



HAL
open science

Modélisation d'un système biphasique avec changement de phase : application à la graine terrestre et aux objets transneptuniens

Robin Métayer

► **To cite this version:**

Robin Métayer. Modélisation d'un système biphasique avec changement de phase : application à la graine terrestre et aux objets transneptuniens. Planétologie et astrophysique de la terre [astro-ph.EP]. Université de Lyon, 2022. Français. NNT : 2022LYSE1091 . tel-04167295

HAL Id: tel-04167295

<https://theses.hal.science/tel-04167295>

Submitted on 20 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°d'ordre NNT : 2022LYSE1091



THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée au sein de

l'Université Claude Bernard Lyon 1

École Doctorale N°52

Physique et d'Astrophysique (PHAST)

Spécialité de doctorat : Planétologie / Astrophysique

Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers

Soutenue publiquement le 29/06/2022, par :

Robin MÉTAYER

Modélisation d'un système biphasique avec changement de phase, application à la graine terrestre et aux objets transneptuniens

Devant le jury composé de :

CASTILLO-ROGEZ Julie,	A. S., JPL (Pasadena)	Rapporteuse
CHOBLET Gaël,	D. R. CNRS, LPG (Nantes)	Rapporteur
ALLEMAND Pascal,	Pr., LGLTPE (Lyon)	Président
CARDIN Philippe,	D. R. CNRS, ISTerre (Grenoble)	Examineur
GUILBERT-LEPOUTRE Aurélie,	C. R. CNRS, LGLTPE (Lyon)	Directrice de thèse
DEGUEN Renaud,	Pr., ISTerre (Grenoble)	Directeur de thèse



Laboratoire de Géologie de Lyon
Terre planètes Environnement



Site LGL-TPE UCB Lyon1
Laboratoire de Géologie de Lyon : Terre, Planète, Environnement
UMR CNRS 5276 (CNRS, ENS, Université Lyon1, UJM)
Université Claude Bernard, Lyon1
Campus de la Doua, bâtiment Géode
2, rue Raphaël Dubois
69622 Villeurbanne Cedex
France



Site LGL-TPE ENS Lyon
Laboratoire de Géologie de Lyon : Terre, Planètes, Environnement
UMR CNRS 5276 (CNRS, ENS, Université Lyon1, UJM)
Ecole Normale Supérieure de Lyon
46, Allée d'Italie
69364 Lyon cedex 07
France



e-Planets
Planetary science team in Lyon, France

Résumé

Le noyau, au centre de la Terre, est composé principalement d'un alliage de fer-nickel, il se décompose en une partie liquide externe et une sphère centrale majoritairement solide. Cette sphère centrale s'appelle la graine, elle croît par cristallisation du fer liquide au détriment du noyau externe. La frontière graine-noyau liquide n'est pas franche, ce qui conduit à l'intégration de fer liquide dans la graine qui est donc un milieu biphase liquide-solide.

Les objets transneptuniens sont des petits corps du système solaire dont l'orbite se situe majoritairement au delà de celle de Neptune. Ce sont des corps glacés composés de glaces et de poussières de roches. L'augmentation de température d'origine radioactive sur les objets suffisamment gros pour retenir la chaleur aux échelles de temps géologiques peut induire la fusion de la glace d'eau. Ce changement de phase conduirait à la différenciation de ces objets avec un noyau central rocheux, entouré d'un manteau de glaces moins dense. Cette différenciation n'a jamais été vraiment étudiée numériquement et est généralement considérée immédiate et totale si la fusion est initiée.

Ces objets très différents sont difficiles à caractériser géologiquement. En effet, alors que les objets transneptuniens sont très loin dans le système solaire et donc que leurs observations restent relativement pauvres en informations, la graine terrestre est tout aussi inaccessible. Celle-ci ne peut être sondée que via les ondes sismiques qui la traversent. Ce sont aussi conjointement des objets constitués de 2 phases : liquide et solide, l'évolution de ce matériel biphase dépend de la possibilité pour ces phases, de densités différentes, de se séparer, ainsi que du changement de phase : fusion et cristallisation. La séparation des phases liquide et solide d'un même composé se fait par compaction du solide et extraction du liquide sous l'effet de la gravité. Cela gouverne la quantité actuelle de fer liquide présente dans la graine mais aussi la différenciation des objets transneptuniens de taille suffisante. Enfin, ces systèmes biphases ferreux et aqueux présentent chacun en minorité des espèces antigels qui motivent un traitement du changement de phase similaire.

Le développement au cours de cette thèse d'un modèle biphase a pour objectif de caractériser la compaction de la graine terrestre et en particulier les effets du changement de phase peu étudiés jusqu'ici, ainsi que la différenciation des objets transneptuniens. Nous présentons dans ce manuscrit le modèle physique que nous utilisons ainsi que les adaptations que nous avons établi pour ces 2 objets géologiques distincts.

Mots clefs : planétologie, milieu biphase, changement de phase, compaction, différenciation, modèle d'évolution thermique, graine terrestre, objets transneptuniens.

Abstract

Modeling of a two-phases system with phase change, application to the Earth inner core and transneptunian objects

At the center of the Earth, the core is mainly composed of an iron-nickel alloy, it is composed of a liquid outer core and a mainly solid inner core. This central sphere grows by crystallization of the liquid iron at the expense of the outer core. The boundary between inner and outer core is not sharp. This leads to the integration of liquid iron into the inner core, which is therefore a liquid-solid two-phase medium.

Transneptunian objects are small bodies of the solar system whose orbits are mostly beyond the orbit of Neptune. They are icy bodies composed of ice and rocky dust. Due to radiogenic heating, the temperature rises in objects large enough to retain heat on geologic timescales, which can induce melting of water ice. This phase change would lead to the differentiation of these objects with a central rocky core surrounded by a less dense mantle of ice. This differentiation has never really been studied numerically and is generally considered immediate and complete whenever fusion is initiated.

These very different objects are difficult to characterize geologically. Indeed, as the transneptunian objects are very far in the solar system, their observations remain relatively poor in information; the inner core is as inaccessible. It can only be probed with seismic waves that pass through. They are both objects made of 2 phases : liquid and solid, the evolution of this two-phases material depends on the possibility for these phases, of different densities, to separate, and on the change of phase as well : melting and crystallization. The separation of the liquid and solid phases of the same material is done by compaction of the solid and extraction of the liquid under gravity. This governs the current amount of liquid iron present in the inner core and also the differentiation of trans-Neptunian objects of sufficient size. Finally, these ferrous and aqueous two-phases systems both present a minor fraction of chemical elements acting as anti-freeze which motivate a similar phase change treatment.

The development during this thesis of a two-phases model aims to characterize the compaction of the Earth's inner core and in particular the effects of the phase change sparsely studied until now, as well as the differentiation of trans-Neptunian objects. We present in this manuscript the physical model that we use as well as the adaptations that we established for these 2 distinct geological objects.

Key words : planetology, two-phases mixture, phase change, compaction, differentiation, thermal evolution model, Earth's inner core, transneptunian objects.

Remerciements

Je crois que je me rappellerai toujours de ce coup de téléphone où nous avons discuté pour la première fois Aurélie, on sent très rapidement que tu es une personne très bienveillante. Merci pour ta sympathie, ta bonne humeur et ta franchise. Je garde de très bons souvenirs de notre visite à l'ESA aux Pays-Bas ainsi qu'à Genève pour l'EPSC, je suis persuadé que j'aurais adoré aller en conférence à Taïwan et à Flagstaff avec toi, méchant Covid.

Renaud, merci pour ta gentillesse, ton calme, ta simplicité. Tu es un pédagogue hors pair ! Merci pour toute cette physique que tu as su m'expliquer alors que ce n'était pas toujours évident pour moi ! J'aurais beaucoup ramé, souvent douté mais ton aide aura été essentielle et très précieuse pour trouver mon chemin (**Fig.1**) et arriver à bon port.



FIGURE 1 – Attention à ne pas se tromper de chemin ! Photo Jeanne Menjoulet

Vous êtes à la fois très différents tous les 2 et parmi les personnes les plus humaines que j'ai pu rencontrer. Je souhaite à tous les doctorants d'avoir d'aussi formidables directeurs de thèse.

Je remercie chaleureusement l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mon travail, mes 2 rapporteurs Julie Castillo-Rogez et Gaël Choblet, ainsi que mes examinateurs Philippe Cardin et Pascal Allemand. Merci à Julie d'être présente en visio-conférence malgré le décalage horaire ! J'en profite pour remercier Gaël pour avoir aussi fait partie de l'équipe qui a organisé l'école d'été "Fluid-Rock Interactions in the Solar System", ces dix jours sur le terrain dans les Pyrénées et en Espagne, à découvrir des objets géologiques très divers ont été très chouettes, vous êtes tous vraiment très sympathiques au labo de Nantes. En écrivant ces remerciements je ne peux pas m'empêcher de repenser au tout premier petit stage de recherche que j'ai fait avec toi, Pascal, en L3.

Je ne peux pas m'empêcher également de parler du cadre de travail excellent dont nous bénéficions dans ce laboratoire, en particulier le bâtiment dans lequel j'ai passé ces 4 années, Géode, dans son pur style soviétique flamboyant, ainsi que son ambiance pastorale où j'ai souvent cru être berger plutôt que doctorant entouré d'autant de moutons jonchant le sol. Je remercie chaudement Cathy pour son chauffage d'appoint et tous les ordinateurs de la pièce qui nous ont collectivement permis de patienter avant le démarrage du chauffage à l'automne. Merci aux affiches qui cachent la misère dans le bureau. Un grand merci au personnel ad-

ministériel qui m'a endurci en compliquant mon transfert vers Lyon, mon obtention des clefs ou d'un badge fonctionnel quand j'étais en stage comme bien d'autres stagiaires avant moi. Il paraît que "la bureaucratie grandit pour satisfaire les besoins croissants de la bureaucratie grandissante", si vous n'y croyez pas, venez à la fac! Un grand merci à mon bureau qui a toujours su rester parfaitement rangé et impeccablement propre.

Delphine, quelle femme! Huit ans déjà que l'on se connaît! Huit ans que tu es ma danseuse préférée. Tant de mariages où l'on nous invite toujours tous les 2. Tant de moments exceptionnels passés en terrain depuis notre L3 ; en Norvège, à Vienne, à Paris, à Oléron ou en compétition. Au volant d'une BX millésime ou d'une 406 chargée de briques, la route est toujours aussi agréable en ta compagnie. Nous saurons toujours nous retrouver j'en suis certain, maintenant que je vais à Paris (à Paris Paris j'entends bien sûr, tu peux compter sur moi), je t'attends. Je te souhaite de trouver ton chemin. Merci encore pour ta ponctualité.

Merci pour la bonne ambiance à tous mes cobureaux qui se sont succédés, les plus anciens Clément et Mélissa (que je retrouverai en rando ou plans foireux et géniaux dont Clément a le secret), Sylvain, Lucia, Lu, Léo ; ainsi que les petites nouvelles : Marine, Elettra, Francesca et Katherine. Merci pour tous les bons moments passés dans l'équipe e-planet, Cédric pour ton humour, Erwin pour ta gentillesse, Cathy pour ta bonne humeur qui s'entend d'un bout à l'autre du couloir, Matthieu pour ton aide précieuse. Enfin, qu'est-ce que ma thèse aurait été morne sans vous, Selma et Anastasis! Merci pour tous ces bons moments partagés et bon vent. Je n'oublie pas Nahuel quand il nous fait le plaisir d'être à Lyon.

L'ambiance entre jeunes chercheurs du labo a aussi été super, je tiens à remercier tous ceux avec qui j'ai partagé des repas, préparé le congrès des doctorant et profité du bon temps! Déjà le grand cru de la promo 2014 : Victor, Auguste, Daphné, Marie (et Rémi!), Samuel, Benjamin, Kévin, Ophélie, Anaïs (les 2!), PE, Delphine, Théo, Fanny, Pauline, Romain (et Victoria!)... Merci à Thibault pour tous les terrains d'agreg passés ensemble. Merci Navid pour toutes ces supers randos, ça n'est pas fini je te préviens. Merci Valentine, Maëlis, Alistair, Gabriel, Renata, Samuel, Elena ; merci aussi aux gens de l'ENS : Samuel, Jean, Pierre-Jean, Marianne, Marwane, Guégué.

Qu'auraient-été ces 8 années à Lyon sans la danse? Et la danse au club rock ne serait rien sans Adriana Téoli! Adrie tu es une danseuse incroyable, une prof géniale et une amie. Je ne sais pas si on a été brillant avec Delphine mais la compétition aura marqué mon passage à Lyon. Je ne manquerai pas de te dire quand je passerai à Lyon, il faudra venir me voir quand tu seras de passage à Paris. Merci aussi pour tous les bons moments passés à la danse avec vous, Delphine (toujours la même), Auriane, Audrey, Constance, Angèle (et Hugo!), Jojo, Blandine, Simon, Thomas (et Jeanne!), Clara, Pierre et j'en oublie tant. Mathieu, je suis très heureux de t'avoir rencontré (à la danse et comme prof de TD!), merci pour tous ces super moments, ta gentillesse, ta simplicité et ta bienveillance.

Cette thèse aura bénéficié de moments de détente en Quercy, je suis ravi de vous avoir rencontré Rasoul, Momo, Mouss, Hassan et Stéphane. À bientôt.

Enfin merci à tous mes anciens amis. Adélaïde et Momo c'est décidé tous les étés nous ferons un trek ensemble maintenant. J'ai passé un moment incroyable avec vous l'année dernière sur le GR20. Merci à mes amis de prépa, Benoît, Cédric, Emma, Abi, Manon et Mélanie qui ont une place toute particulière dans mon cœur et il se noue en disant ça, restez comme vous êtes et attention on va se retrouver tous ensemble à Oléron. Je suis ravi de savoir que je vais retrouver Benoît et Clément, Jeanne et Antoine, Pauline, Thomas sur Paris ; je me rapproche aussi de Guillaume et Julie et Adé et Momo donc il faudra s'organiser des week-ends.

Pour finir je tiens à remercier mes parents de tout mon cœur. Vous avez été d'un soutien infailible depuis toujours et vous m'avez suivi et aidé dans mes projets les plus fous pendant ces années à Lyon. Merci aussi pour votre soutien financier durant cette année de demi-ATER! Ne croyez pas que c'est parce que je vais à Paris que je vais abandonner mes projets encore un peu plus fous, bien au contraire.

Table des matières

I	Développement du modèle	1
1	Introduction	3
2	Physique d'un milieu diphasique avec changement de phase	7
A.	Système d'équations	8
a)	Conservation de la masse	8
b)	Conservation de la quantité de mouvement	8
c)	Conservation de l'énergie	9
d)	Conservation du soluté	10
e)	Expression de la différence de pression entre les phases	12
f)	Bilan	12
B.	Réduction du système d'équations	13
a)	Combinaison des conservations de la quantité de mouvement dans le liquide et le solide	13
b)	Bilan en coordonnées sphériques	14
c)	Le cas de P_l	14
d)	Relation entre la température et la composition en soluté	14
e)	Le taux de changement de phase Γ	14
f)	Approximation de "Boussinesq"	15
g)	Jeu d'équation à résoudre, domaine de validité	16
II	La graine terrestre	17
3	Généralités sur la graine	19
A.	Le noyau : découverte et évolution	20
a)	Découvertes du noyau et de la graine	20
b)	Composition et fonctionnement général du noyau	22
c)	Croissance de la graine	22
	α - Âge de la graine	22
	β - Croissance par changement de phase et géotherme	22
B.	Composition	24
a)	Composition chimique, Nickel et éléments légers	24
b)	Minéralogie	27
C.	Paramètres physiques de la graine	28
a)	Conductivité thermique	28
b)	Capacité thermique	28
c)	Température de changement de phase	28
d)	Rhéologie	30
D.	Structure de la graine	30
a)	Structures internes	30
	α - L'anisotropie de la graine	30
	β - L'existence de 2 hémisphères distincts	31

	γ -	L'amande, partie interne de la graine	32
	δ -	Le profil de densité de la graine	32
b)		Structures près de la frontière graine-noyau externe	32
	α -	Une "mushy layer" près de la surface	32
	i)	Une cristallisation instable liée à une surfusion	32
	ii)	Le piégeage de liquide dans la matrice solide	34
	iii)	Les conséquences d'une convection dans le <i>mush</i>	34
	β -	La couche F	35
E.		Dynamique	36
	a)	Convection de la graine	36
	α -	Régimes de convection	36
	β -	Convection et topographie de la limite graine-noyau externe	37
	b)	Flux thermochimiques	39
	c)	Super-rotation	39
4		Adaptation du modèle diphasique à la graine	41
A.		Changement de variables et adimensionnement	41
	a)	Gestion de la dépendance en pression de la température de changement de phase	41
	b)	Réécriture du système d'équation	43
	c)	Adimensionnement des équations	44
	α -	Adimensionnement des variables	44
	β -	Paramètres adimensionnés	45
	γ -	Conservation de la quantité de mouvement	45
	δ -	Conservation de l'énergie	45
	ε -	Conservation du soluté	46
B.		Schémas numériques de résolution	46
	a)	Discrétisation	46
	b)	Organisation du modèle numérique	46
	c)	Conservation du soluté	47
	d)	Conservation de la quantité de mouvement	48
	e)	Conservation de l'énergie	49
	f)	Benchmark	50
5		Applications du modèle à la graine	51
III		Les Objets Transneptuniens	69
6		Les Objets Transneptuniens, concepts et généralités	71
A.		L'observation des objets transneptuniens	71
	a)	Les observations faites avec les télescopes	71
	α -	Observations classiques	71
	i)	Les orbites transneptuniennes :	73
	ii)	Taille et albédo :	75
	iii)	Spectre de la lumière :	75
	iv)	Courbes de lumière :	77
	β -	Observations directes	79
	γ -	Occultations	79
	δ -	Orbite satellitaire et densité	79
	b)	<i>New Horizons</i>	81
	α -	Géologie de la surface de Pluton	82
	β -	Atmosphère de Pluton	89

	γ - L'intérieur de Pluton	91
	δ - Charon	91
	ε - Apports pour les planètes naines de la ceinture de Kuiper	94
	c) Travail bibliographique	94
B.	Activité géologique et évolution des objets transneptuniens	97
	a) Sources de chaleur	97
	α - Chaleur initiale	97
	β - Chaleur radioactive	97
	γ - Chaleur solaire	98
	δ - Cristallisation de la glace amorphe	99
	ε - Serpentinisation	99
	ζ - Énergie gravitationnelle	100
	η - Forces de marée	100
	b) Phénomènes géologiques	101
	α - Différenciation	101
	β - Instabilités gravitationnelles	103
	γ - Transferts de liquide et de gaz	104
	δ - La porosité et son évolution	105
C.	Paramètres physiques	107
	a) Le matériel composant les TNOs	107
	b) Conductivité et capacité thermique	110
	c) La convection	111
	d) Rhéologie	113
D.	Conclusion	114
	a) Les plus gros TNOs	114
	b) Les petits TNOs	114
	c) TNOs de taille intermédiaire	115
	α - Haumea	115
	β - Orcus	115
	γ - (208996) 2003 AZ ₈₄	117
7	Modèle diffusif avec prise en compte de l'accrétion	119
A.	Organisation du modèle	119
	a) Généralités	119
	b) Équation de la chaleur	121
	α - Équation de base	121
	β - Changement de variables	121
	γ - Volumes finis	122
	δ - Cas général, schéma numérique de résolution	122
	ε - Conditions aux limites	124
	i) Condition à la périphérie	124
	ii) Condition au centre	124
B.	Résultats	125
C.	Discussion et interprétations	125
8	Adaptation du modèle diphasique aux objets transneptuniens	133
A.	Les modèles existants	133
B.	Scénario de différenciation des objets transneptuniens	137
	a) Sources de chaleur	137
	b) Scénario de différenciation sans agent antigel	137
	c) Effet de la présence d'un antigel sur le scénario de différenciation	138
	α - Effets sur le profil de température	138
	β - Comportement de la phase silicatée	139

0. TABLE DES MATIÈRES

γ -	Comportement des phases lors de la recristallisation	141
δ -	Scénario de différenciation retenu	141
d)	Effets non pris en compte dans ce scénario	143
C.	Systèmes d'équation	144
a)	Modélisation de la partie externe solide diffusive	144
b)	Modélisation de la zone biphasique	145
α -	Conservation du soluté	145
β -	Conservation de l'énergie	145
γ -	Conservation de la quantité de mouvement	146
δ -	Conditions aux limites	146
c)	Modélisation de la sphère centrale dépourvue de glace	146
9	Conclusion	147
	Glossaire des sigles et acronymes	149
	Récapitulatif des variables et constantes	151

Première partie

Développement du modèle

Chapitre 1

Introduction

En géosciences, les applications de l'étude des milieux biphasiques sont multiples : en particulier l'étude de l'extraction des magmas en cas de fusion partielle mantellique (*e.g.* Šrámek *et al.*, 2007) qui conduit au volcanisme ou à la formation de la croûte océanique, mais aussi la formation des planétésimaux alors que les éléments radioactifs courte période auraient pu chauffer massivement leur matériel jusqu'à permettre la différenciation du fer et des silicates¹, formant noyau et manteau (McKenzie, 1984 ; Ribe, 1985 ; Šrámek *et al.*, 2012). Dans ces 2 exemples la roche (silicatée ou ferreuse) entre en fusion partielle, c'est à dire qu'une partie du solide passe sous forme liquide à l'interface entre les minéraux. Le liquide et le solide n'ont pas la même composition et pas la même densité. Ainsi, sous l'effet de la gravité, les phases ont tendance à se séparer : la plus dense ayant tendance à descendre et la moins dense à monter. Dans les cas que nous traiterons nous aurons une phase liquide et une phase solide. Deux facteurs majeures peuvent s'opposer à cette séparation des phases :

1. les frottements limitent la possibilité d'écoulement du liquide à travers le solide,
2. le solide forme une matrice interconnectée qui doit pouvoir se déformer, se "tasser", cette résistance à la déformation limite aussi la séparation des phases.

Cette thèse s'intéresse à 2 cas, le premier est celui de la graine terrestre. Composée essentiellement d'un alliage de fer-nickel, elle se forme par cristallisation du fer liquide du noyau externe. Le front de cristallisation n'est pas net mais conduit au développement d'un matériel biphasique solide-liquide. Nous nous interrogeons donc sur le devenir de ce matériel, sa compaction et la possibilité pour le liquide moins dense d'être extrait vers le noyau liquide externe.

Le deuxième cas auquel on s'intéresse est celui de la différenciation des objets transneptuniens (TNOs). Ces objets lointains du système solaire (plus loin que l'orbite de Neptune) sont composés d'un mélange de glaces à majorité aqueuse et de poussières de silicatées. Les poussières contiennent les éléments radioactifs qui peuvent induire selon les cas la fusion de l'eau. Nous nous demandons si ces objets quand ils ont initié une fusion peuvent se différencier (séparation des glaces et des roches) via la séparation des phases liquides et solides.

Nous nous inscrivons dans la continuité de la modélisation numérique développée dans la thèse de Šrámek (2008) et poursuivie dans le cas de la graine par Lasbleis *et al.* (2020). Ces études traitent de la compaction d'un milieu diphasique et de la séparation entre le liquide et le solide. Notre idée est d'ajouter la possibilité de changement de phase. Cet ajout nécessite de résoudre le champ de température en plus de suivre la proportion de chaque phase et les mouvements des phases.

La façon de traiter le changement de phase doit donc être choisie. Un composé pur change de phase intégralement à une certaine pression et température, par exemple, à pression atmosphérique l'eau cristallise à 0°C (**Fig.1.1**), au delà elle est liquide, en deçà elle est solide.

1. Les silicates sont les minéraux les plus abondants, ils ont en commun d'être composés de dioxyde de silicium qui lui donne leur nom, en association avec d'autres oxydes.

1. Introduction

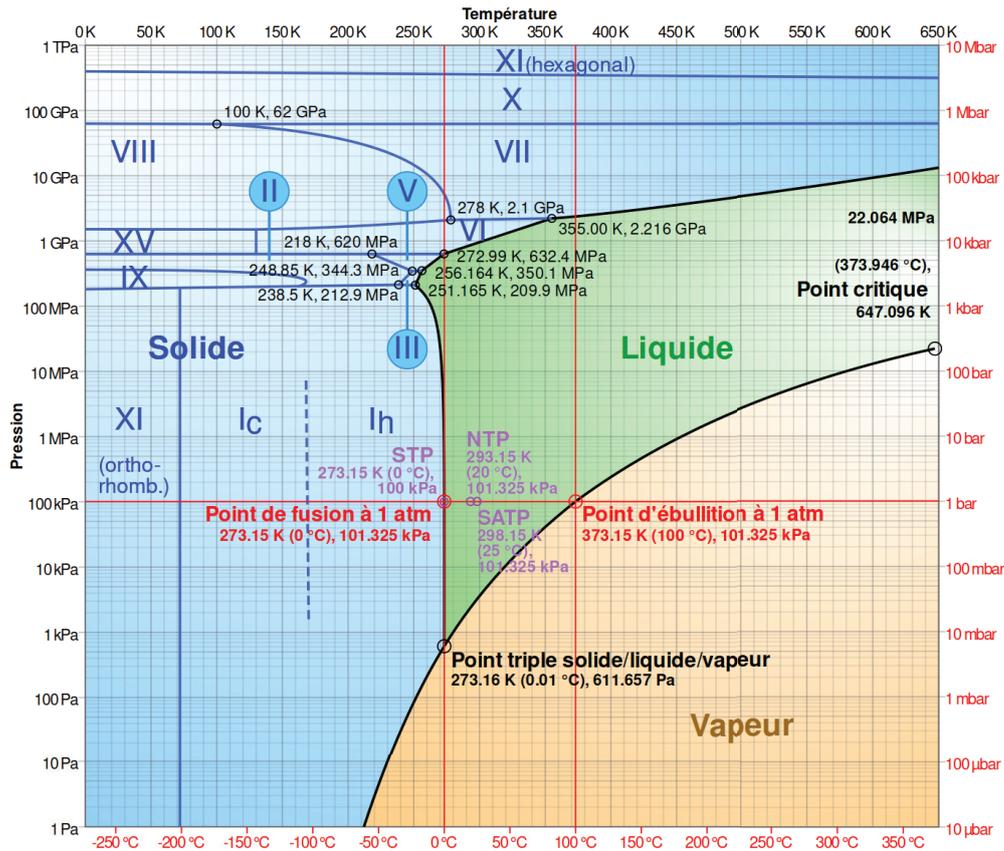


FIGURE 1.1 – Diagramme de phase de l'eau. Olivier Descout

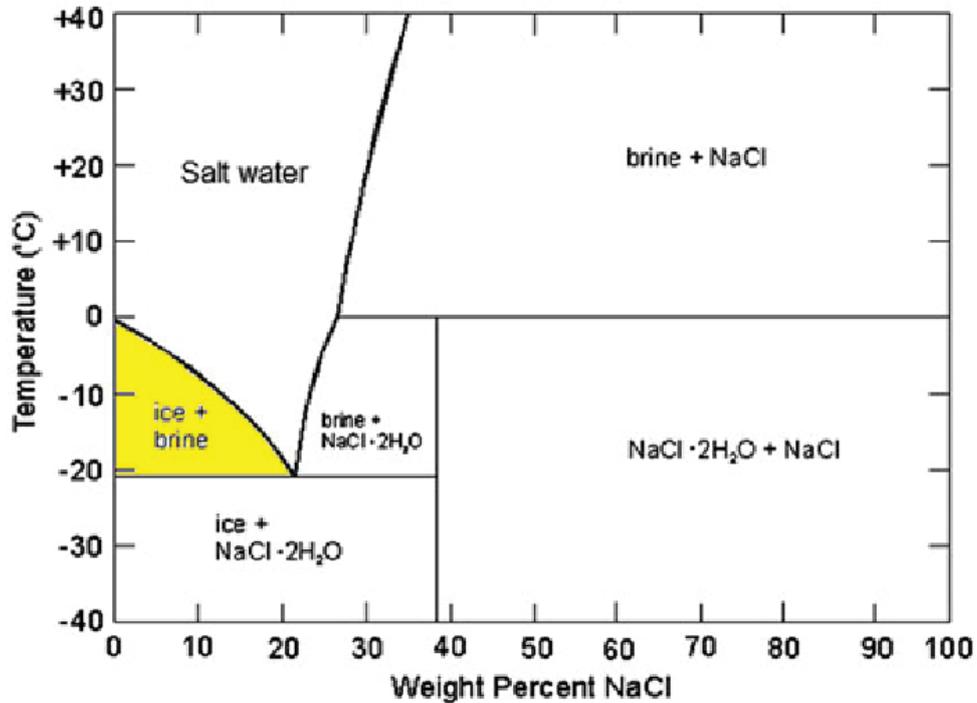


FIGURE 1.2 – Diagramme de phase de l'eau salée. Badawy (2016)

Néanmoins, la présence de sel dans l'eau modifie son diagramme de phase. La **figure 1.2** donne le diagramme de phase de l'eau à pression atmosphérique selon la composition de l'eau en sel. On remarque que la cristallisation de l'eau n'a lieu à 0°C que si la composition en sel est nulle. Plus la quantité de sel augmente dans l'eau plus la température de cristallisation diminue. Au delà de 20% de sel en masse il se forme des cristaux de sel hydratés en plus de la saumure. D'où l'intérêt de saler les routes en hiver : la formation de glace d'eau en présence de sel peut descendre à -20°C . Imaginons maintenant que l'on prenne un système avec 10% de sel et que l'on diminue progressivement la température. De la glace commence à se former à environ -8°C , cette glace est composée à 100% d'eau, elle ne contient pas de sel qui est rejeté dans le liquide. Ainsi plus la température diminue plus la glace cristallise et plus l'eau liquide est concentrée en sel. On peut relier la température de cristallisation à la concentration en sel dans l'eau liquide.

Dans les 2 cas que l'on étudie nous verrons que des composés jouent le même rôle que celui du sel dans l'eau. Ainsi en reliant judicieusement température et concentration en soluté dans le liquide nous contraindrons indirectement aussi le changement de phase. Cette méthode permet de simplifier le problème du changement de phase numériquement tout en lui donnant une consistance physique réaliste.

Chapitre 2

Physique d'un milieu diphasique avec changement de phase

Dans ce chapitre, sont présentées les équations physiques du modèle. Les équations du modèle sont écrites en 3 dimensions dans un premier temps dans la partie A. puis en une dimension dans la partie B. : les variables ne dépendront spatialement que du rayon. Le code numérique utilise ces équations 1D et correspond donc à un modèle en couches en forme de coquille sphérique. Il est biphasique : il contient 2 phases, l'une liquide et l'autre solide, qui sont caractérisées par leur viscosité dynamique η ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$), leur masse volumique ρ (kg.m^{-3}), leur capacité thermique massique c_p ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} = \text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$) et leur conductivité k ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1} = \text{kg.m.s}^{-3}.\text{K}^{-1}$). Les variables et constantes concernant le solide sont indicées m pour matrice et l concernant le liquide. On trouve en p.151 le récapitulatif de l'intégralité des variables et constantes physiques utilisées dans ce manuscrit.

On appelle la fraction volumique de liquide ϕ que l'on désignera sous le nom de "porosité". Le solide a donc une fraction volumique $1 - \phi$. Dans ce milieu biphasique la phase solide, si elle est plus dense que le liquide, a tendance à se compacter vers le centre alors que le liquide plus léger s'extrait vers la périphérie ; au contraire le solide se compacte vers la périphérie et le liquide s'extrait vers le centre si le solide est plus léger. On suit donc les vitesses de la phase solide et liquide \mathbf{v}_m et \mathbf{v}_l au cours du temps.

Ce modèle est une extension du modèle utilisé dans le cadre de l'article Lasbleis *et al.* (2020) pour étudier la compaction de la graine terrestre. Notre objectif a été de résoudre en plus de l'évolution de la porosité le champ de température, et permettre le changement de phase qui n'était pas abordée dans le Lasbleis *et al.* (2020). La structure du code est également grandement inspirée de celui de Marine Lasbleis, avec une programmation orientée objet, bien que les résolutions des équations aient été modifiées.

Le formalisme des équations pour le comportement d'un système à 2 phases a été développé par McKenzie (1984) dans le but de décrire le comportement du magma dans une roche en fusion partielle. Le changement de phase dans ce système biphasique est étudié en faisant l'hypothèse d'une entropie constante lors de la fusion ainsi que l'hypothèse de l'absence de mouvement relatif entre le fluide et la matrice, la quantité de liquide dépend seulement de la température et de la pression. Il n'est donc pas possible dans leur modèle de former du liquide et de compacter conjointement la matrice, le problème de la compaction est traité à côté.

Ribe (1985) présentent un jeu d'équations proche de celles du McKenzie (1984) pour décrire la fusion du manteau, mais en considérant ici un matériel composé de 2 composés chimiques. La fusion a lieu à l'équilibre thermodynamique entre les phases, c'est-à-dire que le liquide et le solide ont une composition correspondant à celle du *liquidus* et du *solidus*.

Bercovici *et al.* (2001) et Ricard *et al.* (2001) ont modifié le formalisme de McKenzie (1984) en adressant la question des effets liés aux interfaces liquide-solide, en construisant un jeu d'équations symétrique pour les deux phases : leurs équations ne nécessitent plus 2 viscosités de la matrice indépendantes (l'une classique, l'autre liée à la structure poreuse de la matrice) et

prennent en compte la différence de pression entre le liquide et le solide. Ricard (2015) reprend ce formalisme.

Šrámek *et al.* (2007) proposent une fusion possible mais sans aspect compositionnel, le champ de pression-température est celui de la pente de Clapeyron là où la fusion a lieu, le changement de phase est calculé à partir d'éléments thermodynamiques hors équilibre.

Hewitt (2010) s'intéresse aussi au changement de phase dans le manteau, en particulier dans les *upwelling* mantelliques, avec une roche composée de 2 matériaux différents. Dans un premier temps Hewitt recherche des solutions à l'état stationnaire, ce qui permet de relier directement le taux de changement de phase aux paramètres du problème. Dans un second temps il linéarise le *liquidus* et le *solidus*, le problème peut être encore simplifié si la température et la composition de la roche sont uniformes en entrée de la colonne, ces quantités sont ensuite uniforme dans toute la colonne horizontalement et le problème est à une dimension.

Rudge *et al.* (2011), enfin, étudient la génération des magmas mantelliques à partir d'une roche composée de 2 constituants (fayalite et forstérite, les phases ferreuse et magnésienne de l'olivine), contrairement à la majorité des études celle-ci ne fait pas l'hypothèse d'un équilibre thermodynamique pour calculer le changement de phase, c'est-à-dire que dans un diagramme composition-température, le liquide et le solide ne suivent pas nécessairement le *liquidus* et le *solidus*.

A. Système d'équations

On retrouve le formalisme utilisé ici par exemple dans Ricard (2015). Toutes les équations décrivent le comportement de la matière dans un milieu continu où l'on peut définir des valeurs moyennes au niveau d'un volume de contrôle δV . On considère et on se place donc à une échelle mésoscopique suffisamment grande pour que les grandeurs puissent être considérées continues (sur un trop petit volume la continuité n'est pas assurée du fait de la présence de 2 phases distinctes), et suffisamment petite devant la taille caractéristique du problème.

a) Conservation de la masse

Les équations de conservation de la masse de solide et de liquide s'écrivent :

$$\partial_t(1-\phi) + \underbrace{\nabla \cdot [(1-\phi)\mathbf{v}_m]}_{\text{Déplacement de la matrice}} = \underbrace{-\frac{\Gamma}{\rho_m}}_{\text{Changement de phase}}, \quad (2.1)$$

★ *Conservation de la masse de solide* ★

$$\partial_t\phi + \underbrace{\nabla \cdot [\phi\mathbf{v}_l]}_{\text{Déplacement du liquide}} = \underbrace{\frac{\Gamma}{\rho_l}}_{\text{Changement de phase}}, \quad (2.2)$$

★ *Conservation de la masse de liquide* ★

où t est le temps, Γ le taux de changement de phase liquide-solide compté positivement pour la fusion, en $\text{kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ la masse de solide fondu par unité de volume et de temps. \mathbf{v}_m et \mathbf{v}_l correspondent à la vitesse du solide et du liquide. Les phases étant considérées incompressibles ($\rho = cst$) en 1D leurs sens sont opposés.

b) Conservation de la quantité de mouvement

On fait l'hypothèse que la dynamique est seulement induite par la différence de densité entre les 2 phases. On considère que les écoulements sont rampants et donc que l'inertie peut

être négligée. On ne prend pas en compte la tension de surface (comme ça a pu être fait dans Bercovici *et al.*, 2001 ou Bercovici & Ricard, 2003). Enfin, on fait l'hypothèse standard que la viscosité du liquide est négligeable devant celle du solide : $\eta_l \ll \eta_m$ ce qui conduit à simplifier la contribution des forces d'interaction entre les phases agissant à travers les interfaces ainsi que le terme visqueux pour le liquide. Pour le solide, la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$- \underbrace{(1-\phi)\nabla P_m}_{\text{Effet de la pression}} + \underbrace{(1-\phi)\rho_m \mathbf{g}}_{\text{Effet de la gravité}} + \underbrace{\nabla \cdot [(1-\phi)\boldsymbol{\tau}_m]}_{\text{Terme visqueux}} - \underbrace{c\Delta \mathbf{v}}_{\text{Terme de Darcy}} + \underbrace{\Delta P \nabla \phi}_{\text{Effet de la différence de pression entre les phases}} = 0, \quad (2.3)$$

★ **Conservation de la quantité de mouvement pour le solide** ★

où P_m est la pression dans la matrice ($\text{Pa} = \text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$), $\boldsymbol{\tau}_m$ le tenseur des contraintes visqueuses dans la matrice et ΔP la différence de pression entre les phases, $P_m - P_l$. Le terme de Darcy $c\Delta \mathbf{v}$ peut être vu comme la résultante des forces visqueuses exercées par le liquide sur la matrice.

Pour le liquide la conservation de la quantité de mouvement aussi appelée loi de Darcy généralisée s'écrit (*e.g.* Ricard, 2015) :

$$- \underbrace{\phi \nabla P_l}_{\text{Effet de la pression}} + \underbrace{\phi \rho_l \mathbf{g}}_{\text{Effet de la gravité}} + \underbrace{c \Delta \mathbf{v}}_{\text{Terme de Darcy}} = 0, \quad (2.4)$$

★ **Conservation de la quantité de mouvement pour le liquide** ★

où P_l est la pression dans le liquide, \mathbf{g} le vecteur gravité et $\Delta \mathbf{v} = v_m - v_l$. Le coefficient d'interaction de Darcy c est égal à

$$c = \frac{\eta_l \phi^2}{p(\phi)}, \quad (2.5)$$

où $p(\phi)$ est la perméabilité (m^2), dont on suppose une dépendance en ϕ de la forme :

$$p(\phi) = p_0 \phi^n. \quad (2.6)$$

c) Conservation de l'énergie

La conservation de l'énergie totale (liquide et solide), en négligeant le transport de l'énergie de surface s'écrit comme suit (McKenzie, 1984 ; Ricard, 2015) :

$$\underbrace{\rho_l \phi c_{p,l} \frac{D_l T}{Dt}}_{\text{Variation de chaleur dans le liquide}} + \underbrace{(1-\phi)\rho_m c_{p,m} \frac{D_m T}{Dt}}_{\text{Variation de chaleur dans le solide}} = \underbrace{k \nabla^2 T}_{\text{Diffusion thermique}} - \underbrace{L \Gamma}_{\text{Changement de phase}} + \underbrace{H}_{\text{Chauffage interne}} + \underbrace{\Psi}_{\text{Sources dissipatives}}, \quad (2.7)$$

★ **Conservation de l'énergie** ★

où l'on définit 2 dérivées totales :

$$\frac{D_l T}{Dt} = \partial_t T + \mathbf{v}_l \cdot \nabla T, \quad (2.8)$$

$$\frac{D_m T}{Dt} = \partial_t T + \mathbf{v}_m \cdot \nabla T. \quad (2.9)$$

k est la conductivité thermique, T la température, L la chaleur latente de fusion-cristallisation ($\text{J.kg}^{-1} = \text{m}^2.\text{s}^{-2}$). Ψ est la source de chaleur liée à la déformation des phases en W.m^{-3} ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-3}$), que l'on peut écrire (Bercovici *et al.*, 2001 ; Ricard, 2015) :

$$\Psi = \underbrace{c(\Delta \mathbf{v})^2}_{\text{Frottement entre les phases}} + \underbrace{(1-\phi)\nabla \mathbf{v}_m : \underline{\boldsymbol{\tau}}_m}_{\text{Déformation déviatorique de la matrice}} + \underbrace{K\eta_m \frac{\phi}{1-\phi} (\nabla \cdot \mathbf{v}_m)^2}_{\text{Déformation isotrope de la matrice}} + \underbrace{\phi \nabla \mathbf{v}_l : \underline{\boldsymbol{\tau}}_l}_{\text{Déformation déviatorique du liquide}}, \quad (2.10)$$

On néglige la chaleur produite par cisaillement du liquide de viscosité très faible relativement au solide. En effet, cette très faible viscosité induit que les frottements du liquide sur le solide sont très faibles.

Seule la composante radiale de \mathbf{v}_m est non nulle : $\mathbf{v}_m = \begin{pmatrix} v_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} \underline{\boldsymbol{\tau}}_m &= \eta_m \left(\nabla \mathbf{v}_m + [\nabla \mathbf{v}_m]^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v}_m \underline{\mathbf{I}} \right) \\ &= \eta_m \begin{pmatrix} 2\partial_r v_m - \frac{2}{3} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) & 0 & 0 \\ 0 & 2\frac{v_m}{r} - \frac{2}{3} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{v_m}{r} - \frac{2}{3} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) \end{pmatrix} \\ &= \frac{2}{3} \eta_m r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Exprimons maintenant le second terme de Ψ , on utilise la notation $\partial_r v_m = \dot{v}_m$ et $\partial_r \phi = \dot{\phi}$, sachant que $v_m = -\frac{\phi}{1-\phi} v_l$:

$$\begin{aligned} (1-\phi)\nabla \mathbf{v}_m : \underline{\boldsymbol{\tau}}_m &= (1-\phi) \frac{2}{3} \eta_m \begin{pmatrix} \dot{v}_m & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_m}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_m}{r} \end{pmatrix} : r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{4}{3} \eta_m (1-\phi) \left(\dot{v}_m^2 - \frac{2}{r} \dot{v}_m v_m + \frac{v_m^2}{r^2} \right) \\ &= \frac{4}{3} \eta_m (1-\phi) \left(\left(-\frac{\dot{\phi} v_l}{(1-\phi)^2} - \frac{\phi \dot{v}_l}{1-\phi} \right)^2 + \frac{2}{r} \frac{\phi v_l}{1-\phi} \left(-\frac{\phi \dot{v}_l}{(1-\phi)^2} - \frac{\phi \dot{v}_l}{1-\phi} \right) + \frac{\phi^2 v_l^2}{(1-\phi)^2 r^2} \right) \\ &= \frac{4}{3} \eta_m \left(\frac{1}{1-\phi} \left(\frac{\dot{\phi} v_l}{1-\phi} + \phi \dot{v}_l \right)^2 - \frac{2}{r} \left(\frac{\phi \dot{\phi} v_l^2}{(1-\phi)^2} + \frac{\phi^2 v_l \dot{v}_l}{1-\phi} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\phi^2}{1-\phi} v_l^2 \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Donc en développant totalement Ψ , on trouve :

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\phi^2 \eta_l}{p_0 (1-\phi)^2 \phi^n} v_l^2 + \frac{4}{3} \frac{\eta_m}{1-\phi} \left(\left(\frac{\dot{\phi} v_l}{1-\phi} + \phi \dot{v}_l \right)^2 - \frac{2}{r} \left(\frac{\phi \dot{\phi} v_l^2}{1-\phi} + \phi^2 v_l \dot{v}_l \right) + \frac{1}{r^2} \phi^2 v_l^2 \right) \\ &\quad + K \eta_m \frac{\phi}{1-\phi} \left(\frac{2}{r} \frac{\phi}{1-\phi} v_l + \frac{\dot{\phi}}{(1-\phi)^2} v_l + \frac{\phi}{1-\phi} \dot{v}_l \right)^2, \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec sur la deuxième ligne le développement du 3^{ème} terme de l'équation (2.10).

d) Conservation du soluté

Nous nous intéressons à des systèmes où un soluté joue le rôle d'antigel (voir chapitre 1). Ce soluté est considéré comme se concentrant exclusivement dans la phase liquide. Si l'on imagine un cas où $\mathbf{v}_m = \mathbf{v}_l = \mathbf{0}$ alors sa concentration est d'autant plus élevée que la proportion

de liquide est faible. Le soluté est présent dans une certaine quantité dans le système qui ne varie pas. On peut écrire une équation de conservation le concernant ne prenant en compte que l'effet du mouvement de la phase liquide qui entraîne le soluté :

$$\partial_t (\phi\chi) + \nabla \cdot (\phi\chi\mathbf{v}_l) = 0 \quad (2.14)$$

★ *Conservation du soluté* ★

où χ est la concentration en soluté dans le liquide. En réalité c'est plus précisément la variable $\phi\chi$ qui se conserve et qui correspond à la concentration en soluté dans le volume de contrôle (solide + liquide).

Notre idée est de simplifier le diagramme de phase pour relier linéairement la température et la concentration en soluté dans le liquide. Sur le diagramme de phase en **figure 2.1** est représenté la température en fonction de la concentration. Si l'on prend une température plus grande que $T(\chi_0)$, la température où la solidification s'initie, tout le matériel est sous forme liquide et la concentration en soluté est constante et la plus faible, χ_0 qui correspond à la concentration dans le liquide en l'absence de solide. Un refroidissement induit la solidification lorsque $T(\chi_0)$ est atteinte, à partir de ce moment là plus la température diminue plus la fraction de solide augmente en l'absence de mouvement relatif entre les phases solide et liquide. Le solide formé est pur, de concentration nulle en soluté (voir *solidus* en vert en **Fig.2.1**), ainsi le soluté se concentre dans la phase liquide. On considère que la relation entre la température et la concentration en soluté χ est linéaire jusqu'à la cristallisation de l'eutectique. On considère donc que l'on se place à l'équilibre thermodynamique : le changement de phase a lieu rapidement et la composition du liquide est toujours en équilibre avec le solide. Contrairement à la "fusion fractionnée" (discutée dans le Rudge *et al.*, 2011) qui peut être utilisée pour décrire la formation de magmas mantelliques et où c'est la dernière goutte de liquide qui est en équilibre avec le solide et non pas l'intégralité du liquide. Dans notre cas on considérera un flux à travers une matrice poreuse donc l'équilibre de l'intégralité du liquide avec le solide se justifie (Ribe, 1985). De plus, dans les applications que nous traitons : évolution de la graine terrestre et des objets transneptuniens, les durées sont de l'ordre de plusieurs centaines de millions d'années voire plusieurs milliards d'années, le changement de phase étant très lent, l'écart à l'équilibre thermodynamique devrait rester très faible. D'ailleurs, de nombreuses expériences de laboratoire ont montré que des zones biphasiques avaient un comportement très proche de la théorie en utilisant l'équilibre thermodynamique (Worster, 1997). À la température de l'eutectique T_e cristallise un solide contenant une concentration χ_e en soluté jusqu'à ce que tout le liquide ait cristallisé. Lors de la cristallisation de l'eutectique la température ne varie pas. À température plus faible le système est entièrement solide.

Ce diagramme est donc composé de 4 régimes (les bornes sur ϕ sont valables sans mouvement relatif entre le liquide et le solide) :

- | | | | |
|----|--------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| 1. | $T > T(\chi_0)$ | $\phi = 1$ | $\chi = \chi_0$ |
| 2. | $T \in]T_e; T(\chi_0)[$ | $\phi \in]\frac{\chi_0}{\chi_e}; 1[$ | $\chi \in]\chi_0; \chi_e[$ |
| 3. | $T = T_e$ | $\phi \in]0; \frac{\chi_0}{\chi_e}]$ | $\chi = \chi_e$ |
| 4. | $T < T_e$ | $\phi = 0$ | \emptyset |

Nous nous intéressons au cas 2 ci-dessus où l'on relie linéairement la température T et la concentration en soluté dans le liquide χ :

$$T = T_0 - m\chi, \quad (2.15)$$

où T_0 est la température de solidification sans soluté (voir **Fig.2.1**), m est l'opposé du coefficient directeur :

$$m = \frac{T_0 - T_e}{\chi_e}. \quad (2.16)$$

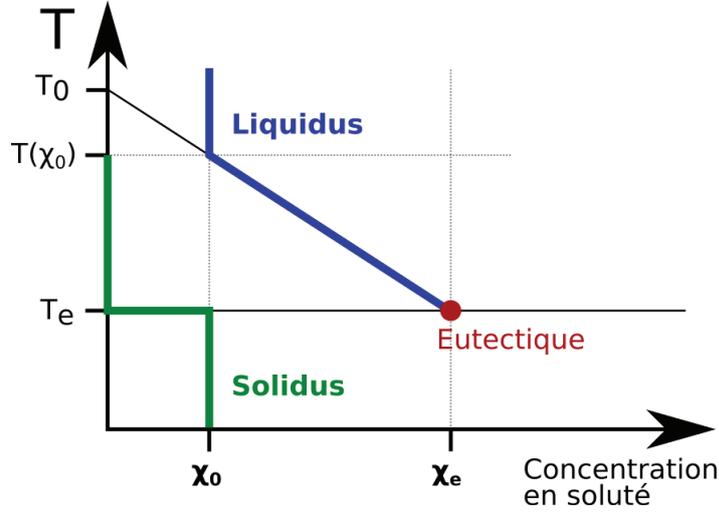


FIGURE 2.1 – Diagramme de phase simplifié en présence d'un soluté

e) Expression de la différence de pression entre les phases

On ajoute enfin l'expression de ΔP (Šrámek, 2008) :

$$\Delta P = -K \frac{\eta_m}{\phi} \nabla \cdot \mathbf{v}_m \quad (2.17)$$

qui vient d'un modèle mécanique d'un pore idéal cylindrique en utilisant la continuité de la contrainte à l'interface, K est un facteur géométrique permettant de prendre l'effet d'une symétrie non idéale, Bercovici *et al.* (2001) suppose néanmoins que K reste proche de 1.

f) Bilan

Nous avons ainsi formé un système de 7 équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} (2.1) \quad \partial_t(1-\phi) + \nabla \cdot [(1-\phi)\mathbf{v}_m] = -\frac{\Gamma}{\rho_m} \\ (2.2) \quad \partial_t\phi + \nabla \cdot [\phi\mathbf{v}_l] = \frac{\Gamma}{\rho_l} \\ (2.3) \quad -(1-\phi)\nabla P_m + (1-\phi)\rho_m\mathbf{g} + \nabla \cdot [(1-\phi)\underline{\boldsymbol{\tau}}_m] - c\Delta\mathbf{v} + \Delta P\nabla\phi = 0 \\ (2.4) \quad -\phi\nabla P_l - \phi\rho_l\mathbf{g} + c\Delta\mathbf{v} = 0 \\ (2.7) \quad \rho_l\phi c_{p,l} \frac{D_l T}{Dt} + (1-\phi)\rho_m c_{p,m} \frac{D_m T}{Dt} = k\nabla^2 T - L\Gamma + H + \Psi \\ (2.14) \quad \partial_t(\phi\chi) + \nabla \cdot (\phi\chi\mathbf{v}_l) = 0 \\ (2.17) \quad \Delta P = -K \frac{\eta_m}{\phi} \nabla \cdot \mathbf{v}_m. \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Dans ces 7 équations, on retrouve 8 inconnues, à savoir ϕ , T , χ , Γ , \mathbf{v}_m , \mathbf{v}_l , P_l et P_m . À ces 7 équations il faut ajouter la relation donnée par le diagramme de phase entre T et χ . Bien que nous ayons ajouté 2 équations par rapport à l'étude Lasbleis *et al.* (2020) : la conservation de l'énergie et du soluté, mais 3 nouvelles inconnues : T , Γ et χ , c'est cette relation linéaire entre T et χ qui permet de conserver un système d'équations bien défini.

Ce jeu d'équations reste lourd et complexe du point de vue du code numérique et du temps de calcul. Ci-après, nous abordons quelques manipulations et approximations qui vont nous permettre de résoudre moins d'équations tout en passant en coordonnées sphériques.

B. Réduction du système d'équations

Nous allons écrire les équations dans cette partie en une dimension sphérique. Ainsi, les vitesses sont considérées comme ayant une seule composante radiale que l'on écrira v_m et v_l .

a) Combinaison des conservations de la quantité de mouvement dans le liquide et le solide

Il est possible de combiner la conservation de la quantité de mouvement dans le liquide et le solide en une seule équation. On soustrait à celle du solide celle du liquide avec un facteur $\frac{1-\phi}{\phi}$ et l'on obtient :

$$\begin{aligned} & -(1-\phi)\nabla\Delta P + \Delta P\nabla\phi + (1-\phi)\Delta\rho\mathbf{g} + \nabla \cdot \left[(1-\phi)\underline{\boldsymbol{\tau}}_m \right] - \frac{c\Delta v}{\phi} = 0 \\ \Leftrightarrow & \quad -\nabla((1-\phi)\Delta P) + (1-\phi)\Delta\rho\mathbf{g} + \nabla \cdot \left[(1-\phi)\underline{\boldsymbol{\tau}}_m \right] - \frac{c\Delta v}{\phi} = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

En symétrie sphérique $\underline{\boldsymbol{\tau}}_m$ s'exprime comme suit (Šrámek, 2008) :

$$\underline{\boldsymbol{\tau}}_m = \frac{2}{3}\eta_m r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Seule la composante radiale de $\nabla \cdot \left[(1-\phi)\underline{\boldsymbol{\tau}}_m \right]$ est non nulle.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left[(1-\phi)\underline{\boldsymbol{\tau}}_m \right] \Big|_r &= \partial_r \left[(1-\phi)\tau_{rr} \right] + (1-\phi) \frac{2\tau_{rr} - \tau_{\phi\phi} - \tau_{\theta\theta}}{r} \\ &= \frac{4}{3}\eta_m \partial_r \left((1-\phi)r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \right) + 4\eta_m (1-\phi) \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right), \end{aligned} \quad (2.21)$$

sachant que :

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}\eta_m \partial_r \left(\frac{1-\phi}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) \right) &= -4\eta_m \frac{v_m}{r} \partial_r \phi + \frac{4}{3}\eta_m \partial_r \left((1-\phi)r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \right) + 4(1-\phi)\eta_m \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \\ &= -4\eta_m \frac{v_m}{r} \partial_r \phi + \nabla \cdot \left[(1-\phi)\underline{\boldsymbol{\tau}}_m \right] \Big|_r, \end{aligned} \quad (2.22)$$

et en prenant la relation (2.17) pour exprimer ΔP alors on peut réécrire l'équation (2.19) :

$$(2.19) \Leftrightarrow \eta_m \partial_r \left(\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) \right) + 4\eta_m \frac{v_m}{r} \partial_r \phi - \frac{\phi\eta_l}{p(\phi)} \Delta v = (1-\phi)\Delta\rho g. \quad (2.23)$$

★ Combinaison des conservations des quantités de mouvement ★

On s'est ainsi affranchi de la variable P_m . On retrouve dans l'équation (2.23) la source du mouvement à droite : l'effet de la gravité sur les phases de densité différente. Cette force gravitaire s'équilibre soit par les deux premiers termes à gauche qui correspondent à la déformation de la matrice solide, soit par le troisième terme qui correspond au terme de Darcy, à l'écoulement du liquide, soit conjointement par ces 2 termes.

b) Bilan en coordonnées sphériques

Nous reprenons notre système de 6 équations en coordonnées sphériques en une dimension radiale : il est identique au système (2.18) avec la conservation de la quantité de mouvement dans le solide remplacé par la combinaison (2.23) et l'expression de ΔP en moins (2.17) qui nous a permis de nous affranchir de la variable P_m .

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t (1 - \phi) + \frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 (1 - \phi) v_m] = -\frac{\Gamma}{\rho_m} \\ \partial_t \phi + \frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 \phi v_l] = \frac{\Gamma}{\rho_l} \\ -\phi \partial_r P_l - \phi \rho_l g + c \Delta v = 0 \\ \eta_m \partial_r \left(\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1 - \phi)}{\phi} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) \right) - (1 - \phi) \Delta \rho g + 4\eta_m \frac{v_m}{r} \partial_r \phi - \frac{\phi \eta_l}{p(\phi)} \Delta v = 0 \\ \phi \rho_l c_{p,l} \frac{D_l T}{Dt} + (1 - \phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m T}{Dt} = k \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r T) - L\Gamma + H + \Psi \\ \frac{\partial \phi \chi}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi \chi v_l) = 0. \end{array} \right. \quad (2.24)$$

Dans ces 6 équations, on retrouve 6 inconnues, à savoir ϕ , Θ , Γ , v_m , v_l , P_l .

c) Le cas de P_l

La pression dans le liquide P_l n'apparaît que dans la 3^{ème} équation du système (2.24), la conservation de la quantité de mouvement dans le liquide. Il n'est donc pas nécessaire de résoudre cette équation à moins de vouloir connaître P_l . Comme ce n'est pas la variable qu'il nous intéresse de connaître nous ne résoudrons pas cette équation.

Il nous reste donc 5 équations et 5 inconnues.

d) Relation entre la température et la composition en soluté

On pose une nouvelle variable Θ :

$$\Theta = T - T_e \quad (2.25)$$

$$= -m(\chi - \chi_e) \quad (2.26)$$

$$\Leftrightarrow \chi = -\frac{\Theta}{m} + \chi_e. \quad (2.27)$$

Cette variable représente à la fois la température et la composition en soluté dans le liquide ce qui nous permet de nous affranchir d'une variable.

e) Le taux de changement de phase Γ

Reprenons la conservation du soluté en remplaçant χ par son expression en fonction de Θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} (2.14) \quad \partial_t (\phi \chi) + \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi \chi v_l) = 0 \\ (2.27) \quad \chi = -\frac{\Theta}{m} + \chi_e \end{array} \right. \Rightarrow \partial_t [\phi (\Theta - m\chi_e)] + \frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 \phi (\Theta - m\chi_e) v_l] = 0 \quad (2.28)$$

$$\Rightarrow \phi \partial_t \Theta + \Theta \partial_t \phi - m\chi_e \partial_t \phi + \frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 \phi \Theta v_l] - m\chi_e \frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 \phi v_l] = 0. \quad (2.29)$$

Remplaçons maintenant la dérivée temporelle de la porosité à partir de son expression dans la conservation de la masse de liquide.

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 (2.29) & \Rightarrow \phi \partial_t \Theta + (\Theta - m \chi_e) \left[\frac{\Gamma}{\rho_l} - \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi v_l) \right] + \partial_r \Theta \cdot (\phi v_l) + \Theta \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi v_l) - m \chi_e \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi v_l) = 0 \\
 (2.2) & \\
 \end{aligned} \right\} \\
 \Rightarrow \Gamma = \frac{\rho_l \phi}{m \chi_e - \Theta} [\partial_t \Theta + v_l \partial_r \Theta] \\
 \Rightarrow \Gamma = \frac{\rho_l \phi}{m \chi_e - \Theta} \frac{D_l \Theta}{Dt}. \tag{2.30}
 \end{aligned}$$

On peut ainsi exprimer le taux de changement de phase Γ en fonction des autres variables. Il n'est donc pas la peine de le calculer pour résoudre le système. On peut donc garder seulement 4 équations associées à nos 4 inconnues ϕ , Θ , v_m et v_l .

On peut injecter l'expression de Γ dans la conservation de l'énergie (2.7) :

$$\phi \rho_l c_{p,l} \left[1 + \frac{L}{c_{p,l} (m \chi_e - \Theta)} \right] \frac{D_l \Theta}{Dt} + (1 - \phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m \Theta}{Dt} = k \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r \Theta) + H + \Psi. \tag{2.31}$$

f) Approximation de "Boussinesq"

Il s'agit de négliger la différence de densité entre les phases, sauf concernant l'effet moteur sur le mouvement entre les phases du fait de la gravité. C'est-à-dire que l'on ne conserve la différence de densité que dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement mais l'on considère que l'effet de la différence de densité sur l'équation de l'énergie et de la conservation de la masse reste minime et que l'on peut donc le négliger.

Cette hypothèse nous permet de simplifier la conservation de la masse, ainsi si l'on fait la somme des équations de conservation du solide (2.1) et du liquide (2.2), on obtient en supposant $\rho_l = \rho_m$:

$$\frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 (1 - \phi) v_m + r^2 \phi v_l] = 0, \tag{2.32}$$

et donc :

$$(1 - \phi) v_m + \phi v_l = 0, \tag{2.33}$$

(parce que $r^2 [(1 - \phi) v_m + \phi v_l] = \text{constante} = 0$ évaluée en $r = 0$).

À partir de là cela nous permet de trouver une relation directe entre v_m , v_l , et Δv :

$$v_m = -\frac{\phi}{1 - \phi} v_l, \tag{2.34}$$

$$v_m = \phi \Delta v, \tag{2.35}$$

$$v_l = -(1 - \phi) \Delta v. \tag{2.36}$$

On peut donc n'utiliser qu'une seule vitesse pour écrire toutes les équations. Il ne nous reste ainsi plus que 3 inconnues (par exemple ϕ , Θ et v_m) et nous choisissons donc un système de 3 équations à résoudre (2.37) : la combinaison des conservations du mouvement, la conservation de l'énergie et la conservation du soluté.

$$\left\{ \begin{aligned}
 (2.23) & \eta_m \partial_r \left(\frac{(K + \frac{4}{3} \phi) (1 - \phi)}{\phi} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) \right) + 4 \eta_m \frac{v_m}{r} \partial_r \phi - \frac{\phi \eta_l}{p(\phi)} \Delta v = (1 - \phi) \Delta \rho g \\
 (2.31) & \phi \rho_l c_{p,l} \left[1 + \frac{L}{c_{p,l} (m \chi_e - \Theta)} \right] \frac{D_l \Theta}{Dt} + (1 - \phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m \Theta}{Dt} = k \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r \Theta) + H + \Psi \\
 (2.28) & \partial_t [\phi (\Theta - m \chi_e)] - \frac{1}{r^2} \partial_r [r^2 (1 - \phi) (\Theta - m \chi_e) v_m] = 0.
 \end{aligned} \right. \tag{2.37}$$

g) Jeu d'équation à résoudre, domaine de validité

Notre jeu d'équation (2.37) est conditionné par des hypothèses et approximations qu'il convient d'avoir en tête pour s'assurer de la validité de nos applications :

- le solide forme une matrice interconnectée ;
- la seule force motrice du mouvement est la force gravitationnelle ;
- on néglige l'effet de la différence de densité entre les phases, sauf pour la gravité ;
- les 2 phases sont incompressibles, leur densité ne varie pas ;
- les phases se comportent comme des fluides visqueux pour lesquels on néglige l'inertie. Leur viscosité est constante, la viscosité du liquide est très faible par rapport au solide : on néglige la chaleur produite par cisaillement du liquide et la contribution de la pression à la force aux interfaces ;
- plus globalement, la tension de surface à l'interface entre les phases est négligée ;
- le soluté reste dans le liquide et ne cristallise que sous forme d'eutectique, la cristallisation de l'eutectique n'est pas prise en compte par les équations : les équations sont vérifiées s'il existe une phase solide et que l'eutectique n'est pas atteint ;
- le mélange entre les phases est isotrope.

Dans le système d'équation (2.37), la première équation dérivant des quantités de mouvement nous permettra de calculer les vitesses des 2 phases ; la deuxième, la conservation de l'énergie nous permettra de calculer Θ c'est-à-dire la température (et la composition en soluté) ; la dernière, la conservation du soluté nous permettra de déduire la porosité ϕ .

Deuxième partie

La graine terrestre

Chapitre 3

Généralités sur la graine

Le noyau terrestre est une structure sphérique de 3480 km de rayon au centre de la Terre, essentiellement constitué de fer. Il est contenu dans le manteau, qui lui est composé de roches silicatées. Le noyau constitue 16% du volume de la Terre mais 32% de sa masse du fait de sa densité proche de 10 contre seulement 5,5 pour la Terre dans son ensemble. La composition et les propriétés physiques de ce milieu sont encore assez mal connues, du fait des difficultés à atteindre expérimentalement les pressions et températures dans le noyau, à savoir de 136 GPa à 364 GPa et ~4,000 K à 5,000-6,000 K (Hirose *et al.*, 2013). Il est impossible d'obtenir des échantillons du noyau, néanmoins certaines météorites nous donnent à voir des exemples de roches constituées essentiellement de fer : alors qu'une majorité des météorites ont la composition moyenne du système solaire sans les volatils¹, d'autres ont une composition riche en fer (sidérites) ou riches en silicates (achondrites). Ces différences sont imputées à un phénomène de différenciation sous l'effet de la chaleur radiogénique dans un astéroïde : la partie ferrique dense liquéfiée migre vers le centre de l'objet formant un "noyau", entouré d'un "manteau" silicaté appauvri en fer et en éléments ayant une affinité avec le fer (sidérophiles).

Le noyau terrestre ne peut pas être étudié directement mais peut être sondé à l'aide des ondes sismiques qui le traversent. Des expériences à haute pression et haute température ainsi que les calculs *ab initio* permettent d'étudier le comportement des matériaux dans les conditions du noyau.

Il est aujourd'hui établi que le noyau est essentiellement liquide mais une partie centrale d'environ 1220 km de rayon est solide : on l'appelle la graine, elle représente 4% du volume du noyau et 7‰ du volume terrestre. Cette graine n'est encore que très partiellement connue, beaucoup de discussions scientifiques à son propos ont lieu comme on va le voir dans ce chapitre. La graine a une place toute particulière dans la dynamique du noyau, influant en particulier sur la convection dans le noyau externe et ainsi sur le champ magnétique de la Terre. Son âge vraisemblablement jeune par rapport à l'âge de formation de la Terre pose la question des conséquences de son apparition et du régime de convection qui pouvait exister avant qu'elle n'apparaisse. Les études actuelles s'intéressent à la structure complexe et aux hétérogénéités de la graine : anisotropie, amande, asymétrie hémisphérique... Ces structures pourraient nous apprendre beaucoup sur le fonctionnement du noyau à l'avenir.

Ce chapitre a grandement bénéficié de l'existence de plusieurs articles de *review* :

- Deuss (2014) sur la sismologie de la graine ;
- Deguen (2012) sur la dynamique de la graine ;
- Hirose *et al.* (2013) sur la composition du noyau.

1. C'est à dire une composition de chondrite, les volatils sont les éléments qui se retrouvent facilement à l'état vapeur et qui peuvent être très appauvris dans les chondrites (hydrogène, oxygène, azote, carbone et gaz nobles : hélium, néon, argon, xénon)

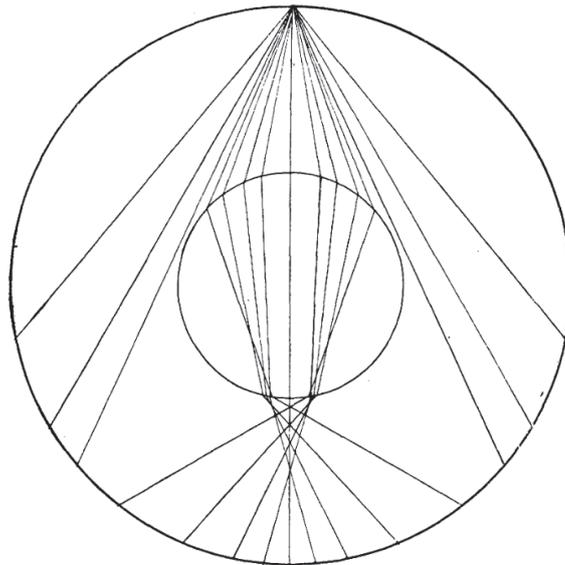


FIGURE 3.1 – Trajet des ondes dans la Terre proposé par Oldham, 1906 (Oldham, 1906). Le grand cercle correspond à la surface de la Terre et le petit au noyau.

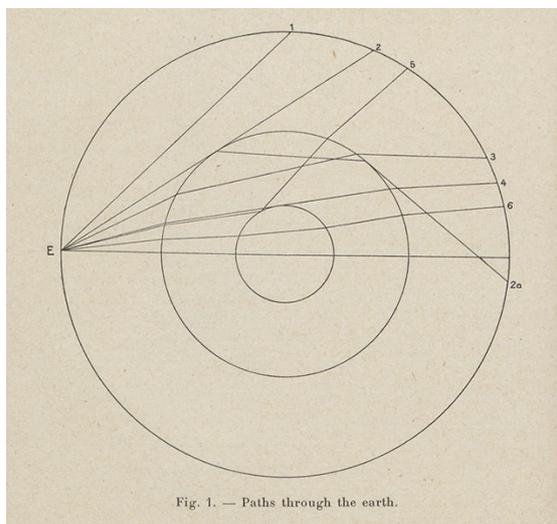
A. Le noyau : découverte et évolution

a) Découvertes du noyau et de la graine

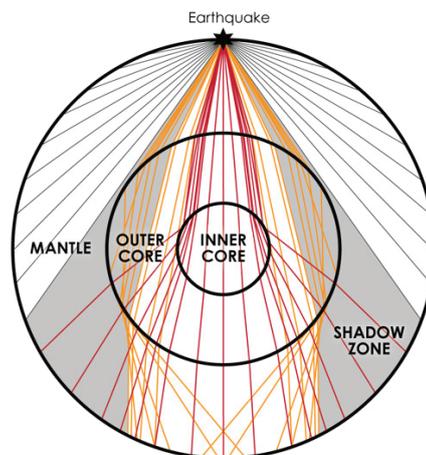
En 1906, Richard Dixon Oldham remarque que les ondes P, ondes de compression, émises par un séisme n'apparaissent pas sur les sismogrammes relevés à une distance angulaire comprise entre $\sim 100^\circ$ et 140° à l'épicentre (Oldham, 1906). On appelle cette zone la zone d'ombre. Il interprète cela comme indiquant la présence d'une sphère liquide au centre de la Terre (**Fig. 3.1**) qui induit la réfraction des ondes P vers le bas : il a découvert le noyau.

C'est Inge Lehmann en 1936 qui découvrit la présence de la graine en observant tout de même des ondes de compression "derrière le noyau", ce qui n'aurait pas dû être le cas si le noyau avait été exclusivement liquide (**Fig. 3.1**). Elle imagine qu'une réflexion vers 5000 km de profondeur pourrait expliquer ces arrivées d'ondes (**Fig. 3.2**).

Aujourd'hui, deux différents types de données sismiques sont utilisés pour étudier le noyau : les ondes de volume courte-période ($\sim 1\text{Hz}$) qui sont sensibles aux structures traversées sur ~ 300 km, et les modes propres longue période (moins de 10 mHz). Les ondes de volume sont plus usitées. Celles-ci renseignent plutôt sur les structures à petite échelle et les discontinuités, elles renseignent sur la vitesse de propagation, leur atténuation, mais pas sur la densité des milieux traversés. Une limite de leur utilisation vient du fait que les séismes et les stations ne sont pas uniformément répartis à la surface de la Terre : tout le noyau n'est donc pas échantillonné uniformément par ces ondes. Pour se soustraire aux effets du manteau sur les ondes et étudier l'effet du noyau, les ondes PKIKP qui traversent le noyau interne sont comparées au PKiKP qui ne fait que tangenter le noyau interne sans le traverser. Ces 2 ondes ont des chemins très proches (surtout pour l'étude de la surface de la graine) ce qui permet de faire abstraction des effets mantelliques. Selon la distance angulaire entre le séisme et le récepteur, les ondes PKPbc ou PKPab peuvent aussi être utilisées (**Fig. 3.3**). Des modes propres détectables ne sont excités que par des séismes de forte magnitude. Ils ont l'avantage d'être sensibles à la densité en plus de la vitesse et l'atténuation des ondes. Ils donnent des information sur la graine dans son ensemble, à large échelle (Deuss, 2014).



(a) Schéma original issu de Lehmann (1936)



— P-waves passing through mantle
 — P-waves passing through mantle and liquid outer core
 — P-waves interacting with solid inner core

(b) Schéma redessiné par Kölbl-Ebert, 2001

FIGURE 3.2 – Propagation des ondes associée à l'existence d'un noyau interne. La réflexion des ondes P sur le noyau interne explique le relevé d'ondes P dans une partie de la zone d'ombre.

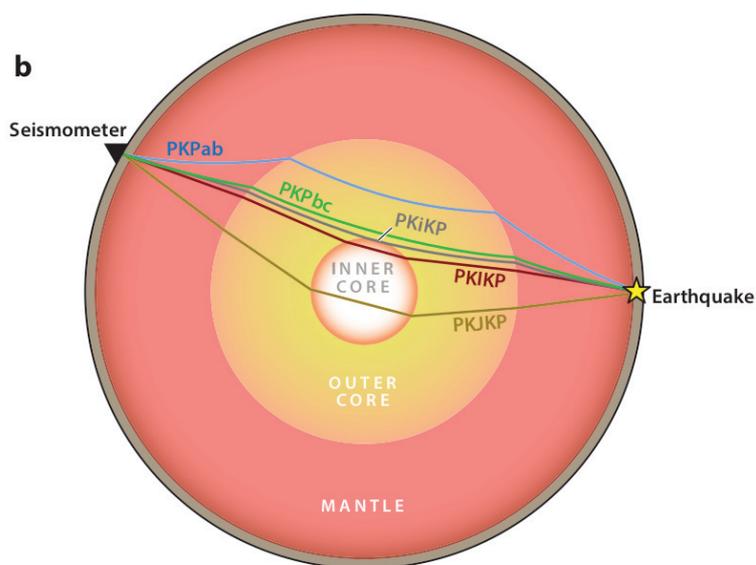
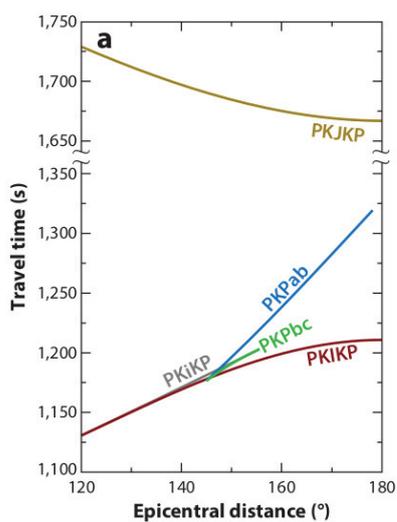


FIGURE 3.3 – (a) Temps d'arrivée et (b) trajectoire des ondes de volume permettant d'étudier la graine (Deuss, 2014)

b) Composition et fonctionnement général du noyau

Le noyau est donc composé de 2 parties bien distinctes. Au centre se trouve le noyau interne, appelée la graine : il est essentiellement solide, il est sphérique de rayon 1220 km. Autour se trouve le noyau externe, liquide lui. La limite entre le noyau interne et externe est appelé discontinuité de Lehmann, du nom de la découvreuse de la graine, en anglais on parle de *Inner Core Boundary* d'où vient son abréviation "ICB". Il est généralement admis que la graine croît par cristallisation du fer du noyau externe.

Le noyau externe convecte vigoureusement et est donc généralement considéré homogène. La convection contrôle le profil du géotherme dans le noyau externe : le profil de température est isentropique, c'est à dire que l'entropie est constante le long du profil du fait du brassage de la convection. Le géotherme est directement contrôlé par la température à la frontière manteau-noyau, elle même contrôlée par les transferts de chaleur dans le manteau, en particulier la convection. La solidification de la graine participe à entretenir la convection dans le noyau en relançant des éléments légers à l'ICB, ainsi qu'en limitant le refroidissement de la base du noyau du fait de la chaleur latente de cristallisation. La cristallisation participe donc au contrôle de la géodynamo terrestre (Deuss, 2014 ; Deguen, 2012). La limite noyau-manteau est appelée discontinuité de Gutenberg, abrégé "CMB" de l'anglais *Core-Mantle Boundary*.

c) Croissance de la graine

α - Âge de la graine

L'âge de la graine est un sujet qui a été abondamment débattu (Nimmo, 2007, revu en 2013). On retrouve l'âge de la graine en faisant un bilan énergétique sur le noyau, en comparant la production de chaleur interne au noyau au flux de chaleur moyen en sortant :

$$\hat{Age}_{IC} = \frac{W_s + W_g + W_L + W_R}{\overline{Q}_{CMB}}, \quad (3.1)$$

où W_s est l'énergie libérée du fait du refroidissement séculaire (en joules), W_g l'énergie gravitationnelle, W_L la chaleur latente, W_R l'énergie radioactive (faible voire négligeable) et \overline{Q}_{CMB} la perte de chaleur moyenne au niveau de la CMB (en Watts) (Nimmo, 2007). Les études donnent des âges qui tendent petit à petit à rajeunir la graine : Buffett *et al.* (1996) donne 1.13 Ga, Roberts *et al.* (2003) 0.83 Ga, Labrosse (2003) 0.92 Ga, Pozzo *et al.* (2012) 0.55 Ga, Labrosse (2015) moins de 0.7 Ga. Néanmoins, Zhang *et al.* (2020) conclut à un âge plus ancien de 1.0 à 1.3 Ga. Cette diminution dans l'âge estimé de la graine est à relier à l'évolution de notre compréhension de la convection mantellique, ainsi qu'à l'augmentation de l'estimation de la conductivité du noyau qui oblige à prendre en compte un flux de chaleur \overline{Q}_{CMB} plus important pour soutenir la convection du noyau externe et le champ magnétique.

Toutes les études convergent pour dire que la graine est relativement récente par rapport à l'âge de la Terre, elle ne date pas de la formation de la Terre. La croissance de la graine libère des éléments légers (voir paragraphe B. a)) qui jouent un grand rôle dans la convection dans le noyau externe et ainsi l'entretien du champ magnétique terrestre. L'absence de la graine au début de l'histoire de la Terre remet en question la possibilité de l'existence du champ magnétique. Or il semble paradoxal que la vie ait pu se développer sans un champ magnétique qui protège la surface de la Terre du vent solaire. De plus, on connaît des traces paléomagnétiques qui suggèrent que la Terre a un champ magnétique depuis au moins 3,5 milliards d'année.

β - Croissance par changement de phase et géotherme

La nucléation a lieu lorsque la température au centre de la Terre est égale à celle de la température de fusion. Ceci est vrai s'il n'y a pas eu de surfusion dans le noyau, c'est à dire si la barrière énergétique à franchir pour cristalliser le premier cristal a été franchie facilement

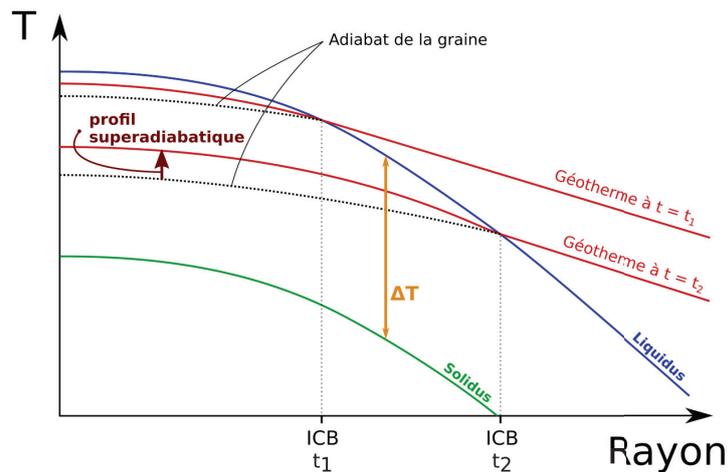


FIGURE 3.4 – Évolution du géotherme dans la graine

sans que l'on sache de façon certaine comment (voir Huguet *et al.*, 2018). En effet, dans du fer liquide homogène la barrière énergétique ne serait franchie que pour une température de 1000 K de moins que la température de fusion : un tel mécanisme de nucléation ne peut pas expliquer l'existence du noyau interne même aujourd'hui ! Force est de constater que la graine existe, donc un autre mécanisme a permis l'initialisation de la cristallisation de la graine.

Une fois que cette nucléation a eu lieu, la graine croît depuis le centre vers la périphérie. En effet, la température de fusion décroît plus vite que le géotherme en allant vers la périphérie du noyau (**Fig. 3.4**). La croissance de la graine est assurée par le refroidissement du noyau. La chaleur est transportée par convection dans le noyau externe, tout comme dans le manteau. Néanmoins, la viscosité du manteau étant sans commune mesure avec celle du fer liquide, c'est le manteau qui contrôle le refroidissement du noyau via le flux de chaleur à la CMB.

La température en bordure de la graine décroît avec le temps et vaut la température de solidification qui croît avec la pression et décroît donc avec le rayon (**Fig. 3.4**). Cette disposition induit le refroidissement de la graine par diffusion (la convection de la graine est discutée en paragraphe E. a)) depuis le centre vers la périphérie. Plus la conductivité de la graine est faible et plus le surplus de température par rapport à la température à l'ICB est élevé. On parle de profil super-adiabatique si le gradient de température dans la graine est supérieure au gradient adiabatique (c'est le cas sur la **figure 3.4**). De même, plus le noyau se refroidit vite, plus la graine croît rapidement, plus le profil de température dans la graine reste pentu. Au contraire, une conductivité élevée et un refroidissement du noyau lent tend à ramener le géotherme près de la température de l'ICB, si la température devient inférieure à la température adiabatique, on parle de température sous-adiabatique. Une température sous-adiabatique stabilise le profil de densité vis-à-vis de la convection dans la graine (Deguen, 2012).

À partir de bilans d'énergie, l'âge de la graine et donc la rapidité de sa croissance peuvent être estimés. L'effet de diminution de la température adiabatique à un rayon donné (lié à la croissance de la graine) décroît avec le temps. En effet le volume à cristalliser augmentant avec le cube du rayon, le changement de phase impliqué prend une place de plus en plus importante dans le bilan de chaleur du noyau via la chaleur latente libérée et le rayon de la graine croît donc de moins en moins rapidement. La chaleur gravitationnelle liée au changement de phase et à la compaction du noyau induite augmente aussi. La graine a ainsi une croissance proche d'être en racine du temps (Buffett *et al.*, 1992) : la croissance de la graine est rapide au moment de sa formation et décroît.

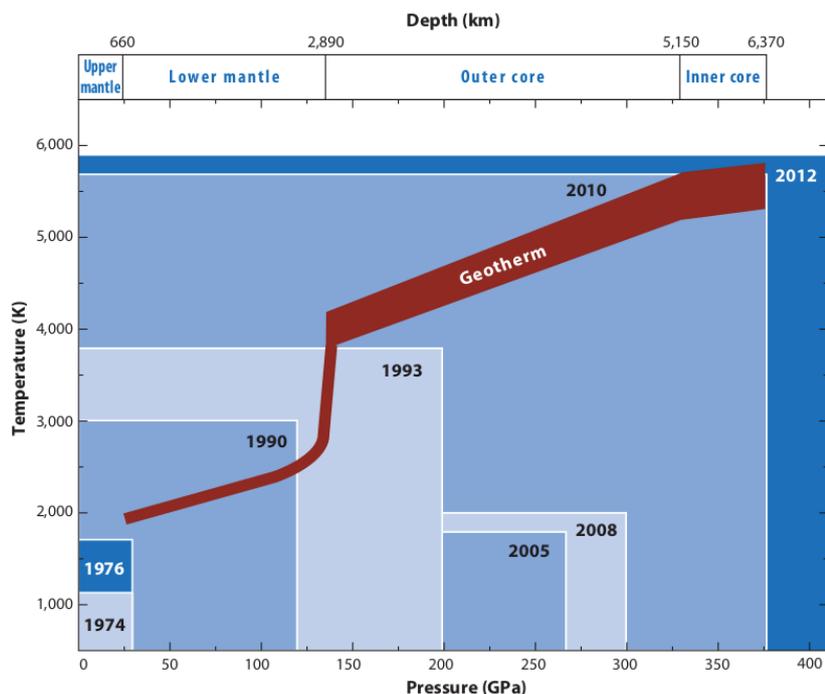


FIGURE 3.5 – Évolution des gammes de pression et température expérimentales (Hirose *et al.*, 2013)

B. Composition

Les études expérimentales ont été longtemps limitées par les conditions P-T que l'on pouvait atteindre. En 2010, les conditions P-T atteignables en laboratoire ont fait un bon en avant grâce au perfectionnement des expériences à cellule à enclume de diamant chauffée au laser (**Fig. 3.5**), les conditions du noyau peuvent être étudiées : les paramètres physiques mesurés, les phases stables observées. Les pressions du noyau peuvent être atteintes grâce à un dispositif de cellule à enclume de diamant chauffé par laser (Hirose *et al.*, 2013).

a) Composition chimique, Nickel et éléments légers

La haute densité du noyau et l'existence des météorites de fer composées essentiellement d'un alliage fer-nickel ont rapidement fait penser que le noyau devait être majoritairement composé de fer associé à un plus faible pourcentage de nickel. Néanmoins la densité du noyau, estimée grâce à la sismologie, se révèle être trop faible de 10% comparée à la densité du fer pur ou d'un alliage fer-nickel. Cela conduit Birch (1952) à proposer que le noyau contienne de l'ordre de 10% d'éléments plus légers.

Poirier (1994) propose comme potentiels éléments légers le silicium, l'oxygène, le soufre, le carbone et l'hydrogène. Il se base pour cela sur 4 arguments que doivent respecter un élément candidat :

- être suffisamment abondant dans la Terre primitive (composition chondritique supposée) et ne pas être perdu du fait de la chaleur d'accrétion ;
- être soluble dans le fer liquide à faible pression car on considère que le noyau s'est formé tôt durant l'accrétion (argument remis en cause par l'éventualité d'échanges d'éléments chimiques entre le noyau et le manteau à haute pression, haute température REF) ;
- être soluble dans le fer liquide aux pressions actuelles ;
- être partitionné préférentiellement dans le liquide lors de la cristallisation pour au moins une partie des éléments légers pour permettre la convection solutale [et s'ajoute surtout aujourd'hui l'explication du saut de densité observé entre le noyau externe et la graine]

	phase solide	phase liquide
Souffre et/ou Silicium	8.5±2.5	10±2.5
Oxygène	0.2±0.1	8.0±2.5

TABLE 3.1 – Estimation des pourcentages molaires en éléments légers dans le fer solide et liquide du noyau, obtenu à partir de données sismologiques et de calculs *ab initio* (Alfè *et al.*, 2002)

La formation du noyau s'est faite par séparation et plongement des éléments sidérophiles depuis un océan de magma profond (*e.g.* Li & Agee, 1996 ; Siebert *et al.*, 2012 ; Wade & Wood, 2005). Via un tel mécanisme, de l'oxygène et du silicium sont incorporés à l'équilibre dans la phase métallique à hauteur de plusieurs pourcents en masse (Siebert *et al.*, 2012). L'élévation de température de la Terre dans son ensemble, des suites de l'impact géant qui a induit la formation de la Lune, a pu permettre un taux d'oxygène et de silicium incorporé dans la phase métallique du noyau encore plus grand (Hirose *et al.*, 2013). Néanmoins, une part importante de ces éléments légers resteraient près de la CMB, dans une couche stablement stratifiée du fait de leur flottabilité. Un rééquilibrage pourrait alors être possible entre le noyau et le manteau en fusion, ou bien plus tard par exsolution des composés silicatés une fois le manteau entièrement solidifié (les expériences manquent encore pour appuyer ces idées). Au contraire, une fois le noyau formé, des échanges d'oxygène depuis le manteau vers le noyau pourraient avoir lieu et enrichir le noyau en éléments légers (Takafuji *et al.*, 2004). Le soufre est également un bon candidat en tant qu'élément très sidérophile. S'il s'agit du seul élément léger dans le noyau il en faut 6 % pour expliquer le déficit de masse, il serait néanmoins présent à hauteur de moins de 2 % en masse au vu de la quantité de soufre qu'il "manque" dans le manteau par rapport à la composition chondritique (McDonough, 2003). Le carbone a été proposé comme élément léger du fait de son affinité avec le fer en condition de surface, mais sa solubilité est faible à haute pression et probablement négligeable dans les conditions du noyau (Lord *et al.*, 2009). L'hydrogène est également débattu et moins vraisemblable en tant qu'élément léger, sa présence pourrait dater de la formation planétaire. Un taux de 0.5 à 1 % en masse seulement pourrait expliquer le déficit de masse du noyau comme l'hydrogène est un élément extrêmement léger (Hirose *et al.*, 2013).

Certains facteurs peuvent nous aider à trancher entre les différents éléments légers possibles. La compressibilité en est un. La présence d'éléments légers diminue la densité, mais elle augmente parallèlement la compressibilité de l'alliage. Les compressibilités d'un alliage avec l'oxygène ou le carbone sont trop importantes au regard de ce qui est estimé par le modèle PREM (Dziewonski & Anderson, 1981). Cela laisse à penser que ni l'oxygène ni le carbone ne pourraient composer l'essentiel des éléments légers (Hirose *et al.*, 2013).

Le saut de densité que l'on observe entre le noyau externe et interne en est un autre. Ce saut de densité à l'ICB vaut $\sim 640 \text{ kg/m}^3$ selon Hirose *et al.* (2013), le modèle PREM avance 600 kg/m^3 (Dziewonski & Anderson, 1981) alors que d'autres auteurs proposent des valeurs plus grandes comme 850 kg/m^3 (Cao & Romanowicz, 2004) alors que la différence de densité entre liquide et solide n'est que de 220 kg/m^3 pour le fer pur. Le noyau externe est 5 à 10% moins dense que le fer alors que la graine n'est que 2 à 3% moins dense. L'atome de nickel possède une taille et une masse très proche de celles du fer, il a un comportement très proche et ne peut pas expliquer ce saut de densité. Il est donc nécessaire de prendre en compte un appauvrissement du solide en éléments légers pour l'expliquer. Alfè *et al.* (2002) a procédé à des calculs de potentiel chimique. À l'équilibre, le potentiel chimique du liquide et du solide sont égaux, ce qui permet de déduire le ratio de concentration en éléments légers entre le liquide et le solide. Le silicium et le soufre partitionnent très peu entre liquide et solide (**Table 3.1**) : ces éléments ne peuvent pas expliquer un tel saut de densité. Ce comportement se comprend car les atomes de soufre et de silicium ont une taille proche de celle du fer et peuvent donc se

loger facilement dans la maille cristalline. Au contraire, l'atome d'oxygène est beaucoup plus petit et se loge difficilement dans les cristaux. L'oxygène est donc plus stable dans le liquide et se retrouve exclu du solide (**Table 3.1**). Selon Alfè *et al.* (2002) il n'est pas possible de trancher entre la présence de Si ou de S. Il devrait y avoir environ 8% d'oxygène dans le noyau liquide et autant de soufre ou silicium (ces taux pourraient varier naturellement selon la valeur du saut de densité choisie, Alfè *et al.*, 2002 semble avoir opté pour une valeur proche de celle du modèle PREM). Quelque soit le ou les éléments légers rejetés dans le liquide lors de la cristallisation, ceux-ci ont une importance capitale dans la convection qui a lieu dans le noyau externe. La concentration d'éléments légers à la base du noyau est instable, leur remontée vers la CMB est un moteur majeur de la convection dans le noyau externe.

Zhang *et al.* (2016) a étudié l'effet des éléments légers sur la densité mais aussi sur la vitesse du son via des expériences de compression par onde de choc. Leur conclusion est que la composition la plus vraisemblable du noyau externe est en masse de $\pm 6\%$ de silicium, $\pm 2\%$ de soufre et $\pm 1-2,5\%$ d'oxygène. Ces valeurs sont parfaitement compatibles avec ceux du Alfè *et al.* (2002) pour le soufre et le silicium mais la quantité d'oxygène est, elle, très faible et il semble donc difficile de pouvoir expliquer le saut de densité entre noyau interne et externe par l'oxygène comme le fait Alfè *et al.* (2002).

Le fractionnement d'un élément entre 2 phases en équilibre peut s'accompagner d'un fractionnement entre les différents isotopes de cet élément, on parle de fractionnement isotopique. En effet les différences de propriétés physiques entre isotopes peuvent s'exprimer lors du fractionnement entre 2 phases. Ainsi des études isotopiques sur le silicium du manteau comparé aux chondrites suggèrent qu'un tel fractionnement a eu lieu (*e.g.* Georg *et al.*, 2007). Ce fractionnement isotopique est un argument en faveur du silicium comme élément léger pour expliquer le déficit de silicium dans le manteau plutôt que sa volatilisation lors de l'impact géant ayant formé la Lune. Le fractionnement observé suggère que le noyau contient $\sim 6\%$ en masse de Si.

Il y a aujourd'hui un consensus sur l'importance du silicium comme élément léger contenu dans le noyau. La possible présence de Si dans le noyau est étayée par une relative pauvreté du manteau supérieur en Si par rapport aux chondrites. Si l'on considère que ce Si "manquant" se trouve dans le noyau, alors on trouve que le noyau comporte 7.3 % de silicium en masse (Allège *et al.*, 2001), ce qui est assez proche des 6 % suggérés par le fractionnement isotopique. Cela fait du Si l'élément léger principal. L'oxygène est également un candidat sérieux puisqu'il est à même (avec le carbone) d'expliquer le saut de densité observée à l'ICB (Alfè *et al.*, 2002). Néanmoins, O et Si ne sont compatibles ensemble dans le fer liquide qu'à haute pression ce qui rend très importante la pression d'équilibre entre les phases lors de la différenciation sur la concentration d'oxygène dans le noyau actuel (Takafuji *et al.*, 2004 ; Siebert *et al.*, 2012). On aurait donc $\sim 6\%$ en masse de silicium, $\sim 1-2\%$ de soufre et $\sim 4\%$ d'oxygène (Hirose *et al.*, 2013).

Ces résultats ne sont pas compatibles avec les récentes conclusions sur la précipitation du SiO_2 dans le noyau externe. Les expériences de Hirose *et al.* (2017) suggèrent que le SiO_2 cristallise dans le noyau au dessus d'un taux de saturation qui dépend grandement de la température : 4% d'O et 6% de Si nécessiteraient une température à la CMB d'au moins 5000 K, ce qui semble loin des 4000 K actuellement envisagés. Cette cristallisation induit que Si et O ne peuvent pas être présents en grande quantité dans le noyau (voir **Fig. 3.6**). Ozawa *et al.* (2016) montrent sur une base expérimentale qu'aux pressions et températures du noyau, un système Fe-Si ne peut pas contenir une grande quantité de silicium qui cristallise au delà d'un certain seuil de seulement 1.5 % en masse de Si à l'ICB. De plus, du magnésium a pu être incorporé à haute température, à l'équilibre, dans la phase ferreuse lors de la formation de la Terre. La quantité de magnésium qui peut exister à l'état dissout diminue avec la température, O'Rourke & Stevenson (2016) propose donc d'une part que la précipitation de MgSiO_3 dans le noyau externe ait soutenu la dynamo : le MgSiO_3 a une densité très faible, donc une grande

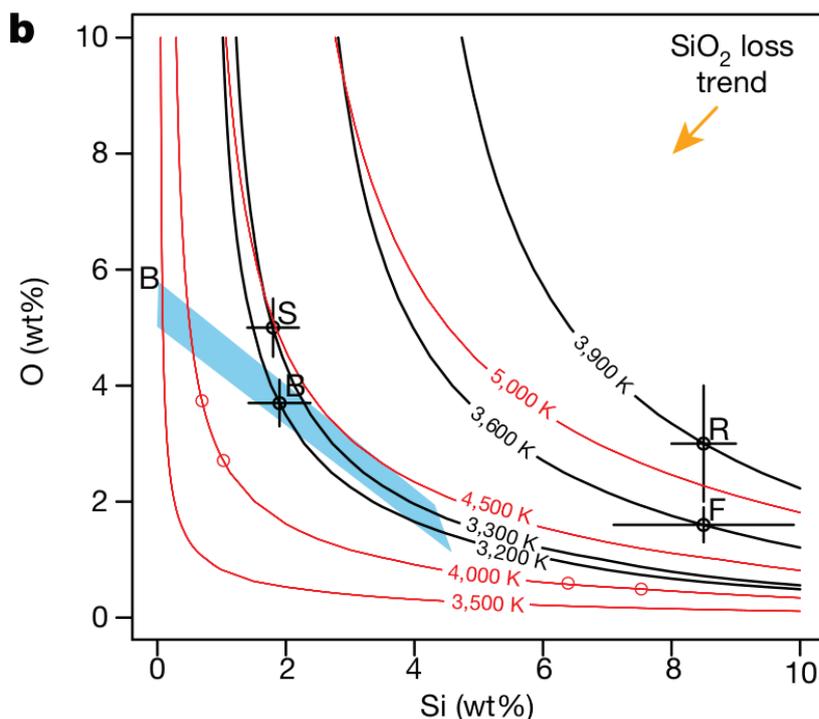


FIGURE 3.6 – Limites de solubilité du SiO_2 dans le fer liquide à 135 GPa en rouge et 54 GPa en noir, la zone possible de composition selon eux est en bleu (Hirose *et al.*, 2017)

quantité d'énergie gravitationnelle est libérée lorsque le MgSiO_3 monte vers la CMB. D'autre part cette cristallisation appauvrirait le noyau externe en Si et O. Le silicium et l'oxygène ne pourraient donc pas expliquer à eux seuls le déficit de densité du noyau externe.

Enfin, concernant la composition chimique du noyau, il est à noter que les éléments radioactifs sont présents en quantité négligeable dans la graine, la radioactivité a peu d'effet relativement aux autres puits et sources de chaleur.

b) Minéralogie

Selon la pression et la température, la matière peut changer de conformation, tout comme les glaces de haute pression dans les satellites de glace, le fer peut être stable sous différentes formes cristallographiques. Aux conditions de surface, le fer est stable sous la forme "bcc" pour *body-centered cubic* qui fait référence aux positions des atomes dans la maille élémentaire. La phase "fcc", *face-centered cubic* devient stable à haute température. À pression et température de la graine "hcp" (*hexagonal close-packed*) devient la phase stable pour le fer pur (Hirose *et al.*, 2013).

Les enthalpies libres des différentes phases du fer hcp, bcc et fcc sont très proches dans les conditions du noyau, ce qui a pour conséquence la possible stabilisation des phases bcc ou fcc en présence de certains éléments légers et du nickel.

- Le nickel est présent à hauteur d'environ 5 % dans le noyau. Il a un effet stabilisateur sur la phase fcc. Néanmoins, d'après les études expérimentales (*e.g.* Kuwayama *et al.*, 2008), cet effet ne s'exprime que pour des taux de nickel supérieurs à 10 % dans les conditions du noyau.
- Le silicium a plutôt un effet stabilisateur de la phase bcc mais la majorité des études penchent plutôt en faveur d'un fer solide hcp avec 4 % de silicium dans le fer (*e.g.* Kuwayama *et al.*, 2009).
- Le soufre a un partitionnement liquide-solide limité, donc on en retrouve dans le li-

quide et le solide. Sa présence pourrait stabiliser la phase bcc, si le soufre se trouve dans le noyau à plus de 3 % (Vočadlo *et al.*, 2003).

- Des expériences à hautes pressions ont montré que l'oxyde FeO cristallisait aux pressions du noyau sous une autre structure de type "B2 chlorure de césium", alors que le fer coexiste sous forme hcp (Ozawa *et al.*, 2011).
- Le calcul théorique montre que le carbone déstabilise le hcp au profit de la phase bcc (Côté *et al.*, 2008). Néanmoins, le carbone est un élément léger très discuté.
- Concernant l'hydrogène, son effet sur la structure du fer reste assez incertain (Hirose *et al.*, 2013).

La communauté penche donc plutôt vers un fer sous forme hcp aux conditions du noyau. Tateno *et al.* (2010) rapporte que la phase hcp qui apparaît dès 15 GPa est stable dans l'intégralité des conditions du noyau.

C. Paramètres physiques de la graine

a) Conductivité thermique

La conductivité est un paramètre clef dans l'évolution thermique de la graine. Si sa conductivité est faible, le profil de température de la graine va rester proche du liquidus et être donc super-adiabatique, son profil de densité est instable. Au contraire, une conductivité élevée va donner un profil de température sous-adiabatique et un profil de densité stable.

Dans les années 2000, la conductivité du fer dans les conditions du noyau était estimée théoriquement par extrapolation à partir des données expérimentales de compression par onde de choc : $46 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à la CMB, $63 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ au dessus de l'ICB et $79 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ dans la graine (Stacey & Anderson, 2001). Ces valeurs ont été révisées à seulement $28\text{-}29 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ dans tout le noyau externe (Stacey & Loper, 2007). Dans les années 2012-2013 les conductivités proposées ont nettement augmenté pour se situer plutôt autour de $100\text{-}200 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, néanmoins, les valeurs avancées par certains groupes sont toujours plutôt faibles, en particulier celles proposées par Konôpková *et al.* (2016). Ces valeurs sont compilées dans le tableau 3.2. Les études sont relativement d'accord pour dire que la conductivité dans le fer solide et le fer liquide sont proches à pression égale (Konôpková *et al.*, 2016).

b) Capacité thermique

Les estimations de la capacité thermique du fer du noyau sont beaucoup plus rares que pour la conductivité thermique, mais les différences entre estimations restent modérées. À partir de considérations thermodynamiques, Stacey (1994) estime la capacité thermique massique du noyau à $860 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à $P = 243 \text{ GPa}$ et $T = 4500 \text{ K}$. Gubbins *et al.* (2003) de son côté l'estime à $715 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Hirose *et al.* (2013) considère que la valeur la plus vraisemblable est $750 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Enfin, Ichikawa *et al.* (2014) déduit la capacité thermique dans le noyau à partir de calculs *ab initio*, une lecture graphique donne pour les conditions à la CMB $\approx 36 \text{ J.kg}^{-1}.\text{mol}^{-1} = 645 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et à l'ICB $\sim 40 \text{ J.kg}^{-1}.\text{mol}^{-1} = 716 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

c) Température de changement de phase

L'existence d'un changement de phase à l'ICB et donc la stabilité des phases solide et liquide simultanément permet d'estimer la température de cette frontière. Dans la littérature, on trouve des estimations hautes et basses de température de fusion. Pour le fer pur, les calculs *ab initio* de Alfè donnent avec 2 techniques différentes 6200 K (Alfè *et al.*, 2002) et $6370 \pm 100 \text{ K}$ (Alfè, 2009) en accord avec des résultats expérimentaux (*e.g.* Nguyen & Holmes, 2004 ; Alfè, 2009). D'autres études penchent pour des valeurs plus faibles : $4850 \pm 200 \text{ K}$ (Boehler (1993), données expérimentales en pression statique) ou $5400 \pm 400 \text{ K}$ (Laio *et al.*, 2000, , calcul). Les

Fer liquide			
Référence	Éléments légers	CMB	ICB
Stacey & Anderson (2001)	Si	46	63
Stacey & Loper (2007)	Ø	28.3	29.3
de Koker <i>et al.</i> (2012) (Fig. 3)	Ø	~130	~210
	Si ou O	90-130	140-190
Pozzo <i>et al.</i> (2013)	Ø	159	246
	Fe ₈₂ Si ₁₀ O ₈	107	160
	Fe ₇₉ Si ₈ O ₁₃	99	148
Gomi <i>et al.</i> (2013)	Fe _{77.5} Si _{22.5}	90.1	148
	Fe ₇₀ C ₃₀	84.2	136
	Fe _{76.8} O _{23.2}	125	212
	Fe _{80.6} S _{19.4}	130	220
Seagle <i>et al.</i> (2013)	Ø	67-145	
	Si (9% en masse)	41-60	
Gomi & Hirose (2015)	Fe _{67.5} Ni ₁₀ Si _{22.5}	83.3-93.0	
Gomi <i>et al.</i> (2016)	Fe ₆₅ Ni ₁₀ Si ₂₅	87.1	
Konôpková <i>et al.</i> (2016)	Ø	33±7	46±9
	Présents	25±7	35±10
Ohta <i>et al.</i> (2016)	Fe _{67.5} Ni ₁₀ Si _{22.5}	88 ⁺²⁹ ₋₁₃	
Xu <i>et al.</i> (2018)	Présents	77±10	
Zhang <i>et al.</i> (2020)	~8% en masse et ~5% Ni	70±10	
Fer solide			
Référence	Éléments légers	graine	
Stacey & Anderson (2001)	Si	79	
Gomi & Hirose (2015)	Fe ₇₉ Ni ₁₀ Si ₁₁	166.9-183.4	
Konôpková <i>et al.</i> (2016)	Ø	46±9	
	Présents	35±10	
Xu <i>et al.</i> (2018)	Ø	147	

TABLE 3.2 – Estimations de la conductivité du fer en $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ dans les conditions du noyau, les études expérimentales sont grisées, elles donnent une estimation de la conductivité thermique par extrapolation des résultats expérimentaux.

dernières expériences font pencher la balance du côté des hautes valeurs (Tateno *et al.*, 2010) ainsi que la comparaison de la température de la CMB obtenue via la physique du manteau avec l'extrapolation depuis la température de l'ICB (Hirose *et al.*, 2013); mais aussi intermédiaires comme dans Terasaki *et al.* (2011) : 5630 ± 350 K. Néanmoins les éléments légers ont pour effet de diminuer cette température. Terasaki *et al.* (2011) propose un abaissement de 120 à 700 K (selon la température prise comme référence pour le fer pur) pour 1.6%O + 13%S en masse; Alfè *et al.* (2002) pour 8mol%O et 10mol%Si ou S propose 600-700 K; Il s'agit des 2 études avec les compositions les plus crédibles (Hirose *et al.*, 2013).

d) Rhéologie

La viscosité est essentielle pour connaître la dynamique du noyau. Les estimations de celle-ci vont de 10^{11} à 10^{22} Pa.s (Deguen, 2012)! Les valeurs faibles dans cette gamme de viscosité rendent possible la convection dans la graine, au contraire les valeurs élevées la rendent impossible. Par exemple Koot & Dumberry (2011) prévoient une viscosité de la graine de seulement $\sim 10^{14}$ Pa.s ce qui permettrait les déformations visqueuses dans le noyau interne. Néanmoins, si la conductivité est aussi élevée que celle prédite par Pozzo *et al.* (2012) alors la convection dans la graine est peu vraisemblable. La viscosité dépend également des contraintes, et devrait être fonction de l'écoulement.

Les études apportant une estimation de la viscosité de la graine sont de différents types, expérimentales, basées sur la physique des minéraux ou sur des observations géophysiques (voir **Table 3.3**).

Selon la valeur de la viscosité, l'anisotropie de la graine n'est pas expliquée de la même façon. Une viscosité très faible de 10^{11} Pa.s induit une adaptation de la forme de la graine très rapide en réaction à une possible rotation de la graine par rapport au manteau (de l'ordre de la minute), des déformations sont possibles également à des échelles de temps courtes ce qui pourrait expliquer l'anisotropie via une orientation préférentielle des minéraux (pourrait se former en quelques années ou centaines d'années. *A contrario* toute mémoire de l'anisotropie liée à la cristallisation, si elle a existé, aurait disparu. Les viscosités liées aux différents types de fluages (déformation lente, retardée et irréversible d'un matériau soumis à une contrainte constante) sont très dépendantes de la taille des grains et de la densité des dislocations qui sont très mal connues, ce qui rend très incertaines les estimations de ces viscosités (Price, 2010, section 5.5.2 par L. Vočadlo).

D. Structure de la graine

a) Structures internes

α - L'anisotropie de la graine

Un milieu isotrope est un milieu dont les propriétés sont identiques dans toutes les directions de l'espace, contrairement à un milieu anisotrope pour lequel les propriétés varient selon les directions de l'espace. Les ondes de volume traversent plus rapidement la graine dans le sens de l'axe de rotation de la Terre que parallèlement au plan équatorial (de quelques pourcents). Cette anisotropie de la graine est bien établie, les 60-80 km près de la surface semblent eux isotropes (Poupinet *et al.*, 1983; Morelli *et al.*, 1986; Woodhouse *et al.*, 1986; Deuss, 2014).

Le fer hcp est un minéral anisotrope et on considère généralement que l'anisotropie de la graine peut s'expliquer par l'orientation préférentielle de ces minéraux de fer (Deguen, 2012). Chaque cristal possède un axe de vitesse minimale de propagation des ondes et un axe de vitesse maximale. Les minéraux de la graine doivent être globalement alignés selon ces axes pour que l'anisotropie se retrouve à l'échelle du matériaux. Soit ces minéraux sont alignés préférentiellement lors de leur cristallisation, de façon primitive; ou bien l'alignement est secondaire, des suites d'une déformation (de la même façon que dans le manteau les minéraux s'alignent

Étude	Valeur	Angle d'étude
Valeur expérimentale		
Frost & Ashby (1982)	$\sim 10^{16}$	Extrapolé depuis la valeur plancher de 10^{13} à basse pression
Physique des minéraux		
Yoshida <i>et al.</i> (1996)	$3 \cdot 10^{21}$	Modèle de croissance de la graine préférentielle au niveau de l'équateur
Van Orman (2004)	$10^{11 \pm 1}$	Fluage de Harper-Dorn
Reaman <i>et al.</i> (2011)	10^{20-22}	Modèle de déformation et de croissance des grains dans la graine
Géodynamique		
Buffett (1997)	$10^{15} - 3 \cdot 10^{16}$	rotation lente, relaxation de l'ensemble de la graine
	$> 10^{20}$	rotation rapide, aucune relaxation
Mound & Buffett (2006)	$> 10^{17}$	Modes propres
Koot & Dumberry (2011)	$2 - 7 \cdot 10^{14}$	Nutations

TABLE 3.3 – Estimations de la viscosité dynamique (Pa.s) de la graine

selon l'écoulement lié à la convection). Dans le cas d'un alignement primaire, soit l'alignement est dû au champ magnétique (on ne sait pas s'il est suffisant Karato, 1993) ou bien la croissance du solide se fait sous forme dendritique, et les dendrites sont eux-même alignés du fait des flux de fer liquide (Bergman, 1997). Si l'orientation est acquise secondairement, elle l'est soit par convection thermique (Romanowicz *et al.*, 1996), soit par des flux induits par le champ magnétique (Karato, 1999), soit par croissance préférentielle de la graine près de l'équateur ce qui induit un flux de matière vers les pôles (Yoshida *et al.*, 1996). Concernant les limites pour la convection thermique, celle-ci est assez invraisemblable si l'on considère une conductivité élevée et sachant que les éléments radioactifs sont présents en faible concentration (Karato, 1999). Une faiblesse de l'origine magnétique est que la déformation et l'anisotropie induites sont développées de façon maximale près de l'ICB où l'on relève une anisotropie nulle (Buffett & Wenk, 2001). Enfin pour la croissance équatoriale préférentielle, l'alignement des minéraux se déroulerait sur des échelles de temps beaucoup trop longues si la viscosité de la graine est comprise entre 10^{15} et 10^{17} Pa.s (Karato, 1999).

L'anisotropie sismique de la graine pourrait aussi venir de la distribution anisotrope de 2 phases ayant des propriétés élastiques différentes, l'une solide majoritaire et l'autre liquide qui pourrait prendre une conformation en lentilles. Néanmoins l'explication par l'orientation préférentielle de minéraux anisotropes semble plus vraisemblable (Deguen, 2012).

Il existe un débat pour savoir si la phase hcp possède une anisotropie suffisante ou pas pour expliquer cette anisotropie de la graine (Hirose *et al.*, 2013). Certains proposant que fcc (Sha & Cohen, 2010 ; Mikhaylushkin *et al.*, 2007) ou bcc (Belonoshko *et al.*, 2008) soient nécessaires en plus.

β - L'existence de 2 hémisphères distincts

L'existence de 2 hémisphères aux propriétés distinctes a été découverte par Tanaka & Hamaguchi (1997) en comparant les temps d'arrivée des ondes de volume. Ils proposent que seul l'hémisphère Ouest, centré sous les Amériques présente une anisotropie. Ces conclusions ont été confirmées grâce au développement de la théorie de l'étude des modes propres de vibration de la Terre par Deuss *et al.* (2010) pour permettre l'observation d'anomalies de forme hémisphérique. Les interprétations à partir de ces ondes ont l'avantage de ne pas dépendre des trajets source-récepteur. L'hémisphère Ouest comporte une anisotropie allant jusqu'à 5% alors

que celle de l'hémisphère Est (centré sur l'Asie-Océanie) est estimée à moins de 0.7% (Deuss, 2014).

γ - L'amande, partie interne de la graine

Ishii & Dziewoński (2002) revendiquent la découverte d'une partie interne de la graine. La présence d'un cœur différent du reste de la graine est toujours très discutée : cette hypothétique structure est nommée l'amande (*innermost inner core* en anglais). Elle ferait un rayon de 300 à 500 km, l'orientation de la plus faible vitesse de propagation ne serait pas dans le plan équatorial comme pour le reste de la graine, mais à 45-55° de l'axe de rotation de la Terre. L'existence de cette amande pourrait être la trace fossilisée d'une histoire de la graine en 2 phases liées par exemple à un changement de chimie de l'ICB (Ishii & Dziewoński, 2002 ; Cao & Romanowicz, 2007 ; Niu & Chen, 2008 ; Sun & Song, 2008). Néanmoins, plusieurs études sur les ondes à courtes périodes ont échoué à trouver une discontinuité à cette profondeur (Cormier & Stroujkova, 2005 ; Garcia *et al.*, 2006). Enfin Lythgoe *et al.* (2014) propose que ce cœur de la graine soit un artefact et s'explique plutôt par une variation hémisphérique de l'anisotropie.

δ - Le profil de densité de la graine

Connaître le profil de densité radial de la graine permettrait de trancher sur la possibilité d'une convection interne à la graine. Ce profil de densité est largement dépendant du profil de température de la graine. Si la conductivité de la graine est faible alors la température dans la graine reste proche de la température du liquidus (profil super-adiabatique, voir **Fig. 3.4**, la température est élevée et augmente vers le centre, le profil de densité est instable. Au contraire si la conductivité est élevée la température de la graine se rapproche de la température à l'ICB, ce profil de température "plat" stabilise le profil de densité et ne permet pas de convection.

Le profil de densité pourrait également être stabilisé chimiquement. Les éléments légers fractionnent selon un rapport D entre la phase solide et liquide, la majeure partie des éléments légers restent dans la partie liquide. De ce fait, la concentration en éléments légers dans le noyau externe augmente, et donc celle dans le fer solide avec le temps. Néanmoins cela se base sur l'hypothèse que le noyau externe soit bien homogénéisé par convection, et qu'ainsi ne se forme pas près de l'ICB une couche plus dense riche en fer. On fait également l'hypothèse que le partitionnement est constant. Si D est décroissant, de moins en moins d'éléments légers sont incorporés dans le solide et une stratification instable se forme. De plus, il est possible que la part de liquide piégée dans le solide varie ce qui a aussi un effet sur la proportion d'éléments légers dans la graine : l'extraction du liquide devrait augmenter avec la croissance de la graine du fait de l'augmentation de la gravité au niveau de l'ICB (Deguen, 2012).

b) Structures près de la frontière graine-noyau externe

α - Une "mushy layer" près de la surface

Mushy signifie "détrempée", "en bouillie", on utilise ce mot pour parler d'un matériel comportant une phase liquide et solide et où la phase solide forme une matrice interconnectée et non pas des particules en suspension dans le liquide (ce qui correspond en anglais à *slurry*).

i) Une cristallisation instable liée à une surfusion

La cristallisation à la frontière graine-noyau externe n'est pas abrupte. En effet, comme on le voit en **figure 3.7**, si l'on fait l'hypothèse d'un front de cristallisation plan, la concentration en éléments légers près de la frontière, rejetés dans le liquide lors de la solidification, fait chuter le point de fusion-solidification de quelques degrés. Ainsi, près de cette frontière en allant vers le noyau externe, la température de solidification ne décroît pas autant qu'à travers le reste du noyau liquide. De ce fait la température est inférieure à la température de

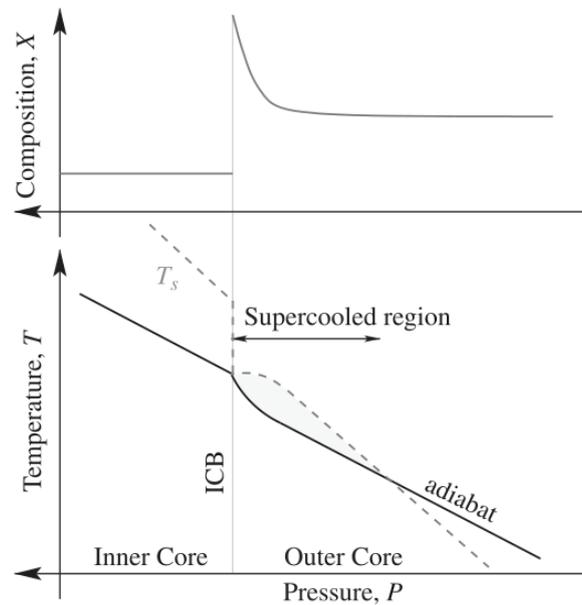


FIGURE 3.7 – Concentration en éléments légers, température et température de fusion (T_s) près de l'ICB. La cristallisation de la graine induit la libération de d'éléments légers près de l'ICB et la chute de la température de fusion Deguen (2012).

solidification : on parle de surfusion. Ce phénomène instable conduit à la formation d'une zone **biphasique**, le front de solidification ne peut donc pas être aussi net qu'un plan. Le solide cristallise soit sous la forme de dendrites constituant une matrice, soit sous la forme de particules en suspension dans le liquide qui peuvent ensuite sédimenter. Ces 2 scénarios de solidification sont toujours discutés et l'effet de la convection sur la zone biphasique est encore mal comprise.

De telles interfaces solide-liquide ont été très étudiées en métallurgie, néanmoins, dans notre cas le taux de croissance est très faible et la pression joue un rôle ce qui n'est pas le cas en métallurgie. Le gradient de pression tend à favoriser un front net de solidification, contrairement aux champs de température et de soluté qui en induisant une surfusion tendent à la formation de dendrites ou de particules en suspension au dessus de la limite. Cette surfusion déstabilise l'interface solide-liquide qui est, et a été probablement dendritique selon Deguen *et al.* (2007), probablement d'une épaisseur de quelques mètres à dizaines de mètre. Fearn *et al.* (1981) penchait déjà pour une cristallisation de type dendritique, liée à la présence de surfusion. Shimizu *et al.* (2005) relate une analyse de stabilité, les auteurs concluent à l'existence de 2 régimes de solidification. Si la pente du liquidus en fonction de la concentration en éléments légers est importante (plus de 100 K par pourcent massique de soluté) alors la solidification se fait sous forme de dendrites. Si la pente est plus faible alors la solidification a lieu sous forme de particules en suspension, mais ces valeurs faibles de pente ne sont pas vraisemblables, de plus la formation d'un grand nombre de particules pose un problème de nucléation. Alexandrov & Malygin (2011) explorent l'effet de la convection dans la phase liquide sur le changement de phase à l'ICB et concluent à la formation d'une *mushy layer* ou d'une *slurry layer* selon la vitesse verticale du liquide près de l'interface.

La cristallisation sous forme de dendrites à la surface de la graine est assez bien acceptée dans la communauté, en particulier parce qu'il est difficile expérimentalement d'obtenir un front de cristallisation stable en faisant intervenir la convection (Deguen, 2009). Une convection dans le liquide au dessus de l'ICB retirerait les éléments légers issus de la cristallisation et diminuerait le gradient thermique, soit les 2 sources d'instabilité. Selon Morse (2002), la convection solutale est beaucoup plus efficace que la diffusion pour mélanger le noyau liquide et retirer les éléments liquides rapidement de l'ICB. Ainsi, si le mélange a lieu sur les échelles

de temps plus courtes que celle de la croissance des dendrites, la croissance n'est plus favorisée sur les reliefs positif (dendrite), et la cristallisation ne se fait pas en régime dendritique mais avec un front net de cristallisation et ainsi une proportion faible de liquide est piégée dans la graine.

ii) Le piégeage de liquide dans la matrice solide

De ce fait, quelque soit le régime de cristallisation, une partie liquide pourrait rester prisonnière dans la matrice solide de la graine. À moins que la cristallisation ne se fasse sous la forme d'un front net comme le propose Morse (2002) qui ne croit pas en la présence d'un *mush* près de l'ICB. Fearn *et al.* (1981) montrent que des liquides riches en éléments légers pourraient rester stables thermodynamiquement même au centre de la Terre (température plus élevée que la température eutectique) : la fusion-cristallisation pourrait donc intervenir sur l'intégralité de la graine. Vočadlo (2007) montre à l'aide de calculs *ab initio* qu'une porosité de 8 à 10% pourrait expliquer la faible vitesse des ondes S dans la graine (liée à une faible rigidité). Cela laisse penser qu'il pourrait y avoir une porosité dans la graine même très profondément. La proportion de liquide (porosité) dans la graine dépend de la compaction de la matrice et l'extraction associée du liquide vers le noyau externe, eux même fortement corrélés au rapport entre la vitesse de sédimentation de la graine et la vitesse de Darcy (Sumita *et al.*, 1996) ainsi que du changement de phase.

D'autres études sismologiques suggèrent l'inverse : les ondes PKJKP ne peuvent exister que grâce à la présence d'une graine solide, l'observation de ces ondes (Deuss *et al.*, 2000 ; Cao *et al.*, 2005 ; Wookey & Helffrich, 2008) que l'on pensait trop atténuées pour être observables, suggère que s'il existe une couche biphasique, celle-ci ne peut pas être plus épaisse que quelques kilomètres en surface de la graine, sinon, l'atténuation serait telle qu'il serait impossible d'avoir enregistré ces ondes.

iii) Les conséquences d'une convection dans le *mush*

L'étude analytique de Loper (1983) propose que la convection de liquide juste sous l'ICB dans le *mush* participe grandement à l'augmentation de la fraction solide très rapidement, ainsi la couche de *mush* pourrait représenter moins d'un kilomètre. Néanmoins la diminution de la porosité a pour conséquence la diminution de la perméabilité (voire de la rendre nulle) ce qui rend l'extraction du liquide de plus en plus lente ainsi qu'une convection du liquide de plus en plus limitée.

Selon Deguen *et al.* (2007) si la pente du liquidus est faible, la zone "détrempée" (*mushy*) pourrait, elle, être réduite à quelques dizaines de kilomètres, voire moins d'un kilomètre, du fait de l'efficacité de la convection et de la compaction sur l'augmentation de la fraction solide. Ainsi la surface de la graine pourrait être observée sismiquement comme nette. Cela ne répond pas à la question de savoir si une phase liquide existe à de plus grandes profondeurs, sous forme de poches de liquide piégées dans le solide.

Les expériences de cristallisation en régime dendritique en centrifugeuse (hypergravité pour augmenter la vigueur de la convection) ainsi que leur modèle amène Huguet *et al.* (2016) à suggérer que la convection dans la couche de *mush* conduit à diminuer drastiquement la porosité. L'évolution de l'épaisseur de la couche de *mush* qu'ils observent, d'abord linéaire, se tasse, ce qui est lié à une diminution de la porosité. Ils interprètent cela comme l'augmentation de la vigueur de la convection dans le *mush*. Leur modèle, en accord avec leurs résultats expérimentaux, extrapole ces résultats pour les conditions de la graine. Il prédit un régime où la convection dans le *mush* entraîne une diminution de la porosité de l'ordre de 90% sans prendre en compte la convection à moins de 5% avec (le modèle ne prend pas en compte de compaction).

Dans le cadre de notre propre modèle appliqué à la graine, on part du principe que notre ϕ_0 , la porosité initiale, correspond à la porosité une fois que cette convection a eu lieu et a produit

ses effets. Dans l'étude Lasbleis *et al.* (2020), ϕ_0 est pris comme la valeur seuil à partir de laquelle le système biphasique comporte une phase solide qui se comporte comme une matrice. Cette valeur seuil n'est pas évidente à estimer et comprise entre 0,25 et 0,47 : ils ont décidé d'utiliser la même valeur que Sumita *et al.* (1996) à savoir 0,4, mais tout en sachant que des valeurs plus grandes peuvent être considérées du fait de la grande taille des dendrites.

β - La couche F

Les données sismiques suggèrent la présence d'une couche à la base du noyau externe d'environ 150 km d'épaisseur où les ondes se propagent moins vite (Souriau & Poupinet, 1991), ce qui est difficile à comprendre à travers le prisme de la vision classique que l'on a d'un noyau externe, convectif sur toute son épaisseur et dont la viscosité est comparable à celle de l'eau. Les variations de densité peuvent être induites par une différence de température ou une différence de composition. Les anomalies de densité entraînant la convection sont de l'ordre de 10^{-9} seulement, donc des variations de 10^{-8} pourraient être suffisantes pour stabiliser une couche. Une telle couche affecterait naturellement la convection dans le noyau externe, mais aurait aussi un impact sur les températures près de l'ICB ainsi que sur les interprétations de composition en éléments légers du noyau (Hirose *et al.*, 2013). La présence d'une couche appauvrie en éléments légers à la base du noyau liquide pourrait expliquer une diminution de la vitesse des ondes (Souriau & Poupinet, 1991). Une conséquence directe serait que la graine ne soit pas en contact avec un noyau externe de composition moyenne et homogène mais avec cette couche appauvrie en éléments légers, de ce fait l'équilibre est modifié et moins d'éléments légers sont intégrés dans la phase solide qui cristallise à partir de ce liquide. De plus, dans cette couche, la convection pourrait être impossible du fait du gradient de densité lié au gradient de composition (Gubbins *et al.*, 2008) et le gradient thermique serait donc plus fort que dans le reste du noyau liquide.

Gubbins *et al.* (2008) montrent que cette stratification ne peut qu'être d'origine compositionnelle. Ils proposent un modèle où le solide est appauvri en éléments légers par rapport au noyau externe car les éléments légers sont incompatibles. Dans la couche F, le fer cristallise sous forme de particules qui sédimentent lentement et refondent en tombant, libérant leurs éléments légers préférentiellement en haut de cette couche.

Gubbins *et al.* (2011) proposent un modèle où les importantes variations latérales de flux de chaleur à la CMB se répercutent à l'ICB. Certaines zones à l'ICB posséderaient un flux de chaleur vers la graine (un chauffage de la graine par le noyau externe). Sur ces zones la fusion de la graine serait induite ce qui aurait pour conséquence la formation d'un produit de fusion dense très pauvre en éléments légers qui pourrait constituer la couche F stable. On peut noter cependant que la grande majorité des modèles numériques de la géodynamo publiés ne présentent pas de zones à l'ICB où la fusion est possible, ce qui pose la question de la solidité de ce scénario.

Enfin, certains modèles proposent la fusion de la graine du fait de sa dynamique interne. En particulier, Alboussiere *et al.* (2010) proposent que la convection par translation de la graine (voir section suivante) induise la fusion sur un hémisphère de la graine via la topographie dynamique formée à l'ICB. Là où la graine fond, le liquide produit est pauvre en éléments légers, plus dense que le reste du noyau externe, il peut donc former une couche dense stable à la base du noyau externe en s'épanchant. Au contraire, là où la graine cristallise, il se forme un liquide moins dense qui peut remonter par flottaison et entraîner une partie du liquide dense. Cette couche serait donc le fruit d'un équilibre entre fusion et cristallisation. Les expériences de laboratoire de Alboussiere *et al.* (2010) valident ce modèle. Il est néanmoins nécessaire que la fusion ait lieu à un débit important pour maintenir cette couche.

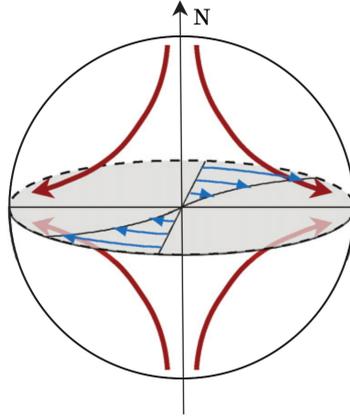


FIGURE 3.8 – Composantes du flux dans la graine qui pourrait être induit par le champ magnétique, composante poloïdale en rouge et azimutale en bleu (figure issu de Deguen, 2012)

E. Dynamique

a) Convection de la graine

α - Régimes de convection

La convection peut être induite par un profil de densité instable. Une origine thermique à cette instabilité est très vraisemblable en particulier au début de la formation de la graine du fait de l'augmentation rapide de son rayon. La convection est alors possible si la valeur du nombre de Rayleigh Ra est suffisamment grande (environ supérieur à 2000).

$$Ra = \frac{\alpha \rho g \Delta T r_{ic}^3}{\eta \kappa}, \quad (3.2)$$

où α est le coefficient de dilatation thermique (K^{-1}), ΔT la différence entre la température au centre et la température du gradient adiabatique dérivant des conditions à l'ICB (partie super-adiabatique de la température), η la viscosité dynamique de la graine (Pa.s) et κ sa diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$).

Néanmoins, si la conductivité du fer s'avère être élevée (de l'ordre de $200 W.K^{-1}.m^{-1}$), alors le temps caractéristique de diffusion est beaucoup plus faible que si la conductivité est faible (autours de $50 W.K^{-1}.m^{-1}$). Ainsi pour que la graine ait un profil de densité instable thermiquement, la graine devrait être très jeune, de l'ordre de la centaine de millions d'années (Deguen & Cardin, 2011) ce qui n'est pas vraisemblable.

Le champ magnétique pourrait également entraîner la convection (Karato, 1999). Il conduirait à un écoulement des pôles vers l'équateur (composante poloïdale) et un écoulement dans des plans parallèles à l'équateur à rayon constant (composante azimutale) figurés en **figure 3.8**, ces écoulements pourraient expliquer l'anisotropie observée dans la graine (Karato, 1999).

Enfin, la composition en éléments légers pourrait avoir un effet sur le profil de densité. Comme les éléments légers sont majoritairement rejetés dans le liquide lors de la cristallisation, leur concentration augmente dans le liquide. Si le noyau externe est homogène, comme la concentration en éléments légers y augmente avec le temps, la concentration dans le fer solide qui cristallise en équilibre avec ce liquide voit également sa concentration en éléments légers augmenter. On a fait ici l'hypothèse d'un coefficient de partage constant avec la pression. Ainsi l'on se retrouverait avec une graine dont la périphérie est plus légère que le centre du fait de sa composition. Pour que la composition soit à l'origine d'un gradient de densité instable, il faut, première possibilité, que le liquide qui cristallise n'ait pas la même composition que le noyau externe dans son ensemble : cela est possible dans le scénario d'une couche F très pauvre en éléments légers à partir de laquelle cristalliserait un solide très dense (Deguen *et al.*, 2013). Deuxième possibilité, le coefficient de partage varie avec la pression. Néanmoins,

Labrosse (2014) précise que même en jouant sur la variation du coefficient de partage avec la pression, l'instabilité compositionnelle induite est insuffisante pour induire une convection dans le cas d'une conductivité élevée. La stabilisation thermique est plus importante que ce que la composition pourrait induire comme déstabilisation du profil de densité. Ces résultats sont à modérer dans le cadre d'une convection double diffusive (Deguen *et al.*, 2018) : même si le profil de densité est stable, si le profil compositionnel est instable, avec une faible diffusivité compositionnelle comparée à la diffusivité thermique, une convection est possible.

Si le profil de densité est instable, la convection est vraisemblablement majoritairement induite par la thermique (conductivité relativement faible), l'effet magnétique est négligeable. Mais une telle origine n'explique pas facilement l'anisotropie Nord-Sud. Si le profil de densité est stable alors cette fois tous les mouvements radiaux sont défavorisés et la convection se cantonne à la partie superficielle de la graine, on est obligé de faire appel à un forçage extérieur : couplage électromagnétique avec le noyau externe ou effet de la topographie à la CMB (voir paragraphe suivant) pour expliquer la convection. Avec ce profil de densité stable, la convection poléodale à même d'expliquer l'anisotropie serait grandement limitée. Les paramètres adimensionnés qui régissent ces effets dépendent du temps, le régime de convection dans la graine a donc pu varier. En particulier, la croissance du rayon en racine du temps fait que la convection thermique est très favorisée au début de la croissance de la graine mais beaucoup moins maintenant : le rayon croît moins vite, la chaleur a donc plus le temps de diffuser. Néanmoins, un gradient compositionnel stable pourrait annihiler la déstabilisation induite par le gradient thermique.

L'ICB est une interface particulière, un changement de phase y est possible ce qui a un effet sur la convection, traduit par le nombre P .

$$P = \frac{\Delta\rho g r_{ic} \tau_\phi}{\eta} \quad (3.3)$$

Où $\Delta\rho$ est la différence de densité (kg.m^{-3}) entre le noyau liquide et la graine à l'ICB et τ_ϕ le temps caractéristique de changement de phase. Si P est très grand, l'effet du changement de phase sur la convection peut être négligé, s'il est petit le changement de phase n'est plus négligeable. Alboussiere *et al.* (2010) proposent un régime de convection particulier qui consiste en une translation du noyau interne. La graine dans son intégralité effectue une translation, elle cristallise sur un hémisphère, libérant des éléments légers, et fond sur l'autre. Ce modèle explique la présence de la couche F comme une couche issue de cette fusion, elle est appauvrie en éléments légers par rapport au reste du noyau liquide et est donc plus dense. L'intégralité du noyau serait renouvelée en ~ 100 Ma. La conductivité du noyau ne doit pas être trop élevée pour permettre ce phénomène, et la viscosité doit être grande, au moins 10^{18} Pa.s. Ceci pourrait expliquer la partie hémisphérique de l'anisotropie. Les différences de vitesse des ondes et d'atténuation observées entre les 2 hémisphères s'expliqueraient par une taille des cristaux différente. Néanmoins, ce phénomène n'explique pas l'anisotropie N-S.

β - Convection et topographie de la limite graine-noyau externe

L'étude des ondes PKiKP a montré une certaine diffusion à l'ICB (*e.g.* Vidale & Earle, 2000), ce qui a même conduit Cao *et al.* (2007) à parler d'une possible topographie à la surface de la graine, estimée avec une longueur d'onde de 10 km et une amplitude de 300 m à 5 km. Néanmoins la viscosité à la surface de la graine devrait être suffisamment importante pour soutenir ces reliefs, qui pourraient aussi être supportés par une convection à petite échelle à la surface de la graine.

Toute convection interne à la graine crée une variation de la topographie de l'ICB. Un *upwelling* induit une "bosse" alors qu'un *downwelling* crée un "creux" à la surface. Au niveau d'un *upwelling* l'ICB passe légèrement au dessus du solidus puisque le gradient adiabatique est plus faible que la variation de la température de fusion avec la variation de pression, la

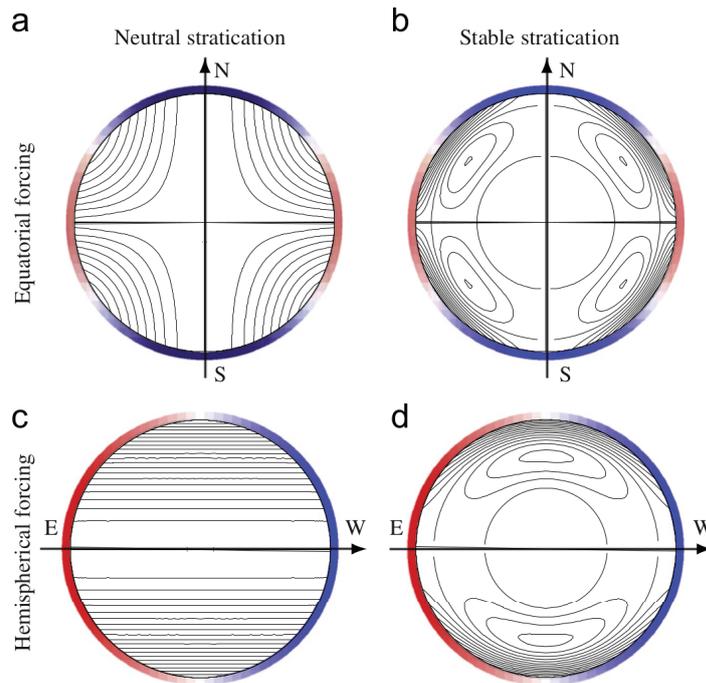


FIGURE 3.9 – Flux associés à une croissance de la graine préférentielle au niveau de l'équateur. Le rouge correspond aux régions où la croissance est la plus forte, au contraire des zones bleues (figure issu de Deguen, 2012)

crystallisation est donc ralentie voire le fer fond ici. Au contraire la solidification est favorisée à l'aplomb d'un downwelling. Une convection relativement chaotique (nombre de Rayleigh ou P grand) semble néanmoins difficilement à même d'expliquer une anisotropie entre 2 hémisphères. Au contraire quand P est petit un régime de translation de la graine avec solidification sur un hémisphère et fusion sur l'autre peut se mettre en place.

Dans le paragraphe précédent, il est proposé que la convection dans la graine induise la formation d'une topographie qui impacte elle-même le changement de phase. On peut aussi imaginer un lien de cause à effet inverse. Yoshida *et al.* (1996) proposent que la cristallisation à la surface de la graine soit hétérogène du fait de la convection dans le noyau externe qui évacuerait plus efficacement la chaleur au niveau de l'équateur. La solidification serait selon leur modèle 2 fois plus importante au niveau de l'équateur qu'aux pôles. Un bourrelet équatorial se forme donc. Ce relief en s'aplatissant induit un écoulement dans le noyau interne, depuis l'équateur vers les pôles. Ce type de flux (voir partie a de la **Fig.3.9**) est à même d'expliquer l'anisotropie Nord-Sud. Dans ce modèle, il est question de solidification différentielle mais pas de fusion. Si ces flux liés à la topographie de la graine existent, ils sont plusieurs ordres de grandeur moins rapides que la convection qui pourrait être permise par la thermique, mais ils peuvent permettre qu'une convection à large échelle ait lieu contrairement à la convection thermique qui serait plus localisée et de longueur d'onde plus faible. Si la graine est stratifiée du fait d'un profil de densité stable, alors cela va avoir un effet sur la convection. La partie b de la **figure 3.9** montre l'effet d'une telle stratification sur la convection dans la graine. La déformation reste cantonnée plutôt en surface de la graine. L'hétérogénéité de cristallisation du noyau pourrait également être liée au flux de chaleur à la CMB : dans la simulation de Aubert *et al.* (2008) la cristallisation est localisée sur un patch, alors on peut avoir une translation de la graine (analogue au mouvement que propose Alboussiere *et al.*, 2010) si la stratification est limitée, si la stratification est importante alors seules les couches supérieures se déforment ce qui est figuré sur les parties c et d de la **figure 3.9**.

La conséquence de ces différents régimes de convection sont un mélange dans le noyau interne, des portions de noyau proches de la surface sont emportées en profondeur. L'évolution

de la porosité est donc affectée comparativement au cas où il n'y a aucune convection. Les conséquences sont moindres s'il y a 2 ou plusieurs couches stables dans la graine, alors la convection pourrait se concentrer en surface et la graine ne serait pas mélangée dans toute son épaisseur.

b) Flux thermochimiques

Le scénario, développé par Sumita & Olson (1999) et Aubert *et al.* (2008), est que la convection dans le noyau externe couple le flux de chaleur à la CMB avec le changement de phase à l'ICB. Il y a un large "cyclone" au dessus de l'hémisphère Est (sous l'Asie) qui induit la concentration du champ magnétique dans un seul hémisphère et une solidification accélérée au niveau de l'hémisphère Oriental, donc des minéraux orientés plus aléatoirement, ce qui expliquerait l'anisotropie plus faible voire nulle de l'hémisphère Est.

La présence d'une différence entre les 2 hémisphères est bien démontrée, elle peut s'expliquer du fait d'une translation du noyau ou bien par la convection dans le noyau externe ; aucune de ces explications ne permet de comprendre toutes les observations, une combinaison de phénomènes a sûrement lieu.

c) Super-rotation

La super-rotation de la graine, c'est-à-dire une rotation non synchronisée avec le manteau et la croûte terrestre a d'abord été proposée à partir d'éléments de modélisation de la géodynamo (*e.g.* Gubbins, 1981). Des anomalies de densité dans le manteau créent des déformations de la graine si celle-ci est en rotation différentielle par rapport au manteau. De la même façon que l'on peut calculer la surface moyenne des océans à partir de la répartition de masse dans le manteau, il est possible de prévoir une équipotentielle de la surface du noyau interne associée. Cette équipotentielle comporte une variation radiale qui peut aller jusqu'à 100 m, selon la viscosité de la graine et ses déformations associées, la super-rotation peut être empêchée (Buffett, 1997). L'étude des ondes PKPbc-PKIKP appuie l'hypothèse de la super-rotation (*e.g.* Song & Richards, 1996), mais les ondes longue période ne donnent pas encore de résultat suffisamment précis pour trancher entre super-rotation et verrouillage de la rotation avec le manteau. Les valeurs de vitesse angulaire proposées ont chuté, passant de 1-3° par an à moins de 0.5° par an, voire pas de rotation pour les études portant sur les ondes de volume, et 3° par an à 1° par million d'années pour les études de géodynamo (Deuss, 2014).

Les éléments clefs de la dynamique du noyau interne sont multiples (Deguen, 2012) :

- le profil de densité (dépend de la vitesse de croissance et de la diffusivité)
- la viscosité de la graine, sa rhéologie
- le champ magnétique
- l'hétérogénéité de la cristallisation à l'ICB

Chapitre 4

Adaptation du modèle diphasique à la graine

Dans la graine, les 2 phases liquide et solide sont donc composées essentiellement de fer. Dans le cas du fer, le solide est plus dense que le liquide. On considère comme soluté l'oxygène en particulier, pour qui le fractionnement entre liquide et solide est très fort. Néanmoins cela est équivalent à considérer l'intégralité des éléments légers qui fractionnent de manière significative. Il n'est pas possible de modéliser le noyau externe dans notre modèle, nous modélisons seulement la graine en paramétrant sa croissance.

Une particularité de la graine comparée aux TNOs, est que la pression a un effet non négligeable sur la température de changement de phase $T(\chi_0)$ et la température de cristallisation de l'eutectique T_e , nous allons devoir adapter le modèle pour prendre en compte cet effet.

A. Changement de variables et adimensionnement

La présence d'un soluté induit une diminution de la température de cristallisation. Cette diminution est maximale et la température de changement de phase atteint T_e , la température eutectique, lorsque la composition du liquide vaut la concentration eutectique χ_e . L'eutectique n'étant jamais atteint dans le cas de la graine (Fearn *et al.*, 1981), il ne nous a donc pas semblé pertinent de conserver la variable χ_e dans nos équations. C'est la pente du liquidus qui importe : on considère donc comme points définissant notre liquidus linéarisé le point à $\chi = 0$ dont la température de solidification est celle du fer pur, et le point à $\chi = \chi_0$ qui correspond à la composition au niveau de l'ICB. On utilise toujours Θ comme variable agrégeant la composition en soluté et la température mais cette fois on ne l'écrit pas par rapport à T_e mais par rapport à $T(\chi = 0)$. De même, pour adimensionner la température on n'utilisera pas T_e mais $\Delta T' = T(\chi_0) - T(\chi = 0)$.

a) Gestion de la dépendance en pression de la température de changement de phase

Dans le cas de la graine, la température de fusion ne dépend pas seulement de la composition du liquide en soluté (**Fig.2.1**) mais aussi de la pression. Plus la pression est élevée plus la température de changement de phase est élevée (**Fig.4.1**), on considère que l'effet est identique quelque soit la composition en soluté χ : c'est-à-dire que $\Delta T' = T(\chi_0, r) - T(\chi = 0, r)$ est constant avec r . On considère également que la relation est linéaire entre pression et température (comme le fait Ribe, 1985) : $\frac{dT}{dP} = \text{constante}$. On peut traduire cette dépendance en pression en une dépendance au rayon r :

$$T(\chi, r) = T(\chi, r = 0) + (P(r) - P(r = 0)) \frac{dT}{dP} = T(\chi, r = 0) + (P(r) - P(r = 0)) \frac{\Delta T_P}{\Delta P_g}, \quad (4.1)$$

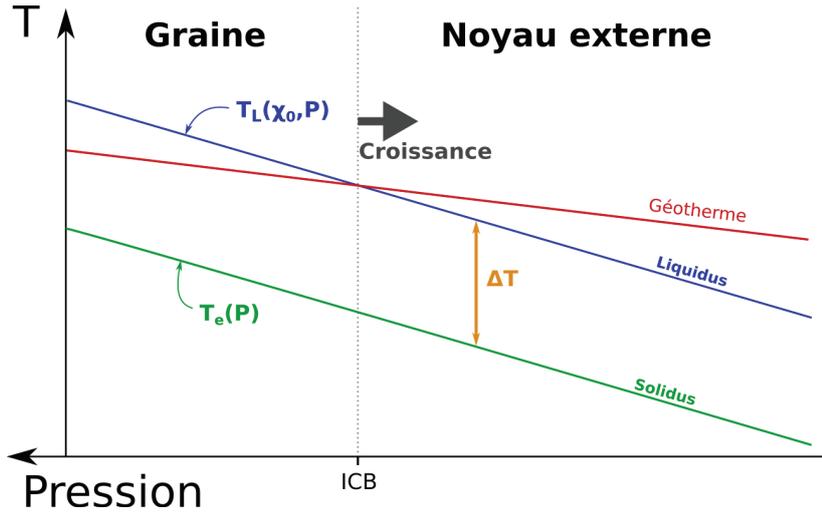


FIGURE 4.1 – Représentation de la température de cristallisation à $\chi = \chi_0$ ($T(\chi_0)$) et à composition eutectique χ_e (T_e) en fonction de la pression.

où ΔT_P correspond à la différence de température dépendant seulement de la différence de pression ΔP_g , sans effet compositionnel entre le centre et la périphérie actuelle de la graine. ΔP_g correspond à la différence de pression actuelle entre le centre et la périphérie de la graine. Pour trouver la valeur de $P(r) - P(r=0)$, on repart de la seconde équation locale du champ de gravitation :

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = -4\pi\rho G, \quad (4.2)$$

en prenant seulement la composante radiale, on trouve :

$$(4.2) \iff \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 g) = -4\pi\rho G. \quad (4.3)$$

Ce qui donne en intégrant (4.2) : $g = -\frac{4}{3}\pi\rho Gr$. Ainsi, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \partial P = -\rho g \partial r &\implies \int_{P'(r'=0)}^{P'(r')} \partial P = \int_0^{r'} -\frac{4}{3}\pi\rho^2 Gr \partial r \\ &\implies P(r) - P(r=0) = -\frac{4}{3}\pi\rho^2 G \left[\frac{1}{2}r^2 \right]_0^{r'} \\ &\implies P(r) - P(r=0) = -\frac{2}{3}\pi\rho^2 Gr^2. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} (4.1) \iff T(\chi, r) &= T(\chi, r=0) - \frac{2}{3}\pi\rho^2 Gr^2 \frac{dT}{dP} \\ &= T(\chi, r=0) - \Lambda r^2, \end{aligned} \quad (4.5)$$

En notant Λ la constante :

$$\Lambda = \frac{2}{3}\pi\rho^2 G \frac{dT}{dP}. \quad (4.6)$$

Ainsi, l'effet de pression sur la température de changement de phase est exprimé selon le rayon r (4.5).

b) Réécriture du système d'équation

Nous repartons du système d'équations (2.37) mais en utilisant une nouvelle formulation pour la pente du liquidus m dans un diagramme T/χ (invariante quelque soit r) :

$$m = -\frac{dT}{d\chi} = -\frac{T_0 - T(\chi_0)}{0 - \chi_0} = \frac{T_0 - T(\chi_0)}{\chi_0}, \quad (4.7)$$

ainsi, χ_e qui n'est pas un paramètre pertinent pour la graine n'apparaît plus. L'expression de la température T avec l'effet de la pression devient :

$$T = T(r=0, \chi=0) - m\chi - \Lambda r^2 = T_{00} - m\chi - \Lambda r^2, \quad (4.8)$$

où $T_{00} = T(r=0, \chi=0)$. On redéfinit Θ comme suit :

$$\begin{aligned} \Theta &= T(r, \chi) - T(r, \chi=0) \\ &= -m\chi \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\Leftrightarrow \chi = -\frac{\Theta}{m} \quad (4.10)$$

Avec cette formulation le taux de changement de phase Γ s'écrit :

$$\Gamma = -\frac{\rho_l \phi D_l \Theta}{\Theta D_t}. \quad (4.11)$$

Termes de chauffage par compression : Néanmoins, des termes de chauffage par compression apparaissent, en effet l'écriture du laplacien de la température avec le changement de variable donne :

$$\frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r T) = \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r \Theta) - 6\Lambda. \quad (4.12)$$

Il apparaît ici un terme 6Λ que l'on retrouvera du fait de la diffusion de la chaleur, de même, il apparaît un terme dans la dérivée spatiale :

$$\partial_r T = \partial_r \Theta - 2r\Lambda \quad (4.13)$$

qui apparaît donc dans les termes de gauche de la conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned} \phi \rho_l c_{p,l} \frac{D_l T}{Dt} + (1-\phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m T}{Dt} &= \phi \rho_l c_{p,l} (\partial_t T + v_l \partial_r T) + (1-\phi) \rho_m c_{p,m} (\partial_t T + v_m \partial_r T) \\ &= \phi \rho_l c_{p,l} (\partial_t \Theta + v_l (\partial_r \Theta - 2r\Lambda)) + (1-\phi) \rho_m c_{p,m} (\partial_t \Theta + v_m (\partial_r \Theta - 2r\Lambda)). \end{aligned} \quad (4.14)$$

On écrit à part les termes de chauffage par compression :

$$-\phi \rho_l c_{p,l} v_l 2r\Lambda - (1-\phi) \rho_m c_{p,m} v_m 2r\Lambda = 2rv_l \phi \Lambda (\rho_m c_{p,m} - \rho_l c_{p,l}). \quad (4.15)$$

Ainsi, comme nous considérons que $\rho_m c_{p,m} = \rho_l c_{p,l}$ ces termes peuvent être négligés.

Nous négligerons enfin la chaleur radioactive qui est marginale dans la graine (Hirose *et al.*, 2013). On réécrit notre système d'équation avec ces nouvelles notations et en utilisant la vitesse v_l , il apparaît comme on vient de le dire un terme lié au gradient de pression dans la conservation de l'énergie :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_m \partial_r \left(\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{1}{r^2} \partial_r \left(r^2 \frac{\phi}{1-\phi} v_l \right) \right) + 4\eta_m \frac{\phi}{1-\phi} \frac{v_l}{r} \partial_r \phi - \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\eta_l}{p(\phi)} v_l = -(1-\phi) \Delta \rho g \\ \phi \rho_l c_{p,l} \left[1 - \frac{L}{c_{p,l} \Theta} \right] \frac{D_l \Theta}{Dt} + (1-\phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m \Theta}{Dt} = k \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r \Theta) - 6\Lambda k + \Psi \\ \partial_t (\phi \Theta) + \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi \Theta v_l) = 0. \end{array} \right. \quad (4.16)$$

On remarque que l'on retrouve " $\phi \Theta$ " dans les 2 membres de la conservation du soluté. Nous résolvons donc numériquement par soucis de simplification le produit de ces 2 variables. Comme v_l apparaît dans cette équation, nous utilisons cette vitesse dans la résolution du système d'équation, ce qui permet de ne pas faire intervenir la porosité ici et simplifier la résolution de cette équation.

c) Adimensionnement des équations

α - Adimensionnement des variables

Commençons par adimensionner la variable Θ , homogène à une température :

$$\tilde{\Theta} = \frac{\Theta}{\Delta T'} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{T(r, \chi) - T(r, \chi = 0)}{T(r, \chi_0) - T(r, \chi = 0)} \\ &= \frac{T - T_{00} + \Lambda r^2}{\Delta T'} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$= \frac{\chi}{\chi_0}. \quad (4.19)$$

Pour obtenir une grille qui s'adapte à la croissance de la graine, on adimensionne la dimension spatiale r avec le rayon de la graine qui dépend du temps.

$$\tilde{r} = \frac{r}{R(t)}, \quad (4.20)$$

où $R(t)$ est défini en racine du temps (voir chapitre précédant) :

$$R(t) = R_f \left(\frac{t}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.21)$$

où R_f est le rayon final, actuel, de la graine et t_f l'âge actuel de la graine.

Pour adimensionner le temps, on construit une échelle de temps à partir de la vitesse de Darcy :

$$v_D = \frac{|\Delta \rho| g_0 p_0}{\eta_l}, \quad (4.22)$$

où g_0 est la gravité actuelle à l'ICB et p_0 un coefficient de perméabilité ; et d'une longueur caractéristique δ définit comme :

$$\delta = \sqrt{\frac{p_0 \eta_m}{\eta_l}}. \quad (4.23)$$

δ est obtenue en cherchant l'échelle spatiale à laquelle les termes de Darcy et de déformation visqueuse sont du même ordre de grandeur dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Elle est généralement appelée dans la littérature "longueur de compaction".

Ainsi :

$$\tilde{t} = \frac{t}{\frac{\delta}{v_D}} = \frac{t}{\frac{\sqrt{\eta_m \eta_l}}{|\Delta \rho| g_0 \sqrt{p_0}}}, \quad (4.24)$$

Par soucis de clarté, nous écrivons les grandeurs nous permettant d'adimensionner encadrées comme suit : $\boxed{t} = \frac{\sqrt{\eta_m \eta_l}}{|\Delta \rho| g_0 \sqrt{p_0}}$, $t = \boxed{t} \tilde{t}$.

β - Paramètres adimensionnés

Nous avons écrit le code de façon à ce qu'il ne dépende que d'un nombre limité de paramètres adimensionnés que nous avons identifiés dans nos équations :

$$\begin{aligned} - \alpha_\delta &= \frac{\delta}{R_f}, \\ - \alpha_D &= \frac{\frac{\sqrt{\eta_l \eta_m}}{\sqrt{p_0} |\Delta \rho| g_0}}{t_f} = \frac{\delta}{t_f} = \frac{t_{\text{Darcy}}}{t_f}, \\ - \beta_\kappa &= \frac{t_f}{R_f^2 \rho c_p} = \frac{t_f}{\frac{k}{\kappa}} = \frac{t_f}{t_{\text{diffusif}}}, \\ - \beta_T &= \frac{\Delta T_p}{\Delta T}, \\ - S' &= \frac{L}{c_p \Delta T_p} \text{ considéré constant.} \end{aligned}$$

Les paramètres α sont des paramètres qui ont déjà été étudiées dans l'article Lasbleis *et al.* (2020) alors que les paramètres β permettent d'étudier l'effet du changement de phase. β_κ correspond à l'effet de la conductivité et donc de la diffusion de la chaleur alors que β_T permet de comparer l'effet de la pression avec l'effet de la composition sur la température de changement de phase.

γ - Conservation de la quantité de mouvement

$$\tilde{\partial}_r \left[\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r \left(\tilde{r}^2 \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l \right) \right] + 4 \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{r}} \frac{\tilde{v}_l}{\tilde{r}} - \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\alpha_D}{\alpha_\delta^2 \phi^n} \tilde{t} \tilde{v}_l = -s(1-\phi) \frac{\alpha_D}{\alpha_\delta} \tilde{t} \tilde{r}, \quad (4.25)$$

où s correspond au signe de $\Delta \rho$ (1 si positif, -1 si négatif), et en utilisant l'expression de g :

$$g = \frac{r}{R_f} g_0 = \frac{R \tilde{r}}{R_f} g_0 \quad (4.26)$$

δ - Conservation de l'énergie

L'adimensionnement de la conservation de l'énergie donne :

$$\begin{aligned} & \phi \frac{\rho_l c_{p,l}}{\rho_m c_{p,m}} \left[1 - \frac{S}{\tilde{\Theta}} \right] \left(\frac{D_l \tilde{\Theta}}{D \tilde{t}} - \frac{\tilde{r}}{2 \tilde{t}} \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta} \right) + (1-\phi) \left(\frac{D_m \tilde{\Theta}}{D \tilde{t}} - \frac{\tilde{r}}{2 \tilde{t}} \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta} \right) \\ &= \frac{k \boxed{t}}{R^2 \rho_m c_{p,m}} \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta}) - \frac{6k \Lambda \boxed{t}}{\rho_m c_{p,m} \Delta T'} + \frac{\boxed{t}}{\rho_m c_{p,m} \Delta T'} \Psi \\ &= \frac{\beta_\kappa}{\tilde{t}} \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta}) - 6 \beta_T \beta_\kappa \alpha_D + K_\Psi \frac{\alpha_D \beta_T}{\alpha_\delta} \tilde{t} \frac{\phi^2}{(1-\phi)^2 \phi^n} \tilde{v}_l^2 \\ &+ K_\Psi \alpha_\delta \beta_T \left[\frac{4}{3} \frac{1}{1-\phi} \left(\left(\frac{\tilde{\phi} \tilde{v}_l}{1-\phi} + \phi \tilde{v}_l \right)^2 - \frac{2}{\tilde{r}} \left(\frac{\phi \tilde{\phi} \tilde{v}_l^2}{1-\phi} + \phi^2 \tilde{v}_l \tilde{v}_l \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \phi^2 \tilde{v}_l^2 \right) \right. \\ & \left. + K \frac{\phi}{1-\phi} \left(\frac{2}{\tilde{r}} \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l + \frac{\tilde{\phi}}{(1-\phi)^2} \tilde{v}_l + \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l \right)^2 \right], \quad (4.27) \end{aligned}$$

où l'on voit apparaître un terme lié à la dépendance de R au temps t dans chacune des dérivées temporelles, on a noté $S = \frac{L}{c_{p,l} \Delta T'}$. Apparaît aussi le nombre $K_\Psi = \frac{|\Delta \rho| g_0 R_f}{\rho_m c_{p,m} \Delta T_p}$ qui s'ajoute aux

paramètres α et β pour totalement déterminer l'espace des paramètres, néanmoins sa valeur est relativement bien connue pour la graine et on le considère fixé. Enfin, le $\tilde{\Theta}$ au dénominateur est relativement ennuyeux pour la résolution de l'équation, sa présence rend complexe l'écriture d'un schéma numérique. Nous avons donc décidé d'évaluer à chaque pas de temps le paramètre,

$$\Sigma = \frac{\rho_l c_{p,l}}{\rho_m c_{p,m}} \left[1 - \frac{S}{\tilde{\Theta}} \right]. \quad (4.28)$$

Ainsi l'équation devient :

$$\begin{aligned} & \phi \Sigma \frac{D_l \tilde{\Theta}}{D\tilde{t}} + (1-\phi) \frac{D_m \tilde{\Theta}}{D\tilde{t}} \\ &= \frac{\beta_\kappa}{\tilde{t}} \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta}) + (1 + \phi(\Sigma - 1)) \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta} - 6\beta_T \beta_\kappa \alpha_D + K_\Psi \frac{\alpha_D \beta_T}{\alpha_\delta} \tilde{t} \frac{\phi^2}{(1-\phi)^2 \phi^n} \tilde{v}_l^2 \\ &+ K_\Psi \alpha_\delta \beta_T \left[\frac{4}{3} \frac{1}{1-\phi} \left(\left(\frac{\tilde{\phi} \tilde{v}_l}{1-\phi} + \phi \tilde{v}_l \right)^2 - \frac{2}{\tilde{r}} \left(\frac{\phi \tilde{\phi} \tilde{v}_l^2}{1-\phi} + \phi^2 \tilde{v}_l \tilde{v}_l \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \phi^2 \tilde{v}_l^2 \right) \right. \\ & \left. + K \frac{\phi}{1-\phi} \left(\frac{2}{\tilde{r}} \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l + \frac{\tilde{\phi}}{(1-\phi)^2} \tilde{v}_l + \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Parmi les termes composant Ψ , le terme de Darcy sur la 2^{ème} ligne à droite dans (4.29) domine sur les paramètres suivant quand $\frac{1}{\alpha_\delta} > \alpha_\delta$ donc plutôt quand α_δ est petit devant 1, ce qui est le plus vraisemblable dans la réalité.

ε - Conservation du soluté

Après changement de variables, la conservation du soluté devient :

$$\tilde{\partial}_t (\phi \tilde{\Theta}) - \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} \tilde{\partial}_r (\phi \tilde{\Theta}) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \partial_r (\tilde{r}^2 \phi \tilde{\Theta} \tilde{v}_l) = 0. \quad (4.30)$$

B. Schémas numériques de résolution

a) Discrétisation

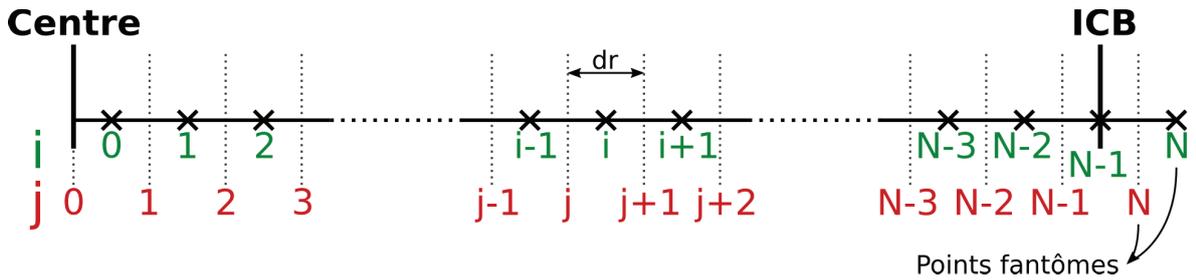


FIGURE 4.2 – Grille spatiale du code numérique

On retrouve en **figure 4.2** la grille utilisée dans le code numérique, la température et la porosité sont calculées au centre des cellules correspondant aux indices i alors que la vitesse est estimée aux interfaces entre les cellules correspondant aux indices j . Cette grille spatiale s'adapte au rayon du noyau, ainsi alors que \tilde{dr} reste constant, dr croît au cours du temps.

b) Organisation du modèle numérique

Comme le modèle de Marine Lasbleis (Lasbleis *et al.*, 2020), le code numérique est écrit sous la forme d'une programmation orientée objet. Les 3 variables essentielles que l'on calcule

à chaque pas de temps sont la porosité ϕ , la vitesse de la phase liquide v_l et la température Θ (correspondant aussi à une composition du liquide en soluté). Nous calculons la vitesse à partir de la conservation de la quantité de mouvement, la température à partir de la conservation de l'énergie et la porosité à partir de la conservation du soluté. Plus précisément, à partir de la conservation du soluté, on calcule la variable $X = \phi\Theta$, puisqu'elle s'écrit comme une conservation classique de la variable X . On retrouve la porosité ensuite en divisant par Θ . Cette variable X peut être vue comme la concentration en soluté non pas dans la phase liquide mais dans la totalité du volume, liquide et solide, sachant que la concentration est nulle dans le solide.

Le pas de temps s'adapte au cours du calcul. Même en prenant en compte le changement de phase, le temps caractéristique diffusif suffit et convient très bien, à savoir $\frac{dr^2}{2\kappa}$ soit en version adimensionnée $\frac{d\tilde{r}R^2v_D}{2\kappa\delta}$.

La résolution de la boucle correspondant à un pas de temps commence par la détermination de dt suivie par le calcul de la variable $X = \phi\tilde{\Theta}$ au pas de temps $n + 1$ qui ne dépend que des variables au temps n , le calcul de la vitesse \tilde{v}_l qui ne dépend que de ϕ et enfin le calcul de $\tilde{\Theta}$ qui dépend des variables ϕ et \tilde{v}_l aux pas de temps n et $n + 1$.

c) Conservation du soluté

L'équation écrite avec la variable $X = \phi\tilde{\Theta}$ donne :

$$\tilde{\partial}_t X - \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} \tilde{\partial}_r X + \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 X \tilde{v}_l) = 0. \quad (4.31)$$

On décide d'utiliser la notation

$$\tilde{v}_g = -\frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}}, \quad (4.32)$$

ce qui nous permet d'écrire :

$$\tilde{\partial}_t X + \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 X (\tilde{v}_l + \tilde{v}_g)) = X \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 \tilde{v}_g). \quad (4.33)$$

Nous utilisons ici cette petite astuce pour simplifier la résolution : elle permet d'éviter d'avoir à traiter un gradient de X qui pourrait être à l'origine d'une instabilité du schéma. Si l'on prend une différence finie centrée ce qui semble le plus logique, les paramètres a_i , associés dans la matrice M à inverser à X_{i-1} , et c_i , associés à X_{i+1} (voir équation (4.35)), verront un élément apparaître dans leur expression, pour l'un positif, pour l'autre négatif. Néanmoins ces paramètres a_i et c_i doivent toujours être positifs pour assurer la stabilité de la résolution (Patankar, 1980). Voici le système matriciel associé à la résolution :

$$MX^{n+1} = D = M'X^n + d, \quad (4.34)$$

où M correspond à la matrice à inverser, d correspond au terme source indépendant de X , il est nul dans ce cas,

$$M = \begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & & \\ 0 & a_2 & b_2 & c_2 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & & \ddots & a_i & b_i & c_i \\ & & & & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{N-1} & b_{N-1} \end{pmatrix}. \quad (4.35)$$

La résolution de cette équation se fait via un schéma proche d'une méthode de Crank-Nicholson, la seule différence étant que l'on estime le terme le plus à droite au temps n dans l'équation (4.37). On utilise pour discrétiser la divergence $\frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r (\tilde{r}^2 X (\tilde{v}_l + \tilde{v}_g))$ un limiteur de

flux (FLS, de l'anglais *Flux Limiter Scheme*) qui permet d'éviter l'apparition d'oscillations non physiques au niveau de variations brusques de la valeur du paramètre suivi. Le limiteur de flux correspond à un intermédiaire entre différences finies centrées et l'*upwind*, qui dépend des valeurs des pentes. Voici l'équation discrétisée, en utilisant une nouvelle notation pour la vitesse :

$$\tilde{v}_l' = \tilde{v}_l + \tilde{v}_g, \quad (4.36)$$

$$X^{n+1} + \underbrace{\frac{\Delta \tilde{t} \Delta (\tilde{v}_l^{n+1} X^{n+1})}{2 \Delta \tilde{r}}}_{\text{Géré via un FLS}} = X^n - \underbrace{\frac{\Delta \tilde{t} \Delta (\tilde{v}_l^n X^n)}{2 \Delta \tilde{r}}}_{\text{Géré via un FLS}} + \left[-\frac{2X \Delta \tilde{t}}{\tilde{r}} (\tilde{v}_l' - \tilde{v}_g) + X \Delta \tilde{t} \frac{\Delta \tilde{v}_g}{\Delta \tilde{r}} \right]^n. \quad (4.37)$$

Conditions aux limites

Au centre, on utilise le fait que la dérivée de X est nulle et la vitesse nulle ; à l'ICB, que la porosité vaut ϕ_0 .

d) Conservation de la quantité de mouvement

Le calcul de la vitesse du liquide \tilde{v}_l se fait avec la conservation de la quantité de mouvement, cette vitesse ne dépend que de la porosité. L'équation écrite avec des différences finies centrées donne avec les indices donnés en **figure 4.2** :

$$\begin{aligned} & \frac{(K + \frac{4}{3}\phi_{j+1})}{\phi_{j+1}(1-\phi_{j+1})} \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{2\Delta\tilde{r}^2} \tilde{v}_{l,j+1} - \frac{(K + \frac{4}{3}\phi_{j-1})}{\phi_{j-1}(1-\phi_{j-1})} \frac{\phi_{i-1} - \phi_{i-2}}{2\Delta\tilde{r}^2} \tilde{v}_{l,j-1} \\ & + \left(K + \frac{4}{3}\phi_i \right) \frac{\tilde{r}_{j+1}^2 \tilde{v}_{l,j+1} - \tilde{r}_j^2 \tilde{v}_{l,j}}{\tilde{r}_i^2 \Delta\tilde{r}^2} - \left(K + \frac{4}{3}\phi_{i-1} \right) \frac{\tilde{r}_j^2 \tilde{v}_{l,j} - \tilde{r}_{j-1}^2 \tilde{v}_{l,j-1}}{\tilde{r}_{i-1}^2 \Delta\tilde{r}^2} \\ & + \frac{\phi_j}{1-\phi_j} \left(4 \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\tilde{r}_j \Delta\tilde{r}} - \frac{\alpha_D \tilde{t}}{\alpha_\delta^2 \phi_j^n} \right) \tilde{v}_{l,j} = -(1-\phi_j) s \frac{\alpha_D}{\alpha_\delta} \tilde{t} \tilde{r}_j. \end{aligned} \quad (4.38)$$

On remarque qu'ici n'intervient pas de notion temporelle, la vitesse des phases à un moment donné ne dépend que du profil de porosité (pas d'inertie).

Conditions aux limites

En périphérie, on utilise la condition d'une dérivée de ϕ continue, mise en œuvre via un point fantôme à dr de la bordure de la graine (**Fig. 4.2**). Au centre, la dérivée de ϕ est nulle.

La condition à la limite à l'ICB concernant la vitesse est établie en fonction de v_m et non v_l ce qui complexifie son expression. On considère que $\partial_r v_m = 0$ ce qui permet de relier la vitesse en $j = N - 1$, et au point fantôme en $j = N$:

$$v_j(N) = v_j(N-1) \frac{1 + \frac{3\phi_{N-1} - 4\phi_{N-2} + \phi_{N-3}}{4\phi_{N-1}(\phi_{N-1} - 1)}}{1 - \frac{3\phi_{N-1} - 4\phi_{N-2} + \phi_{N-3}}{4\phi_{N-1}(\phi_{N-1} - 1)}}, \quad (4.39)$$

ce qui permet de compléter la matrice à inverser en sommant les paramètres b et c sur la dernière ligne.

e) Conservation de l'énergie

L'expression de la dérivée temporelle de Θ s'exprime à partir de l'équation (4.29) :

$$\begin{aligned}
\tilde{\delta}_t \tilde{\Theta} &= \underbrace{\frac{1}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \frac{\beta_\kappa}{\tilde{t}} \tilde{\delta}_r^2 \tilde{\Theta}}_A \\
&+ \underbrace{\left[\frac{\phi(1 - \Sigma)}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \tilde{v}_l + \frac{1}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \frac{2\beta_\kappa}{\tilde{r}\tilde{t}} + \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} \right]}_B \tilde{\delta}_r \tilde{\Theta} \\
&+ \underbrace{\frac{1}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \left(-6\beta_T \beta_\kappa \alpha_D + K_\Psi \frac{\alpha_D \beta_T}{\alpha_\delta} \tilde{t} \frac{\phi^2}{(1 - \phi)^2 \phi^n} \tilde{v}_l^2 \right)}_D \\
&+ \underbrace{K_\Psi \alpha_\delta \beta_T \left[\frac{4}{3} \frac{1}{1 - \phi} \left(\left(\frac{\tilde{\phi} \tilde{v}_l}{1 - \phi} + \phi \tilde{v}_l \right)^2 - \frac{2}{\tilde{r}} \left(\frac{\phi \tilde{\phi} \tilde{v}_l^2}{1 - \phi} + \phi^2 \tilde{v}_l \tilde{v}_l \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \phi^2 \tilde{v}_l^2 \right) \right]}_D \\
&+ \underbrace{K \frac{\phi}{1 - \phi} \left(\frac{2}{\tilde{r}} \frac{\phi}{1 - \phi} \tilde{v}_l + \frac{\tilde{\phi}}{(1 - \phi)^2} \tilde{v}_l + \frac{\phi}{1 - \phi} \tilde{v}_l \right)^2}_D
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Nous résolvons l'équation précédente (4.40) à l'aide d'un schéma de Crank-Nicholson qui est semi-implicite, elle dépend autant du pas de temps n que du pas de temps $n + 1$. Nous utilisons des différences finies centrées pour traiter $\tilde{\delta}_r^2 \tilde{\Theta}$ associé à A (voir équation (4.40)). Néanmoins pour traiter la dérivée $\tilde{\delta}_r \tilde{\Theta}$, on décompose B en 3 parties :

$$B_\oplus = \frac{\phi}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \tilde{v}_l + \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} > 0, \tag{4.41}$$

$$B_\ominus = -\frac{\phi\Sigma}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \tilde{v}_l < 0, \tag{4.42}$$

$$B_k = \frac{1}{1 + \phi(\Sigma - 1)} \frac{2\beta_\kappa}{\tilde{r}\tilde{t}}. \tag{4.43}$$

B_\oplus est composé d'un terme dérivant du déplacement de la matrice (c'est-à-dire v_m) qui va toujours vers le centre, et d'un terme lié à la croissance de la graine : du fait de notre grille spatiale invariante cela correspond aussi à un mouvement allant vers le centre de l'objet. Pour une question de stabilité numérique du schéma, nous avons appliqué à ce terme un *upwind*, c'est-à-dire qu'au lieu d'utiliser une différence finie centrée sur i pour remplacer $\tilde{\delta}_r \tilde{\Theta}$, nous avons utilisé une différence finie centrée en $i + \frac{1}{2}$ ce qui revient à considérer des températures en amont de l'écoulement. Concernant B_\ominus au contraire, qui contient un terme dérivant du déplacement du liquide de l'intérieur de l'objet vers l'extérieur, on a pris une différence finie à gauche, centrée sur $i - \frac{1}{2}$ ce qui correspond aussi à considérer des températures en amont. L'utilisation de ce *upwind* justifié physiquement, stabilise numériquement le calcul en associant aux a_i et c_i seulement des termes positifs et aux b_i des termes négatifs (Patankar, 1980).

Concernant le terme B_k lié à la conduction de la chaleur, son signe positif indique que nous pourrions le traiter comme B_\oplus ce qui stabiliserait numériquement le calcul de la même façon. Néanmoins nous avons considéré que bien que cela se justifiait numériquement, il n'y avait pas de justification physique à une telle méthode. Nous avons donc appliqué une différence finie centrée à ce terme. À aucun moment une quelconque instabilité liée à ce terme n'a été observée.

La résolution de l'équation demande d'estimer Σ au temps $n + 1$ qui dépend de Θ que l'on ne connaît naturellement pas au début au temps $n + 1$. Nous utilisons donc une procédure

itérative, une première valeur estimée de Σ au temps n est utilisée pour le temps $n + 1$ puis une fois la résolution faite une première fois, on utilise la valeur de Θ^{n+1} pour estimer celle de Σ au temps $n + 1$. Ainsi on relance le calcul une deuxième fois pour obtenir une nouvelle valeur de Θ^{n+1} qui est celle que l'on garde. Des tests montrent qu'il n'est pas utile de répéter un plus grand nombre de fois cette opération.

f) Benchmark

Nous avons utilisé 2 solutions analytiques pour tester et valider la résolution numérique des équations. Concernant la résolution de la vitesse, une solution provient de la thèse de Šrámek (2008), équation (3.30) en page 51. Elle est valable pour un corps sphérique en une dimension avec ϕ étant constant sur r égal à ϕ_0 , la gravité $g = r$ et les vitesses nulles au centre et en périphérie.

Pour la résolution de X , nous l'avons vérifiée avec la solution analytique :

$$X = a_0 e^{-\frac{4v_1 - \tilde{R}}{R} t} \tilde{r}, \quad (4.44)$$

valable dans le cas où $v_l = v_1 \tilde{r}$ et avec $X(t = 0) = a_0 \tilde{r}$.

Limite du modèle

Une limite de notre méthode consiste à considérer que la frontière de la graine conserve au cours du temps une concentration χ_0 en soluté, alors que l'on considère que le solide ne contient pas de soluté. La concentration dans le noyau externe devrait donc augmenter au cours du temps du fait de l'extraction de liquide vers le noyau externe. Néanmoins si le noyau externe est homogène, l'augmentation de la concentration reste limitée du fait du volume limité de la graine : 4 % du noyau. Néanmoins la présence d'une couche F pourrait affecter grandement la grandeur χ en surface de la graine (chapitre précédant, voir partie D. b) β -), sans que l'on ait à l'heure actuelle de certitude sur l'existence et la composition de cette couche.

Nous explorons dans le chapitre suivant les résultats que donnent notre modèle.

Chapitre 5

Applications du modèle à la graine

Ce chapitre correspond à un article actuellement en préparation presque près à être soumis, ajouté tel quel à la suite.

Liquid trapped during Earth's inner core growth: expulsion by compaction and influence of phase change

R. Metayer¹, M. Lasbleis², J. Wong³, R. Deguen^{3,1}

¹ Univ Lyon, UCBL, ENSL, UJM, CNRS, LGL-TPE, F-69622, Villeurbanne, France. E-mail: robin.metayer@ens-lyon.fr

² Laboratoire de Planétologie et Géodynamique, LPG, UMR 6112, CNRS, Université de Nantes, Université d'Angers, France.

³ ISTerre, Université Grenoble Alpes, Université Savoie Mont Blanc, CNRS, IRD, Université Gustave Eiffel, 38000 Grenoble, France.

SUMMARY

The summary should be a single paragraph that briefly states the nature of the investigation and summarizes the goals, methods and conclusions drawn. References must not be cited in the summary and abbreviations should be avoided or, if unavoidable, should be introduced. The summary should be understandable to a wide audience and should be able to stand alone and allow readers to quickly see what the paper is about and help them to decide whether to read the full document. It should not include speculation or material that is not in the main document. It should be written from the perspective of providing a balanced "report on contents" and thus differs significantly from the "conclusions" section that may emphasize speculative implications and an outlook.

Key words: Core; Composition and structure of the core; Phase transitions; Equations of state; Permeability and porosity; Numerical modelling.

1 INTRODUCTION

The inner core of the Earth appeared relatively recently in Earth's history by crystallization of iron-nickel alloy at the expense of the liquid outer core, around 1.6 to 0.3 Gy before present (Buffett 2003; Labrosse 2003; Roberts et al. 2003; Nimmo 2007; Pozzo et al. 2012; Zhang et al. 2020). The density of the core is lower than the density of iron-nickel alloys, and requires the presence of up to 10 wt.% of lighter elements Birch (1952), the most likely candidates being oxygen, silicon and sulfur (Alfè et al. 2002; Zhang et al. 2016). Oxygen in particular would explain the density contrast between inner and outer core: this element partitions strongly upon solidification, and is almost entirely rejected in the melt. It would be the major driver of outer convection and dynamo action (Lister & Buffett 1995).

The presence of light elements has several implications for the solidification and structure of the inner core. It decreases the temperature of crystallization by about 120K to 700K (Terasaki et al. 2011). Their partitioning at the inner core boundary (ICB) promotes the formation of a supercooled layer where liquid and solid can coexist (Deguen 2012). The crystallization regime is debated between sedimentation of iron grains having grown ahead of the ICB and dendritic growth (Fearn et al. 1981; Bergman & Fearn 1994; Shimizu et al. 2005; Deguen et al. 2007; Gubbins et al. 2008; Wong et al. 2018). Irrespectively of the crystallization regime, a two-phase layer could form on the surface (Alexandrov & Malygin 2011). Moreover, some amount of melt trapped within the inner core could explain the low shear wave velocity and high attenuation: Vočadlo (2007) suggest 8 to 10% volume fraction of liquid

and Singh et al. (2000) 3 to 10%, even if it can be explained otherwise (Tkalčić & Phm 2018).

We are interested in studying the becoming of this two-phase medium while it is gradually buried due to the growth of the inner core. Compaction of Earth's inner core has been studied by Sumita et al. (1996) and Lasbleis et al. (2020); we extend their work by coupling the compaction process with the thermal evolution of inner core, taking into account the possibility of phase change within the inner core.

2 MODEL

2.1 Model set-up

As Sumita et al. (1996) and Lasbleis et al. (2020), we model the compaction of the inner core as a 1-D spherically symmetric problem. Both phases are treated as viscous and incompressible fluids, and their viscosities are considered constant. The motion of the phases relative to each other are induced only by the density difference between phases, taken as $|\Delta\rho| = 600 \text{ kg.m}^{-3}$. We model the inner core from its very beginnings to its present day 1220 km radius, assuming the radius increases as the square root of time (Buffett et al. 1992). We do not consider the possibility of any significant supercooling (Huguet et al. 2018).

The main difference between the model proposed here and the models of Sumita et al. (1996) and Lasbleis et al. (2020) is the treatment of phase change (melting or freezing) within the inner core, which was not included in the previous models. This implies solving the equation of conservation of energy, and an equation for

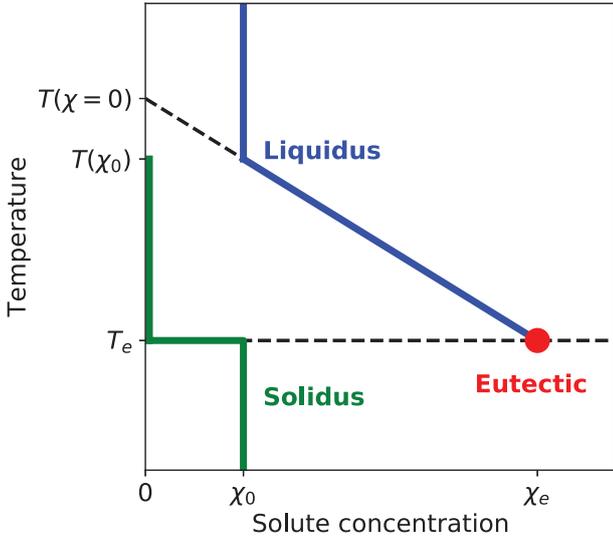


Figure 1. Simplified phase diagram of nickel-iron alloy showing the solidus and liquidus temperatures as a function of light elements concentration, at a fixed pressure.

solute transport. We take into account the effect of light elements on the phase change temperature. Similarly to the effect of salt in water, the higher the concentration of the solute, the lower the melting temperature. So as to simplify the treatment of phase change, we model the melting temperature as linearly dependent on light elements concentration in the liquid (χ). This relation is summarized in figure 1 for a given pressure. We assume that the eutectic is not reached anywhere in the inner core, and the composition of liquid is thus modeled by the blue line of figure 1, on the linear portion between χ_0 , the concentration before the inner core appears, and χ_e , the concentration of eutectic. We also assume that the light elements are fully partitioned into the liquid upon crystallization.

We must also take into account the effect of pressure on the melting temperature, which is significant in the inner core, and essential for consistency with the fact that crystallization of the inner core proceeds from the center outward. As Ribe (1985b), we assume a linear dependence of melting temperature on pressure P . The acceleration of gravity in the inner core being close to linear in radius (r), the pressure and thus the melting temperature are quadratic in radius. We assume that the effect of pressure is independent from the effect of composition. The melting temperature is thus expressed as

$$T(\chi, r) = T(\chi = 0, r = 0) + \frac{\partial T}{\partial \chi} \chi + \frac{\partial T}{\partial P} (P - P_0), \quad (1)$$

$$= T(\chi = 0, r = 0) - m\chi - \Lambda r^2, \quad (2)$$

where $r = 0$ corresponds to the center, $P_0 = P(r = 0)$, $m = -\partial T / \partial \chi$ is the opposite of the slope of the relation between temperature T and the solute concentration χ (figure 1) and Λ is a constant equal to $2/3\pi\rho^2 G dT/dP$.

2.2 Governing equations

We follow here the formalism developed in Bercovici et al. (2001) and following papers, notably Šrámek et al. (2007), with several simplifying assumptions, and the addition of composition and pressure dependent melting temperature. These equations govern the

evolution of a two-phase continuum consisting of a solid matrix (subscript 'm' in the following) and a liquid phase (subscript 'l' in the following). The relevant variables (velocity, pressure, solid and melt volume fraction) are averaged over mesoscopic volumes which dimensions need to be large compared to typical grain and pore sizes, and small compared to the relevant macroscopic length scales of the problem. The validity of this formalism depends on the possibility of defining such mesoscopic scale. Under this assumption, the equations governing the two-phase continuum are obtained by averaging the equations of conservation of mass, momentum, and energy for each phase (Bercovici et al. 2001; Šrámek et al. 2007; Ricard 2015).

2.2.1 Mass conservation

Conservation of mass for the solid gives an equation for the evolution of porosity (volume fraction of liquid) ϕ ,

$$\partial_t(1 - \phi) + \nabla \cdot [(1 - \phi) \mathbf{v}_m] = -\frac{\Gamma}{\rho_m}, \quad (3)$$

while conservation of mass for the liquid gives

$$\partial_t \phi + \nabla \cdot [\phi \mathbf{v}_l] = \frac{\Gamma}{\rho_l}, \quad (4)$$

where t is time, Γ the rate of phase change (the mass of material melting or crystallizing per unity of time, defined positive for melting), \mathbf{v}_m and \mathbf{v}_l are the velocities of the solid matrix and the liquid.

2.2.2 Momentum conservation

In our equations, the motion is induced by the difference in density between liquid and solid. We neglect inertia, surface tension, and simplify the equations by considering the common assumption $\eta_l \ll \eta_m$: the viscosity is much smaller in the liquid than in the solid.

Under these assumptions, conservation of momentum in the solid and liquid phases gives

$$-(1 - \phi) \nabla P_m + (1 - \phi) \rho_m \mathbf{g} + \nabla \cdot [(1 - \phi) \boldsymbol{\tau}_m] - c \Delta \mathbf{v} + \Delta P \nabla \phi = 0, \quad (5)$$

$$-\phi \nabla P_l + \phi \rho_l \mathbf{g} + c \Delta \mathbf{v} = 0, \quad (6)$$

where P_m and P_l are the pressure in the matrix and liquid, $\Delta P = P_m - P_l$, $\boldsymbol{\tau}_m$ is the viscous stress tensor of the matrix, \mathbf{g} is the acceleration of gravity, and $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_m - \mathbf{v}_l$ is the difference between the velocities \mathbf{v}_m and \mathbf{v}_l of the matrix and liquid phases. The term $c \Delta \mathbf{v}$, the Darcy friction term, is a parameterization of the net viscous force exerted by the liquid on the solid. Darcy's interaction coefficient c is $\eta_l \phi^2 / p(\phi)$ with $p(\phi)$ the permeability (m^2), assumed here to vary with porosity as $p(\phi) = p_0 \phi^n$ with $n = 3$.

Bercovici et al. (2001) and Šrámek (2008) argue that the pressure difference between phase should be of the form

$$\Delta P = -K \frac{\eta_m}{\phi} \nabla \cdot \mathbf{v}_m, \quad (7)$$

with K is a geometric factor of the order of 1.

2.2.3 Energy conservation

We adopt the usual assumption that the matrix and liquid phases are at the same temperature (McKenzie 1984; Ribe 1985b; Šrámek et al. 2007), which assumes that heat diffusion at the pore or grain scale is fast enough compared to differential motion of the matrix

and liquid. Under this assumption, the conservation of energy for the two-phase mixture, taking into account heat diffusion, latent heat released by phase transition and viscous dissipation, gives

$$\rho_l \phi c_{p,l} \frac{D_l T}{Dt} + (1 - \phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m T}{Dt} = k \nabla^2 T - L \Gamma + \Psi, \quad (8)$$

where k is the thermal conductivity, T the temperature, L the latent heat, and Ψ is the heating source linked to deformation of phases. We neglect radioactive heating which is relatively limited in the Earth's core (Hirose et al. 2013) and the transport of surface energy. The total derivatives appearing in equation 8 are defined as $\frac{D_l T}{Dt} = \partial_t T + \mathbf{v}_l \cdot \nabla T$ and $\frac{D_m T}{Dt} = \partial_t T + \mathbf{v}_m \cdot \nabla T$.

The viscous heating term is given by

$$\Psi = c(\Delta \mathbf{v})^2 + (1 - \phi) \nabla \cdot \mathbf{v}_m : \underline{\boldsymbol{\tau}}_m + K \eta_m \frac{\phi}{1 - \phi} (\nabla \cdot \mathbf{v}_m)^2, \quad (9)$$

where we have neglected viscous heating arising from macroscopic gradients of the liquid velocity, a term which should be small compared to viscous heating associated with the deformation of the matrix since $\eta_l \ll \eta_m$. Viscous heating arising from liquid velocity gradients at the pore scale comes from the Darcy friction term. The last term on the RHS of equation 9 comes from isotropic deformation of the matrix (*i.e.* compaction or expansion of the matrix).

2.2.4 Conservation of solute

We add to the previous equations the conservation of light elements, which are assumed to be totally rejected in the liquid during crystallization. We denote by χ the concentration of light elements in the liquid, and their conservation gives:

$$\partial_t (\phi \chi) + \nabla \cdot (\phi \chi \mathbf{v}_l) = 0. \quad (10)$$

2.3 Reduced set of equations

We have a system of 8 equations (2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 7) and 8 variables, ϕ , \mathbf{v}_m , \mathbf{v}_l , P_l and P_m , Γ , T and χ . Our system is therefore well defined.

We show here how to reduce this system to a system of only 3 equations and 3 variables. Equations are expressed in 1-D, depending on radius r .

2.3.1 Combining momentum conservation equations

The matrix deviatoric stress tensor $\boldsymbol{\tau}_m$ is written in a spherically symmetric case as (Šrámek 2008):

$$\underline{\boldsymbol{\tau}}_m = \frac{2}{3} \eta_m r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

The only non zero component is radial:

$$\nabla \cdot [(1 - \phi) \underline{\boldsymbol{\tau}}_m] \Big|_r = \frac{4}{3} \eta_m \partial_r ((1 - \phi) r \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right)) + 4 \eta_m (1 - \phi) \partial_r \left(\frac{v_m}{r} \right). \quad (12)$$

We combine the momentum conservation equations and the expression of ΔP to obtain an equation which does not involve the pressure fields:

$$\eta_m \partial_r \left(\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 v_m) \right) + 4 \eta_m \frac{v_m}{r} \partial_r \phi - \frac{\phi \eta_l}{p(\phi)} \Delta v = (1 - \phi) \Delta \rho g. \quad (13)$$

Whatever the momentum conservation that we replace by this

combination, we can remark that the pressure in liquid or solid appear only in their momentum conservation equation. Then we conserve the combination equation and leave the momentum conservations of liquid, solid, the expression of ΔP and the variables P_l and P_m .

2.3.2 Temperature and composition relationship

Thanks to the linearization of the phase diagram for liquid and solid coexistence, considering that all the solute remains in the liquid (figure 1), we can link the temperature of the mixture T to the concentration of solute in the liquid χ (equation 2). We define a new variable Θ as

$$\begin{aligned} \Theta &= T(r, \chi) - T(r, \chi = 0) \\ &= -m\chi, \end{aligned} \quad (14)$$

which corresponds to both temperature and composition. At this point we have 5 equations and 5 variables (ϕ , \mathbf{v}_m , \mathbf{v}_l , Γ and Θ).

2.3.3 Phase change rate Γ

Writing χ as a function of Θ in the equation 10 of conservation of solute, and using equation 4, we express Γ as

$$\Gamma = -\frac{\rho_l \phi}{\Theta} \frac{D_l \Theta}{Dt}. \quad (15)$$

This expression can be used in the equation of conservation of energy to express Γ as a function of Θ . It is therefore not necessary to calculate Γ to solve the system.

2.3.4 Boussinesq approximation

Finally we consider a Boussinesq-like approximation: we keep $\Delta \rho \neq 0$ in the gravity force, but take everywhere else $\rho_l = \rho_m$. Summing the equations of conservation of mass with $\rho_l = \rho_m$ allows to relate the different velocities by:

$$v_l = -\frac{1 - \phi}{\phi} v_m, \quad (16)$$

$$v_l = -(1 - \phi) \Delta v. \quad (17)$$

2.3.5 Reduced system of equations

We can thus reduce the numbers of variables to solve to only 3: one velocity (we choose the liquid velocity v_l), the porosity, and the variable Θ . The system of equations which we solve is obtained from equation 13 with \mathbf{v}_m and $\Delta \mathbf{v}$ written as functions of \mathbf{v}_l and ϕ , the equation of conservation of energy written as an equation for Θ and ϕ , and the equation of conservation of solute, also written as an equation for Θ and ϕ :

$$\begin{aligned} &\eta_m \partial_r \left(\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{1}{r^2} \partial_r \left(r^2 \frac{\phi}{1-\phi} v_l \right) \right) \\ &+ 4 \eta_m \frac{\phi}{1-\phi} \frac{v_l}{r} \partial_r \phi - \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\eta_l}{p(\phi)} v_l = -(1 - \phi) \Delta \rho g, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &\phi \rho_l c_{p,l} \left[1 - \frac{L}{c_{p,l} \Theta} \right] \frac{D_l \Theta}{Dt} + (1 - \phi) \rho_m c_{p,m} \frac{D_m \Theta}{Dt} \\ &= k \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r \Theta) - 6 \Lambda k + \Psi, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\partial_t (\phi \Theta) + \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \phi \Theta v_l) = 0. \quad (20)$$

4 *R. Metayer*

We can remark the appearance of the term $-6\Lambda k$ in the energy conservation equation, a term coming from the laplacian of $T(r, \chi = 0)$ which arises when replacing T by $\Theta + T(r, \chi = 0)$. This corresponds to heat diffusion along the constant-composition profile of the melting temperature.

2.3.6 *Boundary conditions*

At the center of the inner core, the velocity and the derivative of the product $\phi\Theta$ are taken as zero. At the ICB, the porosity is set to ϕ_0 , the derivative of ϕ and v_m are zero.

The non-dimensional set of equation can be find in appendix A.

3 POROSITY EVOLUTION WITHOUT PHASE CHANGE

3.1 Preliminary considerations

It is useful to start our analysis by discussing the relevant natural velocity and length scales of the problem.

3.1.1 *Velocity scales*

One obvious velocity scale is the growth rate of the inner core, $\dot{R}(t) = \frac{dR}{dt}$. In our model, it is assumed to be fixed by the global energy balance of the core.

Two additional velocity scales can be defined by considering the two relevant force balances in equation A.2. Assuming that gravity is always the driver of melt extraction, the gravity force can either be balanced by viscous forces associated with matrix deformation, or by Darcy friction.

Balancing the matrix deformation terms with the gravitational force gives a velocity scale which depends on the length scale ℓ characteristic of porosity and velocity spatial variations,

$$V_{m,\ell} = \frac{\Delta\rho g \ell^2}{\eta_m}. \quad (21)$$

If the porosity and velocity fields vary smoothly from the center to the surface of the inner core, then $\ell \sim R$ and the matrix viscous deformation velocity scale is

$$V_m = \frac{\Delta\rho g R^2}{\eta_m}. \quad (22)$$

Balancing Darcy friction with the gravitational force gives the Darcy velocity scale defined as

$$V_D = \frac{\Delta\rho g p_0}{\eta_l}. \quad (23)$$

The ratio of these two velocity scales,

$$\frac{V_D}{V_m} = \frac{p_0}{R^2} \frac{\eta_m}{\eta_l}, \quad (24)$$

is also a measure of the ratio of Darcy friction to viscous forces associated with matrix deformation.

3.1.2 *Length scales*

The first obvious length scale is the radius R of the inner core.

A second relevant length scale is the so-called *compaction length* δ (McKenzie 1984) defined as

$$\delta = \sqrt{p_0 \frac{\eta_m}{\eta_l}}, \quad (25)$$

which is the length scale at which Darcy friction and viscous forces associated with matrix deformations are of the same order of magnitude. Viscous forces associated with matrix deformation dominates over Darcy friction if the length scale representative of porosity and velocity fields variations is smaller than δ . Darcy friction dominates over matrix viscous forces otherwise. In particular, matrix deformation forces dominates over Darcy friction if $R < \delta$.

A third length scale is obtained by finding the length scale at which the matrix viscous deformation velocity $V_{m,\ell}$ is equal to the growth rate of the inner core. Equating equations (21) with \dot{R} gives a length scale δ_m , the *reduced compaction length* (Ribe 1985a), defined as

$$\delta_m(R) = \left(\frac{\eta_m \dot{R}}{\Delta\rho g} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (26)$$

We will use yet another length scale, characteristic of Darcy migration, which we define as the distance travelled at velocity V_D in the time needed for the inner core to reach a size R . We denote by δ_D this length scale, which can be obtained from

$$\delta_D(R) = \int_0^R \frac{V_D(R')}{\dot{R}(R')} dR' \quad (27)$$

if the function $R(t)$ is prescribed.

We can note that the ratios of δ and δ_m to R are related to the velocity scales by

$$\frac{\delta}{R} = \left(\frac{V_D}{V_m} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (28)$$

$$\frac{\delta_m}{R} = \left(\frac{V_m}{\dot{R}} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (29)$$

Note also that $V_D/\dot{R} = (\delta/\delta_m)^2$ and therefore that $\delta_D = \int_0^R (\delta/\delta_m)^2 dR'$, which means that δ_D is not independent of δ and δ_m .

3.1.3 *Time variation of velocity and length scales.*

For R, \dot{R}, g, V_D, V_m and t the index "0" means that the variable is assessed at the current time.

Since the inner core size and gravity field evolve as crystallization proceeds, the velocity and length scales defined above, as well as their ratios, will in general be functions of time. Only the compaction length δ is independent of time.

We assume here that the radius of the inner core increases as the square root of time, $R = R_0(t/t_0)^{1/3}$ (Buffett et al. 1992), and therefore that $\dot{R} \propto t^{-1/2} \propto R^{-1}$. Since the acceleration of gravity is assumed linear in r , its value at the inner core boundary is $\propto R \propto t^{1/2}$. With this we find that

$$\frac{V_m}{\dot{R}} = \left(\frac{V_m}{\dot{R}} \right)_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^4 \quad (30)$$

$$\frac{V_D}{\dot{R}} = \left(\frac{V_D}{\dot{R}} \right)_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \quad (31)$$

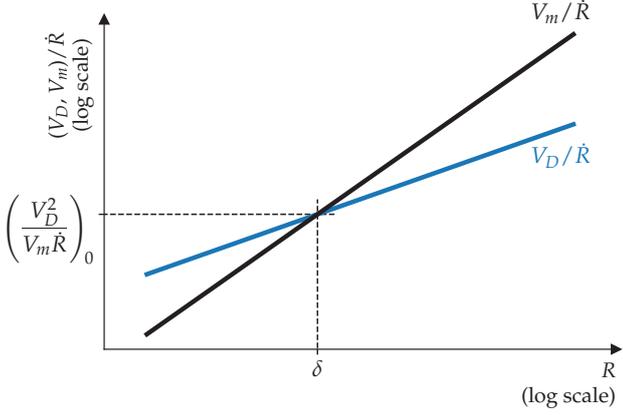


Figure 2. Schematic evolution of the ratios V_D/\dot{R} and V_m/\dot{R} as functions of inner core radius R .

while

$$\frac{\delta_m}{R} = \left(\frac{\delta_m}{R}\right)_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2}, \quad (32)$$

$$\frac{\delta_D}{R} = \frac{2}{3} \frac{V_{D_0} t_0}{R_0} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2. \quad (33)$$

The compaction length δ being constant, the ratio δ/R is simply $\propto 1/R$. The Darcy and matrix deformation velocities are equal when $R = \delta$, which happens at time $\tilde{t} = (\delta/R_0)^2$. The value of the ratios V_D/\dot{R} and V_m/\dot{R} at this specific time can be obtained from the present-day values of the parameters as

$$\left(\frac{V_D}{\dot{R}}\right)_{R=\delta} = \left(\frac{V_m}{\dot{R}}\right)_{R=\delta} = \left(\frac{V_D^2}{V_m \dot{R}}\right)_0. \quad (34)$$

3.2 Governing non-dimensional numbers

If phase change and thermal evolution are left aside, the system of equations reduces to an equation for momentum conservation (equation 18) and an equation for mass conservation (20 with Θ assumed constant). This set of equations, together with boundary conditions and the imposed time-evolution of the inner core radius, allows to determine the evolution of the velocity and porosity profiles as functions of 8 dimensional groups of parameters: η_m , η_l/p_0 , $\Delta\rho g$, ϕ_0 , t (or, equivalently, $R(t)$), r , R_0 and t_0 (we can consider the ratio η_l/p_0 as a unique parameter since η_l and p_0 do not appear independently of each other in the governing equations; the same applies to $\Delta\rho$ and g). These dimensional parameters are expressed in terms of three fundamental units (m, kg, s). According to Vashy-Buckingham theorem, we can therefore form $8 - 3 = 5$ independent non-dimensional parameters from these 8 dimensional groups. One possible choice, suggested by the analysis of section 3.1, is the following set:

$$\phi_0, \left(\frac{V_D}{\dot{R}}\right)_0, \left(\frac{V_m}{\dot{R}}\right)_0, \frac{R}{R_0}, \frac{r}{R}. \quad (35)$$

Other choices are possible; in particular the ratio t/t_0 could be used in place of R/R_0 , and one of $(V_D/\dot{R})_0$ or $(V_m/\dot{R})_0$ could be replaced by δ/R_0 , which can be obtained from their ratio (equation 28).

This implies that the porosity profile at a given time must be

of the form

$$\phi(r, t) = \mathcal{F}_1 \left(\phi_0, \left(\frac{V_D}{\dot{R}}\right)_0, \left(\frac{V_m}{\dot{R}}\right)_0, \frac{R}{R_0}, \frac{r}{R} \right). \quad (36)$$

The present-day porosity profile, $\phi(r, R = R_0)$, must therefore be a function of the form

$$\phi(r, R = R_0) = \mathcal{F}_1 \left(\phi_0, \left(\frac{V_D}{\dot{R}}\right)_0, \left(\frac{V_m}{\dot{R}}\right)_0, \frac{r}{R} \right), \quad (37)$$

while the average porosity $\bar{\phi}(R = R_0)$, or other volume-averaged quantities, must be of the form

$$\bar{\phi}(R = R_0) = \mathcal{F}_1 \left(\phi_0, \left(\frac{V_D}{\dot{R}}\right)_0, \left(\frac{V_m}{\dot{R}}\right)_0 \right). \quad (38)$$

3.3 Different scenarii

Figure 2 shows schematically the ratios V_D/\dot{R} and V_m/\dot{R} as functions of inner core radius R . Since $V_D/\dot{R} \propto R^2$ and $V_m/\dot{R} \propto R^4$, the matrix deformation velocity always starts smaller than Darcy velocity. In this situation, matrix deformation is the rate-controlling process of melt extraction. When R exceeds the compaction length δ , V_m becomes larger than V_D , which implies that melt extraction is now controlled primarily by Darcy friction. In addition, V_D and V_m need to be compared to the growth rate \dot{R} of the inner core: negligible melt extraction is expected if the lowest of V_m and V_D is itself smaller than \dot{R} , *i.e.* if the inner core crystallizes faster than the typical velocity of the process controlling melt extraction.

When discussing the present-day structure of the inner core, different evolution scenarii can be distinguished depending on: (i) whether the present-day radius of the inner core R_0 is smaller or larger than δ ; and (ii) whether the velocity characteristic of the rate-controlling melt extraction process is smaller or larger than \dot{R} . This leads to the 5 different possible evolution scenarii sketched on figure 3.

3.3.1 The case of $R_0 < \delta$

If $R_0 < \delta$ (cases A1 and A2), V_m is always smaller than V_D , which implies that matrix deformation is the rate-limiting process for melt extraction. Two different regimes can then be distinguished depending on whether V_m exceeds \dot{R} as some point in the history of the inner core, or not (or, equivalently if R exceeds or not δ_m).

(i) If V_m remains always smaller than \dot{R} (case A1, $V_m(R_0) < \dot{R}_0$, in figure 3), then no significant melt extraction is expected, since the inner core grows faster than the rate at which melt is expelled.

(ii) If instead V_m becomes larger than \dot{R} at some time $t < t_0$ (case A2, $V_m > \dot{R}(R_0)$, in figure 3), then the inner core starts in a regime with negligible melt extraction, before entering a regime in which melt extraction is controlled by matrix deformation.

According to equations (29), $V_m = \dot{R}$ when R is equal to the reduced compaction length δ_m . This happens when

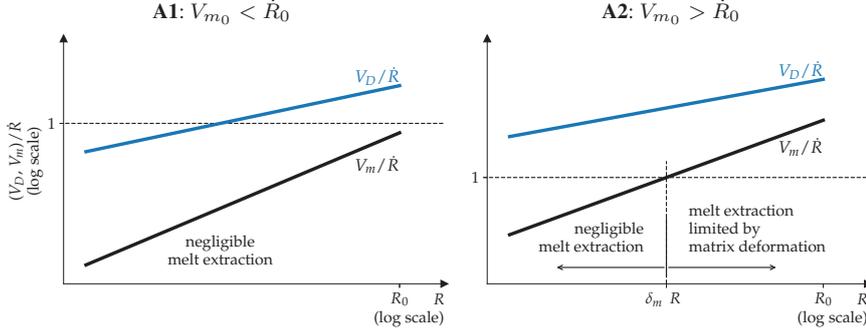
$$R = R_0 \left(\frac{\eta_m}{2\Delta\rho g_0 R_0 t_0} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (39)$$

The matrix deformation regime can be entered if this radius is smaller than R_0 , which is the case if

$$\frac{\eta_m}{2\Delta\rho g_0 R_0 t_0} < 1. \quad (40)$$

6 R. Metayer

A: $R_0 < \delta$



B: $R_0 > \delta$

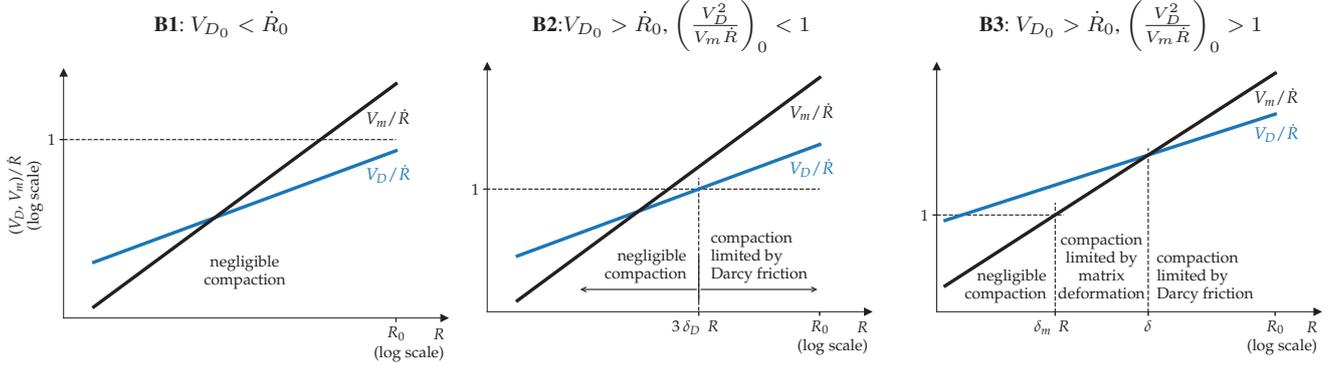


Figure 3. Schematics of the evolution with R of the ratios V_D/\dot{R} and V_m/\dot{R} in the different possible evolution scenarii.

3.3.2 The case of $R_0 > \delta$

If $R_0 > \delta$ (cases B1, B2, and B3), the rate-limiting process for melt extraction is matrix deformation ($V_m < V_d$) while $R < \delta$, and then becomes Darcy friction when R exceeds δ .

Three different sub-cases can be considered:

(i) If the smaller of V_m and V_D remains always smaller than \dot{R} (which here is the case if $V_{D0} < \dot{R}_0$, case B1 in figure 3), then no significant melt extraction is expected, as in case A1.

If $V_{D0} > \dot{R}_0$, two additional sub-cases can be considered depending on whether the lowest of V_m and V_D becomes larger than \dot{R} after of before the crossing point of V_m and V_D . According to the expression of V_m and V_D at the crossing point (equation 34), this will depend on whether the quantity $\left(\frac{V_D^2}{V_m \dot{R}}\right)_0$ is smaller or larger than 1.

(ii) If $V_{D0} > \dot{R}_0$ and $\left(\frac{V_D^2}{V_m \dot{R}}\right)_0 < 1$ (case B2 in figure 3), melt extraction is expected to be negligible while $V_D < \dot{R}$, and then becomes limited by Darcy friction when V_D exceeds \dot{R} , or, equivalently, when $R > 3\delta_D(R)$. According to equation (31), this happens at

$$R = R_0 \left(\frac{\dot{R}(R_0)}{V_D(R_0)} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (41)$$

(iii) Finally, if $V_{D0} > \dot{R}_0$ and $\left(\frac{V_D^2}{V_m \dot{R}}\right)_0 > 1$ (case B3 in figure 3), a sequence of three different regimes can be expected. As in all other cases, the inner core would start in a regime where negligible melt extraction is expected, since $V_m < \dot{R}$, matrix deformation being the rate-limiting process for melt extraction. When the radius of the inner core exceeds the reduced compaction length $\delta_m(R)$, then V_m exceeds \dot{R} , with still $V_m < V_D$, and melt extraction is

controlled by matrix deformation. When the inner core size reaches the compaction length δ , V_D eventually becomes larger than V_m , and melt extraction is now controlled by Darcy friction.

3.4 Overview

To study the results and the influence of $\alpha_\delta = \delta/R_0$ and $(\delta/(v_D t))_0 = 2\alpha_\delta/\alpha_D$, we carried out 8 series of calculation named from a to i. Series a, b and c correspond to a variation of $(\delta/(v_D t))_0$ from 1×10^{-4} to 1, with α_δ fixed to 1×10^{-2} and ϕ_0 equal respectively to 0.2, 0.4 and 0.6. Alternatively series d to i correspond to a variation of α_δ from 1×10^{-4} to 1×10^2 , for d to g ϕ_0 is equal to 0.4 and $(\delta/(v_D t))_0$ respectively to 1×10^{-1} , 1×10^{-2} , 1×10^{-3} and 1×10^{-4} ; for series h and i $(\delta/(v_D t))_0$ is equal to 1×10^{-3} and ϕ_0 to 0.2 and 0.6. The ϕ_0 value can be interpreted as the porosity reached when the solid starts to behave as a matrix and once convection in the mush did its effect. Indeed, the analytical study by Loper (1983) and experimental one by Huguet et al. (2016) suggest that the convection of the liquid under the ICB in the mush contributes a lot to the decrease in the liquid fraction very quickly. Nevertheless, the decrease in porosity has the consequence of reducing permeability which makes the motion of the liquid increasingly slow.

Before discussing the details of the porosity structure resulting from compaction of the inner core, it is useful to start by looking at how the final average porosity $\bar{\phi}$ varies with the governing parameters. $\bar{\phi}$ is a good measure of the efficiency of melt extraction.

Figure 4a shows $\bar{\phi}$, the average current porosity, as a function of $(V_m/\dot{R})_0$ and $(V_D/\dot{R})_0$. We can clearly see that the compaction is controlled by both $(V_m/\dot{R})_0$ and $(V_D/\dot{R})_0$. When these 2 values are less than 1, the compaction is negligible; for (V_m/\dot{R}) greater than around 10^2 and $(V_D/\dot{R})_0$ greater than around 10^1 , the residual

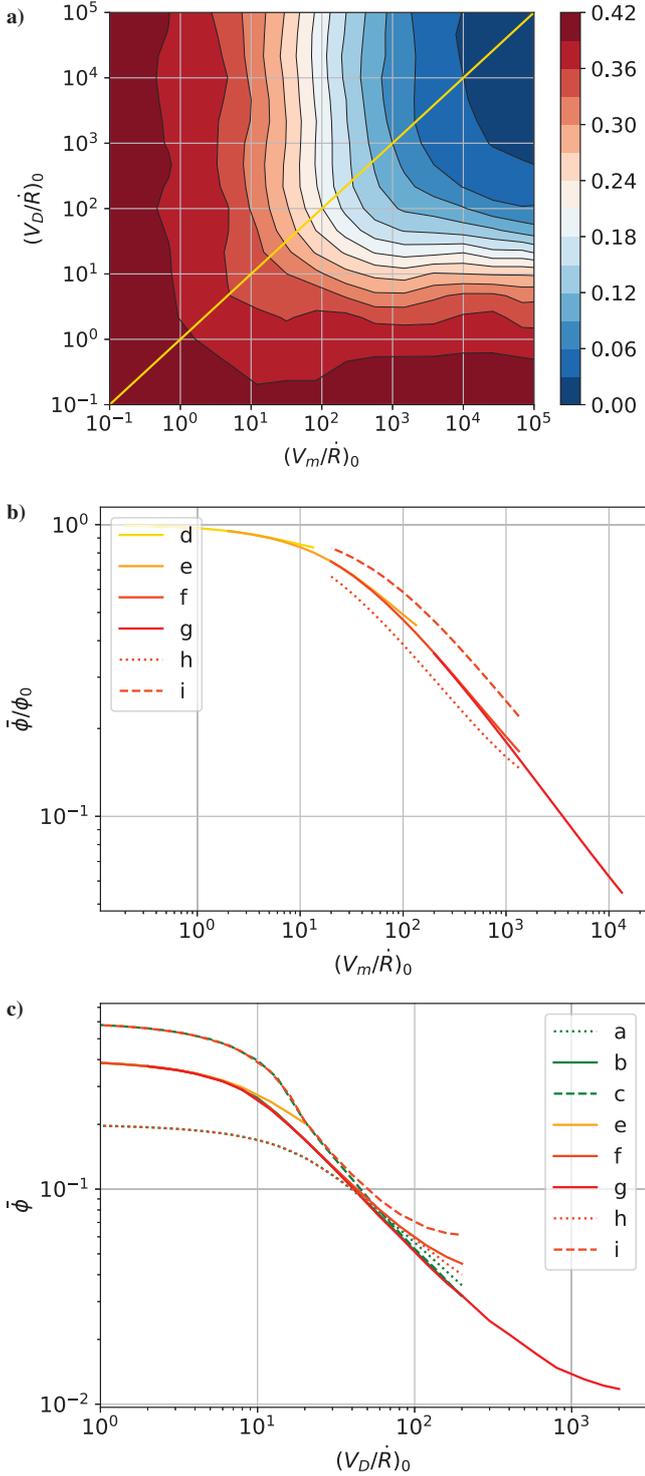


Figure 4. a) Average current porosity as a function of $(V_m/\dot{R})_0$ and $(V_D/\dot{R})_0$. b) Average current porosity as a function of $(V_m/\dot{R})_0$, all calculations for $\delta/R_0 > 1$. Series a, b and c are not plotted as these series do not fall in the regime where compaction is limited by matrix deformation. c) Average current porosity as a function of V_D/\dot{R} , all calculations for $\delta/R_0 < 0.1$. The profiles a ($\phi_0 = 0.2$), b ($\phi_0 = 0.4$) and c ($\phi_0 = 0.6$) correspond to $\alpha_\delta = 1 \times 10^{-2}$ and $(\delta/(v_D t))_0$ vary. Profiles d to i are for a varying α_δ and a fixed $(\delta/(v_D t))_0$ (d: $(\delta/(v_D t))_0 = 1 \times 10^{-1}$, $\phi_0 = 0.4$, e: $(\delta/(v_D t))_0 = 1 \times 10^{-2}$, $\phi_0 = 0.4$, f: $(\delta/(v_D t))_0 = 1 \times 10^{-3}$, $\phi_0 = 0.4$, g: $(\delta/(v_D t))_0 = 1 \times 10^{-4}$, $\phi_0 = 0.4$, h: $(\delta/(v_D t))_0 = 1 \times 10^{-3}$, $\phi_0 = 0.2$, i: $(\delta/(v_D t))_0 = 1 \times 10^{-3}$, $\phi_0 = 0.6$)

porosity is reduced by half compared to ϕ_0 . The gold line separates the Darcy regime and the regime controlled by matrix deformation.

Figure 4b shows $\bar{\phi}$ as a function of $(V_m/\dot{R})_0$, for $\phi_0 = 0.2$, 0.4, and 0.6, keeping only data points with $\alpha_\delta = \delta/R_0 > 1$. Starting from low values of $(V_m/\dot{R})_0$, one can see that $\bar{\phi}$ starts to become appreciably smaller than ϕ_0 when $(V_m/\dot{R})_0$ exceeds a value of approximately 1, in agreement with the qualitative picture of section 3.3.1. For a given value of ϕ_0 , the curves obtained for different values of δ collapse under the condition that $\delta/R_0 \gtrsim 1$. This shows that the porosity profile is set by the values of $(V_m/\dot{R})_0$ and ϕ_0 . According to figure 4b, the average porosity in the inner core would be less than 10% if $(V_m/\dot{R})_0 > 5 \times 10^1$, which corresponds to $\eta_m < 6 \times 10^{24}$ for maximum plausible inner core age. We find that $\bar{\phi}$ is well approximated by $\bar{\phi} \simeq 1.7(V_m/\dot{R})_0^{-0.46}$ at $\phi_0 = 0.4$, the power seems identical for other values of ϕ_0 but the multiplication factor is 0.7 for $\phi_0 = 0.2$ and 3.5 for $\phi_0 = 0.6$

Figure 4c shows $\bar{\phi}$ as a function of $(V_D/\dot{R})_0$, for $\phi_0 = 0.2$, 0.4, and 0.6, keeping now only the data points with $\alpha_\delta = \delta/R_0 < 0.1$. Starting from low values of $(V_D/\dot{R})_0$, one can see that $\bar{\phi}$ starts to become appreciably smaller than ϕ_0 when $(V_D/\dot{R})_0$ exceeds a value of approximately 1. Again, the collapse of the different curves at a given value of ϕ_0 shows that in this limit the final average porosity is a function of $(V_D/\dot{R})_0$ and ϕ_0 only. The average porosity in the inner core would be less than 10% if $(V_D/\dot{R})_0 > 5 \times 10^1$, which corresponds to $\eta_l < 2 \times 10^{-3}$ considering $p_0 = 4 \times 10^{-15} \text{m}^2$.

3.5 Large δ/R_0 limit

Figure 5a) shows the porosity (color scale) as a function of time and position r in the inner core, from a run in which $\delta > R_0$ and $(V_m/\dot{R})_0 > 1$ (case A2, in which matrix deformation is expected to be the rate-limiting process). The final porosity profile is shown on figure 6 ($\alpha_\delta = \delta/R_0 = 100$). In this regime the porosity always decreases monotonically with depth. Calculations with $\delta < R_0$ and $(V_m/\dot{R})_0 < 1$ (case A1) results in negligible melt extraction ($\phi \simeq \phi_0$), and calculations in these regimes are not shown here.

3.6 Small δ/R_0 limit

We will now discuss in more details the porosity structure resulting when $\delta/R_0 \ll 1$, in cases B1, B2, and B3. In this limit, melt extraction is expected to be controlled primarily by a balance between gravity forces and Darcy friction, as discussed in section 3.3.2. However, viscous forces associated with matrix deformation may still be locally large if regions of strong porosity gradients are present.

Case B1 results in negligible melt extraction ($\phi \simeq \phi_0$), and calculations in these regime are not shown here.

Figure 5b) shows the porosity (color scale) as a function of time and position r in the inner core, from a run in which $\delta < R_0$, $V_D(t_0) > \dot{R}(t_0)$, and $\left(\frac{V_D^2}{v_m \dot{R}}\right)_0 < 1$ (case B2). At small times, the porosity is initially almost uniform, before decreasing slowly with depth in a monotonic way. The porosity profile becomes qualitatively different at non-dimensional times larger than about 0.35 in this calculation: a low porosity layer starts to form below the ICB, and the porosity now evolves with depth in a non-monotonic way. The final porosity profile is shown on figure 6 ($\alpha_\delta = 2 \times 10^{-2}$). The porosity structure in this regime consists in three well-defined layers: (i) in the close vicinity of the ICB, there is a thin *boundary layer* in which the porosity decreases quickly from ϕ_0 ; (ii) be-

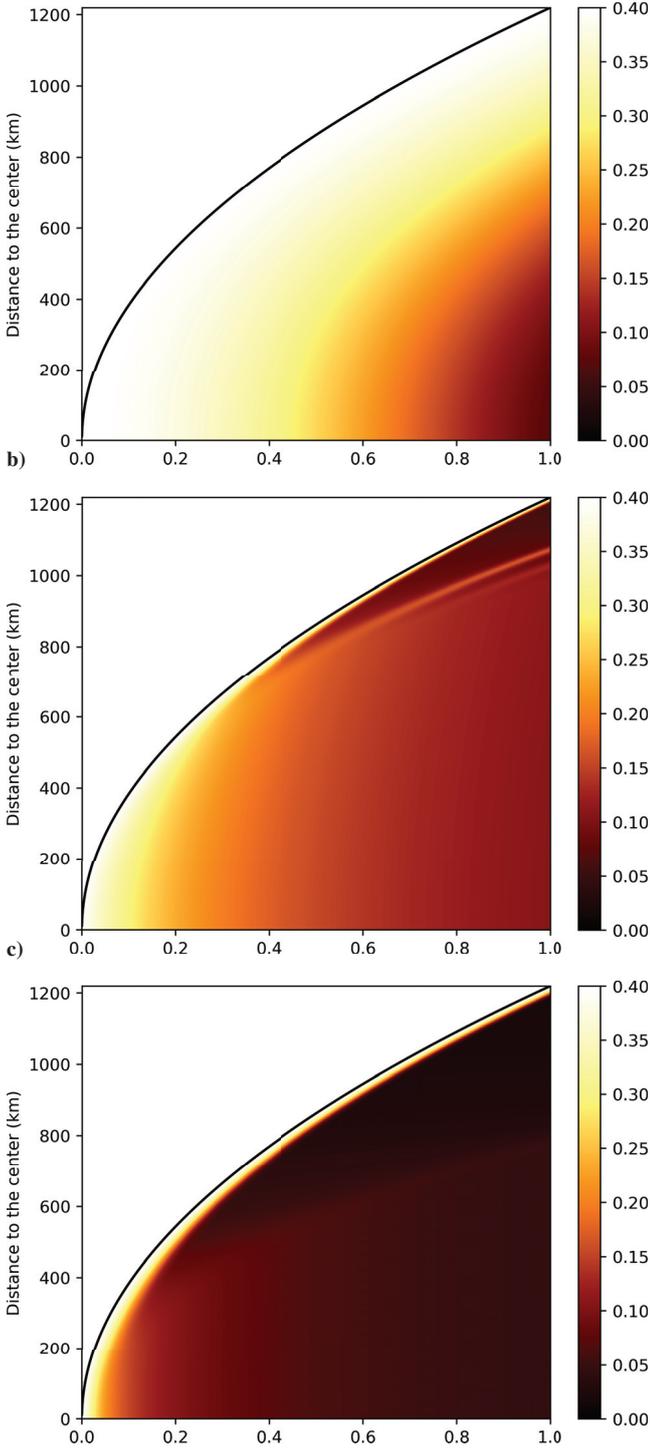


Figure 5. Porosity as a function of time (normalized to t_0) and radius for: **a)** a calculation in case A2, with $\delta/R_0 = 1 \times 10^2$, $(V_m/\dot{R})_0 = 2 \times 10^1$, **b)** a calculation in case B2, with $\delta/R_0 = 2 \times 10^{-2}$, $(V_D/\dot{R})_0 = 4 \times 10^1$, $(V_D^2/(V_m \dot{R}))_0 = 1.6 \times 10^{-2}$, and $\phi_0 = 0.4$. **c)** a calculation in case B3, with $\delta/R_0 = 1 \times 10^{-1}$, $(V_D/\dot{R})_0 = 2 \times 10^2$, $(V_D^2/(V_m \dot{R}))_0 = 2$, and $\phi_0 = 0.4$.

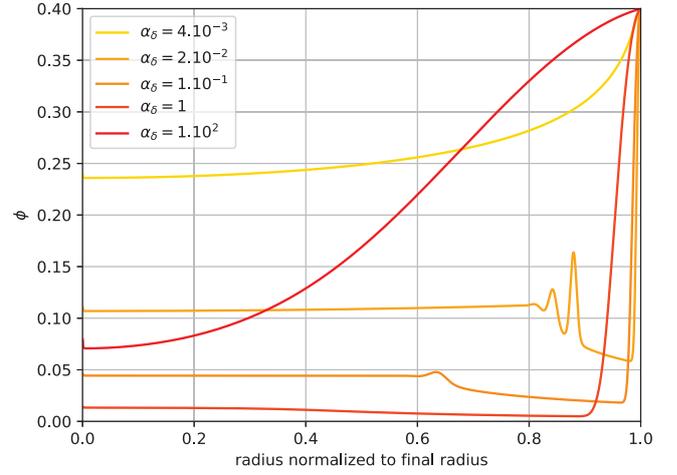


Figure 6. Five porosity profiles for various values of α_δ and $\alpha_D = 1.10^{-3}$.

low the boundary layer, we observe the formation of a *low porosity layer*, in which the porosity increases with depth; (iii) finally, the central part of the inner core exhibits an almost uniform porosity. The boundary between the low porosity layer and the central part of the inner core is not sharp, but instead exhibits wave-like porosity oscillations that migrates upward with time. The properties of these three layers are discussed quantitatively in the subsections below.

Figure 5c) shows the porosity (color scale) as a function of time and position r in the inner core, from a run in which $\delta < R_0$, $V_D(t_0) > \dot{R}(t_0)$, and $(\frac{V_D^2}{V_m \dot{R}})_0 > 1$ (case B3). The final porosity profile is shown on figure 6 ($\alpha_\delta = 10^{-1}$). At early time, the porosity structure is qualitatively similar with the $R_0 < \delta$ case (figure 5a)), with the porosity decreasing monotonically with depth. This is consistent with the analysis of section 3.3 which shows that in case B3 compaction is expected to be controlled by matrix deformation at early time. At later times, we observe the development of a porosity structure qualitatively similar to what is observed for case B2, with a thin boundary layer below the ICB, a low porosity layer, and a central region with higher and uniform porosity. The contrast between the low porosity layer and central part of the inner core is much less marked, however, because the central region of the inner core has been compacted more efficiently.

3.6.1 Surface boundary layer

Let us start by discussing the origin of the boundary layer observed below the ICB, in which the porosity evolves quickly from ϕ_0 to a appreciably lower values. Since the surface porosity is fixed, efficient melt extraction from the bulk of the inner core results in an increase of the gradient of porosity near the inner core boundary, which in turn implies an increase of the magnitude of the viscous forces associated with matrix deformation (since it is an increasing function of spatial derivatives of ϕ). This region of large porosity gradient is in essence a boundary layer, in which the viscous forces associated with matrix deformation dominates over Darcy friction. Below this layer, the porosity gradient is smaller and Darcy friction dominates over matrix viscous forces.

In the boundary layer, the porosity structure results from a competition between matrix deformations, which decreases ϕ , and inner core growth, which brings new high porosity material. Denoting by δ_{bl} the thickness of this layer, the matrix deformation

velocity scale is given by $V_{m,\delta_{bl}} = \Delta\rho g \delta_{bl}^2 / \eta_m$ (from equation (21)). A quasi-steady state (in a frame of reference moving with the ICB) can be reached when $V_{m,\delta_{bl}} \sim \dot{R}$, which gives

$$\delta_{bl} \sim \delta_m = \left(\frac{\eta_m \dot{R}}{\Delta\rho g} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (42)$$

as found by Sumita et al. (1996).

3.6.2 Low porosity layer

Below the boundary layer, the porosity evolves much more gradually with depth (smaller porosity gradients), and Darcy friction dominates over matrix viscous forces. We will denote the porosity below the boundary layer as the *residual porosity* ϕ_r , following Sumita et al. (1996).

Though important for the porosity structure in the vicinity of the ICB, the boundary layer does not set the residual porosity. In a quasi-steady state (again, in a frame of reference moving with the ICB), this residual porosity must be such that the flux of melt carried by Darcy flow in depth balances the flux of melt across the ICB. The former is ϕ_c times the melt velocity at porosity ϕ_c in the Darcy regime (*i.e.* in the absence of matrix deformation). The latter is simply $\phi_0 \dot{R}$. In a perfect Darcy regime at $\phi = \phi_r$, the liquid velocity would be

$$v_l = \frac{(1 - \phi_r)^2 \Delta\rho g p_0 \phi_r^2}{\phi_r \eta_l} \quad (43)$$

according to equation (18) with the porosity law $p(\phi) = p_0 \phi^2$. Balancing the Darcy flux with $\phi_0 \dot{R}$ thus gives

$$(1 - \phi_r) \phi_r \sim \left(\phi_0 \frac{\dot{R}}{V_D} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (44)$$

which, in the limit $\phi_r \ll 1$, predicts that $\phi_r \propto 1/R$ (since $V_D/\dot{R} \propto R^2$). The porosity below the boundary layer is therefore expected to decrease as inner core crystallization proceeds. If the porosity below the boundary layer is assumed to be ‘frozen in’ at the value ϕ_r corresponding to the value of R at which it formed, the resulting porosity profile would be $\phi = \phi_r(R = r) \propto 1/r$. The porosity would thus decrease with r , which is in qualitative agreement with the porosity profiles obtained numerically (see curves $\alpha_\delta = 2 \times 10^{-2}$ and 10^{-1} on figure 6).

Equation 44 is approximate because the porosity profile below the boundary layer is not perfectly flat, which implies a small but non zero deformation of the matrix, and therefore small deviations from a perfect Darcy regime. An exact relation (equation B.16) between ϕ_r , ϕ_0 and V_D/\dot{R} is obtained in appendix B in the case of the steady state compaction of a crystallizing half space (in cartesian geometry). Figure A2 in appendix B compares the superposition of porosity profiles at different times with a porosity profile build by assuming again that the residual porosity is frozen-in at the value $\phi(r) = \phi_r(R = r)$, with ϕ_r given by the prediction of equation B.16. The agreement is excellent, which shows that the porosity in the low porosity layer can be accurately predicted by equation B assuming $\phi(r) = \phi_r(R = r)$.

Figure 7 shows the time in inner core history at which the low porosity layer start to appear, as a function of $(V_D/\dot{R})_0$. Ignoring the points corresponding to cases in which $\delta > R_0$ (the parts of the curves in which this time increases with $(V_D/\dot{R})_0$), one can see that the different curves collapse on a power-law, with an exponent close to -1 , and a prefactor which is a function of ϕ_0 . The observed behaviour can be predicted from the crystallizing half space model

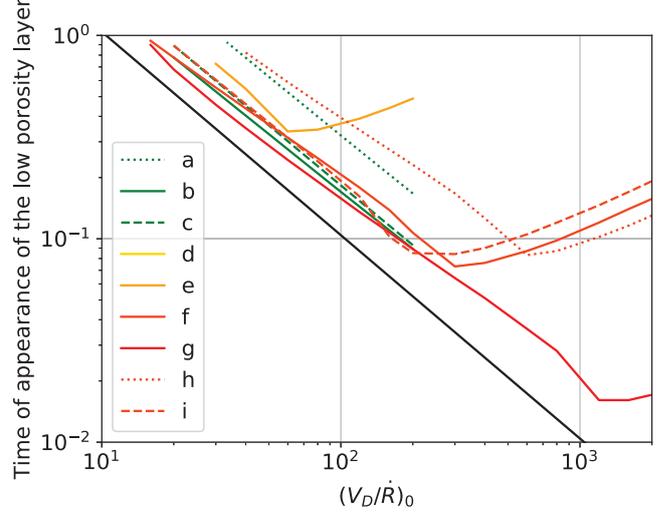


Figure 7. Time of appearance of the low porosity layer (normalized to t_0) as a function of $(V_D/\dot{R})_0$. The black line corresponds to a prediction for $\phi_0 = 0.4$. See figure 4 for legend.

developed in appendix B and already used to predict the porosity profile in the low porosity layer. The model indeed predicts that the residual porosity becomes smaller than ϕ_0 if

$$\frac{V_D}{\dot{R}} \geq \left(\frac{V_D}{\dot{R}} \right)_{lpl} = \frac{1}{\phi_0^2 (5\phi_0^2 - 8\phi_0 + 3)}, \quad (45)$$

which can be taken as a necessary condition for the formation of the low porosity layer. Since $V_D/\dot{R} = (V_D/\dot{R})_0 (R/R_0)^2 = (V_D/\dot{R})_0 (t/t_0)$ (equation 31), the requirement of equation 45 would be fulfilled after a critical time t_{lpl} given by

$$t_{lpl} = t_0 \left(\frac{V_D}{\dot{R}} \right)_{lpl} \left(\frac{V_D}{\dot{R}} \right)_0^{-1}. \quad (46)$$

The black line on figure 7 shows the prediction of equation 46, for $\phi_0 = 0.4$. There is a factor $\simeq 1.5$ between the numerical results and the prediction, but the power law exponent and general behaviour are well predicted.

The final thickness of the low porosity layer is shown on figure 8 as a function of $(V_D/\dot{R})_0$. One can see that the layer forms (thickness > 0) only if $(V_D/\dot{R})_0$ is larger than about 15, which is consistent with the discussion of previous paragraph: the formation of a low porosity layer requires $t_{lpl} < t_0$, which requires $(V_D/\dot{R})_0 > (V_D/\dot{R})_{lpl} \simeq 10.4$; the factor 1.5 between the prediction and the numerical result is consistent with the factor obtained for t_{lpl} . At larger values of $(V_D/\dot{R})_0$, we do not observe a satisfying collapse on a single master curve. This may be attributed to the fact that the lower limit of the low porosity layer seems to migrate as a porosity wave, which velocity is a function of the porosity profile (Scott & Stevenson 1984; Ricard et al. 2001). This porosity wave appears because melt extracted from the central part of the inner accumulates below the low porosity (and low permeability) layer to form a locally unstable porosity structure with high porosity material beneath low porosity material.

3.6.3 Central porosity

Figures 5(b,c) and 6 ($\alpha_\delta = 2 \times 10^{-2}$ or 10^{-1}) show that the porosity ϕ_c in the central part of the inner core, below the low porosity layer, is close to uniform, but decrease with time.

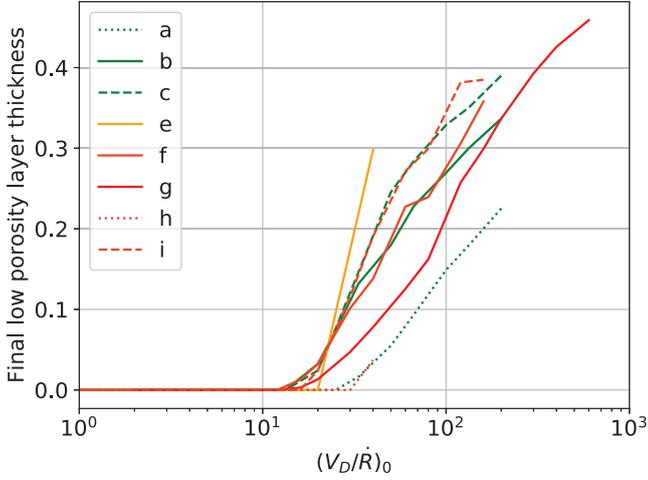


Figure 8. Final thickness of the low porosity layer as a function of $(V_D/\dot{R})_0$. See figure 4 for legend.

To model the evolution of $\phi_c(t)$, we assume perfect Darcy balance, which allows to write

$$v_l = \frac{\phi_c^2(1 - \phi_c)^2}{\phi_c} \frac{p_0 \Delta \rho g_0}{\eta_l R_0} r, \quad (47)$$

and inject into the equation of conservation of liquid mass (equation 4 with $\Gamma = 0$). Assuming ϕ_c to be a function of time only gives

$$\frac{d\phi_c}{dt} = -\frac{3p_0 \Delta \rho g_0}{\eta_l R_0} \phi_c^3 (1 - \phi_c)^2. \quad (48)$$

In the limit $\phi_c \ll 1$, the solution is

$$\phi_c(t) = \left(6 \frac{p_0 \Delta \rho g_0}{\eta_l R_0} t + C \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (49)$$

$$= \left(3 \left(\frac{V_D}{\dot{R}} \right)_0 \frac{t}{t_0} + C \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (50)$$

where C is an integration constant. C was estimated empirically as depending only on $(V_D/\dot{R})_0$ (figure 9) :

$$C = -5.0 \left(\frac{V_D}{\dot{R}} \right)_0^{0.55}. \quad (51)$$

3.6.4 Prediction of the final porosity profile

Figure 10 gives an example of the predictions of the central porosity, the porosity of the low porosity layer, and the porosity in the upper boundary layer, and compares them with the numerical solution of the system of equations. The predictions for the porosity profile in the central part of the inner core and in the low porosity layer (red and orange lines) are in good agreement with the actual porosity profile (black line), without the necessity of any adjustment factor. To fit the porosity structure in the boundary layer below the ICB, we assume that ϕ is of the form $\phi = \phi_0 \exp(-a(z/\delta_m)^2)$, where $z = R - r$ and a a fitting parameter, which corresponds to an approximate solution of the system of equations in the limit of small ϕ .

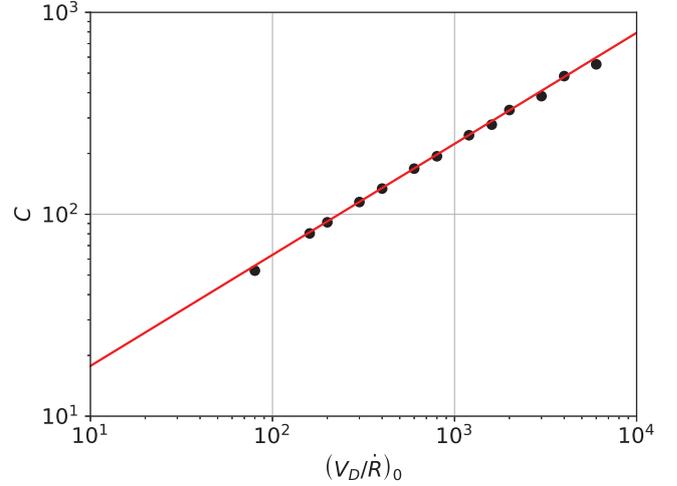
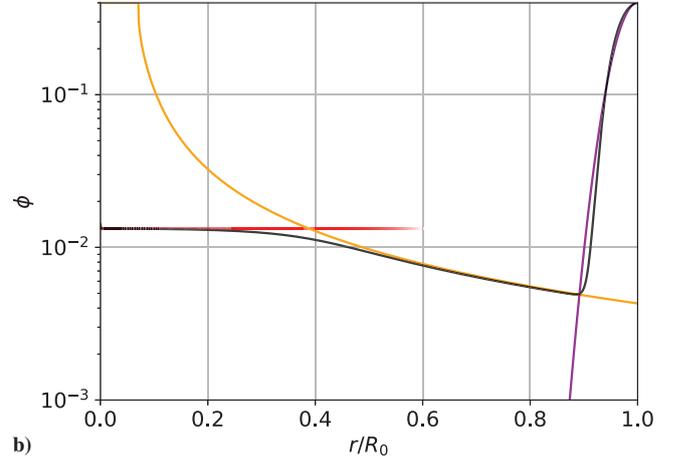


Figure 9. Empirical dependence of the parameter C as a function of $(V_D/\dot{R})_0$. The red line corresponds to the trend given in equation 51. **a)**



b)

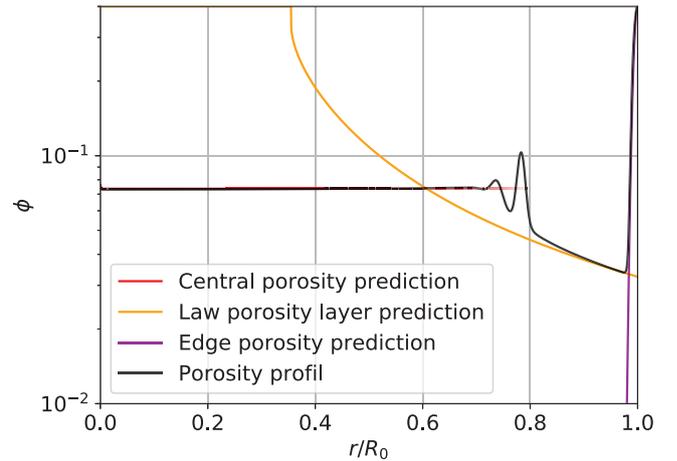


Figure 10. a) Porosity profile in the case $\delta/R_0 = 1$, $(v_D/\dot{R})_0 = 2 \times 10^3$ and $\phi_0 = 0.4$, along with the predictions for the central porosity, the porosity in the low porosity layer and the porosity of the surface boundary layer plotted as a Gaussian. **b)** Porosity profile in the case $\delta/R_0 = 4 \times 10^{-2}$, $(v_D/\dot{R})_0 = 8 \times 10^1$ and $\phi_0 = 0.4$

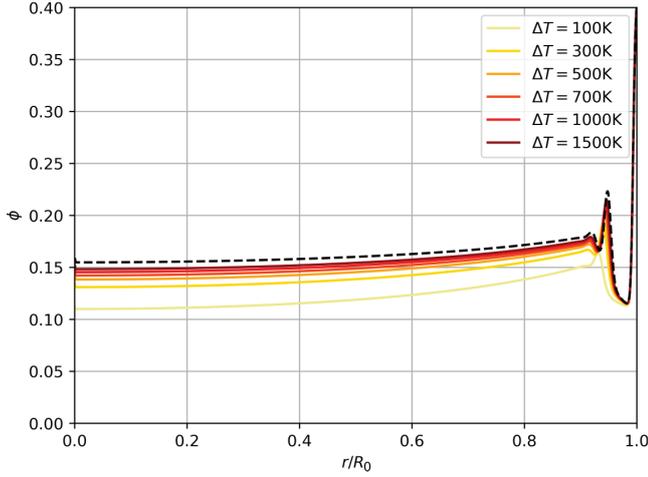


Figure 11. Comparison between final porosity profiles without phase change (dashed line) and with phase change for different values of β_T (legend directly expressed with ΔT). β_κ is taken equal to 0.1.

4 THE EFFECT OF PHASE CHANGE

By adding the phase change, 3 new variables are introduced in our equations: T , χ and Λ . However, the relationship between solute composition χ and temperature T means that only 2 degrees of freedom are added, which are determined by the parameters: β_κ and β_T (see appendix A for the non-dimensional set of equation). $\beta_\kappa = t_0 k / (R_0^2 \rho c_p) = t_0 / t_{\text{diffusive}}$ compares the age of the inner core to the characteristic diffusion time. The less constrained parameters in this non-dimensional number are the inner core age and the conductivity. A high value of β_κ corresponds to a large inner core age or a high conductivity. β_T compares the difference of melting temperature ΔT_P , due to the pressure variation across the inner core, with the drop of melting temperature $\Delta T = T(\chi = 0) - T(\chi_0)$ due to the light elements concentration χ_0 . ΔT_P is relatively well constrained compared to ΔT . β_T is a measure of the slope of the liquidus as seen on figure 1, and controls the importance of the 'anti-freeze' effect of the light elements on the rate of phase change. For all figures of this section we consider $\alpha_\delta = 1 \times 10^{-2}$ and $\alpha_D = 1 \times 10^{-3}$.

Figure 11 shows the effect of ΔT on the final porosity profile. Including phase change always results in a lower porosity, phase change corresponding here essentially solidification. The amount of solidification, and thus the decrease of ϕ , decreases with increasing values of β_T (or decreasing values of ΔT). This can be understood as follows: with an increasing value of ΔT , the liquidus slope increases; this implies that for a given temperature decrease, the associated increase in χ is lower, which requires less solidification. With $\Delta T = 700$ K as predicted by Alfè et al. (2002), the final average porosity in this specific calculation is 16.1% instead of 17.0% in the absence of phase change. The effect is more significant if the liquidus slope is smaller.

Phase change has a buffering effect on temperature, the latent heat associated with crystallization decreasing the cooling rate. This can be seen on figure 12, which shows the effect of β_T (or ΔT) on the final temperature profile. The temperature is systematically higher than without phase change (dashed black line), the effect being stronger for lower values of ΔT , in which the amount of solidification is higher.

Figure 13 shows the present-day rate of phase change as a function of radius in the inner core. The rate of phase change be-

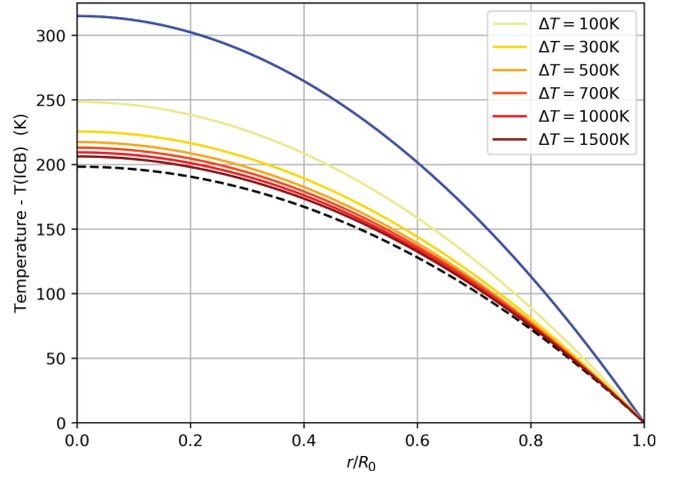


Figure 12. Final temperature profiles for different values of β_T (legend directly expressed with ΔT). The blue line is the temperature profile of first crystallization (the evolution of ICB temperature). The black dashed line corresponds to the case without phase change. β_κ is taken equal to 0.1.

ing defined such as it is positive for melting, the negative values in the deep inner core correspond to crystallization, as expected. Perhaps more surprisingly, the dominant phase change in the upper part of the inner core is melting. This is due to the motion of the liquid. The liquid coming from below is enriched in light elements because of crystallization, its composition being representative of thermodynamic equilibrium at depth. During its ascent, this liquid finds itself at a temperature which is higher than the liquidus temperature corresponding to its composition. This induces melting, which decreases the light elements concentration of the liquid and brings the two-phase mixture back to thermodynamic equilibrium. Despite melting, compaction is still efficient in this region.

The effect of β_κ is shown on figure 14 for $\beta_T = 0.45$, corresponding to $\Delta T = 700$ K. The higher β_κ , the higher the heat diffusion, the higher the crystallization rate. The effect is opposite to ΔT (similar to β_T).

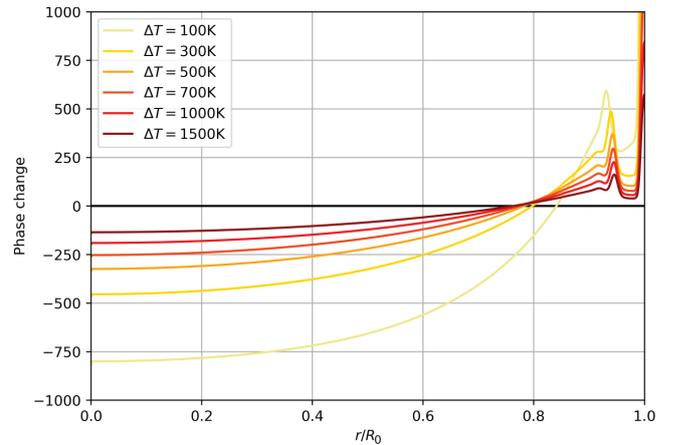


Figure 13. Comparison between profiles of the final rate of phase change for different values of β_T (legend directly expressed with ΔT). The rate of phase change is expressed in kg.m^{-3} , this mass per unit volume represents the total mass having changed phase if we imagine the change of phase to be constant over the entire age of the core. The value is negative for crystallization and positive for melting. β_T is taken equal to 0.45 ($\Delta T = 700$ K).

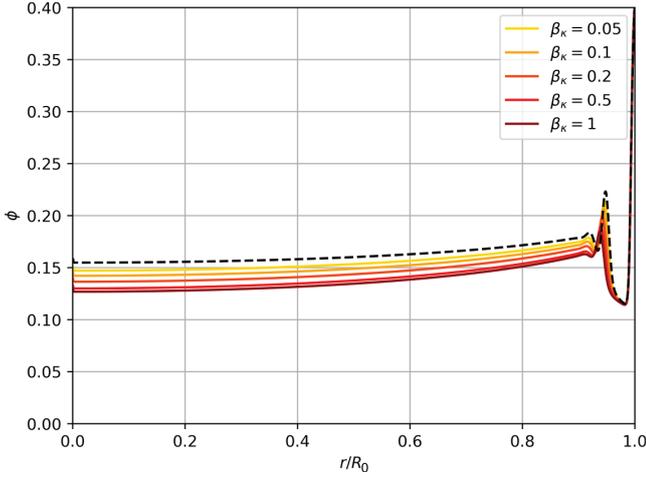


Figure 14. Comparison between final porosity profiles without phase change (dashed line) and with phase change for different values of β_k . β_T is taken equal to 0.45 ($\Delta T = 700\text{K}$).

5 IMPLICATIONS FOR EARTH'S INNER CORE

5.1 Plausible regimes

The primary parameter for distinguishing between the several possible regimes and resulting porosity profile is the ratio of the compaction length δ (defined in equation 25) to the present day radius of the inner core. The compaction length depends on the ratio of liquid and solid viscosities, and on the permeability law. Both are highly uncertain, but let us tentatively estimate the range of possible values of the compaction length δ .

The viscosity of the melt can be taken at $\eta_l \simeq 10^{-2}$ Pa.s. Published estimates of effective viscosity of the solid range from 10^{12} to 10^{22} Pa.s, with most published estimates falling between 10^{16} to 10^{22} Pa.s. This gives a viscosity ratio η_m/η_l in the range 10^{14} – 10^{24} for the full range of published estimates of η_m , and 10^{18} – 10^{24} for the restricted range.

Sumita et al. (1996) proposed to model the permeability of the inner core with the Blake-Kozeny-Carman equation, $p(\phi) = (a^2/K)\phi^3/(1-\phi)^2$, where a is the size of the grains composing the matrix, and K an empirical constant in the range 10-1000 according to McKenzie (1984). The Blake-Kozeny-Carman equation reduces to the permeability law we have used in the limit of small porosity, with our parameter p_0 given by $p_0 = a^2/K$. Bergman (1998) discuss the possible constraints we may have on the inner core grain size, and obtain estimates ranging from $\simeq 10$ cm to possible several hundreds of meters. A smaller grain size is possible near the ICB if the inner core crystallizes in a 'snowing core' regime rather than through dendritic growth (Gubbins et al. 2008; Wong et al. 2018). The grain size, and therefore also the permeability law, is in addition likely to be depth dependent.

With the estimates quoted above, we find p_0 in the range 10^{-5} to 10^5 m², with the smaller values of permeability corresponding to smaller grain sizes. It is not clear however that the Blake-Kozeny-Carman equation holds for the largest grain size quoted above, and the highest permeability are possibly unrealistically large. For comparison, the permeability in magma chambers mushes has been estimated around 10^{-10} m², while the permeability of compacting sediments has been estimated in the range 10^{-20} – 10^{-12} m² (Sumita et al. 1996). Sumita et al. (1996) used rather low values of the permeability in their model of inner compaction, consider-

ing permeability values as low as 10^{-20} m². With the range of viscosity ratios discussed above, the compaction length would typically be larger (or much larger) than the inner core size if we take the permeability values obtained from the Blake-Kozeny-Carman equation with Bergman (1998)'s estimates of grain size. This will put the inner core well in the $\delta > R_0$ regime. In contrast, taking smaller values of the permeability as considered by Sumita et al. (1996) would give $\delta < R_0$. For example a permeability of 10^{-10} m² and a solid viscosity of 10^{18} Pa.s gives $\delta = 100$ km.

It therefore seems difficult to ignore any of these two possibilities.

5.1.1 The case of $\delta > R_0$

The $\delta > R_0$ cases yield a porosity structure with a porosity increasing gradually with depth. In this case, we have found that efficient compaction requires $(V_m/\dot{R})_0 \gtrsim 1$ (figure 4b)), which is equivalent to the requirement that

$$\frac{\eta_m}{2\Delta\rho g_0 R_0 t_0} \lesssim 1. \quad (52)$$

This would be the case if the matrix viscosity is smaller than $\sim \Delta\rho g_0 R_0 t_0 \sim 6(t_0/1\text{Gy}) \times 10^{25}$ Pa.s, a conditions which is likely met. Without phase change, the average porosity would be $\bar{\phi} \simeq 2.6(V_m/\dot{R})^{-0.5}$, taking $\phi_0 = 0.4$ as a representative value. This would give

$$\bar{\phi} \simeq \left(\frac{\eta_m}{10^{18} \text{ Pa.s}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{t_0}{1 \text{ Gy}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times 1.1 \times 10^{-4}. \quad (53)$$

Taking into account phase change results in a slightly smaller porosity. An average porosity below 1% is reached if the viscosity is smaller than 10^{22} Pa.s. A smaller viscosity would yield a smaller porosity. Inner core compaction would thus be very efficient in this regime.

5.1.2 The case of $\delta < R_0$

The $\delta < R_0$ case yields a more complex porosity structure, with non-monotonic evolution of porosity with depth. The most interesting feature of this type of porosity profiles is that the central part, with uniform porosity, is overlaid by a layer of lower porosity. The density of melt being lower than the density of the solid matrix, this results in an unstably stratified density profile: a dense, low porosity layer overlying a lower density, higher porosity layer. This porosity structure could therefore result in the development of a Rayleigh-Taylor instability which could induce a global overturn of the inner core.

In the low Reynolds number limit relevant for the inner core, the growth rate σ of such instability is given by

$$\sigma \sim \frac{(\rho_c - \rho_{lpl})gH^2}{\eta_m \lambda}, \quad (54)$$

where ρ_c is the density of the central part of the inner core, and ρ_{lpl} the density of the low porosity layer. H is the thickness of the low porosity layer, and λ is the wave length of the instability. At low Reynolds, the most unstable wavelength is the largest possible, which here would be roughly the perimeter of the inner core, $2\pi R$. The density difference between the low porosity layer and the central part of the inner core is

$$\rho_{lpl} - \rho_c = \Delta\rho(\phi_c - \phi_{lpl}). \quad (55)$$

The growth rate of the Rayleigh-Taylor instability is therefore

$$\sigma \sim \frac{\Delta\rho(\phi_c - \phi_{lpl})gH^2}{2\pi\eta_m R}, \quad (56)$$

from which we find that the timescale of instability growth τ_{RT} is

$$\tau_{RT} \sim \frac{2\pi\eta_m R}{\Delta\rho(\phi_c - \phi_{lpl})gH^2}. \quad (57)$$

We find

$$\tau_{RT} \sim \left(\frac{\eta_m}{10^{18} \text{ Pa}\cdot\text{s}}\right) \left(\frac{H}{100 \text{ km}}\right)^{-2} \left(\frac{\phi_c - \phi_{lpl}}{10^{-2}}\right)^{-1} \times 1 \text{ My}. \quad (58)$$

The timescale for instability growth is strongly dependent on some poorly constrained parameters, the viscosity of the matrix in particular, but the above calculation suggests that it could be significantly smaller than the age of the inner core. Sustained convective motions may even develop: since the porosity just below the ICB boundary layer is a decreasing function of time, higher density material is produced continuously below the ICB, which in practice will result in a destabilizing buoyancy flux. The resulting motion may be analog to the convection regimes typical of thermal or compositional convection.

Either a single overturn of the low porosity layer or sustained convective motions could be viable mechanisms for explaining the N-S seismic anisotropy of the inner core or its hemispherical dichotomy. The study of these instabilities and of their possible implications for the structure of the inner core will require a 2D (axisymmetric) or 3D code. Note also that the effect of phase change, while moderate when considering a 1D problem as done here, may be more significant if an overturn is considered, since phase change could induce lateral porosity variations between upwellings, in which melting would happen, and downwellings, in which further crystallization would happen.

ACKNOWLEDGMENTS

DATA AVAILABILITY

The inclusion of a Data Availability Statement is a requirement for articles published in GJI. Data Availability Statements provide a standardised format for readers to understand the availability of data underlying the research results described in the article. The statement may refer to original data generated in the course of the study or to third-party data analysed in the article. The statement should describe and provide means of access, where possible, by linking to the data or providing the required accession numbers for the relevant databases or DOIs.

REFERENCES

- Alexandrov, D. & Malygin, A., 2011. Coupled convective and morphological instability of the inner core boundary of the earth, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **189**(3-4), 134–141.
- Alfè, D., Gillan, M., & Price, G. D., 2002. Composition and temperature of the earth's core constrained by combining ab initio calculations and seismic data, *Earth and Planetary Science Letters*, **195**(1-2), 91–98.
- Bercovici, D., Ricard, Y., & Schubert, G., 2001. A two-phase model for compaction and damage: 1. general theory, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **106**(B5), 8887–8906.
- Bergman, M. I., 1998. Estimates of the earth's inner core grain size, *Geophysical research letters*, **25**(10), 1593–1596.

- Bergman, M. I. & Fearn, D. R., 1994. Chimneys on the earth's inner-outer core boundary?, *Geophysical research letters*, **21**(6), 477–480.
- Birch, F., 1952. Elasticity and constitution of the earth's interior, *Journal of Geophysical Research*, **57**(2), 227–286.
- Buffett, B. A., 2003. The thermal state of earth's core, *Science*, **299**(5613), 1675–1677.
- Buffett, B. A., Huppert, H. E., Lister, J. R., & Woods, A. W., 1992. Analytical model for solidification of the earth's core, *Nature*, **356**(6367), 329–331.
- Deguen, R., 2012. Structure and dynamics of earth's inner core, *Earth and Planetary Science Letters*, **333**, 211–225.
- Deguen, R., Alboussière, T., & Brito, D., 2007. On the existence and structure of a mush at the inner core boundary of the earth, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **164**(1-2), 36–49.
- Fearn, D. R., Loper, D. E., & Roberts, P. H., 1981. Structure of the earth's inner core, *Nature*, **292**(5820), 232–233.
- Gubbins, D., Masters, G., & Nimmo, F., 2008. A thermochemical boundary layer at the base of earth's outer core and independent estimate of core heat flux, *Geophysical Journal International*, **174**(3), 1007–1018.
- Hirose, K., Labrosse, S., & Hernlund, J., 2013. Composition and state of the core, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **41**, 657–691.
- Huguet, L., Alboussière, T., Bergman, M. I., Deguen, R., Labrosse, S., & Lesœur, G., 2016. Structure of a mushy layer under hypergravity with implications for earth's inner core, *Geophysical Journal International*, **204**(3), 1729–1755.
- Huguet, L., Van Orman, J. A., Hauck II, S. A., & Willard, M. A., 2018. Earth's inner core nucleation paradox, *Earth and Planetary Science Letters*, **487**, 9–20.
- Labrosse, S., 2003. Thermal and magnetic evolution of the earth's core, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **140**(1-3), 127–143.
- Lasbleis, M., Kervazo, M., & Choblet, G., 2020. The fate of liquids trapped during the earth's inner core growth, *Geophysical Research Letters*, **47**(2), e2019GL085654.
- Lister, J. R. & Buffett, B. A., 1995. The strength and efficiency of thermal and compositional convection in the geodynamo, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **91**(1-3), 17–30.
- Loper, D. E., 1983. Structure of the inner core boundary, *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, **25**(1-2), 139–155.
- McKenzie, D., 1984. The generation and compaction of partially molten rock, *Journal of petrology*, **25**(3), 713–765.
- Nimmo, F., 2007. Energetics of the core, *Treatise on geophysics*, **8**, 31–65.
- Pozzo, M., Davies, C., Gubbins, D., & Alfe, D., 2012. Thermal and electrical conductivity of iron at earth's core conditions, *Nature*, **485**(7398), 355–358.
- Ribe, N. M., 1985a. The deformation and compaction of partial molten zones, *Geophysical Journal International*, **83**(2), 487–501.
- Ribe, N. M., 1985b. The generation and composition of partial melts in the earth's mantle, *Earth and Planetary Science Letters*, **73**(2-4), 361–376.
- Ricard, Y., 2015. Physics of mantle convection, *Treatise on Geophysics, Second Edition*, pp. 23–71.
- Ricard, Y., Bercovici, D., & Schubert, G., 2001. A two-phase model for compaction and damage: 2. Applications to compaction, deformation, and the role of interfacial surface tension, *J. Geophys. Res.*, **106**, 8907–8924.
- Roberts, P. H., Jones, C. A., & Calderwood, A. R., 2003. Energy fluxes and ohmic dissipation in the earth's core, *Earth's core and lower mantle*, pp. 100–129.
- Scott, D. R. & Stevenson, D. J., 1984. Magma solitons, *Geophysical Research Letters*, **11**(11), 1161–1164.
- Shimizu, H., Poirier, J., & Le Mouél, J., 2005. On crystallization at the inner core boundary, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **151**(1-2), 37–51.
- Singh, S., Taylor, M., & Montagner, J., 2000. On the presence of liquid in earth's inner core, *Science*, **287**(5462), 2471–2474.
- Šrámek, O., 2008. *Modele d'écoulement biphasé en sciences de la terre: fusion partielle, compaction et différenciation*, Ph.D. thesis.
- Šrámek, O., Ricard, Y., & Bercovici, D., 2007. Simultaneous melting and compaction in deformable two-phase media, *Geophysical Journal*

International, **168**(3), 964–982.

Sumita, I., Yoshida, S., Kumazawa, M., & Hamano, Y., 1996. A model for sedimentary compaction of a viscous media and its application to inner-core growth, *Geophys. J. Int.*, **124**, 302–324.

Terasaki, H., Kamada, S., Sakai, T., Ohtani, E., Hirao, N., & Ohishi, Y., 2011. Liquidus and solidus temperatures of a fe–o–s alloy up to the pressures of the outer core: Implication for the thermal structure of the earth’s core, *Earth and Planetary Science Letters*, **304**(3–4), 559–564.

Tkalčić, H. & Phm, T.-S., 2018. Shear properties of earth’s inner core constrained by a detection of j waves in global correlation wavefield, *Science*, **362**(6412), 329–332.

Vočadlo, L., 2007. Ab initio calculations of the elasticity of iron and iron alloys at inner core conditions: Evidence for a partially molten inner core?, *Earth and Planetary Science Letters*, **254**(1–2), 227–232.

Wong, J., Davies, C. J., & Jones, C. A., 2018. A boussinesq slurry model of the f-layer at the base of earth’s outer core, *Geophysical Journal International*, **214**(3), 2236–2249.

Zhang, Y., Sekine, T., He, H., Yu, Y., Liu, F., & Zhang, M., 2016. Experimental constraints on light elements in the earth’s outer core, *Scientific reports*, **6**(1), 1–9.

Zhang, Y., Hou, M., Liu, G., Zhang, C., Prakapenka, V. B., Greenberg, E., Fei, Y., Cohen, R., & Lin, J.-F., 2020. Reconciliation of experiments and theory on transport properties of iron and the geodynamo, *Physical Review Letters*, **125**(7), 078501.

APPENDIX A: NON-DIMENSIONAL SET OF EQUATIONS

A1 Dimensionless variables

The variable Θ , which is dimensionally homogeneous to a temperature, is made non-dimensional by dividing it by $\Delta T = T(\chi_0) - T(\chi = 0)$, the difference of melting temperature between eutectic and pure nickel-iron ($\chi = 0$). This gives $\tilde{\Theta} = \chi/\chi_0$.

To obtain a spatial grid adapted to the growth of the inner core, the variable r is normalized by the inner core radius $R(t)$: $\tilde{r} = r/R(t)$ where $R(t) = R_0(t/t_0)^{1/2}$; $R_0 = 1220$ km is the current radius and t_0 the inner core age. The time derivatives in the r coordinate system can be written in the \tilde{r} coordinate system as

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_r = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\tilde{r}} - \tilde{r} \frac{\dot{R}}{R} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}}, \quad (\text{A.1})$$

where $\dot{R}(t) = \frac{dR}{dt}$. Doing this change of variable thus introduces additional spatial derivatives in the equations of conservation of heat and solute.

We make time non-dimensional by dividing it by the time scale t_D defined as the ratio of the compaction length scale $\delta = \sqrt{p_0 \eta_m / \eta_l}$ to the Darcy velocity $(V_D)_{R=R_0} = |\Delta \rho| g_0 p_0 / \eta_l$ where g_0 is the gravity at the present-day ICB and $p_0 = p(\phi = 1)$ a characteristic permeability appearing in the permeability function. The physical meaning of δ will be discussed in section 3.1.2.

A2 Dimensionless parameters

Our numerical model depends on a limited number of parameters identified in dimensionless equations. These parameters are:

- $\alpha_\delta = \frac{\delta}{R_0}$,
- $\alpha_D = \frac{2V_D t_0}{R_0} = \left(\frac{V_D}{R} \right)_0$,
- $\beta_\kappa = \frac{t_0}{\frac{R_0^2 \rho c_p}{k}} = \frac{t_0}{\frac{R_0^2}{\kappa}} = t_{\text{diffusive}}$,
- $\beta_T = \frac{\Delta T_P}{\Delta T}$,
- $S = \frac{L}{c_p \Delta T_P}$ considered constant,
- $K_\Psi = \frac{|\Delta \rho| g_0 R_0}{\rho_m c_p, m \Delta T_P}$ considered constant.

where ΔT_P is the fraction of temperature difference between center and present day ICB only due to pressure difference ΔP_g . The 2 first ‘ α ’ parameters are not linked to temperature and phase change and were already studied. ‘ β ’ parameters characterize the effects of temperature and the resulting phase change. S is a Stefan-like parameter which we consider relatively well constrained as K_Ψ which appears in the dissipation term.

A3 Momentum conservation

Using a linear gravity profile $g = R/R_0 \tilde{r} g_0$, the equation of conservation of momentum becomes

$$\tilde{\partial}_r \left[\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r \left(\tilde{r}^2 \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l \right) \right] + 4 \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{r}} \frac{\tilde{v}_l}{\tilde{r}} - \frac{\phi}{1-\phi} \frac{2}{\alpha_\delta \alpha_D \phi^n} \tilde{t} \tilde{v}_l = -s(1-\phi) \frac{2}{\alpha_D} \tilde{t} \tilde{r}. \quad (\text{A.2})$$

A4 Energy conservation

The equation of energy conservation in non-dimensional form writes

$$\begin{aligned} \phi \Sigma \frac{D_l \tilde{\Theta}}{D \tilde{t}} + (1-\phi) \frac{D_m \tilde{\Theta}}{D \tilde{t}} &= \frac{\beta_\kappa}{\tilde{t}} \frac{1}{\tilde{r}^2} \tilde{\partial}_r \left(\tilde{r}^2 \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta} \right) \\ &+ (1+\phi(\Sigma-1)) \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta} - 12 \frac{\beta_T \beta_\kappa \alpha_\delta}{\alpha_D} \\ &+ K_\Psi \frac{2\beta_T}{\alpha_D} \tilde{t} \frac{\phi^2}{(1-\phi)^2 \phi^n} \tilde{v}_l^2 \\ &+ K_\Psi \alpha_\delta \beta_T \left[\frac{4}{3} \frac{1}{1-\phi} \left(\left(\frac{\tilde{\phi} \tilde{v}_l}{1-\phi} + \phi \tilde{v}_l \right)^2 - \frac{2}{\tilde{r}} \left(\frac{\phi \tilde{\phi} \tilde{v}_l^2}{1-\phi} + \phi^2 \tilde{v}_l \tilde{v}_l \right) \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{1}{\tilde{r}^2} \phi^2 \tilde{v}_l^2 \right) + K \frac{\phi}{1-\phi} \left(\frac{2}{\tilde{r}} \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l + \frac{\tilde{\phi}}{(1-\phi)^2} \tilde{v}_l + \frac{\phi}{1-\phi} \tilde{v}_l \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

where

$$\Sigma = \frac{\rho_l c_{p,l}}{\rho_m c_{p,m}} \left[1 - \frac{S}{\tilde{\Theta}} \right] = 1 - \frac{S}{\tilde{\Theta}}; \quad (\text{A.4})$$

the variable $\tilde{\Theta}$ in the denominator is relatively embarrassing for solving the equation, its presence makes writing a numerical scheme complex. When solving numerically the system of equations, we use an iterative procedure to evaluate this term, starting with the temperature of the previous time step and updating it until the desired convergence.

A5 Solute conservation

The equation of solute conservation becomes

$$\tilde{\partial}_t \left(\phi \tilde{\Theta} \right) - \frac{\tilde{r}}{2\tilde{t}} \tilde{\partial}_r \left(\phi \tilde{\Theta} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \partial_r \left(\tilde{r}^2 \phi \tilde{\Theta} \tilde{v}_l \right) = 0. \quad (\text{A.5})$$

APPENDIX B: RESIDUAL POROSITY

When the rate of growth V of the two-phase region is large compared to the Darcy velocity, solving numerically the governing equations in cartesian coordinates shows that the porosity decreases when going away from the boundary in a layer of thickness $\sim \sqrt{\frac{\eta_m V}{\Delta \rho g}}$ before reaching a constant value, which we call the *residual porosity* ϕ_r (Sumita et al. 1996). The force balance

is between gravity and matrix deformation in the upper layer, and between gravity and Darcy friction at larger depths (Sumita et al. 1996). Our goal here is to obtain a prediction for the residual porosity. The analysis described here follows the general procedure developed in section 6.3.2 of Sumita et al. (1996), but differs in the details because the governing equations and permeability functions we use differs from those used in Sumita et al. (1996).

We ignore the effect of phase change, and assume that the acceleration of gravity is constant. We use a 1D cartesian coordinate system with coordinate z , and consider a semi-infinite two-phase region extending from $-\infty$ to $z = h(t)$. The boundary at $z = h(t)$ moves upward at a constant velocity $V = dh/dt$. In this system of coordinates, the equations of conservation of momentum 18 and mass 20 write

$$\eta_m \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)(1-\phi)}{\phi} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\phi}{1-\phi} v_l \right) \right] - \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\eta_l}{p(\phi)} v_l + (1-\phi)\Delta\rho g = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\phi v_l) = 0, \quad (\text{B.2})$$

with $\phi v_l + (1-\phi)v_m = 0$ as in the spherically symmetric case. The boundary conditions at $z = h$ are

$$\phi = \phi_0 \quad (\text{B.3})$$

$$\left. \frac{\partial v_m}{\partial z} \right|_{z=h} = 0. \quad (\text{B.4})$$

The second condition (stress-free condition) also implies that

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\phi}{1-\phi} v_l \right) \right|_{z=h} = 0. \quad (\text{B.5})$$

We look for a stationary solution in the frame of reference moving with the boundary at $z = h$. To this aim, we use the change of variable $\zeta = z - Vt$, which fixes the boundary at $\zeta = 0$. Assuming that the porosity is a function of ζ only, the derivative with respect to t and z are given by

$$\frac{\partial}{\partial t} = -V \frac{d}{d\zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{d}{d\zeta}. \quad (\text{B.6})$$

Equation B.2 thus becomes

$$-V \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\phi v_l) = 0, \quad (\text{B.7})$$

which implies that

$$(1-\phi)V + \phi v_l = c_0 \quad (\text{B.8})$$

is a constant and that

$$\frac{d}{d\zeta} \left(\frac{\phi}{1-\phi} v_l \right) = \frac{c_0}{(1-\phi)^2} \frac{d\phi}{d\zeta}. \quad (\text{B.9})$$

The stress-free condition B.5 at $\zeta = 0$ thus also implies that

$$\left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta=0} = 0. \quad (\text{B.10})$$

Using equations B.8 and B.9 to express v_l and its derivative as functions of ϕ , equation B.1 can be recast as an equation for ϕ only, which writes

$$c_0 \eta_m \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)}{\phi(1-\phi)} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right] - \frac{\eta_l}{p(\phi)} \left(\frac{c_0}{1-\phi} - V \right) + (1-\phi)\Delta\rho g = 0. \quad (\text{B.11})$$

We can obtain a first constraint on the residual porosity ϕ_r by considering the limit $\zeta \rightarrow -\infty$ of equation B.11, where the two-phase mixture is in Darcy balance. In this limit, the porosity profile must be flat, with $\phi \rightarrow \phi_r$, $d\phi/d\zeta \rightarrow 0$, and $d^2\phi/d\zeta^2 \rightarrow 0$. The first term in equation B.11 thus vanishes. In this limit, taking $\phi = \phi_r$ in equation B.11 gives

$$c_0 = (1-\phi_r)V + p(\phi_r)(1-\phi_r)^2 \frac{\Delta\rho g}{\eta_l}. \quad (\text{B.12})$$

A second equation involving c_0 and ϕ_r can be obtained by rewriting equation B.11 as

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{1}{2} \frac{c_0 \eta_m}{\Delta\rho g} \left(\frac{(K + \frac{4}{3}\phi)}{\phi(1-\phi)} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right)^2 + F(\phi) \right] = 0, \quad (\text{B.13})$$

where $F(\phi)$ is the anti-derivative of the function

$$f(\phi) = \frac{K + \frac{4}{3}\phi}{\phi(1-\phi)} \left[1 - \phi - \frac{\eta_l}{p(\phi)\Delta\rho g} \left(\frac{c_0}{1-\phi} - V \right) \right]. \quad (\text{B.14})$$

Equation B.13 implies that the quantity within brackets is independent of ζ . But since $d\phi/d\zeta = 0$ at $\zeta = 0$ (equation B.10) and at $\zeta \rightarrow -\infty$, this implies that

$$F(\phi_0) = F(\phi_r). \quad (\text{B.15})$$

Integrating $f(\phi)$ with $p(\phi) = p_0\phi^3$ and using equation B.12 to remove c_0 in equation B.15, we find the residual porosity is linked to the ratio V_D/V through the relation

$$\frac{V_D}{V} = \frac{f_1(\phi_r) - f_1(\phi_0)}{f_2(\phi_r) - f_2(\phi_0)}, \quad (\text{B.16})$$

where

$$\begin{aligned} f_1(\phi) &= \frac{[4(K+1)\phi_r - 3K]\phi + 2K\phi_r}{6\phi^3(1-\phi)} \\ &- \frac{12(K+1)\phi_r - 9K - 8}{3} \times \\ &\left[\ln \frac{\phi}{1-\phi} + \frac{1}{1-\phi} \left(1 - \frac{1}{2\phi} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

and

$$\begin{aligned} f_2(\phi) &= K \ln \phi + \frac{4}{3}\phi \\ &- \phi_r^3(1-\phi_r)^2 \left[4(K+1) \ln \frac{\phi}{1-\phi} \right. \\ &\left. + \frac{2(K+1)(6\phi^3 - 3\phi^2 - \phi) - K}{3\phi^3(1-\phi)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

ϕ_r can be obtained as a function of V_D/V and ϕ_0 by solving numerically the equation $F(\phi_0) = F(\phi_r)$. Using L'Hôpital's rule to find $\lim_{\phi \rightarrow \phi_0^-} V_D/V$, we find that the residual porosity is smaller than ϕ_0 when

$$\frac{V_D}{V} \geq \tilde{V}_{D0} = \frac{1}{\phi_0^2(5\phi_0^2 - 8\phi_0 + 3)}, \quad (\text{B.19})$$

which gives the critical Darcy velocity above which compaction occurs.

We also note that in the limit of small \tilde{V} , equation B.15 reduces to

$$\phi_r^2 \ln \phi_r \simeq -\frac{1}{6} \frac{V}{V_D}. \quad (\text{B.20})$$

Figure A2 shows ϕ_r as obtained from equation (B.16) for several values of ϕ_0 , as well as the asymptotic prediction of (B.20)

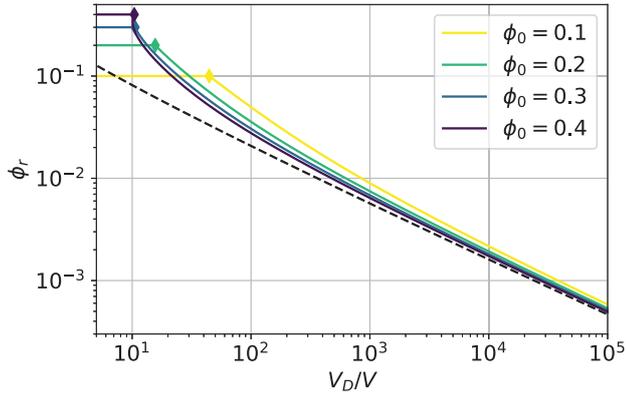


Figure A1. Residual porosity ϕ_r as a function of V_D/V and ϕ_0 . The black dashed curve is the asymptote given by solving equation B.20.

(black dashed line), and predictions of the critical Darcy velocity \tilde{V}_{D0} (color diamonds). Figure ?? give an example of the prediction of ϕ_r compared to the evolution the porosity profile with time.

This paper has been produced using the Blackwell Scientific Publications GJI L^AT_EX₂e class file.

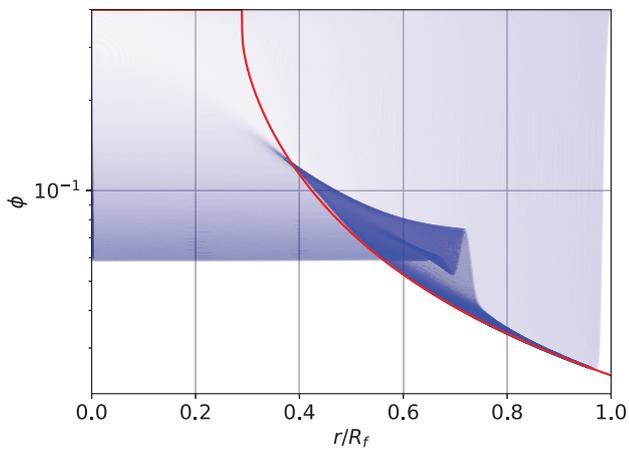


Figure A2. Here are multiple transparent plots of the porosity profile evolving with time in the case $\alpha_\delta = 6e - 2$ and $\alpha_D, \phi_0 = 0.4$. The red curve is the prediction for the residual porosity ϕ_r .

Troisième partie

Les Objets Transneptuniens

Chapitre 6

Les Objets Transneptuniens, concepts et généralités

Les objets transneptuniens (abrégiés "TNOs", qui vient de l'anglais *TransNeptunian Objects*), sont les astres du système solaire dont l'orbite se situe majoritairement au delà de celle de Neptune. En 1930, est découvert Pluton par l'astronome américain Clyde Tombaugh, Pluton sera alors considérée comme la 9^{ème} planète du système solaire malgré la forte inclinaison de son orbite (17°) comparativement aux 8 autres planètes (voir **Fig.6.1**). En 1978, est découvert son satellite Charon, la faible différence de masse avec Pluton (environ 1 pour 9) fait que l'on peut les considérer comme un système double. C'est seulement en 1992 qu'est découvert un nouvel objet transneptunien (Jewitt & Luu, 1993) : Albion, cette découverte stimula la recherche d'objet, on en connaît aujourd'hui plus de 4000 dont une large majorité est cantonnée entre 30 et 55 unités astronomiques (UA) et forment ce que l'on appelle la ceinture de Kuiper. L'analyse de l'orbite des comètes de longue période laisse penser qu'il existe un nuage diffus d'objets vers 20 000-30 000 UA et jusqu'à 100 000 UA, en effet, les comètes de longue période viennent indifféremment de toutes les directions de l'espace et ne sont pas cantonnées au plan de l'écliptique contrairement aux objets de la ceinture de Kuiper dont l'inclinaison reste modérée. On appelle ce nuage hypothétique le nuage d'Oort, il se composerait d'une partie interne sous la forme d'un disque proche de l'écliptique et d'une partie externe sphérique. La **figure 6.2** schématise la vision actuelle du système solaire à différentes échelles.

Les objets transneptuniens sont donc des objets nombreux, relativement récemment découverts (et on en découvre encore régulièrement!) et qui n'ont que très peu été explorés. Ces objets, réputés pour être les laissés pour compte de la formation du Système Solaire, sont et seront potentiellement des éléments clés dans la compréhension des débuts du Système Solaire.

A. L'observation des objets transneptuniens

Les objets transneptuniens sont par définition très loin de nous. Ils sont donc difficile à observer : plus un objet est loin plus sa luminosité relative est faible. Observer les TNOs est donc un défi technique.

a) Les observations faites avec les télescopes

α - Observations classiques

Une observation classique d'un TNO est non résolue, c'est le cas de toutes les observations faites depuis le sol et celles faites depuis l'espace si la résolution angulaire est plus grande que l'angle correspondant aux dimensions de l'objet observé depuis la Terre. À partir d'une telle observation, on peut déduire un flux de lumière (différents filtres existent pour capturer la lumière entre 2 longueurs d'onde définies). On peut traduire ce flux en une magnitude.

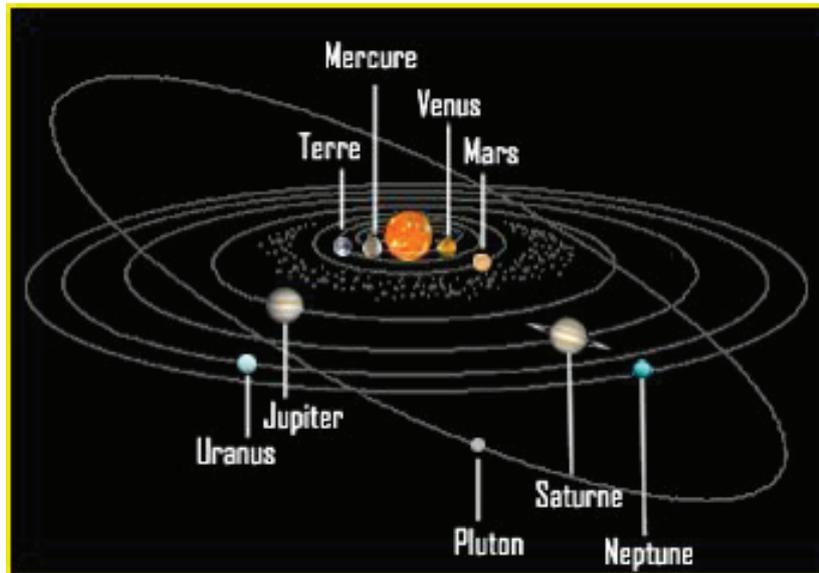


FIGURE 6.1 – Schéma du système solaire tel que conçu en 1930, avec 9 planètes et une ceinture d'astéroïdes entre Mars et Jupiter. Gilles Bessou/Observatoire de Paris/NASA

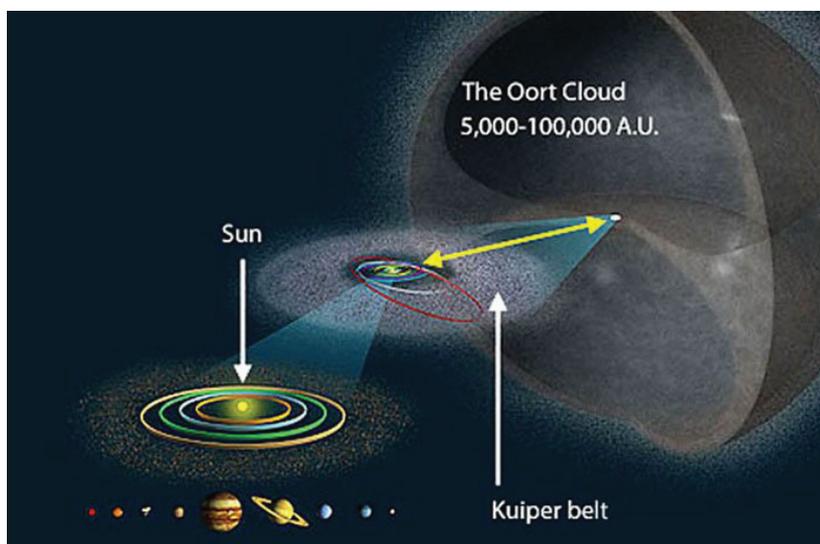


FIGURE 6.2 – Schéma du système solaire tel que conçu actuellement, ces 3 zooms permettent d'illustrer l'organisation du système solaire et les différentes échelles des structures. À gauche, on retrouve le système solaire interne et la ceinture d'astéroïde principale qui font un rayon de 5 UA, au centre on retrouve les planètes géantes gazeuses (Jupiter et Saturne) et glacées (Uranus et Neptune) ainsi que la ceinture de Kuiper (55 UA), enfin le nuage d'Oort à droite pourrait s'étendre jusqu'à 100 000 UA. Alessandro Mota

Néanmoins, cette magnitude n'est pas intrinsèque à l'objet, elle dépend de paramètres astronomiques : la distance Soleil-objet et objet-Terre ainsi que de l'angle Soleil-objet-Terre. On corrige les effets de l'angle d'observation en multipliant les observations à différents angles (qui sont toujours proches de 0° du fait de l'éloignement des TNOs) et en déduisant la relation magnitude-angle qui corrige également des propriétés réflectrices de la surface. À partir de là, on peut déduire une magnitude absolue qui correspondrait à la magnitude de l'objet s'il se situait à une unité astronomique du Soleil et qu'on l'observait à une unité astronomique avec un angle de 0° entre le Soleil l'objet et l'observateur.

Ces observations ont permis de découvrir plus de 4000 TNOs, dont plusieurs "gros" TNOs pour lesquels a été créé la classe d'objets "planète naine". Une planète naine est un astre plus petit qu'une planète qui orbite autour du Soleil et qui n'est pas un satellite. Sa taille est suffisante néanmoins pour que la gravité soit telle qu'elle soit à l'équilibre hydrostatique, ainsi leur forme est proche de celle d'une sphère comme pour les planètes. Contrairement aux planètes, ces planètes naines ne sont pas isolées sur leur orbites et d'autres objets orbitent sur des orbites proches, on peut dire qu'elles n'ont pas "nettoyé" leur orbite.

À l'exception de Cérès dans la ceinture principale, toutes les planètes naines appartiennent à la ceinture de Kuiper :

- Pluton, découvert en 1930, accompagné de son satellite Charon. Pluton est le plus grand objet transneptunien connu. Pluton est en résonance 3 : 2 avec Neptune et donne son nom aux plutinos qui regroupent tous les objets présentant cette résonance.
- Hauméa et ses 2 satellites, découvert en 2004, est un objet particulier, auquel est associé une famille d'objets aux orbites proches et aux propriétés similaires ; cette famille serait issue d'une collision.
- Éris et sa lune Dysnomie ont été découverts en 2005, c'est la planète naine la plus massive du système solaire.
- Makémaké a également été découvert en 2005, elle a un satellite.
- en plus de ces 4 planètes naines de nombreux candidats pourraient être un jour reconnus comme des planètes naines comme Quaoar, Sedna, Orcus et Gonggong mais aussi peut-être des astres non encore découverts.

i) Les orbites transneptuniennes :

La poursuite de l'observation des objets découverts permet de déduire leur orbite. La **figure 6.3** donne l'excentricité de l'orbite de TNOs qui quantifie leur ellipticité, en fonction de leur demi-grand axe c'est-à-dire la moitié de la plus grande corde sur l'ellipse de leur orbite. On remarque que ces paramètres orbitaux des TNOs ne sont pas répartis aléatoirement. Ils permettent même de définir différentes classes d'objets (**Fig.6.3**). Les *Classicals*, en rouge, sont séparés en *Cold Classicals* qui possèdent des excentricités quasi-nulles et des propriétés communes particulières, on pense qu'ils ont été formés in situ, et en *Hot Classicals* d'excentricité non nulle ; leurs orbites sont relativement stables sur de grandes périodes de temps. Les *Resonants*, en bleu, sont en résonance avec Neptune, dont les plutinos à 40 UA. Les objets résonants possèdent des orbites très stables. Les *Scattered*, objets épars, en vert, qui ont des orbites très excentriques ce qui induit une grande proximité avec Neptune au périhélie, leur orbite est très instable et ils pourraient être le réservoir source des centaures au gré des interactions gravitationnelles (Nesvorný *et al.*, 2017). Enfin, les *Detached*, en noir, ont une orbite si éloignée de celle de Neptune que les interactions gravitationnelles avec cette planète sont négligeables.

Une des premières surprises relevées sur ces paramètres orbitaux concerne la grande quantité d'objets résonnants. Si les corps du système solaire ne se sont pas déplacés depuis leur formation, impossible d'expliquer leur présence en si grand nombre. Des mouvements des planètes sont nécessaires pour expliquer cet arrangement, en particulier Neptune qui en s'éloignant du Soleil a "capturé" des objets lors de leur entrée en résonance avec elle. C'est grâce à la connaissance des orbites des TNOs que l'on a compris que les planètes avaient pu mi-

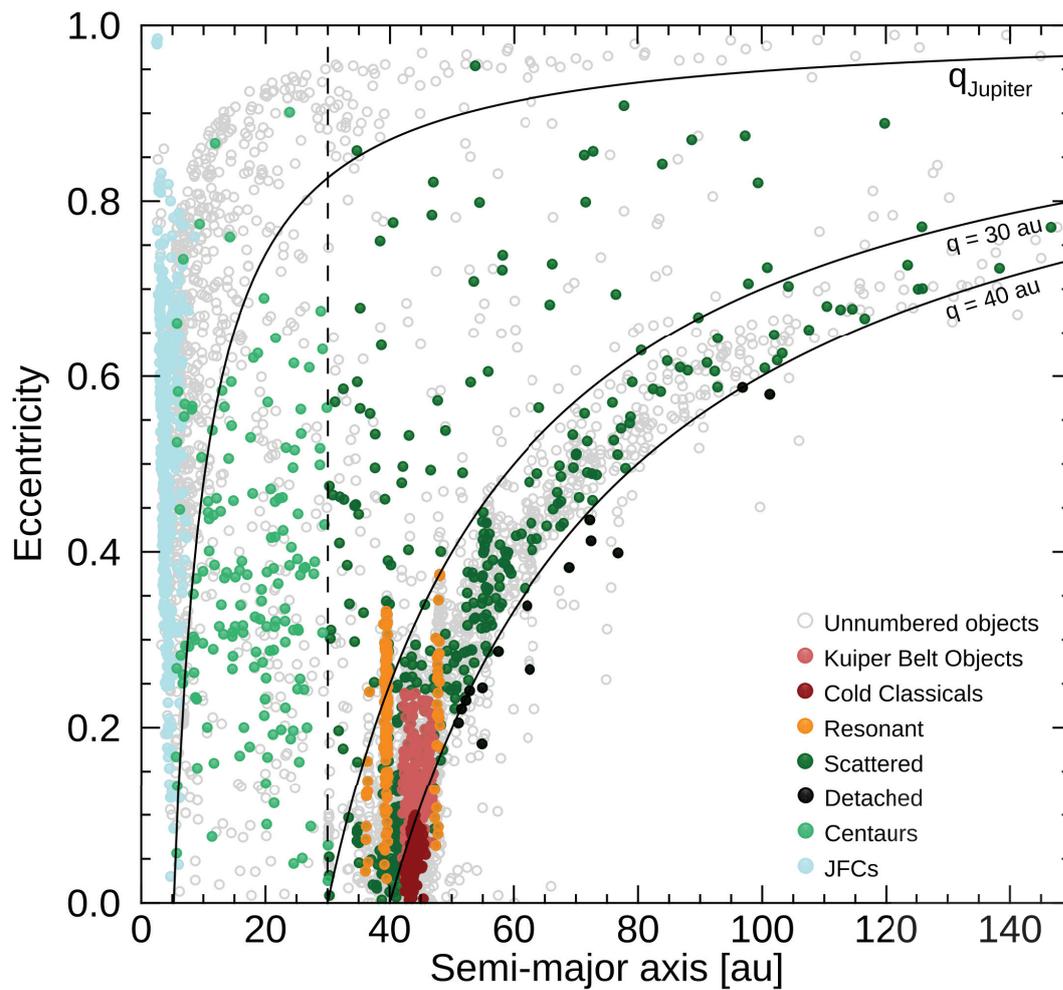


FIGURE 6.3 – Excentricité en fonction du demi-grand axe de l'orbite des TNOs. Les courbes noires correspondent aux distances au Soleil au périhélie correspondant à l'orbite de Jupiter, à 30 UA et 40 UA. Aurélie Guilbert-Lepoutre

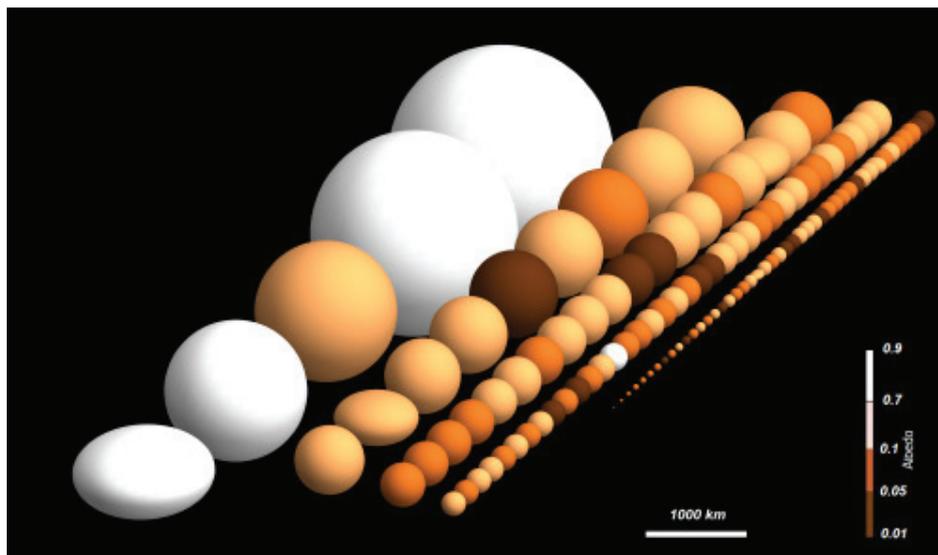


FIGURE 6.4 – Taille et albédo des objets trans-neptuniens observés par le programme "TNOs are cool" d'Herschel.

grer au cours de l'histoire du Système Solaire. Les TNOs représentent des populations qui contraignent les modèles d'évolution dynamique du Système Solaire et qui ont permis de comprendre que le système solaire a été dynamique depuis sa formation.

ii) Taille et albédo :

L'intensité de leur brillance dans le visible est appelée magnitude, elle dépend de l'objet mais aussi de sa distance au Soleil et à la Terre, ainsi que de l'angle entre le Soleil, l'objet et la Terre. Pour utiliser une valeur plus pratique on utilise la magnitude absolue, elle dépend de la taille de l'objet, de sa forme et de son albédo. La détection et la quantification des Infra-Rouges thermiques émis par l'objet (et pas réfléchis !) permet de déduire une surface d'émission et ainsi un volume en faisant une hypothèse sur la forme, néanmoins la détection des Infra-Rouges thermiques d'objets aussi lointains est un défi technique puisque les intensités d'émission à quelques dizaines de kelvin sont faibles, elle est donc rare. Si l'on possède quelques intensités d'émission dans l'infra-rouge thermique à différentes longueur d'onde on peut alors modéliser l'émission thermique, on connaît alors la température de la surface et on peut déduire quelle est la taille de la sphère nécessaire pour émettre cette intensité. Une fois que l'on connaît la taille de l'objet la magnitude absolue ne dépend que de son albédo. Ainsi on possède un certain nombre d'albédos de TNOs, on peut en retrouver quelques uns en **figure 6.4**. On remarque la diversité importante : leur taille peut aller de la dizaine de kilomètres à 2370 km de diamètre pour Pluton. Leur albédo varie de 4% à 84%, il ne semble pas corrélé à leur taille sauf pour les plus volumineux qui ont des albédos élevés (**Fig.6.4**). Le grand programme "TNOs are cool" a permis de connaître une fraction importante de ces tailles et albédos connus aujourd'hui, via des observations effectuées par les télescopes spatiaux Herschel et Spitzer.

iii) Spectre de la lumière :

Il est possible d'obtenir un spectre pour les TNOs les plus lumineux. Pour commencer, un spectre même de mauvaise qualité peut donner leur couleur selon la pente du spectre dans le visible. Cette couleur varie de bleu-neutre pour Orcus à des objets parmi les plus rouges du système solaire. Il n'y a pas de corrélation entre couleur et orbite (**Fig.6.5**) sauf pour les *Cold Classical* qui sont tous particulièrement rouges. Il semble exister une corrélation entre albédo et couleur, 2 groupes se détachent, les objets gris-neutres qui ont statistiquement un

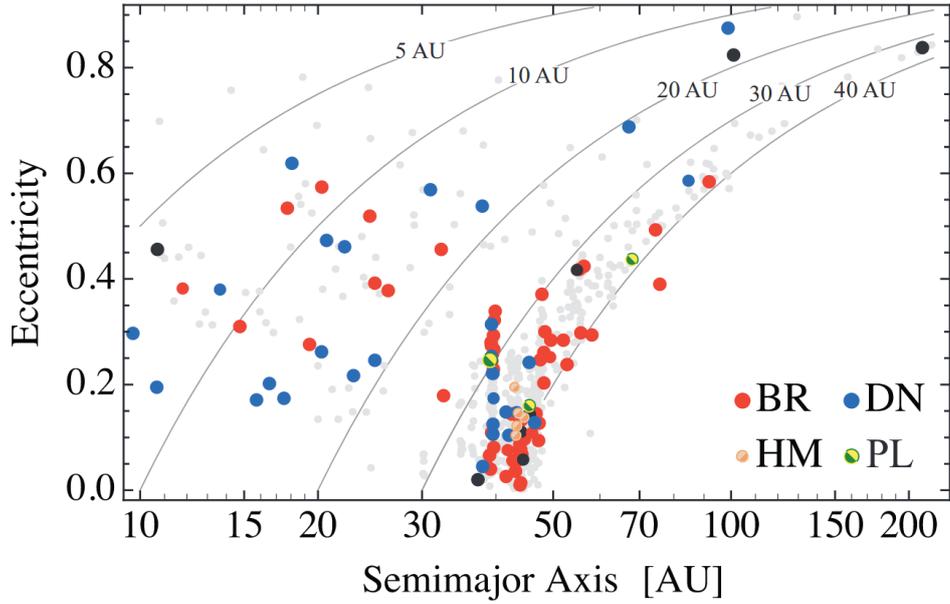


FIGURE 6.5 – Répartition de la couleur des TNOs selon les paramètres de leur orbite. DN : objets gris-neutres; BR : objets rouges; PL : planètes naines; HM : objet de type Hauméa. Lacerda *et al.* (2014)

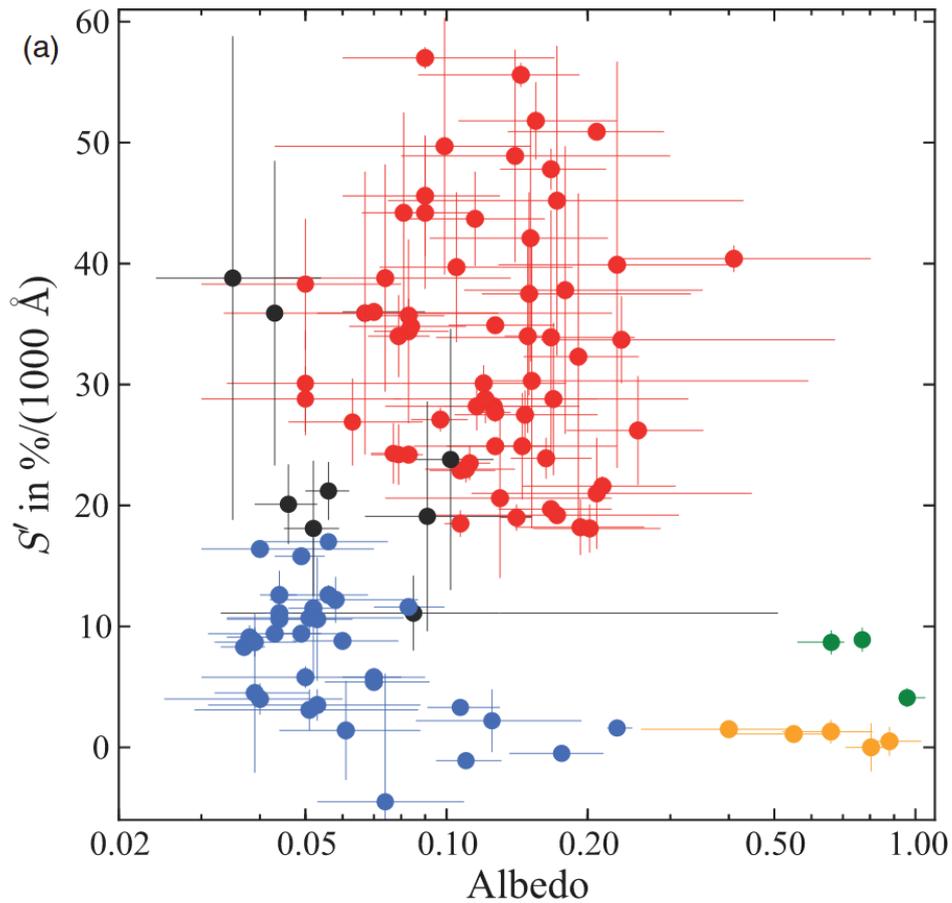


FIGURE 6.6 – Pente du spectre dans le visible en fonction de l'albedo. Points bleus : objets gris-neutres; points rouges : objets rouges; points verts : planètes naines; points oranges : objet de type Hauméa. Lacerda *et al.* (2014)

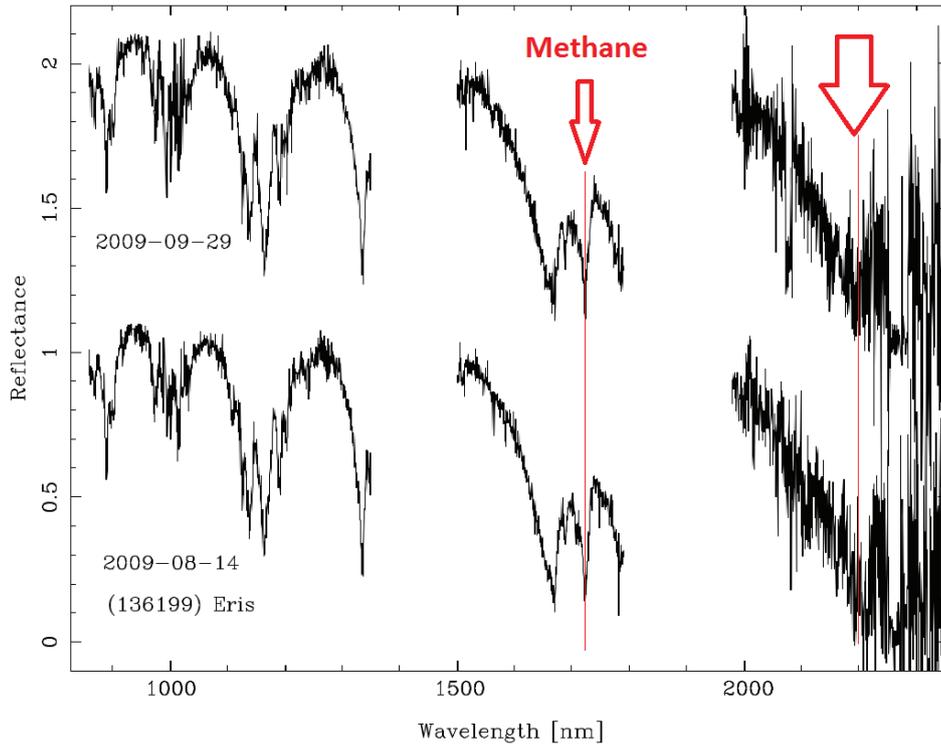


FIGURE 6.7 – Spectre de Éris (Alvarez-Candal et al., 2011), dominé par le méthane que l'on identifie grâce à 2 bandes d'absorption caractéristiques.

albédo et une pente de leur spectre plus faible que les objets rouges (**Fig.6.6**). Ces différences pourraient être dues à une différence de composition ou d'évolution des corps qui n'est pas encore comprise. En dehors de ces 2 grands groupes, se détachent également les 3 plus gros TNOs et les objets de la famille d'Hauméia qui ont un albédo très élevé et une couleur très proche de la neutralité.

Un spectre de bonne qualité, que l'on ne peut obtenir que pour les objets les plus lumineux, peut présenter des bandes d'absorption qui permettent de retrouver les composés chimiques à la surface à l'origine de ces absorptions. Il existe 2 types de spectres : les spectres dominés par le méthane (gros objets, **Fig.6.7**) et ceux dominés par l'eau (**Fig.6.8**). La richesse en méthane pourrait être liée à la capacité qu'ont les grands corps de retenir les volatils.

iv) Courbes de lumière :

Lorsqu'un corps de surface hétérogène ou non sphérique tourne sur lui-même il ne réfléchit pas tout au long de sa rotation la même quantité de lumière dans une même direction. On appelle courbe de lumière l'évolution temporelle de l'intensité lumineuse réfléchie par cet objet. En observant l'objet un grand nombre de fois on peut déduire sa vitesse de rotation sur lui-même si l'on trouve la périodicité dans sa courbe de lumière (e.g. **Fig.6.9**).

Un objet ayant une forme de type cigare va induire une courbe de lumière avec 2 pics, c'est-à-dire qu'une rotation sur lui-même correspond à 2 maxima dans la courbe de lumière. Lorsque la variation d'intensité dans la courbe de lumière est due à une hétérogénéité d'albédo à la surface, la courbe de lumière peut être à 1 ou 2 pics. Généralement quand la courbe de lumière ressemble à une sinusoïdale, elle est interprétée comme une courbe double pic due à une forme de cigare, néanmoins il est impossible d'écarter avec certitude une courbe de lumière due à une hétérogénéité d'albédo.

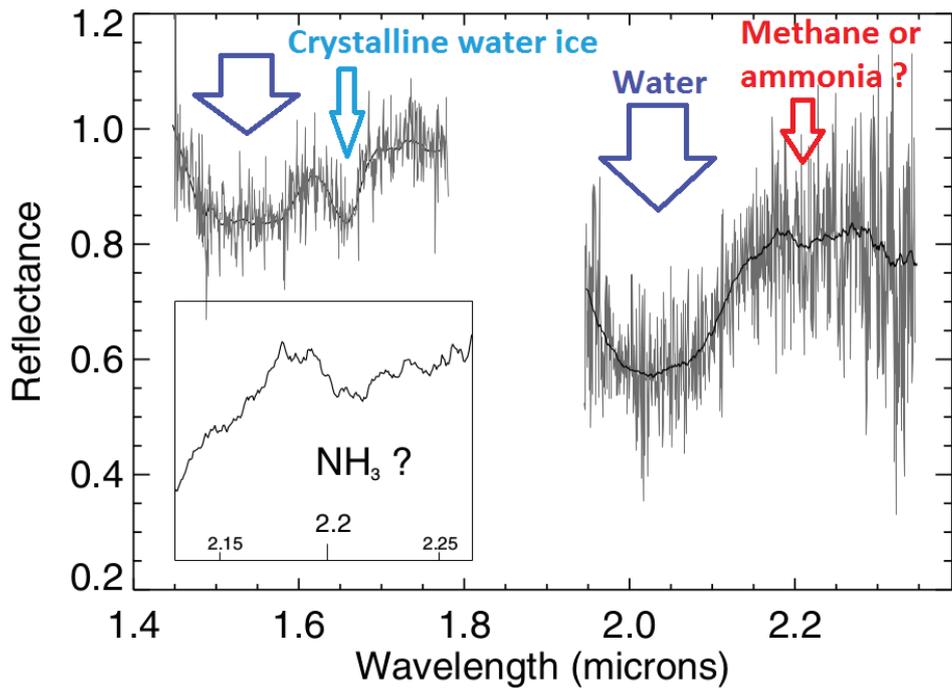


FIGURE 6.8 – Spectre d’Orcus, dominé par l’eau identifiée grâce à 2 larges bandes d’absorption. On remarque également une bande d’absorption due aux glaces d’eau sous forme cristalline ainsi qu’une bande vers 2,3 μm que l’on attribue au méthane ou à l’ammoniac, néanmoins l’absence de la bande d’absorption du méthane à 1,72 μm rend l’ammoniac plus probable pour expliquer la bande à 2.2. Barucci *et al.* (2008b)

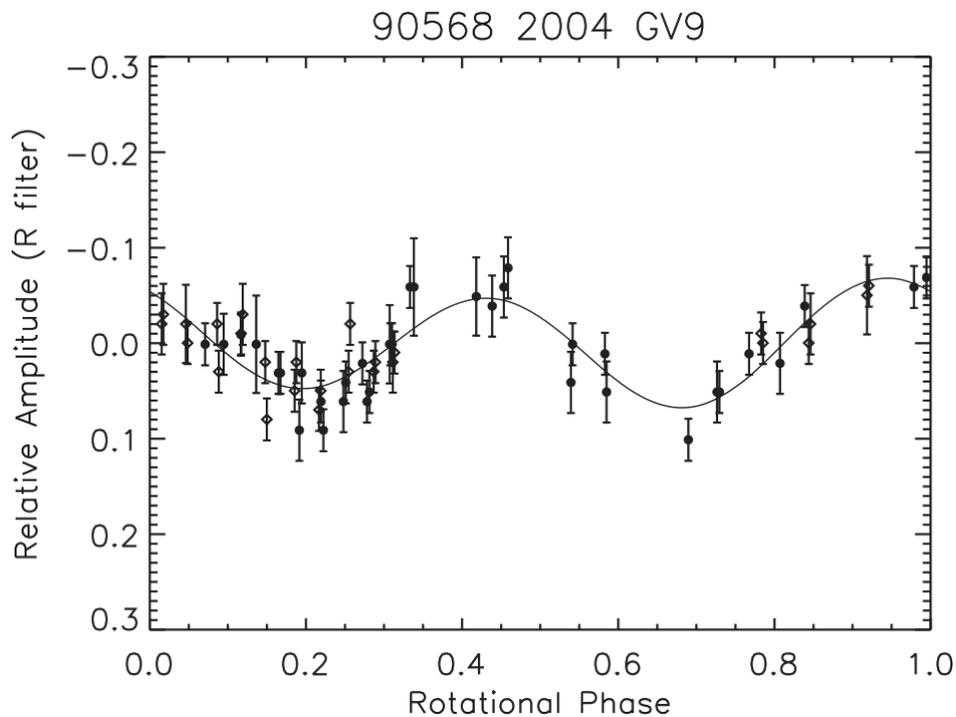


FIGURE 6.9 – Courbe de lumière composite de 2004 GV₉ reconstituée pour une période de 5,86 h, sa courbe de lumière est considérée comme ayant 2 pics. Dotto *et al.* (2008)

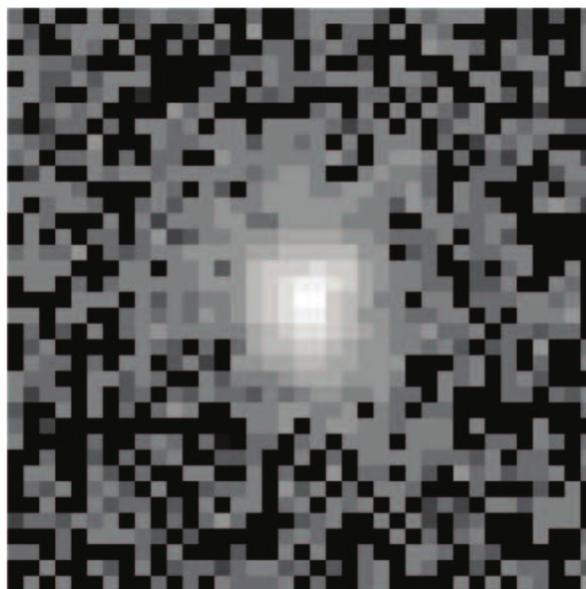


FIGURE 6.10 – Observation directe de Quaoar par Hubble. Brown & Trujillo (2004)

β - Observations directes

On entend par observation directe une observation résolue. C'est-à-dire que l'on observe l'objet sur plusieurs pixels, non pas du fait de perturbations atmosphériques, mais parce que l'objet est suffisamment gros pour être résolu par le télescope. Ce genre d'observation n'est pas faisable depuis le sol. Mais le télescope spatial Hubble est suffisamment puissant pour y parvenir sur les objets suffisamment gros (**Fig.6.10**). Grâce à cette méthode on peut obtenir une estimation de la taille de l'objet qui ne dépend pas de l'albédo.

γ - Occultations

Une occultation correspond au passage, vu depuis la Terre, d'un astre devant un autre. Le passage d'un TNO devant une étoile induit l'extinction de cette étoile depuis la Terre. Pour pouvoir observer une occultation, il faut d'abord la prédire et donc connaître avec précision l'orbite du TNO et la position des étoiles. L'observation de l'occultation est très dépendante de la météo évidemment. Connaissant la vitesse du TNO, on convertit la durée de l'extinction de l'étoile en une valeur très précise de la longueur de l'objet ayant caché l'étoile (une "corde"). Si une station sur Terre observe une occultation, on parle d'occultation simple-corde, on peut simplement en déduire un diamètre minimum de l'objet ; si plusieurs stations l'observent on parle alors d'occultation multi-corde, on peut alors avoir une bonne idée de la forme de l'objet néanmoins vu en 2 dimensions. C'est de très loin la manière la plus précise et la plus fiable de connaître les dimensions et la forme d'un TNOs. Un exemple d'occultation de Quaoar est donné en **figure 6.11**, **6.12** et **6.13**, ainsi que l'exemple célèbre d'Arrokoth dont la forme bilobée avait été révélée ainsi avant le survol par la sonde *New Horizons* (**Fig.6.14**).

δ - Orbite satellitaire et densité

La densité d'un objet n'est déduite avec précision qu'à partir du moment où l'on connaît avec précision l'orbite d'un satellite et que l'on peut donc en déduire la masse de l'objet ($3^{\text{ème}}$ loi de Kepler : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$). Une estimation du volume de l'objet est néanmoins nécessaire pour convertir cette masse en densité moyenne de l'objet, on fait donc une hypothèse sur la forme de l'objet, considéré sphérique si la forme n'est pas du tout contrainte. Cette hypothèse sur la sphéricité est forte et pourrait être particulièrement erronée pour les petites objets. Faire l'hypothèse d'un objet sphérique va dans le sens de surestimer le volume et donc sous-estimer

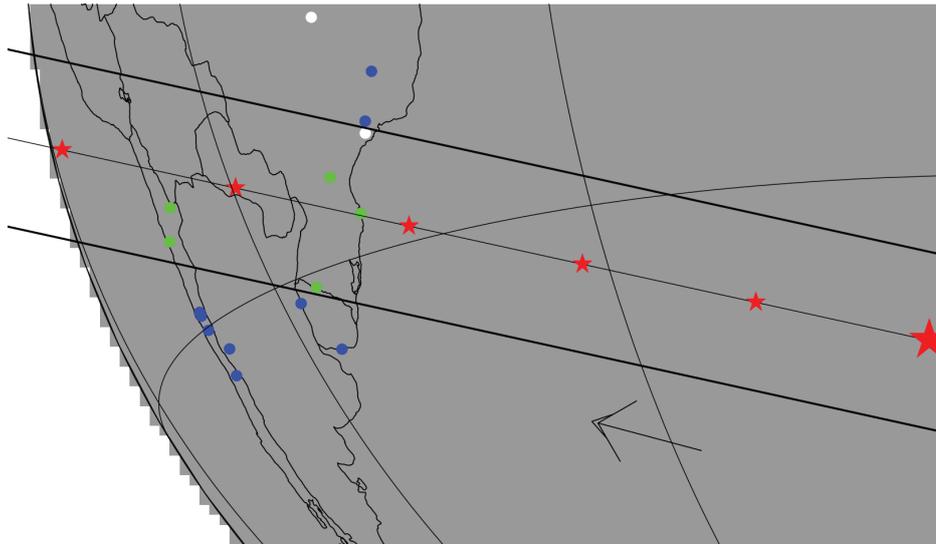


FIGURE 6.11 – Reconstitution du passage de l’ombre de Quaoar sur la Terre (on reconnaît l’Amérique du Sud, du Brésil au Chili). Les traits noirs épais correspondent aux limites de l’ombre, les étoiles rouges correspondent aux centres de l’ombre séparés de une minute. Les points verts correspondent aux stations qui ont observé l’occultation, les bleus celles qui ne l’ont pas observé et les blancs celles qui n’ont pas pu faire d’observation à cause de la couverture nuageuse. Braga-Ribas *et al.* (2013)

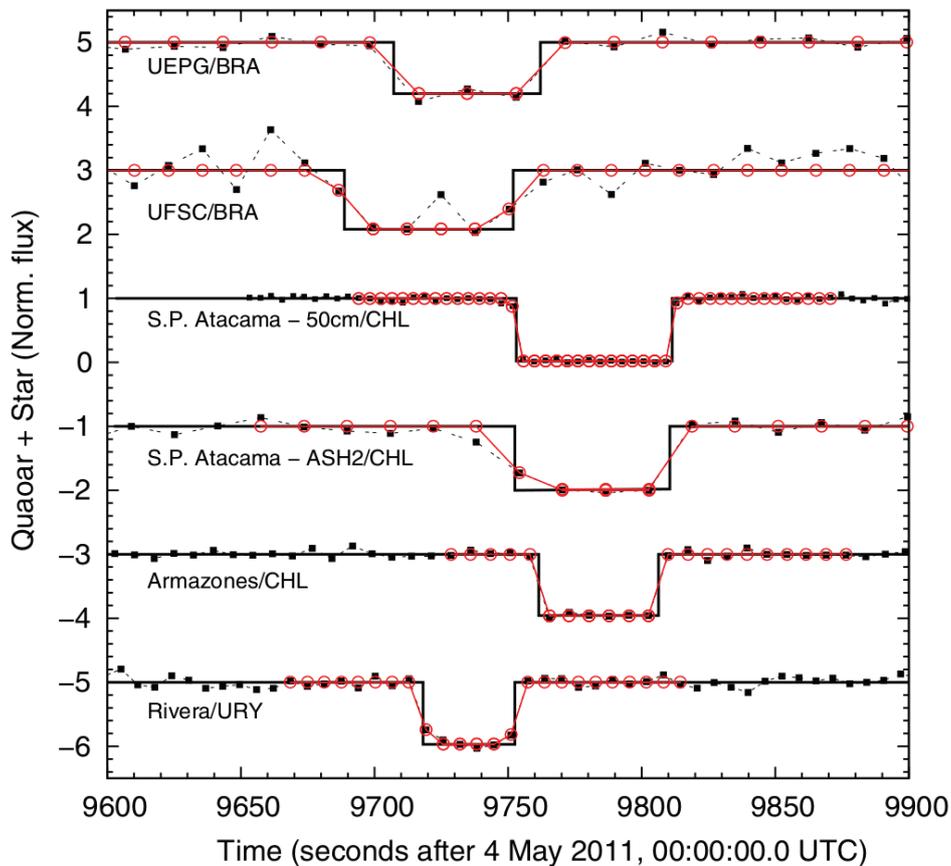


FIGURE 6.12 – Occultation observée par 5 stations, les ronds noirs correspondent au flux de lumière observé pour Quaoar et l’étoile occultée, les ronds rouges correspondent à un traitement prenant en compte la diffraction, le diamètre de l’étoile et le temps d’exposition. Les lignes noires correspondent au meilleur ajustement du modèle sur les données. Braga-Ribas *et al.* (2013)

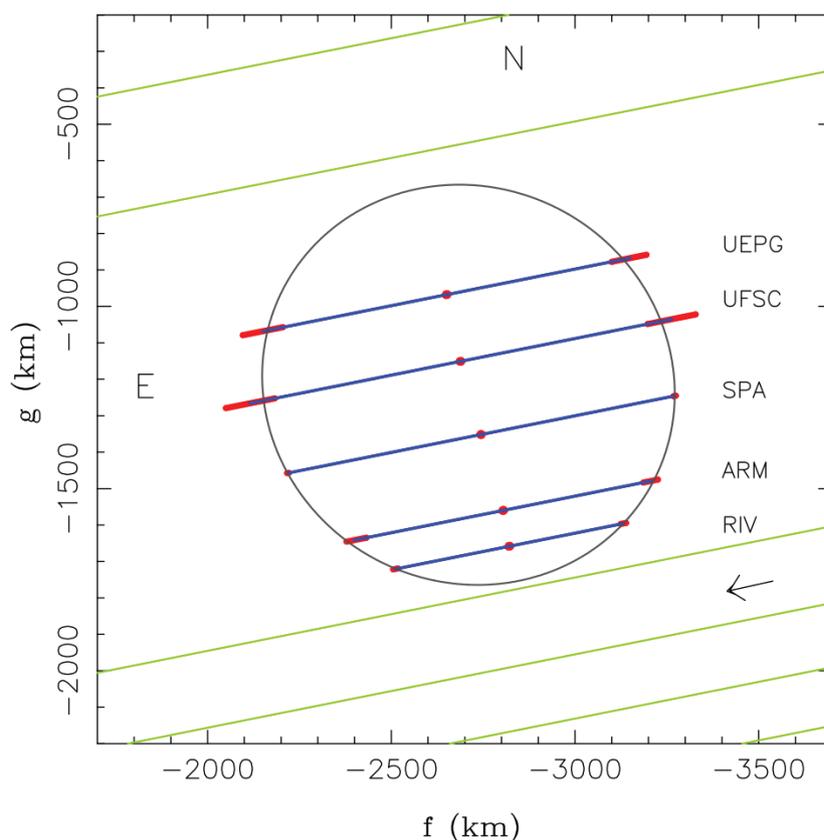


FIGURE 6.13 – Meilleur ajustement pour un ellipsoïde de MacLaurin. Braga-Ribas *et al.* (2013)

la densité. Il semble y avoir une corrélation positive entre la taille et la densité (**Fig.6.15**). Les TNOs de moins de 300 km semblent tous avoir des densités proches de celle de l'eau voire largement inférieures ce qui ne peut s'expliquer que par une porosité très importante. Néanmoins les densités de ces TNOs de faible taille sont très incertaines puisqu'on ne leur connaît pas de satellite, ces densités très faibles pourraient donc être la conséquence d'un biais (en plus de la surestimation de leur volume).

b) *New Horizons*

Les TNOs sont des objets particulièrement éloignés du centre du système solaire, ce qui explique leur découverte assez tardive mais aussi les difficultés à relever pour obtenir des informations à leur propos. En effet, la majorité des TNOs n'apparaissent que sous forme d'un point non résolu de lumière au télescope même si Hubble peut résoudre certains des plus gros TNOs. Alors qu'ils sont réputés pour être les laissés pour compte de la formation des planètes et auraient relativement peu évolués du fait de leur distance au Soleil : ils pourraient donc être les témoins privilégiés des débuts du système solaire ; jusqu'en 2015, jamais aucun de ces objets n'avait été approché par une sonde. D'ailleurs, pour des raisons d'accessibilité les objets les plus loin dans le système solaire ont été beaucoup moins approchés que les objets proches du centre : alors qu'une cinquantaine de sonde ont été envoyées en direction de Mars, c'est seulement 7 pour Jupiter et ses lunes, Uranus et Neptune n'ont été survolés qu'une seule fois.

Une exception au peu d'informations que l'on possède à propos des TNOs : Pluton et Charon qui ont été survolés par la sonde *New Horizons* en Juillet 2015, et Arrokoth (2014 MU₆₉) qui a été survolé par cette même sonde en Janvier 2019 et qui fut découvert seulement en 2014 et donc après le lancement de la sonde *New Horizons* en 2006! Après un départ de la Terre avec une vitesse héliocentrique de 45 km/s (!), la sonde bénéficie de l'assistance gravitationnelle de Jupiter qui l'accélère de 4 km/s. Il aura fallu néanmoins près de 10 ans pour atteindre Pluton avec une vitesse de 14 km/s ce qui reste beaucoup trop important pour pouvoir la placer en

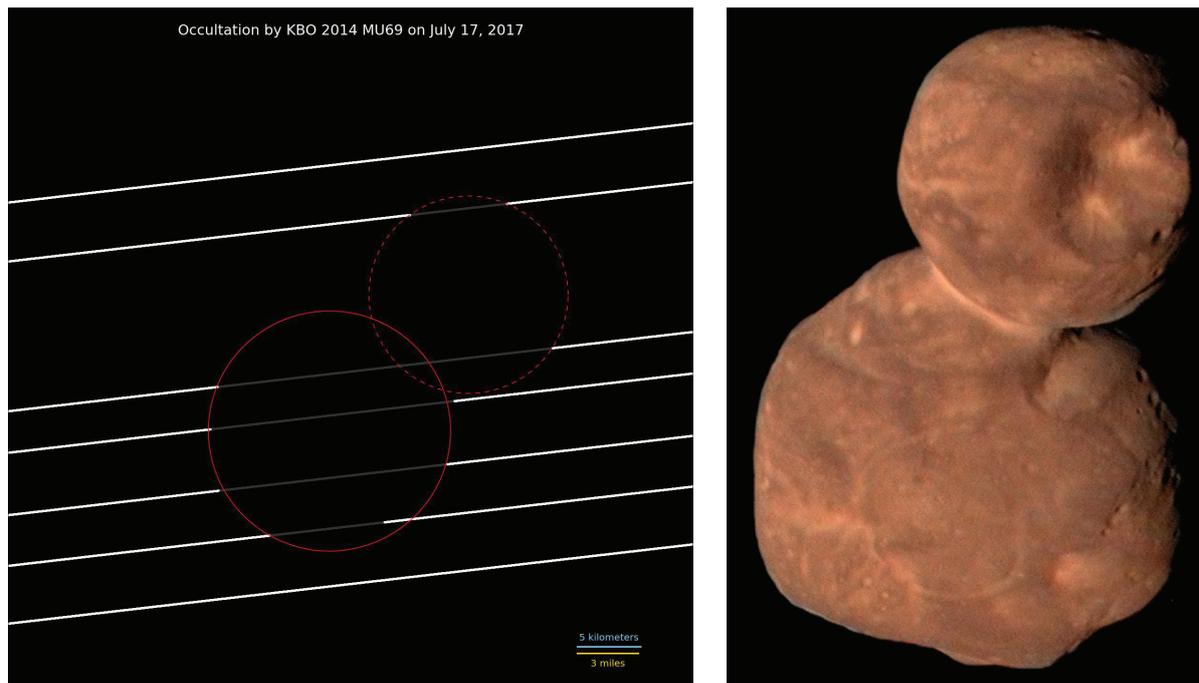


FIGURE 6.14 – Interprétation de l’occultation du 17 juillet 2017 en Argentine et image obtenue par *New Horizons*. Les cercles rouges correspondent aux cercles les mieux ajustés, ils montrent la possibilité d’une forme bilobée qui a été observée une fois le survol effectué par la sonde *New Horizons*. NASA/JHUAPL/SwRI/Alex Parker

orbite, la sonde a donc simplement survolé Pluton et ses satellites.

La sonde comportait plusieurs instruments imageurs, spectromètres analysant la composition de l’atmosphère ou radiomètre pour déterminer la température et la composition de l’atmosphère de Pluton ainsi qu’un détecteur de poussières. Ces instruments ont permis de faire des avancées majeures dans la compréhension du système plutonien et ont en particulier montré la diversité des paysages de Pluton et des phénomènes géologiques qui s’y déroulent alors que l’on pensait ce corps très peu actif géologiquement.

α - Géologie de la surface de Pluton

La surface de Pluton montre des zones très cratérisées qui correspondent à des surfaces ayant un âge géologique proche de 4 milliards d’années comme *Venera*, *Voyager* et *Viking Terrae* et des surfaces beaucoup moins cratérisées voire pas du tout comme *Sputnik Planitia* (Stern *et al.*, 2018, une *review* sur le système plutonien et les apports de la mission *New Horizons* qui a apporté beaucoup à cette sous-partie) qui correspondent à des âge très jeunes (voir **Fig.6.16**). La surface d’un astre est uniformément impactée par des météorites à l’origine de cratères (à l’exception des effets de *leading* et *trailing hemisphere* pour les satellites présentant toujours la même face à leur planète), une surface présentant moins de cratères s’explique donc par un effacement des cratères en lien avec une activité géologique ; par exemple l’érosion par l’eau et le vent, la sédimentation, le volcanisme ou la tectonique des plaques. On remarque par exemple que *Sputnik Planitia*, une grosse tâche blanche bien visible en **figure 6.16**, ne présente aucun cratère d’impact contrairement aux régions alentours. Une activité géologique récente sur un astre aussi loin du Soleil (et donc froid en surface) et de dimensions modérées (qui retient beaucoup moins bien la chaleur qu’une planète comme la Terre ou Mars) a énormément surpris les planétologues.

Les paysages rencontrés sur Pluton sont essentiellement formés de glaces : glace d’eau, de diazote N_2 , de monoxyde de carbone CO et de méthane CH_4 qui ont pu être identifiées par spectroscopie de réflectance selon les bandes d’absorption dans le proche infrarouge. L’essentiel

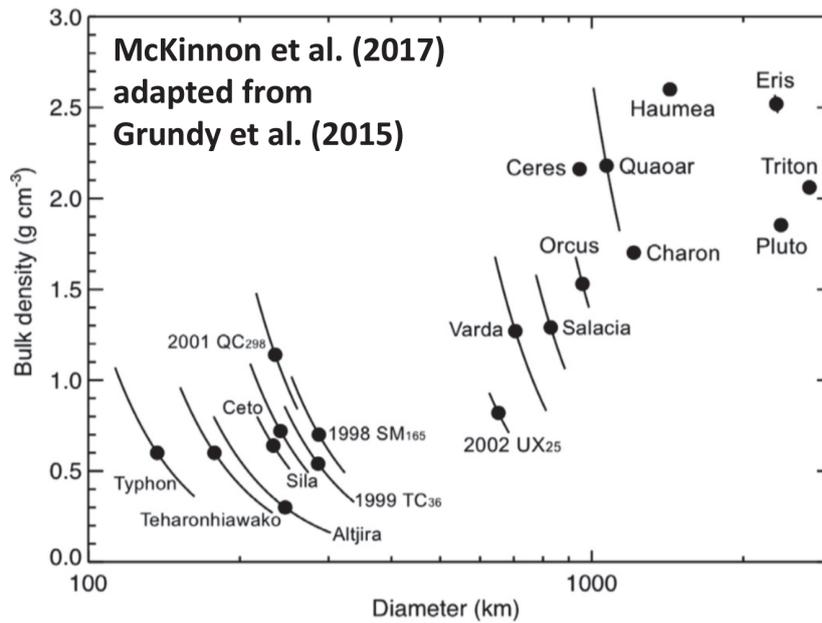


FIGURE 6.15 – Densité estimée des TNOs

de la glace qui forme le manteau de Pluton et qui correspond en surface à un *bedrock* est composé d'eau dont la viscosité très forte à ces températures (30-60 K) permet de former les reliefs que l'on voit à la surface de Pluton, sa rhéologie est comparable à celle des roches sur Terre. La glace d'eau a aussi un comportement relativement inerte. Au contraire, les autres glaces présentent des viscosités beaucoup plus faibles et sont plus volatiles.

On retrouve des géomorphologies variées sur Pluton :

- on trouve étonnamment ce qui ressemble à des réseaux de vallée, avec leur apparence dendritique caractéristique (**Fig.6.17 a** et **Fig.6.18**).
- sur certaines régions, on trouve des creux, des fosses (**Fig.6.17 b**). Ces fosses semblent parfois regroupées et tendent à être alignées, peut-être en lien avec la tectonique locale. Leur formation pourrait être liée à la sublimation liée à l'ensoleillement ou à l'effondrement lié à de la sublimation ou fusion en subsurface.
- on parle de terrain "à lames" pour les terrains qui présentent une multitude de pics (**Fig.6.17 c**), on y trouve peu de cratères ce qui montre la jeunesse de ces structures. Ces lames sont riches en méthane, elles pourraient croître par dépôt préférentiel de méthane au sommet des lames.
- *Sputnik Planitia* est une zone très particulière : il s'agit d'une dépression grossièrement sphérique de 1000 km de diamètre très blanche et dépourvue de cratère, l'âge de sa surface est donc très faible, de 10 à 100 millions d'années maximum. Sa composition est essentiellement du diazote contrairement au reste de la planète dominée par l'eau est le méthane. On observe sur *Sputnik Planitia* des cellules polygonales (**Fig.6.19**) qui sont interprétées comme des limites de cellules convective. Le *bedrock* de glace d'eau est recouvert de plusieurs centaines de mètres voir plusieurs kilomètres de glace de diazote. La perte de chaleur radioactive de Pluton ainsi que la faible viscosité et la faible conductivité du diazote rendent possible cette convection. La glace plus chaude remonte au centre des cellules qui sont bombées en leur centre d'une centaine de mètres, refroidit, puis plonge au niveau des bords des cellules. On retrouve d'ailleurs sur ces bordures des blocs de glace d'eau (et/ou de méthane) flottant sur la glace de diazote plus dense comme on peut le voir en haut à gauche de la **figure 6.19**. En plus de cette convection dans *Sputnik Planitia*, on remarque des glaciers de diazote qui s'écoulent depuis les montagnes au Sud (**Fig.6.20**). *Sputnik Planitia* s'écoule vers le Nord et les montagnes qui se trouvent à sa bordure Nord (**Fig.6.21**).

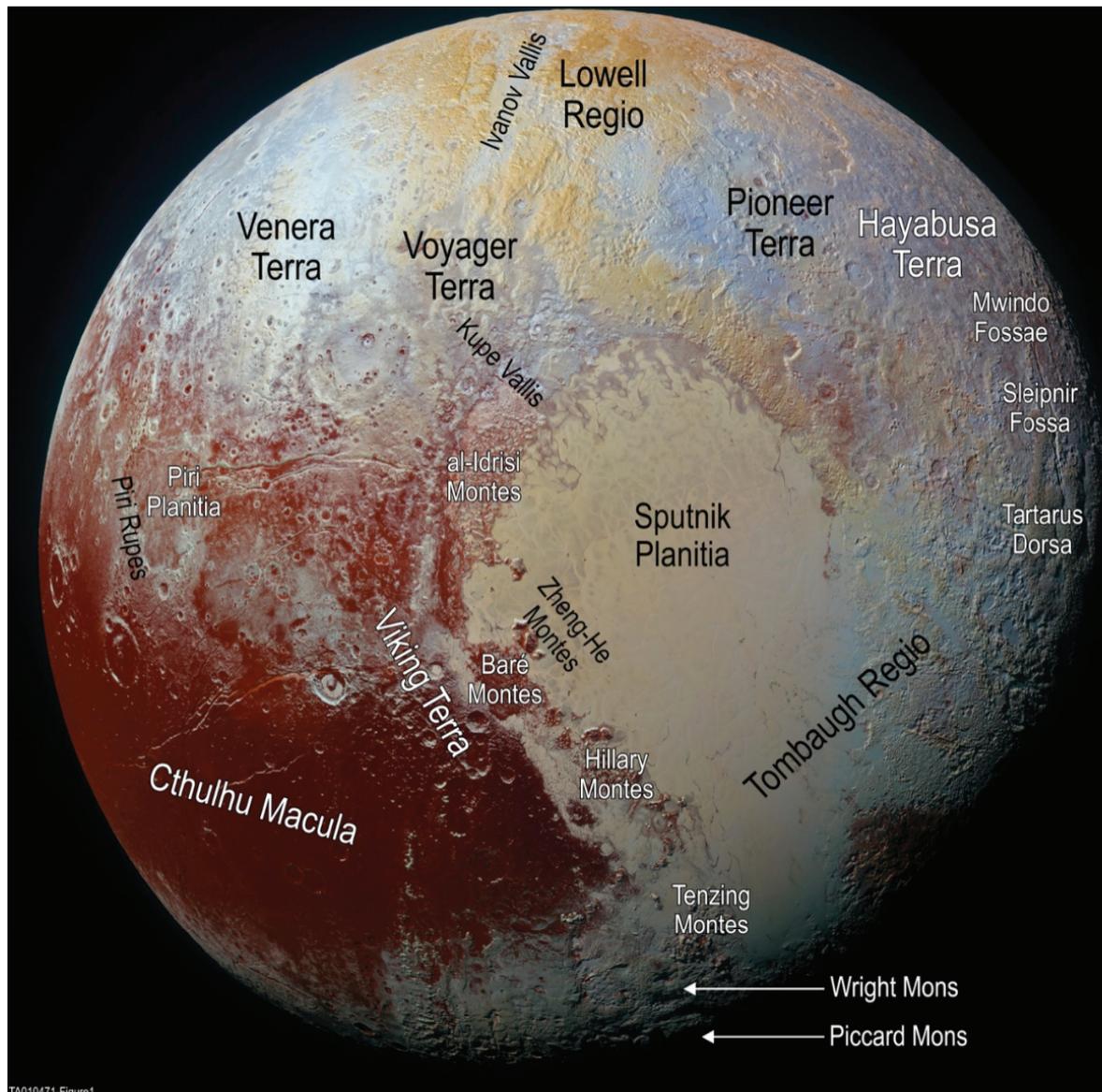


FIGURE 6.16 – Hémisphère de Pluton vu par *New Horizons* en couleurs améliorées, produit avec deux filtres de longueur d'onde visible (400-550 et 540-700 nm) et un filtre proche infrarouge (780-975 nm) représentés respectivement en bleu, vert et rouge. Les noms de lieux formels et informels ont été ajouté dans Stern *et al.* (2018).

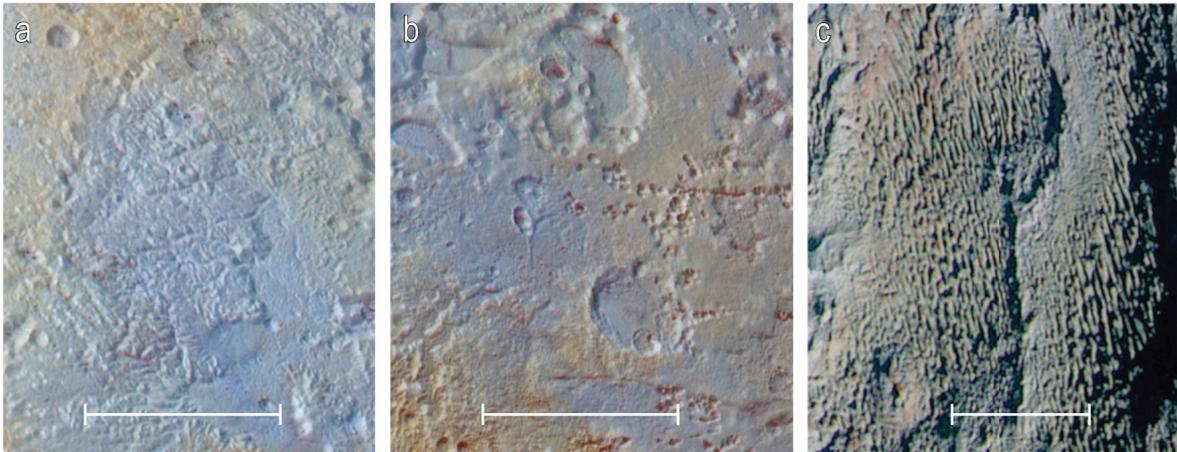


FIGURE 6.17 – Trois géomorphologies typiques de la surface de Pluton. a) Réseaux de vallées de *Pioneer Terra*, b) fosses à fond plat en haut à gauche et regroupements de fosses en bas à droite, dans *Pioneer Terra*, c) terrain en "lames" dans *Tartarus Dorsae*. Les barres d'échelle font 100 km. Stern *et al.* (2018)

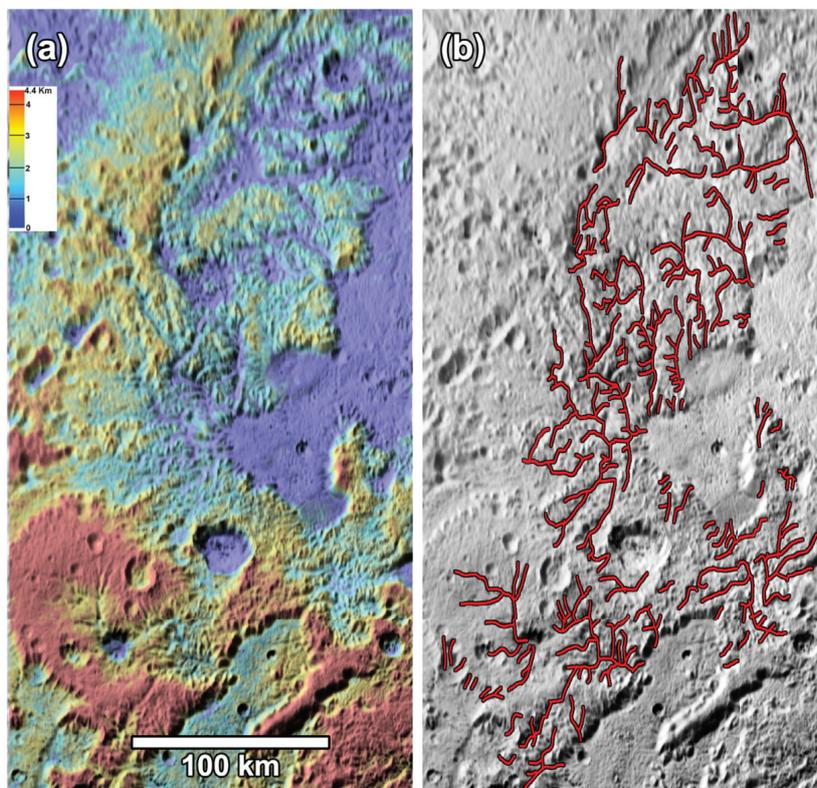


FIGURE 6.18 – Réseau de vallées. a) Altitude d'une partie de la région *Pioneer Terra*, b) interprétation des réseaux de vallée. Howard *et al.* (2017)

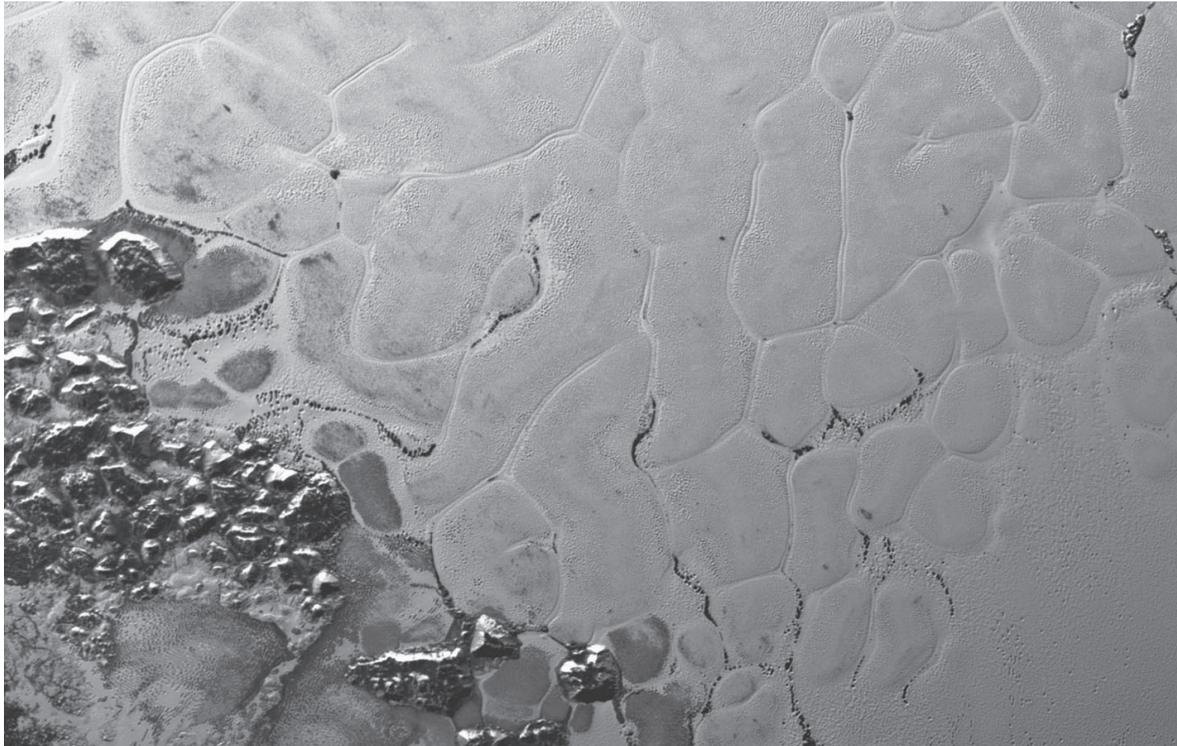


FIGURE 6.19 – Cellules convectives de *Sputnik Planitia*, chaque cellule fait environ 20 à 30 km de large. Explications disponibles sur le site de Planet Terre, article "Pluton, une petite planète à la morphologie étonnante!"

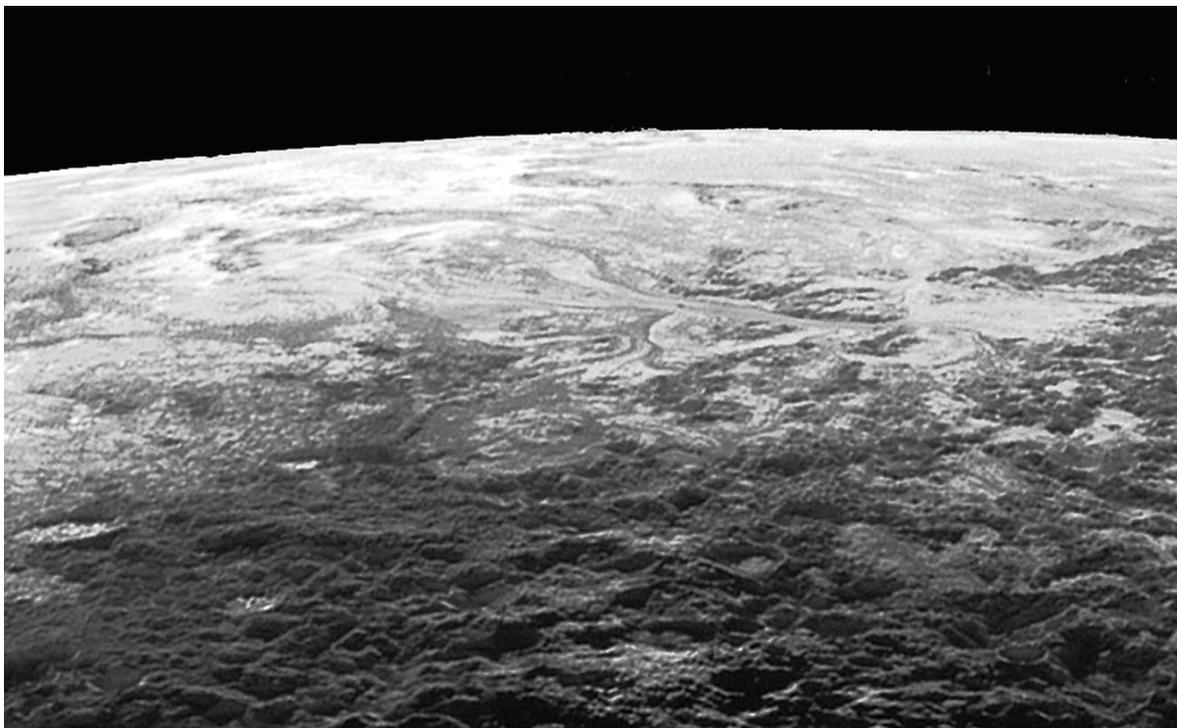


FIGURE 6.20 – Vue du bord Sud, depuis le Sud, de *Sputnik Planitia*, on voit au premier plan les montagnes de glace d'eau près de l'équateur foncées (car recouvertes de tholins) d'où s'écoulent des glaciers de diazote vers le Nord qui se déversent dans *Sputnik Planitia*.

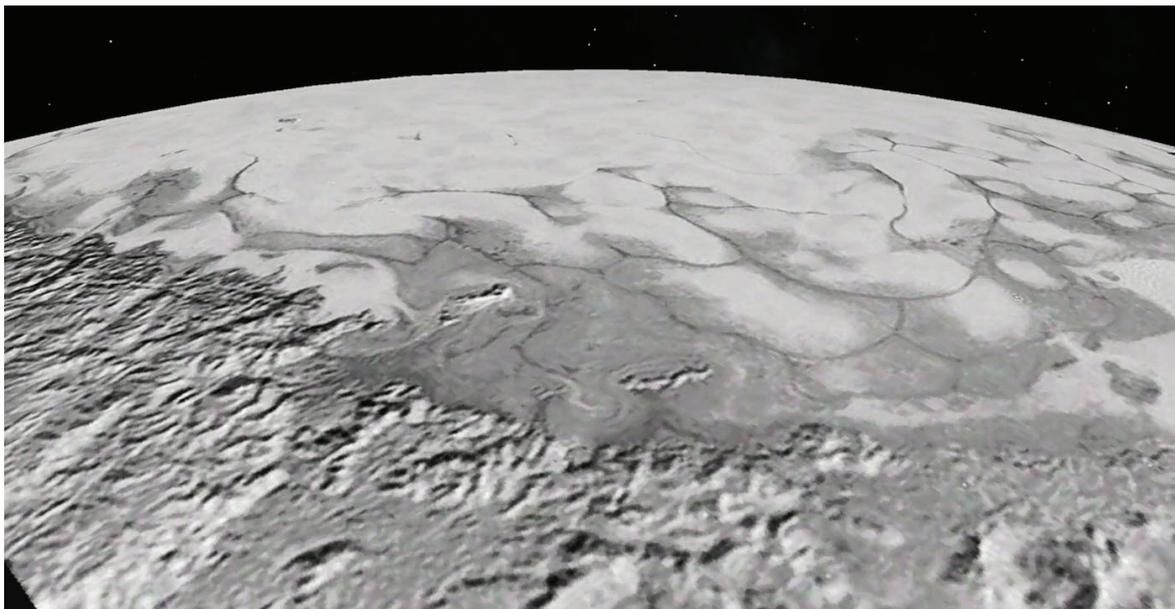


FIGURE 6.21 – Vue du bord Nord depuis le Nord de *Sputnik Planitia*, on voit que les glaces de *Sputnik Planitia* s'écoulent vers les montagnes au Nord (en bas), ce qui peut paraître paradoxale au premier abord ! On en reparlera dans la partie sur l'atmosphère.

- des dunes ont été repérées sur *Sputnik Planitia* par Telfer *et al.* (2018). Ce sont des dunes orientées perpendiculairement aux vents dominants, elles pourraient être formées de grains de glace de méthane. Si ce sont bien des dunes, elles démontrent que l'atmosphère est un acteur géologique qui peut produire des structures jeunes.
- deux structures ont été identifiées comme de potentiels cryovolcans (**Fig.6.22**, Moore *et al.*, 2016), c'est-à-dire des volcans de glace formés par accumulation de laves formées par fusion des glaces. Leur forme est à peu près conique et est assez remarquable par rapport au reste de la surface de Pluton. Ils font 200 km de diamètre pour 4 à 6 km de hauteur, des dimensions telles qu'ils sont forcément faits de glace d'eau qui a une viscosité suffisante pour que la structure ne s'affaisse pas par relaxation visqueuse, bien que l'on observe surtout du méthane à leur surface qui correspond sûrement à des dépôts saisonniers.
- on trouve des structures tectoniques à la surface de Pluton : des failles recoupent les cratères par exemple et sont donc jeunes (**Fig.6.23**). La très large majorité des structures sont interprétées comme des structures extensives, que ce soit de simples failles ou des zones de graben. De multiples orientations de creux/escarpement suggèrent une longue période et/ou plusieurs épisodes d'activité tectonique. Une extension généralisée à la surface de Pluton peut s'expliquer par une augmentation du volume de Pluton. Celle-ci est expliquée par la cristallisation d'un océan sous-jacent sous forme de glace I. On n'envisage pas la cristallisation de glace d'eau à plus de 260 km de profondeur sous forme de glaces de haute pression qui est plus dense que le liquide et induirait donc une contraction à la surface. Plus généralement, on trouve à la surface de Pluton nombre de reliefs de plusieurs kilomètres de haut. Un équivalent peut se retrouver sur les satellite de glace où de tels reliefs se forment en lien avec les forces de marées qui fournissent l'énergie nécessaire. Dans le cas de Pluton les forces de marées sont insuffisantes. L'existence d'un océan qui cristalliserait pourrait expliquer, grâce au changement de volume qu'il induirait, ces structures.

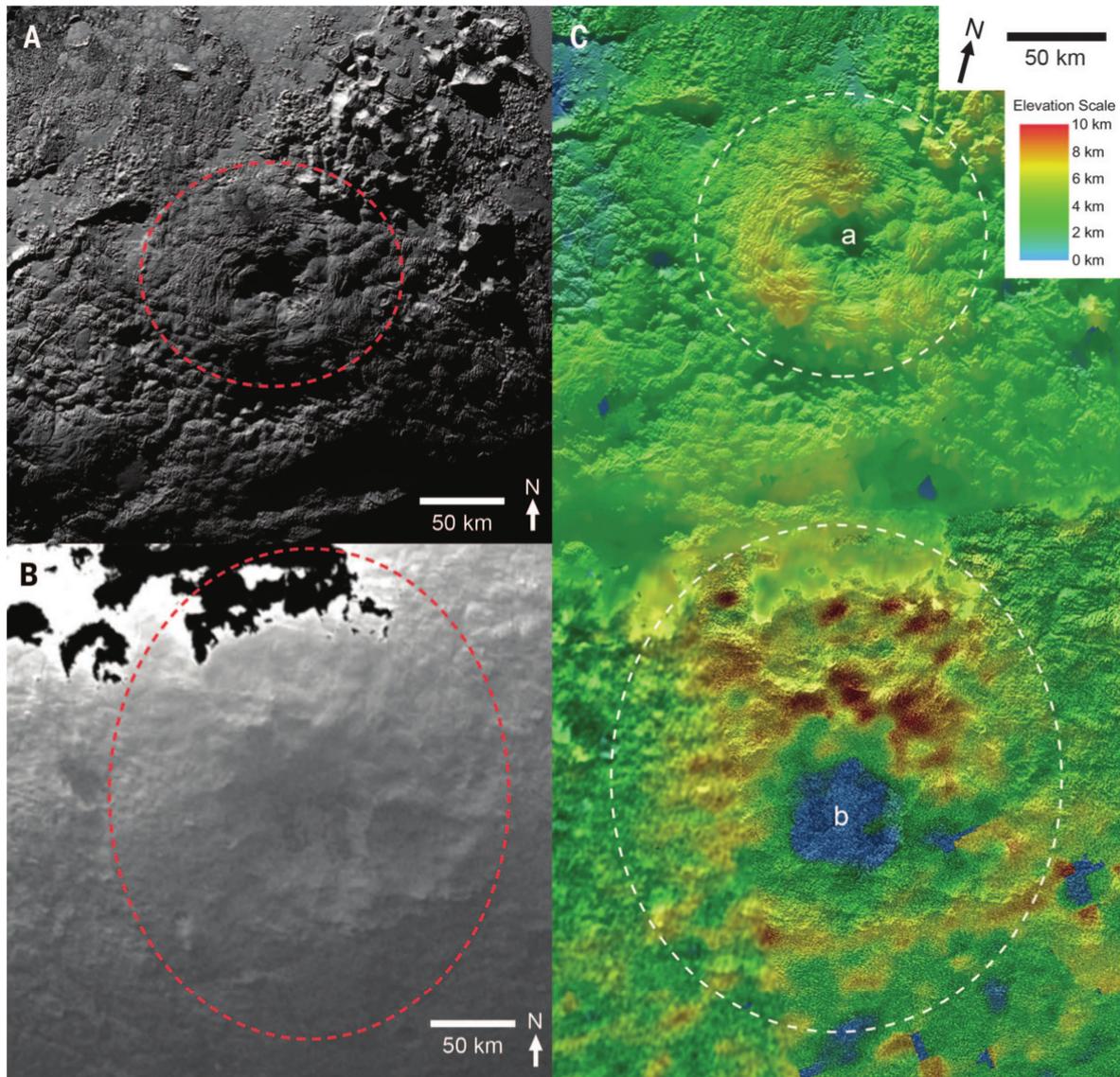


FIGURE 6.22 – Mise en évidence de 2 montagnes quasi-circulaires au Sud de *Sputnik Planitia* dont le centre forme une vaste dépression, leur formation pourrait être associée à du cryovolcanisme. Les pointillés montrent les limites approximatives de ces structures. a) Wright Mons, b) Piccard Mons, c) zone recouvrant les 2 structures, échelle de couleur donnant l'altitude. Moore *et al.* (2016)



FIGURE 6.23 – Réseau de failles interprétées comme normales recoupant d’anciens cratères d’impact. La photographie fait environ 240 km de large.

β - Atmosphère de Pluton

L’atmosphère de Pluton est très peu dense, la pression au sol vaut actuellement environ 1 Pa soit 100 000 fois moins que la pression de l’atmosphère terrestre. La composition de l’atmosphère a été étudiée et montre une atmosphère dominée par le diazote (**Fig.6.24**) puis ont été détectés des composés organiques relativement plus présents en altitude : le méthane CH_4 , l’éthane C_2H_6 , l’acétylène C_2H_2 , l’éthylène C_2H_4 et enfin des particules de brume (haze).

Ces gaz organiques se retrouvent aussi à la surface de Pluton mais de façon hétérogène selon la latitude et l’altitude. Beaucoup de méthane a été observé près du pôle Nord qui est en jour permanent depuis les dernières décennies terrestres (été boréale). Le diazote et le monoxyde de carbone se retrouvent plutôt dans les latitudes Nord médianes plutôt à faible altitude où les plus fortes pressions les stabilisent, alors qu’ils se sont sublimés près du pôle du fait du jour perpétuel et ils s’accumulent vraisemblablement au niveau de l’hémisphère Sud plus froid. Près de l’équateur on retrouve très peu de volatils, sauf en haute altitude, cette zone ne connaît pas de nuit polaire, les volatils n’y sont pas stables à l’état condensé. On y trouve néanmoins un matériau rouge sombre interprété comme des tholins qui seraient formés par des réactions photo-chimiques dans l’atmosphère sous l’effet du rayonnement ultraviolet solaire. Les tholins sont des molécules organiques azotées qui pourraient se former à partir de méthane et de diazote, les molécules formées sont mal connues mais seraient assez diverses. Les tholins en se déposant à la surface lui donnerait sa couleur rouge-brune là où aucun autre gaz n’est stable à l’état solide, près de l’équateur. On retrouve aussi un effet de l’altitude, par exemple le méthane se dépose préférentiellement sur les bords des cratères plus élevés que le reste.

L’ensoleillement semble donc jouer un rôle majeur sur la condensation et la sublimation des gaz de l’atmosphère. Stern *et al.* (2017) ont étudié la sublimation du diazote et du méthane en lien avec les variations orbitales de Pluton, les variations sont annuelles du fait de la très forte excentricité de l’orbite de Pluton (0.25) mais dépendent aussi d’un cycle de 2,8 Ma lié aux variations de l’inclinaison de l’axe de rotation de Pluton. Stern *et al.* (2017) ont trouvé

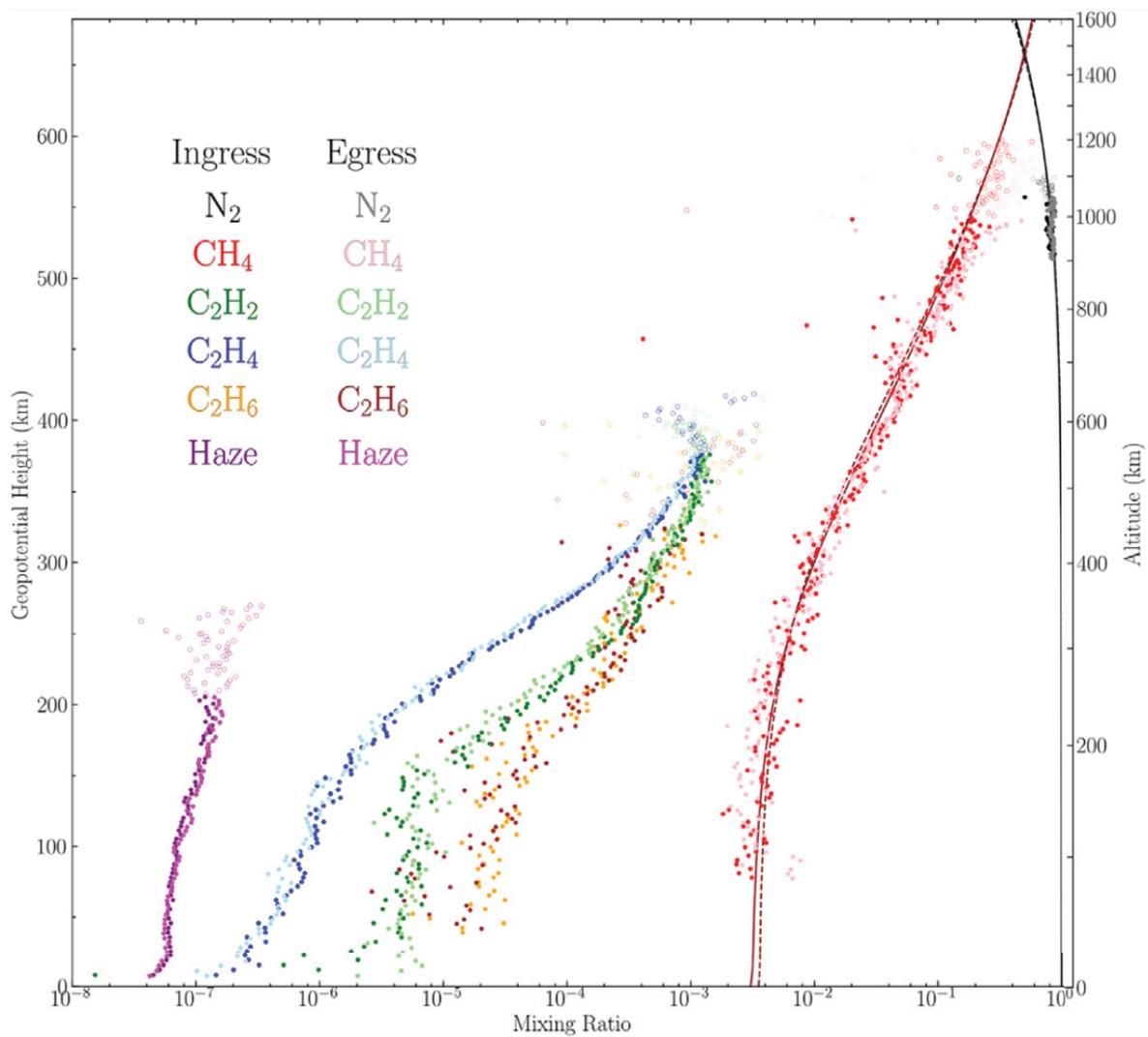


FIGURE 6.24 – Composition de l’atmosphère de Pluton mesurée par la mission *New Horizons*, l’axe des abscisse donne la proportion de chaque gaz et l’axe des ordonnées à droite donne l’altitude. Young *et al.* (2018)

que lorsque l'inclinaison de l'axe est minimale, pendant les 25 années terrestres où Pluton est proche de son périhélie, la température permet de vaporiser ces gaz jusqu'à multiplier la pression à la surface de Pluton par plus de 1000 par rapport à l'actuel et augmenter la température par effet de serre. Ainsi les conditions de liquéfaction du diazote sont atteintes. Ces cycles saisonniers pourraient permettre un cycle du diazote à la surface de Pluton ce qui expliquerait les réseaux de vallée que l'on y observe (**Fig.6.18**), lac figé et certaines formes d'érosion.

De plus, la dynamique de l'atmosphère explique l'écoulement des glaciers de *Sputnik Planitia*. L'étude de Forget *et al.* (2017) qui consiste en une modélisation climatique de Pluton selon les paramètres orbitaux montre que sur un cycle de variation de l'obliquité de 2,8 Ma, le Sud de *Sputnik Planitia* près de l'équateur est paradoxalement plutôt plus froid (du fait de l'inclinaison de l'axe) que le Nord. C'est donc au Sud que condense le diazote et au Nord qu'il se sublime. Cette dynamique du changement de phase explique que la glace s'écoule globalement depuis le sud vers le nord. Comme à l'extrême sud l'altitude est plus importante, des glaciers se forment et s'écoulent vers *Sputnik Planitia*.

La faible masse de Pluton induit que les molécules les plus légères, en particulier le méthane s'échappent petit à petit de l'attraction de Pluton et correspondrait à la perte d'une couche de 25 m de méthane sur 4,5 Ga au rythme actuel.

γ - L'intérieur de Pluton

La densité de Pluton, comme celle de Charon est intermédiaire entre celle de la glace d'eau et celle de la roche, ces 2 corps seraient formés de 3/5 à 2/3 de roche en masse.

Si Pluton était indifférenciée, c'est-à-dire si elle était restée une planète naine homogène composée d'un mélange de glace et de grains de roche, alors jamais sa glace ne serait passée à l'état liquide. Le refroidissement au cours des temps géologiques induit l'augmentation de la densité et la diminution du rayon (par contraction thermique et changement de phase de la glace d'eau de la phase I et V vers la phase II plus dense). Cela entraînerait une tectonique compressive majeure à la surface pour accommoder cette diminution de volume. La tectonique que l'on observe en surface de Pluton est interprétée comme extensive. Pluton est donc un corps différencié. Le même raisonnement est fait pour Charon qui a pourtant un rayon bien plus faible : 607 contre 1188 km et évacue donc plus facilement sa chaleur radioactive.

Plusieurs auteurs ont développé des modèles d'évolution de l'intérieur de Pluton, par exemple Bierson *et al.* (2018) dont l'on peut voir l'évolution prédite de Pluton et Charon en **figure 6.25**. Ce modèle prédit que l'océan ne s'est pas totalement recristallisé, alors même qu'ils ne prennent pas en compte la présence d'antigels qui induisent la fusion de l'océan à plus faible température et donc plus tard dans l'histoire géologique de l'objet.

δ - Charon

Charon est un corps sphérique, en rotation synchrone avec Pluton. Charon possède un diamètre de 1200 km et une masse égale à 12% de celle de Pluton. Sa faible gravité explique qu'on l'on ait détecté aucune atmosphère autour de Charon. La surface de Charon est ponctuée de façon assez homogène de cratères qui donnent à sa surface un âge proche de 4 Ga bien que l'on y voit des traces d'activité plus récente. Cette homogénéité contraste avec la dichotomie nord-sud, le nord étant très rugueux alors que le sud est très lisse. La surface de Charon est plus homogène que celle de Pluton, grise car dominée par la glace d'eau. Son albédo de 41% contre 52% pour Pluton s'explique par l'absence de volatils comme le méthane, le diazote et le monoxyde de carbone qui ne sont pas retenus à la surface.

On trouve des structures tectoniques impressionnantes sur Charon : 2 canyons de 50/30 km de large, 5/7 km de profondeur et 200/450 km de long. Ces structures ressemblent à des figures d'extensions comme on peut en trouver sur les satellites de glace. Elles pourraient être héritées de la période où la planète augmentait en volume du fait de la fusion des glaces en profondeur.

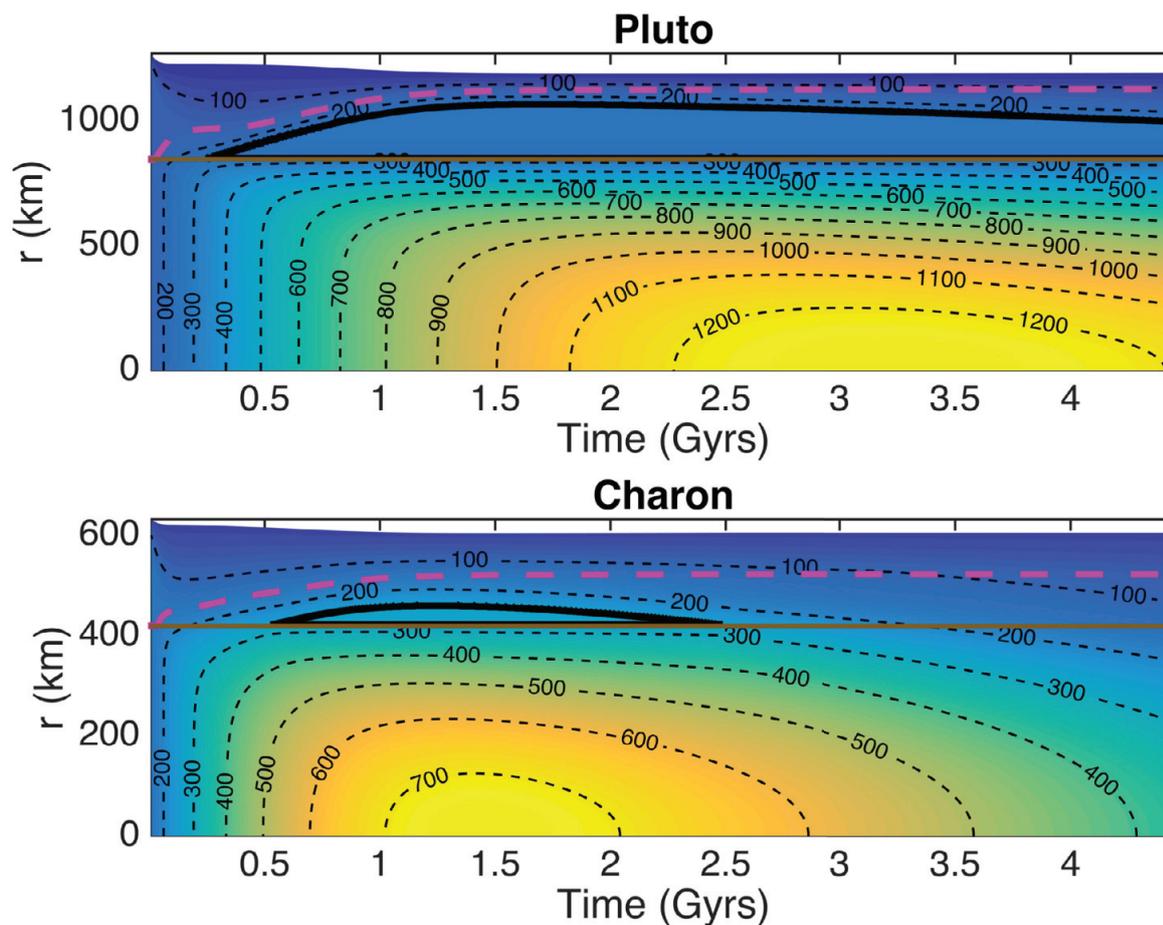


FIGURE 6.25 – Histoire thermique de Pluton et Charon prédite par Bierson *et al.* (2018). La ligne marron délimite le noyau rocheux du manteau de glace, cerclé de noir se trouve l’océan sous-glaciaire, enfin la ligne pointillée rose correspond à la limite inférieure de la couche de forte porosité (vide)



FIGURE 6.26 – Face de Charon observée par *New Horizons*, elle correspond à la face visible depuis Pluton.

On peut retrouver une modélisation de l'histoire thermique de Charon en **figure 6.25**, il est improbable que l'océan puisse encore exister actuellement même en prenant en compte les antigels comme l'ammoniac. On trouve également des rainures alignées de 3 km de large et 500 m de profondeur dans la partie Sud ainsi que des lobes qui pourraient être associés à du cryovolcanisme.

Le pôle Nord présente une surface plus foncée et rouge. Le méthane perdu par Pluton serait préférentiellement piégé au niveau des régions les plus froides de Charon (les pôles) et l'irradiation ultra-violet et des rayons cosmiques le transformerait en hydrocarbures. De l'ammoniac a été détecté à la surface de Charon grâce à la bande d'absorption à 2.2 μm , ainsi que de la glace cristalline. Ces 2 derniers composés ne sont pas stables à l'échelle de quelques millions d'années en surface du fait de l'irradiation. Cela en fait un argument en faveur d'un cryovolcanisme récent (discuté). Le canyon que l'on observe à la surface (**Fig.6.26**) suggère de plus une activité tectonique. Les données rapportées par la sonde New Horizons, et en particulier la présence de terrains variés d'âges différents montrent que Charon a été actif géologiquement vers 4 milliards d'années. Le système double avec Pluton pose la question des forces de marée qui auraient pu échauffer Charon avant que celui-ci ne se synchronise et ainsi avoir un impact sur son histoire géologique.

ε - Apports pour les planètes naines de la ceinture de Kuiper

Le survol de Pluton et Charon a permis de découvrir des phénomènes géologiques méconnus et de reconstituer partiellement leur histoire géologique : l'importance et la complexité des effets liés à l'atmosphère et au climat en lien avec les paramètres orbitaux ont une influence majeure sur la géologie actuelle de la surface de Pluton par exemple. La présence d'une phase liquide lors de "méga-saisons" tous les 2.8 Ma était inattendue et rend possible de nombreux phénomènes géologiques : cycle du diazote, réseaux fluviaux, érosion fluviale... Les indices montrant l'existence d'un océan souterrain induisent aussi des possibilités d'activité géologique tectonique et cryovolcanique.

L'exploration d'autres planètes naines de la ceinture de Kuiper n'aura pas lieu avant des décennies le temps de préparer une mission et d'atteindre ces objets si éloignés du Soleil. Les constatations faites pour Pluton peuvent donc donner une idée en attendant de ce à quoi pourraient ressembler les autres planètes naines. Une telle activité géologique était insoupçonnée et pourrait être retrouvée en particulier sur Éris qui est plus massive que Pluton, mais un peu plus petite et donc vraisemblablement plus riche en roches (et en chaleur radioactive!). Néanmoins la population transneptunienne est vraisemblablement très hétérogène, de ce que l'on peut observer.

c) Travail bibliographique

Il était prévu que cette thèse traite avant tout de la préparation des observations possibles avec le *James Webb Space Telescope*, les multiples reports du lancement n'ont pas permis que ces observations puissent avoir lieu pendant mon doctorat qui a été réorienté vers la modélisation numérique. Néanmoins, dans ce contexte j'ai compilé les données que nous possédons à propos des TNOs de taille intermédiaire qui nous intéressaient sous la forme d'un tableau que l'on peut retrouver dans Métayer *et al.* (2019) et en **table 6.1**. L'instrument NIRspec en particulier, un spectromètre pour l'infrarouge-proche (0,3-5,3 μm), optimisé pour observer les galaxies très lointaines et donc peu brillantes est également adapté pour l'observation des TNOs (Métayer *et al.*, 2019). L'obtention du spectre proche infra-rouge des TNOs permettrait de caractériser avec nettement plus de précision les composition de surface car beaucoup de composés (par exemple la glace d'eau, les hydrocarbures ou les nitriles) présentent des bandes caractéristiques d'absorption dans le proche-infrarouge.

N°	Nom	H _V	Satellite	ρ (g.cm ⁻³)	Herschel, TNOs are Cool	Other methods	Classe	Information sur la surface	Références
			D (km)	P _V (%)	D (km)	P _V (%)	Taxo ^{iq}		
90377	Sedna	1,5	906 ⁺³¹⁴ ₋₂₅₈	41,0 ^{+39,3} _{-18,6}	> 700 1420 ⁺¹¹⁰ ₋₁₈₀ < 1600	20,7 ^{+6,6} _{-2,9} > 16	RR	CH ₄ , H ₂ O, peut-être C ₂ H ₆	Lellouch <i>et al.</i> (2013) Braga-Ribas <i>et al.</i> (2014) Lykawka & Mukai (2005) Stansberry <i>et al.</i> (2008) Trujillo <i>et al.</i> (2005) Emery <i>et al.</i> (2007) Barucci <i>et al.</i> (2010)
90482	Orcus	2,2	917 ± 25	23,1 ^{+1,8} _{-1,1}	1200 ⁺¹¹⁰ ₋₁₈₀ 906 ± 72 761 ± 100 910 ⁺⁵⁰ ₋₄₀	15,0 ^{+5,8} _{-2,4} 19,7 ^{+3,4} _{-2,8} 23 ± 2	BB	H ₂ O (phase cristalline prouvée), peut-être NH ₃ , NH ₃ :H ₂ O, NH ₄ ⁺ , CH ₄ , C ₂ H ₆	Brown & Suer (2007) Carry <i>et al.</i> (2011) Fornasier <i>et al.</i> (2013) Brown & Butler (2017) Kovalenko <i>et al.</i> (2017) Lykawka & Mukai (2005) Stansberry <i>et al.</i> (2008) Thirouin <i>et al.</i> (2014) Brown & Butler (2018) Fornasier <i>et al.</i> (2004) Barucci <i>et al.</i> (2008b) Delsanti <i>et al.</i> (2010) DeMeo <i>et al.</i> (2010)
50000	Quaoar	2,4	1070 ± 38	12,7 ^{+1,0} _{-0,9}	1260 ± 190 1120 ⁺¹¹⁰ ₋₁₈₀ 850 ± 198 908 ⁺¹¹² ₋₁₁₈ 1110 ± 5 > 1138 ± 25 1071 ⁺⁵³ ₋₅₇	13,0 ^{+5,5} _{-2,2} 19,9 ^{+13,2} _{-7,0} 17,2 ^{+5,5} _{-3,6} 10,9 ± 0,7 < 14 ± 10 12,4 ^{+1,6} _{-1,2}	RR	H ₂ O (phase cristalline prouvée), CH ₄ , C ₂ H ₆ , peut-être N ₂ , NH ₃ :H ₂ O CO	Brown & Suer (2007) Fraser & Brown (2010) Vachier <i>et al.</i> (2012) Fornasier <i>et al.</i> (2013) Braga-Ribas <i>et al.</i> (2013) Davis <i>et al.</i> (2014) Brown & Butler (2017) Kovalenko <i>et al.</i> (2017) Brown & Trujillo (2004) Lykawka & Mukai (2005) Stansberry <i>et al.</i> (2008) Thirouin <i>et al.</i> (2014) Brucker <i>et al.</i> (2009) Jewitt & Luu (2004) Schaller & Brown (2007) Guilbert <i>et al.</i> (2009) Dalle Ore <i>et al.</i> (2009) Barucci <i>et al.</i> (2015)
225088	Gonggong	1,8	1280 ± 210	13,9 ^{+5,7} _{-3,9}	1752 1535 ⁺⁷⁵ ₋₂₂₅	8,9 ^{+3,1} _{-0,9}		H ₂ O, peut-être CH ₄ , CH ₃ OH	Kiss <i>et al.</i> (2017) Santos-Sanz <i>et al.</i> (2012) Tancredi (2010) Pál <i>et al.</i> (2016) Brown <i>et al.</i> (2011) Brown <i>et al.</i> (2012) Holler <i>et al.</i> (2017)
174567	Varda	3,2	705 ⁺⁸¹ ₋₇₅	10,2 ^{+2,4} _{-2,0}	< 732 722 ⁺⁸² ₋₇₆	> 9 16,6 ^{+4,3} _{-3,3}	IR	Peu concluant	Grundy <i>et al.</i> (2011) Vilenius <i>et al.</i> (2014) Grundy <i>et al.</i> (2015) Thirouin <i>et al.</i> (2014) Barucci <i>et al.</i> (2011) Brown <i>et al.</i> (2012) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)
55565	2002 AW ₁₉₇	3,3	768 ⁺³⁹ ₋₃₈	11,2 ^{+1,2} _{-1,1}	960 ⁺¹¹⁰ ₋₁₈₀ 886 ⁺¹¹⁵ ₋₁₃₁ 700 ± 50 742 ⁺⁹⁸ ₋₁₀₄	9,4 ^{+4,7} _{-1,8} P _R = 10,1 ^{+3,8} _{-2,2} 17 ± 13 11,5 ^{+4,1} _{-2,5}	IR	Peut-être H ₂ O	Vilenius <i>et al.</i> (2014) Lykawka & Mukai (2005) Grundy <i>et al.</i> (2005) Cruikshank <i>et al.</i> (2005) Brucker <i>et al.</i> (2009) Doressoundiram <i>et al.</i> (2005) Barkume <i>et al.</i> (2008) Guilbert <i>et al.</i> (2009) Merlin <i>et al.</i> (2010) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)
28978	Ixion	3,6	617 ⁺¹⁹ ₋₂₀	14,1 ± 1,1	980 ⁺¹¹⁰ ₋₁₈₀ < 822 650 ⁺²⁶⁰ ₋₂₂₀	9,9 ^{+4,8} _{-1,9} P _R > 14,8 12 ⁺¹⁴ ₋₆	IR, RR	Peut-être H ₂ O	Lellouch <i>et al.</i> (2013) Lykawka & Mukai (2005) Grundy <i>et al.</i> (2005) Stansberry <i>et al.</i> (2008) Licandro <i>et al.</i> (2002) Boehnhardt <i>et al.</i> (2004) Kolokolova <i>et al.</i> (2005) Barkume <i>et al.</i> (2008) Guilbert <i>et al.</i> (2009) Merlin <i>et al.</i> (2010) Trujillo <i>et al.</i> (2011) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)

N°	Nom	H _V	Satellite	ρ (g.cm ⁻³)	Herschel, TNOs are Cool	Other methods	Classe	Information	Références
					D (km) P _V (%)	D (km) P _V (%)	Taxo ⁱ q	sur la surface	
20000	Varuna	3,6		0,99 ^{+0,86} _{-0,15}	668 ⁺¹⁵⁴ ₋₈₆ 12,7 ^{+4,0} _{-4,2}	880 ⁺¹¹⁰ ₋₁₇₀ 7,8 ^{+4,3} _{-1,6} 936 ⁺²³⁸ ₋₃₂₄ P _R = 3,7 ^{+1,1} _{-1,4} 714 ⁺¹⁷⁸ ₋₁₂₈ 8,8 ^{+4,2} _{-3,1} < 1130 > 4 ~ 686 > 670	IR	Peut-être H ₂ O	Lacerda & Jewitt (2007) Lellouch <i>et al.</i> (2013) Lykawka & Mukai (2005) Grundy <i>et al.</i> (2005) Brucker <i>et al.</i> (2009) Bragaglia-Ribas <i>et al.</i> (2014) Licandro <i>et al.</i> (2001) Barkume <i>et al.</i> (2008) Barucci <i>et al.</i> (2008a) Lorenzi <i>et al.</i> (2014)
208996	2003 AZ ₈₄	3,6	Oui	0,87 ± 0,01	724 ± 64 10,7 ^{+2,3} _{-1,6}	840 ⁺¹⁰⁰ ₋₁₇₀ 7,1 ^{+4,1} _{-1,5} 686 ⁺⁹⁹ ₋₉₆ 12,3 ^{+4,3} _{-2,9} 764 ± 6 9,7 ± 0,9 692 ± 12	BB	H ₂ O (phase cristalline) prouvée), peut-être CH ₃ OH	Brown & Suer (2007) Dias-Oliveira <i>et al.</i> (2017) Thirouin <i>et al.</i> (2014) Mommert <i>et al.</i> (2012) Lykawka & Mukai (2005) Stansberry <i>et al.</i> (2008) Barkume <i>et al.</i> (2008) Guilbert <i>et al.</i> (2009) Merlin <i>et al.</i> (2010) Barucci <i>et al.</i> (2011) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)
145452	2005 RN ₄₃	3,7			679 ⁺⁵⁵ ₋₇₃ 10,7 ^{+2,9} _{-1,8}		IR, RR	Peu concluant	Vilenius <i>et al.</i> (2012) Barkume <i>et al.</i> (2008) Barucci <i>et al.</i> (2008a) Guilbert <i>et al.</i> (2009) Brown <i>et al.</i> (2012) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)
120347	Salacia	4,1	Actaea	1,16 ^{+0,59} _{-0,36} 1,29 ^{+0,29} _{-0,23} 1,26 ± 0,16	829 ± 30 4,4 ± 0,4	866 ± 37 4,2 ± 0,4 909 ⁺³⁹ ₋₃₈	BR, BB	Peu concluant	Noll <i>et al.</i> (2006) Stansberry <i>et al.</i> (2012) Fornasier <i>et al.</i> (2013) Brown & Butler (2017) Kovalenko <i>et al.</i> (2017) Vilenius <i>et al.</i> (2014) Lellouch <i>et al.</i> (2017) Schaller & Brown (2008) Holler <i>et al.</i> (2017)
55637	2002 UX ₂₅	3,6	Yes	0,80 ± 0,13 0,78 ± 0,10	670 ± 34 10,7 ^{+0,5} _{-0,8}	900 ⁺¹¹⁰ ₋₁₇₀ 8,2 ^{+4,4} _{-1,6} 680 ⁺¹⁰⁶ ₋₁₀₈ 11,1 ^{+4,9} _{-3,0} 659 ± 38 10 ± 1 695 ⁺³⁰ ₋₂₉ 10,4 ^{+1,1} _{-1,0}	RR, IR	Peu concluant	Brown & Butler (2017) Kovalenko <i>et al.</i> (2017) Vilenius <i>et al.</i> (2014) Lykawka & Mukai (2005) Fornasier <i>et al.</i> (2013) Brucker <i>et al.</i> (2009) Lellouch <i>et al.</i> (2017) Barkume <i>et al.</i> (2008) Barucci <i>et al.</i> (2011) Brown <i>et al.</i> (2012) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)
90568	2004 GV ₉	4,0		1,14 - 1,49	680 ± 34 7,7 ± 0,8	820 ⁺¹⁰⁰ ₋₁₇₀ 6,8 ^{+4,0} _{-1,4} 684 ⁺⁶⁸ ₋₇₄ 7,3 ^{+4,9} _{-2,9}	BR, IR	Peu concluant	Dotto <i>et al.</i> (2008) Vilenius <i>et al.</i> (2012) Lykawka & Mukai (2005) Brucker <i>et al.</i> (2009) Guilbert <i>et al.</i> (2009) Barucci <i>et al.</i> (2011) Brown <i>et al.</i> (2012) Souza-Feliciano <i>et al.</i> (2018)

TABLE 6.1 – Tableau bibliographique récapitulatif. On trouve dans l'ordre : numéro, nom et magnitude absolue dans le visible ; le nom ou l'existence d'un satellite et les estimations de la densité de l'objet ; le diamètre et l'albédo dans le visible estimés par le programme *TNOs are Cool* puis par d'autres méthodes ou équipes (les albédos dans l'infra-rouge sont précisés " P_R "); classe taxonomique et composition de la surface ; références bibliographiques. Les diamètres en italiques correspondent aux estimations concernant uniquement l'objet lui-même et non un équivalent de l'objet et son satellite. Les diamètres en gras correspondent aux occultations (concernent donc aussi uniquement l'objet lui-même). Tous les autres diamètres correspondent à des diamètres équivalents de l'objet plus son satellite (dans le cas où l'objet possède un satellite). Les classes taxonomiques sont les suivantes : BB pour *blue*, BR pour *intermediate blue red*, IR pour *moderately red* et RR pour *red*. Références pour la classe taxonomique : Perna *et al.* (2010) Perna *et al.* (2013) Fulchignoni *et al.* (2008) Barkume *et al.* (2008) Barucci *et al.* (2011) Belskaya *et al.* (2015)

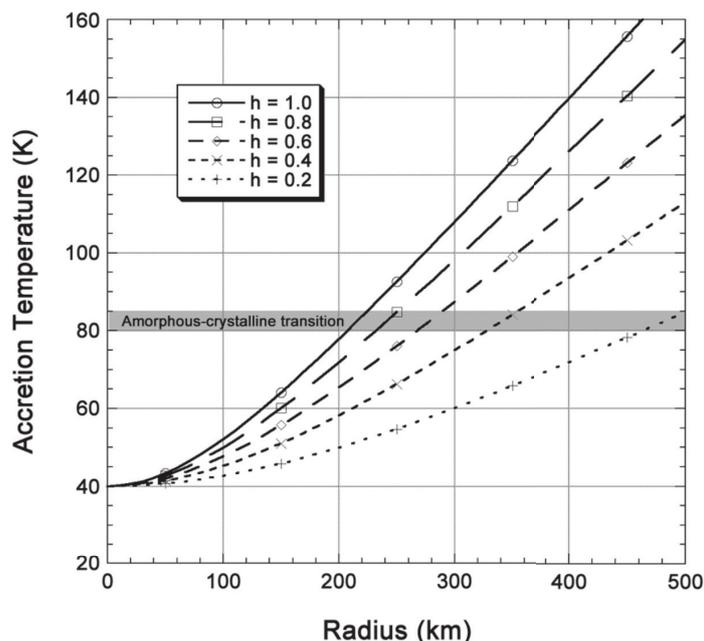


FIGURE 6.27 – Température d’accrétion en fonction du rayon pour des objets de la ceinture de Kuiper de densité 1. Des profils pour différentes valeurs de la rétention de la chaleur h sont représentés (McKinnon, 2002).

B. Activité géologique et évolution des objets transneptuniens

a) Sources de chaleur

On donne ici un ordre de grandeur du chauffage apporté par chaque source, calculé pour un volume constitué à 50% de glace et à 50% de poussières en condition adiabatique.

α - Chaleur initiale

Les modèles de disque protoplanétaire prévoient des températures assez faibles à plus de 20 UA, nettement plus faibles que 100 K mais au dessus de 20-30 K ce qui fait que les espèces les plus volatiles ne sont pas condensées comme CO, N₂ ou CH₄ (McKinnon *et al.*, 2008). Néanmoins, il faut aussi considérer la chaleur liée à l’accrétion des TNOs.

La chaleur initiale des TNOs est à priori relativement faible par rapport à celle des planètes telluriques puisque les glaces que l’on trouve sur ces objets ne se sont pas évaporées au début de leur histoire. Cette chaleur est au premier ordre négligeable, cela est lié au fait que les impacts dans la ceinture de Kuiper ont lieu à des vitesses beaucoup plus faibles qu’au centre du Système Solaire (Orosei *et al.*, 2001). Ainsi la chaleur apportée par l’accrétion n’est généralement pas prise en compte dans les modèles (McKinnon *et al.*, 2008 ; Desch *et al.*, 2009), néanmoins pour les corps de grande taille cette contribution n’est pas négligeable comme on peut le voir avec la **figure 6.27** issue du McKinnon (2002). Sur cette figure apparaissent des profils pour différentes valeurs de h : la fraction de la chaleur issue des impacts retenue par l’astre, en général des valeurs plus petites que 0.5 sont retenues (McKinnon *et al.*, 2008). Si l’on prend la courbe pour $h = 0.4$, on voit que les corps de plus de 350 km de rayon devraient avoir commencé à cristalliser leur glace amorphe dès la période d’accrétion.

β - Chaleur radioactive

On considère les éléments radioactifs selon 2 groupes :

- ceux à **courtes périodes** : ²⁶Al, ⁶⁰Fe, ⁵³Mn qui ont des périodes de demi-vie de l’ordre du million d’année ;

- et ceux à **longues périodes** : ^{40}K , ^{232}Th , ^{235}U , ^{238}U qui ont des périodes de demi-vie de l'ordre du milliard d'année ou de la dizaine de milliards d'années. Ce sont les seuls qui participent aujourd'hui au budget thermique des corps du système solaire : les courtes périodes ont entièrement disparu depuis la formation du système solaire.

	Isotope	$X_{rad,0}$	τ_{rad} (années)	H_{rad} J.kg^{-1}
CP	^{26}Al	6.7×10^{-7}	1.05×10^6	4.84×10^{12}
	^{60}Fe	$2.5 \times 10^{-7/-8}$	2.16×10^6	5.04×10^{12}
	^{53}Mn	2.8×10^{-8}	5.34×10^6	4.55×10^{12}
LP	^{40}K	1.2×10^{-6}	1.80×10^9	1.66×10^{12}
	^{232}Th	6.0×10^{-8}	2.02×10^{10}	1.68×10^{13}
	^{235}U	9.0×10^{-9}	1.02×10^9	1.82×10^{13}
	^{238}U	2.9×10^{-8}	6.45×10^9	1.92×10^{13}

TABLE 6.2 – Valeurs adaptées de Castillo-Rogez *et al.* (2007), pour des chondrites ordinaires. $X_{rad,0}$ est la fraction de masse initiale de chaque élément radiogénique, τ_{rad} le temps caractéristique de décroissance et H_{rad} la chaleur libérée par la désintégration de chaque isotope par unité de masse.

Pour l'intégralité des isotopes sur un temps infini avec $C_{ice} = 7.49T + 90 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $C_{dust} = 770 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ on trouve théoriquement que ceux-ci peuvent monter la température de $\Delta T = 1382 \text{ K}$ (valeur donnant un ordre d'idée mais n'a pas de sens physique puisque la glace fond, en chauffant "plusieurs fois" sous le point de fusion de l'eau on obtient bien plus que 1382 K cumulé puisque C_{ice} est bien plus petit à faible température). Il s'agit de la source de chaleur principale.

Les TNOs sont considérés comme ayant 2 phases principales aux comportements différents : les glaces et les roches sous forme de poussières/particules au début, qui contiennent les éléments radioactifs. La composition de ces roches devraient être vraisemblablement chondritiques (McKinnon *et al.*, 2008). Il est important de connaître le rapport en masse de la glace par rapport à ces roches pour avoir une idée de l'ampleur du chauffage radioactif. Cette valeur n'est pas souvent bien connue, une fois que l'on connaît la taille et la masse d'un objet, le rapport glace sur roche dépend aussi de la proportion de vide (appelée porosité).

Pour les 2 sources de chaleur précoces, à savoir le chauffage radioactif par les courtes périodes et le chauffage lié à l'accrétion, la durée caractéristique d'accrétion est essentielle. Au début de l'accrétion, la chaleur radioactive est très importante mais la chaleur perdue est importante du fait d'un fort rapport surface sur volume. Avec le temps le flux de chaleur radioactif s'atténue mais le ratio surface sur volume aussi. Pour que la chaleur radioactive des courtes périodes ait un rôle, il faut que le temps caractéristique d'accrétion soit de l'ordre de leur temps de demi-vie (McKinnon *et al.*, 2008). Bierson & Nimmo (2019) proposent avec l'étude de la densité de Pluton et Charon que le temps caractéristique d'accrétion vaille au moins 4 Ma ; McKinnon *et al.* (2017), eux, considèrent que Pluton n'était pas totalement différencié lors de l'impact qui a créé Charon, ainsi Pluton se serait formé à un moment où les éléments à courte période radioactive n'étaient plus actifs. Ces 2 résultats tendent à montrer que ces 2 sources de chaleurs seraient minimales.

γ - Chaleur solaire

La chaleur apportée par le Soleil varie selon la position sur leur orbite des TNOs du fait de leur forte excentricité. Néanmoins cela ne représente pas une source de chaleur majeure

et comme la conductivité reste relativement faible à l'échelle de temps d'une orbite, l'hypothèse d'un flux solaire égal sur toute la surface de l'objet n'est pas aberrante (McKinnon *et al.*, 2008). On parle d'hypothèse de rotateur rapide. Cela justifie le traitement du problème en 1D ce qui n'est pas possible pour les comètes qui s'approchent plus proche du Soleil et ont des excentricités qui peuvent être plus fortes.

La chaleur solaire était moins forte au début du système solaire, égale à environ 70 % de l'actuel. Mais il n'est pas nécessairement pertinent de le prendre en compte car on ne sait pas à quelle distance du Soleil se sont formés les TNOs.

Dans notre modèle, la chaleur solaire pourra être considérée simplement sous la forme d'une condition à la limite en surface où la température est fixée par la distance moyenne au Soleil.

δ - Cristallisation de la glace amorphe

La glace serait essentiellement sous forme amorphe dans la partie éloignée, froide, du système solaire. Elle peut se condenser sous forme amorphe à très faible température. Cette phase de la glace n'est pas thermodynamiquement stable, elle se transforme en glace cristalline spontanément. Le temps nécessaire à cette transformation dépend énormément de la température : $\tau_{cr} = 3,0 \cdot 10^{-21} \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right)$ où E_a est l'énergie d'activation et k la constante de Boltzmann (Jewitt, 2008). Cette dépendance exponentielle à la température induit que la phase est cinétiquement stable à faible température : alors que $\tau_{cr} = 6000$ Ga à 70 K et 4,5 Ga pour 77 K, il ne vaut plus que 250 000 ans pour 90 K et 5 ans pour 110 K.

Ainsi, on considère généralement que l'on devrait trouver, du fait de cette cinétique, de la glace cristallisée à l'intérieur de l'orbite de Jupiter et de la glace amorphe à l'extérieur. Les glaces d'eau plus proches du Soleil que Jupiter sont effectivement cristallines (détectées grâce à leur bande d'absorption caractéristique à 1,65 μm) mais on trouve aussi étonnamment de la glace cristalline plus loin. Encore plus étonnant nous n'avons encore aucune preuve de détection de glace amorphe dans le système solaire externe. Les vents solaires et les rayons cosmiques détruisent la structure cristalline de la glace d'eau, sur le premier mètre à la surface des TNOs la glace cristalline serait ainsi rendue amorphe en seulement de l'ordre de 1 à 10 millions d'années. Cela rend complexe l'explication de l'observation de glace cristalline dans le système solaire externe (Jewitt, 2008).

Cette transformation est réputée exothermique, $\Delta E = 9 \cdot 10^4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ si la glace est pure. Un corps qui atteindrait une température permettant la réaction verrait donc sa température augmenter du fait de la réaction et une réaction en chaîne pourrait se produire. Ce changement de phase est particulièrement affecté par les chercheurs travaillant sur les comètes : il pourrait expliquer l'activité repérée sur certaines comètes trop loin du Soleil pour être actives (Hillman & Prialnik, 2012) ainsi que sur des centaures (Jewitt, 2009 ; Guilbert-Lepoutre, 2012).

Cette réaction ferait monter la température de 120 à 159K, soit $\Delta T = 39\text{K}$. Ce n'est pas négligeable mais la réaction de cristallisation n'est exothermique que si la glace est pure : des impuretés induisent la diminution de la chaleur produite et peuvent même rendre la réaction endothermique ! Cela remet en cause la modélisation de cette source de chaleur.

ε - Serpentinisation

La serpentinisation désigne les réactions d'hydratation de minéraux silicatés en contact avec de l'eau liquide, par exemple la réaction de l'olivine avec le pyroxène donne de la serpentine : $2\text{Mg}_2\text{SiO}_4 + \text{Mg}_2\text{Si}_2\text{O}_6 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{Mg}_3\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$. La serpentinisation est surtout connue concernant les roches du manteau au fond des océans qui sont serpentinisées au contact de l'eau de mer via des réseaux hydrothermaux. Cette réaction pourrait avoir lieu si de l'eau liquide entre en contact avec les poussières silicatées. L'énergie libérée vaut $\Delta E = 290$

kJ par kg d'olivine (Malvoisin, 2013). Si on prend moitié d'olivine dans les poussières, en partant de 273 K on monterait à 316 K, soit $\Delta T \sim 40K$ (en appliquant la même énergie sur un matériaux à 40 K on monterait à 120 K, pour comparaison).

À partir d'une certaine température, la serpentinite va se déshydrater, aux alentours de 900 K (références dans le Bierson *et al.*, 2018), en consommant de la chaleur puisque la réaction va dans le sens inverse. Ainsi selon Bierson *et al.* (2018), Charon serait plus serpentinisée que Pluton dont le noyau rocheux, plus chaud se serait plus déshydraté.

ζ - Énergie gravitationnelle

La différenciation, dont on va parler plus loin, consiste en la séparation des roches et de la glace. Les roches plus denses allant vers le centre de l'objet alors que les glaces (à l'état solide ou liquide), moins denses sont rejetées vers la périphérie. Imaginons que l'on passe d'une sphère homogène de 1000 km de diamètre avec 10% de porosité (la porosité désigne du vide ici, ce qui donne $\rho = 1290\text{kg.m}^{-3}$) à une sphère totalement différenciée avec noyau ($\rho = 3250\text{kg.m}^{-3}$, Rayon du noyau 583 km) et manteau ($\rho = 920\text{kg.m}^{-3}$), rayon total 965 km. Comparons leurs énergies potentielles. On fait l'hypothèse de g constant dans la planète, estimé à la surface (0,36 et 0,39 m.s^{-2}).

$$\int_{z_1}^{z_2} mgz dz = \int_{z_1}^{z_2} 4\pi\rho gz^3 dz \quad (6.1)$$

$$Ep_1 = \pi\rho gR^4 \quad (6.2)$$

$$Ep_2 = \pi g \left(\rho_{\text{noyau}} R_{\text{noyau}}^4 + \rho_{\text{manteau}} \left(R^4 - R_{\text{noyau}}^4 \right) \right) \quad (6.3)$$

Ainsi, la différence d'énergie potentielle vaut $\Delta Ep = 1,6.10^{26}$ J soit 59.10^3 J pour 2 kg composées à 50% de glace et de poussière. Cela permet de passer de 273 K à 287 K soit $\Delta T = 14K$.

Desch *et al.* (2009) trouvent de leur côté que cela ne représente que quelques kelvins.

η - Forces de marée

La détection de binaires dans la ceinture de Kuiper est systématique avec Hubble, les objets de type *cold classical*, qui se seraient formés en place, sont 4 fois plus souvent des binaires que la moyenne des KBOs (Jewitt, 2008). Les binaires rapprochés comme Pluton-Charon auraient pu se former à la suite d'un impact entre précurseurs. La densité actuelle d'objets dans la ceinture est beaucoup trop faible pour permettre de telles collisions (elle devait être 100 à 1000 fois plus peuplée).

Il existe 3 types de forces de marée, qui sont par ordre décroissant d'importance concernant la chaleur induite :

1. celles liées à une rotation asynchrone,
2. celles liées à une orbite excentrique,
3. celles liées à une obliquité non nulle.

La viscosité de l'objet intervient dans l'ampleur de la déformation liée aux forces de marées et donc dans la dissipation sous forme de chaleur, plus un objet est visqueux moins la déformation est importante et moins cette source de chaleur est importante. La présence d'une couche liquide facilite la dissipation dans la couche supérieure qui se déforme plus facilement.

Imaginons un objet de la taille d'Orcus (900 km de diamètre et son satellite, 300 km), imaginons que ce satellite passe d'une rotation sur lui-même en 15h à une synchronisation avec le *primary* et que ce satellite soit une boule parfaitement homogène (ce qui maximise son énergie cinétique). Calculons la perte d'énergie cinétique induite.

Intégration possible de 2 manières :

Coordonnées cartésiennes :

Calcul sur un volume élémentaire de type anneau de section $drdh$ et de rayon r .

$$dE_c = \frac{1}{2} 2\pi r dr dh \rho \omega^2 r^2$$

$$E_c = \pi \rho \omega^2 \int_{-R}^R \int_0^a r^3 dr dh$$

Avec a le rayon du disque.

$$E_c = \frac{\pi \rho \omega^2}{4} \int_{-R}^R a^4 dh \quad \text{avec } a = \sqrt{R^2 - h^2}$$

Reste à sommer ces disques sur toute l'épaisseur de la sphère :

$$E_c = \frac{\pi \rho \omega^2}{4} \left[hR^4 - \frac{2}{3} R^2 h^3 + \frac{h^5}{5} \right]_{-R}^R$$

$$E_c = \frac{4}{15} \pi \rho \omega^2 R^5$$

Coordonnées sphériques :

$E_c = \omega^2 \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \rho d^2 dV$ avec d la distance à l'axe

$$E_c = \omega^2 \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \rho r^4 \sin^3(\Theta) d\Phi d\Theta dr$$

$$E_c = \omega^2 \frac{2\pi \rho R^5}{5} \int_0^\pi \sin^3(\Theta) d\Theta$$

$$E_c = \omega^2 \frac{2\pi \rho R^5}{5} \int_0^\pi - (1 - \cos^2(\Theta)) d\cos(\Theta)$$

$$E_c = \omega^2 \frac{2\pi \rho R^5}{5} \int_0^\pi - (1 - \cos^2(\Theta)) d\cos(\Theta)$$

$$E_c = \omega^2 \frac{2\pi \rho R^5}{5} \left[-\cos(\Theta) + \frac{\cos^3(\Theta)}{3} \right]_0^\pi$$

$$E_c = \frac{4}{15} \pi \rho \omega^2 R^5$$

Ce qui donne $E_c = 1,1 \cdot 10^{21}$ J. Nombre de kg du satellite : $1,8 \cdot 10^{19}$, ce qui donne à 100 K une capacité thermique de $C_{total\ satellite} = 1,5 \cdot 10^{22}$ J.K⁻¹. L'augmentation de température dans le satellite vaut donc $\frac{E_c}{C_{total\ satellite}} = 0.07$ K seulement.

Si l'on considère que le corps satellite tourne en seulement 2h sur lui-même et que toute la chaleur est dissipée dans le satellite encore une fois :

$E_c = 6,3 \cdot 10^{22}$ J soit $\Delta T \sim 4$ K à 100K, en faisant de même avec le corps principal, on trouve que l'élevation de température vaut $\Delta T \sim 38$ K. Même en prenant un cas extrême le réchauffement reste limité.

Selon Saxena *et al.* (2018), un corps faisant partie d'un *binary* qui tourne en 10 h sur lui-même ne subit qu'un chauffage négligeable mais un corps qui tourne en 2 ou 3 h voit ce chauffage devenir conséquent. Néanmoins il semble qu'une telle rotation soit très rapide et la fréquence par le passé de corps tournant aussi vite est assez incertaine.

b) Phénomènes géologiques
 α - Différenciation

Il semble vraisemblable de penser que les plus grands TNOs ayant un rayon d'au moins 500 km ont suffisamment chauffé lors de leur formation, par accréation et désintégrations radioactives, pour avoir conduit à une différenciation de ces corps (McKinnon *et al.*, 2008). Les mécanismes exactes de la différenciation sont mal connus, mais l'on imagine bien que si toute la glace fond, les particules de roche vont avoir tendance à couler du fait de leur densité. Ils seraient aujourd'hui constitués d'un noyau de roches entouré d'un manteau de glace (encore potentiellement partiellement liquide selon les objets) et une croûte indifférenciée en surface qui est toujours restée très froide. La porosité initialement présente dans l'objet aurait disparue sauf dans la croûte.

La différenciation chez les TNOs a toujours été associée à la fusion de la glace. La fusion de l'eau a de multiples effets, l'eau réagit avec les roches ce qui peut modifier leur densité, mais aussi leur conductivité et leur capacité thermique ainsi que leur composition minéralogique (réactions d'hydratation), enfin, la présence d'eau induit la fermeture des pores qui se retrouvent comblés de liquide (Malamud & Prialnik, 2015). La gestion de la différenciation numériquement n'a jamais vraiment été traitée, elle est automatique quand une température est atteinte en générale. Mais plus globalement le traitement du changement de phase n'est pas triviale, par exemple Merk & Prialnik (2006) calculent la proportion de liquide X_w à partir d'une fonction de la température T rapportée à la température de changement de phase T_w : $X_w = \frac{1}{1 + \exp(\beta(1 - T/T_w))}$ où β est une constante. Cette formule permet d'échelonner la fonte sans que l'on ne comprenne bien le fondement physique.

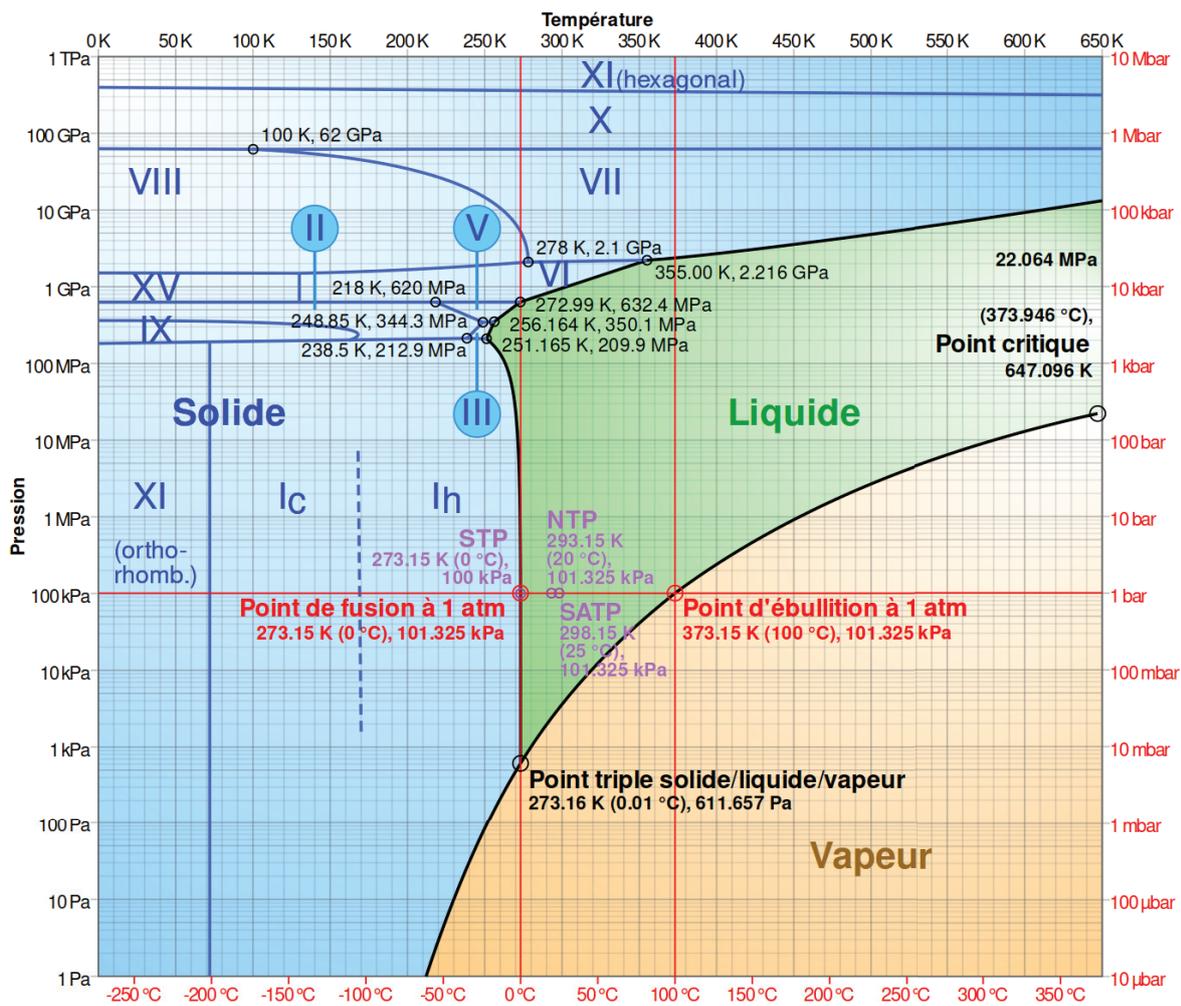


FIGURE 6.28 – Diagramme de phase de l'eau. Olivier Descout

Les astres de la taille de Pluton sont différents des objets plus petits en cela qu'ils voient la cristallisation de glaces de hautes pressions à la base de leur océan (si la pression vaut plus de 200 MPa). Cette transition glace de type I de basse pression vers la glace de type III (voir **figure 6.28**) correspond au minimum de température de fusion de l'eau au niveau du point triple glace I, Glace III et liquide (McKinnon *et al.*, 2008). Ainsi les plus gros objets ont un océan d'une part plus pérenne parce que la chaleur est perdue plus lentement mais aussi parce que l'eau liquide est stable à plus basse température du fait de la pression.

De plus, des agents antigels peuvent intervenir, en particulier l'ammoniac et le méthanol. La fusion de l'eutectique d'un mélange eau-ammoniac a lieu dès 175 K et 171 K pour un mélange eau-méthanol ; la fusion descend jusqu'à 155 K pour un mélange eau-ammoniac-méthanol (Kargel, 1992). L'effet de ces espèces si elles sont présentes est que la fusion serait plus précoce et que l'océan serait conservé plus longtemps que s'il était constitué d'eau pure qui cristallise dès 273 K. Les planètes naines comme Pluton et Éris ou même Triton capturé par Neptune ont une taille qui ne serait pas suffisante pour conserver un océan contenant seulement du sel, mais la présence d'ammoniac ou de méthanol rend invraisemblable la possibilité que l'intégralité de leur océan ait déjà gelé.

McKinnon *et al.* (2008) considèrent que l'apparition d'un eutectique ne suffit pas à différencier un TNO, mais qu'il faudrait une température bien plus importante atteinte selon eux par la radioactivité des éléments courte période ou lors d'un impact majeur si la température était déjà proche de celle de la fusion. Au contraire, Desch *et al.* (2009) considère que la chute de la viscosité lors de la fusion de l'eutectique avec quelques pourcents d'ammoniac (de 10^{17} à 10^{12} Pa.s) induit la différenciation. Si la glace était pure, la viscosité serait telle que la différenciation ne pourrait avoir lieu que si la fusion était totale. Au contraire, en présence d'antigel (ammoniac), cette différenciation peut s'effectuer par fluage à l'état solide de la glace autour des particules de roche selon un écoulement de Stokes (seul mécanisme qu'ils prennent en compte). Ils considèrent ainsi dans leur modèle une différenciation instantanée lorsque la température de 176 K (au delà de la fusion avec ammoniac) est atteinte. Néanmoins pour que les roches coulent à travers la glace, ils font intervenir des particules de roches de la taille de l'ordre du mètre, des particules de cette taille sont repérées à la surface des comètes mais il est peu probable que la majeure partie de la roche soit sous la forme de particules aussi grosses (Rotundi *et al.*, 2015 ; Della Corte *et al.*, 2015).

Neveu & Desch (2015) proposent un autre mécanisme de différenciation visible en **figure 6.29**. Dans leur modèle, la fusion commence naturellement par le centre, les chondrules (particules de roche) de taille millimétrique sédimentent et forment le noyau alors que les particules de la taille du micron restent en suspension dans le liquide. La glace est plus lourde que le liquide du fait d'un plus grand ratio de roche, cela induit une instabilité de Rayleigh-Taylor : l'eau liquide moins dense remonte vers la surface alors que la glace descend puis fond en arrivant dans l'océan ce qui libère les chondrules. Ces chondrules sont serpentinisés au contact avec l'eau liquide. Une partie de l'eau peut remonter jusqu'à la surface par effet de pressurisation lors de la cristallisation, induisant un cryovolcanisme.

β - Instabilités gravitationnelles

À l'origine, les modélisateurs considèrent que les TNOs sont constitués d'un matériau homogène de glace et roche mélangées. La différenciation peut néanmoins induire la formation de couches de densités différentes avec parfois des densités plus fortes au dessus de densités plus faibles. C'est en particulier le cas de la croûte indifférenciée à la surface : elle est plus dense que la glace sous-jacente ayant recristallisée et donc porteuse d'une proportion de roche moindre ou nulle. Il s'agit donc d'une instabilité gravitationnelle, la couche supérieure aurait tendance à "couler". Néanmoins, on considère généralement que cette couche superficielle est si froide, et la viscosité de la glace si forte (10^{17} à 10^{18} Pa.s) que cette couche est stable (Desch *et al.*, 2009).

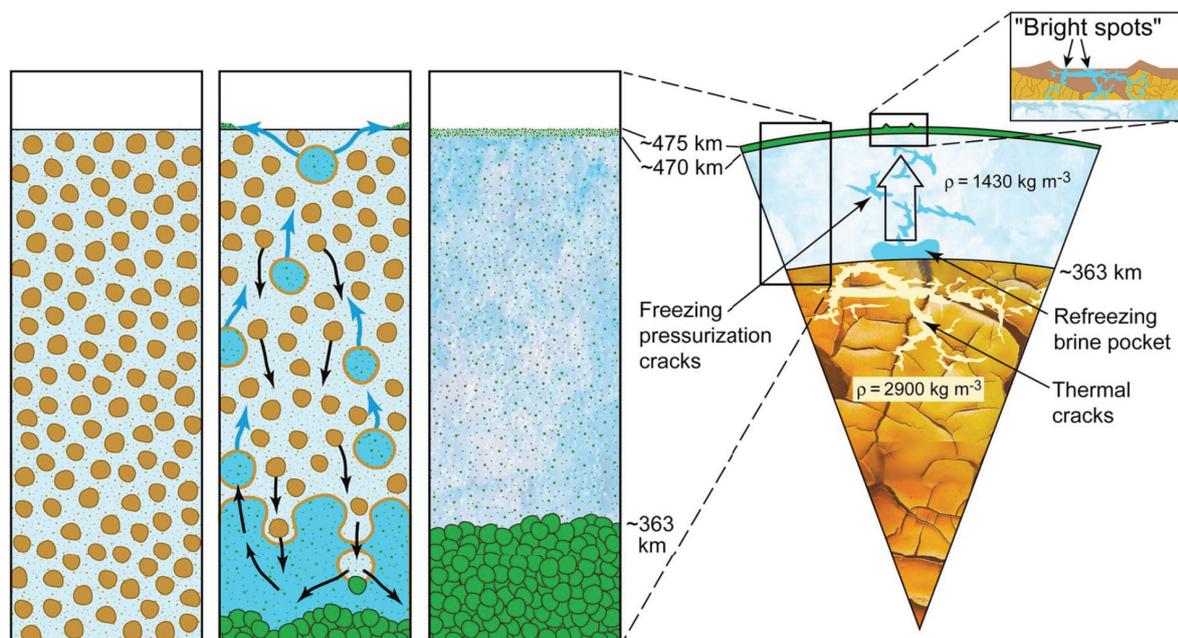


FIGURE 6.29 – Schéma de la différenciation de Cérès (qui était un TNO avant de se retrouver dans la ceinture principale au grès du déplacement des géantes gazeuses), si Cérès s'est formé de 4 à 7 Ma après les CAIs (la couleur verte correspond aux roches serpentinisées).

Rubin *et al.* (2014) ont exploré les effets de l'instabilité de Rayleigh-Taylor sur la croûte indifférenciée près de la surface. Ils concluent que cette couche est stable tant que la température ne passe pas au-dessus de 150 K du fait de la grande viscosité de la glace à faible température (environ 44 K à la surface d'un objet à 40 UA du Soleil). Ainsi il reste toujours une croûte indifférenciée à la surface, néanmoins, leurs résultats montrent que cette croûte fait typiquement 60 km contre 85 km sans prendre en compte cet effet (Desch *et al.*, 2009).

γ - Transferts de liquide et de gaz

Comme on l'a vu, de l'eau liquide peut être présente sous la surface des TNOs. L'eau liquide a une densité plus forte (1000 kg.m^{-3}) que la glace I (930 kg.m^{-3}) mais qui peut devenir plus faible si cette glace comprend une proportion suffisante de roche comme dans la croûte superficielle. L'eau pourrait donc théoriquement ressortir en surface comme on le suspecte dans différents cas de cryovolcanisme comme nous l'avons vu sur Pluton. De plus, la présence d'ammoniac rend le mélange moins dense que l'eau pure, par exemple, l'eutectique (32% d'ammoniac) a une densité de seulement 945 kg.m^{-3} à 176 K et devient même moins dense que la glace I à plus haute température, par exemple 880 kg.m^{-3} à 288 K. La présence d'ammoniac facilite donc la remontée vers la surface (Desch *et al.*, 2009).

Il faudrait néanmoins que des fractures dans la croûte de glace se forment pour laisser passer le liquide, les couches de glace indifférenciées sont plus résistantes à la rupture que l'eau pure (Neveu & Desch, 2015). Ces fractures pourraient par exemple se former sous l'effet des changements de volume liés à la cristallisation de l'eau liquide. L'augmentation du volume lors du changement de phase induirait également une surpression qui pourrait faciliter la remontée d'une partie du liquide vers la surface. Les remontées de liquide seraient limitées par le changement de phase liquide-solide à travers la couche de glace. Quelques indices de cryovolcanisme existent mais les surfaces connues de Pluton et Charon restent globalement datées de l'ordre de l'âge du système solaire, le resurfaçage par cryovolcanisme reste donc limité et le bilan thermique sur l'histoire géologique de l'objet également.

Que ces liquides puissent remonter ou pas à la surface, ils transportent de la chaleur vers la périphérie de l'objet. Leur devenir est de geler dans les couches supérieures de glace y ap-

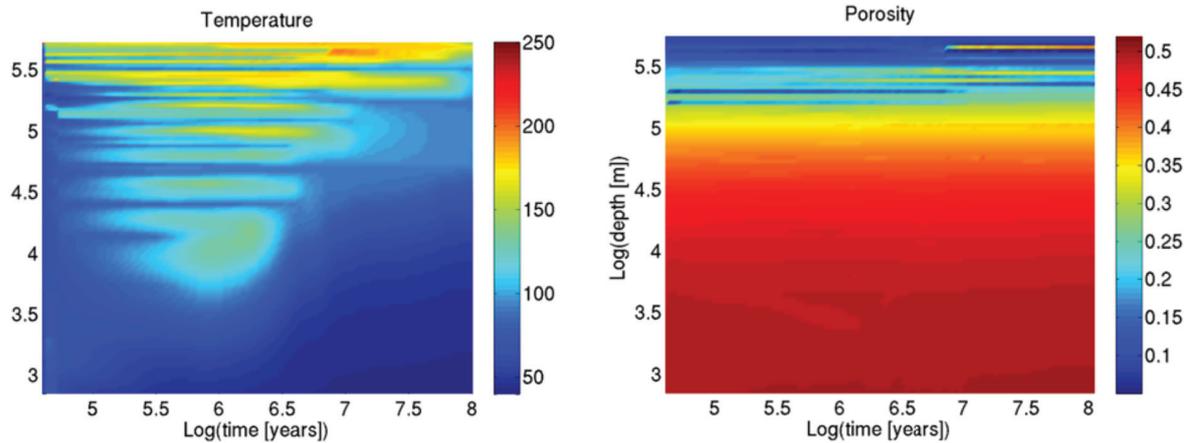


FIGURE 6.30 – Figure issue du Prialnik *et al.* (2008) qui montre l'effet du changement phase avec les espèces les plus volatiles.

portant de la chaleur ou à la surface de l'objet où la chaleur est perdue par rayonnement (McKinnon *et al.*, 2008).

Tout comme pour les liquides, des gaz pourraient aussi circuler dans les TNOs, avec un effet sur la température via la chaleur latente de changement de phase et la chaleur transportée par advection. Ces gaz peuvent également être perdus, selon Choi *et al.* (2002) les composés les plus volatils sont perdus vers l'espace au début de l'histoire de l'objet, par exemple le monoxyde de carbone et le diazote, à moins qu'ils ne soient piégés dans la glace d'eau amorphe. En effet la glace sous forme amorphe peut contenir des espèces très volatiles et les libérer quand la glace cristallise (McKinnon *et al.*, 2008). Pour les TNOs, par rapport aux comètes, comme ils sont loin du Soleil leurs couches externes sont froides et les gaz qui se formeraient en profondeur ne peuvent pas s'échapper : ils recondensent plus près de la surface où la température est plus faible. Delsanti *et al.* (2004) proposent par exemple que les KBOs puissent perdre du monoxyde de carbone à la suite d'impacts qui peuvent supprimer les quelques mètres de croûte irradiée.

L'étude de l'effet du changement de phase des volatils (CO, CO₂, HCN pour la **figure 6.30** du Prialnik *et al.*, 2008) sur l'évolution des TNOs montre que ceux-ci se subliment à l'intérieur de l'objet, migrent vers l'extérieur puis recondensent. Les plus volatils remontent plus près de la surface. Une structure en couches se forme, les couches les plus en surface sont enrichies en volatils, le noyau rocheux s'appauvrit lui en eau. La fusion-recondensation induit le refroidissement de la couche où a lieu la fusion et réchauffe la couche moins profonde où a lieu la condensation, d'où l'effet sur la température vu à gauche de la **figure 6.30**. Comme on le voit sur la partie droite de la **figure 6.30**, la porosité est également grandement affectée. Les auteurs proposent que si la surface de l'objet est réchauffée par des collisions ou un rapprochement au Soleil, même à des températures plus basses que celles permettant la cristallisation de la glace amorphe, la sublimation de ces volatils pourrait induire une activité à l'image de celle des comètes.

δ - La porosité et son évolution

La porosité (le vide) est un élément toujours présent dans les modèles de comète. Les modèles d'évolution thermique des TNOs sont souvent adaptés des comètes et présentent donc aussi cette porosité. En effet certaines faibles valeurs de densité de moins de 930 kg.m⁻³ ne peuvent pas s'expliquer sans porosité, Varuna, avec une densité proche de 1 requiert pour l'expliquer environ 20 % de porosité selon son ratio roche/glaces (Jewitt, 2008). On peut décomposer la porosité en 2 types, la microporosité, qui serait issue de l'agrégation de particules au début du système solaire pour former des planétésimaux (le sable présente en surface de plage une porosité de 40 %!) ; et la macroporosité qui pourrait s'être générée lors d'impacts

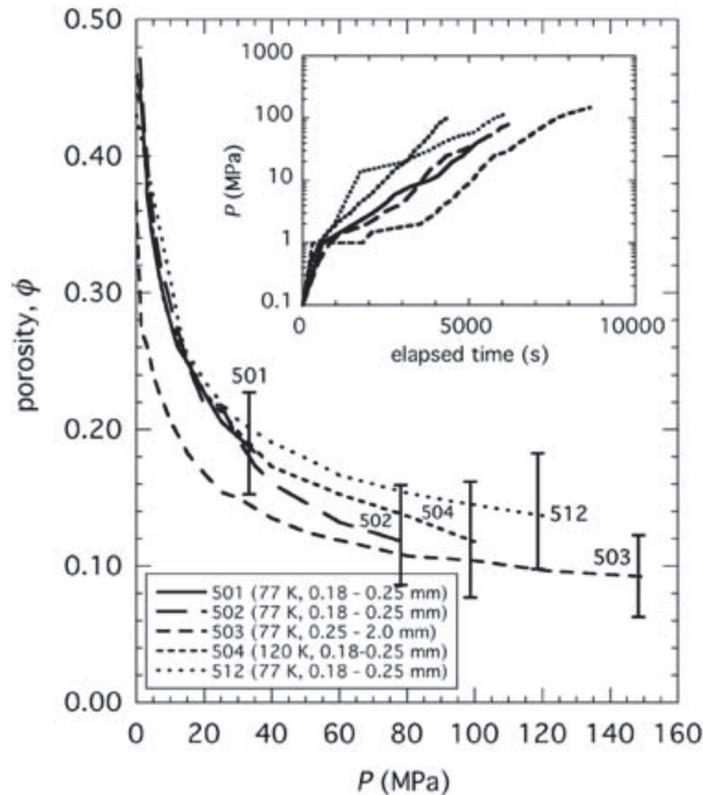


FIGURE 6.31 – Expérience de laboratoire de compaction de glace de type I, Durham *et al.* (2005) ont étudié l'évolution de la porosité de 5 échantillons sous l'effet de la pression.

puis ré-assemblage grossier. Jewitt (2008) considère que la macroporosité n'est pas vraisemblable dans les corps les plus gros de la ceinture de Kuiper comme Varuna sous l'effet des forces hydrostatiques.

La porosité d'un matériel agrégé non cohésif dépend du tassement des particules, de leur forme, de leur irrégularité, et de leur distribution granulométrique. Il se densifie par glissement et rotation des particules. Pour qu'une porosité de plus de 40 % puisse exister il faut que les particules soient très irrégulières (cendre, flocons de neige) et que la résistance des particules soit forte au niveau de leur contacts. La pression rend invraisemblable cette résistance pour des TNOs de plusieurs centaines de kilomètres de rayon, à moins que les particules ne soient cohésives entre elles, qu'elles aient été soudées entre elles Jewitt (2008). En effet comme on a pu le voir, les volatils peuvent se sublimer et se condenser ou bien être libérés par cristallisation de la glace amorphe, leur recristallisation peut cimenter les particules entre elles, mais aussi combler la porosité. On peut voir les effets de ces changements de phase sur la porosité grâce à une modélisation en **figure 6.30**, à droite.

La pression a également un effet sur cette porosité, les plus fortes pressions à l'intérieur des TNOs induisent une compaction qui dépend aussi de la température. Par exemple si la température est suffisamment élevée (mais sans qu'elle ait à approcher la fusion), la porosité peut disparaître à cause du fluage de la glace à l'état solide. D'ailleurs des expériences de laboratoire ont tenté d'estimer l'évolution de la porosité selon les conditions pression-température. Durham *et al.* (2005) a étudié la compaction de glace d'eau I en fonction de la pression. Leurs échantillons ont une porosité initiale allant de 37 à 46 %. La **figure 6.31** donne l'évolution de leur porosité. Selon eux, l'échantillon le plus approprié pour la comparaison avec les TNOs est celui avec une taille de particules la plus large qui correspond aussi à celui ayant la plus faible porosité initiale, à partir de 80 MPa et jusqu'à 150 MPa, cet échantillon ne présente plus qu'une porosité d'environ 10 %, qui diminue très peu avec l'augmentation de pression et semble former une porosité "résiduelle". Pour comparaison, la pression de 100 MPa est atteinte à 3,7 km

de profondeur sur Terre, un objet homogène de 1500 kg.m^{-3} de 1000 km de diamètre a une pression centrale de 79 MPa (1000 kg.m^{-3} et 500km donne seulement 8,7 MPa et 2000 kg.m^{-3} et 2000 km 559 MPa). La porosité d'un échantillon de particules de silicates seulement ne devrait pas être affectée par les pressions existantes dans les TNOs. Au contraire, les expériences menées par Yasui & Arakawa (2009) semblent montrer que la porosité continue de diminuer avec l'augmentation de pression. Néanmoins, leurs expériences sont menées à des températures bien plus fortes (210 à 263 K au lieu de 77 et 120 K) qui permettent un fluage nettement plus conséquent. D'ailleurs McKinnon *et al.* (2008) considèrent que la sublimation de glace, le frittage (soudure des grains entre eux sans changement de phase) et la compaction induisent la disparition de la porosité vers 180 K.

La façon de traiter l'évolution de la porosité varie selon les modélisateurs. Bierson *et al.* (2018) utilisent la relation $\frac{d\phi}{dt} = -\phi \frac{P(r)}{\eta(T)}$ où ϕ est la porosité, P la pression et η la viscosité. Au contraire, Malamud & Prialnik (2015) utilisent la relation établie expérimentalement par Durham *et al.* (2005) pour les faibles températures et par Yasui & Arakawa (2009) pour les plus hautes températures. L'inconvénient de cette méthode dans la façon qu'ils ont de la formuler est que la porosité étant directement liée à la pression, elle peut se "reformer" sans aucune justification physique.

C. Paramètres physiques

a) Le matériel composant les TNOs

La seule composition à laquelle nous pouvons avoir directement accès est celle de la surface des TNOs grâce à l'acquisition de spectres. Par exemple la **Table 6.1** donne les espèces chimiques que l'on a détecté sur divers TNOs : eau (forme cristalline prouvée), ammoniac et matière organique : méthane, éthane ou méthanol. Une autre information que l'on obtient à partir de la lumière que l'on capte de ces objets est leur couleur. Les couleurs des TNOs sont très diverses. Les caractéristiques du spectre des TNOs entre 0,45 et 1,2 μm sont déterminées par un seul agent colorant la surface (Jewitt, 2008). La faible différence de température d'équilibre entre la partie la plus interne et la partie la plus externe de la ceinture de Kuiper est seulement de 10 K, ce qui semble faible pour avoir une influence sur la composition de surface. Des espèces organiques sont suspectées d'être à l'origine de la couleur des TNOs plus ou moins rouges. L'irradiation par les rayons cosmiques le vent solaire ou les ultra-violetts de particules simples comme le méthane pourrait conduire à la formation de composés organiques plus complexes comme on a pu en parler concernant Pluton dont la région proche de l'équateur est recouverte de composés rouges. La couleur d'un objet serait liée à une compétition entre la formation de cet agent rouge par irradiation et la destruction liée aux impacts météoritiques. Il a été remarqué que cette couleur rouge ne se retrouve pas plus près du Soleil, une fois passée l'orbite de Jupiter, ce qui pose la question de la stabilité de ce composé à des températures plus fortes que celles de la ceinture de Kuiper (Jewitt, 2008). Une faiblesse de cette explication vient du fait que la radiolyse à long terme devrait carboniser complètement la fraction organique ce qui rendrait à terme les surfaces noires ce qui n'est pas observé (McKinnon *et al.*, 2008).

Globalement, la matière composant les TNOs peut être décomposée simplement en 2 éléments : les poussières de composition chondritique et les glaces. Les éléments radioactifs se retrouvent intégralement dans la partie poussière rocheuse. La question de la taille des poussières se pose, elle est vraisemblablement assez diverse vu ce que l'on observe sur les comètes, allant de la taille micrométrique à des agrégats millimétrique (voire métrique) (Rotundi *et al.*, 2015 ; Della Corte *et al.*, 2015). Entre des particules micrométriques et des particules métriques, leur comportement pourrait être très différent. Alors que des particules métriques permettraient un différenciation très facile (Desch *et al.*, 2009), des particules micrométriques pourraient ne pas sédimenter si elles se retrouvent dans un océan sous la glace et rester en suspension si les flux de l'eau sont suffisamment vigoureux (Neveu & Desch, 2015). La densité de l'objet donne une idée de ses proportions de roche et de glace. Néanmoins, la porosité, la quan-

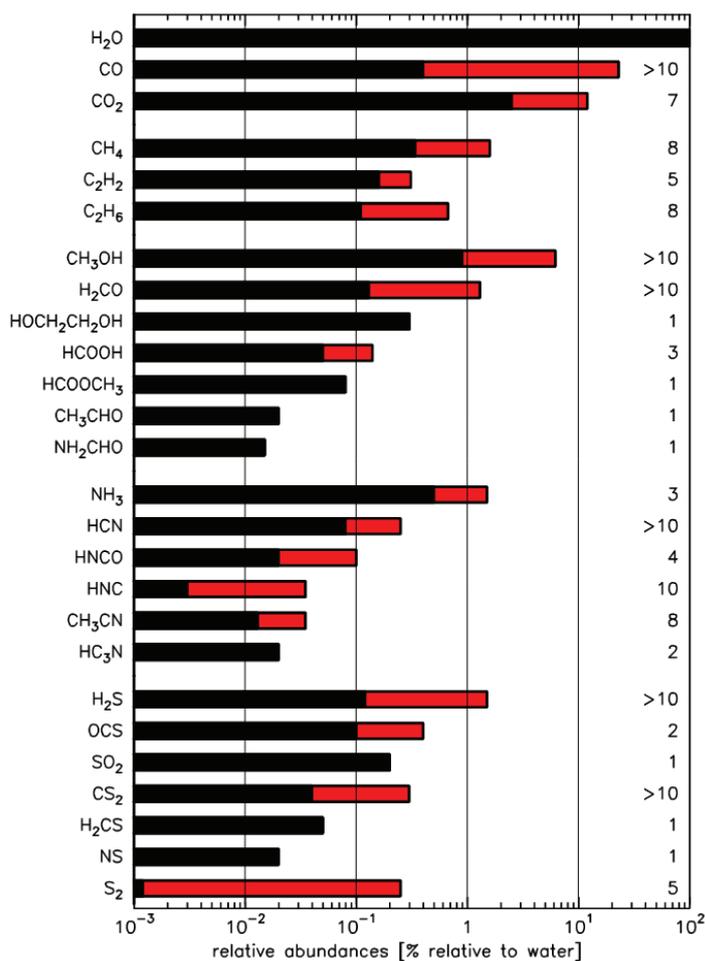


FIGURE 6.32 – Figure issue du Crovisier (2005) qui montre la production relative en volatils cométaires du fait de leur activité ainsi que les variations possibles entre comètes (en rouge).

tivité de vide, influence également la densité. Il faut donc postuler une certaine porosité pour relier directement ratio roche/glace à la densité. Globalement, plus le ratio roche/glace est élevé, plus l'objet chauffe et plus il peut stocker de chaleur, plus ainsi un océan sous-glaciaire serait prolongé dans le temps.

Cette vision binaire de la composition des TNOs (roche-glace) a été remise en question par la quantité et la diversité des composés organiques que l'on retrouve sur les comètes (Fomenkova, 1999). La matière des TNOs pourrait ainsi être plutôt divisée en 3 : les roches, les glaces et la matière carbonée (McKinnon *et al.*, 2008). Cette phase carbonée aurait le même comportement que la roche (à moins que ce ne soit pas le cas! McKinnon *et al.*, 2008) et pourrait être intimement liée à elle mais ne participerait pas au chauffage radioactif. Concrètement cela pourrait ressembler à quelque chose proche d'une anthracite ou même de graphite très bon conducteur (McKinnon *et al.*, 2008).

Enfin, peuvent se retrouver parmi la glace, des antigels, dont la présence a été montrée sur certains TNOs (Table 6.1), en particulier l'ammoniac et le méthanol et sur les comètes (Fig.6.32). À partir des abondances primordiales d'azote, l'ammoniac pourrait représenter jusqu'à 14,5 % du rapport ammoniac sur eau plus ammoniac. Une partie de l'azote existe sous forme de N₂ plutôt, il est difficile d'estimer la proportion d'ammoniac, celle-ci pourrait s'élever à 4-7 % selon Desch *et al.* (2009), ils considèrent pour leurs modélisation des valeurs allant de 1 à 5 %. L'effet de ces 2 espèces antigels est très grand. Alors que l'eau fusionne à 273 K, en présence d'ammoniac et de méthanol, la fusion débute à 155 K. Leur présence a des conséquences énormes sur la différenciation et l'évolution du corps comme nous en avons déjà parlé. On trouve en figure 6.33 le diagramme de phase d'un mélange eau-ammoniac

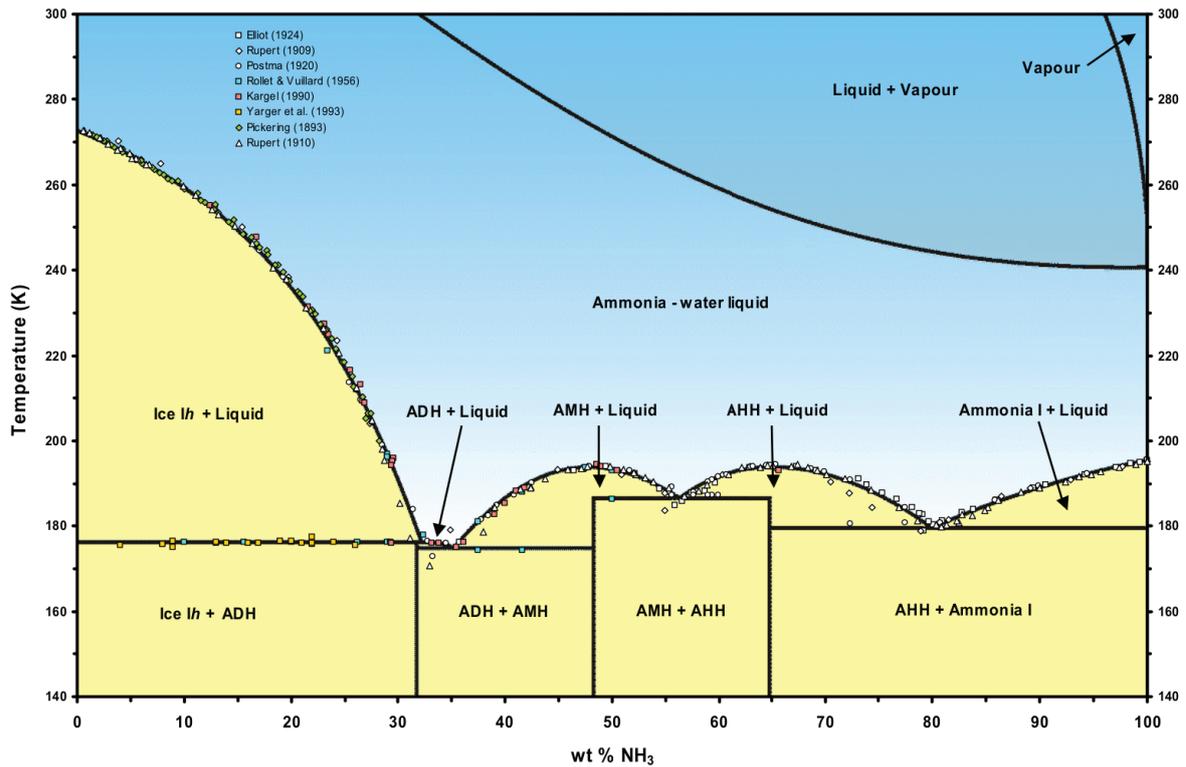


FIGURE 6.33 – Diagramme de phase de l'ammoniac issue de Fortes (2004). On remarque sur la gauche du diagramme que plus le pourcentage d'ammoniac augmente, jusqu'à 32 %, plus la température de fusion diminue ce qui explique que l'on appelle l'ammoniac un antigel, il "retarde" la solidification en partant d'une phase liquide.

Certains modèles prennent déjà en compte l'effet de ces antigels, comme Hussmann *et al.* (2006), un modèle en couche qui part d'un objet déjà différencié et à l'origine intégralement fondu (ils considèrent que tout l'ammoniac est dans l'océan). Pour Bierson *et al.* (2018), la présence d'ammoniac induit que l'océan est plus froid, moins dense et plus étendu. Pour Desch *et al.* (2009), l'effet de la quantité d'ammoniac est limité : pour 5 % d'ammoniac la différenciation se fait sur un rayon de 528 km au lieu de 516 km avec 1 % et la recristallisation totale de l'océan est déplacée de seulement 0.03 Ga.

Le matériel de tout astre est soumis aux effets de la pression qui augmente en allant vers le centre. Néanmoins tant que l'on étudie des objets de petite taille, l'effet est modéré, selon Jewitt (2008) l'effet est négligeable pour les TNOs de moins de 1000 km de diamètre. La pression au centre d'un objet dépend aussi de la répartition des masses, ainsi la pression au centre de Charon est 2 fois plus grande si Charon est différencié que s'il est homogène (McKinnon *et al.*, 2008).

Phases de la glace d'eau

La glace, en particulier la glace d'eau peut se retrouver sous différentes phases en fonction de la température et de la pression. Tout d'abord la phase amorphe sous laquelle la glace d'eau aurait condensée au moment de la formation des planètes mais qui est instable et a tendance à cristalliser, d'autant plus vite que la température est élevée, nous ne reviendrons pas sur cette phase ici. On trouve également en plus de la courante sur Terre glace de type I, des glaces d'eau qui sont stables seulement à haute pression. On retrouve ces phases dans le diagramme de phase en **figure 6.28**. La glace II (ou IX à basse température) se forme à des pressions d'au moins 0,2 GPa, voici quelques diamètres d'objets pour lesquels la pression **centrale** atteint 0,2 GPa : 2400 km pour $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, 2000 km pour $\rho = 1200 \text{ kg.m}^{-3}$, 1600 km pour $\rho = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$, 1200 km pour $\rho = 2000 \text{ kg.m}^{-3}$. Une fois différencié, un TNO ne présente pas de glace au centre, il s'agit donc de diamètre plancher pour l'apparition de

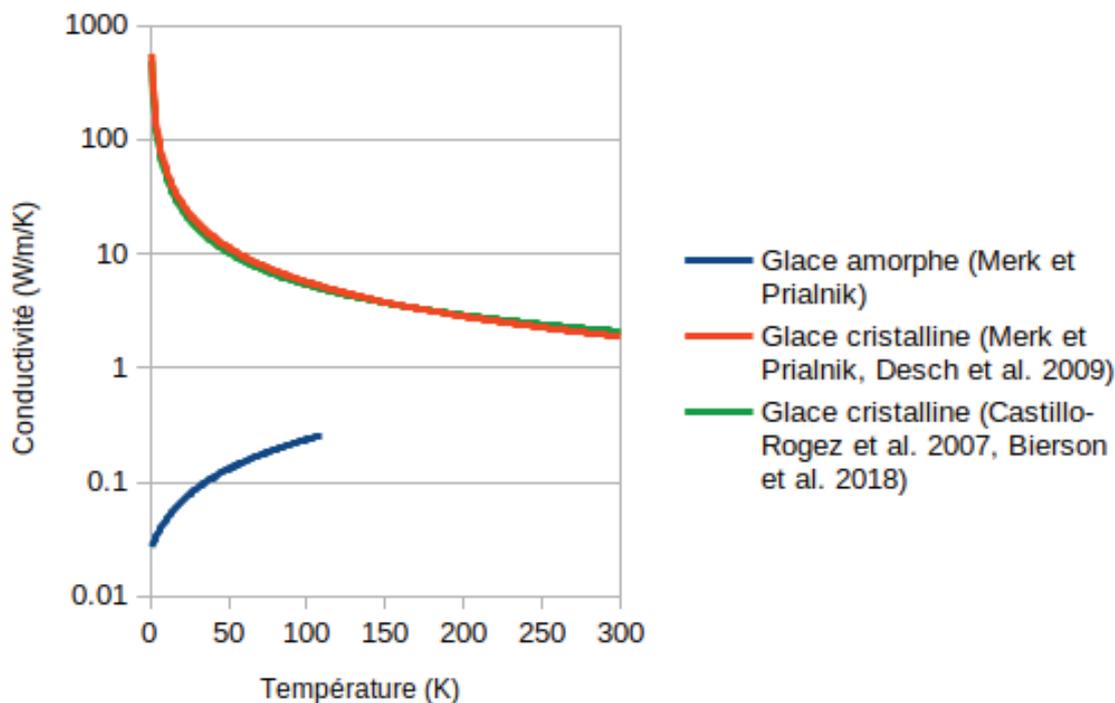


FIGURE 6.34 – Conductivité en fonction de la température pour la glace cristalline et amorphe.

glaces de haute pression, sans différenciation pour que des glaces se trouvent au centre. Seuls les plus gros TNOs sont donc concernés : Triton, Pluton et Éris (Hussmann *et al.*, 2006).

b) Conductivité et capacité thermique

La conductivité a un rôle majeur dans l'histoire thermique des TNOs : la possibilité de conserver à l'échelle des temps géologiques une phase liquide. Les modélisateurs utilisent la formulation $k = 0.4685 + 488.12/T$ (où T est la température en kelvins) (Castillo-Rogez *et al.*, 2007 ; Bierson *et al.*, 2018) ou $k = 567/T$ (Merk & Prialnik, 2006 ; Prialnik & Merk, 2008 ; Malamud & Prialnik, 2015 ; Desch *et al.*, 2009 ; Shchuko *et al.*, 2014) qui viennent respectivement de Shoshany *et al.* (2002) et Klinger (1980). Ces 2 formules donnent des résultats très proches comme on peut le voir en **figure 6.34**. Néanmoins certains utilisent une expression différente pour la conductivité de la glace amorphe (Merk & Prialnik, 2006 ; Prialnik & Merk, 2008 ; Malamud & Prialnik, 2015, voir **figure 6.34**) qui fait de la glace amorphe un isolant. La présence d'une croûte froide en surface, constituée de glace amorphe, diminue ainsi grandement la perte de chaleur de l'astre par conductivité. D'autres utilisent une valeur de conductivité indépendante de la température comprise entre 2,1 et 3,3 W/m/K (Hussmann *et al.*, 2006 ; Schubert *et al.*, 2007 ; Neveu & Desch, 2015).

Les roches sont, elles, très largement modélisées avec une conductivité constante valant entre 0,1 W/m/K (Merk & Prialnik, 2006) et 4,2 W/m/K (Castillo-Rogez *et al.*, 2007) en passant par 1 W/m/K (Desch *et al.*, 2009 ; Rubin *et al.*, 2014 ; Neveu & Desch, 2015), 2 W/m/K (Prialnik & Merk, 2008) ou 3 W/m/K (Schubert *et al.*, 2007 ; Bierson *et al.*, 2018).

Globalement, l'effet de l'augmentation de la conductivité d'un TNOs va induire une plus faible différenciation : une couche indifférenciée plus épaisse, un noyau rocheux moins volumineux et une cristallisation de l'océan sous-glaciaire plus précoce (Desch *et al.*, 2009, effet combiné de la conductivité et du noyau plus petit qui stocke moins de chaleur).

Concernant les capacités thermiques pour la glace d'eau, à ma connaissance les modélisateurs utilisent la même pour les formes cristalline et amorphe. Soit une valeur fixe : 1930 J/kg/K (Bierson *et al.*, 2018), 2245 J/kg/K (recalculée Hussmann *et al.*, 2006) ; ou bien une

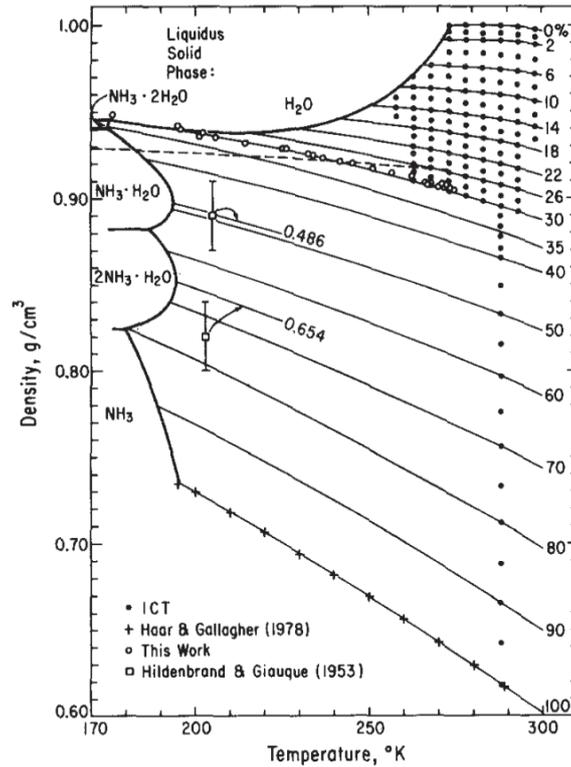


FIGURE 6.35 – Densité d'un liquide eau-ammoniac en fonction de la température et du pourcentage d'ammoniac (Croft *et al.*, 1988).

valeur dépendante de la température T : $7,49T + 90$ (Merk & Prialnik, 2006 ; Shchuko *et al.*, 2014), $7,73T$ (Desch *et al.*, 2009) ou encore $7,037T + 185$ (Castillo-Rogez *et al.*, 2007). Desch *et al.* (2009) utilise $11,2T$ (Fortes *et al.*, 2003) pour l'ADH (dihydrate d'ammoniac), 4700 J/kg/K pour l'ammoniac, $4188,5 \text{ J/kg/K}$ pour l'eau et pour les poussières $2,8T$ si $T < 275\text{K}$, $>275\text{K}$: $607 + 163/275T$ si $275\text{K} < T < 1000\text{K}$ et 1200K si $T > 1000\text{K}$ (Yomogida & Matsui, 1983). Les autres modélisateurs utilisent plutôt des valeurs indépendantes de la température : 770 J/kg/K (Merk & Prialnik, 2006), 750 J/kg/K (Schubert *et al.*, 2007), 1053 J/kg/K (Bierson *et al.*, 2018) ou 920 J/kg/K (Castillo-Rogez *et al.*, 2007).

c) La convection

Prenons un objet possédant un océan situé entre un noyau rocheux (et éventuellement des glaces de haute pression) et une couche externe à l'état solide. La densité d'un liquide composé d'eau et d'ammoniac est toujours décroissante avec l'augmentation de la température (Croft *et al.*, 1988, **Fig.6.35**) ; on peut donc imaginer que le liquide convecte facilement du fait de sa faible viscosité et advecte la chaleur, et ce même si l'océan est stratifié par exemple du fait de variations de compositions en ammoniac (**Fig.6.35**) : chaque couche devrait pouvoir convecter indépendamment.

La question de la convection de la couche de glace est plus difficile. Pour avoir une idée de si la convection est possible, on peut calculer le nombre adimensionné de Rayleigh $Ra = \frac{\beta \rho g \Delta T l^3}{\eta \kappa}$ où β est le coefficient de dilatation thermique, l l'épaisseur de la couche étudiée, ΔT la différence de température entre le haut et le bas de cette couche, η la viscosité dynamique et κ la diffusivité thermique. On considère généralement qu'au dessus d'une valeur d'environ 2000, la convection est possible. En estimant la valeur de ce nombre en prenant la valeur des paramètres près du point de fusion de l'eau à 0°C , on trouve des nombres plus grands que 2000 assez facilement. Le problème est que la viscosité en particulier varie grandement selon la température. La viscosité de la glace près de la surface, très froide, est très forte ce qui rend

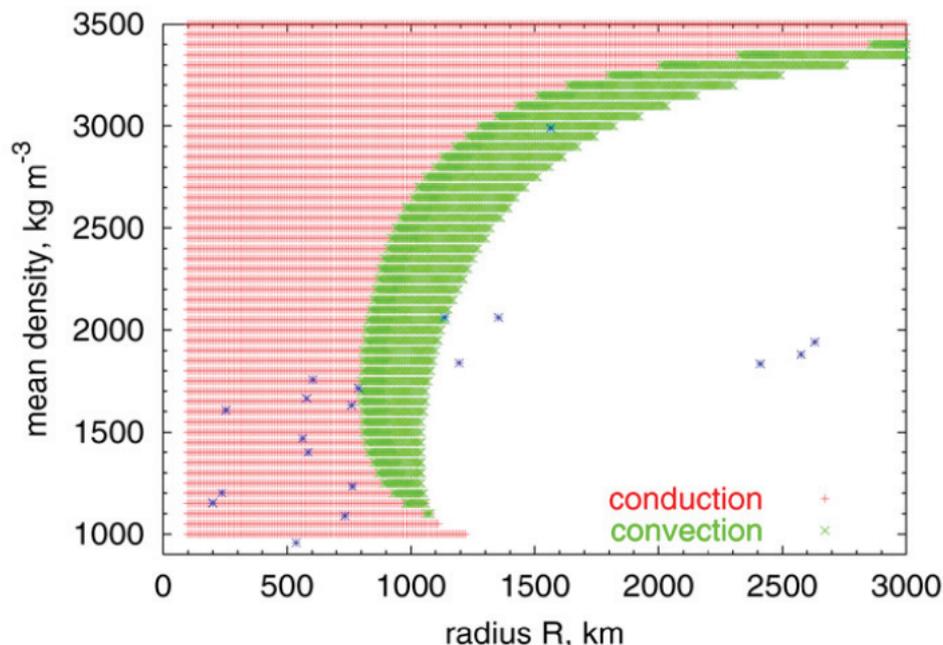


FIGURE 6.36 – Occurrence de modèles convectifs ou conductifs pour des corps glacés comme les satellites des géantes gazeuses ou les TNOs en fonction de leur densité et leur rayon. Sont représentés par des croix bleues de gauche à droite : Mimas, Miranda, Encelade, Téthys, Dione, Ariel, Umbriel, Charon, Japet, Oberon, Rhéa, Titania, Pluton (1137 et 1195 km), Triton, Europe, Callisto, Titan, et Ganymède (Hussmann *et al.*, 2006).

impossible toute convection. Ainsi, si une convection a lieu dans la couche de glace d'un TNO, celle-ci se fait sous la forme d'une convection avec couvercle stagnant (Desch *et al.*, 2009).

Hussmann *et al.* (2006) se sont intéressés à la possibilité de convection dans les corps glacés. Ils utilisent une viscosité de la glace sous la forme $\eta(T) = \eta_0 \exp(l(T_m/T - 1))$, où T_m est la température de fusion, l une constante valant entre 18 et 35 et η_0 la viscosité à la température de fusion (10^{13} Pa.s). Leurs résultats sont présentés sur la **figure 6.36**, ils ne traitent pas le cas des grands rayons (laissé en blanc) car ils n'ont pas pris en compte l'apparition de glaces de haute pression. Leur graphique est valable pour une température de surface de 70 K, dans le cas des TNOs pour des valeurs autour de 40 K il faut décaler la zone convective vers la droite mais Pluton reste dans cette zone. Hormis pour les objets de taille proche de celle de Pluton (Éris), la convection n'est pas possible. McKinnon *et al.* (2008) parlent aussi d'un seuil près du rayon de celui de Pluton, en dessous, la convection ne serait pas possible ; Robuchon & Nimmo (2011) considèrent que la convection dans Pluton a lieu si $\eta_0 < 4.16.10^{-15}$. Bierson *et al.* (2018) considèrent que la convection dans Charon est invraisemblable et met en évidence que la convection de la glace dans Pluton aggraverait leur problème pour expliquer la différence de densité entre Pluton et Charon.

Étonnamment, les modélisations de Desch *et al.* (2009) donnent de faibles variations avec ou sans convection, le temps de cristallisation des derniers fluides varie peu que la convection soit prise en compte ou pas (voir leur figure 12 pour plus d'information). Pour prendre en compte la convection dans le calcul, la conduction est artificiellement augmentée.

La composition peut avoir un effet sur la possibilité de convection, la présence d'antigels, induit une fusion à plus faible température de l'océan et diminue donc la différence de température entre le haut et le bas de la couche de glace. L'ammoniac induit aussi une diminution de la viscosité de la glace comme nous allons le voir dans la partie suivante.

Deguen *et al.* (2013) adresse la question de la convection dans une couche dont les limites pourraient être perméables via un changement de phase. Dans le cas des TNOs, on peut imaginer que la base de la couche de glace si elle est en convection fonde ou cristallise selon les

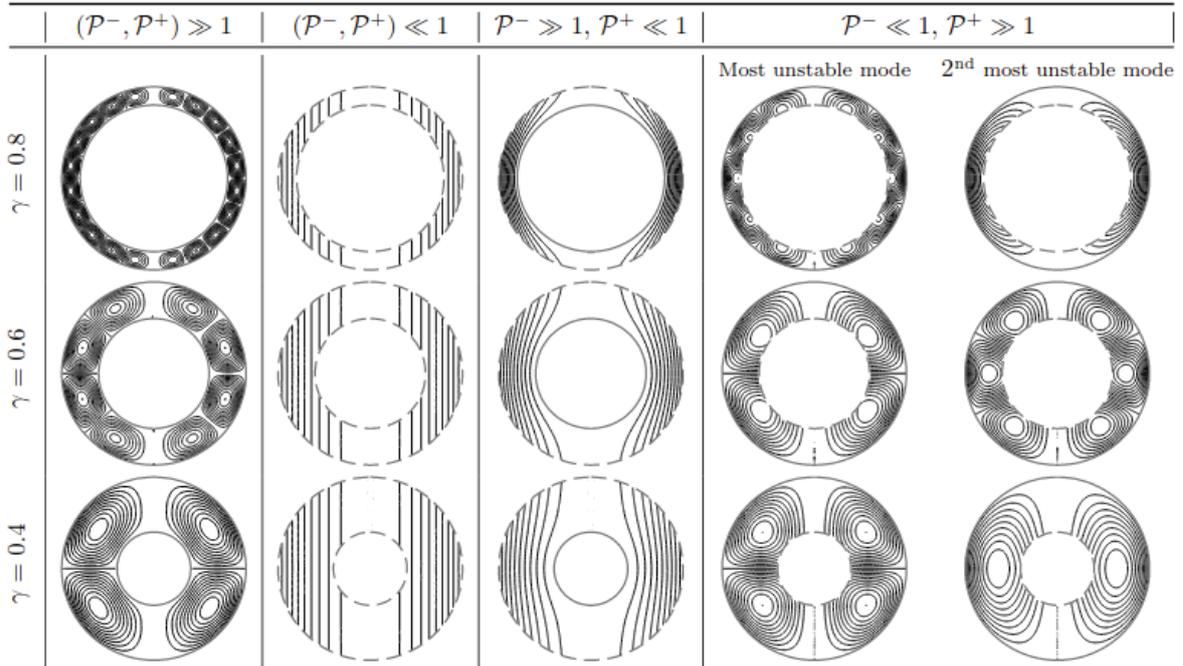


FIGURE 6.37 – Régimes de convection dans une coquille sphérique dont le rapport des dimensions interne et externe vaut γ , les lignes de courant sont figurées. Une faible valeur de P correspond à une interface perméable et inversement, les indices + et - correspondent aux interfaces inférieure et supérieure (Deguen, 2013).

endroits. Les zones de *downwelling* seraient des zones de fusion (du fait du relief créé à l'interface) et les zones d'*upwelling* seraient des zones de solidification (du fait de la "dépression" créée). Le fait que la frontière soit perméable induit que le nombre de Rayleigh nécessaire à la convection est plus faible que 2000, cela facilite la convection. La configuration qui nous intéresse correspond à la colonne de droite dans la **figure 6.37**.

d) Rhéologie

Quand on parle de viscosité, nous nous intéressons à celle de la glace car celle de la roche, sans commune mesure, est très élevée. La viscosité de la glace près de son point de fusion est généralement prise vers 10^{13} à 10^{14} Pa.s (Hussmann *et al.*, 2006 ; Desch *et al.*, 2009), voir jusqu'à 10^{14} Pa.s (Neveu & Desch, 2015). Cette viscosité varie exponentiellement avec la température sous la forme $\eta(T) = \eta_0 \exp(l(T_m/T - 1))$, la viscosité devient considérable quand la température se rapproche des températures de surface des TNOs (au moins 10^{35} Pa.s). La viscosité dépend également de la taille des grains qui augmente sous l'effet de déformations, par recristallisation selon Barr & McKinnon (2007). Ainsi la viscosité pourrait augmenter et même si une couche de glace pourrait entrer en convection, l'augmentation de la taille des grains pourrait peut-être stopper la convection.

La présence de quelques pourcents d'ammoniac dans la glace diminue sa viscosité de plusieurs ordres de grandeur une fois que la température de fusion de l'eutectique a été franchie (Desch *et al.*, 2009), le comportement du méthanol serait identique et leur quantité combinée pourrait atteindre 5 % selon McKinnon *et al.* (2008).

Il faut aussi se rappeler que le matériel des TNOs est composé de glace mais aussi de particules de roche. La présence de ces particules en suspension peut avoir une incidence sur le comportement global du matériau. Friedson & Stevenson (1983) s'intéressent à la viscosité d'un mélange glace-roche, ils utilisent un modèle simplifié de particules sphériques de roche diluées dans une matrice de glace. Leur conclusion est que la présence de particules de glace ne peut qu'augmenter la viscosité du mélange par rapport à la glace pure. En considérant une

fraction massique de roche pour les TNOs de 0,5 à 0,7, ce qui donne des fractions volumiques entre 0,22 et 0,4, leurs résultats donnent une multiplication de la viscosité allant de 2 à 5.

Concernant l'effet de la rhéologie des matériaux composant les TNOs sur leur forme, tout corps résistant peut maintenir sa forme contre sa propre gravité, les TNOs, et surtout les plus gros ne sont pas résistants, ils ont une forme proche de l'équilibre. Dans le cas extrême où l'on fait l'hypothèse que ces corps n'ont aucune résistance face à leur gravité, on peut considérer que ces corps sont en équilibre hydrostatique, ils ont donc une forme proche d'être sphérique (la forme exacte dépend de la rotation de l'objet sur lui-même).

D. Conclusion

Les objets transneptuniens ont déjà permis de faire des avancées prodigieuses sur notre compréhension de l'histoire du système solaire. La grande fraction d'objets résonnants avec Neptune est une preuve du mouvement des planètes géantes que l'on pensait jusque là immobiles. Le modèle de Nice (Gomes *et al.*, 2005) explique même très bien aujourd'hui pourquoi les TNOs sont si peu nombreux en comparaison de ce que les modèles de formation planétaire prédisent : le mouvement des planètes géantes a induit l'expulsion de 99 % des TNOs originels et peut expliquer les orbites plus ou moins inclinées des TNOs.

La variabilité des paramètres connus des TNOs est grande. Cette diversité n'est pas encore bien expliquée mais elle est la conséquence de leur histoire. D'une part celle de leur formation, selon la distance au Soleil le refroidissement du disque protoplanétaire n'a pas subi la même évolution thermique, le condensat formé n'a donc pas la même composition. En conséquence les objets peuvent avoir selon leur orbite au moment de leur formation une composition diverse. Malheureusement pour le moment nous ne connaissons pas les lieux de formation des TNOs (sauf pour les *Cold Classics*, seule population n'ayant pas ou peu migré). D'autre part leur évolution au cours des temps géologiques a pu être différente. Selon leur masse ils ont pu ou pas retenir les gaz à leur surface (et donc perdre ou pas des volatils par sublimation). Les rayons cosmiques peuvent faire évoluer la surface des TNOs, les surfaces riches en eau et dioxyde de carbone ont tendance à noircir du fait de la polymérisation du carbone alors que les surfaces riches en méthanol rougissent.

a) Les plus gros TNOs

Les plus gros TNOs correspondent à Éris (2300 km), Pluto (2400 km) et Makemake (1400 km). Ils ont la particularité d'être les 3 uniques TNOs à posséder un spectre dominé par le méthane. Du fait de leur masse, ils ont pu retenir les volatils et une atmosphère. On pense qu'ils pourraient avoir une structure en 3 couches : un noyau de roche, un manteau de glaces et un vernis indifférencié de glaces et poussières en surface. Les images envoyées par la sonde *New Horizons* de la surface de Pluton montrent des densités de cratères variables ce qui atteste d'un resurfaçage différentiel de la surface et donc une histoire géologique complexe avec des terrains d'âges variés. Leur activité géologique est très probablement de type cryovolcanisme, et tectonique comme le suggère la présence d'un canyon sur Pluton. Ces objets sont donc, ou tout du moins ont donc été, vraisemblablement géologiquement actifs. Ces objets ont par conséquent beaucoup changé depuis les débuts du Système Solaire, ils sont donc difficiles à utiliser pour contraindre le disque initial et l'histoire du Système Solaire.

b) Les petits TNOs

On considère par "petits" des TNOs de moins de 500 km de diamètre. Ils sont très probablement inactifs géologiquement puisqu'ils perdent leur chaleur rapidement à l'échelle géologique (leur rapport surface/volume est élevé). Ils sont donc globalement inchangés depuis le début de l'histoire du Système Solaire (hors effets des rayons cosmiques). Ce sont donc eux que l'on aimerait étudier. Néanmoins, du fait de leur taille relativement petite ces objets sont très peu

lumineux dans le ciel et donc difficiles à caractériser. Du fait de l'éloignement des TNOs, on ne peut pas compter sur l'étude *in situ* de ces objets avant des décennies le temps d'organiser une mission et que le temps de vol se passe.

Le 1^{er} Janvier 2019, la sonde New Horizons a survolé l'objet 2014 MU₆₉, Arrokoth. Cet objet ne fait qu'une quarantaine de kilomètres de diamètre environ, ce survol est donc une première qui a révélé la possibilité d'objets bilobés.

c) TNOs de taille intermédiaire

Les TNOs de taille intermédiaire correspondent aux objets de 500 à 1400 km de diamètre. On en connaît actuellement une vingtaine dont Haumea, Charon, Sedna, Orcus, Quaoar, 2007 OR₁₀, Varda, 2000 AW₁₉₇, Varuna, Ixion, 2003 AZ₈₄, 2003 RN₄₃, Salacia,... Grâce aux spectres que l'on possède on sait que l'on retrouve de l'eau à leur surface et parfois des volatils.

À priori ces objets ont moins changé que les plus gros TNOs, ce qui permet d'étudier plus facilement les processus d'évolution. Parmi ces processus : l'irradiation, on caractérise des produits d'irradiation sur certains corps comme Quaoar, 2007 OR₁₀ et Sedna ; la collision, comme dans le cas d'Haumea. Il est néanmoins encore assez incertain de savoir si ces corps sont actifs géologiquement ou quand ils l'ont été au cours de leur histoire.

Voici quelques objets qui semblent particulièrement intéressants pour la recherche ; en plus de Charon que nous avons déjà abordé et qui présente à sa surface ammoniac et glace cristalline, instables à l'échelle géologique du fait de l'irradiation.

α - Haumea

Corps en résonance 7 : 12 avec Neptune. Hauméa possède un grand nombre de particularités qui en font un objet unique dans le Système Solaire. Il possède un diamètre de 1240 km et un albédo très élevé de 80%. Sa surface est très largement dominée par la glace d'eau à environ 100%. Sa forme est particulièrement allongée, de type "cigare" ou ellipsoïde de Jacobi ce qui s'explique par sa rotation rapide en 3,9 h. Hauméa possède 2 satellites non coplanaires et est le plus gros corps d'une famille d'objets d'orbites proches dont la surface est toujours quasi exclusivement composée d'eau. Très récemment, il a été découvert par occultation que Hauméa possédait un anneau (**Fig.6.38**) Ortiz *et al.* (2017). Enfin sa densité est particulièrement élevée, entre 2,5 et 3,3 g.cm⁻³.

Tous ces paramètres atypiques sont à l'heure actuelle interprétés comme suit. Un corps parent des objets de la famille d'Hauméa s'est différencié par chauffage, se structurant avec un noyau de roches et un manteau de glaces (et nécessairement un vernis de surface indifférencié). Un impact a pulvérisé la majorité du manteau de glaces en objets éjectés sur des orbites proches de celle du corps parent (les objets de la famille d'Hauméa). Le corps restant, constitué essentiellement du noyau de roche et d'une faible couche de glace, correspond à Hauméa (ce qui explique sa densité élevée). Les fragments étant restés sous l'influence de la gravité d'Hauméa ont formé les 2 satellites et l'anneau. Enfin la collision pourrait également expliquer la rotation rapide d'Hauméa et donc sa forme allongée.

β - Orcus

Plutino de diamètre proche de celui de Charon. Il possède un satellite, Vanth, de ratio massique proche de celui de Pluton-Charon. Orcus-Vanth et Pluton-Charon ont donc des points communs dont une même évolution collisionnelle et dynamique (ce sont aussi des plutinos). De plus, Orcus se situerait dans un bon intervalle de densité (1,5 à 2,3 g.cm⁻³) et de diamètre pour avoir du cryovolcanisme Delsanti *et al.* (2010).

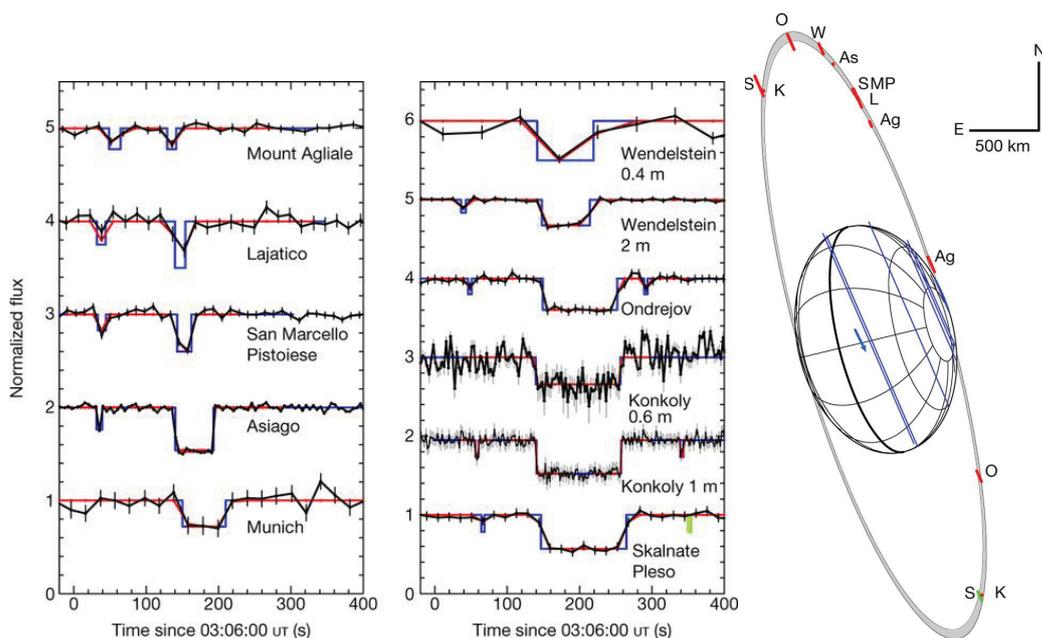


FIGURE 6.38 – Illustration des occultations observées par plusieurs stations traduites en terme de forme d’Hauméa et de son anneau.

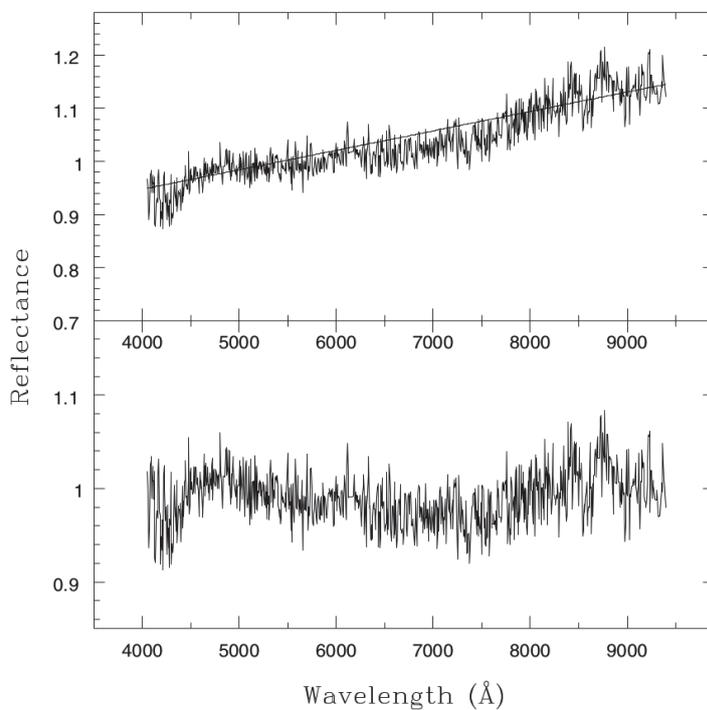


FIGURE 6.39 – Haut : Spectre visible de 2003 AZ₈₄ et continuum modélisé superposé. Bas : Spectre avec le continuum enlevé, on remarque une large absorption autour de 700 μm. Fornasier *et al.* (2004)

γ - (208996) 2003 AZ₈₄

Plutino, jumeau d'Orcus un peu plus petit. Il possède un satellite dont on ne connaît que l'existence pour le moment. Il est de couleur bleu comme Orcus et possède une forme de cigare comme Hauméa. Une occultation a montré la présence d'un canyon à sa surface Braga-Ribas *et al.* (2014). On retrouve dans son spectre une large bande d'absorption autour de 700 μm (**Fig.6.39**) comme celle que l'on voit sur des astéroïdes, cette absorption correspond à un indice d'altération aqueuse ce qui est très surprenant puisque cela requiert de l'eau liquide Fornasier *et al.* (2004).

Chapitre 7

Modèle diffusif avec prise en compte de l'accrétion

Notre étude a commencé par le développement d'un modèle numérique simple sur python sans changement de phase mais prenant en compte l'accrétion. L'objectif est d'étudier les cas où la fusion des TNOs est possible : trouver les paramètres clefs qui contraignent la possibilité de fusion.

A. Organisation du modèle

a) Généralités

Le modèle est en une dimension, sphérique : la seule variable spatiale est le rayon r , les volumes de contrôle sont des coquilles sphériques. Comme on considère un objet parfaitement sphérique, les seules variations en 3 dimensions viennent de l'ensoleillement. On néglige ces variations latérales dues à l'ensoleillement qui restent d'ampleur limitée en faisant le bilan sur une orbite. Nous prenons en compte la source de chaleur la plus importante : la radioactivité, courte et longue période.

L'accrétion est prise en compte, c'est à dire que l'objet croît au cours de la résolution. Nous avons décidé de prendre en compte l'accrétion sous la forme de 2 paramètres : τ_{acc} , le temps caractéristique d'accrétion et γ un paramètre caractérisant la forme de la courbe d'accrétion via la définition de l'évolution de la masse $M(t)$ comme suit :

$$M(t) = M_f \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{t}{\tau_{acc}} \right)^\gamma \right) \right], \quad (7.1)$$

où M_f est la masse finale, t le temps. Ce qui revient à écrire pour le rayon en considérant que la densité accrétée est constante au cours du temps :

$$r = R_f \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{t}{\tau_{acc}} \right)^\gamma \right) \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (7.2)$$

Ainsi, plus τ_{acc} est petit plus les radio-isotopes courte période participent au chauffage. Si $\gamma = 1$, le taux de croissance décroît exponentiellement au cours du temps. Quand γ est plus grand, la croissance est moins rapide près du temps initial puis augmente en se rapprochant de τ_{acc} , si on imagine γ infini alors l'accrétion devient instantanée au temps τ_{acc} . La forme de l'accrétion est montrée en **figure 7.1** pour plusieurs valeurs de γ .

La grille spatiale s'adapte au cours du temps et conserve le même nombre de points régulièrement espacés. Dans le détail, l'ajout d'un point fantôme côté surface permet de prendre en compte le chauffage radioactif jusqu'au bord. Le pas de temps, lui, s'adapte au cours du calcul selon le taux d'accrétion et le temps caractéristique de diffusion de la chaleur.

Le **tableau 7.1** donne les valeurs de paramètres retenus.

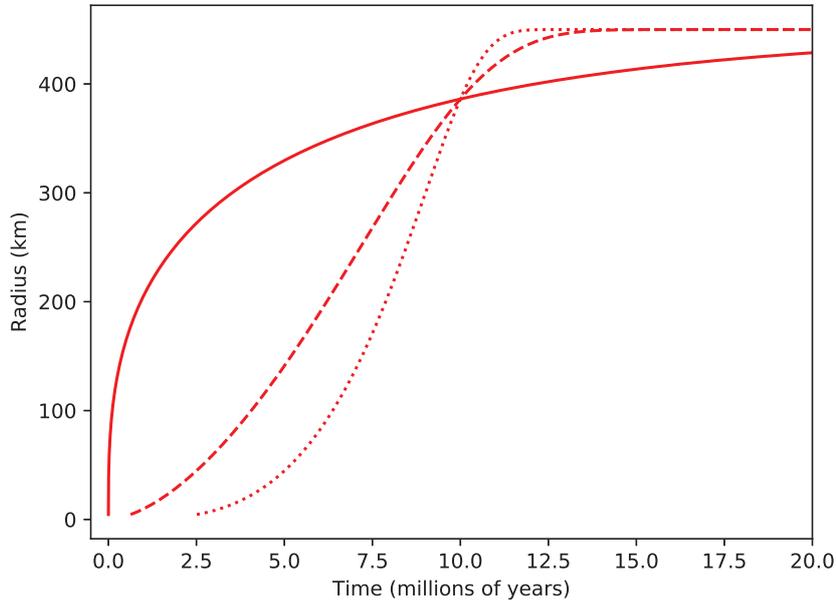


FIGURE 7.1 – Représentation de la croissance de l'objet pour un temps caractéristique d'accrétion $\tau_{acc} = 10$ Ma et $\gamma = 1$ (trait plein), $\gamma = 5$ (tiretés) et $\gamma = 10$ (pointillés).

Paramètres	Valeur	Unité
k_{ice}	$567/T$	$J.m^{-1}.K^{-1}.s^{-1}$
k_{dust}	0.1	$J.m^{-1}.K^{-1}.s^{-1}$
$T_{surface}$	44	K
T_0	100	K
ρ_{ice}	900	$kg.m^{-3}$
ρ_{dust}	3500	$kg.m^{-3}$
X_{ice}	0.5	
R_f	450	km
c_{ice}	$7.49 T + 90$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_{dust}	770	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
τ_{acc}	2 - 20	Millions d'années
γ	1 - 10	

TABLE 7.1 – Paramètres retenus pour la modélisation

b) Équation de la chaleur

α - Équation de base

L'équation de la chaleur est :

$$\rho_{bulk} c_P \partial_t T - \nabla \cdot (k \vec{\nabla} T) = S, \quad (7.3)$$

avec la source de chaleur $S = \sum_j h_j \exp(-\lambda_j t)$, ρ_{bulk} , k et c les masse volumique, conductivité et capacité thermique du mélange glace-poussières. Les λ_j sont les inverses des temps caractéristiques de désintégration radioactive donnés dans le **tableau 6.2** (égaux aux temps de demi-vie à un facteur $\ln(2)$ près). Le développement de l'équation de la chaleur en sphérique 1D selon le rayon donne :

$$\rho_{bulk} c_P \partial_t T = \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 k \partial_r T) + S = \left(\frac{2k}{r} + \partial_r k \right) \partial_r T + k \partial_r^2 T + S, \quad (7.4)$$

où la conductivité k peut varier avec le rayon du fait de sa dépendance à la température.

β - Changement de variables

Le changement de variable en r est assez logique, on adimensionne r par le rayon de l'objet R ce qui permet de conserver une variable \tilde{r} constante avec le temps. Le changement de variable en t est moins trivial.

$$(r, t) \mapsto \left(\tilde{r} = \frac{r}{R(t)}, \tilde{t} \right) \quad (7.5)$$

Changement de variable en r :

$$\begin{aligned} - \frac{\partial T}{\partial t}(\tilde{r}, \tilde{t}) &= \frac{\partial \tilde{r}}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{t}}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \tilde{t}} = - \frac{\tilde{r} \dot{R}}{R} \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{t}}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \tilde{t}} \\ - \frac{\partial T}{\partial r}(\tilde{r}, \tilde{t}) &= \frac{\partial \tilde{r}}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{t}}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \tilde{t}} = \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} \\ - \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \end{aligned}$$

En remplacement dans l'équation de la chaleur, on trouve :

$$- \frac{\tilde{r} \dot{R}}{R} \partial_{\tilde{r}} T + \partial_{\tilde{t}} \tilde{t} \partial_{\tilde{t}} T = \frac{1}{\rho c_P \tilde{r}^2 R^2} \partial_{\tilde{r}} (k \tilde{r}^2 \partial_{\tilde{r}} T) + \sum_j \frac{h_j}{\rho c_P} \exp(-\lambda_j t) \quad (7.6)$$

Changement de variable en t : Trois possibilités sont envisagées :

$$- \tilde{t} = \frac{t}{\frac{R_f^2}{\kappa_0}} \text{ (relation proportionnelle, } \frac{R_f^2}{\kappa_0} \text{ est le temps caractéristique de diffusion)}$$

→ Le pas de temps doit varier pour s'adapter aux dimensions du modèle selon $R(t)$. Le rayon ne doit pas être pris trop petit au début du calcul : le terme $\frac{1}{R^2}$ risque de diverger.

$$- \frac{\partial \tilde{t}}{\partial t} = \frac{R^2(t)}{\kappa_0}, \tilde{t} = \int_{t_0}^t \frac{\kappa_0}{R^2(t')} dt' \text{ (si pas de temps en } \tilde{t} \text{ constant, pas en } t \text{ croissant puis se stabilise)}$$

→ Pas de temps en \tilde{t} peut être constant. Il faut calculer t (risque de divergence) pour calculer la décroissance radioactive mais il n'y a pas de divergence pour R petit.

$$- \tilde{t} = \frac{\kappa_0}{R^2(t)} t \text{ (problème : pas de bijection entre } \tilde{t} \text{ et } t).$$

Le premier changement de variable a été retenu car la variation du pas de temps n'est pas si difficile à mettre en place et évite ainsi la divergence pour R petit (attention, le temps de calcul augmente lui énormément dès qu'on diminue le temps où commence le calcul et donc R . Le pas de temps est également adapté en fonction du taux d'accrétion \dot{R} .

$$\partial_{\tilde{t}} T = \frac{\tilde{r} \dot{R} R_f^2}{R \kappa_0} \partial_{\tilde{r}} T + \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \frac{1}{\rho c_P \tilde{r}^2 \kappa_0} \partial_{\tilde{r}} (k \tilde{r}^2 \partial_{\tilde{r}} T) + \sum_j \frac{h_j R_f^2}{\rho c_P \kappa_0} e^{-\lambda_j \tilde{t} \frac{R_f^2}{\kappa_0}} \quad (7.7)$$

γ - Volumes finis

On intègre l'équation de la chaleur sur des coquilles sphériques : *en bleu les éléments qui sont considérés constants sur une cellule.*

$$\int_V \partial_{\tilde{t}} T \, dV = \int_V \frac{\tilde{r} \dot{R} R_f^2}{R \kappa_0} \partial_{\tilde{r}} T \, dV + \int_V \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \frac{1}{\rho c_P \kappa_0} \tilde{\nabla} (k \tilde{\nabla} T) \, dV + \int_V \sum_j \frac{h_j R_f^2}{\rho c_P \kappa_0} e^{-\lambda_j \tilde{t} \frac{R_f^2}{\kappa_0}} \, dV \quad (7.8)$$

On divise par V_i , le volume de la cellule (où i est un pas de la grille parmi les N pas), on applique le théorème de Green-Ostrogradski, et on utilise un schéma Upwind pour le terme d'accrétion (dérivée en $i + \frac{1}{2}$ au lieu de i) :

$$\partial_{\tilde{t}} T = \frac{\dot{R} R_f^2}{R \kappa_0 V_i} \partial_{\tilde{r}} T|_{i+\frac{1}{2}} \int_{\tilde{r}_{i-\frac{1}{2}}}^{\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}} 4\pi \tilde{r}^3 \, d\tilde{r} + \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \frac{1}{\rho c_P \kappa_0 V_i} \int_{S_{i-1}}^{S_i} k \tilde{\nabla} T \, dS + \sum_j \frac{h_j R_f^2}{\rho c_P \kappa_0} e^{-\lambda_j \tilde{t} \frac{R_f^2}{\kappa_0}} \quad (7.9)$$

δ - Cas général, schéma numérique de résolution

Dans le cas général, pour i quelconque :

$$\partial_{\tilde{t}} T = \frac{\pi \dot{R} R_f^2}{R \kappa_0 V_i} \left(\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}^4 - \tilde{r}_{i-\frac{1}{2}}^4 \right) \partial_{\tilde{r}} T|_{i+\frac{1}{2}} + \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \frac{1}{V_i} \left(\tilde{\kappa}_{i+\frac{1}{2}} S_i \partial_{\tilde{r}} T|_{i+\frac{1}{2}} - \tilde{\kappa}_{i-\frac{1}{2}} S_{i-1} \partial_{\tilde{r}} T|_{i-\frac{1}{2}} \right) + \sum_j \frac{h_j R_f^2}{\rho c_P \kappa_0} e^{-\lambda_j \tilde{t} \frac{R_f^2}{\kappa_0}}. \quad (7.10)$$

En appliquant maintenant des différences finies, on trouve :

$$\begin{aligned} \partial_{\tilde{t}} T &= \frac{\pi \dot{R} R_f^2}{R \kappa_0 V_i d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}^4 - \tilde{r}_{i-\frac{1}{2}}^4 \right) (T_{i+1} - T_i) + \frac{R_f^2 \tilde{\kappa}_{i+\frac{1}{2}} S_i}{R^2 V_i d\tilde{r}} (T_{i+1} - T_i) - \frac{R_f^2 \tilde{\kappa}_{i-\frac{1}{2}} S_{i-1}}{R^2 V_i d\tilde{r}} (T_i - T_{i-1}) + d_i \\ & - a_i = \frac{R_f^2 \tilde{\kappa}_{i-\frac{1}{2}} S_{i-1}}{R^2 V_i d\tilde{r}} > 0 \\ & - b_i = -\frac{\pi \dot{R} R_f^2}{R \kappa_0 V_i d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}^4 - \tilde{r}_{i-\frac{1}{2}}^4 \right) - \frac{R_f^2 \tilde{\kappa}_{i+\frac{1}{2}} S_i}{R^2 V_i d\tilde{r}} - \frac{R_f^2 \tilde{\kappa}_{i-\frac{1}{2}} S_{i-1}}{R^2 V_i d\tilde{r}} < 0 \\ & - c_i = \frac{\pi \dot{R} R_f^2}{R \kappa_0 V_i d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}^4 - \tilde{r}_{i-\frac{1}{2}}^4 \right) + \frac{R_f^2 \tilde{\kappa}_{i+\frac{1}{2}} S_i}{R^2 V_i d\tilde{r}} > 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

Ce qui correspond en écriture matricielle avec n le numéro du pas de temps à :

$$\frac{T^{n+1} - T^n}{dt} = \alpha (M^{n+1} T^{n+1} + D^{n+1}) + (1 - \alpha) (M^n T^n + D^n) \quad (7.12)$$

Avec :

- $\alpha = 0$ pour un schéma d'intégration **Explicite**
- $\alpha = 1$ pour un schéma **Implicite**
- $\alpha = \frac{1}{2}$ pour un schéma dit de **Cranck-Nicholson** (semi-implicite)

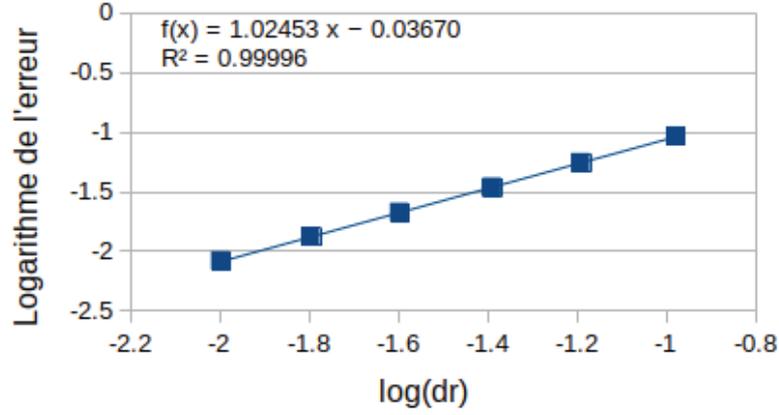


FIGURE 7.2 – Représentation du logarithme de l’erreur faite sur le calcul en fonction du logarithme de $\tilde{d}r$.

$$T = \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_N \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} D_0 \\ D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{N-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

On retrouve les indices a_i , b_i et c_i dans M :

$$M = \begin{bmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & c_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & b_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_N & b_N \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{(I - \alpha dt M^{n+1})}_{P_1} T^{n+1} = \underbrace{(I + (1 - \alpha) dt M^n)}_{P_2} T^n + dt (\alpha D^{n+1} + (1 - \alpha) D^n) \quad (7.13)$$

$$T^{n+1} = P_1^{-1} P_2 T^n + P_1^{-1} dt (\alpha D^{n+1} + (1 - \alpha) D^n) \quad (7.14)$$

Pour les calculs nous avons utilisé le schéma semi-implicite (Crank-Nicholson, $\alpha = 0.5$) qui a l’avantage d’être inconditionnellement stable comme le schéma implicite et qui est plus précis que le cas implicite en vérifiant avec une solution analytique. Du fait de l’utilisation d’une différence finie non centrée pour la dérivée temporelle, le calcul se fait au premier ordre de précision en temps. L’utilisation d’un *upwind* induit de son côté que l’on est aussi au premier ordre de précision en espace, cet ordre de précision peut être retrouvé en traçant le logarithme de la valeur de l’erreur en fonction du logarithme de $\tilde{d}r$, en **figure 7.2** on retrouve ce tracé parfaitement linéaire et mettant en évidence l’ordre 1 (l’erreur varie en $\tilde{d}r^1$). On a trouvé la valeur exacte du résultat et ainsi pu vérifier notre calcul à l’aide d’une solution analytique pour une croissance de l’objet en racine du temps (Lasbleis *et al.*, 2015, appendix B).

ε - Conditions aux limites

i) Condition à la périphérie

La température à la surface est constante et égale à la température d'équilibre. La température est fixée selon l'équation suivante :

$$T_{surf} = \sqrt[4]{\frac{(1-A)c_{\odot}}{4\epsilon\sigma d^2}}. \quad (7.15)$$

Cette équation traduit l'équilibre qui s'établit entre l'apport calorifique dû à l'insolation et la perte de chaleur via émission d'infra-rouges thermiques. Elle se retrouve à partir de l'équation de Stefan-Boltzmann et de l'expression de la quantité d'énergie solaire absorbée par la surface. On trouve dans cette équation, A l'albédo, c_{\odot} la constante solaire ($1360,8 \text{ W.m}^{-2}$), ϵ l'émissivité (0,9), σ la constante de Stefan-Boltzmann et d la distance moyenne de l'objet au Soleil c'est-à-dire le rayon de l'orbite circulaire sur laquelle un objet recevrait la même quantité d'énergie par orbite. Cette distance d dépend du demi grand axe a et de l'excentricité e : $d = a(1 - e^2)$.

On utilise un point supplémentaire pour écrire la condition à la limite, ce point d'indice N correspond à la température de la surface considérée constante. L'écriture de la condition à la limite se fait sur le point d'indice $N - 1$, qui a la particularité de se situer à une distance $\frac{\tilde{d}r}{2}$ de ce point à la surface et non $\tilde{d}r$, l'écriture de la condition à la limite donne :

$$2\partial_{\tilde{t}}T = \frac{\pi\dot{R}R_f^2}{R\kappa_0V_{N-1}d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 - \tilde{r}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 \right) \frac{8T_N - 9T_{N-1} + T_{N-2}}{3} + \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-1}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} \frac{8T_N - 9T_{N-1} + T_{N-2}}{3} - \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-2}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} (T_{N-1} - T_{N-2}) + d_i. \quad (7.16)$$

Et ainsi :

$$\begin{aligned} - a_{N-1} &= \frac{1}{3} \frac{\pi\dot{R}R_f^2}{R\kappa_0V_{N-1}d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 - \tilde{r}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 \right) + \frac{1}{3} \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-1}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} + \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-2}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} > 0 \\ - b_{N-1} &= -3 \frac{\pi\dot{R}R_f^2}{R\kappa_0V_{N-1}d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 - \tilde{r}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 \right) - 3 \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-1}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} - \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-2}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} < 0 \\ - c_{N-1} &= \frac{8}{3} \frac{\pi\dot{R}R_f^2}{R\kappa_0V_{N-1}d\tilde{r}} \left(\tilde{r}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 - \tilde{r}_{N-1-\frac{\tilde{d}r}{2}}^4 \right) + \frac{8}{3} \frac{R_f^2\tilde{\kappa}_{N-1+\frac{\tilde{d}r}{2}}S_{N-1}}{R^2V_{N-1}d\tilde{r}} > 0 \end{aligned}$$

ii) Condition au centre

Au centre, le flux de chaleur radial est nul, la condition à cette limite est donc :

$$\partial_{\tilde{r}}T(\tilde{t}, \tilde{r} = 0) = 0. \quad (7.17)$$

Ainsi on déduit :

$$\partial_{\tilde{t}}T = \frac{\pi\dot{R}R_f^2}{R\kappa_0V_0} \tilde{r}_{0+\frac{1}{2}}^4 (T_1 - T_0) + \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \frac{1}{V_0} \tilde{\kappa}_{0+\frac{1}{2}} S_0 (T_1 - T_0) + d_i \quad (7.18)$$

$$\begin{aligned} - b_0 &= -\frac{\pi\dot{R}R_f^2}{R\kappa_0V_0} \tilde{r}_{0+\frac{1}{2}}^4 - \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \frac{1}{V_0} \tilde{\kappa}_{0+\frac{1}{2}} S_0 < 0 \\ - c_0 &= -b_0 > 0 \end{aligned}$$

B. Résultats

Ce modèle ne prend pas en compte l'apparition de la phase liquide, il n'est donc plus valable une fois que la phase liquide apparaît. Néanmoins, il permet de se faire une idée de la possibilité et de l'ampleur du changement de phase possible et donc de savoir si l'initiation de la différenciation peut avoir lieu.

Les paramètres que nous avons testés sont les suivants :

- Le rayon final R_f ,
- La composition massique en glace X_{ice} ,
- τ_{acc} le temps caractéristique d'accrétion,
- γ qui définit la forme de la courbe d'accrétion.

Les rayons des TNOs sont très divers et couvrent toute la palette depuis de très petits objets jusqu'à Pluton de près de 1200 km de rayon. La proportion massique de glace / poussière était généralement prise de 50%, comme celle estimée pour les comètes par les modélisateurs (Merk & Prialnik, 2003), mais les valeurs tendent plus vers 30% de glace pour 70% de poussières pour les KBO plus récemment (60% : Hussmann *et al.*, 2006, 63% : Desch *et al.*, 2009, 75% : Malamud & Prialnik, 2015 ; Malamud *et al.*, 2017, 70% : Bierson & Nimmo, 2019), des valeurs qui peuvent même se retrouver dans les estimations pour les comètes (Choukroun *et al.*, 2020).

En **figure 7.3**, on retrouve 6 résultats de l'évolution de la température au cours du temps pour un objet de 450 km de diamètre et une composition massique de 50% de glace - 50% de poussières pour différents profils d'accrétion. On met en évidence la possibilité de fusion en dessinant l'isotherme 273 K qui correspond à la fusion de l'eau pure et en laissant blanches les températures élevées. L'échelle de temps est logarithmique ce qui permet de bien distinguer l'effet d'une part des éléments radioactifs courte période (visible avant 10^2 Ma) et celui des éléments longue période (après 10^2 Ma).

Une autre façon de visualiser les résultats a été de figurer le pourcentage du rayon qui passe au dessus d'une certaine température : celle de la fusion de l'eau pure ou de fusion de l'eutectique eau-ammoniac-méthanol, 155 K. Cela permet également de représenter les valeurs pour un large panel de valeurs de γ et τ_{acc} . Par exemple, on trouve en **figure 7.4**, **7.5** et **7.6** le pourcentage du rayon ayant dépassé la température de fusion de l'eau pure pour des objets de 200, 300 et 450 km de rayon selon γ et τ_{acc} . Les plus petites valeurs de γ (à partir de 1,78) correspondent à des profils de croissance où l'accrétion est très forte dès le tout début de la formation du système solaire, le bas des graphiques correspond donc à des scénarios plus crédibles d'accrétion.

Évidemment, le dépassement d'une température de fusion ne signifie pas que l'intégralité de la glace va fondre mais seulement que la fusion s'initie. Le volume de glace fondu dépend de la chaleur apportée après avoir atteint la température de fusion, échangée sous forme de chaleur latente de fusion.

C. Discussion et interprétations

Un objet de rayon 450 km peut correspondre à Sedna ou Orcus, les plus gros objets de tailles intermédiaires. On remarque en **figure 7.3** que quelque soit le couple de paramètres contraignants l'accrétion que nous avons choisi, la température de fusion de l'eau est toujours atteinte sur plus de 300 km de rayon au centre. Cela est lié au fait que grâce à la taille importante de l'objet, la radioactivité longue période est efficace pour chauffer le cœur de l'objet, et ce quelque soit la rapidité de l'accrétion qui n'influence que le chauffage lié à la radioactivité courte période. Le refroidissement de l'objet est directement lié à sa conductivité. Cette conductivité est croissante en allant vers la périphérie du fait de la diminution de la température (voir **figure 6.34**). En réalité, une croûte de surface pourrait conserver de la glace sous forme amorphe ce qui diminuerait fortement sa conductivité et permettrait une conservation de la chaleur encore meilleure dans l'objet (**figure 6.34**). Ainsi un objet d'une telle taille devrait pouvoir facilement

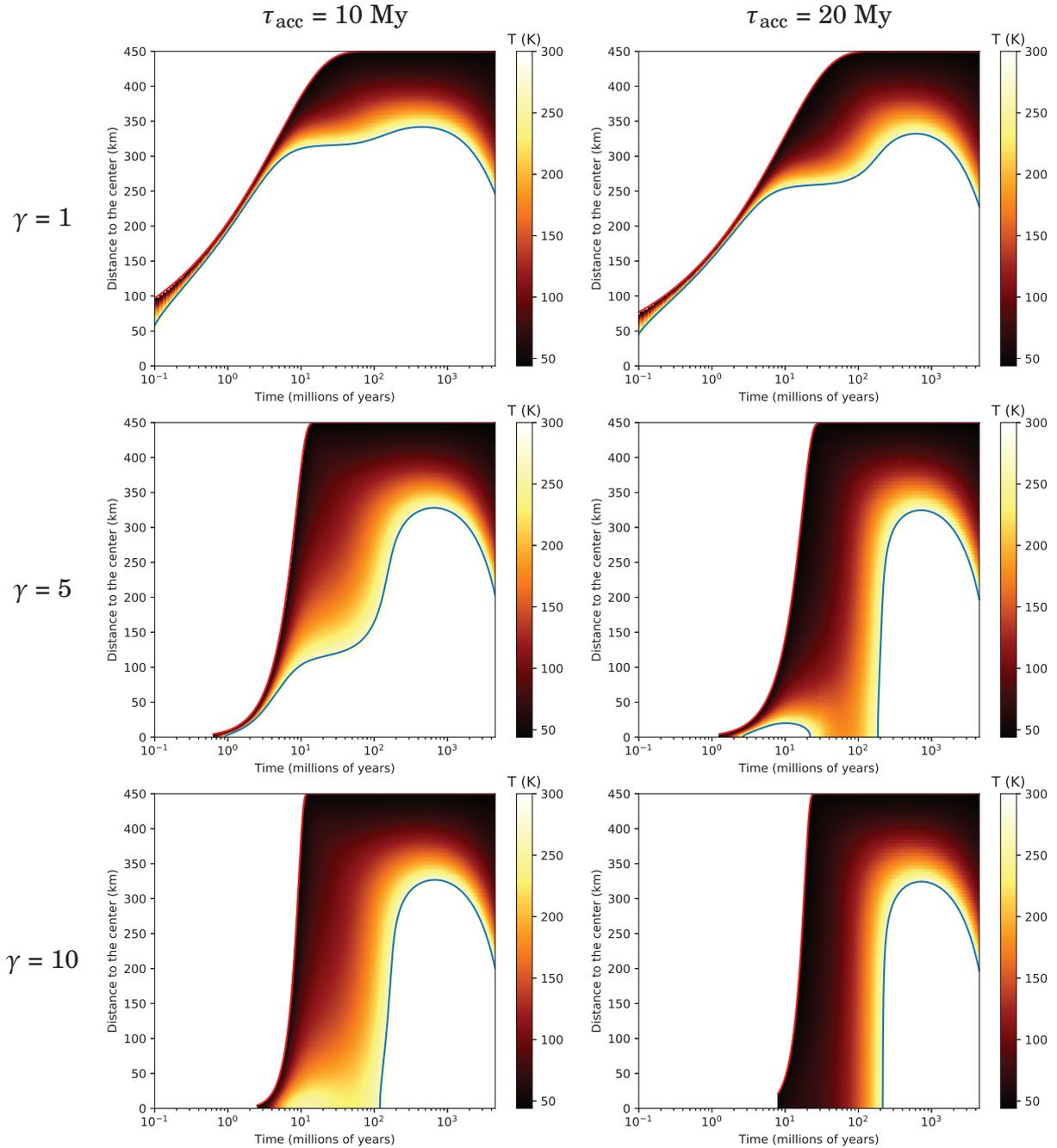


FIGURE 7.3 – Évolution de la température au cours du temps (échelle logarithmique) pour un objet de rayon 450 km et une composition $X_{ice} = 0,5$. Sont présentés les résultats pour 6 couples de valeurs (γ, τ_{acc}) . La ligne bleue correspond à l'isotherme 273 K, température de fusion de l'eau pure.

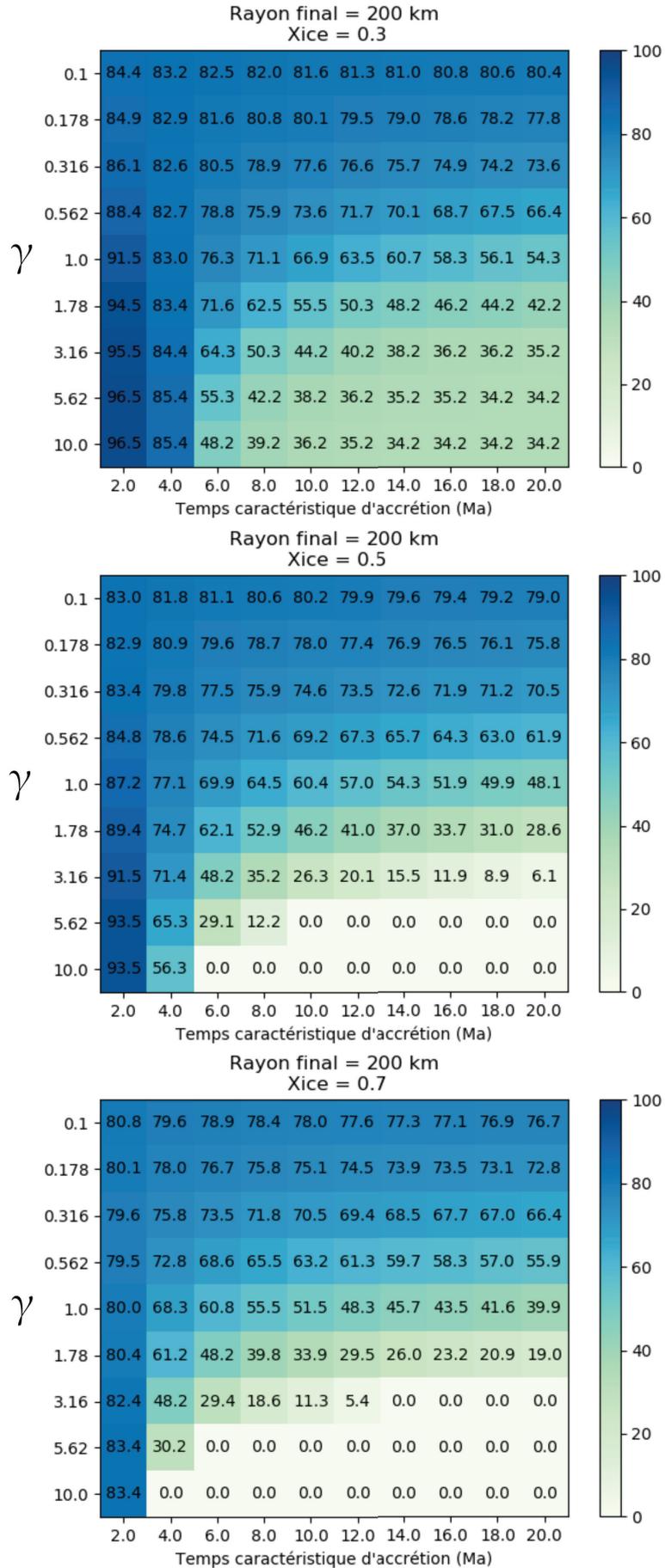


FIGURE 7.4 – Pourcentage du rayon ayant atteint la température de fusion de l'eau pure, 273 K, pour un TNOs de **200 km** de rayon, une composition massique de glace de 30%, 50% et 70%. Pour chaque cas, différentes valeurs des paramètres d'accrétion ont été testées.

7. Modèle diffusif avec prise en compte de l'accrétion

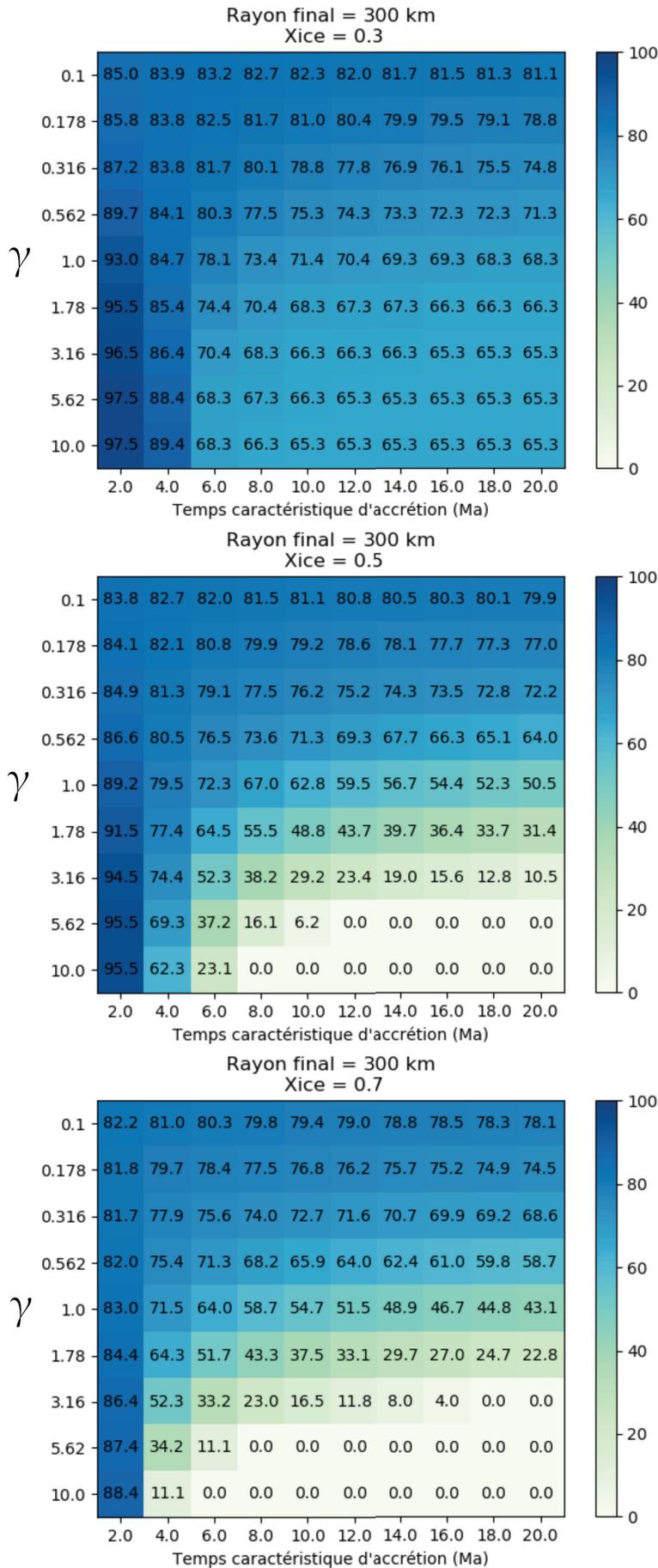


FIGURE 7.5 – Pourcentage du rayon ayant atteint la température de fusion de l'eau pure, 273 K, pour un TNOs de **300 km** de rayon, une composition massique de glace de 30%, 50% et 70%. Pour chaque cas, différentes valeurs des paramètres d'accrétion ont été testées.

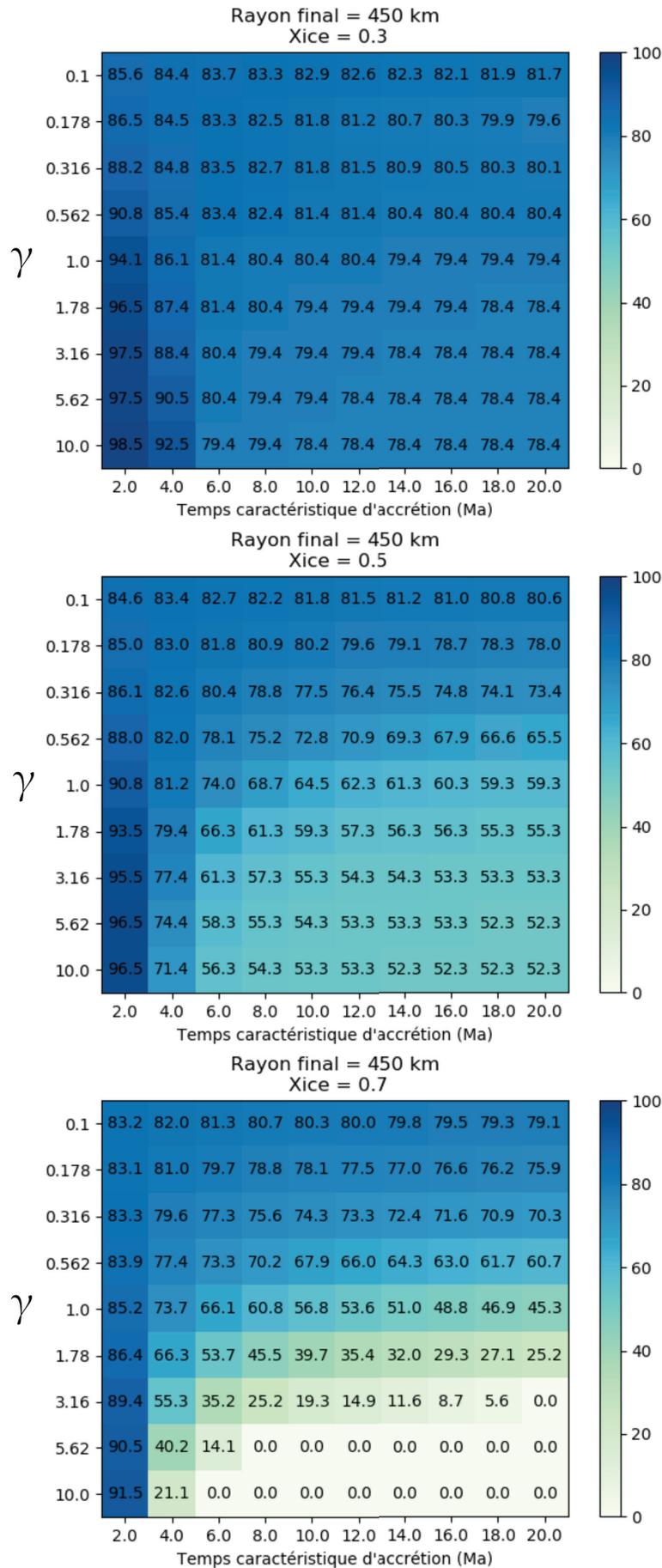


FIGURE 7.6 – Pourcentage du rayon ayant atteint la température de fusion de l'eau pure, 273 K, pour un TNOs de **450 km** de rayon, une composition massique de glace de 30%, 50% et 70%. Pour chaque cas, différentes valeurs des paramètres d'accrétion ont été testées.

initier une différenciation, d'autant plus que l'on considère ici $X_{ice} = 0,5$ et que les valeurs les plus citées tournent autour de 0,3-0,5 ; pour $X_{ice} = 0,3$ ($X_{dust} = 0,7$) le chauffage radioactif serait nettement renforcé.

Pour comparer plus de cas, nous nous penchons sur les **figures 7.4, 7.5 et 7.6**. Concernant un objet de 200 km de diamètre (**Fig.7.4**), on remarque que si $X_{ice} = 0,5$ ou 0,7, pour les accrétions tardives (γ et τ_{acc} grands), la radioactivité longue période ne suffit pas à atteindre la température de fusion de l'eau. Pour une composition plus riche en poussières $X_{ice} = 0,3$, un tiers du rayon peut atteindre cette température, ce qui ne représente néanmoins que 4% du volume de l'objet. Il semble donc que pour un objet de 200 km de rayon une différenciation notable n'ait pu avoir lieu que si l'accrétion a été relativement précoce à la suite de la formation des CAI. Pour γ élevé (accrétion rapide près du τ_{acc}), grossièrement τ_{acc} ne doit pas excéder 4 Ma. Pour un objet de 300 km de rayon (**Fig.7.5**), on peut noter les mêmes tendances avec cette fois-ci pour $X_{ice} = 0,3$ toujours au moins 65% du rayon qui dépasse les 273 K, soit près de 28% du volume. Concernant un objet de 450 km de rayon, c'est au moins 78% qui sont atteints pour $X_{ice} = 0,3$, presque 50% du volume. Même pour $X_{ice} = 0,5$, on dépasse toujours la moitié du rayon. Un tel objet devrait donc pouvoir initier une différenciation, d'autant plus comme on l'a dit, qu'ici la conductivité est majorée puisque l'on ne prend pas en compte la conductivité de la glace sous forme amorphe et seulement la source de chaleur radioactive.

Si l'on se place dans le cas où $X_{ice} = 0,3$ qui favorise le chauffage et que l'on regarde cette fois-ci quand la température dépasse les 155 K (température de fusion de l'eutectique eau-ammoniac-méthanol), alors on voit que cette température est atteinte sur 86% du rayon pour un objet de 450 km (**Fig.7.7**), la différence n'est pas énorme par rapport à la température de fusion de l'eau pure (78%) car la température chute fortement en périphérie. Par contre, on pourrait atteindre la fusion au centre d'un objet de seulement 150 km de rayon même avec une accrétion tardive (**Fig.7.7**)!

Ce modèle aura montré plusieurs choses :

- une couche en surface reste suffisamment froide pour qu'aucun changement de phase n'ait lieu. Son épaisseur est ici plutôt surestimée puisqu'en réalité sa conductivité serait plus faible du fait de la glace sous forme amorphe et de la porosité qui pourrait être conservée dans cette couche ;
- si la formation des TNOs a été très précoce (τ_{acc} de moins de 4 Ma environ), une très large gamme de TNOs ont pu voir une large partie de leurs glaces passer sous forme liquide sous l'effet de la radioactivité courte période. Il s'agit donc pour les petits objets d'une phase transitoire au début de la formation du système solaire : une petite taille induit que la chaleur se serait largement dissipée après 4,5 Ga ;
- même si l'accrétion des TNOs a été relativement tardive ($\tau_{acc} > 10$ Ma), si la composition des TNOs est effectivement riche en poussières (de 50 à 70% en masse), les "gros" TNOs de taille intermédiaire comme Quaoar, Gonggong, Orcus ou Sedna par exemple ont vu une large partie de leur rayon partiellement liquide.

Après avoir développé ce modèle préliminaire, nous allons nous attacher à modéliser la différenciation des TNOs, pour estimer si le passage à l'état liquide peut permettre effectivement *in fine* une dissociation des phases rocheuses et aqueuses.

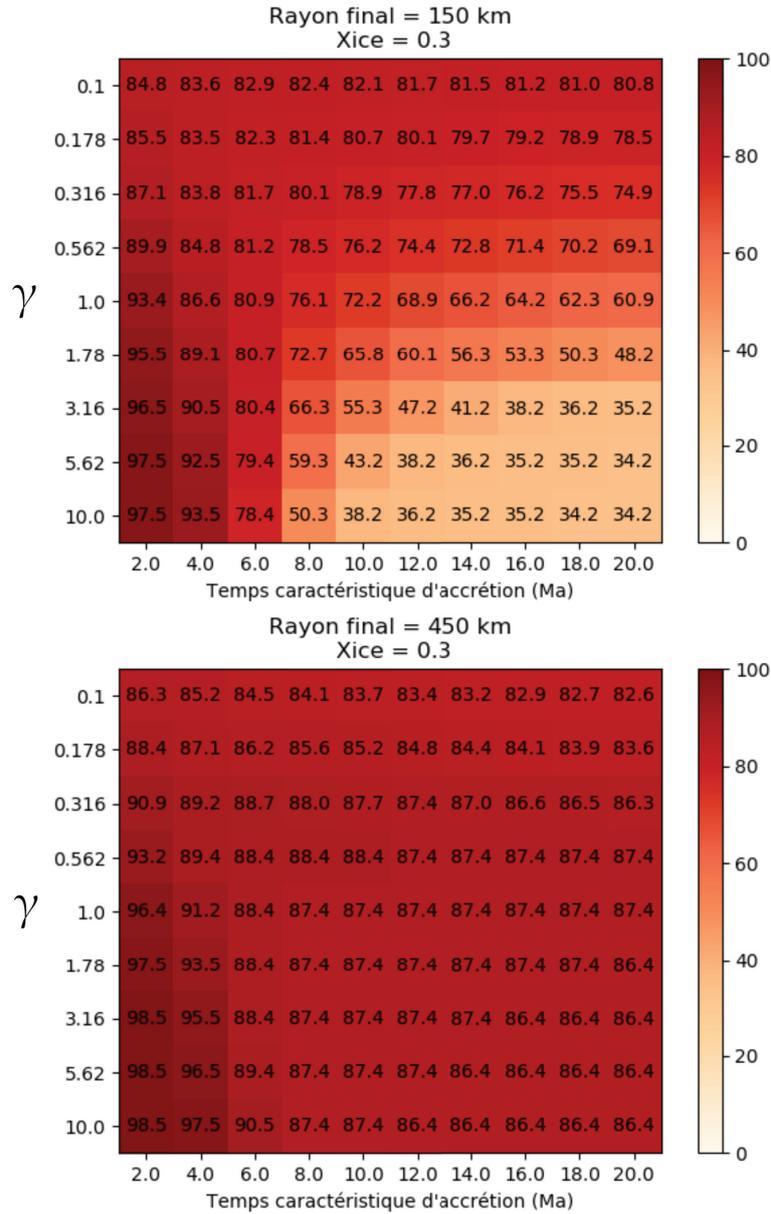


FIGURE 7.7 – Pourcentage du rayon ayant atteint la température de fusion de l'eutectique eau-ammoniac-méthanol, 155 K, pour un TNOs de 150 et 450 km de rayon et une composition massique de glace de 30%. Pour chaque cas, différentes valeurs des paramètres d'accrétion ont été testées.

Chapitre 8

Adaptation du modèle diphasique aux objets transneptuniens

Les TNOs sont réputés pour être des objets parmi les plus primitifs du système solaire. Ce serait donc des témoins privilégiés des débuts du système solaire et des objets de premier plan à étudier pour comprendre la formation du système solaire. Néanmoins, ces objets ont évolué au cours des temps géologiques, en particulier du fait de l'augmentation de leur température interne. L'évolution thermique des TNOs conditionne ce rôle de témoin.

- À quel point les TNOs sont-ils des objets primitifs ?
- La différenciation peut-elle expliquer une partie des différences observées entre TNOs ?
- Peut-on faire des prédictions sur de futures observations ?
- Existe-t-il des effets de seuils qui auraient certaines caractéristiques des TNOs sur leur évolution thermique ?

Les questions que l'on se pose sont nombreuses. La modélisation numérique de l'évolution thermique des TNOs peut nous éclairer. L'objectif est donc de développer un modèle adapté aux TNOs et ne dérivant pas des modèles utilisés pour les comètes. En effet, les TNOs diffèrent des comètes sur plusieurs points :

- Ils ne présentent pas d'activité cométaire. La sublimation des glaces est un processus très lent sur les TNOs qui se déroule sur des milliards d'années et sur des épaisseurs négligeables à l'échelle de l'objet (Priainik *et al.*, 2004).
- Leurs dimensions pourraient, pour les plus gros, permettre la présence d'eau sous forme liquide (McKinnon *et al.*, 2008).

Néanmoins, ces objets se ressemblent sur certains aspects : les TNOs seraient un réservoir de comètes (Nesvorný *et al.*, 2017). Ils auraient donc la même composition, essentiellement de la glace d'eau et des poussières silicatées, ainsi qu'en plus faibles proportions des volatils tels que le méthane ou l'ammoniac.

Notre modèle numérique biphasique, adapté pour les TNOs, s'attache en particulier à étudier l'effet de la fusion partielle sur la différenciation des TNOs : le comportement du système biphasique liquide-solide induit par la fusion de la glace, ce qui n'a jamais été fait et pourrait nous apporter des éléments pour répondre à ces questions :

- Comment la différenciation affecte les TNOs ?
- L'initiation de la fusion de la glace est-elle suffisante pour différencier un objet ?

A. Les modèles existants

Les premiers modèles étudiant l'évolution des objets transneptuniens dérivent directement de modèles développés pour l'étude des comètes (par exemple De Sanctis *et al.*, 2001 ; Choi *et al.*, 2002).

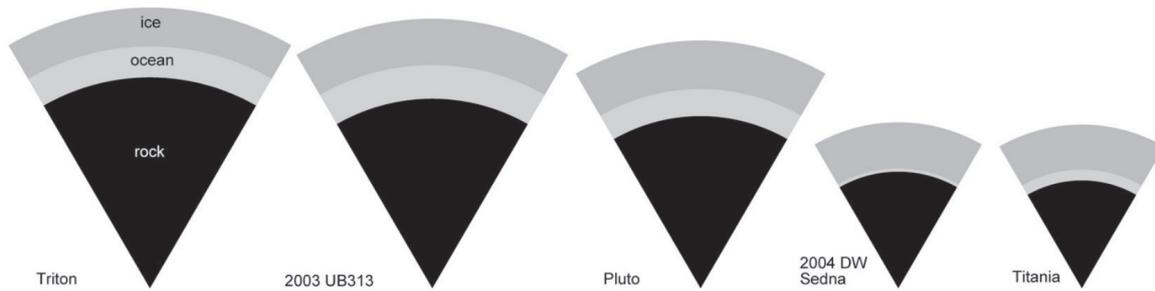


FIGURE 8.1 – État final d’une partie des objets étudiés dans Hussmann *et al.* (2006), 2003 UB313 correspond à Éris.

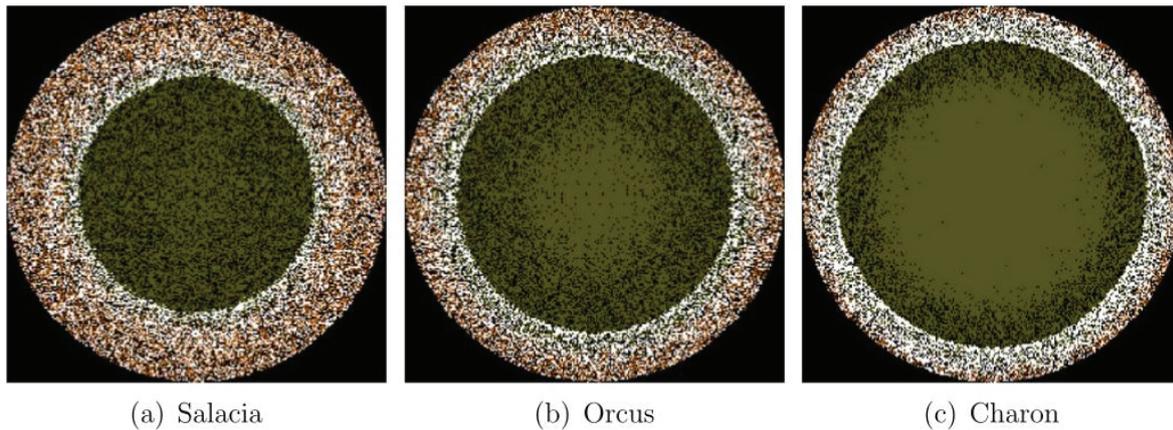


FIGURE 8.2 – Résultats du modèle numérique de Malamud & Prialnik (2015) au temps final, actuel. Les couleurs sont : noir pour la porosité (le vide), blanc pour la glace cristalline, rose pour la glace amorphe, marron pour les silicates et olive pour les roches hydratées (serpentinisées).

Le modèle de Hussmann *et al.* (2006) est un modèle en 2 ou trois couches : noyau rocheux au centre, océan (si présence de liquide) et glace d’eau en surface. Ils prennent en compte la présence d’ammoniac, qui se trouve intégralement dans l’océan. Leur modèle part donc d’un état déjà différencié et implicitement totalement fondu. Ils prennent en compte la possibilité de convection dans la couche de glace, avec un régime en couvercle stagnant. La **figure 8.1** donne l’état actuel pour certains des objets qu’ils ont étudiés.

Dina Prialnik, Rainer Merk puis Uri Malamud ont publié une série d’articles sur la modélisation des TNOs (Merk & Prialnik, 2003, 2006 ; Prialnik & Merk, 2008 ; Malamud & Prialnik, 2015 ; Malamud *et al.*, 2017). Leur modèle considère des objets dont la matrice est silicatée et à l’intérieur de laquelle se trouvent des pores vides ou remplis de glace/liquide. L’eau peut passer sous forme liquide et vapeur. L’eau liquide se déplace par capillarité et l’eau gaz selon le gradient de pression. L’eau s’accumule ainsi au centre ou par recristallisation dans les zones plus externes et plus froides. Pour la compaction de la porosité (le vide), ils s’appuient sur les résultats empiriques et utilisent un modèle où la glace et la roche seraient séparés en 2 couches et subiraient les effets de compression indépendamment. Ils prennent en compte la serpentinisation et le chauffage induit ainsi que la possibilité de déshydratation de la serpentine (la réaction inverse). La **figure 8.2** donne la schématisation de leurs résultats dans le cas de Salacia, Orcus et Charon. La **figure 6.30** donnait l’effet de la sublimation/condensation de la phase vapeur.

Une autre équipe, états-unienne, propose une vision différente (Desch *et al.*, 2009 ; Neveu

et al., 2015 ; Neveu & Desch, 2015 ; Desch & Neveu, 2017). L'article Desch *et al.* (2009) pose les fondements de leur modèle, ils considèrent que les TNOs sont composés d'une matrice de glace portant des particules de roche (au contraire de l'équipe précédente). Leur scénario de différenciation est que la glace flue autour des particules de roche selon un écoulement de Stokes (particules considérées de 1 m de diamètre). Quand la température de l'eutectique (176 K en prenant en compte la présence d'ammoniac) est atteinte, la fusion s'initie et la viscosité de la glace passe de 10^{17} Pa.s à moins de 10^{13} Pa.s, ils considèrent alors que la différenciation est instantanée, la partie silicatée plonge vers le centre et forme un noyau rocheux. Le calcul du nombre de Rayleigh donnant $Ra = 10^8$ dans le mélange liquide-glace restant, ils considèrent qu'une convection vigoureuse permet de séparer rapidement le liquide et la glace. Ils prennent en compte l'effet de la convection sur la conductivité en multipliant la conductivité thermique par le nombre de Nusselt (rapport du transport de chaleur par convection divisé par celui par conduction). D'ailleurs, Desch *et al.* (2009) fait une bonne *review* des conductivités utilisées pour la modélisation. Leur modèle de différenciation reste assez grossier comme ils le soulignent : "*Differentiation is a potentially complex phenomenon. For example, if rock is much smaller than the size we have assumed (meter-sized), or if liquid can somehow be lost from the ice before rock can differentiate, then differentiation would not proceed as we have described.*"

Les articles suivant utilisent une nouvelle version qui permettent d'étudier l'effet de la fracturation du noyau et l'hydrothermalisme induit sur Cérès (Neveu *et al.*, 2015). Les poussières se décomposent en une fraction micrométrique et millimétrique. La partie micrométrique reste toujours en suspension dans le liquide. Leur scénario de différenciation est différent : résumé en **figure 6.29**, la fusion s'initie au centre, les particules millimétriques sédimentent, sont serpentinisées et forment un noyau ; le liquide contenant les particules micrométriques est moins dense que la glace au dessus ce qui crée une instabilité de Rayleigh-Taylor et induit la remonté du liquide possiblement jusqu'à la surface, parallèlement des morceaux de glace coulent dans l'océan, fondent et libèrent leur fraction silicatée.

Enfin, le modèle récent de Bierson *et al.* (2018) étudie l'évolution thermique et l'évolution de la porosité au cours du temps mais en partant d'un objet déjà différencié. La **figure 6.25** donne le résultat de leur modèle pour Pluton et Charon.

La modélisation de l'évolution des TNOs est donc complexe, surtout si l'on veut prendre en compte leur différenciation. Modéliser leur différenciation implique de faire des choix sur le type de séparation des phase que l'on modélise ainsi que la structure de la matière : matrice silicatée pour l'équipe de D. Prialnik et R. Merk contre matrice aqueuse pour l'équipe de S.J. Desch et M. Neveu par exemple. Une matrice silicatée ne me semble pas le plus vraisemblable étant donné que pour une fraction massique 50% de silicates pour 50% de glace (utilisée classiquement pour la modélisation des comètes Choukroun *et al.*, 2020), les silicates ne représentent que 22% du volume, ce volume monte à 40% pour un ratio massique 70-30. Concernant le traitement de la séparation des phases dans le Desch *et al.* (2009) celle-ci est instantanée une fois la fusion amorcée et dans le Neveu *et al.* (2015) la séparation n'a lieu que si la fusion est totale : le matériaux n'est jamais biphasique à petite échelle.

L'intérêt de notre modèle biphasique est qu'il peut modéliser physiquement la séparation des phases (liquide et solide) au lieu de considérer instantanée la séparation entre les phases aqueuse et silicatée quand une température seuil est atteinte. Il néglige par contre d'autres phénomènes comme l'écoulement de Stokes des plus grosses particules à travers la phase aqueuse (Desch *et al.*, 2009) ainsi que la présence d'une porosité (au sens du vide). Notre modèle biphasique en considérant une phase liquide et solide avec changement de phase possible entre les 2 induit que la matrice est composée de glace d'eau et la "porosité" d'eau liquide. Les poussières se comportent donc comme une fraction dont on doit décider du comportement par rapport aux phases liquides et solide de l'eau. Le deuxième aspect important de notre modèle est qu'il permet d'étudier pleinement l'effet d'un agent antigel dont on suit la concentration, et ainsi le comportement du matériau biphasique formé.

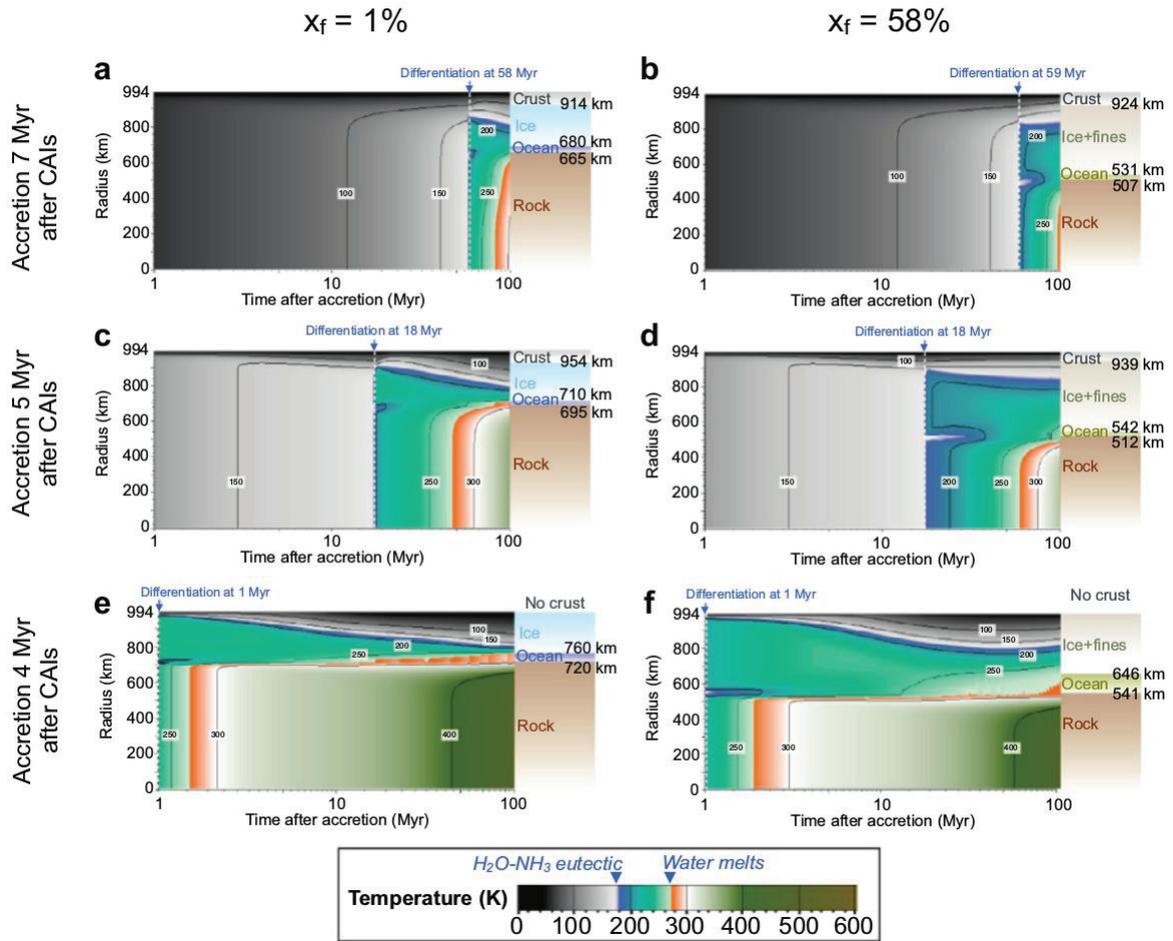


FIGURE 8.3 – Évolution thermique des corps parents du système Pluton-Charon (ils les considèrent de la même taille) proposé par Desch & Neveu (2017) selon plusieurs hypothèses sur le temps de formation après les CAI et la proportion de poussière micrométrique valant 1% ou 58%.

Le développement d'un modèle numérique nécessite donc de faire de nombreux choix et d'imaginer un scénario de différenciation, décider des phénomènes que l'on prend en compte et ceux que l'on néglige.

B. Scénario de différenciation des objets transneptuniens

a) Sources de chaleur

Les sources de chaleur que l'on peut prendre en compte sont multiples :

- **chaleur solaire** : la chaleur apportée par le soleil n'influe que sur la température à la surface de l'objet. On considère un rotateur rapide, c'est à dire que le flux solaire est reçu uniformément sur toute la surface. On reprend la formulation de la température de surface $T_{surf} = \sqrt[4]{\frac{(1-A)c_{\odot}}{4\epsilon\sigma d^2}}$ qui donne 30 à 50 K selon la position dans la ceinture de Kuiper.
- **chaleur d'accrétion** : les TNOs se forment à froid, à T_0 de l'ordre de 100 K. Si l'on ne prend pas en compte la croissance, on pourrait décider de prendre une température homogène de départ égale à T_0 . En prenant en compte la croissance, la température initiale est automatiquement égale à celle de la surface.
- **radioactivité** courtes et longues périodes, la radioactivité est de très très loin la première source interne de chaleur.
- **chaleur de marée** : négligeable pour les TNOs.
- **crystallisation de la glace amorphe** source de chaleur minoritaire dont l'exothermie est discutée selon la teneur en impuretés.
- **serpentinisation** : source de chaleur comparable à la précédente nécessitant le contact entre silicate et eau liquide. La serpentinisation est connue pour avoir lieu au niveau des dorsales océaniques où les fluides hydrothermaux hydratent la péridotite (roche mantellique), formant la serpentinite, une roche métamorphique. L'étude de la réaction de serpentinisation a lieu à des températures de l'ordre de quelques centaines de degrés celsius (par exemple Andreani *et al.*, 2013 ; Malvoisin *et al.*, 2012). Je n'ai pas trouvé de justification à la possibilité que cette réaction ait lieu à des températures négatives en degrés Celsius et encore moins dès 156 K. Je reste donc sceptique sur la cinétique de la réaction aux températures rencontrées sur les TNOs, en tout cas pour considérer une réaction par simple contact d'une poussière avec l'océan.
- **chaleur gravitationnelle** : liée à la différenciation, au fait que les phases les plus denses se rapprochent du centre et les moins denses de la périphérie, cette source de chaleur est du même ordre de grandeur que les 2 dernières.

Il me semble donc que la radioactivité peut être prise en compte seule, les 3 dernières sources de chaleur constituant des améliorations que l'on peut ajouter au modèle qui devraient avoir un effet mineur mais pas forcément négligeable.

b) Scénario de différenciation sans agent antigel

Commençons par imaginer un scénario simple où la glace ne comporte pas d'antigel. On part avec une sphère homogène composée d'un mélange de glace d'eau et de poussières en inclusion dans la matrice glacée (**Fig.8.4**). La température de fusion de l'eau à lieu à 273 K, on ne prend pas en compte l'effet de la pression sur la température de fusion de l'eau. Quand le centre atteint les 273 K, il entre en fusion, toute la glace fondant à la même température, il se forme un front net de changement de phase entre le centre à 273 K (eau en équilibre avec la température de la limite eau-glace par convection) et la couche de glace plus froide. Petit à petit avec l'apport de chaleur radioactif le front de fusion se rapproche de la périphérie, au fur et à mesure les poussières sont libérées et sédimentent vers le fond à moins que l'on ne considère une fraction de poussières micrométriques qui resteraient en suspension dans le liquide. Concernant le noyau il a été représenté comme intégralement silicaté mais une

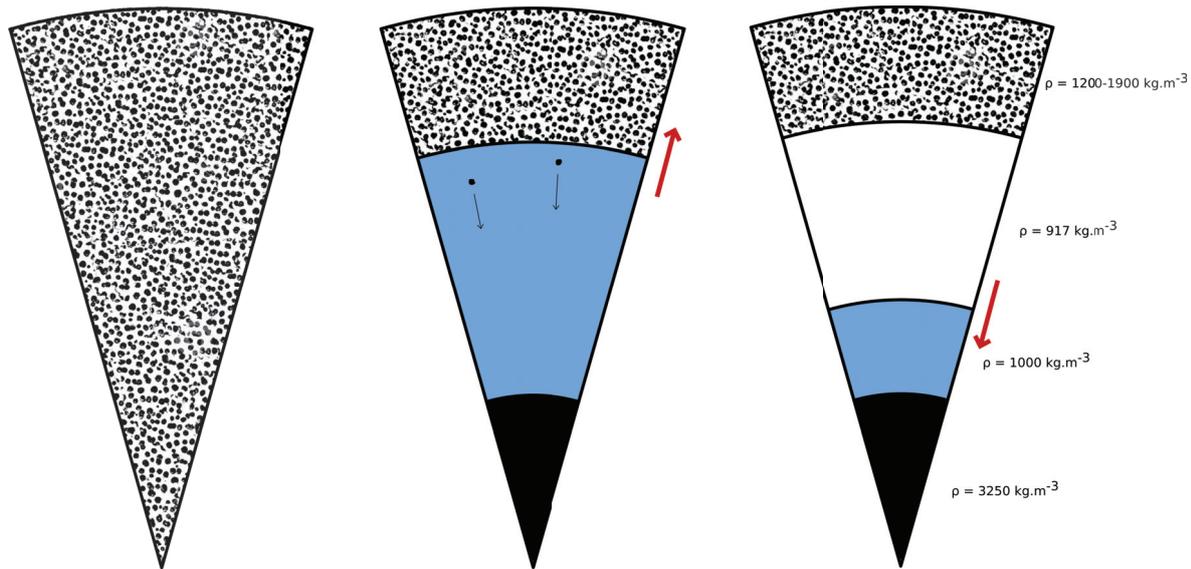


FIGURE 8.4 – Scénario de différenciation sans antigél.

proportion d'eau pourrait exister entre les grains naturellement. Quand la température du corps commence à diminuer, le front de solidification (et donc l'isotherme 273°C) se rapproche du centre jusqu'à ce que tout le corps soit recristallisé. Évidemment pour que le TNO ne reste pas à l'étape 1 (**Fig.8.4**), il faut qu'il soit suffisamment gros, les petits objets diffusant trop rapidement leur chaleur pour atteindre la fusion.

Finalement on se retrouve avec un noyau constitué majoritairement de silicates, un manteau de glace d'eau à 100% (à moins que l'on décide que des poussières micrométriques puissent s'y retrouver) et une croûte superficielle dont la composition n'a pas variée car restée très froide.

La configuration est stable pour toutes les couches sauf cette couche de surface qui est plus dense que la glace et que l'eau liquide. La faible température en surface induit une viscosité énorme qui fait que l'on conserve nécessairement une partie superficielle intacte, néanmoins, on peut discuter des possibilités de convection pour la partie inférieure de cette couche plus chaude et donc moins visqueuse.

c) Effet de la présence d'un antigél sur le scénario de différenciation

α - Effets sur le profil de température

Comme dans le cas de la graine, la présence d'un antigél dans la glace fait que la fusion n'a pas lieu à une température précise mais sur une gamme de température (**Fig.8.5**). Si l'on considère seulement la présence d'ammoniac, $T_e = 176\text{K}$, si l'on prend en compte l'ammoniac et le méthanol, l'eutectique fond à 155K . On considérera donc dans ce cas que $T_e = 155\text{K}$, ce qui revient à faire l'hypothèse que le méthanol et l'ammoniac sont en concentration dans les proportions eutectiques, sinon le diagramme de phase serait plus complexe.

La **figure 8.5** donne le diagramme de phase simplifié que l'on utilise pour la modélisation de l'évolution thermique des TNOs. Dans le cas de la graine, on se situe toujours entre l'initiation de la cristallisation à $T(\chi_0)$ et la température de changement de phase de l'eutectique (T_e). La différence majeure pour les TNOs est qu'il faut traiter un plus grand nombre de cas :

- $T < T_e$: pas de liquide, $\phi = 0$;
- $T = T_e$: fusion de l'eutectique à température fixée, conservation du soluté non valable ;
- $T_e < T < T(\chi_0)$: fusion de la glace d'eau pure à température dépendant de la concentration en soluté dans le liquide ;
- $T(\chi_0) < T$: phase aqueuse entièrement liquide .

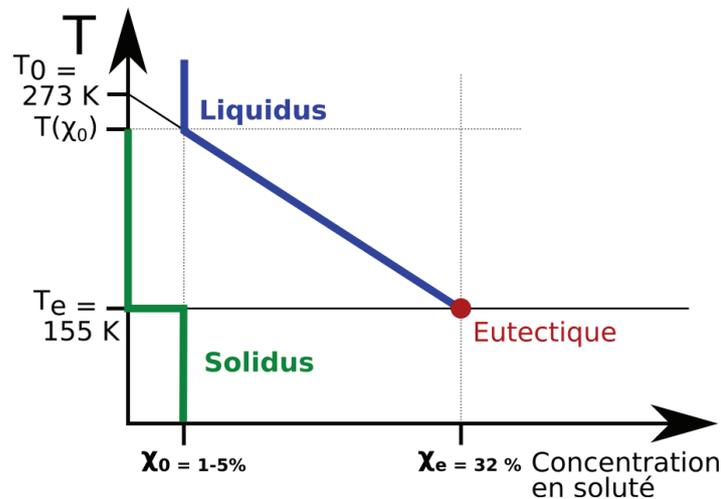


FIGURE 8.5 – Diagramme de phase simplifié de l'eau en présence d'antigel, ammoniac et méthanol.

Les équations de notre modèle biphasique ne correspondent que au troisième cas. La partie la plus externe reste toujours intégralement solide, cela correspond donc à une sphère ou une coquille sphérique une fois que la fusion est initiée, où la chaleur est transportée par conduction. Plus profondément se trouve la zone biphasique qui correspond à notre modèle et entre les 2 il faut gérer la fusion de l'eutectique.

Pour gérer la fusion de l'eutectique, commençons par réfléchir à l'effet de l'antigel sur la fusion à un rayon donné. La **figure 8.6** donne l'évolution temporelle de la température et de la proportion de liquide ϕ liée à un apport de chaleur. Au début la température augmente et la phase aqueuse reste intégralement solide. Quand T_e est atteinte la température arrête d'augmenter et l'apport de chaleur est converti intégralement en chaleur latente. L'eutectique passe donc sous forme liquide, la proportion de liquide augmente jusqu'à χ_0/χ_e (sans mouvement relatif des phases) quand tout l'eutectique est passé sous forme liquide (et donc tout l'antigel que l'on considère intégralement dans la phase liquide si $T > T_e$). Ensuite la température peut se remettre à augmenter. La question que l'on peut se poser alors est : est-ce que la fusion de l'eutectique a lieu sur une épaisseur non nulle ? Ce qui implique un profil de température plat égale à T_e entre les rayons externe et interne. On résume en **figure 8.7** l'effet du flux de chaleur sur le changement de phase de chaque côté de cette couche.

- Au niveau du rayon externe de cette couche où a lieu la fusion de l'eutectique, le flux de chaleur est dirigé vers les rayons croissants (vers l'extérieur), ainsi, l'eutectique va recristalliser ce qui va avoir tendance à ramener la limite de la couche vers le centre.
- Au niveau du rayon interne de la couche, le flux de chaleur est aussi dirigé vers les rayons croissants donc vers l'intérieur de la couche, cet apport de chaleur, qui ne peut pas se traduire en une élévation de la température (T_e fixée) induit la fusion de l'eutectique ou de la glace d'eau si tout l'eutectique est fondu. Ainsi, cette frontière va avoir tendance à se déplacer vers les rayons croissants.

En conclusion, on peut en déduire que cette couche n'est pas stable et est donc très fine en pratique. On modélisera la fusion de l'eutectique comme ayant lieu en un rayon précis au delà duquel tout est solide et en deçà duquel tout l'eutectique est fondu. L'excès de chaleur non évacué par diffusion ou le déficit sera donc converti en déplacement de la limite solide-*mush* où l'eutectique sera fondu ou cristallisé.

β - Comportement de la phase silicatée

Maintenant que l'on a parlé de la gestion du changement de phase de la glace, il reste à parler du comportement des poussières. Lors de la fusion partielle, on peut imaginer que

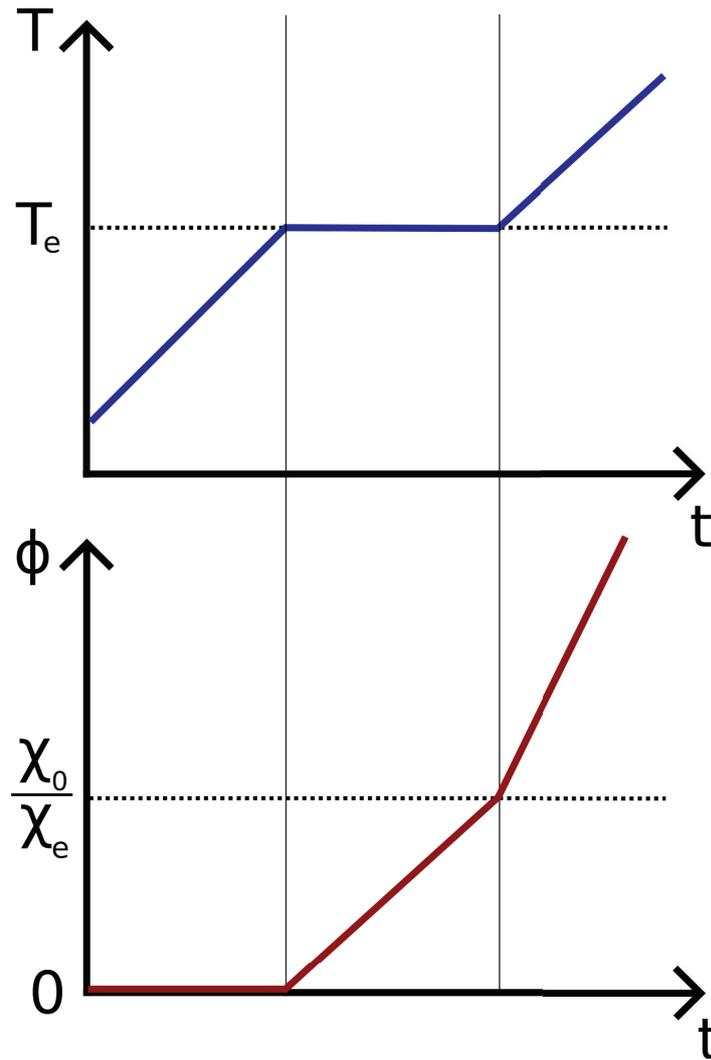


FIGURE 8.6 – Effet en un point donné de l'augmentation de température sur un mélange eau -ammoniac-méthanol.

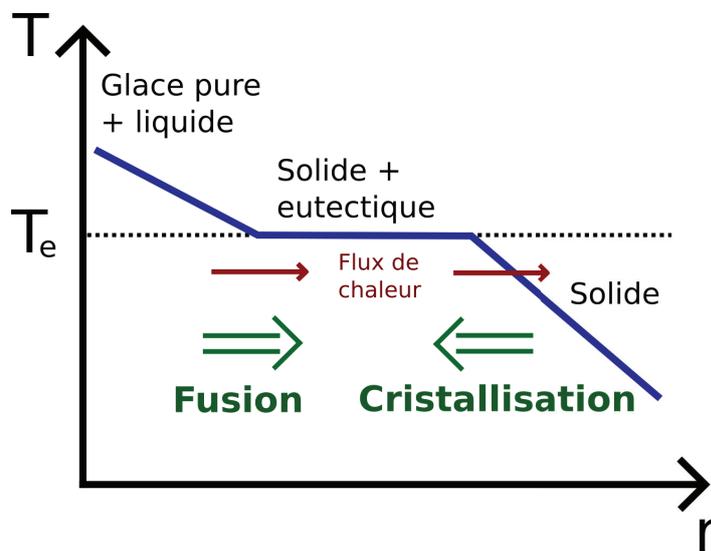


FIGURE 8.7 – Effets du flux de chaleur sur le changement de phase.

les particules de roches peuvent faciliter et localiser la fusion à leur bordures et ainsi se retrouver ensuite préférentiellement dans le liquide. Au contraire, on peut aussi imaginer que les poussières dont la taille est plus grande que celle des pores qui se forment lors de la fusion restent piégées dans la matrice glacée. Et ainsi que la poussière reste préférentiellement dans la glace. Si les poussières se retrouvent préférentiellement dans le liquide, la différence de densité entre la phase liquide et solide ne fera qu'augmenter et le mélange eau-particules aura donc d'autant plus tendance à couler vers le centre. *A contrario*, si les poussières restent majoritairement dans le solide, le liquide formé pauvre en poussières deviendrait moins dense que le solide et remonterait vers la surface. Le comportement de la phase silicaté vis-à-vis du liquide et de la glace est donc essentiel pour définir le scénario de différenciation !

Sans éléments probant pour trancher cette question, nous avons décidé de faire l'hypothèse "zéro", à savoir que les poussières sont présentes autant dans la matrice que dans le liquide. Ainsi la fraction liquide est plus dense que le solide et a tendance à plonger vers le centre. Si une zone dépourvue de solide se forme au centre de l'objet, on peut imaginer que les particules silicatées puissent former un noyau, à l'exception éventuellement de la fraction micrométrique. Ce noyau serait entourée d'un océan lui-même situé sous la zone de *mush*, dont le liquide extrait par compaction centrifuge de la glace alimenterait en poussières la croissance du noyau.

On considère donc dans le *mush* que les poussières sont portées par le liquide ou la glace. Une fois dans un environnement totalement liquide, le comportement des poussières a à mon avis un effet limité. En effet, s'il se forme un noyau par accumulation de particules on imagine que la phase liquide (une nouvelle "porosité") complète l'espace entre les grains silicatés et peut par hydrothermalisme transporter la chaleur vers la bordure du noyau et par convection jusqu'au *mush*. Quelque soit la localisation des poussières, la chaleur est efficacement transportée par le liquide. On ne considère pas à ce stade de scénario plus complexe qui pourrait voir une compaction du noyau et si le liquide y disparaît une augmentation de la température, le noyau pourrait alors jouer un rôle de réservoir thermique. Cette température homogène de la sphère centrale sans glace peut donc être vu comme un cas extrême et n'est sûrement pas valable pour les objets les plus volumineux comme Pluton.

γ - Comportement des phases lors de la recristallisation

Avec la décroissance radioactive au cours du temps, l'apport de chaleur radioactif s'atténue. À un moment le changement de phase majoritaire n'est plus la fusion mais la recristallisation. Dans le *mush*, la recristallisation est bien gérée par les équations, les poussières présentes dans le *mush* restent piégées ainsi que les solutés. Pour la cristallisation de la sphère centrale sans glace, il faut définir ce que deviennent les poussières micrométrique qui seraient restées en suspension et les solutés. En théorie, si l'on imagine un front net de solidification, les poussières et les solutés seraient rejetés dans l'océan liquide. C'est ce qui permet de proposer que l'océan qui se serait formé sur un petit corps serait relativement pérenne même après avoir commencé à fondre. Sans antigél, la température de cristallisation de l'ensemble de l'océan est la même, alors qu'avec un antigél, en considérant que celui-ci reste dans le liquide sa concentration augmentant dans le liquide, la température de cristallisation diminue. Ainsi la cristallisation d'une partie de l'océan a pour conséquence d'une part de libérer de la chaleur latente et ainsi ralentir le refroidissement mais d'autre part de diminuer la température de cristallisation. Dans la réalité les front de solidification pourrait être diffus, comme la solidification de la graine terrestre pourrait être dendritique. Cela aurait pour conséquence de piéger une partie du soluté et de reformer un *mush* à la frontière, la conséquence étant que le liquide résiduel se concentrerait moins en soluté et sa température de solidification serait donc plus élevée. L'"espérance de vie" de l'océan serait alors plus courte.

δ - Scénario de différenciation retenu

Nous proposons donc un scénario de différenciation résumé en **figure 8.8**.

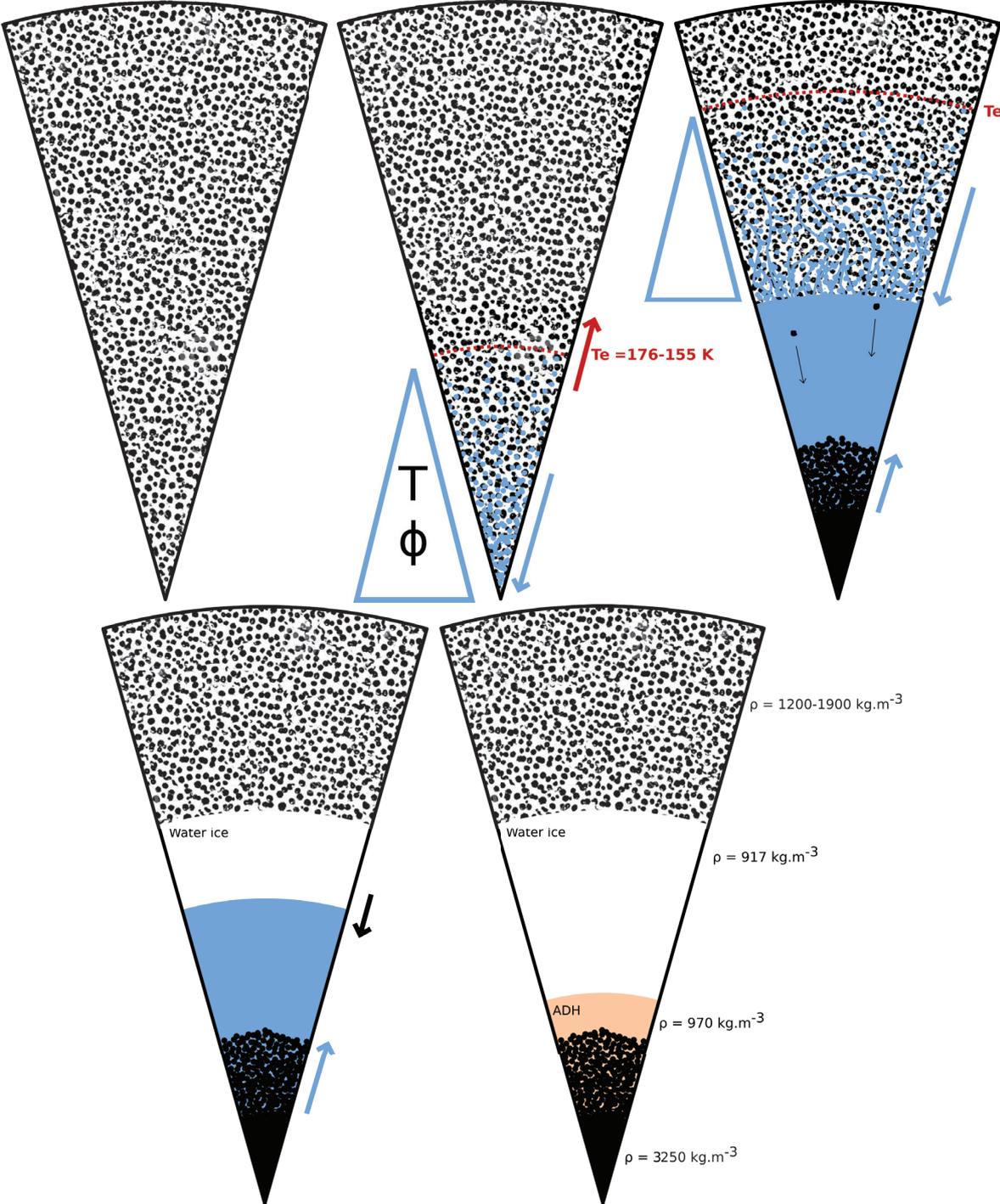


FIGURE 8.8 – Scénario de différenciation avec antigél.

1. On part d'une sphère homogène composée de glace d'eau et d'une fraction d'ammoniac et de méthanol. Il s'agit donc d'une sphère diffuse.
2. La fusion partielle s'initie au centre, formant une sphère centrale biphasique qui croît au détriment de la coquille sphérique diffuse. Il se forme un gradient de température, composition en soluté et porosité. Le solide moins dense peut commencer à se compacter vers la périphérie et le liquide à s'écouler vers le centre.
3. Si la compaction est suffisante, il se forme une sphère centrale dépourvue de glace qui croît au détriment de la zone de *mush*. On peut imaginer au cœur de celle-ci la formation d'un noyau silicaté
4. La cristallisation devient majoritaire, la zone de *mush* recristallise, puis la glace d'eau pure (si l'on fait l'hypothèse d'un front net de cristallisation). La température de cristallisation diminue à mesure que le soluté se concentre dans le liquide restant, favorisant la persistance de l'océan.
5. Lorsqu'au cours de la recristallisation la composition eutectique est atteinte dans le liquide, la température de cristallisation ne diminue plus et l'océan eutectique cristallise très rapidement.

L'idée est donc de faire un modèle en 3 "boîtes" :

- une gérant la partie diffuse solide,
- une gérant le *mush*,
- une gérant la sphère centrale sans glace.

Les frontières internes entre ces boîtes bougent avec le temps, donc il est possible de prendre en compte la croissance de l'objet lui-même sans rendre la formulation beaucoup plus complexe.

d) Effets non pris en compte dans ce scénario

Cette modèle de différenciation, présente comme tous les autres des simplifications :

- la porosité au sens du vide n'existe pas, si elle existait elle persisterait au moins dans la couche la plus externe qui ne fond jamais mais pourrait disparaître quand la fusion a lieu, le liquide comblant les pores et la viscosité plus faible favorisant l'écrasement de ces pores ;
- nous ne prenons pas en compte la possibilité de formation d'une phase vapeur qui peut contribuer à déplacer la matière et la chaleur ;
- les poussières n'ont pas de comportement "intrinsèque", elle ne font que suivre le liquide où la glace où elle sont prisonnières ;
- ce modèle conduit à la formation de couches superficielles plus denses ce qui crée une instabilité de Rayleigh-Taylor dont on va discuter dans la suite de ce paragraphe.

Au centre, le liquide qui perd par sédimentation ses poussières devient plus léger que le *mush* contenant plus de poussières au dessus. De même si l'on fait l'hypothèse que les poussières passent préférentiellement dans le liquide lors de la fusion, la couche de *mush* devient après extraction centripète du liquide moins dense que la couche solide au dessus. Dans ces 2 cas, l'instabilité fait que une topographie à l'interface aurait tendance à s'accroître : le solide plus dense au dessus continue sa course et le *mush* ou liquide sous-jacent moins dense a tendance à poursuivre sa remontée par gravité. On en retrouve les effets en **figure 8.9** : alors que la gravité a tendance à accentuer une topographie h à l'interface, la modification du profil de température et les flux de chaleur associés ont tendance à faire fondre les reliefs "négatifs" (plus dense plongeant dans la couche moins dense) et localiser la cristallisation au niveau des reliefs "positifs". Cette dynamique peut présenter 2 cas :

- si la croissance du relief du fait de la gravité est plus rapide, il peut se former des blocs de la couche supérieure qui tombe dans celle inférieure et inversement ;
- si les changements de phase sont plus rapides, l'amplitude du relief se retrouve rapidement limitée par le changement de phase. Dans ce cas, un équilibre se forme associé à

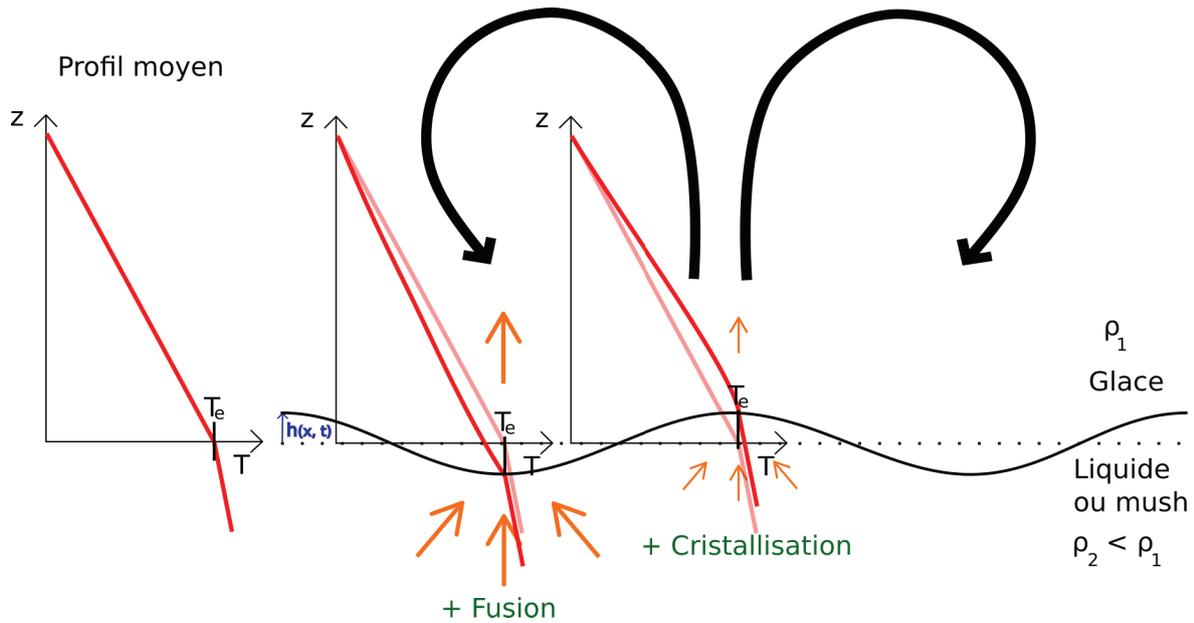


FIGURE 8.9 – Conséquences de la convection dans la couche superficielle sur le changement de phase. L'intensité du flux de chaleur est représentée par les flèches oranges.

une convection dans la couche supérieure. Au niveau d'un *upwelling* la cristallisation a lieu et au niveau d'un *downwelling* la fusion a lieu. Ainsi la couche superficielle pourrait convecter en régime couvercle stagnant et l'on pourrait imaginer que la partie inférieure se différencie sans fondre ! Pour que cette différenciation ait lieu il faut que moins de poussières soient piégées au niveau de la zone de cristallisation que la composition du matériel qui entre en fusion partielle. Ce qui revient à dire dans notre modèle avec un *mush* que les poussières se concentrent préférentiellement dans le liquide pour être extraites, de manière à ce que la couche de *mush* soit appauvrie en poussières.

C. Systèmes d'équation

a) Modélisation de la partie externe solide diffusive

La portion totalement diffusive de l'objet, c'est-à-dire sans phase liquide, est au début une sphère puis devient une coquille sphérique au moment de l'apparition de liquide et de la zone de *mush*. Dans cette zone il suffit de résoudre l'équation de la chaleur pour obtenir la température, elle doit être adaptée pour le cas en coquille sphérique. Dans le cas des TNOs, la conductivité et la capacité thermique dépendent fortement de la température, ce que l'on prend en compte. De plus, il faut prendre en compte le chauffage radioactif. L'équation de la chaleur à résoudre est donc :

$$\rho_m c_{p,m} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + H, \quad (8.1)$$

où H est l'apport de chaleur par radioactivité en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$. Nous appelons R_e le rayon inférieur de cette coquille sphérique, le "e" signifiant eutectique puisqu'il s'agit du rayon où l'eutectique fond. En adimensionnant le rayon tel que $r = \tilde{r}(R - R_e) + R_e$, $\tilde{r} \in [0; 1]$ et le temps par le temps de Darcy (pour qu'il reste identique à celui des équations pour le *mush*), on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tilde{t}} = \frac{\dot{R}_e}{R - R_e} \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} \Big|_i + \frac{1}{V_i} \frac{\dot{R} - \dot{R}_e}{R - R_e} \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} \Big|_i \pi \left[\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}^4 - \tilde{r}_{i-\frac{1}{2}}^4 \right] \\ + \frac{\delta}{V_i v_D \rho_m c_{p,m} (R - R_e)^2} \left(\left(k \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} S \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(k \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} S \right)_{i-\frac{1}{2}} \right) + \frac{\delta}{v_D \rho_m c_{p,m}} H, \end{aligned} \quad (8.2)$$

où $\dot{R}_e = dR_e/d\tilde{t}$ et $\dot{R} = dR/d\tilde{t}$, V_i est le volume de contrôle adimensionné et S les surfaces de contact entre volumes.

b) Modélisation de la zone biphasique

α - Conservation du soluté

On appelle le rayon séparant le *mush* et l'océan R_l . La conservation du soluté à résoudre en coquille sphérique devient :

$$X^{n+1} + \underbrace{\frac{\Delta \tilde{t} \Delta (\tilde{v}_l^{n+1} X^{n+1})}{2 \Delta \tilde{r}}}_{\text{Géré via un FLS}} = X^n - \underbrace{\frac{\Delta \tilde{t} \Delta (\tilde{v}_l^n X^n)}{2 \Delta \tilde{r}}}_{\text{Géré via un FLS}} + \left[-\frac{2X \Delta \tilde{t}}{\tilde{r} + \frac{R_l}{R_e - R_l}} (\tilde{v}_l' - \tilde{v}_g) + X \Delta \tilde{t} \frac{\Delta \tilde{v}_g}{\Delta \tilde{r}} \right]^n, \quad (8.3)$$

avec cette fois ci

$$\tilde{v}_g = -\dot{R}_l - \tilde{r} (\dot{R}_e - \dot{R}_l). \quad (8.4)$$

β - Conservation de l'énergie

On considère dans le cas des TNOs la variable Θ définie comme :

$$\Theta = T - T_e, \quad (8.5)$$

$$\tilde{\Theta} = \frac{\Theta}{\Delta T} = \frac{\Theta}{T(\chi_0) - T_e}. \quad (8.6)$$

Avec ces notations, on définit un nouveau nombre analogue à un nombre de Stefan $S^* = L/(\Delta T c_{p,l})$ ainsi que Σ^* :

$$\Sigma^* = \frac{\rho_l c_{p,l}}{\rho_m c_{p,m}} \left[1 + \frac{S^*}{C - \tilde{\Theta}} \right]. \quad (8.7)$$

La conservation de l'énergie devient en coquille sphérique :

$$\begin{aligned} \tilde{\partial}_t \tilde{\Theta} = \frac{1}{1 + \phi(\Sigma^* - 1)} \frac{k \boxed{t}}{\rho_m c_{p,m} (R_e - R_l)^2} \tilde{\partial}_r^2 \tilde{\Theta} \\ + \left[\frac{\phi(1 - \Sigma^*)}{1 + \phi(\Sigma^* - 1)} \tilde{v}_l + \frac{1}{1 + \phi(\Sigma^* - 1)} \frac{\boxed{t}}{\rho_m c_{p,m} (R_e - R_l)} \left(\frac{2k}{(R_e - R_l)\tilde{r} + R_l} + \frac{1}{R_e - R_l} \frac{\partial k}{\partial \tilde{r}} \right) \right. \\ \left. + \frac{\dot{R}_l + \tilde{r}(\dot{R}_e - \dot{R}_l)}{R_e - R_l} \right] \tilde{\partial}_r \tilde{\Theta} + \frac{1}{1 + \phi(\Sigma^* - 1)} \frac{\boxed{t}}{\Delta T \rho_m c_{p,m}} (H + \Psi). \end{aligned} \quad (8.8)$$

γ - Conservation de la quantité de mouvement

En conservant le même adimensionnement temporel que pour la graine (temps de Darcy), on trouve :

$$\begin{aligned} \nabla \left[\frac{K + \frac{4}{3}\phi}{\phi(1-\phi)} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{r}} \tilde{\mathbf{v}}_l \right] + \nabla \left[\left(K + \frac{4}{3}\phi \right) \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_l \right] + 4 \frac{\phi}{1-\phi} \frac{1}{\tilde{r} + \frac{R_l}{R_e - R_l}} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{r}} \tilde{\mathbf{v}}_l - \frac{(R_e - R_l)^2}{\delta^2} \frac{1}{\phi^{n-1}(1-\phi)} \tilde{\mathbf{v}}_l \\ = -s(1-\phi) \frac{(R_e - R_l)^2}{\delta R_f} \left(\tilde{r} + \frac{R_l}{R_e - R_l} \right) \mathbf{e}_r \end{aligned} \quad (8.9)$$

en prenant

$$\mathbf{g} = -g_0 \frac{r}{R_f} \mathbf{e}_r \quad (8.10)$$

 δ - Conditions aux limites

Concernant la condition entre le *mush* et la coquille diffusive en R_e , la condition qui permet d'évaluer la variation de R_e est l'égalité du flux de chaleur sortant du *mush* avec celui entrant dans la coquille diffusive. Cette condition prend en compte la chaleur latente liée au changement de phase de l'eutectique.

Pour la condition à la limite entre le *mush* et le centre liquide, la limite est une valeur seuil à déterminer de ϕ en deçà de laquelle on considère que la glace ne forme plus une matrice.

c) Modélisation de la sphère centrale dépourvue de glace

Dans un premier temps, on considère que si les poussières sédimentent, elles ne forment pas un noyau rocheux dépourvu de liquide et imperméable. L'eau qui circule dans ce noyau peut donc transporter facilement la chaleur par convection. Quelque soit le comportement des poussières on considère alors que le flux de chaleur sous le *mush* vaut directement la production de chaleur radioactive dans la sphère centrale.

Chapitre 9

Conclusion

Cette thèse apporte une contribution à la modélisation d'un système biphasique sphérique ou en coquille sphérique en traitant le changement de phase.

Dans le cas de la graine terrestre, on a montré que le changement de phase induit toujours une diminution de la proportion de liquide, même si l'intégration du changement de phase peut rendre la fusion majoritaire dans la graine (près du centre le changement de phase va toujours dans le sens de la cristallisation). Ce changement de phase a un effet qui reste limité à quelques pourcents du volume qui sont au temps actuel passé sous état solide alors qu'ils seraient liquide sans changement de phase. L'effet du changement de phase n'est donc pas négligeable mais pas non plus majeur dans le devenir du fer liquide piégé dans la graine. L'étude du cas de la graine dans notre article en préparation (et sur le point d'être soumis), a été l'occasion de retravailler en profondeur la compaction de la graine sans changement de phase. Nous avons obtenu une prévision fiable du profil de porosité de la graine. En régime de Darcy, il se forme une couche à faible porosité en surface plus dense que le mélange sous-jacent plus riche en liquide. Cette couche est donc à l'origine d'une instabilité de Rayleigh-Taylor. Le temps caractéristique de déstabilisation de cette instabilité est de l'ordre du millier d'années à l'âge de la graine selon la viscosité de la graine que l'on prend en compte. Cette couche pourrait donc expliquer une convection interne dans la graine qui pourrait induire tout ou partie de l'anisotropie de la graine. Cette instabilité de Rayleigh-Taylor pourrait être étudiée par un modèle en 2 ou 3 dimensions pour vérifier l'écoulement qui pourrait avoir lieu et comprendre dans quelle mesure cette instabilité pourrait expliquer les structures de la graine.

Concernant les objets transneptuniens, notre modèle diffusif permet d'étudier l'effet de la forme de l'accrétion sur le profil thermique de l'objet. Ce modèle mériterait de prendre en compte l'effet isolant en surface de la glace amorphe et la présence de porosité. Un modèle théorique pour la modélisation numérique de la différenciation des TNOs a été également développé. Celui-ci reste à écrire numériquement et permettrait d'étudier le phénomène de différenciation très peu étudié dans la littérature. Parmi les questions en suspend, le comportement des poussières au moment de la fusion devrait avoir des conséquences majeures sur le scénario de différenciation. Enfin, le *James Webb Space Telescope* qui entre tout juste en fonction devrait apporter de nouvelles contraintes, d'abord sur la composition de surface des TNOs, mais aussi sur leur densité et donc leur contenu en roches et glaces. En effet, c'est en découvrant un satellite et en précisant son orbite que l'on peut connaître la masse d'un TNO et donc avoir une idée de sa densité.

Glossaire des sigles et acronymes

ADH	DiHydrate d'Ammoniac
CAI	<i>Calcium-Aluminium rich Inclusions</i> , enclaves réfractaires des météorites, matériau le plus ancien du système solaire
CMB	<i>Core-Mantle Boundary</i> , frontière noyau-manteau
FLS	<i>Flux Limiter Scheme</i> , limiteur de flux : méthode numérique limitant la valeur du gradient de la variable étudiée pour éviter l'apparition d'oscillations purement numériques
ICB	<i>Inner Core Boundary</i> , frontière graine-noyau externe
KBO	<i>Kuiper Belt Object</i> , objet de la ceinture de Kuiper
PKiKP	Onde P traversant le manteau, le noyau externe, se réfléchissant sur la graine et traversant le noyau externe et le manteau
PKIKP	Onde P traversant le manteau, le noyau externe, la graine, le noyau externe et le manteau selon le plus court chemin
PKJKP	Même milieux traversés que les PKIKP mais selon un chemin plus long passant dans l'hémisphère opposé de la graine
PKPab/bc	Ondes P traversant le manteau, le noyau externe puis le manteau selon un chemin passant proche de la graine (PKPbc) ou loins (PKPab)
PREM	<i>Preliminary Reference Earth Model</i> , modèle de la Terre proposé par Dziewonski & Anderson (1981), structuré en coquilles sphériques concentriques
TNO	<i>TransNeptunian Object</i> , objet transneptunien
UA	Unité Astronomique , unité de longueur égale à la distance Terre-Soleil

Récapitulatif des variables et constantes

Les variables sont triées par ordre alphabétique de l'alphabet latin puis grec, sans compter le Δ qui signifie une différence. Les indices l concernent le liquide et m le solide pour "matrice". Une barre horizontale au dessus d'un symbole signifie qu'il s'agit d'une moyenne prenant en compte le liquide et le solide du volume.

Symbole	Définition	Unité
Lettres latines		
A	Albédo	\emptyset
C	Ratio de composition $\chi_e/(\chi_e - \chi_0)$	\emptyset
c	Coefficient $\phi^2 \eta_l / p(\phi)$	$\text{kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$
c_{ice} & c_{dust} & c_p	Capacité thermique massique de la glace, des poussières et de la moyenne des glaces + poussières	$\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
$c_{p,m}$ & $c_{p,l}$	Capacité thermique massique	$\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
c_\odot	Constante solaire	W.m^{-2}
D	matrice source de chaleur	K.s^{-1}
e_r	Vecteur unitaire centrifuge	\emptyset
G	Constante gravitationnelle	$\text{kg}^{-1}.\text{m}^3.\text{s}^{-2}$
g	Vecteur gravité	m.s^{-2}
g	Gravité	m.s^{-2}
g_0	Valeur de la gravité à la surface actuelle de l'objet	m.s^{-2}
H	Production de chaleur	W.m^{-3}
h_j	Quantité de chaleur radioactive apportée à un volume unitaire de matériel	W.m^{-3}
K	Coefficient (≈ 1) apparaissant dans l'expression de ΔP	\emptyset
K_Ψ	Paramètre adimensionné pour la graine de valeur assez bien contrainte $ \Delta\rho g_0R_f / (\rho_m c_{p,m}\Delta T_P)$	\emptyset
k_{ice} & k_{dust} & k	Conductivité de la glace, de la poussière et du mélange des 2	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
k_m & k_l & \bar{k}	Conductivité	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
L	Chaleur latente de solidification de l'eau	J.kg^{-1}
M	Masse de l'objet	kg
M_f	Masse finale de l'objet	kg
M	Matrice contenant les indices a_i , b_i et c_i calculés	\emptyset
m	Opposé du coefficient directeur du liquidus en présence de 2 phase (voir Fig.2.1)	$\text{kg.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$
N	Nombre de points dans la grille spatiale	\emptyset
n	Coefficient entre 2 et 3, apparaît dans l'expression de $p(\phi)$	\emptyset
n	En exposant souvent, pas de temps	\emptyset

Symbole	Définition	Unité
Lettres latines		
P_m & P_l	Pression dans la phase solide et liquide	Pa = kg.m ⁻¹ .s ⁻²
ΔP	$P_m - P_l$	Pa = kg.m ⁻¹ .s ⁻²
ΔP_g	Différence de pression entre le centre et la périphérie de la graine	kg.m ⁻¹ .s ⁻²
$p(\phi)$	Perméabilité	m ²
p_0	Coefficient de perméabilité, apparaît dans l'expression de $p(\phi)$	m ²
R	Rayon	m
R_f	Rayon final	m
r	Distance au centre de l'objet	m
\dot{R}	dR/dt	m.s ⁻¹
S	Nombre de Stefan $L/(c_{p,m}\Delta T')$	∅
S^*	Équivalent du nombre précédent pour les TNOs	∅
S	(Pour les TNOs) somme des sources de chaleur	W.m ⁻³
S'	Nombre de Stefan modifié $L/(c_{p,m}\Delta T_P)$	∅
T	Température (et matrice température)	K
T_e	Température eutectique (voir Fig.2.1)	K
T_0	Température de changement de phase sans soluté (voir Fig.2.1), pour les TNOs, température initiale	K
T_{00}	Température de changement de phase au centre de la graine pour une composition $\chi = 0$	K
$T(\chi_0)$	Température de changement de phase en l'absence de phase solide (voir Fig.2.1)	K
$T_{surface}$	Température à la surface du TNO	K
ΔT	$T(\chi_0) - T_e$	K
$\Delta T'$	$T(\chi_0) - T(\chi = 0)$, indépendant de r	K
t	Temps	s
\boxed{t}	Temps permettant d'adimensionner les équations	s
\mathbf{v}_m & \mathbf{v}_l	Vecteurs vitesse	m.s ⁻¹
$\Delta \mathbf{v}$	$\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_l$	m.s ⁻¹
v_D	Vitesse de Darcy, voir équation (4.22)	m.s ⁻¹
X	$= \phi\tilde{\Theta}$	∅
X_{ice} & X_{dust}	Ratio quantité massique de glace ou de poussière sur le mélange glace + poussière, la somme des 2 vaut 1	∅

Symbole	Définition	Unité
Lettres grecs		
α	Entre 0 et 1, définit si le schéma est plus ou moins explicite/implicite	\emptyset
α_δ	Nombre caractéristique sans dimension égal à δ/R_f	\emptyset
α_D	Nombre caractéristique sans dimension égal au temps de Darcy divisé par le temps final	\emptyset
β_κ	Nombre caractéristique sans dimension égal au temps final divisé par le temps caractéristique de diffusion de la chaleur	\emptyset
β_T	Nombre caractéristique sans dimension égal au rapport de différence de température $\Delta T_P / \Delta T$	\emptyset
γ	Puissance apparaissant dans le profil d'accrétion pour le modèle diffusif pour les TNOs	\emptyset
δ	Longueur caractéristique de compaction, voir équation (4.23)	m
ϵ	Émissivité	\emptyset
Γ	Taux de fusion massique	$\text{kg}_{liq} \cdot \text{m}^{-3} \text{s}^{-1}$
η_m & η_l	Viscosité	$\text{Pa} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
Θ	Variable reliée directement à la température et la composition	K
κ	Diffusivité thermique $k/(\rho C_P)$	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
κ_0	Diffusivité thermique de référence	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Λ	Paramètre intervenant dans l'effet de la pression sur la température de changement de phase dans la graine	$\text{K} \cdot \text{m}^{-2}$
λ_j	Inverses des temps caractéristiques de désintégration radioactive	s^{-1}
$\rho_{ice}, \rho_{dust}, \rho_{bulk}$	Masse volumique de la glace, de la poussière et du mélange glace-poussière	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
ρ_m & ρ_l	Masse volumique	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\Delta\rho$	$\rho_m - \rho_l$	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Σ	Paramètre dépendant de Θ , voir équation (4.28)	\emptyset
Σ^*	Équivalent de Σ mais dans le cas des TNOs	\emptyset
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
τ_{acc}	Temps caractéristique d'accrétion d'un TNO	s
$\underline{\tau}_m$ & $\underline{\tau}_l$	Tenseur des contraintes déviatoriques	$\text{J} \cdot \text{m}^{-3} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
ϕ	Proportion volumique de liquide	\emptyset
χ	Composition en soluté (ammoniac...)	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}_{(liq)}$
χ_e	Composition eutectique en soluté	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
χ_0	Composition du liquide en soluté en l'absence de phase solide	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
ψ	Source de chaleur liée à la déformation	$\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$

Bibliographie

- Alboussiere, T., Deguen, R., & Melzani, M. Melting-induced stratification above the earth's inner core due to convective translation. *Nature*, **466**(7307) :744–747, 2010.
- Alexandrov, D. & Malygin, A. Coupled convective and morphological instability of the inner core boundary of the earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **189**(3-4) :134–141, 2011.
- Alfè, D., Gillan, M., & Price, G.D. Composition and temperature of the earth's core constrained by combining ab initio calculations and seismic data. *Earth and Planetary Science Letters*, **195**(1-2) :91–98, 2002.
- Alfè, D. Temperature of the inner-core boundary of the earth : Melting of iron at high pressure from first-principles coexistence simulations. *Physical Review B*, **79**(6) :060 101, 2009.
- Allègre, C., Manhès, G., & Lewin, É. Chemical composition of the earth and the volatility control on planetary genetics. *Earth and Planetary Science Letters*, **185**(1-2) :49–69, 2001.
- Andreani, M., Daniel, I., & Pollet-Villard, M. Aluminum speeds up the hydrothermal alteration of olivine. *American Mineralogist*, **98**(10) :1738–1744, 2013.
- Aubert, J., Amit, H., Hulot, G., & Olson, P. Thermochemical flows couple the earth's inner core growth to mantle heterogeneity. *Nature*, **454**(7205) :758–761, 2008.
- Badawy, S.M. Laboratory freezing desalination of seawater. *Desalination and Water Treatment*, **57**(24) :11 040–11 047, 2016.
- Barkume, K., Brown, M., & Schaller, E. Near-infrared spectra of Centaurs and Kuiper belt objects. *The Astronomical Journal*, **135**(1) :55, 2008.
- Barr, A.C. & McKinnon, W.B. Convection in ice i shells and mantles with self-consistent grain size. *Journal of Geophysical Research : Planets*, **112**(E2), 2007.
- Barucci, M.A., Brown, M.E., Emery, J.P., & Merlin, F. Composition and surface properties of transneptunian objects and centaurs. *The Solar System Beyond Neptune*, **143**, 2008a.
- Barucci, M., Alvarez-Candal, A., Merlin, F., Belskaya, I., De Bergh, C., Perna, D., DeMeo, F., & Fornasier, S. New insights on ices in Centaur and Transneptunian populations. *Icarus*, **214**(1) :297–307, 2011.
- Barucci, M., Dalle Ore, C.M., Alvarez-Candal, A., de Bergh, C., Merlin, F., Dumas, C., & Cruikshank, D. (90377) Sedna : Investigation of surface compositional variation. *The Astronomical Journal*, **140**(6) :2095, 2010.
- Barucci, M., Dalle Ore, C., Perna, D., Cruikshank, D., Doressoundiram, A., Alvarez-Candal, A., Dotto, E., & Nitschelm, C. (50000) Quaoar : Surface composition variability. *Astronomy & Astrophysics*, **584** :A107, 2015.
- Barucci, M., Merlin, F., Guilbert, A., De Bergh, C., Alvarez-Candal, A., Hainaut, O., Doressoundiram, A., Dumas, C., Owen, T., & Coradini, A. Surface composition and temperature of the TNO Orcus. *Astronomy & Astrophysics*, **479**(1) :L13–L16, 2008b.
- Belonoshko, A.B., Skorodumova, N.V., Rosengren, A., & Johansson, B. Elastic anisotropy of earth's inner core. *Science*, **319**(5864) :797–800, 2008.
- Belskaya, I.N., Barucci, M.A., Fulchignoni, M., & Dovgopool, A.N. Updated taxonomy of trans-

- neptunian objects and centaurs : Influence of albedo. *Icarus*, **250** :482–491, 2015.
- Bercovici, D. & Ricard, Y. Energetics of a two-phase model of lithospheric damage, shear localization and plate-boundary formation. *Geophysical Journal International*, **152**(3) :581–596, 2003.
- Bercovici, D., Ricard, Y., & Schubert, G. A two-phase model for compaction and damage : 1. general theory. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **106**(B5) :8887–8906, 2001.
- Bergman, M.I. Measurements of electric anisotropy due to solidification texturing and the implications for the earth’s inner core. *Nature*, **389**(6646) :60–63, 1997.
- Bierson, C. & Nimmo, F. Using the density of kuiper belt objects to constrain their composition and formation history. *Icarus*, **326** :10–17, 2019.
- Bierson, C., Nimmo, F., & McKinnon, W. Implications of the observed pluto–charon density contrast. *Icarus*, **309** :207–219, 2018.
- Birch, F. Elasticity and constitution of the earth’s interior. *Journal of Geophysical Research*, **57**(2) :227–286, 1952.
- Boehler, R. Temperatures in the earth’s core from melting-point measurements of iron at high static pressures. *Nature*, **363**(6429) :534–536, 1993.
- Boehnhardt, H., Bagnulo, S., Muinonen, K., Barucci, M., Kolokolova, L., Dotto, E., & Tozzi, G. Surface characterization of 28978 Ixion (2001 KX76). *Astronomy & Astrophysics*, **415**(2) :L21–L25, 2004.
- Braga-Ribas, F., Sicardy, B., Ortiz, J., Lellouch, E., Tancredi, G., Lecacheux, J., Vieira-Martins, R., Camargo, J., Assafin, M., Behrend, R., *et al.* The size, shape, albedo, density, and atmospheric limit of Transneptunian object (50000) Quaoar from multi-chord stellar occultations. *The Astrophysical Journal*, **773**(1) :26, 2013.
- Braga-Ribas, F., Vieira-Martins, R., Assafin, M., Camargo, J., Sicardy, B., & Ortiz, J. Stellar Occultations by Transneptunian and Centaurs Objects : results from more than 10 observed events. **44** :3–3, 2014.
- Brown, M., Burgasser, A., & Fraser, W. The surface composition of large kuiper belt object 2007 or10. *The Astrophysical Journal Letters*, **738**(2) :L26, 2011.
- Brown, M., Schaller, E., & Fraser, W. Water ice in the Kuiper belt. *The Astronomical Journal*, **143**(6) :146, 2012.
- Brown, M. & Suer, T.A. Satellites of 2003 AZ₈₄(50000),(55637), and (90482). *International Astronomical Union Circular*, **8812**, 2007.
- Brown, M.E. & Butler, B.J. The density of mid-sized Kuiper belt objects from ALMA thermal observations. *The Astronomical Journal*, **154**(1) :19, 2017.
- Brown, M.E. & Butler, B.J. Medium-sized satellites of large kuiper belt objects. *The Astronomical Journal*, **156**(4) :164, 2018.
- Brown, M.E. & Trujillo, C.A. Direct measurement of the size of the large Kuiper belt object (50000) Quaoar. *The Astronomical Journal*, **127**(4) :2413, 2004.
- Brucker, M., Grundy, W., Stansberry, J., Spencer, J., Sheppard, S., Chiang, E., & Buie, M. High albedos of low inclination Classical Kuiper belt objects. *Icarus*, **201**(1) :284–294, 2009.
- Buffett, B. & Wenk, H.R. Texturing of the earth’s inner core by maxwell stresses. *Nature*, **413**(6851) :60–63, 2001.
- Buffett, B.A. Geodynamic estimates of the viscosity of the earth’s inner core. *Nature*, **388**(6642) :571–573, 1997.
- Buffett, B.A., Huppert, H.E., Lister, J.R., & Woods, A.W. Analytical model for solidification of the earth’s core. *Nature*, **356**(6367) :329–331, 1992.
- Buffett, B.A., Huppert, H.E., Lister, J.R., & Woods, A.W. On the thermal evolution of the earth’s core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **101**(B4) :7989–8006, 1996.

- Cao, A. & Romanowicz, B. Test of the innermost inner core models using broadband pkikp travel time residuals. *Geophysical research letters*, **34**(8), 2007.
- Cao, A., Masson, Y., & Romanowicz, B. Short wavelength topography on the inner-core boundary. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **104**(1) :31–35, 2007.
- Cao, A. & Romanowicz, B. Constraints on density and shear velocity contrasts at the inner core boundary. *Geophysical Journal International*, **157**(3) :1146–1151, 2004.
- Cao, A., Romanowicz, B., & Takeuchi, N. An observation of pkjpk : inferences on inner core shear properties. *Science*, **308**(5727) :1453–1455, 2005.
- Carry, B., Hestroffer, D., DeMeo, F.E., Thirouin, A., Berthier, J., Lacerda, P., Sicardy, B., Doressoundiram, A., Dumas, C., Farrelly, D., *et al.* Integral-field spectroscopy of (90482) Orcus-Vanth. *Astronomy & Astrophysics*, **534** :A115, 2011.
- Castillo-Rogez, J., Matson, D., Sotin, C., Johnson, T., Lunine, J.I., & Thomas, P. Iapetus' geophysics : Rotation rate, shape, and equatorial ridge. *Icarus*, **190**(1) :179–202, 2007.
- Choi, Y.J., Cohen, M., Merk, R., & Prrialnik, D. Long-term evolution of objects in the kuiper belt zone—effects of insolation and radiogenic heating. *Icarus*, **160**(2) :300–312, 2002.
- Choukroun, M., Altwegg, K., Kührt, E., Biver, N., Bockelée-Morvan, D., Drażkowska, J., Hérisque, A., Hilchenbach, M., Marschall, R., Pätzold, M., *et al.* Dust-to-gas and refractory-to-ice mass ratios of comet 67p/churyumov-gerasimenko from rosetta observations. *Space science reviews*, **216**(3) :1–38, 2020.
- Cormier, V.F. & Stroujkova, A. Waveform search for the innermost inner core. *Earth and Planetary Science Letters*, **236**(1-2) :96–105, 2005.
- Côté, A.S., Vočadlo, L., & Brodholt, J.P. Light elements in the core : Effects of impurities on the phase diagram of iron. *Geophysical Research Letters*, **35**(5), 2008.
- Croft, S., Lunine, J., & Kargel, J. Equation of state of ammonia-water liquid : Derivation and planetological applications. *Icarus*, **73**(2) :279–293, 1988.
- Crovisier, J. The molecular composition of comets and its interrelation with other small bodies of the solar system. *Proceedings of the International Astronomical Union*, **1**(S229) :133–152, 2005.
- Cruikshank, D.P., Stansberry, J.A., Emery, J.P., Fernández, Y.R., Werner, M.W., Trilling, D.E., & Rieke, G.H. The high-albedo kuiper belt object (55565) 2002 aw197. *The Astrophysical Journal Letters*, **624**(1) :L53, 2005.
- Dalle Ore, C.M., Barucci, M., Emery, J., Cruikshank, D., Dalle Ore, L., Merlin, F., Alvarez-Candal, A., De Bergh, C., Trilling, D., Perna, D., *et al.* Composition of KBO (50000) Quaoar. *Astronomy & Astrophysics*, **501**(1) :349–357, 2009.
- Davis, A.B., Pasachoff, J., Babcock, B., Person, M., Zuluaga, C., Bosh, A., Levine, S., Naranjo, O., Navas, G., Gulbis, A., *et al.* Observation and Analysis of a Single-Chord Stellar Occultation by Kuiper Belt Object (50000) Quaoar. **223**, 2014.
- de Koker, N., Steinle-Neumann, G., & Vlček, V. Electrical resistivity and thermal conductivity of liquid fe alloys at high p and t, and heat flux in earth's core. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **109**(11) :4070–4073, 2012.
- De Sanctis, M., Capria, M., & Coradini, A. Thermal evolution and differentiation of edgeworth-kuiper belt objects. *The Astronomical Journal*, **121**(5) :2792, 2001.
- Deguen, R. *Dynamique de la cristallisation de la graine : expériences et modèles*. Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 2009.
- Deguen, R. Structure and dynamics of earth's inner core. *Earth and Planetary Science Letters*, **333** :211–225, 2012.
- Deguen, R. Thermal convection in a spherical shell with melting/freezing at either or both of its boundaries. *Journal of Earth Science*, **24**(5) :669–682, 2013.

- Deguen, R., Alboussière, T., & Labrosse, S. Double-diffusive translation of earth's inner core. *Geophysical Journal International*, **214**(1) :88–107, 2018.
- Deguen, R., Alboussière, T., & Brito, D. On the existence and structure of a mush at the inner core boundary of the earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **164**(1-2) :36–49, 2007.
- Deguen, R., Alboussiere, T., & Cardin, P. Thermal convection in earth's inner core with phase change at its boundary. *Geophysical Journal International*, **194**(3) :1310–1334, 2013.
- Deguen, R. & Cardin, P. Thermochemical convection in earth's inner core. *Geophysical Journal International*, **187**(3) :1101–1118, 2011.
- Della Corte, V., Rotundi, A., Fulle, M., Gruen, E., Weissman, P., Sordini, R., Ferrari, M., Ivanovski, S., Lucarelli, F., Accolla, M., *et al.* Giada : shining a light on the monitoring of the comet dust production from the nucleus of 67p/churyumov-gerasimenko. *Astronomy & Astrophysics*, **583** :A13, 2015.
- Delsanti, A., Hainaut, O., Jourdeuil, E., Meech, K., Boehnhardt, H., & Barrera, L. Simultaneous visible-near ir photometric study of kuiper belt object surfaces with the eso/very large telescopes. *Astronomy & Astrophysics*, **417**(3) :1145–1158, 2004.
- Delsanti, A., Merlin, F., Guilbert-Lepoutre, A., Bauer, J., Yang, B., & Meech, K.J. Methane, ammonia, and their irradiation products at the surface of an intermediate-size KBO ?-A portrait of Plutino (90482) Orcus. *Astronomy & Astrophysics*, **520** :A40, 2010.
- DeMeo, F., Barucci, M., Merlin, F., Guilbert-Lepoutre, A., Alvarez-Candal, A., Delsanti, A., Fornasier, S., & de Bergh, C. A spectroscopic analysis of Jupiter-coupled object (52872) Okyrhoe, and TNOs (90482) Orcus and (73480) 2002 PN34. *Astronomy & Astrophysics*, **521** :A35, 2010.
- Desch, S. & Neveu, M. Differentiation and cryovolcanism on charon : A view before and after new horizons. *Icarus*, **287** :175–186, 2017.
- Desch, S.J., Cook, J.C., Doggett, T., & Porter, S.B. Thermal evolution of kuiper belt objects, with implications for cryovolcanism. *Icarus*, **202**(2) :694–714, 2009.
- Deuss, A. Heterogeneity and anisotropy of earth's inner core. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **42** :103–126, 2014.
- Deuss, A., Irving, J.C., & Woodhouse, J.H. Regional variation of inner core anisotropy from seismic normal mode observations. *Science*, **328**(5981) :1018–1020, 2010.
- Deuss, A., Woodhouse, J.H., Paulssen, H., & Trampert, J. The observation of inner core shear waves. *Geophysical Journal International*, **142**(1) :67–73, 2000.
- Dias-Oliveira, A., Sicardy, B., Ortiz, J., Braga-Ribas, F., Leiva, R., Vieira-Martins, R., Benedetti-Rossi, G., Camargo, J., Assafin, M., Gomes-Junior, A., *et al.* Study of the Plutino Object (208996) 2003 AZ84 from Stellar Occultations : Size, Shape, and Topographic Features. *The Astronomical Journal*, **154**(1) :22, 2017.
- Doressoundiram, A., Barucci, M., Tozzi, G., Poulet, F., Boehnhardt, H., De Bergh, C., & Peixinho, N. Spectral characteristics and modeling of the trans-neptunian object (55565) 2002 AW197 and the Centaurs (55576) 2002 GB10 and (83982) 2002 GO91 : ESO Large Program on TNOs and Centaurs. *Planetary and Space Science*, **53**(14-15) :1501–1509, 2005.
- Dotto, E., Perna, D., Barucci, M., Rossi, A., De Bergh, C., Doressoundiram, A., & Fornasier, S. Rotational properties of Centaurs and Trans-Neptunian Objects-Lightcurves and densities. *Astronomy & Astrophysics*, **490**(2) :829–833, 2008.
- Durham, W.B., McKinnon, W.B., & Stern, L.A. Cold compaction of water ice. *Geophysical research letters*, **32**(18), 2005.
- Dziewonski, A.M. & Anderson, D.L. Preliminary reference earth model. *Physics of the earth and planetary interiors*, **25**(4) :297–356, 1981.
- Emery, J., Dalle Ore, C., Cruikshank, D., Fernández, Y., Trilling, D., & Stansberry, J. Ices on (90377) Sedna : Confirmation and compositional constraints. *Astronomy & Astrophysics*,

- 466**(1) :395–398, 2007.
- Fearn, D.R., Loper, D.E., & Roberts, P.H. Structure of the earth's inner core. *Nature*, **292**(5820) :232–233, 1981.
- Fomenkova, M.N. On the organic refractory component of cometary dust. *Composition and Origin of Cometary Materials*, pages 109–114, 1999.
- Forget, F., Bertrand, T., Vangvichith, M., Leconte, J., Millour, E., & Lellouch, E. A post-new horizons global climate model of pluto including the n₂, ch₄ and co cycles. *Icarus*, **287** :54–71, 2017.
- Fornasier, S., Doressoundiram, A., Tozzi, G., Barucci, M., Boehnhardt, H., de Bergh, C., Del-santi, A., Davies, J., & Dotto, E. ESO Large Program on physical studies of Trans-Neptunian objects and Centaurs : Final results of the visible spectrophotometric observations. *Astronomy & Astrophysics*, **421**(1) :353–363, 2004.
- Fornasier, S., Lellouch, E., Müller, T., Santos-Sanz, P., Panuzzo, P., Kiss, C., Lim, T., Mommert, M., Bockelée-Morvan, D., Vilenius, E., *et al.* TNOs are Cool : A survey of the trans-Neptunian region-VIII. Combined Herschel PACS and SPIRE observations of nine bright targets at 70–500 μm . *Astronomy & Astrophysics*, **555** :A15, 2013.
- Fortes, A., Wood, I., Brodholt, J., & Vočadlo, L. The structure, ordering and equation of state of ammonia dihydrate (nh₃·2h₂o). *Icarus*, **162**(1) :59–73, 2003.
- Fortes, A. *Computational and experimental studies of solids in the ammonia-water system*. Ph.D. thesis, 2004.
- Fraser, W.C. & Brown, M.E. Quaoar : A rock in the Kuiper belt. *The Astrophysical Journal*, **714**(2) :1547, 2010.
- Friedson, A. & Stevenson, D. Viscosity of rock-ice mixtures and applications to the evolution of icy satellites. *Icarus*, **56**(1) :1–14, 1983.
- Frost, H.J. & Ashby, M.F. *Deformation mechanism maps : the plasticity and creep of metals and ceramics*. Pergamon press, 1982.
- Fulchignoni, M., Belskaya, I., Barucci, M.A., De Sanctis, M.C., & Doressoundiram, A. Trans-neptunian object taxonomy. *The Solar System Beyond Neptune*, page 181, 2008.
- Garcia, R., Tkalčić, H., & Chevrot, S. A new global pkp data set to study earth's core and deep mantle. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **159**(1-2) :15–31, 2006.
- Georg, R.B., Halliday, A.N., Schauble, E.A., & Reynolds, B.C. Silicon in the earth's core. *Nature*, **447**(7148) :1102–1106, 2007.
- Gomes, R., Levison, H.F., Tsiganis, K., & Morbidelli, A. Origin of the cataclysmic late heavy bombardment period of the terrestrial planets. *Nature*, **435**(7041) :466–469, 2005.
- Gomi, H. & Hirose, K. Electrical resistivity and thermal conductivity of hcp fe–ni alloys under high pressure : Implications for thermal convection in the earth's core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **247** :2–10, 2015.
- Gomi, H., Hirose, K., Akai, H., & Fei, Y. Electrical resistivity of substitutionally disordered hcp fe–si and fe–ni alloys : Chemically-induced resistivity saturation in the earth's core. *Earth and Planetary Science Letters*, **451** :51–61, 2016.
- Gomi, H., Ohta, K., Hirose, K., Labrosse, S., Caracas, R., Verstraete, M.J., & Hernlund, J.W. The high conductivity of iron and thermal evolution of the earth's core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **224** :88–103, 2013.
- Grundy, W., Noll, K., Nimmo, F., Roe, H., Buie, M., Porter, S., Benecchi, S., Stephens, D., Levison, H., & Stansberry, J. Five new and three improved mutual orbits of transneptunian binaries. *Icarus*, **213**(2) :678–692, 2011.
- Grundy, W., Noll, K., & Stephens, D. Diverse albedos of small trans-neptunian objects. *Icarus*, **176**(1) :184–191, 2005.

- Grundy, W., Porter, S., Benecchi, S., Roe, H., Noll, K., Trujillo, C., Thirouin, A., Stansberry, J., Barker, E., & Levison, H. The mutual orbit, mass, and density of the large transneptunian binary system Varda and Ilmarë. *Icarus*, **257** :130–138, 2015.
- Gubbins, D. Rotation of the inner core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **86**(B12) :11 695–11 699, 1981.
- Gubbins, D., Alfe, D., Masters, G., Price, G.D., & Gillan, M. Can the earth's dynamo run on heat alone? *Geophysical Journal International*, **155**(2) :609–622, 2003.
- Gubbins, D., Masters, G., & Nimmo, F. A thermochemical boundary layer at the base of earth's outer core and independent estimate of core heat flux. *Geophysical Journal International*, **174**(3) :1007–1018, 2008.
- Gubbins, D., Sreenivasan, B., Mound, J., & Rost, S. Melting of the earth's inner core. *Nature*, **473**(7347) :361–363, 2011.
- Guilbert, A., Alvarez-Candal, A., Merlin, F., Barucci, M.A., Dumas, C., De Bergh, C., & Del-santi, A. ESO-Large Program on TNOs : Near-infrared spectroscopy with SINFONI. *Icarus*, **201**(1) :272–283, 2009.
- Guilbert-Lepoutre, A. Survival of amorphous water ice on centaurs. *The Astronomical Journal*, **144**(4) :97, 2012.
- Hewitt, I.J. Modelling melting rates in upwelling mantle. *Earth and Planetary Science Letters*, **300**(3-4) :264–274, 2010.
- Hillman, Y. & Prialnik, D. A quasi 3-d model of an outburst pattern that explains the behavior of comet 17p/holmes. *Icarus*, **221**(1) :147–159, 2012.
- Hirose, K., Labrosse, S., & Hernlund, J. Composition and state of the core. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **41** :657–691, 2013.
- Hirose, K., Morard, G., Sinmyo, R., Umemoto, K., Hernlund, J., Helffrich, G., & Labrosse, S. Crystallization of silicon dioxide and compositional evolution of the earth's core. *Nature*, **543**(7643) :99–102, 2017.
- Holler, B., Young, L., Bus, S., & Protopapa, S. Methanol ice on Kuiper Belt objects 2007 OR10 and Salacia : Implications for formation and dynamical evolution. **11**, 2017.
- Howard, A.D., Moore, J.M., Umurhan, O.M., White, O.L., Anderson, R.S., McKinnon, W.B., Spencer, J.R., Schenk, P.M., Beyer, R.A., Stern, S.A., *et al.* Present and past glaciation on pluto. *Icarus*, **287** :287–300, 2017.
- Huguet, L., Alboussiere, T., Bergman, M.I., Deguen, R., Labrosse, S., & Lesœur, G. Structure of a mushy layer under hypergravity with implications for earth's inner core. *Geophysical Journal International*, **204**(3) :1729–1755, 2016.
- Huguet, L., Van Orman, J.A., Hauck II, S.A., & Willard, M.A. Earth's inner core nucleation paradox. *Earth and Planetary Science Letters*, **487** :9–20, 2018.
- Husmann, H., Sohl, F., & Spohn, T. Subsurface oceans and deep interiors of medium-sized outer planet satellites and large trans-neptunian objects. *Icarus*, **185**(1) :258–273, 2006.
- Ichikawa, H., Tsuchiya, T., & Tange, Y. The p-v-t equation of state and thermodynamic properties of liquid iron. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **119**(1) :240–252, 2014.
- Ishii, M. & Dziewoński, A.M. The innermost inner core of the earth : Evidence for a change in anisotropic behavior at the radius of about 300 km. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **99**(22) :14 026–14 030, 2002.
- Jewitt, D. Six hot topics in planetary astronomy. In *Small Bodies in Planetary Systems*, pages 1–37. Springer, 2008.
- Jewitt, D. The active centaurs. *The Astronomical Journal*, **137**(5) :4296, 2009.
- Jewitt, D. & Luu, J. Discovery of the candidate kuiper belt object 1992 qb1. *Nature*, **362**(6422) :730–732, 1993.

- Jewitt, D.C. & Luu, J. Crystalline water ice on the Kuiper belt object (50000) Quaoar. *Nature*, **432**(7018) :731, 2004.
- Karato, S.i. Inner core anisotropy due to the magnetic field—induced preferred orientation of iron. *Science*, **262**(5140) :1708–1711, 1993.
- Karato, S.i. Seismic anisotropy of the earth’s inner core resulting from flow induced by maxwell stresses. *Nature*, **402**(6764) :871–873, 1999.
- Kargel, J.S. Ammonia-water volcanism on icy satellites : Phase relations at 1 atmosphere. *Icarus*, **100**(2) :556–574, 1992.
- Kiss, C., Marton, G., Farkas-Takács, A., Stansberry, J., Müller, T., Vinkó, J., Balog, Z., Ortiz, J.L., & Pál, A. Discovery of a satellite of the large trans-Neptunian object (225088) 2007 OR10. *The Astrophysical Journal Letters*, **838**(1) :L1, 2017.
- Klinger, J. Influence of a phase transition of ice on the heat and mass balance of comets. *Science*, **209**(4453) :271–272, 1980.
- Kolokolova, L., Muinonen, K., Boehnhardt, H., Bagnulo, S., Barucci, A., & Rosenbush, V. Probing Solar Nebula Using Polarization of Kuiper Belt Objects. In *Astronomical Polarimetry : Current Status and Future Directions*, volume 343, page 194. 2005.
- Konôpková, Z., McWilliams, R.S., Gómez-Pérez, N., & Goncharov, A.F. Direct measurement of thermal conductivity in solid iron at planetary core conditions. *Nature*, **534**(7605) :99–101, 2016.
- Koot, L. & Dumberry, M. Viscosity of the earth’s inner core : Constraints from nutation observations. *Earth and Planetary Science Letters*, **308**(3-4) :343–349, 2011.
- Kovalenko, I., Doressoundiram, A., Lellouch, E., Vilenius, E., Müller, T., & Stansberry, J. “TNOs are Cool” : A survey of the trans-Neptunian region-XIII. Statistical analysis of multiple trans-Neptunian objects observed with Herschel Space Observatory. *Astronomy & Astrophysics*, **608** :A19, 2017.
- Kuwayama, Y., Hirose, K., Sata, N., & Ohishi, Y. Phase relations of iron and iron–nickel alloys up to 300 gpa : Implications for composition and structure of the earth’s inner core. *Earth and Planetary Science Letters*, **273**(3-4) :379–385, 2008.
- Kuwayama, Y., Sawai, T., Hirose, K., Sata, N., & Ohishi, Y. Phase relations of iron–silicon alloys at high pressure and high temperature. *Physics and Chemistry of Minerals*, **36**(9) :511–518, 2009.
- Labrosse, S. Thermal and magnetic evolution of the earth’s core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **140**(1-3) :127–143, 2003.
- Labrosse, S. Thermal and compositional stratification of the inner core. *Comptes Rendus Geoscience*, **346**(5-6) :119–129, 2014.
- Labrosse, S. Thermal evolution of the core with a high thermal conductivity. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **247** :36–55, 2015.
- Lacerda, P., Fornasier, S., Lellouch, E., Kiss, C., Vilenius, E., Santos-Sanz, P., Rengel, M., Müller, T., Stansberry, J., Duffard, R., *et al.* The albedo–color diversity of transneptunian objects. *The Astrophysical Journal Letters*, **793**(1) :L2, 2014.
- Lacerda, P. & Jewitt, D.C. Densities of Solar System objects from their rotational light curves. *The Astronomical Journal*, **133**(4) :1393, 2007.
- Laio, A., Bernard, S., Chiarotti, G., Scandolo, S., & Tosatti, E. Physics of iron at earth’s core conditions. *Science*, **287**(5455) :1027–1030, 2000.
- Lasbleis, M., Deguen, R., Cardin, P., & Labrosse, S. Earth’s inner core dynamics induced by the lorentz force. *Geophysical Journal International*, **202**(1) :548–563, 2015.
- Lasbleis, M., Kervazo, M., & Choblet, G. The fate of liquids trapped during the earth’s inner core growth. *Geophysical Research Letters*, **47**(2) :e2019GL085654, 2020.

- Lehmann, I. *Bureau Central Sismologique International*, **14** :87–115, 1936.
- Lellouch, E., Moreno, R., Müller, T., Fornasier, S., Santos-Sanz, P., Moullet, A., Gurwell, M., Stansberry, J., Leiva, R., Sicardy, B., *et al.* The thermal emission of Centaurs and trans-Neptunian objects at millimeter wavelengths from ALMA observations. *Astronomy & Astrophysics*, **608** :A45, 2017.
- Lellouch, E., Santos-Sanz, P., Lacerda, P., Mommert, M., Duffard, R., Ortiz, J., Müller, T., Fornasier, S., Stansberry, J., Kiss, C., *et al.* “TNOs are Cool” : A survey of the trans-Neptunian region. *A&A*, **557** :A60, 2013.
- Li, J. & Agee, C.B. Geochemistry of mantle–core differentiation at high pressure. *Nature*, **381**(6584) :686–689, 1996.
- Licandro, J., Ghinassi, F., & Testi, L. Infrared spectroscopy of the largest known trans-Neptunian object 2001 KX76. *Astronomy & Astrophysics*, **388**(1) :L9–L12, 2002.
- Licandro, J., Oliva, E., & Di Martino, M. NICS-TNG infrared spectroscopy of trans-neptunian objects 2000 EB173 and 2000 WR106. *Astronomy & Astrophysics*, **373**(3) :L29–L32, 2001.
- Loper, D.E. Structure of the inner core boundary. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, **25**(1-2) :139–155, 1983.
- Lord, O., Walter, M., Dasgupta, R., Walker, D., & Clark, S. Melting in the Fe–C system to 70 gpa. *Earth and Planetary Science Letters*, **284**(1-2) :157–167, 2009.
- Lorenzi, V., Pinilla-Alonso, N., Licandro, J., Dalle Ore, C., & Emery, J. Rotationally resolved spectroscopy of (20000) Varuna in the near-infrared. *Astronomy & Astrophysics*, **562** :A85, 2014.
- Lykawka, P.S. & Mukai, T. Higher albedos and size distribution of large transneptunian objects. *Planetary and Space Science*, **53**(13) :1319–1330, 2005.
- Lythgoe, K., Deuss, A., Rudge, J., & Neufeld, J. Earth’s inner core : Innermost inner core or hemispherical variations? *Earth and Planetary Science Letters*, **385** :181–189, 2014.
- Malamud, U., Perets, H.B., & Schubert, G. The contraction/expansion history of Charon with implications for its planetary-scale tectonic belt. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **468**(1) :1056–1069, 2017.
- Malamud, U. & Prialnik, D. Modeling Kuiper belt objects Charon, Orcus and Salacia by means of a new equation of state for porous icy bodies. *Icarus*, **246** :21–36, 2015.
- Malvoisin, B. *Conditions réductrices associées à la serpentinisation : suivi magnétique de l’hydratation de l’olivine de San Carlos, étude de cas naturels et application à la production industrielle d’H₂*. Ph.D. thesis, Grenoble, 2013.
- Malvoisin, B., Carlut, J., & Brunet, F. Serpentinization of oceanic peridotites : 1. a high-sensitivity method to monitor magnetite production in hydrothermal experiments. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **117**(B1), 2012.
- McDonough, W. 2.15–compositional model for the earth’s core. *Treatise on geochemistry*, pages 547–568, 2003.
- McKenzie, D. The generation and compaction of partially molten rock. *Journal of Petrology*, **25**(3) :713–765, 1984.
- McKinnon, W.B. On the initial thermal evolution of Kuiper belt objects. In *Asteroids, Comets, and Meteors : ACM 2002*, volume 500, pages 29–38. 2002.
- McKinnon, W.B., Prialnik, D., Stern, S.A., & Coradini, A. Structure and evolution of Kuiper belt objects and dwarf planets. *The solar system beyond Neptune*, **1** :213–241, 2008.
- McKinnon, W.B., Stern, S., Weaver, H., Nimmo, F., Bierson, C., Grundy, W., Cook, J., Cruikshank, D., Parker, A., Moore, J., *et al.* Origin of the Pluto–Charon system : Constraints from the New Horizons flyby. *Icarus*, **287** :2–11, 2017.
- Merk, R. & Prialnik, D. Early thermal and structural evolution of small bodies in the trans-

- neptunian zone. *Earth, Moon, and Planets*, **92**(1) :359–374, 2003.
- Merk, R. & Prialnik, D. Combined modeling of thermal evolution and accretion of trans-neptunian objects—occurrence of high temperatures and liquid water. *Icarus*, **183**(2) :283–295, 2006.
- Merlin, F., Barucci, M., de Bergh, C., Fornasier, S., Doressoundiram, A., Perna, D., & Protopapa, S. Surface composition and physical properties of several trans-neptunian objects from the Hapke scattering theory and Shkuratov model. *Icarus*, **208**(2) :945–954, 2010.
- Métayer, R., Guilbert-Lepoutre, A., Ferruit, P., Merlin, F., Holler, B.J., Cabral, N., & Quantin-Nataf, C. Jwst/nirspec prospects on transneptunian objects. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, **6** :8, 2019.
- Mikhaylushkin, A.S., Simak, S.I., Dubrovinsky, L., Dubrovinskaia, N., Johansson, B., & Abrikosov, I.A. Pure iron compressed and heated to extreme conditions. *Physical review letters*, **99**(16) :165 505, 2007.
- Mommert, M., Harris, A., Kiss, C., Pál, A., Santos-Sanz, P., Stansberry, J., Delsanti, A., Villenius, E., Müller, T., Peixinho, N., *et al.* TNOs are cool : a survey of the trans-Neptunian region-V. Physical characterization of 18 Plutinos using Herschel-PACS observations. *Astronomy & Astrophysics*, **541** :A93, 2012.
- Moore, J.M., McKinnon, W.B., Spencer, J.R., Howard, A.D., Schenk, P.M., Beyer, R.A., Nimmo, F., Singer, K.N., Umurhan, O.M., White, O.L., *et al.* The geology of pluto and charon through the eyes of new horizons. *Science*, **351**(6279) :1284–1293, 2016.
- Morelli, A., Dziewonski, A.M., & Woodhouse, J.H. Anisotropy of the inner core inferred from pkikp travel times. *Geophysical Research Letters*, **13**(13) :1545–1548, 1986.
- Morse, S. No mushy zones in the earth’s core. *Geochimica et cosmochimica Acta*, **66**(12) :2155–2165, 2002.
- Mound, J.E. & Buffett, B.A. Detection of a gravitational oscillation in length-of-day. *Earth and Planetary Science Letters*, **243**(3-4) :383–389, 2006.
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., Dones, L., Levison, H.F., Kaib, N., & Morbidelli, A. Origin and evolution of short-period comets. *The Astrophysical Journal*, **845**(1) :27, 2017.
- Neveu, M. & Desch, S.J. Geochemistry, thermal evolution, and cryovolcanism on ceres with a muddy ice mantle. *Geophysical Research Letters*, **42**(23) :10–197, 2015.
- Neveu, M., Desch, S.J., & Castillo-Rogez, J.C. Core cracking and hydrothermal circulation can profoundly affect ceres’ geophysical evolution. *Journal of Geophysical Research : Planets*, **120**(2) :123–154, 2015.
- Nguyen, J.H. & Holmes, N.C. Melting of iron at the physical conditions of the earth’s core. *Nature*, **427**(6972) :339–342, 2004.
- Nimmo, F. Energetics of the core. *Treatise on geophysics*, **8** :31–65, 2007.
- Niu, F. & Chen, Q.F. Seismic evidence for distinct anisotropy in the innermost inner core. *Nature Geoscience*, **1**(10) :692–696, 2008.
- Noll, K., Levison, H., Stephens, D., & Grundy, W. (120347) 2004 SB_60. *International Astronomical Union Circular* (<http://www.cbat.eps.harvard.edu/iauc/08700/08751.html#Item1>), **8751**, 2006.
- Ohta, K., Kuwayama, Y., Hirose, K., Shimizu, K., & Ohishi, Y. Experimental determination of the electrical resistivity of iron at earth’s core conditions. *Nature*, **534**(7605) :95–98, 2016.
- Oldham, R.D. The constitution of the interior of the earth, as revealed by earthquakes. *Quarterly Journal of the Geological Society*, **62**(1-4) :456–475, 1906.
- Orosei, R., Coradini, A., De Sanctis, M., & Federico, C. Collision-induced thermal evolution of a comet nucleus in the edgeworth-kuiper belt. *Advances in Space Research*, **28**(10) :1563–1569, 2001.

- Ortiz, J.L., Santos-Sanz, P., Sicardy, B., Benedetti-Rossi, G., Bérard, D., Morales, N., Duffard, R., Braga-Ribas, F., Hopp, U., Ries, C., *et al.* The size, shape, density and ring of the dwarf planet haumea from a stellar occultation. *Nature*, **550**(7675) :219–223, 2017.
- Ozawa, H., Hirose, K., Yonemitsu, K., & Ohishi, Y. High-pressure melting experiments on Fe–Si alloys and implications for silicon as a light element in the core. *Earth and Planetary Science Letters*, **456** :47–54, 2016.
- Ozawa, H., Takahashi, F., Hirose, K., Ohishi, Y., & Hirao, N. Phase transition of FeO and stratification in Earth's outer core. *Science*, **334**(6057) :792–794, 2011.
- O'Rourke, J.G. & Stevenson, D.J. Powering Earth's dynamo with magnesium precipitation from the core. *Nature*, **529**(7586) :387–389, 2016.
- Pál, A., Kiss, C., Müller, T.G., Molnár, L., Szabó, R., Szabó, G.M., Sárneczky, K., & Kiss, L.L. Large size and slow rotation of the trans-Neptunian object (225088) 2007 OR10 discovered from Herschel and K2 observations. *The Astronomical Journal*, **151**(5) :117, 2016.
- Patankar, S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Taylor & Francis, 1980.
- Perna, D., Barucci, M., Fornasier, S., DeMeo, F., Alvarez-Candal, A., Merlin, F., Dotto, E., Doressoundiram, A., & De Bergh, C. Colors and taxonomy of Centaurs and trans-Neptunian objects. *Astronomy & Astrophysics*, **510** :A53, 2010.
- Perna, D., Dotto, E., Barucci, M., Epifani, E.M., Vilenius, E., Dall'Ora, M., Fornasier, S., & Müller, T. Photometry and taxonomy of trans-neptunian objects and Centaurs in support of a Herschel key program. *Astronomy & Astrophysics*, **554** :A49, 2013.
- Poirier, J.P. Light elements in the Earth's outer core : a critical review. *Physics of the earth and planetary interiors*, **85**(3-4) :319–337, 1994.
- Poupinet, G., Pillet, R., & Souriau, A. Possible heterogeneity of the Earth's core deduced from PKKP travel times. *Nature*, **305**(5931) :204–206, 1983.
- Pozzo, M., Davies, C., Gubbins, D., & Alfe, D. Thermal and electrical conductivity of iron at Earth's core conditions. *Nature*, **485**(7398) :355–358, 2012.
- Pozzo, M., Davies, C., Gubbins, D., & Alfè, D. Transport properties for liquid silicon-oxygen-iron mixtures at Earth's core conditions. *Physical Review B*, **87**(1) :014110, 2013.
- Prialnik, D., Benkhoff, J., & Podolak, M. Modeling the structure and activity of comet nuclei. *Comets II*, **1** :359–387, 2004.
- Prialnik, D. & Merk, R. Growth and evolution of small porous icy bodies with an adaptive-grid thermal evolution code : I. application to Kuiper belt objects and Enceladus. *Icarus*, **197**(1) :211–220, 2008.
- Prialnik, D., Sarid, G., Rosenberg, E.D., & Merk, R. Thermal and chemical evolution of comet nuclei and Kuiper belt objects. In *Origin and Early Evolution of Comet Nuclei*, pages 147–164. Springer, 2008.
- Price, G.D. *Treatise on geophysics, volume 2 : Mineral physics*. 2010.
- Reaman, D.M., Daehn, G.S., & Panero, W.R. Predictive mechanism for anisotropy development in the Earth's inner core. *Earth and Planetary Science Letters*, **312**(3-4) :437–442, 2011.
- Ribe, N.M. The generation and composition of partial melts in the Earth's mantle. *Earth and Planetary Science Letters*, **73**(2-4) :361–376, 1985.
- Ricard, Y. Physics of mantle convection. *Treatise on Geophysics, Second Edition*, pages 23–71, 2015.
- Ricard, Y., Bercovici, D., & Schubert, G. A two-phase model for compaction and damage : 2. applications to compaction, deformation, and the role of interfacial surface tension. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **106**(B5) :8907–8924, 2001.
- Roberts, P.H., Jones, C.A., & Calderwood, A.R. Energy fluxes and ohmic dissipation in the Earth's core. *Earth's core and lower mantle*, pages 100–129, 2003.

- Robuchon, G. & Nimmo, F. Thermal evolution of pluto and implications for surface tectonics and a subsurface ocean. *Icarus*, **216**(2) :426–439, 2011.
- Romanowicz, B., Li, X.D., & Durek, J. Anisotropy in the inner core : could it be due to low-order convection? *Science*, **274**(5289) :963–966, 1996.
- Rotundi, A., Sierks, H., Della Corte, V., Fulle, M., Gutierrez, P.J., Lara, L., Barbieri, C., Lamy, P.L., Rodrigo, R., Koschny, D., *et al.* Dust measurements in the coma of comet 67p/churyumov-gerasimenko inbound to the sun. *Science*, **347**(6220) :aaa3905, 2015.
- Rubin, M.E., Desch, S.J., & Neveu, M. The effect of rayleigh–taylor instabilities on the thickness of undifferentiated crust on kuiper belt objects. *Icarus*, **236** :122–135, 2014.
- Rudge, J.F., Bercovici, D., & Spiegelman, M. Disequilibrium melting of a two phase multicomponent mantle. *Geophysical Journal International*, **184**(2) :699–718, 2011.
- Santos-Sanz, P., Lellouch, E., Fornasier, S., Kiss, C., Pal, A., Müller, T., Vilenius, E., Stansberry, J., Mommert, M., Delsanti, A., *et al.* “TNOs are Cool” : A survey of the trans-Neptunian region-IV. Size/albedo characterization of 15 scattered disk and detached objects observed with Herschel-PACS. *Astronomy & Astrophysics*, **541** :A92, 2012.
- Saxena, P., Renaud, J.P., Henning, W.G., Jutzi, M., & Hurford, T. Relevance of tidal heating on large tnos. *Icarus*, **302** :245–260, 2018.
- Schaller, E. & Brown, M. Detection of methane on Kuiper belt object (50000) Quaoar. *The Astrophysical Journal Letters*, **670**(1) :L49, 2007.
- Schaller, E.L. & Brown, M. Detection of additional members of the 2003 EL61 collisional family via near-infrared spectroscopy. *The Astrophysical Journal Letters*, **684**(2) :L107, 2008.
- Schubert, G., Anderson, J.D., Travis, B.J., & Palguta, J. Enceladus : Present internal structure and differentiation by early and long-term radiogenic heating. *Icarus*, **188**(2) :345–355, 2007.
- Seagle, C.T., Cottrell, E., Fei, Y., Hummer, D.R., & Prakapenka, V.B. Electrical and thermal transport properties of iron and iron-silicon alloy at high pressure. *Geophysical Research Letters*, **40**(20) :5377–5381, 2013.
- Sha, X. & Cohen, R. Elastic isotropy of *c*-fe under earth’s core conditions. *Geophysical Research Letters*, **37**(10), 2010.
- Shchuko, O., Shchuko, S., Kartashov, D., & Orosei, R. Conditions for liquid or icy core existence in kbo objects : Numerical simulations for orcus and quaoar. *Planetary and Space Science*, **104** :147–155, 2014.
- Shimizu, H., Poirier, J., & Le Mouél, J. On crystallization at the inner core boundary. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **151**(1-2) :37–51, 2005.
- Shoshany, Y., Prialnik, D., & Podolak, M. Monte carlo modeling of the thermal conductivity of porous cometary ice. *Icarus*, **157**(1) :219–227, 2002.
- Siebert, J., Badro, J., Antonangeli, D., & Ryerson, F.J. Metal–silicate partitioning of ni and co in a deep magma ocean. *Earth and Planetary Science Letters*, **321** :189–197, 2012.
- Song, X. & Richards, P.G. Seismological evidence for differential rotation of the earth’s inner core. *Nature*, **382**(6588) :221–224, 1996.
- Souriau, A. & Poupinet, G. The velocity profile at the base of the liquid core from pkp(bc+cdiff) data : An argument in favour of radial inhomogeneity. *Geophysical Research Letters*, **18**(11) :2023–2026, 1991.
- Souza-Feliciano, A.C., Alvarez-Candal, A., & Jiménez-Teja, Y. The Wavelet theory applied to the study of spectra of Trans-Neptunian objects. *arXiv preprint arXiv :1801.09152*, 2018.
- Šrámek, O. *Modele d’écoulement biphasé en sciences de la terre : fusion partielle, compaction et différenciation*. Ph.D. thesis, 2008.
- Šrámek, O., Milelli, L., Ricard, Y., & Labrosse, S. Thermal evolution and differentiation of planetesimals and planetary embryos. *Icarus*, **217**(1) :339–354, 2012.

- Šrámek, O., Ricard, Y., & Bercovici, D. Simultaneous melting and compaction in deformable two-phase media. *Geophysical Journal International*, **168**(3) :964–982, 2007.
- Stacey, F. & Loper, D. A revised estimate of the conductivity of iron alloy at high pressure and implications for the core energy balance. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **161**(1-2) :13–18, 2007.
- Stacey, F. Thermodynamic relationships and the properties of iron at earth’s core conditions. **309**(1) :899–902, 1994.
- Stacey, F.D. & Anderson, O.L. Electrical and thermal conductivities of fe–ni–si alloy under core conditions. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **124**(3-4) :153–162, 2001.
- Stansberry, J., Grundy, W., Mueller, M., Benecchi, S., Rieke, G., Noll, K., Buie, M., Levison, H., Porter, S., & Roe, H. Physical properties of trans-neptunian binaries (120347) Salacia–Actaea and (42355) Typhon–Echidna. *Icarus*, **219**(2) :676–688, 2012.
- Stansberry, J., Grundy, W., Brown, M., Cruikshank, D., Spencer, J., Trilling, D., & Margot, J.L. Physical properties of Kuiper belt and Centaur objects : Constraints from the Spitzer Space Telescope. *The Solar System Beyond Neptune*, **161**, 2008.
- Stern, S.A., Grundy, W.M., McKinnon, W.B., Weaver, H.A., & Young, L.A. The pluto system after new horizons. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **56** :357–392, 2018.
- Stern, S., Binzel, R., Earle, A., Singer, K., Young, L., Weaver, H., Olkin, C., Ennico, K., Moore, J., McKinnon, W., *et al.* Past epochs of significantly higher pressure atmospheres on pluto. *Icarus*, **287** :47–53, 2017.
- Sumita, I. & Olson, P. A laboratory model for convection in earth’s core driven by a thermally heterogeneous mantle. *Science*, **286**(5444) :1547–1549, 1999.
- Sumita, I., Yoshida, S., Kumazawa, M., & Hamano, Y. A model for sedimentary compaction of a viscous medium and its application to inner-core growth. *Geophysical Journal International*, **124**(2) :502–524, 1996.
- Sun, X. & Song, X. Tomographic inversion for three-dimensional anisotropy of earth’s inner core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **167**(1-2) :53–70, 2008.
- Takafuji, N., Hirose, K., Ono, S., Xu, F., Mitome, M., & Bando, Y. Segregation of core melts by permeable flow in the lower mantle. *Earth and Planetary Science Letters*, **224**(3-4) :249–257, 2004.
- Tanaka, S. & Hamaguchi, H. Degree one heterogeneity and hemispherical variation of anisotropy in the inner core from pkp (bc)–pkp (df) times. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **102**(B2) :2925–2938, 1997.
- Tancredi, G. Physical and dynamical characteristics of icy “dwarf planets”(plutoids). *Proceedings of the International Astronomical Union*, **5**(S263) :173–185, 2010.
- Tateno, S., Hirose, K., Ohishi, Y., & Tatsumi, Y. The structure of iron in earth’s inner core. *Science*, **330**(6002) :359–361, 2010.
- Telfer, M.W., Parteli, E.J., Radebaugh, J., Beyer, R.A., Bertrand, T., Forget, F., Nimmo, F., Grundy, W.M., Moore, J.M., Stern, S.A., *et al.* Dunes on pluto. *Science*, **360**(6392) :992–997, 2018.
- Terasaki, H., Kamada, S., Sakai, T., Ohtani, E., Hirao, N., & Ohishi, Y. Liquidus and solidus temperatures of a fe–o–s alloy up to the pressures of the outer core : Implication for the thermal structure of the earth’s core. *Earth and Planetary Science Letters*, **304**(3-4) :559–564, 2011.
- Thirouin, A., Noll, K.S., Ortiz, J., & Morales, N. Rotational properties of the binary and non-binary populations in the trans-Neptunian belt. *Astronomy & Astrophysics*, **569** :A3, 2014.
- Trujillo, C.A., Brown, M.E., Rabinowitz, D.L., & Geballe, T.R. Near-infrared surface properties of the two intrinsically brightest minor planets :(90377) Sedna and (90482) Orcus. *The Astrophysical Journal*, **627**(2) :1057, 2005.

- Trujillo, C.A., Sheppard, S.S., & Schaller, E.L. A photometric system for detection of water and methane ices on Kuiper belt objects. *The Astrophysical Journal*, **730**(2) :105, 2011.
- Vachier, F., Berthier, J., & Marchis, F. Determination of binary asteroid orbits with a genetic-based algorithm. *Astronomy & Astrophysics*, **543** :A68, 2012.
- Van Orman, J.A. On the viscosity and creep mechanism of earth's inner core. *Geophysical research letters*, **31**(20), 2004.
- Vidale, J.E. & Earle, P.S. Fine-scale heterogeneity in the earth's inner core. *Nature*, **404**(6775) :273–275, 2000.
- Vilenius, E., Kiss, C., Müller, T., Mommert, M., Santos-Sanz, P., Pál, A., Stansberry, J., Mueller, M., Peixinho, N., Lellouch, E., *et al.* “TNOs are Cool” : A survey of the trans-Neptunian region-X. Analysis of classical Kuiper belt objects from Herschel and Spitzer observations. *Astronomy & Astrophysics*, **564** :A35, 2014.
- Vilenius, E., Kiss, C., Mommert, M., Müller, T., Santos-Sanz, P., Pal, A., Stansberry, J., Mueller, M., Peixinho, N., Fornasier, S., *et al.* “TNOs are Cool” : A survey of the trans-Neptunian region-VI. Herschel/PACS observations and thermal modeling of 19 classical Kuiper belt objects. *Astronomy & Astrophysics*, **541** :A94, 2012.
- Vočadlo, L. Ab initio calculations of the elasticity of iron and iron alloys at inner core conditions : Evidence for a partially molten inner core? *Earth and Planetary Science Letters*, **254**(1-2) :227–232, 2007.
- Vočadlo, L., Alfè, D., Gillan, M., Wood, I., Brodholt, J., & Price, G.D. Possible thermal and chemical stabilization of body-centred-cubic iron in the earth's core. *Nature*, **424**(6948) :536–539, 2003.
- Wade, J. & Wood, B. Core formation and the oxidation state of the earth. *Earth and Planetary Science Letters*, **236**(1-2) :78–95, 2005.
- Woodhouse, J.H., Giardini, D., & Li, X.D. Evidence for inner core anisotropy from free oscillations. *Geophysical Research Letters*, **13**(13) :1549–1552, 1986.
- Wookey, J. & Helffrich, G. Inner-core shear-wave anisotropy and texture from an observation of pkjpk waves. *Nature*, **454**(7206) :873–876, 2008.
- Worster, M.G. Convection in mushy layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **29**(1) :91–122, 1997.
- Xu, J., Zhang, P., Haule, K., Minar, J., Wimmer, S., Ebert, H., & Cohen, R.E. Thermal conductivity and electrical resistivity of solid iron at earth's core conditions from first principles. *Physical review letters*, **121**(9) :096 601, 2018.
- Yasui, M. & Arakawa, M. Compaction experiments on ice-silica particle mixtures : Implication for residual porosity of small icy bodies. *Journal of Geophysical Research : Planets*, **114**(E9), 2009.
- Yomogida, K. & Matsui, T. Physical properties of ordinary chondrites. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **88**(B11) :9513–9533, 1983.
- Yoshida, S., Sumita, I., & Kumazawa, M. Growth model of the inner core coupled with the outer core dynamics and the resulting elastic anisotropy. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **101**(B12) :28 085–28 103, 1996.
- Young, L.A., Kammer, J.A., Steffl, A.J., Gladstone, G.R., Summers, M.E., Strobel, D.F., Hinson, D.P., Stern, S.A., Weaver, H.A., Olkin, C.B., *et al.* Structure and composition of pluto's atmosphere from the new horizons solar ultraviolet occultation. *Icarus*, **300** :174–199, 2018.
- Zhang, Y., Hou, M., Liu, G., Zhang, C., Prakapenka, V.B., Greenberg, E., Fei, Y., Cohen, R., & Lin, J.F. Reconciliation of experiments and theory on transport properties of iron and the geodynamo. *Physical Review Letters*, **125**(7) :078 501, 2020.
- Zhang, Y., Sekine, T., He, H., Yu, Y., Liu, F., & Zhang, M. Experimental constraints on light elements in the earth's outer core. *Scientific reports*, **6**(1) :1–9, 2016.