



HAL
open science

Etude et conception de guides d'onde cylindriques à métamatériaux

Lucille Kuhler

► **To cite this version:**

Lucille Kuhler. Etude et conception de guides d'onde cylindriques à métamatériaux. Electromagnétisme. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2019. Français. NNT : 2019INPT0087 . tel-04169302v2

HAL Id: tel-04169302

<https://theses.hal.science/tel-04169302v2>

Submitted on 24 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

Discipline ou spécialité :

Electromagnétisme et Systèmes Haute Fréquence

Présentée et soutenue par :

Mme LUCILLE KUHLE

le jeudi 17 octobre 2019

Titre :

Etude et Conception de Guides d'Onde Cylindriques à Métamatériaux

Ecole doctorale :

Génie Electrique, Electronique, Télécommunications (GEET)

Unité de recherche :

Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE)

Directeur(s) de Thèse :

MME NATHALIE RAVEU

M. GWENN LE FUR

Rapporteurs :

Mme HELENE ROUSSEL, UNIVERSITE SORBONNE

M. THIERRY MONEDIERE, UNIVERSITE DE LIMOGES

Membre(s) du jury :

M. THIERRY MONEDIERE, UNIVERSITE DE LIMOGES, Président

M. ALEXANDRE CHABORY, ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE, Invité

M. ANDREA GIACOMINI, MVG INDUSTRIES, Invité

M. ETIENNE PERRET, INP DE GRENOBLE, Membre

M. GWENN LE FUR, CENTRE NATIONAL D'ETUDES SPATIALES CNES, Membre

M. LUC DUCHESNE, MVG INDUSTRIES, Invité

Mme NATHALIE RAVEU, TOULOUSE INP, Membre

Mme PRISCILLIA DAQUIN, CENTRE NATIONAL D'ETUDES SPATIALES CNES, Membre

M. NICOLAS CAPET, ANYWAVES, Invité

Remerciements

Ces trois années de thèse sont le résultat d'une collaboration entre le Laboratoire PLAsma et Conversion d'Energie (LAPLACE), le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) et l'entreprise Microwave Vision Group (MVG). J'ai effectué mes travaux de recherche majoritairement au LAPLACE dans le Groupe de Recherche en Electromagnétisme (GRE).

Je remercie M. Thierry Monédière, professeur à l'université de Limoges et Mme Hélène Roussel, professeure à l'université Sorbonne pour avoir accepté de rapporter ma thèse. Je vous remercie pour votre lecture attentive, rigoureuse ainsi que pour vos chaleureux commentaires. Je suis honorée que M. Thierry Monédière ait accepté de présider mon jury.

Je remercie également les autres membres du jury Mme Priscillia Daquin, ingénieure au CNES et M. Etienne Perret, maître de conférence à l'INP de Grenoble.

Je tiens aussi à remercier les membres invités du jury. Dans un premier temps, je remercie M. Nicolas Capet, PDG de Anywaves, de m'avoir encadrée les trois premiers mois de ma thèse, et de m'avoir fait confiance. Je remercie aussi M. Alexandre Chabory, enseignant-chercheur à l'ENAC, de m'avoir enseigné les bases qui m'ont permis d'obtenir ce doctorat, puis d'avoir accepté l'invitation à ma soutenance de thèse et enfin de me faire confiance pour la suite (et mon retour à l'ENAC).

Mes remerciements les plus chaleureux vont à « ma garde rapprochée » [1]. Merci à M. Andrea Giacomini, ingénieur à MVG Italy (MVI), de m'avoir accueillie durant 15 jours à Pomezia. Grâce à ce séjour, j'ai pu voir le côté applicatif de ma thèse. Je te remercie pour les conseils, les explications et ta gentillesse. Merci également à Luc Duchesne, ingénieur à MVG, de m'avoir encadrée et suivie durant ces trois années. Je te remercie pour ta gentillesse, ta bienveillance et ton soutien durant mon séjour à MVG (Paris). Je vous remercie tous les deux d'avoir assisté à ma soutenance de thèse et pour vos encouragements sur cette dernière ligne droite.

Je remercie énormément M. Gwenn Le Fur, ingénieur CNES. Merci d'avoir été autant présent (même sur ton temps personnel) pour m'aider, me rassurer, me soutenir, me conseiller. Merci d'avoir encadré ma thèse.

Enfin, je remercie Mme Nathalie Raveu, ma directrice de thèse et professeure à l'INP de Toulouse. Je ne te remercierai jamais assez de m'avoir guidée, aiguillée, soutenue durant ces trois années. Je suis consciente d'avoir eu une chance unique et j'ai apprécié travailler à tes côtés tant sur le plan humain que scientifique. Merci pour ta patience, ton perfectionnisme, tes relectures (très nombreuses relectures). Tout simplement merci !

Je remercie M. Olivier Pigaglio, ingénieur de recherche du GRE, pour ses conseils et son aide pour la réalisation des prototypes et les mesures. Merci aussi à l'ensemble des membres du GRE : Anne-Laure Franc (merci pour ton soutien ces dernières semaines), Hamza Kaouach, Olivier Pascal, Ronan Perrussel (merci pour ton

aide en mathématiques et pour la prise en main de GetDP), Jean-René Poirier, Jérôme Sokoloff.

Je tiens aussi à remercier les permanents du GREM3 : Dominique Harribey (merci pour les séances de natation, pour les repas et les discussions d'après, merci aussi pour les conseils de voyage), Carole Henaux, Thomas Huguet, Yvan Lefevre, Jean-François Libre, Frédéric Messine, Clément Nadal, François Pigache, et Jean-François Rouchon.

Merci aussi à Carine Alibert, Ariane Arnaud, Jacques Benaïoun, Isabelle Clarysse, Patrick Ferre, Catherine Moll Mazella, Valérie Schwarz et Jessica Toscano pour votre disponibilité et votre efficacité.

Je remercie aussi l'ensemble du service Antennes du CNES : Anthony Bellion, Daniel Belot, Marine Bru, Romain Contreres, Kevin Elis, Lise Feat, Rémi Fragnier, Christophe Laporte, Vincent Laquerbe, Baptiste Palacin (tu as été le premier à me faire confiance lors de Projet de Fin d'Etudes, merci !), Maxime Romier. Merci de m'avoir accueillie les étés et de m'avoir aidée que ça soit durant ma thèse ou mon PFE. Ça a été un réel plaisir de travailler (même de loin) avec vous.

Je veux également remercier le service R&D de MVG (Paris) et le service Antenne de MVI pour leur accueil. Je remercie plus particulièrement Jean-Gaël Bernard, Angie Fasoula, Evgueni Kaverine, Moustafa Naguy et Damien Rialet. Ringrazio ugualmente Andrea Faruolo, Francesco Saccardi, Darko Sekuljica par avermi aiutato durante le misure e per la vostra gentilezza. Gracias también a Ruben. Grazie mille e tutti gli altri di MVI [2].

Un immense merci à tous les doctorants (et docteurs), post-doctorants, ATER (et autre) du LAPLACE et d'ailleurs. Tout d'abord merci à Benedikt, merci d'avoir fait un si bon travail qui m'a servi de base, de référence et merci de m'avoir présenté au E410 que je tiens aussi à remercier. Merci à Andrea V. (merci de nous avoir appris à cuisiner les pâtes – carbo avec ... euh sans crème fraîche – et à faire un vrai café, grazie mille !), Berk, Davin (j'attends toujours les crêpes cela dit...), Fang, Gilberto, Isabel, Joseph (merci pour ta gentillesse), Kamil (merci pour ton soutien et tes conseils, bisous à Angelika), Liu, Moshin, William, Youssef. Ca en fait du monde dans un seul bureau ! Merci aussi à Ahlem, Sabrina, Andrea A. (pour tes sourires et tes super gâteaux), Quentin (d'avoir presque ramené la tireuse à bière), Matthieu, Pedro, Priscillia (mieux vaut deux remerciements qu'un), Laura et les autres doctorants GRE, GENESYS et GREM3. Merci d'avoir partagé tous ces repas avec moi, d'avoir réinventé le monde, merci pour votre bonne humeur ! Merci à mes collègues de bureau : Jing-yi, Wencong et plus particulièrement à Mohammad. Merci de m'avoir tenu compagnie pendant ces trois ans, d'avoir supporté mes sauts d'humeur, de m'avoir nourrie, et pour toutes les discussions. Shoukran rafi2 la2an 3alametne kam kelme bl lebnene [3]. Merci à mes amis doctorants du CNES : Alexandre, Jorick (on se suit depuis l'ENAC !) et Morgane. Oui, merci Morgane d'avoir supporté avec moi les joies de l'administration (et notre chère C.), merci de m'avoir proposé des activités créatives pour changer des journées au labo. Je suis heureuse qu'on se soit (re)rencontrées durant cette thèse.

Je remercie aussi tous mes amis de l'ENAC : Alex (et nos débats sans fin), Guillaume, JM (NINE NINE !), Pierre (qui finit tous mes plats), Robin (et ta culture générale impressionnante, c'est clairement toi mon joker dans qui veut gagner des millions), Xavier (et tes jeux de société), Ruixin. Merci pour toutes ces super soirées à

vos côtés et ces bons repas ! Merci à Alexandre de trouver le temps d'aller boire un coup et manger des tapas. Merci aussi à la coloc' pour les soirées GOT et les barbec'.

Je vais remercier maintenant mes deux Amies les plus proches. Laura, ma cocotte, on se connaît depuis la prépa, on y a survécu ensemble ! Et je pense que ça nous réellement a soudé. Même si tu vis à Paris, je ne peux pas passer une semaine sans t'écrire. Je te remercie pour ton soutien, même à distance, toutes ces années. Merci pour ta gentillesse, ta bienveillance. Vivement que tu te rapproches de Toulouse qu'on puisse se voir plus souvent.

Enfin, ma Coco, il y a trop de choses à dire sur toi, sur l'importance que tu as dans ma vie. Je te remercie aussi pour ton soutien, ta gentillesse et ton mauvais caractère. Heureusement qu'on a trouvé le moyen de vivre dans la même ville ! De Colligny à Toulouse ... Merci d'être mon amie. Grosses pensées pour tes parents qui nous supportent depuis si longtemps.

Je remercie aussi ma famille de Toulouse. Merci à mes beaux-parents qui m'accueillent chaleureusement tous les dimanches (ou presque) pour un bon repas, pour un match de rugby ou pour une émission de Stéphane Plaza. Merci pour votre générosité. Merci aussi à mes deux « coloc » Valou et Mimi. Valou, tu es sans doute celui qui m'a le plus soutenue durant ces trois ans, même si tu ne t'en es pas rendu compte. Merci pour ta bonne (et mauvaise) humeur. Merci pour nos fous rires.

Et comment ne pas remercier ma famille de Lorraine ? Même si vous êtes de l'autre côté de la France, vous m'avez permis de conserver un équilibre durant ces trois ans de thèse. Je ne regrette pas les (trèèèè) nombreuses heures passées dans le train, car je sais qu'au bout du voyage vous êtes là. Merci infiniment à mes parents Véronique et Michel, mes frères Alexandre et Arnaud, mes (belles) belles-sœurs Maud (bisous à tes parents et tes frères) et Claire et mes neveux Auxence, Margaux et Raphaël. Les repas à vos côtés sont toujours les plus réussis (même quand maman fait des expériences culinaires). Merci pour votre soutien, pour votre amour, simplement merci pour tout ! Si, aujourd'hui, j'en suis arrivée là, c'est grâce à vous. Je n'oublie pas mes grands-mères, mes oncles et tantes et bien sûr mes cousins et cousines (beaux-cousins et belles-cousines). Marion et Thomas (et les autres aussi bien sûr) n'oubliez pas que je vous attends aussi à Toulouse !

Bien entendu merci à tous les autres que j'ai probablement oublié involontairement, et pour cela je m'en excuse.

[1] M. Thierry Monedière

[2] Andrea Verdicchio

[3] Andrea Al-Haddad

Résumé

Ces dernières années, la présence des métamatériaux dans les structures guidées microondes, telles que les guides d'onde ou les antennes cornets, s'est largement répandue. En effet, les métamatériaux permettent de créer des propriétés électromagnétiques qui n'existent pas naturellement. En structurant la surface interne des guides d'onde ou des cornets, il est alors possible de contrôler les conditions aux limites afin de modifier le mode fondamental ou réduire la fréquence de coupure du guide.

Ces propriétés peuvent être intéressantes pour les applications spatiales car la taille de la plateforme doit être réduite pour potentiellement ajouter de la charge utile sur le satellite ou encore réduire les coûts de son lancement. Ainsi, dans cette thèse, nous cherchons à utiliser les propriétés des métamatériaux dans ces composants radioélectriques pour réduire leur taille sans détériorer les performances de rayonnement (directivité, polarisation croisée, bande monomode). Par ailleurs, modifier le type de mode fondamental s'avère aussi être une piste de recherche intéressante. Ainsi, les modes dits hybrides permettraient d'améliorer les performances de rayonnement. Une des pistes pour créer ces modes est l'utilisation de métamatériaux telles que les corrugations.

Même si les possibilités offertes par les métamatériaux sont indéniables, leur dimensionnement nécessite des outils numériques *full-wave* et requiert donc des ressources informatiques importantes. Dans cette thèse, la Théorie Modale Elargie (TME) est rappelée et développée, elle permet de dimensionner très rapidement les métamatériaux en se basant sur des méthodes à la fois analytiques et numériques. L'apport principal de cette thèse a été de développer les algorithmes permettant l'utilisation de la TME dans des structures guidées cylindriques, correspondant aux systèmes microondes embarqués pour des applications spatiales. Ces outils ont été utilisés pour concevoir un guide d'onde corrugué propageant le mode TM_{01} comme mode fondamental. Les résultats théoriques ont été confrontés aux mesures avec succès. Par ailleurs, une sonde de mesure cylindrique à section réduite a été proposée pour réduire son impact sur des mesures en champ proche. La paroi interne de cette sonde est constituée d'un métamatériau dont la forme a été optimisée, confirmant l'intérêt et l'efficacité de cette méthode innovante.

Abstract

In the past few years, microwave devices with metamaterials, such as waveguides or horn antennas, have tremendously increased, since metamaterials can create atypical electromagnetic properties. By shaping the internal surface of waveguides or horns, the boundary conditions have been controlled. Thus, the fundamental mode of a waveguide can be changed or their cut-off frequency reduced.

These properties could be very attractive for space applications. Indeed, the platform size might be reduced to potentially add payload on the satellite or reduce its launch cost. In this thesis, one challenge is to carefully use the properties of metamaterials in RF components, to reduce their size without spoiling their radiation properties (directivity, cross-polarization, monomode bandwidth). Furthermore, the possibility to change the fundamental mode is a striking research opportunity, such as using hybrid modes to improve radiation properties.

Even if the metamaterials' possibilities are proven, the procedure to obtain the optimized structures is very time-consuming and requires high computer resources. In this thesis, the Modal Expansion Theory (MET) is recalled and developed, it allows a very fast design of the metamaterials to meet the structure requirements. Here, the main contribution was to develop algorithm for the application of the MET in cylindrical cases, which operated more in on-board systems. These tools have been used to design a corrugated waveguide with a TM_{01} mode as fundamental mode. Theoretical results have been successfully confronted to measurements. Moreover, a cylindrical probe with a reduced cross-section has been designed in order to reduce the probe effect on the near field measurements. Its internal wall is composed of an optimized metamaterial which confirms the interest and efficiency of this innovative MET method.

Acronymes

BEM	Méthode des éléments finis de frontière (<i>Boundary Element Method</i>)
DNG	<i>Double NeGative</i>
ENNZ	<i>Epsilon Negative and Near Zero</i>
EPNZ	<i>Epsilon Positive and Near Zero</i>
FEM	Méthode des éléments finis (<i>Finite Element Method</i>)
GetDP	<i>General environment for the treatment of Discrete Problems</i>
HFSS	<i>High Frequency Structural Simulator</i>
HPBW	<i>Half-Power BeamWidth</i>
OEWG	<i>Open Ended WaveGuide</i>
PEC	<i>Perfect Electric Conductor</i>
PCB	<i>Printed Circuit Board</i>
SRR	<i>Split-Ring Resonator</i>
TCR	Transition guide Cylindrique vers guide Rectangulaire
TE	Transverse Electrique
TEM	Transverse ElectroMagnétique
TGC	Transition Guide d'onde vers câble Coaxial
TME	Théorie Modale Elargie
TM	Transverse Magnétique
Vircator	<i>VIRtual Cathode oscillaTOR</i>
VSWR (ROS)	<i>Voltage Standing Wave Ratio</i> (Rapport d'Onde Stationnaire)

Notations

Z_S	Impédance de surface
Z_T	Impédance de surface vue par le mode TE
Z_Z	Impédance de surface vue par le mode TM
Z'_S	Impédance de surface calculée à une hauteur h
Z'_T	Impédance de surface vue par le mode TE calculée à une hauteur h
Z'_Z	Impédance de surface vue par le mode TM calculée à une hauteur h

Sommaire

Introduction générale	9
Chapitre 1. Etat de l'art sur les structures guidées passives à métamatériaux	15
Introduction	19
1.1. Les guides d'onde	19
1.1.1. Généralités	19
1.1.1.a. Equation de propagation	19
1.1.1.b. Modes de propagation	21
1.1.1.c. Diagramme de dispersion	24
1.1.1.d. Impédances de mode	26
1.1.2. Les guides d'onde à paroi non métallique	30
1.1.2.a. Les guides d'onde à paroi anisotrope	30
1.1.2.b. Les guides d'onde à paroi en métamatériaux	33
1.2. Les antennes à ouverture	38
1.2.1. Généralités	39
1.2.1.a. Diagramme de rayonnement	39
1.2.1.b. Distribution des champs électromagnétiques	42
1.2.1.c. Directivité et gain	43
1.2.1.d. Polarisation	44
1.2.2. Les guides d'onde ouverts à paroi en métamatériaux	45
1.2.3. Les cornets	48
1.2.3.a. Les cornets <i>soft</i> et <i>hard</i>	48
1.2.3.b. Les cornets à paroi en métamatériaux	51
1.2.4. Les lentilles à métamatériaux	55
1.2.5. Bilan	59
Conclusion	60
Références	61
Chapitre 2. Théorie Modale Elargie : caractérisation des propriétés de dispersion des guides d'onde cylindriques à paroi anisotrope	67
Introduction	70
2.1. Les guides d'onde à paroi anisotrope idéale	70
2.1.1. Equation de dispersion des guides cylindriques : la TME	70
2.1.2. Diagrammes de dispersion des guides cylindriques	76

2.1.3. Cartographie des champs électromagnétiques	77
2.2. Les guides d'onde à paroi anisotrope réelle.....	82
2.2.1. Prise en compte de la variation en fréquence et en mode	83
2.2.2. Nouvel algorithme de la TME	85
2.2.3. Diagrammes de dispersion	86
Conclusion	90
Références.....	92
Chapitre 3. Caractérisation des guides d'onde à paroi en métamatériaux 2-D	93
Introduction.....	97
3.1. Calcul des impédances de surface équivalentes du métamatériau basé sur la méthode des éléments finis nodaux	97
3.1.1. Formulation faible.....	98
3.1.2. Définition de la cellule élémentaire 2-D	107
3.1.3. Validation par le calcul de Z_s' pour deux guides à paroi idéale.....	107
3.2. Nouvel algorithme de calcul de l'équation de dispersion	110
3.2.1. Application de l'algorithme à des guides d'onde à paroi anisotrope	110
3.2.2. Application de l'algorithme à un guide à paroi en métamatériau	113
3.3. Conception d'un extracteur de modes.....	116
3.3.1. Cahier des charges.....	118
3.3.2. Détermination du métamatériau.....	119
3.3.3. Analyse de la partie « guide à métamatériaux » de l'extracteur	123
3.3.4. Analyse de l'extracteur de modes	133
Conclusion	139
Références.....	140
Chapitre 4. Caractérisation des guides d'onde à paroi en métamatériaux 3-D	143
Introduction.....	148
4.1. Calcul des impédances de surface équivalentes du métamatériau 3-D basé sur la méthode des éléments finis d'arêtes	148
4.1.1. Définition de la cellule élémentaire 3-D	149
4.1.2. Code FEM 3-D.....	150
4.1.3. Validation du nouveau code 3-D.....	154
4.2. TME hybridée au code FEM 3-D	162
4.2.1. Application de l'algorithme à un guide d'onde à corrugations axiales.....	163
4.2.2. Application de l'algorithme à un guide à corrugations longitudinales	167

4.2.3. Application de l'algorithme à un guide d'onde à paroi en métamatériaux de type « pic »	169
4.2.4. Bilan	171
4.3. Conception d'une sonde de mesure à section réduite	172
4.3.1. Cahier des charges.....	172
4.3.2. Détermination du métamatériau	173
4.3.3. Résultats	179
Conclusion	193
Références.....	194
Conclusion générale et perspectives.....	197
Liste des publications	203
Annexes.....	205
Annexe A. Définition des vitesses de phase et de groupe	207
A.1. Vitesse de phase	207
A.2. Vitesse de groupe	208
A.3. Lecture des vitesses de phase et de groupe à partir du diagramme de dispersion	208
Annexe B. Fonction de Bessel, sa dérivée et leurs zéros.....	209
Annexe C. Paramètres de simulation COMSOL	211
Annexe D. Calcul de Z_T' et Z_Z' à l'aide des expressions des champs électromagnétiques	213
Annexe E. Assemblage des matrices à l'aide des matrices élémentaires	215
Annexe F. Calcul des composantes E_Z et H_Z sur le plan Ω' à l'aide de la FEM 2-D.....	219
F.1. Calcul de E_Z	220
F.2. Calcul de H_Z	223
Annexe G. Construction d'un fichier « .geo » sur GMSH.....	227
G.1. Cellule élémentaire 2-D	227
G.1.1. Interface graphique	227
G.1.2. Editeur de texte	229
G.1.3. Création d'une cellule élémentaire 2-D pour le calcul des impédances de surface équivalentes.....	230
G.2. Cellule élémentaire 3-D	232
G.2.1. Fichiers « .dat ».....	232
G.2.2. Fichiers « .geo ».....	233

Annexe H. Fonctionnement de la TGC du mode TM_{01}	239
H.1. Simulation « TGC-TGC »	239
H.2. Simulation « TGC-guide métallique-TGC ».....	240
H.2.1. Cartographie des champs	240
H.2.2. Paramètres S	241
Annexe I. Mesures des paramètres S du guide métallique usiné	245
I.1. Mesures des paramètres S de l'ensemble « TGC-TGC ».....	245
I.2. Mesures des paramètres S de l'ensemble « TGC-guide métallique-TGC »....	246
Annexe J. Fichier « .pro » de la corrugation longitudinale.....	249

Introduction générale

Contexte

Les propriétés électromagnétiques d'un matériau sont généralement définies par la permittivité ϵ et la perméabilité μ de ce matériau. Il existe alors quatre combinaisons de permittivité et perméabilité, représentées sur la figure 0.1. Naturellement, seuls les matériaux présents dans les quadrants I, II et IV existent. En 1968, V. G. Veselago a démontré théoriquement qu'il était possible d'obtenir des matériaux artificiels à permittivités et perméabilités simultanément négatives [1].

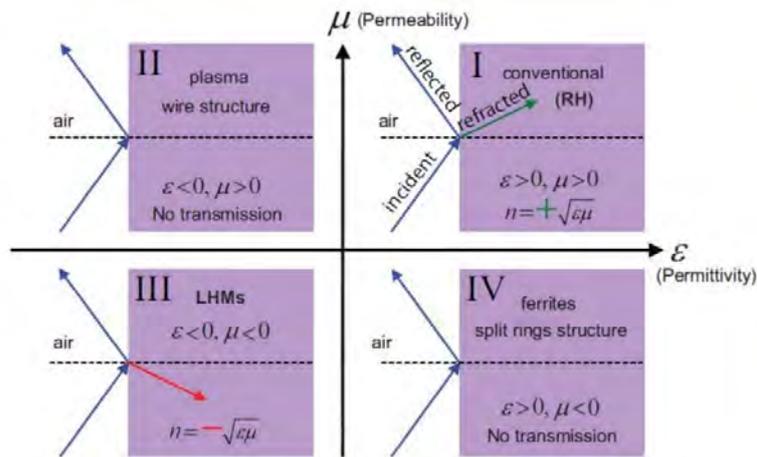


Figure 0.1 – Diagramme $\epsilon - \mu$ [1].

Dans le IIIème quadrant, les matériaux sont qualifiés de gauche (*Left Handed Medium*), car les vitesses de phase et de groupe de l'onde se propageant dans ce milieu n'ont pas le même signe. V. G. Veselago a mis en avant dans cet article l'effet Doppler inversé représenté sur la figure 0.2 et le renversement de la loi de Snell – Descartes pour laquelle l'indice du milieu est défini par $n = -\sqrt{\epsilon\mu}$ (habituellement $n = \sqrt{\epsilon\mu}$) comme présenté sur la figure 0.1.

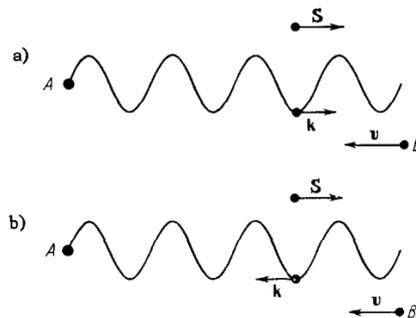


Figure 0.2 – Effet Doppler dans a) un milieu droitier et b) un milieu gauche. La lettre A représente l'émetteur et la lettre B le récepteur [1].

En 2000, D. R. Smith *et al.* proposent un matériau composite présentant une permittivité et une perméabilité négatives simultanément. Ce matériau est composé de

résonateurs en forme d'anneau à fente (*Split-Ring Resonator* – SRR) arrangés périodiquement [2]. Une cellule élémentaire de ce matériau est représentée sur la figure 0.3. L'arrangement périodique de ces SRR crée un couplage magnétique intense entre chaque cellule. Il est alors possible de considérer ce matériau comme ayant une perméabilité effective μ_{eff} . C'est à la résonance de la cellule élémentaire que la perméabilité effective μ_{eff} est négative. Ainsi, en ajoutant un autre matériau avec une permittivité effective ε_{eff} négative, un milieu gaucher a été proposé sur une bande de fréquence étroite.

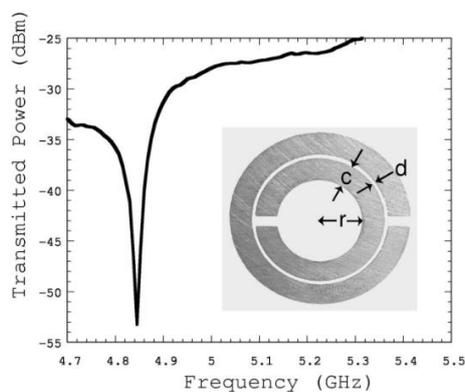


Figure 0.3 – Courbe de résonance du SRR [2].

Ainsi, en arrangeant périodiquement de petites structures (devant la longueur d'onde) il est possible d'obtenir des propriétés électromagnétiques qui n'existent pas dans la nature. Ce type de matériaux est appelé « métamatériau ». Ils se sont largement développés ces dernières années. En 2006, D. R. Smith s'associe avec J. B. Pendry pour proposer une cape d'invisibilité réalisée à l'aide des métamatériaux [3] suscitant un très grand intérêt des recherches dans le domaine de l'électromagnétisme.

Depuis ces travaux, les applications des métamatériaux sont multiples. Dans les structures guidées comme les guides d'onde et antennes cornets, ils peuvent être utilisés pour créer des parois anisotropes. Ceci peut notamment permettre de modifier le mode fondamental [4] ou de réduire la fréquence de coupure du guide [5] - [8].

Dans le contexte spatial, ces propriétés sont très intéressantes. Les cornets sont, en effet, souvent utilisés comme source de réflecteurs dans les satellites de télécommunication. Cependant, les performances de ces antennes sont proportionnelles à leur taille, ce qui est un réel inconvénient dans le domaine spatial. En effet, le coût de mise en orbite des satellites est directement lié à la masse et à la taille de ces derniers. Ainsi, en utilisant correctement les propriétés des métamatériaux dans les antennes, il serait possible de réduire leur taille et leur masse sans pour autant détériorer les performances de rayonnement [9] - [13] comme dans d'autres structures constituées de guides d'onde (diviseurs, répartiteurs, coupleurs, ...).

En dehors du contexte spatial, les antennes cornets ou guides d'onde ouverts (*Open-Ended WaveGuide* – OEWG) sont utilisés comme sondes de mesure en champ proche. Il est alors évident que leur taille et leur propriété de rayonnement doivent être

optimisées de façon à impacter le moins possible les mesures notamment quand elles sont en champ proche.

Motivations

Les domaines d'applications des métamatériaux sont alors multiples, et les possibilités offertes sont indéniables. Cependant, leur dimensionnement reste empirique en se basant sur un cahier des charges particulier et nécessitant de nombreuses ressources informatiques. Une nouvelle méthode de conception des guides d'onde à métamatériaux a été développée ces dernières années, utilisant la Théorie Modale Elargie [5], [14]. La TME a été développée dans le cas des guides rectangulaires et cylindriques à parois anisotropes idéales. La prise en compte de métamatériaux 2-D a elle-aussi été développée, mais uniquement dans le cas des guides d'onde rectangulaires. Or les guides d'onde cylindriques correspondent davantage aux systèmes embarqués sur satellites.

Objectifs

Pour répondre à la problématique liée au domaine spatial, la TME est développée dans cette thèse pour concevoir des guides d'onde cylindriques à métamatériaux.

Dans un premier chapitre, un état de l'art sur les structures guidées (guides d'onde cylindriques, OEWG et antennes cornets) à métamatériaux est présenté. Un positionnement argumenté de ces structures par rapport au cas métallique classiquement utilisé, est proposé.

Le second chapitre de cette thèse présente la TME appliquée aux guides d'onde cylindriques à paroi anisotrope circulaire idéale, c'est-à-dire sans variation en fréquence. Cette méthode est ensuite étendue aux guides d'onde à paroi anisotrope réelle. En effet, pour ensuite étudier les métamatériaux, il est nécessaire de tenir compte des propriétés variables en fréquence et en mode.

Dans un troisième chapitre, la TME est associée à un code de calcul numérique éléments finis 2-D (FEM) permettant de traiter le cas des métamatériaux invariants en θ (métamatériaux dits 2-D) pour les modes d'ordre nul. Grâce à la TME hybridée FEM, la conception d'un extracteur de mode est proposée. Une partie de cet extracteur est composée d'un guide à métamatériaux 2-D. Ce guide est particulier car son mode fondamental est le mode TM_{01} , au lieu du TE_{11} . Les mesures confirment le changement de mode fondamental.

Le quatrième et dernier chapitre de cette thèse propose la conception d'une sonde de mesure miniaturisée à l'aide d'un métamatériau 3-D. Pour cela, la TME est hybridée à un code FEM 3-D. Les performances de l'outil numérique permettent à terme d'optimiser le métamatériau dans un délai raisonnable en simulant la structure complète.

Finalement, une conclusion générale et des perspectives de ces travaux viennent conclure ce manuscrit.

Références

- [1] V. G. Veselago, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ ," *Sov. Phys. Usp.*, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968.
- [2] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, pp. 4184-4187, May 2000.
- [3] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, D. R. Smith, "Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies," *Science*, vol. 314, no. 5801, pp. 977-980, Nov. 2006.
- [4] B. MacA. Thomas, H. C. Minnett, "Modes of Propagation in Cylindrical Waveguides with Anisotropic Walls," in *Proc. Institution of Electrical Eng.*, vol. 125, no. 10, pp. 929-932, Oct. 1978.
- [5] B. Byrne, Etude et Conception de Guides d'Onde et d'Antennes Cornets à Métamatériaux, Toulouse: Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, 8 Novembre 2016.
- [6] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Below-Cutoff Propagation in Metamaterial-Lined Circular Waveguides," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 61, no. 9, pp. 3169-3178, Sep. 2013.
- [7] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Experimental Verification of Below-Cutoff Propagation in Miniaturized Circular Waveguides Using Anisotropic ENNZ Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4, pp. 1297-1305, Apr. 2016.
- [8] B. Byrne, N. Raveu, N. Capet, G. Le Fur, L. Duchesne, "Reduction of Rectangular Waveguide Cross-Section with Metamaterials: A New Approach," in *Proc. 9th Int. Congr. on Adv. Electrom. Mat. Microw. Opt. (METAMATERIALS)*, Oxford, U.K, Sep. 2015, pp. 40-42.
- [9] Q. Wu, C. P. Scarborough, D. H. Werner, E. Lier, X. Wang, "Design Synthesis of Metasurfaces for Broadband Hybrid-Mode Horn Antennas With Enhanced Radiation Pattern and Polarization Characteristics," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 8, pp. 3594 - 3604, Aug. 2012.
- [10] J.-P. Adam, M. Romier, "Design Approach for Multiband Horn Antennas Mixing Multimode and Hybrid Mode Operation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 65, no. 1, pp. 358-364, Jan. 2017.

- [11] R.-Z. Liu, F.-Y. Meng, J. Fui, G.-H. Yang, K. Zhang, S. Li, Q. Wu, "Automatic Design and Fabrication of Broadband Circular-Polarized Gradient Index Metamaterial Lens," in *Microw. Symp. Digest (IMS), IEEE MTT-S Int.*, Seattle, USA, 2013.
- [12] S. Can, A. E. Yilmaz, "Bandwidth Enhancement of a Horn Antenna at X-Band by Usin Metamaterials," in *Proc. Int. Symp. Fundamentals Electrical Eng.*, Bucarest, Romania, 2016.
- [13] D. Ramaccia, F. Scattone, F. Bilotti, A. Toscano, "Broadband Compact Horn Antennas by Using EPS-ENZ Metamaterial Lens," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 6, pp. 2929-2937, Jun. 2013.
- [14] N. Raveu, B. Byrne, L. Claudepierre and N. Capet, "Modal Theory for Waveguides with Anisotropic Surface Impedance Boundaries," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4 pp. 1153-1162, Apr. 2016.

Chapitre 1

Etat de l'art sur les structures guidées passives à métamatériaux

Sommaire

Introduction	19
1.1. Les guides d'onde	19
1.1.1. Généralités	19
1.1.1.a. Equation de propagation	19
1.1.1.b. Modes de propagation	21
1.1.1.c. Diagramme de dispersion	24
1.1.1.d. Impédances de mode	26
1.1.2. Les guides d'onde à paroi non métallique	30
1.1.2.a. Les guides d'onde à paroi anisotrope	30
1.1.2.b. Les guides d'onde à paroi en métamatériaux	33
1.2. Les antennes à ouverture	38
1.2.1. Généralités	39
1.2.1.a. Diagramme de rayonnement	39
1.2.1.b. Distribution des champs électromagnétiques	42
1.2.1.c. Directivité et gain	43
1.2.1.d. Polarisation	44
1.2.2. Les guides d'onde ouverts à parois en métamatériaux	45
1.2.3. Les cornets	48
1.2.3.a. Les cornets <i>soft</i> et <i>hard</i>	48
1.2.3.b. Les cornets à paroi en métamatériaux	51
1.2.4. Les lentilles à métamatériaux	55
1.2.5. Bilan	59
Conclusion	60
Références	61

Liste des figures

Figures 1.1 – Distributions du mode TE ₁₁ dans un guide cylindrique métallique a) champ électrique et b) champ magnétique.....	22
Figures 1.2 – Distributions du mode TM ₁₁ dans un guide cylindrique métallique a) champ électrique et b) champ magnétique.....	23
Figures 1.3 – Distributions du mode TEM dans un câble coaxial a) champ électrique et b) champ magnétique.....	23
Figures 1.4 – Distributions du mode hybride EH ₁₁ dans un guide d'onde cylindrique à paroi isotrope $Z_s = jZ_0/2$, a) champ électrique et b) champ magnétique.	24
Figure 1.5 – Exemple de diagramme de dispersion.....	26
Figure 1.6 – Représentation de l'impédance de mode.....	26
Figure 1.7 – Définition des impédances de surface pour un guide d'onde cylindrique à parois anisotropes [26].	30
Figure 1.8 – Diagramme des réactances de surface avec X_z tracées en fonction de X_z . Les échelles sont linéaires entre [-1 ; 1] mais pour $ X_{z/z} > 1$ les échelles sont $\pm 2 - 1/X_{z/z}$. Les surfaces duales sont indiquées par D, D' [23]......	32
Figure 1.9 – Diagrammes de dispersion des modes propagatifs en fonction de ka . Pour $\beta_z/k < 1$, l'ordonnée est β_z/k , sinon l'ordonnée est k/β_z [23].	33
Figures 1.10 – a) Guide d'onde ($\epsilon_{r1} = \mu_{r1} = 1$) et $\mu_{r2} = 1$, et b) fréquence de coupure du mode HE ₁₁ en fonction de la permittivité ϵ_{r2} , représentée par les courbes en ligne noire et cercles gris. Les tirets gris représentent ϵ_{r2} respectant le modèle de Drude avec $\omega_{ep} = 3.550$ GHz et $\omega_t = 0$ [27].	34
Figures 1.11 – Cellules élémentaires a) simulée et b) fabriquée en PCB [28].	35
Figures 1.12 – a) Guide d'onde à métamatériau, b) dispositif de mesure et c) comparaison des paramètres de transmission (i) et réflexion (ii) mesurés et simulés [28].	36
Figures 1.13 – a) Guide d'onde rectangulaire à parois anisotropes et b) son diagramme de dispersion comparé au guide d'onde WR229 [29].	36
Figures 1.14 – a) Cellule élémentaire du métamatériau PIC et b) impédances de surface équivalentes de ce PIC [25].	37
Figures 1.15 – a) Guide d'onde PIC et b) comparaison des paramètres S simulés et mesurés [25].	38
Figures 1.16 – Exemple d'antennes cornets de type a) plan E, b) plan H, c) pyramidale et d) conique [9].	38

Figure 1.17 – Exemple de diagramme de rayonnement [9].	39
Figure 1.18 – Diagramme de rayonnement isotrope.	40
Figure 1.19 – Rayonnement omnidirectionnel [9].	40
Figures 1.20 – Diagramme de rayonnement a) 3D et b) dans les plans E et H d'un cornet de type plan E [9].	41
Figure 1.21 – Angle d'ouverture à -3 dB d'un cornet de type plan E en fonction de l'angle d'ouverture du cornet [9].	42
Figures 1.22 – a) Diagrammes de rayonnement de cornets <i>soft</i> et <i>hard</i> [34] et cartographies normalisées du champ électrique de cornets b) <i>hard</i> ou c) <i>soft</i> .	43
Figure 1.23 – Directivité d'un cornet E en fonction des dimensions [9].	44
Figure 1.24 – Exemple de polarisations.	45
Figures 1.25 – a) OEWG, b) coefficient de réflexion ; c) coupe plan E et d) coupe plan H du diagramme de rayonnement à 3.70 GHz. Les mesures sont représentées en vert, et les simulations en pointillées bleus [35], [36].	46
Figures 1.26 – a) OEWG (i) standard, (ii) sous coupure et (iii) à métamatériaux, b) tableau des paramètres de rayonnement ; c) coupe plan E et d) coupe plan H du diagramme de rayonnement [35].	47
Figures 1.27 – OEWG avec métamatériau PIC [25].	47
Figures 1.28 a) Amplitude normalisée du champ électrique à l'ouverture de l'OWEG, b) Directivité de l'OWEG comparée à celle de l'OWEG métallique de dimensions standards, c) Mesure de l'OWEG dans la Stargate SG64 de MVG et d) Gain de l'OWEG mesuré et simulé [25].	48
Figure 1.29 – Classification des cornets à mode hybride [37], avec la désignation <i>soft</i> ou <i>hard</i> , l'année d'invention et leurs avantages/inconvénients.	50
Figures 1.30 – a) Cellule élémentaire du métamatériau, b) Réactances normalisées des polarisations TE (en rouge) et TM (tirets bleus). Les cercles noirs représentent le produit des impédances et la ligne verte l'impédance normalisée du vide Z_0 [21].	51
Figures 1.31 – Diagrammes de rayonnement a) d'un cornet classique et b) du cornet à métasurface à la fréquence 12 GHz, c) d'un cornet classique et d) du cornet à métasurface à la fréquence 18 GHz [21].	52
Figures 1.32 – Cartographie du champ électrique à l'ouverture des cornets a) classique (mode TE_{11}) et b) avec la métasurface (mode HE_{11}), à 14 GHz, et les lignes du champ [21].	53
Figure 1.33 – Cahier des charges du cornet corrugué quadri-bande [8].	53

Figures 1.34 – a) Définition des variables à optimiser dans les deux sections du cornet, b) cornet, c) niveaux de réflexion (en rouge) et de polarisation croisée (en bleu), et d) efficacité à l'ouverture après l'optimisation [8]. 54

Figures 1.35 – Diagrammes de rayonnement et niveaux de polarisation croisée à a) 18 GHz, b) 28 GHz, c) 38 GHz et d) 48 GHz [8]. 55

Figures 1.36 – a) Coupe dans la section transverse, b) coupe suivant l'axe de l'antenne cornet à lentille en métamatériaux [51]. 55

Figures 1.37 – Présentation des performances avec et sans lentille a) du champ électrique à 10.5 GHz, b) du gain en fonction de la fréquence et c) de l'adaptation [51]. 56

Figure 1.38 – Prototype réalisé dans [51]. 57

Figures 1.39 – a) Cornet avec la lentille en métamatériaux, b) efficacité de surface du cornet à métamatériaux, et comparaisons c) du gain et de la directivité et d) des paramètres de réflexion S_{11} des antennes avec et sans lentille [52]. 57

Figures 1.40 – a) Cornet classique et b) cornet avec la lentille en métamatériau [53].... 58

Figures 1.41 – Comparaisons a) du gain, b) du coefficient de réflexion, et des diagrammes de rayonnement dans les plans c) E et d) H, des cornets classique et de longueur réduite avec et sans lentille [53]. 59

Liste des tableaux

Tableau 1.1 – Avantages et inconvénients des antennes à ouverture à métamatériaux. 59

Introduction

Dans ce chapitre, un état de l'art sur les guides d'onde et les antennes cornets à métamatériaux est proposé. En effet, l'utilisation de ces métamatériaux permet de modifier les propriétés électromagnétiques dans les structures radiofréquences.

Les généralités sur des guides d'onde classiques sont rappelées en section 1.1.1, avant de cibler l'état de l'art sur les guides à métamatériaux en section 1.1.2. Par ailleurs, en utilisant la technique du *mode-matching* [1] - [4], il est possible de considérer les antennes cornets comme des guides d'onde dont le diamètre s'élargit jusqu'à l'ouverture. C'est pourquoi l'étude des guides est doublement importante. Ainsi, la deuxième partie de ce chapitre est focalisée sur l'analyse des cornets à métamatériaux dont les spécificités sont comparées à celles des cornets classiques. Enfin, un bilan sur les antennes à ouvertures à métamatériaux est proposé.

1.1. Les guides d'onde

Dans cette thèse, les guides d'onde considérés sont cylindriques, ce qui correspond aux guides présents dans les systèmes embarqués sur satellite [5] - [8]. Ces guides sont invariants selon l'axe z . Ainsi, les champs électromagnétiques varient en $e^{-\gamma_z z}$, où γ_z est la constante de propagation suivant z . Par ailleurs, le régime harmonique est considéré, ainsi les champs dépendent aussi de la pulsation ω en $e^{j\omega t}$.

1.1.1. Généralités

Dans cette partie, les principales caractéristiques des guides d'onde sont présentées : l'équation de propagation, les modes de propagation, les diagrammes de dispersion et finalement les impédances de mode.

1.1.1.a. Equation de propagation

L'équation de propagation est l'équation qui lie les constantes de propagation. Pour la déterminer, les lois fondamentales de l'électromagnétisme régies par les équations de Maxwell sont énoncées.

- **Equations de Maxwell :**

Elles régissent les lois intrinsèques de l'électromagnétisme. Dans les années 1865, le physicien écossais James Clark Maxwell a proposé une version des différents théorèmes régissant l'électromagnétisme, mais a aussi introduit le courant de déplacement [9]. Ainsi, sous forme différentielle, le théorème d'Ampère [10] s'écrit :

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_e, \quad (1.1)$$

où \vec{H} est l'excitation magnétique, \vec{D} l'induction électrique et \vec{J}_e la densité de courant électrique. La loi de Faraday [10] s'écrit selon (1.2) :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

où \vec{E} est le champ électrique et \vec{B} le champ magnétique. Le théorème de Gauss [10] est :

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_c, \quad (1.3)$$

avec ρ_c la densité de charge électrique. Enfin, l'équation introduite par Maxwell [10] est la suivante :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.4)$$

En se plaçant dans un milieu homogène (de permittivité ε et de perméabilité μ constantes), isotrope (ε et μ ne dépendant pas de la direction) et constant dans le temps, on a :

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}, \end{cases} \quad (1.5)$$

où ε_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité dans le vide, ε_r et μ_r la permittivité et perméabilité relatives du milieu. Par la suite, on considère que le milieu n'est pas magnétisé (μ_r vaut un) et sans source, soit :

$$\begin{cases} \rho_c = 0 \\ \vec{j}_e = \vec{0}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Les équations de Maxwell peuvent, donc, s'écrire selon (1.7) en régime harmonique :

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}, \\ \nabla \times \vec{E} &= -j\omega \mu_0 \vec{H}, \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{H} &= 0. \end{aligned}$$

(1.7)

- **Equation de propagation :**

Pour déterminer l'équation de propagation, on utilise le développement mathématique [10] suivant :

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla \nabla \cdot \vec{F} - \nabla^2 \vec{F}, \quad (1.8)$$

pour le champ électrique, on a donc :

$$\begin{aligned}
 \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} \\
 &= -\nabla^2 \vec{E} \\
 &= \nabla \times (-j\omega\mu_0 \vec{H}) \\
 &= \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}.
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Finalement, on obtient (1.10) l'équation de propagation ou équation d'Helmholtz [10].

$$\boxed{(\nabla^2 + k_0^2 \varepsilon_r) \vec{E} = \vec{0}}, \tag{1.10}$$

avec k_0 le nombre d'onde dans le vide ($k_0 = \frac{2\pi f_0}{c} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$). L'excitation magnétique \vec{H} vérifie aussi cette équation.

1.1.1.b. Modes de propagation

Les solutions de l'équation de propagation sont appelées modes de propagation. Ils constituent une base de décomposition des champs électromagnétiques. Pour les définir, on spécifie dans un premier temps les relations entre les composantes transverses et longitudinales des champs.

On considère les deux équations de Maxwell suivantes :

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{H} &= j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}, \\
 \nabla \times \vec{E} &= -j\omega \mu_0 \vec{H}.
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Les champs électromagnétiques se décomposent en composantes transverses (\vec{E}_T et \vec{H}_T) et longitudinales (E_z et H_z), selon :

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_T + E_z \vec{z}, \\ \vec{H} = \vec{H}_T + H_z \vec{z}, \\ \nabla = \nabla_T + \partial_z \vec{z}, \end{cases} \tag{1.12}$$

du fait de l'invariance en z de la structure, et la dépendance en $e^{-\gamma_z z}$ des champs, on a $\nabla = \nabla_T - \gamma_z \vec{z}$ lorsque l'opérateur est appliqué à \vec{E} ou \vec{H} . En utilisant les propriétés mathématiques des opérateurs, (1.11) et (1.12), on obtient, finalement [11], [12] :

$$(\gamma_z^2 + k_0^2 \varepsilon_r) \vec{E}_T = -\gamma_z \nabla_T E_z - j\omega \mu_0 \nabla_T H_z \times \vec{z}, \tag{1.13}$$

$$(\gamma_z^2 + k_0^2 \varepsilon_r) \vec{H}_T = j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla_T E_z \times \vec{z} - \gamma_z \nabla_T H_z. \tag{1.14}$$

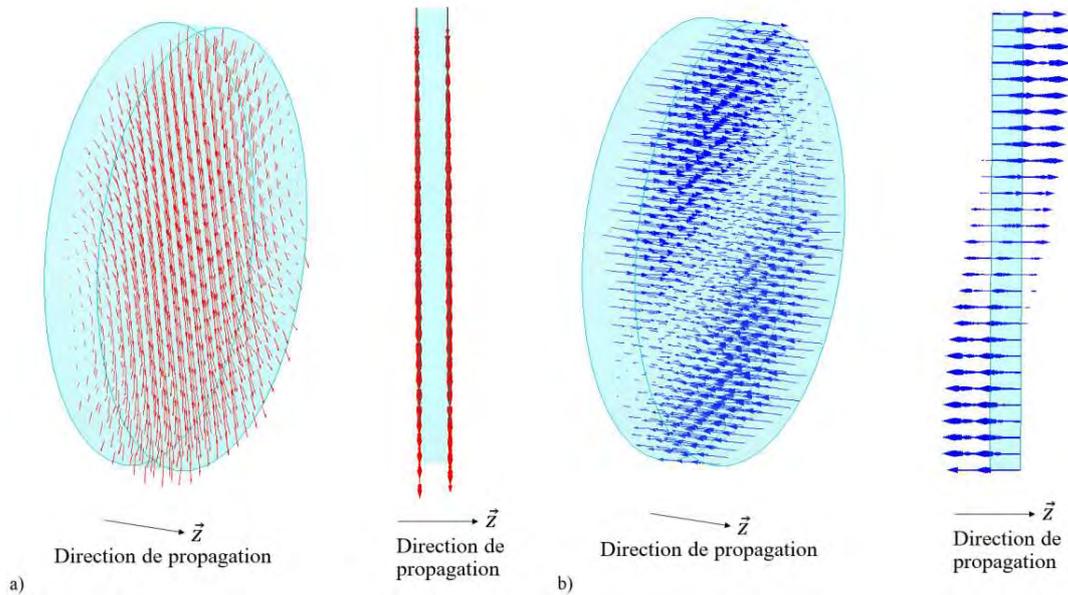
Les composantes E_z et H_z sont dites génératrices des modes. Dans le cas où $(\gamma_z^2 + k_0^2 \epsilon_r)$ est différent de zéro, on distingue :

- les modes Transverses Electriques (TE) pour lesquels E_z est nul et H_z est générateur,
- et les modes Transverses Magnétiques (TM) pour lesquels H_z est nul et E_z est générateur.

En revanche si $(\gamma_z^2 + k_0^2 \epsilon_r)$ vaut zéro, alors le mode est Transverse ElectroMagnétique (TEM), et E_z et H_z sont nuls simultanément.

• **Modes TE :**

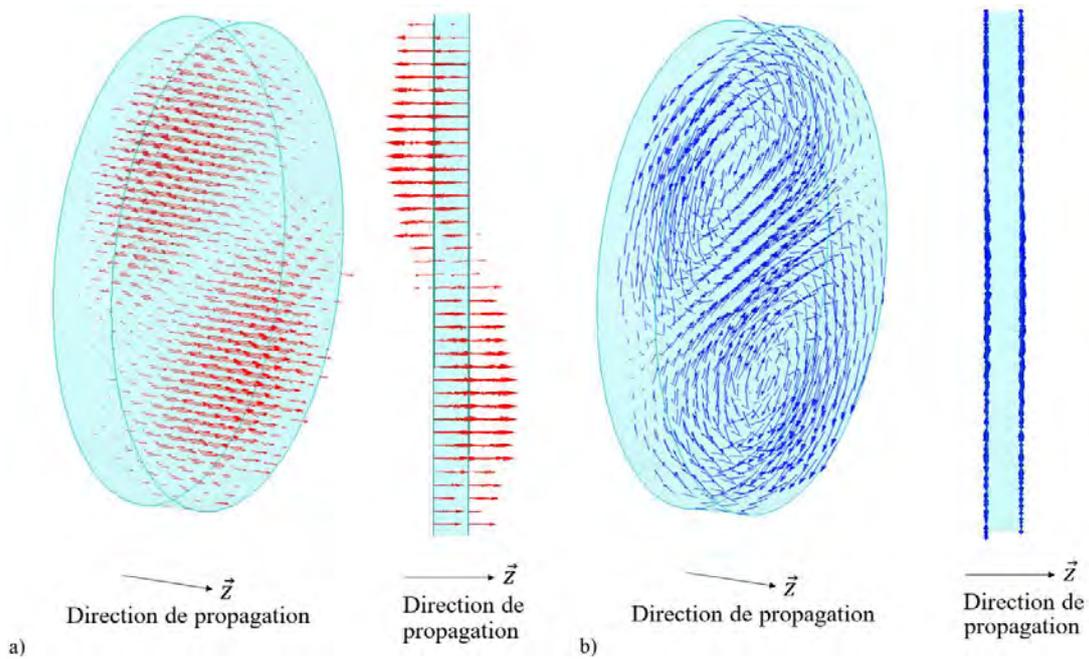
Les composantes du champ électrique sont transverses à la direction de propagation, comme représentées sur l'exemple des figures 1.1.



Figures 1.1 – Distributions du mode TE₁₁ dans un guide cylindrique métallique a) champ électrique et b) champ magnétique.

• **Modes TM :**

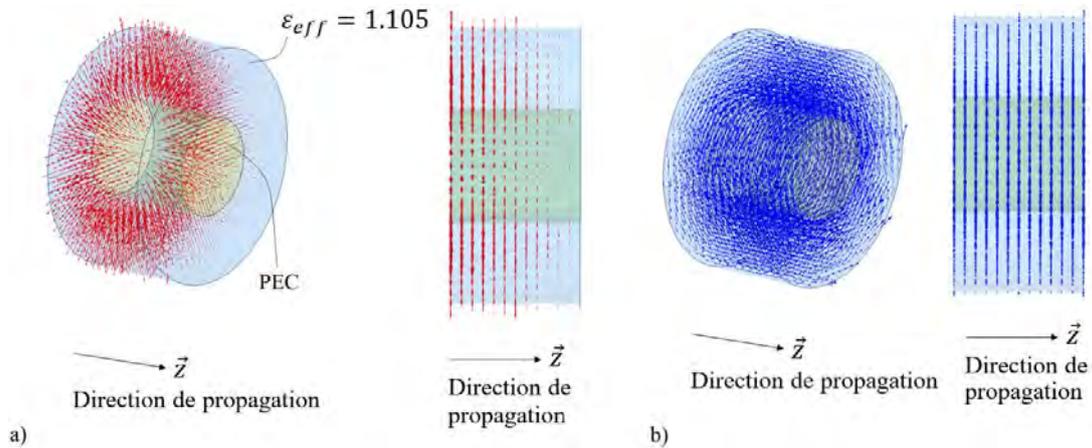
Les composantes du champ magnétique sont transverses à la direction de propagation, comme représentées sur l'exemple des figures 1.2.



Figures 1.2 – Distributions du mode TM₁₁ dans un guide cylindrique métallique a) champ électrique et b) champ magnétique.

- **Modes TEM :**

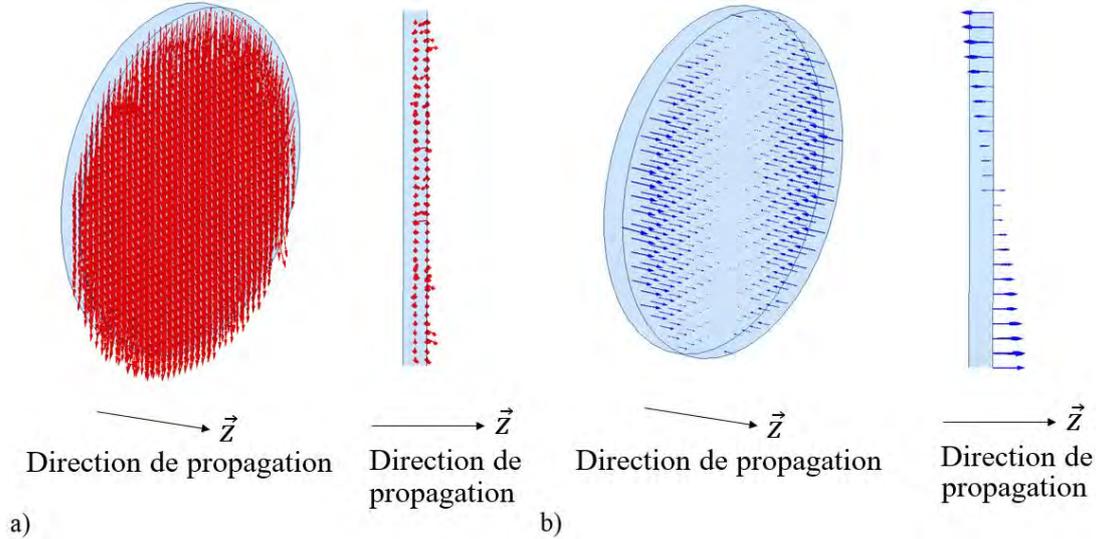
Dans le cas d'un mode TEM, les composantes E_z et H_z sont simultanément nulles. La constante de propagation γ_z vaut donc constamment $jk_0\sqrt{\epsilon_r}$. Ce mode n'existe que lorsque le guide d'onde se compose d'au moins deux conducteurs disjointes. Ainsi, le mode TEM n'existe pas dans un guide d'onde métallique. Un exemple de distributions des champs de ce type de mode est extrait du câble coaxial comme représentées sur les figures 1.3. Sur ces figures, on constate qu'effectivement les composantes E_z et H_z sont simultanément nulles.



Figures 1.3 – Distributions du mode TEM dans un câble coaxial a) champ électrique et b) champ magnétique.

• **Modes hybrides :**

Pour certaines parois de guide (non métalliques) E_z et H_z peuvent coexister, comme représenté sur les figures 1.4. Le mode est alors dit hybride. Ces modes peuvent notamment exister dans des guides (ou antennes cornets) à paroi anisotrope [13] - [16]. Il paraît donc important d'introduire ces modes particulièrement recherchés dans le domaine spatial [17] - [22].



Figures 1.4 – Distributions du mode hybride EH_{11} dans un guide d'onde cylindrique à paroi isotrope $Z_S = jZ_0/2$, a) champ électrique et b) champ magnétique.

Les travaux de B. MacA. Thomas et H. C. Minnett [23] ont conduit à la définition de deux types de modes hybrides définis avec le paramètre κ en coordonnées cylindriques :

$$\kappa = Z_0 \frac{H_z}{E_z}, \quad (1.15)$$

où $Z_0 = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ est l'impédance caractéristique du vide.

Si κ est **positif**, alors le mode hybride est noté **HE_{mn}**, avec m et n deux réels. Si κ est **négatif**, on a alors un mode **EH_{mn}**. Lorsque κ vaut **plus ou moins un**, l'onde est dite « **équilibrée** ».

1.1.1.c. Diagramme de dispersion

Un diagramme de dispersion représente l'évolution de la constante de propagation γ_z en fonction de la fréquence pour l'ensemble des modes existants dans un guide.

A partir de l'équation de propagation (1.10), il est possible de lier les constantes de propagation. En effet, par hypothèse le guide est invariant suivant z , on peut donc écrire :

$$(\nabla_T^2 + \gamma_z^2 + k_0^2 \varepsilon_r) \vec{U} = \vec{0}, \quad (1.16)$$

où \vec{U} est soit le champ électrique \vec{E} , soit l'excitation magnétique \vec{H} . On définit la constante de coupure k_c [11]:

$$k_c^2 = \gamma_z^2 + k_0^2 \varepsilon_r = \left(\frac{2\pi f_c}{c} \right)^2, \quad (1.17)$$

où c est la célérité de la lumière dans le vide et f_c est la fréquence de coupure, fréquence à partir de laquelle le guide propage de l'énergie. On déduit :

$$\gamma_z^2 = \left(\frac{2\pi}{c} \right)^2 (f_c^2 - f_0^2 \varepsilon_r). \quad (1.18)$$

Sous la fréquence de coupure f_c , γ_z^2 est positif donc $\gamma_z = \alpha_z$, où $\alpha_z \in \mathbb{R}$ est appelée « constante d'atténuation », le **mode** est dit **évanescant**. En revanche, à partir de f_c , γ_z^2 est négatif donc $\gamma_z = j\beta_z$, où $\beta_z \in \mathbb{R}$ est appelée « constante de phase », le **mode** est alors **propagatif**. Par ailleurs, pour un mode TEM la fréquence de coupure f_c est nulle, contrairement aux modes TE, TM et hybrides.

Les diagrammes de dispersion définissent les guides d'onde, car ils donnent de nombreuses informations, comme la fréquence de coupure f_c des différents modes, la bande monomode (gamme de fréquences dans laquelle un seul mode se propage). D'autres paramètres peuvent aussi être déduits des diagrammes de dispersion comme la vitesse de propagation du paquet d'onde (vitesse de l'énergie) appelée vitesse de groupe v_g ou encore la vitesse de phase v_ϕ (vitesse de propagation des surfaces équiphasées de l'onde incidente monochromatique). En effet, v_g est déduite de la tangente de la courbe en un point, soit $v_g = \partial\omega/\partial\beta_z$ et la vitesse de phase est la pente de la droite passant par un point et l'origine, donc $v_\phi = \omega/\beta_z$. Le calcul de ces vitesses est détaillé dans l'annexe A. Avec la vitesse de groupe, il est aussi possible de différencier un mode gaucher (signes des vitesses de groupe et de phase opposés) d'un mode droitier (signes des vitesses de groupe et de phase similaires) [24].

La figure 1.5 représente un diagramme de dispersion quelconque. Sur ce diagramme de dispersion, le mode 1 est un mode gaucher et le mode 2 est un mode droitier. La bande monomode de ce guide d'onde est comprise entre les fréquences de coupure f_{c1} et f_{c2} .

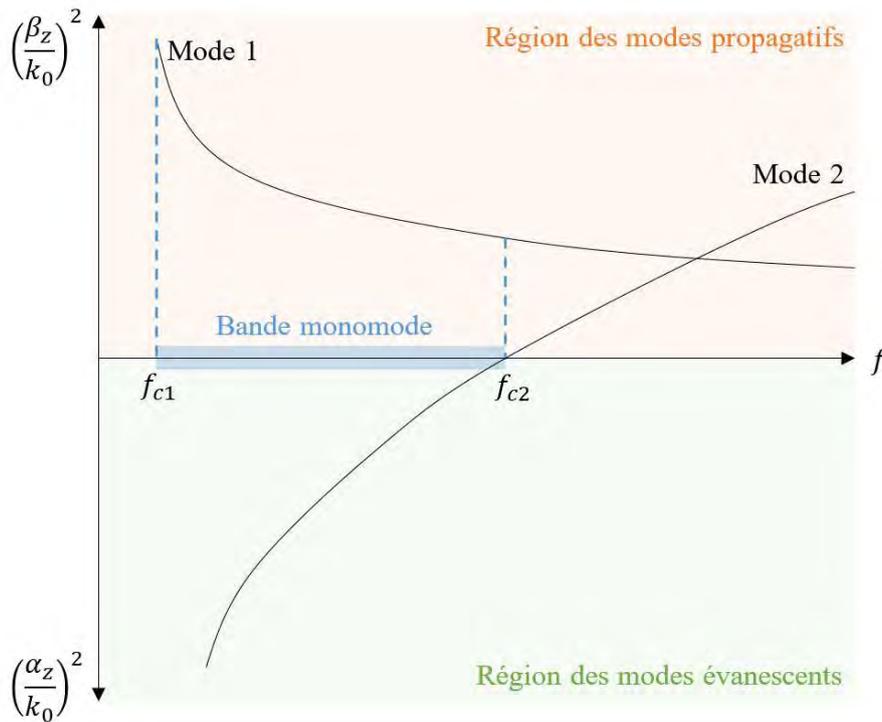


Figure 1.5 – Exemple de diagramme de dispersion.

1.1.1.d. Impédances de mode

Il est possible de lier les champs électromagnétiques transverses par une impédance Z^{mode} de mode représentée [11] sur la figure 1.6.

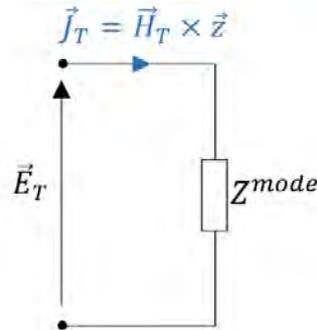


Figure 1.6 – Représentation de l'impédance de mode.

Chaque type de mode peut donc être caractérisé par son impédance Z^{mode} , selon :

$$\vec{E}_T = Z^{mode}(\vec{H}_T \times \vec{z}). \quad (1.19)$$

En utilisant les expressions des champs (1.13) et (1.14), on définit les impédances des modes TE, TM et TEM. Par ailleurs, il est aussi possible d'étendre les impédances de mode aux modes hybrides.

- **Modes TE :**

Pour les modes TE, comme E_z est nul, (1.13) et (1.14) se simplifient en :

$$\vec{E}_T = \frac{-j\omega\mu_0}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T H_z \times \vec{z}, \quad (1.20)$$

$$\vec{H}_T = \frac{-\gamma_z}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T H_z, \quad (1.21)$$

donc (1.19) devient :

$$\frac{-j\omega\mu_0}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T H_z \times \vec{z} = Z^{TE} \left(\frac{-\gamma_z}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T H_z \right) \times \vec{z}. \quad (1.22)$$

Ainsi :

$$\boxed{Z^{TE} = \frac{j\omega\mu_0}{\gamma_z}.} \quad (1.23)$$

L'impédance dépend donc de la fréquence et du milieu. Par ailleurs, si le mode est évanescent, l'impédance est inductive, l'énergie est donc réactive et emmagasinée. Et si le mode est propagatif, l'impédance est résistive, traduisant la propagation de l'énergie.

- **Modes TM :**

Pour les modes TM, comme H_z est nul, (1.13) et (1.14) se simplifient en :

$$\vec{E}_T = \frac{-\gamma_z}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T E_z, \quad (1.24)$$

$$\vec{H}_T = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T E_z \times \vec{z}, \quad (1.25)$$

ainsi (1.19) devient :

$$\begin{aligned} \frac{-\gamma_z}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T E_z &= Z^{TM} \left(\frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{(\gamma_z^2 + k_0^2\epsilon_r)} \nabla_T E_z \times \vec{z} \right) \times \vec{z} \\ -\gamma_z \nabla_T E_z &= Z^{TM} j\omega\epsilon_0\epsilon_r (-\vec{z} \times (\nabla_T E_z \times \vec{z})) \\ -\gamma_z \nabla_T E_z &= Z^{TM} j\omega\epsilon_0\epsilon_r (-\nabla_T E_z). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Et finalement :

$$Z^{TM} = \frac{\gamma_z}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}. \quad (1.27)$$

Si le mode est évanescent, l'impédance est capacitive, l'énergie est donc réactive et emmagasinée. Et si le mode est propagatif, l'impédance est résistive, traduisant la propagation de l'énergie. Comme pour un mode TE, l'impédance varie en fréquence et dépend du milieu.

- **Modes TEM :**

Pour les modes TEM, E_z et H_z sont nuls, donc l'équation (1.11) est utilisée :

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}. \quad (1.28)$$

En se servant de (1.12) :

$$\begin{aligned} (\nabla_T - \gamma_z \vec{z}) \times \vec{H}_T &= j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}_T \\ \gamma_z(\vec{H}_T \times \vec{z}) &= j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}_T, \end{aligned} \quad (1.29)$$

donc :

$$Z^{TEM} = \frac{\gamma_z}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{jk_0\sqrt{\epsilon_r}}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r}}{\omega\epsilon_0\epsilon_r}. \quad (1.30)$$

Ainsi, Z^{TEM} vaut, finalement :

$$Z^{TEM} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}}. \quad (1.31)$$

L'impédance est alors toujours résistive et ne dépend pas de la fréquence, mais dépend du milieu. Le mode est effectivement par définition toujours propagatif ($\gamma_z = jk_0\sqrt{\epsilon_r}$ et $f_c = 0$ GHz).

- **Modes hybrides :**

Pour les modes hybrides, le calcul des impédances a été développé dans [25]. Les équations (1.13), (1.14) et (1.18) sont utilisées pour donner l'expression des impédances de modes hybrides.

Il est possible de lier les composantes E_z et H_z (qui sont non nulles) par : $H_z = \alpha E_z$ et $E_z = \frac{1}{\alpha} H_z$, où $\alpha \in \mathbb{R}$. Si α est nul le mode est **TM**, si α tend vers l'infini le mode est **TE**. En considérant ce lien entre E_z et H_z , (1.13) et (1.14) s'écrivent :

$$\vec{E}_T = -\frac{\gamma_z}{k_c^2} \nabla_T E_z - \frac{j\omega\mu_0}{k_c^2} \alpha \nabla_T E_z \times \vec{z}, \quad (1.32)$$

$$\vec{H}_T = \frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{k_c^2} \nabla_T E_z \times \vec{z} - \frac{\gamma_z}{k_c^2} \alpha \nabla_T E_z. \quad (1.33)$$

Posons :

$$\nabla_T E_z = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}, \text{ donc } \nabla_T E_z \times \vec{z} = \begin{pmatrix} U_2 \\ -U_1 \end{pmatrix}, \quad (1.34)$$

on a :

$$\vec{E}_T = \begin{pmatrix} -\frac{\gamma_z}{k_c^2} & -\frac{j\omega\mu_0\alpha}{k_c^2} \\ \frac{j\omega\mu_0\alpha}{k_c^2} & -\frac{\gamma_z}{k_c^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

De même, en utilisant (1.33), et la relation $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$, on a :

$$\vec{H}_T \times \vec{z} = \begin{pmatrix} -\frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{k_c^2} & -\frac{\gamma_z\alpha}{k_c^2} \\ \frac{\gamma_z\alpha}{k_c^2} & -\frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{k_c^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

Ainsi, d'après (1.19), l'impédance de mode hybride Z^H est définie par :

$$Z^H = M_1 M_2^{-1}, \quad (1.37)$$

avec :

$$M_2^{-1} = \frac{k_c^2}{\gamma_z^2 \alpha^2 - \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_r^2} \begin{pmatrix} -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r & \gamma_z\alpha \\ -\gamma_z\alpha & -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Finalement, l'impédance de mode hybride est :

$$Z^H = \frac{1}{\gamma_z^2 \alpha^2 - \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_r^2} \begin{pmatrix} j\omega\gamma_z(\varepsilon_0\varepsilon_r + \mu_0\alpha^2) & -\alpha(\gamma_z^2 + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r) \\ \alpha(\gamma_z^2 + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r) & j\omega\gamma_z(\varepsilon_0\varepsilon_r + \mu_0\alpha^2) \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Si α est nul, on retrouve l'impédance de mode TM :

$$Z^H = \frac{Y_z}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} I_2 = Z^{TM} I_2, \quad (1.40)$$

où $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. De même, si α tend vers l'infini, on retrouve l'impédance de mode TE :

$$Z^H = \frac{j\omega\mu_0}{Y_z} I_2 = Z^{TE} I_2. \quad (1.41)$$

1.1.2. Les guides d'onde à paroi non métallique

Tous les outils qui ont été présentés (équation d'Helmholtz, modes de propagation, diagrammes de dispersion, impédances de mode) dans le cadre de l'étude des guides d'onde classiques peuvent être utilisés pour les guides d'onde à paroi anisotrope ou à métamatériaux.

1.1.2.a. Les guides d'onde à paroi anisotrope

Les premiers travaux sur les guides d'onde à paroi anisotrope ont été publiés dans les années 50 [26]. La paroi est décrite par une impédance de surface définie suivant (1.42) représentant les propriétés électromagnétiques.

$$Z = \frac{1}{2} \frac{\vec{E}^2}{\vec{S} \cdot \vec{n}}, \quad (1.42)$$

où \vec{S} est le vecteur de Poynting et \vec{n} la normale à la surface orientée vers la surface anisotrope. Pour les guides d'onde cylindriques, deux impédances sont ainsi définies : l'impédance axiale Z_z et l'impédance circonférentielle Z_ϕ , représentées sur la figure 1.7.

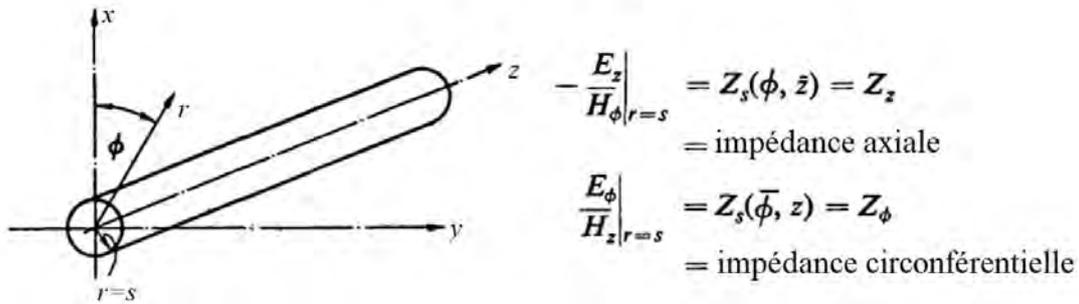


Figure 1.7 – Définition des impédances de surface pour un guide d'onde cylindrique à parois anisotropes [26].

Ces définitions d'impédance sont utilisées dans les travaux de B. MacA. Thomas et H. C. Minnett [23]. Pour caractériser les guides d'onde à paroi anisotrope idéale (définie par les impédances de surface), l'équation de dispersion (1.43) a été développée pour les modes d'ordre m supérieur ou égal à un.

$$\begin{aligned} \left[\frac{u_a J_m(u_a)}{k_0 a} \right]^2 \frac{X_\xi}{X_z} + \frac{u_a J_m(u_a) J'_m(u_a)}{k_0 a} \left[X_\xi - \frac{1}{X_z} \right] \\ + \left[\frac{m J_m(u_a)}{u_a} \right]^2 \left[1 - \left(\frac{u_a}{k_0 a} \right)^2 \right] - [J'_m(u_a)]^2 = 0, \end{aligned} \quad (1.43)$$

où $u_a = k_c a$, k_c la constante de coupure, a le rayon du guide cylindrique, $k = k_0$ le nombre d'onde dans le vide, m l'ordre du mode, J_m la dérivé de Bessel d'ordre m et J'_m sa dérivée. Ces deux fonctions et leurs zéros sont rappelés en annexe B. X_ξ est la réactance de surface perpendiculaire à la direction de propagation et X_z la réactance de surface dans la direction de propagation :

$$X_z = \frac{jE_z(u_a)}{Z_0 H_\xi(u_a)} \text{ et } X_\xi = \frac{-jE_\xi(u_a)}{Z_0 H_z(u_a)}, \quad (1.44)$$

avec H_z, E_z , respectivement, le champ d'induction magnétique et le champ électrique dans la direction de propagation (z) et H_ξ, E_ξ le champ d'induction magnétique et le champ électrique dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation, mais tangente à la surface (ξ).

Pour chaque surface (X_z, X_ξ) , il existe une autre surface définie par $(X'_z = -1/X_\xi, X'_\xi = -1/X_z)$ donnant une équation de dispersion (1.43) identique. Les caractéristiques de propagation de ces modes sont alors identiques. Ces modes sont appelés modes **duaux**. En respectant la condition des modes hybrides « équilibrés » (pour laquelle κ vaut plus ou moins un), il vient $X_z X_\xi = -1$. Sur la figure 1.8, les lignes en pointillé gras représentent les combinaisons (X_z, X_ξ) respectant cette condition. Pour ces parois, chaque mode est son propre dual, ainsi, $X'_z = X_z$ et $X'_\xi = X_\xi$.

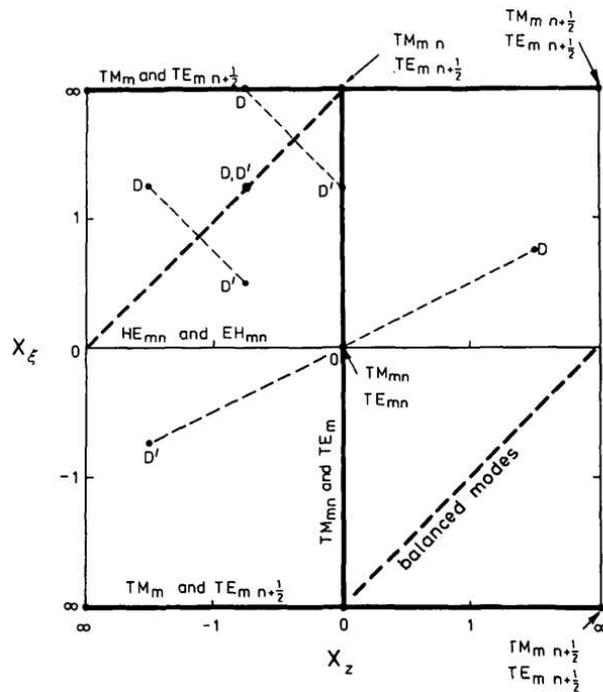


Figure 1.8 – Diagramme des réactances de surface avec X_ξ tracées en fonction de X_z . Les échelles sont linéaires entre $[-1; 1]$ mais pour $|X_{\xi/z}| > 1$ les échelles sont $\pm 2 - 1/X_{\xi/z}$. Les surfaces duales sont indiquées par D, D' [23].

Ainsi, en résolvant l'équation de dispersion (1.43) pour diverses combinaisons (X_z, X_ξ) , leur influence a été observée sur les diagrammes de dispersion, pour les modes d'ordre m égal à un, et présentée sur la figure 1.9. Le cas PEC (*Perfect Electric Conductor*) est représenté en gras et les cas « équilibrés » sont représentés en pointillés. Les modes de propagation et leur fréquence de coupure varient en fonction de la paroi du guide. Cette propriété est donc intéressante puisque l'on peut jouer sur ces valeurs pour, par exemple, réduire la taille d'un guide d'onde, ou changer de mode fondamental. La réduction de la taille a été proposée dans [25], [27] - [29] et est présentée dans la section 1.1.2.b). Quant au changement du mode fondamental, cette étude est proposée dans le chapitre 3 de ce manuscrit.

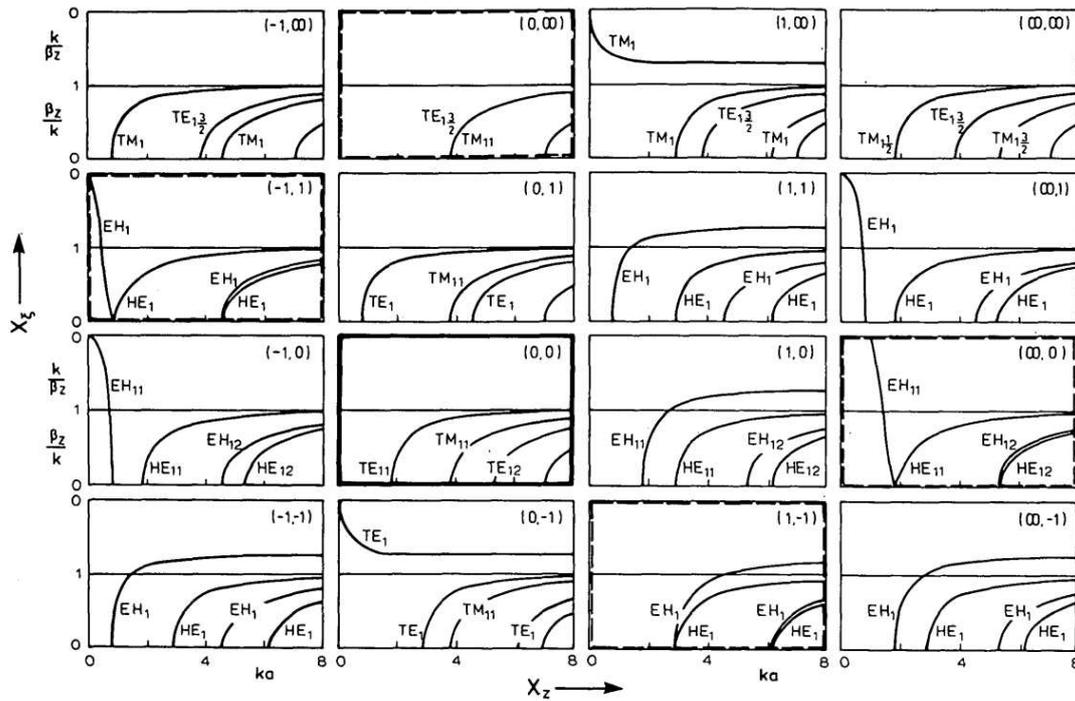


Figure 1.9 – Diagrammes de dispersion des modes propagatifs en fonction de ka . Pour $\beta_z/k < 1$, l'ordonnée est β_z/k , sinon l'ordonnée est k/β_z [23].

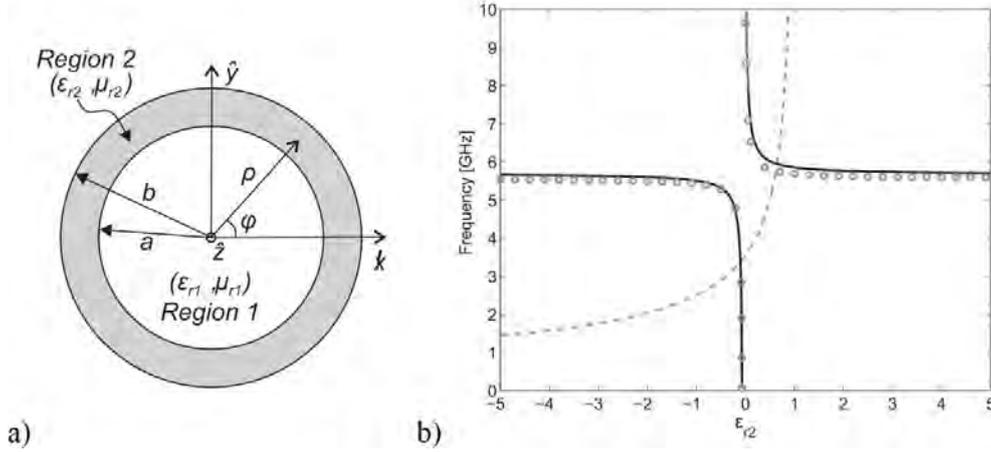
Dans ces travaux [23], les parois anisotropes ont été caractérisées par les réactances de surfaces, ce qui invite à caractériser les métamatériaux de la même façon : par des réactances (ou impédances) de surface équivalentes. Or, une autre approche a été mise en avant, en considérant le métamatériau par sa permittivité ϵ et sa perméabilité μ équivalentes [27], [28]. En 1968, Veselago [30] a démontré, théoriquement, qu'il était possible d'avoir des matériaux dits DNG (pour *double-negative*) : avec des permittivité et perméabilité négatives. C'est pourquoi, dans [27], [28] les métamatériaux étudiés sont caractérisés par le couple $(\epsilon; \mu)$. Dans la section 1.1.2.b, les deux méthodes de caractérisation sont illustrées.

1.1.2.b. Les guides d'onde à paroi en métamatériaux

La première approche de caractérisation des métamatériaux présentée est celle proposée dans [27], [28], avec le couple $(\epsilon; \mu)$.

- **Modèle avec des permittivité et perméabilité effectives :**

Dans [27], la fréquence de coupure du mode HE_{11} d'un guide d'onde de rayon $b = 15$ mm avec un diélectrique dans la région $b - a = 1$ mm a été étudiée en fonction de la permittivité du diélectrique. Ce guide est représenté sur la figure 1.10a).



Figures 1.10 – a) Guide d'onde ($\epsilon_{r1} = \mu_{r1} = 1$) et $\mu_{r2} = 1$, et b) fréquence de coupure du mode HE_{11} en fonction de la permittivité ϵ_{r2} , représentée par les courbes en ligne noire et cercles gris. Les tirets gris représentent ϵ_{r2} respectant le modèle de Drude avec $\omega_{ep} = 3.550$ GHz et $\omega_t = 0$ [27].

La figure 1.10b) montre que pour des valeurs absolues fortes de ϵ_{r2} la fréquence de coupure reste proche de 5.89 GHz. En se rapprochant de zéro, la fréquence de coupure varie rapidement : elle augmente pour les valeurs positives, et diminue pour les valeurs négatives. Les matériaux pour lesquels ϵ_{r2} tend vers 0^- sont appelés ENNZ (*Epsilon Negative and Near Zero*), parallèlement les matériaux pour lesquels ϵ_{r2} tend vers 0^+ sont appelés EPNZ (*Epsilon Positive and Near Zero*). Dans cette étude [27], il a été démontré qu'en utilisant des diélectriques ENNZ, il serait, théoriquement, possible de réduire la section jusqu'à 75%.

Les travaux de [27] ont permis à cette même équipe, J. G. Pollock et A. K. Iyer, de proposer un guide d'onde de section réduite avec un métamatériau ENNZ dans [28]. Le mode fondamental du guide recherché est le mode hybride HE_{11} . Pour se rapprocher d'un métamatériau, l'étude menée sur la permittivité $\bar{\epsilon}_2$ et la perméabilité $\bar{\mu}_2$ est faite en considérant la paroi anisotrope : $\bar{\epsilon}_2$ et $\bar{\mu}_2$ sont donc considérées comme un tenseur diagonal exprimé en coordonnées cylindriques, (1.45).

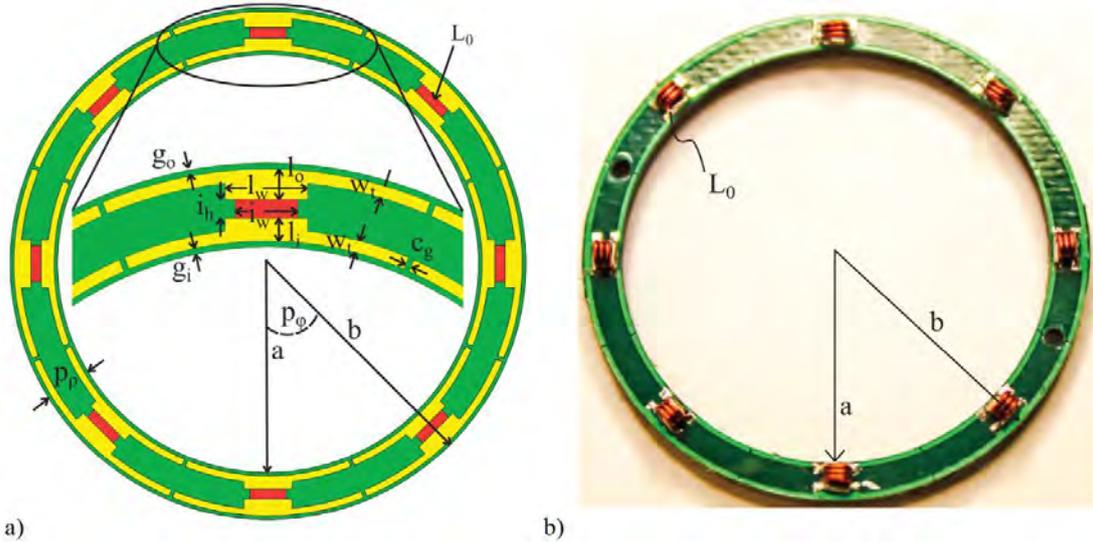
$$\bar{\epsilon}_2 = \begin{bmatrix} \epsilon_{\rho 2} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\theta 2} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{z 2} \end{bmatrix} \epsilon_0 \text{ et } \bar{\mu}_2 = \begin{bmatrix} \mu_{\rho 2} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\theta 2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{z 2} \end{bmatrix} \mu_0 \quad (1.45)$$

Le métamatériau proposé dans cet article est réalisé à l'aide d'une implémentation PCB (*Printed Circuit Board*). Aucun fil dans la section longitudinale n'est considéré donc $\epsilon_{z 2}$ vaut un. Par ailleurs, celui-ci est considéré uniaxial et sans réponse transverse magnétique, ainsi $\epsilon_{\rho 2}$, $\epsilon_{\theta 2}$ et $\epsilon_{t 2}$ sont égaux et $\mu_{\rho 2}$ et $\mu_{\theta 2}$ valent un. Les paramètres à déterminer sont donc $\epsilon_{t 2}$ et $\mu_{z 2}$.

La permittivité $\epsilon_{t 2}$ tendant vers 0^- est créée grâce à des charges inductives L_0 . En effet, cette permittivité peut s'écrire selon un modèle de Drude (1.46) où la fréquence plasma f_{ep} dépend de L_0 . Quant à $\mu_{z 2}$, les auteurs supposent une dispersion de type Lorentz, ainsi $\mu_{z 2}$ est proche de l'unité.

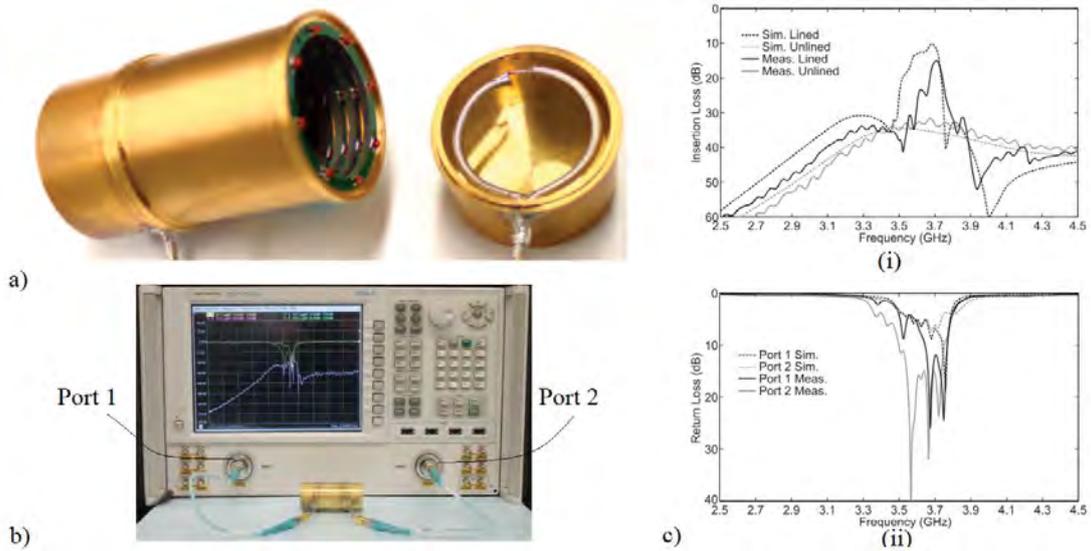
$$\varepsilon_{t2} = \varepsilon_p \left(1 - \left(\frac{f_{ep}}{f} \right)^2 \right) \text{ avec } f_{ep} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\varepsilon_p L_0 d}} \quad (1.46)$$

où $\varepsilon_p = 1.438$ est la permittivité intrinsèque du segment de la ligne de transmission, $f_{ep} = 3.963$ GHz la fréquence plasma, $g = 0.7156$ et $d = p_\phi(a + b)/2 = 10.88$ mm des paramètres géométriques et $L_0 = 8.4$ nH. La cellule élémentaire du métamatériau proposé est représentée sur les figures 1.11.



Figures 1.11 – Cellules élémentaires a) simulée et b) fabriquée en PCB [28].

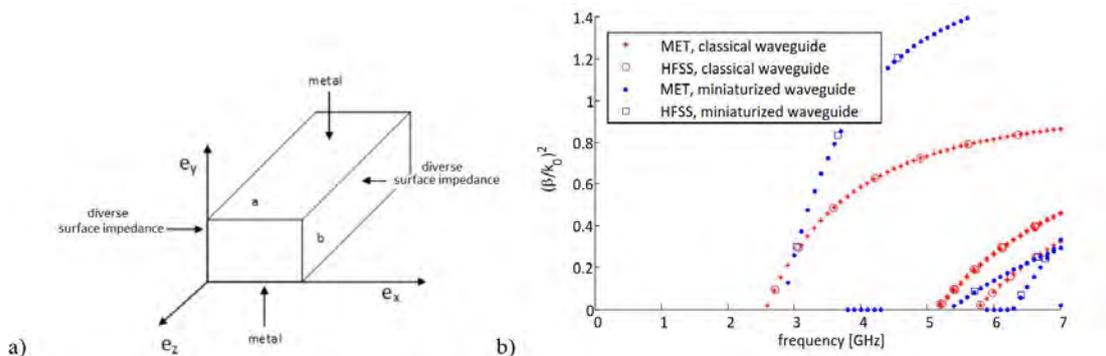
Ce métamatériau a finalement été implémenté dans un guide d'onde, représenté sur la figure 1.12a), pour effectuer des mesures présentées sur les figures 1.12c). Ces mesures correspondent aux résultats obtenus en simulation lorsque le métamatériau est assimilé à une couche anisotrope. La figure 1.12c) (i) représente les paramètres de transmission mesurés (en traits pleins) et simulés (en pointillés), en présence du métamatériau *lined* (en noir) et sans métamatériau *unlined* (en gris). La figure 1.12c) (ii) représente les paramètres de réflexion au port 1 (en noir) et au port 2 (en gris) mesurés (en traits pleins) et simulés (en pointillés). On constate notamment que le guide métallique de fréquence de coupure 5.857 GHz est sous coupure (pertes d'insertion à 3.5 GHz de 34 dB) alors que le guide à métamatériau transmet même si les pertes sont importantes. Grâce au métamatériau la section a été réduite de 60%.



Figures 1.12 – a) Guide d’onde à métamatériau, b) dispositif de mesure et c) comparaison des paramètres de transmission (i) et réflexion (ii) mesurés et simulés [28].

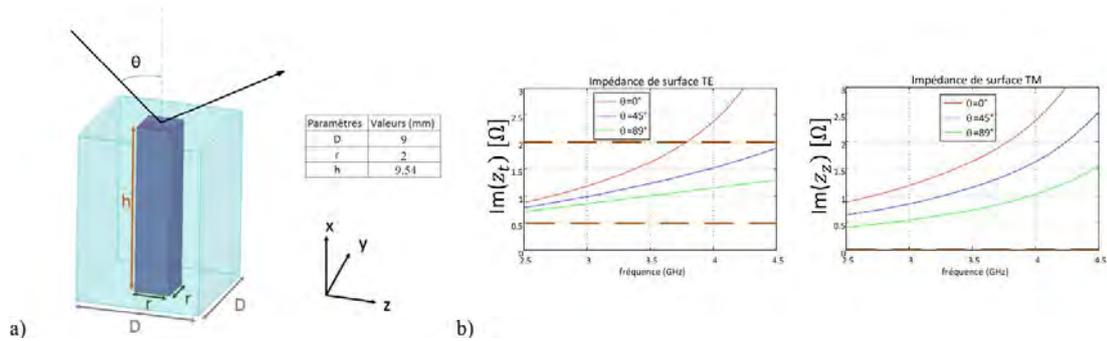
• **Modèle avec des impédances de surface :**

En s’inspirant des travaux de B. MacA. Thomas et H. C. Minnett, la Théorie Modale Elargie (TME) a été développée [25], [31] et utilisée pour réduire la section des guides d’onde rectangulaires [25], [29]. La figure 1.9 prouve qu’en changeant les impédances de surface d’un guide d’onde il est possible de modifier la fréquence de coupure du mode fondamental. Ainsi dans [29], dans un guide d’onde de dimension $a \times b$ ($a = 15 \text{ mm}$, $b = 29.21 \text{ mm}$), des parois anisotropes ont été ajoutées sur les murs $x = 0$ et $x = b$ avec $Z_t = \frac{E_y}{H_z} = \frac{9}{10}jZ_0$ et $Z_z = -\frac{E_z}{H_y} = \frac{4}{5}jZ_0$, comme présenté sur la figure 1.13a). La fréquence de coupure de ce guide est d’environ 2.8 GHz, proche de celle du guide *WR229* (2.6 GHz) comme en attestent les diagrammes de dispersion de la figure 1.13b). Or les dimensions du guide *WR229* sont de $a = 58.17 \text{ mm}$ et $b = 29.08 \text{ mm}$. La réduction de la section du guide est alors de 74%, avec conservation de la bande monomode.



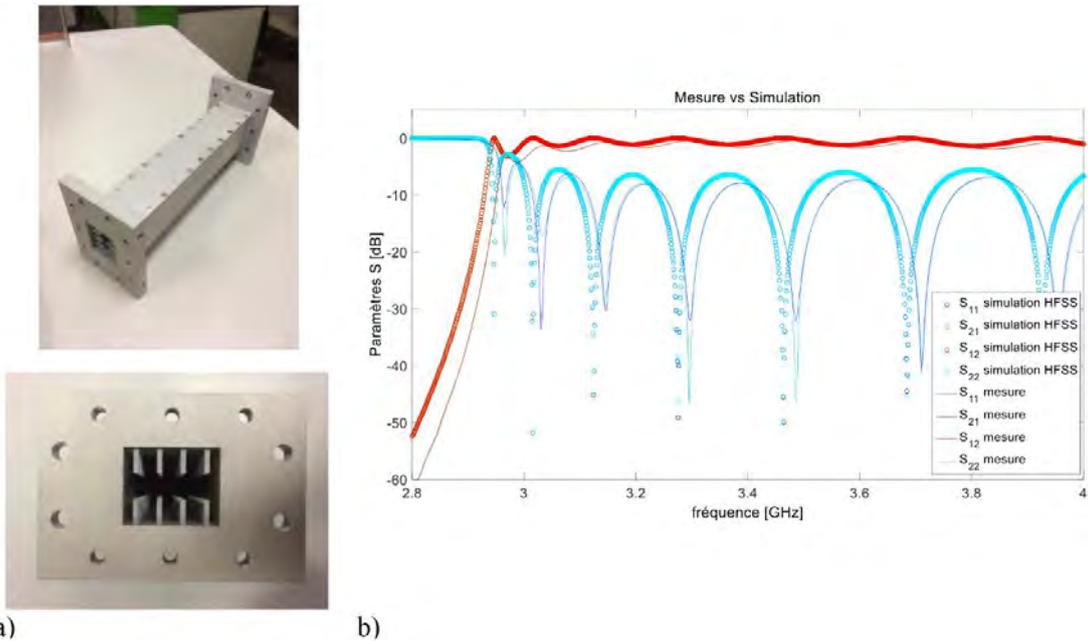
Figures 1.13 – a) Guide d’onde rectangulaire à parois anisotropes et b) son diagramme de dispersion comparé au guide d’onde *WR229* [29].

En gardant le *WR229* comme référence, un métamatériau en forme de PIC a été proposé dans [25]. L'optimisation de la cellule élémentaire, représentée sur la figure 1.14a), a été faite sur les impédances de surface Z_t et Z_z . Les critères d'impédances à respecter (représentés par des lignes en tirets rouges sur les figures 1.14b)) ont été déduits d'un tableau représentant des diagrammes de dispersion pour diverses combinaisons (Z_t, Z_z), en ayant le même objectif que dans [29] (f_c proche de celle du *WR229*). Par ailleurs, on constate sur les figures 1.14b) que ces impédances de surface varient en fréquence et en fonction de l'angle d'incidence pour ce métamatériaux en forme de pic.



Figures 1.14 – a) Cellule élémentaire du métamatériau PIC et b) impédances de surface équivalentes de ce PIC [25].

Ce métamatériau a été inséré dans un guide de section $36 \text{ mm} \times 29.08 \text{ mm}$, de longueur $l = 225 \text{ mm}$, présenté sur la figure 1.15a). Puis les simulations et mesures des paramètres de transmission et réflexion ont été comparées. Comme le montre la figure 1.15b), les mesures sont en accord avec les simulations. Un mode de propagation est donc bien présent à des fréquences sous coupure du guide métallique de même section, pour lequel $f_{c_{TE_{01}}}$ vaut 5.14 GHz. En effet, le mode fondamental de ce guide à métamatériaux se propage à partir de 2.9 GHz. La section comparée à celle du guide *WR229* a donc été réduite de 38%.

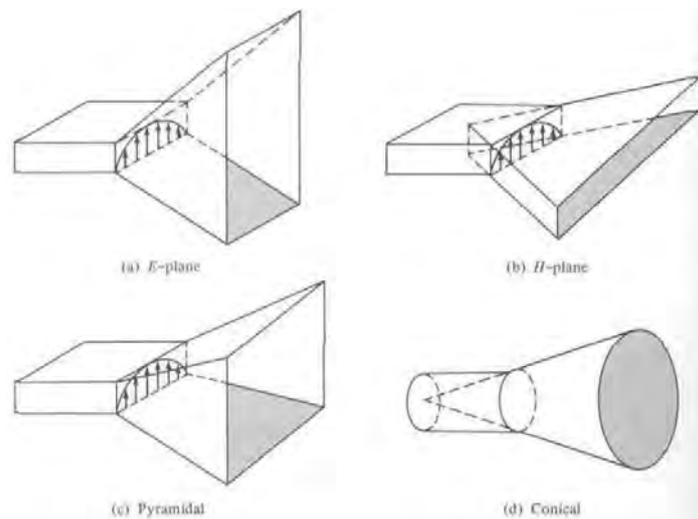


Figures 1.15 – a) Guide d'onde PIC et b) comparaison des paramètres S simulés et mesurés [25].

Cet état de l'art a permis de mettre en avant l'utilité des métamatériaux dans les guides d'onde, notamment pour la réduction de leur section. Ainsi, naturellement l'effet de leur insertion sur les parois des antennes cornets est analysé ci-après.

1.2. Les antennes à ouverture

Les antennes cornets, représentées sur les figures 1.16, sont largement répandues tant dans le milieu spatial (satellites télécommunications, source pour des systèmes d'astronomie, ... [5] - [8]) que dans les systèmes de mesures (système de calibration standard) [9].



Figures 1.16 – Exemple d'antennes cornets de type a) plan E, b) plan H, c) pyramidale et d) conique [9].

Dans [32], l'utilisation de parois anisotropes sur un cornet a permis de diminuer le niveau des lobes secondaires. Dans l'optique d'améliorer les performances des cornets, une étude avec une paroi à métamatériaux semble être une piste intéressante. Ainsi, dans la section 1.2.3 de ce manuscrit, un état de l'art sur les cornets à parois métamatériaux est proposé. De plus, comme ces antennes peuvent être caractérisées à l'aide de la technique du *mode-matching*, les antennes de type OEWG (*Open-Ended WaveGuide* – guide d'onde ouvert) sont introduites dans la section 1.2.2. Par ailleurs, pour caractériser les antennes, différents paramètres sont essentiels, ils sont donc introduits en première partie de cette section.

1.2.1. Généralités

Les principales caractéristiques des antennes sont présentées dans cette partie : les diagrammes de rayonnement, la cartographie des champs, la directivité et le gain et enfin la polarisation.

1.2.1.a. Diagramme de rayonnement

Le diagramme de rayonnement d'une antenne est la représentation de la densité de puissance émise par l'antenne sur une sphère centrée sur elle comme représenté sur la figure 1.17 [9].

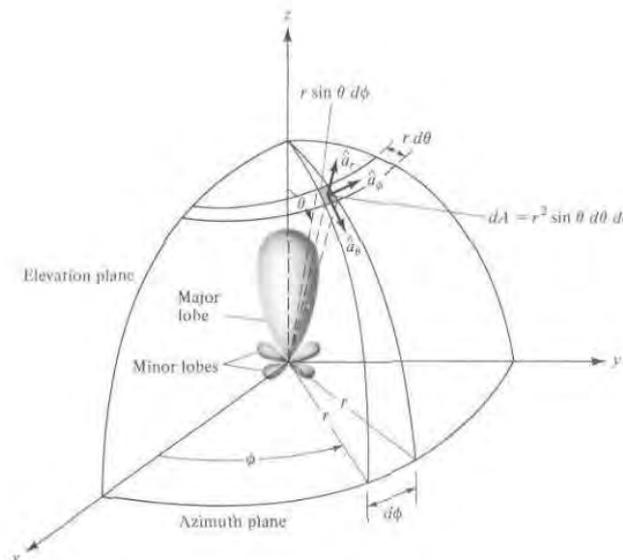


Figure 1.17 – Exemple de diagramme de rayonnement [9].

On peut alors définir trois types majeurs de rayonnement : un rayonnement **isotrope**, **omnidirectionnel** et **directionnel**.

- **Rayonnement isotrope :**

Il correspond à un rayonnement identique dans toutes les directions. Son diagramme est donc une sphère centrée sur l'antenne, comme présentée sur la figure 1.18.

Ce type de rayonnement est, donc, idéal et n'est pas physiquement réalisable, car l'antenne doit être considérée comme un point et sans masse.

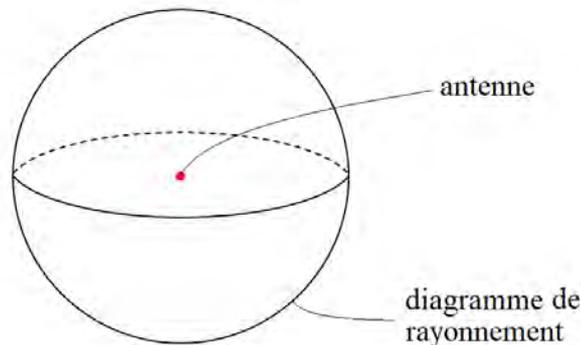


Figure 1.18 – Diagramme de rayonnement isotrope.

- **Rayonnement omnidirectionnel :**

Ce type de rayonnement est celui s'approchant le plus du cas du rayonnement idéal isotrope. En effet, le rayonnement est alors quasiment isotrope pour un plan donné et directionnel pour son plan orthogonal. Sur la figure 1.19, le plan non directionnel est celui de l'azimut (coupe en θ fixe et variation en ϕ), son plan orthogonal est alors l'élévation (coupe en ϕ fixe et variation en θ).

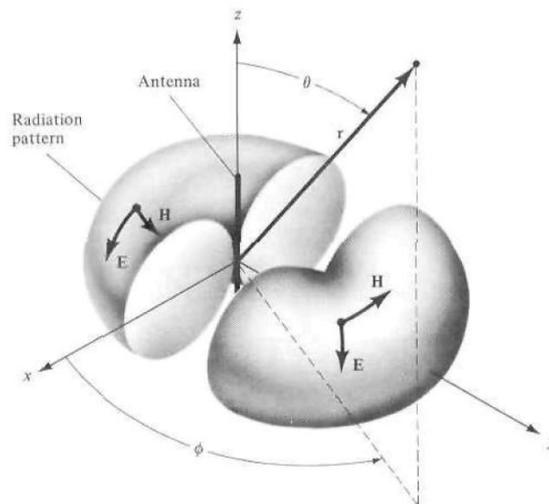
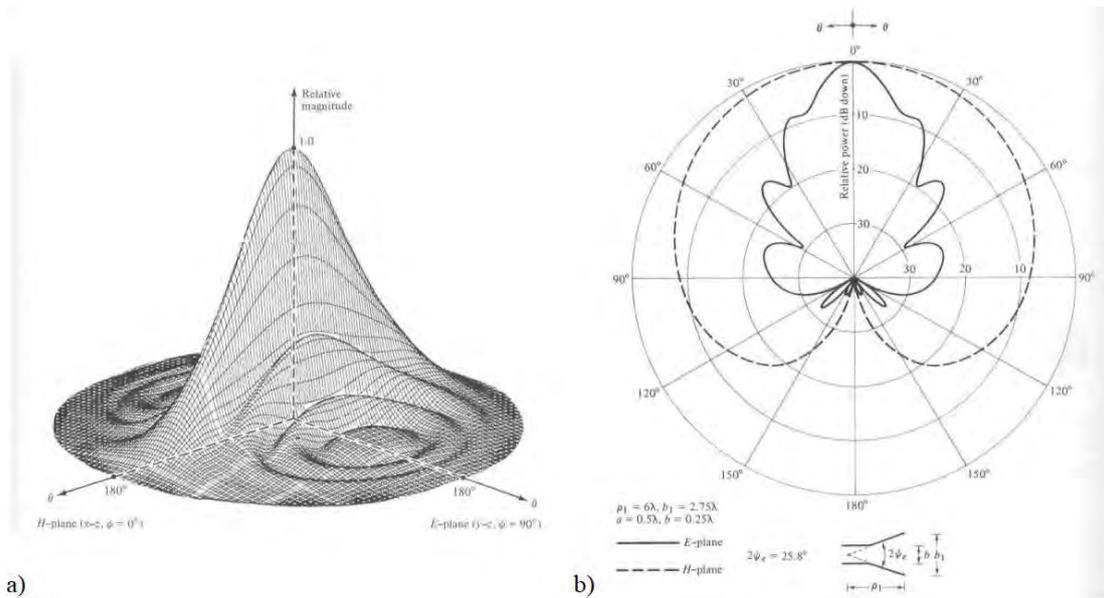


Figure 1.19 – Rayonnement omnidirectionnel [9].

- **Rayonnement directionnel :**

Par opposition à ces deux rayonnements, le rayonnement directionnel permet de recevoir l'onde électromagnétique dans une direction particulière. Les figures 1.20 représentent le rayonnement d'une antenne cornet, directionnel dans le plan E.



Figures 1.20 – Diagramme de rayonnement a) 3D et b) dans les plans E et H d'un cornet de type plan E [9].

Les figures 1.18, 1.19 et 1.20a) montrent les diagrammes de rayonnement dans l'espace, mais il est aussi possible de les représenter dans des plans de coupe, comme sur la figure 1.20b).

Directement lisible sur les diagrammes de rayonnement, l'angle d'ouverture à -3 dB (ou *Half-Power BeamWidth* – HPBW) est un critère important. En effet, cet angle (pour lequel l'intensité vaut la moitié de l'intensité maximale) décrit un secteur angulaire dans lequel le maximum du faisceau électromagnétique est contenu. Il correspond à la zone de l'espace où l'antenne est supposée transmettre ou recevoir le signal. Dans le cas des cornets, cet angle dépend de la longueur et de l'angle d'ouverture du cornet, comme on peut le constater sur la figure 1.21.

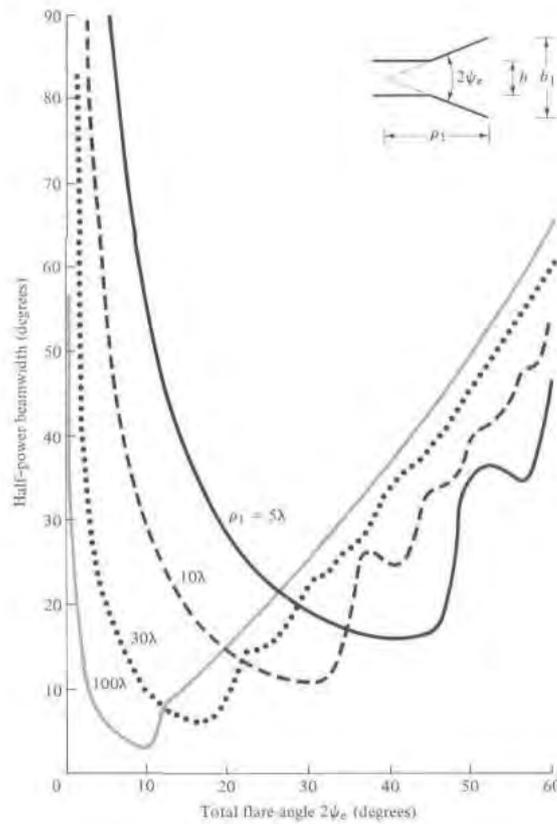
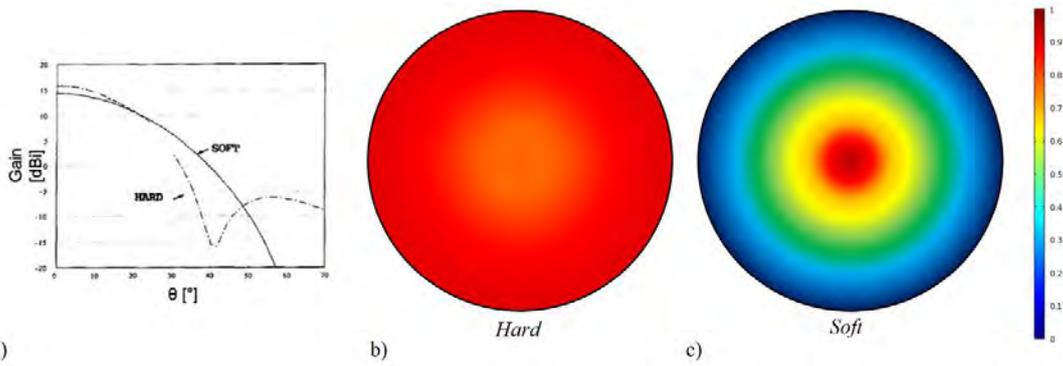


Figure 1.21 – Angle d’ouverture à -3 dB d’un cornet de type plan E en fonction de l’angle d’ouverture du cornet [9].

Chaque longueur de cornet possède un angle d’ouverture ψ_e pour lequel l’angle d’ouverture à -3 dB est minimal. Plus ψ_e est grand plus le HPBW est élevé.

1.2.1.b. Distribution des champs électromagnétiques

Une autre façon de caractériser la distribution des champs électromagnétiques à l’ouverture d’une antenne se base sur la définition proposée par P.-S. Kildal et E. Lier en 1988 [33], [34]. En effet, par analogie avec le domaine acoustique, P.-S. Kildal a étendu les définitions de surfaces *soft* et *hard* à l’électromagnétisme. Ainsi, une surface est dite *soft* si, sur cette surface, la densité de flux d’énergie est nulle quel que soit la polarisation du champ électrique. Au contraire, sur une surface *hard*, la densité de flux d’énergie est maximale. Au niveau de la distribution du champ électrique, une surface *soft* présente un champ nul sur les parois et de faibles lobes secondaires. Quant à la surface *hard*, celle-ci a une distribution uniforme dans la section transverse ainsi qu’une directivité élevée. Les figures 1.22 représentent respectivement les diagrammes de rayonnement de distributions *soft* et *hard*, et les cartographies à l’ouverture de ces distributions.



Figures 1.22 – a) Diagrammes de rayonnement de cornets *soft* et *hard* [34] et cartographies normalisées du champ électrique de cornets b) *hard* ou c) *soft*.

1.2.1.c. Directivité et gain

La directivité D d'une source anisotrope est le rapport entre son intensité de rayonnement U dans une direction et l'intensité d'une source isotrope U_0 (1.47).

$$D = \frac{U}{U_0} = \frac{4\pi U}{P_{rad}}, \quad (1.47)$$

où P_{rad} est la puissance totale rayonnée, définie par (1.48) [9], [10].

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*), \\ P_{rad} = \oint_{\Omega} U d\Omega, \end{cases} \quad (1.48)$$

avec \vec{H}^* le conjugué complexe de \vec{H} et $d\Omega$ un élément de l'angle solide d'une sphère.

Pour les cornets, la directivité dépend des dimensions, comme le montre la figure 1.23.

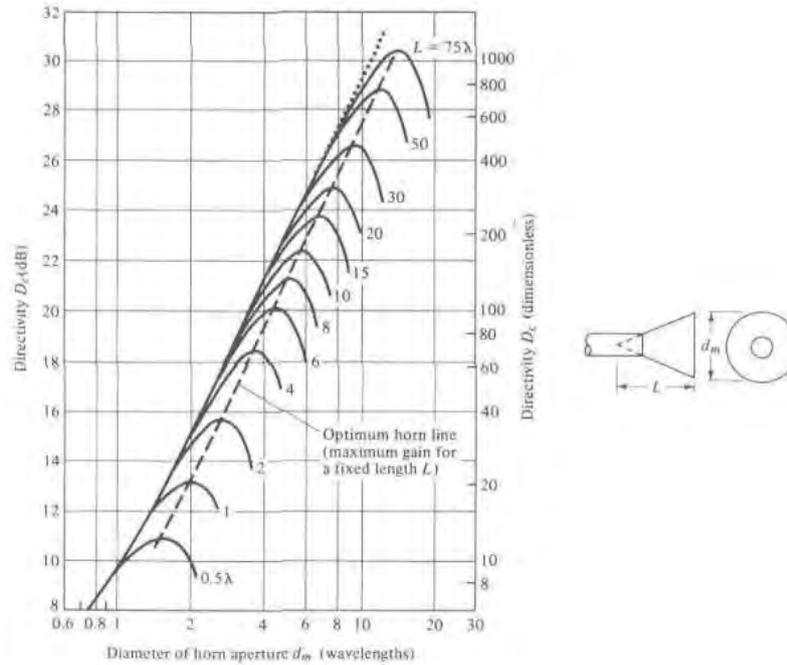


Figure 1.23 – Directivité d'un cornet E en fonction des dimensions [9].

On constate, ainsi, que la directivité augmente lorsque le diamètre du cornet augmente jusqu'à atteindre un maximum à partir duquel elle diminue.

Le gain G prend en compte l'efficacité e_{cd} de l'antenne (1.49). L'efficacité permet d'estimer les pertes dues à la structure de l'antenne (comme les réflexions dues à une mauvaise adaptation, les pertes diélectriques, métalliques).

$$G = e_{cd}D. \quad (1.49)$$

Lorsque l'on effectue des mesures, l'intensité de rayonnement U est mesurée. Ceci permet donc d'obtenir la directivité de l'antenne. Pour déterminer le gain, on utilise une antenne étalon dont le gain est connu, ou on mesure les pertes de l'antenne sous-test. Il y a donc deux mesures à faire pour obtenir le gain.

1.2.1.d. Polarisation

La polarisation d'une antenne correspond à l'orientation du champ électrique instantané qu'elle émet observée dans le sens de propagation [9]. Il existe alors différents types de polarisation représentés sur les figures 1.24.

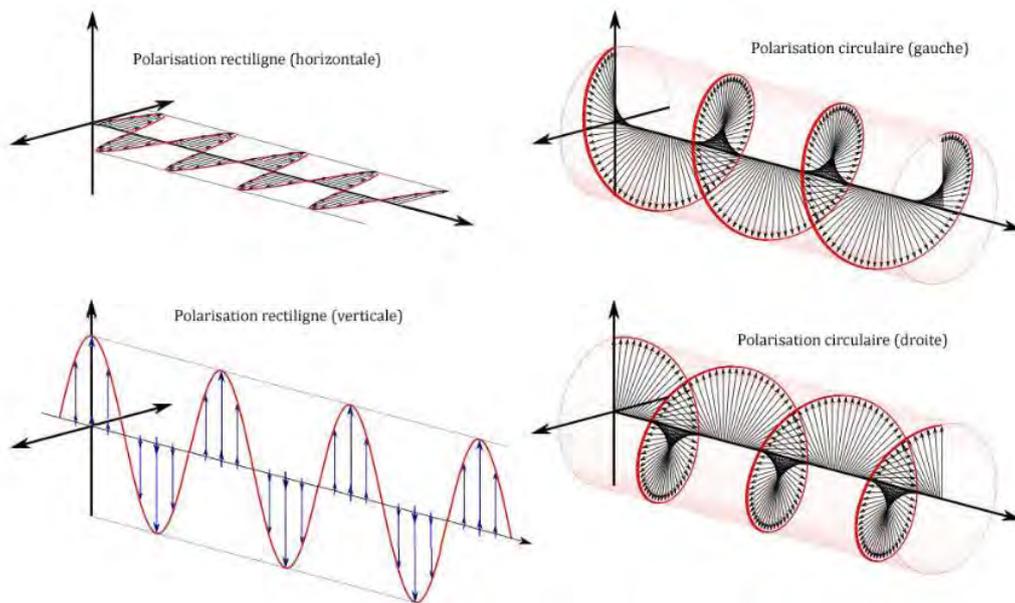


Figure 1.24 – Exemple de polarisations.

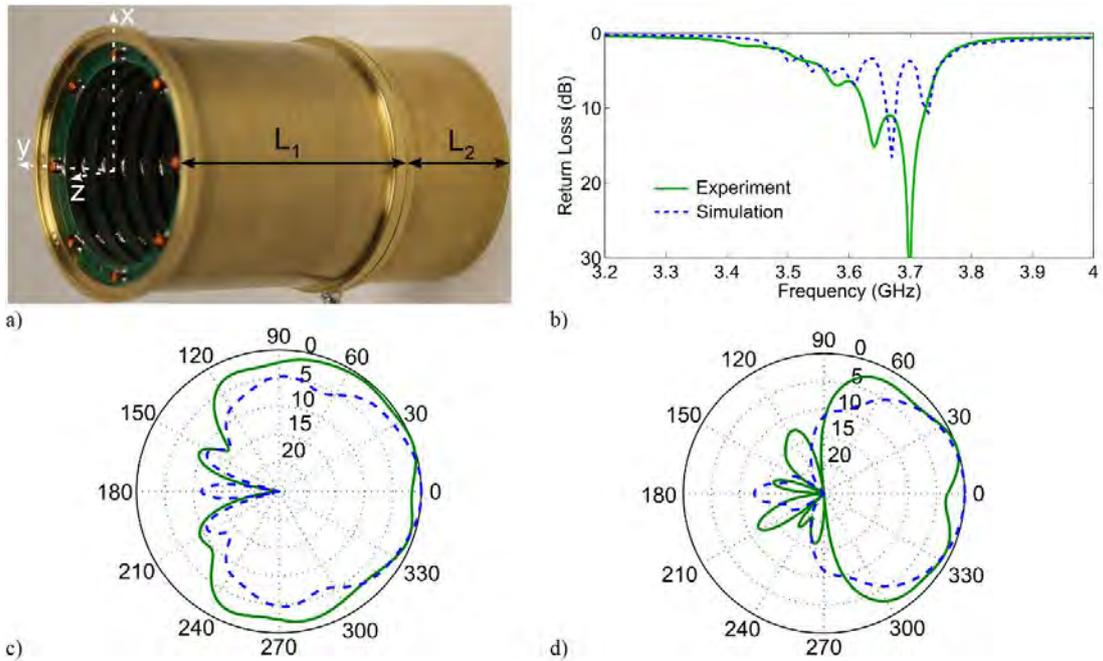
Pour la polarisation **rectiligne**, la direction du champ électrique est **constante** au cours du temps et de la propagation. Pour la polarisation **circulaire**, la direction du champ électrique **tourne** au cours du temps, mais l'amplitude reste constante. Pour la polarisation **elliptique** (non représentée sur cette figure), la direction **tourne** aussi au cours du temps et l'amplitude est **non** constante.

Les principaux paramètres utilisés pour caractériser les antennes ont été définis dans cette partie. Ils sont utilisés dans les sections 1.2.2 et 1.2.3 pour caractériser respectivement les OEWG et les cornets.

1.2.2. Les guides d'onde ouverts à parois en métamatériaux

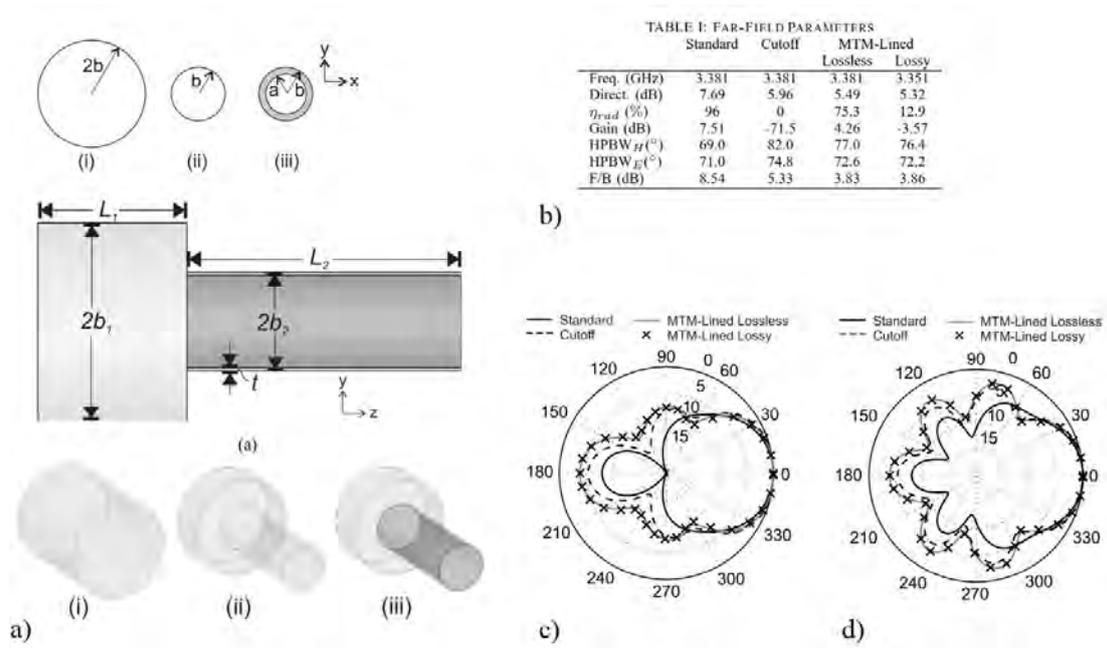
- **OEWG avec PCB :**

Le guide d'onde développé dans [27], [28] est maintenant utilisé dans [35], [36] comme un OEWG. Ce guide à section ouverte, représenté sur la figure 1.25a), est placé dans une chambre anéchoïque pour mesurer le coefficient de réflexion et le diagramme de rayonnement dans les plans E et H, présentés sur les figures 1.25c) à 1.25d).



Figures 1.25 – a) OEWG, b) coefficient de réflexion ; c) coupe plan E et d) coupe plan H du diagramme de rayonnement à 3.70 GHz. Les mesures sont représentées en vert, et les simulations en pointillées bleus [35], [36].

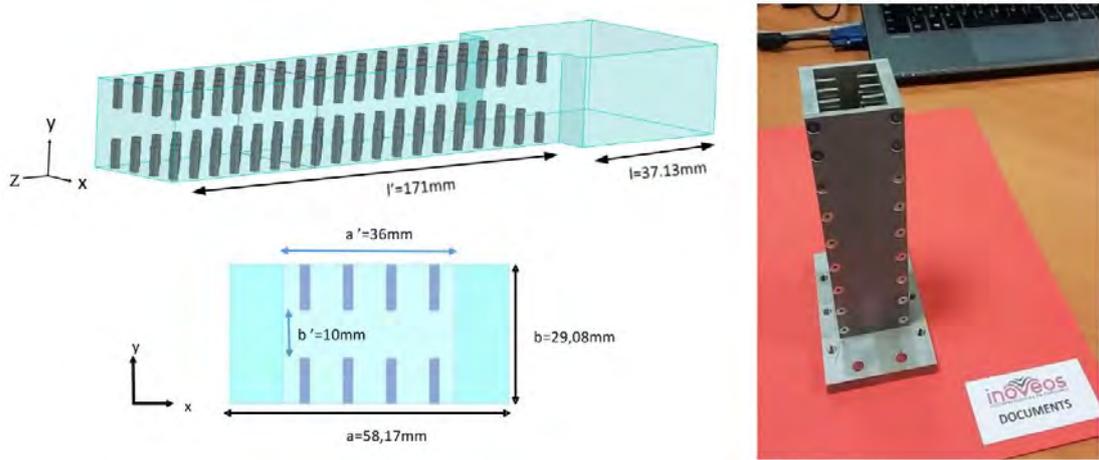
Il y a une forte congruence entre les mesures et les simulations. La fréquence de résonance de cet OEWG est de 3.76 GHz, soit 37% en dessous de la fréquence de résonance attendue pour un OEWG en paroi PEC. La bande passante mesurée pour une réflexion inférieure à -10 dB est de 100 MHz. L'OEWG fonctionne donc en bande étroite. Concernant le diagramme de rayonnement, les résultats sont en accord avec ceux publiés dans [35] présentés sur les figures 1.26. Dans cet article, différents OEWG sont étudiés, notamment, un OEWG standard de rayon $2b$ et un OEWG sous-coupe de rayon b , présentés sur les figures 1.26a). Les diagrammes de rayonnement de ces deux guides ouverts sont représentés sur les figures 1.26c) et d) respectivement en trait plein noir et en pointillé noir. On constate que les performances de l'OEWG réduit sont équivalentes à celles du guide en PEC de section deux fois plus grande, en terme d'angle d'ouverture à -3 dB mais le gain est légèrement réduit.



Figures 1.26 – a) OEWG (i) standard, (ii) sous coupure et (iii) à métamatériaux, b) tableau des paramètres de rayonnement ; c) coupe plan E et d) coupe plan H du diagramme de rayonnement [35].

• **OEWG avec métamatériau PIC :**

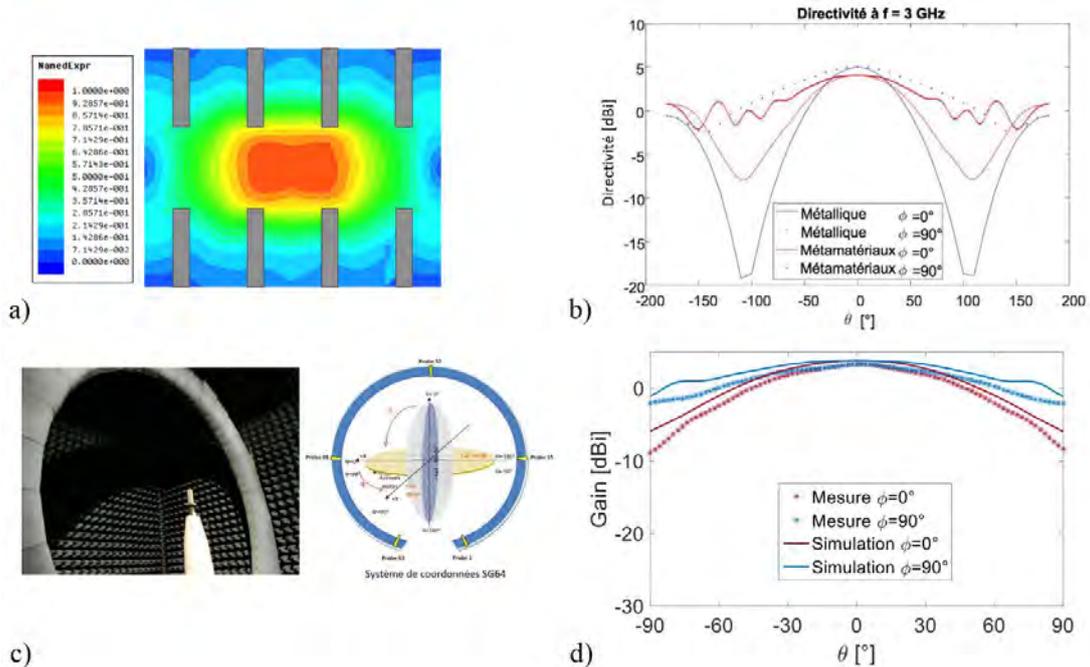
Dans [25], le guide d'onde présenté sur la figure 1.15a) a été tronqué pour créer un OEWG de longueur de 171 mm, représenté sur les figures 1.27. Les quatre parois de cet OEWG ont été réalisées par usinage séparément, puis elles ont été assemblées.



Figures 1.27 – OEWG avec métamatériau PIC [25].

Grâce à la figure 1.28a), on constate que le champ est très apodisé et quasiment nul au niveau des parois, l'antenne est donc de type *soft*. Les performances de cet OEWG ont été comparées au cas métallique : la directivité maximale est plus faible, mais cela était attendu comme la section est nettement réduite (38.4%), comme constaté sur la figure 1.28b). De plus, des mesures ont été effectuées dans une chambre anéchoïque à l'aide de la Stargate SG64 développée par l'entreprise MVG, en photographie sur la

figure 1.28c). Ces mesures correspondent bien aux simulations, dont la comparaison est présentée sur la figure 1.28d) : le gain maximal est de 3.3 dBi en mesure contre 3.8 dBi en simulation. L'angle d'ouverture à -3 dB est de 94° pour $\phi = 0^\circ$ et de 154° pour $\phi = 90^\circ$.



Figures 1.28 a) Amplitude normalisée du champ électrique à l'ouverture de l'OEWG, b) Directivité de l'OEWG comparée à celle de l'OEWG métallique de dimensions standards, c) Mesure de l'OEWG dans la Stargate SG64 de MVG et d) Gain de l'OEWG mesuré et simulé [25].

1.2.3. Les cornets

1.2.3.a. Les cornets *soft* et *hard*

A la suite de l'article [33], l'auteur P.-S. Kildal s'associe avec E. Lier dans l'article [34] pour proposer une analyse des surfaces *soft* et *hard* dans les cornets. Dans la continuité de ces travaux, E. Lier relie les impédances de surface Z_t et Z_z (1.50) à ces propriétés de distribution dans [15].

$$Z_t = \frac{E_t}{H_z} \text{ et } Z_z = -\frac{E_z}{H_t} \quad (1.50)$$

où Z_t est l'impédance de surface vue par le mode TE, Z_z celle vue par le mode TM, E_t et H_t respectivement les champs électrique et magnétique dans la direction perpendiculaire à la propagation (sur la figure 1.7 ils sont notés E_ϕ et H_ϕ) donc tangents à la surface. Ainsi, avec (1.49), pour une surface *soft* Z_t tend vers zéro et Z_z vers l'infini et réciproquement pour une surface *hard* Z_t tend vers l'infini et Z_z vers zéro. Par abus de langage, on considère que ce sont les parois qui conduisent aux propriétés *soft* et *hard* des antennes.

Dans [37], E. Lier a proposé une synthèse des différents travaux menés sur les antennes à modes hybrides. Pour cela, il a établi le tableau présenté sur la figure 1.29. D'après cette figure pour donner aux cornets les propriétés *soft* et *hard*, des corrugations peuvent être utilisées : les corrugations *soft* et *hard*. Les corrugations *soft* sont les plus connues et souvent utilisées comme source dans les antennes à réflecteurs, [5], [13]. Les corrugations sont perpendiculaires à la direction de propagation, ce qui les rend notamment plus difficiles à fabriquer. Au contraire, les corrugations *hard* sont dans le sens de la propagation et l'espace entre elles est rempli de diélectrique. Elles sont aussi employées comme alimentation de réflecteur [38]. Généralement, la hauteur de corrugations vaut environ $\lambda_{0,max}/4$, avec $\lambda_{0,max}$ la longueur d'onde dans le vide maximale de la bande passante.

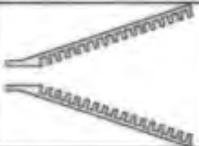
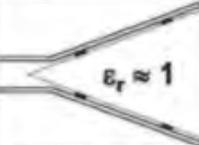
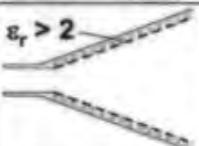
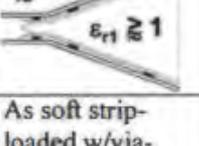
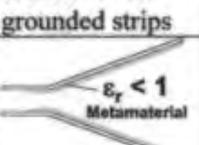
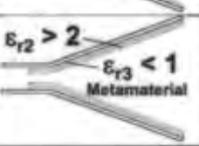
Illustration or Photo	Class, Name	Invention Year, References	Pros (+) and Cons (-)
	Soft corrugated	1962-66 [5, 6, 7]	+ Heritage, proven, widely used + Large bandwidth (< 100%) + Only hybrid-mode horn w/o dielectric - High mass, cost
	Soft foam dielectric	1983 [19]	+ Low mass, cost + Proven experimentally + Very large bandwidth (> 100%) - Homogeneity of dense foam - Not applicable to open surface application
	Soft solid dielectric	1985 [20, 21]	+ Some heritage at micro & mm-waves + Compliant with mm-wave implementation + Very large bandwidth (> 100%) - High mass & RF loss - Not applicable to open surface application
	Soft strip-loaded	1985 [3, 4]	+ Low mass, cost + Small wall thickness + Proven experimentally + Large bandwidth - Lack of heritage
	Hard corrugated	1985 [8]	+ Easy to design + Proven experimentally - High cost
	Hard strip-loaded	1987 [1, 2]	+ Easy to design, low cost + Proven experimentally - Supports surface waves
	Hard/soft dual dielectric	2003 [25, 26]	+ Design for any aperture distribution - High mass & RF loss - Not applicable to open surface application
As soft strip-loaded w/via-grounded strips	Hard strip-loaded w/vias	2005 [27]	+ Easy to design + Moderately low cost - Lack of heritage
	Soft metamaterial	2006 [25]	+ Very large bandwidth potential + Low mass + No large scale/feature periodicities - Low-index metamaterial not proven
	Hard metamaterial	2006 [25]	+ Very large bandwidth potential + Moderately low mass + No large scale/feature periodicities - Low-index metamaterial not proven

Figure 1.29 – Classification des cornets à mode hybride [37], avec la désignation *soft* ou *hard*, l'année d'invention et leurs avantages/inconvénients.

1.2.3.b. Les cornets à paroi en métamatériaux

- **Optimisation à l'aide de la condition hybride équilibrée :**

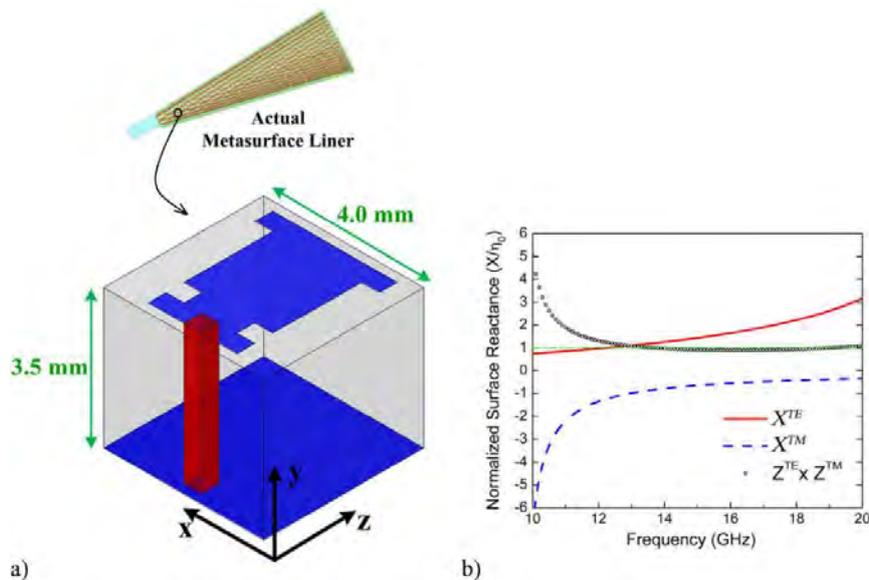
En 2010, E. Lier a publié plusieurs études sur les cornets à métamatériaux [39] - [44]. Dans ces articles, les métamatériaux ont été optimisés selon une condition dite hybride « équilibrée » rappelée dans les sections 1.1.1b) et 1.1.2a). En appliquant cette condition aux impédances de modes Z^{TE} et Z^{TM} , [17], il vient alors :

$$Z^{TE} \cdot Z^{TM} = Z_0^2 \quad (1.51)$$

Cependant, il n'y a pas de preuve d'unicité de la solution. En effet, les guides d'onde et OEWG présentés dans les sections 1.1.2 et 1.2.2 n'ont pas été optimisés selon ce critère pourtant les objectifs fixés ont été atteints. D'autres optimisations sont également présentées à la fin de cette section.

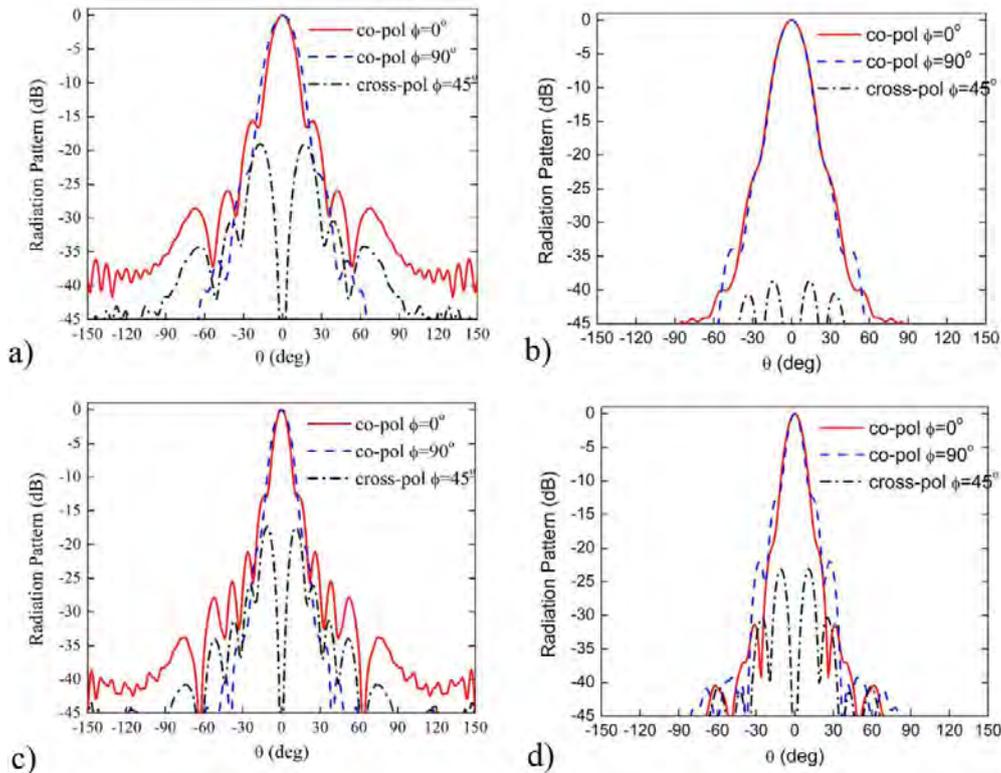
A la suite des publications [39] - [44], un article proposant une exploration de diverses structures de métamatériaux dans des cornets a été publié en 2013 [21]. La cellule élémentaire d'une antenne à mode hybride à faible perte a été optimisée à l'aide d'un algorithme génétique. La géométrie est conçue par pixel : un bit dans le chromosome de l'algorithme génétique contrôle la présence d'un pixel métallique. Ce choix a été fait de façon à simplifier la fabrication du métamatériau à l'aide d'une technologie PCB.

L'antenne recherchée opère dans la bande Ku : [11; 18] GHz. Pour être utilisée comme source de réflecteur dans un satellite de télécommunication, son diagramme de rayonnement doit être axisymétrique et sans polarisation croisée. Ainsi, la cellule élémentaire proposée est présentée sur la figure 1.30a). Les impédances de ce métamatériau sont aussi présentées sur la figure 1.30b), pour justifier le respect de la condition hybride « équilibrée ».



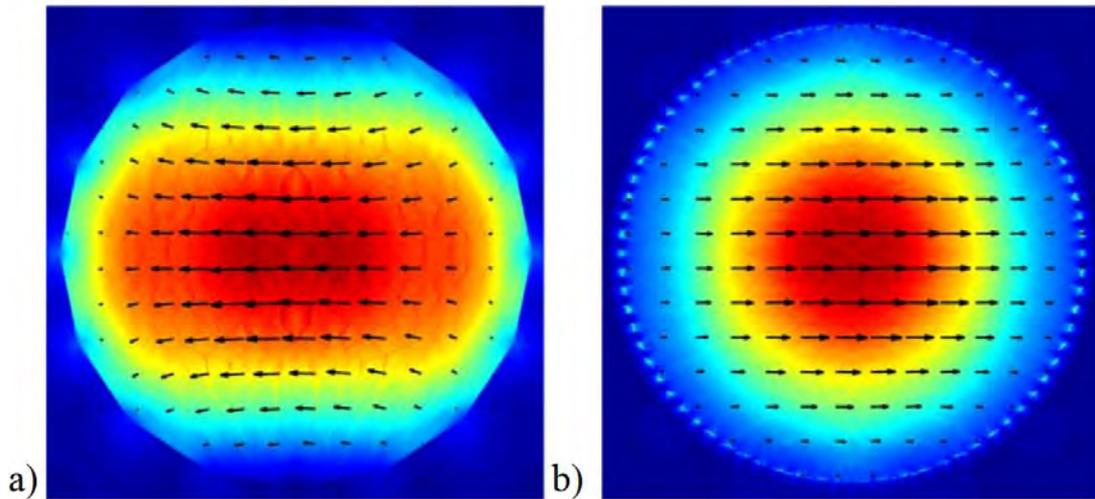
Figures 1.30 – a) Cellule élémentaire du métamatériau, b) Réactances normalisées des polarisations TE (en rouge) et TM (tirets bleus). Les cercles noirs représentent le produit des impédances et la ligne verte l'impédance normalisée du vide Z_0 [21].

Sur la figure 1.30a), on note la présence d'un via connecté à l'antenne (partie rouge sur la figure 1.30a)) permettant de relier les parties métalliques du métamatériau (parties bleues sur la figure 1.30a)). Par ailleurs, pour vérifier les performances de cette métasurface, une simulation sur HFSS a été effectuée. Ainsi, les diagrammes de rayonnement des figures 1.31 ont été comparés à ceux d'un cornet classique, aux fréquences 12 GHz et 18 GHz.



Figures 1.31 – Diagrammes de rayonnement a) d'un cornet classique et b) du cornet à métasurface à la fréquence 12 GHz, c) d'un cornet classique et d) du cornet à métasurface à la fréquence 18 GHz [21].

Le niveau de polarisation croisée des cornets classiques est élevé : -19 dB à 12 GHz et -15.6 dB à 18 GHz, comme le montrent les figures 1.31a) et 1.31c). Le niveau des lobes secondaires est d'environ 15 dB pour ces deux fréquences, ce qui est élevé par rapport au cornet à métamatériau. En effet, grâce aux métamatériaux le niveau de polarisation croisée a été nettement réduit : -39 dB à 12 GHz et inférieur à -20 dB à 18 GHz, et le niveau des lobes secondaires est d'environ 20 dB, comme le montrent les figures 1.31b) et 1.31d). Les cartographies du champ électrique de ces deux cornets ont été tracées au milieu de bande à 14 GHz. Le fait d'ajouter ce métamatériau rend le cornet de type *soft* : on peut le constater sur la figure 1.32b) où le champ électrique est très apodisé par rapport au cas métallique. Ainsi, le fait d'avoir ajouté un métamatériau a permis de concevoir un cornet dans la bande Ku, avec un diagramme de rayonnement axisymétrique, avec une polarisation croisée très faible et de faibles lobes secondaires.



Figures 1.32 – Cartographie du champ électrique à l'ouverture des cornets a) classique (mode TE_{11}) et b) avec la métasurface (mode HE_{11}), à 14 GHz, et les lignes du champ [21].

• **Optimisation à l'aide du cahier des charges de l'antenne :**

Dans l'article [8], une antenne cornet corruguée est proposée. Le cahier des charges de cette antenne est présenté sur la figure 1.33. Ainsi, elle doit fonctionner dans quatre bandes de fréquences : deux dans la bande Ka une en transmission et l'autre en réception, une dans la bande Q en transmission et la dernière en réception dans la bande V. Le logiciel utilisé pour optimiser les corrugations est le logiciel μ Wave Wizard, permettant des simulations utilisant la technique du *mode-matching*. Les spécifications sont utilisées pour définir la fonction coût à minimiser dans l'optimiseur du logiciel. Ainsi, les dimensions des corrugations varient jusqu'à ce que le cahier des charges soit atteint, sans tenir compte des impédances équivalentes de celles-ci.

TABLE I
ANTENNA REQUIREMENTS

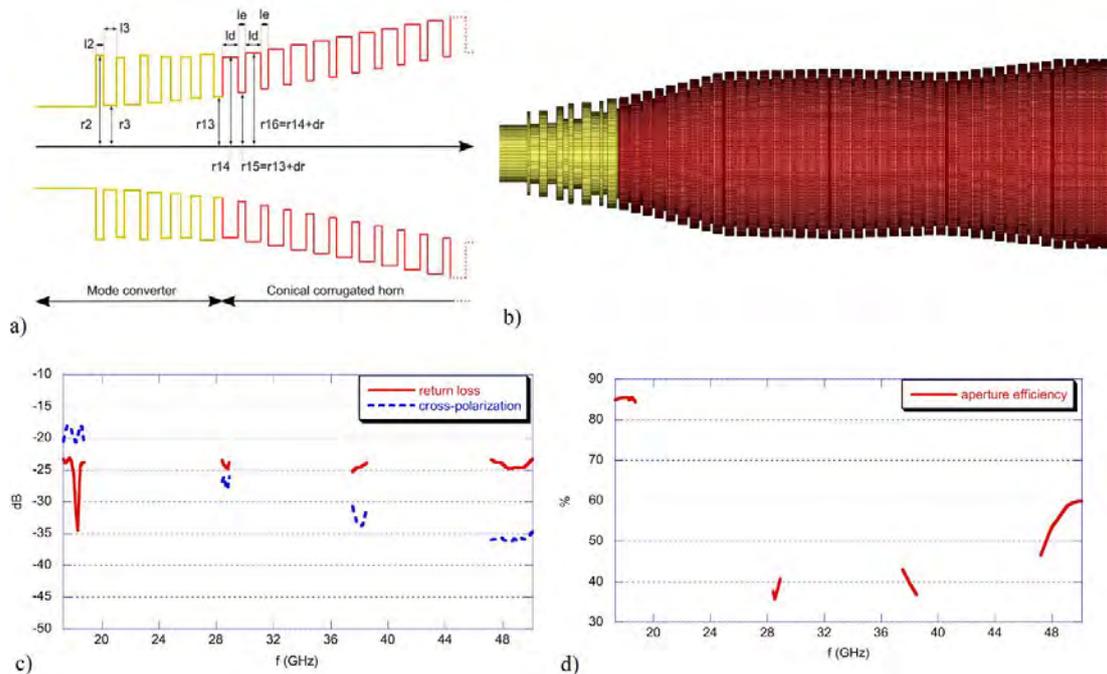
	User Tx Ka	User Rx Ka	Gateway Tx Q	Gateway Rx V
Frequency range	17.30 – 18.75 GHz	28.40 – 28.90 GHz	37.50 – 38.50 GHz	47.20 – 50.10 GHz
Return loss	< -23 dB	< -23 dB	< -23 dB	< -23 dB
Cross-polarization ^a	NA	< -25 dB	< -30 dB	< -35 dB
Aperture efficiency	> 85 %	NA	NA	NA

^a maximal cross-polarization level below maximal co-polarization.

Figure 1.33 – Cahier des charges du cornet corrugué quadri-bande [8].

Ce cornet est optimisé en deux parties : une partie convertisseur de mode, représentée en jaune sur les figures 1.34a) et b), permettant de créer un mode hybride avec une faible polarisation croisée pour les trois bandes hautes, l'autre partie, représentée en rouge sur les figures 1.34a) et b), permettant de réaliser une forte efficacité à l'ouverture dans la bande de fréquences la plus basse. Les variables à optimiser sont représentées sur la figure 1.34a). Le cornet optimisé est représenté sur la figure 1.34b). Les résultats obtenus sont satisfaisants puisqu'ils répondent au cahier des charges. En

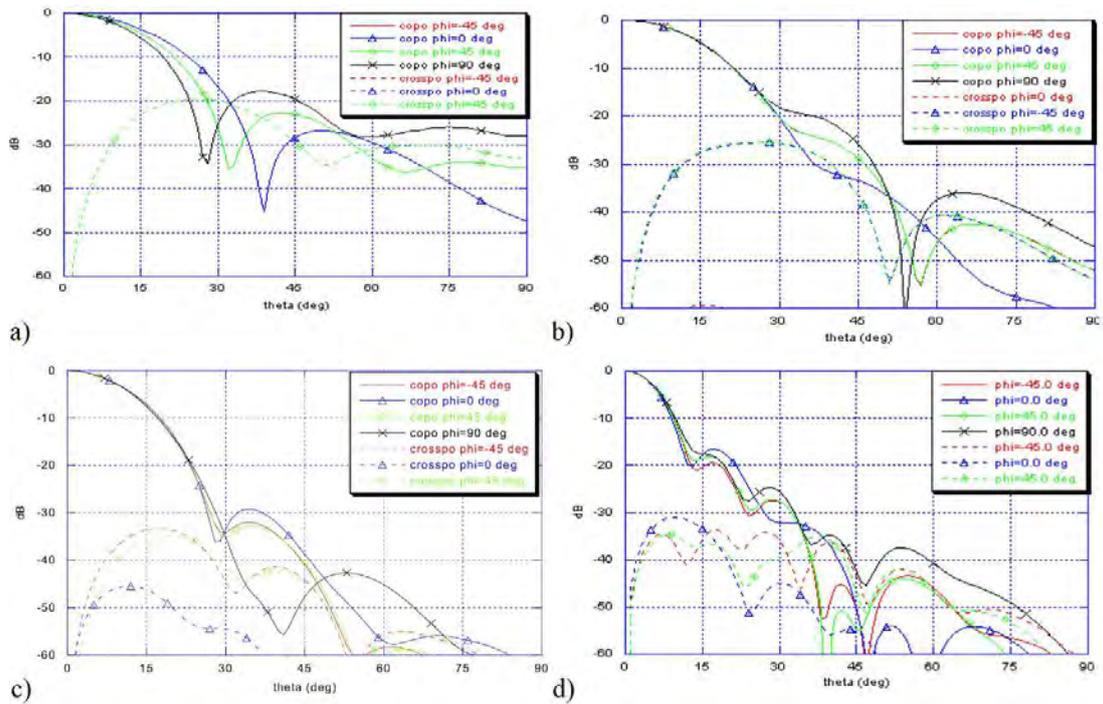
effet, les figures 1.34c) et d) représentent les critères de convergence (polarisation croisée, niveau de réflexion et efficacité à l'ouverture) dans chaque bande passante à la fin de l'optimisation.



Figures 1.34 – a) Définition des variables à optimiser dans les deux sections du cornet, b) cornet, c) niveaux de réflexion (en rouge) et de polarisation croisée (en bleu), et d) efficacité à l'ouverture après l'optimisation [8].

De plus les diagrammes de rayonnement ont été tracés sur les figures 1.35 pour chaque fréquence centrale des bandes passantes. Sur les figures 1.35a) et b), les copolarisations et polarisations croisées à $\phi = -45^\circ$ sont superposées à celles dans le plan $\phi = 45^\circ$.

Grâce aux corrugations, une antenne cornet quadri-bande a donc été conçue. Cette antenne présente de bonnes performances puisque les niveaux de polarisation croisée dans les hautes et basses fréquences sont faibles (respectivement inférieurs à -30 dB et -20 dB) et une bonne efficacité de surface est assurée dans les basses fréquences (supérieure à 85%). De plus dans chaque bande, les diagrammes présentent une assez bonne symétrie. Ainsi, un seul cornet présente des performances équivalentes en terme de diagramme de rayonnement et de niveau de réflexion à quatre cornets métalliques classiques (un pour chaque bande). L'efficacité est le seul paramètre à présenter de moins bonnes performances dans les trois dernières bandes passantes. Cependant, ce critère pourrait être amélioré car il n'a pas été pris en compte dans les critères d'optimisation.

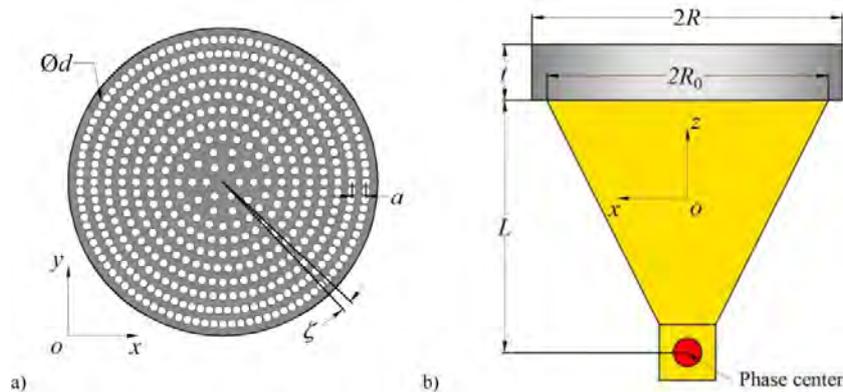


Figures 1.35 – Diagrammes de rayonnement et niveaux de polarisation croisée à a) 18 GHz, b) 28 GHz, c) 38 GHz et d) 48 GHz [8].

1.2.4. Les lentilles à métamatériaux

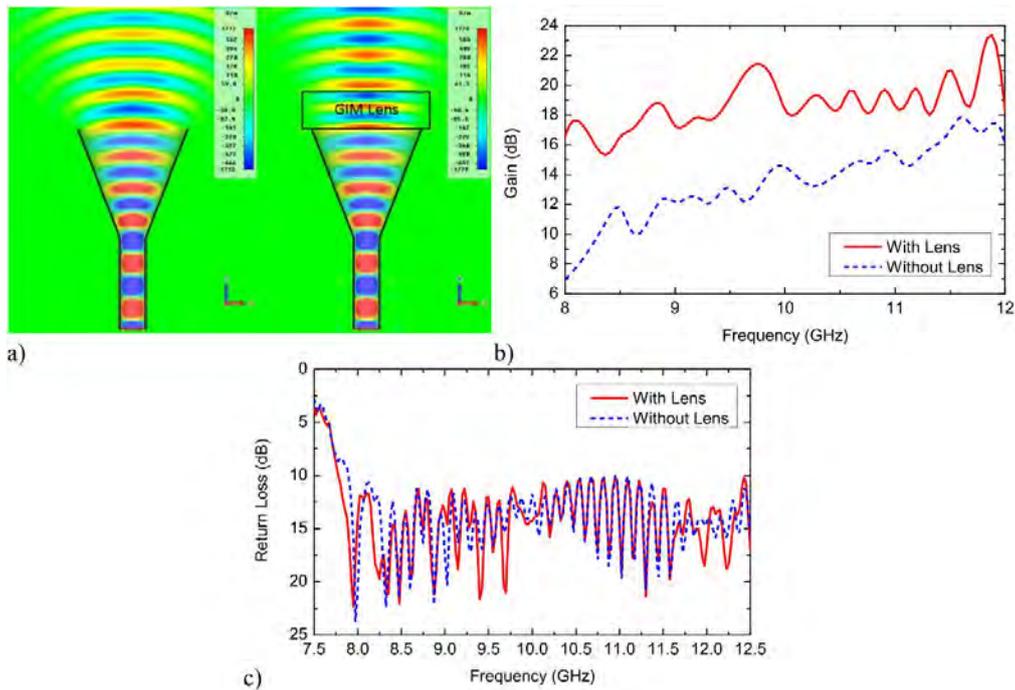
Dans les articles présentés précédemment les métamatériaux sont placés sur les parois des cornets. Il est également possible de les placer en ouverture des cornets : en tant que lentilles [45] - [53]. Les structures des trois derniers articles sont présentées dans cette section, car ils présentent trois types de lentilles à métamatériaux : avec diélectriques, avec des SRR et avec des fils métalliques.

Dans l'article [51], le métamatériau est créé à partir de trous dans un diélectrique ($\epsilon_r = 2.2$ et $\tan \delta = 7.10^{-4}$) et est positionné à l'ouverture de l'antenne cornet, comme représenté sur les figures 1.36.



Figures 1.36 – a) Coupe dans la section transverse, b) coupe suivant l'axe de l'antenne cornet à lentille en métamatériaux [51].

En utilisant ce métamatériau, le champ électrique est plus focalisé, comme le montre la figure 1.37a). Ceci permet d'améliorer le gain de l'antenne de 9.9 dB à certaines fréquences, comme on peut le voir sur la figure 1.37b). Par ailleurs, l'ajout du métamatériau n'impacte pas l'adaptation. En effet, la figure 1.37c) montre qu'avec et sans le métamatériau, l'adaptation est quasiment identique. Cependant, le diélectrique choisi possède des pertes diélectriques très faibles, ce qui est un cas favorable pour cette structure. Généralement, l'utilisation de diélectrique est évitée pour limiter les pertes d'insertion.



Figures 1.37 – Présentation des performances avec et sans lentille a) du champ électrique à 10.5 GHz, b) du gain en fonction de la fréquence et c) de l'adaptation [51].

Ainsi, le métamatériau dans ce cornet permet d'améliorer le gain sans détériorer l'adaptation. Cependant, la structure pour fixer la lentille est assez encombrante, comme on peut le voir sur la figure 1.38.

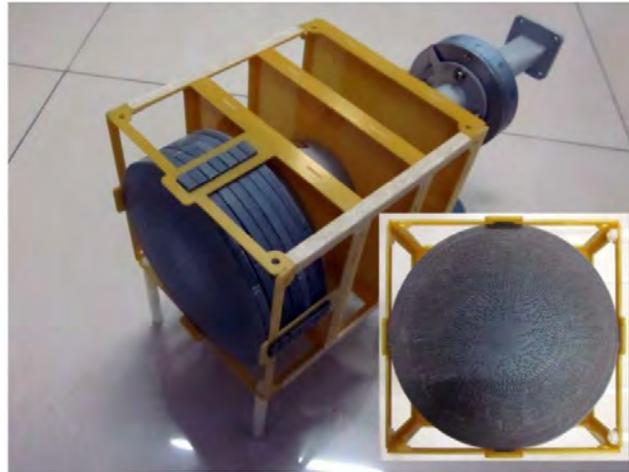
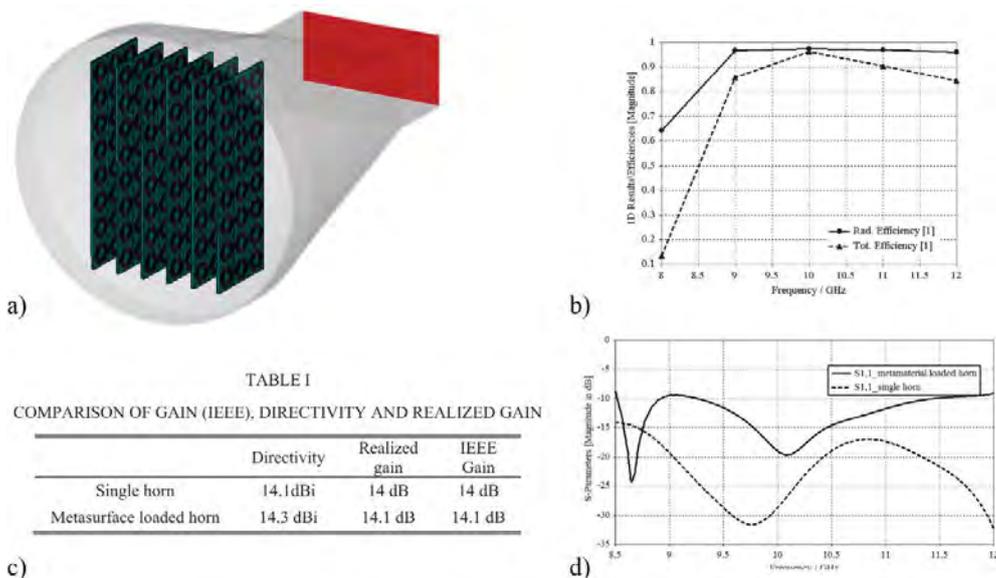


Figure 1.38 – Prototype réalisé dans [51].

Le motif du métamatériau de la lentille du cornet choisi dans [52] est un SRR hexagonal. La lentille est placée dans le plan perpendiculaire à l'ouverture, comme représenté sur la figure 1.39. Le cornet avec cette lentille est comparé au cornet sans lentille. Dans la bande passante étudiée [8.5; 12] GHz, le cornet classique présente une efficacité de surface comprise entre [95.5; 99.5] %. L'ajout de cette lentille ne permet pas d'améliorer significativement cette efficacité. Comme on peut le voir sur la figure 1.39b) en basse fréquence, elle descend jusqu'à 80%. Cependant, le gain est amélioré grâce à la présence de la lentille d'après le tableau de la figure 1.39c). De plus, le niveau de S_{11} , représenté sur la figure 1.39d), reste correct, puisqu'il est inférieur à -10 dB dans 74% dans la bande passante.

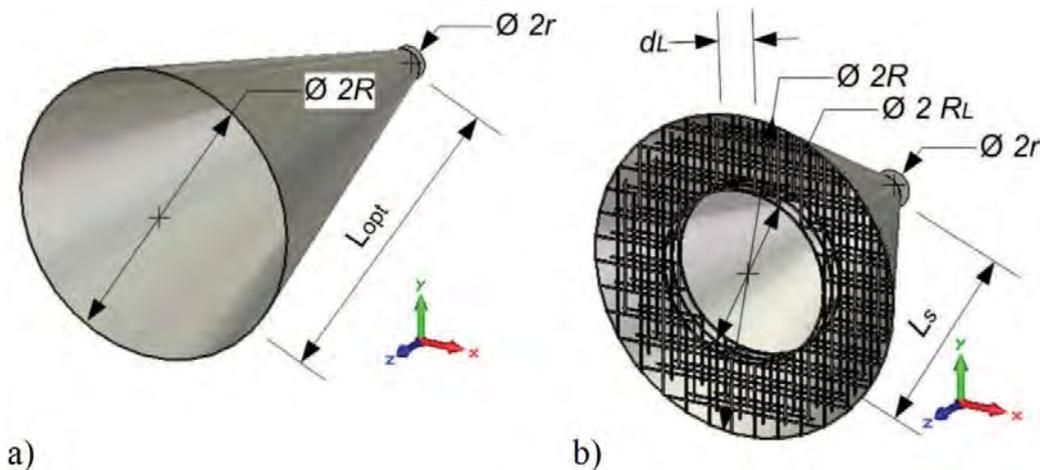


Figures 1.39 – a) Cornet avec la lentille en métamatériaux, b) efficacité de surface du cornet à métamatériaux, et comparaisons c) du gain et de la directivité et d) des paramètres de réflexion S_{11} des antennes avec et sans lentille [52].

L'inconvénient majeur de cette structure réside à nouveau dans la fabrication, puisque l'on voit sur la figure 1.39a) que la lentille est placée dans le cornet sans fixation.

Il faut alors trouver une solution robuste pour fixer ce métamatériau et qui n'impacte pas sur les performances.

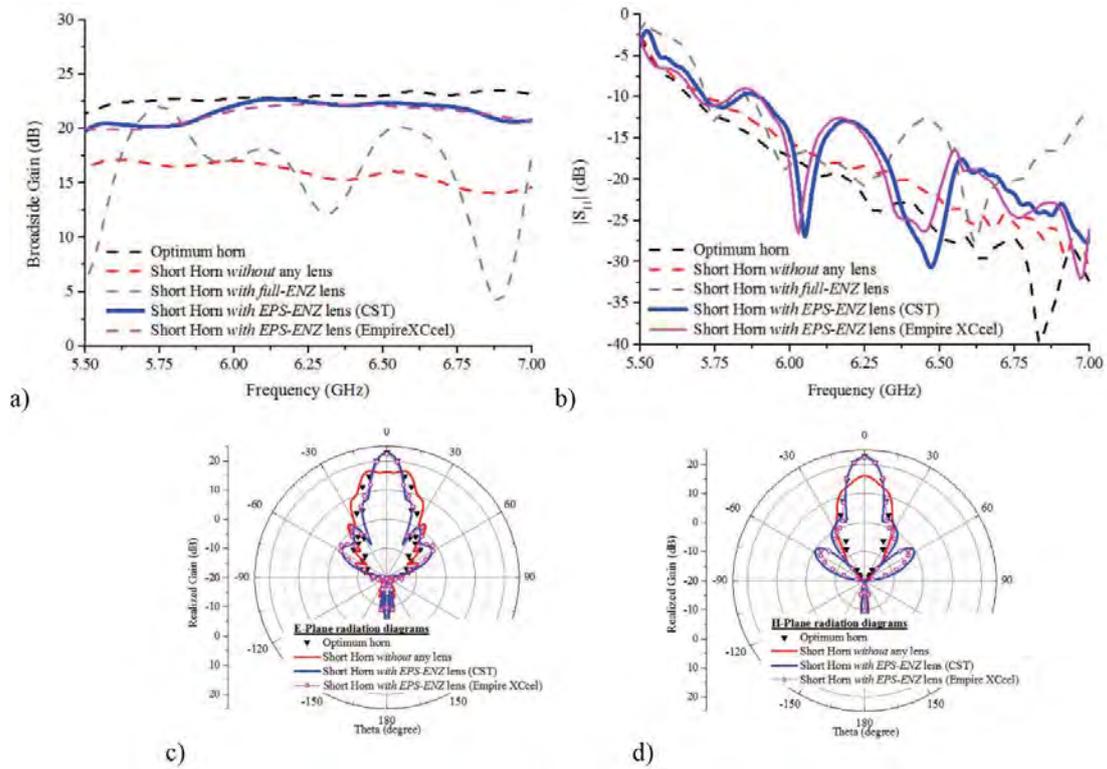
Dans le dernier article proposé ici [53], la lentille est créée à l'aide d'une grille métallique. Cette lentille permet de réduire la longueur d'un cornet classique en présentant des performances équivalentes. Les deux antennes sont représentées sur la figure 1.40.



Figures 1.40 – a) Cornet classique et b) cornet avec la lentille en métamatériau [53].

Cette lentille permet donc de réduire la longueur du cornet de 50%, tout en gardant un gain équivalent. En effet, le gain du cornet réduit avec lentille (représenté en trait continu bleu sur la figure 1.41a)) est très proche de celui du cornet métallique classique (représenté en tirets noirs sur la figure 1.41a)). Par ailleurs, on constate sur cette figure que sans cette lentille, le gain diminuerait nettement pour le cornet réduit (représenté en tirets rouges sur la figure 1.41a)). Le niveau des lobes secondaires reste convenable puisqu'il est inférieur à -20 dB dans les plans E et H d'après les figures 1.41c) et d), même s'il est plus élevé que dans le cas du cornet métallique (triangles noirs sur ces figures).

Concernant le coefficient de réflexion S_{11} , on peut constater qu'il est plus élevé dans le cas du cornet avec la lentille. Il reste inférieur à -10 dB dans 73% de la bande, alors qu'il est inférieur à -10 dB dans 93% de la bande pour le cornet métallique. La mise en place de cette lentille semble plus simple que dans les articles [51] et [52]. Cependant, si l'on souhaite utiliser cette lentille dans le spatial, les vibrations et chocs peuvent endommager la structure, notamment la grille métallique, puisque les fils peuvent être très fins (environ 0.03λ).



Figures 1.41 – Comparaisons a) du gain, b) du coefficient de réflexion, et des diagrammes de rayonnement dans les plans c) E et d) H, des cornets classique et de longueur réduite avec et sans lentille [53].

1.2.5. Bilan

Dans cette section, différents cornets à métamatériaux ont été présentés. Le tableau 1.1 récapitule les avantages et les inconvénients de chaque type de structures.

		Antennes à ouverture		
		OEWG	Cornets	
		à paroi en métamatériaux	à paroi en métamatériaux	Avec lentille à métamatériaux
Fabrication	usage	-	-	++
	Impression 3-D	+	+	+
Encombrement / assemblage		++	+	--
Fiabilité		+	++	-

Tableau 1.1 – Avantages et inconvénients des antennes à ouverture à métamatériaux.

Un des inconvénients majeurs des métamatériaux sur les parois est leur fabrication. En effet, nous avons vu que les parois de l'OEWG à pic [25] ont dû être réalisées séparément. Par ailleurs, l'usinage de corrugations dans une antenne à ouverture cylindrique dépend fortement de leurs dimensions. Les prix pour fabriquer les antennes à

ouverture à parois en métamatériaux peuvent ainsi augmenter rapidement. Cependant, une solution technologique à la fabrication des parois pourrait être l'impression 3-D. Ce type de fabrication permet de s'affranchir des limites et des prix des fabrications classiques pour construire des structures atypiques. Par ailleurs, comme les cornets à lentille à métamatériaux ne sont probablement pas assez fiables pour une application spatiale, ou trop encombrants, les travaux de cette thèse se concentrent sur les structures guidées à parois en métamatériaux.

Conclusion

Dans ce chapitre, les généralités sur la propagation dans des guides d'onde cylindriques ainsi que sur les caractéristiques de rayonnement des antennes sont rappelées. Ces rappels ont permis d'introduire des notions importantes comme l'équation de propagation, les modes de propagation, les diagrammes de dispersion, les impédances de mode, les diagrammes de rayonnement, la définition du gain et de la directivité, la polarisation mais aussi la notion de distribution *soft* et *hard*.

Puis un état de l'art sur les structures guidées (guides d'onde, antennes OEWG et cornets) à parois anisotropes a été présenté. Ces travaux ont permis de montrer les nombreuses possibilités que pouvaient offrir les métamatériaux : réduction de la taille d'environ 30 %, changement du diagramme de rayonnement (diminution des lobes secondaires et de la polarisation croisée) ... Beaucoup de travaux s'appuient sur la condition hybride « équilibrée » dans l'optimisation des métasurfaces, notamment pour les antennes cornets. Cependant, d'autres antennes et guides ont été conçus sans prendre en compte cette condition et ont montré de bonnes performances : réduction de sections des guides d'onde et des OEWG dans les parties 1.1.2.b et 1.2.2 et amélioration des diagrammes de rayonnement dans la deuxième partie des sections 1.2.3.b et 1.2.4. Ainsi, dans cette thèse, les parois seront qualifiées en regard des performances requises dans la structure étudiée (guide ou antenne), sans postulat *a priori*.

Références

- [1] J. Encinar, J. Rebollar, "A Hybrid Technique for Analyzing Corrugated and Noncorrugated Rectangular Horns," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 34, no. 8, pp. 961-968, Aug. 1986.
- [2] R. Bunger, R. Beyer, F. Arndt, "Rigorous Combined Mode-Matching Integral Equation Analysis of Horn Antennas with Arbitrary Cross Section," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 11, pp. 1641-1648, Nov. 1999.
- [3] R. Thabet, M. L. Riabi, "Rigorous Design and Efficient Optimization of Quarter-Wave Transformers in Metallic Circular Waveguides Using the Mode-Matching Method and the Genetic Algorithm," *Prog. Electromagn. Res., PIER* 68, pp. 15-33, 2007.
- [4] R. Jana, R. Bhattacharjee, "Analysis of Waveguide Junctions Using Mode Matching Technique," in *Proc. IEEE Applied Electrom. Conf. (AEMC)*, Kolkata, India, 18-22 Dec. 2011.
- [5] G. L. James, "Design of Wide-Band Compact Corrugated Horns," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 32, no. 10, pp. 1134-1138, Oct. 1984.
- [6] S. Targonski, "A Multiband Antenna for Satellite Communications on the Move," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 54, no. 10, pp. 2862-2868, Oct. 2006.
- [7] C. Granet, G. L. James, "Optimized Spline-Profile Smooth-Walled Tri-Band 20/30/44-GHz Horns," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 6, pp. 492-494, Aug. 2007.
- [8] J.-P. Adam, M. Romier, "Design Approach for Multiband Horn Antennas Mixing Multimode and Hybrid Mode Operation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 65, no. 1, pp. 358-364, Jan. 2017.
- [9] C. A. Balanis, "Antenna Theory - Analysis and Design," John Wiley & Sons, ISBN 0-471-59268-4, 1997.
- [10] D. M. Pozar, "Microwave Engineering," John Wiley & Sons, ISBN 0-471-17096-8, 1998.
- [11] N. Raveu, O. Pigaglio, "Résolution des Problèmes Hautes Fréquences par les Schémas Equivalents, Cours et Exercices Corrigés," Cépaduès Editions, ISBN 978.2.36493.013.1, 2012.
- [12] H. Aubert, H. Baudrand, "L'Electromagnétisme par les Schémas Equivalents - Résumé de Cours et Exercices Corrigés," Cépaduès Editions, ISBN 2.85428.618.9, 2003.
- [13] C. Granet, G. L. James, "Design of Corrugated Horns: a Primer," *IEEE Trans. Antennas Propag. Mag.*, vol. 47, no. 2, pp. 76-84, Apr. 2005.

- [14] P. J. B. Clarricoats, "Analysis of Spherical Hybrid Modes in a Corrugated Conical Horn," *Electronics Lett.*, vol. 5, no. 9, pp. 189-190, May 1969.
- [15] E. Lier, "Hybrid-Mode Horn Antenna with Design-Specific Aperture Distribution and Gain," in *IEEE Ant. Propag. Soc. Int. Symp. Digest. Held in conjunction with: USNC/CNC/URSI North American Radio Sci. Meeting*, Columbus, USA, 22-27 Jun. 2003.
- [16] P. J. B. Clarricoats, A. D. Olver, "Corrugated Horns for Microwave Antennas," London, U.K.: Peregrinus, ISBN 978-0-863-41003-1, 1984.
- [17] H. C. Minnett, B. MacA. Thomas, "A Method of Synthesizing Radiation Patterns with Axial Symmetry," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 5, pp. 654-656, Sep. 1966.
- [18] R. K. Shaw, E. Lier, J. Matthews, "Hexagonal hard metamaterial hybrid-mode horn with applications in multibeam reflector antennas," chez *IEEE Trans. Antennas Propag. Soc. Int. Symp.*, Charleston, USA, 1-5 Jun. 2009.
- [19] Q. Wu, C. P. Scarborough, D. H. Werner, E. Lier, R. K. Shaw, "Inhomogeneous Metasurfaces with Engineered Dispersion for Broadband Hybrid-Mode Horn Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 10, pp. 4947-4956, Oct. 2013.
- [20] Q. Wu, C. P. Scarborough, D. G. Martin, R. K. Shaw, D. H. Werner, E. Lier, X. Wang, "A Ku-Band Dual Polarization Hybrid-Mode Horn Antenna Enabled by Printed-Circuit-Board Metasurfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 3, pp. 1089-1098, Mar. 2013.
- [21] Q. Wu, C. P. Scarborough, D. H. Werner, E. Lier, X. Wang, "Design Synthesis of Metasurfaces for Broadband Hybrid-Mode Horn Antennas With Enhanced Radiation Pattern and Polarization Characteristics," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 8, pp. 3594 - 3604, Aug. 2012.
- [22] S. S. Kumar, M. B. Mahajan, R. Jyoti, V. R. Seth, H. S. Solanki, S. B. Sharma, "Design and Development of Wide Band Corrugated Horn," in *Int. Conf. Recent Adv. Microw. Theory Applications*, Jaipur, India, 21-24 Nov. 2008.
- [23] B. MacA. Thomas, H. C. Minnett, "Modes of Propagation in Cylindrical Waveguides with Anisotropic Walls," in *Proc. Institution of Electrical Eng.*, vol. 125, no. 10, pp. 929-932, Oct. 1978.
- [24] L. Claudepierre, N. Raveu, N. Capet, "Modal Analysis of Anisotropic Cylindrical Waveguides," in *Proc. Asia Pacific Microw. Conf.*, Kaoshing, Taiwan, 4-7 Dec. 2012.
- [25] B. Byrne, Etude et Conception de Guides d'Onde et d'Antennes Cornets à Métamatériaux, Toulouse: Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, 8 Novembre 2016.

- [26] A. Karbowski, "Theory of Imperfect Waveguides: the Effect of Wall Impedance," *Proc. IEE - Part B: Radio Electronic Eng.*, vol. 102, no. 5, pp. 698 - 708, Sep. 1955.
- [27] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Below-Cutoff Propagation in Metamaterial-Lined Circular Waveguides," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 61, no. 9, pp. 3169-3178, Sep. 2013.
- [28] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Experimental Verification of Below-Cutoff Propagation in Miniaturized Circular Waveguides Using Anisotropic ENNZ Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4, pp. 1297-1305, Apr. 2016.
- [29] B. Byrne, N. Raveu, N. Capet, G. Le Fur, L. Duchesne, "Reduction of Rectangular Waveguide Cross-Section with Metamaterials: A New Approach," in *Proc. 9th Int. Congr. on Adv. Electrom. Mat. Microw. Opt. (METAMATERIALS)*, Oxford, U.K, Sep. 2015, pp. 40-42.
- [30] V. G. Veselago, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ ," *Sov. Phys. Usp.*, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968.
- [31] N. Raveu, B. Byrne, L. Claudepierre and N. Capet, "Modal Theory for Waveguides with Anisotropic Surface Impedance Boundaries," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4 pp. 1153-1162, Apr. 2016.
- [32] K. Liu, C. A. Balanis, "Analysis of Horn Antennas with Impedance Walls," in *IEEE Antennas Propag. Symp. Digest*, Dallas, USA, 1990, May 7-11.
- [33] P.-S. Kildal, «Definition of Artificially Soft and Hard Surfaces for Electromagnetic Waves,» *Electronics Letters*, vol. 24, n° 13, pp. 168-170, Feb. 1988.
- [34] P.-S. Kildal, "Definition of Artificially Soft and Hard Surfaces for Electromagnetic Waves," *Electronics Lett.*, vol. 24, no. 3, pp. 168-170, Feb. 1988.
- [35] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Miniaturized Circular-Waveguide Probe Antennas using Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 63, no. 1, pp. 428-433, Jan. 2015.
- [36] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Radiation Characteristics of Miniaturized Metamaterial-Lined Waveguide Probe Antennas," in *Proc. 2015 IEEE Int. Symp. on Antennas Propag. USNC/URSI Nat. Radio Sci. Meeting*, Vancouver, Canada, Jul. 2015, pp. 1734-1735.
- [37] E. Lier, "Review of Soft and Hard Horn Antennas, Including Metamaterial-Based Hybrid-Mode Horns," *IEEE Trans. Antennas Propag. Mag.*, vol. 52, no. 2, pp. 31-39, Apr. 2010.
- [38] P.-S. Kildal, E. Lier, "Hard Horns Improve Cluster Feeds of Satellite Antennas," *Electron. Lett.*, vol. 24, no. 8, pp. 491-492, Apr. 1988.

- [39] Q. Wu, C. P. Scarborough, M. D. Gregory, D. H. Werner, R. K. Shaw, E. Lier, "Broadband Metamaterial-Enabled Hybrid-Mode Horn Antennas," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Toronto, Canada, Jul. 2010, pp 1-4.
- [40] C. P. Scarborough, Q. Wu, M. D. Gregory, D. H. Werner, R. K. Shaw, E. Lier "Broadband Metamaterial Soft-Surface Horn Antennas," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Toronto, ON, Canada, Jul. 2010, pp 1-4.
- [41] R. K. Shaw, E. Lier, C.-C. Hsu, "Profiled Hard Metamaterial Horns for Multibeam Reflectors," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Toronto, Canada, Jul. 2010, pp 1-4.
- [42] E. Lier, R. K. Shaw, D. H. Werner, Q. Wu, C. P. Scarborough, M. D. Gregory, "Statuts on Meta-Horn Development - Theory and Experiments," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Toronto, Canada, Jul. 2010, pp. 1-4.
- [43] Q. Wu, D. H. Werner, P. L. Werner, E. Lier, "Thin Magneto-Dielectric Coatings for Hybrid-Mode Horn Antennas," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Toronto, Canada, Jul. 2010, pp. 1-4.
- [44] Q. Wu, M. D. Gregory, D. H. Werner, P. L. Werner, E. Lier, "Nature-Inspired Design of Soft, Hard and Hybrid Metasurfaces," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Toronto, Canada, Jul. 2010, pp. 1-4.
- [45] Q. Wu, P. Pan, F.-Y. Meng, L.-W. Li, J. Wu, "A Novel Flat Lens Horn Antenna Designed Based on Zero Refraction Principle of Metamaterials," *Appl. Phys. A*, vol. 87, pp. 151-156, May 2007.
- [46] S. Hrabar, D. Bonefacic, D. Muha, "Numerical and Experimental Investigation of Horn Antenna with Embedded ENZ Metamaterial Lens," in *Proc. Appl. Electromag. Com.*, Dubrovnik, Croatia, 2007.
- [47] J. J. Barroso, A. Tomaz, U. C. Hasar, "Wire Grid Metamaterial for Directive Emission," in *Proc. Microw. Optoelectronics Conf. (IMOC)*, Rio de Janeiro, Brazil, 2013.
- [48] Y. He, N. Ding, L. Zhang, W. Zhang, B. Du, "Short-Length and High-Aperture-Efficiency Horn Antenna Using Low-Loss Bulk Anisotropic Metamaterial," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 14, pp. 1642-1645, Aug. 2015.
- [49] X. Ma, C. Huang, W. Pan, B. Zhao, J. Cui, X. Luo, "A Dual Circularly Polarized Horn Antenna in Ku-Band Based on Chiral Metamaterial," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 62, no. 4, pp. 2307-2311, Apr. 2014.
- [50] C.-Y. Tan, K. T. Selvan, "A Performance Comparison of Ku-Band Conical Horn with an Inserted Cone-Sphere with Horns with an Integrated Dielectric Lens and Metamaterial Loading," *Antennas Propag. Mag.*, vol. 53, no. 5, pp. 115-122, Oct. 2011.

- [51] R.-Z. Liu, F.-Y. Meng, J. Fui, G.-H. Yang, K. Zhang, S. Li, Q. Wu, "Automatic Design and Fabrication of Broadband Circular-Polarized Gradient Index Metamaterial Lens," in *Microw. Symp. Digest (IMS), IEEE MTT-S Int.*, Seattle, USA, 2013.
- [52] S. Can, A. E. Yilmaz, "Bandwidth Enhancement of a Horn Antenna at X-Band by Usin Metamaterials," in *Proc. Int. Symp. Fundamentals Electrical Eng.*, Bucarest, Romania, 2016.
- [53] D. Ramaccia, F. Scattone, F. Bilotti, A. Toscano, "Broadband Compact Horn Antennas by Using EPS-ENZ Metamaterial Lens," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 6, pp. 2929-2937, Jun. 2013.

Chapitre 2

Théorie Modale Elargie : caractérisation des propriétés de dispersion des guides d'onde cylindriques à paroi anisotrope

Sommaire

Introduction	70
2.1. Les guides d'onde à paroi anisotrope idéale	70
2.1.1. Equation de dispersion des guides cylindriques : la TME.....	70
2.1.2. Diagrammes de dispersion des guides cylindriques	76
2.1.3. Cartographie des champs électromagnétiques.....	77
2.2. Les guides d'onde à paroi anisotrope réelle.....	82
2.2.1. Prise en compte de la variation en fréquence et en mode.....	83
2.2.2. Nouvel algorithme de la TME	85
2.2.3. Diagrammes de dispersion.....	86
Conclusion.....	90
Références	92

Liste des figures

Figure 2.1 – Guide cylindrique à paroi anisotrope [2].	70
Figure 2.2 – Algorithme général de la TME.	75
Figure 2.3 – Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface ($Z_T ; Z_Z$). Les courbes représentées avec des points bleus sont obtenues avec le code de TME et celles avec les triangles verts avec COMSOL.	76
Figures 2.4 – Amplitude normalisée du champ électrique du mode TE_{11} dans un guide métallique, à la fréquence $f = 3.5$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.	77
Figures 2.5 – Amplitude normalisée du champ magnétique du mode TE_{11} dans un guide métallique, à la fréquence $f = 3.5$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.	78
Figures 2.6 – Amplitude normalisée du champ électrique du mode TM_{01} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 2.4$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.	78
Figures 2.7 - Amplitude normalisée du champ magnétique du mode TM_{01} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 2.4$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.	79
Figures 2.8 – Amplitude normalisée du champ électrique du mode EH_{11} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 1$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.	79
Figures 2.9 - Amplitude normalisée du champ magnétique du mode EH_{11} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 1$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.	80
Figure 2.10 – Amplitude normalisée du champ électrique d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface ($Z_T ; Z_Z$).	81
Figure 2.11 – Amplitude normalisée du champ magnétique d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface ($Z_T ; Z_Z$).	81
Figure 2.12 – Guide d'onde cylindrique à métamatériaux.	82
Figure 2.13 – Propagation d'une onde électromagnétique dans un guide cylindrique et définition de l'angle d'incidence φ	83
Figure 2.14 – Diagramme de dispersion complet du premier mode propagatif d'un guide à paroi isotrope avec $Z_T = Z_Z = jZ_0$ avec la variation en φ à chaque fréquence. En rose, le diagramme représenté est celui obtenu avec HFSS, en bleu, celui obtenu avec la TME.	85
Figure 2.15 – Algorithme corrigeant l'angle d'incidence φ , les nouvelles étapes par rapport à l'algorithme de la figure 2.2 sont indiquées en bleu.	86

- Figure 2.16 – Calcul des impédances (Z_T' ; Z_Z') pour un guide d'onde « fictif » de rayon a 87
- Figure 2.17 – Algorithme permettant de vérifier les impédances calculées dans l'algorithme de la figure 2.15. Les nouvelles étapes par rapport à la figure 2.2 sont représentées en bleu..... 88
- Figure 2.18 – Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface (Z_T ; Z_Z). Les courbes représentées avec des points bleus sont obtenues avec l'algorithme calculant les impédances en $\rho = a$, (2.33) et (2.34), celles en ronds roses sont obtenues avec l'algorithme de la TME présenté en 2.1.2. 89
- Figures 2.19 – Parties imaginaires des impédances de surface normalisées a) Z_T' (modes TE), b) Z_T' (modes TM), c) Z_Z' (modes TE) et d) Z_Z' (modes TM) des 6 premiers modes propagatifs d'un guide métallique de rayon $A = 30$ mm. 90

Introduction

Dans ce chapitre, la Théorie Modale Elargie (TME) est rappelée pour les guides d'onde cylindriques [1], [2]. Cette méthode permet une résolution analytique rapide des équations de propagation dans des guides d'onde. Dans un premier temps, les guides d'onde étudiés sont considérés avec des impédances fixes sur la paroi. Cette première étape a permis de développer et valider un code Matlab caractérisant ces guides d'onde, autant en fréquence de coupure (diagramme de dispersion présenté dans la section 2.1.2) qu'en cartographie des champs électromagnétiques (présentée dans la section 2.1.3) [1] - [3]. Enfin, ce même code a été complexifié pour prendre en compte la variabilité des impédances lorsque l'on considère une épaisseur, en vue de traiter ensuite les guides dont la paroi est constituée de métamatériaux.

2.1. Les guides d'onde à paroi anisotrope idéale

La TME a été développée pour les guides d'onde à parois anisotropes en coordonnées cartésiennes et cylindriques, dans le cadre des travaux de thèse de M. Byrne [1] - [3]. Dans cette partie, l'équation de dispersion résolue grâce à cette méthode est tout d'abord rappelée. Dans cette thèse, nous nous intéressons uniquement aux structures en coordonnées cylindriques car elles correspondent davantage aux systèmes embarqués sur satellite [4] - [7].

2.1.1. Equation de dispersion des guides cylindriques : la TME

On considère un guide d'onde cylindrique selon l'axe z avec une paroi anisotrope fixe, comme représentée sur la figure 2.1. Les champs électromagnétiques varient alors en $e^{-\gamma_z z}$, où γ_z est la constante de propagation suivant l'axe z .

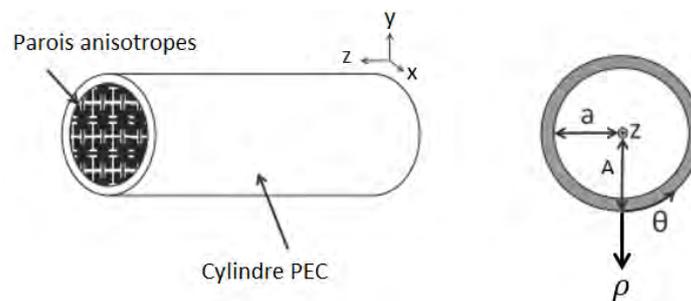


Figure 2.1 – Guide cylindrique à paroi anisotrope [2].

- **Equation de dispersion :**

L'équation de dispersion est déduite de l'expression des composantes des champs électromagnétiques et des conditions aux limites sur la paroi du guide cylindrique. Les composantes des champs électromagnétiques sont exprimées dans le système de coordonnées cylindriques (2.1) à (2.8). En effet, selon les équations (1.13) et (1.14) du chapitre 1, les composantes des champs transverses, \vec{E}_T et \vec{H}_T s'écrivent en fonction des champs longitudinaux, E_z et H_z , selon (2.1) et (2.2).

$$\vec{E}_T = \frac{1}{k_c^2} (-\gamma_z \nabla_T E_z - j Z_0 k_0 \nabla_T H_z \times \vec{z}), \quad (2.1)$$

$$\vec{H}_T = \frac{1}{k_c^2} \left(j \frac{k_0}{Z_0} \nabla_T E_z \times \vec{z} - \gamma_z \nabla_T H_z \right), \quad (2.2)$$

avec $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ l'impédance dans le vide, $k_c = \sqrt{\gamma_z^2 + k_0^2}$ la constante de coupure du mode considéré (1.18), k_0 le nombre d'onde dans le vide.

Les composantes longitudinales E_z et H_z sont solutions de l'équation d'Helmholtz (1.10) dans le cas cylindrique, on a donc :

$$E_z = \Gamma_m J_m(k_c \rho) \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}, \quad (2.3)$$

$$H_z = \Psi_m J_m(k_c \rho) \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}, \quad (2.4)$$

où ρ est le rayon du guide, J_m la fonction de Bessel d'ordre m , m un nombre entier, Ψ_m et Γ_m des constantes complexes indépendantes de (ρ, θ, z) .

En injectant (2.3) et (2.4) dans (2.1) et (2.2), on obtient les composantes transverses des champs électromagnétiques (2.5) à (2.8).

$$E_\rho = \left[\frac{j Z_0 k_0 m}{k_c^2 \rho} \Psi_m J_m(k_c \rho) - \frac{\gamma_z}{k_c} \Gamma_m J_m'(k_c \rho) \right] \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}, \quad (2.5)$$

$$E_\theta = \left[\frac{j Z_0 k_0}{k_c} \Psi_m J_m'(k_c \rho) - \frac{\gamma_z m}{k_c^2 \rho} \Gamma_m J_m(k_c \rho) \right] \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}, \quad (2.6)$$

$$H_\rho = \left[-\frac{\gamma_z}{k_c} \Psi_m J_m'(k_c \rho) + \frac{j k_0 m}{Z_0 k_c^2 \rho} \Gamma_m J_m(k_c \rho) \right] \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}, \quad (2.7)$$

$$H_\theta = \left[\frac{\gamma_z m}{k_c^2 \rho} \Psi_m J_m(k_c \rho) - \frac{j k_0}{Z_0 k_c} \Gamma_m J_m'(k_c \rho) \right] \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}. \quad (2.8)$$

où J_m' est la dérivée de la fonction de Bessel J_m .

Pour les guides d'onde cylindriques, la frontière permet de définir uniquement deux conditions aux limites traduites via une impédance de surface Z_s , liant les composantes tangentes à la frontière selon (2.9). En précisant l'impédance de surface Z_s , il est possible de définir une infinité de guides d'onde à paroi isotrope ou anisotrope.

$$\vec{E} = Z_s (\vec{H} \times \vec{n}), \quad (2.9)$$

où \vec{n} est le vecteur normal rentrant dans le volume, on a donc $\vec{n} = -\vec{\rho}$.

L'équation (2.9) peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} E_\rho \\ E_\theta \\ E_z \end{pmatrix} = Z_s \left(\begin{pmatrix} H_\rho \\ H_\theta \\ H_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = Z_s \begin{pmatrix} 0 \\ -H_z \\ H_\theta \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

L'impédance Z_s est ainsi imposée en $\rho = A$. Comme cette impédance lie les composantes des champs électromagnétiques (2.9), il est possible de déterminer deux impédances de surface Z_T et Z_Z (2.11) définies en $\rho = A$:

$$Z_T = -\frac{E_\theta}{H_z} \Big|_{\rho=A}, \quad Z_Z = \frac{E_z}{H_\theta} \Big|_{\rho=A}. \quad (2.11)$$

Soit le système :

$$\begin{cases} E_\theta = -Z_T H_z, \text{ en } \rho = A, \\ E_z = Z_Z H_\theta \end{cases} \quad (2.12)$$

en réinjectant (2.3), (2.4), (2.6) et (2.8) dans (2.12), on obtient (2.13) :

$$\begin{cases} \left[\frac{jZ_0 k_0}{k_c} \Psi_m J'_m(k_c A) - \frac{\gamma_z m}{k_c^2 A} \Gamma_m J_m(k_c A) \right] = -Z_T \Psi_m J_m(k_c A) \\ \Gamma_m J_m(k_c A) = Z_Z \left[\frac{\gamma_z m}{k_c^2 A} \Psi_m J_m(k_c A) - \frac{j k_0}{Z_0 k_c} \Gamma_m J'_m(k_c A) \right]. \end{cases} \quad (2.13)$$

Soit sous la forme matricielle :

$$\boxed{\begin{pmatrix} -\frac{\gamma_z m}{k_c^2 A} J_m(k_c A) & \frac{jZ_0 k_0}{k_c} J'_m(k_c A) + Z_T J_m(k_c A) \\ J_m(k_c A) + \frac{j k_0}{Z_0 k_c} Z_Z J'_m(k_c A) & -\frac{\gamma_z m}{k_c^2 A} Z_Z J_m(k_c A) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_m \\ \Psi_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}}, \quad (2.14)$$

les inconnues de (2.14) étant : k_c , Γ_m et Ψ_m . On pose alors :

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{\gamma_z m}{k_c^2 A} J_m(k_c A) & \frac{jZ_0 k_0}{k_c} J'_m(k_c A) + Z_T J_m(k_c A) \\ J_m(k_c A) + \frac{j k_0}{Z_0 k_c} Z_Z J'_m(k_c A) & -\frac{\gamma_z m}{k_c^2 A} Z_Z J_m(k_c A) \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

et

$$V = \begin{pmatrix} \Gamma_m \\ \Psi_m \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

L'équation (2.14) est de la forme $MV = 0$, où V est le vecteur propre associé à la valeur propre nulle λ définie par l'équation (2.17) :

$$MV - \lambda V = 0. \quad (2.17)$$

Le vecteur V est calculé selon (2.17) pour la valeur propre λ nulle. Or, pour avoir $V \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ associé à la valeur propre λ nulle, il faut que le déterminant de la matrice M soit nul. Il faut donc résoudre (2.18) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma_z m}{k_c u_A}\right)^2 Z_Z (J_m(u_A))^2 - \frac{j Z_0 k_0}{k_c} J_m(u_A) J'_m(u_A) - Z_T (J_m(u_A))^2 \\ + Z_Z \left(\frac{k_0}{k_c}\right)^2 (J'_m(u_A))^2 - \frac{j k_0}{Z_0} Z_Z Z_T J_m(u_A) J'_m(u_A) = 0, \end{aligned} \quad (2.18)$$

où $u_A = k_c A$.

Les solutions de (2.18) permettent de définir k_c , sachant que $\gamma_z^2 = k_c^2 - k_0^2$. En multipliant cette équation par $\frac{1}{Z_0} \left(\frac{k_c}{k_0}\right)^2$, on obtient l'équation de dispersion développée dans [1], [2] et [8] :

$$\begin{aligned} \frac{Z_Z}{Z_0} (J'_m(u_A))^2 - \frac{Z_T}{Z_0} \left(\frac{k_c J_m(u_A)}{k_0}\right)^2 + \left(\frac{Z_Z Z_T}{Z_0^2} + 1\right) \frac{k_c J_m(u_A) J'_m(u_A)}{j k_0} \\ + \frac{Z_Z}{Z_0} \left(\left(\frac{k_c}{k_0}\right)^2 - 1\right) \left(\frac{m J_m(u_A)}{u_A}\right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Cette équation se simplifie dans le cas des modes d'ordre nul en (2.20) :

$$\frac{Z_Z}{Z_0} (J'_0(u_A))^2 - \frac{Z_T}{Z_0} \left(\frac{k_c J_0(u_A)}{k_0}\right)^2 + \left(\frac{Z_Z Z_T}{Z_0^2} + 1\right) \frac{k_c J_0(u_A) J'_0(u_A)}{j k_0} = 0. \quad (2.20)$$

L'équation (2.20) peut aussi s'écrire sous la forme du produit de deux termes :

$$\left[\frac{Z_Z}{Z_0} J'_0(u_A) + \frac{k_c}{j k_0} J_0(u_A) \right] \times \left[\frac{Z_T}{Z_0} \frac{k_c}{j k_0} J_0(u_A) + J'_0(u_A) \right] = 0. \quad (2.21)$$

Ainsi, (2.21) montre que les modes TE et les modes TM sont disjoints lorsque m est nul : chaque terme caractérise un type de mode. Or pour un mode TE_{0n} , n un entier, la composante E_z est nulle, donc d'après (2.11), Z_T peut être considérée comme l'impédance de surface caractérisant les modes TE_{0n} , comme dans le cas cartésien. De même, l'impédance Z_Z caractérise les modes TM_{0n} .

Un code Matlab a été développé (l'algorithme est présenté en fin de cette partie 2.1.1) dans [2] permettant de résoudre les équations (2.19) et (2.21).

Comme expliqué dans la partie 1.1.1.c), k_c est lié à γ_z selon (1.18). Or γ_z est généralement un nombre complexe, s'écrivant : $\gamma_z = \alpha_z + j\beta_z$. Dans le cas où $\gamma_z = \alpha_z$, le mode est dit évanescent. Ces modes n'existent qu'en-dessous de la fréquence de coupure. Lorsque l'on dépasse la fréquence de coupure, on a $\gamma_z = j\beta_z$. Dans ce cas, le mode est dit propagatif. L'étude des modes propagatifs a déjà été effectuée dans [2]. En revanche, l'étude des modes évanescents présentée ici, est nouvelle.

- **Détermination des champs électromagnétiques :**

Une fois l'équation de dispersion résolue, les k_c de l'équation (2.14) sont connus, il faut alors trouver les constantes Ψ_m et Γ_m pour connaître parfaitement les champs électromagnétiques grâce aux équations (2.3) à (2.8). Le vecteur $V = \begin{pmatrix} \Gamma_m \\ \Psi_m \end{pmatrix}$, associé à la valeur propre nulle est alors évalué d'après (2.17).

- **Algorithme de la TME :**

Le code Matlab développé permet alors de tracer les diagrammes de dispersion de guides d'onde à paroi isotrope et anisotrope ainsi que les champs dans la section du guide. Il permet aussi d'identifier les modes se propageant dans le guide. En effet, une première étape permet de connaître le type de mode. Le vecteur V étant connu, si :

- $|\Gamma_m|$ est nul, alors dans ce cas E_z est nul et le mode est de type TE_{mn} ,
- $|\Psi_m|$ est nul, alors dans ce cas H_z est nul et le mode est de type TM_{mn} ,
- $|\Gamma_m|$ et $|\Psi_m|$ sont nuls, alors E_z et H_z sont nuls et le mode est de type TEM,
- et finalement, si $|\Gamma_m|$ et $|\Psi_m|$ sont différents de zéro, le mode est hybride. Le rapport $\frac{\Gamma_m}{\Psi_m}$ est calculé, [8], s'il est positif le mode est de type HE_{mn} , et s'il est négatif le mode est de type EH_{mn} , comme présenté à la section 1.1.1.b), (1.15).

En résolvant (2.19) les k_c sont alors stockés dans une matrice. Les indices m et n sont retrouvés en lisant le numéro de la ligne de cette matrice (qui donne la valeur de $m + 1$) et le numéro de la colonne (qui donne la valeur de n). La position de k_c en θ , donc en m , est imposée pour chaque calcul et n correspond au numéro de la solution trouvée en commençant par n égale à un. La figure 2.2 représente cet algorithme.

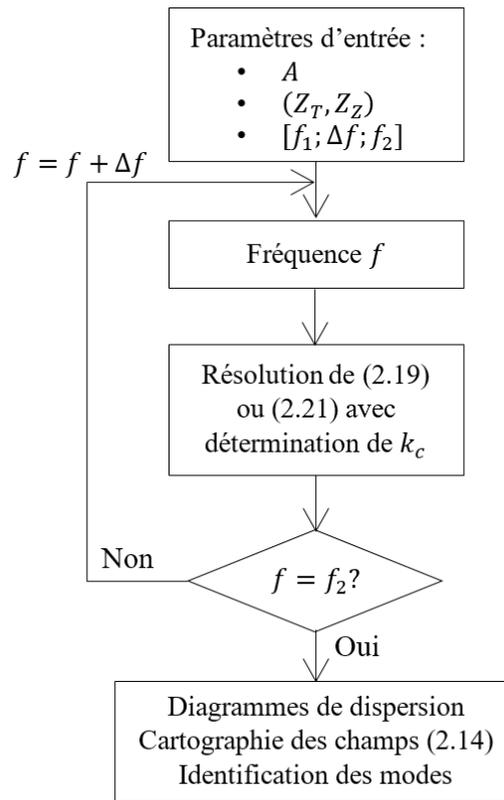


Figure 2.2 – Algorithme général de la TME.

Les diagrammes de dispersion et les différentes cartographies des champs sont représentés respectivement dans les parties suivantes 2.1.2 et 2.1.3.

Concernant les modes propagatifs et évanescents, l'algorithme change au niveau de la résolution de (2.19) ou (2.21). En effet, la recherche de k_c ne se fait pas dans le même intervalle. La constante k_c s'écrit en fonction de k_0 et γ_z , (2.22). Dans le cas d'un mode propagatif, on a donc :

$$k_c = \sqrt{\gamma_z^2 + k_0^2} = \sqrt{(j\beta_z)^2 + k_0^2} = \sqrt{k_0^2 - \beta_z^2}, \quad (2.22)$$

k_c est donc inférieur à k_0 . Et dans le cas d'un mode évanescent k_c s'écrit de la façon suivante :

$$k_c = \sqrt{\gamma_z^2 + k_0^2} = \sqrt{\alpha_z^2 + k_0^2}, \quad (2.23)$$

k_c est alors supérieur à k_0 . Ainsi dans l'algorithme, pour les modes propagatifs les zéros de l'équation de dispersion seront recherchés dans l'intervalle $[0; k_0]$ alors que pour trouver les modes évanescents cet intervalle devient $[k_0; +\infty[$.

2.1.2. Diagrammes de dispersion des guides cylindriques

L'algorithme de la figure 2.2 est alors utilisé pour diverses combinaisons d'impédances Z_T et Z_Z , imposées sur la paroi d'un guide cylindrique de rayon $A = 30$ mm. La validation de cet algorithme est faite par comparaison des diagrammes obtenus avec le logiciel COMSOL dont les paramètres de simulations sont présentés en annexe C. Un tableau récapitulatif est présenté sur la figure 2.3. Tous les modes évanescents existants dans la bande passante $[0; 6]$ GHz ne sont pas représentés, car il y en a un très grand nombre. C'est pourquoi, seuls ceux devenant propagatifs dans la bande sont représentés. Par exemple, si dans cette bande il y a six modes qui se propagent d'ordre m inférieur à trois, alors seuls les modes évanescents d'ordre m inférieur à trois sont recherchés.

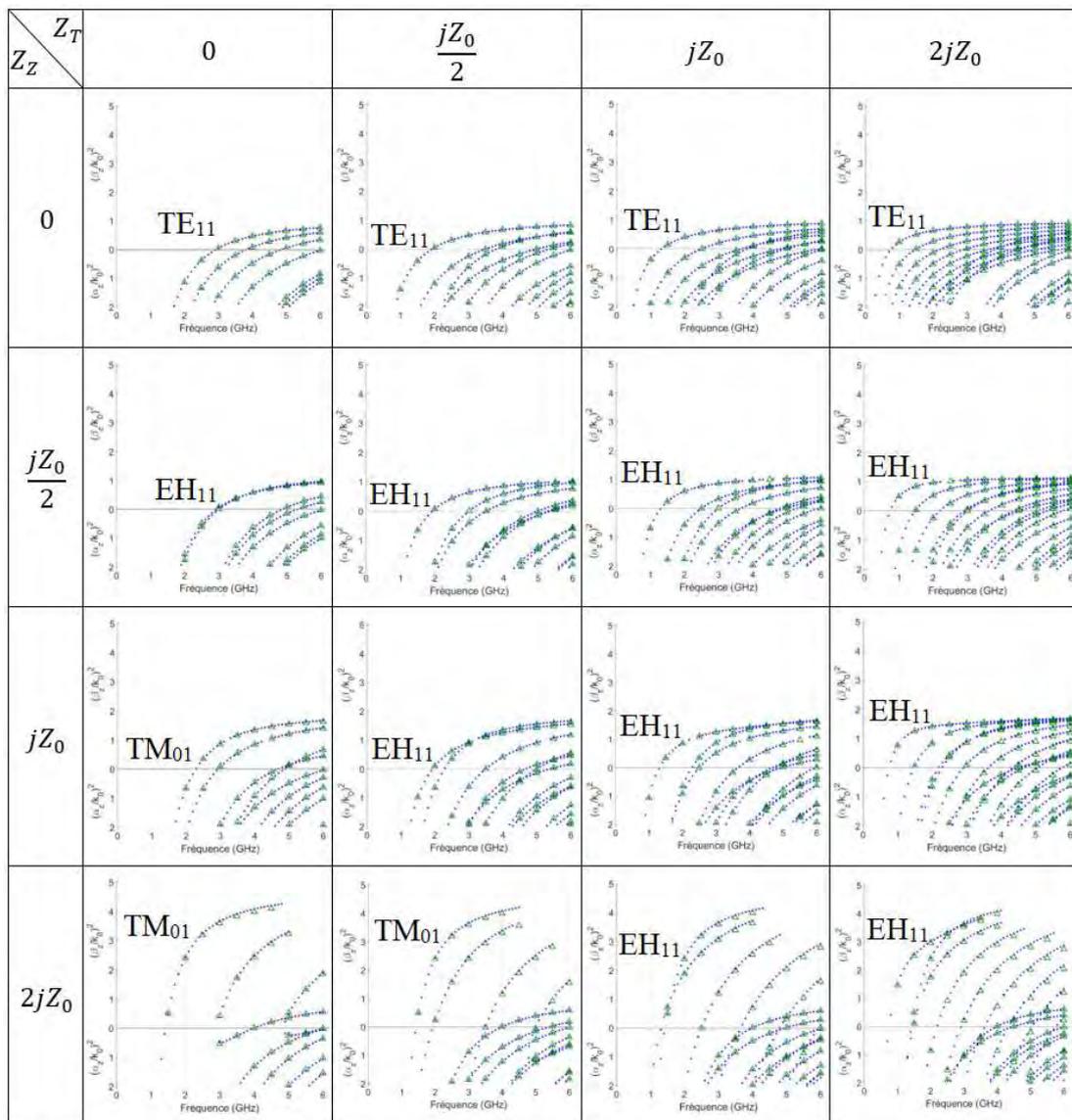


Figure 2.3 – Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface ($Z_T; Z_Z$). Les courbes représentées avec des points bleus sont obtenues avec le code de TME et celles avec les triangles verts avec COMSOL.

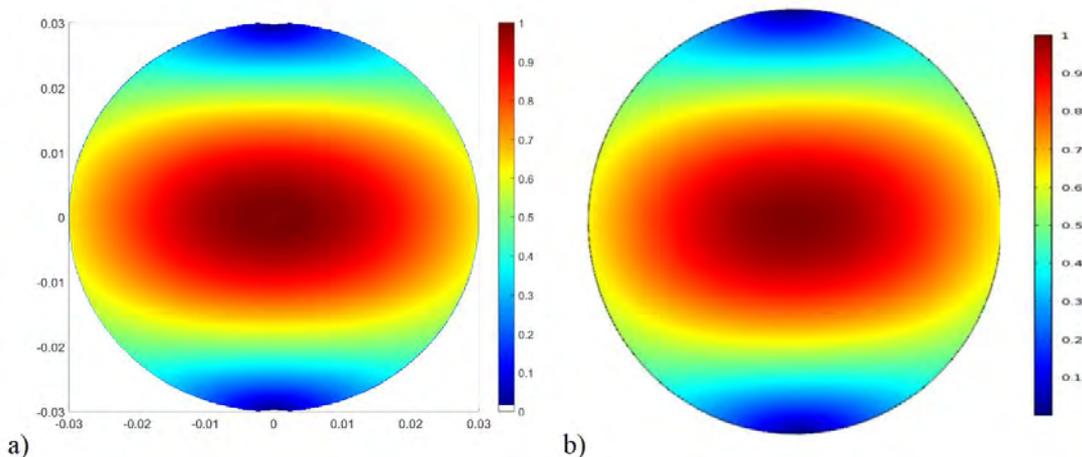
Tous les diagrammes obtenus avec la TME se superposent parfaitement à ceux obtenus avec le logiciel COMSOL. De plus sur cette figure, les premiers modes propagatifs sont identifiés grâce à l'algorithme de la TME. On retrouve bien, le mode TE_{11} fondamental dans le cas du guide métallique $Z_T = Z_Z = 0 \Omega$. Par ailleurs, lorsque Z_Z vaut 0Ω le mode fondamental reste le TE_{11} , mais sa fréquence de coupure est réduite lorsque Z_T augmente. Dès que Z_Z augmente, le mode fondamental change devenant soit un mode TM_{01} soit le mode EH_{11} . Sur la ligne $Z_Z = jZ_0/2$, on constate que la fréquence de coupure du mode EH_{11} diminue aussi lorsque Z_T augmente. Les couples $(Z_T = 0 \Omega, Z_Z = 2jZ_0)$ et $(Z_T = jZ_0/2, Z_Z = 2jZ_0)$ permettent de mettre en avant le fait que la fréquence de coupure du mode TM_{01} est imposée par l'impédance Z_Z car Z_T varie et non Z_Z . Par ailleurs, lorsque Z_Z augmente, la fréquence de coupure du TM_{01} diminue.

2.1.3. Cartographie des champs électromagnétiques

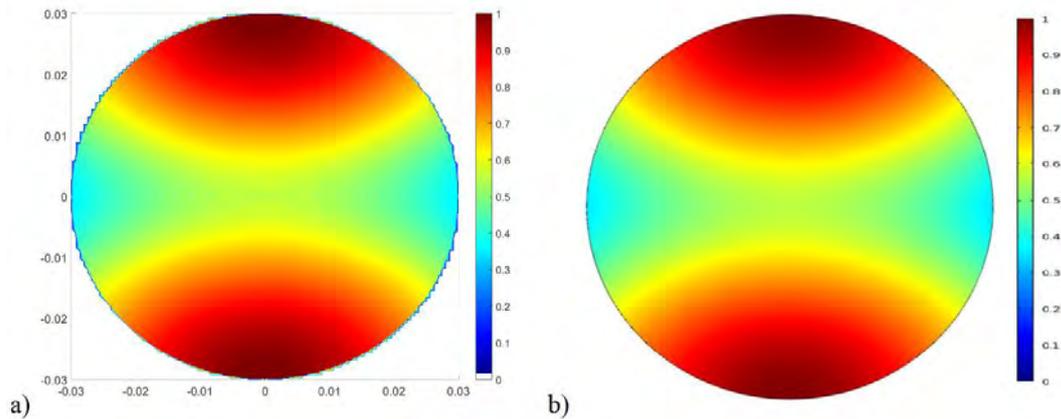
L'étude de la cartographie des champs électromagnétiques est nécessaire pour connaître parfaitement les propriétés des champs dans le guide d'onde. En effet, la cartographie du mode fondamental d'un guide d'onde est essentielle pour son utilisation. Elle permet de définir le type d'excitation à mettre en place. Par exemple, si le champ électrique est fort au centre et faible sur les bords, la sonde électrique est placée au centre.

Dans cette partie, la cartographie des champs totaux des premiers modes se propageant pour chaque guide est représentée de façon normalisée. L'algorithme est d'abord vérifié pour un guide métallique dont les cartographies sont représentées sur les figures 2.4 et 2.5, puis pour deux guides à paroi anisotrope : $(Z_T = 0 \Omega; Z_Z = jZ_0)$ et $(Z_T = 2jZ_0; Z_Z = \frac{jZ_0}{2})$, dont les cartographies sont représentées sur les figures 2.6 à 2.9. Le rayon de ces trois guides est de 30 mm. La validation de ces exemples est faite par comparaison avec le logiciel COMSOL. Les fréquences auxquelles les cartographies sont tracées, sont choisies arbitrairement dans les bandes monomodes des guides.

- **Guide métallique :**



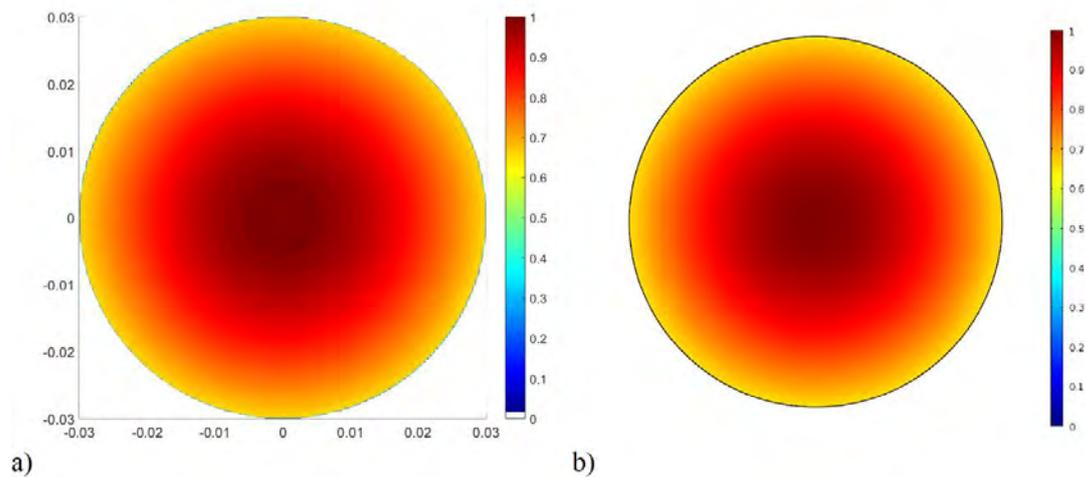
Figures 2.4 – Amplitude normalisée du champ électrique du mode TE_{11} dans un guide métallique, à la fréquence $f = 3.5$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.



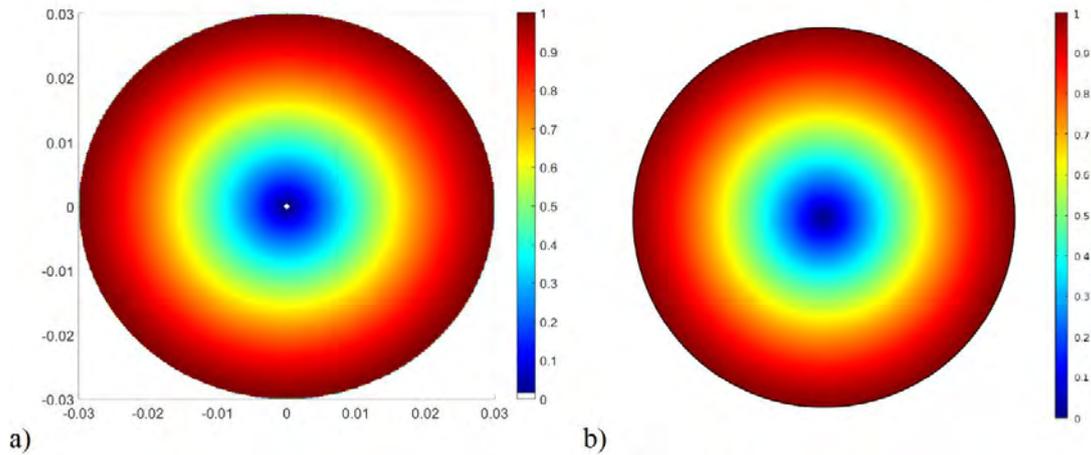
Figures 2.5 – Amplitude normalisée du champ magnétique du mode TE_{11} dans un guide métallique, à la fréquence $f = 3.5$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.

Les champs électromagnétiques obtenus avec COMSOL et la TME ont les mêmes variations. Pour le champ électrique, représenté sur la figure 2.4, on note notamment, un champ apodisé. Pour exciter ce mode, on placera la sonde électrique au centre.

- Guide à paroi anisotrope ($Z_T = 0 \Omega$; $Z_Z = jZ_0$) :



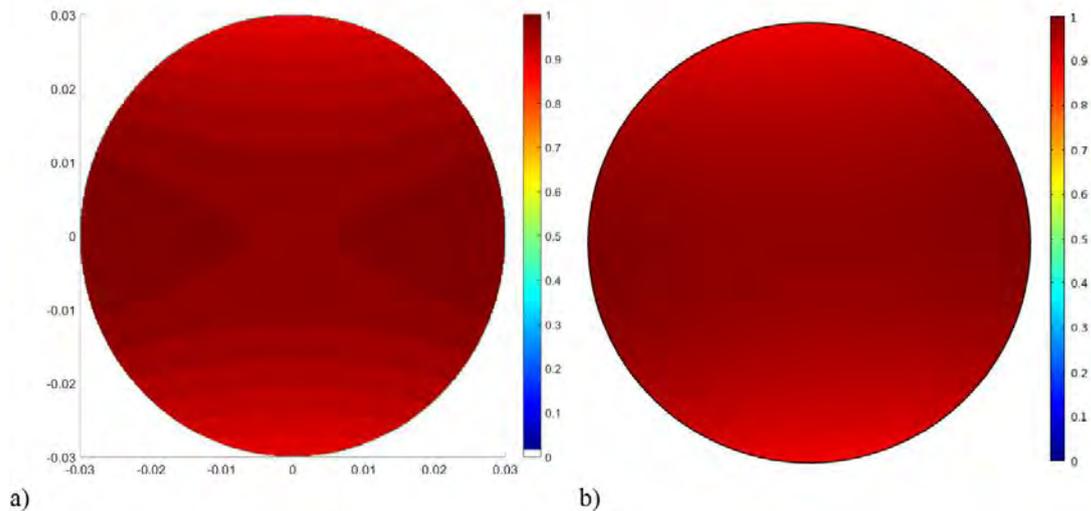
Figures 2.6 – Amplitude normalisée du champ électrique du mode TM_{01} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 2.4$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.



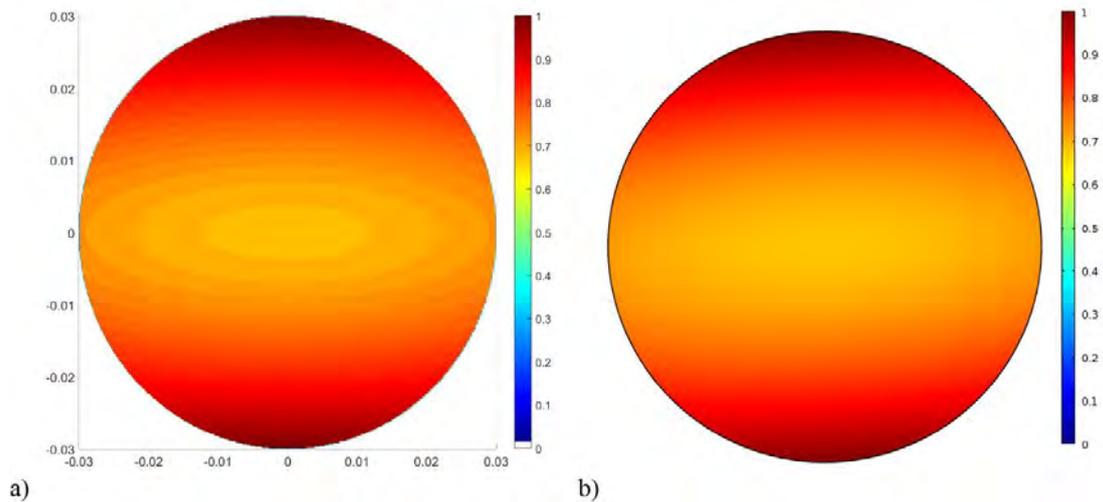
Figures 2.7 - Amplitude normalisée du champ magnétique du mode TM_{01} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 2.4$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.

Les cartographies sont à nouveau identiques entre COMSOL et la TME. Celles-ci sont bien invariantes en θ ce qui est caractéristique d'un mode d'ordre nul. Le champ électrique est à nouveau fort au centre, contrairement au champ magnétique qui est nul au centre. Ce guide pourrait donc être excité à l'aide d'une sonde électrique, en la plaçant au centre.

- Guide à paroi anisotrope ($Z_T = 2jZ_0$; $Z_Z = \frac{jZ_0}{2}$) :



Figures 2.8 – Amplitude normalisée du champ électrique du mode EH_{11} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 1$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.



Figures 2.9 - Amplitude normalisée du champ magnétique du mode EH_{11} dans un guide à paroi anisotrope, à la fréquence $f = 1$ GHz avec a) TME et b) COMSOL.

Le champ électrique étant quasiment uniforme dans la section, il est plus difficile de noter la différence entre COMSOL et la TME. Cependant, les cartographies semblent similaires : le champ électrique est fort sur les parties gauche et droite, et plus faible en haut et en bas. Concernant le champ magnétique, les tracés obtenus avec COMSOL et la TME semblent aussi identiques : plus faible au centre et sur les parties gauche et droite.

Pour ces trois guides, les cartographies des champs électromagnétiques obtenues avec la TME sont validées.

- **Cartographie des champs électromagnétiques pour diverses combinaisons d'impédances de surface (Z_T ; Z_Z) :**

Finalement, la cartographie des champs électrique et magnétique est représentée pour diverses impédances de surface, dans les tableaux des figures 2.10 et 2.11 respectivement. Tous les guides étudiés dans cette partie ont un rayon $A = 30$ mm. Les champs représentés sont tracés à la fréquence f_c , arrondie au $\Delta f = 0.1$ GHz supérieur, avec f_c la fréquence de coupure du mode fondamental. Ainsi la fréquence peut être différente d'un guide à l'autre, comme le montre la figure 2.3.

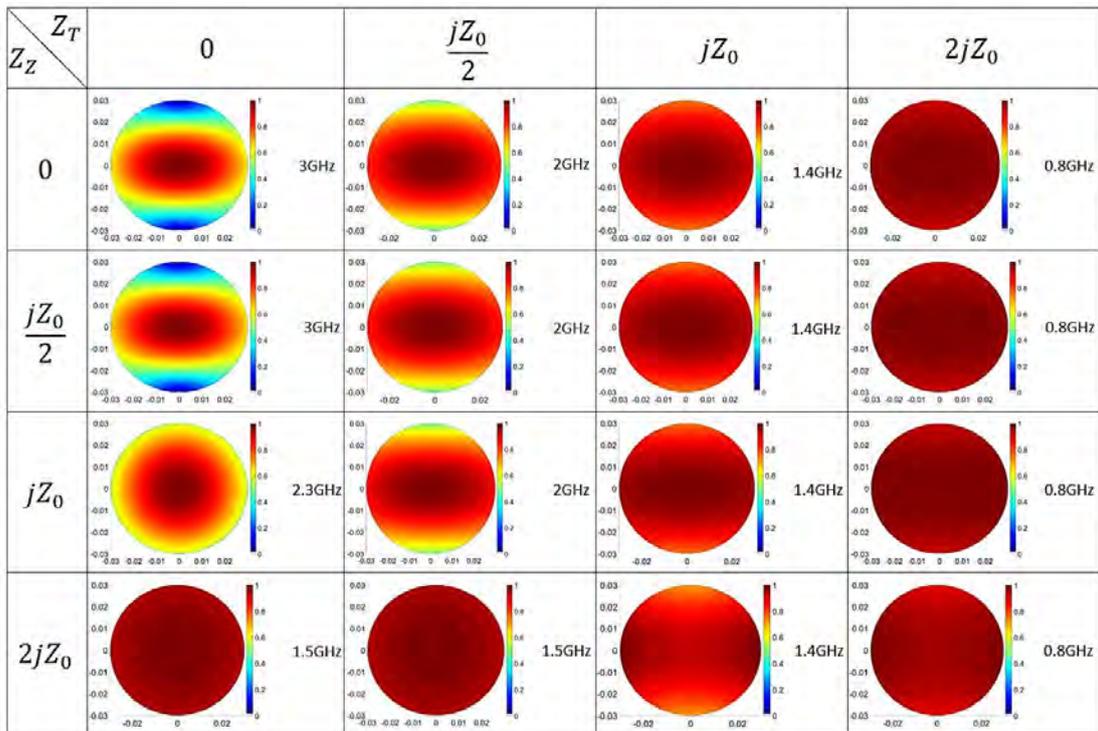


Figure 2.10 – Amplitude normalisée du champ électrique d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface ($Z_T; Z_Z$).

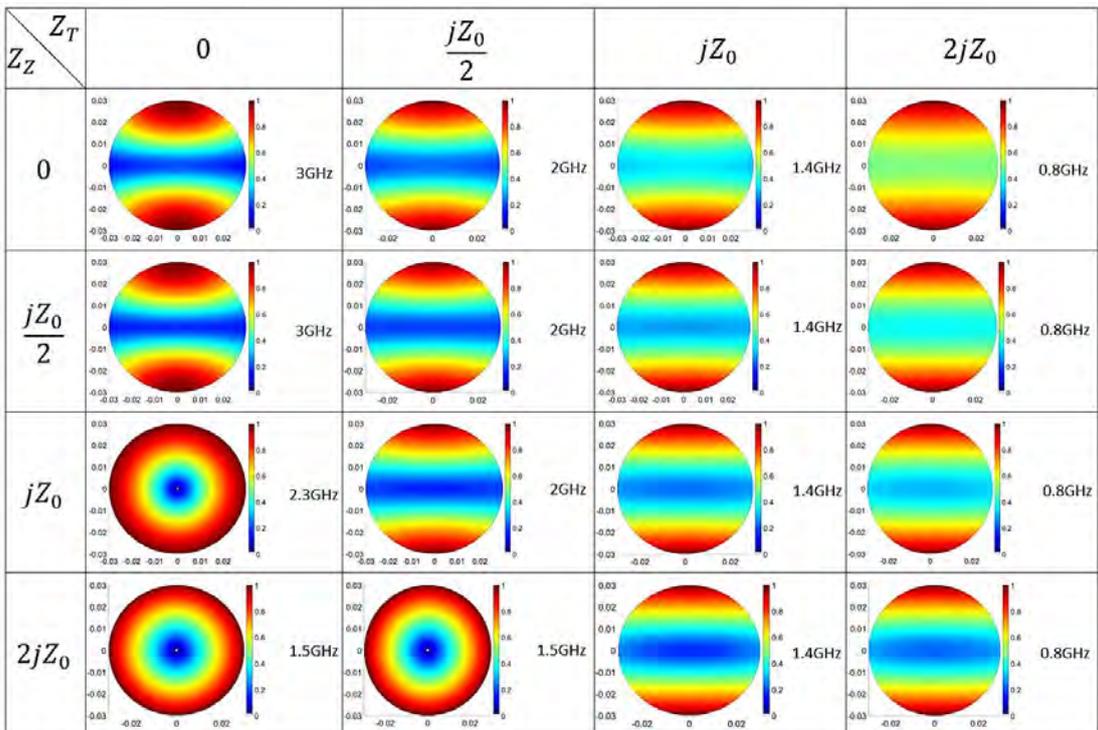


Figure 2.11 – Amplitude normalisée du champ magnétique d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface ($Z_T; Z_Z$).

Les figures 2.10 et 2.11 mettent en évidence le fait qu'en changeant les parois d'un guide d'onde, il est possible de changer le mode fondamental. Ainsi, on peut se servir de ce type de figures pour définir les gammes d'impédances à respecter pour obtenir des OEWG de type *soft* ou *hard* [10]. Pour avoir un OEWG de type *soft*, soit un champ électrique apodisé, le guide d'onde doit avoir une paroi anisotrope respectant (2.24).

$$\begin{cases} 0 \leq Z_Z \leq jZ_0 \\ 0 \leq Z_T \leq \frac{jZ_0}{2} \end{cases} \quad (2.24)$$

De même, pour avoir un OEWG du type *hard*, soit un champ électrique uniforme, la paroi anisotrope doit respecter (2.25) :

$$\begin{cases} 0 \leq Z_Z \leq jZ_0 \\ Z_T \geq jZ_0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} Z_Z \geq 2jZ_0 \\ Z_T \geq 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

Par ailleurs, ces cartographies permettent de choisir l'emplacement des sondes d'excitation.

2.2. Les guides d'onde à paroi anisotrope réelle

La TME a été validée pour des guides d'onde à paroi anisotrope fixe, indépendante de la fréquence, ce qui est un cas idéalisé et théorique. En réalité, une paroi à métamatériaux présente une hauteur d , elle montre donc des propriétés dispersives. Ainsi, si l'on veut appliquer cette méthodologie à des guides d'onde à métamatériaux, il faut tenir compte des propriétés variables en fréquence et en angle d'incidence du matériau. La TME va alors être appliquée à un guide d'onde « fictif » de rayon a , ayant comme paroi anisotrope les impédances de surface équivalentes au métamatériau variables en fréquence et dépendantes du mode. Ces impédances définies en a sont notées Z'_T et Z'_Z , comme présentées sur la figure 2.12. La méthode est la même que celle développée dans la thèse de B. Byrne [2] mais dans le cas des guides d'onde cylindrique.

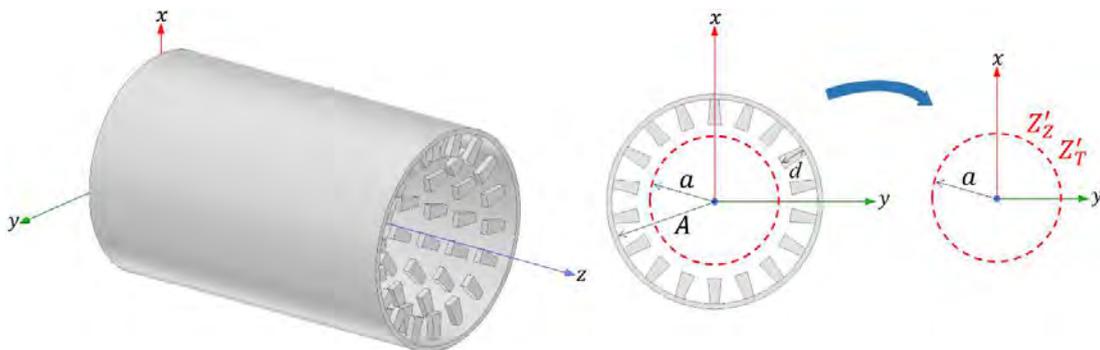


Figure 2.12 – Guide d'onde cylindrique à métamatériaux.

Dans la partie 2.1., d'après l'équation (2.11), les impédances de surface sont liées aux composantes du champ électromagnétique : E_θ , E_z , H_θ et H_z . Ainsi, pour avoir les impédances Z'_T et Z'_Z , il est nécessaire de déterminer ces composantes en $\rho = a$. Nous proposons d'utiliser la Méthode des Éléments Finis (FEM) pour les calculer.

Il est possible de classer les métamatériaux en deux catégories :

- les métamatériaux avec une invariance en θ , dits 2-D qui sont développés dans le chapitre 3,
- les métamatériaux ne présentant pas d'invariance en θ , dits 3-D (un exemple est représenté sur la figure 2.12) qui sont développés dans le chapitre 4.

Dans le cas des métamatériaux 2-D, le problème permet d'utiliser la FEM nodale qui est explicitée dans le chapitre 3. Pour l'étude des métamatériaux 3-D, la FEM d'arête est utilisée dans le chapitre 4.

2.2.1. Prise en compte de la variation en fréquence et en mode

Dans le cas des guides d'onde cylindriques, l'onde électromagnétique propagative se propage dans des plans comme le plan P comme représentée sur la figure 2.13. L'onde ne dépend alors que d'un seul angle d'incidence φ (contrairement au cas des guides rectangulaires [2]).

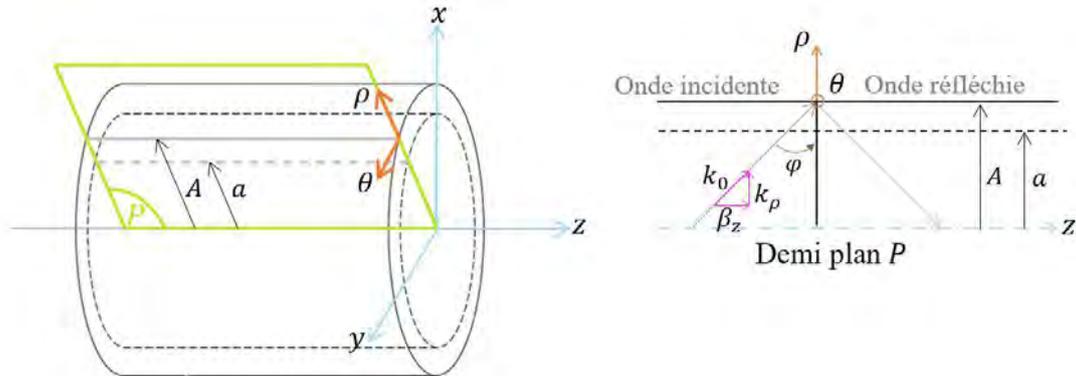


Figure 2.13 – Propagation d'une onde électromagnétique dans un guide cylindrique et définition de l'angle d'incidence φ .

Cet angle varie en fonction de la fréquence. En effet, si l'on considère un mode propagatif à la fréquence de coupure, l'onde est normale au bord du guide, donc φ vaut 0° . Et plus les fréquences augmentent, plus cet angle va se rapprocher de 90° , l'onde devient alors rasante au bord du guide. C'est pourquoi, il faut intégrer cet angle dans l'algorithme de la TME, celui-ci étant propre au mode.

D'après la figure 2.13, les constantes de propagation sont définies par (2.26) :

$$\vec{k}_0 = \begin{pmatrix} k_\rho \\ k_\theta \\ \beta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_0 \cos \varphi \\ 0 \\ k_0 \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

La résolution de l'équation de dispersion (2.19) permet de déterminer la constante de propagation k_c , or :

$$k_c^2 = k_0^2 + \gamma_z^2, \quad (2.27)$$

et par définition :

$$\gamma_z = \begin{cases} \alpha_z & \text{si le mode est évanescent} \\ j\beta_z & \text{si le mode est propagatif.} \end{cases} \quad (2.28)$$

Ainsi le calcul de l'angle d'incidence est intégré dans la TME, avec :

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{-j\gamma_z}{k_0}\right). \quad (2.29)$$

Si le mode est propagatif, avec (2.28), on a :

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\beta_z}{k_0}\right). \quad (2.30)$$

La valeur de φ est alors réelle si β_z est inférieur à k_0 et complexe si β_z est supérieur à k_0 . Si le mode est évanescent, on a :

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{-j\alpha_z}{k_0}\right). \quad (2.31)$$

La valeur de φ est donc complexe si le mode est évanescent.

La figure 2.14 illustre la variation de l'angle d'incidence en fonction de la fréquence, grâce au tracé du diagramme de dispersion du premier mode (évanescent puis propagatif) d'un guide d'onde à paroi isotrope avec $Z_z = Z_T = jZ_0$ fixée en $A = 30$ mm. Ce diagramme de dispersion issu de la TME a été comparé à celui obtenu par HFSS, contrairement à la figure 2.3 où tous les diagrammes ont été comparés à ceux obtenus avec COMSOL. En effet, le guide est isotrope. En utilisant une résolution de type *driven modal* dans la simulation HFSS, la constante γ_z est calculée dans le port, donc le diagramme de dispersion peut être tracé.

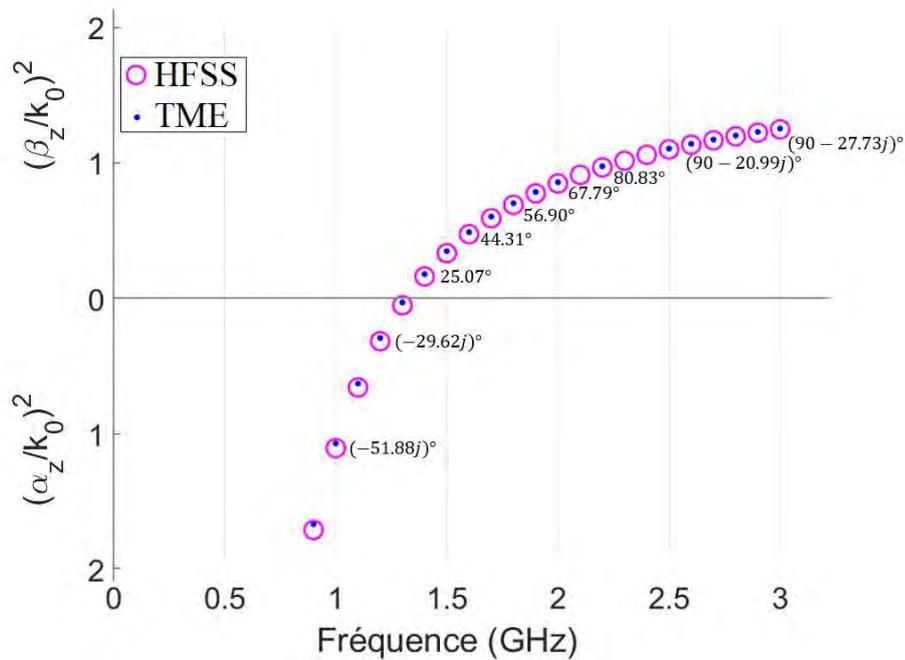


Figure 2.14 – Diagramme de dispersion complet du premier mode propagatif d'un guide à paroi isotrope avec $Z_z = Z_T = jZ_0$ avec la variation en φ à chaque fréquence. En rose, le diagramme représenté est celui obtenu avec HFSS, en bleu, celui obtenu avec la TME.

On constate bien que les angles calculés sont complexes pour α_z , et pour β_z supérieur à k_0 . Par ailleurs, cet angle est bien variable en fréquence :

- pour les modes évanescents, l'angle diminue lorsque l'on s'éloigne de la coupure,
- pour les modes propagatifs, l'angle augmente allant de 0° à 90° , puis lorsque β est supérieur à k_0 , il devient complexe.

2.2.2. Nouvel algorithme de la TME

En considérant cet angle d'incidence, le nouvel algorithme de la TME est celui présenté sur la figure 2.15. Les parties en bleu sont celles qui ont été ajoutées pour prendre en compte la variation en angle.

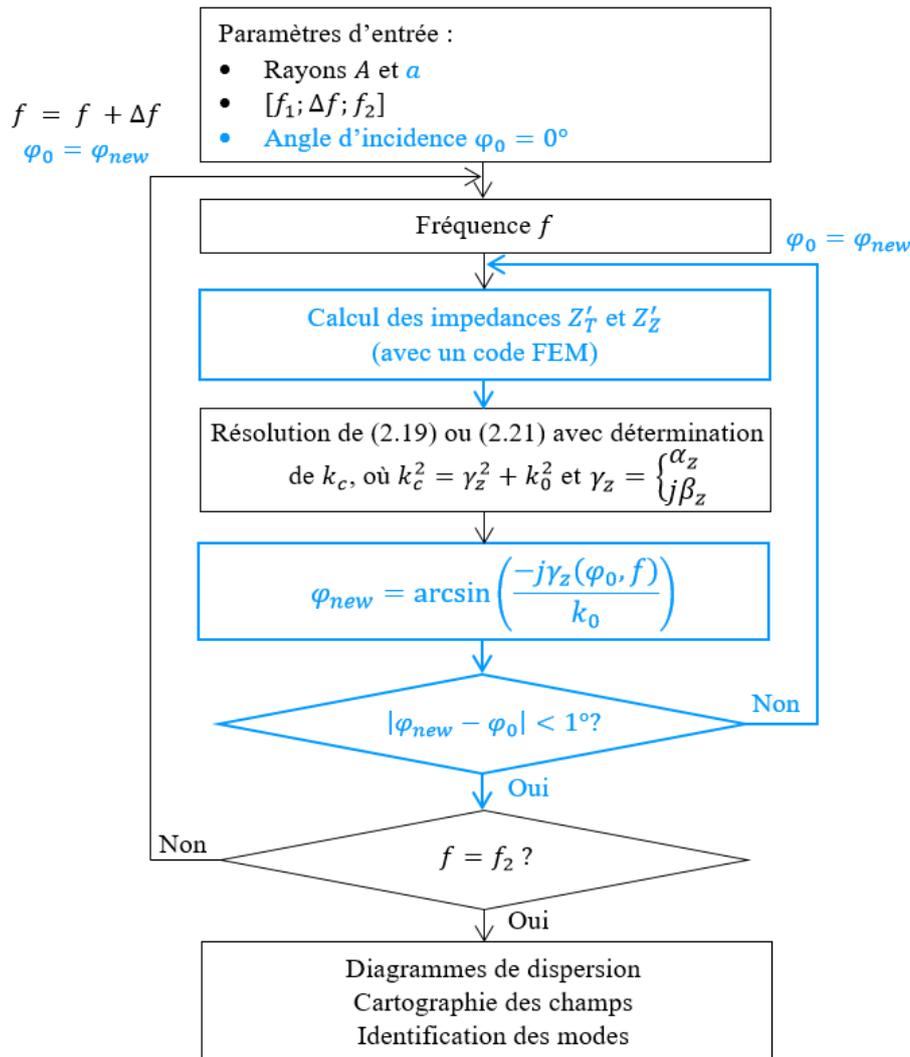


Figure 2.15 – Algorithme corrigeant l’angle d’incidence φ , les nouvelles étapes par rapport à l’algorithme de la figure 2.2 sont indiquées en bleu.

2.2.3. Diagrammes de dispersion

Dans cette partie, une méthode pour vérifier les impédances de surface en $\rho = a (= A - h)$, Z_T' et Z_Z' , est proposée. En effet, pour valider les codes FEM développés dans les chapitres 3 et 4 il est nécessaire d’avoir les valeurs de ces impédances. Dans [2], l’expression analytique des impédances a été donnée, en considérant une onde plane incidente et sa réflexion. Or dans le cas des guides cylindriques, l’onde incidente sur les bords du guide, n’est pas plane. C’est pourquoi il faut considérer un autre moyen de validation.

Comme expliqué dans la partie 2.1.1, en résolvant l’équation de dispersion pour Z_T et Z_Z (impédances en $\rho = A$) fixées, la constante k_c est déduite à chaque fréquence, et pour chaque mode. Par ailleurs en utilisant l’équation matricielle (2.14), il est possible d’obtenir Ψ_m et Γ_m , pour chaque fréquence, et pour chaque mode. Ainsi, les expressions des champs électromagnétiques (2.3) à (2.8) sont parfaitement connues en $\rho \in [0; A]$.

Il est alors possible d’obtenir les impédances en $\rho = a$, en calculant (2.32) :

$$Z'_T = -\left. \frac{E_\theta}{H_z} \right|_{\rho=a}, \quad Z'_Z = \left. \frac{E_z}{H_\theta} \right|_{\rho=a}. \quad (2.32)$$

Ainsi, avec les expressions des champs électromagnétiques en coordonnées cylindriques, ces impédances peuvent s'écrire suivant (2.33) et (2.34), définies sur la figure 2.16. Le détail des calculs est présenté en annexe D.

$$Z'_T = -\frac{jZ_0 k_0 J'_m(k_c a)}{k_c J_m(k_c a)} + \frac{\gamma_z m \Gamma_m}{k_c^2 a \Psi_m}, \quad (2.33)$$

$$Z'_Z = \frac{1}{\frac{\gamma_z m \Psi_m}{k_c^2 a \Gamma_m} - \frac{jk_0 J'_m(k_c a)}{k_c Z_0 J_m(k_c a)}}. \quad (2.34)$$

Les constantes k_c , Ψ_m et Γ_m trouvées en $\rho = A$ sont réinjectées dans (2.33) et (2.34), pour obtenir la valeur théorique des impédances Z'_T et Z'_Z . La dépendance en angle d'incidence n'est pas directe, elle est intégrée dans les constantes de propagation k_c et γ_z .

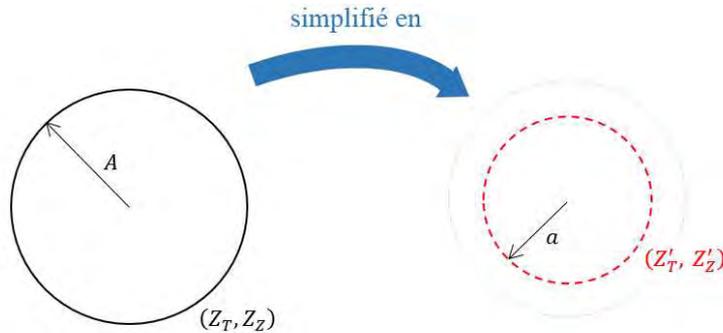


Figure 2.16 – Calcul des impédances (Z'_T, Z'_Z) pour un guide d'onde « fictif » de rayon a .

Un algorithme a été implémenté sur Matlab, celui-ci permet de résoudre l'équation de dispersion $\rho = a$ en fixant les impédances Z'_T et Z'_Z calculées grâce à (2.33) et (2.34) à partir d'un guide d'onde d'impédances Z_T et Z_Z constantes en $\rho = A$. Cet algorithme est présenté sur la figure 2.17.

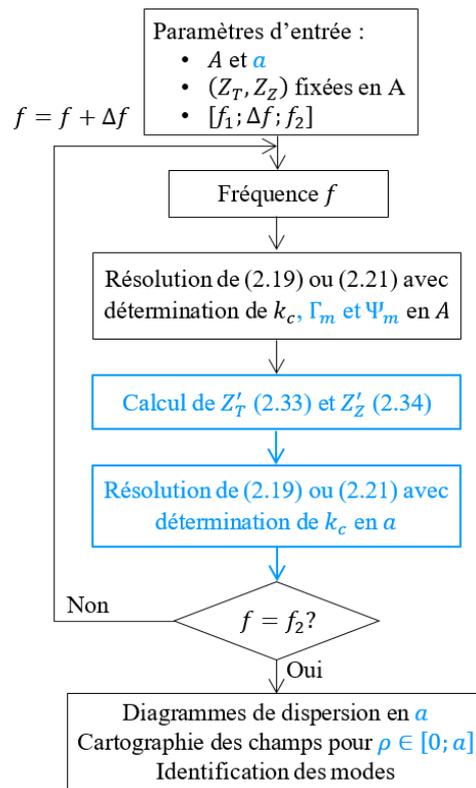


Figure 2.17 – Algorithme permettant de vérifier les impédances calculées dans l’algorithme de la figure 2.15. Les nouvelles étapes par rapport à la figure 2.2 sont représentées en bleu.

Cet algorithme permet donc de tracer les diagrammes de dispersion à partir d’une résolution en $\rho = a$ où l’on impose les conditions d’impédances (2.33) et (2.34). Mais comme expliqué au début de cette partie, le calcul des impédances en $\rho = a$, à partir d’impédances fixées en $\rho = A$, permet à terme, surtout de vérifier les impédances calculées avec la FEM dans l’algorithme de la figure 2.15.

Les diagrammes de dispersion obtenus par résolution avec la TME, pour des combinaisons d’impédances en $\rho = A = 30$ mm sont représentés avec des ronds roses sur la figure 2.18. Par ailleurs, les diagrammes de dispersion trouvés avec le nouvel algorithme de la figure 2.17, en $\rho = a = 28$ mm (avec les impédances calculées (2.33) et (2.34)) sont représentés avec les points bleus. Pour des raisons de lecture, seuls les modes propagatifs sont tracés sur cette figure, cependant cette méthode s’applique aussi, comme précédemment, pour les modes évanescents.

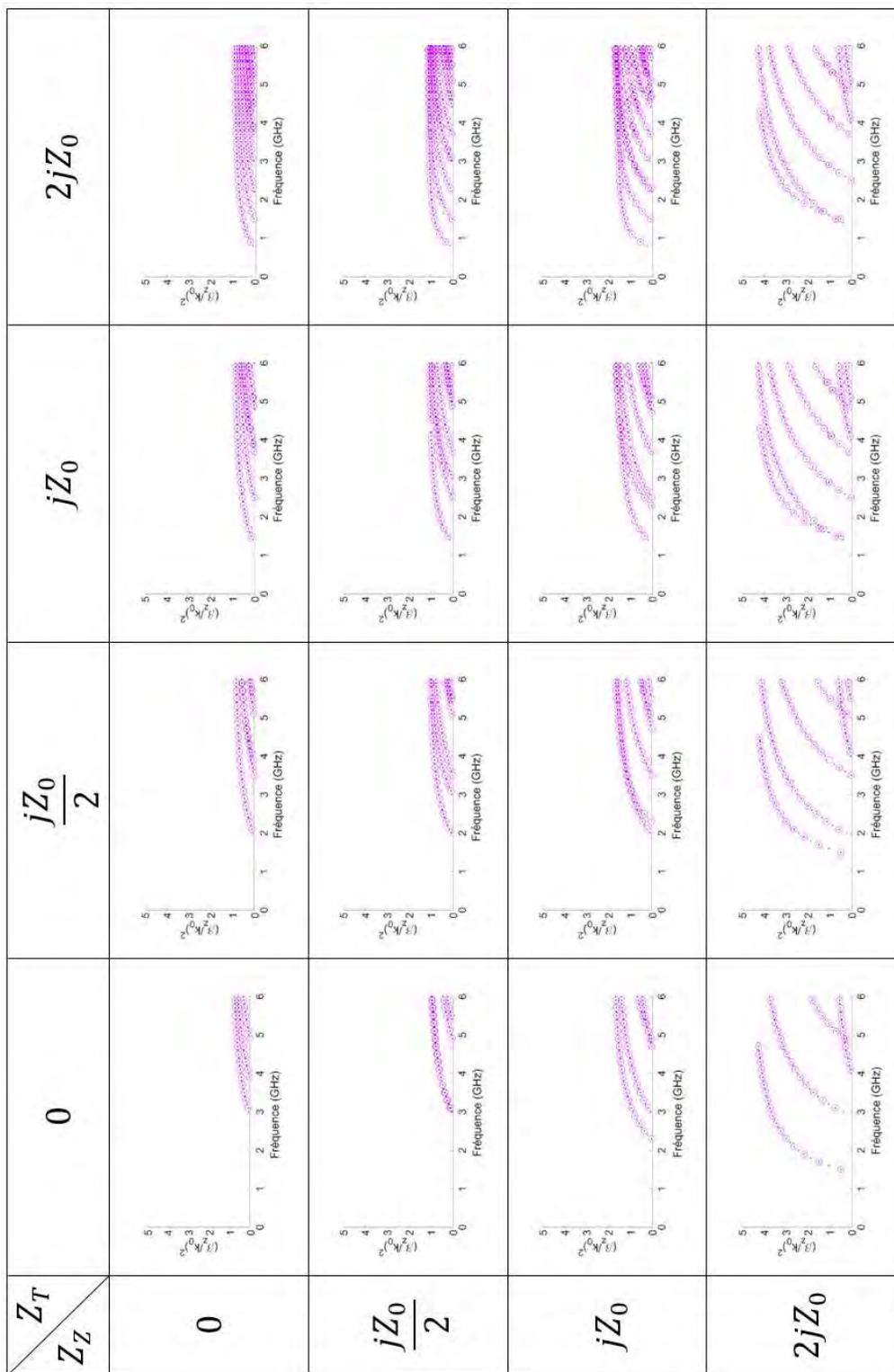
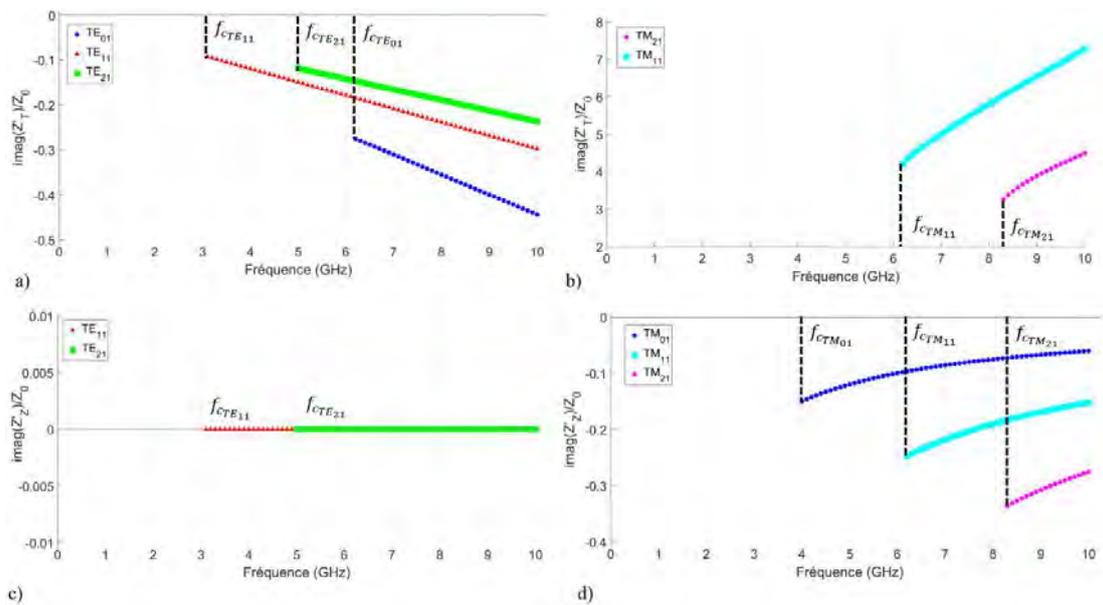


Figure 2.18 – Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique pour diverses combinaisons d'impédances de surface (Z_T ; Z_Z). Les courbes représentées avec des points bleus sont obtenues avec l'algorithme calculant les impédances en $\rho = a$, (2.33) et (2.34), celles en ronds roses sont obtenues avec l'algorithme de la TME présenté en 2.1.2.

La figure 2.18 prouve que le calcul des impédances en $\rho = a$ avec cet algorithme fonctionne. En effet, les diagrammes de dispersion en points bleus, obtenus avec le calcul des impédances Z'_T et Z'_Z et la résolution de l'équation de dispersion en $\rho = a = 28$ mm, se superposent parfaitement à ceux obtenus avec l'algorithme de la figure 2.2.

Les impédances de surface Z'_T et Z'_Z en $a = 28$ mm, correspondantes au guide métallique en $A = 30$ mm, ont été tracées en fonction de la fréquence pour les modes TM_{01} , TE_{01} , TM_{11} , TE_{11} , TM_{21} et TE_{21} sur les figures 2.19. Elles ont été calculées avec (2.33) et (2.34), pour des fréquences supérieures à la fréquence de coupure des modes considérés. Par ailleurs, d'après (2.21), lorsque le mode est d'ordre nul, une seule des impédances est nécessaire : pour un mode TE_{0n} , il faut Z'_T et pour un mode TM_{0n} , Z'_Z est nécessaire.



Figures 2.19 – Parties imaginaires des impédances de surface normalisées a) Z'_T (modes TE), b) Z'_T (modes TM), c) Z'_Z (modes TE) et d) Z'_Z (modes TM) des 6 premiers modes propagatifs d'un guide métallique de rayon $A = 30$ mm.

Les figures 2.19 montrent bien que les impédances Z'_T et Z'_Z calculées en $a = 28$ mm, sont variables en fréquence et dépendent du mode considéré. De plus, elles sont bien anisotropes ($Z'_T \neq Z'_Z$).

La connaissance des impédances Z'_T et Z'_Z , calculées grâce à cet algorithme de la figure 2.17, va permettre de vérifier les calculs FEM de Z'_T et Z'_Z , nécessaires pour les chapitres 3 et 4, dans les cas canoniques où le guide cylindrique est défini par les impédances Z_T et Z_Z en $\rho = A$.

Conclusion

Dans ce chapitre, les différentes équations nécessaires à la Théorie Modale Elargie ont été rappelées. Cette méthode a été ensuite appliquée à des guides d'onde à paroi isotrope et anisotrope, dans le but d'obtenir les diagrammes de dispersion, tant en modes évanescents qu'en modes propagatifs, et les cartographies des champs électromagnétiques. La validation des différents résultats a été faite par comparaison avec

les logiciels commerciaux HFSS et COMSOL. Une étude supplémentaire par rapport à [1] - [3] est proposée ici : l'étude des modes évanescents, ainsi que la prise en compte du métamatériau réel dans un guide cylindrique. Par ailleurs, un algorithme calculant analytiquement les impédances de surface Z'_T et Z'_Z à une certaine hauteur h a été développé et validé. Cet algorithme servira dans les premières étapes de validation des calculs basés sur la méthode des éléments finis des impédances Z'_T et Z'_Z .

Références

- [1] N. Raveu, B. Byrne, L. Claudepierre and N. Capet, "Modal Theory for Waveguides with Anisotropic Surface Impedance Boundaries," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4 pp. 1153-1162, Apr. 2016.
- [2] B. Byrne, Etude et Conception de Guides d'Onde et d'Antennes Cornets à Métamatériaux, Toulouse: Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, 8 Novembre 2016.
- [3] B. Byrne, N. Capet, N. Raveu, G. Le Fur, L. Duchesne, "Field Distribution of Rectangular Waveguides with Anisotropic Walls by using the Modal Theory," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI)*, Fajardo, Puerto Rico, Jun. 2016.
- [4] G. L. James, "Design of Wide-Band Compact Corrugated Horns," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 32, no. 10, pp. 1134-1138, Oct. 1984.
- [5] S. D. Targonski, "A Multiband Antenna for Satellite Communications on the Move," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 54, no. 10, pp. 2862-2868, Oct. 2006.
- [6] C. Granet, G. L. James, "Optimized Spline-Profile Smooth-Walled Tri-Band 20/30/44-GHz Horns," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 6, pp. 492-494, Aug. 2007.
- [7] J.-P. Adam, M. Romier "Design Approach for Multiband Horn Antennas Mixing Multimode and Hybrid Mode Operation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 65, no. 1, pp. 358-364, Jan. 2017.
- [8] B. MacA. Thomas, H. C. Minnett, "Modes of Propagation in Cylindrical Waveguides with Anisotropic Walls," *Proc. Inst. Electrical Engineers*, vol. 125, no. 10, pp. 929-932, Oct. 1978.
- [9] N. Raveu, O. Pigaglio, "Résolution des Problèmes Hautes Fréquences par les Schémas Equivalents, Cours et Exercices Corrigés," Cépaduès Editions, ISBN 978.2.36493.013.1, 2012.
- [10] E. Lier, "Review of Soft and Hard Horn Antennas, Including Metamaterial-Based Hybrid-Mode Horns," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 52, no. 2, pp. 31-39, Apr. 2010.

Chapitre 3

C aractérisation des guides d'onde à paroi en métamatériaux 2-D

Sommaire

Introduction	97
3.1. Calcul des impédances de surface équivalentes du métamatériau basé sur la méthode des éléments finis nodaux.....	97
3.1.1. Formulation faible	98
3.1.2. Définition de la cellule élémentaire 2-D.....	107
3.1.3. Validation par le calcul de Zs' pour deux guides à paroi idéale.....	107
3.2. Nouvel algorithme de calcul de l'équation de dispersion.....	110
3.2.1. Application de l'algorithme à des guides d'onde à paroi anisotrope	110
3.2.2. Application de l'algorithme à un guide à paroi en métamatériau.....	113
3.3. Conception d'un extracteur de modes	116
3.3.1. Cahier des charges	118
3.3.2. Détermination du métamatériau	119
3.3.3. Analyse de la partie « guide à métamatériaux » de l'extracteur.....	123
3.3.4. Analyse de l'extracteur de modes.....	133
Conclusion.....	139
Références	140

Liste des figures

Figure 3.1 – Exemple de guide d'onde cylindrique avec un métamatériau 2-D.	97
Figure 3.2 – V volume de la cellule élémentaire.	99
Figure 3.3 – S_{2D} la surface de la cellule élémentaire 2-D du guide d'onde de la figure 3.1.	100
Figure 3.4 – Cellule élémentaire du guide d'onde de la figure 3.1 et exemple de maillage GMSH.	107
Figure 3.5 – Schématisation du guide d'onde métallique.	108
Figure 3.6 – Schématisation du guide d'onde à paroi anisotrope.	109
Figure 3.7 – Guide d'onde à paroi anisotrope	111
Figure 3.8 – Cellule élémentaire maillée avec GMSH de dimensions $A = 30$ mm, $a = 28$ mm, $h = 2$ mm et $p = 4$ mm.	111
Figure 3.9 – Diagramme de dispersion ($\varepsilon_{eff} = (\beta_z/k_0)^2$) de guides d'onde à parois anisotropes, diverses combinaisons (Z_T, Z_Z) en A . Les courbes représentées par des points bleus sont obtenues avec l'algorithme de la figure 2.12, et le code FEM calculant (Z_T', Z_Z') en a . Les courbes en cercles roses sont celles obtenues avec l'algorithme de la figure 2.2 [16].	112
Figure 3.10 – Guide d'onde avec un métamatériau 2-D en forme de croix avec les cellules élémentaires pour la TME (points rouges) et pour HFSS (tirets bleus).	113
Figure 3.11 – Cellule élémentaire maillée avec GMSH de dimensions $A = 30$ mm, $a = 21$ mm, $h = 9$ mm, $d = 3$ mm, $p = 10$ mm et $w = 4$ mm.	114
Figure 3.12 – Cellule élémentaire 3-D utilisée dans HFSS.	114
Figure 3.13 – Diagrammes de dispersion du guide de la figure 3.9 obtenus avec la TME (points bleus) et avec HFSS (cercles roses).	115
Figures 3.14 – Coupe longitudinale a) d'un vircator axial conventionnel, b) d'un vircator conceptuel avec un réflecteur et c) d'un vircator conceptuel avec trois réflecteurs [20] [21].	117
Figures 3.15 – a) Combineur de modes [23], b) Structure permettant l'excitation du mode TM_{01} [28], c) Convertisseur de modes et lignes du champ électrique à différentes sections [31].	117
Figure 3.16 – Schéma de principe de l'extracteur de modes. En entrée, les modes TE_{11} et TM_{01} . Deux sorties, une pour le mode TE_{11} et l'autre pour le TM_{01}	118
Figure 3.17 – Exemples de cellules élémentaires de métamatériau 2-D.	119

Figure 3.18 - Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique de rayon $a = 13.68$ mm pour diverses combinaisons d'impédances de surface (Z_T' , Z_Z').	120
Figure 3.19 – Cellule élémentaire de la corrugation, avec $A = 34.2$ mm, $a = 13.68$ mm, $d = 17.4$ mm, $h = 20.52$ mm, $p = 11.5$ mm, et $w = 8.5$ mm.....	121
Figure 3.20 – Impédance ZZ' normalisée en fonction de la fréquence, pour trois angles d'incidence $\varphi = [0; 45; 89]^\circ$	122
Figure 3.21 – Diagrammes de dispersion du guide métallique en rouge, et du guide corrugué (en bleu obtenu avec la TME et en rose avec HFSS).....	123
Figure 3.22 – Cartographie du champ électrique du mode TM_{01} dans la section du guide corrugué.....	124
Figure 3.23 – TGC pour le mode TM_{01} , avec $x_1 = 34.2$ mm, $x_2 = 11$ mm, $x_3 = 4.29$ mm, $x_4 = 1.79$ mm, $z_1 = 8$ mm, $z_2 = 10$ mm et $z_3 = 45.4$ mm.....	125
Figure 3.24 – Schéma de principe pour obtenir les paramètres S d'un guide entre deux TGC, avec $L_I = 45.4$ mm et $L_{WG} = 207$ mm.	125
Figure 3.25 – Guide corrugué entre les TGC, avec $L_I = 45.4$ mm et $L_{WG} = 207$ mm.	126
Figure 3.26 – Paramètres S du guide corrugué après post traitement.	126
Figure 3.27 – Diagrammes de dispersion obtenu avec la TME (points bleus), avec HFSS en <i>solver eigenmode</i> (cercles roses) et avec HFSS + post traitement + (3.56) (croix vertes).	127
Figures 3.28 – Cartographies du champ électrique a) du mode TE_{01} dans un guide rectangulaire et b) du mode TE_{11} dans un guide cylindrique.	127
Figures 3.29 – Guides a) métallique et b) corrugué entre deux guides rectangulaires excités avec le mode TE_{10}	128
Figures 3.30 – Paramètres S des guides a) métallique et b) corrugué.....	128
Figures 3.31 – Réalisations : a) guides corrugué et métallique par usinage, b) TGC du mode TM_{01} et c) TCR.....	129
Figure 3.32 – Analyseur de réseau vectoriel Anritsu 37369C.....	129
Figure 3.33 – Schéma de principe pour obtenir les paramètres S des guides métallique ou corrugué entre les deux TGC.....	130
Figure 3.34 – Paramètres S du guide corrugué usiné après post traitement des mesures et comparaison avec les résultats de simulation.	131

Figure 3.35 – Diagrammes de dispersion obtenu avec la TME (points bleus), avec HFSS en <i>solver eigenmode</i> (cercles roses) et après post traitement des mesures (croix vertes) du guide usiné.....	131
Figures 3.36 – Mesures de la propagation du mode TE_{11} dans les guides a) cylindrique et b) corrugué.....	132
Figure 3.37 – Paramètres S mesurés des guides a) métallique et b) corrugués usinés.	132
Figure 3.38 – Extracteur de modes.....	133
Figure 3.39 – Impédances du mode TM_{01} du guide corrugué z_C^{TM} et du guide métallique z_M^{TM} en fonction de la fréquence, calculées avec (3.57).....	134
Figure 3.40 – Cellule élémentaire du transformateur d'impédance, avec $A = 34.2$ mm, $a = 13.68$ mm, $d = 13.5$ mm, $h = 20.52$ mm, $p = 11.5$ mm, et $w = 8.5$ mm.	135
Figure 3.41 – Comparaison des impédances pour le transformateur d'impédance.	135
Figure 3.42 – TGC du kit de calibration WR229.....	136
Figure 3.43 – Schéma de l'extracteur et numérotation des ports.	137
Figure 3.44 – Paramètres S_{31} , S_{41} et S_{32}	138
Figure 3.45 – Paramètres d'adaptation des sondes et à l'entrée de l'extracteur.....	139

Liste des tableaux

Tableau 3.1 – Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence, pour le guide d'onde métallique.....	109
Tableau 3.2 – Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence, pour le guide d'onde à parois anisotropes.....	110
Tableau 3.3 – Cahier des charges.	119
Tableau 3.4 – Comparaison du cahier des charges et des performances du guide corrugué proposé.	123

Introduction

Comme expliqué dans le chapitre 2, pour caractériser parfaitement les guides à métamatériaux, un calcul de leurs impédances de surface équivalentes est nécessaire. Deux types de métamatériaux ont été définis : les métamatériaux 2-D et les métamatériaux 3-D. Dans ce chapitre, l'étude des métamatériaux avec une invariance en θ est présentée. Par ailleurs, nous nous intéressons ici uniquement aux modes d'ordre nul. Ainsi, les impédances de surface peuvent être déterminées grâce à la FEM 2-D nodale. Grâce à ce traitement en 2-D du problème 3-D, le temps d'exécution est nettement réduit comparé au logiciel commercial HFSS (utilisé comme référence).

Dans la première partie de ce chapitre, section 3.1, le calcul des impédances équivalentes est présenté. Dans la section 3.2, l'algorithme de la TME avec l'implémentation du code FEM 2-D est validé par comparaison avec HFSS. Enfin, dans la section 3.3, la TME est utilisée dans le cadre d'une nouvelle application des métamatériaux. En effet, les métamatériaux sont souvent utilisés pour réduire la taille des guides d'onde [1] - [6], ou encore pour contrôler le champ à l'ouverture [6] - [10]. L'application proposée est celle d'un extracteur de mode, on utilise donc le changement de type de mode fondamental.

3.1. Calcul des impédances de surface équivalentes du métamatériau basé sur la méthode des éléments finis nodaux

Une formulation faible du problème 2-D est tout d'abord présentée avant d'être implémentée dans un code Matlab permettant de résoudre l'équation de propagation. Le maillage utilisé pour la partie éléments finis est généré avec le logiciel *open-source* GMSH [11].

On considère un guide d'onde invariant en z , ainsi le champ varie en $e^{-\gamma z}$. Par ailleurs, le métamatériau est 2-D, donc invariant suivant l'axe θ . Comme nous allons le montrer dans cette partie, il est alors possible de résoudre ce problème 3-D en utilisant la FEM 2-D, sous réserve de ne traiter que les modes d'ordre nul. La figure 3.1 représente un guide d'onde respectant ces conditions.

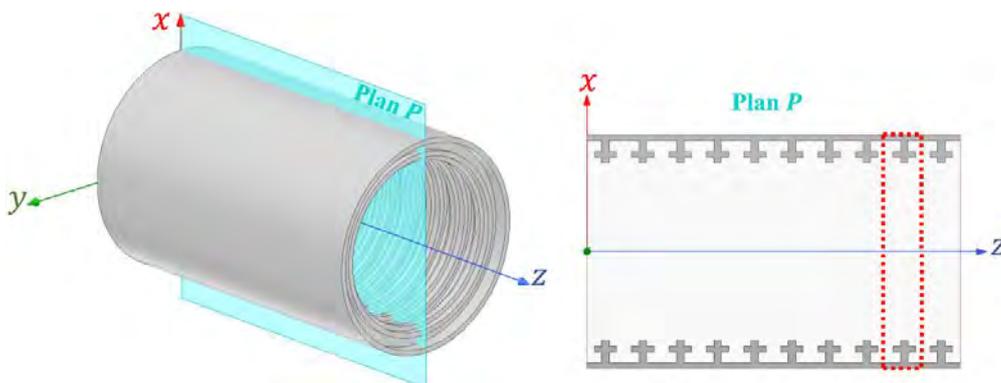


Figure 3.1 – Exemple de guide d'onde cylindrique avec un métamatériau 2-D.

Il est alors possible d'extraire une cellule élémentaire en se plaçant dans le plan P , section en pointillé rouge sur la figure 3.1. La formulation faible de ce problème est développée pour cette cellule élémentaire afin de déterminer les impédances de surface.

3.1.1. Formulation faible

L'objectif de cette partie est de déterminer E_θ , H_θ , E_z et H_z pour trouver les impédances de surface Z'_z et Z'_T . Ainsi, la formulation faible est explicitée pour H_θ pour le calcul de Z'_z et pour E_θ pour Z'_T . En effet, par définition, on a :

$$Z'_T = -\left. \frac{E_\theta}{H_z} \right|_{\rho=a}, \quad Z'_z = \left. \frac{E_z}{H_\theta} \right|_{\rho=a}, \quad (3.1)$$

où Z'_T est considérée comme l'impédance de surface caractérisant les modes TE_{0n} , et Z'_z l'impédance caractérisant les modes TM_{0n} , d'après le chapitre 2.

- **Formulation générale :**

Les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{H} sont solutions de l'équation de propagation (3.2).

$$\nabla^2 \vec{U} + k_0^2 \vec{U} = \vec{0}. \quad (3.2)$$

où $\vec{U} (U_\rho, U_\theta, U_z)$ est le champ électrique \vec{E} ou le champ magnétique \vec{H} .

On considère la composante U_θ de (3.2) en coordonnées cylindriques :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial U_\theta}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} - \frac{U_\theta}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial U_\rho}{\partial \theta} + k_0^2 U_\theta = 0. \quad (3.3)$$

Les champs sont considérés invariants en θ ($\partial U_i / \partial \theta = 0$ pour $i = \rho, \theta, z$). L'équation (3.3) se simplifie selon :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial U_\theta}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} + \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) U_\theta = 0. \quad (3.4)$$

On intègre (3.4) sur le volume V défini sur la figure 3.2.

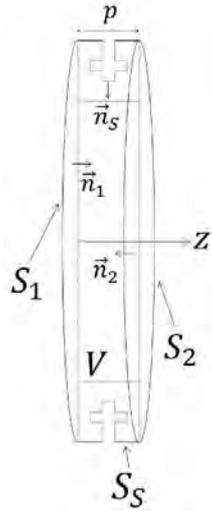


Figure 3.2 – V volume de la cellule élémentaire.

Avec cette intégration, on obtient la formulation faible (3.5) [12] - [15] :

$$\iiint_V \left(\nabla^2 U_\theta \cdot \bar{v} + \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) U_\theta \bar{v} \right) \rho d\rho d\theta dz = 0, \quad (3.5)$$

où $v(\rho, z)$ est la fonction test et \bar{v} la fonction conjuguée de v . On peut alors utiliser l'identité de Green (3.6) :

$$(\nabla^2 f) \cdot \bar{v} + \overline{\nabla v} \cdot \nabla f = \nabla \cdot (\bar{v} \nabla f). \quad (3.6)$$

Ainsi, (3.5) devient :

$$\iiint_V \left(\nabla U_\theta \cdot \overline{\nabla v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) U_\theta \bar{v} \right) \rho d\rho d\theta dz = \iiint_V \nabla \cdot (\bar{v} \nabla U_\theta) \rho d\rho d\theta dz, \quad (3.7)$$

on applique le théorème de Green-Ostrogradsky au membre de droite de (3.7). De cette façon, on obtient :

$$\begin{aligned} \iiint_V \nabla \cdot (\bar{v} \nabla U_\theta) \rho d\rho d\theta dz &= \iint_S \bar{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n} dS \\ &= \iint_{S_1} \bar{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n}_1 \rho d\rho d\theta + \iint_{S_2} \bar{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n}_2 \rho d\rho d\theta \\ &\quad + \iint_{S_3} \bar{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n}_3 \rho d\theta dz, \end{aligned} \quad (3.8)$$

où S est la surface entourant le volume V avec $S = S_1 + S_2 + S_3$ selon la figure 3.2, \vec{n} est le vecteur normal unitaire à S entrant dans la surface. De même, \vec{n}_i (avec $i = 1, 2, 3$) est le vecteur normal unitaire à S_i . Or, par construction, on a :

$$\vec{n}_1 = -\vec{n}_2. \quad (3.9)$$

Ceci permet de simplifier (3.8) et d'obtenir (3.10) :

$$\iiint_V \left(\nabla U_\theta \cdot \overline{\nabla v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) U_\theta \overline{v} \right) \rho d\rho d\theta dz = \iint_{S_S} \overline{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n}_S \rho d\theta dz. \quad (3.10)$$

Ainsi, après l'intégration en θ , (3.10) devient :

$$2\pi \iint_{S_{2D}} \left(\nabla U_\theta \cdot \overline{\nabla v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) U_\theta \overline{v} \right) \rho d\rho dz = 2\pi \int_{\Gamma_S} \overline{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n}_{\Gamma_S} \rho dl. \quad (3.11)$$

où S_{2D} est la surface définie sur la figure 3.3 et \vec{n}_{Γ_S} est le vecteur normal à Γ_S entrant dans S_{2D} . On constate que cette structure est ramenée à une cellule élémentaire 2-D avec comme limite l'axe de révolution Γ_3 .

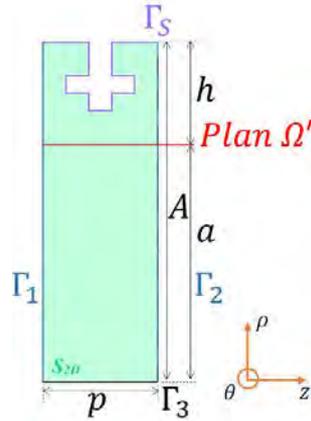


Figure 3.3 – S_{2D} la surface de la cellule élémentaire 2-D du guide d'onde de la figure 3.1.

On obtient finalement la formulation faible 2-D :

$$\boxed{\iint_{S_{2D}} \left(\nabla U_\theta \cdot \overline{\nabla v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) U_\theta \overline{v} \right) \rho d\rho dz - \int_{\Gamma_S} \overline{v} \nabla U_\theta \cdot \vec{n}_{\Gamma_S} \rho dl = 0.} \quad (3.12)$$

On définit sur cette figure : A le rayon externe du guide, a le rayon « fictif » définissant le plan Ω' où sont évaluées les impédances de surface Z'_T et Z'_Z , avec $h = A - a$, p la longueur de la cellule élémentaire suivant z , correspondant à la périodicité du motif en z . En Γ_S , une condition d'impédance nulle est imposée (PEC). Quant à Γ_1 et Γ_2 , la condition périodique (3.13) y est appliquée. Dans le code FEM, cela

revient à éliminer les inconnues de Γ_2 , en ajoutant les coefficients multiplicatifs des fonctions de base calculés aux nœuds de Γ_2 sur les inconnues de Γ_1 de même coordonnée ρ . Le maillage doit donc être impérativement identique sur les deux frontières Γ_1 et Γ_2 .

$$\vec{U}(p, \rho)|_{\Gamma_2} = \vec{U}(0, \rho)|_{\Gamma_1} \times \exp(-\gamma_z p), \quad (3.13)$$

D'après la figure 3.3, Γ_S se décompose en murs verticaux Γ_{vert} et murs horizontaux Γ_{hor} , ceci amène à :

- pour un mur vertical, $\vec{n}_{\Gamma_{vert}} = \pm \vec{z}$:

$$\nabla U_\theta \cdot \vec{n}_{\Gamma_{vert}} = \pm \frac{\partial U_\theta}{\partial z}, \quad (3.14)$$

- pour un mur horizontal, $\vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \pm \vec{\rho}$:

$$\nabla U_\theta \cdot \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \pm \frac{\partial U_\theta}{\partial \rho}. \quad (3.15)$$

Pour développer (3.12) à l'aide de (3.14) et (3.15), la définition de l'impédance (3.16) est utilisée.

$$\vec{E} = Z_s(\vec{H} \times \vec{n}_{\Gamma_S}), \quad (3.16)$$

La formulation discrétisée (3.12) sera différente dans le cas d'un mode TM ou un mode TE au niveau de l'intégrale de contour sur Γ_S . En effet, comme on ne considère que les modes d'ordre nul, donc ceux avec une invariance en θ , les modes TE_{0n} sont caractérisés par l'impédance Z'_T et les modes TM_{0n} par l'impédance Z'_Z (où n est un nombre réel quelconque) d'après l'équation (2.11) du chapitre 2. Ainsi, le problème FEM 2-D va être séparé en deux calculs (3.1) :

- un code calculant l'impédance Z'_T qui lie E_θ et H_z
- un code calculant l'impédance Z'_Z qui lie E_z et H_θ .

Pour un mode TM, où l'on a H_z qui vaut zéro, le champ générateur est le champ H_θ . L'équation (3.16) est alors utilisée de façon à écrire (3.14) et (3.15) en fonction de H_θ . De même, pour un mode TE, le champ générateur est le champ E_θ , ainsi (3.14) et (3.15) sont écrites en fonction de E_θ .

- **Modes TM (H_z est nul), on recherche H_θ :**

L'impédance Z'_Z du mode TM est déterminée. Pour trouver le problème discrétisé pour H_θ , il faut expliciter (3.12) en H_θ en tenant compte des murs verticaux et horizontaux.

Dans un premier temps on étudie cette simplification pour les murs verticaux, $\vec{n}_{\Gamma_{vert}} = \pm \vec{z}$. En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère (1.7) et l'équation d'impédance (3.16), on a :

$$\vec{E}|_{\Gamma_S} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \vec{H}|_{\Gamma_S} = Z_S \left(\vec{H}|_{\Gamma_S} \times (\pm \vec{z}) \right), \quad (3.17)$$

en prenant la composante selon ρ :

$$\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} - \frac{\partial H_\theta}{\partial z} \right) \Big|_{\Gamma_S} = \pm Z_S H_\theta |_{\Gamma_S}, \quad (3.18)$$

or par hypothèse le champ électromagnétique est invariant en θ , donc :

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial z} \Big|_{\Gamma_S} = \begin{cases} -j\omega\epsilon_0 Z_S H_\theta |_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{vert}} = \vec{z} \\ j\omega\epsilon_0 Z_S H_\theta |_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{vert}} = -\vec{z}. \end{cases} \quad (3.19)$$

(3.14) s'écrit donc :

$$\nabla H_\theta \cdot \vec{n}_{vert} = -j\omega\epsilon_0 Z_S H_\theta |_{\Gamma_S}. \quad (3.20)$$

Les murs horizontaux sont maintenant considérés, donc $\vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \pm \vec{\rho}$. Les équations de Maxwell-Ampère (1.7) et (3.16) sont à nouveau utilisées pour simplifier (3.15) :

$$\vec{E}|_{\Gamma_S} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \vec{H}|_{\Gamma_S} = Z_S \left(\vec{H}|_{\Gamma_S} \times (\pm \vec{\rho}) \right). \quad (3.21)$$

Cette fois, la composante selon z est utilisée :

$$\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho H_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \theta} \right) \right) \Big|_{\Gamma_S} = \mp Z_S H_\theta |_{\Gamma_S}. \quad (3.22)$$

Comme on se place sur un mur horizontal, $\rho = \rho_{hor}$ est constant. Par ailleurs, avec l'invariance en θ , on obtient :

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} \Big|_{\Gamma_S} = \begin{cases} \left(-j\omega\epsilon_0 Z_S - \frac{1}{\rho_{hor}} \right) H_\theta |_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \vec{\rho} \\ \left(j\omega\epsilon_0 Z_S - \frac{1}{\rho_{hor}} \right) H_\theta |_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = -\vec{\rho}. \end{cases} \quad (3.23)$$

C'est pourquoi (3.15) devient :

$$\nabla H_\theta \cdot \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \left(-j\omega\varepsilon_0 Z_S - \frac{\vec{n}_{\Gamma_{hor}} \cdot \vec{\rho}}{\rho_{hor}} \right) H_\theta |_{\Gamma_S}. \quad (3.24)$$

Ainsi, en utilisant (3.20) et (3.24), la formulation présentée en (3.12) devient (3.25) pour le champ magnétique H_θ .

$$\boxed{\begin{aligned} & \iint_{S_{2D}} \left(\nabla H_\theta \cdot \vec{\nabla} \bar{v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) H_\theta \bar{v} \right) \rho d\rho dz \\ & + \sum_{\Gamma_{vert}} (j\omega\varepsilon_0 Z_S) \int_{\Gamma_{vert}} \bar{v} H_\theta \rho d\rho \\ & + \sum_{\Gamma_{hor}} (j\omega\varepsilon_0 Z_S \rho_{hor} + \vec{n}_{\Gamma_{hor}} \cdot \vec{\rho}) \int_{\Gamma_{hor}} \bar{v} H_\theta dz = 0. \end{aligned}} \quad (3.25)$$

Pour résoudre cette équation, un système linéaire (3.26) est déterminé.

$$A^H \vec{H}_\theta = \vec{0}, \quad (3.26)$$

où A^H est la matrice carrée de coefficient A_{ij}^H et \vec{H}_θ est défini par :

$$\vec{H}_\theta = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}, \quad H_\theta = \sum_{j=1}^N u_j \Phi_j, \quad (3.27)$$

avec N le nombre de nœuds (fixé par le maillage), u_j est la valeur de H_θ au nœud j coefficient multiplicatif de la fonction de base triangulaire Φ_j dans la décomposition sur l'espace vectoriel considéré. Les éléments de la matrice A_{ij}^H sont donc définis par :

$$\begin{aligned} A_{ij}^H &= \iint_{S_{2D}} \left(\nabla \Phi_j \cdot \vec{\nabla} \bar{\Phi}_i - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \Phi_j \bar{\Phi}_i \right) \rho d\rho dz \\ &+ \sum_{\Gamma_{vert}} (j\omega\varepsilon_0 Z_S) \int_{\Gamma_{vert}} \bar{\Phi}_i \Phi_j \rho d\rho \\ &+ \sum_{\Gamma_{hor}} (j\omega\varepsilon_0 Z_S \rho_{hor} + \vec{n}_{\Gamma_{hor}} \cdot \vec{\rho}) \int_{\Gamma_{hor}} \bar{\Phi}_i \Phi_j dz. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Si Γ_S est un PEC, Z_S est nul, donc (3.28) se simplifie selon :

$$\begin{aligned} A_{ij}^H &= \iint_{S_{2D}} \left(\nabla \Phi_j \cdot \vec{\nabla} \bar{\Phi}_i - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \Phi_j \bar{\Phi}_i \right) \rho d\rho dz \\ &+ \sum_{\Gamma_{hor}} \vec{n}_{\Gamma_{hor}} \cdot \vec{\rho} \int_{\Gamma_{hor}} \bar{\Phi}_i \Phi_j dz. \end{aligned} \quad (3.29)$$

L'implémentation des équations (3.28) et (3.29) dans le code Matlab est présentée en annexe E. (3.28) et (3.29) sont résolues pour obtenir H_θ dans la cellule élémentaire. Pour avoir l'impédance Z'_Z , sur le plan Ω' , il faut également E_Z . Le champ électrique est obtenu avec l'équation de Maxwell-Ampère (1.7), on a :

$$E_z|_{\Omega'} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} (\nabla \times \vec{H}) \cdot \vec{z} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{H_\theta|_{\Omega'}}{a} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} \right). \quad (3.30)$$

Finalement, l'impédance Z'_Z du mode TM sur le plan Ω' est :

$$Z'_Z = \frac{E_Z}{H_\theta} \Big|_{\Omega'} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} \right). \quad (3.31)$$

Les calculs de $E_z|_{\Omega'}$ et Z'_Z , dans le code Matlab, sont présentés en annexe F.

- **Modes TE (E_z est nul), on recherche E_θ :**

Il faut maintenant déterminer l'impédance Z'_T du mode TE. Pour trouver le problème discrétisé pour E_θ , il faut expliciter (3.12) en E_θ avec les murs horizontaux et verticaux.

Pour les murs verticaux, en utilisant l'équation de Maxwell-Faraday (1.7) et l'équation d'impédance (3.16), on a :

$$\vec{E} \Big|_{\Gamma_S} = Z_S \left(\left(-\frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla \times \vec{E} \Big|_{\Gamma_S} \right) \times (\pm \vec{z}) \right). \quad (3.32)$$

La composante selon θ est :

$$E_\theta \Big|_{\Gamma_S} = \pm Z_S \left(\frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} \right) \Big|_{\Gamma_S} \right). \quad (3.33)$$

Avec l'invariance en θ , (3.33) devient :

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial z} \Big|_{\Gamma_S} = \begin{cases} -\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} E_\theta \Big|_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{vert}} = \vec{z} \\ \frac{j\omega\mu_0}{Z_S} E_\theta \Big|_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{vert}} = -\vec{z}. \end{cases} \quad (3.34)$$

On peut donc généraliser en :

$$\nabla E_{\theta} \cdot \vec{n}_{\Gamma_{vert}} = -\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} E_{\theta}|_{\Gamma_S}. \quad (3.35)$$

Pour les murs horizontaux, on utilise la composante θ de (3.36) :

$$\vec{E}|_{\Gamma_S} = Z_S \left(\left(-\frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla \times \vec{E}|_{\Gamma_S} \right) \times (\pm \vec{\rho}) \right), \quad (3.36)$$

donc :

$$E_{\theta}|_{\Gamma_S} = Z_S \left(\frac{\mp 1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho E_{\theta})}{\partial \rho} - \frac{\partial E_{\rho}}{\partial \theta} \right) \right) \right) \Big|_{\Gamma_S}. \quad (3.37)$$

Avec l'invariance en θ , en se positionnant en $\rho = \rho_{hor}$ et en isolant $\frac{\partial E_{\theta}}{\partial \rho}$, (3.37) devient :

$$\frac{\partial E_{\theta}}{\partial \rho} \Big|_{\Gamma_S} = \begin{cases} \left(-\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} - \frac{1}{\rho_{hor}} \right) E_{\theta}|_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \vec{\rho} \\ \left(\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} - \frac{1}{\rho_{hor}} \right) E_{\theta}|_{\Gamma_S}, & \text{si } \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = -\vec{\rho}. \end{cases} \quad (3.38)$$

On peut donc généraliser en :

$$\nabla E_{\theta} \cdot \vec{n}_{\Gamma_{hor}} = \left(-\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} - \frac{\vec{n}_{\Gamma_{hor}} \cdot \vec{\rho}}{\rho_{hor}} \right) E_{\theta}|_{\Gamma_S}. \quad (3.39)$$

Ainsi, en utilisant (3.35) et (3.39), la formulation présentée en (3.12) devient (3.40) pour le champ électrique E_{θ} .

$$\boxed{\begin{aligned} & \iint_{S_{2D}} \left(\nabla E_{\theta} \cdot \nabla \bar{v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) E_{\theta} \bar{v} \right) \rho d\rho dz \\ & + \sum_{\Gamma_{vert}} \left(\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} \right) \int_{\Gamma_{vert}} \bar{v} E_{\theta} \rho d\rho \\ & + \sum_{\Gamma_{hor}} \left(\frac{j\omega\mu_0 \rho_{hor}}{Z_S} + \vec{n}_{\Gamma_{hor}} \cdot \vec{\rho} \right) \int_{\Gamma_{hor}} \bar{v} E_{\theta} dz = 0. \end{aligned}} \quad (3.40)$$

Comme dans le cas TM, on implémente un système linéaire (3.41) pour résoudre (3.40).

$$A^E \vec{E}_\theta = \vec{0}, \quad (3.41)$$

où A^E est la matrice carrée de coefficient A_{ij}^E et \vec{E}_θ est défini par :

$$\vec{E}_\theta = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}, \quad E_\theta = \sum_{j=1}^N u_j \Phi_j, \quad (3.42)$$

avec N le nombre de nœuds (fixé par le maillage), u_j est la valeur de E_θ au nœud j coefficient multiplicatif de la fonction de base triangulaire Φ_j dans la décomposition sur l'espace vectoriel considéré. Les éléments de la matrice A_{ij}^E sont donc définis par :

$$\begin{aligned} A_{ij}^E &= \iint_{S_{2D}} \left(\nabla \Phi_j \cdot \overline{\nabla \Phi_i} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \Phi_j \overline{\Phi_i} \right) \rho d\rho dz \\ &+ \sum_{\Gamma_{\text{vert}}} \left(\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} \right) \int_{\Gamma_{\text{vert}}} \overline{\Phi_i} \Phi_j \rho d\rho \\ &+ \sum_{\Gamma_{\text{hor}}} \left(\frac{j\omega\mu_0\rho_{\text{hor}}}{Z_S} + \vec{n}_{\Gamma_{\text{hor}}} \cdot \vec{\rho} \right) \int_{\Gamma_{\text{hor}}} \overline{\Phi_i} \Phi_j dz. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Lorsque Γ_S est un PEC, on a :

$$E_\theta|_{\Gamma_S} = 0 = E_\theta|_{\Gamma_{\text{vert}}} = E_\theta|_{\Gamma_{\text{hor}}}. \quad (3.44)$$

C'est pourquoi (3.43) devient :

$$A_{ij}^E = \iint_{S_{2D}} \left(\nabla \Phi_j \cdot \overline{\nabla \Phi_i} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \Phi_j \overline{\Phi_i} \right) \rho d\rho dz. \quad (3.45)$$

En fonction des cas (Γ_S PEC ou non), l'équation (3.43) ou (3.45) est résolue pour obtenir le champ électrique E_θ dans la cellule, le détail de l'implémentation dans le code est présenté en annexe E. Il faut ensuite déterminer le champ magnétique H_z pour obtenir la valeur de l'impédance Z_T' . Pour cela, on utilise l'équation de Maxwell-Faraday (1.7) :

$$\boxed{H_z|_{\Omega'} = \frac{j}{\omega\mu_0} (\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{z} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{E_\theta|_{\Omega'}}{a} + \frac{\partial E_\theta}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} \right)}. \quad (3.46)$$

Finalement, l'impédance Z_T' du mode TE sur le plan Ω' est :

$$Z'_T = -\frac{E_\theta}{H_z}\Big|_{\Omega'} = \frac{j\omega\mu_0}{\frac{1}{a} + \frac{\partial E_\theta}{\partial \rho}\Big|_{\Omega'}} \quad (3.47)$$

F. Les calculs de $H_z|_{\Omega'}$ et Z'_T , dans le code Matlab, sont aussi développés en annexe

3.1.2. Définition de la cellule élémentaire 2-D

Avec l'invariance en θ du métamatériau et les formulations faibles 2-D du problème, (3.25) et (3.40), il est possible de simplifier le problème 3-D en un problème 2-D. Une cellule élémentaire 2-D est extraite du guide d'onde comme représentée sur la figure 3.4. La construction de la cellule élémentaire 2-D sous GMSH est détaillée en annexe G.

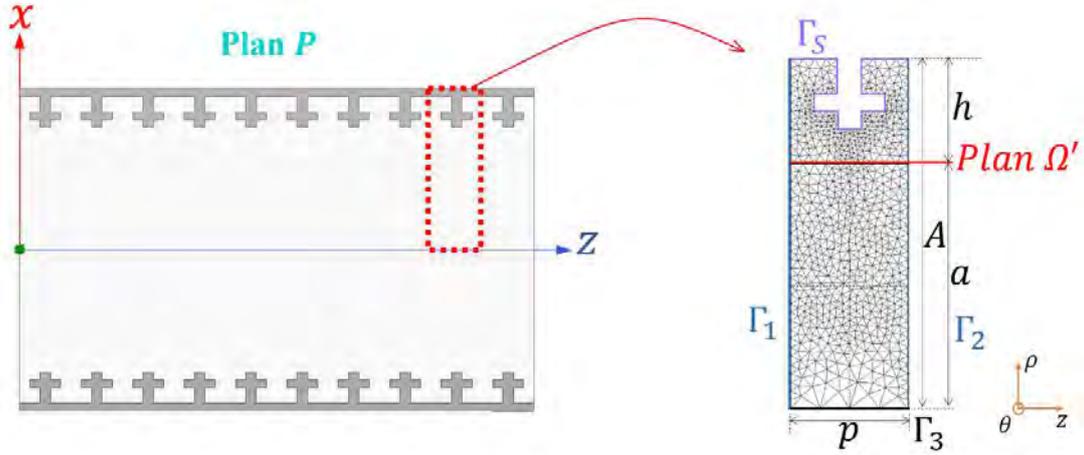


Figure 3.4 – Cellule élémentaire du guide d'onde de la figure 3.1 et exemple de maillage GMSH.

3.1.3. Validation par le calcul de Z'_S pour deux guides à paroi idéale

Les équations (3.25), (3.31), (3.40) et (3.47) sont implémentées dans deux codes Matlab : un code pour l'impédance Z'_Z et l'autre pour Z'_T . Ces deux fonctions ont pour variables d'entrée le maillage de la cellule élémentaire obtenu avec GMSH, la fréquence de travail f , l'angle d'incidence φ et la valeur de l'impédance Z_S en Γ_S .

Comme expliqué dans le chapitre 2, pour valider la valeur des impédances Z'_T et Z'_Z trouvée par le code FEM (Z_S^{FEM}), l'algorithme présenté dans la partie 2.2.3 est utilisé, en référence. L'erreur relative (en %) entre les valeurs des impédances calculées par la FEM (Z_S^{FEM}) et la méthode « analytique » (Z_S^a) est :

$$erreur(\%) = \left| \frac{Z_S^a - Z_S^{FEM}}{Z_S^a} \right| \times 100. \quad (3.48)$$

On suppose que le code FEM est validé pour des erreurs relatives inférieures à 2%. Deux guides différents sont étudiés pour valider le calcul des impédances : un guide métallique avec $Z_S = 0 \Omega$ ($= Z_T = Z_Z$), et un guide à paroi anisotrope $Z_T = \frac{jZ_0}{2}$ et $Z_Z = jZ_0$. Pour ces deux cas, le rayon A du guide est de 30 mm et le rayon « fictif » a du plan Ω' est de 28 mm, plan où les impédances Z'_T et Z'_Z sont calculées.

L'angle d'incidence φ est nécessaire au calcul des impédances de surface donc au calcul FEM. Cet angle est calculé grâce aux constantes de propagation β_z et k_0 :

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\beta_z}{k_0}\right). \quad (3.49)$$

Le calcul de cet angle est différent suivant les deux cas étudiés dans cette partie.

- **Cas n°1 – guide métallique :**

Une schématisation du guide métallique est représentée sur la figure 3.5.

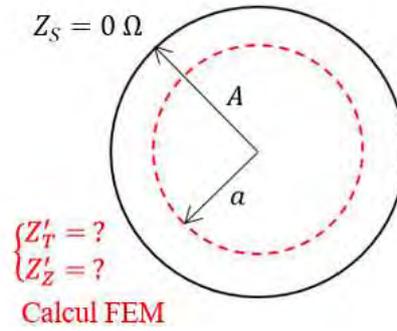


Figure 3.5 – Schématisation du guide d'onde métallique.

Dans le cas du guide métallique, φ est calculé analytiquement car la constante β_z est analytique, s'écrivant selon (3.50):

$$\beta_{zTM} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\chi_{mn}}{A}\right)^2} \quad \text{et} \quad \beta_{zTE} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\chi'_{mn}}{A}\right)^2} \quad (3.50)$$

où χ_{mn} est le $n^{\text{ième}}$ zéro de la fonction de Bessel J_m , χ'_{mn} le $n^{\text{ième}}$ zéro de la dérivée de la fonction de Bessel J'_m , m et n sont des entiers.

Ainsi, φ est calculé avec (3.49) et (3.50). Les impédances analytiques Z_S^a sont calculées à l'aide de l'algorithme présenté dans la partie 2.2.3 du chapitre 2. Le tableau 3.1 donne les valeurs des impédances calculées analytiquement et numériquement avec les fréquences et angles d'incidence correspondants. Comme expliqué avec (2.21), si le mode est un mode TM_{0n} seule la valeur de l'impédance Z'_Z est nécessaire, si le mode est TE_{0n} c'est l'impédance Z'_T qui doit être calculée.

Fréquence (GHz)	Mode	β_z (rad.m ⁻¹)	φ (°)	Impédance analytique (Ω)	Impédance FEM (3.31) et (3.47) (Ω)	Erreur relative (%)
3.827	TM ₀₁	0	0	$Z'_Z = -58.876j$	$Z'_Z = -58.745j$	0.22
5	TM ₀₁	67.384	40.051	$Z'_Z = -45.068j$	$Z'_Z = -45.051j$	0.070
6.098	TM ₀₁	99.437	51.126	$Z'_Z = -36.951j$	$Z'_Z = -37.016j$	0.19
	TE ₀₁	0	0	$Z'_T = -102.05j$	$Z'_T = -102.09j$	0.042
7	TM ₀₁	122.75	56.855	$Z'_Z = -32.191j$	$Z'_Z = -32.312j$	0.39
	TE ₀₁	71.976	29.40	$Z'_T = -117.14j$	$Z'_T = -117.16j$	0.057

Tableau 3.1 – Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence, pour le guide d'onde métallique.

Les erreurs relatives sont inférieures à 0.4%, ceci permet donc de valider le code FEM 2-D, pour le cas métallique.

- Cas n°2 – guide à paroi anisotrope ($Z_T = \frac{jZ_0}{2}, Z_Z = jZ_0$) :

Une schématisation du guide est représentée sur la figure 3.6.

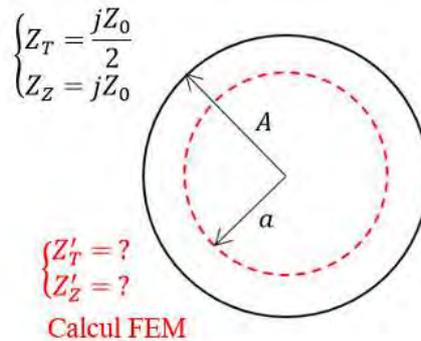


Figure 3.6 – Schématisation du guide d'onde à paroi anisotrope.

Pour calculer l'angle φ selon (3.49), il faut la valeur de β_z . Or pour ce guide d'onde à paroi anisotrope, β_z n'est pas analytique. Ainsi, l'algorithme présenté dans la partie 2.2.3 du chapitre 2 est utilisé. Il permet aussi d'obtenir la valeur des impédances analytiques ($Z'_T; Z'_Z$). Le tableau 3.2 donne les valeurs des impédances calculées analytiquement et numériquement pour différentes fréquences et les angles d'incidence correspondants, calculés à partir du β_z .

Fréquence (GHz)	Mode	β_z (rad.m ⁻¹)	φ (°)	Impédance analytique (Ω)	Impédance FEM (3.31) et (3.47) (Ω)	Erreur relative (%)
2.3	TM ₀₁	8.4699	10.127	$Z'_Z = -425.64j$	$Z'_Z = -425.54j$	0.024
4	TM ₀₁	97.483	$90 - 32.345j$	$Z'_Z = -394.02j$	$Z'_Z = -393.32j$	0.18
5.5	TM ₀₁	146.58	$90 - 41.390j$	$Z'_Z = -385.72j$	$Z'_Z = -384.00j$	0.45
	TE ₀₁	20.603	10.303	$Z'_T = -332.90j$	$Z'_T = -332.96j$	0.020
6	TM ₀₁	162.13	$90 - 42.660j$	$Z'_Z = -384.29j$	$Z'_Z = -382.14j$	0.56
	TE ₀₁	52.333	24.611	$Z'_T = -339.29j$	$Z'_T = -339.52j$	0.068

Tableau 3.2 – Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence, pour le guide d'onde à parois anisotropes.

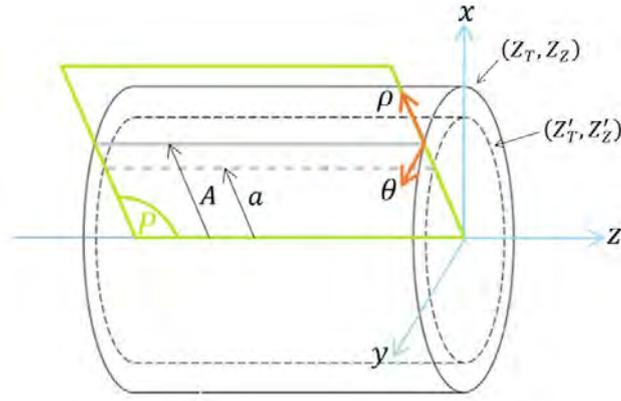
Les erreurs relatives sont inférieures à 0.6%. Le calcul FEM 2-D des impédances de surface est donc validé dans un cas anisotrope. L'algorithme de la figure 2.12 est maintenant utilisé pour tracer les diagrammes de dispersion.

3.2. Nouvel algorithme de calcul de l'équation de dispersion

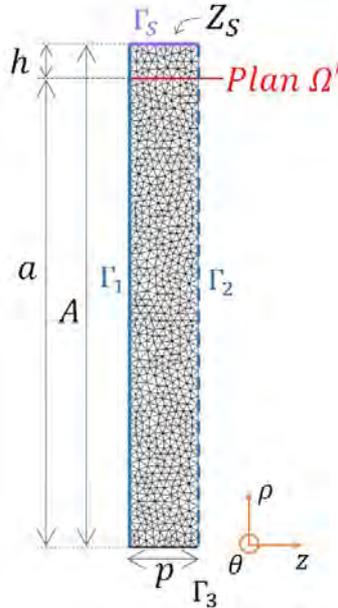
L'algorithme utilisé est celui présenté sur figure 2.12 du chapitre 2. Dans ce cas, le calcul FEM des impédances de surface est celui présenté dans la partie 3.1 avec un code Matlab « maison ». L'algorithme de la TME implémenté du code FEM 2-D est maintenant appliqué à des guides d'onde à parois anisotropes idéaux puis à un guide d'onde avec un métamatériau en forme de croix.

3.2.1. Application de l'algorithme à des guides d'onde à paroi anisotrope

On considère des guides d'onde à paroi anisotrope comme représentés sur la figure 3.7. Le rayon A est de 30 mm, on applique les impédances (Z_T, Z_Z) sur cette paroi. Les impédances (Z'_T, Z'_Z) sont calculées avec la FEM sur le plan Ω' de rayon $a = 28$ mm.


Figure 3.7 – Guide d'onde à paroi anisotrope

De ce guide d'onde, on extrait la cellule élémentaire représentée sur la figure 3.8.


Figure 3.8 – Cellule élémentaire maillée avec GMSH de dimensions $A = 30$ mm, $a = 28$ mm, $h = 2$ mm et $p = 4$ mm.

Dans ce cas : $\Gamma_S = \Gamma_{hor}$, c'est pourquoi l'équation à résoudre pour avoir H_θ se simplifie de (3.25) à (3.51) avec $\rho_{hor} = A$, $\vec{n}_{\Gamma_{hor}} = -\vec{\rho}$ et sans parois verticales :

$$\iint_{S_{2D}} \left(\nabla H_\theta \cdot \vec{\nabla} \bar{v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) H_\theta \bar{v} \right) \rho d\rho dz + (j\omega \epsilon_0 Z_S A - 1) \int_{\Gamma_{hor}} \bar{v} H_\theta dz = 0. \quad (3.51)$$

De même, pour obtenir E_θ , l'équation (3.40) se simplifie en (3.52) :

$$\iint_{S_{2D}} \left(\nabla E_\theta \cdot \vec{\nabla} \bar{v} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) E_\theta \bar{v} \right) \rho d\rho dz + \left(\frac{j\omega \mu_0 A}{Z_S} - 1 \right) \int_{\Gamma_{hor}} \bar{v} E_\theta dz = 0. \quad (3.52)$$

Dans le cas des parois anisotropes, Z_S n'est pas unique comme Z_T est différent de Z_Z . Donc Z_S est remplacée par Z_T dans (3.51) et par Z_Z dans (3.52). L'algorithme de la TME de la figure 2.12 est ainsi appliqué à cette structure. Les diagrammes de dispersion des modes propagatifs sont comparés aux diagrammes de dispersion tracés en A grâce à l'algorithme de la figure 2.2, [6], [16].

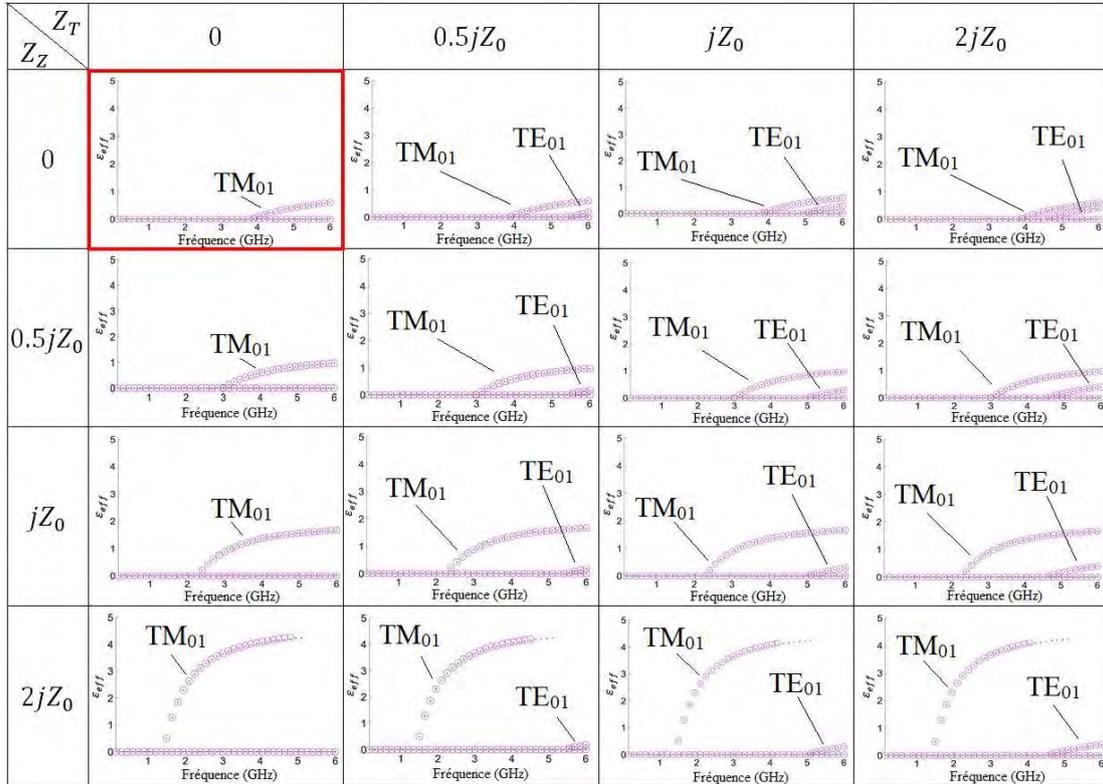


Figure 3.9 – Diagramme de dispersion ($\epsilon_{eff} = (\beta_z/k_0)^2$) de guides d'onde à parois anisotropes, diverses combinaisons (Z_T, Z_Z) en A . Les courbes représentées par des points bleus sont obtenues avec l'algorithme de la figure 2.12, et le code FEM calculant (Z_T', Z_Z') en a . Les courbes en cercles roses sont celles obtenues avec l'algorithme de la figure 2.2 [16].

Sur cette figure 3.9, seuls les modes propagatifs d'ordre nul sont représentés. Les diagrammes obtenus avec le calcul FEM coïncident parfaitement avec ceux obtenus dans le cas idéal (impédances (Z_T, Z_Z) fixes et constantes en A). Ainsi, l'algorithme de la TME avec le calcul FEM des impédances en a est validé. De plus, pour ces combinaisons d'impédances seuls les modes TM_{01} et TE_{01} se propagent entre $[0; 6]$ GHz. La fréquence de coupure du TM_{01} (respectivement TE_{01}) est bien constante lorsque Z_Z' (respectivement Z_T') est constante. Par ailleurs, on constate que la fréquence de coupure du mode TM_{01} (respectivement TE_{01}) diminue lorsque Z_Z' (respectivement Z_T') augmente.

Cet algorithme est, maintenant, appliqué à un guide d'onde avec un métamatériau 2-D.

3.2.2. Application de l'algorithme à un guide à paroi en métamatériau

Le guide d'onde étudié dans cette partie est représenté sur la figure 3.10. Une cellule élémentaire 2-D est extraite de ce guide et est utilisée dans l'algorithme de la TME. Elle est représentée en points rouges sur cette figure. Le diagramme de dispersion obtenu avec la TME est comparé à celui obtenu avec le logiciel commercial HFSS, utilisé comme référence. Dans HFSS, il faut construire une cellule élémentaire 3-D représentée en tirets bleus.

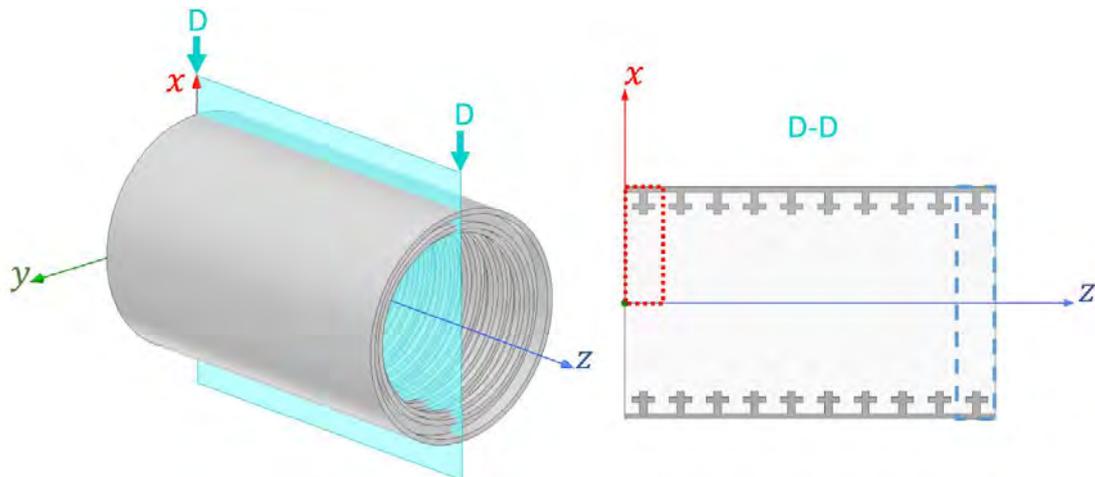


Figure 3.10 – Guide d'onde avec un métamatériau 2-D en forme de croix avec les cellules élémentaires pour la TME (points rouges) et pour HFSS (tirets bleus).

- **Cellule élémentaire pour la TME :**

La cellule élémentaire extraite est représentée sur la figure 3.11, ainsi que son maillage GMSH qui comporte 1536 triangles.

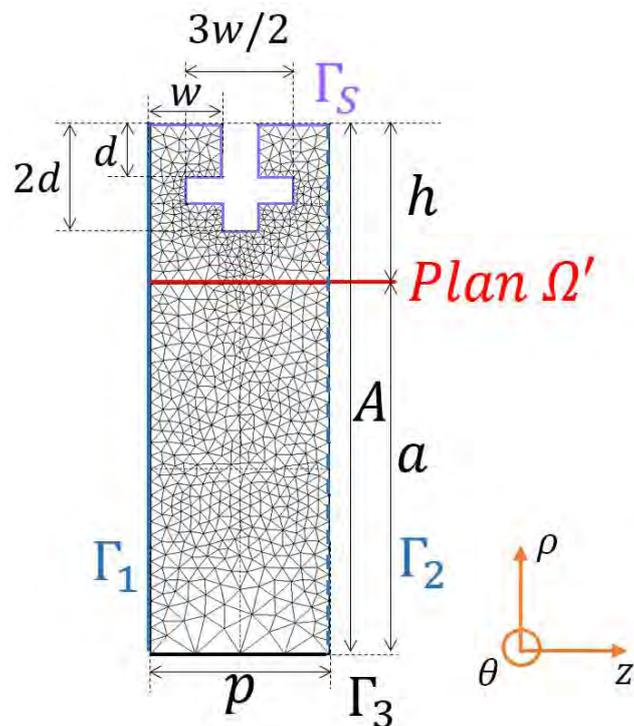


Figure 3.11 – Cellule élémentaire maillée avec GMSH de dimensions $A = 30$ mm, $a = 21$ mm, $h = 9$ mm, $d = 3$ mm, $p = 10$ mm et $w = 4$ mm.

- **Cellule élémentaire pour HFSS :**

La cellule élémentaire 3-D extraite du guide d'onde de la figure 3.10 est représentée sur la figure 3.12.

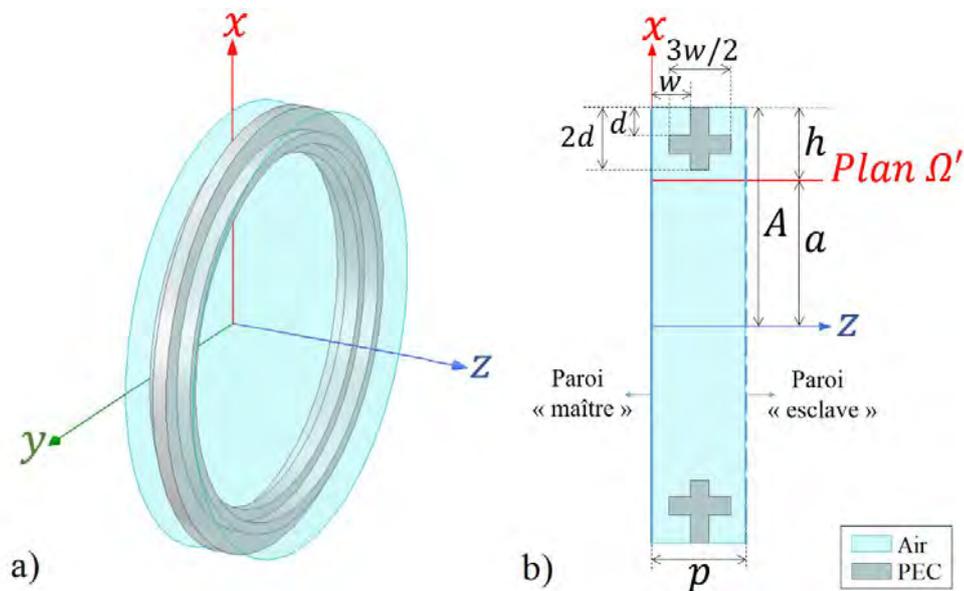


Figure 3.12 – Cellule élémentaire 3-D utilisée dans HFSS.

La méthode de résolution utilisée dans HFSS est le *eigenmode solver*. On ajoute une périodicité entre les parois ($O; x, y$) avec les conditions *master* et *slave*. Il faut ensuite paramétrer un retard de phase p_x sur la paroi « esclave », que l'on fait varier entre 0° et 180° (avec un pas plus ou moins important en fonction de la précision que l'on souhaite). On peut alors obtenir la constante de phase β_z avec :

$$\beta_z = -\frac{p_x}{p}. \quad (3.53)$$

Ce type de résolution retourne la valeur de β_z pour chaque fréquence, ce qui permet de reconstruire les diagrammes de dispersion des modes propagatifs. Sous HFSS, il n'est pas possible de tracer les diagrammes de dispersion des modes évanescents, même avec une résolution *driven modale*, comme vue au chapitre 2. En effet, cette résolution permet de trouver γ_z dans le port, le métamatériau n'est alors pas pris en compte. C'est pourquoi seule la partie β_z est comparée.

Pour la simulation HFSS, le critère de convergence est fixé à $\Delta f = 0.05\%$. A convergence, cette cellule élémentaire contient 34035 tétraèdres.

- **Diagramme de dispersion :**

Les diagrammes de dispersion obtenus avec HFSS et la TME sont représentés sur la figure 3.13.

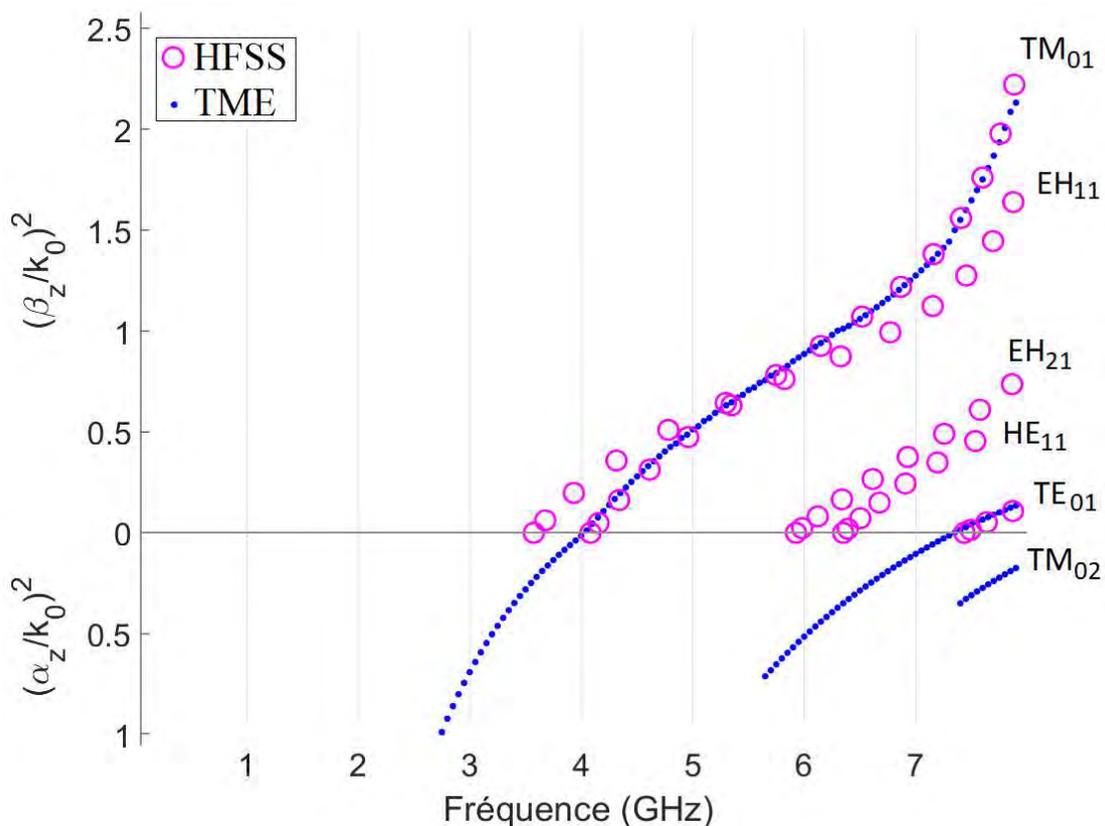


Figure 3.13 – Diagrammes de dispersion du guide de la figure 3.9 obtenus avec la TME (points bleus) et avec HFSS (cercles roses).

Les diagrammes de dispersion des modes d'ordre nul sont alors bien reconstruits. On constate une bonne continuité des courbes de dispersion au passage des modes évanescents aux modes propagatifs. Le nouvel algorithme de la TME avec le code FEM 2-D est alors validé. Par ailleurs, le nombre d'éléments est nettement diminué : réduction de 95.5% en utilisant la TME et sa cellule élémentaire 2-D. Ceci a pour conséquence de réduire le nombre d'inconnues et donc le temps de calcul. En effet, pour obtenir les deux modes propagatifs d'ordre nul avec la TME, le temps de calcul est de 6 minutes et 30 secondes alors qu'avec HFSS la simulation dure 2 heures et 37 minutes, mais tous les modes propagatifs sont trouvés. Le même ordinateur [Intel® Core™ i7-7700 CPU @ 3.60 GHz, 16 GB of RAM] est utilisé pour ces simulations.

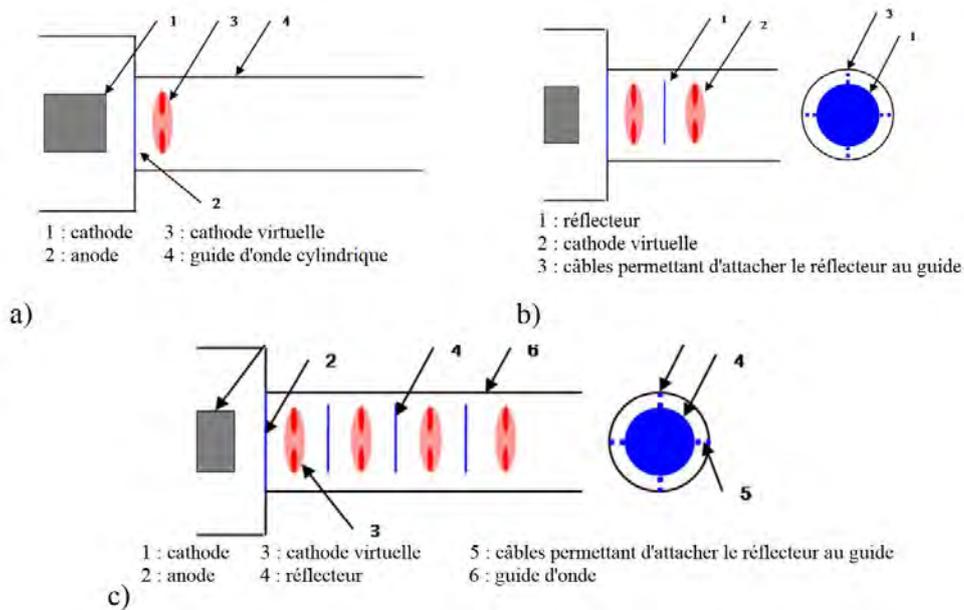
Le code FEM 2-D de calcul des impédances de surface est donc validé, ainsi que son utilisation dans le code de la TME. Ce nouvel algorithme permet maintenant de concevoir des structures à base de guides d'onde à parois métamatériaux.

3.3. Conception d'un extracteur de modes

Les métamatériaux sont souvent utilisés pour réduire la taille des guides d'onde [1] - [6] ou encore pour contrôler le champ à l'ouverture des antennes [6] - [10]. Ils peuvent également être utilisés pour changer l'ordre de propagation des modes. En effet, nous avons vu avec la figure 2.3 du chapitre 2 que les diagrammes de dispersion diffèrent en fonction des combinaisons des impédances de surface utilisées. Entre autres, on constate que pour :

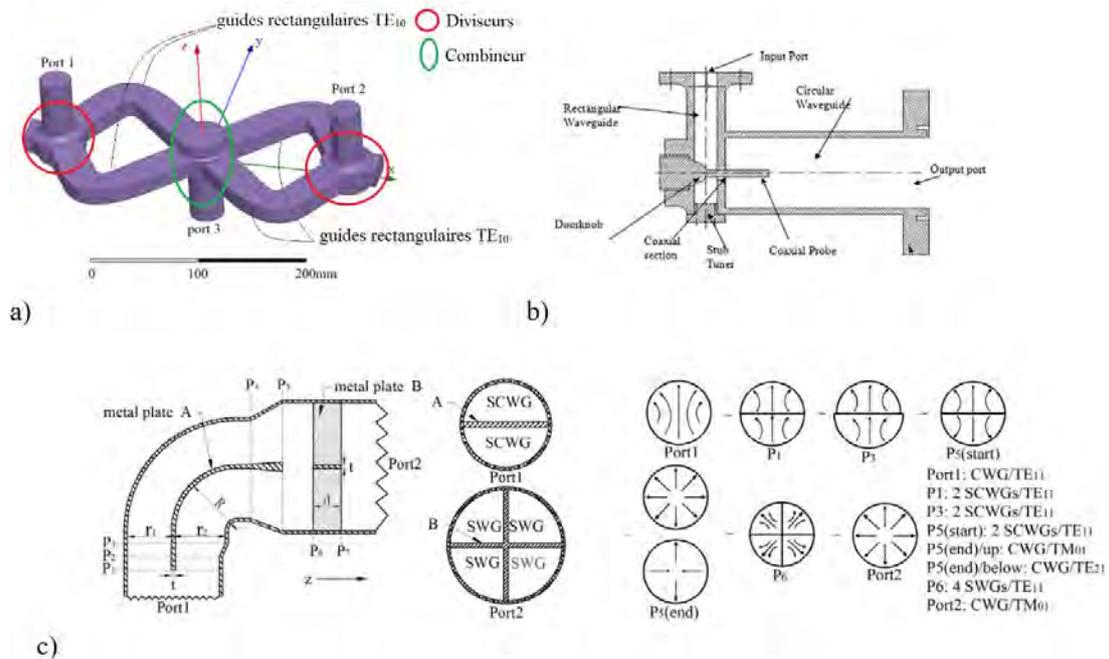
- $Z_T = 0 \Omega$ et $Z_Z = jZ_0$,
- $Z_T = 0 \Omega$ et $Z_Z = 2jZ_0$,
- $Z_T = \frac{jZ_0}{2}$ et $Z_Z = 2jZ_0$,

le premier mode à se propager est le mode TM_{01} , alors que conventionnellement pour un guide métallique ($Z_T = Z_Z = 0 \Omega$) le mode TE_{11} est le mode fondamental. Le mode TM_{01} est particulièrement intéressant pour certaines applications [17] - [29] car la répartition du champ électrique est axisymétrique. C'est pourquoi il est souvent utilisé pour détecter des signaux provenant de n'importe quelle direction [17]. Dans le spatial, cette propriété peut être pertinente pour les applications de télécommunication et de positionnement des satellites [18], [19]. Il est également utilisé dans les microondes à forte puissance (*High-Power Microwaves*) [20] - [31]. Pour créer ce mode, les *viractors* (*VIRtual CAthode oscillaTOR*) sont utilisés [20] - [22]. Ceux représentés sur les figures 3.14, sont constitués de deux parties : une diode planaire (ou cathode) qui permet de créer un faisceau d'électron axial, suivi d'une anode dans une cavité ou dans un guide d'onde. Ces structures ont de bonnes performances, mais restent complexes, notamment au niveau de la fixation des réflecteurs (rendant le dispositif plus performant).



Figures 3.14 – Coupe longitudinale a) d'un vircator axial conventionnel, b) d'un vircator conceptuel avec un réflecteur et c) d'un vircator conceptuel avec trois réflecteurs [20] [21].

Dans [23], la structure est composée de deux diviseurs de puissance à deux voies $TM_{01} - TE_{10}$, d'un combineur quatre voies $TE_{10} - TM_{01}$ et de quatre guides rectangulaires de mode fondamental TE_{10} , présentée sur la figure 3.15a). Dans [28], le TM_{01} est excité grâce à un assemblage de guides rectangulaire et cylindrique, représenté sur la figure 3.15b). Par ailleurs, dans [31], le convertisseur de mode est constitué de guides cylindriques et de plaques métalliques, comme présenté sur la figure 3.15c).



Figures 3.15 – a) Combineur de modes [23], b) Structure permettant l'excitation du mode TM_{01} [28], c) Convertisseur de modes et lignes du champ électrique à différentes sections [31].

Les structures des figures 3.15 sont encombrantes, ce qui est un réel inconvénient. Par ailleurs, le mode TM_{01} est obtenu après plusieurs combinaisons d'autres modes. C'est pourquoi on propose de créer un métamatériau permettant de générer le mode TM_{01} en mode fondamental, pour ensuite l'utiliser dans un extracteur de mode.

3.3.1. Cahier des charges

Le guide recherché doit donc avoir le mode TM_{01} comme mode fondamental. Par ailleurs, on souhaite utiliser cette structure dans un extracteur de modes $TE_{11} - TM_{01}$ opérant dans la bande passante [3.36; 4.26] GHz. Le schéma de principe de cet extracteur est présenté sur la figure 3.16.

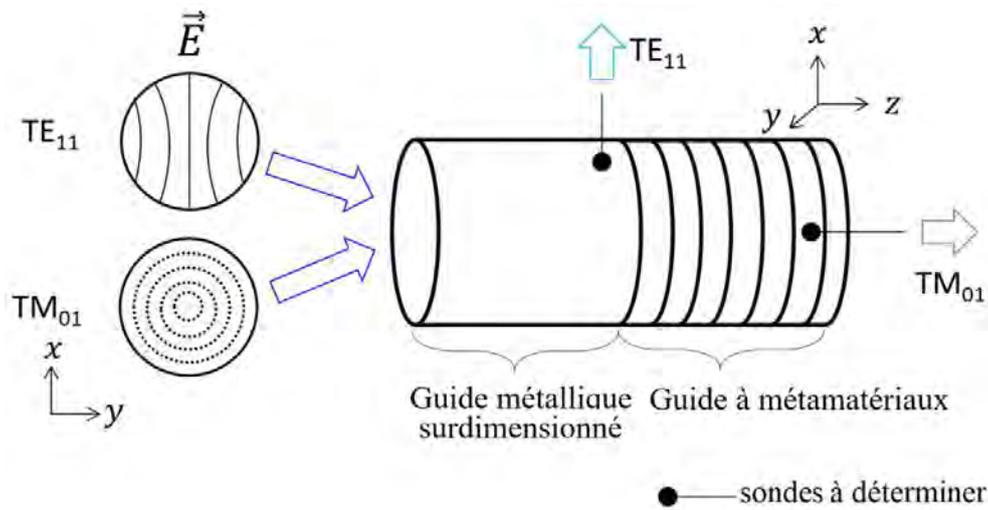


Figure 3.16 – Schéma de principe de l'extracteur de modes. En entrée, les modes TE_{11} et TM_{01} . Deux sorties, une pour le mode TE_{11} et l'autre pour le TM_{01} .

Le guide d'onde métallique surdimensionné propage deux modes, sa section est de $A = 34.2$ mm, les fréquences de coupure des trois premiers modes TE_{11} , TM_{01} et TE_{21} sont :

$$\begin{cases} f_{c_{TE_{11}}} = \frac{\chi'_{11}c}{2A\pi} = 2.57 \text{ GHz} \\ f_{c_{TM_{01}}} = \frac{\chi_{01}c}{2A\pi} = 3.36 \text{ GHz} \\ f_{c_{TE_{21}}} = \frac{\chi'_{21}c}{2A\pi} = 4.26 \text{ GHz}, \end{cases} \quad (3.54)$$

où χ'_{11} est le premier zéro de J'_1 , la dérivée de la fonction de Bessel J_1 , χ_{01} le premier zéro de J_0 la fonction de Bessel d'ordre 0, χ'_{21} le premier zéro de J'_2 la dérivée de la fonction de Bessel J_2 et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Le guide à métamatériaux recherché doit donc avoir une fréquence de coupure du mode fondamental proche de 3.36 GHz. Comme le TE_{21} , troisième mode à se propager

dans le guide métallique a pour fréquence de coupure 4.26 GHz, la bande considérée pour l'étude est donc [3.36; 4.26] GHz. La bande monomode du guide à métamatériaux doit correspondre à celle de l'étude, la bande monomode relative est donc de 23.6%. Le tableau 3.3 récapitule le cahier des charges du guide d'onde à métamatériaux.

Cahier des charges	
Bande utile	[3.36; 4.26] GHz
Bande monomode relative	23.6%
Mode fondamental	TM ₀₁
Rayon externe du guide	A = 34.2 mm

Tableau 3.3 – Cahier des charges.

Le rayon du plan Ω' est choisi arbitrairement, mais en le gardant relativement petit, pour avoir assez de marge dans le choix du métamatériau. Ainsi, on choisit $a = 13.68$ mm.

3.3.2. Détermination du métamatériau

- **Principe :**

Pour trouver le métamatériau adapté, un tableau avec des combinaisons d'impédances est tout d'abord utilisé. Ce tableau permet d'obtenir des gammes d'impédances respectant le cahier des charges au niveau des propriétés du guide (mode fondamental, bande passante). Puis des métamatériaux sont analysés par ordre croissant de complexité de fabrication, pour vérifier s'ils réalisent ces conditions d'impédances.

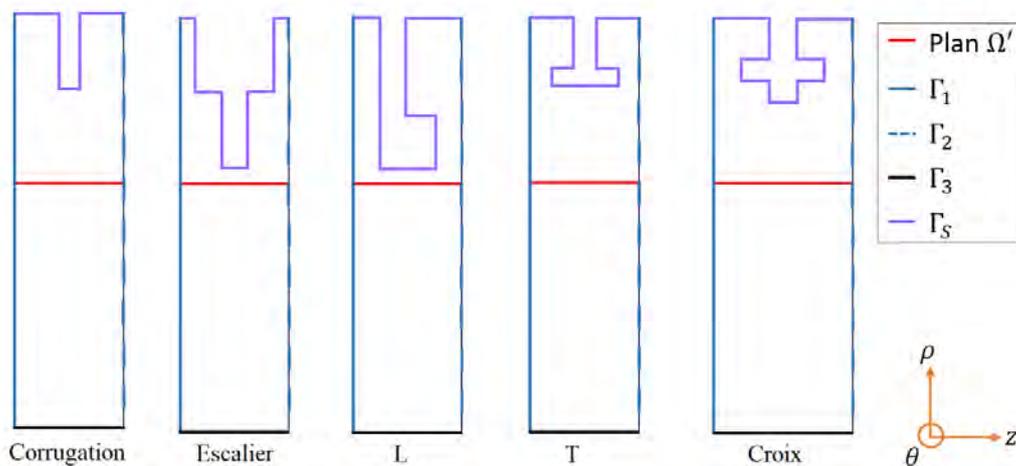


Figure 3.17 – Exemples de cellules élémentaires de métamatériau 2-D.

- **Recherche de la gamme d'impédances :**

L'algorithme de la figure 2.2 est appliqué au guide d'onde « fictif » de rayon $a = 13.68$ mm, pour diverses impédances. Un extrait du tableau avec ces combinaisons d'impédance Z'_T et Z'_Z est présenté sur la figure 3.18. Les gammes d'impédances permettant de répondre au cahier des charges sont déduites d'une analyse de ce tableau.

La fréquence de coupure du mode TM_{01} est donnée par la valeur de Z'_Z , c'est pourquoi cette impédance est essentielle dans la définition de la gamme d'impédances. Par ailleurs, les combinaisons entre les impédances Z'_T et Z'_Z font varier les fréquences de coupure des autres modes. La valeur de Z'_T est donc tout aussi primordiale dans le choix du métamatériau.

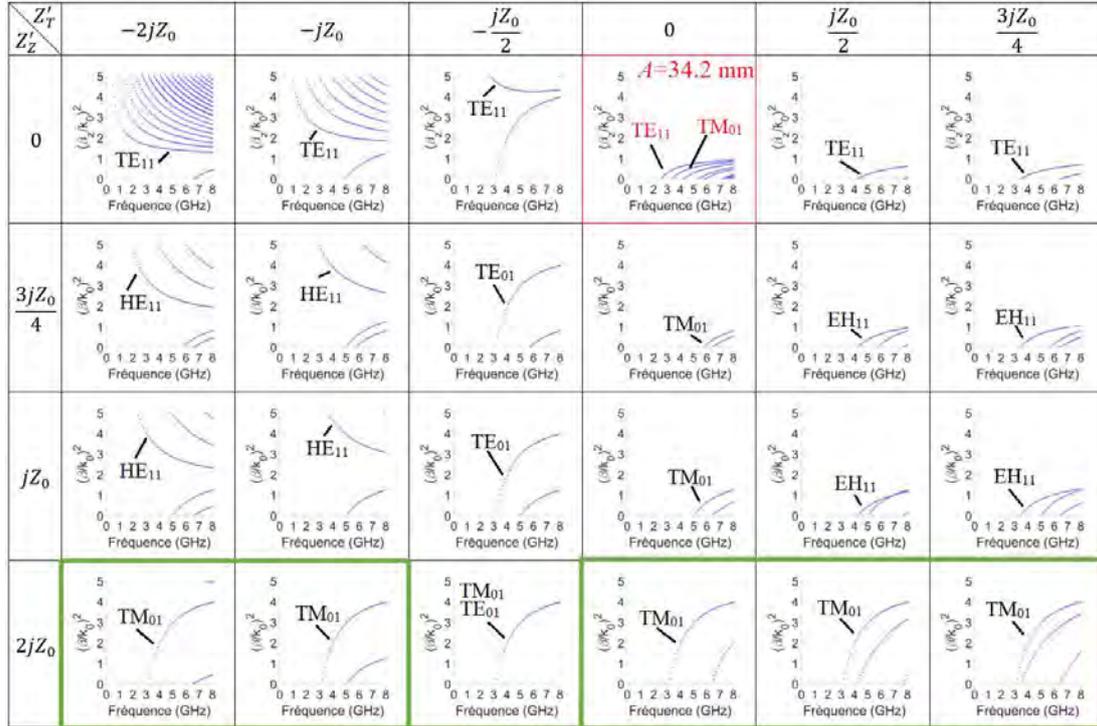


Figure 3.18 - Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique de rayon $a = 13.68$ mm pour diverses combinaisons d'impédances de surface (Z'_T ; Z'_Z).

Pour la combinaison $(Z'_T = -\frac{jZ_0}{2}, Z'_Z = 2jZ_0)$, les modes TE_{01} et TM_{01} sont superposés et ont une fréquence de coupure de 3 GHz. En effet, ce cas est particulier car pour $Z'_T = -\frac{jZ_0}{2}$ la fréquence de coupure du TE_{01} est de 3 GHz et de même, pour $Z'_Z = 2jZ_0$ la fréquence de coupure du TM_{01} est de 3 GHz. On peut noter qu'avec cette combinaison, la condition hybride « équilibrée » est respectée. Par ailleurs, en utilisant les conclusions faites à l'aide de la figure 3.9, on sait que la fréquence de coupure du mode TM_{01} (respectivement TE_{01}) diminue lorsque Z'_Z (respectivement Z'_T) augmente. Ainsi, les impédances permettant d'avoir un guide d'onde avec le mode TM_{01} comme mode fondamental, et une fréquence de coupure proche de 3 GHz, sont encadrées en vert. Il est possible de définir une gamme d'impédances (3.55) :

$$\boxed{\begin{cases} Z'_T \neq -\frac{jZ_0}{2} \\ jZ_0 < Z'_Z \leq 2jZ_0. \end{cases}} \quad (3.55)$$

Le métamatériau doit respecter ces conditions d'impédances (3.55) en a , soit sur le plan Ω' .

• **Optimisation du métamatériau :**

Le métamatériau est optimisé à l'aide du code Matlab « maison ». En effet, avec les codes permettant le calcul des impédances Z'_T et Z'_Z , il est possible de tracer les impédances du métamatériau dans le plan Ω' , en fonction de la fréquence.

Dans le chapitre 2, on a montré que l'angle d'incidence avait une grande importance : celui-ci varie en fréquence et en mode. Ainsi, il est nécessaire de vérifier la condition d'impédance pour différents angles. A la fréquence de coupure, l'onde est normale à la surface, donc φ vaut 0° . On choisit aussi $\varphi = 45^\circ$ et $\varphi = 89^\circ$, pour être proche de l'incidence rasante. Une solution intéressante est obtenue pour la corrugation présentée sur la figure 3.19.

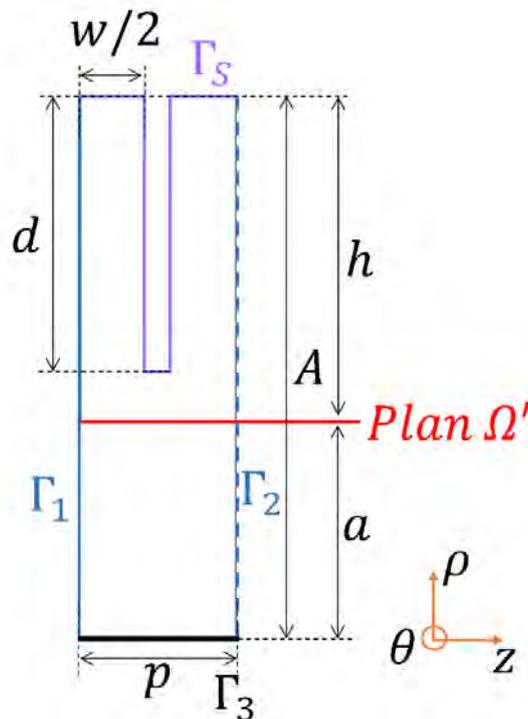


Figure 3.19 – Cellule élémentaire de la corrugation, avec $A = 34.2$ mm, $a = 13.68$ mm, $d = 17.4$ mm, $h = 20.52$ mm, $p = 11.5$ mm, et $w = 8.5$ mm.

Les impédances Z'_T et Z'_Z sont tracées en fonction de la fréquence, pour les trois angles d'incidence. La bande de fréquence pour laquelle le métamatériau doit respecter (3.55) est $[3.36; 4.26]$ GHz. On obtient ainsi la figure 3.20.

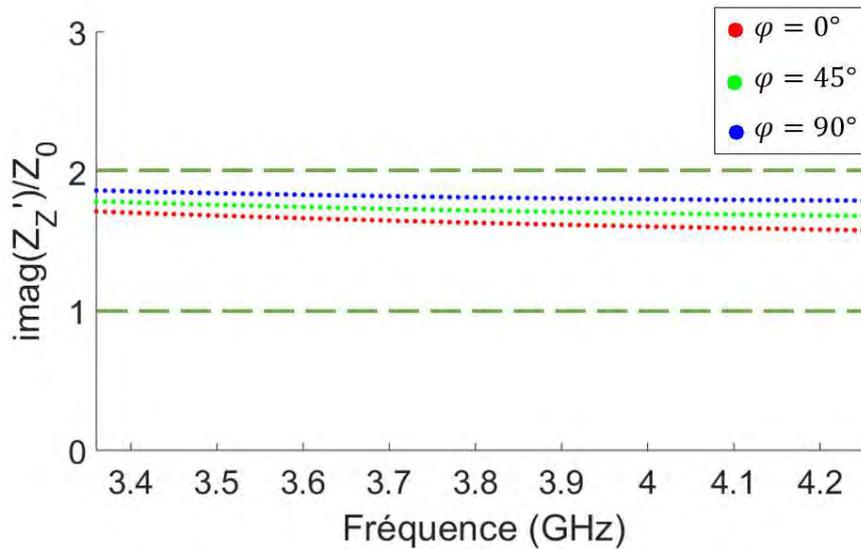


Figure 3.20 – Impédance Z'_Z normalisée en fonction de la fréquence, pour trois angles d'incidence $\varphi = [0; 45; 89]^\circ$.

Cette figure montre que la corrugation proposée valide la condition à respecter sur Z'_Z puisque : $Z'_Z \in]jZ_0; 2jZ_0[$, limites indiquées en pointillés verts sur la figure 3.20. Pour cette gamme d'impédance Z'_Z , soit le mode fondamental est un TM_{01} soit les modes TE_{01} et TM_{01} sont superposés, d'après la figure 3.18. Par ailleurs, nous avons vérifié que seul le mode TM_{01} se propageait, donc $Z'_T \neq -\frac{jZ_0}{2}$.

- **Diagrammes de dispersion :**

Le diagramme de dispersion de cette structure est comparé au diagramme de dispersion du guide métallique de même section, représentés sur la figure 3.21. HFSS et la TME sont utilisés pour qualifier le guide à paroi en métamatériau. La solution analytique est utilisée pour qualifier le guide métallique.

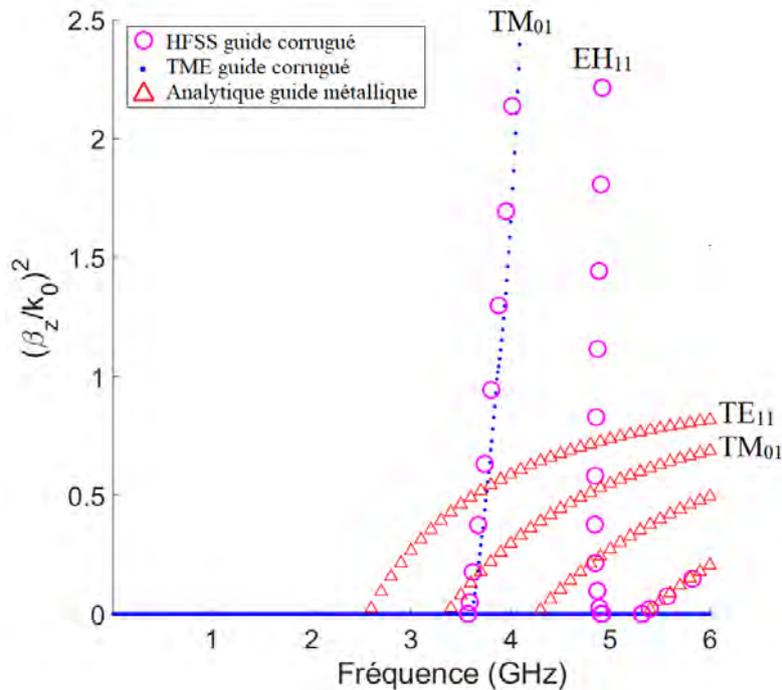


Figure 3.21 – Diagrammes de dispersion du guide métallique en rouge, et du guide corrugué (en bleu obtenu avec la TME et en rose avec HFSS).

Le mode fondamental du guide corrugué est bien le mode TM_{01} . Sa fréquence de coupure est de 3.57 GHz. Par ailleurs le second mode est un mode hybride, le mode EH_{11} , qui a pour fréquence de coupure 4.91 GHz. La bande monomode est donc de 31.6%. Finalement, le cahier des charges est assez bien respecté comme en atteste le tableau 3.4.

Cahier des charges		Guide corrugué
Bande utile	[3.36; 4.26] GHz	[3.57; 4.91] GHz
Bande monomode relative	23.6%	31.6%
Mode fondamental	TM_{01}	TM_{01}
Rayon externe du guide	$A = 34.2$ mm	$A = 34.2$ mm

Tableau 3.4 – Comparaison du cahier des charges et des performances du guide corrugué proposé.

La bande utile est légèrement décalée vers les hautes fréquences, mais comme la bande monomode relative est respectée, le guide à paroi en métamatériaux proposé est donc retenu.

3.3.3. Analyse de la partie « guide à métamatériaux » de l'extracteur

On souhaite tester la propagation dans le guide à métamatériau. C'est pourquoi plusieurs simulations et mesures vont être effectuées :

- excitation du mode TM_{01} , pour vérifier la propagation,
- excitation du mode TE_{11} , pour vérifier la non propagation.

• **Excitation du mode TM_{01} :**

Vu la complexité des systèmes présentés en début de section pour exciter le mode TM_{01} , une nouvelle Transition Guide d'onde à câble Coaxial (TGC) est proposée dans cette thèse. Pour la concevoir, une étude de la cartographie du champ électrique du mode TM_{01} est représentée sur la figure 3.22.

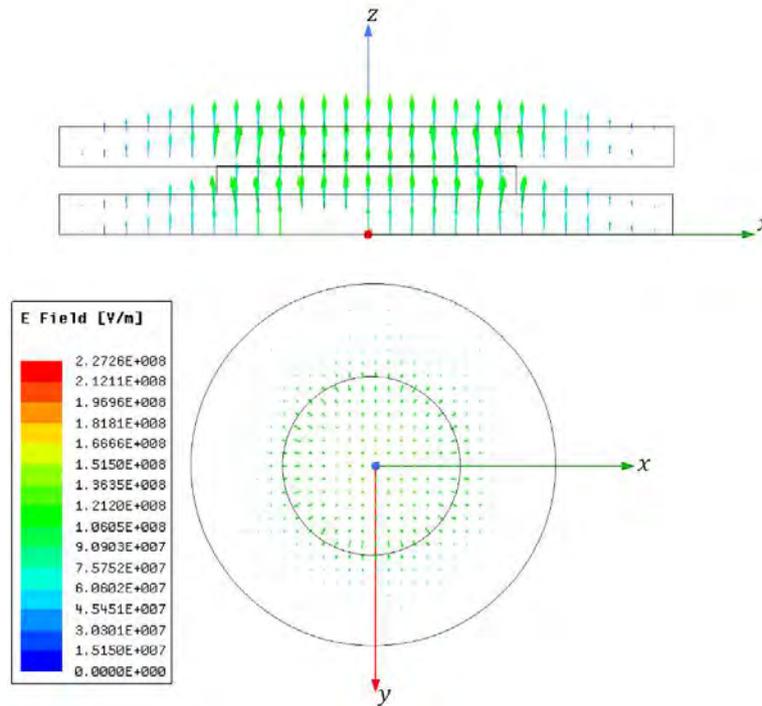


Figure 3.22 – Cartographie du champ électrique du mode TM_{01} dans la section du guide corrugué.

L'amplitude du champ électrique est maximale au centre du guide selon l'axe z . La sonde coaxiale de type électrique est donc placée à cette position en bord de guide comme représentée sur la figure 3.23. Par ailleurs, une rondelle métallique est placée au bout de cette sonde afin d'élargir la bande de transmission. Le câble coaxial (parties bleue et rouge sur la figure 3.23) est connecté à la TGC par un connecteur SMA (R125.414.000). Ainsi, le diélectrique du câble a une permittivité relative ϵ_r de 1.105, et les dimensions sont imposées par le constructeur du SMA. En simulation, pour ne pas tenir compte de la longueur du câble, l'excitation est faite à l'aide d'un *waveport deembed*, se ramenant ainsi à une excitation dans le plan z nul.

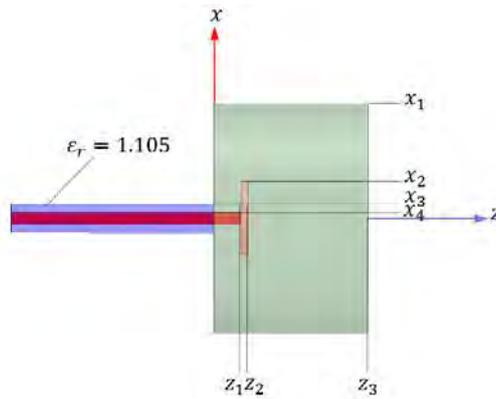


Figure 3.23 – TGC pour le mode TM_{01} , avec $x_1 = 34.2$ mm, $x_2 = 11$ mm, $x_3 = 4.29$ mm, $x_4 = 1.79$ mm, $z_1 = 8$ mm, $z_2 = 10$ mm et $z_3 = 45.4$ mm.

Pour vérifier le bon fonctionnement de la TGC, plusieurs simulations sont effectuées et présentées sur la figure 3.24. Elles permettent de n'observer que les paramètres S importants : ceux du guide, sans tenir compte de ceux des TGC (ce qui est fait classiquement lors de la calibration pendant des mesures).

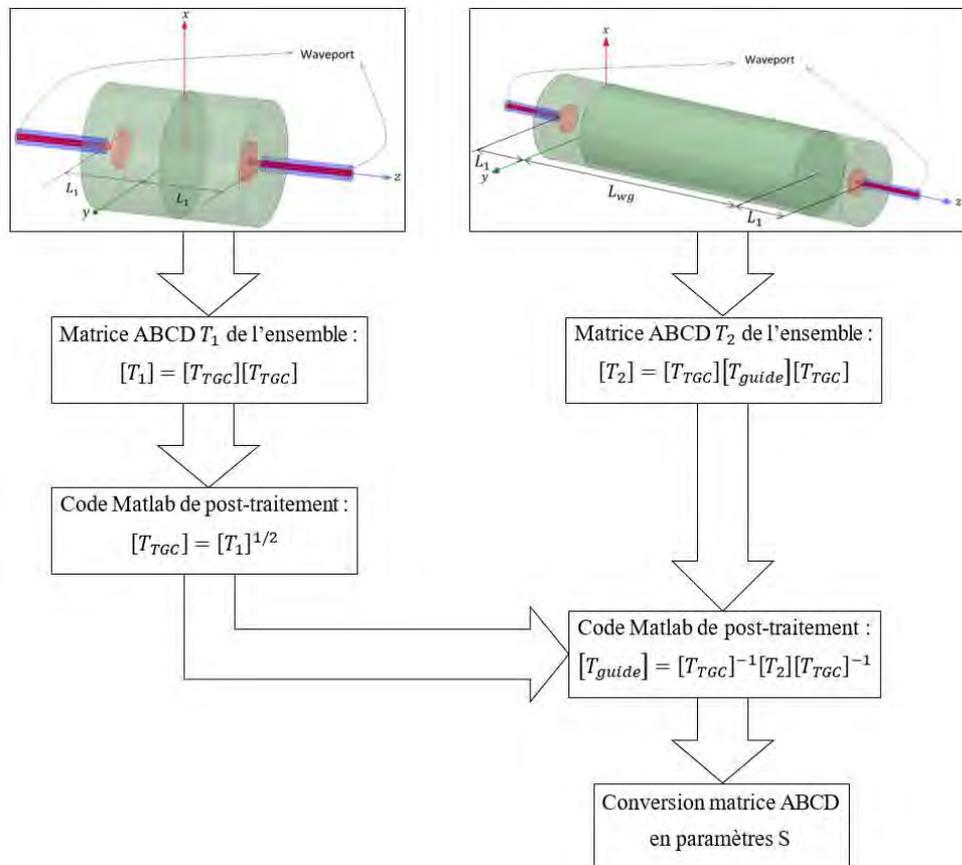


Figure 3.24 – Schéma de principe pour obtenir les paramètres S d'un guide entre deux TGC, avec $L_1 = 45.4$ mm et $L_{WG} = 207$ mm.

Ces différentes simulations et les post-traitements ont été appliqués au code du guide d'onde métallique, et sont présentés en annexe H. Cette procédure est aussi

appliquée au guide corrugué pour observer ses paramètres S. La figure 3.25 montre la structure simulée dans HFSS.

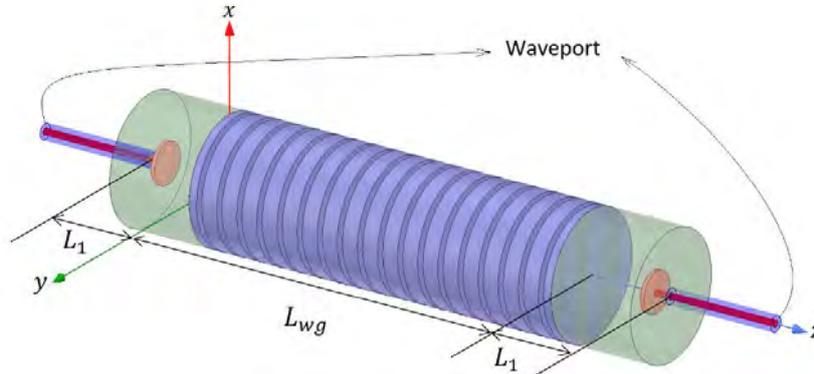


Figure 3.25 – Guide corrugué entre les TGC, avec $L_1 = 45.4$ mm et $L_{wg} = 207$ mm.

Par le post traitement, expliqué sur la figure 3.24 et en annexe H, les paramètres S du guide corrugué sont isolés de la structure de la figure 3.25. La figure 3.26 représente les paramètres de transmission et de réflexion du guide corrugué seul.

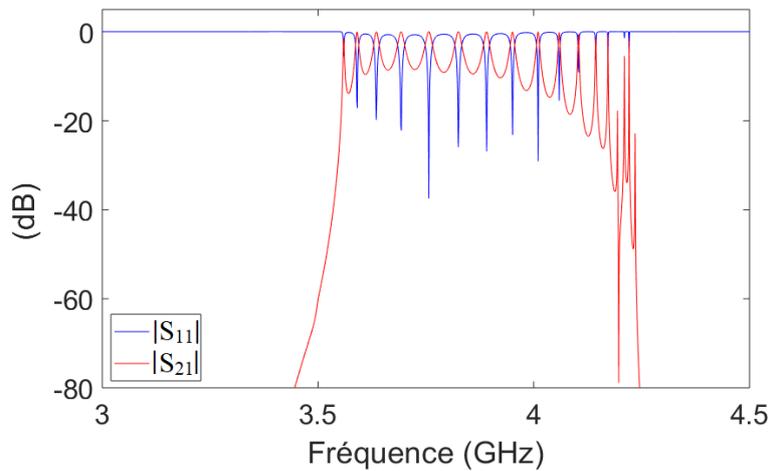


Figure 3.26 – Paramètres S du guide corrugué après post traitement.

La bande passante du guide corrugué est [3.6; 4.2] GHz, avec un coefficient de réflexion assez élevé. En effet, l'adaptation entre le guide cylindrique de la TGC et le guide à métamatériau n'a pas été optimisée. Néanmoins, il est possible d'obtenir le diagramme de dispersion, car la phase du paramètre S_{21} est liée à la constante de propagation β_z selon :

$$\beta_z = -\frac{\angle S_{21}}{L_{wg}} \quad (3.56)$$

où $\angle S_{21}$ est la phase du paramètre S_{21} , et L_{wg} la longueur du guide corrugué. On obtient le diagramme de dispersion de la figure 3.27.

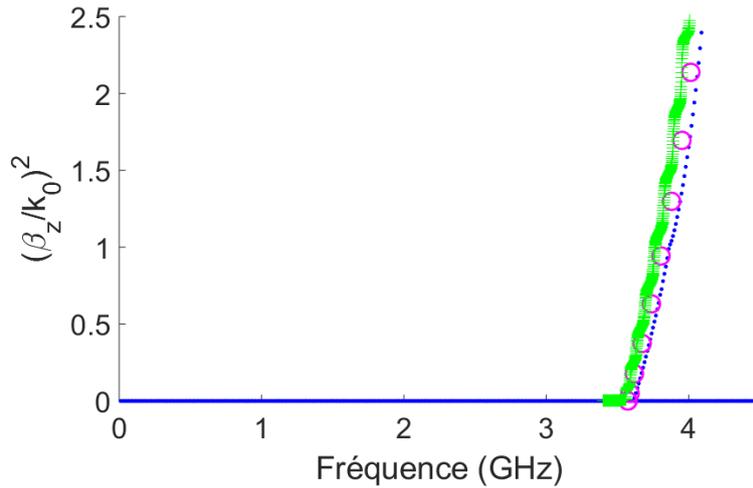
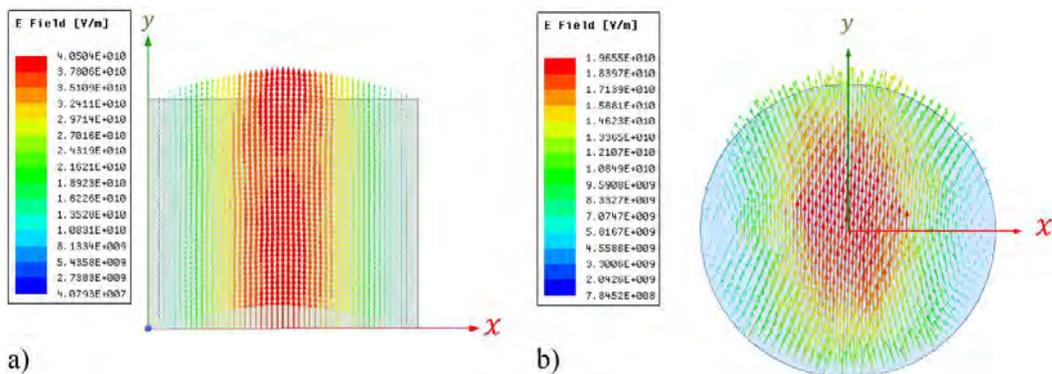


Figure 3.27 – Diagrammes de dispersion obtenu avec la TME (points bleus), avec HFSS en *solver eigenmode* (cercles roses) et avec HFSS + post traitement + (3.56) (croix vertes).

Les trois diagrammes coïncident, ainsi le principe de mesure de la figure 3.24 et la génération du mode TM_{01} sont validés. Il faut maintenant vérifier que le mode TE_{11} ne se propage pas dans ce guide sur cette même bande de fréquence.

• **Excitation du mode TE_{11} :**

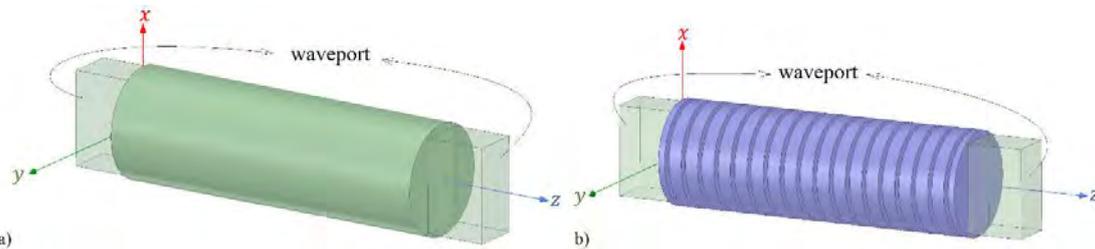
Pour générer le mode TE_{11} , le kit d'étalonnage $WR229$ est utilisé, car il fonctionne sur la bande de fréquence [3.22; 4.9] GHz. De plus, les cartographies du champ électrique du mode TE_{10} (mode fondamental dans un guide rectangulaire) et du TE_{11} (mode fondamental dans un guide cylindrique) sont similaires, comme le montrent les figures 3.28.



Figures 3.28 – Cartographies du champ électrique a) du mode TE_{01} dans un guide rectangulaire et b) du mode TE_{11} dans un guide cylindrique.

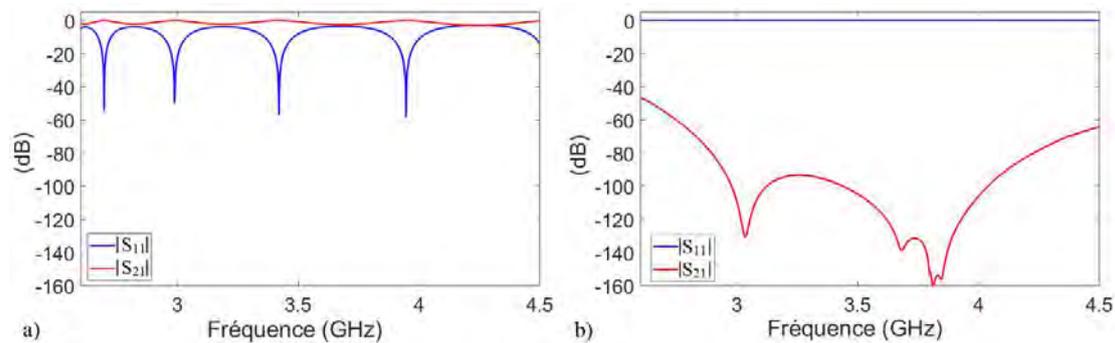
Pour utiliser ce kit, il faut une transition pour connecter le guide cylindrique au guide rectangulaire, ainsi une pièce de transition a été fabriquée, celle-ci est présentée sur la figure 3.31c). Comme le but est de prouver que le mode TE_{11} ne se propage pas, le fait que l'adaptation ne soit pas réalisée n'est pas critique. Il faut malgré tout vérifier que cette méthode permet la propagation du TE_{11} dans un guide métallique classique de même

section. On effectue donc deux simulations sur HFSS : la première avec le guide métallique placé entre deux guides rectangulaires que l'on excite avec le mode fondamental TE_{10} (à l'aide d'un *waveport deembed*), représenté sur la figure 3.29. Pour la seconde on remplace le guide métallique par le guide corrugué.



Figures 3.29 – Guides a) métallique et b) corrugué entre deux guides rectangulaires excités avec le mode TE_{10} .

Les paramètres S de ces deux simulations obtenus directement, sans post-traitement, sont représentés sur les figures 3.30.



Figures 3.30 – Paramètres S des guides a) métallique et b) corrugué.

La figure 3.30a) montre que le mode TE_{11} se propage bien dans le guide métallique, même si l'adaptation n'est pas optimale. Pour le guide corrugué, figure 3.30b), le coefficient de transmission S_{21} est inférieur à -40 dB sur toute la bande : le mode TE_{11} ne se propage donc pas.

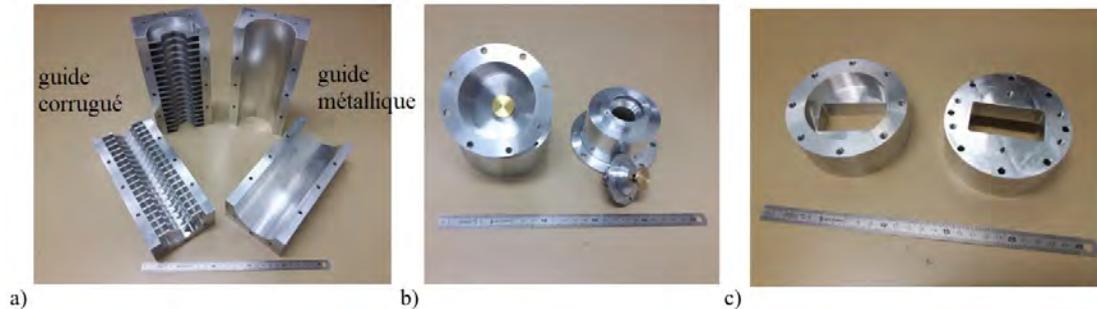
Des mesures sont effectuées pour confirmer ces résultats.

• **Réalisation :**

Pour vérifier le bon fonctionnement du guide d'onde corrugué diverses pièces ont été fabriquées :

- le guide corrugué, en photographie sur la figure 3.31a),
- le guide métallique de rayon $A = 34.2$ mm, en photographie sur la figure 3.31a),
- la TGC du mode TM_{01} , en double pour créer notre kit d'étalonnage, en photographie sur la figure 3.31b),
- et la Transition guide Cylindrique vers guide Rectangulaire (TCR) en photographie sur la figure 3.31c).

Les guides corrugué et métallique de la figure 3.31 a) ont été fabriqués de la même façon : usinage sur deux blocs rectangulaires d'aluminium, par l'entreprise Delfair. Les mesures du guide corrugué conçu par usinage sont présentées par la suite.



Figures 3.31 – Réalisations : a) guides corrugué et métallique par usinage, b) TGC du mode TM_{01} et c) TCR.

- **Mesure des paramètres S du mode TM_{01} :**

Pour mesurer les paramètres S dans les guides excités par les TGC du mode TM_{01} , l'analyseur de réseau vectoriel Anritsu de la figure 3.32 est utilisé.



Figure 3.32 – Analyseur de réseau vectoriel Anritsu 37369C.

Il faut alors isoler les guides à l'aide de calibrations successives explicitées sur la figure 3.33.

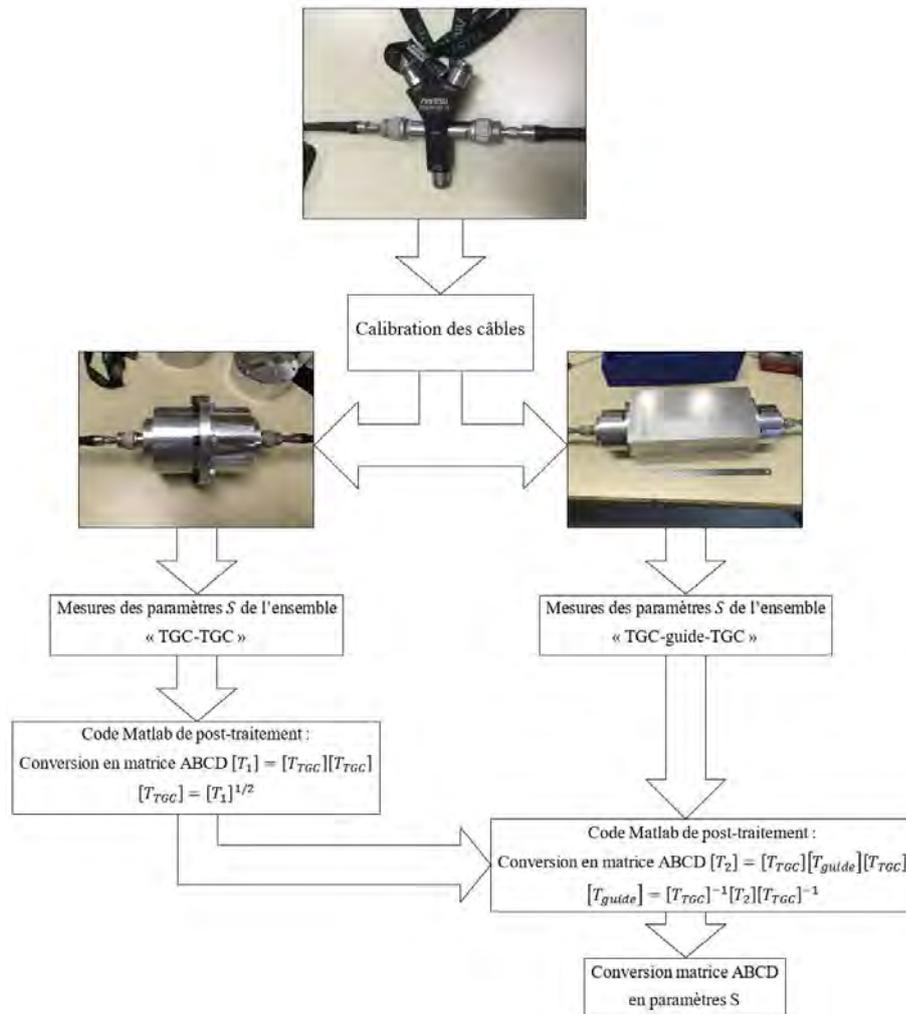


Figure 3.33 – Schéma de principe pour obtenir les paramètres S des guides métallique ou corrugué entre les deux TGC.

Les paramètres S liés au guide métallique sont présentés en annexe I, ainsi que les comparaisons entre les simulations et mesures. Les paramètres S du guide corrugué après post traitement sont représentés sur la figure 3.34.

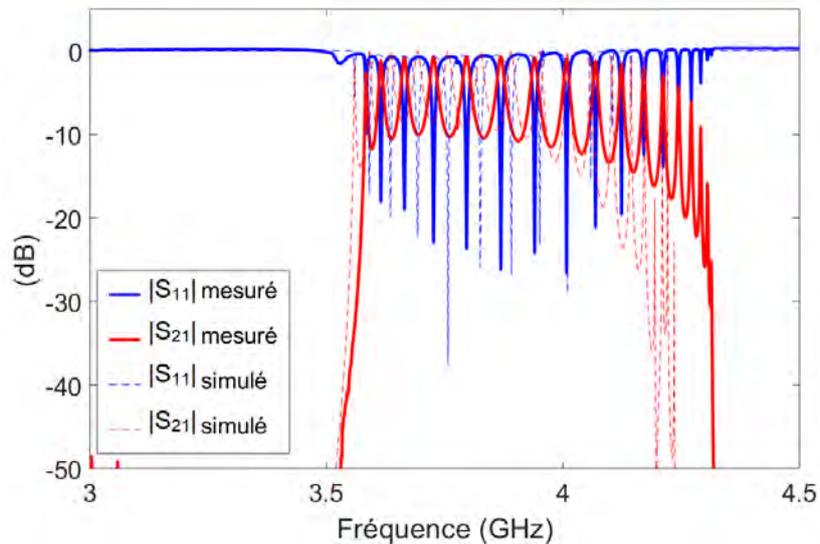


Figure 3.34 – Paramètres S du guide corrugué usiné après post traitement des mesures et comparaison avec les résultats de simulation.

La bande passante du guide corrugué usiné est tout autant visible qu'en simulation. Les mesures et simulations correspondent, même s'il y a un décalage en fréquence. Avec la phase du S_{21} et l'équation (3.56), le diagramme de dispersion est tracé sur la figure 3.35 et comparé aux diagrammes théoriques obtenus par la simulation HFSS et la TME.

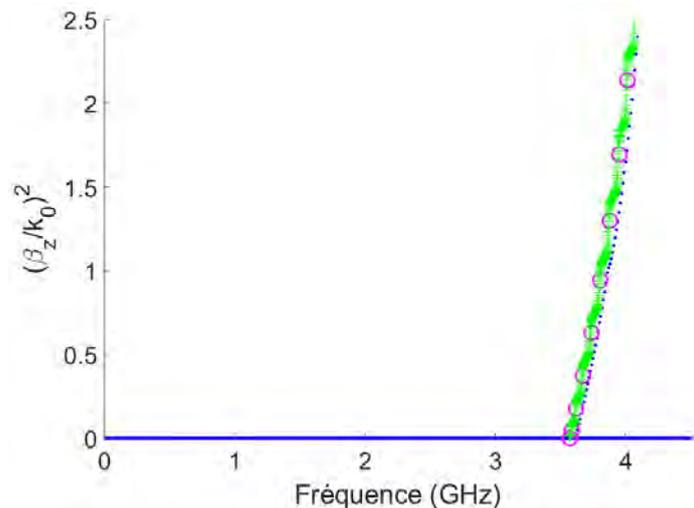


Figure 3.35 – Diagrammes de dispersion obtenu avec la TME (points bleus), avec HFSS en *solver eigenmode* (cercles roses) et après post traitement des mesures (croix vertes) du guide usiné.

Les diagrammes de dispersion obtenus à partir des mesures se superposent alors parfaitement aux autres diagrammes. Finalement, le mode TM_{01} se propage : le guide corrugué fonctionne correctement.

- **Mesure des paramètres S du mode TE_{11} :**

Pour mesurer les paramètres S dans les guides excités par les TGC du kit de calibration, l'analyseur de réseau vectoriel Anritsu est à nouveau utilisé. La calibration

est faite de la même façon que celle présentée sur la figure 3.33, les TGC sont bien évidemment remplacés par les TGC rectangulaires. De plus, pour faire la transition entre la TGC rectangulaire et les guides, les TCR sont ajoutées, comme on peut le voir sur les figures 3.36.

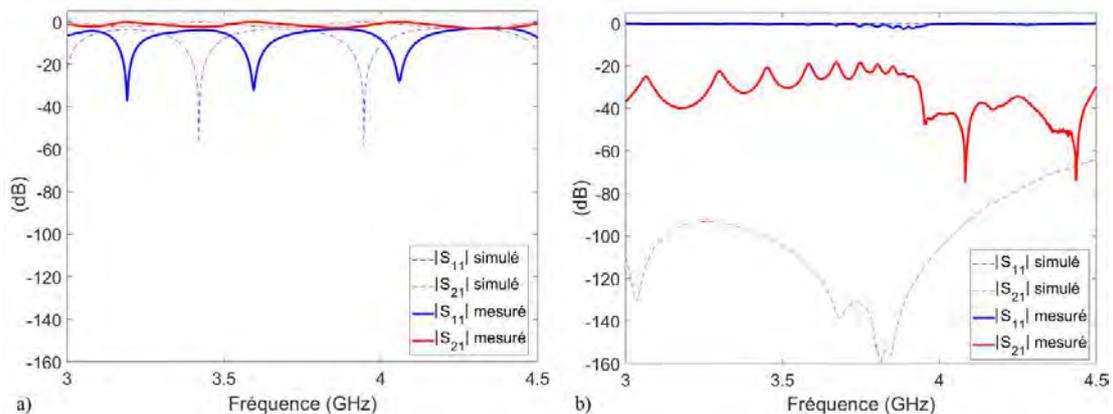


a)

b)

Figures 3.36 – Mesures de la propagation du mode TE_{11} dans les guides a) cylindrique et b) corrugué.

Comme on cherche à prouver que le mode TE_{11} se propage dans le guide métallique et qu'il ne se propage pas dans le guide corrugué, les paramètres S sont observés et présentés sur les figures 3.37.



On retrouve bien les mêmes conclusions qu'en simulation : le TE_{11} se propage dans le guide métallique d'après la figure 3.37a), et il ne se propage pas dans le guide corrugué, comme le montre la figure 3.37b). Le niveau du S_{21} est plus élevé qu'en simulation dans le guide corrugué : le minimum est de -74.8 dB en mesure, contre -160 dB en simulation. De plus, il y a un décalage en fréquence entre la mesure et la simulation du guide métallique. Ces différences peuvent être expliquées par le fait que les conditions de mesure ne sont pas les mêmes qu'en simulation. En effet, les simulations effectuées ne tiennent pas compte des pertes du matériau, des conditions de PEC sont utilisées. Par ailleurs, le mode TE_{10} est généré par un *waveport* en simulation (condition idéale). En réalité, ce mode est généré par une TGC rectangulaire.

• **Conclusion :**

Après ces différentes simulations et mesures, le comportement du guide corrugué a été validé. Le mode TM_{01} se propage, même si l'adaptation n'est pas optimale, et le TE_{11} ne se propage pas du tout. Ces résultats ont également montré une légère réduction de la bande monomode. En effet, le niveau du S_{21} chute à partir de 4.2 GHz en simulation et 4.3 GHz en mesure.

3.3.4. Analyse de l'extracteur de modes

Le guide corrugué est maintenant utilisé dans l'extracteur de modes. Le but de l'extracteur est donc de séparer le mode TE_{11} du mode TM_{01} à l'aide du guide corrugué étudié précédemment, dont le mode fondamental TM_{01} se propage à partir de 3.57 GHz. Le schéma de principe de cet extracteur est présenté sur la figure 3.16.

• **Extracteur proposé :**

L'extracteur proposé est présenté sur la figure 3.38. Il est composé de différents éléments, dont le rôle est explicité par la suite :

- le guide corrugué,
- un transformateur d'impédance,
- le guide métallique,
- deux sondes TE_{11} ,
- et une sonde TM_{01} .

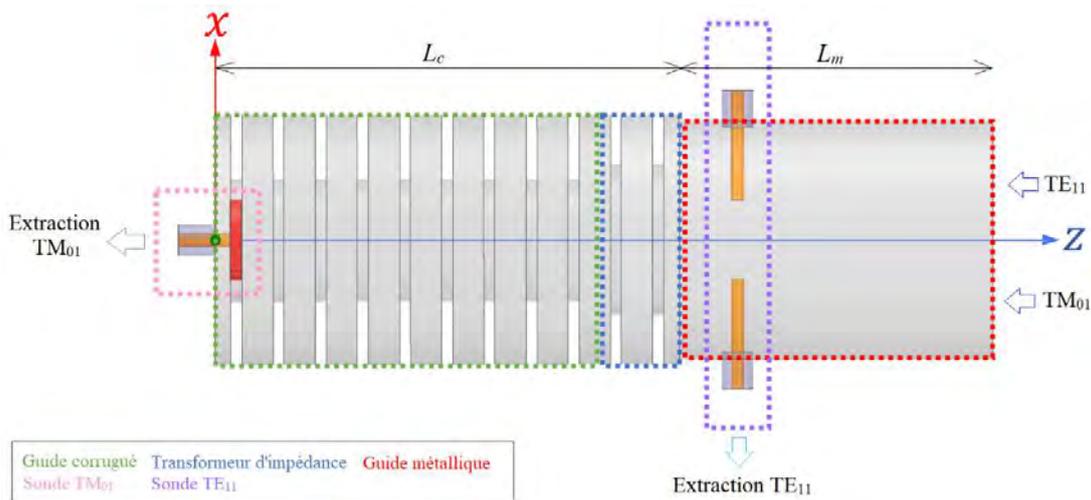


Figure 3.38 – Extracteur de modes.

Le guide corrugué :

Les dimensions du guide corrugué sont les mêmes que dans la partie précédente, présentées sur la figure 3.19. De plus, ce guide a une longueur de $L_c = 103.5$ mm (9 périodes suivant z). La fréquence de coupure du mode fondamental TM_{01} est de 3.57 GHz. Ainsi, en se plaçant dans la bande passante [3.57; 4.91] GHz, seul le mode TM_{01} se propage.

Le guide métallique :

Le guide métallique a un rayon $A = 32.83$ mm. Ce rayon permet d'avoir deux modes propagatifs dans la bande utile, le mode TE_{11} (fréquence de coupure 2.68 GHz) et le mode TM_{01} (fréquence de coupure 3.50 GHz). La longueur de ce guide est de $L_m = 85.55$ mm.

Le transformateur d'impédance :

Celui-ci permet d'adapter l'impédance entre le guide corrugué z_C^{TM} et le guide métallique z_M^{TM} . En effet, la figure 3.39 montre les impédances du mode TM_{01} pour les guides corrugué et métallique, calculées selon (1.27) [6] :

$$z_{C/M}^{TM} = -j \frac{\gamma_z}{\omega \epsilon_0 Z_0} \quad (3.57)$$

Dans le cas du guide métallique, γ_z est analytique et donné par (3.58) pour le mode TM_{01} :

$$\gamma_z = \sqrt{\left(\frac{\chi_{01}}{A}\right)^2 - k_0^2} \quad (3.58)$$

Pour le guide corrugué, la constante de propagation γ_z est donnée par la TME.

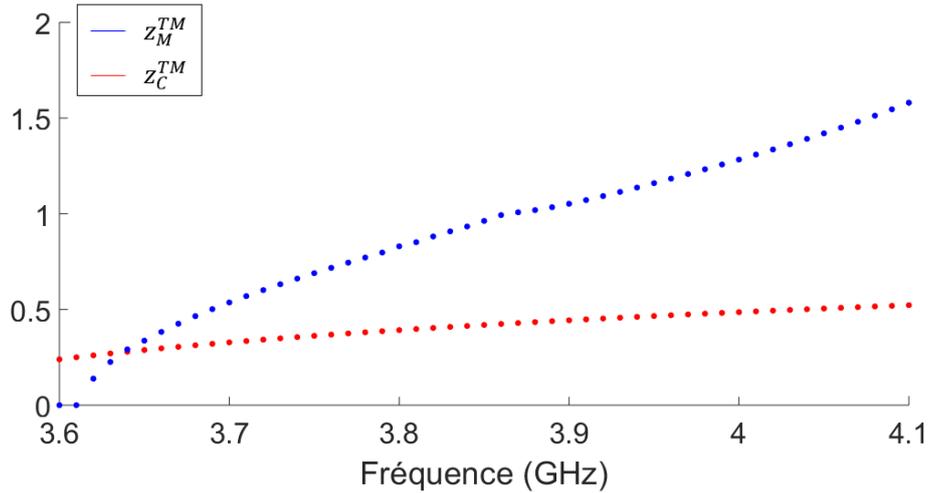


Figure 3.39 – Impédances du mode TM_{01} du guide corrugué z_C^{TM} et du guide métallique z_M^{TM} en fonction de la fréquence, calculées avec (3.57).

Ces impédances sont différentes. Ainsi, pour faire une adaptation d'impédance, on peut utiliser un transformateur $\lambda_g/4$ avec un métamatériau d'impédance de surface équivalente $z_{Transfo}^{TM}$ à :

$$z_{Transfo}^{TM} = \sqrt{z_C^{TM} \times z_M^{TM}} \quad (3.59)$$

L'optimisation de la cellule du transformateur est faite à l'aide de la TME, la corrugation retenue est présentée sur la figure 3.40.

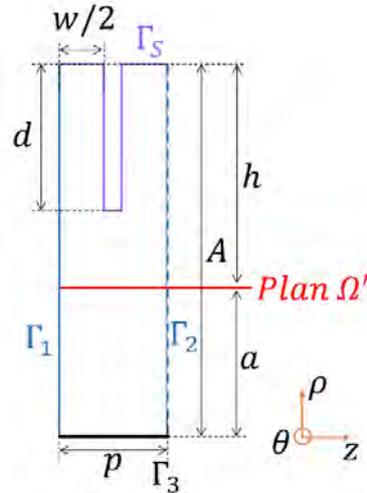


Figure 3.40 – Cellule élémentaire du transformateur d'impédance, avec $A = 34.2$ mm, $a = 13.68$ mm, $d = 13.5$ mm, $h = 20.52$ mm, $p = 11.5$ mm, et $w = 8.5$ mm.

Par rapport à la corrugation du guide, seule la dimension d a changé. Son impédance de mode $z_{Transfo-c}^{TM}$ est calculée selon (3.57) où γ_z est donnée par la TME. Puis elle est comparée à l'impédance $z_{Transfo}^{TM}$ (3.59) sur la figure 3.41.

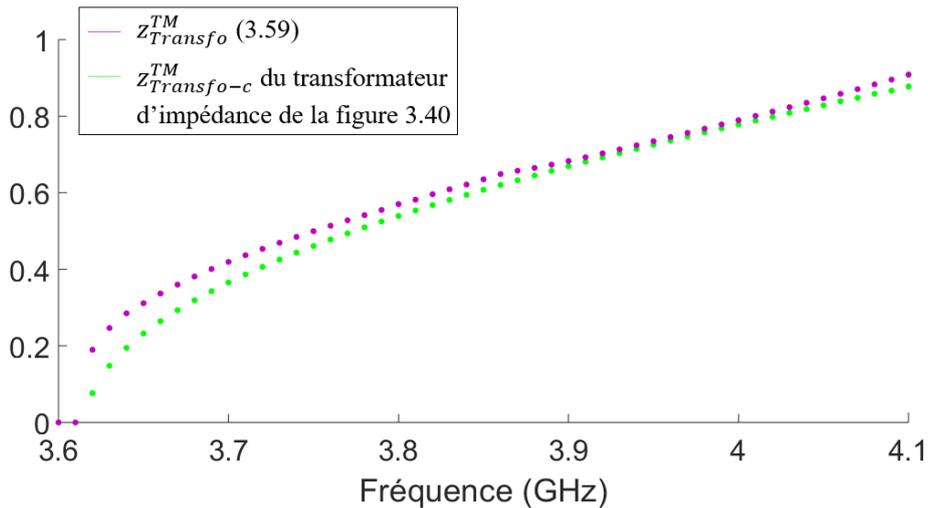


Figure 3.41 – Comparaison des impédances pour le transformateur d'impédance.

La différence entre les deux impédances n'étant pas trop importante, la corrugation proposée est utilisée. Pour connaître le nombre de corrugation du transformateur, on utilise la formule :

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_z},$$

$$l = \frac{\lambda_g}{4} = \frac{2\pi}{4\beta_z} = \frac{\pi}{2\beta_z}, \quad (3.60)$$

où β_z est calculé avec la TME, pour la corrugation de la figure 3.40, et l la longueur du transformateur. Donc la longueur du transformateur doit être de 19.86 mm. Or $p = 11.5$ mm, on choisit donc deux corrugations pour être proche de cette longueur.

Les sondes TE₁₁ :

En s'inspirant de la TGC du kit de calibration WR229, présentée sur la figure 3.42, le mode TE₁₁ est excité grâce à deux sondes électriques placées l'une en face de l'autre. En effet, dans la TGC du kit de calibration WR229 on constate que la sonde électrique est placée en dessous de plots. Ces plots permettent au champ électrique de « s'accrocher » et garder une propagation perpendiculaire à l'axe z . Dans notre extracteur, les deux sondes sont couplées avec un déphasage de 180°. De plus, cela permet de minimiser la création d'un champ électrique suivant z dû à une diffraction au niveau des corrugations. Ceci aurait pour conséquence de créer un mode TM₀₁ non voulu dans le guide corrugué.

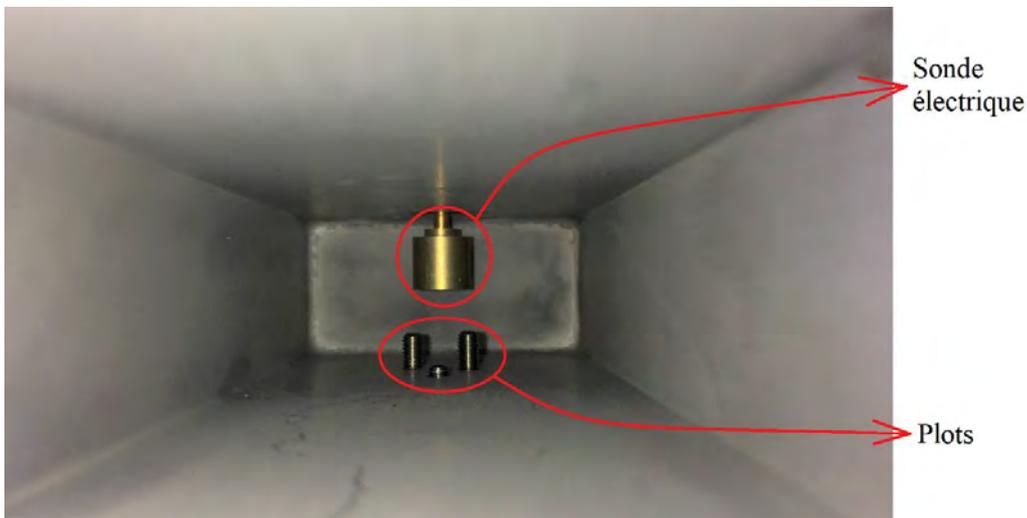


Figure 3.42 – TGC du kit de calibration WR229.

La sonde TM₀₁ :

Cette sonde est la même que celle utilisée avec la TGC, présentée sur la figure 3.23, permettant l'excitation du mode TM₀₁.

• **Simulations :**

Le but est maintenant de vérifier le bon fonctionnement de cet extracteur. Celui-ci est composé d'une entrée et de deux sorties, une numérotation de ces ports est proposée sur la figure 3.43.

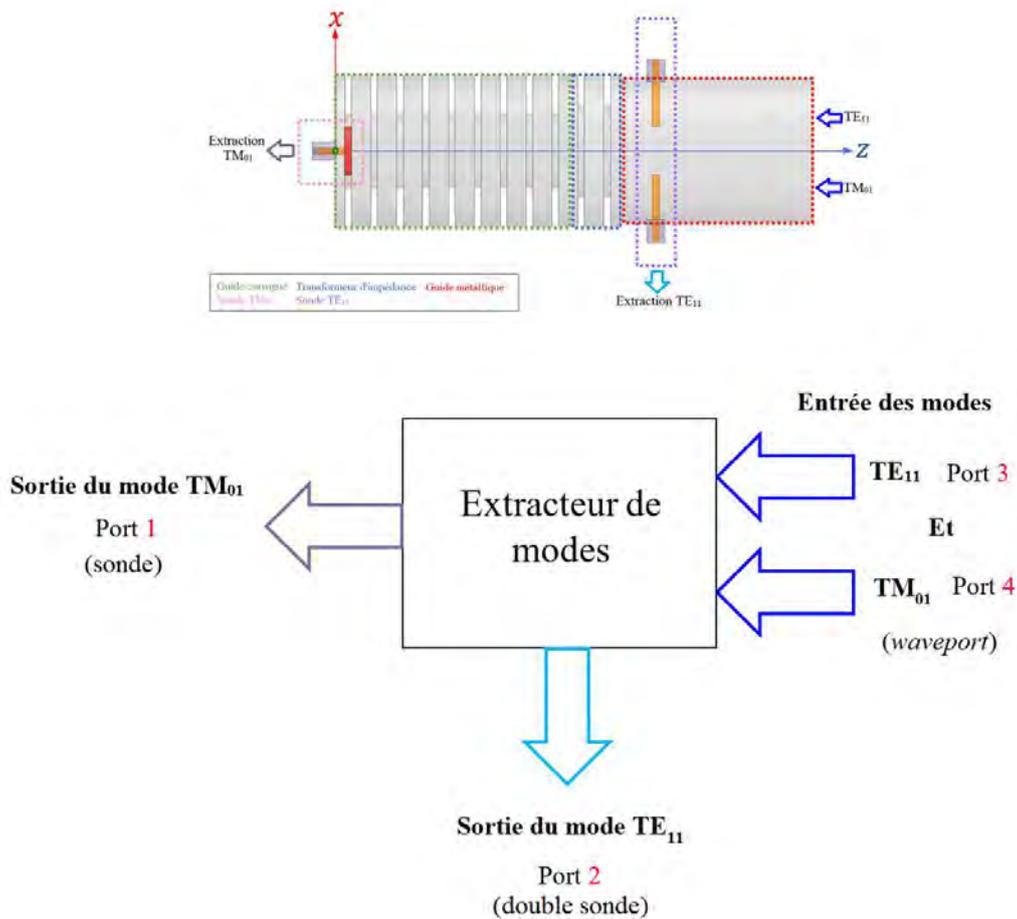
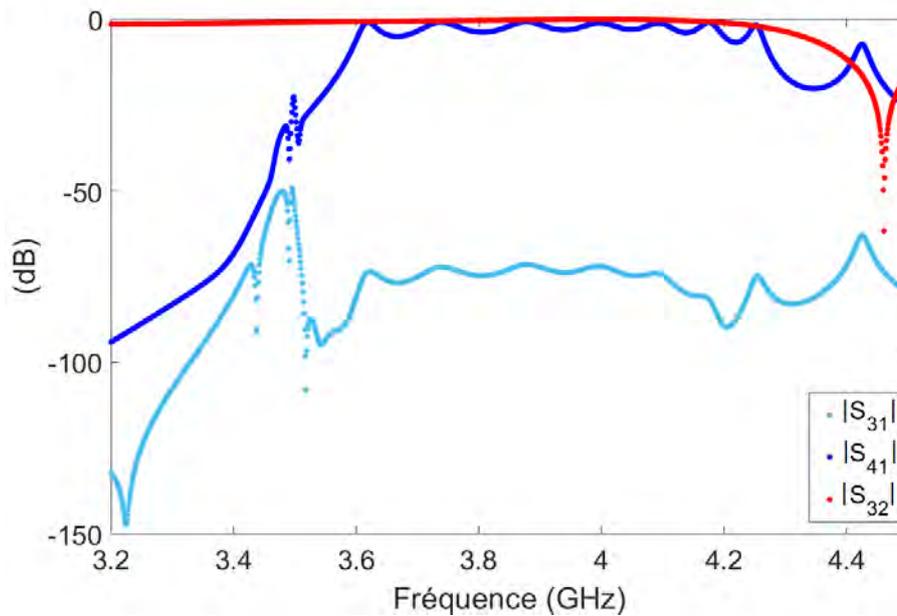


Figure 3.43 – Schéma de l'extracteur et numérotation des ports.

Plusieurs paramètres S sont, alors, à vérifier :

- le paramètre de transmission S_{32} du mode TE_{11} , entre l'entrée TE_{11} de l'extracteur et les deux sondes à maximiser,
- le paramètre S_{41} du mode TM_{01} , entre l'entrée TM_{01} et la sonde TM_{01} à maximiser,
- le paramètre S_{21} entre les sondes TE_{11} et la sonde TM_{01} à minimiser,
- le paramètre S_{42} entre l'entrée TM_{01} et les sondes TE_{11} à minimiser,
- le paramètre S_{31} entre l'entrée TE_{11} et la sonde TM_{01} à minimiser.

Pour réduire le temps de simulation dans HFSS, une première symétrie magnétique est appliquée dans le plan (O, x, z) . On peut alors obtenir les paramètres de transmission S_{41} et S_{31} et les paramètres d'adaptation S_{11} , S_{33} et S_{44} . Les paramètres S_{32} , S_{21} , S_{42} et S_{22} ne sont pas accessibles à partir de cette simulation, car les sondes TE_{11} sont excitées par deux *waveports*. En ajoutant une symétrie électrique dans le plan (O, y, z) , il est possible d'obtenir la transmission S_{32} et le coefficient de réflexion S_{22} . Comme cette dernière symétrie impose des modes TE , il n'est pas possible de vérifier les paramètres S_{42} et S_{21} faisant intervenir un mode TM_{01} . Les paramètres S_{41} , S_{31} et S_{32} sont représentés sur la figure 3.44.


 Figure 3.44 – Paramètres S_{31} , S_{41} et S_{32} .

Cette figure permet de mettre en évidence la bonne isolation entre l'entrée en mode TE_{11} et la sonde TM_{01} : le paramètre S_{31} est, en effet, inférieur à -50 dB. Par ailleurs, le mode TM_{01} est bien transmis jusqu'à la sonde TM_{01} (paramètre S_{41} supérieur à -5 dB entre 3.6 GHz et 4.2 GHz). Il y a aussi une très bonne transmission du mode TE_{11} sur les sondes TE_{11} , représentée par le paramètre S_{32} . Pour obtenir les paramètres manquants S_{21} et S_{42} , il faudrait faire une simulation dans laquelle les sondes TE_{11} sont reliées à un même câble coaxial, excité par un *waveport*, en tenant compte du déphasage de 180° . Pour des raisons de temps cela n'a pas pu être fait.

Les deux simulations permettent aussi d'obtenir les paramètres de réflexions S_{11} , S_{33} , S_{44} (pour la simulation avec une symétrie) et S_{22} (pour la simulation avec les deux symétries). Ces paramètres sont représentés sur la figures 3.45.

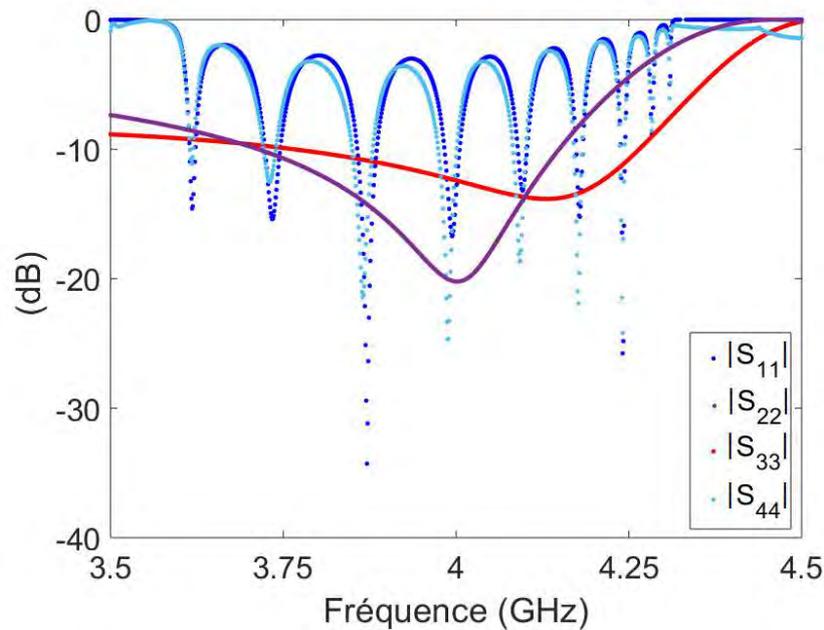


Figure 3.45 – Paramètres d'adaptation des sondes et à l'entrée de l'extracteur.

Cette figure montre qu'il y a des réflexions assez importantes à l'entrée des sondes et à l'entrée de l'extracteur, notamment au niveau du mode TM_{01} . Il reste donc à optimiser cet extracteur pour diminuer les coefficients de réflexion. Cependant, le principe d'extraction fonctionne plutôt correctement d'après les simulations effectuées.

Conclusion

Dans ce chapitre, un nouvel algorithme de la TME a été appliqué à des guides d'onde à métamatériaux 2-D. Pour cela, un code basé sur la FEM nodale a été développé. Ce code permet de calculer les impédances de surface équivalentes des métamatériaux. Ces impédances vues par les modes TE_{0n} , Z'_T , ou TM_{0n} , Z'_Z , sont calculées sur un plan Ω' , représentant un guide d'onde « fictif ». Les valeurs des impédances ont été validées par comparaison avec les valeurs obtenues avec un algorithme utilisant une résolution analytique, pour des guides d'onde idéaux.

Puis la TME a été appliquée à des guides à métamatériaux réels pour tracer les diagrammes de dispersion. La TME, hybridée à un code FEM nodal, a été validée par comparaison des diagrammes de dispersion obtenus avec le logiciel commercial HFSS.

Enfin, la TME a été utilisée pour concevoir un guide d'onde de mode fondamental le mode TM_{01} . Ce guide a été conçu et des mesures ont été faites permettant une preuve de concept. Par ailleurs, une autre application de ce guide à métamatériaux a été proposée : un extracteur compact de mode $TE_{11} - TM_{01}$. Les simulations montrent que cet extracteur fonctionne. Néanmoins, il n'a pas encore été fabriqué, pour valider parfaitement son fonctionnement.

Références

- [1] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Below-Cutoff Propagation in Metamaterial-Lined Circular Waveguides," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 61, no. 9, pp. 3169-3178, Sep. 2013.
- [2] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Radiation Characteristics of Miniaturized Metamaterial-Lined Waveguide Probe Antennas," in *Proc. 2015 IEEE Int. Symp. on Antennas Propag. USNC/URSI Nat. Radio Sci. Meeting*, Vancouver, Canada, Jul. 2015, pp. 1734-1735.
- [3] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Miniaturized Circular-Waveguide Probe Antennas using Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 63, no. 1, pp. 428-433, Jan. 2015.
- [4] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Experimental Verification of Below-Cutoff Propagation in Miniaturized Circular Waveguides Using Anisotropic ENNZ Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4, pp. 1297-1305, Apr. 2016.
- [5] B. Byrne, N. Raveu, N. Capet, G. Le Fur, L. Duchesne, "Reduction of Rectangular Waveguide Cross-Section with Metamaterials: A New Approach," in *Proc. 9th Int. Congr. Adv. Electromagn. Mater. Microw. Opt. (METAMATERIALS)*, Oxford, U.K., Sep. 7-12, 2015, pp. 40-42.
- [6] B. Byrne, *Etude et Conception de Guides d'Onde et d'Antennes Cornets à Métamatériaux*, Toulouse: Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, 8 Novembre 2016.
- [7] R. K. Shaw, E. Lier, C.-C. Hsu., "Profiled Hard Metamaterial Horns for Multibeam Reflectors," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp.*, Toronto, ON, Canada, Jul. 2010, pp. 1-4.
- [8] P.-S. Kildal, E. Lier, "Hard Horns Improve Cluster Feeds of Satellite Antennas," *Electron. Lett.*, vol. 24, no. 8, pp. 491-492, Apr. 1988.
- [9] H. C. Minnett, B. MacA. Thomas, "A Method of Synthesizing Radiation Patterns with Axial Symmetry," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-14, no. 5, pp. 654-656, Sep. 1966.
- [10] E. Lier, "Review of Soft and Hard Horn Antennas, Including Metamaterial-Based Hybrid-Mode Horns," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 52, no. 12, pp. 31-39, Apr. 2003.
- [11] C. Geuzaine, J.-F. Remacle, "Gmsh: A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 11, pp. 1309-1331, 2009.

- [12] J.-M. Jin, "The Finite Element Method in Electromagnetics," 3rd edition, edition Wiley, ISBN 978-1-118-57136-1, 2014.
- [13] P. Monk, "Finite Element Methods for Maxwell's Equations," Clarendon Press, ISBN 978-0-198-50888-5, 2003.
- [14] F. Ihlenburg, I. Babuska "Finite Element Solution of the Helmholtz Equation with High Wave Number Part I: The h-Version of the FEM, *Computers Math. Applic.*, vol. 30, no. 9, pp. 9-37, May 1995.
- [15] P. Lacoste, "Solution of Maxwell Equation in Axisymmetric Geometry by Fourier Series Decomposition and by Use of H(rot) Conforming Finite Element," *Numerische Mathematik*, vol. 84, pp. 577-609, Feb. 2000.
- [16] N. Raveu, B. Byrne, L. Claudepierre and N. Capet, "Modal Theory for Waveguides with Anisotropic Surface Impedance Boundaries," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4 pp. 1153-1162, Apr. 2016.
- [17] P. K. Verma, R. Kumar, M. Singh, "Design of a Shaped Omni Directional Circular Waveguide Antenna," in *Applied Electromagn. Conf. (AEMC)*, Kolkata, India, Dec. 14-16 2009.
- [18] J. Tang, L. Fang, H. Cheng, "A Low Sidelobe and High Gain Omni-Directional COCO Antenna Array," in *Proc. Asia-Pacific Conf. Antennas Propag. (APCAP)*, Harbin, China, Jul. 26-29 2014.
- [19] I. Güngör, A. Ünal, "Design of a Vertically Polarized Omni-Directional Antenna at Ka-Band," in *IEEE Int. Symp. Antennas Propag. (APSURSI)*, Fajardo, Puerto Rico, 26 Jun.- 1 Jul. 2016.
- [20] S. Champeaux, P. Gouard, R. Cousin, J. Larour, "3-D PIC Numerical Investigations of a Novel Concept of Multistage Axial Vircator for Enhanced Microwave Generation," *IEEE Trans. Plasma Science*, vol. 43, no. 11, pp. 3841-3855, Nov. 2015.
- [21] S. Champeaux, P. Gouard, R. Cousin, J. Larour, "Improved Design of a Multistage Axial Vircator With Reflectors for Enhanced Performances," *IEEE Trans. Plasma Science*, vol. 44, no. 1, pp. 31-38, Jan. 2016.
- [22] J.-L. Faure, P. Gouard, "Microwave Generating Device with Oscillating VK," European Patent Brevet 1815492B1, 9 Feb. 2009.
- [23] L. Guo, W. Huang, H. Shao, Y. Liu, J. Li, T. Ba, Y. Jiang, "A Novel Two-Way TM₀₁ Mode Combiner for High Power Microwave Applications," *Prog. Electromagn. Res. Symp. (PIERS)*, Shanghai, China, 8-11 Aug. 2016.
- [24] D. V. Giri, "Mode Converters for High-Power Microwaves," in *Int. Conf. Electromagn. Advanced Applic. (ICEAA)*, Cairns, Australia, 19-23 Sept. 2016.

- [25] E. M. Totmeninov, "L-Band Relativistic Traveling Wave Oscillator Based on a Circular Corrugated Waveguide," *IEEE Trans. Plasma Science*, vol. 44, no. 8, pp. 1276-1279, Aug. 2016.
- [26] A. Chittora, S. Singh, A. Sharma, J. Mukherjee, "Design of Wideband Coaxial-TEM to Circular Waveguide TM01 Mode Transducer," in *Proc. 10th European Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Davos, Switzerland, 10-15 Apr. 2016.
- [27] R. Eisenhart, "Converter, A Novel Wideband TM01-to-TE11 Mode," in *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Digest (Cat. No.98CH36192)*, Baltimore, MD, USA, USA, 7-12 Jun. 1998.
- [28] S. B. Chakrabarty, V. K. Singh, S. Sharma, "TM01 Mode Transducer Using Circular and Rectangular Waveguides," *Int. J. RF Microw. Computer-Aided Eng.*, vol. 20, no. 3, pp. 259-263, May 2010.
- [29] A. Tribak, J. Zbitou, A. Mediavilla Sanchez, N. Amar Touhami, "Ultra-Broadband High Efficiency Mode Converter," *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 36, pp. 145-158, 2013.
- [30] S. Patel, N. Tervar, R. Jaiswal, J. Kumar, R. Singh, P.V. Anitha, "Simulation Investigation of TEM to TM01 Mode Conversion in Circular Waveguide," in *Nat. Conf. Emerging Trends in Vacuum Electronic Devices & Applic. (VEDA)*, Gandhinagar, Gujarat, India, 2016.
- [31] X.-M. Li, J.-Q. Zhang, X.-Q. Li, Q.-X. Liu "A High-Power Orthogonal Over-Mode Circular Waveguide TE11-TM01 Mode Converter," *IEEE Microw. Wireless Components Lett.*, vol. 27, no. 12, pp. 1095-1097, Dec. 2017.

Chapitre 4

C aractérisation des guides d'onde à paroi en métamatériaux 3-D

Sommaire

Introduction	148
4.1. Calcul des impédances de surface équivalentes du métamatériau basé sur la méthode des éléments finis d'arêtes	148
4.1.1. Définition de la cellule élémentaire 3-D	149
4.1.2. Code FEM 3-D	150
4.1.3. Validation du nouveau code 3-D	154
4.2. TME hybridée au code FEM 3-D	162
4.2.1. Application de l'algorithme à un guide d'onde à corrugations axiales ..	163
4.2.2. Application de l'algorithme à un guide à corrugations longitudinales...	167
4.2.3. Application de l'algorithme à un guide d'onde à paroi en métamatériaux de type « pic »	169
4.2.4. Bilan	171
4.3. Conception d'une sonde de mesure à section réduite	172
4.3.1. Cahier des charges	172
4.3.2. Détermination du métamatériau	173
4.3.3. Résultats	179
Conclusion.....	193
Références	194

Liste des figures

Figure 4.1 – Exemple de guide d'onde cylindrique avec un métamatériau 3-D.	148
Figures 4.2 - Guide d'onde à métamatériaux 3-D : cellule élémentaire suivant a) l'axe z et b) l'axe θ	149
Figure 4.3 – Cellule élémentaire 3-D.	150
Figure 4.4 – Algorithme général de la TME avec la correction en angle d'incidence φ_0	151
Figure 4.5 – Constitution du problème sous GetDP [6].	151
Figure 4.6 – Les sept étapes de validation du code GetDP.	154
Figure 4.7 – Maillages utilisés dans a) HFSS et b) GetDP+GMSH.....	156
Figure 4.8 – a) Cellule élémentaire 3-D d'un guide d'onde métallique et b) un exemple de maillage structuré.....	159
Figure 4.9 – Diagrammes de dispersion a) analytique en $A = 100$ mm et b) calculés avec la TME et les impédances du tableau 4.7.	162
Figure 4.10 - Les sept étapes de validation du code GetDP, dont cinq validées.	162
Figure 4.11 – Guide d'onde à corrugations axiales où $\alpha = 20^\circ$, $d = 18.2$ mm.....	163
Figure 4.12 – Cellule élémentaire avec $A = 100$ mm, $a = 80$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $d = 18.2$ mm, $h = 20$ mm, $p = 26.225$ mm et $w = 20.98$ mm a) son maillage 3-D, b) son maillage 2-D.....	164
Figure 4.13 – Cellule élémentaire 3-D utilisée dans HFSS.....	166
Figure 4.14 – Diagrammes de dispersion des modes propagatifs du guide d'onde corrugué obtenus avec la TME et le code FEM 3-D (points bleus), avec la TME et le code FEM 2-D (triangles verts) et avec HFSS (cercles roses).	166
Figure 4.15 – Guide d'onde à corrugations longitudinales. La section en pointillés bleus est celle utilisée dans HFSS et celle en rouge dans la TME. La périodicité angulaire de ce métamatériau est de $\alpha = 30^\circ$, la profondeur de corrugation est de $d = 18.2$ mm.....	167
Figure 4.16 – Cellule élémentaire 3-D et son maillage avec $A = 100$ mm, $a = 80$ mm, $\alpha = 30^\circ$, $d = 18.2$ mm, $h = 20$ mm et $p = 26.225$ mm.	168
Figure 4.17 - Cellule élémentaire HFSS.....	168
Figure 4.18 – Diagrammes de dispersion des modes propagatifs du guide d'onde à corrugations longitudinales obtenus avec la TME et le code FEM 3-D (points bleus) et avec HFSS (cercles roses).	169

Figure 4.19 – Guide d'onde à « pic ». La section en pointillés bleus est celle utilisée dans HFSS et celle en rouge dans la TME. La périodicité angulaire de ce métamatériau est de $\alpha = 20^\circ$, la profondeur du pic est de $d = 8$ mm.....	170
Figure 4.20 – a) Cellule élémentaire 3-D et son maillage avec $A = 30$ mm, $a = 15$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $d = 8$ mm, $h = 15$ mm, $p = 10$ mm et $w = 8$ mm et b) différentes vues de la partie PEC.....	170
Figure 4.21 - Diagrammes de dispersion du guide d'onde à pics obtenus avec la TME et le code FEM 3-D (points bleus) et avec HFSS (cercles roses).....	171
Figures 4.22 – Représentation a) en module et b) en vecteur du champ électrique du mode TE_{11} dans un guide d'onde métallique.	172
Figure 4.23 – Cartographie du champ électrique pour diverses combinaisons d'impédances.....	174
Figure 4.24 – Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique de rayon $a = 5$ mm pour diverses combinaisons d'impédances de surface.....	175
Figure 4.25 – Cellule élémentaire de la corrugation longitudinale avec $A = 11.7$ mm, $a = 5$ mm, $d = 6$ mm, $h = 6.7$ mm, $p = 3$ mm et $\alpha = 30^\circ$	176
Figure 4.26 – Impédances a) Z_T' et b) Z_Z' normalisées en fonction de la fréquence pour trois angles d'incidence.	176
Figure 4.27 – Diagrammes de dispersion du guide métallique en rouge, avec identification des modes en rouge, et du guide corrugué (en bleu celui obtenu avec la TME et en rose avec HFSS) avec identification des modes en bleu.....	177
Figures 4.28 – Lignes des champs électriques des modes a) TE_{11} dans le guide métallique et b) EH_{11} dans le guide corrugué.....	178
Figure 4.29 – Cartographie de l'amplitude du champ électrique du mode EH_{11} dans le guide corrugué.	178
Figure 4.30 – Sonde corruguée de rayon 11.7 mm et sonde métallique de rayon 14.65 mm.	179
Figure 4.31 – Lignes des champs électriques des modes a) EH_{11} dans le guide corrugué et b) TE_{10} dans le $WR137$	180
Figure 4.32 – Paramètre S_{11}	180
Figures 4.33 – Directivité (en dBi) de a) la sonde à métamatériaux et b) la sonde métallique à 6.5 GHz.....	181
Figure 4.34 – Sondes corruguée et métallique.	182
Figure 4.35 – Analyseur de réseau vectoriel Anritsu MS4647B.....	183

Figures 4.36 – Mesure des paramètres S_{11} des sondes a) corruguée et b) métallique..	183
Figure 4.37 – Paramètres S_{11} des sondes.....	184
Figures 4.38 – Mesures des sondes a) corruguée et b) métallique dans la StarLab 18 dans les systèmes de coordonnées c).	184
Figures 4.39 – Efficacités a) mesurée et b) ohmique des deux sondes.	185
Figures 4.40 – Directivité (dBi) des sondes a) corruguée et b) métallique.	186
Figure 4.41 – Mesure en espace libre du VSWR de l'antenne de référence SGH585.	187
Figure 4.42 – Mesure du VSWR de l'antenne SGH585 placée devant les sondes.	187
Figures 4.43 – VSWR en a) co-polarisation et b) polarisation croisée en espace libre et devant les sondes.	188
Figures 4.44 – Différences des VSWR en a) co-polarisation et b) polarisation croisée devant les sondes sur le VSWR de référence.	189
Figure 4.45 – Procédure de mesure du gain d'une antenne sous test avec les sondes.	190
Figures 4.46 – Gain de l'antenne SGH705 à 6.5 GHz mesuré avec a) la sonde corruguée et b) la sonde métallique dans le plan $\phi = 0^\circ$ et mesuré c) la sonde corruguée et d) la sonde métallique dans le plan $\phi = 90^\circ$	191
Figure 4.47 – Gain maximum de l'antenne SGH705 mesuré par les sondes a) corruguée et b) métallique pour les cinq distances.....	192
Figure 4.48 – Ecart maximal du gain dans l'axe entre deux distances (pire cas) pour chaque sonde.....	192

Liste des tableaux

Tableau 4.1 – Choix des outils de comparaison pour valider les différentes étapes du code GetDP.	155
Tableau 4.2 – Fréquence de résonance du mode TE_{111} analytique, obtenue avec HFSS et GetDP+GMSH.	157
Tableau 4.3 – Fréquence de résonance du mode TE_{111} analytique, obtenue avec HFSS et GetDP+GMSH.	157
Tableau 4.4 – Fréquence de coupure des modes TE_{11} et TM_{01} analytiques, obtenues avec HFSS et GetDP+GMSH.	158

Tableau 4.5 – Fréquence de coupure du mode TM_{01} analytique, obtenue avec HFSS et GetDP+GMSH.	159
Tableau 4.6 - Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence pour le mode TM_{01}	160
Tableau 4.7 – Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence.	161
Tableau 4.8 – Valeur des impédances en Ω' calculée avec les codes FEM 2-D et 3-D, l'erreur relative en prenant le calcul FEM 2-D comme référence.	165
Tableau 4.9 – Cahier des charges.	173
Tableau 4.10 – Comparaison du cahier des charges et des performances du guide corrugué proposé.	179
Tableau 4.11 – Niveaux d'interférences des sondes corruguée et métallique.	189
Tableau 4.12 – Comparaison des performances des deux sondes.	193

Introduction

Le chapitre 3 a permis de développer la TME dans le cas des métamatériaux 2-D et pour des modes présentant une indépendance en θ . Les modes d'ordres supérieurs ne peuvent pas être déterminés avec cette méthode 2-D. Or dans un guide métallique le mode fondamental est le TE_{11} , et les modes hybrides sont d'ordre m supérieur à zéro. Ces modes sont souvent recherchés car leur diagramme de rayonnement est axisymétrique avec une polarisation croisée très faible et de fortes efficacités [1]. Par ailleurs, ce type de mode peut se propager dans les antennes cornets [2] - [5]. Dans ce chapitre, la TME est associée à un code FEM 3-D pour étudier les structures à métamatériaux 3-D (ne présentant pas d'invariance en θ).

Dans la première partie de ce chapitre, la TME hybridée à un *open-source* GetDP [6] calculant les impédances de surface à l'aide de la FEM 3-D est explicitée. Ces codes sont alors validés pour plusieurs types de guide d'onde métallique. Dans la deuxième partie de ce chapitre, l'algorithme de la TME hybridé avec la FEM 3-D est appliqué à trois guides d'onde à métamatériaux. Enfin, la conception d'une sonde de mesure à rayonnement *soft* de type OEWG est proposée.

4.1. Calcul des impédances de surface équivalentes du métamatériau basé sur la méthode des éléments finis d'arêtes

Les guides d'onde considérés dans ce chapitre présentent une invariance suivant l'axe z . Les champs varient donc en $e^{-\gamma_z z}$. Les métamatériaux présents dans ces guides ne sont plus considérés comme 2-D (comme dans le chapitre 3) mais 3-D, comme présentés sur la figure 4.1. Ils varient donc angulairement.

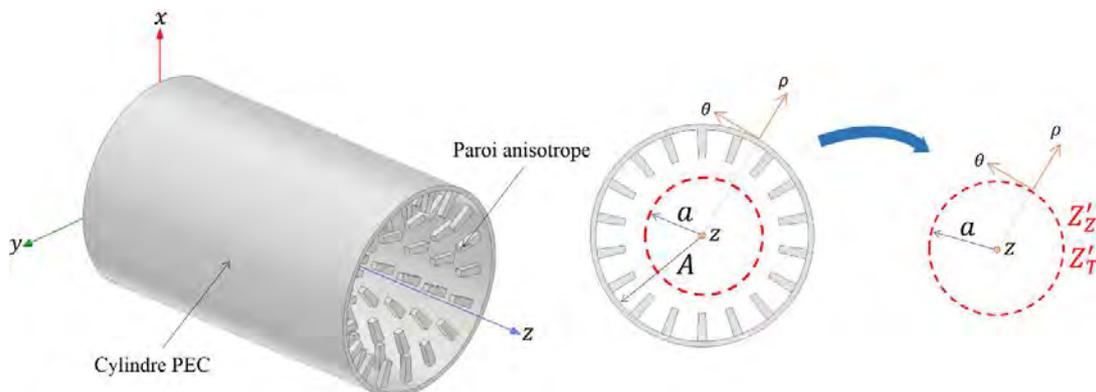
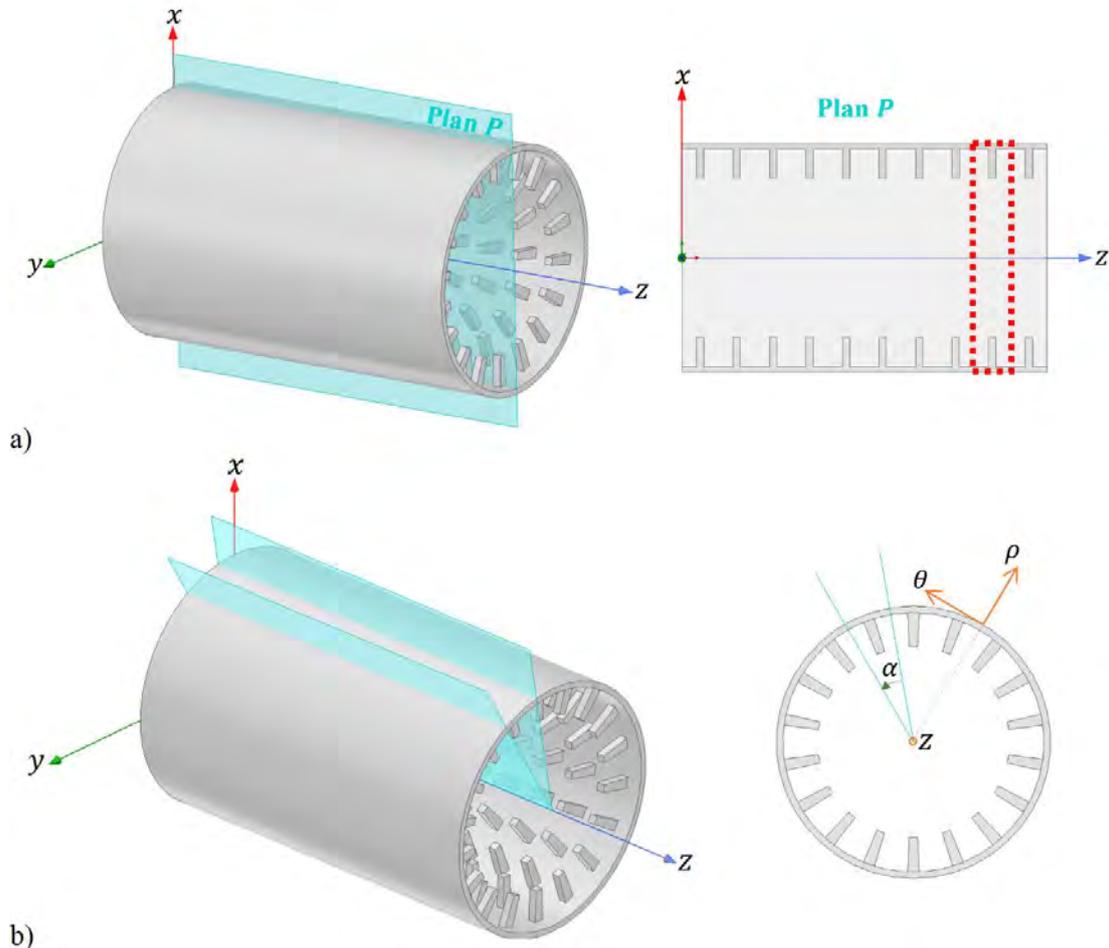


Figure 4.1 – Exemple de guide d'onde cylindrique avec un métamatériau 3-D.

La TME est utilisée pour caractériser ces guides. En effet, on suppose que la période du métamatériau est petite devant la longueur d'onde [7]. Il est donc possible de les caractériser par une impédance de surface Z'_S équivalente, définie sur la figure 4.1 par Z'_T et Z'_Z . Le calcul de ces impédances est effectué à l'aide du logiciel GetDP.

4.1.1. Définition de la cellule élémentaire 3-D

D'après ces hypothèses, et comme dans le cas des métamatériaux 2-D, il est possible d'isoler une cellule élémentaire suivant l'axe z , section en pointillés rouge sur la figure 4.2a). De plus, une périodicité angulaire peut être mise en évidence, présentée par les demi-plans en bleu sur la figure 4.2b).



Figures 4.2 - Guide d'onde à métamatériaux 3-D : cellule élémentaire suivant a) l'axe z et b) l'axe θ .

Il est alors possible d'obtenir une cellule élémentaire 3-D avec une forme de portion de « camembert », comme représentée sur la figure 4.3. On définit sur cette figure : A le rayon externe du guide, a le rayon « fictif » définissant le plan Ω' où sont évaluées les impédances de surface Z'_T et Z'_Z , avec $h = A - a$, p la dimension de la cellule élémentaire suivant z , correspondant à la périodicité du motif en z et α la périodicité angulaire suivant l'axe θ . En Γ_5 , une condition d'impédance nulle est imposée (PEC). Comme dans le cas des métamatériaux 2-D, une condition périodique est appliquée entre Γ_1 et Γ_2 . De façon similaire, une condition périodique est appliquée entre Γ_4 et Γ_5 . Dans le code FEM, cela reviendra à stocker les inconnues de Γ_1 (respectivement Γ_4) et recoller les inconnues en Γ_2 (respectivement Γ_5) au niveau des points à même ρ en Γ_1 (respectivement Γ_4) avec la condition (4.1) (respectivement (4.2)), puis éliminer les

inconnues de Γ_2 (respectivement Γ_5). Le maillage doit donc être identique sur les deux frontières Γ_1 et Γ_2 et sur Γ_4 et Γ_5 .

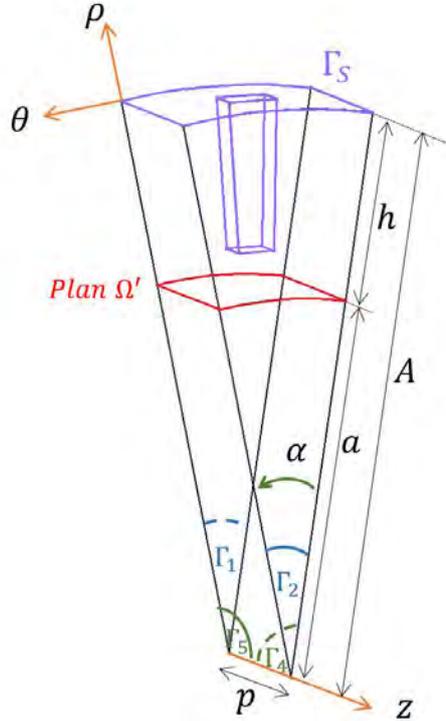


Figure 4.3 – Cellule élémentaire 3-D.

$$\vec{U}(\rho, \theta, z + p)|_{\Gamma_2} = \vec{U}(\rho, \theta, z)|_{\Gamma_1} \times \exp(-\gamma_z p), \quad (4.1)$$

$$\vec{U}(\rho, \theta + \alpha, z)|_{\Gamma_5} = \vec{U}(\rho, \theta, z)|_{\Gamma_4} \times \exp(-jm\alpha), \quad (4.2)$$

où $\vec{U} = (U_\rho, U_\theta, U_z)^T$ désigne soit le champ électrique \vec{E} soit le champ magnétique \vec{H} et m est l'ordre du mode. Si le mode est d'ordre nul, on retrouve l'invariance en θ vue dans le chapitre 3.

4.1.2. Code FEM 3-D

Contrairement au cas 2-D, le code FEM de calcul des impédances de surface en Ω' n'a pas été développé sur Matlab. En effet, le logiciel GetDP (*General environment for the treatment of Discrete Problems*) permettant la résolution de problèmes discrets est directement utilisé. Il est à noter que pour des raisons de temps, cette technique n'a été développée que dans le cas des modes propagatifs. L'étude des modes évanescents fait donc partie des perspectives. Pour rappel, l'algorithme général de la TME est présenté sur la figure 4.4. On constate notamment qu'à la troisième étape et pour chaque angle d'incidence φ_0 , les impédances Z'_T et Z'_Z sont calculées via un appel au logiciel GetDP. C'est pourquoi le temps de simulation va nettement augmenter par rapport au cas 2-D, tout en restant inférieur au temps de simulation du logiciel HFSS.

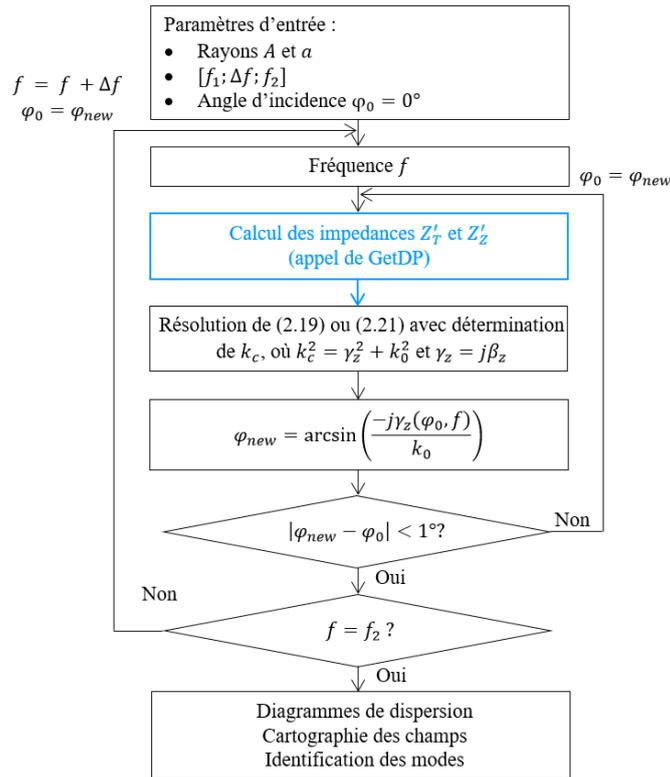


Figure 4.4 – Algorithme général de la TME avec la correction en angle d'incidence φ_0 .

Le programme utilisé sur GetDP a totalement été développé dans le cadre de cette thèse. Celui-ci contient différents fichiers mais seul le fichier principal est présenté ici. Dans ce fichier de type « .pro » la structure ainsi que l'équation du problème sont données. Le fichier « .pro » d'un exemple proposé dans la partie 4.2.2 de ce chapitre est détaillé en annexe J. Sur la figure 4.5, les objets constituant le problème sont listés.

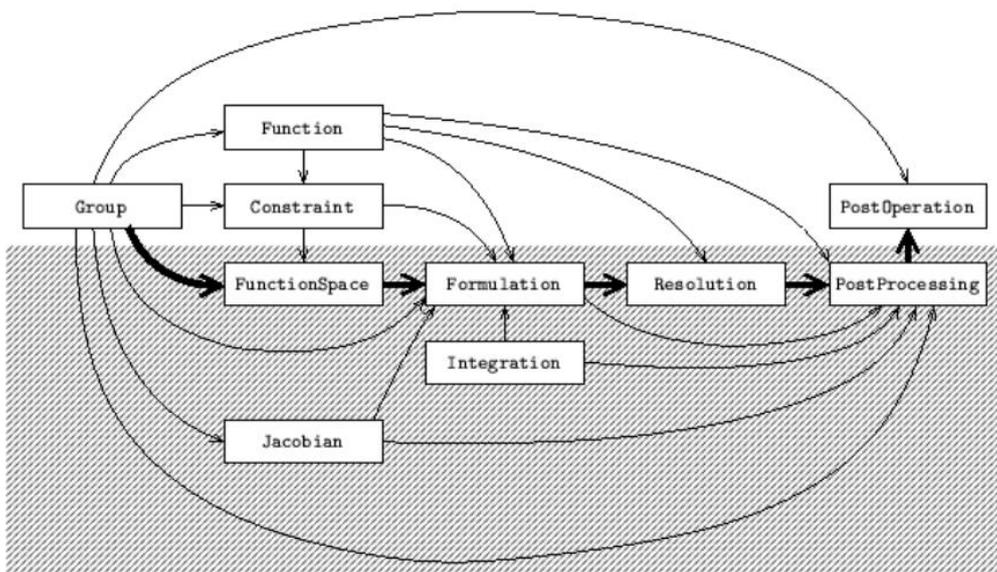


Figure 4.5 – Constitution du problème sous GetDP [6].

La partie inférieure grisée de cette figure représente la méthode de résolution alors que la partie supérieure représente les données spécifiques du problème. Le lien entre chaque boîte respecte la propriété suivante : les objets définissant une donnée particulière du problème (géométrie, caractéristiques physiques et conditions aux frontières) doivent être décrits en premier, puis la méthode de résolution (inconnues, équations et objets liés) est spécifiée. Le programme développé pour calculer les impédances de surface en Ω' est maintenant détaillé, à l'aide des boîtes de la figure 4.5.

- **Group :**

Les différentes parois de la cellule élémentaire sont définies $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_5$ et Γ_S , ainsi que le volume V étudié (volume à l'intérieur de ces parois correspondant au volume de la cellule élémentaire).

- **Function :**

Pour résoudre le problème, il est nécessaire de définir γ_z pour la condition périodique (4.1). Ainsi, γ_z est définie par :

$$\gamma_z^2 = k_c^2 - k_0^2. \quad (4.3)$$

- **Constraint :**

Après avoir défini les différentes parois de la cellule élémentaire, il faut fixer les conditions aux frontières. La condition (4.1) est donc définie en Γ_2 , et la condition (4.2) est définie en Γ_5 . Enfin, en Γ_S une condition PEC (impédance nulle) est établie selon (4.4). Cela correspond finalement à une condition de Dirichlet en Γ_S .

$$\vec{E}_t|_{\Gamma_S} = 0. \quad (4.4)$$

- **FunctionSpace :**

L'espace de fonction est défini ici. Dans notre cas, l'espace vectoriel est associé au champ électrique \vec{E} auquel on joint l'opérateur rotationnel aux fonctions de base de type arêtes. Les contraintes définies précédemment sont bien évidemment appliquées à cet espace.

- **Jacobian :**

La méthode des jacobiens est utilisée pour définir le lien entre les éléments du maillage et les éléments de références sur lesquels la résolution est faite. Ainsi, les transformations des régions 3-D (volume V) sont modélisées en géométrie 3-D. Pour les régions 2-D (surfaces), elles sont aussi modélisées par des géométries 3-D.

- **Formulation :**

La formulation faible FEM adoptée dans ce programme et appliquée au champ électrique \vec{E} est la suivante :

$$\int_V (\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \vec{E}) \bar{v} dV = 0. \quad (4.5)$$

où v est la fonction test de la méthode de Galerkin qui est ici employée.

- **Integration :**

Les matrices élémentaires sont construites à partir de la méthode d'intégration de Gauss [8]. Ainsi, le nombre de points de Gauss dépend de l'élément géométrique du maillage, il est choisi ici tel que :

- pour un triangle, il y a 3 points d'intégration,
- pour un tétraèdre, il y a 5 points d'intégration,
- pour une pyramide, 8 points d'intégration,
- et pour un prisme, 9 points d'intégration.

Les points sont choisis dans un algorithme interne à GetDP et ne correspondent pas aux sommets de ces éléments [8]. Les matrices élémentaires sont alors construites à partir de ces points.

- **Resolution :**

Le problème est un problème aux valeurs propres. Après résolution, les vecteurs propres et leurs valeurs propres associées sont sauvegardés dans un fichier « .txt ».

- **PostProcessing :**

Le post-traitement permet de calculer la norme du champ électrique \vec{E} , mais aussi celle du champ magnétique \vec{H} , déduit grâce à l'équation de Maxwell-Faraday (1.7).

- **PostOperation :**

Cette étape n'est effectuée que lorsque les impédances de surface sont calculées, donc à partir de l'étape de validation 4 (définie dans la section suivante).

Les résultats de cette opération sont utilisés dans le code Matlab de la TME. En effet, un fichier contenant les champs décomposés sur les composantes en système cartésien sur le plan Ω' est créé. Ce fichier est alors utilisé dans une fonction Matlab calculant les impédances Z'_T et Z'_Z sur le plan Ω' . Pour cela, les champs sont convertis en coordonnées cylindriques, les coordonnées des nœuds de calcul sont également données en coordonnées cylindriques, avec (4.6).

$$\begin{cases} \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ z = z \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} U_\rho = U_x \cos(\theta) + U_y \sin(\theta) \\ U_\theta = -U_x \sin(\theta) + U_y \cos(\theta) \end{cases} \quad (4.6)$$

où $U_{x(\text{ou } y)}$ est la composante $x(\text{ou } y)$ des champs électrique ou magnétique, et $U_{\rho(\text{ou } \theta)}$ leur composante $\rho(\text{ou } \theta)$. Le rapport donnant les impédances (4.7) est calculé sur chaque nœud du plan Ω' . Puis la valeur moyenne sur ces nœuds est prise, pour obtenir une valeur unique des impédances de surface Z'_T et Z'_Z .

$$Z'_T = -\frac{E_\theta}{H_z}\Big|_{\Omega'}, \quad Z'_Z = \frac{E_z}{H_\theta}\Big|_{\Omega'} \quad (4.7)$$

Ainsi, ce code a été validé en plusieurs étapes, présentées dans la section suivante.

4.1.3. Validation du nouveau code 3-D

Les différentes étapes de validation de ce code sont présentées sur la figure 4.6.

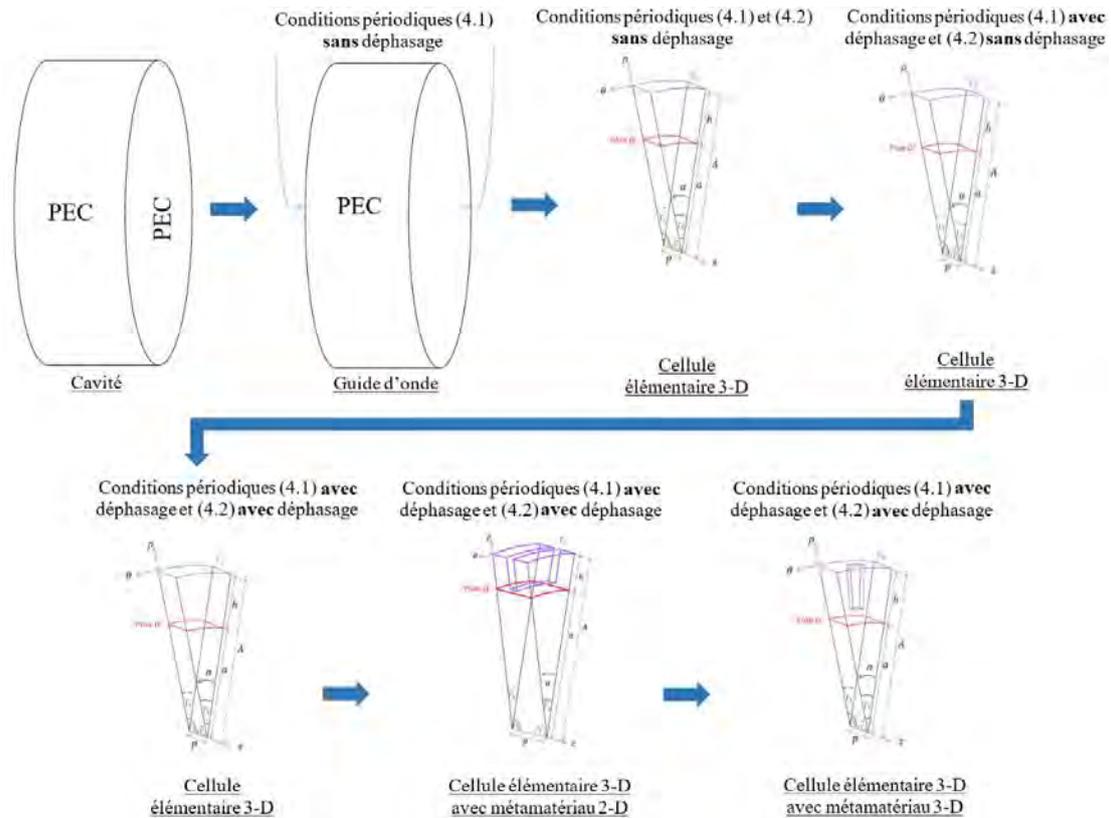


Figure 4.6 – Les sept étapes de validation du code GetDP.

Elles correspondent à des étapes logiques de validation, comparant les résultats obtenus aux résultats analytiques, quand cela est possible, ou ceux obtenus avec HFSS ou encore avec la TME des chapitres 2 et 3. Le choix des outils de validation est présenté dans le tableau 4.1.

La cavité résonante cylindrique est étudiée pour vérifier le calcul des valeurs propres sans condition périodique, par comparaison avec la solution analytique, correspondant à l'étape 1. Puis pour l'étape 2 on ajoute des conditions périodiques (4.1) sans déphasage (donc pour γ_z nul), pour transformer cette cavité en guide d'onde métallique infini. La cellule élémentaire 3-D d'un guide d'onde métallique est ensuite créée, à l'étape 3, en imposant toutes les conditions périodiques (4.1) et (4.2) sans déphasage donc pour γ_z nul et les modes d'ordre nul. On qualifie alors les fréquences de coupure des modes d'ordre nul, avec une invariance en θ . Pour l'étape 4, on ajoute le déphasage entre les parois Γ_1 et Γ_2 , ce qui permet de comparer les impédances de surface

Z'_T et Z'_Z des modes d'ordre nul à différentes fréquences (possible grâce au déphasage entre Γ_1 et Γ_2). A l'étape **5**, tous les déphasages sont considérés, ce qui permet le calcul des impédances de surface de tous les modes (possible grâce au déphasage entre Γ_4 et Γ_5) à toutes les fréquences. Un métamatériau 2-D est alors ajouté pour l'étape **6**. La dernière étape de validation **7** est donc d'implémenter un métamatériau 3-D dans la cellule élémentaire. Le calcul des impédances d'un tel métamatériau n'étant ni possible avec HFSS ni avec la TME et le code FEM 2-D, seuls les diagrammes de dispersion sont comparés.

Eléments simulés et numéro de l'étape		Résultats	Outils de comparaison
1	Cavité	Fréquence de résonance	Analytique
			HFSS
2	Guide d'onde	Fréquence de coupure	Analytique
			HFSS
3	Cellule élémentaire sans déphasage	Fréquence de coupure du mode TM_{01}	Analytique
			HFSS
4	Cellule élémentaire avec déphasage sur les parois parallèles	Impédances de surface du mode TM_{01} pour différentes fréquences	Impédances analytiques obtenues avec l'algorithme de la figure 2.17
5	Cellule élémentaire avec déphasage	Impédances de surface des modes TM_{01} et TE_{11} pour différentes fréquences	Impédances analytiques obtenues avec l'algorithme de la figure 2.17
6	Cellule élémentaire avec métamatériau 2-D	Impédances de surfaces des modes TM_{01} et TE_{01}	Impédances obtenues avec le code FEM 2-D
		Diagrammes de dispersion	TME et son code FEM 2-D
			HFSS
7	Cellule élémentaire avec métamatériau 3-D	Diagrammes de dispersion	HFSS

Tableau 4.1 – Choix des outils de comparaison pour valider les différentes étapes du code GetDP.

Dans cette section, les cinq premières étapes sont présentées en détail. Les deux dernières étapes de vérification : métamatériaux 2-D et 3-D avec tous les déphasages, sont présentées dans la section 4.2.

- **Paramètres de simulation :**

Les paramètres de simulation dans HFSS sont identiques pour les étapes **1 à 3**. Le *eigenmode solver* est utilisé avec un critère de convergence en fréquence fixé à $\Delta f = 2\%$, avec 50 itérations au maximum.

- **Etape 1 – cavité cylindrique :**

Sur HFSS, il y a la possibilité d'ajouter l'option de maillage *curvilinear* ce qui permet de mieux approcher les courbes des cylindres, comme on peut le constater sur la

figure 4.7a). En revanche, sur GetDP (utilisant le logiciel *open-source* GMSH [9] pour générer le maillage) il n'est pas possible d'ajouter cette option, c'est pourquoi il faut nettement augmenter le nombre de segment sur le contour, comme présenté sur la figure 4.7b).

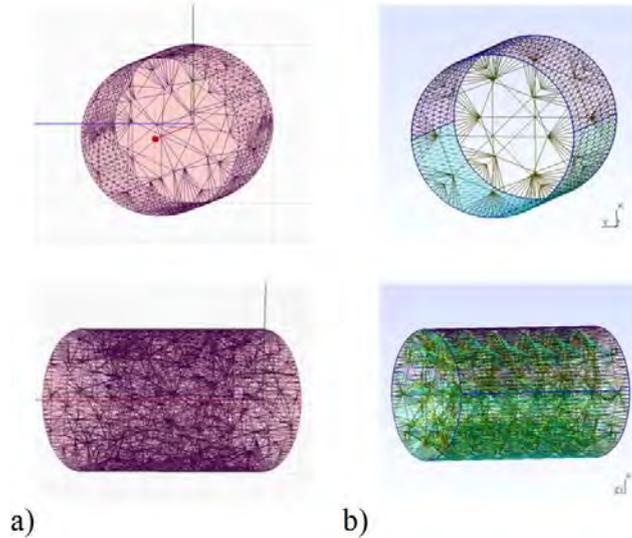


Figure 4.7 – Maillages utilisés dans a) HFSS et b) GetDP+GMSH.

Le calcul des fréquences de résonance des modes TE_{mnl} et TM_{mnl} d'une cavité est analytique (4.8).

$$\begin{cases} f_r^{TE_{mnl}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{A}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{p}\right)^2} \\ f_r^{TM_{mnl}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{A}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{p}\right)^2}, \end{cases} \quad (4.8)$$

où χ_{mn} est le zéro de la fonction de Bessel J_m , χ'_{mn} le zéro de la dérivée de la fonction de Bessel J'_m , m et n des entiers, A le rayon de la cavité, p sa longueur suivant z , c la vitesse de la lumière dans le vide et l un nombre entier.

Le mode étudié est le mode TE_{111} , dans une cavité de rayon $A = 100$ mm et de longueur $p = 300$ mm. Il est alors possible de comparer la précision des résultats et le temps de simulation en fonction du maillage, présenté dans le tableau 4.2. L'erreur relative est calculée en pourcentage selon (4.9).

$$erreur(\%) = \left| \frac{f_r^a - f_r^{FEM}}{f_r^a} \right| \times 100, \quad (4.9)$$

où f_r^a est la fréquence de résonance analytique, et f_r^{FEM} la fréquence de résonance donnée par HFSS ou GetDP+GMSH.

	Nombre de tétraèdres	Temps de simulation (s)	Fréquence de résonance (GHz)	Erreur relative (%)
Analytique			1.01135	
HFSS	4039	54	1.01089	0.045
GetDP+GMSH	4750	0.852	1.01885	0.74

Tableau 4.2 – Fréquence de résonance du mode TE₁₁₁ analytique, obtenue avec HFSS et GetDP+GMSH.

Ce tableau permet de mettre en avant le fait qu'à maillage quasiment équivalent, l'erreur entre la fréquence de résonance analytique et celle obtenue avec HFSS est plus faible qu'avec celle obtenue avec GetDP. Cependant, le temps de simulation est nettement inférieur en utilisant GetDP. C'est pourquoi on augmente le maillage dans GetDP, jusqu'à obtenir une erreur relative comparable à celle de HFSS. Les résultats de ces simulations sont présentés dans le tableau 4.3.

	Nombre de tétraèdres	Temps de simulation (s)	Fréquence de résonance (GHz)	Erreur relative (%)
Analytique			1.01135	
HFSS	4039	54	1.01089	0.045
GetDP+GMSH	69718	30.646	1.01103	0.032

Tableau 4.3 – Fréquence de résonance du mode TE₁₁₁ analytique, obtenue avec HFSS et GetDP+GMSH.

En augmentant nettement le maillage dans GetDP+GMSH, l'erreur devient plus faible, et le temps de simulation reste toujours inférieur à celui de HFSS. Le code GetDP permet donc d'obtenir de très bons résultats pour cette cavité résonante.

- **Etape 2 – guide d'onde cylindrique métallique :**

Des conditions périodiques sont appliquées sur les parois parallèles du cylindre, pour définir un guide d'onde métallique. Sur HFSS, cela revient à mettre des conditions *master* et *slave* comme présentées dans le chapitre 3. Pour GetDP, ces deux parois sont maintenant contraintes avec la condition (4.1) en imposant γ_z égale à zéro, pour avoir la fréquence de coupure. La fréquence de coupure des modes TE_{*mn*} et TM_{*mn*} est aussi analytique et s'écrit selon (4.10).

$$\begin{cases} f_c^{TE_{mn}} = \frac{c}{2\pi} \frac{\chi'_{mn}}{A} \\ f_c^{TM_{mn}} = \frac{c}{2\pi} \frac{\chi_{mn}}{A}, \end{cases} \quad (4.10)$$

Les modes étudiés sont les deux premiers modes à se propager dans un guide d'onde : le mode TE_{11} et le mode TM_{01} . Ce guide a un rayon $A = 100$ mm et une longueur $p = 300$ mm suivant l'axe z . Le tableau 4.4 présente les fréquences de coupure obtenues avec HFSS et GetDP+GMSH comparées aux valeurs analytiques.

	Mode TE_{11}		Mode TM_{01}	
	Fréquence de coupure (GHz)	Erreur relative (%)	Fréquence de coupure (GHz)	Erreur relative (%)
Analytique	0.879108		1.14821	
HFSS	0.885575	0.74	1.15754	0.81
GetDP+GMSH	0.880648	0.18	1.13441	1.2

Tableau 4.4 – Fréquence de coupure des modes TE_{11} et TM_{01} analytiques, obtenues avec HFSS et GetDP+GMSH.

L'erreur est plus faible dans le cas du mode TE_{11} avec GetDP+GMSH. Cela est dû au fait que le maillage est fixe, contrairement à HFSS qui maille en fonction de la fréquence. Celui de GetDP est donc bien adapté au mode TE_{11} et moins bien au mode TM_{01} . Cependant, l'erreur dans le cas du mode TM_{01} est inférieure à 2%. Le code GetDP est donc validé. Il est à noter qu'un maillage non adaptatif peut être un avantage car le temps de simulation en est réduit.

• **Etape 3 – Guide d'onde cylindrique – cellule élémentaire 3-D sans déphasage :**

Une cellule élémentaire 3-D, type « camembert » est maintenant mise en place dans le logiciel GetDP selon la figure 4.8a). La construction de cette cellule 3-D sous GMSH est explicitée dans l'annexe G, à la suite des explications concernant la construction de la cellule élémentaire 2-D. Ainsi, toutes les conditions périodiques (4.1) et (4.2) sont appliquées sans déphasage. Comme le maillage doit être strictement identique entre Γ_1 et Γ_2 et entre Γ_4 et Γ_5 , celui-ci est choisi de façon structurée comme le montre la figure 4.8b).

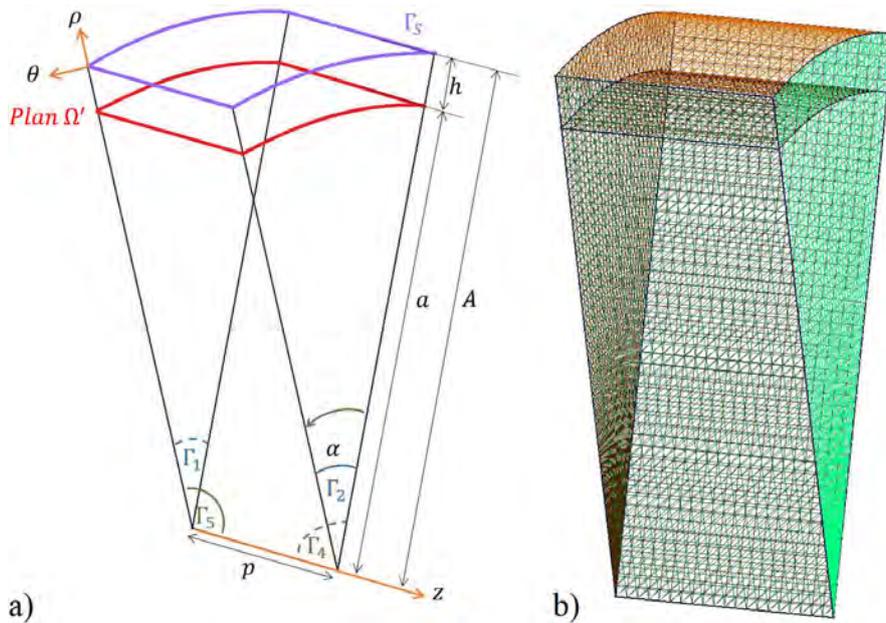


Figure 4.8 – a) Cellule élémentaire 3-D d'un guide d'onde métallique et b) un exemple de maillage structuré.

Concernant les dimensions de cette cellule élémentaire, le rayon $A = 100$ mm et la longueur $p = 40$ mm sont identiques aux cas précédents. L'angle de périodicité α est de 30° , et le plan Ω' (bien qu'inutile ici puisque les impédances ne sont pas calculées) est fixé à une hauteur $a = A - h = 90$ mm. Seule la fréquence de coupure des modes d'ordre nul peut être étudiée, car aucun déphasage n'est appliqué. On observe donc uniquement le mode TM_{01} . Concernant la simulation HFSS, elle reste la même que dans le cas précédent, le guide est représenté sur sa section entière comme représenté sur la figure 4.7a). Ainsi, l'erreur relative est faible avec GetDP+GMSH comme avec HFSS, elle est reportée dans le tableau 4.5. Cette étape est donc considérée comme validée.

	Fréquence de coupure (GHz)	Erreur relative (%)
Analytique	1.14821	
HFSS	1.15754	0.81
GetDP+GMSH	1.14661	0.14

Tableau 4.5 – Fréquence de coupure du mode TM_{01} analytique, obtenue avec HFSS et GetDP+GMSH.

- **Etape 4 – Guide d'onde cylindrique – cellule élémentaire 3-D avec déphasage des parois parallèles :**

La cellule élémentaire de la figure 4.8 est utilisée. Cette fois-ci les conditions périodiques entre Γ_1 et Γ_2 sont prises en compte avec γ_z calculée selon (4.11) et injectée dans la condition périodique (4.1).

$$\gamma_z^\tau = \sqrt{(k_c^\tau)^2 - (k_0)^2} \text{ où } \tau = \text{TE, TM}, \quad (4.11)$$

avec k_c^{TM} la constante de coupure des modes TM donnée par (4.12).

$$k_c^{TM} = \frac{\chi_{mn}}{A}. \quad (4.12)$$

Comme il n'y a toujours pas de déphasage entre Γ_4 et Γ_5 , les modes d'ordre nul sont les seuls étudiés. Le mode TM_{01} est à nouveau le seul observé, comme χ_{01} vaut 2.4048, $k_c^{TM_{01}}$ a pour valeur 24.048 m^{-1} .

A l'aide du post traitement Matlab, il est possible de calculer les impédances en Ω' pour toutes les fréquences. L'algorithme de la figure 2.17 est utilisé comme référence pour déterminer la valeur des impédances en Ω' . Le tableau 4.6 présente les impédances calculées en Ω' en quatre fréquences différentes pour le mode TM_{01} . L'erreur relative est calculée en pourcentage selon la formule (4.13) :

$$erreur(\%) = \left| \frac{Z_Z^a - Z_Z^{FEM}}{Z_Z^a} \right| \times 100. \quad (4.13)$$

où Z_Z^a est l'impédance Z'_Z calculée analytiquement à l'aide de l'algorithme de la figure 2.17, et Z_Z^{FEM} l'impédance Z'_Z calculée à l'aide de GetDP et du post-traitement Matlab.

Fréquence (GHz)	γ_z (m^{-1})	Impédance analytique (Ω)	Impédance FEM (Ω)	Erreur relative (%)
1.147	0	$Z'_Z = -87.584j$	$Z'_Z = -86.770j$	0.93
1.5	$20.215j$	$Z'_Z = -67.043j$	$Z'_Z = -66.977j$	0.098
1.828	$29.831j$	$Z'_Z = -54.968j$	$Z'_Z = -55.535j$	1.0
2	$34.297j$	$Z'_Z = -50.282j$	$Z'_Z = -51.089j$	1.6

Tableau 4.6 - Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence pour le mode TM_{01} .

L'erreur relative étant inférieure à 2% à chaque fréquence, cette étape est validée.

• **Etape 5 – Guide d'onde cylindrique – cellule élémentaire 3-D avec déphasage de toutes les parois :**

La dernière étape présentée dans cette section est celle où tous les déphasages sont considérés. Cela permet donc de calculer les impédances de surface en Ω' pour n'importe quelle fréquence (condition (4.1)) et n'importe quel mode (condition (4.2)). Comme précédemment, les impédances obtenues avec GetDP sont comparées à celles obtenues avec l'algorithme de la figure 2.17. Le tableau 4.7 présente les résultats pour les modes TE_{11} et TM_{01} pour différentes fréquences. γ_z est calculée de la même façon que précédemment selon (4.11), sachant que pour un mode TE, k_c^{TE} vaut :

$$k_c^{TE} = \frac{\chi'_{mn}}{A}. \quad (4.14)$$

Comme χ'_{11} vaut 1.8412 alors $k_c^{TE_{11}}$ a pour valeur 18.412 m^{-1} . Concernant la condition périodique (4.2), il est nécessaire d'avoir la valeur de m . Or celle-ci est imposée par le mode : pour le mode TM_{01} on a m qui est nul et pour le mode TE_{11} , m qui est égal à un. Par ailleurs, pour les modes d'ordre m supérieurs à zéro, les deux impédances sont nécessaires, contrairement aux modes d'ordre nul.

Fréquence (GHz)	Mode	γ_z (m^{-1})	m	Impédance analytique (Ω)	Impédance FEM (Ω)	Erreur relative (%)
0.9	TE_{11}	4.0378j	1	$Z'_T = -50.888j$	$Z'_T = -50.820j$	0.13
				$Z'_Z = 0$	$Z'_Z = -0.75458j$	
1.2	TE_{11}	17.107j	1	$Z'_T = -67.851j$	$Z'_T = -67.811j$	0.059
				$Z'_Z = 0$	$Z'_Z = -1.1259j$	
	TM_{01}	7.3040j	0	$Z'_Z = -83.796j$	$Z'_Z = -83.068j$	0.87
1.6	TE_{11}	27.999j	1	$Z'_T = -90.468j$	$Z'_T = -90.473j$	0.0055
				$Z'_Z = 0$	$Z'_Z = -1.5234j$	
	TM_{01}	23.337j	0	$Z'_Z = -62.847j$	$Z'_Z = -62.979j$	0.21
1.9	TE_{11}	35.278j	1	$Z'_T = -107.43j$	$Z'_T = -107.48j$	0.047
				$Z'_Z = 0$	$Z'_Z = -1.8199j$	
	TM_{01}	31.705j	0	$Z'_Z = -52.924j$	$Z'_Z = -53.576j$	1.2

Tableau 4.7 – Valeur des impédances en Ω' et l'erreur relative en prenant le calcul analytique comme référence.

Toutes les erreurs calculées sont inférieures à 2%. Cette étape a donc permis de valider le calcul des impédances à l'aide du nouveau code GetDP.

Une étape intermédiaire avant de passer à l'étude des métamatériaux est maintenant proposée. Les impédances des quatre premiers modes du guide métallique de rayon $A = 100$ mm sont calculées en $a = 90$ mm dans la bande [0.1; 2] GHz, avec un pas de 0.1 GHz. Ces impédances sont alors réinjectées dans l'équation de dispersion (2.19) qui est résolue en a . Ceci permet donc de tracer le diagramme de dispersion en a , représenté en points bleus sur la figure 4.9. On peut le comparer au diagramme analytique tracé en A , représenté en triangles rouges sur la figure 4.9. Les diagrammes se superposent parfaitement. On peut donc affirmer que le code de calcul des impédances fonctionne à n'importe quelle fréquence et pour n'importe quel mode. De plus, la réduction de l'étude du guide sur un diamètre inférieur avec les bonnes conditions de surface conduit au même résultat que l'étude du guide complet.

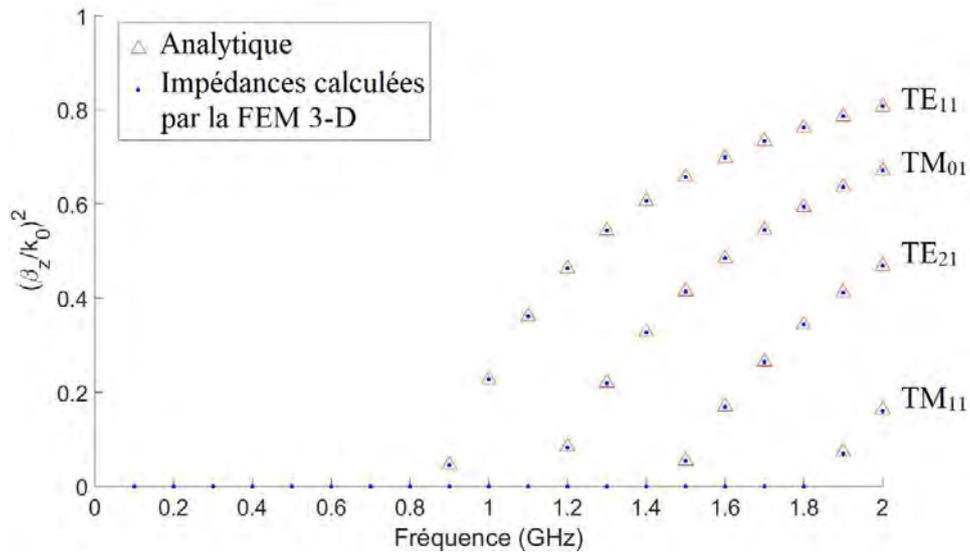


Figure 4.9 – Diagrammes de dispersion a) analytique en $A = 100$ mm et b) calculés avec la TME et les impédances du tableau 4.7.

4.2. TME hybridée au code FEM 3-D

Les cinq premières étapes étant validées, il est maintenant possible de valider ce code pour des guides d'onde à métamatériaux 2-D et 3-D, comme représenté sur la figure 4.10.

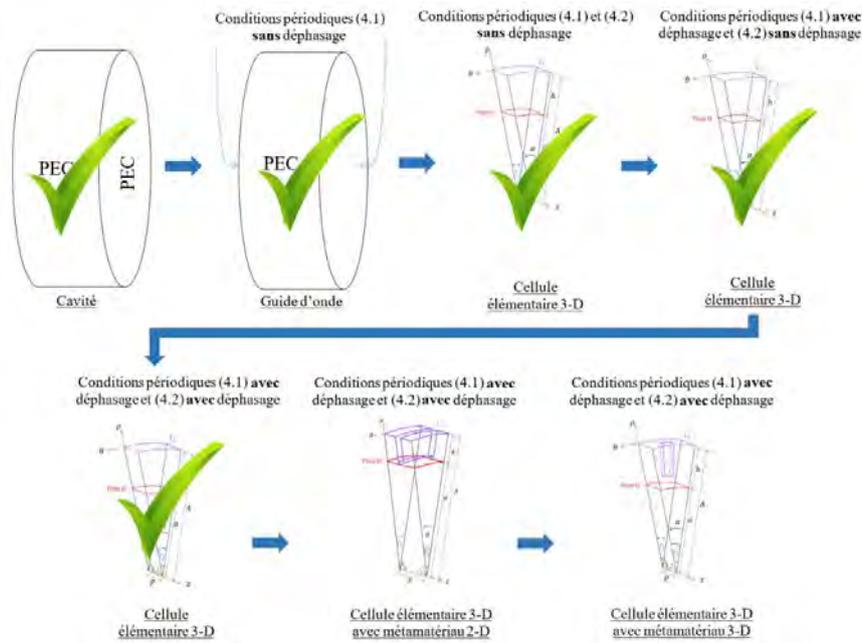


Figure 4.10 - Les sept étapes de validation du code GetDP, dont cinq validées.

Ainsi, dans cette section trois types de guides d'onde vont être étudiés. Le premier est un guide d'onde avec des corrugations axiales ce qui permet de vérifier les résultats pour un métamatériau invariant en θ et de les valider par comparaison avec le code 2-D.

Puis cette corrugation est positionnée suivant l'axe z , créant ainsi, une corrugation longitudinale (corrugation *hard*, définie à la section 1.3.1), donc avec une variation en θ . Puis finalement un guide d'onde avec un métamatériau de type « pic » est étudié.

4.2.1. Application de l'algorithme à un guide d'onde à corrugations axiales

Le guide d'onde étudié dans cette partie est représenté sur la figure 4.11. Comme le métamatériau est invariant en θ , la périodicité angulaire peut être choisie de façon arbitraire. En choisissant une ouverture d'angle assez faible, le nombre d'inconnues peut être réduit, ainsi nous choisissons arbitrairement α égal à 20° . La périodicité suivant z est déterminée en fonction du métamatériau, ici p vaut 26.225 mm.

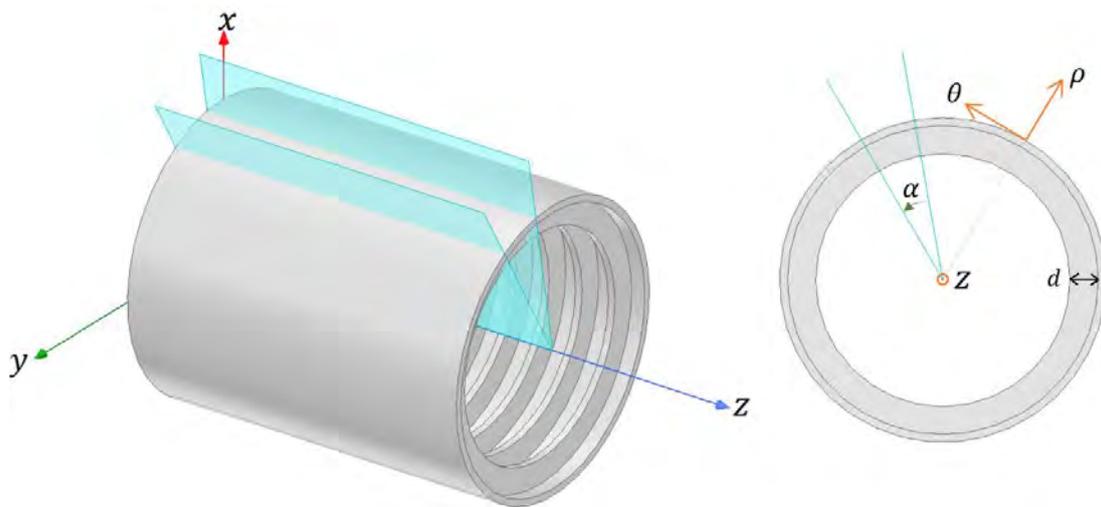


Figure 4.11 – Guide d'onde à corrugations axiales où $\alpha = 20^\circ$, $d = 18.2$ mm.

Une cellule élémentaire 3-D peut alors être extraite de ce guide, présentée sur la figure 4.12a).

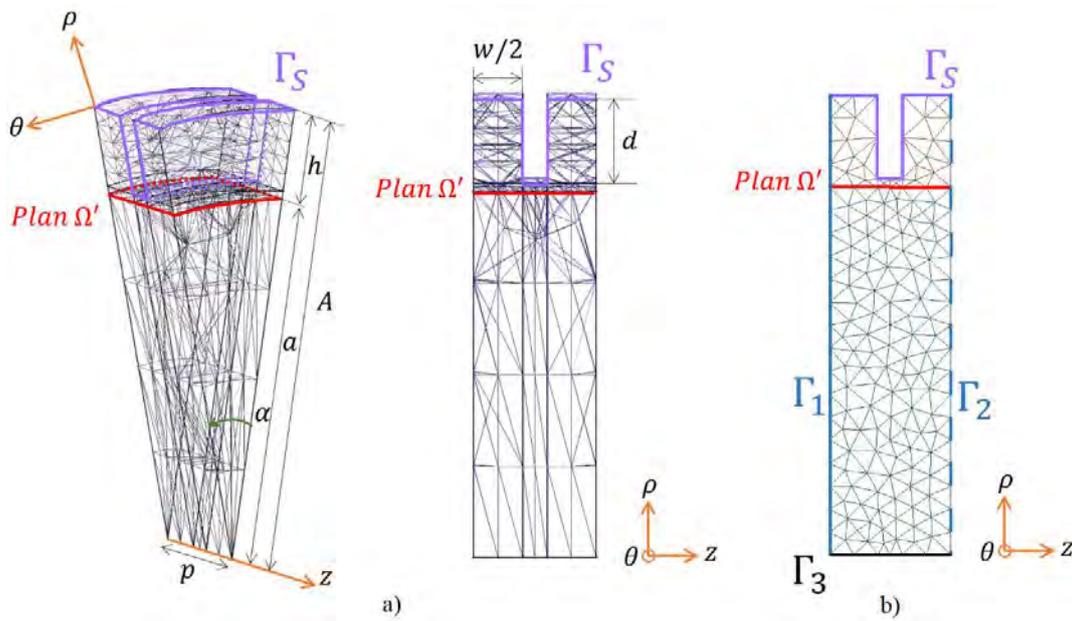


Figure 4.12 – Cellule élémentaire avec $A = 100$ mm, $a = 80$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $d = 18.2$ mm, $h = 20$ mm, $p = 26.225$ mm et $w = 20.98$ mm a) son maillage 3-D, b) son maillage 2-D.

Le maillage de cette cellule 3-D est choisi de façon à être plus dense autour du plan Ω' , car les impédances y sont calculées. Sur la figure 4.12b), la cellule élémentaire 2-D est représentée. Le maillage 2-D est utilisé dans la TME avec le code FEM 2-D pour calculer les impédances Z'_T et Z'_Z qui seront comparées à celles obtenues avec le code FEM 3-D de GetDP. Concernant les paramètres du maillage :

- pour la cellule 3-D, il y a 269 nœuds et 1492 tétraèdres
- pour la cellule 2-D, il y a 179 nœuds et 316 triangles.

• **Impédances de surface :**

Les valeurs des impédances obtenues avec le code FEM 2-D sont considérées comme les références. Les fonctions calculant ces impédances en FEM 2-D ont pour variable d'entrée l'angle d'incidence, d'après la section 3.1.3. Cet angle est calculé grâce à la valeur de β_z , (4.15).

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\beta_z}{k_0}\right), \quad (4.15)$$

Dans le code FEM 3-D, c'est la valeur de γ_z qui est nécessaire. Elle est liée à β_z selon (4.16).

$$\gamma_z = j\beta_z. \quad (4.16)$$

L'algorithme de la TME étant validé dans le cas du calcul FEM 2-D, la valeur de β_z est donnée par celui-ci. Avec toutes ces données, il est alors possible de comparer les valeurs des impédances entre les codes FEM 2-D et 3-D, pour les deux premiers modes

d'ordre nul : le mode TM_{01} et le mode TE_{01} pour plusieurs fréquences. Un calcul d'erreur relative en pourcentage est à nouveau effectué selon (4.17).

$$erreur (\%) = \left| \frac{Z_S^{2-D} - Z_S^{3-D}}{Z_S^{2-D}} \right| \times 100. \quad (4.17)$$

où Z_S^{2-D} est l'impédance Z'_T (ou Z'_Z) calculée avec le code FEM 2-D, et Z_S^{3-D} l'impédance Z'_T (ou Z'_Z) calculée à l'aide de GetDP et du post-traitement Matlab. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.8.

Fréquence (GHz)	Mode	β_z (rad.m ⁻¹)	φ (°)	Impédance FEM 2-D (Ω)	Impédance FEM 3-D (Ω)	Erreur relative (%)
1.2	TM_{01}	4.6954	10.767	$Z'_Z = -152.77j$	$Z'_Z = -146.90j$	3.8
1.6	TM_{01}	26.700	25.822	$Z'_Z = -177.76j$	$Z'_Z = -182.85j$	2.9
2.3	TM_{01}	53.737	$90 - 27.284j$	$Z'_Z = -274.85j$	$Z'_Z = -284.91j$	3.7
	TE_{01}	17.495	21.296	$Z'_T = -102.92j$	$Z'_T = -99.602j$	3.2
2.6	TM_{01}	71.096	$90 - 43.726j$	$Z'_Z = -377.26j$	$Z'_Z = -368.83j$	2.2
	TE_{01}	30.856	34.517	$Z'_T = -116.95j$	$Z'_T = -112.38j$	3.9

Tableau 4.8 – Valeur des impédances en Ω' calculée avec les codes FEM 2-D et 3-D, l'erreur relative en prenant le calcul FEM 2-D comme référence.

Les erreurs sont toutes inférieures à 4%. Sachant que la référence choisie n'est pas analytique mais numérique, ces résultats peuvent être considérés comme satisfaisants. Leur utilisation dans le calcul des diagrammes de dispersion permettra de voir si cet écart est significatif et donc critique.

- **Diagrammes de dispersion :**

Pour être sûr que ces erreurs sont assez faibles pour que le diagramme de dispersion de ce guide soit correct, le nouvel algorithme de la TME est implémenté avec le code FEM 3-D, rappelé dans la section 4.1.2 sur la figure 4.4. Ce diagramme est comparé aux diagrammes obtenus avec HFSS, et avec la TME et le code FEM 2-D. Les différentes cellules élémentaires sont extraites du guide d'onde. Celles utilisées dans la TME 2-D et 3-D sont présentées sur les figures 4.12. Quant à la cellule élémentaire utilisée dans HFSS, elle est représentée sur la figure 4.13.

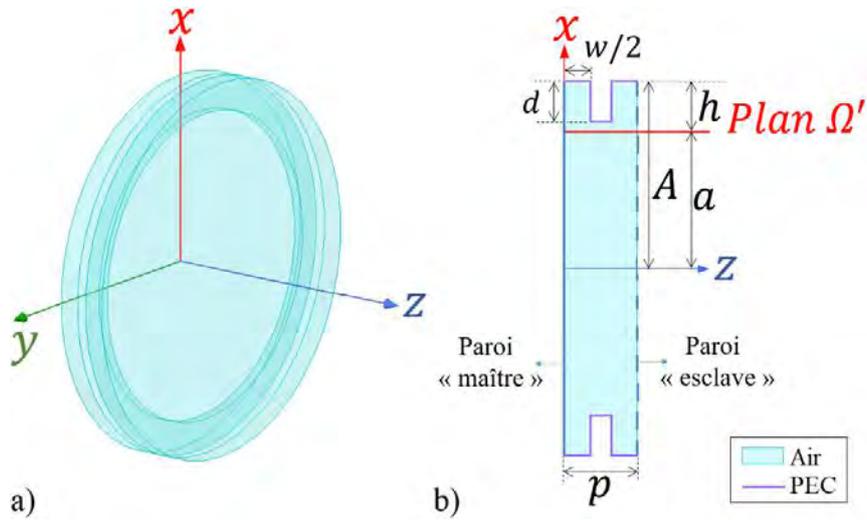


Figure 4.13 – Cellule élémentaire 3-D utilisée dans HFSS.

Comme dans le chapitre 3, la méthode de résolution utilisée dans HFSS est le *eigenmode solver*. L'objectif de convergence pour cette simulation est fixé à $\Delta f = 0.01\%$, le maillage à convergence contient 228708 tétraèdres. Les diagrammes de dispersion obtenus avec les différentes simulations sont présentés sur la figure 4.14.

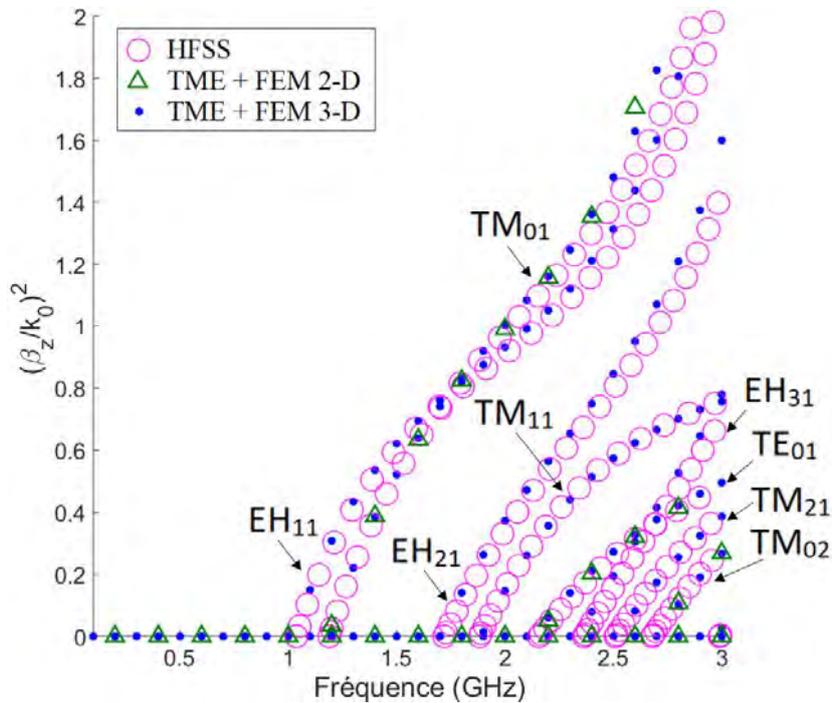


Figure 4.14 – Diagrammes de dispersion des modes propagatifs du guide d'onde corrugué obtenus avec la TME et le code FEM 3-D (points bleus), avec la TME et le code FEM 2-D (triangles verts) et avec HFSS (cercles roses).

Les diagrammes de dispersion des modes propagatifs sont bien reconstruits. Le nouvel algorithme de la TME avec le code FEM 3-D est donc validé. Bien que les impédances calculées avec la FEM 2-D et la FEM 3-D diffèrent à 4% près, les résultats entre les deux codes concordent bien. Par ailleurs, le nombre d'éléments est nettement

diminué par rapport à la simulation HFSS : réduction de 99.3% en utilisant la TME et sa cellule élémentaire 3-D, et de 99.9% en utilisant la TME et sa cellule élémentaire 2-D. Ceci permet de réduire le nombre d'inconnues et donc le temps de calcul. En effet, pour obtenir les modes propagatifs avec la TME et GetDP, le calcul dure 4 heures et 30 minutes alors qu'avec HFSS la simulation prend 3 jours. Le temps de simulation est donc réduit de 93.8%. Avec le code FEM 2-D et l'étude des modes d'ordre nul, le temps de simulation est réduit à 10 minutes (soit une réduction de 99.8%).

L'avant dernière étape de validation est ainsi complétée. Un métamatériau 3-D avec une variation en θ peut maintenant être inséré dans le guide d'onde pour compléter l'étude et pouvoir par la suite traiter n'importe quelle structure.

4.2.2. Application de l'algorithme à un guide à corrugations longitudinales

Le guide d'onde considéré est présenté sur la figure 4.15.

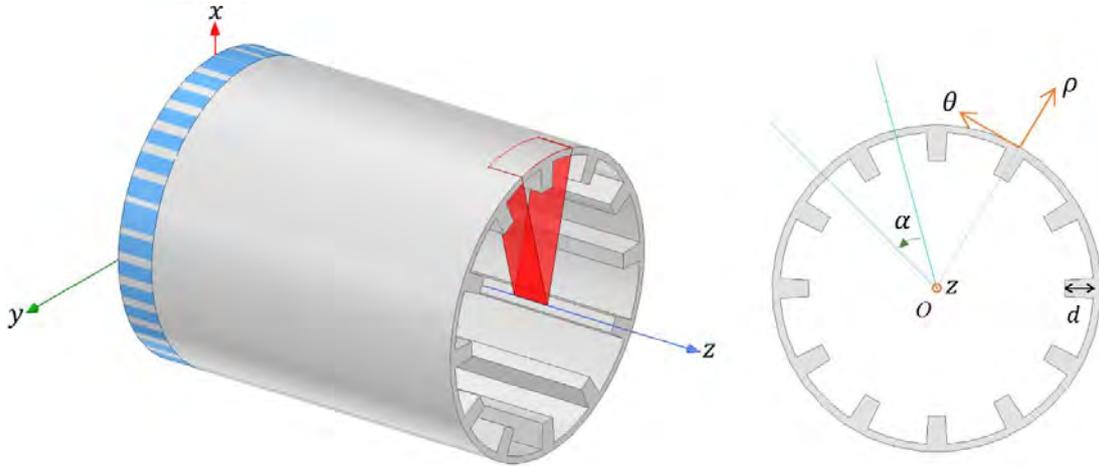


Figure 4.15 – Guide d'onde à corrugations longitudinales. La section en pointillés bleus est celle utilisée dans HFSS et celle en rouge dans la TME. La périodicité angulaire de ce métamatériau est de $\alpha = 30^\circ$, la profondeur de corrugation est de $d = 18.2 \text{ mm}$.

Dans le cas d'un métamatériau 3-D, la périodicité angulaire est définie par le métamatériau. Ici, il y a 12 corrugations dans le plan $(O; \rho, \theta)$. C'est pourquoi, on a :

$$\alpha = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ. \quad (4.18)$$

La cellule élémentaire utilisée dans la TME est représentée sur la figure 4.16, on retrouve l'angle α défini par (4.18).

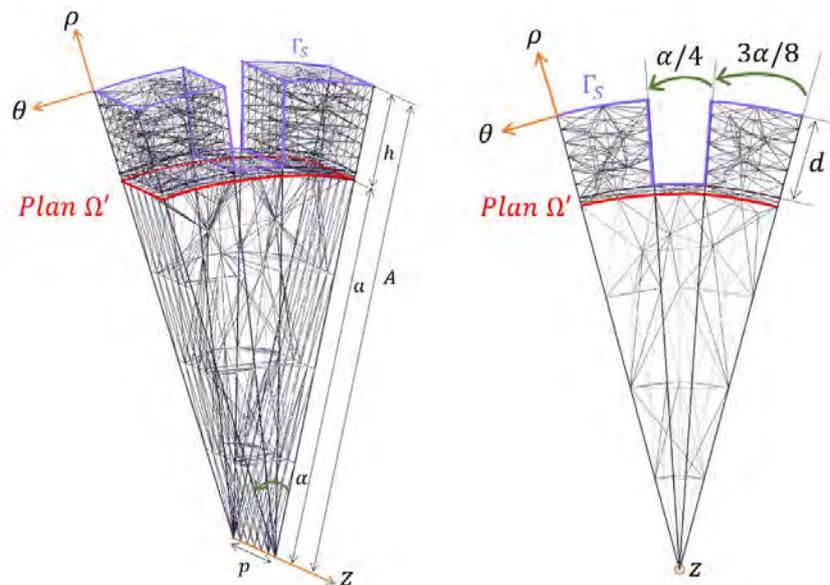


Figure 4.16 – Cellule élémentaire 3-D et son maillage avec $A = 100$ mm, $a = 80$ mm, $\alpha = 30^\circ$, $d = 18.2$ mm, $h = 20$ mm et $p = 26.225$ mm.

Une cellule élémentaire est aussi créée sur HFSS et représentée sur la figure 4.17. L'objectif de convergence pour cette simulation est fixé à $\Delta f = 0.05\%$, car l'ordinateur utilisé pour les simulations [Intel® Core™ i7-7700 CPU @ 3.60 GHz, 16 GB of RAM] ne dispose pas d'assez de RAM pour un critère plus faible.

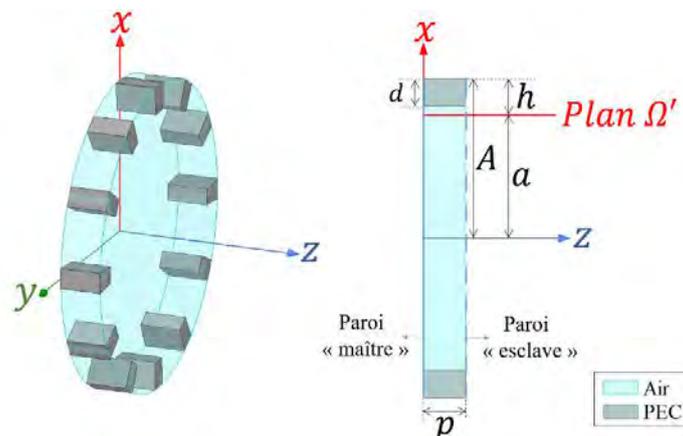


Figure 4.17 - Cellule élémentaire HFSS.

Le maillage de cette cellule avec la TME est à nouveau choisi de façon à être plus dense autour du plan Ω' . A convergence, il y a 13980 tétraèdres dans HFSS et dans le maillage de GetDP+GMSH, il y en a 2091. Ceci amenant à une réduction de 85% du nombre d'éléments. Les diagrammes de dispersion obtenus avec ces deux méthodes sont représentés sur la figure 4.18.

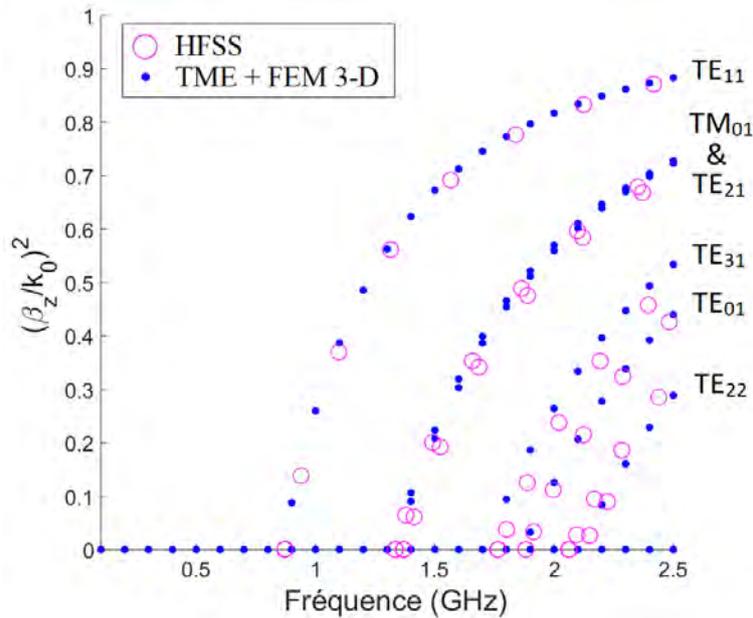


Figure 4.18 – Diagrammes de dispersion des modes propagatifs du guide d'onde à corrugations longitudinales obtenus avec la TME et le code FEM 3-D (points bleus) et avec HFSS (cercles roses).

Les diagrammes se superposent, ce qui permet de valider la TME dans le cas d'un métamatériau 3-D. On note quand même un petit décalage entre les deux méthodes lorsque l'ordre m du mode augmente. La simulation HFSS dure 40 minutes (maillage plus grossier que dans la section 4.2.1 et critère de convergence moins important), alors que le code la TME se termine en 21 minutes. Le temps n'est réduit que de 50%, mais cela reste satisfaisant.

4.2.3. Application de l'algorithme à un guide d'onde à paroi en métamatériaux de type « pic »

Le guide d'onde étudié dans cette partie présente un métamatériau 3-D. Les cellules élémentaires extraites pour HFSS et la TME sont représentées respectivement en pointillés bleus et en rouge sur la figure 4.19.

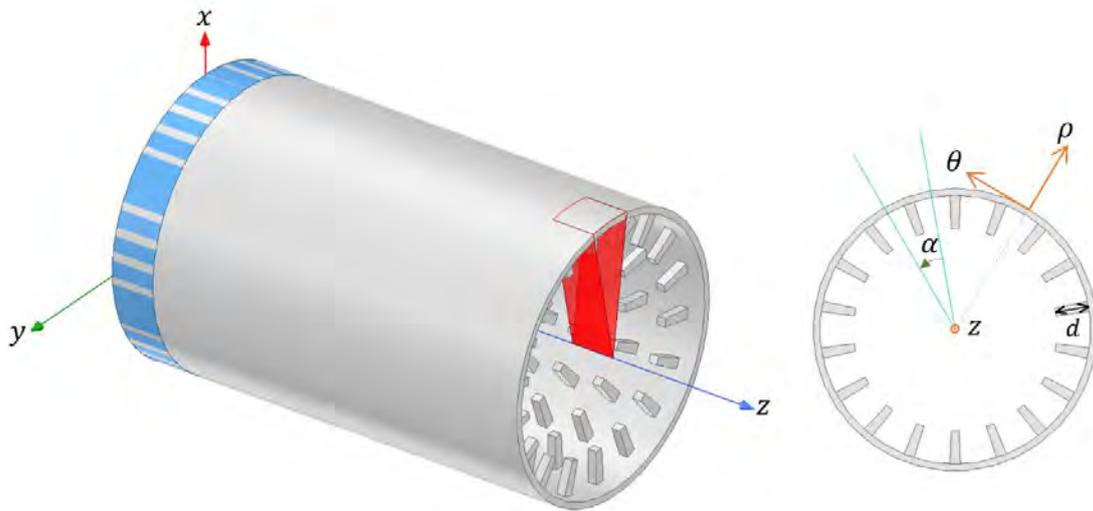


Figure 4.19 – Guide d'onde à « pic ». La section en pointillés bleus est celle utilisée dans HFSS et celle en rouge dans la TME. La périodicité angulaire de ce métamatériau est de $\alpha = 20^\circ$, la profondeur du pic est de $d = 8$ mm.

Il y a 18 pics dans la section, ainsi $\alpha = 20^\circ$. Les différentes dimensions et le maillage de la cellule élémentaire pour la TME sont présentés sur la figure 4.20. Pour cette structure, le maillage est extrêmement dense autour du pic, c'est pourquoi plusieurs vues sont proposées sur cette figure. Il y a notamment 38804 tétraèdres dans GetDP. Sur HFSS, le critère de convergence sur HFSS est fixé à $\Delta f = 0.01\%$ et le maillage comprend 195654 tétraèdres. En utilisant la cellule élémentaire « camembert » la réduction du nombre d'éléments est de 80.2%.

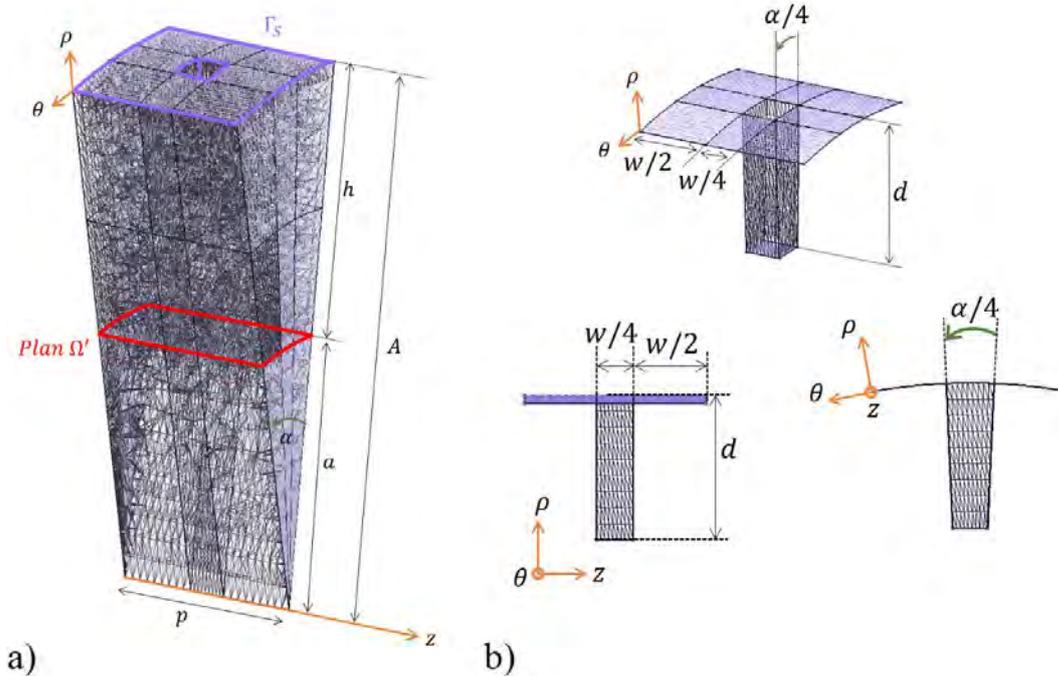


Figure 4.20 – a) Cellule élémentaire 3-D et son maillage avec $A = 30$ mm, $a = 15$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $d = 8$ mm, $h = 15$ mm, $p = 10$ mm et $w = 8$ mm et b) différentes vues de la partie PEC.

Les diagrammes de dispersion, présentés sur la figure 4.21, sont obtenus en 1 heure et 16 minutes avec la TME contre 3 jours de simulation avec HFSS, soit une réduction de 98.2%. Ils se superposent encore une fois très bien.

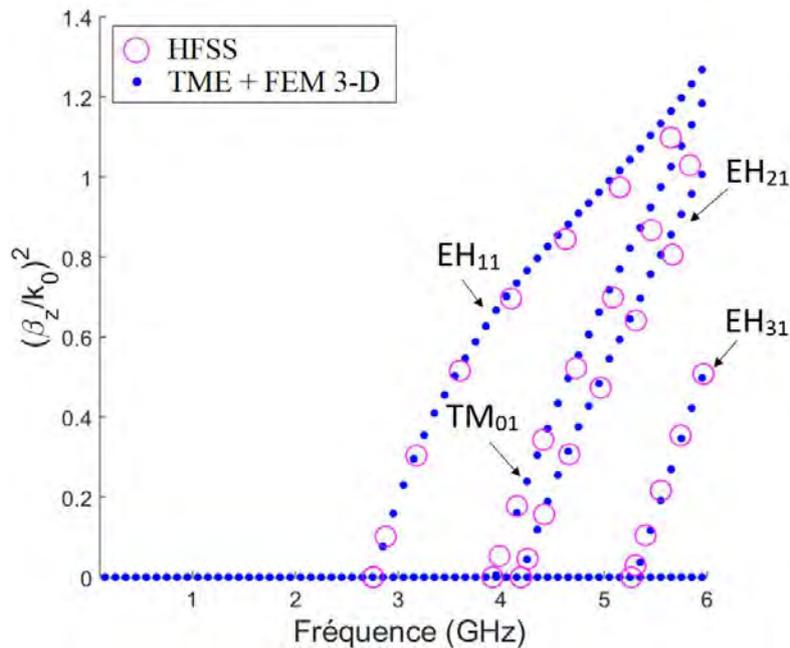


Figure 4.21 - Diagrammes de dispersion du guide d'onde à pics obtenus avec la TME et le code FEM 3-D (points bleus) et avec HFSS (cercles roses).

4.2.4. Bilan

La nouvelle méthode hybride présentée dans ce chapitre, mêlant la TME et un programme basé sur la méthode des éléments finis 3-D du logiciel GetDP, présente des résultats prometteurs en temps de calcul et en précision numérique. Diverses étapes de validation ont été appliquées et se sont avérées concluantes. Finalement, en implémentant des métamatériaux 2-D et 3-D dans un guide d'onde, cette méthode a été parfaitement validée.

Le logiciel HFSS est limité pour ce type de structure : il n'y a pas la possibilité de fixer des conditions périodiques sur des parois non parallèles. C'est pourquoi il faut simuler une période longitudinale complète. La cellule élémentaire 3-D développée dans GetDP a permis de diminuer le nombre d'inconnues du problème, permettant ainsi une résolution plus rapide, même si l'appel au logiciel GetDP reste long. Le temps de simulation pour obtenir un diagramme de dispersion des modes propagatifs est jusqu'à 5 fois plus rapide avec la TME, comparé à HFSS. De ce fait, la TME et sa version hybride sont utilisées, dans la section 4.3 pour concevoir une sonde de mesure à section réduite.

4.3. Conception d'une sonde de mesure à section réduite

D'après le premier chapitre, les métamatériaux sont souvent utilisés pour réduire la section des guides d'onde [10] - [15]. On sait par ailleurs, que la taille des sondes pour la mesure des cartographies de champ proche, est importante car leur présence doit impacter le moins possible les performances mesurées des antennes sous test. C'est pourquoi, nous proposons ici de réduire la taille d'une sonde de mesure en utilisant une paroi anisotrope créée à partir d'un métamatériau.

4.3.1. Cahier des charges

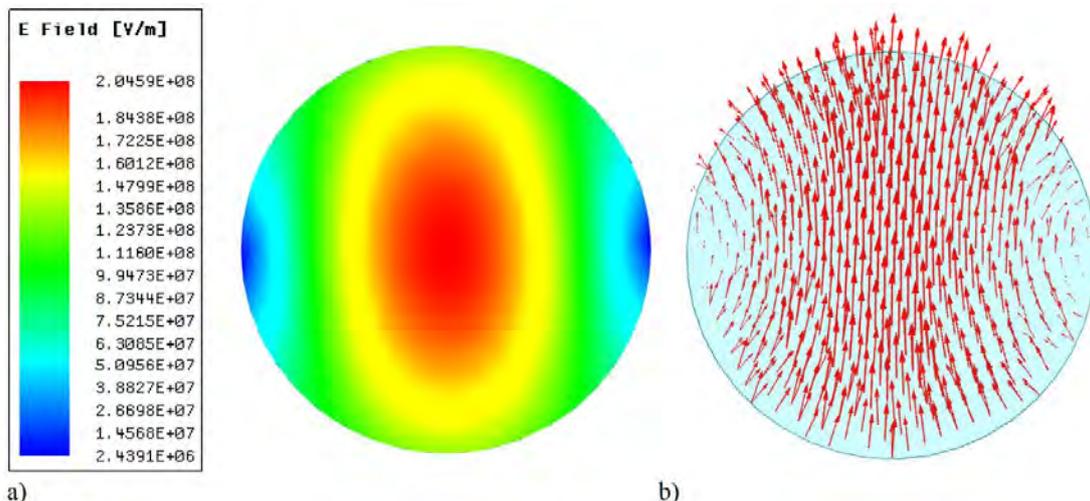
La sonde de référence est une sonde de type OEWG fonctionnant dans la bande [6; 7.84] GHz. Le mode fondamental est le mode TE₁₁ dont la fréquence de coupure est de 6 GHz. Ainsi, le rayon du guide est défini par (4.19) :

$$A_0 = \frac{\chi'_{11}c}{2\pi f_{cTE_{11}}} = 14.65 \text{ mm.} \quad (4.19)$$

On a alors une bande passante de 1.84 GHz, puisque la fréquence de coupure du deuxième mode propagatif est définie selon :

$$f_{cTM_{01}} = \frac{\chi_{01}c}{2\pi A_0} = 7.84 \text{ GHz.} \quad (4.20)$$

Les cartographies du champ électrique en amplitude et vectorielle du mode TE₁₁ sont représentées sur les figures 4.22.



Figures 4.22 – Représentation a) en module et b) en vecteur du champ électrique du mode TE₁₁ dans un guide d'onde métallique.

La sonde à section réduite doit alors répondre au cahier des charges présenté dans le tableau 4.9. Celle-ci doit présenter un champ électrique de type *soft*, comme dans le cas de la sonde métallique avec une apodisation la plus uniforme possible.

Cahier des charges	
Bande utile	[6; 7.84] GHz
Bande monomode relative	26.6%
Mode fondamental	Semblable au TE ₁₁
Distribution du champ électrique	<i>Soft</i>
Rayon externe du guide	< 14.65 mm

Tableau 4.9 – Cahier des charges.

Le rayon du plan Ω' est à nouveau choisi arbitrairement. Ainsi, on choisit $a = 5$ mm. De plus, on choisit l'angle α aussi arbitrairement. Mais s'il est trop petit, le métamatériau dans la section transverse sera petit et donc plus difficile à fabriquer. C'est pourquoi ici un angle α de 30° est choisi, on a ainsi 12 périodes angulaires, d'après (4.18).

4.3.2. Détermination du métamatériau

La procédure explicitée dans la section 3.3.2 du chapitre 3 est à nouveau utilisée. Il faut commencer par choisir la cellule élémentaire du métamatériau 3-D, puis optimiser les dimensions de façon à respecter les gammes d'impédances dans le plan Ω' . Divers métamatériaux sont testés, par ordre de complexité de fabrication croissant. Dans le cas 3-D, le métamatériau le plus simple à concevoir est la corrugation longitudinale.

- **Recherche de la gamme d'impédances :**

On applique alors l'algorithme de la TME présenté sur la figure 2.2 du chapitre 2 à un guide d'onde « fictif » de rayon $a = 5$ mm pour diverses combinaisons d'impédances. Un premier tableau représentant la cartographie du champ électrique pour différentes combinaisons d'impédances est extrait et présenté sur la figure 4.23. Ce tableau permet de définir les conditions à respecter pour obtenir un champ apodisé dans la section transverse. Les impédances extraites de ce tableau pour être en condition apodisée sont comparées à celles permettant de réduire la section obtenue à partir du tableau des équations de dispersion. En croisant ces deux tableaux, la gamme d'impédance est ainsi définie.

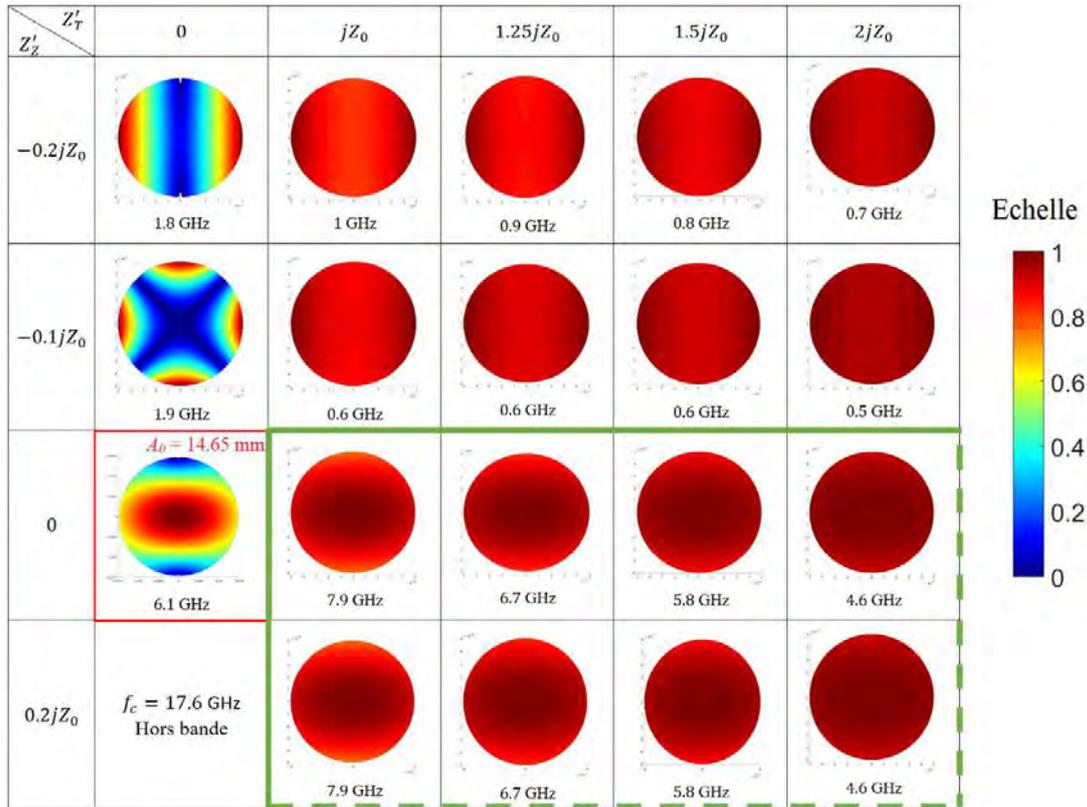


Figure 4.23 – Cartographie du champ électrique pour diverses combinaisons d'impédances.

On cherche les combinaisons pour lesquelles le champ est maximal et constant en a . En effet, l'apodisation se fera au niveau du métamatériau, ce qui n'est pas représenté ici. Grâce au tableau de la figure 4.23, les combinaisons d'impédances ($Z'_T = 0 \Omega$; $Z'_Z = -0.2jZ_0$) et ($Z'_T = 0 \Omega$; $Z'_Z = -0.1jZ_0$) sont éliminées, car le champ est faible au centre. Par ailleurs, on constate que lorsque Z'_Z est négative, le champ électrique est aussi plus faible au centre. Ainsi, la gamme d'impédances (4.21) délimitées par les lignes vertes répond au cahier des charges. Il est possible d'augmenter Z'_T au-delà de $2jZ_0$ et d'augmenter Z'_Z , car le champ est toujours maximal et constant en a . C'est pourquoi certaines limites sont en pointillés. Ainsi, on remarque que seule une condition sur Z'_T est nécessaire.

$$\begin{cases} Z'_T \geq jZ_0 \\ Z'_Z \geq 0 \Omega. \end{cases} \quad (4.21)$$

Il faut maintenant tracer les diagrammes de dispersion pour connaître les gammes d'impédances pour lesquelles le mode fondamental à une fréquence de coupure proche de 6 GHz et pour lesquelles la bande monomode relative est d'au moins 26.6%.

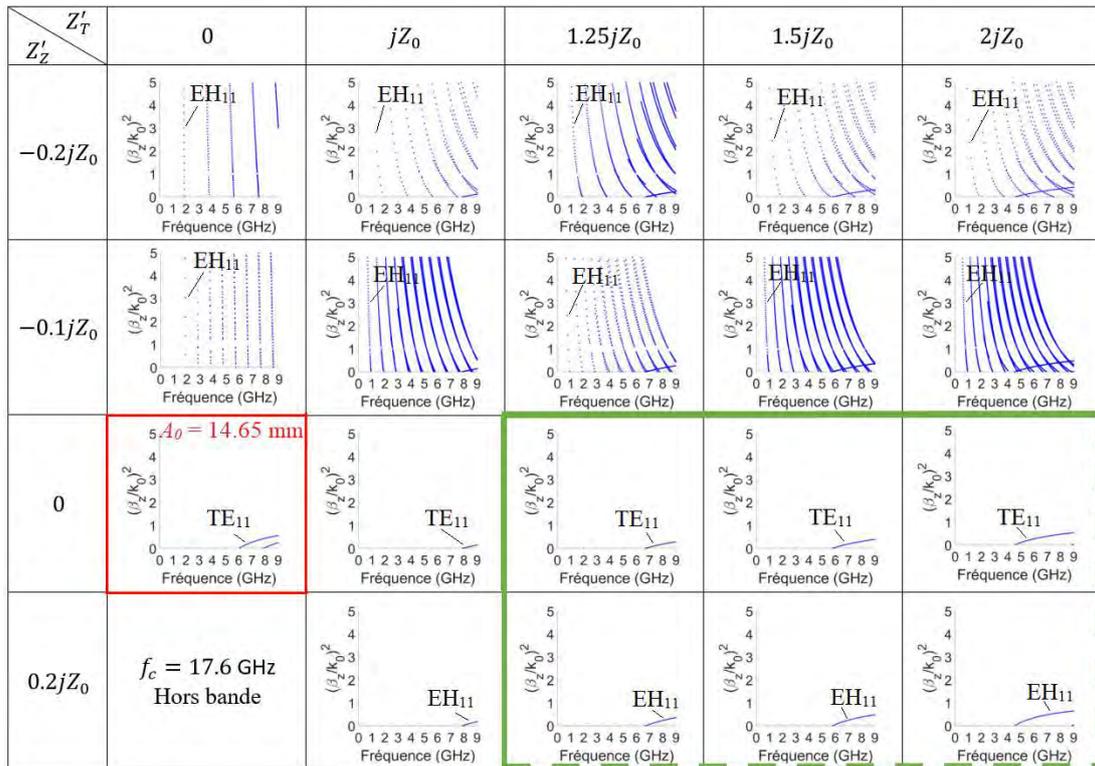


Figure 4.24 – Diagrammes de dispersion d'un guide cylindrique de rayon $a = 5$ mm pour diverses combinaisons d'impédances de surface.

Ce tableau permet de mettre en avant le fait qu'en diminuant légèrement Z'_Z , les fréquences de coupure des modes fondamentaux (devenant des modes gauchers) varient très rapidement lorsque Z'_T est constant. Donc pour éviter d'avoir une fréquence de coupure trop faible et des modes gauchers, Z'_Z doit être supérieure ou égale à 0Ω . Par ailleurs, d'après la ligne $Z'_Z = 0 \Omega$, si Z'_T diminue la fréquence de coupure du TE_{11} augmente. Ainsi, l'impédance Z'_T équivalente du métamatériau doit être supérieure à $1.25jZ_0$. La ligne verte sur la figure 4.24 représente une gamme d'impédances répondant au cahier des charges et compatible avec (4.21). Ainsi :

$$\boxed{\begin{cases} Z'_T \geq 1.25jZ_0, \\ Z'_Z \geq 0 \Omega \end{cases}} \quad (4.22)$$

Les modes fondamentaux dans cette gamme sont de type TE_{11} ou EH_{11} donc le critère sur les lignes de champ sera respecté, puisque les lignes de champ du mode EH_{11} sont semblables à celles du TE_{11} , d'après la figure 1.4 du chapitre 1.

• **Optimisation du métamatériau :**

Le métamatériau est optimisé à l'aide du code Matlab et du logiciel GetDP permettant le calcul des impédances de surface pour différentes fréquences et différents angles d'incidence. La bande passante choisie pour tracer ces impédances est $[6; 8]$ GHz, et les angles d'incidence sont $\varphi = 0^\circ$; $\varphi = 45^\circ$ et $\varphi = 89^\circ$. Une solution intéressante est obtenue pour la corrugation longitudinale représentée sur la figure 4.25.

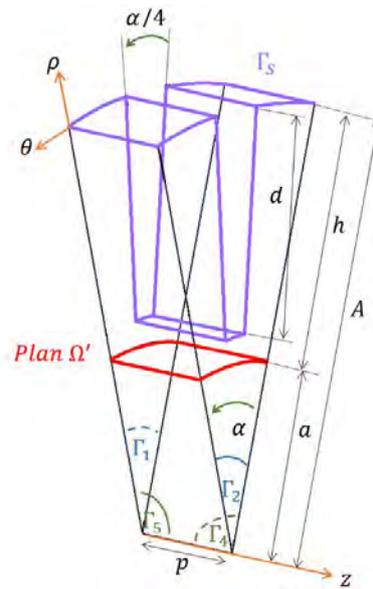


Figure 4.25 – Cellule élémentaire de la corrugation longitudinale avec $A = 11.7$ mm, $a = 5$ mm, $d = 6$ mm, $h = 6.7$ mm, $p = 3$ mm et $\alpha = 30^\circ$.

Il est alors possible de tracer les impédances Z'_T et Z'_Z en fonction de la fréquence pour les trois angles d'incidence différents, dans la bande passante [6; 8] GHz. Elles sont représentées sur la figure 4.26.

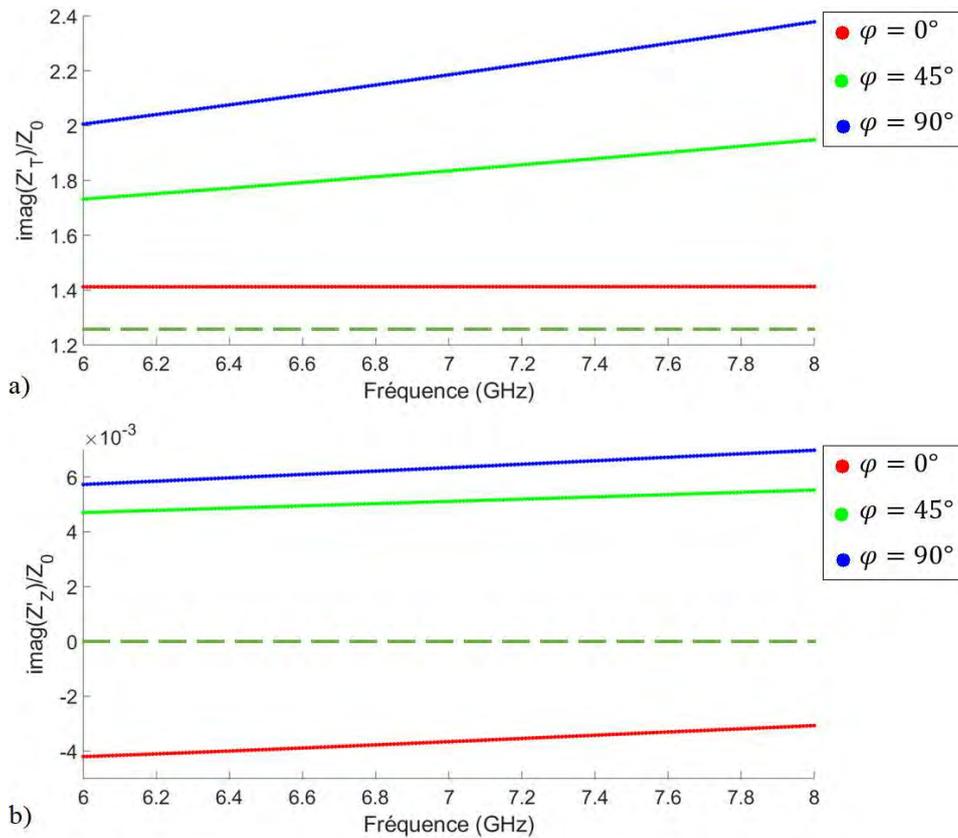


Figure 4.26 – Impédances a) Z'_T et b) Z'_Z normalisées en fonction de la fréquence pour trois angles d'incidence.

Cette figure montre que la corrugation proposée valide la condition à respecter, puisqu'à incidence nulle, Z'_T respecte (4.22) et lorsque l'angle augmente, on a toujours Z'_T supérieure à la limite en pointillés verts : $1.25jZ_0$. L'impédance Z'_Z est négative à incidence nulle. Cependant sa valeur est très proche de zéro, comme pour les deux autres angles d'incidence. Comme la condition (4.22) sur Z'_Z n'est pas strictement supérieure à 0Ω , on peut donc considérer que ce critère est validé. Pour certifier que la corrugation proposée fonctionne, le diagramme de dispersion et la cartographie du champ électrique sont maintenant tracés.

• **Diagrammes de dispersion et cartographie du champ électrique :**

Sur la figure 4.27, le diagramme de dispersion de la sonde à section réduite de rayon $A = 11.7 \text{ mm}$ est comparé au diagramme de dispersion de la sonde métallique de section $A_0 = 14.65 \text{ mm}$. Ces diagrammes permettent de vérifier que la fréquence de coupure et la bande utile de la sonde corruguée sont proches de celles de la sonde métallique.

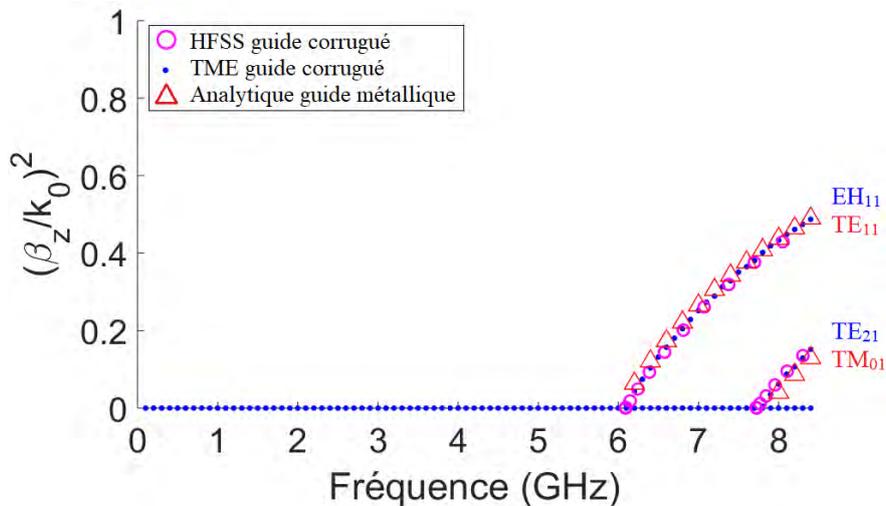
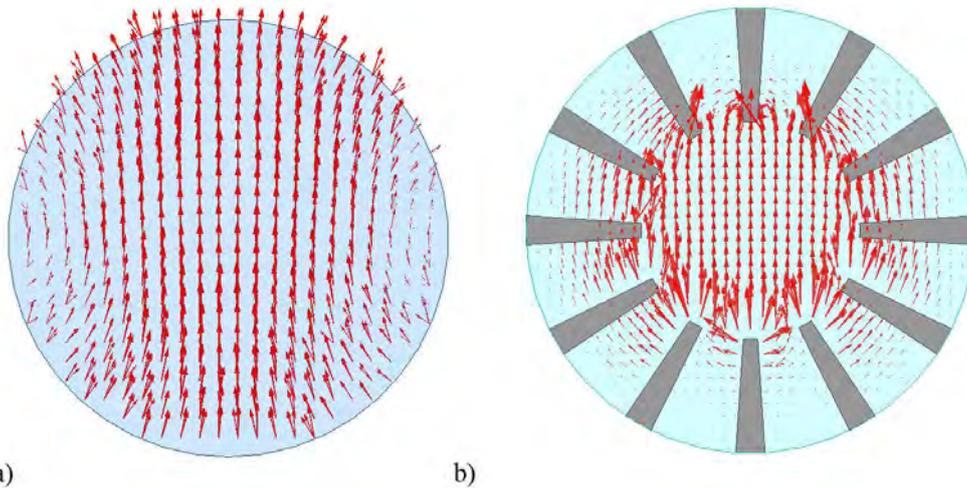


Figure 4.27 – Diagrammes de dispersion du guide métallique en rouge, avec identification des modes en rouge, et du guide corrugué (en bleu celui obtenu avec la TME et en rose avec HFSS) avec identification des modes en bleu.

La fréquence de coupure du mode fondamental EH_{11} du guide à métamatériaux est légèrement décalée puisqu'elle vaut 6.1 GHz. Le second mode (qui est le mode TE_{21}) a pour fréquence de coupure 7.73 GHz. La bande monomode relative est donc de 23.6% soit légèrement inférieure à ce qui était souhaité. Le mode fondamental n'est pas le mode TE_{11} , car l'impédance Z'_Z n'est pas nulle. Il est cependant possible de vérifier que les lignes du champ électrique dans la section transverse du mode hybride EH_{11} sont proches de celle du mode TE_{11} , comme représentées sur les figures 4.28.



Figures 4.28 – Lignes des champs électriques des modes a) TE₁₁ dans le guide métallique et b) EH₁₁ dans le guide corrugué.

Le mode hybride dans le guide corrugué a donc des lignes de champ similaires à celles du mode TE₁₁ dans le guide métallique au centre du guide. Entre les corrugations, les lignes de champ sont négligeables. La distribution du champ électrique est vérifiée sur la figure 4.29.

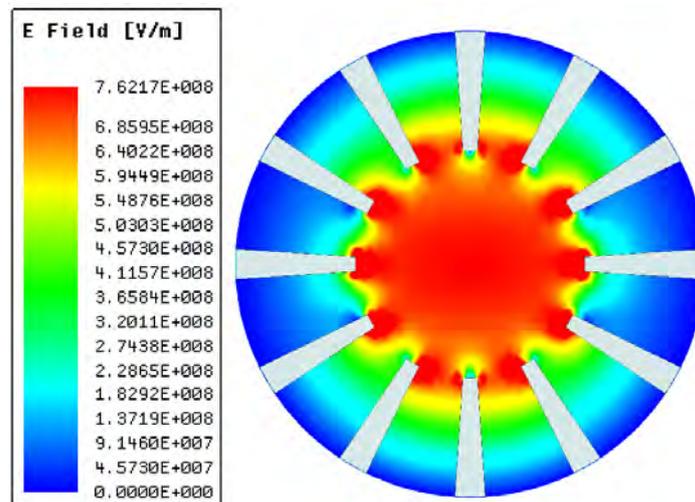


Figure 4.29 – Cartographie de l'amplitude du champ électrique du mode EH₁₁ dans le guide corrugué.

On voit que le champ électrique est bien apodisé, ce qui correspond à la distribution *soft* attendue. On retrouve la partie *hard* de la distribution à l'intérieur des corrugations comme montré sur la figure 4.23. Le tableau 4.10 fait la comparaison des performances obtenues avec le guide corrugué proposé.

Cahier des charges		Guide corrugué
Bande utile	[6; 7.84] GHz	[6.1; 7.73] GHz
Bande monomode relative	26.6%	23.6%
Mode fondamental	semblable au TE ₁₁	EH ₁₁
Distribution du champ électrique	<i>Soft</i>	<i>Soft</i>
Rayon externe du guide	< 14.65 mm	11.7 mm

Tableau 4.10 – Comparaison du cahier des charges et des performances du guide corrugué proposé.

Les deux premiers critères sont en « orange » car ils sont différents de ceux souhaités. Cependant, la bande utile et la bande monomode relative restent acceptables. Le mode fondamental n'est pas le mode TE₁₁, mais les lignes de champ restent semblables à celles de ce mode. Ainsi, la TME a permis de trouver un métamatériau répondant de façon assez satisfaisante au cahier des charges. Cependant, cette méthode ne permet pas encore d'étudier les propriétés de rayonnement d'un OEWG. Ainsi le logiciel CST Studio Suite est utilisé avec des simulations *full-wave*.

4.3.3. Résultats

Dans cette partie, les performances de rayonnement de l'OEWG à section réduite sont vérifiées. Pour cela, les différentes caractéristiques observées sont la directivité et le niveau de polarisation. Toutes ces performances sont comparées à celles obtenues avec l'OEWG métallique de rayon 14.65 mm, car en prenant un rayon 11.7 mm, il n'y aurait aucune propagation de mode dans la bande [6; 7.84] GHz. Les performances de la sonde corruguée doivent être équivalentes à celles de la sonde métallique. Les deux sondes ont pour longueur $L = 155$ mm. Elles sont représentées sur la figure 4.30.

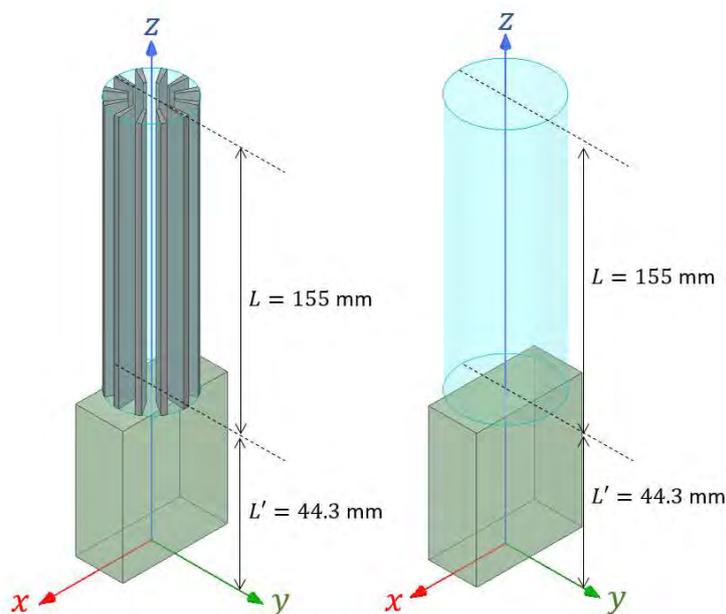


Figure 4.30 – Sonde corruguée de rayon 11.7 mm et sonde métallique de rayon 14.65 mm.

Le mode fondamental de ce guide à section réduite est le mode hybride EH_{11} , la cartographie du champ électrique est représentée sur la figure 4.31a). Cette dernière est comparée à la cartographie du champ électrique du mode fondamental du guide rectangulaire $WR137$, représentée sur la figure 4.31b). Comme le champ électrique du mode EH_{11} dans le guide cylindrique et celui du mode TE_{10} dans le guide rectangulaire correspondent, l'excitation de la sonde sera faite avec une TGC du kit de calibration du guide $WR137$ de dimensions $a \times b$, avec $a = 34.85$ mm et $b = 15.799$ mm.

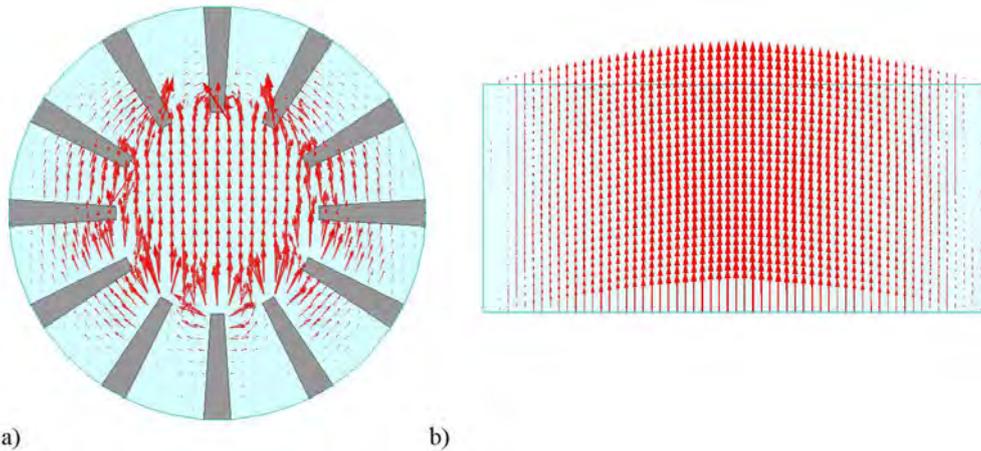


Figure 4.31 – Lignes des champs électriques des modes a) EH_{11} dans le guide corrugué et b) TE_{10} dans le $WR137$.

Il faut néanmoins vérifier qu'il n'y a pas de réflexions dues à la transition brutale entre la TGC et la sonde corruguée. Le paramètre S_{11} est représenté sur la figure 4.32.

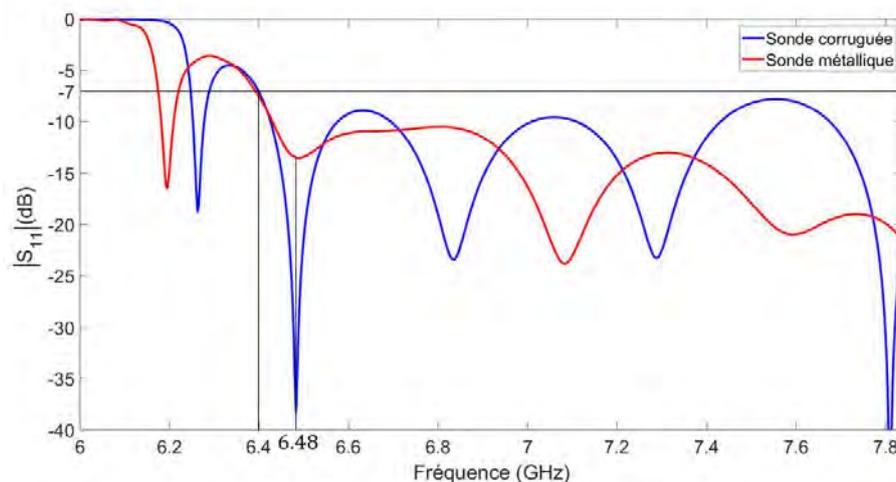
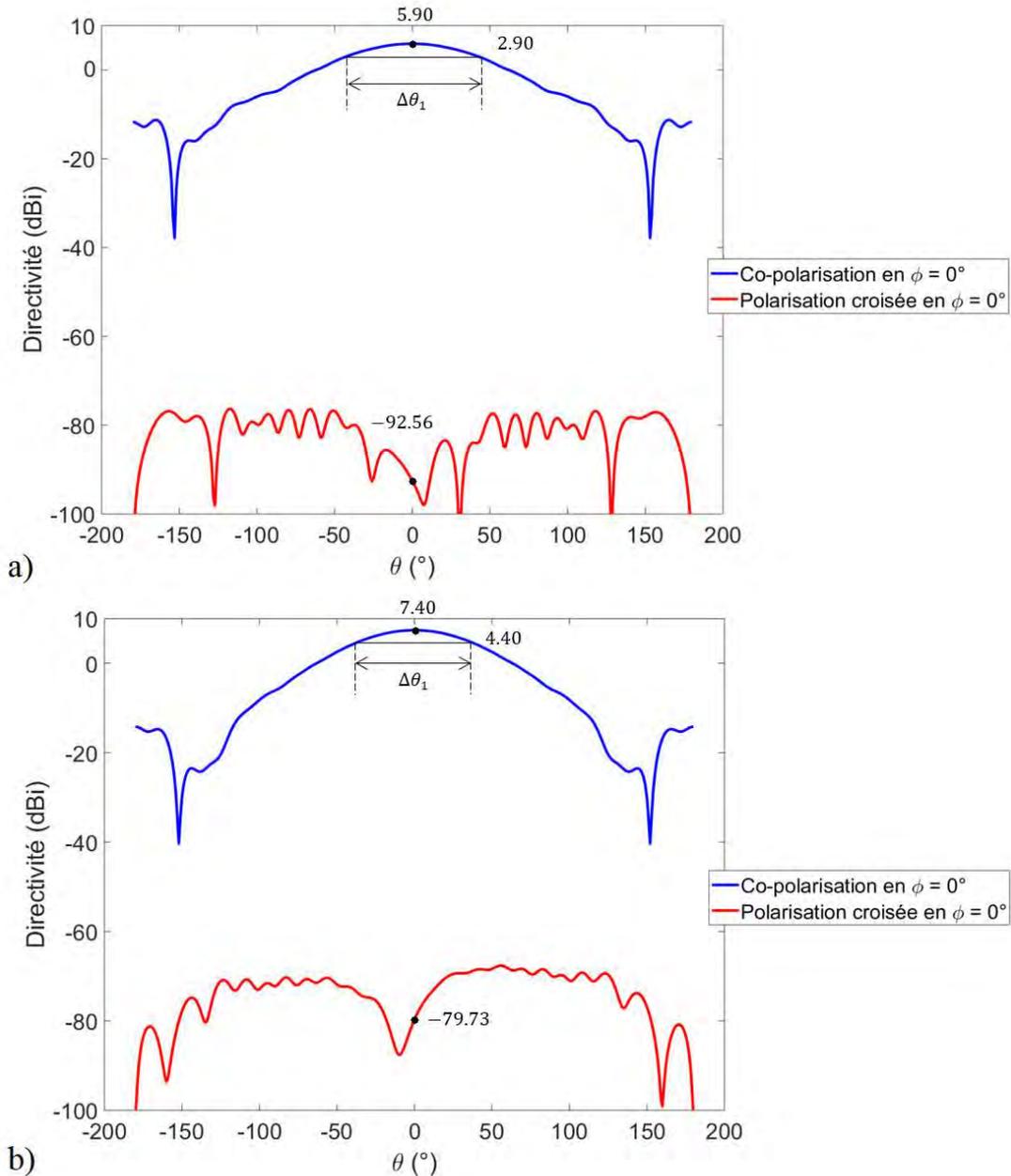


Figure 4.32 – Paramètre S_{11} .

Cette figure montre que l'adaptation est correcte à partir de 6.4 GHz car inférieure à -7 dB, avec un premier minimum de -38.42 dB à 6.48 GHz pour la sonde corruguée. L'adaptation est moins bien assurée à cette fréquence pour la sonde métallique puisqu'elle

atteint au minimum -13.48 dB. Cependant, les niveaux de S_{11} des deux sondes restent équivalents. Ainsi, les sondes sont bien adaptées dans 78% de leur bande monomode.

Pour vérifier les performances en rayonnement, on se place à 6.5 GHz pour être proche du minimum du S_{11} . Les figures 4.33 illustrent les directivités de la sonde corruguée et de la sonde métallique simulées à cette fréquence.



Figures 4.33 – Directivité (en dBi) de a) la sonde à métamatériaux et b) la sonde métallique à 6.5 GHz.

On constate, dans un premier temps, que la sonde corruguée rayonne à cette fréquence. La directivité maximale à cette fréquence est de 5.90 dBi. La directivité maximale de la sonde métallique est de 7.40 dBi. Cette différence reste logique car la

sonde à métamatériaux a une section réduite par rapport à la sonde métallique. De plus, si l'on considère une sonde métallique de rayon 11.7 mm, aucun mode ne se propagerait, donc la perte de gain n'est pas critique. De plus, l'angle d'ouverture à -3 dB vaut $\Delta\theta_1 = 88^\circ$ dans le plan $\phi = 0^\circ$, pour la sonde corruguée et pour la sonde métallique cet angle vaut 78° .

Le niveau de polarisation croisée des deux OEWG est aussi vérifié sur les figures 4.33. Cette figure montre que les niveaux de polarisation croisée des deux sondes sont excellents. En effet, il y a une différence de 98.46 dB à 6.5 GHz en $\theta = 0^\circ$ pour la sonde corruguée et 87.13 dB pour la sonde métallique. Les diagrammes de rayonnement sont alors assez similaires, autant en angle d'ouverture à -3 dB qu'en niveau de polarisation croisée.

Les simulations de la sonde à métamatériaux montrent, ainsi, de très bonnes performances de rayonnement, même si la directivité est plus faible que celle de la sonde métallique. En ajoutant les corrugations longitudinales, la section a ainsi été réduite de 36% (en section) ce qui est très intéressant pour des mesures en champ proche. Ces deux sondes ont donc été fabriquées et sont représentées sur la figure 4.34.



Figure 4.34 – Sondes corruguée et métallique.

Ces deux sondes ont été réalisées en impression 3-D par l'entreprise Gerg M&F avec une précision de $25 \mu\text{m}$. Pour vérifier le fonctionnement de ces sondes, différentes mesures sont effectuées : mesures des paramètres de transmission (paramètre S_{11} et diagramme de rayonnement), mesures du niveau d'interférences des sondes utilisées en réception et mesure du gain d'une antenne de référence à l'aide des sondes. Ces différentes mesures sont ainsi présentées par la suite. Elles ont toutes été réalisées dans les locaux de l'entreprise MVG à Pomezia en Italie.

- **Mesures des paramètres de transmission :**

Comme dans le chapitre 3, les paramètres S_{11} ont été mesurés à l'aide d'un analyseur de réseau vectoriel Anritsu représenté sur la figure 4.35, dans une chambre anéchoïque.

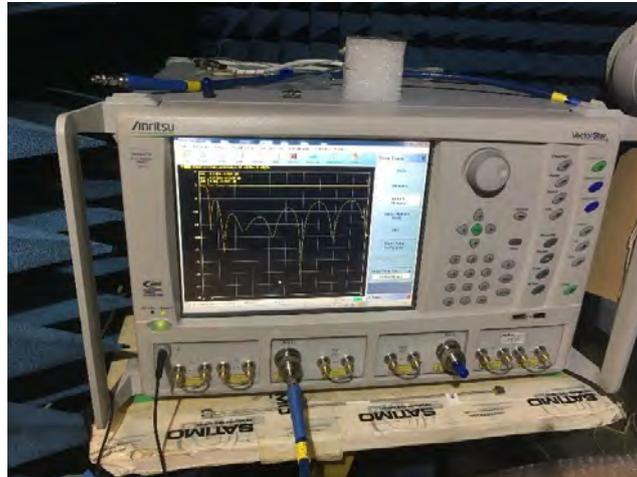
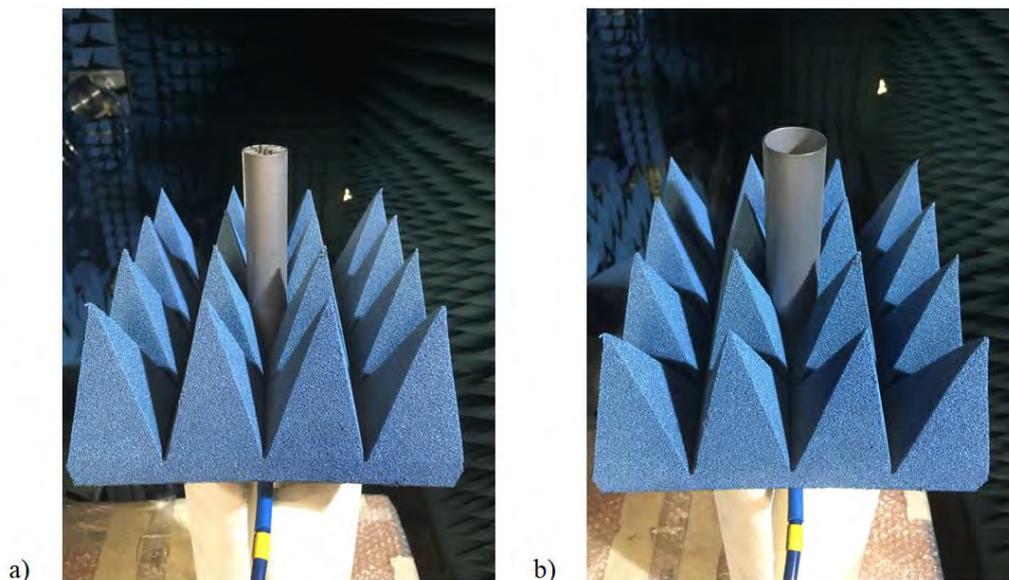


Figure 4.35 – Analyseur de réseau vectoriel Anritsu MS4647B.

Grâce à une calibration, l'influence des câbles coaxiaux dans les résultats est retirée. Les figures 4.36 représentent les conditions de mesure. On constate, notamment, la présence d'absorbants pour éviter les réflexions dues à la structure permettant l'assemblage de la TGC du kit de calibration du guide $WR137$.



Figures 4.36 – Mesure des paramètres S_{11} des sondes a) corruguée et b) métallique.

Les modèles CST des deux sondes ont été modifiés pour tenir compte de leurs dimensions réelles (mesurées). Les mesures sont donc comparées aux résultats des rétro-simulations sur la figure 4.37.

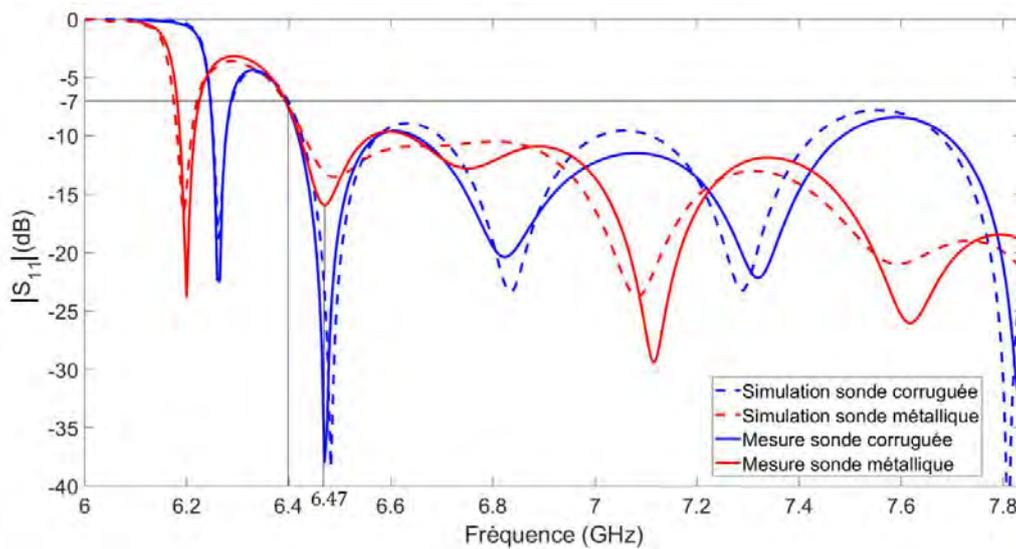
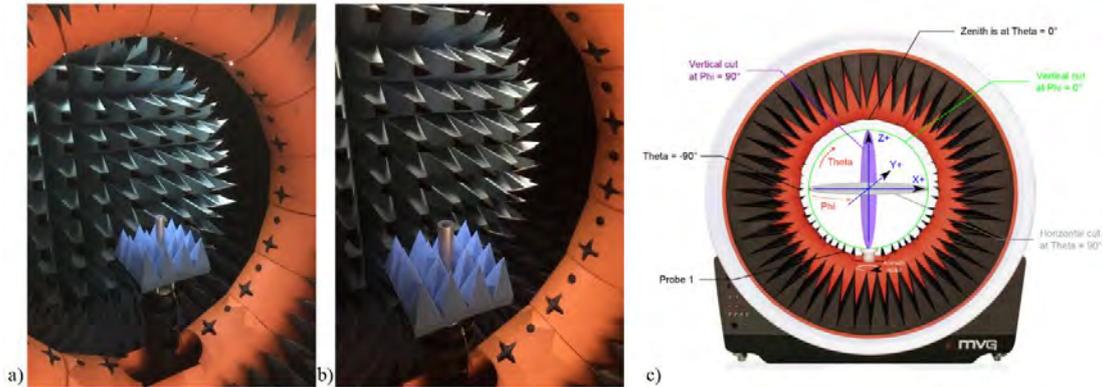


Figure 4.37 – Paramètres S_{11} des sondes.

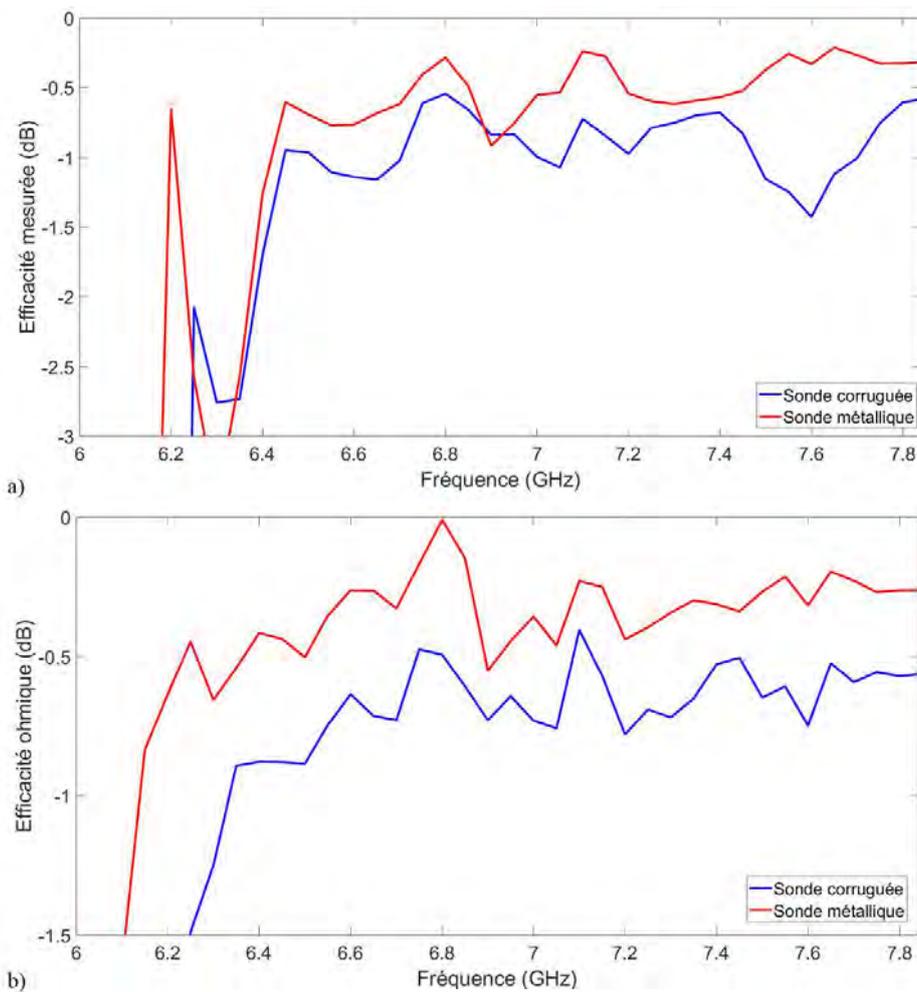
On retrouve les mêmes conclusions que celles faites en simulation. L'adaptation est inférieure à -7 dB à partir de 6.4 GHz et le premier minimum est observé à 6.47 GHz.

Les mesures de la directivité et de l'efficacité des sondes ont été effectuées dans la StarLab 18, représentée sur les figures 4.38.



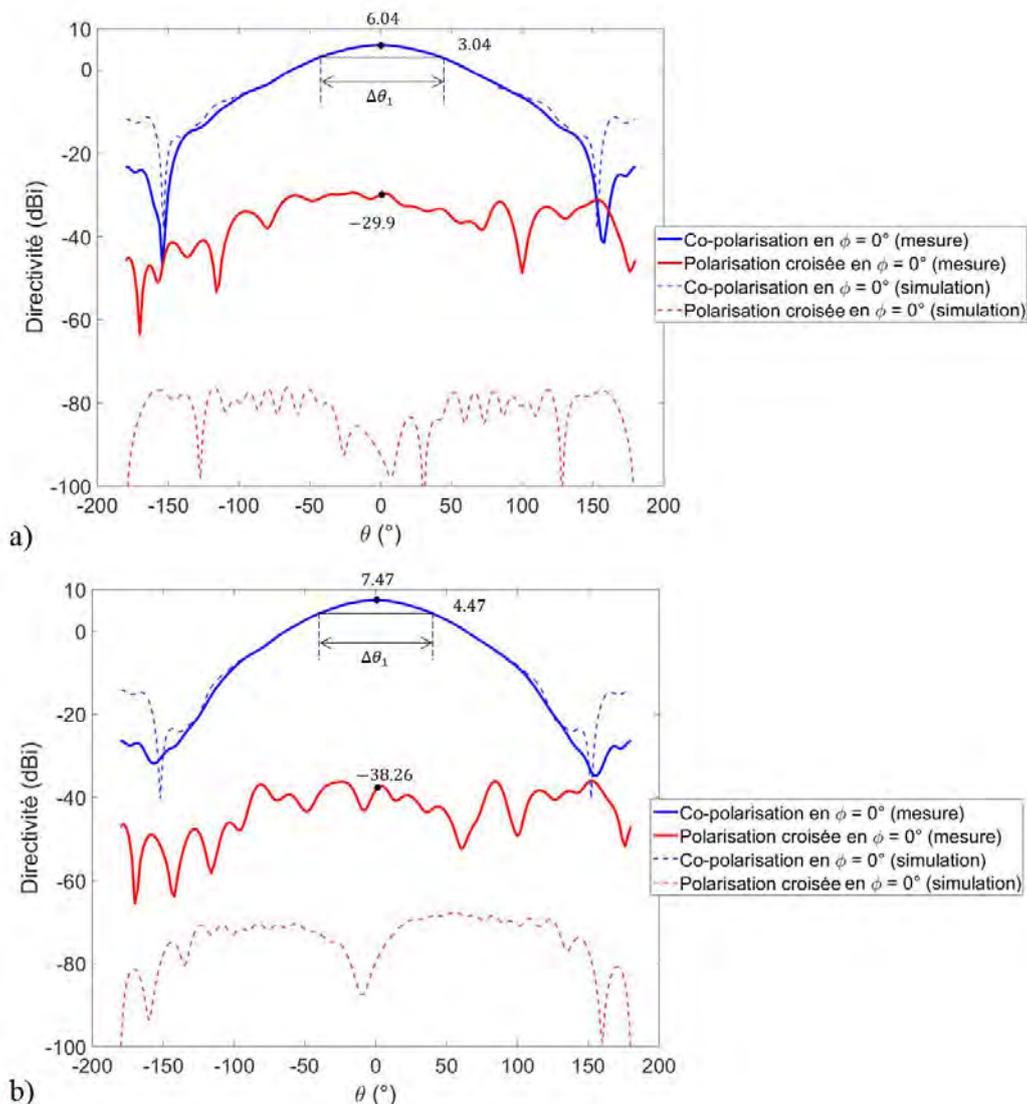
Figures 4.38 – Mesures des sondes a) corruguée et b) métallique dans la StarLab 18 dans les systèmes de coordonnées c).

Avec la StarLab, il est possible d'obtenir l'efficacité, en mesurant la puissance délivrée par les sondes corruguée et métallique. Cette efficacité est représentée sur la figure 4.39a). En enlevant les pertes dues à l'adaptation, il est possible d'obtenir l'efficacité ohmique représentée sur la figure 4.39b).



Figures 4.39 – Efficacités a) mesurée et b) ohmique des deux sondes.

La sonde métallique présente une meilleure efficacité que la sonde corruguée. Les pertes dans la sonde corruguée sont causées par la réduction de la section. En effet, le même signal étant injecté dans les sondes, celui-ci est comprimé dans la sonde à section réduite, les courants de surfaces sont donc plus élevés dans cette structure. Cependant, les niveaux d'efficacité restent tout à fait acceptables, supérieurs à -2 dB dans 78% de la bande passante. Les directivités des deux sondes en co-polarisation et polarisation croisée sont maintenant comparées aux directivités obtenues par simulation sur les figures 4.40.



Figures 4.40 – Directivité (dBi) des sondes a) corruguée et b) métallique.

Les résultats de simulation sont retrouvés par la mesure. En effet, les directivités maximales sont similaires, de même que l'allure des diagrammes de rayonnement. Les angles d'ouverture à -3 dB sont eux aussi identiques à ceux trouvés en simulation. Cependant, en $\theta = 0^\circ$, le niveau de polarisation croisée de la sonde corruguée est de 35.94 dB et celui de la sonde métallique est de 45.73 dB. La sonde métallique a donc une meilleure pureté de polarisation que la sonde corruguée. Ces niveaux sont alors plus élevés qu'en simulation qui représentent des cas idéaux. Les tolérances de fabrication ont donc un impact sur les niveaux de polarisation croisée, la sonde corruguée est plus sensible aux incertitudes de fabrication.

Les paramètres de transmission des antennes mettent donc en évidence le fait que la sonde corruguée transmet un signal, bien que sa section soit réduite. De plus, ses performances restent correctes même si celles de la sonde métallique sont meilleures (en terme de directivité, de symétrie du diagramme et de pureté de polarisation). Il faut maintenant vérifier leurs performances en tant que sondes de mesure, et donc leurs paramètres de réception.

- **Mesures du niveau d'interférences :**

Pour mesurer le niveau d'interférences, la procédure de mesure présentée dans [16] est utilisée. Le rapport d'onde stationnaire (VSWR – *Voltage Standing Wave Ratio*) est d'une antenne de référence (fabriquée par MVG) est mesurée en espace libre, comme représenté sur la figure 4.41.

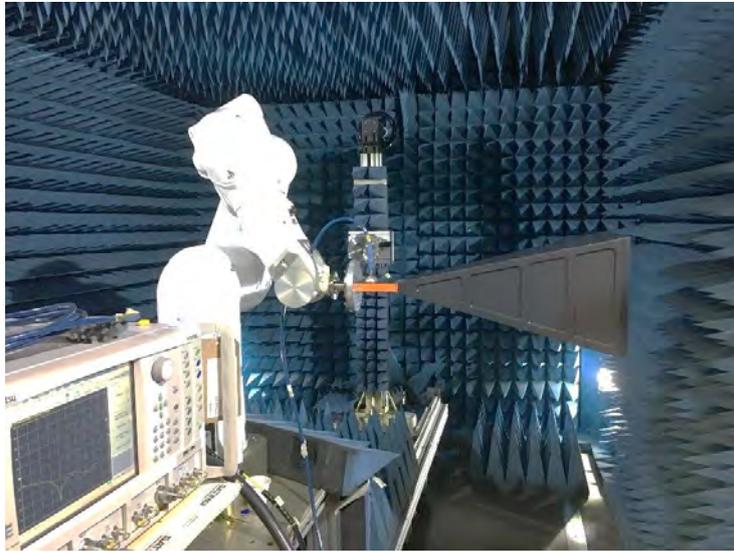


Figure 4.41 – Mesure en espace libre du VSWR de l'antenne de référence SGH585.

Cette première mesure permet donc d'obtenir le VSWR de référence. Puis, les sondes corruguée et métallique sont placées devant l'antenne à une distance de 3λ (à 6 GHz, $3\lambda = 15$ cm) comme présenté sur la figure 4.42.

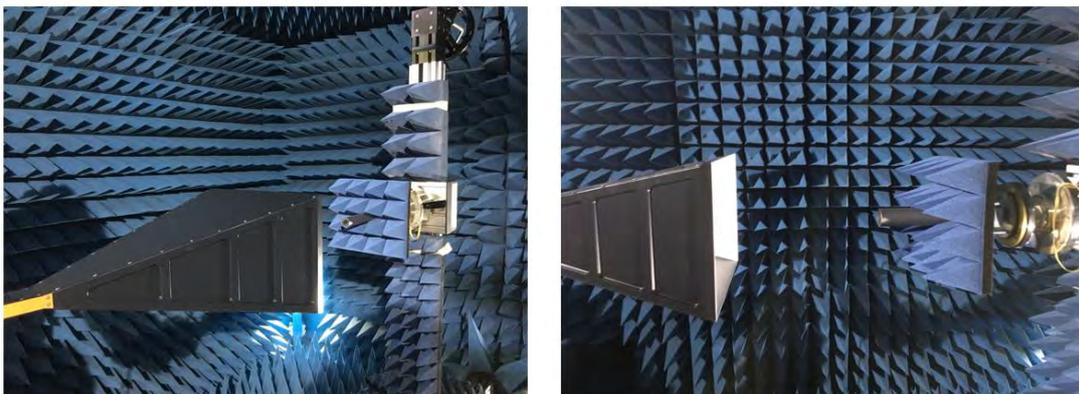
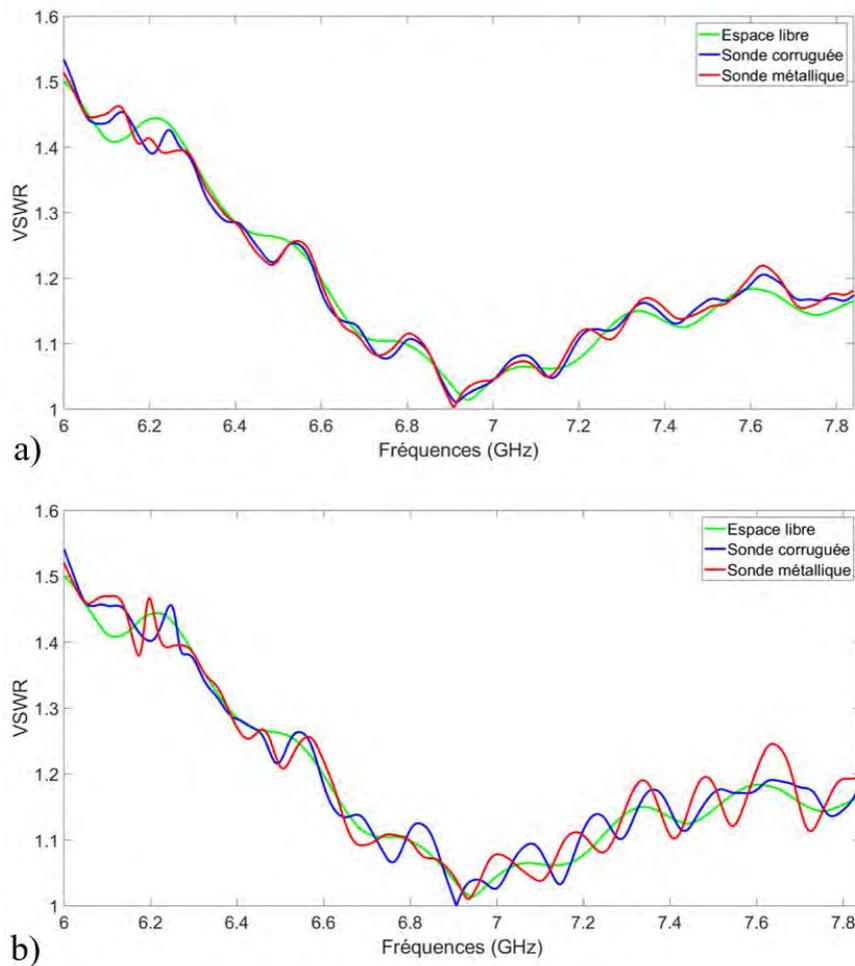


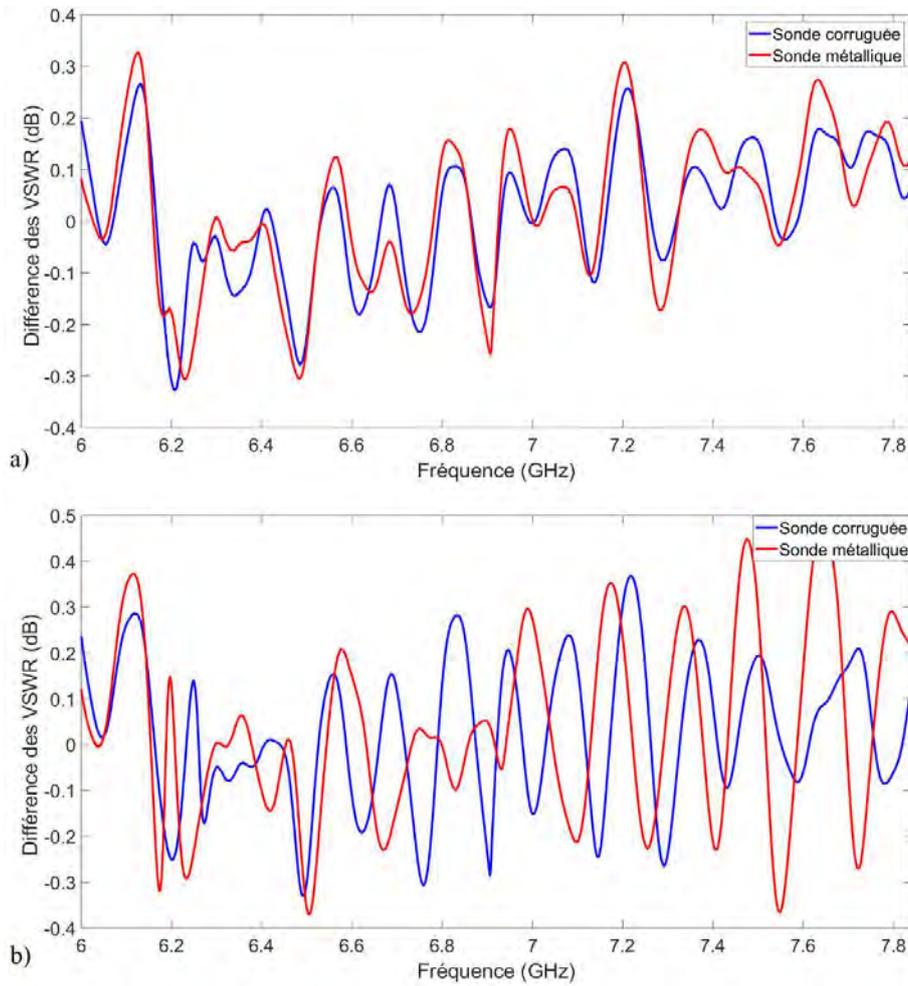
Figure 4.42 – Mesure du VSWR de l'antenne SGH585 placée devant les sondes.

Grâce à ces deux mesures, on obtient les VSWR perturbés par la sonde corruguée et par la sonde métallique. Ces différents VSWR sont mesurés en co-polarisation et polarisation croisée et sont représentés sur les figures 4.43.



Figures 4.43 – VSWR en a) co-polarisation et b) polarisation croisée en espace libre et devant les sondes.

En co-polarisation, les courbes des VSWR devant les sondes sont équivalentes, elles oscillent de la même façon. Cependant, en polarisation croisée le VSWR est davantage perturbé par la sonde métallique, notamment en fin de bande. Pour vérifier cela, il est possible de calculer la différence (en dB) des VSWR et du VSWR de référence. Ces courbes sont représentées sur les figures 4.44.



Figures 4.44 – Différences des VSWR en a) co-polarisation et b) polarisation croisée devant les sondes sur le VSWR de référence.

On constate à nouveau qu'en fin de bande pour la mesure de la sonde métallique en polarisation croisée le niveau crête-à-crête de la courbe est plus important que celui de la sonde corruguée. Celle-ci perturbe donc moins la mesure du VSWR. Les niveaux d'interférences IL sont maintenant calculés selon (4.23) [17].

$$IL(dB) = 20 \log \left(10^{\frac{PP}{40}} - 1 \right), \quad (4.23)$$

où PP est le niveau maximum crête-à-crête de la différence des VSWR des figures 4.44. On obtient ainsi le tableau 4.11 dans la bande passante [6; 7.84] GHz.

	Sonde corruguée	Sonde métallique
Co-polarisation	-29.17 dB	-28.60 dB
Polarisation croisée	-27.76 dB	-26.10 dB

Tableau 4.11 – Niveaux d'interférences des sondes corruguée et métallique.

Les niveaux d'interférences de la sonde corruguée sont un peu plus faibles dans les deux polarisations que ceux de la sonde métallique. Ainsi, le fait de réduire la section de la sonde a bien l'effet attendu : cela permet de réduire légèrement l'impact de la sonde sur les mesures de l'antenne sous test (ici l'antenne SGH585).

- **Mesures du gain d'une antenne avec les sondes de mesure :**

La dernière mesure à effectuer est donc la mesure du gain d'une antenne de référence SGH705 (fabriquée par MVG). Cette mesure est effectuée dans la chambre anéchoïque de MVG, les sondes sont placées l'une après l'autre sur un robot articulé, comme représenté sur la figure 4.45. Ce robot permet de déplacer la sonde de mesure sur un carré de 70 cm de côté, avec un pas de $\lambda/2$ (à 9 GHz, $\lambda/2$ vaut 1.7 cm, pour avoir le pas fin), afin d'obtenir le gain en champ proche de l'antenne SGH705.

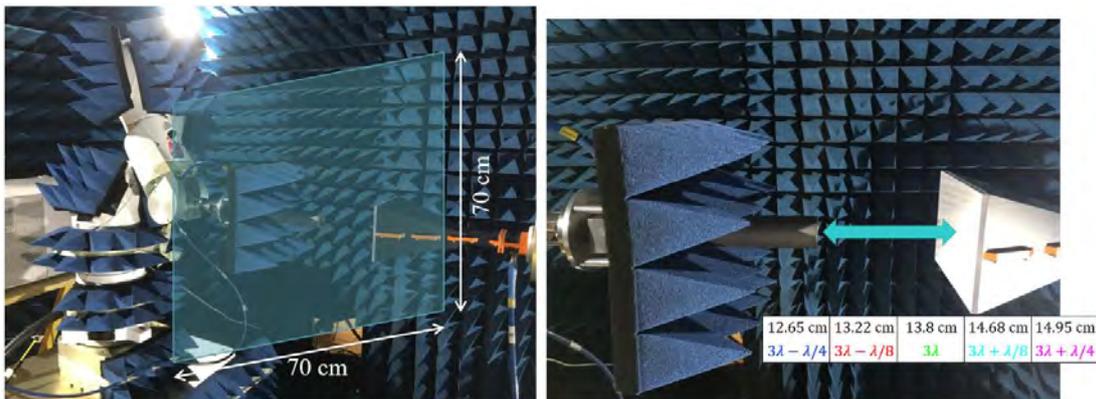
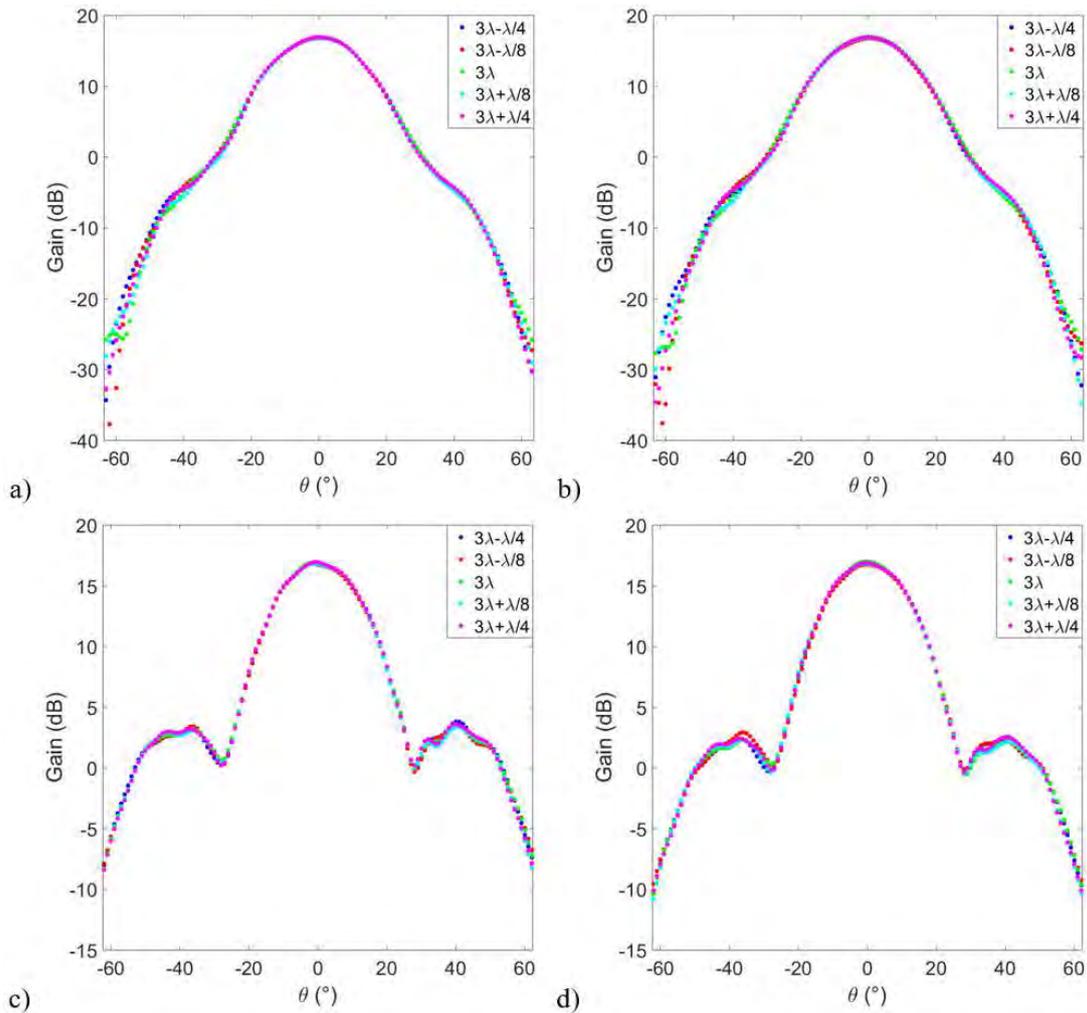


Figure 4.45 – Procédure de mesure du gain d'une antenne sous test avec les sondes.

Le gain est mesuré pour différentes distances entre les sondes et le cornet SGH705. La distance centrale est prise à 3λ (à 6.5 GHz, 3λ vaut 13.8 cm), puis on prend quatre autres distances autour de celle-ci avec un pas de $\lambda/8$ (toujours à 6.5 GHz), ce qui donne les distances suivantes : 12.65 cm, 13.22 cm, 13.8 cm, 14.68 cm et 14.95 cm. Les mesures sont effectuées en champ proche. Le gain de l'antenne en champ lointain est donc obtenu grâce à une conversion champ proche / champ lointain [18] - [23]. Les figures 4.46 donnent les diagrammes de rayonnement de l'antenne SGH705 à 6.5 GHz pour les cinq distances de mesures. Le seul post-traitement, identique aux deux sondes, effectué sur ces mesures est la conversion champ proche / champ lointain.



Figures 4.46 – Gain de l’antenne SGH705 à 6. 5 GHz mesuré avec a) la sonde corruguée et b) la sonde métallique dans le plan $\phi = 0^\circ$ et mesuré c) la sonde corruguée et d) la sonde métallique dans le plan $\phi = 90^\circ$.

Les figures 4.46 montrent que les diagrammes de rayonnement mesurés avec la sonde corruguée sont semblables à ceux mesurés avec la sonde métallique. De plus, on constate que la distance n’impacte pas la mesure, puisqu’il y a peu de différences en fonction de la distance. Pour confirmer ce résultat, le gain maximal est tracé en fonction de la fréquence et pour les cinq distances sur les figures 4.47. Le gain de l’antenne de référence est tracé sur ces figures en noir.

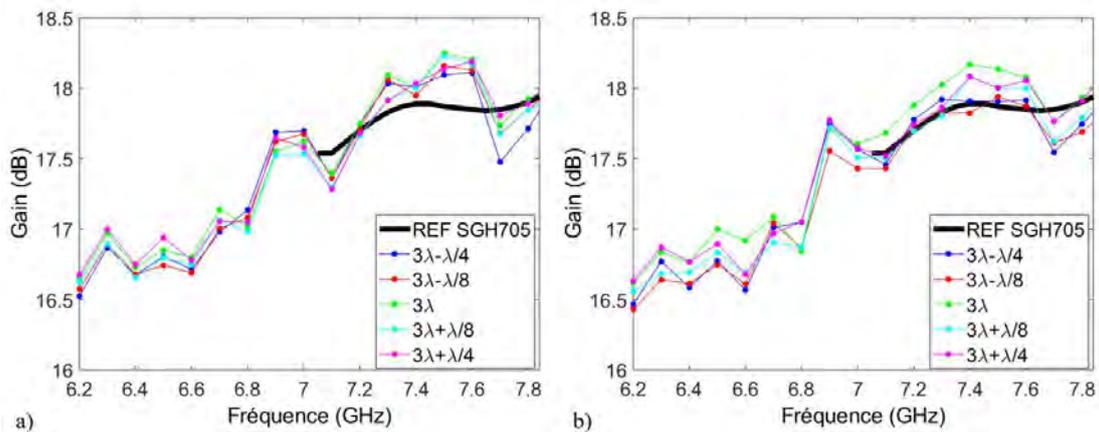


Figure 4.47 – Gain maximum de l'antenne SGH705 mesuré par les sondes a) corruguée et b) métallique pour les cinq distances.

On constate dans un premier temps, que les gains mesurés à l'aide des sondes sont proches du gain de référence, sachant que les corrections des sondes n'ont pas été appliquées. De plus, il y a moins de disparité en fonction de la distance pour la sonde corruguée, ce qui est confirmé par la figure 4.48 représentant l'écart maximal du gain entre deux distances, en considérant le pire cas. Ce critère étant très important, il constitue un réel avantage de la sonde corruguée.

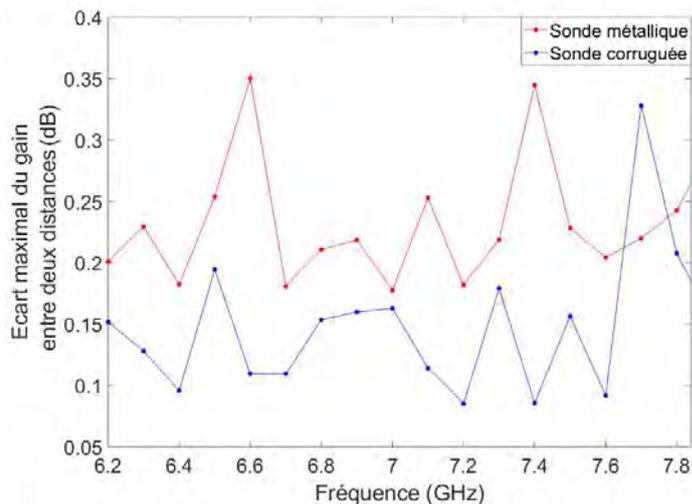


Figure 4.48 – Écart maximal du gain dans l'axe entre deux distances (pire cas) pour chaque sonde.

La formule (4.23) peut être utilisée pour quantifier cette disparité, en remplaçant le niveau maximum crête-à-crête de la différence des VSWR par l'écart maximal du gain entre deux distances [23]. On trouve ainsi un niveau moyen d'interférences de -41.4 dB pour la sonde corruguée et de -37.2 dB pour la sonde métallique.

Ainsi, les différentes mesures coïncidant avec les simulations démontrent le fonctionnement de la sonde corruguée. Par ailleurs, en plus de présenter une section réduite de 36%, son utilisation en tant que sonde de mesure en champ proche a montré une meilleure fiabilité lorsque la distance varie. Le tableau 4.12 récapitule les différentes performances de la sonde corruguée comparées à celles de la sonde métallique.

	Sonde métallique		Sonde corruguée	
Section (mm²)	674.3		430.1	
Masse (g)	76.59		129.41	
Bande passante (GHz)	[6; 7.84]		[6.1; 7.73]	
Adaptation	< -7 dB dans 78% de la bande		< -7 dB dans 78% de la bande	
Directivité maximale (dBi)	7.47		6.04	
Angle d'ouverture à -3 dB	78°		88°	
Niveau de polarisation croisée (dB)	45.73		35.94	
Efficacité (dB)	> -2 dB dans 78% de la bande		> -2 dB dans 78% de la bande	
Interférences <i>IL</i> (dB)	CO	-28.60	CO	-29.17
	XP	-26.10	XP	-27.76
Disparité des mesures d'une antenne de référence (dB)	-37.2		-41.4	

Tableau 4.12 – Comparaison des performances des deux sondes.

Les pistes d'amélioration de la sonde corruguée sont représentées en orange dans le tableau 4.12. La directivité maximale n'est pas à améliorer, car pour l'augmenter, on doit augmenter la section. De même la masse de la sonde ne représente pas un enjeu fondamental dans la conception d'une sonde de mesure. Celle-ci pourrait être réduite en creusant les parties métalliques.

Conclusion

Dans ce chapitre, la TME a été hybridée à l'aide d'un logiciel *open-source* GetDP, pour permettre l'étude de tous les modes de propagation dans des structures guidées à métamatériaux 3-D. Différentes structures à complexité croissante ont été successivement testées avec le code FEM 3-D pour valider le code hybride final.

Enfin, ce code a été appliqué à trois guides à métamatériaux : un guide avec des corrugations axiales, un guide avec des corrugations longitudinales et un guide à « pic ». Les résultats sont validés par comparaison avec HFSS ou le code hybride 2-D. De plus, l'utilisation de parois périodiques non parallèles a permis de réduire les temps de simulation. La conception d'une sonde à section réduite pour la mesure d'antennes en champ proche est finalement proposée. Les performances en rayonnement de cette sonde ont été testées en simulation et en mesures. Les résultats obtenus montrent qu'elle est concurrentielle avec la sonde métallique pour des mesures en champ proche.

Références

- [1] H. C. Minnett, B. MacA. Thomas, "A Method of Synthesizing Radiation Patterns with Axial Symmetry," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-14, no. 5, pp. 654-656, Sep. 1966.
- [2] G. J. C. Granet, "Design of Corrugated Horns: a Primer," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 2, pp. 76-84, Jul. 2005.
- [3] P. J. B. Clarricoats, "Analysis of Spherical Hybrid Modes in a Corrugated Conical Horn," *Electron. Lett.*, vol. 5, no. 9, pp. 189-190, May 1969.
- [4] E. Lier, "Hybrid-Mode Horn Antenna with Design-Specific Aperture Distribution and Gain," in *IEEE Ant. Propag. Soc. Int. Symp. Digest. Held in conjunction with: USNC/CNC/URSI North American Radio Sci. Meeting*, Columbus, USA, 22-27 Jun. 2003.
- [5] P. J. B. Clarricoats, A. D. Olver, "Corrugated Horns for Microwave Antennas," London, U.K.: Peregrinus, ISBN 978-0-863-41003-1, 1984.
- [6] P. Dular, C. Geuzaine, "GetDP Reference Manual: The Documentation for GetDP 3.0 A General Environment for the Treatment of Discrete Problems," Liège, Belgium, 2018.
- [7] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, pp. 4184-4187, May 2000.
- [8] A. Ern, J.-L. Guermond, "Theory and Practice of Finite Elements," Springer-Verlag, ISBN 0-387-20574-8, 2004.
- [9] C. Geuzaine, J.-F. Remacle, "Gmsh: A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 11, pp. 1309-1331, 2009.
- [10] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Below-Cutoff Propagation in Metamaterial-Lined Circular Waveguides," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 61, no. 9, pp. 3169-3178, Sep. 2013.
- [11] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Radiation Characteristics of Miniaturized Metamaterial-Lined Waveguide Probe Antennas," in *Proc. 2015 IEEE Int. Symp. on Antennas Propag. USNC/URSI Nat. Radio Sci. Meeting*, Vancouver, Canada, Jul. 2015, pp. 1734-1735.
- [12] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Miniaturized Circular-Waveguide Probe Antennas using Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 63, no. 1, pp. 428-433, Jan. 2015.

- [13] J. G. Pollock, A. K. Iyer, "Experimental Verification of Below-Cutoff Propagation in Miniaturized Circular Waveguides Using Anisotropic ENNZ Metamaterial Liners," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 4, pp. 1297-1305, Apr. 2016.
- [14] B. Byrne, N. Raveu, N. Capet, G. Le Fur, L. Duchesne, "Reduction of Rectangular Waveguide Cross-Section with Metamaterials: A New Approach," in Proc. *9th Int. Congr. Adv. Electromagn. Mater. Microw. Opt. (METAMATERIALS)*, Oxford, U.K., Sep. 7-12, 2015, pp. 40-42.
- [15] B. Byrne, Etude et Conception de Guides d'Onde et d'Antennes Cornets à Métamatériaux, Toulouse: Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, 8 Novembre 2016.
- [16] A. Giacomini, V. Schirosi, R. Morbidini, L. J. Foged, J. Estrada, J. Acree, L. M. Tancioni, "Dual-Polarized Probe with Full Octave Bandwidth and Minimum Scattering for Planar Near Field Measurements," in Proc. *Antenna Measurement Techn. Association Symp. (AMTA)*, Atlanta, 15-20 Oct. 2017.
- [17] IEEE, "149-1979 - IEEE Standard Test Procedures for Antennas," ISBN 0-7381-0556-2, 1979.
- [18] IEEE, "1720-2012 - IEEE Recommended Practice for Near-Field Antenna Measurements," ISBN 978-0-7381-7316-0, 2012.
- [19] A. G. Repjar, A. C. Newell, M. H. Francis, "Accurate Determination of Planar Near-Field Correction Parameters for Linearly Polarized Probes," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 36, no. 6, pp. 855-868, Jun. 1988.
- [20] L. J. Foged, L. Scialacqua, F. Mioc, F. Saccardi, P. O. Iversen, L. Shmidov, R. Braun, J. L. Araque Quijano, G. Vecchi, "Echo Suppression by Spatial Filtering Techniques in Advanced Planar and Spherical NF Antenna Measurements," in Proc. *Antenna Measurement Techn. Association Symp. (AMTA)*, Seattle, 11-14 Oct. 2012.
- [21] L. Salghetti Drioli, L.J. Foged, F. Saccardi, F. Mioc, L. Scialacqua, S. Burgos, T. Kozan, P.O. Iversen L. Shmidov, R. Braun, "Investigation of Echo Suppression Efficiency in Spacecrafts Near Field Measurement Scenarios," in Proc. *Antenna Measurement Techn. Association Symp. (AMTA)*, Tucson, 12-17 Oct. 2014.
- [22] A. C. Newell, R. D. Ward and E. J. McFarlane, "Gain and Power Parameter Using Planar Near-Field Techniques," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 36, no. 6, pp. 792-803, Jun. 1988.
- [23] A. C. Newell, "Error Analysis Techniques for Planar Near-Field Measurements," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 36, no. 6, pp. 754-768, Jun. 1988.

Conclusion générale et perspectives

L'utilisation des métamatériaux dans des structures guidées passives a montré des résultats très prometteurs en utilisant une condition hybride « équilibrée » pour l'optimisation. Néanmoins, cette condition reste discutable car aucune preuve de son unicité n'a été faite. Dans la majorité des simulations, l'optimisation se fait sur les métamatériaux, ce qui rend les calculs numériques très lourds et les temps de simulation très importants.

La nouvelle méthode proposée dans cette thèse, la Théorie Modale Elargie (TME), s'appuie sur une analyse modale des structures cylindriques, permettant le tracé des diagrammes de dispersion, l'identification automatique des modes mais aussi l'affichage de la cartographie des champs électromagnétiques dans une section transverse à la propagation de l'onde du guide.

Dans le premier chapitre, un état de l'art sur les structures guidées à métamatériaux a été dressé. Parmi les méthodes les caractérisant, les métamatériaux peuvent être ramenés à des impédances de surface équivalentes. La TME a donc été hybridée avec des codes basés sur la Méthode des Eléments Finis (FEM) pour caractériser les structures à métamatériaux efficacement.

Comme les propriétés des métamatériaux varient en fréquence et en mode, le deuxième chapitre présente un nouvel algorithme permettant d'adresser des structures à paroi anisotrope.

Dans le troisième chapitre, la TME hybridée à un code FEM 2-D traite les guides cylindriques à paroi en métamatériaux invariants en θ (en mode et en forme). A l'aide de cet outil, une nouvelle structure permettant l'extraction des modes TE_{11} et TM_{01} a été proposée. Les temps de simulation sont jusqu'à 95.5% plus rapide qu'avec HFSS.

Enfin, pour traiter tous les modes et tous les métamatériaux, un logiciel *open-source* 3-D GetDP est hybridé avec la TME pour traiter les structures cylindriques à métamatériaux 3-D. Les temps de simulation sont jusqu'à 99.8% plus rapides qu'avec HFSS. Une sonde de mesure à section réduite a été conçue et valorise cette nouvelle méthodologie (sans contrainte de type hybride « équilibrée ») et ce nouvel outil de conception de guides d'onde cylindriques à métamatériaux.

Perspectives

A la suite de ces travaux, différentes perspectives sont possibles.

- **Perspectives d'amélioration à court terme :**

Un premier objectif d'amélioration serait d'achever la conception de l'extracteur de modes proposé dans le chapitre 3, afin d'optimiser les adaptations des différents ports d'excitation. Bien sûr pour confirmer son fonctionnement, il faudrait fabriquer un prototype de cet extracteur.

Par ailleurs, les diverses optimisations des métamatériaux ont été faites en jouant « manuellement » sur les dimensions des cellules élémentaires. On pourrait alors imaginer se servir des outils disponibles sur Matlab pour créer une fonction permettant l'optimisation automatique des dimensions en fonction des critères souhaités. Ici, les critères seraient les gammes d'impédances extraites des tableaux, comme présentées dans les chapitre 3 et 4.

Dans le chapitre 4, un logiciel *open-source* a été utilisé pour calculer les impédances de surface équivalentes des métamatériaux. Bien que cette méthode se soit avérée très prometteuse, nous avons vu que les temps de simulation étaient parfois conséquents, nous proposons ainsi de développer un code FEM 3-D sous Matlab, comme cela a pu être fait dans le chapitre 3, en FEM 2-D.

- **Perspectives d'amélioration de la TME appliquée aux structures cylindriques :**

Il serait important d'étendre la résolution proposée au chapitre 4 sur les métamatériaux 3-D pour permettre l'étude des modes évanescents comme cela a été fait pour les métamatériaux 2-D dans le chapitre 3. En connaissant la base complète des modes, il devient alors possible de développer la technique du *mode-matching* pour les structures guidées à métamatériaux. Cette méthode permettrait l'analyse de cornets à métamatériaux. En effet, les cornets pourraient être traités en tant que succession de guides à section croissante, comme représenté sur la figure 5.1.

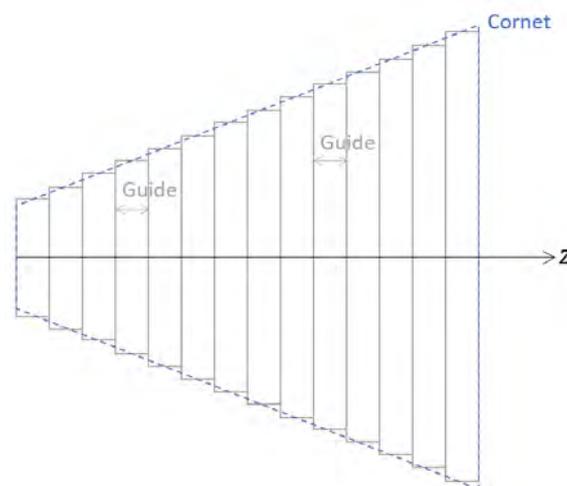


Figure 5.1 – Cornet traité en tant que succession de guides à section croissante.

En utilisant le *mode-matching*, il serait alors aussi possible d'optimiser des guides d'onde ou des cornets à métamatériaux variables suivant l'axe de propagation, comme représentés sur la figure 5.2. Ce type de métamatériaux permettrait, par exemple, une meilleure adaptation au niveau des Transitions Guide d'onde vers câble Coaxial.

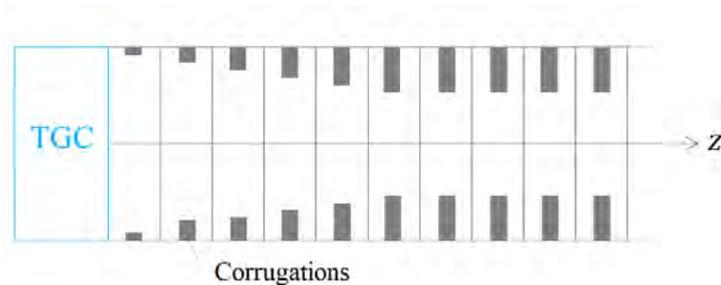


Figure 5.2 – Guides d'onde à métamatériaux variables suivant z .

La technique du *mode-matching* pourrait être associée à la méthode des éléments finis de frontière (BEM) pour étudier les performances en rayonnement des cornets ou des OEWG. Cette étape permettrait de s'affranchir totalement des logiciels commerciaux pour la conception.

Ces différentes techniques offriraient alors de nombreuses possibilités dans la conception des structures guidées passives à métamatériaux : pour réduire leur taille pour les applications spatiales et les mesures en champ proche, pour changer leur mode fondamental, pour améliorer les adaptations au niveau des jonctions, pour améliorer le rayonnement, ... C'est pourquoi, ces techniques ont été proposées comme sujet d'étude dans une future thèse.

- **Perspectives d'amélioration de la TME appliquée aux structures rectangulaires :**

Une des premières étapes dans le cadre de la TME appliquée aux structures rectangulaires est la prise en compte du second angle d'incidence ϕ , défini sur la figure 5.3. En effet, une première thèse [1] a permis l'utilisation de la TME pour l'étude des guides d'onde rectangulaires à métamatériaux 2-D. Pour cela, une des hypothèses a été de ne considérer que les modes d'ordre nul, donc dans un plan $\phi = 0^\circ$. Ainsi, pour l'étude des métamatériaux 3-D, il faudrait développer un nouvel algorithme prenant en compte cet angle dans une boucle itérative, comme cela a été fait avec l'angle θ .

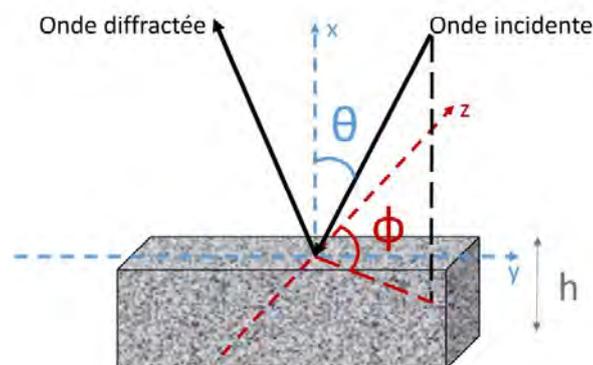


Figure 5.3 – Réflexion d'une onde sur une paroi anisotrope avec dépendance des angles ϕ et θ [1].

Il faudrait aussi développer l'étude des modes évanescents comme cela a été fait dans le cadre des structures cylindriques. Il serait alors possible d'utiliser la technique du *mode-matching* pour étudier les cornets rectangulaires à métamatériaux, mais aussi les structures guidées à métamatériaux variables suivant l'axe de propagation. De même couplée à la BEM, il serait possible d'étudier les propriétés de radiation des antennes ouvertes.

Ces structures rectangulaires possèdent deux parois à métamatériaux identiques, comme présentés sur la figure 5.4.

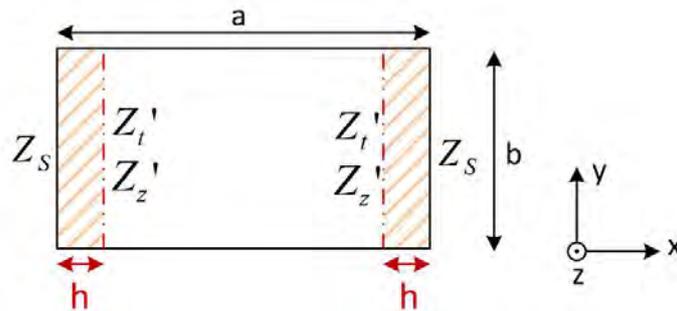


Figure 5.4 – Coupe transversale d'un guide rectangulaire avec deux parois à métamatériaux [1].

On pourrait alors envisager de considérer ces deux parois non identiques. Ceci permettrait de connaître l'influence de la précision dans la fabrication des métamatériaux sur les caractéristiques de propagation des ondes, mais aussi de réduire les sections, de changer les modes fondamentaux ... Des travaux ont déjà commencé sur cette étude en partenariat avec l'université *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso* au Chili.

Par ailleurs, on pourrait ajouter des parois anisotropes sur les deux autres parois métalliques (en $y = 0$ et $y = b$ sur la figure 5.4), comme représentées sur la figure 5.5. De nouvelles structures seraient alors disponibles dans la conception des structures guidées rectangulaires.

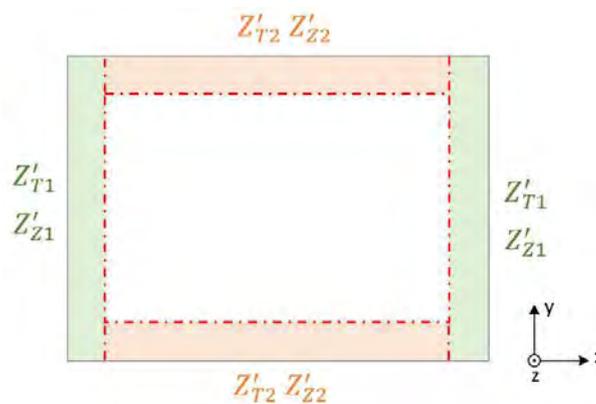


Figure 5.5 - Coupe transversale d'un guide rectangulaire avec quatre parois à métamatériaux.

On pourrait alors imaginer fermer complètement ce guide en ajoutant des parois anisotropes sur les deux parois considérées alors par des conditions de périodicités. La TME serait ainsi développée pour l'étude des cavités résonantes à métamatériaux. Les six

parois anisotropes pourraient être alors utilisées pour modifier les modes de résonance dans ces structures, pour des applications de type chambre réverbérante à métamatériaux dans laquelle les réflexions des modes sont exploitées au maximum. Ceci fera l'objet d'une thèse en collaboration avec le Cambodge.

Ainsi, nous avons vu que de très nombreuses possibilités s'offraient, prouvant l'intérêt de la Théorie Modale Élargie dans l'étude des structures guidées et des cavités à métamatériaux.

Références

- [1] B. Byrne, Etude et Conception de Guides d'Onde et d'Antennes Cornets à Métamatériaux, Toulouse: Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, 8 Novembre 2016.

Liste des publications

1. Conférences nationales

B. Byrne, L. Kuhler, N. Raveu, N. Capet, G. Le Fur, L. Duchesne, "Analyse Modale des Guides d'Onde Rectangulaires à Métamatériaux 2D," à *XXèmes Journées Nationales Microondes*, Saint Malo, 16-19 Mai 2017.

L. Kuhler, N. Raveu, G. Le Fur, L. Duchesne, "Théorie Modale Élargie Appliquée aux Guides d'Onde Cylindriques à Métamatériaux 2D," à *XXIèmes Journées Nationales Microondes*, Caen, 14-17 Mai 2019.

2. Conférences internationales

L. Kuhler, G. Le Fur, L. Duchesne, N. Raveu, "Modal Analysis of Cylindrical Waveguides with 2-D Metamaterial Wall," in *Proc. META 2018 - The 9th Int. Conf. Metamaterials, Photonic Crystals Plasmonics*, Marseille, France, Juin 2018.

3. Revues

L. Kuhler, G. Le Fur, L. Duchesne, N. Raveu, "The Propagation Characteristics of 2-D Metamaterial Waveguides Using the Modal Expansion Theory," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 66, no. 10, pp. 4319-4326, Octobre 2018.

ANNEXES

Annexe A

Définition des vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g

A.1. Vitesse de phase v_ϕ

La vitesse de phase v_ϕ est la vitesse de propagation des surfaces équiphasées de l'onde incidente monochromatique. On va donc considérer l'onde incidente suivante :

$$\vec{E}(\rho, \theta, z) = \vec{A}(\rho, \theta) e^{-j\omega t} e^{-\gamma_z z}, \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{H}(\rho, \theta, z) = \vec{B}(\rho, \theta) e^{-j\omega t} e^{-\gamma_z z}, \quad (\text{A.2})$$

où \vec{A} et \vec{B} sont des vecteurs qui varient uniquement en fonction des variables d'espace du plan transverse.

Or $\gamma_z = \alpha_z + j\beta_z$, où α_z est la constante d'atténuation et β_z la constante de phase. Dans le cas où $\gamma_z = \alpha_z$, le mode est évanescent. Ces modes existent en-dessous de la fréquence de coupure. Lorsque l'on dépasse la fréquence de coupure, on a $\gamma_z = j\beta_z$. Dans ce cas, le mode est dit propagatif. Donc :

$$\vec{E}(\rho, \theta, z) = \vec{A}(\rho, \theta) e^{-\alpha_z z} e^{-j(\omega t + \beta_z z)}, \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{H}(\rho, \theta, z) = \vec{B}(\rho, \theta) e^{-\alpha_z z} e^{-j(\omega t + \beta_z z)}. \quad (\text{A.4})$$

On a donc une phase en (z, t) de :

$$\omega t + \beta_z z, \quad (\text{A.5})$$

on peut écrire cette phase en $(z + dz, t + dt)$:

$$\omega(t + dt) + \beta_z(z + dz). \quad (\text{A.6})$$

Pour avoir la surface équiphasée, il faut soustraire (A.5) et (A.6) :

$$\omega dt - \beta_z dz = 0. \quad (\text{A.7})$$

Or par définition d'une vitesse :

$$v_\phi = \frac{dz}{dt}, \quad (\text{A.8})$$

donc en utilisant (A.7) :

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta_z}. \quad (\text{A.9})$$

L'onde réfléchiée a la même vitesse de phase que l'onde incidente, mais elle se déplace dans le sens opposé : $v_\phi = -\frac{\omega}{\beta_z}$.

A.2. Vitesse de groupe v_g

La vitesse de groupe v_g est la vitesse de propagation du paquet d'onde, la vitesse de l'énergie. Elle vaut :

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_z}. \quad (\text{A.10})$$

A.3. Lecture des vitesses de phase et de groupe à partir du diagramme de dispersion

Un diagramme de dispersion est la représentation de ω en fonction de β_z (ou β_z en fonction de ω). Donc on peut lire :

- la vitesse de phase v_ϕ par la pente de la droite passant par un point (β_z, ω) et l'origine,
- la vitesse de groupe v_g par la tangente à la courbe en ce point (β_z, ω) .

La figure A.1 représente un diagramme de dispersion avec les vitesses de phase et de groupe à la pulsation ω_0 , d'un guide d'onde métallique.

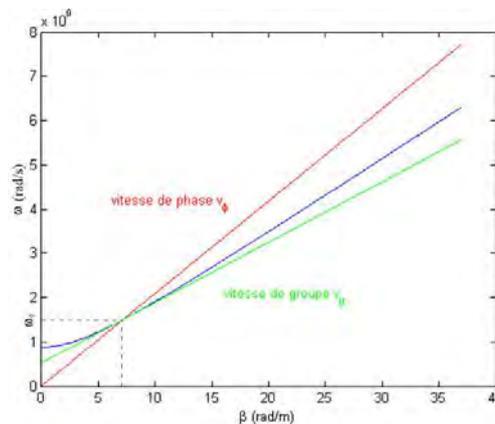


Figure A.1 – Diagramme de dispersion d'un guide métallique avec la représentation de v_ϕ et v_g .

Annexe B

Fonction de Bessel, sa dérivée et leurs zéros

La fonction de Bessel $J_n(x)$ est solution de l'équation différentielle (B.1).

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial x} + \left(1 - \left(\frac{n}{x}\right)^2\right) F = 0. \quad (\text{B.1})$$

Il existe alors une relation de récurrence entre la fonction de Bessel J_n et sa dérivée J_n' , définie par (B.2).

$$\frac{\partial J_n}{\partial x}(x) = \frac{J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)}{2}, \quad (\text{B.2})$$

et $\frac{\partial J_0}{\partial x}(x) = -J_1(x)$.

On note χ_{mn} les zéros de la fonctions de Bessel $J_n(x)$. Les valeurs des χ_{mn} sont données dans le tableau de la figure B.1.

	n=0	1	2	3	4	5
m=1	2.4048	3.8317	5.1356	6.3802	7.5883	8.7715
2	5.5201	7.0156	8.4172	9.7610	11.0647	12.3386
3	8.6537	10.1735	11.6198	13.0152	14.3725	15.7002
4	11.7915	13.3237	14.7960	16.2235	17.6160	18.9801
5	14.9309	16.4706	17.9598	19.4094	20.8269	22.2178
6	18.0711	19.6159	21.1170	22.5827	24.0190	25.4303
7	21.2116	22.7601	24.2701	25.7482	27.1991	28.6266

Figure B.1 – Valeurs de χ_{mn} .

On note χ'_{mn} les zéros de la fonction $J'_n(x)$, dont les valeurs sont données dans le tableau de la figure B.2.

	n=0	1	2	3	4	5
m=1	3.8317	1.8412	3.0542	4.2012	5.3176	6.4156
2	7.0156	5.3314	6.7061	8.0152	9.2824	10.5199
3	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872
4	13.3237	11.7060	13.1704	14.5858	15.9641	17.3128
5	16.4706	14.8636	16.3475	17.7887	19.1960	20.5755
6	19.6159	18.0155	19.5129	20.9725	22.4010	23.8036
7	22.7601	21.1644	22.6716	24.1449	25.5898	27.0103

Figure B.2 – Valeurs de χ'_{mn} .

Références

- [1] N. Raveu, O. Pigaglio, "Résolution des Problèmes Hautes Fréquences par les Schémas Equivalents, Cours et Exercices Corrigés," Cépaduès Editions, ISBN 978.2.36493.013.1, 2012.
- [2] D. M. Pozar, "Microwave Engineering," John Wiley & Sons, ISBN 0-471-17096-8, 1998.
- [3] C. A. Balanis, "Antenna Theory - Analysis and Design," John Wiley & Sons, ISBN 0-471-59268-4, 1997.

Annexe C

Paramètres de simulation COMSOL

Pour obtenir les diagrammes de dispersion et la cartographie des guides à paroi isotrope et anisotrope, le logiciel COMSOL est utilisé, sur une section de guide transverse (2-D), représentée sur la figure C.1.

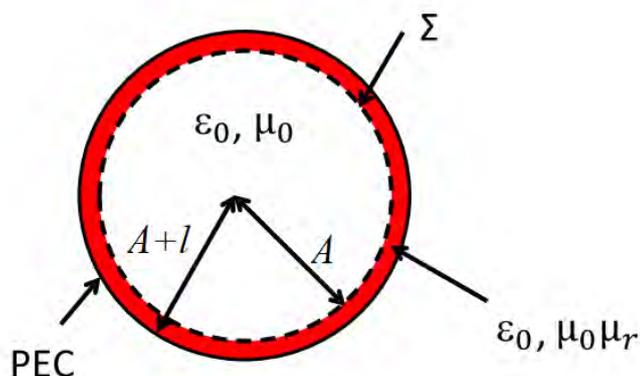


Figure C.1 – Guide d'onde utilisé sous COMSOL.

On remarque sur cette figure que l'on introduit un matériau avec une perméabilité relative μ_r . En effet, sur COMSOL il n'est pas possible d'appliquer directement une condition d'impédance anisotrope. Ainsi, le guide respectant la condition anisotrope est le guide de rayon A . Cette condition est permise grâce à un autre guide de rayon $A + l$ (avec $l = 100 \mu\text{m}$ très petit devant la longueur d'onde $\lambda > 50 \text{ mm}$, dans la bande passante [1; 6] GHz) de perméabilité relative μ_r et fermé par une condition parfaitement métallique. Les caractéristiques du matériau sont dépendantes de la fréquence. En effet, sous incidence normale, on a :

$$Z_s = jZ_{0i} \tan(k_{0i}l), \quad (\text{C.1})$$

où $Z_{0i} = Z_0 \sqrt{\mu_{ri}/\epsilon_{ri}}$ l'impédance du milieu, μ_{ri} et ϵ_{ri} respectivement, la perméabilité et permittivité relative du milieu, $k_{0i} = k_0 \sqrt{\mu_{ri}\epsilon_{ri}}$ le nombre d'onde dans le milieu. En utilisant un développement limité au premier ordre, du terme $\tan(k_{0i}l)$ (possible car l très petit), (C.1) se simplifie :

$$Z_s = jZ_0 k_0 l \mu_{ri}. \quad (\text{C.2})$$

C'est pourquoi le milieu n'est que magnétique. La perméabilité μ_{ri} est calculée afin d'approximer les impédances de surface requise Z_T et Z_Z en A . Or par définition, Z_T

est contrôlé par μ_z et Z_z par μ_x et μ_z . Ainsi, en changeant à chaque fréquence μ_{ri} et en imposant $\varepsilon_{ri} = 1$, les impédances Z_T et Z_Z requises sont atteintes en Σ .

L'analyse modale sous COMSOL permet de déterminer la constante de propagation pour un nombre n_{mode} de modes. Lors des simulations, il faut choisir n_{mode} très grand pour être sûr d'avoir tous les modes, car les modes d'ordre $m > 1$ apparaissent plusieurs fois. Ainsi, pour certains diagrammes présentés sur la figure 2.3, n_{mode} peut valoir 100.

Le logiciel retourne l'indice de réfraction n pour chaque mode. Or n est lié à la permittivité effective ε_{eff} de l'ensemble du guide pour cette propagation:

$$n = \sqrt{\varepsilon_{eff}}. \quad (C.3)$$

Par ailleurs, la constante de propagation γ_z est aussi reliée à ε_{eff} :

$$\gamma_z = jk_0\sqrt{\varepsilon_{eff}}, \quad (C.4)$$

on peut alors distinguer les modes évanescents et propagatifs.

- **Mode propagatif :**

Si le mode est propagatif, alors $\gamma_z = j\beta_z$, défini dans la section 1.1.1c) du chapitre 1. On a donc :

$$\begin{aligned} j\beta_z &= jk_0\sqrt{\varepsilon_{eff}} \\ n &= \frac{\beta_z}{k_0}. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Il suffit de récupérer les valeurs positives de n , pour avoir β_z et donc pour tracer le diagramme de dispersion des modes propagatifs ($(\beta_z/k_0)^2 = \varepsilon_{eff} = n^2$ en fonction de la fréquence).

- **Mode évanescent :**

Si le mode est évanescent, alors $\gamma_z = \alpha_z$, défini dans la section 1.1.1c) du chapitre 1. On a donc :

$$\begin{aligned} \alpha_z &= jk_0\sqrt{\varepsilon_{eff}} \\ n &= -j\frac{\alpha_z}{k_0}. \end{aligned} \quad (C.6)$$

Il suffit de récupérer les valeurs imaginaires pures négatives de n , pour avoir α_z et donc pour tracer le diagramme de dispersion des modes évanescents ($(\alpha_z/k_0)^2 = \varepsilon_{eff} = n^2$ en fonction de la fréquence).

Annexe D

Calcul de Z'_T et Z'_Z à l'aide des expressions des champs électromagnétiques

Les impédances de surface sont définies par :

$$Z'_T = -\frac{E_\theta}{H_z}\Big|_{\rho=a}, \quad Z'_Z = \frac{E_z}{H_\theta}\Big|_{\rho=a}. \quad (D.1)$$

Il est possible alors de remplacer E_θ , E_z , H_θ et H_z par leurs expressions définies dans le chapitre 2 :

$$E_\theta = \left[\frac{jZ_0 k_0}{k_c} \Psi_m J'_m(k_c a) - \frac{\gamma_z m}{k_c^2 a} \Gamma_m J_m(k_c a) \right] \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}, \quad (D.2)$$

$$E_z = \Gamma_m J_m(k_c a) \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}, \quad (D.3)$$

$$H_\theta = \left[\frac{\gamma_z m}{k_c^2 a} \Psi_m J_m(k_c a) - \frac{jk_0}{Z_0 k_c} \Gamma_m J'_m(k_c a) \right] \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}, \quad (D.4)$$

$$H_z = \Psi_m J_m(k_c a) \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}, \quad (D.5)$$

où Z_0 l'impédance dans le vide, k_0 le nombre d'onde dans le vide, k_c la constante de coupure du mode considéré, Ψ_m et Γ_m des constantes, ρ le rayon du guide, J_m la fonction de Bessel d'ordre m , m un nombre entier, et J'_m la dérivée de la fonction de Bessel J_m .

On a alors :

$$Z'_T = -\frac{\left[\frac{jZ_0 k_0}{k_c} \Psi_m J'_m(k_c a) - \frac{\gamma_z m}{k_c^2 a} \Gamma_m J_m(k_c a) \right] \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}}{\Psi_m J_m(k_c a) \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases}}, \quad (D.6)$$

$$Z'_Z = \frac{\Gamma_m J_m(k_c a) \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}}{\left[\frac{\gamma_z m}{k_c^2 a} \Psi_m J_m(k_c a) - \frac{jk_0}{Z_0 k_c} \Gamma_m J'_m(k_c a) \right] \begin{cases} \sin(m\theta) \\ \cos(m\theta) \end{cases}}. \quad (D.7)$$

On peut alors simplifier Z'_T et Z'_Z :

$$Z_T' = -\frac{jZ_0 k_0 J_m'(k_c a)}{k_c J_m(k_c a)} + \frac{\gamma_z m \Gamma_m}{k_c^2 a \Psi_m}, \quad (\text{D.8})$$

$$Z_Z' = \frac{1}{\frac{\gamma_z m \Psi_m}{k_c^2 a \Gamma_m} - \frac{jk_0 J_m'(k_c a)}{k_c Z_0 J_m(k_c a)}}. \quad (\text{D.9})$$

On retrouve bien les expressions (2.33) et (2.34).

Annexe E

Assemblage des matrices à l'aide des matrices élémentaires

Le code FEM est développé sur Matlab. Ainsi, les matrices A^E et A^H des éléments finis sont créées par assemblage des matrices élémentaires, [1] - [4]. On considère un triangle K du maillage, présenté sur la figure E.1.

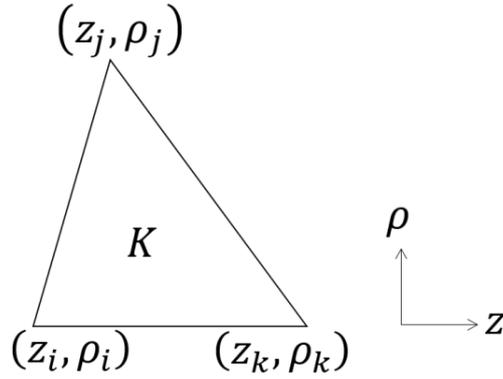


Figure E.1 – Élément du maillage : triangle K .

Les intégrales (3.28), (3.29), (3.43) et (3.45) font intervenir la constante ρ : chaque fonction de base Φ_j est donc multipliée par ρ . Le maillage impose des triangles petits devant la longueur d'onde, il est donc possible d'utiliser le barycentre ρ_g de chaque triangle pour effectuer le calcul et se ramener à (E.1) et (E.2), ce qui conduit à une erreur faible. Dans le cas où les fonctions de base ont plusieurs supports communs, on peut écrire les coefficients de la matrice (3.28) et (3.43) de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 A_{ij}^H &= \rho_g \iint_S \left(\nabla \Phi_j \cdot \overline{\nabla \Phi_i} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho_g^2} \right) \Phi_j \overline{\Phi_i} \right) d\rho dz \\
 &+ \sum_{\Gamma_{\text{vert}}} (j\omega \varepsilon_0 Z_S \rho_g) \int_{\Gamma_{\text{vert}}} \overline{\Phi_i} \Phi_j d\rho \\
 &+ \sum_{\Gamma_{\text{hor}}} (j\omega \varepsilon_0 Z_S \rho_{\text{hor}} + \vec{n}_{\Gamma_{\text{hor}}} \cdot \vec{\rho}) \int_{\Gamma_{\text{hor}}} \overline{\Phi_i} \Phi_j dz
 \end{aligned} \tag{E.1}$$

$$\begin{aligned}
 A_{ij}^E &= \rho_g \iint_S \left(\nabla \Phi_j \cdot \overline{\nabla \Phi_i} - \left(k_0^2 - \frac{1}{\rho_g^2} \right) \Phi_j \overline{\Phi_i} \right) d\rho dz \\
 &+ \sum_{\Gamma_{\text{vert}}} \left(\frac{j\omega\mu_0}{Z_S} \rho_g \right) \int_{\Gamma_{\text{vert}}} \overline{\Phi_i} \Phi_j d\rho \\
 &+ \sum_{\Gamma_{\text{hor}}} \left(\frac{j\omega\mu_0 \rho_{\text{hor}}}{Z_S} + \vec{n}_{\Gamma_{\text{hor}}} \cdot \vec{\rho} \right) \int_{\Gamma_{\text{hor}}} \overline{\Phi_i} \Phi_j dz,
 \end{aligned} \tag{E.2}$$

où $\rho_g = \frac{\rho_i + \rho_j + \rho_k}{3}$, $\rho_{i/j/k}$ étant l'ordonnée d'un des trois sommets du triangle K .

Ces formulations permettent alors, d'utiliser la méthode d'assemblage des matrices de masse M_K et de rigidité R_K à l'aide des matrices élémentaires de masse $M_{\hat{K}}$ et de rigidité $R_{\hat{K}}$, où \hat{K} est l'élément de référence, défini sur la figure E.2. Le triangle \hat{K} est obtenu après une transformation géométrique \mathcal{T}_h telle que $\mathcal{T}_h(K) = \hat{K}$. Les coordonnées $(\hat{z}_l, \hat{\rho}_l)$ des nœuds \hat{l} du triangle \hat{K} sont aussi obtenues avec \mathcal{T}_h .

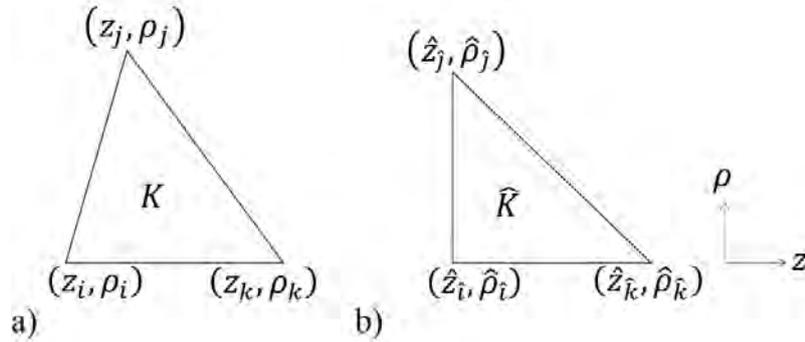


Figure E.2 - a) élément de maillage non régulier b) élément de référence.

Par définition des fonctions de base pour l'élément de référence \hat{K} , on a :

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_i(\hat{z}_i, \hat{\rho}_i) &= 1 & \hat{\Phi}_j(\hat{z}_i, \hat{\rho}_i) &= 0 & \hat{\Phi}_k(\hat{z}_i, \hat{\rho}_i) &= 0 \\
 \hat{\Phi}_i(\hat{z}_j, \hat{\rho}_j) &= 0 & \hat{\Phi}_j(\hat{z}_j, \hat{\rho}_j) &= 1 & \hat{\Phi}_k(\hat{z}_j, \hat{\rho}_j) &= 0 \\
 \hat{\Phi}_i(\hat{z}_k, \hat{\rho}_k) &= 0 & \hat{\Phi}_j(\hat{z}_k, \hat{\rho}_k) &= 0 & \hat{\Phi}_k(\hat{z}_k, \hat{\rho}_k) &= 1.
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

On trouve facilement :

$$\begin{cases} \hat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) = 1 - \hat{z} - \hat{\rho} \\ \hat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) = \hat{z} \\ \hat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) = \hat{\rho}. \end{cases} \tag{E.4}$$

On définit la matrice élémentaire de masse $M_{\hat{K}}$ sur \hat{K} relative aux contributions de chacune des fonctions de bases sur le triangle :

$$M_{\bar{R}} = \begin{bmatrix} \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho})^2 d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho})\widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho})d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho})\widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho})d\hat{z}d\hat{\rho} \\ \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho})\widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho})d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho})^2 d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho})\widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho})d\hat{z}d\hat{\rho} \\ \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho})\widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho})d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho})\widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho})d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho})^2 d\hat{z}d\hat{\rho} \end{bmatrix}, \quad (E.5)$$

la matrice $M_{\bar{R}}$ s'écrit selon (E.6) en calculant les intégrales avec (E.4) :

$$M_{\bar{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{24} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{24} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}. \quad (E.6)$$

La matrice élémentaire M_K d'un triangle K peut se déduire de $M_{\bar{R}}$ avec :

$$M_K = 2Aire(K)M_{\bar{R}}. \quad (E.7)$$

Concernant la matrice de rigidité R_K , les résultats suivant sont utilisés :

$$R_K = \frac{1}{2Aire(K)}R_{\bar{R}}, \quad (E.8)$$

où

$$R_{\bar{R}} = \begin{bmatrix} \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} \\ \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} \\ \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_i(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_j(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} & \int_{\bar{R}} \nabla \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) \cdot \nabla \widehat{\Phi}_k(\hat{z}, \hat{\rho}) d\hat{z}d\hat{\rho} \end{bmatrix} \quad (E.9)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \hat{\rho}_{jk}^2 + \hat{z}_{jk}^2 & -\hat{\rho}_{ik}\hat{\rho}_{jk} - \hat{z}_{ik}\hat{z}_{jk} & \hat{\rho}_{jk}\hat{\rho}_{ij} + \hat{z}_{jk}\hat{z}_{ij} \\ -\hat{\rho}_{ik}\hat{\rho}_{jk} - \hat{z}_{ik}\hat{z}_{jk} & \hat{\rho}_{ik}^2 + \hat{z}_{ik}^2 & -\hat{\rho}_{ik}\hat{\rho}_{ij} - \hat{z}_{ik}\hat{z}_{ij} \\ \hat{\rho}_{jk}\hat{\rho}_{ij} + \hat{z}_{jk}\hat{z}_{ij} & -\hat{\rho}_{ik}\hat{\rho}_{ij} - \hat{z}_{ik}\hat{z}_{ij} & \hat{\rho}_{ij}^2 + \hat{z}_{ij}^2 \end{bmatrix},$$

où $\hat{z}_{jk} = (\hat{z}_j - \hat{z}_k)$, $\hat{z}_{ik} = (\hat{z}_i - \hat{z}_k)$, $\hat{z}_{ij} = (\hat{z}_i - \hat{z}_j)$, $\hat{\rho}_{jk} = (\hat{\rho}_j - \hat{\rho}_k)$, $\hat{\rho}_{ik} = (\hat{\rho}_i - \hat{\rho}_k)$,
et $\hat{\rho}_{ij} = (\hat{\rho}_i - \hat{\rho}_j)$.

Références

- [1] A. Ern, J.-L. Guermond, "Theory and Practice of Finite Elements," Springer-Verlag, ISBN 0-387-20574-8, 2004.
- [2] F. Ihlenburg, I. Babuska, "Finite Element Solution of the Helmholtz Equation with High Wave Number Part I: The h-Version of the FEM," *Computers Math. Applic.*, vol. 30, no. 9, pp. 9-37, May 1995.
- [3] J.-M. Jin, "The Finite Element Method in Electromagnetics," 3rd edition, edition Wiley, ISBN 978-1-118-57136-1, 2014.
- [4] J.-R. Poirier, "Introduction à l'analyse numérique."

Annexe F

Calcul des composantes E_z et H_z sur le plan Ω' , FEM 2-D

(3.26) et (3.41) sont rappelées :

$$\begin{cases} A^H \vec{H}_\theta = \vec{0} \\ A^E \vec{E}_\theta = \vec{0}, \end{cases} \quad (\text{F.1})$$

Ces équations sont résolues selon :

$$A^U U - \lambda U = 0, \quad (\text{F.2})$$

où $A^U = A^H$ pour $U = H_\theta$ et $A^U = A^E$ pour $U = E_\theta$.

Dans le cas où $U = H_\theta$, il faut calculer E_z pour avoir la valeur de l'impédance Z'_z . E_z est obtenu grâce à (F.3) en tenant compte de l'invariance en θ des champs :

$$\begin{aligned} E_z|_{\Omega'} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} (\nabla \times \vec{H}). \vec{z} \\ E_z|_{\Omega'} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{\partial(\rho H_\theta)}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \theta} \Big|_{\Omega'} \right) \right) \\ E_z|_{\Omega'} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{\partial(\rho H_\theta)}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} - 0 \right) \right) \\ E_z|_{\Omega'} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{H_\theta|_{\Omega'}}{a} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} \right) \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

De même si $U = E_\theta$, il faut calculer H_z avec (F.4) :

$$\begin{aligned} H_z|_{\Omega'} &= -\frac{1}{j\omega\mu_0} (\nabla \times \vec{E}). \vec{z} \\ H_z|_{\Omega'} &= \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{\partial(\rho E_\theta)}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \theta} \Big|_{\Omega'} \right) \right) \\ H_z|_{\Omega'} &= \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{\partial(\rho E_\theta)}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} - 0 \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

$$H_z|_{\Omega'} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{E_\theta|_{\Omega'}}{a} + \frac{\partial E_\theta}{\partial \rho} \Big|_{\Omega'} \right).$$

La méthode de calcul de E_z et H_z , et donc des impédances Z'_T et Z'_Z est présentée dans ce qui suit.

F.1. Calcul de E_z

Pour avoir l'impédance Z'_Z en Ω' , la valeur de la composante E_z du champ électrique est nécessaire. Pour éviter les problèmes de discontinuité des champs entre deux triangles en Ω' , nous allons nous placer sur deux lignes centrées autour de Ω' , représentées en vert sur la figure F.1. Ces lignes sont constituées de points dont les abscisses z sont identiques. Il y a donc le même nombre de points sur ces lignes.

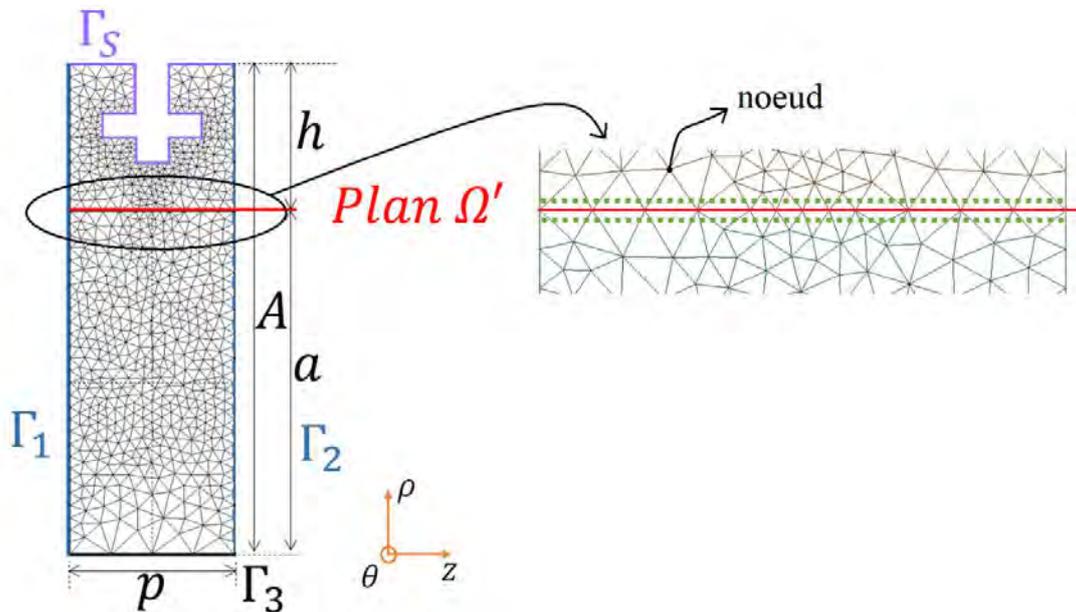


Figure F.1 – Exemple de maillage d'une cellule élémentaire 2-D.

La résolution FEM permet d'obtenir les valeurs de H_θ sur les nœuds (résolution FEM nodale). Or E_z s'écrit en fonction de H_θ et sa dérivée selon ρ , (F.3). En utilisant les valeurs de H_θ sur chaque nœud, on pourra ainsi connaître la valeur de H_θ sur chaque point des lignes vertes, grâce à (F.5), dans chaque triangle K défini selon la figure F.2.

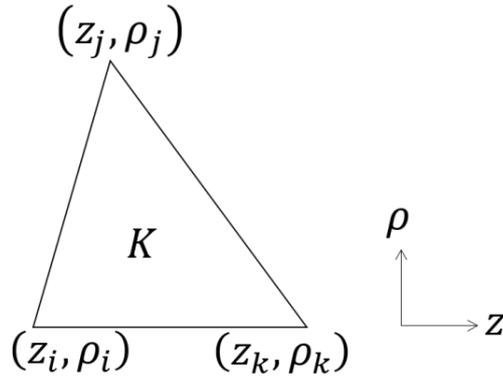


Figure F.2 – Triangle K et ses nœuds (1, 2, 3).

Soit :

$$\vec{H}_\theta = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}, \quad H_\theta = \sum_{l=i,j,k} u_l \Phi_l \text{ avec } \begin{cases} \Phi_l(z_l, \rho_l) = 1 \\ \Phi_l(z_m, \rho_m) = 0, m \neq l \end{cases} \quad (\text{F.5})$$

où u_i , u_j et u_k sont les valeurs de H_θ sur les nœuds (i, j, k) du triangle K . Donc E_z peut s'écrire sous la forme :

$$E_z(z, \rho) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{(\sum_{l=i,j,k} u_l \Phi_l)}{\rho} + \frac{\partial(\sum_{l=i,j,k} u_l \Phi_l)}{\partial\rho} \right), \quad (\text{F.6})$$

où ρ est le rayon du point sur une des deux lignes vertes. Soit :

$$E_z(z, \rho) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \sum_{l=i,j,k} \left[u_l \left(\frac{\Phi_l}{\rho} + \frac{\partial\Phi_l}{\partial\rho} \right) \right], \quad (\text{F.7})$$

Il faut donc u_l , mais aussi Φ_l et $\frac{\partial\Phi_l}{\partial\rho}$.

Pour cela, il faut d'abord vérifier à quel triangle chaque point appartient et il faut aussi vérifier que celui-ci ne se situe pas sur un segment (risque de discontinuité). Afin de vérifier à quel triangle K appartient un point $P(z_P, \rho_P)$, on utilise la méthode barycentrique [1]. On cherche α , β et γ tels que :

$$\begin{bmatrix} z_i & z_j & z_k \\ \rho_i & \rho_j & \rho_k \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_P \\ \rho_P \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{F.8})$$

Si les coefficients α , β et γ sont strictement positifs, alors le point P appartient au triangle K , et si l'un de ces coefficients est nul, alors P est situé sur une arête du triangle.

Une fois placé dans le bon triangle, le calcul des coefficients des fonctions de base est possible. Il se fait de la même façon qu'en cartésien, vu avec (E.1) en annexe E, avec :

$$\Phi_l(z, \rho) = a_l z + b_l \rho + c_l, \quad (\text{F.9})$$

où $l = i, j$ ou k . Les coefficients des fonctions de base Φ_i , Φ_j et Φ_k sont donnés, respectivement, par :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} z_i & \rho_i & 1 \\ z_j & \rho_j & 1 \\ z_k & \rho_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} z_i & \rho_i & 1 \\ z_j & \rho_j & 1 \\ z_k & \rho_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} z_i & \rho_i & 1 \\ z_j & \rho_j & 1 \\ z_k & \rho_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_k \\ b_k \\ c_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{F.10})$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} z_i & \rho_i & 1 \\ z_j & \rho_j & 1 \\ z_k & \rho_k & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} z_i & \rho_i & 1 \\ z_j & \rho_j & 1 \\ z_k & \rho_k & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} a_k \\ b_k \\ c_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} z_i & \rho_i & 1 \\ z_j & \rho_j & 1 \\ z_k & \rho_k & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{F.11})$$

Finalement, E_z s'écrit, pour un point P d'une ligne :

$$E_z(z_P, \rho_P) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \sum_{l=i,j,k} \left[u_l \left(\frac{a_l}{\rho_P} z_P + 2b_l + \frac{c_l}{\rho_P} \right) \right]. \quad (\text{F.12})$$

De cette façon, on obtient le champ magnétique H_θ (F.5) et le champ électrique E_z (F.12) pour chaque point $P_{inf}(z_{P_{inf}}, \rho_{P_{inf}})$ de la ligne en dessous de Ω' et $P_{sup}(z_{P_{sup}}, \rho_{P_{sup}})$ de la ligne au-dessus de Ω' . Les valeurs des champs en ces points sont stockées dans quatre vecteurs :

$$[H_\theta]_{inf}, [H_\theta]_{sup}, [E_z]_{inf} \text{ et } [E_z]_{sup}, \quad (\text{F.13})$$

où $[H_\theta]_{inf}$ et $[E_z]_{inf}$ sont, respectivement, les champs magnétique et électrique sur la ligne en dessous de Ω' , $[H_\theta]_{sup}$ et $[E_z]_{sup}$ les champs magnétique et électrique sur la ligne au-dessus de Ω' .

Il faut donc maintenant évaluer la valeur des champs électromagnétiques en Ω' . Pour cela, on calcule la moyenne point par point selon (F.14).

$$\begin{cases} H_\theta(z_P, \rho_P) = \frac{H_\theta(z_{P_{inf}}, \rho_{P_{inf}}) + H_\theta(z_{P_{sup}}, \rho_{P_{sup}})}{2} \\ E_z(z_P, \rho_P) = \frac{E_z(z_{P_{inf}}, \rho_{P_{inf}}) + E_z(z_{P_{sup}}, \rho_{P_{sup}})}{2}. \end{cases} \quad (\text{F.14})$$

L'impédance Z'_Z est alors calculée selon (F.15), pour chaque point $P(z_P, \rho_P)$ de Ω' .

$$Z'_Z(z_P, \rho_P) = \frac{E_z(z_P, \rho_P)}{H_\theta(z_P, \rho_P)}. \quad (\text{F.15})$$

Finalement, cette impédance est à nouveau moyennée pour être un scalaire.

F.2. Calcul de H_z

De la même façon, la résolution FEM permet d'obtenir les valeurs de E_θ sur les nœuds (résolution FEM nodale). Or H_z s'écrit en fonction de E_θ et sa dérivée selon ρ , selon (F.4). En utilisant les valeurs de E_θ sur chaque nœud, on pourra ainsi connaître la valeur de E_θ sur chaque point des lignes vertes, grâce à (F.16), dans chaque triangle K , cf. figure F.2.

$$\vec{E}_\theta = \begin{bmatrix} u'_i \\ u'_j \\ u'_k \end{bmatrix}, \quad E_\theta = \sum_{l=i,j,k} u'_l \Phi_l \text{ avec } \begin{cases} \Phi_l(z_l, \rho_l) = 1 \\ \Phi_l(z_m, \rho_m) = 0, m \neq l \end{cases} \quad (\text{F.16})$$

où u_i, u_j et u_k sont les valeurs de E_θ sur les nœuds (i, j, k) du triangle K . Donc H_z peut s'écrire sous la forme :

$$H_z(z, \rho) = \frac{j}{\omega \mu_0} \left(\frac{(\sum_{l=i,j,k} u'_l \Phi_l)}{\rho} + \frac{\partial(\sum_{l=i,j,k} u'_l \Phi_l)}{\partial \rho} \right), \quad (\text{F.17})$$

où ρ est le rayon du point sur une des deux lignes vertes. Soit :

$$H_z(z, \rho) = \frac{j}{\omega\mu_0} \sum_{l=i,j,k} \left[u'_l \left(\frac{\Phi_l}{\rho} + \frac{\partial\Phi_l}{\partial\rho} \right) \right]. \quad (\text{F.18})$$

En utilisant les mêmes techniques de calcul, on a :

$$H_z(z, \rho) = \frac{j}{\omega\mu_0} \sum_v \left[u'_l \left(\frac{a_l}{\rho} z + 2b_l + \frac{c_l}{\rho} \right) \right]. \quad (\text{F.19})$$

De cette façon, on obtient le champ électrique E_θ (F.16) et le champ magnétique H_z (F.19) pour chaque point P_{inf} ($z_{P_{inf}}, \rho_{P_{inf}}$) de la ligne en dessous de Ω' et P_{sup} ($z_{P_{sup}}, \rho_{P_{sup}}$) de la ligne au-dessus de Ω' . Les valeurs des champs en ces points sont stockées dans quatre vecteurs :

$$[E_\theta]_{inf}, [E_\theta]_{sup}, [H_z]_{inf} \text{ et } [H_z]_{sup}, \quad (\text{F.20})$$

où $[E_\theta]_{inf}$ et $[H_z]_{inf}$ sont, respectivement, les champs électrique et magnétique sur la ligne en dessous de Ω' , $[E_\theta]_{sup}$ et $[H_z]_{sup}$ les champs électrique et magnétique sur la ligne au-dessus de Ω' .

Il faut donc maintenant la valeur des champs électromagnétiques en Ω' . Pour cela, on calcule la moyenne points par points selon (F.21).

$$\begin{cases} E_\theta(z_P, \rho_P) = \frac{E_\theta(z_{P_{inf}}, \rho_{P_{inf}}) + E_\theta(z_{P_{sup}}, \rho_{P_{sup}})}{2} \\ H_z(z_P, \rho_P) = \frac{H_z(z_{P_{inf}}, \rho_{P_{inf}}) + H_z(z_{P_{sup}}, \rho_{P_{sup}})}{2}. \end{cases} \quad (\text{F.21})$$

L'impédance Z'_T est alors calculée selon (F.22), pour chaque point $P(z_P, \rho_P)$ de Ω' .

$$Z'_T(z_P, \rho_P) = - \frac{E_\theta(z_P, \rho_P)}{H_z(z_P, \rho_P)}. \quad (\text{F.22})$$

Finalement, cette impédance est à nouveau moyennée pour être un scalaire.

Références

- [1] Y. Ladegaillerie, "Géométrie affine, projective, euclidienne et anallagmatique," Ellipses, ISBN 2-7298-1416-7, 2003.

Annexe G

Construction d'un fichier « .geo » sur GMSH

Dans cette annexe, la construction des fichiers « .geo » sur GMSH [1] est présentée. Par ailleurs, il existe de nombreux tutoriels sur YouTube, très utiles pour prendre en main GMSH [2] - [5]. Le logiciel, dont l'interface graphique est représentée sur la figure G.1, est utilisé dans la construction des cellules élémentaires 2-D et 3-D.

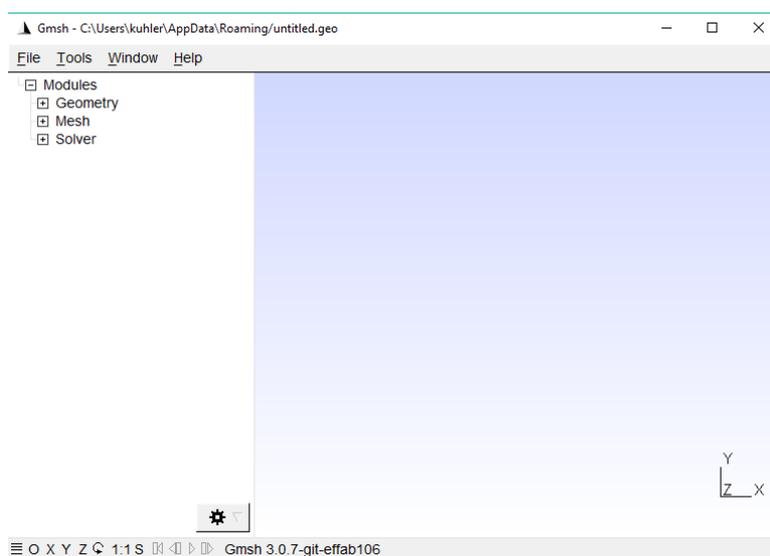


Figure G.1 – Interface graphique GMSH [1].

G.1. Cellule élémentaire 2-D

Pour construire la cellule élémentaire 2-D, il est possible d'utiliser l'interface graphique de la figure G.1 ou encore d'utiliser un éditeur de texte comme Notepad ++.

G.1.1. Interface graphique

En utilisant l'interface graphique, il suffit d'ajouter chaque élément de la cellule pas à pas. Ainsi, en déroulant le menu *Geometry*, il est possible d'ajouter des points, comme présenté sur la figure G.2. Les points peuvent être ajoutés manuellement (en positionnant la souris au bon endroit, puis en appuyant sur la touche « e ») ou en utilisant la fenêtre *Elementary Entity Context* (puis en appuyant sur le bouton *add*). Pour quitter ce menu il faut appuyer sur la touche « q ».

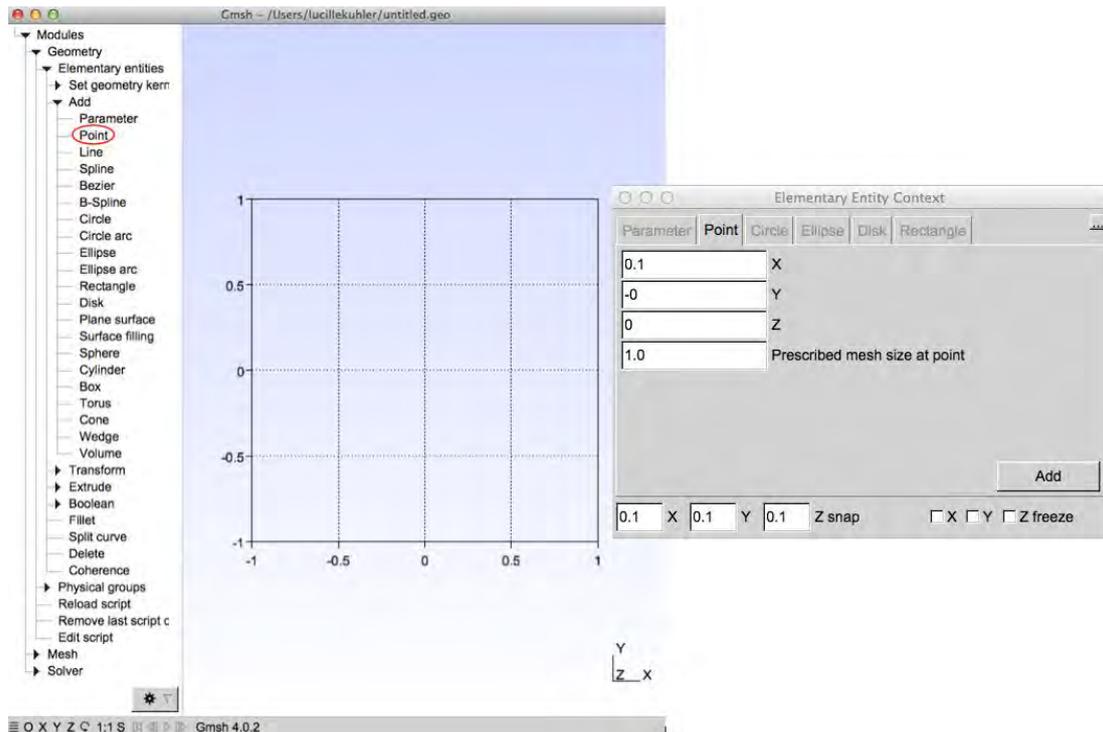


Figure G.2 – Construction d'un point à l'aide de l'interface graphique.

Il est nécessaire d'ajouter deux points pour construire une ligne, puisqu'il faut sélectionner les deux points de construction de la ligne (*Modules / Geometry / Elementary Entities / Add / Line*). Une fois que toutes les lignes ont été créées, il faut appuyer sur la touche « q » pour quitter le menu. Il faut maintenant créer une surface (*Modules / Geometry / Elementary Entities / Add / Plane surface*) en sélectionnant le contour de cette surface. Ces étapes sont illustrées sur la figure G.3.

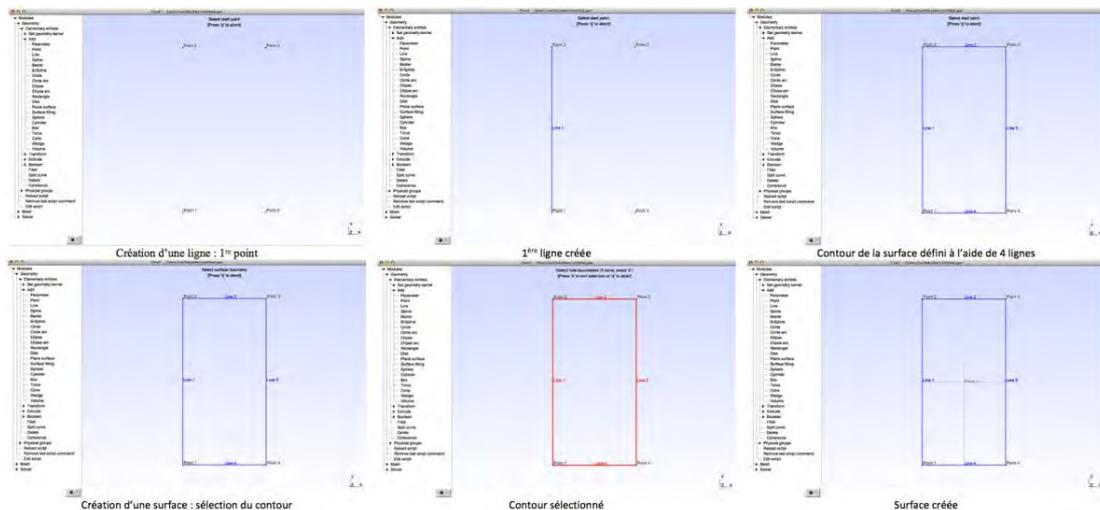


Figure G.3 – Etapes pour construire une surface dans GMSH.

G.1.2. Editeur de texte

Il est aussi possible de construire la cellule élémentaire grâce à un éditeur de texte. Pour cela, il faut ouvrir le fichier « .geo » à l'aide d'un éditeur de texte. Les différentes lignes de commande nécessaires pour construire la même structure que précédemment sont répertoriées dans le tableau G.1. Il est à noter, que lors de la création d'une surface, une commande intermédiaire est automatiquement créée *Line Loop*. Celle-ci permet de créer un contour orienté nécessaire dans GMSH pour créer une surface.

Élément géométrique	Lignes de commande
Point	$\text{Point}(n_P)=\{x_P, y_P, z_P, 1\};$ avec x_P, y_P et z_P les coordonnées du point n_P . <i>Remarques :</i> - le « 1 » donne la taille de maillage à ce point. On peut le diminuer pour mailler plus finement. - GMSH propose des coordonnées cartésiennes, la cellule élémentaire 2-D dans le cadre de cette thèse est dans le plan (O, ρ, z) . Le point peut donc être créé en considérant la commande : $\text{Point}(n_P)=\{\rho_P, z_P, 0, 1\};$
Ligne	$\text{Line}(n_L)=\{n_{P_1}, n_{P_2}\};$ avec n_{P_1} et n_{P_2} respectivement le numéro des points de départ et d'arrivée de la ligne.
Contour orienté	$\text{Line Loop}(n_{LL})=\{n_{L_1}, n_{L_2}, n_{L_3}, \dots\};$ avec n_{L_i} le numéro des lignes formant le contour.
Surface	$\text{Plane Surface}(n_S)=\{n_{LL}\};$ avec n_{LL} le numéro du contour orienté définissant la surface n_S .

Tableau G.1 – Lignes de commande du fichier « .geo » dans GMSH.

La surface présentée sur la figure G.3 peut donc être dessinée à l'aide du code de la figure G.4.

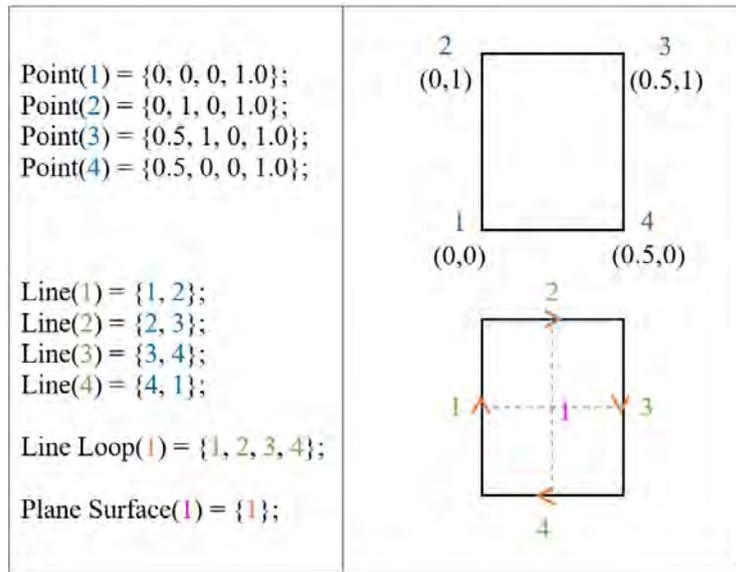


Figure G.4 – Fichier « .geo » correspondant à la figure G.3.

G.1.3. Création d'une cellule élémentaire 2-D pour le calcul des impédances de surface équivalentes

Avec les sections G.1.1 et G.1.2, il est possible de créer une géométrie quelconque pour la cellule élémentaire. Pour créer une cellule élémentaire et utiliser le maillage généré par GMSH dans l'algorithme de la TME hybridée au code FEM 2-D, il y a quelques étapes supplémentaires à faire.

Dans un premier temps, il faut ajouter une ligne pour créer le plan Ω' . Cette ligne va couper la cellule élémentaire en deux, il faut donc créer deux contours orientés et donc deux surfaces. Par ailleurs, il faut spécifier les éléments physiques de la cellule. Pour cela, deux nouvelles commandes sont nécessaires, elles sont présentées dans le tableau G.2.

Élément géométrique	Lignes de commande
Ligne physique	Physical Line(n_{PL})= $\{n_{L_1}, n_{L_2}, n_{L_3}, \dots\}$; avec n_{L_i} le numéro des lignes physiques.
Surface	Physical Surface(n_{PS})= $\{n_{S_1}, n_{S_2}, \dots\}$; avec n_{S_i} le numéro des surfaces physiques.

Tableau G.2 – Lignes de commande du fichier « .geo » dans GMSH.

Les lignes physiques de la cellule élémentaire sont le plan Ω' et Γ_S . Les surfaces physiques sont les deux surfaces définies dans le fichier et délimitées par le plan Ω' .

Le maillage utilisé dans le code FEM 2-D doit être régulier. Ainsi, des points intermédiaires doivent être ajoutés sur les parois Γ_1 et Γ_2 . Le plus simple est de placer onze points espacés régulièrement (entre $\rho = 0$ et $\rho = A$) sur ces parois. Il est alors possible de réutiliser un point de Γ_1 et un point de Γ_2 pour créer la ligne définissant Ω' . La figure G.5 montre le maillage de la figure 3.11 du chapitre 3 avec le fichier « .geo »

associé. On remarque que dans la commande *Line Loop*(2) il y a des lignes numérotées négativement. Comme expliqué précédemment, *Line Loop* permet de créer un contour orienté, ainsi il faut faire attention à l'orientation de la ligne lorsque celle-ci est créée. On peut noter que des variables ont été mises en place pour définir la position des points.

Pour générer le maillage, il suffit d'aller dans le menu *mesh* de GMSH. Il faut ensuite cliquer sur *2D* (pour générer un maillage 2-D), puis il est possible de mailler plus finement la cellule en cliquant sur *refine by splitting*. Après cette action, il ne faut pas oublier de cliquer à nouveau sur *2D*. On peut effectuer ces étapes autant de fois que nécessaire. Le maillage de la figure G.5 a été affiné deux fois, on a donc effectué les actions suivantes : *Modules / Mesh / 2D + Refine by splitting + 2D + Refine by splitting + 2D*.

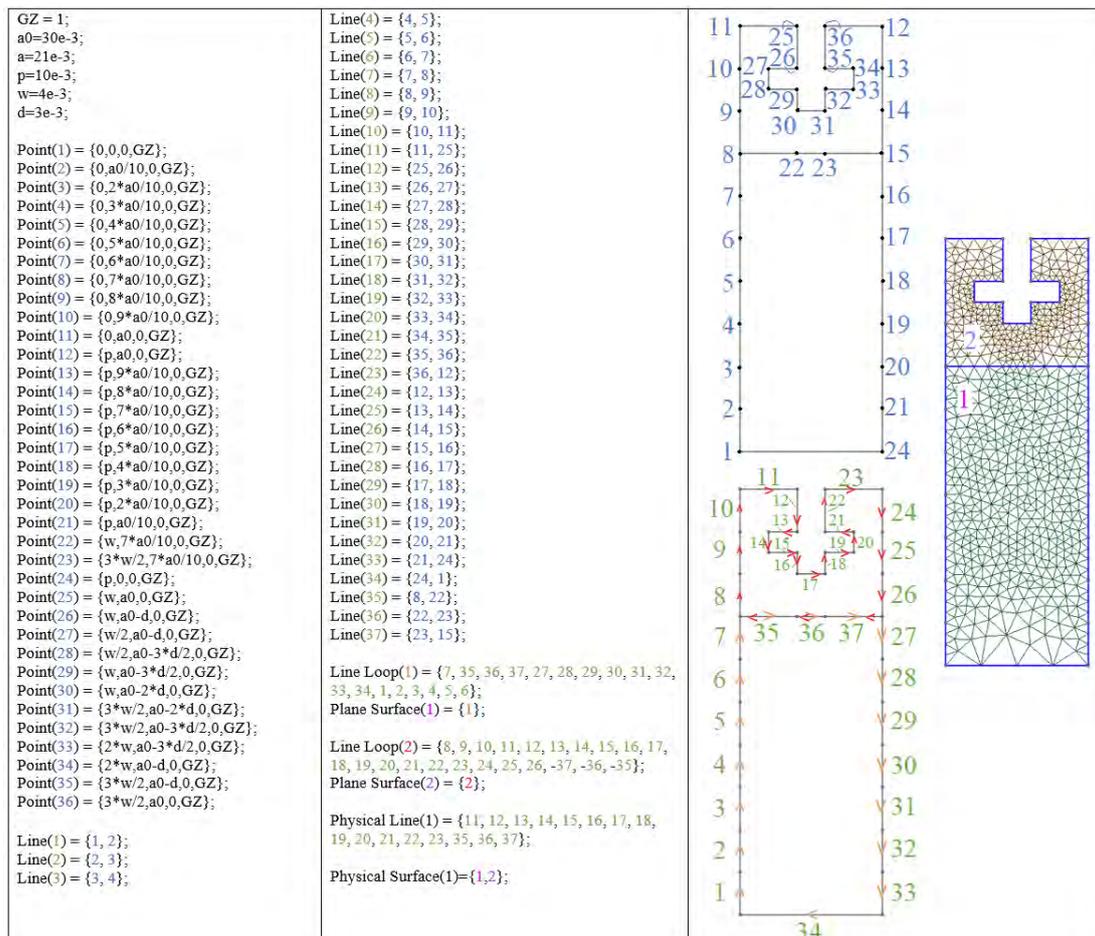


Figure G.5 – Fichier « .geo » et sa cellule élémentaire maillée sur GMSH.

Si l'on n'ajoute pas les points sur Γ_1 et Γ_2 , le maillage et le fichier « .geo » deviennent ceux de la figure G.6. Le maillage n'est alors pas assez dense ni assez régulier pour le calcul des impédances de surface équivalentes. On constate, par ailleurs, qu'en Γ_3 il y a le même nombre de nœuds (5) sur les maillages des figures G.5 et G.6 (les maillages ont donc été affinés le même nombre de fois).

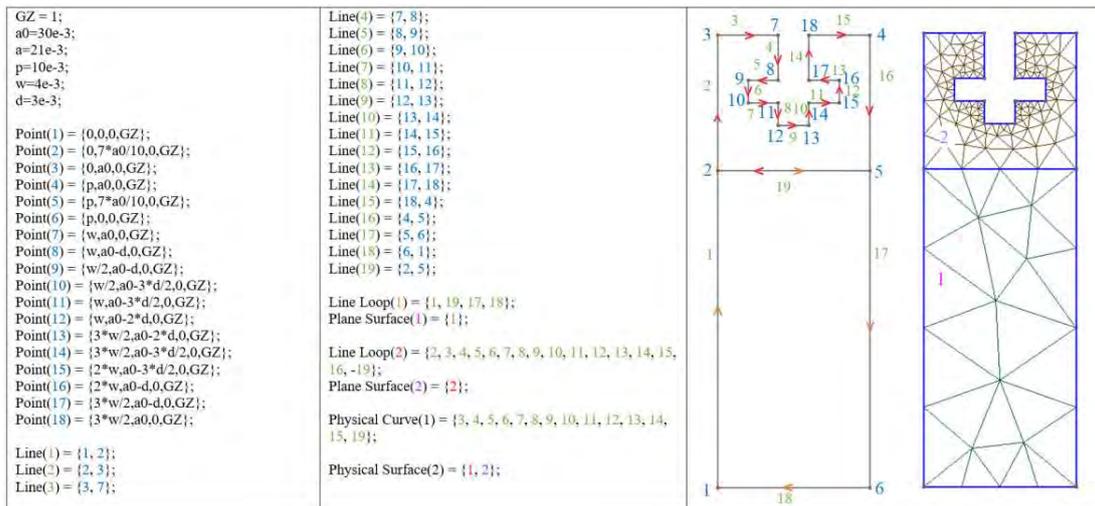


Figure G.6 – Fichier « .geo » et sa cellule élémentaire maillée sur GMSH.

Finalement, pour utiliser le maillage dans le code FEM, il suffit de sauvegarder celui-ci. Pour cela, il faut sélectionner *save mesh* dans le menu déroulant *File* de GMSH. Il est maintenant possible d'utiliser ce maillage dans l'algorithme de la TME hybridé au code FEM 2-D grâce à la fonction matlab *liremesh*. La ligne de commande correspondante est la suivante :

```
[p_maille,b_maille,t_maille] = liremesh('nom_fichier.msh', 2);
```

où *p_maille* retourne une matrice donnant les coordonnées de chaque nœud du maillage, *b_maille* retourne les sommets des arêtes et *t_maille* retourne les sommets des triangles. L'argument 2 dans la fonction *liremesh* donne la dimension du problème, ici la cellule élémentaire est 2-D.

G.2. Cellule élémentaire 3-D

Pour la cellule élémentaire 3-D, le principe est le même. Il y a la possibilité d'utiliser l'interface graphique et/ou l'éditeur de texte. La cellule définie ici est un peu plus complexe que celle de la section précédente, comme elle fait intervenir des éléments volumiques. L'utilisation de variables est donc à privilégier. Ainsi, dans ces travaux, le fichier « .geo » inclut d'autres fichiers de type « .dat » (fichier de données).

G.2.1. Fichiers « .dat »

Trois fichiers « .dat » sont utilisés. Un de ces fichiers est créé automatiquement dans le code Matlab de la TME. Ce fichier permet de définir les paramètres géométriques de la cellule élémentaire 3-D, sauf les paramètres géométriques (dimensions) ou physiques (propriété ϵ_r) du métamatériau. Ainsi, quatre variables sont définies : le rayon A , la hauteur h (permettant de définir le plan Ω'), la longueur p et l'angle α , elles sont représentées sur la figure G.7.

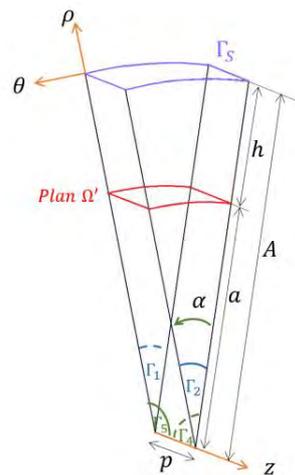


Figure G.7 – Cellule élémentaire 3-D sans métamatériau.

Les dimensions du métamatériau sont à définir dans un deuxième fichier « .dat ». Le troisième fichier « .dat » permet de définir le nombre de nœuds à imposer sur les arêtes de la cellule élémentaire. Ce dernier est très important puisqu'il permet de conditionner le maillage pour que celui-ci soit identique entre Γ_1 et Γ_2 et entre Γ_4 et Γ_5 .

G.2.2. Fichier « .geo »

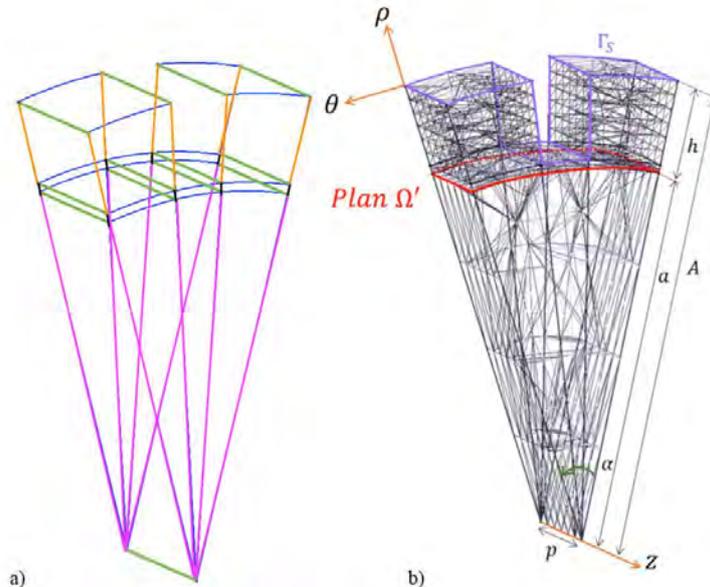
Le fichier « .geo » est construit de la même façon que précédemment. Cependant, il y a d'autres propriétés à ajouter. Le tableau G.3 présente la structure du fichier « .geo » avec les lignes de commande et des conseils à respecter pour bien construire la cellule élémentaire (et générer le bon maillage).

Structure du « .geo »	Lignes de commande	Conseils
Intégration des fichiers « .dat »	Include "nom_fichier.dat";	Dans le fichier où les dimensions du métamatériau sont définies, il faut penser à définir les coordonnées cartésiennes des différents points de la cellule.
Création des points	Point(n_P)= $\{x_P, y_P, z_P, 1\}$;	Créer, dans un premier temps, les 6 points externes de la cellule. Puis les 4 points permettant de définir le plan Ω' . Ensuite créer les points permettant de créer le métamatériau (points 11 à 18 définis sur la figure G.9). Il faut penser à ajouter les points de construction, car pour générer un maillage structuré, les surfaces définies ne doivent avoir que 3 ou 4 arêtes (points 19 à 26 définis sur la figure G.9).

Création des lignes	$Line(n_L)=\{n_{P_1}, n_{P_2}\};$ $Circle(n_L)=\{n_{P_3}, n_C, n_{P_4}\};$ avec n_{P_3} et n_{P_4} respectivement les points de départ et d'arrivée de l'arc de cercle, et n_C le centre de cet arc.	Pour que le fichier soit structuré, créer et grouper les lignes par parois. Les arcs de cercle et lignes sont définis par la même numérotation (si on a $Line(50)$, on aura ensuite $Circle(51)$ et non $Circle(50)$).
Création des surfaces	$Line\ Loop(n_{LL})=\{n_{L_1}, n_{L_2}, n_{L_3}, \dots\};$ $Surface(n_S)=\{n_{LL}\};$	Pour que le fichier soit structuré, créer et grouper les surfaces par parois. Il faut faire attention à orienter les surfaces dans le même sens. Pour cela, il est parfois nécessaire de prendre le contour orienté dans l'autre sens : $Surface(n_S)=\{-n_{LL}\};$ On utilise la commande <i>Surface</i> car il y a des surfaces courbées.
Création du maillage structuré et définition du nombre de nœuds à imposer sur les parois	$Transfinite\ Line\{n_{L_1}, n_{L_2}, n_{L_3}, \dots\} = n_{noeuds};$ avec n_{noeuds} le nombre de nœuds voulus sur les lignes, défini dans un fichier « .dat »	Les lignes horizontales de la paroi Γ_1 (respectivement Γ_4) doivent avoir le même nombre de nœuds que celles de la paroi Γ_2 (respectivement Γ_5). Cette commande permet d'imposer un nombre de nœuds par arête et d'imposer un maillage régulier/structuré. Voir les figures G.8 et G.9 pour plus de détails.
Création des volumes	$Surface\ Loop(n_{SL})=\{n_{S_1}, n_{S_2}, n_{S_3}, \dots\};$ $Volume(n_V)=\{n_{SL}\};$	Pour créer un volume il faut le définir à l'aide d'une frontière « surfacique orientée ».
Définition des surfaces et volumes physiques	$Physical\ Surface(MasterA) = \{n_{S_1}, n_{S_2}, \dots\};$ $Physical\ Surface(SlaveA) = \{n_{S_3}, n_{S_4}, \dots\};$ $Physical\ Surface(MasterB) = \{n_{S_5}, n_{S_6}, \dots\};$ $Physical\ Surface(SlaveB) = \{n_{S_7}, n_{S_8}, \dots\};$ $Physical\ Surface(PEC) = \{n_{S_9}, n_{S_{10}}, \dots\};$ $Physical\ Volume(Vol) = \{n_{V_1}, n_{V_2}, \dots\};$	Le nom des différentes surfaces ne doit pas changer. Les correspondances sont : <ul style="list-style-type: none"> - MasterA = Γ_1, - SlaveA = Γ_2, - MasterB = Γ_5, - SlaveB = Γ_4, - PEC = Γ_5, - Vol = les deux volumes de la cellule élémentaire (séparés par le plan Ω').

Tableau G.3 – Structure du fichier « .geo ».

Sur la figure G.8a), les lignes de même couleur (ici 5 couleurs) doivent présenter le même nombre de nœuds pour respecter la condition sur le maillage représenté sur la figure G.8b).



Figures G.8 – Cellule élémentaire de la corrugation longitudinale de la figure 4.16 avec a) les conditions à respecter pour obtenir b) le maillage structuré .

La figure G.9 donne les lignes de commandes pour obtenir cette corrugation. Le fichier « init_geo_corrugation_long.dat » est celui créé automatiquement par Matlab.

Le fichier « .geo » est utilisé indirectement dans le code matlab de la TME. En effet, ce dernier permet de faire un appel système et de lancer GetDP grâce à la ligne de commande ci-dessous :

```
system('P:\Lucille\GetDP\onelab-Windows64\getdp.exe
unitcell_corrugation_long.pro -solve MW_e_3D -pos MW_e_3D -v 1');
```

On a alors `P:\Lucille\GetDP\onelab-Windows64\` qui correspond au chemin du répertoire dans lequel se trouve le logiciel GetDP. Le fichier « .pro » décrit dans le chapitre 4 est donné par `unitcell_corrugation_long.pro`. Les commandes `-solve` et `-pos` permettent respectivement de résoudre le problème et lancer le post-traitement de même nom `MW_e_3D`. L'option `-v 1` permet de retourner le message d'erreur si le programme n'a pas pu s'exécuter. S'il n'y a aucune erreur, trois fichiers « .txt » sont créés. Le premier fichier retourne la valeur propre du problème, les deux autres retournent la valeur des champs sous la forme suivante :

$$[x, y, z, \text{Re}(U_x), \text{Re}(U_y), \text{Re}(U_z), \text{Im}(U_x), \text{Im}(U_y), \text{Im}(U_z)]$$

avec (x, y, z) les coordonnées des nœuds où sont calculées les composantes réelles $\text{Re}()$ et imaginaires $\text{Im}()$ des champs électromagnétiques U en coordonnées cartésiennes.

```

uniteil_param_corrugation_long.dat
nFE_Nodes_Grp_1 = 5;
nFE_Nodes_Grp_2 = 3;
nFE_Nodes_Grp_3 = 7;
nFE_Nodes_Grp_4 = 3;
nFE_Nodes_Grp_5 = 7;

uniteil_corrugation_long.dat
DefineConstant(
  GZ = 0.0002, Min 0.000001, Max 0.1, Step 0.000001,
  Name "ZMeshing/Grid Size");
};

//Dimensions pour la corrugation
d = 18.2e-3;
w = 20.98e-3;
ALPHA = ALPHA*pi/180;
x1 = (R-O)*Cos(ALPHA/2);
y1 = (R-O)*Sin(ALPHA/2);
x2 = (R+O)*Cos(ALPHA/2);
y2 = (R+O)*Sin(ALPHA/2);
x3 = (R-d)*Cos(ALPHA/8);
y3 = (R-d)*Sin(ALPHA/8);
x4 = (R)*Cos(ALPHA/8);
y4 = (R)*Sin(ALPHA/8);
x5 = (R-O)*Cos(ALPHA/8);
y5 = (R-O)*Sin(ALPHA/8);
x6 = (R-d)*Cos(ALPHA/2);
y6 = (R-d)*Sin(ALPHA/2);

//Definition des constantes
mu0 = (4 e-7 * Pi);
ep0 = 8.854187817e-12 ;
c0 = 1/Sqrt(mu0*ep0);

//Correspondance de surfaces physiques
MasterA = 100;
SlaveA = 101;
MasterB = 200;
SlaveB = 201;
PEC = 300;
SURF_PEC = 301;
Vol = 400;

init_geo_corrugation_long.dat
DefineConstant(
  R = { 0.100000, ReadOnly 1, Highlight "LightGrey",
  Name "Geometry/Radus [m]"},
  Q = { 0.020000, ReadOnly 1, Highlight "LightGrey",
  Name "Geometry/2Thickness [m]"},
  H = { 0.026225, ReadOnly 1, Highlight "LightGrey",
  Name "Geometry/3Height [m]"},
  ALPHA = { 30.000000, ReadOnly 1, Highlight "LightGrey",
  Name "Geometry/4Alpha [deg]"}
);

uniteil_corrugation_long_geo
Inclue "uniteil_param_corrugation_long.dat";
Inclue "uniteil_corrugation_long.dat";
Inclue "init_geo_corrugation_long.dat";

// Section en dessous de D'
Point(1) = (0,0,0,GZ);
Point(2) = (0,0,H,GZ);
Point(3) = (x1,-y1,0,GZ);
Point(4) = (x1,-y1,H,GZ);
Point(5) = (x1,y1,0,GZ);
Point(6) = (x1,y1,H,GZ);

// Section au dessus de D'
Point(7) = (x2,-y2,0,GZ);
Point(8) = (x2,-y2,H,GZ);
Point(9) = (x2,y2,0,GZ);
Point(10) = (x2,y2,H,GZ);

// Construction de la corrugation
Point(11) = (x4,y4,0,GZ); //27
Point(12) = (x4,y4,H,GZ); //28
Point(13) = (x4,-y4,H,GZ); //29
Point(14) = (x4,-y4,0,GZ); //30
Point(15) = (x3,y3,0,GZ); //35
Point(16) = (x3,y3,H,GZ); //36
Point(17) = (x3,-y3,H,GZ); //37
Point(18) = (x3,-y3,0,GZ); //38

//Points de construction
Point(19) = (x3,y3,0,GZ); //39
Point(20) = (x3,y3,H,GZ); //40
Point(21) = (x3,-y3,H,GZ); //41
Point(22) = (x3,-y3,0,GZ); //42
Point(23) = (x6,y6,0,GZ); //49
Point(24) = (x6,y6,H,GZ); //50
Point(25) = (x6,-y6,H,GZ); //51
Point(26) = (x6,-y6,0,GZ); //52

//L5
Line(1) = (1, 2);

//Lignes de F1
Line(2) = (2, 6);
Line(3) = (6, 24);
Line(4) = (24, 10);
Line(5) = (10, 2);
Line(6) = (20, 16);
Line(7) = (16, 12);
Line(8) = (12, 8);
Line(9) = (8, 4);
Line(10) = (4, 13);
Line(11) = (13, 8);
Line(12) = (8, 3);
Line(13) = (3, 2);

//Lignes de F2
Line(14) = (1, 3);
Line(15) = (3, 25);
Line(16) = (25, 7);
Line(17) = (7, 1);
Line(18) = (21, 17);
Line(19) = (17, 14);
Line(20) = (1, 19);
Line(21) = (19, 15);
Line(22) = (15, 11);
Line(23) = (11, 7);
Line(24) = (7, 5);
Line(25) = (5, 3);

//Lignes de F3
Line(26) = (5, 6);
Line(27) = (23, 24);
Line(28) = (10, 9);

//Lignes de F4 et lignes de construction
Line(29) = (19, 20);
Line(30) = (15, 16); //F2
Line(31) = (11, 12); //F2
Line(32) = (7, 2);
Line(33) = (17, 18); //F2
Line(34) = (14, 13); //F2

//Lignes de F4
Line(35) = (3, 4);
Line(36) = (25, 26);
Line(37) = (7, 8);

//Courbes de F2
Circle(38) = (6, 2, 20);
Circle(39) = (20, 2, 22);
Circle(40) = (22, 2, 4);
Circle(41) = (24, 2, 16);
Circle(42) = (16, 2, 18);
Circle(43) = (18, 2, 26);
Circle(44) = (10, 2, 12);
Circle(45) = (13, 2, 8);

//Courbes de F1
Circle(46) = (3, 1, 21);
Circle(47) = (21, 1, 19);
Circle(48) = (19, 1, 5);
Circle(49) = (25, 1, 8);
Circle(50) = (17, 1, 15);
Circle(51) = (15, 1, 23);
Circle(52) = (7, 1, 14);
Circle(53) = (11, 1, 9);

uniteil_corrugation_long_geo
//Lignes de F1
Line Loop(1) = {1, 2, 26, 23};
Surface(1) = {1};
Line Loop(2) = {26, 3, 27, 24};
Surface(2) = {2};
Line Loop(3) = {27, 4, 28, 25};
Surface(3) = {3};

//Surfaces de F1
Line Loop(4) = {1, 11, 35, 14};
Surface(4) = {4};
Line Loop(5) = {36, 12, 35, 15};
Surface(5) = {5};
Line Loop(6) = {30, 13, 37, 16};
Surface(6) = {6};

//Surfaces de F1
Line Loop(7) = {17, 46, 14};
Surface(7) = {7};
Line Loop(8) = {46, 18, 49, 15};
Surface(8) = {8};
Line Loop(9) = {49, 19, 52, 16};
Surface(9) = {9};
Line Loop(10) = {47, 20, 17};
Surface(10) = {10};
Line Loop(11) = {50, 21, 47, 18};
Surface(11) = {11};
Line Loop(12) = {53, 25, 51, 22};
Surface(12) = {12};
Line Loop(13) = {51, 24, 48, 21};
Surface(13) = {13};
Line Loop(14) = {48, 23, 20};
Surface(14) = {14};

//Surfaces de F2
Line Loop(15) = {38, 5, 21};
Surface(15) = {15};
Line Loop(16) = {41, 6, 38, 3};
Surface(16) = {16};
Line Loop(17) = {44, 7, 41, 4};
Surface(17) = {17};
Line Loop(18) = {42, 9, 39, 6};
Surface(18) = {18};
Line Loop(19) = {8, 39, 5};
Surface(19) = {19};
Line Loop(20) = {40, 11, 8};
Surface(20) = {20};
Line Loop(21) = {43, 12, 40, 9};
Surface(21) = {21};
Line Loop(22) = {45, 13, 43, 10};
Surface(22) = {22};

//Surfaces de F3
Line Loop(23) = {53, 28, 44, 31};
Surface(23) = {23};
Line Loop(24) = {31, 7, 30, 22};
Surface(24) = {24};
Line Loop(25) = {50, 30, 42, 33};
Surface(25) = {25};
Line Loop(26) = {34, 10, 33, 19};
Surface(26) = {26};
Line Loop(27) = {27};
Surface(27) = {27};

//Surfaces de D'
Line Loop(28) = {48, 26, 38, 29};
Surface(28) = {28};
Line Loop(29) = {47, 29, 39, 32};
Surface(29) = {29};
Line Loop(30) = {46, 32, 40, 35};
Surface(30) = {30};

//Nombres de nœuds sur les lignes des parois périodiques
Transfinite Line {2, 23, 5, 20, 8, 17, 11, 14} = nFE_Nodes_Grp_1;
//magasin sur la figure 1.7a)
Transfinite Line {3, 24, 6, 21, 9, 18, 12, 15} = nFE_Nodes_Grp_2;
//noir sur la figure 1.7a)
Transfinite Line {4, 25, 7, 22, 10, 19, 13, 16} = nFE_Nodes_Grp_3;
//orange sur la figure 1.7a)
Transfinite Line {58, 48, 41, 51, 39, 47, 42, 50, 40, 46, 43, 49, 44, 53, 45, 52} = nFE_Nodes_Grp_4;
//bleu sur la figure 1.7a)
Transfinite Line {1, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37} = nFE_Nodes_Grp_5; //vert sur la figure 1.7a)

Transfinite Surface ""; Right;

//Définitions de volume en dessous de D'
Surface Loop(1) = {1, 4, 20, 19, 15, 7, 10, 14, 28, 29, 30};
Volume(1) = {1};

//Définitions du volume au dessus de D'
Surface Loop(2) = {12, 23, 3, 2, 16, 17, 24, 25, 11, 13, 8, 9, 26, 27, 22, 6, 5, 21, 18, 28, 29, 30};
Volume(2) = {2};

//Déclaration des surfaces et volumes physiques
Physical Surface(MasterA) = {7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14};
Physical Surface(SlaveA) = {15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22};
Physical Surface(MasterB) = {4, 5, 6};
Physical Surface(SlaveB) = {4, 5, 6};
Physical Surface(PEC) = {23, 24, 25, 26, 27};
Physical Volume(Vol) = {1, 2};

```

Figure G.9 – Lignes de code pour obtenir la corrugation de la figure G.8.

Références

- [1] C. Geuzaine, J.-F. Remacle, "Gmsh: A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 11, pp. 1309-1331, 2009.
- [2] <https://www.youtube.com/watch?v=nkuawZkiu1w>.
- [3] <https://www.youtube.com/watch?v=iYSMVZQGpbw>.
- [4] <https://www.youtube.com/watch?v=E8nGNZk71fw&t=24s>.
- [5] <https://www.youtube.com/watch?v=xL2LmDsDLYw&t=119s>.

Annexe H

Fonctionnement de la TGC du mode TM_{01}

La Transition Guide d'onde Câble coaxial (TGC) est présentée dans le chapitre 3, et rappelée sur la figure H.1. Avant de fabriquer cette TGC, des simulations pour prouver son bon fonctionnement sont effectuées. Ces simulations sont équivalentes à ce qui est fait lors de la calibration avant de faire des mesures de propagation d'un guide d'onde :

- une première simulation avec les TGC mis bout-à-bout,
- une simulation TGC guide d'onde métallique TGC.

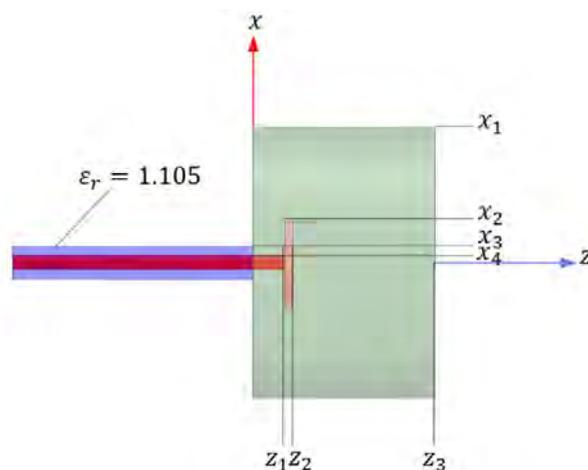


Figure H.1 – TGC pour le mode TM_{01} .

H.1. Simulation « TGC-TGC »

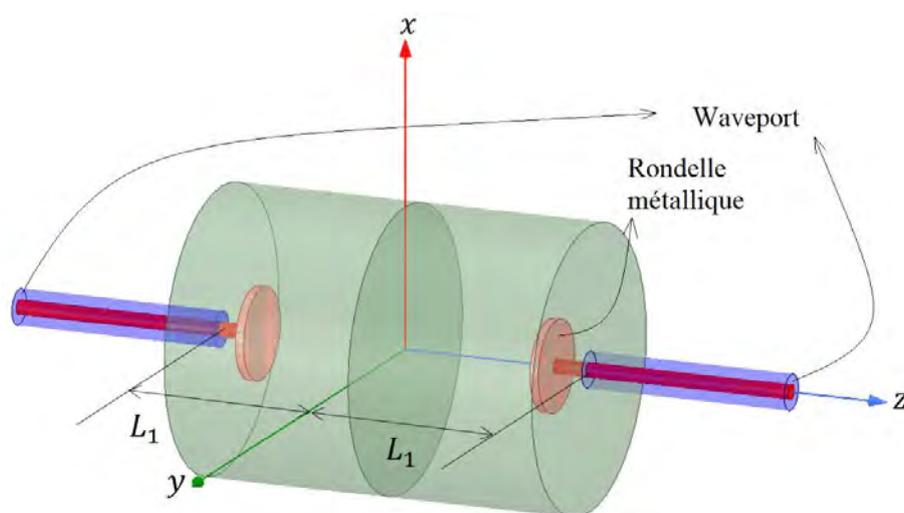


Figure H.2 – Simulation « TGC-TGC » avec $L_1 = 45.4$ mm.

La première simulation de la figure H.2, permet d'isoler les paramètres S correspondant à une TGC. En effet, le logiciel HFSS permet de simuler les paramètres S de l'ensemble « TGC-TGC ». A l'aide d'un code Matlab, ces paramètres S sont convertis en matrice ABCD [1].

Soit $[T_1]$ la matrice ABCD de l'ensemble « TGC-TGC » et $[T_{TGC}]$ la matrice ABCD d'un seul TGC, on a alors (H.1) sous condition que les deux TGC soient identiques :

$$[T_1] = [T_{TGC}][T_{TGC}]. \quad (H.1)$$

Comme les deux TGC sont supposés parfaitement identiques, on déduit de cette simulation la matrice chaîne d'une seule TGC :

$$[T_{TGC}] = [T_1]^{1/2}. \quad (H.2)$$

H.2. Simulation « TGC-guide métallique-TGC »

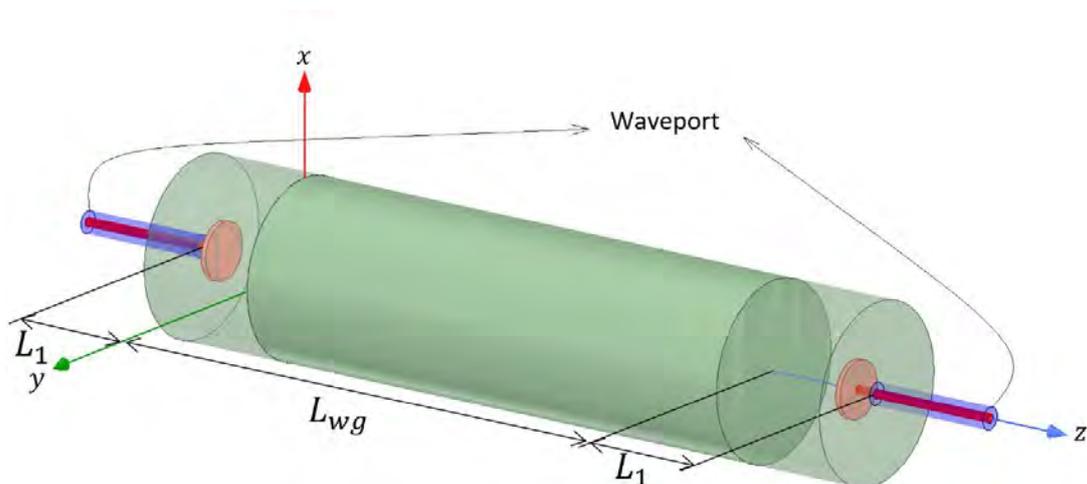


Figure H.3 – Simulation « TGC-guide métallique-TGC », avec $L_{WG} = 207$ mm.

H.2.1. Cartographie des champs

Dans un premier temps, on vérifie la cartographie des champs, représentée sur la figure H.4, qui se propagent dans le guide métallique, pour être sûr qu'il s'agisse du mode TM_{01} .

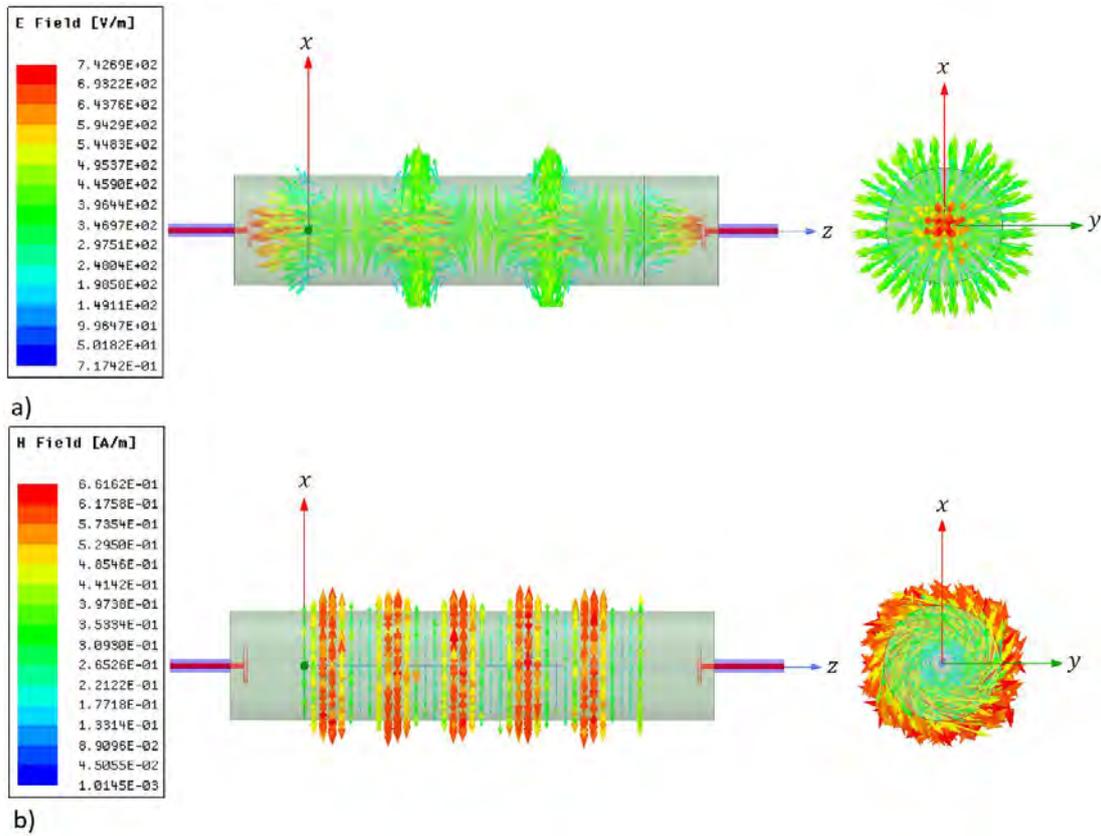


Figure H.4 – Champs a) électrique et b) magnétique dans le guide d'onde métallique à 5 GHz.

Avec cette figure, on constate que le champ magnétique est uniquement suivant l'axe θ et le champ électrique principalement suivant l'axe z et un peu suivant l'axe ρ . Ceci prouve que le mode qui se propage est le mode TM_{01} et que le mode TE_{11} ne se propage pas avec cette sonde d'excitation, [2]. On peut maintenant vérifier les paramètres S.

H.2.2. Paramètres S

La première simulation a permis d'isoler la matrice ABCD d'une TGC : $[T_{TGC}]$. On considère maintenant, la matrice ABCD $[T_2]$ de l'ensemble « TGC-guide métallique-TGC », donnée par la simulation de la structure représentée sur la figure H.3. On a alors :

$$[T_2] = [T_{TGC}][T_{guide}][T_{TGC}], \quad (H.3)$$

où $[T_{guide}]$ est la matrice ABCD du guide métallique. On isole donc cette matrice avec (H.4) :

$$[T_{guide}] = [T_{TGC}]^{-1}[T_2][T_{TGC}]^{-1}. \quad (H.4)$$

On peut alors reconverter la matrice $[T_{guide}]$ pour obtenir les paramètres S du guide seul, présentés sur la figure H.5.

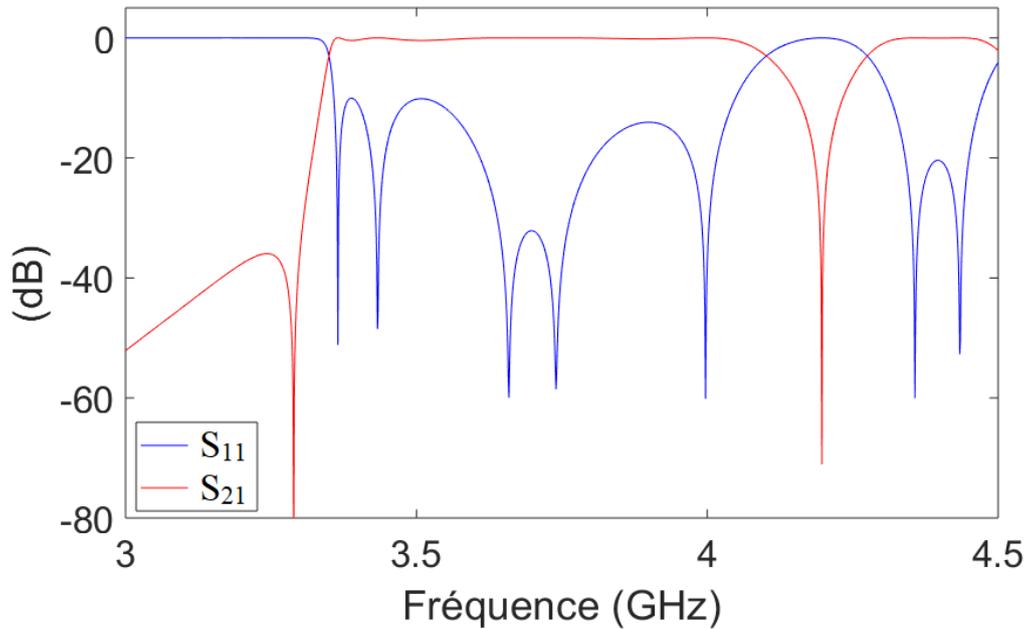


Figure H.5 – Paramètres S du guide métallique après post traitement.

Le mode TM_{01} se propage donc à partir de 3.36 GHz (correspondant à sa fréquence de coupure théorique). On peut maintenant extraire le diagramme de dispersion du guide métallique, représenté sur la figure H.7, avec l'équation :

$$\beta_z = -\frac{\angle S_{21}}{L_{wg}} \quad (H.5)$$

où $\angle S_{21}$ est la phase du paramètre S_{21} en radian. Pour éviter les sauts de phase de 2π observés sur la figure H.6, la fonction *unwrap* de Matlab est utilisée sur cette phase pour les fréquences supérieures à la fréquence de coupure (on voit sur la figure H.7 que la courbe est tracée après 3.36 GHz).

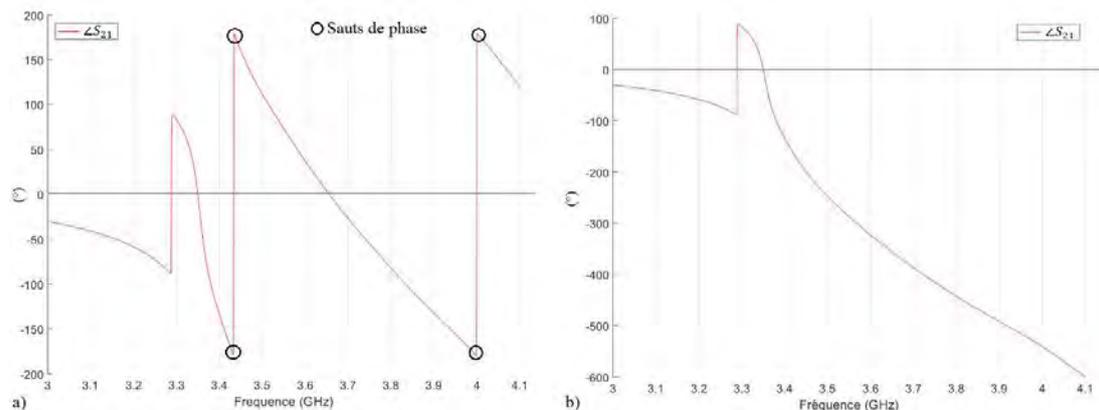


Figure H.6 – Phase du paramètre S_{21} a) avec sauts de phase de 2π et b) sans saut de phase grâce à la fonction *unwrap*.

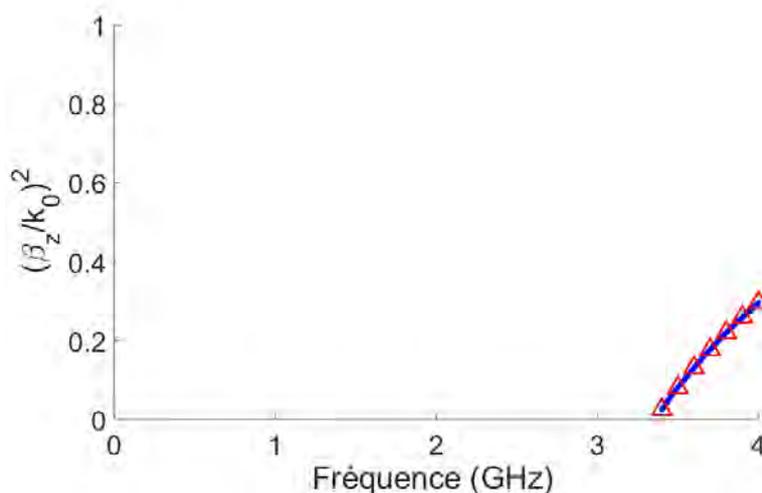


Figure H.7 – Diagrammes de dispersion du mode TM₀₁ d'un guide métallique, en bleu obtenu avec le code de post traitement et (H.5) et en rouge le diagramme analytique.

Le code de post traitement est donc validé. Il pourra être utilisé pour tous types de guide cylindrique à paroi usinée (métamatériaux). Dans le chapitre 3, il est utilisé pour le guide d'onde corrugué.

Références

- [1] D. A. Frickey, "Conversions Between S, Z, Y, H, ABCD, and T Parameters Which are Valid for Complex Source and Load Impedances," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 42, no. 2, pp. 205-211, Feb. 1994.
- [2] C. S. Lee, S. W. Lee, S. L. Chuang, "Plot of Modal Field Distribution in Rectangular and Circular Waveguides," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 33, no. 3, pp. 271-274, Mar. 1985.

Annexe I

Mesures des paramètres S du guide métallique usiné

Les mesures de propagation du mode TM_{01} dans le guide métallique sont exposés. Les différentes mesures sont comparées aux résultats des simulations dans un cas idéal (PEC et TGC identiques).

I.1. Mesure des paramètres S de l'ensemble « TGC-TGC »

Le schéma de principe pour obtenir les paramètres S du guide métallique a été présenté sur la figure 3.33 du chapitre 3. Ainsi, il faut les paramètres S de l'ensemble « TGC-TGC » dans un premier temps.

Le système mesuré est présenté sur la figure I.1.



Figure I.1 – Mesure de l'ensemble « TGC-TGC ».

La mesure des paramètres S de cet ensemble est comparée aux résultats des simulations présentées en annexe G sur la figure I.2. Cette figure montre qu'il y a un décalage en fréquence entre la mesure et la simulation d'environ 100 MHz.

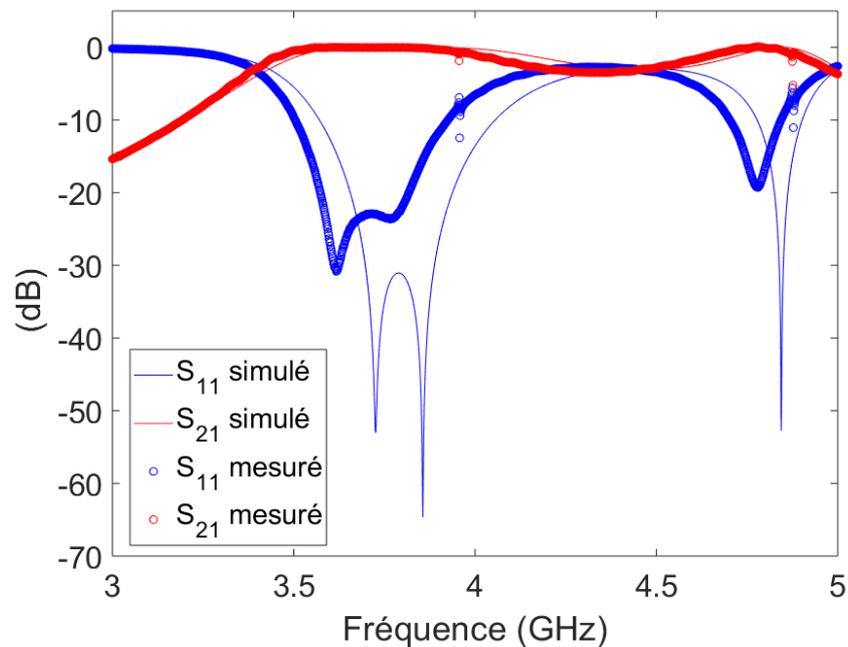


Figure I.2 – Paramètres S de l'ensemble « TGC-TGC » mesurés en cercle, et simulés en trait plein.

I.2. Mesure des paramètres S de l'ensemble « TGC-guide métallique-TGC »

La figure I.3 montre le système mesuré formé par les TGC et le guide métallique.

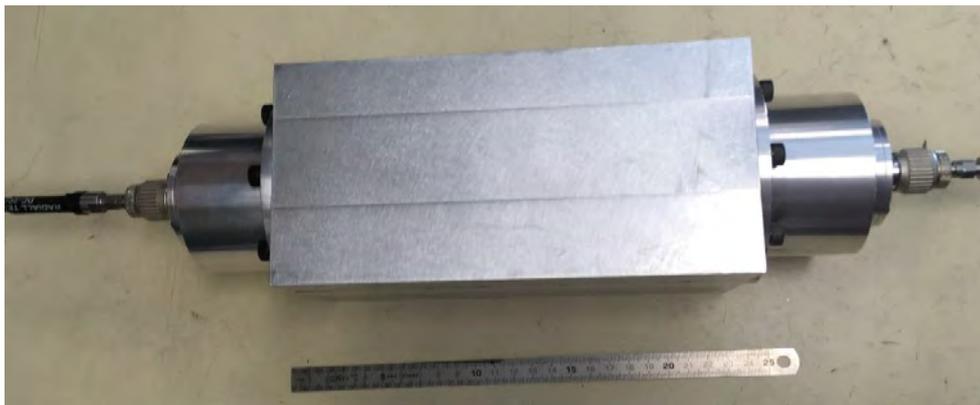


Figure I.3 – Mesure « TGC-guide métallique-TGC ».

Les paramètres S de cet ensemble sont comparés à la simulation équivalente sur la figure I.4, sans post-traitement dans un premier temps. La mesure colle à nouveau bien à la simulation. Le décalage en fréquence est plus petit puisqu'il n'est que de 20 MHz.

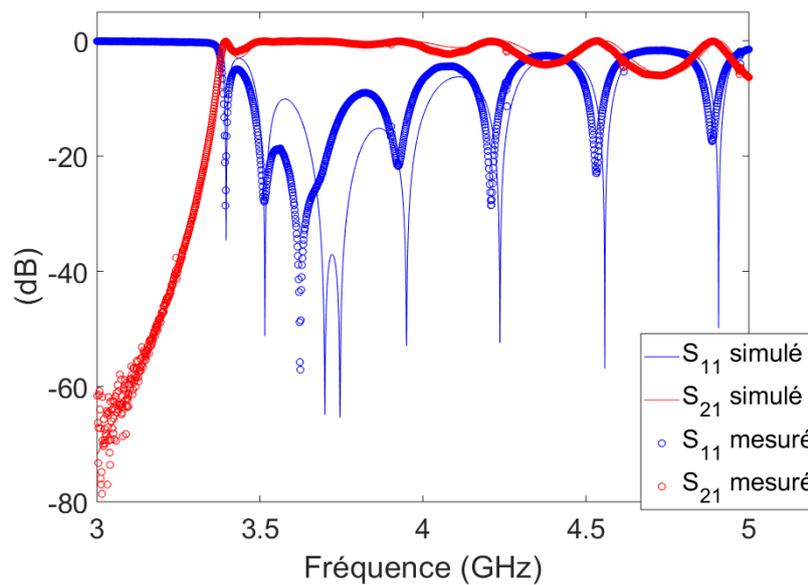


Figure I.4 – Paramètres S de l'ensemble « TGC-guide métallique-TGC » mesurés en cercle, et simulés en trait plein.

Le code de post-traitement présenté dans l'annexe H et sur la figure 3.33 du chapitre 3 est utilisé pour isoler les paramètres S du guide métallique. Ils sont représentés sur la figure I.5 avec une comparaison des paramètres issus de la simulation de la section H.2.2 de l'annexe H.

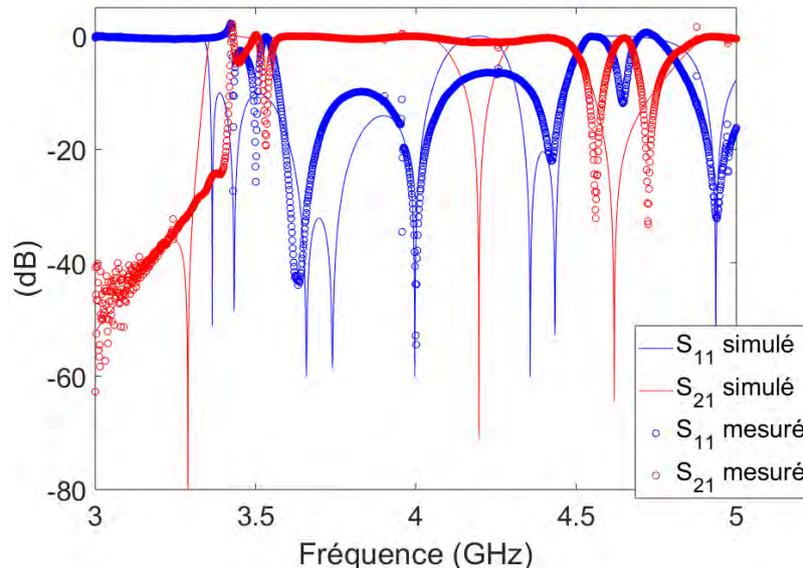


Figure I.5 – Paramètres S du guide métallique isolé après post-traitement, les mesures sont représentées par des cercles, et les simulations par des traits pleins.

Sur les figures I.3 et I.4 le décalage en fréquence des mesures était vers les fréquences basses. Sur cette figure, les mesures sont décalées d'environ 250 MHz vers les hautes fréquences. On constate notamment que la fréquence de coupure du guide d'onde est aux alentours de 3.57 GHz, alors que celle-ci doit être de 3.36 GHz.

Annexe J

Fichier « .pro » de la corrugation longitudinale

Dans l'annexe G, différents fichiers utiles à la TME dans le cas des métamatériaux 3-D ont été présentés. Ces fichiers permettent la construction géométrique de la cellule élémentaire. Dans cette annexe, le fichier « .pro » permettant le calcul des champs électromagnétiques sur le plan Ω' est détaillé sur les figure J.1 et J.2. Les différentes fonctions de ce code sont présentées dans la partie 4.1.2 du chapitre 4. Le fichier « .geo » est lié au fichier « .pro », ils portent le même nom.

```

1 //-----"3D unit cell"
2 // Benchmark "3D unit cell"
3 // File: Equations
4 // Contributors:
5 // Lucille Kähler
6 // Miguel Rojas S.
7 // Pablo Suardo O.
8 //-----
9
10 //Apres des fichiers ".dat"
11 Include "unitcell_corrugation_long.dat";
12 Include "unitcell_corrugation_long.dat";
13 Include "unit_geo_corrugation_long.dat";
14 Include "initialisation_corrugation_long.dat";
15
16 //Declaration des noms attribués aux différentes parois et au volume de la cellule
17 Group {
18   Port1 = Region[MasterA];
19   Port2 = Region[SlaveA];
20   Port3 = Region[MasterB];
21   Port4 = Region[SlaveB];
22   Contour = Region[PEC];
23   Vol = Region[Vol];
24
25   Wall_S = Region[Contour, Port1, Port2, Port3, Port4];
26   Vol_S = Region[Wall];
27   Vol_C = Region[Vol];
28   Tot = Region[Vol_S, Vol_C];
29 }
30
31 //Création d'une constante permettant de suivre le nombre d'itérations
32 DefineConstant
33   COUNTER = {1, Min 1, Max 1, Step 1, Loop 1, ReadOnlyRange 1, Visible 1, Highlight "LightGrey",
34   Name "Parameters/Iteration n°"};
35
36 //Création de variables
37 Function FREQ = (MINFREQ)*1e+9; //Fréquence
38   nu = 1;
39   epsilon = eps0;
40   sigma = 0;
41   nu_cplx[k] = Complex(0,nu)[1](($EigenvalueReal));
42
43 //Variables permettant de créer le plan  $\Omega'$ 
44 ALPHA_MIN = -(ALPHA/2);
45 ALPHA_MAX = (ALPHA/2);
46 ALPHA_DIV = P/180;
47 H_MIN = 0;
48 H_MAX = H;
49 H_DIV = H/50;
50
51 //Constante de propagation dans le vide
52 kRE = (2*PI*FREQ)/c0;
53 kIM = 0;
54 k_norm2 = kRE^2 + kIM^2;
55 k_care = kRE^2 - kIM^2 + 2*kRE*kIM;
56 //Constante de coupure
57 kc_norm2 = kRE^2 - kIM^2 - kcM^2;
58 kc_care = kRE^2 - kIM^2 + 2*kRE*kcM;
59
60
61 //Création de la constante de propagation  $\gamma_z$ 
62 gam = (k_norm2 >= kc_norm2) ? Sqrt(k_care - kc_care) : Sqrt(kc_care - k_care);
63
64 //Affichage sur l'interface graphique de GMSH des différentes constantes
65 MPI_Psurf[1] = frequency; %g; FREQ;
66 MPI_Psurf[2] = kc; %g + 1%g; kcRE, kcIM;
67 MPI_Psurf[3] = kc0; %g + 1%g; kRE, kIM;
68 MPI_Psurf[4] = Gam; %g; gam;
69
70 kc_cplx[k] = Complex(kRE, kcIM);
71 FREQ_CUT[1] = kc_cplx[k]*c0/(2*PI)*1e+09;
72
73 }
74
75 DefineConstant[
76   LAMB = {c0/FREQ*1000, ReadOnly 1, Highlight "LightGrey",
77   Name "Parameters/Wavelength [mm]"};
78 ];
79
80 //Définition des contraintes
81 Contraint {
82   //Condition PEC en  $\Gamma_5$ 
83   { Name PEC;
84     { Region Contour; Value 0; }
85   }
86 }
87 //Conditions périodiques
88 { Name periodic;
89   Case {
90     { Region Contour; Value 0; }
91     //Condition sur les parois parallèles  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ 
92     If (k_norm2 >= kc_norm2)
93       { Region Port2; Type LinkCplx; RegionRefPort1;
94         Coefficient Complex(Cos(gam*H), Sin(gam*H)); Function Vector($X,$Y,$Z,H); }
95     Elseif (k_norm2 < kc_norm2)
96       { Region Port2; Type LinkCplx; RegionRefPort1;
97         Coefficient Exp(-gam*H); Function Vector($X,$Y,$Z,H); }
98   }
99 EndIf
100 //Condition sur les parois non-parallèles  $\Gamma_3$  et  $\Gamma_4$ 
101 { Region Port3; Type LinkCplx; RegionRefPort1;
102   Coefficient Complex(Cos(gam*ALPHA), Sin(gam*ALPHA));
103   Function Vector($X,$Y,$Z); }
104 }
105 }
106 }
107
108 //Attribution de la méthode des jacobiens
109 Jacobian {
110   Case { { Region Vol_C; Jacobian Vol; }
111     { Region Vol_S; Jacobian Sur; }
112   }
113 }
114
115 //Méthode d'intégration de Gauss
116 Integration {
117   Name II;
118 }

```

Figure J.1 – Fichier « .pro » première partie.


```
DefineConstant[
  MINFREQ = { 0.100000, ReadOnly 1, Highlight "LightGrey",
    Name "3Freq. sweep/1Start Frequency [GHz]"},
  // permet de créer une case grisée sur l'interface graphique pour voir la
  fréquence (ici 0.1 GHz)
  m = 0 , % ordre du mode
  kcRE = 2.094400 , // partie réelle de  $k_c$ 
  kcIM = 0.000000 // partie imaginaire de  $k_c$ 
];
```