



HAL
open science

Nouvelles méthodologies basées sur le concept de déformation représentative pour la caractérisation mécanique par indentation de matériaux métalliques

Alaa Albayda

► **To cite this version:**

Alaa Albayda. Nouvelles méthodologies basées sur le concept de déformation représentative pour la caractérisation mécanique par indentation de matériaux métalliques. Matériaux. Université de Rennes, 2022. Français. NNT : 2022REN1S124 . tel-04185887

HAL Id: tel-04185887

<https://theses.hal.science/tel-04185887>

Submitted on 23 Aug 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

ÉCOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : « *Mécanique des solides* »

Par

« **Alaa ALBAYDA** »

« **Nouvelles méthodologies basées sur le concept de déformation représentative pour la caractérisation mécanique par indentation de matériaux métalliques** »

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 13/12/2022
Unité de recherche : « **LGCGM** »

Rapporteurs avant soutenance :

Fabrice RICHARD MCF HDR, Université de Franche-Comté
Francine ROUDET PU HDR, Université de Lille

Composition du Jury :

Président :	Eric LE BOURHIS	Professeur, Université de Poitiers
Examineurs :	Fabrice RICHARD Francine ROUDET Jean-Pierre GUIN Charbel MOUSSA	Professeur, Université de Franche-Comté Professeure, Université de Lille Directeur de Recherches CNRS, Université de Rennes1 Chargé de Recherches, Mines Paris PSL SOPHIA ANTIPOLIS
Dir. de thèse :	Gérard MAUVOISIN	Maître de Conférences HDR, Université de Rennes 1
Co-dir. de thèse :	Olivier BARTIER	Maître de Conférences, Université de Rennes 1
Co-dir. de thèse :	Xavier HERNOT	Maître de Conférences, Université de Rennes 1

ACKNOWLEDGEMENT

Avant tout, je tiens à exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse, Gérard MAUVOISIN, ainsi qu'à mes directeurs de thèse, Olivier BARTIER et Xavier HERNOT, pour leur aide précieuse au cours de ces années. Sans leur formidable soutien, leur patience et leur attitude motivante, rien de tout cela n'aurait été possible.

Merci à tous les membres du Laboratoire LGCGM pour avoir passé trois ans avec moi, en particulier : Miaoran, Joséphine, Ilyas, Mahmoud, Dominique, ... Enfin, je tiens à exprimer ma plus profonde reconnaissance à mes parents : ma mère **Rana** et mon père **Jamal**, mes frères : Moustafa et Tarek, mes cousins Hassan.B, Naima A., Rima H. et mes amis en particulier : Karim K., Omar H., Salwan.A, Ali.Z Ahmad Z., Omar A., Mohammad H., AbdelGheni K., Marwan.S, Seb.M pour leurs encouragements et leur soutien.

TABLE OF CONTENTS

Introduction générale	21
1 Etude Bibliographique	25
1.1 Introduction	25
1.2 Comportement mécanique des matériaux	25
1.2.1 Déformation élastique	26
1.2.1.1 Coefficient de Poisson	27
1.2.1.2 Module de Young et loi de Hooke Généralisée	27
1.2.2 Déformation élasto-plastique	28
1.2.2.1 Surface de charge	29
1.2.2.2 Critère de plasticité	29
1.2.2.3 Ecrouissage	31
1.2.2.4 Essai de traction	32
1.3 Essai d'indentation	34
1.3.1 Introduction	34
1.3.2 Principe de l'essai d'indentation	35
1.3.3 Contact Mécanique	36
1.3.3.1 Contact élastique entre deux solides	37
1.3.3.2 Contact élasto-plastique entre deux solides	40
1.4 Détermination des propriétés mécaniques par indentation sphérique	44
1.4.1 Méthodes basés sur F-a	45
1.4.1.1 Approche de Tabor 1951	45
1.4.1.2 Méthode de Chaudhri 1996,2005	47
1.4.1.3 Evaluation de Taljat et al. 1998	49
1.4.1.4 Méthode de Ahn et Kwon 2001	52
1.4.1.5 Modification proposée par Jeon et al. 2005,2006	52
1.4.1.6 Synthèse des méthodes basés sur F-a	52
1.4.2 Méthodes basés sur F-h	55
1.4.2.1 Evaluation de Nayebi et al. 2002	55

TABLE OF CONTENTS

1.4.2.2	Méthode de Cao et Lu. 2004	55
1.4.2.3	Evaluation de Lee et al. 2005	57
1.4.2.4	Méthode de Zhao et al. 2006	60
1.4.2.5	Evaluation de Beghini et al. 2006	61
1.4.2.6	Evaluation de Ogasawara. 2009	62
1.4.2.7	Evaluation de Moussa et al. 2014	63
1.4.2.8	Synthèses des méthodes basés sur F-h	64
1.5	Conclusion	66
2	Modèles et Matériaux	69
2.1	Introduction	69
2.2	Modèles numériques EF	69
2.2.1	Modèle EF A : indenteur rigide	70
2.2.2	Modèle EF B : indenteur déformable	71
2.3	Présentation des matériaux réels	71
2.4	Présentation des bancs expérimentaux	73
2.4.1	Essais de traction uniaxial	74
2.4.1.1	Éprouvettes de tractions	74
2.4.1.2	Déroulement de l'essai	75
2.4.1.3	Courbes de Traction	77
2.4.2	Essais d'indentation sphérique	82
2.4.2.1	Etat des échantillons	82
2.4.2.2	Banc expérimental	82
2.4.2.3	Mesure du rayon de contact	83
2.4.2.4	Calibration des courbes F(h)	84
2.4.2.5	Courbes F(h)	90
2.5	Conclusion du chapitre	91
3	Méthode du gradient	93
3.1	Introduction	93
3.2	Définition de la méthode du gradient	93
3.3	Application avec des données issues de calcul MEF	96
3.4	Application avec des données issues du modèle analytique de Lee et al.[54]	98
3.4.1	Procédure d'identification	99
3.4.1.1	Procédure suivie à partir des donnés F-a	100

3.4.1.2	Procédure suivie à partir de F-h	103
3.4.2	Comparaison des résultats issus de F-a et de F-h	103
3.5	Validation numérique du modèle analytique de Lee et al.	104
3.5.1	Validation des courbes F(h)	105
3.5.2	Validation des courbes F(a)	107
3.5.3	Influence de la rigidité de l'indenteur	109
3.5.4	Discussion	110
3.6	Influence du frottement	111
3.6.1	Influence du frottement en fonction du rapport E/σ_y	112
3.6.1.1	Influence sur la courbe F(h/R)	112
3.6.1.2	Influence sur la courbe F(a/R)	113
3.6.2	Influence du frottement en fonction de l'écrouissage du matériau	115
3.6.2.1	Influence sur la courbe F(h/R)	115
3.6.2.2	Influence sur la courbe F(a/R)	116
3.6.3	Conclusion	118
3.7	Conclusion du chapitre	119
4	Application de la méthode du gradient : Etudes analytique, numérique et expérimentale	121
4.1	Introduction	121
4.2	Investigation analytique : mesures issues du modèle de Lee et al.	122
4.2.1	Identification à partir de $F - a$ (dureté)	122
4.2.1.1	Identification des paramètres de la loi d'Hollomon	123
4.2.1.2	Évolution de la déformation représentative	123
4.2.1.3	Evolution du facteur de confinement	124
4.2.2	Identification à partir de $F - h$	125
4.2.2.1	Identification des paramètres de la loi d'Hollomon	125
4.2.2.2	Evolution de la déformation représentative	126
4.2.3	Identification de la loi d'écrouissage	127
4.2.4	Conclusion	128
4.3	Investigation numérique : mesures issues d'un calcul EF	129
4.3.1	Courbes F(a/R)	129
4.3.2	Intersection des contours	130
4.3.3	Identification de la loi d'écrouissage	131

TABLE OF CONTENTS

4.3.4	Influence du frottement sur l'identification de la loi d'Hollomon . . .	135
4.3.5	Conclusion	136
4.4	Investigation expérimentale : mesures obtenues expérimentalement	137
4.4.1	Influence de l'incertitude de mesure du rayon de contact	137
4.4.2	Caractérisation des matériaux métalliques	142
4.5	Conclusion du chapitre	144
5	Détermination de la loi de comportement à partir d'une fonction coût et du modèle analytique	147
5.1	Introduction	147
5.2	Procédure d'application	148
5.2.1	Introduction	148
5.2.2	Définition de la fonction coût	148
5.2.3	Définition de la déformation représentative moyenne	150
5.2.3.1	Procédure suivie en utilisant les courbes $F(h)$	151
5.2.3.2	Procédure suivie en utilisant les courbes $F(a)$	157
5.2.3.3	Comparaison des résultats issues de $F(h)$ et de $F(a)$	160
5.2.3.4	Comparaison avec la méthode du gradient	160
5.2.4	Conclusion	161
5.3	Application expérimentale sur des matériaux « réels »	162
5.3.1	Introduction	162
5.3.2	Détermination de la courbe $F(a)$ à partir des données expérimentales discrètes $F - a$	163
5.3.3	Caractérisation des matériaux réels	165
5.4	Conclusion du chapitre	167
6	Nouvelle approche numérique pour l'indentation sphérique	169
6.1	Introduction	169
6.2	Détermination d'une nouvelle approche numérique d'indentation sphérique	170
6.2.1	Introduction	170
6.2.2	Choix des matériaux utilisés dans la base de données	170
6.2.3	Proposition d'un modèle analytique	173
6.3	Validation du modèle	175
6.3.1	Introduction	175
6.3.2	Vérification des courbes $F(h/R)$	176

6.3.3	Vérification des courbes $F(a/R)$	177
6.3.4	Calcul de la déformation représentative (méthode du Gradient) . .	179
6.3.5	Conclusion	179
6.4	Transformation des courbes d'indentation	180
6.4.1	Introduction	180
6.4.2	Définition des indenteurs	182
6.4.2.1	Indenteur sphérique rigide	182
6.4.2.2	Indenteur sphérique déformable	183
6.4.3	Détermination du Volume "plastique", déplacé (Postulat 1)	184
6.4.3.1	Indenteur rigide de forme parabolique	187
6.4.3.2	Indenteur rigide de forme sphérique	188
6.4.4	Détermination du bourrelet plastique (Postulat 2)	190
6.4.4.1	Détermination du déplacement d'un point de l'indenteur situé sur l'axe de symétrie et loin du contact pour un in- denteur de forme quelconque	191
6.4.4.2	Postulat 2	192
6.4.5	Synthèse de la méthode de transformation	195
6.5	Application de la méthode de transformation	197
6.5.1	Introduction	197
6.5.2	Application numérique (EF)	198
6.5.2.1	Courbes $F(h)$ non calibrées	199
6.5.2.2	Etape 1 : Calibration de la déformation de l'indenteur . .	200
6.5.2.3	Etape 2 : Calibration de la déformation du porte-indenteur (Compliance)	202
6.6	Identification des matériaux réels	203
6.7	Conclusion du chapitre	205
	Conclusion générale	207
	Bibliography	211

TABLE DES FIGURES

1.1	Matériau soumis à une force F	26
1.2	Diagramme montrant les mouvements des atomes dans les cristaux en deux dimensions pour une déformation élastique	26
1.3	Diagramme montrant les mouvements des atomes dans les cristaux en deux dimensions pour une déformation plastique	29
1.4	Comparaison des critères de Tresca (en pointillés) et de Von Mises (traits pleins) en traction biaxiale lorsque σ_3 est nulle	30
1.5	Courbe contrainte-déformation obtenue par traction sur un cylindre.	33
1.6	(a) Principe du test d'indentation; (b) Courbe d'indentation $F(h)$	35
1.7	Les différentes formes d'indenteur couramment utilisées en indentation	36
1.8	Représentation schématique de la dispersion de la zone plastique durant un essai d'indentation sphérique pour trois régimes différents : élastique, élasto-plastique et plastique[22]	37
1.9	Géométrie de contact quand deux corps sont en contact	38
1.10	Déformation de deux corps en contact lorsqu'une force, F est exercée sur l'indenteur (corps 2).	39
1.11	Schéma de la charge en fonction de la profondeur d'indentation pour un pénétrateur cylindrique de type poinçon plat	41
1.12	Contours de la contrainte principale pour un matériau vitrocéramique avec pénétrateur sphérique. Le côté gauche de la figure montre les solutions élastiques. Le côté droit de la figure montre les résultats des éléments finis pour la réponse élasto-plastique. Les amplitudes sont indiquées pour (a) σ_1 , (b) σ_2 , (c) σ_3 . Pour les résultats élastiques et élasto-plastiques, les distances sont exprimées par rapport au rayon de contact $a_o = 0,326$ mm et les contraintes en rapport à la pression de contact moyenne $p_m = 3,0$ GPa obtenue pour le cas élastique lorsque $F = 1000$ N [31] [31]	43

1.13	Distribution de la pression de contact pour un contact élastique et élasto-plastique (éléments finis). pour $F = 1000$ N, $R = 3,18$ mm. Les résultats sont normalisés à a_o et p_m . La barre en bas de l'axe horizontal indique le rayon du cercle de contact $a = 0,437$ mm pour la condition élasto-plastique[31]	44
1.14	Evolution de la contrainte d'élasticité et de la dureté de Vickers pour un acier doux en compression en fonction de la déformation %	46
1.15	Evolution de la déformation plastique maximale, et du coefficient $\alpha_{a/R}$ en fonction du rapport a/R	48
1.16	Evolution du facteur de confinement en fonction du rapport a/R pour un cuivre recuit	49
1.17	Distribution de la déformation plastique équivalente au bord de l'indentation pour des coefficients d'écrouissage n compris entre 0,0 et 0,5 étudié par Taljat et al.[45]	51
1.18	Evolution du facteur de confinement et de la déformation représentative issue de la dureté pour un matériau de paramètres $E/\sigma_y = 210000/260$ et $n = 0,16$ indenté par une sphère[48]	54
1.19	Identification de la déformation représentative pour différents niveaux de pénétration[52]	56
1.20	Procédure d'évaluation de Lee et al.[54] : distributions des déformations plastiques équivalentes en fonction de (a) la distance normalisée de l'axe d'indentation $2r/d$ à une profondeur normalisée $l/d = 0,1$ et (b) en fonction de l/d à $2r/d = 0,8$	58
2.1	Modèle EF A : axisymétrique pour un indenteur rigide de rayon $R=0,25$ mm avec des éléments CAX4	70
2.2	Modèle B : axisymétrique pour un indenteur déformable de rayon 0,5mm avec des éléments CAX4	71
2.3	Microstructure des matériaux	72
2.4	Direction de découpe des éprouvettes pour le matériau EN-AW2017	74
2.5	Eprouvettes cylindriques de traction pour les matériaux : C35 ; C65 ; C100 ; 42CrMo4	75
2.6	Montage de l'extensomètre sur un système d'essai universel INSTRON 50 kN	76
2.7	Dispositif utilisé pour l'essai de traction Lloyd LR[64]	76
2.8	Courbes contraintes-déformation vraies pour le matériau : EN-AW2017	78

TABLE DES FIGURES

2.9	Comparaison entre la courbes expérimentale EN-AW2017 essai#2 de contrainte-déformation réelle et celles correspondant à l'ajustement de cette courbe par une loi de type Hollomon	79
2.10	Comparaison entre la courbe expérimentale de contrainte-déformation réelle et celles correspondant à l'ajustement de cette courbe par une loi de type Hollomon pour différentes valeurs de ε_{max}	81
2.11	Montage de l'essai d'indentation instrumentée développé au laboratoire LGCGM	83
2.12	Mesure de la taille de l'empreinte d'un essai d'indentation sphérique pour l'EN-AW2017 pour une charge maximale $F = 100N$	84
2.13	(a) Détermination du point h_i (b) Courbes $F(h)$ issue d'un test d'indentation instrumentée : matériau EN-AW2017, $F_{max} = 200N$	85
2.14	Représentation schématique dans l'espace z,r du dispositif expérimental de l'essai d'indentation sphérique utilisé	86
2.15	(a) Compliance déterminée graphiquement pour une série d'essai d'indentation sur l'alliage d'aluminium EN-AW2017 (b) zoom sur l'intersection de la droite ajustée avec l'axe de C_t	88
2.16	Série de courbes $F(h)$ résultant des essais d'indentation sphérique pour un indenteur en carbure de Tungstène sphérique de rayon $R=0,5mm$	90
3.1	Organigramme illustrant les étapes pour obtenir la déformation représentative à partir de la méthode du gradient à partir de données numériques. .	96
3.2	Evolution bruitée de la déformation représentative en fonction du rayon de contact adimensionnel (a/R) obtenue à partir de la méthode du gradient de dureté sur des données issues de simulations EF pour une perturbation de $\pm 2,16\%$ pour k et $\pm 2,16\%$ pour n	98
3.3	Courbes d'indentation obtenues à partir du modèle analytique de Lee et al.[54] pour un rayon $R=0,5mm$ reprogrammé sous python pour un pseudo matériau ($E = 210GPa$, $\sigma_y=260MPa$, $n=0,16$) : (a) courbe $F(a/R)$; (b) courbe $F(h/R)$	100
3.4	Isovaleurs de dureté obtenue dans l'espace $[\sigma_y, n]$ pour (a) H_1 et (b) H_2 . Un pas de $10MPa$ a été choisi pour σ_y et $0,005$ pour n dans la construction de la grille.	100
3.5	Croisement des contours d'isovaleurs de H_1 et H_2 . (a) Représentation dans l'espace $[\sigma_y, n]$, (b) Représentation dans l'espace $[k,n]$	101

3.6	(a) Représentation schématique des gradients de dureté dans l'espace $[k, n]$. (b) Courbe contrainte-déformation d'Hollomon correspondant à la solution et les contraintes représentatives obtenues à partir de la méthode de gradient pour H_1 et H_2	102
3.7	Représentation schématique des gradients de dureté dans l'espace (k, n) .	102
3.8	Croisement des contours d'isovaleur de F_1/h_1^2 et F_2/h_2^2 dans l'espace (k,n) .	103
3.9	(a) Points représentatifs identifiés à partir de la méthode de gradient pour des mesures $F - a$ et $F - h$. (b) Isovaleurs de dureté et de courbure de la courbe d'indentation dans l'espace $[k,n]$ obtenues pour une même valeur de force F_2	104
3.10	Niveau des erreurs quadratiques moyennes EQM dans l'espace $E/\sigma_y, n$ entre des courbes $F(h/R)$ numériques et des courbes $F(h/R)$ analytiques via le modèle de Lee et al.	106
3.11	Comparaison entre deux courbes, numérique et analytique, pour deux matériaux ayant :(a) EQM =11N;(b) EQM = 0,3N	106
3.12	Comparaison entre deux courbes F(h/R) numérique et analytique (Lee et al.) pour un rapport $h_{max}/R = 0,18$	107
3.13	Niveau des erreurs quadratiques moyennes EQM dans l'espace $E/\sigma_y, n$ entre des courbes F(a/R) numériques et des courbes $F(a/R)$ analytiques via le modèle de Lee et al.	108
3.14	Courbes F(a/R) pour le matériau ayant un rapport $E/\sigma_y = 100$	109
3.15	Evolution du rapport $\frac{F}{E_m a_c^2}$ en fonction de (a_c/R) pour deux matériaux différents ayant le même rapport $\frac{E_m}{\sigma_y} = 500$ lorsque les mesures sont prédites à partir : (a) du modèle analytique de Lee et al. ; (b) de notre modèle EF. .	110
3.16	Influence du frottement sur la courbe F(h/R) pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même coefficient d'écouissage $n=0,14$: (a) $E/\sigma_y = 100$; (b) $E/\sigma_y = 724$; (c) $E/\sigma_y = 2000$	112
3.17	Influence du frottement sur la courbe F(a/R) pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même coefficient d'écouissage $n=0,14$: (a) $E/\sigma_y = 100$; (b) $E/\sigma_y = 724$; (c) $E/\sigma_y = 2000$	113
3.18	Profils d'empreinte pour un rapport $h/R = 0,18$ pour différents matériaux. r/a et z/h sont les rapports adimensionnels entre les coordonnées radiales/le rayon d'empreinte et les coordonnées axiales/la profondeur de pénétration respectivement.	114

TABLE DES FIGURES

3.19 Influence du frottement sur la courbe $F(h/R)$ pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même $E/\sigma_y = 2000$ pour différents coefficients d'écrouissage : (a) $n = 0$; (b) $n = 0,14$; (c) $n = 0,4$ 116

3.20 Influence du frottement sur la courbe $F(a/R)$ pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même $E/\sigma_y = 2000$ pour différents coefficients d'écrouissage : (a) $n = 0$; (b) $n = 0,14$; (c) $n = 0,4$ 117

3.21 Profil d'empreinte pour $E/\sigma_y=2000$, $h/R = 0,18$ et $\mu=0$ pour différentes valeurs de n durant la phase de chargement. 118

4.1 Contour de duretés, H , dans l'espace (k, n) pour le (a) matériau doux; (b) matériau dur 123

4.2 Evolution des différentes déformations représentatives issues de la dureté en fonction du rapport (a/R) pour (a) matériau doux, (b) matériau dur . . 124

4.3 Evolution du facteur de confinement C_f en fonction du rapport a/R obtenue avec différentes méthodes pour (a) un matériau doux, (b) un matériau dur 125

4.4 Contour de courbure d'indentation, F/h^2 , dans l'espace (k, n) pour le (a) matériau doux; (b) matériau dur 126

4.5 Evolution des différentes déformations représentatives calculées en fonction du rapport (a/R) pour (a) matériau doux, (b) matériau dur 127

4.6 Comparaison entre la courbe contrainte-déformation correspondant à la solution et les contraintes représentatives obtenues par indentation pour deux pseudo-matériaux : (a) matériau doux, (b) matériau dur 128

4.7 Comparaison de deux courbes $F(a/R)$ obtenues par deux modèles différents : le modèle de Lee et al. et le modèle EF(B). 130

4.8 Intersection des contours de duretés dans l'espace (σ_y, n) pour des valeurs de duretés issue d'un modèle EF. 131

4.9 Comparaison entre la courbe contrainte-déformation d'Hollomon correspondant à la solution et les contraintes représentatives obtenues à partir de la méthode du gradient en se basant sur des données issues d'un modèle EF. 132

4.10 Influence du frottement sur l'identification de la loi d'écrouissage par la méthode de gradient et le modèle de Lee et al. 136

4.11	Empreintes sur l'alliage d'Aluminium EN-AW2017 a) Essai de micro-indentation avec une sphère de rayon $20\mu\text{m}$ pour une charge 400mN , b) Essai de macro-indentation avec une sphère de rayon $0,5\text{mm}$ pour une charge 200N	138
4.12	Profil de micro-dureté Meyer pour le EN-AW2017 en utilisant un indenteur de rayon $20\mu\text{m}$	139
4.13	Sept contours d'isovaleur de dureté dans l'espace (k, n) pour : (a) un cas analytique sans erreur (b) avec erreur de $+5\%$	140
4.14	Les déformations et contraintes représentatives identifiées lorsqu'une erreur de $\pm 5\%$ et $\pm 2,5\%$ sur la mesure du diamètre de contact est imposée	141
4.15	Comparaison entre les lois de comportements identifiés par traction et celles identifiées par indentation sphérique (méthode du gradient) pour différents matériaux expérimentaux	144
5.1	Schéma représentatif des courbes $F(h/R)$ pour deux matériaux différents : (a) matériau dur, (b) matériau doux	149
5.2	Courbe $F(h/R)$ référence issue du modèle de Lee et al. pour le matériau ayant : $E = 210 \text{ GPa}$, $\sigma_y = 260 \text{ MPa}$ et $n = 0,16$	151
5.3	(a) Grille construite à partir des couples de paramètres σ_y et n situées autour des paramètres de la solution. (b) courbes $F(h)$ prédites à partir du modèle de Lee et al. pour chaque combinaison de couple de paramètres σ_y et n et de la grille (10000 courbes).	152
5.4	Isovaleurs de la fonction coût E_3 avec les différentes solutions qui aboutissent à une valeur de $E_3 < 0,2\%$ dans : (a) l'espace (σ_y, n) ; (b) l'espace (K, n)	153
5.5	Comparaison de la loi d'écroutissage solution et de celles correspondant aux couples de paramètres k et n ayant une valeur de $E_3 < 0,2 \%$	154
5.6	Détermination de l'angle d'inclinaison du fond de la vallée dans l'espace (k, n)	154
5.7	(a) Deux droites représentatives des points situés aux fond de la vallée pour deux valeurs seuil de E_1 différentes ($0,5\%$ et $0,008\%$). (b) Dispersion de ε_{RM} en fonction de la valeur seuil de E_3	156

TABLE DES FIGURES

5.8 (a) Représentation des différents niveaux d'indentation correspondant à différents rapports de h_{max}/R de la courbe référence. (b) Représentation des angles θ_{RM} pour chaque niveau d'indentation étudié. (c) Comparaison entre la loi de comportement solution du matériau pseudo-numérique et les points identifiés à partir des différents niveaux d'indentation considérés . . . 158

5.9 Différents niveaux d'indentation représentés par différents rapports de a_{max}/R sur la courbe $F(a/R)$ référence. 159

5.10 (a) Cartographie de la fonction coût $E_4(a/R)$ obtenues et représentation des différentes solutions pour $E_4 < 0,5$ (%) dans l'espace (K, n) ; (b) Détermination de l'angle d'inclinaison du fond de la vallée dans l'espace (K, n) 159

5.11 Comparaison entre les points identifiées à partir de la définition de la déformation représentative moyenne et la loi d'écrouissage « solution » du matériau. 160

5.12 Comparaison entre les différentes valeurs de déformation représentative calculées en fonction du rapport h/R 161

5.13 Identification des points contraintes-déformation représentatives à partir des courbes d'indentation $F(h)$ et $F(a)$ et une définition d'une fonction coût 166

6.1 Valeurs du rapport E/σ_y et de l'exposant d'écrouissage, n , des principaux matériaux métalliques utilisés dans l'industrie issues du logiciel 'Granta Design' (base contenant 1200 matériaux métalliques différents) 173

6.2 Matériaux de la base de données du laboratoire LGCGM 175

6.3 Isovaleurs d'erreurs $E_5 (h_{max}/R)$ obtenues avec le modèle proposé pour les courbes $F(h/R)$ 176

6.4 Comparaison entre la courbe $F(h/R)$ obtenue numériquement (en vert) et celle obtenue à partir du modèle proposé pour différents valeurs d'erreurs(en bleu) pour deux valeurs de E_5 : (a) $< 0,01\%$; (b) $> 0,01\%$ 177

6.5 Isovaleurs d'erreurs $E_6 (a_{max}/R)$ obtenues avec le modèle proposé pour les courbes $F(a/R)$, en pointillés les contours des erreurs E_5 178

6.6 Comparaison entre la courbe $F(a/R)$ obtenue numériquement (en vert) et celle obtenue à partir du modèle proposé pour différents valeurs d'erreurs(en bleu) pour deux valeurs de E_6 : (a) $< 0,01\%$; (b) $> 0,01\%$ 179

6.7 Zones de fiabilité du modèle analytique proposé 180

6.8 Configuration d'un indenteur déformé 184

6.9	Evolution du rayon équivalent estimé en fonction du rayon de contact de 0,25mm (Matériau ayant $E_m=400\text{GPa}$, $\sigma_y=1000\text{MPa}$ et $n= 0,3$	190
6.10	Représentation schématique dans l'espace z,r du dispositif expérimental de l'essai d'indentation sphérique utilisé dans notre laboratoire	198
6.11	Comparaison des courbes $F(h)$ obtenues pour les deux configurations EF étudiées avec la courbe $F(h)$ obtenue pour un indenteur rigide (pour un pseudo-matériau numérique ayant comme caractéristiques : $\sigma_y=260\text{MPa}$; $n=0,164$ et $E = 210\text{GPa}$)	200
6.12	Etape 1 : Comparaison des courbes $F(h)$ obtenues pour les deux configurations EF étudiées avec la courbe $F(h)$ obtenue avec un indenteur rigide après transformation (pour un pseudo-matériau numérique ayant : $\sigma_y=260\text{MPa}$; $n=0,164$ et $E = 210\text{GPa}$)	201
6.13	Etape 2 : (a) Comparaison entre les courbes $F(h)$ obtenues pour les deux configurations EF étudiées et la courbe $F(h)$ obtenue pour un indenteur rigide après transformation (pour un pseudo-matériau numérique ayant : $\sigma_y=260\text{MPa}$; $n=0,164$ et $E = 210\text{GPa}$) , (b) zoom de la figure (a)	202
6.14	Comparaison entre les contraintes et déformations représentatives obtenues par indentation avec la méthode du gradient (basée sur le modèle de Lee et al. et sur le nouveau modèle analytique proposé) et les lois d'écrouissage obtenues par traction par les différents matériaux étudiés	205

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Solutions du contact élastique pour une sphère (parabole).	40
1.2	Valeurs des paramètres mécaniques de matériaux indentés utilisés pour la détermination du modèle proposé par Lee et al.	57
2.1	Conditions du traitement thermiques et la dureté Vickers des aciers utilisés	73
2.2	Optimisation des paramètres de la loi d'Hollomon pour le matériau EN-AW2017 pour l'essai#2	79
2.3	Paramètres σ_y et n optimisés à partir d'une fonction de type Hollomon pour chaque essai de traction effectué sur le matériau : EN-AW2017	80
2.4	Propriétés mécaniques optimisées pour les matériaux étudiés	82
3.1	Propriétés mécaniques du pseudo-matériau utilisé pour montrer le signal bruité du gradient de dureté obtenu par élément finis.	97
3.2	Grandeurs physiques pour deux essais d'indentation analytique à deux charges différentes.	99
3.3	Propriétés mécaniques des matériaux mat1 et mat 2	109
4.1	Propriétés mécanique des pseudo-matériaux doux et durs utilisés	122
4.2	Comparaison des valeurs des propriétés des matériaux calculées à celles données	134
4.3	Grandeurs physiques prédites à partir du modèle analytique de Lee et al. et valeurs de a/R en appliquant des erreurs de $\pm 2,5\%$ et $\pm 5\%$ sur le rayon de contact	140
5.1	Détermination des constants de Meyer (équation de la courbe $F(a)$)	164
6.1	Symboles utilisés pour chaque configuration d'indenteur.	186
6.2	Deux configurations EF pour un indenteur sphérique lié à un porte-indenteur	199

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La connaissance du comportement mécanique des matériaux est essentielle tout au long du cycle de vie des produits qui en sont constitués.

Afin de choisir les matériaux les mieux adaptés et réaliser un dimensionnement répondant aux critères de résistance pour des conditions d'utilisation données, la connaissance des propriétés mécaniques élastiques est indispensable dès la conception mécanique en bureaux d'études pour effectuer les simulations numériques nécessaires à la prévision du comportement des pièces et des structures. La loi d'érouissage est aussi souvent indispensable pour prévoir le comportement mécanique des matériaux durant la phase de mise en forme quel qu'en soit le procédé, pour la faisabilité de certaines opérations, pour la simulation des retours élastiques ou pour l'optimisation des paramètres process dans la plupart des opérations telles que l'usinage, le forgeage, le pliage ou l'emboutissage.

Les recherches menées depuis des dizaines années sur l'élaboration des matériaux, dont les formulations ne cessent de se renouveler pour répondre aux besoins de tous les secteurs de l'industrie : le spatial, l'aéronautique, la santé, le militaire, l'automobile, le secteur agricole, le ferroviaire, le génie civil..., font appel à la caractérisation mécanique des matériaux. Ces dernières années par exemple, la course à l'allègement des véhicules, pour réduire les émissions de CO₂, a incité à mieux connaître le comportement mécanique des matériaux afin d'en optimiser l'usage.

Une grande quantité de tests mécaniques existent mais l'essai de traction uniaxiale est le plus simple et le plus répandu. Il est normalisé et simple à interpréter mais nécessite la réalisation préalable d'éprouvettes normalisées qui demandent un certain volume de matériau initial qui n'est pas toujours disponible par exemple lorsque le matériau constitue des couches minces ou lorsque le matériau, ou son procédé d'élaboration, est assez coûteux comme dans le cas des techniques de fabrications additives.

Depuis plusieurs dizaines d'années, l'indentation instrumentée est utilisée à différentes échelles pour déterminer principalement la dureté et le module de Young de matériaux, mais elle est également pressentie comme une potentielle alternative aux essais de traction pour déterminer la loi d'érouissage des matériaux métalliques.

Dans ce travail de thèse, l'objectif est d'approfondir la compréhension de la notion de déformation représentative en indentation afin de proposer une démarche, de caractérisation mécanique fiable des matériaux métalliques, basée sur les données de l'indentation instrumentée.

Dans le chapitre 1, nous présentons une étude bibliographique. Nous rappelons premièrement le principe de contact mécanique entre deux solides. L'essai d'indentation est ensuite présenté ainsi que les différents modèles et méthodes qui permettent d'analyser cet essai pour identifier les propriétés mécaniques des matériaux.

Dans le chapitre 2, nous présentons les modèles numériques de types éléments finis que nous allons utiliser durant cette étude. Nous présentons aussi les différents matériaux et les différents bancs expérimentaux que nous utilisons. Le traitement des données expérimentales est également décrit dans ce chapitre.

Dans le chapitre 3, nous introduisons une nouvelle méthode de caractérisation des matériaux homogènes basée sur des mesures d'indentation sphérique. Nous présentons d'abord la difficulté d'application directe de cette méthode à partir des logiciels de calcul par éléments finis. Ensuite, nous montrons que la méthode est applicable à partir du modèle dérivable de Lee et al. disponible dans la littérature. Dans ce chapitre nous validons la démarche utilisant ce modèle, et nous étudions aussi l'influence du frottement sur les courbes d'indentation.

Dans le chapitre 4, nous appliquons la nouvelle méthode proposée pour déterminer la loi de comportement des matériaux. Trois démarches d'investigations sont menées. Dans la première, nommée *investigation analytique*, nous utilisons les mesures d'indentation issues directement du modèle de Lee et al. pour tester la méthode d'identification. Cette étude sert à valider la procédure d'identification en étudiant deux matériaux caractérisés par deux régimes de déformations différents pour le cas où les mesures d'indentation sont considérées idéales.

Dans la deuxième investigation, nommée *investigation numérique*, nous utilisons des données d'indentation issues d'un calcul par éléments finis pour l'identification.

Dans la troisième investigation, nommée *investigation expérimentale*, nous caractérisons les matériaux réels testés par indentation sur notre banc expérimental.

Dans le chapitre 5, nous réutilisons une méthode de caractérisation basée sur l'indentation sphérique développée au laboratoire LGCGM en 2012. Nous adaptons cette méthode au modèle de Lee et al. avant de caractériser les matériaux réels.

Dans le chapitre 6, nous répondons aux problématiques résultants de problèmes de fiabilité du modèle de Lee et al. en proposant notre propre modèle d'indentation sphérique. Nous introduisons et validons premièrement le nouveau modèle proposé pour le cas d'une indentation par une sphère non déformable. Ensuite, et pour une application pratique, nous proposons notre méthode qui permet de transformer les données d'indentation par une sphère rigide en données d'indentation par une sphère déformable élastiquement. Enfin, nous caractérisons différents matériaux réels en nous basant sur la méthode que nous proposons dans cette étude associée à notre propre modèle d'indentation sphérique.

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous rappelons d'abord les principales notions en mécanique des matériaux, et les différentes définitions des paramètres mécaniques de manière simplifiée. Nous introduisons ensuite les solutions de contact issues des travaux fondamentaux de Sneddon et de Hertz nécessaires pour comprendre le principe de l'essai d'indentation. Nous identifions les différentes méthodes qui nous permettent d'une part de réaliser un essai d'indentation et d'autre part d'obtenir les paramètres mécaniques des matériaux à partir de cet essai mécanique. Nous focalisons notre étude pour le cas des indenteurs sphériques.

1.2 Comportement mécanique des matériaux

Un matériau solide se déforme sous une sollicitation mécanique. La déformation de ce matériau dépend de ses caractéristiques mécaniques et de l'intensité de la sollicitation imposée. De manière générale, deux types de comportement de déformation peuvent être observés pour les métaux à température ambiante : une déformation élastique et une déformation élasto-plastique.

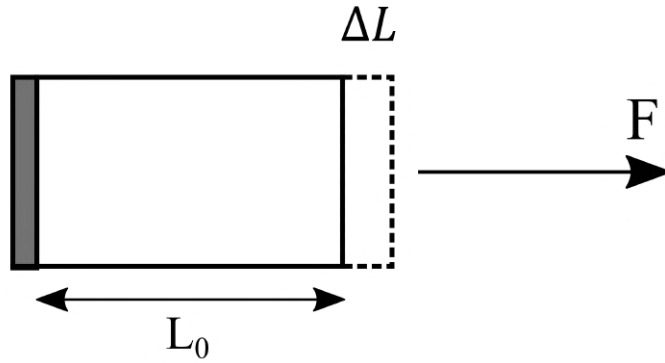


FIGURE 1.1 – Matériau soumis à une force F

1.2.1 Déformation élastique

Lorsqu'un morceau de métal est soumis à une force dont l'intensité augmente progressivement (Figure 1.1), les atomes de chaque grain sont simplement déplacés de leur position initiale de manière élastique. Si la force est annulée, les atomes reviennent à leur position initiale. De manière générale, le comportement élastique est fonction du type de liaison qui se présente dans le matériau : covalentes, ioniques, métalliques, Van Der Waals ...

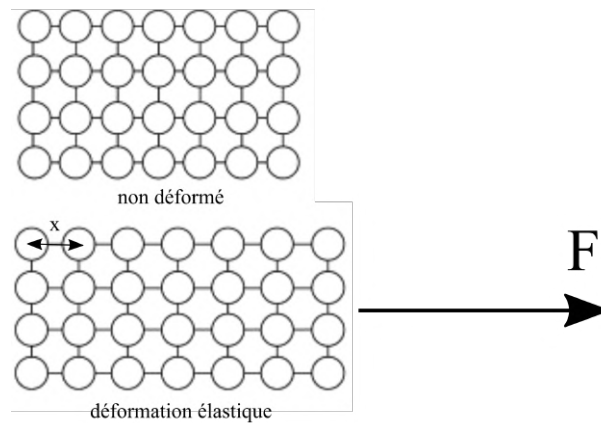


FIGURE 1.2 – Diagramme montrant les mouvements des atomes dans les cristaux en deux dimensions pour une déformation élastique

Cependant, pour toutes ces liaisons, la relation entre la force F et l'éloignement x

entre atomes est quasi linéaire.

$$F = Kx \quad (1.1)$$

L'élasticité est caractérisée par le module de Poisson ν et le module d'Young E .

1.2.1.1 Coefficient de Poisson

Lorsque nous tirons sur un échantillon métallique, il s'allonge dans la direction de traction et il se contracte dans la direction transversale (perpendiculaire à la direction de traction). Le coefficient de Poisson, ν , est le rapport entre la déformation dans la direction transversale et la déformation dans la direction de traction. La valeur du coefficient de Poisson dépend du matériau mais la plupart des matériaux d'ingénierie ont un coefficient de Poisson compris entre 0,15 et 0,35[1].

1.2.1.2 Module de Young et loi de Hooke Généralisée

En 1678, un scientifique anglais du nom de Robert Hooke a mené des expériences qui ont fourni des données montrant que dans la plage élastique d'un matériau, la déformation est proportionnelle à la contrainte. Robert Hooke a conclu que la force F dans n'importe quel ressort est proportionnelle à l'extension ΔL comme suit :

$$F = K\Delta L \quad (1.2)$$

où le terme K est la raideur du ressort.

Selon la loi de Hooke, la contrainte est proportionnelle à la déformation (dans la région élastique) et la pente est le module de Young, E :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.3)$$

E est une propriété intrinsèque du matériau qui décrit sa rigidité. On note que σ et ε sont respectivement la contrainte exprimée en MPa et la déformation ou allongement relatif (sans dimension) :

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1.5)$$

Où A est la section sur laquelle l'effort F est appliqué, L_0 est la longueur initiale du solide.

Dans le cas d'un matériau isotrope¹ déformé de manière multiaxiale, si l'on prend en compte le coefficient de Poisson ν , la loi de Hooke devient :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.6)$$

avec δ_{ij} le symbole de Kronecker et ε_{kk} est une notation abrégée de la trace du tenseur des déformations (somme des termes diagonaux du tenseur). Dans le cas d'un matériau anisotrope, on définit la contrainte et la déformation localement par un tenseur 3×3 , le tenseur des contraintes $[\sigma_{ij}]$ et le tenseur des déformations $[\varepsilon_{ij}]$. Le comportement élastique du matériau est alors modélisé par un tenseur d'ordre 4 $[C_{ijkl}]$ contenant 81 coefficients élastiques. Le nombre de coefficients indépendants est réduit à 21 en tenant compte de la symétrie des tenseurs de contraintes et de déformations, et de la stabilité énergétique du tenseur. On a :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (1.7)$$

1.2.2 Déformation élasto-plastique

Lorsque la force devient suffisamment importante, les plans d'atomes peuvent glisser les uns par rapport aux autres, grâce aux déplacements des dislocations, ce qui entraîne une déformation plastique permanente (Figure 1.3). Du point de vue mécanique, la plasticité d'un matériau ne se déclenche que lorsque la contrainte qu'il subit dépasse une certaine limite, notée par la limite d'élasticité σ_y . L'élasto-plasticité est le comportement mixte du matériau lors de son chargement. Pour connaître l'état de déformation d'un matériau, la surface de charge f est définie.

1. les propriétés élastiques sont les mêmes dans toutes les directions

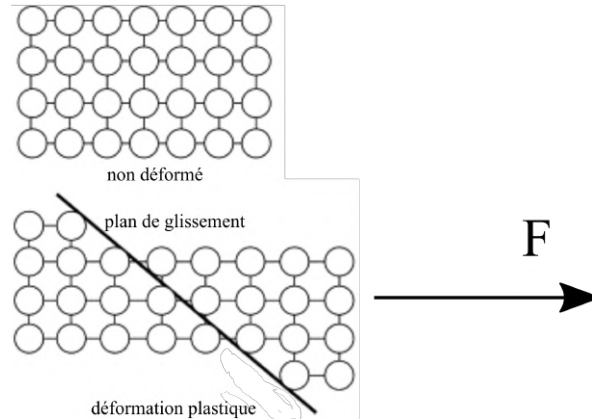


FIGURE 1.3 – Diagramme montrant les mouvements des atomes dans les cristaux en deux dimensions pour une déformation plastique

1.2.2.1 Surface de charge

La surface de charge f est une fonction mathématique qui, une fois tracée dans le repère des contraintes principales $(\sigma_1 ; \sigma_2 ; \sigma_3)$, permet de déterminer si le tenseur de contrainte $\bar{\sigma}$ identifié correspond à un état de contrainte élastique ou plastique. Une fois l'état de contrainte déterminé, on est capable de déterminer les lois mécaniques qui régissent le comportement de notre matériau. Le comportement est élastique si

$$f(\bar{\sigma}) < 0 \text{ ou } f(\bar{\sigma}) = 0 \text{ et } df = 0$$

il est élasto-plastique si

$$f(\bar{\sigma}) = 0 \text{ et } df > 0$$

1.2.2.2 Critère de plasticité

La limite d'élasticité σ_y est la contrainte au-dessus de laquelle les premières déformations irréversibles apparaissent. En dessous de cette limite, toutes les déformations générées au cours du chargement du matériau peuvent être recouvrées. La généralisation tridimensionnelle pour le cas d'un chargement complexe de cette définition du domaine élastique obtenu lors d'un essai uniaxial est appelée critère de plasticité. Elle permet de définir, dans l'espace des contraintes, la région pour laquelle le matériau aura un comportement élastique. Pour les métaux isotropes les deux critères isotropes les plus utilisés sont ceux

de Von Mises et de Tresca.

a. Critère de Tresca

Pour Tresca[2] la déformation plastique commence lorsque la contrainte de cisaillement maximale dans un élément est égale ou supérieure à une valeur critique :

$$f(\bar{\sigma}) = \frac{1}{2} \max (|\sigma_i - \sigma_j|) - \frac{1}{2}\sigma_y = 0 \tag{1.8}$$

σ_i et σ_j sont les contraintes de cisaillement maximales dans chaque plan principal. Ce critère s'intéresse à la valeur maximale de la contrainte de cisaillement qui peut être déterminée notamment par un essai de cisaillement simple ou par un essai de torsion.

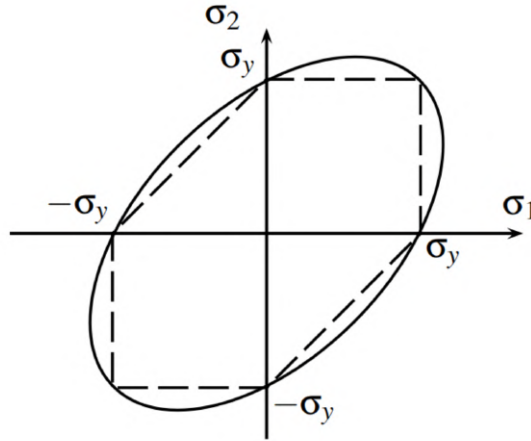


FIGURE 1.4 – Comparaison des critères de Tresca (en pointillés) et de Von Mises (traits pleins) en traction biaxiale lorsque σ_3 est nulle

b. Critère de Von Mises

Le critère de Von Mises, basé sur des considérations énergétiques de la déformation du matériau, suppose que la plasticité est due à la partie purement déviatorique du tenseur des contraintes.

Il ne fait intervenir qu'un seul paramètre noté σ_y , qui dépend du matériau et qui peut s'obtenir par un essai de traction. Sa formulation mathématique est donnée en fonction des contraintes principales ($\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$) :

$$f(\bar{\sigma}) = \frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right] - \sigma_y^2 \tag{1.9}$$

Les deux critères sont très proches et les deux permettent (Figure 1.4) de bien décrire le comportement des métaux. Le critère de Von Mises est particulièrement bien adapté aux matériaux ductiles[3], [4].

1.2.2.3 Ecouissage

Pour un métal subissant préalablement une contrainte supérieure à sa limite d'élasticité, on remarque par la suite une augmentation de la contrainte nécessaire à la plastification : c'est le phénomène d'écrouissage.

On distingue deux types d'écrouissage : l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique. Pour le chargement plastique, l'évolution du critère est telle que l'état de contrainte actuel se trouve toujours sur la surface de plasticité, ce qui est exprimé par la condition de cohérence :

$$f' = 0 \quad (1.10)$$

où f' est la dérivée temporelle de f . On suppose que la surface de plasticité est décrite par une équation du type :

$$f(\bar{\sigma}, R, X) = 0 \quad (1.11)$$

qui dépend du tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$, d'une variable scalaire d'écrouissage isotrope R et d'une variable tensorielle X d'écrouissage cinématique.

Ecrouissage isotrope

Parmi les possibilités de choix de la variable R , on utilise généralement une mesure intrinsèquement plastique. Classiquement, on suppose que le critère de plasticité s'écrit :

$$f(\bar{\sigma}, R, X) = f(\bar{\sigma}, X) - R = \bar{\sigma} - R = 0 \quad (1.12)$$

où $\bar{\sigma}$ désigne la contrainte équivalente au sens du critère de plasticité. L'évolution de R peut être choisie sous différentes formes qui doivent être adaptées au comportement du matériau considérée.

Différentes lois d'écrouissage isotropes sont proposées dans la littérature pour décrire le comportement d'un matériau, on distingue les lois suivantes, Hollomon (loi puissance)[5], Ludwik[6], Swift[7] et Voce[8] présentées dans les équations 1.13-1.16 respectivement.

$$R = K\varepsilon_p^n \text{ (Hollomon)} \quad (1.13)$$

$$R = \sigma_y + K\varepsilon_p^n \text{ (Ludwick)} \quad (1.14)$$

$$R = K (\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n \text{ (Swift)} \quad (1.15)$$

$$R = \sigma_y + K \left(1 - e^{-A\varepsilon_p}\right) \text{ (Voce)} \quad (1.16)$$

Où ε_p est la déformation plastique, les autres sont les paramètres d'ajustement en fonction de la nature du matériau.

Pour un matériau donné, plusieurs modèles d'écrouissage peuvent décrire le comportement élasto-plastique. Dans le cas de l'alliage d'Aluminium AL2014-T6 par exemple, tous ces modèles peuvent assez bien interpoler la courbe d'écoulement expérimentale mais la meilleure interpolation est obtenue avec la loi de Voce[9].

Écrouissage cinématique

Si la fonction de charge 1.11 admet la propriété $f(\bar{\sigma}, 0) = f(-\bar{\sigma}, 0)$, cette propriété est conservée par l'écrouissage isotrope ; à tout instant on a $f(\bar{\sigma}) = f(-\bar{\sigma})$ et le critère est dit symétrique. L'écrouissage isotrope n'est pas adapté à la description de l'effet Bauschinger[10]. Ainsi, un autre type d'écrouissage est introduit dit écrouissage cinématique au travers d'une variable X , qui intervient dans la fonction de charge en se soustrayant à la contrainte. L'effet de cette variable est d'opérer une translation de la surface seuil dans l'espace des contraintes. La loi d'évolution de l'écrouissage cinématique est celle proposée par Armstrong-Frederick[10] avec une composante linéaire :

$$X = \frac{2}{3}C_X\alpha + \frac{2}{3}H_X\varepsilon_p \quad (1.17)$$

C_X détermine l'intensité de l'écrouissage, H_X est le module de la partie linéaire et α est une variable interne associée à X et à la vitesse de déformation associée à la déformation plastique.

1.2.2.4 Essai de traction

Pour la détermination des propriétés mécaniques introduites jusqu'à présent (loi d'écrouissage), un essai mécanique est requis. L'essai le plus utilisé est l'essai de traction uniaxiale qui consiste à imposer un allongement de l'échantillon étudié, à vitesse constante, jusqu'à rupture. Au cours de l'essai l'effort appliqué et l'allongement sont enregistrés afin de pouvoir tracer la courbe de traction puis d'en faire l'analyse pour obtenir l'évolution de la contrainte normale en fonction de la déformation longitudinale (Voir Figure 1.5).

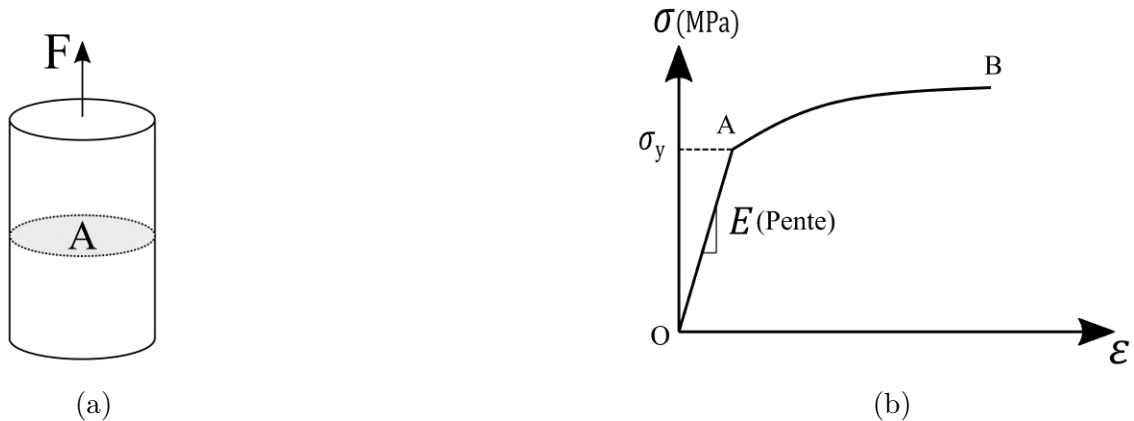


FIGURE 1.5 – Courbe contrainte-déformation obtenue par traction sur un cylindre.

Les caractéristiques conventionnelles

L'essai de traction tel qu'il est pratiqué permet d'établir une relation entre la force appliquée et l'allongement de l'éprouvette qui en résulte. La contrainte conventionnelle de traction est obtenue par le rapport entre l'effort de traction et la section droite de l'échantillon testé. De même la déformation conventionnelle est obtenue par le rapport entre l'allongement et la longueur initiale de l'échantillon.

Lorsque l'éprouvette s'allonge et si l'on considère en première approximation que son volume reste constant alors sa section diminue. Ceci est d'autant plus marqué que l'allongement de l'éprouvette est important. Les caractéristiques conventionnelles ne sont donc utilisables que pour de faibles déformations.

Les caractéristiques rationnelles

Dans le cas où les déformations imposées sont importantes, il convient de tenir compte de cette diminution de section pour prévoir précisément le comportement des matériaux. On utilise alors les caractéristiques rationnelles. La contrainte rationnelle ou contrainte vraie σ_v s'exprime en fonction de la section instantanée S .

$$\sigma_v = F/S = (F/S_0) \cdot (L/L_0) \quad (1.18)$$

puisque² $S \cdot L = S_0 \cdot L_0$, alors

$$\sigma_v = \sigma (1 + \Delta L/L_0) \quad (1.19)$$

De même on définit la déformation vraie ε_v qui s'exprime en fonction de l'allongement

². indice 0 pour désigner le matériau à l'état non chargé

relatif par :

$$\varepsilon_v = \ln(1 + \Delta L/L_0) \quad (1.20)$$

La réalisation d'un essai de traction nécessite la fabrication préalable d'une éprouvette de traction normalisée, ce qui prend du temps et représente un certain coût. De plus, cet essai est un essai destructif puisqu'il est réalisé jusqu'à rupture de l'éprouvette.

1.3 Essai d'indentation

1.3.1 Introduction

L'essai de traction est le test mécanique le plus répandu car son interprétation est assez simple. D'un point de vue expérimental, l'essai d'indentation est généralement plus facile à réaliser, surtout avec l'instrumentation automatisée qui est disponible dans le commerce aujourd'hui. Une éprouvette quelconque présentant une surface plane et polie peut suffire à réaliser plusieurs tests d'indentation. Il convient de distinguer les essais de dureté et les essais d'indentation instrumentés. Les essais de dureté consistent à appliquer une charge sur un indenteur (plusieurs géométries existent) en contact avec la surface à tester puis à relever la taille de l'empreinte laissée par l'indenteur après son retrait. Le mode de calcul de la dureté dépend du type d'essai réalisé et de la géométrie de l'indenteur utilisé. Les duretés Brinell et Vickers correspondent au rapport entre la charge appliquée et l'aire de contact évaluée entre l'indenteur et la surface déformée du matériau testé avant retrait de l'indenteur.

Les essais d'indentation instrumentée (IIT) sont plus sophistiqués. Ils ont été développés au cours des dernières décennies dans le but de déterminer la dureté et le module de Young de très petits volumes de matériaux. Les bancs d'indentation instrumentée utilisent des actionneurs et des capteurs haute résolution pour contrôler et mesurer en permanence les charges appliquées et le déplacement d'un pénétrateur lorsqu'il est enfoncé puis retiré du matériau testé. Les données acquises au cours de l'essai d'indentation instrumentée peuvent permettre de déterminer des propriétés mécaniques autre que la dureté. Le module d'élasticité est la propriété la plus fréquemment mesurée par IIT[11]. Certains ont aussi utilisé l'IIT pour évaluer la résistance à la rupture de matériaux fragiles en mesurant optiquement la longueur des fissures s'étendant à partir de l'empreinte d'indentation résiduelle[12]. Si la température de l'éprouvette peut être contrôlée, il est possible de déterminer les paramètres caractéristiques de l'écoulement plastique activé thermique-

ment, telles que l'énergie d'activation nécessaire pour fluage[13]-[15]. Il existe également des méthodes permettant d'évaluer la sensibilité à la vitesse de déformation[16], [17], la limite d'élasticité et l'exposant d'écroutissement[18]-[20]. La détermination des deux derniers paramètres est le sujet de cette étude et sera détaillée un peu plus loin.

1.3.2 Principe de l'essai d'indentation

L'indentation consiste à imposer l'enfoncement d'un corps dur (indenteur) dans un matériau moins dur (le matériau à tester) (Figure 1.6(a)). L'enfoncement de l'indenteur génère une empreinte conforme à la forme du pénétrateur, qui est utilisée pour la détermination de la dureté classique. Pour les essais instrumentés, on peut obtenir une courbe $F(h)$, force en fonction de la pénétration, comportant deux parties (Figure 1.6(b)), une partie chargement, lors de l'enfoncement du pénétrateur dans le matériau et une partie déchargement dont le début constitue un retour élastique. Dans le cas de l'indentation sphérique, Meyer[21] propose la relation suivante pour déterminer la dureté H en MPa d'un matériau :

$$H = \frac{F_{max}}{\pi a^2} \quad (1.21)$$

Dans la relation 1.21, F_{max} est la charge maximale appliquée en N et πa^2 est l'aire de contact mesurée après décharge en mm^2 .

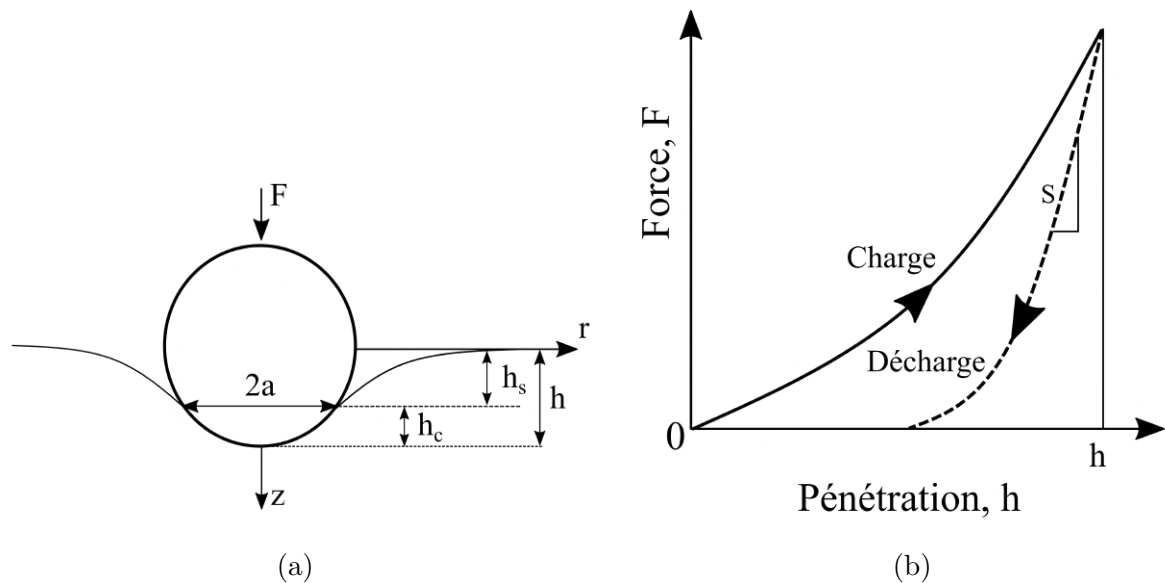


FIGURE 1.6 – (a) Principe du test d'indentation ; (b) Courbe d'indentation $F(h)$

Le pénétrateur, ou indenteur, est généralement en diamant ou en carbure de tungstène, présentant des valeurs élevées de module de Young et de limite d'élasticité, afin de ne se déformer qu'élastiquement et le moins possible au cours de l'indentation. Il est parfois considéré rigide et indéformable lorsque le matériaux testé est peu résistant à la pénétration. Il existe différentes géométries d'indenteur, la Figure 1.7 présente les formes géométrique les plus couramment utilisées.

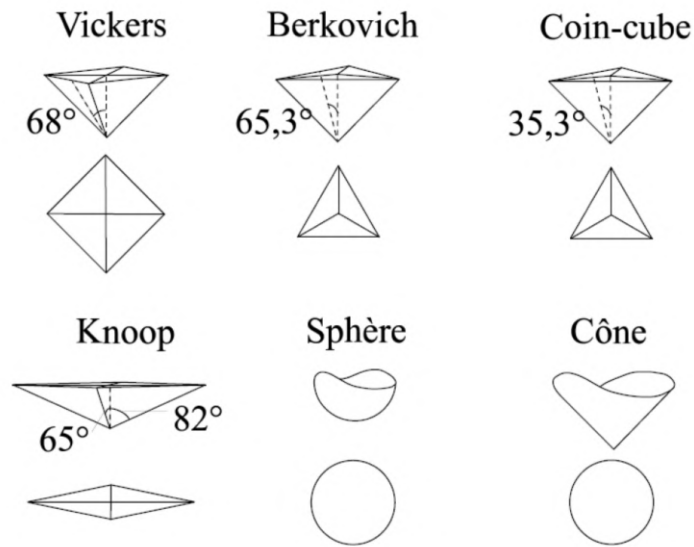


FIGURE 1.7 – Les différentes formes d'indenteur couramment utilisées en indentation

1.3.3 Contact Mécanique

A très faible charge, le contact indenteur-matériau testé peut être considéré élastique, c'est-à-dire que les corps déformés reprennent immédiatement leur forme initiale quand la charge est supprimée. Lorsque la charge augmente, la pression de contact augmente et localement sous l'indenteur les contraintes dépassent la limite d'élasticité du matériau testé, le moins dur. Dans un premier temps, les déformations plastiques peuvent être limitées par le matériau élastique environnant, mais avec l'augmentation de la charge, la zone plastique s'étend dans le matériau et atteint la surface du matériau indenté (Figure 1.8).

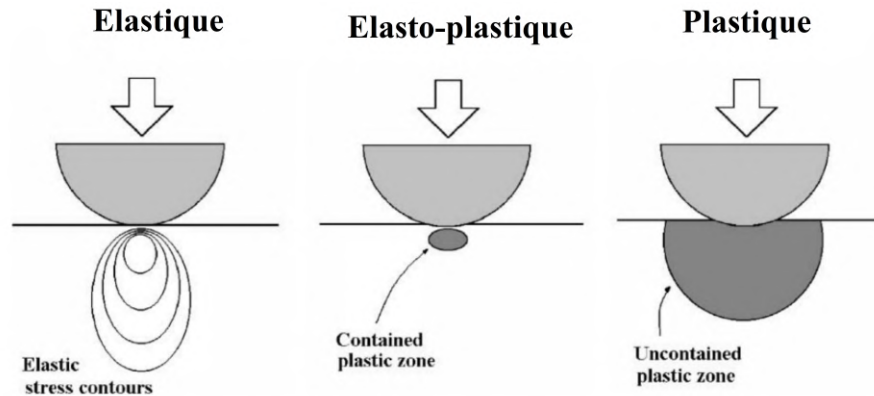


FIGURE 1.8 – Représentation schématique de la croissance de la zone plastique durant un essai d'indentation sphérique pour trois régimes différents : élastique, élasto-plastique et plastique[22]

1.3.3.1 Contact élastique entre deux solides

Dans la littérature sur l'indentation, le modèle le plus fréquemment cité pour le contact élastique est celui de Sneddon (1965)[23], car il est très général. En fait, la solution proposée par Hertz[24] est un cas particulier de la solution générale proposée par Sneddon. Hertz a analysé deux surfaces convexes en contact décrites par R_1 et R_2 . Son modèle est plus simple que celui de Sneddon et peut être appliqué sur toute surface courbée. La différence entre une sphère et une parabole est généralement ignorée (Sneddon considère les deux géométries semblables).

Pour faciliter l'analyse, Hertz considère les hypothèses suivantes :

- 1) Les rayons de courbure des corps en contact sont grands par rapport au rayon du cercle de contact. Avec cette hypothèse, chaque surface peut être traitée comme un demi-espace élastique.
- 2) Les dimensions de chaque corps sont grandes par rapport au rayon du cercle de contact. Cela permet de considérer les contraintes et les déformations de l'indentation indépendamment de celles qui proviennent de la géométrie et des limites de chaque solide.
- 3) Le contact entre les corps est sans frottement.

La géométrie du contact est illustrée sur la Figure 1.9. L'origine du système de coordonnées axisymétriques (r, z) est le point du premier contact. Même lorsque les corps sont pressés l'un contre l'autre, l'origine reste fixée à cet endroit physique commun aux deux corps. Les axes z sont donc les axes de symétrie, dirigés positivement dans chaque corps. De plus, comme chaque corps est idéalisé pour avoir une surface plane de contact, les

contraintes normales à l'interface agissent parallèlement à l'axe z , et les contraintes tangentielles agissent dans le plan $z = 0$. Lorsque les deux corps se touchent, la séparation normale entre les deux surfaces est décrite par la formule arbitraire suivante, $f(r)$. On suppose en outre que les deux corps sont homogènes et élastiquement isotropes, c'est-à-dire que leur comportement est suffisamment décrit par seulement deux constantes élastiques, le module de Young, E , et le coefficient de Poisson, ν .

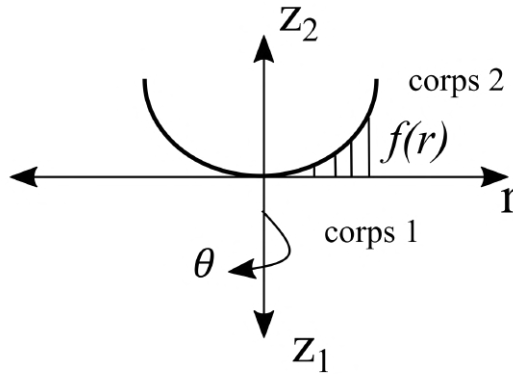


FIGURE 1.9 – Géométrie de contact quand deux corps sont en contact

Selon Hertz [24], lorsqu'aucune charge n'est appliquée, et avec le corps 2 (le pénétrateur) touchant juste le corps 1 (échantillon) la distance h entre un point de la périphérie du pénétrateur et la surface du corps 1 en fonction de la distance radiale r est donnée par :

$$h = \frac{r^2}{2R} = f(r) \quad (1.22)$$

L'équation 1.23 décrit en fait un paraboloïde en contact avec une surface plane. Où R est la courbure relative du corps 2 et du corps 1 :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \quad (1.23)$$

L'expression strictement appropriée pour une sphère de rayon R en contact avec une surface plane est la suivante :

$$f(r) = R - \sqrt{R^2 - r^2} \quad (1.24)$$

Quand les deux corps se déforiment sous l'effet d'une charge normale F , le rayon de contact, a , décrit la surface circulaire de contact d'aire, A . Lorsque la charge est appliquée, des points distants de chaque corps se rapprochent de la surface de contact, parallèlement à l'axe z , par des déplacements h_1 et h_2 , respectivement. Si les solides ne se déformaient pas, les profils se chevaucheraient comme le montrent les lignes en pointillés (Figure 1.10). Cependant, en raison de la pression de contact et de la déformation des solides, les surfaces sont déplacées parallèlement à l'axe z par les quantités $u_{z1}(r, 0)$ et $u_{z2}(r, 0)$, mesurées positivement dans chaque corps. On note que $h_1 = u_{z1}(0, 0)$ et $h_2 = u_{z2}(0, 0)$.

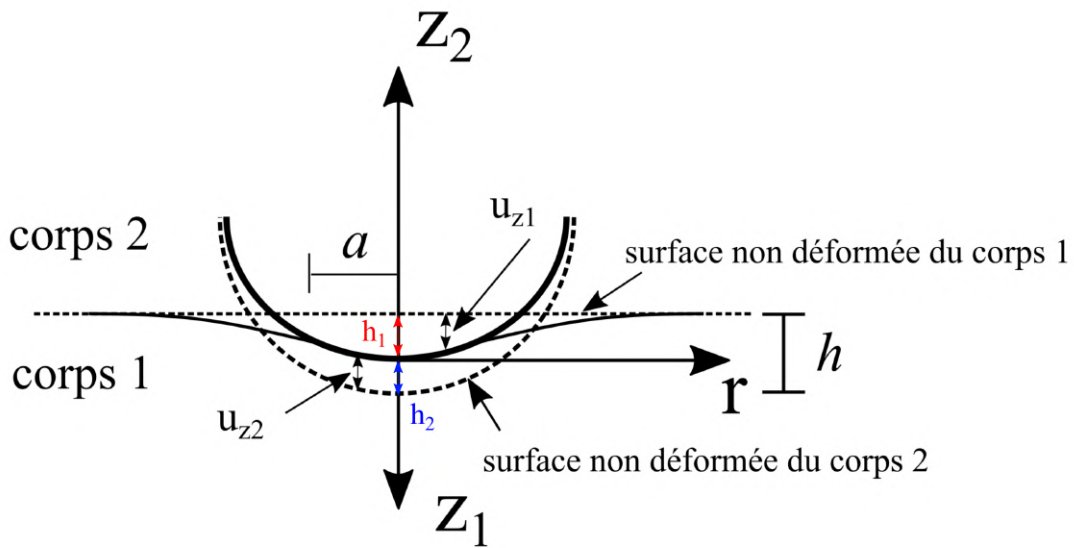


FIGURE 1.10 – Déformation de deux corps en contact lorsqu'une force, F est exercée sur l'indenteur (corps 2).

Dans une expérience d'indentation, on s'intéresse à l'approche mutuelle totale entre les corps, $h = h_1 + h_2$, car c'est le déplacement mesuré. Si l'indenteur est un corps rigide, alors $h_2 = u_{z2}(0, 0) = 0$.

Hertz a également conclu qu'une pression ellipsoïdale due au contact satisfierait les équations différentielles générales de l'équilibre. L'analyse de Hertz a donné un aperçu des contraintes le long de la surface des corps chargés et des régions étroitement adjacentes, ainsi qu'une prédiction de la taille de la surface de contact. Il a également fourni la distribution des contraintes et des déplacements le long de la ligne de symétrie des objets

chargés. Pour le cas d'une sphère, la distribution de la pression donnée par Hertz est :

$$\frac{\sigma_z}{P_m} = -\frac{3}{2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad r \leq a \quad (1.25)$$

Le champ de contraintes associé à l'indentation d'une surface plane avec un pénétrateur sphérique semble avoir été calculé en détail pour la première fois par Huber[25] en 1904 et plus tard par Fuchs[26] en 1913, Huber et Fuchs[27] en 1914, et Moreton et Close[28] en 1922. Plus récemment, la méthode de transformation intégrale de Sneddon[29] a été appliquée à des distributions axisymétriques de pressions normales qui correspondent à une variété d'indentations. Un traitement mathématique approfondi est donné par Gladwell[30], et un texte accessible et orienté vers les applications pratiques est celui de Johnson[31]. Nous avons représenté dans le Tableau 1.1, les résumés de la solution du contact élastique. La relation entre la rigidité de contact, le rayon de contact et le module réduit est valable pour tout pénétrateur axisymétrique[32], [33]

TABLEAU 1.1 – Solutions du contact élastique pour une sphère (parabole).

Parabole (approximation sphère)	
h_c/h	$1/2$
$F = f(h)$	$F = \frac{4}{3} E_r R^{1/2} h^{3/2}$
$\sigma_{zz}(r, 0)$	$-p_0 \sqrt{1 - (r/a)^2}$
$S = dP/dh$	$2E_r R^{1/2} h^{1/2} = 2E_r a$

On note que p_0 est la pression au centre du contact (pression maximale), $r = 0$ et E_r est le module élastique réduit donné par :

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.26)$$

où E_i et ν_i sont le module de Young et le coefficient de Poisson du corps i .

1.3.3.2 Contact élasto-plastique entre deux solides

Lorsque la plasticité se produit au cours d'une indentation, on observe généralement une augmentation de la profondeur de l'indentation par rapport à celle attendue pour une déformation purement élastique.

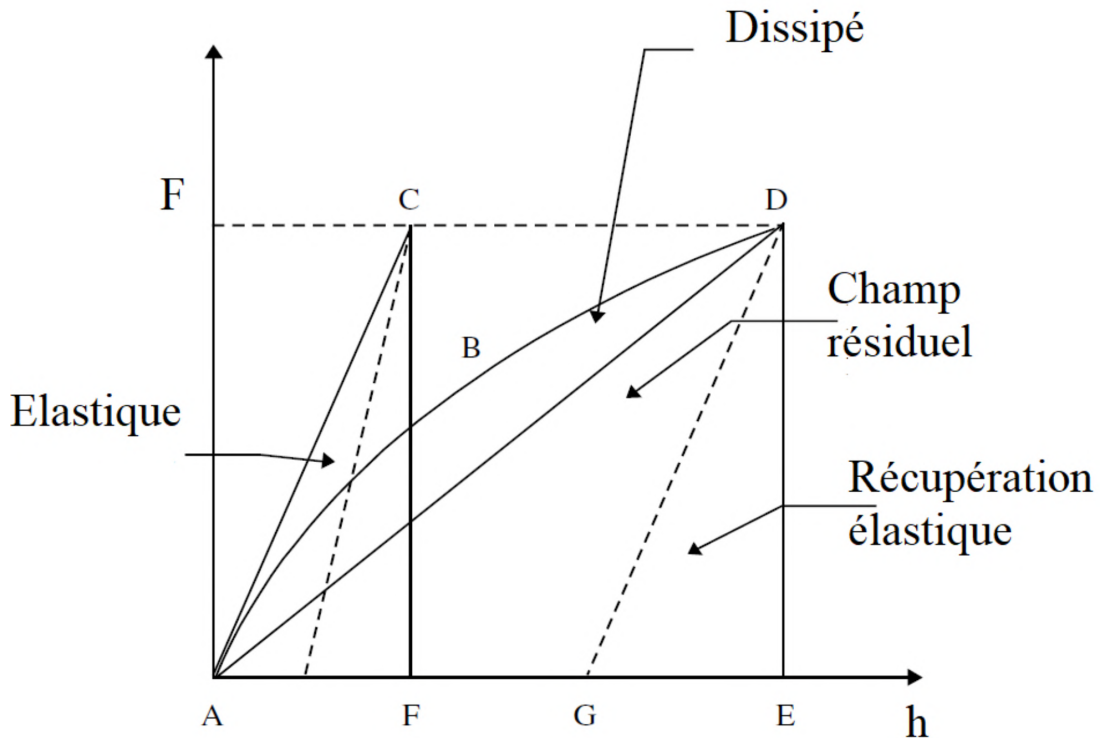


FIGURE 1.11 – Schéma de la charge en fonction de la profondeur d'indentation pour un pénétrateur cylindrique de type poinçon plat

Un schéma de la charge du pénétrateur F en fonction de la profondeur d'indentation h est présenté à la Figure 1.11. Dans le cas d'une élasticité totale, la réponse du matériau lors du chargement et du déchargement est le segment de droite AC . Lorsque la pleine charge est appliquée, l'énergie de déformation élastique récupérable est la zone délimitée par ACF . Pour le cas élastique-plastique, le chargement s'effectue le long de la trajectoire courbée ABD . Pour le déchargement élastique, le trajet s'effectue linéairement de D à G . S'il n'y avait pas de contraintes résiduelles, ou une récupération élastique complète, le déchargement s'effectuerait de D à A . La zone délimitée par ABD est donc une indication de l'énergie dissipée pendant la déformation plastique. La zone délimitée par le triangle ADG est alors une indication de l'énergie stockée dans le champ résiduel. Les mêmes principes généraux s'appliquent au cas d'un pénétrateur sphérique.

Pour un contact élastique entre deux sphères, le profil de la surface de contact est sphérique avec un rayon de courbure intermédiaire entre celui des corps en contact et ressemblant le

plus au corps ayant le plus grand module d'élasticité. Ainsi, le contact entre une surface plane et un pénétrateur non rigide de rayon R est équivalent à celui entre la surface plane et un pénétrateur parfaitement rigide de plus grand rayon. Des résultats de simulation éléments finis[34] montrent que le profil des surfaces déformées lorsque la déformation plastique se produit dans l'échantillon et/ou le matériau du pénétrateur que le profil de la surface sous le pénétrateur est sphérique avec rayon de courbure plus petit par rapport à celui obtenu pour le cas d'un contact purement élastique.

Les traitements analytiques du champ de contraintes de l'indentation pour un contact élasto-plastique sont rendus complexes par la présence de plasticité sous l'indentation. Toutefois, ces difficultés peuvent être contournées en recourant à la méthode des éléments finis[35]-[39]. La Figure 1.12 montre une comparaison entre les distributions des contraintes élastiques et élasto-plastiques pour un pénétrateur sphérique. Il est montré en effet que les contraintes principales maximales se situent le long de l'axe de symétrie de l'indenteur lorsque le contact est élastique. Par contre lorsque la plasticité se produit, les contraintes principales maximales ne se situent plus sur l'axe de symétrie mais décalent vers l'extérieur au niveau du rayon de contact indenteur/matériau indenté. Dans l'article de Bartier et Hernot[40], dans le cas d'un contact élasto-plastique, il est aussi montré que la déformation plastique maximale équivalente au sens de Von Mises se décale vers l'extérieur au fur et à mesure que l'indentation se produit.

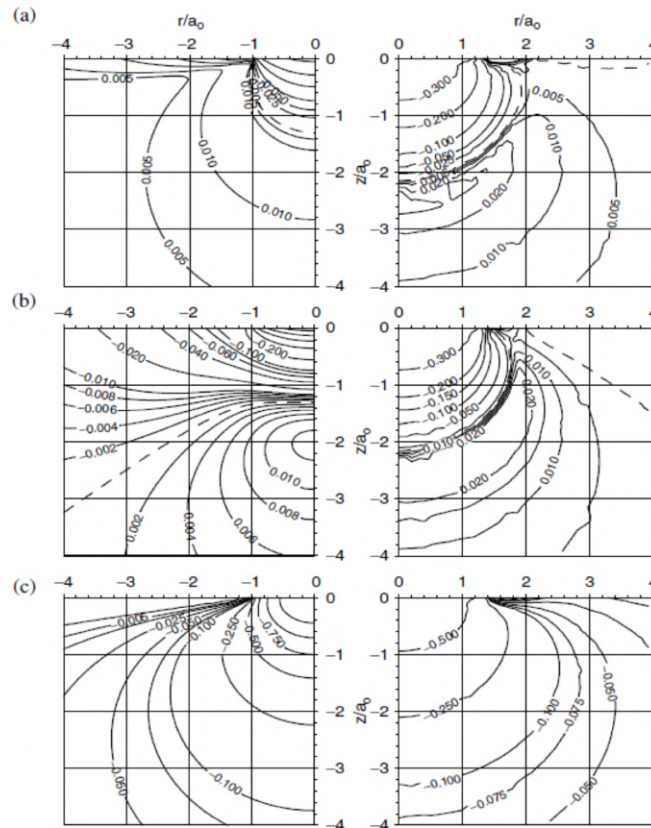


FIGURE 1.12 – Contours de la contrainte principale pour un matériau vitrocéramique avec pénétrateur sphérique. Le côté gauche de la figure montre les solutions élastiques. Le côté droit de la figure montre les résultats des éléments finis pour la réponse élasto-plastique. Les amplitudes sont indiquées pour (a) σ_1 , (b) σ_2 , (c) σ_3 . Pour les résultats élastiques et élasto-plastiques, les distances sont exprimées par rapport au rayon de contact $a_o = 0,326$ mm et les contraintes en rapport à la pression de contact moyenne $p_m = 3,0$ GPa obtenue pour le cas élastique lorsque $F = 1000$ N [31]

La Figure 1.13 représente l'évolution de la pression de contact dans le cas d'un contact élastique et dans le cas d'un contact élasto-plastique. On peut déduire que le déplacement des amplitudes des contraintes vers l'extérieur du contact a pour conséquence un déplacement vers l'extérieur de la distribution de la pression au niveau du contact indenteur/matériau indenté. Ce résultat est intéressant puisqu'il montre que pour le cas d'un contact élasto-plastique, la pression est uniforme au niveau du contact (alors qu'elle est de forme parabolique pour le cas d'un contact élastique), ce qui justifie l'hypothèse d'une pression uniforme lors du calcul de la compliance de l'indenteur[41].

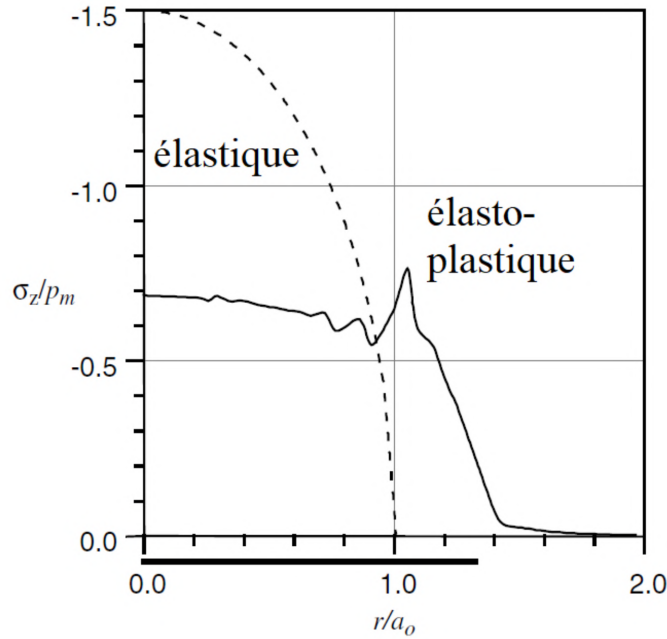


FIGURE 1.13 – Distribution de la pression de contact pour un contact élastique et élasto-plastique (éléments finis). pour $F = 1000$ N, $R = 3,18$ mm. Les résultats sont normalisés à a_o et p_m . La barre en bas de l'axe horizontal indique le rayon du cercle de contact $a = 0,437$ mm pour la condition élasto-plastique[31]

1.4 Détermination des propriétés mécaniques par indentation sphérique

Le paragraphe précédent a permis d'identifier la réponse typique des matériaux à l'indentation. Il a également permis d'établir quels types d'informations provenant du matériau indenté sont recueillies par la réponse à l'indentation : force, déplacement et surface de contact. Des mécanismes de déformation complexes caractérisent les matériaux et de nombreuses variables affectent les données expérimentales. Par conséquent, des analyses appropriées de la réponse à l'indentation des matériaux sont nécessaires pour déduire les propriétés constitutives. Puisque de multiples sources d'information peuvent être reconnues dans la réponse de tout matériau, différentes approches peuvent être adoptées pour estimer le comportement du matériau.

Le présent paragraphe examine les procédures d'évaluation les plus efficaces disponibles dans la littérature, en soulignant pour chaque méthode les principes de base et les limites.

Nous focalisons cette étude sur les essais d'indentation sphérique.

1.4.1 Méthodes basés sur F-a

1.4.1.1 Approche de Tabor 1951

Bien que l'analyse de la réponse des matériaux métalliques à l'indentation des matériaux métalliques remonte au XIXe siècle, la première tentative de déduire leurs lois constitutives a été réalisée par Tabor[42].

Selon Tabor, lorsqu'une indentation est réalisée par un pénétrateur sphérique, le matériau autour de l'indentation est déplacé et en règle générale, la limite d'élasticité σ_y augmente. Cependant, la limite élastique ne sera pas constante en tout point autour de l'indentation, puisque la quantité de déformation ou de contrainte varie généralement d'un point à l'autre. Cependant, pour Tabor, lorsque la plasticité totale est atteinte, il existe une valeur moyenne ou "représentative" de la limite élastique, appelée σ_R , qui est liée à la pression d'écoulement P_m par la formule suivante :

$$P_m = C\sigma_R \quad (1.27)$$

C est une constante ayant une valeur d'environ 3, souvent notée aussi C_f . Pour tous les matériaux ayant un rapport identique de a/R , la quantité de déformation ou de déformation dans la région "représentative" sera la même (si la taille des grains du matériau est suffisamment petite pour ne pas être prise en compte). En partant de cette hypothèse, Tabor considère la manière dont σ_R dépend de la taille de l'indentation et propose une relation entre P_m et la taille de l'empreinte. Tabor suppose que la déformation représentative ε_R sera simplement une fonction du rayon de contact sur le rayon actuel de l'indenteur :

$$\varepsilon_R = f(a/R) \quad (1.28)$$

Cette équation veut dire que pour des conditions géométriques similaires, l'indentation produit des distributions de déformation similaires. Et donc, la pression moyenne peut être écrite de la manière suivante :

$$P_m = \varphi(a/R) \quad (1.29)$$

Où $\varphi(a/R)$, une fonction à déterminer.

Pour un métal comprimé, la mesure de la dureté Vickers à différents niveaux, aboutit à une relation directe entre la valeur de la dureté, la quantité de déformation plastique subit par le matériau, et la limite d'élasticité du matériau déformé. Par exemple, si la dureté Vickers est de 194, l'échantillon a subi une déformation plastique de 0,13 et sa limite d'élasticité est de 600 MPa. De cette manière, Tabor détermine la limite d'élasticité d'un métal lorsqu'il est déformé par une sphère (Figure 1.14).

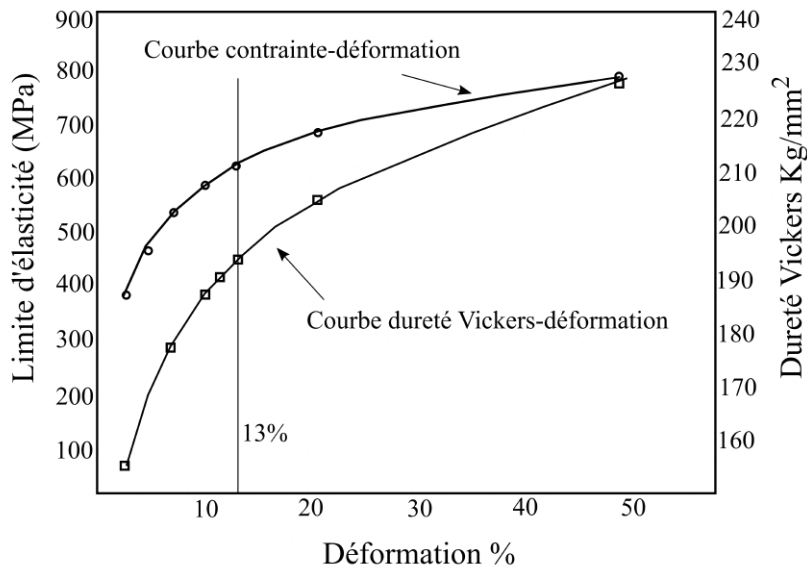


FIGURE 1.14 – Evolution de la contrainte d'élasticité et de la dureté de Vickers pour un acier doux en compression en fonction de la déformation %

Des empreintes Brinell de différentes tailles ont été réalisées à la surface d'échantillons d'acier doux et de cuivre recuit. Ensuite, des mesures de dureté Vickers ont été réalisées à faibles charges (pour donner de très petites empreintes) sur la surface libre de l'éprouvette, à proximité de l'empreinte. Les résultats montrent que la limite d'élasticité du métal augmente progressivement à mesure que l'on s'approche du bord de l'indentation. Au niveau du bord lui-même, la limite d'élasticité augmente rapidement et puis diminue quelque peu à mesure que l'on se rapproche du centre de l'indentation. Il existe également une variation de la limite d'élasticité à l'intérieur du matériau en fonction de la profondeur où on se situe[43]. Il semble donc difficile d'assigner une valeur "représentative" à la limite d'élasticité de l'ensemble du matériau. Des tests empiriques suggèrent cependant que la limite d'élasticité au bord de l'indentation peut être utilisée comme valeur "représentative" pour l'ensemble du matériau déformé autour de l'empreinte. Par exemple,

nous pouvons comparer la limite d'élasticité σ_y au bord de l'indentation avec la pression moyenne P_m impliquée dans la formation de l'indentation. Les résultats pour le cuivre et l'acier montrent que sur une large gamme de tailles d'empreinte, $P_m = C\sigma_R$ où C a une valeur comprise entre 2,6 et 2,8. De plus, la déformation équivalente est approximativement proportionnelle au rapport a/R . Grâce à une analyse approfondie des données expérimentales, Tabor a déduit la relation suivante :

$$\varepsilon_R = 0,2 \frac{a}{R} \quad (1.30)$$

1.4.1.2 Méthode de Chaudhri 1996,2005

Pour Chaudhri, le facteur de confinement C ou C_f n'est pas une constante universelle comme Tabor[42] l'a proposé, mais il varie avec le coefficient d'érouissage des matériaux. Plus la valeur de l'exposant est élevée, plus le facteur de confinement est faible. Dans son étude sur la distribution des déformations, il trouve que la déformation représentative donnée par Tabor peut être trompeuse dans le sens où elle est choisie dans une zone où les déformations plastiques varient énormément. Chaudhri propose donc plutôt d'utiliser comme déformation représentative la déformation plastique maximale. La déformation maximale trouvée par Chaudhri est de $0,46a/R$ pour le cas du cuivre recuit. A titre de comparaison, Tabor suppose que la déformation représentative est égale à $0,2a/R$, alors pour Williams et O'Neill[43], la déformation plastique maximale est située entre $0,37a/R$ et $0,8a/R$.

Pour définir sa déformation plastique maximale, $\varepsilon_{p,max}$, et sur la base des résultats mentionnés, Chaudhri propose premièrement que :

$$\varepsilon_{p,max} = \alpha_{a/R} (a/R) \quad (1.31)$$

Où $\alpha_{a/R}$ est un facteur numérique non constant, qui dépend du rapport (a/R) . Ce facteur numérique a été déterminée à partir de mesures de micro-indentation Vickers réalisées d'une part au niveau d'empreintes sphériques obtenues sur du cuivre recuit et d'autre part sur des cylindres de cuivre comprimés uniaxialement à différentes valeurs ε_p situées dans la plage de 0,01 à 0,97. La Figure 1.15 montre la variation de $\varepsilon_{p,max}$ mesurée autour d'indentations sphériques de différentes valeurs de a/R .

On constate sur cette figure que $\varepsilon_{p,max}$ augmente de façon non linéaire avec l'augmentation de a/R . La valeur de $\varepsilon_{p,max}$ correspondant à une indentation de $a/R = 0,6$ est notamment

égale à 0,36.

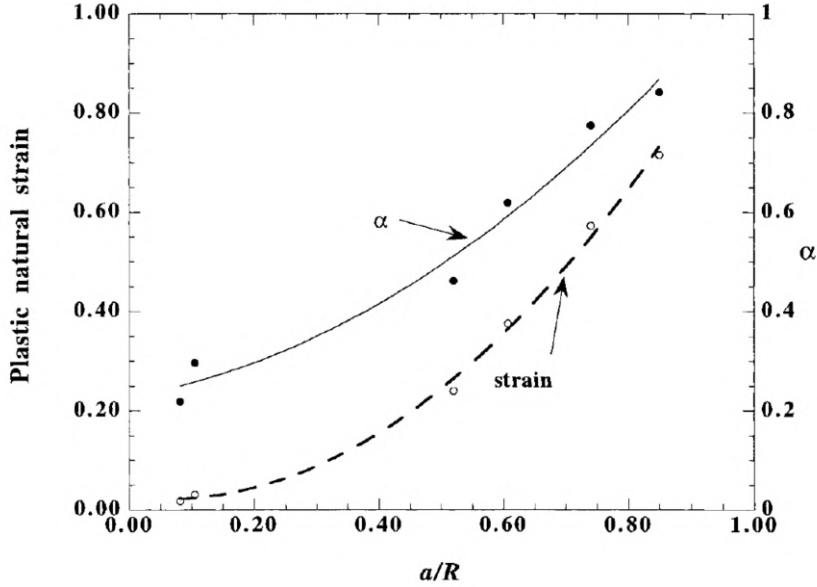


FIGURE 1.15 – Evolution de la déformation plastique maximale, et du coefficient $\alpha_{a/R}$ en fonction du rapport a/R (valeurs obtenues pour du cuivre recuit)

Ensuite, et en se basant sur l'évolution de $\varepsilon_{p,max}$, Chaudhri détermine la variation de α par interpolation :

$$\varepsilon_{p,max} = \alpha(a/R) = 0,228 + 0,212 \left(\frac{a}{R}\right) + 0,636 \left(\frac{a}{R}\right)^2 \text{ pour } 0,08 \leq \frac{a}{R} \leq 0,85 \quad (1.32)$$

Les conséquences de cette nouvelle définition de déformation représentative sur la valeur du facteur de confinement ont été étudiées par Chaudhri. Pour Chaudhri, le facteur de confinement est défini comme étant le rapport entre la pression normale moyenne P_m obtenue pour un a/R donné et la contrainte d'écoulement uniaxiale, $Y(\varepsilon_{p,max})$.

$$\varepsilon_{p,max} = C(a/R) = \frac{P_m}{Y(\varepsilon_{p,max})} \quad (1.33)$$

Pour un cuivre recuit, Chaudhri[44] trouve la relation suivante :

$$\varepsilon_{p,max} = C(a/R) = \frac{1,318}{(\alpha_{a/R})^{0,46}} \quad (1.34)$$

L'équation 1.34 montre que le facteur de confinement décroît en fonction du rapport

a/R (Figure 1.16), ce qui est cohérent lorsque le régime d'indentation est purement plastique[41].

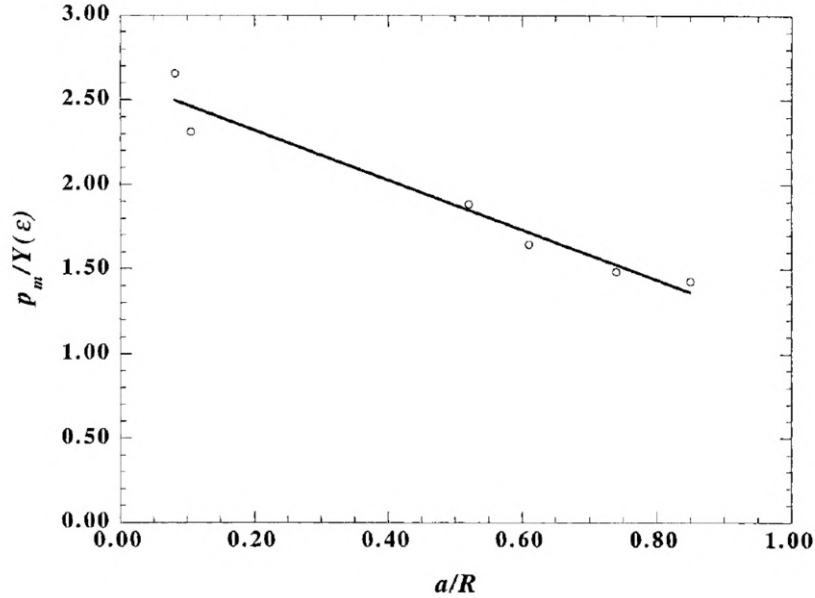


FIGURE 1.16 – Evolution du facteur de confinement en fonction du rapport a/R pour un cuivre recuit

1.4.1.3 Evaluation de Taljat et al. 1998

Taljat et al.[45] adopte le concept du facteur de confinement proposé par Tabor[42]. La contrainte réelle est corrélée à la pression moyenne sous le pénétrateur, P_m , qui est le rapport entre la force appliquée, F , et la surface d'indentation projetée, $\pi d^2/4$.

L'évaluation définie par Taljat et al.[45] permet de déterminer le comportement constitutif des matériaux indentés pour de très faibles et grandes déformations. Dans ce but, deux points de référence ont été définis. Pour déduire le comportement constitutif à de grandes valeurs de la déformation plastique, un premier point de référence a été sélectionné où la distribution des déformations plastiques atteint des valeurs maximales. Inversement, le second point de référence a été choisi dans les régions où le champ de déformation plastique atteint des valeurs minimales, ce qui permet de déduire les relations constitutives près de la limite d'élasticité. Dans les deux cas, la sélection a été effectuée après avoir exploré la distribution des déformations plastiques sous le pénétrateur.

L'analyse du champ de déformation plastique a été réalisée via un modèle EF. Les essais d'indentation ont été réalisés pour des matériaux ayant un coefficient d'érouissage n com-

pris entre 0 et 0,5, un module de Young de 200 GPa et une limite d'élasticité de 400 MPa. Les effets de frottement et de rigidité de l'indenteur ont également été pris en compte par Taljat et al. La Figure 1.17 résume les résultats obtenus par les auteurs en ce qui concerne l'évolution de la déformation plastique équivalente au niveau de l'empreinte en fonction de la distance normalisée r/d de l'axe de l'indentation (r désigne la distance radiale à l'axe d'indentation et d le diamètre de l'indenteur). Les évolutions tracées sont obtenues pour un coefficient de frottement, $\mu = 0,1$. Le rôle joué par le coefficient d'écroûissage n peut être apprécié. Comme le montrent les résultats EF, la déformation plastique équivalente atteint une valeur maximale à une certaine distance de l'axe d'indentation environ égale à $d/3$. Pour le cas présenté, des valeurs maximales allant jusqu'à 0,6 ont été atteintes. Par conséquent, si le point de référence est fixé à cet endroit, il est possible de déterminer la courbe contrainte-déformation jusqu'à ces valeurs de déformation plastique. En ajustant les données calculées, les auteurs ont établi les relations suivantes en fonction de n lorsque le régime est purement plastique :

$$\varepsilon_{p,max} = \left(0,5n + \frac{1,4}{\sqrt{n+0,1}} - 1,6\right) \frac{a^2}{R} \quad (1.35)$$

$$C_{f,max} = -0,81 + \frac{2}{\sqrt{n+0,2}} \quad (1.36)$$

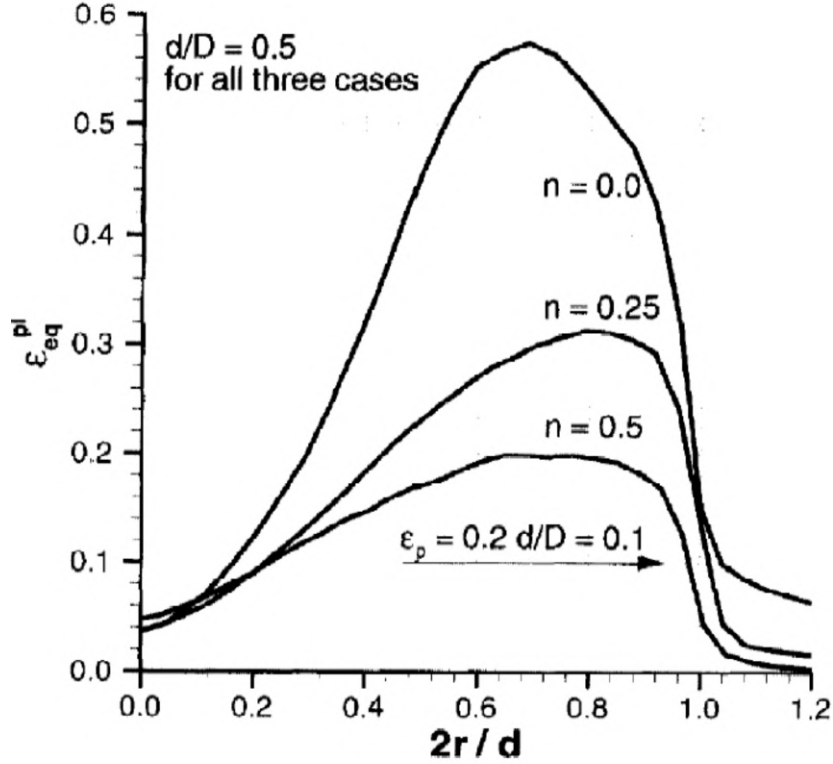


FIGURE 1.17 – Distribution de la déformation plastique équivalente au bord de l’indentation pour des coefficients d’écrouissage n compris entre 0,0 et 0,5 étudié par Taljat et al.[45]

Étant donné que la corrélation proposée par Taljat et al. contient le coefficient d’écrouissage n , elle tient également compte des phénomènes de bourrelet et d’enfoncement. En suivant la même procédure, Taljat et al. ont déterminé pour le deuxième point référence les relations suivantes :

$$\epsilon_{p,min} = \left(0,87n + \frac{1,4}{\sqrt{n+0,36}} - 2\right) \left(\frac{a}{R}\right)^{2,45-0,85n} \quad (1.37)$$

$$C_{f,min} = \left(3,65 - 4,30n^2 + 4,46n^3\right) \left(\frac{d_t}{2R}\right)^{(-3,18n^2+2,89n^3)} \quad (1.38)$$

où d_t est le diamètre de l’intersection entre le pénétrateur et la surface du matériau d’origine sous charge :

$$d_t = 2\sqrt{2Rh - h^2} \quad (1.39)$$

A partir des équations proposées par Taljat et al. on peut déterminer les contraintes cor-

respondantes aux déformations minimales et maximales d'un matériau donné en estimant préalablement la valeur de l'exposant d'érouissage de celui-ci. D'après Taljat et al., l'estimation de cette dernière variable peut être effectuée en étudiant la courbure de la courbe $F(h)$ ou le profil du bourrelet ou de l'enfoncement résiduel.

1.4.1.4 Méthode de Ahn et Kwon 2001

Sur la base de résultats expérimentaux obtenus sur différents matériaux, Ahn et Kwon[22] confirment que la valeur P_m/σ_R est presque constante, environ 3, même lorsque l'effet du bourrelet/affaissement est pris en compte. Cela concorde bien avec les résultats de Tabor.

Pour prendre en compte l'effet du bourrelet et de l'affaissement sur la mesure de l'aire de contact, ils ont considéré différentes valeurs d'érouissage de la loi d'érouissage de type Hollomon. Leurs résultats montrent que parmi les différentes définitions de déformation représentative, l'équation 1.40 permet d'obtenir les résultats les plus proches de ceux obtenus par traction. En d'autres termes, la valeur du cisaillement ($\tan \gamma$) mesuré au niveau du rayon de contact multiplié par $0,1(\alpha)$ peut prédire avec succès les caractéristiques d'érouissage des matériaux proposés.

$$\varepsilon_R = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - (a/R)^2}} \frac{a}{R} = \alpha \tan \gamma \quad (1.40)$$

1.4.1.5 Modification proposée par Jeon et al. 2005,2006

Pour vérifier la validité de l'équation qui dépend du cisaillement (équation 1.40), Jeon et al.[46] ont étudié l'influence de l'exposant d'érouissage en effectuant de nombreuses simulations EF pour différents matériaux. Ils ont montré que l'indentation peut produire des courbes aussi précises que celles produites par un essai de traction uniaxial lorsque la fonction tangente utilisée dans la définition de la déformation représentative (équation 1.40) est multiplié par une valeur de la constante α égale à 0,14 (à la place de la valeur de 0,1 proposée par Ahn et Kwon)[47].

1.4.1.6 Synthèse des méthodes basés sur F-a

Pour la plupart des méthodes présentées ci-dessus, la "déformation représentative" est utilisée pour faire le lien entre le test d'indentation et la loi d'érouissage des matériaux

indentés. La définition de la déformation représentative est différente pour chaque méthode présentée. Les méthodes basées sur les mesures de $F - a$ consistent à construire la loi d'écoulement du matériau « point par point » à partir de différents essais d'indentation effectués à différentes charges. L'intérêt de la plupart de ces méthodes est qu'elles permettent de construire une loi d'écoulement quelconque. Aucune hypothèse sur la forme mathématique de la loi d'écoulement n'est prise, mise à part la méthode proposée par Chaudhri[44]. Pour la plupart de ces méthodes, il existe un facteur de confinement, C_f , considéré par hypothèse comme étant une constante universelle, qui relie la pression moyenne de contact d'indentation à la contrainte d'écoulement du matériau indenté. L'existence d'un facteur de confinement constant reliant la pression moyenne de contact d'indentation à la contrainte d'écoulement représentative a été critiquée de nombreuses fois dans la littérature. Pour le cas de l'indentation sphérique, la valeur de C_f dépend du matériau étudié et du régime de déformation que subit ce matériau au cours de l'indentation. Chaudhri a montré que lorsque le rapport a/R augmente, le facteur de confinement décroît dans le cas d'un cuivre polycristallin recuit[44]. La déformation représentative proposée par Chaudhri correspond à la déformation plastique maximale $\varepsilon_{p,max}$ mesurée sous l'indenteur sphérique. Avec cette déformation représentative, le facteur de confinement C_f décroît graduellement quand le rapport a/R augmente. C_f est environ égal à 2,5 lorsque $a/R = 0,08$ et atteint une valeur environ égale à 1,5 lorsque $a/R = 0,85$. On précisera que la déformation représentative proposée par Chaudhri est obtenue de manière interpolée, et obtenue pour le cas du cuivre uniquement.

Bartier et al.[48], confirment à partir de résultats de simulations numériques que C_f n'est pas constant. Pour le cas de deux matériaux élasto-plastiques écrouissables ou parfaitement plastiques, Bartier et al. ont montré que C_f augmente lorsque le rayon de contact augmente dans un régime d'indentation élasto-plastique, puis diminue dans un régime dit « purement plastique » (Figure 1.18).

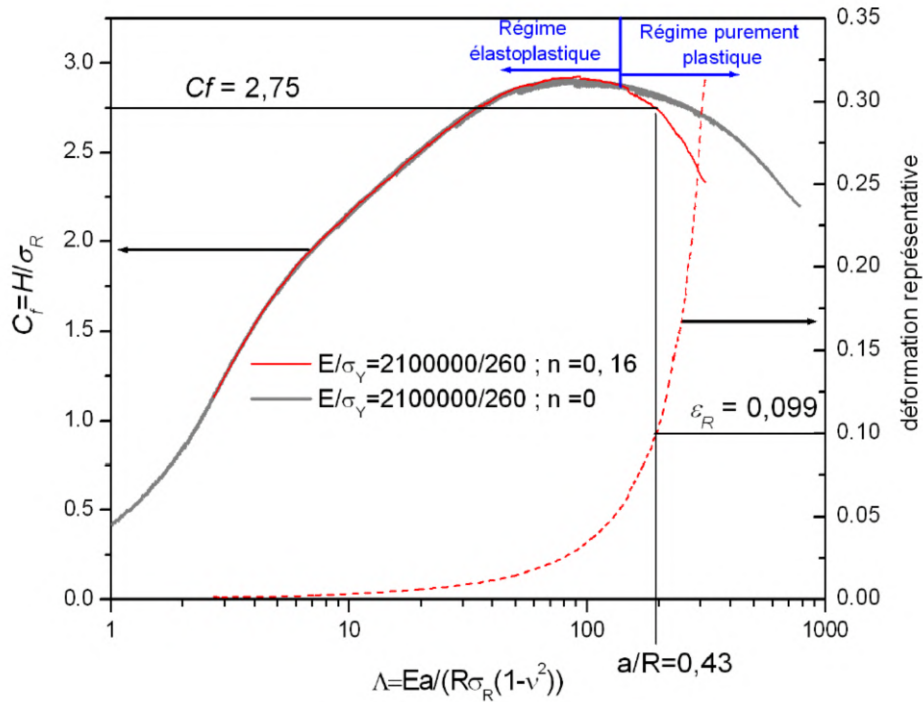


FIGURE 1.18 – Evolution du facteur de confinement et de la déformation représentative issue de la dureté pour un matériau de paramètres $E/\sigma_y = 210000/260$ et $n = 0,16$ indenté par une sphère[48]

Bien que la procédure d'évaluation développée par Taljat et al.[45] semble être un outil très attractif pour l'évaluation de tout type de courbes contrainte-déformation et pour une large plage de valeurs de déformation plastique, une analyse plus approfondie de ses principes de base révèle plusieurs problèmes pouvant affecter la précision des résultats. Ces points critiques s'observent en examinant la variation de la déformation plastique équivalente notamment au niveau du rayon de contact l'indentation (Voir Figure 1.17). La distribution de la déformation plastique équivalente dans cette zone est clairement caractérisée par des gradients élevés et est certainement dictée par les conditions de frottement entre les corps en contact[45], [49], [50]. Par conséquent, il n'est pas surprenant que les gradients de déformation élevés, d'un côté, et les effets tangibles du frottement, de l'autre, aient un impact sur la déformation plastique équivalente. Ils rendent très difficile une estimation fiable des courbes de contrainte-déformation. De plus, la sélection des points de référence, où la déformation représentative est calculée, ne tient pas compte de la dépendance à la profondeur de pénétration. Comme l'ont montré Hill et al, Johnson et Mesarovic et Fleck[31], [49], [50], la distribution des déformations plastiques varie au cours

du processus d'indentation, ce qui a pour effet d'augmenter le nombre de points de référence. Cela entraîne une modification potentielle des endroits où le champ de déformation plastique équivalent prend les valeurs maximales ou minimales.

1.4.2 Méthodes basés sur F-h

1.4.2.1 Evaluation de Nayebi et al. 2002

L'étude de Nayebi et al.[51] consiste à déterminer la contrainte d'écoulement et l'exposant d'écrouissage à partir d'un essai d'indentation instrumentée. Pour un matériau, ils ont exprimé le déplacement h du pénétrateur en fonction de la charge F appliquée. La fonction choisie est la suivante :

$$h = A(\sigma_y, n) F^{B(\sigma_y, n)} \quad (1.41)$$

Les fonctions A et B dépendent de la limite d'élasticité σ_y et de l'exposant d'écrouissage n , et sont déduites de l'analyse des résultats obtenus par des simulations par éléments finis sur une série de matériaux. L'indenteur utilisé par Nayebi et al., de diamètre $D=1,5875\text{mm}$, a un module d'élasticité $E_{ind}=650\text{GPa}$. Les matériaux concernés dans l'optimisation ont un module de Young et un coefficient de Poisson invariables de valeurs 210GPa et $0,3$ respectivement. Le rapport E/σ_y des matériaux varie de 175 à 525 avec un coefficient d'écrouissage, n , compris entre 0 et $0,4$ et un frottement de Coulomb est considéré dans les simulations avec $\mu=0,2$.

La méthode de caractérisation mécanique adoptée par Nayebi et al. repose sur une méthode d'optimisation permettant de trouver le jeu de paramètres σ_y et n de la loi d'Hollomon donnant une courbe $F(h)$ obtenue par le modèle correspondant le mieux à la courbe $F(h)$ expérimentale.

1.4.2.2 Méthode de Cao et Lu. 2004

Cao et Lu.[52] ont développé un nouveau modèle EF capable de simuler le processus d'indentation induit par des indenteurs rigides et du contact sans frottement en supposant que le matériau présente une loi d'écrouissage modélisable par la loi d'Hollomon. Pour l'étude, il ont fait varier le module de Young de 10 à 210GPa , la limite d'élasticité de 30 à 2000MPa et le coefficient d'écrouissage de 0 à $0,5$, alors que le coefficient de Poisson a été fixé à $0,3$. Dans leur étude, la déformation représentative est définie de manière similaire à

celle proposée dans le travail de Dao et al. pour l'indentation conique[53]. Cette méthode consiste à déterminer une déformation représentative permettant la construction d'une fonction adimensionnelle, Π_1 , reliant la courbure d'indentation, F/h_g^2 , à la contrainte représentative, σ_R , indépendante de l'exposant d'écroutissage et dépendante uniquement du rapport E_r/σ_R :

$$F_g = \sigma_R h_g^2 \Pi_1 \left(\frac{E_r}{\sigma_R} \right) \quad (1.42)$$

h_g étant une profondeur de pénétration donnée et E_r est le module réduit. Sur la base des résultats numériques, la fonction adimensionnelle Π_1 a été déterminée. A partir des résultats de calcul EF et les méthodes présentées par Dao et al.[53], Cao et Lu. identifient la déformation représentative ε_R pour différentes profondeurs de pénétration (Figure 1.19)

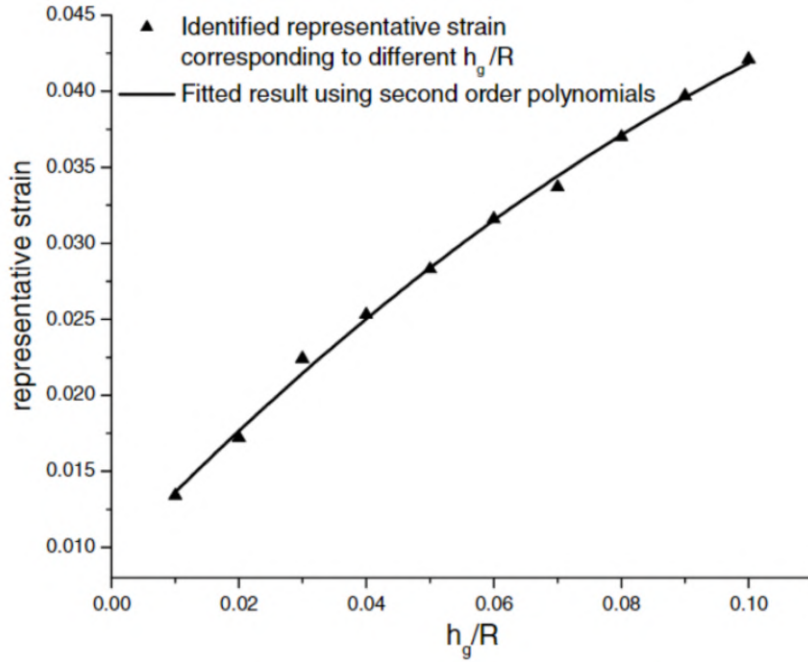


FIGURE 1.19 – Identification de la déformation représentative pour différents niveaux de pénétration[52]

Ensuite, par ajustement aux résultats de la Figure 1.19 en utilisant des polynômes du second ordre, la déformation représentative correspondant à divers niveaux de pénétration h_g/R peut s'écrire :

$$\varepsilon_R \left(\frac{h_g}{R} \right) = 0,00939 + 0,435 \frac{h_g}{R} - 1,106 \left(\frac{h_g}{R} \right)^2 \quad (0,01 \leq \left(\frac{h_g}{R} \right) \leq 0,1) \quad (1.43)$$

L'expression finale du théorème Π_1 peut s'écrire en fonction des coefficient C_i qui dépendent des rapports h_g/R :

$$\Pi_1 \left(\frac{E_r}{\sigma_R} \right) = C_1 \ln^3 \left(\frac{E_r}{\sigma_R} \right) + C_2 \ln^2 \left(\frac{E_r}{\sigma_R} \right) + C_3 \ln \left(\frac{E_r}{\sigma_R} \right) + C_4 \quad (1.44)$$

Dans leur travail, la déformation représentative ne peut pas être déterminée pour des valeurs de $h_g/R \leq 0,01$ et $h_g/R \geq 0,1$. Pour la détermination des propriétés plastiques, Cao et lu. ont adopté la méthode de l'analyse inverse. A partir de deux essais d'indentation à différents niveaux de charge, et pour un module de Young connu, Cao et Lu. déterminent la limite d'élasticité et le coefficient d'écrouissage.

1.4.2.3 Evaluation de Lee et al. 2005

Les auteurs[54] ont analysé le champ des déformations plastiques dans la région située sous l'indenteur. De cette analyse, il ressort l'existence d'un point de référence au niveau duquel les gradients de déformation sont faibles et pour lequel les effets du frottement sur la valeur des déformations peuvent être négligés. La modélisation EF de l'indentation de matériaux métalliques obéissant à la loi de Hollomon a été réalisée par Lee et al.. Les effets du frottement ont également été étudiés, en considérant des coefficients de frottement μ allant de 0,0 à 0,5.

TABLEAU 1.2 – Valeurs des paramètres mécaniques de matériaux indentés utilisés pour la détermination du modèle proposé par Lee et al.

Propriétés des matériaux	Valeurs utilisées par Lee et al.
Module de Young (GPa)	70 ; 100 ; 150 ; 200 ; 300 ; 350 ; 400
Limite d'élasticité (MPa)	200 ; 300 ; 400 ; 500 ; 600 ; 700 ; 800
Coefficient d'écrouissage	0,02 ; 0,05 ; 0,0769 ; 0,1 ; 0,143 ; 0,2 ; 0,25 ; 0,333 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,667 ; 0,833 ; 0,999

En ce qui concerne le matériau indenté, des relations proposées ont été obtenues à partir de calculs par éléments finis effectués avec un coefficient de Poisson de 0,3 et les paramètres mécaniques donnés dans le Tableau 1.2 . La Figure 1.20(a) et la Figure 1.20(b) illustrent les tendances obtenues par les auteurs pour la déformation plastique équivalente en fonction de la distance normalisée de l'axe d'indentation $2r/d$ et de la profondeur normalisée l/d sous la surface indentée.

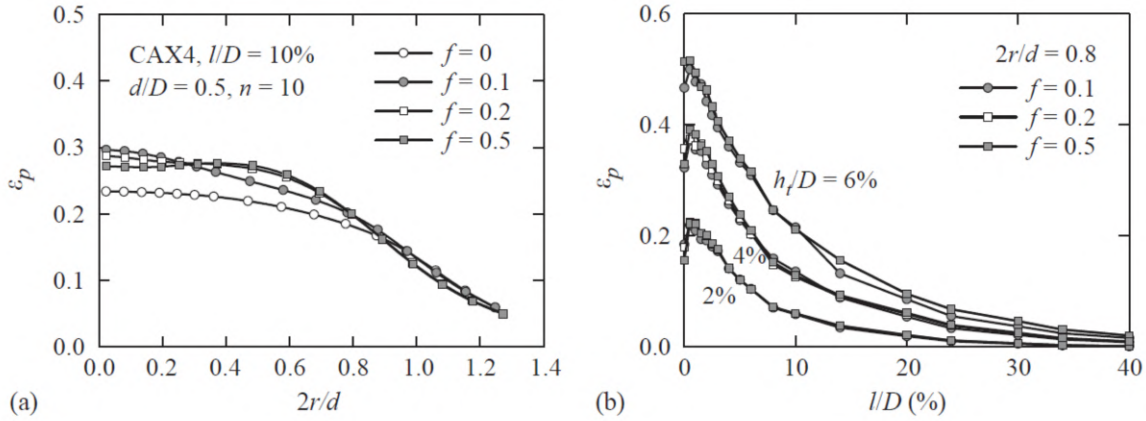


FIGURE 1.20 – Procédure d'évaluation de Lee et al.[54] : distributions des déformations plastiques équivalentes en fonction de (a) la distance normalisée de l'axe d'indentation $2r/d$ à une profondeur normalisée $l/d = 0,1$ et (b) en fonction de l/d à $2r/d = 0,8$.

Les deux Figures prouvent que l'influence du frottement peut être ignoré si l'emplacement du point de référence est fixé à une distance normalisée $2r/d = 0,8$ ou $l/d = 0,1$ sous la surface de l'indenteur. Sur la base de ces résultats et sur l'hypothèse que le matériau suit la loi d'Hollomon, Lee et al.[54] ont développé une nouvelle approche numérique permettant d'obtenir automatiquement les propriétés élasto-plastiques des matériaux métalliques de la base (voir Tableau 1.2).

La procédure d'évaluation suit l'approche de Tabor. Le diamètre de contact réel projeté à l'état de chargement en prenant en compte l'existence d'un bourrelet ou d'un affaissement est évalué à partir de la forme géométrique du pénétrateur sphérique, où h_c et D désignent la profondeur d'indentation réelle à l'état chargé et le diamètre du pénétrateur. h est la profondeur nominale mesurée à partir de la surface d'origine (noté par h_t dans l'article de Lee et al.[54]).

$$d = 2\sqrt{h_c D - h_c^2} = 2\sqrt{c^2 h D - (c^2 h)^2} \quad (1.45)$$

Lee et al. ont proposé des relations permettant de déterminer la géométrie effective du bourrelet, la déformation plastique équivalente au point de référence et, enfin, le facteur de confinement correspondant, ψ . Ces relations ont été établies en simulant des tests d'indentation sphérique par la méthode des éléments finis. Le rapport $c^2 = h_c/h$ a été introduit pour évaluer l'effet de la limite d'élasticité et de l'exposant d'écrouissage sur la formation du bourrelet. Si le module de Young E , la limite d'élasticité et l'exposant

d'écroutissage sont connus, les formes fonctionnelles suivantes peuvent être utilisées :

$$c^2 = f_0^c \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) + f_0^c \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) \ln(h/D)$$

$$f_0^c \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) = a_{ij} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) n^{-j}, \quad i = 0, 1 \quad j = 0, 1, 2, 3 \quad (1.46)$$

$$a_{ij} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) = \alpha_{ijk} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right)^k, \quad k = 0, 1, 2, 3$$

40 coefficients α_{ijk} ont été obtenus par optimisation afin de déterminer la relation entre la profondeur de pénétration, h , et la hauteur de contact, h_c .

Afin de déterminer les propriétés plastiques à partir d'une courbe d'indentation $F(h)$, Lee et al. proposent de déterminer la déformation représentative plastique à partir de l'équation 1.47, et la contrainte représentative à partir de l'équation 1.48.

$$\varepsilon_{RP} = f_0^\varepsilon \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) (h/D)^i$$

$$f_0^\varepsilon \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) = b_{ij} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) n^{-j}, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad j = 0, 1, 2, 3, 4, \quad (1.47)$$

$$b_{ij}(\varepsilon_0) = \beta_{ijk} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right)^k, \quad k = 0, 1, 2, 3$$

$$\psi \equiv \frac{F}{D^2 \sigma(\varepsilon_{RP})} = f_i^\Psi \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) (h/D)^i$$

$$f_i^\Psi \left(\frac{\sigma_y}{E}, n \right) = c_{ij} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) n^{-j}, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad j = 0, 1, 2, 3, 4, \quad (1.48)$$

$$c_{ij} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) = \gamma_{ijk} \left(\frac{\sigma_y}{E} \right)^k, \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

L'expression de la déformation représentative plastique ε_{RP} proposée par Lee et al. fait intervenir 80 coefficients β_{ijk} et conduit à des valeurs de déformation représentative de l'ordre de 20% lorsque le rapport h/R atteint la valeur 0,12. L'expression permettant

de déterminer la contrainte représentative, $\sigma(\varepsilon_{Rp})$, fait aussi intervenir 80 coefficients γ_{ijk} . Les expressions analytiques proposées par Lee et al. ont été obtenues de manière totalement empirique à partir des résultats de nombreuses simulations numériques par éléments finis en supposant un frottement de 0,1. Précisons que les simulations par éléments finis de l'indentation sphérique étant effectuées jusqu'à un rapport h/R égal à 0,12, toutes les expressions proposées par Lee et al. ne sont pas vérifiées pour $h/R > 0,12$. Pour information, cette valeur de h/R correspond à un rayon de contact adimensionnel, a/R , proche de 0,5 lorsqu'il ne se produit aucun bourrelet et aucun affaissement de la surface du matériau indenté située autour de l'empreinte.

L'avantage de ce modèle est qu'il permet d'obtenir les grandeurs physiques d'indentation F , h et a en fonction des paramètres de la loi d'écrouissage isotrope de type Hollomon. Pour des matériaux « à haute résistance », Kim et al.[55] ont proposé une version étendue du modèle de Lee et al. en considérant, à partir de simulations EF effectuées avec un indenteur élastique déformable, de nouvelles fonctions obtenues par régression.

1.4.2.4 Méthode de Zhao et al. 2006

Avant de définir leur méthode, Zhao et al.[56] ont critiqué la méthode de Cao et Lu [52]. Pour les auteurs, la plage des matériaux utilisés dans l'étude numérique de Cao et Lu ($65 < E/\sigma_y < 700$), ne couvre pas certains matériaux purs et alliages importants tels que l'or ($E/\sigma_y = 2050$), l'argent ($E/\sigma_y = 1382$), le cuivre ($E/\sigma_y = 2067$) et l'aluminium ($E/\sigma_y = 1725$). Une autre critique sur la méthode de Cao et Lu concerne l'indépendance de la déformation représentative sur la valeur de l'exposant d'écrouissage. Pour Zhao et al., ce postulat n'est justifié que par la plage réduite des matériaux étudiés pour des valeurs de n élevées. Zhao et al. ont proposé une nouvelle procédure pour déterminer les propriétés élasto-plastiques des matériaux ductiles obéissant à la loi puissance de Hollomon. Inspirés par un travail de Ogasawara et al.[57], Zhao et al. ont défini la déformation représentative comme étant la contribution de la déformation plastique à la déformation effective totale. Sur la base de cette hypothèse, l'équation proposée par Zhao et al. prend la forme suivante :

$$\sigma = \sigma_y \left[\frac{E_r}{\sigma_y} \left(\frac{\sigma_R}{E_r} + \varepsilon_R \right) \right]^n \quad (1.49)$$

Pour deux valeurs de pénétration ($h_1/R = 0,13$; $h_2/R = 0,3$), associées à deux valeurs d'effort distinctes (F_1 ; F_2), on peut déduire à partir de l'équation 1.42, les expressions

suivantes :

$$F_1 = \sigma_R h_1^2 f_1 \left(\frac{E_r}{\sigma_R}, n \right) \quad (1.50)$$

$$F_2 = \sigma_R h_2^2 f_2 \left(\frac{E_r}{\sigma_R}, n \right) \quad (1.51)$$

f_1 et f_2 sont des formes fonctionnelles sans dimension déterminées en ajustant des résultats numériques. Pour les auteurs, trouver une déformation représentative ε_R où les fonctions adimensionnelles f_1 et f_2 sont indépendantes du coefficient d'écroûissage est non valable, et donc le concept proposé par Cao et Lu.[52] ne peut pas être adopté.

Pour évaluer la corrélation entre la déformation représentative le rapport h/R et les fonctions adimensionnelles f_1 et f_2 , Zhao et al. ont développé un nouveau modèle EF d'indentation sphérique. Leur modèle EF a été construit avec un indenteur rigide pour un frottement de 0,1. L'étude a été menée sur des matériaux ayant un rapport E_r/σ_R compris entre 2 et 3000, et un coefficient d'écroûissage n compris 0 à 0,6, en ajustant la déformation et la contrainte représentative par la méthode des moindres carrés de manière à obtenir une influence minimale des deux fonctions f_1 et f_2 sur n . Les valeurs de déformation représentative $\varepsilon_{R1}=0,0374$ et $\varepsilon_{R2}=0,0674$ obtenues (pour les rapports $h_1/R = 0,13$ et $h_2/R = 0,3$ respectivement ne sont pas cohérentes avec celles obtenues par Cao et Lu[52]. Sur la base de ces fonctions sans dimension, l'analyse inverse s'accorde bien avec les données d'entrée utilisées dans les simulations numériques et les essais d'indentation sphérique trouvés dans la littérature. Pour la large gamme de propriétés des matériaux étudiés, l'erreur sur les propriétés mécaniques, E/σ_y et n , identifiées par l'analyse inverse est inférieure à 10% dans la plupart des cas. L'erreur obtenu est causé en partie par la précision des fonctions d'ajustement et en partie par l'inadaptation de la loi d'écroûissage de type puissance aux matériaux réels. La méthode de Zhao et al. semble toutefois avoir le potentiel pour déterminer efficacement les propriétés élastiques et plastiques d'un matériau à partir d'un essai d'indentation sphérique.

1.4.2.5 Evaluation de Beghini et al. 2006

Beghini et al.[58] proposent un modèle de prédiction de l'effort en fonction du rapport h/R inspiré par l'étude de Nayebi et al.[51]. Ils ont ajusté par la méthode des moindres carrés des courbes $F(h)$ obtenues par EF pour un indenteur déformable ($D=2\text{mm}$;

$E_{ind}=535\text{GPa}$ et $\nu_{ind}=0,22$) pour trouver la relation suivante :

$$\frac{F}{ED^2} = \sum_{k=1}^4 A_k \left(\frac{h}{D} \right)^{k/2} \quad (1.52)$$

A_k sont les coefficients d'ajustement calculés pour n'importe quelles combinaisons de paramètres σ_y et n de leur base de données :

$$A_k = A_k(\sigma_y, n), \quad k = 1, 2, 3, 4$$

144 constantes sont utilisées pour couvrir leur base de données. Le modèle de Beghini et al. est limité pour des valeurs de F/D^2 de 250 MPa pour les aciers, et 200 MPa pour les autres alliages avec une erreur maximale relative qui ne dépasse pas le 1%. Au-delà de ces valeurs, les fonctions analytiques sont considérées moins fiables. Les auteurs avancent que leur relation (équation 1.52) permet une corrélation avec l'ensemble de la base de données plus efficace que celle proposée par Nayebi et al.[51] (équation 1.41).

En se basant sur leur propre modèle analytique d'indentation sphérique, leurs résultats montrent qu'il est possible, à partir d'une approximation théorique de la courbe $F(h)$, d'identifier les paramètres de la loi d'Hollomon. Cependant la modèle proposée a été établie uniquement pour des rapports relativement faibles de h/R ($h/R < 0,08$) et s'affranchit d'une définition de déformation représentative, ce qui limite sa précision.

1.4.2.6 Evaluation de Ogasawara. 2009

Comme dans les travaux de Zhao et al.[56], pour l'indentation sphérique, Ogasawara et al.[59] définissent la déformation représentative comme étant la déformation plastique de la courbe de contrainte-déformation uniaxiale. L'évaluation de Ogasawara et al. a comme objectif général de garder les formes fonctionnelles 1.50 et 1.51 suffisamment simples pour faciliter l'analyse inverse. Les relations optimisées sont recherchées à partir d'analyses numériques.

Le pénétrateur modélisé est supposé rigide et l'éprouvette est semi-infinie. Les paramètres des matériaux varient sur une large plage avec E_r/σ_R compris entre 3 et 6000 et n compris entre 0 et 0,5. Le coefficient de frottement μ est fixé à 0,15 et le coefficient de Poisson ν est fixé à 0,3. Les données d'indentation sont obtenues pour des rapports $h_1/R=0,1$ et $h_2/R=0,3$.

En s'inspirant de leurs travaux pour le cas d'un indenteur conique[57], ils proposent la

relation suivante pour relier l'énergie (l'aire sous la courbe d'indentation mesurée pour une profondeur de pénétration donnée h_i), le rayon de l'indenteur et les paramètres mécaniques du matériau indenté :

$$\frac{W_{ti}}{h_i^3 \sigma_{Ri} (1 + s_i n)} = \left(\frac{1}{m_{ei} \frac{\bar{E}}{\sigma_{Ri} (1 + s_i n)}} + \frac{1}{m_{pi}} \right)^{-1} \quad (1.53)$$

m_{ei} est liée à la limite du comportement des matériaux élastiques lorsque $E_r/\sigma_R \rightarrow 0$ et m_{pi} est liée à la limite des matériaux plastiques rigides $E_r/\sigma_R \rightarrow \infty$. s_i est désigné par le facteur sphérique.

Par ajustement des paramètres de la relation 1.53 pour les deux niveaux h_1 et h_2 , Ogasawara et al. définissent leur déformation représentative de la manière suivante :

$$\varepsilon_{Ri} = 0,033 \frac{h_i}{R} + 0,00616 \quad (1.54)$$

et le facteur sphérique par :

$$s_i = -5,31 \left(\frac{h_i}{R} \right)^2 + 4,02 \frac{h_i}{R} + 0,604 \quad (1.55)$$

Dans l'équation 1.53, m_{ei} est défini en se basant sur la solution de Hertz pour un contact purement élastique (Voir l'équation de F du Tableau 1.1) et m_{pi} est obtenu à partir de résultats de nombreux calculs EF effectués pour des rapports h/R variant entre 0,1 et 0,3 :

$$m_{ei} = \frac{8}{15} \sqrt{\frac{R}{h_i}} ; m_{pi} = 13,27 \frac{R}{h_i} - 7 \quad (1.56)$$

1.4.2.7 Evaluation de Moussa et al. 2014

Moussa et al.[20] utilise une démarche similaire à celle proposée par Nayebi et al.[51] et Beghini et al.[58] qui consiste à rechercher les paramètres σ_y et n de la loi d'Hollomon à partir de l'étude d'écart entre une courbe $F(h)$ expérimentale et un ensemble de courbes $F(h)$ prédites. Cependant la méthode de Moussa et al.[20] s'appuie sur des courbes $F(h)$ obtenues à partir d'une base de données EF, et non pas sur une approximation issues des équations optimisées. L'originalité de la méthode de Moussa et al. repose aussi sur une nouvelle définition de la déformation représentative, la déformation représentative moyenne, ε_{RM} . Pour obtenir une valeur théorique de ε_{RM} , Moussa et al. ont d'abord

défini un repère $[k, n]$. Avec k un paramètre déduit de la loi d'Hollomon (équation 1.57) tel que :

$$k = (1 - n) \ln \frac{\sigma_y}{E} \quad (1.57)$$

Ensuite, en traçant la cartographie des écarts entre la courbe de référence et chacune des courbes $F(h)$ de la base de données, ils ont observé une sorte de vallée linéaire dans l'espace $[k, n]$ dont l'inclinaison, donnée par l'angle θ_{R_M} est liée à la déformation représentative moyenne ε_{R_M} selon l'équation (1.58).

$$\varepsilon_{R_M} = e^{\frac{-1}{\tan \theta_{R_M}}} \quad (1.58)$$

La valeur de ε_{R_M} dépend du rapport h_{max}/R et de la fonction erreur utilisée pour le calcul des écarts. Ainsi, considérer des courbes d'indentation à différentes charges permet d'obtenir différentes valeurs de déformations représentatives moyennes. Moussa et al. ont même étendu leur notion de déformation représentative pour prendre en compte des incertitudes expérimentales en définissant un domaine de solution et un domaine de confiance. On reviendra plus en détail sur cette méthode dans le chapitre 5.

1.4.2.8 Synthèses des méthodes basés sur F-h

Les méthodes basées sur l'étude de la courbe $F(h)$ s'appuient sur une forme prédéfinie de la loi d'érouissage, qui est la loi d'Hollomon. Certaines méthodes adoptent le concept de la déformation représentative [20], [52], [54], [56], [59] pour reconstruire la loi d'érouissage, alors que d'autres recherchent uniquement les constantes de cette loi (σ_y et n) [51], [58].

a. Synthèse sur la notion de ε_R

Cao et Lu [52], Zhao et al. [56] et Ogasawara et al. [59] utilisent des fonctions adimensionnelles obtenues de manière empirique pour définir leurs fonctions de déformation représentative sans tenir compte de l'influence de la rigidité de l'indenteur sur les résultats obtenus. La déformation représentative ajustée numériquement proposée par Zhao et al. dépend de l'érouissage du matériau, contrairement à celle définie par Cao et Lu. Comme dans le cas des modèle de Cao et Lu [52] et Zhao et al. [56], le modèle d'Ogasawara et al., conduit à des valeurs de ε_R extrêmement faibles (0,00956 et 0,01606) et ce malgré l'utilisation de deux rapports h/R très distincts et relativement élevés (0,1 et 0,3) dans

leur modèle.

Lee et al.[54] emploient des constantes obtenues par optimisation des données EF pour définir une déformation plastique (représentative) à un endroit particulier de la zone indentée. La fiabilité de la déformation représentative proposée dépend donc des conditions aux limites du modèle de l'auteur : Est-elle valable pour des rapports $h/R > 0,12$? et pour un frottement différent de 0,1 ? L'absence de validation expérimentale des prédictions numériques est également à souligner. Les prédictions numériques sont toujours obtenues pour des matériaux idéaux et ne prennent généralement pas en compte les conditions expérimentales réelles. Pour terminer, toutes les déformations représentatives des articles mentionnés précédemment ont été proposées comme paramètres intermédiaires dans le processus d'identification des paramètres de la loi d'écrouissage. L'utilisation de ces déformations représentatives sert d'astuce mathématique n'ayant aucune base physique. En conséquence, elles sont toutes dépendantes de choix humains et ne sont pas strictement déterminées à partir de la réponse du matériau à l'indentation.

Contrairement à ces travaux, Moussa et al.[20] proposent une définition de déformation représentative moyenne dépendante uniquement de la réponse du matériau à l'indentation. L'avantage de cette déformation est qu'elle indique la zone de la courbe contrainte-déformation où le résultat de l'identification est le plus précis. De plus amples détails sur cette déformation représentative seront donnés dans le chapitre 5.

b. Synthèse sur les modèles d'indentation

Nous avons observé que certains auteurs cités dans cette bibliographie construisent leur propre base de données pour prédire les grandeurs physiques en indentation sphérique. Cette base de données est soit représentée par un ensemble de données numériques³ $F(h)$ [20], soit représentée par des modèles optimisés et donnés sous forme d'équations analytiques obtenues par ajustements des courbes numériques[51], [54], [58]-[60].

Quelques modèles utilisent un couplage entre la théorie d'indentation et l'optimisation numérique pour construire leurs modèles d'indentation sphériques[54], [59].

Notons enfin que cette bibliographie n'est pas exhaustive et qu'il existe bien d'autres modèles dans la littérature pour prédire des mesures d'indentation sphériques[49], [61], [62].

A l'exception du modèle de Lee et al., toutes les méthodes présentées prédisent seulement les grandeurs physiques $F - h$ en fonction des propriétés mécaniques des matériaux.

3. issues de simulations EF

Seul le modèle de Lee et al. propose une démarche pour déterminer des relations entre F , h et le rayon de contact, a . Chaque modèle proposé a ses avantages et ses inconvénients. Le modèle de Nayebi et al.[51] présente une démarche assez simple pour prédire l'effort en fonction du déplacement pour un frottement de 0,2, sauf que le modèle a été limité à des matériaux peu résistants ($175 \leq E/\sigma_y \leq 525$). De plus, les auteurs ne précisent pas comment la procédure d'optimisation a été effectuée, quel type d'erreur est minimisée et quel niveau de chargement maximal d'indentation peut être appliqué.

Beghini et al.[58] ont présenté une méthode plus élaborée basée sur la même idée que celle de Nayebi et al.[51]. Leur approche peut couvrir différents types de matériaux métalliques (aciers, alliages de cuivre et alliages d'aluminium) en négligeant l'effet du frottement. Les auteurs n'ont pas malheureusement mentionné les valeurs des constantes utilisées pour la construction de leur modèle, ce qui rend leur modèle inutilisable.

Ogasawara et al.[59] proposent un modèle qui peut couvrir une large gamme de matériaux métalliques utilisés en ingénierie mécanique et pour des rapports h_R de 0,3 suffisamment importants et pour un frottement de 0,15. Malgré ces deux avantages, leur modèle est proposé pour un indenteur rigide uniquement.

Le modèle de Lee et al.[54] est capable de prédire, à partir de ses propres définitions de déformation et contrainte représentatives, les grandeurs physiques d'indentation F, h et a . Bien que sa définition de déformation représentative est discutable, et que le niveau d'indentation maximal est relativement faible, notamment pour les matériaux résistants ($h_{max}/R = 0,12$), le modèle paraît complet et disponible au public. Lee et al.[54] ont publié tous les coefficients nécessaires dans leur article.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique sur différents sujets. Dans la première partie, nous avons rappelé les principales bases de mécanique des matériaux, les notions d'élasticité et d'élasto-plasticité ont également été présentées de manière très simplifiée et nous avons présenté l'essai de traction utilisé classiquement pour la caractérisation mécanique des matériaux.

Dans le paragraphe suivant, nous avons exposé la technique d'indentation classique pour déterminer la dureté ainsi que l'indentation instrumentée. Nous avons aussi rappelé la théorie du contact entre deux solides.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique sur

les différentes techniques de la littérature qui permettent, à partir de l'essai d'indentation, d'obtenir les propriétés mécaniques des matériaux. Nous avons montré que la plupart de ces méthodes utilisent le concept de la déformation représentative faisant le lien entre l'essai d'indentation et la loi d'érouissage des matériaux testés. Cependant pour la plupart de ces méthodes, la définition de la déformation représentative est subjective et dépend de résultats empiriques reposant que sur très peu de fondement physique et/ou de fonctions mathématiques dépendant notamment des conditions aux limites des modèles EF. Nous avons aussi présenté en parallèle, quelques modèles qui permettent de prédire les grandeurs physiques d'indentation à partir de relations mathématiques. Ces modèles de prédiction seront considérés dans la suite de cette étude comme des modèles analytiques.

MODÈLES ET MATÉRIAUX

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté l'essai d'indentation comme un essai mécanique capable non seulement d'obtenir la dureté et le module de Young d'un matériau, mais aussi d'acquérir ses propriétés élasto-plastiques. Dans la plupart des études citées, les chercheurs ont validé leur méthode en se basant sur des résultats issus de modèles EF ou de matériaux pseudo-numériques homogènes et parfaits ou encore en se basant sur des mesures expérimentales sur matériaux réels. D'autres chercheurs ont validé leurs méthodes de caractérisation à la fois à partir des mesures expérimentales et des résultats numériques. Ce chapitre est d'abord consacré à la présentation de modèles numériques (EF) d'indentation sphériques, puis nous présentons les matériaux réels étudiés dans cette thèse. Ensuite, nous présentons les bancs expérimentaux utilisés pour la réalisation des essais de traction et d'indentation. Enfin, les corrections et calibrations des grandeurs physiques expérimentales effectués seront présentées dans ce chapitre.

2.2 Modèles numériques EF

Pour la simulation des essais d'indentation sphérique, nous avons adopté le logiciel de calcul par éléments finis, EF, Abaqus (ver. 6.13)[63]. Tous les modèles sont construits en mode axisymétrique et pour des conditions aux limites similaires. Deux matériaux interviennent dans la simulation d'un essai d'indentation : celui de l'indenteur et celui de l'échantillon (ou le massif indenté). La taille des massifs utilisés est relativement grande par rapport à la taille de l'indenteur pour éliminer toute question d'effet de taille de massif sur les résultats obtenus. Les éléments axisymétriques à 4 nœuds (CAX4) sont utilisés pour modéliser l'échantillon avec un affinement de la taille des éléments dans la région située au niveau du contact indenteur/matériau. Les éléments trapézoïdaux sont utilisés dans les régions de transition de taille d'élément afin d'empêcher la discontinuité

des contraintes et des déformations. La condition de contact est établie en supposant un contact « surface to surface » entre la surface de l'échantillon et l'indenteur avec un coefficient de frottement μ qui peut varier d'un modèle à un autre. La condition de symétrie est appliquée sur l'axe d'indentation et les nœuds du bord inférieur du massif sont bloqués verticalement. Pour obtenir les mesures des grandeurs physiques F et a , la même méthode est adoptée pour n'importe quel modèle utilisé. La mesure des efforts est issue directement des variables sorties du modèle Abaqus 'History Output'. La force concentrée est la somme des forces extérieures exercées sur chaque nœud de la surface inférieure du massif alors que la surface de contact est obtenue directement à partir de l'identifiant de variable de 'CAREA' dans Abaqus. Pour évaluer le déplacement, h , nous pouvons prendre plusieurs points références. Le choix du point référence servant à suivre l'évolution du déplacement dépend de l'application elle-même. Nous donnerons des précisions le moment venu pour chaque application.

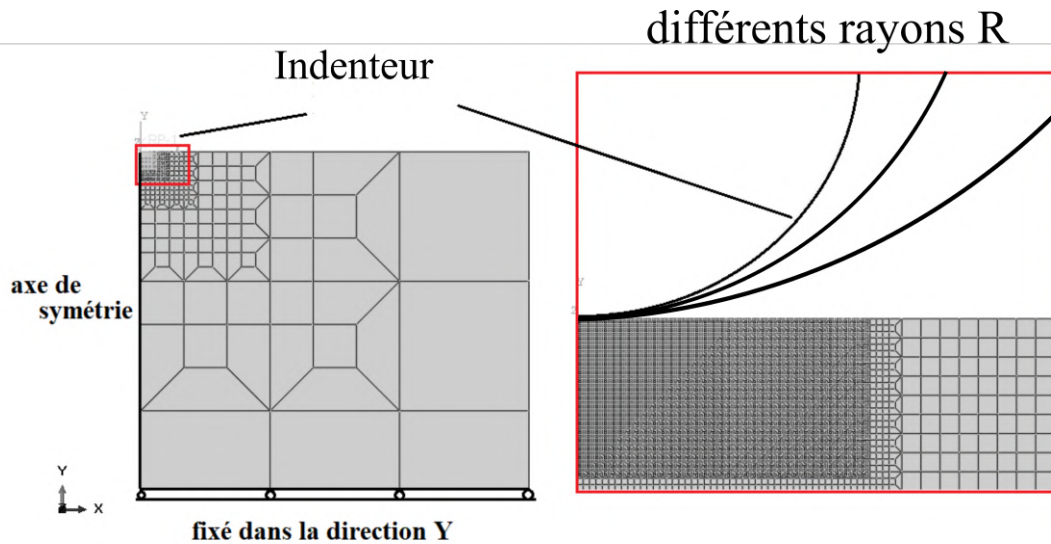


FIGURE 2.1 – Modèle EF A : axisymétrique pour un indenteur rigide de rayon $R=0,25\text{mm}$ avec des éléments CAX4.

2.2.1 Modèle EF A : indenteur rigide

Pour le modèle A, nous avons utilisé un indenteur rigide et sphérique de rayon R que nous pouvons adapter de façon à construire des courbes $F(h)$ ou $F(a)$ précises quelle que soit la profondeur de pénétration maximale imposée. Par exemple, pour un rayon $R=0,25\text{mm}$, la taille des éléments dans la région de contact indenteur/massif est $t= 1,852$

mm (voir figure 2.1), 11764 éléments axisymétriques à 4 nœuds CAX4 sont utilisés pour modéliser l'échantillon et on atteint 200 éléments en contact dans la région de contact indenteur/massif.

2.2.2 Modèle EF B : indenteur déformable

L'indenteur utilisé pour le modèle B (Figure 2.2) est sphérique et non rigide. Il est caractérisé par un module de Young, $E_{ind}=537\text{GPa}$, un coefficient de Poisson, $\nu_{ind}=0,24$ et un rayon $R=0,5\text{mm}$. Le degré inférieur de la fonction de forme CAX4 est complété par le placement d'éléments fins d'une taille de 0,3% du diamètre du pénétrateur au niveau du contact du matériau. La modélisation de l'indenteur inclut deux parties : l'indenteur et le porte-indenteur. Nous allons considérer que le porte-indenteur présente les mêmes caractéristiques élastiques que celui de l'indenteur.

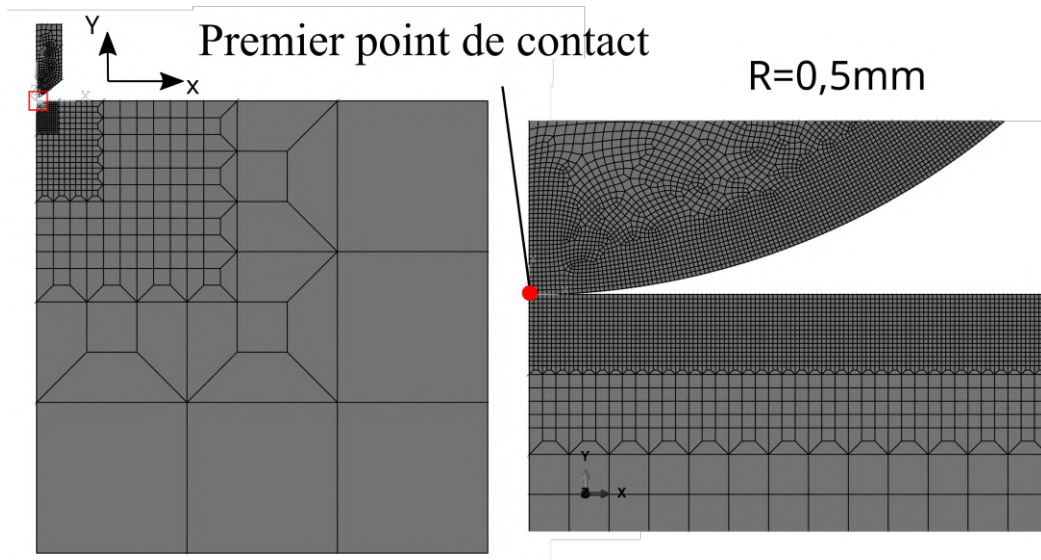


FIGURE 2.2 – Modèle B : axisymétrique pour un indenteur déformable de rayon 0,5mm avec des éléments CAX4.

2.3 Présentation des matériaux réels

Nous avons utilisé 5 matériaux pour cette étude : un alliage d'aluminium EN-AW2017 et 4 aciers globulisés de nuances : C35, C65, C100 et 42CrMo4. La surface testée de

l'alliage d'aluminium et des aciers a subi un polissage mécanique (abrasif 1200) suivi d'un polissage diamant (solutions diamant de 6, 3 et 1 μm). Préalablement à l'observation de la microstructures, la surface de l'échantillon d'alliage d'aluminium a été polie miroir puis a été attaquée par un réactif Kroll's (64 de H_3PO_4 ; 27 H_2SO_4 ; 9 NH_3) pendant une durée de 25 secondes. De même, avant l'observation de la microstructure des aciers, un polissage "miroir" a été effectué sur les surfaces à analyser puis celles-ci ont subi une attaque au Nital pendant 15s (Voir figure 2.3).

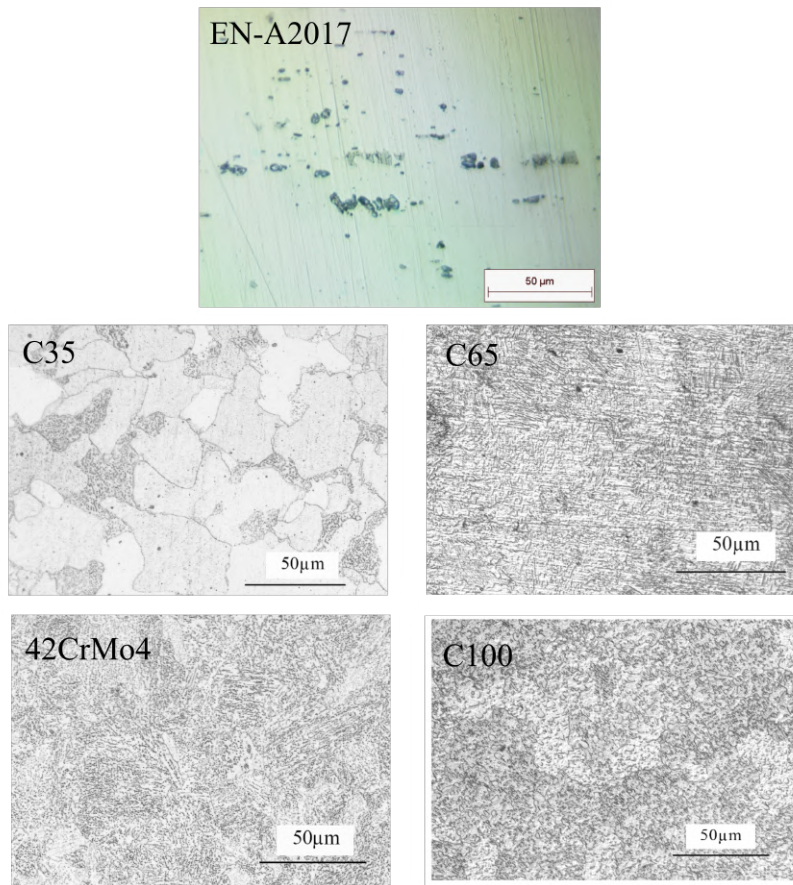


FIGURE 2.3 – Microstructure des matériaux.

En ce qui concerne l'alliage d'aluminium EN-AW2017, on peut distinguer sur la Figure 2.3 de fines particules de phases intermétalliques composées de Al_2Cu orientées dans le sens du laminage. Comme le montre la Figure 2.3, les aciers sélectionnés sont des aciers sphéroïdisés (ou globulisés). Ce type d'acier a été choisi afin d'obtenir une microstructure

TABLEAU 2.1 – Conditions du traitement thermiques et la dureté Vickers des aciers utilisés

Aciers	Etat initial	Condition de traitement thermique	Dureté HV (30Kg)
C35	Normalisé	710°C ,10h	156
C65	Normalisé	710°C ,10h	181
C100	Globulisé	710°C ,10h	170
42CrMo4	Normalisé	710°C ,10h	198

fine et homogène et donc une bonne reproductibilité des essais d'indentation. La microstructure de l'acier C100 montre une distribution homogène de particules de cémentite sphéroïdisées dans une matrice ferritique. Le recuit de sphéroïdisation de cet acier a été réalisé de manière optimale afin d'obtenir un matériau doux et ductile. Ce traitement thermique avait été effectué avant la livraison des matériaux à notre laboratoire, ce qui n'était pas le cas pour les autres aciers. Les aciers C35, C65 et 42CrMo4 à structure ferrito-perlitique ont été sphéroïdisés dans notre laboratoire avec les paramètres indiqués dans le Tableau 2.1. Certaines lamelles de cémentite sont encore présentes dans les aciers C65 et 42CrMo4 après traitement thermique. Pour l'acier C35, on peut distinguer les grains ferritiques et les anciens grains perlitiques dans lesquels les lamelles de cémentite ont été partiellement remplacées par des particules sphéroïdales. Pour cet acier, des problèmes de reproductibilité pourraient survenir lors des essais d'indentation si l'empreinte est localisée principalement dans les grains ferritiques ou dans les anciens grains perlitiques. Le tableau 2.1 donne la dureté Vickers des différents matériaux testés et confirme que l'adoucissement n'a pas été optimal pour les aciers C65 et 42CrMo4. Ces aciers sont plus durs que l'acier C100 à cause de la sphéroïdisation partielle. Par contre, malgré le faible pourcentage de carbone de l'acier C35, celui-ci n'a pas une dureté très inférieure à celle de l'acier C100 en raison de sa perlite partiellement globulisée.

2.4 Présentation des bancs expérimentaux

Le but de ce travail est de montrer qu'il est possible, à partir d'un essai d'indentation sphérique, d'identifier les paramètres d'écrouissage des matériaux. Pour cela, nous avons besoin d'effectuer deux types d'essais : des essais de traction, de référence, et des essais d'indentation sphérique.

2.4.1 Essais de traction uniaxial

2.4.1.1 Éprouvettes de tractions

Deux types d'éprouvettes ont été utilisés pour effectuer les essais de traction. Pour l'alliage EN AW2017, des éprouvettes plates (à section rectangulaire) ont été découpées à partir d'une large plaque d'épaisseur 5mm suivant différentes directions. Un ensemble de 8 éprouvettes a été utilisé (voir Figure 2.4).

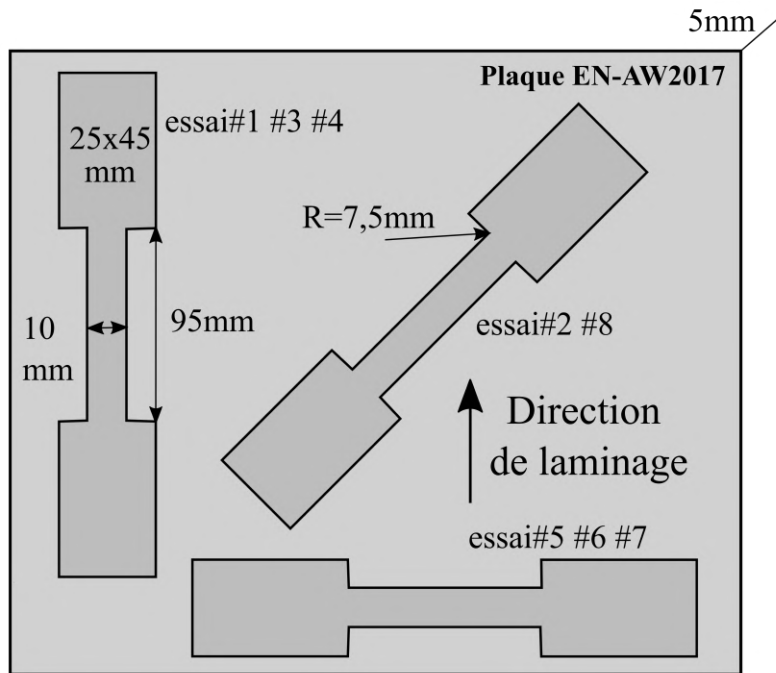


FIGURE 2.4 – Direction de découpe des éprouvettes pour le matériau EN-AW2017

Pour les aciers globulés, des éprouvettes cylindriques dont les dimensions sont présentées dans la Figure 2.5[41] ont été utilisées.

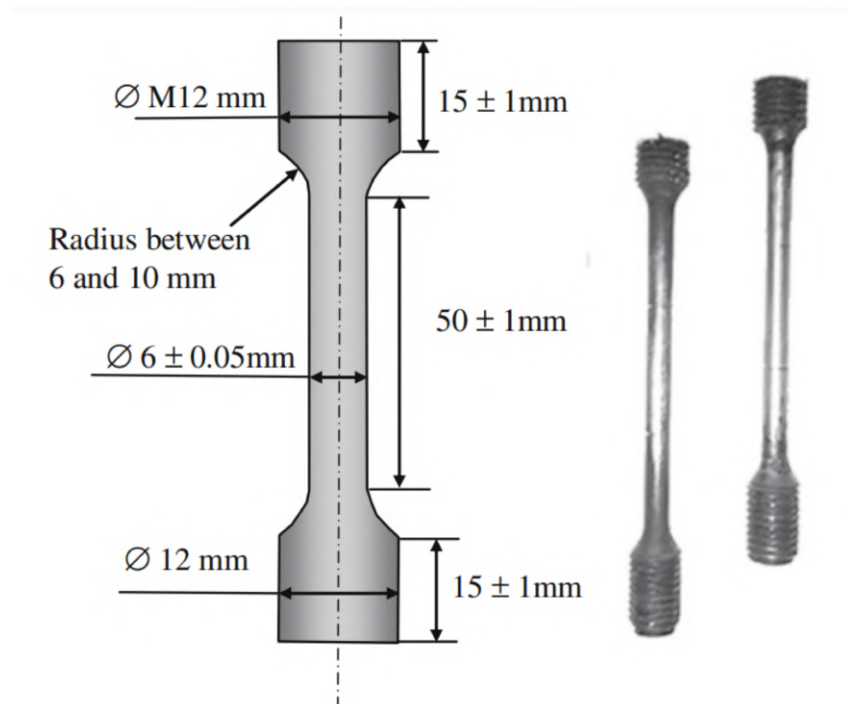


FIGURE 2.5 – Eprouvettes cylindriques de traction pour les matériaux : C35 ; C65 ; C100 ; 42CrMo4

2.4.1.2 Déroulement de l'essai

Les essais de traction pour l'Aluminium EN-AW2017 ont été réalisés en utilisant la machine d'essai à double colonne INSTRON 3369-50 kN à température ambiante. L'acquisition des données de la charge et de la position de la traverse a été réalisée avec le logiciel Bluehill. Dans la configuration d'essai choisie, deux différents segments de rampe ont été suivis pour nos essais. Pour des déformations inférieures à 0,5%, la traverse s'est déplacée à une vitesse de 0,5mm/min, au-delà de cette valeur de déformation, la traverse s'est déplacée à une vitesse de 5mm/min. Un extensomètre axial à clip, compatible avec le logiciel Bluehill, a été installé au niveau de la partie utile de l'échantillon ($L_0 = 50 \text{ mm}$). Le dispositif de verrouillage de la longueur de la jauge se bloque automatiquement après la fixation avec possibilité d'étalonnage automatique (Figures 2.6(a) et (b)).



FIGURE 2.6 – Montage de l'extensomètre sur un système d'essai universel INSTRON 50 kN

Pour les aciers, les essais de traction ont été effectués sur un système Lloyd LR avec une vitesse de déplacement de la traverse de 2 mm/min[64].

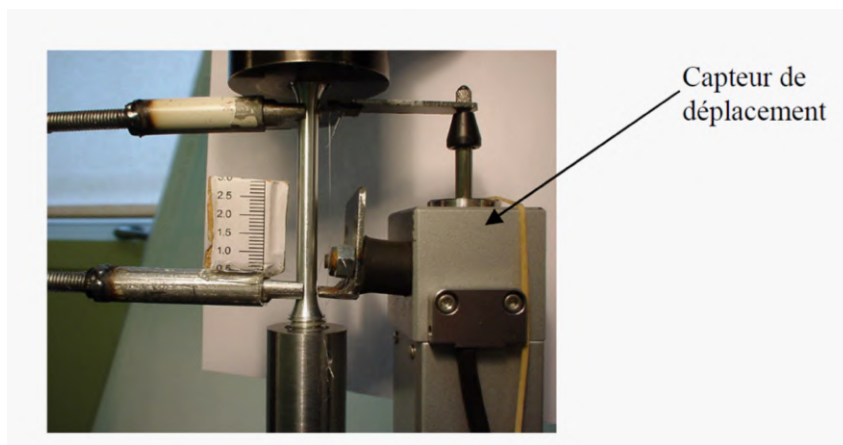


FIGURE 2.7 – Dispositif utilisé pour l'essai de traction Lloyd LR [64]

L'allongement de la partie utile a été mesuré à l'aide d'un capteur interférométrique de marque Heidenheim permettant d'obtenir une précision de 0,05 microns sur les allonge-

ments (Figure 2.7). La partie utile de l'éprouvette a un diamètre de 6 mm et une longueur effective de 50 mm (distance entre les mors du dispositif de mesure de déplacement).

2.4.1.3 Courbes de Traction

Dans la plupart des travaux de la littérature sur l'identification des paramètres d'une loi d'écroutissage, les courbes de traction sont généralement utilisées comme référence afin de valider les modèles et les procédures proposées par les différents auteurs [19], [22], [41], [46], [65].

Pour cette comparaison entre des contraintes et déformations uniaxiales obtenues par traction et des contraintes et déformations équivalentes obtenues par indentation, il est nécessaire d'utiliser, pour la traction, les contraintes et déformations vraies (ou contraintes et déformations rationnelles).

L'identification par indentation consistant à déterminer les paramètres d'une loi d'écroutissage de type Hollomon, l'objectif de ce paragraphe est donc de déterminer les paramètres σ_y et n de la loi d'Hollomon qui permettent d'obtenir une courbe la plus proche de celle obtenue par traction.

Dans le code Python, nous avons utilisé la librairie 'API SciPy'[66] qui fournit une fonction 'curve-fit' dans sa bibliothèque d'optimisation pour ajuster les données d'une fonction choisie.

Pour chaque courbe de traction nous avons effectué une boucle d'ajustements dans le domaine plastique sur différents intervalles de valeurs de déformation. L'intervalle maximal choisi est celui pour lequel la déformation maximale correspond au point où la striction débute. Pour chaque boucle, une nouvelle courbe d'Hollomon ajustée est obtenue avec deux paramètres identifiés σ_y et n . L'avantage d'utiliser la fonction 'curve-fit' disponible dans Python, est qu'elle fournit directement la plage d'erreur des paramètres d'ajustement à partir des éléments diagonaux de la matrice de covariance. La méthode pour calculer l'erreur est celle de Levenberg-Marquardt [67], [68] qui effectue un ajustement non linéaire des moindres carrés.

Le choix de σ_y et n optimaux sont ceux qui aboutissent à la valeur de EQM de l'équation 2.1 la plus faible.

$$EQM = \frac{1}{n} \sum_{\varepsilon=\varepsilon_y}^{\varepsilon=\varepsilon_s} (y_i - f(x_i))^2 \quad (2.1)$$

EQM est l'erreur moyenne des différences au carré entre les données y_i et les valeurs du modèle $f(x_i)$. n est le nombre de points de la courbe de traction situé entre la déformation

élastique maximale ε_y et la déformation seuil de striction ε_s .

a) Cas de l’alliage d’aluminium EN-AW2017 :

Les courbes contraintes-déformations pour les 8 essais expérimentaux effectués sont présentées dans la Figure 2.8. Il est clair que les différentes éprouvettes utilisées présentent sensiblement la même résistance et le même niveau d’écrouissage. Les courbes pour les essais#2 et #8 sont les plus ductiles. On note que les éprouvettes de ces deux essais sont orientées selon un angle de 45 degrés par rapport à la direction de laminage (voir Figure 2.4).

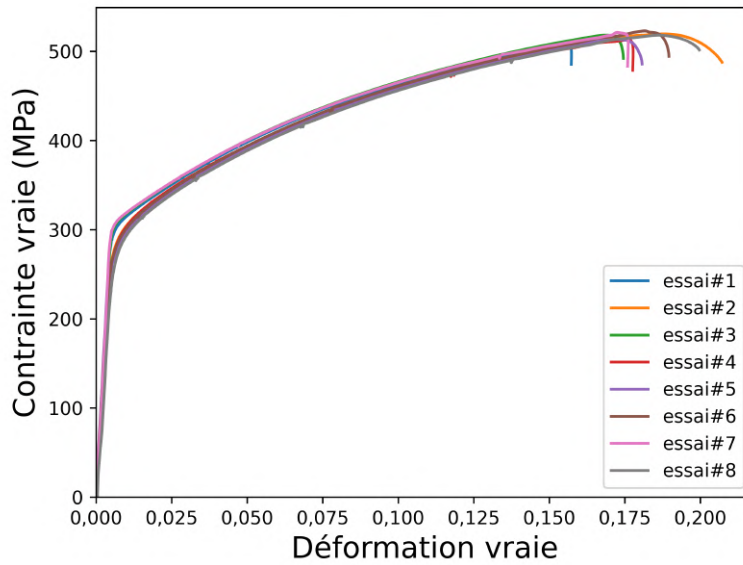


FIGURE 2.8 – Courbes contraintes-déformation vraies pour le matériau : EN-AW2017

La Figure 2.9, présente une courbe de traction (essai#2) parmi les 8 courbes obtenues pour l’EN-AW2017. 5 intervalles de déformation ont été choisis pour chaque courbe. Les valeurs maximales d’intervalles sont représentées dans le Tableau 2.2.

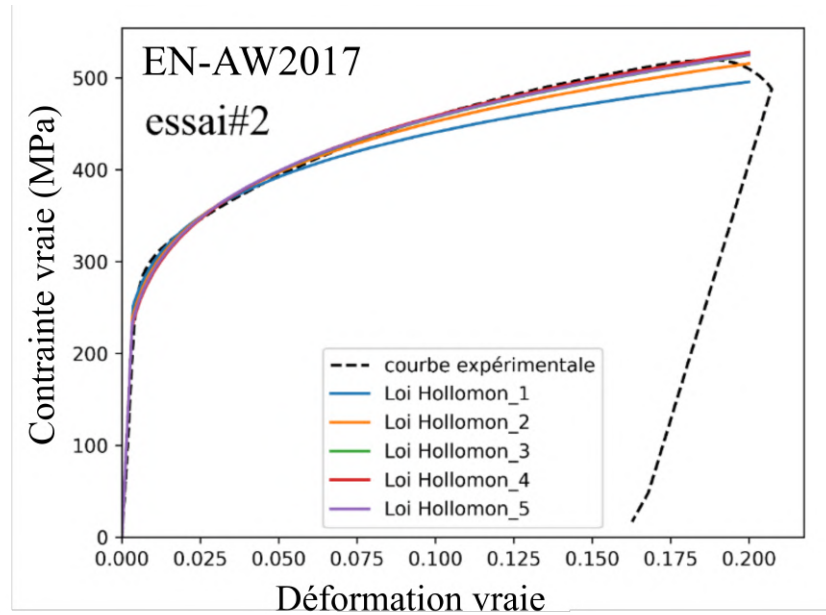


FIGURE 2.9 – Comparaison entre la courbe expérimentale EN-AWA2017 essai#2 de contrainte-déformation réelle et celles correspondant à l’ajustement de cette courbe par une loi de type Hollomon

TABLEAU 2.2 – Optimisation des paramètres de la loi d’Hollomon pour le matériau EN-AW2017 pour l’essai#2

EN-AW2017 essai#2	ε_{max} pour l’ajustement	$\sigma_y ; n$ (optimisés)	EQM MPa^2
Loi Hollomon_1	0,06	266 ; 0,154	155.014
Loi Hollomon_2	0,08	256 ; 0,172	46.37
Loi Hollomon_3	0,1	249 ; 0,184	12.43
Loi Hollomon_4	0,13	230 ; 0,20	1.01
Loi Hollomon_5	0,16 (striction)	233 ; 0,20	0.0016

A partir de la figure 2.9 et du tableau 2.2, on constate que l’ajustement des courbes d’Hollomon pour cet essai est plus performant pour des valeurs de $\varepsilon_{max} > 0,1$.

Prenons le cas d’ajustement pour $\varepsilon_{max} = 0,06$ par exemple. Pour ce niveau de déformation la loi d’Hollomon ajustée (courbe Hollomon_1 en bleu) est très similaire à la courbe expérimentale jusqu’à une valeur de $\varepsilon = 0,06$. Pour des déformations supérieures à une valeur de 0,06, la courbe ajustée est cependant au-dessous de la courbe expérimentale, ce

qui veut dire que l'on a tendance à sous-estimer le coefficient d'érouissage. Le meilleur ajustement est celui pour $\varepsilon_{max} = 0,13$ représenté par la courbe rouge (déformation juste avant la striction) et $\varepsilon_{max} = 0,16$ (début de la striction) : les valeurs de EQM obtenues sont les plus faibles.

On peut conclure à partir de la Figure 2.9 que la loi d'Hollomon peut être considérée comme une loi représentative du comportement élasto-plastique de l'alliage d'aluminium EN-AW2017.

Nous avons répété la même analyse pour les 7 autres essais de traction. Les paramètres σ_y et n optimisés sont présentés dans le Tableau 2.3. Pour la plupart des essais effectués, la valeur du coefficient d'érouissage optimisé est proche de 0,2. La valeur de la limite d'élasticité varie de 218 à 252 MPa avec une valeur moyenne de 234MPa.

TABLEAU 2.3 – Paramètres σ_y et n optimisés à partir d'une fonction de type Hollomon pour chaque essai de traction effectué sur le matériau : EN-AW2017

#essai	σ_y (MPA) (optimisée)	n (optimisé)
Essai#1	244	0,19
Essai#2	233	0,20
Essai#3	250	0,19
Essai#4	232	0,20
Essai#5	223	0,21
Essai#6	227	0,21
Essai#7	252	0,18
Essai#8	218	0,21
Moyenne	234±12	0,2±0,011

b) Cas des aciers Globulisés :

Pour les aciers globulisés, les paramètres de la loi d'Hollomon ont été optimisés en prenant une courbe expérimentale moyenne et en faisant varier les valeurs de ε_{max} (Figure 2.10).

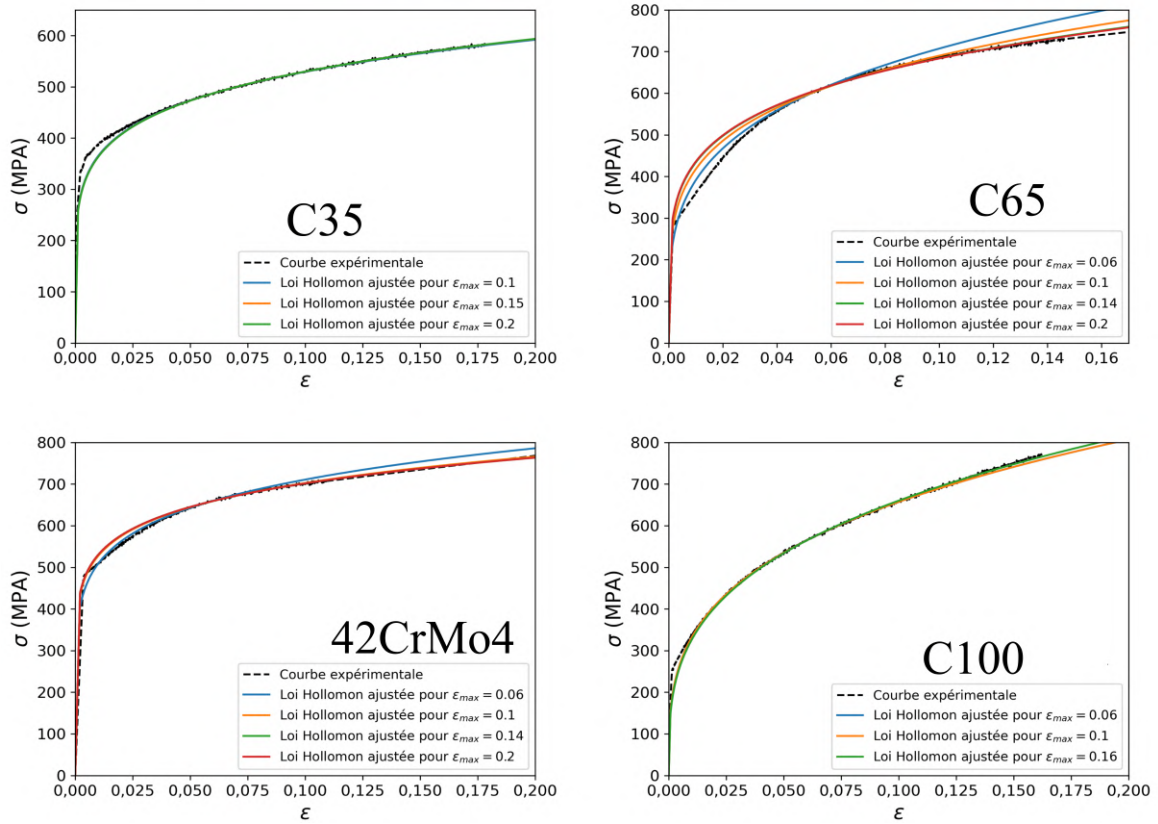


FIGURE 2.10 – Comparaison entre la courbe expérimentale de contrainte-déformation réelle et celles correspondant à l’ajustement de cette courbe par une loi de type Hollomon pour différentes valeurs de ε_{max}

Pour une valeur de ε_{max} donnée, on remarque une saturation sur la courbe optimisée. La Figure 2.10 montre que pour les faibles valeurs de déformations, un écart significatif entre les courbes d’Hollomon et les courbes expérimentales est obtenu, surtout pour les valeurs de ε_{max} les plus élevées. On observe que pour les deux aciers C35 et C100, la méthode d’interpolation conduit à la même loi d’érouissage quel que soit le niveau de ε_{max} . Pour la plupart des matériaux, si l’on considère l’ensemble de la plage de déformation allant du début de la plasticité jusqu’à la striction, l’optimisation est la plus performante pour les valeurs ε_{max} les plus élevées. Pour ces valeurs, les courbes optimisées obtenues sont globalement satisfaisantes.

Nous avons regroupé les valeurs des paramètres σ_y et n optimisés des différents matériaux dans le Tableau 2.4.

TABLEAU 2.4 – Propriétés mécaniques optimisées pour les matériaux étudiés

Matériau	σ_y (MPa) (optimisée)	n (optimisé)	E/σ_y
EN-AW2017	230	0,2	304
C35	260	0,164	808
C65	300	0,2	700
C100	146	0,3	1438
42CrMo4	438	0,12	480

2.4.2 Essais d'indentation sphérique

2.4.2.1 Etat des échantillons

Pour les essais de macro-indentation, les différents échantillons utilisés dans cette étude ont subi un polissage mécanique. Le polissage d'ébauche a été effectué avec des papiers abrasifs SiC jusqu'à une granularité de 1200 grains/cm². Ensuite un polissage de finition a été effectué successivement avec des feutres contenant des particules de diamants de grosseurs 6, 3 et 1 microns, ce qui a permis d'obtenir un polissage miroir apparent. Pour les essais de micro-indentation, les échantillons subissent un polissage électrolytique afin certes de rendre la surface plus lisse et brillante, mais aussi pour supprimer les incrustations d'impuretés et d'éventuelles contraintes résiduelles liées au polissage mécanique.

2.4.2.2 Banc expérimental

Les essais de macro-indentation ont été réalisés à l'aide d'un dispositif d'indentation instrumenté développé au laboratoire du LGCGM (Figure 2.11). Ce système d'essai peut appliquer des charges d'indentation élevées (jusqu'à 1200N), contrairement à la plupart des installations disponibles dans le commerce, même si dans le cas de cette étude, les niveaux de charges ne sont pas très élevés. Le critère de fin d'essai peut être une valeur maximale de force ou d'enfoncement.

Le pénétrateur utilisé est constitué d'une bille sphérique en carbure de tungstène de rayon de 0,5 mm sertie dans un porte-indenteur en acier. Le module d'Young et le coefficient de Poisson de l'indenteur sphérique sont respectivement égaux à 600 GPa et 0,23. La charge d'indentation est obtenue avec une résolution de 0,02 N à partir d'un capteur d'effort situé sous l'échantillon. Le déplacement a été mesuré grâce à trois capteurs capacitifs fixés sur le porte-indenteur à une distance de l'extrémité de l'indenteur sphérique

environ égale à 10 mm. Les trois capteurs capacitifs, de résolution égale à $0,05\mu\text{m}$, ont été utilisés pour mesurer la distance entre l'indenteur et la surface du matériau indenté. Au moins, 6 essais d'indentation sphérique ont été réalisés avec des charges différentes sans trop dépasser un rapport h/R de 0,12.

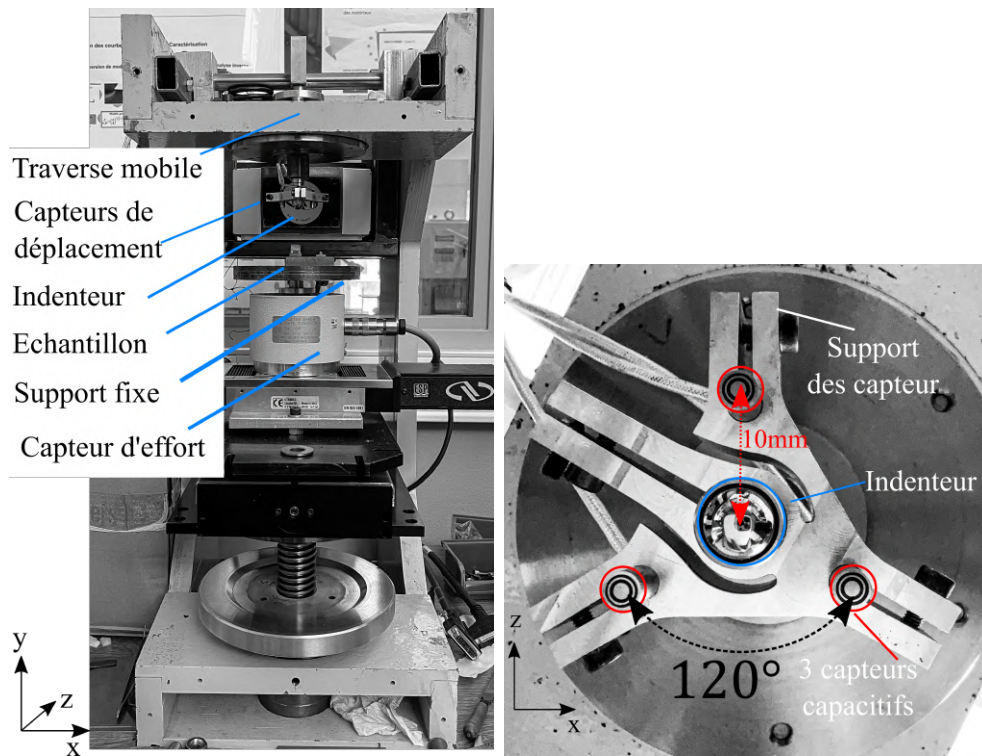


FIGURE 2.11 – Montage de l'essai d'indentation instrumentée développé au laboratoire LGCGM

2.4.2.3 Mesure du rayon de contact

Le rayon de contact entre l'indenteur et le matériau testé a été déterminé par microscopie optique pour les différents essais d'indentation. Pour chaque indentation, le rayon de l'empreinte correspond à la moitié de la moyenne de 10 mesures de diamètre ou est déterminé à partir de la mesure directe de la surface indentée en pixel (Figure 2.12). Si le dernier point de contact indenteur/matériau ne se déplace pas radialement pendant le déchargement de l'indentation, le rayon de contact obtenu lors du chargement est similaire au rayon de l'empreinte résiduelle mesuré après le déchargement. Cette hypothèse ayant été démontrée numériquement dans une étude précédente, on peut donc considérer que les rayons mesurés post-mortem correspondent aux rayons de contact indenteur/matériau[41].

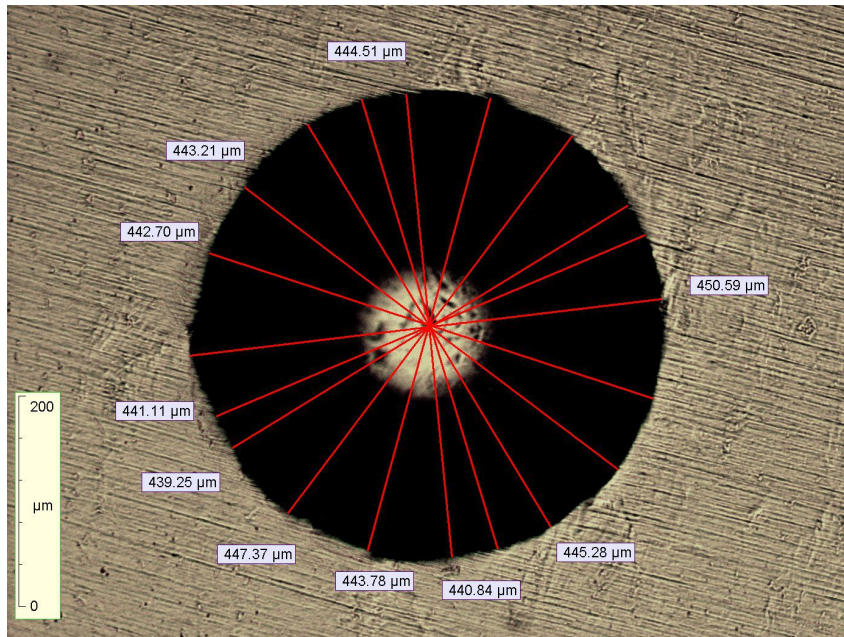


FIGURE 2.12 – Mesure de la taille de l’empreinte d’un essai d’indentation sphérique pour l’EN-AW2017 pour une charge maximale $F = 100\text{N}$

2.4.2.4 Calibration des courbes $F(h)$

Il est nécessaire, dans la plupart des essais d’indentation, de tenir compte de diverses sources d’erreur dans les données expérimentales. Les corrections les plus courantes et les plus nécessaires sont la détermination du début de l’indentation, la compliance de la machine et la déformation élastique de l’indenteur.

a) Pénétration initiale ou détermination du début de l’indentation :

Les essais d’indentation instrumentée nécessitent la détermination du premier point de contact entre le pénétrateur et l’échantillon. C’est une phase importante dans l’analyse des données de l’indentation car le point de contact détermine le point de référence de la mesure du déplacement. Il existe plusieurs façons d’estimer ce premier point de contact (h_i). Pour tenter de compenser la position incertaine du premier contact, nous avons choisi d’ajuster les premiers micromètres des données de chargement avec une équation de type loi puissance avant d’extrapoler jusqu’à une valeur de force nulle. Un programme python a été développé pour lire automatiquement les fichiers .dat enregistrés par la machine d’indentation. Pour chaque fichier .dat, le programme python analyse automatiquement la courbe charge-décharge et détecte pour des valeurs données, une zone utile pour cet ajustement. Dans la Figure 2.13(a), la zone d’ajustement, comprise entre 1N et 5N, conduit

par extrapolation à la valeur de déplacement, h_i , correspondant à un effort nul. Une fois que la valeur du point de contact h_i est déterminée, elle est soustraite aux données expérimentales afin d'obtenir la courbe d'indentation corrigée.

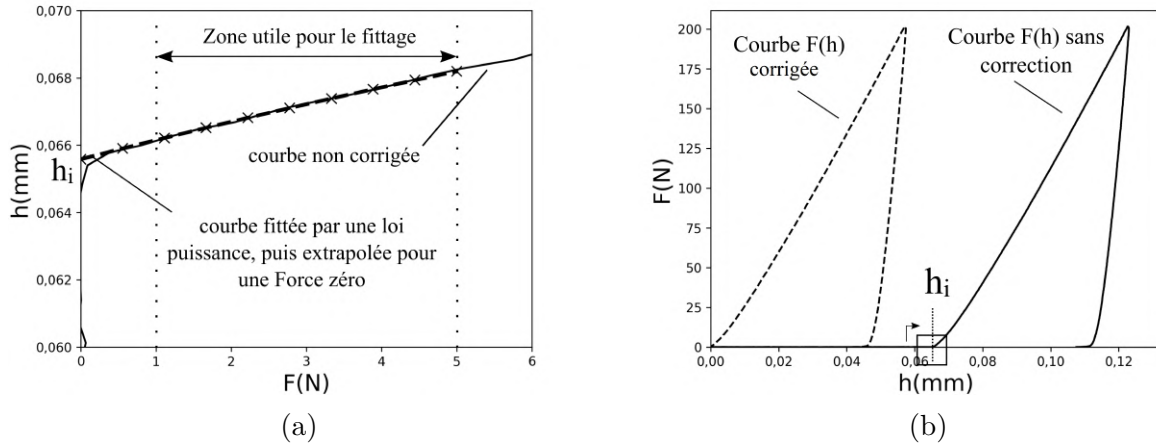


FIGURE 2.13 – (a) Détermination du point h_i (b) Courbes $F(h)$ issue d'un test d'indentation instrumentée : matériau EN-AW2017, $F_{\max} = 200\text{N}$

Dans la Figure 2.14, nous avons représenté schématiquement l'indenteur sphérique avec le support utilisé. Le déplacement corrigé à ce moment de calibration, représente le déplacement mesuré par le point P_1 . Ainsi, pour obtenir le déplacement mesuré par le point P_3 de la surface référence ($z = 0$), il faut retrancher du déplacement total mesuré, les deux déplacements liés à la déformation élastique du porte-indenteur et à celle de l'indenteur.

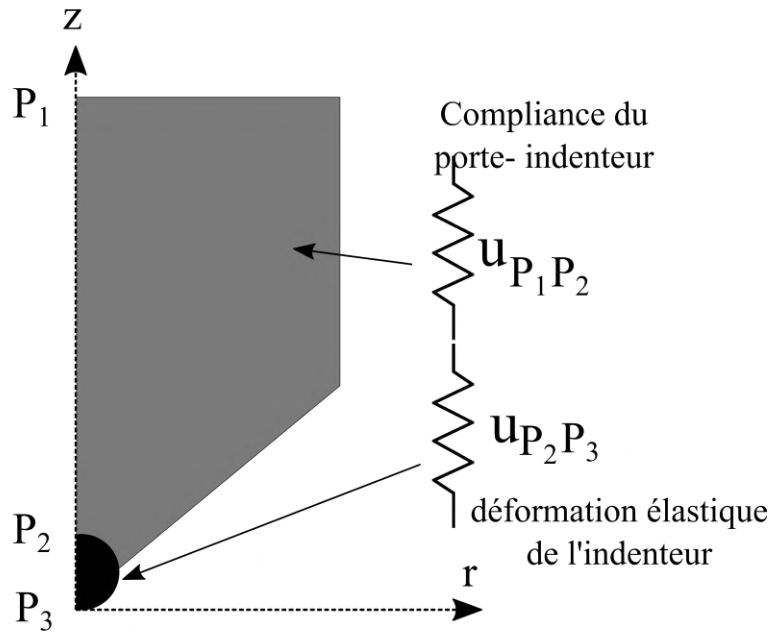


FIGURE 2.14 – Représentation schématique dans l'espace z,r du dispositif expérimental de l'essai d'indentation sphérique utilisé

b) Compliance de la machine :

Les capteurs de déplacement mesurent le déplacement d'un point matériel par rapport à un point référentiel lié aux capteurs. Les capteurs prennent donc en compte toutes les déformations des pièces situées entre ces deux points lors de l'indentation instrumentée. En ce qui concerne la machine de macro-indentation du laboratoire, les déplacements sont mesurés à l'aide des capteurs capacitifs situés sur le porte-indenteur à une distance de l'extrémité de l'indenteur sphérique environ égale à 10 mm (Point P_1). Ces capteurs mesurant le rapprochement de la surface du matériau indenté loin de la zone de contact, les déplacements mesurés ne dépendent donc pas des déformations du cadre de la machine. Comme l'indique Ullner et al.[69] pour ce type de configuration de mesure, les déformations autres que celles des zones situées au niveau du contact indenteur/matériau testé n'apporte qu'une faible contribution au déplacement mesuré. Avant l'étalonnage de la compliance de la machine, C_m est un paramètre inconnu du système. La compliance totale mesurée C_t est la somme de la compliance de contact C_s de l'échantillon (l'inverse de la rigidité), et de la compliance de la machine, C_m . Le système est généralement re-

présenté par un modèle à deux ressorts en série, qui conduit à une compliance machine constante avec la charge[41].

$$C_t = C_m + C_s = C_m + \frac{\sqrt{\pi}}{2E_R\sqrt{A_c}} \quad (2.2)$$

Où A_c est la surface de contact projetée, et E_R le module d'élasticité réduit.

Étapes pour la détermination de la compliance :

1) Utilisation d'une ou de plusieurs Courbes $F(h)$ afin d'obtenir de multiples décharges à différents efforts.

2) Ajustement de chaque courbe de déchargement par une loi puissance en utilisant les données entre 98 et 40% F_{max} (Oliver et Pharr[32]). $F = B' (h - h_f)^m$, B' , m et h_f sont des paramètres d'ajustement, h et F sont l'enfoncement et la Force respectivement.

La rigidité est calculée selon la relation suivante :

$$S = \left(\frac{dF}{dh} \right)_{h_{max}} = mB' (h_{max} - h_f)^{m-1}$$

3) Chacune des courbes de déchargement conduit donc à un point d'ordonnée $C_t = \frac{1}{S}$ et d'abscisse $1/\sqrt{A_c}$ (Figure 2.15). Dans le cas où le module d'élasticité est constant, la relation entre ces deux grandeurs est linéaire et la valeur de C_m correspond à la valeur du point d'intersection de la droite : $C_t = \frac{1}{S} = f\left(1/\sqrt{A_c}\right)$ avec l'axe des ordonnées.

Une analyse automatique des courbes de charge-décharge programmée sous python permet d'extraire la valeur de la compliance totale mesurée, C_t , pour chaque essai d'indentation. L'application de la procédure itérative décrite précédemment, conduit à la détermination de la compliance finale, C_m . Une valeur de 1,27E-6mm/N a été obtenue pour les essais de macro indentation sur l'alliage EN-AW2017. Pour les aciers, la compliance obtenue est 3,56E-6mm/N [41] pour un indenteur différent de celui utilisé pour l'indentation de l'alliage EN-AW2017.

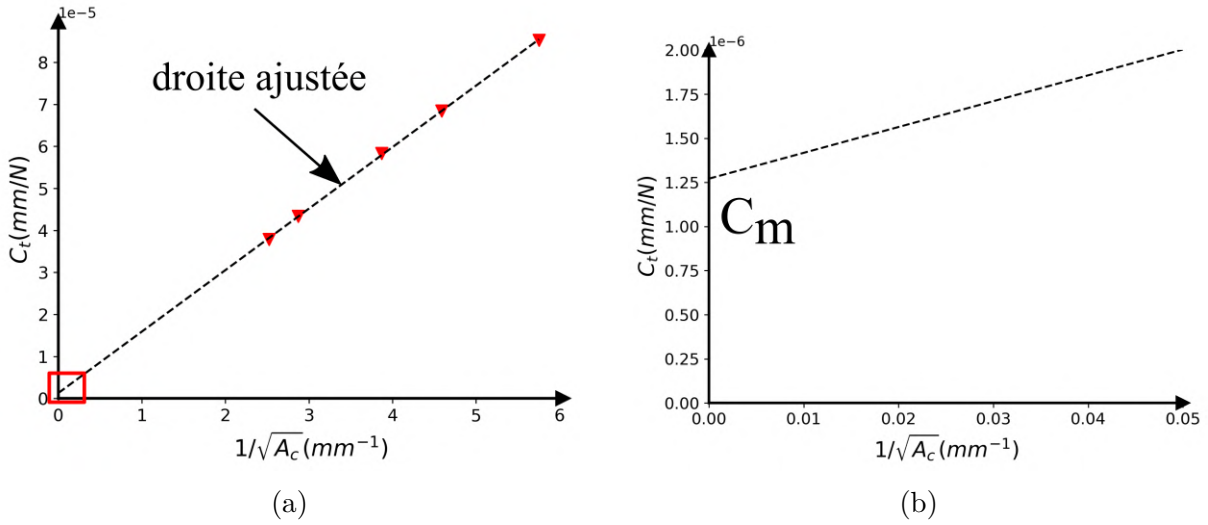


FIGURE 2.15 – (a) Compliance déterminée graphiquement pour une série d’essai d’indentation sur l’alliage d’aluminium EN-AW2017 (b) zoom sur l’intersection de la droite ajustée avec l’axe de C_t

Le module réduit E_R peut être calculé à partir de la pente de la ligne droite obtenue. Une fois la valeur de la compliance déterminée, le nouveau déplacement du pénétrateur, h_{P_2} , dans l’échantillon testé peut être calculé en utilisant la méthode proposée par Fischer-Cripps 2006[34] .

$$u_{P_1-P_2} = C_m F \quad (2.3)$$

$$h_{P_2} = h - u_{P_1-P_2} \quad (2.4)$$

h désigne le déplacement mesuré après le calibrage du point zéro.

b) Déformation élastique de l’indenteur :

Pour déterminer les déformations à l’intérieur de l’indenteur sphérique, nous allons considérer que les contraintes agissant sur la surface de notre sphère sont uniformes. Le long de l’axe z à $r = 0$, Timoshenko et Goodier[70] donnent :

$$\frac{\sigma_z}{p_m} = -1 + \frac{z^3}{a^3} \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right)^{-3/2} \quad r = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\sigma_r}{p_m} = \frac{\sigma_\theta}{p_m} = \frac{1}{2} \left[-(1 + 2\nu) + 2(1 + \nu) \frac{z}{a} \left(1 + \frac{z^2}{a^2}\right)^{-1/2} - \frac{z^3}{a^3} \left(1 + \frac{z^2}{a^2}\right)^{-3/2} \right] \quad (2.6)$$

Pour les contraintes appliquées qui résultent de grandes déformations, en particulier dans les matériaux ductiles, la relation entre la contrainte et la déformation devient généralement non linéaire. Cependant dans notre cas, la sphère ne se déformant que de manière élastique, la relation entre la contrainte et la déformation est considérée linéaire. On peut écrire pour le cas d'un espace axisymétrique la relation de Hooke généralisée dans le cas de coordonnées polaires cylindriques :

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_{ind}} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \quad (2.7)$$

Après avoir introduit les équations 2.6 et 2.7, une résolution, à l'aide du logiciel de calcul formel Mathcad, permet de déterminer le rapprochement de deux points, l'un situé à une distance $z = 2R$ (où R est le rayon de la sphère) et l'autre situé à une distance $z = +\infty$ vers l'axe de z :

$$u_{P_2-P_3}(a) = \int_0^{z(P_2)} \varepsilon_z dz \equiv \quad (2.8)$$

$$-\frac{1}{E_{ind}} \left(-p \left(z - \frac{z^2}{\sqrt{a^2 + z^2}} - 2 \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) + \nu_{ind} p \left(z - \frac{z^2}{\sqrt{a^2 + z^2}} + 2 \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) + 2\nu_{ind} + (-2 - 2\nu_{ind})\sqrt{a^2 + z^2} \right)$$

Où p est la pression moyenne et a le rayon de contact. Finalement, le déplacement mesuré à partir du point le plus bas de l'indenteur est obtenu à partir de l'équation 2.9 :

$$h_{P_3} = h_{P_2} - u_{P_2-P_3}(a) \quad (2.9)$$

La relation 2.9 nécessite la connaissance du rayon de contact pour chaque déplacement considéré. Ce processus n'est pas applicable pour l'ensemble des courbes $F(h)$, mais peut être applicable pour des données d'indentation étudiées.

2.4.2.5 Courbes F(h)

La Figure 2.16 présente les courbes F(h) obtenues pour les différents matériaux étudiés. La valeur du déplacement présenté inclut uniquement les corrections apportées par la compliance du porte-indenteur (h_{P_2}).

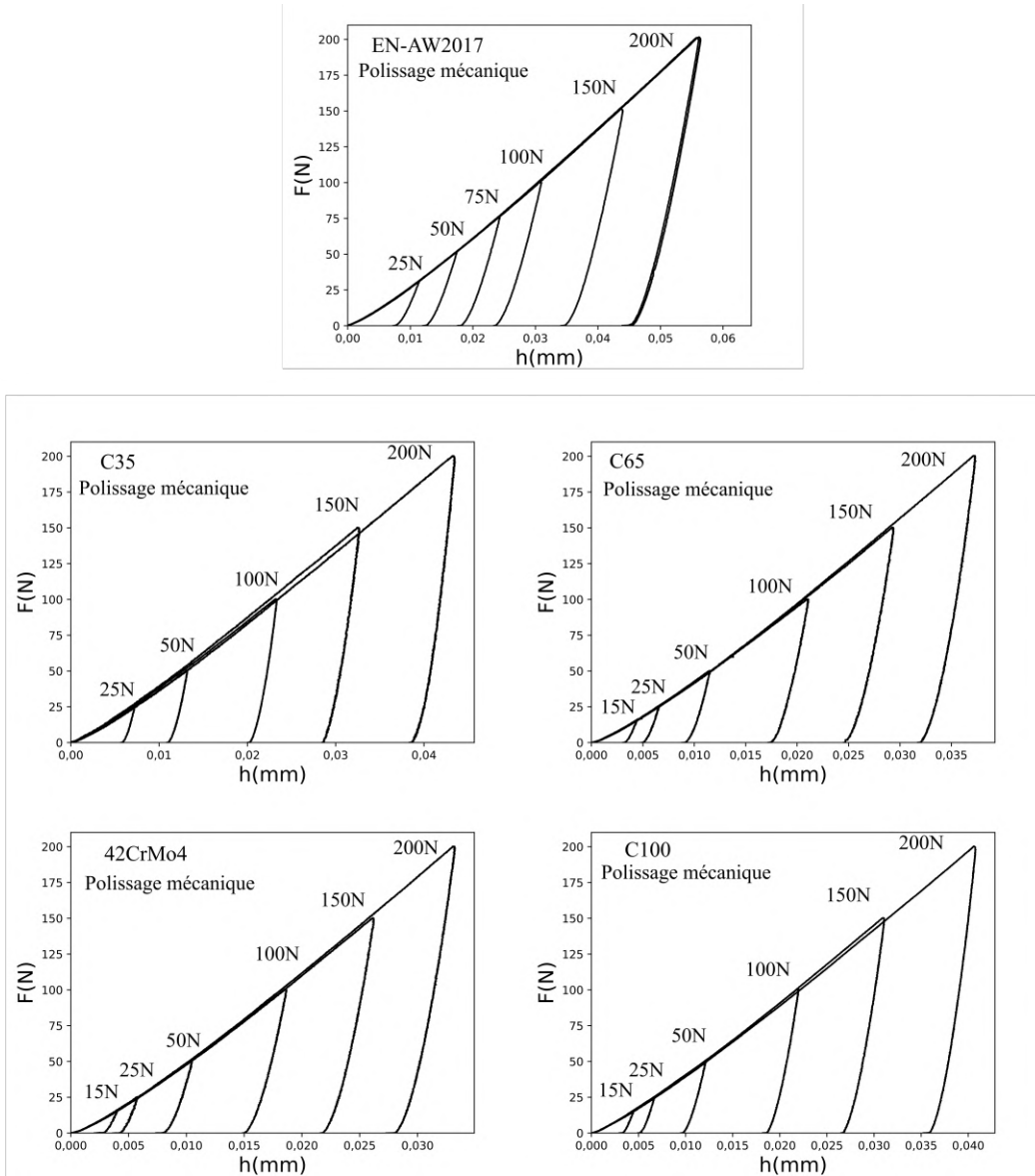


FIGURE 2.16 – Série de courbes F(h) résultant des essais d'indentation sphérique pour un indenteur en carbure de Tungstène sphérique de rayon $R=0,5\text{mm}$

2.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a été consacré à la présentation des modèles numériques EF que nous allons utiliser dans les chapitres suivants de cette thèse. Nous avons présenté aussi les matériaux réels et les bancs expérimentaux de traction et d'indentation instrumentée. Dans ce chapitre nous avons aussi présenté, pour chaque matériau, le couple de paramètres mécaniques σ_y et n optimisés à partir de l'équation générale de la loi d'Hollomon et des résultats des essais de traction. Nous avons effectué les calibrations nécessaires pour chaque courbe d'indentation $F(h)$ obtenues pour que les méthodes d'identification, qui seront présentées dans les chapitres suivants, soient applicables.

MÉTHODE DU GRADIENT

3.1 Introduction

Dans le chapitre 1, la notion de déformation représentative en indentation sphérique a été présentée. De cette étude, il ressort que les définitions de déformations représentatives proposées dans la littérature sont basées sur des calculs empiriques obtenus dans des conditions spécifiques ou sur des calculs mathématiques sans réelle signification physique. Dans ce chapitre, une nouvelle définition de la déformation représentative est présentée : la méthode du gradient. Ensuite, le modèle d'application ainsi que la procédure d'identification de la loi de comportement à partir de la méthode du gradient sont également présentés. La validation du modèle d'application est étudiée dans le paragraphe 3.5. Les grandeurs physiques obtenues à partir de ce modèle sont comparées aux grandeurs physiques obtenues à partir d'un modèle numérique par la méthode des éléments finis (MEF). Ce dernier est un modèle représentatif d'un essai expérimental d'indentation sphérique. Enfin, une étude numérique de l'influence du frottement sur les résultats de l'indentation sphérique est également présentée à la fin de ce chapitre (Paragraphe 3.6).

3.2 Définition de la méthode du gradient

La nouvelle définition de déformation représentative proposée pour l'indentation sphérique repose sur des calculs de gradients de dureté. La démarche de détermination de cette déformation représentative est basée sur celle proposée par Hernot et al.[71] dans le cas de l'indentation conique. Elle repose sur l'hypothèse que le matériau présente une loi d'érouissage décrite par la loi de Hollomon (Équation 3.2).

$$\sigma = E\varepsilon \text{ pour } \varepsilon \leq \sigma_y/E \quad (3.1)$$

$$\sigma = E^n \sigma_y^{1-n} \varepsilon^n \text{ pour } \varepsilon \geq \sigma_y/E \quad (3.2)$$

A la différence de Tabor[42] et de Ahn et Kwon[22], nous supposons que le facteur de confinement (Equation 3.3), n'est constant que pour un rapport $\left(\frac{a}{R}\right)$ donné.

$$C_f = \frac{H}{\sigma_R} \quad (3.3)$$

Pour un rapport $\left(\frac{a}{R}\right)$ donné, la différentielle de C_f étant nulle on peut écrire :

$$dC_f = \frac{\partial C_f}{\partial H} \Big|_{\sigma_R, a} dH + \frac{\partial C_f}{\partial \sigma_R} \Big|_{H, a} d\sigma_R = 0 \quad (3.4)$$

Soit :

$$dC_f = \frac{1}{\sigma_R} dH - \frac{H}{\sigma_R^2} d\sigma_R = 0 \quad (3.5)$$

Ce qui donne :

$$\frac{dH}{H} = \frac{d\sigma_R}{\sigma_R} \quad (3.6)$$

L'équation 3.6 montre qu'il existe une proportionnalité entre la variation de la dureté H et la variation de la contrainte représentative σ_R . Avec cette proportionnalité, la détermination de l'évolution de H et de σ_R en fonction de $\frac{\sigma_y}{E}$ et de n montrerait que les isovalues de la dureté H correspondent aux isovalues de σ_R . Modifions l'écriture de la loi d'Hollomon donnée dans l'équation 3.2 et appliquons cette équation aux contraintes et déformations représentatives :

$$\sigma_R = E \exp\left((1-n) \ln\left(\frac{\sigma_y}{E}\right)\right) \varepsilon_R^n \quad (3.7)$$

Introduisons le paramètre k tel que :

$$k = (1-n) \ln\left(\frac{\sigma_y}{E}\right) \quad (3.8)$$

La contrainte représentative devient alors égale à :

$$\sigma_R = E \exp(k) \varepsilon_R^n \quad (3.9)$$

En considérant que le module de Young est constant, la différentielle de la contrainte représentative σ_R s'écrit :

$$d\sigma_R = \left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial k} \right|_n dk + \left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial n} \right|_k dn \quad (3.10)$$

avec $\left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial k} \right|_n = \sigma_R$ et $\left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial n} \right|_k = \sigma_R \ln(\varepsilon_R)$ L'équation 3.10 montre donc que :

$$\frac{\left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial n} \right|_k}{\left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial k} \right|_n} = \ln(\varepsilon_R) \quad (3.11)$$

A partir de l'équation 3.6 de proportionnalité entre la variation de la dureté H et la variation de la contrainte représentative σ_R , on peut écrire dans le cas de l'indentation sphérique que pour un rapport a/R :

$$\varepsilon_R = \exp\left(\frac{\left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial n} \right|_k}{\left. \frac{\partial \sigma_R}{\partial k} \right|_n}\right) = \exp\left(\frac{\left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_k}{\left. \frac{\partial H}{\partial k} \right|_n}\right) \quad (3.12)$$

k étant une fonction implicite de n , le théorème des fonctions implicites permet d'écrire que :

$$\left. \frac{\partial k}{\partial n} \right|_H = -\frac{\left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_k}{\left. \frac{\partial H}{\partial k} \right|_n} \quad (3.13)$$

Ce qui donne :

$$\varepsilon_R = \exp\left(-\left. \frac{\partial k}{\partial n} \right|_H\right) \quad (3.14)$$

L'équation 3.14 montre que cette déformation représentative ainsi définie est seulement dépendante des propriétés mécaniques du matériau indenté et ne repose pas sur l'hypothèse de l'existence d'une constante universelle qui relie la déformation représentative au rapport adimensionnel a/R . Le vecteur $\left(1, -\frac{\left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_k}{\left. \frac{\partial H}{\partial k} \right|_n}\right)$ étant un vecteur tangent aux iso-valeurs de dureté H obtenues pour un même rapport a/R , cette déformation représentative dépend donc localement dans le plan $((k, n))$ de la tangente de ces iso-valeurs de duretés. Plusieurs étapes de calcul sont requises pour que la méthode de gradient proposée puisse être appliquée (Figure 3.1). Chaque étape consiste à créer un gradient de dureté choisit de manière précise dans l'espace k et n : Un gradient de dureté est obtenu en perturbant la valeur de k du matériau testé pour une même valeur de a et de n , alors qu'un autre gradient de dureté est obtenu avec une perturbation de la valeur de n mais cette fois-ci

pour une même valeur de k et de a (3.12).

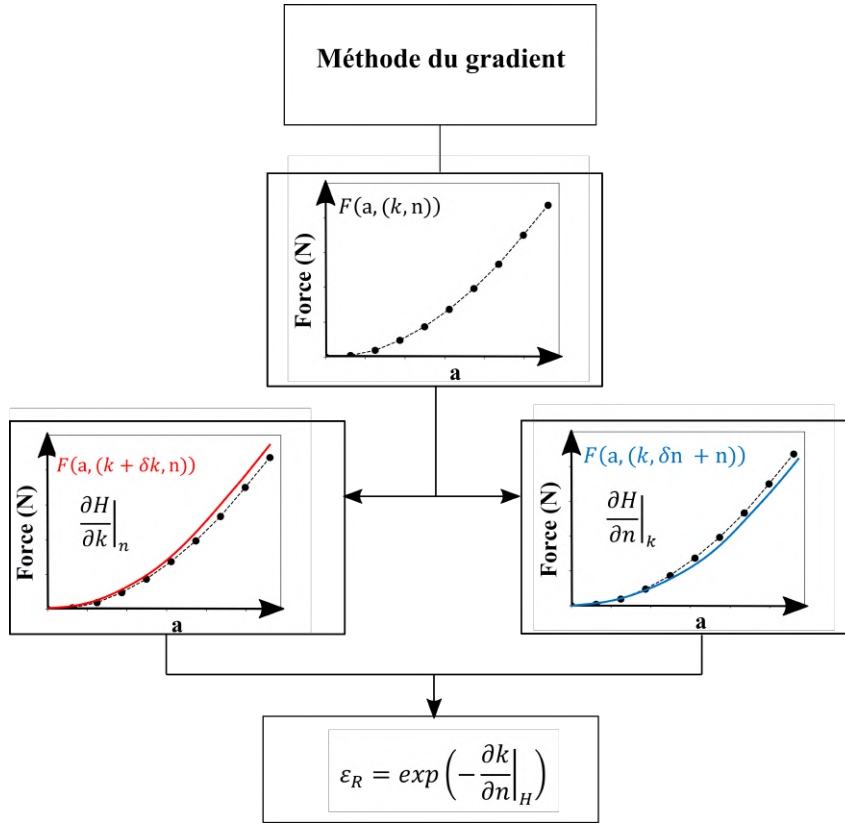


FIGURE 3.1 – Organigramme illustrant les étapes pour obtenir la déformation représentative à partir de la méthode du gradient à partir de données numériques.

3.3 Application avec des données issues de calcul MEF

Une nouvelle méthode de détermination de la déformation représentative vient d'être définie. La détermination de la déformation représentative par cette méthode dépend de plusieurs facteurs : la valeur de la perturbation des propriétés mécaniques, le matériau lui-même et le modèle d'application qui permet d'obtenir la réponse du matériau à l'indentation. Le modèle EF(A) caractérisé par un indenteur rigide (chapitre 2) a été adopté dans cette partie. Pour la modélisation numérique, nous avons considéré un "matériau pseudo-numérique", c'est à dire un matériau dont la loi d'érouissage suit parfaitement la loi d'Hollomon (Tableau 3.1). Comme le montre l'équation 3.13, la déformation représentative d'indentation liée à la pression moyenne est obtenue à partir des gradients de dureté

calculés en fonction de n et k pour un même rayon de contact. En affectant un incrément de 2,16% sur les valeurs de n et k et en utilisant les résultats bruts issus des simulations numériques par éléments finis, la déformation représentative décrite par la méthode du gradient est très bruitée (Figure 3.2). Ce bruit est lié à la dérivation appliquée à des valeurs numériques issues de simulations de l'indentation sur le logiciel Abaqus. L'imprécision du calcul est due particulièrement à l'imprécision du rayon de contact mesuré par éléments finis et aux valeurs des incréments appliqués sur les valeurs de k et n pour obtenir les gradients de dureté. Un lissage de la courbe d'évolution du rayon de contact en fonction de la profondeur de pénétration permet en effet d'atténuer considérablement le bruit obtenu sur l'évolution de la déformation représentative.

TABLEAU 3.1 – Propriétés mécaniques du pseudo-matériau utilisé pour montrer le signal bruité du gradient de dureté obtenu par élément finis.

	σ_y (MPa)	n	E (GPa)	ν
Matériau A	4,26	0,463	120	0,35

Le matériau choisi dans cette étude est le cuivre recuit utilisé par Chaudhri[2]. Cela nous permet d'obtenir directement l'évolution de la déformation plastique maximale proposée par Chaudhri en fonction du rapport adimensionnel a/R selon la relation suivante :

$$\varepsilon_{p,max} = \alpha \left(\frac{a}{R} \right) \quad (3.15)$$

avec

$$\alpha = 0,228 + 0,212 \left(\frac{a}{R} \right) + 0,636 \left(\frac{a}{R} \right)^2 \text{ pour } 0,08 \leq \frac{a}{R} \leq 0,85$$

L'équation 3.15 est obtenue après avoir ajusté de nombreux résultats expérimentaux en utilisant une équation d'ajustement en fonction du rapport a/R . La Figure 3.2 montre clairement que la déformation représentative proposée par Chaudhri[72] prédit des valeurs de déformation plus élevées que celle proposée par la méthode du gradient et par Tabor[42]. L'évolution de la déformation représentative de Chaudhri n'est pas linéaire, celle proposée par Tabor¹ est linéaire et celle proposée dans cette étude (méthode du Gradient) est difficile à prédire en raison du bruit obtenu.

1. $\varepsilon_R = 0,2a/R$

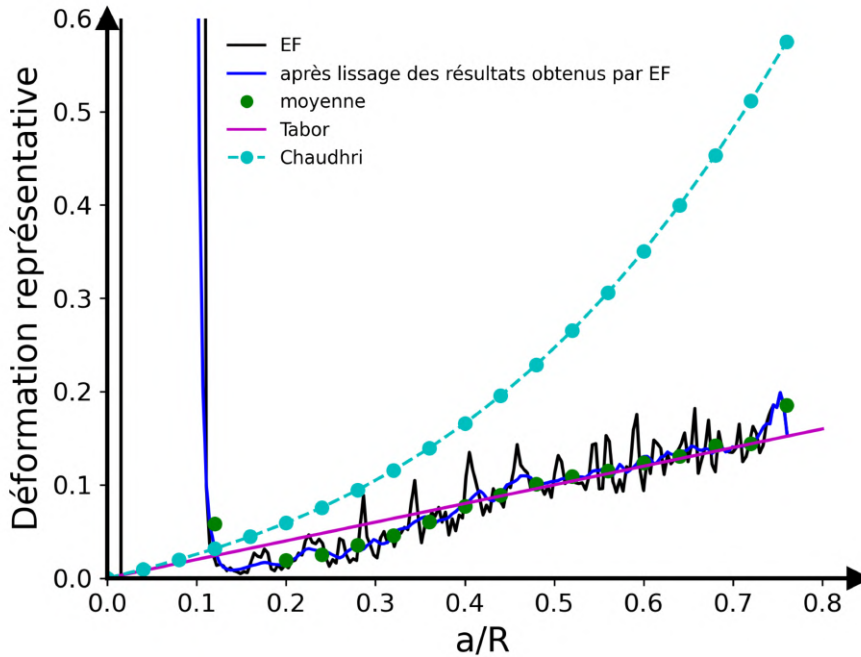


FIGURE 3.2 – Evolution bruitée de la déformation représentative en fonction du rayon de contact adimensionnel (a/R) obtenue à partir de la méthode du gradient de dureté sur des données issues de simulations EF pour une perturbation de $\pm 2,16\%$ pour k et $\pm 2,16\%$ pour n

3.4 Application avec des données issues du modèle analytique de Lee et al.[54]

Pour résoudre le problème de bruit lié au calcul de gradient sur les données numériques, et pour valider la méthode proposée, une application sur un modèle analytique dérivable est une alternative. Dans la littérature, il existe plusieurs modèles analytiques qui prédisent les grandeurs physiques en indentation en fonction des propriétés mécaniques des matériaux utilisées. Dans notre cas, un modèle analytique permettant d’obtenir la dureté en fonction de la surface de contact est nécessaire. Le modèle de Lee et al.[54] proposé en 2005 est un bon candidat car c’est un modèle analytique complet qui était validé dans plusieurs articles[41], [60].

Nous avons reprogrammé le modèle de Lee et al. en python pour être facilement exécutable et permettre d’obtenir rapidement des résultats. Le module de Young du matériau indenté et le diamètre de contact d sont supposés être connus pour chaque effort,

TABLEAU 3.2 – Grandeurs physiques pour deux essais d’indentation analytique à deux charges différentes.

	a/R	h/R	$F(\text{N})$
Essai 1	0,2	0,02	42
Essai 2	0,4	0,08	191

F , appliqué par l’indenteur sur le matériau indenté. C’est donc à partir de la dureté, $H = 4F/(\pi d^2)$, que l’identification est effectuée. La méthode du gradient peut également être appliquée à partir de la courbe $F(h)$. Dans ce cas, les gradients créés ne sont pas des gradients de dureté Meyer mais des gradients de courbure de la courbe d’indentation, F/h^2 .

3.4.1 Procédure d’identification

Nous avons programmé le modèle de Lee et al. en Python afin d’obtenir directement deux courbes $F(a/R)$ et $F(h/R)$ instantanément. Il suffit de préciser les propriétés mécaniques du matériau (σ_y ; n et E) comme valeurs en entrée. Le but de cette partie est de décrire la procédure d’identification de la loi d’érouissage en se basant sur la méthode du gradient à partir des données $F - a$ et $F - h$ issues du modèle de Lee et al.[54]. Pour faciliter la compréhension de la démarche d’identification, on suppose que deux essais d’indentation à deux niveaux de charge différents sont effectués sur un matériau fictif (Figure 3.3). Le matériau utilisé durant cette démarche est un matériau pseudo-numérique dont la loi d’érouissage suit parfaitement la loi de Hollomon avec les propriétés suivantes $E = 210\text{GPa}$, $\sigma_y=260\text{MPa}$, $n=0,16$. L’indenteur sphérique a un rayon $R = 0,5\text{mm}$ et a les mêmes propriétés élastiques que celui étudié par Lee et al. : $E_{ind} = 537\text{GPa}$ et $\nu_{ind}=0,24$). Le modèle analytique de Lee et al. conduit aux données d’entrée présentées dans le Tableau 3.2 : Grandeurs physiques pour deux essais d’indentation analytique à deux charges différentes.

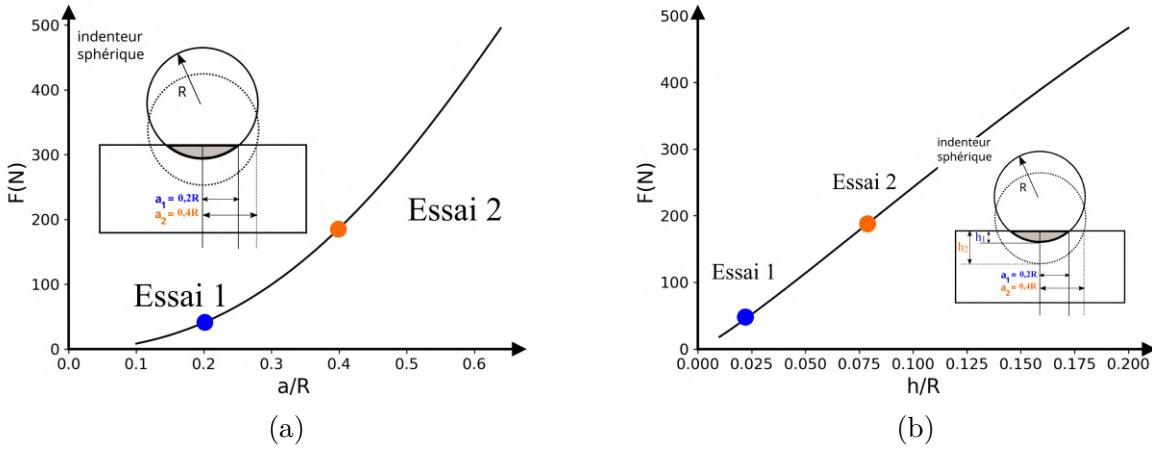


FIGURE 3.3 – Courbes d’indentation obtenues à partir du modèle analytique de Lee et al.[54] pour un rayon $R=0,5\text{mm}$ reprogrammé sous python pour un pseudo matériau ($E = 210\text{GPa}$, $\sigma_y=260\text{MPa}$, $n=0,16$) : (a) courbe $F(a/R)$; (b) courbe $F(h/R)$

3.4.1.1 Procédure suivie à partir des données F-a

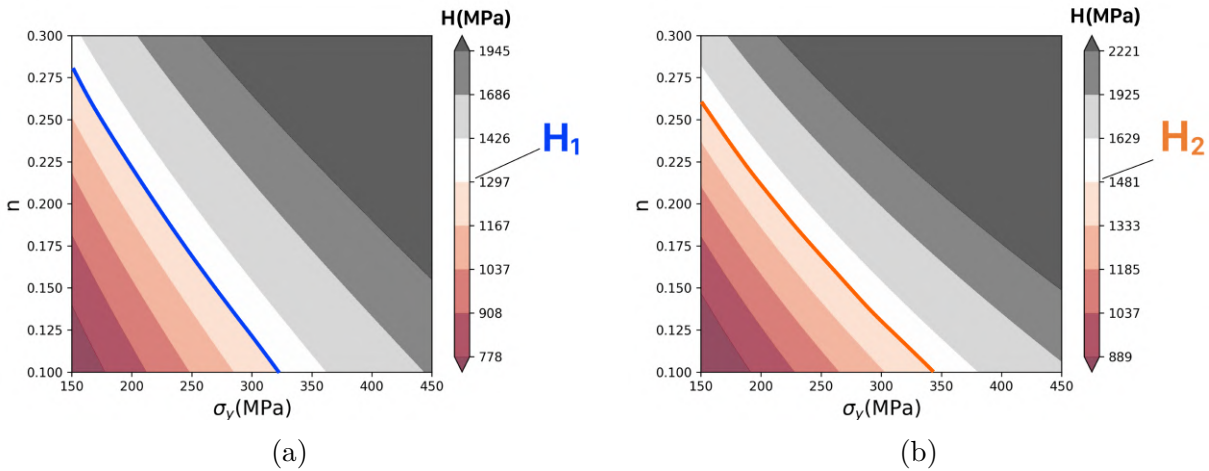


FIGURE 3.4 – Isovaleurs de dureté obtenue dans l’espace $[\sigma_y, n]$ pour (a) H_1 et (b) H_2 . Un pas de 10MPa a été choisi pour σ_y et 0,005 pour n dans la construction de la grille.

Les données d’entrée F-a du tableau 3.2 étant obtenues, on considère que les valeurs σ_y et n , solution du problème, sont inconnues. Pour rechercher ces deux valeurs, on trace les isovaleurs de dureté obtenues pour les deux valeurs de rayon de contact a_1 et a_2 des essais 1 et 2 en fonction des valeurs de σ_y et de n du matériau indenté (Figure 3.4). Dans les graphes des isovaleurs de dureté, la dureté $H_1 = F_1/\pi a_1^2$ (essai 1) est située sur le trait

de contour bleu de la Figure 3.4(a) et la dureté $H_2 = F_2/\pi a_2^2$ (essai 2) est située et sur celui représenté en orange dans la Figure 3.4(b). Chaque coordonnée de point $[\sigma_y, n]$ de ces deux traits de contour peut donc être une solution du problème.

En superposant les 2 graphes de la figure 3.4(a) et (b), on remarque dans la Figure 3.5(a) que les isovaleurs de dureté se croisent en un point de coordonnées $(\sigma_y^*$ et n^*) correspondant à la solution exacte du problème ($\sigma_y=260\text{MPa}$, $n=0,16$). Comme la loi d'Hollomon est la loi d'érouissage du pseudo-matériau choisi, on peut tracer les isovaleurs de dureté dans un nouvel espace $[k, n]$, où k , est un paramètre déduit de la loi de Hollomon (équation 3.8). Dans le nouvel espace, les isovaleurs de duretés ont une forme linéaire (Figure 3.5(b)).

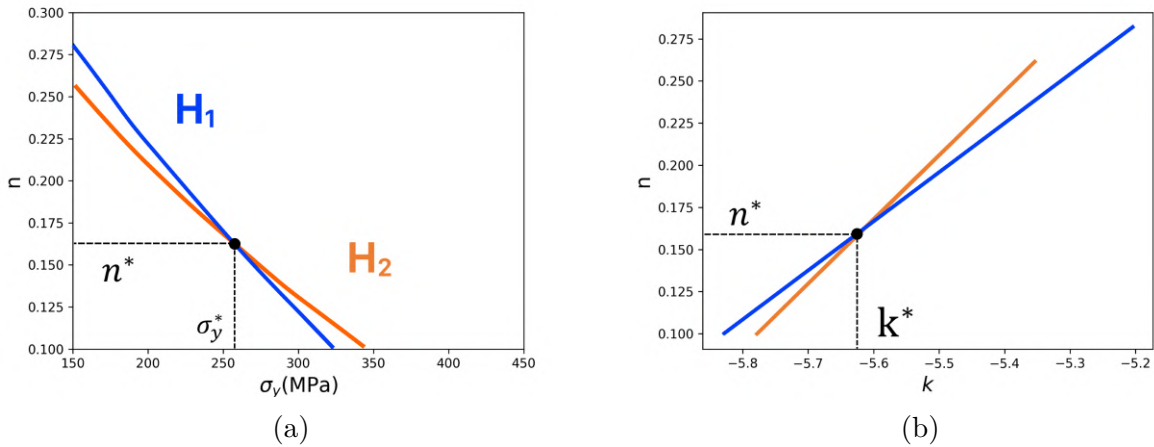


FIGURE 3.5 – Croisement des contours d'isovaleurs de H_1 et H_2 . (a) Représentation dans l'espace $[\sigma_y, n]$, (b) Représentation dans l'espace $[k, n]$.

La méthode de gradient (équation 3.14) est appliquée dans l'espace $[k, n]$ en créant des gradients de dureté au point « solution » à partir des 2 isovaleurs de duretés obtenues, ce qui a pour conséquence la détermination de deux déformations représentatives ε_{R1} et ε_{R2} associées à H_1 et H_2 respectivement (Figure 3.6(a)). En utilisant l'abscisse et l'ordonnée du point d'intersection des 2 isovaleurs de dureté, c'est-à-dire k^* et n^* , on obtient deux valeurs de contraintes représentatives via l'équation 3.2. Ces deux points se trouvent évidemment sur la courbe contrainte-déformation solution du problème (Figure 3.6(b)).

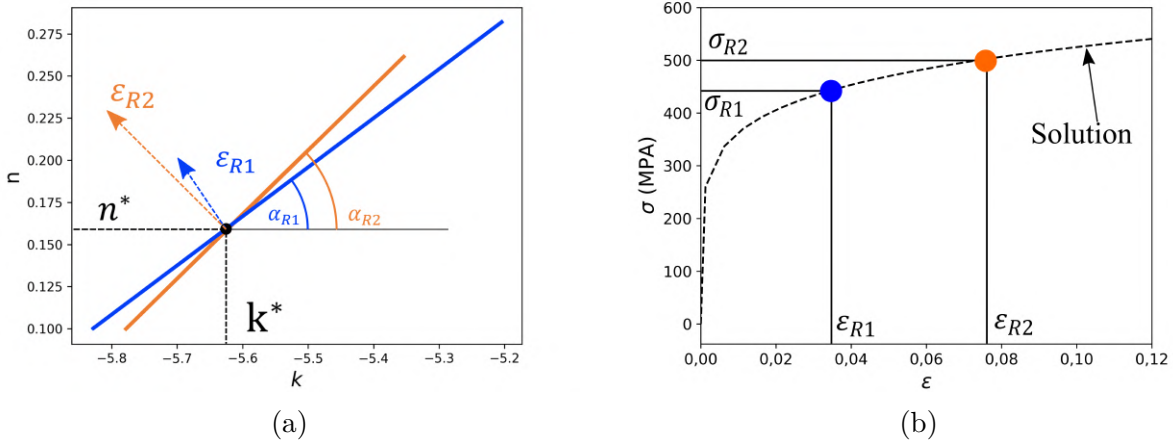


FIGURE 3.6 – (a) Représentation schématique des gradients de dureté dans l’espace $[k, n]$. (b) Courbe contrainte-déformation d’Hollomon correspondant à la solution et les contraintes représentatives obtenues à partir de la méthode de gradient pour H_1 et H_2 .

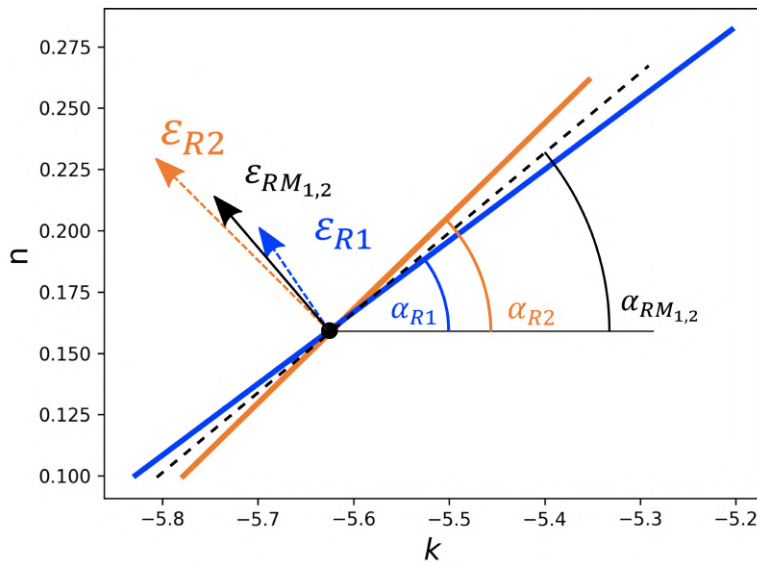


FIGURE 3.7 – Représentation schématique des gradients de dureté dans l’espace (k, n)

On remarque à partir des figures 3.6(a) et (b) que la valeur de la déformation représentative identifiée à partir de la méthode de gradient dépend du rapport adimensionnel a/R . Les angles α_{R1} et α_{R2} étant respectivement l’angle d’inclinaison de chaque ligne de

contour isodurété dans le repère $[k, n]$ par rapport à l'horizontale comme le montre la Figure 3.6(a), on observe que plus le rapport a/R est élevé, plus l'inclinaison de l'angle α_R est élevé et plus la déformation représentative est importante. On peut en déduire qu'il existe une valeur de déformation représentative moyenne $\varepsilon_{RM_{1,2}}$ ayant une valeur comprise entre ε_{R1} et ε_{R2} et qui peut être identifiée à partir d'une nouvelle ligne de contour $H_{M_{1,2}}$ ayant un angle $\alpha_{RM_{1,2}}$ (Figure 3.7).

$$\text{Avec } \alpha_{RM_{1,2}} = 0.5(\alpha_{R1} + \alpha_{R2})$$

3.4.1.2 Procédure suivie à partir de F-h

La démarche expliquée précédemment est détaillée pour le cas où la déformation représentative est obtenue à partir des données $F - a$. La même démarche peut être suivie en se basant sur les mesures $F - h$. Les gradients seront alors des gradients de courbure de la courbe d'indentation F/h^2 au lieu des gradients de dureté $F/\pi a^2$. (Figure 3.8).

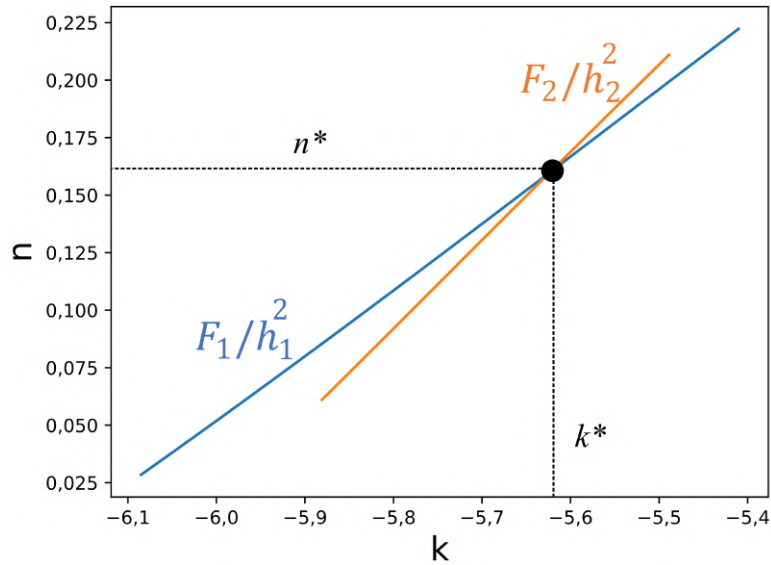


FIGURE 3.8 –

Croisement des contours d'isovaleur de F_1/h_1^2 et F_2/h_2^2 dans l'espace (k, n)

3.4.2 Comparaison des résultats issus de F-a et de F-h

Dans la Figure 3.9(a) on a regroupé les différents points de la loi de comportement identifiés à partir des données $F - a$ et $F - h$. On remarque que si les données $F - a$ sont utilisées pour l'identification, et pour un même niveau de charge (même essai), la valeur

de la déformation identifiée est plus grande que celle identifiée à partir des données $F - h$. Ceci est dû à la sensibilité de la méthode du gradient qui dépend de l'angle d'inclinaison des isovaleurs de dureté H ou de courbure de la courbe d'indentation par rapport à l'horizontal obtenues dans l'espace $[k, n]$. α_a et α_h étant les deux angles obtenus pour les isovaleurs $F_2/\pi a_2^2$ et F_2/h_2^2 respectivement. On remarque en effet dans la Figure 3.9(b) que l'angle α_a est plus important que l'angle α_h . Ce résultat est très intéressant car il nous montre que des mesures simultanées de $F - h$ et $F - a$ permettent d'obtenir des points représentatifs de la loi d'érouissage sur une grande plage de déformations représentatives ce qui conduit à une identification plus précise de cette loi d'érouissage.

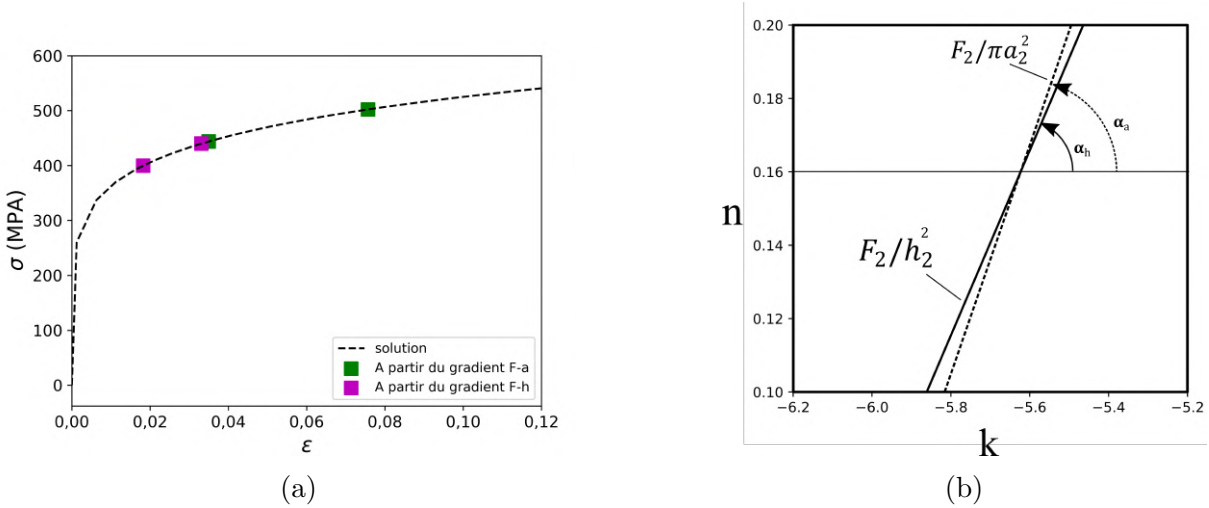


FIGURE 3.9 – (a) Points représentatifs identifiés à partir de la méthode de gradient pour des mesures $F - a$ et $F - h$. (b) Isovaleurs de dureté et de courbure de la courbe d'indentation dans l'espace $[k, n]$ obtenues pour une même valeur de force F_2 .

3.5 Validation numérique du modèle analytique de Lee et al.

Après avoir reconstruit le modèle analytique de Lee et al., il est important de valider ce modèle avant de l'utiliser ultérieurement pour identifier la loi d'érouissage des matériaux à partir de données expérimentales d'indentation. Cette validation va consister à comparer les grandeurs physiques $F - a$ et $F - h$ prédites analytiquement par ce modèle avec les mêmes grandeurs physiques obtenues à partir d'un modèle numérique de l'indentation sphérique. Dans cette partie, le modèle EF (B) choisi (voir paragraphe 2.2.2) est carac-

térisé par un indenteur non rigide, ayant les mêmes caractéristiques élastiques que celui utilisé par Lee et al.[54] Le frottement μ est fixé à 0,1. Différents matériaux appartenant à la liste des matériaux étudiés par Lee et al. sont choisis pour cette validation. Pour chaque courbe obtenue, une fonction coût (équation 3.16) est calculée entre une courbe EF et une courbe analytique obtenue à partir de l'approche numérique de Lee et al. dans un intervalle de valeurs de x : $h_{min} \leq x \leq h_{max}$ ou $a_{min} \leq x \leq a_{max}$

$$EQM\left(\frac{x}{R}\right) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_{EF} - \hat{F}_{Lee})^2} \quad (3.16)$$

Où n est le nombre de points dans chaque courbe $F(x)$, \hat{F}_{Lee} correspond aux efforts de la courbe $F(x)$ prédite à partir du modèle de Lee et al. et F_{EF} correspond aux efforts de la courbe $F(x)$ obtenue à partir du modèle EF. Les valeurs de h_{min}/R et a_{min}/R sont choisies de manière à éviter les bruits numériques au début des courbes, et sont fixées respectivement à 0,016 et 0,2. Les valeurs de h_{max}/R et a_{max}/R sont égales à 0,12 et 0,5 respectivement.

3.5.1 Validation des courbes F(h)

La Figure 3.10 présente les différentes valeurs d'erreurs quadratiques moyennes EQM obtenues pour chaque matériau étudié avec l'équation 3.16. Pour les matériaux de rapport $E/\sigma_y=100$, nous avons obtenu des valeurs de EQM très élevées (EQM = 25N ; 49N ; 100N et 170N pour $n= 0,05 ; 0,1 ; 0,2$ et $0,3$ respectivement). Ces valeurs élevées indiquent que le modèle analytique de Lee et al. conduit à des courbes d'indentation $F-h$ assez différentes de celles obtenues par éléments finis. Ces matériaux correspondent par exemple à des aciers de propriétés $E=210000$ MPa et $\sigma_y=2100$ MPa ou des alliages de titane de propriétés à $E=110000$ MPa et $\sigma_y=1100$ MPa. On peut remarquer à partir de la même figure que la valeur de EQM dépend du coefficient d'érouissage. Plus le coefficient d'érouissage est élevé plus la valeur de EQM est importante. On en déduit donc que le modèle de Lee et al. n'est pas fiable pour des matériaux très élastiques et/ou très résistants. Dans les figures 3.11(a) et 3.11(b), une comparaison entre une courbe numérique et une courbe analytique est tracée pour deux matériaux conduisant à deux valeurs d'erreur EQM différentes. Le matériau de la Figure 3.11(a) conduit à une erreur EQM = 11N. Le matériau de la Figure 3.11(b) conduit à un EQM = 0,3N.

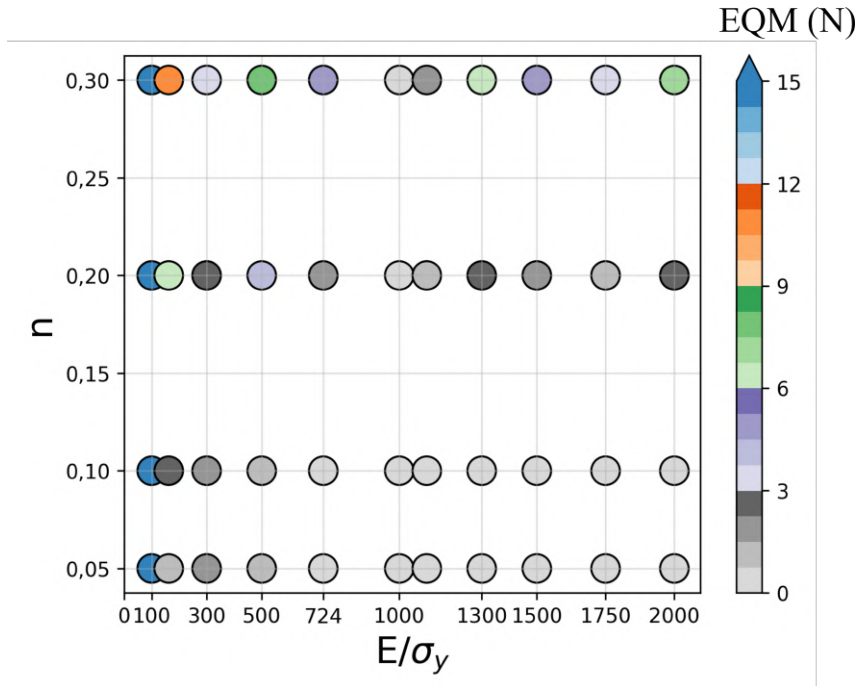


FIGURE 3.10 – Niveau des erreurs quadratiques moyennes EQM dans l'espace $E/\sigma_y, n$ entre des courbes $F(h/R)$ numériques et des courbes $F(h/R)$ analytiques via le modèle de Lee et al.

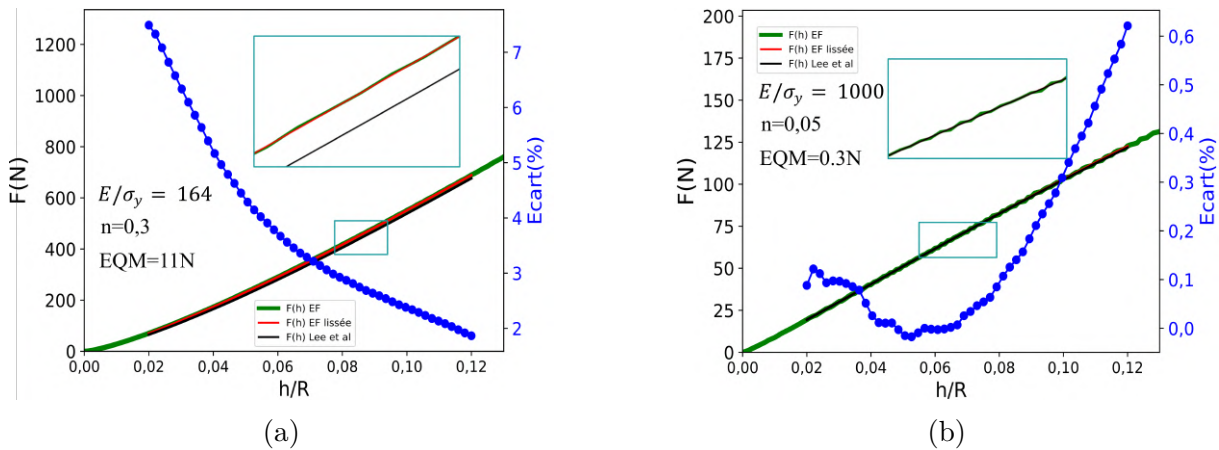


FIGURE 3.11 – Comparaison entre deux courbes, numérique et analytique, pour deux matériaux ayant :(a) $EQM = 11N$; (b) $EQM = 0,3N$

La figure 3.11(b) montre que lorsque la fonction coût $EQM = 0,3N$, le modèle de Lee et al. conduit à une courbe d'indentation superposée à celle obtenue numériquement par notre modèle éléments finis. Lorsque l'erreur $EQM = 11N$ (figure 3.11(a)), une différence notable est observée entre la courbe d'indentation issue du modèle de Lee et al. et celle

obtenue numériquement. La valeur de cette erreur ne dépend pas seulement des propriétés mécaniques des matériaux, mais elle dépend aussi du choix du rapport de h_{max}/R . Le choix de h_{max}/R ne doit pas dépasser une valeur de 0,12[54]. La Figure 3.12 présente les deux courbes $F(h/R)$ numérique et analytique obtenues jusqu'à un rapport $h_{max}/R = 0,18$. Jusqu'à $h_{max}/R = 0,12$, l'écart relatif entre les deux courbes est faible. Cependant on remarque qu'à partir d'une valeur de h/R de 0,12, la courbe analytique s'écarte de plus en plus de la courbe numérique. Au-delà de la valeur $h_{max}/R = 0,12$, le modèle de Lee et al. ne peut donc plus être considéré fiable. Cela est cohérent avec les limitations proposées par Lee et al. lors de l'interpolation de leur modèle.

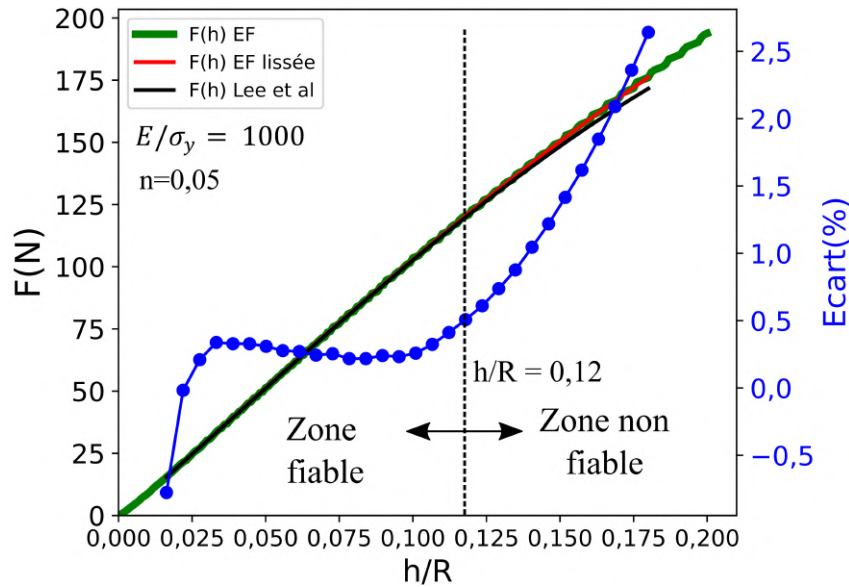


FIGURE 3.12 – Comparaison entre deux courbes $F(h/R)$ numérique et analytique (Lee et al.) pour un rapport $h_{max}/R = 0,18$.

3.5.2 Validation des courbes $F(a)$

Les différentes valeurs d'erreurs moyennes pour les courbes $F(a/R)$ sont illustrées dans la Figure 3.13. Comme vue dans le paragraphe précédent, les valeurs de EQM sont les plus faibles pour les matériaux ayant des coefficients d'érouissages faibles. Les matériaux de rapport $E/\sigma_y=100$, présentent toujours des valeurs de EQM très élevées. Ces résultats confirment donc que le modèle de Lee et al. n'est pas fiable pour des matériaux très élastiques et/ou très résistants.

En comparaison avec les erreurs EQM obtenues avec les courbes $F(h/R)$, les erreurs EQM

obtenues avec les courbes $F(a/R)$ sont plus élevées. Une des raisons de cette différence provient de la plus faible précision sur le rayon de contact obtenu numériquement avec la fonction 'CAREA' comparée à celle de la profondeur de pénétration obtenue numériquement.

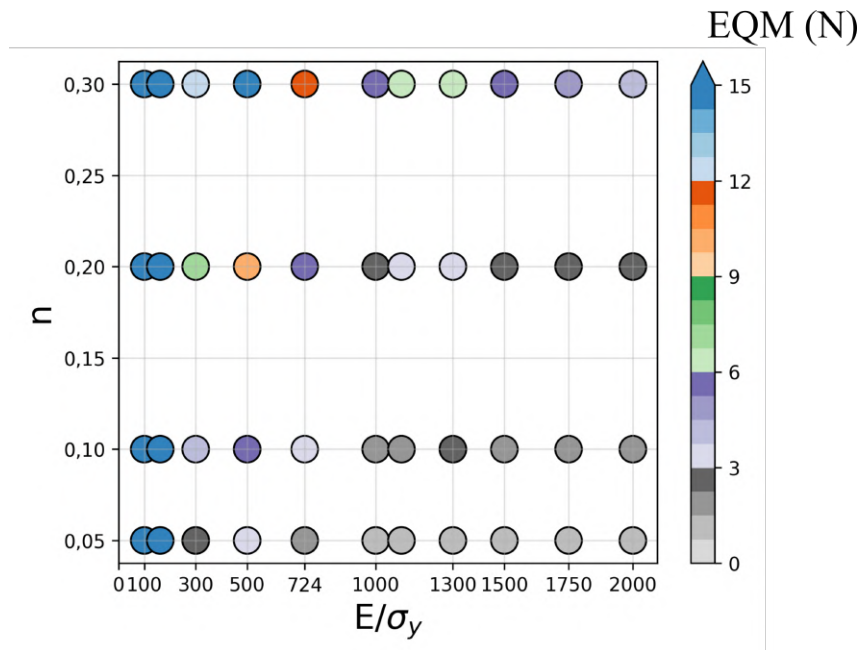
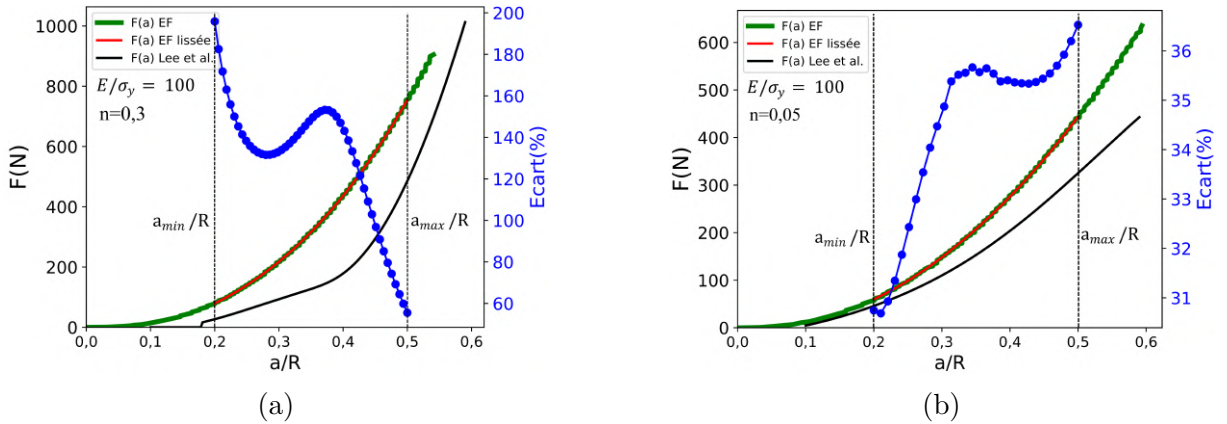


FIGURE 3.13 – Niveau des erreurs quadratiques moyennes EQM dans l'espace $E/\sigma_y, n$ entre des courbes $F(a/R)$ numériques et des courbes $F(a/R)$ analytiques via le modèle de Lee et al.

La Figure 3.14(a) présente la courbe $F(a/R)$ obtenue à partir du modèle EF et celle obtenue à partir du modèle de Lee et al pour le matériau de propriétés : $E/\sigma_y=100$ et $n=0,3$. On remarque aisément l'écart relatif entre les courbes des deux modèles. La courbe obtenue à partir du modèle de Lee et al. présente une évolution qui ne correspond pas à une évolution normale d'une courbe $F(a/R)$ pour un matériau pseudo-numérique homogène malgré le fait que le matériau choisi dans cette étude appartient à la famille des matériaux étudiés par Lee et al.


 FIGURE 3.14 – Courbes $F(a/R)$ pour le matériau ayant un rapport $E/\sigma_y = 100$

3.5.3 Influence de la rigidité de l'indenteur

L'indenteur proposé par Lee et al. est un indenteur ayant un module de Young, $E_i = 524$ GPa. Cela veut dire que, l'indenteur, exposé à des charges relativement élevées, pourrait subir une déformation élastique qui peut avoir une influence sur les mesures d'indentation prédites.

Prenons, deux matériaux *mat1* et *mat2* ayant le même rapport E_m/σ_y dont les propriétés mécaniques sont présentées dans le tableau 3.3. On considère que les deux matériaux ont subi une indentation sphérique en utilisant le même indenteur déformable caractérisé par un module de Young de 524 GPa. Dans la Figure 3.15 (a) et la figure 3.15 (b), nous avons tracé l'évolution du rapport $\frac{F}{E_m a^2}$ en fonction de a/R pour les deux matériaux présentés.

 TABLEAU 3.3 – Propriétés mécaniques des matériaux *mat1* et *mat 2*

	mat1	mat2
E_m	100 GPa	400GPa
σ_y	200 MPa	800 MPa

On remarque que lorsque les mesures des grandeurs physiques sont issues du modèle de Lee et al., les deux courbes $\frac{F}{E_m a^2}(a/R)$ pour les deux matériaux sont identiques (Figure 3.15(a)). Cependant, on remarque une certaine différence entre les deux courbes $\frac{F}{E_m a^2}(a/R)$ lorsque les mesures des grandeurs physiques sont prédites à partir de notre modèle EF d'indentation sphérique (Figure 3.15(b)). Le comportement de l'indenteur utilisé

par Lee et al. est très similaire à un comportement d'un indenteur non déformé.

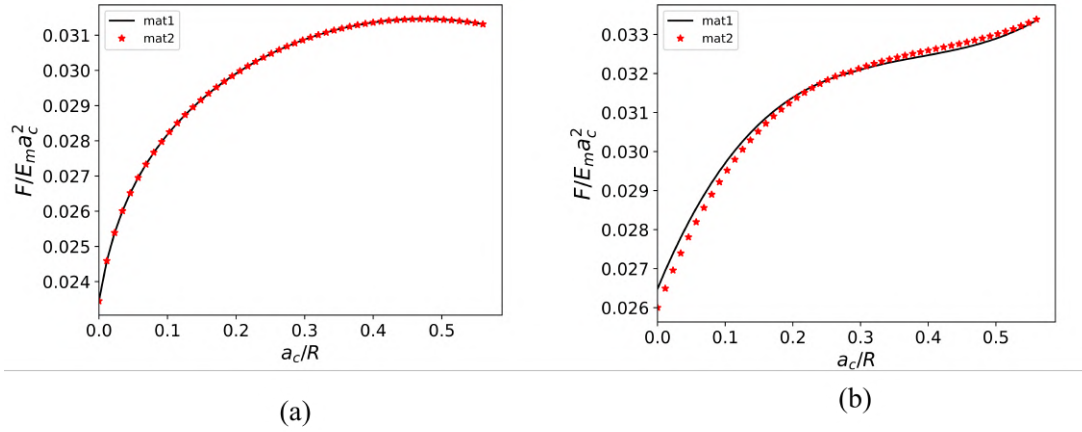


FIGURE 3.15 – Evolution du rapport $\frac{F}{E_m a_c^2}$ en fonction de (a_c/R) pour deux matériaux différents ayant le même rapport $\frac{E_m}{\sigma_y} = 500$ lorsque les mesures sont prédites à partir : (a) du modèle analytique de Lee et al. ; (b) de notre modèle EF.

3.5.4 Discussion

Dans ce paragraphe les courbes d'indentation numériques obtenues à partir d'un modèle EF ont été comparées aux courbes d'indentation analytiques obtenues à partir du modèle de Lee et al. De cette comparaison, on peut conclure que le modèle de Lee et al. est un bon modèle représentatif d'un essai d'indentation sphérique pour des matériaux relativement doux et/ou rigides de rapport E/σ_y compris entre 200 et 2000 et d'exposant d'érouissage n compris entre 0 et 0,2. La prédiction des grandeurs physiques F, a et h est obtenue avec une grande précision pour ces matériaux à condition que la valeur de h_{max}/R ne dépasse pas une valeur de 0,12.

Par ailleurs, les faibles valeurs de E/σ_y doivent être évitées pour une bonne prédiction des grandeurs physiques d'indentation sphérique ($E/\sigma_y < 154$). On peut déduire à partir des résultats obtenus, que les déformations élastiques au niveau de l'indenteur de Lee et al. ne sont pas correctement prises en compte. En conséquence, la déformation élastique de l'indenteur devra être prise en compte lors d'une application expérimentale.

Pour Lee et al.[54] le choix d'un rapport h_{max}/R égal à 0,12 a été proposé de manière à avoir des courbes d'indentation $F(h/R)$ très peu dépendantes du coefficient de frottement. Afin de vérifier cette assertion, l'incidence du coefficient de frottement sur les

courbes $F(h)$ et $F(a)$ pour des rapports inférieurs et supérieurs à la limite fixée par Lee et al. est étudiée numériquement dans le paragraphe suivant.

3.6 Influence du frottement

Dans cette partie, la simulation par EF est utilisée pour examiner l'influence du frottement sur les résultats d'indentation suivants : courbe $F(h/R)$ et courbe $F(a/R)$. La simulation de l'indentation sphérique a été réalisée en utilisant le logiciel ABAQUS (modèle EF (B)). Trois matériaux élasto-plastiques différents caractérisés par trois différents rapports E/σ_y (100 ; 730 et 2000) sont considérés. Ces trois rapports différents de E/σ_y correspondent à trois comportements élasto-plastiques très différents. Johnson [31][73] a noté que le rapport E/σ_y représente physiquement l'inverse de la déformation élastique obtenue lorsque la limite d'élasticité est atteinte et peut donc être utilisé comme une mesure de l'ampleur de la déformation élastique au début de la plastification. Ce rapport peut donc être utilisé comme une mesure de la quantité de déformation accommodée élastiquement pendant l'indentation. Pour des faibles rapports de E/σ_y ($E/\sigma_y \rightarrow 0$), le contact est strictement élastique et est dominé par un enfoncement autour de l'empreinte décrit par le contact hertzien [24]. A l'autre extrême, une valeur élevée de E/σ_y ($E/\sigma_y \rightarrow \infty$), correspond à une déformation rigide-plastique, pour laquelle il y a création d'un bourrelet important autour de l'empreinte[37][74] (Hill et al., 1989 ; Biwa et Storakers, 1995).

Pour l'étude de l'influence du frottement on considère, comme précédemment, le coefficient de Poisson fixé à 0,3 dans cette partie. Un rapport $h_{max}/R=0,18$ est utilisé avec 3 coefficients de frottement μ variant entre 0 et 0,3. La valeur maximale du coefficient de frottement est fixée à 0,3 car il a été montré qu'au-delà de cette valeur, très peu de différence est observée sur les courbes $F(h/R)$ et $F(a/R)$ lorsque l'on fait varier μ [31]. Lee et al.[54] soulignent de plus que lorsque des métaux entrent en contact, le coefficient de frottement est généralement compris entre 0 et 0,3. Pour un pénétrateur diamant en contact avec une surface en acier, il a notamment été démontré que μ varie entre 0,1 et 0,15[75]. Dans notre cas le pénétrateur est caractérisé par un module d'élasticité de 524 GPa, ce qui correspond au module d'élasticité du carbure de Tungstène. L'influence du frottement dans cette partie est étudiée en calculant l'évolution de l'écart EQM en pourcentage entre les courbes ($F(h/R)$ ou $F(a/R)$) obtenues avec les deux coefficients de frottement ($\mu=0$ et $\mu=0,3$) et la courbe référence ($F(h/R)$ ou $F(a/R)$) obtenue pour un coefficient de frottement $\mu=0,1$.

3.6.1 Influence du frottement en fonction du rapport E/σ_y

Pour cette étude le coefficient d'érouissage, n , est fixé à 0,14 et le rapport E/σ_y varie de 100 à 2000. Cela permet d'examiner l'influence du frottement sur les résultats d'indentation en fonction de l'élasticité du matériau.

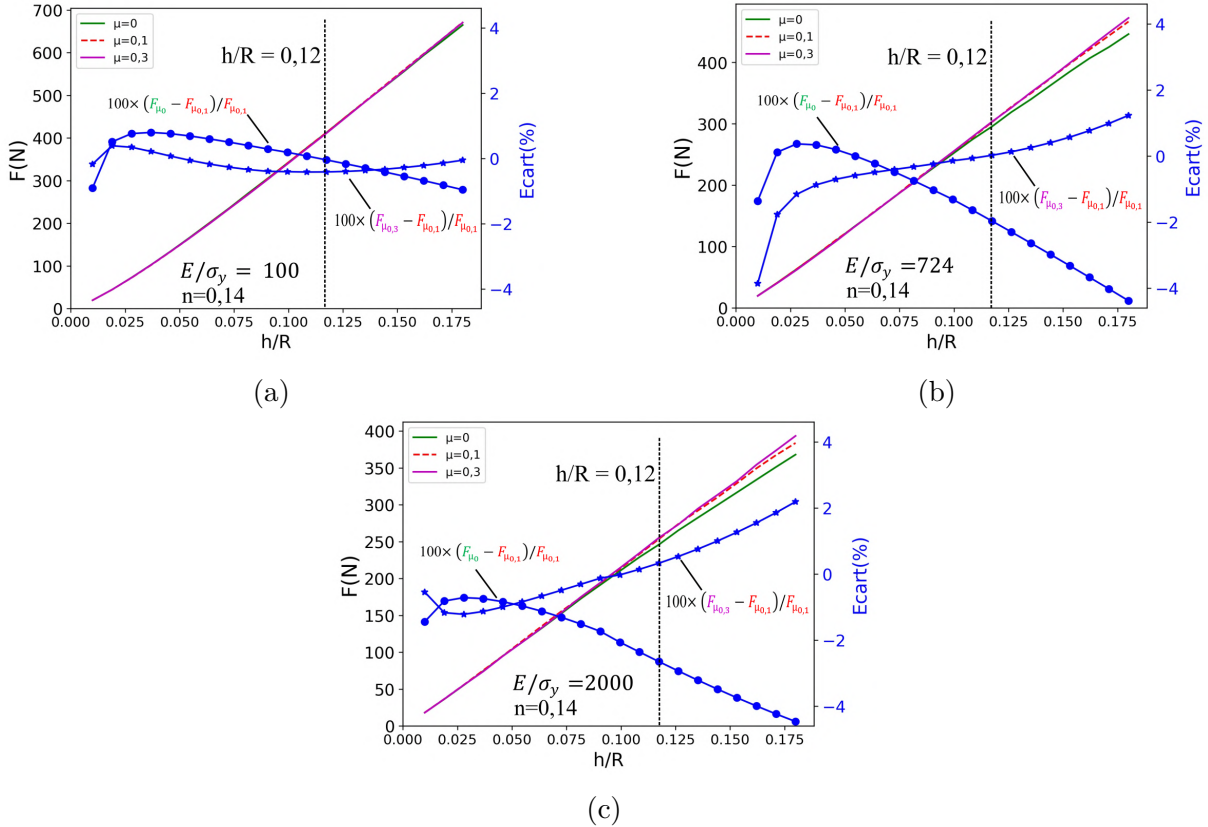


FIGURE 3.16 – Influence du frottement sur la courbe $F(h/R)$ pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même coefficient d'érouissage $n=0,14$: (a) $E/\sigma_y = 100$; (b) $E/\sigma_y = 724$; (c) $E/\sigma_y = 2000$.

3.6.1.1 Influence sur la courbe $F(h/R)$

Pour l'ensemble des figures 3.16, on remarque que lorsque le frottement est fixé à 0 ou 0,3 l'écart entre les courbes obtenues et la courbe référence ($\mu = 0,1$) est faible lorsque le rapport h/R est inférieur à 0,12, ce qui tend à justifier le choix de Lee et al, de limiter la profondeur de pénétration à cette valeur. Cet écart est le plus négligeable pour le matériau ayant un rapport $E/\sigma_y=100$. On soulignera que pour les matériaux les plus rigides et/ou les plus doux, des écarts commencent à être observés à partir de $h/R=0,1$.

Pour le matériau ayant un rapport $E/\sigma_y=2000$, l'écart est le plus grand, avec un maximum d'écart de 4,47% pour un rapport $h/R=0,18$.

Noter aussi que l'écart est faible sur les courbes pour $\mu=0,1$ et pour $\mu=0,3$. Alors que l'écart est beaucoup plus grand pour les cas $\mu=0$ et $\mu=0,3$.

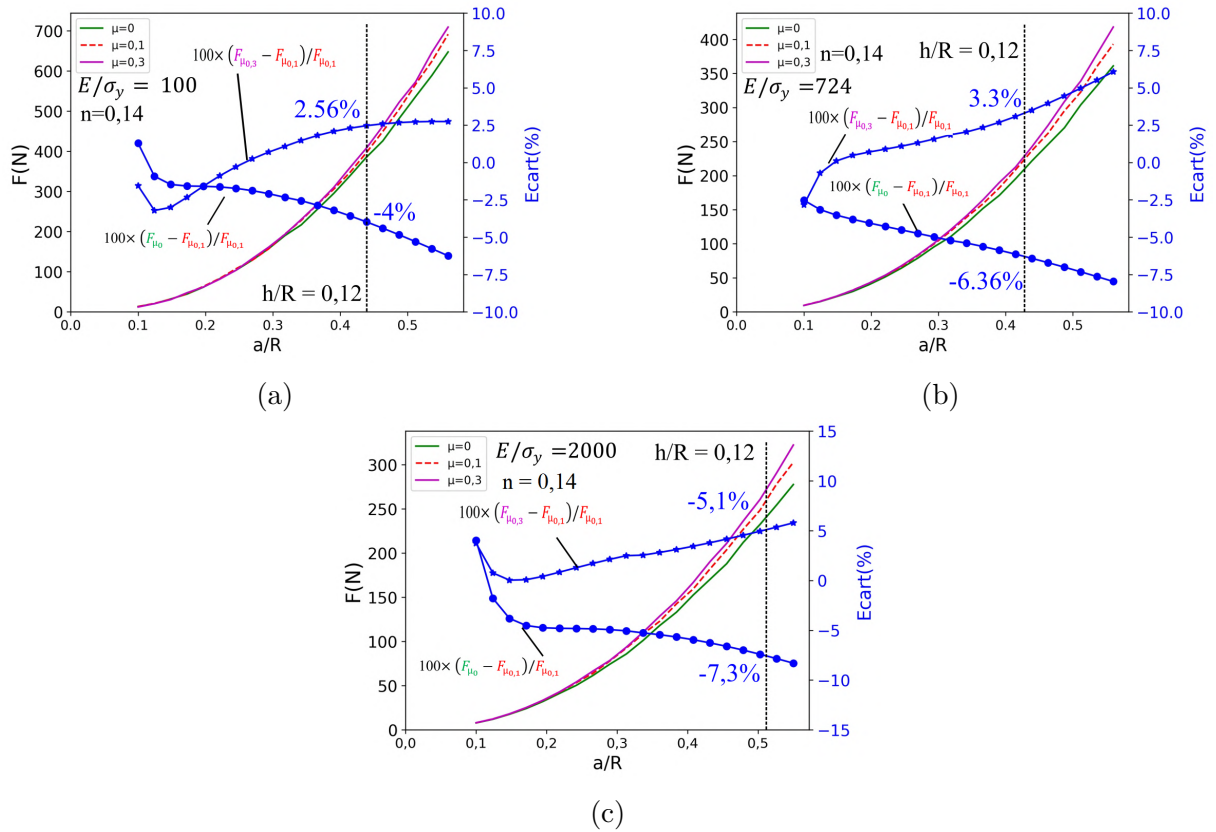


FIGURE 3.17 – Influence du frottement sur la courbe $F(a/R)$ pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même coefficient d'écroutissage $n=0,14$: (a) $E/\sigma_y = 100$; (b) $E/\sigma_y = 724$; (c) $E/\sigma_y = 2000$.

3.6.1.2 Influence sur la courbe $F(a/R)$

L'ensemble des figures 3.17 présente l'influence du frottement sur les courbes $F(a/R)$ pour les différents matériaux étudiés dans le paragraphe précédent. On peut observer une influence importante du frottement sur l'effort calculé même pour des rapports de h/R inférieurs à 0,12. Lorsque $h/R=0,12$ cet écart atteint une valeur de -7,3% et -6,3% pour les matériaux ayant des rapports E/σ_y égaux à 2000 et 724 respectivement si l'on considère un frottement de 0. Si l'on considère un frottement de 0,3, l'écart par rapport à la courbe obtenue avec un coefficient de frottement de 0,1 atteint une valeur de 3,3% et 5,1%

lorsque $h/R=0,12$ pour les matériaux ayant des rapports E/σ_y de 2000 et 724 respectivement. Une plus grande différence est donc observée lorsque l'on passe de $\mu=0,1$ à $\mu=0$ que lorsque l'on passe de $\mu=0,1$ à $\mu=0,3$. La limitation de la profondeur de pénétration à une valeur $h/R=0,12$ prise par Lee et al. ne permet donc pas de s'affranchir de l'influence du frottement sur la dureté.

De cette étude, on peut conclure que le frottement a une influence importante sur la valeur de dureté mesurée même pour de faibles valeurs de h/R . La différence de valeurs de dureté observée est due à l'influence du frottement sur la formation de bourrelet lors de la phase de chargement au cours de l'essai d'indentation.

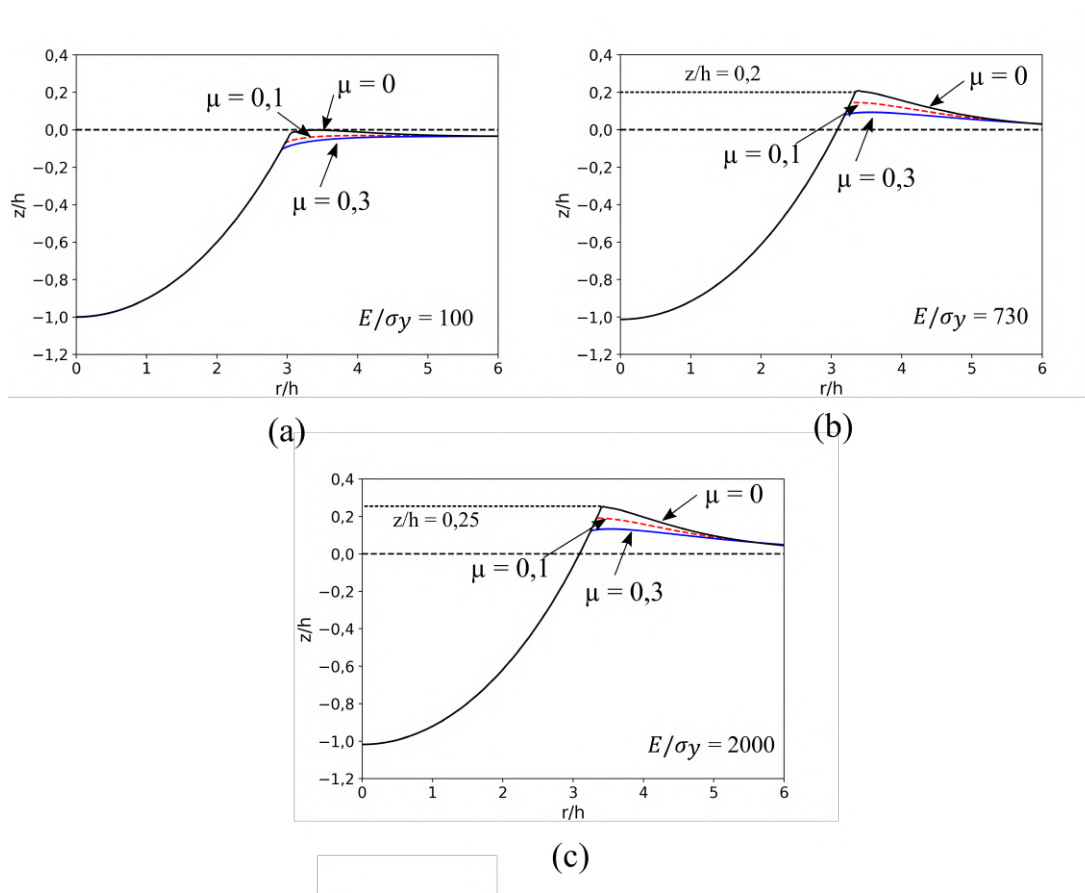


FIGURE 3.18 – Profils d’empreinte pour un rapport $h/R = 0,18$ pour différents matériaux. r/a et z/h sont les rapports adimensionnels entre les coordonnées radiales/le rayon d’empreinte et les coordonnées axiales/la profondeur de pénétration respectivement.

En effet, si l’on compare le profil d’empreinte durant la phase de chargement (Figure

3.18) pour chaque matériau de cette étude et pour chaque coefficient de frottement considéré, on peut remarquer que le frottement influe sur la formation du bourrelet autour de l'indenteur sphérique. Plus le frottement est important, moins le bourrelet est prédominant.

Il est clair aussi à partir de la Figure 3.18 que les effets du frottement sur la formation du bourrelet sont plus importants pour les matériaux ayant les rapports E/σ_y les plus élevés. Pour $E/\sigma_y = 2000$, la hauteur relative du bourrelet, z/h , atteint une valeur de 0,25 alors que pour $E/\sigma_y = 730$ et 100, z/h est inférieur à cette valeur pour un même h/R .

3.6.2 Influence du frottement en fonction de l'écroissage du matériau

Il a été montré précédemment que le frottement a l'influence la plus importante sur le matériau ayant le plus grand rapport E/σ_y . Dans cette partie, on va examiner l'influence du frottement sur les résultats d'indentation pour différents coefficients d'écroissage ($n = 0; 0,14$ et $0,4$) en fixant le rapport E/σ_y à 2000.

3.6.2.1 Influence sur la courbe $F(h/R)$

Selon les résultats des calculs EF (Figure 3.19), on constate que pour une valeur de E/σ_y et h/R donnée, plus l'exposant d'écroissage est petit, plus l'effet du frottement sur la valeur de la force obtenue est significatif. Lorsque $n = 0$ et $E/\sigma_y = 2000$, Pour des rapports $h/R > 0,12$, la différence relative dépasse 7,76% en valeur absolue lorsque le frottement passe de 0,1 à 0.

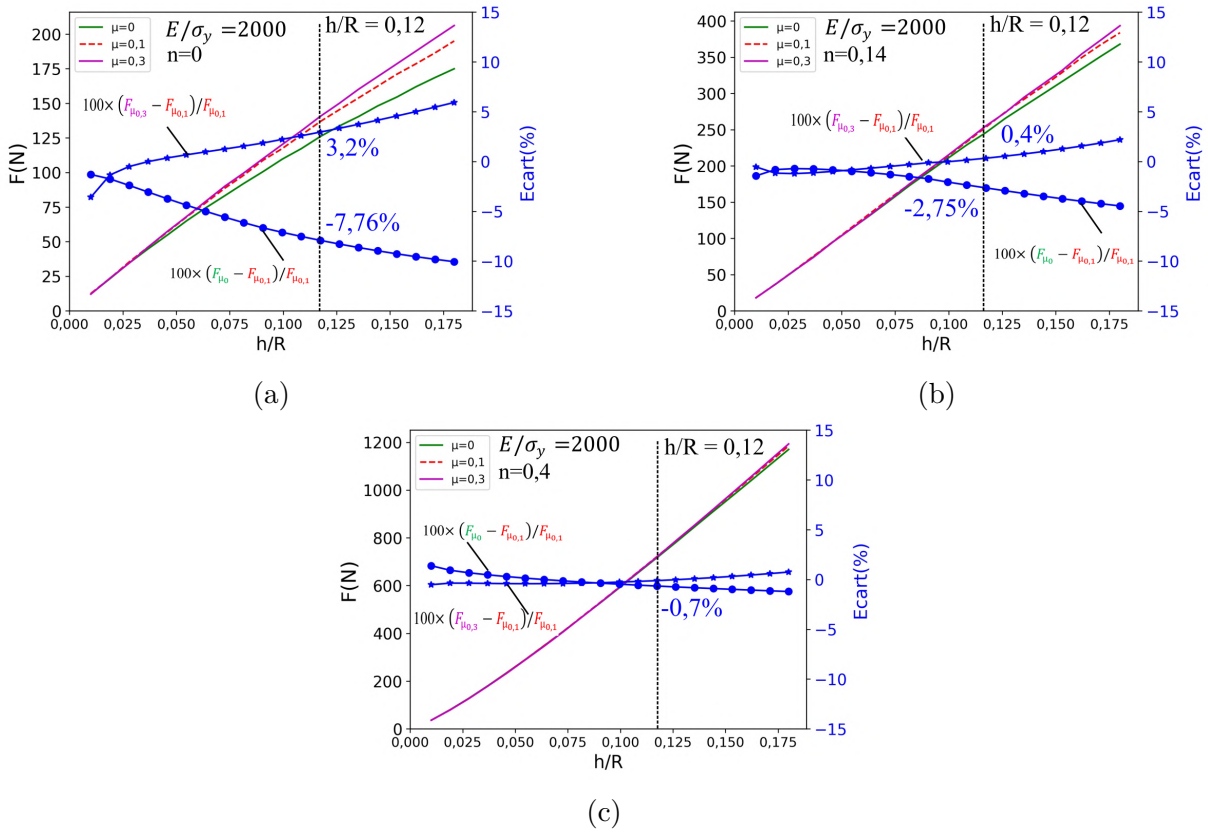


FIGURE 3.19 – Influence du frottement sur la courbe $F(h/R)$ pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même $E/\sigma_y = 2000$ pour différents coefficients d'érouissage : (a) $n = 0$; (b) $n = 0,14$; (c) $n = 0,4$

3.6.2.2 Influence sur la courbe $F(a/R)$

On constate dans l'ensemble des figures 3.20 que le frottement a une influence plus importante sur la courbe $F(a/R)$ que sur la courbe $F(h/R)$. Lorsque l'érouissage est nul (Figure 3.20(a)), l'écart relatif n'est pas négligeable même pour des rapport h/R inférieur à 0,12. Ceci s'applique aussi pour le cas où $n = 0,14$ (Figure 3.20(b)).

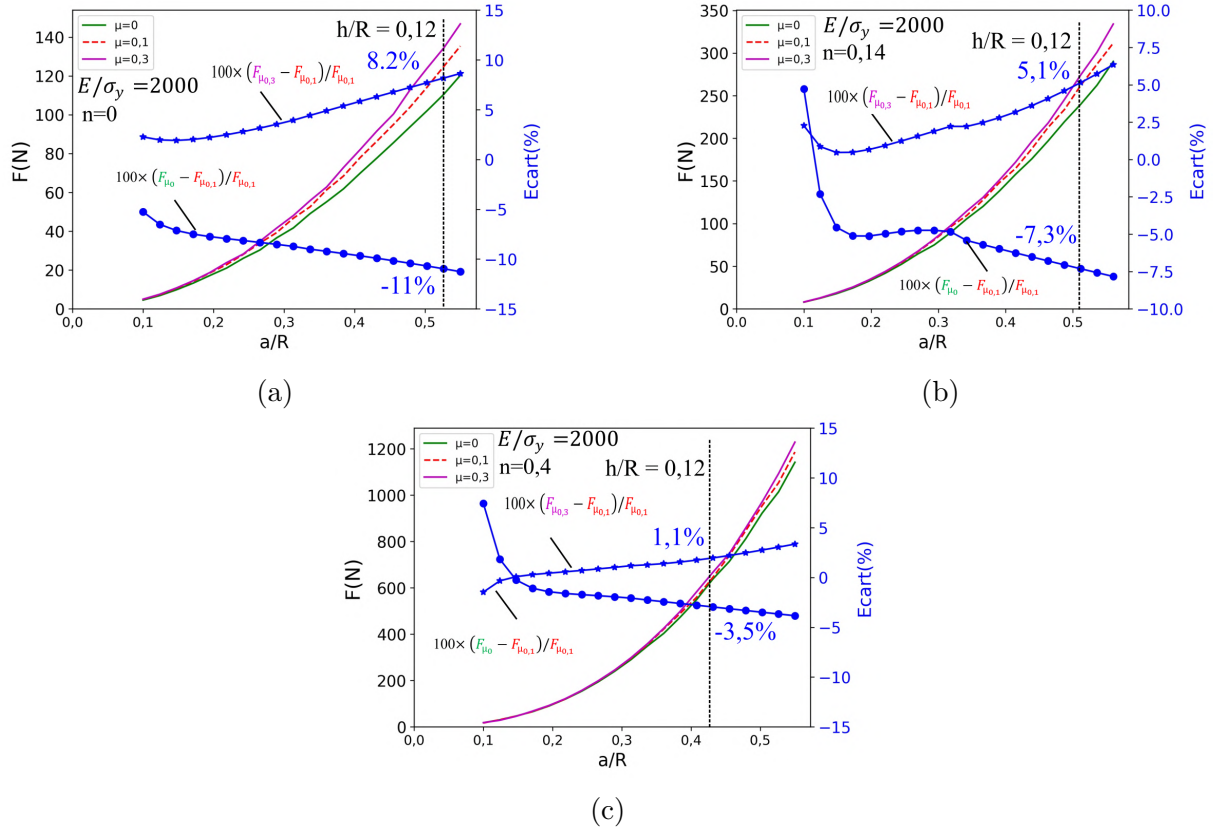


FIGURE 3.20 – Influence du frottement sur la courbe $F(a/R)$ pour trois matériaux pseudo-numériques ayant un même $E/\sigma_y = 2000$ pour différents coefficients d'écroutissage : (a) $n = 0$; (b) $n = 0,14$; (c) $n = 0,4$

Le frottement a moins d'influence sur les matériaux pour lesquels l'exposant d'écroutissage est élevé. En examinant les déformations des surfaces indentées obtenues pour une même valeur de h/R avec les coefficients d'écroutissage utilisés on observe qu'il y a création d'un bourrelet très élevé pour $n = 0$ (Figure 3.21). Pour des faibles valeurs d'exposant d'écroutissage, et pour un matériau rigide et/ou peu résistant, la zone plastique sous l'indenteur n'est pas capable d'absorber le changement de volume dû à la pénétration de l'indenteur, d'où la création d'un bourrelet très élevé. Par contre, pour un exposant d'écroutissage, n , égal à 0,4 le phénomène d'enfoncement prédomine, l'écroutissage localisé près de la périphérie du contact entraîne la zone plastique plus profondément dans le matériau plutôt que radialement vers l'extérieur, ce qui conduit à l'enfoncement de la zone périphérique du contact sous la surface d'origine. On peut prédire à partir de la Figure 3.21 qu'il existe, pour le matériau présentant un rapport E/σ_y égal à 2000, une valeur de coefficient d'écroutissage comprise entre 0,14 et 0,4 pour laquelle le profil d'indentation ne

présente ni bourrelet ni enfoncement.

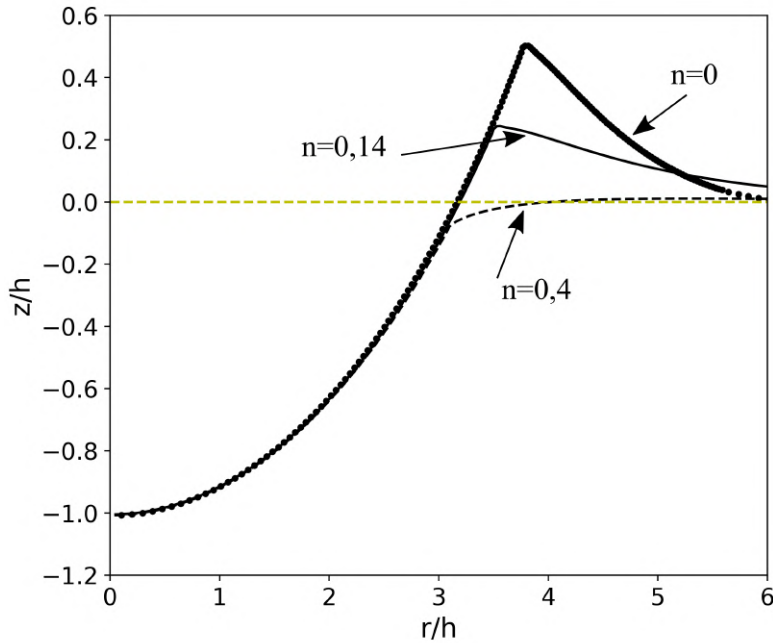


FIGURE 3.21 – Profil d'empreinte pour $E/\sigma_y=2000$, $h/R = 0,18$ et $\mu=0$ pour différentes valeurs de n durant la phase de chargement.

3.6.3 Conclusion

L'influence du frottement sur les résultats d'indentation sphérique a été examiné dans cette partie. L'analyse de Taljat et al.[45] a révélé que les effets de frottement sont pertinents pour les matériaux ayant des limites d'élasticité relativement faibles (c'est-à-dire de grands E/σ_y et de faibles coefficients d'écrouissage, n). Pour de tels matériaux, la formation du bourrelet diminue avec l'augmentation du coefficient de frottement. Des résultats similaires ont été obtenus par Habbab et al.[75], après avoir examiné la formation de bourrelet du matériau pour des rapports E/σ_y allant de 560 à 840 et n compris entre 0,132 et 0,25 : Ils observent une réduction de la hauteur du bourrelet lorsque le coefficient de frottement passe de 0,0 à 0,5. Ces résultats sont cohérentes avec ceux obtenus dans cette étude. Les effets de frottement sur la courbe $F(h)$ ont également été étudiés[50], [52], [54], [56], [76]-[78]. Récemment, Cao et al.[76] ont étendu l'analyse des effets de frottement sur les courbes $F(h)$ pour les indentations profondes. Ils ont considéré des

matériaux élastiques-parfaitement plastiques avec E/σ_y dans la gamme 1000 à 2000, avec des coefficients de frottement de 0 à 0,3 et des profondeurs d'indentation relatives h/R allant jusqu'à 0,15. Une augmentation de la charge d'indentation F de 14% à 28% à des profondeurs de profondeur de pénétration $h/R = 0,15$ a été observée.

On peut donc retenir que plus la déformation plastique de la zone indentée est importante, plus le frottement a une influence sur les courbes $F(h/R)$ et $F(a/R)$. En effet, le frottement a plus d'influence lorsque le matériau indenté présente un rapport E/σ_y élevé et un exposant d'érouissage faible. Le frottement n'affecte pas la courbe $F(h/R)$ avant d'atteindre la limite $h/R = 0,12$ fixée par Lee et al. pour des matériaux présentant un rapport E/σ_y faible et un exposant d'érouissage, n , élevé. Le frottement a une influence plus importante sur les courbes $F(a/R)$ que sur les courbes $F(h/R)$. Quelles que soient les propriétés mécaniques du matériau indenté, le frottement influence la courbe $F(a/R)$ et donc la dureté avant d'atteindre la limite $h/R = 0,12$ fixée par Lee et al.

L'influence importante du frottement sur la courbe $F(a/R)$ est due à l'influence de ce paramètre sur la formation du bourrelet. La hauteur du bourrelet formé lors du chargement, dépend de trois facteurs : le niveau d'enfoncement du pénétrateur dans le matériau, le rapport E/σ_y et l'exposant d'érouissage du matériau. Le bourrelet est d'autant plus important que h/R et E/σ_y sont élevés et n est faible, L'augmentation du frottement diminue la hauteur du bourrelet et donc le rayon de contact entre le matériau indenté et l'indenteur, ce qui a pour conséquence l'augmentation de la dureté apparente.

En conclusion de l'étude de l'influence du frottement, la limite de profondeur de pénétration $h/R = 0,12$ à ne pas dépasser dans le modèle analytique de Lee et al. permet de s'affranchir de l'influence du frottement sur la courbe $F(h/R)$ uniquement pour des matériaux caractérisés par des rapports E/σ_y élevés et des n faibles dans le cas de l'utilisation de la dureté (courbe $F(a/R)$), le modèle de Lee et al. conduira à des erreurs notables dans le cas où le frottement sera différent de 0,1 pour la plupart des matériaux indentés. Plus h/R et E/σ_y seront élevés et n sera faible, plus l'erreur sur la dureté obtenue avec le modèle de Lee et al. sera élevée.

3.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, une nouvelle définition de déformation représentative pour le cas de l'indentation sphérique a été présentée. Cette déformation représentative nécessite plusieurs étapes de calculs puisqu'elle requiert la création de gradients de grandeurs mesurées

en fonction des propriétés mécaniques des matériaux. L'utilisation d'un modèle numérique de calcul par EF pour créer ces gradients amène des problèmes numériques difficilement évitables (bruit sur la mesure). Le modèle analytique de Lee et al. trouvé dans la littérature et basé sur des calculs EF a été utilisé à la place des modèles numériques EF. Ce modèle analytique permet d'éviter les « bruits » dans le calcul des gradients des grandeurs mesurées. Dans ce chapitre, la procédure d'identification de la déformation représentative proposée par le biais du modèle de Lee et al. a été décrite.

La méthode du gradient peut aussi bien être appliquée en utilisant des grandeurs physiques $F - a$ qu'en utilisant des grandeurs physiques $F - h$. Les résultats obtenus montrent que les grandeurs physiques $F - a$ amènent à une identification de valeurs de déformation représentatives plus grandes que celles obtenues à partir des données $F - h$.

Une discussion sur la fiabilité du modèle de Lee et al. a ensuite été présentée. Dans le paragraphe 3.5, il est montré que lorsqu'on respecte les conditions aux limites proposées par Lee et al. le modèle analytique reprogrammé sous Python prédit correctement les grandeurs physiques d'indentation sphérique pour les matériaux ayant un rapport E/σ_y compris entre 200 et 2000 et d'exposant d'écrouissage n compris entre 0 et 0,2.

Il est montré que le modèle de Lee et al. n'est pas représentatif d'un essai d'indentation sphérique pour n'importe quelle condition de contact indenteur/matériau (i.e. ; μ différent de 0,1). En effet, le frottement affecte la courbe $F(h/R)$ avant d'atteindre la limite $h/R = 0,12$ fixée par Lee et al. lorsque le matériau indenté présente un rapport E/σ_y élevé et un exposant d'écrouissage, n , faible. De plus, quelles que soient les propriétés mécaniques du matériau indenté, le frottement influence la courbe $F(a/R)$ et donc la dureté avant d'atteindre la limite $h/R = 0,12$ fixée par Lee et al. L'étude montre donc que dans le cas où le frottement entre l'indenteur et le matériau indenté est différent de 0,1, le modèle de Lee et al. peut conduire à des erreurs de prédiction de la dureté ou de la courbe d'indentation $F - h$.

Les résultats de ce chapitre montrent que l'utilisation du modèle de Lee et al. pour des applications pratiques doit être effectuée en prenant en compte les déformations élastiques résultantes du contact entre l'indenteur et le matériau indenté.

APPLICATION DE LA MÉTHODE DU GRADIENT : ÉTUDES ANALYTIQUE, NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons introduit une nouvelle méthode de détermination de la déformation représentative : la méthode du gradient. Nous avons aussi présenté le modèle analytique de Lee et al. qui nous permet de calculer des gradients de grandeurs physiques en fonction des propriétés mécaniques du matériau.

Dans ce chapitre, nous allons nous baser sur le même modèle analytique pour valider la méthode du gradient afin d'identifier une loi d'érouissage à l'aide de l'indentation sphérique. Nous allons tout d'abord faire une application « analytique » en utilisant les courbes d'indentation $F - h$ et $F - a$ issues du modèle de Lee et al. pour identifier la loi d'érouissage de deux types de matériaux différents à l'aide la méthode proposée.

Ensuite nous allons appliquer cette méthode d'identification sur des pseudo-matériaux « numériques » qui suivent parfaitement la loi d'Hollomon en utilisant des données issues des simulations par EF.

Dans la dernière partie, nous allons valider la méthode proposée en faisant une application expérimentale sur des matériaux réels. Dans chaque partie, et pour chaque matériau, la loi d'érouissage identifiée est comparée soit à la loi d'érouissage initialement implémentée dans le modèle numérique ou analytique, soit à la courbe de traction obtenue expérimentalement.

4.2 Investigation analytique : mesures issues du modèle de Lee et al.

Dans cette partie, nous allons nous baser sur le modèle analytique de Lee et al. programmé sous python pour prédire l'évolution de la déformation représentative en fonction du rapport a/R pour deux types de matériaux différents : un matériau doux et un matériau dur dont les propriétés mécaniques sont illustrées dans le tableau 4.1.

Comme première étape, nous allons nous baser sur la dureté H pour l'identification. Ensuite, l'évolution du facteur de confinement, $C_f = \frac{H}{\sigma_R}$, en fonction du rapport a/R , obtenue avec chaque définition est présentée. Le choix de deux matériaux doux et dur permet de montrer/ou non, l'adaptation de la méthode proposée pour deux régimes de déformations : un régime purement plastique (matériau doux) et un régime élasto-plastique (matériau dur).

Pour la seconde étape, nous allons nous baser sur la courbure d'indentation¹ pour l'identification.

Pour les deux étapes, nous allons identifier des points représentatifs de la courbe déformations-contraintes associée.

TABLEAU 4.1 – Propriétés mécanique des pseudo-matériaux doux et durs utilisés

	σ_y (MPa)	n	E (GPa)	k
Matériau doux	300	0,03	210	-6,354
Matériau dur	900	0,3	210	-3,817

Pour chaque matériau, 7 niveaux de charge d'indentation sont considérés ce qui permet d'avoir 7 rapports a/R compris entre 0,2 et 0,5 et 7 rapports h/R compris entre 0,02 et 0,13.

4.2.1 Identification à partir de $F - a$ (dureté)

Les 7 niveaux d'indentation différents permettent d'obtenir 7 valeurs de duretés H différentes. On rappelle que H est la dureté correspondant à la pression moyenne d'indentation déterminée par $H = F/\pi a^2$.

1. $C = F/h^2$

4.2.1.1 Identification des paramètres de la loi d'Hollomon

Nous avons tracé dans l'espace $[k, n]$, les différents contours de duretés obtenus, associés à chaque niveau d'indentation comme le montre les deux figures 4.1(a) et (b). Les différents contours de H se croisent en un point de coordonnées $(k^* = -6,354, n^* = 0,03)$ pour le matériau doux et $(k^* = -3,817, n^* = 0,3)$ pour le matériau dur. Les résultats identifiés représentent les propriétés exactes de la loi d'Hollomon pour chaque matériau (Tableau 4.1).

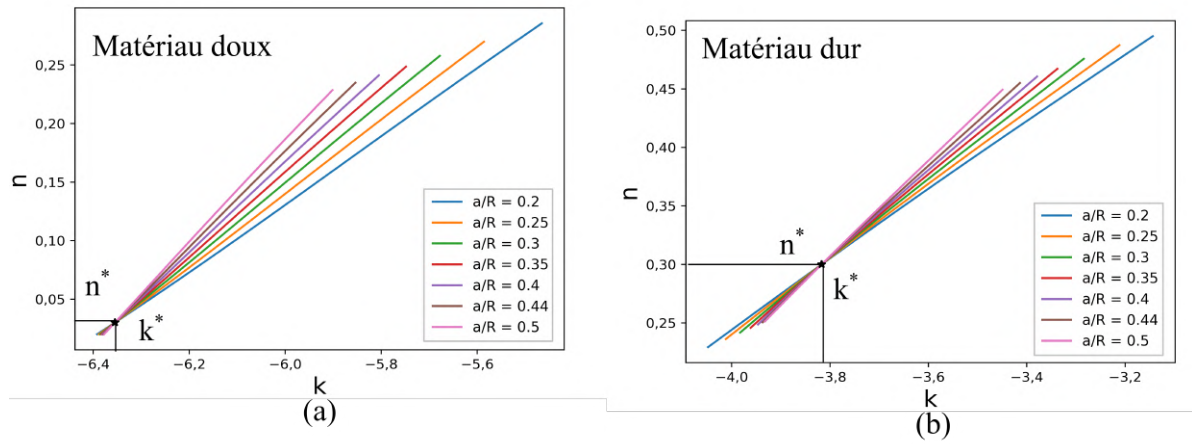


FIGURE 4.1 – Contour de duretés, H , dans l'espace (k, n) pour le (a) matériau doux; (b) matériau dur

4.2.1.2 Évolution de la déformation représentative

Pour chaque dureté, H , on peut déterminer une valeur de déformation représentative² (équation 3.14).

L'évolution de la déformation représentative en fonction du rapport a/R est représentée dans la Figure 4.2. La déformation représentative proposée par Lee et al.[54] en fonction de a/R est globalement la plus élevée. Pour un rapport a/R de 0,5, la valeur de déformation représentative atteint 19% de déformation pour Lee et al. La méthode du gradient $F - a$ proposée dans cette étude conduit à des valeurs de déformations situées entre celles proposées par Tabor[42] et celles proposées par Ahn et Kwon[22] pour le cas d'un matériau doux (Figure 4.2(a)) et à des valeurs de déformations très proches de celles proposées par Tabor pour le cas d'un matériau dur (Figure 4.2(b)).

2. $\varepsilon_R = \exp\left(-\frac{\partial k}{\partial n}\bigg|_H\right)$

La figure 4.2(a) montre aussi que pour un matériau doux, l'évolution des déformations représentatives en fonction de a/R obtenues par la méthode du gradient n'est pas linéaire, contrairement à celle proposée par Tabor, par Ahn et Kwon[22] et par Jeon et al.[47].

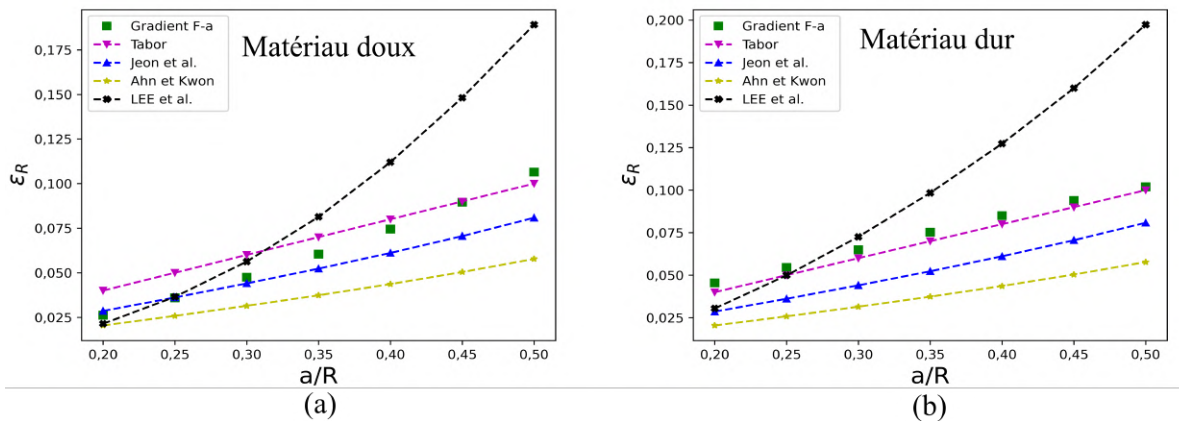


FIGURE 4.2 – Evolution des différentes déformations représentatives issues de la dureté en fonction du rapport (a/R) pour (a) matériau doux, (b) matériau dur

4.2.1.3 Evolution du facteur de confinement

La Figure 4.3(a) et la Figure 4.3(b) montrent que l'utilisation des méthodes du gradient et de Lee et al. amène à des valeurs de facteur de confinement, C_f , qui varient lorsque le rayon de contact évolue. On remarque aussi que C_f dépend du matériau ainsi que de son régime de déformation. Pour le matériau doux de la Figure 4.3(a), pour lequel le régime est purement plastique, C_f décroît avec a/R , alors que pour le matériau dur de la Figure 4.3(b), qui se déforme dans un régime élasto-plastique, C_f augmente. Ces observations confirment les définitions des régimes de déformation proposées et les évolutions C_f constatées dans les travaux de Bartier et Hernot[71], et de Bartier et al[48].

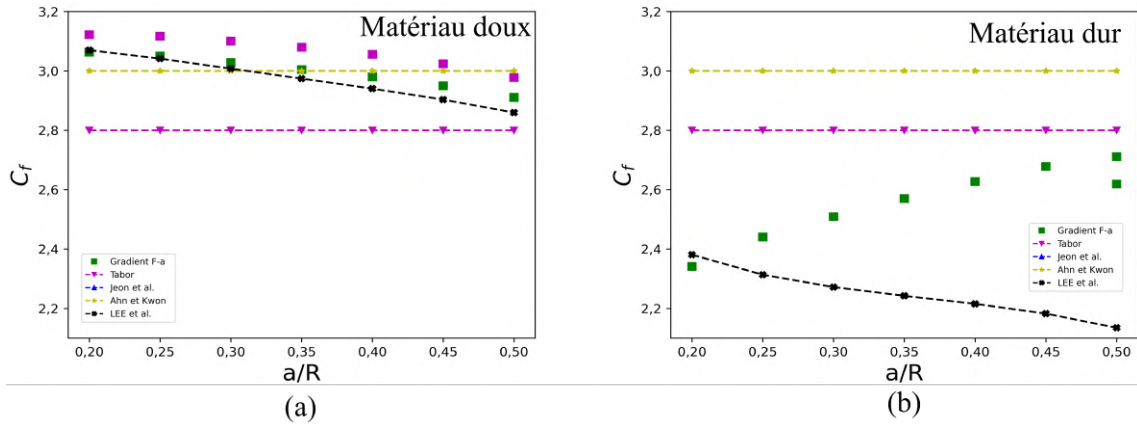


FIGURE 4.3 – Evolution du facteur de confinement C_f en fonction du rapport a/R obtenue avec différentes méthodes pour (a) un matériau doux, (b) un matériau dur

4.2.2 Identification à partir de $F - h$

Les 7 niveaux d'indentation utilisés permettent d'obtenir 7 valeurs de courbures d'indentation différentes. On rappelle que la courbure est notée par : $C = F/h^2$

4.2.2.1 Identification des paramètres de la loi d'Hollomon

On remarque dans la figure 4.4 que les différents contours de courbures se croisent au même point pour chaque matériau. Le point d'intersection identifié à partir de l'intersection des contours de courbure est identique à celui identifié précédemment à partir de la dureté.

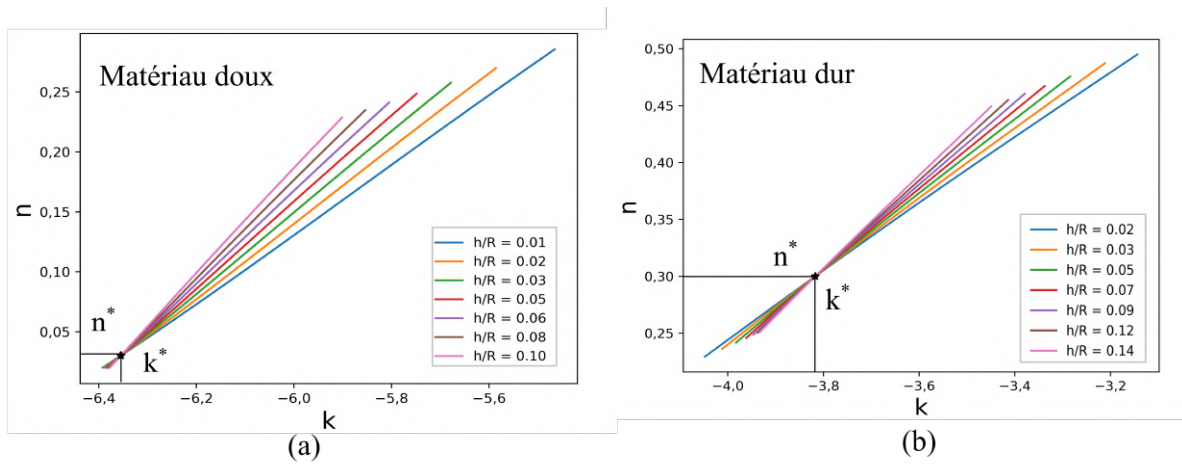


FIGURE 4.4 – Contour de courbure d’indentation, F/h^2 , dans l’espace (k, n) pour le (a) matériau doux; (b) matériau dur

4.2.2.2 Evolution de la déformation représentative

Pour chaque contour obtenu, on peut obtenir une valeur de déformation représentative à partir de la méthode du gradient. Dans la figure 4.5, nous avons tracé l’évolution de la déformation représentative en fonction du rapport a/R pour les différentes méthodes proposées.

Lors de l’analyse des données de l’indentation, la méthode du gradient appliquée aux grandeurs physiques $F - h$ conduit à des valeurs de déformations représentatives plus faibles que celles obtenues lorsque la méthode du gradient est appliquée aux grandeurs physiques $F - a$. Ce résultat est cohérent avec les résultats vus dans la littérature.[48], [52], [71], [79].

Dans le cas de la déformation représentative issue de la courbure d’indentation, la Figure 4.5(a) montre que pour un matériau doux, les valeurs de déformation représentative obtenues par la méthode de Cao et Lu.[52] sont très proches des valeurs issues de la méthode du gradient $F - h$ pour un rapport a/R donné. Dans le cas d’un matériau dur (Figure 4.5(b)), la méthode de Cao et Lu conduit à des valeurs de déformation inférieures à celles calculées dans cette étude par la méthode du gradient appliquée à $F - h$.

On souligne que la déformation représentative proposée par Cao et Lu. est valable uniquement pour des rapports h/R compris entre 0,01 et 0,1, équivalent à des rapports a/R approximativement compris entre 0,2 et 0,5.

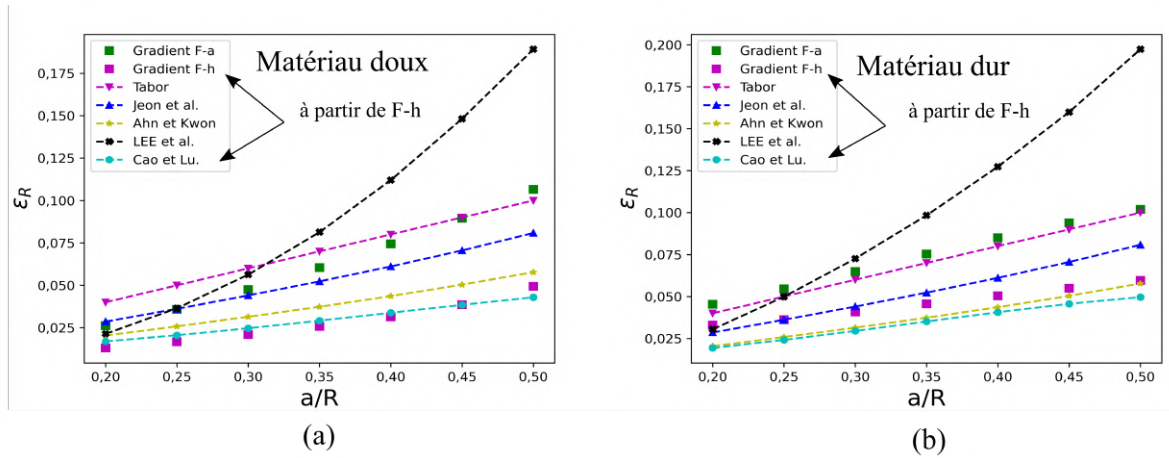


FIGURE 4.5 – Evolution des différentes déformations représentatives calculées en fonction du rapport (a/R) pour (a) matériau doux, (b) matériau dur

4.2.3 Identification de la loi d'écroutissage

Les conséquences des valeurs de C_f sur l'identification de la loi de comportement peuvent être observées dans la Figure 4.6(a) et la Figure 4.6(b). Pour le cas du matériau doux (Figure 4.6(a)), la sous-estimation de la valeur de C_f obtenue avec la méthode de Tabor a pour conséquence une surestimation des valeurs de contraintes représentatives par rapport à celles de la loi d'écroutissage solution. Pour Lee et al., l'identification est évidemment correcte puisque le modèle d'application de la méthode utilise le modèle analytique de ces mêmes auteurs. On soulignera toutefois que les points identifiés se situent à des niveaux de déformation nettement supérieurs à ceux obtenus avec les autres méthodes.

On rappelle que le facteur de confinement C_f choisi par Ahn et Kwon[22] a une valeur constante égale à 3 quel que soit le rayon de contact. Comme le montre la Figure 4.5 (a), cette valeur est relativement proche de celles identifiées à partir de la méthode du gradient et du modèle de Lee et al., dans le cas du matériau doux Figure 4.6(a). En conséquence, l'identification avec ces méthodes amène à des valeurs de contraintes représentatives assez semblables. Toutefois si l'on examine plus en détail les points identifiés de la loi d'écroutissage par la méthode d'Ahn et Kwon ou Jeon et al., on peut remarquer que ces points ont pour conséquence la prédiction d'un exposant d'écroutissage plus faible que celui du matériau "solution".

Dans le cas du matériau dur, la Figure 4.3(b) montre que la méthode de Tabor a pour

conséquence une surestimation du facteur de confinement pour les faibles rayons de contact et une sous-estimation de ce paramètre pour les plus grands rayons de contact. Comme le montre la Figure 4.6(b), la surestimation de C_f a pour conséquence la sous-estimation des valeurs de contraintes représentatives identifiées et la sous-estimation de C_f a pour conséquence la surestimation de ces valeurs. En ce qui concerne les méthodes de d’Ahn et Kwon et Jeon et al., la Figure 4.3(b) montre que le facteur de confinement est surestimé. Cette surestimation a donc pour conséquence l’obtention de points représentatifs au-dessous de la courbe d’écrouissage "solution" (Figure 4.6(b)).

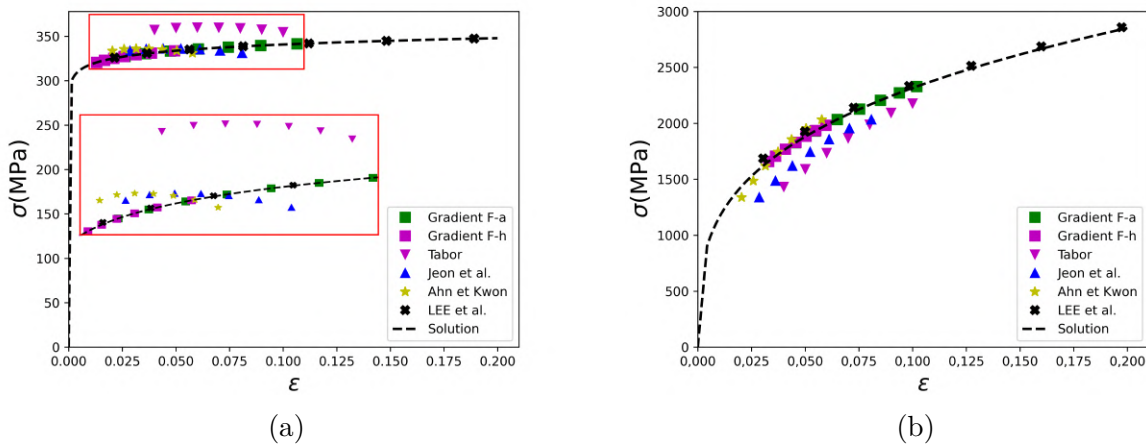


FIGURE 4.6 – Comparaison entre la courbe contrainte-déformation correspondant à la solution et les contraintes représentatives obtenues par indentation pour deux pseudo-matériaux : (a) matériau doux, (b) matériau dur

Pour un même niveau d’indentation (pour une même valeur de charge), la méthode du gradient appliquée à des données $F-h$ et $F-a$ permet d’identifier deux points distincts de la courbe contrainte-déformation et donc deux points de la courbe contrainte-déformation. Cette mesure simultanée a donc pour conséquence l’augmentation de la robustesse de la méthode d’identification d’une courbe d’écrouissage à partir d’un essai d’indentation.

4.2.4 Conclusion

Dans ce paragraphe nous avons premièrement identifié l’évolution de la déformation représentative pour deux types de matériaux pseudo-numériques différents. Le premier est un matériau doux dont le régime d’indentation est purement plastique et le deuxième est un matériau dur pour lequel le régime est élasto-plastique.

Les résultats montrent que l'évolution de la déformation représentative identifiée par la méthode du gradient n'est pas linéaire en fonction du rayon de contact, contrairement à celles identifiées par la méthode de Tabor et par celles de Ahn et Kwon. Les résultats montrent aussi que la valeur de la déformation représentative dépend de la méthode utilisée et des grandeurs physiques mesurées. Lorsque les données $F - a$ sont utilisées, la méthode d'identification amène à des valeurs de déformation représentative plus élevées que lorsque les grandeurs $F - h$ sont utilisées.

Nous avons étudié dans ce paragraphe l'évolution du facteur de confinement et l'influence de ce facteur sur la courbe contrainte-déformation. Nous avons pu conclure que l'évolution du facteur de confinement dépend du régime de déformation du matériau. L'évolution est décroissante lorsque le régime plastique prédomine lors de l'indentation et croissante dans un régime d'indentation dit élasto-plastique. La surestimation de la valeur du facteur de confinement a comme conséquence une sous-estimation de la valeur de la contrainte représentative et inversement la sous-estimation de la valeur du facteur de confinement a comme conséquence une surestimation de la valeur de cette contrainte.

4.3 Investigation numérique : mesures issues d'un calcul EF

Dans le paragraphe précédent, l'étude a été effectuée pour des matériaux pseudo-numériques en se basant sur des mesures issues du modèle analytique de Lee et al.

Dans ce paragraphe, nous allons valider la méthode du gradient lorsque les données d'indentation sont issues d'un modèle EF. Pour la simulation de l'essai d'indentation, modèle numérique EF(B)(voir paragraphe 2.2.2) est utilisé. Les matériaux utilisés ont différents rapports E/σ_y et différents coefficients d'érouissage, n .

Pour chaque matériau nous avons extrait à partir du logiciel de calcul EF des données d'indentation pour trois niveaux différents d'indentation. Ces niveaux sont choisis afin de ne pas dépasser une valeur de déplacement h_{max}/R de 0,12.

4.3.1 Courbes $F(a/R)$

On a montré dans le paragraphe 3.5 du chapitre 3 que le modèle EF et celui de Lee et al. prédisent des courbes d'indentation très similaires avec des erreurs qui varient en fonction des propriétés mécaniques des matériaux. L'obtention de deux courbes parfaites

tement superposées avec une erreur nulle est impossible du fait que les courbes issues des deux modèles sont différentes. Le modèle de Lee et al. conduit à la construction de courbes d'indentation grâce à des fonctions mathématiques. Le modèle EF prédit de manière discrétisée des courbes d'indentation dépendantes de l'incrément de chargement et du raffinement du maillage surtout au niveau de la zone de contact indenteur-matériau. Dans la figure 4.7, nous avons illustré les courbes $F(a/R)$ obtenues à partir des deux modèles différents pour le même matériau ($E/\sigma_y = 1000$ et $n = 0,05$). On voit bien que la valeur d'écart³ entre la courbe numérique EF et celle de Lee et al. n'est pas nulle et n'est pas constante.

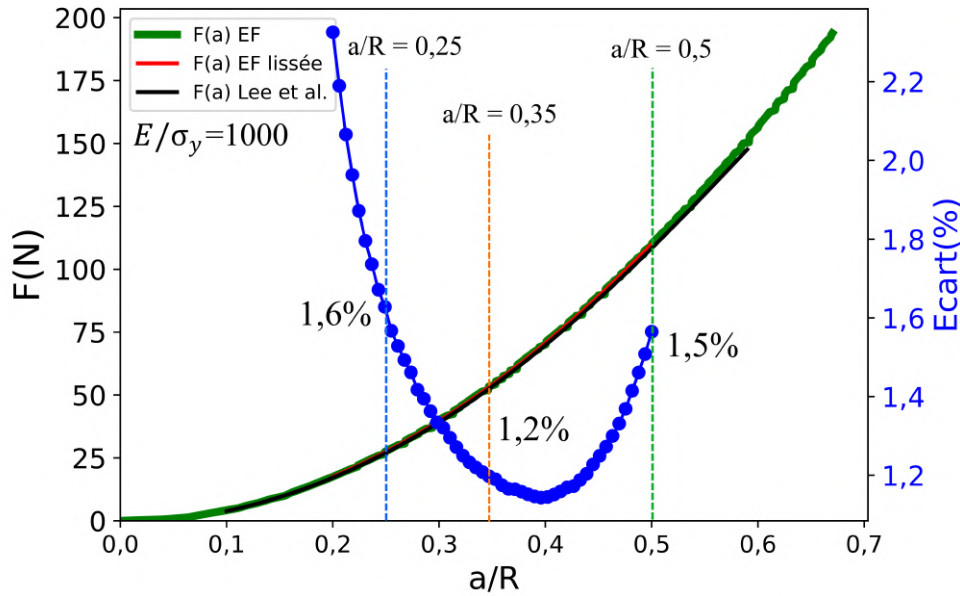


FIGURE 4.7 – Comparaison de deux courbes $F(a/R)$ obtenues par deux modèles différents : le modèle de Lee et al. et le modèle EF(B).

4.3.2 Intersection des contours

La conséquence de ces différences entre les courbes obtenues est que l'identification n'aboutit pas à un seul point d'intersection des contours de duretés (ou de courbures de la courbe) et donc pas à un seul couple $\sigma_y^* - n^*$ solution mais à différents points d'intersection où chaque point peut être considéré comme point solution.

Dans la Figure 4.8 nous avons tracé les contours de duretés obtenus pour 3 niveaux

3. écart relatif en % : $\frac{F(a)_{Lee} - F(a)_{EF\text{lissée}}}{F(a)_{Lee}}$

d'indentation différents, $a/R=0,25$, $a/R=0,35$ et $a/R=0,5$, et pour le même matériau illustré dans la Figure 4.7 .

Il est clair qu'on ne retrouve pas une seule valeur de σ_y^* et n^* . Chaque point d'intersection des contours obtenus peut être considéré comme point solution. On remarque à partir de la même figure que le point 2 d'intersection est celui le plus proche de la solution théorique ($E = 150$ GPa, $\sigma_y = 150$ MPa , $n=0,05$). Ce point correspond à l'intersection des duretés du contour en bleu ($a/R=0,25$) avec le contour en vert ($a/R=0,5$).

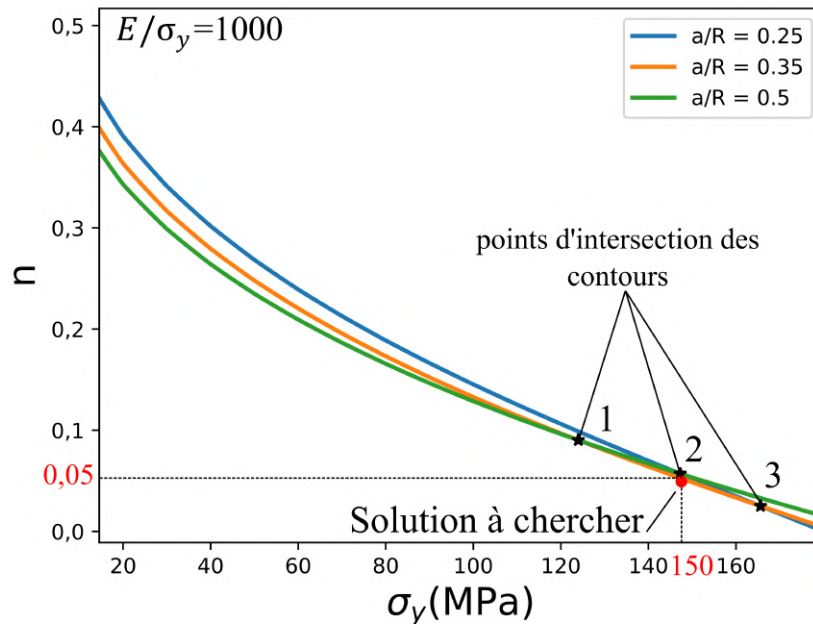


FIGURE 4.8 – Intersection des contours de duretés dans l'espace (σ_y, n) pour des valeurs de duretés issue d'un modèle EF.

4.3.3 Identification de la loi d'écrouissage

Pour chaque point d'intersection, deux valeurs de déformation représentative sont obtenues à partir de la méthode du gradient appliquée à $F - a$ et deux autres valeurs de déformation sont obtenues à partir de la méthode du gradient appliquée à $F - h$. Trois niveaux d'indentation sont obtenus au niveau des isovaleurs de dureté comme le montre la figure 4.8. Pour chaque point d'intersection, 2 valeurs de déformation représentatives étant obtenues, 6 points de la courbe contrainte-déformation sont déterminés à partir de

la méthode du gradient sur $F - a$.

De la même manière, le même raisonnement amène à la détermination de 6 autres points de la courbe contrainte-déformation lorsqu'on utilise les données $F - h$.

La Figure 4.9 présente les différents points contraintes-déformations représentatives identifiés à partir des différentes méthodes d'identification, la courbe contrainte-déformation obtenue en ajustant la loi puissance d'Hollomon aux points identifiés par la méthode du gradient et une courbe qui représente la réelle courbe contrainte-déformation du matériau pseudo-numérique.

On remarque que pour ce matériau étudié, et malgré les écarts entre les courbes numériques et la courbe analytique, la loi d'écrouissage identifiée par la méthode proposée est très proche de la courbe contrainte-déformation théorique de ce matériau.

La méthode proposée par Tabor et celle proposée par Ahn et kwon (ou Jeon et al.) permettent d'identifier à partir de 3 niveaux d'indentation différents uniquement 3 points déformation-contrainte représentative. Au contraire, la méthode proposée (méthode du gradient) nous permet d'identifier 12 points différents de la loi d'écrouissage .

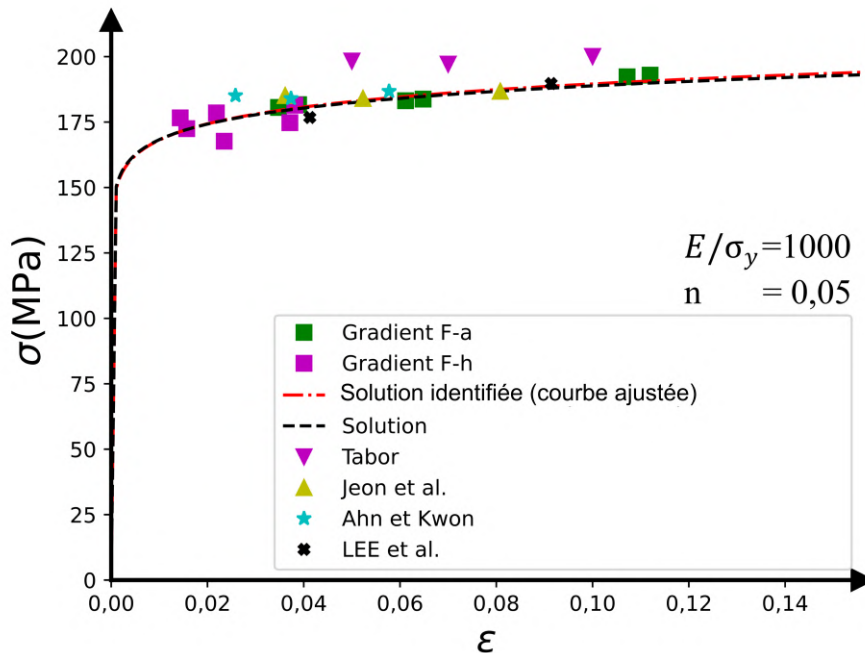


FIGURE 4.9 – Comparaison entre la courbe contrainte-déformation d'Hollomon correspondant à la solution et les contraintes représentatives obtenues à partir de la méthode du gradient en se basant sur des données issues d'un modèle EF.

Nous avons effectué la même étude sur 33 matériaux pseudo-numériques différents (11 rapports E/σ_y et 3 valeurs d'exposant d'érouissages différents). Pour chaque matériau nous avons ajusté une loi d'Hollomon à partir des couples contrainte-déformation représentatives identifiés via la méthode du gradient $F - a$ et $F - h$. Le Tableau 4.2 regroupe les valeurs des paramètres σ_y et n de la loi de référence solution exacte des matériaux, et les paramètres σ_y et n et identifiées à partir de la méthode proposée. Les différentes valeurs d'erreurs relatives obtenues entre les paramètres de la loi identifiée et les paramètres réels de la loi d'érouissage des différents matériaux pseudo-numériques étudiés sont aussi illustrées.

TABLEAU 4.2 – Comparaison des valeurs des propriétés des matériaux calculées à celles données

E/σ_y	E (GPa)	σ_y (MPa) (Référence EF)	n (Référence EF)	σ_y (MPa) (identifiée)	Erreur (%)	n (identifié)	Erreur (%)
100	70	700	0,05	-			
			0,1	-			
			0,3	-			
164	130	800	0,05	936	17	0,03	-40
			0,1	980	22	0,07	-27
			0,3	-	-	-	-
300	70	232	0,05	269	16	0,01	-78
			0,1	270	16,5	0,06	-35
			0,3	329	41	0,24	-20
500	210	420	0,05	444	5,57	0,04	-21
			0,1	454	8,16	0,086	-13,5
			0,3	453	7,9	0,3	0
724	210	290	0,05	297	2,73	0,046	-8,4
			0,1	305	5,3	0,093	-7,3
			0,3	280	-3,18	0,31	4,68
1000	150	150	0,05	149	-0,6	0,052	4,2
			0,1	151	0,6	0,052	4,2
			0,3	146	-2,4	0,308	2,78
1100	210	191	0,05	193	1,04	0,048	-3,35
			0,1	194	1,75	0,093	-0,06
			0,3	185	-2,96	0,308	2,78
1300	300	230	0,05	226	-1,8	0,054	8
			0,1	235	2,13	0,098	-1,89
			0,3	220	-4,5	0,31	3,21
1500	300	200	0,05	194	-2,92	0,056	12,5
			0,1	200	0	0,102	2
			0,3	187	-6	0,31	3,21
1750	300	171	0,05	164	-3,86	0,057	13,9
			0,1	168	-1,5	0,104	4,5
			0,3	166	-2,9	0,306	2,03
2000	400	200	0,05	191	-4,13	0,057	14,9
			0,1	196	-1,5	0,104	4,5
			0,3	186	-6,9	0,31	3,6

Globalement, pour cette liste de matériaux, nous avons pu déterminer une loi d'écouis-

sage relativement similaire à la loi d'érouissage réelle. Cependant, parmi les matériaux de ce tableau, les matériaux ayant des rapports $E/\sigma_y \leq 300$ n'ont pas été caractérisés correctement. Pour le matériau de rapport $E/\sigma_y=100$, nous n'avons pas pu identifier de valeur de déformation représentative en raison d'un manque de convergence du modèle (idem pour le matériau de rapport $E/\sigma_y = 164$ et d'exposant d'érouissage $n=0,3$). Pour tous les autres matériaux de ce tableau, les valeurs d'erreurs obtenues entre les paramètres identifiés et ceux théoriques sont assez faibles.

4.3.4 Influence du frottement sur l'identification de la loi d'Hollomon

On a montré dans le chapitre 3 que le frottement a une influence sur les résultats d'indentation surtout pour les matériaux ayant des rapports E/σ_y élevés ainsi que pour les matériaux à faible érouissage. Dans cette sous-partie, nous allons voir l'incidence du frottement sur l'identification de la loi d'érouissage des matériaux.

Trois coefficients de frottement différents ($\mu=0$; $\mu=0,1$ et $\mu=0,3$) sont utilisés pour la simulation EF d'un matériau pseudo-numérique similaire au C35.

Afin de déterminer la loi de comportement pour chaque coefficient de frottement, la démarche suivante est utilisée :

- 1) Simulation de 3 essais d'indentation sphérique d'un matériau pseudo-numérique pour 3 coefficients de frottement distincts(0; 0,1 et 0,3).
- 2) Récupération de 3 valeurs $F - a$ et 3 valeurs $F - h$ différentes issues de chaque simulation.
- 3) Obtention, pour chaque mesure physique récupérée, des les points solutions k^* et n^* .
- 4) Identification de k^* et n^* à partir des intersections des isovaleurs de dureté et de courbure obtenus.
- 5) Calcul des déformations représentatives à partir de la méthode du gradient $F - a$ et $F - h$ et la contrainte représentative associée.
- 6) Ajustement d'une courbe de type Hollomon par optimisation, qui passe par tous les points identifiés.

Le résultats de cette identification est illustré sur la figure 4.10 pour le C35 pseudo-numérique.

On remarque que le frottement influe sur l'identification des lois de comportement identi-

fiées. Si l'on observe les courbes d'érouissage, on remarque que globalement celle obtenue en considérant un $\mu = 0,3$ est au-dessus de celles obtenues avec des μ plus faibles.

Pour un coefficient $\mu = 0$, on a tendance à identifier la limite d'élasticité la plus élevée et le coefficient d'érouissage le plus faible, alors que pour un coefficient $\mu = 0,3$, on a tendance à identifier la limite d'élasticité la plus faible et le coefficient d'érouissage le plus important.

Ce résultat permet de conclure que l'effet du frottement sur la caractérisation des lois de comportement ne peut pas être négligeable surtout dans le cas de profondeurs de pénétration et rayon de contact élevés. [78], [80].

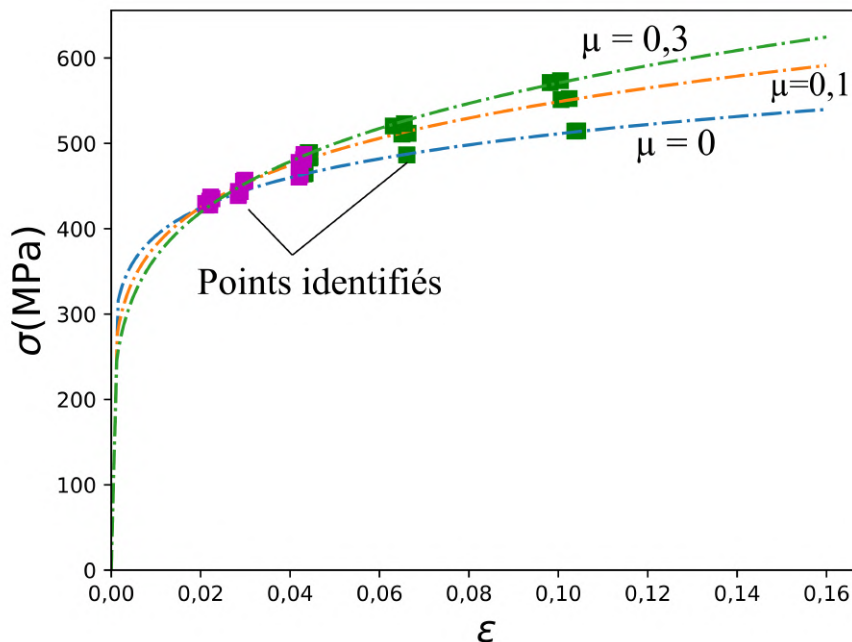


FIGURE 4.10 – Influence du frottement sur l'identification de la loi d'érouissage par la méthode de gradient et le modèle de Lee et al.

4.3.5 Conclusion

Dans ce paragraphe nous avons pu identifier des points de la loi d'érouissage pour des matériaux pseudo-numériques qui suivent parfaitement la loi d'Hollomon en utilisant des données d'indentation sphérique issues d'un modèle EF. Pour des matériaux ayant des rapports $E/\sigma_y \leq 300$, l'identification des paramètres mécaniques n'est pas fiable du fait

que le modèle de Lee et al. et le modèle EF ne conduisent pas à des courbes d'indentation similaires. Pour les autres matériaux étudiés, nous avons identifié des lois d'érouissage très similaires aux vraies lois des matériaux.

Dans ce paragraphe, nous avons montré aussi que lorsque les courbes d'indentation obtenues par EF et celles obtenues à partir du modèle de Lee et al. sont différentes, l'identification par notre méthode conduit à plusieurs couples σ_y^* et n^* . On souligne aussi dans ce paragraphe, que l'influence du frottement sur l'identification de la loi de comportement n'est pas négligeable dans le cas où le rayon de contact et la profondeur de pénétration sont élevés.

4.4 Investigation expérimentale : mesures obtenues expérimentalement

Dans cette partie, nous identifions par indentation sphérique des points de la loi d'érouissage de matériaux homogènes à l'aide de la méthode du gradient basée sur des mesures de $F - a$ et de $F - h$ obtenues expérimentalement. Le modèle analytique de Lee et al. est utilisé pour générer les gradients de dureté, H , et de courbure, $C = F/h^2$. Par hypothèse, le module de Young est supposé connu. L'alliage d'aluminium EN-AW2017 et les différents types d'aciers globulés sont considérés dans cette étude.

Pour chaque matériau, deux types de tests mécaniques sont effectués : a) l'indentation sphérique et b) l'essai de traction uniaxiale.

4.4.1 Influence de l'incertitude de mesure du rayon de contact

Comme montré précédemment, lorsque les mesures ne sont pas issues du modèle de Lee et al. , on n'identifie pas un seul couple de paramètres σ_y^* et n^* mais un ensemble de couples de points σ_y^* et n^* où chaque couple peut être considéré comme solution pour le matériau étudié.

Dans un cas expérimental, ce problème d'unicité peut survenir puisqu'une erreur nulle entre les mesures expérimentales et les prédictions analytiques est rarement obtenue. Les autres raisons de l'existence d'un domaine de solution pour les couples σ_y^* et n^* identifiés peuvent être aussi l'incertitude sur les mesures expérimentales et l'hétérogénéité du matériau.

Dans le cas de la mesure de dureté, l'erreur majeure peut venir de la mesure par microscope

optique de la surface projetée de contact. Les empreintes n'ont pas toujours une forme géométrique parfaitement circulaire (Figure 4.11(a)) ce qui rend l'estimation du rayon de contact difficile. Cet aspect non circulaire peut être dû au comportement mécanique du matériau, comme c'est le cas par exemple pour le cuivre indenté qui ne se déforme pas de la même manière selon son orientation cristalline[81], [82]. Il peut aussi être dû à la non-sphéricité de l'indenteur, notamment si le rayon de celui-ci est faible[82], ou encore à la présence de porosité, de rugosité, de contamination ou d'inclusions en surface du matériau[83]-[86]. La variation de dureté du matériau peut aussi tout simplement provenir de son hétérogénéité microstructurale[87].

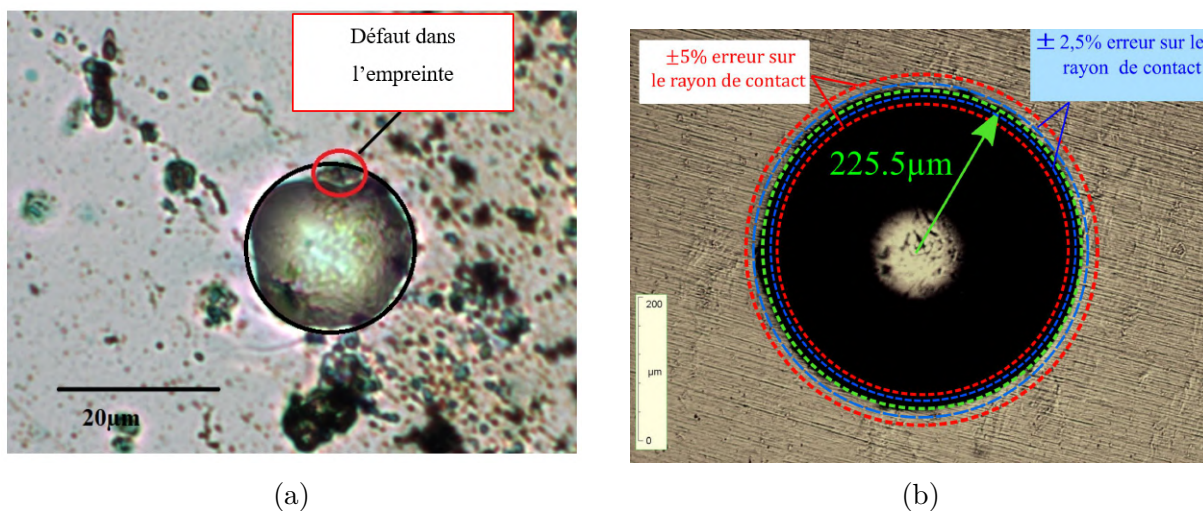


FIGURE 4.11 – Empreintes sur l’alliage d’Aluminium EN-AW2017 a) Essai de micro-indentation avec une sphère de rayon $20\mu\text{m}$ pour une charge 400mN , b) Essai de macro-indentation avec une sphère de rayon $0,5\text{mm}$ pour une charge 200N

Dans la Figure 4.12, nous avons tracé le profil de micro-dureté de l’alliage d’aluminium EN-AW2017. Les résultats montrent que le matériau présente un profil de dureté non constant. Cette variation ne dépend pas de l’endroit de l’essai, mais dépend de l’hétérogénéité microstructurale du matériau. On peut déduire à partir de 8 essais effectués sur le même matériau que l’écart relatif maximal entre l’ensemble des duretés calculées et la dureté moyenne est environ égal à 6% en valeur absolue. Celui obtenu entre l’ensemble des rayons de contact et le rayon de contact moyen est environ égal à 3% en valeur absolue.

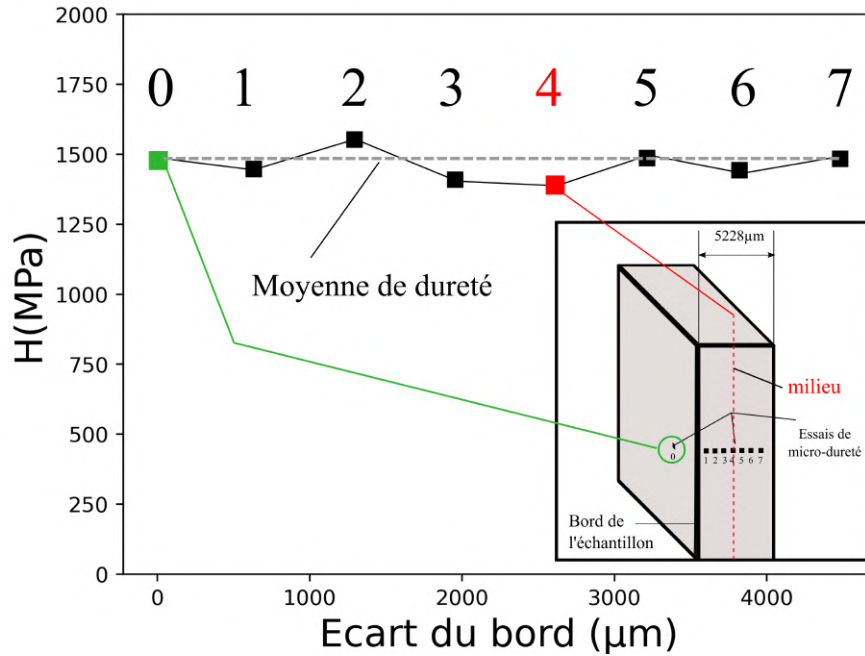


FIGURE 4.12 – Profil de micro-dureté Meyer pour le EN-AW2017 en utilisant un indenteur de rayon $20\mu\text{m}$

Pour examiner l'influence de cette dispersion de mesures de dureté, le modèle analytique présenté précédemment a été reprogrammé pour prendre en compte la variation de mesure du rayon de l'empreinte, a . Pour cette étude, un pseudo-matériau numérique dont la loi d'érouissage suit parfaitement la loi de Hollomon est utilisé ($E = 210\text{GPa}$, $\sigma_y = 260\text{MPa}$, $n = 0,16$). Deux erreurs de mesures sur la mesure du rayon de contact, a , ont été considérées. Une première erreur relativement faible de $\pm 2,5\%$ et un autre non négligeable de $\pm 5\%$ comme le montre la Figure 4.11(b). Ces erreurs ont été prises en compte pour sept valeurs de rapport $\frac{a}{R}$ compris entre $0,2a/R$ et $0,5a/R$ (Tableau 4.3).

TABLEAU 4.3 – Grandeurs physiques prédites à partir du modèle analytique de Lee et al. et valeurs de a/R en appliquant des erreurs de $\pm 2,5\%$ et $\pm 5\%$ sur le rayon de contact

h/R	a/R	F (N)	H (MPa)	$a/R + 5\%$	$a/R - 5\%$	$a/R + 2,5\%$	$a/R - 2,5\%$
0,02	0,2	40,7	1295,521	0,21	0,19	0,205	0,195
0,03	0,25	66,6	1356,764	0,2625	0,2375	0,25625	0,24375
0,044	0,3	99,4	1406,222	0,315	0,285	0,3075	0,2925
0,058	0,35	139,2	1446,816	0,3675	0,3325	0,35875	0,34125
0,078	0,4	186,1	1480,937	0,42	0,38	0,41	0,39
0,098	0,45	239,9	1508,396	0,4725	0,4275	0,46125	0,43875
0,0122	0,5	300,2	1528,906	0,525	0,475	0,5125	0,4875

Pour chaque mesure obtenue, les isovaleurs de dureté sont tracées dans le repère $[k, n]$ (Figure 4.13). On remarque que toutes les lignes de contour de dureté se croisent en un seul point de coordonnées k et n pour le cas où il n’y a pas d’erreur sur le rayon de contact (Figure 4.13(a)). Dans ce cas, chaque valeur de dureté conduit à l’obtention d’une valeur de déformation représentative selon la méthode du Gradient (équation (3.14)) et d’un point de la courbe contrainte-déformation du matériau étudié.

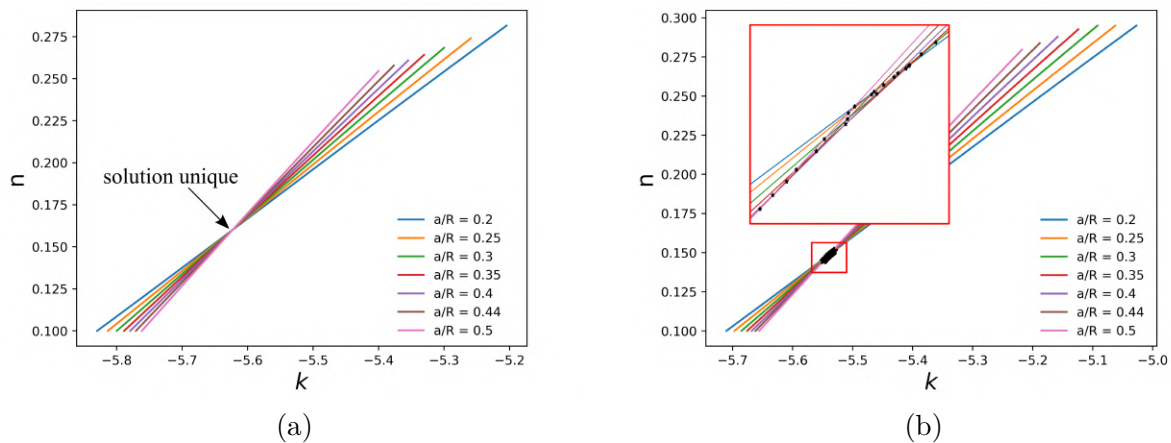


FIGURE 4.13 – Sept contours d’isovaleur de dureté dans l’espace (k, n) pour : (a) un cas analytique sans erreur (b) avec erreur de $+5\%$

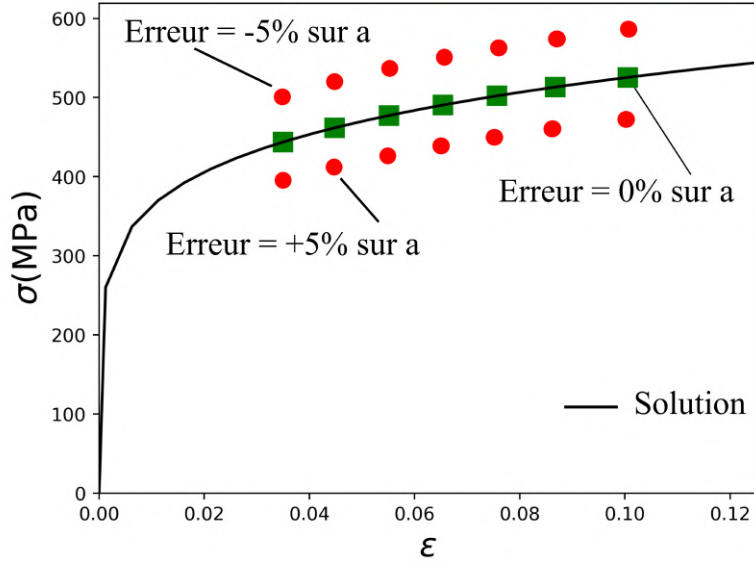


FIGURE 4.14 – Les déformations et contraintes représentatives identifiées lorsqu’une erreur de $\pm 5\%$ et $\pm 2,5\%$ sur la mesure du diamètre de contact est imposée

La Figure 4.14(b) présente les isovaleurs de dureté obtenues pour différents rayons de contact adimensionnels lorsque l’on surestime de 5% la valeur du rayon de contact. Dans cette Figure, on remarque que ces isovaleurs de dureté ne se croisent pas en un seul point. Sept iso-valeurs de dureté étant considérées, 21 points d’intersection (σ_y^*, n^*) sont obtenus. Ceci indique que l’unicité de solution n’est pas forcément garantie lorsque l’on identifie expérimentalement la loi d’érouissage d’un matériau par indentation. A partir de ces points d’intersection, 42 déformations représentatives et quarante-deux valeurs de contraintes représentatives sont obtenues. En considérant une sous-estimation de 5% de la valeur du rayon de contact, 21 autres points d’intersection entre les isovaleurs de dureté et quarante-deux autres couples $\varepsilon_R - \sigma_R$ sont aussi obtenus. Avec une surestimation de 5% du rayon de contact, la contrainte représentative est nettement sous-estimée, et inversement avec une sous-estimation de 5% du rayon de contact, la contrainte représentative est nettement surestimée. A partir de la Figure 4.14, on peut dire qu’une erreur $\pm 5\%$ sur la mesure de l’empreinte peut aboutir à une erreur relative de $\pm 12\%$ sur la valeur de la contrainte représentative déduite.

4.4.2 Caractérisation des matériaux métalliques

Pour chaque matériau nous avons utilisé un ensemble de points $F - a$ et $F - h$ pour identifier des points de la loi d'écroissage à partir de la méthode du gradient et du modèle analytique de Lee et al.

Les mesures $F - h$ expérimentales ont subi une calibration qui tient compte de la compliance du porte-indenteur ainsi que la déformation de l'indenteur (Equations 2.3 et 2.9).

Puisque l'indenteur utilisé par Lee et al. est caractérisé par $E_{ind} = 524$ GPa, les déformations élastiques au niveau de l'indenteur peuvent être attendues.

Cependant, Lee et al.[54] ne discutent sur ce phénomène. Cela rend la détermination de la pénétration h en question.

La Figure 4.15 présente les différents résultats obtenus à partir de l'indentation et de la traction.

Pour le matériau EN-AW2017, les points contrainte-déformation représentatifs identifiés par indentation sont globalement au-dessus de la courbe de traction surtout pour les déformations les plus faibles. En comparant à la courbe de traction, la loi d'Hollomon identifiée présente une limite d'élasticité plus élevée et un écroissage plus faible. On peut expliquer cette différence du fait que l'utilisation du modèle de Lee et al. pour un rapport $E/\sigma_y = 300$ et $n=0,2$ conduit à des valeurs d'erreurs supérieures à 7N (voir paragraphe 3.5).

Pour le cas de l'acier C65, on remarque que les propriétés mécaniques identifiées par indentation sont très similaires à celles obtenues par traction. On observe aussi que la courbe d'écroissage identifiée par indentation est plus proche de la loi d'Hollomon ajustée à partir de la courbe de traction que de la courbe de traction réelle. L'écart entre les résultats issus des deux tests étudiés provient donc sans doute du fait que la courbe d'écroissage de l'acier C65 ne suit pas parfaitement une loi puissance de type Hollomon. Pour l'acier C100, la méthode du gradient appliquée à partir du modèle de Lee et al. conduit à une identification d'une loi d'écroissage plus élevée jusqu'à des valeurs de déformation de 0,06. La différence entre les résultats obtenus par indentation et par traction peut être due au coefficient d'écroissage réel de ce matériau ($n=0,3$). En effet, il a été montré précédemment que le modèle de Lee et al. n'est pas très fiable pour ces valeurs de n élevées. Les erreurs sur la courbe $F - a$ sont estimées à 6% par rapport aux modèles EF. Pour le matériau 42CrMo4, les points contrainte-déformation représentatifs identifiés par indentation sphérique sont très proches de la courbe en traction. Comme pour l'acier

C65, la courbe d'érouissage identifiée par indentation est plus proche de la loi d'Hollomon ajustée à partir de la courbe de traction que de la courbe de traction réelle. Le faible écart remarqué au début de la courbe d'érouissage peut être dû au fait que la loi d'érouissage de l'acier 42CrMo4 ne suit pas parfaitement la loi d'Hollomon.

Pour le matériau C35, nous avons une loi d'érouissage identifiée très similaire à celle identifiée par traction. Les résultats pour cet acier sont considérés les meilleurs parmi les différents matériaux étudiés. Pour un rapport $E/\sigma_y=808$ et $n=0,164$, le modèle de Lee et al. permet de prédire des grandeurs physiques avec des écarts EQM $< 3N$.

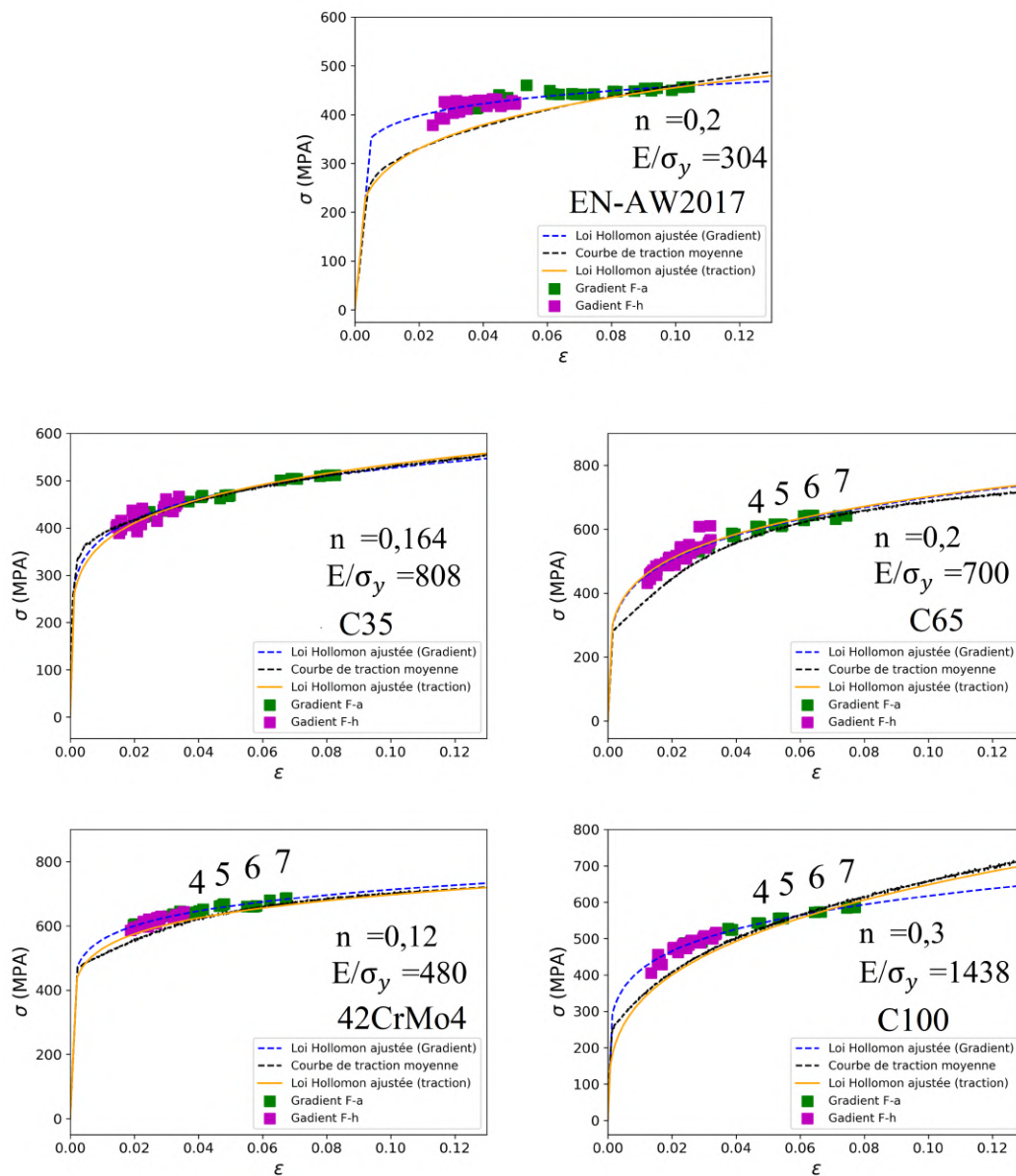


FIGURE 4.15 – Comparaison entre les lois de comportements identifiés par traction et celles identifiées par indentation sphérique (méthode du gradient) pour différents matériaux expérimentaux

4.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons appliqué la méthode du gradient sur différents types de matériaux en utilisant trois types de données : des données issues du modèle de Lee et

al., des données issues d'un modèle EF et des données extraites à partir des mesures expérimentales.

Les résultats montrent que l'évolution du facteur de confinement dépend du régime de déformation du matériau testé. Pour les matériaux où la déformation plastique domine, une évolution décroissante du facteur de confinement en fonction du rapport a/R est obtenue. Dans le cas où la déformation élasto-plastique prédomine, une évolution décroissante de ce facteur est observée.

Le facteur de confinement a une influence directe sur la loi d'écrouissage identifiée. Une sous-estimation de la valeur du facteur de confinement a comme conséquence une sur-estimation de la contrainte représentative identifiée. Inversement, une sur-estimation de ce facteur a pour conséquences une sous-estimation de la contrainte représentative identifiée.

Supposer une valeur de facteur de confinement constante comme le font les méthodes basées sur les travaux de Tabor ne peuvent pas conduire à des résultats corrects pour tous les matériaux métalliques.

Les résultats montrent aussi que la déformation représentative identifiée par la méthode du gradient ne suit pas une évolution linéaire en fonction de a/R comme le prédisent les méthodes de Tabor, Ahn et Kwon et Jeon et al.

L'influence du frottement sur la courbe d'écrouissage ne peut pas être négligé surtout pour des rayons de contact et profondeur de pénétration élevés. Plus le frottement est faible plus la loi identifiée à l'aide du modèle de Lee et al. est caractérisée par un coefficient d'écrouissage faible et une limite d'élasticité élevée. Inversement, plus le coefficient de frottement est élevé, plus la loi identifiée est caractérisée par un coefficient d'écrouissage élevé et une limite d'élasticité faible. Le modèle de Lee et al. étant construit à partir du calcul EF effectué avec un coefficient de frottement de 0,1, l'existence d'un coefficient de frottement différent de cette valeur lors des expérimentations peut donc conduire à des résultats erronés.

Enfin, dans ce chapitre, nous avons caractérisé différents matériaux métalliques à partir des données d'indentation $F - h$ et $F - a$ expérimentales à partir du modèle de Lee et al. et de la méthode du gradient.

Les résultats obtenus sont cohérentes avec ce qu'à montré l'étude de fiabilité du modèle de Lee et al.. Nous avons pu obtenir des résultats satisfaisants au niveau de la courbe d'écrouissage pour les aciers C35, C65 et 42CrMo4. Pour ces aciers, le modèle de Lee et

al. peut être considéré comme fiable avec des valeurs d'erreurs EQM faibles.

Pour les autres matériaux, l'utilisation du modèle de Lee et al. est moins fiable ce qui a entraîné pour la plupart de ces matériaux une surestimation de la limite d'élasticité et une sous-estimation du coefficient d'érouissage.

Soulignons enfin, que la précision de l'identification par indentation par la méthode proposée est conditionnée par la forme mathématique de la loi d'érouissage. Lorsque la loi d'érouissage s'éloigne de la loi d'Hollomon, cela contribue à des erreurs manifestes au niveau de l'estimation des paramètres mécaniques.

DÉTERMINATION DE LA LOI DE COMPORTEMENT À PARTIR D'UNE FONCTION COÛT ET DU MODÈLE ANALYTIQUE

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons pu reconstruire la loi d'érouissage pour plusieurs types de matériaux à partir de la méthode du gradient et en se basant sur un modèle analytique dérivable et fiable pour certaines conditions et certains matériaux. L'application de la méthode du gradient est applicable en utilisant des données $F - a$ et $F - h$ obtenues par indentation sphérique pour différents niveaux de chargement.

Dans ce chapitre nous allons reconstruire la loi d'érouissage des matériaux en nous basant sur des courbes $F(h)$ ou $F(a)$ et une définition d'une fonction coût. Cette méthode a été déjà présentée dans la thèse de C. Moussa soutenue en 2012. La différence entre l'étude proposée ici et celle proposée en 2012, est que la présente étude est basée sur un modèle analytique qui prédit des courbes $F(h)$ et $F(a)$ alors que l'étude de 2012, n'est basée que sur des courbes $F(h)$ d'une base de données issue d'un modèle et de calculs EF.

Dans une première partie, nous allons définir la procédure d'identification dans le cas d'un matériau 'idéal' présentant une loi d'érouissage de type Hollomon où les courbes $F(h)$ et $F(a)$ sont issues directement du modèle de Lee et al. Ensuite, la même démarche est appliquée sur des matériaux réels dont les courbes d'indentation sont obtenues à partir d'essais expérimentaux.

5.2 Procédure d'application

5.2.1 Introduction

Dans le but de déterminer les paramètres d'érouissage du matériau sur lequel ont été obtenues les données de l'indentation, la méthode utilisée dans ce chapitre consiste à comparer une courbe d'indentation "référence" (courbe expérimentale ou pseudo-expérimentale lorsque les données sont issues d'une simulation par EF de l'indentation d'un matériau 'idéal'), avec un ensemble de courbes d'indentation de matériaux dont les paramètres mécaniques sont connus. A partir d'une définition d'une fonction coût qui traduit la différence entre la courbe référence et les autres courbes construites à partir du modèle de Lee et al.[54], la courbe « solution » est celle qui amène à la fonction coût la plus faible entre la courbe référence et chacune des autres courbes. Dans ce paragraphe nous allons donc définir dans un premier temps une fonction coût. Ensuite, nous allons définir la déformation représentative moyenne issue de cette fonction coût et enfin nous allons montrer et utiliser la procédure qui permet le passage d'une courbe d'indentation $F(h)$ ou $F(a)$ à une loi d'érouissage d'un matériau testé.

5.2.2 Définition de la fonction coût

Pour quantifier l'écart entre deux courbes, plusieurs fonctions coûts sont disponibles. Moussa et al.(2012) ont utilisé deux équations de fonction coût (Equations 5.1 et 5.2) :

$$E_1 \left(\frac{h_{max}}{R} \right) = \sqrt{\frac{1}{h_{max}} \int_0^{h_{max}} (F_{ref} - F_{num})^2 dh} \quad (5.1)$$

$$E_2 \left(\frac{h_{max}}{R} \right) = 100 \times \sqrt{\frac{1}{h_{max}} \int_{0,1h_{max}}^{h_{max}} \left(\frac{F_{ref} - F_{num}}{F_{ref}} \right)^2 dh} \quad (5.2)$$

Où h est l'enfoncement de l'indenteur dans l'échantillon, h_{max} est l'enfoncement maximal, F_{ref} et F_{num} sont respectivement les efforts de la courbe de référence¹ et numérique (issue d'une base de données). Ces deux fonctions présentées permettent de quantifier la différence entre 2 courbes d'indentation en ramenant à une valeur unique les écarts d'effort obtenus pour différentes valeurs de pénétration.

Selon Moussa et al. les deux fonctions coût donnent théoriquement des résultats proches,

1. courbe observée ayant les vraies valeurs

avec une plus grande précision pour la fonction E_1 (Equation 5.1), puisque cette dernière aboutit à un domaine de solution le plus restreint. La fonction E_2 (Equation 5.2) a de plus l'inconvénient de prendre en compte de manière identique des points expérimentaux obtenus pour des faibles efforts, souvent imprécis, et ceux obtenus pour des efforts élevés, beaucoup plus précis. Pour ces raisons, l'établissement d'une nouvelle fonction coût s'effectuera donc à partir de l'équation 5.1.

Changement des équations coûts :

L'utilisation d'une équation similaire à l'équation 5.1 conduit au calcul d'un écart entre deux courbes sans normaliser la valeur de cet écart. Cette équation peut donc aboutir à des valeurs d'erreurs faibles bien que les courbes comparées soient visuellement loin l'une de l'autre. A titre d'exemple, prenons le cas de deux matériaux différents : un matériau dur qui conduit à la courbe d'indentation de la Figure 5.1(a) et un matériau doux amenant à la courbe d'indentation de la Figure 5.1(b).

On remarque visuellement que la courbe prédite, pour un matériau doux, est très proche de la courbe référence, alors que pour le matériau dur, on remarque le contraire. Malgré cet aperçu visuel, l'application de l'équation 5.1 aboutit à une valeur d'erreur E_1 ($=2\text{N}$) pour le matériau dur plus faible que celle du matériau doux ($=23\text{N}$). Cela est dû aux valeurs des efforts d'indentation plus faibles pour les matériaux durs comparées à celles obtenues pour les matériaux doux pour un niveau de pénétration donné. Dans la présente

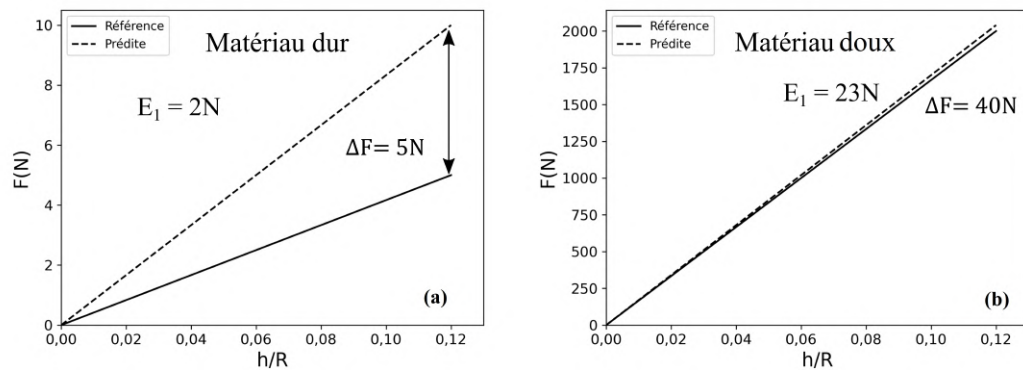


FIGURE 5.1 – Schéma représentatif des courbes $F(h/R)$ pour deux matériaux différents : (a) matériau dur, (b) matériau doux

étude, la fonction coût sera calculée entre une courbe référence et des courbes prédites à

partir d'un modèle analytique, par les équations 5.3 et 5.4 :

$$E_3(h_{min}, h_{max}) = 100 \times \sqrt{\frac{1}{h_{max} - h_{min}} \int_{h_{min}}^{h_{max}} \left(\frac{F_{ref} - \hat{F}_{anal}}{F_{ref(max)}} \right)^2 dh} \quad (5.3)$$

$$E_4(a_{min}, a_{max}) = 100 \times \sqrt{\frac{1}{a_{max} - a_{min}} \int_{a_{min}}^{a_{max}} \left(\frac{F_{ref} - \hat{F}_{anal}}{F_{ref(max)}} \right)^2 da} \quad (5.4)$$

Les fonctions 5.3 et 5.4 correspondent à la racine de l'écart quadratique moyen normalisée ou racine de l'erreur quadratique moyenne normalisée (REQMN).

Où h_{min} et h_{max} sont respectivement les valeurs minimales et maximales de la pénétration et a_{min} et a_{max} sont respectivement les valeurs minimales et maximales du rayon de contact. \hat{F}_{anal} est l'effort en (N) prédit par le modèle analytique, et $F_{ref(max)}$ est la valeur maximale d'effort référence atteinte.

Cette normalisation a comme but d'avoir des valeurs de fonctions coûts comparables quels que soient les matériaux étudiés. Pour l'exemple de la figure 5.1, la fonction coût modifiée, E_3 , conduit à des valeurs beaucoup plus en adéquation avec les courbes observées :

- Matériau dur (grande différence entre courbe prédite et courbe de référence) : $E_3 = 58\%$
- Matériau doux (petite différence entre courbe prédite et courbe de référence) : $E_3 = 1,2\%$

5.2.3 Définition de la déformation représentative moyenne

La minimisation des fonctions E_3 et E_4 a pour but la recherche de courbes d'indentation les plus proches, parmi un ensemble de courbes d'indentation issues du modèle analytique. Ces courbes s'obtiennent en bornant la valeur des fonctions coûts $E_3(\%)$ et $E_4(\%)$ par une valeur limite, on obtient un domaine de solutions. Ces courbes « solutions » permettent donc de définir un ensemble de couples σ_y et n donnant des courbes d'indentation très proches de la courbe référence.

Dans cette partie nous allons utiliser les courbes $F(a/R)$ et $F(h/R)$ obtenues à partir du modèle de Lee et al. pour différents niveaux d'indentation dans le cas d'un matériau de propriétés : $E = 210$ GPa, $\sigma_y = 260$ MPa et $n = 0,16$.

5.2.3.1 Procédure suivie en utilisant les courbes $F(h)$

a. Détermination de la courbe référence

Le modèle de Lee et al., que nous avons reprogrammé, permet d'obtenir une courbe d'effort en fonction de la profondeur de pénétration (courbe $F(h)$) à partir du module de Young E , de la valeur de la limite d'élasticité σ_y , et de la valeur du coefficient d'écroûissage n . Cette courbe est la courbe d'indentation "référence" du matériau à caractériser (Figure 5.2). La valeur de h_{max}/R est de 0,12, valeur maximale pour laquelle le modèle de Lee et al. peut être considéré comme fiable.

b. Définition de la grille

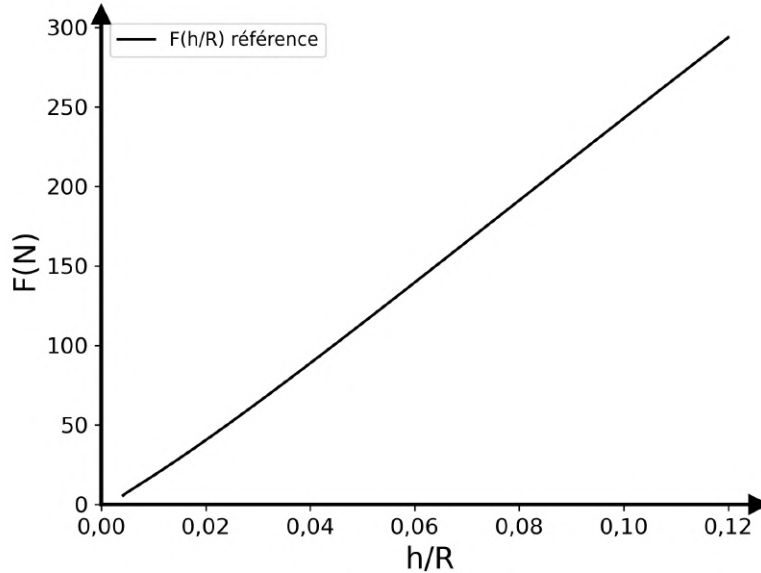


FIGURE 5.2 – Courbe $F(h/R)$ référence issue du modèle de Lee et al. pour le matériau ayant : $E = 210$ GPa, $\sigma_y = 260$ MPa et $n = 0,16$

Une fois la courbe référence obtenue, il est nécessaire de définir une grille (Figure 5.3(a)) dans l'espace $[\sigma_y, n]$ ou dans le repère $[k, n]$ afin de prédire avec le modèle de Lee et al. une courbe $F(h)$ pour chaque couple de valeurs de cette grille, tout en supposant que le module de Young est connu (Figure 5.3(b)). Pour cet exemple, nous considérons pour la limite d'élasticité σ_y des valeurs comprises entre 100 MPa et 400 MPa, avec un pas de grille d'environ 3 MPa et pour l'exposant d'écroûissage n , des valeurs comprises entre 0,1 et 0,2, avec un pas de grille d'environ 0,001, ce qui donne au total 10000 courbes $F(h)$

prédites à partir du modèle de Lee et al. (Figure 5.3(b)). On souligne que les propriétés de la grille sont modifiables.

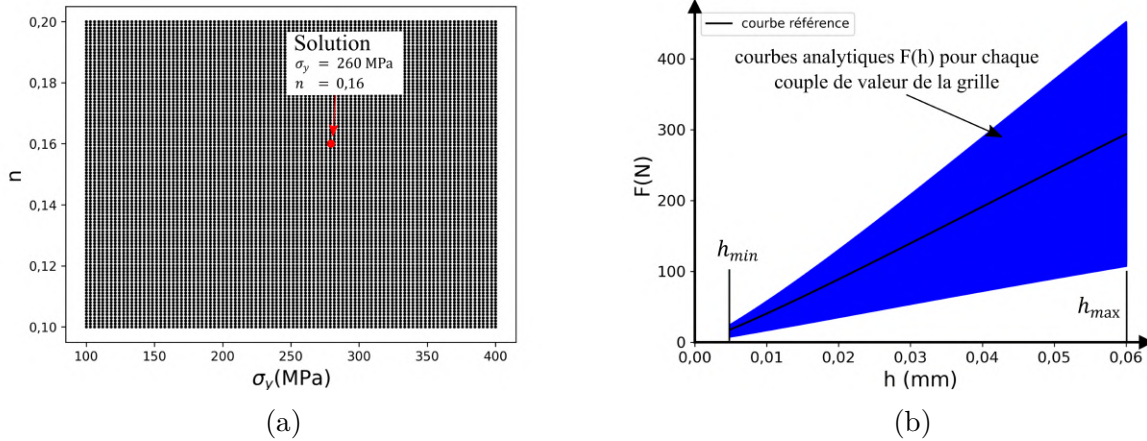


FIGURE 5.3 – (a) Grille construite à partir des couples de paramètres σ_y et n situées autour des paramètres de la solution. (b) courbes $F(h)$ prédites à partir du modèle de Lee et al. pour chaque combinaison de couple de paramètres σ_y et n et de la grille (10000 courbes).

Une fois les courbes $F(h/R)$ obtenues, l'écart moyen E_3 avec la courbe référence est calculé pour chaque courbe de la grille avec l'équation 5.3. On note que pour cet exemple, la valeur de h_{min}/R est fixée à 0,01.

c. Estimation de la déformation représentative moyenne

La Figure 5.4 montre les isovaleurs de la fonction coût E_3 (%) dans le repère $[\sigma_y, n]$. On observe une sorte de vallée légèrement incurvée dans laquelle la fonction coût varie très faiblement. Pour une valeur de $E_3 < 0,1(\%)$, nous avons déterminé, à partir de la grille de cet exemple, 15 couples de paramètres σ_y et n pouvant être considérés solution. Dans la Figure 5.4(b), les isovaleurs de la fonction coût E_3 (%) sont tracées dans le repère $[K, n]$. On remarque que la vallée est linéaire dans cet espace². L'identification de la déformation représentative moyenne peut se faire de différentes manières : La première méthode consiste à tracer les lois d'érouissage de type Hollomon dans l'espace contrainte-déformation, à partir des coordonnées σ_y, n des points qui se situent au fond de la vallée. La déformation représentative moyenne observée est définie par l'abscisse ε_{RM} du point d'intersection des différentes courbes.(Figure 5.5). La valeur de cette déformation repré-

2. la grille dans l'espace k, n est aussi à 10000 pour un pas de k à 0.008

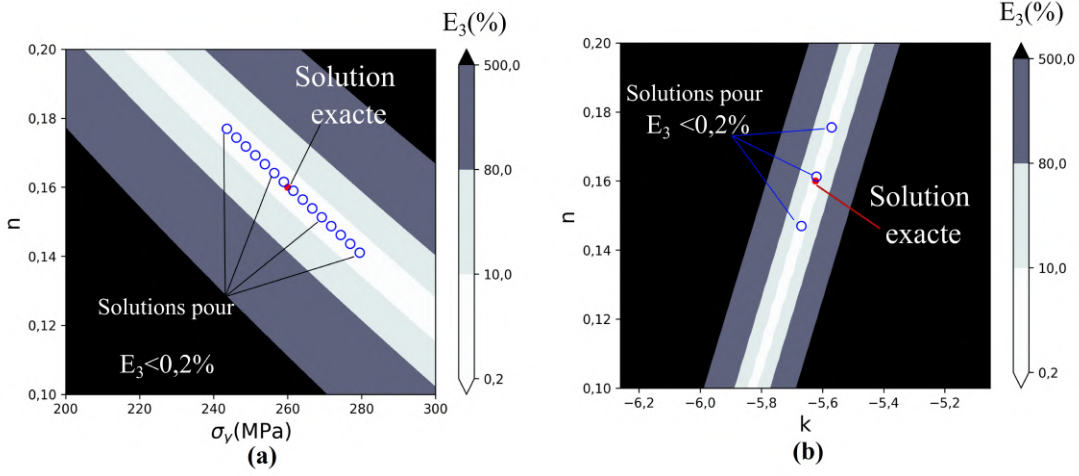


FIGURE 5.4 – Isovaleurs de la fonction coût E_3 avec les différentes solutions qui aboutissent à une valeur de $E_3 < 0,2\%$ dans : (a) l'espace (σ_y, n) ; (b) l'espace (K, n)

sentative moyenne n'est pas toujours une valeur unique. Dans le cas où les courbes $F(h/R)$ sont issues d'un modèle EF, des erreurs numériques liées aux interpolations et aux lissages des courbes peuvent ajouter du poids à la fonction coût calculée. Pour un cas expérimental comme décrit dans le chapitre précédent, des erreurs liées aux mesures expérimentales des grandeurs physiques ou à la loi d'érouissage réelle du matériau, qui n'est pas toujours une loi de type Hollomon, peuvent contribuer à des problèmes de non unicité de solution. La deuxième méthode consiste à identifier un angle « θ_{RM} », qui définit l'orientation des points identifiés au fond de la vallée dans le repère $[K, n]$. À partir de cet angle, la déformation représentative moyenne est définie par l'équation 5.5 [18] :

$$\varepsilon_{RM} = e^{\frac{-1}{\tan\theta_{RM}}} \quad (5.5)$$

L'équation 5.5 montre que l'augmentation de θ_{RM} correspond à une augmentation de ε_{RM} . Pour déterminer la valeur de l'angle θ_{RM} , une droite, passant par les points situés au fond de la vallée de l'espace $[K, n]$ et conduisant aux erreurs E_3 (%) les plus faibles, a été ajustée (voir figure 5.6) en utilisant la librairie « numpy polyfit » d'ordre 1 de Python. Cette fonction permet de déterminer directement le coefficient directeur de la droite et donc la déformation représentative donnée par l'équation 5.5. Pour cet exemple, la valeur de ε_{RM} trouvée avec la deuxième méthode est égale à 0,0348, une valeur cohérente avec celle identifiée à l'aide de la première méthode(0,035). Dans la Figure 5.6, on remarque

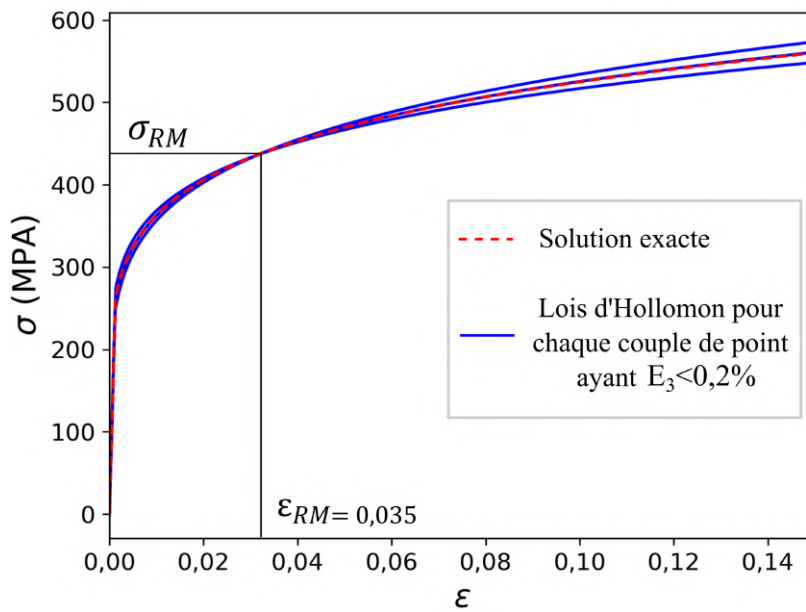


FIGURE 5.5 – Comparaison de la loi d'écroutissement solution et de celles correspondant aux couples de paramètres k et n ayant une valeur de $E_3 < 0,2 \%$

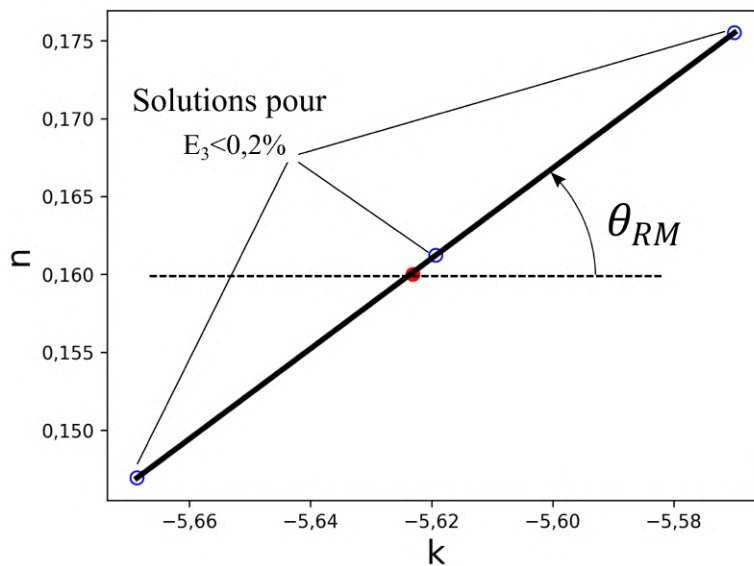


FIGURE 5.6 – Détermination de l'angle d'inclinaison du fond de la vallée dans l'espace (k, n)

que le point « solution³ » (couleur rouge) n'appartient pas à la droite ajustée mais est très proche de cette dernière. Dans cet exemple, la valeur de E_3 la plus petite est égale à 0,004 %, valeur différente de 0. Les valeurs σ_y et n correspondant à cette valeur d'erreur sont respectivement égales à 258,7 et 0,1612. Le fait de ne pas atteindre une valeur nulle de E_3 bien que la courbe référence et les courbes comparées sont issues du même modèle, est dû à la définition de notre grille. Les pas de la grille utilisés dans cet exemple ne nous permettent pas d'obtenir une valeur de grille égale à $\sigma_y = 260$ ou de $n = 0,16$ mais à des valeurs très proches de ces paramètres.

Moussa et al.[18] ont défini un domaine de confiance qui identifie non pas une solution unique mais un ensemble de points solutions. Dans leur étude, le calcul de la fonction coût a été effectué entre une courbe référence et un ensemble des courbes issues d'une base de données limitées où les « pas » de la grille sont prédéfinis par le nombre de simulations effectuées. Dans le cas de la présente étude, la définition de la grille est modifiable et les « pas » de notre grille sont ajustables et non prédéfinis. Ainsi, la recherche de l'angle θ_{RM} peut être effectuée avec plusieurs itérations et optimisée en changeant les pas de la grille. Le changement des propriétés de la grille peut aboutir à une identification plus précise si on rend cette dernière plus fine. Cela conduit à une amélioration aux niveaux de la détermination des paramètres mécaniques de la loi d'Hollomon, mais rend le temps de calcul plus long.

d. Influence de la valeur seuil de E_3 sur la déformation représentative moyenne

La valeur de ε_{RM} dépend directement de l'angle θ_{RM} . Ce dernier angle dépend du nombre de points situés dans la vallée du repère $[K, n]$. Les points discontinus de cette vallée sont choisis de manière à avoir une valeur E_3 inférieure à une valeur seuil. Plus la valeur seuil de E_3 est élevée, plus le nombre de points identifiés est important et la vallée étendue (Figure 5.7 (a)). L'estimation de l'angle θ_{RM} dépend donc de la valeur seuil de E_3 choisie. Pour avoir un plus grand nombre de points dans la vallée, nous avons rendu le « pas » de la grille plus fin (« pas » de 0.0008 pour k et 0.0001 pour n). Pour étudier l'influence de la valeur seuil de E_3 sur la valeur de ε_{RM} , nous avons identifié à partir de l'équation 5.5, les valeurs de ε_{RM} pour différentes valeurs seuil de E_3 comprises entre 0,5 % et la valeur d'erreur E_3 la plus petite identifiée. Les résultats sont illustrés dans la Figure 5.7(b). Il est clair que la valeur de ε_{RM} dépend du choix de la valeur de E_3 . Nous allons donc optimiser les valeurs de ε_{RM} en étudiant sa convexité à partir de la matrice Hessienne.

3. solution exacte

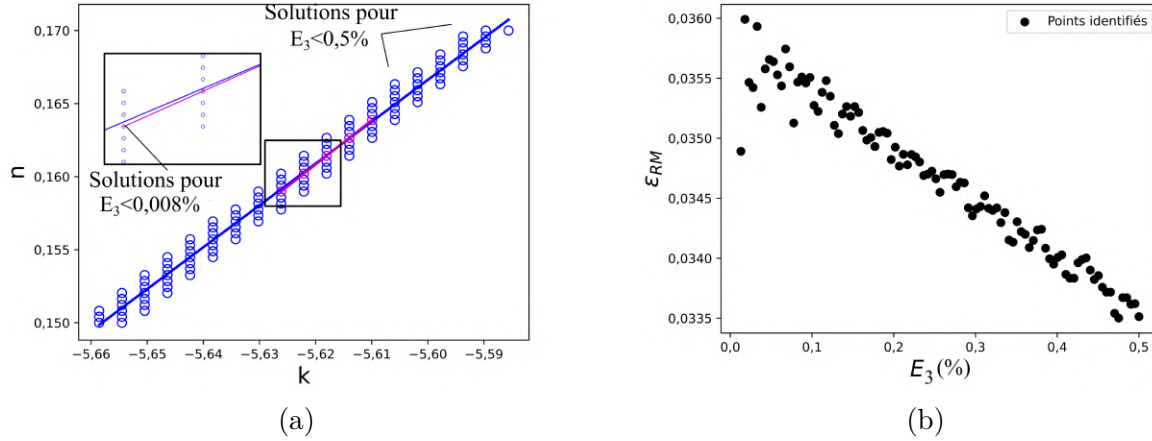


FIGURE 5.7 – (a) Deux droites représentatives des points situés au fond de la vallée pour deux valeurs seuil de E_1 différentes (0,5% et 0,008%). (b) Dispersion de ϵ_{RM} en fonction de la valeur seuil de E_3

e. Détermination de la déformation représentative moyenne à partir de la matrice Hessienne

La dernière méthode permettant de déterminer la déformation représentative à partir de la fonction E_3 est d'utiliser la matrice Hessienne de cette fonction. La matrice Hessienne qui correspond aux dérivées secondes s'écrit :

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 E_3}{\partial k^2} & \frac{\partial^2 E_3}{\partial k \partial n} \\ \frac{\partial^2 E_3}{\partial k \partial n} & \frac{\partial^2 E_3}{\partial n^2} \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Les deux valeurs propres de cette matrice sont positives car c'est au niveau d'un optimum local que la matrice est calculée. Parmi ces deux valeurs propres l'une est bien supérieure à l'autre, c'est ce qui donne l'impression de vallée pour la fonction E_3 . Le vecteur propre correspondant à la valeur propre la plus faible donne une direction ou un angle qui est relié à la déformation représentative par la relation 5.5.

f. Influence de h_{max}/R sur la valeur de la déformation représentative

La démarche décrite précédemment nous permet d'obtenir une seule valeur de déformation représentative moyenne pour un rapport de h_{max}/R donné. Pour obtenir d'autres points, il suffit de suivre la même démarche pour différents niveaux d'indentations (dif-

férentes valeurs de h_{max}/R comme le montre la figure 5.8(a)). Trois différents rapports de h_{max}/R : 0,036, 0,072 et 0,12 ont été considérés. Pour chaque niveau on peut obtenir différents points solutions situés au fond de chaque vallée dans le repère $[K, n]$ correspondant à de faibles valeurs de la fonction coût.

Pour chaque niveau d'indentation, on obtient une droite optimisée et caractérisée par un certain angle θ_{RM} (Figure 5.8(b)). Pour le niveau 1 correspondant à h_{max} le plus faible, l'angle θ_{RM1} est le plus petit, ce qui aboutit à la valeur de la déformation représentative la plus faible (voir équation 5.5) et donc à la valeur de la contrainte représentative⁴ la plus petite (Figure5.8(c)).

5.2.3.2 Procédure suivie en utilisant les courbes $F(a)$

Le modèle analytique proposé par Lee et al. permet de prédire à la fois les courbes $F(h)$ et l'évolution de l'effort en fonction du rayon de l'empreinte, a (courbe $F(a)$). La même procédure que celle décrite précédemment pour identifier une déformation représentative moyenne à partir des courbes $F(h)$ est suivie dans le cas de l'utilisation de la courbe $F(a)$. L'identification s'effectue à partir de la comparaison d'une courbe $F(a/R)$ référence à un ensemble des courbes $F(a/R)$ issues du modèle analytique et obtenues pour différentes valeurs de σ_y et n ou de K et n d'une grille prédéfinie. La détermination du domaine de solution s'effectue désormais avec la fonction coût E_4 de l'équation 5.4.

La Figure 5.9 présente la courbe $F(a/R)$ obtenue pour le matériau pseudo-numérique présenté dans le paragraphe précédent ($E = 210$ GPa, $\sigma_y = 260$ MPa et $n = 0,16$).

Les niveaux d'indentation choisis correspondent aux mêmes niveaux d'indentation que ceux étudiés précédemment pour le cas des courbes $F(h/R)$ (valeurs d'efforts similaires). Pour chaque niveau de chargement considéré, nous pouvons calculer la fonction coût $E_4(a/R)$ pour obtenir les isovaleurs de E_4 . Dans la Figure 5.10(a) les isovaleurs sont obtenues dans le repère $[K, n]$ pour une valeur maximale a_{max}/R de 0,49 correspondante à un rapport h_{max}/R de 0,12. La déformation représentative moyenne est obtenue directement par l'équation 5.5 à partir de l'angle d'inclinaison θ_{RM} de la droite passant au mieux par les points situés au fond de la vallée 5.10 pour chaque niveau d'indentation étudié (équation 5.5). Dans cet exemple nous avons utilisé 3 niveaux d'indentation différents, ce qui donne 3 valeurs valeurs d'angle θ_{RM} et donc 3 valeurs de déformation représentative moyenne distinctes.

4. à partir de la loi d'Hollomon

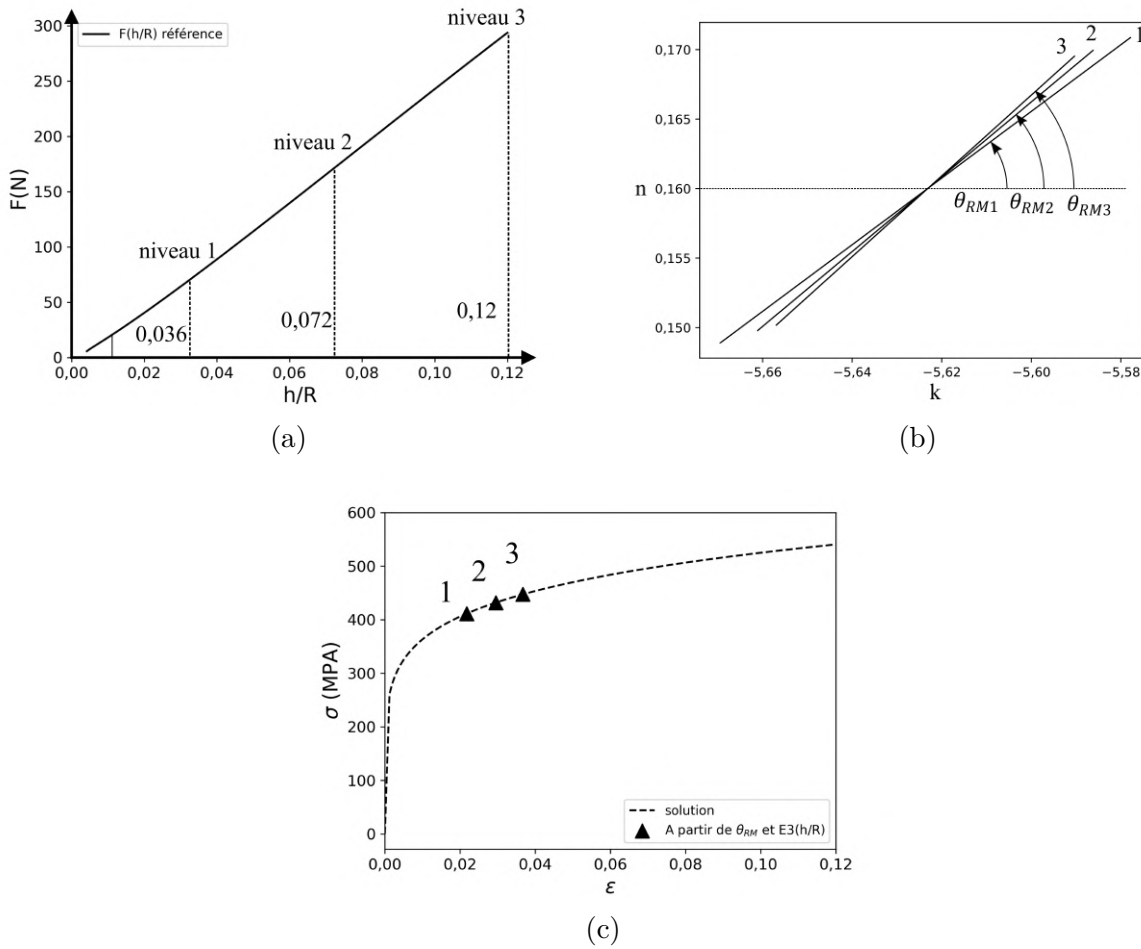


FIGURE 5.8 – (a) Représentation des différents niveaux d'indentation correspondant à différents rapports de h_{max}/R de la courbe référence. (b) Représentation des angles θ_{RM} pour chaque niveau d'indentation étudié. (c) Comparaison entre la loi de comportement solution du matériau pseudo-numérique et les points identifiés à partir des différents niveaux d'indentation considérés

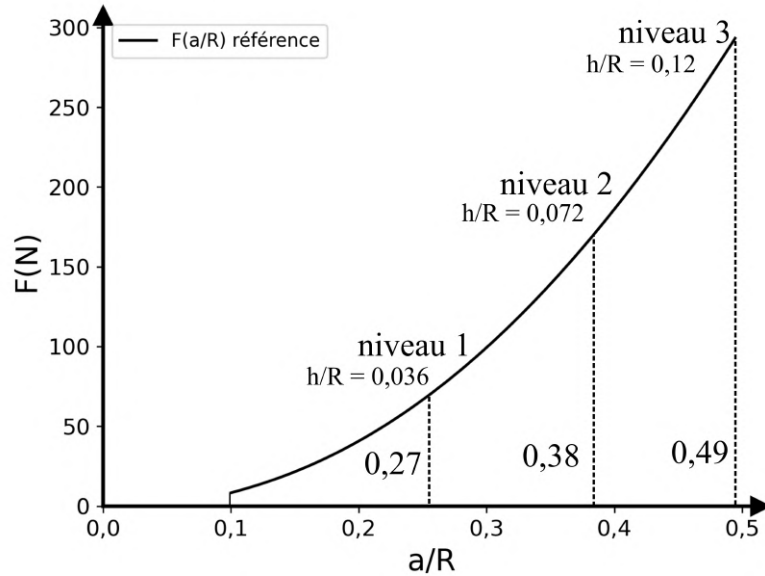


FIGURE 5.9 – Différents niveaux d'indentation représentés par différents rapports de a_{max}/R sur la courbe $F(a/R)$ référence.

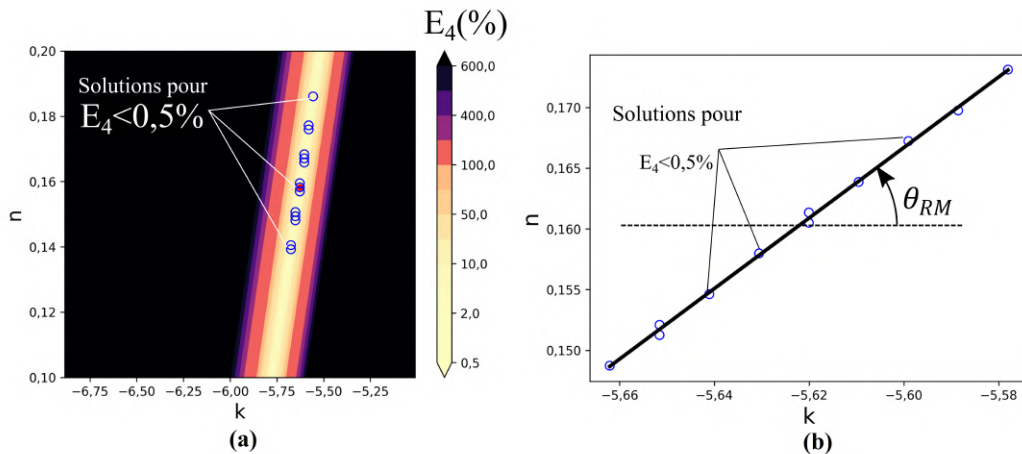


FIGURE 5.10 – (a) Cartographie de la fonction coût $E_4(a/R)$ obtenues et représentation des différentes solutions pour $E_4 < 0,5\%$ dans l'espace (K, n) ; (b) Détermination de l'angle d'inclinaison du fond de la vallée dans l'espace (K, n)

5.2.3.3 Comparaison des résultats issues de $F(h)$ et de $F(a)$

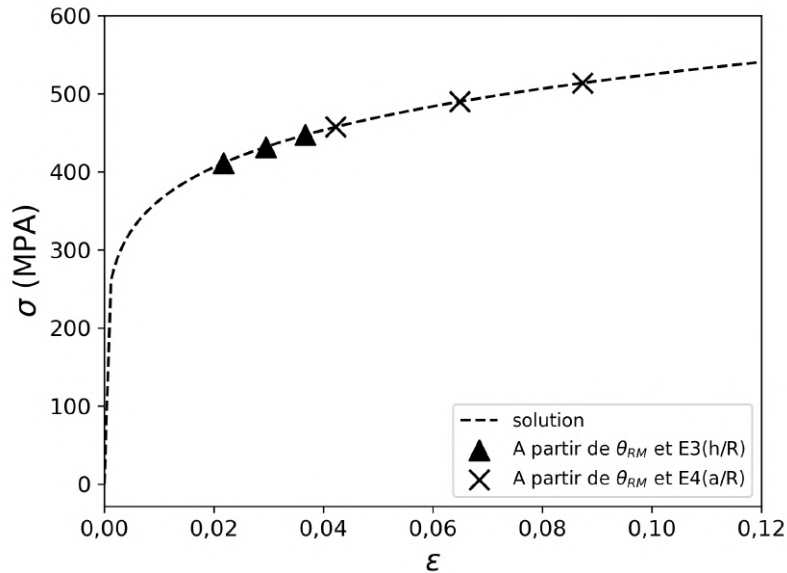


FIGURE 5.11 – Comparaison entre les points identifiés à partir de la définition de la déformation représentative moyenne et la loi d'érouissage « solution » du matériau.

Dans les paragraphes précédents nous avons donné la procédure d'obtention des déformations représentatives moyennes à partir des courbes $F(h)$ et à partir des courbes $F(a)$. On remarque sur la Figure 5.11 que lorsque les courbes $F(a)$ sont utilisées pour l'identification de la déformation représentative moyenne, les valeurs de déformation représentatives sont plus élevées que celles identifiées à partir des courbes $F(h)$. Ce même résultat a été montré précédemment lors de l'application de la méthode du gradient pour déterminer les déformations représentatives à partir des valeurs de $F - a$ et à partir de $F - h$ (voir les Chapitres 3 et 4 montrant l'application de la méthode du gradient).

5.2.3.4 Comparaison avec la méthode du gradient

Dans ce paragraphe, une comparaison des valeurs de la déformation représentative pour les deux méthodes d'identification est proposée : celle à partir de la méthode du gradient (chapitre 3) et celle à partir d'une définition d'une fonction coût. Les comparaisons sont présentées en fonction du rapport h/R . On remarque à partir des résultats de la figure 5.12, que la valeur de la déformation dépend de la méthode utilisée. Pour

une même grandeur physique utilisée pour l'identification (avec a ou h), la méthode du gradient détermine une valeur de déformation représentative plus élevée que la méthode basée sur une fonction d'erreur. Ce résultat est logique car pour des valeurs de h_{max}/R ou a_{max}/R données, la méthode du gradient donne une déformation instantanée représentative de ces valeurs alors que les méthodes basées sur les fonctions coûts conduisent à une déformation représentative moyenne calculée entre des valeurs nulles et ces valeurs maximales.

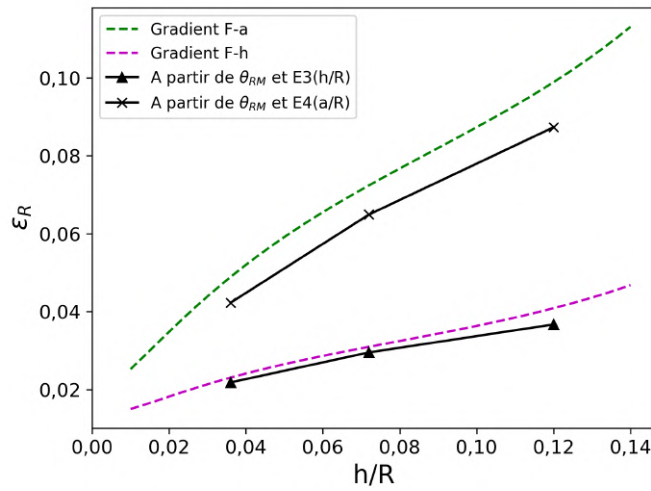


FIGURE 5.12 – Comparaison des valeurs de déformation représentative proposées en fonction du rapport h/R

5.2.4 Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons pu, grâce au modèle analytique de Lee et al. et à partir de la définition d'une fonction coût, déterminer un ensemble de jeux de paramètres σ_y et n donnant des courbes prédites très similaires aux courbes d'indentation « références » à analyser. Cet ensemble de points est situé au fond d'une vallée « solution », légèrement incurvée dans l'espace $[\sigma_y, n]$ et linéaire dans le repère $[K, n]$.

La linéarité des points solutions dans le repère $[K, n]$, nous permet d'identifier une déformation représentative moyenne en fonction de l'angle d'inclinaison, θ_{RM} , du fond de la vallée. Nous montrons aussi que l'angle θ_{RM} ainsi que la valeur de la déformation représentative associée dépendent directement du rapport a_{max}/R ou h_{max}/R . Plus ce rapport est élevé, plus la valeur de l'angle θ_{RM} est élevée et plus la déformation représentative

moyenne identifiée est élevée. Nous montrons aussi qu'il est possible de retrouver plusieurs points de la loi d'érouissage du matériau en effectuant des essais d'indentation sphérique à différentes charges, tout en supposant que cette loi est de type Hollomon et que le module de Young est déjà connu.

Nous avons montré dans ce paragraphe que lorsque les courbes $F(a/R)$ sont utilisées pour effectuer l'identification, la valeur de la déformation représentative moyenne associée est plus élevée que lorsque les courbes $F(h/R)$ sont utilisées pour l'identification. Ce résultat est similaire de celui obtenu lors de l'utilisation de la méthode du gradient (voir chapitres 3 et 4).

Pour des mêmes grandeurs physiques utilisées pour la caractérisation, la déformation représentative moyenne conduit à des valeurs de déformation représentative légèrement inférieures à celles obtenues à partir de la méthode du gradient.

Dans ce paragraphe nous montrons aussi l'avantage du modèle analytique. Il permet de ne pas de se limiter à des valeurs d'une grille prédéfinie par une base de données. Les valeurs de la grille ainsi que les pas de la grille construite sont modifiables avec des incréments ajustables. La flexibilité de la grille dans une base de données analytique permet d'avoir des « pas » de la grille très faibles et donc une meilleure précision sur l'identification de déformations représentatives et des contraintes représentatives.

5.3 Application expérimentale sur des matériaux « réels »

5.3.1 Introduction

Dans ce paragraphe nous allons nous baser sur le modèle analytique de Lee et al. ainsi que sur la définition de la déformation représentative moyenne pour caractériser la loi d'érouissage des différents matériaux présentés précédemment (voir chapitre 2). L'application de la fonction coût sur les courbes $F(h)$ expérimentales et les courbes $F(h)$ prédites à partir du modèle analytique est applicable puisque nous disposons d'un banc expérimental d'essai d'indentation qui nous permet d'obtenir l'évolution de l'effort en fonction de l'enfoncement. Il est cependant nécessaire de corriger les courbes expérimentales en tenant compte de la compliance du banc expérimental et de la déformation élastique de

l'indenteur sphérique causée par le contact. Dans le cas de l'utilisation du rayon de contact pour identifier la loi d'érouissage à partir de la fonction coût E_4 , notre banc expérimental ne nous fournit pas directement une courbe $F(a)$. Cela nécessite donc la détermination d'une fonction représentative de l'évolution de l'effort F mesuré en fonction des rayons de contact, a , mesurés de manière discrète. Cette fonction est obtenue en ajustant une fonction puissance aux mesures expérimentales d'empreintes.

Dans ce paragraphe nous allons rechercher dans un premier temps cette équation $F(a)$ représentative de l'évolution des différentes mesures expérimentales $F - a$ obtenues pour chaque matériau. Dans un deuxième temps, la loi d'érouissage des matériaux « réels » sera identifiée à partir de la définition des déformations représentatives moyennes obtenues à partir des fonctions coûts E_3 (%) et E_4 (%).

5.3.2 Détermination de la courbe $F(a)$ à partir des données expérimentales discrètes $F - a$.

Norbury et Samuel (1928)[77] ont été parmi les premiers à montrer que le profil de la surface indenté par une sphère est caractérisée par un bourrelet ou un enfoncement selon la faculté du matériau à s'écrouir. Les valeurs des périmètres de contact, déterminées expérimentalement par ces auteurs après déchargement, montre que les métaux recuits, très érouissables, présentent un enfoncement de la surface autour de l'empreinte. Au contraire, les métaux écrouis, qui peuvent être considérés comme élastique parfaitement plastique, présentent un bourrelet autour de l'empreinte. Meyer [88] a constaté que, pour de nombreux matériaux, la pression moyenne d'indentation augmente avec le rapport a/R selon la loi de puissance simple :

$$P_m = K \left(\frac{a}{R} \right)^m \quad (5.7)$$

où P_m est la pression moyenne (MPa), a/R est le rapport entre le rayon de l'indentation et le rayon de l'indenteur, et m et K sont deux constantes de Meyer. Les travaux ultérieurs de O'Neill (1944)[43] et de Tabor[42], ont montré que, pour une large gamme de matériaux, la valeur de la constante m de Meyer dépend de l'érouissage du matériau. L'équation 5.7 peut donc s'écrire sous la forme :

$$F = K' a^{n'+2} \quad (5.8)$$

Afin de montrer la performance de l'équation 5.8, nous avons simulé différents essais d'indentation sphérique en adoptant le modèle EF (B) (voir chapitre 2.2.2). Les matériaux utilisés pour la simulation sont des pseudo-matériaux numériques ayant des propriétés mécaniques (Hollomon) similaires aux matériaux réels présentés dans cette thèse. Les propriétés ont déjà été identifiées dans le chapitre 2, à partir des essais de traction réels. Pour chaque matériau présenté dans le tableau 5.1, trois simulations pour trois coefficients de frottement (0 ; 0,1 et 0,3) ont été réalisées. Chaque simulation aboutit donc à une courbe $F(a)$ différente. Pour chaque courbe $F(a)$ nous avons optimisé les valeurs de K' et n' associées à partir de la librairie 'Scipy' dans Python. Pour les matériaux réels, les valeurs K' et n' sont optimisées à partir des mesures $F - a$ instantanées. Le tableau 5.1 regroupe les valeurs identifiées numériquement et expérimentalement.

TABLEAU 5.1 – Détermination des constants de Meyer (équation de la courbe $F(a)$)

Matériau	E/σ_y	n (solution)	Matériau numérique			Matériau réel	
			μ	n' (optimisé)	K' (optimisé)	n' (optimisé)	K' (optimisé)
EN-AW2107	304	0,2	0	0,213	5372	0,271	6070
			0,1	0,251	5992		
			0,3	0,296	6558		
C35	808	0,164	0	0,123	5573	0,185	6330
			0,1	0,178	6444		
			0,3	0,217	7058		
C65	700	0,28	0	0,28	9301	0,221	8637
			0,1	0,31	10079		
			0,3	0,349	10984		
42CrMo4	480	0,12	0	0,111	7217	0,17	8399
			0,1	0,1611	8230		
			0,3	0,210	9235		
C100	1438	0,3	0	0,302	8670	0,21	8537
			0,1	0,326	9363		
			0,3	0,360	10097		

A partir des données numériques du tableau 5.1, on remarque que la valeur de « n' » (constante de Meyer) dépend du frottement pour un même matériau : plus le frottement

augmente plus la valeur de « n' » identifiée augmente (de même pour « K' »). Ce résultat est logique car pour un effort donné, plus le frottement entre l'indenteur et le matériau indenté est élevé, plus l'enfoncement de la surface autour de l'empreinte est important, et donc plus le rayon de contact est faible. L'ajustement avec l'équation 5.8 de l'évolution de F en fonction de a amène donc à un exposant n' plus élevé. De manière générale, les valeurs de « K' » et « n' » obtenues avec la fonction de Meyer à partir des valeurs numériques de a et F sont globalement proches des valeurs théoriques implémentées dans le modèle EF lorsque μ est compris entre 0 et 0,1.

En ce qui concerne les résultats expérimentaux, obtenus pour l'alliage d'aluminium EN-AW2017, l'acier 42CrMo4 et l'acier C35, les valeurs de « K' » et « n' » déterminées expérimentalement sont très proches de celles identifiées numériquement lorsque $\mu=0,1$. Pour les aciers C65 et C100, on remarque cependant que les valeurs de « K' » et « n' » identifiées expérimentalement sont inférieures à celles obtenues numériquement même lorsque $\mu=0$.

5.3.3 Caractérisation des matériaux réels

La courbe $F(a)$ expérimentale déterminée à partir des constantes de Meyer (équation 5.8) et la courbe $F(h)$ obtenue expérimentalement par notre banc instrumenté permet de définir nos courbes références des matériaux « réels ».

Les contraintes et déformations représentatives identifiées, pour chaque matériau étudié, en se basant sur la notion de la déformation représentative moyenne (fonctions coût E_3 (%) et E_4 (%)), l'utilisation des courbes d'indentation $F(a)$ et $F(h)$ et l'optimisation effectuée à partir de la matrice hessienne sont montrées dans la Figure 5.13. L'efficacité de l'identification de la loi de comportement pour les matériaux réels dépend du matériau étudié. L'identification basée sur les courbes $F(a/R)$ conduit à des résultats satisfaisants pour l'alliage d'aluminium EN-AW2017 et l'acier C35 si l'on considère la courbe de traction comme référence. Cependant, pour les mêmes matériaux, les points identifiés à partir des courbes $F(h/R)$ sont plus éloignés de la courbe de traction. Pour l'acier C65 et l'acier C100, des résultats très satisfaisants ne sont obtenus qu'à partir de l'identification effectuée à partir des courbes $F(h/R)$. Pour aciers C65, C100 et 42CrMo4, l'identification effectuée à partir des courbes $F(a/R)$ conduit à des contraintes représentatives légèrement supérieures aux contraintes de la courbe de traction.

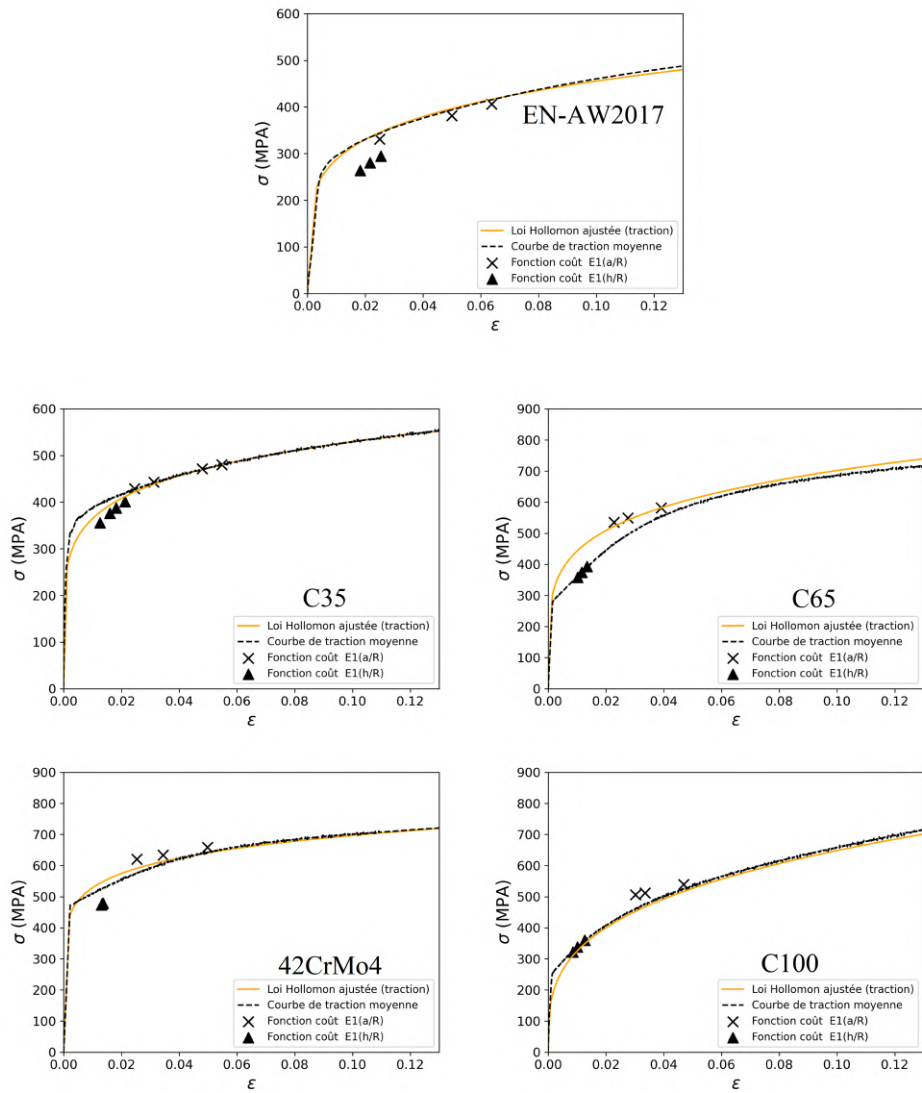


FIGURE 5.13 – Identification des points contraintes-déformation représentatives à partir des courbes d'indentation $F(h)$ et $F(a)$ et une définition d'une fonction coût.

5.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous proposons une méthode pour la détermination de la déformation représentative moyenne à partir d'une fonction coût. Le but d'utiliser une fonction coût est de trouver les paramètres mécaniques optimales qui aboutissent aux courbes d'indentation les plus proches d'une courbe d'indentation référence. Dans les travaux de Moussa et al., les courbes optimales ont été obtenues à partir d'une base de données prédéfinie. Dans ce travail, nous nous sommes servis du modèle analytique de Lee et al. pour prédire les courbes d'indentation $F(h)$ et $F(a)$.

L'avantage d'utiliser un modèle analytique plutôt qu'une base de données prédéfinie est que ce modèle permet d'optimiser les valeurs d'erreurs entre une courbe référence et une courbe prédite à partir de la matrice Hessienne.

Dans ce chapitre, nous avons montré aussi que la définition de la déformation représentative moyenne peut-être obtenue, non seulement à partir de l'analyse d'écart des courbes $F(h/R)$, mais aussi en se basant sur des courbes $F(a/R)$. Pour le cas des essais expérimentaux, il suffit de trouver une équation représentative de l'évolution de l'effort en fonction du rayon de contact mesuré (équation 5.8).

Les résultats montrent que l'utilisation des courbes $F(a/R)$ permet d'atteindre des valeurs de déformations représentatives moyennes plus élevées que celles obtenues à partir des courbes $F(h/R)$.

Malgré la validation de cette méthode pour le cas d'un matériau pseudo-numérique qui suit parfaitement la loi d'Hollomon, l'application de la méthode proposée pour l'identification de la loi d'écrouissage des matériaux réels n'est pas satisfaisante pour tous les matériaux étudiés. Cela dépend des matériaux eux-mêmes et des mesures prédites à partir du modèle analytique de Lee et al.

La performance de prédiction des grandeurs physiques à partir du modèle de Lee et al. n'est pas la même pour tous les matériaux. Plus le matériau a un écrouissage important, plus la prédiction des grandeurs physiques à partir du modèle de Lee et al. est risquée. De plus, la plage des matériaux étudiés par Lee et al. ne couvre pas tous les métaux, comme les métaux à haute résistance mécanique et les métaux les plus doux. En conséquence, pour mieux appliquer les nouvelles définitions de déformation représentative, une nouvelle approche basée sur des résultats numériques d'indentation sphérique est requise. C'est ce qui sera présenté dans le prochain chapitre.

NOUVELLE APPROCHE NUMÉRIQUE POUR L'INDENTATION SPHÉRIQUE

6.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons montré que l'utilisation d'un modèle analytique dérivable permet de retrouver les grandeurs physiques en indentation sphérique. La fiabilité des grandeurs physiques prédites dépend du modèle lui-même. Le modèle analytique de Lee et al. que nous avons utilisé dans cette thèse est limité à une certaine gamme de matériaux et à un certain niveau d'indentation relativement faible (rapport $h/R \leq 0,12$).

Dans ce chapitre, une nouvelle approche numérique (modèle analytique), basée sur des calculs par éléments finis de l'indentation d'une sphère rigide dans un matériau élastoplastique, est d'abord proposée. Afin de prendre en compte les déformations élastiques du pénétrateur, une nouvelle méthode de transformation des courbes d'indentation du modèle analytique, proposée dans le cas d'une sphère rigide, est ensuite présentée. Cette méthode permet d'avoir les mêmes conditions au niveau des mesures de pénétration entre ce qui est mesuré expérimentalement et ce qui est obtenu avec le modèle. Enfin, les matériaux « réels » utilisés et caractérisés précédemment dans cette étude sont de nouveau caractérisés expérimentalement en se basant sur notre propre modèle et la méthode du gradient présentée dans le chapitre 4.

6.2 Détermination d'une nouvelle approche numérique d'indentation sphérique

6.2.1 Introduction

Nous avons montré précédemment qu'une approche numérique (modèle de Lee et al.) peut éviter des problèmes numériques liés aux calculs de gradient, et prédire très rapidement les grandeurs physiques en indentation sphérique. Le modèle de Lee et al., bien qu'il soit un modèle complet et dérivable, est cependant limité à une certaine gamme de matériaux.[54], [55] et à des rapports h/R relativement faibles. Lee et al. ont utilisé le facteur c^2 de l'équation 1.46 pour calculer le diamètre de contact de l'équation 1.45 qui est valable pour un pénétrateur sphérique élastique de déformation négligeable. De plus, les calculs par éléments finis effectués par Lee et al. ont été effectués avec un indenteur déformable de caractéristiques élastiques données (E_{ind} et ν_{ind} fixés), ce qui pose problème car seules les propriétés élastiques du matériau indenté sont pris en compte dans le modèle proposé. Pour les matériaux indentés de grandes rigidité et résistance, cela peut entraîner une erreur importante à cause de la très grande déformation de l'indenteur non prise en compte dans le modèle proposé par Lee et al..

Dans ce paragraphe nous proposons notre propre approche numérique pour simuler l'indentation d'un matériau élasto-plastique par une sphère rigide. A partir de cette approche une nouvelle base de données regroupant un ensemble de données $F-h$ et $F-a$ est d'abord construite pour une large gamme de matériaux. Deux modèles analytiques sont proposés à partir de ces bases de données, l'un pour représenter les courbes $F-h$ et l'autre pour représenter les courbes $F-a$. Enfin une nouvelle méthodologie permettant de prendre en compte la déformation élastique de l'indenteur est présentée. Comme pour le modèle de Lee et al., nos modèles analytiques et notre méthodologie basée sur la détermination des déformations représentatives sont validés expérimentalement sur les matériaux présentés précédemment (Chapitre 2).

6.2.2 Choix des matériaux utilisés dans la base de données

Nous nous intéressons ici à déterminer des limites de propriétés mécaniques des principaux métaux utilisés dans l'industrie. Les propriétés mécaniques, telles que le Module de Young, la limite d'élasticité, l'exposant d'écrouissage et, dans une moindre mesure, le coefficient de Poisson influent sur la réponse à l'indentation. Notre méthodologie d'identi-

fication repose sur l'utilisation de la loi d'écroutissement proposée par Hollomon. Le but de ce paragraphe est donc de définir les limites du rapport E/σ_y et de l'exposant d'écroutissement, n , de la loi d'Hollomon pour que notre modèle analytique soit représentatif et précis pour la plupart des métaux utilisés dans l'industrie.

Il existe plusieurs outils numériques qui permettent de sélectionner, de choisir et de présenter les matériaux en fonction de leur propriétés[89]. Ces outils numériques sont soit des sites en ligne référencés[90], soit des logiciels de base de données[91].

La base de données 'CES Selector' développée par 'Granta Design'[91] est un outil très intuitif qui aide les chercheurs et les concepteurs à sélectionner le matériau le plus appropriés pour un projet donné. Il permet de présenter les propriétés de différents matériaux et de les classer en plusieurs groupes.

Pour chaque matériau, 'CES Selector' donne les valeurs du module de Young, E , de la limite d'élasticité, σ_y , et de la limite de résistance à la traction, R_m . Le logiciel ne fournissant pas la valeur de l'exposant d'écroutissement, n , de la loi d'Hollomon, il est nécessaire d'établir une relation entre ce paramètre et les autres paramètres caractéristiques de la courbe d'écroutissement. R_m correspond à la valeur maximale de la contrainte conventionnelle obtenue lors de la traction et n est un exposant qui caractérise la courbe de traction rationnelle (ou vraie). La relation entre la contrainte vraie et la contrainte conventionnelle est donnée par :

$$\sigma_C = \frac{\sigma_V}{(1 + \varepsilon_C)} = \frac{\sigma_V}{(\exp(\varepsilon_V))} = \sigma_V \exp(-\varepsilon_V) \quad (6.1)$$

Où σ_C et ε_C sont respectivement la contrainte conventionnelle et la déformation conventionnelle et σ_V et ε_V sont respectivement la contrainte vraie et la déformation vraie.

Puisque le début de la striction et R_m sont obtenus lorsque $dF=0$ et/ou $d\sigma_C=0$, on peut écrire :

$$d\sigma_C|_{\varepsilon_V=striction} = \left(d\sigma_V|_{\varepsilon_V=striction} - d\varepsilon_{V,striction} \cdot \sigma_{V,striction} \right) \cdot \exp(-\varepsilon_{V,striction}) = 0 \quad (6.2)$$

A partir de cette équation, la relation de la construction de Considère est obtenue. Cette relation, valable lorsque la striction commence, est égale à :

$$\sigma_V = \left. \frac{d\sigma_V}{d\varepsilon_V} \right|_{striction} \quad (6.3)$$

La relation choisie dans cette étude pour représenter l'évolution de la contrainte vraie lors de la plasticité étant la loi d'Hollomon :

$$\sigma_V = \sigma_Y^{1-n} E^n \varepsilon_V^n \quad (6.4)$$

on obtient lors du début de la striction : $\varepsilon_{V\text{striction}} = n$ ce qui conduit à la relation entre E , σ_y , R_m et n suivante :

$$R_m = \frac{\sigma_Y^{1-n} E^n n^n}{\exp(n)} \quad (6.5)$$

En connaissant la limite d'élasticité, σ_y , la résistance à la rupture, R_m , et le module de Young, E , et sur l'hypothèse que la loi d'érouissage est une loi isotrope de type Hollomon, on peut estimer à partir d'un calcul formel l'exposant d'érouissage, n , des matériaux de la base 'CES Selector' avec l'équation 6.6 :

$$n = \frac{\left(\exp \left(A - \ln(A) + \frac{\ln(A)}{A} + 1 \right) \right) \cdot \sigma_Y}{E} \quad (6.6)$$

avec

$$A = \ln \left(\frac{(\ln(R_m) - \ln(\sigma_Y)) E}{\exp(1) \cdot \sigma_Y} \right) \quad (6.7)$$

A partir des valeurs d'exposant d'érouissage déterminées avec l'équation 6.6 et des valeurs des rapports σ_y/E de la base de données 'CES Selector', on détermine que la plupart des matériaux métalliques utilisés dans l'industrie se situent dans un intervalle de valeurs de 100 à 10000 pour E/σ_y et de 0 à 0,3 pour n , comme le montre la Figure 6.1.

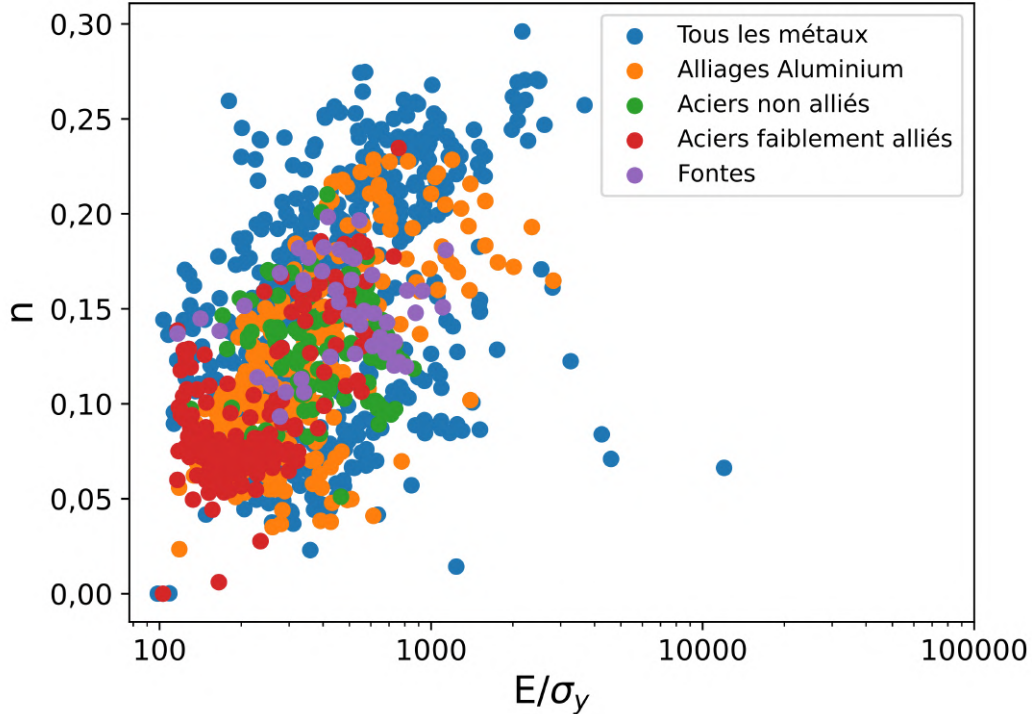


FIGURE 6.1 – Valeurs du rapport E/σ_y et de l'exposant d'érouissage, n , des principaux matériaux métalliques utilisés dans l'industrie issues du logiciel 'Granta Design' (base contenant 1200 matériaux métalliques différents)

6.2.3 Proposition d'un modèle analytique

A partir du modèle EF (modèle : EF A)(paragraphe 2.2.1) décrit dans le chapitre 2, nous pouvons obtenir pour chaque couple de rapport E/σ_y et de coefficient d'érouissage n de la loi d'Hollomon, deux courbes d'indentation : $F(a)$ et $F(h)$. La base de données a été construite au sein du laboratoire LGCGM pour 260 matériaux présentant un exposant d'érouissage compris entre 0 à 0,475 (pas de 0,025) et un rapport E/σ_y variant entre 10 à 10 000 en suivant une série de Renard R5 tronquée ($E=100000$ MPa; $\sigma_y = 10, 25, 40, 63, 100$ MPa...; voir figure 6.2). A partir de cette base, les deux modèles analytiques d'indentation sphérique sont formulés de la manière suivante :

$$F(h/R) = R^2 \times E \sum_{i=1}^{i=7} (A_i \times (h/R)^i) \quad (6.8)$$

$$A_i = C_{ijl} \times k^l \times n^j; i, j, l = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$F(a/R) = R^2 \times E \sum_{i=1}^{i=7} (B_i \times (a/R)^i) \quad (6.9)$$

$$B_i = D_{ijl} \times k^l \times n^j; i, j, l = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

« k » et « n » étant les deux paramètres de la loi d'Hollomon¹(Equation 6.12.

La définition de notre modèle consiste à optimiser les constantes A_i et B_i des deux équations 6.8 et 6.9 afin d'obtenir des courbes d'indentation « analytiques » les plus proches possibles des courbes d'indentation issues du modèle EF et rassemblées dans notre base de données. Afin d'avoir un modèle précis pour la plupart des matériaux utilisés dans l'industrie (voir Figure 6.1), l'optimisation a été limitée aux matériaux ayant un rapport E/σ_y variant entre 100 à 10 000 et un exposant d'érouissage, n , compris entre 0 à 0.3 (117 matériaux).

Pour effectuer cette optimisation nous avons défini une fonction d'erreur quadratique moyenne, fonction de h/R , pour l'interpolation des courbes $F(h/R)$ (équation 6.10) et une fonction similaire, fonction de a/R , pour l'interpolation des courbes $F(a/R)$ (équation 6.11).

Dans ces équations $F_{analytique}$ et F_{num} sont respectivement les valeurs de forces prédites par le modèle à valider et les forces obtenues par EF. Le calcul de $E_5(h_{max}/R)$ est prédéfini pour un nombre de points, m , où les valeurs de la profondeur de pénétration sont comprises entre 0 et $h_{max}/R = 0,4$.

Pour effectuer cette optimisation, la librairie « LMfit-py »[92] de Python a été utilisée. Elle fournit une routine et une classe de minimisation de la fonction prédéfinie avec une approche simple et flexible pour paramétrer un modèle et pour l'adapter aux données éléments finis. Le modèle d'ajustement est plutôt écrit en termes de paramètres physiques du système, et reste indépendant de ce qui varie réellement dans l'ajustement. En outre, les paramètres qui sont ajustés et ceux qui sont fixés sont déterminés au moment de l'exécution.

$$E_5(h_{max}/R) = 100 \times \frac{1}{h_{max}/R} \int_0^{h_{max}/R} \left(\frac{F_{(num)} - F_{(analytique)}}{F_{max(num)}} \right)^2 .dh \quad (6.10)$$

1. $k = (1 - n) \ln(\sigma_y/E)$

$$E_6(a_{max}/R) = 100 \times \frac{1}{a_{max}/R} \int_0^{a_{max}/R} \left(\frac{F_{(num)} - F_{(analytique)}}{F_{max(num)}} \right)^2 . da \quad (6.11)$$

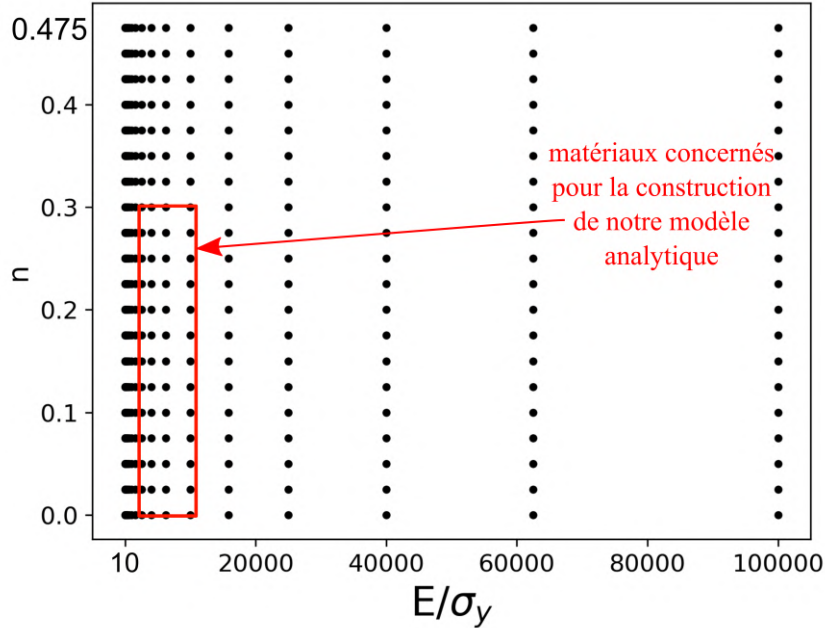


FIGURE 6.2 – Matériaux de la base de données du laboratoire LGCGM

6.3 Validation du modèle

6.3.1 Introduction

Dans les paragraphes précédents nous avons introduit notre nouvelle approche numérique d'indentation sphérique. Dans ce paragraphe nous allons valider les courbes $F(h/R)$ ainsi que les courbes $F(a/R)$ prédites à partir de ce modèle. La validation du modèle est effectuée en comparant les courbes prédites à partir du modèle proposé aux courbes numériques issues d'un modèle EF pour le cas d'une sphère rigide de rayon 0,25mm. Différents pseudo-matériaux numériques ont été choisis pour valider le modèle proposé. Ces matériaux choisis correspondent à des matériaux de notre base de données.

6.3.2 Vérification des courbes $F(h/R)$

Pour le calcul d'erreur entre les courbes analytiques prédites et les courbes numériques obtenues par EF, nous allons utiliser l'équation 6.10. La Figure 6.3 montre les isovaleurs de la fonction $E_5(h_{max}/R)$ (équation 6.10) calculées entre chaque couple de courbes $F(h/R)$ numérique et analytique du modèle.

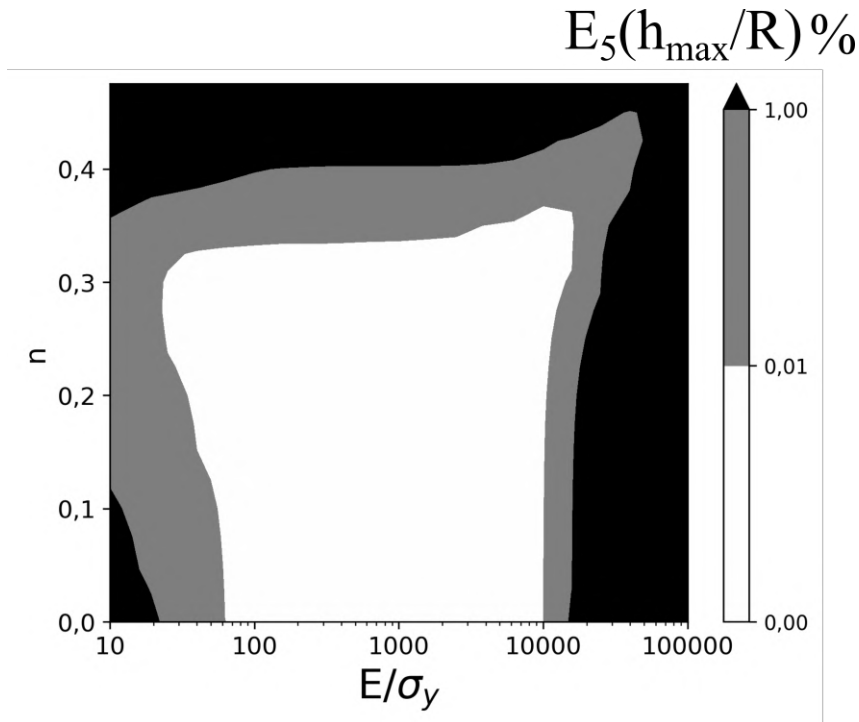


FIGURE 6.3 – Isovaleurs d'erreurs $E_5(h_{max}/R)$ obtenues avec le modèle proposé pour les courbes $F(h/R)$

On remarque que **logiquement** les matériaux utilisés pour l'optimisation du modèle présentent les erreurs les plus faibles.

Pour montrer la signification des valeurs de $E_5(h_{max}/R)$, nous allons représenter dans la Figure 6.4 des courbes $F(h/R)$, obtenues pour trois matériaux conduisant à des valeurs de $E_5(h_{max}/R)$ assez différentes. Pour le matériau associé à une valeur de $E_5(h_{max}/R) < 0,01\%$ (Figure 6.4(a)), on remarque, jusqu'à un rapport $h_{max}/R = 0,4$, une superposition quasiment parfaite des courbes $F(h/R)$ issues des modèles EF et analytiques.

Dans la figure 6.4(b) $E_5(h_{max}/R) > 0,01\%$, les courbes prédites à partir du modèle analytique et les courbes obtenues par EF ne sont pas similaires. On note que la valeur absolue de l'écart augmente significativement avec l'augmentation du rapport h/R .

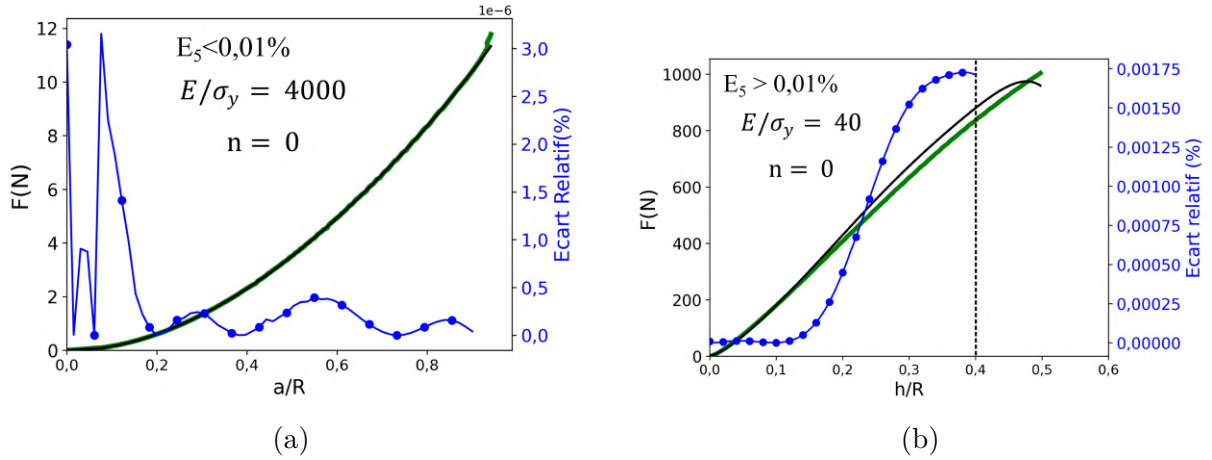


FIGURE 6.4 – Comparaison entre la courbe $F(h/R)$ obtenue numériquement (en vert) et celle obtenue à partir du modèle proposé pour différents valeurs d'erreurs(en bleu) pour deux valeurs de E_5 : (a) $< 0,01\%$; (b) $> 0,01\%$

6.3.3 Vérification des courbes $F(a/R)$

La Figure 6.5 présente les isovaleurs de l'erreur $E_6(a_{max}/R)$ (Equation 6.11) obtenues entre les courbes $F(a/R)$ numériques et les courbes $F(a/R)$ prédites à partir du modèle analytique proposé. Pour chaque couple de courbes $F(a/R)$, l'erreur $E_6(a_{max}/R)$ est calculé pour des rapports a/R correspondant à des rapports h/R compris entre 0 et 0,4. Dans la même figure nous avons superposé en lignes pointillées les contours des isovaleurs des erreurs $E_5(h_{max}/R)$, obtenus pour les courbes $F(h/R)$. Les résultats obtenus pour les courbes $F(a/R)$ sont proches de celles obtenus pour les courbes $F(h/R)$.

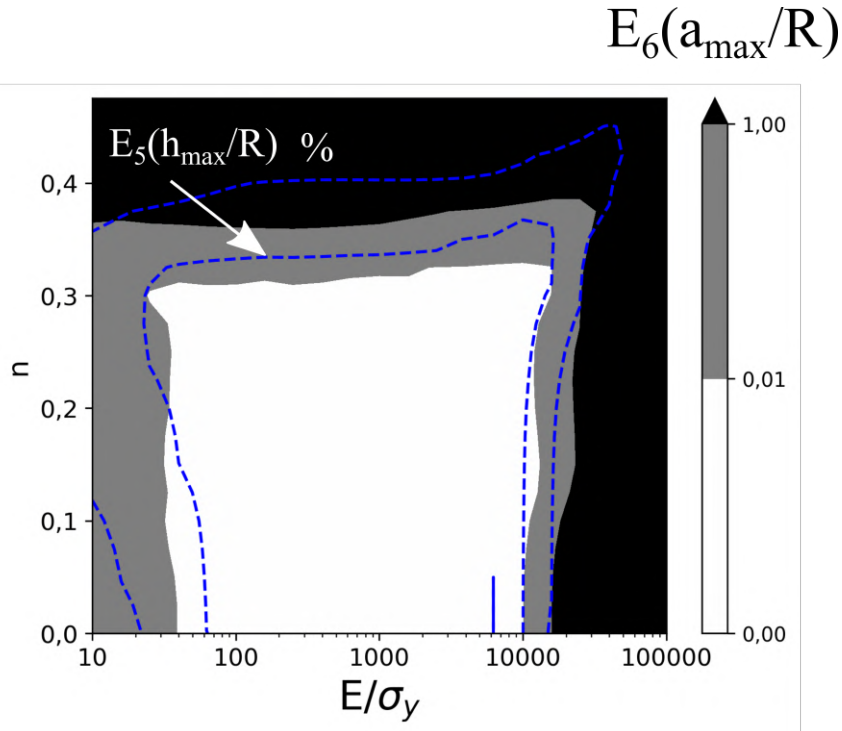


FIGURE 6.5 – Isovaleurs d'erreurs $E_6(a_{max}/R)$ obtenues avec le modèle proposé pour les courbes $F(a/R)$, en pointillés les contours des erreurs E_5

Nous avons présenté dans la Figure 6.6 la comparaison entre les courbes $F(a/R)$ obtenues par EF et les courbes $F(a/R)$ issues du modèle proposé pour différents niveaux d'erreur $E_6(a_{max}/R)$. Comme dans le cas de l'erreur $E_5(h_{max}/R)$, la Figure 6.6(a) montre que le modèle peut être considéré valide jusqu'à un rapport $h_{max}/R = 0,4$ lorsque l'erreur $E_6(a_{max}/R) < 0,01\%$. Par contre lorsque $E_6(a_{max}/R) > 0,01\%$ les deux courbes $F(a/R)$ issues des deux modèles différents ne se superposent pas, ce qui indique que le modèle n'est pas fiable (Figure 6.6(b)).

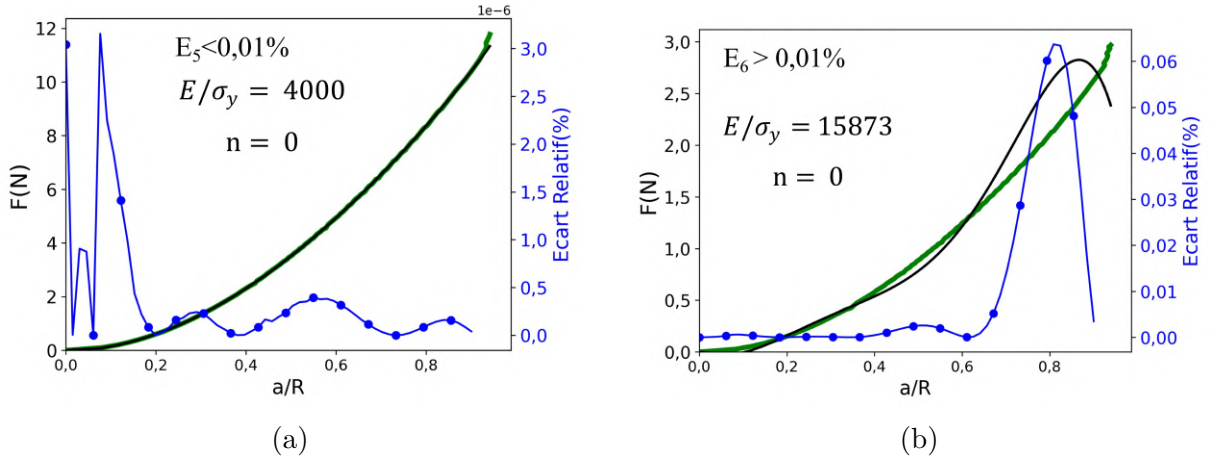


FIGURE 6.6 – Comparaison entre la courbe $F(a/R)$ obtenue numériquement (en vert) et celle obtenue à partir du modèle proposé pour différents valeurs d'erreurs(en bleu) pour deux valeurs de E_6 : (a) $< 0,01\%$; (b) $> 0,01\%$

6.3.4 Calcul de la déformation représentative (méthode du Gradient)

L'approche numérique d'indentation sphérique et rigide proposée est représentée selon les deux équations 6.8 et 6.9 pour prédire $F(h/R)$ et $F(a/R)$ respectivement. Chaque équation est constituée de 7 variables A_i (ou B_i), et chaque variable est exprimée en fonction des paramètres k et n de la loi d'Hollomon.

En conséquence, pour obtenir la déformation représentative à partir de la méthode du Gradient², il suffit de dériver chaque équation du modèle deux fois : une première fois par rapport à « k » en supposant que « n » est constant, une seconde fois par rapport à « n » en supposant que « k » est constant. L'exponentiel du rapport des deux dérivées nous permet d'obtenir la déformation représentative directement. Nous allons appliquer cette approche lors de la caractérisation des matériaux dans la suite du chapitre.

6.3.5 Conclusion

Dans cette partie nous avons proposé une nouvelle approche numérique d'indentation valable dans le cas d'un indenteur rigide et sphérique et d'un contact avec frottement ($\mu=0,1$). Cette approche numérique est capable de prédire les grandeurs physiques en indentation telles que la force, F , le déplacement, h , et le rayon d'empreinte, a pour la

2. $\varepsilon_{R-a} = \exp\left(-\frac{\partial k}{\partial n}\bigg|_H\right)$; $\varepsilon_{R-h} = \exp\left(-\frac{\partial k}{\partial n}\bigg|_C\right)$

plupart des matériaux métalliques (matériaux ayant un coefficient de Poisson de 0,3). Une validation du modèle a aussi été présentée dans cette partie. Cette validation montre que, pour les matériaux utilisés pour établir le modèle, la prédiction des grandeurs physiques est obtenue avec une très grande fiabilité (Figure 6.7). Pour des matériaux situés en dehors de la zone définie pour établir le modèle, les grandeurs physiques prédites sont moins précises voire erronées. Nous avons montré aussi que le modèle proposé est un modèle dérivable qui rend la détermination de la déformation représentative par la méthode du gradient facile et directe.

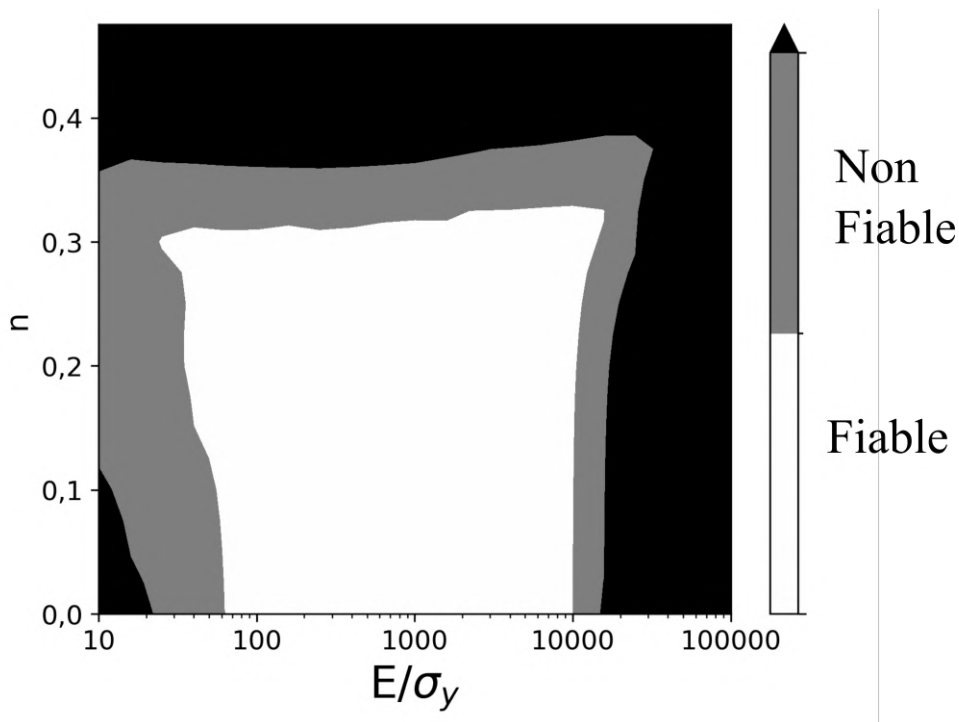


FIGURE 6.7 – Zones de fiabilité du modèle analytique proposé

6.4 Transformation des courbes d'indentation

6.4.1 Introduction

La plupart des méthodes d'analyse des données sont basées sur une géométrie idéale du pénétrateur en considérant des indenteurs rigides non déformables.

Pour de basses échelles, il est assez difficile d'obtenir une géométrie parfaite. En conséquence, des erreurs importantes lors de l'analyse des données d'indentation instrumentée

sont attendues[93], [94].

Puisque nous nous intéressons dans cette étude à la macro-indentation sphérique en particulier, les défauts de la géométrie peuvent être négligés[95].

Le module de Young et la résistance du pénétrateur sont nettement supérieurs à ceux du matériau testé, et le pénétrateur peut être considéré comme rigide. Ceci est certainement vrai pour l'indentation d'un métal pur et de certains alliages tels que le bronze, le laiton ou certains alliages d'aluminium.

Cependant, et pour le cas de nombreux matériaux métalliques, l'indenteur sphérique ne peut pas être toujours considéré comme rigide puisque ce dernier se déforme élastiquement au cours d'un essai d'indentation. Lorsque le pénétrateur est rigide, le déplacement u_{P_3} mesuré à partir du point P_3 et u_{P_1} celui du point P_1 de la Figure 2.14 sont identiques. Lorsque la déformation du pénétrateur est élevée pendant l'indentation, u_{P_3} et u_{P_1} peuvent être significativement différents.

Ne pas prendre en compte les déformations de l'indenteur peut affecter la prédiction des grandeurs physiques en indentation. Rodriguez et al.[96] ont montré que, pour un même module réduit élastique de contact, les courbes $F(h)$ obtenues pour deux indenteurs, l'un rigide et l'autre déformable, peuvent être identiques. Pour des rapports entre le module de Young du matériau et celui de l'indenteur, E_{mat}/E_i , variant entre 0 et 0,39, des variations inférieures à 3% sur l'aire de contact A_c , et 5% sur le rapport H/E_r sont obtenues. Les déformations élastiques du pénétrateur influent sur le rayon de contact réel, même dans le cas de l'indentation de matériaux élastiques.

Pour Keryvin et al.[94] la procédure d'identification des paramètres mécaniques échoue lorsqu'on ne prend pas en compte le défaut de la pointe ou la déformabilité du pénétrateur, ou les deux (cas d'un nano-indenteur conique à base circulaire). Ne pas prendre en compte la déformation de l'indenteur, a comme conséquence la sous-estimation de la limite d'élasticité de compression. Ils ont montré aussi que plus la limite élastique et la rigidité élastique du matériau indenté sont élevées, plus il est obligatoire de considérer le pénétrateur comme déformable.

En conclusion, une mauvaise identification du coefficient d'écrouissage et de la limite d'élasticité peut être attendue lorsque des algorithmes basés sur des pénétrateurs rigides sont utilisés[94], [96].

Dans ce paragraphe, nous allons proposer une nouvelle méthode de transformation des courbes d'indentation en fonction de la morphologie et des caractéristiques élastiques de

l'indenteur.

Cette transformation nous permet de prédire à partir des courbes d'indentation de la base de données établie avec un indenteur sphérique et rigide, des courbes d'indentation comparables à ce que l'on obtient expérimentalement c'est à dire avec un indenteur déformable sphérique voire quasi-sphérique.

6.4.2 Définition des indenteurs

Considérons un matériau indenté ayant une loi de comportement élasto-plastique isotrope et un écrouissage isotrope décrit par la loi d'Hollomon modifiée suivante :

$$\sigma = K\varepsilon^n = \sigma_y^{(1-n)} E^n \varepsilon^n, \text{ si } \sigma \geq \sigma_y \quad (6.12)$$

Avec E le module d'Young, σ_y limite d'élasticité et n l'exposant d'écrouissage.

Pour un indenteur sphérique on peut distinguer deux types d'indenteurs :

6.4.2.1 Indenteur sphérique rigide

Lors d'une indentation effectuée avec un indenteur rigide sphérique, la relation entre l'effort, F , et le rayon de contact, a_c , dépend des paramètres suivants :

$$F = f(a_c, E, \nu, \sigma_y, n, R, \mu) \quad (6.13)$$

où ν est le coefficient de Poisson du matériau indenté, R est le rayon de l'indenteur et μ est le coefficient de frottement entre l'indenteur et le matériau indenté.

La relation entre la profondeur de pénétration, h , et le rayon de contact, a_c , dépend des paramètres suivants :

$$h = f(a_c, E, \nu, \sigma_y, n, R, \mu) \quad (6.14)$$

Dans cette méthode nous choisissons d'adimensionnaliser le problème. Les variables choisies comme étant dimensionnantes sont le rayon de contact, a_c , et le module d'Young, E . En appliquant le théorème de Vaschy-Buckingham, on obtient donc :

$$F = E a_c^2 \Pi_1 \left(\nu, \frac{\sigma_y}{E}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \text{ où } \frac{F}{E a_c^2} = \Pi_1 \left(\nu, \frac{\sigma_y}{E}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \quad (6.15)$$

et

$$h = a_c \Pi_2 \left(\nu, \frac{\sigma_y}{E}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \text{ où } \frac{h}{a_c} = \Pi_2 \left(\nu, \frac{\sigma_y}{E}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \quad (6.16)$$

Pour des mêmes conditions de frottement et un même matériau indenté par 2 indentateurs sphériques rigides de rayon R_1 et R_2 différents, on peut donc écrire que :

$$\text{si } \frac{R_1}{a_{c1}} = \frac{R_2}{a_{c2}} \Rightarrow \frac{F_1}{E a_{c1}^2} = \frac{F_2}{E a_{c2}^2} \text{ et si } \frac{R_1}{a_{c1}} = \frac{R_2}{a_{c2}} \Rightarrow \frac{h_1}{a_{c1}} = \frac{h_2}{a_{c2}}$$

Dans le cas de l'indentation de 2 matériaux différents, les expressions précédentes ne sont valables que si :

$$\nu_1 = \nu_2 ; n_1 = n_2 ; \mu_1 = \mu_2 \text{ et } \frac{\sigma_{y1}}{E_1} = \frac{\sigma_{y2}}{E_2}$$

6.4.2.2 Indenteur sphérique déformable

Lors d'une indentation effectuée avec un indenteur sphérique déformable, la relation entre l'effort, F , et le rayon de contact, a_c , dépend des paramètres suivants :

$$F = f(a_c, E_i, \nu_i, E_m, \nu_m, \sigma_y, n, R, \mu) \quad (6.17)$$

Où ν_i et E_i correspondent au coefficient de Poisson et au module d'élasticité de l'indenteur et ν_m et E_m correspondent au coefficient de Poisson et au module d'élasticité du matériau. La relation entre le déplacement d'un point de l'indenteur situé sur l'axe de symétrie, h , et le rayon de contact, a_c , dépend des paramètres suivants :

$$h = f(a_c, E_i, \nu_i, E_m, \nu_m, \sigma_y, n, R, \mu) \frac{F}{E_m a_c^2} = \Pi_3 \left(\frac{E_i}{E_m}, \nu_i, \nu_m, \frac{\sigma_y}{E_m}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \quad (6.18)$$

En appliquant le théorème de Vaschy-Buckingham, on obtient donc dans ce cas :

$$\frac{F}{E_m a_c^2} = \Pi_3 \left(\frac{E_i}{E_m}, \nu_i, \nu_m, \frac{\sigma_y}{E_m}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \quad (6.19)$$

et

$$\frac{h}{a_c} = \Pi_4 \left(\frac{E_i}{E_m}, \nu_i, \nu_m, \frac{\sigma_y}{E_m}, n, \frac{R}{a_c}, \mu \right) \quad (6.20)$$

Cela veut dire que pour deux matériaux différents mais ayant deux rapports E_m/σ_y identiques, $F/E_m a_c^2$ pour les deux matériaux n'évolue pas de la même manière puisque ce rapport dépend des propriétés mécaniques de chaque matériau (idem pour h/a_c).

6.4.3 Détermination du Volume "plastique", déplacé (Postulat 1)

La figure 6.8 suivante montre schématiquement le principe de comparaison entre l'indentation obtenue avec un indenteur rigide et celle obtenue avec un indenteur déformable de forme quelconque. L'idée est de comparer deux états entraînant un volume « plastique » déplacé sous la surface de contact identique.

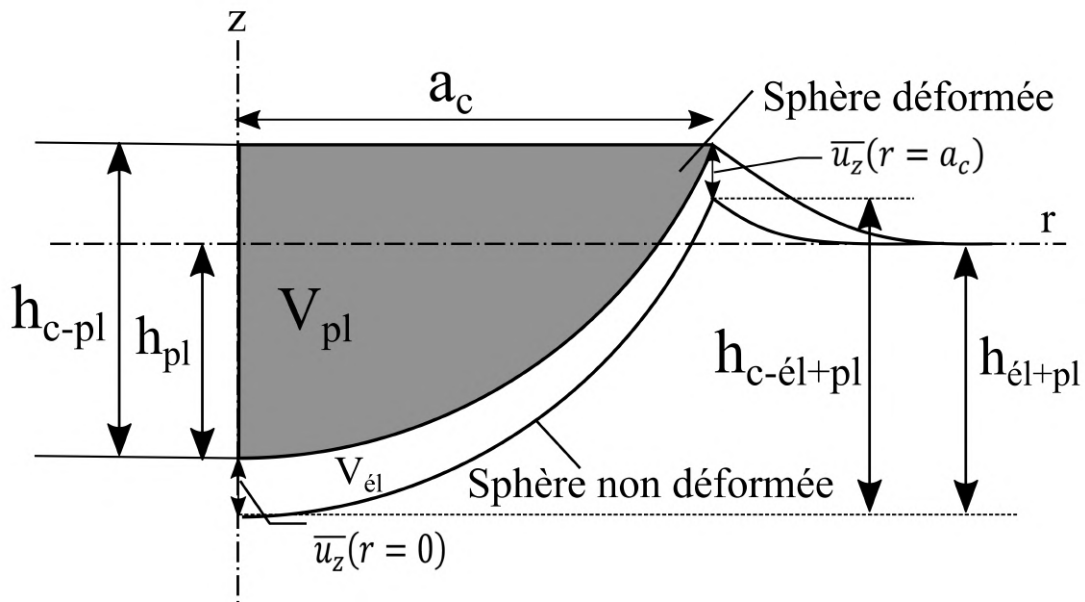


FIGURE 6.8 – Configuration d'un indenteur sphérique déformé

Le volume plastique V_{pl} correspond au volume déformé (surface grise) de l'indenteur en prenant en compte l'élasticité de l'indenteur (c'est donc la configuration obtenue lors de l'indentation). Le volume élastique $V_{él}$ correspond au volume déplacé suite à la déformation élastique de l'indenteur (surface blanche). Le volume plastique V_{pl} vaut :

$$V_{pl} = V_{total} - V_{él} \quad (6.21)$$

V_{total} est le volume initial non déformé déterminé à partir de la géométrie de l'indenteur. Pour déterminer alors V_{pl} , il faut déterminer $V_{él}$. En supposant en champ de pression

uniforme[41], le déplacement moyen élastique [31] est égal :

$$\bar{u}_z = \frac{16}{E\pi} \left[\frac{1 - \nu_m^2}{E_m} + \frac{1 + \nu_i^2}{E_i} \right] \frac{F}{\pi a_c^2} \quad (6.22)$$

et $V_{él}$ est égale à :

$$V_{él} = \bar{u}_z \pi a_c^2 \quad (6.23)$$

et donc le volume plastique peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$\bar{u}_z = \frac{16}{E\pi} \left[\frac{1 - \nu_m^2}{E_m} + \frac{1 + \nu_i^2}{E_i} \right] \frac{F}{\pi a_c^2} V_{pl}(a_c) = V_{total}(a_c) - \bar{u}_z \pi a_c^2 \quad (6.24)$$

ce qui entraîne,

$$\bar{u}_z = V_{total}(a_c) - \frac{16}{E\pi} \left[\frac{1 - \nu_m^2}{E_m} + \frac{1 + \nu_i^2}{E_i} \right] F a_c \quad (6.25)$$

Nous allons distinguer deux types de configurations : celle pour l'indenteur rigide et celle pour l'indenteur déformable. Les différents symboles des propriétés pour chaque configuration sont illustrés dans le Tableau 6.1. L'indice *ref* est utilisé pour les propriétés correspondantes à la configuration d'un indenteur rigide qui sera notre référence, l'indice *qq* désigne les propriétés liées à la configuration d'un indenteur quelconque et déformable.

Les volumes plastiques obtenus avec un indenteur rigide et un indenteur déformable de forme quelconque sont identiques pour un même rayon de contact. Si l'on addimensionnalise par le rayon de contact ces deux volumes, on doit avoir :

$$\frac{V_{pl-qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} = \frac{V_{pl}(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^2} \quad (6.26)$$

Cette expression donne :

$$\frac{V(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{(1 - \nu_{ref}^2)}{E_{ref}} \frac{F_{ref}}{a_{c-ref}^2} = \quad (6.27)$$

$$\frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \left[\frac{(1 - \nu_{ref}^2)}{E_m} + \frac{(1 - \nu_i^2)}{E_i} \right] \frac{F_{qq}}{a_{c-qq}^2}$$

De plus, en déterminant le rayon équivalent de l'indenteur de forme quelconque pour

TABLEAU 6.1 – Symboles utilisés pour chaque configuration d'indenteur.

Propriétés	Configuration rigide	Configuration déformable
	(référence)	(quelconque)
Module de Young (matériau)	E_{m-ref}	$E_{m-qq} = E_{m-ref}$
Coefficient de Poisson (matériau)	ν_{m-ref}	$\nu_{qq-m} = \nu_{m-ref}$
Limite d'élasticité (matériau)	σ_{y-ref}	$\sigma_{y-qq} = \frac{(E_{m-qq})(\sigma_{y-ref})}{E_{m-ref}}$
Exposant d'écrouissage (matériau)	n_{ref}	$n_{qq} = n_{ref}$
Module de Young (indenteur)	-	E_{i-qq}
Coefficient de Poisson (indenteur)	-	ν_{i-qq}
Géométrie de la sphère	$z(r) = R - \sqrt{R^2 - r^2}$	$(r_{j-qq}) = z_{j-qq}$ (Point par point)

chaque rayon de contact $a_c - qj$ obtenu, l'étude addimensionnelle montre que :

$$\frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} = \frac{F_{ref}}{E_{ref} a_{c-ref}^2} \quad (6.28)$$

lorsque,

$$\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} = \frac{R}{a_c}$$

on obtient donc :

$$\frac{V(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} - \frac{16}{3\pi} (1 - \nu_{ref}^2) \frac{F_{ref}}{E_{ref} a_{c-ref}^2} = \quad (6.29)$$

$$\frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \left[(1 - \nu_{ref}^2) + \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) \right] \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2}$$

\Rightarrow :

$$\frac{V(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} - \frac{16}{3\pi} (1 - \nu_{ref}^2) \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} = \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \left[(1 - \nu_{ref}^2) + \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) \right] \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} \\ \Rightarrow & \frac{V(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} \end{aligned}$$

En remplaçant $\frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2}$ par la fonction addimensionnelle $F_{ad}\left(\frac{R}{a_c}\right)$, on peut écrire :

$$\frac{V(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad}\left(\frac{R}{a_c}\right) \quad (6.31)$$

6.4.3.1 Indenteur rigide de forme parabolique

Le volume, addimensionnalisé par le rayon de contact, déplacé par un indenteur parabolique rigide lorsque celui-ci indente le matériau de référence est égale à :

$$\frac{V_{pa}(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad}\left(\frac{R}{a_c}\right) \quad (6.32)$$

Où,

$$V_{pa}(a_{c-ref}) = \frac{\pi a_{c-ref}^4}{4 R_{ref}}$$

Dans cette équation, R_{ref} est le rayon de l'indenteur sphérique similaire à l'indenteur parabolique. On obtient donc :

$$\frac{\pi a_{c-ref}}{4 R_{ref}} = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad}\left(\frac{R}{a_c}\right) \quad (6.33)$$

Puisque $\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}}$, l'équation devient :

$$\frac{\pi a_{c-qq}}{4 R_j} = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad}\left(\frac{R}{a_c}\right) \quad (6.34)$$

Connaissant la forme de l'indenteur quelconque, à chaque rayon de l'indenteur $r_j = a_{c-qqj}$ correspond un volume $V(r_j) = V_{qq}(a_{c-qqj})$ et un rayon d'une parabole équivalente R_j . Ce

rayon de l'indenteur parabolique équivalent s'obtient donc avec l'équation :

$$\frac{1}{R_j} = \frac{4}{\pi} \frac{V(r_j)}{r_j^4} - \frac{64}{3\pi^2} \frac{E_m}{E_i} \frac{1}{r_j} (1 - \nu_i^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) \quad (6.35)$$

6.4.3.2 Indenteur rigide de forme sphérique

Le volume, addimensionnalisé par le rayon de contact, déplacé par un indenteur sphérique rigide, V_{sp} , lorsque celui-ci indente le matériau de référence est égale à :

$$\frac{V_{sp}(a_{c-ref})}{a_{c-ref}^3} = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) \quad (6.36)$$

où :

$$V_{sp}(a_{c-ref}) = \frac{\pi}{3} a_{c-ref}^3 \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} - \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} + \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \right)^2 - 1} \right) \quad (6.37)$$

Dans cette équation, R_{ref} est le rayon de l'indenteur sphérique. Ce qui donne :

$$\frac{\pi}{3} \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} - \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} + \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \right)^2 - 1} \right) = \quad (6.38)$$

$$\frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$$

Et donc :

$$\begin{aligned} \frac{a_{c-ref}}{R_{ref}} \frac{\pi}{3} \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} - \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} + \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \right)^2 - 1} \right) & \quad (6.39) \\ & = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) \end{aligned}$$

Puisque $\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}}$, l'équation devient :

$$\begin{aligned} \frac{a_{c-qq}}{R_j} \frac{\pi}{3} \frac{R_j}{a_{c-qq}} \left(\frac{R_j}{a_{c-qq}} - \sqrt{\left(\frac{R_j}{a_{c-qq}}\right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_j}{a_{c-qq}} + \sqrt{\left(\frac{R_j}{a_{c-qq}}\right)^2 - 1} \right) \\ = \frac{V_{qq}(a_{c-qq})}{a_{c-qq}^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) \end{aligned} \quad (6.40)$$

Connaissant la forme de l'indenteur quelconque, à chaque rayon de l'indenteur $r_j = ac - qqj$ correspond un volume $V(r_j) = V_{qq}(a_{c-qqi})$ et un rayon d'une sphère équivalente R_j . Ce rayon sphérique équivalent s'obtient donc avec l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{r_j}{R_j} \frac{\pi}{3} \frac{R_j}{r_j} \left(\frac{R_j}{r_j} - \sqrt{\left(\frac{R_j}{r_j}\right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_j}{r_j} + \sqrt{\left(\frac{R_j}{r_j}\right)^2 - 1} \right) = \\ \frac{V(r_j)}{r_j^3} - \frac{16}{3\pi} \frac{E_m}{E_i} (1 - \nu_i^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) \end{aligned} \quad (6.41)$$

Le rayon sphérique équivalent de l'indenteur de forme quelconque s'obtient donc avec :

$$R_j = \frac{\pi}{3} \frac{\frac{R_j}{r_j} \left(\frac{R_j}{r_j} - \sqrt{\left(\frac{R_j}{r_j}\right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_j}{r_j} + \sqrt{\left(\frac{R_j}{r_j}\right)^2 - 1} \right)}{\frac{V(r_j)}{r_j^4} - \frac{16}{3\pi} (1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \frac{1}{r_j} F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)} \quad (6.42)$$

L'équation précédente montre que la détermination du rayon de l'indenteur sphérique ne peut se faire que de manière itérative. La valeur de départ du rayon de l'indenteur sphérique est obtenue à partir de l'équation proposée pour l'indenteur parabolique. Dans la Figure 6.9, nous avons tracé l'évolution du rayon équivalent estimé en fonction du rayon de contact³. On peut remarquer un profil R_j équivalent qui évolue de manière irrégulière : un écrasement en fonction de l'évolution du rayon r_j .

3. Matériau utilisé : $E_m=400\text{GPa}$; $\sigma_y=1000\text{MPa}$; $n=0,3$. Indenteur utilisé : $E_{ind} = 524\text{GPa}$; $R_{ref}=0,25\text{mm}$

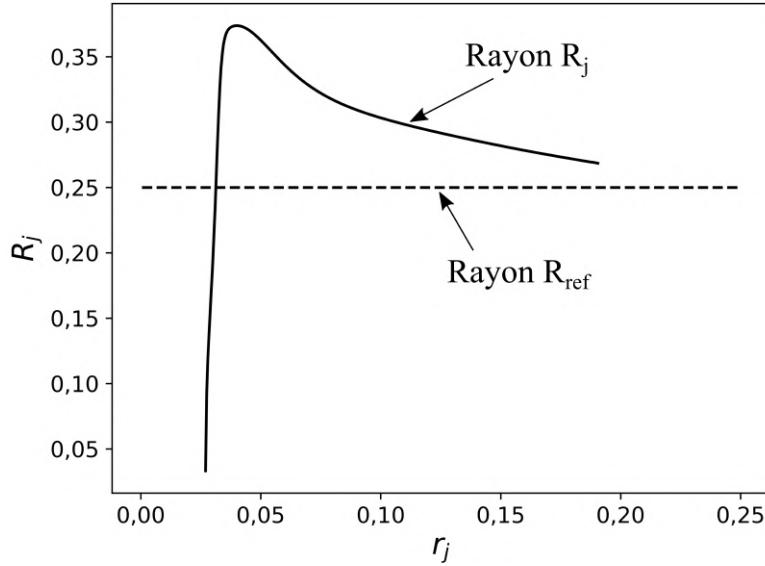


FIGURE 6.9 – Evolution du rayon équivalent estimé en fonction du rayon de contact de 0,25mm

6.4.4 Détermination du bourrelet plastique (Postulat 2)

A partir de la Figure 6.8, nous pouvons écrire :

$$h_{c-pl} - u_z(r = a_c) - h_{c-él+pl} + h_{él+pl} - h_{pl} = 0 \quad (6.43)$$

Ce qui amène à :

$$h_{c-pl} - h_{pl} = h_{c-él+pl} + u_z(r = a_c) - h_{él+pl}$$

Cette équation indique ce que vaut le bourrelet « plastique ». En considérant une pression uniforme appliquée par un indenteur rigide, le déplacement vertical élastique au niveau du rayon de contact s'écrit :

$$u_z(r = a_c) = \frac{4}{\pi^2} \frac{(1 - \nu_m^2)}{a_c E_m} F \quad (6.44)$$

On peut donc écrire que le bourrelet « plastique » obtenue dans le cas d'un indenteur

rigide s'écrit :

$$h_{c-pl} - h_{pl} = h_{c-él+pl} + \frac{4}{\pi^2} \frac{(1 - \nu_m^2)}{a_c E_m} F - h \quad (6.45)$$

Dans le cas d'un indenteur rigide parfaitement sphérique, l'équation devient :

$$h_{c-pl} - h_{pl} = R - \sqrt{R^2 - a_c^2} + \frac{4}{\pi^2} \frac{(1 - \nu_m^2)}{a_c E_m} F - h_{él+pl} \quad (6.46)$$

Cette équation peut aussi s'écrire :

$$h_{c-pl} - h_{pl} = R - \sqrt{R^2 - a_c^2} + \frac{4}{\pi^2} (1 - \nu_m^2) a_c \frac{F}{E_m a_c^2} - h$$

6.4.4.1 Détermination du déplacement d'un point de l'indenteur situé sur l'axe de symétrie et loin du contact pour un indenteur de forme quelconque

Reprenons nos deux configurations précédemment définies :

- a) Un matériau de référence indenté par une sphère rigide parfaitement sphérique.
- b) Un matériau indenté par un indenteur déformable de forme quelconque.

Rappelons que les conditions de frottement pour les deux configurations doivent être identiques et que les paramètres mécaniques du matériau indenté doivent respecter :

$$\frac{\sigma_y}{E_m} = \frac{\sigma_{yref}}{E_{ref}}$$

$$\nu_m = \nu_{ref} \quad n_m = n_{ref}$$

Dans le cas où le matériau indenté a un module de Young différent de celui considéré comme référence, le déplacement d'un point de l'indenteur situé sur l'axe de symétrie loin du contact calculé pour un indenteur déformable de forme quelconque est obtenu pour un matériau de limite d'élasticité égale à :

$$\sigma_y = \frac{E_m \sigma_{yref}}{E_{ref}}$$

En déterminant le rayon équivalent, R_j , de l'indenteur de forme quelconque pour chaque rayon de contact $a_c - qj$ obtenue, l'étude addimensionnelle montre que :

si,

$$\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \Rightarrow \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} = \frac{F_{ref}}{E_m a_{c-ref}^2}$$

et si

$$\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} \Rightarrow \frac{h_{qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{ref}}{a_{c-ref}}$$

6.4.4.2 Postulat 2

Pour un même rayon de contact, le bourrelet « plastique », obtenu après avoir supprimé les déplacements verticaux élastiques, est identique entre deux types d'indentation (ex : entre l'indentation obtenue avec une sphère parfaite rigide sur un matériau de référence et celle obtenue avec un indenteur déformable de forme quelconque sur un matériau donné). De manière addimensionnelle, on peut écrire l'égalité par :

$$\frac{h_{c-pl-qq} - h_{pl-qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{c-pl-ref} - h_{pl-ref}}{a_{c-ref}} \quad (6.47)$$

Indenteur rigide sphérique :

Pour la configuration de référence (indenteur rigide sphérique), on a :

$$h_{c-pl-ref} - h_{pl-ref} = R - \sqrt{R^2 - a_{c-ref}^2} + \frac{4}{\pi^2} (1 - \nu_m^2) a_{c-ref} \frac{F_{ref}}{E_m a_{c-ref}^2} - h_{ref} \quad (6.48)$$

$$h_{c-pl-ref} - h_{pl-ref} = h_{c-qq} + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{(1 - \nu_m^2)}{E_m} + \frac{(1 - \nu_i^2)}{E_i} \right) \frac{F_{qq}}{a_{c-qq}} - h_{qq} \quad (6.49)$$

$$\Rightarrow h_{c-pl-ref} - h_{pl-ref} = h_{c-qq} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_m^2) + (1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) a_{c-qq} \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} - h_{qq}$$

Où ν_i et E_i correspondent au coefficient de Poisson et au module d'élasticité de l'indenteur. L'égalité des bourrelets plastiques addimensionnalisés conduit à :

$$\frac{R_{ref} - \sqrt{R_{ref}^2 - a_{c-ref}^2}}{a_{c-ref}} + \frac{4}{\pi^2} (1 - \nu_m^2) \frac{F_{ref}}{E_m a_{c-ref}^2} - \frac{h_{ref}}{a_{c-ref}} = \quad (6.50)$$

$$\frac{h_{c-\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_m^2) + (1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) \frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} - \frac{h_{\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}}$$

$$\frac{F_{qq}}{E_m a_{c-qq}^2} = \frac{F_{ref}}{E_m a_{c-ref}^2}$$

lorsque,

$$\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}}$$

En remplaçant ces termes par la fonction addimensionnelle $F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$, on peut écrire :

$$\frac{R_{ref} - \sqrt{R_{ref}^2 - a_{c-ref}^2}}{a_{c-ref}} + \frac{4}{\pi^2} (1 - \nu_m^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) - \frac{h_{\acute{e}l+pl-ref}}{a_{c-ref}} = \quad (6.51)$$

$$\frac{h_{c-\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_m^2) + (1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) - \frac{h_{qq}}{a_{c-qq}}$$

Et donc :

$$\frac{h_{\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{\acute{e}l+pl-ref}}{a_{c-ref}} - \frac{R_{ref} - \sqrt{R_{ref}^2 - a_{c-ref}^2}}{a_{c-ref}} + \frac{h_{c-qq}}{a_{c-qq}} \quad (6.52)$$

$$+ \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_m^2) + (1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) - \frac{4}{\pi^2} (1 - \nu_m^2) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{h_{\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{ref}}{a_{c-ref}} - \frac{R_{ref} - \sqrt{R_{ref}^2 - a_{c-ref}^2}}{a_{c-ref}} + \frac{h_{c-qq}}{a_{c-qq}} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{h_{\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{\acute{e}l+pl-ref}}{a_{c-ref}} - \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}} + \sqrt{\left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref}}\right)^2 - 1} +$$

$$\frac{h_{c-\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$$

Puisque,

$$\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}}$$

on peut écrire :

$$\frac{h_{\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{ref}}{a_{c-ref}} - \frac{R_j}{a_{c-qq}} + \sqrt{\left(\frac{R_j}{a_{c-qq}}\right)^2 - 1} + \frac{h_{c-\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$$

(6.53)

Lorsque,

$$\frac{R_j}{a_{c-qq}} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref}}; \frac{h_{qq}}{a_{c-qq}} = \frac{h_{ref}}{a_{c-ref}}$$

en remplaçant les profondeurs de pénétration addimensionnalisées par la fonction addimensionnelle $h_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$, on peut écrire :

$$\frac{h_{\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} = h_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) - \frac{R_j}{a_{c-qq}} + \sqrt{\left(\frac{R_j}{a_{c-qq}}\right)^2 - 1} + \frac{h_{c-\acute{e}l+pl-qq}}{a_{c-qq}} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right)$$

(6.54)

On obtient alors :

$$h_{\acute{e}l+pl-qq} = h_{c-qq} - R_j + \sqrt{R_j^2 - a_{c-qq}^2} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) a_{c-qq} + h_{ad} \left(\frac{R}{a_c} \right) a_{c-qq}$$

(6.55)

Connaissant la forme de l'indenteur quelconque, à chaque rayon de l'indenteur $r_j = a_{c-qqj}$ correspond une ordonnée z_j obtenue à partir de la géométrie de l'indenteur de forme quelconque. La profondeur de pénétration obtenue pour l'indenteur de forme quelconque

s'obtient donc avec l'équation :

$$h_{\text{él+pl-qq-j}} = z_j - R_j + \sqrt{R_j^2 - r_j^2} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{ad} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) r_j + h_{ad} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) r_j \quad (6.56)$$

6.4.5 Synthèse de la méthode de transformation

On utilise la courbe numérique obtenue pour une sphère rigide. On dispose de triplets $(a_{\text{cref-j}} - h_{\text{ref-j}} - F_{\text{ref-j}})$.

A partir du profil de l'indenteur déformable de forme quelconque, on dispose de triplets $((r_j - z_i - V_i)$

On calcule le 1er rayon équivalent de l'indenteur de forme quelconque, R_{j0} à partir de l'équation donnée pour l'indenteur de référence parabolique sans prendre en compte la déformation élastique du matériau :

$$\frac{1}{R_{j0}} = \frac{4}{\pi} \frac{V(r_j)}{r_j^4}$$

Puisque

$$\frac{R_{jk}}{r_j} = \frac{R_{\text{ref}}}{a_{c-\text{ref-j}}} = \frac{R}{a_{c-j}}$$

la fonction addimensionnelle

$$F_{ad-jk} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) = \frac{F_{qq-j}}{E_m r_j^2} = \frac{F_{\text{ref-j}}}{E_m a_{c-\text{ref-j}}^2}$$

peut être calculée à partir des triplets $(a_{\text{cref-j}} - h_{\text{ref-j}} - F_{\text{ref-j}})$. Concrètement, la fonction addimensionnelle

$$F_{ad-jk} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) = \frac{F_{qq-j}}{E_m r_j^2}$$

peut être déterminée sous Excel avec la fonction rechercheV :

$$= \text{rechercheV} \left(\frac{R_{jk}}{r_j}; \text{tab} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a_{c-\text{ref-j}}}; \frac{F_{\text{ref-j}}}{E_m a_{c-\text{ref-j}}^2} \right); 2 \right)$$

ou par interpolation des courbes sous Python :

$$= \text{interp1d} \left(\frac{R_{jk}}{r_j}; \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref-j}}; \frac{F_{ref-j}}{E_m a_{c-ref-j}^2} \right); \text{linear} \right)$$

De manière itérative, on calcule R_{jk+1} avec l'équation :

$$R_{jk+1} = \frac{\pi}{3} \frac{\frac{R_{jk}}{r_j} \left(\frac{R_{jk}}{r_j} - \sqrt{\left(\frac{R_{jk}}{r_j} \right)^2 - 1} \right)^2 \left(2 \frac{R_{jk}}{r_j} + \sqrt{\left(\frac{R_{jk}}{r_j} \right)^2 - 1} \right)}{\frac{V(r_j)}{r_j^4} - \frac{16}{3\pi} (1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \frac{1}{r_j} F_{ad-jk} \left(\frac{R_{jk}}{r_j} \right)}$$

$$\frac{F_{qq-jk+1}}{E_m r_j^2} = \text{rechercheV} \left(\frac{R_{jk}}{r_j}; \text{tab} \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref-j}}; \frac{F_{ref-j}}{E_m a_{c-ref-j}^2} \right); 2 \right)$$

Ou par :

$$\text{interp1d} \left(\frac{R_{jk}}{r_j}; \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref-j}}; \frac{F_{ref-j}}{E_m a_{c-ref-j}^2} \right); \text{linear} \right)$$

A cette étape, on obtient donc pour chaque valeur r_j , l'évolution :

- du rayon équivalent de l'indenteur déformable de forme quelconque, R_j ,
- de l'effort addimensionnalisé $F_{ad-j} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right)$
- de l'effort appliqué sur l'indenteur déformable de forme quelconque, F_{qq-j} ,

Puisque $\frac{R_j}{r_j} = \frac{R_{ref}}{a_{c-ref-j}} = \frac{R}{a_{c-j}}$ la fonction addimensionnelle $h_{ad-j} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) = \frac{h_{qq-j}}{a_{c-qq-j}} = \frac{h_{ref-j}}{a_{c-ref-j}}$ peut être calculée à partir des triplets $(a_{c-ref-j} - h_{ref-j} - F_{ref-j})$.

Concrètement, la fonction addimensionnelle $h_{ad-j} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) = \frac{h_{qq-j}}{a_{c-qq-j}}$ peut être déterminée sous Excel avec la fonction :

$$= \text{rechercheV} \left(\frac{R_{jk}}{r_j}; \text{tab} \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref-j}}; \frac{h_{él+pl-ref-j}}{a_{c-ref-j}} \right); 2 \right)$$

ou sous Python par

$$= \text{interp1d} \left(\frac{R_{jk}}{r_j}; \left(\frac{R_{ref}}{a_{c-ref-j}}; \frac{h_{él+pl-ref-j}}{a_{c-ref-j}} \right); \text{linear} \right)$$

Pour chaque valeur r_j , l'évolution du déplacement d'un point situé sur l'axe de symétrie et loin du contact, h_j , obtenue pour l'indenteur déformable de forme quelconque peut être obtenue avec l'équation 6.56 :

$$h_{\text{él+pl-qq-j}} = z_j - R_j + \sqrt{R_j^2 - r_j^2} + \frac{4}{\pi^2} \left((1 - \nu_i^2) \frac{E_m}{E_i} \right) F_{\text{ad-j}} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) r_j + h_{\text{ad-j}} \left(\frac{R}{a_{c-j}} \right) r_j$$

La courbe $h_{\text{él+pl-qq-j}}-F_{\text{qq-j}}$ est donc construite.

6.5 Application de la méthode de transformation

6.5.1 Introduction

Dans les paragraphes précédents nous avons présenté la méthode qui permet de transformer les courbes d'indentation obtenues pour un indenteur sphérique non déformable en courbes d'indentation pour un indenteur sphérique ou quasi-sphérique déformable. Nous avons intégré cette méthode de transformation à notre propre approche numérique d'indentation rigide. Cela rend notre modèle analytique capable de prendre en compte les déformations liées à la rigidité de l'indenteur sphérique ou quasi-sphérique utilisé expérimentalement.

Avant de caractériser les matériaux réels, nous allons présenter les différentes étapes qui permettent de transformer une courbe $F(h)$ issue du nouveau modèle analytique d'indenteur rigide à une courbe $F(h)$ comparable aux courbes $F(h)$ expérimentales.

Nous allons nous baser sur des résultats EF pour la démonstration en utilisant un pseudo-matériau numérique similaire à l'acier C35.

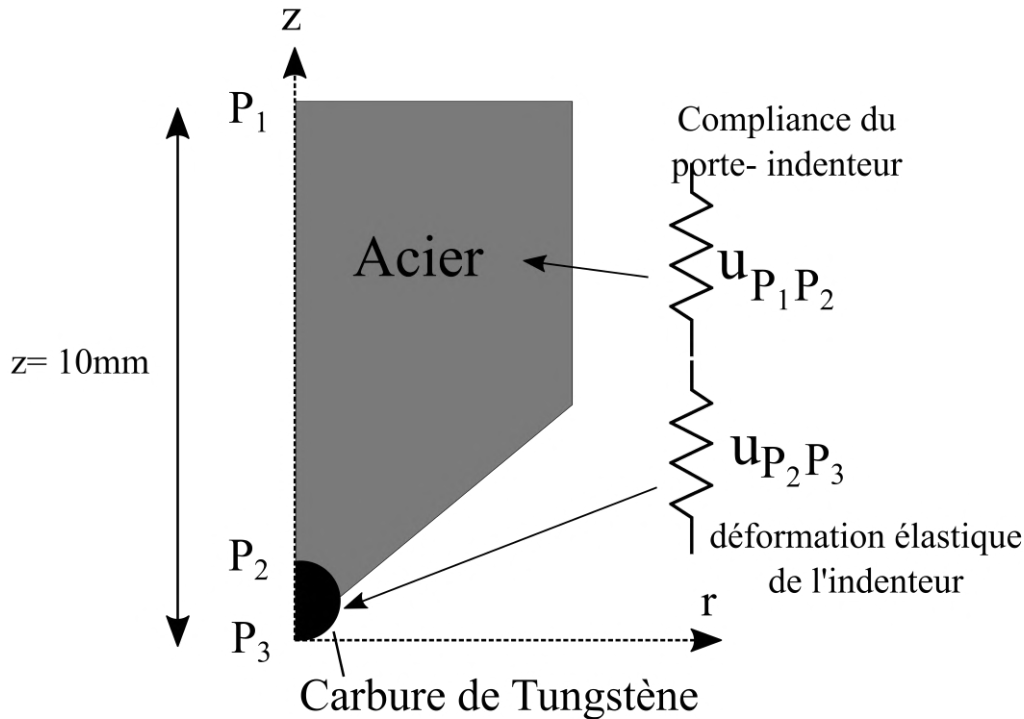


FIGURE 6.10 – Représentation schématique dans l'espace z,r du dispositif expérimental de l'essai d'indentation sphérique utilisé dans notre laboratoire

6.5.2 Application numérique (EF)

Le modèle EF(B), présenté dans le chapitre 2, est utilisé avec deux configurations différentes présentées dans le tableau 6.2. Dans ce tableau, Conf 1 est une configuration où l'indenteur et le porte-indenteur présentent les mêmes propriétés élastiques. Conf 2 correspond à la configuration réelle utilisée expérimentalement (Figure 6.10). L'indenteur est composé d'une bille en carbure de tungstène sertie dans un porte-indenteur en acier et les capteurs de déplacement sont fixés sur le porte-indenteur, à 10 mm de l'extrémité de l'indenteur. On rappelle que ces capteurs permettent de mesurer le déplacement du point de fixation des capteurs par rapport à la surface du matériau indenté.

Les déplacements sont mesurés à partir du point P_1 pour les deux configurations Conf 1 et Conf 2.

Plusieurs étapes sont effectuées pour passer d'une courbe $F(h)$ obtenue pour un indenteur rigide à une courbe $F(h)$ qui prend en compte les déformations élastiques d'un banc

d'indentation.

TABLEAU 6.2 – Deux configurations EF pour un indenteur sphérique lié à un porte-indenteur

	Indenteur Sphérique	Porte-indenteur
Conf 1	Carbure de Tungstène	Carbure de Tungstène
	$E_{ind} = 600\text{GPa}$	$E_{ind} = 600\text{GPa}$
Conf 2	Carbure de Tungstène	Acier
	$E_{ind} = 600\text{GPa}$	$E_{P-I} = 210\text{GPa}$

6.5.2.1 Courbes $F(h)$ non calibrées

Pour le pseudo-matériau numérique similaire au C35, 3 courbes $F(h)$ sont obtenues :

- Courbe $F(h)$ issue du modèle EF pour la configuration Conf 1.
- Courbe $F(h)$ issue du modèle EF pour la configuration Conf 2.
- Courbe $F(h)$ issue du modèle analytique pour le cas d'un indenteur rigide.

L'ensemble des courbes $F(h)$ est montré dans la figure 6.11.

On remarque que la modélisation EF pour les deux configurations différentes aboutit à deux courbes $F(h)$ distinctes. Pour un effort donné, la courbe $F(h)$ issue de la Conf 2 (porte-indenteur en acier) est à droite de la courbe $F(h)$ issue de la Conf 1 (porte-indenteur en carbure de Tungstène). Ce résultat confirme que le porte-indenteur en acier est moins rigide que le porte-indenteur en carbure de tungstène

On peut remarquer aussi sur la même figure, que la courbe $F(h)$ obtenue pour un indenteur rigide se situe au dessus des autres courbes.

De ces deux remarques, on peut déduire que plus l'ensemble indenteur plus porte-indenteur est rigide plus on a besoin d'un effort F élevé pour une profondeur de pénétration h donnée.

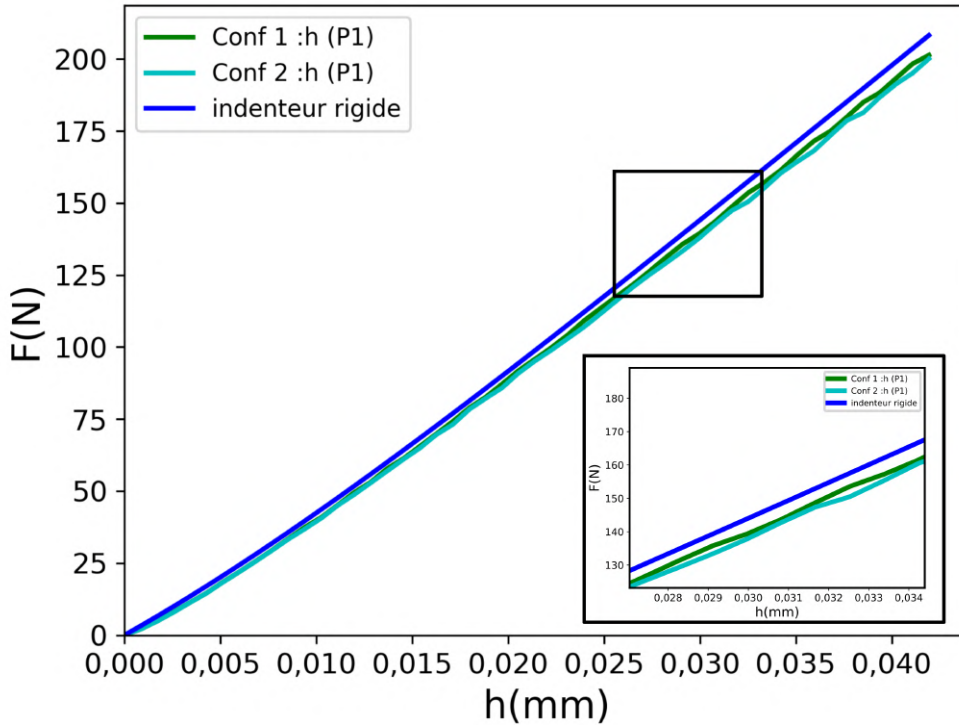


FIGURE 6.11 – Comparaison des courbes $F(h)$ obtenues pour les deux configurations EF étudiées avec la courbe $F(h)$ obtenue pour un indenteur rigide (pour un pseudo-matériau numérique ayant comme caractéristiques : $\sigma_y=260\text{MPa}$; $n=0,164$ et $E = 210\text{GPa}$)

6.5.2.2 Etape 1 : Calibration de la déformation de l'indenteur

Une fois les courbes $F(h)$ obtenues, des calibrations prenant en compte l'élasticité de l'indenteur sphérique ou quasi-sphérique sont requises.

Les courbes $F(h)$ issues des configurations Conf 1 et Conf 2 prennent déjà en compte cette élasticité et donc aucune calibration n'est requise. Par contre, la courbe issue du modèle analytique pour le cas d'un indenteur rigide ne prend pas en compte la déformation élastique de l'indenteur, d'où la nécessité d'une calibration.

La méthodologie présentée précédemment dans le paragraphe 6.4 permet d'obtenir le déplacement d'un point de l'indenteur situé à une distance infinie du contact, et donc de prendre en compte les déformations de l'indenteur sphérique considéré comme massif semi -infini de propriétés élastiques données. Il faut donc retrancher les déplacements situés entre les points P_1 et P_2 de la profondeur de pénétration transformée ($h_{\text{él+pl-qq}}$) de

l'équation 6.56. Les déplacements $u_{P_1 P_2}$ sont obtenus à partir d'une équation similaire à l'équation 2.8 :

$$u_{P_1 P_2} = \int_{z(P_2)}^{+\infty} \varepsilon_z dz \equiv \quad (6.57)$$

$$\frac{-1}{E\sqrt{a^2 + z^2}} \left(p \left(2\sqrt{a^2 + z^2} \nu^2 z - 2a^2 \nu^2 - 2\nu^2 z^2 + \nu z \sqrt{a^2 + z^2} - \nu z^2 - z \sqrt{a^2 + z^2} + 2a^2 + z^2 \right) \right)$$

La figure 6.12 montre que la méthode de transformation modifie la courbe obtenue avec l'indenteur rigide. Avec cette transformation, la courbe obtenue est plus proche de la courbe $F(h)$ issue de la configuration Conf 1 que celle issue de la configuration Conf 2.

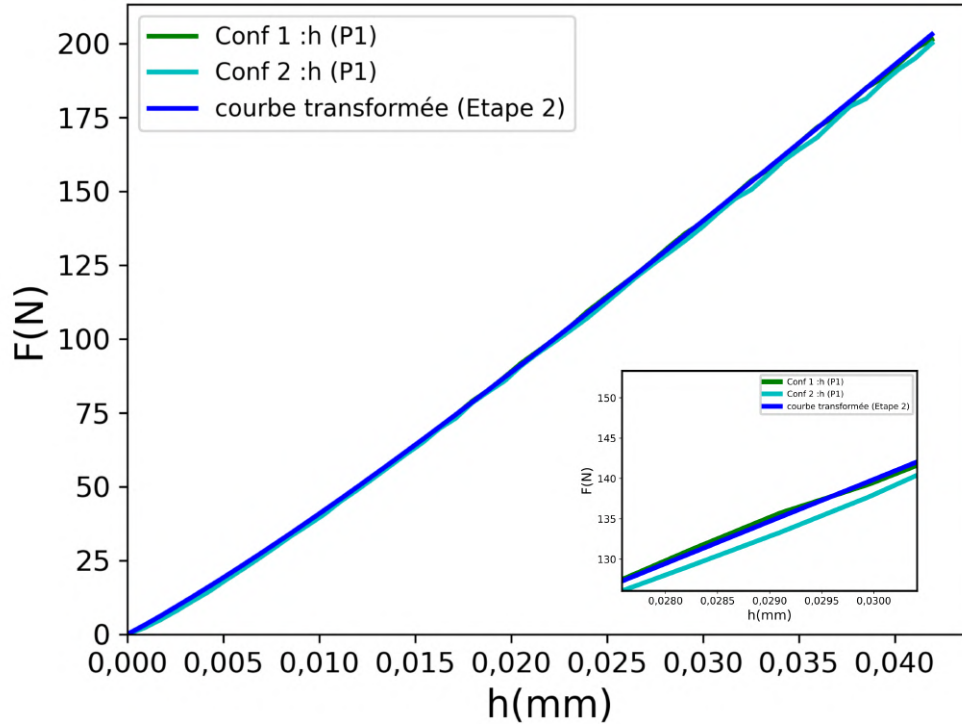


FIGURE 6.12 – Etape 1 : Comparaison des courbes $F(h)$ obtenues pour les deux configurations EF étudiées avec la courbe $F(h)$ obtenue avec un indenteur rigide après transformation (pour un pseudo-matériau numérique ayant : $\sigma_y=260\text{MPa}$; $n=0,164$ et $E = 210\text{GPa}$)

6.5.2.3 Etape 2 : Calibration de la déformation du porte-indenteur (Compliance)

Après avoir corrigé la courbe $F(h)$ obtenue avec un indenteur rigide en prenant en compte la déformation élastique de l'indenteur sphérique, il est nécessaire maintenant de tenir en compte des déformations élastiques du porte-indenteur (de caractéristiques élastiques parfois différentes de celles de l'indenteur).

La compliance dépend du matériau du porte-indenteur. Puisque, les porte-indenteurs des deux configurations sont constitués de deux matériaux différents, nous allons obtenir deux compliances C_m distinctes selon la méthode présentée dans le chapitre 2. Pour la Conf 1 (Porte-indenteur en carbure), la valeur de C_m obtenue est égale à $8,87E^{-7}$ mm/N, alors que pour la Conf 2 la valeur de C_m obtenue est de $2,21E^{-6}$ mm/N.

Chaque valeur de déplacement ($C_m \cdot F$) sera ajouté séparément au déplacement obtenu dans l'étape 2 pour obtenir les deux courbes $F(h)$ montrées dans la figure 6.13 (Courbes transformées (étape 3)).

Les résultats montrent que les différentes étapes de transformation sont obligatoires pour obtenir une courbe $F(h)$ très similaire à la courbe $F(h)$ obtenue expérimentalement.

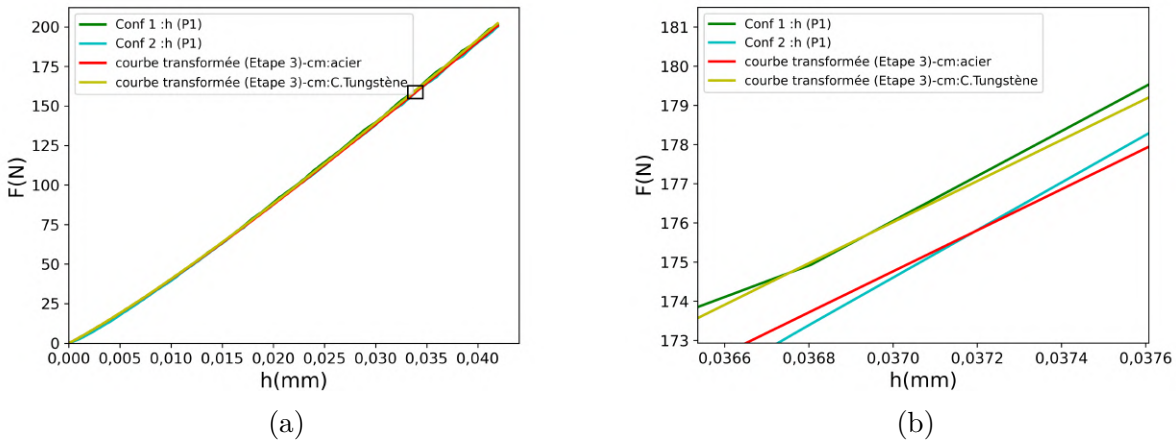


FIGURE 6.13 – Etape 2 : (a) Comparaison entre les courbes $F(h)$ obtenues pour les deux configurations EF étudiées et la courbe $F(h)$ obtenue pour un indenteur rigide après transformation (pour un pseudo-matériau numérique ayant : $\sigma_y=260$ MPa ; $n=0,164$ et $E = 210$ GPa) , (b) zoom de la figure (a)

6.6 Identification des matériaux réels

Dans ce paragraphe, nous allons caractériser les matériaux réels étudiés précédemment (chapitre 5) en nous basant cette fois-ci sur l'approche numérique d'indentation sphérique proposée dans ce chapitre, et la nouvelle définition de déformation représentative basée sur la méthode du gradient. La caractérisation consiste à déterminer à partir des données $F - h$ et $F - a$ des points de coordonnées (contraintes représentatives-déformation représentatives) de la loi d'érouissage du matériau.

Dans cette étude, la valeur de la compliance C_m prise en compte pour l'alliage EN-AW2017 est $2,27E^{-6}$ mm/N (voir chapitre 2) et celle prise en compte pour les aciers est de $3,56E^{-6}$ mm/N [41].

Nous allons comparer aussi les résultats obtenus avec les résultats obtenus à partir du modèle de Lee et al. présenté dans le chapitre 4.

Dans la figure 6.14 nous avons tracé pour chacun des 5 matériaux étudiés :

- La loi d'érouissage obtenue par traction.
- La loi d'Hollomon ajustée à la loi d'érouissage obtenue par traction.
- les différents points identifiés par la méthode du gradient appliquée à des données $F - h$ à partir du modèle de Lee et al.
- les différents points identifiés par la méthode du gradient appliquée à des données $F - a$ à partir du modèle de Lee et al.
- Les différents points identifiés par la méthode du gradient appliquée à des données $F - h$ à partir du modèle proposé dans cette étude (Equation 6.8) et associé à la méthode de transformation.
- Les différents points identifiés par la méthode du gradient appliquée à des données $F - a$ à partir du modèle proposé dans cette étude (Equation 6.9) et associé à la méthode de transformation.

Globalement pour l'ensemble des matériaux, on observe que quelle soit la méthode utilisée pour l'exploitation des données d'indentation, les résultats obtenus suivent la tendance des courbes issues des essais de traction. On note également que les résultats obtenus par indentation en utilisant le modèle de Lee et al. pour le calcul des déformations représentatives par la méthode du gradient (carrés verts et carrés mauves) sont légèrement au-dessus de la courbe issue des essais de traction, sauf pour l'acier C35.

On observe aussi que les résultats obtenus par indentation en utilisant le modèle que nous proposons dans cette étude pour le calcul des déformations représentatives par la méthode du gradient (triangles noirs et croix noires) sont particulièrement proches des courbes issues des essais de traction. On soulignera cependant que pour l'acier C65, l'identification est moins satisfaisante que pour les autres matériaux étudiés. La raison peut être liée à la loi d'érouissage du matériau qui ne suit pas vraiment la loi d'Hollomon comme le montre la même figure.

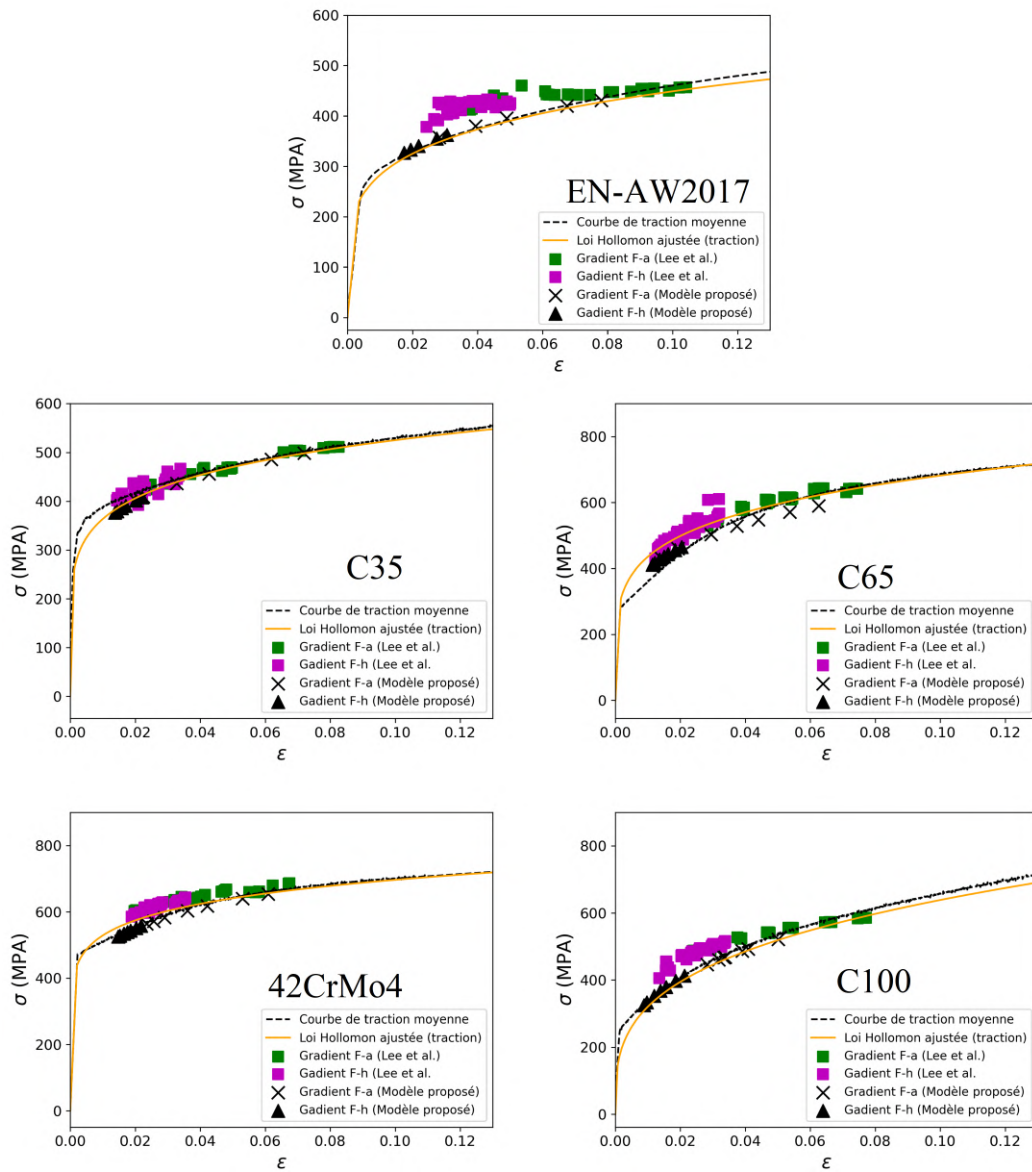


FIGURE 6.14 – Comparaison entre les contraintes et déformations représentatives obtenues par indentation avec la méthode du gradient (basée sur le modèle de Lee et al. et sur le nouveau modèle analytique proposé) et les lois d'écouissage obtenues par traction pour les différents matériaux étudiés

6.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle approche numérique d'indentation sphérique. Cette approche a été construite premièrement à partir des courbes issues d'une

base de données pour le cas d'une sphère rigide. Le modèle permet de prédire des courbes $F(h/R)$ ainsi que des courbes $F(a/R)$ pour une large gamme de métaux. Nous avons validé le modèle à partir des courbes d'indentation obtenues par EF pour un coefficient de frottement de 0,1 et un coefficient de Poisson de 0,3 et pour des niveaux d'indentation qui ne dépassent pas une valeur de h/R de 0,4.

Dans ce chapitre, nous avons aussi proposé une nouvelle méthode qui permet de transformer les courbes d'indentation obtenues pour une sphère rigide en courbes d'indentation obtenues pour un indenteur sphérique et un porte-indenteur déformable.

En conclusion, par rapport aux résultats obtenus avec le modèle de Lee et al., la nouvelle démarche proposée dans ce chapitre, comportant le nouveau modèle associé à la méthode présentée pour la transformation des courbes ainsi que notre définition de déformation représentative, nous a permis de caractériser les matériaux étudiés avec une meilleure précision.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le but de cette thèse était de caractériser les matériaux métalliques par indentation sphérique. Dans cet objectif, nous avons proposé de nouvelles méthodologies de caractérisation qui permettent, en couplant les mesures d'indentation avec des données prédites à partir des modèles d'indentation analytiques, d'identifier différents niveaux de déformations représentatives afin de construire les lois d'écrouissage de matériaux métalliques.

Nous avons proposé une nouvelle définition de la déformation représentative basée sur "la méthode du gradient" pour le cas d'une loi d'écrouissage isotrope de type Hollomon. Contrairement aux autres méthodes de la littérature, cette nouvelle définition de déformation représentative peut s'appliquer à partir des deux mesures de grandeurs physiques distinctes : la dureté issue des mesures $F - a$ et la courbure d'indentation issue des mesures $F - h$. L'utilisation de chacune de ces deux grandeurs conduit à une valeur distincte de déformation représentative. Cette méthode est indépendante de constantes obtenues par calculs empiriques ou mathématiques, elle ne dépend que des propriétés mécaniques des matériaux : la limite d'élasticité, σ_y , l'exposant d'écrouissage, n , et le module de Young, E . La démarche d'identification basée sur la méthode du gradient a pu être validée sur des données issues de simulations numériques. En revanche, la caractérisation réalisée à partir de données expérimentales sur plusieurs matériaux métalliques a montré des performances variables selon les matériaux mais en cohérence avec l'étude de fiabilité du modèle de Lee et al.

Dans cette étude, nous avons aussi utilisé une autre définition de la déformation représentative à partir d'une fonction coût et permettant d'accéder à une "déformation représentative moyenne". Nous avons appliqué cette méthode en utilisant, non pas une base de données prédéfinie sur les courbes $F(h)$ comme dans la thèse de C. Moussa mais, le modèle prédictif de Lee et al donnant accès aux courbes $F(a)$ et $F(h)$. Les résultats montrent que l'utilisation des courbes $F(a/R)$ permet d'atteindre des valeurs de déformations représentatives moyennes plus élevées que celles obtenues à partir des courbes $F(h/R)$.

Nous avons montré que la démarche est applicable non seulement à partir des courbes d'in-

dentation $F(h)$ mais aussi à partir des courbes d'indentation $F(a)$. Malgré la validation de cette méthode pour le cas d'un matériau pseudo-numérique qui suit parfaitement la loi d'Hollomon, l'application de la méthode proposée pour l'identification de la loi d'érouissage des matériaux réels montrent que les résultats dépendent des matériaux eux-mêmes et des mesures prédites à partir du modèle analytique de Lee et al.. Plus le matériau a un érouissage important, plus la prédiction des grandeurs physiques à partir du modèle de Lee et al. est risquée. De plus, la plage des matériaux étudiés par Lee et al. ne couvre pas tous les métaux, comme les métaux à haute résistance mécanique et les métaux les plus doux.

Quelque soit la définition de la déformation représentative proposée, nous avons montré que plusieurs facteurs peuvent réduire la précision sur les résultats d'identification de la loi d'érouissage des matériaux réels :

Les mesures expérimentales : nous avons montré qu'une imprécision sur les rayons de contact se répercute sur les valeurs de contraintes représentatives.

La loi d'érouissage réelle des matériaux : nous avons montré, dans les différents chapitres comportant de la caractérisation de matériaux réels, que la démarche d'identification proposée était plus performante pour les matériaux qui suivent une loi d'érouissage de type puissance comme la loi de Hollomon.

Le modèle de prédiction des grandeurs physiques : Puisque les méthodes utilisées dans cette étude consistent à retrouver les grandeurs physiques réelles à partir d'un modèle de prédiction de grandeurs physiques d'indentation de manière analytique, nous avons montré que l'identification dépend directement de la précision du modèle utilisé. Lorsqu'on s'éloigne des hypothèses ayant permis l'écriture du modèle utilisé, les problèmes de fiabilité du modèle affectent directement les résultats de l'identification.

Plusieurs limitations apparaissent sur le modèle de Lee et al. En effet, dans la bibliographie, les données de ce modèle ne sont disponibles que pour un frottement de Coulomb de 0,1, pour un enfoncement maxi de $h/R=0,12$ et pour un indenteur sphérique dont les paramètres élastiques ($E=537000$ MPa, $\nu=0,24$) ne sont pas explicitement pris en compte dans le modèle. Afin de nous affranchir de ces limitations, nous avons proposé, dans cette thèse, deux nouveaux modèles analytiques d'indentation sphérique s'appuyant sur une base de données obtenue préalablement pour des enfoncements allant jusqu'à des rapports h/R de 0,4. Un premier modèle qui permet d'obtenir rapidement l'évolution de l'effort en fonction de la profondeur de pénétration avec la déformation représentative as-

sociée à chaque mesure, et un second modèle, de forme assez similaire à celle du premier, qui permet d'obtenir l'évolution de l'effort en fonction du rayon de contact ainsi que la déformation représentative associée à chaque mesure pour le cas d'un indenteur sphérique et rigide.

Nous avons également proposé une méthode de transformation des données de l'indentation qui permet d'obtenir, à partir d'une courbe d'indentation issue d'un modèle d'indentation avec indenteur sphérique rigide, la courbe d'indentation correspondante pour un indenteur sphérique ou quasi-sphérique déformable.

Enfin, la démarche d'identification proposée, s'appuyant sur nos modèles analytiques utilisant les données de $F(h)$ et de $F(a)$ a pu être validée avec succès numériquement et expérimentalement sur plusieurs matériaux métalliques.

Plusieurs perspectives se dégagent de ces travaux.

Dans les travaux présentés, nous avons considéré un indenteur parfaitement sphérique constitué d'une sphère en carbure de tungstène sertie dans un corps en acier. Des déformations non maîtrisées au niveau de ce sertissage durant l'indentation nécessitent une calibration de l'indenteur afin d'en déduire une compliance. L'expérience acquise au LGCGM a déjà conduit dans le passé à utiliser des indentateurs monoblocs, usinés dans la masse, pour une bonne maîtrise des déformations de l'indenteur au cours de l'indentation. Une prochaine étape va donc consister à appliquer les fonctions de transformation présentées dans le chapitre 6 au cas des indentateurs monoblocs quasi-sphériques.

Par ailleurs, bien que la caractérisation par le modèle proposé soit très satisfaisante pour l'alliage d'aluminium et les différents aciers testés, nous savons que les résultats peuvent dépendre des conditions de frottement entre l'indenteur et le matériau indenté, notamment dans le cas des profondeurs de pénétration élevées. Pour améliorer les performances de la technique proposée, il peut être envisagé la prise en compte de coefficients de frottement différents de celui de 0,1 considéré dans cette étude.

Enfin, les travaux présentés ici se limitent au cas des matériaux suivant une loi d'écrouissage de type Hollomon. Une extension des travaux pourrait être envisagée pour d'autres lois d'écrouissage correspondant mieux au cas des matériaux ne suivant pas une loi puissance.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. J. ZHANG, « Chapter 2 - Rock physical and mechanical properties », en, in *Applied Petroleum Geomechanics*, J. J. ZHANG, éd., Gulf Professional Publishing, jan. 2019, p. 29-83, ISBN : 978-0-12-814814-3. DOI : 10.1016/B978-0-12-814814-3.00002-2. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128148143000022> (visité le 04/10/2022).
- [2] A. A. ROOSTAEI et H. JAHED, « 2 - Fundamentals of cyclic plasticity models », in *Cyclic Plasticity of Metals*, sér. Elsevier Series on Plasticity of Materials, H. JAHED et A. A. ROOSTAEI, éd., Elsevier, 2022, p. 23-51, ISBN : 978-0-12-819293-1. DOI : <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819293-1.00011-5>. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128192931000115>.
- [3] F. BEER, E. RUSSELL, M. D. JOHNSTON JR et J. DEWOLF, *Mechanics of materials, 7e SI*. ISBN : 9789814595247, 2014.
- [4] R. v. MISES, « Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand », *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, t. 1913, p. 582-592, 1913.
- [5] *Tensile Deformation - John Hollomon | PDF | Deformation (Engineering) | Yield (Engineering)*, en. adresse : <https://www.scribd.com/document/255631757/Tensile-Deformation-John-Hollomon> (visité le 26/10/2021).
- [6] P. LUDWIK, *Elemente der Technologischen Mechanik*, de. Berlin, Heidelberg : Springer, 1909, ISBN : 978-3-662-39265-2 978-3-662-40293-1. DOI : 10.1007/978-3-662-40293-1. adresse : <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-40293-1> (visité le 28/09/2022).
- [7] H. W. SWIFT, « Plastic instability under plane stress », en, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, t. 1, 1, p. 1-18, oct. 1952, ISSN : 0022-5096. DOI : 10.1016/0022-5096(52)90002-1. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022509652900021> (visité le 28/09/2022).

-
- [8] E. VOCE, « The relationship between stress and strain for homogeneous deformations », *Journal of the Institute of Metals*, t. 74, 1948. adresse : <https://wbl.db.lievers.net/10061146.html> (visité le 28/09/2022).
- [9] M. KUMAR GUPTA et N. KUMAR SINGH, « Modelling and simulation on deformation behaviour of Al2014-T6 alloy beyond necking », en, *Materials Today : Proceedings*, International Conference on Advances in Materials Processing & Manufacturing Applications, t. 44, p. 4204-4208, jan. 2021, ISSN : 2214-7853. DOI : 10.1016/j.matpr.2020.10.533. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785320381566> (visité le 28/09/2022).
- [10] J. LEMAITRE et J.-L. CHABOCHE, « Mécanique des matériaux solides. Dunod », *Mechanics of Solid Materials*, Springer, 1985.
- [11] Q. KAN, W. YAN, G. KANG et Q. SUN, « Oliver–Pharr indentation method in determining elastic moduli of shape memory alloys—A phase transformable material », en, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, t. 61, 10, p. 2015-2033, oct. 2013, ISSN : 0022-5096. DOI : 10.1016/j.jmps.2013.05.007. adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509613001038> (visité le 04/02/2021).
- [12] J. LEE, Y. GAO, K. JOHANNIS et G. PHARR, « Cohesive interface simulations of indentation cracking as a fracture toughness measurement method for brittle materials », *Acta Materialia*, t. 60, 15, p. 5448-5467, 2012.
- [13] P. BARAL, G. KERMOUCHE, G. GUILLONNEAU et al., « Indentation creep vs. indentation relaxation : A matter of strain rate definition ? », *Materials Science and Engineering : A*, t. 781, p. 139 246, 2020.
- [14] L. RABEMANANJARA, G. MAUVOISIN, A. GAVRUS, X. HERNOT et J.-M. COLLIN, « Evaluation of creep rheological parameters : Indentation versus compressive test », in *Creep 2015*, 2015.
- [15] X. XING, Y. WANG, G. XIAO et al., « Rate-dependent indentation size effect on hardness and creep behavior of a titanium metallization film on alumina substrate », *Journal of Materials Research and Technology*, t. 15, p. 4662-4671, 2021.
- [16] X. NIU, G. DONG, X. LI, X. GENG et J. ZHOU, « Effect of indentation depth and strain rate on mechanical properties of Sn0.3Ag0.7Cu », *Microelectronics Reliability*, t. 128, p. 114 429, 2022.

-
- [17] L. RABEMANANJARA, X. HERNOT, G. MAUVOISIN, A. GAVRUS et J.-M. COLLIN, « Formulation of a representative plastic strain and representative plastic strain rate by using a conical indentation on a rigid visco-plastic material », *Materials & Design*, t. 68, p. 207-214, 2015.
- [18] C. MOUSSA, X. HERNOT, O. BARTIER, G. DELATTRE et G. MAUVOISIN, « Evaluation of the tensile properties of a material through spherical indentation : definition of an average representative strain and a confidence domain », *Journal of Materials Science*, 2013. DOI : 10.1007/s10853-013-7739-1.
- [19] C. SCHNEIDER-MAUNOURY, A. ALBAYDA, O. BARTIER et al., « On the use of instrumented indentation to characterize the mechanical properties of functionally graded binary alloys manufactured by additive manufacturing », en, *Materials Today Communications*, t. 25, p. 101 451, déc. 2020, ISSN : 2352-4928. DOI : 10.1016/j.mtcomm.2020.101451. adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352492820324624> (visité le 04/02/2021).
- [20] C. MOUSSA, X. HERNOT, O. BARTIER, G. DELATTRE et G. MAUVOISIN, « Identification of the hardening law of materials with spherical indentation using the average representative strain for several penetration depths », en, *Materials Science and Engineering : A*, t. 606, p. 409-416, juin 2014, ISSN : 0921-5093. DOI : 10.1016/j.msea.2014.03.123. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921509314004146> (visité le 23/03/2022).
- [21] H. O'NEILL, *Hardness Measurement of Metals and Alloys*, en, 2^e éd. Springer US, 1967, ISBN : 978-1-5041-2521-5. adresse : <https://www.springer.com/gp/book/9781504125215> (visité le 26/10/2021).
- [22] J.-H. AHN et D. KWON, « Derivation of plastic stress-strain relationship from ball indentations : Examination of strain definition and pileup effect », en, *Journal of Materials Research*, t. 16, 11, p. 3170-3178, nov. 2001, ISSN : 2044-5326. DOI : 10.1557/JMR.2001.0437. adresse : <https://doi.org/10.1557/JMR.2001.0437> (visité le 26/10/2021).
- [23] S. I.N., *Int. J. Engng. Sci.*, 3, p. 47, 1965.
- [24] H. HERTZ, *Miscellaneous papers*, English. London ; New York : MacMillan et Co., 1896, OCLC : 741127489.

-
- [25] M. T. HUBER, « Zur theorie der berührung fester elastischer körper », *Annalen der Physik*, t. 319, 6, p. 153-163, 1904.
- [26] S. FUCHS, « Hauptspannungstrajektorien bei der Berührung einer Kugel mit einer Platte », *Phys. Z*, t. 14, p. 1282-1285, 1913.
- [27] M. T. HUBER et S. FUCHS, *ibid.*, t. 15, p. 298, 1914.
- [28] W. MORTON et L. CLOSE, « XXX. Notes on Hertz's theory of the contact of elastic bodies », *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, t. 43, 254, p. 320-329, 1922.
- [29] I. N. SNEDDON, *Fourier transforms*. Courier Corporation, 1995.
- [30] G. M. L. GLADWELL, *Contact problems in the classical theory of elasticity*. Springer Science & Business Media, 1980.
- [31] K. L. JOHNSON, *Contact Mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985, ISBN : 978-0-521-34796-9. DOI : 10.1017/CB09781139171731. adresse : <https://www.cambridge.org/core/books/contact-mechanics/E3707F77C2EBCE727C3911AFBD2E4AC2> (visité le 06/04/2022).
- [32] W. C. OLIVER et G. M. PHARR, « An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments », en, *Journal of Materials Research*, t. 7, 6, p. 1564-1583, juin 1992, Publisher : Cambridge University Press, ISSN : 2044-5326, 0884-2914. DOI : 10.1557/JMR.1992.1564. adresse : <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-materials-research/article/abs/an-improved-technique-for-determining-hardness-and-elastic-modulus-using-load-and-displacement-sensing-indentation-experiments/A53D45298E14F73B86495BBC056E16DC> (visité le 18/10/2021).
- [33] G. M. PHARR, W. C. OLIVER et F. R. BROTZEN, « On the generality of the relationship among contact stiffness, contact area, and elastic modulus during indentation », en, *Journal of Materials Research*, t. 7, 3, p. 61, jan. 2011, ISSN : 2044-5326. DOI : 10.1557/JMR.1992.0613. adresse : <https://doi.org/10.1557/JMR.1992.0613> (visité le 04/10/2022).

-
- [34] A. C. FISCHER-CRIPPS, « The Hertzian contact surface », en, *Journal of Materials Science*, t. 34, 1, p. 129-137, jan. 1999, ISSN : 1573-4803. DOI : 10.1023/A:1004490230078. adresse : <https://doi.org/10.1023/A:1004490230078> (visité le 06/04/2022).
- [35] C. HARDY, C. BARONET et G. TORDION, « The elasto-plastic indentation of a half-space by a rigid sphere », *International Journal for numerical methods in engineering*, t. 3, 4, p. 451-462, 1971.
- [36] P. FOLLANSBEE et G. SINCLAIR, « Quasi-static normal indentation of an elasto-plastic half-space by a rigid sphere—I : Analysis », *International journal of solids and structures*, t. 20, 1, p. 81-91, 1984.
- [37] S. HILL, « Investment decisions », en, in *Managerial Economics : The Analysis of Business Decisions*, S. HILL, éd., London : Macmillan Education UK, 1989, p. 301-328, ISBN : 978-1-349-19852-8. DOI : 10.1007/978-1-349-19852-8_13. adresse : https://doi.org/10.1007/978-1-349-19852-8_13 (visité le 21/10/2021).
- [38] K. KOMVOPOULOS, « Finite element analysis of a layered elastic solid in normal contact with a rigid surface », 1988.
- [39] K. KOMVOPOULOS, « Elastic-plastic finite element analysis of indented layered media », 1989.
- [40] O. BARTIER et X. HERNOT, « Phenomenological study of parabolic and spherical indentation of elastic-ideally plastic material », *International Journal of Solids and Structures*, t. 49, p. 2015-2026, avr. 2012, Publisher : Elsevier. DOI : 10.1016/j.ijsolstr.2012.04.005. adresse : <https://hal-univ-rennes1.archives-ouvertes.fr/hal-00861520> (visité le 15/11/2021).
- [41] O. BARTIER, X. HERNOT et G. MAUVOISIN, « Theoretical and experimental analysis of contact radius for spherical indentation », en, *Mechanics of Materials*, t. 42, 6, p. 640-656, juin 2010, ISSN : 0167-6636. DOI : 10.1016/j.mechmat.2010.03.003. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167663610000396> (visité le 19/10/2021).
- [42] D. TABOR, *The Hardness of Metals* (Oxford Classic Texts in the Physical Sciences). Oxford, New York : Oxford University Press, août 2000, ISBN : 978-0-19-850776-5.

-
- [43] H. O'NEILL, *Hardness Measurement of Metals and Alloys*, en, 2^e éd. Springer US, 1967, ISBN : 978-1-5041-2521-5. adresse : <https://www.springer.com/gp/book/9781504125215> (visité le 04/02/2021).
- [44] M. M. CHAUDHRI, « Subsurface strain distribution around Vickers hardness indentations in annealed polycrystalline copper », en, *Acta Materialia*, t. 46, 9, p. 3047-3056, mai 1998, ISSN : 1359-6454. DOI : 10.1016/S1359-6454(98)00010-X. adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S135964549800010X> (visité le 04/02/2021).
- [45] B. TALJAT, T. ZACHARIA et F. KOSEL, « New analytical procedure to determine stress-strain curve from spherical indentation data », en, *International Journal of Solids and Structures*, t. 35, 33, p. 4411-4426, nov. 1998, ISSN : 0020-7683. DOI : 10.1016/S0020-7683(97)00249-7. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768397002497> (visité le 19/10/2021).
- [46] E.-c. JEON, J.-Y. KIM, M.-K. BAIK, S.-H. KIM, J.-S. PARK et D. KWON, « Optimum definition of true strain beneath a spherical indenter for deriving indentation flow curves », en, *Materials Science and Engineering : A*, t. 419, 1, p. 196-201, mars 2006, ISSN : 0921-5093. DOI : 10.1016/j.msea.2005.12.012. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921509305015297> (visité le 26/10/2021).
- [47] E. JEON, M. BAIK, S. KIM, B. LEE et D. KWON, « Determining Representative Stress and Representative Strain in Deriving Indentation Flow Curves Based on Finite Element Analysis », 2005. DOI : 10.4028/www.scientific.net/KEM.297-300.2152.
- [48] O. BARTIER, X. HERNOT, G. MAUVOISIN et C. MOUSSA, « Comparaison entre les déformations représentatives de l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique », fr, *Matériaux & Techniques*, t. 101, 3, p. 303, 2013, Number : 3 Publisher : EDP Sciences, ISSN : 0032-6895, 1778-3771. DOI : 10.1051/mattech/2013072. adresse : <https://www.mattech-journal.org/articles/mattech/abs/2013/03/mt130005/mt130005.html> (visité le 15/11/2021).
- [49] R. HILL, B. STORÅKERS et A. B. ZDUNEK, « A theoretical study of the Brinell hardness test », *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, t. 423, 1865, p. 301-330, juin 1989, Publisher : Royal Society.

-
- DOI : 10.1098/rspa.1989.0056. adresse : <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1989.0056> (visité le 19/10/2021).
- [50] S. D. MESAROVIC et N. A. FLECK, « Spherical indentation of elastic–plastic solids », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, t. 455, 1987, p. 2707-2728, juill. 1999, Publisher : Royal Society. DOI : 10.1098/rspa.1999.0423. adresse : <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1999.0423> (visité le 30/09/2022).
- [51] A. NAYEBI, R. EL ABDI, O. BARTIER et G. MAUVOISIN, « New procedure to determine steel mechanical parameters from the spherical indentation technique », en, *Mechanics of Materials*, t. 34, 4, p. 243-254, avr. 2002, ISSN : 0167-6636. DOI : 10.1016/S0167-6636(02)00113-8. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167663602001138> (visité le 15/11/2021).
- [52] Y. CAO et J. LU, « A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve », *Acta Materialia*, t. 52, p. 4023-4032, août 2004. DOI : 10.1016/j.actamat.2004.05.018.
- [53] M. DAO, N. CHOLLACOO, K. VAN VLIET, T. VENKATESH et S. SURESH, « Computational modeling of the forward and reverse problems in instrumented sharp indentation », en, *Acta Materialia*, t. 49, 19, p. 3899-3918, nov. 2001, ISSN : 13596454. DOI : 10.1016/S1359-6454(01)00295-6. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359645401002956> (visité le 03/02/2021).
- [54] H. LEE, J. HAENG LEE et G. M. PHARR, « A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation », en, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, t. 53, 9, p. 2037-2069, sept. 2005, ISSN : 00225096. DOI : 10.1016/j.jmps.2005.04.007. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022509605000931> (visité le 23/05/2021).
- [55] M. KIM, K. P. MARIMUTHU, J. H. LEE et H. LEE, « Spherical indentation method to evaluate material properties of high-strength materials », en, *International Journal of Mechanical Sciences*, t. 106, p. 117-127, fév. 2016, ISSN : 0020-7403. DOI : 10.1016/j.ijmecsci.2015.12.008. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740315004257> (visité le 21/10/2021).

-
- [56] M. ZHAO, N. OGASAWARA, N. CHIBA et X. CHEN, « A new approach to measure the elastic–plastic properties of bulk materials using spherical indentation », English, *Acta Materialia*, t. 1, 54, p. 23-32, 2006, ISSN : 1359-6454. DOI : 10.1016/j.actamat.2005.08.020. adresse : <https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.elsevier-d43814b5-a8ad-3be0-98e9-9a249ab058bb> (visité le 26/10/2021).
- [57] N. OGASAWARA, N. CHIBA et X. CHEN, « Limit analysis-based approach to determine the material plastic properties with conical indentation », *Journal of materials research*, t. 21, 4, p. 947-957, 2006.
- [58] M. BEGHINI, L. BERTINI et V. FONTANARI, « Evaluation of the stress–strain curve of metallic materials by spherical indentation », en, *International Journal of Solids and Structures*, t. 43, 7, p. 2441-2459, avr. 2006, ISSN : 0020-7683. DOI : 10.1016/j.ijsolstr.2005.06.068. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002076830500363X> (visité le 03/10/2022).
- [59] N. OGASAWARA, N. CHIBA et X. CHEN, « A simple framework of spherical indentation for measuring elastoplastic properties », *Mechanics of Materials*, t. 41, p. 1025-1033, sept. 2009. DOI : 10.1016/j.mechmat.2009.04.010.
- [60] S. H. KIM, B. W. LEE, Y. CHOI et D. KWON, « Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials—A FEM study », English, *Materials Science & Engineering A*, t. 1-2, 415, p. 59-65, 2006, ISSN : 0921-5093. DOI : 10.1016/j.msea.2005.08.217. adresse : <https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.elsevier-aaf4c06e-faa9-335a-b245-647c455b6b2e> (visité le 19/10/2021).
- [61] N. HUBER et C. TSAKMAKIS, « Determination of constitutive properties from spherical indentation data using neural networks. Part i :the case of pure kinematic hardening in plasticity laws », en, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, t. 47, 7, p. 1569-1588, juin 1999, ISSN : 0022-5096. DOI : 10.1016/S0022-5096(98)00109-4. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509698001094> (visité le 29/09/2022).
- [62] A. MULIANA, R. M. HAJ-ALI, R. STEWARD et A. SAXENA, « Artificial neural network and finite element modeling of nanoindentation tests », en, *Metallurgical and Materials Transactions A*, t. 33, 7, p. 1939-1947, juill. 2002, ISSN : 1543-1940.

DOI : 10.1007/s11661-002-0027-3. adresse : <https://doi.org/10.1007/s11661-002-0027-3> (visité le 29/09/2022).

- [63] M. SMITH, « ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.9 », English, 2009, Publisher : Dassault Systèmes Simulia Corp. adresse : [https://www.research.manchester.ac.uk/portal/en/publications/abaqusstandard-users-manual-version-69\(0b112d0e-5eba-4b7f-9768-cfe1d818872e\).html](https://www.research.manchester.ac.uk/portal/en/publications/abaqusstandard-users-manual-version-69(0b112d0e-5eba-4b7f-9768-cfe1d818872e).html) (visité le 04/02/2021).
- [64] Y. BEKKOUCHE, « Étude de la relation entre le rayon de contact et la pénétration lors d'une indentation sphérique », These de doctorat, Rennes 1, jan. 2007. adresse : <https://www.theses.fr/2007REN1S052> (visité le 05/10/2022).
- [65] C. MOUSSA, O. BARTIER, X. HERNOT, G. MAUVOISIN, J.-M. COLLIN et G. DELATTRE, « Mechanical characterization of carbonitrided steel with spherical indentation using the average representative strain », en, *Materials & Design*, t. 89, p. 1191-1198, jan. 2016, ISSN : 02641275. DOI : 10.1016/j.matdes.2015.10.067. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0264127515306419> (visité le 08/11/2021).
- [66] *scipy.signal.savgol_filter* — *SciPy v1.8.1 Manual*. adresse : https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.savgol_filter.html (visité le 24/06/2022).
- [67] K. LEVENBERG, « A method for the solution of certain non-linear problems in least squares », en, *Quarterly of Applied Mathematics*, t. 2, 2, p. 164-168, 1944, ISSN : 0033-569X, 1552-4485. DOI : 10.1090/qam/10666. adresse : <https://www.ams.org/qam/1944-02-02/S0033-569X-1944-10666-0/> (visité le 05/10/2022).
- [68] *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters* | *SIAM Journal on Applied Mathematics*. adresse : <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0111030> (visité le 05/10/2022).
- [69] C. ULLNER, E. REIMANN, H. KOHLHOFF et A. SUBARIC-LEITIS, « Effect and measurement of the machine compliance in the macro range of instrumented indentation test », en, *Measurement*, t. 43, 2, p. 216-222, fév. 2010, ISSN : 0263-2241. DOI : 10.1016/j.measurement.2009.09.009. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224109002000> (visité le 07/07/2022).

-
- [70] *Timoshenko : Theory of Elasticity : by S. Timoshenko... - Google Scholar*. adresse : https://scholar.google.com/scholar_lookup?&title=Theory%20of%20Elasticity&publication_year=1970&author=Timoshenko%2CS&author=Goodier%2CJN (visité le 22/09/2022).
- [71] X. HERNOT, C. MOUSSA et O. BARTIER, « Study of the concept of representative strain and constraint factor introduced by Vickers indentation », en, *Mechanics of Materials*, t. 68, p. 1-14, jan. 2014, ISSN : 0167-6636. DOI : 10.1016/j.mechmat.2013.07.004. adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167663613001336> (visité le 03/02/2021).
- [72] M. M. CHAUDHRI, « Subsurface plastic strain distribution around spherical indentations in metals », *Philosophical Magazine A*, t. 74, 5, p. 1213-1224, nov. 1996, Publisher : Taylor & Francis _eprint : <https://doi.org/10.1080/01418619608239721>, ISSN : 0141-8610. DOI : 10.1080/01418619608239721. adresse : <https://doi.org/10.1080/01418619608239721> (visité le 26/10/2021).
- [73] K. L. JOHNSON, « The correlation of indentation experiments », en, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, t. 18, 2, p. 115-126, avr. 1970, ISSN : 0022-5096. DOI : 10.1016/0022-5096(70)90029-3. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022509670900293> (visité le 06/04/2022).
- [74] S. BIWA et B. STORÅKERS, « An analysis of fully plastic Brinell indentation », *Journal of Mechanics Physics of Solids*, t. 43, p. 1303-1333, août 1995, ADS Bibcode : 1995JMPSo..43.1303B, ISSN : 0022-5096. DOI : 10.1016/0022-5096(95)00031-D. adresse : <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1995JMPSo..43.1303B> (visité le 06/04/2022).
- [75] H. HABBAB, B. G. MELLOR et S. SYNGELLAKIS, « Post-yield characterisation of metals with significant pile-up through spherical indentations », en, *Acta Materialia*, t. 54, 7, p. 1965-1973, 2006, Number : 7, ISSN : 1359-6454. DOI : 10.1016/j.actamat.2005.12.021. adresse : <https://eprints.soton.ac.uk/28968/> (visité le 06/04/2022).
- [76] Y. CAO, X. QIAN et N. HUBER, « Spherical indentation into elastoplastic materials : Indentation-response based definitions of the representative strain », en, *Materials Science and Engineering : A*, t. 454-455, p. 1-13, avr. 2007, ISSN : 0921-5093. DOI : 10.1016/j.msea.2007.01.002. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092150930700038X> (visité le 26/10/2021).

-
- [77] A. NORBURY, T. SAMUEL et al., « The recovery and sinking-in or piling-up of material in the Brinell test, and the effects of these factors on the correlation of the Brinell with certain other hardness tests », *J. Iron Steel Inst*, t. 117, p. 673-687, 1928.
- [78] X. HERNOT, O. BARTIER, Y. BEKOUICHE, R. EL ABDI et G. MAUVOISIN, « Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation », *International Journal of Solids and Structures*, t. 43, 14-15, p. 4136-4153, 2006, Publisher : Elsevier. DOI : 10.1016/j.ijsolstr.2005.06.007. adresse : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01148145> (visité le 19/10/2021).
- [79] J.-L. BUCAILLE, S. STAUSS, E. FELDER et J. MICHLER, « Determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using different sharp indenters », *Acta materialia*, t. 51, 6, p. 1663-1678, 2003.
- [80] X. QIAN, J. ZHANG et B. FEI, « Effect of friction on identification of materials properties from spherical indentation », *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, t. 34, 04, p. 426, 2008.
- [81] A. J. CACKETT, C. D. HARDIE, J. J. H. LIM et E. TARLETON, « Spherical indentation of copper : Crystal plasticity vs experiment », en, *Materialia*, t. 7, p. 100368, sept. 2019, ISSN : 2589-1529. DOI : 10.1016/j.mtla.2019.100368. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2589152919301644> (visité le 15/11/2021).
- [82] Y. Y. LIM et M. M. CHAUDHRI, « Indentation of rigid cones into conical holes molded in elastic blocks », *Journal of Applied Physics*, t. 98, 7, p. 073518, oct. 2005, Publisher : American Institute of Physics, ISSN : 0021-8979. DOI : 10.1063/1.2060933. adresse : <https://aip.scitation.org/doi/full/10.1063/1.2060933> (visité le 15/11/2021).
- [83] J. J. ROA, E. JIMÉNEZ-PIQUÉ, X. G. CAPDEVILA et M. SEGARRA, « Nanoindentation with spherical tips of single crystals of YBCO textured by the Bridgman technique : Determination of indentation stress-strain curves », en, *Journal of the European Ceramic Society*, t. 30, 6, p. 1477-1482, avr. 2010, ISSN : 0955-2219. DOI : 10.1016/j.jeurceramsoc.2009.10.021. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0955221909005433> (visité le 15/11/2021).

-
- [84] L. CHEN, A. AHADI, J. ZHOU et J.-E. STÅHL, « Numerical and Experimental Study of the Roughness Effects on Mechanical Properties of AISI316L by Nanoindentation », en, *Modeling and Numerical Simulation of Material Science*, t. 4, 4, p. 153-162, oct. 2014, Number : 4 Publisher : Scientific Research Publishing. DOI : 10.4236/mnsms.2014.44017. adresse : <http://www.scirp.org/Journal/Paperabs.aspx?paperid=50403> (visité le 15/11/2021).
- [85] D. CHICOT, H. AGEORGES, M. VODA et al., « Hardness of thermal sprayed coatings : Relevance of the scale of measurement », en, *Surface and Coatings Technology*, 6th Rencontres Internationales de la Projection Thermique, t. 268, p. 173-179, avr. 2015, ISSN : 0257-8972. DOI : 10.1016/j.surfcoat.2014.04.043. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0257897214003739> (visité le 15/11/2021).
- [86] O. IRACHETA, C. J. BENNETT et W. SUN, « The influence of the indentation size in relation to the size of the microstructure of three polycrystalline materials indented with a Berkovich indenter », en, *Materials Science and Engineering : A*, août 2017, Publisher : Elsevier, ISSN : 0921-5093, 0921-5093. DOI : 10.1016/j.msea.2017.08.023. adresse : <https://nottingham-repository.worktribe.com/output/877174/the-influence-of-the-indentation-size-in-relation-to-the-size-of-the-microstructure-of-three-polycrystalline-materials-indented-with-a-berkovich-indenter> (visité le 15/11/2021).
- [87] D. M. DE BONO, T. LONDON, M. BAKER et M. J. WHITING, « A robust inverse analysis method to estimate the local tensile properties of heterogeneous materials from nano-indentation data », en, *International Journal of Mechanical Sciences*, t. 123, p. 162-176, avr. 2017, ISSN : 0020-7403. DOI : 10.1016/j.ijmecsci.2017.02.006. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740316305689> (visité le 15/11/2021).
- [88] E. MEYER, *Untersuchungen über härteprüfung und härte*. Julius Springer, 1909.
- [89] P. S. RAMALHETE, A. M. R. SENOS et C. AGUIAR, « Digital tools for material selection in product design », en, *Materials & Design (1980-2015)*, t. 31, 5, p. 2275-2287, mai 2010, ISSN : 0261-3069. DOI : 10.1016/j.matdes.2009.12.013. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0261306909007031> (visité le 23/08/2022).

-
- [90] *MatWeb - The Online Materials Information Resource*. adresse : <https://www.matweb.com/reference/privacy.aspx> (visité le 23/08/2022).
- [91] *Ansys Granta EduPack / Software for Materials Education*, en-US. adresse : <https://www.ansys.com/products/materials/granta-edupack> (visité le 23/08/2022).
- [92] M. NEWVILLE, T. STENSITZKI, D. B. ALLEN et A. INGARGIOLA, *LMFIT : Non-Linear Least-Square Minimization and Curve-Fitting for Python*, version 0.8.0, sept. 2014. DOI : 10.5281/zenodo.11813. adresse : <https://doi.org/10.5281/zenodo.11813>.
- [93] P. BRAMMER, X. HERNOT, G. MAUVOISIN, O. BARTIER et S.-S. SABLIN, « A method to take account of the geometrical imperfections of quasi-spherical indenters », *Materials & Design*, t. 49, p. 406-413, 2013.
- [94] V. KERYVIN, L. CHARLEUX, C. BERNARD et M. NIVARD, « The influence of indenter tip imperfection and deformability on analysing instrumented indentation tests at shallow depths of penetration on stiff and hard materials », *Experimental Mechanics*, t. 57, 7, p. 1107-1113, 2017.
- [95] A. WARREN et Y. GUO, « Machined surface properties determined by nanoindentation : Experimental and FEA studies on the effects of surface integrity and tip geometry », *Surface and Coatings Technology*, t. 201, 1-2, p. 423-433, 2006.
- [96] S. A. RODRÍGUEZ, J. ALCALÁ et R. MARTINS SOUZA, « Effects of elastic indenter deformation on spherical instrumented indentation tests : the reduced elastic modulus », *Philosophical Magazine*, t. 91, 7-9, p. 1370-1386, mars 2011, Publisher : Taylor & Francis _eprint : <https://doi.org/10.1080/14786435.2010.497473>, ISSN : 1478-6435. DOI : 10.1080/14786435.2010.497473. adresse : <https://doi.org/10.1080/14786435.2010.497473> (visité le 01/09/2022).

Titre : Nouvelles méthodologies basées sur le concept de déformation représentative pour la caractérisation mécanique par indentation de matériaux métalliques

Mot clés : indentation sphérique, déformation représentative, loi d'écrouissage, approches numériques, expérimentation

Résumé : Pour déterminer les propriétés mécaniques des matériaux par indentation sphérique, nous proposons dans ce travail différentes définitions de déformations représentatives. L'application de ces définitions de déformations représentatives doit se faire en identifiant en premier lieu, les paramètres mécaniques de la loi d'Hollomon qui aboutissent aux grandeurs physiques les plus proches du matériau indenté à caractériser. Une fois ces paramètres identifiés, les déformations représentatives sont obtenues à partir du calcul du gradient des grandeurs mesurées en fonction des paramètres mécaniques identifiés. Nous nous sommes appuyés sur le mo-

dèle dérivable de Lee et al. pour appliquer nos définitions de déformations représentatives. Les résultats montrent, malgré les limitations du modèle reconstruit, qu'il est possible de retrouver des points, de coordonnées (contraintes représentatives; déformations représentatives), très proches de la loi d'écrouissage obtenues par essais de traction. Enfin, nous proposons nos propres modèles numériques dérivables permettant de prédire les grandeurs physiques d'indentation sphériques avec grande précision pour les matériaux métalliques et nous l'appliquons avec succès à la caractérisation mécanique de matériaux métalliques.

Title: New methodologies based on the concept of representative strain for mechanical characterization by indentation of metallic materials

Keywords: Spherical indentation, representative strain, strain hardening law, numerical approaches, experimentation

Abstract: To determine the mechanical properties of materials by spherical indentation, we propose in this work different definitions of representative strains. The application of these definitions of representative strains must be done by first identifying the mechanical parameters of Hollomon's law that lead to the physical quantities closest to the indented material to be characterized. Once these parameters are identified, the representative strains are obtained from the calculation of the gradient of the measured quantities according to the identified mechanical pa-

rameters. We used the derivable model of Lee et al. to apply our definitions of representative strains. The results show, despite the limitations of the reconstructed model, that it is possible to find points, with coordinates (representative stresses; representative strains), very close to the strain hardening law obtained by tensile testing. Finally, we propose our own derivable numerical models to predict the physical quantities of spherical indentation with high accuracy for metallic materials and we apply it successfully to the mechanical characterization of metallic materials.