



**HAL**  
open science

# Analyse et modélisation de réseaux complexes dirigés pour des écosystèmes numériques et économiques

Justin Loye

► **To cite this version:**

Justin Loye. Analyse et modélisation de réseaux complexes dirigés pour des écosystèmes numériques et économiques. Sciences de l'information et de la communication. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2022. Français. NNT : 2022TOU30305 . tel-04147358

**HAL Id: tel-04147358**

**<https://theses.hal.science/tel-04147358>**

Submitted on 30 Jun 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

**En vue de l'obtention du  
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE  
Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier**

---

**Présentée et soutenue par  
Justin LOYE**

Le 2 décembre 2022

**Analyse et modélisation de réseaux complexes dirigés pour des  
écosystèmes numériques et économiques**

---

Ecole doctorale : **EDMITT - Ecole Doctorale Mathématiques, Informatique et  
Télécommunications de Toulouse**

Spécialité : **Informatique et Télécommunications**

Unité de recherche :  
**IRIT : Institut de Recherche en Informatique de Toulouse**

Thèse dirigée par  
**Katia JAFFRES-RUNSER et Dimitri SHEPELYANSKY**

Jury

M. Pierre BORGNAT, Rapporteur  
M. Lionel TABOURIER, Rapporteur  
M. Pascal MÉRINDOL, Examineur  
M. José LAGÈS, Examineur  
Mme Katia JAFFRÈS-RUNSER, Directrice de thèse  
M. Dima SHEPELYANSKY, Co-directeur de thèse  
M. Jean-Loup GUILLAUME, Président

# Abstract

---

Complex networks are data modeled as graphs that emerge from Nature and human activities. They can reach large sizes and present particular structures, only partially explained by models and measurable by metrics. In this thesis, we are interested in the modeling and study of complex networks from digital and economic ecosystems. We show that the graph formulation allows us to use adequate methods to extract information from complex ecosystems.

As a first application, we propose to model and analyze PeeringDB, a database where Autonomous Systems (ASes) report their presence to public infrastructures, the Internet Exchange Points (IXPs), in order to facilitate their interconnections. ASes are the coarsest granularity for studying the Internet on a global scale : they are organizations such as Internet Service Providers or content giants such as Facebook, Amazon, and Netflix. We show that the weighted and directed bipartite AS-IXP network is expressive enough to be able to extract the main features of public Internet peering. Then, with a method derived from Markov chains known as stochastic complementation, we find AS-AS links that are of interest because they are poorly disclosed by stakeholders for competitive reasons. By analogy with other competitive networks present in biology such as mutualistic networks, we show that ASes organize themselves around IXPs in a regional and nested manner, which has implications for network stability.

In a second application, we focus on the international trade network of product exchange between countries reported in the United Nations COMTRADE database. We show the dominant place of the European Union of 27, and its restricted version with 9 « core » members, i.e. Western European countries closer historically, politically and economically. With tools derived from the Google matrix, we quantify the extent to which the economies of the main international players are dependent on each other and on strategic sectors such as energy. The comparison is made between this approach and the usual Import-Export description of this global trade network. We show that the Google matrix analysis takes into account the multiplicity of trade transactions and thus better highlights the global influence of specific countries and products.

---

**Keywords : Complex Networks, Google Matrix, Nestedness, Internet Topology, World Trade.**

---

## Résumé

---

Les réseaux complexes sont des données modélisées sous forme de graphes qui émergent de la Nature et des activités humaines. Ils peuvent atteindre de grandes tailles et présenter des structures particulières, seulement partiellement expliquées par des modèles et mesurables par des métriques. Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à la modélisation et à l'étude de réseaux complexes issus d'écosystèmes numériques et économiques. Nous montrons que la formulation sous forme de graphe permet de mettre à profit des méthodes adaptées pour extraire de l'information d'écosystèmes complexes.

En première application, nous proposons de modéliser et d'analyser PeeringDB, une base de données où les Systèmes Autonomes (AS) reportent leur présence à des infrastructures publiques, les *Internet eXchange Point* (IXP), dans le but de faciliter leurs interconnexions. Les AS sont la granularité la plus grosse pour étudier Internet à l'échelle mondiale : ce sont des organisations comme des fournisseurs d'accès Internet ou des géants du contenu tels que Facebook, Amazon et Netflix. Nous montrons que le réseau biparti AS-IXP, pondéré et dirigé, est assez expressif pour pouvoir extraire les caractéristiques principales du peering public d'Internet. Ensuite, avec une méthode dérivée des chaînes de Markov connue sous le nom de complément stochastique, nous retrouvons des liens AS-AS qui sont d'intérêt car peu divulgués par les intéressés pour des raisons de compétition. Par analogie avec d'autres réseaux compétitifs présents en biologie comme les réseaux mutualistes, nous montrons que les AS s'organisent autour des IXP de manière régionale et imbriquée, ce qui a des implications concernant la stabilité du réseau.

En seconde application, nous nous intéressons au réseau de commerce international d'échanges de produits entre pays reportés dans la base de données COMTRADE des Nations Unies. Nous montrons la place dominante de l'Union Européenne des 27, et sa version restreinte à 9 membres du « noyau dur », à savoir des pays d'Europe occidentale plus proches historiquement, politiquement et économiquement. Avec des outils dérivés de la matrice de Google, nous quantifions à quel point les économies des principaux acteurs internationaux sont dépendantes entre elles et vis-à-vis de secteurs stratégiques comme l'énergie. La comparaison est faite entre cette approche et la description habituelle Import-Export de ce réseau de commerce mondial. Nous montrons que l'analyse de la matrice Google prend en compte la multiplicité des transactions commerciales et met ainsi mieux en évidence l'influence mondiale de pays et de produits spécifiques.

---

**Mots clés : Réseaux Complexes, Matrice de Google, Imbrication, Topologie d'Internet, Commerce International.**

---



## Remerciements

---

Je tiens à remercier mes encadrants Katia Jaffrès-Runser, Sandrine Mouysset et Dima Shepelyansky pour ces trois années de thèse. Je leur suis reconnaissant pour leurs précieux conseils et leur support. Je tiens à mentionner leur soutien attentionné, notamment pendant la pandémie de COVID-19. La diversité des sujets abordés lors de nos réunions a été pour moi l'occasion de développer ma culture scientifique.

Je remercie les personnes ayant rapporté ce manuscrit, Pierre Borgnat et Lionel Tabourier, pour leurs retours constructifs et les discussions intéressantes. Je remercie également les membres du jury Marc Bruyère, Pascal Mérindol et José Lages, ainsi que Jean-Loup Guillaume pour avoir présidé le jury.

Pour avoir eu le plaisir de les côtoyer tous les jours, je souhaite remercier les membres permanents de l'équipe RMESS de l'IRIT, à savoir Béatrice, Emmanuel, Gentian, Jérôme, Jean-Luc, Riadh et Julien. Je remercie les doctorants et amis Asma, Francisco, Kevin, Guillaume, Mohamed, Chaima, Louis, Dorin, Amal, Firmin et Oana, avec qui j'ai entre autre partagé des pauses déjeuner très plaisantes (au CROUS, bien sûr!). Je remercie spécialement mes « collègues » de bureau Santiago, Youssef, Lucas, Anar et Romain, notamment pour les fins de semaine animées. Enfin, mais pas des moindres, je remercie André-Luc pour ses attentions et les discussions terroir et littérature.

Pour finir, mes remerciements s'adressent particulièrement à ma famille, mes parents et ma soeur, pour avoir toujours été là pour moi.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction à l'analyse de réseaux complexes</b>	<b>5</b>
1.1 Qu'est-ce qu'un réseau complexe? . . . . .	6
1.1.1 Les graphes . . . . .	6
1.1.2 Les réseaux complexes . . . . .	10
1.2 Métriques pour les réseaux complexes . . . . .	14
1.2.1 Centralité . . . . .	14
1.2.2 Modularité . . . . .	15
1.2.3 Nestedness . . . . .	16
1.3 Outils dérivés des marches aléatoires . . . . .	23
1.3.1 Le PageRank comme un processus de Markov stationnaire . . . . .	23
1.3.2 Approximation exacte de marche aléatoire avec le complé- ment stochastique . . . . .	30
1.4 Conclusion . . . . .	36
<b>2 Capacité d'interconnexion du peering public de l'Internet mondial</b>	<b>39</b>
2.1 Contexte . . . . .	40
2.1.1 Les Systèmes Autonomes . . . . .	40
2.1.2 Interconnexions entre AS : transit et peering . . . . .	42
2.1.3 Les Internet Exchange Points . . . . .	47
2.1.4 La topologie d'Internet au niveau des AS . . . . .	49
2.2 Motivation de l'étude . . . . .	55
2.3 Travaux connexes . . . . .	58
2.4 PeeringDB . . . . .	59
2.5 Une nouvelle modélisation de PeeringDB . . . . .	60
2.5.1 Modèle du graphe . . . . .	60
2.5.2 Paramètres et stabilité du réseau . . . . .	62
2.5.3 Équilibre du trafic aux IXP . . . . .	64
2.6 Mise à profit de l'analyse du réseau complexe . . . . .	64
2.6.1 Description générale du réseau . . . . .	65
2.6.2 Récupération des acteurs clés de l'échange de trafic . . . . .	70
2.7 Liens directs AS-AS : comportement diffusif des hypergéants . . . . .	75
2.7.1 Comportement diffusif des hypergéants . . . . .	77
2.8 Impact du COVID sur les CDN . . . . .	79
2.9 Conclusion . . . . .	81

<b>3</b>	<b>Imbrication de l'écosystème du peering public d'Internet</b>	<b>82</b>
3.1	Introduction . . . . .	83
3.2	Construction des graphes . . . . .	84
3.2.1	Graphe AS-pays : répartition des AS par pays . . . . .	86
3.2.2	Graphe AS-IXP : adhésion des AS aux IXP . . . . .	86
3.3	Nestedness du graphe AS-pays . . . . .	88
3.3.1	Au niveau du graphe . . . . .	88
3.3.2	Au niveau des nœuds : étude de la robustesse . . . . .	89
3.4	Nestedness du graphe AS-IXP . . . . .	96
3.4.1	Au niveau du graphe . . . . .	96
3.4.2	Au niveau des partitions . . . . .	98
3.5	Étude de la composante imbriquée principale du graphe AS-IXP . . . . .	101
3.5.1	Au niveau du graphe . . . . .	101
3.5.2	Au niveau des nœuds : étude de la robustesse . . . . .	102
3.6	Conclusion . . . . .	102
<b>4</b>	<b>Place de l'Europe dans le commerce international</b>	<b>106</b>
4.1	Introduction . . . . .	107
4.2	Jeu de données UN COMTRADE . . . . .	107
4.3	Méthodes et algorithmes . . . . .	108
4.3.1	Construction de la matrice de Google . . . . .	108
4.3.2	Métriques pour le commerce international . . . . .	110
4.4	Résultats . . . . .	112
4.4.1	Centralité des pays . . . . .	112
4.4.2	Balance commerciale et sa sensibilité à des variations de prix de produits . . . . .	113
4.4.3	Structure du réseau d'après la matrice de Google réduite . . . . .	119
4.5	Discussion . . . . .	119
	<b>Conclusion</b>	<b>122</b>
<b>A</b>	<b>Commerce international : résultats additionnels</b>	<b>126</b>

# Table des figures

1.1	Représentation d'un graphe de taille $N = 6$ . . . . .	6
1.2	Représentation d'un graphe biparti de taille $N = 8$ . Les nœuds se répartissent dans deux classes $Y$ et $Z$ . . . . .	9
1.3	Illustration d'un graphe avec 3 communautés. . . . .	12
1.4	Illustration d'un graphe biparti avec une structure imbriquée. . . . .	12
1.5	Illustration d'un test statistique de la valeur de nestedness au niveau du graphe appliqué sur un réseau imbriqué. . . . .	19
1.6	Représentation d'un réseau dirigé de taille $N = 6$ . . . . .	23
1.7	Illustration du complément stochastique d'un graphe triparti [45]. . . . .	32
1.8	Illustration de REGOMAX sur un SBM de grande taille et bruité. . . . .	35
1.9	Illustration de REGOMAX sur un graphe tripartite. . . . .	37
1.10	Graphe simple obtenu en formant des liens à partir des éléments positifs de la matrice $G^{qt}$ présentée dans la figure 1.9. . . . .	37
2.1	Schéma de plusieurs AS s'échangeant du trafic. . . . .	41
2.2	Exemple de routage BGP [54]. . . . .	43
2.3	Illustration d'un service de transit [52]. . . . .	44
2.4	Illustration de deux relations de peering [52]. . . . .	45
2.5	Représentation traditionnelle de la structure hiérarchique d'Internet. . . . .	46
2.6	Exemple d'AS-path non conforme au principe du <i>valley-free routing</i> . . . . .	47
2.7	Schéma de plusieurs AS s'interconnectant à un IXP [52]. . . . .	48
2.8	Représentation schématique de la topologie d'Internet à différentes échelles [69]. . . . .	50
2.9	Exemple de liens manquants (caché et invisible) dans les données BGP [79]. . . . .	53
2.10	Impact des IXP sur la structure hiérarchique d'Internet. . . . .	56
2.11	Diffusion de contenu des géants du contenu grâce aux IXP. . . . .	56
2.12	Évolution quotidienne de la capacité totale des ports des AS de PeeringDB entre 2010-07-29 et 2021-12-31. . . . .	59
2.13	Fonction de densité cumulée, ou <i>cumulative density function</i> (CDF), de l'équilibre du trafic des IXP normalisé $\mathbf{b}$ . . . . .	65
2.14	Distribution en degré et en poids du <i>pDB c-graph</i> . . . . .	66
2.15	<code>port_capacity</code> en fonction du degré des nœuds $\mathbf{d}$ des AS. . . . .	67
2.16	<i>pDB c-graph</i> : Visualisation des AS colorés par pays en utilisant les dispositions, ou <i>layout</i> OpenOrd et Yifan Hu de Gephi [100]). . . . .	68
2.17	<i>pDB c-graph</i> : Zoom sur la partie centrale de figure 2.16. . . . .	69
2.18	Matrice de Google réduite $G^{R*}$ pour le réseau réduit d'hypergéants et de receveurs de trafic. . . . .	78
2.19	Changement de temps relatif des matrices réduites de Google $G^{R*}_{2020-01-01}^{2020-06-01}$ (en haut) and $G^{R*}_{2020-06-01}^{2021-01-01}$ (en bas). . . . .	80

3.1	Matrice de bi-adjacence pondérée du graphe AS-pays. . . . .	86
3.2	Impact de la suppression de nœuds, selon des seuils de degrés et <code>port_capacity</code> , sur le graphe d'adhésion des AS aux IXP. . . . .	87
3.3	Impact de la répartition des poids sur la métrique d'imbrication au niveau du graphe spectral radius [23]. . . . .	89
3.4	Résultats des tests statistiques de mesures de <code>nestedness</code> au niveau du graphe pour le graphe pondéré AS-pays. . . . .	90
3.5	Ordonnancement de la matrice de bi-adjacence du graphe AS-pays selon les métriques des <code>nestedness</code> au niveau des nœuds. . . . .	92
3.6	Illustration de l'évaluation de la robustesse d'un réseau à une attaque [109]. . . . .	94
3.7	Performance de différentes stratégies d'attaque. . . . .	95
3.8	Corrélations entre les classements par degré, <code>fitness</code> et <code>betweenness</code> , et position des singularité. . . . .	97
3.9	Structure en communautés du graphe AS-IXP calculée par l'algorithme <code>extremal optimization</code> . . . . .	100
3.10	Performance de différentes stratégies d'attaque. . . . .	104
4.1	Pourcentage de volume d'argent échangé par produits. . . . .	109
4.2	Classements IEA et GMA des pays. . . . .	112
4.3	Carte du monde de la balance commerciale des pays. . . . .	114
4.4	Sensibilité de la balance commerciale aux combustibles minéraux $p = 3$ . . . . .	115
4.5	Sensibilité de la balance commerciale aux machines et équipements de transport $p = 7$ . . . . .	116
4.6	Sensibilité de la balance commerciale IEA $d\hat{b}_c/d\delta_{cp}$ à une augmentation du produit $p = 7$ (machines) de l'UE, des EU, de la Chine et de la Russie. . . . .	117
4.7	Sensibilité de la balance commerciale GMA $d\hat{b}_c/d\delta_{cp}$ à une augmentation du produit $p = 7$ (machines) de l'UE, des EU, de la Chine et de la Russie. . . . .	118
4.8	Structure du WTN réduit à l'Union Européenne, les États-Unis, la Chine et la Russie avec 10 produits. . . . .	121
A.1	Classements IEA et GMA des pays pour les années 2012, 2014 et 2016. . . . .	127
A.2	Carte du monde de la balance commerciale des pays pour les années 2012, 2014 et 2016. . . . .	128
A.3	Carte du monde du volume d'importation des pays en dollars . . . . .	129
A.4	Carte du monde du volume d'exportation des pays en dollars. . . . .	130
A.5	Sensibilité de la balance commerciale aux combustibles minéraux $p = 3$ , pour les années 2012, 2014 et 2016 . . . . .	131
A.6	Sensibilité de la balance commerciale aux machines et équipements de transport $p = 7$ , pour les années 2012, 2014 et 2016 . . . . .	132

# Liste des tableaux

1.1	Typographie des objets mathématiques. . . . .	6
2.1	Différents types de graphe décrivant plusieurs manières de voir la topologie d'Internet, proposés dans [70]. . . . .	51
2.2	Proportions des AS en taille et <code>port_capacity</code> pour les catégories <code>info_ratio</code> . . . . .	61
2.3	Stabilité du rang des AS aux paramètres du modèle. . . . .	63
2.4	Comparaison des top 15 en PageRank et reverse PageRank des IXP/AS d'après notre <i>pDB c-graph</i> et le graphe [85]. . . . .	66
2.5	Métriques de classification des AS par pays. . . . .	70
2.6	Composition des 12 plus gros clusters de Louvain en <code>port_capacity</code> du <i>pDB c-graph</i> . . . . .	72
2.7	AS hypergéants : Top 20 AS en reverse PR du <i>pDB c-graph</i> du 1er janvier 2020. . . . .	73
2.8	Part de marché des end-users d'AS par pays. . . . .	74
2.9	Principaux receveurs de trafic régionaux. . . . .	76
3.1	Analogie entre graphes bipartis écologiques et les graphes issus de PeeringDB considérés dans notre étude. . . . .	84
3.2	Résultats des tests statistiques de mesures de <code>nestedness</code> au niveau du graphe pour le graphe AS-pays. . . . .	88
3.3	Classements des AS du graphe AS-pays selon les métriques <code>nestedness</code> . . . . .	93
3.4	Résultats des tests statistiques de mesures de <code>nestedness</code> au niveau du graphe pour le graphe AS-IXP. . . . .	98
3.5	Composition des blocs de l'optimisation de la modularité $Q$ par l'algorithme <code>extremal optimization</code> . . . . .	99
3.6	Composition des blocs de l'optimisation de l'imbrication en blocs $\tilde{I}$ par l'algorithme <code>extremal optimisation</code> . . . . .	101
3.7	Résultats des tests statistiques de mesures de <code>nestedness</code> au niveau du graphe pour le sous-graphe de la communauté 1. . . . .	102
3.8	Classements des AS du graphe AS-IXP selon les métriques <code>degré</code> , <code>fitness</code> et <code>betwennes</code> . . . . .	103
4.1	Top 20 des pays aux classements de PageRank ( $K$ ), Reverse PageRank ( $K^*$ ), ImportRank ( $\hat{K}$ ) et ExportRank ( $\hat{K}^*$ ) en 2018. . . . .	113

# Introduction

Les réseaux émergent de la Nature et des activités humaines. Un réseau consiste en une collection de relations entre des objets. Ces relations peuvent être de différentes natures, comportant une notion d'interaction, d'échange, de similarité ou autres. Les objets sont communément appelés des **nœuds** tandis qu'on utilise le mot **lien** pour désigner les interactions. Ces liens peuvent représenter la simple existence d'une relation ou être valués par l'intensité de l'interaction.

On peut par exemple représenter le commerce international par un réseau d'échanges de produits entre des pays. Les nœuds sont alors les pays, et les liens sont la quantité de produits ou le montant de la transaction financière. Parmi d'autres réseaux communément étudiés, on peut citer les réseaux de communications, les réseaux d'interactions entre protéines, les réseaux de neurones (naturels et artificiels) et les réseaux sociaux (voir la figure ci-dessous). Ils peuvent atteindre des tailles colossales, comme le réseau des pages web<sup>1</sup>, et présenter des propriétés particulières. Dans ce cas, l'extraction d'information est ardue, d'où la dénomination **réseau complexe**.



Exemple de réseau social. Crédit : Vecteezy.com

Cette thèse s'inscrit dans un cadre pluridisciplinaire. En raison de l'universalité du concept de réseau, de nombreuses disciplines et communautés scientifiques sont concernées par l'étude des réseaux complexes. Ces communautés ont évolué de manière plus ou moins connexe, certaines développant leurs propres théories et méthodes. Avec une approche pluridisciplinaire, nous avons souhaité faire le lien entre ces communautés et mettre à profit ce qu'elles peuvent offrir. Nous avons recherché des domaines d'application prometteurs, dont les données ont un fort potentiel de se représenter sous forme de réseau, pour pouvoir utiliser les vastes

---

1. 30 milliards de pages d'après [1].

choix d'outils d'analyse développés au sein des différentes communautés scientifiques.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'analyse de réseaux complexes. Nous nous sommes intéressés à la modélisation d'écosystèmes numériques et économiques sous forme de réseaux dirigés pondérés et à leur analyse. Nous considérons en première application la topologie d'Internet dérivée de PeeringDB, une base de données où les systèmes autonomes renseignent leurs informations d'interconnexion aux *internet exchange points*. En seconde application, nous avons étudié le réseau de commerce international d'échange de produits entre pays. Ces écosystèmes compétitifs requièrent une modélisation sous forme de réseaux, traduisant les différents échanges pondérés et dirigés de flux de données/produits entre pays. Nous extrayons des informations d'intérêt de ces réseaux à l'aide de métriques et concepts comme la centralité, la modularité, l'imbrication, et le complément stochastique. En particulier, nous considérons des outils dérivés de la matrice de Google, une matrice stochastique encodant les flux des échanges, et pouvant être réduite à seulement des nœuds d'intérêts pour rendre intelligibles de grands réseaux complexes.

Nos recherches s'articulent autour de problématiques générales :

- Comment modéliser des écosystèmes numériques et économiques par un réseau complexe ?
- Comment identifier les principaux acteurs de ces écosystèmes et comment caractériser leurs interactions dans un réseau complexe ?

Nos travaux nous amèneront à répondre aux questions suivantes :

- Comment la modélisation de PeeringDB sous forme de réseau biparti, dirigé et pondéré, et son analyse, nous aident à mieux comprendre l'écosystème du peering public d'Internet ?
- Est-ce que le réseau complexe du peering public d'Internet présente une structure imbriquée, comme de nombreux autres écosystèmes compétitifs bipartis issus de l'écologie et de l'économie ? Quelles en sont les conséquences ?
- Comment les outils dérivés de la matrice de Google, appliqués aux réseaux du commerce international, nous aident à comprendre la place de l'Europe dans l'économie globale ?

## Plan de la thèse

Le chapitre 1 introduit la théorie, les méthodes et les outils utilisés dans nos travaux pour extraire de l'information des réseaux complexes. Nous présenterons leurs propriétés et montrons comment les quantifier avec des métriques. Nous donnerons une vue d'ensemble des outils relatifs à la matrice de Google et sa version réduite.

Au chapitre 2, nous proposerons un nouveau modèle pour représenter l'écosystème du peering public d'Internet. Ce réseau, dont l'originalité vient de la di-



rection des liens et de leur pondération, présente une structure complexe (voir la figure ci-dessous), qui sera caractérisée par des métriques et la version réduite de la matrice de Google. Nous verrons qu'on peut en déduire les principaux acteurs du peering public et leur capacité d'interconnexion, ce qui est particulièrement intéressant car ces interactions sont peu divulguées et difficilement mesurables.



Réseau biparti AS-IX modélisé et analysé au chapitre 2.

Le chapitre 3 explore l'analogie entre cet écosystème numérique et des écosystèmes biologiques. Nous adapterons les études sur l'imbrication des réseaux en biologie pour montrer que l'écosystème du peering public est imbriqué, ce qui ouvre la voie aux applications du concept de l'imbrication. En particulier, nous verrons les conséquences sur la robustesse de l'écosystème aux attaques.

Enfin, nous étudierons au chapitre 4 l'écosystème du commerce international sous la forme d'un réseau d'échanges de multiples produits entre des pays. Nous reprendrons des approches basées sur l'étude de la matrice de Google pour quantifier la place de l'Europe dans un contexte de Brexit, et savoir comment les pays

les plus puissants économiquement sont dépendants entre eux et vis-à-vis de produits clés.

## Publications et communications

Ces travaux ont donné lieu aux publications suivantes :

- Loye, J., Ermann, L., Shepelyansky, D. L. (2021). World impact of kernel European Union 9 countries from Google matrix analysis of the world trade network. *Applied Network Science*, 6(1), 1-15.  
<https://doi.org/10.1007/s41109-021-00380-9>
- Loye, J., Jaffrès-Runser, K., Shepelyansky, D. (2021). Post-Brexit power of European Union from the world trade network analysis. Présenté à la conférence BIS 2021.  
<https://doi.org/10.52825/bis.v1i.48>

Un article est en cours d'évaluation par un journal :

- Loye, J., Mouysset, S., Bruyère, M., Jaffrès-Runser, K. (2022). Global Internet public peering capacity of interconnection: a complex network analysis. En cours d'évaluation par *Transactions on Network Science and Engineering*.

Ces travaux ont aussi été communiqués dans :

- Loye, J., Mouysset, S., Jaffrès-Runser, K. (2021). Mesure de l'influence d'une pandémie sur l'écosystème de peering Internet. Présenté aux 23èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications (AlgoTel 2021).
- Loye, J., Mouysset, S., Bruyère, M., Jaffrès-Runser, K. (2022). PeeringDB: modeling and analyzing a complex graph. Présenté au 36ème forum de l'European Internet Exchange Association (Euro-IX).
- Loye, J., Mouysset, S., Bruyère, M., Jaffrès-Runser, K. (2022). A complex network analysis of global Internet public peering. Publié dans le blog de l'Asia-Pacific Network Information Center (APNIC).

# Introduction à l'analyse de réseaux complexes

---

The rich get richer and the poor get poorer

---

Percy Bysshe Shelley, *A Defence of Pætry*

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Qu'est-ce qu'un réseau complexe?</b> . . . . .	<b>6</b>
1.1.1	Les graphes . . . . .	6
1.1.2	Les réseaux complexes . . . . .	10
<b>1.2</b>	<b>Métriques pour les réseaux complexes</b> . . . . .	<b>14</b>
1.2.1	Centralité . . . . .	14
1.2.2	Modularité . . . . .	15
1.2.3	Nestedness . . . . .	16
<b>1.3</b>	<b>Outils dérivés des marches aléatoires</b> . . . . .	<b>23</b>
1.3.1	Le PageRank comme un processus de Markov stationnaire . . .	23
1.3.2	Approximation exacte de marche aléatoire avec le complé- ment stochastique . . . . .	30
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>36</b>

---

Ce chapitre introduit les réseaux complexes et des concepts associés permettant leur analyse. Nous présentons dans ce chapitre les réseaux complexes dans leur diversité. Nous verrons qu'il n'existe pas de manière unique de les représenter, qu'ils ont des structures différentes qu'on peut essayer d'expliquer par des modèles. Ensuite, nous montrerons les outils principaux permettant de déduire des informations quantitatives des réseaux, appelées métriques. Nous concluons ce chapitre par l'introduction d'outils basés sur les marches aléatoires qui ont été utilisés dans nos travaux afin de réduire la complexité des réseaux.

## 1.1 Qu'est-ce qu'un réseau complexe ?

Les mots **graphe** et **réseau**, bien que synonymes, seront employés dans ce chapitre à différentes fins. Traditionnellement, un réseau désigne un système physique tandis que le graphe désigne l'objet mathématique qui le représente. Nous commençons par aborder le concept de graphe et introduisons les définitions et notations utilisées dans nos travaux. Sauf explicitement mentionnés, les vecteurs introduits seront des vecteurs colonnes. Un récapitulatif des notations est donné dans le tableau 1.1.

Object	Typoface	Exemple
Graphe non pondéré	Tuple de deux éléments	$G = (V, E)$
Graphe pondéré	Tuple de trois éléments	$G = (V, E, \Omega)$
Lien d'un graphe	Accolade de nœuds	$\{i, j\}$
Matrice	Lettre majuscule en gras	$\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{G}$
Élément de matrice	Lettre avec indices	$A_{i,j}$
Colonne de matrice	Lettre avec indices	$\mathbf{A}_{\bullet,j}$
Matrice aux dimensions spécifiées	$\cdot^{N \times M}$	$\mathbf{A}_{N \times M}$
Matrice transposée	$\cdot^T$	$\mathbf{A}^T$
Matrice identité	$\mathbf{I}$	$\mathbf{I}$
Matrice nulle	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$
Vecteur	Lettre minuscule en gras	$\mathbf{p}$
Élément de vecteur	Parenthèse après un vecteur	$\mathbf{p}(i)$
Vecteur de 1	$\mathbf{e}$	$\mathbf{e}$
Vecteur de base	$\mathbf{e}_i$	$\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)^T$
Matrice diagonale à partir d'un vecteur	$\mathcal{D}(\cdot)$	$\mathcal{D}(\mathbf{p})$
Cardinalité d'un ensemble	$ \cdot $	$ V $
Norme d'un vecteur	$\ \cdot\ $	$\ \mathbf{p}\ $

TABLE 1.1 – Typographie des objets mathématiques.

### 1.1.1 Les graphes

Un graphe  $G = (V, E)$  consiste en un ensemble de nœuds  $V$  et d'un ensemble de liens  $E \subset V \times V$ . Le nombre de nœuds  $N$  et liens  $L$  sont définis comme étant la cardinalité des ensembles correspondants, à savoir  $N = |V|$  et  $L = |E|$ . Une représentation graphique d'un graphe est donnée dans la figure 1.1.

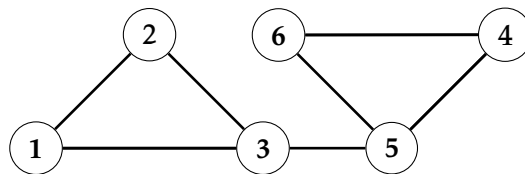


FIGURE 1.1 – Représentation d'un graphe de taille  $N = 6$ .

On représente mathématiquement un graphe par sa matrice d'adjacence, dont la définition est la suivante :

**Définition 1 (Matrice d'adjacence)** Un graphe  $G = (V, E)$ , composé d'un ensemble  $V$  de  $N$  nœuds et de liens  $E$ , est décrit par sa matrice d'adjacence  $A$  de dimension  $N \times N$ .  $A$  est définie  $\forall (i, j) \in V \times V$ .

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ et } j \text{ sont liés,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.1)$$

Cette matrice est symétrique et donc vérifie  $A = A^T$ . La matrice d'adjacence du graphe présenté dans la figure 1.1 est ainsi

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

En général, on interdit les liens d'un nœud vers soi-même, ce qui rend la diagonale de la matrice d'adjacence uniquement constituée de 0. On dit d'un graphe qu'il est **complet**, si tous les  $N(N-1)/2$  liens possibles entre les nœuds existent.

Le **voisinage**  $\mathcal{N}_i$  d'un nœud  $i$  est l'ensemble des nœuds avec lesquels  $i$  est lié. Le **degré** d'un nœud  $i$ ,  $\mathbf{d}(i) = |\mathcal{N}_i| = \sum_j^N A_{i,j} = \sum_j^N A_{j,i}$  est son nombre de liens dans le graphe.

Une **chaîne** ou **marche** est une succession de liens qui joignent une succession de nœuds voisins deux à deux. Une **marche finie de longueur**  $n$  est une succession de liens  $(l_1, l_2, \dots, l_{n-1})$  à laquelle est associée une succession de nœuds  $(v_1, v_2, \dots, v_n)$ . Le nombre de marches de longueur  $n$  entre deux nœuds  $i$  et  $j$  est donné par  $A_{i,j}^n$ . On appelle une **chaîne élémentaire** ou **chemin** entre deux nœuds  $(i, j) \in V \times V$  la marche permettant de joindre  $i$  à  $j$  sans passer deux fois par le même nœud. Deux nœuds  $(i, j) \in V \times V$  sont dits **connectés** s'il existe une marche partant de  $i$  pour aller à  $j$ . La **distance** entre deux nœuds  $(i, j) \in V \times V$  est la longueur de la plus courte chaîne élémentaire entre ces nœuds. Le **diamètre** d'un graphe est donné par la plus grande distance qui puisse exister entre deux nœuds.

Les nœuds d'un graphe sont nommés arbitrairement de 1 à  $N$ . Permuter les labels ne change en rien la structure du réseau sous-jacent. On appelle un graphe  $G'$  obtenu par une permutation des labels des nœuds d'un graphe  $G$  un **graphe isomorphe** de  $G$ .

**Définition 2** L'isomorphisme de deux graphes  $G = (V, E)$  et  $G' = (V', E')$  est une bijection entre leur ensemble de nœuds  $V$  et  $V'$

$$f : V \rightarrow V' \quad (1.3)$$

tel que tout nœud  $u$  et  $v$  sont adjacents dans  $G$  si et seulement si  $f(u)$  et  $f(v)$  sont adjacents dans  $G'$ .

Les matrices d'adjacence  $A$  et  $A'$  de deux graphes isomorphes sont identiques à une permutation près

$$A' = Q^T A Q, \quad (1.4)$$

où le surscript  $T$  correspond à l'opérateur transposition et  $Q$  est une matrice de permutation obtenue en permutant les colonnes de la matrice identité.

Pour le moment nous avons présenté ce qu'on appelle un **graphe simple**. Il existe différents types de graphe selon le type des liens et des nœuds. En particulier on distingue les catégories non exclusives suivantes :

- **Graphe pondéré** : si une quantité est associée aux liens, on dit que le graphe est pondéré. Il est défini par  $G = (V, E, \Omega)$ , où  $\Omega$  est la fonction qui attribue du poids aux liens tel que :

$$\begin{aligned} \Omega : E &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ \{i, j\} &\longmapsto \omega(\{i, j\}). \end{aligned}$$

On en déduit la matrice d'adjacence pondérée  $W$  :

**Définition 3 (Matrice d'adjacence pondérée)** Un graphe  $G = (V, E, \Omega)$ , composé de  $N$  nœuds est décrit par sa matrice d'adjacence pondérée  $W \in \mathbb{R}_+^{N \times N}$

$$W_{i,j} = \begin{cases} \omega(\{i, j\}) & \text{si } i \text{ et } j \text{ sont liés,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.5)$$

Cette matrice est symétrique et donc vérifie  $W = W^T$ . Le degré pondéré est donné par :

$$w(i) = \sum_j^N W_{i,j} = \sum_j^N W_{j,i}. \quad (1.6)$$

- **Graphe dirigé** : si un lien entre deux nœuds n'existe que dans une seule direction, on dit que le graphe est dirigé.

**Définition 4 (Matrice d'adjacence dirigée)** Un graphe dirigé  $G = (V, E)$ , composé d'un ensemble  $V$  de  $N$  nœuds et de liens  $E$ , est décrit par sa matrice d'adjacence dirigée  $A$  de dimension  $N \times N$ .  $A$  est définie  $\forall (i, j) \in V \times V$  par :

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } j \text{ pointe vers } i, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.7)$$

La matrice d'adjacence d'un graphe dirigé ne vérifie plus nécessairement  $A = A^T$ . Dans ce cas on distingue le degré en terme de liens sortants  $d^{\text{out}}(i) = |\mathcal{N}_i^{\text{out}}| = \sum_j^N A_{j,i}$  et entrants  $d^{\text{in}}(i) = |\mathcal{N}_i^{\text{in}}| = \sum_j^N A_{i,j}$ . On différencie de la même manière le degré pondéré sortant  $w^{\text{out}}$  et entrant  $w^{\text{in}}$ .

- **Graphe biparti** : si on peut séparer l'ensemble de nœuds  $V$  en deux en-

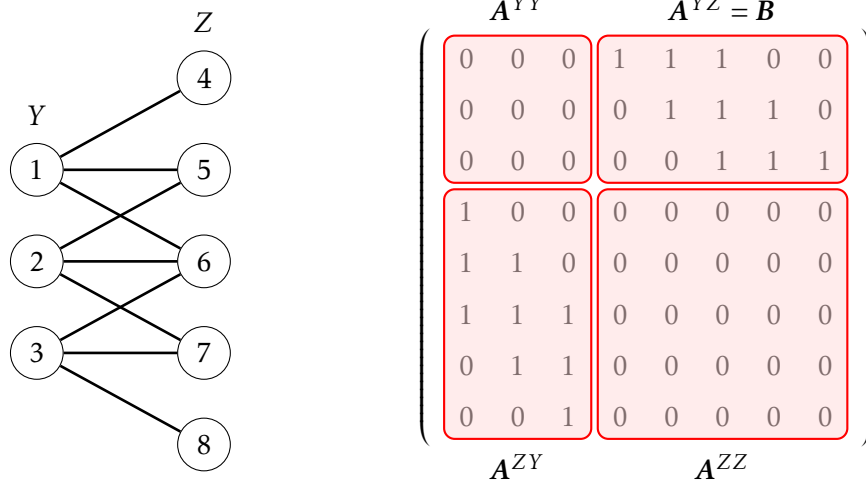


FIGURE 1.2 – Représentation d’un graphe biparti de taille  $N = 8$ . Les nœuds se répartissent dans deux classes  $Y$  et  $Z$ .

sembles disjoints  $Y$  et  $Z$ , tels que l’ensemble des liens existent entre un nœud de  $Y$  et un nœud de  $Z$ , alors le graphe est dit biparti. Une illustration de graphe biparti est donnée dans la figure 1.2. Pour de tels graphes, on peut ordonner la matrice d’adjacence par classe pour l’écrire par blocs

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{YY} & \mathbf{A}^{YZ} \\ \mathbf{A}^{ZY} & \mathbf{A}^{ZZ} \end{pmatrix},$$

avec les blocs carrés correspondants aux liens inter-classes d’éléments nuls  $\mathbf{A}^{YY} = \mathbf{0}_{|Y| \times |Y|}$  et  $\mathbf{A}^{ZZ} = \mathbf{0}_{|Z| \times |Z|}$ . Il est souvent le cas qu’un graphe biparti soit non dirigé, dans ce cas  $\mathbf{A}^{YZ} = \mathbf{A}^{ZY}$  et toute l’information est contenue dans  $\mathbf{A}^{YZ}$ , qu’on appelle la matrice de bi-adjacence  $\mathbf{B}$ . La notion de graphe biparti peut être étendue au-delà de seulement deux classes, dans ce cas on dit que le graphe est multiparti.

- **Multigraphe** : dans le cas où deux nœuds peuvent avoir des liens multiples, le graphe est un multigraphe. Si la multiplicité des liens peut se regrouper en catégories, telle qu’au sein de chaque catégorie il n’existe pas de liens multiples, alors le multigraphe peut être représenté par une matrice d’adjacence par type de lien.

Dans nos travaux nous avons modélisé et analysé PeeringDB [2], une base de données où les principaux acteurs d’Internet reportent leur présence à des infrastructures publiques, les IXP, dans le but de faciliter leurs interconnexions. Ce réseau est biparti, avec comme classes les AS et les IXP. Il est pondéré par la taille des ports des routeurs, et notre modèle donne une direction aux liens selon un attribut des AS, ce qui en fait son originalité. Nous avons aussi travaillé sur le commerce

international où, pour chaque produit, les échanges entre pays sont répertoriés dans la base de données UN COMTRADE [3]. C'est un multigraphe, avec une matrice d'adjacence par type de produit. Les liens sont pondérés par le montant de la transaction. Le réseau est dirigé puisque le flot de produit est directionnel selon qu'on importe ou exporte un produit .

### 1.1.2 Les réseaux complexes

Les réseaux complexes émergent de la Nature et des activités humaines. Malgré la diversité des systèmes qu'ils représentent, ils peuvent partager certaines propriétés communes. Dans cette partie, nous introduisons les principales propriétés partagées par les réseaux complexes.

**Composante connexe principale géante :** La composante connexe principale d'un graphe est son plus grand sous-graphe dont tous les nœuds sont connectés. Les nœuds des réseaux complexes sont en général très bien connectés, ce qui implique que la composante connexe principale est très proche du réseau d'origine, d'où le qualificatif « géante ».

**Faible densité des liens :** Bien que les réseaux complexes soient bien connectés, le nombre de liens est souvent plus grand que le nombre de nœuds de seulement un ou deux ordres de grandeur. Ramené au nombre de liens possibles qui est  $N(N-1)/2$  pour un graphe simple de  $N$  nœuds, ce nombre est négligeable. Ainsi la matrice d'adjacence de réseaux complexes est souvent creuse, c'est-à-dire qu'elle est majoritairement constituée d'éléments nuls.

**L'effet « petit-monde » :** C'est l'une des propriétés les plus connues des réseaux complexes. On peut la résumer à la théorie populaire des six degrés de séparation. On considère un réseau de poignées de main entre êtres humains, i.e. il existe un lien entre deux individus si ceux-ci se sont déjà serrés la main. Il est supposé que la distance moyenne  $\langle L \rangle$  entre chaque paire d'êtres humains est de 6. On observe que cette quantité croît proportionnellement au logarithme du nombre de nœuds  $N$  dans le réseau [4] :

$$\langle L \rangle \propto \log N. \quad (1.8)$$

L'effet petit monde a été mis en évidence par une expérience de Milgram sur des citoyens américains en 1967 [5]. Plus récemment, il a été montré pour le réseau social Facebook que le degré de séparation moyen est de 4 [6].

**Invariance d'échelle :** Il a été remarqué que, pour beaucoup de réseaux complexes, la fraction de nœud avec un degré  $d \leq k$  suit une loi de puissance

$$P(k) \sim k^{-\gamma}, \quad (1.9)$$



avec  $\gamma$  typiquement compris dans l'intervalle  $2 < \gamma < 3$  [7]. Cette observation peut sembler étonnante au premier abord. En effet pour le cas d'un réseau aléatoire dit de Erdős-Rényi [8], où chaque nœud a une probabilité uniforme d'avoir un lien avec tous les autres nœuds du réseau, on trouve à la place de cette loi de puissance une loi de Poisson. Ainsi il semblerait que les réseaux complexes s'organisent suivant une structure particulière, bien que la plupart d'entre eux ne soient pas planifiés. On a alors une propriété « émergente » de la grande taille des réseaux. On pense que l'universalité de l'observation de la loi de puissance vient du fait que les réseaux observés ont évolué dans le temps. Ces réseaux grandissent et les nouveaux nœuds ont plus de chance de se lier à des nœuds déjà importants. Ainsi, il apparaît un phénomène *the rich get richer and the poor get poorer*<sup>1</sup>. Barabasi et Albert [7] se sont fondés sur ces hypothèses pour proposer un modèle générant aléatoirement des réseaux, et ceux-ci vérifient effectivement la loi de puissance.

**La modularité ou la structure en communautés :** Une communauté est un sous-ensemble de nœuds dans le réseau pour lesquels la densité de liens est plus forte qu'avec l'extérieur. La représentation graphique d'un graphe de 3 communautés est donnée dans la figure 1.3. On en trouve par exemple dans les réseaux sociaux, où les utilisateurs ont plutôt tendance à former des cercles fermés, à différentes résolutions (groupe d'amis, établissement scolaire, ville). La structure en communautés peut s'observer dans la matrice d'adjacence par une structure en blocs diagonaux fortement connectés quand les labels des nœuds sont groupés par communautés sur les lignes et les colonnes de la matrice.

Par contre, comme on peut le voir dans la figure 1.3, même si les communautés sont clairement marquées dans le graphe, on ne les retrouve pas nécessairement dans la matrice d'adjacence d'un isomorphisme du graphe d'origine. Nous verrons dans la prochaine section comment trouver la permutation des nœuds qui regroupe les communautés et comment quantifier le degré de modularité associé.

Le modèle principal pour générer des graphes avec une structure en communautés est le *Stochastic Bloc Model* (SBM), proposé par Holland et al. [9]. Étant donnée une partition de l'ensemble des nœuds  $(1, \dots, N)$  dans des ensembles disjoints  $(C_1, C_2, \dots, C_r)$  appelés communautés, et une matrice  $\mathbf{P}$  de probabilités symétrique et de taille  $r \times r$ , SBM génère un graphe en créant des liens entre tous les nœuds  $u \in C_i$  et  $v \in C_j$  avec une probabilité  $P_{i,j}$ .

**Nestedness :** Certains réseaux complexes présentent une structure dite « imbriquée » décrite par la propriété de *nestedness*. Elle est définie de la manière suivante : pour toutes paires de nœuds  $(i, j) \in V \times V$ , si le degré de  $i$  est plus grand que le degré de  $j$ , alors le voisinage de  $j$  est compris dans celui de  $i$ . Si le graphe est biparti, alors la même condition tient pour toute paire de nœuds au sein d'une même classe. Une représentation graphique de réseau imbriquée biparti est don-

1. On retrouve d'ailleurs ces lois de puissance sous le nom de « loi de Pareto » en économie lorsqu'on étudie la répartition des richesses.

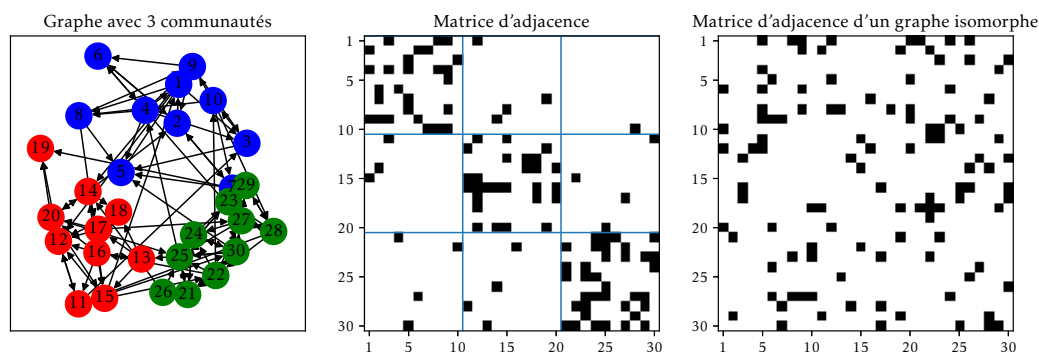


FIGURE 1.3 – Illustration d'un graphe avec 3 communautés généré par un SBM de paramètres  $P_{i,j} = 0.3$  si  $i = j$ ,  $P_{i,j} = 0.03$  sinon. On remarque que la matrice d'adjacence ordonnée par communauté a une structure bloc diagonale. La matrice d'adjacence d'un graphe isomorphe ne présente pas nécessairement cette structure.

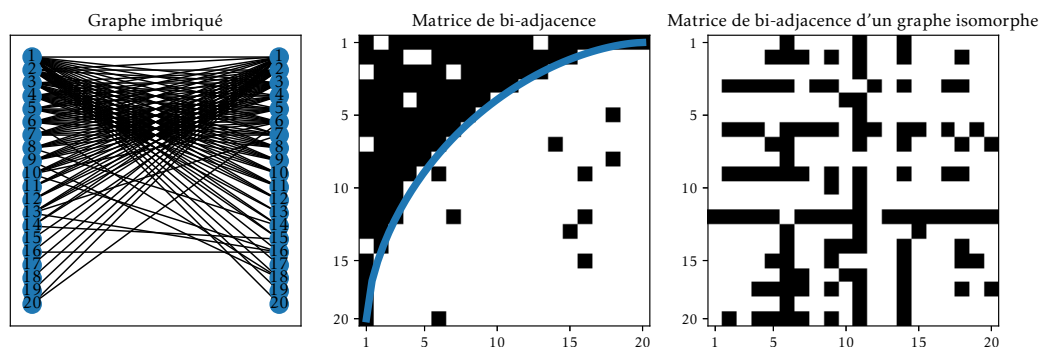


FIGURE 1.4 – Illustration d'un graphe biparti avec une structure imbriquée générée avec  $\xi = 1.5$  et  $p = 0.1$ . La matrice de bi-adjacence au centre est générée par la méthode proposée dans [11], et à droite on montre la matrice de bi-adjacence d'un graphe isomorphe.

née dans la figure 1.4. Une revue récente de la littérature scientifique autour de la nestedness est proposée dans [10].

On retrouve ce genre de structure principalement en biologie et en économie, et on l'étudie car elle implique des réseaux plus robustes aux attaques et qui permettent plus facilement de prédire la création de liens avec le temps. Par exemple, si on s'intéresse au réseau biparti de commerce international « pays »-« a exporté »-« produit », la nestedness émerge du fait que pour produire des produits complexes, un pays doit d'abord être capable de produire des produits simples [12]. Ainsi les pays sous-développés, à l'économie moins riche et diversifiée, auront des difficultés à exporter des produits sophistiqués car de tels liens ne respectent pas la nestedness.

Pour un réseau imbriqué, il existe une permutation de la matrice d'adjacence telle qu'on retrouve une forme triangulaire au coin supérieur gauche (voir fi-

gure 1.4). Nous verrons dans la prochaine section comment trouver cette permutation et comment quantifier le degré de nestedness. Le modèle principal pour générer des graphes avec une structure imbriquée a été proposé dans [11]. Cette méthode génère uniquement des graphes bipartis qui ont un nombre de nœuds dans chaque classe égal. Son principe est de créer un carré unité<sup>2</sup>, d'imposer le contour de la forme triangulaire au coin supérieur gauche, et ensuite d'obtenir la matrice de biadjacence d'un réseau de taille  $N \times N$  en subdivisant le carré unitaire en  $N \times N$  pixels. Lors de la subdivision, on regarde où se situe le centre de gravité de chaque pixel : si celui-ci est à gauche du contour alors on crée un lien. La forme du contour permet de choisir le degré de remplissage de la matrice, soit le nombre de liens du réseau. Elle est définie par la droite

$$y = f_n(x) = 1 - (1 - x^{1/\xi})^\xi, \quad (1.10)$$

où  $x \in [0, 1]$  et  $y \in [0, 1]$  sont les coordonnées dans le carré unitaire et  $\xi \in [1, \infty)$  est le paramètre contrôlant le remplissage. Un exemple de contour pour  $\xi = 1.5$  est donné dans la figure 1.4. Le graphe parfaitement imbriqué obtenu ne rend pas compte des irrégularités qu'on retrouve dans la Nature. Pour être plus réalistes, les auteurs de [11] introduisent une procédure en deux étapes pour générer du bruit aléatoire et non-corrélé. La première étape consiste à retirer chaque lien créé avec une probabilité  $p$ . Ensuite, ces liens sont aléatoirement redistribués entre des nœuds n'étant pas liés. Ainsi,  $p = 0$  donne une structure parfaitement imbriquée et  $p = 1$  correspond à un graphe Erdős-Rényi aléatoire [8]. Le graphe présenté dans la figure 1.4 a été généré avec un bruit  $p = 0.1$ .

---

2. Un carré dont les côtés ont une longueur de 1. Dans le plan, ses sommets ont pour coordonnées  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$ .

## 1.2 Métriques pour les réseaux complexes

Nous avons vu qu'il existe une grande diversité de réseaux complexes, présentant des structures partiellement reproductibles avec des modèles simplistes. Rendre ces réseaux intelligibles nécessite de pouvoir en extraire de l'information. Il est ainsi nécessaire de pouvoir quantifier les propriétés des réseaux par des métriques. Ces métriques associent une grandeur scalaire à un réseau, ou à un concept sous-jacent comme une partition, un lien, ou un nœud. Dans cette section sont présentées des métriques associées aux propriétés principales des réseaux complexes, à savoir la centralité, la modularité et la nestedness.

### 1.2.1 Centralité

Les métriques de centralité permettent de mesurer l'importance des nœuds au sein du réseau. Elles attribuent un score à partir duquel on peut les classer par ordre d'importance.

**Degré :** La notion la plus simple de centralité est donnée par le degré des nœuds. Ainsi, plus un nœud a de liens et plus il est important. C'est à partir de cette métrique que le modèle invariant d'échelle [7] propose un attachement préférentiel pour retrouver l'effet *the rich get richer* des réseaux complexes. Si le réseau est pondéré, on peut aussi prendre en compte le poids des liens.

**PageRank [13] :** A l'origine au cœur du moteur de recherche de Google, le PageRank permet de classer les pages des plus aux moins importantes du réseau des pages web pour les proposer à l'utilisateur. L'idée sous-jacente à cette métrique est que si une page est importante, alors elle est pointée par d'autres pages importantes avec des liens hypertextes. Cette métrique concerne donc les graphes dirigés, mais peut être aussi appliquée au cas non dirigé. Le score  $p(i)$  d'un nœud  $i$  est obtenu en sommant les scores des nœuds ayant un lien dans sa direction, normalisé par le degré de ces liens :

$$p(i) = \sum_{j \rightarrow i} \frac{p(j)}{d(j)}. \quad (1.11)$$

De cette manière si un nœud  $j$  est très important mais que celui-ci a beaucoup de liens sortants, sa contribution au PageRank de  $i$  sera plus faible qu'un autre nœud de même importance mais ayant peu de liens sortants. Cette définition de l'importance est récursive. Pour la calculer, on suppose une centralité uniforme  $p_0(i) = 1/N$ , puis on répète l'équation (1.11) jusqu'à convergence. La centralité obtenue mesure l'importance des nœuds en terme de liens entrants. Pour caractériser la capacité d'un nœud à atteindre les autres nœuds avec des liens sortants, on utilise la métrique de *reverse PageRank* [14]. Celle-ci consiste simplement à calculer le PageRank du même réseau auquel on a inversé la direction des liens, ce qui

revient à transposer la matrice d'adjacence. Nous avons présenté la version originale et simplifiée du PageRank qui ne garantit pas de converger pour tous types de réseaux. Nous donnerons une formulation plus complète basée sur les marches aléatoires dans la section 1.3. Nous introduisons maintenant les métriques de *closeness* et *betweenness* qui, se basant sur le calcul de plus courts chemins, ne sont pas applicables à de grands réseaux.

**Closeness [15] :** La closeness mesure la proximité d'un nœud avec les autres nœuds du réseau. On suppose que plus cette proximité est élevée, alors plus le nœud est important. La closeness d'un nœud  $i$  est définie par l'équation :

$$C_c(i) = \frac{1}{\sum_{t \in V} d_G(i, j)}, \quad (1.12)$$

avec  $d_G(i, j)$  la distance entre les nœuds  $i$  et  $j$ .

**Betweenness [16] :** Avec la métrique de betweenness, on suppose qu'un nœud  $k$  est important si, de tous les plus courts chemins entre les nœuds du réseau, de nombreux courts chemins passent par  $k$ . Soient  $\sigma_{ij}$  le nombre de plus courts chemins entre les nœuds  $i$  et  $j$ , et  $\sigma_{ij}(k)$  le nombre de plus courts chemins entre  $i$  et  $j$  passant par le nœud  $k$ , la betweenness d'un nœud  $k$  est définie par :

$$C_B(k) = \sum_{i \neq k \neq j \in V} \frac{\sigma_{ij}(k)}{\sigma_{ij}}. \quad (1.13)$$

À la différence d'autres métriques, la betweenness est connue pour identifier des « ponts » entre des sous-structures du graphe [17]. Par exemple, un nœud relié uniquement à deux nœuds de très haut degré aura une centralité de degré faible, mais une betweenness élevée.

### 1.2.2 Modularité

La modularité est une métrique permettant de calculer à quel point une partition présente une structure en communauté.

**Modularité de Newman [18]** L'idée principale est de comparer pour chaque communauté le nombre de liens, en son sein, au nombre de liens entre la communauté et l'extérieur. Cette quantité n'est pertinente que si elle est comparée à celle d'un autre réseau. Pour cela, on choisit en général un réseau aléatoire qui partage certaines caractéristiques avec le réseau étudié. Formellement, on définit la modularité  $Q$  d'un réseau dont on a assigné à chaque nœud  $i$  une communauté  $g(i)$  par

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{i,j} (A_{i,j} - P_{i,j}) \delta(g(i), g(j)), \quad (1.14)$$

avec  $\delta$  le symbole de Kronecker,  $m$  le nombre de liens dans le réseau et  $P_{i,j}$  la probabilité qu'un lien entre  $i$  et  $j$  existe dans le réseau aléatoire. On choisit généralement un réseau aléatoire qui respecte en moyenne la distribution des degrés des nœuds avec  $P_{i,j} = d(i)d(j)/m$ . On a  $Q = 0$  si la fraction de liens intra-communautés n'est pas meilleure que dans un graphe aléatoire, et, plus  $Q$  se rapproche de sa valeur maximale de 1, plus les communautés sont marquées.

**Modularité de Barber [19] :** C'est une extension de la modularité de Newman dans le cadre d'un graphe biparti. Dans ce cas, les nœuds d'une classe sont uniquement connectés aux nœuds de l'autre classe

$$Q = \frac{1}{m} \sum_{i,\alpha} (A_{i,\alpha} - P_{i,\alpha}) \delta(g(i), g(\alpha)), \quad (1.15)$$

où  $i$  et  $\alpha$  sont des nœuds de classes distinctes et  $P_{i,\alpha} = d(i)d(\alpha)/m$ .

**Identification des meilleures communautés :** Déterminer la meilleure partition d'un graphe revient ainsi à maximiser  $Q$ , en considérant tous les arrangements possibles des nœuds dans des communautés non définies en nombre et en taille. Le problème étant considéré NP-complet [20], les recherches exhaustives consistant à énumérer et évaluer tous les arrangements possibles ne passent pas l'échelle. Des méthodes gloutonnes ou basées sur des méta-heuristiques ont été proposées pour atteindre un optimum local. Dans cette thèse, nous utilisons la méthode gloutonne de Louvain [21], qui consiste à attribuer à chaque nœud une communauté unique, puis de les agglomérer itérativement en communautés jusqu'à ce que la modularité cesse d'augmenter. Nous utilisons aussi une méta-heuristique appelée « Extremal Optimization » proposée dans [22].

### 1.2.3 Nestedness

Dans cette section, nous présentons les principales métriques de nestedness. Le sujet étant vaste, nous nous référons à la revue [10]. En général, la nestedness est étudiée pour des réseaux non pondérés et bipartis. On distingue alors **les classes** en parlant de nœuds ligne (*row nodes*) et nœuds colonne (*column nodes*). On désignera les nœuds des deux classes respectivement par des lettres latines et grecques.

La nestedness dans un réseau peut se quantifier à plusieurs niveaux. On peut associer un score de nestedness à un graphe, à une partition et même à un nœud. Dans le premier cas du graphe, la nestedness est mesurée sans pour autant trouver le graphe isomorphe dont la matrice d'adjacence présente la structure en bloc triangulaire. C'est aussi le cas pour la détection de communauté nested, qui s'apparente à l'étude de la modularité. Enfin pour la nestedness au niveau des nœuds, permuter les lignes et colonnes selon le score de chaque nœud fait apparaître la structure, si la métrique est adaptée.

**Au niveau du graphe - spectral radius [23], NODF [24] et [11] :** Actuellement, une des métriques les plus populaires est le *spectral radius*, ou rayon spectral, proposé par Staniczenko et al. [23]. Il a été démontré dans [25] que le rayon spectral  $\rho$  d'une matrice, soit la valeur propre au module le plus élevé, est maximal lorsque cette matrice est parfaitement imbriquée. Staniczenko et al. étudient statistiquement le comportement de  $\rho$  sur des matrices présentant des structures imbriquées imparfaites, pour conclure que  $\rho$  peut servir à quantifier l'imbrication de réseaux complexes réels.

Une autre métrique populaire est NODF (*Nestedness Based on Overlapping and Decreasing Fill*). Étant donnée une paire de nœuds ligne  $(i, j)$  tel que  $\mathbf{d}(i) > \mathbf{d}(j)$ , on s'attend à ce que leur nombre de voisins communs  $\mathbf{O}_{i,j} = \sum_{\alpha} \mathbf{A}_{i,\alpha} \mathbf{A}_{j,\alpha}$  soit égal à  $\mathbf{d}(j)$  pour un réseau parfaitement nested, ou plus petit que  $\mathbf{d}(j)$  sinon. La valeur NODF totale  $\eta$  est calculée à partir de la valeur NODF de chaque classe. La valeur de NODF par ligne  $\eta^R$  est définie par :

$$\eta^R = \sum_{i,j} \frac{\mathbf{O}_{i,j}}{\mathbf{d}(j)} \Theta(\mathbf{d}(i) - \mathbf{d}(j)), \quad (1.16)$$

où  $\Theta$  est la fonction de Heaviside, définie par  $\Theta(x) = 1$  si  $x > 0$ ,  $\Theta(x) = 0$  si  $x \leq 0$ . Cette fonction permet de ne comptabiliser que les paires de nœuds ligne  $(i, j)$  tel que  $\mathbf{d}(i) > \mathbf{d}(j)$ . La contribution maximale d'une paire est de 1. Ainsi, la valeur maximale de  $\eta^R$  est égale au nombre de paires de nœuds lignes  $N_r(N_r - 1)/2$ , avec  $N_r$  le nombre de nœuds ligne. De la même manière, la métrique NODF par colonne  $\eta^C$  est donnée par :

$$\eta^C = \sum_{\alpha,\beta} \frac{\mathbf{O}_{\alpha,\beta}}{\mathbf{d}(\beta)} \Theta(\mathbf{d}(\alpha) - \mathbf{d}(\beta)), \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{O}_{\alpha,\beta} = \sum_i \mathbf{A}_{i,\alpha} \mathbf{A}_{i,\beta}$ . La valeur maximale atteignable est  $N_c(N_c - 1)/2$ , avec  $N_c$  le nombre de colonnes.

Enfin, la valeur de nestedness d'un réseau est donnée par la NODF totale qui est le rapport entre la valeur de NODF calculée sur le graphe  $\eta^R + \eta^C$  et la valeur maximale atteignable :

$$\eta = \frac{\eta^R + \eta^C}{\frac{N_r(N_r-1)}{2} + \frac{N_c(N_c-1)}{2}}, \quad (1.18)$$

avec  $N_r$  et  $N_c$  le nombre de nœuds ligne et colonne respectivement. Cette métrique, comme la modularité, n'est pertinente que si comparée à celle d'un réseau similaire mais généré aléatoirement. Ici, le modèle aléatoire n'est pas inclus. Il faut donc comparer statistiquement la valeur obtenue à celles de réseaux aléatoires. Dans nos travaux, nous utiliserons une variante de NODF prenant en compte un

modèle aléatoire proposée dans [11] :

$$\tilde{\eta} = \frac{2}{N_r + N_c} \left\{ \sum_{i,j} \frac{O_{i,j} - \langle O_{i,j} \rangle}{(N_r - 1)d(j)} \Theta(\mathbf{d}(i) - \mathbf{d}(j)) + \sum_{\alpha,\beta} \frac{O_{\alpha,\beta} - \langle O_{\alpha,\beta} \rangle}{(N_c - 1)d(\beta)} \Theta(\mathbf{d}(\alpha) - \mathbf{d}(\beta)) \right\}, \quad (1.19)$$

avec l'espérance du nombre de voisins commun  $\langle O_{i,j} \rangle$  donnée par le modèle aléatoire considérant que les voisins de chaque nœud sont tirés aléatoirement, en respectant leur degré. Dans ce cas, la probabilité que les deux nœuds aient un lien commun est :

$$\langle O_{i,j} \rangle = \frac{d(i)d(j)}{N_c^2}. \quad (1.20)$$

Le même raisonnement tient pour toute paire de nœuds  $\alpha, \beta$  de l'autre classe. Si le réseau n'est pas plus nested que le modèle aléatoire, alors  $\tilde{\eta} \leq 0$ , et plus  $\tilde{\eta}$  se rapproche de sa valeur maximale de 1, plus le réseau est nested.

Bien que la dernière métrique introduite prenne en compte un modèle aléatoire, il est considéré comme une bonne pratique d'utiliser plusieurs métriques en évaluant leur pertinence statistique [10]. Il convient alors de générer un ensemble statistique consistant en un nombre élevé de mesures de nestedness sur des réseaux aléatoires partageant des propriétés avec le réseau à évaluer. Les modèles aléatoires qui génèrent les ensembles statistiques se distinguent en trois catégories de base imposant des contraintes sur les nœuds [26] :

- Fixé (F) : le degré des nœuds est exactement préservé,
- Proportionnel (P) : le degré des nœuds est préservé en moyenne. C'est le même modèle aléatoire que pour la modularité de Barber [19], introduite dans l'équation (1.15).
- Équiprobable (E) : les liens ont une probabilité équiprobable de se former, On obtient ainsi un réseau aléatoire d'Erdős-Rényi aléatoire [8].

Ces trois contraintes peuvent s'appliquer indépendamment aux nœuds des deux classes, il y a donc  $3^2 = 9$  modèles aléatoires de base. Par simplicité et dans la lignée des travaux [10, 27], nous avons considéré les modèles aléatoires appliquant les mêmes contraintes sur les deux classes, à savoir les modèles Fixed-Fixed (FF), Proportionnel-Proportionnel (PP), Équiprobable-Équiprobable (EE). Ces modèles ont différentes implémentations, dont nous avons repris les plus populaires [10, 27-29] mises à disposition par les auteurs de [27]. Le modèle FF est connu pour souffrir d'erreur de type II, à savoir qu'il a tendance à rejeter les réseaux présentant une forte imbrication. En revanche, le modèle EE est peu contraignant et identifie trop facilement des réseaux comme imbriqués (erreur de type I). Pour comparer la valeur de référence à l'ensemble statistique, on utilise la p-value et le z-score. La première est la fraction de réseaux aléatoires ayant été identifiés comme plus imbriqués que le réseau à tester. Le second est l'écart de la valeur de référence à la moyenne de l'ensemble statistique, normalisé par la déviation standard. On illustre un exemple de test statistique dans la figure 1.5.



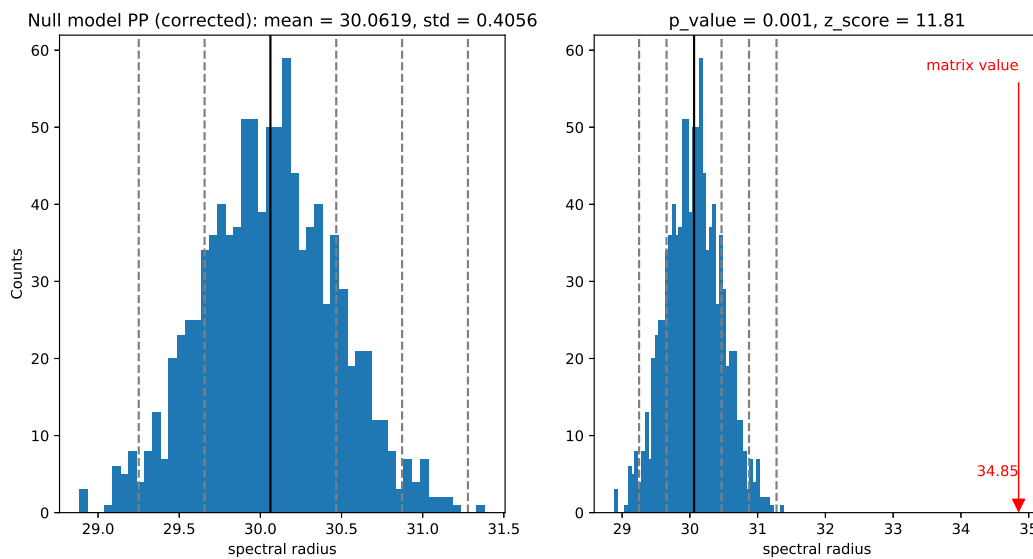


FIGURE 1.5 – Illustration d’un test statistique de la valeur de nestedness au niveau du graphe appliqué sur un réseau imbriqué. À gauche, on montre l’histogramme de la métrique spectral radius mesurée sur un ensemble statistique de  $N = 1000$  réseaux. On indique la moyenne avec une ligne verticale noire, et les multiples de la déviation standard par des lignes verticales pointillées. À droite, on montre la mesure appliquée sur le réseau à tester. Ici, aucun réseau de l’ensemble statistique n’est plus imbriqué que le réseau test. On assigne alors à la p-value la valeur de  $1/N$ , comme le font les auteurs de [30]. Cette illustration est inspirée des résultats produits par le logiciel proposé dans [30].

**Au niveau d'une partition - In-Block Nestedness (IBN) [11] :** Pour quantifier à quel point un réseau présente des communautés imbriquées, ou *nested*, les auteurs de [11] proposent de modifier la métrique de nestedness au niveau du graphe  $\tilde{\eta}$  en prenant en compte l'appartenance des nœuds à une communauté.

On définit d'abord le nombre de nœuds dans la même classe et communauté d'un nœud  $i$  ou  $\alpha$  par  $C_i = \sum_j \delta(g(i), g(j))$  et  $C_\alpha = \sum_\beta \delta(g(\alpha), g(\beta))$ . Le nombre de voisins communs inclut maintenant l'appartenance aux communautés :

$$\mathbf{O}_{i,j} = \sum_{\alpha=1}^{N_r} \mathbf{A}_{i,\alpha} \mathbf{A}_{j,\alpha} \delta(g(i), g(\alpha)), \quad \mathbf{O}_{\alpha,\beta} = \sum_{i=1}^{N_c} \mathbf{A}_{i,\alpha} \mathbf{A}_{i,\beta} \delta(g(i), g(\beta)). \quad (1.21)$$

La valeur d'IBN  $\tilde{I}$  est alors

$$\tilde{I} = \frac{2}{N_r + N_c} \left\{ \sum_{i,j}^{N_r} \left[ \frac{\mathbf{O}_{i,j} - \langle \mathbf{O}_{i,j} \rangle}{\mathbf{d}(j)(C_i - 1)} \Theta(\mathbf{d}(i) - \mathbf{d}(j)) \delta(g(i), g(j)) \right] + \sum_{\alpha,\beta}^{N_c} \left[ \frac{\mathbf{O}_{\alpha,\beta} - \langle \mathbf{O}_{\alpha,\beta} \rangle}{\mathbf{d}(\beta)(C_\alpha - 1)} \Theta(\mathbf{d}(\alpha) - \mathbf{d}(\beta)) \delta(g(\alpha), g(\beta)) \right] \right\}. \quad (1.22)$$

Cette métrique a la même signature que la mesure de modularité  $Q$ . La différence est, qu'au lieu de chercher des communautés fortement connectées se traduisant par des blocs carrés sur la diagonale de la matrice d'adjacence, cette fois, on cherche des blocs en forme de triangle supérieur gauche. Ainsi, on peut utiliser les mêmes algorithmes d'optimisation que pour la modularité afin de maximiser  $\tilde{I}$  et trouver les meilleures communautés.

**Au niveau des nœuds - Fitness-Complexity [12], BINMATNEST [31] et spectral rank [23] :** Nous n'aborderons pas en détail la méthode populaire NTC (*Nestedness Temperature Calculator*) [32] qui, après avoir été longtemps utilisée, n'est plus considérée comme étant d'actualité. Les deux méthodes actuelles pour ordonner les nœuds selon leur contribution à la nestedness, et ainsi retrouver la structure triangulaire, sont BINMATNEST [31] et l'algorithme fitness-complexity [12]. La première méthode est une amélioration de la méthode NTC. Comme cette dernière, elle consiste en i) introduire une métrique qui, selon l'ordonnement des lignes et colonnes de la matrice de biadjacence, quantifie la nestedness au niveau du graphe ii) optimiser la métrique avec un algorithme génétique qui teste des permutations de lignes et colonnes. Le résultat obtenu est un classement des nœuds, ce qui n'est pas à proprement parler une métrique au niveau des nœuds. La deuxième méthode est un algorithme itératif non linéaire qui peut faire penser au PageRank. Pour le moment, il n'y a pas de consensus sur quelle méthode produit les meilleurs résultats. Une étude semble pencher en faveur de l'algorithme fitness-complexity [33]. Nous présentons dans ce travail uniquement fitness-complexity, car BINMATNEST est beaucoup plus complexe, avec une im-

plémentation opaque qui ne passe pas à l'échelle<sup>3</sup>.

C'est dans le contexte de la complexité économique, introduite pour la première fois par des économistes pour analyser le réseau biparti « pays »-« a exporté »-« produit », que la métrique Fitness-Complexity a vu le jour [12]. Cette approche considère l'exportation d'un produit comme le résultat d'un processus de production qui requiert d'un pays toutes les capacités nécessaires à la fabrication du produit. Dans cette optique, les pays qui possèdent plus de capacités sont plus compétitifs dans le commerce mondial, car ils ont la possibilité de produire et d'exporter plus de produits que les pays ayant moins de capacités. De plus, on ajoute une notion de complexité aux produits pour montrer que ceux-ci peuvent seulement être produits par des pays compétitifs. Cette notion est elle-même prise en compte pour la compétitivité : un pays compétitif exporte des produits complexes. Cette approche est modélisée par des équations de fitness et complexité couplées, non linéaires et récursives. L'équation de fitness mesure la santé économique d'un pays sur la base de la qualité des produits exportés et l'équation de complexité mesure la qualité des produits sur la base de la santé économique des pays qui les exportent et le nombre de pays qui les importent.

Pour un réseau décrit par la matrice d'adjacence  $A$ , la **fitness**  $f(i)$  d'un pays  $i$  est définie comme la somme des scores de complexité  $q(\alpha)$  des produits  $\alpha$  exportés par ce pays :

$$f(i) = \sum_{\alpha} A_{i\alpha} q(\alpha). \quad (1.23)$$

La complexité des produits est quant à elle définie par

$$q(\alpha) = \frac{1}{\sum_i A_{i\alpha} / f(i)}. \quad (1.24)$$

Les scores des produits dépendent du nombre de pays qui les exportent mais également de la santé économique (fitness) des pays qui les produisent. Un pays compétitif exporte généralement des produits complexes, un pays moins développé exporte des produits plus simples à produire. La mesure de complexité se base sur ces hypothèses. La complexité d'un produit  $\alpha$  accumule, pour chaque pays exportateur, une mesure de la contribution qui est inversement proportionnelle à sa santé économique. Pour résoudre ces suites récursives et couplées, on calcule

$$f_n(i) = \sum_{\alpha} A_{i\alpha} q_{n-1}(\alpha) \quad (1.25)$$

et

$$q_n(\alpha) = \frac{1}{\sum_i A_{i\alpha} / f_{n-1}(i)}, \quad (1.26)$$

en commençant par des vecteurs uniformes  $f_0$  et  $q_0$ . À chaque itération, ces vecteurs sont divisés par leur moyenne. Pour une meilleure convergence, on utilisera

---

3. [http://www.eeza.csic.es/Pollination\\_ecology/Programa\\_Miguel.html](http://www.eeza.csic.es/Pollination_ecology/Programa_Miguel.html)

une version légèrement modifiée de équation (1.26) proposée dans [34] :

$$\mathbf{q}_n(\alpha) = \frac{1}{\sum_i \mathbf{A}_{i\alpha}(1 - f_{n-1}(i))}. \quad (1.27)$$

Ordonner les pays et produits par ces classements permet de retrouver la structure imbriquée inhérente au commerce international. Depuis sa parution, cet algorithme a été utilisé en dehors de ce contexte, notamment en biologie, pour mesurer l'imbrication des nœuds et les classer du plus au moins imbriqué.

Nous présentons une dernière méthode ordonnant les nœuds par leur contribution à la nestedness, que nous appelons *spectral rank*. Elle a été proposée dans [23], et à notre connaissance n'est pas beaucoup utilisée<sup>4</sup>. Les auteurs sont à l'origine de la métrique au niveau du graphe spectral radius, présentée précédemment. Ils soutiennent que le vecteur propre dominant de la matrice d'adjacence, associé à la valeur propre dominante de la matrice définissant son rayon spectral, attribue un score aux nœuds selon leur contribution à la nestedness.

Dans nos travaux, nous avons étudié les propriétés de nestedness de l'écosystème du peering public décrit par PeeringDB. La répartition des ASes aux IXPs nous a fait penser aux réseaux biologiques plante-pollinisateur qui présentent systématiquement des structures nested. La répartition des ASes par pays peut aussi faire penser aux « réseaux territoriaux », des réseaux biologiques représentant la répartition d'espèces animales sur des sites géographiques. Ces réseaux ont été les premiers pour lesquels la nestedness a été observée [35].

Nous avons aussi abondamment eu recours au concept de centralité. Dans nos travaux sur PeeringDB, nous avons pu identifier les acteurs clés de l'écosystème du peering et ainsi montrer la pertinence de notre modèle ayant servi à générer le graphe. Nous avons montré que la balance économique et la sensibilité de la balance, métriques dérivées du degré et du PageRank, sont des métriques adaptées à l'étude du commerce international. Nous verrons que le PageRank donne une vue plus globale que le degré, reflétant mieux la structure du réseau. Dans la prochaine section et pour le reste de ce chapitre introductif, nous allons présenter les marches aléatoires, qui sont le cadre théorique autour du PageRank. Nous présentons aussi le complément stochastique, un autre outil apparenté permettant de réduire la taille des réseaux sans perdre d'informations.

---

4. Par exemple, nous n'en avons trouvé aucune mention dans la revue de littérature récente [10].

### 1.3 Outils dérivés des marches aléatoires

Les réseaux considérés dans nos travaux représentent des échanges de quantité entre des nœuds. Ces diffusions de quantité sont bien décrites par des matrices stochastiques, dont l'étude permet d'établir des métriques comme le PageRank, déjà abordé dans la sous-section 1.2.1. Le PageRank et autres outils dérivés des matrices stochastiques étant centraux dans nos analyses, nous en présentons le cadre théorique. Nous présenterons aussi le complément stochastique et l'algorithme REGOMAX, une méthode permettant de réduire la taille d'un grand réseau pour en faciliter la lecture. Nous avons implémenté ces outils en Python et C++ [36], et les avons rendus facilement accessibles à la communauté en se basant sur NetworkX, une librairie Python populaire pour l'analyse de réseau [37]. Pour cette partie, nous nous appuyons sur le livre de référence [38] et une revue de littérature plus récente [39].

#### 1.3.1 Le PageRank comme un processus de Markov stationnaire

Le PageRank a été proposé par Brin et Page [13] pour classer les pages webs par importance. Sa dérivation consiste à mimiquer avec une marche aléatoire le comportement d'un utilisateur surfant sur le web de page en page. On définit sa manière de se déplacer, on le laisse naviguer pendant un temps très long puis on considère le temps passé sur chaque page : plus le surfeur a passé de temps sur une page, plus celle-ci est importante.

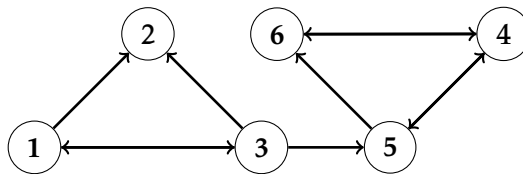


FIGURE 1.6 – Représentation d'un réseau dirigé de taille  $N = 6$

Regardons déjà comment se déplacer sur le réseau. Considérons un utilisateur se déplaçant de page en page sur le réseau web dirigé, décrit par la matrice d'adjacence suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

dont la représentation graphique est donnée dans la figure 1.6.

On modélise son déplacement avec une chaîne de Markov à temps discret, dont la définition est la suivante :

**Définition 5** Une chaîne de Markov à temps discret est une succession de variables aléatoires  $(X_1, X_2, X_3, \dots)$  décrivant une séquence d'états possibles. La probabilité de se déplacer au prochain état dépend uniquement de l'état actuel :

$$P(X_{n+1} = x | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x | X_n = x_n). \quad (1.29)$$

Les valeurs possibles de  $X_i$  forment un ensemble fini  $\mathcal{S}$  appelé espace d'état de la chaîne. Les probabilités de transition entre les états sont représentées par une matrice stochastique par colonne  $\mathbf{P}$  telle que

$$P_{i,j} = P(X_{n+1} = i | X_n = j). \quad (1.30)$$

Si l'utilisateur est sur le nœud  $i$ , alors il a une chance équiprobable de se rendre sur un nœud  $j \in \mathcal{N}_i^{\text{out}}$  pointé par  $i$ . Un premier problème apparaît alors. Dans le cadre d'un réseau dirigé, un nœud appelé **ballant** peut avoir un degré sortant  $d^{\text{out}}(i)$  nul. C'est le cas du nœud  $i = 2$  de notre exemple. Si on ne faisait rien, l'utilisateur devrait rester indéfiniment sur la page 2, ce qui n'est pas un comportement réaliste. À la place, on dit que si un utilisateur est sur un nœud ballant, alors il a une chance équiprobable de rejoindre n'importe quel autre nœud du réseau. On encode ces informations de transition dans la matrice stochastique  $\mathbf{S}$ , dont les éléments sont :

$$S_{i,j} = \begin{cases} A_{i,j}/d^{\text{out}}(j) & \text{si } d^{\text{out}}(j) > 0, \\ 1/N & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.31)$$

Cependant, le comportement de l'utilisateur est encore problématique. Dans notre exemple, si l'utilisateur atterrit en 5, alors il ne pourra plus jamais retourner vers les nœuds 1, 2 et 3. Or le surfeur n'a pas à rester bloqué ainsi dans une sous partie du réseau. Il finirait par se lasser, fermer son navigateur et reprendre plus tard sur une page n'ayant aucun rapport avec celle sur laquelle il s'était arrêté. D'ailleurs, même sans se lasser, l'utilisateur peut être distrait par une notification de son téléphone, ce qui lui ferait perdre le fil de sa navigation et ainsi recommencer une sur une page n'ayant aucun rapport avec son activité précédente<sup>5</sup>. Pour prendre cela en compte, on considère que l'utilisateur a une probabilité  $(1-\alpha)$  de se téléporter n'importe où, sans préférence, sur le réseau. On appelle la matrice stochastique résultante la matrice de Google  $\mathbf{G}$ , définie par :

$$G_{i,j} = \alpha S_{i,j} + (1-\alpha)/N. \quad (1.32)$$

En pratique, on prend  $\alpha = 0.85$  [13]. On peut aussi considérer une préférence vers certains nœuds lors de la téléportation. Dans ce cas équation (1.32) s'écrit

$$G_{i,j} = \alpha S_{i,j} + (1-\alpha)v(i). \quad (1.33)$$

---

5. Cela nous est déjà arrivé à tous...

avec  $\mathbf{v}$  le vecteur normé d'attachement préférentiel.

Il faut maintenant savoir comment modéliser un déplacement infiniment long décrit par une matrice stochastique. Si on multiplie  $\mathbf{G}$  par un vecteur de base  $\mathbf{e}_i$  de taille  $N$  tel que  $\mathbf{e}_i(j) = \delta(i, j)$ , on obtient la colonne  $\mathbf{G}_{\bullet, i}$  qui donne la distribution de probabilité d'atteindre un autre nœud du réseau en partant de  $i$ . La distribution de probabilité d'atteindre un nœud en  $n$  sauts en partant de  $i$  est donnée par  $\mathbf{G}^n \mathbf{e}_i$ . Ainsi, la distribution de probabilité de présence du surfeur s'étant déplacé un temps infiniment long, et donc ayant fait un grand nombre de sauts  $n$ , est appelée vecteur PageRank  $\mathbf{p}$  et donnée par

$$\mathbf{p} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{G}^n \mathbf{p}_0, \quad (1.34)$$

avec  $\mathbf{p}_0 = 1/N$  le vecteur de probabilité uniforme signifiant qu'on a une équiprobabilité de commencer la marche sur tous les nœuds. Cette équation revient à multiplier le vecteur  $\mathbf{p}_0$  par  $\mathbf{G}$ , puis à multiplier le résultat par  $\mathbf{G}$ , et ainsi de suite :  $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{G}\dots\mathbf{G}(\mathbf{G}\mathbf{p}_0)$ . Ainsi, lorsqu'on aura convergé,  $\mathbf{p}$  restera inchangé par l'action de  $\mathbf{G}$  tel que  $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{p}$ . Cela implique que  $\mathbf{p}$  est le vecteur propre dominant associé à la valeur propre  $\lambda = 1$  et correspond à la distribution de probabilité stationnaire de la chaîne de Markov. On dit que le chaîne de Markov est irréductible car elle est décrite par une matrice irréductible  $\mathbf{G}$ .

**Définition 6** Une matrice irréductible est une matrice  $\mathbf{A}$  telle qu'on ne peut pas trouver une permutation de ligne et de colonne telle que :

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{Q}\mathbf{A}\mathbf{Q}^T = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{A}}^{11} & \tilde{\mathbf{A}}^{12} \\ 0 & \tilde{\mathbf{A}}^{22} \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Son graphe associé est fortement connexe : il existe un chemin orienté depuis tout nœud  $i$  vers tout nœud  $j$ .

On peut interpréter les éléments de  $\mathbf{p}$  de la manière suivante. La composante  $\mathbf{p}(i)$  donne la probabilité que pour un temps  $n \rightarrow \infty$ ,  $X_n = i$ . Or, plus on passe de temps sur une page web, plus elle est importante. En classant le vecteur  $\mathbf{p}$  de manière décroissante, on obtient les pages les plus importantes du réseau. Le vecteur  $\mathbf{p}$  donne seulement de l'importance aux liens entrants : le surfeur aléatoire passe le plus de temps vers les pages les plus pointées.

Cependant, savoir d'où part le surfeur aléatoire est tout aussi important puisqu'il permet de connaître les nœuds les plus diffusifs du réseau. Pour cela, il suffit de construire  $\mathbf{G}^*$ , la matrice de Google dérivée non plus de  $\mathbf{A}$  mais de  $\mathbf{A}^T$ . On calcule ensuite le vecteur **reverse PageRank**  $\mathbf{p}^* = \mathbf{G}^* \mathbf{p}^*$ , qui nous donne une mesure de centralité en terme de liens sortants. Par exemple, pour le commerce international, le PageRank identifie les pays les plus importateurs tandis que le reverse PageRank identifie les pays les plus exportateurs.

L'originalité de l'algorithme PageRank vient du fait qu'il converge pour tous

réseaux dirigés<sup>6</sup>. La manière de modéliser le surfeur aléatoire est encodée dans la matrice de Google stochastique et irréductible  $G$ , et c'est cette matrice irréductible qui assure l'irréductibilité de la chaîne de Markov et la convergence de  $\mathbf{p}$ , peu importe le choix du vecteur initial  $\mathbf{p}_0$ . Comme l'ont fait remarquer Langville et Meyer [38], il est intéressant de noter qu'aucune mention de « chaîne de Markov », « matrice stochastique » ou d'« irréductibilité » n'est présente dans le premier article de Brin et Page sur le PageRank [13]. Il semblerait qu'ils aient ajusté le comportement du surfeur aléatoire, après une série d'essais et erreurs et sans conscience de la théorie mathématique associée, afin d'obtenir le classement souhaité.

On développe dans le reste de cette partie le cadre mathématique établissant l'usage concluant du PageRank pour tous réseaux dirigés. Nous allons montrer pourquoi :

- équation (1.34) converge vers le vecteur propre dominant  $\mathbf{p}$ ,
- $\mathbf{p}$  est une distribution de probabilité,
- son calcul est efficace...
- ... et converge rapidement.

Le calcul de  $\mathbf{p}$  est analogue à la méthode de la puissance itérée, ou *power method*, qui permet d'obtenir le vecteur propre dominant d'une matrice. Soit  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  les  $m$  valeurs propres d'une matrice  $A$  diagonalisable associées aux vecteurs propres  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m)$ . On a ainsi l'équation aux valeurs propres  $A\mathbf{v}_i = \lambda_i\mathbf{v}_i$  pour  $i \in [1, \dots, m]$ . Supposons que  $\lambda_1$  soit la valeur propre dominante tel que  $|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq |\lambda_3|, \dots, \geq |\lambda_m|$ . La méthode de la puissance itérée consiste à calculer le vecteur

$$\mathbf{b}_{k+1} = \frac{A\mathbf{b}_k}{\|A\mathbf{b}_k\|}, \quad (1.36)$$

qui converge vers le vecteur propre dominant  $\mathbf{v}_1$ . On prouve cela de la manière suivante [40]. Soit un vecteur initial  $\mathbf{b}_0$  dont les éléments sont aléatoires et qui s'écrit dans la base des vecteurs propres de  $A$  :

$$\mathbf{b}_0 = c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + \dots + c_m\mathbf{v}_m. \quad (1.37)$$

En multipliant  $\mathbf{b}_0$  un grand nombre de fois par  $A$ , on obtient

$$\begin{aligned} A^k\mathbf{b}_0 &= c_1A^k\mathbf{v}_1 + c_2A^k\mathbf{v}_2 + \dots + c_mA^k\mathbf{v}_m \\ &= c_1\lambda_1^k\mathbf{v}_1 + c_2\lambda_2^k\mathbf{v}_2 + \dots + c_m\lambda_m^k\mathbf{v}_m \\ &= c_1\lambda_1^k \left( \mathbf{v}_1 + \frac{c_2}{c_1} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{v}_2 + \dots + \frac{c_m}{c_1} \left( \frac{\lambda_m}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{v}_m \right). \end{aligned} \quad (1.38)$$

Pour  $k$  grand, on a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k\mathbf{b}_0 = c_1\lambda_1^k\mathbf{v}_1, \quad (1.39)$$

---

6. Ce genre de classement était déjà bien connu avant les travaux de Brin et Page sous le nom de centralité spectrale, ou *eigenvector centrality*. Aussi tôt qu'en 1895, Edmund Landau a utilisé cette métrique pour classer des joueurs d'échecs.



car  $|\lambda_j|/|\lambda_1| < 1$  pour  $j > 1$ . La convergence de l'équation (1.39) est géométrique avec un ratio  $|\lambda_2|/|\lambda_1|$ .

On montre maintenant que l'équation (1.34) converge vers une distribution de probabilité. D'après le théorème de Perron-Frobenius :

**Théorème 1 (Théorème de Perron-Frobenius)** *Soit  $A$  une matrice positive de taille  $N \times N$  tel que  $A_{i,j} > 0$  pour tout  $1 \leq i, j \leq N$ . Les affirmations suivantes s'appliquent alors :*

1. *Il existe un nombre positif réel  $r$  appelé valeur propre de Perron-Frobenius ou valeur propre dominante, tel que  $r$  est une valeur propre de  $A$  et que toutes les autres valeurs propres (possiblement complexes) sont en valeur absolue strictement plus petites que  $r$ ,  $|\lambda| < r$ . Ainsi, le rayon spectral  $\rho(A)$  est égal à  $r$ .*
2. *La valeur propre dominante respecte l'inégalité*

$$\min_i \sum_j A_{i,j} \leq r \leq \max_i \sum_j A_{i,j}. \quad (1.40)$$

3. *Il existe un vecteur propre  $v$  de  $A$  associé à  $r$  tel que toutes ses composantes sont positives. On l'appelle le vecteur de Perron-Frobenius ou le vecteur propre dominant.*

D'après les affirmations 1 et 2, la matrice stochastique  $G$  a une valeur propre dominante  $r = 1$ . Son vecteur propre dominant  $p$  a toutes ses composantes positives d'après la troisième affirmation.  $p$  est donc la distribution de probabilité stationnaire de la chaîne de Markov.

Comme nous l'avons vu, le PageRank peut se calculer avec une méthode de la puissance itérée. Cela revient à faire  $k$  fois une multiplication matrice-vecteur. Comment pouvoir faire ce calcul de manière efficace, alors que la matrice  $G$  d'un grand graphe ne peut pas tenir dans la mémoire d'un ordinateur ? En 2002, Google appliquait la *power method* sur une matrice de  $N = 2.7 \times 10^9$  nœuds [38], soit une matrice  $G$  de  $N \times N$  nombres flottants, ce qui en précision simple prendrait  $2.9 \times 10^{10}$  gigaoctets de mémoire. En fait, les réseaux complexes ont une faible densité de liens, ce qui fait que la matrice d'adjacence  $A$  est creuse : elle est constituée majoritairement de 0. Or, il existe des structures de données creuses qui rendent le stockage possible et les calculs efficaces. La matrice  $G$ , quant à elle, est bien pleine, mais c'est simplement une légère modification de  $A$  qu'on appelle *rank-one update*. Ainsi, on peut reformuler le produit  $p = Gp$  sous forme de produit matrice creuse-vecteur, qui se rapproche de la formulation originale du PageRank donnée

dans l'équation (1.11) :

$$\begin{aligned}
\mathbf{p}(i) &= \sum_{j=1}^N \mathbf{G}_{i,j} \mathbf{p}(j) \\
&= \sum_{j=1}^N (\alpha \mathbf{S}_{i,j} + (1-\alpha) \mathbf{v}(i)) \mathbf{p}(j) \\
&= \alpha \sum_{j=1}^N [\mathbf{S}_{i,j} \mathbf{p}(j)] + (1-\alpha) \mathbf{v}(i) \sum_{j=1}^N \mathbf{p}(j) \\
&= \alpha \sum_{j=1}^N [\mathbf{S}_{i,j} \mathbf{p}(j)] + (1-\alpha) \mathbf{v}(i) \sum_{j=1}^N \mathbf{p}(j) \\
&= \alpha \left( \sum_{j \notin b} \left[ \frac{\mathbf{A}_{i,j}}{\mathbf{d}^{\text{out}}(j)} \mathbf{p}(j) \right] + \frac{1}{N} \sum_{j \in b} \mathbf{p}(j) \right) + (1-\alpha) \mathbf{v}(i),
\end{aligned} \tag{1.41}$$

avec  $b$  l'ensemble contenant les nœuds ballants. L'algorithme permettant de calculer le PageRank de manière efficace à partir de l'équation (1.41), mettant à profit la structure creuse de la matrice d'adjacence, est donné dans l'algorithme 1. Nous avons implanté cette algorithme et rendu accessible à la communauté dans [36].

On a montré que le stockage de  $\mathbf{G}$  et le calcul  $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{p}$  sont bien tractables, mais qu'en est-il de la convergence? On peut mesurer la convergence en calculant entre chaque itération le résidu de  $\|P_{k+1} - P_k\|_1$  [38]. On le veut généralement inférieur à une petite valeur  $\tau$ . Par exemple, la librairie d'analyse de graphe NetworkX [42] prend la valeur  $\tau \sim 10^{-6}$ . Nous avons vu que le ratio de convergence de la *power method* est de l'ordre de  $(|\lambda_1|/|\lambda_2|)^k$ . Or, comme démontré dans [38] à la page 46, si le spectre de la matrice stochastique  $\mathbf{S}$  est  $(1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ , alors le spectre de la matrice de Google associée est  $(1, \alpha \lambda_2, \alpha \lambda_3, \dots, \alpha \lambda_n)$ . Ainsi, pour le choix typique de  $\alpha = 0.85$ , on a pour 100 itérations de la *power method* un résidu de l'ordre de  $8.75 \times 10^{-8}$ . On appelle **décalage spectral** l'écart entre la norme des valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

Nous avons vu dans cette section l'interprétation du PageRank en terme de processus de Markov stationnaire et son obtention à partir de la matrice de Google. Il existe des moyens de tronquer des processus de Markov à seulement des états d'intérêt, ce qui peut servir à réduire la taille du réseau associé et ainsi en faciliter la lecture. Dans la prochaine partie, nous présentons le complément stochastique, un moyen de tronquer la chaîne sans perdre d'information sur le réseau initial. Nous nous sommes servis de cet objet dans nos travaux pour faciliter la lecture de réseau, mais aussi pour déduire des interactions non triviales entre des nœuds d'intérêt.

**Données :**

- paramètres :  $N$ ,  $\alpha$ , vecteur d'attachement préférentiel  $v$ ;
- liste des liens ( $j \rightarrow i$ ) avec les poids associés  $A_{i,j}$ ;
- liste des nœuds ballants  $b$ ;
- degré sortant des nœuds  $d^{\text{out}}$ ;

**Sorties :** vecteur PageRank  $p$  $p \leftarrow 0$ ; $p_0 \leftarrow e/N$ ; $a\_converge \leftarrow \text{False}$ ;**répéter**  **pour** chaque lien ( $j \rightarrow i$ ) **faire**     $p(i) \leftarrow p(i) + p_0(j) \times \frac{A_{i,j}}{d^{\text{out}}(j)}$ ;  **fin**  **pour** chaque nœud  $i \in b$  **faire**     $c \leftarrow c + p_0(i)$ ;  **fin**  **pour** chaque nœud  $i$  **faire**     $p(i) \leftarrow \alpha(p(i) + c/N) + (1 - \alpha)v(i)$ ;  **fin**   $a\_converge \leftarrow \text{conv}(p, p_0)$ ;   $p_0 \leftarrow p$ ;**jusqu'à**  $a\_converge$ ;

**Algorithme 1 :** PageRank version creuse. La fonction *conv* teste la convergence en comparant l'évolution du vecteur PageRank  $p$  à chaque itération. Un choix typique est de vérifier que le résidu entre deux itérations est faible, c'est à dire en calculant à chaque itération  $k$  la quantité  $\|p_{k+1} - p_k\|_1 < \tau$ . L'application de cet algorithme à un réseau pondéré est direct en remplaçant  $A$  par  $W$  et  $d^{\text{out}}$  par  $w^{\text{out}}$ . Adapté de [41].

### 1.3.2 Approximation exacte de marche aléatoire avec le complément stochastique

Le principe du complément stochastique est de déterminer la distribution de probabilité stationnaire  $\pi$  de seulement un sous-ensemble  $r$  des états d'une chaîne de Markov  $\mathcal{S}$ ,  $r \subset \mathcal{S}$  [43]. On dit que c'est la meilleure approximation de la chaîne de Markov [44] car tout se passe comme si on travaillait avec la chaîne complète : si on ordonne les états de la chaîne de manière à ce que sa distribution de probabilité stationnaire s'écrive  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}^r, \mathbf{p}^s)^T$ , avec  $s = \mathcal{S} \setminus r$ , alors  $\pi = \mathbf{p}^r / \|\mathbf{p}^r\|$ . On obtient ce vecteur en calculant le complément de Schur d'une matrice stochastique irréductible  $\mathbf{G}$ , d'où le nom de **complément stochastique**. Dans ce but on ordonne  $\mathbf{G}$  telle que

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{rr} & \mathbf{G}^{rs} \\ \mathbf{G}^{sr} & \mathbf{G}^{ss} \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

où  $\mathbf{G}^{rr}$  et  $\mathbf{G}^{ss}$  donnent les probabilités de transition au sein de  $r$  et  $s$ .  $\mathbf{G}^{sr}$  (respectivement  $\mathbf{G}^{rs}$ ) donnent les probabilités de quitter un nœud de  $r$  ( $s$ ) pour aller dans  $s$  ( $r$ ). D'après  $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{p}$ , on obtient

$$\mathbf{G}^R = \mathbf{G}^{rr} + \mathbf{G}^{rs}(\mathbf{1} - \mathbf{G}^{ss})^{-1} \mathbf{G}^{sr}, \quad (1.43)$$

ce qui est le complément de Schur du bloc  $r$ . On obtient ainsi une matrice stochastique  $\mathbf{G}^R$ , de dimension réduite  $r \times r$  mais qui encode toutes les informations de la chaîne de départ concernant  $r$ , tel que

$$\mathbf{G}^R \pi = \pi. \quad (1.44)$$

On peut voir intuitivement en quoi consiste  $\mathbf{G}^R$  en remarquant que  $(\mathbf{1} - \mathbf{G}^{ss})^{-1} = \sum_{t=0}^{\infty} (\mathbf{G}^{ss})^t$  (série de Neumann). De cette manière, l'équation (1.43) devient

$$\mathbf{G}^R = \mathbf{G}^{rr} + \mathbf{G}^{rs} \sum_{t=0}^{\infty} (\mathbf{G}^{ss})^t \mathbf{G}^{sr}. \quad (1.45)$$

Le premier terme correspond aux transitions par liens « directs » dans  $r$ , tandis que le second terme donne les transitions par liens « indirects » : les probabilités de quitter un nœud de  $r$  vers le reste du réseau (décrit par le terme  $\mathbf{G}^{sr}$ ), d'y passer un temps infiniment long ( $\sum_{t=0}^{\infty} (\mathbf{G}^{ss})^t$ ) puis de revenir dans  $r$  ( $\mathbf{G}^{rs}$ ). Nous avons présenté le complément stochastique d'une chaîne de Markov aux états séparés en deux ensembles  $r$  et  $s$ . En réalité, ce concept peut s'appliquer à plusieurs sous-ensembles des états de  $\mathcal{S}$ . Pour son développement dans ce cadre, on réfère le lecteur aux travaux de Meyer [43].

### 1.3.2.1 Complément stochastique dans la littérature

Le complément stochastique est un concept qui découle naturellement des chaînes de Markov. On en retrouve des applications diverses, dans différentes communautés scientifiques, ce qui a impliqué un manque de vue d'ensemble. Nous proposons de pallier ce manque en présentant les articles principaux concernant la théorie des compléments stochastiques et ses applications.

Le concept n'a pas été présenté de manière rigoureuse et complète avec les travaux de Meyer [43] en 1989. L'auteur montre qu'on peut s'en servir pour calculer la distribution de probabilité stationnaire de manière distribuée. Quelques années plus tard les auteurs de [44], pas au fait des travaux de Meyer, s'y sont intéressés pour réduire la taille d'une chaîne de Markov. Avant, pour réduire la taille, on supprimait simplement les états non désirés. Cela revient à supprimer le nœud et ses liens dans le réseau associé et ainsi faire perdre des informations de connectivité. Ils montrent que le complément stochastique est la meilleure réduction, sans suppression d'information, de la chaîne mais concluent que malheureusement son calcul est souvent intractable.

Une manière efficace de calculer le complément stochastique a été proposée dans [45] pour le cas  $|r| \ll |s|$ . Cette proposition est pertinente car il arrive souvent que, dans un grand réseau, seulement quelques nœuds appelés **nœuds réduits** nous intéressent. La méthode s'applique seulement à des graphes non dirigés dont les matrices stochastiques  $S$  sont irréductibles. Ces matrices s'écrivent  $S = D^{-1}A$ , avec  $D = \mathcal{D}(d)$ , d'éléments  $S_{i,j} = A_{i,j}/d(j)$ . Les auteurs déduisent le complément stochastique de  $S$  à partir du complément de Schur  $L^R$  du Laplacien  $L = D - A$ . Ce calcul est tractable pour de grands réseaux creux. On obtient ensuite le complément stochastique  $S^R$  en remarquant que  $S = I - D^{-1}L$ , d'où  $S^R = I - (D^r)^{-1}L^R$ , avec  $D^r$  le bloc de  $D$  décrivant les nœuds de  $r$ .

Il est montré dans ce même travail [45] qu'appliquer le concept de complément stochastique à des réseaux multipartis est particulièrement intéressant. Reprenons leur exemple d'un graphe triparti donné dans la figure 1.7. Dans ce graphe, il n'y a pas de liens au sein de  $c$ ,  $e$  et  $a$  et entre  $c$  et  $a$ . En revanche, à partir d'une chaîne de Markov réduite qui masque les nœuds de la classe  $e$ , on est capable de déduire graphe uniparti qui reflète la structure du graphe d'origine, dans cet exemple en capturant la proximité entre les nœuds  $(a1, a2, c1, a3)$  et  $(a4, a5, c2, a3)$ . Dans le prochain chapitre, nous mettons à profit cette idée pour déduire les interconnexions entre AS selon leur co-présence aux IXP, qui présentent un intérêt particulier puisque ces informations sensibles ne sont pas accessibles au public.

### 1.3.2.2 REGOMAX : complément stochastique de la matrice de Google

Les auteurs de [46] ont redécouvert le complément stochastique pour l'appliquer à des matrices de Google  $G$  en s'inspirant de travaux de diffusion en physique mésoscopique. On se place toujours dans le cas  $|r| \ll |s|$ , mais cette fois le réseau peut être dirigé. L'originalité de cette approche vient aussi de son implémentation

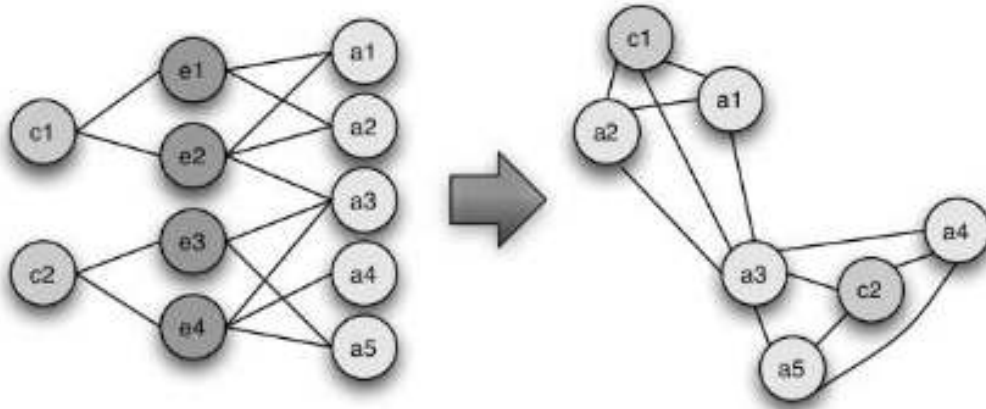


FIGURE 1.7 – Illustration du complément stochastique d'un graphe triparti de classes  $a$ ,  $c$  et  $e$  [45]. Un graphe uniparti est obtenu en masquant les nœuds de la classe  $e$ , soit en les assignant à  $s = \mathcal{S} \setminus r$ . Masquer les nœuds simplement en les supprimant, sans utiliser le complément stochastique, fait perdre au graphe sa connectivité.

efficace qui met à profit la structure « presque creuse » de  $G$ . De plus, les auteurs ont remarqué que les calculs intermédiaires sont eux aussi intéressants pour étudier la structure des réseaux.

Lors du calcul de l'équation (1.43), l'inversion de matrice est intractable et son écriture en série de Neumann converge lentement du fait que  $G^{ss}$  a une valeur propre proche de 1. En effet,  $G$  est une matrice de Google avec une valeur propre dominante  $\lambda = 1$  et un écart spectral d'au moins  $(1 - \alpha)$ . Alors,  $G^{ss}$  a une valeur propre dominante  $\lambda_c$  proche de l'unité empêchant la convergence, et un écart spectral d'au moins  $(1 - \alpha)$ .

Les auteurs proposent d'améliorer la convergence en retirant analytiquement par projection spectrale la contribution de la valeur propre dominante de  $G^{ss}$ . Soient  $\psi_R$  et  $\psi_L^T$  respectivement les vecteurs propres droit et gauche de  $G^{ss}$ , tels que

$$G^{ss} \psi_R = \lambda_c \psi_R \text{ et } \psi_L^T G^{ss} = \lambda_c \psi_L^T. \quad (1.46)$$

Le projecteur  $\mathcal{P}^c$  du sous-espace associé à la valeur propre dominante  $\lambda_c$  est  $\mathcal{P}^c = \psi_R \psi_L^T$ , et son projecteur complémentaire est défini par  $\mathcal{Q}^c = 1 - \mathcal{P}^c$ . On peut alors écrire la projection spectrale :

$$(\mathbf{1} - \mathbf{G}^{ss})^{-1} = (\mathcal{P}^c + \mathcal{Q}^c)(\mathbf{1} - \mathbf{G}^{ss})^{-1}(\mathcal{P}^c + \mathcal{Q}^c) \quad (1.47)$$

$$= \mathcal{P}^c \frac{1}{1 - \lambda_c} + \mathcal{Q}^c (\mathbf{1} - \mathbf{G}^{ss})^{-1} \mathcal{Q}^c \quad (1.48)$$

$$= \mathcal{P}^c \frac{1}{1 - \lambda_c} + (\mathbf{1} - \bar{\mathbf{G}}^{ss})^{-1} \mathcal{Q}^c \quad (1.49)$$

$$= \mathcal{P}^c \frac{1}{1 - \lambda_c} + \mathcal{Q}^c \sum_{t=0}^{\infty} (\bar{\mathbf{G}}^{ss})^t, \quad (1.50)$$

avec  $\bar{\mathbf{G}}^{ss} = \mathcal{Q}^c \mathbf{G}^{ss} \mathcal{Q}^c$ . L'expansion de Neumann est maintenant appliquée à cette matrice, qui converge rapidement car de valeur propre dominante d'environ  $\alpha$ .

Les vecteurs propres dominants droit et gauche, respectivement  $\psi_R$  et  $\psi_L^T$ , se calculent de manière efficace en version creuse avec la méthode de la puissance itérée et sans avoir besoin de partitionner la matrice  $\mathbf{G}$  pour obtenir  $\mathbf{G}^{ss}$ . D'abord, on calcule  $\psi_R$  en appliquant itérativement l'équation (1.46).  $\mathbf{G}^{ss}$  est une matrice sous-stochastique, c'est-à-dire que les sommes de ses colonnes sont inférieures à 1. Cela a pour conséquence de faire tendre les éléments de  $\psi_R$  vers 0. Pour prévenir cette situation, on normalise à chaque itération  $\psi_R$ . La norme du vecteur avant normalisation nous donne  $\lambda_c$ , et cette quantité converge au cours des itérations. Pratiquement, on évite de devoir créer  $\mathbf{G}^{ss}$  en calculant une version modifiée du PageRank  $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{p}$  au lieu de l'équation (1.46), qui consiste à mettre à chaque itération les éléments  $i \in r$  de  $\mathbf{p}$  à 0, suivi d'une renormalisation de  $\mathbf{p}$ . Le calcul de  $\psi_L^T$  se fait de manière similaire, sauf que cette fois on choisit comme normalisation  $\psi_L^T \psi_R = 1$ .

En injectant l'équation (1.50) dans l'équation (1.43), on remarque que  $\mathbf{G}^R$  se décompose en trois termes

$$\mathbf{G}^R = \underbrace{\mathbf{G}^{rr}}_{\text{transitions directes}} + \underbrace{\mathbf{G}^{\text{Pr}} + \mathbf{G}^{\text{Qr}}}_{\text{transitions indirectes}}, \quad (1.51)$$

avec la matrice de rang 1 du sous-espace associé au PageRank

$$\mathbf{G}^{\text{Pr}} = \frac{\mathbf{G}^{rs} \mathcal{P}^c \mathbf{G}^{sr}}{1 - \lambda_c}, \quad (1.52)$$

et la matrice du sous-espace complémentaire

$$\mathbf{G}^{\text{Qr}} = \mathbf{G}^{rs} \left[ \mathcal{Q}^c \sum_{t=0}^{\infty} (\bar{\mathbf{G}}^{ss})^t \right] \mathbf{G}^{sr}. \quad (1.53)$$

Il arrive souvent en pratique que  $|r| \ll |s|$  et que les nœuds de  $r$  ne soient pas trop importants dans le réseau. Alors  $\mathbf{G}^{ss}$  est similaire à la matrice totale  $\mathbf{G}$ , donc  $\psi_R \sim \mathbf{p}^r$  et  $\lambda_c$  est proche de 1, ce qui augmente l'importance du premier terme de

l'équation (1.50) et donc l'importance de  $\mathbf{G}^{\text{pr}}$ . Par conséquent  $\mathbf{G}^{\text{R}}$  est une matrice de rang 1, similaire à  $\mathbf{G}^{\text{pr}}$ , où chaque colonne est simplement similaire au Page-Rank  $p^r$  des nœuds de  $r$ . Dans ce cas  $\mathbf{G}^{\text{R}}$  ne donne que peu d'information sur la structure du réseau. En revanche,  $\mathbf{G}^{rr}$  et  $\mathbf{G}^{\text{qr}}$  ont une structure bien particulière qui reflète la proximité dans le réseau, comme vérifié empiriquement dans [46]. On illustre leur capacité à encoder la proximité dans le réseau avec un SBM de taille intermédiaire et qui contient 6 communautés apparentes avec du bruit entre les communautés. Les 18 nœuds réduits sont choisis tels qu'ils se répartissent de manière égale dans 3 communautés. Le réseau et les matrices  $\mathbf{G}^{\text{R}}$ ,  $\mathbf{G}^{rr}$ ,  $\mathbf{G}^{\text{qr}}$ ,  $\mathbf{G}^{\text{pr}}$  sont représentés dans la figure 1.8. On voit que la matrice stochastique  $\mathbf{G}^{\text{R}}$  est dominée par  $\mathbf{G}^{\text{pr}}$  et  $\mathbf{G}^{rr}$ . La première est de rang 1 et ne donne que peu d'information. La matrice  $\mathbf{G}^{rr}$  est intéressante car elle contient des liens directs, mais elle ne capture pas la structure du réseau. On peut en effet difficilement distinguer la communauté 2 (nœuds 151 à 156) de la communauté 4 (nœuds 361 à 366). En revanche, la matrice  $\mathbf{G}^{\text{qr}}$  retrouve bien la structure en blocs.

Revenons sur le calcul du complément stochastique (équation (1.51)) pour montrer que celui-ci est efficace et peut s'appliquer à de grands graphes creux. Tout d'abord, on obtient la matrice  $\mathbf{G}^{rr}$  sans avoir besoin de construire la matrice dense  $\mathbf{G}$ , car, comme nous l'avons vu, cette dernière est simplement une *rank-one update* de la matrice d'adjacence creuse. Pour  $\mathbf{G}^{\text{pr}}$ , on fait remarquer que l'équation (1.52) peut s'écrire

$$\mathbf{G}^{\text{pr}} = \frac{\tilde{\psi}_R \tilde{\psi}_L^T}{1 - \lambda_c}, \quad (1.54)$$

avec  $\tilde{\psi}_R = \mathbf{G}^{rs} \psi_R$  et  $\tilde{\psi}_L^T = \psi_L^T \mathbf{G}^{sr}$ . Ces calculs ne posent pas de problème lorsque  $|r| \ll |s|$ . Enfin, pour le calcul de  $\mathbf{G}^{\text{qr}}$ , on travaille d'abord pour chaque colonne  $j$  des  $|r|$  colonnes de  $\mathbf{G}^{sr}$  en effectuant

$$\widehat{\mathbf{G}}_{\bullet,j}^{sr} = \mathcal{Q}^c \sum_{t=0}^{\infty} (\bar{\mathbf{G}}^{ss})^t \mathbf{G}_{\bullet,j}^{sr} \quad (1.55)$$

ce qui revient à faire  $|r|$  fois la méthode de la puissance itérée. La projection par  $\mathcal{Q}^c$  peut toujours s'écrire sous la forme d'un produit matrice-vecteur facilement calculable car se réduisant à un produit scalaire. Par exemple, pour un vecteur  $v$  quelconque on obtient  $\mathcal{Q}^c v = v - \psi_R \psi_L^T v$ . Le résultat de l'équation (1.55) est une matrice de taille  $|s| \times |r|$  qu'on multiplie à gauche par  $\mathbf{G}^{rs}$  de taille  $|r| \times |s|$ , ce qui est raisonnable dans le cas  $|r| \ll |s|$ .

Nous résumons les étapes principales de REGOMAX dans l'algorithme 2. L'algorithme est implémenté en C++ dans [47] de manière efficace car i) la structure creuse est mise à profit, permettant de travailler avec des graphes de l'ordre du million de nœuds sur un ordinateur portable moderne [46], ii) les nœuds du graphe sont réordonnés par l'algorithme de Cuthill-McKee [48] pour optimiser la vitesse d'accès à la mémoire, iii) les calculs sont parallélisés (CPU et GPU). Nous avons utilisé notre propre implémentation en C++ [36], qui est efficace seulement



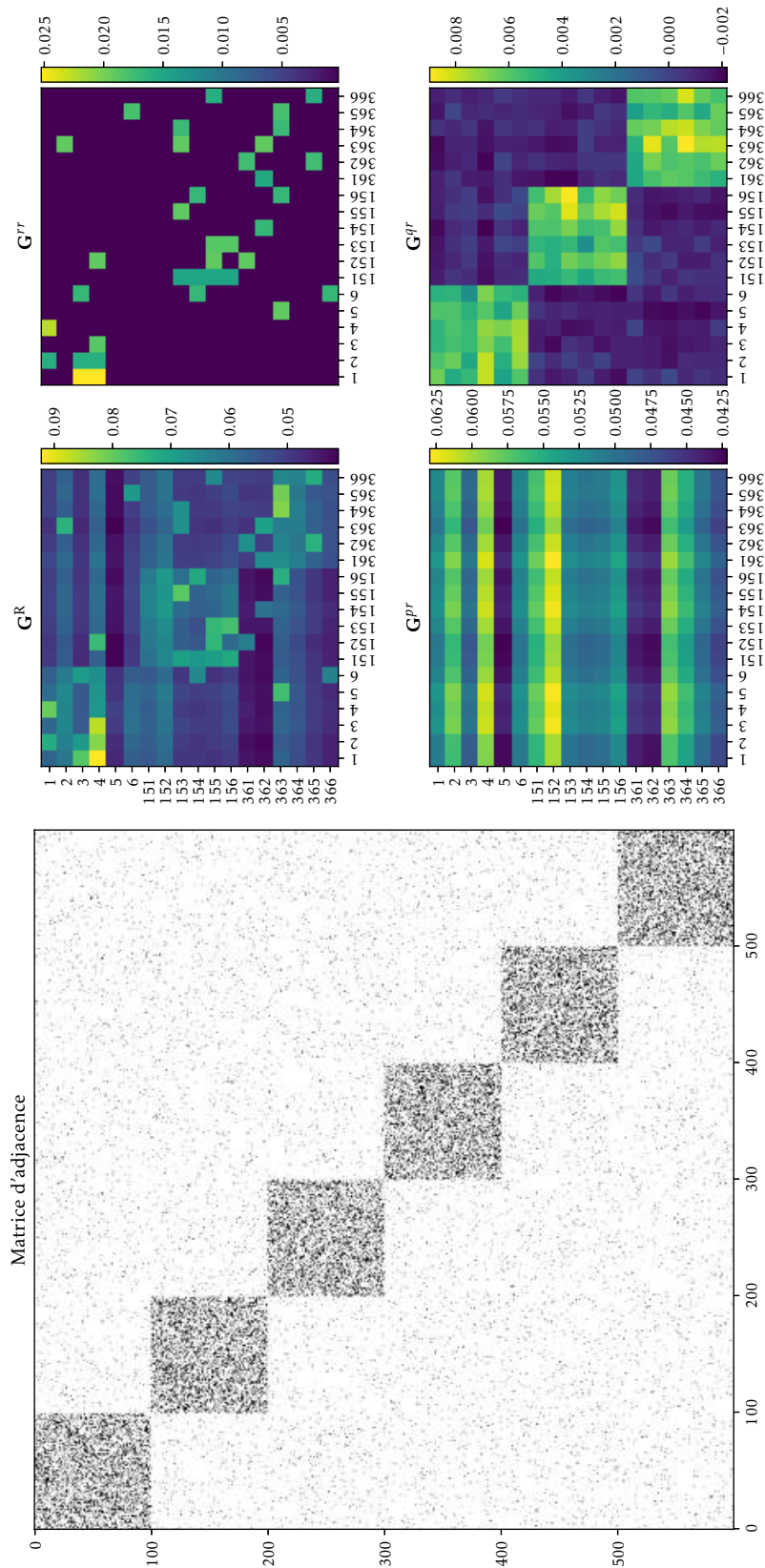


FIGURE 1.8 – Illustration de REGOMAX sur un SBM de paramètres  $P_{i,j} = 0.35$  si  $i = j$ ,  $P_{i,j} = 0.025$  sinon. Les nœuds réduits 1 à 6, 151 à 156 et 361 à 366 se répartissent dans trois blocs distincts.

```

Données : matrice de Google  $G$ , nœuds réduits  $r$ 
Sorties : complément stochastique  $G^R$  décomposé en  $G^{rr}$ ,  $G^{pr}$ ,  $G^{qr}$ 
 $G^{rr} \leftarrow \text{obtenir\_Grr}(r);$  // accès direct ou déduit à partir de  $A$ 
 $\lambda_c, \psi_R \leftarrow \text{calculer\_psiR}(G, r);$  //  $\sim$  power method  $p = Gp$ 
 $\psi_L^T \leftarrow \text{calculer\_psiLT}(G, r, \psi_R);$  //  $\sim$  power method  $p = Gp$ 
 $G^{pr} \leftarrow (G^{sr} \psi_R \psi_L^T G^{rs}) / (1 - \lambda_c);$ 
 $G^{qr} \leftarrow \text{calculer\_Gqr}(G, r, \psi_R, \psi_L^T);$  //  $\sim |r|$  power method, Éq (1.55)
 $G^R \leftarrow G^{rr} + G^{pr} + G^{qr};$ 

```

**Algorithme 2 :** Étapes principales de REGOMAX. Pour plus de détail sur l'implémentation, en particulier son aspect algèbre linéaire creux, on réfère le lecteur à [46], le corps du texte et notre code source [36].

selon le point i), mais cela s'est montré largement suffisant. Pour faciliter son usage et la rendre plus accessible à la communauté, nous l'avons interfacée en Python avec la librairie pybind11 [49], tout en la rendant compatible avec la librairie Python NetworkX [42] qui est populaire pour l'analyse de réseaux. Cependant, travailler avec NetworkX augmente la consommation RAM, ce qui limite la taille des réseaux considérés. Sur un ordinateur personnel équipé avec 16 GB de RAM, nous avons pu appliquer REGOMAX avec NetworkX sur des réseaux allant jusqu'à  $5 \times 10^5$  nœuds et 4.5 millions de liens.

Au prochain chapitre, nous avons appliqué REGOMAX sur le graphe biparti AS-IXP pour déduire des liens AS-AS. Nous illustrons la capacité de déduire des liens indirects de graphes multipartis avec le réseau triparti de la figure 1.7. Nous choisissons un graphe triparti pour montrer qu'on peut déduire des liens indirects reflétant la proximité dans le réseau, même lorsque la censure des nœuds  $i \notin r$  rend le graphe non connexe. La matrice d'adjacence et les matrices produites par REGOMAX sont montrées dans la figure 1.9. Les matrices  $G^{pr}$  et  $G^{rr}$  sont les deux de rang 1, donc peu informatives. La matrice  $G^{qr}$  présente des liens de forte intensité positifs et négatifs. En sélectionnant les liens positifs, on recrée un graphe simple qu'on présente dans la figure 1.10. On retrouve ainsi la proximité des nœuds  $(a1, a2, c1, a3)$  et  $(a4, a5, c2, a3)$  sous la forme d'un graphe connexe, le même que celui proposé par les auteurs de [45] à titre illustratif.

## 1.4 Conclusion

Nous avons consacré ce chapitre introductif à définir les principales notions relatives aux graphes et aux réseaux complexes. Nos travaux ayant portés sur la modélisation d'écosystèmes sous forme de réseaux complexes et leur analyse, nous avons d'abord passé en revue les propriétés communes des réseaux complexes, comme la structure en communautés ou imbriquée et l'inégale répartition du degré. Nous avons vu que ces propriétés peuvent être quantifiées à l'aide de métriques telles que la modularité, le rayon spectral et la centralité, dans le but

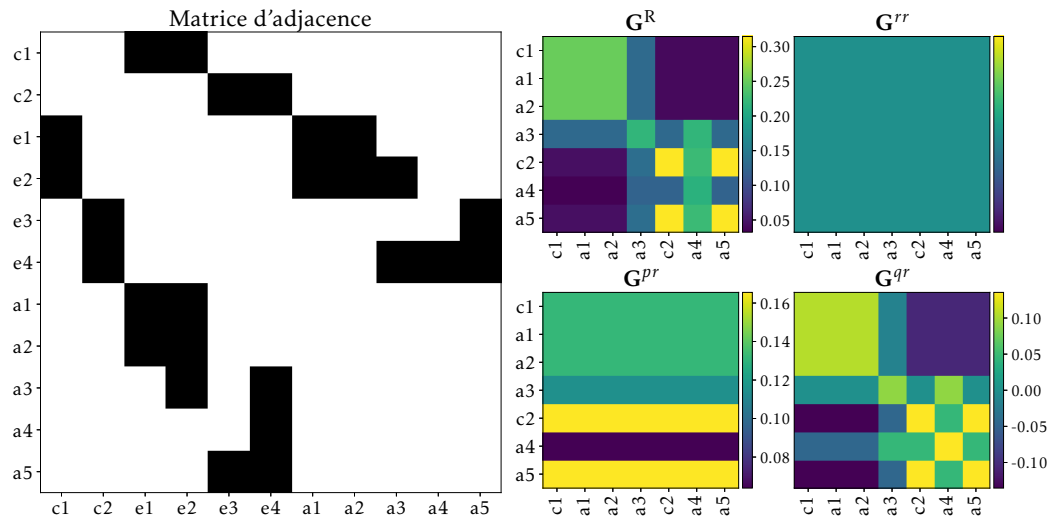


FIGURE 1.9 – Illustration de REGOMAX le graphe tripartite représenté dans la figure 1.7. Les nœuds masqués sont les nœuds de la classe e.

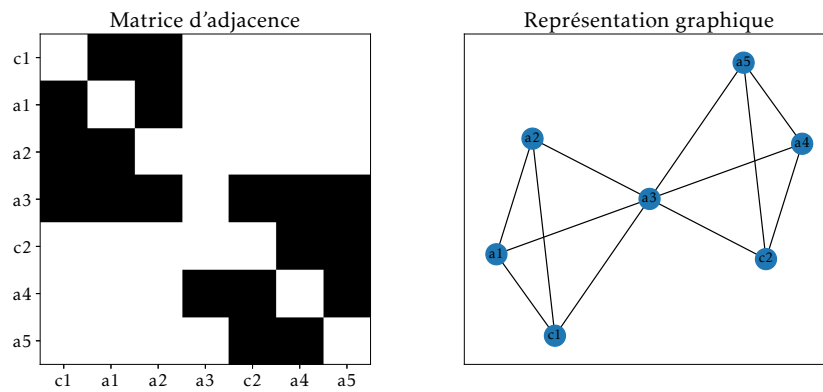


FIGURE 1.10 – Graphe simple obtenu en formant des liens à partir des éléments positifs de la matrice  $G^{qr}$  présentée dans la figure 1.9.

d'extraire de l'information.

Pour développer le concept de centralité qui a été abondamment utilisé dans nos travaux, à la fois pour identifier les principaux nœuds d'un réseau mais aussi pour étudier leurs interactions indirectes, nous avons présenté l'algorithme de PageRank, basé sur les marches aléatoires, au coeur du moteur de recherche de Google et associé à la matrice du même nom. Cette matrice de Google appartient à la famille des matrices stochastiques et peut être réduite en taille pour étudier la structure du réseau par le calcul de son complément stochastique. Il existe plusieurs méthodes pour effectuer ce calcul que nous avons développées de manière unifiée et compréhensive, avec des exemples d'applications sur des modèles jouets.

Les prochains chapitres mettent en application les notions introduites pour étudier des réseaux complexes issue de données d'écosystèmes réels.

# Capacité d'interconnexion du peering public de l'Internet mondial

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Contexte</b>	<b>40</b>
2.1.1	Les Systèmes Autonomes	40
2.1.2	Interconnexions entre AS : transit et peering	42
2.1.3	Les Internet Exchange Points	47
2.1.4	La topologie d'Internet au niveau des AS	49
<b>2.2</b>	<b>Motivation de l'étude</b>	<b>55</b>
<b>2.3</b>	<b>Travaux connexes</b>	<b>58</b>
<b>2.4</b>	<b>PeeringDB</b>	<b>59</b>
<b>2.5</b>	<b>Une nouvelle modélisation de PeeringDB</b>	<b>60</b>
2.5.1	Modèle du graphe	60
2.5.2	Paramètres et stabilité du réseau	62
2.5.3	Équilibre du trafic aux IXP	64
<b>2.6</b>	<b>Mise à profit de l'analyse du réseau complexe</b>	<b>64</b>
2.6.1	Description générale du réseau	65
2.6.2	Récupération des acteurs clés de l'échange de trafic	70
<b>2.7</b>	<b>Liens directs AS-AS : comportement diffusif des hypergéants</b>	<b>75</b>
2.7.1	Comportement diffusif des hypergéants	77
<b>2.8</b>	<b>Impact du COVID sur les CDN</b>	<b>79</b>
<b>2.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>81</b>

---

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à la topologie d'Internet à un haut degré de granularité, au niveau des **systèmes autonomes (AS)**. Nous avons proposé dans nos travaux une nouvelle vue d'Internet en modélisant sous forme de graphe PeeringDB, une base de données d'interconnexions. Les AS renseignent dans la base de données leur présence aux **Internet Exchange Points (IXP)**, des infrastructures neutres, à but non lucratif, au fonctionnement transparent et dont le but est de faciliter les échanges de données sous forme de **peering** entre ses membres. De cette manière un AS sait dans quel IXP se déployer pour pouvoir faire du peering avec un autre AS, et il a des informations sur ce dernier comme sa politique de peering ou son équilibre de trafic entrant/sortant. On estime que ce mode d'interconnexion supporte une partie significative du trafic mondial [50], le reste s'effectuant dans des infrastructures privées ou *Private Network Infrastructure* (PNI). Avant d'entrer dans le coeur de nos contributions, nous définissons des notions importantes et posons le contexte autour de notre étude.

## 2.1 Contexte

### 2.1.1 Les Systèmes Autonomes

Les AS, illustrés dans la figure 2.1, sont des collections de routeurs administrés par la même organisation et s'échangeant du trafic avec le protocole *Border Gateway Protocol* (BGP). Ils ont un identifiant unique, distribué par les *Regional Internet Registry* (RIR), appelé *AS Number* (ASN). D'après le *Center of Applied Internet Data Analysis* (CAIDA) [51], il y aurait actuellement environ 70 000 AS actifs dans le monde.

Les AS correspondent à des organisations que l'on peut regrouper dans des catégories non exclusives selon leurs activités. En se référant à [52] et PeeringDB, on en donne une liste non exhaustive mais bien détaillée, car ces catégories expliquent des comportements significativement différents, notamment en terme de répartition géographique, de volume et d'équilibre de trafic entrant/sortant et de politique de peering :

- les **fournisseurs d'accès Internet**, ou *Internet Service Providers (ISP)*, comme ComCast, Orange ou SFR. Leur activité principale est de proposer des abonnements pour relier les utilisateurs finaux, ou *end-users*, à Internet. Ils ont plutôt tendance à être implantés à l'échelle régionale ou nationale, avec un profil de trafic entrant. Lorsqu'ils ont un profil très entrant, on les qualifie de réseaux oculaires, ou *eyeball networks*. Ce déséquilibre de trafic est dû au fait que les end-users sont plus consommateurs de contenu, en particulier sous forme de streaming vidéo, que créateurs.
- les **fournisseurs de service réseau**, ou *Network Service Providers (NSP)*, comme Hurricane Electric, Equinix ou Zayo. Leurs clients sont en général d'autres AS ou des entreprises, à qui ils proposent différents services

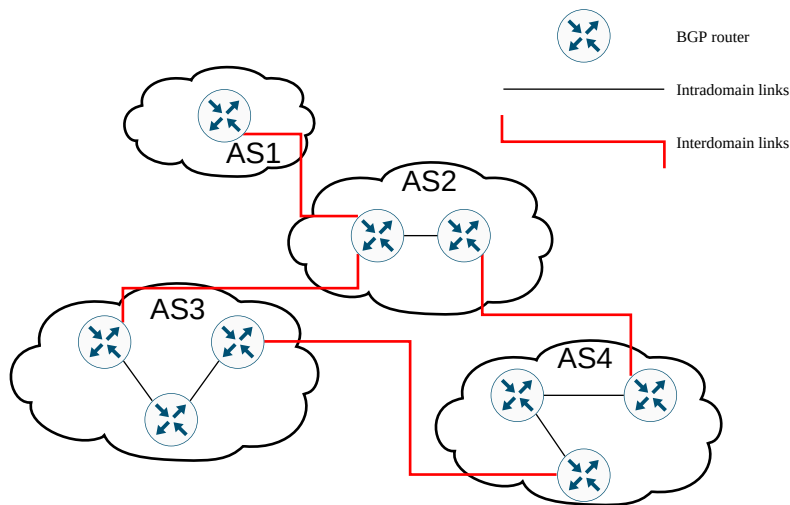


FIGURE 2.1 – Schéma de plusieurs AS s'échangeant du trafic. On qualifie le trafic d'« intradomaine » s'il est échangé entre des routeurs au sein d'un AS. Le trafic entre deux AS est qualifié d'« interdomaine ».

comme le transit de données, le *cloud computing* ou la résolution de DNS.<sup>1</sup> Leur champ d'action est plus large que les ISP, généralement à l'échelle nationale ou continentale. La distinction entre NSP et ISP est assez floue, et il est assez commun de les considérer tous comme ISP. Dans notre étude, nous faisons la distinction entre les deux, comme c'est le cas dans PeeringDB.

- les **fournisseurs de contenu**, ou *Content Providers (CP)*, sont les AS qui génèrent du contenu consommé par les end-users sous forme de vidéo, son, texte ou autre. En général, ils payent des NSP pour délivrer le contenu à leurs clients, les end-users. Ils ont un profil de trafic très sortant.
- les **réseaux de diffusion de contenu**, ou *Content Delivery Networks (CDN)*, sont des NSP spécialisés dans la distribution de contenu des CP aux end-users. Ils ont la particularité d'être très proches des end-users<sup>2</sup> et donc d'être très performants grâce à la réplique de leurs données sous forme de cache en bordure de réseau. Ils sont plutôt déployés à grande échelle, au niveau national, continental ou mondial, et ont un profil de trafic très sortant. Actuellement, on compte parmi les principaux CDN Akamai Technologies, EdgeCast et OVHcloud.
- les **fournisseurs de contenu à grande échelle et disposant d'un réseau**, ou *Large Scale Network Savvy Content Providers (LSNSCP)*, sont des CP au contenu si volumineux qu'ils se sont eux-mêmes occupés de sa distribution (ou au moins en partie). Des AS connus du grand public comme Google,

1. Le *Domain Name System (DNS)* traduit des noms de domaines comme « fr.wikipedia.org » en adresse IP.

2. Malgré leur proximité avec les end users, ce sont bien des NSP et non des ISP. Leurs clients sont d'autres AS, à savoir les CP, et ils ne sont pas responsables de l'infrastructure *last mile* qui relie les end users à Internet

Netflix, Apple, Yahoo, Twitter en font partie. On peut les voir aussi comme des CDN, sauf que leurs revenus ne viennent pas des CP mais des end-users. On appelle alors CDN les infrastructures qu'ils ont mises en place. Ils opèrent à l'échelle mondiale et ont un trafic plutôt sortant.

- les **réseaux sans issue**, ou *stub networks*, sont des organisations plutôt de taille modeste qui ont recours aux NSP pour avoir accès au reste d'Internet. Ce peut être des universités, des entreprises ou des ISP. Ils constituent la majorité des AS.

### 2.1.2 Interconnexions entre AS : transit et peering

**Border Gateway Protocol (BGP) [53]** Quel que soit le type d'interconnexions entre les AS, ces derniers utilisent le protocole BGP. Son but est d'échanger des informations de routage et d'accessibilité. Contrairement à des protocoles de routage intradomaine comme OSPF<sup>3</sup>, dont le rôle est d'acheminer le plus efficacement possible des paquets, BGP permet aussi de prendre en compte des considérations politiques, économiques, de sécurité et autre. Le principe du routage BGP est illustré dans la figure 2.2. Sa principale caractéristique est que, pour atteindre un réseau, on connaît en plus de l'adresse du prochain routeur la succession d'AS traversés, appelée « AS-path ». Dans notre exemple, on voit que le réseau 130.10.0.0/16 de AS 100 a besoin de passer par AS 200, AS 400 et AS 500 pour atteindre le réseau 180.10.0.0/16 de AS 500.

L'intérêt de BGP est qu'on peut alors inclure des politiques de routage prenant en compte les enjeux d'un échange de données au niveau international, comme par exemple [53] :

- « Ne jamais mettre l'Irak sur une route prenant sa source au Pentagone. »,
- « Le trafic entrant ou sortant de chez IBM ne doit pas transiter par Microsoft. ».

Une autre fonctionnalité de BGP permet d'enrichir les politiques de routage. Pour partager les informations de routage, les AS annoncent leurs routes, à savoir les réseaux qu'ils savent atteindre ainsi que l'AS-path correspondant. Or, un AS a la possibilité d'annoncer un sous-ensemble de routes à un AS voisin, connaissant l'identité de l'AS voisin. Ainsi, deux AS concurrents peuvent se cacher des informations. Avec cette fonctionnalité, on peut mettre en place les deux types d'interconnexions, à savoir le transit et le peering.

**Transit Internet [52]** Pour se connecter à Internet, un AS doit se connecter à un NSP ayant déjà accès à Internet. C'est habituellement effectué sous forme de l'achat d'un service appelé « transit Internet ». On voit dans la figure 2.3 un réseau stub payer du transit à un NSP. Le NSP lui annonce alors ses destinations, annonce le réseau stub aux destinations et sert d'intermédiaire pour transiter les données entre ces entités. En général, le coût du transit est basé sur le volume de trafic.

3. OSPF pour Open Shortest Path First utilise l'algorithme de plus court chemin de Dijkstra pour identifier la meilleure route dans un réseau de routeur



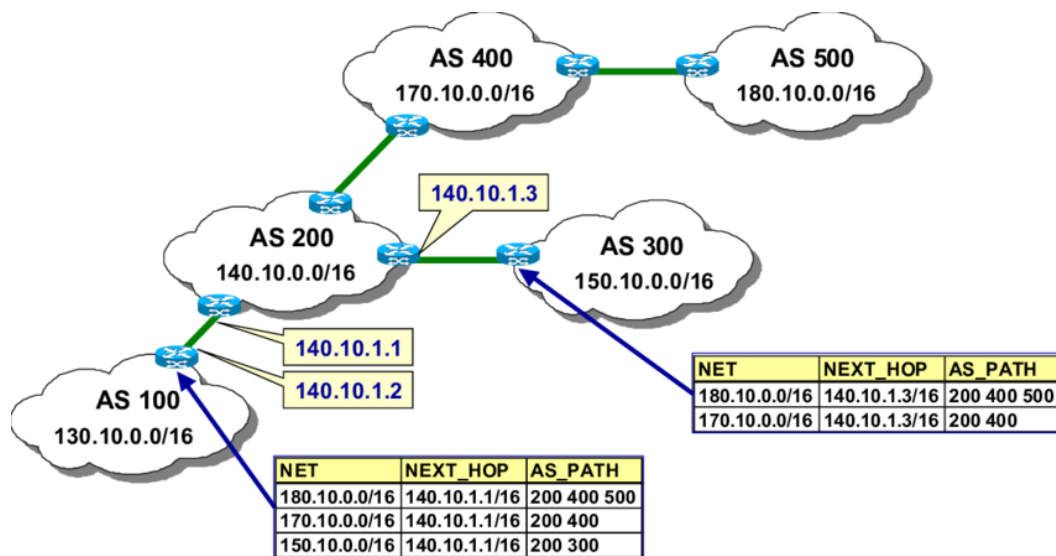


FIGURE 2.2 – Exemple de routage BGP [54]. Deux exemples de table de routage sont donnés. Ces tables contiennent les routes apprises par les routeurs BGP. Une route consiste en un sous-réseau de destination NET, aussi appelé préfixe (première partie d’une adresse IP désignant le réseau), ainsi que des attributs BGP. Les principaux attribut BGP sont AS\_PATH et NEXT\_HOP [55]. AS\_PATH est la succession d’AS à traverser pour atteindre le sous-réseau. NEXT\_HOP est « l’adresse IP de l’interface du routeur qui commence l’AS-PATH » [55], et permet de faire le lien entre le routage interdomaine et intradomaine.

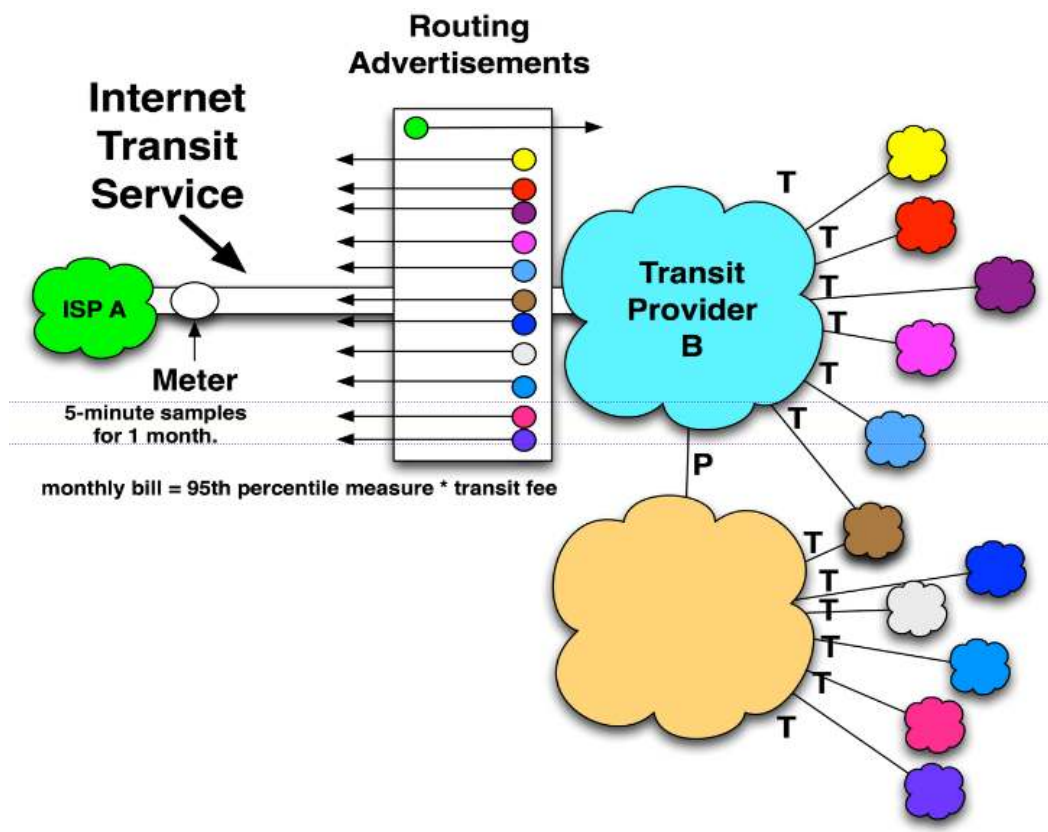


FIGURE 2.3 – Illustration d’un service de transit souscrit par un réseau stub, ISP A, auprès du NSP Transit Provider B [52]. Les liens sont annotés selon le type de relation, un "T" pour transit, dont la position est proche du NSP recevant de l’argent, ou un "P" pour peering (qu’on abordera au prochain paragraphe).

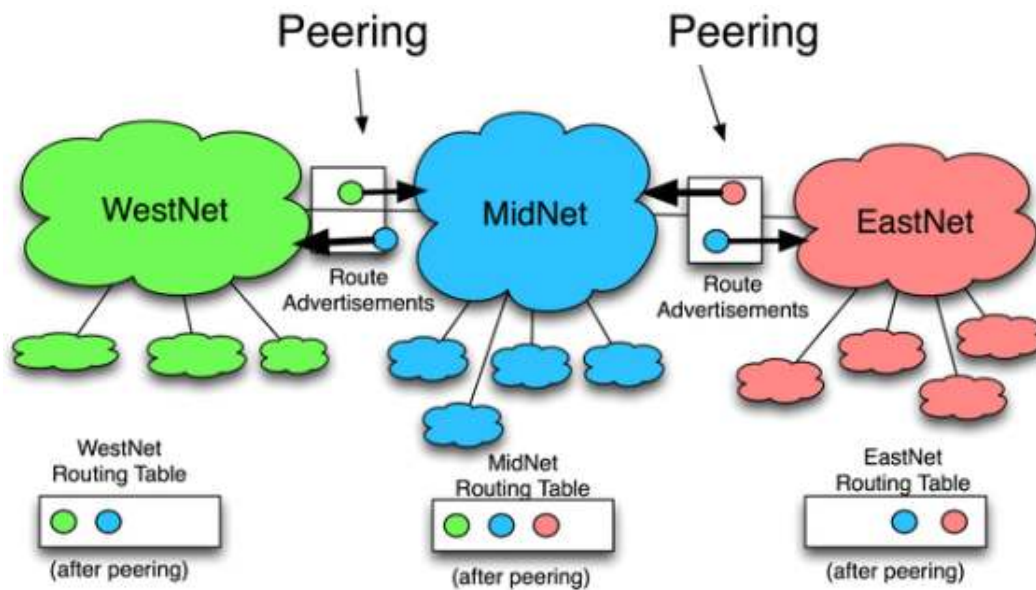


FIGURE 2.4 – Illustration de deux relations de peering : une entre WestNet et MidNet et une autre entre MidNet et Eastnet [52].

**Peering** [52] Si deux AS ont un bénéfice commun à s'échanger leurs données, alors ils peuvent s'engager dans un accord de peering. La réciprocité du bénéfice implique que les accords de peering se font en général sans échange d'argent ou règlement particulier. Une illustration du peering entre trois NSP est donné dans la figure 2.4. Dans cette figure, WestNet et EastNet échangent leurs routes avec MidNet grâce à deux accords de peering. Ils ont accès à MidNet et ses clients. La relation de peering n'est pas transitive : WestNet ne sait pas comment atteindre EastNet et ses clients, et inversement. Ainsi, le peering n'est pas une substitut au transit. En effet le transit est un service donnant accès à l'Internet mondial, alors que le peering donne seulement une voie plus directe à une sous-partie d'Internet.

Les AS sont plus ou moins enclins à faire du peering. Les NSP spécialisés dans le transit font en général peu de peering, car pour eux cela revient à perdre un potentiel client. Les CDN ou LSNSCP délivrant du contenu sont très favorables au peering car ils peuvent réduire les coûts et améliorer la qualité de service. Pour ce qui est des ISP, la politique de peering est variable. Prenons le cas extrême, mais instructif, de ComCast [56], un ISP fournissant Internet par câble à 15% de la population américaine. On pourrait penser avec candeur que l'ISP souhaite faire du peering avec les CDN et LSNSCP comme Netflix pour améliorer sa qualité de service. ComCast a raisonné dans l'autre sens pour maximiser son profit. Netflix tire ses revenus des abonnements des end-users, et ceux-ci vont arrêter de s'abonner si Netflix n'est pas capable de leur délivrer du contenu en haute définition. C'est donc de la responsabilité de Netflix de s'assurer que les clients de ComCast aient un bon accès à ses services. Selon ce raisonnement, Netflix tire beaucoup plus d'avantages à faire du peering avec ComCast que ComCast lui-même. ComCast est alors en

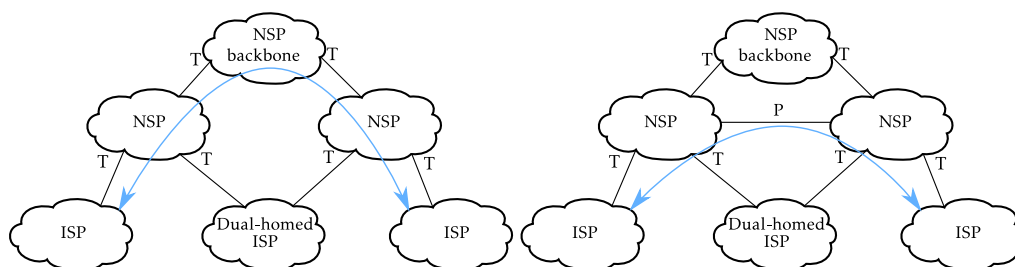


FIGURE 2.5 – Représentation traditionnelle de la structure hiérarchique d’Internet. Les liens d’un niveau à l’autre représentent un achat de transit et donc une relation client (en bas) - fournisseur (en haut). Le lien au même niveau est un lien de peering. En bleu, nous montrons deux exemples d’AS-path valides. Adapté de [60].

droit d’exiger une compensation financière. On se retrouve dans une situation où ComCast récupère de l’argent « de tous les côtés », en tenant ses clients en otages<sup>4</sup> et avec une politique de peering sélective exigeant une compensation financière.<sup>5</sup>

**Structure hiérarchique d’Internet [59]** Les deux types d’interconnexion, le peering et le transit, impliquent une organisation d’Internet à plusieurs niveaux qu’on représente dans la figure 2.5. Cette vue ressemble à un arbre, dont la racine est composée de NSP spécialisés dans le transit à grande échelle. Ils sont considérés comme l’épine dorsale (*backbone*) d’Internet. Les feuilles de l’arbre sont les ISP et les clients de plus petites tailles, et chaque lien entre deux niveaux correspond à un achat de transit, et donc une relation **client-à-fournisseur**, ou *customer-to-provider* (**c2p**). Un exemple d’échange de trafic par liens c2p entre deux AS feuilles est montré dans la partie gauche de la figure 2.5. Dans ce cas, le trafic remonte dans la hiérarchie de fournisseur en fournisseur jusqu’à trouver un AS qui connaît la route de destination, pour ensuite descendre de client en client vers cette dernière. Au prix de devoir développer sa propre infrastructure réseau, un AS peut minimiser le besoin d’acheter du transit en faisant du peering avec des AS du même niveau. On dit que leur relation est de **pair-à-pair**, ou *peer-to-peer* (p2p). Dans la partie droite de la figure 2.5, les deux NSP de niveaux 2 parviennent ainsi à court-circuiter le NSP de l’épine dorsale.

En règle générale, l’AS-path respecte le principe du routage sans vallée, ou *valley-free routing* suivant : il est constitué d’une succession de liens client-fournisseur, suivie d’au plus un lien pair-à-pair (non obligatoire), puis d’une succession de liens fournisseur-client [61]. Cela se met en place avec BGP au moment d’annoncer les routes [62] : « une route client peut être exportée vers n’importe quel voisin, mais une route provenant d’un pair ou d’un fournisseur ne peut être exportée que vers des clients. » Prenons l’exemple du chemin invalide donné dans la figure 2.6. Ici, le client *dual-homed* paye les services de deux NSP, et ceux-ci se

4. Il y a beaucoup moins de compétition entre ISP aux États-Unis qu’en France [57].

5. ComCast a été « récompensé » du titre de « *Worst Company in America* » à deux reprises en 2010 et 2014 [58].

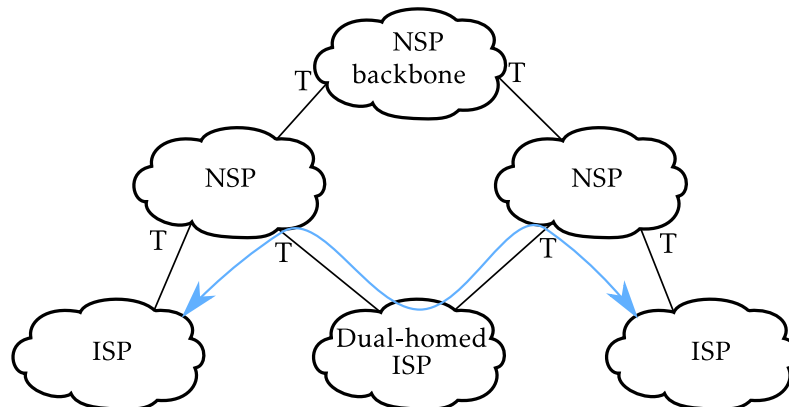


FIGURE 2.6 – Exemple d’AS-path non conforme au principe du *valley-free routing*. Adapté de [60].

servent de lui pour faire transiter des données de leurs clients, ce qui bien sûr ne rentre pas dans l’objectif du client dual-homed qui est de réduire ses coûts d’opération. L’AS-path présente un creux, d’où la dénomination *valley-free routing*.

La structure en hiérarchie est une vision simplifiée d’Internet. Les définitions de la racine et des feuilles sont à peu près correctes mais, pour les AS entre ces deux niveaux appelés *Tier 2 networks*, la réalité est plus complexe. La racine, ou l’épine dorsale d’Internet, est facile à définir et correspond à une réalité terrain [63]. C’est un club de NSP fournisseurs de transit très sélect, qu’on retrouve dans la littérature sous le nom de *Tier 1 networks*, composé seulement d’une dizaine d’AS. Ces AS n’ont pas de fournisseurs : ils sont capables d’atteindre tous les réseaux de l’Internet mondial avec des liens de peering, sans échange d’argent associé. Pour cela, les membres du club s’arrangent sous forme de graphe complet, dont les liens sont des relations de peering. Les AS feuilles, quant à eux, sont les *stub networks* introduits précédemment, qu’on appelle aussi *Tier 3 networks*.

La manière classique de faire du peering est sous forme de **peering privé**, dans ce cas, c’est aux AS impliqués de développer leur propre infrastructure réseau (PNI) pour acheminer les données. Nous allons voir que, pour limiter les investissements en PNI, il est pertinent de faire du **peering public** aux Internet Exchange Points.

### 2.1.3 Les Internet Exchange Points

Les Internet Exchanges Points sont des organisations à but non lucratif qui proposent une infrastructure réseau neutre<sup>6</sup> permettant à leurs membres de faire du peering entre eux. Ils peuvent être répartis sur plusieurs data centers, et on en retrouve généralement un par grande zone métropolitaine dans les pays développés

6. Une définition simple de la neutralité d’Internet est [64] : « le principe que tous paquets soient traités de manière égale ». Au niveau d’un IXP, cela se traduit notamment par un mode de fonctionnement transparent, une recherche de diversification des fournisseurs de data centers, et un service équitable, au même prix et sans discrimination.

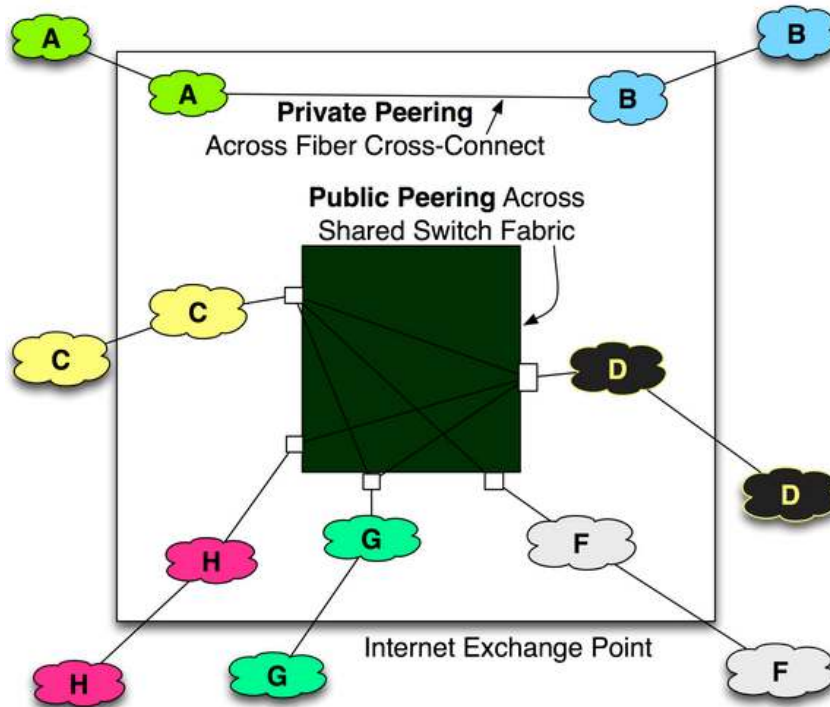


FIGURE 2.7 – Schéma de plusieurs AS s’interconnectant à un IXP [52]. Les membres ont accès à une fabrique de commutation partagée de niveau 2 du modèle OSI. Au sein de la même structure, il est aussi possible de faire du peering privé.

ou en voie de développement [65].

Les membres choisissent la taille de leurs ports à une fabrique de commutation partagée leur permettant de faire du peering public. Cette quantité donne la limite supérieure à la bande passante, en Mb/s ou Gb/s. Les membres peuvent aussi faire du peering privé aux IXP.

Parmi les avantages du peering public, on peut citer [64] :

- **Reduction des coûts d’opération réseaux.** Les membres partagent les frais de l’infrastructure, ce qui est plus avantageux que le transit.
- **Garder local le trafic local.** Acheter du transit à un NSP ajoute un intermédiaire et donc de la distance entre la destination et la source. En faisant du peering localement, on reste proche de la destination ce qui fait baisser la latence<sup>7</sup> et donc améliore la qualité de service.
- **Meilleure robustesse et stabilité,** grâce à l’augmentation du nombre d’interconnexions directes entre réseaux.

L’écosystème de peering public aux IXP est un constituant majeur de l’Internet interdomaine. Les plus gros d’entre eux reportent du trafic à l’échelle des 10 Tb/s [66-68], ce qui est comparable aux plus gros NSP spécialisés dans le transit [50].

7. la latence est le temps écoulé entre l’émission des packets IP de la source et leur réception par le destinataire.

Dans nos travaux, nous avons modélisé sous forme de graphe et analysé PeeringDB, le jeu de données sur l'écosystème de peering public faisant autorité, pour avoir une vue alternative et instructive de la topologie d'Internet. La compréhension de la topologie d'Internet est un domaine de recherche à part entière que nous présentons dans la prochaine partie.

#### 2.1.4 La topologie d'Internet au niveau des AS

L'étude de la topologie d'Internet se fait à plusieurs niveaux de granularité. On distingue, de la granularité la plus fine à la plus grossière : le niveau des interfaces IP, le niveau des routeurs, le niveau des Point-of-Presence et le niveau des AS [69]. On illustre ces différents niveaux dans la figure 2.8. La manière naturelle de représenter une topologie au niveau des AS est sous la forme d'un graphe, dont les nœuds sont les AS. On propose dans cette partie de définir précisément ce graphe. Nous allons voir que la complexité d'Internet fait que le représenter sous forme d'un seul graphe simple est trop réducteur. Pour pallier à cela, on propose de bien définir la notion de nœud et de lien, ainsi que les méthodes de mesure de la topologie. On donnera enfin les jeux de données disponibles pour construire les graphes de topologie.

Les AS sont communément définis comme une collection de routeurs appartenant à la même organisation, cependant cette définition est vague et la réalité est plus subtile, comme le font remarquer les auteurs de [70] :

- D'un point de vue technique, on peut réduire un AS à son ASN, nécessaire pour le routage BGP. On pourrait alors définir l'AS comme étant la collection des sous-réseaux IP associés à l'ASN, et proposer une correspondance entre les deux en faisant des mesures de topologie. Cependant, les AS ont recours à l'adressage réseaux privés, tel qu'il est défini par la RFC 1918 [71]. Ces adresses peuvent être utilisées par plusieurs AS et ne sont pas visibles depuis l'Internet public. Elles n'apparaissent donc pas lors des mesures de topologie. Un autre obstacle à la correspondance entre le préfixe IP et ASN vient du fait que des adresses publiques peuvent être à tort attribuées à plusieurs ASN lors du routage BGP [72].
- La correspondance entre AS et organisation n'est pas forcément directe. Il y a des exemples d'organisations opérant plusieurs ASN, et certains ASN sont partagés par plusieurs organisations [70].
- Les infrastructures d'une organisation ne sont pas nécessairement strictement démarquées des autres organisations. Par exemple, les CDN déploient des serveurs et des caches directement au sein des ISP pour amener leur contenu au plus proche des end-users. Conceptuellement, on a bien un échange de trafic entre deux AS, mais cela ne se voit pas dans la topologie car cela se fait de manière locale (pas de trafic interdomaine) [73].
- Un AS n'est pas « atomique ». Comme le montre la figure 2.8, un AS se répartit géographiquement dans plusieurs PoP. Ainsi, deux AS peuvent être en relation depuis différents PoP, dans plusieurs pays ou continents. Il se



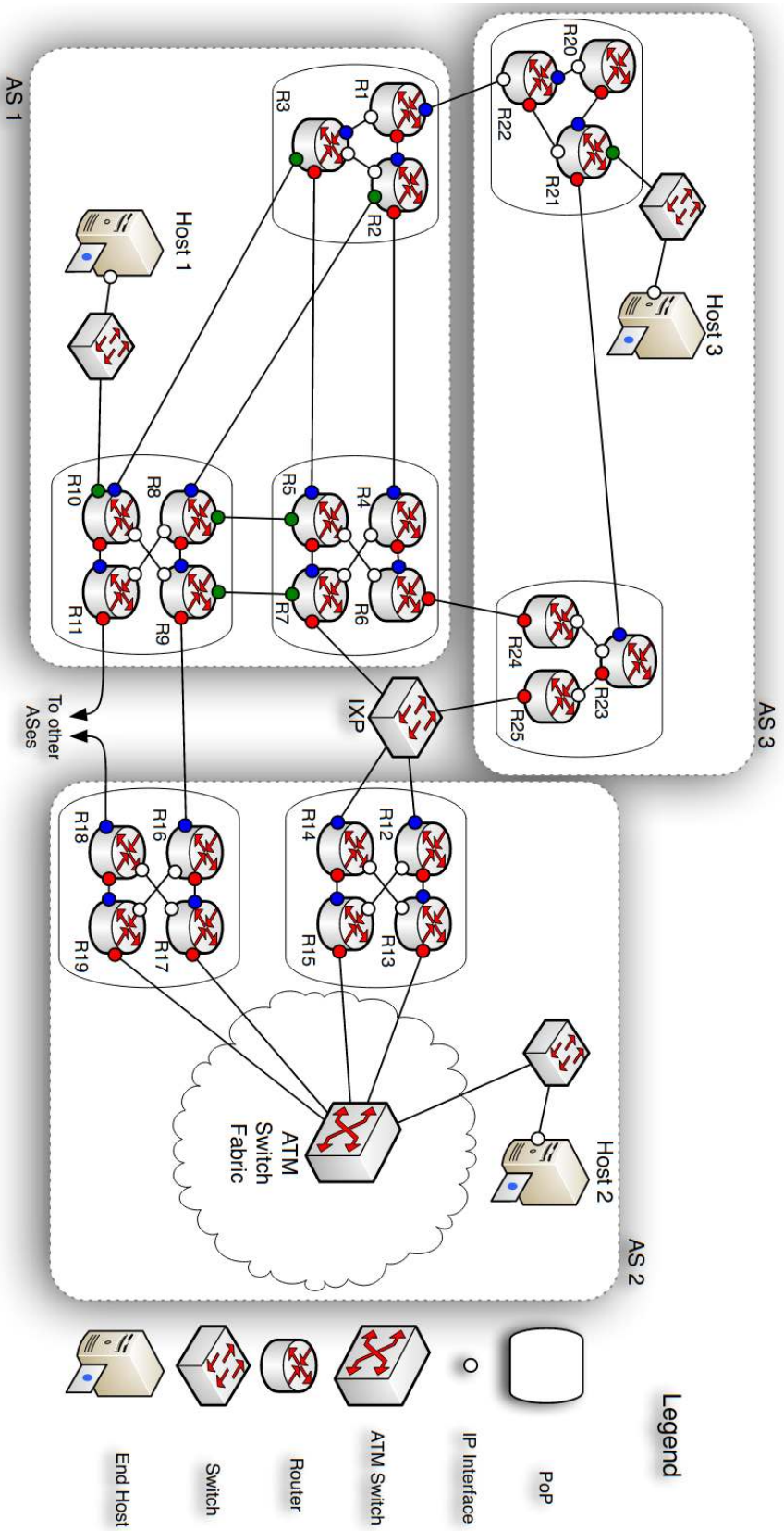


Figure 2.8 – Représentation schématique de la topologie d’Internet à différentes échelles [69]. Chaque AS est réparti dans différents Points of Presence (PoP). Les PoP consistent en une collection de routeurs, et l’échange de paquet se fait au niveau des interfaces IP des routeurs. On montre les trois types d’interconnexion interdomaine : peering à un IXP entre AS 1 (via routeur R7), AS 2 (via R12 et R14), et AS 3 (via R25); peering privé avec une PNI entre AS 1 (via R9) et AS 2 (via R16); transit par un ou des AS tiers entre AS 1 (via R11) et AS 2 (via R18).



Graphe (modélisation)	Annotation des liens	Type de graphe
relation commerciale	filiale, partenaire, client	graphe dirigé
lien physique (couche 1)	capacité des liens	multi- super-graphe pondéré
connectivité (couche 2)	-	multigraphe
graphe de routage BGP	-	graphe non dirigé
graphe de politiques	politiques BGP	multigraphe dirigé
graphe de trafic	volume de trafic	graphe dirigé et pondéré

TABLE 2.1 – Différents types de graphe décrivant plusieurs manières de voir la topologie d’Internet, proposés dans [70].

peut que dans un pays ils fassent du peering public à un IXP, alors que, dans un autre pays n’ayant pas d’IXP, ils aient besoin de payer du transit à un AS intermédiaire.

Ce dernier argument, en particulier, montre que la représentation de la topologie des AS sous forme de graphe simple, dont les nœuds sont des AS, est limitée. Pour une représentation plus réaliste, le meilleur niveau est le niveau des PoP [69].

Les auteurs de [70] caractérisent les types de graphes adaptés aux modélisations de la topologie d’Internet. Le tableau 2.1 liste les différents types de graphes :

- **Relation commerciale** : Ce graphe indique la relation commerciale entre les organisations associées à deux ASN.
- **Lien physique et connectivité** : Les graphes lien physique et connectivité indiquent respectivement des liens de la couche 1 (couche physique) et de la couche 2 (couche liaison) du modèle OSI. Ces deux graphes sont plutôt congruents, à part si les opérateurs utilisent des outils de virtualisation, ce qui est la tendance [70, 74].
- **Graphe de routage BGP** : Les liens de ce graphe indiquent si les ASN ont une session BGP active.
- **Graphe de politiques** : Les mêmes liens que le graphe de routage BGP sont annotés de manière asymétrique (dirigé) par des politiques de routage.
- **Graphe de trafic** : Les mêmes liens que le graphe de routage BGP sont annotés par le trafic avec la quantité de trafic échangé.

On retrouve majoritairement des multigraphes, pour reprendre l’idée que la topologie au niveau des AS est complète uniquement si on prend en compte le niveau des PoP. En effet, la multiplicité des liens du multigraphe permet d’encoder les liens aux différents PoP. Malgré cela, une grande partie des travaux modélise la topologie au niveau des AS avec un graphe simple [69]. Cela est dû au fait que l’étude de la topologie d’Internet est difficile, comme nous allons le voir dans la suite.

Maintenant que nous savons comment représenter la topologie d’Internet sous forme de graphes, il faut les construire. Malheureusement, comme le disent les auteurs de [69] : « En raison de [la] diversité [d’Internet], de son étendue, et de sa nature distribuée et hétérogène, déterminer la topologie de l’Internet mondial est

intrinsèquement difficile et représente un énorme défi. ». Toujours en les citant : « Il n'existe pas d'entité ou d'organisation qui a une vue complète (i.e., "vérité terrain") de l'Internet entier ou de ses constituants individuels ou AS ». Ils expliquent qu'il n'existe pas de protocole ou de service dont le seul but est de sonder Internet. La vérité terrain est détenue par les constituants d'Internet, comme les AS ou les IXP. Elle est donc propriétaire et peu accessible pour des raisons commerciales et de sécurité. Pour sonder Internet, les chercheurs en topologie ont alors recours à des techniques qui n'étaient pas destinées à cet effet. Ils proposent des vues « publiques » d'Internet qui sont connues pour être très incomplètes, en particulier lorsque l'on s'intéresse à l'Internet mondial.

Les deux méthodes de mesures principales pour sonder Internet se basent sur BGP et traceroute. On donne ici une description brève des méthodes de mesure et des principaux projets s'en étant servi pour collecter des données de topologie. Pour plus de détails, on réfère le lecteur aux articles [69, 70].

La méthode BGP consiste à collecter les tables de routage des routeurs BGP, pour ensuite lier les AS présents sur le même AS-path. C'est une méthode de mesure passive<sup>8</sup> se basant sur le plan de contrôle<sup>9</sup>. En reprenant l'exemple de routage donné dans la figure 2.2, on obtient, d'après la première entrée de la table de routage du routeur de l'AS 100, les liens AS 200 - AS 400 et AS 400 - AS 500 issus de l'AS-path 200 400 500. Les principales sources de données sont issues des projets RouteViews [75] et RIPE RIS [76]. Dans le cadre de ces projets, des *routes collectors* ont été déployés sur des routeurs pour avoir accès à leur table de routage presque en temps réel. Le choix du routeur, appelé « point d'observation », est en général porté sur les routeurs d'importants fournisseurs de transit car une grande partie des routes passent par ceux-ci.

traceroute est un outil d'administration de réseau. Il consiste à envoyer des paquets d'une source vers une destination, en relevant toutes les interfaces de routeur traversées. C'est donc une méthode de mesure active dans le plan de données. En faisant la correspondance entre adresse IP des interfaces traversées et AS, on déduit une route entre AS et donc des liens, de la même manière que BGP. Les principales sources de données traceroute viennent des projets DIMES [77] et Archipelago (Ark) de CAIDA [78]. À la différence des collecteurs BGP, les points d'observation traceroute sont très facilement déployables. DIMES était un projet participatif auquel n'importe quel utilisateur d'Internet pouvait contribuer en installant un logiciel. Pour le projet Ark, CAIDA déploie mondialement une flotte de Raspberry Pi. On notera que la plupart des projets de collecte de données n'ont pas pour but premier de construire des topologies d'Internet.

Les données de topologie ont des limitations majeures, qu'on distingue en deux catégories. La première catégorie concerne les méthodes de mesures. Celles-ci sont

---

8. Une mesure passive est une mesure qui n'implique pas d'échange de données, contrairement à une mesure active.

9. Pour acheminer des données, on distingue le plan de contrôle et le plan des données. Par analogie avec la circulation routière, le plan de contrôle correspond aux feux tricolores et aux panneaux de signalisation, alors que le plan de données est le flux des voitures.

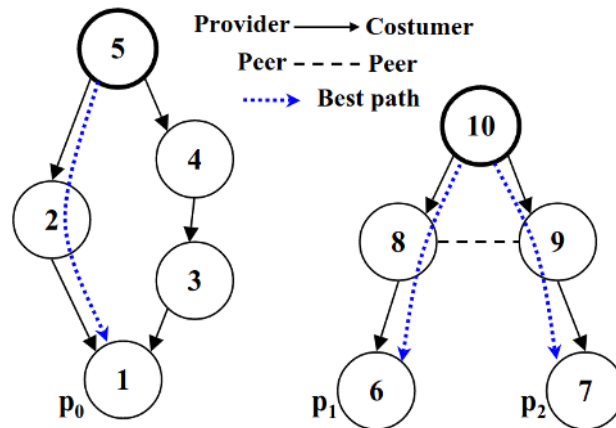


FIGURE 2.9 – Exemple de liens manquants dans les données BGP [79]. On montre des liens client-fournisseur cachés (à gauche) et un lien pair-pair invisible (à droite). Les points d’observation sont les nœuds 5 et 10. Les préfixes de destination sont  $p_0$  pour le nœud 5, et  $p_1$  et  $p_2$  pour le nœud 10.

détournées de leur usage principal, à savoir l’administration de réseau. Il est tout à fait discutable d’utiliser BGP pour découvrir une topologie, alors que ce protocole a été conçu pour cacher des informations sensibles et acheminer des paquets efficacement. On illustre dans la figure 2.9 les deux types de liens que la méthode BGP ne peut identifier [79]. Le premier type de lien est dit « lien **caché** ». C’est un lien qu’on pourrait observer depuis notre point d’observation, à une autre date de mesure. Cela correspond typiquement à un lien client-fournisseur de secours, comme les liens de notre exemple 5-4, 4-3 et 3-1, qui n’ont pas été relevés au moment de l’observation car associés à un chemin moins performant selon BGP que 5-2 et 2-1<sup>10</sup>. Le second type de lien manquant est dit **invisible**. Ces liens ne seront jamais obtenus à partir du point d’observation. La plupart des liens de peering sont invisibles, et la plupart des liens invisibles sont des liens de peering. Dans notre exemple, le lien de peering 8-9 n’est pas découvert, car sinon on ne respecterait pas le principe du *valley-free routing*. En effet, supposons qu’on découvre ce lien de peering par un chemin ne respectant pas ce principe comme 10-8-9-7. Dans ce cas, le nœud 9 transporte du trafic pour 8 sans en tirer de bénéfice. Ce comportement n’est conforme au principe du *valley-free routing*. Ainsi, cet AS-path ne peut être annoncé par BGP. La méthode de mesure *traceroute* souffre, elle aussi, d’imperfections. Parmi de nombreuses considérations techniques qui dépassent le cadre de nos travaux [69, 70, 80], on peut relever qu’il est difficile de faire correctement la correspondance entre routeur et ASN, comme mentionné précédemment.

Le second type de limitation concerne la source des données de topologie, à savoir le résultat des projets de mesure. D’une part, elles sont à considérer avec

10. En plus des tables de routage, le collecteur de route fournit aussi des *routing updates*, qui peuvent contenir des liens alternatifs. On estime que ce n’est pas suffisant pour avoir une bonne vue de ces liens [79].

précaution, car le but des projets n'était pas de déduire une topologie. D'autre part, la manière dont les mesures ont été faites n'est pas parfaite, et pose des questions notamment en terme de représentativité. Le choix des points d'observations a un impact direct sur la topologie observée. Par exemple, la plupart des recherches ont été menées par des occidentaux et donc comprennent un biais géographique.

On peut enfin s'intéresser aux principaux graphes de topologie. Ils sont peu nombreux, surtout si on travaille à l'échelle mondiale et avec des données publiques, en raison des difficultés énoncées précédemment. Reprenons les différents graphes donnés dans le tableau 2.1 :

- **Relation commerciale** : Un jeu de données faisant autorité est le graphe des relations commerciales proposé par CAIDA [81]. Il contient, pour 70.000 AS, des liens de relation client-à-fournisseur (lien dirigé), pair-à-pair (non dirigé), ou filiale-à-filiale (*sibling-to-sibling*, non dirigé). Son principe permet de retrouver la structure hiérarchique d'Internet en créant des liens respectant la propriété de *valley-free*. Bien qu'il fasse autorité, ce graphe, et plus généralement les données BGP, sont connues pour manquer la plupart des liens p2p. En effet, on a découvert au sein d'un seul IXP européen de grande taille autant de lien p2p que ce que CAIDA inférait à l'échelle mondiale [82].
- **Lien physique et connectivité** : Peu de données publiques concernant les PNI sont disponibles. La plus grande collection à notre connaissance de topologies physiques, certaines annotées par la capacité des liens, est donnée dans le projet « The Internet Topology Zoo »[83]. Les liaisons physiques aux IXP sont mieux documentées. Les jeux de données Euro-IX [84] et PeeringDB [2] contiennent des métadonnées les IXP et les AS, ainsi que la présence des AS aux IXP. Dans PeeringDB, cette présence est annotée par la taille du port. À partir de cela, les auteurs de [85] ont proposé un graphe biparti et non pondéré AS-IXP.
- **Graphe de routage BGP** : Ces graphes peuvent directement être obtenus avec les données des projets RouteViews et RIPE RIS.
- **Graphe de politiques** : Il n'y a pas de jeux de données à notre connaissance.
- **Graphe de trafic** : À notre connaissance, il n'y a pas non plus de jeux de données à grande échelle. Ager et al. [82] décrivent le trafic entre AS au sein d'un IXP européen. Ce sont des données privées, qui ont été présentées à la communauté scientifique après anonymisation.

Le reste de ce chapitre est consacré à l'étude de PeeringDB, dans le but d'apporter une nouvelle vue sur la topologie d'Internet qui soit instructive. Cette vue comprend les avantages suivants :

- Elle est libre d'accès.
- Elle contient des informations sur le peering public, qui est un moyen d'interconnection de plus en plus utilisé.
- Le peering public est très mal observé dans les topologies actuelles, à cause des limitations de BGP.
- Elle a une bonne couverture : environ 10 000 AS et 800 IXP du monde entier

(même si des zones géographiques comme l'Europe et l'Amérique du Nord sont sur-représentées)

- Il y a des métadonnées sur les AS et les IXP, qu'on peut mettre à profit lors de la modélisation du graphe et de son analyse.
- CAIDA a collecté des instantanés journaliers de PeeringDB de 2010 à nos jours, permettant des études temporelles [86].
- On connaît la capacité des ports.

Elle comporte aussi des désavantages :

- Les informations renseignées ne sont pas nécessairement correctes.
- Le graphe biparti AS-IXP ne permet pas de connaître les liens entre AS.
- Nous n'avons pas d'information sur le peering privé au sein des IXP ou avec des PNI.
- Nous voyons seulement les AS qui ont des bénéfices à faire du peering de manière ouverte.

## 2.2 Motivation de l'étude

Au début des années 2000, la plupart des AS se connectaient par des liens de transit, avec une relation client-fournisseur induisant une structure hiérarchique de l'Internet. Au cours de la dernière décennie, on a assisté à une forte augmentation du déploiement et de la croissance des IXP, ce qui a conduit à une densification du tissu de peering et à l'aplatissement de la topologie de l'Internet [87], comme illustré dans la figure 2.10. Cet élan a été stimulé par les services d'interconnexion plus diversifiés et moins chers que les IXP offrent dans le monde entier pour atteindre les réseaux de distribution régionaux. Les fournisseurs de contenu trouvent dans les IXP une chance d'atteindre, dans un temps de déploiement relativement réduit, parfois en utilisant un service de peering distant<sup>11</sup>, les réseaux régionaux connectés aux end-users [88] (figure 2.11). Des travaux fondamentaux [82][89] ont montré que les IXP gagnaient en importance en permettant un trafic Internet de plus en plus important depuis le début des années 2010. Des études récentes ont montré que les IXP permettaient de faire face aux contraintes de réseau causées par l'augmentation de la demande des end-users pendant l'épidémie de COVID-19 [90][91].

Ainsi, la connaissance de l'écosystème d'échange de trafic public et sa représentation en graphe sous-jacente est un élément clé de la compréhension de la topologie globale de l'Internet. Cependant, pour bien saisir les interconnexions des AS, il faudrait, pour chaque IXP, obtenir une matrice d'adjacence pondérée appelée matrice de trafic. De telles matrices de trafic ne sont pas divulguées publiquement, et seulement quelques-unes ont été décrites dans la littérature scientifique au cours des dernières années [93][94][82].

11. Il arrive que des membres revendent l'utilisation de leur port à des AS n'ayant pas les moyens de se déployer dans de nombreux IXP, dans ce cas on dit qu'ils font du peering distant, ou « remote peering ».

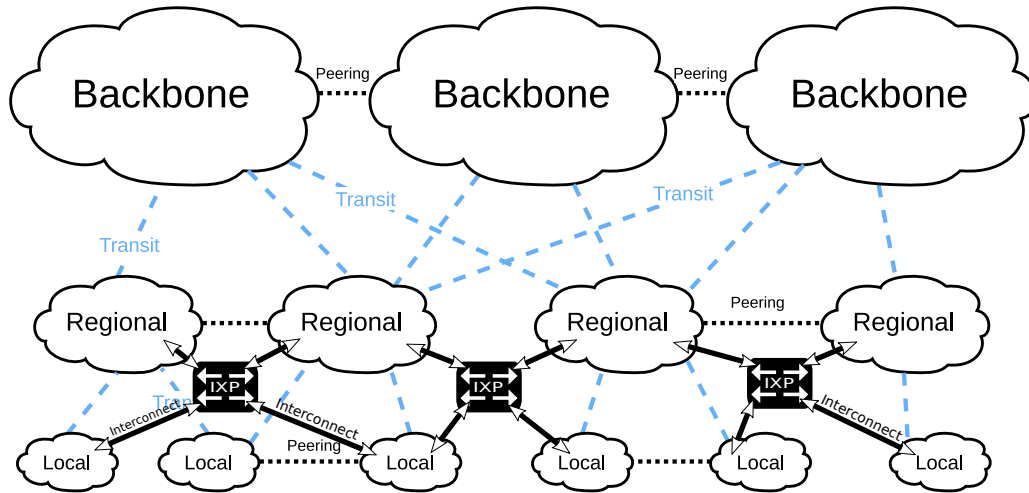


FIGURE 2.10 – Impact des IXP sur la structure hiérarchique d’Internet. Les IXP facilitent le peering à l’échelle locale, ce qui permet de garder le trafic local et donc de court-circuiter les AS backbone. Inspiré de [92].

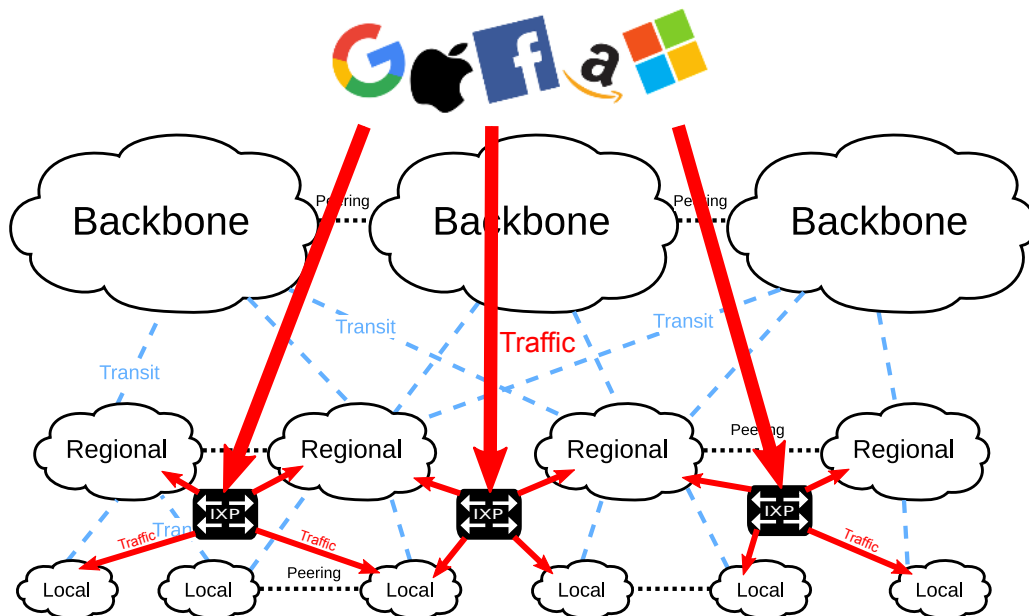


FIGURE 2.11 – Diffusion de contenu des géants du contenu grâce aux IXP. Maintenant, les géants du contenu se reposent en partie sur les IXP pour déployer leur contenu. On a alors un trafic massif et souvent directionnel, pointant vers l’utilisateur final. Inspiré de [92].

Comme présenté précédemment, la source la plus complète de données topologiques au niveau des AS est le jeu de données AS-relationship de CAIDA. Cet ensemble de données étiquette les relations entre AS comme « client-à-fournisseur » et « pair-à-pair ». Cependant, l'inférence de relation pair à pair est notoirement difficile et le travail de CAIDA, bien qu'inestimable pour la communauté des chercheurs, est connu pour manquer la plupart de ces liens. Par ailleurs, la source d'information qui fait autorité en matière d'écosystème de peering public est PeeringDB, une base de données communautaire où les AS enregistrent leurs propres informations et leur adhésion aux IXP afin de trouver de nouveaux pairs. Cette adhésion aux IXP est mieux décrite par un graphe biparti AS-IXP non pondéré et non dirigé [85], mais un tel graphe ne contient pas de liens directs entre les AS et des informations sur les échanges de trafic.

Pour contourner ces problèmes, nous définissons dans ce chapitre un modèle de graphe biparti orienté et pondéré d'Internet basé sur PeeringDB. Nous mettons à profit la taille des ports des routeurs que les AS ont aux IXP pour échanger avec d'autres membres. Le trafic réel entre les AS n'est pas disponible, mais nous avons un attribut `info_ratio` qui indique la tendance générale d'un AS de recevoir ou d'envoyer du trafic. Nous montrons que ce graphe biparti présente des caractéristiques communes à tous les réseaux complexes et qu'il est suffisamment expressif pour contenir les principales caractéristiques de l'écosystème mondial du peering. À l'aide des outils dérivés des marches aléatoires du chapitre 1, et notamment la matrice de Google réduite, nous exploitons le graphe pour approximer les échanges de trafic AS-AS à l'échelle mondiale. Cette nouvelle étude PeeringDB nous permet d'apporter les contributions suivantes :

- identifier les principales sources de trafic Internet, connues sous le nom de « hypergéants », ou *hypergiants*.
- extraire la présence régionale des AS à partir de la structure du réseau,
- identifier les principales destinations du trafic comme étant des ISP régionaux proches de l'utilisateur final, connus sous le nom de « réseaux oculaires », ou *eyeball networks*.
- étudier les schémas de diffusion des hypergéants vers les ISP régionaux à l'aide de la théorie spectrale des graphes,
- illustrer le modèle par une étude longitudinale de la demande de contenu au moment de l'épidémie de COVID-19.

Le reste du chapitre est organisé comme suit. Nous commençons par présenter PeeringDB dans la section 2.4. Nous introduisons ensuite notre modèle de graphe dans la section 2.5, et effectuons une analyse de ses principales caractéristiques dans la section 2.6. Dans la section 2.7, nous introduisons un outil de théorie des graphes connu sous le nom de complémentation stochastique [43] pour étudier la diffusion des hypergéants vers les réseaux eyeball. Enfin, nous montrons dans la section 2.8 comment les hypergéants ont réagi à l'augmentation de la demande des end-users pendant l'épidémie de COVID-19.

Nous rendons disponible les codes sources et les fichiers de visualisation du réseau [95].

## 2.3 Travaux connexes

**Les IXP et la topologie d'Internet** Les travaux antérieurs de Ager et al. [82] montrent qu'un seul grand IXP européen présente plus de liens de peering que ce qui est déduit pour les topologies au niveau des AS de l'ensemble d'Internet, sur la base des données traceroute et BGP. L'accès à la matrice de trafic de l'IXP et aux métadonnées des participants permet aux auteurs de caractériser la diversité de l'écosystème Internet, en révoquant la structure traditionnelle hiérarchique d'Internet. Le rôle global du même IXP est identifié dans [73], où les auteurs soutiennent que l'IXP fournit une bonne visibilité de l'Internet mondial. [96] étudie l'évolution temporelle d'un IXP européen qui donne un aperçu des matrices de peering, de la croissance du trafic, du déséquilibre du trafic et de l'utilisation des ports.

Cependant, à notre connaissance, seules quelques études se sont concentrées sur la topologie de l'Internet dérivée des ensembles de données publiques d'IXP. Un graphe biparti non pondéré et non dirigé basé sur l'adhésion des AS aux IXP en utilisant les données de PeeringDB [2] et Packet Clearing House [97] est proposé dans [85]. Cela permet une première étude de la connectivité des AS mais ne prend pas en compte le volume des échanges entre AS et IXP.

**Jeux de données publics concernant les IXP** Les auteurs de [98] comparent les trois jeux de données principaux concernant les IXP : PeeringDB [2], IXPDB [84] et PCH [97]. Ils observent que PCH est le moins à jour et contient moins de métadonnées à propos des AS et des IXP. Pour IXPDB et PeeringDB, ils constatent deux biais différents qui proviennent de la manière dont sont collectées les données. Pour le premier jeu de données, ce sont les IXP qui reportent les informations. Les métadonnées sur les IXP sont donc plus complètes, et le nombre d'adhérents par IXP est en moyenne plus élevé<sup>12</sup>. Le biais de PeeringDB vient du fait que les informations sont reportées à la fois par les AS et les IXP. Son but étant de faciliter les interconnexions entre les AS, les métadonnées sur ceux-ci sont plus nombreuses. Dans la suite, nous utiliserons les données de PeeringDB car c'est la seule base de données où l'adhésion des AS aux IXP est annotée par les tailles de ports associés. Une première étude de PeeringDB est présentée dans [86]. Les auteurs montrent que les entrées de PeeringDB sont généralement à jour et correctes, et contiennent des métadonnées précieuses sur les IXP et leurs participants. Ils soulignent plusieurs biais, notamment en ce qui concerne la variété de la nature des activités des AS et leur distribution géographique, mais soutiennent que PeeringDB donne une vue raisonnable de l'écosystème de peering. Une vue d'ensemble plus récente de l'ensemble de données est présentée dans [88], où les auteurs agglomèrent la taille des ports qu'un AS possède aux IXP pour introduire la métrique `port_capacity` que nous utilisons également dans cet article. Ce faisant, ils parviennent à identifier les hypergéants de l'écosystème du peering. En combinant cette information

12. Cela est particulièrement vrai pour les IXP européens, car une bonne partie d'entre eux sont membres de l'association Euro-IX qui administre IXPDB.



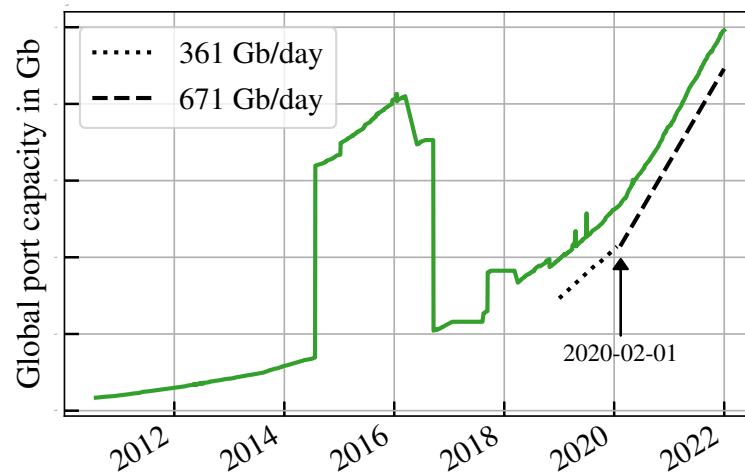


FIGURE 2.12 – Évolution quotidienne de la capacité totale des ports des AS de PeeringDB entre 2010-07-29 et 2021-12-31. Un point d’inflexion en février 2020 est souligné par deux régressions linéaires avec une pente respective de 361 et 671 Gbit/jour.

de taille de port au modèle biparti de [85], et en introduisant des liens dirigés en se basant sur les métadonnées de d’équilibre de trafic entrant/sortant, nous fournissons un graphe pondéré et dirigé qui donne une vue grossière des flux de trafic entre les principaux protagonistes de l’écosystème du peering.

## 2.4 PeeringDB

PeeringDB<sup>13</sup> est une base de données à but non lucratif, maintenue par les utilisateurs, qui facilite l’interconnexion mondiale des réseaux aux IXP, aux centres de données et aux autres installations d’interconnexion. Les opérateurs de réseau enregistrent des informations sur leur organisation, leur réseau et leurs PoP, créant ainsi une image de l’écosystème de peering. À partir de cette image, les opérateurs de réseau sont en mesure d’identifier de nouveaux pairs potentiels et de choisir le meilleur PoP pour étendre leur réseau. En 2022, 12689 AS enregistrés signalent leur présence aux IXP. Au total, 872 IXP déclarent des membres, dont 771 ont au moins 3 participants qui peuvent s’engager dans du peering qualifié de « multilatéral ». PeeringDB peut être consulté publiquement avec une API, et un archivage quotidien est mis à la disposition de la communauté par CAIDA de 2010 à aujourd’hui [86].

PeeringDB est reconnu comme une source d’information faisant autorité. La plupart des données est désormais téléversée automatiquement à l’aide d’un logiciel de gestion des IXP. Par exemple, les IXP de petite et moyenne taille déploient généralement *IXP Manager*<sup>14</sup> qui est actuellement utilisé par 184 IXP. Les IXP

13. <https://www.peeringdb.com/>

14. <https://www.ixpmanager.org/>

plus importants ont également automatisé les déclarations PeeringDB dans leur logiciel de gestion interne grâce à l'API de PeeringDB. Il est dans le meilleur intérêt d'une organisation d'avoir un enregistrement précis et à jour. PeeringDB a été validé par les données BGP dans [86], où les auteurs montrent que « Les membres de PeeringDB sont raisonnablement représentatifs des fournisseurs de transit, de contenu et d'accès de l'Internet en termes de types d'activités et de géographie des participants, et les données PeeringDB sont généralement à jour ». Suivant une étude plus récente de [88], nous soutenons que PeeringDB peut être utilisé comme une source de données de la partie publiquement déclarée de l'Internet.

Dans la suite, nous utilisons les tailles de port que les AS possèdent aux IXP, rapportées dans PeeringDB, pour représenter une limite supérieure au trafic réel reçu ou envoyé par les ports. La somme des tailles des ports d'un AS, appelée capacité des ports ou `port_capacity`, s'est avérée être une caractéristique discriminante pour identifier les AS hypergéants [88]. Le présent travail se concentre sur les données des AS et des IXP contenues dans les snapshots PeeringDB collectés entre le 1er janvier 2019 et le 1er mars 2021. Avant cette période, les snapshots sont plus sujets à des divergences qui se traduisent par des valeurs aberrantes dans la capacité des ports. L'exemple le plus frappant, également signalé dans une autre étude [99], est la bosse de 2014-2016 dans la capacité des ports mondiale présentée dans la figure 2.12. Cette bosse a été causée par un seul AS australien, connecté à 5 IXP, qui a déclaré des tailles de port cent fois plus grandes qu'Akamai, un CDN opérant à l'échelle mondiale. À partir du 1er janvier 2019, les valeurs aberrantes sont moins nombreuses et ne persistent pas dans le temps, ce qui indique des efforts de curation des données par PeeringDB. Dans ce qui suit, nous nous sommes assurés que les instantanés sur lesquels nous fondons nos conclusions ne sont pas affectés par des valeurs aberrantes.

## 2.5 Une nouvelle modélisation de PeeringDB

L'appartenance des AS aux IXP rapportée dans PeeringDB peut être naturellement représentée comme un graphe biparti pondéré. Cela permet de tirer parti des outils de la théorie des graphes, comme nous le verrons dans section 2.7. C'est pourquoi nous introduisons un nouveau modèle de graphe, appelé *pDB c-graph*, sur la base du modèle défini par Nomikos et al. dans [85], mais augmenté de liens pondérés et directionnels.

### 2.5.1 Modèle du graphe

Le *pDB c-graph* est construit comme un graphe biparti, où l'ensemble des nœuds  $\mathcal{V}$  est divisé entre deux ensembles  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{X}$  représentant les AS et IXP d'un instantané PeeringDB. Des liens existent entre un AS  $as \in \mathcal{A}$  et un IXP  $ix \in \mathcal{X}$  si  $as$  est un membre de  $ix$ . Les liens  $\mathcal{E}$  sont pondérés avec la métadonnée `port_size` du routeur, qui est associée aux directions entrantes et sortantes d'après la métadonnée `info_ratio` des AS. Nous associons à chaque lien non orienté  $e_{i \leftrightarrow j} \in \mathcal{E}$  un

TABLE 2.2 – Proportions des AS en taille et port\_capacity pour les catégories info\_ratio.

info_ratio Catégories	port_capacity Proportion (%)	Nombre Proportion (%)
Balanced (B)	26.12	31.69
Heavy Inbound (HI)	4.72	6.80
Heavy Outbound (HO)	19.68	3.68
Mostly Inbound (MI)	22.45	30.69
Mostly Outbound (MO)	21.34	10.86
Not Disclosed	5.69	16.28

nombre réel  $ps(e_{i \leftrightarrow j})$  correspondant au port\_size. Si un AS a plusieurs routeurs à un IXP, nous agglomérons la taille de leurs ports pour pondérer un seul lien. Comme le graphe est biparti,  $ps(e_{i \leftrightarrow j}) = 0, \forall (i, j) \in \mathcal{A} \times \mathcal{A} \vee \forall (i, j) \in \mathcal{X} \times \mathcal{X}$ . Le *pDB c-graph* est donc défini comme :

**Définition 7 (*pDB c-graph*)**

$$\mathcal{G} = (\mathcal{E}, \mathcal{V}), \text{ with } \mathcal{V} = \mathcal{A} \cup \mathcal{X}$$

La direction des liens est dérivée des métadonnées port\_size et info\_ratio comme suit. Dans PeeringDB, à chaque AS est associé à l'attribut info\_ratio indiquant le déséquilibre entre son trafic entrant et sortant. Ainsi, le trafic d'un AS peut être signalé comme Heavy Outbound (HO, très sortant), Mostly Outbound (MO, plutôt sortant), Balanced (B, équilibré), Mostly Inbound (MI, plutôt entrant), Heavy Inbound (HI, très entrant) ou Not Disclosed (non divulgué). Environ 83 % des AS ont un attribut valide, comme le montre le tableau 2.2, ces AS représentant environ 94 % de la port\_capacity totale.

Nous exploitons ces informations qualitatives pour dériver une valeur de taille de port spécifique pour les liens *dirigés* entrants et sortants. Comme les liens sont full-duplex, nous supposons que la capacité maximale est utilisée par l'AS dans la direction déclarée dans l'étiquette info\_ratio. Cette hypothèse est raisonnable puisque nous modélisons la capacité fournie par les AS aux IXP et non les volumes de trafic réels. Par conséquent, nous définissons une matrice d'adjacence pondérée et dirigée  $W$ , avec des éléments  $W_{i,j}$  indiquant un lien de  $j$  à  $i$ , de la manière suivante :

**Définition 8 (Matrice d'adjacence pondérée et dirigée  $W$ .)** Soit  $i \in \mathcal{A}$  et  $j \in \mathcal{X}$ . Si l'AS  $i$  est enregistré comme inbound

$$W_{i,j} = ps(e_{i \leftrightarrow j}), \quad W_{j,i} = (1 - \beta) \cdot ps(e_{i \leftrightarrow j}), \quad (2.1)$$

et si  $i$  est enregistré outbound

$$W_{i,j} = (1 - \beta) \cdot ps(e_{i \leftrightarrow j}), \quad W_{j,i} = ps(e_{i \leftrightarrow j}), \quad (2.2)$$

avec un coefficient  $\beta \leq 1$  pour les catégories d'équilibre de trafic entrant/sortant **Balanced** ( $\beta_B$ ), **Not Disclosed** ( $\beta_{ND}$ ), **Heavy** ( $\beta_H$ ) or **Mostly** ( $\beta_M$ ).

Nous considérons le jeu des paramètres par défaut suivants :

- **Balanced; Not Disclosed** :  $\beta_B = 0$
- **Mostly** :  $\beta_M = 0.75$
- **Heavy** :  $\beta_H = 0.95$

Une étude de l'influence de ces paramètres sur le graphe est donnée dans la sous-section 2.5.2. Un lien  $e_{i \leftrightarrow j}$  est ainsi décomposé en deux liens dirigés  $e_{i \rightarrow j}$  and  $e_{i \leftarrow j}$  de poids différents. Si  $\beta_B = 0$ , Eq. (2.1) et Eq. (2.2) sont équivalentes, et à chaque lien dirigé est assigné un poids correspondant à la taille du port complète. Avec le paramètre par défaut, un AS **Heavy** (resp. **Mostly**) **Outbound** est connecté à ses voisins avec des liens sortants de poids égal à la taille totale du port, et avec des liens entrants de poids égal à 5% (resp. 25%) de la taille du port.

Notre modèle capture les capacités des liens provisionnés dans l'Internet, ce qui est bien sûr différent des échanges de trafic qui se produisent dans la réalité. Il correspond à une limite supérieure du trafic réel. Dans la suite de ce document, nous utilisons cette définition souple du trafic pour décrire la bande passante des acteurs de l'Internet. Ainsi, chaque fois que nous utilisons le terme "trafic", nous faisons référence aux capacités des liens orientés de  $W$ .

## 2.5.2 Paramètres et stabilité du réseau

Les paramètres  $\beta_H$  et  $\beta_M$  contrôlent le déséquilibre de capacité entre les liens sortants et entrants. Le *pDB c-graph* bénéficierait d'un  $\beta$  personnalisé non uniforme pour capturer le déséquilibre du trafic du monde réel, mais de telles données sont rarement divulguées. Nous conservons donc une valeur uniforme de  $\beta_H$  et  $\beta_M$ , et questionnons ici leur influence sur la topologie du réseau. Pour cela, nous générons 400 réseaux pour 20 valeurs équidistantes de  $\beta_H \in [0.9, \dots, 1]$  et de  $\beta_M \in [0.6, \dots, 0.8]$ . Pour mesurer l'impact de ces paramètres, nous sélectionnons pour chaque catégorie d'*info\_ratio* les 4 AS qui se classent le mieux dans *port\_capacity*, et pour ces AS, nous enregistrons leur centralité dans le réseau avec PageRank (PR) [13] et reverse PageRank (rPR)[14]. Le PageRank est une mesure de l'importance des nœuds en termes de liens entrants pondérés, ce qui représente dans notre cas la capacité d'un nœud à capter le trafic du reste du réseau. La capacité d'un nœud à diffuser le trafic est également intéressante et est obtenue en calculant le reverse PageRank.

La valeur  $\beta_H = 1$  est un point singulier irréaliste puisque les AS HO comme Facebook ou Netflix n'ont pas de trafic entrant, ce qui les classe en dernière position dans le PageRank. Cette situation n'étant pas réaliste, nous excluons les réseaux correspondants des résultats du tableau 2.3. Ce tableau répertorie les valeurs PR

TABLE 2.3 – Stabilité du rang des AS aux paramètres du modèle. Les valeurs PageRank (PR) et reverse PageRank (rPR) values correspondent aux paramètres par défaut ( $\beta_H = 0.95, \beta_M = 0.75$ ).  $\Delta PR$  et  $\Delta rPR$  correspondent aux variations de PR et rPR observées pour les  $19 \times 20$  graphes créés avec les paramètres  $(\beta_H, \beta_M) \in [0.9, \dots, .1] \times [0.6, \dots, 0.8]$ . La colonne IR donne l'attribut `info_ratio`. On utilise l'instantané de PeeringDB du 1er janvier 2020 avec un pDB c-graph de taille  $N = 10381$ .

	IR	PR	$\Delta PR$	rPR	$\Delta rPR$
Facebook	HO	124	1015	4	0
Akamai	HO	172	1330	7	1
StackPath (Highwinds)	HO	314	2214	16	2
Netflix	HO	255	1853	11	0
Apple	MO	34	29	9	0
Google	MO	27	17	8	1
Microsoft	MO	41	32	10	0
Cloudflare	MO	56	33	12	2
Amazon.com	B	4	0	5	1
Hurricane Electric	B	7	2	19	2
Core-Backbone	B	70	4	96	2
Telefónica Germany	B	72	8	100	4
KPN-Netco	MI	32	5	150	58
SoftBank Corp.	MI	69	3	272	131
Vodafone Germany	MI	86	14	360	176
Saudi Telecom Company	MI	104	12	390	176
Telekomunikasi Indonesia	HI	153	18	2041	5412
Charter Communications	HI	175	11	2233	5431
Open X Tecnologia	HI	103	15	1539	5149
OPTAGE	HI	334	15	3230	5669

et rPR des 16 AS lorsque le réseau est construit avec les paramètres par défaut ( $\beta_H = 0.95, \beta_M = 0.75$ ), et surtout, la variation maximale de ces valeurs sur les  $\sim 400$  graphes. Plus ces variations sont faibles, moins les métriques de centralité PR et rPR sont sensibles au choix de  $\beta_H$  et  $\beta_M$ .

Les AS au trafic équilibré sont très stables en ce qui concerne le rPR et le PR, comme on s'y attendait. Nos résultats montrent que les AS sortants sont stables par rapport au rPR et que les AS entrants sont stables par rapport au PR. Pour ces AS, les paramètres par défaut créent un réseau représentatif. Inversement, les AS sortants ont un  $\Delta PR$  élevé et les AS entrants un  $\Delta rPR$  élevé. Cette dernière observation montre que nous pouvons seulement analyser les AS sortants avec la métrique rPR et les AS entrants avec la métrique PR pour que les résultats calculés avec le jeu de paramètres par défaut restent représentatifs. Ainsi, dans le reste de l'article, pDB c-graph est construit avec les paramètres par défaut, et toutes les recherches liées aux AS sortants (resp. entrants) sont effectuées avec la métrique rPR (resp. PR).

### 2.5.3 Équilibre du trafic aux IXP

Afin de vérifier la cohérence des données PeeringDB, nous étudions pour chaque IXP le déséquilibre de trafic induit par les `port_size` de ses participants. Par définition, le trafic aux IXP est équilibré entre les flux entrants et sortants.<sup>15</sup> Puisque notre modèle de graphe se base sur les `port_size` et `info_ratio` rapportés par les AS, l’affichage d’un trafic équilibré aux IXP confirme la cohérence des données de PeeringDB et montre que notre graphe est un modèle raisonnable de peering Internet.

La métrique `port_capacity` est directement liée à la définition de *pDB c-graph* comme suit. Soit  $w^{\text{in}}(i) = \sum_j W_{i,j}$  le degré pondéré entrant et  $w^{\text{out}}(i) = \sum_j W_{j,i}$  le degré sortant pondéré. Pour un AS inbound  $i$ , il est clair d’après l’équation (2.1) que

$$w^{\text{in}}(i) = \text{port\_capacity}(i), \quad w^{\text{out}}(i) = (1 - \beta) \cdot \text{port\_capacity}(i).$$

De la même manière, pour un AS  $i$  outbound,

$$w^{\text{in}}(i) = (1 - \beta) \cdot \text{port\_capacity}(i), \quad w^{\text{out}}(i) = \text{port\_capacity}(i).$$

Mais ces relations ne sont pas valables pour les IXP puisque la `port_capacity` découle de l’adhésion des AS. Alors, on peut évaluer l’exactitude de l’attribut `info_ratio` reporté par les AS et par extension la cohérence de notre modèle en étudiant l’équilibre du trafic des IXP normalisé donné par :

$$\mathbf{b}(i) = \frac{w^{\text{out}}(i) - w^{\text{in}}(i)}{w^{\text{out}}(i) + w^{\text{in}}(i)}. \quad (2.3)$$

Cette métrique prend des valeurs entre -1 et 1, la valeur 0 correspondant à un IXP au trafic équilibré. On montre dans figure 2.13 que les IXP ont en général un trafic équilibré, avec une moyenne  $\langle \mathbf{b} \rangle = 0.00 \pm 0.26$ , et les quartiles (Q1, Q2, Q3) respectivement de (-0.12, 0.00, 0.10). Ces résultats montrent que, jusqu’à l’échelle locale d’un IXP, les données de PeeringDB donnent une vue cohérente de l’adhésion des AS, en terme de taille de port et de l’attribut `info_ratio`.

## 2.6 Mise à profit de l’analyse du réseau complexe

L’objectif de cette section est d’obtenir un aperçu de l’écosystème de peering uniquement à partir de la structure du *pDB c-graph*. Nous présentons d’abord un aperçu général du graphe qui souligne la nature complexe du réseau de PeeringDB, en rendant compte des métriques de la topologie telles que les distributions des degrés et des poids, et la relation entre le `port_capacity` et le degré des

<sup>15</sup>. Les IXP ne font à aucun moment transiter le trafic, cependant, comme chaque paquet envoyé par un membre est reçu par un autre membre, cela se traduit dans notre vue AS-IXP par un trafic équilibré des IXP.

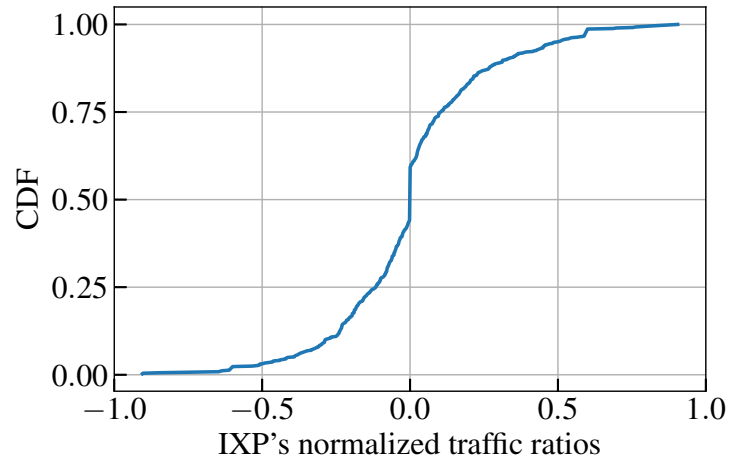


FIGURE 2.13 – Fonction de densité cumulée, ou *cumulative density function* (CDF), de l'équilibre du trafic des IXP normalisé  $b$ .

AS. Motivés par le fait que la majeure partie du trafic Internet d'aujourd'hui circule des hypergéants vers les réseaux régionaux eyeball, nous montrons dans une deuxième partie comment récupérer ces acteurs clés du peering de manière non supervisée.

## 2.6.1 Description générale du réseau

À la date du 1er janvier 2020, le réseau consiste en 9695 AS liés à 686 IXP par 52422 liens. Il est bien connecté, comme la plupart des réseaux complexes, avec plus de 99% de tous les nœuds dans la composante connexe principale.

### 2.6.1.1 Impact de la pondération des liens

Tout d'abord, nous illustrons les avantages de la pondération du graphe biparti avec des `port_size` directionnels en comparant les centralités PR et rPR de notre modèle à celles obtenues avec le graphe biparti IXP-AS non pondéré et non orienté de Nomikos et al. [85]. Pour le *pDB c-graph*, la différenciation des `port_size` sur les bords orientés offre une distinction claire entre le rôle des nœuds. Un nœud avec un PR élevé est susceptible de recevoir une grande quantité de trafic. Un nœud avec un rPR élevé a, quant à lui, une bonne capacité à envoyer du trafic. Les résultats pour PR et rPR sont présentés dans le tableau 2.4 : les 15 premiers nœuds du classement PR sont essentiellement des IXP qui représentent les autorités dans notre *pDB c-graph*, tandis que les 15 premiers en rPR identifient les hypergéants qui diffusent leur contenu dans le réseau. Une distinction aussi nette n'est pas présente dans un modèle de réseau où les liens ne sont ni pondérés ni orientés. Par exemple, un graphe non orienté ne peut pas distinguer la forte diffusion des fournisseurs de contenu comme Facebook, Amazon, Netflix ou Akamai du rôle central des grands IXP.

TABLE 2.4 – Comparaison des top 15 en PageRank et reverse PageRank des IXP/AS d’après notre *pDB c-graph* et le graphe [85]. Les graphes sont construits à la date du 1er janvier 2020; Les AS sont mis en évidence en gras.

	PageRank <i>pDB c-graph</i>	PageRank graphe de [85]	Reverse PageRank <i>pDB c-graph</i>
1	IX.br São Paulo	IX.br São Paulo	IX.br São Paulo
2	DE-CIX Frankfurt	AMS-IX	DE-CIX Frankfurt
3	AMS-IX	DE-CIX Frankfurt	AMS-IX
4	<b>Amazon</b>	LINX LON1	<b>Facebook</b>
5	LINX LON1	EPIX.Katowice	<b>Amazon</b>
6	NAPAfrica IX J.	Mumbai IX	LINX LON1
7	<b>Hurricane Electric</b>	NAPAfrica IX J.	<b>Akamai</b>
8	Equinix Singapore	France-IX Paris	<b>Google</b>
9	NL-ix	SIX Seattle	<b>Apple</b>
10	SIX Seattle	NL-ix	<b>Microsoft</b>
11	Equinix Ashburn	IX.br Rio de Janeiro	<b>Netflix</b>
12	EPIX.Katowice	TorIX	<b>Cloudflare</b>
13	IX.br Rio de Janeiro	EPIX.Warszawa-KIX	NL-ix
14	Equinix Chicago	LINX LON2	Equinix Singapore
15	Netnod Stockholm	Equinix Ashburn	NAPAfrica IX J.

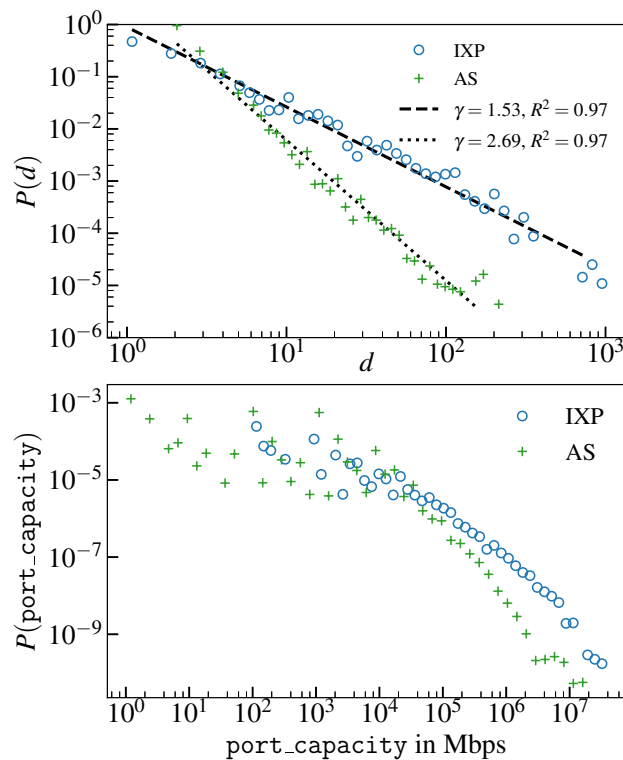


FIGURE 2.14 – Distribution en degré et en poids du *pDB c-graph*. La distribution de degré suit une loi de puissance  $f(x) = Ax^{-\gamma}$ .



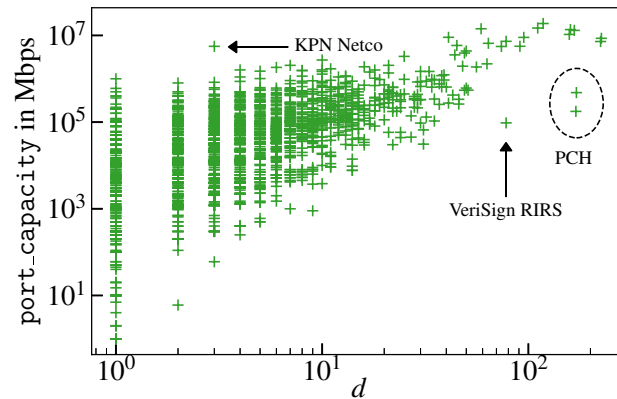


FIGURE 2.15 – `port_capacity` en fonction du degré des nœuds  $d$  des AS.

### 2.6.1.2 Degree and `port_capacity` distributions

Les distributions de probabilités des nœuds de degré  $d$  non dirigé et de la capacité des ports pour le *pDB c-graph* sont représentées dans figure 2.14. D’après la définition de notre modèle, ce degré est égal au degré des liens entrants et au degré des liens sortants.

La distribution de probabilité du degré des nœuds est généralement bien approximée par une loi de puissance, une caractéristique que l’on retrouve couramment dans d’autres réseaux réels [7]. L’exposant de la loi de puissance de la distribution du degré des AS  $\gamma = 2.69$  se situe dans l’intervalle  $[2, 3]$  habituellement rapporté pour les réseaux réels [102] et montre que la répartition du degré des AS est hétérogène, surtout par rapport aux IXP, dont la distribution du degré a l’exposant  $\gamma = 1.53$ . La distribution des `port_capacity` suit une distribution à large queue, ou *heavy tailed*, que l’on retrouve dans d’autres réseaux pondérés tels que le réseau mondial de trafic aérien [103], où les auteurs introduisent une métrique « node strength » analogue à notre `port_capacity`.

Contrairement au dernier réseau de [103], nous ne trouvons pas dans la figure 2.15 une relation particulièrement linéaire entre le degré AS et la `port_capacity`. Nous attribuons cette observation au fait que la taille des ports peut varier de plusieurs ordres de grandeur (100M à 1T), alors que les avions transportent des dizaines à des centaines de passagers. Il est intéressant de noter que nous trouvons des valeurs extrêmes qui présentent des stratégies de peering différentes. Le fournisseur de services de réseau régional KPN-Netco se classe au 15e rang en `port_capacity` avec seulement  $d = 3$ . Par ailleurs, les AS qui prennent en charge les services Internet publics (par exemple, le DNS), comme les AS de Packet Clearing House (PCH) et les services de registre mondial VeriSign, se classent respectivement selon le degré 3e et 4e pour PCH, et 13e pour VeriSign, avec un `port_capacity` d’environ deux ordres de grandeur inférieur à celui des hypergéants qui présentent des valeurs de degré similaires.



FIGURE 2.16 – *pDB-c-graph* : Visualisation des AS colorés par pays en utilisant les dispositions, ou *layout* OpenOrd et Yifan Hu de Gephi [100]. La taille des nœuds est proportionnelle à `port_capacity` et les couleurs des groupements, ou *clusters*, sont indiquées par les couleurs des étiquettes des pays pour une sélection des 25 plus grands *clusters*. La couleur des nœuds IXP est bleu clair et les AS identifiés comme *tiered* sont noirs. Le graphique peut être parcouru de manière interactive à l'adresse [101].



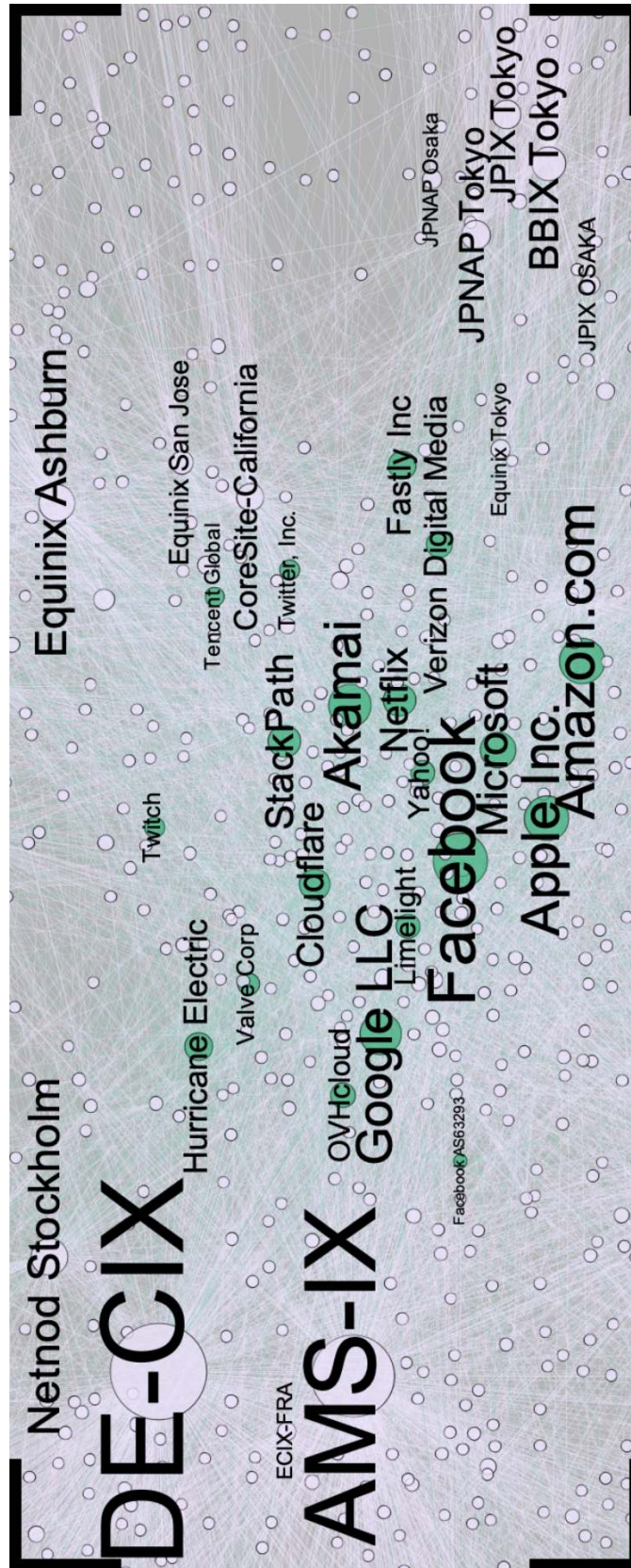


FIGURE 2.17 – *pDB c-graph* : Zoom sur la partie centrale de figure 2.16.

TABLE 2.5 – Métriques de classification des AS par pays. Les données de base sont obtenues de [51], et la prédiction est basée sur le pays de la majorité des IXP auxquels un AS appartient.

Pays	Précision	Rappel	F1-Score	Support
US	0.88	0.89	0.88	1360
CA	0.93	0.80	0.86	297
BR	0.99	0.99	0.99	1302
DE	0.75	0.86	0.80	484
NL	0.73	0.81	0.77	288
GB	0.90	0.76	0.82	440
FR	0.92	0.86	0.89	308
IT	0.94	0.91	0.93	228
ES	0.96	0.90	0.93	114
RU	0.90	0.91	0.90	290
PL	0.98	0.96	0.97	421
CN	0.79	0.48	0.60	56
IN	0.99	0.98	0.99	438
JP	0.92	0.96	0.94	227

## 2.6.2 Récupération des acteurs clés de l'échange de trafic

Nous étudions maintenant les propriétés structurelles du graphe afin de retrouver les principaux acteurs du peering. Nous commençons par dériver une classification des AS par pays et proposons une visualisation du graphe. Nous identifions les hypergéants à l'aide de la métrique de réseau reverse PageRank, et montrons avec la visualisation leur portée globale. Ensuite, pour des pays d'intérêt, nous extrayons les principaux receveurs de trafic avec la métrique PageRank, et nous montrons que les AS identifiés sont plutôt apparentés à des réseaux "eye-ball".

### 2.6.2.1 Structure régionale du *pDB c-graph*

Nous visons à affiner les informations géographiques rapportées par les AS dans PeeringDB sous l'étiquette `info_scope`. Cet attribut peut être référencé par le nom d'un continent ou par les codes suivants : `Global`, `Regional`, `Not Disclosed`. L'affinage permet de réduire la localisation des AS du niveau du continent au niveau du pays, ce qui est particulièrement nécessaire étant donné que 45 % des AS sont déclarés comme `Regional` ou `Not Disclosed`. Afin d'attribuer des pays aux AS, nous nous référons à leurs relations avec les IXP. En effet, les IXP disposent d'étiquettes `country` précises. Par conséquent, nous attribuons à un AS le pays de la majorité des IXP auxquels il appartient. Pour 5.46% des AS il n'y a pas de majorité, et nous leur donnons l'étiquette `Tied`.

La classification géographique a été évaluée par le jeu de données CAIDA AS

organizations [51]. Ce jeu de données associe les AS à des organisations, et récupère le pays des organisations grâce à l'entrée WHOIS des registres Internet régionaux ou par inférence. En considérant ce jeu de données comme une vérité de terrain, les mesures de classification telles que la précision, le rappel et le score F1 sont calculées et présentées dans le tableau 2.5. Le rappel est défini comme le rapport entre les vrais positifs et l'union des vrais positifs et des faux négatifs, et la précision est le rapport entre les vrais positifs et l'union des vrais positifs et des faux positifs. Un rappel élevé minimise les faux négatifs tandis qu'une précision élevée minimise les faux positifs. Enfin, le score F1 est une moyenne harmonique de la précision et du rappel. Un score F1 élevé se produit si le rappel et la précision sont tous deux élevés. Nous confirmons que, dans l'ensemble, la classification des pays basée sur la proximité des AS aux IXP dans PeeringDB est en bon accord avec CAIDA.

Nous nous demandons si cette classification géographique est cohérente avec la structure de *pDB c-graph*. Pour répondre à cette question, nous proposons une visualisation du *pDB c-graph* du 1er janvier 2020 dans les Figures 2.16 et 2.17. La disposition du graphe, calculée avec l'algorithme automatique Yifan Hu force-direct de Gephi [100], est disponible pour une navigation interactive dans [101]. La distribution géographique des AS est en bon accord avec la structure du *pDB c-graph*. Les liens et leurs poids arrangent les nœuds de façon à structurer le graphe autour des zones d'influence des IXP, qui tendent à être corrélées avec leur emplacement géographique. Les AS identifiés comme Tied sont répartis de manière homogène sur le réseau et sont souvent en relation avec quelques IXP de différents pays. Il est intéressant de noter que la topologie du graphe ne regroupe pas seulement les AS par pays, mais conserve la proximité géographique des pays. Par exemple, la partie supérieure gauche du graphe regroupe les pays d'Europe du Nord et de l'Est, tandis que la partie inférieure gauche regroupe les pays d'Europe centrale. La partie inférieure droite regroupe les pays d'Asie et d'Océanie, tandis que la partie supérieure droite regroupe les États-Unis, le Canada et les pays d'Amérique du Sud. Nous avons également étudié la relation entre la proximité régionale et structurelle avec la méthode de Louvain. Pour cela, nous avons utilisé une version de l'algorithme de Louvain [21] qui maximise la modularité de Barber [19] (définie à l'équation (1.15)), et qui est adaptée aux graphes bipartis [104]. Les compositions des communautés obtenues sont présentées dans le tableau 2.6. On remarque que la plupart des communautés correspondent à une zone géographique.

### 2.6.2.2 Les IXP et les hypergéants ont une portée mondiale

Nous extrayons les 20 meilleurs AS hautement diffusifs avec des mesures de reverse PageRank. Ces AS, répertoriés dans le tableau 2.7, comprennent les 15 AS hypergéants de [88], la plupart d'entre eux étant des fournisseurs de contenu ou des CDN. Dans le reste de ce document, nous appelons cet ensemble l'ensemble des hypergéants. Dans la figure 2.17, qui présente un zoom de la partie centrale du

TABLE 2.6 – Composition des 12 plus gros clusters de Louvain en port\_capacity du pDB c-graph.

Cluster Louvain	Distribution du pays des IXP	Nombre de différent pays d'IXP	Interprétation du cluster	port_capacity (%)	Nombre d'IXP (%)
0	US: 74   CA: 12   CO: 2   GU: 2   SG: 2	13	Amérique du Nord	18.5	14.6
1	DE: 22   AT: 4   CH: 4   US: 2   AE: 1	16	Pays Germaniques	11.7	6.4
2	FR: 15   GB: 11   IE: 4   US: 3   AU: 2	16	Europe de l'Ouest	10.1	6.9
4	NL: 9   BE: 1   BJ: 1   CA: 1   IS: 1	6	Pays-bas	10.1	2.0
7	BR: 34   RO: 4   AO: 2   KE: 2   US: 2	11	Brsil	8.6	7.3
8	AR: 22   JP: 13   CL: 6   HK: 2   BH: 1	10	Amérique du Sud, Asie de l'Est	8.3	7.1
5	ID: 16   TH: 7   PH: 4   HK: 3   SG: 3	12	Asie du Sud-Est	7.1	6.3
10	RU: 30   UA: 12   BG: 6   KZ: 3   KG: 2	12	Europe de l'Est	5.9	9.0
3	SE: 10   NO: 7   ES: 6   FI: 4   DK: 3	15	Pays scandinaves (et l'Espagne)	5.0	6.7
9	AU: 21   NZ: 6   US: 4   MY: 1	4	Océanie, Pacifique	3.4	4.7
6	TZ: 5   ZA: 5   US: 4   CA: 2   CD: 2	36	Afrique	2.8	7.3
14	PL: 11   RO: 2   PH: 1	3	Europe de l'Est	2.3	2.0

TABLE 2.7 – AS hypergéants : Top 20 AS en reverse PR du *pDB c-graph* du 1er janvier 2020. Les AS identifiés comme hypergéants dans [88] sont listés en gras.

Rang	Nom	Rang	Nom
1	<b>Facebook</b>	11	Fastly
2	<b>Amazon</b>	12	<b>Edgecast</b>
3	<b>Akamai</b>	13	<b>OVHcloud</b>
4	<b>Google</b>	14	<b>Limelight Networks Global</b>
5	<b>Apple</b>	15	<b>Yahoo!</b>
6	<b>Microsoft</b>	16	Valve Corporation
7	<b>Netflix</b>	17	<b>Twitch</b>
8	<b>Cloudflare</b>	18	Tencent Global
9	StackPath	19	<b>Twitter</b>
10	<b>Hurricane Electric</b>	20	CABASE-RCB

graphe, nous trouvons des hypergéants et des IXP importants qui jouent un rôle central puisqu'ils ont un très grand nombre de liens. Par exemple, des fournisseurs de contenu tels que Cloudflare, Akamai, Microsoft, Facebook, Amazon ou Netflix sont respectivement connectés à 226, 160, 158, 118, 111 ou 95 IXP. Hurricane Electric, PCH ou VeriSign sont connectés à 224, 170 ou 78 IXP. Les IXP centraux comme DE-CIX Frankfurt et AMS-IX relient les hypergéants aux AS européens, tandis que les IXP japonais les relient à l'Asie et à l'Océanie. Les IXP Equinix basés aux États-Unis relient les AS américains au reste du réseau. L'ensemble des AS connectés à un seul IXP est représenté par une forme de parapluie. Ces AS sont pour la plupart de type Cable/DLS/ISP. Plus un AS est proche du centre, plus son degré est élevé car il est connecté à plusieurs IXP. Nous observons également que les AS de degré supérieur sont majoritairement étiquetés de type NSP (Network Service Provider) ou Content. Cette dernière observation, étudiée plus en détail dans les sections suivantes, révèle une proximité géographique dont profitent les hypergéants pour atteindre les NSP et ISP mondiaux et régionaux par le biais de points d'échange de peering.

### 2.6.2.3 Réseaux eyeballs

Nous avons vu que les hypergéants sont facilement identifiables avec *pDB c-graph*. Maintenant que nous savons d'où provient la majorité du trafic, nous nous demandons ici si les AS les plus proches des end-users, connus sous le nom de réseaux eyeball, peuvent être récupérés dans PeeringDB. Intuitivement, nous nous attendons à ce que ces réseaux soient caractérisés par un fort comportement inbound dans leur zone géographique d'influence. Ainsi, nous les identifierons en utilisant la métrique PR et les informations géographiques de *pDB c-graph*.

Pour la validation, nous utilisons le jeu de données APNIC sur les clients des AS [105]. APNIC, via des mesures basées sur la publicité, estime pour chaque eye-

TABLE 2.8 – Part de marché des end-users d’AS par pays. La sélection des AS diffère, de la première à la dernière colonne : tous les AS APNIC, les AS présents à la fois dans PeeringDB et APNIC, les 4 premiers AS par EUMS présents à la fois dans PeeringDB et APNIC, les 4 premiers AS PR ISP et Not Disclosed, les receveurs de trafic (définis dans le corps).

	APNIC	pDB et APNIC	top4 pDB et APNIC	ISP/ND	receveurs de trafic
US	96.61	32.46	18.78	<b>13.67</b>	<b>9.57</b>
CA	99.49	86.88	52.98	3.44	3.44
BR	94.57	53.44	29.75	13.84	13.87
DE	99.36	92.84	60.38	24.32	29.38
NL	99.67	86.55	66.01	7.81	32.77
GB	99.39	87.44	61.85	<b>43.98</b>	<b>42.02</b>
FR	99.67	57.27	51.75	<b>28.09</b>	<b>28.04</b>
IT	99.55	60.28	53.95	13.23	<b>50.12</b>
ES	99.72	56.75	49.52	<b>45.07</b>	<b>46.38</b>
RU	98.24	40.25	30.09	0.71	0.01
PL	99.11	37.25	26.64	<b>15.82</b>	<b>19.65</b>
CN	99.85	56.44	56.07	0.01	0.00
IN	99.24	9.96	4.34	<b>3.32</b>	<b>3.33</b>
JP	99.69	92.12	63.54	14.54	21.96

ball AS leur part de marché d’utilisateur final, ou *end-user market share* (EUMS), par pays. Nous vérifions d’abord si les eyeballs APNIC couvrent, pour 15 pays d’intérêt, 100% de la population. Nous voyons dans le tableau 2.8, à l’entrée « APNIC », que l’EUMS aggloméré est généralement proche de 100%. Cependant, si l’on sélectionne les AS qui sont à la fois dans APNIC et dans PeeringDB (cf. entrée « pDB et APNIC » du tableau 2.8), ce pourcentage chute plus ou moins fortement, selon les pays. Les pays les plus sous-représentés sont l’Inde, la Pologne et les Etats-Unis, ce qui souligne que les AS eyeball dans ces pays ne peuvent pas ou ne veulent pas utiliser les IXP. Une autre limitation est que certains AS eyeball ne bénéficient pas du peering public, et ne sont donc pas présents dans le graphe. Par exemple, le fournisseur d’accès Internet Comcast, qui détient 15 % de parts de marché aux États-Unis, ne déclare pas son appartenance à des IXP en raison d’une politique de peering payant que nous avons abordé précédemment [56].

Nous nous attendons à ce que les AS eyeball aient une nature inbound et une présence régionale visible dans la structure de *pDB c-graph*. Pour les identifier, nous sélectionnons pour chaque pays un sous-ensemble d’AS avec un type d’activité déclaré DSL/Cable/ISP ou Not Disclosed. Dans ce sous-ensemble, nous récupérons les 4 premiers receveurs de trafic, c’est-à-dire les AS qui se classent dans les 4 premiers selon le PageRank. Nous excluons de cet ensemble les AS déjà présents dans l’ensemble des hypergéants. Nous vérifions si ces AS sont présents dans



APNIC et récupérons leur EUMS (tableau 2.8 entrée Top4 PR ISP/ND). Nous comparons ce nombre au meilleur EUMS accessible, c'est-à-dire l'EUMS aggloméré des 4 premiers AS présents à la fois dans APNIC et PeeringDB (tableau 2.8 entrée PeeringDB and APNIC top4). Pour 6 pays mis en évidence en gras, notre procédure récupère plus de la moitié des meilleurs EUMS accessibles, ce qui montre que *pDB c-graph* peut récupérer certains réseaux régionaux de type eyeball. Nous pouvons améliorer nos résultats en prenant en compte les NSP ainsi que les ISP et en supprimant manuellement les AS Not Disclosed et NSP qui n'ont pas d'end-users comme clients. Nous appelons les AS identifiés par cette procédure "receveurs de trafic". L'objectif ici n'est pas d'optimiser l'EUMS, mais plutôt de supprimer les AS manifestement mal identifiés, avec le moins d'altérations possibles. Nous avons supprimé Verisign, Telegram Messenger, et les 4 ISP de niveau 2 : Core-Backbone, Open Peering, Orange Polska et Brightwave. Nous observons que les eyeballs du Canada, de la Russie et de la Chine ne sont pas bien identifiés, principalement en raison de notre procédure de clustering qui les attribue de façon erronée aux États-Unis. Pour les autres pays, nous avons identifié des réseaux qui touchent une partie importante de la population.

Les principaux receveurs de trafic régionaux identifiés par notre procédure sont indiqués dans tableau 2.9. Nous constatons que les regroupements de pays dérivés de PeeringDB sont en bonne adéquation avec les pays APNIC<sup>16</sup>. Une erreur d'étiquetage notable est l'attribution aux États-Unis de NSP KDDI, qui représente 20 % des EUMS du Japon. Presque tous les AS identifiés sont présents dans APNIC. Pour la plupart des pays, nous sommes en mesure de retrouver au moins un ou deux AS ayant un rang élevé dans APNIC. Dans les prochaines parties, nous caractériserons comment ces réseaux eyeball capturent le contenu des hypergéants.

## 2.7 Dérivation des échanges de trafic AS-AS pour étudier le comportement diffusif des hypergéants

Les AS engagent des sessions de peering auprès des IXP afin d'échanger du trafic. Pour saisir pleinement ces interactions, il faudrait obtenir une matrice de trafic pour chaque IXP. De telles matrices de trafic ne sont pas divulguées publiquement, et seulement quelques-unes ont été décrites dans la littérature scientifique au cours des dernières années [93][94][82]. La capture des échanges de trafic entre AS au niveau des IXP n'est donc pas réalisable à l'échelle mondiale et dans un délai court d'une journée.

Dans cette section, nous montrons que la formulation sous forme de graphe de PeeringDB, couplée à la complémentation stochastique de la théorie des chaînes de Markov, peut partiellement résoudre ce problème. Nous nous appuyons sur la cooccurrence des AS aux IXP, pondérée par la taille des ports et le ratio déclaré

16. Pour un AS présent dans plusieurs pays, nous avons sélectionné le pays où l'AS a le plus grand nombre d'EUMS.

TABLE 2.9 – Principaux receveurs de trafic régionaux. Les AS sont récupérés selon la procédure décrite dans la sous-sous-section 2.6.2.3.

Name	PeeringDB		APNIC		
	CC	Rang	CC	Rang	EUMS
T-Mobile USA	US	1	US	2	9.53
Claro S.A.	US	2	BR	24	0.16
Zayo	US	3	US	44	0.04
KDDI	US	4	JP	1	19.76
Open X Tecnologia	BR	1	BR	40	0.0
G8	BR	2	BR	35	0.05
Claro S.A. (NET)	BR	3	BR	1	13.82
Sistemax Brasil	BR	4	BR	40	0.0
Telefónica DE	DE	1	DE	3	10.14
Vodafone DE	DE	2	DE	2	11.61
Saudi Telecom Company	DE	3	SA	17	0.0
Vodafone Kabel DE	DE	4	DE	5	7.63
KPN-Netco	NL	1	NL	1	29.85
BICS	NL	2	CN	39	0.0
T-Mobile Thuis	NL	3	NL	6	2.92
Joint Transit	NL	4			
BTnet	GB	1	GB	3	16.77
TalkTalk	GB	2	GB	5	5.77
Sky Broadband	GB	3	GB	1	19.21
Hyperoptic	GB	4	GB	20	0.27
Bouygues Telecom ISP	FR	1	FR	4	13.65
SFR Group	FR	2	FR	3	14.37
Zayo France	FR	3	FR	21	0.02
moji	FR	4	FR	23	0.0
WIND Telecom.	IT	1	IT	3	17.02
NGI	IT	2	IT	8	1.37
Fastweb	IT	3	IT	4	10.44
Vodafone Italy	IT	4	IT	2	21.29
MásMóvil	ES	1	ES	4	6.35
Orange Spain	ES	2	ES	2	24.92
Vodafone España	ES	3	ES	3	13.63
Aire Networks del M.	ES	4	ES	10	1.48
Netia S.A.	PL	1	PL	5	3.92
VECTRA	PL	2	PL	6	3.38
Polkomtel	PL	3	PL	2	12.27
Korbank	PL	4	PL	26	0.08
SoftBank	JP	1	JP	2	19.23
Level 3 AS 3356	JP	2	US	39	0.09
Colt	JP	3	DE	30	0.09
BIGLOBE	JP	4	JP	8	2.73

par les AS entre le trafic entrant et le trafic sortant, pour approximer les échanges de trafic des AS à l'échelle mondiale. Notre méthode consiste en deux étapes : i) construire une matrice de Google qui encode les interactions du graphe ; ii) calculer une réduction de cette matrice, appelée matrice de Google réduite, pour les seuls nœuds d'intérêt. La réduction de la matrice nous permet de censurer les IXP et de récupérer uniquement les interactions indirectes AS-AS. Nous l'utiliserons pour étudier le comportement diffusif des hypergéants vers les principaux receveurs de trafic régionaux identifiés dans la section précédente. Dans le reste du chapitre, nous faisons référence au *réseau réduit d'AS* comme étant l'union des hypergéants et des receveurs régionaux listés dans les tableaux 2.7 et 2.9.

### 2.7.1 Comportement diffusif des hypergéants

Pour étudier le comportement diffusif des hypergéants, nous construisons une matrice réduite de Google qui les englobe ainsi que les principaux receveurs de trafic régionaux. Les avantages de cette réduction sont doubles. Premièrement, en masquant les IXP, nous obtenons des interactions AS-AS. Deuxièmement, en masquant tous les autres AS, nous obtenons une matrice Google plus petite et intelligible.

Nous avons vu que le PageRank est une mesure de la centralité qui capture la capacité des nœuds à concentrer le trafic. Afin d'étudier la capacité des nœuds à envoyer du trafic et leur comportement diffusif, nous utilisons la métrique reverse PageRank en calculant le complément stochastique du *pDB c-graph* inversé. On note  $G^*$  et  $G^{R*}$  les matrices de Google associées à un tel graphe. Dans ce cas, l'élément  $G_{i,j}^{R*}$  représente la probabilité, à travers les liens directs et indirects, que le trafic arrivant au nœud  $j$  provienne de  $i$ . Pour l'analyse, nous ne montrons pas les valeurs diagonales qui représentent le trafic revenant à son point d'origine, qui n'a pas de réalité physique. Pour ce faire, nous mettons les éléments diagonaux à 0 et renormalisons les colonnes pour obtenir une matrice stochastique.

La matrice des interactions directes et indirectes  $G^{R*}$ , représentée dans la figure 2.18, présente deux propriétés intéressantes. La première est le bloc de liens forts dans le coin supérieur droit, identifié par des lignes pointillées blanches, qui représente la diffusion des hypergéants vers les principaux ISP régionaux. La concentration de liens dans cette zone confirme l'emprise des hypergéants sur les ISP régionaux. La deuxième propriété est constituée par les structures de blocs apparaissant sur la diagonale de la matrice, mettant en évidence les échanges de trafic locaux permis par les IXP. En particulier, nous signalons un lien fort aux Pays-Bas entre KPN-Netco et Joint-Transit, résultant du fait que les deux acteurs ont leurs ports de grande taille uniquement aux mêmes IXP NL-IX et NL-IX2. Ce lien capture la capacité possible qui est offerte par l'infrastructure de peering du réseau physique pour interconnecter les deux AS. Cependant, il n'y a actuellement aucun chemin d'AS qui signale les deux AS dans le plan de contrôle BGP. Ce lien pourrait aussi montrer qu'ils bénéficient des interactions avec les mêmes AS tiers.

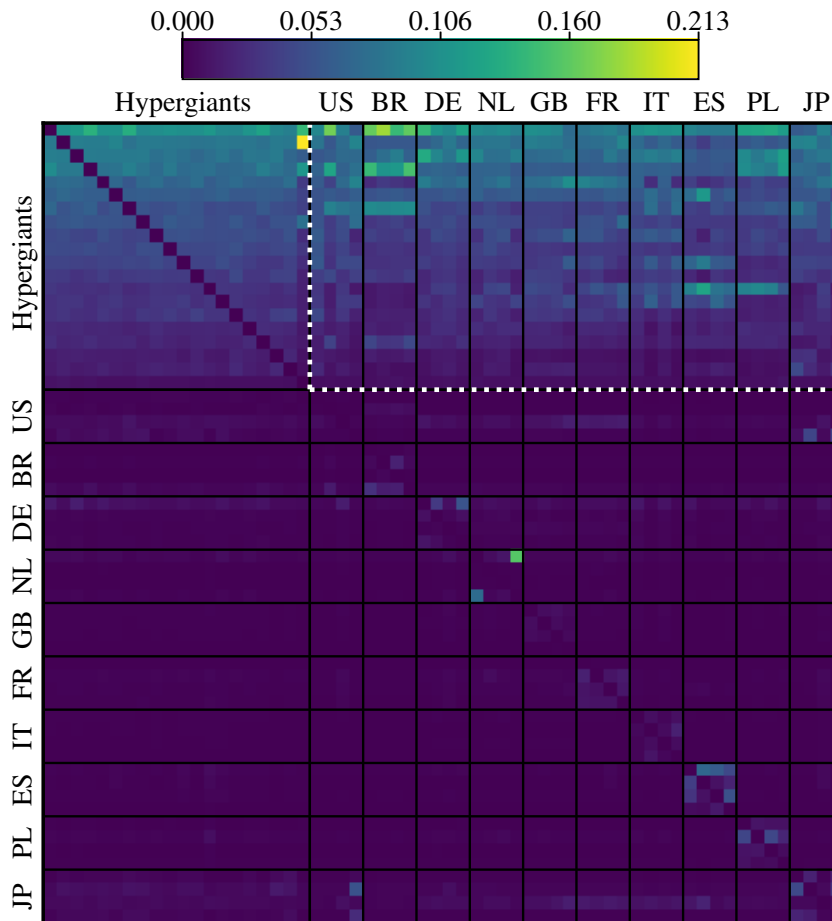


FIGURE 2.18 – Matrice de Google réduite  $G^{R*}$  pour le réseau réduit d’hypergéants et de receveurs de trafic. Les hypergéants (resp. les receveurs de trafic) sont listés dans l’ordre de tableau 2.7 (resp. tableau 2.9). Le bloc entouré de lignes pointillées blanches représente la partie diffusion des hypergéants vers les receveurs de trafic.

## 2.8 Étude de cas : Évolution de la demande de contenu provoquée par l'épidémie de COVID-19

Dans les sections précédentes, nous avons vu que *i*) les hypergéants sont au coeur du *pDB c-graph* et ont une portée mondiale et que *ii*) la structure de *pDB c-graph* révèle une proximité géographique entre les hypergéants et les ISP eyeball régionaux.

Les réseaux de diffusion de contenu et hypergéants se connectent à des ISP régionaux au niveau des IXP pour améliorer l'expérience de l'utilisateur final [73] et élargir leur portée. L'épidémie de COVID-19 a entraîné une demande de capacité plus importante de la part des utilisateurs finaux [106][107], ce qui a obligé les hypergéants à ajuster leur stratégie de peering en augmentant la taille totale des ports entre le 1er janvier 2019 et le 1er mars 2021. comme le montre l'évolution de la capacité globale des ports de PeeringDB de la figure 2.12. Cependant, il n'est pas encore clair dans quelle mesure leur proximité avec les ISP régionaux a changé. Dans cette dernière partie, nous cherchons à identifier comment les hypergéants ont augmenté ou diminué leur portée vers les réseaux eyeball en utilisant une analyse réduite de la matrice Google.

Par conséquent, nous dérivons d'abord la matrice de Google du graphe complet. Ensuite, nous calculons la matrice de Google  $\mathbf{G}^{\text{R}^*}$  du réseau réduit des AS, cette matrice codant la diffusion des hypergéants vers les eyeball. Nous calculons  $\mathbf{G}^{\text{R}^*}|_{d_1}^{d_2}$ , le changement relatif des éléments de  $\mathbf{G}^{\text{R}^*}$  entre deux dates  $d_1$  et  $d_2$  donné par

$$\mathbf{G}^{\text{R}^*}|_{d_1}^{d_2}(i, j) = \frac{\mathbf{G}^{\text{R}^*}|_{d_2}(i, j) - \mathbf{G}^{\text{R}^*}|_{d_1}(i, j)}{\mathbf{G}^{\text{R}^*}|_{d_1}(i, j)}. \quad (2.4)$$

Les résultats sont présentés dans la figure 2.19.

Pour une meilleure visibilité, nous limitons la carte des couleurs à l'intervalle allant de  $-0.5$  à  $1.0$ , où  $-0.5$  représente une diminution de 50 % d'un lien par rapport à sa valeur initiale et  $1.0$  une augmentation de 100 %. Pour la première période, les liens plafonnés sont Netflix  $\rightarrow$  Zayo France, Netflix  $\rightarrow$  WIND Telecom avec des valeurs respectives de 1.07, 1.03. Pour la deuxième période, les liens plafonnés sont Cloudflare  $\rightarrow$  Zayo France, Cloudflare  $\rightarrow$  G8 avec des valeurs respectives de 1.34 et 1.09.

Pendant la première vague l'épidémie de COVID, les plus fortes augmentations de liens sont constatées pour Netflix  $\rightarrow$  (WIND Telecom, Zayo France, SFR Group, SoftBank), Microsoft  $\rightarrow$  (Fastweb, Sky Broadband) et Edgecast  $\rightarrow$  Vodafone Italy. Les changements négatifs sont OVHcloud  $\rightarrow$  (SFR Group, Orange Espagne), Twitter  $\rightarrow$  Vodafone España, StackPath  $\rightarrow$  G8. Nous calculons la somme de chaque ligne pour déterminer les AS qui ont le plus investi. Netflix est de loin en tête, investissant principalement en France, en Italie, au Japon et en Grande-Bretagne, suivi par Microsoft qui a investi en Grande-Bretagne, en Italie et au Japon, puis par Fastly en Pologne, en Italie, en Grande-Bretagne, et enfin Edgecast en Italie et en Espagne. Netflix signale en effet une augmentation de la capacité des IXP pour

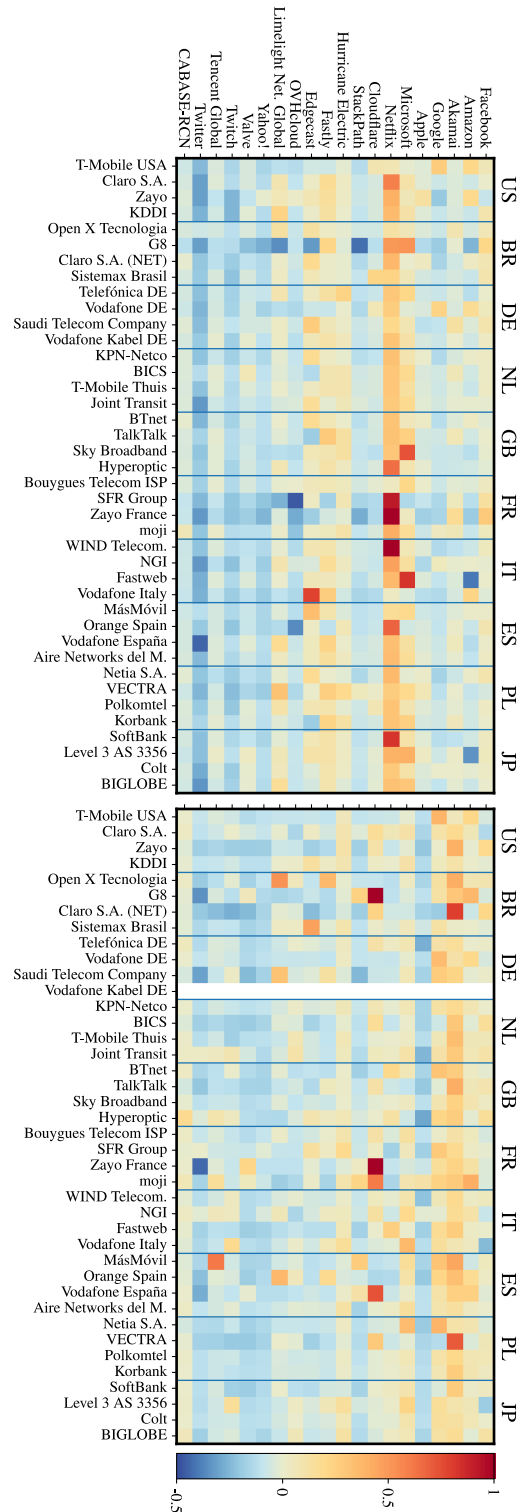


FIGURE 2.19 – Changement de temps relatif des matrices réduites de Google  $G^{R*}|_{2020-01-01}^{2020-06-01}$  (en haut) and  $G^{R*}|_{2020-06-01}^{2021-01-01}$  (en bas). Seulement la partie supérieure droite de  $G^{R*}$  est montrée, qui correspond à la partie de diffusion des hypergéants vers les receveurs de trafic régionaux.

faire face à une demande croissante des end-users pendant l'épidémie [90]. Les AS qui ont le moins investi sont Twitter, Twitch, Yahoo! et OVHcloud.

Après la première vague, les plus fortes augmentations de liens sont constatées pour Cloudflare → (Zayo France, G8, Vodafone España) et Akamai → (Claro SA, Vectra). Les changements négatifs sont notamment Twitter → (Zayo France, G8, Saudi Telecom Company) et Apple → Hyperoptic. Les principaux investisseurs sont Akamai au Brésil, en Pologne, en Grande-Bretagne, en Espagne et aux Pays-Bas, suivi de Google en Allemagne, en Espagne et en France, puis de Cloudflare en France et au Brésil. Les AS qui ont le moins investi sont Twitter, Apple, Yahoo! et Valve.

## 2.9 Conclusion

Cet article propose un nouveau modèle de réseau Internet à partir des enregistrements de la base de données PeeringDB, le *pDB c-graph*, qui offre une image grossière mais réaliste de la capacité globale fournie par les AS dans l'écosystème du peering public. Son originalité réside dans les liens pondérés et orientés qui capturent respectivement la taille des ports et les étiquettes *info\_ratio* des AS. À partir de ce modèle, nous sommes en mesure d'identifier les acteurs clés d'Internet tels que les hypergéants et les importants réseaux régionaux de type eyeball présents dans la base de données PeeringDB. Nous montrons qu'il est possible, avec une représentation du graphe sous la forme d'une matrice de Google et de sa version réduite, d'extraire pour un ensemble donné d'AS leur capacité d'interconnexion offerte par l'infrastructure physique publique mondiale de peering. Comme cas d'utilisation, nous proposons une étude qui quantifie et identifie les liens affectés par l'épidémie de COVID-19 en 2020, tels que capturés par l'évolution des AS et IXP de PeeringDB dans le temps.

# Imbrication de l'écosystème du peering public d'Internet

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>83</b>
<b>3.2</b>	<b>Construction des graphes</b> . . . . .	<b>84</b>
3.2.1	Graphe AS-pays : répartition des AS par pays . . . . .	86
3.2.2	Graphe AS-IXP : adhésion des AS aux IXP . . . . .	86
<b>3.3</b>	<b>Nestedness du graphe AS-pays</b> . . . . .	<b>88</b>
3.3.1	Au niveau du graphe . . . . .	88
3.3.2	Au niveau des nœuds : étude de la robustesse . . . . .	89
<b>3.4</b>	<b>Nestedness du graphe AS-IXP</b> . . . . .	<b>96</b>
3.4.1	Au niveau du graphe . . . . .	96
3.4.2	Au niveau des partitions . . . . .	98
<b>3.5</b>	<b>Étude de la composante imbriquée principale du graphe AS-IXP</b> .	<b>101</b>
3.5.1	Au niveau du graphe . . . . .	101
3.5.2	Au niveau des nœuds : étude de la robustesse . . . . .	102
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>102</b>

---

Dans ce chapitre, nous allons mettre en évidence la structure imbriquée de l'écosystème du peering public. On s'attend à ce que le *pDB c-graph*, modélisé et analysé au chapitre précédent, présente cette structure par analogie avec des systèmes de biologie. Nous verrons que cela peut avoir des applications utiles comme l'étude de la robustesse du réseau à des attaques.



### 3.1 Introduction

L'écosystème du peering public est un système complexe. Ses acteurs principaux, les AS, sont différents types d'entreprises (e.g. ISP, NSP, CP, LSNSCP, ...) déployés à différentes échelles dans le monde entier. Ils s'interconnectent aux IXP, formant un tissu de peering dense permettant de réduire les coûts d'opérations et d'améliorer la qualité de service. Les IXP, quant à eux, assurent leur compétitivité par leur offre de services (e.g. peering public/privé, via route server, cloud, BGP blackholing) et leur présence dans des lieux attractifs comme les grandes zones métropolitaines. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, le *pDB c-graph*, un graphe biparti AS-IXP dérivé de PeeringDB, est assez expressif pour retrouver les principales caractéristiques de ce système complexe.

De nombreux systèmes complexes, principalement en biologie et en économie, sont modélisés sous forme de graphes présentant une structure imbriquée, ou *nested* [10]. En biologie, on en retrouve lorsqu'on s'intéresse à la répartition d'espèces sur des sites géographiques (graphes biparti espèce-site) [35], ou dans des réseaux mutualistes comme la pollinisation et la dispersion de graines (graphes bipartis espèce-plante) [108]. Plus récemment, en économie, la *nestedness* des réseaux d'exportations (graphes biparti pays-produit) explique la capacité (*fitness*) d'un pays à exporter des produits plus ou moins complexes [12]. Le concept de *nestedness* a été appliqué à l'étude de robustesse de réseaux [109] et à la prédiction de liens [110]. De manière plus générale, cette structure implique un ordre qui simplifie l'étude des réseaux complexes.

Bien que cela n'ait pas encore été étudié, on pourrait aussi retrouver de l'ordre dans l'écosystème du peering public. Par exemple, il est naturel de penser que si un AS veut développer sa présence dans un nouveau pays, disons en France, il va commencer par s'investir à Paris, puis à Marseille, Lyon et Toulouse, et non pas dans l'ordre inverse. De la même manière, il est plus probable qu'un CDN soit présent à un IXP si ce-dernier est attractif, à savoir s'il est bien situé et s'il a déjà pour membres les ISP locaux qui captent le trafic. On voit avec ces deux exemples que le peering public a un fort potentiel d'être imbriqué, le premier s'apparentant aux réseaux biologiques espèce-site, tandis que le second pouvant faire penser à des réseaux mutualistes.

À notre connaissance, c'est la première fois que le concept de *nestedness* est appliqué dans le contexte des réseaux informatiques. Cela pose des nouvelles questions sur le choix des méthodes, leur passage à l'échelle et l'interprétation des résultats. Dans cette étude, nous considérons un sous-ensemble de travaux sur l'imbrication pertinents, comme la quantification de la *nestedness* [111], l'impact de la pondération [23], les classements des nœuds [12, 109] et la structure en communauté [11], pour interroger s'ils sont applicables ou non à notre système.

Nos travaux apportent les contributions suivantes

- Par analogie avec la biologie, nous modélisons l'écosystème de peering public sous la forme de deux graphes conformes à l'étude de l'imbrication.
- Nous montrons la structure imbriquée du graphe représentant la réparti-

Système	nœuds lignes	nœuds colonne	Liens
Pollinisation	Animal pollinisateur	Plante pollinisée	Pollinisateur pollinise plante
Adhésion pDB	AS	IXP	AS est membre de IXP
Réseau spatial	Espèce	Île, site	Espèce occupe île, site
pDB spatial	AS	Pays	AS est présent dans pays

TABLE 3.1 – Analogie entre graphes bipartis écologiques et les graphes issus de PeeringDB considérés dans notre étude.

tion des principaux AS dans les pays du monde (graphe biparti AS-pays).

- Nous caractérisons la structure en communautés imbriquées du graphe de l'adhésion des AS aux IXP (graphe biparti AS-IXP).
- En cas d'application, nous montrons que, pour ces deux graphes, la métrique de nestedness au niveau des nœuds appelées fitness donne l'ordre d'attaque de réseau par suppression de nœud le plus efficace.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans la prochaine section, nous présenterons la construction des deux graphes issus de PeeringDB. À la section 3.3, nous montrerons l'imbrication du graphe AS-pays et, comme cas d'application, étudierons sa robustesse à l'attaque de nœuds. La section 3.4 est consacrée au graphe AS-IXP, où nous montrerons qu'il présente une composante imbriquée principale. Enfin, nous quantifions l'imbrication de cette composante principale à la section 3.5 et évaluerons sa robustesse aux attaques.

## 3.2 Construction des graphes

On peut choisir de représenter l'écosystème de peering sous forme de différents graphes. Nous résumons les deux graphes considérés dans notre étude, issus de PeeringDB, ainsi que l'analogie avec les systèmes biologiques dans le tableau 3.1. Le premier est l'adhésion des AS aux IXP, tandis que le second est la présence des AS dans les pays du monde. Pour ce dernier graphe, on utilise l'attribut `country` des IXP pour les grouper et former un nœud par pays. On fait remarquer que l'attribut `city` est aussi disponible, permettant une résolution géographique très fine. Cependant, le champ d'entrée de cette information est libre, ce qui est source d'incohérences. Par exemple, on obtient pour les IXP de New-York les attributs « New York », « New York City », « New York/New Jersey ». Ce dernier attribut montre aussi une autre difficulté : deux IXP peuvent être enregistrés dans deux villes différentes, mais en réalité appartenir à la même aire urbaine.

Il faut s'assurer que les graphes sont bien conditionnés, c'est-à-dire qu'ils respectent les mêmes propriétés que ceux manipulés dans les travaux sur la nestedness. Les réseaux biologiques imbriqués couramment étudiés dans la littérature sont présents dans la base de donnée *web of life* [112]. La plupart d'entre eux présentent les propriétés suivantes.

- Le graphe est biparti et non dirigé.

- Par simplicité, les réseaux pondérés sont souvent étudiés sous leur forme non pondérée. Cependant, l’impact de la pondération a un effet important sur l’observation ou non de la nestedness. Les auteurs de [23] ont montré que certains réseaux non pondérés connus pour être imbriqués ne le sont plus lorsqu’on prend en compte la pondération.
- Ils ont une taille modeste : il est rare de voir des graphes dépassant le millier de nœuds dans chaque classe. Cela est dû au fait que les données en biologie sont collectées sur le terrain et sont donc peu volumineuses selon les standards de la communauté « réseaux complexes ». Par conséquent, il est courant que les algorithmes et méthodes en relation à la nestedness ne passent pas à l’échelle. Les études de nestedness sur des réseaux de grandes tailles ne se sont développées que récemment dans [113, 114]. Les auteurs s’intéressent à l’évolution temporelle du graphe biparti utilisateur-hashtag issu du réseau social Twitter, un graphe de grande taille plus facile à collecter que des données sur le terrain. Dans ce cas, pour que la durée des calculs reste raisonnable, les auteurs ont sélectionné uniquement les 1024 utilisateurs les plus actifs. Les auteurs eux-mêmes reconnaissent ce choix comme étant arbitraire, et nous serons malheureusement amenés à faire de même.
- Ils ont des restrictions sur les dimensions et le remplissage de la matrice de bi-adjacence. Les métriques de nestedness au niveau du graphe sont sensibles à ces quantités [115], il est donc préférable de se placer dans les mêmes conditions pour pouvoir tirer les mêmes conclusions. Les auteurs de [115] s’intéressent aux quantités :

$$\text{taille} \equiv N = N_r + N_c, \quad (3.1)$$

$$\text{densité de liens} \equiv \phi = \frac{L}{N_r + N_c}, \quad (3.2)$$

et

$$\text{excentricité} \equiv e = \frac{|N_r - N_c|}{N_r + N_c}, \quad (3.3)$$

avec  $N_r$  et  $N_c$  respectivement le nombre de lignes et de colonnes, et  $L$  le nombre de liens. Ils observent notamment que la densité de liens a un impact significatif sur la quantification avec la métrique NTC de la nestedness au niveau du graphe. Dans les réseaux étudiés, l’excentricité est typiquement comprise entre 0 et 0.5 [115].

- Le graphe a une structure simple, c’est-à-dire qu’il ne présente pas de structure en communautés ou en plusieurs composantes imbriquées. Adapter ces structures au concept de nestedness est relativement nouveau [11].

Nous proposons d’adapter le graphe biparti AS-IXP pondéré par la taille des ports pour répondre à ces critères. Nous considérons uniquement la composante connexe principale, qui comprend plus de 99% des nœuds. Ce graphe, à la date du 1er mars 2021 comprend 11407 AS et 780 IXP reliés par 31889 liens.

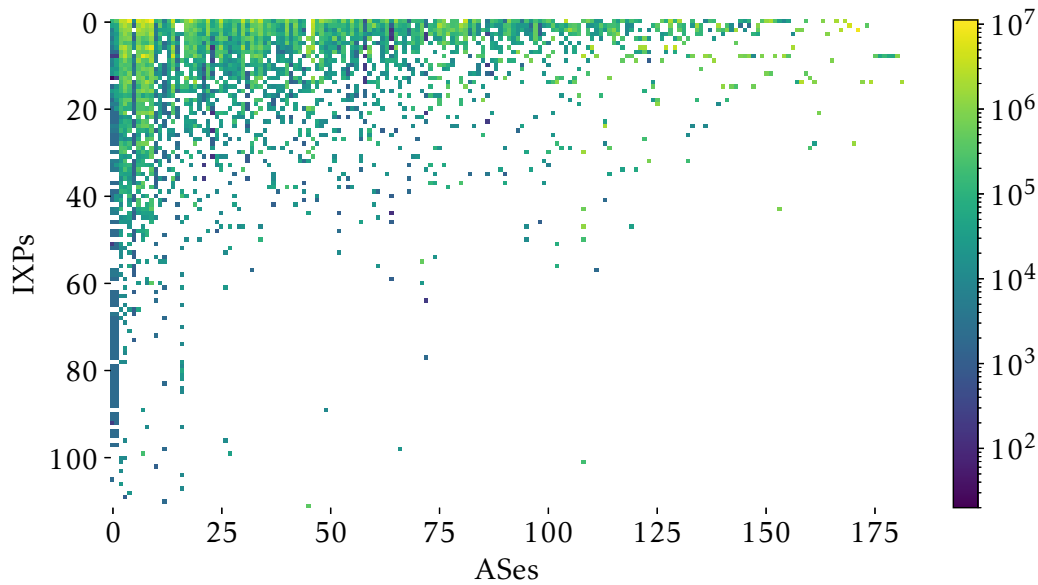


FIGURE 3.1 – Matrice de bi-adjacence pondérée du graphe AS-pays. Les lignes et colonnes sont ordonnées par degré décroissant. L'échelle de couleur représente la pondération des liens.

### 3.2.1 Graphe AS-pays : répartition des AS par pays

Pour construire le graphe de la répartition des AS par pays, on agglomère les IXP par pays. Nous nommons ce graphe AS-pays. Les poids des liens dupliqués sont sommés pour ne former qu'un seul lien pondéré par la somme. Nous trouvons 112 pays différents enregistrés par les IXP. Pour garder un équilibre entre le nombre d'AS et le nombre de pays et réduire la taille du réseau, on ne sélectionne qu'un sous-ensemble d'AS les plus importants. Nous prenons l'union des  $topN = 100$  meilleurs AS par classement PageRank et reverse PageRank du *pDB c-graph*, ainsi que le classement de degré. Cet ensemble comprend 182 AS. Le graphe obtenu a pour densité de lien  $\phi = 7.8$  et son excentricité vaut  $e = 0.24$ . On représente sa matrice de bi-adjacence, dont les lignes et colonnes sont ordonnées par le degré décroissant, dans la figure 3.1. Bien que n'ayant pas encore considéré des métriques propres à la nestedness au niveau des nœuds, on voit que la matrice d'adjacence ordonnée ainsi présente une structure triangulaire caractéristique des réseaux imbriqués.

### 3.2.2 Graphe AS-IXP : adhésion des AS aux IXP

Ici, on peut avoir un nombre d'AS plus grand que le graphe AS-pays sans introduire une excentricité trop importante car le nombre d'IXP est plus élevé que le nombre de pays. On souhaite néanmoins réduire le nombre d'AS pour que les temps de calculs soient raisonnables. On montre l'impact de la suppression de nœuds sur le graphe dans la figure 3.2. On considère des seuils sur le degré et

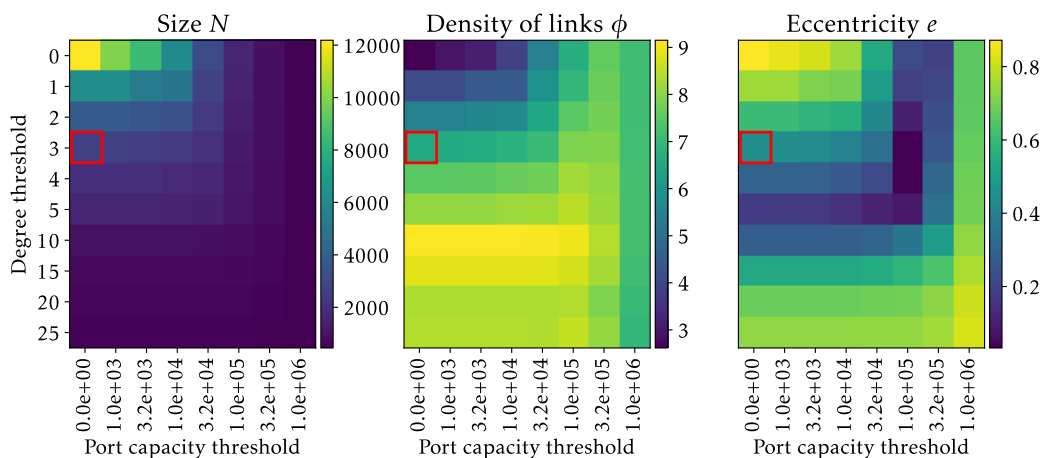


FIGURE 3.2 – Impact de la suppression de nœuds, selon des seuils de degrés et `port_capacity`, sur le graphe d’adhésion des AS aux IXP. De gauche à droite, nous montrons les quantités taille  $N$ , densité de liens  $\phi$  et excentricité  $e$ , définies aux équations (3.1), (3.2) et (3.3). Les seuils retenus dans notre étude sont mis en évidence en rouge.

la `port_capacity` pour filtrer les nœuds. Par exemple, imposer un seuil de  $d = 3$  et `port_capacity` =  $1.0 \times 10^3$  supprimera tous les nœuds de degré  $d \leq 3$  ou de `port_capacity`  $\leq 1.0 \times 10^3$ . On voit dans cette figure beaucoup de nœuds ayant un degré faible, et donc filtrer les nœuds par le degré réduit fortement la taille du réseau. Le filtrage selon la `port_capacity` permet aussi de réduire la taille de manière moins abrupte. Quels que soient les seuils, la densité de lien est comprise dans le même intervalle que les réseaux de *web of life* reportés dans [116]<sup>1</sup>. On voit une zone idéale d’excentricité  $e < 0.5$ , pour des seuils ni trop haut et ni trop bas (dans le premier cas, les IXP sont sur-représentés, tandis que pour le second ce sont les AS qui sont trop nombreux). Dans la suite, nous avons construit un réseau avec des nœuds de degrés supérieurs à trois, sans filtre sur la `port_capacity`, pour faire descendre le nombre de nœuds à 1942 AS et 739 IXP. Ces nœuds sont connectés par 17689 liens, et le graphe a une densité de liens de  $\phi = 6.6$  et une excentricité de  $e = 0.45$ .

Nous étudions dans la suite la *nestedness* des deux graphes présentés. Notre démarche est de mettre en lumière, si elle existe, une structure imbriquée, à l’aide des métriques présentées dans la sous-section 1.2.3. Pour chaque graphe, on commence par évaluer leur degré d’imbrication avec des métriques de *nestedness* au niveau du graphe. En fonction du résultat obtenu, nous considérerons ensuite des métriques d’imbrication au niveau du nœud et au niveau de la partition.

1. Dans cet article, les auteurs reportent le remplissage de la matrice au lieu de la densité de lien. Le remplissage étant défini par  $L/(N_r \times N_c)$ , ces quantités sont analogues.

TABLE 3.2 – Résultats des tests statistiques de mesures de nestedness au niveau du graphe pour le graphe AS-pays. La valeur de nestedness de référence a été comparée à celles d'un ensemble statistique de taille 1000. Dans chaque cellule, on donne la p-value avec, entre parenthèses, le z-score.

	$\tilde{\eta}$	NODF	spectral radius
FF (CB)	0.885 (-1.22)	0.966 (-1.81)	0.002 (2.92)
PP (Bascompte)	0.001 (80.59)	0.001 (61.04)	0.001 (29.97)
PP (corrected)	0.001 (27.34)	0.001 (20.93)	0.001 (11.42)
EE	0.001 (747.91)	0.001 (300.60)	0.001 (227.31)

### 3.3 Nestedness du graphe AS-pays

Dans cette section, nous quantifions le degré d'imbrication du graphe AS-pays et, comme cas d'application, étudions sa robustesse à des attaques par suppression de nœuds.

#### 3.3.1 Au niveau du graphe

La première étape est de vérifier que le graphe est imbriqué, en travaillant d'abord avec la version binaire de la matrice de bi-adjacence (graphe biparti non pondéré). Pour mesurer la nestedness au niveau du graphe, nous avons utilisé les métriques  $\tilde{\eta}$  [11] (définie à l'équation (1.19)), NODF [24] (équation (1.18)) et spectral radius [23]. Le résultat a ensuite été comparé à des ensembles statistiques de taille 1000, consistant en des matrices générées aléatoirement mais préservant des propriétés du graphe AS-pays. Pour générer ces matrices, nous avons utilisé les modèles Equiprobable-Equiprobable (EE), Proportionnel-Proportionnel (PP) et Fixé-Fixé (FF) [26]. Ces modèles ont différentes implémentations [27-29] mises à disposition par les auteurs de [27]. Le modèle PP a deux implémentations. La première, appelée Bascompte du nom de son auteur, a été proposée dans [28]. La seconde, appelée *corrected*, est introduite par les auteurs de [27]. Les résultats des tests statistiques, exprimés par la p-value et le z-score définis à la sous-section 1.2.3, sont donnés dans le tableau 3.2. En général, on considère qu'une p-value inférieure à 0.05 est suffisante pour dire que le réseau est plus nested que l'ensemble statistique [30, 117]. Dans notre cas, seulement le modèle FF pour les métriques  $\tilde{\eta}$  et NODF ne donne pas d'indications d'une forte nestedness. Ce modèle étant connu pour rejeter des réseaux imbriqués (erreur de type II), on en conclut que le réseau AS-pays non pondéré est imbriqué.

Comme on peut le voir dans la figure 3.1, les poids des liens peuvent varier considérablement. De plus, nous avons vu à la figure 2.15 du chapitre précédent que la corrélation entre degré et `port_capacity` des AS est assez faible. Il est donc important de considérer aussi la répartition des poids pour quantifier le degré d'imbrication. Les auteurs de [23] ont développé cette idée, en montrant que des réseaux complexes pondérés sont imbriqués lorsqu'on considère leur matrice de

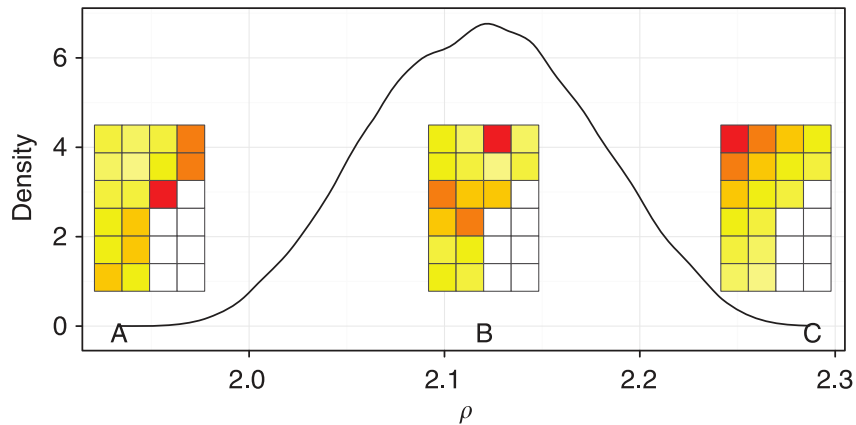


FIGURE 3.3 – Impact de la répartition des poids sur la métrique d'imbrication au niveau du graphe spectral radius  $\rho$  [23]. Les auteurs représentent la fonction de densité de probabilité de  $\rho$  d'après l'ensemble aléatoire obtenu en permutant de manière aléatoire les poids d'un graphe de 17 liens. La structure du graphe binaire est fortement imbriquée, cependant on voit que les poids peuvent se répartir sur cette structure de manière anti-imbriquée (graphe A), aléatoire (graphe B) et imbriquée (graphe C).

bi-adjacence binaire, mais, qu'en réalité, la distribution des poids peut ne pas être imbriquée, voire même être anti-imbriquée. Cette idée est illustrée à la figure 3.3. Nous reprenons la même démarche que dans ces travaux pour quantifier l'imbrication pondérée du graphe. On choisit la métrique spectral radius, car les auteurs ont montré qu'elle s'adapte bien au cas pondéré. Pour générer l'ensemble aléatoire, on reprend le plus strict des quatre modèles proposés. Il consiste à garder la structure binaire du réseau mais de permuter aléatoirement les poids des liens, comme montré dans la figure 3.3. On présente les résultats dans la figure 3.4. Avec un p-value de 0.0001 et un z-score de 11.16, on conclut que la structure de graphe AS-pays est fortement imbriquée, même en considérant la pondération des liens. On peut maintenant étudier plus finement ce réseau en identifiant les nœuds contribuant à l'imbrication.

### 3.3.2 Au niveau des nœuds : étude de la robustesse

Nous travaillons sans pondération pour reprendre la méthode développée dans [109]. Nous avons utilisé les métriques les plus populaires, à savoir BINMATNEST et fitness-complexity, ainsi que le spectral rank. Des classements des nœuds est obtenu à partir de ces métriques. On peut alors réordonner les lignes et colonnes de la matrice d'adjacence selon les classements pour faire apparaître la structure triangulaire. Les résultats sont montrés dans la figure 3.5, avec pour comparer la matrice ordonnée par le degré. La comparaison avec le degré est une bonne manière de savoir si les métriques apportent des informations nouvelles. En effet, le degré est une métrique classique, facile à interpréter, et reste pertinent dans le cadre de

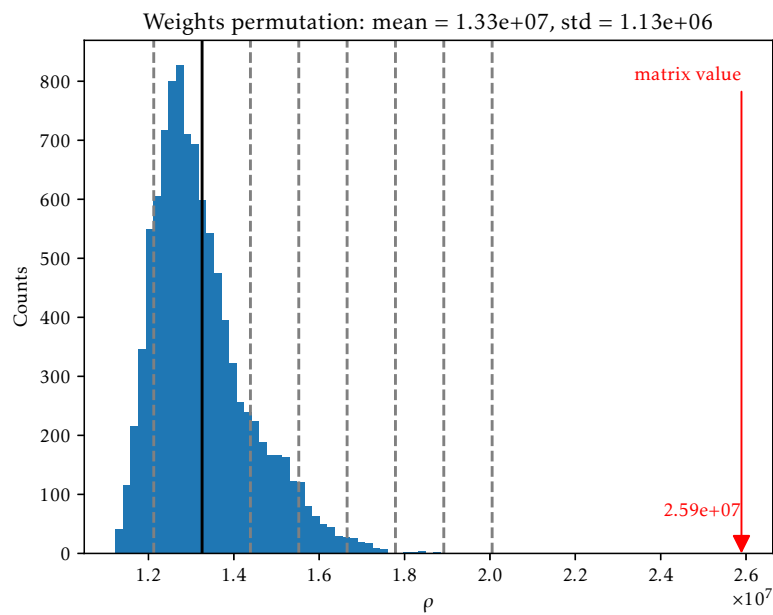


FIGURE 3.4 – Résultats des tests statistiques de mesures de nestedness au niveau du graphe pour le graphe pondéré AS-pays. On représente la distribution du spectral radius  $\rho$  de l'ensemble statistique par un histogramme, qu'on compare à la valeur de référence du graphe. L'ensemble statistique consiste à garder la structure binaire du graphe mais à permuter 10000 fois la pondération des liens (test iv introduit dans [23]). Le test montre que le graphe est significativement imbriqué, avec un p-value de 0.0001 et un z-score de 11.16.



l'imbrication car celle-ci a dans sa définition une condition sur la décroissance du degré. On observe pour toutes les métriques la structure en bloc triangulaire. La différence principale est entre les métriques du degré et spectral rank d'un côté, et BINMATNEST et fitness-complexity de l'autre. Les premières ont plus de liens à droite de l'antidiagonale, ce qui n'est pas le cas chez les secondes au prix d'une structure moins dense au coin supérieur gauche. On retrouve donc une tension entre les deux propriétés de la définition de la nestedness, à savoir un degré décroissant et un recouvrement des voisinages. Cela a pour conséquence de mieux classer certains nœuds à première vue moins influents dans le réseau. Regardons plus en détail les classements des AS présentés dans le tableau 3.3. L'ASN secondaire de Facebook (maintenant Meta), lui servant à distribuer son contenu le plus populaire [118] efficacement grâce à un déploiement *offnet* au plus proche des end-users [119], se classe significativement mieux d'après BINMATNEST et la fitness, avec respectivement +13 et +14 d'augmentation par rapport au degré. Il entre dans le top 4 des AS, et devant l'AS principal de Facebook, ce qui peut sembler curieux. D'autres AS ont une augmentation de classement important, comme les network service providers ROSTELECOM (+80 et +91) et NETIX communication (+16 et +32).

Que justifie de tels écarts et quels sont les classements les plus pertinents? Pour répondre à cette question, on propose d'étudier la robustesse du graphe à la suppression de nœuds. On entre ainsi dans un des contextes principaux d'application de l'imbrication.

Nous reprenons la méthodologie présentée dans [109]. En biologie, la robustesse est étudiée à partir d'un processus de co-extinction des espèces. Pour un réseau mutualiste biparti comme un réseau pollinisateur-plante, on distingue les nœuds en une classe « passive », les plantes, et une classe « active », les pollinisateurs. Attaquer un tel réseau consiste à supprimer une à une les espèces actives selon un ordre particulier définissant la stratégie d'attaque. En général, l'ordre est obtenu en classant les nœuds selon une métrique de centralité ou d'imbrication. Cela a pour conséquence de rendre des espèces passives déconnectées du réseau. On dit alors qu'elles sont éteintes. On illustre cela avec la partie A de la figure 3.6. Pour évaluer la robustesse d'un réseau à l'attaque, on regarde à chaque suppression de nœud la fraction d'espèces passives s'étant éteintes. En comptabilisant la fraction d'espèces passives éteintes en fonction de la fraction d'espèces actives supprimées, on obtient une courbe d'extinction dont l'intégrale est une surface comprise dans le carré unitaire, comme illustré dans la partie droite de la figure 3.6. Plus la stratégie d'attaque est efficace et plus l'aire sous la courbe est maximale. Dans notre étude, nous considérons les AS comme étant l'espèce active, par analogie avec les réseaux biologiques de répartition d'espèces sur des sites géographiques.

On choisit comme stratégie d'attaque le classement par degré, PageRank, betweenness, closeness, BINMATNEST, fitness et spectral radius, qu'on compare à 10000 attaques de nœuds aléatoires. Le PageRank, la betweenness et la closeness sont calculés avec NetworkX [42]. Nous avons utilisé l'algorithme BINMATNEST mis à disposition par la librairie R bipartite [120]. Les résultats sont présen-

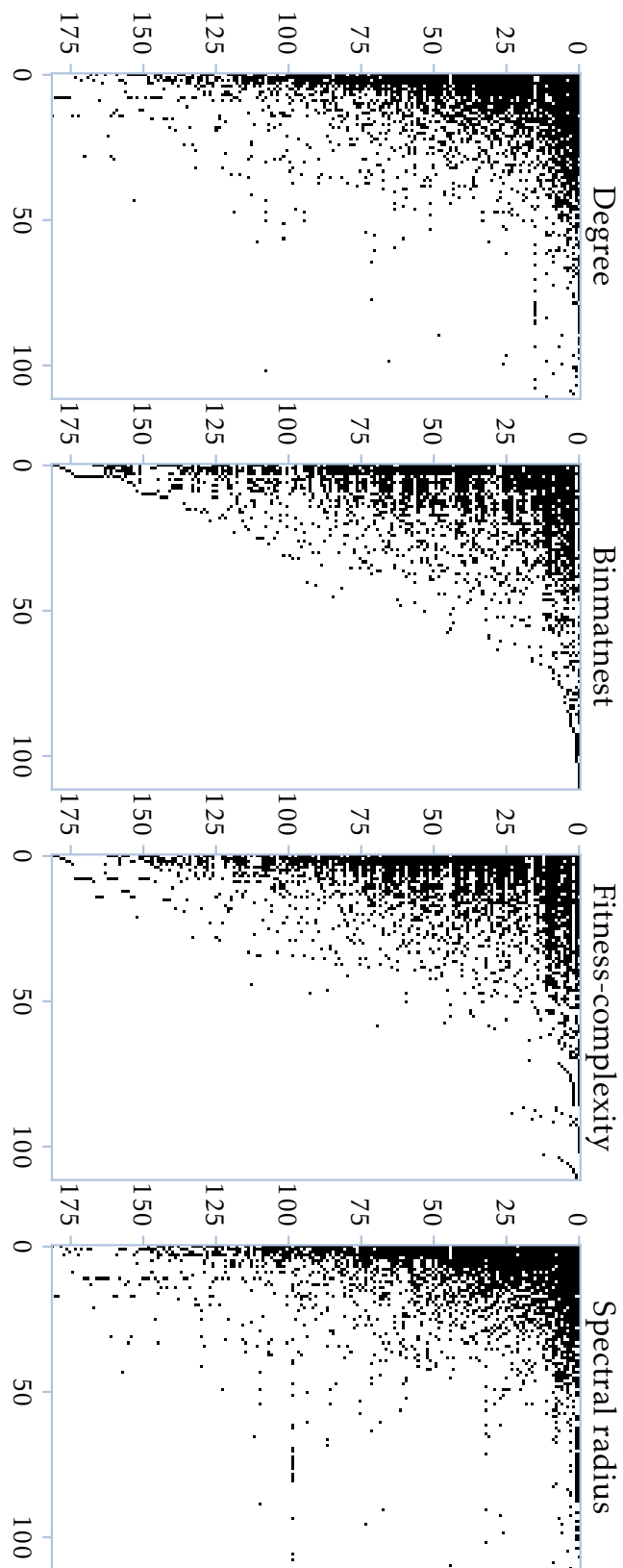


Figure 3.5 – Ordonnement de la matrice de bi-adjacence du graphe AS-pays selon les métriques des nestedness au niveau des nœuds.

TABLE 3.3 – Classements des AS du graphe AS-pays selon les métriques nestedness. La différence de classement par rapport à la métrique du degré est donnée entre crochets. Les AS ayant cette quantité élevée, mentionnés dans le texte principal, sont mis en évidence en gras.

Degree	Binmatnest	Fitness	Spectral
1	Packet Clearing House	Packet Clearing House [0]	Cloudflare [2]
2	Packet Clearing House AS42	Packet Clearing House AS42 [0]	Packet Clearing House [-1]
3	Cloudflare	<b>Facebook Inc AS63293</b> [14]	Packet Clearing House AS42 [-1]
4	Akamai Technologies	Cloudflare [-1]	Microsoft [3]
5	Hurricane Electric	Akamai Technologies [-1]	Akamai Technologies [-1]
6	VeriSign Global Registry Services	VeriSign Global Registry Services [0]	Hurricane Electric [-1]
7	Microsoft	Hurricane Electric [-2]	Amazon.com [3]
8	Facebook Inc	Google LLC [1]	Facebook Inc [0]
9	Google LLC	Netnod [2]	Google LLC [0]
10	Amazon.com	Facebook Inc [-2]	VeriSign Global Registry Services [-4]
11	Netnod	RIPE NCC K-Root Operations [2]	Netnod [0]
12	Subspace	Microsoft [-5]	Imperva [2]
13	RIPE NCC K-Root Operations	Amazon.com [-3]	Subspace [-1]
14	Imperva	Subspace [-2]	Netflix [1]
15	Netflix	Netskope [12]	G-Core Labs [4]
16	Anexia	Imperva [-2]	Limelight Networks Global [8]
17	Facebook Inc AS63293	G-Core Labs [2]	Zenlayer Inc [6]
18	Riot Games	Quantil Networks [10]	Valve Corporation [3]
19	G-Core Labs	Telstra (International) [34]	Yahoo! [1]
20	Yahoo!	Swisscom [5]	Riot Games [-2]
21	Valve Corporation	Anexia [-5]	Swisscom [4]
22	SG.GS	Riot Games [-4]	Equinix Internet Exchange - MLPE [8]
23	Zenlayer Inc	Netflix [-8]	Anexia [-7]
24	Limelight Networks Global	Wnet Telecom USA [41]	Twitch [10]
25	Swisscom	Zenlayer Inc [-2]	EdgeCast Networks (VDMs) [4]
26	M247	Valve Corporation [-5]	Telekomunikasi Indonesia Int (TELIN) [5]
27	Netskope	Yahoo! [-7]	M247 [-1]
28	Quantil Networks	M247 [-2]	Quantil Networks [0]
29	EdgeCast Networks (VDMs)	<b>Rostelecom</b> [80]	Netskope [-2]
30	Equinix Internet Exchange - MLPE	<b>NetIX Communications Ltd.</b> [16]	Fastly, Inc. [2]

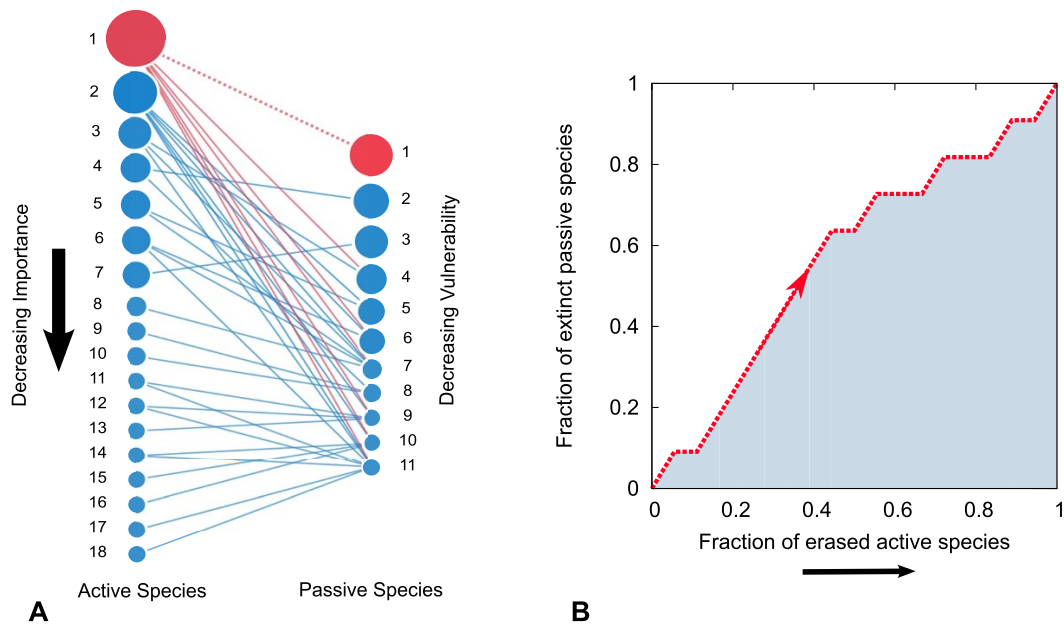


FIGURE 3.6 – Illustration de l'évaluation de la robustesse d'un réseau à une attaque [109]. On supprime une à une les espèces actives selon une stratégie d'attaque, ici selon l'« importance » des nœuds. On voit que supprimer l'espèce active 1 rend l'espèce passive 1 déconnectée du réseau, provoquant son extinction. On peut ensuite tracer la courbe d'extinction, définie par la fraction d'espèces passives éteintes en fonction de la fraction d'espèces actives supprimées. En calculant son intégrale comprise entre 0 et 1, on sait à quel point l'attaque a été efficace.

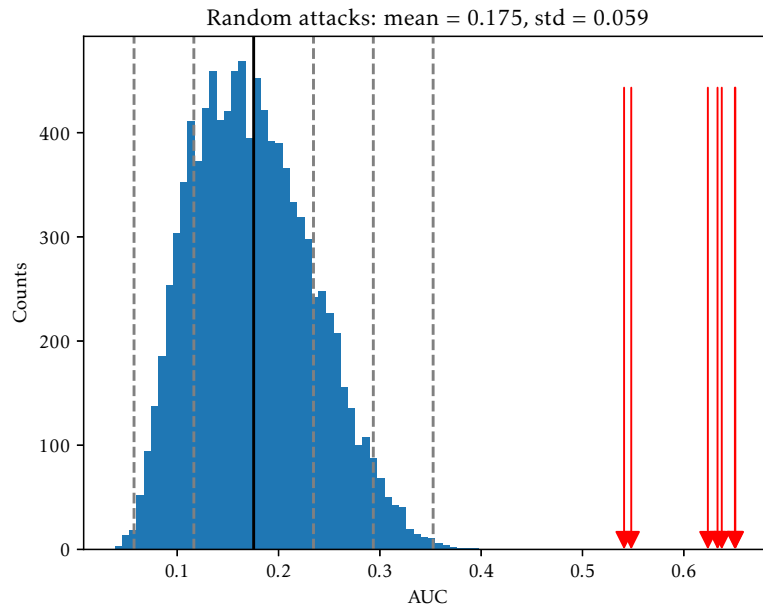


FIGURE 3.7 – Performance de différentes stratégies d’attaque. La performance est mesurée comme étant l’aire sous la courbe d’extinction, ou *Area Under the Curve* (AUC). On compare les stratégies d’attaques à un ensemble statistique de 10000 attaques aléatoires représenté par un histogramme. Du moins efficace au plus efficace, les attaques sont issues des métriques spectral rank, closeness, degré, PageRank, fitness et betweenness. Leur AUC respective, mise en évidence par une flèche rouge, est 0.541, 0.548, 0.624, 0.633, 0.637, 0.650 et 0.651, ce qui comparé à l’ensemble statistique donne un z-score respectif de 6.19, 6.31, 7.59, 7.76, 7.83, 8.04 et 8.05.

tés à la figure 3.7. Chacune des attaques est significativement plus efficace que les attaques aléatoires, les meilleures étant la fitness et la betweenness avec un z-score de 8.04 et 8.05. Nous avons vu que la fitness identifie comme importants des AS qui ne le sont pas vis-à-vis du degré. Nous appelons ces nœuds des « singularités ». Ces singularités sont considérée par la fitness-complexity comme étant les seuls AS capables d’atteindre certains pays complexes, c’est-à-dire des pays où peu d’autres AS sont présents. Ces pays sont les premiers à s’éteindre lorsque les singularités sont supprimées du graphe, ils sont donc fortement dépendants de ceux-ci pour se connecter au reste du graphe. On explique par ce raisonnement le bon score de l’attaque par fitness.

D’autre part, l’attaque par betweenness présentant également un bon score, on s’intéresse à son interprétation et nous questionnons sa ressemblance avec la fitness. Il a été montré que la betweenness se différencie fortement du degré par le fait qu’elle identifie des « ponts » entre des sous-structures du graphe [17]. Par exemple, un nœud relié uniquement à deux nœuds de très haut degré aura un degré faible, mais une betweenness élevée. Nous allons regarder si cette métrique

présente des singularités, et si ces singularités sont les mêmes que celles observées pour la fitness. On représente les classements degré, fitness et betweenness représentés les uns contre les autres dans la figure 3.8. On voit dans cette figure que tous les classements sont significativement corrélés. Dans les sous-figures A et B, les nœuds les plus éloignés de la diagonale sont en général au dessus de celle-ci. Ils correspondent aux singularités des classements fitness et betweenness. On en dénombre respectivement 31 et 34, dont 12 étant des singularités pour les deux classements à la fois. Dans la sous-figure C, les singularités de chaque métrique sont en général de part et d'autre de la diagonale, ce qui montre un désaccord entre la fitness et le betweenness.

Pour résumer, nous avons vu dans cette partie que la répartition des importants AS aux IXP est imbriquée. Le nouveau classement par fitness des AS permet de trouver un ordre efficace pour attaquer le réseau, comparable à celui obtenu avec la betweenness. L'avantage de la fitness sur la betweenness est que son calcul peut passer à l'échelle. En effet, le calcul de la fitness s'apparente au PageRank, alors que la betweenness a une complexité temporelle de  $O(NL)$ , avec  $N$  le nombre de nœuds et  $L$  le nombre de liens [121].

### 3.4 Nestedness du graphe AS-IXP

Nous nous intéressons dans cette section à l'étude de l'imbrication du graphe AS-IXP de PeeringDB. Ainsi, nous verrons s'il est possible de tirer profit de l'analogie entre ce réseau et les réseaux biologiques mutualistes.

#### 3.4.1 Au niveau du graphe

Nous évaluons la nestedness du graphe avec les mêmes métriques que précédemment, mais nous nous restreignons à la comparaison au modèle aléatoire PP pour limiter les temps de calcul. Les modèles EE et FF non considérés introduisent respectivement des erreurs de type I (nestedness détectée pour des réseaux non imbriqués) et de type II (nestedness non détectée pour des réseaux imbriqués), ce qui les rend plus difficiles à interpréter que le modèle PP. Les résultats, présentés dans le tableau 3.4, sont assez partagés. Sur les 6 combinaisons d'ensembles statistiques et de métriques, 4 indiquent un réseau fortement imbriqué tandis que 2 identifient le réseau comme fortement anti-imbriqué. Ainsi, on ne peut pas conclure sur la structure imbriquée du graphe AS-IXP dans sa totalité.

Nous avons vu au chapitre précédent que la structure en communauté et la proximité des nœuds du *pDB c-graph* sont corrélées à la répartition géographique des IXP, ce qui met en évidence le rôle que ces derniers ont dans l'échange de trafic à l'échelle locale. Il se peut donc que le graphe AS-IXP, dérivé du *pDB c-graph* après avoir filtré les nœuds de plus bas degrés, présente lui aussi cette structure en communautés. Nous allons regarder dans la suite si le graphe présente une structure en communautés, et si ces communautés ont une structure imbriquée.

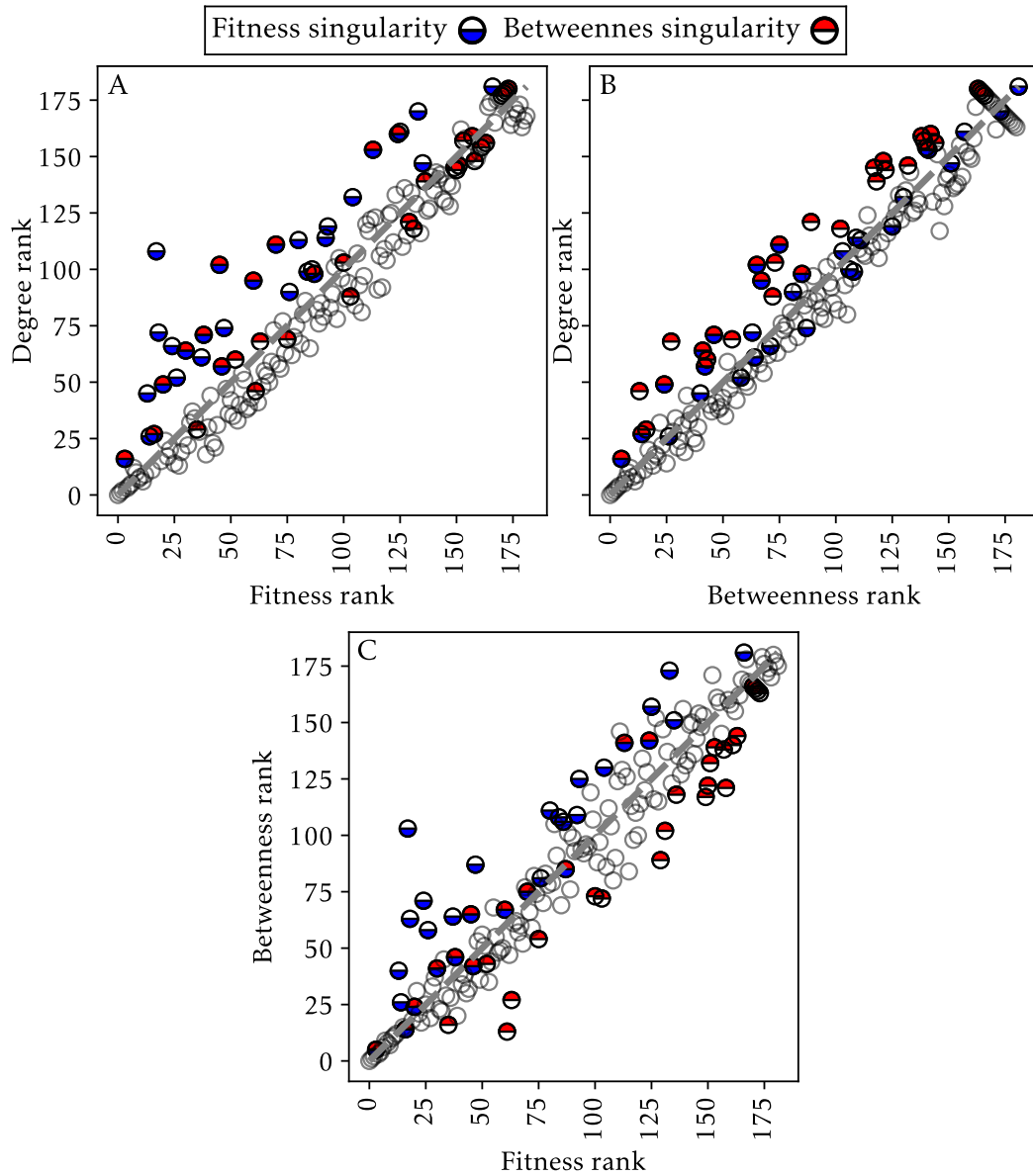


FIGURE 3.8 – Corrélations entre les classements par degré, fitness et betweenness. Les singularités en fitness et betweenness, identifiées comme étant les AS ayant un écart de plus de 10 entre leur classement par fitness/betweenness et leur degré, sont distinguées par le remplissage des marqueurs.

TABLE 3.4 – Résultats des tests statistiques de mesures de nestedness au niveau du graphe pour le graphe AS-IXP. La valeur de nestedness de référence a été comparée à celles d'un ensemble statistique de taille 1000. Dans chaque cellule, on donne la p-value avec, entre parenthèses, le z-score.

	$\tilde{\eta}$	NODF	spectral radius
PP (Bascompte)	0.001 (103.94)	0.001 (86.61)	0.001 (94.58)
PP (corrected)	0.945 (-1.63)	0.977 (-1.94)	0.001 (39.68)

### 3.4.2 Au niveau des partitions

Nous questionnons ici l'hypothèse de la présence de communautés imbriquées. Pour cela, nous allons déterminer ces communautés, et les comparer à celles obtenues avec la recherche de communautés fortement connectés. Nous allons ainsi comparer les différences entre une partition du graphe obtenue en optimisant la modularité  $Q$ , introduite par [19] et définie à l'équation (1.15), et la partition obtenue à partir de l'imbrication en bloc  $\tilde{I}$ , introduite par [11] et définie à l'équation (1.22). La première quantifie la tendance des nœuds à former des communautés<sup>2</sup> fortement connectées, tandis que la seconde quantifie la tendance des nœuds à former des communautés à la structure imbriquée. Pour optimiser la modularité, nous utilisons deux algorithmes. Le premier est l'algorithme de Louvain [21] adapté aux graphes bipartis [104], qu'on appelle Bi-Louvain. Le second est une adaptation de l'heuristique Extremal Optimization (EO) [22], proposée dans [11], et dont l'implémentation est rendue disponible par les auteurs de [114]. Nous utilisons cette même implémentation pour optimiser la valeur d'imbrication en blocs  $\tilde{I}$ .

Les deux algorithmes font appels à des nombres aléatoires et donc donnent des résultats différents suivant le générateur de nombres aléatoires et la graine utilisée. Nous avons exécuté plusieurs fois les algorithmes pour ne garder que la partition associée au meilleur score. Pour Bi-Louvain, la meilleur modularité est  $Q = 0.454$ , après 100 réalisations dont la valeur moyenne est  $\langle Q \rangle = 0.449$ , et la déviation standard est de 0.003. La méthode EO donne de meilleurs résultats, avec  $Q = 0.498$ ,  $\langle Q \rangle = 0.477$  et une déviation standard de 0.014 après 20 réalisations. Nous avons réduit le nombre de réalisations car les temps de calculs de EO sont significativement plus longs que Bi-Louvain et ne passent pas à l'échelle. Pour l'imbrication en blocs, on obtient  $\tilde{I} = 0.225$ ,  $\langle \tilde{I} \rangle = 0.197$  et une déviation standard de 0.013 après 20 réalisations. Des indications nous montrent que cette méthode a des difficultés de converger. En effet, le nombre de communautés est élevé, dont certaines sont très peu peuplées. Il y a aussi 6 AS et 7 IXP dont la communauté est uniquement constituée respectivement d'AS et d'IXP. Ce comportement n'étant pas désiré dans un réseau biparti, nous avons attribué ces nœuds à une nouvelle communauté.

2. qu'on appelle aussi blocs, en référence à l'aspect de la matrice d'adjacence (voir figure 1.3).



Bloc	Proportion d'AS (%)	Proportion d'IXP (%)	Proportion de poids (%)	Pays uniques	Distribution des pays
6	19.0	8.9	10.0	21	FR : 14   GB : 9   IT : 8   CZ : 5   BG : 4
0	15.1	16.0	17.1	25	US : 68   HK : 5   TZ : 5   CA : 4   PH : 4
10	11.7	7.3	2.4	3	ID : 25   DE : 15   UA : 14
4	11.3	11.0	1.3	27	AU : 15   DE : 12   CN : 5   NL : 5   RO : 5
1	11.0	11.9	6.2	12	BR : 36   US : 29   CA : 8   EC : 3   AO : 2
7	9.6	21.0	6.7	71	IN : 18   PL : 11   JP : 10   US : 9   ES : 6
16	7.0	7.7	3.0	9	RU : 34   US : 7   LT : 4   EE : 3   LV : 3
12	6.5	5.7	2.1	9	AU : 24   NZ : 6   CL : 3   BO : 2   CN : 2
15	4.6	8.0	2.1	10	AR : 20   SE : 19   FI : 7   DK : 4   NO : 4
13	4.2	2.6	1.0	10	ZA : 7   NO : 3   NL : 2   AU : 1   CA : 1

TABLE 3.5 – Composition des blocs de l’optimisation de la modularité  $Q$  par l’algorithme extremal optimization. La proportion de poids est définie, pour chaque bloc, comme étant la somme de la pondération des liens au sein du bloc rapportée à la somme de tous les poids. Seulement les blocs 6 et 10 sont connexes.

La matrice de bi-adjacence, aux lignes et colonnes regroupées selon les communautés des partitions obtenues, est montrée dans la figure 3.9. Ce regroupement fait apparaître des blocs dans la matrice, qui correspondent aux communautés et que nous avons indiqués par des chiffres<sup>3</sup>. On détaille le contenu des partitions, obtenues par l’algorithme EO pour  $Q$  et  $\tilde{I}$ , dans les Tableaux 3.5 et 3.6, respectivement. Pour chaque communauté, nous avons étudié l’imbrication du sous-graphe formé par les nœuds qui la composent. Les matrices de bi-adjacence de ces sous-graphes sont les blocs diagonaux de la figure 3.9. Les sous-graphes obtenus sont en général non connexes. Lorsque les sous-graphes sont connexes, nous avons quantifié leur imbrication au niveau du graphe, de la même manière que pour le graphe AS-pays. Quelle que soit la connectivité du sous-graphe, nous nous sommes intéressés à l’imbrication au niveau des nœuds. Ainsi, les lignes et colonnes de chaque bloc de la matrice de bi-adjacence sont ordonnées par l’algorithme fitness-complexity. La métrique étant mal définie lorsque le sous-graphe est non connexe, nous l’avons adaptée. Uniquement pour cet usage, nous avons rendu le sous-graphe artificiellement connexe en ajoutant un terme constant proche de 0 à la matrice d’adjacence. Le graphe associé, complet lorsqu’on ne prend pas en compte les poids, est proche du graphe de départ en version pondérée. C’est ce graphe qu’on ordonne avec la version pondérée l’algorithme fitness-complexity (il s’adapte en pondéré de manière directe en remplaçant, dans les Équations (1.25) et (1.27), la matrice d’adjacence  $A$  par la matrice d’adjacence pondérée  $W$  [12]).

Pour la modularité, on observe dans le tableau 3.5 que les communautés sont assez équilibrées, 5 d’entre elles comprenant au moins 10% des AS. Seulement les blocs 6 et 10 sont connexes, et ceux-ci ne présentent pas une structure imbriquée. En inspectant visuellement la figure 3.9, on voit que les blocs diagonaux dépeignant les liens intra-communautés ne sont pas clairement marqués. En effet, on constate par exemple pour les communautés 0 et 7, parmi les liens des AS hypergéants

3. La valeur de ces chiffres est déterminée par l’algorithme et n’a pas de signification particulière.

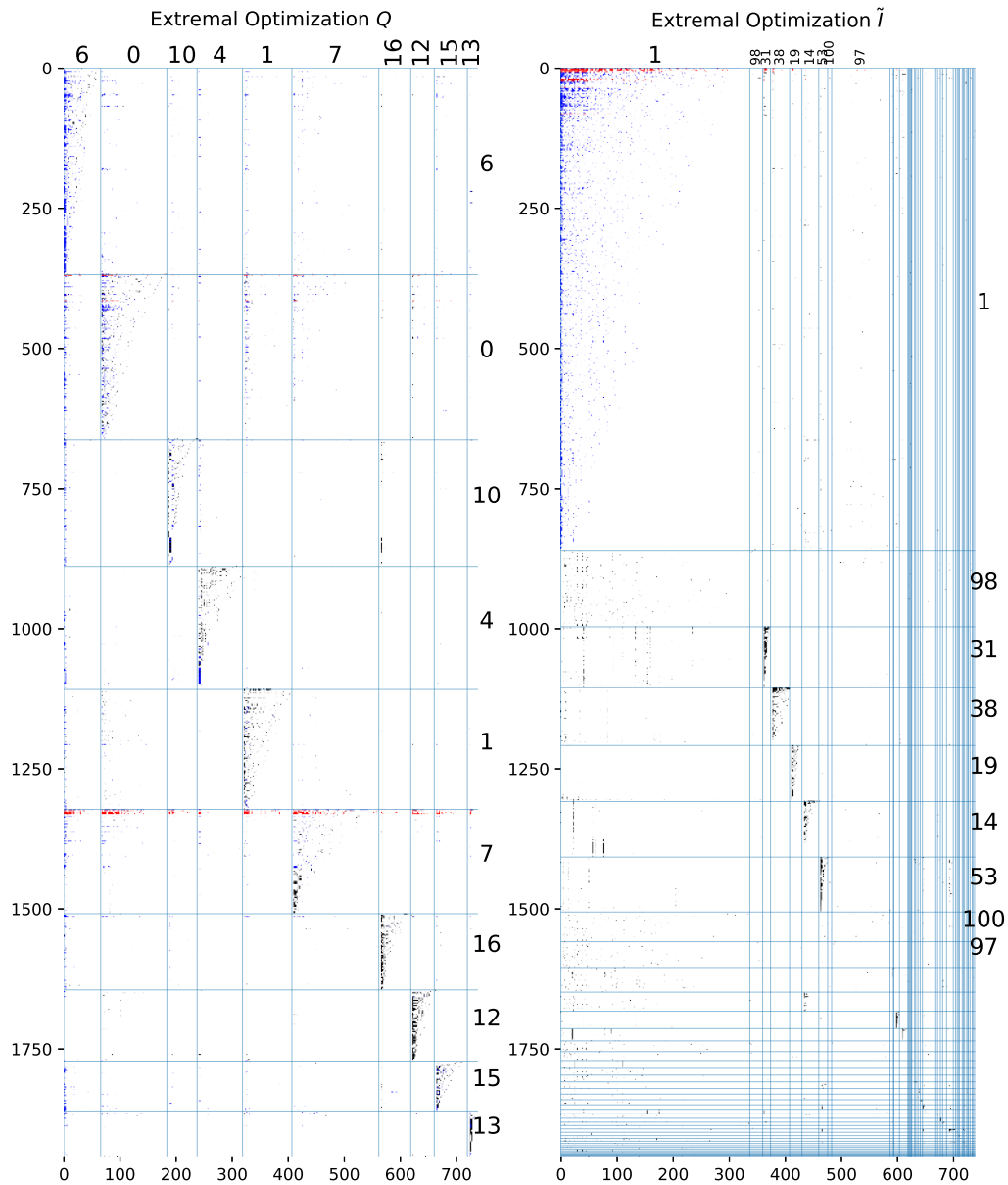


FIGURE 3.9 – Structure en communautés du graphe AS-IXP calculée par l'algorithme extremal optimization. À gauche et à droite, les métriques optimisées sont respectivement la modularité  $Q$  et l'imbrication en bloc  $\tilde{I}$ . Chaque communauté est ordonnée par une version légèrement modifiée de l'algorithme fitness-complexity (voir texte principal). On fait apparaître en bleu les liens identifiés dans la composante imbriquée principale et en rouge les liens des hypergéants. On indique sur chaque bloc le numéro de la communauté et donnons sa composition dans les Tableaux 3.5 et 3.6.

### 3.5. ÉTUDE DE LA COMPOSANTE IMBRIQUÉE PRINCIPALE DU GRAPHE AS-IXP 101

Bloc	Proportion d'AS (%)	Proportion d'IXP (%)	Proportion de poids (%)	Pays uniques	Distribution des pays
1	44.4	45.6	67.8	100	US : 86   DE : 14   CA : 12   IN : 11   GB : 9
98	7.0	3.1	0.0	15	ID : 3   US : 3   BO : 2   DE : 2   GB : 2
31	5.6	1.9	1.1	3	AU : 12   AR : 1   US : 1
38	5.3	4.6	3.0	2	BR : 33   PT : 1
19	5.1	3.0	0.5	3	ID : 20   AR : 1   HK : 1
14	5.1	4.1	1.4	4	RU : 26   UA : 2   PH : 1   UZ : 1
53	5.0	2.2	0.1	11	DE : 4   CH : 2   US : 2   CA : 1   CN : 1
100	2.7	0.9	0.0	7	CA : 1   DE : 1   GF : 1   GU : 1   ID : 1
97	2.4	14.1	0.0	54	US : 18   DE : 7   UA : 7   AU : 5   RU : 4
40	2.3	0.8	0.0	2	FR : 5   SE : 1
13	1.8	0.1	0.0	1	EE : 1
43	1.6	1.4	0.3	4	PL : 7   CN : 1   ID : 1   PE : 1

TABLE 3.6 – Composition des blocs de l’optimisation de l’imbrication en blocs  $\tilde{I}$  par l’algorithme extremal optimisation. Seulement les blocs 1, 38 et 53 sont connexes.

représentés en rouge, une forte quantité de lien inter-communautés. On remarque aussi des IXP ayant des liens vers de nombreuses communautés.

La partition obtenue pour l’imbrication en bloc est radicalement différente. Comme on peut le voir dans le tableau 3.6, il y a une communauté dominante nommée bloc 1. Dans les matrices de bi-adjacence (figure 3.9), on met en évidence avec la couleur bleu les liens en son sein. Cette communauté contient une part significative des AS et des IXP, respectivement 44.4% et 45.6%, concentre la majorité des poids de liens avec 67.8% du poids total, et contient les AS hypergéants. L’autre communauté marquée, la numéro 38, concerne les nœuds du Brésil. Le bloc 1 est bien conditionné pour une étude de l’imbrication. Il est connexe, a une taille  $N = 1199$ , une excentricité de  $e = 0.438$  et une densité de lien de 8.1. Nous montrons les résultats des tests d’imbrication au niveau du graphe dans le tableau 3.7. On constate que le bloc 1 est significativement imbriqué, avec un z-score très élevé, pour toutes les métriques et les modèles aléatoire EE et PP. Le modèle aléatoire FF, connu pour être strict, identifie le sous-graphe comme étant significativement imbriqué pour les métriques  $\tilde{\eta}$  et NODF.

Ainsi, on peut affirmer qu’une large partie du graphe AS-IXP, et donc des nœuds importants du graphe AS-IXP de PeeringDB, s’organise selon une structure imbriquée. Dans la prochaine partie, nous allons reprendre la démarche développée dans la sous-section 3.3.1 pour l’appliquer à la composante imbriquée principale du graphe AS-IXP.

## 3.5 Étude de la composante imbriquée principale du graphe AS-IXP

### 3.5.1 Au niveau du graphe

Nous commençons par déterminer si l’imbrication de la composante imbriquée principale est aussi observable lorsque les poids sont pris en compte. On teste

TABLE 3.7 – Résultats des tests statistiques de mesures de nestedness au niveau du graphe pour le sous-graphe de la communauté 1. La valeur de nestedness de référence a été comparée à celles d'un ensemble statistique de taille 1000. Dans chaque cellule, on donne la p-value avec, entre parenthèses, le z-score.

	$\tilde{\eta}$	NODF	spectral radius
FF (CB)	0.001 (5.11)	0.002 (2.87)	0.193 (0.81)
PP (Bascompte)	0.001 (144.36)	0.001 (113.21)	0.001 (56.31)
PP (corrected)	0.001 (27.97)	0.001 (19.53)	0.001 (16.79)
EE	0.001 (3667.10)	0.001 (1277.87)	0.001 (709.21)

statistiquement la valeur du spectral radius en permutant la pondération des liens, comme proposé dans la sous-section 3.3.1. Les résultats de ce test montrent une imbrication pondérée, avec une p-value de 0.0001 et un z-score de 17.56.

### 3.5.2 Au niveau des nœuds : étude de la robustesse

Nous avons vu à la sous-section 3.3.2 que la fitness et la betweenness sont les meilleures stratégies d'attaques du réseau AS-pays, et que cela s'explique par la présence de nœuds ayant un classement significativement plus élevé que le classement par degré. Ces nœuds, appelés singularités, sont importants à l'échelle locale car ils sont connectés à des pays difficiles d'accès. Nous constatons aussi ces singularités pour le graphe AS-IXP, comme le montre le tableau 3.8. Parmi ces singularités, on retrouve des opérateurs en liens avec la résolution de domaine (DNS) comme RIPE NCC K-Root Operations (améliorations par rapport au degré de +30 et +23, respectivement selon la fitness et la betweenness), DNS-OARC-112 (+29 et +15), Netnod (+11 et +10). Les AS RIPE NCC K-Root Operations et Netnod sont associés aux 13 root name servers<sup>4</sup> et jouent donc un rôle structurel dans l'Internet mondial.

On reprend maintenant la même méthode pour évaluer les stratégies d'attaque. Nous ne considérons pas l'attaque selon le classement BINMATNEST car l'algorithme ne passe pas à l'échelle. Comme on peut le voir dans la figure 3.10, toutes les stratégies sont meilleures que les attaques aléatoires. Cette fois, on voit que l'attaque par la fitness est bien plus efficace que toutes les autres stratégies. On voit ainsi la pertinence de l'analogie entre le réseau AS-IXP et les réseaux biologiques.

## 3.6 Conclusion

Nous avons exploré dans ce chapitre l'analogie entre des réseaux biologiques et les graphes du peering public d'Internet issus de PeeringDB. Les réseaux biolo-

4. « Les [root name servers] sont un élément essentiel de l'infrastructure Internet car ils constituent la première étape de la résolution des noms d'hôtes lisibles par l'homme en adresses IP utilisées pour la communication entre les hôtes Internet. » [122]

Degree	Fitness	Betweenness
1 Hurricane Electric	Hurricane Electric [0]	Hurricane Electric [0]
2 Cloudflare	Packet Clearing House [1]	Packet Clearing House [1]
3 Packet Clearing House	Packet Clearing House AS42 [1]	Cloudflare [-1]
4 Packet Clearing House AS42	Cloudflare [-2]	Packet Clearing House AS42 [0]
5 Google LLC	Akamai Technologies [2]	Google LLC [0]
6 Microsoft	Google LLC [-1]	Akamai Technologies [1]
7 Akamai Technologies	Microsoft [-1]	Facebook Inc [1]
8 Facebook Inc	Facebook Inc [0]	Microsoft [-2]
9 Amazon.com	Amazon.com [0]	Amazon.com [0]
10 Netflix	VeriSign Global Registry Services [5]	EdgeCast Networks (VDMS) [2]
11 Yahoo!	EdgeCast Networks (VDMS) [1]	Netflix [-1]
12 EdgeCast Networks (VDMS)	Netflix [-2]	Limelight Networks Global [1]
13 Limelight Networks Global	Limelight Networks Global [0]	Yahoo! [-2]
14 Fastly, Inc.	Fastly, Inc. [0]	Fastly, Inc. [0]
15 VeriSign Global Registry Services	Yahoo! [-4]	VeriSign Global Registry Services [0]
16 G-Core Labs	<b>Netnod</b> [11]	i3D.net [3]
17 Apple Inc.	Equinix Internet Exchange - MLPE [25]	<b>Netnod</b> [10]
18 Riot Games	i3D.net [1]	Apple Inc. [-1]
19 i3D.net	<b>RIPE NCC K-Root Operations</b> [30]	G-Core Labs [-3]
20 Blizzard Entertainment	Salesforce.com [14]	Riot Games [-2]
21 Subspace	Netskope [2]	Subspace [0]
22 SG.GS	Subspace [-1]	Blizzard Entertainment [-2]
23 Netskope	<b>DNS-OARC-112</b> [29]	SG.GS [-1]
24 Imperva	Riot Games [-6]	Netskope [-1]
25 Twitch	Apple Inc. [-8]	Imperva [-1]
26 Valve Corporation	G-Core Labs [-10]	<b>RIPE NCC K-Root Operations</b> [23]
27 Netnod	Twitch [-2]	Twitch [-2]
28 Swisscom	Imperva [-4]	Quantil Networks [9]
29 SoftLayer Technologies, Inc.	Quantil Networks [8]	StackPath (Highwinds) [1]
30 StackPath (Highwinds)	Blizzard Entertainment [-10]	Swisscom [-2]

TABLE 3.8 – Classements des AS du graphe AS-IXP selon les métriques degré, fitness et betweenness. La différence de classement par rapport à la métrique du degré est donnée entre crochets. Les AS ayant cette quantité élevée, mentionnés dans le texte principal, sont mis en évidence en gras.

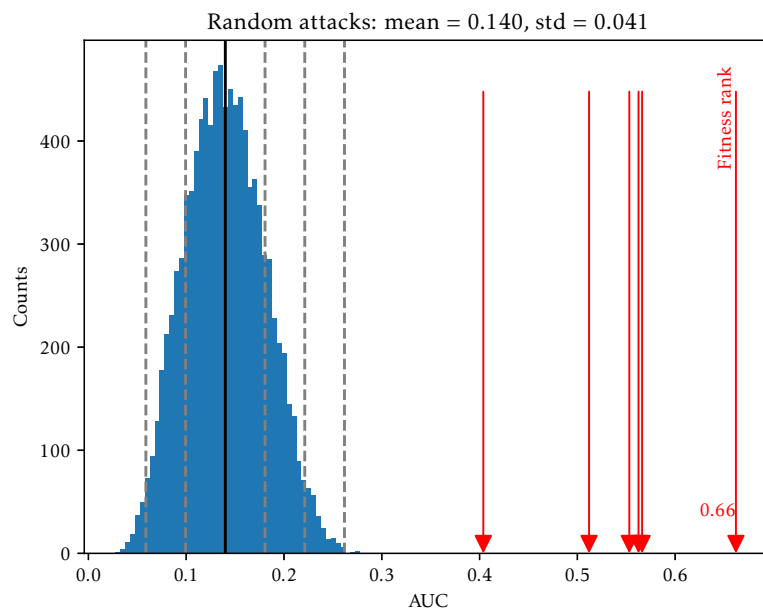


FIGURE 3.10 – Performance de différentes stratégies d’attaque. La performance est mesurée comme étant l’aire sous la courbe d’extinction, ou *Area Under the Curve* (AUC). On compare les stratégies d’attaques à un ensemble statistique de 10000 attaques aléatoires représenté par un histogramme. Du moins efficace au plus efficace, les attaques sont issues des métriques closeness, spectral rank, betweenness, degré, PageRank, et fitness. Leur AUC respective, mise en évidence par une flèche rouge, est 0.404, 0.512, 0.553, 0.563, 0.566 et 0.662, ce qui comparé à l’ensemble statistique donne un z-score de 6.49, 9.16, 10.17, 10.40, 10.49 et 12.85.

giques considérés, à savoir la répartition d'espèces sur des sites géographiques et la pollinisation de plantes, présentent fréquemment une structure imbriquée. Nous avons montré que l'imbrication se retrouve aussi dans le peering public, avec un réseau de répartition d'AS dans les pays du monde et un autre réseau d'adhésion des AS aux IXP. Pour le premier, le graphe présente une structure imbriquée, alors que le second a une composante imbriquée principale de grande taille. En mettant en application le concept d'imbrication, nous avons étudié la robustesse de ces réseaux à la suppression de nœud. Nous avons montré que la métrique d'imbrication au niveau des nœuds appelée *fitness* donne la meilleure stratégie d'attaque du réseau.

Lors de l'élaboration de ce travail, nous avons été confrontés à un nombre important de décisions, dont notamment

- Quelles propriétés (taille, densité de lien, excentricité) de la matrice de bi-adjacence choisir ?
- Faut-il prendre en compte la pondération des liens ?
- Quels choix de métriques de *nestedness* et d'implémentations de modèles aléatoires ?
- Comment mettre en place l'étude de robustesse ? Quelle classe joue un rôle actif ou passif ? Faut-il attaquer les nœuds ou les liens ? Quel est le critère d'évaluation de l'attaque ?

Pour éviter une explosion combinatoire, nous avons pris nos décisions en transposant des études existantes sur l'imbrication à notre cas de figure. Idéalement, il faudrait réduire cette explosion combinatoire avec une connaissance fine de l'écosystème du peering public et du cas d'application souhaité. Cependant, pour une première étude de l'imbrication au sein de la topologie d'Internet, nous pensons tout de même l'avoir menée dans les règles de l'art.

Nous prévoyons de poursuivre ce travail en prenant en compte la temporalité de PeeringDB. La communauté s'intéressant aux réseaux biologiques manque de données temporelles, qui sont pourtant d'importance cruciale car elles pourraient expliquer les mécanismes de formation des réseaux imbriqués [10]. De plus, au sein d'un réseau imbriqué, il est plus probable qu'un nouveau lien apparaisse à l'intérieur de la structure triangulaire [110]. L'imbrication a donc pour application la prédiction de liens, ce que nous trouvons particulièrement intéressant dans un contexte compétitif comme le peering public.

# Place de l'Europe dans le commerce international

---

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>107</b>
<b>4.2</b>	<b>Jeu de données UN COMTRADE</b> . . . . .	<b>107</b>
<b>4.3</b>	<b>Méthodes et algorithmes</b> . . . . .	<b>108</b>
4.3.1	Construction de la matrice de Google . . . . .	108
4.3.2	Métriques pour le commerce international . . . . .	110
<b>4.4</b>	<b>Résultats</b> . . . . .	<b>112</b>
4.4.1	Centralité des pays . . . . .	112
4.4.2	Balance commerciale et sa sensibilité à des variations de prix de produits . . . . .	113
4.4.3	Structure du réseau d'après la matrice de Google réduite . . .	119
<b>4.5</b>	<b>Discussion</b> . . . . .	<b>119</b>

---

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser au réseau du commerce international. La principale question étudiée est la place de l'Union Européenne et du Royaume-Uni dans ce commerce mondial, dans le contexte du Brexit. Nous voulons savoir quels sont les pays les plus dépendants de certains secteurs d'activité stratégiques et aussi vis-à-vis d'autres pays. Pour cela, nous mettons à profit les outils relatifs à la matrice de Google, qui permettent de comprendre la structure globale du réseau et les inter-dépendances entre pays.



## 4.1 Introduction

L'Union européenne (UE) est désormais composée de 27 pays et est considérée comme une grande puissance mondiale [123]. En janvier 2021, le Brexit a officiellement eu lieu, déclenchant le retrait du Royaume-Uni (RU) de l'UE [124]. Cet événement a des effets politiques, économiques et sociaux importants. Ici, nous projetons et étudions ses conséquences du point de vue du commerce international entre les pays du monde. Notre analyse se fonde sur la base de données COMTRADE de l'ONU [3] pour le commerce multiproduits entre les pays du monde au cours des dernières années. A partir de cette base de données, nous construisons le réseau dirigé et pondéré de commerce mondial, ou *World Trade Network* (WTN), et nous évaluons l'influence et la puissance commerciale de pays spécifiques en utilisant l'analyse de la matrice de Google du WTN. Nous considérons les 27 pays de l'UE comme un seul et même acteur commercial, responsable des échanges commerciaux entre l'UE et les autres pays. Notre approche utilise les outils et les algorithmes dérivés de la matrice Google développés pour le WTN dans [125-127] comme la sensibilité de la balance commerciale. L'efficacité des algorithmes de la matrice de Google et du PageRank est bien connue de l'analyse des réseaux du World Wide Web [128, 129].

Notre étude montre que l'approche de la matrice de Google, ou *Google Matrix Analysis* (GMA), permet de caractériser de manière plus approfondie la puissance commerciale des pays par rapport à la méthode habituelle reposant sur l'analyse des importations et exportations entre pays, qu'on appelle IEA pour *Import-Export Analysis*. Le pouvoir d'analyse plus approfondi de GMA provient du fait qu'il tient compte de la multiplicité de transactions entre les pays, alors que l'IEA ne prend en compte que l'effet des transactions à une étape (lien direct ou relation). Dans ce chapitre, nous montrons que l'analyse du réseau de commerce mondial avec GMA identifie l'UE comme le premier acteur commercial du monde, avant les États-Unis (EU) et la Chine.

Ce chapitre est structuré de la manière suivante. La section 4.2 présente d'abord le jeu de données des Nations-Unies UN COMTRADE. Ensuite on donne dans section 4.3 un aperçu des outils liés à l'analyse de la matrice de Google, tels que la métrique de la balance commerciale et sa sensibilité. La section 4.4 présente les principaux résultats de cette étude, qui sont discutés dans la section 4.5.

## 4.2 Jeu de données UN COMTRADE

Nous utilisons les données COMTRADE de l'ONU [3] des années 2012, 2014, 2016 et 2018 pour construire les flux commerciaux du WTN multiproduits. On présente les résultats pour l'année 2018, les résultats des autres années étant assez similaires sont traités dans l'annexe A. Chaque année est représentée par un multigraphe, dont chaque lien entre pays existe pour chaque type de secteur économique. On a donc une matrice d'adjacence par produit  $M^p$ , dont les éléments  $M_{c,c'}^p$  donnent le flux d'exportation du produit  $p$  du pays  $c'$  vers le pays  $c$  (les

transactions sont exprimées en USD de l'année en cours). L'ensemble de données concerne  $N_c = 168$  pays et territoires (les 27 pays de l'UE sont considérés comme un seul pays) et  $N_p = 10$  principaux types de produits. Ces 10 produits sont :

- Les aliments et les animaux vivants ( $p = 0$ )
- Boissons et tabac ( $p = 1$ )
- Matières brutes, non comestibles, à l'exception des combustibles ( $p = 2$ )
- Combustibles minéraux etc ( $p = 3$ )
- Huiles et graisses animales et végétales ( $p = 4$ )
- Produits chimiques et produits connexes ( $p = 5$ )
- Produits manufacturés de base ( $p = 6$ )
- Machines, matériel de transport ( $p = 7$ )
- Articles manufacturés divers ( $p = 8$ )
- Produits non classés ailleurs ( $p = 9$ )

Ils appartiennent à la *Standard International Trade Classification* (SITC Rev. 1).

Dans notre analyse, nous considérons les  $N_p$  réseaux issus des matrices monétaires  $M^p$  comme faisant partie du même réseau de taille  $N = N_c N_p = 1680$ . Les produits sont indexés par  $p \in \{1, 2, \dots, N_p\}$  et les pays  $c \in \{1, 2, \dots, N_c\}$ . Les nœuds du réseau sont numérotés tels que la matrice d'adjacence totale  $M$  soit constituée de  $N_p$  blocs diagonaux correspondants aux matrices monétaires  $M_{c,c}^p$ . Ainsi, les index  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  des nœuds du réseau total sont liés aux index de produit  $p$  et pays  $c$  avec  $i = p + (c - 1)N_p$ . Par commodité, on désigne aussi les nœuds du réseau par leur pays et produit associé  $cp$ . Pour indexer une matrice ou un vecteur  $u$  de taille  $N$ , on prendra la convention  $u(i) = u(cp)$ .

### 4.3 Méthodes et algorithmes

Nous montrons d'abord comment construire les matrices de Google  $G$  et  $G^*$  qui permettent d'encoder les échanges entre pays pour identifier les pays les plus importateurs et exportateurs avec les métriques de PageRank et reverse PageRank. Ensuite, nous reprenons des métriques pertinentes pour le commerce international comme les classements des pays par importance, leur balance commerciale et sa variation due à des perturbations dans le réseau, comme par exemple une augmentation du coût du travail ou de l'inflation.

#### 4.3.1 Construction de la matrice de Google

Les matrices de Google  $G_{i,j}$ ,  $G_{i,j}^*$  des flux commerciaux directs sont construites de la même manière que dans [126, 127], que nous détaillons ici. A la différence de la définition standard de la matrice de Google standard introduite à l'équation (1.32) du chapitre 1, le second terme n'est plus une constante mais un vecteur de téléportation préférentiel qu'on note  $v$ ,  $v^*$  :

$$\begin{aligned} G_{i,j} &= \alpha S_{i,j} + (1 - \alpha)v(i), \\ G_{i,j}^* &= \alpha S_{i,j}^* + (1 - \alpha)v^*(i). \end{aligned} \tag{4.1}$$

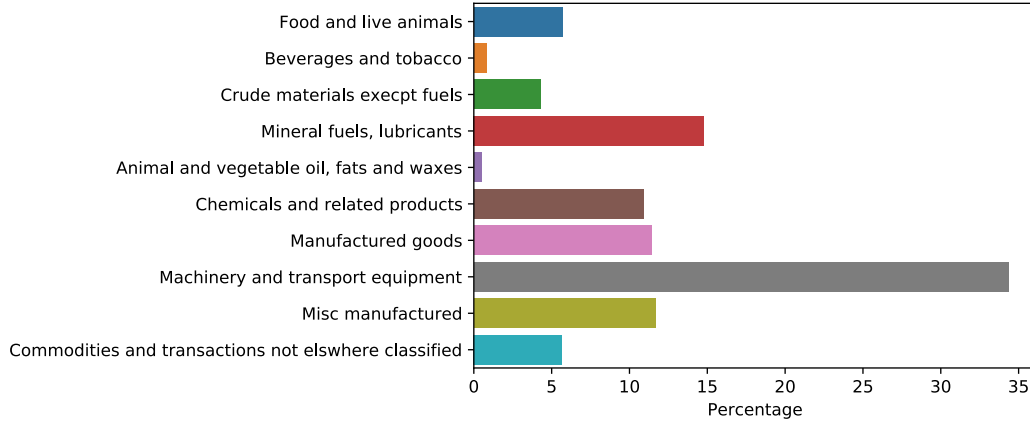


FIGURE 4.1 – Pourcentage de volume d’argent échangé par produits. Le vecteur de téléportation préférentiel est défini pour simuler l’importance relative des produits.

Dans la définition standard de  $G$  donnée par l’équation (1.32), le terme constant correspond à une probabilité  $(1 - \alpha)$  de se téléporter n’importe où dans le réseau. Ici, on introduit une préférence dans la téléportation avec un vecteur qui privilégie les produits ayant une forte quantité d’argent associée. Cela rétablit une hiérarchie entre les produits (voir figure 4.1), qui est perdue lors de la normalisation par colonne de la matrice d’adjacence pondérée  $M$  pour avoir la matrice stochastique  $S$ . Ainsi, les produits les plus impactants dans l’économie comme l’énergie et les machines auront un PageRank plus élevé que celui d’autres produits comme les boissons et le tabac.

Avant de détailler comment calculer les vecteurs de téléportation, on aborde une autre particularité de l’approche : la construction des matrices stochastiques  $S$  et  $S^*$  qui regroupent, en une seule, les matrices stochastiques des multigraphes d’importations et d’exportations. On définit d’abord les volumes d’importation  $u(cp)$  et d’exportation  $u^*(cp)$  du produit  $p$  par le pays  $c$  par

$$u(cp) = \sum_{c'} M_{c,c'}^p \text{ et } u^*(cp) = \sum_{c'} M_{c',c}^p. \quad (4.2)$$

Les matrices stochastiques sont construites pour un réseau total de taille  $N = N_p \times N_c$  englobant les  $N_p$  réseaux dérivés des matrices monétaires :

$$S_{i,j} = \begin{cases} M_{c,c'}^p \delta(p,p') / u^*(c'p) \text{ si } u^*(c'p) > 0, \\ 1/N \text{ sinon,} \end{cases} \quad (4.3)$$

$$S_{i,j}^* = \begin{cases} M_{c',c}^p \delta(p,p') / u(c'p) \text{ si } u(c'p) > 0, \\ 1/N \text{ sinon.} \end{cases}$$

Leur particularité vient du fait qu’on traite les  $N_p$  réseaux de taille  $N_c \times N_c$  en une

seule matrice de taille  $N$ .

Les vecteurs de téléportation  $v, v^*$  sont obtenus à partir de distributions de probabilités stationnaires elles-mêmes dérivées de matrices de Google favorisant les produits à fort volume d'argent associé. On définit les matrices de Google intermédiaires  $\tilde{G}, \tilde{G}^*$  ayant comme vecteur de téléportation préférentiel le volume d'échange du produit

$$\tilde{v}(cp) = \frac{\mathbf{u}(cp)}{N_c \sum_{p'} \mathbf{u}(cp')} \text{ et } \tilde{v}^*(cp) = \frac{\mathbf{u}^*(cp)}{N_c \sum_{p'} \mathbf{u}^*(cp')}. \quad (4.4)$$

Ces vecteurs personnalisés dépendent à la fois du pays et du produit. Or, on veut que ces vecteurs dépendent uniquement du produit pour pouvoir les hiérarchiser. À cet effet, nous calculons le PageRank  $\tilde{p}$  et reverse PageRank  $\tilde{p}^*$  issus des matrices de Google intermédiaires, puis on agglomère le résultat par pays. On introduit ainsi le vecteur de téléportation utilisé dans le reste de ce travail :

$$v(cp) = \frac{\tilde{p}_p}{N_c} \text{ et } v^*(cp) = \frac{\tilde{p}_p^*}{N_c}, \quad (4.5)$$

où  $\tilde{p}_p = \sum_c \tilde{p}(cp)$  et  $\tilde{p}_p^* = \sum_c \tilde{p}^*(cp)$  sont l'agglomération par pays des vecteurs PageRank et reverse PageRank intermédiaires. En prenant  $\alpha = 0.5$  comme probabilité de suivre le surfeur aléatoire, on a plus de chance de se téléporter sur des nœuds  $cp$  ayant un volume monétaire associé au produit  $p$  important. Le PageRank et le reverse PageRank obtenus avec équation (4.1) et équation (4.5) favoriseront donc ces produits.

### 4.3.2 Métriques pour le commerce international

**Classements IEA et GMA** Comparer le volume monétaire des importations et exportations des nœuds, donné par le degré pondéré entrant et sortant, est la manière la plus simple de les classer par importance. On appelle ces grandeurs l'ImportRank  $\hat{p}$  et l'ExportRank  $\hat{p}^*$ , qu'on normalise par le volume total des transactions  $V$  :

$$\hat{p}(i) = \mathbf{u}(cp)/V, \hat{p}^*(i) = \mathbf{u}(cp)/V. \quad (4.6)$$

Lorsqu'on s'intéresse aux pays, on agrège cette métrique par produit :

$$\hat{p}_c = \sum_p \hat{p}(cp) \text{ et } \hat{p}_c^* = \sum_p \hat{p}^*(cp). \quad (4.7)$$

On ordonne ces vecteurs par ordre décroissant pour avoir les classements. On note pour chaque pays son classement par  $(\hat{K}, \hat{K}^*)$ . C'est sur ces métriques que l'analyse IEA s'appuie.

La deuxième approche GMA utilise la métrique PageRank et reverse PageRank. On détermine ainsi les vecteurs associés  $p$  et  $p^*$  à partir des matrices de Google décrites dans la sous-section 4.3.1. Ces grandeurs sont obtenues par pays de la

même manière avec l'agrégation par produit

$$p_c = \sum_p p(cp) \text{ et } p_c^* = \sum_p p^*(cp). \quad (4.8)$$

On ordonne ce vecteur par ordre décroissant pour avoir les classements. On note, pour chaque pays, son classement par  $(K, K^*)$ . À la différence de IEA, GMA se base sur la structure du réseau et tient compte de la multiplicité des transactions.

**Balance commerciale** D'après [130] : « Le solde de la balance commerciale est la différence entre les valeurs des exportations et des importations de biens et de services. Une balance commerciale positive signifie que le pays exporte plus de biens et services qu'il n'en importe : on parle alors d'« excédent commercial » ou de « balance excédentaire ». Quand elle est négative, on parle de « déficit commercial ». Dans notre étude, nous nous intéressons uniquement à la balance commerciale des biens et non des services, le jeu de données UN COMTRADE ne prenant pas en compte le secteur tertiaire. On dérive la balance commerciale des pays à la fois de IEA, qu'on note  $\hat{b}_c$ , et de GMA notée  $b_c$  :

$$\hat{b}_c = \frac{\hat{p}_c^* - \hat{p}_c}{\hat{p}_c^* + \hat{p}_c} \text{ et } b_c = \frac{p_c^* - p_c}{p_c^* + p_c}. \quad (4.9)$$

Il est préférable d'avoir une balance commerciale positive, pour pouvoir par exemple investir les excédents en dépenses publiques ou rembourser sa dette. Cela ne veut pas dire qu'on peut en déduire de manière absolue une information sur la santé économique des pays [131]. Par exemple, la Chine bénéficie d'un fort excédent commercial [132], ce qui n'est pas le cas de l'Argentine. En effet, l'excédent commercial de l'Argentine est son principal moyen d'obtenir des liquidités, trahissant une détérioration de ses indices économiques [133].

**Sensibilité de la balance commerciale** Une métrique plus adaptée pour déterminer la santé économique d'un pays est la sensibilité de sa balance commerciale. En effet, on suppose qu'un pays bien développé économiquement a sa balance peu sensible par rapport aux fluctuations de prix du marché. Une très forte sensibilité positive à l'augmentation des prix d'un secteur montre que le pays est trop dépendant du secteur pour s'assurer une source de revenu. Au contraire, un pays avec une sensibilité négative montre quelle fluctuation du marché est la plus susceptible de plomber son économie. Nous allons dans ce travail simuler des augmentations du prix du marché en augmentant le poids de certains liens. Nous allons considérer l'inflation de secteurs clés, comme l'énergie et les machines, ainsi que l'augmentation du prix des exportations de certains pays.

La sensibilité est obtenue comme étant dérivée de la balance commerciale à des prix du marché. Cela revient à multiplier le montant des transactions associées par  $(1 + \delta)$ , puis de recalculer la nouvelle balance et ainsi déterminer la dérivée. On prend une petite variation  $\delta = 0.03$  en s'assurant que les résultats ne dépendent

pas de cette quantité. On note  $db_c/d\delta_p$  la sensibilité à l'augmentation du prix du secteur  $p$ , ce qui revient à multiplier par  $(1 + \delta)$  tous les éléments de  $M_{c,c}^p$ . On note  $db_c/d\delta_{cp}$  la sensibilité à l'augmentation du prix des exportations du produit  $p$  par le pays  $c$ .

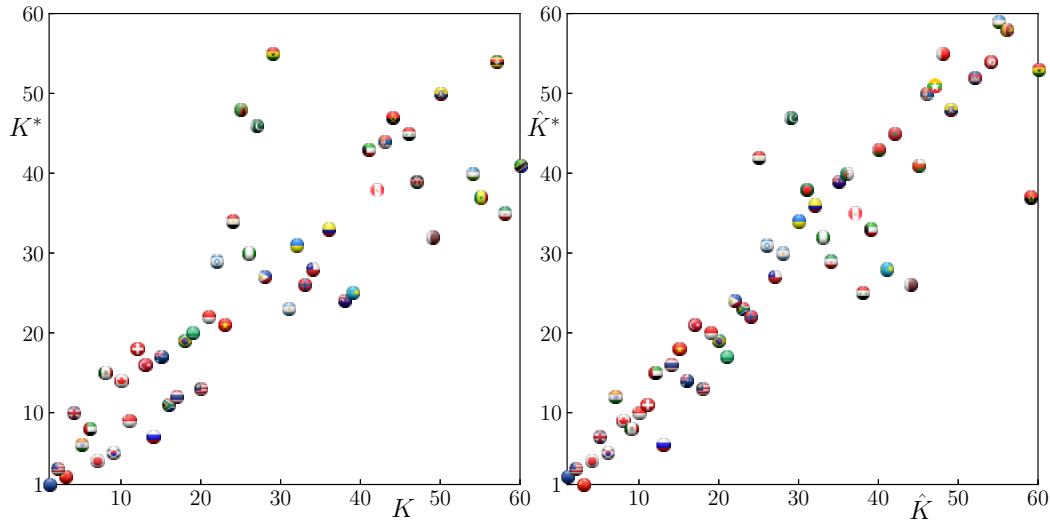


FIGURE 4.2 – Classements IEA et GMA des pays. Les drapeaux ronds montrent à gauche la position des pays dans le plan PageRank-Reverse PageRank ( $K, K^*$ ), et à droite la position dans le plan ImportRank-ExportRank ( $\hat{K}, \hat{K}^*$ ).

## 4.4 Résultats

### 4.4.1 Centralité des pays

Les positions des pays dans le plan PageRank-Reverse PageRank ( $K, K^*$ ) et ImportRank-ExportRank ( $\hat{K}, \hat{K}^*$ ) sont montrées dans la figure 4.2 et le tableau 4.1. Ces résultats montrent des différences notables entre les deux classements. En effet, l'UE prend la première position pour les deux métriques GMA  $K = K^* = 1$ , tandis qu'en classement IEA, elle est seulement aux places ( $\hat{K} = 1, \hat{K}^* = 2$ ), les EU sont à ( $\hat{K} = 2, \hat{K}^* = 3$ ) et la Chine à ( $\hat{K} = 3, \hat{K}^* = 1$ ). Ainsi l'UE prend la première position dans l'approche GMA qui prend en compte la multiplicité des transactions financières et caractérise la robustesse des relations de l'UE. GMA montre aussi que la position du RU est affaiblie par rapport à la description IEA (ainsi RU descend de la place  $\hat{K}^* = 7$  pour atteindre  $K^* = 10$ ). De ces résultats, nous voyons des exemples d'autres pays qui améliorent significativement leur position en GMA par rapport à l'IEA : l'Inde ( $K = 5, K^* = 6, \hat{K} = 7, \hat{K}^* = 12$ ), les Émirats Arabes Unis ( $K = 6, K^* = 8, \hat{K} = 12, \hat{K}^* = 15$ ), l'Afrique du Sud ( $K = 16, K^* = 11, \hat{K} = 23, \hat{K}^* = 23$ ). Nous attribuons cela au réseau commercial bien développé, qui est bien pris en compte par GMA contrairement à l'IEA. En effet, l'IEA ne mesure que le volume des échanges commerciaux directs, tandis que GMA caractérise la

TABLE 4.1 – Top 20 des pays aux classements de PageRank ( $K$ ), Reverse PageRank ( $K^*$ ), ImportRank ( $\hat{K}$ ) et ExportRank ( $\hat{K}^*$ ) en 2018.

Rank	PageRank	Reverse PageRank	ImportRank	ExportRank
1	UE	UE	UE	Chine
2	EU	Chine	EU	UE
3	Chine	USA	Chine	USA
4	RU	Japon	Japon	Japon
5	Inde	Corée du Sud	RU	Corée du Sud
6	Émirats Arabes U.	Inde	Corée du Sud	Russie
7	Japon	Russie	Inde	RU
8	Mexique	Émirats Arabes U.	Canada	Mexique
9	Corée du Sud	Singapour	Mexique	Canada
10	Canada	RU	Singapour	Singapour
11	Singapour	Afrique du Sud	Suisse	Suisse
12	Suisse	Thaïlande	Émirats Arabes U.	Inde
13	Turquie	Malaisie	Russie	Malaisie
14	Russie	Canada	Thaïlande	Australie
15	Australie	Mexique	Viet Nam	Émirats Arabes U.
16	Afrique du Sud	Turquie	Australie	Thaïlande
17	Thaïlande	Australie	Turquie	Arabie Saoudite
18	Brésil	Suisse	Malaisie	Viet Nam
19	Arabie Saoudite	Brésil	Indonésie	Brésil
20	Malaisie	Arabie Saoudite	Brésil	Indonésie

multiplicité des chaînes commerciales dans le monde.

#### 4.4.2 Balance commerciale et sa sensibilité à des variations de prix de produits

La balance commerciale des pays selon les approches IEA et GMA est donnée dans la figure 4.3. Les pays ayant le plus fort excédent commercial relatif sont : la Guinée équatoriale ( $\hat{b}_c = 0.732$ ), le Congo ( $\hat{b}_c = 0.645$ ), le Turkménistan ( $\hat{b}_c = 0.623$ ) en IEA, et, en GMA, la Chine ( $b_c = 0.307$ ), le Japon ( $b_c = 0.244$ ) et la Russie ( $b_c = 0.188$ ) en GMA. Nous voyons que l'IEA identifie des pays qui ne sont pas des puissances mondiales, alors que GMA identifie des pays avec une influence significative sur le monde. Pour l'UE et le RU nous avons  $\hat{b}_c = -0.015; 0.020$  (UE) et  $\hat{b}_c = -0.178; -0.187$  (RU) en IEA;GMA. Ainsi l'équilibre commercial du Royaume-Uni s'est réduit, correspondant à une perte d'influence dans le réseau, en accord avec les résultats des mesures de centralité présentés dans la figure 4.2 et le tableau 4.1 (on remarque que l'amplitude de variation de la balance est plus petite en GMA qu'en IEA; on l'attribue au fait que la multiplicité des transactions en GMA lissent les diverses fluctuations qui sont plus communes pour IEA).

La sensibilité de la balance  $db_c/d\delta_p$  au produit  $p = 3$  (combustibles minéraux, dont en bonne partie le gaz et le pétrole) est montrée dans la figure 4.4. Les trois réponses les plus fortes sont trouvées pour l'Algérie (0.431), le Brunei (0.415), le Soudan du Sud (0.411) en IEA et l'Arabie Saoudite (0.174), la Russie (0.161), le Ka-

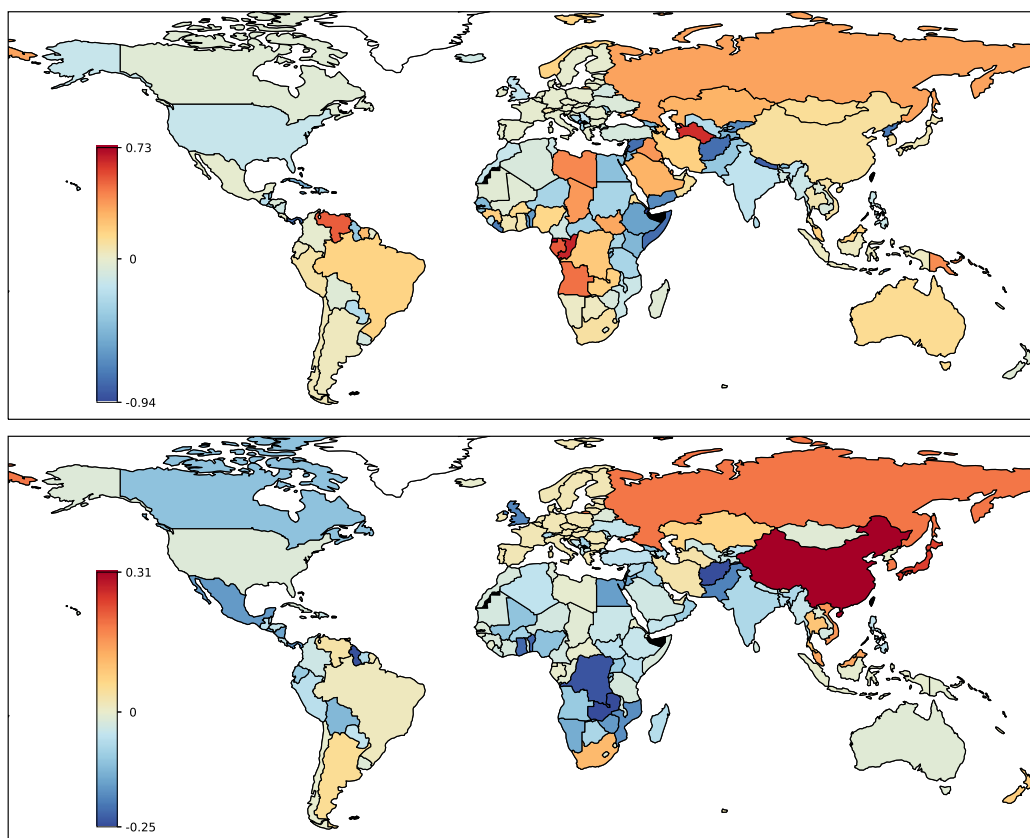


FIGURE 4.3 – Carte du monde de la balance commerciale des pays. Au dessus (en dessous) : la balance commerciale  $\hat{b}_c$  ( $b_c$ ) est obtenue avec l'approche IEA (GMA). Les pays absents du jeu de données sont notés en noir (ici et dans les autres figures).

zakhstan (0.126) en GMA. Les résultats de GMA sont plutôt naturels car l'Arabie Saoudite, la Russie et le Kazakhstan sont des producteurs de pétrole importants. Il est intéressant de remarquer que GMA classe l'Irak en 4<sup>ème</sup> position. Les trois réponses les plus négatives sont pour le Zimbabwe (-0.137), le Nauru (-0.131), le Japon (-0.106) en IEA et, en GMA, le Japon (-0.066), la Corée du Sud (-0.062) et le Zimbabwe (-0.058). Pour la Chine et l'Inde, les valeurs de  $db_c/d\delta_p$  sont respectivement : -0.073, -0.086 en IEA, et, en GMA, -0.056, 0.010. Cela montre que l'Inde est plus stable vis-à-vis d'une augmentation des prix des combustibles minéraux  $p = 3$ . Ces résultats montrent que la GMA sélectionne des pays plus influents au niveau mondial.

La sensibilité de la balance commerciale  $db_c/d\delta_p$  au produit  $p = 7$  « machines et équipements de transport » est montrée dans la figure 4.5. Ici les trois réponses positives les plus importantes sont trouvées à la fois en IEA et GMA pour le Japon (respectivement 0.167, 0.151), la Corée du Sud (0.143, 0.097), et les Philippines (0.130, 0.091). Les trois réponses les plus négatives sont le Brunei (-0.210), l'Iran



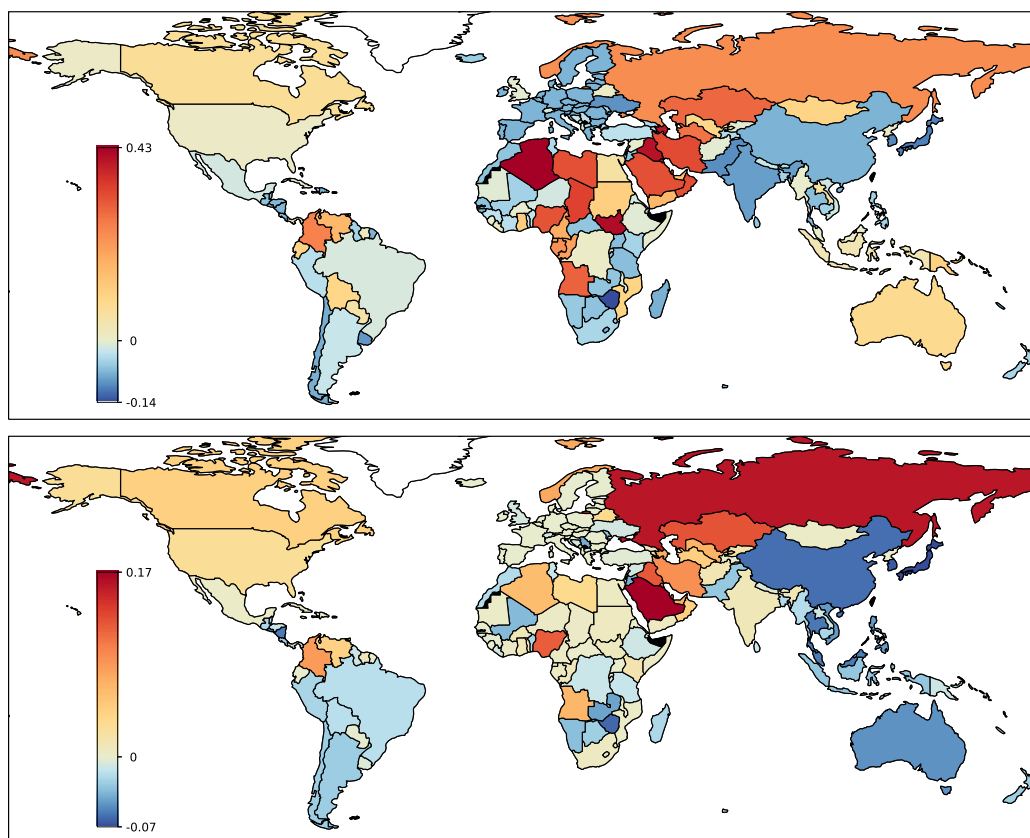


FIGURE 4.4 – Sensibilité de la balance commerciale aux combustibles minéraux. Au dessus (en dessous) : la sensibilité IEA  $db_c/d\delta_p$  (GMA  $db_c/d\delta_p$ ) pour le produit  $p = 3$ .

(-0.202), l'Ouzbékistan (-0.190) en IEA, et, en GMA, la Russie (-0.138), le Kazakhstan (-0.102), l'Argentine (-0.097). On voit, une fois de plus, que GMA sélectionne les pays les plus importants. La sensibilité pour l'UE, le RU, la Chine, la Russie et les EU sont : UE (0.048), RU (0.006), Chine (0.065), Russie (-0.170), EU (-0.027) en IEA ; UE (0.000), RU (0.024), Chine (0.077), Russie (-0.138), EU (-0.018) en GMA. Les résultats GMA montrent que même si le produit ( $p = 7$ ) est important pour l'UE, la puissance du réseau du commerce de ce produit devient dominée par les pays asiatiques suivants : le Japon, la Corée du Sud, la Chine et les Philippines ; à cet égard, la position du Royaume-Uni est légèrement meilleure que celle de l'UE.

Dans les figures 4.4 et 4.5, nous avons considéré la sensibilité de la balance commerciale à des produits en particulier (combustibles minéraux  $p = 3$  ou machines  $p = 7$ ). On s'intéresse maintenant à la variation de prix de produits venant de pays spécifiques, afin de mettre en évidence des interdépendances des économies des pays. Pour 4 pays d'intérêt, l'UE, les EU, la Chine et la Russie, nous augmentons leur volume d'exportations de produits importants pour leur économie, à savoir les machines et équipements pour l'UE, les EU, la Chine et les combustibles

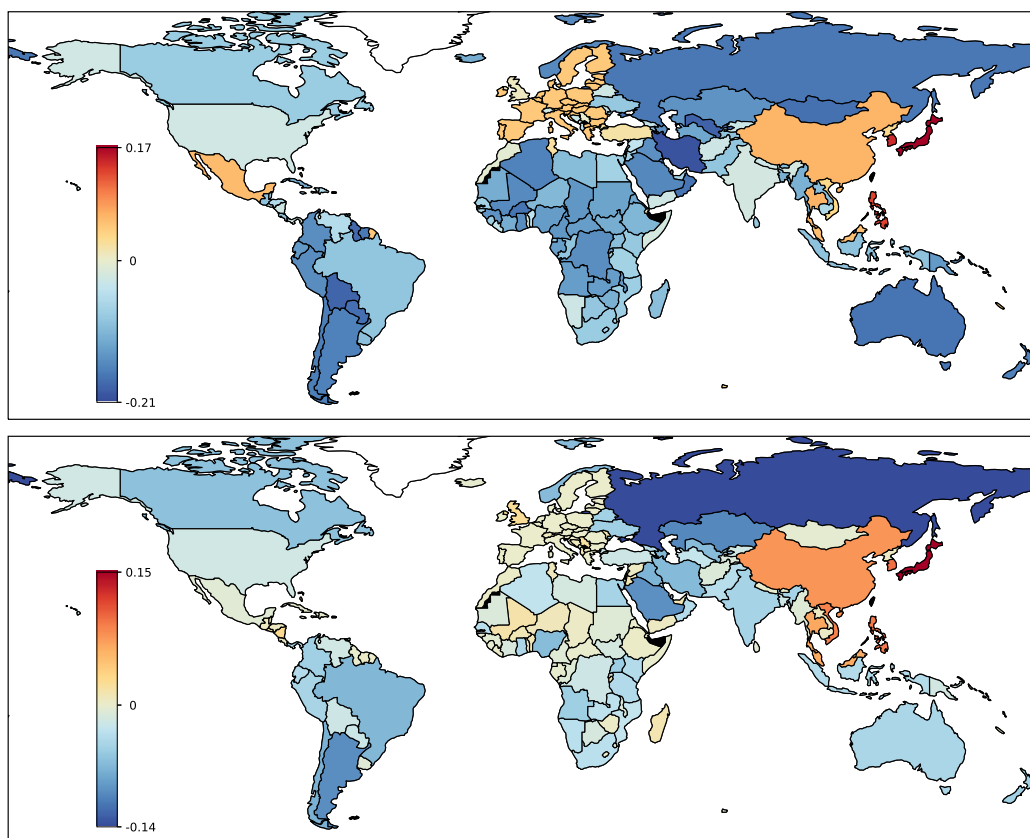


FIGURE 4.5 – Sensibilité de la balance commerciale aux machines et équipements de transport. Au dessus (en dessous) : la sensibilité IEA  $d\hat{b}_c/d\delta_p$  (GMA  $db_c/d\delta_p$ ) pour le produit  $p = 7$ .

minéraux pour la Russie.

Les résultats sont montrés pour IEA et GMA respectivement dans les figures 4.6 et 4.7. Pour l'approche IEA, cette augmentation de prix déstabilise nécessairement négativement la balance commerciale des autres pays. On voit alors les pays pour lesquels ces échanges sont importants :

- UE  $p = 7$  : Norvège (-0.116), Maroc (-0.114), Tunisie (-0.104), RU (-0.098)
- EU  $p = 7$  : Guyane (-0.180), Canada (-0.118), Mexique (-0.109)
- Chine  $p = 7$  : Viet Nam (-0.077), Brunei (-0.072), Mongolie (-0.069), Paraguay et Iran (-0.68)
- Russie  $p = 3$  : Biélorussie (-0.124), Mongolie (-0.089), Curacao (-0.081)

La particularité de l'approche GMA, montrée dans la figure 4.7, est que cette fois-ci la balance peut aussi être sensible positivement. Ainsi, on voit que certains pays bénéficient de l'augmentation du prix des exportations d'autres pays. On peut observer cela uniquement grâce au fait que GMA capture la structure du réseau en considérant des interactions à longue distance. On voit que les machines ( $p = 7$ ) de l'UE ont un impact positif important pour le RU et négatif pour la Russie. Cela

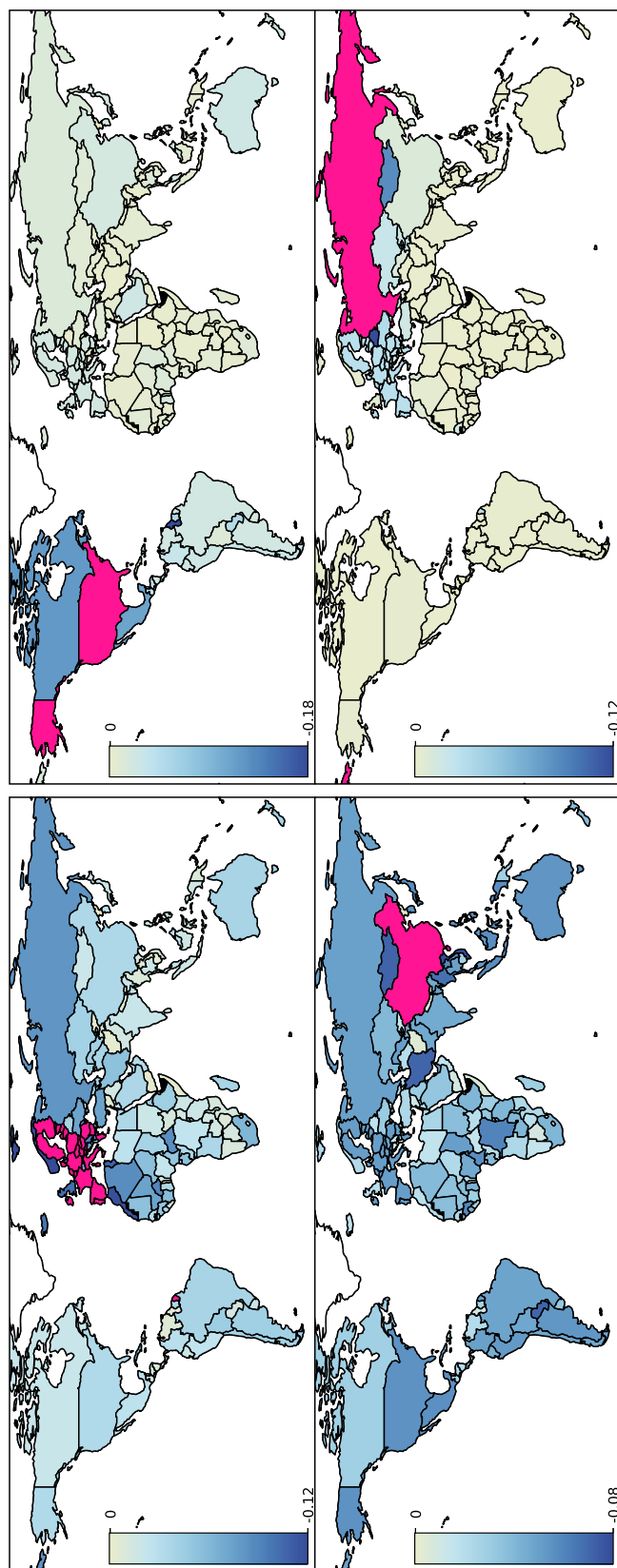


FIGURE 4.6 – Sensibilité de la balance commerciale IEA  $db_c/d\delta_{cp}$  à une augmentation du produit  $p = 7$  (machines) de l'UE (en haut à gauche), des EU (en haut à droite), de la Chine (en bas à gauche) et  $p = 3$  (combustibles minéraux) de la Russie (en bas à droite). Pour l'UE, les EU, la Chine, la Russie on obtient respectivement  $db_c/d\delta_{cp} = 0.20, 0.18, 0.24, 0.24$ , ces fortes valeurs n'étant pas prises en compte dans les intervalles de couleur pour mieux faire ressortir celles des autres pays. À la place, on les affiche en couleur fuchsia.

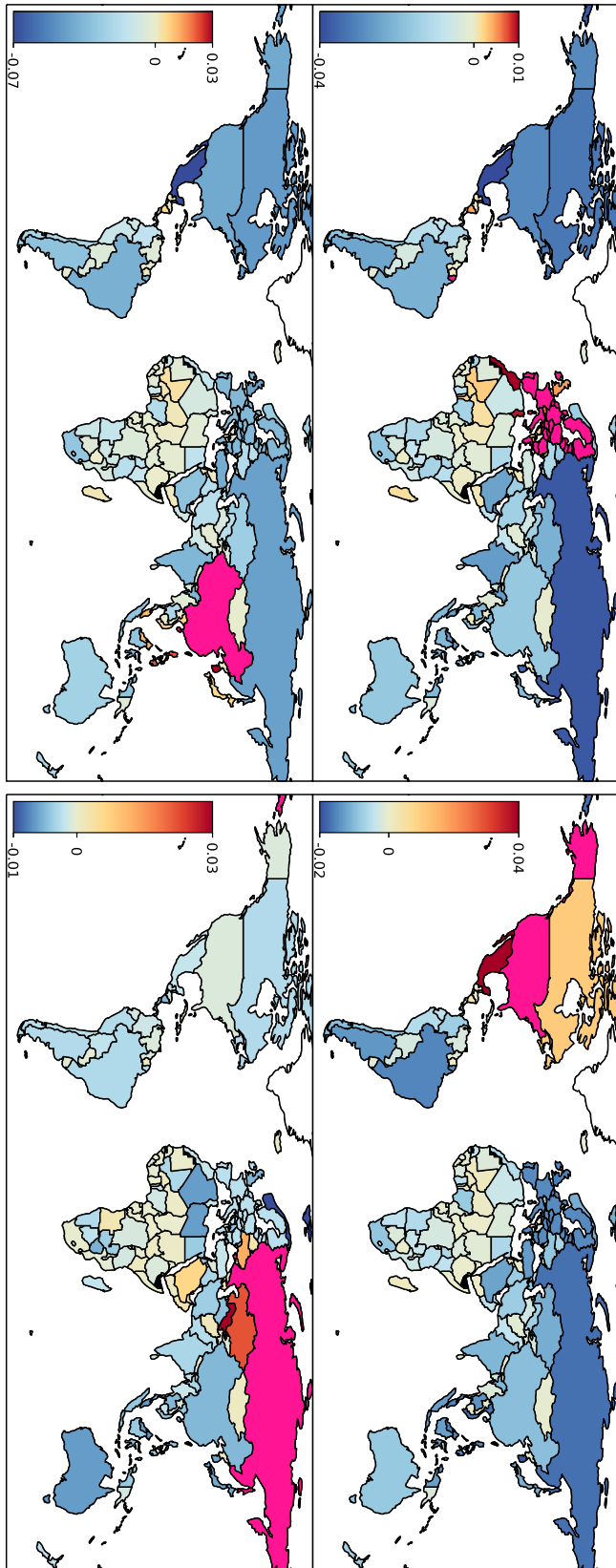


Figure 4.7 – Sensibilité de la balance commerciale  $GMA$   $db_c/d\delta_{cp}$  à une augmentation du produit  $p = 7$  (machines) de l'UE (en haut à gauche), des EU (en haut à droite), de la Chine (en bas à gauche) et  $p = 3$  (combustibles minéraux) de la Russie (en bas à droite). Pour l'UE, les EU, la Chine, la Russie on obtient respectivement  $db_c/d\delta_{cp} = 0.11, 0.11, 0.14, 0.12$ , ces fortes valeurs n'étant pas prises en compte dans les intervalles de couleur pour mieux faire ressortir celles des autres pays. À la place, on les affiche en fuchsia.

montre une forte dépendance de la Russie envers les machines de l'UE. Les machines des EU donnent un impact positif fort sur le Mexique et le Canada, avec un effet négatif sur l'UE, la Russie, le Brésil et l'Argentine. Les machines de la Chine ont un impact positif sur des pays asiatiques (Corée du Sud, Japon et Philippines) et un effet significativement négatif sur le Mexique. Les combustibles minéraux ( $p = 3$ ) de la Russie ont un effet positif pour le Kazakhstan, l'Ouzbékistan et l'Ukraine (anciens membres de l'URSS) et négatif pour la Norvège et l'Algérie, des producteurs de pétrole et gaz concurrents.

#### 4.4.3 Structure du réseau d'après la matrice de Google réduite

La structure du réseau pour 40 nœuds de 10 produits de l'UE, des EU, de la Chine et de la Russie est illustrée dans la figure 4.8. Elle est obtenue à partir de la matrice réduite de Google de  $N_r = 40$  nœuds du réseau mondial WTN avec  $N = 1680$  nœuds sur la base de l'algorithme REGOMAX [46], qui prend en compte tous les chemins entre les  $N_r$  nœuds via le réseau global de  $N$  nœuds grâce au complément stochastique des matrices de Google [43]. Les réseaux sont présentés pour les flux commerciaux directs (matrice  $G$ ) et inversés (matrice  $G^*$ ). Pour chaque nœud, nous ne montrons que les 4 liens sortants les plus forts (éléments de la matrice commerciale) qui, heuristiquement, peuvent être considérés comme les quatre "meilleurs amis". La structure du réseau qui en résulte montre clairement le rôle central dominant du produit "machine". Pour les flux entrants (direction des importations) de  $G_R$ , la dominance centrale des machines pour les États-Unis et l'UE est directement visible tandis que pour les flux sortants (direction des exportations), les machines de l'UE et de la Chine dominent les exportations.

### 4.5 Discussion

Nous avons présenté l'analyse de la matrice Google du WTN multiproduits obtenue à partir de la base de données COMTRADE de l'ONU au cours des dernières années. Contrairement à l'ancienne caractérisation Import-Export du commerce, cette nouvelle approche capture la multiplicité des transactions commerciales entre les pays du monde et met mieux en évidence l'importance et l'influence mondiales des relations commerciales entre des pays et des produits spécifiques. L'analyse de la matrice de Google réduite par le complément stochastique montre clairement que la position dominante dans le WTN est occupée par l'UE des 27 pays malgré le départ du Royaume-Uni après le Brexit. Ce résultat démontre la structure robuste du commerce mondial de l'UE. Il contraste avec l'analyse habituelle des importations et des exportations dans laquelle les États-Unis et la Chine sont considérés comme les principaux acteurs. Nous constatons également que les machines et les combustibles minéraux jouent un rôle dominant dans le commerce international. L'analyse de la matrice Google réduite souligne la domination croissante des produits de machinerie des pays asiatiques (la Chine, le Japon et la République de Corée).

Il est intéressant de noter que l'influence du réseau de l'UE avec 27 pays est quelque peu similaire à celle constituée par un noyau de 9 pays dominants de l'UE (KEU9), soit l'Autriche, la Belgique, la France, l'Allemagne, l'Italie, le Luxembourg, les Pays-Bas, le Portugal, l'Espagne. Ces pays ont été proposés par Christian Saint-Étienne pour former une Europe restreinte mais plus unie, car plus proche historiquement, culturellement et économiquement [134]. Nous avons étudié cette proposition dans le contexte du commerce international [135]. Le fait qu'on observe toujours une position dominante des pays de KEU9 montre leur influence dans l'UE et sur le commerce mondial.

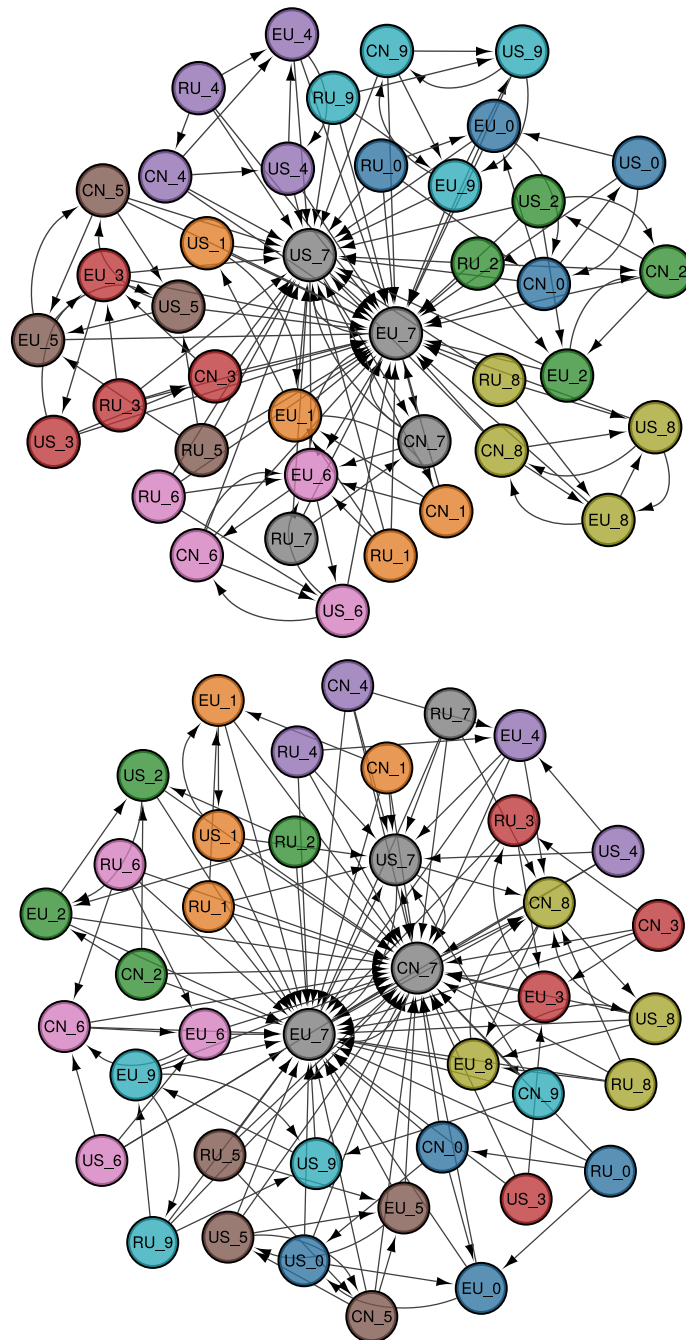


FIGURE 4.8 – Structure du WTN réduit à l’Union Européenne (dans cette figure uniquement, désignée par l’acronyme anglais EU), les États-Unis (US), la Chine (CN) et la Russie (RU) avec 10 produits. Le réseau est obtenu à partir de la matrice de Google réduite  $G_R$  (en haut) and  $G^*_R$  (en bas) en sélectionnant les 4 liens les plus forts de chaque pays (similairement aux 4 « meilleurs amis » des réseaux réduits présentés dans [46]). Les pays sont indiqués avec deux lettres et les produits avec l’index  $p$ . La correspondance entre  $p$  et le nom du produit est donnée dans la section 4.2. La direction de la flèche du nœud  $A$  au nœud  $B$  signifie que  $B$  importe de  $A$  (en haut) et  $B$  exporte vers  $A$  (en bas).

# Conclusion

Le concept de réseau est une abstraction qui représente des relations entre des objets. Au nom de l'universalité de cette définition, de nombreuses données de la Nature et des activités humaines sont modélisées par des réseaux. Ainsi, ce concept est présent au sein de plusieurs communautés scientifiques, notamment en informatique, en biologie et en économie. Les réseaux peuvent atteindre de grandes tailles et présenter des propriétés particulières. En extraire de l'information est alors une tâche difficile, c'est pourquoi les réseaux sont qualifiés de « complexes ».

Cette thèse de doctorat synthétise trois ans de travaux dédiés à la modélisation et l'analyse d'écosystèmes numériques et économiques, issus de données réelles, sous forme de réseaux. Nous nous sommes intéressés aux problématiques suivantes :

- Comment modéliser des écosystèmes numériques et économiques par un réseau complexe ?
- Comment identifier les acteurs principaux de ces écosystèmes et comment caractériser leurs interactions dans un réseau complexe ?

Pour répondre à ces questions, nous avons considéré deux écosystèmes dont les constituants sont en compétition. En première application, nous avons travaillé sur la topologie d'Internet dérivée de PeeringDB, une base de données où les systèmes autonomes renseignent leurs informations d'interconnexion aux *internet exchange points*. En seconde application, nous avons étudié le réseau de commerce international d'échange de produits entre pays. Ces écosystèmes compétitifs requièrent une modélisation sous forme de réseaux, traduisant les différents échanges pondérés et dirigés de flux de données/produits entre AS-IXP/pays.

Pour répondre aux questions posées dans cette thèse, nous avons identifié et présenté les outils d'analyse capables de dégager les propriétés recherchées. Nous nous sommes appuyés d'une part sur des métriques, caractérisant par exemple l'imbrication ou la centralité des nœuds et, d'autre part, sur la méthode de la matrice de Google réduite, pour identifier les interactions entre des acteurs majeurs de ces réseaux complexes. Nous avons organisé ce document pour répondre à des questions de recherche connexes aux problématiques énoncées :

- Le chapitre 2 questionne comment la modélisation de PeeringDB sous forme de réseau biparti, dirigé et pondéré, et son analyse, peuvent nous aider à mieux comprendre l'écosystème du peering public d'Internet.
- Explorant une analogie entre l'écosystème du peering public et la biologie, le chapitre 3 répond aux questions : Est-ce que le réseau complexe du peering public d'Internet présente une structure imbriquée, comme de nombreux autres écosystèmes compétitifs bipartis issus de l'écologie et de l'économie ? Quelles en sont les conséquences ?
- Enfin, le chapitre 4 aborde la question : Comment les outils dérivés de la matrice de Google, appliqués aux réseaux du commerce international,



nous aident à comprendre la place de l'Europe dans l'économie globale ?

En répondant à ces questions, nous avons apporté les contributions suivantes :

- Nous avons modélisé l'écosystème du peering public d'Internet par un réseau complexe biparti de 9695 AS et 686 IXP reliés par 52422 liens. Son originalité vient de la pondération et de la direction des liens, dérivés d'informations contenues dans PeeringDB qui n'avaient jamais été exploitées et qui offrent une représentation plus expressive du potentiel de communication du réseau.
- Nous avons retrouvé des acteurs clés connus de cet écosystème numérique, composés d'AS hypergéants à l'origine du trafic et d'AS *eyeball* régionaux le distribuant aux utilisateurs finaux.
- À partir des capacités d'interconnexion, nous avons déduit un flux de données possible entre ces acteurs et étudié l'impact de l'épidémie de COVID-19. Ce sont des informations sensibles, difficiles à mesurer et non divulguées.
- Nous avons montré l'imbrication de deux réseaux issus de l'écosystème de peering public, par analogie avec des réseaux biologiques, et son application à l'étude de robustesse à la suppression de nœuds. Le premier réseau modélise la répartition des AS dans les pays du monde, qui est similaire aux réseaux biologiques de répartition d'espèces sur des sites géographiques. Le second réseau d'adhésion des AS aux IXP s'apparente aux réseaux mutualistes pollinisateur-plante. Celui-ci ne présente pas de structure imbriquée évidente mais, en considérant le regroupement des nœuds en communautés, nous avons montré l'existence d'une composante imbriquée principale. L'utilisation nouvelle de la *fitness*, une métrique d'imbrication, a permis de classer les nœuds par importance pour déterminer l'ordre de suppression le plus efficace.
- Nous avons montré la place dominante de l'Europe dans le commerce international, malgré le Brexit, lorsque l'on considère la multiplicité des transactions financières en exploitant la matrice de Google et sa version réduite. Avec les métriques de centralité et de balance commerciale, cette approche montre une perte d'influence du Royaume-Uni dans le réseau.

## Perspectives

Les travaux sur l'écosystème de peering public ont une dimension temporelle qui requiert une étude plus approfondie. Cet écosystème est en développement, avec des records de trafic fréquemment atteints aux IXP, particulièrement pendant la pandémie de COVID-19 [136]. De plus, les IXP s'étendent à des régions du monde actuellement sous-connectées. La base de données PeeringDB est collectée de manière journalière par CAIDA depuis une dizaine d'années et permet une telle étude.

Ainsi, une meilleure compréhension de cet écosystème en évolution peut être obtenue à partir de métriques temporelles [137]. La temporalité de l'écosystème de peering public mérite aussi d'être inspectée par le biais de l'imbrication. Les réseaux imbriqués de biologie manquent souvent de dimension temporelle, ce qui ne permet pas d'expliquer les mécanismes de formation de l'imbrication [10]. Par ailleurs, une application de l'imbrication est la prédiction de liens, car un lien nouvellement formé a plus de probabilité d'apparaître au sein de la caractéristique structure triangulaire de la matrice d'adjacence [110]. Nous pensons que ce genre d'étude a son intérêt dans le contexte compétitif du peering public.

Une autre perspective est l'utilisation de nouveaux outils, permise grâce à l'évolution récente du domaine de l'apprentissage automatique profond, ou *deep learning*, vers des données représentées sous forme de réseau [138]. Dans nos travaux, nous avons utilisé des métriques pour extraire de l'information de réseaux. Par exemple, nous avons testé l'hypothèse selon laquelle les AS hypergéants sont importants dans la diffusion du contenu au sein du réseau et, pour retrouver cette importance, nous avons choisi que la métrique *reverse PageRank* serait la plus appropriée. Ce type d'extraction manuelle d'informations est appelé *feature engineering*. Ainsi, des règles sont imposées sur la manière dont les informations sont traitées. Or, idéalement, l'apprentissage automatique a l'avantage de traiter les données sans avoir à fournir un ensemble de règles, celles-ci étant déterminées par l'algorithme [139]. Dans le meilleur des mondes, l'extraction d'information pourrait alors être confiée à des machines, ce qui rendrait obsolète l'utilisation de métriques.

Nous soutenons que l'utilisation de métriques reste néanmoins pertinente. Premièrement, remettre la prise de décision au sein des algorithmes pose un important problème d'explicabilité des résultats. Les efforts en ce sens sont un domaine de recherche à part entière [140]. Il faut s'assurer que l'algorithme ne prenne pas de décisions biaisées, et, pour cela, une compréhension fine du fonctionnement du réseau est nécessaire. En second lieu, dans un cadre d'apprentissage supervisé, les algorithmes doivent apprendre à partir de vérités terrains qui peuvent s'élaborer à partir de métriques.

Enfin, nous considérons une dernière perspective, en lien avec l'évolution récente des outils d'apprentissage profond et la matrice de Google réduite. Cette évolution, rendue possible grâce à l'adaptation de l'architecture des réseaux de neurones convolutifs (CNN) utilisée pour le traitement d'images [141], permet de construire des réseaux de neurones profonds, appelés *Graph Neural Networks* (GNN), capables d'exploiter la structure du graphe lors de l'apprentissage. Les architectures CNN de traitement d'image consistent en une succession, d'une part, d'une opération d'agrégation d'informations en provenance d'un voisinage de pixels et, d'autre part, d'un sous-échantillonnage (*pooling*) de l'image de la couche précédente [141]. Cette architecture, reprise par les GNN en substituant les pixels par les nœuds, a besoin de redéfinir les opérations d'agrégation de voisinage et de pooling [142]. Le voisinage d'un nœud se base sur sa similarité avec d'autres nœuds, une notion à préciser qui dépend des données et du domaine d'applica-

tion considéré. Les nœuds similaires sont-ils des nœuds proches structurellement, ou alors ayant le même rôle structurel dans le réseau? Or, les auteurs de [46] et nous-mêmes avons montré que la matrice de Google réduite capture la proximité structurelle d'un ensemble de nœuds restreint dans un grand réseau complexe. De plus, au chapitre 2, nous avons montré qu'elle pouvait caractériser le comportement diffusif des nœuds, dans ce cas en l'appliquant à la diffusion du contenu des hypergéants vers les *eyeball networks*. Nous nous demandons donc si l'algorithme REGOMAX peut être inclus dans une architecture de GNN pour définir une notion de similarité entre les nœuds.

# Commerce international : résultats additionnels

---

Nous présentons des résultats additionnels à ceux présentés dans le chapitre 4. figure A.1, figure A.2, figure A.5 et figure A.6 reproduisent pour les années 2012, 2014, 2016 respectivement figure 4.2, figure 4.3, figure 4.4 and figure 4.5 de l'article principal. Dans figure A.3 and figure A.4, on montre respectivement le volume d'importation et d'exportation des pays du WTN.

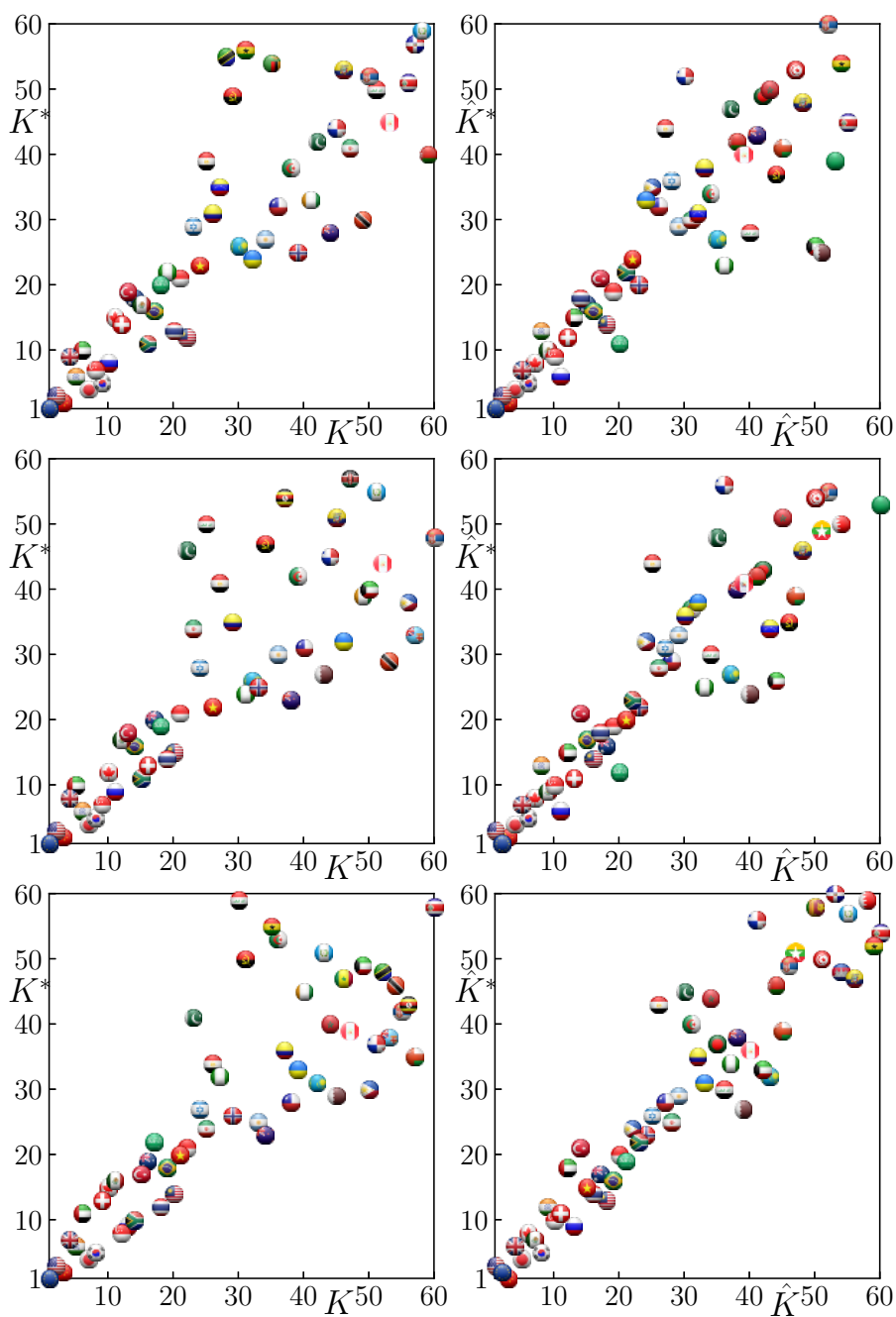


FIGURE A.1 – Classements IEA et GMA des pays pour les années 2012, 2014 et 2016. Les drapeaux ronds montrent à gauche la position des pays dans le plan PageRank-Reverse PageRank ( $K, K^*$ ), et à droite la position dans le plan ImportRank-ExportRank ( $\hat{K}, \hat{K}^*$ ). La première ligne, la deuxième et la troisième correspondent aux années 2012, 2014 et 2016.

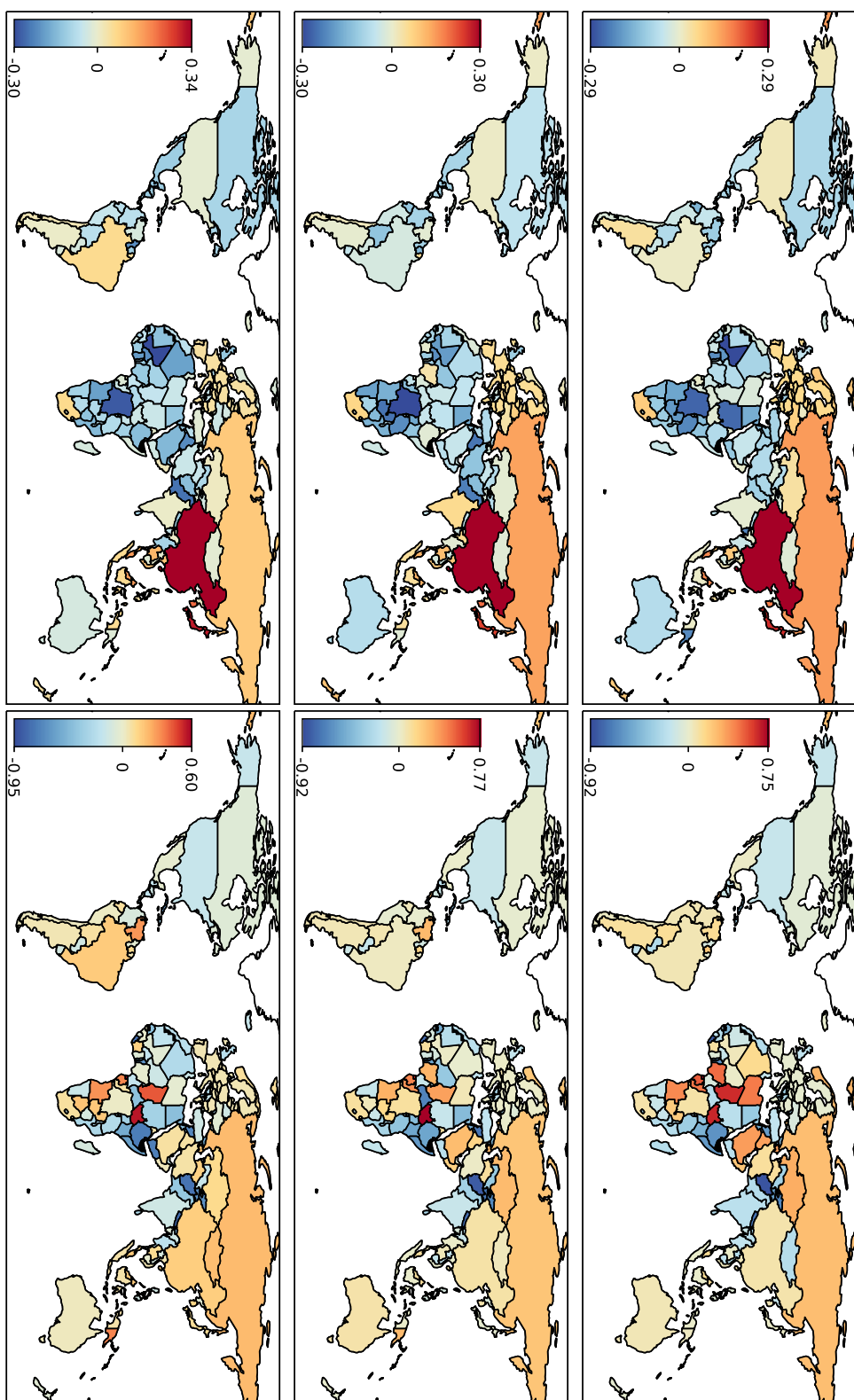


Figure A.2 – Carte du monde de la balance commerciale des pays. À gauche (à droite) : la balance commerciale  $b_c$  ( $\hat{b}_c$ ) est obtenue avec l'approche GMA (IEA). La première ligne, la deuxième et la troisième correspondent aux années 2012, 2014 et 2016.

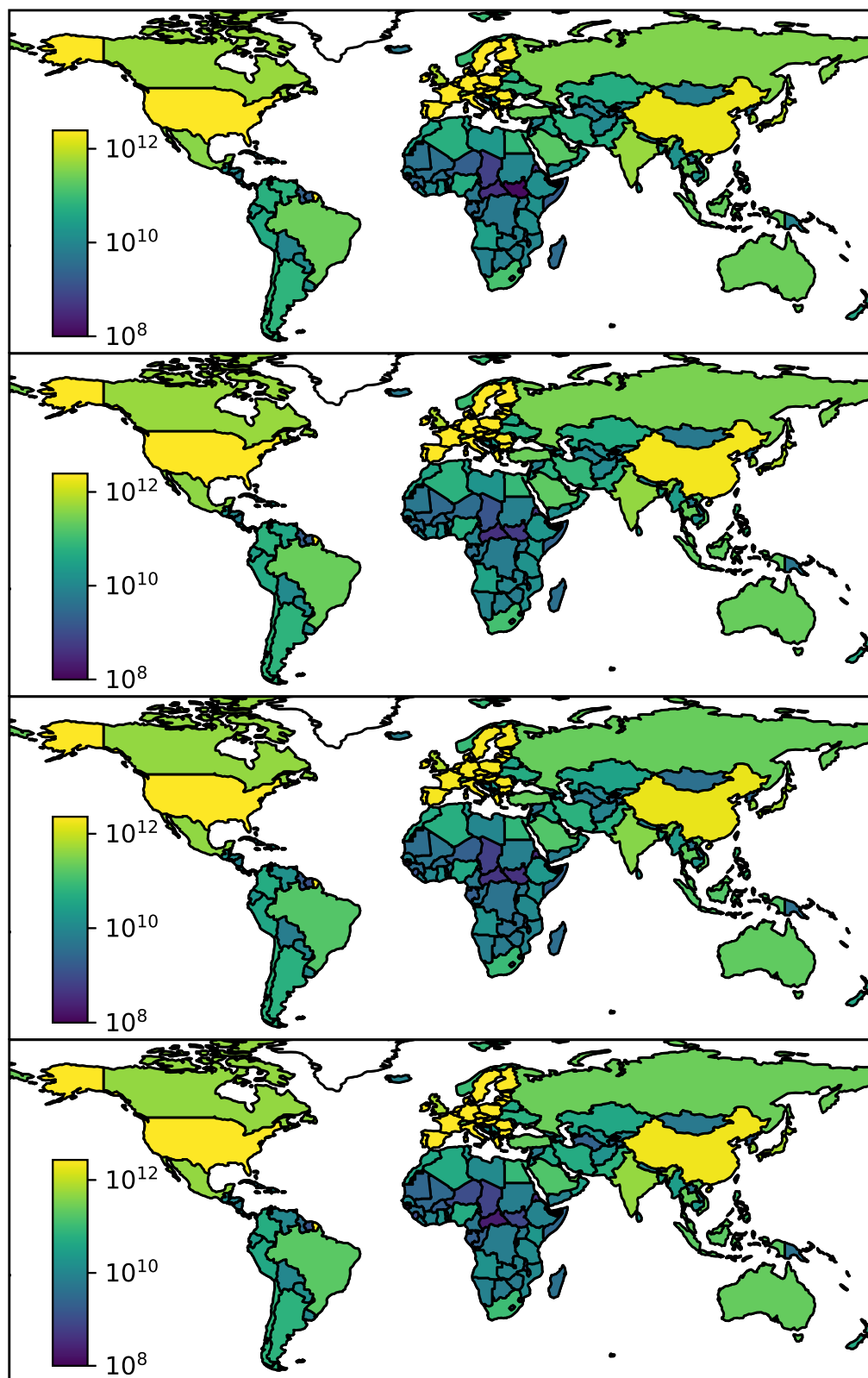


FIGURE A.3 – Carte du monde du volume d'importation des pays en dollars. Les valeurs plus petites que  $10^8$  sont ramenées à cette valeur pour une meilleure visibilité. La première ligne, la deuxième, la troisième et la quatrième correspondent aux années 2012, 2014, 2016 et 2018. On fait remarquer que les inégalités de répartition des richesses sont uniquement visualisables avec une échelle logarithmique.

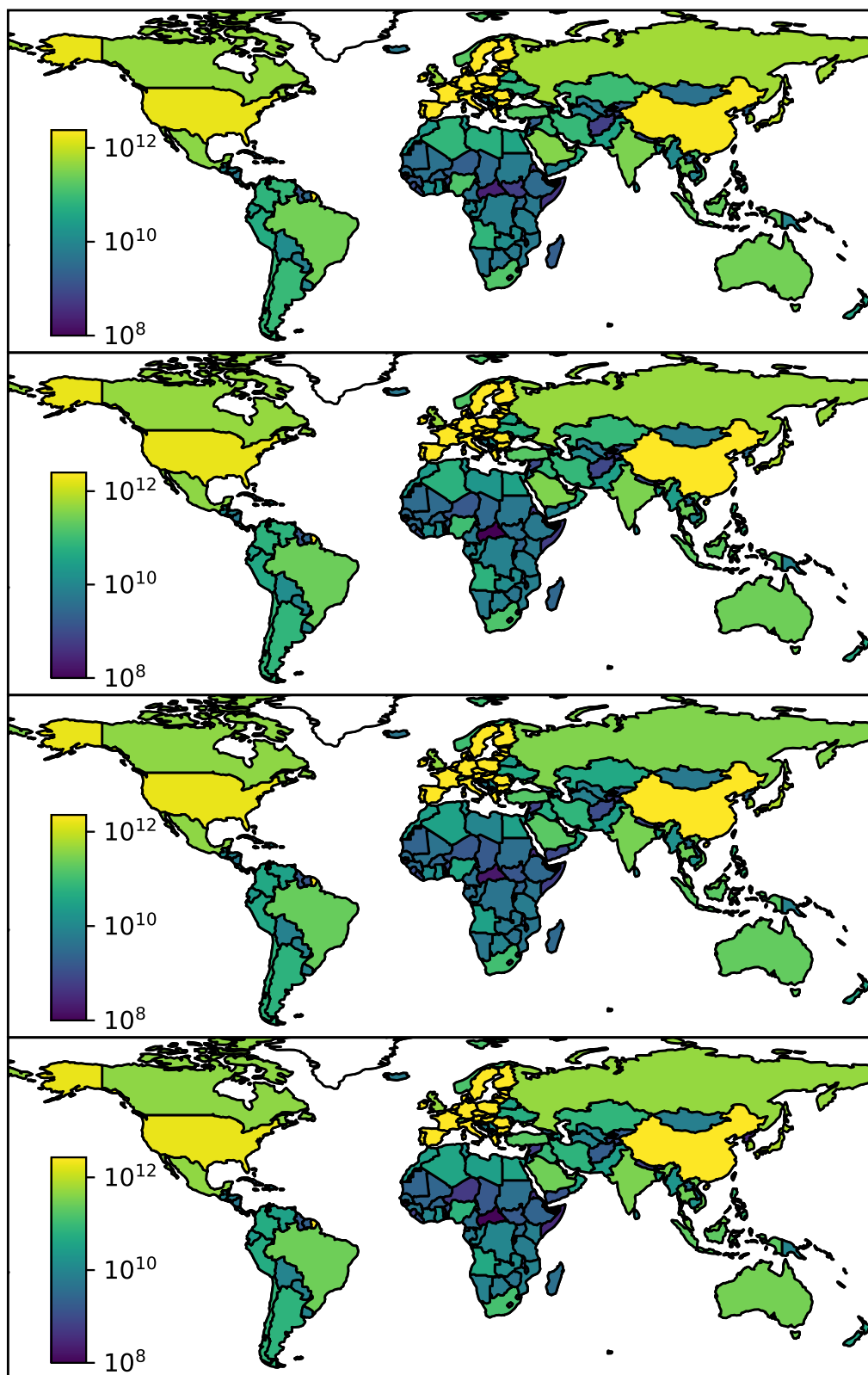


FIGURE A.4 – Carte du monde du volume d’exportation des pays en dollars. Les valeurs plus petites que  $10^8$  sont ramenées à cette valeur pour une meilleure visibilité. La première ligne, la deuxième, la troisième et la quatrième correspondent aux années 2012, 2014, 2016 et 2018. On fait remarquer que les inégalités de répartition des richesses sont uniquement visualisables avec une échelle logarithmique.



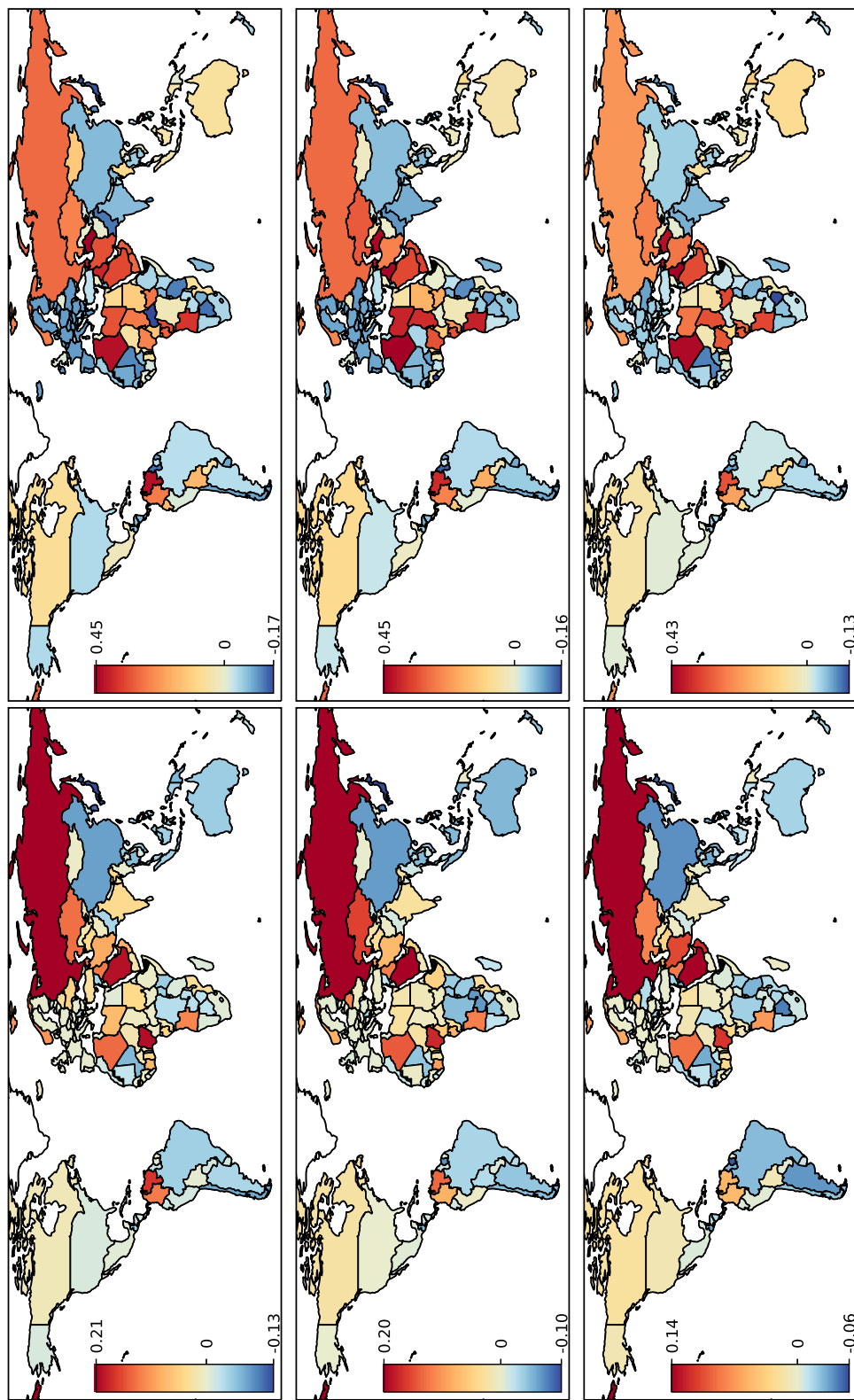


FIGURE A.5 – Sensibilité de la balance commerciale aux combustibles minéraux. À gauche (à droite) : la sensibilité IEA  $db_c/d\delta_p$  (GMA  $db_c/d\delta_p$ ) pour le produit  $p = 3$ . La première ligne, la deuxième et la troisième correspondent aux années 2012, 2014 et 2016.

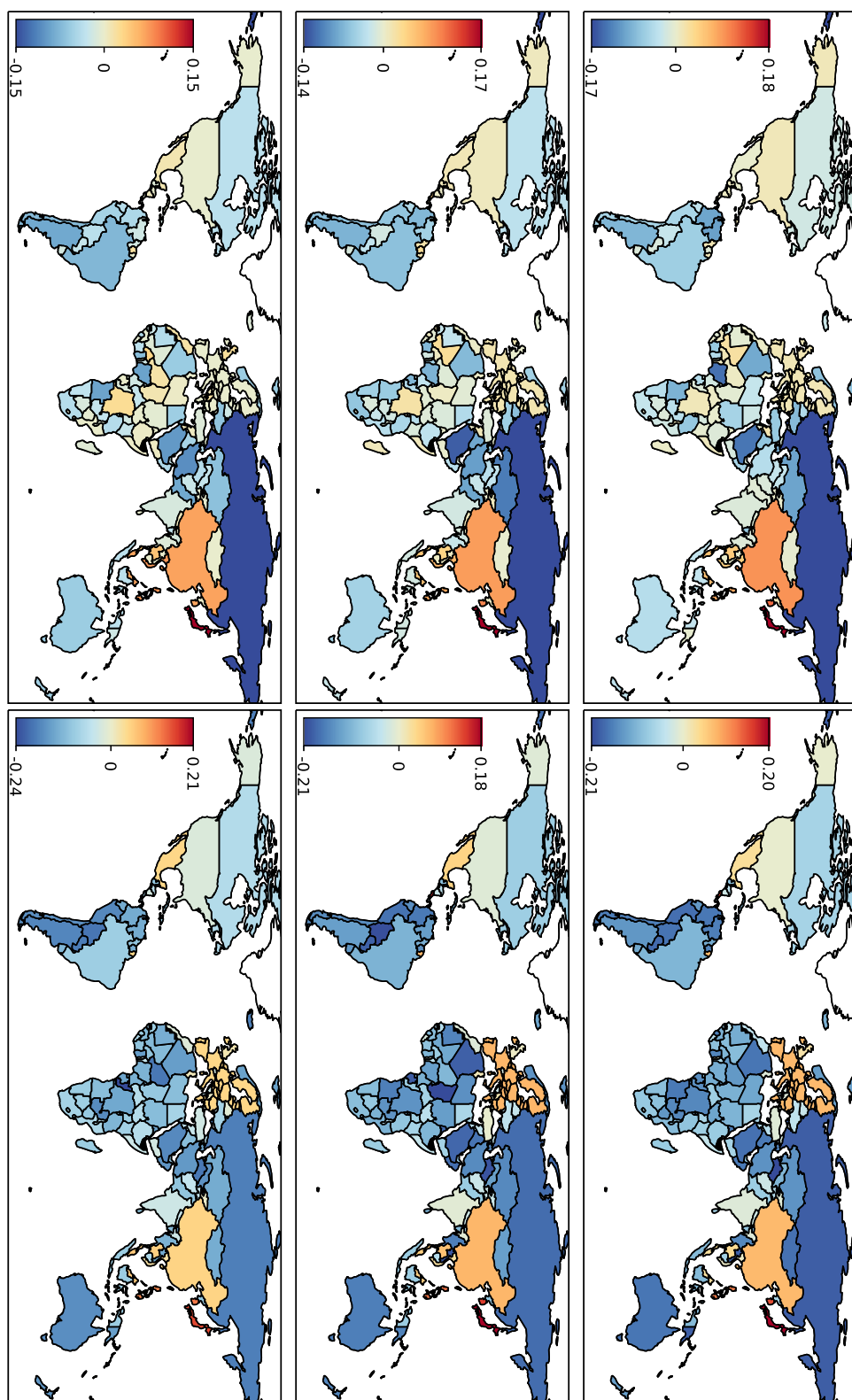


FIGURE A.6 – La même figure que figure A.5 mais pour les machines et équipements de transport  $p = 7$

# Bibliographie

- [1] Antal VAN DEN BOSCH, Toine BOGERS et Maurice DE KUNDER. “Estimating search engine index size variability: a 9-year longitudinal study”. In : Scientometrics 107.2 (2016), p. 839-856 (cf. p. 1).
- [2] PEERINGDB. PeeringDB. 2020. URL : <https://www.peeringdb.com> (visité le 30/07/2020) (cf. p. 9, 54, 58).
- [3] UN Comtrade database. 2021. URL : <https://en.wikipedia.org/wiki/Brexit> (visité le 01/02/2021) (cf. p. 10, 107).
- [4] Duncan J WATTS et Steven H STROGATZ. “Collective dynamics of ‘small-world’ networks”. In : nature 393.6684 (1998), p. 440-442 (cf. p. 10).
- [5] Stanley MILGRAM. “The small world problem”. In : Psychology today 2.1 (1967), p. 60-67 (cf. p. 10).
- [6] Paolo BOLDI et Sebastiano VIGNA. “Four degrees of separation, really”. In : 2012 IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining. IEEE. 2012, p. 1222-1227 (cf. p. 10).
- [7] Albert-László BARABÁSI et Réka ALBERT. “Emergence of scaling in random networks”. In : science 286.5439 (1999), p. 509-512 (cf. p. 11, 14, 67).
- [8] Paul ERDŐS et RÉNYI. “On random graphs”. In : Publicationes Mathematicae 6 (1959), p. 290-297 (cf. p. 11, 13, 18).
- [9] Paul W HOLLAND, Kathryn Blackmond LASKEY et Samuel LEINHARDT. “Stochastic blockmodels: First steps”. In : Social networks 5.2 (1983), p. 109-137 (cf. p. 11).
- [10] Manuel Sebastian MARIANI, Zhuo-Ming REN, Jordi BASCOMPTE et Claudio Juan TESSONE. “Nestedness in complex networks: observation, emergence, and implications”. In : Physics Reports 813 (2019), p. 1-90 (cf. p. 12, 16, 18, 22, 83, 105, 124).
- [11] Albert SOLÉ-RIBALTA, Claudio J TESSONE, Manuel S MARIANI et Javier BORGE-HOLTHOEFFER. “Revealing in-block nestedness: detection and benchmarking”. In : Physical review E 97.6 (2018), p. 062302 (cf. p. 12, 13, 17, 18, 20, 83, 85, 88, 98).
- [12] Andrea TACHELLA, Matthieu CRISTELLI, Guido CALDARELLI, Andrea GABRIELLI et Luciano PIETRONERO. “A new metrics for countries’ fitness and products’ complexity”. In : Scientific reports 2.1 (2012), p. 1-7 (cf. p. 12, 20, 21, 83, 99).

- [13] Sergey BRIN et Lawrence PAGE. "The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine". In : Proceedings of the Seventh International Conference on World Wide Web 7. WWW7. Brisbane, Australia : Elsevier Science Publishers B. V., 1998, p. 107-117 (cf. p. 14, 23, 24, 26, 62).
- [14] Ziv BAR-YOSSEF et Li-Tal MASHIACH. "Local Approximation of Pagerank and Reverse Pagerank". In : Proceedings of the 17th ACM Conference on Information and Knowledge Management. CIKM '08. Napa Valley, California, USA : Association for Computing Machinery, 2008, p. 279-288. ISBN : 9781595939913. DOI : 10.1145/1458082.1458122. URL : <https://doi.org/10.1145/1458082.1458122> (cf. p. 14, 62).
- [15] Gert SABIDUSSI. "The centrality index of a graph". In : Psychometrika. 31.4 (1966), p. 581-603. ISSN : 0033-3123 (cf. p. 15).
- [16] Linton C FREEMAN. "A set of measures of centrality based on betweenness". In : Sociometry (1977), p. 35-41 (cf. p. 15).
- [17] Petter HOLME, Beom Jun KIM, Chang No YOON et Seung Kee HAN. "Attack vulnerability of complex networks". In : Physical review E 65.5 (2002), p. 056109 (cf. p. 15, 95).
- [18] Michelle GIRVAN et Mark EJ NEWMAN. "Community structure in social and biological networks". In : Proceedings of the national academy of sciences 99.12 (2002), p. 7821-7826 (cf. p. 15).
- [19] Michael J BARBER. "Modularity and community detection in bipartite networks". In : Physical Review E 76.6 (2007), p. 066102 (cf. p. 16, 18, 71, 98).
- [20] Mark EJ NEWMAN et Michelle GIRVAN. "Finding and evaluating community structure in networks". In : Physical review E 69.2 (2004), p. 026113 (cf. p. 16).
- [21] Vincent D BLONDEL, Jean-Loup GUILLAUME, Renaud LAMBIOTTE et Etienne LEFEBVRE. "Fast unfolding of communities in large networks". In : Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment 2008.10 (oct. 2008), P10008. DOI : 10.1088/1742-5468/2008/10/p10008. URL : <https://doi.org/10.1088%2F1742-5468%2F2008%2F10%2Fp10008> (cf. p. 16, 71, 98).
- [22] Jordi DUCH et Alex ARENAS. "Community detection in complex networks using extremal optimization". In : Physical review E 72.2 (2005), p. 027104 (cf. p. 16, 98).
- [23] Phillip STANICZENKO, Jason C KOPP et Stefano ALLESINA. "The ghost of nestedness in ecological networks". In : Nature communications 4.1 (2013), p. 1-6 (cf. p. 17, 20, 22, 83, 85, 88-90).

- [24] Mário ALMEIDA-NETO, Paulo GUIMARAES, Paulo R GUIMARAES JR, Rafael D LOYOLA et Werner ULRICH. “A consistent metric for nestedness analysis in ecological systems: reconciling concept and measurement”. In : Oikos 117.8 (2008), p. 1227-1239 (cf. p. 17, 88).
- [25] Francis K BELL, Dragoš CVETKOVIĆ, Peter ROWLINSON et Slobodan K SIMIĆ. “Graphs for which the least eigenvalue is minimal, I”. In : Linear Algebra and its Applications 429.1 (2008), p. 234-241 (cf. p. 17).
- [26] Nicholas J GOTELLI. “Null model analysis of species co-occurrence patterns”. In : Ecology 81.9 (2000), p. 2606-2621 (cf. p. 18, 88).
- [27] Maria J PALAZZI, Aniello LAMPO, Albert SOLÉ-RIBALTA et Javier BORGE-HOLTHOEFER. “A comprehensive benchmark for structural assessment in bipartite networks”. In : bioRxiv (2021) (cf. p. 18, 88).
- [28] Jordi BASCOMPTE, Pedro JORDANO, Carlos J MELIÁN et Jens M OLESEN. “The nested assembly of plant–animal mutualistic networks”. In : Proceedings of the National Academy of Sciences 100.16 (2003), p. 9383-9387 (cf. p. 18, 88).
- [29] Giovanni STRONA, Domenico NAPPO, Francesco BOCCACCI, Simone FATTORINI et Jesus SAN-MIGUEL-AYANZ. “A fast and unbiased procedure to randomize ecological binary matrices with fixed row and column totals”. In : Nature communications 5.1 (2014), p. 1-9 (cf. p. 18, 88).
- [30] Stephen J BECKETT, Chris A BOULTON et Hywel TP WILLIAMS. “FALCON: a software package for analysis of nestedness in bipartite networks”. In : F1000Research 3 (2014) (cf. p. 19, 88).
- [31] Miguel A RODRIGUEZ-GIRONÉS et Luis SANTAMARIA. “A new algorithm to calculate the nestedness temperature of presence–absence matrices”. In : Journal of biogeography 33.5 (2006), p. 924-935 (cf. p. 20).
- [32] Wirt ATMAR et Bruce D PATTERSON. “The measure of order and disorder in the distribution of species in fragmented habitat”. In : Oecologia 96.3 (1993), p. 373-382 (cf. p. 20).
- [33] Jian-Hong LIN, Claudio Juan TESSONE et Manuel Sebastian MARIANI. “Nestedness maximization in complex networks through the fitness-complexity algorithm”. In : Entropy 20.10 (2018), p. 768 (cf. p. 20).
- [34] Viktor STOJKOSKI, Zoran UTKOVSKI et Ljupco KOCAREV. “The impact of services on economic complexity: Service sophistication as route for economic growth”. In : PloS one 11.8 (2016), e0161633 (cf. p. 22).
- [35] Bruce D PATTERSON. “The principle of nested subsets and its implications for biological conservation”. In : Conservation Biology 1.4 (1987), p. 323-334 (cf. p. 22, 83).
- [36] Justin LOYE. REGOMAX implementation for Networkx library. 2020. URL : <https://github.com/JustinLoye/pygomax> (cf. p. 23, 28, 34, 36).

- [37] Aric HAGBERG, Pieter SWART et Daniel S CHULT. “Exploring network structure, dynamics, and function using NetworkX”. Rapp. tech. Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States), 2008 (cf. p. 23).
- [38] Amy N LANGVILLE et Carl D MEYER. « Google’s PageRank and beyond ». In : Google’s PageRank and Beyond. Princeton university press, 2011 (cf. p. 23, 26-28).
- [39] David F GLEICH. “PageRank beyond the Web”. In : siam REVIEW 57.3 (2015), p. 321-363 (cf. p. 23).
- [40] WIKIPEDIA. Power iteration. URL : [https://en.wikipedia.org/wiki/Power\\_iteration](https://en.wikipedia.org/wiki/Power_iteration) (visité le 10/08/2022) (cf. p. 26).
- [41] José LAGES. “Systèmes complexes classiques et quantiques”. Habilitation à diriger des recherches. COMUE Université Bourgogne Franche-Comté, 2019 (cf. p. 29).
- [42] Aric A. HAGBERG, Daniel A. SCHULT et Pieter J. SWART. “Exploring Network Structure, Dynamics, and Function using NetworkX”. In : Proceedings of the 7th Python in Science Conference. Sous la dir. de Gaël VAROQUAUX, Travis VAUGHT et Jarrod MILLMAN. Pasadena, CA USA, 2008, p. 11-15 (cf. p. 28, 36, 91).
- [43] Carl D MEYER. “Stochastic complementation, uncoupling Markov chains, and the theory of nearly reducible systems”. In : SIAM review 31.2 (1989), p. 240-272 (cf. p. 30, 31, 57, 119).
- [44] Y Quennel ZHAO et Danielle LIU. “The censored Markov chain and the best augmentation”. In : Journal of Applied Probability 33.3 (1996), p. 623-629 (cf. p. 30, 31).
- [45] Luh YEN, Marco SAERENS et Francois FOUSS. “A link analysis extension of correspondence analysis for mining relational databases”. In : IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering 23.4 (2010), p. 481-495 (cf. p. 31, 32, 36).
- [46] Klaus M FRAHM, Katia JAFFRÈS-RUNSER et Dima L SHEPELYANSKY. “Wikipedia mining of hidden links between political leaders”. In : The European Physical Journal B 89.12 (2016), p. 1-21 (cf. p. 31, 34, 36, 119, 121, 125).
- [47] Denis DEMIDOV. REGOMAX-GPU implementation. 2018. URL : <https://gitlab.com/ddemidov/regomax-gpu/> (cf. p. 34).
- [48] Elizabeth CUTHILL et James McKEE. “Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices”. In : Proceedings of the 1969 24th national conference. 1969, p. 157-172 (cf. p. 34).
- [49] Wenzel JAKOV. pybind11 - Seamless operability between C++11 and Python. 2016. URL : <https://github.com/pybind/pybind11> (cf. p. 36).

- [50] Timm BÖTTGER, Gianni ANTICHI, Eder L FERNANDES, Roberto di LALLO, Marc BRUYERE, Steve UHLIG et Ignacio CASTRO. “The elusive internet flattening: 10 years of IXP growth”. In : CoRR (2018) (cf. p. 40, 48).
- [51] The CAIDA AS Organizations Dataset. 2020. URL : <http://www.caida.org/data/as-organizations> (visité le 30/07/2020) (cf. p. 40, 70, 71).
- [52] William B. NORTON. The Internet Peering Playbook. 2020. URL : [http://drpeering.net/HTML\\_IPP/ipptoc.html](http://drpeering.net/HTML_IPP/ipptoc.html) (visité le 30/07/2020) (cf. p. 40, 42, 44, 45, 48).
- [53] Andrew S TANENBAUM. “Computer networks”. Pearson Education India, 2003 (cf. p. 42).
- [54] Achim AUTENRIETH. “Differentiated resilience in IP-based multilayer transport networks”. Thèse de doct. Technische Universität München, 2003 (cf. p. 43).
- [55] Keith Ross KUROSE. “Computer Networking: A Top-Down Approach by James”. In : Kurose, Keith W. Ross.— (2017), p. 601 (cf. p. 43).
- [56] William B. NORTON. The 21st Century Internet Peering Ecosystem. 2020. URL : <https://drpeering.net/core/ch10.2-The-21st-Century-Internet-Peering-Ecosystem.html> (visité le 30/07/2020) (cf. p. 45, 74).
- [57] The Center for PUBLIC INTEGRITY. U.S. Internet users pay more and have fewer choices than Europe. 2015. URL : <https://publicintegrity.org/inequality-poverty-opportunity/u-s-internet-users-pay-more-and-have-fewer-choices-than-europeans/> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 46).
- [58] Consumerist Worst Company in America. 2010, 2014. URL : <https://consumerist.com/tag/worst-company-in-america/> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 46).
- [59] Geoff HUSTON. “Interconnection, peering, and settlements”. In : proc. INET. T. 9. 1999, p. 1 (cf. p. 46).
- [60] IPSPACE. Valley-free routing. URL : <https://blog.ipspace.net/2018/09/valley-free-routing.html> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 46, 47).
- [61] Giuseppe DI BATTISTA, Maurizio PATRIGNANI et Maurizio PIZZONIA. “Computing the types of the relationships between autonomous systems”. In : IEEE INFOCOM 2003. Twenty-second Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. T. 1. IEEE. 2003, p. 156-165 (cf. p. 46).
- [62] Vasileios GIOTSAS, Shi ZHOU, Matthew LUCKIE et Kc CLAFFY. “Inferring multilateral peering”. In : Proceedings of the ninth ACM conference on Emerging networking experiments and technologies. 2013, p. 247-258 (cf. p. 46).
- [63] William NORTON. What is a Tier 1 ISP? URL : <https://drpeering.net/FAQ/What-is-a-Tier-1-ISP.php> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 47).

- [64] Marc BRUYÈRE. “An outright open source approach for simple and pragmatic internet exchange”. Thèse de doct. Université Toulouse III Paul Sabatier, 2016 (cf. p. 47, 48).
- [65] TELEGEOGRAPHY. Répartition géographique des IXP de IXPDB. URL : <https://www.internetexchangemap.com/> (visité le 10/08/2022) (cf. p. 48).
- [66] IX.br Sao PAULO. Trafic agrégé. 2022. URL : <https://ix.br/trafego/agregado/sp> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 48).
- [67] DE-CIX FRANCFORT. Trafic agrégé. 2022. URL : <https://www.de-cix.net/en/locations/frankfurt/statistics> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 48).
- [68] AMS-IX AMSTERDAM. Trafic agrégé. 2022. URL : <https://stats.ams-ix.net/index.html> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 48).
- [69] Reza MOTAMEDI, Reza REJAIE et Walter WILLINGER. “A survey of techniques for internet topology discovery”. In : IEEE Communications Surveys & Tutorials 17.2 (2014), p. 1044-1065 (cf. p. 49-53).
- [70] Matthew ROUGHAN, Walter WILLINGER, Olaf MAENNEL, Debbie PEROULI et Randy BUSH. “10 lessons from 10 years of measuring and modeling the internet’s autonomous systems”. In : IEEE Journal on Selected Areas in Communications 29.9 (2011), p. 1810-1821 (cf. p. 49, 51-53).
- [71] Yakov REKHTER, Bob MOSKOWITZ, Daniel KARRENBURG, Geert Jan de GROOT et Eliot LEAR. “Address allocation for private internets”. Rapp. tech. 1996 (cf. p. 49).
- [72] Xiaoliang ZHAO, Dan PEI, Lan WANG, Dan MASSEY, Allison MANKIN, S Felix WU et Lixia ZHANG. “An analysis of BGP multiple origin AS (MOAS) conflicts”. In : Proceedings of the 1st ACM SIGCOMM Workshop on Internet Measurement. 2001, p. 31-35 (cf. p. 49).
- [73] Nikolaos CHATZIS, Georgios SMARAGDAKIS, Jan BÖTTGER, Thomas KRENC et Anja FELDMANN. “On the Benefits of Using a Large IXP as an Internet Vantage Point”. In : Proceedings of the 2013 Conference on Internet Measurement Conference. IMC '13. Barcelona, Spain : Association for Computing Machinery, 2013, p. 333-346. ISBN : 9781450319539. DOI : 10.1145/2504730.2504746. URL : <https://doi.org/10.1145/2504730.2504746> (cf. p. 49, 58, 79).
- [74] Yi WANG, Eric KELLER, Brian BISKEBORN, Jacobus VAN DER MERWE et Jennifer REXFORD. “Virtual routers on the move: live router migration as a network-management primitive”. In : ACM SIGCOMM Computer Communication Review 38.4 (2008), p. 231-242 (cf. p. 51).



- [75] Advanced Network Technology CENTER. University of Oregon Route Views Project. 1997. URL : <http://www.routeviews.org/routeviews/> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 52).
- [76] RIPE (Réseaux IP EUROPÉENS). Routing Information Service (RIS). URL : <https://www.ripe.net/analyse/internet-measurements/routing-information-service-ris/routing-information-service-ris> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 52).
- [77] Yuval SHAVITT et Eran SHIR. "DIMES: Let the Internet measure itself". In : ACM SIGCOMM Computer Communication Review 35.5 (2005), p. 71-74 (cf. p. 52).
- [78] Ark IPv4 Routed /24 Topology. [https://catalog.caida.org/dataset/ark\\_ipv4\\_traceroute](https://catalog.caida.org/dataset/ark_ipv4_traceroute). Accessed: 2022-8-31 (cf. p. 52).
- [79] Ricardo V OLIVEIRA, Dan PEI, Walter WILLINGER, Beichuan ZHANG et Lixia ZHANG. "In search of the elusive ground truth: the Internet's AS-level connectivity structure". In : ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review 36.1 (2008), p. 217-228 (cf. p. 53).
- [80] Brice AUGUSTIN, Xavier CUVELLIER, Benjamin ORGOGOZO, Fabien VIGER, Timur FRIEDMAN, Matthieu LATAPY, Clémence MAGNIEN et Renata TEIXEIRA. "Avoiding traceroute anomalies with Paris traceroute". In : Proceedings of the 6th ACM SIGCOMM conference on Internet measurement. 2006, p. 153-158 (cf. p. 53).
- [81] Center for APPLIED DATA ANALYSIS. AS relationship datasets. URL : <https://www.caida.org/catalog/datasets/as-relationships/> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 54).
- [82] Bernhard AGER, Nikolaos CHATZIS, Anja FELDMANN, Nadi SARRAR, Steve UHLIG et Walter WILLINGER. "Anatomy of a Large European IXP". In : Proceedings of the ACM SIGCOMM 2012 Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Systems. SIGCOMM '12. Helsinki, Finland : Association for Computing Machinery, 2012, p. 163-174. ISBN : 9781450314190. DOI : 10.1145/2342356.2342393. URL : <https://doi.org/10.1145/2342356.2342393> (cf. p. 54, 55, 58, 75).
- [83] Simon KNIGHT, Hung X NGUYEN, Nickolas FALKNER, Rhys BOWDEN et Matthew ROUGHAN. "The internet topology zoo". In : IEEE Journal on Selected Areas in Communications 29.9 (2011), p. 1765-1775 (cf. p. 54).
- [84] European Internet Exchange ASSOCIATION. IXP Database. 2020. URL : <https://ixpdb.euro-ix.net/en/> (visité le 30/07/2020) (cf. p. 54, 58).

- [85] G. NOMIKOS, P. SERMPEZIS et X. DIMITROPOULOS. “Re-mapping the internet: Bring the IXPs into play: [www.inspire.edu.gr/ixp-map](http://www.inspire.edu.gr/ixp-map)”. In : 2017 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS). Atlanta, GA, USA : IEEE, 2017, p. 910-915. DOI : 10.1109/INFOCOMW.2017.8116497 (cf. p. 54, 57-60, 65, 66).
- [86] Aemen LODHI, Natalie LARSON, Amogh DHAMDHERE, Constantine DOVROLIS et Kc CLAFFY. “Using peeringDB to understand the peering ecosystem”. In : ACM SIGCOMM Computer Communication Review 44.2 (2014), p. 20-27 (cf. p. 55, 58-60).
- [87] Enrico GREGORI, Alessandro IMPROTA, Luciano LENZINI et Chiara ORSINI. “The impact of IXPs on the AS-level topology structure of the Internet”. In : Computer Communications 34.1 (2011), p. 68-82. ISSN : 0140-3664. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2010.09.002>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014036641000383X> (cf. p. 55).
- [88] Timm BÖTTGER, Felix CUADRADO et Steve UHLIG. “Looking for Hypergiants in PeeringDB”. In : SIGCOMM Comput. Commun. Rev. 48.3 (sept. 2018), p. 13-19. ISSN : 0146-4833. DOI : 10.1145/3276799.3276801. URL : <https://doi.org/10.1145/3276799.3276801> (cf. p. 55, 58, 60, 71, 73).
- [89] Nikolaos CHATZIS, Georgios SMARAGDAKIS, Anja FELDMANN et Walter WILLINGER. “There is More to IXPs than Meets the Eye”. In : SIGCOMM Comput. Commun. Rev. 43.5 (nov. 2013), p. 19-28. ISSN : 0146-4833. DOI : 10.1145/2541468.2541473. URL : <https://doi.org/10.1145/2541468.2541473> (cf. p. 55).
- [90] Gina HASPILAIRE. A cooperative approach to content delivery. 2020. URL : <https://openconnect.netflix.com/Open-Connect-Briefing-Paper.pdf> (visité le 03/01/2020) (cf. p. 55, 81).
- [91] Anja FELDMANN, Oliver GASSER, Franziska LICHTBLAU, Enric PUJOL, Ingmar POESE, Christoph DIETZEL, Daniel WAGNER, Matthias WICHTLHUBER, Juan TAPIADOR, Narseo VALLINA-RODRIGUEZ, Oliver HOHLFELD et Georgios SMARAGDAKIS. “A Year in Lockdown: How the Waves of COVID-19 Impact Internet Traffic”. In : Commun. ACM 64.7 (juin 2021), p. 101-108. ISSN : 0001-0782. DOI : 10.1145/3465212. URL : <https://doi.org/10.1145/3465212> (cf. p. 55).
- [92] CYBERTELECOM. Schéma de la topologie d’Internet. URL : <http://www.cybertelexcom.org/broadband/backbone3.htm> (visité le 10/06/2020) (cf. p. 56).
- [93] Juan Camilo CARDONA RESTREPO et Rade STANOJEVIC. “A history of an internet exchange point”. In : ACM SIGCOMM Computer Communication Review 42.2 (2012), p. 58-64 (cf. p. 55, 75).

- [94] Juan Camilo CARDONA RESTREPO et Rade STANOJEVIC. “IXP traffic: a macroscopic view”. In : Proceedings of the 7th Latin American Networking Conference. 2012, p. 1-8 (cf. p. 55, 75).
- [95] Justin LOYE. Global Internet public peering capacity of interconnection a complex network analysis. <https://gitlab.irit.fr/rmess/jloye/global-internet-public-peering-capacity-of-interconnection-a-complex-network-analysis>. 2022 (cf. p. 57).
- [96] Juan Camilo CARDONA RESTREPO et Rade STANOJEVIC. “A History of an Internet Exchange Point”. In : SIGCOMM Comput. Commun. Rev. 42.2 (mars 2012), p. 58-64. ISSN : 0146-4833. DOI : 10.1145/2185376.2185384. URL : <https://doi.org/10.1145/2185376.2185384> (cf. p. 58).
- [97] PCH. Packet Clearing House IXP Datasets. 2020. URL : <https://www.pch.net/ixp/data> (visité le 30/07/2020) (cf. p. 58).
- [98] Rowan KLÖTI, Bernhard AGER, Vasileios KOTRONIS, George NOMIKOS et Xenofontas DIMITROPOULOS. “A Comparative Look into Public IXP Datasets”. In : SIGCOMM Comput. Commun. Rev. 46.1 (jan. 2016), p. 21-29. ISSN : 0146-4833. DOI : 10.1145/2875951.2875955. URL : <https://doi.org/10.1145/2875951.2875955> (cf. p. 58).
- [99] Demian JÄGER. “Analyzing the time dynamics in IXP datasets”. In : () (cf. p. 60).
- [100] Mathieu BASTIAN, Sebastien HEYMANN et Mathieu JACOMY. “Gephi: An Open Source Software for Exploring and Manipulating Networks”. In : International AAAI Conference on Weblogs and Social Media. 2009. URL : <http://www.aaai.org/ocs/index.php/ICWSM/09/paper/view/154> (cf. p. 68, 71).
- [101] PeeringDB topology interactive layout. 2020. URL : [https://www.irit.fr/PeeringDB\\_viz/pDB\\_topology/](https://www.irit.fr/PeeringDB_viz/pDB_topology/) (visité le 01/03/2022) (cf. p. 68, 71).
- [102] Aaron CLAUSET, Cosma Rohilla SHALIZI et Mark EJ NEWMAN. “Power-law distributions in empirical data”. In : SIAM review 51.4 (2009), p. 661-703 (cf. p. 67).
- [103] Alain BARRAT, Marc BARTHELEMY, Romualdo PASTOR-SATORRAS et Alessandro VESPIGNANI. “The architecture of complex weighted networks”. In : Proceedings of the national academy of sciences 101.11 (2004), p. 3747-3752 (cf. p. 67).
- [104] Cangqi ZHOU, Liang FENG et Qianchuan ZHAO. “A novel community detection method in bipartite networks”. In : Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 492 (2018), p. 1679-1693 (cf. p. 71, 98).
- [105] Geoff HUSTON. How Big is that Network? 2020. URL : <https://labs.apnic.net/?p=526> (visité le 03/01/2020) (cf. p. 73).

- [106] Anja FELDMANN, Oliver GASSER, Franziska LICHTBLAU, Enric PUJOL, Ingmar POESE, Christoph DIETZEL, Daniel WAGNER, Matthias WICHTLHUBER, Juan TAPIADOR, Narseo VALLINA-RODRIGUEZ, Oliver HOHLFELD et Georgios SMARAGDAKIS. “The Lockdown Effect: Implications of the COVID-19 Pandemic on Internet Traffic”. In : Proceedings of the ACM Internet Measurement Conference. IMC '20. Virtual Event, USA : Association for Computing Machinery, 2020, p. 1-18. ISBN : 9781450381383. DOI : 10 . 1145 / 3419394 . 3423658. URL : <https://doi.org/10.1145/3419394.3423658> (cf. p. 79).
- [107] Timm BÖTTGER, Ghida IBRAHIM et Ben VALLIS. “How the Internet Reacted to Covid-19: A Perspective from Facebook’s Edge Network”. In : Proceedings of the ACM Internet Measurement Conference. IMC '20. Virtual Event, USA : Association for Computing Machinery, 2020, p. 34-41. ISBN : 9781450381383. DOI : 10 . 1145 / 3419394 . 3423621. URL : <https://doi.org/10.1145/3419394.3423621> (cf. p. 79).
- [108] Jordi BASCOMPTE. “Mutualistic networks”. In : Frontiers in Ecology and the Environment 7.8 (2009), p. 429-436 (cf. p. 83).
- [109] Virginia DOMINGUEZ-GARCIA et Miguel A MUNOZ. “Ranking species in mutualistic networks”. In : Scientific reports 5.1 (2015), p. 1-7 (cf. p. 83, 89, 91, 94).
- [110] Sebastián BUSTOS, Charles GOMEZ, Ricardo HAUSMANN et César A HIDALGO. “The dynamics of nestedness predicts the evolution of industrial ecosystems”. In : PloS one 7.11 (2012), e49393 (cf. p. 83, 105, 124).
- [111] Werner ULRICH, Mário ALMEIDA-NETO et Nicholas J GOTELLI. “A consumer’s guide to nestedness analysis”. In : Oikos 118.1 (2009), p. 3-17 (cf. p. 83).
- [112] Bascompte LAB. Base de donnée de réseaux biologiques. URL : <https://www.web-of-life.es> (visité le 10/08/2022) (cf. p. 84).
- [113] Javier BORGE-HOLTHOEFER, Raquel A BAÑOS, Carlos GRACIA-LÁZARO et Yamir MORENO. “Emergence of consensus as a modular-to-nested transition in communication dynamics”. In : Scientific reports 7.1 (2017), p. 1-9 (cf. p. 85).
- [114] Maria J PALAZZI, Albert SOLÉ-RIBALTA, Violeta CALLEJA-SOLANAS, Sandro MELONI, Carlos A PLATA, Samir SUWEIS et Javier BORGE-HOLTHOEFER. “An ecological approach to structural flexibility in online communication systems”. In : Nature communications 12.1 (2021), p. 1-11 (cf. p. 85, 98).
- [115] Clàudia PAYRATÓ-BORRÀS, Laura HERNÁNDEZ et Yamir MORENO. “Measuring nestedness: A comparative study of the performance of different metrics”. In : Ecology and evolution 10.21 (2020), p. 11906-11921 (cf. p. 85).

- [116] Matteo BRUNO, Fabio SARACCO, Diego GARLASCHELLI, Claudio J TESSONE et Guido CALDARELLI. “The ambiguity of nestedness under soft and hard constraints”. In : Scientific reports 10.1 (2020), p. 1-13 (cf. p. 87).
- [117] WIKIPÉDIA. Page Wikipédia p-value. URL : <https://en.wikipedia.org/wiki/P-value> (visité le 10/08/2022) (cf. p. 88).
- [118] META. Politiques de peering. URL : <https://www.facebook.com/peering> (visité le 10/08/2022) (cf. p. 91).
- [119] Petros GIGIS, Matt CALDER, Lefteris MANASSAKIS, George NOMIKOS, Vasilios KOTRONIS, Xenofontas DIMITROPOULOS, Ethan KATZ-BASSETT et Georgios SMARAGDAKIS. “Seven years in the life of Hypergiants’ off-nets”. In : Proceedings of the 2021 ACM SIGCOMM 2021 Conference. 2021, p. 516-533 (cf. p. 91).
- [120] Carsten F DORMANN, Bernd GRUBER et Jochen FRÜND. “Introducing the bipartite package: analysing ecological networks”. In : interaction 1.0.2413793 (2008) (cf. p. 91).
- [121] Ulrik BRANDES. “A faster algorithm for betweenness centrality”. In : Journal of mathematical sociology 25.2 (2001), p. 163-177 (cf. p. 96).
- [122] WIKIPEDIA. Page Wikipedia root name server. URL : [https://en.wikipedia.org/wiki/Root\\_name\\_server](https://en.wikipedia.org/wiki/Root_name_server) (visité le 10/08/2022) (cf. p. 102).
- [123] European Union. 2021. URL : [https://europa.eu/european-union/about-eu/figures/economy\\_en#trade](https://europa.eu/european-union/about-eu/figures/economy_en#trade) (visité le 01/02/2021) (cf. p. 107).
- [124] Brexit. 2021. URL : <https://en.wikipedia.org/wiki/Brexit> (visité le 01/02/2021) (cf. p. 107).
- [125] Leonardo ERMANN et Dima L SHEPELYANSKY. “Google matrix of the world trade network”. In : arXiv preprint arXiv:1103.5027 (2011) (cf. p. 107).
- [126] Leonardo ERMANN et Dima L SHEPELYANSKY. “Google matrix analysis of the multiproduct world trade network”. In : The European Physical Journal B 88.4 (2015), p. 1-19 (cf. p. 107, 108).
- [127] Célestin COQUIDÉ, Leonardo ERMANN, José LAGES et Dima L SHEPELYANSKY. “Influence of petroleum and gas trade on EU economies from the reduced Google matrix analysis of UN COMTRADE data”. In : The European Physical Journal B 92.8 (2019), p. 1-14 (cf. p. 107, 108).
- [128] Sergey BRIN et Lawrence PAGE. “The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine”. In : Computer networks and ISDN systems 30.1-7 (1998), p. 107-117 (cf. p. 107).
- [129] Amy N LANGVILLE et Carl D MEYER. « Google’s PageRank and beyond ». In : Google’s PageRank and Beyond. Princeton university press, 2011 (cf. p. 107).

- [130] Balance commerciale. 2022. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Balance\\_commerciale](https://fr.wikipedia.org/wiki/Balance_commerciale) (visité le 01/07/2022) (cf. p. 111).
- [131] LAFINANCEPOURTOUS. Faut-il s'inquiéter du déficit record de la balance commerciale de la France ? 2022. URL : <https://www.lafinancepourtous.com/2022/02/18/faut-il-sinquieter-du-deficit-record-de-la-balance-commerciale-de-la-france/> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 111).
- [132] Commerce extérieur chinois. 2022. URL : <https://www.tresor.economie.gouv.fr/Pays/CN/commerce-exterieur-chinois> (visité le 11/08/2022) (cf. p. 111).
- [133] Le MONDE. La course argentine aux excédents commerciaux. 2013. URL : [https://www.lemonde.fr/economie/article/2013/06/15/la-course-argentine-aux-excedents-commerciaux\\_3430713\\_3234.html](https://www.lemonde.fr/economie/article/2013/06/15/la-course-argentine-aux-excedents-commerciaux_3430713_3234.html) (visité le 11/08/2022) (cf. p. 111).
- [134] Christian SAINT-ETIENNE. "Osons l'Europe des nations?" Éditions de l'Observatoire, 2018 (cf. p. 120).
- [135] Justin LOYE, Leonardo ERMANN et Dima L SHEPELYANSKY. "World impact of kernel European Union 9 countries from Google matrix analysis of the world trade network". In : Applied Network Science 6.1 (2021), p. 1-15 (cf. p. 120).
- [136] The Internet SOCIETY. How IXPs are supporting the Internet during COVID-19. URL : <https://www.internetsociety.org/events/how-ixps-are-supporting-during-the-internet-covid-19/> (cf. p. 123).
- [137] Petter HOLME et Jari SARAMÄKI. "Temporal networks". In : Physics reports 519.3 (2012), p. 97-125 (cf. p. 124).
- [138] Michaël DEFFERRARD, Xavier BRESSON et Pierre VANDERGHEYNST. "Convolutional neural networks on graphs with fast localized spectral filtering". In : Advances in neural information processing systems 29 (2016) (cf. p. 124).
- [139] Aurélien GÉRON. "Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow". "O'Reilly Media, Inc.", 2022 (cf. p. 124).
- [140] Hao YUAN, Haiyang YU, Shurui GUI et Shuiwang JI. "Explainability in graph neural networks: A taxonomic survey". In : IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (2022) (cf. p. 124).
- [141] Yann LECUN, Yoshua BENGIO et al. "Convolutional networks for images, speech, and time series". In : The handbook of brain theory and neural networks 3361.10 (1995), p. 1995 (cf. p. 124).
- [142] Michael M BRONSTEIN, Joan BRUNA, Yann LECUN, Arthur SZLAM et Pierre VANDERGHEYNST. "Geometric deep learning: going beyond euclidean data". In : IEEE Signal Processing Magazine 34.4 (2017), p. 18-42 (cf. p. 124).