vu dans le chapitre 1 que dans le cas d'un observateur de Luenberger étendu la dynamique est déterminée par un placement de pôle.

Précisément, pour un système linéaire en état, le calcul du gain de l'observateur est effectué en

plaçant les pôles de  $\left( A - K \frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{x_0} \right)$ . De plus, afin d'éviter les problèmes d'instabilité de

l'observateur résultant de la linéarisation de la fonction de sortie, la fonction de sortie linéaire est

recalculée à chaque instant  $t$  au voisinage du nouveau point de fonctionnement  $x_0$ . Le gain  $K$  de l'observateur est ainsi recalculé en ligne. En d'autres termes, le déplacement du point de fonctionnement peut être compensé par la variation du gain de l'observateur.

L'étape de placement de pôle est délicate : il s'agit de trouver un compromis entre la vitesse de convergence de l'observateur et sa stabilité. Plus la vitesse de convergence est grande et plus l'observateur est sensible aux perturbations et aux bruits de mesure [Pichardo-Almarza et al., 2005 ; Sundarapandian, 2006].

Afin de trouver le meilleur compromis entre vitesse de convergence et stabilité, une procédure de type essai-erreur a été employée. Cette procédure a permis de synthétiser pour chacune des trois configurations étudiées, un observateur de Luenberger étendu. Les pôles retenus sont indiqués dans le Tableau III- 3 :

|   |                       |                     |                       |
|---|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| Observateur 1<br>( $Bx_{mg}$ et $Bx_{lm}$ ) | $-1,5 \times 10^{-2}$ | $-2 \times 10^{-4}$ | $-6 \times 10^{-2}$   |
| Observateur 2<br>( $Bx_{lm}$ et $m_{s+c}$ ) | $-1 \times 10^{-2}$   | $-9 \times 10^{-5}$ | $-1,2 \times 10^{-2}$ |
| Observateur 3<br>( $Bx_{mg}$ et $m_{s+c}$ ) | $-1,2 \times 10^{-2}$ | $-9 \times 10^{-5}$ | $-1,5 \times 10^{-2}$ |

Tableau III- 3 : Pôles des trois observateurs de Luenberger étendus

### III.2.3. Validation des observateurs

La validation des trois observateurs a été effectuée sur une dizaine de bases de données industrielles. Dans cette sous-partie, nous présentons les résultats obtenus sur deux de ces bases de données. Afin de tester les propriétés de convergence des différents observateurs, nous proposons d'introduire volontairement un biais sur les conditions initiales (C.I.) des observateurs pour la deuxième base de données.

#### III.2.3.1. Cas 1 : mesures des Brix liqueur mère et masse cuite disponible en ligne

Dans le cas où les Brix liqueur mère et masse cuite sont mesurés en ligne, nous proposons de comparer la masse des cristaux expérimentale à la masse des cristaux estimée ainsi que la teneur en cristaux expérimentale à la teneur en cristaux reconstruite à partir des états estimés.

**1<sup>ère</sup> base de données : C.I. observateur identiques aux C.I. expérimentales**

La Figure III- 10 illustre la bonne adéquation entre la teneur en cristaux expérimentale et celle reconstruite à partir des états estimés.

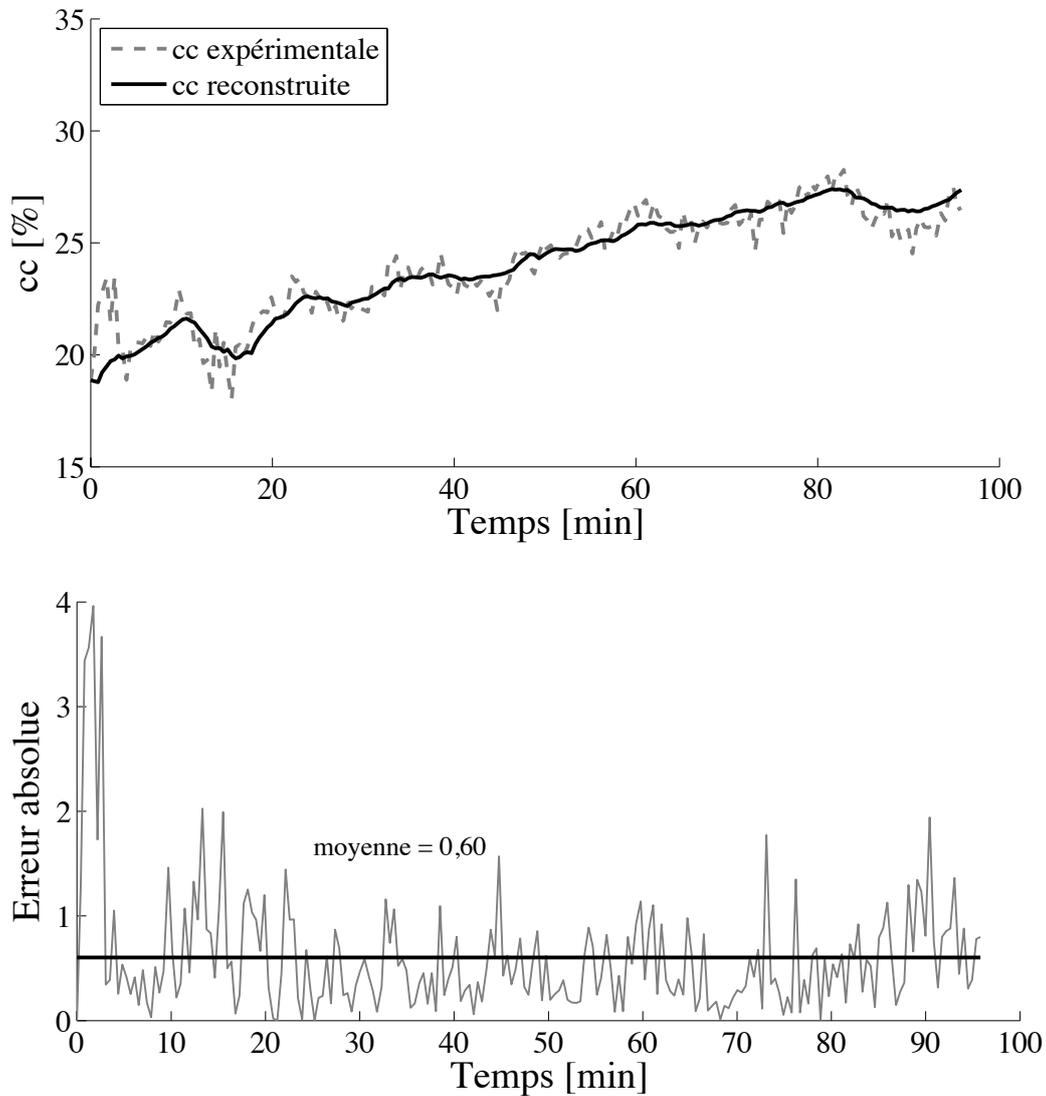


Figure III- 10 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle reconstruite pour la teneur en cristaux

Avec une erreur absolue de l'ordre de 0,6 point, l'observateur s'avère d'une grande précision. La teneur en cristaux reconstruite à partir des états estimés est très proche de la valeur expérimentale.

Les résultats obtenus sur l'estimation de la masse des cristaux sont présentés sur la Figure III- 11 :

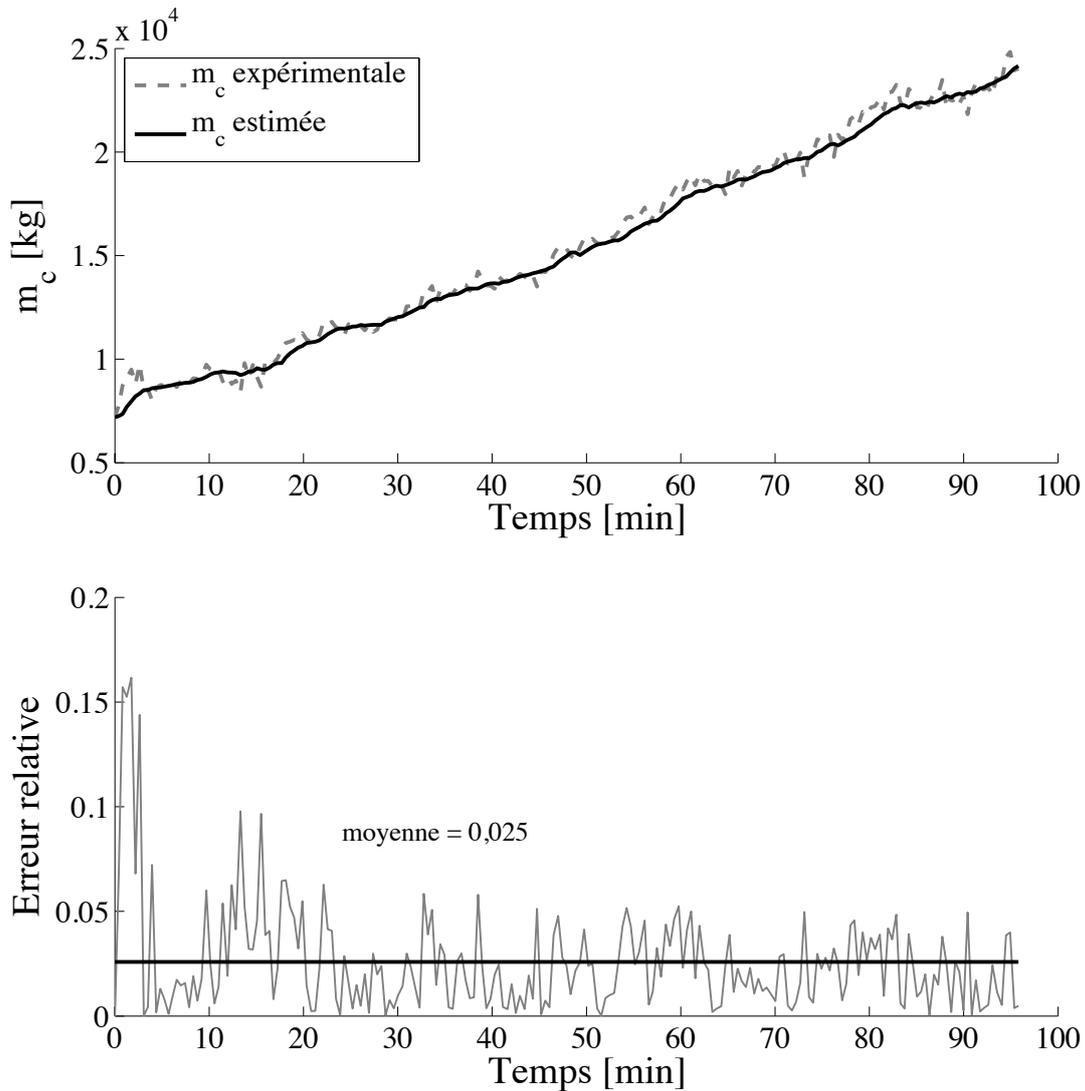


Figure III- 11 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle estimée pour la masse des cristaux

L'observateur permet d'estimer la masse des cristaux avec une précision moyenne de l'ordre de 2,5 %, ce qui pour cette étude est pleinement satisfaisant.

### 2<sup>ème</sup> base de données : C.I. observateur différentes des C.I. expérimentales

Afin d'évaluer les performances de convergence de l'observateur, les C.I. de l'observateur ont été volontairement initialisées avec des valeurs différentes des valeurs expérimentales (Cf. Tableau III- 4).

|                     | $m_s$ [kg] | $m_c$ [kg] | $m_w$ [kg] |
|---------------------|------------|------------|------------|
| C.I. expérimentales | 18 000     | 6 100      | 4660       |
| C.I. observateurs   | 15 000     | 4 100      | 3 000      |

Tableau III- 4 : C.I. expérimentales et C.I. observateur

La Figure III- 12 illustre les performances de convergence de l'observateur pour l'estimation de la masse des cristaux. On remarque que la masse des cristaux estimée converge en moins de trois minutes, ce qui est entièrement satisfaisant compte-tenu de la cinétique du procédé étudié.

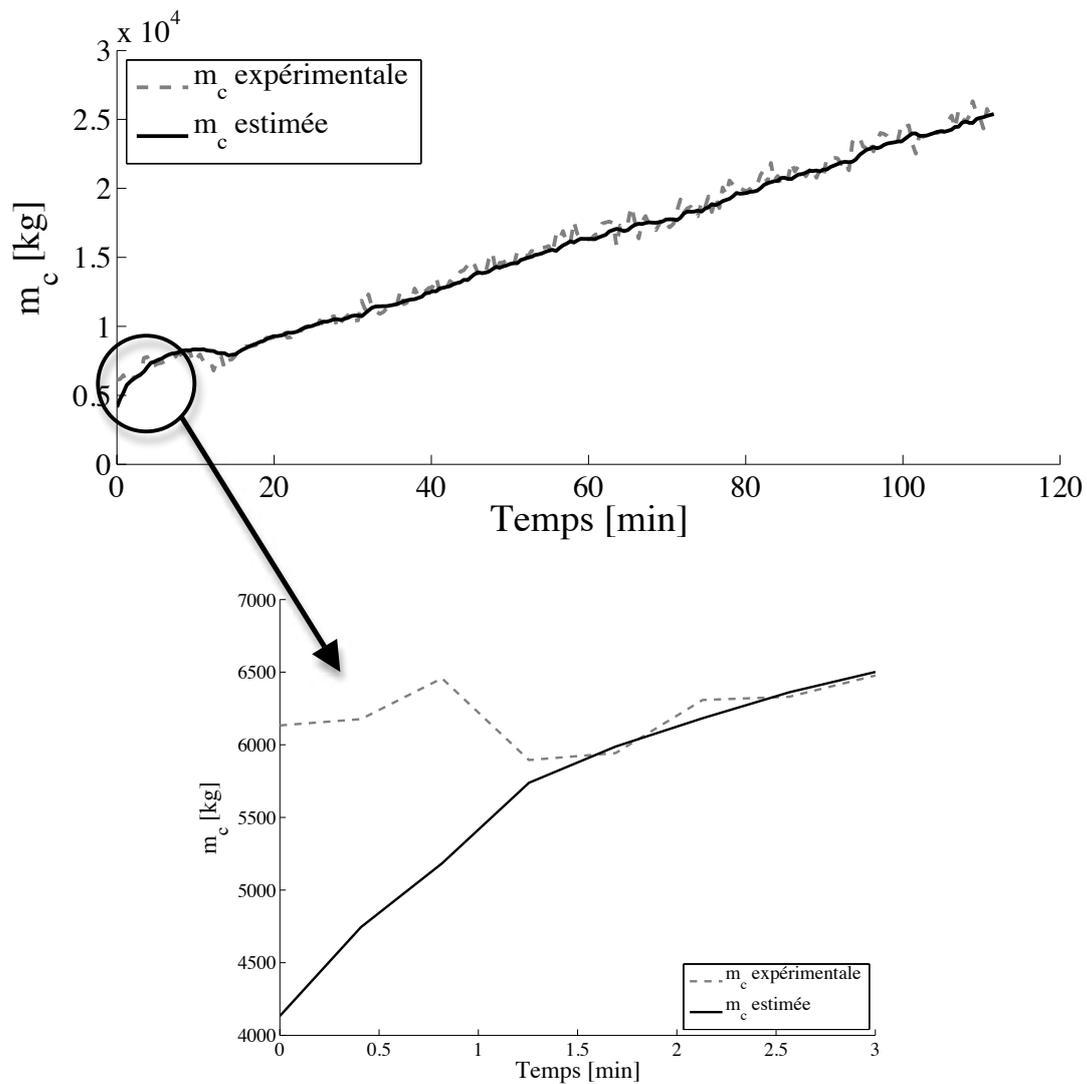


Figure III- 12 : Test de convergence de l'observateur

*III.2.3.2. Cas 2 : mesures du Brix liqueur mère et de la masse de saccharose totale*

Comme nous l'avons souligné, les procédés industriels ne sont pas systématiquement équipés des mesures de Brix liqueur mère et massecuite, la supervision se limitant à l'une ou l'autre de ces informations. Afin de prendre cette réalité en ligne de compte, nous avons proposé de synthétiser un observateur qui ne repose que sur la mesure du Brix liqueur mère. Cependant, comme nous disposons de la mesure du Brix massecuite dans les bases de données, nous proposons d'effectuer la validation de l'observateur sur cette grandeur ainsi que sur la masse des cristaux. Cette démarche nous permettra de mettre en évidence un intérêt majeur de cet observateur pour l'industriel : le Brix massecuite délivré par le capteur logiciel offre une amélioration de la supervision sans installation d'un capteur supplémentaire. En résumé, nous comparerons la masse des cristaux expérimentale à la masse des cristaux estimée ainsi que le Brix massecuite expérimental au Brix massecuite reconstruit à partir des états estimés.

**1<sup>ère</sup> base de données : C.I. observateur identiques aux C.I. expérimentales**

L'observateur permet de reconstruire le Brix massecuite avec une précision de l'ordre de 0,11 point (Figure III- 13). Ce qui correspond à l'ordre de grandeur de la précision du capteur de Brix massecuite installé sur le cristalliseur industriel. En d'autres termes, l'observateur permet d'obtenir le Brix massecuite  $B_{x_{mg}}$  avec une précision comparable à celle d'une mesure en ligne, sans nécessiter d'investissement supplémentaire.

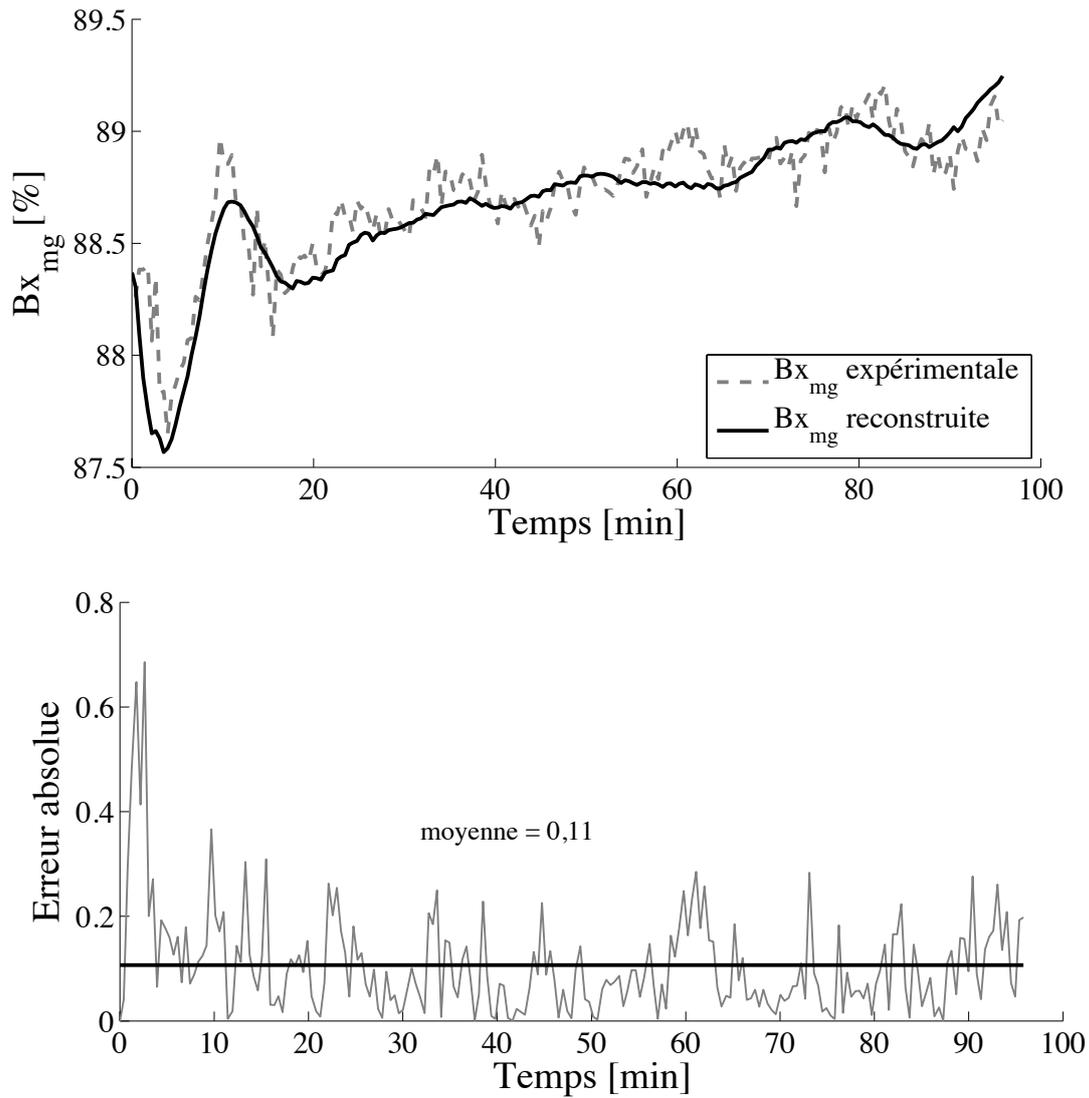


Figure III- 13 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle reconstruite pour  $Bx_{mg}$

On peut remarquer que la masse des cristaux est estimée avec une précision de l'ordre de 3,5 % (Cf: Figure III- 14). Pour les objectifs de supervision et de contrôle précédemment évoqués, cette précision est considérée comme satisfaisante.

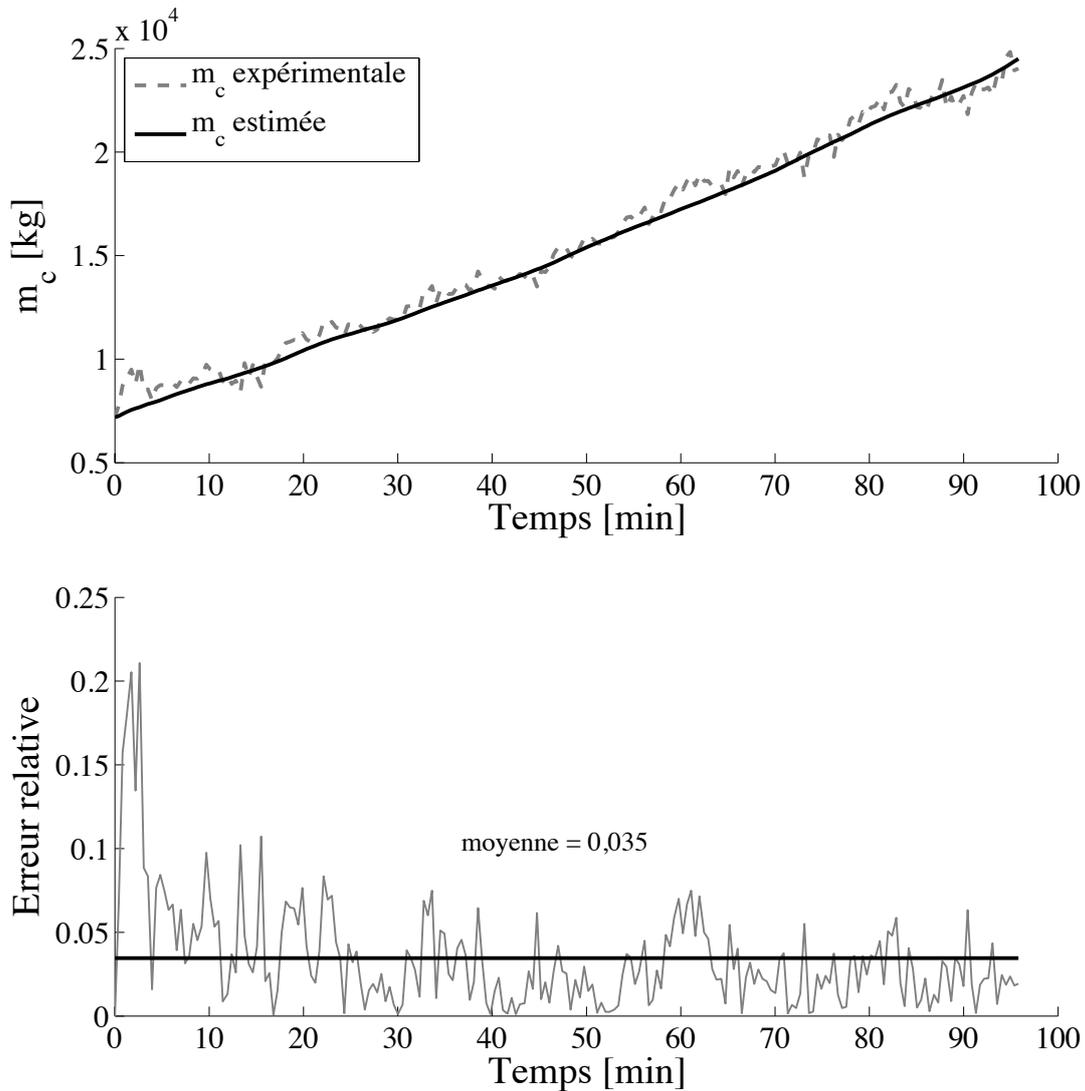


Figure III- 14 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle estimée pour la masse des cristaux

**2<sup>ème</sup> base de données : C.I. observateur différentes des C.I. expérimentales**

La convergence de l'observateur est testée en modifiant les C.I de l'observateur comme illustré dans le Tableau III- 5 :

|                     | $m_s$ [kg] | $m_c$ [kg] | $m_w$ [kg] |
|---------------------|------------|------------|------------|
| C.I. expérimentales | 19 000     | 9 400      | 4 800      |
| C.I. observateurs   | 16 000     | 7 000      | 3 000      |

Tableau III- 5 : C.I. expérimentales et C.I. observateur

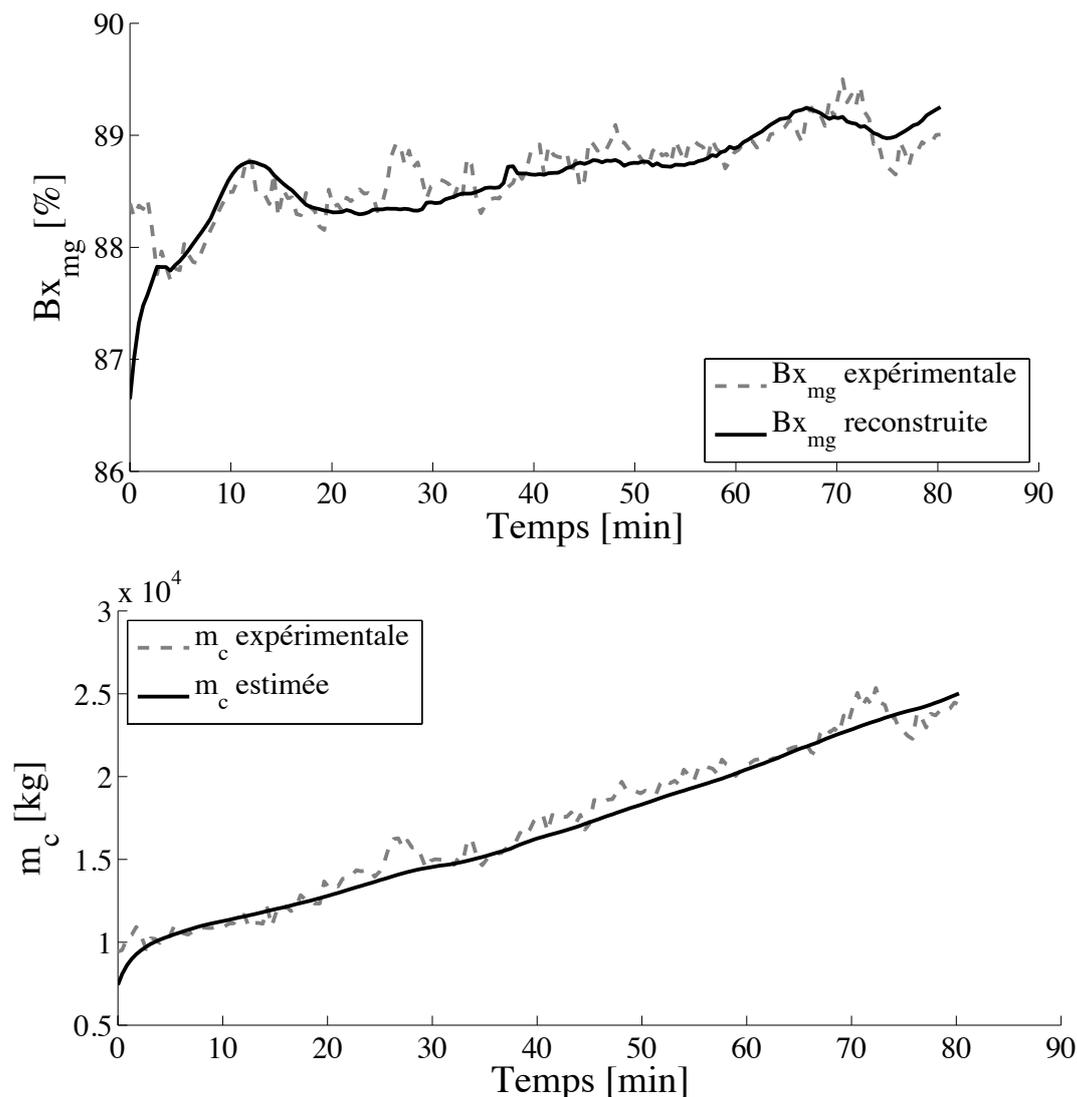
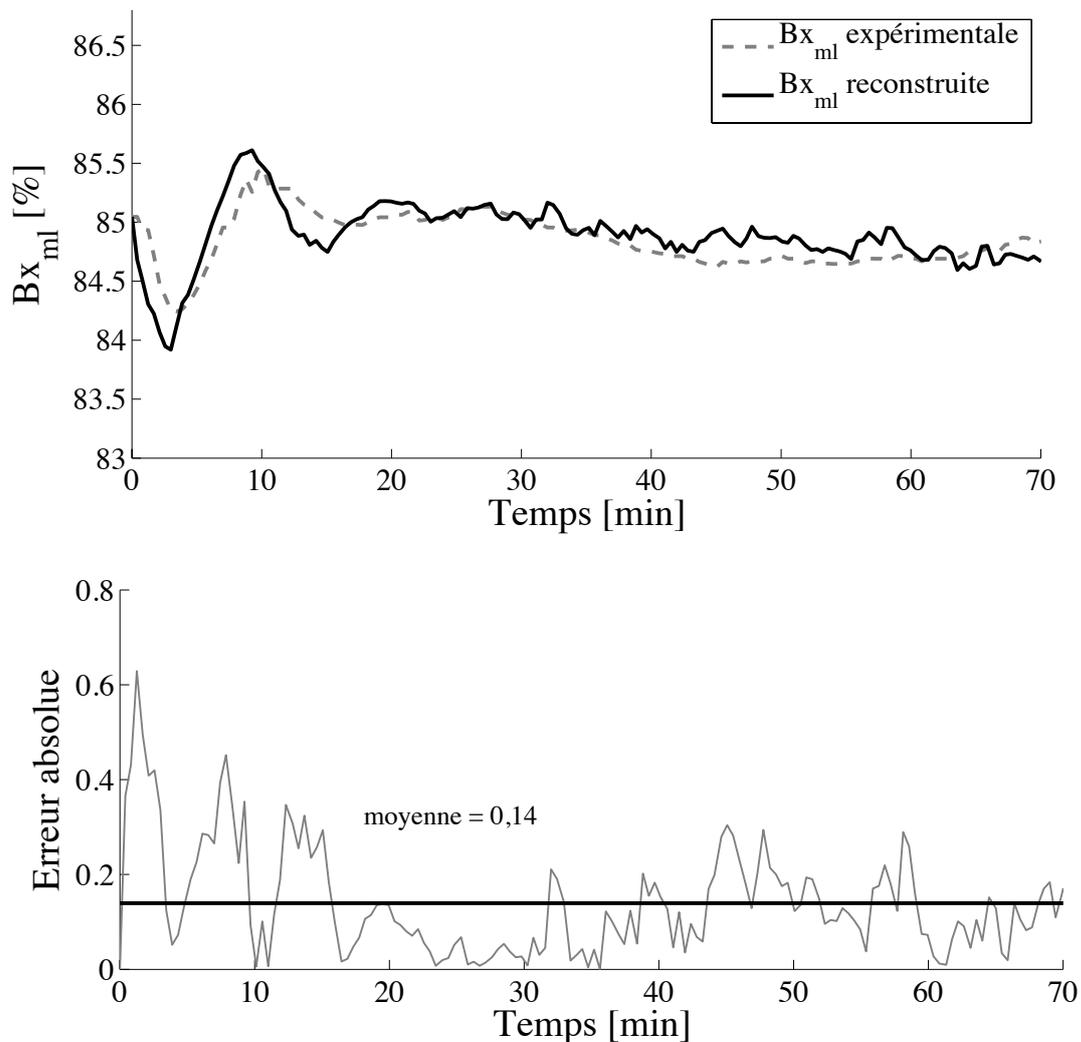


Figure III- 15 : Test de convergence de l'observateur

Nous pouvons observer sur la Figure III- 15 une bonne convergence de l'observateur. Les valeurs estimées rejoignent les valeurs expérimentales en moins de trois minutes.

### III.2.3.3. Cas 3 : mesure du Brix massecuite et de la masse de saccharose totale

Dans la même optique que pour l'observateur précédent, nous proposons de comparer la masse des cristaux expérimentale à celle estimée ainsi que le Brix liqueur mère mesuré au Brix liqueur mère reconstruit à partir des états estimés. Nous montrerons ainsi que l'emploi de cet observateur permet à l'industriel qui ne dispose que de la mesure du Brix massecuite d'obtenir le Brix liqueur mère sans capteur supplémentaire.

1<sup>ère</sup> base de données : C.I. observateur identiques aux C.I. expérimentalesFigure III- 16 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle reconstruite pour  $Bx_{ml}$ 

L'observateur se montre particulièrement performant dans la reconstruction du Brix liqueur mère. Avec une erreur absolue de l'ordre de 0,14 point, nous pouvons clairement envisager son utilisation sur les cristallisoirs industriels qui ne sont équipés que du capteur de Brix massecuite, permettant ainsi une amélioration de la supervision. La masse des cristaux est estimée avec une précision de l'ordre de 3,6 %, ce qui est également satisfaisant pour les objectifs de contrôle recherchés.

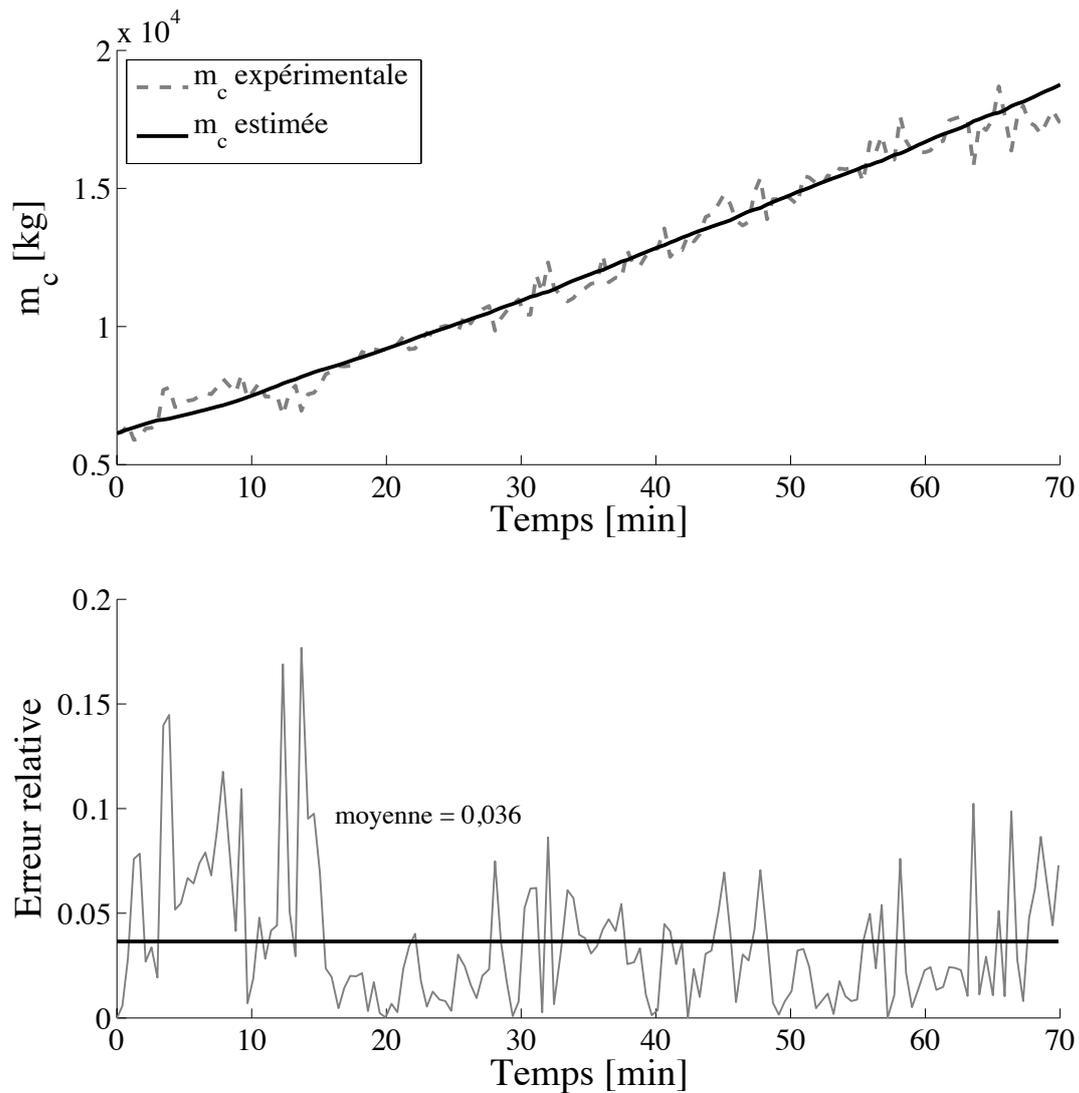


Figure III- 17 : Comparaison entre la valeur expérimentale et celle estimée pour la masse des cristaux

**2<sup>ème</sup> base de données : C.I. observateur différentes des C.I. expérimentales**

Les C.I. utilisées pour l'étude de convergence de l'observateur sont indiquées dans le Tableau III- 6 :

|                     | $m_s$ [kg] | $m_c$ [kg] | $m_w$ [kg] |
|---------------------|------------|------------|------------|
| C.I. expérimentales | 18 000     | 6 130      | 4660       |
| C.I. observateurs   | 15 000     | 3 000      | 3 000      |

Tableau III- 6 : C.I. expérimentales et C.I. observateur

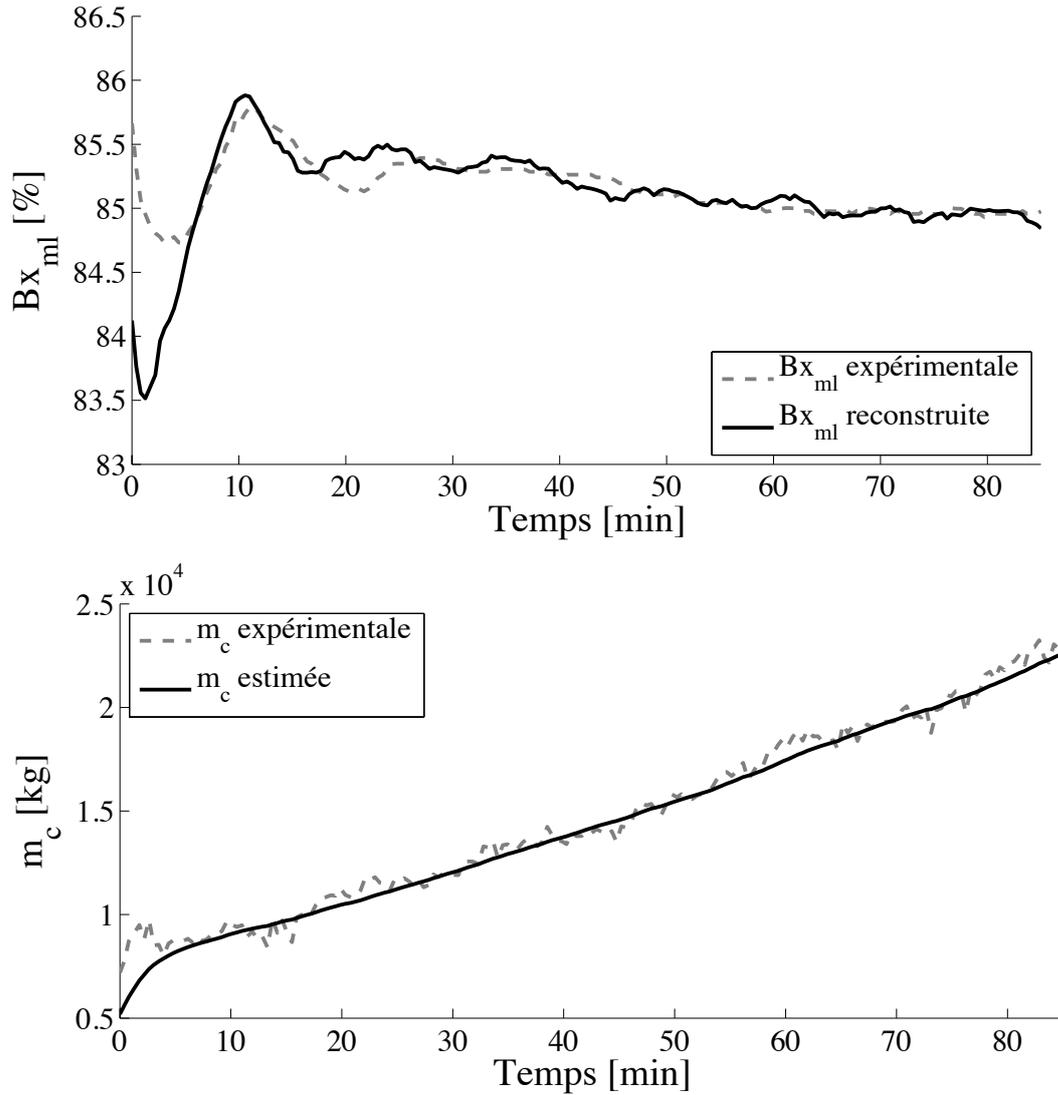


Figure III- 18 : Test de convergence de l'observateur

On observe une bonne convergence des valeurs estimées vers les valeurs expérimentales, pour le Brix liqueur mère et la masse des cristaux, avec un temps de convergence inférieure à cinq minutes. Les performances de l'observateur en termes de précision et de vitesse de convergence sont pleinement satisfaisantes pour atteindre les objectifs recherchés.

### III.3. Conclusion

Un certain nombre de grandeurs n'étant pas directement mesurables en ligne, la mise en œuvre des différentes stratégies de commande proposées dans le chapitre deux nécessite la synthèse d'un observateur d'état. Dans ce troisième chapitre, nous avons présenté un modèle du procédé de cristallisation, lors de la phase de croissance cristalline, dédié à nos objectifs de contrôle. Dans cette étude, l'information sur la qualité du cristal (*e.g.* taille, distribution de taille) n'étant pas nécessaire, un modèle reposant sur les équations de bilan de matière et d'énergie a été proposé, sans requérir la résolution du bilan de population. En s'appuyant sur ce modèle, nous avons synthétisé et validé trois observateurs distincts, correspondant aux trois configurations les plus répandues dans l'industrie sucrière.

Nous retiendrons comme **premier résultat** intéressant, **l'amélioration du dispositif de supervision**. Pour les procédés équipés d'une seule mesure de Brix (liqueur mère ou masse cuite) l'utilisation d'un observateur permet de disposer, avec une précision comparable à celle d'une mesure en ligne, d'une information sur les deux Brix. Par ailleurs, quelle que soit la configuration, **l'estimation de la masse des cristaux en ligne offre une indication sur l'avancement du procédé**.

Cette étape de synthèse d'observateur étant terminée, le chapitre suivant sera consacré à la mise en place du régulateur PID à paramètres variables et du régulateur prédictif. Pour inscrire ces développements dans un cadre général, qui correspond à la configuration industrielle la plus répandue (cas 2 : Brix liqueur mère), les régulateurs présentés s'appuieront sur l'observateur synthétisé à cet effet.

---

## Chapitre IV

### *Commande monovariabile du procédé de cristallisation*

---

*«Je ne me décourage pas car toute tentative  
infructueuse qu'on laisse derrière soi constitue un  
autre pas en avant.»*

---

**Thomas Alva Edison**

|   |            |
|---|------------|
| <b>IV.1. Le modèle prédictif</b> .....  | <b>95</b>  |
| IV.1.1. Modèle prédictif dans le cas du cristalliseur industriel.....                   | 96         |
| IV.1.1.1. Identification.....   | 96         |
| IV.1.1.2. Validation expérimentale.....   | 99         |
| IV.1.2. Modèle prédictif dans le cas du pilote de laboratoire .....                     | 103        |
| IV.1.2.1. Identification.....   | 103        |
| IV.1.2.2. Validation expérimentale.....   | 104        |
| <b>IV.2. Commande PID à paramètres variables</b> .....                                  | <b>108</b> |
| IV.2.1. Résultats en simulation .....   | 108        |
| IV.2.1.1. Suivi de consigne.....  | 109        |
| IV.2.1.2. Rejet de perturbation.....  | 115        |
| IV.2.1.3. Sensibilité de la variable à commander aux accidents de pression réduite..... | 117        |
| IV.2.2. Validation expérimentale .....  | 120        |
| IV.2.3. Conclusion sur la commande PID à paramètres variables .....                     | 123        |
| <b>IV.3. Commande prédictive</b> .....  | <b>123</b> |
| IV.3.1. Résultats en simulation .....   | 123        |
| IV.3.1.1. Suivi de consigne.....  | 124        |
| IV.3.1.2. Rejet de perturbation.....  | 128        |
| IV.3.2. Validation expérimentale .....  | 130        |
| IV.3.3. Conclusion sur la commande prédictive.....                                      | 132        |
| <b>IV.4. Conclusion</b> .....   | <b>133</b> |

## IV. Commande monovariante du procédé de cristallisation

Ce quatrième chapitre est consacré aux tests et à la validation des deux stratégies de commande monovariante développées pour améliorer la conduite du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière. Les deux algorithmes de commande, le régulateur PID à paramètres variables et la commande prédictive, s'appuient sur un modèle interne du procédé. Ce modèle est utilisé comme prédicteur à un pas dans la commande PID à paramètres variables et comme prédicteur multi-pas dans la commande prédictive.

Dans une première partie, nous étudierons l'identification et la validation du modèle prédicteur qui sera utilisé dans les deux algorithmes de commande. Dans les parties 2 et 3, nous nous intéresserons successivement à l'application du régulateur PID à paramètres variables et de la commande prédictive pour le contrôle du procédé de cristallisation. Pour compléter les tests en simulation, ces deux stratégies de commande feront l'objet d'une validation expérimentale sur le réacteur pilote.

### IV.1. Le modèle prédicteur

La commande PID à paramètres variables et la commande prédictive nécessitent toutes deux la mise en place d'un modèle utilisé pour *prédire* le comportement futur du procédé. Dans le cas du régulateur PID à paramètres variables, un modèle de type réseau de neurones (RN) est utilisé comme prédicteur à un pas (*Cf.* Chapitre 1). En revanche, dans le cas de la commande prédictive, le modèle prédicteur multi-pas peut être de connaissance, systémique et même hybride. La mise en place d'un prédicteur neuronal étant nécessaire pour le régulateur PID à paramètres variables, nous proposons d'utiliser le même type de modèle pour la commande prédictive. Cette démarche nous permettra d'identifier **un seul et même modèle prédicteur pour les deux algorithmes de commande**. Ce modèle pourra ainsi être utilisé comme prédicteur multi-pas dans le cadre de la commande prédictive et comme prédicteur à un pas dans le cadre du régulateur PID à paramètres variables.

**En résumé, les deux stratégies de commande s'appuieront sur le même prédicteur neuronal multi-pas.**

Les tests en simulation étant réalisés à partir de données industrielles, et la validation expérimentale étant effectuée sur le pilote, deux prédicteurs sont identifiés : un modèle pour le réacteur industriel et un modèle pour le pilote.

### IV.1.1. Modèle prédictif dans le cas du cristalliseur industriel

#### IV.1.1.1. Identification

L'étape première de l'identification d'un réseau de neurones est le choix des variables d'entrées-sorties et la définition de la topologie du modèle (nombre de neurones dans la couche cachée, paramètres de l'espace de régression des entrées).

#### Variables d'entrées-sorties

Les deux stratégies de commande monovariante que nous proposons s'appuient sur la masse des cristaux comme variable à commander et le débit d'alimentation comme variable de commande. Nous proposons donc comme variable de sortie du modèle prédictif la masse des cristaux et comme variable d'entrée le débit d'alimentation en liqueur.

#### Structure et espace de régression des entrées

L'identification d'un prédictif multi-pas impose une structure bouclée avec, à chaque instant  $t$ , l'injection en entrée du réseau d'une ou plusieurs valeurs de la sortie estimée (sur un intervalle  $[t-1, t-n_y]$ ) et de l'entrée (sur un intervalle  $[t, t-n_u]$ ). Plusieurs approches permettent de préciser la dimension de ces intervalles qui définissent l'ordre de régression du modèle, *ie* le nombre de valeurs répétées de la sortie et de l'entrée, dont la méthode proposée par [He et Asada, 1993]. Cette approche repose sur le calcul du quotient de Lipschitz et permet d'obtenir un ordre de grandeur des différents paramètres de régression  $n_u$  et  $n_y$ . En appliquant cette démarche, les espaces de régression conseillés pour les deux entrées sont définis par (IV. 1) :

$$n_y = 7 \ \& \ n_u = 3 \tag{IV. 1}$$

Avec  $n_u$  et  $n_y$  les espaces de régression du débit d'alimentation en liqueur et de la masse des cristaux respectivement.

**Nombre de neurones dans la couche cachée**

On recense dans la littérature un certain nombre de règles empiriques permettant de déterminer le nombre de neurones contenus dans la couche cachée [Shepard, 1990 ; Wierenga et Kluytmans, 1994 ; Venugopal et Baets, 1994]. En s'appuyant sur [Shepard, 1990]<sup>1</sup>, nous avons fixé à **trois** le nombre de neurones dans la couche cachée ( $N_{cc}$ ).

La structure du réseau de neurones retenu comme prédicteur est synthétisé sur la Figure IV- 1 :

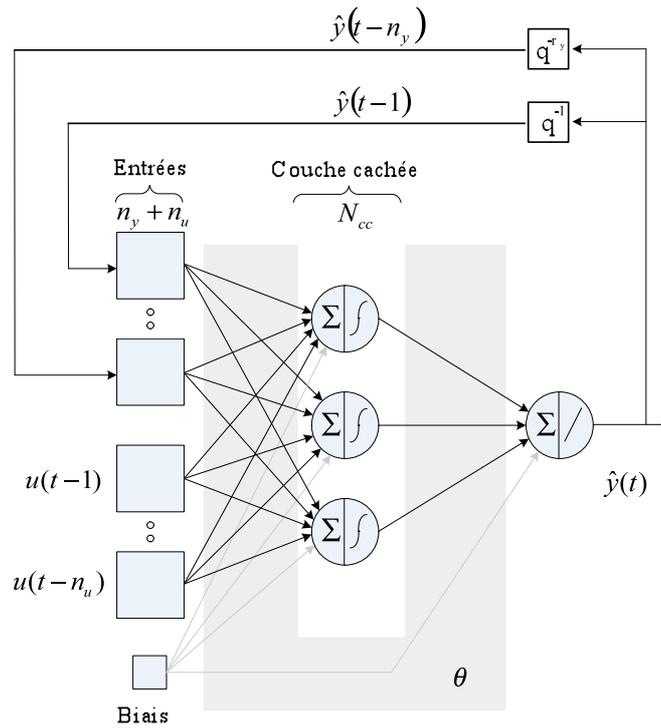


Figure IV- 1 : Modèle prédicteur (RN bouclé)

---

|              |  |   |                                |
|--------------|--|---|--------------------------------|
| $\hat{y}(t)$ | Sortie estimée du modèle à l'instant t         | - | masse des cristaux estimée     |
| $u(t-1)$     | Entrée du modèle à l'instant t-1               | - | débit d'alimentation liquideur |
| $n_y, n_u$   | Paramètres de régression des sorties / entrées | - | $n_y = 7$ & $n_u = 3$          |
| $\theta$     | Vecteur des paramètres du réseau de neurones   |   |                                |
| $N_{cc}$     | Nombre de neurones dans la couche cachée       | - | $N_{cc} = 3$                   |

---

<sup>1</sup> Nombre de neurones dans la couche cachée égal à la racine carré du produit des entrées et des sorties

Les variables d'entrées-sorties et la topologie du réseau de neurones étant définis, les paramètres du modèle sont ensuite estimés en minimisant le critère  $J$  (IV. 2) à l'aide de l'algorithme de Levenberg-Marquardt :

$$J(\theta) = \sum_{t=1}^N (\hat{y}_{\text{observateur}}(t) - \hat{y}_{RN}(x(t), \theta))^2 \quad (\text{IV. 2})$$

---

$J(\theta)$  Fonction coût paramétrée par  $\theta$

$\hat{y}_{\text{observateur}}(t)$  Sortie du système estimée par l'observateur à l'instant  $t$

$\hat{y}_{RN}(x(t), \theta)$  Sortie estimée par le modèle RN à l'instant  $t$

$\theta$  Matrice des paramètres du réseau de neurones

$x(t)$  Entrées du système à l'instant  $t$

---

L'estimation des paramètres du réseau de neurones, aussi appelée phase d'apprentissage, est effectuée à partir d'une demi douzaine de bases de données industrielles. Chaque base de données correspond à une phase de croissance cristalline d'une durée moyenne de 100 minutes.

---

#### Remarque

La masse des cristaux n'étant pas mesurable en ligne, l'identification du modèle neuronal est effectuée sur les grandeurs estimées par l'observateur d'état qui a été synthétisé et validé dans le chapitre 3. Afin d'éviter toute confusion entre la masse des cristaux calculée par le modèle neuronal et celle estimée par l'observateur, la masse des cristaux estimée par l'observateur est notée  $m_c$  expérimentale.

---

IV.1.1.2. Validation expérimentale

La validation du modèle prédicteur est effectuée à partir de deux bases de données supplémentaires permettant ainsi d'évaluer les performances de généralisation du réseau de neurones. Le RN identifié est utilisé en configuration directe (prédicteur à un pas) dans le cadre de la commande PID à paramètres variables et en configuration bouclée (prédicteur multi-pas) pour la commande prédictive. Nous proposons donc d'étudier son comportement dans les deux configurations. Les Figure IV- 2 et Figure IV- 3 présentent les résultats obtenus avec le RN bouclé.

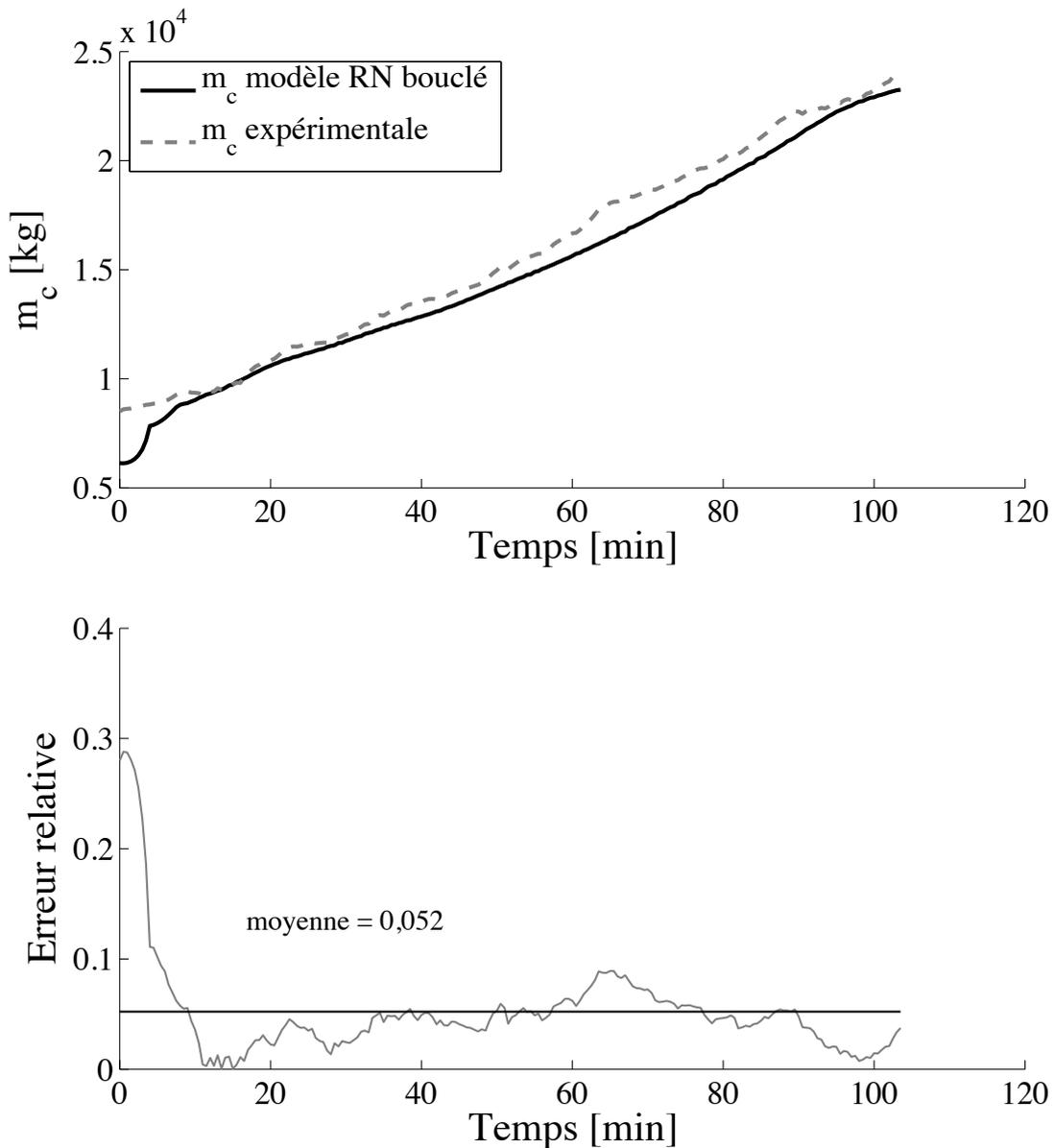


Figure IV- 2 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de  $m_c$   
(Base de données 1)

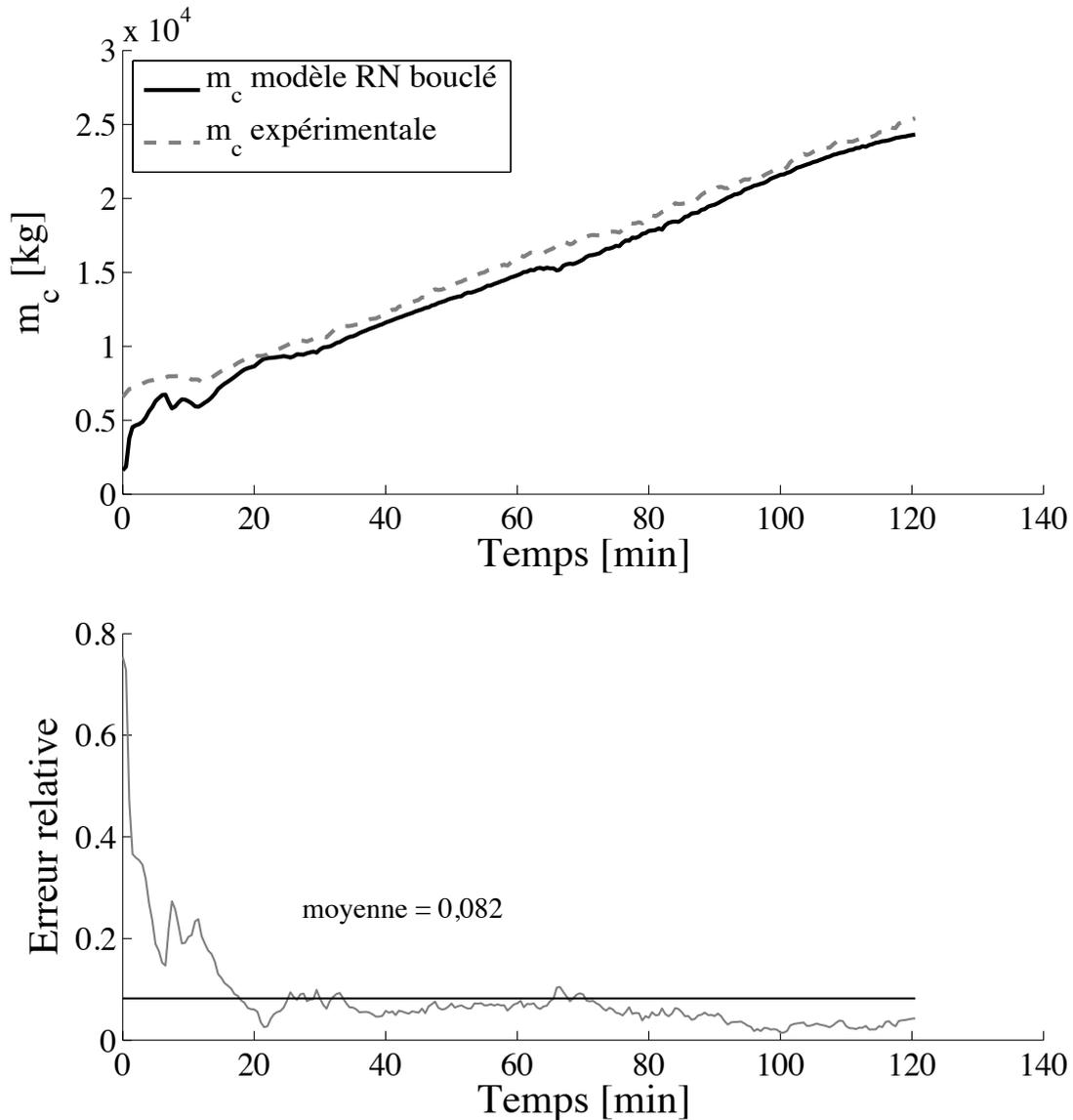


Figure IV- 3 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de  $m_c$   
(Base de données 2)

Dans le cadre de la commande prédictive, le modèle RN est utilisé en configuration bouclée sur l'horizon de prédiction. Afin d'évaluer les performances du modèle bouclé, nous avons étudié son comportement sur la base de données entière. Le modèle est utilisé comme simulateur. On constate une erreur de modélisation de l'ordre de 7% sur la totalité de la base. Il est également important de souligner que le modèle est correct en tendance durant toute la phase de croissance cristalline. La commande prédictive intègre dans le calcul de la variable de commande l'erreur de modélisation à chaque instant  $t$ , ce qui la rend robuste aux erreurs de

modélisation. Ainsi, le modèle RN proposé peut être considéré comme complètement satisfaisant.

Le régulateur PID à paramètres variables intègre un modèle prédictif à un pas, nous avons donc testé les performances du RN en configuration directe. Les résultats obtenus sont présentés sur les Figure IV- 4 et Figure IV- 5.

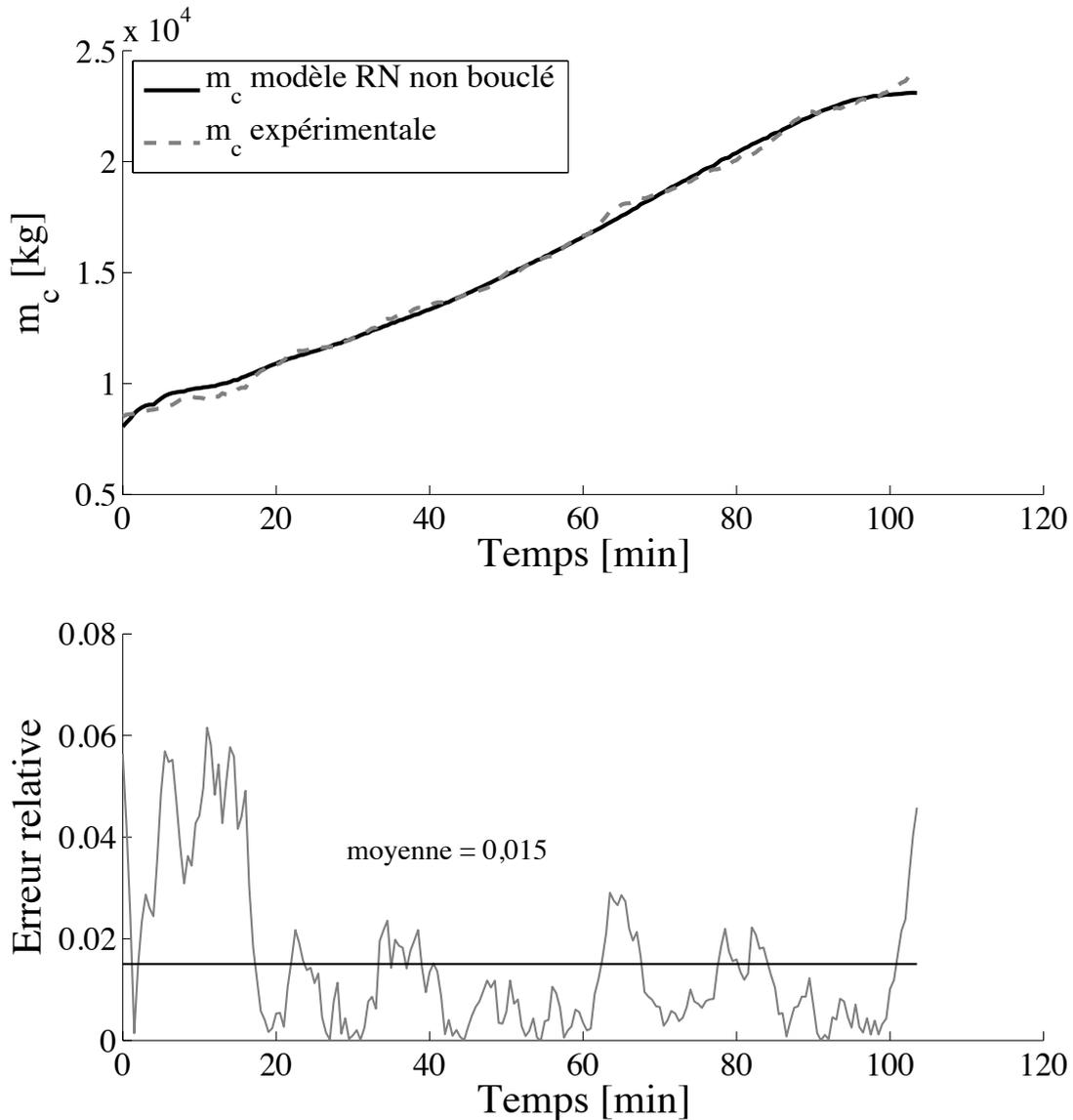


Figure IV- 4 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de  $m_c$  (Base de données 1)

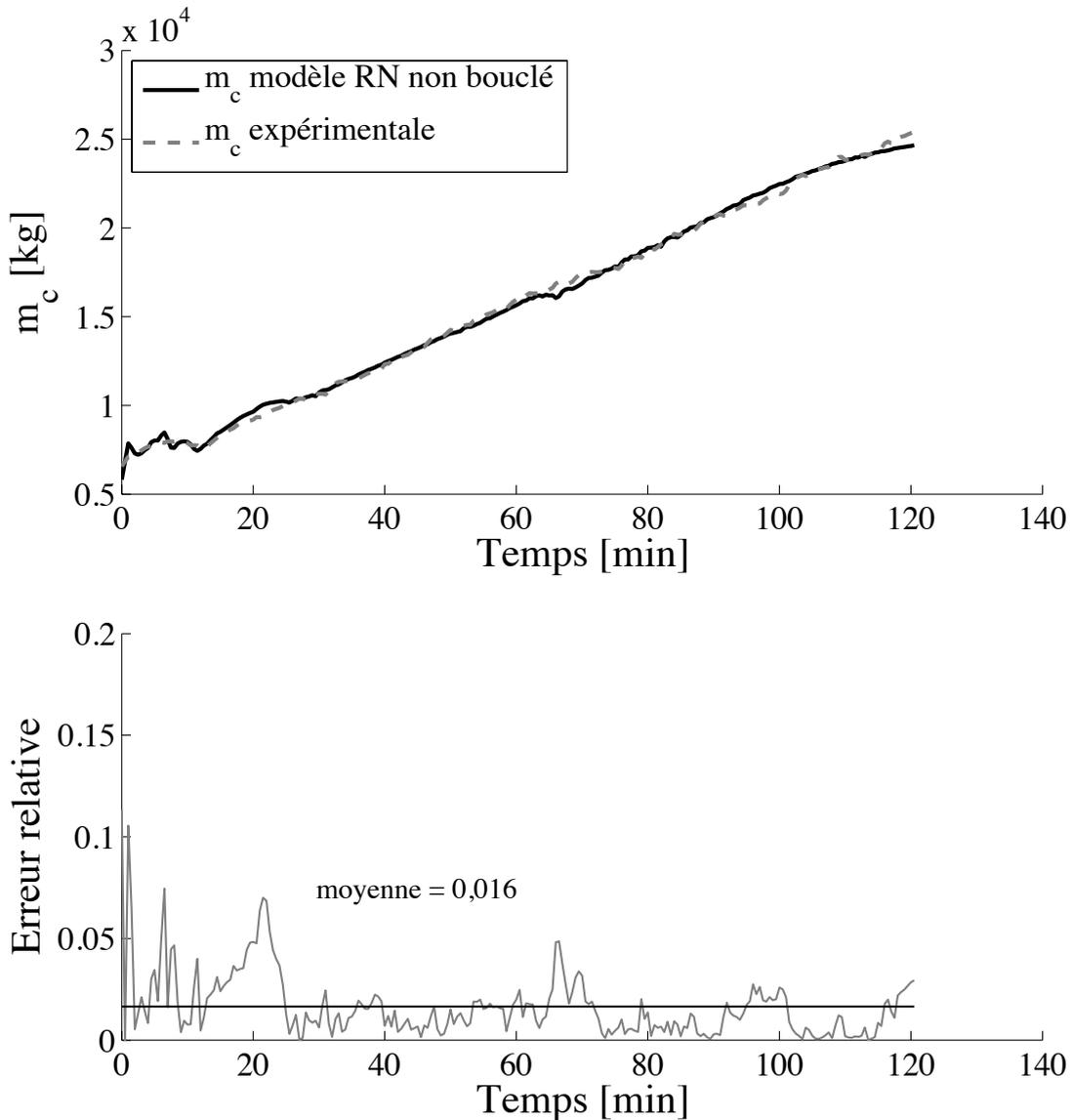


Figure IV- 5 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de  $m_c$  (Base de données 2)

Nous constatons une bonne adéquation entre la masse des cristaux expérimentale et celle obtenue par le RN non bouclé, avec de plus un suivi de tendance précis. Avec une erreur de l'ordre de 1,5%, le prédicteur à un pas offre des résultats entièrement satisfaisants.

Nous retiendrons que le modèle prédicteur offre des résultats satisfaisants et suffisants pour être utilisé à la fois dans le cadre du régulateur PID à paramètres variables et dans la stratégie de la commande prédictive.

### IV.1.2. Modèle prédictif dans le cas du pilote de laboratoire

La validation des stratégies de commande monovariante sur le pilote de laboratoire nécessite l'identification et la validation d'un deuxième modèle prédictif de type RN. Les effets d'échelle étant importants entre le cristalliseur industriel et le pilote de laboratoire, le modèle prédictif identifié à partir des bases de données industrielles ne peut être utilisé sur le pilote.

#### IV.1.2.1. Identification

Nous conserverons pour ce deuxième RN la même topologie et les mêmes entrées/sorties que pour le RN précédent. Soit :

- le débit d'alimentation en liqueur et la masse des cristaux rebouclée en entrées, et la masse des cristaux en sortie,
- $n_y = 7$  &  $n_u = 3$  les espaces de régression du débit d'alimentation et de la masse des cristaux respectivement,
- et trois neurones cachés.

De la même manière que pour le RN dédié au cristalliseur industriel, les paramètres de ce deuxième RN sont estimés à partir de l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

---

#### Remarque

Le pilote n'étant pas encore équipé du capteur de débit sur la vapeur de chauffe, la puissance de chauffe n'est pas mesurable en ligne. Cette mesure n'étant pas accessible, le paramètre  $\alpha_{cryst}$  n'a pas pu être estimé, empêchant par la même la synthèse de l'observateur d'état. **Sur le pilote**, la masse des cristaux est obtenue en ligne en utilisant la relation (IV. 3):

$$m_c = cc \times masse\_totale \tag{IV. 3}$$

---

IV.1.2.2. Validation expérimentale

Afin d'évaluer les performances de ce RN, nous avons effectué des tests en configuration directe et bouclée. Les Figure IV- 6 et Figure IV- 7 représentent les résultats obtenus en configuration boucle fermée.

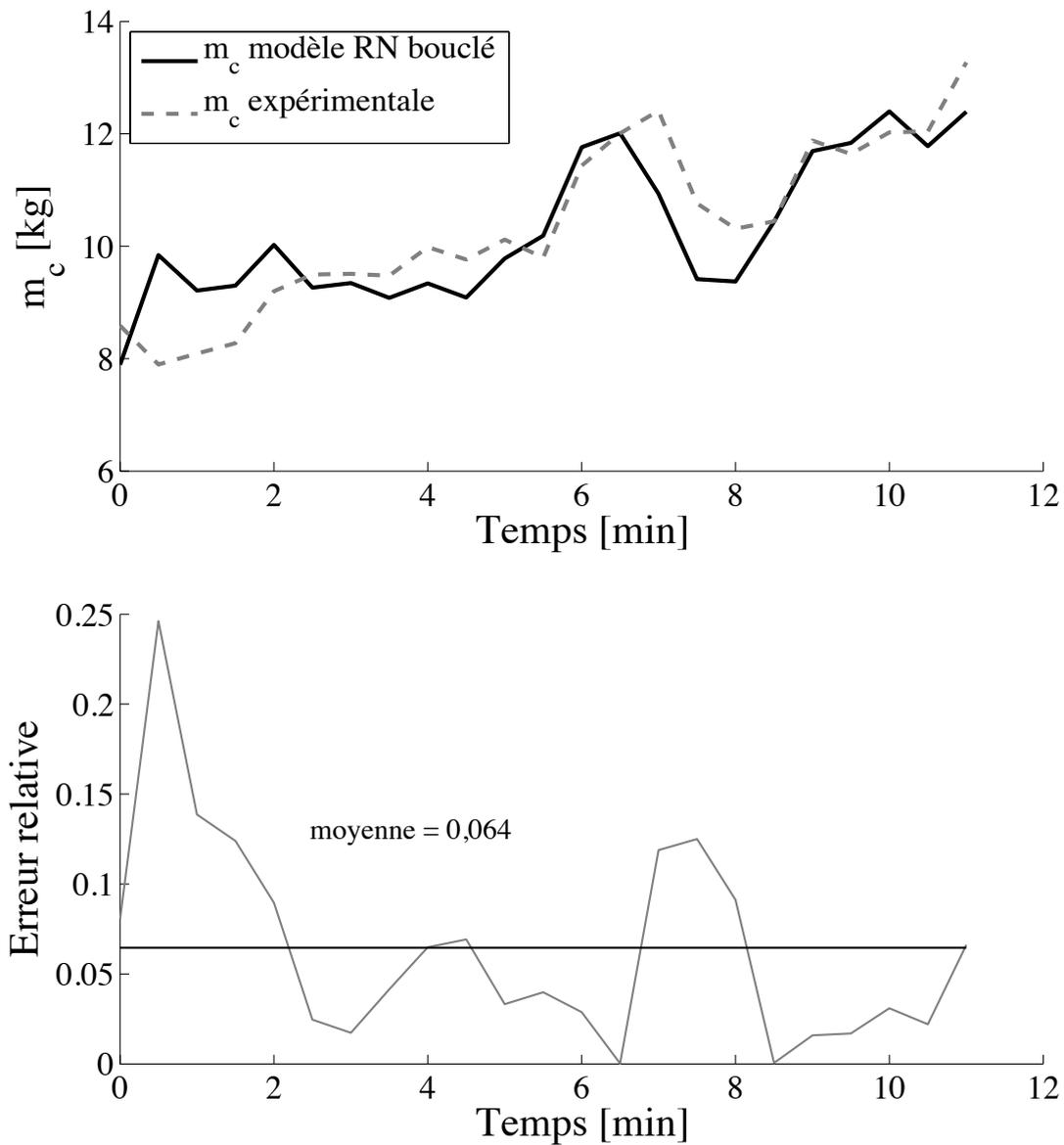


Figure IV- 6 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de  $m_c$   
(Base de données 1)

On remarque que les ordres de grandeur des erreurs sont sensiblement les mêmes que celles obtenues avec le précédent RN sur le cristalliseur industriel. Cette remarque nous sera utile lors de la phase de validation des stratégies de commande sur le pilote de laboratoire. Avec une erreur de l'ordre de 6 %, le prédicteur neuronal identifié à partir des données pilote présente **des résultats satisfaisants** pour envisager son utilisation dans le cadre de la commande prédictive.

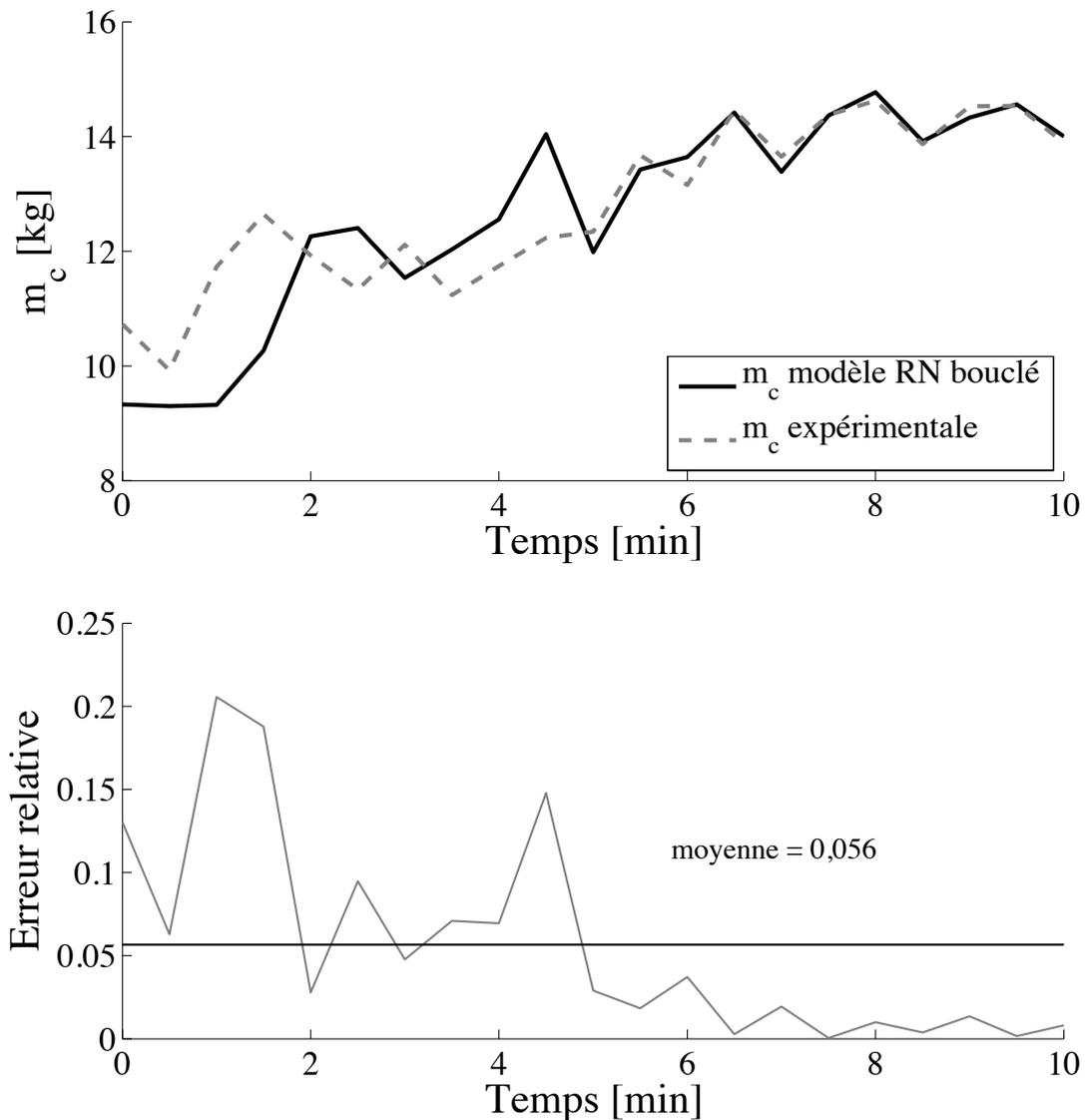


Figure IV- 7 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN bouclé) de  $m_c$   
(Base de données 2)

Dans le cadre de la commande PID à paramètres variables un prédicteur à un pas, correspondant à une configuration non bouclée, est nécessaire. Les Figure IV- 8 et Figure IV- 9 présentent les résultats obtenus dans cette configuration. Avec un ordre de grandeur de l'erreur inférieur à 4% et un très bon comportement en tendance, ce modèle prédicteur est **considéré comme satisfaisant** pour nos objectifs.

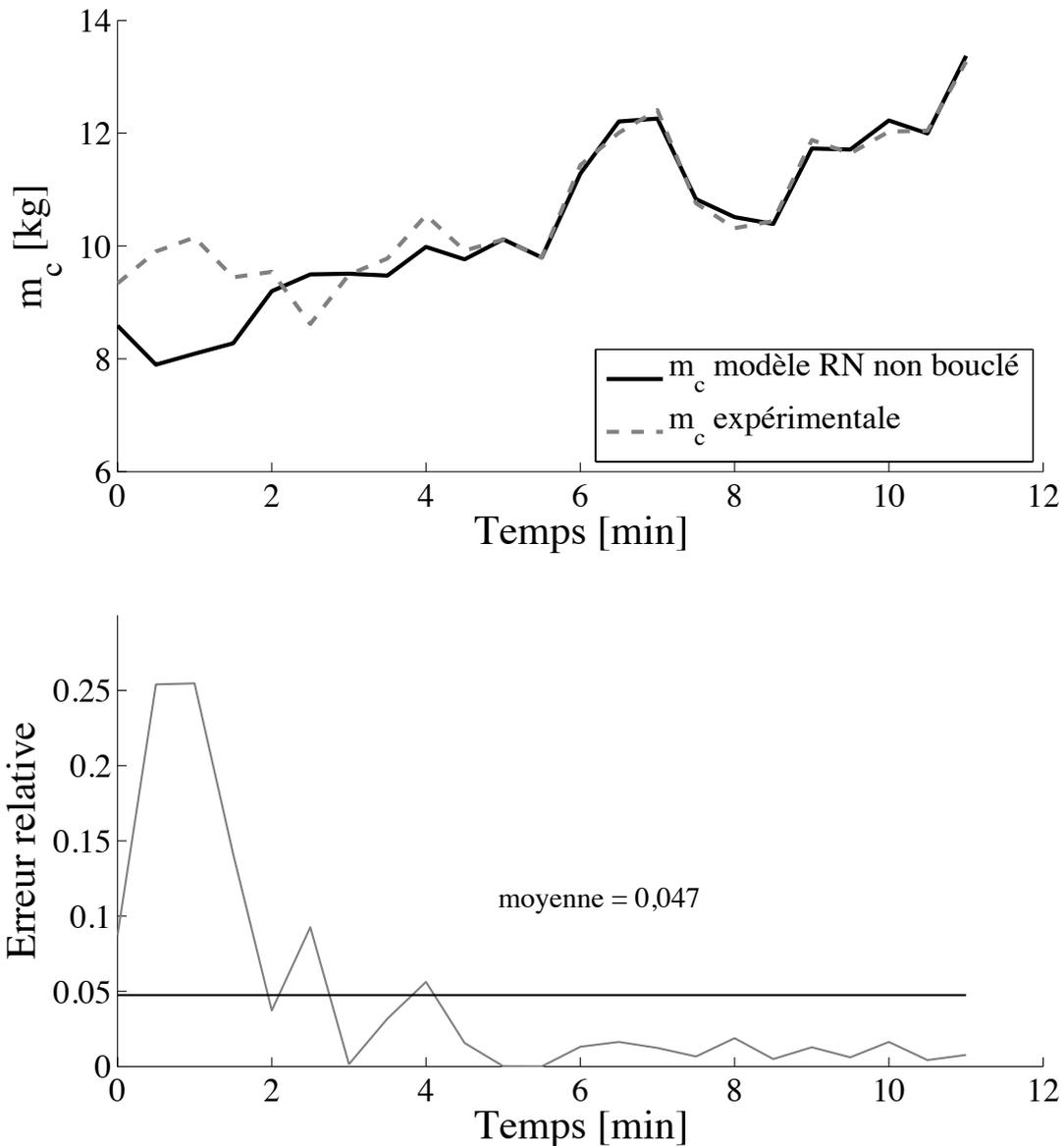


Figure IV- 8 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de  $m_c$  (Base de données 1)

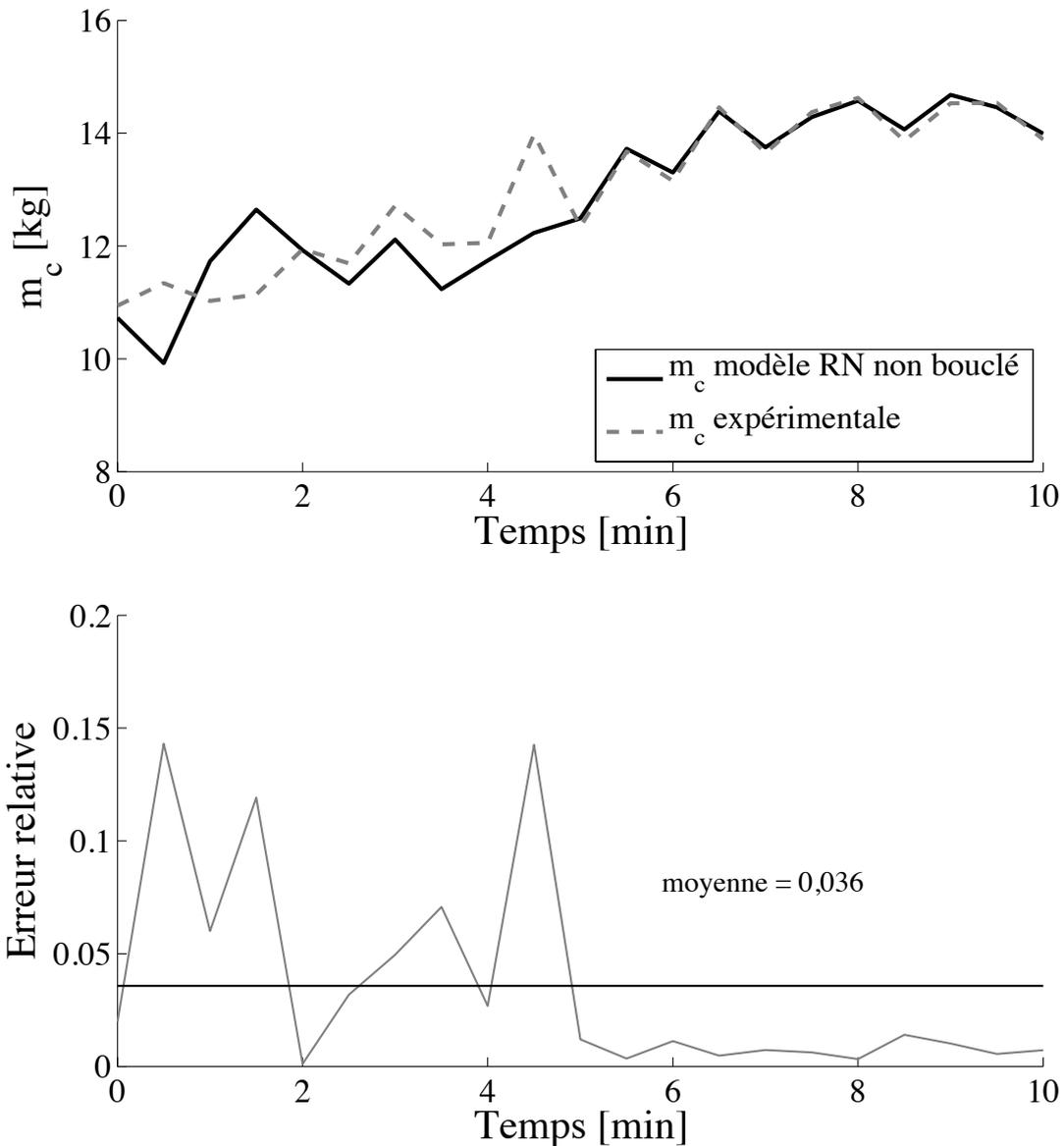


Figure IV- 9 : Comparaison entre les valeurs expérimentales et simulées (RN non bouclé) de  $m_c$  (Base de données 2)

Nous retiendrons que le modèle neuronal, identifié à partir des données pilote, est satisfaisant pour être utilisé à la fois dans le cadre du régulateur PID à paramètres variables et dans la stratégie de la commande prédictive.

## IV.2. Commande PID à paramètres variables

Dans cette deuxième partie, nous présentons les résultats de commande obtenus avec le régulateur PID à paramètres variables. Pour cela, plusieurs scénarii de commande seront étudiés en simulation afin de tester les performances du régulateur en asservissement et en régulation. Enfin, la validation de la stratégie de commande proposée sera validée sur le pilote de laboratoire.

### IV.2.1. Résultats en simulation

Dans cette étude, nous proposons de suivre une consigne de masse de cristaux sous forme de rampe. Ce profil de consigne a été choisi en s'appuyant sur des observations expérimentales. Pour cela, nous avons tracé l'évolution de la masse des cristaux estimée par l'observateur pour une dizaine de bases de données, et calculé pour chacune la droite qui approche au mieux au sens des moindres carrés cette évolution. Finalement, la pente de la rampe de consigne est choisie comme la moyenne des pentes obtenues sur les dix bases de données, soit  $200 \text{ kg}\cdot\text{min}^{-1}$ . La Figure IV- 10 représente l'évolution classique de la masse des cristaux durant la phase de croissance cristalline.

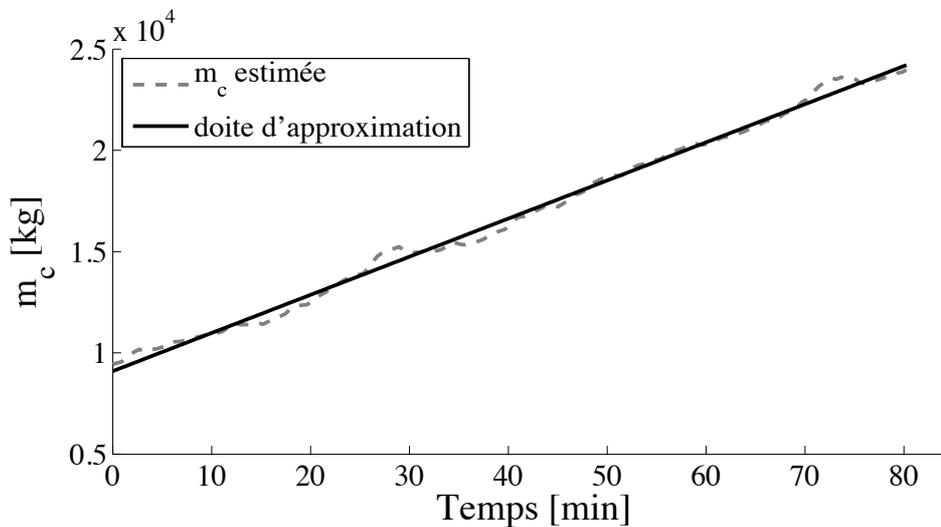


Figure IV- 10 : Evolution classique de la masse des cristaux

Les performances du régulateur sont évaluées en simulation en utilisant le modèle de connaissance présenté dans le chapitre 3 comme simulateur du procédé. Ce modèle étant différent du modèle de comportement utilisé dans l'algorithme de commande, nous pourrions ainsi évaluer la robustesse du régulateur aux erreurs de modélisation. Le schéma de principe de

la régulation est représenté sur la Figure IV- 11, où  $z_c$  est la consigne de masse des cristaux et  $\hat{z}$  la masse des cristaux estimée.

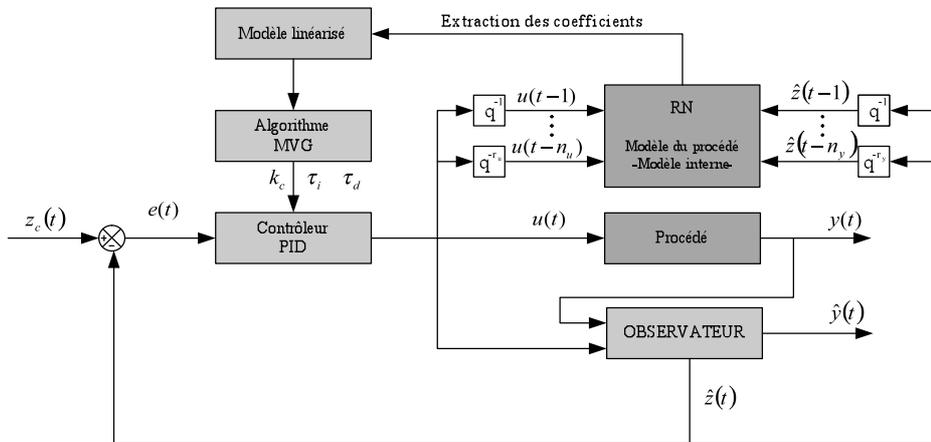


Figure IV- 11 : Schéma de régulation

#### IV.2.1.1. Suivi de consigne

Les résultats de suivi de consigne sont présentés sur la Figure IV- 12. On remarque que la sortie du procédé oscille autour de la consigne. Dans notre cas, avec une erreur de l'ordre de 2,1 %, le suivi de consigne reste entièrement satisfaisant. L'objectif principal étant la maximisation de l'épuisement de la solution en saccharose (maximisation de la production de sucre en fin de croissance cristalline), la précision du suivi de consigne n'est pas indispensable, bien que ce soit une condition d'optimisation globale, notamment en termes de rendement (meilleure gestion des flux de matière et d'énergie). La variable de commande calculée par le régulateur PID à paramètres variables est présentée sur la Figure IV- 13. Le débit d'alimentation maximum en liqueur à l'usine est de  $0,0208 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Le régulateur ne permettant pas de prendre en compte directement les contraintes sur la variable de commande (Cf: Chapitre 1), nous avons intégré ces contraintes à la sortie du régulateur à l'aide d'une condition seuil (IV. 4):

$$\begin{cases} \text{Si } u < 0 & \text{alors imposer } u = 0 \\ \text{Ou si } u > 0,0208 & \text{alors imposer } u = 0,0208 \end{cases} \quad (\text{IV. 4})$$

Le phénomène d'oscillation de la variable de commande, évoqué par [Chen et al., 2004] et [Beyou, 2008] lorsque la sortie du procédé est proche de la consigne, est clairement observé sur la Figure IV- 12 et la Figure IV- 13, environ 30 minutes et 68 minutes après le début de la phase de croissance : l'erreur de suivi de consigne est faible, et la variable de commande présente des oscillations importantes et brutales.

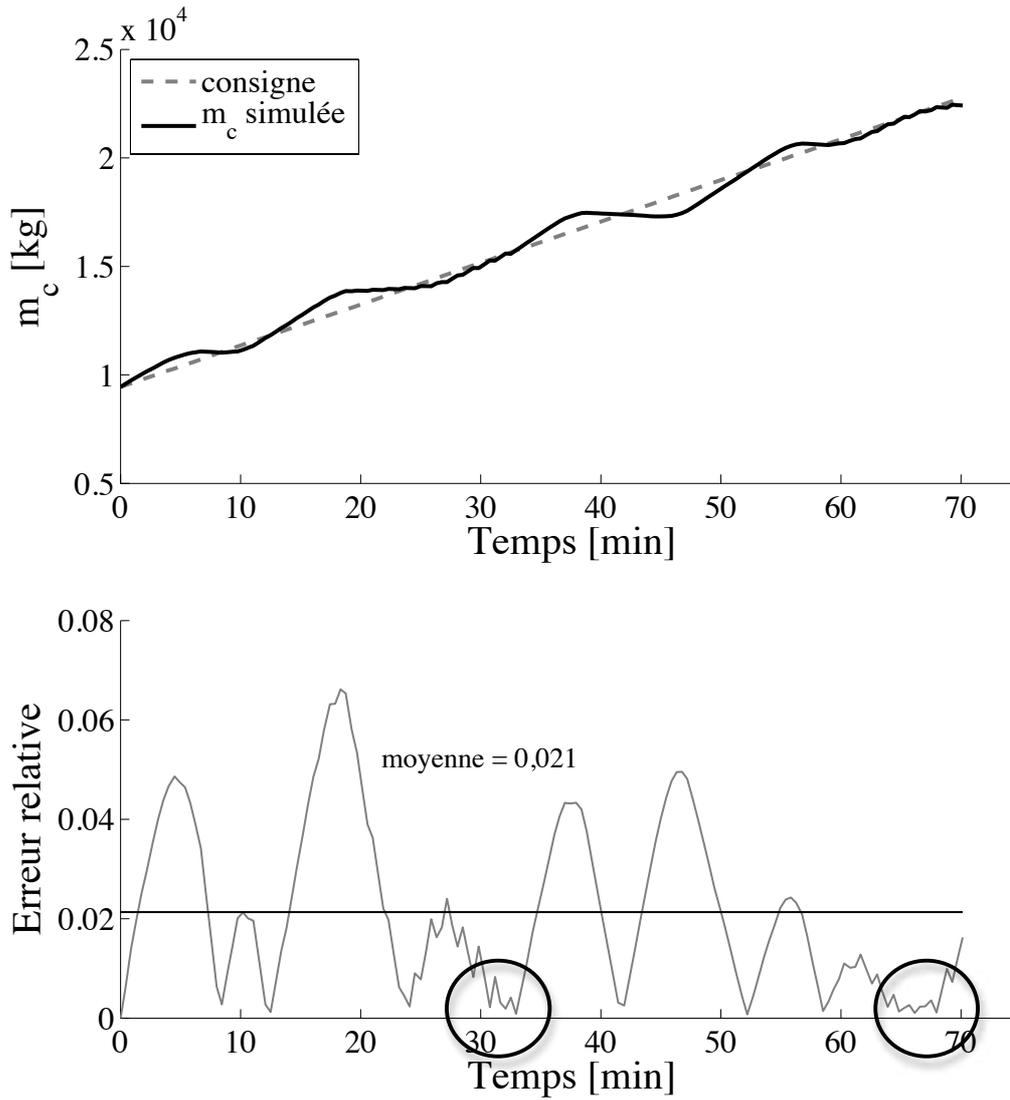


Figure IV- 12 : Suivi de consigne

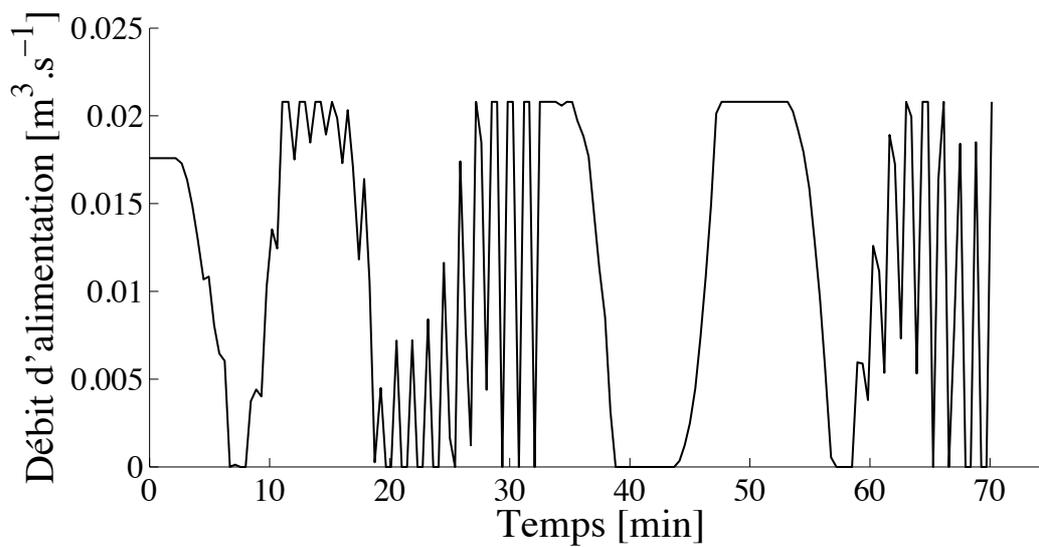


Figure IV- 13 : Variable de commande

La Figure IV- 14 représente l'évolution de la concentration de saccharose dissous dans la masse cuite en fonction de la température durant le suivi de consigne de masse de cristalline. Cela permet de vérifier que la solution reste dans la zone métastable durant toute la phase de croissance cristalline, limitant ainsi les risques de dissolution et de nucléation spontanée.

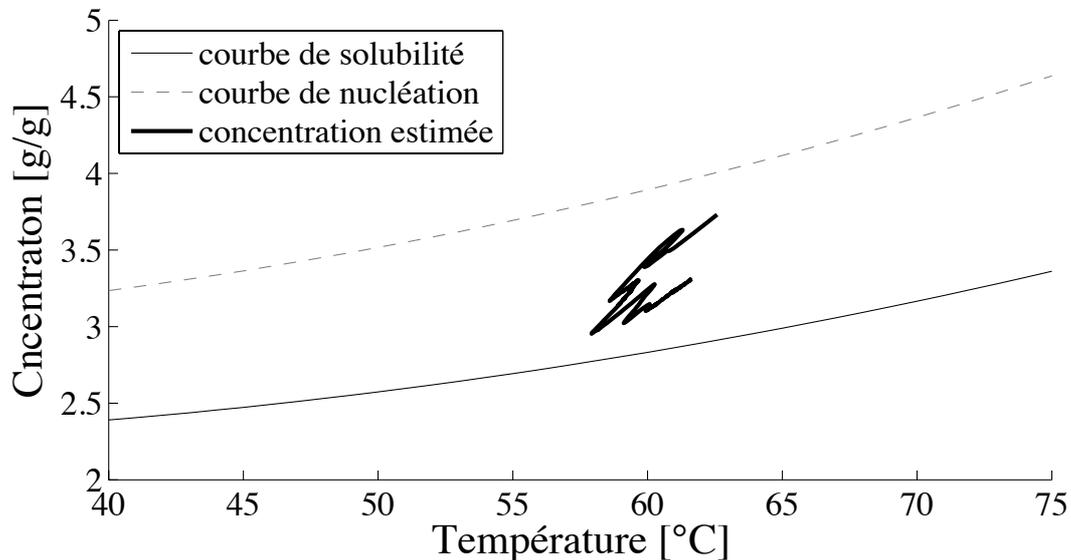


Figure IV- 14 : Evolution de la concentration de saccharose dissous

#### Suivi de consigne avec le filtre des moments

Afin de réduire les oscillations de la variable de commande, nous proposons d'utiliser une des règles heuristiques proposées par [Chen et al., 2004] (Cf. Chapitre 1): **le filtre des moments**. Cette règle, s'appuyant sur le facteur des moments  $0 < \gamma < 1$ , permet de diminuer les oscillations des paramètres du régulateur. La valeur de ce facteur est issue d'un compromis entre l'amplitude de variation de la variable de commande et la précision en terme de suivi de consigne. Plus les variations de la variable de commande sont atténuées, plus la précision du suivi de consigne est diminuée. Pour cette étude, le facteur des moments, déterminé par une méthode essai-erreur, est pris égal à 0,15.

Les résultats de suivi de consigne sont présentés sur la Figure IV- 16. Comme attendu, nous constatons une dégradation de la précision du suivi de consigne. En revanche, nous remarquons une nette diminution des oscillations de la variable de commande. Avec une erreur de l'ordre de 2,7 %, le suivi de consigne s'avère pleinement satisfaisant.

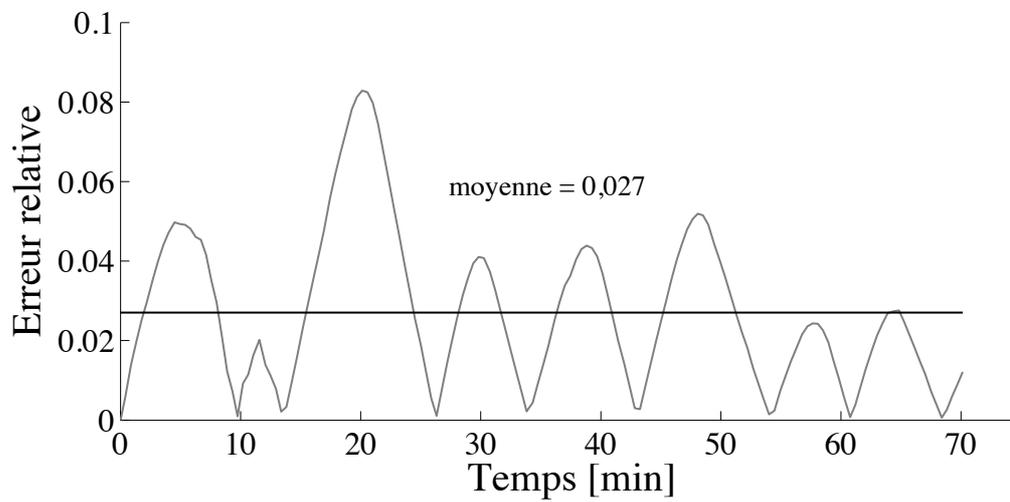
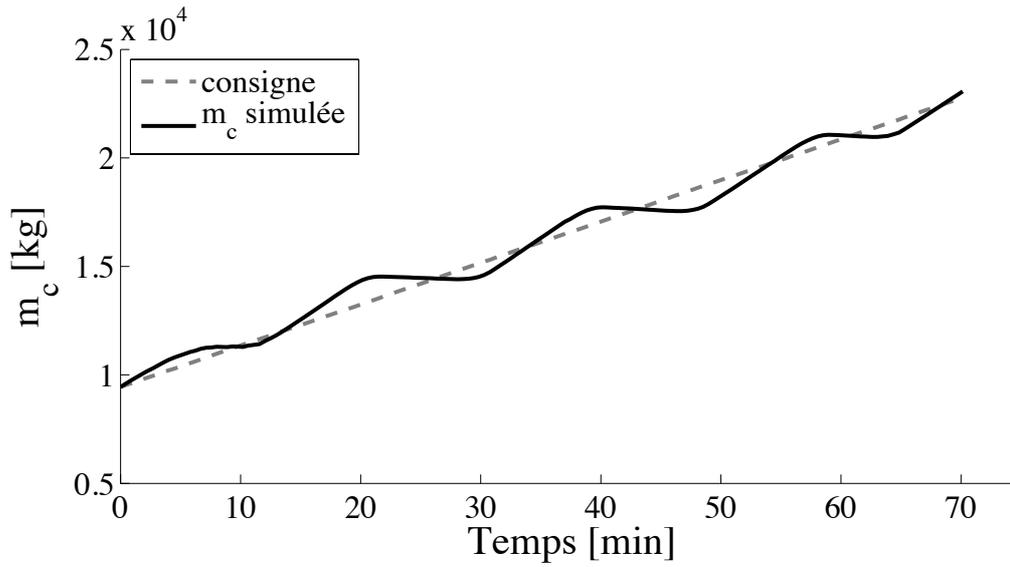


Figure IV- 15 : Suivi de consigne

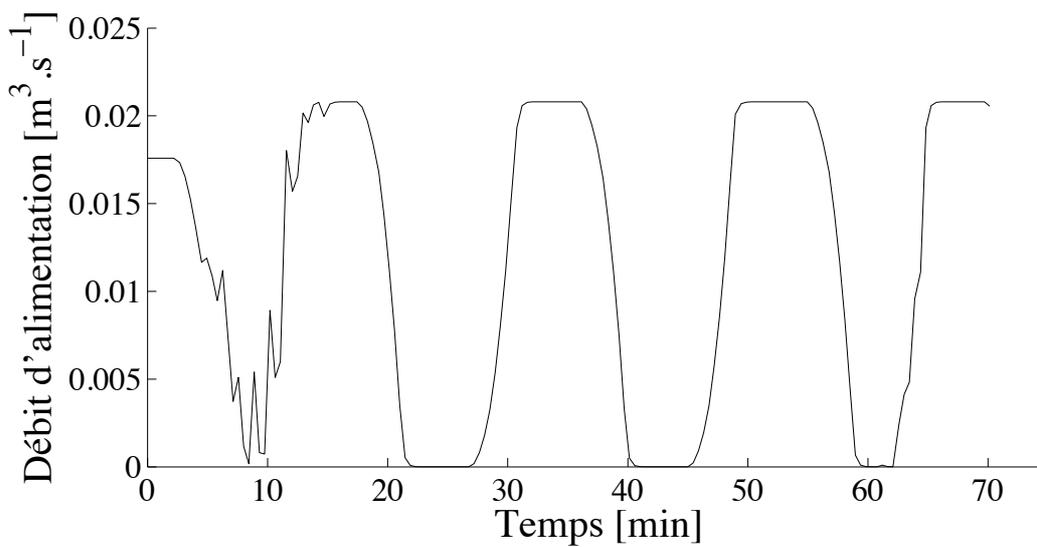


Figure IV- 16 : Variable de commande

La Figure IV- 17 représente l'évolution de la concentration de saccharose dissous en fonction de la température durant le suivi de consigne. Nous remarquons que la solution est maintenue dans la zone métastable pendant toute la phase de croissance cristalline.

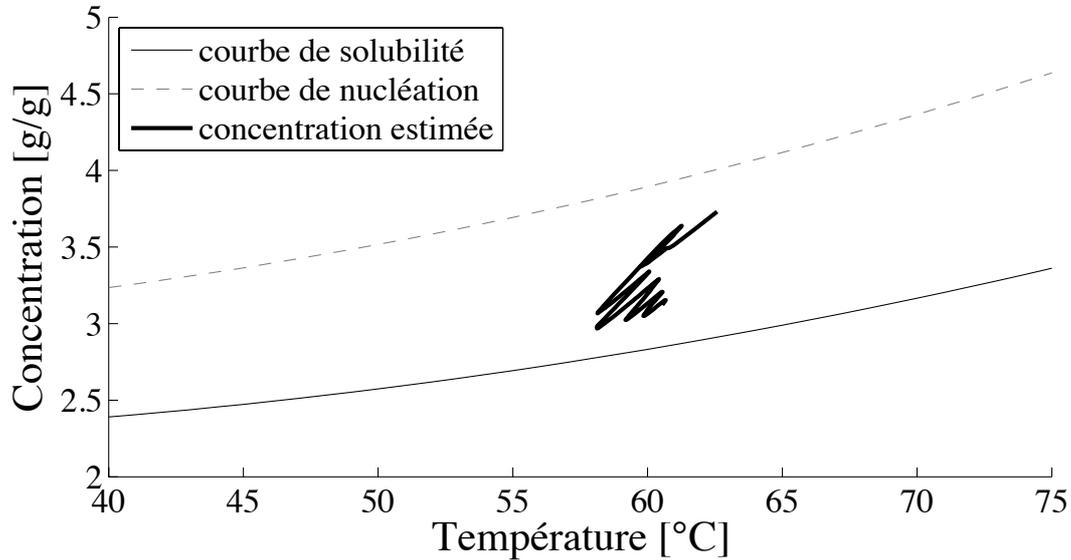


Figure IV- 17 : Evolution de la concentration de saccharose dissous

#### Suivi de consigne avec filtre des moments et bruit de mesure

Pour se rapprocher des conditions expérimentales, nous proposons d'ajouter un bruit blanc Gaussien, avec un rapport signal sur bruit de 2 %, aux sorties du simulateur. Afin de réduire les oscillations possibles de la variable de commande, nous conservons également le filtre des moments. Les résultats de suivi de consigne et la variable de commande sont présentés sur la Figure IV- 18 et la Figure IV- 19 respectivement. D'une part, nous remarquons l'effet filtrant de l'observateur. Malgré un niveau de bruit important à l'entrée de l'observateur, on note un signal de sortie (masse des cristaux estimée) peu bruité. D'autre part, avec une erreur de l'ordre de 2,8 %, nous observons un **suivi de consigne qui reste complètement satisfaisant**.

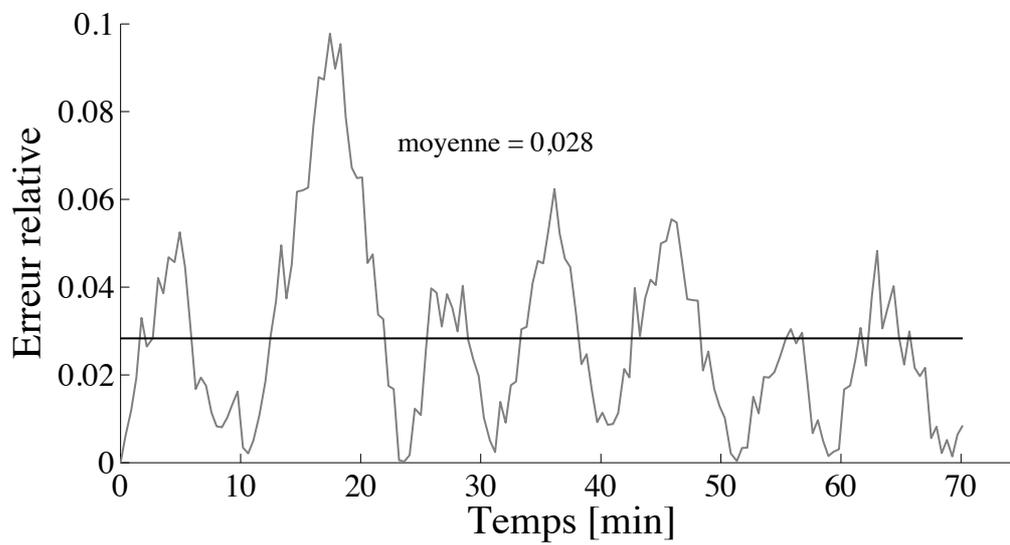
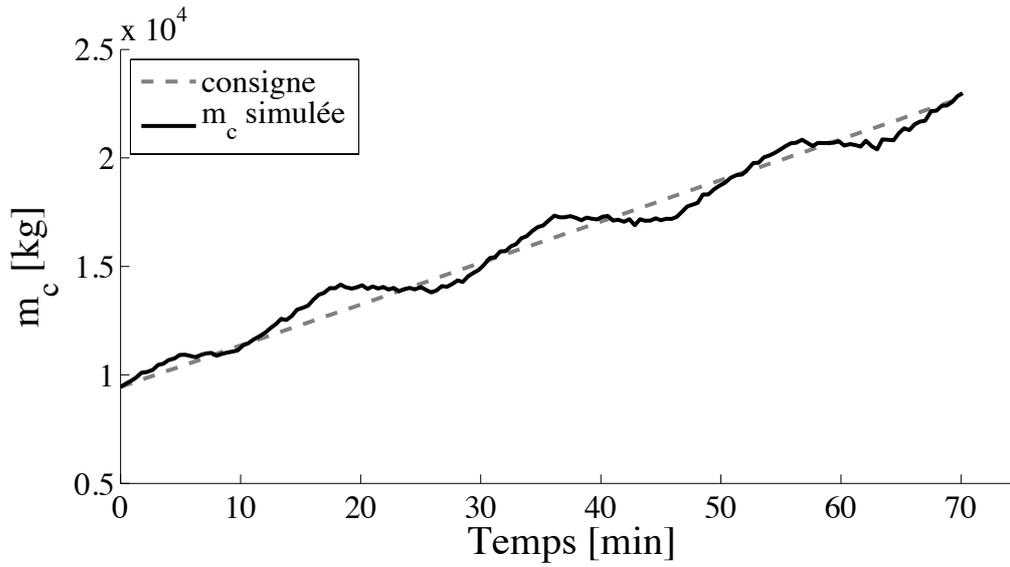


Figure IV- 18 : Suivi de consigne

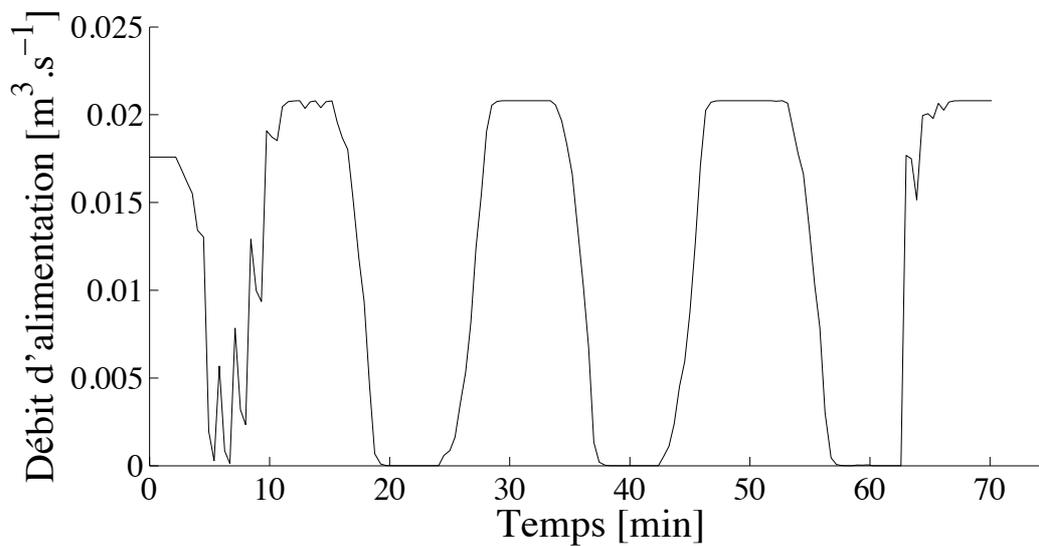


Figure IV- 19 : Variable de commande

Une fois encore, nous observons que la solution est maintenue dans la zone de sursaturation désirée pendant toute la durée de la phase de croissance cristalline (Cf. Figure IV- 20).

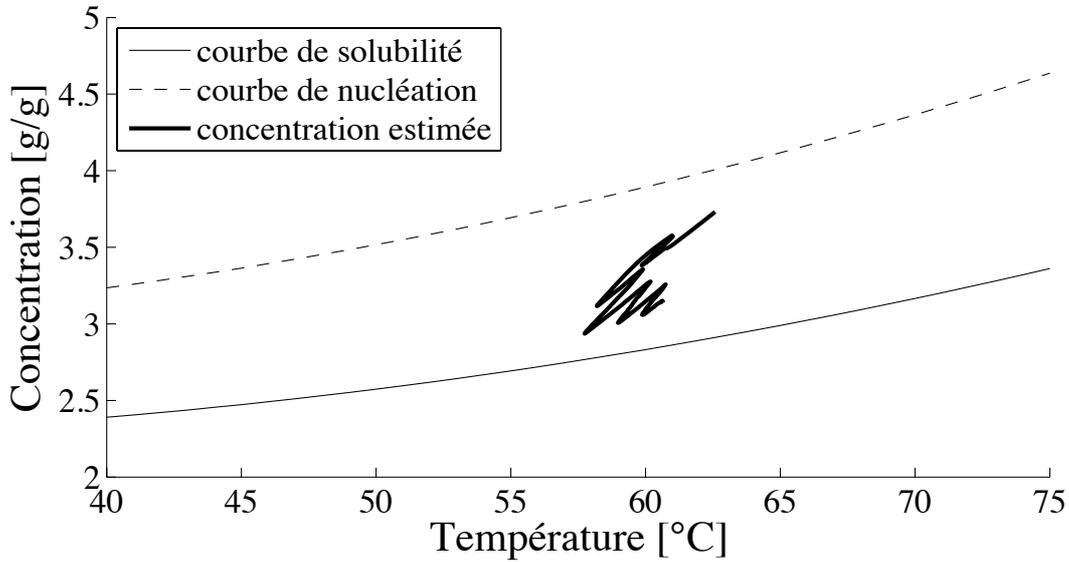


Figure IV- 20 : Evolution de la concentration de saccharose dissous

#### IV.2.1.2. Rejet de perturbation

Nous proposons d'évaluer les performances en rejet de perturbation du régulateur PID à paramètres variables. Pour cela, une perturbation sur le Brix de la liqueur d'alimentation est introduite. Nous proposons d'introduire une perturbation de type créneau, d'une amplitude de cinq points, sur le Brix de la liqueur d'alimentation (Cf. Figure IV- 21). Cette fois encore, le filtre des moments est conservé.

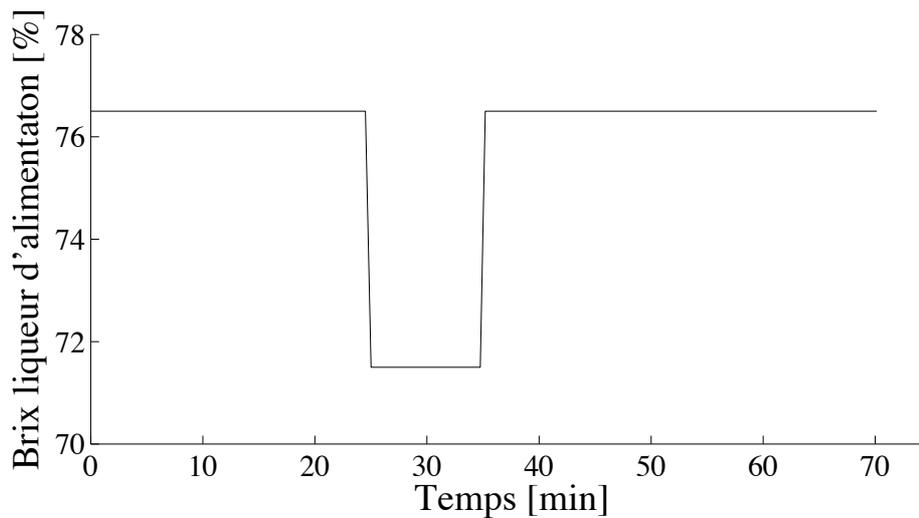


Figure IV- 21 : Perturbation

Les résultats de suivi de consigne et la variable de commande sont représentés sur la Figure IV- 22 et la Figure IV- 23 respectivement. Le suivi de consigne ainsi que les variations de la variable de commande restent entièrement satisfaisants.

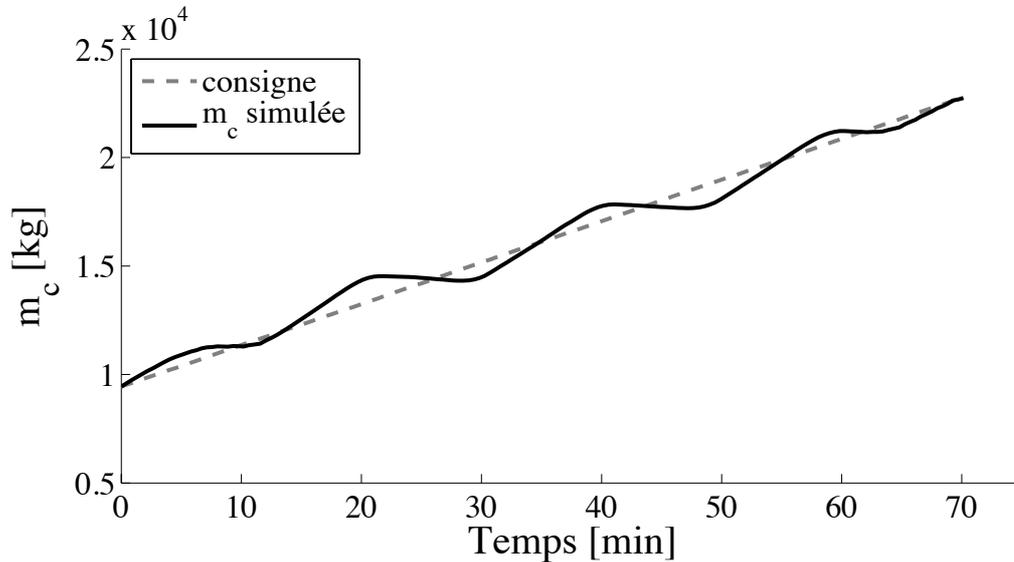


Figure IV- 22 : Suivi de consigne

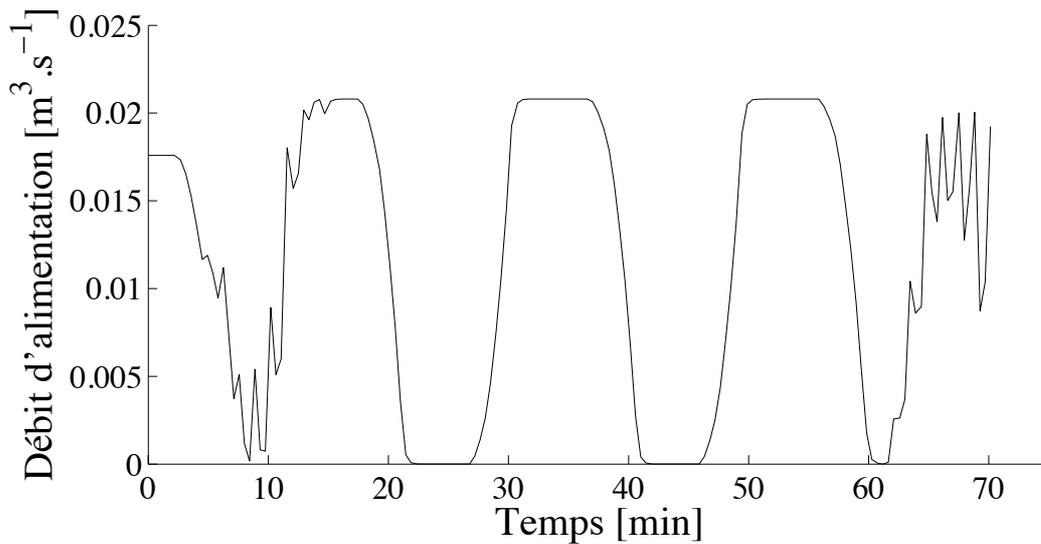


Figure IV- 23 : Variable de commande

Afin de mieux évaluer les performances du rejet de perturbation, nous proposons d'étudier la variable de commande sur la fenêtre où intervient la perturbation et de superposer les commandes obtenues avec et sans perturbation (Cf. Figure IV- 24).

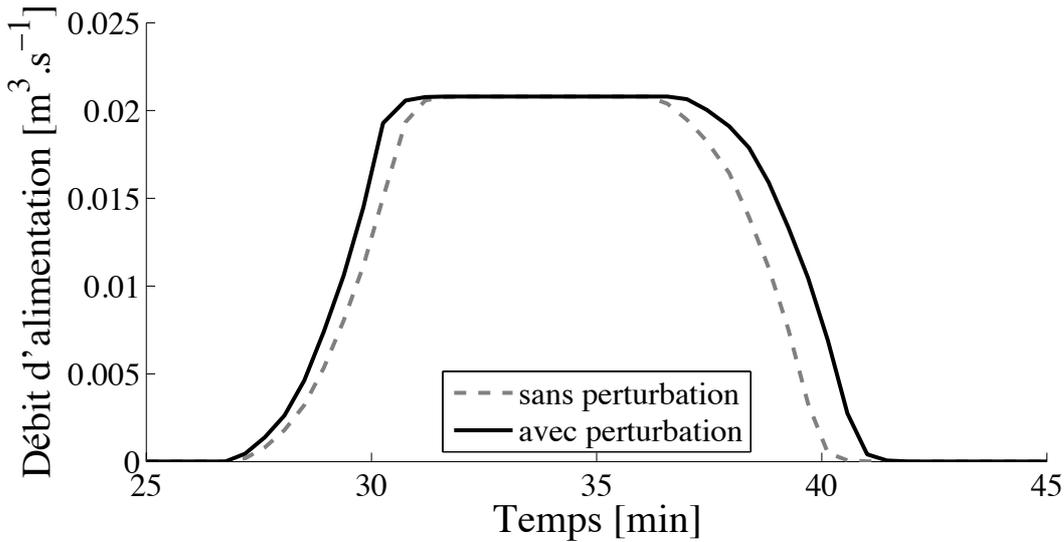


Figure IV- 24 : Variable de commande avec et sans perturbation

On constate que la diminution du Brix de la liqueur d'alimentation est compensée en injectant plus de liqueur dans le cristalliseur. Ce résultat est cohérent, à pureté et volume constant, la diminution du Brix d'une solution traduit une diminution de la masse de saccharose dissous. Ainsi, il faudra un volume plus important de liqueur pour avoir la même masse de saccharose dissous. Afin d'obtenir le volume ajouté pour compenser la perturbation, nous avons calculé le volume de liqueur introduit durant toute la phase de croissance cristalline avec et sans perturbation. Ce calcul s'appuie simplement sur l'intégrale de la variable de commande par rapport au temps. Finalement, nous observons que le rejet de perturbation est effectué en injectant au total  $0,273 \text{ m}^3$  supplémentaire, soit  $0,05 \%$  de plus.

#### IV.2.1.3. Sensibilité de la variable à commander aux accidents de pression réduite

Dans le chapitre 2, nous avons soulevé le problème de la sensibilité de la mesure de la conductivité électrique de la solution aux accidents de pression réduite. Nous proposons dans cette sous-partie, d'étudier la sensibilité de la masse des cristaux estimée par l'observateur à ces mêmes accidents. Dans un premier temps, nous proposons d'évaluer la sensibilité des grandeurs sur lesquelles s'appuie l'observateur, soient le Brix de la liqueur mère  $Bx_{ml}$  et la masse totale de saccharose  $m_{s+c}$ . La « pseudo-variable » de sortie  $m_{s+c}$ , de par sa formulation, n'est pas sensible aux variations de la pression réduite à l'intérieur du cristalliseur, nous focaliserons donc notre attention sur  $Bx_{ml}$ . Pour cela, nous nous appuyons sur une base de données industrielles contenant un accident de pression réduite (variation brutale de la pression à l'intérieur du cristalliseur).

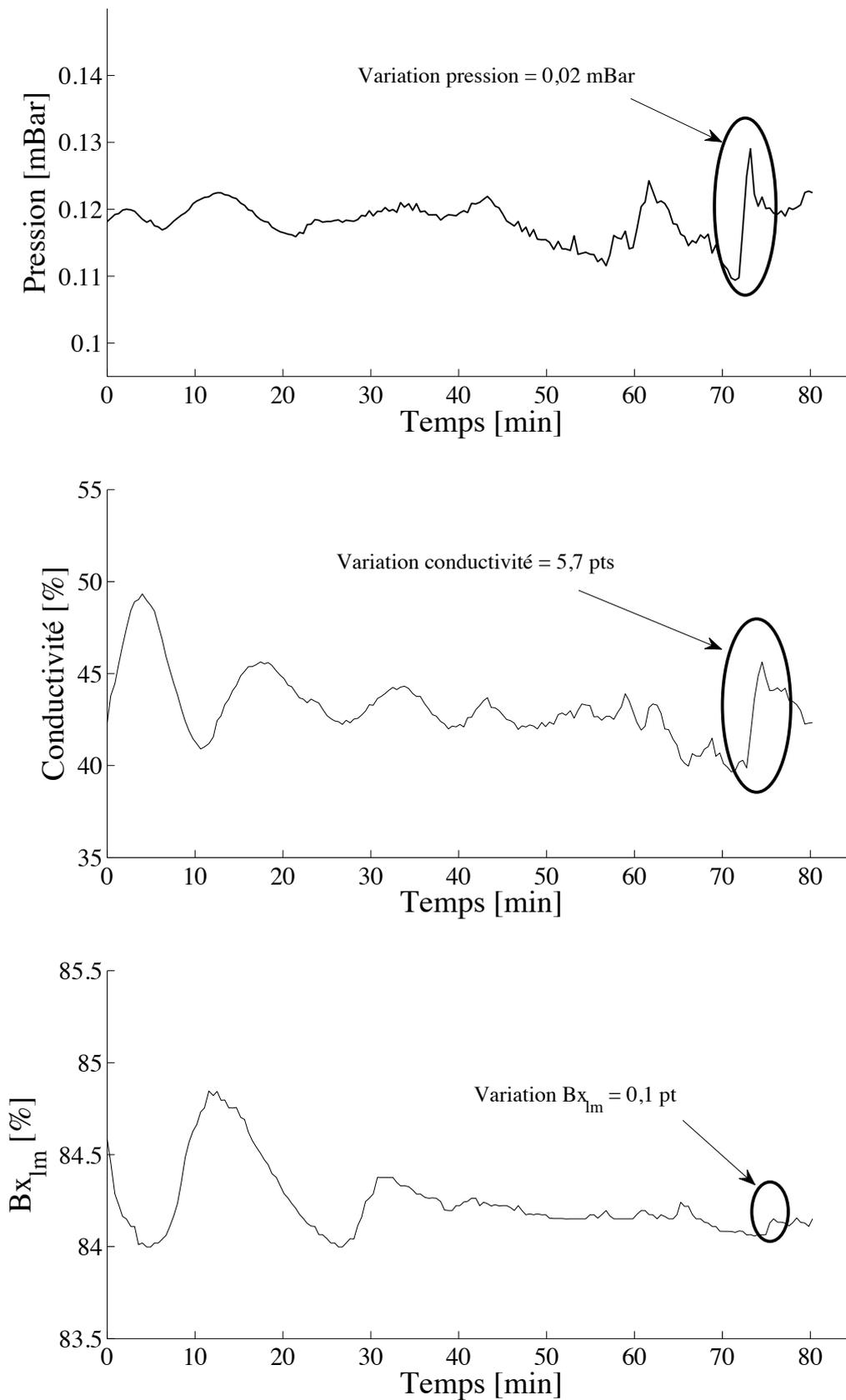


Figure IV- 25 : Observation de la sensibilité de la conductivité électrique et du Brix liqueur mère aux variations de la pression réduite

La Figure IV- 25 représente l'évolution de la pression réduite à l'intérieur du cristalliseur, de la conductivité électrique et du Brix liqueur mère. Une fois encore, la sensibilité de la mesure de la conductivité électrique de la solution aux variations brutales de pression réduite est mise en évidence. Une variation de pression réduite de l'ordre de 0,02 mBar entraîne une variation de la conductivité électrique supérieure à 5 points. La gamme de variation de la conductivité électrique se situant entre 50 et 40 pourcent, cela représente une erreur supérieure à 55 %. Pour la même variation de pression, on constate que le Brix liqueur mère varie d'environ 0,1 point. Rapporté à la gamme de variation du Brix liqueur mère, de 80 à 85 pourcent, cela représente une erreur de l'ordre de 2 %. **En d'autres termes, la mesure du Brix liqueur mère est très peu perturbée par les accidents de pression réduite.** Les grandeurs sur lesquelles s'appuie l'observateur n'étant pas, ou peu, perturbées par les accidents de vide, la masse des cristaux estimée ne devrait pas être perturbée. Afin de nous en assurer, nous traçons l'évolution de la masse des cristaux estimée pour cette même base de données (Figure IV- 26). Nous pouvons observer que l'estimation de la masse des cristaux estimée n'est pas perturbée par les variations brutales de pression.

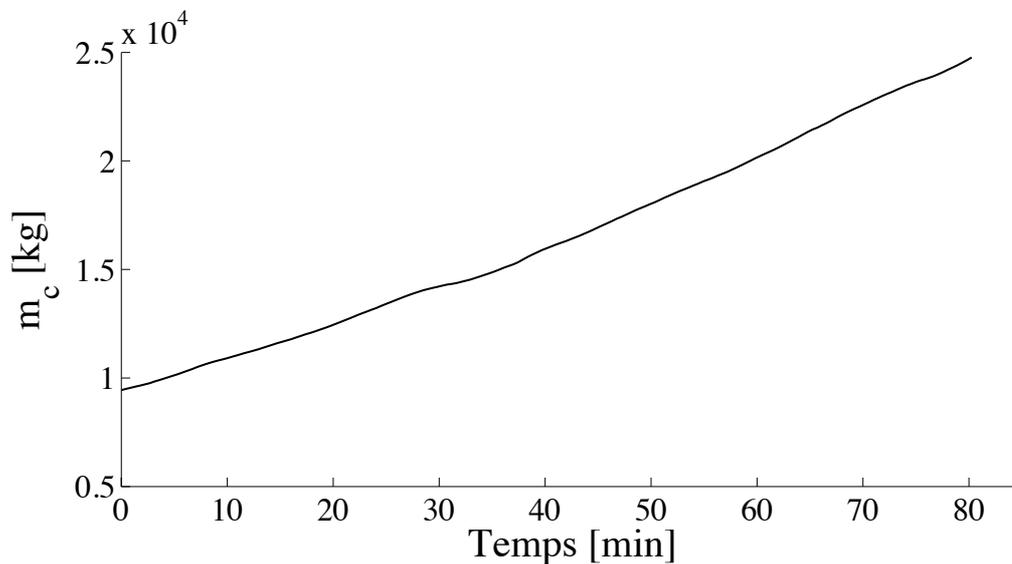


Figure IV- 26 : Masse des cristaux estimée

En résumé, contrairement à la conductivité électrique de la solution, la masse des cristaux n'est pas perturbée par les variations brutales de pression réduite à l'intérieur du cristalliseur.

### IV.2.2. Validation expérimentale

La campagne sucrière s'étendant sur environ six mois, les essais expérimentaux ne peuvent être effectués que durant cet intervalle de temps. Les campagnes de prélèvement de produit sucré (sirop, liqueur) réalisées pendant ces six mois, ont permis d'effectuer une dizaine de tests expérimentaux pour évaluer les performances du régulateur PID à paramètres variables. Cette étape de validation expérimentale a été effectuée sur le pilote de laboratoire durant la campagne sucrière de juillet à novembre 2009.

#### Suivi de consigne

La Figure IV- 27 représente un suivi de consigne de masse cristalline avec une consigne en rampe de pente  $600 \text{ g}\cdot\text{min}^{-1}$ .

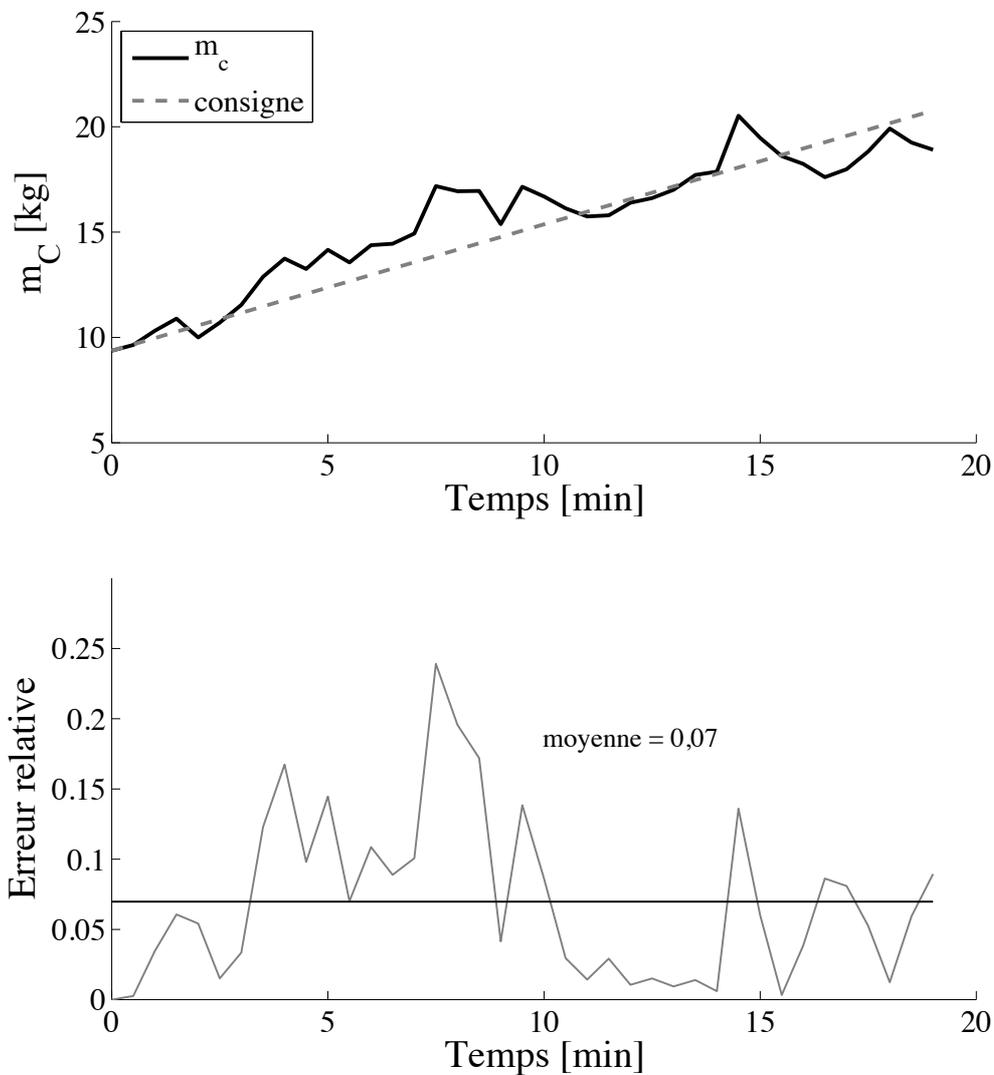


Figure IV- 27 : Suivi de consigne

En dépit d'une erreur relativement importante, de l'ordre de 7 %, nous constatons un suivi de consigne parfaitement correcte en tendance.

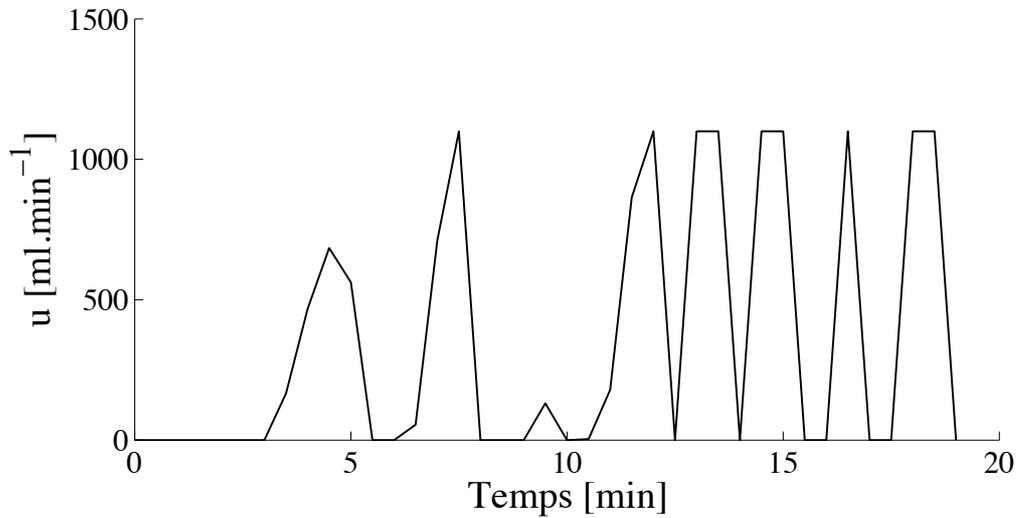


Figure IV- 28 : Variable de commande

La Figure IV- 28 permet d'observer des oscillations importantes de la variable de commande, phénomène récurrent du régulateur PID à paramètres variables.

#### Suivi de consigne avec filtre des moments

Afin de limiter les oscillations de la variable de commande, nous utilisons un filtre des moments avec un facteur des moments de 0,15. Les résultats de suivi de consigne obtenus sont présentés sur la Figure IV- 29 et la variable de commande sur la Figure IV- 30. Comme attendu, nous observons une diminution des oscillations de la variable de commande et en contre partie une précision moindre en suivi de consigne (erreur de l'ordre de 8 %). Soulignons tout de même qu'en tendance la masse des cristaux suit correctement la consigne.

Nous retiendrons que les premiers résultats expérimentaux sont encourageants.

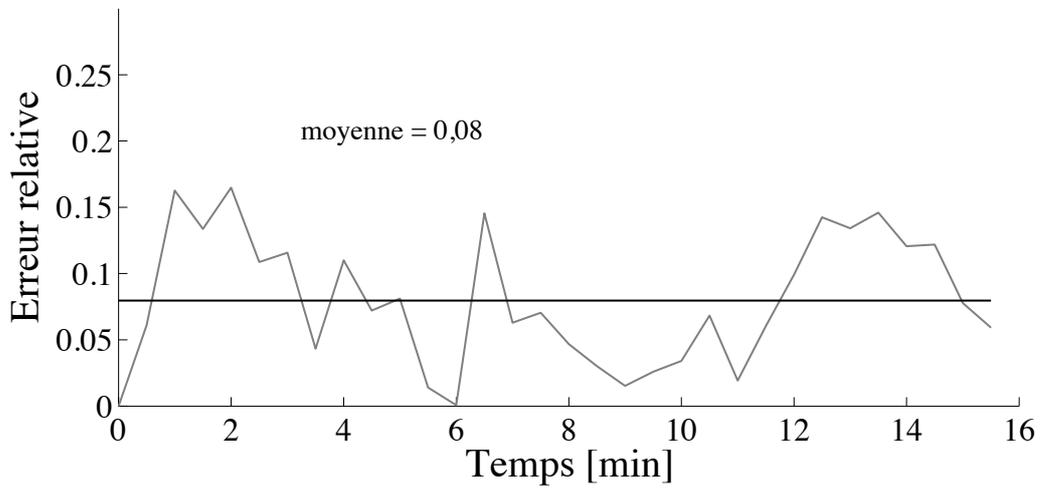
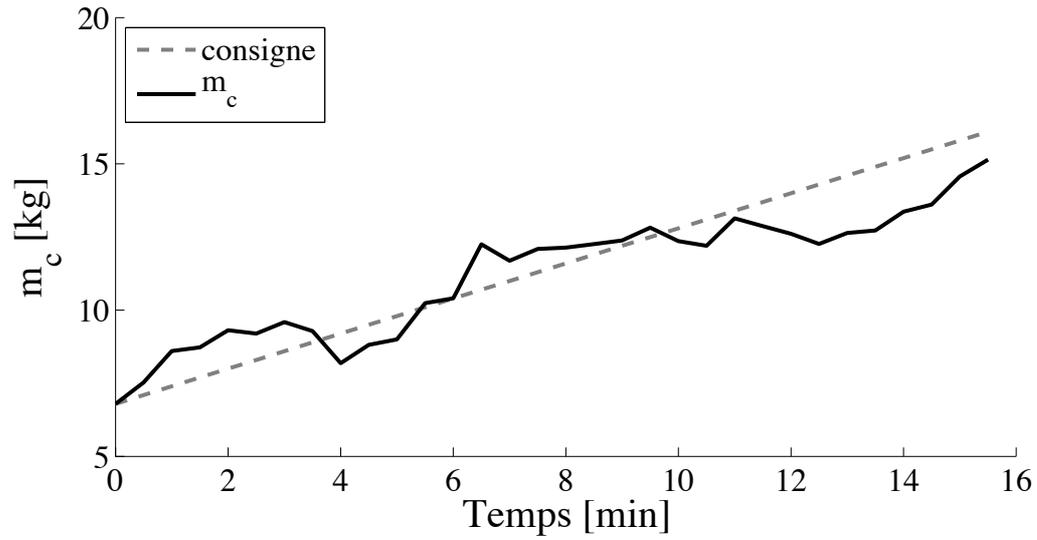


Figure IV- 29 : Suivi de consigne

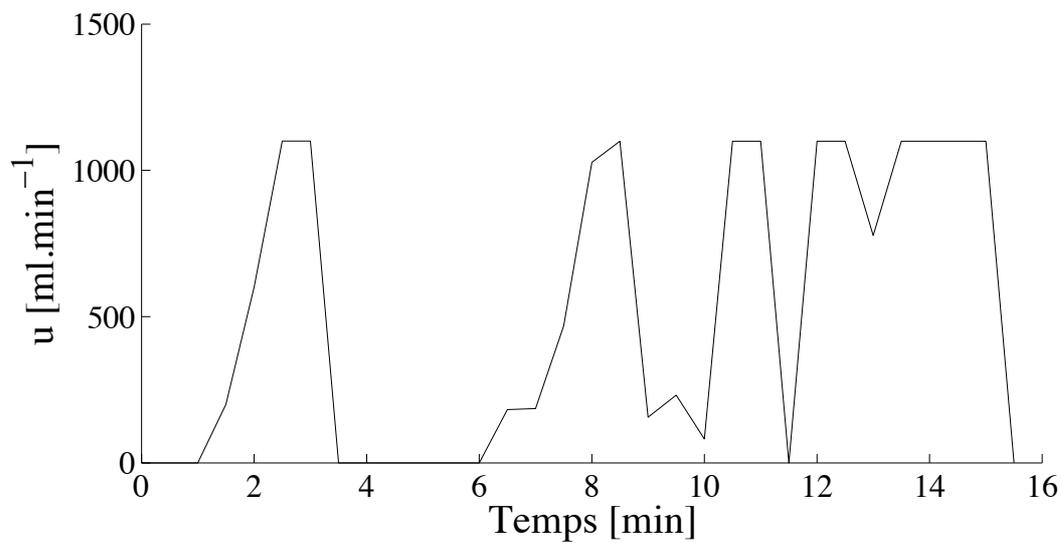


Figure IV- 30 : Variable de commande

### IV.2.3. Conclusion sur la commande PID à paramètres variables

Dans cette partie, nous avons évalué les performances du régulateur PID à paramètres variables pour la conduite de la phase de croissance cristalline. Les tests en simulation avec deux modèles différents, ainsi que les essais expérimentaux, ont montré que le régulateur pouvait absorber certaines erreurs de modélisation, incontournables en milieu industriel. Nous avons également pu constater de bonnes performances en termes de rejet de perturbation. Cependant, bien que le suivi de consigne soit satisfaisant en tendance, nous avons observé systématiquement une oscillation de la variable à commander autour de la consigne. A cela s'ajoutent les oscillations de la variable de commande, nécessitant l'emploi de diverses règles heuristiques.

Afin de diminuer les oscillations autour de la consigne et de prendre en compte les contraintes sur la variable de commande directement dans le calcul de la commande, nous proposons de garder le même schéma de control en remplaçant le régulateur PID à paramètres variables par un régulateur s'appuyant sur une commande prédictive.

## IV.3. Commande prédictive

Dans cette dernière partie, nous présenterons les résultats de commande obtenus avec la commande prédictive. Dans un premier temps, nous nous intéresserons aux résultats obtenus en simulation sur le cristalliseur industriel. Pour cela, plusieurs scénarii de commande seront étudiés. Dans un deuxième temps, nous procéderons à la validation de cette stratégie sur le pilote de laboratoire.

### IV.3.1. Résultats en simulation

Nous conserverons le modèle synthétisé dans le chapitre 3 comme simulateur du procédé industriel pour tous les tests de commande. Comme précisé précédemment, le modèle prédictif utilisé dans la commande prédictive étant différent du modèle du simulateur, nous pourrions apprécier la robustesse du régulateur aux erreurs de modélisation. Compte tenu de la variabilité de la matière première d'une campagne à l'autre et également tout au long d'une même campagne, cette caractéristique est indispensable pour une implémentation en milieu industriel. La consigne de masse des cristaux est la même que celle proposée dans la partie (IV.2), soit une rampe de pente  $200 \text{ kg}\cdot\text{min}^{-1}$ .

Les différents horizons et paramètres de réglages intervenant dans la commande prédictive ont été fixés par une méthode de type essai-erreur en s'appuyant sur les critères de Clarke [Clarke et al., 1987a,b] (IV. 5) :

$$\begin{cases} H_1 = 1; H_p = 11; H_c = 2 \\ \gamma = 1; \beta = 1 \\ \alpha_r = 0,2 \end{cases} \quad (\text{IV. 5})$$

Le schéma de principe de régulation est synthétisé sur la Figure IV- 31 :

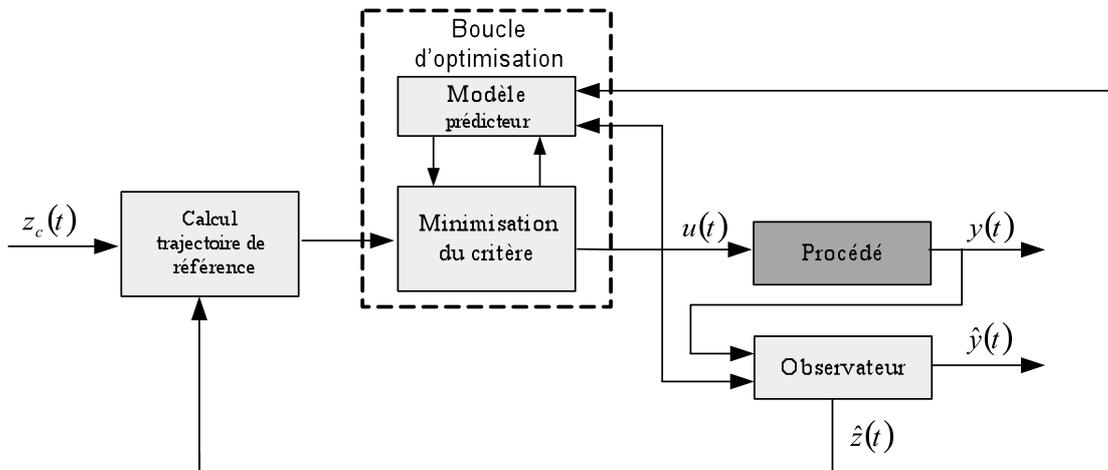


Figure IV- 31 : Schéma de régulation pour la stratégie de commande prédictive où  $z_c$  est la consigne de masse des cristaux et  $\hat{z}$  la masse des cristaux estimée.

#### IV.3.1.1. Suivi de consigne

Les résultats de suivi de consigne sont présentés sur la Figure IV- 32. Nous observons **un suivi de consigne parfaitement satisfaisant**, avec une erreur de l'ordre de 1,6 %. En comparaison avec le régulateur PID à paramètres variables, nous constatons une amélioration notable de la précision du suivi de consigne. Le régulateur prédictif est quasiment deux fois meilleur en terme de précision de suivi consigne. L'intégration des différentes contraintes dans l'algorithme d'optimisation permet notamment d'éviter des oscillations de la commande comme celles observées avec le régulateur PID à paramètres variables. En pratique, ces oscillations de grande amplitude et de fréquence élevée sont susceptibles d'endommager le ou les actionneurs.

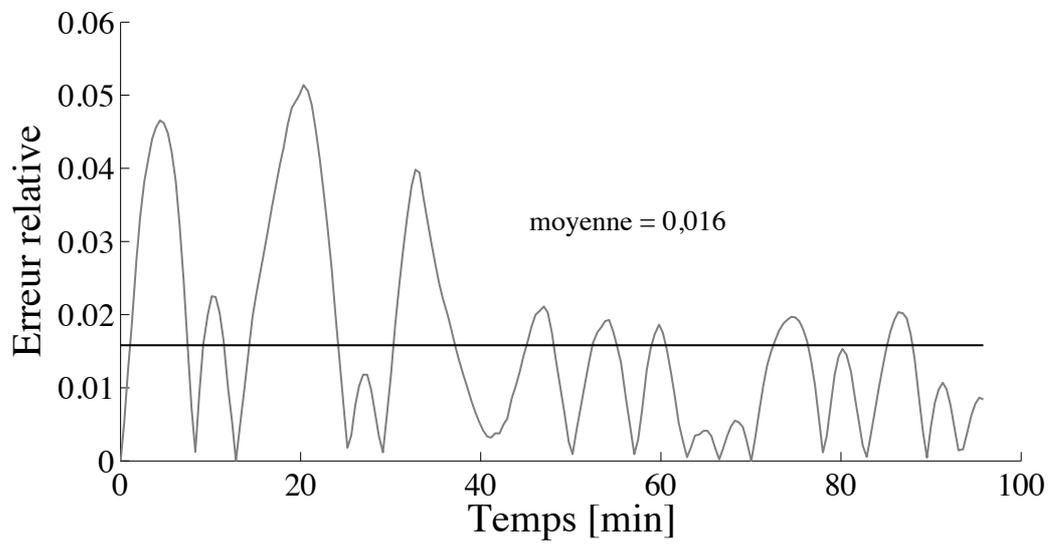
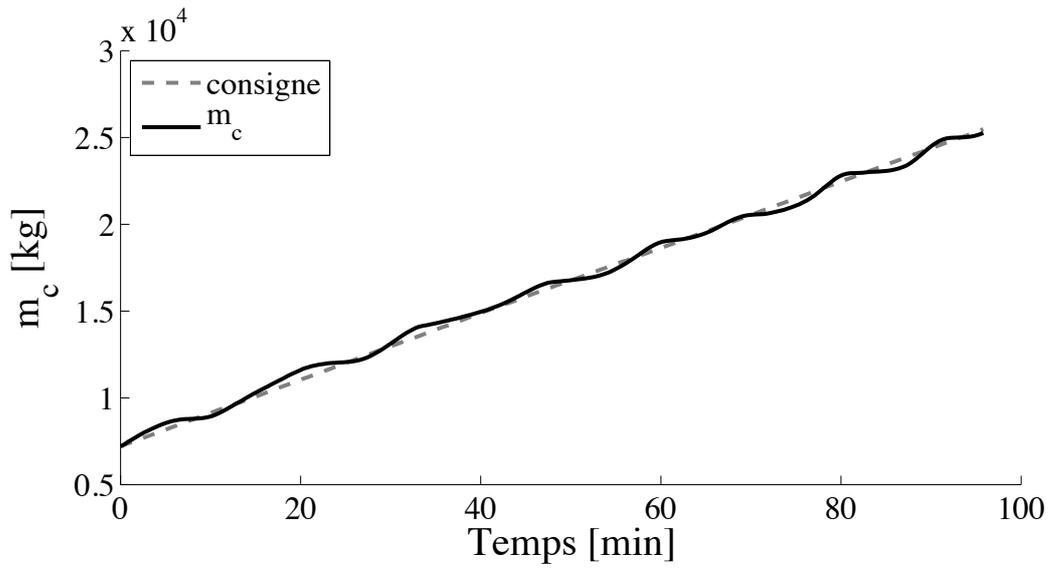


Figure IV- 32 : Suivi de consigne

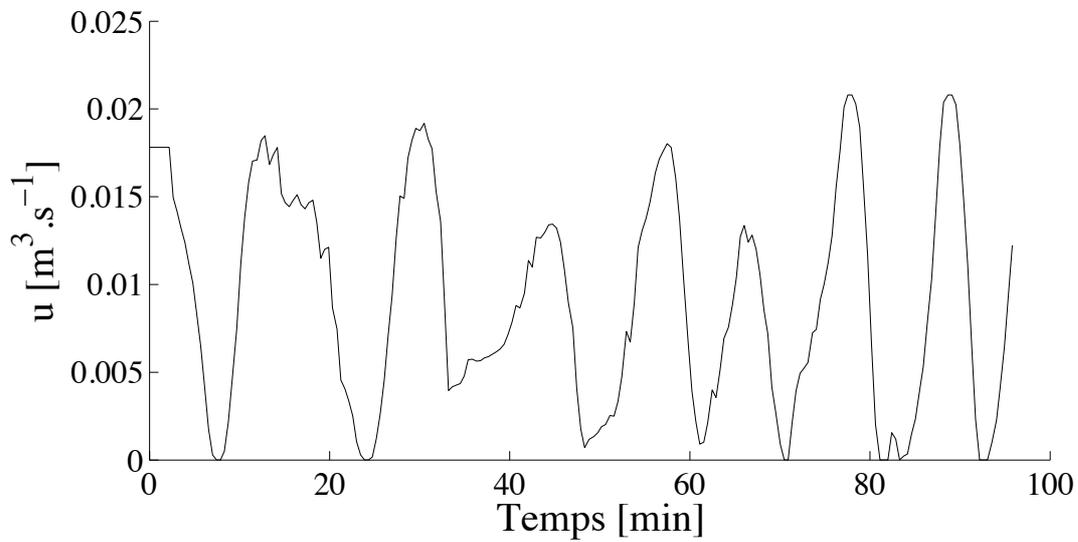


Figure IV- 33 : Variable de commande

L'évolution de la concentration de saccharose dissous lors du suivi de consigne de masse cristalline est présentée sur la Figure IV- 34. Nous pouvons remarquer que la solution est bien maintenue dans la zone métastable durant toute la phase de croissance cristalline.

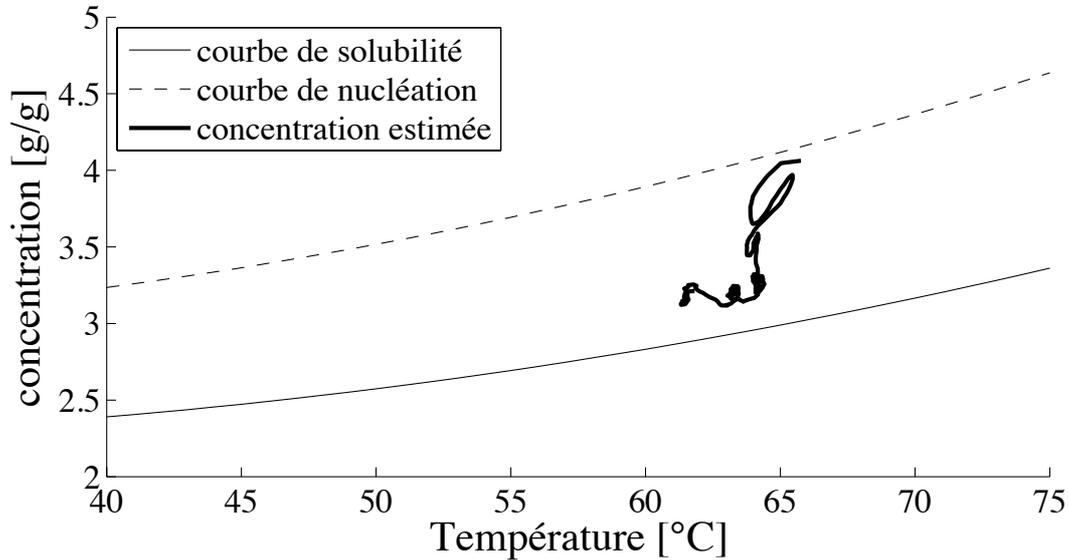


Figure IV- 34 : Evolution de la concentration de saccharose dissous

### Suivi de consigne avec bruit

Afin de se rapprocher des conditions expérimentales industrielles, un bruit blanc Gaussien avec un rapport signal sur bruit de 2 % a été superposé au signal d'entrée de l'observateur. Avec une erreur de l'ordre de 1,7 %, le suivi de consigne reste complètement satisfaisant. Une fois encore, en terme de précision de suivi de consigne, le régulateur prédictif présente des résultats nettement supérieurs à ceux du régulateur PID à paramètres variables. La variable de commande, présentée sur la Figure IV- 36, reste elle aussi entièrement admissible.

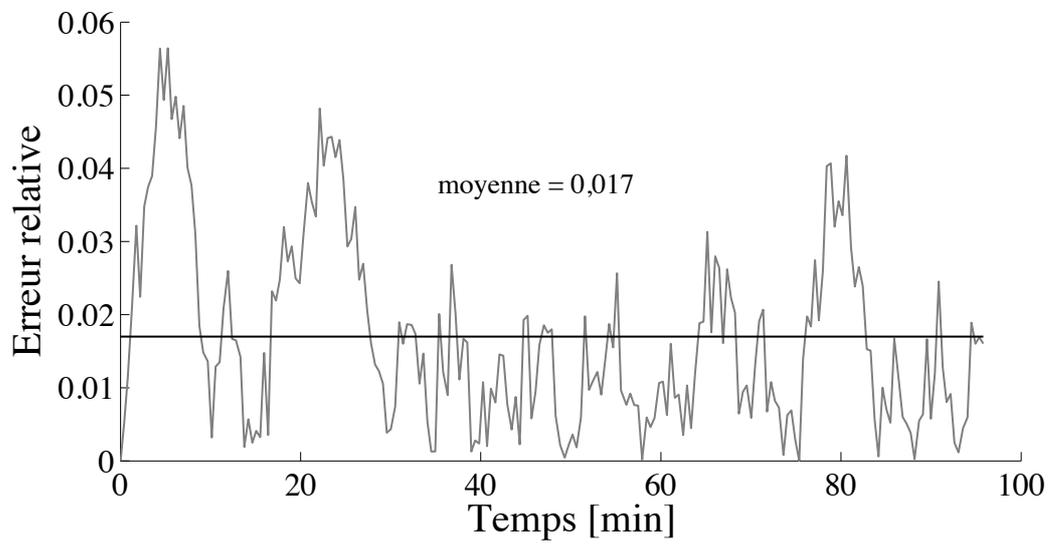
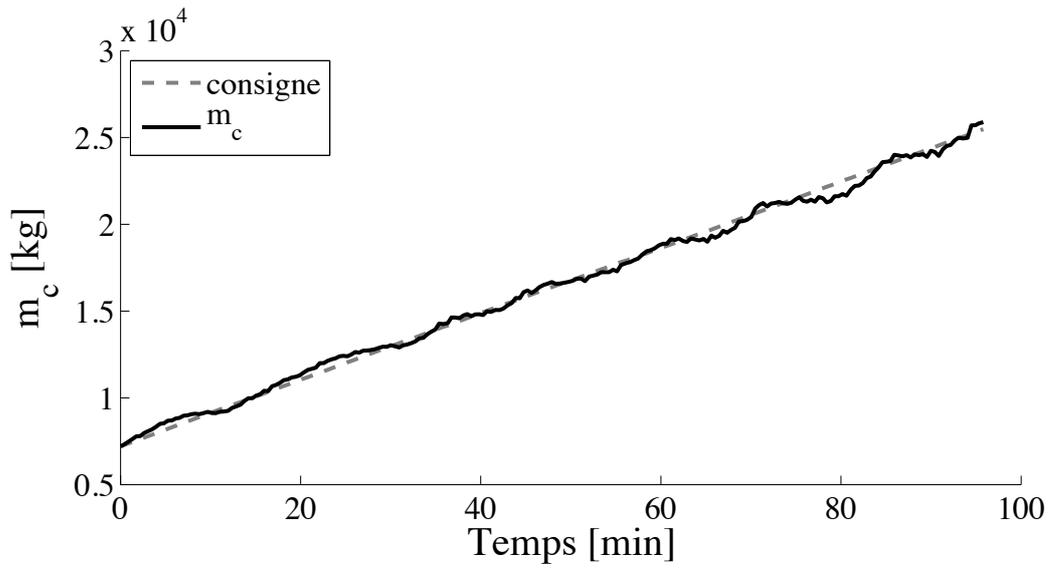


Figure IV- 35 : Suivi de consigne

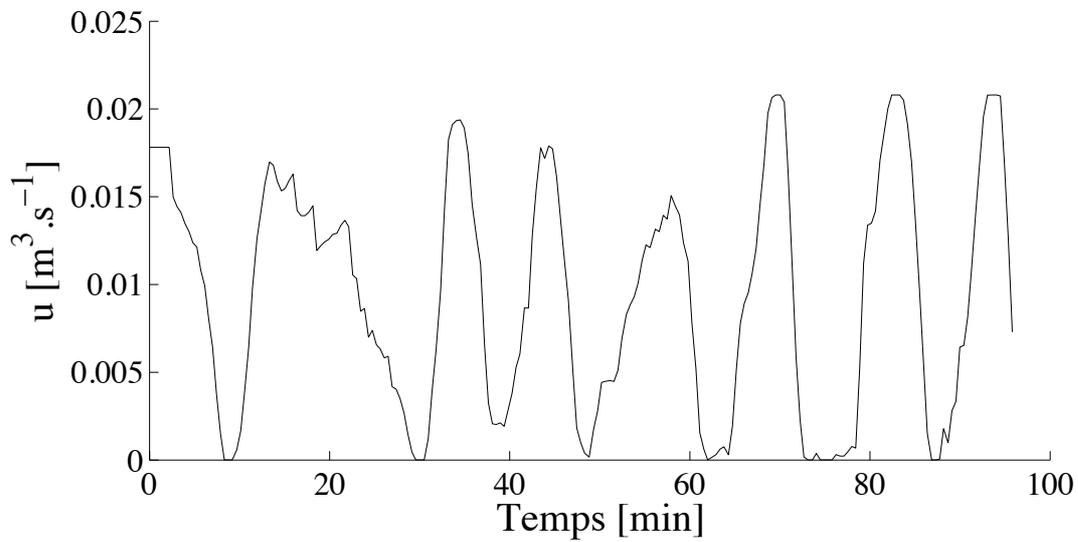


Figure IV- 36 : Variable de commande

La Figure IV- 37 nous permet également de vérifier que la solution est bien maintenue dans la zone métastable durant toute la phase de croissance cristalline.

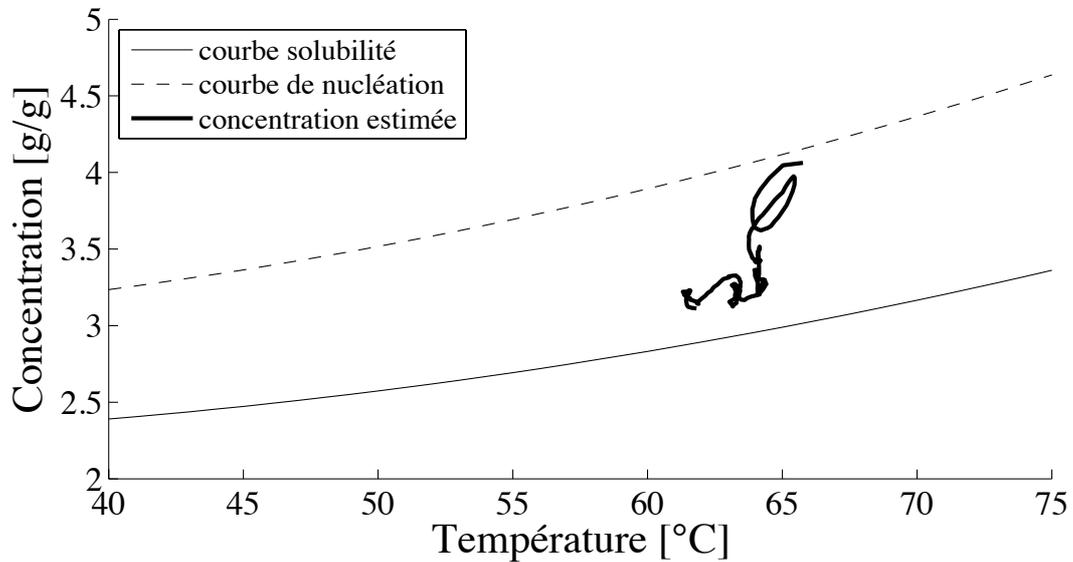


Figure IV- 37 : Evolution de la concentration de saccharose dissous

#### IV.3.1.2. Rejet de perturbation

Afin d'évaluer les performances de rejet de perturbation du régulateur prédictif, nous proposons d'introduire une perturbation sur le Brix de la liqueur d'alimentation. Nous proposons une perturbation de type créneau, d'une amplitude de cinq points, sur le Brix de la liqueur d'alimentation (Cf. Figure IV- 38).

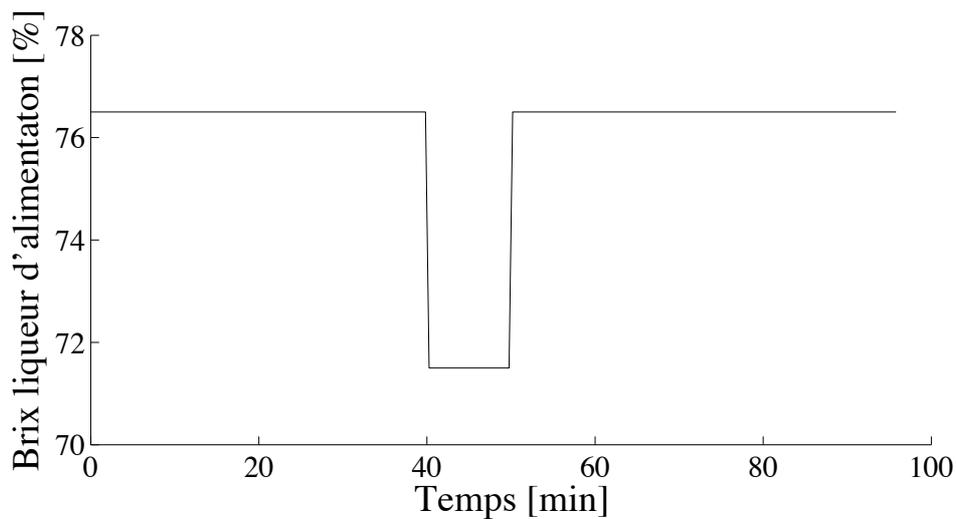


Figure IV- 38 : Perturbation

Le suivi de consigne et la variable de commande sont représentés sur la Figure IV- 39 et la Figure IV- 40 respectivement. Les résultats obtenus sont pleinement satisfaisants, même si le rejet de la perturbation est difficile à percevoir.

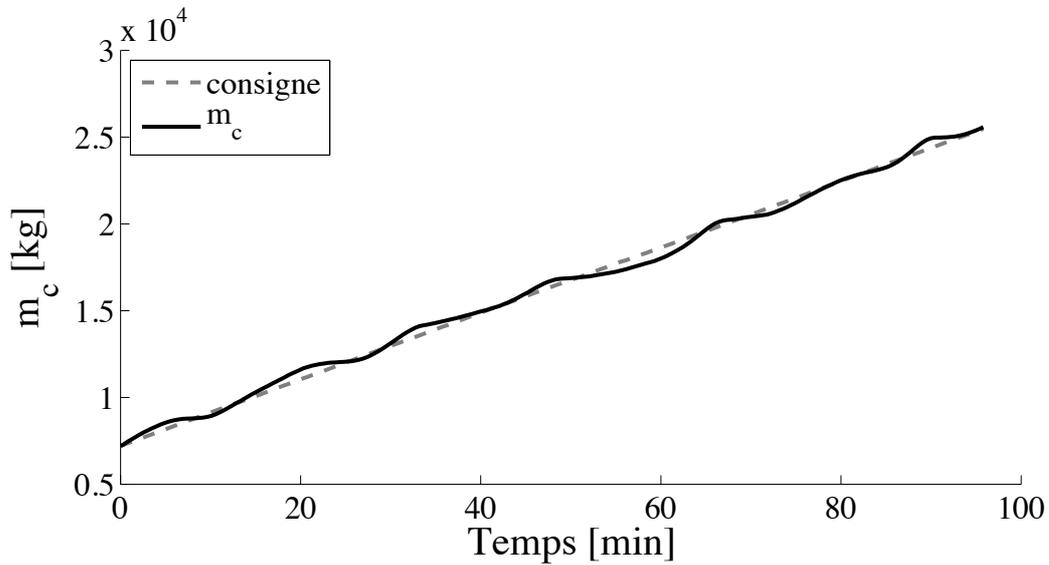


Figure IV- 39 : Suivi de consigne

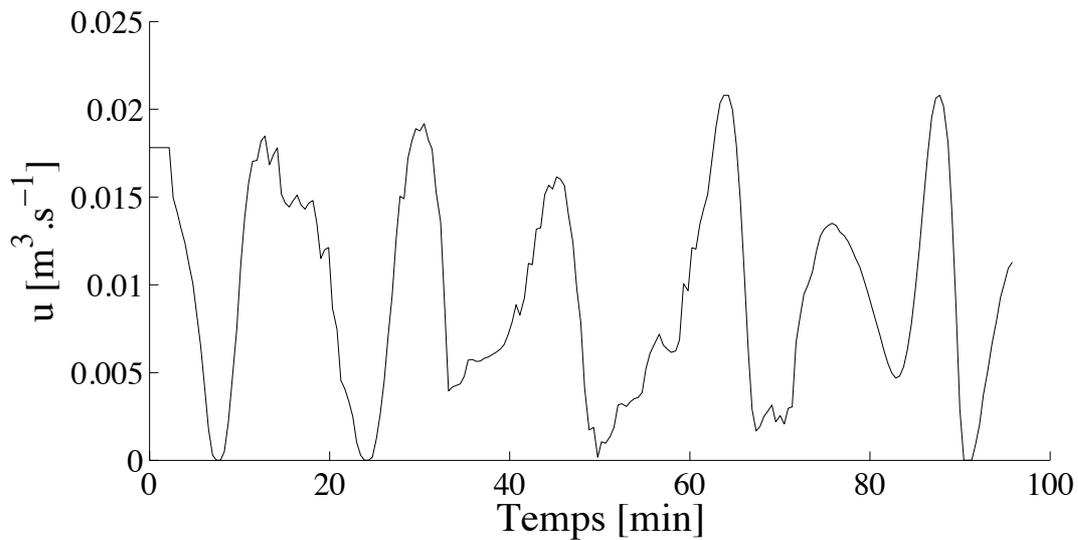


Figure IV- 40 : Variable de commande

Afin de mettre en évidence le rejet de perturbation, nous proposons de superposer la variable de commande lors d'un suivi de consigne avec et sans perturbation dans la zone de la perturbation (Cf. Figure IV- 41).

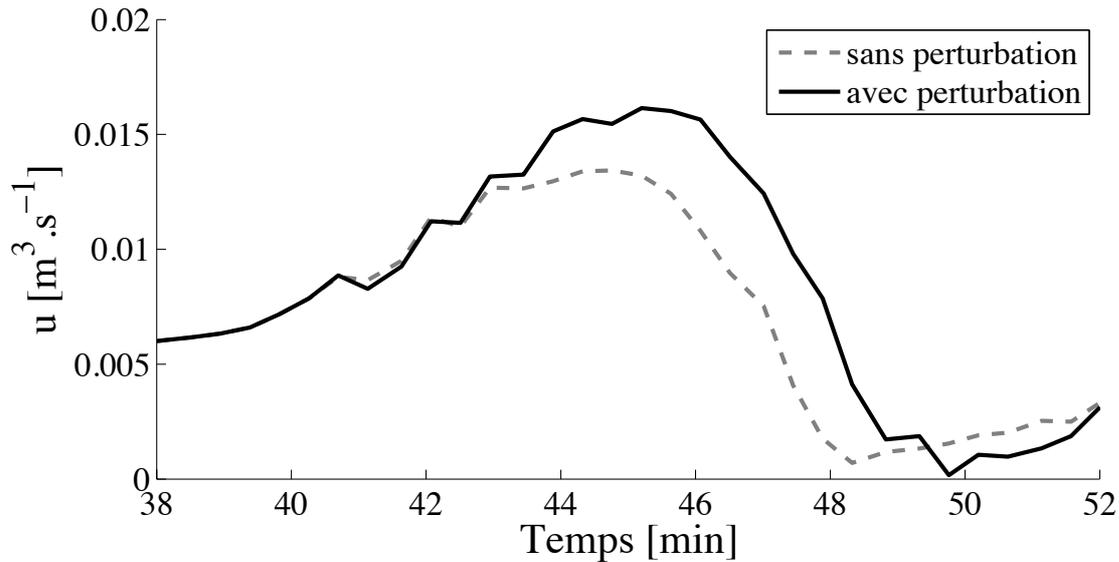


Figure IV- 41 : Variable de commande avec et sans perturbation

Le rejet de perturbation se traduit par une augmentation de débit d'alimentation en liqueur. Rappelons que nous avons observé le même type de réponse avec le régulateur PID à paramètres variables. Afin de maintenir un suivi de consigne correct, la diminution du Brix de la liqueur d'alimentation est compensée par une augmentation du débit d'alimentation. Le rejet de perturbation a été effectué en injectant au total  $0,51 \text{ m}^3$  de liqueur supplémentaire.

#### IV.3.2. Validation expérimentale

A l'image de la validation du régulateur PID à paramètres variables, les essais expérimentaux relatifs à la commande prédictive ont été soumis aux contraintes du calendrier de la campagne sucrière. Les performances du régulateur prédictif ont été évaluées à partir d'une dizaine de tests en laboratoire. Cette étape de validation expérimentale a été effectuée sur le pilote de laboratoire durant la campagne sucrière de juillet à novembre 2009.

#### Suivi de consigne

Les résultats de suivi de consigne de masse cristalline effectué sur le pilote de laboratoire sont présentés sur la Figure IV- 42. Avec une erreur de l'ordre de 3 %, **le suivi de consigne est complètement satisfaisant**. Comme en simulation, nous observons expérimentalement une précision de suivi de consigne quasiment deux fois meilleure qu'avec le régulateur PID à paramètres variables.

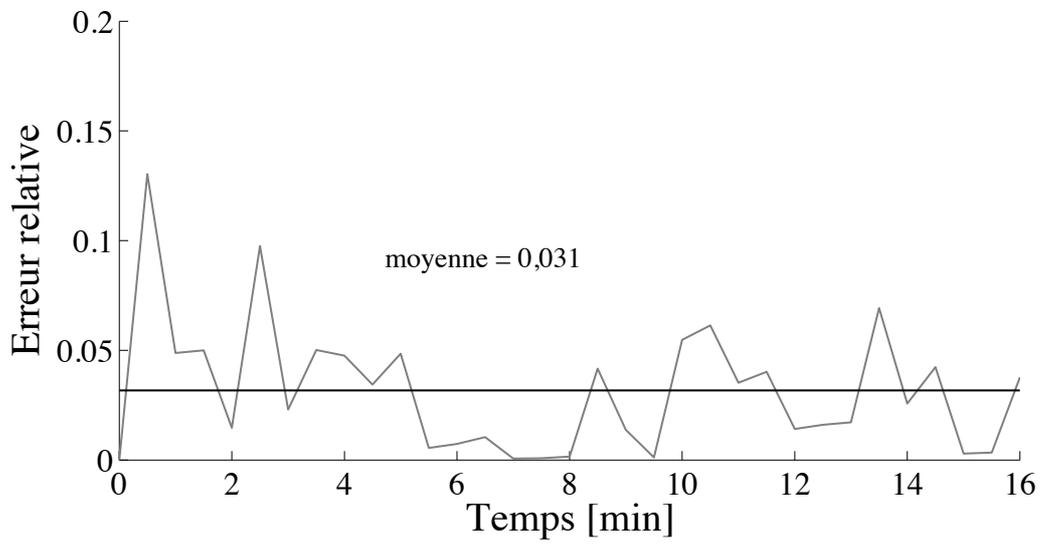
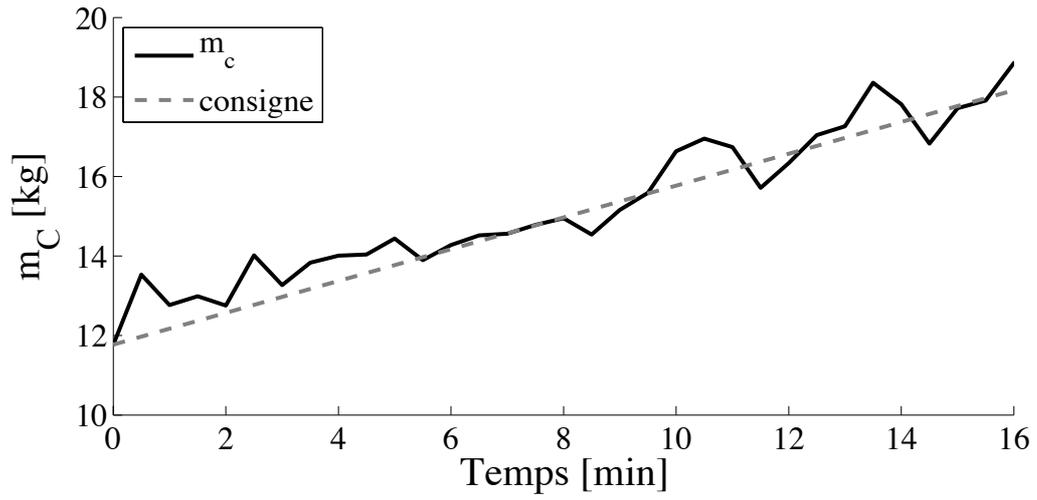


Figure IV- 42 : Suivi de consigne

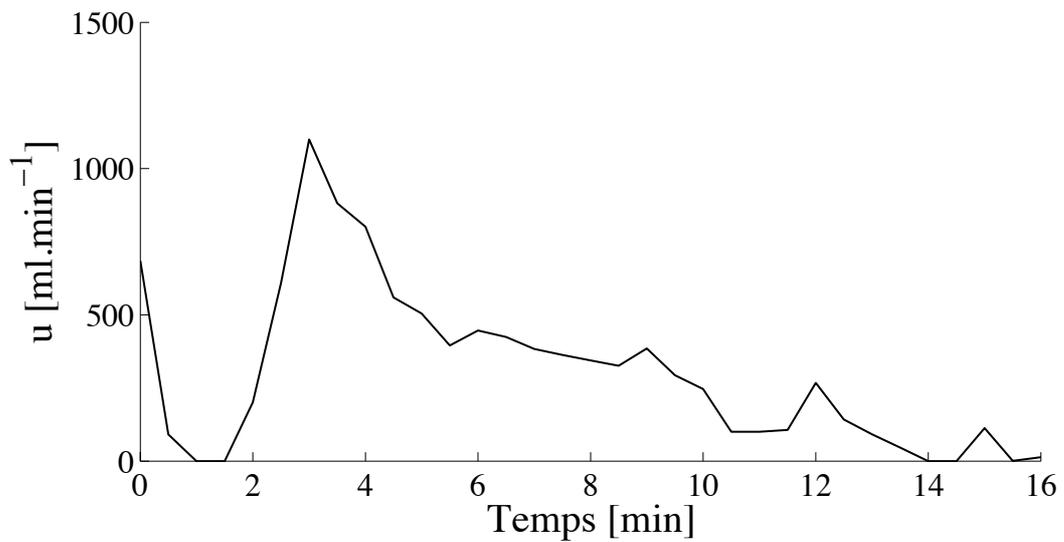


Figure IV- 43 : Variable de commande

La variable de commande est représentée sur la Figure IV- 43. Contrairement au régulateur PID à paramètres variables, la variable de commande ne présente pas d'oscillation de forte amplitude et de fréquence élevée.

**Ces premiers résultats expérimentaux sont très encourageants et confortent ceux obtenus en simulation.**

#### IV.3.3. Conclusion sur la commande prédictive

Dans cette partie, nous avons étudié les performances du régulateur prédictif pour la conduite du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière. **Les différents tests effectués en simulation ainsi que les essais expérimentaux ont montré l'efficacité et la robustesse de ce régulateur.** La prise en compte de l'erreur de modélisation dans le calcul du vecteur de commande confère au régulateur des propriétés de robustesse face aux erreurs de modélisation, propriété indispensable pour une application industrielle. Nous retiendrons également de bonnes performances en régulation et des résultats en suivi de consigne pleinement satisfaisant, tant au niveau de la tendance que de la précision. L'intégration des contraintes dans le calcul du vecteur de commande permet d'éviter des oscillations brutales d'amplitude importante susceptibles d'endommager l'actionneur.

**Nous retiendrons que les résultats en simulation ainsi que les premiers résultats expérimentaux tendent à conforter que le régulateur prédictif offre de meilleurs résultats que le régulateur PID à paramètres variables.**

## IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué les performances des deux stratégies de commande monovariante proposées dans le chapitre 2 pour la conduite du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière. Dans une première partie, les deux stratégies s'appuyant sur un modèle prédictif, nous avons identifié et validé ce même prédictif. Dans une seconde partie, nous avons évalué les performances du régulateur PID à paramètres variables pour la conduite du procédé. Les résultats en simulation et les essais expérimentaux ont montré que bien que le suivi de consigne soit correct en tendance, une oscillation autour de la valeur de consigne était systématiquement observée. De plus, un phénomène récurrent d'oscillation de la variable de commande rend quasiment obligatoire l'emploi de règles heuristiques adaptées. **Toutefois, pour des objectifs de contrôle d'ordre quantitatif, cette première stratégie reste envisageable.** Dans une troisième partie, nous avons testé les performances du régulateur s'appuyant sur une commande prédictive. Les résultats obtenus en simulation et les essais expérimentaux ont mis en évidence des performances nettement supérieures à celles obtenues avec le régulateur PID à paramètres variables. Nous avons observé de bonnes performances en terme de suivi de consigne avec une précision quasiment deux fois meilleure qu'avec le régulateur PID à paramètres variables. Soulignons également la robustesse du régulateur prédictif aux erreurs de modélisation, incontournables compte tenu de la variabilité de la matière première.

Dans le chapitre 2, nous avons mis en lumière la sensibilité de la mesure de la conductivité électrique de la solution, variable à commander utilisée en industrie, aux variations brutales de pression à l'intérieur du cristalliseur. Dans ce chapitre, nous avons donc évalué la sensibilité de la masse des cristaux, variable à commander utilisée dans les stratégies de commande proposées, aux variations brutales de pression. **Nous avons pu observer que, contrairement à la mesure de conductivité électrique, la masse des cristaux estimée par l'observateur, n'est pas influencée par les variations brutales de pression réduite.**

**Nous retiendrons comme résultat important que la stratégie de commande prédictive, avec la masse des cristaux comme variable à commander, offre une réelle amélioration de la conduite du procédé.**

L'évaluation des performances des deux stratégies de commande monovariante nous a permis d'observer une fluctuation de la concentration de saccharose dissous à l'intérieur de la zone

métastable durant la phase de croissance cristalline. Dans le chapitre 5, afin d'éviter cette fluctuation et ainsi améliorer encore la conduite du procédé, nous proposerons de contrôler également la concentration de saccharose dissous dans la solution. Pour cela, une stratégie de commande multivariable avec comme seconde variable de commande la puissance de chauffe sera présentée.

---

# Chapitre V

## *Commande multivariable du procédé de cristallisation*

---

*« Dans tout ce qu'on entreprend, il faut donner les deux tiers à la raison, et l'autre tiers au hasard. Augmentez la première fraction, et vous serez pusillanime. Augmentez la seconde, vous serez téméraire. »*

---

**Napoléon Bonaparte** (Extrait de *Le mémorial de Sainte-Hélène*)

|  |     |
|--|-----|
| <b>V.1. Suivi de consigne multivariable</b> .....  | 137 |
| V.1.1. Ecriture du problème de poursuite de trajectoire.....                             | 138 |
| V.1.2. Suivi de consigne.....  | 141 |
| <b>V.2. Rejet de perturbation</b> .....  | 143 |
| V.2.1. Perturbation sur le Brix de la liqueur d'alimentation.....                        | 143 |
| V.2.2. Dérive en température de la masse cuite .....                                     | 146 |
| <b>V.3. Erreur de modélisation</b> .....   | 148 |
| V.3.1. Suivi de consigne avec rejet de perturbation .....                                | 148 |
| V.3.2. Ajout d'un terme intégral dans la loi de commande de la puissance de chauffe..... | 150 |
| <i>V.3.2.1. Réécriture du problème de poursuite de trajectoire</i> .....                 | 150 |
| <i>V.3.2.2. Suivi de consigne avec rejet de perturbation</i> .....                       | 150 |
| <b>V.4. Effet du bruit sur les variables de commande</b> .....                           | 151 |
| <b>V.5. Conclusion</b> .....   | 155 |

## V. Commande multivariable du procédé de cristallisation

Dans le chapitre 4, nous avons mis en lumière les avantages certains qu'offrent les stratégies de commande monovariante proposées, tout particulièrement celle s'appuyant sur le régulateur prédictif. Dans ce cinquième chapitre, nous proposons de montrer qu'une stratégie de commande multivariable est susceptible d'améliorer encore la conduite du procédé. Cette stratégie s'appuie sur une commande linéarisante de type entrées/sorties avec le débit d'alimentation en liqueur et la puissance de chauffe comme variables de commande, et la masse des cristaux et la concentration en saccharose dissous comme variables à contrôler. Afin d'évaluer les performances en asservissement et en régulation, plusieurs scénarii de commande seront étudiés en simulation. **La puissance de chauffe n'étant pas une variable manipulable à la sucrerie de Bois Rouge, ce chapitre s'inscrit dans le cadre de perspectives.**

Dans une première partie, nous présenterons les résultats de suivi de consigne. Puis, nous aborderons dans la deuxième partie, les performances en rejet de perturbation. La troisième partie sera consacrée à l'étude de la robustesse de la commande linéarisante face aux erreurs de modélisation. Enfin, dans une quatrième partie, nous étudierons l'effet du bruit sur les variables de commande.

### V.1. Suivi de consigne multivariable

Dans cette étude, nous proposons un suivi de consigne simultané de masse des cristaux et de concentration en saccharose dissous. La consigne de masse des cristaux est la même que celle utilisée dans le chapitre 4, soit une rampe de pente  $200 \text{ kg}\cdot\text{min}^{-1}$ . La consigne de concentration en saccharose dissous a été choisie à partir d'observations expérimentales en s'appuyant sur le diagramme de solubilité du saccharose dans l'eau. Afin de compenser les éventuelles variations de température, cette consigne en concentration se déplace le long d'un profil de consigne (Cf. Figure V- 1). Ce profil de consigne permet d'adapter en ligne la valeur de la consigne de concentration en fonction de la température du milieu réactionnel. Cette approche permet de maintenir la solution dans une zone précise à l'intérieur de la zone métastable, limitant ainsi les risques de dissolution ou de nucléation spontanée lorsque la concentration se rapproche trop de la courbe de solubilité ou de nucléation respectivement.

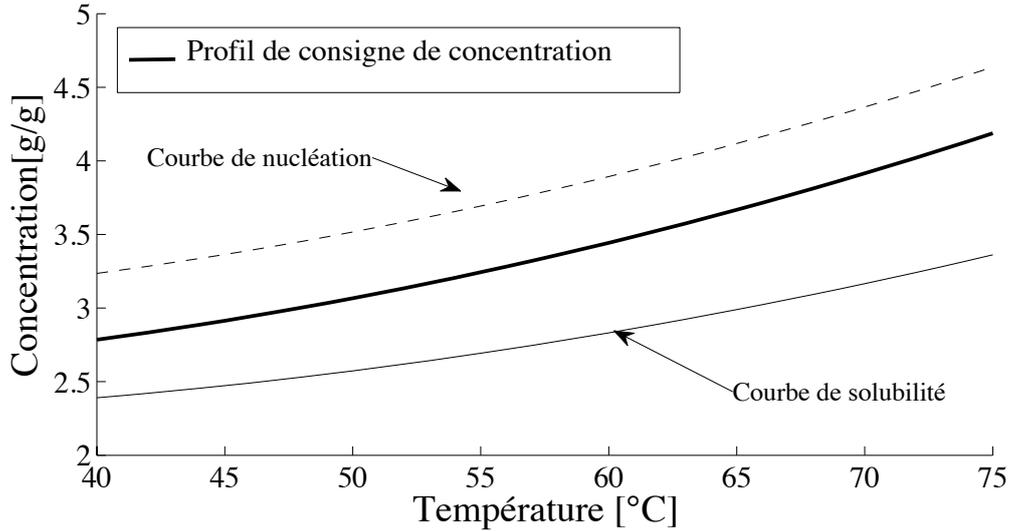


Figure V- 1 : Profil de consigne de concentration en saccharose

### V.1.1. Ecriture du problème de poursuite de trajectoire

Dans cette étude, les sorties à commander sont la masse des cristaux  $m_c$  et la concentration en saccharose  $s$ . Pour cela, nous disposons de deux variables manipulables, le débit d'alimentation en liqueur  $F_f$  et la puissance de chauffe  $\dot{Q}$ . Nous noterons  $z(t)$  le vecteur des sorties à commander et  $u(t)$  le vecteur de commande (V. 1) :

$$z(t) = \begin{bmatrix} m_c \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ et } u = [u_1 \ u_2]^T = [F_f \ \dot{Q}]^T \quad (\text{V. 1})$$

Avec  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [m_s \ m_c \ m_w]^T$  le vecteur d'état.

L'écriture du problème de poursuite nécessite, au préalable, la détermination du degré relatif de chacune des sorties à commander (Cf. chapitre 1), ce qui consiste à dériver chacune des sorties par rapport au temps jusqu'à voir apparaître au moins une entrée. Pour cela, nous nous appuyons sur le modèle du procédé de cristallisation présenté dans le chapitre 3.

---

#### Remarque

En pratique, le débit d'eau de dilution est nul pendant la phase de croissance cristalline, ainsi  $F_w = 0 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

---

Deux dérivées successives par rapport au temps de la première sortie sont nécessaires pour faire apparaître au moins une entrée (V. 2) :

$$\ddot{z}_1(t) = \alpha_{Cryst} (\rho_f B x_f P t e_f u_1 - \alpha_{Cryst} x_1) \quad (V. 2)$$

Le degré relatif de la sortie  $z_1(t)$  est donc de 2. Par conséquent, le problème de poursuite pour cette sortie est donné par la relation (V. 3) :

$$\ddot{z}_1(t) = \ddot{z}_{ref1}(t) + k_{01} \mathfrak{R}_1(t) + k_{11} \dot{\mathfrak{R}}_1(t) \quad (V. 3)$$

avec  $\mathfrak{R}_1(t) = z_{ref1}(t) - z_1(t)$ ,  $z_{ref1}(t)$  la trajectoire de référence de la masse des cristaux et  $k_{01}$ ,  $k_{11}$  des gains à régler de telle manière que l'erreur de poursuite tende vers zéro.

La combinaison des équations (V. 2) et (V. 3) permet d'établir la loi de commande en boucle fermée pour le débit de liqueur d'alimentation (V. 4) :

$$u_1 = \frac{\alpha_{Cryst}^2 x_1 + \ddot{z}_{ref1} + k_{01} (z_{ref1} - z_1) + k_{11} (\dot{z}_{ref1} - \dot{z}_1)}{\rho_f B x_f P t e_f \alpha_{Cryst}} \quad (V. 4)$$

En appliquant la même démarche, nous constatons qu'il suffit de dériver une seule fois la deuxième sortie par rapport au temps pour faire apparaître les entrées  $u_1$  et  $u_2$  (V. 5) :

$$\dot{z}_2(t) = \frac{(\rho_f B x_f P t e_f u_1 - \alpha_{Cryst} x_1) x_3}{x_3^2} \dots \dots \frac{x_1 \left( u_1 \left[ \rho_f (1 - B x_f) - \frac{\rho_f (h_f - C p_{mg} T_{mg})}{\vartheta} \right] - \frac{\lambda_{cryst} \alpha_{cryst} x_1 + u_2}{\vartheta} \right)}{x_3^2} \quad (V. 5)$$

Où  $\vartheta = h_{vap} - C p_{mg} T_{mg}$ .

Le degré relatif de la sortie  $z_2(t)$  étant de 1, le problème de poursuite s'écrit sous la forme (V. 6) :

$$\dot{z}_2(t) = \dot{z}_{ref2}(t) + k_{02} \mathfrak{R}_2(t) \quad (V. 6)$$

La loi de commande en boucle fermée de la puissance de chauffe est obtenue à partir des équations (V. 5) et (V. 6), et s'écrit sous la forme (V. 7) :

$$u_2 = \left( \frac{\left[ \dot{z}_{ref2}(t) + k_{02}(z_{ref2}(t) - z_2(t)) \right] x_3^2 - (\rho_f B x_f P t e_f u_1 - \alpha_{cryst} x_1) x_3}{x_1} \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{x_1 \left( u_1 \left[ \rho_f (1 - B x_f) - \frac{\rho_f (h_f - C p_{mg} T_{mg})}{\vartheta} \right] - \frac{\lambda_{cryst} \alpha_{cryst} x_1}{\vartheta} \right)}{x_1} \right) \vartheta \quad (V. 7)$$

Le vecteur d'état et les sorties à commander n'étant pas mesurable en ligne à la sucrerie de Bois Rouge, ces variables sont estimées par l'observateur synthétisé et validé dans le chapitre 3.

Finalement, les lois de commande en boucle fermée du débit d'alimentation en liqueur et de la puissance de chauffe s'écrivent sous la forme (V. 8) :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{\alpha_{cryst}^2 \hat{x}_1 + \ddot{z}_{ref1} + k_{01}(z_{ref1} - \hat{z}_1) + k_{11}(\dot{z}_{ref1} - \dot{\hat{z}}_1)}{\rho_f B x_f P t e_f \alpha_{cryst}} \\ u_2 = \left( \frac{\left[ \dot{z}_{ref2} + k_{02}(z_{ref2} - \hat{z}_2) \right] \hat{x}_3^2 - (\rho_f B x_f P t e_f u_1 - \alpha_{cryst} \hat{x}_1) \hat{x}_3}{\hat{x}_1} \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\hat{x}_1 \left( u_1 \left[ \rho_f (1 - B x_f) - \frac{\rho_f (h_f - C p_{mg} T_{mg})}{\vartheta} \right] - \frac{\lambda_{cryst} \alpha_{cryst} \hat{x}_1}{\vartheta} \right)}{\hat{x}_1} \right) \vartheta \end{array} \right. \quad (V. 8)$$

avec  $\hat{z} = [\hat{z}_1 \hat{z}_2]^T$  le vecteur de sortie reconstruit à partir des états estimés et  $\hat{x} = [\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3]^T$  le vecteur d'état estimé par l'observateur.

Le schéma de principe de la régulation est synthétisé sur la Figure V- 2 :

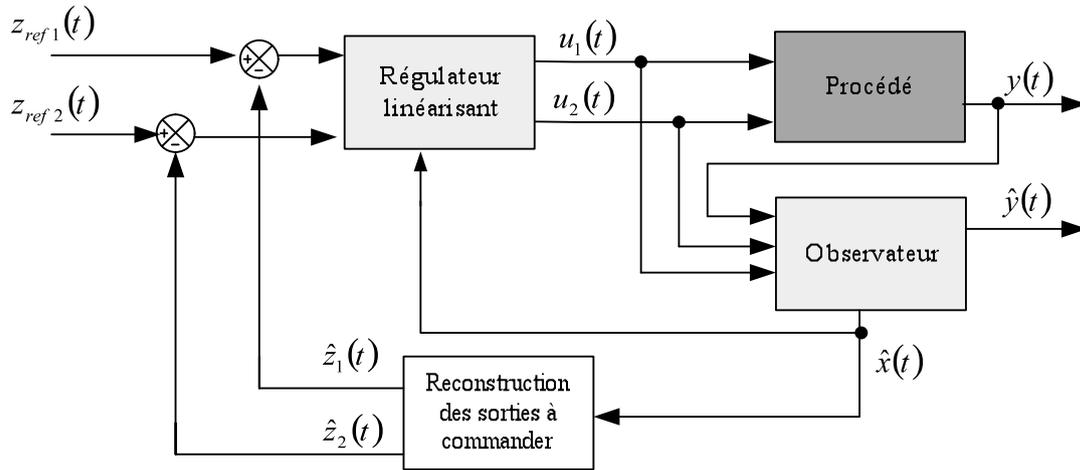


Figure V- 2 : Schéma de régulation multivariable

Le régulateur linéarisant ne permet pas de prendre en compte directement dans le calcul du vecteur de commande les contraintes sur les variables manipulables (Cf. Chapitre 1). Nous avons donc intégré ces contraintes à la sortie du régulateur, sous la forme de deux conditions seuils (V. 9) et (V. 10) :

$$\begin{cases} \text{Si } u_1 < 0 & \text{alors imposer } u_1 = 0 \\ \text{Ou si } u_1 > 0,0208 & \text{alors imposer } u_1 = 0,0208 \end{cases} \quad (\text{V. 9})$$

$$\begin{cases} \text{Si } u_2 < 0 & \text{alors imposer } u_2 = 0 \\ \text{Ou si } u_2 > 6,5 \cdot 10^6 & \text{alors imposer } u_2 = 6,5 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (\text{V. 10})$$

### V.1.2. Suivi de consigne

Nous pouvons observer sur la Figure V- 3 que les résultats de suivi de consigne pour la masse des cristaux et la concentration sont tous deux excellents. Avec une erreur moyenne nettement inférieure à 1 % (Cf. Figure V- 6 et Figure V- 7), le régulateur présente un suivi de consigne très performant en terme de précision pour la masse des cristaux et la concentration de saccharose dissous. Concernant les variables de commande, les résultats sont également pleinement satisfaisants (Cf. Figure V- 4 et Figure V- 5). Les variations des variables de commande sont *souples*, pas d'oscillation brutale d'amplitude importante susceptible, en pratique, de détériorer les actionneurs. Nous retiendrons de très bons résultats en asservissement avec la stratégie de commande multivariable s'appuyant sur la commande par linéarisation entrées/sorties.

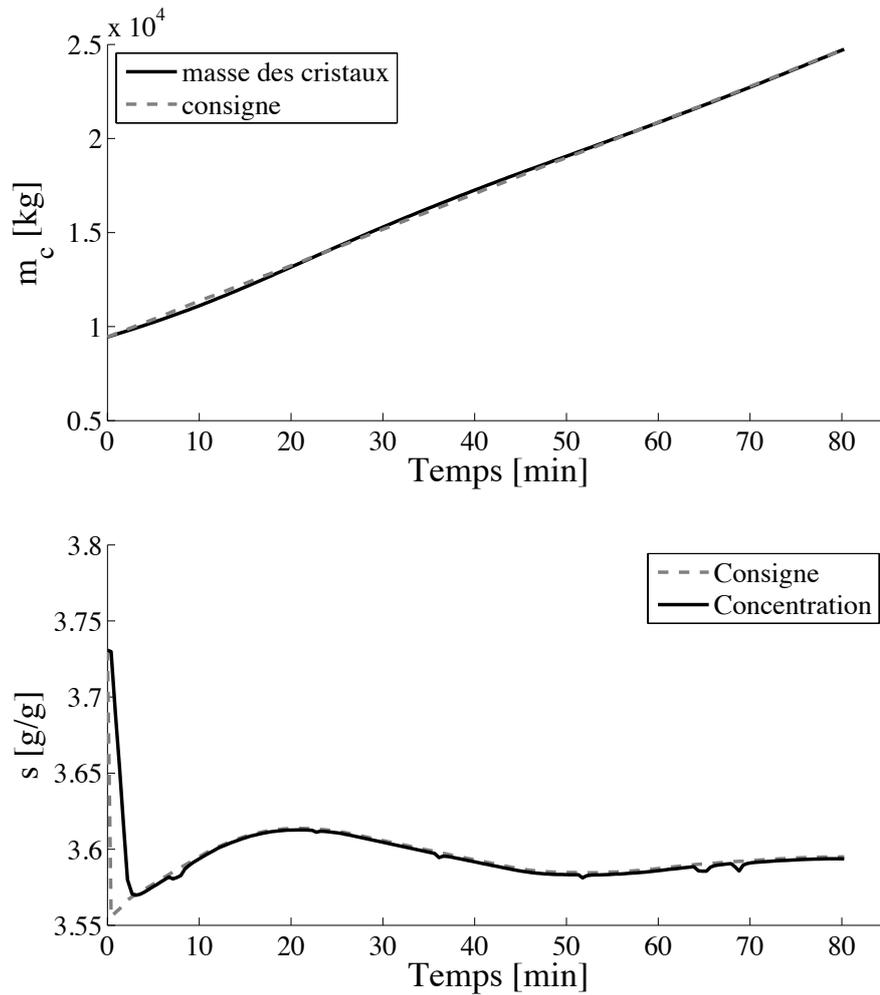


Figure V- 3 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration

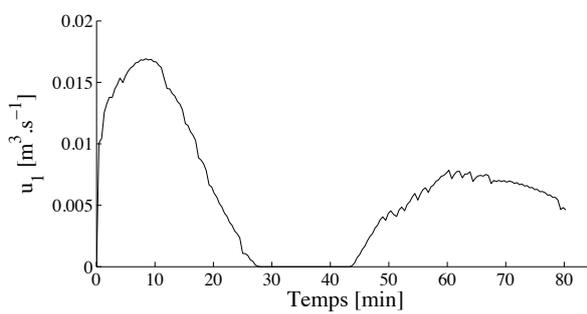


Figure V- 4 : Débit d'alimentation en liquide

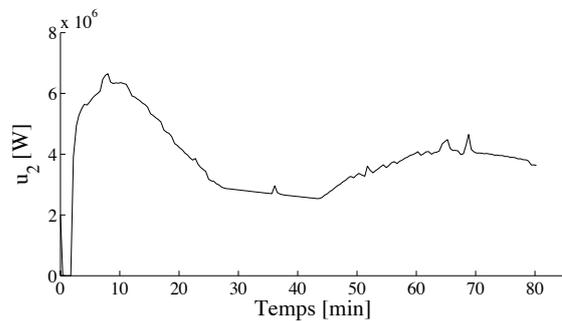


Figure V- 5 : Débit de vapeur de chauffe

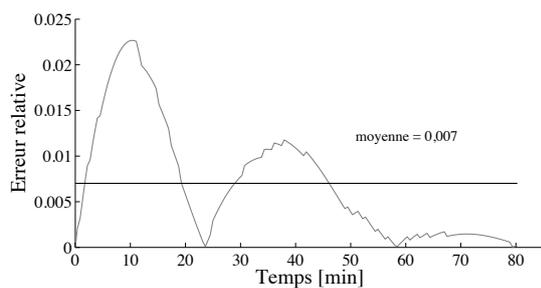


Figure V- 6 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux

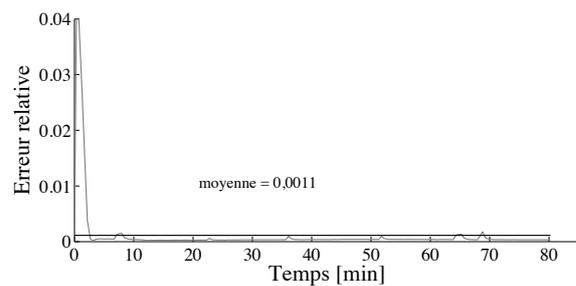


Figure V- 7 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration

## V.2. Rejet de perturbation

Dans cette partie, nous proposons d'évaluer les performances de la commande linéarisante en régulation en introduisant successivement une perturbation sur le Brix de la liqueur d'alimentation et sur la température de la masse cuite.

### V.2.1. Perturbation sur le Brix de la liqueur d'alimentation

Afin d'évaluer les performances du régulateur aux rejets de perturbation, nous introduisons une perturbation de type créneau d'une amplitude de cinq points sur le Brix de la liqueur d'alimentation (Cf. Figure V- 8).

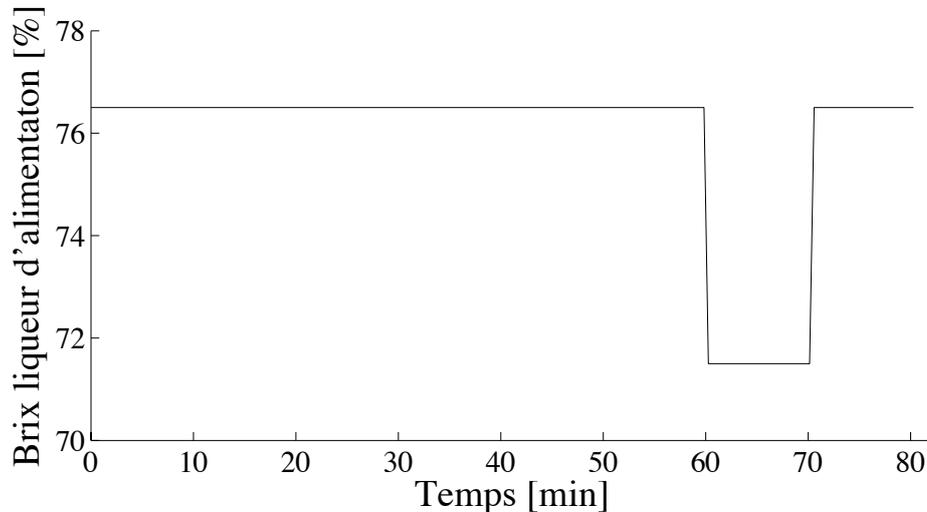


Figure V- 8 : Perturbation

Les résultats présentés sur la Figure V- 9 mettent en évidence des performances remarquables en rejet de perturbation, les variables de sortie suivent parfaitement la consigne. Les erreurs de suivi de consigne obtenues (Cf. Figure V- 12 et Figure V- 13) sont quasiment identiques à celles obtenues sans la perturbation, confirmant un bon rejet de perturbation.

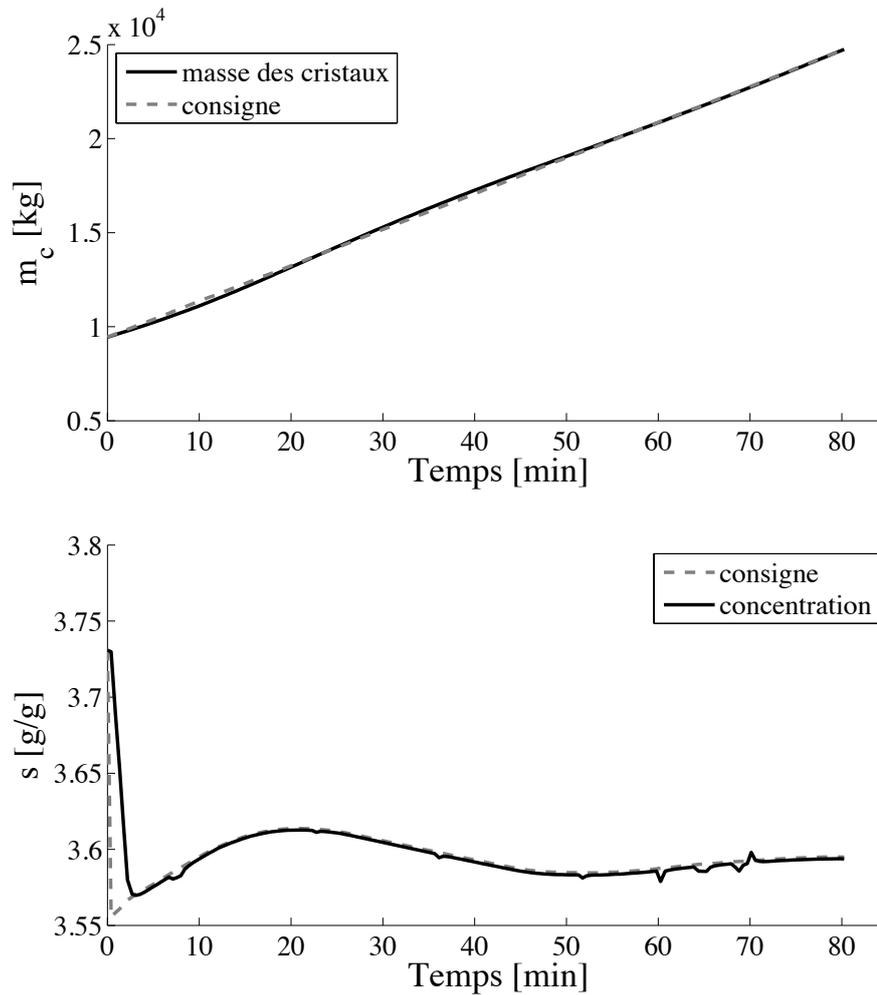


Figure V- 9 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration

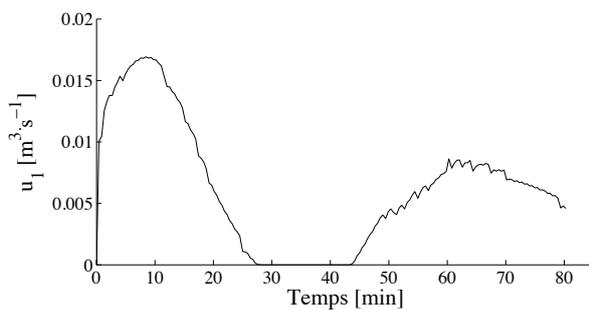


Figure V- 10 : Débit d'alimentation en liqueur

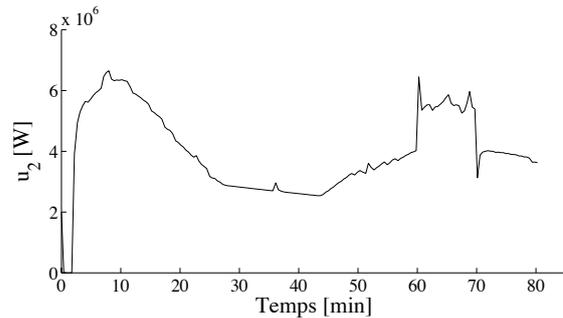


Figure V- 11 : Débit de vapeur de chauffe

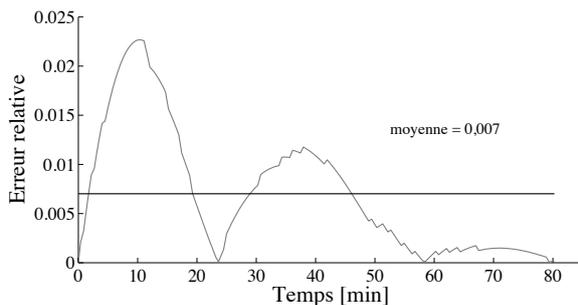


Figure V- 12 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux

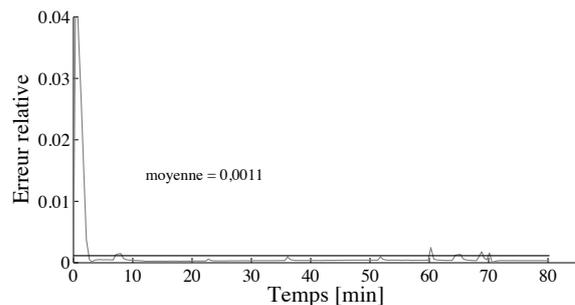


Figure V- 13 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration

Afin d'apprécier le rejet de perturbation, nous proposons de superposer les variables de commande obtenues avec et sans perturbation sur la fenêtre de la perturbation (Cf. Figure V-14 et Figure V-15).

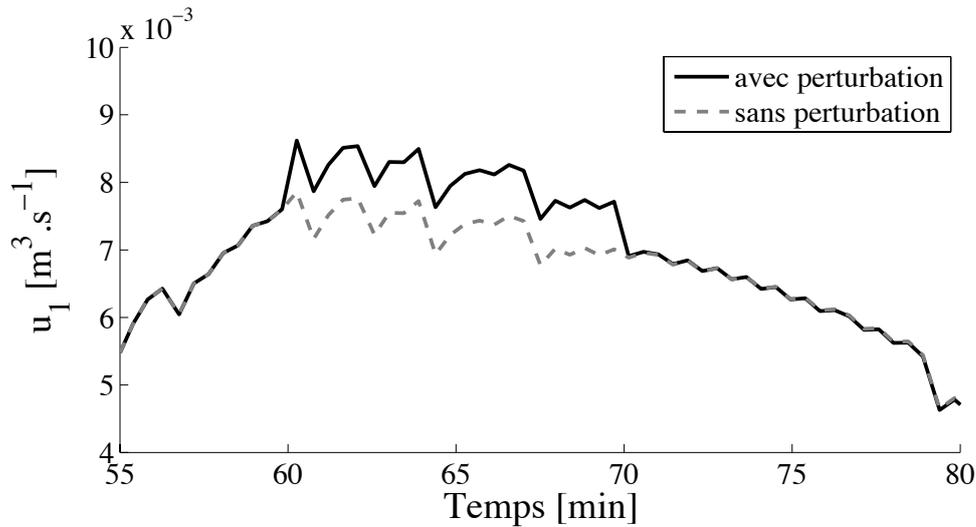


Figure V- 14 : Débit d'alimentation en liqueur

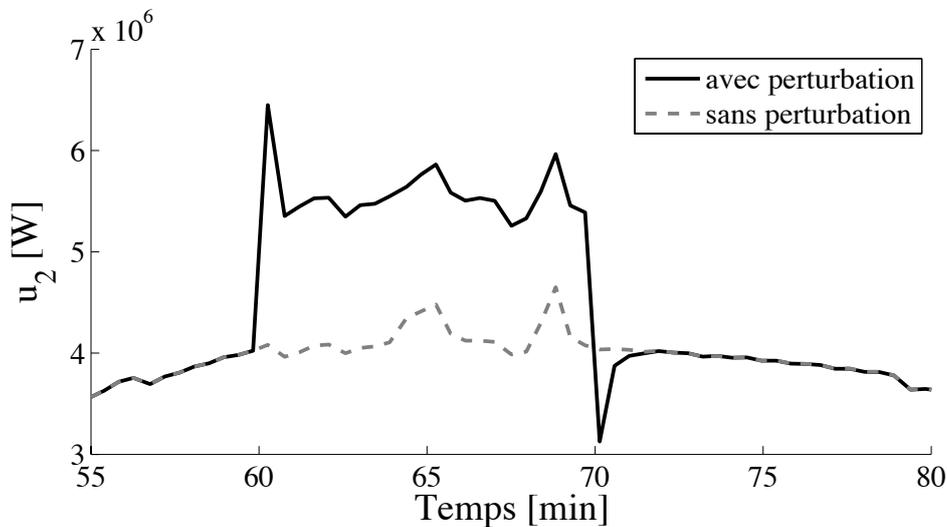


Figure V- 15 : Débit de vapeur de chauffe

Nous observons que la diminution du Brix d'alimentation est compensée par une augmentation du débit de liqueur d'alimentation, notons qu'un comportement similaire a été obtenu avec le régulateur PID à paramètres variables et la commande prédictive. Au total,  $0,43 \text{ m}^3$  de liqueur a été injecté pour le rejet de perturbation. Nous remarquons également que le rejet de la perturbation introduit une augmentation de la puissance de chauffe. Ce résultat est cohérent : l'augmentation du débit d'alimentation en liqueur, nécessaire pour compenser la diminution du brix de la liqueur d'alimentation, a pour conséquence une diminution de la concentration de la solution (le brix de la liqueur d'alimentation est inférieur à celui de la liqueur mère). Afin

d'éviter la diminution de la concentration, une augmentation de l'ébullition est nécessaire, ce qui explique l'augmentation de la puissance de chauffe. Dans le cas présent, le rejet de perturbation a entraîné une augmentation de la consommation d'énergie de l'ordre de 2 %.

### V.2.2. Dérive en température de la masse cuite

Afin de tester l'adaptation de la consigne de concentration en saccharose en fonction de la température, nous proposons d'introduire une dérive en température (Cf. Figure V- 16) et d'observer le comportement du régulateur en suivi de consigne.

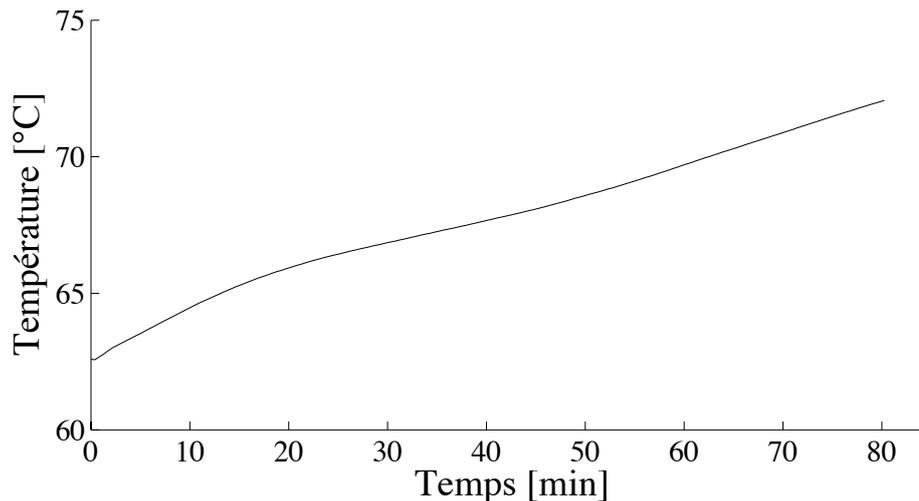


Figure V- 16 : Dérive en température

Afin d'apprécier l'effet cette perturbation sur le suivi de consigne de concentration, nous traçons la concentration en fonction de la température. Nous constatons que la concentration en saccharose de la solution se déplace sur le profil de concentration en fonction de la température avec une très bonne précision (Cf. Figure V- 17). Cette adaptation de la consigne de concentration en fonction de la température permet de maintenir la solution dans la zone métastable, en dépit d'éventuelles perturbations de température, limitant ainsi les risques de dissolution ou de nucléation spontanée.

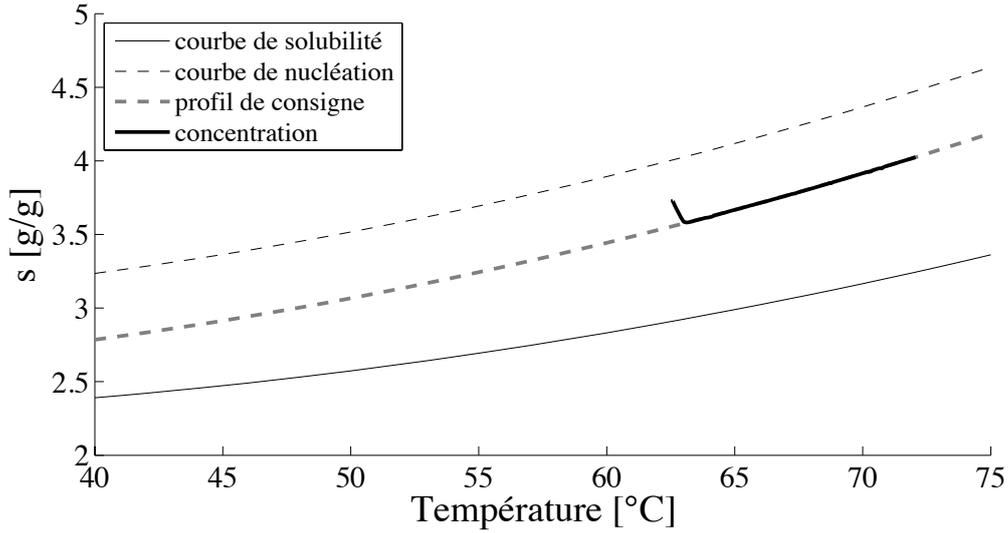


Figure V- 17 : Dérive en température

Par ailleurs, le suivi de consigne de masse des cristaux reste performant et les variables de commande entièrement admissibles.

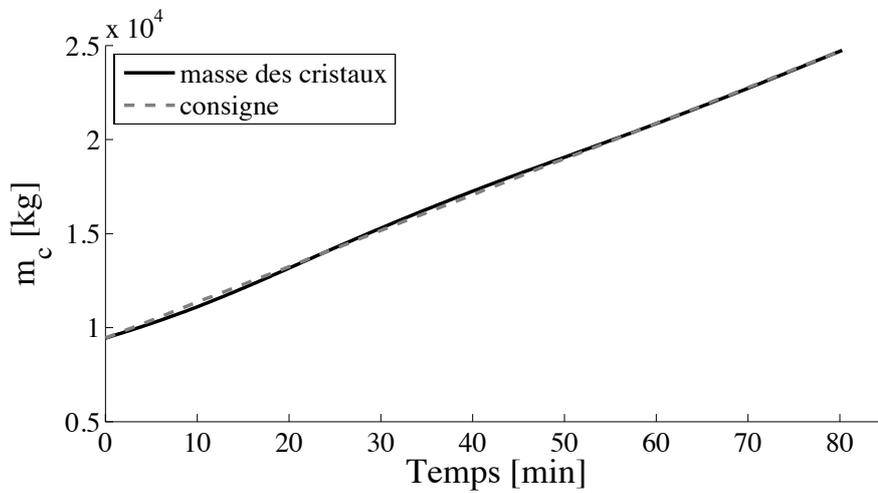


Figure V- 18 : Suivi de consigne : masse des cristaux

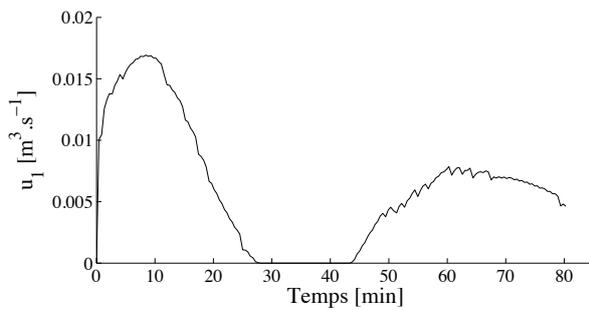


Figure V- 19 : Débit d'alimentation en liqueur

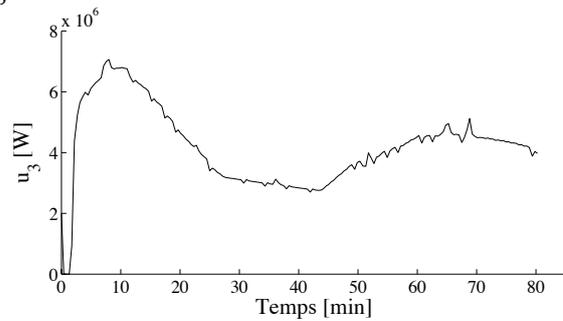


Figure V- 20 : Débit de vapeur de chauffe

### V.3. Erreur de modélisation

Dans un contexte industriel, et de par la variabilité des propriétés de la matière première et des conditions opératoires, les erreurs de modélisation sont inévitables. La stratégie de commande utilisée doit nécessairement posséder des propriétés de robustesse liées à ces erreurs de modélisation. Afin d'évaluer les performances de robustesse du régulateur linéarisant face aux erreurs de modélisation, nous avons introduit un biais dans le modèle sur lequel s'appuie le régulateur. Pour cela, une erreur importante est appliquée à la valeur du taux de conversion  $\alpha_{cryst}$  et à la capacité calorifique de la masse cuite  $Cp_{mg}$ , qui sont tous deux utilisés de manière explicite dans les lois de commande. Cette étude repose sur deux hypothèses simplificatrices, considérées à la fois au cours d'une phase de croissance et tout au long d'une campagne sucrière (pas d'identification en cours de campagne) :  $\alpha_{cryst}$  et  $Cp_{mg}$  constants. Il en résulte une approximation sur chacun de ces paramètres, qui constitue une erreur de modélisation.

Cette partie a pour objectif l'évaluation des performances du régulateur en asservissement et en régulation, en présence d'erreurs de modélisation : le taux de conversion  $\alpha_{cryst}$  est **diminué de 50 %** et la capacité calorifique de la masse cuite  $Cp_{mg}$  est **diminuée de 20 %**.

#### V.3.1. Suivi de consigne avec rejet de perturbation

Les performances en asservissement et en régulation sont étudiées en introduisant une perturbation sur le Brix de la liqueur d'alimentation lors du suivi de consigne. Nous utilisons la perturbation présentée sur la Figure V- 8.

Les résultats de suivi de consigne et de rejet de perturbation, en présence d'erreur de modélisation, restent entièrement satisfaisants (Cf. Figure V- 21). **Nous pouvons observer que le régulateur est particulièrement robuste aux erreurs de modélisation.** Notons tout de même une légère erreur de traînage, de l'ordre de 0,0045 % soit une erreur absolue moyenne de 0,0163 sur le suivi de consigne de concentration. En pratique, cette **faible erreur de traînage** n'a aucune incidence sur la conduite globale du procédé de cristallisation. Notons également que les valeurs des variables de commande restent entièrement admissibles (Cf. Figure V- 22 et Figure V- 23).

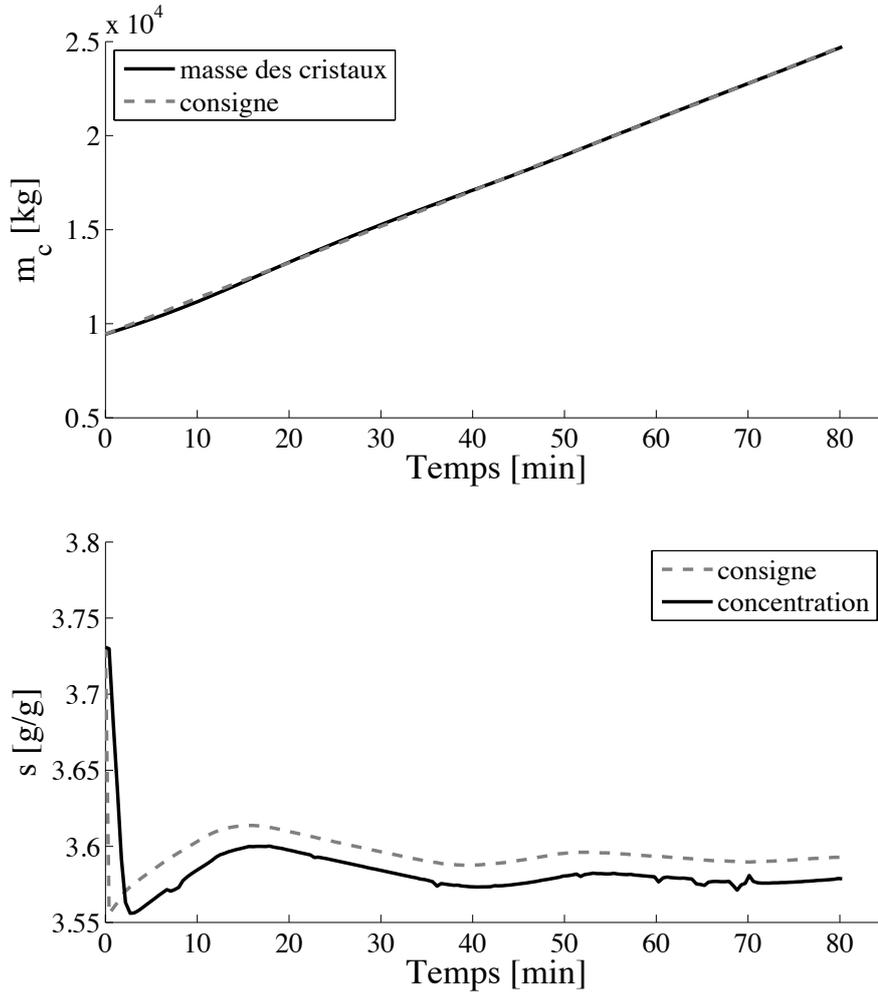


Figure V- 21 : Suivi de consigne avec rejet de perturbation et erreur de modélisation

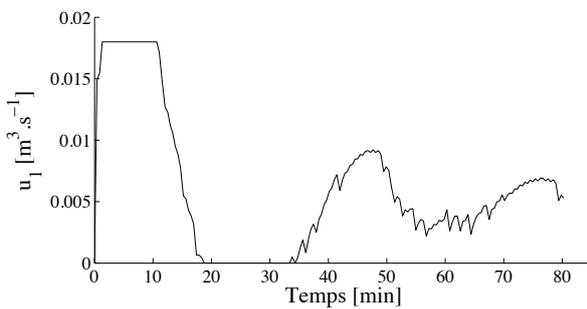


Figure V- 22 : Débit d'alimentation en liqueur

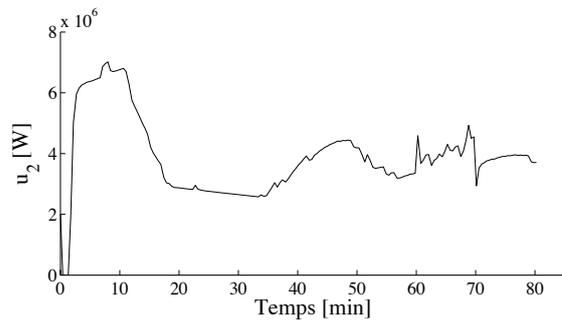


Figure V- 23 : Débit de vapeur de chauffe

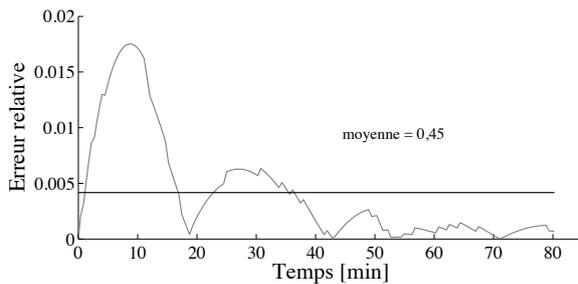


Figure V- 24 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux

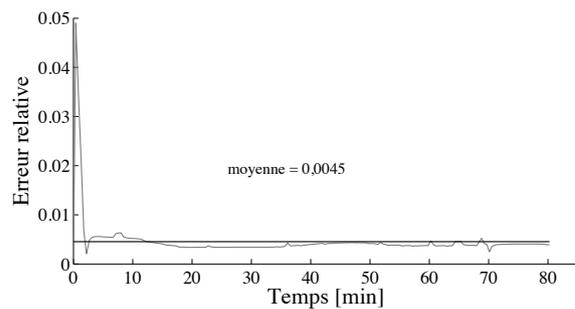


Figure V- 25 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration

Pour diminuer l'erreur de traînage sur le suivi de consigne de concentration, comme préconisé dans la littérature par certains auteurs [Dunia et al., 1997 ; Xie et al., 1999 ; Duvall et al., 2001 ; Madar et al., 2005 ; Jenzch et al., 2006 ; etc.], nous proposons d'ajouter un terme intégrateur dans la loi de commande de la puissance de chauffe.

### V.3.2. Ajout d'un terme intégral dans la loi de commande de la puissance de chauffe

Dans cette partie, nous proposons de reprendre le scénario de commande précédent en introduisant un terme intégrateur dans l'expression de la loi de commande de la puissance de chauffe.

#### V.3.2.1. Réécriture du problème de poursuite de trajectoire

Avec le terme intégrateur, le problème de poursuite peut s'écrire sous la forme (V. 11) :

$$\dot{z}_2(t) = \dot{z}_{ref2}(t) + k_{02} \mathfrak{R}_2(t) + T_{02} \int_{\tau_0}^t \mathfrak{R}_2(t) d\tau \quad (V. 11)$$

La loi de commande en boucle fermée de la puissance de chauffe, obtenue à partir des relations (V. 8) et (V. 11), s'écrit sous la forme (V. 12) :

$$u_2 = \left( \frac{\left[ \dot{z}_{ref2} + k_{02} (z_{ref2} - \hat{z}_2) + T_{02} \int_{\tau_0}^t (z_{ref2} - \hat{z}_2) d\tau \right] \hat{x}_3^2 - (\rho_f B x_f P t e u_1 - \alpha_{crist} \hat{x}_1) \hat{x}_3}{\hat{x}_1} \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\hat{x}_1 \left( u_1 \left[ \rho_f (1 - B x_f) - \frac{\rho_f (h_f - C p_{ms} T_{ms})}{\vartheta} \right] - \frac{\lambda_{crist} \alpha_{crist} \hat{x}_1}{\vartheta} \right)}{\hat{x}_1} \right) \vartheta \quad (V. 12)$$

#### V.3.2.2. Suivi de consigne avec rejet de perturbation

Nous observons des résultats de suivi de consigne et de rejet de perturbation parfaitement satisfaisants (Cf. Figure V- 26). Avec une erreur de l'ordre de 0,022 %, soit une erreur absolue moyenne de 0,0079, le terme intégrateur a permis une nette diminution de l'erreur de traînage. Nous pouvons également remarquer l'effet du terme intégrateur sur la variable de commande qui s'en trouve légèrement plus bruitée (Cf. Figure V- 27).

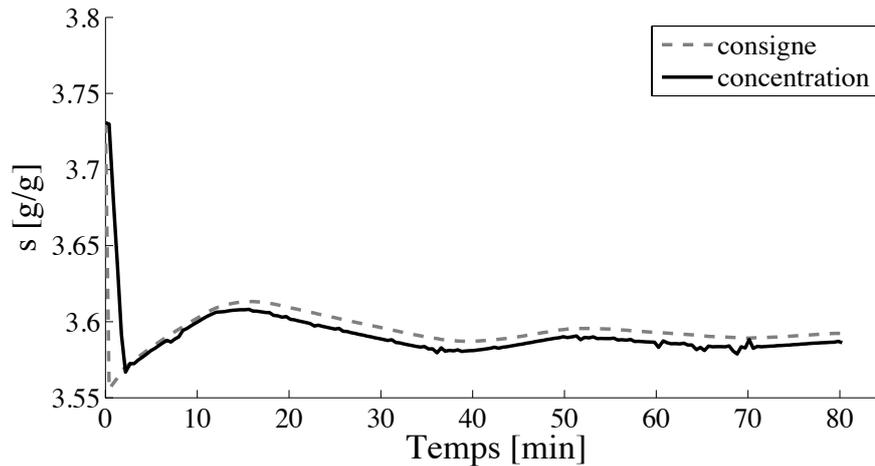


Figure V- 26 : Suivi de consigne avec rejet de perturbation et erreur de modélisation

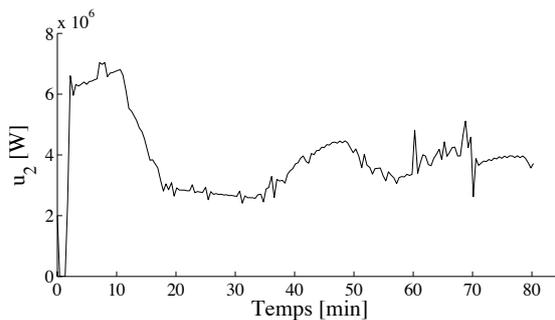


Figure V- 27 : Débit de vapeur de chauffe

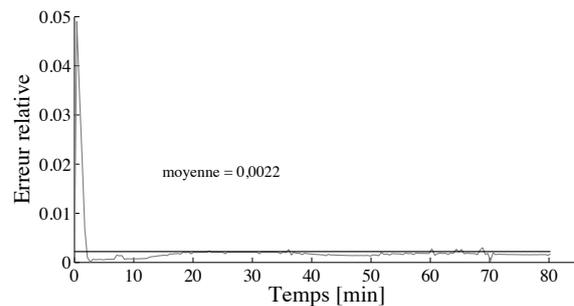


Figure V- 28 : Erreur de suivi de consigne

Le terme intégrateur permet de réduire de moitié l'erreur de traînage. Cependant, comme nous l'avons souligné précédemment, les résultats de suivi de consigne et de rejet de perturbation obtenus sans le terme intégrateur sont complètement satisfaisants et suffisants. De plus, l'introduction d'un terme intégrateur est susceptible de diminuer la stabilité du système. **En résumé, l'introduction du terme intégrateur n'est pas nécessaire.**

**Nous retiendrons que le régulateur linéarisant est robuste aux erreurs de modélisation**

#### V.4. Effet du bruit sur les variables de commande

Dans cette partie, afin de se rapprocher des conditions expérimentales, nous superposons aux sorties du simulateur un bruit blanc Gaussien, avec un rapport signal sur bruit de 2 %. Nous observons des résultats de suivi de consigne excellents pour la masse des cristaux et la concentration (Cf. Figure V- 29), avec une erreur de l'ordre de 0,65 % et 0,31 % respectivement.

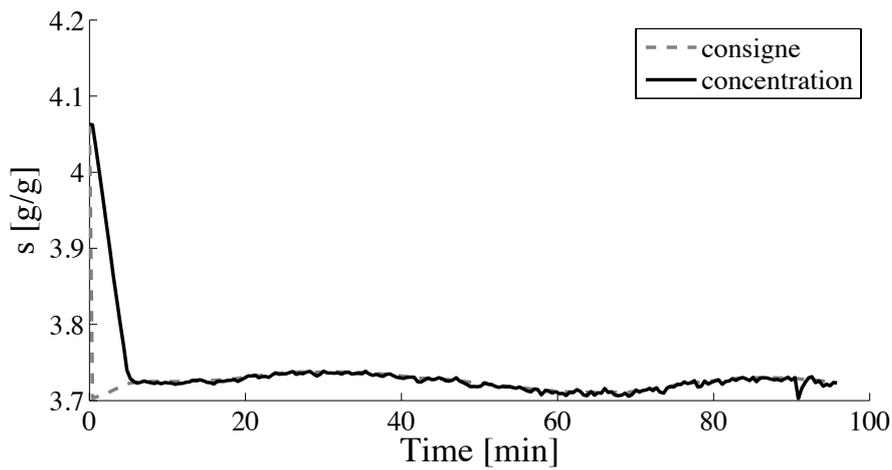
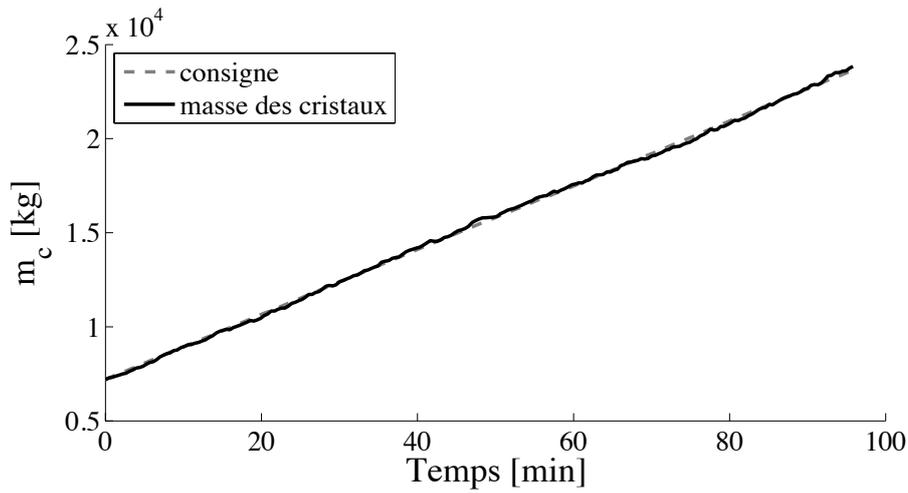


Figure V- 29 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration

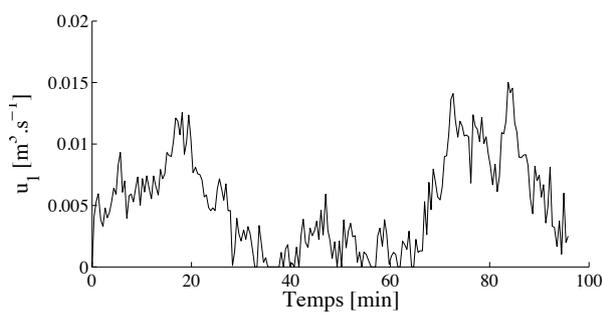


Figure V- 30 : Débit d'alimentation en liqueur

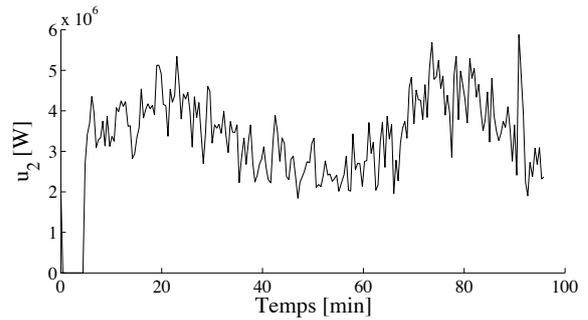


Figure V- 31 : Débit de vapeur de chauffe

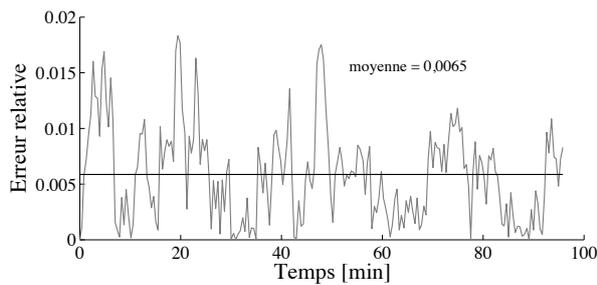


Figure V- 32 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux

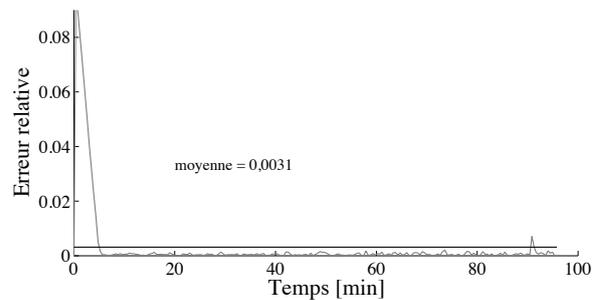


Figure V- 33 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration

En revanche, nous pouvons observer que les variables de commande sont bruitées (Cf. Figure V-30 et Figure V-31). En effet, les lois de commande du débit d'alimentation et de la puissance de chauffe faisant intervenir des grandeurs bruitées, les variables de commande se retrouvent également bruitées.

Afin de lisser les signaux représentant l'évolution des variables de commande, nous proposons d'utiliser un filtre passe bas du premier ordre directement sur les variables de commande. Cette approche, facile à mettre en œuvre, permet notamment de diminuer les contraintes au niveau des actionneurs.

### Filtrage des variables de commande

Nous appliquons au vecteur de commande un filtrage de la forme (V. 13) :

$$u(t) = \gamma u(t-1) + (1-\gamma)u(t) \quad (\text{V. 13})$$

Où  $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t)]^T$  est le vecteur de commande et  $0 < \gamma < 1$  le paramètre de filtrage. Plus  $\gamma$  est petit et plus le filtrage est faible, et inversement. Dans ce qui suit, nous considérons  $\gamma = 0,5$ , valeur obtenue par méthode essai-erreur.

Nous observons que l'application du filtre permet de diminuer nettement le niveau de bruit des variables de commande (Cf. Figure V-35 et Figure V-36), tout en conservant de très bonnes performances en suivi de consigne (Cf. Figure V-34).

**Nous retiendrons que dans le cadre du régulateur linéarisant, les variables de commande sont affectées par le bruit de mesure. Toutefois, l'application d'un filtre passe-bas suffit à pallier ce problème.**

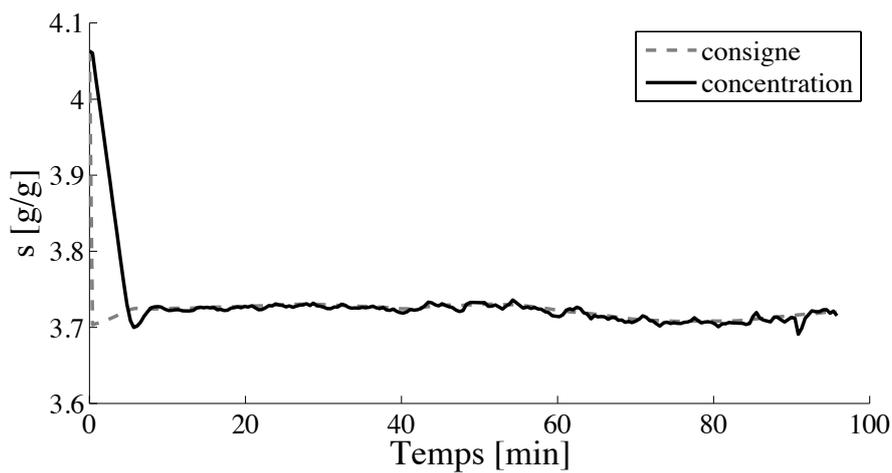
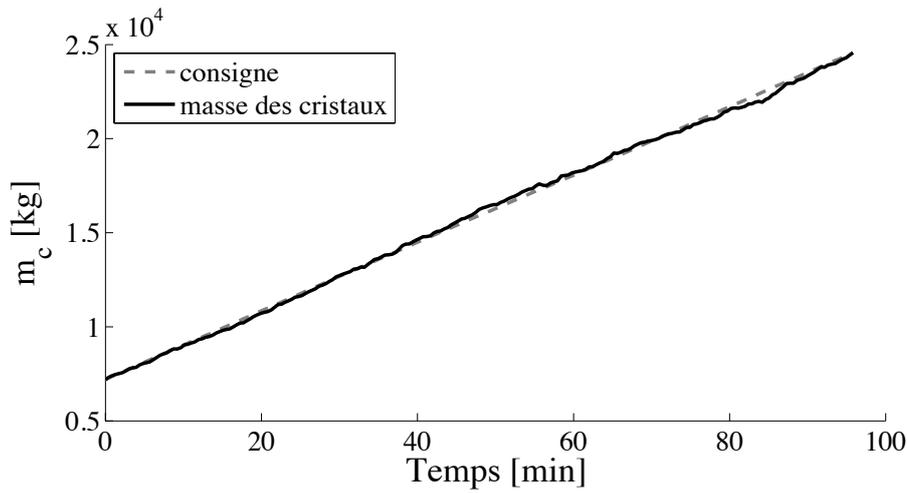


Figure V- 34 : Suivi de consigne : masse des cristaux et concentration

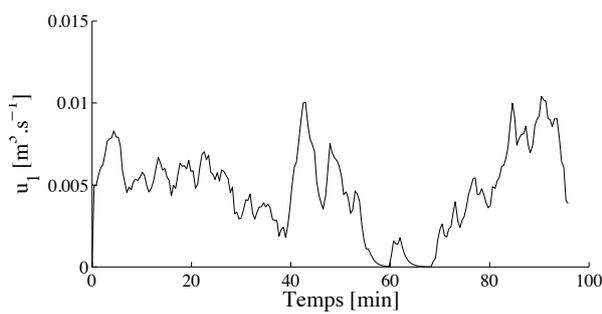


Figure V- 35 : Débit d'alimentation en liqueur

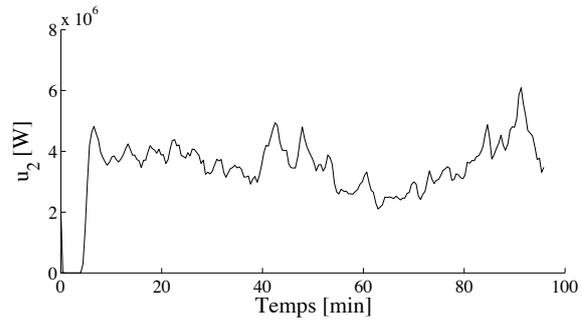


Figure V- 36 : Débit de vapeur de chauffe

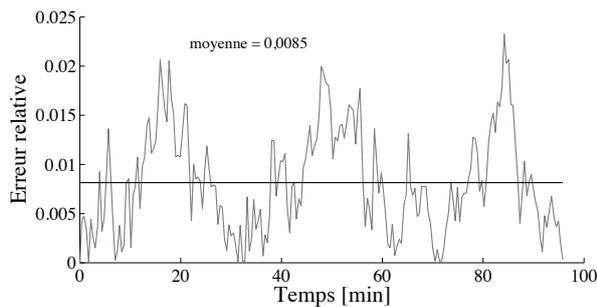


Figure V- 37 : Erreur de suivi de consigne pour la masse des cristaux

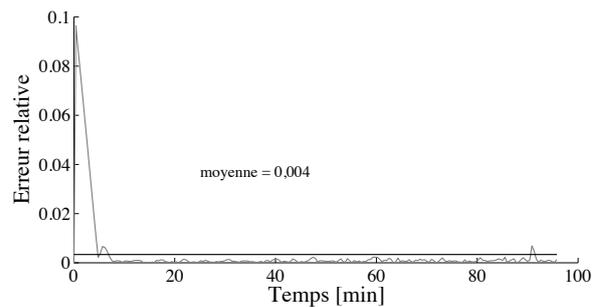


Figure V- 38 : Erreur de suivi de consigne pour la concentration

## V.5. Conclusion

Dans ce cinquième chapitre nous avons étudié les performances de la stratégie de commande multivariable s'appuyant sur un régulateur linéarisant, avec comme variables de commande le débit d'alimentation et la puissance de chauffe, et comme variables à commander la masse des cristaux et la concentration. Les différents scénarii de commande que nous avons étudiés ont permis de mettre en lumière **d'excellents résultats en asservissement et en régulation**. Nous avons également mis en évidence la **robustesse du régulateur linéarisant face aux erreurs de modélisation**. L'un des inconvénients du régulateur linéarisant est la répercussion des bruits de mesure sur les variables de commande. Cependant, nous avons vu qu'un simple filtrage des variables de commande suffisait à pallier ce problème.

D'une part, le contrôle de la masse des cristaux permet de remplir l'objectif d'optimisation de l'extraction du saccharose dissous. D'autre part, le contrôle de la concentration de saccharose permet le maintien de la solution dans la zone métastable, tout en garantissant une meilleure gestion de la consommation d'énergie. **En résumé, bien que ces résultats doivent être confirmés par des essais expérimentaux, cette stratégie de commande semble offrir une amélioration significative de la conduite du procédé de cristallisation.**

Nous retiendrons que l'introduction de la puissance de chauffe, *i.e.* le débit de vapeur de chauffe, dans le vecteur de commandes apparaît comme une perspective intéressante pour l'amélioration de la conduite du procédé de cristallisation.



*Conclusion générale*

*&*

*Perspectives*



## Conclusion générale et perspectives

L'objectif principal de cette étude était de proposer des stratégies de contrôle alternatives au schéma PID couramment appliqué en milieu industriel, pour améliorer la conduite d'un procédé de cristallisation. Chacune des étapes du procédé de cristallisation est caractérisée par des objectifs de contrôle spécifiques. Dans ce travail, toute l'attention a été portée sur la phase de croissance cristalline avec comme **objectif de contrôle l'optimisation de l'épuisement**, c'est à dire l'extraction maximum du saccharose dissous en solution.

Nous avons vu dans le chapitre premier qu'aujourd'hui encore, l'amélioration de la conduite du procédé de cristallisation demeure un enjeu économique majeur, et un champ de recherche ouvert dans des domaines tels que l'industrie pharmaceutique ou agroalimentaire. Dans le deuxième chapitre, l'analyse de la conduite d'un procédé de cristallisation industriel nous a permis de mettre en lumière les limites de la stratégie de contrôle appliquée : variable à commander sensible aux perturbations de pression réduite dans le cristalliseur et oscillations de la sortie autour de la consigne. Pour pallier ces problèmes, nous avons proposé trois stratégies de commande alternatives s'appuyant sur des variables à commander et des régulateurs différents de ceux utilisés couramment dans l'industrie sucrière (Cf. Tableau VI- 1).

|                    | Variable de commande                     | Variable à commander                | Régulateur                       |
|--------------------|--|-------------------------------------|----------------------------------|
| Stratégie actuelle | Débit liqueur                            | Conductivité électrique             | PID                              |
| <b>Stratégie 1</b> | Débit de liqueur                         | Masse des cristaux                  | PID à paramètres variables       |
| <b>Stratégie 2</b> | Débit de liqueur                         | Masse des cristaux                  | Commande prédictive non linéaire |
| <b>Stratégie 3</b> | Débit de liqueur<br>Puissance de chauffe | Masse des cristaux<br>Concentration | Linéarisation<br>entrées/sorties |

Tableau VI- 1 : Stratégies de commande proposées pour l'optimisation de l'épuisement

Dans un premier temps, afin de faciliter le transfert technologique entre le laboratoire et l'industrie, nous avons proposé deux stratégies de commande monovariante directement applicables à l'usine. Puis dans un deuxième temps, afin d'améliorer encore la conduite du procédé, nous avons proposé une stratégie de commande multivariante. Les stratégies de commande proposées s'appuyant sur des grandeurs non mesurées en ligne, nous avons synthétisé et validé dans le chapitre 3, trois observateurs d'état correspondant aux trois configurations les plus répandues dans l'industrie. A cet effet, un modèle du procédé de cristallisation s'appuyant uniquement sur les équations de bilan de matière et d'énergie, sans nécessiter la résolution du bilan de population, a été identifié et validé. Ce chapitre a permis de mettre en relief l'amélioration notable de la supervision apportée par l'observateur. L'utilisation d'un observateur offre la possibilité, lorsque les procédés ne sont équipés que d'une mesure de Brix, d'obtenir avec une précision comparable à celle d'une mesure en ligne l'information sur les deux Brix. Par ailleurs, l'estimation en ligne de la masse des cristaux permet de suivre l'avancement du procédé. Dans le chapitre 4, nous avons étudié les performances de deux stratégies de commande monovariante, en simulation à travers divers scénarii de commande, et sur le réacteur pilote. Les résultats de simulation ainsi que les essais expérimentaux ont montré que la stratégie de commande prédictive présente de très bons résultats en asservissement et en régulation. Par ailleurs, le choix d'utiliser la masse des cristaux comme variable à commander, substituée à la conductivité électrique, s'est révélé pertinent. Plus représentative de l'évolution du procédé, cette grandeur est également moins sensible aux perturbations de la pression réduite dans le cristalliseur. Enfin, dans le cinquième chapitre, nous avons mis en lumière les bénéfiques potentiels d'un contrôle multivariante du procédé de cristallisation (stratégie 3). Les résultats de simulation en asservissement et en régulation, bien qu'ils doivent être confirmés par des essais expérimentaux, sont très encourageants.

En conclusion, à la lumière des résultats obtenus en simulation et sur le plan expérimental, les stratégies de contrôle alternatives proposées dans ce travail s'avèrent adaptées pour améliorer de manière significative la supervision et le contrôle du procédé de cristallisation dans l'industrie sucrière.

## Perspectives

Les perspectives de ce travail sont nombreuses :

### Validation expérimentale de la stratégie multivariable

Afin de confirmer les performances de la stratégie de commande multivariable présentée et étudiée en simulation à travers plusieurs scénarii de commande, des essais expérimentaux sur le réacteur pilote doivent être menés. Dans cette optique, des modifications sont en cours sur le réacteur, notamment pour disposer d'une mesure en ligne du débit de la vapeur de chauffe.

### Transfert technologique

Un transfert technologique est actuellement en cours entre le laboratoire et la sucrerie de Bois Rouge. Ce transfert, qui a débuté en mars 2010, a pour objectif de remplacer la stratégie de commande actuelle des procédés de cristallisation par une stratégie de commande prédictive. La conduite du procédé, effectuée jusqu'à présent en suivant un profil de conductivité électrique de la solution et s'appuyant sur un régulateur PID, sera bientôt effectuée en suivant un profil de masse cristalline à l'aide d'un régulateur de type prédictif.

### Méthodologie de détection de défaut de capteur

Les stratégies de commande proposées dans ce travail reposent toutes sur un observateur d'état. Selon les configurations, l'observateur s'appuie sur une ou deux mesures de Brix. Ainsi, si le capteur sur lequel s'appuie l'observateur se met en défaut, les grandeurs estimées par l'observateur, particulièrement la masse des cristaux utilisée comme variable à commander, ne seront plus fiables. Par exemple, si le capteur de Brix liqueur mère s'encrasse et que la conduite du procédé s'appuie sur l'observateur construit à partir de cette mesure, une détérioration significative de la conduite du procédé sera observée.

Dans le cadre d'une coopération avec un chercheur du GEPEA<sup>1</sup>, je travaille depuis peu sur la mise en place d'une méthodologie de détection de défaut de capteur, applicable à Bois Rouge et permettant de mettre en évidence un défaut sur les capteurs de Brix liqueur mère et massecuite. Cette méthodologie s'appuie sur la mise en parallèle de deux observateurs : le premier s'appuyant sur la mesure du Brix liqueur mère (observateur 1) et le second reposant sur le Brix massecuite (observateur 2).

---

<sup>1</sup> Laboratoire de GEnie des Procédés, Environnement, Agroalimentaire

Ce travail comporte deux grands axes :

- la détection du capteur en défaut, permettant une intervention rapide de l'opérateur,
- et la mise en place d'un commutateur permettant d'utiliser l'un ou l'autre des observateurs pour la conduite du procédé, permettant ainsi une conduite du procédé correcte en dépit d'éventuels défauts de capteurs.

Le schéma de principe de la méthodologie est présenté sur la Figure VI-1 :

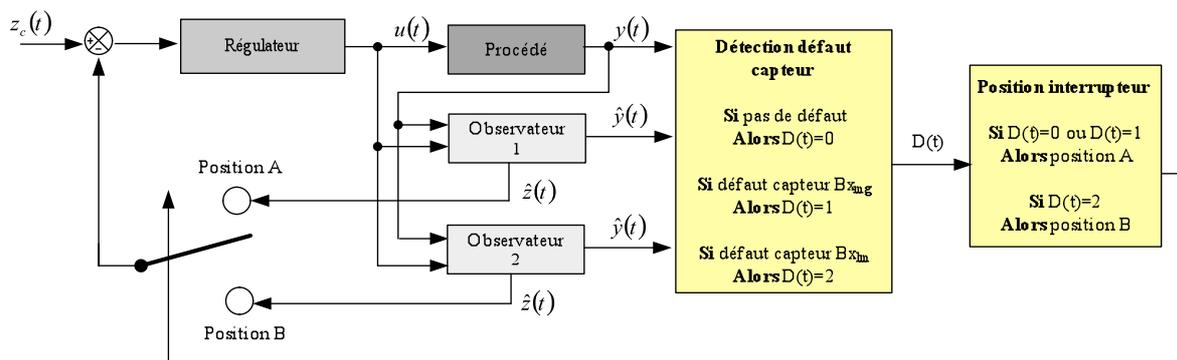


Figure VI-1 : Schéma de principe de la méthodologie de détection de défaut et de commutation d'observateur

$B_{x_{mg}} / B_{x_{lm}}$  Brix massecuite / liqueur mère

$y(t) / \hat{y}(t)$  Vecteur de sorties mesurées / estimées - composé de  $B_{x_{mg}}$  et  $B_{x_{lm}}$

$u(t)$  Vecteur de commande

$z_c(t) / \hat{z}(t)$  Consigne / variable à commander estimée

-  $D(t) = 0$  (pas de défaut)

$D(t)$  Variable de détection

-  $D(t) = 1$  (défaut capteur  $B_{x_{mg}}$ )

-  $D(t) = 2$  (défaut capteur  $B_{x_{lm}}$ )

Cette méthodologie permet d'éviter une dégradation de la conduite du procédé lorsqu'un des capteurs de Brix se met en défaut (encrassement, panne, etc.).

Finalemment, nous retiendrons comme résultats importants de ce travail :

- l'amélioration considérable de la supervision des cristallisoirs ne disposant que d'une seule mesure de Brix, et ce sans investissement supplémentaire ;
- une variable à commander plus pertinente : la masse des cristaux. Plus représentative de l'avancement du procédé et nettement moins sensible aux accidents de pression réduite que la conductivité électrique de la solution ;
- une réelle amélioration de la conduite du procédé avec la stratégie de commande monovariante s'appuyant sur le régulateur prédictif ;
- et la possibilité d'améliorer encore la conduite du procédé avec une stratégie de commande multivariante, notamment d'un point de vue énergétique.



# *Bibliographie*



## *Bibliographie*

**[Adler et al., 1998]**

Adler, S., Beaver, E., Bryan, P., Rogers, J.E.L., Robinson, S. and Russomanno, C., (1998). « Vision 2020: 1998 Separations Roadmap ». AIChE Press. Center for Waste Reduction Technologies, New York.

**[Akkari, 2007]**

Akkari, E. (2007). « Modélisation et commande de la décongélation par micro-ondes ». ENITIAA, Nantes. Thèse de doctorat, 155 p.

**[Bakir et al., 2006]**

Bakir, T., Othman, S., Fevotte, G., Hammouri, H. (2006). « Nonlinear observer of crystal-size distribution during batch crystallization ». AIChE journal. Vol. 52, pp. 2188-2197.

**[Barth, 2006]**

Barth, S.(2006). « Utilization of FBRM in the control of CSD in Batch Cooled Crystallizer ». Thèse de doctorat, Georgia Institute of Technology, 121 p.

**[Benne, 1999]**

Benne, M. (1999). « Les réseaux de neurones pour la modélisation et le contrôle du procédé d'évaporation : expérimentations et applications industrielles en sucrerie de cannes ». Thèse de doctorat, Université de La réunion, 130 p.

**[Bequette, 1991]**

Bequette, B.W. (1991). « Nonlinear control of chemical processes—A review ». Industrial Engineering Chemical Research. Vol. 30, pp. 1391–1413.

**[Beyou, 2008]**

Beyou, S. (2008). « Proposition d'un algorithme PID à paramètres variables pour l'amélioration de la conduite d'un procédé de cristallisation industriel ». Thèse de doctorat, université de La Réunion 151 p.

**[Bonard et al., 1993]**

Bornard, G., Celle-Couenne, F., Gilles, G. (1993). « Observabilité et observateurs ». In: Fossard AJ, Normand-Cyrot D. Masson, Inc., Paris, pp. 177-221.

**[Bonnecaze, 2004]**

Bonnecaze, C. (2004). « Cristallisation C en sucrerie de canne : Modélisation de la pureté de la liqueur mère et étude de l'ensemencement ». Thèse de doctorat. Université de La Réunion. 180 p.

**[Braatz, 2002]**

Braatz, R. D. (2002). « Advanced control of crystallization process ». *Annual Reviews in Control*. Vol. 26, pp. 87-99.

**[Cadet, 1997]**

Cadet, C. (1997). « Modélisation et étude d'une commande automatique d'un procédé industriel d'évaporation en sucrerie de canne ». Thèse de doctorat présentée à l'Université Claude Bernard de Lyon.

**[Cameron et al., 1983]**

Cameron, F., Seborg, D.E. (1983). « A self-tuning controller with a PID structure ». *International Journal of Control*. Vol. 30, pp. 401.

**[Chabriat, 1993]**

Chabriat J.P. (1993). « Analyse énergétique de procédés de fabrication en sucrerie de canne – étude théorique et expérimentale ». Thèse de doctorat présentée à l'Université Claude Bernard de Lyon.

**[Chen et al. 2004]**

Chen, J., Huang, T.C. (2004). « Applying neural networks to on-line updated PID controller for nonlinear process control ». *Journal of process control*. Vol. 14, pp. 211-230.

**[Chorão et al., 1996]**

Chorão, S., & Fayo de Azevedo, S. (1996). « A discretized population balance approach for the modelling of industrial sucrose crystallisation ». 13th symposium on industrial crystallization, Toulouse, France, 16–19 September, pp. 719–725.

**[Clarke et al., 1979]**

Clark, D.W., Gawthrop, P.J. (1979). « Self-tuning control ». in: *Proc. IEE, Pt-D* 126 pp. 633.

**[Clarke et al., 1987a]**

Clarke, D.W., Mohtadi, C., Tuffs, P.S. (1987). « Generalized Predictive Control: I. The basic algorithm ». *Automatica*, Vol. 23, pp. 137.

**[Clarke et al., 1987b]**

Clarke, D.W., Mohtadi, C., Tuffs, P.S. (1987). « Generalized Predictive Control: II. Extensions and Interpretations ». *Automatica*. Vol. 23, pp. 149.

**[Colin, 2006]**

Colin, G. (2006). « Contrôle des systèmes rapides non linéaires – Application au moteur à allumage commandé turbocompressé à distribution variable ». Université d'Orléan. Thèse de doctorat. 178 p.

**[Doki et al., 2004]**

Doki, N., Seki, H., Takano, K., Asatani, H., Yokota, M., Kubota, N. (2004). « Process control of seeded batch cooling crystallization of the metastable  $\alpha$ -form glycine using an in-situ ATR-FTIR spectrometer and an in-situ FBRM particle counter ». *Crystal Growth Design*. Vol. 4 (5), pp. 949–953.

**[Doyle et al., 1995]**

Doyle, F.D., Hobgood, J.V. (1995). « Input-output linearization using approximate process models ». *Journal of Process Control*. Vol. 5, pp. 263-275.

**[Dreyfus et al., 2004]**

Dreyfus, G., Martinez, J.M., Samuelides, M., Gordon, M.B., Badran, F., Thiria, S., Héroult, L. « Réseaux de neurones : Méthodologie et applications ». Edition Eyrolles, Collection Algorithmes, 1<sup>ère</sup> parution (22/01/2002), 2<sup>ème</sup> édition.

**[Dunia et al., 1997]**

Dunia, R., Edgar, T., Fernandez, B. (1997). « Effect of process uncertainties on generic model control : a geometric approach ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 52, pp. 2205-2222.

**[Duvall et al., 2001]**

Duvall, M., Riggs, B.J., Lee, P. (2001). « Multi-model decoupled Generic Model Control ». *Control Engineering Practice*. Vol. 9, pp. 471-481.

**[Eisenberger, 1996]**

Eisenberger, P.M. (1996). « Basic Research Needs for Environmentally Responsive Technologies of the Future: An Integrated Perspective of Academic, Industrial, and Government Researchers ». Princeton Materials Institute, Princeton, New Jersey.

**[Faria et al., 2008]**

Faria, N., Fayo de Azevedo, S., Rocha, F.A., Pons, M.N. (2008) « Modelling agglomération degree in sucrose crystallization ». *Chemical Engineering and Processing*. Vol. 47, pp. 1666-1677.

**[Férotte et al., 2010]**

Férotte, F., Férotte, G. (2010). « A method for characteristics for solving population balance equations (PBE) describing the absorption of impurities during crystallization process ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 65, pp. 3191-3198.

**[Fayo de Azevedo et al., 1993]**

Fayo de Azevedo, S., Choraó, J., Gonçalves, M.J., Bento, L. (1993). « On line-monitoring of white sugar crystallization through software sensors – Part I. » *International Sugar Journal*. Vol. 95, pp. 483-488.

**[Fayo de Azevedo et al., 1994]**

Fayo de Azevedo, S., Choraó, J., Gonçalves, M.J., Bento, L. (1994). « On line-monitoring of white sugar crystallization through software sensors – Part II. » *International Sugar Journal*. Vol. 96, pp. 18-26.

**[Fayo de Azevedo et al., 1997]**

Fayo de Azevedo, S., Dahm, B., Oliveira, F.R. (1997) « Hybrid modelling of biochemical processes: A comparison with the conventional approach ». *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 21, pp. S751-S756.

**[Georgieva et al., 2006]**

Georgieva, P., Meireles, M.J., Fayo de Azevedo, S. (2003). « Knowledge-based hybrid modelling of a batch crystallization when accounting for nucleation, growth and agglomération phenomena ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 58, pp. 3699-3713.

**[Georgieva et al., 2006]**

Georgieva, P., Feyo de Azevedo, S. (2006). « Neural Network-Based Control Strategies applied to a Fed-Batch Crystallization Process ». *Computational Intelligence*. Vol. 3, pp. 224-233.

**[Grondin et al., 2006]**

Grondin-Perez, B., Benne, M., Chabriat, J.P. (2006). « Supervision of C crystallization in Bois Rouge sugar mill using on-line crystal content estimation using synchronous microwave and refractometric Brix measurements ». *Journal of Food Engineering*. Vol. 76, pp. 639-645.

**[Gu et al., 2008]**

Gu, B., Gupta, Y.P. (2008). « Control of nonlinear processes by using linear model predictive control algorithms ». *ISA Transactions*, Vol. 47, pp. 211-216.

**[Hartel, 2001]**

R.W. Hartel. « Crystallization in Foods ». (2001), 336 pp., Hardcover. ISBN: 978-0-8342-1634-1.

**[He et Asada, 1993]**

He, X., Asada, H. « A new method for identifying orders of input-output models for nonlinear dynamic systems ». (1993). *Proceeding of the American Control Conference*, San Francisco, pp. 2520-2523.

**[Henson, 1998]**

Henson, A.M. (1998). « Nonlinear model predictive control: Current status and future directions ». *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 23, pp. 187-201.

**[Hornik, 1989]**

Hornik K. (1989). « Multilayer Feedforward networks are universal approximators ». *Neural Networks*, n2, pp. 359-366.

**[Hornik, 1991]**

Hornik K. (1991). « Approximation capabilities of multilayer feedforward networks ». *Neural Networks*, n4, pp. 251-257

**[Hu et al., 2005]**

Hu, Q., Rohani, S., Wang, D.X., Jutan, A. (2005). « Optimal control of batch cooling seeding crystallizer ». *Powder Technology*. Vol. 156, pp. 170-176.

**[Hu et al., 2005]**

Hu, Q., Rohani, S., Jutan A. (2005). « Modelling and optimization of seeded batch crystallizers ». *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 29 (4), pp. 911-918.

**[Hugo, 1979]**

Hugo, E. (1979). « Sucrecric de canne ». third ed., Tech & Doc Lavoisier.

**[Hulburt & Katz, 1964]**

Hulburt, H.M., Katz, S. (1964). « Some problems in particle technology. A statistical mechanical formulation ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 19, pp. 555-574.

**[Isidori, 1989]**

Isidori, A. (1989). « Nonlinear Control Systems : an Introduction. Springer-Verlag, Berlin, Germany, pp. 549.

**[Jenzsch et al. 2006]**

Jenzsch, M., Simutis, R., Luebbert, A. (2006). « Generic model control of the specific growth rate in recombinant *Escherichia coli* cultivations ». *Journal of Biotechnology*. Vol. 122, pp.483-493.

**[Jones et al., 1974]**

Jones, A.G., Mullin J.W. (1974). « Programmed cooling crystallization of potassium sulphate solutions ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 29 (1), pp. 105.

**[Kaddouri, 2000]**

Kaddouri, A. (2000). « Etude d'une commande non linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents. Département de génie électrique et de génie informatique. Québec, université de LAVAL, Canada, thèse de doctorat, 212 p.

**[Kalman, 1960]**

Kalman, R.E. (1960). « A new approach to linear filtering and prédiction problems ». *Transactions of ASME*. Vol. 83, pp. 95-108.

**[Kim, 2002]**

Kim, I. (2002). « Today's pharmaceutical/biotech challenges: Cutting-edge technology, tight regulations, and a demanding consumer market ». *Chemical Engineering Progress*. Vol. 98 (3), pp. 12-15.

**[Khalil, 1980]**

Khalil, H.K. (1980). « Linear systems ». Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.

**[Kramer et al., 2003]**

Kramer, H.J.M., Jansens, P.J. (2003). « Tools for design and control of industrial crystallizers-state of art and future needs ». *Chemical Engineering and Technology*. Vol 26 (3), pp. 247-255.

**[Krener et al., 1983]**

Krener, A., Isidori, A. (1983). « Linearization by output injection and non linear observers ». *System and control letters*. Vol. 3, pp. 47-52.

**[Kurtz et al., 1997]**

Kurtz, M.J., Henson, M.A. (1997). « Input-output linearizing control of constrained nonlinear processes ». *Journal of Process Control*. Vol. 7, pp. 3-17.

**[Larsen et al., 2006a]**

Larsen, P.A., Rawlings, J.B., Ferrier, N.J. (2006). « An algorithm for analyzing noisy, in situ images of high-aspect-ratio crystals to monitor particle size distribution ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 61 (16), pp. 5236-5248

**[Larsen et al., 2006b]**

Larsen, P.A., Patience, D.B., Rawlings J.B. (2006). « Industrial crystallization process control ». *IEEE Control Systems Magazine*. Vol 26 (4), pp. 70-80.

**[Lewiner et al., 2001]**

Lewiner, F., Klein, J.P., Puel, F., Fevotte, G. (2001). « On-line ATR FTIR measurement of supersaturation during solution crystallization processes. Calibration and applications on three solute/solvent systems ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 56 (6), pp. 2069–2084.

**[Libelle, 2007]**

Libelle, T. (2007). « Modèles de connaissance de la cristallisation de troisième jet en sucrerie de cannes ». Thèse de doctorat, Université de La Réunion. 229 p.

**[Luenberger, 1971]**

Luenberger, D.G. (1971). « An introduction to observers ». *IEEE transactions Automatic Control*. Vol. 16, pp. 596-602.

**[Madar et al., 2005]**

Madar, J., Abonyi, J., Szeifert, F. (2005). « Feedback linearizing control using hybrid neural networks identified by sensitivity approach ». *Engineering Application of artificial intelligence*. Vol. 18, pp. 335-343.

**[Meireles et al., 1998]**

Meireles, M. J., Fayo de Azevedo, S. (1998). « Modelling the operation of a sugar industrial evaporative crystalliser ». *CHEMPOR'98, Lisbon, Portugal, 26–28 September*, pp. 807–814.

**[Mesbah et al., 2008]**

Mesbah, A., Kalbasenka, A.N., Huesman, A.E.M, Kramer, H.J.M, Van den Hof, P.M.J. (2008) « Real-time dynamic optimization of batch crystallization processes ». *Proceeding of the 17th World Congress IFAC*, pp. 3246-3251.

**[Mesbah et al., 2009]**

Mesbaha, A., Landlustc, J., Huesmana, A.E.M., Kramerb, H.J.M., Jansensb, P.J., VandenHofa, P.M.J. (2009). « A model-based control Framework for industrial batch crystallization processes ». *Chemical Engineering Research and Design*. xxx2009xxx.

**[Morari, 1997]**

Morari, M., Lee, J.H. (1997). « Model predictive control: Past, present and future ». In *Proceedings of PSE'97-ESCAPE-7 symposium, Trondheim*.

**[Moldovanyi et al., 2005]**

Moldovanyi, N., Lakatos, B., Szeifert, F. (2005) « Model predictive control of MSMMPR crystallizers ». *Journal of Crystal Growth*. Vol. 275, pp. 1349–1354.

**[Motz et al., 2008]**

Motz, S., Mannal, S., Gilles, E.D. (2008). « State estimation in batch crystallization using reduced population models ». *Journal of Process Control*. Vol. 18, pp. 361-374.

**[Mullin et al., 1971]**

Mullin, J.W. (1971). « Crystallisation ». Butterworth-Heinemann. Oxford, UK.

**[Nagy, 2009]**

Nagy, Z.K. (2009). « Model based robust control approach for batch crystallization product design ». *Computer and Chemical Engineering*. Vol. 33, pp. 1685-1691.

**[Nagy et al., 2007]**

Nagy, Z.K., Bernd, M., Rüdigier, F., Frank, A. (2007). « Evaluation of an efficient output feedback nonlinear model predictive control for temperature tracking in industrial batch reactor ». *Control Engineering Practice*. Vol. 15, pp. 839-850.

**[National Research Council, 1992]**

National Research Council. (1992). « Critical Technologies: The Role of Chemistry and Chemical Engineering ». National Academy Press, Washington, D.C.

**[Nijmeijer et al., 1990]**

Nijmeijer, H., Van der Schaft, A.J. (1990). « Nonlinear dynamical control system ». Berlin, Germany: Springer.

**[Ortega et al., 1984]**

Ortega, R., Kelly, R. (1984). « PID self-tuners: Some theoretical and practice aspects ». *IEEE Trans. Ind. Electron.* Vol 31, pp. 312.

**[Ou et al., 2007]**

Ou, G., Murphey, Y.L. (2007). « Multi-class pattern classification using neural networks. » *Pattern Recognition*, Vol. 40, pp. 4-18.

**[Paengjuntuek et al., 2008]**

Paengjuntuek, W., Arpornwichanop, A., Kittisupakorn, P. (2008). « Product quality improvement of batch crystallizer by a batch-to-batch optimization and nonlinear control approach ». *Chemical Engineering Journal*. Vol. 139, pp. 344-350.

**[Patience et al., 2004]**

Patience, D.B., Dell'Orco, P.C., Rawlings, J.B. (2004). « Optimal operation of a seeded pharmaceutical crystallization with growth-dependent dispersion ». *Org Process Res Dev*. Vol. 8 (4), pp. 609-615.

**[Pautrat et al., 1997]**

Pautrat, C., Génotelle, J., Mathlouthi, M. (1997). « Sucrose crystal growth: effect of supersaturation, size and macromolecular impurities, in Sucrose crystallization ». *science and technology*, VanHook et al., Bartens, pp. 57-70.

**[Peres et al., 2001]**

Peres, J., Oliveira, R., Feyo de Azevedo, S. (2001). « Knowledge based modular networks for process modelling and control ». *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 25, pp. 783-791

**[Pichardo-Almarza et al., 2005]**

Pichardo-Almarza, C., Rahmani, A., Dauphin-Tanguy, G., Delgado, M. (2005). « Proportional-integral observer for systems modeled by bond graph ». *Simulation Modelling Practice and Theory*. Vol. 13, pp. 179-211.

**[Prada et al. 2009]**

de Prada, C., Grossmann, I., Sarabia, D., Cristea, S. (2009). « A strategy for predictive control of a mixed continuous batch process ». *Journal of Process Control*. Vol. 19, pp. 123–137.

**[Prakash et al., 2009]**

Prakash, J., Srinivasan, K. (2009). « Design of nonlinear PID controller and nonlinear model predictive controller for a continuous stirred tank reactor ». *ISA Transactions*. Vol. 48 (3), pp. 273-282.

**[Proudfoot et al., 1983]**

Proudfoot, C.G., Gawthrop, P.J., Jacobs, O.L.R. (1983). « Self-tuning PI control of a pH neutralization process ». in: *Proc. IEE, Pt-D 130*, pp. 267.

**[Puel et al., 2003]**

Puel, F., Févotte, G., Klein, J.P. (2003). « Simulation and analysis of industrial crystallization processes through multidimensional population balance equations. Part I: a resolution algorithm based on the method of class ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 58, pp. 3715-3727.

**[Radke et al., 1987]**

Radke, F., Isermann, R. (1987). « A parameter-adaptive PID controller with stepwise parameter optimization ». *Automatic*. Vol. 23, pp. 449.

**[Ramkrishna, 1985]**

Ramkrishna, D. (1985). « The status of population balances ». *Reviews in chemical engineering*. Vol. 3, pp. 49-95.

**[Randolph et al., 1971]**

Randolph, A.D. and Larson, M.A., (1971). « Theory of Particulate Processes ». Academic Press, New York, USA.

**[Rawlings et al., 1992]**

Rawlings, J.B., Witkowski, W.R. and Eaton, J.W. (1992). « Modelling and control of crystallizers, *Powder Technol* ». Vol. 69 (1), pp. 3 – 9.

**[Rawlings et al., 2002]**

Rawlings, J.B., Sink, C.W., Miller, S.M. (2002). « Control of crystallization processes ». In: A.S. Myerson, Editor, *Handbook of Industrial Crystallization* (2nd edition), Butterworth-Heinemann, Boston, USA, pp. 201–23

**[Richalet et al., 1978 ]**

Richalet, J., Rault, A., Testud, J.L., Papon, J. (1978). « Model predictive Heuristic control : Application to Industrial Processes ». *Automatica*. Vol. 14, pp. 413-428.

**[Richalet, 1993]**

Richalet, J. (1993). « Pratique de la commande prédictive ». Hermes, Paris

**[Rival et al., 1994]**

Rivals I., Canas D., Personnaz L. & Dreyus G. (1994). « Modelling and control of mobile robots and intelligent vehicles by neural networks ». *IEEE Conference on Intelligent Vehicles*, Paris.

**[Rodríguez-Hornedo et al., 1999]**

Rodríguez-Hornedo, N. and Murphy, D. (1999). « Significance of controlling crystallization mechanisms and kinetics in pharmaceutical systems ». *Journal of Pharmaceutical Science*. Vol. 88, pp. 651–660.

**[Segovia et al., 2004]**

Segovia, J.P., Sbarbaro, D., Ceballos, E. (2004). « An adaptive pattern based nonlinear PID controller ». *ISA Transactions*. Vol. 43 (2), pp. 271–281.

**[Semiconductor Industry Association, 2001]**

Semiconductor Industry Association. (2001). « International Technology Roadmap for Semiconductors ». <http://public.itrs.net/>

**[Sheikhzadeh et al., 2008]**

Sheikhzadeh, M., Trifkovic, M., Rohani, S. (2008). « Real-time optimal control of an anti-solvent isothermal semi-batch crystallization process ». *Chemical Engineering Science*. Vol. 63, pp. 829–839.

**[Shekunov et al., 2000]**

Shekunov, B.Y. and York, P. (2000). « Crystallization processes in pharmaceutical technology and drug delivery design ». *Journal of Crystal Growth*. Vol. 211, pp. 122–136.

**[Shepard, 1990]**

R.N. Shepard. (1990). « Neural Nets for Generalization and Classification : Comment on Staddon and Reid ». *Psychological review*. Vol. 7, pp. 559–575.

**[Sjöberg et al., 1995]**

Sjöberg, J., Q. Zhang, L. Ljung, Benveniste A., B. Delyon, P.Y. Glorennec, H. Hjalmarsson et A. Juditsky. (1995). « Nonlinear black-box modeling in system identification : a uni ed overview ». *Automatica*. Vol. 31, pp. 1691–1724.

**[Slotine et al., 1991]**

Slotine, J.J., Li, W. (1991). « Applied nonlinear control ». New Jersey, USA: Prentice Hall.

**[Sundarapandian, 2006]**

Sundarapandian, V. (2006). « A separation theorem for robust pole placement of discrete-time linear control system with full-order observers ». *Mathematical and Computer Modelling*. Vol. 43, pp. 42–48.

**[Suykens et al., 1996]**

Suykens, J.A.K., Vandewalle, J.P.L., De Moor, B.L.R. (1996). « Artificial neural networks for modelling and control of non-linear systems ». Kluwer Academic Publisher, Boston.

**[Swift et al., 2008]**

Swift, D.K., Dagli, C.H. (2008). « A study on the network traffic of Connexion by Boeing: Modelling with artificial neural networks ». *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 21, pp. 1113–1129.

**[Thompson et al., 1994]**

Thompson, M.L., Kramer, M.A. (1994). « Modelling chemical processes using prior knowledge and neural networks ». *A.I.Ch.E. Journal*. Vol. 40, pp. 1328–1340.

**[Ulrich, 1989]**

Ulrich, J. (1989). « Growth rate dispersion—a review ». *Cryst Res Technol*. Vol. 24, pp. 249 – 257.

**[Venugopal et Baets, 1994]**

Venugopal V., Baets W. (1994). « Neural Networks and Statistical Techniques in Marketing Research: A Conceptual Comparison » *Marketing Intelligence & Planning*, Vol. 12 (7).

**[Vollmer et al., 2001]**

Vollmer, U. Raisch, J. (2001). «  $H_{\infty}$ -Control of a continuous crystallizer ». *Control Engineering Practice*. Vol. 9, pp. 837-845.

**[Vollmer et al., 2006]**

Vollmer, U., Raisch, J. (2006). « Control of batch crystallization- A system inversion approach ». *Chemical Engineering and Processing*. Vol. 45, pp. 874-885.

**[White et al., 1971]**

White, E.T. and Wright, P.G., (1971). « Magnitude of size dispersion effects in crystallization ». *Chem Eng Progr Symp Ser. No. 110*, 67, pp. 81-87.

**[Wierenga et Kluytmans, 1994]**

B. Wierenga, J. Kluytmans. (1994). « Neural nets versus marketing models in time series analysis: A simulation study ». Bloemer, J. e.a., *Marketing: its Dynamics and Challenges Proceedings 23 rd. EMAC Conference, Maastricht*, pp. 1139-1153.

**[Worlitschek, 2003]**

Worlitschek, J. (2003). « Monitoring, modelling and optimization of batch cooling crystallization ». Zurich, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), PhD dissertation, n°15189.

**[Worlitschek, 2004]**

Worlitschek, J., Mazzotti, M. (2004). « Model-based optimization of particle size distribution in batch-cooling crystallization of paracetamol ». *Crystal Growth and Design*. Vol. 4 (5), pp. 891–903.

**[Wright et al., 1968]**

Wright, P.G., White, E.T. (1968). « A digital simulation of vacuum pan crystallization process ». *Proceeding du 13<sup>ème</sup> congrès de l'International Society of Sugar Cane Technology (ISSCT)*. pp. 1697-1710.

**[Wright et al., 1974]**

Wright, P.G., White, E.T. (1974). « A mathematical model of vacuum pan crystallization ». *Proceeding du 15<sup>ème</sup> congrès de l'International Society of Sugar Cane Technology (ISSCT)*. pp. 1546-1560.

**[Xie et al., 1999]**

Xie, X., Zhou, D., Jin, Y. (1999). « Strong tracking filter based adaptive generic control ». *Journal of Process Control*. Vol. 9, pp. 337-390.

**[Xie et al., 2001]**

Xie, W., Rohani, S., Phoenix, A. (2001). « Extended Kalman filter based nonlinear geometric control of a seeded batch cooling crystallizer ». *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 187, pp. 229–249.

**[Ye, 2008]**

Ye, J. (2008). « Tracking control for nonholonomic mobile robots: Integrating the analog neural network into the backstepping technique ». *Neurocomputing: Advances in Neural Information Processing*, Vol. 71, pp. 3373-3378.

**[Yu et al., 2007]**

Yu, Z.Q., Chew, J.W., Chow, P.S., Tan, R.B.H. (2007). « Recent advances in crystallization control-An industrial Perspective ». *Chemical Engineering Research and Design*. Vol. 85 (A7), pp. 893-905.

**[Yuzgec et al., 2006]**

Yuzgec, U., Becerikli, Y., Turkerç, M. (2006). « Nonlinear predictive control of a drying process using genetic algorithms ». *ISA Transactions*. Vol. 45, pp. 589-602.

**[Zhang et al., 2003]**

Zhang, G.P., Rohani, S. (2003). « On-line optimal control of a seeded batch cooling crystallizer ». *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 58, pp. 1887-1896.



# *Annexes*



## Annexe 1

| Capteur                | Mesure              | Matière/<br>Position                                 | Marque              | Principe de<br>fonctionnement            | Observations   | Gamme<br>de<br>mesure                     | Unités              | Acquisition        | Précision | Temps |
|------------------------|---------------------|--|---------------------|--|--|---|---------------------|--------------------|-----------|-------|
| Ampèremètre            | Intensité           | Agitateur<br>Haut de cuve                            | N.C.                | N.C.                                     | X  | N.C.                                      | Ampères             | 0 ~ 75A            | N.C.      | 0sec  |
| Conductimètre          | Conductivité        | Massecuite<br>Fond de cuve                           | N.C.                | N.C.                                     | X  | N.C.                                      | N.C.                | 0 ~ 100%           | N.C.      | N.C.  |
| Viscosimètre           | Viscosité           | Massecuite<br>Fond de cuve                           | SOFRASER            | Vibrations à<br>puissance<br>constante   | Fiable,<br>robuste et sans<br>maintenance                | 0,01 ~<br>1 000<br>ou 2 ~<br>1 000<br>000 | mPa.s               | 0 ~ 100%           | ±0,1%     | N.C.  |
| Réfractomètre          | Brix                | Liqueur mère<br>Fond de cuve                         | MASELLI             | Mesure optique<br>de la<br>concentration | Mesure<br>insensible à la<br>couleur du<br>liquide       | 30~95                                     | Refractive<br>Index | 50 ~<br>100°Bx     | ±0,15°Bx  | 1sec  |
| Réfractomètre          | Brix                | Liqueur<br>d'alimentation<br>Vanne<br>d'alimentation | K-PATENTS           | Mesure optique<br>de la<br>concentration | Mesure<br>insensible à la<br>couleur du<br>liquide       | N.C.                                      | Refractive<br>Index | 50 ~<br>100°Bx     | ±0,1%     | 1sec  |
| Densimètre             | Brix                | Massecuite<br>Fond de cuve                           | HARRER<br>& KASSEN  | Technologie<br>Micro-onde<br>2,45 GHz    | Sensible à la<br>géométrie de<br>l'enceinte<br>d'accueil | N.C.                                      | N.C.                | 50 ~<br>100°Bx     | ±0,1%     | 1sec  |
| Thermomètre            | Température         | Liqueur<br>d'alimentation<br>Vanne<br>d'alimentation | N.C.                | Pt100 ou<br>Thermocouple<br>J, K         | X  | N.C.                                      | °C                  | 0 ~ 150°C          | ±0,2%     | 0sec  |
| Thermomètre            | Température         | Massecuite<br>Mi-calandre                            | ENDRESS<br>& HAUSER | Pt100                                    | X  | N.C.                                      | °C                  | 0 ~ 150°C          | ±0,2%     | 0sec  |
| Thermomètre            | Température         | Massecuite<br>Sortie<br>faisceaux                    | ENDRESS<br>& HAUSER | Pt100                                    | X  | N.C.                                      | °C                  | 0 ~ 150°C          | ±0,2%     | 0sec  |
| Thermomètre            | Température         | Massecuite<br>Fond de cuve                           | ENDRESS<br>& HAUSER | Pt100                                    | X  | N.C.                                      | °C                  | 0 ~ 150°C          | ±0,2%     | 0sec  |
| Débitmètre             | Débit               | Liqueur<br>d'alimentation<br>Vanne<br>d'alimentation | N.C.                | N.C.                                     | X  | N.C.                                      | m³/h                | 0 ~ 75m³/h         | N.C.      | 0sec  |
| Débitmètre             | Débit               | Condensat<br>Eloigné de la<br>calandre               | N.C.                | N.C.                                     | X  | N.C.                                      | m³/h                | 0 ~ 20m³/h         | N.C.      | N.C.  |
| Capteur de<br>pression | Niveau              | Massecuite<br>Fond de cuve                           | ENDRESS<br>& HAUSER | Mesure<br>différentielle de<br>pression  | X  | 2~3000                                    | mBar                | 0 ~ 100%           | ±0,1%     | N.C.  |
| Capteur de<br>pression | Pression<br>réduite | Vide<br>Haut de cuve                                 | N.C.                | N.C.                                     | X  | N.C.                                      | mmHg                | -750 ~ 0<br>mmHg   | N.C.      | 0sec  |
| Capteur de<br>pression | Pression            | Vapeur de<br>chauffe<br>Calandre                     | N.C.                | N.C.                                     | X  | N.C.                                      | mBar                | 900 ~<br>1600 mBar | N.C.      | 0sec  |



## Annexe 2

### Corrélations utilisées pour les propriétés physiques

| Densité                    |   |                    |
|----------------------------|---|--------------------|
| $\rho_f$                   | $\left( 1 + \frac{Bx_{ml}(2 + Bx_{ml})}{54} \right) \left( 1 - 0.036 \frac{T_{mg} - 20}{160 - T_{mg}} \right) - \left[ 1 - e^{(1 - Pur_{ml}) \left( 1.164(10^{-4})(Bx_{ml}) + 6.927(10^{-6})(Bx_{ml})^2 \right)} \right]$ | $kg.m^{-3}$        |
| $\rho_w$                   | $1016.7 - 0.57(T_w)$  | $kg.m^{-3}$        |
| Capacité calorifique       |   |                    |
| $Cp_{ml}$                  | $4186.8 - 29.7(Bx_{ml}) + 4.61(Bx_{ml})(Pur_{ml}) + 0.075(Bx_{ml})(T_{mg})$   | $J.kg^{-1}.K^{-1}$ |
| $Cp_{mg}$                  | $4187 - 29.309Bx_{mg}$  | $J.kg^{-1}.K^{-1}$ |
| $Cp_c$                     | $1163.2 + 3.488(T_{mg})$  | $J.kg^{-1}.K^{-1}$ |
| Enthalpie spécifique       |   |                    |
| $h_{mg}$                   | $Cp_{mg}T_{mg}$   | $J.kg^{-1}$        |
| $h_f$                      | $Cp_fT_f$   | $J.kg^{-1}$        |
| $h_{vap}$                  | $2\,499\,980 - 24\,186 P_{vac} + (1\,891.1 + 106.1 P_{vac})T_{vac}$   | $J.kg^{-1}$        |
| $h_w$                      | $2323.3 + 4106.7(T_w)$  | $J.kg^{-1}$        |
| $h_{ml}$                   | $Cp_{ml}T_{mg}$   |                    |
| $h_c$                      | $Cp_cT_{mg}$  | $J.kg^{-1}$        |
| Chaleur latente spécifique |   |                    |
| $\lambda_{cryst}$          | $h_{ml} - h_c$  | $J.kg^{-1}$        |



## Annexe 3

Les trois matrices d'observabilité, correspondant aux trois configurations possibles, sont présentées ci-dessous. Afin d'alléger l'écriture, on pose  $\vartheta = v$ ,  $\lambda_{cryst} = L$  et  $\alpha_{cryst} = a$  ;

### Cas 1 : Brix massecuite et Brix liqueur mère

$$Lfg = [-(x1+x2+mi)/(x1+x2+x3+mi)^2 * a * L / v * x1 ; -a * x1 * (x3 * v + L * x1 + L * mi) / (x1+x3+mi)^2 / v]$$

$$L2fg = [L2fg1 ; L2fg2]$$

$$L2fg1 = a^2 * L * x1 * (2 * v * x1 * x2 + x3 * v * x1 + 2 * v * x1 * mi + v * x2^2 + v * x2 * x3 + 2 * v * x2 * mi + x3 * v * mi + v * mi^2 + v * x1^2 + 2 * L * x1^2 + 2 * L * x1 * x2 + 2 * L * x1 * mi) / (x1+x2+x3+mi)^3 / v^2$$

$$L2fg2 = a^2 * x1 * (-x3 * v^2 * x1 + x3^2 * v^2 + x3 * v^2 * mi + 3 * v * L * x1 * x3 + v * L * mi * x3 + v * L * mi^2 - L * x1^2 * v + 2 * L^2 * x1^2 + 2 * L^2 * x1 * mi) / (x1+x3+mi)^3 / v^2$$

$$\text{Matrice d'observabilité} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} \end{bmatrix}$$

Avec,

$$m11 = x3 / (x1+x2+x3+mi)^2 ;$$

$$m21 = x3 / (x1+x3+mi)^2 ;$$

$$m31 = -a * L * (x1 * x2 + 2 * x1 * x3 + x1 * mi + x2^2 + x2 * x3 + 2 * x2 * mi + mi * x3 + mi^2) / (x1+x2+x3+mi)^3 / v ;$$

$$m41 = -a * (-x3 * v * x1 + x3^2 * v + x3 * v * mi + 2 * L * x1 * x3 + L * x1 * mi + L * mi * x3 + L * mi^2) / (x1+x3+mi)^3 / v ;$$

$$m51 = L * a^2 * (v * x1^2 * mi + 2 * x3^2 * v * x1 + 2 * x3 * v * x1^2 + 2 * v * x1 * x2^2 + v * x1^2 * x2 + 3 * v * x2^2 * mi + 2 * v * x2^2 * x3 + 4 * L * x1 * mi^2 + 4 * L * x1 * x2^2 + 2 * x3 * v * mi^2 + x3^2 * v * mi + 3 * v * x2 * mi^2 + v * x2 * x3^2 + 2 * v * x1 * mi^2)$$

$$2+4*L*x1^2*mi+6*L*x1^2*x3+4*L*x1^2*x2+4*v*x1*x2*x3+4*v*x1*x2*mi+v*x2^3+v*mi^3+4*x3*v*x1*mi+4*v*x2*x3*mi+4*L*x1*x2*x3+8*L*x1*x2*mi+4*L*x1*mi*x3)/(x1+x2+x3+mi)^4/v^2 ;$$

$$m61=a^2*(x3*v^2*mi^2+4*L^2*x1*mi^2+x3^3*v^2+x3*v^2*x1^2-4*x3^2*v^2*x1+2*v*L*mi^2*x3-4*x3*v^2*x1*mi-2*v*L*mi^2*x1-3*L*x1^2*v*mi+4*L^2*x1*mi*x3+v*L*mi^3+4*v*L*x1*x3*mi+2*x3^2*v^2*mi+6*L^2*x1^2*x3+4*L^2*x1^2*mi-6*v*L*x1^2*x3+6*v*L*x1*x3^2+v*L*mi*x3^2)/(x1+x3+mi)^4/v^2 ;$$

$$m21=x3/(x1+x2+x3+mi)^2 ;$$

$$m22=0 ;$$

$$m23=a*L*x1*(x1+x2-x3+mi)/(x1+x2+x3+mi)^3/v ;$$

$$m24=0 ;$$

$$m52=-a^2*L*x1*(v*mi^2+v*x1^2+v*x2^2+4*L*x1*x2+2*v*x2*mi+2*v*x1*mi-x3^2*v+2*v*x1*x2+4*L*x1*mi-2*L*x1*x3+4*L*x1^2)/(x1+x2+x3+mi)^4/v^2 ;$$

$$m31=-(x1+x2+mi)/(x1+x2+x3+mi)^2 ;$$

$$m32=-(x1+mi)/(x1+x3+mi)^2 ;$$

$$m33=2*(x1+x2+mi)/(x1+x2+x3+mi)^3*a*L/v*x1 ;$$

$$m34=a*x1*(-v*x1+x3*v-v*mi+2*L*x1+2*L*mi)/(x1+x3+mi)^3/v ;$$

$$m35=-$$

$$2*a^2*L*x1*(2*v*x1*x2+x3*v*x1+2*v*x1*mi+v*x2^2+v*x2*x3+2*v*x2*mi+x3*v*mi+v*mi^2+v*x1^2+3*L*x1^2+3*L*x1*x2+3*L*x1*mi)/(x1+x2+x3+mi)^4/v^2 ;$$

$$m36=-a^2*x1*(v^2*x1^2-4*x3*v^2*x1+x3^2*v^2-v^2*mi^2-6*L*x1^2*v+6*v*L*x1*x3-4*v*L*x1*mi+2*v*L*mi*x3+2*v*L*mi^2+6*L^2*x1^2+6*L^2*x1*mi)/(x1+x3+mi)^4/v^2 ;$$

## Cas 2 : Brix liqueur mère et $m_{s+c}$

$$Lfg = [-a*x1*(x3*v+L*x1+L*mi)/(x1+x3+mi)^2/v ; 0]$$

$$L2fg = [L2fg1 ; L2fg2]$$

$$L2fg1 = a^2*x1*(-x3*v^2*x1+x3^2*v^2+x3*v^2*mi+3*v*L*x1*x3+v*L*mi*x3+v*L*mi^2-L*x1^2*v+2*L^2*x1^2+2*L^2*x1*mi)/(x1+x3+mi)^3/v^2 ;$$

$$L2fg2=0 ;$$

$$\text{Matrice d'observabilité} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = x^3 / (x^1 + x^3 + m_i)^2 ;$$

$$m_{21} = 1 ;$$

$$m_{31} = -a^* (-x^3 v^* x^1 + x^3^2 v + x^3 v^* m_i + 2^* L^* x^1 x^3 + L^* x^1 m_i + L^* m_i x^3 + L^* m_i^2) / (x^1 + x^3 + m_i)^3 / v ;$$

$$m_{41} = 0 ;$$

$$m_{51} = a^2 (x^3 v^2 m_i^2 + 4^* L^2 x^1 m_i^2 + x^3^3 v^2 + x^3 v^2 x^1^2 - 4^* x^3^2 v^2 x^1 + 2^* v^* L^* m_i^2 x^3 - 4^* x^3 v^2 x^1 m_i - 2^* v^* L^* m_i^2 x^1 - 3^* L^* x^1^2 v^* m_i + 4^* L^2 x^1 m_i x^3 + v^* L^* m_i^3 + 4^* v^* L^* x^1 x^3 m_i + 2^* x^3^2 v^2 m_i + 6^* L^2 x^1^2 x^3 + 4^* L^2 x^1^2 m_i - 6^* v^* L^* x^1^2 x^3 + 6^* v^* L^* x^1 x^3^2 + v^* L^* m_i x^3^2) / (x^1 + x^3 + m_i)^4 / v^2 ;$$

$$m_{61} = 0 ;$$

$$m_{12} = 0 ;$$

$$m_{22} = 1 ;$$

$$m_{32} = 0 ;$$

$$m_{42} = 0 ;$$

$$m_{52} = 0 ;$$

$$m_{62} = 0 ;$$

$$m_{13} = -(x^1 + m_i) / (x^1 + x^3 + m_i)^2 ;$$

$$m_{23} = 0 ;$$

$$m_{33} = a^* x^1 (-v^* x^1 + x^3 v - v^* m_i + 2^* L^* x^1 + 2^* L^* m_i) / (x^1 + x^3 + m_i)^3 / v ;$$

$$m_{43} = 0 ;$$

$$m_{53} = -a^2 x^1 (v^2 x^1^2 - 4^* x^3 v^2 x^1 + x^3^2 v^2 - v^2 m_i^2 - 6^* L^* x^1^2 v + 6^* v^* L^* x^1 x^3 - 4^* v^* L^* x^1 m_i + 2^* v^* L^* m_i x^3 + 2^* v^* L^* m_i^2 + 6^* L^2 x^1^2 + 6^* L^2 x^1 m_i) / (x^1 + x^3 + m_i)^4 / v^2 ;$$

$$m_{63} = 0 ;$$

### Cas 3 : Brix massecuite et $m_{s+c}$

$$Lfg = [-(x_1+x_2+mi)/(x_1+x_2+x_3+mi)^2 * a * L/v * x_1 ; 0]$$

$$L2fg = [L2fg1 ; L2fg2]$$

$$L2fg1 =$$

$$a^2 * L * x_1 * (2 * v * x_1 * x_2 + x_3 * v * x_1 + 2 * v * x_1 * mi + v * x_2^2 + v * x_2 * x_3 + 2 * v * x_2 * mi + x_3 * v * mi + v * mi^2 + v * x_1^2 + 2 * L * x_1^2 + 2 * L * x_1 * x_2 + 2 * L * x_1 * mi) / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^3 / v^2 ;$$

$$L2fg2 = 0 ;$$

$$\text{Matrice d'observabilité} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = x_3 / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^2 ;$$

$$m_{21} = 1 ;$$

$$m_{31} = -a * L * (x_1 * x_2 + 2 * x_1 * x_3 + x_1 * mi + x_2^2 + x_2 * x_3 + 2 * x_2 * mi + mi * x_3 + mi^2) / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^3 / v ;$$

$$m_{41} = 0 ;$$

$$m_{51} = L * a^2 * (v * x_1^2 * mi + 2 * x_3^2 * v * x_1 + 2 * x_3 * v * x_1^2 + 2 * v * x_1 * x_2^2 + v * x_1^2 * x_2 + 3 * v * x_2^2 * mi + 2 * v * x_2^2 * x_3 + 4 * L * x_1 * mi^2 + 4 * L * x_1 * x_2^2 + 2 * x_3 * v * mi^2 + x_3^2 * v * mi + 3 * v * x_2 * mi^2 + v * x_2 * x_3^2 + 2 * v * x_1 * mi^2 + 4 * L * x_1^2 * mi + 6 * L * x_1^2 * x_3 + 4 * L * x_1^2 * x_2 + 4 * v * x_1 * x_2 * x_3 + 4 * v * x_1 * x_2 * mi + v * x_2^3 + v * mi^3 + 4 * x_3 * v * x_1 * mi + 4 * v * x_2 * x_3 * mi + 4 * L * x_1 * x_2 * x_3 + 8 * L * x_1 * x_2 * mi + 4 * L * x_1 * mi * x_3) / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^4 / v^2 ;$$

$$m_{61} = 0 ;$$

$$m_{12} = x_3 / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^2 ;$$

$$m_{22} = 1 ;$$

$$m_{32} = a * L * x_1 * (x_1 + x_2 - x_3 + mi) / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^3 / v ;$$

$$m_{42} = 0 ;$$

$$m_{52} = -a^2 * L * x_1 * (v * mi^2 + v * x_1^2 + v * x_2^2 + 4 * L * x_1 * x_2 + 2 * v * x_2 * mi + 2 * v * x_1 * mi - x_3^2 * v + 2 * v * x_1 * x_2 + 4 * L * x_1 * mi - 2 * L * x_1 * x_3 + 4 * L * x_1^2) / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^4 / v^2$$

$$m_{62} = 0 ;$$

$$m_{13} = -(x_1 + x_2 + mi) / (x_1 + x_2 + x_3 + mi)^2 ;$$

$$m_{23} = 0 ;$$

$$m33 = 2 \cdot (x1 + x2 + mi) / (x1 + x2 + x3 + mi)^3 \cdot a \cdot L / v \cdot x1 ;$$

$$m43 = 0 ;$$

$$m53 = -$$

$$2 \cdot a^2 \cdot L \cdot x1 \cdot (2 \cdot v \cdot x1 \cdot x2 + x3 \cdot v \cdot x1 + 2 \cdot v \cdot x1 \cdot mi + v \cdot x2^2 + v \cdot x2 \cdot x3 + 2 \cdot v \cdot x2 \cdot mi + x3 \cdot v \cdot mi + v \cdot mi^2 + v \cdot x1^2 + 3 \cdot L \cdot x1^2 + 3 \cdot L \cdot x1 \cdot x2 + 3 \cdot L \cdot x1 \cdot mi) / (x1 + x2 + x3 + mi)^4 / v^2 ;$$

$$m63 = 0 ;$$



