



HAL
open science

Contributions à la définition de règles de fabrication pour le procédé DED-LP par une approche thermique et géométrique

Cécile Leroy-Dubief

► **To cite this version:**

Cécile Leroy-Dubief. Contributions à la définition de règles de fabrication pour le procédé DED-LP par une approche thermique et géométrique. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2023. Français. NNT : 2023BORD0114 . tel-04190406

HAL Id: tel-04190406

<https://theses.hal.science/tel-04190406v1>

Submitted on 29 Aug 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX
ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR

Génie mécanique

Par **Cécile LEROY-DUBIEF**

Contributions à la définition de règles de fabrication
pour le procédé DED-LP par une approche thermique et géométrique

Sous la direction de : **Pierre JOYOT**
Encadrée par : **Fabien POULHAON**

Soutenue le 28 avril 2023

Membres du jury :

| | | | |
|-----------------|------------------------|-----------------------------------|--------------------|
| Muriel CARIN | Professeure | Université Bretagne Sud | Présidente |
| Morgan DAL | Maître de conférence | ENSAM Paris | Examineur |
| Anne HABRAKEN | Professeure | Université de Liège | Rapporteure |
| Piotr BREITKOPF | Professeur | Univ. de Technologie de Compiègne | Rapporteur |
| Pierre JOYOT | Maître de conférence | Université de Bordeaux | Directeur de thèse |
| Fabien POULHAON | Ingénieur de Recherche | Addimadour, ESTIA | Invité |

Contributions à la définition de règles de fabrication pour le procédé DED-LP par une approche thermique et géométrique

Résumé : La fabrication additive métallique est un enjeu phare de l'industrie du futur. La technologie *Directed Energy Deposition-Laser Poudre* (DED-LP) consiste à projeter de la poudre métallique dans un bain de fusion, entretenu par un faisceau laser qui se déplace, couche après couche, façonnant ainsi la pièce. Pour atteindre le point de fusion des métaux, un fort apport local d'énergie est nécessaire, impliquant de nombreux phénomènes thermiques à différentes échelles. Le procédé DED-LP peut conduire à un dépôt de couches de hauteur irrégulière, induisant de ce fait des conditions thermiques bien différentes d'une couche à l'autre, malgré des paramètres de consigne inchangés. Cette non-uniformité des couches peut être imputée aux phénomènes d'autorégulation et de divergence inhérents au procédé. Ils sont pilotés par deux paramètres connexes (distance de travail et incrément en z) très peu étudiés bien qu'ils jouent un rôle majeur dans la hauteur finale de la pièce. Afin de maîtriser l'évolution de cette dernière selon la configuration de fabrication employée, un modèle géométrique est développé et permet de dégager des règles de fabrication. Il doit cependant être complété par une approche thermique permettant d'anticiper des défauts critiques pour la réalisation de la pièce ou pour la santé du matériau obtenu. Il est à ce titre nécessaire de prédire l'histoire thermique en amont de la fabrication de la pièce. Cependant le temps de calcul déjà conséquent pour des petites pièces devient considérable pour des pièces de grandes dimensions. Pour pallier cet inconvénient, un modèle hybride d'éléments finis (MEF) et de décomposition orthogonale propre (POD) est implémenté afin d'exploiter au maximum les comportements thermiques induits par le caractère répétitif du procédé. Ces outils numériques (une fois validés par des données expérimentales) permettent de modéliser le comportement thermo-géométrique du procédé DED-LP et ainsi préconiser des paramètres et stratégies de fabrication.

Mots-clés : Fabrication additive métallique, DED-LP, Comportement géométrique, Modèle semi-analytique, Histoire thermique, Modèle hybride MEF-POD

Contribution to the definition of manufacturing rules for the DED-LP process by a thermal and geometrical approach

Abstract: Metal additive manufacturing is a key issue for the industry of the future. Directed Energy Deposition-Laser Powder (DED-LP) technology consists of projecting metal powder into a melt pool, maintained by a laser beam that moves, layer after layer, thus shaping the part. To reach the melting point of the metals, a strong local energy input is necessary, involving several thermal phenomena at different scales. DED-LP process can lead to the deposition of layers of irregular height, thus inducing very different thermal conditions from one layer to another, despite unchanged set parameters. This non-uniformity of the layers can be attributed to the self-regulation and divergence phenomena inherent to the process. They are controlled by two related parameters (working distance and z-increment) which have been little studied although they play a major role in the final height of the part. In order to control the evolution of the latter according to the manufacturing configuration used, a geometric model was developed and allows manufacturing rules to be established. However, it must be supplemented by a thermal approach to anticipate critical defects for the part production or for the health of the material obtained. In this respect, it is necessary to predict the thermal history upstream of the part manufacture. However, calculation time, already significant for small parts, becomes considerable for large parts. To overcome this drawback, a hybrid finite element model (FEM) and proper orthogonal decomposition (POD) is implemented in order to exploit to the maximum the thermal behaviour induced by the repetitive nature of the process. These numerical tools (once validated by experimental data) allow the modelling of the thermo-geometric behaviour of the DED-LP process and thus recommend manufacturing parameters and strategies.

Keywords: Metal additive manufacturing, DED-LP process, Geometric behaviour, Semi-analytical model, Thermal history, MEF-POD hybrid model

À ma grand-mère
À Vincent

*Je ne comprends pas encore très bien à quoi sert la Science, mais
cela doit être joliment beau pour pousser les gens comme vous à faire
tout ce que vous faites.*

Un matelot du Commandant J.-B. Charcot

Remerciements

Cette thèse a été financée par l'agglomération Pays basque. Ces années passées au sein de la plateforme Addimadour ont été une source d'enrichissement considérable. J'exprime toute ma reconnaissance à la direction de Compositadour et d'Addimadour ainsi que celle de l'ESTIA pour m'avoir accueillie, soutenue et permis d'aborder et d'apprécier le travail de recherche.

Au cours de ces trois années, j'ai côtoyé de nombreuses personnes dont les diverses contributions à l'accomplissement de ce travail méritent une mention toute particulière. Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Pierre Joyot, enseignant-chercheur à l'ESTIA, pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ces trois années. Je remercie aussi mon encadrant, Fabien Poulhaon, ingénieur de recherche à Addimadour, pour s'être montré disponible et enthousiaste malgré un emploi du temps chargé.

Un merci tout particulier à Thomas Elcrin et Valentin Peigne sans qui les diverses campagnes expérimentales n'auraient pas été possibles. Ils ont toujours été à l'écoute et force de propositions pour faire face aux obstacles rencontrés.

Mes remerciements vont également aux membres du jury qui ont accepté d'examiner ce travail de thèse et tout particulièrement aux rapporteurs Madame Anne-Marie Habraken et Monsieur Piotr Bretkopf, Professeurs respectivement à l'Université de Liège et à l'Université de Technologie de Compiègne, qui m'ont apporté de précieuses remarques. Merci aussi à Madame Muriel Carin, Professeure à l'Université Bretagne Sud, qui a accepté la présidence du jury.

Je tiens à remercier par ailleurs l'ensemble de mes collègues d'Addimadour, Anaïs, Pierre D. et Pierre S., qui ont contribué à l'instauration d'une bonne ambiance de travail, élément indispensable pour mener à bien ce travail de longue haleine. Merci également à mes camarades doctorants Ricardo, Camille V., Isciane, Antoine et tous les autres membres de l'équipe avec qui j'ai pu partager des moments de convivialité à la fois au sein de l'ESTIA et à l'extérieur.

Pour terminer, je souhaite remercier ma famille qui m'a permis d'arriver jusque là. Enfin, j'adresse mes remerciements à Vincent, qui embellit mon quotidien et qui a contribué par son soutien inconditionnel à la réussite de ce travail.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Introduction | 18 |
| 1 Généralités sur le procédé DED-LP | 22 |
| 1.1 La fabrication additive | 23 |
| 1.1.1 Contexte industriel | 23 |
| 1.1.2 Les procédés FA métal | 24 |
| 1.2 Cas d'étude : le procédé DED-LP | 26 |
| 1.2.1 Principe de fonctionnement | 26 |
| 1.2.2 Avantages et limites | 27 |
| 1.2.3 Principales applications | 27 |
| 1.2.4 Intégration industrielle | 29 |
| 1.3 Paramètres de fabrication | 31 |
| 1.3.1 Paramètres de premier ordre | 31 |
| 1.3.2 Indicateurs énergétiques | 33 |
| 1.4 Un procédé multiphysique et multi-échelles | 34 |
| 1.4.1 Histoire thermique et contraintes résiduelles | 35 |
| 1.4.2 Tension de surface et effet Marangoni | 36 |
| 1.4.3 Dilution, ZAT et géométrie de cordon | 38 |
| 1.4.4 Microstructure | 39 |
| 1.4.5 Défauts dans la santé matière | 41 |
| 1.4.6 Propriétés mécaniques | 46 |
| 1.5 Modélisation du procédé DED-LP | 48 |
| 1.5.1 Représentation de la source de chaleur | 49 |
| 1.5.2 Microstructure - Échelle micro | 50 |
| 1.5.3 Dynamique des fluides au sein du bain de fusion - Échelle méso | 52 |
| 1.5.4 Histoire thermique et déformations dans la pièce - Échelle macro | 53 |
| 1.5.5 Spécificité des EF appliqués à la FA | 54 |
| 1.5.6 Réduction de modèle | 56 |
| 1.6 Positionnement et axes de recherche | 58 |
| 2 Prédiction du comportement thermo-géométrique du procédé DED-LP | 61 |
| 2.1 Approche générale | 61 |
| 2.2 Modélisation du jet de poudre | 63 |
| 2.2.1 Formulation semi-analytique | 63 |
| 2.2.2 Calibration du modèle | 64 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 2.3 | Interaction laser-poudre | 68 |
| 2.3.1 | Etude de la caustique du faisceau laser sur la buse 10 Vx | 68 |
| 2.3.2 | Hypothèses de travail | 71 |
| 2.3.3 | Répartition énergétique et température des particules | 71 |
| 2.3.4 | Puissance incidente | 73 |
| 2.4 | Géométrie de la première couche | 74 |
| 2.4.1 | Quantité de poudre capturée | 74 |
| 2.4.2 | Formulation analytique de la hauteur de cordon | 75 |
| 2.5 | Modèle d'empilement des couches | 76 |
| 2.6 | Synthèse de l'architecture logicielle | 81 |
| 2.7 | Méthodologie expérimentale | 81 |
| 2.7.1 | Machine | 81 |
| 2.7.2 | Matériau | 84 |
| 2.7.3 | Procédure de grammage | 84 |
| 2.7.4 | Mesures et préparation des échantillons | 85 |
| 2.8 | Jeu de paramètres et état de surface du substrat | 86 |
| 2.8.1 | Plan d'expérience | 86 |
| 2.8.2 | Résultats et discussion | 86 |
| 2.9 | Validation du modèle sur les cordons | 89 |
| 2.9.1 | Plan d'expérience | 89 |
| 2.9.2 | Résultats et discussion | 90 |
| 2.10 | Mise en évidence des effets d'une distance de travail variable | 91 |
| 2.10.1 | Plan d'expérience | 91 |
| 2.10.2 | Validation du modèle sur le cas du substrat mobile | 93 |
| 2.11 | Maîtrise de l'évolution de la distance de travail par l'incrément en z | 96 |
| 2.11.1 | Plan d'expérience | 96 |
| 2.11.2 | Hauteurs finales des murs | 97 |
| 2.11.3 | Évolution de la hauteur des couches | 100 |
| 2.12 | Phénomènes d'auto-régulation et d'emballement | 101 |
| 2.13 | Optimisation de la stratégie de fabrication : cas d'une pièce coudée | 103 |
| 2.13.1 | Distance de travail <i>vs</i> rendement de capture de poudre | 104 |
| 2.13.2 | Vers une stratégie de modulation contrôlée de la distance de travail | 105 |
| 2.14 | Conclusion | 107 |

3 Simulation hybride de l'histoire thermique d'une pièce fabriquée par DED-LP 110

| | | |
|-------|--|-----|
| 3.1 | Préambule | 111 |
| 3.2 | Approche générale | 112 |
| 3.3 | Analyse thermique par éléments finis | 114 |
| 3.3.1 | Mise en équation du problème | 114 |
| 3.3.2 | Formulation faible | 114 |
| 3.3.3 | Conditions aux limites | 116 |
| 3.3.4 | Continuité à l'interface | 118 |
| 3.3.5 | Cas test – 1D | 121 |
| 3.3.6 | Synthèse | 126 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.4 | Réduction de modèle par POD | 126 |
| 3.4.1 | Décomposition en valeurs singulières | 126 |
| 3.4.2 | Extraction d'une base réduite par un critère d'arrêt | 127 |
| 3.4.3 | Reconstruction du champ thermique | 128 |
| 3.4.4 | Méthode de Nitsche et réduction par POD | 129 |
| 3.4.5 | Cas test – 1D | 132 |
| 3.5 | Réductibilité de l'histoire thermique induite par le procédé DED-LP | 135 |
| 3.5.1 | Définition des paramètres de réduction | 137 |
| 3.5.2 | Plan d'expérience | 137 |
| 3.5.3 | Influence des paramètres | 139 |
| 3.5.4 | Résultats et discussion | 140 |
| 3.5.5 | Synthèse | 144 |
| 3.6 | Application du modèle hybride MEF-POD à un mur fin | 144 |
| 3.6.1 | Plan d'expérience | 145 |
| 3.6.2 | Modes thermiques extraits | 145 |
| 3.6.3 | Partition des domaines | 146 |
| 3.6.4 | Résultats et Discussions | 147 |
| 3.7 | Enrichissement de la base initiale par APR | 148 |
| 3.7.1 | Méthode <i>A Priori Reduction</i> | 149 |
| 3.7.2 | Plan d'expérience | 149 |
| 3.7.3 | Étude de réductibilité | 150 |
| 3.7.4 | Analyse des modes thermiques utilisés | 152 |
| 3.7.5 | Résolution hybride MEF-POD | 154 |
| 3.7.6 | Résultats et discussions | 154 |
| 3.8 | Stratégie de résolution pour les pièces de grandes dimensions | 159 |
| 3.8.1 | Évolution du système linéaire au cours du dépôt des cordons | 159 |
| 3.8.2 | Triangulation par bloc du système | 161 |
| 3.9 | Démarche de réduction hybride MEF-POD | 162 |
| 3.9.1 | Stratégie de passage entre les formulations classique et réduite : graphe de distances | 162 |
| 3.9.2 | Résolution hybride MEF-POD | 164 |
| 3.10 | Conclusion | 165 |
| | Conclusion et perspectives | 168 |
| | Bibliographie | 171 |
| | Annexes | 187 |
| A | Annexe au modèle semi-analytique thermo-géométrique | 187 |
| A.1 | Algorithme du traitement des images obtenues par caméra rapide | 187 |
| A.2 | Table des propriétés thermiques du 316L | 189 |
| A.3 | Calcul de l'aire de la surface d'un segment de disque | 189 |
| A.4 | Calcul de l'aire de la surface d'un segment d'ellipse | 191 |

| | | |
|----------|---|------------|
| B | Annexe aux expériences liées à la modulation de la distance de travail | 192 |
| B.1 | Grammage des expériences | 192 |
| B.2 | Coupes microscopiques résultantes des expériences | 192 |
| C | Annexe à la théorie du modèle hybride MEF-POD | 196 |
| C.1 | Conditions aux limites par Multiplicateur de Lagrange dans un domaine réduit par POD | 196 |
| C.2 | Continuité à l'interface par Multiplicateur de Lagrange entre un domaine MEF et un domaine POD | 197 |
| D | Annexe aux études de sensibilité des paramètres de réduction et d'enrichissement | 199 |
| D.1 | Projection du champ thermique dans la base tronquée selon la plage d'extraction et le nombre de modes retenus | 199 |
| D.2 | Résolution hybride MEF-POD pour un ordre d'enrichissement de Krylov $k=1$ | 201 |

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Principaux secteurs porteurs de la fabrication additive [28] | 24 |
| 1.2 | Les différents procédés de FA métallique | 25 |
| 1.3 | Schéma du procédé DED-LP | 26 |
| 1.4 | Divers exemples d'application du procédé DED-LP | 28 |
| 1.5 | Différentes conceptions de buses de DED-LP selon les fabricants | 30 |
| 1.6 | Schéma d'une machine de DED-LP sur table CNC d'après [155] | 31 |
| 1.7 | Causes à effets des phénomènes thermiques du DED-LP [193] | 34 |
| 1.8 | Évolution de la température lors d'une fabrication par DED-LP | 35 |
| 1.9 | Cycles thermiques induits par la répétitivité du procédé DED-LP [169] | 36 |
| 1.10 | Schématisation des effets de Marangoni en fonction de la tension de surface et de la température ainsi que la visualisation des mouvements qu'ils génèrent [37] | 37 |
| 1.11 | Schéma en coupe d'un cordon montrant la dilution et la zone affectée thermiquement d'après [37] | 38 |
| 1.12 | Évolution de la transition colonnaire à équiaxe en DED-LP | 39 |
| 1.13 | Diagramme TRC des aciers [17] | 41 |
| 1.14 | Manque de fusion et bulles de gaz générant des porosités [172] | 42 |
| 1.15 | Phénomène de balling [138] | 44 |
| 1.16 | Défauts de santé matière | 45 |
| 1.17 | Comparaison des caractéristiques mécaniques d'échantillons fabriqués par différents procédés FAM avec ou sans post-traitement thermique [117] | 46 |
| 1.18 | Deux modélisations de la source de chaleur très répandues dans la littérature | 51 |
| 1.19 | Coupes longitudinales du bain avec la vitesse du flux convectif et la distribution de la température lors du dépôt d'un cordon [184] | 52 |
| 1.20 | Simulation thermique en « quiet elements » (<i>cf.</i> Section 1.5.5) d'un mur fin de 20 couches ($P = 600$ W, $V = 0.006$ m/s) avec positionnement de 3 thermocouples [153] | 53 |
| 1.21 | Simulation multi-physique (thermique et thermo-mécanique) de la fabrication par DED-LP d'une boîte carrée après 1800 s [127] | 54 |
| 1.22 | Différents stratégies d'addition de matière [11] | 56 |
| 1.23 | Différentes méthodes de réduction de modèles | 57 |
| 1.24 | La fabrication additive dans l'espace physique et son équivalent symétrique dans l'espace numérique [127] et positionnement de nos travaux | 59 |
| 2.1 | Aperçu global de la méthode développée | 62 |

| | | |
|------|--|----|
| 2.2 | (a) Schéma de la buse BeAM [®] 10 Vx adapté de [184] (b) Vue en coupe du jet à une altitude z | 63 |
| 2.3 | Composante en z de la vitesse d'une particule en fonction de l'altitude z | 65 |
| 2.4 | (a) Image du jet de poudre capturée par caméra rapide (b) Image binarisée (c) Comptage des particules passant dans la boîte (d) Équivalent matricielle de la boîte rouge | 65 |
| 2.5 | Répartition $\Phi(x, z)$ des particules de poudre au sein du jet pour différentes altitudes $z - D = 2.98$ g/min | 67 |
| 2.6 | Courbes de $\mu(z)$ et $\sigma(z)$ expérimentaux et modélisés | 67 |
| 2.7 | Modèle 3D de distribution de la poudre : représentation du débit massique par unité de surface $G - D = 2.98$ g/min | 68 |
| 2.8 | Loi de perte entre la puissance de consigne et la puissance effective | 69 |
| 2.9 | Caustique du faisceau laser | 70 |
| 2.10 | Distribution de la puissance du laser à différentes altitudes sous la buse - $P = 300$ W | 70 |
| 2.11 | Bilan de puissance et température des particules - $P_0 = 360$ W | 73 |
| 2.12 | Champ thermique obtenu par simulation eulérienne de la première couche (le bain apparaît grisé) - $P = 360W, V = 1000mm/min, D = 3.20g/min$ | 74 |
| 2.13 | Répartition $G(r, z_{travail})$ de la poudre à la surface du bain | 75 |
| 2.14 | Représentation géométrique du premier cordon avec sa part de re-fusion | 77 |
| 2.15 | Définition géométrique des aires et des paramètres de l'ellipse pour la i -ème couche | 77 |
| 2.16 | Modèle d'empilement des 3 premières couches | 78 |
| 2.17 | Calcul de l'aire de la section elliptique | 79 |
| 2.18 | Schéma de l'architecture du modèle développé | 83 |
| 2.19 | Machine BeAM [®] MAGIC 800 [133] | 83 |
| 2.20 | Images métallographiques de la poudre MetcoClad [®] 316L-Si [167] | 84 |
| 2.21 | Grammage de l'expérience des traitements de surface du substrat | 85 |
| 2.22 | Aspects visuels des différents traitements de surface du substrat | 87 |
| 2.23 | Dimensions des cordons en fonction du traitement de surface appliqué au substrat | 88 |
| 2.24 | Différents traitements de surface du substrat | 89 |
| 2.25 | Dimensions des cordons en fonction de la distance de travail | 90 |
| 2.26 | Photo et dimensions du montage | 92 |
| 2.27 | (a) Données du télémètre pendant la fabrication (b) Zoom sur un cycle de flexion - rétraction | 92 |
| 2.28 | Coupe microscopique du mur fabriqué en DED-LP | 93 |
| 2.29 | Évolution de la hauteur du mur et de la distance de travail au cours de la fabrication selon le modèle | 94 |
| 2.30 | Débit massique de poudre intégré sur le bain de fusion en fonction de la distance de travail | 95 |
| 2.31 | Courbes expérimentales et modélisées représentant le sommet du mur et le substrat fléchi | 96 |
| 2.32 | Géométrie des murs fins fabriqués avec différentes configurations | 96 |

| | | |
|------|--|-----|
| 2.33 | Comparaison de la hauteur finale des murs donnée par l'expérience et le modèle | 98 |
| 2.34 | Évolution de la hauteur du mur et de la distance de travail après le dépôt de chaque couche | 99 |
| 2.35 | Évolution de la hauteur des couches selon la configuration de fabrication | 100 |
| 2.36 | Évolution de la hauteur des couches en fonction de la configuration de fabrication donnée par le modèle avec un ratio de re-fusion variable | 101 |
| 2.37 | Évolution de la hauteur des couches en fonction de la configuration de fabrication | 102 |
| 2.38 | Courbes caractéristiques des phénomènes inhérents au procédé DED-LP | 103 |
| 2.39 | Configurations de fabrication engendrant des défauts géométriques | 104 |
| 2.40 | Évolution du rendement poudre avec l'augmentation de la distance de travail | 105 |
| 2.41 | Évolution de la hauteur du cordon en fonction de la distance de travail | 106 |
| 2.42 | Schéma de principe de la construction d'un tube coudé par modulation de la distance de travail | 107 |
| 3.1 | Histoire thermique simulée des 20 premières couches des murs M6 (Cas 2 - orange), M7 (Cas 1 - bleu) et M10 (Cas 3 - jaune) à différentes altitudes z | 111 |
| 3.2 | Évolution de la hauteur des 20 premières couches modélisées pour les 3 configurations considérées | 112 |
| 3.3 | Application de la MEF sur les couches supérieures et de la POD sur le substrat ou la pièce préexistante | 113 |
| 3.4 | Schéma du recollage des domaines | 118 |
| 3.5 | Géométrie et maillage 1D | 121 |
| 3.6 | Résolution de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par éléments finis avec la continuité à l'interface assurée par les deux méthodes étudiées | 125 |
| 3.7 | Courbes des solutions de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par MEF avec la continuité à l'interface assurée par les deux méthodes étudiées | 125 |
| 3.8 | Buse BeAM [®] – Exemple d'application de la SVD : compression d'images | 127 |
| 3.9 | Valeurs singulières des modes | 128 |
| 3.10 | Géométrie et maillage du cas d'étude 1D | 132 |
| 3.11 | Valeurs singulières | 135 |
| 3.12 | Résolution de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par le modèle hybride MEF-POD | 135 |
| 3.13 | Courbes des solutions de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par le modèle hybride MEF-POD | 136 |
| 3.14 | Erreur relative de la solution hybride MEF-POD et la référence en MEF d'ordre plein | 136 |
| 3.15 | Dimensions du mur fin du plan d'expérience | 138 |
| 3.16 | Température calculée au centre de la face supérieure du substrat | 138 |
| 3.17 | Configurations testées de plage temporelle d'extraction des modes par SVD | 139 |
| 3.18 | Projection du champ thermique dans la base tronquée selon le nombre de modes retenus et la plage d'extraction | 140 |
| 3.19 | Erreur relative maximale en fonction du taux de compression | 143 |
| 3.20 | Dimensions et maillage du mur de 30 couches | 145 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.21 | Représentation des 6 premiers modes thermiques extraits du substrat . . . | 146 |
| 3.22 | Représentation du domaine « mur » (MEF) et du domaine « substrat » (POD) avec conditions aux limites et continuité à l'interface | 147 |
| 3.23 | Comparaison du champ thermique après le dépôt de la 25 ^{ième} couche . . . | 147 |
| 3.24 | Histoire thermique de 2 points situés sur le substrat (la plage d'extraction apparaît bleutée) | 148 |
| 3.25 | Dimensions et maillage des 2 carrés de 30 couches | 150 |
| 3.26 | Projection du champ thermique dans la base réduite selon le critère d'arrêt - Plage d'extraction : 5 premières couches | 151 |
| 3.27 | Projection du champ thermique dans la base réduite selon le critère d'arrêt - Plage d'extraction : histoire thermique entière | 152 |
| 3.28 | Nombre et cartographie des modes utilisés lors de la projection du champ thermique dans la base réduite selon le critère de sélection | 153 |
| 3.29 | Nombre de modes dans la base (courbes oranges) et reconstruction du champ thermique (courbes bleues) par le modèle hybride MEF-POD avec enrichissement APR – ordre de Krylov $k = 0$ | 157 |
| 3.30 | Nombre de modes dans la base (courbes oranges) et reconstruction du champ thermique (courbes bleues) par le modèle hybride MEF-POD avec enrichissement APR – ordre de Krylov $k = 5$ | 158 |
| 3.31 | Schéma des étapes de résolution | 159 |
| 3.32 | Schéma de la distance à la source | 163 |
| | | |
| A.1 | Procédure de traitement des images obtenues par caméra rapide | 189 |
| A.2 | Schéma géométrique de l'aire (a) d'un segment circulaire (b) d'un segment elliptique | 191 |
| | | |
| B.1 | Grammage – Cordons et murs déposés avec des configurations de fabrica- tion différentes | 192 |
| B.2 | Grammage – Mur en fabrication dégradée | 193 |
| B.3 | Coupes microscopique des cordons selon la traitement de surface appliqué au substrat – $D = 2.99$ g/min | 193 |
| B.4 | Coupes microscopique des cordons selon la distance de travail – $D = 3.2$ g/min | 194 |
| B.5 | Coupes microscopiques des murs construits avec $z_{travail} = 2.5$ mm et diffé- rents incréments en z | 194 |
| B.6 | Coupes microscopiques des murs construits avec $z_{travail} = 3.5$ mm et diffé- rents incréments en z | 195 |
| B.7 | Coupes microscopiques des murs construits avec $z_{travail} = 4.5$ mm et diffé- rents incréments en z | 195 |
| | | |
| D.1 | Projection du champ thermique dans la base tronquée dans un mur fin selon le nombre de modes retenus et la plage d'extraction | 200 |
| D.2 | Nombre de modes dans la base (courbes oranges) et reconstruction du champ thermique (courbes bleues) par le modèle hybride MEF-POD avec enrichissement APR – ordre de Krylov $k = 1$ | 201 |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|-----|
| 1.1 | Paramètres du procédé DED-LP d'après [127] | 32 |
| 2.1 | Composition chimique de la poudre en wt% [126] | 84 |
| 2.2 | Gamme de polissage pour l'acier inoxydable austénitique d'après [183] | 85 |
| 2.3 | Paramètres du procédé pour les cordons avec différents traitements de surface sur le substrat | 86 |
| 2.4 | Paramètres du procédé pour les cordons avec différentes distances de travail | 89 |
| 2.5 | Hauteur finale modélisée et expérimentale du mur pour chaque abscisse | 93 |
| 2.6 | Paramètres des différentes configurations de fabrication | 97 |
| 3.1 | Extraction des modes avec différents nombres de modes retenus | 142 |
| 3.2 | Évaluation des erreurs en deux points du substrat | 148 |
| 3.3 | Nombre de modes et erreur relative maximale selon la valeur du critère d'arrêt | 150 |
| 3.4 | Erreur relative maximale et stabilisée, nombre maximal de modes dans la base et réduction du nombre de DDL selon les critères d'enrichissement et l'ordre de Krylov | 155 |
| A.1 | Propriétés thermiques du matériau en fonction de la température | 190 |

Liste des abbréviations

| | |
|--------|---|
| ACL | Apport de Chaleur Linéique (LHI en anglais) |
| APR | A Priori Reduction |
| ASTM | American Society for Testing and Materials |
| CaI | Continuité à l'Interface |
| CaL | Conditions aux Limites |
| CAO | Conception Assistée par Ordinateur |
| CFD | Computational Fluid Dynamics (Dynamique des fluides) |
| CMT | Cold Metal Transfer |
| CNC | Computerised Numerical Control (contrôle numérique par ordinateur) |
| CW | Continuous Wave (en continu) |
| DED | Directed Energy Deposition (Dépôt par Énergie Dirigée) |
| DED-LP | Directed Energy Deposition - Laser Poudre |
| DED-LW | Directed Energy Deposition - Laser Fil |
| DEG | Densité Énergétique Globale (GED en anglais) |
| DEIM | Discrete Empirical Interpolation Method |
| DMD | Direct Metal Deposition (idem que DED-LP) |
| DVE | Densité Volumique d'Énergie (VED en anglais) |
| EBAM | Electron Beam Additive Manufacturing (appelé aussi DED-EB) |
| EBM | Electron Beam Melting |
| EDP | Équation aux Dérivées Partielles |
| EDO | Équation aux Dérivées Ordinaires |
| FA(M) | Fabrication Additive (Métallique) |
| FDM | Fused Deposition Modeling (idem que FFF) |
| FFF | Fused Filament Fabrication (fabrication ar filament fondu) |
| FGM | Functionally Graded Material (Matériau à Gradient Fonctionnel) |
| ISO | International Organisation for Standardisation (Organisation Internationale de Normalisation) |
| KLE | Karhunen Loève Expansion |
| LMD-P | Laser Metal Deposition - Powder (idem que DED-LP) |
| MEB | Microscope Électronique à Balayage (SEM en anglais) |
| (M)EF | (Méthodes) des Éléments Finis (FEM en anglais) |
| PBF | Powder Bed Fusion (Fusion sur Lit de Poudre) |
| PGD | Proper Generalized Decomposition (Décomposition Orthogonale Généralisée) |
| POD | Proper Orthogonal Decomposition (Décomposition Orthogonale Propre) |
| PTV | Particle Tracking Velocimetry (Vélocimétrie par Suivi des Particules) |
| SLM | Selective Laser Melting (Fusion Sélective par Laser) |
| SLS | Selective Laser Sintering (frittage par laser) |
| SVD | Singular Value Decomposition (Décomposition en Valeurs Singulières) |
| TCE | Transition Colonnaire à Équiaxe |
| TIG | Tungsten Inert Gas (soudage par électrode non-fusible) |
| TRC | Transformations à Refroidissement Continu (CCT en anglais) |
| TTT | Transformation-Temps-Température |
| WAAM | Wire Arc Additive Manufacturing (Fabrication Additive par Arc-Fil) |
| ZAT | Zone Affectée Thermiquement (HAZ en anglais) |
| ZR | Zone Refondue (RZ en anglais) |

Introduction

Contexte

L'essor de la fabrication additive amène à repenser de manière significative la conception et la production des pièces à forte valeur ajoutée. Cet ensemble de technologies représente un enjeu majeur pour l'industrie du futur ou industrie 4.0 tant par ses aspects économiques qu'environnementaux. En effet, l'impression 3D permet d'économiser les coûts matière et énergie, d'allonger la durée de vie des produits tout en permettant une rapidité dans les phases de prototypage et de production. Dès à présent, la fabrication additive est utilisée pour concevoir des chaussures, des pâtisseries, des maisons, de l'outillage ou encore des pièces d'avions. Son atout réside dans la liberté et la complexité des formes, la diversité des matériaux (polymères, composites, métaux ou céramiques) et la personnalisation des pièces ; ce qui en fait une technologie à forte valeur ajoutée dans les domaines du spatial, de l'aéronautique, de la construction ou du médical.

En ce qui concerne les métaux, la fabrication additive métallique apporte de nouvelles technologies qui viennent compléter la panoplie des procédés traditionnels de mise en œuvre des métaux (coulage, usinage, forgeage...). Bien loin de supplanter ces technologies déjà existantes, les procédés d'impression 3D métal offrent de nouvelles opportunités de repenser la conception et la fabrication de certaines pièces et assemblages complexes. De plus, elles permettent de digitaliser le processus de production, de la phase de conception à celles de fabrication. Parmi ces technologies, le procédé *Directed Energy Deposition-Laser Poudre* fait figure de proue en matière de rechargement, de réparation de pièces et d'ajout de fonctions. Bien moins démocratisé dans l'industrie que les technologies sur lit de poudre, le procédé DED-LP présente un intérêt indéniable pour le reconditionnement de pièces et leur maintenance, qui sont des enjeux majeurs de l'économie de demain.

Cependant, la technologie DED-LP est loin d'être maîtrisée. Elle implique de nombreux phénomènes physiques et notamment thermiques à différentes échelles qui ne sont, à ce jour, pas encore totalement compris. Cette maîtrise insuffisante peut avoir des conséquences néfastes sur la géométrie et les propriétés physiques et mécaniques des pièces fabriquées.

Contributions

Les travaux présentés dans ce manuscrit contribuent à améliorer la compréhension des comportements thermique et géométrique inhérents au procédé DED-LP. À cette fin, des outils sont développés afin de modéliser ces comportements pour mieux les maîtriser lors de la fabrication d'une pièce.

D'une part, un modèle thermo-géométrique du procédé DED-LP est implémenté mettant en évidence l'importance du rendement de capture de poudre et des phénomènes d'auto-régulation et d'emballement inhérents au procédé. Ce premier outil a pour but d'optimiser les paramètres pour une application donnée. Ainsi dans le cas d'une fabrication de pièce, on cherche à obtenir des couches de hauteurs élevées et un temps de production faible tandis que pour un rechargement de matière, il est préférable de déposer des cordons larges et de moindres hauteurs. Par ailleurs, les phénomènes mis en lumière permettent de proposer des stratégies de fabrication optimisées pour certain type de pièce. Sont énumérées ici les publications relatives à cet axe de recherche :

- Cécile Leroy-Dubief, Fabien Poulhaon & Pierre Joyot. Estimation of track dimensions obtained in Laser Metal Deposition-powder thanks to a semi-analytical model coupled to an Eulerian thermal simulation. 24th International Conference on Material Forming, Apr 2021, Liège, Belgium. <10.25518/esaform21.2488> <hal-03244987>
- Cécile Leroy-Dubief, Fabien Poulhaon & Pierre Joyot. Prédiction de la hauteur d'un mur mono-cordon fabriqué en Directed Energy Deposition-Laser Poudre. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. <hal-03717952>
- Cécile Leroy-Dubief, Fabien Poulhaon & Pierre Joyot. Regulation strategy for Directed Energy Deposition-Laser Powder process based on working distance modulation : modelling and application to thin wall configurations. *Journal of Manufacturing Processes*, soumis en décembre 2022 (en cours de publication).

D'autre part, une simulation hybride prédit le champ thermique subie par la pièce au cours du procédé afin de prévenir les points critiques qui sont à l'origine de défauts. Cette simulation exige une réduction d'ordre pour diminuer drastiquement les temps de calculs afin d'être viable dans son utilisation. C'est pourquoi un modèle hybride d'éléments finis et de décomposition orthogonale propre est développé afin d'exploiter au maximum les cycles thermiques induits dus à la répétitivité du procédé (les couches déposées les unes après les autres impliquent un réchauffement récurrent des couches inférieures). La publication relative à cet axe de recherche est la suivante :

- Cécile Leroy-Dubief, Fabien Poulhaon & Pierre Joyot. Simulation hybride MEF-POD du procédé DED-Laser Poudre. Manufacturing'21 conference, Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay [ENS Paris Saclay], Oct 2022, Gif Sur Yvette, France. <hal-04011752>

Ces développements permettent une exploration des opportunités offertes par une fabrication avec la technologie DED-LP, dans un contexte industriel où les coûts de calculs restent un frein à la simulation du procédé. Ils apportent une réponse à la problématique générale abordée au cours de cette étude :

Comment établir des règles de fabrication tenant compte du comportement thermique et

Plan de lecture

Ce mémoire s'articule autour de trois chapitres destinés à offrir une meilleure compréhension des phénomènes thermiques et géométriques inhérents au procédé DED-LP par le biais de modélisations.

Le premier chapitre introduit la fabrication additive métallique évoquant son contexte industriel. Les différents procédés de fabrication par voie additive des métaux sont énumérés, avant de décrire plus spécifiquement le principe de fonctionnement du procédé DED-LP. De nombreux paramètres sont impliqués dans ce procédé, ce qui explique l'abondante littérature sur les études paramétriques. Néanmoins, la diversité des machines d'intégration de la technologie DED-LP ne permet pas à ces études d'être comparées, d'où l'émergence d'indicateurs énergétiques qui définissent des fenêtres procédé quelle que soit la machine. La densité d'énergie nécessaire pour atteindre le point de fusion des métaux, induit une multitude de phénomènes physiques et notamment thermiques. Ces derniers ont des conséquences sur les propriétés physiques et mécaniques de la pièce fabriquée. Afin d'anticiper ces propriétés et de prévenir les défauts potentiels, une modélisation du procédé peut prédire l'histoire thermique, la microstructure ou encore les déformations dues aux contraintes résiduelles. La démarche inverse peut également être effectuée : trouver le jeu de paramètres qui permet d'atteindre une phase microstructurale spécifiée ou de garantir certaines caractéristiques mécaniques (limite élastique, allongement, résistance à la traction...). Toutefois, le verrou majeur reste le temps de calcul qui rend la simulation peu viable pour cette utilisation.

Le second chapitre contribue à la prédiction du comportement thermo-géométrique du procédé DED-LP. Le jet de poudre est modélisé grâce à une formulation semi-analytique qui est calibrée par des images obtenues par caméra rapide. L'étude de la caustique du laser permet de dresser un bilan énergétique des interactions du faisceau laser avec les particules de poudre. La puissance incidente qui en résulte, dimensionne la taille du bain de fusion *via* une simulation thermique eulérienne à l'état stationnaire. Une fois le jet de poudre superposé au bain, la quantité de poudre capturée est estimée. Un modèle d'empilement multi-couches conduit alors à la détermination de la hauteur d'un mur fin. Après validation par des données expérimentales, le modèle met en lumière des phénomènes d'auto-régulation et d'emballement générés par l'évolution de la distance de travail au cours du dépôt des couches. La maîtrise des paramètres de fabrication tels que la distance de travail initiale et l'incrément en z s'avère très utile pour assurer la planéité de la couche supérieure aux intersections de 2 cordons et éviter ainsi l'effet « vague ». Par ailleurs, la distance de travail a une influence majeure sur le rendement de capture de poudre et donc sur le temps de fabrication. Finalement, une stratégie de fabrication optimisée est proposée pour des pièces de forme coudée, tirant profit du phénomène d'auto-régulation. Le troisième chapitre traite de la simulation hybride de l'histoire thermique d'une pièce fabriquée par le procédé DED-LP. En effet, l'approche thermo-géométrique ne suffit pas à expliquer les phénomènes thermiques qui surviennent en cours de fabrication. L'équa-

tion de la chaleur discrétisée par la méthode des éléments finis est d'abord rappelée, tout comme l'application de conditions aux limites et la continuité à l'interface de deux domaines MEF. La réduction de modèle s'opère en plusieurs étapes. Tout d'abord, la SVD permet d'extraire une base de modes correspondant aux comportements thermiques les plus caractéristiques. La POD approxime ensuite le champ thermique aux pas de temps futurs. L'application des conditions aux limites du domaine réduit ainsi que la continuité à l'interface des domaines MEF et POD sont assurées par la méthode de Nitsche. Une étude de sensibilité des paramètres de réduction est menée afin d'optimiser la prise d'information dans le domaine MEF et la reconstruction du champ thermique dans le domaine POD. Le modèle hybride est alors appliqué à une géométrie simple tel un mur fin de 30 couches. Une erreur croissante apparaît sur les pas de temps les plus éloignés de la plage temporelle d'extraction. Pour pallier cette déviation, la base réduite initiale est enrichie par la méthode APR. Une seconde étude de sensibilité est effectuée afin de quantifier la qualité de l'enrichissement des mode thermiques. Enfin, la stratégie de résolution hybride pour les pièces de grandes dimensions est présentée reposant sur une gestion dynamique des domaines.

En conclusion, le travail réalisé au cours de cette étude est synthétisé et les diverses perspectives qu'ouvrent cette approche sont exposées.

Chapitre 1

Généralités sur le procédé DED-LP

Ce chapitre consiste, tout d'abord, à rappeler le contexte industriel de la fabrication additive puis à énumérer les différents procédés de fabrication par voie additive des matériaux métalliques (Section 1.1). Le principe de fonctionnement du procédé DED-LP est décrit à la Section 1.2.1, ses avantages et limites sont cités à la Section 1.2.2 avant de donner quelques exemples d'applications Section 1.2.3. L'intégration industrielle du procédé DED-LP est discutée Section 1.2.4. Ce procédé peut être contrôlé à l'aide de paramètres de fabrication inventoriés à la Section 1.3.1 et maîtrisé grâce à des indicateurs énergétiques recensés à la Section 1.3.2. Le procédé DED-LP est un procédé multiphysique et multi-échelles. À l'échelle de la pièce, l'histoire thermique subie par le matériau induit des contraintes résiduelles générant des déformations dans la pièce (Section 1.4.1). Des mouvements convectifs au sein du bain de fusion (Section 1.4.2) ont des conséquences sur la dilution et la géométrie du cordon (Section 1.4.3). Ces deux aspects ont une influence forte sur la microstructure du matériau déposé (Section 1.4.4) et peuvent engendrer des défauts dans la santé matière (Section 1.4.5) affectant les propriétés mécaniques finales de la pièce fabriquée (Section 1.4.6). Afin de mieux comprendre les différents phénomènes physiques impliqués, la modélisation du procédé DED-LP (Section 1.5) se décline également selon les échelles : de la prévision de la microstructure (Section 1.5.2) à la prédiction de l'histoire thermique et/ou du comportement thermo-mécanique de la pièce fabriquée (Section 1.5.4), en passant par la dynamique des fluides dans le bain de fusion (Section 1.5.3). Enfin, est rappelé l'intérêt des éléments finis pour modéliser la fabrication additive (Section 1.5.5). Cependant, les coûts de calculs deviennent rapidement considérables d'où l'émergence de modèles réduits (Section 1.5.6). Les travaux de cette thèse sont finalement positionnés par rapport à l'état de l'art dressé dans cette première partie (Section 1.6).

1.1 La fabrication additive

Les procédés de fabrication sont au cœur d'un changement de paradigme, qui intègre la tendance croissante à fabriquer des produits plus sophistiqués et l'émergence de technologies de fabrication avancées, souvent désignées sous le nom d'industrie 4.0 ou industrie du futur [83]. Développées dès les années 1980 [216], la fabrication additive (FA), plus communément appelée impression 3D a mûri grâce à des avancées significatives dans le domaine de la science des matériaux et à des développements de matériels et de logiciels. Au lieu de soustraire la matière et d'usiner une pièce dans la masse, les matières premières sous forme de fil ou de poudre sont fondues ou fusionnées et ajoutées en couches successives façonnant ainsi la pièce souhaitée, directement à partir d'un fichier de conception tridimensionnelle assistée par ordinateur (CAO) [7]. Automatisée *via* une machine ou un robot, la FA concerne une multitude de matériaux qu'ils soient composites, métalliques, céramiques ou polymères [194, 23]. Elle a pour avantage de n'utiliser que la matière première nécessaire à la production de la pièce (réduction des déchets) et d'obtenir en sortie de fabrication une pièce géométriquement proche de la pièce finale (il faut tout de même compter quelques finitions post-process). Cette technique de production ouvre le champ des possibles en matière de complexité, de personnalisation et de prototypage [13, 33] permettant aux concepteurs et aux ingénieurs de créer des produits uniques qui peuvent être fabriqués à faible volume de manière économique. À titre d'exemple, cette liberté de conception offre l'avantage de repenser les assemblages conventionnels en les réduisant en une seule et même structure complexe qui ne saurait être fabriquée par les procédés de fabrication traditionnels [23]. Toutefois, ces bénéfices sont à contrebalancer avec des coûts de production qui restent pour l'instant élevés (coûts matériaux, machine, ressources et autres coûts indirects, temps de production, consommation d'énergie, etc.) [192] et un manque de données du couple matériau et procédé de mise en œuvre. De plus, la qualité de surface, le respect des géométries, la capacité à combiner plusieurs procédés de fabrication et la nécessité d'améliorer la répétabilité du procédé et des pièces sont des facteurs importants du point de vue méthode [157] qui sont, à ce jour, des problématiques non encore résolues.

1.1.1 Contexte industriel

Les technologies et méthodes de la fabrication additive ne cessent d'augmenter en termes d'applications et de parts de marché, portées par les secteurs de l'automobile, du médical, de l'aéronautique et du spatial (Figure 1.1); et il est attendu que cette forte croissance se propage vers d'autres secteurs tels que l'armement, la joaillerie, le sport, le textile et l'outillage [61]. L'industrie ainsi que de nombreuses institutions académiques ont largement contribué à développer ces technologies en déposant pas moins de 3500 brevets entre 1971 et 2011 [206]. Selon [28], la croissance annuelle moyenne de la FA au cours des 25 dernières années est impressionnante, à savoir 25.4%. En 2018, le marché de la FA (ventes de machines, de matériaux, de logiciels et services associés) pesait 9.3 milliards de dollars selon le rapport annuel de SmarTech Analysis [163] et devrait continuer de croître pour atteindre 23.3 milliards de dollars en 2026 [38].

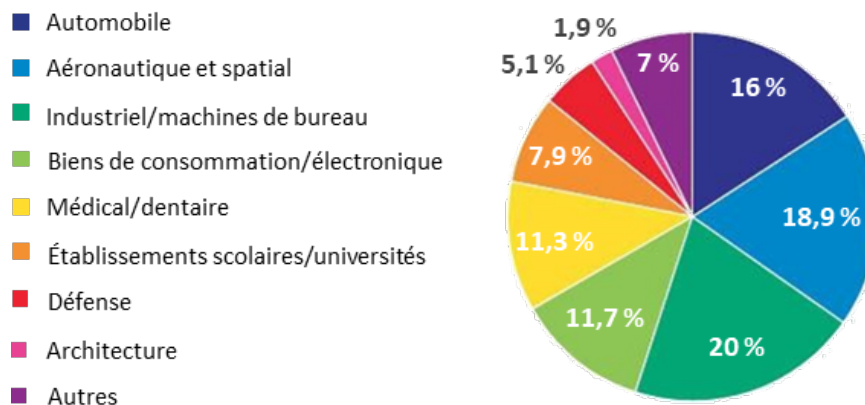


FIGURE 1.1 – Principaux secteurs porteurs de la fabrication additive [28]

En termes de matériaux traités, les polymères sont actuellement en tête du marché représentant près de 60%; cependant, le marché de la FA métal est également en croissance. Ces dernières années, la tendance est à l'utilisation du métal pour la production de composants structurels, principalement dans des domaines tels que l'aérospatiale et les sports automobiles, qui pourraient bénéficier d'importantes économies de poids [118] tout en minimisant le ratio *buy-to-fly*. Par exemple, 300 pièces utilisées pour constituer l'ensemble de l'échangeur thermique du moteur GE9X du Boeing 777x ont été réduites à un seul composant, 40% plus léger et 25% moins cher [24]. SpaceX a également réduit le temps de production de son moteur Super Draco ainsi que le poids de son moteur Raptor de 40% [24, 66], et la NASA remplacera bientôt le moteur principal de la navette spatiale par des pièces en FAM afin de réduire également leur temps de production et leur poids [66]. Le secteur médical n'est pas en reste, la FAM a été utilisée avec succès pour imprimer un certain nombre d'implants chirurgicaux en titane [81]. Dans le secteur de l'architecture, elle a permis la fabrication d'un pont de 10.5 m de long en acier inoxydable 308L-Si, au-dessus du canal Oudezijds Achterburgwal à Amsterdam [60]. De nombreux efforts sont déployés pour rendre ces procédés FA plus rapides et plus fiables. Par conséquent, la modélisation des procédés FA des métaux est un « enjeu d'actualités », car elle est le principal outil d'optimisation des procédés (et donc des produits) d'où la constante expansion de ce segment de marché en cours de développement.

1.1.2 Les procédés FA métal

Grâce à une coopération entre l'*American Society for Testing and Materials* (ASTM) et l'Organisation internationale de normalisation (ISO), la norme 52 900 : 2015 [79] a été élaborée, divisant la fabrication additive métallique (FAM) en deux familles principales : les procédés *Directed Energy Deposition* (DED) et les procédés *Powder Bed Fusion* (PBF) (Figure 1.2).

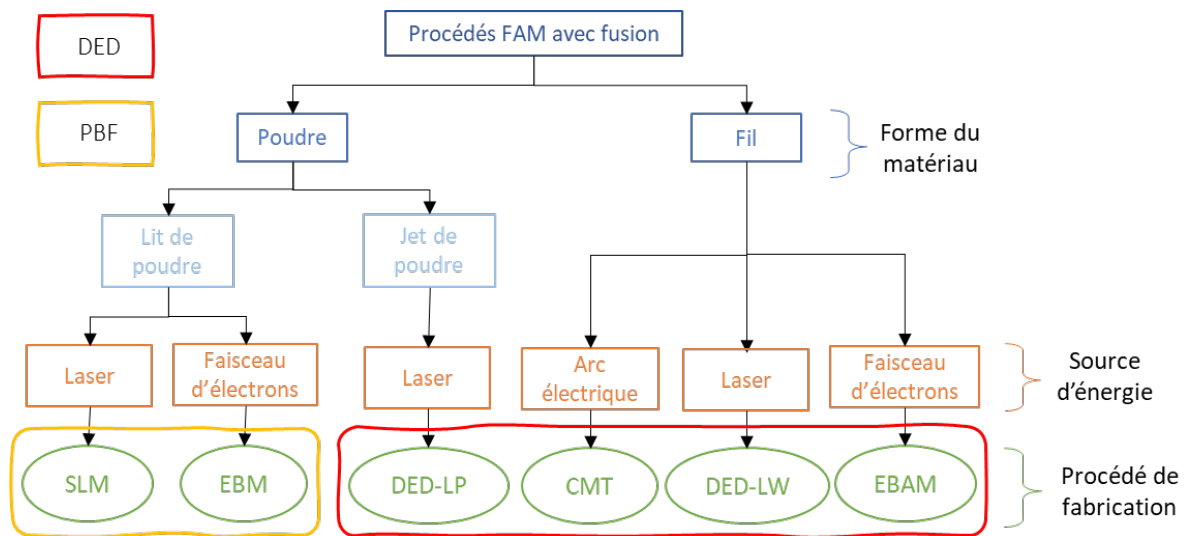


FIGURE 1.2 – Les différents procédés de FA métallique

Les technologies DED consistent en un flux de matière première et une source d'énergie concentrée [47], en présence généralement d'un gaz de protection inerte. La densité d'énergie générée permet de fusionner la matière, ce qui conduit à la formation d'un bain de fusion [7]. Il existe plusieurs procédés DED [64] variant selon la forme de la matière première (poudre ou fil) et selon le type de source énergétique (thermique - fusion ou cinétique). Les sources de fusion peuvent être un faisceau laser, un faisceau d'électrons, un laser plasma ou un arc électrique. Dans le cas du procédé ColdSpray, les particules sont projetées sur un substrat à une vitesse ultrasonique et cette énergie cinétique se transforme en énergie thermique lors de l'impact permettant ainsi l'adhésion des particules au substrat pour former un revêtement [132]. Ainsi chaque procédé DED repose sur un couple associant la forme de la matière et le type de source d'énergie : fil/arc électrique (CMT ou WAAM, TIG/plasma), fil/laser (DED-LW), fil/faisceau d'électrons (EBAM) et poudre/laser (DED-LP). Les procédés PBF se distinguent des procédés DED poudre car les particules sont au préalable déposées sous forme d'un lit de poudre sur lequel une source laser (SLM, SLS) ou un faisceau d'électrons (EBM) se déplace et vient fusionner la matière et ainsi former la pièce.

D'autres catégories, moins prépondérantes dans la FA des métaux, sont également normalisées [79] : l'extrusion de matériaux telle que le procédé *Fused Filament Fabrication* (FFF, appelée aussi *Fused Deposition Modeling* (FDM)) employé avec du filament thermoplastique chargé de particules de métal est une technologie prometteuse, ainsi que la projection de liant sur lit de poudre inspirée du *Binder jetting* des polymères. Ces deux dernières technologies nécessitent un traitement de déliantage thermique et de frittage, afin de dissoudre les filaments résiduels et d'obtenir une densification de la matière [7]. D'autres procédés non-répertoriés dans cette norme sont en cours d'élaboration : la technologie MELD[®] développée par la société homonyme, utilise la friction de barres métalliques pour fusionner la matière [70].

Le choix du procédé repose sur la fonctionnalité, la complexité et les dimensions de la pièce souhaitée. En effet, les procédés utilisant un fil ne permettent pas une aussi bonne précision que les procédés poudre mais ils ont pour avantage d’avoir un taux de dépôt de matière plus important et ainsi de construire des pièces de plus grandes dimensions [73]. C’est pourquoi différents procédés DED hybrides combinant fil et poudre ont vu le jour [186, 187]. Dans tous les cas, les pièces imprimées nécessitent une certaine forme de post-traitement, au moins un usinage de finition, afin de retirer les surépaisseurs, les substrats et les structures de support et d’améliorer les tolérances [94].

1.2 Cas d’étude : le procédé DED-LP

Avant d’aller plus loin, il est à noter que le procédé DED-LP porte plusieurs noms selon les fabricants et les chercheurs qui développent leur technologie ; ainsi il existe différents libellés tels *Laser Metal Deposition-Powder* (LMD-P), *Direct Metal Deposition* (DMD), *Laser Cladding*, etc. Dans le présent manuscrit, nous nous en tiendrons à la dénomination normalisée (*cf.* Section 1.1.2).

1.2.1 Principe de fonctionnement

Développée dès les années 1980 comme procédé de rechargement [105, 8, 152], la technologie DED-Laser Powder (DED-LP) consiste à projeter de la matière sous forme de particules de poudre sur un substrat ou une pièce préexistante, par le biais d’un gaz porteur. Ces particules sont mises en fusion par un faisceau laser focalisé. Cela mène à la formation d’un bain de fusion qui se déplace, couche après couche, dans l’espace façonnant ainsi la pièce souhaitée.

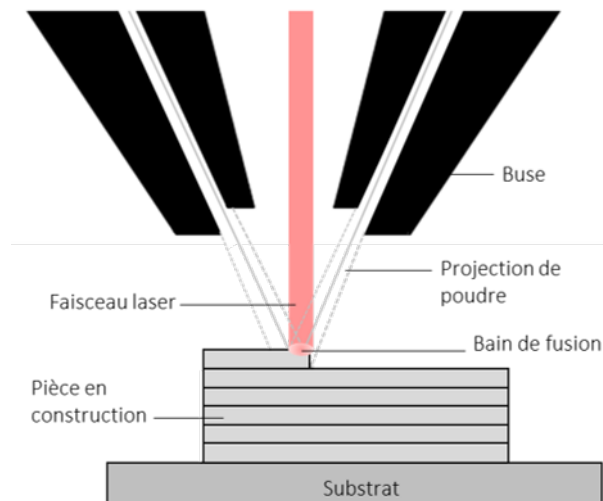


FIGURE 1.3 – Schéma du procédé DED-LP

Les particules de poudre sont alors chauffées en vol lorsqu'elles traversent le faisceau laser tandis que ce-dernier consacre la majorité de sa puissance à initialiser puis à entretenir un bain de fusion dans lequel les particules viennent plonger [155]. Le bain a pour vocation de se mouvoir le long d'un parcours outil prédéfini laissant ainsi la matière refroidir et se solidifier : une fois le premier cordon déposé sur le substrat, un second cordon est déposé à côté (multi-cordons) et/ou au-dessus du précédent (mur), et on répète l'opération autant de fois que les dimensions géométriques de la pièce le nécessitent, créant ainsi une structure tridimensionnelle.

1.2.2 Avantages et limites

Ce procédé a pour avantage de fabriquer des composants d'assez grandes dimensions [47] du fait d'un taux de dépôt relativement élevé (selon le débit de poudre entré en consigne) [185] en comparaison des procédés PBF. Il permet de produire des pièces denses mais également des pièces en structure alvéolée (*lattice* à motif simple). Il est aussi possible d'ajouter de la matière sur des surfaces préexistantes [47, 185] d'où ses applications de rechargement de matière et d'ajout de fonctions (*cf.* Section 1.2.3). Un large éventail de matériaux peut être traité avec ce procédé, ces derniers peuvent d'ailleurs être combinés. Il s'agit notamment d'alliages de titane (Ti-6Al-4V), de superalliages à base nickel (Inconel 625 ou 718, Hastelloy), d'alliages d'aluminium et d'alliages réfractaires [12], des aciers (H13) ainsi que des aciers inoxydables (SS 304L, SS 308L ou SS 316L). Bien souvent, le matériau métallique en poudre est identique à celui du substrat, mais pas nécessairement [212]. De plus, les caractéristiques des pièces peuvent être ajustées localement [196] (FGM pour *Functionally Graded Material*) en modifiant, en cours de fabrication, la microstructure en jouant sur les paramètres [137] ou la composition chimique du matériau [103, 88, 175].

Les limites du procédé DED-LP sont la faible précision géométrique des pièces fabriquées, pour lesquelles des tolérances minimales de 0.25 mm sont obtenues [7]. L'état de surface est aussi de faible qualité en comparaison d'un procédé d'usinage avec une rugosité minimale de 25 μm [7]. Ces aspects dépendent directement des paramètres du procédé [64] mais nécessitent toujours au moins une phase d'usinage de finition. Il induit, par ailleurs, de nombreuses contraintes du fait des forts gradients de température induits par le chauffage très localisé de la pièce (*cf.* Section 1.4.1), induisant une déformation résiduelle (ou gauchissement) des pièces lorsqu'elles sont débridées ainsi que des contraintes résiduelles [47, 185]. Un contrôle *in situ* du procédé peut limiter ces effets (préchauffage du substrat ou chauffage local à proximité de la zone de dépôt). Toutefois, leur mise en œuvre peut s'avérer complexe [37].

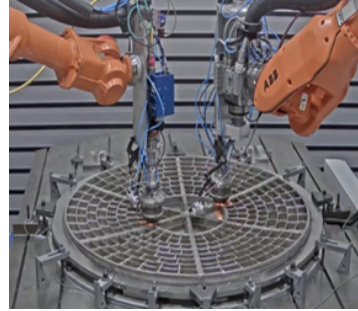
1.2.3 Principales applications

Les principales applications du procédé DED-LP sont la fabrication de pièces à géométrie complexe (Figure 1.4a) ; des pièces à topologie optimisée [125] et/ou en structure alvéo-

lée (Figure 1.4b) dans une moindre mesure. Cependant, des considérations économiques limitent cet usage à de petites séries voire à des pièces uniques [155]. L'aspect durable et environnemental du procédé peut être évoqué grâce à la réparation et le rechargement de matière (Figure 1.4c) ainsi que l'ajout de fonctions (Figure 1.4d) sur des pièces préexistantes.



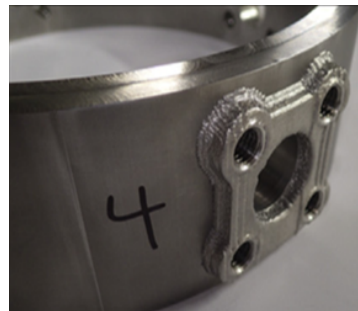
(a) Buse de propulsion à canaux intégrés [66]



(b) Support de miroir en structure alvéolée [1]



(c) Réparation d'aubes de turbine [148]



(d) Ajout de fonction sur une pièce forgée [87]

FIGURE 1.4 – Divers exemples d'application du procédé DED-LP

Dans ses diverses applications, le procédé DED-LP présente des avantages techniques évidents par rapport aux procédés traditionnels. Par exemple, le coût du moulage ou de l'usinage d'une pièce est directement proportionnel à sa complexité [85] : les composants/pièces présentant des angles internes aigus, des cavités ou des parois fines peuvent nécessiter davantage d'opérations d'usinage et un outillage différent, ce qui augmente le temps de production et donc le coût [7]. En guise d'exemple, on peut citer la fabrication d'outillage en imprimant un modèle maître afin de produire un moule ou une matrice [32] ou bien la production directement des différentes parties qui constituent le moule [98]. En outre, il est capable d'imprimer un grand nombre de superalliages difficiles à usiner sans outillage coûteux, en particulier pour les pièces complexes avec des canaux de refroidissement internes, comme les échangeurs de chaleur [221]. Les applications du DED-LP dans le domaine biomédical sont nombreuses notamment dans la fabrication d'implants poreux, fort de ses avantages par rapport aux méthodes de moulage conventionnelles. Les propriétés mécaniques peuvent être modifiées en changeant simplement l'orientation ou la géométrie de la construction. Ces implants sont personnalisables et faits sur mesure en fonction de la morphologie de chaque patient. Ces pièces imprimées ont gagné en importance dans l'industrie des implants dentaires, orthopédiques, chirurgicaux [50]

et cardiovasculaires [34]. Des études de biocompatibilité *in vivo* d'implants en Ti-6Al-4V poreux fabriqués par DED-LP ont montré qu'une fraction volumique des pores de 0.40 (limite supérieure) peut accélérer le processus de cicatrisation par fixation biologique [217].

La réparation et plus spécifiquement le rechargement de matière est essentiel pour améliorer le cycle de vie des pièces et restaurer leur fonctionnalité [95, 159]. Cela permet également de réduire l'impact sur l'environnement, en raison de la diminution du gaspillage de matériaux et d'énergie [178, 166]. C'est une technique de réparation bien connue aux origines du procédé DED-LP. Vilar [198] a démontré que la durée de vie de composants tels que des vilebrequins en acier haute-résistance pouvait être augmentée de manière significative *via* un rechargement par DED-LP. Les pièces possédant une bonne liaison métallurgique présentent de bonnes propriétés mécaniques après réparation [193, 113]. Plusieurs cas d'applications l'ont démontré : la réparation d'une aube de turbine à gaz à l'aide d'un superalliage à base nickel [21], la réparation de pièces de circuit de vapeur dans les centrales thermiques, en déposant un alliage de cobalt pour maintenir les propriétés mécaniques à haute température [45] et la réparation de pièces de moteur d'avion en Ti-6Al-4V [165]. Le rechargement de pièces à haute valeur ajoutée comme des pièces de moteur usées [80] telles que des culasses et des arbres de torsion ou des moules d'injection et des pièces d'extrusion [174] ont également été réalisées avec succès. Par rapport à d'autres procédés de réparation, tels que le soudage TIG ou le soudage à l'arc avec transfert de plasma, la technologie DED-LP est plus efficace en raison de son faible apport de chaleur, de ses distorsions réduites et de sa plus grande précision [7] mais reste désavantagée par sa faible productivité (petite série et taux de dépôt de matière qui reste faible comparé à ceux du DED-LW ou du WAAM).

1.2.4 Intégration industrielle

La matière est projetée par un gaz porteur inerte (communément azote ou argon) à travers une ou plusieurs buses qui peuvent être latérales ou coaxiales au faisceau laser. Un second gaz, généralement de même nature que le premier, protège le métal de l'oxydation. La configuration coaxiale a été adoptée dans la plupart des machines commercialisées ; le degré de précision et la méthode de détection et de contrôle du procédé (caméra classique ou infrarouge, profilomètre, pyromètre à simple ou double longueur d'ondes) varient selon les fabricants [155]. Ainsi la technologie LENS[™] d'Optomec (Figure 1.5a) comporte 4 ou 6 buses équidistantes tandis que la buse TRUMPF[®] (Figure 1.5b) comporte 3 orifices de sortie de poudre autour du faisceau laser. Quant au procédé CLAD[®] de BeAM[®] (Figure 1.5c), il projette la poudre sur 360° sans interruption à travers une buse en forme de couronne.

Quel que soit le fabricant, la buse est fixée sur un effecteur mobile dont le mouvement est assuré par un robot ou une machine à contrôle numérique (CNC) (Figure 1.6). Dans ce dernier cas, la tête peut être immobile déposant la matière sur un substrat bridé sur une table CNC ou bien, au contraire, par une machine 3 axes dont l'effecteur permet la mobilité dans l'espace tandis que le substrat reste fixe. Un ou deux axes de liberté sup-

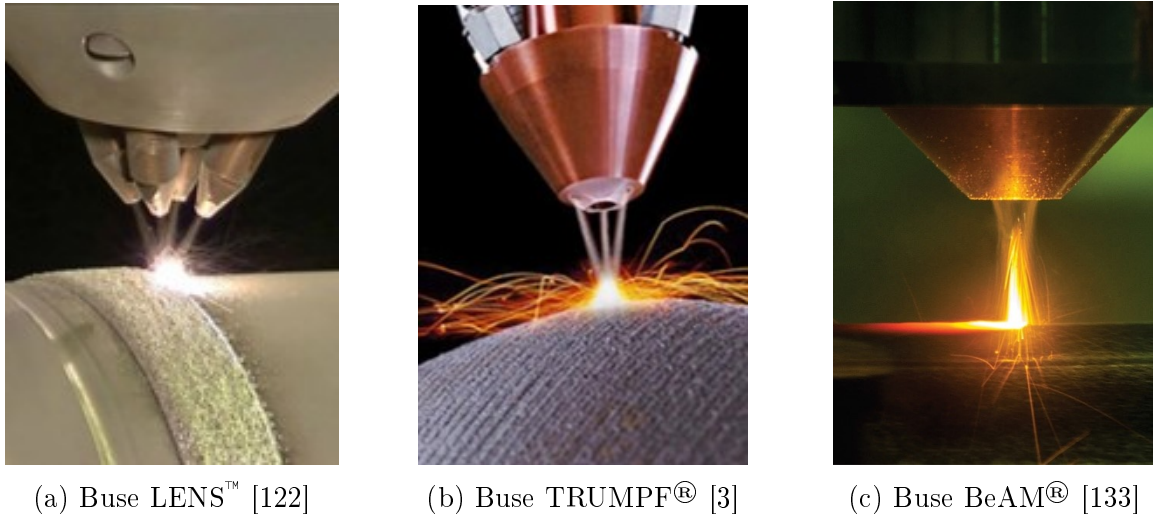


FIGURE 1.5 – Différentes conceptions de buses de DED-LP selon les fabricants

plémentaires peuvent être ajoutés tels un berceau, un plateau rotatif ou un positionneur.

L'atmosphère au sein de la machine est dépressurisée afin de contenir les particules de poudre dans un endroit clos. L'enceinte de fabrication peut également être inertée si le matériau l'exige (oxydation). Par ailleurs, un extracteur évacue les fumées et les gaz d'évaporation.

Le laser est une source d'énergie largement répandue en fabrication additive métallique. Ce sont principalement des diodes lasers ou des lasers à fibre (grenat d'yttrium et d'aluminium, YAG) dopés avec des ions de terres rares (néodyme, erbium, thulium, ...); plus rarement des lasers CO₂ car ils ne sont pas transportables par fibre optique et ne peuvent donc pas être montés sur effecteur mobile. Ils ont une puissance comprise entre 1 W et 12 kW et une longueur d'onde comprise entre 350 nm (ultraviolet) et 1070 nm (infrarouge) [157]. Pour des métaux très réfléchissant comme le cuivre, des lasers verts (longueur d'onde 515 nm) [143] et bleus (longueur d'onde 450 nm) [2] ont même été développés. Leur puissance, modifiable facilement, permet d'atteindre les températures nécessaires à la fusion des différents métaux. L'usage de lentilles convergentes permet de jouer sur la distance focale et sur le diamètre de la tâche (spot) du laser sur le plan de travail. Les inconvénients majeurs résident dans leur encombrement important, leur coût énergétique élevé et le fait qu'ils peuvent être affectés par les gaz qui les entourent.

Les pièces imprimées par DED-LP présentent plusieurs problèmes, tels que les contraintes résiduelles ou le manque de finition de surface sans compter l'inaccessibilité de certaines surfaces en fin de fabrication. Pour relever ces défis, des systèmes hybrides intégrant pleinement les capacités de la fabrication additive et soustractive ont été développés. Les machines hybrides DED + usinage peuvent être exploitées pour augmenter la productivité. Elles permettent l'élimination des erreurs de positionnement lors du transfert de la pièce de la machine DED à l'usinage. La simplicité du contrôle d'un seul processus est

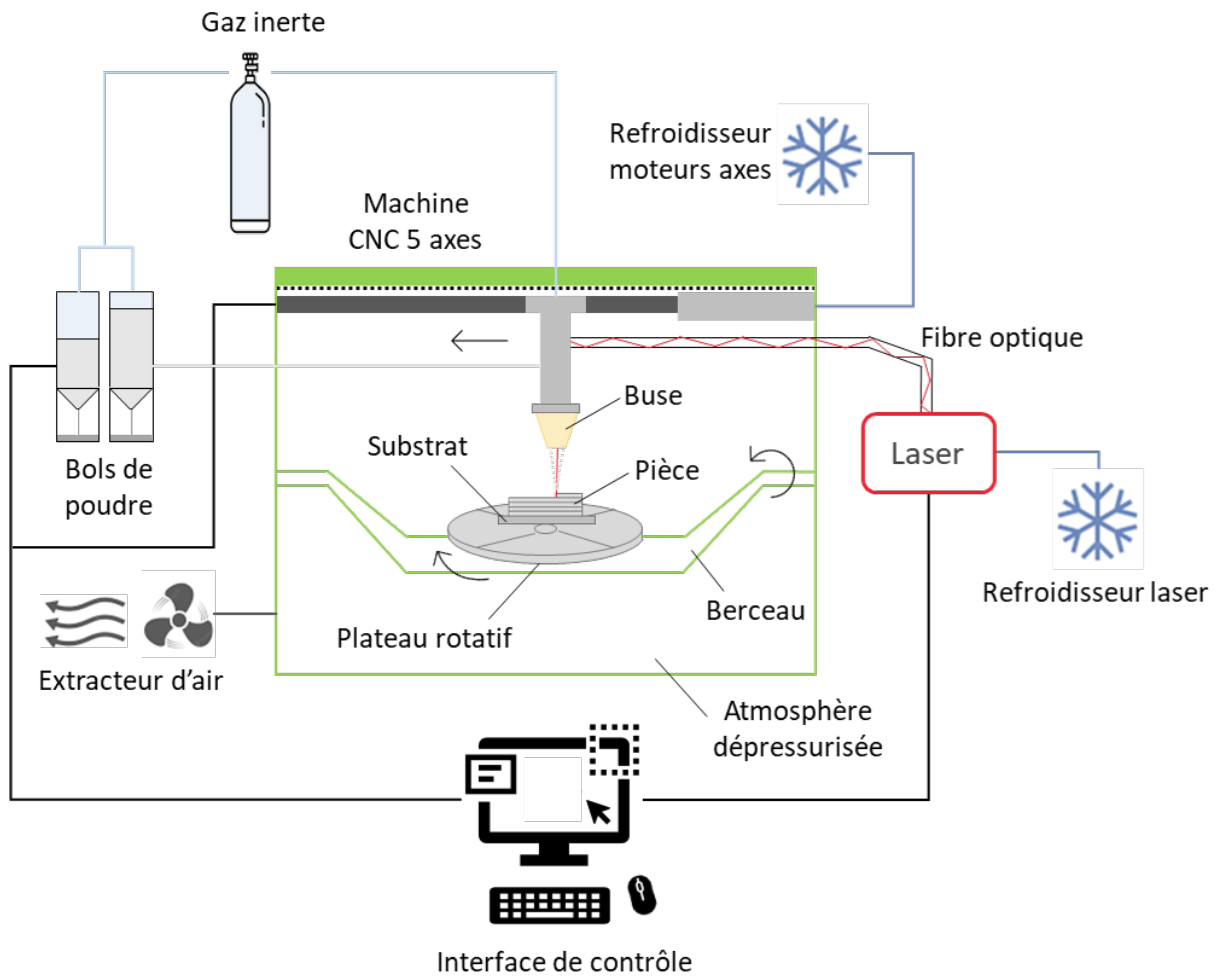


FIGURE 1.6 – Schéma d'une machine de DED-LP sur table CNC d'après [155]

également un avantage distinct de l'utilisation d'un système hybride [4]. C'est encore une technologie relativement nouvelle et nécessite encore beaucoup de recherches [37], notamment dans la programmation des trajets d'outils complexes et l'usinabilité des matériaux de type superalliages (problème déjà évoqué à la Section 1.2.3 et de la problématique des relaxations de contraintes induits par l'enlèvement de matière (comment garantir les tolérances visées ?).

1.3 Paramètres de fabrication

1.3.1 Paramètres de premier ordre

Une multitude de paramètres sont impliqués dans ce procédé [127]. Ils peuvent être classés en 5 catégories :

- les paramètres relatifs à la source d'énergie
- le contrôle du mouvement de l'effecteur (robot ou machine)
- les paramètres liés à l'apport de la matière
- les propriétés de la matière première
- l'état initial avant fabrication

On appelle paramètres de premier ordre les paramètres principaux tels que la puissance laser, la vitesse de déplacement et le débit de poudre, leurs valeurs sont attribués par l'opérateur dans le fichier G-code programmé et lu par la machine. Parmi les autres paramètres, on peut distinguer les paramètres subis et plus difficilement modifiables tels que la caustique du laser impliquant une taille de tâche laser, la longueur d'onde, la précision et la cinématique des axes de la machine, les caractéristiques de la buse et les débits de différents gaz impliqués. Le matériau utilisé apporte également son lot de caractéristiques : composition chimique, propriétés thermo-physiques et mécaniques ainsi que la distribution de la taille et la morphologie des particules de poudre. Les conditions de conception comprennent la géométrie et les dimensions de la pièce à fabriquer et l'orientation de la pièce dans l'enceinte de fabrication [40]. La programmation du parcours outil ou trajectoire de fabrication est définie par l'opérateur et peut être effectuée grâce à des logiciels adaptés (notamment la mise en couche ou *slicing*). L'état initial comprend les dimensions du substrat ou de la pièce à recharger, son matériau, la refroidissement ou non du substrat, ... Dans le cas d'une buse non coaxiale, l'angle d'apport de la poudre est aussi un paramètre important.

| | | |
|------------------------------|--------------------------|------------------------------|
| Source d'énergie | Contrôle du mouvement | Apport de matière |
| Puissance laser | Précision de la position | Débit de poudre |
| Taille du spot laser | Vitesse de déplacement | Débit du gaz de protection |
| Longueur d'onde | Accélération | Débit du gaz porteur |
| Mode (pulsé/continu) | Trajectoire de | Caractéristiques de la buse |
| Caustique du faisceau | fabrication | Orientation du jet de poudre |
| | | Taille des particules |
| Matériau | | État initial |
| Composition de la poudre | | Dimensions du substrat |
| Tension de surface | | Conditions limites |
| Propriétés métallurgiques | | du substrat |
| thermo-physiques et optiques | | Conditions aux limites |
| Propriétés mécaniques | | du matériau déposé |
| de la poudre | | |

TABLE 1.1 – Paramètres du procédé DED-LP d'après [127]

Les valeurs du débit de poudre déterminent la quantité de poudre transférée vers la zone de dépôt. L'efficacité de capture de la poudre ou « rendement poudre » varie en fonction des paramètres du procédé, tels que le débit effectif, le débit du gaz porteur, la taille et la vitesse des particules, la forme de la buse, ... et détermine le pourcentage de la poudre

consommée qui pénètre dans le bain de fusion [112]. Un apport thermique insuffisant ou un débit de poudre très élevé conduisent également à des poudres non fondues (manque de fusion *cf.* Section 1.4.5) ou à une agglomération des particules sur les surfaces libres (effet « balling » *cf.* Section 1.4.5).

Une grande partie de la littérature sur le procédé DED-LP traite de la corrélation entre les paramètres de premier ordre (puissance du laser, vitesse de déplacement et débit de poudre) et les caractéristiques géométriques (dimensions : hauteur, largeur, profondeur/dilution) du cordon obtenu [129, 199, 111, 184, 212, 189, 108], à la taille du bain de fusion [184, 58, 145], à la microstructure métallurgique [16, 93, 111, 184, 212, 123, 6] ou encore aux propriétés mécaniques résultantes.

Les paramètres environnementaux tels que la pression atmosphérique, le taux d'humidité, la température ambiante sont subis plus que désirés (excepté dans les cellules contrôlées en hygrométrie et en température) mais il est bien d'en avoir conscience car ils peuvent affecter la répétabilité du procédé et/ou les propriétés du matériau obtenu. Cependant, ils sont souvent négligés dans la plupart des études empiriques, analytiques ou numériques.

1.3.2 Indicateurs énergétiques

L'influence des paramètres principaux sur la température et la taille du bain de fusion a fait l'objet de nombreuses approches empiriques dans l'objectif de définir une fenêtre optimale pour le procédé DED-LP. Ces paramètres ont une influence directe sur la géométrie du bain ; de là découlent les propriétés mécaniques et les dimensions de la pièce finale (Figure 1.7). Cependant, ces études diffèrent selon la machine utilisée, la configuration de la buse, le matériau et la géométrie de la pièce ainsi que les moyens de mesure. Pour pallier ce problème, des grandeurs impliquant les paramètres thermiques et énergétiques ont été définies [146].

Ainsi la densité volumique d'énergie (DVE) (J/mm^3), appelée aussi apport volumique de chaleur s'écrit :

$$DVE = \frac{P}{V h d} \quad (1.1)$$

Où P est la puissance du faisceau laser en W, V la vitesse de dépôt en mm/s, h la distance entre deux cordons en mm et d la hauteur d'une couche en mm.

L'apport de chaleur linéique (ACL) (J/mm) est le rapport de la puissance sur la vitesse d'avance :

$$ACL = \frac{P}{V} \quad (1.2)$$

Thompson *et al.* [193] définit l'énergie spécifique (J/mm^2), encore appelée densité énergétique globale (DEG) [37] :

$$DEG = \frac{P}{d_{spot} V} \quad (1.3)$$

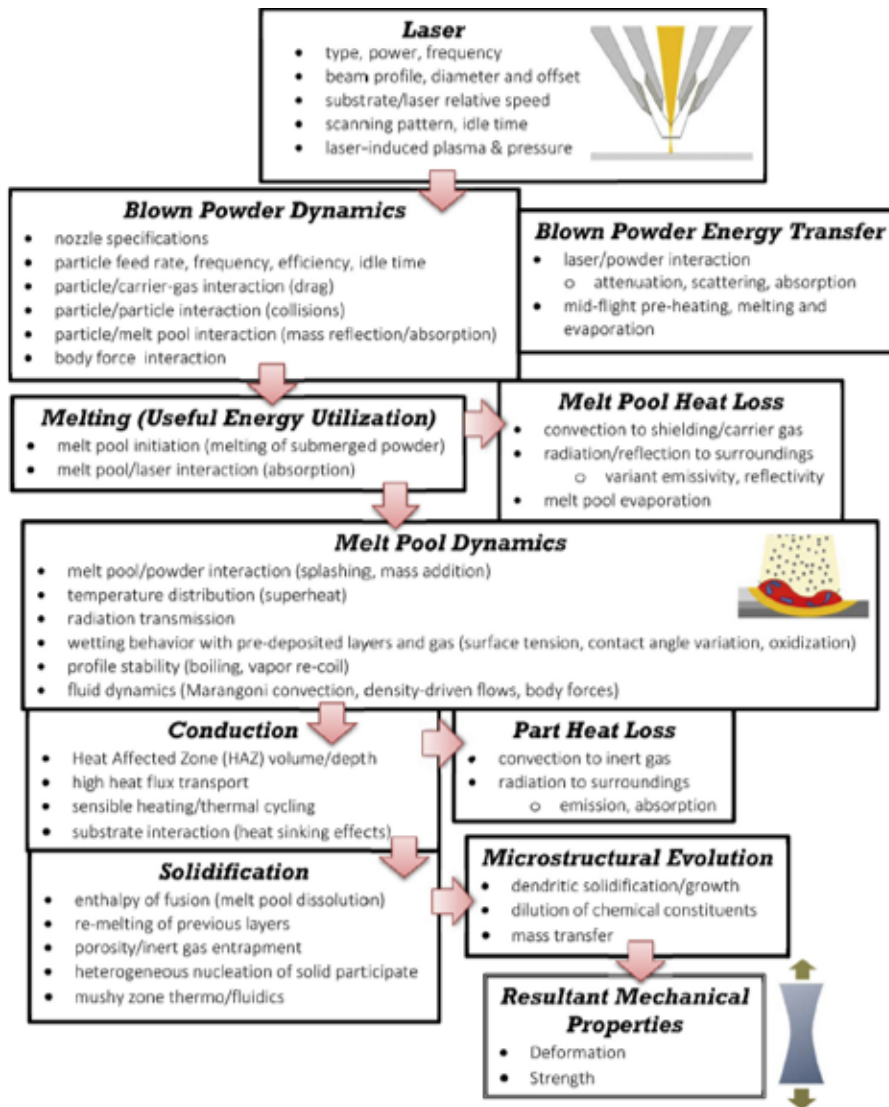


FIGURE 1.7 – Causes à effets des phénomènes thermiques du DED-LP [193]

Où d_{spot} est le diamètre du spot laser sur le substrat en mm.

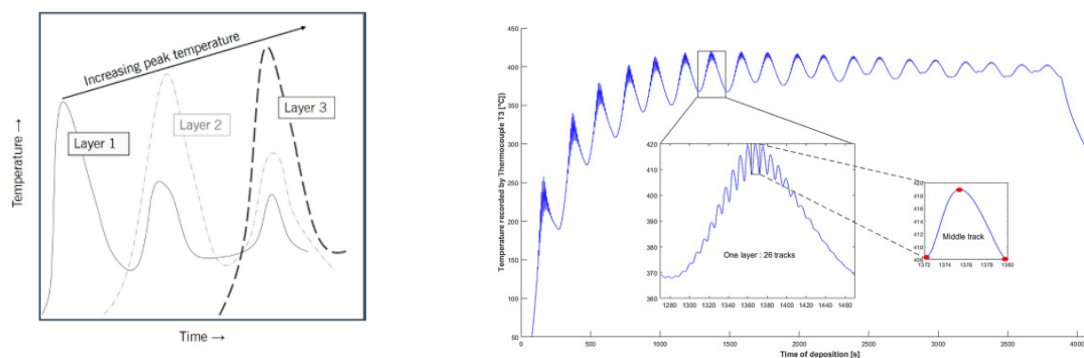
Par ailleurs, Dass et Moridi [37] spécifient aussi un débit massique linéique (kg/mm) comme étant le rapport du débit massique de poudre D (kg/s) sur la vitesse V .

1.4 Un procédé multiphysique et multi-échelles

Pour atteindre le point de fusion des métaux, la densité d'énergie doit être suffisamment importante; ceci implique de nombreux phénomènes thermiques tels que la conduction, la radiation ou encore la convection et ce, à différentes échelles.

1.4.1 Histoire thermique et contraintes résiduelles

La technologie DED-LP est une technique de fabrication hors équilibre, qui présente des vitesses de refroidissement très rapides, souvent de l'ordre de 10^3 à 10^5 K/s [77, 67] du fait d'une source d'énergie mobile, de type faisceau laser. Par conséquent, un ensemble de paramètres procédé couplé à des phénomènes de transport complexes, notamment la conduction de la chaleur dans le substrat, la convection due aux effets Marangoni et le rayonnement accompagné par le gaz de protection, rend difficile la compréhension de l'effet de ces paramètres de manière individuelle. La Figure 1.8a montre schématiquement l'histoire thermique complexe durant l'empilement multi-couches par le procédé DED-LP, et la tendance à l'augmentation de la température de pic avec le nombre croissant de couches en raison de l'accumulation de chaleur [41]. La Figure 1.8b présente une mesure de thermocouple lors du dépôt de matière par le procédé DED-LP.



(a) Schéma des cycles thermiques pour trois couches consécutives [37] (b) Mesure de la température pendant le dépôt par un thermocouple [56]

FIGURE 1.8 – Évolution de la température lors d'une fabrication par DED-LP

Néanmoins, si on positionne un thermocouple à un point fixe, sa température diminue lors de l'éloignement de la source, jusqu'à ce qu'elle atteigne un quasi-équilibre ou du moins, une valeur contenue dans un intervalle et qui ne varie plus que très peu. Cet état de quasi-équilibre peut être imputé à l'effet « puit de chaleur » du substrat : en effet, ce dernier emmagasine beaucoup d'énergie en début de fabrication du fait qu'il soit à plus basse température (souvent température ambiante) avant qu'il atteigne un trop plein au-delà duquel il n'est plus en mesure de capter de chaleur. La source d'énergie s'éloignant sur les couches supérieures, ce sont les couches intermédiaires (entre le substrat et les couches supérieures) qui conduisent l'énergie équilibrant ainsi la part d'énergie apportée par le faisceau laser et la quantité d'énergie diffusée.

Les contraintes résiduelles sont générées pendant la fabrication en raison de la présence de gradients thermiques importants entre la source de chaleur et le matériau environnant. Elles peuvent endommager les pièces imprimées, en raison des déformations et des fissures qu'elles engendrent. Ces contraintes sont différentes selon comment le métal a été déposé à ces endroits : les contraintes résiduelles près de la surface sont des contraintes de trac-

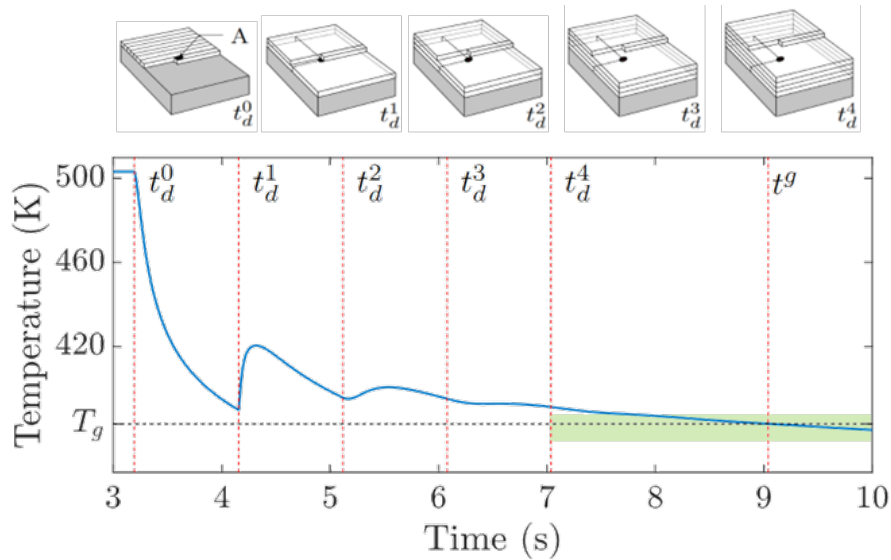


FIGURE 1.9 – Cycles thermiques induits par la répétitivité du procédé DED-LP [169]

tion tandis que celles au centre sont des contraintes de compression [37]. Les contraintes résiduelles ont tendance à être plus élevées lorsqu'elles se produisent entre des matériaux dissemblables [77]. Elles sont maximales à l'interface entre le substrat et le dépôt. Les mesures des contraintes résiduelles à l'échelle de la pièce sont les plus répandues [104] et peuvent être effectuées à l'aide de techniques non destructives, comme la diffraction des rayons X et des neutrons [204]. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour soulager ou réduire ces contraintes résiduelles : le préchauffage du substrat ou le préchauffage des couches précédemment déposées pour diminuer les gradients thermiques abrupts, l'utilisation de la surveillance *in situ* du procédé avec un contrôle par rétroaction (boucle fermée) pour réguler les paramètres du procédé en cours de fabrication ou l'utilisation de techniques de post-traitement *ex situ* comme les traitements thermiques pour diminuer voire annihiler les contraintes résiduelles [104].

Certains effets d'origine thermique se manifestent aussi à l'échelle du bain de fusion (échelle mésoscopique) impliquant des mouvements dans la matière liquide.

1.4.2 Tension de surface et effet Marangoni

Les forces de Marangoni [121] sont dues à un transfert de chaleur par convection de matière liquide au sein du bain, générant notamment des porosités. Ce mouvement résulte d'une différence de tension de surface et de température dans le bain de fusion. Il s'opère principalement des régions de haute tension de surface vers des régions à faible tension de surface, conduisant finalement à une pénétration variable du bain de fusion. Sa force se quantifie à l'aide d'un quotient sans dimension, appelé nombre de Marangoni [130] :

$$M_a = \frac{d\gamma}{dT} \frac{dT}{dx} \frac{L^2}{\eta\alpha} \quad (1.4)$$

où γ représente la tension de surface, $\frac{dT}{dx}$ est le gradient de température, α la diffusivité thermique, L la longueur caractéristique et η la viscosité du bain de fusion.

Le signe du terme $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ (la pente du graphique de la Figure 1.10b) indique le sens des mouvements de convection dans le liquide et aide à prédire les dimensions du bain de fusion. Ainsi s'il est négatif (Figure 1.10a), la tension de surface est plus faible dans les zones les plus chaudes (centre du bain), le bain tend à s'élargir. S'il est positif Figure 1.10b, la tension de surface est plus grande dans les zones les plus chaudes (centre du bain), le bain est plus profond. Le passage d'un gradient de tension de surface positif à un gradient négatif atteignant un maximum pour une certaine température T_o (Figure 1.10c) reflète des mouvements de convection plus complexes entre la surface et le cœur du bain [10, 130]. Par ailleurs, cette tension de surface et donc les turbulences qui en découlent peuvent, dans une certaine mesure, être contrôlés en utilisant des éléments tensioactifs. Dans un système Fe, Aucott [10] et Mills [130] ont démontré que des changements dans la concentration des éléments tensioactifs, comme le soufre et l'oxygène, modifient l'écoulement interne du bain de fusion.

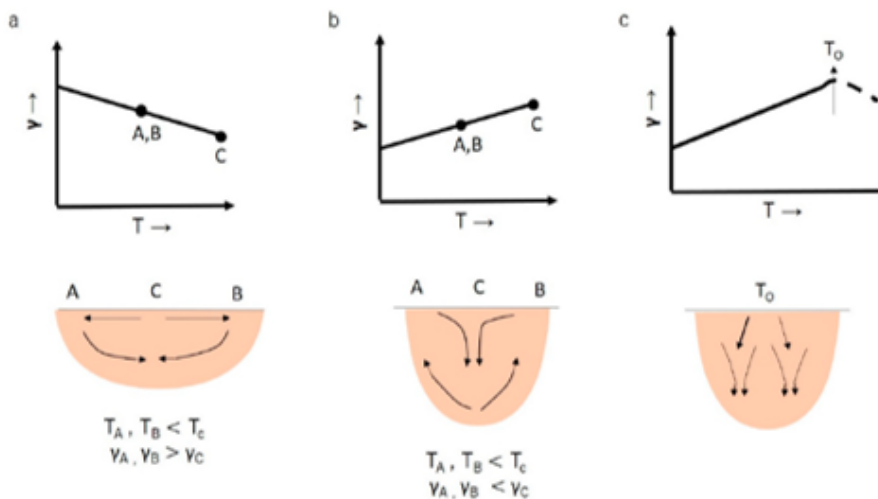


FIGURE 1.10 – Schématisation des effets de Marangoni en fonction de la tension de surface et de la température ainsi que la visualisation des mouvements qu'ils génèrent [37]

Dans certains cas, la vitesse de convection du fluide au sein du bain peut être 50 à 70% supérieure à la vitesse de dépôt d'après le modèle continu de Wen and Shin [210]. Par ailleurs, outre les effets de Marangoni, il y aurait d'autres phénomènes dans le bain comme la flottabilité (mouvements ascendants dus aux changements de densité provoqués par les gradients thermiques) [155] ou les forces de Lorentz (forces dues aux champs électriques et magnétiques générés par la source) [130] dans la technologie WAAM.

Selon la densité énergétique déposée, les effets Marangoni générés peuvent affecter grandement la profondeur du bain de fusion et donc le taux de dilution.

1.4.3 Dilution, ZAT et géométrie de cordon

La technologie DED-LP consiste à imprimer des couches successives pour construire une pièce finale. Il y a une accumulation de chaleur due au dépôt multi-cordons et multi-couches modifiant ainsi la microstructure et les propriétés finales des pièces imprimées. Un niveau minimum de liaison métallurgique est requis entre les couches, qui peut être quantifié à l'aide d'un paramètre sans dimension appelé taux de dilution, défini comme suit [37] :

$$\tau_{dilution} = \frac{\textit{profondeur}}{\textit{hauteur} + \textit{profondeur}} \quad (1.5)$$

où la hauteur du cordon correspond à sa partie émergée tandis que la profondeur est la partie située dans le substrat ou dans la couche précédente. La largeur d'un cordon est mesurée d'une extrémité à l'autre sur la ligne supérieure du substrat.

Une valeur élevée de hauteur est corrélée à un débit de poudre plus élevé ou à un apport d'énergie plus faible (correspondant à une faible dilution et à un manque de fusion entre les différentes couches), tandis qu'une valeur élevée de profondeur est due à un débit de poudre plus faible ou à un apport d'énergie plus élevé (correspondant à une forte dilution). Il existe une valeur optimale de dilution, qui permet d'obtenir une bonne liaison métallurgique [211] entre les différentes couches. La Figure 1.11 montre le niveau de dilution optimal généralement compris entre 10% et 30% [181] selon les matériaux.

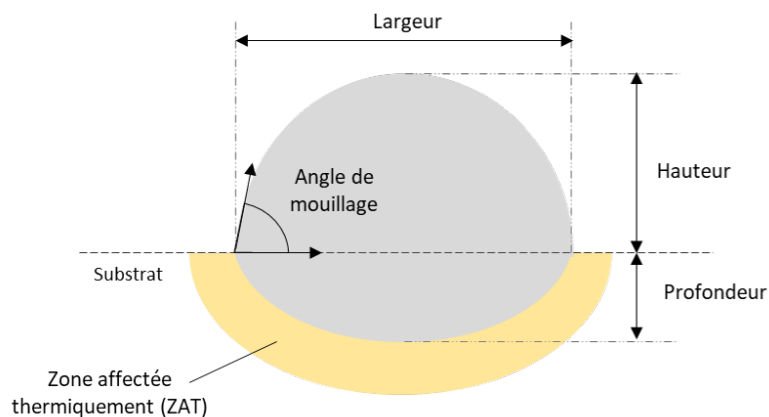


FIGURE 1.11 – Schéma en coupe d'un cordon montrant la dilution et la zone affectée thermiquement d'après [37]

La zone affectée thermiquement (ZAT) est une zone non fondue qui se situe en périphérie du bain de fusion. Elle est exposée à des gradients thermiques intenses qui génèrent un changement significatif de microstructure.

En outre, un autre paramètre d'intérêt est défini : l'angle de mouillage correspond à l'angle formé par la surface du substrat et la tangente du cordon à ses extrémités. Il quantifie la morphologie du cordon.

L'histoire thermique subie par le matériau lors de la fabrication est directement responsable de la microstructure qui en résulte et donc des propriétés mécaniques et des caractéristiques physiques de la pièce finale.

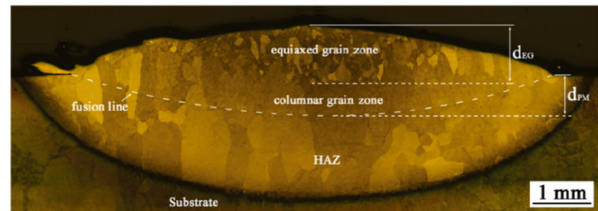
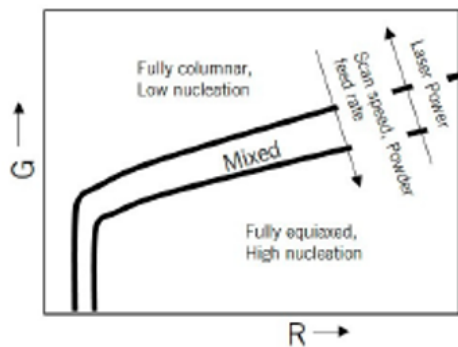
1.4.4 Microstructure

Les microstructures obtenues par DED-LP peuvent être prédites en utilisant deux paramètres importants : le gradient thermique G (K/m) et la vitesse du front de solidification R (m/s) définis tels [37] :

$$\begin{aligned} G &= |\nabla T| \\ R &= \frac{1}{G} \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.6)$$

où T est la température et t est le temps.

Ces paramètres influencent en effet le taux de nucléation et donc la formation d'une microstructure colonnaire ou équiaxe (Figure 1.12b).



(a) TCE en fonction des paramètres G et R [37] (b) Microstructure d'un cordon en alliage de titane (TC11) déposé en DED-LP [202]

FIGURE 1.12 – Évolution de la transition colonnaire à équiaxe en DED-LP

Des vitesses de refroidissement de l'ordre de 13 000 K/s ont été enregistrées par Marshall *et al.* [123] grâce à une mesure thermique *in situ* lors du dépôt de Ti-6Al-4V par DED-LP. Les vitesses de refroidissement initiales et les microstructures ont changé avec l'augmentation du nombre de couches déposées : une microstructure de martensite (phase dite α') formée dans les premières couches se convertit lentement en une microstructure de Widmanstätten [95]. Cela peut être dû à l'accumulation d'énergie thermique dans la pièce au fur et à mesure du dépôt des couches. La microstructure du Ti-6Al-4V traité par DED-LP (Figure 1.12b) est colonnaire près du substrat et équiaxe loin du substrat (en raison des différences de vitesse de refroidissement) et le bain de fusion surchauffé pendant le procédé (presque 40% - 50%) [123].

La nucléation hétérogène varie en fonction de la vitesse de déplacement, du débit de poudre et de la puissance du laser. L'augmentation de la vitesse de déplacement et du

débit de poudre ou la réduction de la puissance laser diminuent le gradient thermique G . Cela conduit à une augmentation de R et à une plus grande quantité de structure équiaxe dans la pièce. Par ailleurs, le rapport $\frac{G}{R}$ est un paramètre important : il conditionne le taux de nucléation. Si $\frac{G}{R} > 1$, la nucléation est faible du fait d'un gradient thermique supérieur à la vitesse du front de solidification, et au contraire, si $\frac{G}{R} < 1$, le taux de nucléation est élevé car le gradient thermique est inférieur à la vitesse du front de solidification. Par conséquent, la transition colonnaire à équiaxe (TCE) est dictée par l'histoire thermique et peut être conçue en fonction des besoins [110].

Bien qu'il existe une riche littérature sur les transformations de phase dans les aciers [36, 19, 205], l'évolution de la microstructure des aciers durant la fabrication DED reste à ce jour peu documentée. Les aciers subissent une série de transformations de phase pendant les cycles thermiques répétitifs. Les transformations de phase possibles pendant le chauffage et le refroidissement des aciers faiblement alliés sont α -ferrite \rightarrow γ -austénite \rightarrow δ -ferrite \rightarrow liquide \rightarrow δ -ferrite \rightarrow γ -austénite \rightarrow α -ferrite [222]. La microstructure de la pièce en acier fabriquée par DED a été observée pour présenter différentes phases le long de la direction de la hauteur de construction en raison des vitesses de refroidissement variables. Par exemple, la microstructure telle que déposée de l'acier 300M produit par DED-LP présentait de la martensite trempée à la base et un mélange de martensite et de bainite au sommet du dépôt [106]. De même, la quantité de martensite était de plus en plus élevée de la 5^{ème} à la 20^{ème} couche pour l'acier 2Cr13 déposé par WAAM [62]. Cela est dû au fait que la martensite est métastable et a tendance à se décomposer en ferrite stable lorsqu'elle est chauffée. L'ampleur de la décomposition dépend de la force des cycles répétés de chauffage et de refroidissement. Les couches inférieures subissent plus de cycles thermiques que les couches supérieures et, par conséquent, les fractions volumiques de martensite décomposée sont progressivement plus faibles le long de la hauteur de construction [208]. Pendant le refroidissement, la ferrite se forme d'abord par un mécanisme diffusif et elle se forme de manière hétérogène aux limites des grains d'austénite colonnaires. Les plaques de ferrite de Widmanstätten se forment par un mécanisme de déplacement à des sous-refroidissements relativement faibles. La bainite se forme et croît sous forme de gerbes de petites plaquettes à des sous-refroidissements plus importants. La ferrite aciculaire se forme ensuite de manière intragranulaire autour des inclusions à l'intérieur de l'austénite. La martensite se forme sans diffusion si la vitesse de refroidissement est supérieure à une vitesse de refroidissement critique [20, 18]. Les diagrammes isothermes transformation-temps-température (TTT) et transformation refroidissement continu (TRC) illustré à la Figure 1.13 fournissent des outils pour calculer la fraction de phase finale due au chauffage et au refroidissement transitoires [20, 18].

Pour adapter les microstructures des pièces fabriquées et ainsi passer d'une structure à une autre plus favorable (Figure 1.13), il peut être nécessaire d'effectuer des traitements thermiques [147], tels que la trempe, le revenu ou le recuit [74]. Ces derniers permettent de contrôler la vitesse de refroidissement pour former la microstructure souhaitée. Cela contribue également à réduire les contraintes résiduelles (détensionnement).

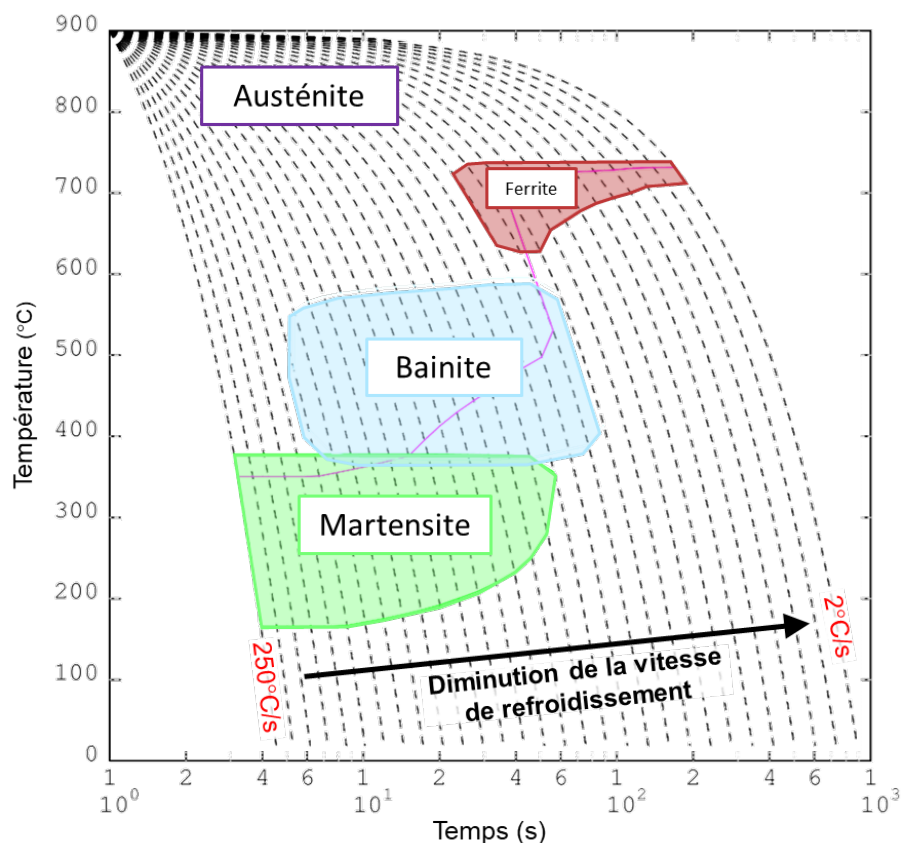


FIGURE 1.13 – Diagramme TRC des aciers [17]

1.4.5 Défauts dans la santé matière

Des défauts peuvent apparaître au cours de la fabrication et affecter l'intégrité du matériau. Il est important de connaître la cause de ces défauts et de prendre des mesures pour les contrer.

Porosité

La porosité constitue l'un des défauts les plus courants qui doit être minimisé ou éliminé en raison de ses effets négatifs sur les propriétés mécaniques [29]. Il existe deux mécanismes principaux par lesquels ces défauts sont générés dans les pièces fabriquées par DED-LP : le manque de fusion (porosité inter-couche) et les bulles de gaz (porosité intra-couche [37]).

Le manque de fusion (Figure 1.14) se caractérise par un apport d'énergie insuffisant pour faire fondre la quantité de matière projetée, ce qui entraîne une mauvaise adhésion entre les couches, notamment une faible dilution d'une couche supérieure dans le substrat ou dans la couche précédemment déposée [136]. Un bain plus important avec une pénétration suffisante dans la couche précédemment déposée assure une bonne liaison et minimise le manque de vides de fusion [136]. Par conséquent, un apport de chaleur linéique (*cf.* Section 1.3.2) plus élevé peut minimiser efficacement la quantité de porosités dues à un

manque de fusion en augmentant la profondeur du bain. Un balayage rapide réduit la taille du bain et augmente la susceptibilité de formation de manques de fusion. En revanche, l'augmentation de la puissance du laser peut réduire la porosité en augmentant la taille du bain et en augmentant finalement la profondeur de pénétration. Ces porosités sont généralement de grande taille et de forme irrégulière, et se produisent en raison de vitesses de refroidissement plus élevées.

Par ailleurs, des bulles de gaz peuvent être piégées à l'intérieur des particules de poudre pendant le processus d'atomisation de la poudre [164] ou être formées en raison du piégeage du gaz inerte de protection ou des vapeurs d'alliage à l'intérieur du bain de fusion, donnant lieu à des porosités sphériques microscopiques (Figure 1.14).

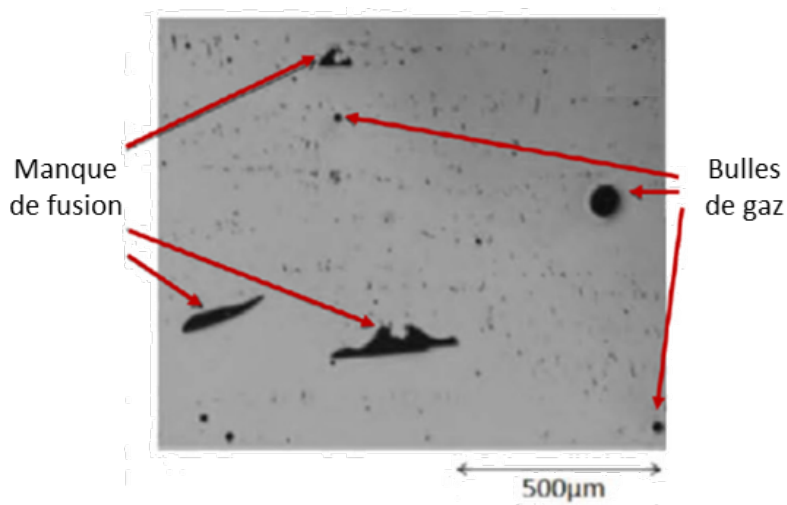


FIGURE 1.14 – Manque de fusion et bulles de gaz générant des porosités [172]

La porosité dépend également des caractéristiques initiales de la poudre et de son uniformité [35]. Si les poudres de départ n'ont pas une distribution de taille uniforme, la porosité sera plus importante dans la construction finale.

Il existe plusieurs techniques pour mesurer le taux de porosité. La méthode d'Archimède est la méthode non-destructive la plus simple : le taux de porosité est estimé à partir de la densité de la pièce calculée par cette méthode [180]. Cependant, les détails de la forme, de la taille et de la distribution des vides ne peuvent pas être déterminés par cette méthode. La microscopie optique est une méthode destructive largement utilisée. Son inconvénient majeur est que le taux de porosité ne peut être mesuré que comme une fraction de surface dans un certain plan 2D. Par conséquent, le volume des porosités ne peut pas être mesuré avec précision. De plus, cette méthode n'est pas adaptée à la mesure de très petits vides ($<50 \mu\text{m}$). La tomographie à rayons X (X-ray CT) peut mesurer des porosités de l'ordre de $10 \mu\text{m}$ et est également utilisée pour étudier la formation de porosité dans les soudures au laser [48, 49]. La micro-tomographie par rayonnement synchrotron (SRLT) peut être utilisée pour mesurer la formation *in situ* de la porosité. Ces deux dernières technologies

ainsi que le microscope électronique à balayage (MEB) sont capables de mesurer avec précision la forme, la taille et la distribution de très petites porosités. Cependant, ces méthodes sont coûteuses en raison du coût élevé de l'équipement.

Les porosités peuvent être refermées par pressage isostatique à chaud (HIP) après la fabrication bien que ces opérations de post-traitement soient longues et coûteuses. En outre, les fissures de surface (*cf.* Section 1.4.5) sont difficiles à fermer par HIP. Par conséquent, il est souvent souhaitable de réduire la porosité et les défauts de manque de fusion en contrôlant les paramètres du procédé tels que la puissance du laser, la vitesse de déplacement et le recouvrement entre cordons.

Rugosité de surface

La rugosité des surfaces libres d'une pièce fabriquée additivement résulte d'un certain nombre de paramètres d'entrée interdépendants [63] qui donnent lieu à plusieurs conditions de sortie observables ou mesurables qui peuvent finalement affecter les performances de la pièce [40]. Ces paramètres d'entrée sont liés à la matière première, à la conception de la pièce, aux paramètres du procédé (puissance du faisceau laser, vitesse de déplacement), au post-traitement et à la finition. Les conditions de sortie peuvent aller de particules de poudre partiellement fondues à une fusion incorrecte telle que la formation de billes (notamment en DED-LW), l'absence de fusion de couches ou de stries en raison des conditions de construction, de la trajectoire de fusion ou de la stratégie de fabrication. La hauteur de la couche, les angles de mouillage, la stratégie de fabrication et le parcours outil peuvent influencer grandement l'état de surface.

La rugosité est mesurée à l'aide d'un profilomètre ou en analysant la morphologie de la surface à l'aide d'un MEB [182]. Sur la surface, la hauteur d'un pic ou la profondeur d'une vallée (f_n) est mesurée à N endroits le long du profil calculée numériquement [182] :

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |f_n| \quad (1.7)$$

NB : Il existe une extension de la mesure de rugosité R_a sur une surface notée $S_a = \frac{1}{S} \iint_S |f_n(x, y)| dx dy$.

En sortie de fabrication, les pièces présentent souvent une rugosité $R_a > 1$ mm, on peut même parler d'ondulation car on s'éloigne du concept initial de rugosité. Or la plupart des pièces nécessitent, en particulier au niveau des surfaces fonctionnelles, un R_a de 3.2 μm voire moins. Un traitement ultérieur tel que l'usinage, la rectification, le polissage chimique et le HIP est donc nécessaire pour atteindre la finition requise. Ces opérations prennent du temps et sont coûteuses. Par conséquent, il est important de comprendre les causes profondes de la rugosité de surface afin d'en atténuer les effets. Deux causes majeures expliquent l'état de surface des pièces fabriquées. D'une part, la rugosité de surface causée par l'effet « escalier » est due à l'approximation en escalier par des couches

de surfaces « gauches ». Elle augmente avec la hauteur de la couche. Par conséquent, le compromis entre la complexité et le temps de construction se pose dans le cas de la rugosité de surface : la fabrication d'une pièce avec une faible hauteur de couche peut réduire efficacement la rugosité de surface ; cependant, la fabrication d'une telle pièce prend plus de temps.

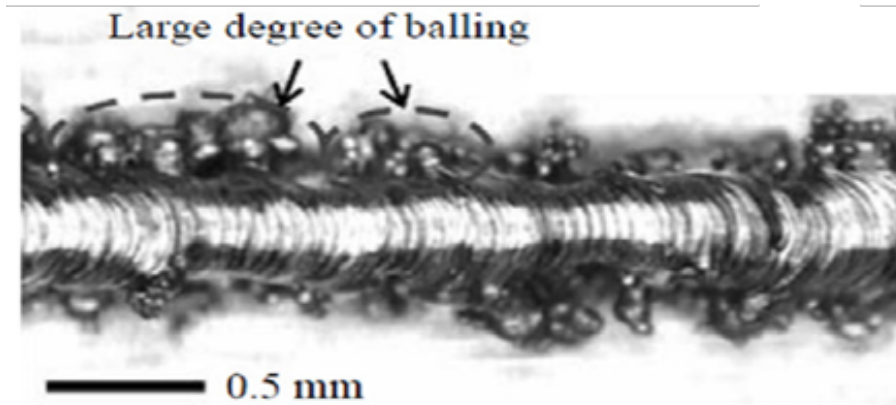


FIGURE 1.15 – Phénomène de balling [138]

D'autre part, la mauvaise fusion des particules de poudre sur les surfaces extérieures, appelé phénomène de « balling » (Figure 1.15), induit un état de surface médiocre. Lorsqu'un faible apport de chaleur est utilisé, l'énergie fournie est insuffisante pour faire fondre complètement les particules de poudre et celles-ci encore solides, adhèrent aux surfaces libres de la pièce en construction. Les mouvements convectifs au sein du bain de fusion (*cf.* Section 1.4.2) renforcent ce phénomène en entraînant ces petites billes vers les bords extérieurs du bain. La rugosité moyenne de la surface causée par ces particules mal fondues est alors du même ordre de grandeur que le diamètre des particules de poudre, soit de l'ordre de 50 à 100 μm en DED-LP. Un apport de chaleur élevé obtenu par une puissance laser élevée et une faible vitesse de déplacement peut faire fondre complètement toutes les particules de poudre et réduire l'effet balling. Cependant, une forte densité énergétique nuit à la finition de la surface en raison de contraintes thermiques élevées et d'un taux de solidification non uniforme. Enfin, les grosses particules de poudre sont plus difficiles à fondre. Par conséquent, les pièces fabriquées avec ces poudres grossières peuvent présenter un mauvais état de surface. Une surface plus lisse peut être obtenue en utilisant des poudres plus fines mais de fait, également plus coûteuses.

Lorsque les contraintes mécaniques accumulées dans une pièce sont brusquement libérées, des fissures peuvent se développer. Les porosités ainsi qu'un état de surface médiocre participent également à la formation et à la propagation des fissures. Ces aspects affectent la structure du grain, les performances et la durée de vie [7] des pièces fabriquées.

Fissuration et délaminage

Trois principaux types de fissures sont observés dans les pièces fabriquées par DED-LP. La fissuration de solidification (comme pour le soudage) apparaît lorsque le dépôt en cours de solidification se contracte en raison du retrait de solidification et de la rétraction thermique. Cependant, les températures du substrat ou des couches précédemment déposées sont inférieures à celles de la couche en cours de dépôt d'où une contraction de cette dernière plus importante que celle de la couche inférieure. La contraction de la couche de solidification est donc empêchée par le substrat ou la couche précédemment déposée, générant ainsi une contrainte de traction au niveau de la couche de solidification. Si l'amplitude de cette contrainte dépasse la résistance du métal en cours de solidification, des fissures se forment le long des limites de grains dans la matière [97]. Bien que le taux de porosités diminue avec une augmentation de la densité globale d'énergie (*cf.* Section 1.3.2), la densité de fissuration n'est pas en corrélation directe avec celle-ci. Kou *et al.* [97] soulignent la nécessité de comprendre l'effet des facteurs métallurgiques (plage de température de solidification) et mécaniques (contrainte résiduelle) sur la fissuration à chaud dans les matériaux déposés par procédé additif.

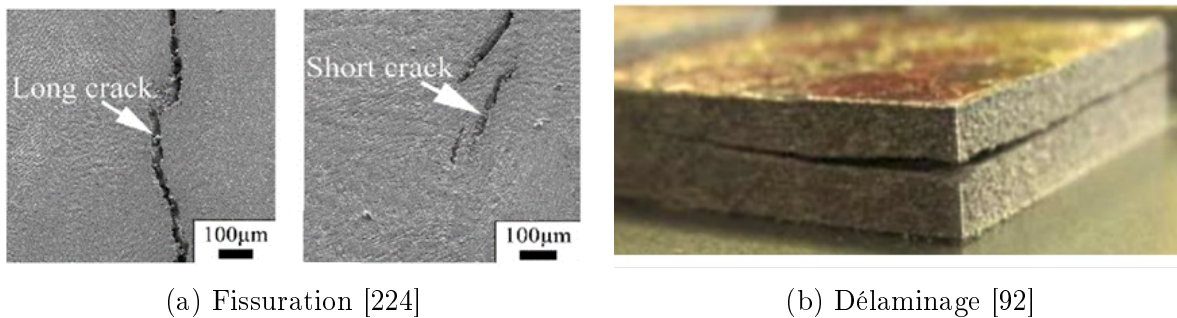


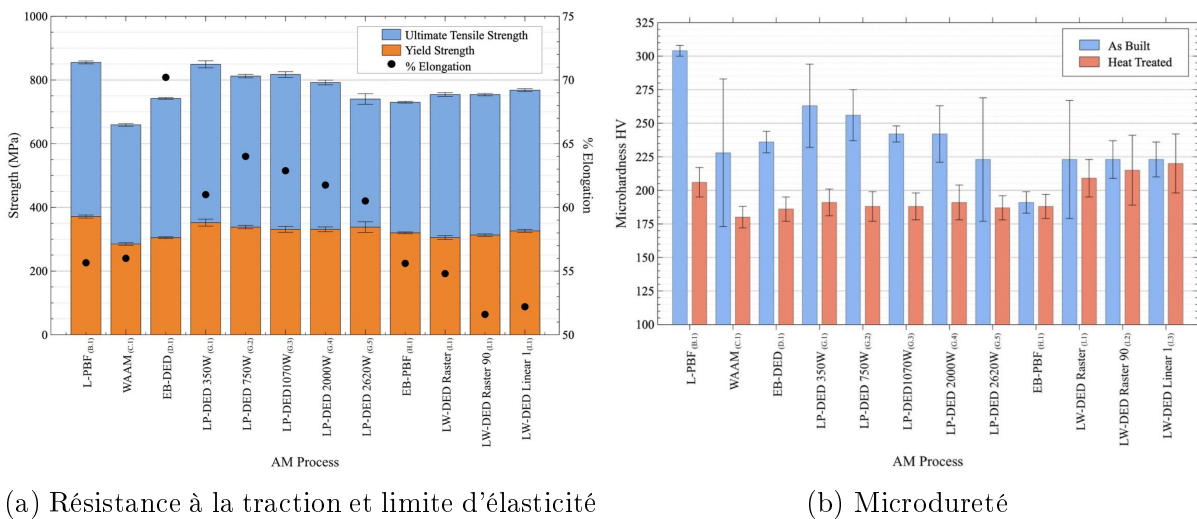
FIGURE 1.16 – Défauts de santé matière

Un autre phénomène, appelé fissuration par liquation, est observée dans la zone affectée thermiquement (*cf.* Section 1.4.3) [97]. Un chauffage rapide en dessous de la température de liquidus du matériau provoque la fusion de certains composants de l'alliage, comme les carbures à faible point de fusion. Lors du refroidissement de la pièce, la ZAT (zone affectée thermiquement) subit une force de traction due au retrait de solidification et à la rétraction thermique. Sous l'effet de cette force, les phases liquides autour de ces composants aux limites de grains ou de carbures peuvent agir comme des sites de fissuration [97]. Les alliages présentant une large ZAT (grande différence entre la température de liquidus et de solidus, comme les superalliages à base nickel), un grand retrait de solidification (grand bain de fusion, comme le Ti-6Al-4V) et une grande rétraction thermique (coefficient de dilatation thermique élevé, comme les alliages d'aluminium) sont les plus sensibles à la fissuration par liquation [97]. Les fissures peuvent être très longues [224] et s'étendre sur plusieurs couches ou petites avec une longueur maximale égale à la hauteur de la couche (Figure 1.16a).

Enfin, le délaminage (terme emprunté aux matériaux composites) est la séparation entre la première couche déposée et le substrat ou entre deux couches consécutives, comme le montre la (Figure 1.16b). Il est causé par les contraintes résiduelles aux interfaces des couches dépassant la limite à rupture de l'alliage.[135].

L'adoption du procédé DED-LP a été limitée, principalement en raison de ces défauts qui n'ont pas été suffisamment caractérisés [109]. Les mécanismes sous-jacents à ces défauts sont associés aux actions thermiques complexes que subissent les pièces métalliques pendant leur fabrication, telles que la chauffe, le refroidissement et la solidification rapides. Les contraintes résiduelles, les porosités, la rugosité de surface, la présence de fissures et de délaminage aboutissent à des discontinuités microstructurales qui altèrent les propriétés mécaniques de la pièce fabriquée.

1.4.6 Propriétés mécaniques



(a) Résistance à la traction et limite d'élasticité

(b) Microdureté

FIGURE 1.17 – Comparaison des caractéristiques mécaniques d'échantillons fabriqués par différents procédés FAM avec ou sans post-traitement thermique [117]

Résistance en traction

La résistance en traction et la ductilité des pièces imprimées dépendent des paramètres du procédé DED-LP et de la microstructure formée. Plusieurs exemples dans la littérature enregistrent des tendances variables du comportement en traction et de la ductilité pour le même matériau imprimé par DED-LP. Par exemple, la résistance à la traction du Ti-6Al-4V fabriqué par DED-LP s'est avérée être similaire à celle du Ti-6Al-4V fabriqué par forgeage, mais avec une ductilité réduite [173]. Une autre étude a montré que le Ti-6Al-4V traité par DED-LP a une résistance à la traction plus élevée en raison d'une microstructure plus fine par rapport à l'alliage forgé, mais présente toujours une ductilité

plus faible, en raison d'une combinaison de la microstructure fine et de la présence de défauts internes [15]. Sur des pièces fabriquées en Ti-6Al-4V par DED-LP, Carroll *et al.* [30] a observé une porosité anisotrope et un comportement à la traction dans trois orientations différentes, en raison de l'anisotropie microstructurale. Cette même étude a également démontré qu'une augmentation de 0.0124% de l'oxygène et une diminution de la phase α du Ti-6Al-4V déposé par DED-LP augmentent la limite d'élasticité et la résistance ultime à la traction sans pour autant modifier la ductilité. Les post-traitements, comme les traitements thermiques ou la HIP, tendent à améliorer la ductilité avec une légère diminution de la résistance à la traction [15].

Dureté

Les valeurs de microdureté peuvent changer dans le sens de la construction en raison des variations de la microstructure. La microdureté est plus élevée près des premières et des dernières couches, et relativement plus faible dans les couches centrales. Cette variation peut être attribuée à l'histoire thermique cyclique pendant le procédé DED-LP. L'accumulation de chaleur est plus importante dans les couches centrales, ce qui entraîne des valeurs de microdureté plus faibles [176]. Une dureté plus élevée et une microstructure plus fine ont été rapportées dans la littérature en augmentant l'épaisseur du substrat (une plus grande masse de substrat agit comme un puits de chaleur plus rapide). L'augmentation de la température du substrat diminue la dureté, en raison d'une diminution des gradients thermiques et des vitesses de refroidissement, ce qui peut conduire à une microstructure plus grossière. Un temps de refroidissement plus élevé entre les couches est également connu pour augmenter la dureté, en raison de gradients thermiques plus raides [95]. Les études de dureté de Zuback *et al.* [227] ont montré que le post-traitement des pièces fabriquées par voie additive (comme le traitement thermique ou le revenu) ou le choix de l'alliage pourrait permettre de mieux contrôler la dureté, plutôt que de modifier les paramètres du procédé DED-LP.

Résistance en fatigue

La fatigue est un critère important pour déterminer l'intégrité structurelle des matériaux imprimés par DED-LP. Elle est influencée de manière significative par la microstructure et les défauts [140]. Dans les pièces fabriquées par DED-LP, la durée de vie en fatigue peut être estimée en déterminant la croissance des fissures de fatigue et le nombre de sites probables d'initiation de la fatigue (ou porosités) [102]. Les poudres non fondues constituent un autre facteur d'amorçage de la fatigue, qui peut réduire la durée de vie en fatigue d'un ordre de grandeur [161]. La croissance des fissures de fatigue se fait principalement dans le plan, avec quelques fissures se propageant vers la direction de la force de traction et le taux de croissance des fissures varie dans différentes directions et dépend également de l'emplacement [173]. Kobryn *et al.* [96] montre que le Ti-6Al-4V traité par voie additive a une meilleure durée de vie en fatigue à haut cycle par rapport au Ti-6Al-4V coulé et de même ordre de grandeur pour le Ti-6Al-4V forgé [161]. Une autre étude a déclaré que le Ti-6Al-4V traité par DED-LP présente des propriétés similaires à celles du Ti-6Al-4V coulé, tandis que le Ti-6Al-4V déposé par DED-LP puis traité thermiquement présente

des propriétés similaires à celles du Ti-6Al-4V forgé [15]. Le HIP a amélioré la durée de vie en fatigue des pièces DED-LP, en fermant les porosités à l'intérieur des pièces [219].

Les propriétés métallurgiques et mécaniques de la pièce découlent de l'histoire thermique subie par le matériau au cours du procédé. En effet, un surplus de chaleur peut conduire à des écroulements de la structure bien qu'il améliore de manière notable l'état des surfaces extérieures. De plus, les porosités et les fissures affectent directement l'intégrité structurale de la pièce. Afin d'anticiper voire d'éviter ces défauts, il est nécessaire de simuler l'histoire thermique en amont de la fabrication de la pièce. Par ailleurs, cette modélisation du procédé permet également d'itérer plus rapidement dans le processus de conception et d'optimisation des paramètres de fabrication.

1.5 Modélisation du procédé DED-LP

Comme nous l'avons vu à la Section 1.4, le procédé DED-LP est multi-physique et multi-échelle. Par conséquent, les travaux concernant la modélisation de ce procédé ont également suivi cette classification selon les phénomènes physiques modélisés et selon l'échelle à laquelle ils opèrent. Ainsi trois échelles distinctes sont définies [127] : l'échelle microscopique (« micro »), l'échelle mésoscopique (« méso ») et l'échelle macroscopique (« macro »). L'échelle « micro » est définie par la plus petite dimension d'un grain microcristallin qui peut parfois être comprise entre 100 nm et 10 μm . L'échelle « méso » se réfère à la largeur du faisceau laser, la largeur du cordon déposé ou la largeur du bain de fusion (entre 10 μm et 1 mm). Enfin, l'échelle « macro » est définie comme étant l'échelle de la pièce réelle qui peut s'étendre typiquement de 1 mm à 1 m.

Il n'existe actuellement aucun outil disponible permettant aux ingénieurs de contrôler les variables du procédé DED-LP qui affectent la qualité de la pièce obtenue, telles que la géométrie, la microstructure, les propriétés, les contraintes résiduelles, la distorsion et les défauts, avant même de réaliser la fabrication [208]. Pourtant, les paramètres de contrôle du procédé ont une influence directe et cruciale sur les spécifications fonctionnelles de la pièce fabriquée [127]. Il est donc primordial de modéliser ce qui se passe lors de la fabrication par DED-LP afin de prédire voire d'optimiser les caractéristiques thermiques, microstructurelles et mécaniques de la pièce obtenue. Au cours des deux dernières décennies, des efforts ont été entrepris pour mieux comprendre l'absorption d'énergie par les matériaux d'apport et le substrat, les différents modes de transfert de chaleur, la formation et la dynamique des fluides dans le bain de fusion, la vaporisation des éléments d'alliage à la surface du bain, la solidification et les transformations de phase à l'état solide dans le but de prédire la microstructure mais aussi la capacité de la pièce à résister au gauchissement dû aux déformations résiduelles ou à présenter une réponse thermo-mécanique appropriée (résistance mécanique, réponses thermo-élastique et thermo-plastique, ...). Les résultats simulés sont ensuite rigoureusement validés par des expériences. Cette approche théorique et expérimentale combinée est essentielle pour améliorer la compréhension des vitesses de refroidissement, des paramètres de solidification, des microstructures, de l'ab-

sence de défauts de fusion, des contraintes résiduelles et de la déformation, qui définissent la qualité de la pièce finale [39].

Par ailleurs, le chauffage, la fusion, le refroidissement et la solidification répétés de différentes régions d'une construction résultant de son interaction avec une source de chaleur en mouvement, donnent lieu à de multiples cycles thermiques [120]. La petite taille du bain de fusion, le fort mouvement de circulation de matière liquide, principalement dû aux effets de Marangoni (*cf.* Section 1.4.2), le mouvement de la source de chaleur et les changements rapides de température rendent difficile la mesure précise de la température transitoire et d'autres variables importantes. En outre, les mesures expérimentales des températures et d'autres variables ne sont possibles que sur des surfaces facilement accessibles et non sur des surfaces internes. Les modèles de transfert de chaleur, de mouvements des fluides et de transfert de masse sont essentiels pour calculer les champs de température, la taille de la zone de fusion et d'autres paramètres nécessaires à la prédiction des contraintes résiduelles, des déformations, des défauts, de la structure des grains et de la rugosité de surface. La prise en compte du dépôt multi-couches et multi-cordons est essentielle pour comprendre la structure et les propriétés de l'ensemble de la construction et les modèles continus sont plus adaptés à cet effet [101].

1.5.1 Représentation de la source de chaleur

Les calculs du transfert de chaleur commencent par une représentation quantitative de la source de chaleur basée en grande partie sur les mesures expérimentales [208]. Diverses simplifications sont généralement faites pour décrire à la fois la géométrie de la source et la distribution de la densité de puissance : une source ponctuelle ou une source linéique peuvent également être utilisées dans la solution analytique de l'équation de conduction thermique (ou équation de la chaleur), tandis que la source d'énergie sur une surface (flux thermique surfacique) ou sur un volume (flux thermique volumique) a été largement utilisé dans la modélisation numérique du transfert de chaleur et de l'écoulement des fluides [208].

Dans le cas d'un flux thermique surfacique de type faisceau laser, l'intensité de la puissance varie en fonction du rayon par rapport à l'axe du faisceau. Ainsi l'apport de chaleur peut être décrit par une distribution gaussienne en fonction de la distance à partir de son centre [52] :

$$P_d = \frac{f\epsilon P}{\pi r_L^2} \exp\left(-f \frac{r^2}{r_L^2}\right) \quad (1.8)$$

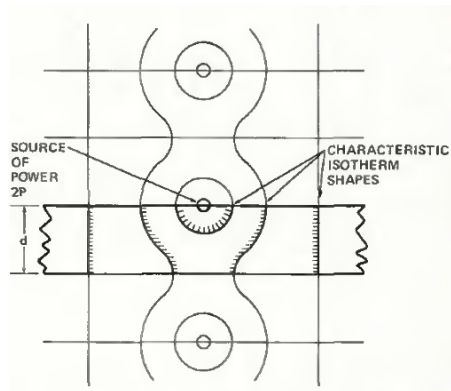
où f est le facteur de distribution de la puissance, ϵ est le coefficient d'absorption, P est la puissance effective de la source de chaleur, r_L est le rayon du faisceau laser, et r est la distance radiale d'un point de la surface à l'axe de la source de chaleur. La valeur typique du facteur de distribution varie de 1 à 3 ; une valeur plus élevée indique une densité de puissance plus concentrée près de l'axe du faisceau et par conséquent, une température de pointe plus élevée [52]. La densité de puissance peut également être répartie de manière presque uniforme, ce qui est communément appelé « *top-hat* ».

Par ailleurs, les représentations mathématiques des sources de chaleur sont souvent simplifiées pour rendre les calculs complexes accessibles. Le modèle de source en mouvement de Rosenthal [168] peut être exploitée afin de modéliser l'évolution thermique du bain en mouvement (Figure 1.18a). Cette solution sur un domaine semi-infini résout l'équation de la chaleur dans un espace cartésien ; cependant, elle n'inclut pas la non-linéarité des propriétés dépendantes de la température comme la masse volumique, la conductivité et la capacité thermique, ni les chaleurs latentes de changement d'état [193]. Le modèle de source en double ellipsoïde de Goldak [65] a été utilisé par de nombreux chercheurs en soudage et en FAM. La zone de fusion présente généralement une forme de goutte d'eau en raison du mouvement de la source de chaleur et de l'écoulement du métal liquide dans le bain de fusion (Figure 1.18b). Les champs de température calculés doivent être cohérents avec les formes et les tailles des zones de fusion déterminées expérimentalement pour différents apports de chaleur. La distribution de puissance spécifiée affecte de manière significative la distribution de la température calculée ainsi que la forme et la taille de la zone de fusion. La distribution de la densité de puissance mesurée de toutes les sources de chaleur couramment utilisées, telles qu'un arc électrique ou un faisceau laser, est axisymétrique autour de l'axe du faisceau lorsque les sources de chaleur touchent une surface plane et ne se conforme pas à la distribution de puissance ellipsoïdale double asymétrique. Pourquoi alors la distribution de la source de chaleur en double ellipsoïde est-elle largement utilisée ? Lorsqu'une distribution axisymétrique réaliste de la densité de puissance est utilisée dans les calculs de conduction thermique, les résultats calculés ne correspondent pas à la forme et à la taille de la zone de fusion expérimentale. Les difficultés proviennent du fait que le transfert de chaleur par convection de matière liquide (Marangoni), qui est le principal mécanisme de transfert de chaleur à l'intérieur de la zone de fusion est ignoré dans ces calculs. Pour remédier à cette discordance, la chaleur est distribuée artificiellement dans les directions de la longueur, de la profondeur et de la largeur de la source afin de corriger partiellement la forme erronée du bain obtenue par les calculs de conduction thermique. La distribution empirique de la densité de puissance en double ellipsoïde permet de gagner du temps de calcul mais ne compense en aucun cas l'absence de prise en compte du transfert de chaleur par convection [208].

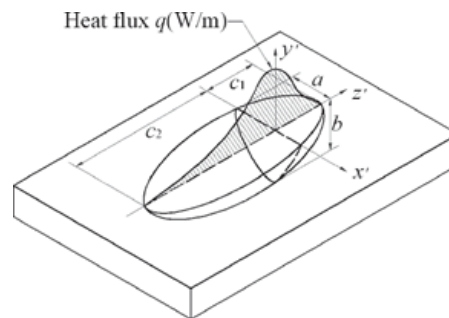
1.5.2 Microstructure - Échelle micro

Les propriétés et les performances des pièces fabriquées par le procédé DED-LP dépendent largement de la microstructure (Section 1.4.4) et des défauts (Section 1.4.5) qui sont affectés par des facteurs tels que la géométrie du bain de fusion, la composition et les propriétés thermo-chimiques, l'histoire thermique (Section 1.4.1), le gradient thermique et la vitesse du front de solidification (Section 1.4.4) pour un matériau donné. Il est difficile de comprendre ces facteurs uniquement par des expériences physiques ; la modélisation s'est avérée être un moyen utile pour déterminer le rôle de ces variables [134].

La microstructure des pièces fabriquées par DED-LP présente des caractéristiques distinctes en raison du dépôt couche par couche, des vitesses de refroidissement et des gradients thermiques relativement élevés par rapport aux procédés de fabrication tradition-



(a) Modèle de Rosenthal [144]



(b) Modèle de Goldak [100]

FIGURE 1.18 – Deux modélisations de la source de chaleur très répandues dans la littérature

nels. Les différences de microstructure peuvent résulter de simples relations de Hall-Petch entre la taille des grains et la résistance mécanique, ou de phénomènes plus complexes dus à des transformations de phases à l'état solide et aux microstructures qui en résultent. Par conséquent, le contrôle efficace de la microstructure repose sur la compréhension quantitative des conditions du procédé, en particulier l'histoire thermique [208]. Les paramètres métallurgiques clés, tels que le gradient thermique et la vitesse du front de solidification à la frontière liquide/solide, déterminent en grande partie la structure de solidification. Cependant, ils sont difficiles à mesurer en raison des températures élevées et des courtes échelles de temps impliquées dans la dynamique du bain de fusion [208]. De plus, le dépôt et la fusion de la nouvelle couche chauffent le matériau précédemment déposé, ce qui agit comme un traitement thermique répétitif *in situ* de la fabrication. Par conséquent, la prédiction et la compréhension de la microstructure sont des applications importantes des modèles basés sur les phénomènes de transport de masse et de chaleur [223, 141, 191].

Les modèles de Johnson-Mehl-Avrami-Kohnogorov (JMAK) sont utilisés pour calculer les transformations de phase pendant le chauffage et le refroidissement sur la base de la cinétique d'alliages spécifiques [218]. L'efficacité de calcul est élevée mais avec la limitation de ne pas pouvoir fournir les informations morphologiques des phases. Les modèles de champ de phase peuvent calculer les morphologies de phase pendant les transformations de phase à l'état solide [177]. De plus, les simulations de champ de phase peuvent résoudre les caractéristiques microstructurelles de la structure des grains et des sous-grains pendant la solidification. Cependant, les modèles de champ de phase nécessitent des calculs intensifs, et leurs applications sont donc limitées à de petites plages temporelles et spatiales. Les automates cellulaires peuvent simuler la croissance de la structure des grains et des sous-grains pendant la solidification avec une précision et une efficacité de calcul moyennes. La simulation Monte Carlo, qui est une approche probabiliste calculant les changements d'énergie aux limites des grains, peut simuler la croissance des grains à l'état solide avec une grande efficacité de calcul [207] et peut fournir des informations sur les variations spatio-temporelles et les distributions topologiques de la structure des grains [114].

En plus des transformations de phase pendant le chauffage et le refroidissement, des morphologies de solidification, des changements de phase à l'état solide, de la croissance des grains, d'autres modèles plus spécifiques prédisent l'évolution de la transition colonnaire à équiaxe (*cf.* Section 1.4.4) ou l'apparition des défauts tels que la porosité (*cf.* Section 1.4.5), des fissures (*cf.* Section 1.4.5) et la rugosité de surface (*cf.* Section 1.4.5).

1.5.3 Dynamique des fluides au sein du bain de fusion - Échelle méso

L'analyse du transfert de chaleur dans le bain de fusion et ses environs suit généralement les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie [40, 120]. Le matériau fondu est considéré comme incompressible et newtonien et un écoulement laminaire est généralement supposé dans le bain de fusion. Les valeurs de température sont calculées à partir d'un bilan enthalpique en utilisant la chaleur spécifique du matériau. Les mouvements convectifs du métal liquide à l'intérieur du bain de fusion (Figure 1.19) sont principalement causés par les effets combinés des forces de Marangoni (*cf.* Section 1.4.2), électromagnétiques (notamment pour les procédés WAAM [27] et DED-EB) et de flottabilité, ainsi que de la quantité de mouvement provenant du transfert de masse. Dans le procédé DED-LP, la force de flottabilité est nettement inférieure à celle de la force de Marangoni [149] et peut souvent être négligée dans les calculs. Le mélange des liquides chauds et froids dû au flux convectif réduit le gradient de température à l'intérieur du bain de fusion et affecte la température maximale, la vitesse de refroidissement, le gradient thermique et la vitesse du front de solidification [120]. Par conséquent, les calculs précis du transfert de chaleur doivent prendre en compte les effets du flux convectif du métal en fusion dans le bain. Les calculs de conduction thermique qui ignorent le flux convectif ne peuvent pas simuler le rôle des éléments tensioactifs sur les changements de forme et de taille de la zone de fusion, les vitesses de refroidissement et les paramètres de solidification [208].

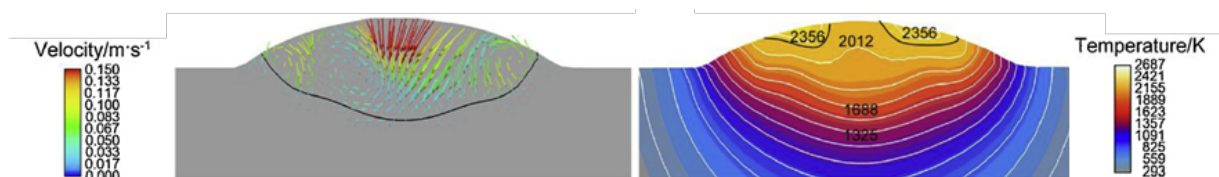


FIGURE 1.19 – Coupes longitudinales du bain avec la vitesse du flux convectif et la distribution de la température lors du dépôt d'un cordon [184]

Cet écoulement de métal en fusion influence la géométrie du bain, le mécanisme de transfert de chaleur à l'intérieur du bain et donc les variables métallurgiques. Par conséquent, les calculs de ces variables à l'aide de modèles de conduction thermique qui ignorent les effets de la convection du métal fondu ne correspondent pas tout à fait aux données expérimentales. En effet, les calculs de conduction thermique où le flux convectif est négligé,

prédisent des géométries de bain de fusion plus étroites et plus profondes [82]. Les mouvements convectifs réduisent les gradients de température dans le métal liquide, ce qui permet au bain de fusion de se refroidir et de se solidifier plus rapidement que les vitesses de refroidissement prédites par des calculs de conduction. En conséquence, les vitesses de refroidissement calculées pendant la solidification en négligeant la convection du métal fondu sont plus élevées, ainsi Manvatkar *et al.* [120] observent des variations de microdureté calculée à partir de vitesses de refroidissement modélisées pour des pièces fabriquées en 316L par DED-LP. Toutefois, Arrizubieta *et al.* [9] statue que pour de faibles densités d'énergie, les mouvements convectifs au sein du bain de fusion peuvent être négligés.

1.5.4 Histoire thermique et déformations dans la pièce - Échelle macro

À l'échelle de la pièce en fabrication, il s'agit de résoudre l'équation de la chaleur pour modéliser le champ thermique de la pièce ou les équations de comportement mécanique (élastique ou plastique) voire une combinaison des deux pour calculer les contraintes résiduelles et les déformations qu'elles engendrent.

Histoire thermique

La prédiction de l'histoire thermique permet d'anticiper les différentes phases du matériau (et donc sa microstructure) ainsi que ses propriétés mécaniques. Elle consiste à analyser pour chaque couche le nombre de passages thermiques subis (fusion, re-fusion et plusieurs réchauffements) au fur et à mesure de la construction. De nombreuses études font appel à la méthode des éléments finis (MEF) [154] pour calculer le champ de température à tous les pas de temps (Figure 1.20) ; cependant le coût calcul déjà conséquent pour des petites pièces, devient considérable pour des pièces de grandes dimensions.

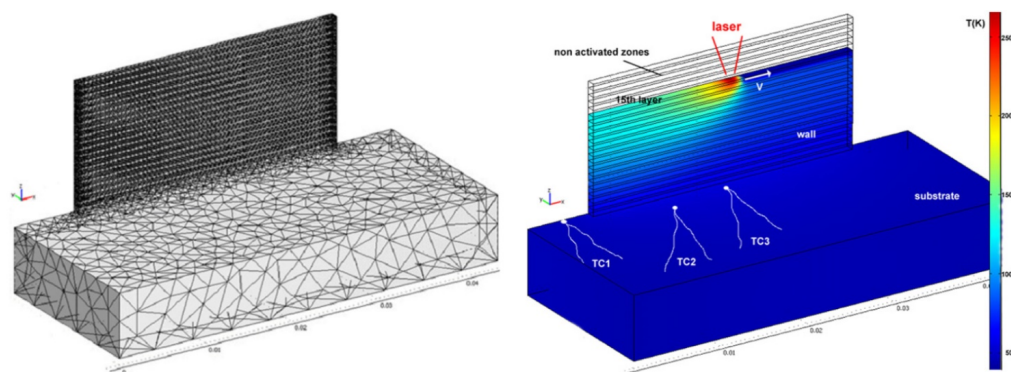


FIGURE 1.20 – Simulation thermique en « quiet elements » (*cf.* Section 1.5.5) d'un mur fin de 20 couches ($P = 600$ W, $V = 0.006$ m/s) avec positionnement de 3 thermocouples [153]

Contraintes résiduelles et déformations

Les déformations dues aux contraintes résiduelles sont à éviter lors de la fabrication d'une pièce par DED-LP. Il est donc pertinent de les anticiper par une modélisation thermo-mécanique [116, 22].

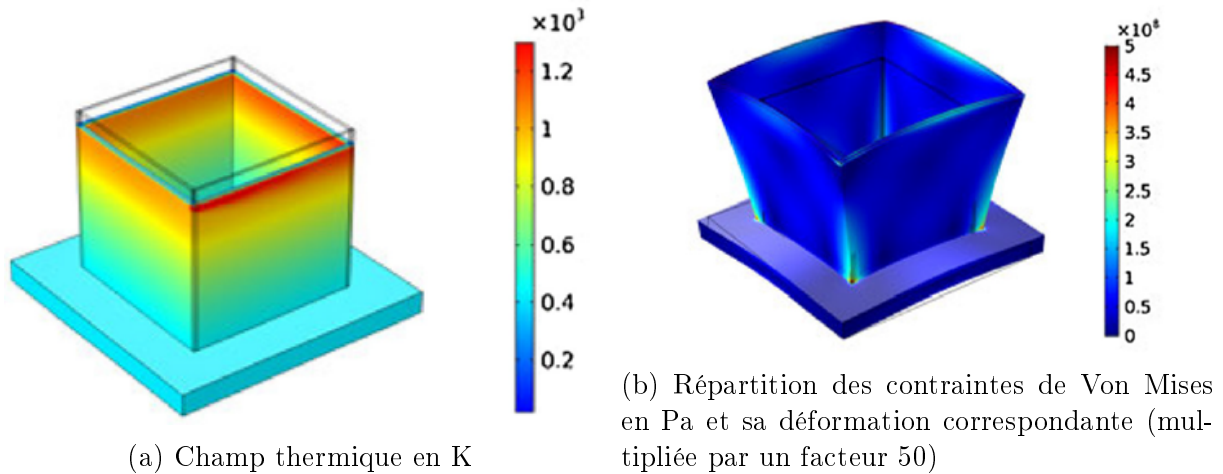


FIGURE 1.21 – Simulation multi-physique (thermique et thermo-mécanique) de la fabrication par DED-LP d'une boîte carrée après 1800 s [127]

Contrairement aux autres méthodes de résolution numérique, la méthode des éléments finis (MEF) présente les avantages suivants :

- une représentation précise des géométries complexes
- une prise en compte précise des propriétés de matériaux divers (non linéarités)
- une représentation graphique simple de la solution
- la capture d'effets locaux grâce à un raffinement de maillage.

Ce qui en fait une méthode tout à fait adaptée pour modéliser le procédé DED-LP (en thermique ou en thermo-mécanique) du fait du possible agrandissement du domaine lors de l'ajout de matière et de la capture d'effets locaux tels une source de chaleur mobile.

1.5.5 Spécificité des EF appliqués à la FA

La méthode des éléments finis (MEF) ou *Finite Elements Method* est une méthode de résolution numérique des équations aux dérivées partielles (EDP) assez répandue dans la FAM [59, 116, 22, 154]. Son champ d'application va de la mécanique des structures au transfert de chaleur en passant par les champs électromagnétiques. La résolution de ces équations s'applique sur un domaine (1D, 2D ou 3D) qui peut être variable ou fixe, sur les bords duquel des conditions aux limites sont imposées. Afin d'approximer une solution à un problème continu, ce domaine nécessite d'être discrétisé en cellules (appelées éléments)

par l'intermédiaire d'un maillage. Il en résulte un système d'équations (algébriques dans le cas d'un régime stationnaire, équations différentielles ordinaires dans le cas d'un régime transitoire), une pour chaque degré de liberté, qui sont ensuite assemblées sous forme d'un système global décrivant ainsi le problème dans son intégralité. Finalement, une solution est approximée en minimisant la fonction erreur associée (nommée résidu) *via* le calcul de la forme variationnelle ou forme faible (communément par la méthode de Galerkin continu).

Les éléments finis sont souvent appliqués pour une analyse mécanique ou thermique (ou les deux) dans le contexte de la fabrication additive. Cette application comporte des spécificités telles une source de chaleur en mouvement et un domaine variable qui s'agrandit du fait de l'ajout de matière lors du dépôt de chaque nouvelle couche. Le premier item peut être décrit de deux manières :

- une formulation eulérienne dans laquelle la source est fixe tandis que le matériau avance à une vitesse donnée (*cf.* Chapitre 2).
- une formulation lagrangienne dans laquelle le matériau est fixe et la source mobile (*cf.* Chapitre 3).

Le second item amène à considérer un régime transitoire et l'adjonction de conditions initiales. De ce fait, les équations différentielles ordinaires (EDO) peuvent être résolues grâce à un schéma temporel explicite (aussi appelée *forward Euler method*), implicite (*backward Euler method*) ou un mélange des deux. Dans la suite de nos travaux, nous privilégierons le schéma implicite car, contrairement à la forme explicite, il ne nécessite pas de condition particulière d'application (schéma inconditionnellement stable).

Par ailleurs, l'ajout des éléments correspondant au dépôt de la matière, doit être piloté. Il existe principalement 2 procédures pour ce faire (Figure 1.22) :

- les éléments actifs/inactifs (aussi appelés *quiet elements*)
- la méthode dite *birth & death*

Dans le premier cas, les éléments sont déjà pris en compte dans le calcul bien qu'ils ne soient pas encore « déposés » ; leurs propriétés thermiques sont dégradées (conductivité généralement multipliée par un facteur 10^{-5}) avant qu'une valeur standard ne leur soit attribuée lors de l'activation de l'élément. Dans le second cas, les éléments sont ajoutés dans le calcul au fur et à mesure de leur dépôt et donc de leur activation. Ceci nécessite une gestion dynamique du maillage, qui voit sa connectivité évoluer au cours du calcul. Pour le modèle hybride MEF-POD présenté au Chapitre 3, les éléments sont activés par la méthode des *quiet elements* au sein d'une même couche tandis que chaque nouvelle couche voit ses éléments ajoutés par la méthode *birth & death*. Cette combinaison des deux méthodes est dite hybride. Il est à noter que le substrat étant présent dans son intégralité dès le début, ne nécessite pas d'activation d'éléments. Cependant, son maillage, du fait de ses importantes dimensions, comporte de nombreux nœuds. Il est donc intéressant de voir comment ce grand nombre de nœuds et donc de degrés de liberté (DDL) peut être

réduits afin de contenir le coût calcul de la simulation par éléments finis.

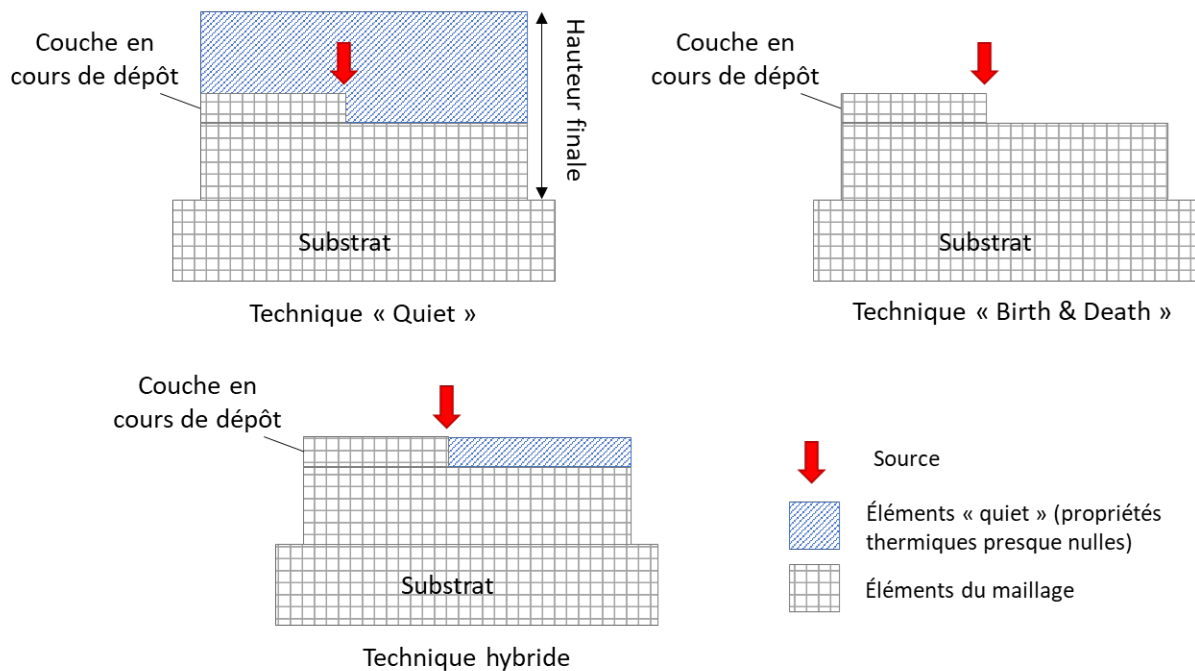


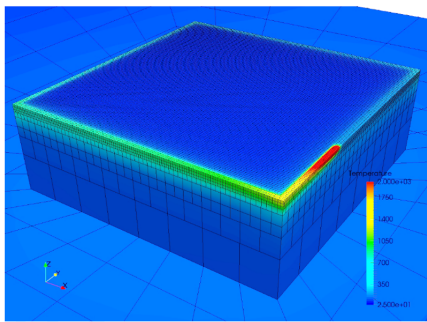
FIGURE 1.22 – Différents stratégies d'addition de matière [11]

1.5.6 Réduction de modèle

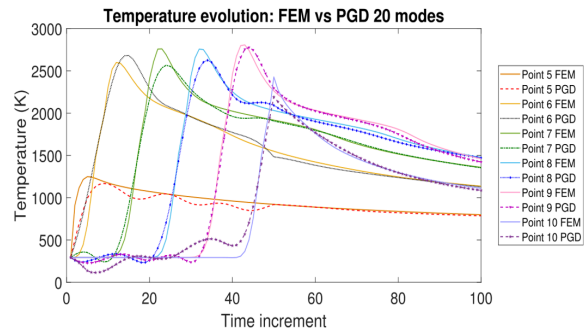
Qu'importe l'échelle, les modèles présentés aux sections précédentes sont rigoureux et précis, mais ils exigent beaucoup de calculs. Par conséquent, ces modèles ne sont souvent pas adaptés aux applications en temps réel pour simuler la fabrication de pièces de grandes dimensions ou itérer rapidement dans la phase de conception afin d'optimiser le jeu de paramètres du procédé.

Les modèles d'ordre réduit simplifient les calculs multidimensionnels complexes de flux thermique et d'autres phénomènes physiques. Par exemple, un problème de conduction thermique en 3D est réduit à un problème en 1D où la loi de Fourier de la conduction thermique est discrétisée [124]. Les résultats calculés en 1D sont étendus pour obtenir un champ de température approximatif en 3D en considérant le mouvement de la source de chaleur et le modèle de dépôt [124]. Puisque ces modèles peuvent capturer la variation transitoire du champ de température pour un endroit particulier, ils peuvent être utilisés pour calculer la géométrie de la zone de fusion, la vitesse de refroidissement, le gradient de température et d'autres variables importantes [215]. Ces modèles ont déjà été appliqués à de grands domaines de calcul à géométrie complexe [160, 201]. La précision de ces modèles dépend du nombre de variables à calculer, des critères de convergence et de l'algorithme utilisé [124]. Par conséquent, les modèles d'ordre réduit permettent d'atteindre l'efficacité

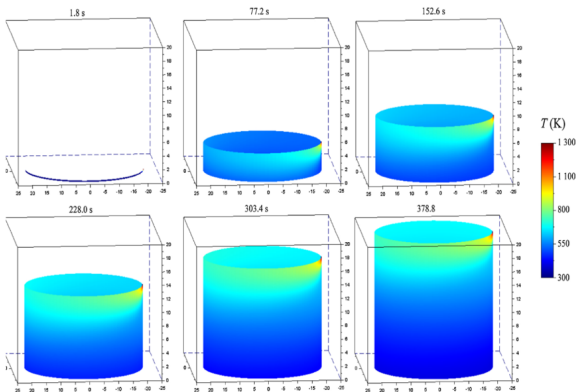
des calculs de manière économique en acceptant une précision moindre [124]. Certains auteurs ont mis en place différentes stratégies pour alléger le coût de calcul. Denlinger *et al.* [43, 42] estime le champ thermique et les contraintes résiduelles dans le procédé PBF à l'aide d'un remaillage dynamique qui réduit le nombre de degrés de liberté au cours du calcul incrémental (Figure 1.23a). Toujours pour le procédé PBF, Favoretto *et al.* [55] simulent l'histoire thermique par un modèle réduit *a priori* basé sur une décomposition propre généralisée (*Proper Generalised Decomposition* ou PGD) (Figure 1.23b). Weisz-Patrault [209] modélise l'influence de certains paramètres (durée de temporisation entre le dépôt de chaque couche, la vitesse de déplacement du laser et la trajectoire de fabrication) sur le champ de température et les changements de phase lors de la fabrication d'un cylindre en DED-LP grâce un modèle d'éléments finis simplifié (Figure 1.23c). Jolivet *et al.* [84] propose de résoudre les équations discrétisées par éléments finis *via* une décomposition de domaine permettant la parallélisation des calculs. Plus récemment, des approches reposant sur des sources de chaleur équivalentes « étendues » (Figure 1.23d) et l'utilisation de pas de temps plus grands ont été développées dans [139].



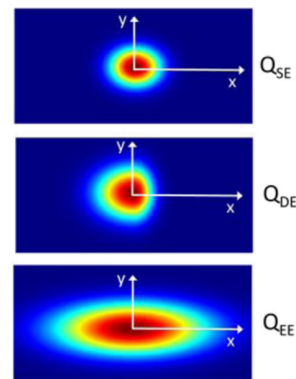
(a) Remaillage dynamique [43]



(b) PGD [55]



(c) MEF simplifiée [209]



(d) Sources de chaleur équivalentes [139]

FIGURE 1.23 – Différentes méthodes de réduction de modèles

Étant donné que le procédé DED-LP traite des géométries complexes, les modèles d'ordre réduit sont utiles pour l'identification des paramètres et le contrôle du procédé en temps réel [75]. Ces modèles sont souvent utilisés pour prédire le champ de température au cours du temps, les contraintes résiduelles et la distorsion [151]. La taille des éléments

peut être supérieure à celle de la source de chaleur pour s'adapter à une géométrie plus grande [124]. Cependant, ces modèles sont incapables de prendre en compte des phénomènes physiques complexes tels que les mouvements convectifs du métal liquide au sein du bain de fusion du fait d'un coût de calcul important. En outre, les variations des propriétés thermo-physiques des matériaux en fonction de la température ne sont pas prises en compte. [124], les équations sont donc résolues dans leur version linéaire ; ce qui réduit la fidélité du modèle et entraîne une perte de précision. Comme ces modèles excluent plusieurs phénomènes physiques sous-jacents par le biais d'hypothèses fortes, une validation expérimentale rigoureuse est une condition préalable à leur application. Ces modèles doivent souvent être reconstruits pour différents ensembles de paramètres [124] et leur applicabilité est limitée à une fenêtre procédée étroite (espace des paramètres restreint). Par conséquent, ces modèles ne peuvent être utilisés que pour des calculs approximatifs de quelques variables et ne fournissent pas la précision sur le procédé et la pièce qui peut être obtenue à l'aide de modèles d'ordre plein.

1.6 Positionnement et axes de recherche

L'état de l'art dressé dans ce chapitre a mis en évidence l'importance des phénomènes thermiques dans le procédé DED-LP avec de nombreuses répercussions sur la microstructure du matériau déposé (dans la suite de ces travaux, l'acier 316L) et les propriétés mécaniques de la pièce fabriquée. La modélisation de ce procédé peut être effectuée à différentes échelles selon les phénomènes observés, permettant une meilleure compréhension, une plus grande maîtrise voire une optimisation des divers paramètres impliqués dans le procédé DED-LP. Cependant, les coûts calculs déjà importants pour de petites pièces, deviennent considérables pour des pièces de grandes dimensions. Cet aspect constitue un verrou majeur à l'implémentation d'outils d'aide au choix des paramètres ou de stratégies de fabrication.

Bien que la littérature abonde d'études paramétriques qui étudient l'influence des paramètres machine de premier ordre, peu d'études observent l'influence des paramètres de fabrication tels que la distance de travail (ou distance buse-pièce) initiale et l'incrément z , régulant l'évolution de la distance de travail au cours de la fabrication multi-couches. Le travail présenté au Chapitre 2 se concentre sur l'utilisation d'une distance de travail variable comme levier de régulation. En combinant une distance de travail bien choisie et un incrément z approprié entre chaque couche, la fabrication de géométries critiques impliquant de nombreux points de passage ou des rayons de courbures est facilitée. L'objectif est de pouvoir déterminer l'incrément z et la distance de travail sans avoir à faire des expériences pour les évaluer, mais en s'appuyant sur la modélisation du procédé qui permet des itérations plus rapides dans les étapes de conception et d'optimisation des paramètres de fabrication. En particulier, le modèle développé aide à comprendre et permet de tirer profit d'une caractéristique intéressante du procédé appelée auto-régulation. Par ailleurs, il permet également de trouver les paramètres qui maximisent le rendement de capture de poudre, limitant ainsi les pertes de matière. Cet aspect contribue à augmenter

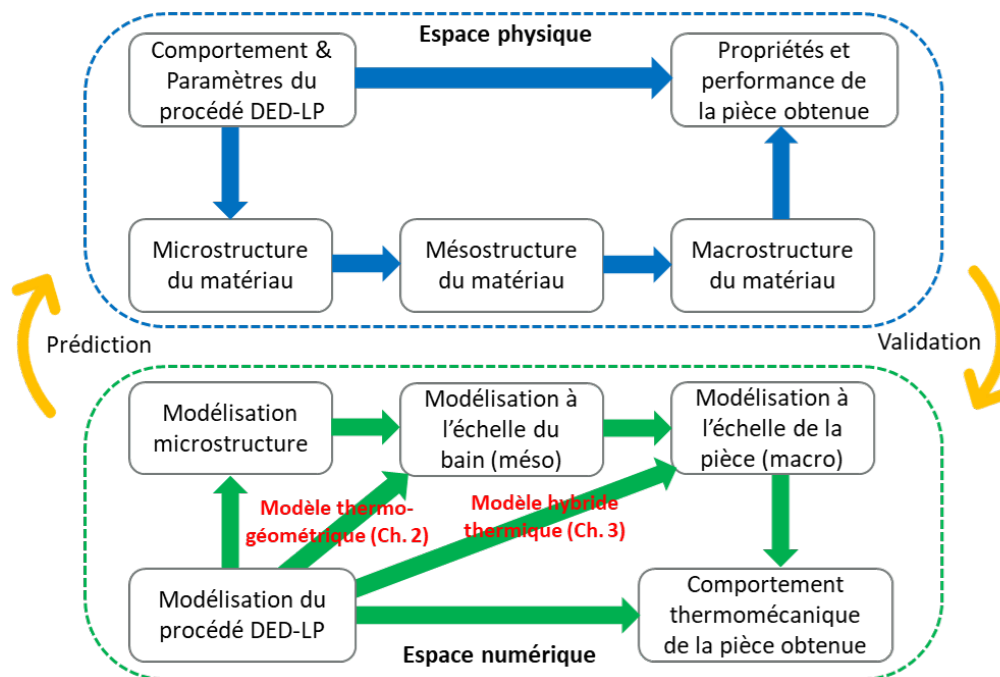


FIGURE 1.24 – La fabrication additive dans l’espace physique et son équivalent symétrique dans l’espace numérique [127] et positionnement de nos travaux

la hauteur des couches et ainsi minimiser le nombre de dépôts à effectuer, réduisant de cette façon le temps de production.

Notre première problématique peut s’énoncer ainsi : *quelle est l’influence des paramètres de fabrication tels que la distance de travail initiale et l’incrément en z sur la hauteur des dépôts réalisés et sur l’évolution de cette hauteur au cours de la fabrication ?*

Des phénomènes thermiques complexes surviennent au cours du procédé et impactent la qualité géométrique et métallurgique du produit fabriqué. En complément de la mesure, la simulation de l’histoire thermique vue par le matériau permet d’accroître la maîtrise du procédé. De nombreux modèles font appel à la méthode des éléments finis (MEF), mais le coût de calcul déjà conséquent pour les petites pièces devient considérable pour des pièces de grandes dimensions. C’est pourquoi une simulation hybride couplant MEF et décomposition orthogonale propre (POD) est proposée au Chapitre 3. Un phénomène propre à la fabrication additive dû à la répétitivité du procédé est exploité [169] : à partir d’une certaine couche, un équilibre est atteint entre la quantité de chaleur apportée par le laser et la quantité évacuée. Par conséquent, le champ de température dans la partie inférieure de la pièce, varie peu et peut être représenté par un ensemble de modes. Certains de ces modes sont alors sélectionnés pour reconstruire le champ de température dans le substrat [203]. De cette manière, le domaine d’application de la MEF est réduit aux couches les plus impactées par des variations thermiques, celles proches de la source laser [170, 57]. La continuité à l’interface des deux domaines, MEF et POD, est assurée à chaque pas de temps par la méthode de Nitsche [69].

La seconde problématique est ainsi formulée : *comment évaluer rapidement le champ de température dans la pièce lors de sa fabrication en exploitant le caractère cyclique de l'histoire thermique induite par le procédé DED-LP ?*

Chapitre 2

Prédiction du comportement thermo-géométrique du procédé DED-LP

Ce chapitre présente une modélisation du comportement thermo-géométrique du procédé DED-LP à faible coûts de calculs. Le jet de poudre est modélisé de manière semi-analytique puis calibré à l'aide d'images obtenues par caméra rapide (Section 2.2). L'équilibre des interactions entre le faisceau laser et les particules de poudre permet d'évaluer la puissance incidente, qui impacte effectivement le substrat ou la couche précédemment déposée (Section 2.3). Celle-ci conduit à la définition d'une source équivalente dans une simulation thermique eulérienne qui détermine la taille du bain de fusion. En superposant la distribution modélisée de la poudre et la section supérieure prédite du bain de fusion, la quantité de poudre capturée par la zone fondue est évaluée (Section 2.4.1), ce qui permet d'estimer la hauteur du premier cordon (Section 2.4.2). Un modèle d'empilement décrit à la Section 2.5 évalue la distance de travail après le dépôt de chaque couche avant de prédire la hauteur finale d'un mur fin. Des campagnes expérimentales sont menées sur une machine BeAM[®] à des fins de validation du modèle (Section 2.7). Des phénomènes d'auto-régulation et d'emballement inhérents au procédé DED-LP sont mis en lumière (Section 2.12). Finalement, ces phénomènes sont exploités afin de proposer une stratégie de fabrication optimisée pour le cas d'une pièce coudée à la Section 2.13.

2.1 Approche générale

Afin de mieux comprendre l'évolution de la distance de travail et le rôle majeur de l'incrément en z au cours de la fabrication, un modèle local du dépôt des couches par le procédé DED-LP est développé. La démarche proposée dans le modèle peut être décomposée en trois étapes.

L'étape initiale consiste à évaluer la distance buse-pièce après avoir déterminé la hauteur

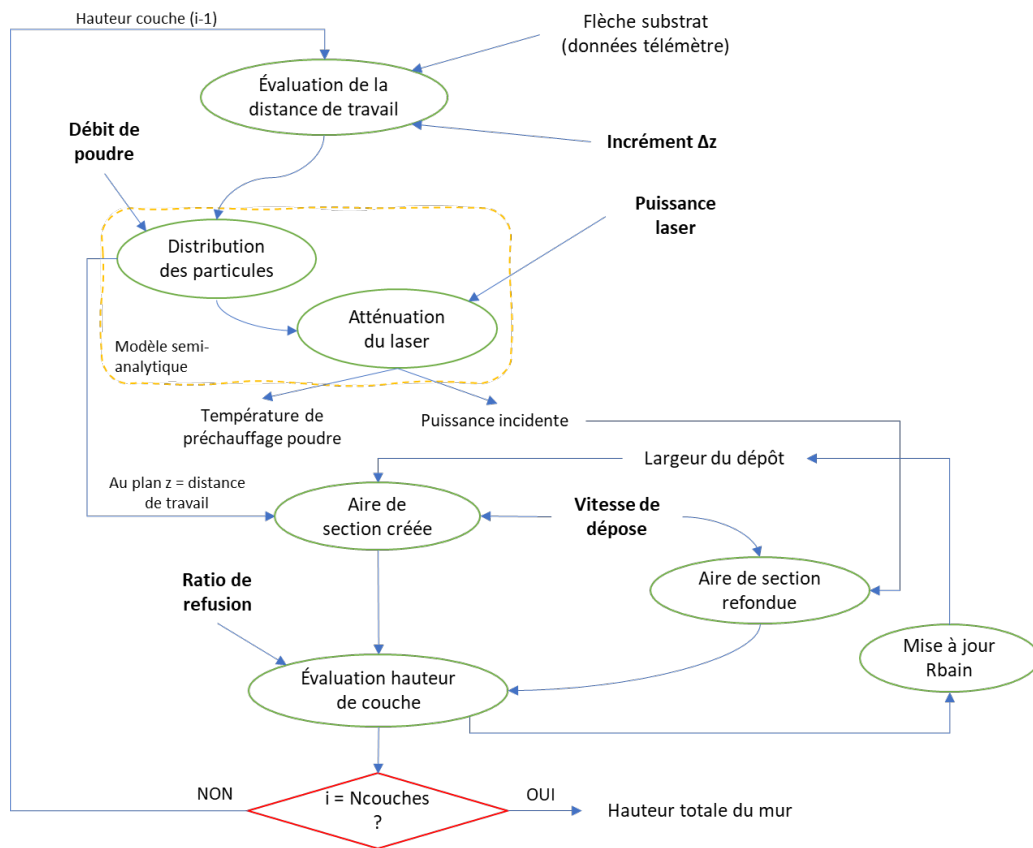


FIGURE 2.1 – Aperçu global de la méthode développée

du mur à la suite du dépôt précédent. La seconde étape consiste à calculer la puissance incidente, c'est-à-dire la part de puissance laser qui impacte effectivement le substrat, en tenant compte des pertes induites par l'acheminement du faisceau laser via sa fibre ainsi que la puissance absorbée et réfléchiée par la poudre lors de son trajet entre la sortie de buse et la zone de dépôt où se trouve le bain de fusion. À cet effet, une formulation semi-analytique est mise en place pour représenter le jet de poudre. Une calibration est nécessaire pour quantifier les caractéristiques de la distribution des particules au sein du jet. Celle-ci permet d'estimer la quantité de matière capturée par le bain et finalement, connaissant la vitesse de dépôt, l'aire de la section créée. Par ailleurs, la puissance incidente permet d'évaluer la part refondue de cette section pour enfin déterminer la hauteur intermédiaire du mur après chaque dépôt. L'empilement des couches est ensuite modélisé de manière analytique et itérative jusqu'à atteindre le nombre de couches souhaité et estimer finalement la hauteur totale du mur fabriqué.

2.2 Modélisation du jet de poudre

2.2.1 Formulation semi-analytique

Comme de nombreux auteurs le suggèrent [199, 154, 114, 190], la distribution des particules au sein du jet de poudre peut être représentée par une fonction gaussienne de type TEM₀₁^{*} [195] (terme emprunté au domaine de l'optique laser). La répartition des particules de poudre par unité de surface est alors donnée par la relation suivante :

$$G(r, z) = \frac{D}{C_1(z) + C_2(z)} \left[\exp\left(\frac{-(r - \mu(z))^2}{2\sigma(z)^2}\right) + \exp\left(\frac{-(r + \mu(z))^2}{2\sigma(z)^2}\right) \right] \quad (2.1)$$

Où D est le débit massique de poudre, le rayon $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\mu(z) \pm \sigma(z)$ sont les rayons limites inférieur et supérieur délimitant la largeur du jet et $\mu(z)$ le rayon moyen à chaque altitude z (Figure 2.2).

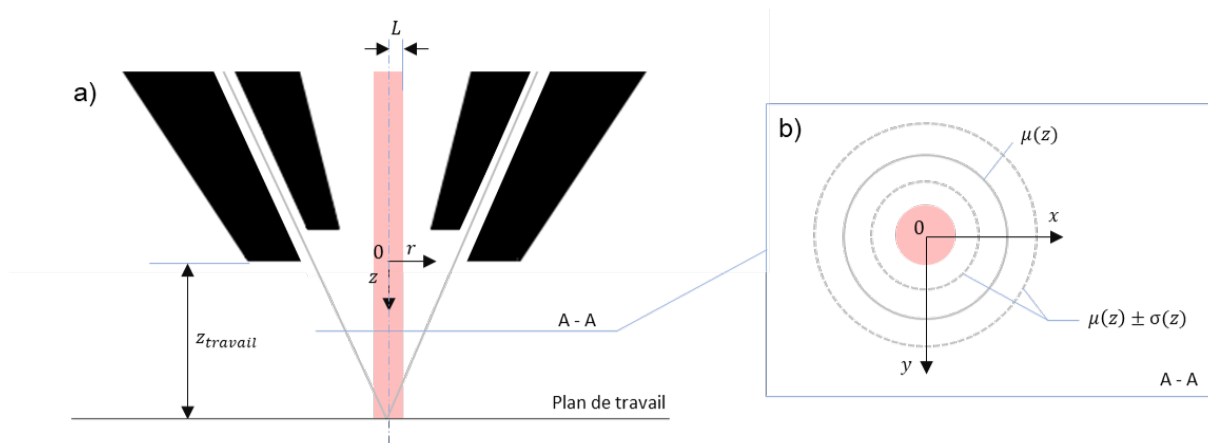


FIGURE 2.2 – (a) Schéma de la buse BeAM[®] 10 Vx adapté de [184] (b) Vue en coupe du jet à une altitude z

La fonction $G(r, z)$ possède deux termes exponentiels correspondant à la superposition de deux distributions gaussiennes de même écart-type et de moyennes opposées. Les deux composantes $C_1(z)$ et $C_2(z)$ sont calculées à partir de l'intégration de $G(r, z)$ sur toute la section transversale (toutes deux possèdent une unité homogène à une surface) :

$$C_1(z) = 4\pi \sigma(z)^2 \exp\left(-\frac{\mu(z)^2}{2\sigma(z)^2}\right) \quad \text{et} \quad C_2(z) = 2\pi \sigma(z) \mu(z) \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\mu(z)}{\sqrt{2}\sigma(z)}\right) \quad (2.2)$$

Cette partie est implémentée dans la fonction [Evalue_Carac_Jet.mlx](#) (script Matlab en fin de manuscrit).

Fonction Évalue caractéristiques du jet de poudre à $z = z_{travail}$

Entrées : D débit massique de poudre (kg/s)

$z_{travail}$ distance de travail (m)

Données : z , N_z discrétisation de z (m)

Calculs : $\mu(z)$, $\sigma(z)$ /* déterminé à la Section 2.2.2 */

$ind = i \mid \min_i (|z - z_{travail}|)$ indice de z discrétisé le + proche de $z_{travail}$

$$C_1 = 4\pi \sigma(ind)^2 \exp\left(-\frac{\mu(ind)^2}{2\sigma(ind)^2}\right)$$

$$C_2 = 2\pi \sigma(ind) \mu(ind) \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\mu(ind)}{\sqrt{2}\sigma(ind)}\right)$$

$$amplitude = \frac{D}{C_1 + C_2}$$

Sorties : $\mu(ind)$, $\sigma(ind)$, *amplitude* caractéristiques de la distribution du jet de poudre à $z_{travail}$

2.2.2 Calibration du modèle

Les différents débits de gaz employés dans le procédé BeAM[®] (voir Section 2.7.1) changent radicalement la forme du jet de poudre, de la sortie de buse au bain de fusion. Par conséquent, il est impératif de calibrer le jet de poudre à proprement parlé, autrement dit de déterminer les fonctions $\mu(z)$ et $\sigma(z)$ caractérisant la distribution gaussienne générée par la buse 10 Vx de la machine BeAM[®]. Pour ce faire, une campagne expérimentale est menée dans laquelle le jet est éclairé par une source de lumière laser à diode pulsée Cavilux HF (Cavitar) à la longueur d'onde de 654 nm et filmé à l'aide d'une caméra rapide Phantom VEO 1310L (Phantom) équipée d'un filtre passe-bande étroit, capturant 35 000 images par seconde. L'objectif de la caméra est placé perpendiculairement au jet de poudre. Afin de faciliter l'observation du jet, une configuration sans obstacle, c'est à dire sans substrat, est utilisée. Les comportements singuliers au voisinage de l'obstacle ne sont pas analysés, le modèle du jet de poudre n'en tenant de toute façon pas compte.

Les images collectées sont ensuite traitées à l'aide d'un algorithme de type *Particle Tracking Velocimetry* (PTV) fourni par le logiciel *open source* PCC 3.6 qui permet de suivre une particule individuelle afin d'évaluer la composante z de sa vitesse [91, 90]. L'évolution de la vitesse en fonction de la distance à la sortie de la buse est tracée pour une des particules sur la Figure 2.3. La connaissance de la vitesse est primordiale pour la suite du traitement car elle permet d'ajuster la taille de la boîte englobante utilisée lors du comptage des particules. On note ainsi que la particule n'a pas atteint sa vitesse maximale en sortie de buse, puisque celle-ci continue d'augmenter jusqu'à une distance d'environ 3.5 mm, soit la distance de travail généralement employée avec la buse 10 Vx.

Le comptage des particules repose sur un post-traitement spécifique dans lequel le fond est soustrait des images initiales (Figure 2.4a). Un filtre de type « ligne » sur une matrice carrée 3x3 est appliqué dans le but de réduire les particules à un nombre minimal de pixels. Les images sont alors passées en couleurs binaires (noir et blanc sans nuances de

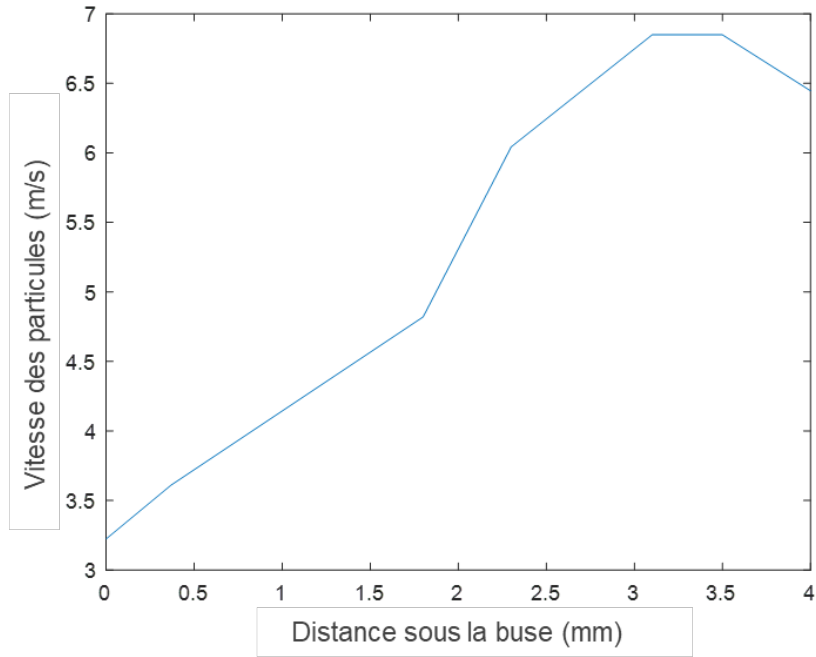


FIGURE 2.3 – Composante en z de la vitesse d’une particule en fonction de l’altitude z

gris). Les particules apparaissent en pixels noirs sur fond blanc. Une fois ces opérations terminées, l’image obtenue (Figure 2.4b) facilite le comptage des particules : un pixel blanc vaut 1 tandis qu’un noir (particule) vaut 0.

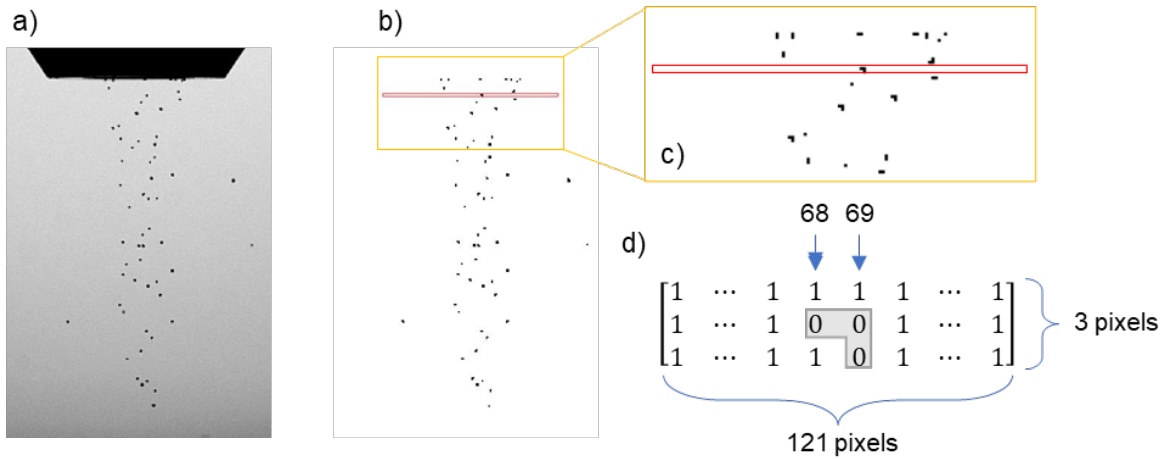


FIGURE 2.4 – (a) Image du jet de poudre capturée par caméra rapide (b) Image binarisée (c) Comptage des particules passant dans la boîte (d) Équivalent matricielle de la boîte rouge

Implémenté sur Matlab (Algorithme A.1 en Annexe A), le programme de comptage calcule d’une part, le nombre de particules qui traversent la boîte rouge (Figure 2.4c) en un

temps donné (multiple du laps de temps entre 2 images consécutives) d'où l'importance d'adapter les dimensions de la boîte afin de compter toutes les particules une fois et une seule fois, quelle que soit leur vitesse de passage. D'autre part, la localisation de chaque particule sur l'axe x (comptée en pixel) est stockée (Figure 2.4d), ce qui permet de retrouver la répartition des particules au sein du jet pour une altitude z donnée. À des fins de vérification, le nombre de particules comptées est ensuite traduit en une valeur de débit massique qui doit être égale au débit massique de consigne (ici, sa valeur est de $2,98 \text{ g/min}$). Les images de la caméra rapide et le comptage des particules qui s'en suit, donnent la répartition des particules sur un espace bidimensionnel, correspondant au plan médian vertical du jet de poudre. Cependant, cette projection 2D obtenue ne suffit pas à fournir un modèle 3D du jet de poudre. Par conséquent, l'approche inverse est envisagée : la distribution modélisée basée sur la fonction $G(r, z)$ est projetée sur le « plan d'observation », *i.e.* le plan xOz , ce qui revient mathématiquement à intégrer G sur la dimension y :

$$\begin{aligned} \Phi(x, z) &= \int_{y_{min}}^{y_{max}} G(\sqrt{x^2 + y^2}, z) dy \\ &= \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{D}{C_1(\mu(z), \sigma(z)) + C_2(\mu(z), \sigma(z))} \left[\exp\left(\frac{-(\sqrt{x^2 + y^2} - \mu(z))^2}{2\sigma(z)^2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \exp\left(\frac{-(\sqrt{x^2 + y^2} + \mu(z))^2}{2\sigma(z)^2}\right) \right] dy \end{aligned} \quad (2.3)$$

En conséquence, la distribution théorique projetée (courbe rouge) nécessite d'être ajustée grâce à la méthode des moindres carrés aux points expérimentaux (bleus), déduits du traitement des images (Figure 2.5). La démarche est répétée pour différentes distances z sous la buse. Ces courbes ne sont pas sans rappeler celles obtenues par Pinkerton sur sa propre machine [156].

Il faut 4 fonctions pour approximer au mieux les relations $\mu(z)$ et $\sigma(z)$ obtenues expérimentalement (Figure 2.6) ainsi l'altitude z est subdivisée en 4 segments distincts :

$$\mu(z) = \begin{cases} -2.67e^{-1}z + 1.22 & \forall 0 \leq z < 3.4 \\ -2.49z + 8.75 & \forall 3.4 \leq z \leq 3.5 \\ -4.99e^{-3}z + 5.29e^{-2} & \forall 3.5 < z < 5 \\ -2.8e^{-2}z^3 + 6.13e^{-1}z^2 - 4.22z + 9.32 & \forall 5 \leq z \leq 8 \end{cases} \quad (2.4)$$

et

$$\sigma(z) = \begin{cases} 1.41e^{-2}z^3 - 5.17e^{-2}z^2 + 9.36e^{-2}z + 1.16e^{-1} & \forall 0 \leq z < 3.4 \\ 0.93z - 2.76 & \forall 3.4 \leq z \leq 3.5 \\ 4.87e^{-2}z^2 - 4.19e^{-1}z + 1.36 & \forall 3.5 < z < 5 \\ -7.33e^{-3}z^3 + 1.25e^{-1}z^2 - 6.44e^{-1}z + 1.48 & \forall 5 \leq z \leq 8 \end{cases} \quad (2.5)$$

Le diamètre de la couronne de poudre diminue tandis que sa largeur augmente, lorsque la distance entre la sortie de buse et le plan de travail s'accroît (Figure 2.6). Par ailleurs, le

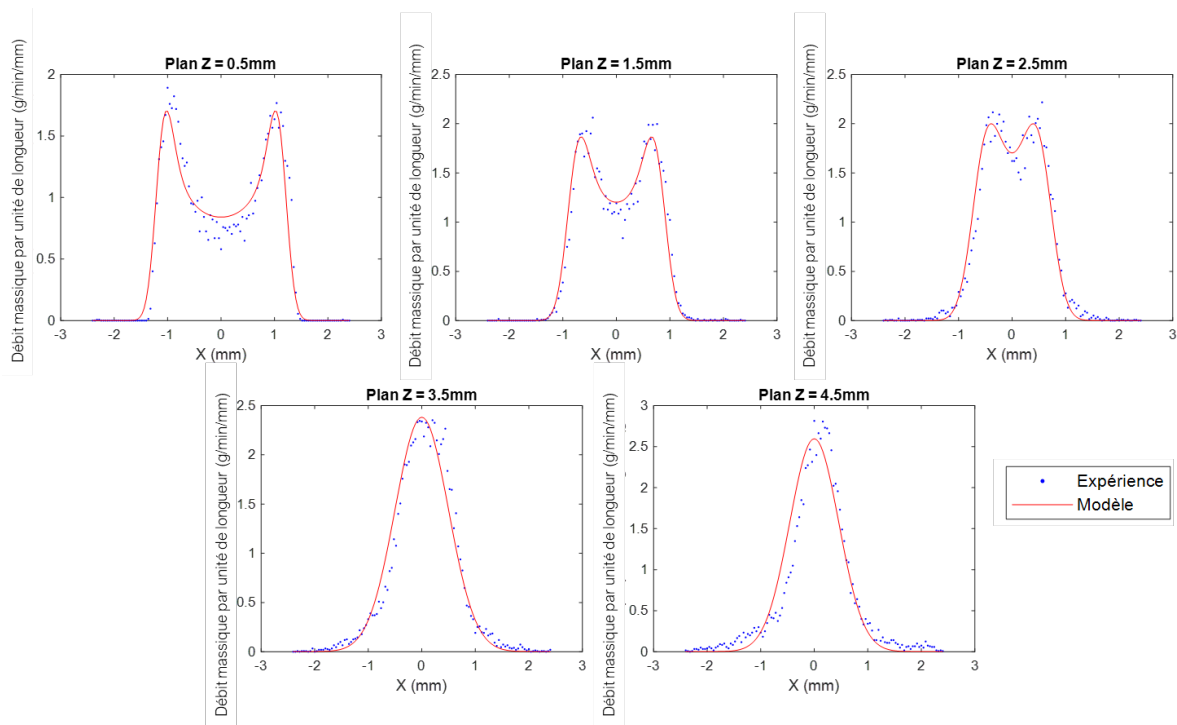


FIGURE 2.5 – Répartition $\Phi(x, z)$ des particules de poudre au sein du jet pour différentes altitudes $z - D = 2.98 \text{ g/min}$

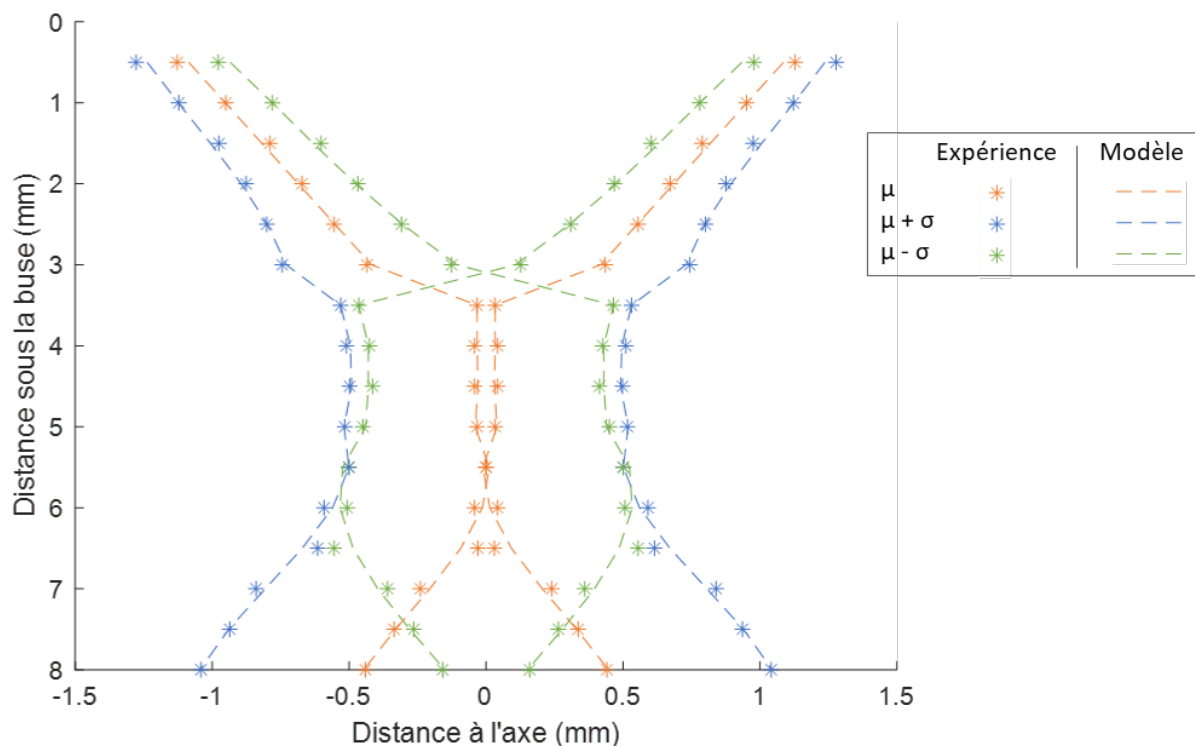


FIGURE 2.6 – Courbes de $\mu(z)$ et $\sigma(z)$ expérimentaux et modélisés

jet de poudre est de nature conique jusqu'à 3.5 mm du fait de la forme similaire de la buse. Au-delà les particules de poudre se concentrent au centre grâce au gaz central débouchant qui les dévient de leur trajectoire initiale. La « distance focale » du jet de poudre (définie comme la distance entre la sortie de buse et l'altitude du plan de focalisation de la poudre) peut alors être estimée : $D_p = 4.68$ mm, définissant ainsi une zone de travail privilégiée. Par extrapolation, les grandeurs $\mu(z = 0) = \mu_0$, $\sigma(z = 0) = \sigma_0$ sont également évaluées. Elles peuvent être vues respectivement comme le rayon moyen et la demi-largeur de la couronne de poudre à la sortie de la buse. De plus, O_p , distance géométrique entre la sortie de buse et le point imaginaire d'origine de la poudre peut également être estimée. Ces grandeurs géométriques sont par la suite, utilisées lors du calcul des températures des particules et le bilan énergétique (Section 2.3.3).

Finalement, la calibration des fonctions $\mu(z)$ et $\sigma(z)$ régissant la distribution des particules de poudre à n'importe quelle altitude z permet de reconstruire un modèle 3D du jet de poudre (Figure 2.7).

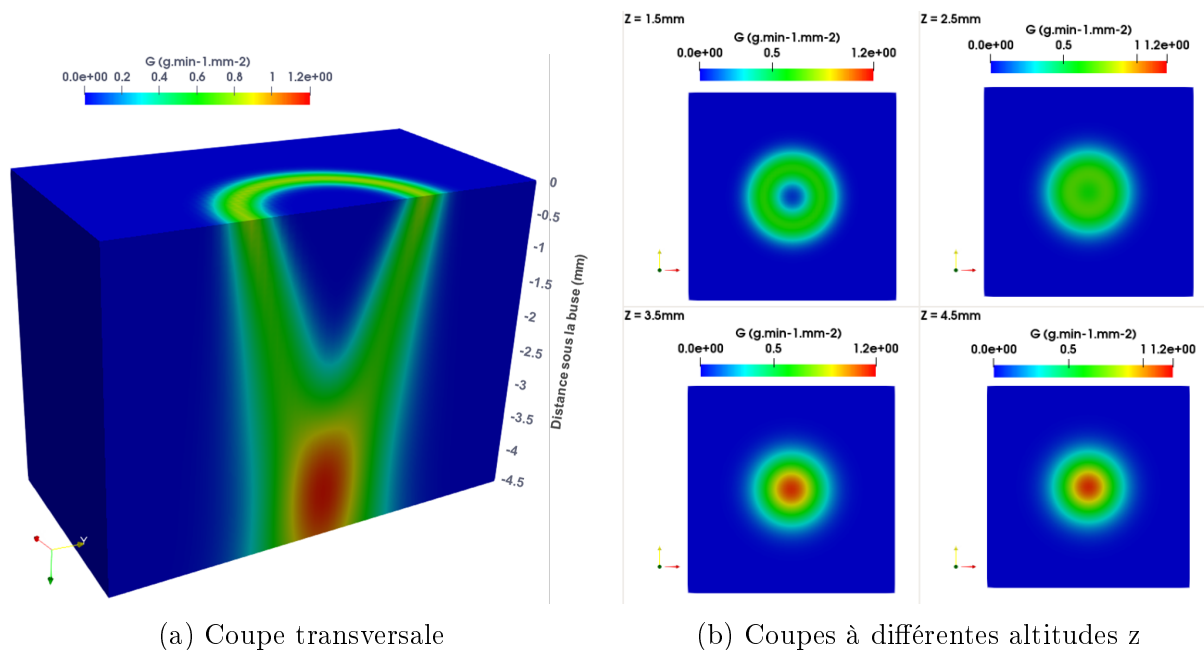


FIGURE 2.7 – Modèle 3D de distribution de la poudre : représentation du débit massique par unité de surface $G - D = 2.98$ g/min

2.3 Interaction laser-poudre

2.3.1 Etude de la caustique du faisceau laser sur la buse 10 Vx

La source d'énergie intégrée dans la machine BeAM[®] MAGIC 800 est un laser fibre dopé à l'ytterbium fourni par IPG Photonics. Sa longueur d'onde est de 1070 nm (proche infrarouge) ; il émet en continu (CW) et peut délivrer une puissance maximale de 2000

W. Son utilisation nécessite des précautions et des équipements de protection adaptés (laser de classe 4). Le faisceau laser est acheminé à la tête de dépose par une fibre optique induisant des pertes de puissance. Cette loi de perte entre la puissance de consigne et la puissance délivrée en sortie de buse (Figure 2.8) est connue ; elle peut être approximée par une fonction affine avec un coefficient de corrélation $R^2 = 0.9999$:

$$P = 1.1141 P_0 - 165 \quad (2.6)$$

Où P est la puissance effective en sortie de buse et P_0 est la puissance de consigne.

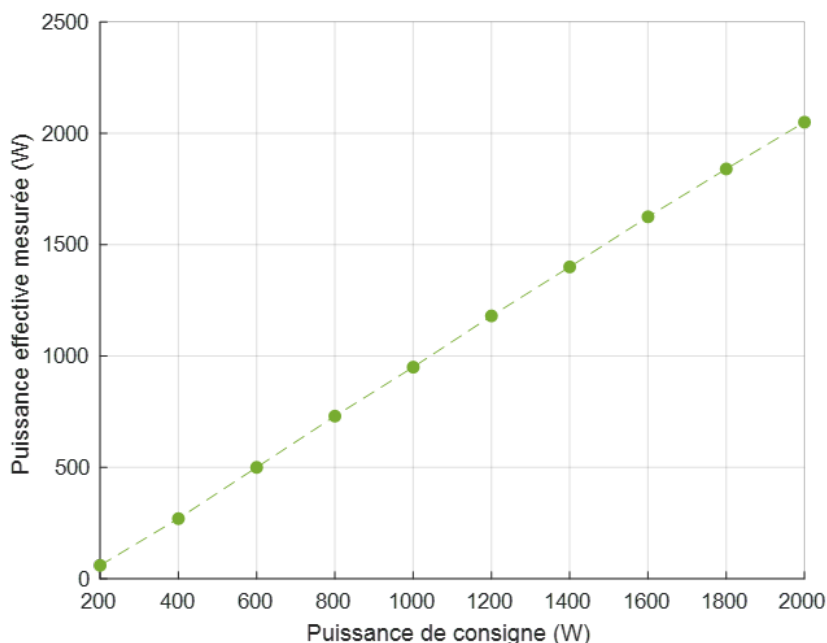


FIGURE 2.8 – Loi de perte entre la puissance de consigne et la puissance effective

L'étude de la caustique du faisceau laser a été réalisée avec une puissance de consigne de 300 W. Un système d'acquisition, appelée FocusMonitor FM+, commercialisé par la société Primes, a permis d'analyser la fluence du faisceau laser pour différentes distances de travail. Les caractéristiques listées ici sont issues de cette campagne d'analyse :

- Le point focal est situé juste en dessous de la zone de travail (bleutée sur la Figure 2.9) à 5.4 mm sous la buse et a un diamètre de 0.67 mm.
- La longueur de Rayleigh est de $z_R = 18.03$ mm ainsi sur la zone de travail comprise entre 0 et 4.68 mm sous la buse (la longueur de Rayleigh est grande par rapport à cet intervalle de distance), le faisceau peut raisonnablement être considéré comme droit et non hyperbolique.
- Le diamètre de la tâche laser (spot) varie faiblement sur cet intervalle et sera considéré constant à 0.7 mm (les données du fabricant indique un diamètre de 0.695 mm à la distance de travail de 3.5 mm).

Il est à noter que les plans de focalisation du faisceau laser (5.4 mm) et du jet de poudre ($D_p = 4.68$ mm) ne sont pas situés à la même altitude. Ce qui permet d'avoir une tâche laser plus large et capter ainsi une plus grande quantité de matière.

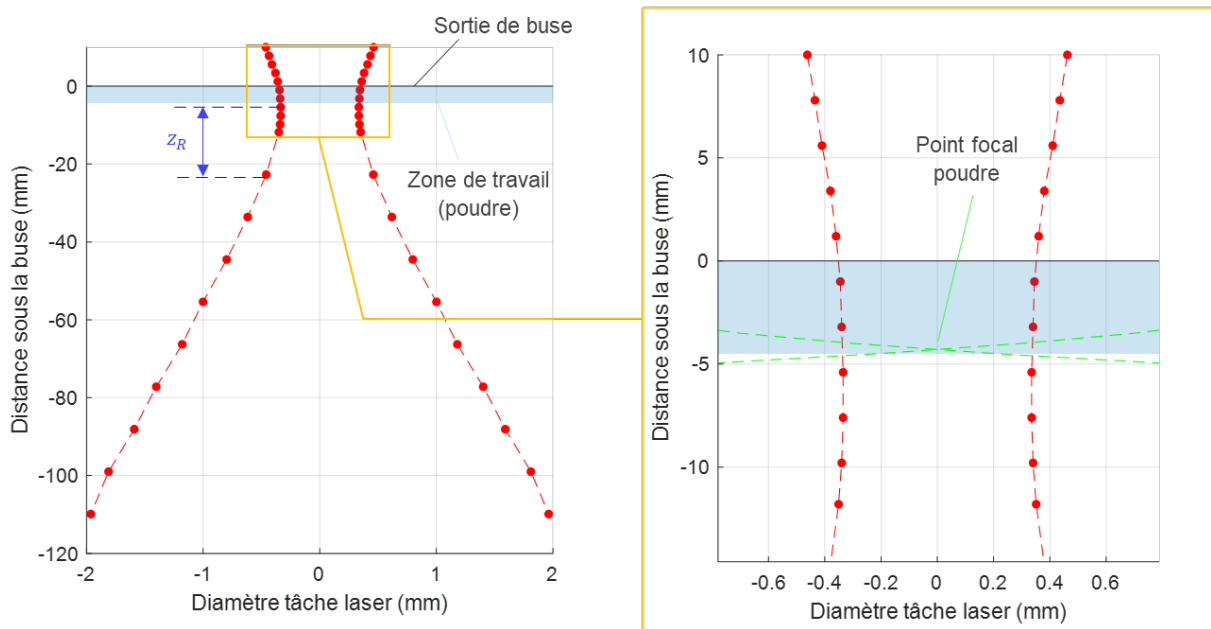


FIGURE 2.9 – Caustique du faisceau laser

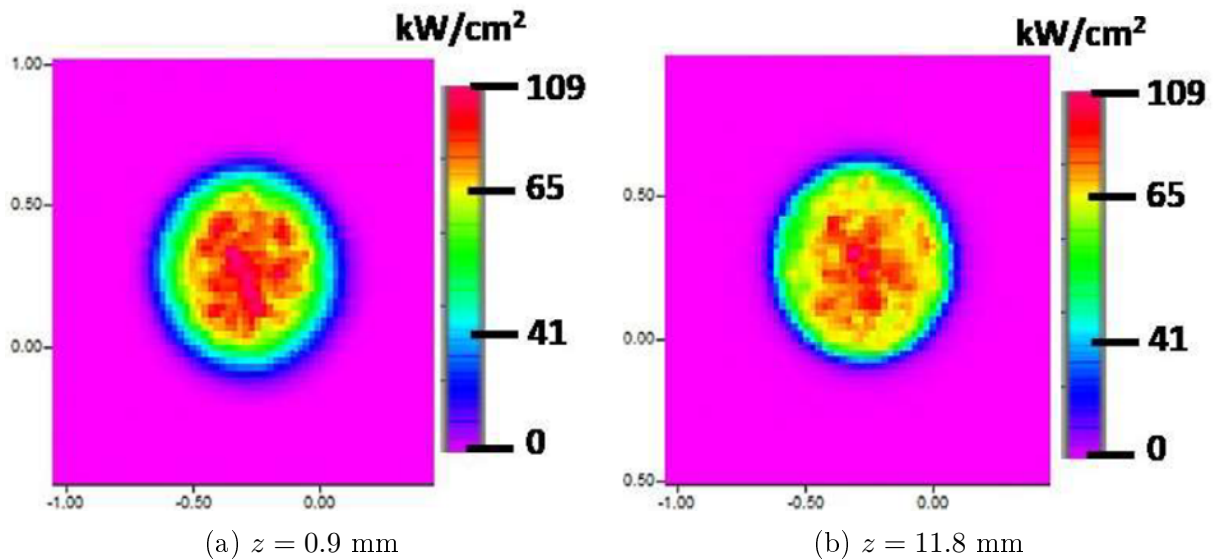


FIGURE 2.10 – Distribution de la puissance du laser à différentes altitudes sous la buse – $P = 300$ W

La puissance du laser est répartie selon une distribution gaussienne sur la surface quelle que soit l'altitude sous la buse (Figure 2.10). Toutefois, à $z = 0.9$ mm (Figure 2.10b)

(inclus dans la zone de travail), elle est intense de manière quasi-homogène ainsi la source de chaleur peut être considérée comme uniforme (communément appelée « *top-hat* ») comme dans [154]. De plus, Devesse *et al.* [44] démontrent que le pourcentage d'atténuation du faisceau laser reste inchangée selon les 2 formes (gaussien et uniforme). En revanche, ce changement affecte l'intensité absorbée par les particules en vol en raison de la distribution gaussienne des particules. Cette dernière est par ailleurs, également vérifiée par Pinkerton [156] s'appuyant sur la théorie de Mie [128] qui statue que la luminance moyenne de tout élément diffusant dans un flux est proportionnelle à la concentration de poudre à l'intérieur de celui-ci.

NB : La longueur de Rayleigh est la distance à laquelle la surface du spot laser est multipliée par 2.

2.3.2 Hypothèses de travail

Plusieurs hypothèses simplificatrices sont faites pour rendre les calculs réalisables dans un délai de temps raisonnable :

- Pour des raisons de simplicité, l'écoulement de poudre est traité en régime permanent avec une vitesse constante (égale à la moyenne) quelle que soit la distance sous la buse bien que la Figure 2.3 montre le contraire. Par ailleurs, les vitesses des particules varient en fonction de leur trajectoire, cependant, il y a une homogénéité dans le nuage de poudre [112]. Les effets de la gravité et de la traînée sont considérés comme négligeables [76, 213].
- Les particules de poudre sont supposées être sphériques avec un rayon constant, comme dans [46, 150]; leur sphéricité tend à être quasi-parfaite pour les poudres produites par atomisation au gaz [119] (Figure 2.17). Cependant, la taille des particules suit une loi normale qui est, pour simplifier, réduite à une constante égale à la moyenne.
- Les interactions entre les particules telles que les collisions [220] et les effets d'ombre sont négligés [107, 188], les secondes réflexions sont également négligées [44].
- Le faisceau laser est considéré comme cylindrique de rayon L (Figure 2.2a) en raison d'une grande longueur de Rayleigh (*cf.* Section 2.3.1); la densité de puissance est considérée uniforme sur la section du faisceau (*cf.* Section 2.3.1).
- Les pertes par convection et rayonnement dans le jet sont négligées, compte tenu du faible temps d'exposition des particules au faisceau laser [156, 150]. La perte de matière due à l'évaporation n'est pas prise en compte lors du développement du modèle [120].

2.3.3 Répartition énergétique et température des particules

La puissance effective P à la sortie de la buse (déterminée Section 2.3.1) est amputée de deux charges de dépense énergétique : une première partie est interceptée par les particules de poudre en vol tandis qu'une autre partie est réfléchiée par ces mêmes particules. Il est

alors possible d'estimer la température qu'atteignent ces particules grâce à cette énergie absorbée, comme proposé par Pinkerton dans [156]. Cependant, il faut distinguer les particules qui impactent le bain (T_{Bain}) et celles qui tombent hors du bain ($T_{Hors\ Bain}$) :

$$T_{Bain}(r) = T_0 + P_A \alpha_{poudre} \frac{3}{4 v'_z r_p \rho c_p} \int_0^{z'_{loc}} I'_z dz + P_B \alpha_{poudre} \frac{3}{4 v''_z r_p \rho c_p} \int_0^{z''_{loc}} I''_z dz \quad (2.7)$$

Où T_0 est la température ambiante et α_{poudre} le coefficient d'absorption du matériau qui constitue le substrat ou la pièce. r_p , ρ et c_p représentent respectivement le rayon, la masse volumique et la capacité thermique des particules. v'_z , z'_{loc} et I'_z (respectivement v''_z , z''_{loc} et I''_z) sont la composante en z de la vitesse des particules, la coordonnée à laquelle le jet de poudre croise le faisceau laser et l'intensité du faisceau à la distance z sous la buse suivant la trajectoire des particules venant de gauche (respectivement la trajectoire des particules venant de droite). P_A et P_B représentent respectivement les proportions de poudre reçue par le jet de gauche et de droite.

$$T_{Hors\ Bain}(r) = T_0 + P_B \alpha_{poudre} \frac{3}{4 v''_z r_p \rho c_p} \int_0^{z''_{loc}} I''_z dz \quad (2.8)$$

Il est alors possible d'évaluer la part de puissance absorbée par les particules qui tombent dans le bain (P_{aBain}) réinsérant ainsi une certaine quantité d'énergie dans le bain, et celles qui tombent à côté ($P_{aHors\ Bain}$), leur énergie absorbée étant définitivement perdue. Dans les deux cas, la part de puissance réfléchiée est irrécupérable (P_{rBain} et $P_{rHors\ Bain}$).

$$P_{aBain} = 2 \pi c_p \int_0^L r (T_{Bain} - T_0) G_r(z = z_{travail}) dr \quad (2.9)$$

$$P_{aHors\ Bain} = 2 \pi c_p \int_L^{r_{max}} r (T_{Hors\ Bain} - T_0) G_r(z = z_{travail}) dr \quad (2.10)$$

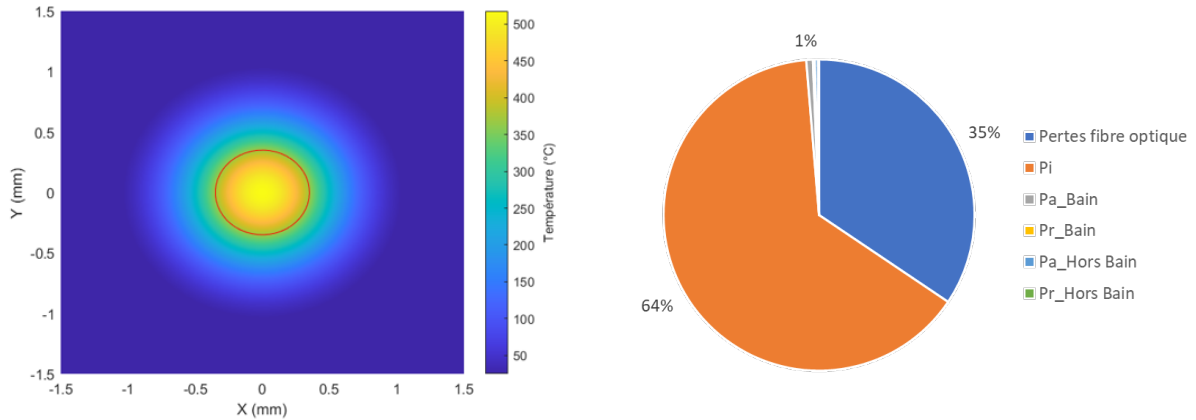
$$P_{rBain} = \frac{1 - \alpha_{poudre}}{\alpha_{poudre}} P_{a1} \quad \text{et} \quad P_{rHors\ Bain} = \frac{1 - \alpha_{poudre}}{\alpha_{poudre}} P_{a2} \quad (2.11)$$

Le reste de l'énergie constitue la puissance incidente P_i transmise au substrat ou à la pièce ; une part de celle-ci est également réfléchiée par le matériau. L'énergie restante est d'une part, absorbée par le substrat et maintient le bain en fusion et d'autre part, conduit dans le substrat ou dans la pièce. Contrairement aux procédés PBF, les pertes d'énergie dues à l'évaporation, le rayonnement, la convection gazeuse sont minimales (6% selon [158]) au regard des autres puissances évoquées (*cf.* Section 2.3.2).

Un bilan énergétique global peut être dressé (Figure 2.11b) :

$$P_{total} = (P_0 - P) + P_i + P_{aBain} + P_{rBain} + P_{aHors\ Bain} + P_{rHors\ Bain} \quad (2.12)$$

La température atteinte par les particules est comprise entre 103°C et 518°C selon l'endroit où elles tombent dans le bain (Figure 2.11a), induisant un passage plus ou moins



(a) Profil de température des particules au plan de travail (le cercle rouge représente le spot laser) (b) Répartition énergétique du laser d'après [158]

FIGURE 2.11 – Bilan de puissance et température des particules – $P_0 = 360$ W

long à travers le faisceau laser (représenté par un cercle rouge). C'est une température de préchauffage bien moins élevée que la température de fusion du matériau. Les particules tombant hors du bain restent à la température ambiante en raison de leurs trajectoires qui ne leur accordent qu'un bref passage dans le faisceau, ce qui ne leur permet pas d'acquiescer assez d'énergie. Pour ce faible niveau de puissance de consigne (360 W), la plus importante dépense énergétique (124 W) correspond aux pertes lors de l'acheminement par la fibre optique (Figure 2.11b). Les autres dépenses (énergie réfléchiée par les particules qui tombent dans le bain et énergie perdue par les particules qui tombent hors du bain) représentent un peu moins de 5 W. Ceci peut s'expliquer par le faible débit de poudre employé (3 g/min) qui entraîne une faible obstruction du faisceau laser.

2.3.4 Puissance incidente

Les particules de poudre atténuent la puissance du faisceau laser pendant leur vol [156]. Ainsi, la loi de Beer-Lambert exprime l'intensité du faisceau à une distance z de la sortie de la buse [108] :

$$I(r, z) = \frac{P}{\pi L^2} \exp\left(-\frac{3}{4v_z r_p \rho} \int_0^z G(r, \zeta) d\zeta\right) \quad (2.13)$$

Où P et L sont respectivement la puissance et le rayon du faisceau laser.

Il en résulte une diminution de la puissance impactant le substrat à l'origine de la formation du bain. En intégrant l'intensité $I(r, z = z_{travail})$ sur l'entière section du faisceau laser à la distance de travail $z_{travail}$, cette puissance incidente, notée P_i , est ainsi obtenue :

$$P_i = 2\pi \int_0^L r I(r, z = z_{travail}) dr \quad (2.14)$$

Dans le cas d'une puissance de consigne à $P = 360$ W, la puissance incidente s'élève à 232 W soit environ 64% de P (Figure 2.11b).

2.4 Géométrie de la première couche

2.4.1 Quantité de poudre capturée

La puissance incidente P_i estimée à l'équation 2.11 permet de définir une source équivalente dans la simulation thermique réalisée avec le solveur commercial Morfeo[®] V2.7.2. Dans le schéma eulérien utilisé, la source de chaleur est fixe et une section de matériau, initialement à température ambiante, se déplace à une vitesse constante (égale à la vitesse de déplacement V). En outre, un raffinement du maillage dans la zone de chauffe garantit une plus grande précision dans la modélisation de l'apport de chaleur. Cette simulation prend en compte la variation des propriétés du matériau (conductivité thermique k , capacité thermique c_p et masse volumique ρ) avec la température (Tableau A.1 en Annexe A) mais pas le dépôt (la surface est supposée plane). La source de chaleur est modélisée à l'aide d'une source surfacique uniforme. De plus, les pertes de chaleur se produisent sur toutes les surfaces libres par convection et rayonnement.

La dynamique des fluides dans le bain de fusion, en particulier la tension de surface et l'effet Marangoni, n'est pas prise en compte ici car, selon Arrizubieta *et al.* [9], elle peut être négligée sans perte de précision pour les faibles densités d'énergie. Une solution stationnaire est ainsi obtenue pour un coût de calcul moindre. L'extraction de l'isotherme de température de fusion (prise égale à la moyenne des températures de liquidus – 1358°C et de solidus – 1450°C) donne la largeur du bain de fusion, considérée comme équivalente à la largeur du premier cordon, notée l (Figure 2.12a). Le débit massique de poudre capturée par la zone fondue, noté Q , peut alors être déterminé en intégrant la distribution $G(r, z_{travail})$ de poudre sur la surface supérieure prédite S_{fusion} du bain de fusion (Figure 2.13) :

$$Q = \iint_{S_{fusion}} G(r, z_{travail}) dx dy \quad (2.15)$$

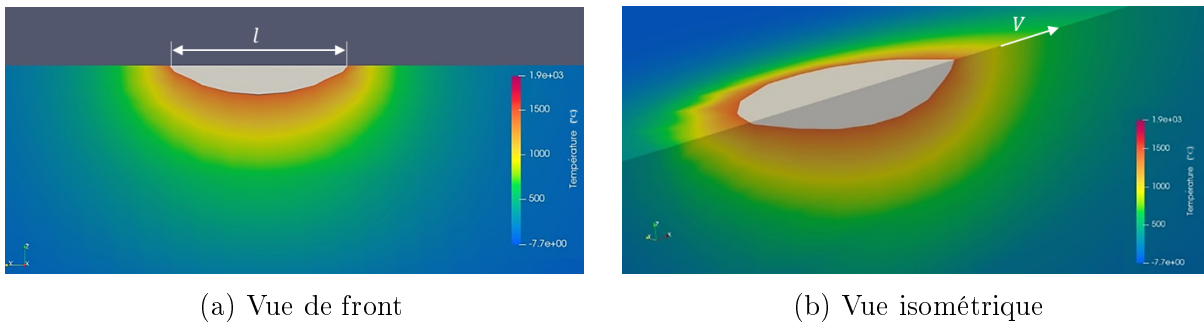


FIGURE 2.12 – Champ thermique obtenu par simulation eulérienne de la première couche (le bain apparaît grisé) - $P = 360$ W, $V = 1000$ mm/min, $D = 3.20$ g/min

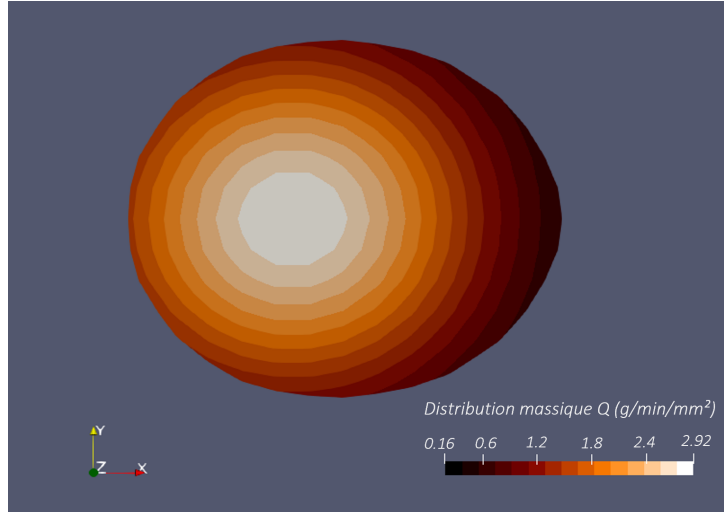


FIGURE 2.13 – Répartition $G(r, z_{travail})$ de la poudre à la surface du bain

2.4.2 Formulation analytique de la hauteur de cordon

À partir du débit massique Q de la poudre captée par le bain, la surface de la section transversale du cordon créé, notée S_b , est calculée comme le rapport entre le débit volumique Q/ρ et la vitesse de déplacement de la buse V :

$$S_b = Q/(\rho V) \quad (2.16)$$

La hauteur de la première couche peut alors être évaluée en assimilant sa section transversale à un segment circulaire (Figure 2.14). Pour cela, il faut résoudre un système dont les inconnues sont le rayon b_1 et la position z_{E_1} du centre du cercle E_1 , comprenant :

- La relation de Pythagore appliquée au triangle E_1OH

$$b_1^2 - z_{E_1}^2 - (l/2)^2 = 0 \quad (2.17)$$

Où l est la largeur du premier cordon, déterminé à la Section 2.4.1.

- L'équation de l'aire S_b de section du cordon (voir A.3 en Annexe A)

$$S_b - b_1^2 \theta/2 + z_{E_1} l/2 = 0 \quad (2.18)$$

L'angle θ exprimé en fonction de l et de b_1 , est remplacé dans l'équation 2.18. Le système d'équations est donc exprimé comme suit :

$$\begin{cases} b_1^2 - z_{E_1}^2 - l^2/4 = 0 \\ S_b - b_1^2 \arcsin(l/(2b_1)) + z_{E_1} l/2 = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Après avoir déterminé les inconnues b_1 et z_{E_1} , la hauteur h_c de la première couche vient naturellement :

$$h_c = b_1 - |z_{E_1}| \quad (2.20)$$

La première couche peut également être considérée comme une ellipse dont le centre E_1 est de coordonnées $(0, -z_{E_1})$, son demi-grand axe a_1 et son demi-petit axe b_1 étant égaux au rayon précédemment considéré dans l'approche « segment circulaire ».

Fonction Évalue hauteur du 1er dépôt

Entrées : l largeur du 1er dépôt (mm) /* déterminé Section 2.4.1 */
 S aire de section du 1er cordon (mm²)
Calculs : $HDepot(1) = x_1^2 - x_2^2 - l^2/4$
 $HDepot(2) = S_b - x_1^2 \arcsin(l/(2x_1)) + x_2 l/2$
 $[x_1, x_2] = fsolve(HDepot(x, l, S))$ /* Résolution du système */
 $R \leftarrow ||x_1||_2$
 $z_R \leftarrow ||x_2||_2$
Sorties : R rayon du cercle (mm)
 z_R coordonnée en z du 1er dépôt (mm)
 I aire de section formée (mm²) - vérification

Cette partie est implémentée dans la fonction [Evalue_Hauteur_1erDepot.mlx](#) (script Matlab en fin de manuscrit).

2.5 Modèle d'empilement des couches

Le modèle de prédiction de la hauteur de cordon est maintenant appliqué à un mur fin, c'est-à-dire un empilement de couches où chaque couche n'est constituée que d'un seul cordon. Une fois la distance buse-pièce évaluée, la hauteur h_{mur} du mur est estimée successivement, après le dépôt de chaque couche. Ce modèle d'empilement est inspiré des travaux de Mohebbi *et al.* [131], réalisés pour le procédé WAAM et adaptés ici pour le DED-LP.

Tout d'abord, la distribution des particules dans le jet de poudre est évaluée à la distance de travail initiale. De plus, un ratio de refusion $\eta_{refusion}$ est imposé (équation 2.21), ce qui permet d'estimer la partie refondue de la couche, notée S_r (Figure 2.14).

$$\eta_{refusion} = \frac{h_r}{h_c} \quad (2.21)$$

Où h_r est la hauteur refondue et h_c la hauteur de couche.

La section totale S_t est définie comme la somme de S_b et S_r (Figure 2.15). Elle est supposée de forme elliptique (exceptée la première couche considérée comme un segment circulaire, voir Section 2.4.2), avec une largeur (grand-axe $2a_i$ pour la couche i) égale à la largeur l du premier dépôt. L'ordonnée du centre E_i de l'ellipse (notée z_{E_i} pour la couche i) et le

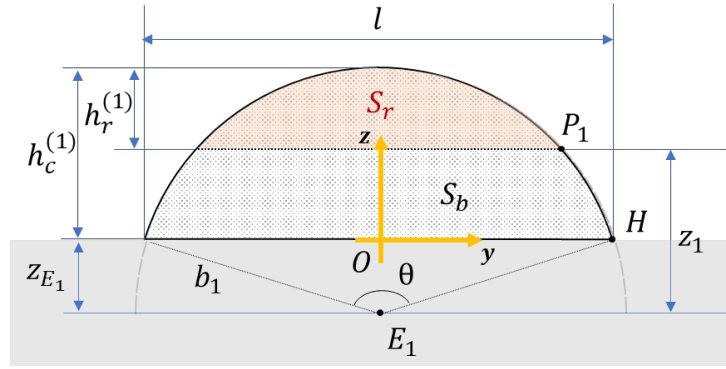


FIGURE 2.14 – Représentation géométrique du premier cordon avec sa part de re-fusion

demi-petit axe de l'ellipse (noté b_i pour la couche i) doivent être obtenus en résolvant un système d'équations considérant la section totale S_t des cordons déposés.

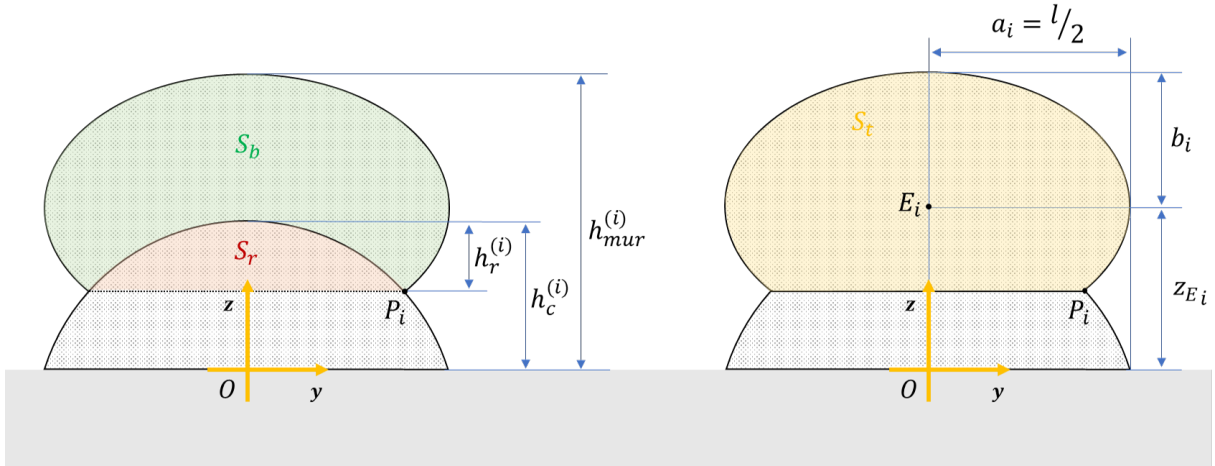


FIGURE 2.15 – Définition géométrique des aires et des paramètres de l'ellipse pour la i -ème couche

Quant à l'aire S_r de section refondue du cordon, elle s'exprime comme un segment de disque déformé (voir A.4 en Annexe A) :

$$S_r = \left(\frac{a_{i-1}}{b_{i-1}} \right) B_r \quad (2.22)$$

Avec B_r la surface du segment de disque exprimée par (voir A.3 en Annexe A) :

$$B_r = b_{i-1}^2 \theta / 2 - z_{i-1} l / 2 \quad (2.23)$$

Où $l/2$ peut être exprimé grâce au demi-angle de θ . B_r est alors réécrit comme tel :

$$B_r = b_{i-1}^2 \theta / 2 - \sin(\theta/2) b_{i-1}^2 \frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (2.24)$$

En usant des relations trigonométriques de $\theta/2$ dans l'équation (2.24), B_r devient :

$$B_r = b_{i-1}^2 \left[\arccos \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right)^2} \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right) \right] \quad (2.25)$$

L'équation (2.25) est insérée à la place de B_r dans l'équation (2.22). L'aire de la section refondue S_r devient alors :

$$S_r = a_{i-1} b_{i-1} \left[\arccos \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right)^2} \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right) \right] \quad (2.26)$$

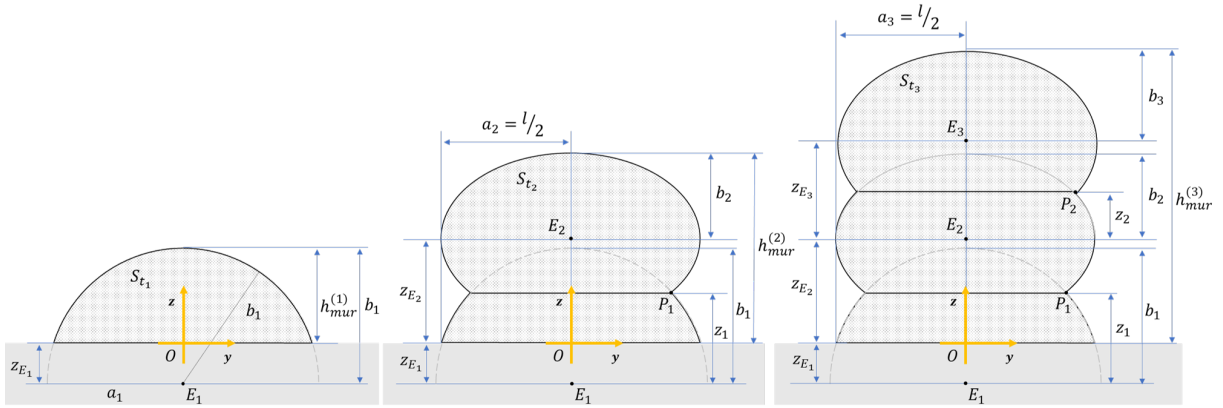


FIGURE 2.16 – Modèle d'empilement des 3 premières couches

Par ailleurs, P_i est un point situé à l'intersection de la couche $i - 1$ et de la couche i (Figure 2.15). Sa coordonnée en Z s'écrit :

$$z_{i-1} = (1 - \eta_{refusion}) (b_{i-1} - z_{E_{i-1}}) + z_{E_{i-1}} \quad (2.27)$$

Où $z_{E_{i-1}}$ est l'ordonnée du centre de l'ellipse précédente.

De plus, P_i appartenant à l'ellipse de centre E_{i-1} et de paramètres a_{i-1} et b_{i-1} , a pour abscisse :

$$\left(\frac{y_{i-1}}{a_{i-1}} \right)^2 + \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right)^2 = 1 \quad \text{ainsi} \quad y_{i-1} = a_{i-1} \sqrt{1 - \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}} \right)^2} \quad (2.28)$$

La section totale S_t de forme elliptique peut être vue, à l'instar de S_r , comme un segment de disque déformé (Figure 2.17) (voir A.4 en Annexe A) :

$$S_t = \left(\frac{a_i}{b_i} \right) A_i \quad (2.29)$$

Où A_i est l'aire du disque auquel est soustrait B_i :

$$A_i = \pi b_i^2 - B_i \quad (2.30)$$

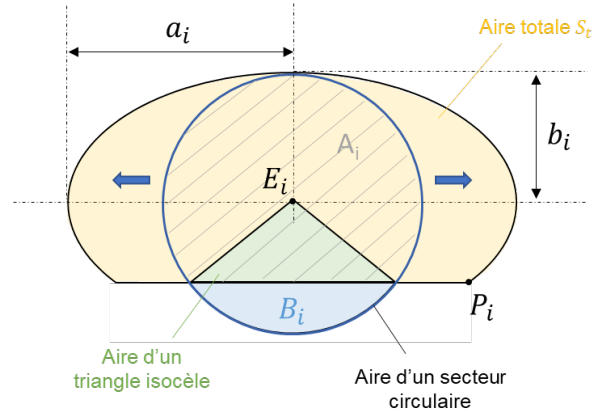


FIGURE 2.17 – Calcul de l'aire de la section elliptique

L'aire de la surface B_i est calculé de la même manière que B_r (voir A.3 en Annexe A). Par conséquent :

$$B_i = b_i^2 \left[\arccos \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right)^2} \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) \right] \quad (2.31)$$

L'équation (2.31) est insérée à la place de B_i dans l'équation (2.30). L'équation (2.29) de la section totale est alors exprimée comme suit :

$$S_t = a_i b_i \left[\pi - \arccos \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) + \sqrt{1 - \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right)^2} \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) \right] \quad (2.32)$$

Par ailleurs, l'équation de l'ellipse de centre E_i ($0, z_{E_i}$) (rappelons que P_i (y_{i-1}, z_{i-1}) appartient à l'ellipse) est donnée par :

$$\left(\frac{y_{E_i} - y_{i-1}}{a_i} \right)^2 + \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right)^2 = 1 \quad d'ou \quad \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right)^2 = 1 - \left(\frac{y_{i-1}}{a_i} \right)^2 \quad (2.33)$$

Il vient donc le système suivant :

$$\begin{cases} S_t - a_i b_i \left[\pi - \arccos \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) + \sqrt{1 - \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right)^2} \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) \right] = 0 \\ \sqrt{1 - \left(\frac{y_{i-1}}{a_i} \right)^2} - \frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} = 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

La solution de ce système donne la coordonnée z_{E_i} du centre de l'ellipse et le demi-petit axe b_i de la i -ème couche. La section totale S_t est actualisée à chaque couche. De cette manière, la hauteur h_{mur} du mur peut être évaluée après chaque dépôt. Des itérations sont effectuées jusqu'à atteindre le nombre de couches désiré pour déterminer la hauteur finale du mur. L'évolution de la hauteur du mur au cours de la fabrication est ainsi prédite, tout

Fonction Évalue hauteur des autres dépôts

Entrées : a_{i-1} , b_{i-1} demis grand et petit axe de l'ellipse précédente (mm)

$z_{E_{i-1}}$ coordonnée en z du centre de l'ellipse précédente (mm)

$S_{b_{i-1}}$ aire de la section précédente (mm²)

$\eta_{refusion}$ ratio de re-fusion (%)

type second dépôt ou autre dépôt

Calculs : $z_{i-1} = (1 - \eta_{refusion})(b_{i-1} - z_{E_{i-1}}) + z_{E_{i-1}}$

$$y_{i-1} = a_{i-1} \sqrt{1 - \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}}\right)^2}$$

$$S_r = a_{i-1} b_{i-1} \left[\arccos\left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}}\right) - \sqrt{1 - \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}}\right)^2} \left(\frac{z_{i-1}}{b_{i-1}}\right) \right] \text{ section de la zone refondue}$$

$S_t = S_{b_{i-1}} + S_r$ section totale de la couche

$$HDepot(1) = S_t - a_i x_1 \left[\pi - \arccos\left(\frac{x_2 - z_{i-1}}{x_1}\right) + \sqrt{1 - \left(\frac{x_2 - z_{i-1}}{x_1}\right)^2} \left(\frac{x_2 - z_{i-1}}{x_1}\right) \right]$$

$$HDepot(2) = \sqrt{1 - \left(\frac{y_{i-1}}{a_i}\right)^2} - \frac{x_2 - z_{i-1}}{x_1}$$

$[x_1, x_2] = fsolve(HDepot(x, y_{i-1}, z_{i-1}, a_i, S_t))$ /* Résolution du système */

$b_i \leftarrow \|x_1\|_2$

$z_{E_i} \leftarrow \|x_2\|_2$

Sorties : a_i , b_i demis grand et petit axe de l'ellipse i (mm)

y_{i-1} , z_{i-1} coordonnées du point d'intersection P_i (mm)

z_{E_i} coordonnée en z du centre de l'ellipse i (mm)

en tenant compte des variations de la distance de travail.

Cette partie est traitée dans la fonction `Evalue_Hauteur_Depots.mlx` (script Matlab en fin de manuscrit).

2.6 Synthèse de l'architecture logicielle

L'ensemble des fonctions évoquées dans les sections précédentes sont appelées dans l'Algorithme 2.1 qui compose le modèle thermo-géométrique du procédé DED-LP.

Algorithme 1: Modèle semi-analytique local

Entrées : P puissance laser de consigne (W) `/* Paramètres machine */`
 D débit massique de poudre (kg/s)
 V vitesse de déplacement (m/s)
 R_{bain}^0 rayon du bain de fusion (mm)
 $z_{travail}^0$ distance de travail initiale (mm) `/* Paramètres de fabrication */`
 Δ_z incrément en z (mm)
 $N_{couches}$ nombre de couches souhaitées
Données : ρ masse volumique (kg/m³) `/* Propriétés matériau */`
 c_p capacité thermique (J.kg⁻¹.K⁻¹)
 $\eta_{refusion}$ ratio de re-fusion (%)
 X_{eval} positions évaluées (mm)
 $X = linspace(-R_{bain}^0, R_{bain}^0, N_x)$, N_x discrétisation de R_{bain}^0
`/* Interpolation flèche du substrat */`
 $N_{eval} = length(Interpole_Profil(X_{eval}))$
Initialisation : H , U_{zf} , $Z_{travail}$, H_{mur}

2.7 Méthodologie expérimentale

2.7.1 Machine

L'intégralité des campagnes expérimentales sont effectuées sur une machine BeAM[®] MAGIC 800 (AddUp) (Figure 2.19a). La petite buse, appelée buse 10 Vx (Figure 2.19b) est utilisée. Les informations qui se rapportent au faisceau laser sont données à la Section 2.3.1. Un gaz primaire protège les lentilles optiques et est évacué par le même orifice que le laser, un second gaz transporte les particules de poudre en leur donnant une vitesse initiale. La particularité de cette machine réside dans la présence d'un troisième gaz qui

```

for  $k = 1 : N_{eval}$  do
     $X_{mur} = X_{eval}(k)$  /* Position analysée */
     $U_z = read(U_{zX}.txt)$  /* Lecture interpolation flèche substrat */
     $z_{travail}, S_b, h_{mur}, R_{bain} = R_{bain}^0$  initialisation
    for  $i = 1 : N_{couches}$  do
        if  $i == 1$  then
             $z_{travail}(i) = z_{travail}^0 - U_z(i)$ 
        else
             $z_{travail}(i) = z_{travail}^0 + (i - 1) \Delta_z - [h_{mur}(i - 1) + U_z(i)]$ 
             $Z_{travail}(i, k) = z_{travail}(i)$ 
             $[amplitude, \sigma, \mu] = Evaluate\_Carac\_Jet(D, 10^{-3} z_{travail})$ 
            /* Écriture et exécution du script Paraview */
            CalculSectionCreee - Template.py → CalculSectionCreee.py
            system(" ParaView5.9.1/pvpython.exe" CalculSectionCreee.py)
             $M = read(SectionCreee.txt)$  /* Lecture du fichier créé */
             $S_b(i) = 10^6 M(1, 1)$  /* Aire de section créée (mm2) */
            if  $i == 1$  then
                 $[z_R, R, I] = Evaluate\_Hauteur\_1erDepot(2 R_{bain}, S_b(i))$ 
                 $z_i = (1 - \eta_{refusion})(R - z_R) + z_R$ 
                 $R_{bain} = \sqrt{R^2 - z_i^2}$  /* mise à jour taille du bain */
            else
                if  $i == 2$  then
                     $[a, b, x_i, z_i, z_2] =$ 
                        Evaluate\_Hauteur\_Depots(R, R, z_R, S_b(i), \eta_{refusion}, '2nd depot')
                     $z_{centre} = z_2$ 
                     $R_{bain} = a \sqrt{1 - (1 - \eta_{refusion})^2}$  /* mäj taille du bain */
                else
                     $[b, x_i, z_i, z_2] =$ 
                        Evaluate\_Hauteur\_Depots(a, b, 0, S_b(i), \eta_{refusion}, 'autre depot')
                     $z_{centre} = z_{centre} + z_2$ 
                     $R_{bain} = a \sqrt{1 - (1 - \eta_{refusion})^2}$  /* mäj taille du bain */
                if  $i == 1$  then
                     $h_{mur}(i) = R - z_R$ 
                else
                     $h_{mur}(i) = z_{centre} + b - z_R$ 
                 $H_{mur}(i, k) = h_{mur}(i)$ 
             $H(k) = h_{mur}(N_{couches})$ 
             $U_{z_f} = U_z(end)$ 
         $Hauteurs_{cumulees} = H + U_{z_f}$ 
    Sorties :  $Hauteurs_{cumulees}$  sommet du mur (mm2)
     $H_{mur}$  hauteur du mur après le dépôt de chaque couche (mm)

```

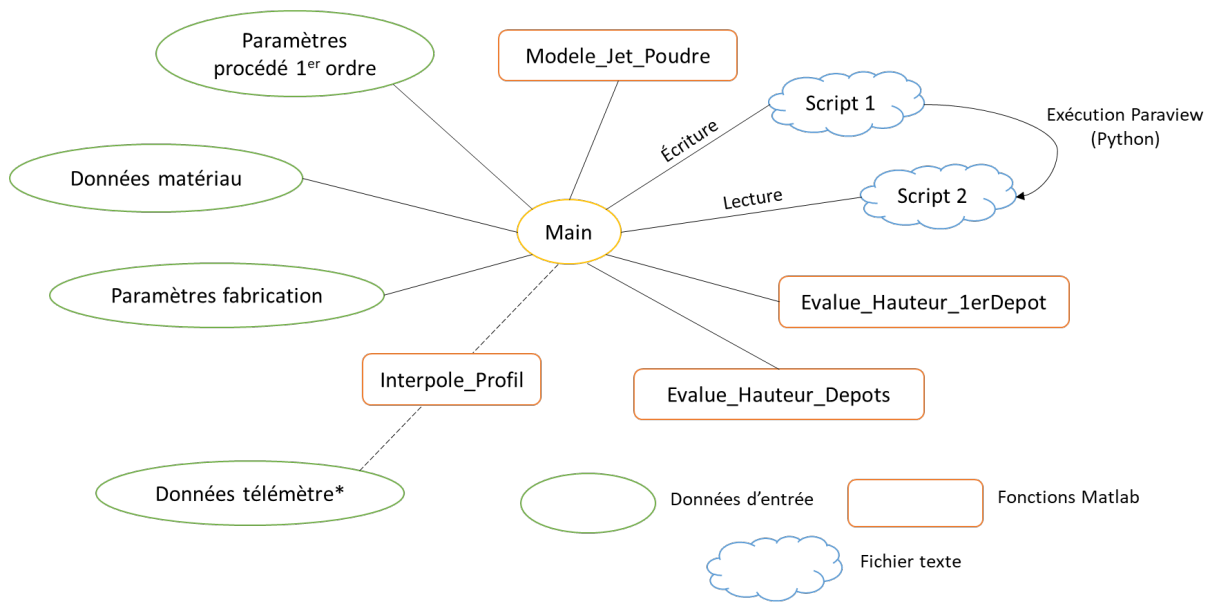
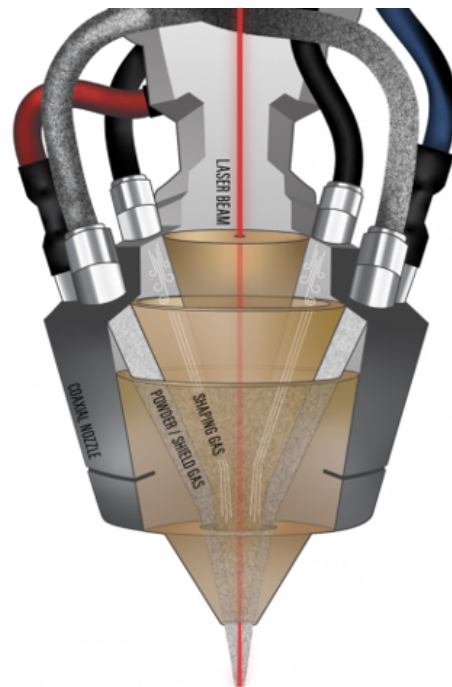


FIGURE 2.18 – Schéma de l'architecture du modèle développé
 *Uniquement dans le cas où la distance de travail varie en cours de fabrication

se mélange au premier pour façonner le jet de poudre. Le gaz utilisé est l'argon et les débits de consigne sont respectivement de 6 L/min, 3 L/min et 3 L/min.



(a) Enceinte de fabrication avec poste de commande



(b) Schéma de la buse 10 Vx

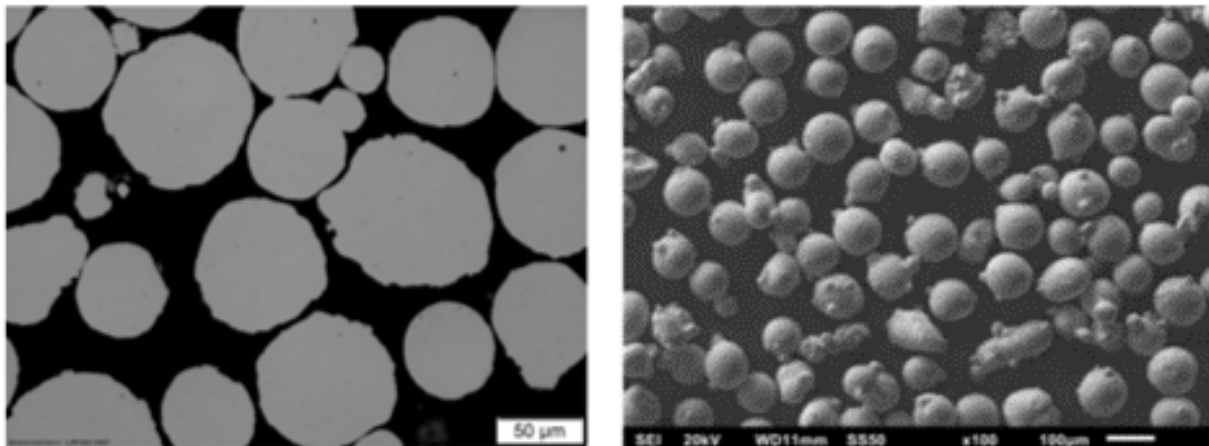
FIGURE 2.19 – Machine BeAM[®] MAGIC 800 [133]

2.7.2 Matériau

La poudre utilisée est un acier inoxydable 316L produit par atomisation au gaz : MetcoClad[®] 316L-Si (Figure 2.20) fourni par Oerlikon. Sa composition chimique est donnée dans le Tableau 2.1. La teneur en silicium est plus élevée que dans un acier inoxydable 316L classique. Cet ajout contribue à une meilleure coulabilité dans la délivrance du matériau [126]. La taille des particules suit une loi normale centrée autour d'un diamètre de 75 μm , selon les données du fabricant.

| Fe | Cr | Ni | Mo | Si | Mn | C | Other |
|---------|------|------|-----|-----|-----|------|------------|
| Balance | 17.0 | 12.0 | 2.5 | 2.3 | 1.0 | 0.03 | ≤ 0.5 |

TABLE 2.1 – Composition chimique de la poudre en wt% [126]



(a) Image de coupe

(b) Image MEB

FIGURE 2.20 – Images métallographiques de la poudre MetcoClad[®] 316L-Si [167]

2.7.3 Procédure de grammage

Afin de déterminer avec précision le débit de poudre obtenu, un grammage est effectué en amont de chaque expérience. En effet, le débit de poudre n'est pas directement entré comme consigne dans la machine mais est déduit des consignes du débit du gaz porteur et de la vitesse de rotation du plateau situé sous le bol contenant la poudre. Une fois les instabilités de la mise sous pression passées, le grammage consiste à peser la masse de poudre projetée dans un récipient durant une minute. L'opération est répétée au moins 5 fois. Cela permet d'ajuster la vitesse de rotation du plateau (exprimée en %) en fonction du débit désiré. Ainsi le débit de poudre considéré est la valeur stabilisée obtenue. Dans le cas du grammage présenté (Figure 2.21), le débit effectif de poudre est de 2.99 g/min, la consigne de vitesse rotative du plateau est fixée à 15%.

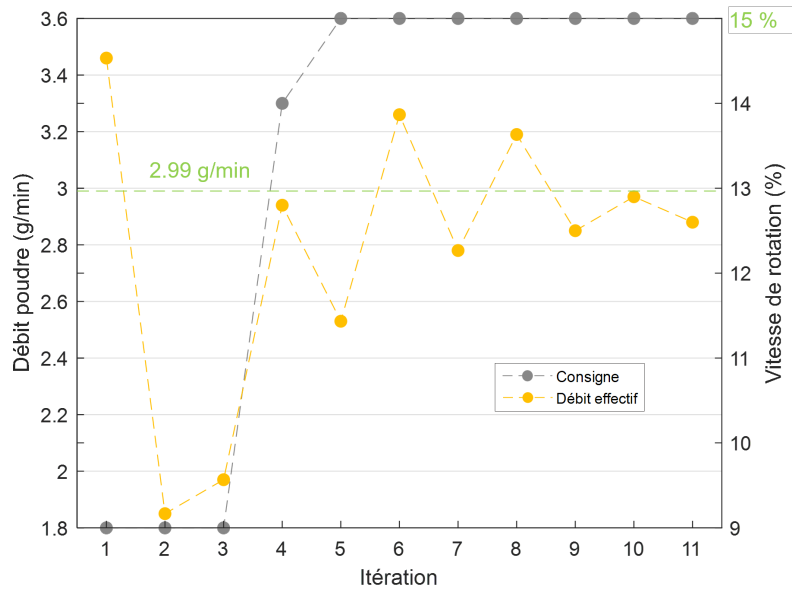


FIGURE 2.21 – Grammage de l’expérience des traitements de surface du substrat

Le débit de poudre étant un paramètre sujet à des variations dans le temps et difficilement maîtrisable, il lui sera attribué une valeur constante dans chaque expérience.

2.7.4 Mesures et préparation des échantillons

Les cordons et murs fabriqués sont coupés avec une scie manuelle Struers sous un flux d’eau. Les spécimens sont ensuite enrobés à froid avec une résine acrylique KM-B (Presi), avant d’être polis sur une machine Struers selon la gamme de polissage donnée dans le Tableau 2.2. Ils sont trempés pendant 5 s dans le réactif d’Adler (Presi), puis rincés à l’eau. Enfin, ces échantillons sont observés sous un microscope optique Leica DM750M et un macroscopie DeltaPix Invenio 5SII. Les mesures sont effectuées à l’aide des outils de mesure des logiciels associés, respectivement LAS V4.13 et DeltaPix Insight V3.1.

| | Support | Abrusif | | Suspension | Rotation (rpm) | Force (N) | Durée (min) |
|---|----------|---------|--------------------|----------------|----------------|-----------|-------------|
| | | Type | Taille | | | | |
| 1 | MD-Piano | Diamant | #220 | Eau | 300 | 25 | Au besoin |
| 2 | MD-Largo | Diamant | 9 μm | DiaPro Largo 9 | 150 | 40 | 5 |
| 3 | MD-Mol | Diamant | 3 μm | DiaPro Mol 3 | 150 | 20 | 3 |
| 4 | MD-Chem | Silice | 0.25 μm | OP-S | 150 | 15 | 2 |

TABLE 2.2 – Gamme de polissage pour l’acier inoxydable austénitique d’après [183]

2.8 Jeu de paramètres et état de surface du substrat

2.8.1 Plan d'expérience

Dans le but de définir un jeu de paramètres machine de premier ordre (puissance laser, vitesse de déplacement et débit de poudre) cohérent et stable, 4 jeux de paramètres sont testés (Tableau 2.3). Dans chacun des cas, 3 cordons de 89 mm de long sont réalisés. La distance de travail (distance entre la sortie de buse et le plan de travail) est de 3.5 mm, valeur recommandée par le fabricant de la machine BeAM[®]. Le substrat en 316L a pour dimensions 100 x 100 x 3 mm et est divisé en 3 parties, chacune d'elle subissant un traitement de surface préalable distinct (Figure 2.22) : sablé, brossé manuellement à la paille de fer et naturel (aucun traitement). Les données du grammage sont présentées à la Figure 2.21.

| Référence | Puissance laser (W) | Vitesse d'avance (mm/min) | Débit de poudre (g/min) | Traitement substrat |
|-----------|------------------------|------------------------------|----------------------------|------------------------|
| S1 | 360 | 1000 | 2.99 | Sablé |
| S2 | 360 | 2000 | 2.99 | |
| S3 | 660 | 2000 | 2.99 | |
| S4 | 660 | 1000 | 2.99 | |
| B1 | 360 | 1000 | 2.99 | Brossé |
| B2 | 360 | 2000 | 2.99 | |
| B3 | 660 | 2000 | 2.99 | |
| B4 | 660 | 1000 | 2.99 | |
| N1 | 360 | 1000 | 2.99 | Naturel |
| N2 | 360 | 2000 | 2.99 | |
| N3 | 660 | 2000 | 2.99 | |
| N4 | 660 | 1000 | 2.99 | |

TABLE 2.3 – Paramètres du procédé pour les cordons avec différents traitements de surface sur le substrat

La partie naturelle (sans traitement) présente un léger film apposé lors de la fabrication du substrat, ce dernier est retiré lors du brossage laissant un substrat rayé et brillant (Figure 2.22). Quant à la partie sablée, elle présente un aspect mat et uniforme.

2.8.2 Résultats et discussion

Les coupes microscopiques des cordons réalisés sont visibles à la Figure B.3 en Annexe B. Quel que soit le traitement de surface appliqué au substrat, la hauteur et la largeur des cordons tend à augmenter de la même manière avec la valeur de densité énergétique globale (DEG) (*cf.* Section 1.3.2). Toutefois, pour une densité énergétique de 0.51 J/mm², la hauteur et la largeur ne suivent pas cette progression ; cela s'explique par une faible quantité de poudre atténuant très peu la puissance incidente impactant le substrat d'où

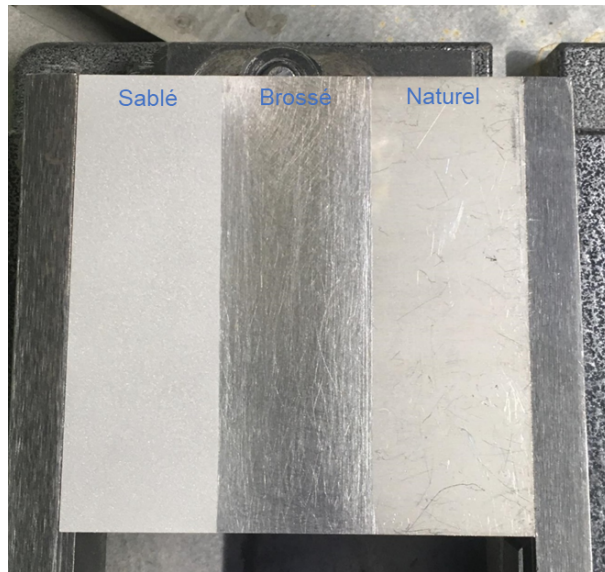


FIGURE 2.22 – Aspects visuels des différents traitements de surface du substrat

une forte dilution : la section des cordons se partage équitablement entre la hauteur émergée et la profondeur. Quant à la dilution, elle ne varie pas significativement restant du même ordre de grandeur qu'importe la DEG, excepté le cordon S1 qui présente une dilution élevée. D'autre part, lorsque la DEG double ($0.26 \rightarrow 0.51 \text{ J/mm}^2$ et $0.47 \rightarrow 0.94 \text{ J/mm}^2$) autrement dit la vitesse de dépôt diminue de moitié (à puissance fixe), la hauteur ne double pas exceptés les cordons B1 et B2 ainsi que les cordons N4 et N3 qui ont rapport proche de 2. Quant à la largeur et la dilution, elles ne doublent pas non plus. La largeur augmente d'environ 14% en moyenne dans le cas d'une puissance $P = 360 \text{ W}$ et de 5% lorsque $P = 660 \text{ W}$. La dilution moyenne est respectivement de 64% et de 61% dans chacun des cas.

Lorsque la puissance laser augmente, la largeur des cordons augmente de 28% dans le cas d'une vitesse $V = 1000 \text{ mm/min}$ et de 59% à $V = 2000 \text{ mm/min}$. Ceci n'est pas incompatible avec une augmentation simultanée de la hauteur car le volume de matière déposée croît et de fait, la section du cordon également. La hauteur augmente de $81.3 \mu\text{m}$ en moyenne à $231 \mu\text{m}$ pour $V = 1000 \text{ mm/min}$ et de $64.0 \mu\text{m}$ à $145.0 \mu\text{m}$ pour $V = 2000 \text{ mm/min}$ tout substrat confondu. Finalement, la dilution diminue avec l'élévation de la puissance.

Il s'agit d'un comportement bien propre au procédé DED-LP qui témoigne d'un rendement poudre différent lorsque la taille de bain s'élargit. Lorsque la puissance augmente (ou que la vitesse diminue), la densité énergétique globale augmente, formant un bain de fusion de plus grande taille capturant ainsi plus de matière. Il en résulte un cordon de même élargissement (moins une légère rétraction lors du refroidissement) et de hauteur plus élevée. Cette importante quantité de poudre collectée nécessite une grande part d'énergie pour être fondue, ce qui limite la part de puissance affectée à la dilution. Ainsi le débit de matière effectif, c'est à dire celui qui contribue réellement à la croissance du dépôt

varie en fonction des conditions thermiques locales. Pour comparaison, en DED-LW, pour lequel le débit matière effectif est constant (régé par la vitesse fil), l'augmentation de la puissance à vitesse de déplacement constante entraîne plutôt l'effet inverse, à savoir un aplatissement du dépôt (élargissement à iso-section).

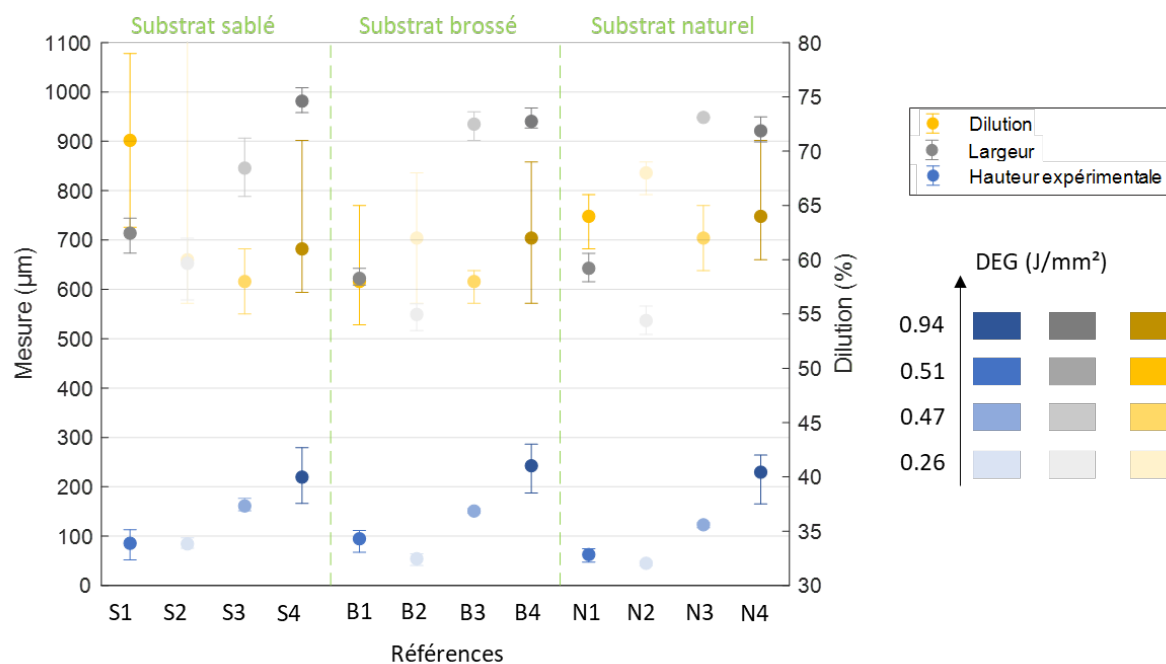


FIGURE 2.23 – Dimensions des cordons en fonction du traitement de surface appliqué au substrat

Les hauteurs et largeurs des cordons sont du même ordre de grandeur quel que soit le traitement effectué sur le substrat alors que les taux de dilution sont plus variables. Le non-traitement du substrat contribue à lui faire absorber beaucoup d'énergie comme le suggèrent les hauts taux de dilution (Figure 2.23) des cordons qui en résultent (65% en moyenne). *A contrario*, le substrat brossé, plus brillant, réfléchit de manière significative le faisceau laser, atténuant ainsi la part d'énergie absorbée ; la dilution des cordons est donc plus faible (moyenne de 60%). Il en va de même pour le substrat sablé (63% en moyenne), ce qui est contre intuitif : en effet, l'aspect mat permet au substrat d'absorber plus d'énergie, contribuant à une dilution plus élevée. Or ce n'est pas le cas, ce surplus d'énergie semble s'évacuer par évaporation de la matière expliquant l'abondante présence de suie sur cette partie.

Par ailleurs, les cordons réalisés à forte puissance (660 W) dégagent beaucoup de fumée comme le montre la suie résiduelle sur la Figure 2.24. Les cordons déposés à $P = 360$ W et $V = 2000$ mm/min paraissent petits et irréguliers, car la vitesse est trop élevée pour capturer suffisamment de matière et la fusionner correctement. Finalement, le jeu de paramètres retenu est : $P = 360$ W et $V = 1000$ mm/min. Quant au jet de poudre, le débit effectif est de $D = 3.20$ g/min pour la suite des expériences et réglé suivant

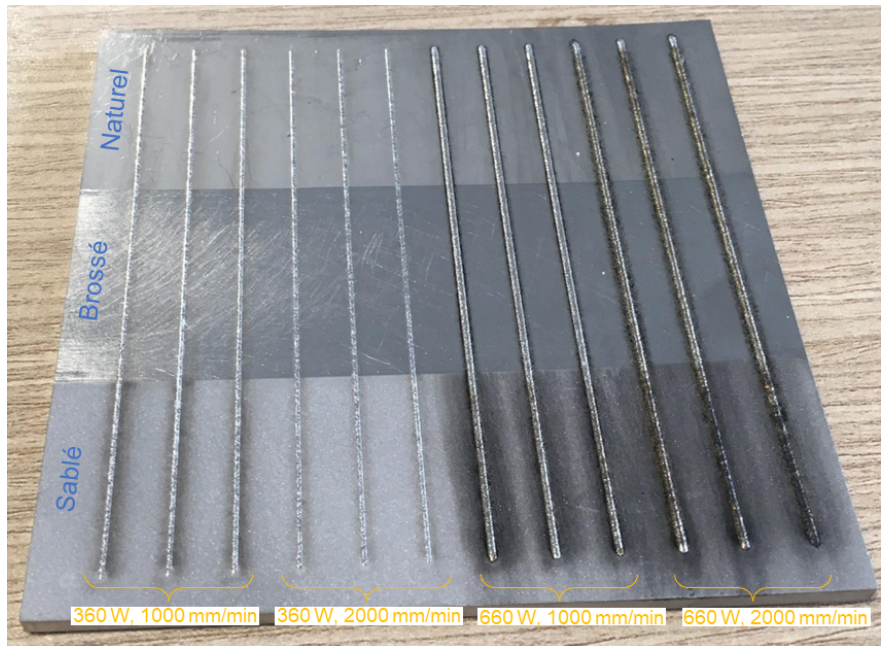


FIGURE 2.24 – Différents traitements de surface du substrat

la procédure de grammage évoquée à la Section 2.7.3. De plus, un **substrat non traité** semble offrir un support optimal pour le jeu de paramètres retenu, assurant une géométrie uniforme des cordons déposés.

2.9 Validation du modèle sur les cordons

2.9.1 Plan d'expérience

La largeur du premier dépôt contraint la largeur des autres couches. En effet, la couche ne peut être déposée que sur de la matière déjà présente. Il est donc important que le premier cordon soit bien modélisé. Trois distances de travail sont évaluées : 2.5 mm, 3.5 mm et 4.5 mm. Pour chaque configuration de fabrication (Tableau 2.4), 4 cordons de 124 mm de long sont effectués sur un substrat en 316L, de dimensions 150 mm x 150 mm x 5 mm sans traitement de surface particulier. Les données du grammage sont présentées à la Figure B.1 en Annexe B.

| Référence | Puissance laser (W) | Vitesse de dépôt (mm/min) | Débit de poudre (g/min) | $z_{travail}$ (mm) |
|-----------|------------------------|------------------------------|----------------------------|-----------------------|
| C1 | 360 | 1000 | 3.20 | 2.5 |
| C2 | 360 | 1000 | 3.20 | 3.5 |
| C3 | 360 | 1000 | 3.20 | 4.5 |

TABLE 2.4 – Paramètres du procédé pour les cordons avec différentes distances de travail

2.9.2 Résultats et discussion

Les coupes microscopiques des cordons obtenus sont illustrées à la Figure B.4 en Annexe B. La largeur ne varie pas de manière significative avec la distance de travail à laquelle sont déposés les cordons, sa valeur moyenne vaut $654.11 \mu\text{m}$. La dilution s'élève de 29.8% à $z_{travail} = 2.5 \text{ mm}$ à 61.67% à $z_{travail} = 4.5 \text{ mm}$. L'aire de section croît tout comme la hauteurs de cordons, cette dernière est multipliée par 3.5 lorsque la distance de travail s'allonge de 2 mm.

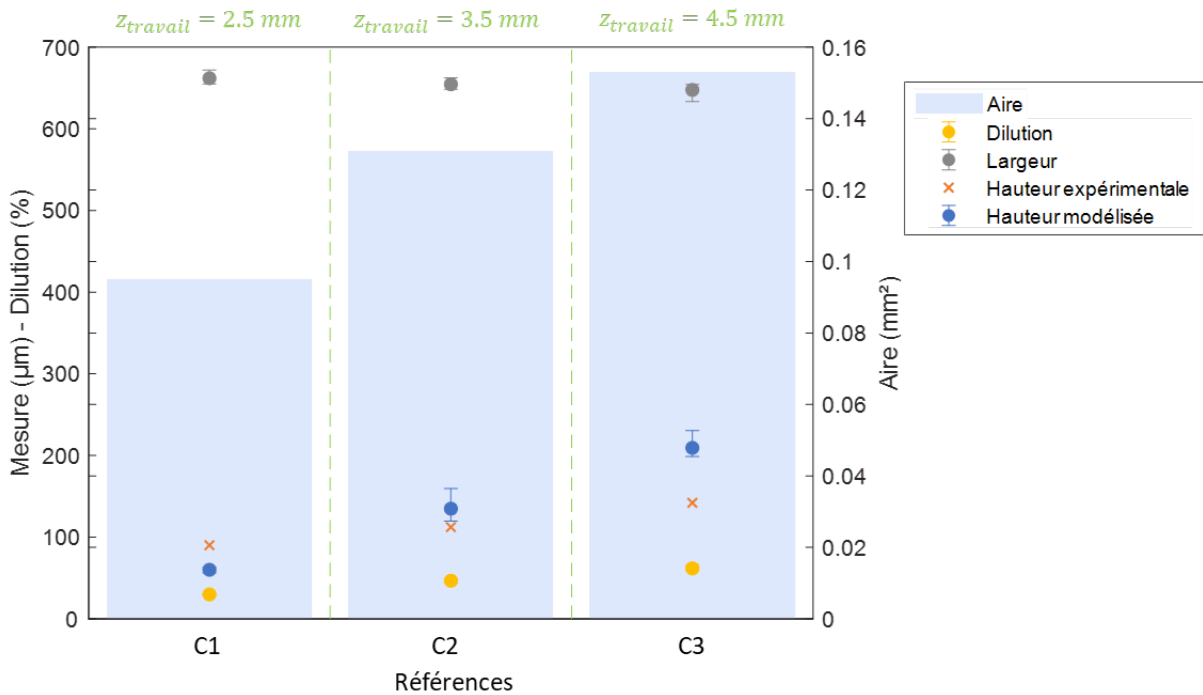


FIGURE 2.25 – Dimensions des cordons en fonction de la distance de travail

La largeur quasi-constante des cordons quelle que soit la distance de travail signifie que la largeur du bain de fusion ne varie pas ; ce qui semble normal puisque la densité énergétique globale est inchangée (0.51 J/mm^2). L'augmentation de l'aire de section avec $z_{travail}$ reflète une accumulation de poudre capturée par le bain contribuant au dépôt de cordons de plus en plus hauts. Bien que le jet de poudre s'intensifie, il reste assez de puissance non-atténuée pour atteindre le substrat et former une dilution de plus en plus profonde. Ceci est appuyé par le retour d'une part de l'énergie absorbée par les particules en vol, qui est réinsérée dans le bain de fusion (*cf.* Section 2.3.3).

Les résultats expérimentaux et les valeurs modélisées de la hauteur des cordons sont cohérents quelle que soit la distance de travail. L'erreur relative est maximale (50%) pour $z_{travail} = 2.5 \text{ mm}$, ceci peut être expliqué par les hypothèses simplificatrices et les instabilités du jet de poudre à cette altitude proche de la sortie de buse. Les erreurs sont plus contenues pour les autres distances buse-pièce ; ces sous-estimations peuvent être

attribuées à une quantité de poudre réellement captée légèrement plus élevée que celle considérée dans le modèle.

2.10 Mise en évidence des effets d'une distance de travail variable

2.10.1 Plan d'expérience

Montage expérimental

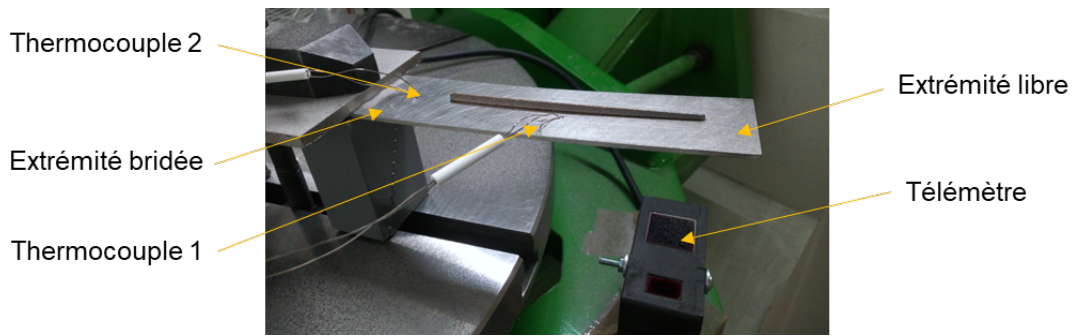
Pour déterminer l'influence de la distance de travail sur la géométrie finale, une situation de fabrication dégradée est adoptée dans laquelle la distance buse-pièce varie. Une façon d'y parvenir consiste à construire un mur en bridant une extrémité du substrat et en plaçant l'extrémité libre en porte-à-faux au-dessus d'un capteur de déplacement laser (Figure 2.26a). En effet, ce montage assure une déflexion *in situ* du substrat, c'est-à-dire un mouvement dynamique dans la direction verticale [71] dû à la dilatation et à la contraction thermique du matériau pendant la fabrication [116]. L'instrumentation se compose d'un capteur de distance (télémètre) laser Keyence LK-031 qui mesure le déplacement vertical de l'extrémité libre du substrat pendant la fabrication, et de deux thermocouples de type K, tous deux situés sur la surface supérieure du substrat : TC1 situé à mi-chemin des deux extrémités du mur et TC2 situé près de l'extrémité fixe (Figure 2.26b). Le substrat en 316L a une épaisseur de 2 mm et ne subit aucun traitement de surface particulier. Les données du grammage sont présentées à la Figure B.2 en Annexe B.

La stratégie de dépôt consiste en 10 allers-retours avec une temporisation de 2 s entre chaque couche, soit un total de 20 couches déposées. Chaque couche a une longueur de 100 mm. L'incrément en z est de $\Delta z = 0.15$ mm et la distance de travail initiale est de $z_{travail}^0 = 3.5$ mm.

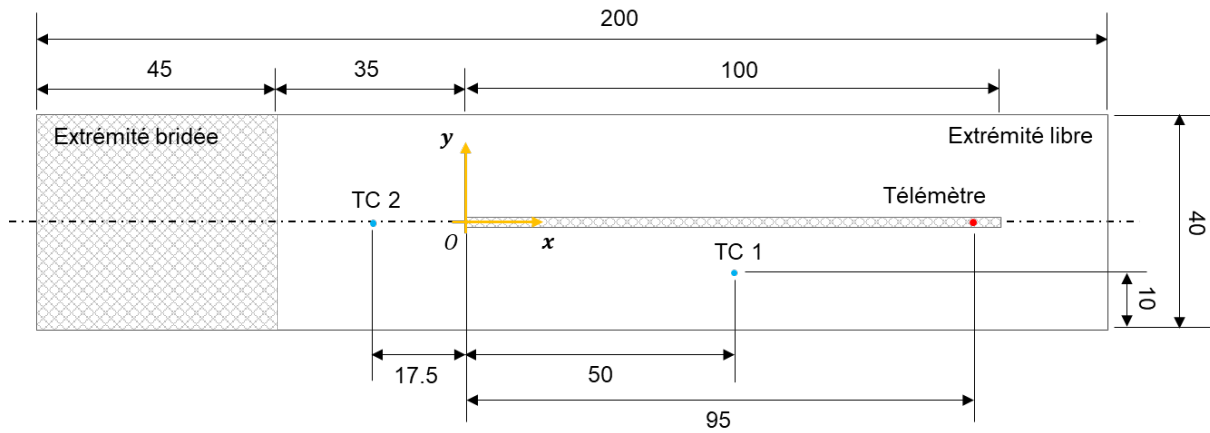
Données des instruments

Les données du capteur de distance acquises au cours de la fabrication sont présentées sur la Figure 2.27a. La flèche finale du substrat est d'environ 2.5 mm.

En zoomant sur la courbe, la stratégie de dépôt avec le mouvement d'aller-retour de la buse devient apparente (Figure 2.27b). Dans la phase aller (*i.e.* lorsque la buse se déplace de l'extrémité bridée vers le bord libre), la dilatation thermique fait d'abord fléchir l'extrémité libre du substrat vers le bas avant que la contraction du matériau déposé induise une flexion vers le haut ; puis, pendant la phase de retour, la dilatation thermique conduit l'extrémité libre à se déplacer une fois de plus vers le bas, et enfin vers le haut lorsque la buse atteint la zone de bridage et qu'une période de refroidissement entre deux couches est observée. Ces cycles de dilatation et de contraction thermique sont répétés lors de la construction du mur. Cela conduit à des oscillations du substrat et donc à une distance de travail dynamique. En outre, le capteur de distance mesure le déplacement vertical en un



(a) Photo du montage instrumenté



(b) Dimensions de l'échantillon et positionnement des instruments

FIGURE 2.26 – Photo et dimensions du montage

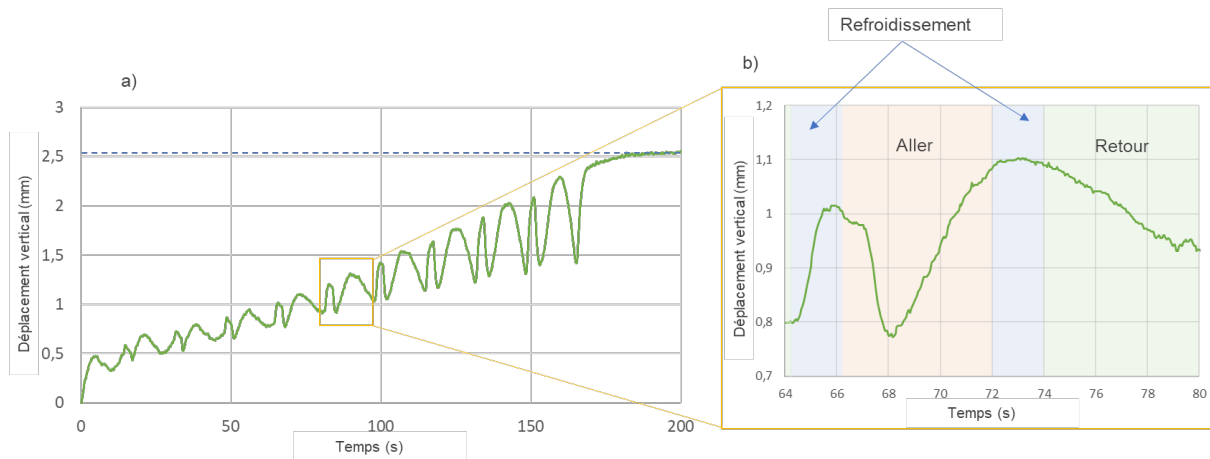


FIGURE 2.27 – (a) Données du télémètre pendant la fabrication (b) Zoom sur un cycle de flexion - rétraction

seul point au cours du temps. En utilisant une interpolation parabolique, il est possible d'estimer la flèche en tout point du substrat et à chaque pas de temps.

2.10.2 Validation du modèle sur le cas du substrat mobile

Vue par abscisse

Le mur a été coupé sur l'axe x en 5 abscisses différentes : 5 mm, 25 mm, 50 mm (milieu du mur), 75 mm et 95 mm (position du télémètre). Les sections obtenues sont illustrées sur la Figure 2.28. Les couches sont plus compactes à $X = 95$ mm (extrémité libre) qu'à $X = 5$ mm (extrémité bridée).

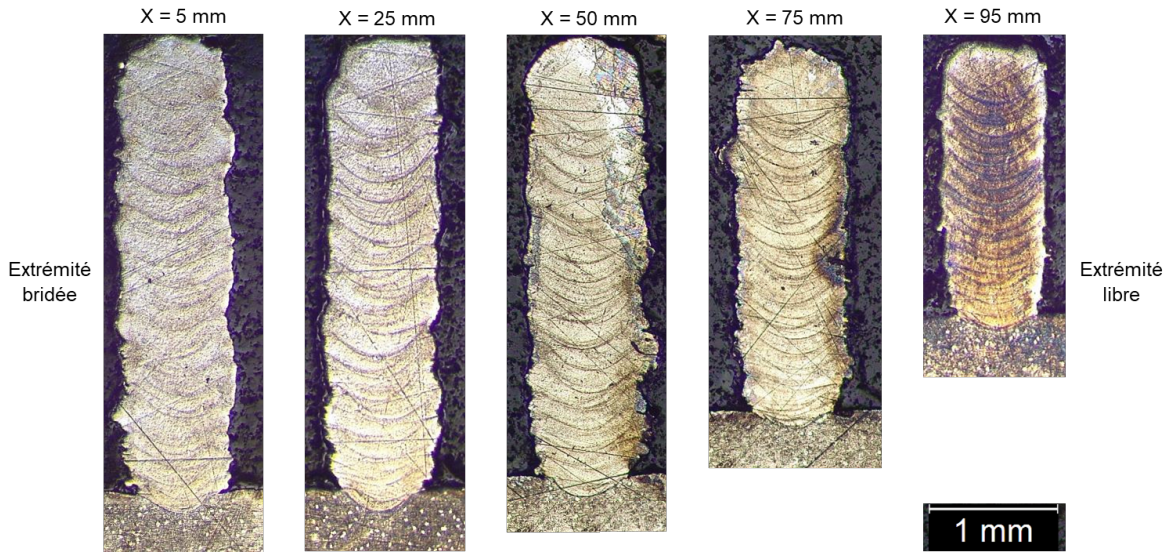


FIGURE 2.28 – Coupe microscopique du mur fabriqué en DED-LP

| Abscisse (mm) | | 5 | 25 | 50 | 75 | 95 |
|----------------------------|------------|------|------|------|------|--------|
| Hauteur finale du mur (mm) | Modèle | 3.46 | 3.34 | 3.09 | 2.74 | 2.34 |
| | Expérience | 3.50 | 3.46 | 3.37 | 2.81 | 2.10 |
| Erreur relative (%) | | 1.14 | 3.47 | 8.31 | 2.49 | -11.43 |

TABLE 2.5 – Hauteur finale modélisée et expérimentale du mur pour chaque abscisse

Pour toutes les abscisses, la hauteur finale du mur a été mesurée (Tableau 2.5) et comparée à la valeur donnée par le modèle (script Matlab en fin de manuscrit) en prenant un ratio $\eta_{refusion} = 95\%$, représentée par une ligne pointillée verte sur la Figure 2.29. Les résultats expérimentaux et modélisés sont cohérents. L'erreur maximale de 11.43% correspond à une surestimation de $0.24 \mu\text{m}$ de la hauteur du mur située à l'extrémité libre. Elle peut être expliquée par les hypothèses simplificatrices du modèle développé et les effets du gaz porteur qui n'ont pas été pris en compte avec un substrat placé si près de la sortie de la buse (oscillant autour de 2.2 mm lors du dépôt des 5 dernières couches), engendrant par là-même des turbulences au sein du jet de poudre. Les autres déviations plus faibles (inférieures à 8.31%) peuvent être dues à une instabilité de l'écoulement de la poudre pendant la fabrication.

En outre, l'évolution de la hauteur du mur modélisée (courbe rouge) au cours de la fabrication est présentée à la Figure 2.29, ainsi que la distance de travail $z_{travail}^{(N)}$ après le dépôt de N couches (courbe bleue) :

$$z_{travail}^{(N)} = z_{travail}^0 + (N - 1) \Delta z - (h_{mur}^{(N-1)} + f(x, t)) \quad (2.35)$$

Où $f(x, t)$ représente la flèche du substrat à l'abscisse x et à l'instant t (voir Section 2.10.1).

Le temps de calcul est inférieur à 3 min pour 20 couches à chaque position x , calculé sur un ordinateur de bureau Intel® Core i5 @1.6 GHz.

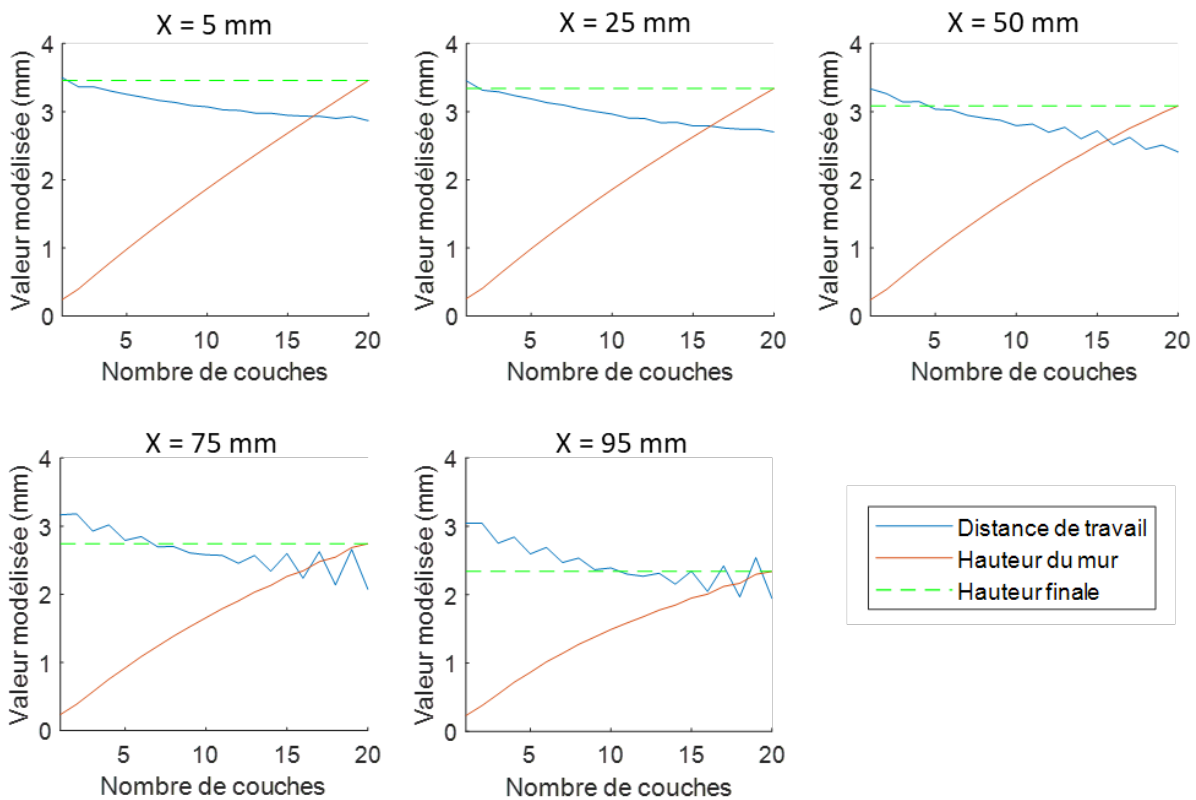


FIGURE 2.29 – Évolution de la hauteur du mur et de la distance de travail au cours de la fabrication selon le modèle

Aux deux premières abscisses, l'évolution de la hauteur du mur semble linéaire tandis qu'à partir de $X = 50$ mm, elle devient de forme parabolique du fait d'une distance de travail instable à ces positions. En effet, la distance de travail évolue différemment selon la proximité de l'abscisse de l'extrémité libre : elle se stabilise rapidement à $X = 5$ mm et $X = 25$ mm alors que de grandes fluctuations apparaissent à $X = 50$ mm et au-delà, dues à une flèche prononcée du substrat à ces positions. La distance de travail moyenne vaut 3.10 mm à $X = 5$ mm et diminue progressivement jusqu'à atteindre 2.45 mm à $X = 95$ mm ; la réduction de la distance buse-pièce a pour conséquence, du fait de la forme du jet à ces altitudes (comprises entre 1.94 mm et 3.5 mm sous la buse) (*cf.* Figure 2.7),

de capturer de moins en moins de poudre dans le bain (Figure 2.30) et former ainsi des hauteurs de couches plus faibles. Cette décroissance est responsable de la diminution de la hauteur finale du mur le long de l'axe x.

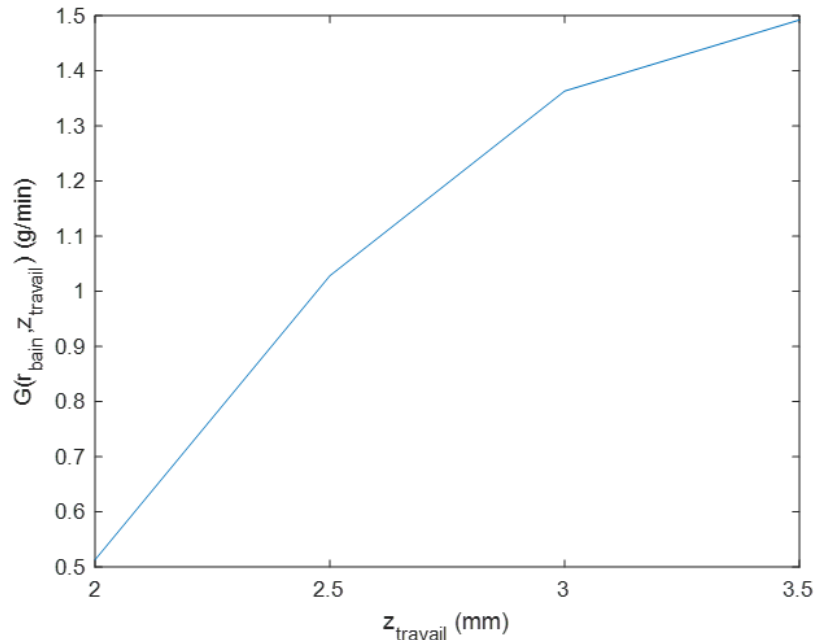


FIGURE 2.30 – Débit massique de poudre intégré sur le bain de fusion en fonction de la distance de travail

Vue globale du mur

Comme la distance de travail varie au cours du dépôt des couches, les valeurs de hauteur à chaque position x sont significativement différentes en raison de la flèche du substrat (courbes jaune et bleu pointillé de la Figure 2.31). Cependant, la dernière couche apparaît quasi-horizontale : la différence de niveau est inférieure à 1 mm (0.94 mm) entre les deux extrémités alors que l'écart atteint 2.5 mm au pied du mur (Figure 2.31). Ceci met en évidence un phénomène d'auto-régulation du procédé qui compense la flèche du substrat et plus généralement une variation de la distance buse-pièce au cours de la fabrication, et assure ainsi la quasi-planéité de la dernière couche déposée.

Afin de mieux comprendre les circonstances qui mène au phénomène d'auto-régulation entrevue ici, une dernière campagne expérimentale est effectuée pour étudier l'évolution de la hauteur des couches au cours de la fabrication.

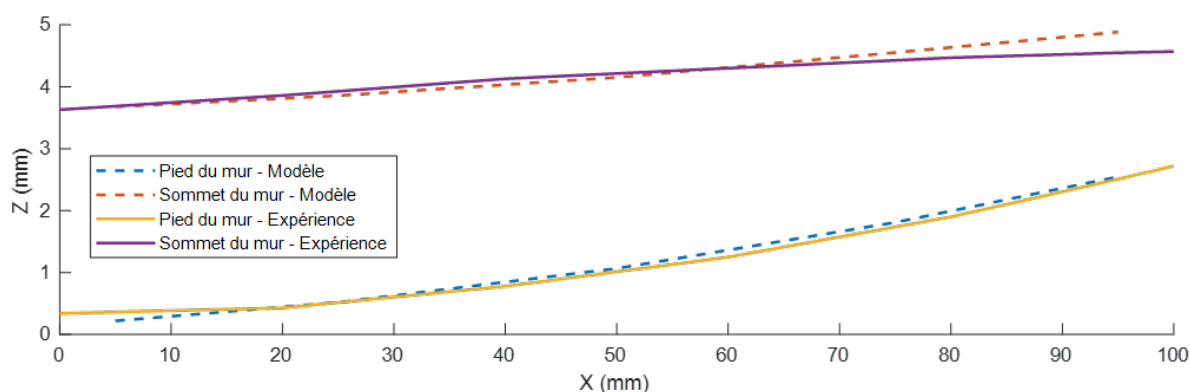


FIGURE 2.31 – Courbes expérimentales et modélisées représentant le sommet du mur et le substrat fléchi

2.11 Maîtrise de l'évolution de la distance de travail par l'incrément en z

2.11.1 Plan d'expérience

Pour mieux comprendre l'influence de l'incrément en z sur la géométrie finale des pièces, une campagne expérimentale est menée : 12 murs fins sont construits dans différentes configurations de fabrication dans lesquelles l'incrément Δz varie pour 3 valeurs de distance de travail initiale $z_{travail}^0$ (Tableau 2.6). Le nombre de couches est fixé à 30, déposées en aller-retour. La temporisation entre couche est fixée à 2 s. Les couches voient leur longueur réduite de 4 mm à chaque fois, la première couche étant de 124 mm et la dernière de 8 mm. Les murs sont de type trapèze rectangle (Figure 2.32). Cette dernière géométrie permet de mesurer la hauteur de chaque couche déposée en s'affranchissant de la re-fusion lors du dépôt suivant. Le substrat en 316L d'une épaisseur de 5 mm est bridé à ses deux extrémités et ne subit aucun traitement de surface particulier. Ses dimensions sont 150 mm x 150 mm. Les données du grammage sont présentées à la Figure B.1 en Annexe B.

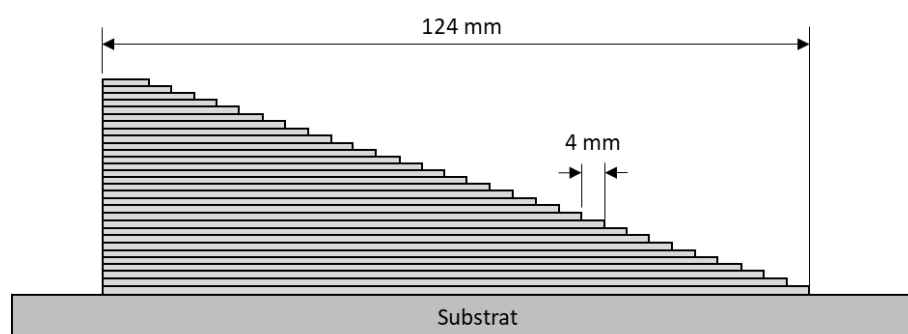


FIGURE 2.32 – Géométrie des murs fins fabriqués avec différentes configurations

| Référence | $z_{travail}^0$ (mm) | Δz (mm) |
|-----------|----------------------|-----------------|
| M1 | | 0.1 |
| M2 | 2.5 | 0.15 |
| M3 | | 0.175 |
| M4 | | 0.2 |
| M5 | | 0.1 |
| M6 | 3.5 | 0.15 |
| M7 | | 0.175 |
| M8 | | 0.2 |
| M9 | | 0.1 |
| M10 | 4.5 | 0.15 |
| M11 | | 0.175 |
| M12 | | 0.2 |

TABLE 2.6 – Paramètres des différentes configurations de fabrication

2.11.2 Hauteurs finales des murs

La progression de la hauteur des murs au cours de leur fabrication donne un aperçu de l'influence de la distance de travail sur l'évolution de la géométrie. En effet, l'incrément z conditionne les variations de la distance de travail permettant au bain de fusion de capturer plus ou moins de poudre et ainsi de former des couches de hauteurs différentes. Les hauteurs finales des 12 murs sont mesurées à l'aide d'images réalisés au microscope (Figures B.5, B.6 et B.7 en Annexe B).

Bien que le nombre de couches déposées soit le même, les murs atteignent des hauteurs différentes selon les configurations de fabrication utilisées (Figure 2.33). Les murs construits avec une distance de travail initiale de 2.5 mm atteignent une hauteur moyenne de 3.32 mm tandis que les murs fabriqués avec une distance de travail de 3.5 mm atteignent une hauteur moyenne de 4.44 mm (soit une augmentation d'environ 34%), cette dernière étant également inférieure à celle des murs construits à 4.5 mm (hauteur moyenne de 5.24 mm soit une augmentation supplémentaire de 18%). Cette constatation confirme ce qui a été entrevu sur les cordons (Figure 2.25), à savoir que le rendement de capture de poudre est plus important à une distance de travail de 4.5 mm qu'à la valeur recommandée par le fabricant (3.5 mm).

Le modèle prédit la hauteur $h_{mur}^{(N)}$ effective après le dépôt de N couches (le taux de refusion $\eta_{refusion}$ est fixé à 95%) :

$$h_{mur}^{(N)} = \begin{cases} h_c^{(N)} & \text{if } N = 1 \\ \sum_{i=1}^{N-1} (1 - \eta_{refusion}) h_c^{(i)} + h_c^{(N)} & \forall N \geq 2 \end{cases} \quad (2.36)$$

Les hauteurs des murs expérimentales et modélisées (script Matlab en fin de manuscrit) concordent avec une précision acceptable. La situation de fabrication la plus déviante est la configuration M4 pour laquelle l'erreur relative atteint son maximum (-23.06%). Cet

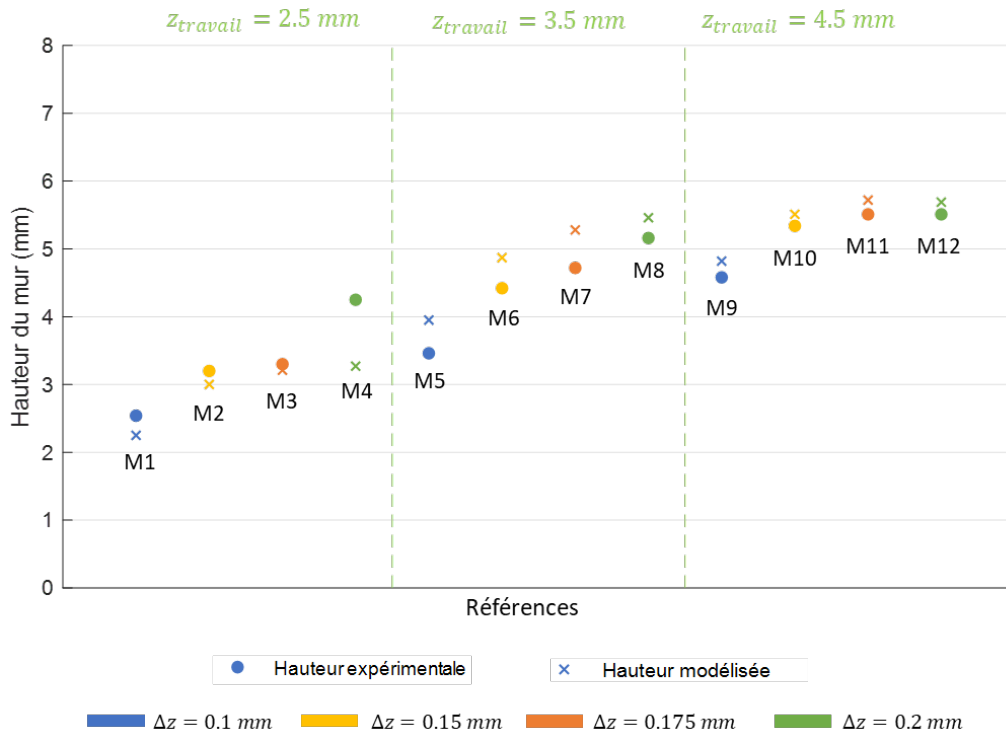


FIGURE 2.33 – Comparaison de la hauteur finale des murs donnée par l’expérience et le modèle

écart peut s’expliquer par les hypothèses simplificatrices ainsi qu’une distance de travail qui augmente, dépassant la distance focale poudre au-delà de laquelle la quantité de poudre captée est moindre. Les autres configurations présentent une erreur comprise entre -2.73% et 14.16%. L’écart des hauteurs expérimentales et modélisées semble constant pour les 4 murs fabriqués avec une distance de travail initiale $z_{travail}^0 = 3.5$ mm ; on peut supposer que le débit de poudre subit des variations au cours de l’expérience minimisant ainsi la hauteur des murs expérimentaux.

Le temps de calcul est d’environ 3 min pour chaque mur, calculé sur un ordinateur de bureau Intel® Core i5 @1.6 GHz.

Le choix approprié de la configuration de fabrication peut conduire à une amélioration du rendement de capture de poudre et donc à une optimisation de la productivité. Pour une distance de travail donnée, un incrément en z optimisé conduit à une augmentation de la hauteur finale du mur ; ainsi l’écart le plus significatif (augmentation de 67%) se produit à $z_{travail}^0 = 2.5$ mm entre les murs M1 et M4. Il est de 49% à $z_{travail}^0 = 3.5$ mm entre les murs M5 et M8 et de 20% à $z_{travail}^0 = 4.5$ mm entre les murs M9 et M12. De même, un même incrément en z ne donne pas du tout le même rendement en hauteur selon la distance de travail initialement choisie ; ceci explique l’écart important (80%) observé à $\Delta z = 0.1$ mm entre la hauteur finale des murs M1 et M9. L’écart atteint 67% pour $\Delta z = 0.15$ mm (entre les murs M2 et M10) ainsi que pour $\Delta z = 0.175$ mm (entre les murs M3 et M11).

Finalement, il s'élève à 30% pour un incrément $\Delta z = 0.2$ mm (entre les murs M4 et M12). Par ailleurs, on note que les murs M11 et M12 ont la même hauteur finale bien qu'ils aient été construits avec différents incréments (respectivement $\Delta z = 0.175$ mm et 0.2 mm); ce qui montre qu'il existe un plafond de hauteur maximale (atteint ici pour 30 couches) qui ne peut être dépassé.

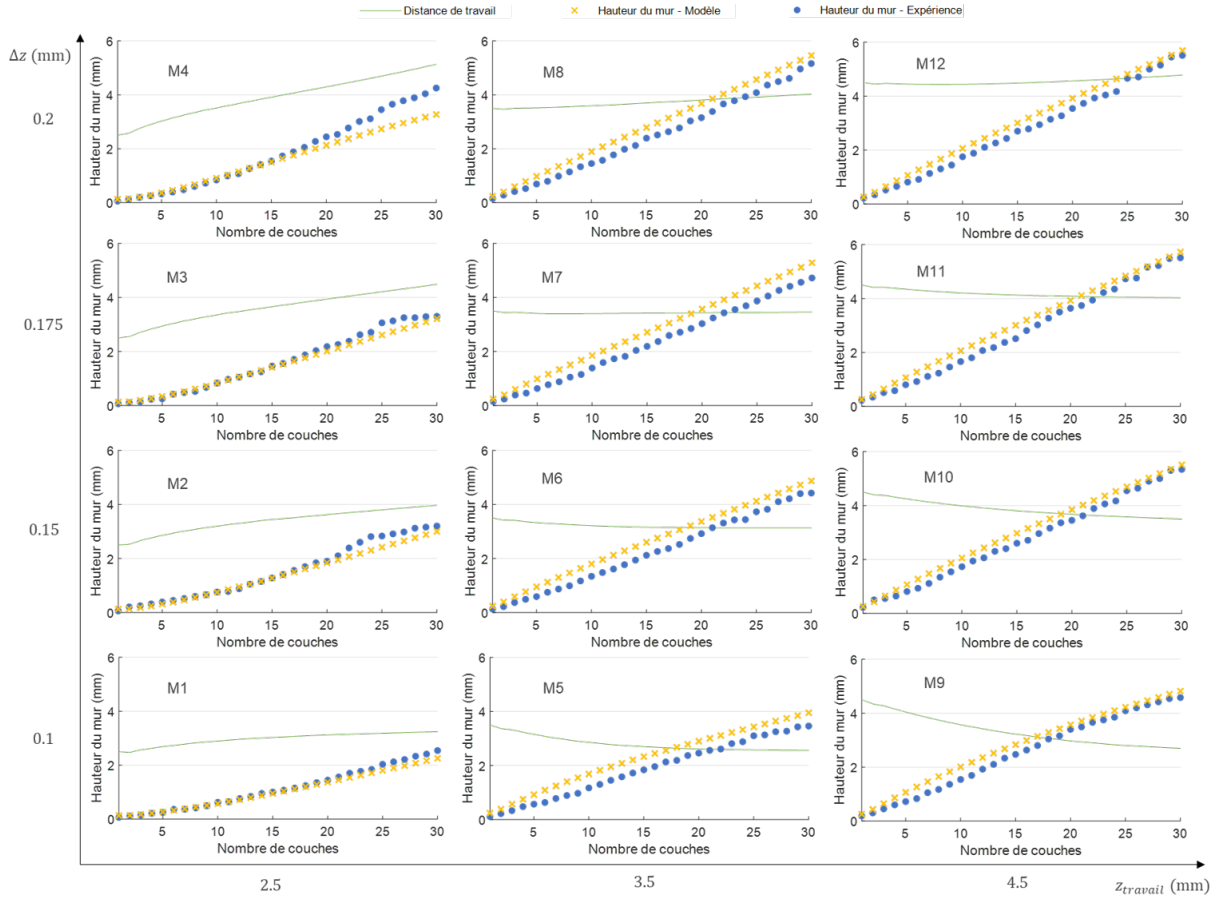


FIGURE 2.34 – Évolution de la hauteur du mur et de la distance de travail après le dépôt de chaque couche

Pour chaque distance de travail, il existe une valeur optimale de Δz pour obtenir un régime de fabrication à l'équilibre, une configuration dans laquelle la distance de travail se stabilise (rapidement) au cours de la fabrication (Figure 2.34). Dans ce cas d'étude, les valeurs optimales sont : $\Delta z^{optimal} = 0.1$ mm pour $z_{travail} = 2.5$ mm (configuration M1); $\Delta z^{optimal} = 0.175$ mm pour $z_{travail} = 3.5$ mm (configuration M7) et $z_{travail} = 4.5$ mm (configuration M11). Par ailleurs, on remarque que les couches semblent avoir des hauteurs uniformes pour les configurations M1 et M7 du fait de cet état d'équilibre. Quelle que soit la distance de travail initialement choisie $z_{travail}^0$, la distance de travail diminue (et se stabilise ?) lorsque Δz est en-dessous de cet incrément optimal et s'emballe dans le cas contraire (Δz supérieur à $\Delta z^{optimal}$).

2.11.3 Évolution de la hauteur des couches

Regardons maintenant l'évolution de la hauteur de couche pour les 2 configurations de fabrication à l'équilibre déjà évoquées à la Section 2.11.2 (M7 et M11) ainsi que pour la configuration M9. Dans la configuration M7, la hauteur de couche expérimentale et modélisée se stabilise très rapidement (dès la 6^{ième} couche) autour du Δz programmé (qui est donc le $\Delta z^{optimal} = 0.175$ mm pour la distance de travail initiale $z_{travail}^0 = 3.5$ mm). Dans le cas de M11 ($z_{travail}^0 = 4.5$ mm), la stabilisation s'opère plus tardivement (vers la 15^{ième} couche) et toujours autour du $\Delta z^{optimal} = 0.175$ mm. Cependant, contrairement à la configuration précédente, la stabilisation est assurée par la capacité du procédé à s'auto-réguler ; ainsi à partir de la 20^{ième} couche, il y a une alternance entre des couches de hauteur élevée et des couches de faible hauteur. Quant à la configuration M9, il n'y a pas de stabilisation, la hauteur de couche diminue jusqu'à atteindre des valeurs très faibles (40 μm pour la dernière couche). On parle alors de phénomène d'emballement ; ce dernier nuit à la fabricabilité et à la productivité car la distance de travail faible entraîne une chute du rendement de capture de poudre menant à des hauteurs de couches quasi-nulles.

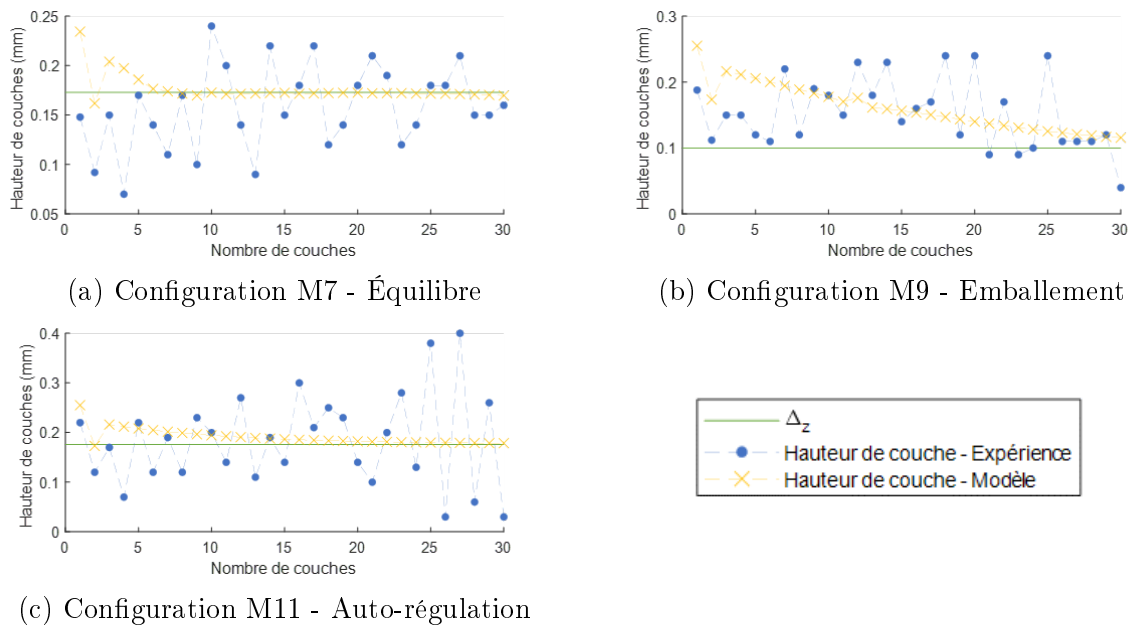


FIGURE 2.35 – Évolution de la hauteur des couches selon la configuration de fabrication

En résumé, si Δz est inférieur à la hauteur moyenne créée qui se stabilise plus ou moins rapidement à $\Delta z^{optimal}$, il y a une alternance de hauteur de couche haute et basse due à l'auto-régulation du procédé. Cette non-uniformité des couches n'est pas favorable d'un point de vue thermique. Au contraire, si Δz est supérieur à la hauteur moyenne créée (et donc à $\Delta z^{optimal}$), le phénomène d'emballement conduit à une fabrication limitée si la distance de travail dépasse un seuil critique. La situation optimale est donc de trouver le couple idéal $(z_{travail}^0, \Delta z^{optimal})$ qui permet au procédé de s'équilibrer assurant d'une part, la fabricabilité de la pièce et d'autre part, une uniformité des hauteurs de couches déposées.

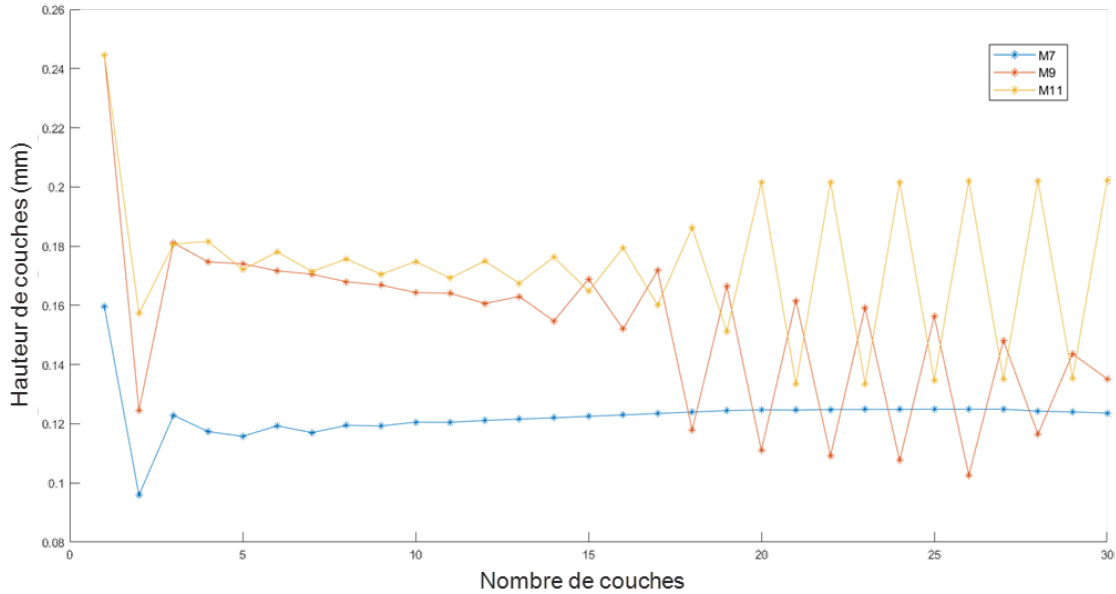


FIGURE 2.36 – Évolution de la hauteur des couches en fonction de la configuration de fabrication donnée par le modèle avec un ratio de re-fusion variable

Le modèle peine à reproduire les oscillations des hauteurs de couches expérimentales. Cela peut s'expliquer par l'hypothèse de ratio de re-fusion constant qui se trouve être trop « forte ». La Figure 2.36 montre qu'en fixant une profondeur de re-fusion égale à 60% de la hauteur de la première couche, le modèle est capable de générer davantage d'oscillations des hauteurs de couches. Expérimentalement, ces oscillations de hauteurs peuvent s'expliquer par le fait que la densité d'énergie étant identique quelle que soit la hauteur de la couche déposée, la même quantité de matière est refondue qu'importe que celle-ci appartienne à 1, 2, 3 couches ou plus.

2.12 Phénomènes d'auto-régulation et d'emballlement

Les configurations modélisées et validées expérimentalement (mur sur substrat mobile et murs fins avec différentes configurations de fabrication) mettent en évidence deux phénomènes dominants dans le procédé DED-LP. En effet, il existe une compétition entre la hauteur du cordon créé (et donc la quantité de poudre capturée par le bain de fusion à une certaine distance de travail) et l'incrément z programmé. Si l'incrément Δz est inférieur à la hauteur de la couche précédemment déposée, il en résulte une distance buse-pièce plus petite que la précédente. Ainsi, la répartition de la poudre est différente à cette altitude, la quantité de matière captée est plus faible ; cela conduit à la formation d'un cordon de plus petite hauteur. La distance de travail est ensuite plus élevée après l'incrément en z , ce qui fournit plus de matière et crée une couche plus haute. Cette alternance de diminution et d'augmentation de la distance de travail finit par se stabiliser à une certaine valeur que Haley [68] appelle l'équilibre, et cela se reflète dans les hauteurs des couches déposées comme le montre la Figure 2.37 (points oranges). Le régime d'auto-régulation

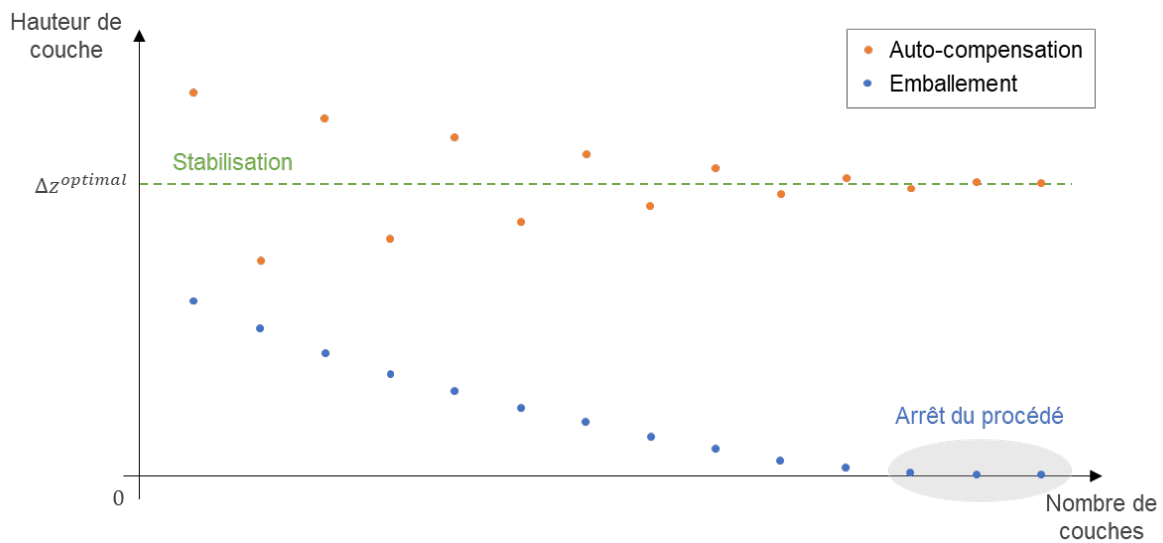
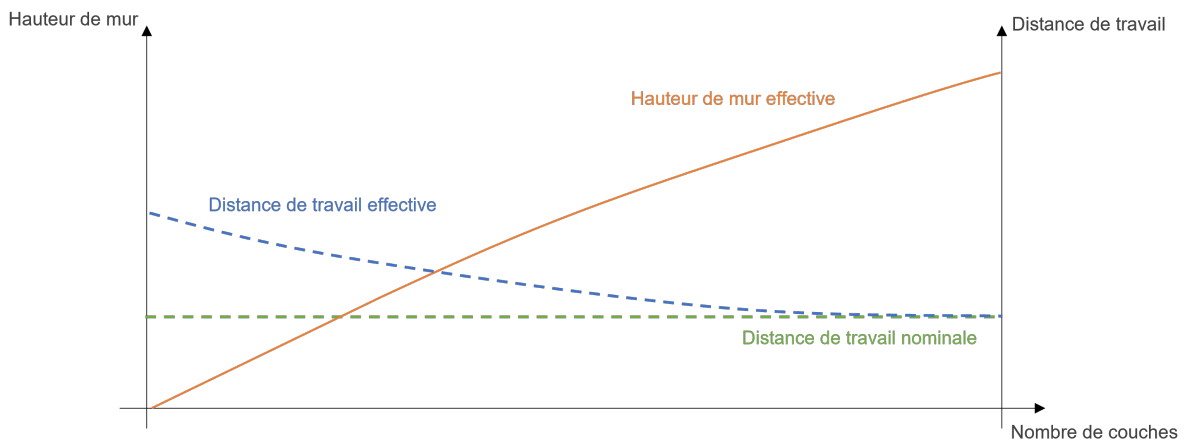


FIGURE 2.37 – Évolution de la hauteur des couches en fonction de la configuration de fabrication

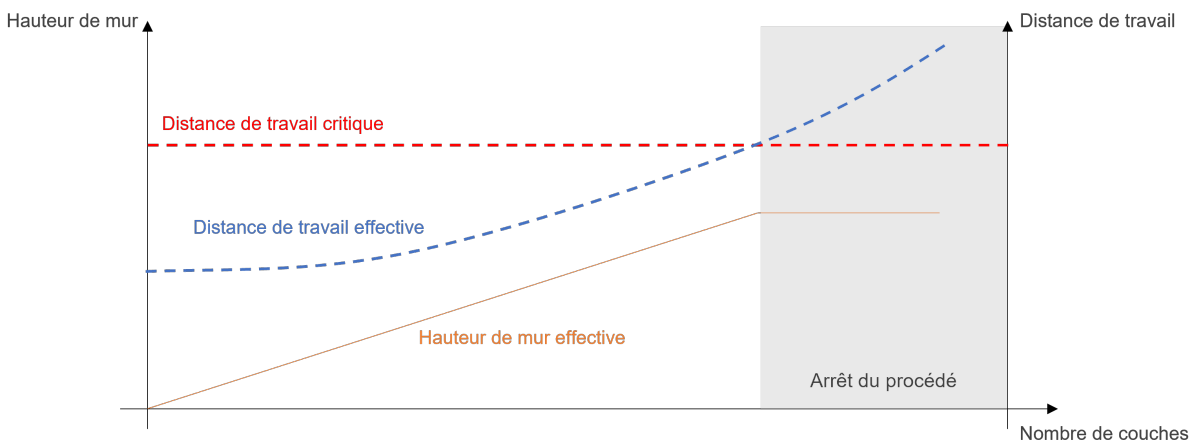
(Figure 2.38a) se distingue par une hauteur de mur effective (courbe orange) en constante augmentation et une distance de travail (courbe bleue) qui a un comportement asymptotique.

Si l'incrément z est supérieur à la hauteur de la couche créée, la distance de travail augmente un peu plus lors du dépôt de chaque couche, ce qui conduit à un arrêt du procédé lorsque la distance de travail atteint une valeur critique au-delà de laquelle aucune poudre n'est capturée (points bleus sur la Figure 2.37). Au-delà d'une certaine valeur, appelée distance de travail critique (ligne pointillée rouge), la buse est trop éloignée de la pièce et le bain de fusion n'est plus capable de capter la poudre. Cette situation de divergence décrite dans la Figure 2.38b, est caractérisée par une hauteur du mur effective (courbe orange) qui atteint un plateau dû à l'augmentation incontrôlable de la distance de travail (courbe bleue). Cette configuration divergente doit être évitée afin de garantir la fabricabilité de la pièce.

NB : En outre, il convient de noter que dans le cas de la machine BeAM[®], le faisceau laser étant cylindrique dans la zone de travail, le bain de fusion formé est relativement constant quelle que soit la distance de travail (*cf.* Section 2.3.1). Dans le cas d'une source laser défocalisée avec une petite longueur de Rayleigh, il y aurait également une compétition entre la taille du bain et la quantité de poudre capturée en fonction de la distance buse-pièce.



(a) Auto-régulation



(b) Emballement

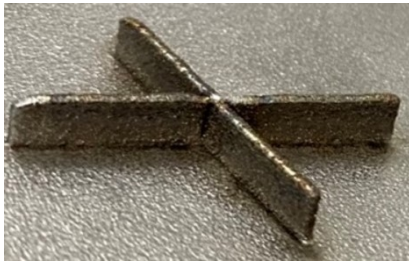
FIGURE 2.38 – Courbes caractéristiques des phénomènes inhérents au procédé DED-LP

2.13 Optimisation de la stratégie de fabrication : cas d'une pièce coudée

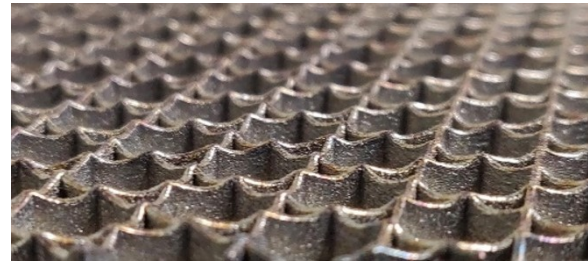
Un choix approprié de l'incrément z est donc crucial pour garantir la stabilité du procédé et pour tirer profit du régime d'auto-régulation. Le modèle développé permet de déterminer la valeur appropriée pour l'incrément z en fournissant une estimation fiable de la hauteur de la couche et de son évolution pendant l'empilement de plusieurs couches.

Ces paramètres de fabrication s'avèrent très utiles pour concevoir des pièces avec des croisements de cordons en évitant un surplus de matière à l'intersection (Figure 2.39a), pour déterminer le nombre de couches nécessaires pour construire une paroi d'une hauteur donnée (et donc optimiser le temps de fabrication) ou pour assurer la planéité de la dernière couche et éviter l'effet « vague » de la couche supérieure (Figure 2.39b).

La régulation des paramètres de premier ordre de la machine peut aider à résoudre les problèmes mentionnés précédemment, mais elle est souvent confrontée à un délai entre la



(a) Intersection de cordons



(b) Effet « vague » de la dernière couche

FIGURE 2.39 – Configurations de fabrication engendrant des défauts géométriques

commande/consigne et la correction/régulation effective. Ceci est particulièrement vrai pour le débit de poudre : en raison du délai nécessaire pour stabiliser le flux de poudre, il est difficile d'arrêter et de redémarrer le jet de poudre, c'est pourquoi une valeur de débit fixe est préférable. De plus, une fois qu'un point de fonctionnement convenablement sélectionné a été identifié, il assure la stabilité du procédé pour des valeurs données de puissance laser et de vitesse de balayage.

2.13.1 Distance de travail *vs* rendement de capture de poudre

La fabricabilité de la pièce est dépendante de la distance de travail. En effet, cette dernière ne doit pas dépasser un seuil critique. Au-delà de cette distance, la construction s'arrête, puisque seule une part infime de la poudre tombe dans le bain. La distance critique est d'autant plus grande que la taille du bain de fusion est grande. La Figure 2.40 illustre l'évolution du rendement de capture de poudre, défini comme le ratio du débit massique de poudre tombant dans le bain sur le débit massique de poudre consommée. Ici, deux rayons équivalents de bain sont considérés, 0.5 mm et 0.35 mm.

Si on considère la distance pour laquelle 85% de la poudre est perdue, alors la distance de travail critique est de l'ordre de 8.5 mm dans le cas d'un rayon équivalent de bain de 0.5 mm et de 6.8 mm dans le cas d'un rayon équivalent de bain de 0.35 mm. La viabilité du dépôt réside donc dans la capacité de maintenir la distance de travail bien en dessous de ce seuil.

La Figure 2.41 donne une vision de la hauteur de couche obtenue en fonction de la distance de travail, dans le cas d'un dépôt réalisé avec le jeu de paramètres retenu (Section 2.8.2) et $R_{bain} = 0.5$ mm. On note sur cette courbe l'existence d'une distance « de divergence » aux alentours de 5 mm. Dès lors que la distance de travail excède la distance de divergence, le rendement poudre chute entraînant alors une augmentation toujours plus marquée de la distance de travail au fil des couches. Par conséquent, la distance de divergence constitue le véritable seuil à ne pas dépasser pour s'assurer de pouvoir mener la fabrication à son terme.

La distance de travail nominale, recommandée par le fabricant de la machine, est de 3.5 mm (ligne pointillée verte). Cependant, il semble que la distance de travail optimale se

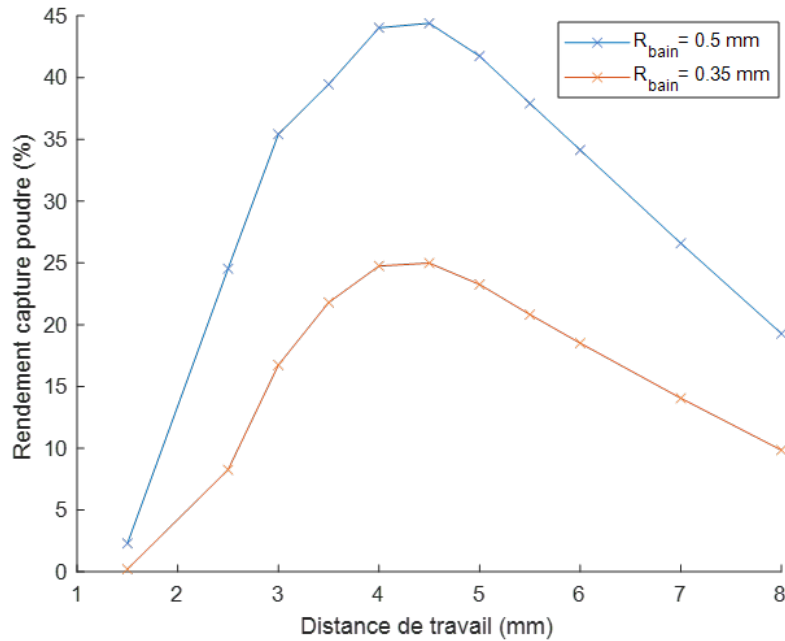


FIGURE 2.40 – Évolution du rendement poudre avec l’augmentation de la distance de travail

situe sensiblement au-delà de cette valeur. En effet, la hauteur de cordon est maximale (255 μm) pour une distance de travail de l’ordre de 4.5 mm (ligne pointillée jaune).

2.13.2 Vers une stratégie de modulation contrôlée de la distance de travail

La modulation de la distance de travail est une approche prometteuse pour aborder la construction de couches de hauteur non uniforme. En particulier, la fabrication de pièces courbes, pour lesquelles il faut déposer plus de matière sur la peau externe que sur la peau interne. Cette typologie de pièces pourrait être fabriquée en utilisant une distance de travail régulée, qui permet un ajustement du débit matière effectif et donc de la hauteur du cordon le long de la trajectoire. Avec une telle approche, les paramètres de premier ordre (à savoir la puissance du laser, le débit massique de la poudre et la vitesse de déplacement) peuvent être maintenus constants tout au long du procédé : seul le parcours de l’outil est adapté pour générer la distance de travail souhaitée.

Cette stratégie encore en cours de développement, peut être illustrée dans le cas d’un tube de rayon de courbure constant égal à R , couvrant un secteur d’angle α . Le rayon du tube est noté r . La hauteur totale à déposer côté intérieur est $h_{int} = \alpha(R - r)$, alors que la hauteur à déposer côté extérieur est $h_{ext} = \alpha(R + r)$. Chaque couche doit voir son épaisseur modulée d’un facteur variant de $1 - r/R$ à $1 + r/R$. En s’appuyant sur les paramètres de fabrication utilisés pour réaliser le tracé de la figure 2.41, on constate

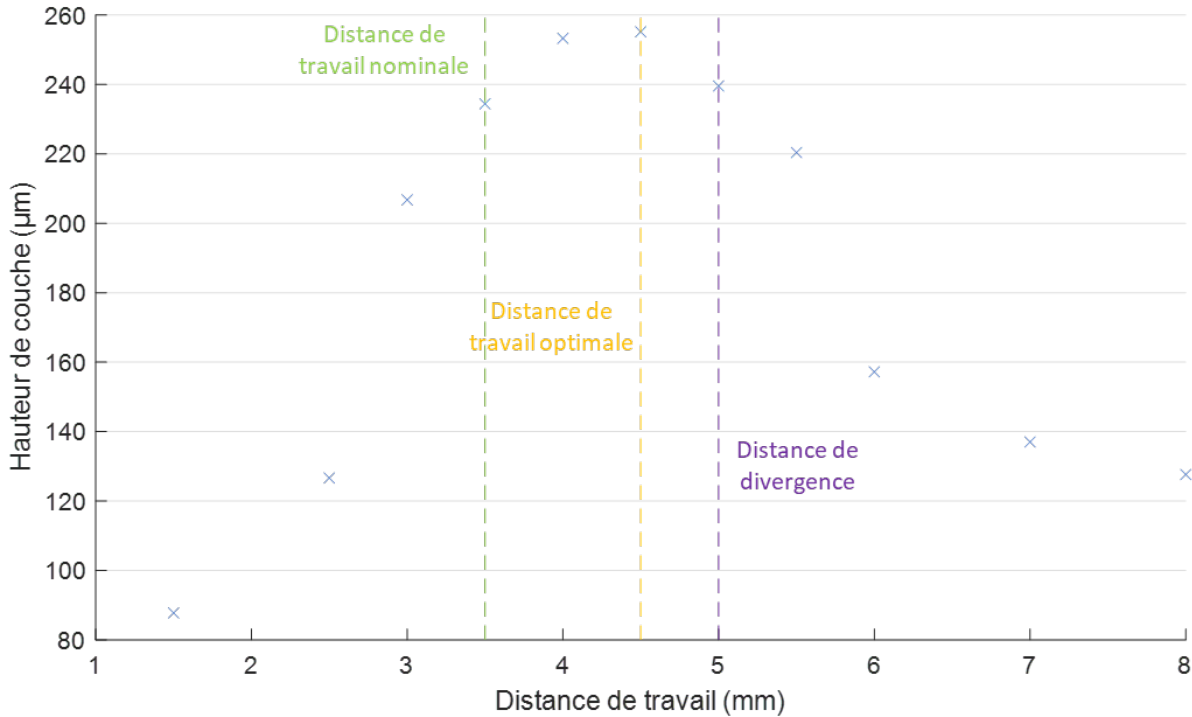


FIGURE 2.41 – Évolution de la hauteur du cordon en fonction de la distance de travail

qu'en faisant varier la distance de travail entre 3 mm et 4 mm il est possible d'obtenir un facteur d'environ 1.20 sur la hauteur du dépôt (0.21 mm contre 0.25 mm), avec une évolution à peu près linéaire. Donc, en considérant une distance de travail nominale de 3.5 mm, on peut espérer une modulation de ± 0.02 mm autour de la hauteur de dépôt nominale de 0.23 mm, soit un ratio d'environ $\pm 10\%$. Par conséquent, dans le cas du tube coudé, dès lors que le rayon de courbure R du tube est au moins égal à $10r$, la stratégie de construction par modulation de la distance de travail est envisageable.

Elle nécessite la mise en place d'une programmation de trajectoire particulière qui permet de garantir un certain différentiel de distance de travail entre l'intérieur et l'extérieur. Dans le cas d'une machine cartésienne 5 axes comme la BeAM[®] MAGIC 800, la pièce est construite en inclinant progressivement le berceau, de manière à conserver une orientation tangentielle à la pièce. En considérant une stratégie de construction discontinue (dépôt d'une couche, arrêt, décalage, reprise dépôt), des incréments d'angle $\theta = h_{nom}/R$, où h_{nom} est la hauteur moyenne de la couche, sont normalement effectués entre chaque couche. Cette orientation de la table induit un écart de distance de travail « naturel » $\Delta d_W^n = 2r \tan(h_{nom}/R)$ qui ne correspond pas à l'écart de distance de travail recherché pour la modulation de hauteur. En effet le différentiel de distance de travail souhaité est $\Delta d_W^s = 20\Delta h = 40(r/R)h_{nom}$, ce qui conduit à adopter une orientation d'angle $\beta = \text{atan}(20 h_{nom}/R)$. Le facteur 20 provient de la relation entre variation de la distance de travail et variation de la hauteur du dépôt.

Deux solutions sont alors envisageables. La première consiste à augmenter l'inclinaison du berceau jusqu'à obtenir un angle β et maintenir le déplacement de la buse dans un plan horizontal. Cependant cette solution peut conduire à des problématiques de course d'axe et/ou de collision dès lors que l'angle d'ouverture du tube coudé, α , est grand. La seconde solution consiste à programmer un déplacement de la buse dans un plan incliné d'angle $\beta - \theta$ par rapport à l'horizontale. Le cumul de l'inclinaison du berceau et de l'inclinaison du plan de déplacement de la buse permet d'obtenir la modulation de distance de travail souhaitée.

La stratégie de fabrication devient ainsi :

- Rotation du plateau d'un angle $-\theta$
- Accostage buse
- Dépôt couche 1 selon trajectoire dans plan incliné d'angle $\beta - \theta$
- Rotation du plateau d'un angle $-\theta$
- Dépôt couche 2 selon trajectoire dans plan incliné d'angle $\beta - \theta$
- Rotation du plateau d'un angle $-\theta$
- ...

Cette stratégie est illustrée sur la Figure 2.42.

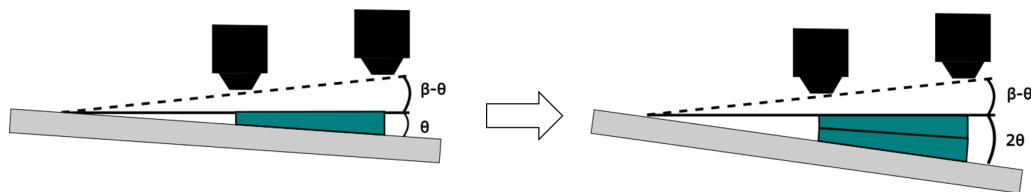


FIGURE 2.42 – Schéma de principe de la construction d'un tube coudé par modulation de la distance de travail

2.14 Conclusion

Contributions

Afin de mieux comprendre l'évolution de la distance de travail et le rôle majeur de l'incrément z au cours de la fabrication, un modèle de dépôt multi-couches par le procédé DED-LP a été développé. La modélisation du jet de poudre est rendue possible grâce à une calibration de la distribution gaussienne des particules au sein du jet de poudre, basée sur des images obtenues par caméra rapide. Le modèle thermo-géométrique implémenté est validé grâce à différentes campagnes expérimentales. Premièrement, un montage instrumenté permet de suivre la construction d'un mur fin dans une situation de fabrication dégradée, où la distance de travail varie fortement au cours du temps. Le modèle développé est capable d'estimer la hauteur finale du mur à différentes positions avec une précision satisfaisante (erreur relative inférieure à 12%) et pour un coût de calcul raisonnable. La deuxième expérience consiste à construire 12 murs fins avec différentes configurations

de fabrication mais le même nombre de couches. Les hauteurs finales de ces murs sont différentes en fonction de la distance de travail initiale et de l'incrément z fixés. Le modèle reproduit avec fidélité le comportement du procédé lors de la construction des murs. L'erreur relative est inférieure à 15% (exception faite de la configuration M4 où elle atteint 23%). Ces erreurs sont acceptables en raison des instabilités du gaz porteur, des fluctuations potentielles du débit de poudre effectif/instantané ainsi que des hypothèses simplificatrices considérées dans ce modèle.

La distance de travail et l'incrément z sont les deux paramètres qui régissent les phénomènes inhérents au procédé DED-LP, à savoir l'autorégulation, la divergence ou l'état d'équilibre. Le régime d'autorégulation assure la fabricabilité de la pièce mais les couches déposées ont des hauteurs non uniformes jusqu'à ce qu'un régime d'équilibre soit éventuellement atteint. Au contraire, dans la situation de divergence, la distance buse-pièce augmente de manière incontrôlée jusqu'à atteindre un seuil critique au-delà duquel la fabrication n'est plus possible. La quantité de poudre capturée est progressivement plus faible, ce qui conduit à des hauteurs de couche de plus en plus réduites. Le régime d'équilibre est atteint lorsque la distance de travail reste constante tout au long de la fabrication : l'incrément de z compense exactement la hauteur de couche déposée. Dans ce cas, le mur présente des couches de hauteur identique, ce qui est important d'un point de vue thermique car cela assure des conditions thermiques locales plus homogènes. Finalement, les règles de fabrication à retenir sont :

- le rendement de capture de poudre est plus grand à une distance de travail initiale de 4.5 mm, alors qu'une valeur de 3.5 mm est recommandé par le fabricant de la machine.
- mieux vaut programmer un incrément en z très petit par rapport à la hauteur d'un cordon pour assurer la fabricabilité de la pièce (même si cette fabrication prend plus de temps pour atteindre la hauteur spécifiée).
- il existe un incrément optimal pour chaque distance de travail initiale minimisant le nombre de couches et donc le temps de production pour atteindre la hauteur spécifiée.

De plus, le phénomène d'auto-régulation peut être utilisé à des fins d'optimisation de la fabrication de certaines pièces telles qu'une pièce coudée, dans laquelle on cherche à obtenir des hauteurs différentes aux rayons de courbure interne et externe. C'est aussi un comportement intéressant à exploiter dans le cas de pièces présentant de nombreux croisements (sources d'accumulation locale de matière) pour assurer la planéité de la couche supérieure de la pièce (et éviter l'effet « vague »). Il s'agira dans ce dernier cas, d'établir à partir du modèle, l'incrément z optimal pour que l'effet vague soit suffisamment estompé lorsque la hauteur désirée est atteinte.

Limites identifiées

Notre étude s'est limitée à un seul jeu de paramètres. Si la puissance du laser avait été plus élevée ou la vitesse de déplacement plus faible, les mouvements de convection du fluide au sein du bain de fusion seraient à prendre en compte dans le modèle pour obtenir une bonne corrélation avec les valeurs expérimentales [9]. Par ailleurs, les phénomènes modélisés dans ce chapitre sont observés sur une machine BeAM[®] MAGIC 800 de AdUp. Qu'en est-il des autres intégrations industrielles du procédé DED-LP ? Un premier élément de réponse : le phénomène d'auto-régulation a été également observé par Haley *et al.* [68] sur la machine LENS[™] de Optomec ; ce qui semble montrer que l'effet d'auto-régulation est bien inhérent au procédé DED-LP.

Perspectives

L'étude a été effectuée pour un matériau unique (SS 316L). L'emploi d'un matériau beaucoup moins dense comme l'alliage de titane Ti-6Al-4V laisse présager d'une géométrie différente du jet de poudre. A l'heure actuelle, les débits de gaz porteurs restent identiques quel que soit le matériau. Pour un matériau moins dense, à débit de gaz équivalent, on peut imaginer un éloignement du point de focalisation poudre : l'inertie des particules en sortie de buse est moindre, leur trajectoire est plus facilement déviée par le gaz central. La méthodologie présentée dans ce chapitre pourrait donc être reconduite pour d'autres matériaux. Ainsi, une distance de travail optimale propre à chaque matériau, ou à chaque classe de matériau, pourrait être établie.

De plus, dans le modèle thermo-géométrique présenté, le ratio de re-fusion est considéré fixe bien qu'en réalité, la dilution soit différente d'une couche à l'autre puisque les hauteurs ne sont pas uniformes alors que l'énergie apportée est la même. Pour l'étude expérimentale présentée dans ces travaux, il serait donc intéressant de mesurer la dilution à chaque couche afin d'établir une loi de re-fusion en fonction de la hauteur de couche. D'une manière plus générale, une estimation plus avancée de la thermique en cours de construction paraît indispensable pour tenir compte de l'accumulation de chaleur et donc de la modification des caractéristiques géométriques du bain de fusion (longueur, profondeur) susceptibles de modifier la quantité de poudre capturée et la hauteur de la couche. C'est la thématique abordée dans le prochain chapitre qui vise à proposer une estimation plus rapide du champ de température au cours de la fabrication d'une pièce par le procédé DED-LP.

Chapitre 3

Simulation hybride de l’histoire thermique d’une pièce fabriquée par DED-LP

Dans ce chapitre, un modèle hybride MEF-POD est implémenté afin de calculer le champ de température dans la pièce en cours de fabrication. La discrétisation de l’équation de la chaleur par éléments finis est tout d’abord rappelée ainsi que l’application des conditions aux limites et la continuité à l’interface (Section 3.3). La réduction de modèle par POD est ensuite présentée : une décomposition en valeurs singulières (Section 3.4.1) permet d’extraire une base de modes correspondant aux comportements thermiques les plus caractéristiques (Section 3.4.2) avant d’approximer le champ thermique aux pas de temps futurs (Section 3.4.3). L’application des conditions aux limites du domaine réduit par POD ainsi que la continuité à l’interface des domaines MEF et POD sont effectuées par la méthode de Nitsche (Section 3.4.4). Une étude de sensibilité des paramètres de réduction est menée à la Section 3.5 afin d’optimiser la prise d’information dans le domaine MEF et la reconstruction du champ thermique dans le domaine POD. Le modèle hybride est alors appliqué à une géométrie simple tel un mur fin de 30 couches à des fins de validation (Section 3.6). Les résultats sont encourageants ; toutefois, une erreur croissante apparaît sur les pas de temps les plus éloignés de la plage temporelle d’extraction. Pour pallier cette déviation, la base réduite initiale est enrichie par la méthode APR (Section 3.7). Une seconde étude de sensibilité est effectuée à la Section 3.7.3 afin de quantifier la qualité de l’enrichissement des modes thermiques. Enfin, la stratégie de résolution hybride pour les pièces de grandes dimensions est présentée aux Sections 3.8 et 3.9 reposant sur une gestion dynamique des domaines.

3.1 Préambule

L'approche thermo-géométrique présentée au Chapitre 2 a montré que les hauteurs de couches ne sont pas homogènes dans une même pièce. Il en résulte des histoires thermiques bien distinctes. Pour cela, les histoires thermiques des configurations M6, M7 et M10 ont été simulées par le solveur Morfeo[®] (éléments finis). Les courbes présentées à la Figure 3.1 représentent un thermocouple placé au milieu du mur à différentes altitudes z .

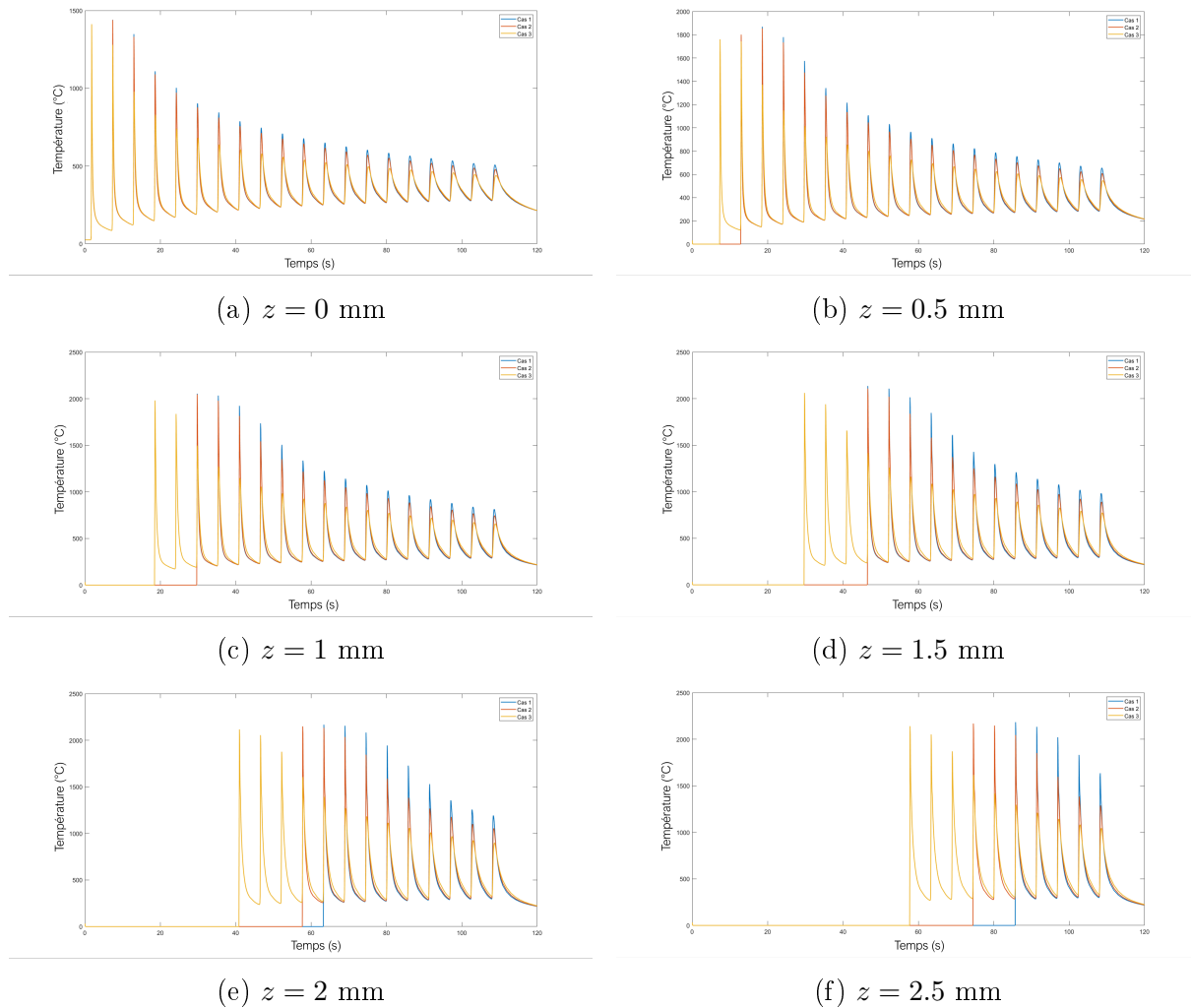


FIGURE 3.1 – Histoire thermique simulée des 20 premières couches des murs M6 (Cas 2 - orange), M7 (Cas 1 - bleu) et M10 (Cas 3 - jaune) à différentes altitudes z

Au centre de la face supérieure du substrat ($z = 0$ mm), 20 cycles thermiques sont comptabilisés sur la Figure 3.1a, correspondant aux 20 couches déposées. Les températures de pic pour chacune des couches ne sont pas identiques selon la configuration de fabrication utilisée. Cela s'explique par le fait que la hauteur des couches (Figure 3.2) et donc la quantité de matière déposée n'est pas la même pour les 3 configurations considérées. Ainsi le mur M10 présente des hauteurs plus élevées que M7, qui lui-même a des couches de

hauteur légèrement supérieure à celles de M6. La diffusion de la chaleur dans la matière s'en trouve modifiée. Les températures dissimilaires des pics selon les configurations de fabrication sont observables à toutes les altitudes z auxquelles sont positionnés les thermocouples. En outre, on constate que les vitesses de refroidissement changent également en fonction de la configuration.

Les configurations M6 (courbe orange) et M7 (courbe bleue) présentent un cycle thermique de moins que le mur M10 (courbe jaune) pour atteindre $z = 0.5$ mm (Figure 3.1b). En effet, la configuration M10 permet de déposer des couches de hauteur plus importante accédant ainsi plus rapidement à l'altitude $z = 0.5$ mm. Il en va de même pour les altitudes suivantes pour lesquelles la configuration M10 gagne un cycle thermique sur les deux autres configurations, tous les 0.5 mm. On note le début de « déphasage » d'un cycle thermique de la configuration M6 par rapport à la configuration M7 à $z = 2$ mm (Figure 3.1e). Finalement, à $z = 2.5$ mm (Figure 3.1f), la configuration M10 affiche 10 cycles thermiques, la configuration M6 en présente 7 tandis que M7 en décompte seulement 5.

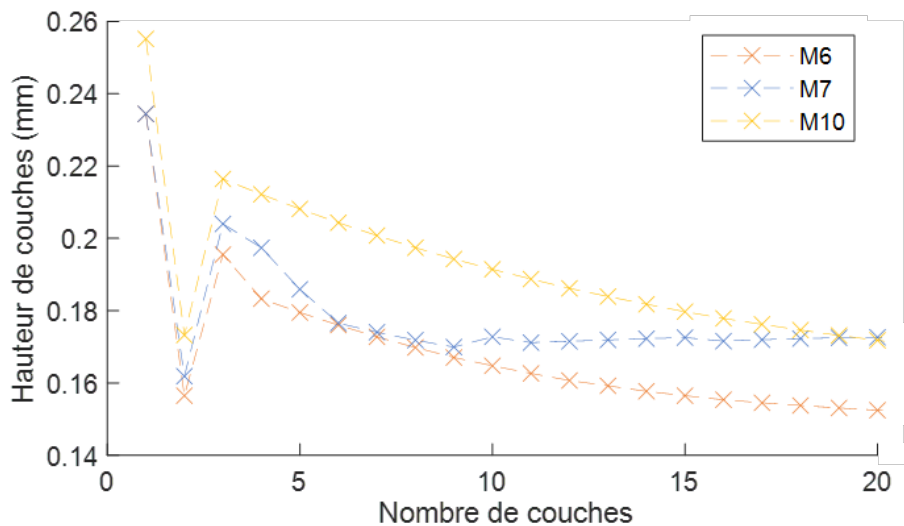


FIGURE 3.2 – Évolution de la hauteur des 20 premières couches modélisées pour les 3 configurations considérées

Les modélisations des histoires thermiques présentées ici sont relativement coûteuses en temps de calculs. Nous allons voir maintenant comment les spécificités de la fabrication additive métallique (FAM), notamment les cycles thermiques répétitifs peuvent être pris en compte dans un code de simulation dans l'optique de réduire les coûts de calculs.

3.2 Approche générale

L'analyse de l'histoire thermique consiste à évaluer le champ de température, en tout point du domaine et tout au long du procédé. Dans les cas respectifs d'une construction ou d'un rechargement ou ajout de fonction, le substrat ou la pièce préexistante occupe

souvent une place prépondérante du domaine global d'étude (et donc du maillage), par rapport à la matière ajoutée. Or dans cette zone, le champ de température évolue sans variations majeures, contrairement à la zone proche de la source laser. Ceci laisse supposer que le champ thermique au niveau du substrat et des couches inférieures pourrait être réduit en apportant une forte diminution du nombre de degrés de liberté (DDL) dans le modèle. La décomposition orthogonale propre (POD) permet une réduction de la taille du modèle par extraction des modes caractéristiques dans ce domaine prépondérant. Elle permet à ce titre, de tirer avantage du caractère répétitif des procédés de fabrication additive. En effet, le faisceau laser chauffe la matière afin de déposer une couche, celle-ci est alors réchauffée lors du dépôt de la couche suivante et ainsi de suite ; ce qui conduit à des cycles de chauffe et refroidissement répétés durant toute la fabrication de la pièce. Néanmoins, la présence d'une source mobile à fort gradient thermique amène à considérer la non-linéarité sévère qui opère aux environs proches du faisceau laser. C'est pourquoi les éléments finis (MEF) sont conservés pour le calcul du champ thermique sur les couches supérieures, au plus près de la source de chaleur. Il est à noter que des méthodes telles que la méthode discrète à interpolation empirique (*Discrete Empirical Interpolation Method* ou DEIM) [72, 31] et l'hyper-réduction [170] peuvent gérer ces non-linéarités mais elles sont complexes à mettre en place pour un gain en coûts calculs qui reste modeste. En outre, le caractère mobile de la source de chaleur crée un champ thermique qui demande un grand nombre de modes pour être représenté par POD, ce qui en limite l'intérêt.

Le modèle hybride MEF-POD s'opère en plusieurs phases :

- Extraction de modes thermiques dans le substrat ou la pièce préexistante où le champ de température a été préalablement calculé par éléments finis. Cette étape implique l'utilisation d'un algorithme SVD (*Singular Value Decomposition*) ;
- Sélection du nombre de modes à garder par un critère discriminant ;
- Reconstruction du champ thermique « en place » (aux nœuds où les modes ont été extraits) par POD aux pas de temps suivants ;
- Poursuite du calcul en éléments finis sur les couches supérieures ;
- Application des conditions aux limites et garantie de la continuité à l'interface des domaines MEF et POD à chaque pas de temps ;
- Enrichissement de la base réduite par *A Priori Reduction* (APR).

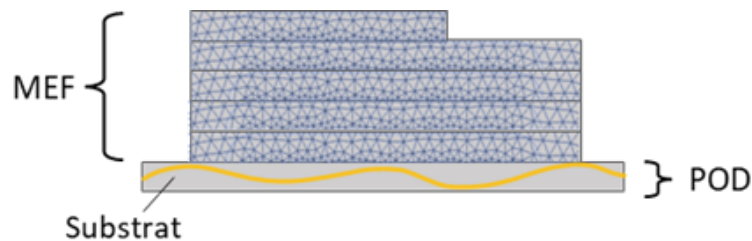


FIGURE 3.3 – Application de la MEF sur les couches supérieures et de la POD sur le substrat ou la pièce préexistante

3.3 Analyse thermique par éléments finis

3.3.1 Mise en équation du problème

La finalité des travaux présentés consiste à analyser l'histoire thermique subie par le matériau lors de la fabrication d'une pièce en DED-LP, cela revient à résoudre le problème suivant énoncé dans sa forme forte :

$$\text{Trouver } u \in V \text{ tel que } \begin{cases} \rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla(k \nabla u) = b \\ u|_{\Gamma_u} = \bar{u} \\ q \cdot n|_{\Gamma_q} = \bar{q}_n \\ u(t=0) = u^0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Où V est l'espace de fonctions tests inclus dans l'espace de Sobolev $H^1(\Omega)$. ρ , c_p et k sont respectivement la masse volumique, la capacité thermique et la conductivité thermique du matériau. b est le terme source tandis que \bar{u} et u^0 sont respectivement la condition aux limites et la condition initiale du champ thermique u . b est une source de type volumique, paramétrée de façon à obtenir une température de 2000°C. \bar{q}_n représente la condition aux limites en flux où $q = -k \nabla u$ (loi de Fourier) et n est le vecteur normal.

3.3.2 Formulation faible

Pour rendre une équation différentielle d'un problème continu en une formulation par éléments finis (et donc discrétisée), il est nécessaire de passer par une forme intégrale avant d'exprimer la forme faible [226].

Multiplions l'équation (3.1) par une fonction arbitraire δu :

$$g(\delta u, u) = \delta u \left[\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - k \nabla(\nabla u) - b \right] = 0 \quad (3.2)$$

Nous considérons les propriétés thermiques indépendantes de la température, d'où la linéarité de cette équation.

Intégrons ce produit sur le domaine Ω du problème (forme intégrale) :

$$G(\delta u, u) = \int_{\Omega} \delta u \left[\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - k \nabla(\nabla u) - b \right] d\Omega = 0 \quad (3.3)$$

$$G(\delta u, u) = \int_{\Omega} \delta u \left[\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - b \right] d\Omega - \int_{\Omega} \delta u k \nabla(\nabla u) d\Omega = 0 \quad (3.4)$$

L'ordre des dérivées est réduite en effectuant une intégration par partie sur le dernier terme :

$$\int_{\Omega} \delta u k \nabla(\nabla u) d\Omega = \int_{\Gamma} \delta u \bar{q}_n d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla \delta u)^T k \nabla u d\Omega \quad (3.5)$$

En insérant l'équation (3.4) dans l'équation (3.3), la forme irréductible est obtenue :

$$G(\delta u, u) = \int_{\Omega} \delta u \left[\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - b \right] d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \delta u)^T k \nabla u d\Omega - \int_{\Gamma} \delta u \bar{q}_n d\Gamma = 0 \quad (3.6)$$

L'espace V est maintenant discrétisé en un ensemble d'éléments, ainsi u représentait jusqu'alors la solution exacte continue, désormais \hat{u} est la solution approchée sur l'espace discrétisé \hat{V} . La forme faible du problème s'exprime alors ainsi :

$$\text{Trouver } \hat{u} \in \hat{V} \text{ tel que } \begin{cases} G(\delta \hat{u}, \hat{u}) = \sum_e G^e(\delta \hat{u}^e, \hat{u}^e) = 0 \\ \hat{u}|_{\Gamma_u} = \hat{u} \\ \hat{q} \cdot n|_{\Gamma_q} = \hat{q}_n \\ \hat{u}(t=0) = \hat{u}^0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Où \hat{V} est l'espace de fonctions tests discrétisé.

Avec

$$G^e(\delta \hat{u}^e, \hat{u}^e) = \int_{\Omega^e} \delta \hat{u}^e \left[\rho c_p \frac{\partial \hat{u}^e}{\partial t} - b \right] d\Omega + \int_{\Omega^e} (\nabla \delta \hat{u}^e)^T k \nabla \hat{u}^e d\Omega - \int_{\Gamma^e} \delta \hat{u}^e \bar{q}_n d\Gamma = 0 \quad (3.8)$$

Avec Ω^e le domaine d'un élément.

Pour chaque élément, la forme de la solution est imposée :

$$\hat{u}^e = \sum_a N_a \tilde{u}_a^e = N \tilde{u} \quad \text{d'ou} \quad \delta \hat{u}^e = \sum_a N_a \delta \tilde{u}_a^e = N \delta \tilde{u} \quad (3.9)$$

Ainsi

$$\nabla \hat{u}^e = \sum_a \nabla N_a \tilde{u}_a^e = \sum_a \left[\frac{\partial N_a}{\partial x} \quad \frac{\partial N_a}{\partial y} \quad \frac{\partial N_a}{\partial z} \right]^T \tilde{u}_a^e = \nabla N \tilde{u} \quad (3.10)$$

Remplaçons dans l'équation 3.7, \hat{u}^e et ses dérivées par leur forme imposée (Équations 3.8 et 3.9) (les exposants e sont enlevés pour simplifier l'écriture) :

$$G^e(\delta \hat{u}^e, \hat{u}^e) = \int_{\Omega^e} N \delta \tilde{u} \left[\rho c_p N \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} - b \right] d\Omega + \int_{\Omega^e} \nabla N^T \delta \tilde{u} k \nabla N \tilde{u} d\Omega - \int_{\Gamma^e} N \delta \tilde{u} \bar{q}_n d\Gamma = 0 \quad (3.11)$$

$$G^e(\delta \hat{u}^e, \hat{u}^e) = \delta \tilde{u} \left[\int_{\Omega^e} N \rho c_p N \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega^e} \nabla N^T k \nabla N \tilde{u} d\Omega - \int_{\Omega^e} N b d\Omega - \int_{\Gamma^e} N \bar{q}_n d\Gamma \right] = 0 \quad (3.12)$$

Les matrices élémentaires sont posées telles :

$$M^e = \int_{\Omega^e} N \rho c_p N d\Omega, \quad K^e = \int_{\Omega^e} \nabla N^T k \nabla N d\Omega \quad \text{et} \quad B^e = \int_{\Omega^e} N b d\Omega + \int_{\Gamma^e} N \bar{q}_n d\Gamma \quad (3.13)$$

G^e est ainsi réécrit :

$$G^e(\delta\hat{u}^e, \hat{u}^e) = \delta\tilde{u} \left[M^e \frac{\partial\tilde{u}}{\partial t} + K^e \tilde{u} - B^e \right] = 0 \quad (3.14)$$

L'équation (3.14) doit rester vraie quelle que soit la valeur de $\delta\tilde{u}$. Ainsi une fois toutes les matrices élémentaires assemblées, le problème global s'exprime sous la forme :

$$\begin{cases} M \frac{\partial\tilde{u}}{\partial t} + K \tilde{u} = B \\ \tilde{u}|_{\Gamma_u} = \tilde{u} \\ \tilde{q} \cdot n|_{\Gamma_q} = \tilde{q}_n \\ \tilde{u}(t=0) = \tilde{u}^0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Où K est appelée matrice de conductance, M matrice de capacitance et B matrice du terme source (appelée plus brièvement matrice source).

3.3.3 Conditions aux limites

Les phénomènes thermiques tels que la convection et la radiation jouent un rôle important dans l'histoire thermique subie par la pièce au cours de sa fabrication. Ces flux thermiques sont pris en compte directement dans la formule faible du problème. En revanche, la prise en compte des conditions aux limites en température (conditions de Dirichlet) peut se faire, entre autres, de deux manières : les multiplicateurs de Lagrange [226, 51] et la méthode de Nitsche [86, 69, 142].

Dans notre modèle, il n'y a pas de conditions aux limites en température ; par contre, la prise en compte de plusieurs domaines revient à imposer mutuellement ces températures. Par souci de clarté, l'application des conditions aux limites est présentée en régime stationnaire (toutefois, cela reste valable pour le régime transitoire du fait que celui-ci ne soit qu'une suite d'états stationnaires).

Multiplicateurs de Lagrange - Domaine MEF

Pour ce faire, à l'équation de la chaleur est ajouté un champ λ (appelé multiplicateur de Lagrange) qui apporte un degré de liberté (DDL) supplémentaire. La forme irréductible (3.6) devient alors :

$$G = \int_{\Omega} (\nabla\delta u)^T k \nabla u d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T \lambda d\Gamma + \int_{\Gamma} \delta\lambda^T (u - \bar{u}) d\Gamma = 0 \quad (3.16)$$

Or

$$u = N \tilde{u} \quad \text{et} \quad \lambda = N_{\lambda} \tilde{\lambda} \quad (3.17)$$

La forme faible s'écrit donc :

$$\begin{aligned} G = \delta\tilde{u}^T \left[\int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N \tilde{u} d\Omega - \int_{\Omega} N^T b d\Omega + \int_{\Gamma} N^T N_{\lambda} \tilde{\lambda} d\Gamma \right] \\ + \delta\tilde{\lambda}^T \left[\int_{\Gamma} N_{\lambda}^T N \tilde{u} d\Gamma - \int_{\Gamma} N_{\lambda}^T \bar{u} d\Gamma \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta\tilde{u}$ et $\delta\tilde{\lambda}$, il en résulte le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} K & \Lambda \\ \Lambda^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ B_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Avec

$$K = \int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N d\Omega \quad \text{et} \quad B = \int_{\Omega} N^T b d\Omega \quad (3.20)$$

$$B_\lambda = \int_{\Gamma} N_\lambda^T \bar{u} d\Gamma \quad (3.21)$$

Et finalement, la matrice qui identifie les nœuds auxquels s'applique la condition aux limites :

$$\Lambda = \int_{\Gamma} N^T N_\lambda d\Gamma \quad (3.22)$$

Méthode de Nitsche - Domaine MEF

Cette fois-ci, le multiplicateur de Lagrange est remplacé par un flux normal $\lambda = (-n)^T k$ et d'autre part, un coefficient α est introduit afin de garantir la stabilité. La forme irréductible (3.6) devient alors :

$$\begin{aligned} G = & \int_{\Omega} (\nabla \delta u)^T k \nabla u d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T (-n)^T k \nabla u d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla \delta u)^T (u - \bar{u}) d\Gamma + \int_{\Gamma} \delta u^T \alpha (u - \bar{u}) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Or

$$u = N \tilde{u} \quad (3.24)$$

La forme faible s'exprime :

$$\begin{aligned} G = & \int_{\Omega} (\nabla N)^T \delta \tilde{u}^T k \nabla N \tilde{u} d\Omega - \int_{\Omega} N^T \delta \tilde{u}^T b d\Omega + \int_{\Gamma} N^T \delta \tilde{u}^T (-n)^T k \nabla N \tilde{u} d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T \delta \tilde{u}^T N \tilde{u} d\Gamma - \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T \delta \tilde{u}^T \bar{u} d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma} N^T \delta \tilde{u}^T \alpha N \tilde{u} d\Gamma - \int_{\Gamma} N^T \delta \tilde{u}^T \alpha \bar{u} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} G = & \delta \tilde{u}^T \left[\int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N \tilde{u} d\Omega - \int_{\Omega} N^T b d\Omega + \int_{\Gamma} N^T (-n)^T k \nabla N \tilde{u} d\Gamma \right. \\ & + \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T N \tilde{u} d\Gamma - \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T \bar{u} d\Gamma + \int_{\Gamma} N^T \alpha N \tilde{u} d\Gamma \\ & \left. - \int_{\Gamma} N^T \alpha \bar{u} d\Gamma \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta\tilde{u}$, il en résulte :

$$\{K + N_l\} \tilde{u} = B + N_r \quad (3.27)$$

Avec

$$K = \int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N d\Omega \quad \text{et} \quad B = \int_{\Omega} N^T b d\Omega \quad (3.28)$$

Et

$$N_l = \int_{\Gamma} N^T (-n)^T k \nabla N d\Gamma + \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T N d\Gamma + \int_{\Gamma} N^T \alpha N d\Gamma \quad (3.29)$$

$$N_r = \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T \bar{u} d\Gamma + \int_{\Gamma} N^T \alpha \bar{u} d\Gamma \quad (3.30)$$

3.3.4 Continuité à l'interface

La température étant une variable continue dans l'espace, il est donc nécessaire d'assurer sa continuité à l'interface (sans recouvrement) entre deux domaines. Pour ce faire, les deux méthodes citées précédemment permettent de garantir cette continuité. En effet, imposer la continuité revient à appliquer des conditions à chacune des extrémités des domaines à raccorder.

La finalité est donc de « recoller » les domaines Ω_1 et Ω_2 à l'interface commune Γ' (Figure 3.3). Par souci de clarté, la continuité à l'interface est présentée en régime stationnaire (et reste valable en régime transitoire).

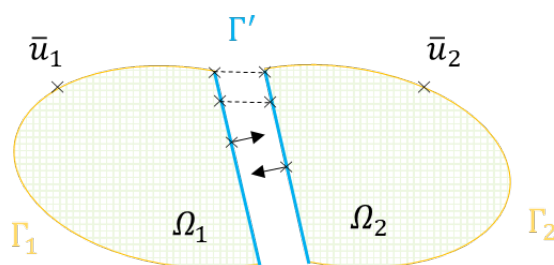


FIGURE 3.4 – Schéma du recollage des domaines

Multiplicateurs de Lagrange - 2 domaines MEF-MEF

La forme irréductible (3.16) est réécrite pour chacun des deux domaines Ω_1 et Ω_2 . La condition aux limites appliquée par le multiplicateur de Lagrange est de raccorder les nœuds des champs u_1 et u_2 situés sur l'interface Γ' par paire :

$$\begin{aligned} G = & \int_{\Omega_1} (\nabla \delta u_1)^T k \nabla u_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} \delta u_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} \delta u_1^T \lambda d\Gamma \\ & + \int_{\Omega_2} (\nabla \delta u_2)^T k \nabla u_2 d\Omega - \int_{\Omega_2} \delta u_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} \delta u_2^T \lambda d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta \lambda^T (u_1 - u_2) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Or

$$u_1 = N_1 \tilde{u}_1, \quad u_2 = N_2 \tilde{u}_2 \quad \text{et} \quad \lambda = N_\lambda \tilde{\lambda} \quad (3.32)$$

La forme faible s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
G = & \delta \tilde{u}_1^T \left[\int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_1^T N_\lambda \tilde{\lambda} d\Gamma \right] \\
& + \delta \tilde{u}_2^T \left[\int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 \tilde{u}_2 d\Omega - \int_{\Omega_2} N_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_2^T N_\lambda \tilde{\lambda} d\Gamma \right] \\
& + \delta \tilde{\lambda}^T \left[\int_{\Gamma'} N_\lambda^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_\lambda^T N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \right] = 0
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta \tilde{u}_1$, $\delta \tilde{u}_2$ et $\delta \tilde{\lambda}$ il en résulte le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} K_1 & 0 & \Lambda_1 \\ 0 & K_2 & \Lambda_2 \\ \Lambda_1^T & \Lambda_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.34}$$

Avec

$$K_1 = \int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 d\Omega \quad \text{et} \quad K_2 = \int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 d\Omega \tag{3.35}$$

$$B_1 = \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega \quad \text{et} \quad B_2 = \int_{\Omega_2} N_2^T b d\Omega \tag{3.36}$$

Et les matrices qui identifient les nœuds à raccorder deux à deux :

$$\Lambda_1 = \int_{\Gamma'} N_1^T N_\lambda d\Gamma \quad \text{et} \quad \Lambda_2 = \int_{\Gamma'} N_2^T N_\lambda d\Gamma \tag{3.37}$$

Méthode de Nitsche - 2 domaines MEF-MEF

La forme irréductible (3.31) en ajoutant pour chaque domaine le coefficient de stabilité α :

$$\begin{aligned}
G = & \int_{\Omega_1} (\nabla \delta u_1)^T k \nabla u_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} \delta u_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} \delta u_1^T (-n)^T k \nabla u_1 d\Gamma \\
& + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla \delta u_1)^T (u_1 - u_2) d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta u_1^T \alpha (u_1 - u_2) d\Gamma \\
& + \int_{\Omega_2} (\nabla \delta u_2)^T k \nabla u_2 d\Omega - \int_{\Omega_2} \delta u_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} \delta u_2^T (-n)^T k \nabla u_2 d\Gamma \\
& + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla \delta u_2)^T (u_2 - u_1) d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta u_2^T \alpha (u_2 - u_1) d\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Or

$$u_1 = N_1 \tilde{u}_1 \quad \text{et} \quad u_2 = N_2 \tilde{u}_2 \tag{3.39}$$

La formulation faible s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
G = & \int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T \delta \tilde{u}_1^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T (-n)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \\
& + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T \delta \tilde{u}_1^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T \delta \tilde{u}_1^T N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \\
& \quad + \int_{\Gamma'} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T \alpha N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \\
& + \int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T \delta \tilde{u}_2^T k \nabla N_2 \tilde{u}_2 d\Omega - \int_{\Omega_2} N_2^T \delta \tilde{u}_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_2^T \delta \tilde{u}_2^T (-n)^T k \nabla N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \\
& + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T \delta \tilde{u}_2^T N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma - \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T \delta \tilde{u}_2^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \\
& \quad + \int_{\Gamma'} N_2^T \delta \tilde{u}_2^T \alpha N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_2^T \delta \tilde{u}_2^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
G = & \delta \tilde{u}_1^T \left[\int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_1^T (-n)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \right. \\
& \quad + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \\
& \quad \left. + \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \right] \\
& + \delta \tilde{u}_2^T \left[\int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 \tilde{u}_2 d\Omega - \int_{\Omega_2} N_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_2^T (-n)^T k \nabla N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma \right. \\
& \quad + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma - \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \\
& \quad \left. + \int_{\Gamma'} N_2^T \alpha N_2 \tilde{u}_2 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_2^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \right] = 0
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta \tilde{u}_1$ et $\delta \tilde{u}_2$, il en résulte le système suivant :

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} + N_i' \right\} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} \tag{3.42}$$

Où

$$K_1 = \int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 d\Omega \quad \text{et} \quad K_2 = \int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 d\Omega \tag{3.43}$$

$$B_1 = \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega \quad \text{et} \quad B_2 = \int_{\Omega_2} N_2^T b d\Omega \tag{3.44}$$

Et

$$N_i' = \begin{bmatrix} N_{i11} & N_{i12} \\ N_{i21} & N_{i22} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

Avec

$$N_{l_{11}} = \int_{\Gamma'} N_1^T (-n)^T k \nabla N_1 d\Gamma + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_1 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_1 d\Gamma \quad (3.46)$$

$$N_{l_{12}} = \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_2 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_2 d\Gamma \quad (3.47)$$

$$N_{l_{21}} = \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_1 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_2^T \alpha N_1 d\Gamma \quad (3.48)$$

$$N_{l_{22}} = \int_{\Gamma'} N_2^T (-n)^T k \nabla N_2 d\Gamma + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_2 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_2^T \alpha N_2 d\Gamma \quad (3.49)$$

3.3.5 Cas test – 1D

La longueur L des deux domaines assemblés vaut 1, chaque élément mesure $h = L/4$. Les propriétés thermiques sont unitaires. Le champ initial vaut $u^0 = [u_0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_L]$. La charge b est nulle ainsi une solution analytique est connue (u linéaire). Les conditions aux limites sont $u_1 = u_0 = 1^\circ\text{C}$ et $u_5 = u_L = 5^\circ\text{C}$ et la continuité du champ thermique doit être assurée entre les nœuds u_{31} et u_{32} .

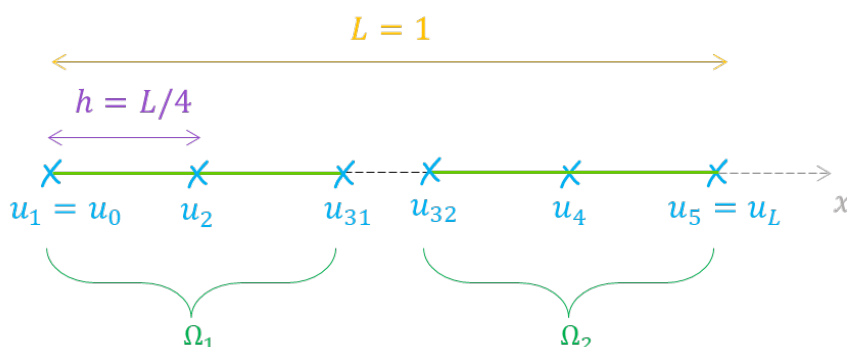


FIGURE 3.5 – Géométrie et maillage 1D

Mise en équation

L'intervalle de temps de 1 s est discrétisé ainsi l'équation de la chaleur exprimée à l'équation (3.15) devient en schéma Euler implicite (les tildes sont tombés afin de simplifier l'écriture) :

$$M \frac{u^{n+1} - u^n}{dt} + K u^{n+1} = B^{n+1} \quad (3.50)$$

$$[M + dt K] u^{n+1} = M u^n + dt B^{n+1} \quad (3.51)$$

Algorithme 2: Calcul du champ thermique sur deux domaines par éléments finis

Entrées : N_1, N_2 nombre de nœuds dans chaque domaine

u_1^0, u_2^0 conditions initiales

T, N_t discrétisation temporel

Données : L longueur des deux domaines assemblés

ρ, c_p, k propriétés thermiques du matériau

b, u_0, u_L charge et conditions aux limites

Calculs : $h = L/(N + 1)$ taille d'un élément

$dt = T/N_t$ pas de temps

$M_1^e, M_2^e, K_1^e, K_2^e, B_1^e, B_2^e$ construction des matrices élémentaires

K, M, B assemblage des matrices globales

A formation du membre de gauche

α coefficient de stabilité

$N_{l11}, N_{l12}, N_{l21}, N_{l22}$ construction des matrices qui imposent les conditions à l'interface (CaI)

$N_{l1}, N_{l2}, N_{r1}, N_{r2}$ construction des matrices qui imposent les conditions aux limites (CaL)

N_l, N_r assemblage des matrices de Nitsche

Initialisation : $u = \begin{bmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \end{bmatrix}, u_t$

for $n = 1 : N_t$ **do** /* Résolution à chaque pas de temps */

| $C = dt B + M u$
| $(A + N_l) u = (C + N_r)$
| $u_t = [u_t u]$

Sortie : u_t solution de u_1 et u_2 à tous les pas de temps

Chaque élément comporte 2 nœuds. Les fonctions de forme s'expriment :

$$N_1(x) = 1 - \frac{x}{h} \quad \text{et} \quad N_2(x) = \frac{x}{h} \quad (3.52)$$

Avec h la taille de l'élément.

Dans le cas où les propriétés thermiques (masse volumique $\rho = 1$, capacité thermique $c_p = 1$ et conductivité thermique $k = 0.75$) du matériau sont indépendantes de la température, les matrices élémentaires (3.13) deviennent :

$$M^e = \rho c_p \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad K^e = k \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B^e = b \frac{h}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

En assemblant ces matrices pour chaque domaine, sont obtenues les composantes du membre de gauche A :

$$\forall i = \{1, 2\} \quad A_i = M_i + dt K_i = \rho c_p \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + dt k \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Et les composantes du membre de droite C :

$$\forall i = \{1, 2\} \quad C_i = M_i u_i^n + dt B_i^{n+1} = \rho c_p \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} u_i^n + dt b \frac{h}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Finalement, on cherche à résoudre à tous les pas de temps :

$$A u = C \quad (3.56)$$

Continuité à l'interface entre 2 domaines MEF par multiplicateur de Lagrange

Les matrices Λ_1 et Λ_2 (Équation 3.37) qui identifient la paire de nœuds à raccorder (u_{31} et u_{32}), s'écrivent :

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Lambda_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

À chaque pas de temps, le système global peut être résolu de façon directe :

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & \Lambda_1 \\ 0 & A_2 & \Lambda_2 \\ \Lambda_1^T & \Lambda_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Si on voulait appliquer les conditions aux limites par cette méthode, il faudrait procéder de même en ajoutant un multiplicateur de Lagrange pour chaque condition à satisfaire.

NB : Il est à noter que les matrices N_l (équation 3.29) et N_l' (équation 3.45) ont été ici additionnées pour former une matrice unique imposant à la fois, les conditions aux limites et la continuité du champ à l'interface.

Application numérique

Quelle que soit la méthode utilisée, les résultats sont identiques. Les conditions aux limites $u_1 = 1^\circ\text{C}$ et $u_5 = 5^\circ\text{C}$ sont bien appliquées et la continuité du champ est assurée à tous les pas de temps. Par ailleurs, la solution finale est bien linéaire comme attendu.

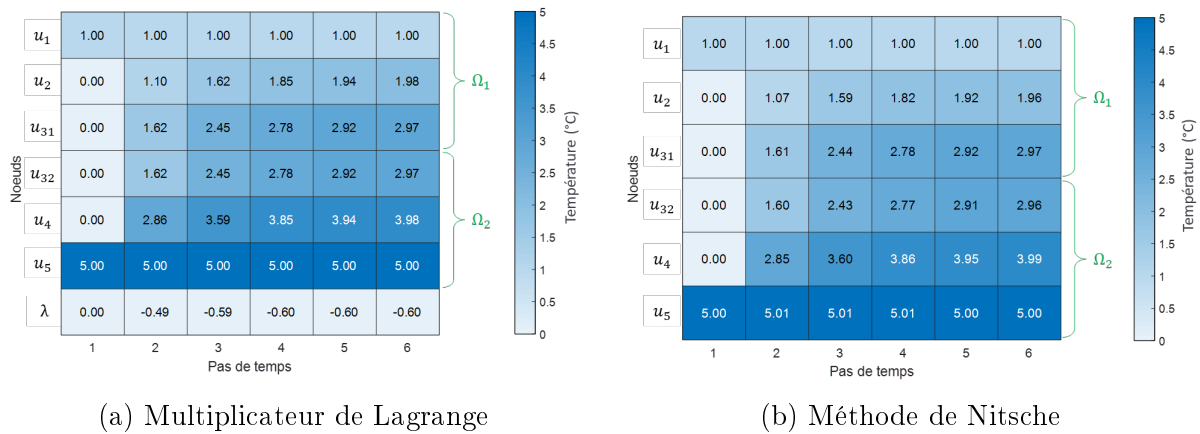


FIGURE 3.6 – Résolution de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par éléments finis avec la continuité à l'interface assurée par les deux méthodes étudiées

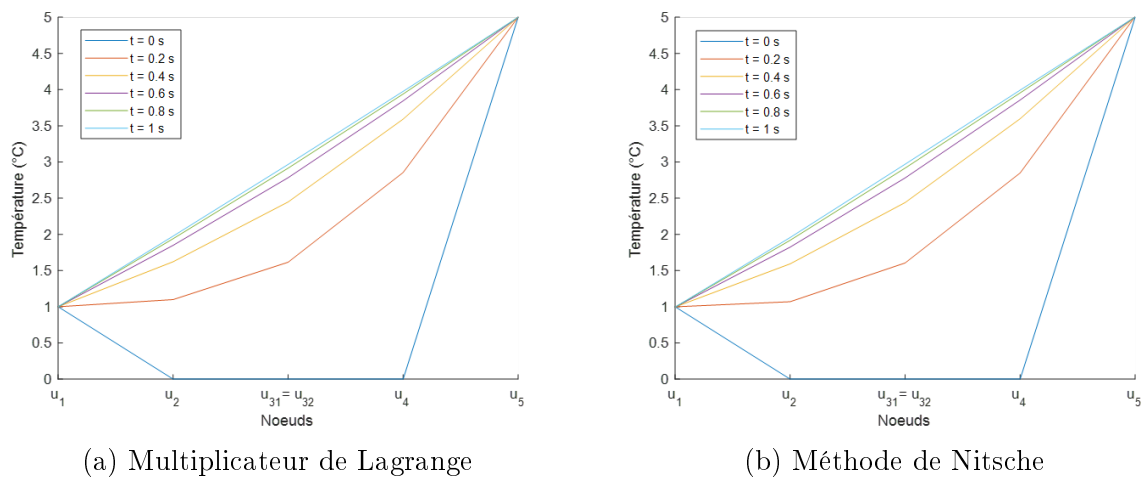


FIGURE 3.7 – Courbes des solutions de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par MEF avec la continuité à l'interface assurée par les deux méthodes étudiées

3.3.6 Synthèse

Les deux méthodes sont pertinentes pour l'application des conditions aux limites et pour la garantie de la continuité du champ à l'interface des domaines distincts. Par la suite, nous verrons que notre modèle correspond à une modélisation multi-domaines où chaque domaine représente le substrat ou les couches. L'algorithme FETI [54] est généralement utilisé pour résoudre ce type de problème, la méthode des multiplicateurs vue précédemment en est l'ingrédient de base. L'utilisation de la méthode de Nitsche dans le contexte multi-domaines est bien moins répandue. Nous avons malgré tout fait ce choix, sans constater par la suite de limitations particulières. On note que l'approche de Nitsche n'introduit pas de champ supplémentaire, ce qui présente un avantage.

3.4 Réduction de modèle par POD

3.4.1 Décomposition en valeurs singulières

La décomposition en valeurs singulières ou *Singular Value Decomposition* (SVD) est une factorisation d'une matrice réelle rectangulaire de taille $m \times n$ [53]. C'est une généralisation du théorème spectral (décomposition en valeurs propres) qui ne peut se faire que sur des matrices carrées [200].

$$U = \Phi \Sigma \Psi^T \quad (3.62)$$

Φ et la transposée Ψ^T sont des matrices carrées de taille respective $m \times m$ et $n \times n$. La matrice Φ contient dans ses colonnes les modes ϕ_i (aussi appelés vecteurs singuliers de gauche), orthogonaux entre eux et formant une base orthonormale [25]. Le produit de Φ et sa transposée est équivalent à la matrice identité I_m . Les valeurs situées sur la diagonale de la matrice Σ , notées σ_i sont déterminées de façon unique par U et sont appelées valeurs singulières (celles non-nulles définissent le rang de U). Lorsqu'elles sont rangées par ordre décroissant, la matrice Σ est unique. Dans le contexte de nos travaux, ces valeurs singulières permettent de donner un poids à chaque mode ϕ_i de Φ et ainsi quantifier l'information contenue dans chaque mode. Grâce à un critère discriminant (Section 3.4.2), une sélection de modes est effectuée afin de ne conserver que les p modes les plus caractéristiques, c'est-à-dire ceux représentant au mieux le comportement du champ thermique. Ce dernier peut alors être approximé par :

$$U \approx U' = \Phi \Sigma' \Psi^T \quad (3.63)$$

où Σ' est la matrice diagonale ne contenant que les p premières valeurs singulières (les plus élevées), les autres valeurs étant assignées à 0.

Cette méthode SVD est largement employée en traitement du signal [225], en statistiques [26] et en compression des images [162].

Par exemple, sur l'image initiale (Figure 3.8a) un total de 614 valeurs singulières sont extraites. Cependant, avec quelques modes seulement l'image peut être reconstruite de façon visible : 10 modes (Figure 3.8b), 20 modes (Figure 3.8c) ou 50 modes (Figure 3.8d).

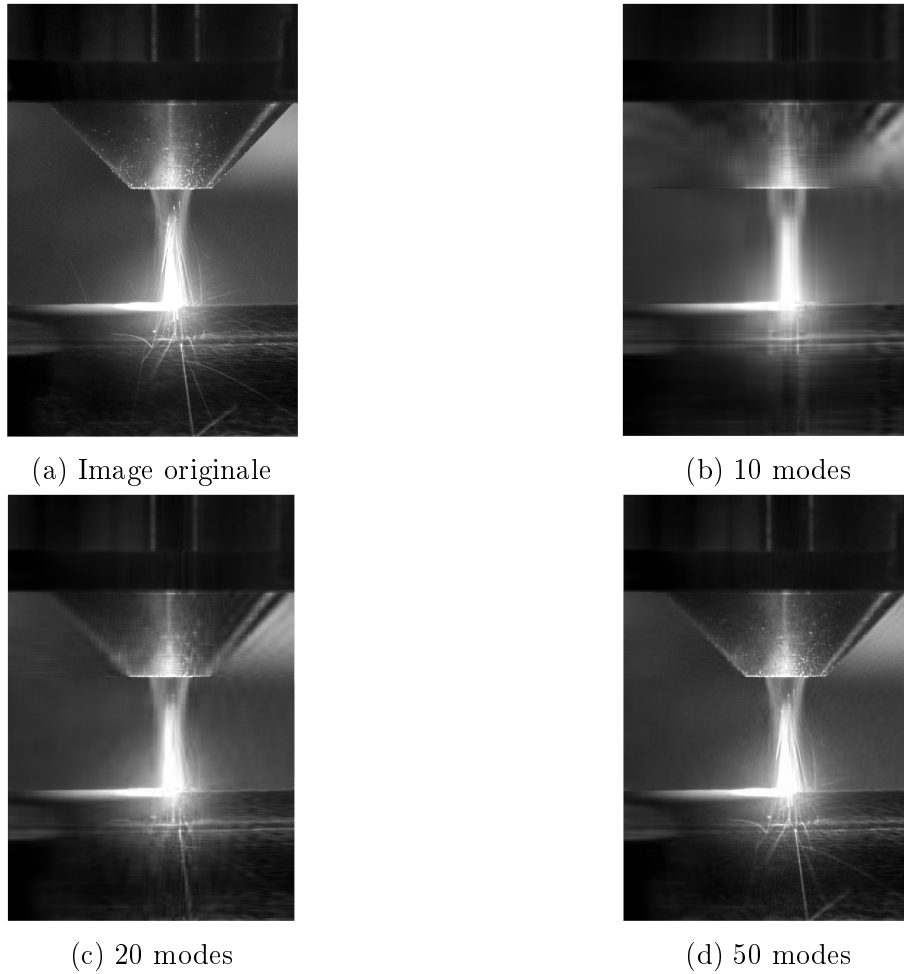


FIGURE 3.8 – Buse BeAM[®] – Exemple d’application de la SVD : compression d’images

3.4.2 Extraction d’une base réduite par un critère d’arrêt

Tous les modes Φ_i extraits par SVD du champ thermique, calculé au préalable par éléments finis, ne reflètent pas de la même manière les différents comportements thermiques de la pièce. Ils se voient donc attribués un poids σ_i qui n’est autre que la valeur singulière (Section 3.4.1). L’importance ou non des informations extraites se reflètent dans la valeur plus ou moins élevée du poids.

Par ailleurs, les valeurs singulières peuvent être visualisées, sur une échelle logarithmique (semi-log en y) (Figure 3.9a) ou un histogramme (Figure 3.9b) si elles sont vues comme des densités d’énergie.

Afin de sélectionner exclusivement les modes les plus représentatifs des comportements thermiques du matériau, les différents poids σ_i sont comparés à un critère d’arrêt ϵ_p . Il existe différents critères pour ce faire, le premier peut être énoncé ainsi :

$$\forall 1 \leq i \leq s, \quad \max_i \sigma_i \geq 10^{-6} \sigma_1 \quad (3.64)$$

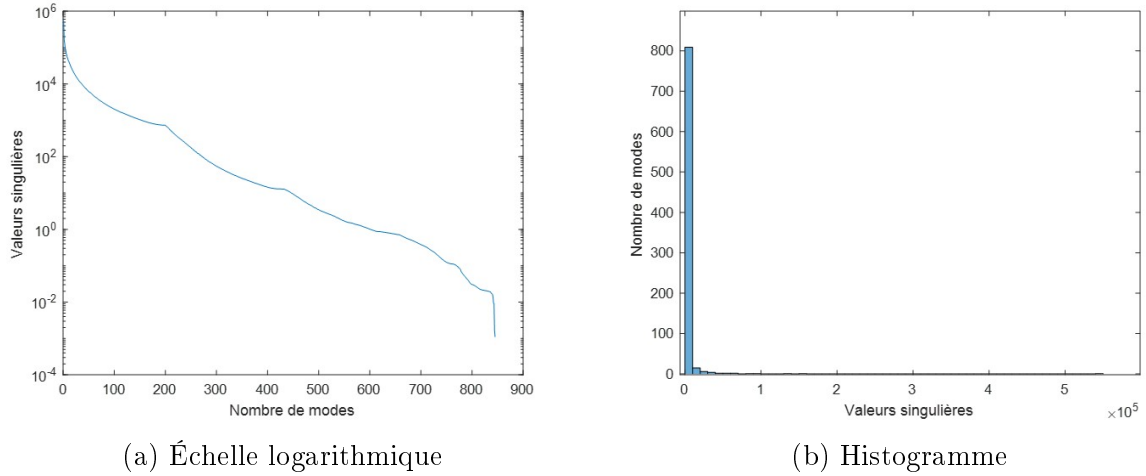


FIGURE 3.9 – Valeurs singulières des modes

Où s est le nombre total de valeurs singulières et donc de modes (correspondant au nombre de pas de temps sur lesquels ils ont été extraits). Autrement dit, ne sont conservés que les p premiers modes dont la valeur singulière est supérieure à 10^{-6} fois la première valeur singulière (qui est la plus élevée).

Un second critère est formé d'un rapport des sommes :

$$\forall 1 \leq i \leq s, \quad 0.94 \leq \frac{\sum_{i=1}^p \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^s \sigma_i^2} \leq 0.99 \quad (3.65)$$

Ce dernier critère, lorsqu'il est appliqué à nos travaux, ne permet pas de discriminer efficacement les valeurs singulières. Nous optons pour le premier critère dans la suite des travaux. La base orthonormale initiale est alors réduite à $\Phi_p = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$.

3.4.3 Reconstruction du champ thermique

Le principe de la décomposition orthogonale propre (POD), aussi appelée *Karhunen Loève Expansion* (KLE) [89, 115], réside dans l'écriture du champ thermique u comme une combinaison linéaire des p modes thermiques extraits [214, 179]. Cette opération peut se mettre sous la forme :

$$u \simeq \sum_{i=1}^p \beta_i \phi_i = [\phi_1 \quad \dots \quad \phi_p] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Dans le domaine passé en POD, il ne s'agit alors plus d'évaluer le champ des températures aux nœuds du maillage comme en éléments finis mais d'estimer les pondérations des modes, regroupées dans le vecteur β [197, 14]. Le nombre de modes étant bien inférieur au nombre de nœuds initialement présents dans le domaine POD, ceci permet une réduction

de la taille du problème.

En outre, à l'instar de la MEF, la POD peut être linéaire ou non-linéaire. Dans notre cas, la température est considérée quasi-constante en espace (les variations sont comprises dans un intervalle minimum donné) dans les couches inférieures. Cette quasi-stationnarité des températures reste identique tant que l'apport d'énergie par le laser sur les couches supérieures est dissipé par conduction et radiation dans les couches inférieures. Ce phénomène nous permet d'utiliser la version linéaire de la POD. En revanche, une fois que le laser n'émet plus (à la fin de la construction de la pièce), la pièce entame une phase de refroidissement final.

3.4.4 Méthode de Nitsche et réduction par POD

Par souci de clarté, l'application des conditions aux limites et la continuité à l'interface pour un domaine réduit par POD sont présentées en régime stationnaire (et reste valable pour le régime transitoire).

Conditions aux limites d'un domaine réduit par POD

Afin d'appliquer la condition de type Dirichlet \bar{u} aux limites Γ d'un domaine Ω réduit par POD grâce à la méthode de Nitsche, il faut reprendre la forme irréductible énoncée à l'équation (3.23) et y remplacer u par sa fonction de forme projetée dans la base réduite $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$ (cf. Section 3.4.2) :

$$u = U^T N \tilde{\beta} \quad (3.67)$$

La forme faible s'écrit alors :

$$\begin{aligned} G = & \int_{\Omega} \delta \tilde{\beta}^T (\nabla N)^T U^T k \nabla N U \tilde{\beta} d\Omega - \int_{\Omega} U^T N^T \delta \tilde{\beta}^T b d\Omega \\ & + \int_{\Gamma} U^T N^T \delta \tilde{\beta}^T (-n)^T k U \nabla N \tilde{\beta} d\Gamma + \int_{\Gamma} (-n)^T k U^T (\nabla N)^T \delta \tilde{\beta}^T U N \tilde{\beta} d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma} (-n)^T k U^T (\nabla N)^T \delta \tilde{\beta}^T \bar{u} d\Gamma + \int_{\Gamma} U^T N^T \delta \tilde{\beta}^T \alpha U N \tilde{\beta} d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma} U^T N^T \delta \tilde{\beta}^T \alpha \bar{u} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} G = & \delta \tilde{\beta}^T \left[\int_{\Omega} (\nabla N)^T U^T k \nabla N U \tilde{\beta} d\Omega - \int_{\Omega} U^T N^T b d\Omega \right. \\ & + \int_{\Gamma} U^T N^T (-n)^T k U \nabla N \tilde{\beta} d\Gamma + \int_{\Gamma} (-n)^T k U^T (\nabla N)^T U N \tilde{\beta} d\Gamma \\ & \left. - \int_{\Gamma} (-n)^T k U^T (\nabla N)^T \bar{u} d\Gamma + \int_{\Gamma} U^T N^T \alpha U N \tilde{\beta} d\Gamma - \int_{\Gamma} U^T N^T \alpha \bar{u} d\Gamma \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.69)$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta\tilde{\beta}$, il en résulte :

$$\{K^{POD} + N_l^{POD}\} \tilde{\beta} = B^{POD} + N_r^{POD} \quad (3.70)$$

Avec

$$K^{POD} = U^T \left(\int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N d\Omega \right) U \quad \text{et} \quad B^{POD} = U^T \int_{\Omega} N^T b d\Omega \quad (3.71)$$

Et

$$N_l^{POD} = U^T \left(\int_{\Gamma} N^T (-n)^T k \nabla N d\Gamma + \int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T N d\Gamma + \int_{\Gamma} N^T \alpha N d\Gamma \right) U \quad (3.72)$$

$$N_r^{POD} = U^T \left(\int_{\Gamma} (-n)^T k (\nabla N)^T \bar{u} d\Gamma + \int_{\Gamma} N^T \alpha \bar{u} d\Gamma \right) \quad (3.73)$$

NB : L'application des conditions aux limites d'un domaine réduit par POD a également été effectuée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Le lecteur intéressé pourra se référer à la Section C.1 en Annexe C.

Continuité à l'interface d'un domaine MEF et d'un domaine POD

Il s'agit ici d'assurer la continuité du champ à l'interface (sans recouvrement) entre un domaine Ω_1 en éléments finis et un domaine Ω_2 réduit par POD [78]. Tout l'enjeu du modèle hybride développé repose dans ce « recollage » des deux domaines. La forme irréductible (3.38) est alors écrite pour chacun des domaines :

$$\begin{aligned} G = & \int_{\Omega_1} (\nabla \delta u_1)^T k \nabla u_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} \delta u_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} \delta u_1^T (-n)^T k \nabla u_1 d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla \delta u_1)^T (u_1 - u_2) d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta u_1^T \alpha (u_1 - u_2) d\Gamma \\ & + \int_{\Omega_2} (\nabla \delta u_2)^T k \nabla u_2 d\Omega - \int_{\Omega_2} \delta u_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} \delta u_2^T (-n)^T k \nabla u_2 d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla \delta u_2)^T (u_2 - u_1) d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta u_2^T \alpha (u_2 - u_1) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

Après discrétisation des domaines, les fonctions de forme s'expriment en éléments finis pour u_1 et dans la version projetée dans la base réduite $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$ (cf. Section 3.4.2) pour u_2 :

$$u_1 = N_1 \tilde{u}_1 \quad \text{et} \quad u_2 = U^T N_2 \tilde{\beta} \quad (3.75)$$

Ainsi la forme faible s'exprime :

$$\begin{aligned}
G = & \int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T \delta \tilde{u}_1^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T (-n)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \\
& + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T \delta \tilde{u}_1^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T \delta \tilde{u}_1^T U^T N_2 \tilde{\beta} d\Gamma \\
& + \int_{\Gamma'} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_1^T \delta \tilde{u}_1^T \alpha U^T N_2 \tilde{\beta} d\Gamma \\
& + \int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T \delta \tilde{\beta}^T U^T k \nabla N_2 \tilde{\beta} U d\Omega - \int_{\Omega_2} U^T N_2^T \delta \tilde{\beta}^T b d\Omega \\
& + \int_{\Gamma'} U^T N_2^T \delta \tilde{\beta}^T (-n)^T k \nabla N_2 \tilde{\beta} U d\Gamma + \int_{\Gamma'} U^T (-n)^T k (\nabla N_2)^T \delta \tilde{\beta}^T N_2 \tilde{\beta} U d\Gamma \\
& - \int_{\Gamma'} U^T (-n)^T k (\nabla N_2)^T \delta \tilde{\beta}^T N_1 \tilde{u}_1 U d\Gamma + \int_{\Gamma'} U^T N_2^T \delta \tilde{\beta}^T \alpha N_2 \tilde{\beta} U d\Gamma \\
& - \int_{\Gamma'} U^T N_2^T \delta \tilde{\beta}^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 U d\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{3.76}$$

$$\begin{aligned}
G = & \delta \tilde{u}_1^T \left[\int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_1^T (-n)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma \right. \\
& + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T U^T N_2 \tilde{\beta} d\Gamma \\
& \left. + \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha U^T N_2 \tilde{\beta} d\Gamma \right] \\
& + \delta \tilde{\beta}^T \left[\int_{\Omega_2} U^T (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 \tilde{\beta} U d\Omega - \int_{\Omega_2} U^T N_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} U^T N_2^T (-n)^T k \nabla N_2 \tilde{\beta} U d\Gamma \right. \\
& + \int_{\Gamma'} U^T (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_2 \tilde{\beta} U d\Gamma - \int_{\Gamma'} U^T (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_1 \tilde{u}_1 U d\Gamma \\
& \left. + \int_{\Gamma'} U^T N_2^T \alpha N_2 \tilde{\beta} U d\Gamma - \int_{\Gamma'} U^T N_2^T \alpha N_1 \tilde{u}_1 U d\Gamma \right] = 0
\end{aligned} \tag{3.77}$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta \tilde{u}_1$ et $\delta \tilde{\beta}$, il en résulte :

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2^{POD} \end{bmatrix} + N_l'^{POD} \right\} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2^{POD} \end{bmatrix} \tag{3.78}$$

Où

$$K_1 = \int_{\Omega_1} U^T (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 U d\Omega \quad \text{et} \quad K_2 = \int_{\Omega_2} U^T (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 U d\Omega \tag{3.79}$$

$$B_1 = \int_{\Omega_1} U^T N_1^T b d\Omega \quad \text{et} \quad B_2 = \int_{\Omega_2} U^T N_2^T b d\Omega \tag{3.80}$$

Et

$$N_l'^{POD} = \begin{bmatrix} N_{l11} & N_{l12}^{POD} \\ N_{l21}^{POD} & N_{l22}^{POD} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Avec

$$N_{l11} = \int_{\Gamma'} N_1^T (-n)^T k \nabla N_1 d\Gamma + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_1 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_1 d\Gamma \quad (3.82)$$

$$N_{l12}^{POD} = U^T \left(\int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_1)^T N_2 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_1^T \alpha N_2 d\Gamma \right) U \quad (3.83)$$

$$N_{l21}^{POD} = U^T \left(\int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_1 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_2^T \alpha N_1 d\Gamma \right) U \quad (3.84)$$

$$N_{l22}^{POD} = U^T \left(\int_{\Gamma'} N_2^T (-n)^T k \nabla N_2 d\Gamma + \int_{\Gamma'} (-n)^T k (\nabla N_2)^T N_2 d\Gamma + \int_{\Gamma'} N_2^T \alpha N_2 d\Gamma \right) U \quad (3.85)$$

NB : La continuité du champ à l'interface entre un domaine MEF et un domaine réduit par POD a également été effectuée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Le lecteur intéressé pourra se référer à la Section C.1 en Annexe C.

3.4.5 Cas test – 1D

Le domaine d'étude est identique au domaine présenté à la Section 3.3.5 si ce n'est que le domaine Ω_2 a vu son champ u_2 réduit par POD.

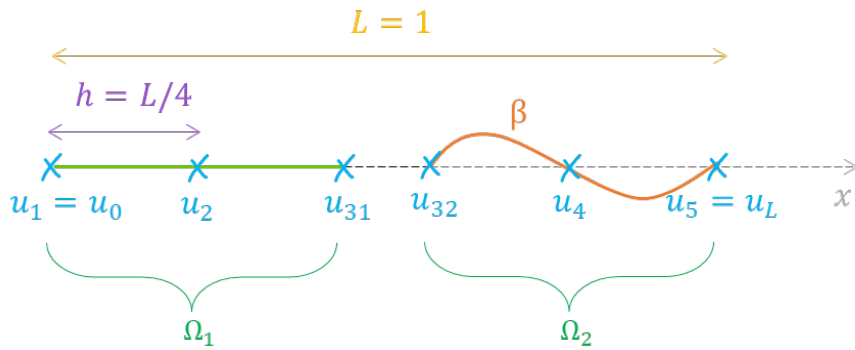


FIGURE 3.10 – Géométrie et maillage du cas d'étude 1D

Algorithme 3: Calcul du champ thermique par modèle hybride MEF-POD

Entrées : u_1^T, u_2^T conditions initiales

N_{t+}, dt nombre et pas de temps futurs

u_1 champ calculé en éléments finis

u_2 champ réduit par POD (matrice de *snapshots*)

Données : $M_1^e, M_2^e, K_1^e, K_2^e, B_1^e, B_2^e$ matrices élémentaires

α coefficient de stabilité

$N_{l11}, N_{l12}, N_{l21}, N_{l22}$ matrices qui imposent la CàI

$N_{l1}, N_{l2}, N_{r1}, N_{r2}$ matrices qui imposent les CaL

/ Ces données proviennent du calcul MEF (Algorithm 3.1) */*

Calculs : $[\Phi, \Sigma, \Psi] = \text{svd}(u_2)$ décomposition en valeurs singulières

$\sigma_i = \Sigma_{ii}$ récupération des valeurs singulières

$\forall 1 \leq i \leq s, p = \max_i \sigma_i \geq 10^{-6} \sigma_1$ nombre de modes retenus

$h = L/(N + 1)$ taille d'un élément

$\Phi_p = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_p]$ modes thermiques

$M_2^{POD}, K_2^{POD}, B_2^{POD}$ réduction des matrices élémentaires du domaine 2

$K^{POD}, M^{POD}, B^{POD}$ réassemblage des matrices globales

A^{POD} reformation du membre de gauche

$N_{l12}^{POD}, N_{l21}^{POD}, N_{l22}^{POD}$ réduction des matrices qui imposent la CàI

$N_{l2}^{POD}, N_{r2}^{POD}$ réduction des matrices qui imposent les CaL

N_l^{POD}, N_r^{POD} réassemblage des matrices de Nitsche

Initialisation : $u_1 = u_1^T, u_2 = u_2^T, \beta_{1 \leq i \leq p} = 0, x = \begin{bmatrix} u_1 \\ \beta \end{bmatrix}, u_2^+ = [u_2], x_t^+$

for $n = 1 : N_t^+$ **do** */* Résolution à chaque pas de temps */*

$$\left| \begin{array}{l} C_1 = dt B_1 + M_1 u_1 \\ C_2^{POD} = dt B_2^{POD} + M_2^{POD} \Phi_p^T u_2 \\ C^{POD} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2^{POD} \end{bmatrix} \\ (A^{POD} + N_l^{POD}) x = (C^{POD} + N_r^{POD}) \\ x_t^+ = [x_t^+ \ x] \\ u_1 = x(1 : N_1) \\ \beta = x(N_1 + 1 : N_1 + p) \\ u_2 = \Phi_p \beta \\ u_2^+ = [u_2^+ \ u_2] \end{array} \right.$$

Sortie : x_t solution de u_1 et β à tous les pas de temps futurs

u_2^+ solution de u_2 prédit à tous les pas de temps futurs

Mise en équation

L'application des conditions aux limites et la continuité du champ thermique à l'interface revient à ajouter deux termes de part et d'autre de l'équation (3.56) et ainsi donner l'équation (3.86). Les matrices K_2^{POD} et B_2^{POD} ont été réduites par POD.

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2^{POD} \end{bmatrix} + N_l^{POD} \right\} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2^{POD} \end{bmatrix} + N_r^{POD} \quad (3.86)$$

Où

$$N_l^{POD} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} N_{l1} & & & & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & N_{ll11} & N_{ll12}^{POD} & & \\ \hline & & N_{ll21}^{POD} & N_{ll22}^{POD} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ 0 & & & & & N_{l2}^{POD} \end{array} \right] \quad \text{et} \quad N_r^{POD} = \begin{bmatrix} N_{r1} \\ N_{r2}^{POD} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Les matrices N_l^{POD} et N_r^{POD} (équation 3.87) ont vu leur partie inférieure correspondant au domaine Ω_2 , réduite par POD.

Application numérique

Une fois le champ u_2 calculé par éléments finis (*cf.* Section 3.3.5) constituant la matrice de *snapshots*, une décomposition SVD est appliquée sur l'ensemble de la matrice (information prise sur tous les pas de temps). Les valeurs singulières sont imagées sur le graphe semi-logarithmique (Figure 3.11).

Les deux premiers modes sont conservés. Il faut donc trouver les deux coefficients β qui les modulent.

À des fins de vérification, le champ u_2 est reconstruit sur les mêmes pas de temps sur lesquels ont été extraits les modes, afin d'évaluer la quantité d'information perdue (Figure 3.12a). À présent, le champ u_2 est reconstruit par POD sur les pas de temps futurs (Figure 3.12b).

Dans le cas de la projection « en place » sur la base tronquée, la solution est similaire à celle obtenue en MEF d'ordre plein (Figure 3.7) donc l'approximation est vérifiée. Quant à la prédiction sur les pas de temps futurs, les conditions aux limites $u_1 = 1^\circ\text{C}$ et $u_5 = 5^\circ\text{C}$ sont bien appliquées et la continuité du champ est assurée à tous les pas de temps.

Bien sûr, le gain en temps de calcul est ici négligeable étant donné que le nombre de DDL est passé de 3 à 2 dans le domaine Ω_2 , ce qui est insignifiant. Toutefois, ce premier exemple montre le bien-fondé de la méthode et ses possibles intérêts à la fabrication additive métallique. Il est à noter qu'ici, nous n'avons pas distingué les nœuds de l'interface des domaines POD et MEF. Dans la Section 3.8, les nœuds de l'interface des deux domaines sont les nœuds MEF de manière à bénéficier des avantages de la formulation multi-domaines.

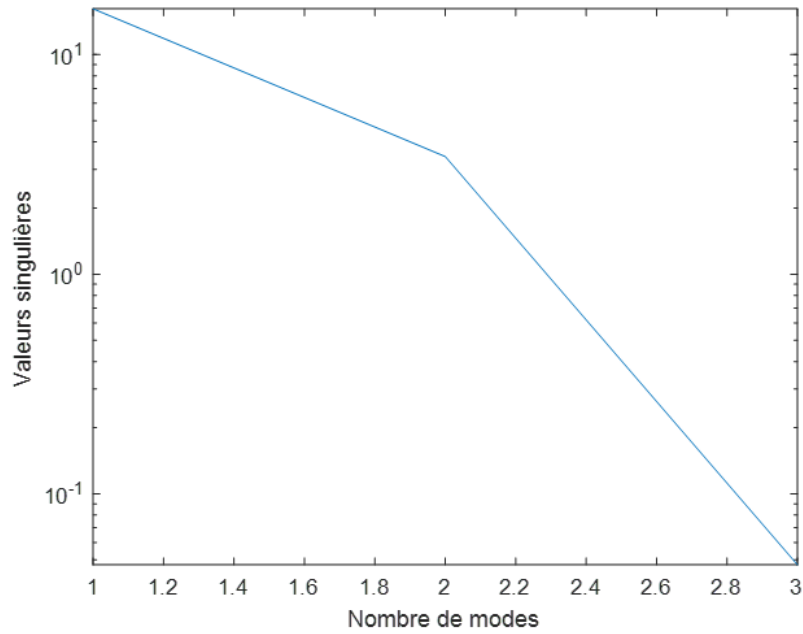


FIGURE 3.11 – Valeurs singulières

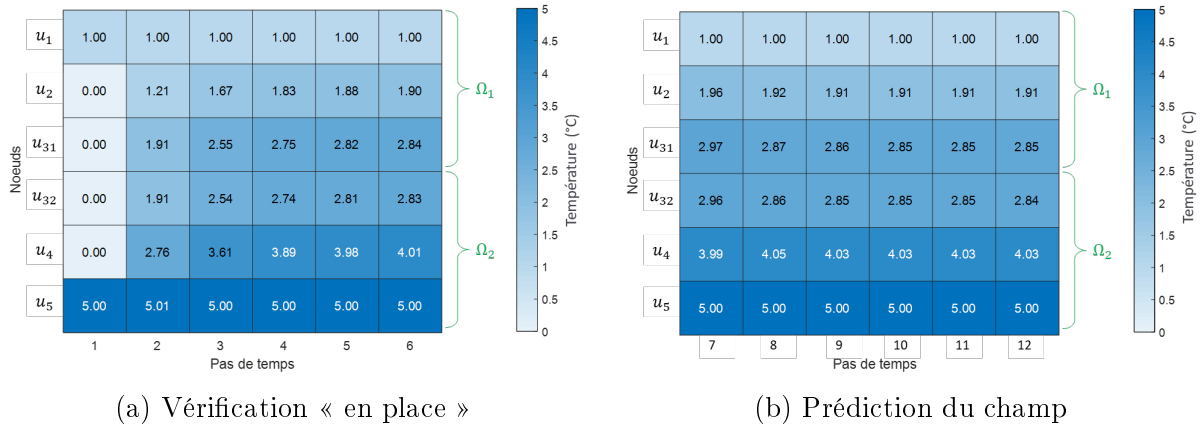


FIGURE 3.12 – Résolution de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par le modèle hybride MEF-POD

3.5 Réductibilité de l'histoire thermique induite par le procédé DED-LP

Le modèle hybride MEF-POD proposé est efficace s'il est possible d'extraire et de réutiliser les modes thermiques POD qui apparaissent au cours du temps. Nous allons vérifier sur une simulation MEF complète (d'ordre plein) que cette base POD existe et comment la construire. Pour ce faire, une étude est menée pour quantifier l'influence du nombre de couches déposées ainsi que le créneau temporel (plage de prise d'information) et le nombre

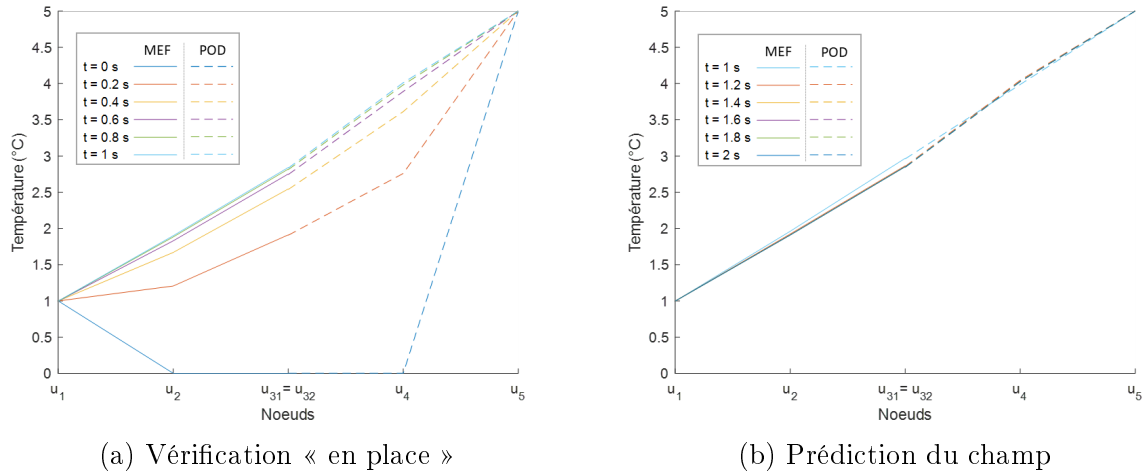


FIGURE 3.13 – Courbes des solutions de l'équation de la chaleur (équation 3.51) par le modèle hybride MEF-POD

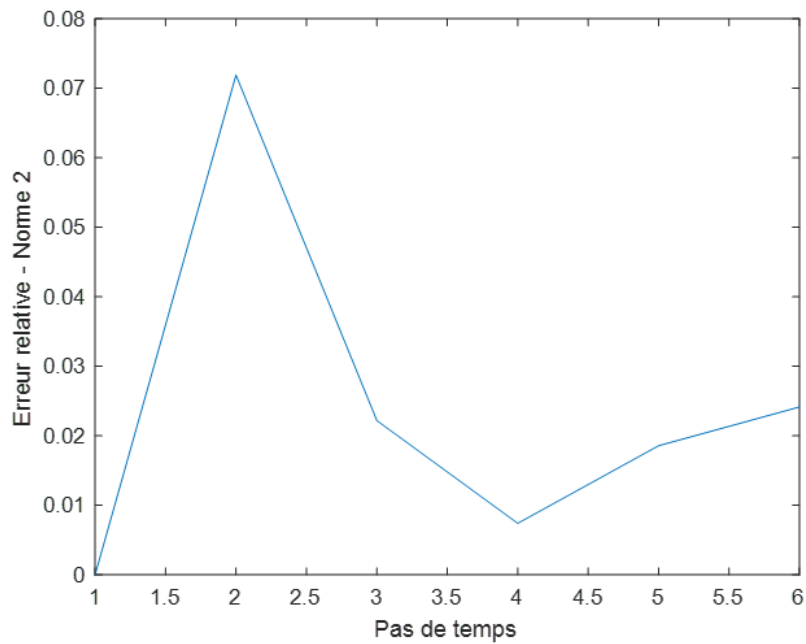


FIGURE 3.14 – Erreur relative de la solution hybride MEF-POD et la référence en MEF d'ordre plein

de modes extraits (quantité d'information jugée pertinente) sur la projection du champ thermique dans la base.

3.5.1 Définition des paramètres de réduction

Nombre de couches déposées

Une des spécificités de la réduction de modèle par POD appliquée à la fabrication additive est le choix du nombre de couches déposées nécessaires à une prise d'information efficace. Autrement dit, le nombre de couches dont le champ thermique doit être calculé par éléments finis avant d'appliquer la SVD.

Plage temporelle d'extraction

Le second aspect consiste à définir la plage temporelle d'extraction des modes. En effet, il faut définir à quel intervalle de temps obtient-on assez d'information pour en extraire les modes afin qu'ils représentent au mieux, le champ thermique à reproduire aux pas de temps futurs.

Nombre de modes retenus

Ce paramètre est fortement liée au type de critère d'arrêt ϵ_p choisi (voir Section 3.4.2). Le nombre de modes conservés parmi le total extrait par SVD fait suite à la discrimination du critère d'arrêt ϵ_p . Par ailleurs, nous définissons le taux de compression des modes comme étant :

$$\tau = \frac{\text{Nombre de modes extraits}}{\text{Nombre total de modes}} = \frac{p}{s} \quad (3.88)$$

Le nombre total s de modes est identique au nombre de pas de temps contenu dans la plage temporelle d'extraction.

3.5.2 Plan d'expérience

Cette étude est menée sur le champ thermique du substrat d'un mur mono-cordon de 30 couches, calculé par MEF grâce au solver commercial Morfeo[®] V2.7.2. Les phénomènes radiatifs et convectifs sont pris en compte. Le substrat a pour dimensions 100 x 40 mm et une épaisseur de 5 mm tandis que le mur mesure 80 x 17.4 x 0.9 mm (Figure 3.15). Par souci de simplicité, les couches sont regroupées en 6 macro-couches égales : le domaine 1 correspond à la première macro-couche (et donc les 5 premières couches) tandis que le domaine 2 se compose de la seconde macro-couche (les 5 couches suivantes). La discrétisation temporelle est adaptative et s'étalonne du pas de temps 1 à 5264 avec un pas de temps moyen de 0.06 s. Notre étude exclut le refroidissement final du substrat (pas de temps de 5069 à 5264) mais inclut une temporisation de 3 s après le dépôt de chaque couche. De par la symétrie du mur et du substrat, seule la moitié du mur a besoin d'être simulée en éléments finis. Le maillage est régulier dans le mur tandis qu'il est adaptatif dans le substrat, ainsi un total de 44010 nœuds sont obtenus dont un tiers est situé dans le substrat.

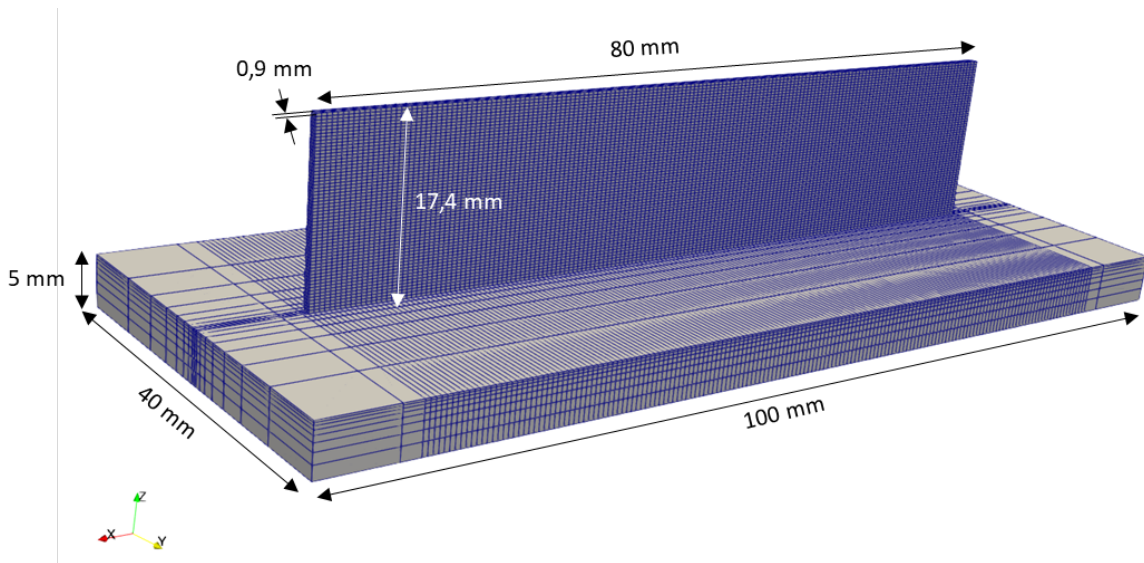


FIGURE 3.15 – Dimensions du mur fin du plan d'expérience

L'histoire thermique du substrat calculée par éléments finis est illustrée à la Figure 3.16 pour un point situé au centre de la surface supérieure du substrat.

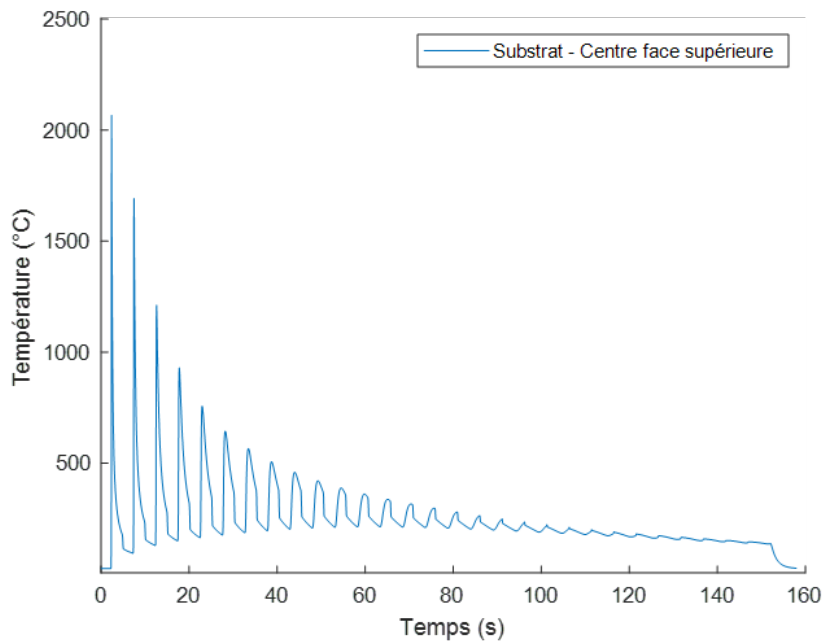


FIGURE 3.16 – Température calculée au centre de la face supérieure du substrat

3.5.3 Influence des paramètres

Dans le cas d'une projection « en place » dans la base, les coefficients qui modulent les modes thermiques correspondent à la projection du champ U_{MEF} calculé en MEF dans la base réduite :

$$\beta = \Phi_p^T U_{MEF} \quad (3.89)$$

Nombre de couches déposées

La SVD est appliquée au substrat successivement après le dépôt de la première couche, puis les deux premières couches et ainsi de suite jusqu'à une prise d'informations sur les 7 premières couches.

Plage temporelle d'extraction

Différentes configurations de plage d'extraction sont testées. Les blocs rouges et verts représentent des macrocouches, composées de 5 couches chacune (Figure 3.17). La dernière configuration consiste à acquérir l'information sur l'entièreté de l'histoire thermique, ceci sert de référence. En effet les erreurs évaluées avec cette configuration sont optimales, il sera impossible de faire mieux sans modifications de l'algorithme.

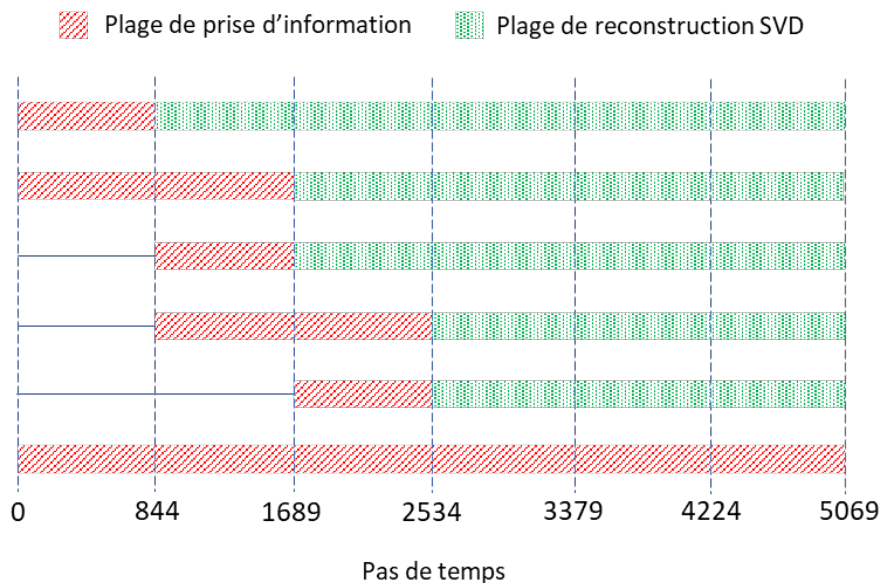


FIGURE 3.17 – Configurations testées de plage temporelle d'extraction des modes par SVD

Nombre de modes retenus et taux de compression

Le critère discriminant appliqué aux modes résultants de la SVD donne p modes retenus. Les résultats sont observés lorsque ne sont gardés que les $3/4$ et la moitié des p modes ainsi que les taux de compression associés.

3.5.4 Résultats et discussion

Les résultats sont évalués par l'erreur relative en norme 2 (Équation 3.90) de la projection du champ thermique dans la base tronquée comparée au champ simulé par MEF. Les valeurs maximales de ces erreurs sont données dans le Tableau 3.1

$$err_{relative} = \frac{\|T - T_{ref}\|_2}{\|T_{ref}\|_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |T - T_{ref}|_i^2}{\sum_{i=1}^n |T_{ref}|_i^2}} \quad (3.90)$$

Où T et T_{ref} sont les valeurs reconstruites et de référence de température respectivement.

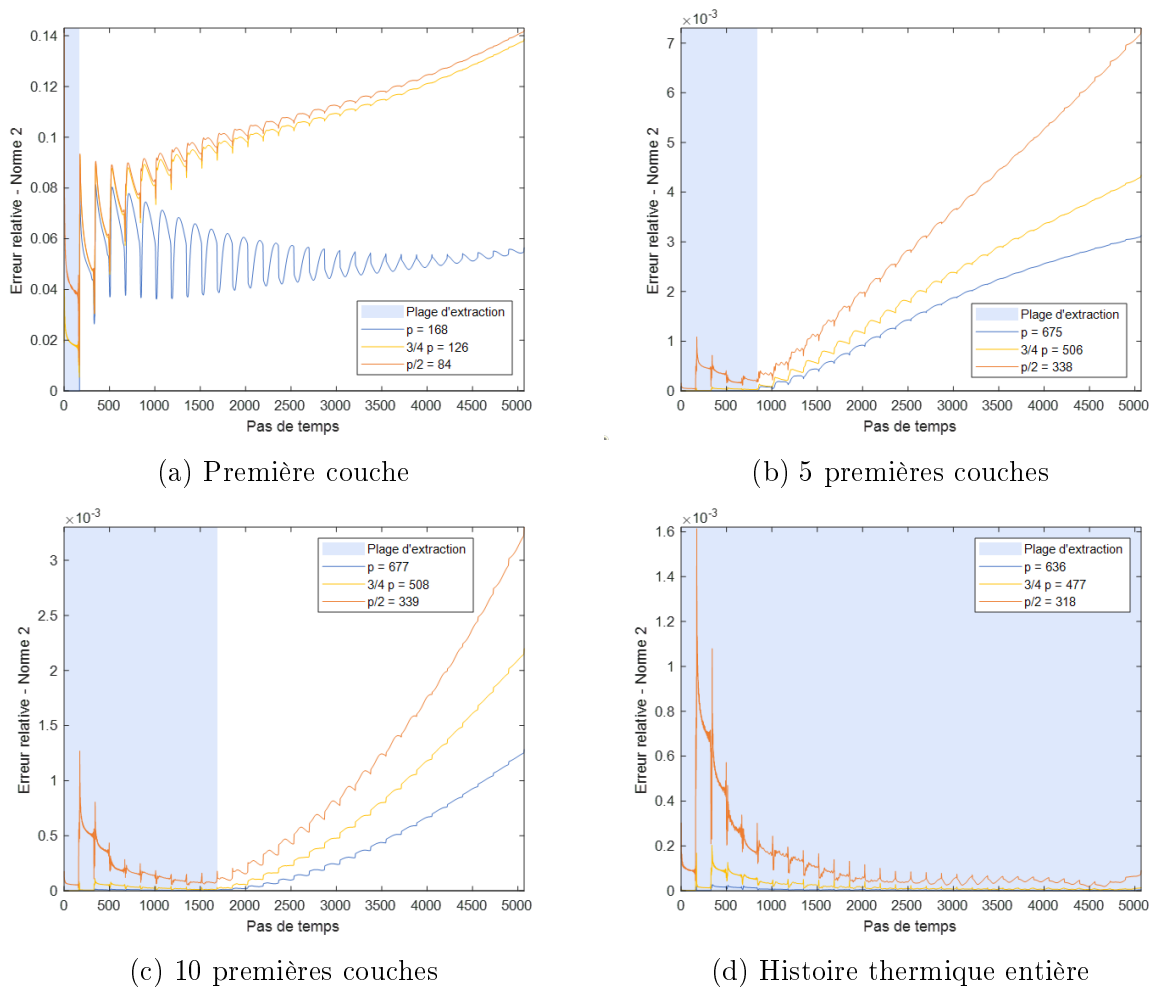


FIGURE 3.18 – Projection du champ thermique dans la base tronquée selon le nombre de modes retenus et la plage d'extraction

Quelle que soit la plage d'extraction : la première couche, les 5 premières couches, les 10 premières couches ou l'histoire thermique entière (30 couches) (Figures 3.15 à 3.18) (les courbes des autres configurations sont disponibles Figure D.1 en Annexe D), l'erreur

relative est plus élevée lorsque le nombre de modes retenu est petit. En effet, moins il y a d'informations (modes), plus la reconstruction est approximative. Ainsi lorsque la plage d'extraction se compose uniquement de la première couche, l'erreur relative maximale de reconstruction du champ vaut $1.43e-1$ avec 84 modes alors qu'elle est de $8.13e-2$ avec 168 modes.

Par ailleurs, l'erreur est minime sur les pas de temps auxquels les modes ont été extraits ; les comportements thermiques issus de ces plages temporelles reproduisent au mieux le champ sur ces mêmes pas de temps tandis qu'aux autres pas de temps, le champ présente des variations distinctes de celles capturées. Ainsi lorsque la plage d'extraction contient les 5 premières couches, l'erreur relative maximale vaut $1.27e-5$ sur la plage temporelle d'extraction alors qu'elle est de $3.1e-3$ sur les pas de temps suivants (675 modes). La dernière configuration (Figure 3.18) sert de référence : l'erreur relative maximale est de $2.76e-5$ pour 636 modes, valeur du même ordre de grandeur que l'erreur relative sur les plages d'extraction des autres configurations.

| Configuration | | Nb de couches déposées (calculées en EF) | | Pas de temps correspondants | | Nb de modes retenus (Taux de compression) | | Max erreur relative - Norme 2 | |
|------------------|------------------------------|--|-----------|-----------------------------|-----|---|---------|-------------------------------|---------|
| plage temporelle | | correspondants | | p | | p/2 | | p | |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 1 | 0-168 | 168 (1) | 126 | 84 | 8.13e-2 | 1.39e-1 | 1.43e-1 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 2 | 0-337 | 335 (0.99) | 251 | 168 | 3.18e-2 | 6.11e-2 | 9.02e-2 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 3 | 0-506 | 500 (0.99) | 375 | 250 | 9.6e-3 | 1.32e-2 | 1.9e-2 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 4 | 0-675 | 610 (0.9) | 458 | 305 | 3.6e-3 | 6.9e-3 | 1.04e-2 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 5 | 0-844 | 675 (0.8) | 506 | 338 | 3.1e-3 | 4.3e-3 | 7.3e-3 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 6 | 0-1013 | 696 (0.69) | 522 | 348 | 2.3e-3 | 3.4e-3 | 6.6e-3 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 7 | 0-1182 | 698 (0.59) | 524 | 349 | 1.9e-3 | 2.8e-3 | 5.7e-3 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 10 | 0-1689 | 677 (0.4) | 508 | 339 | 1.3e-3 | 2.2e-3 | 3.3e-3 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 10 | 845-1689 | 183 (0.22) | 137 | 92 | 2.18e-1 | 2.62e-1 | 3.64e-1 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 15 | 845-2534 | 178 (0.11) | 134 | 89 | 2.28e-1 | 2.58e-1 | 3.75e-1 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 15 | 1690-2534 | 66 (0.08) | 50 | 33 | 5.97e-1 | 5.12e-1 | 4.55e-1 |
| 0 | 844 1689 2534 3379 4224 5069 | 30 | 0-5069 | 636 (0.13) | 477 | 318 | 2.76e-5 | 2.03e-4 | 1.6e-3 |

 Plage de prise d'information
  Plage de reconstruction SVD

TABLE 3.1 – Extraction des modes avec différents nombres de modes retenus

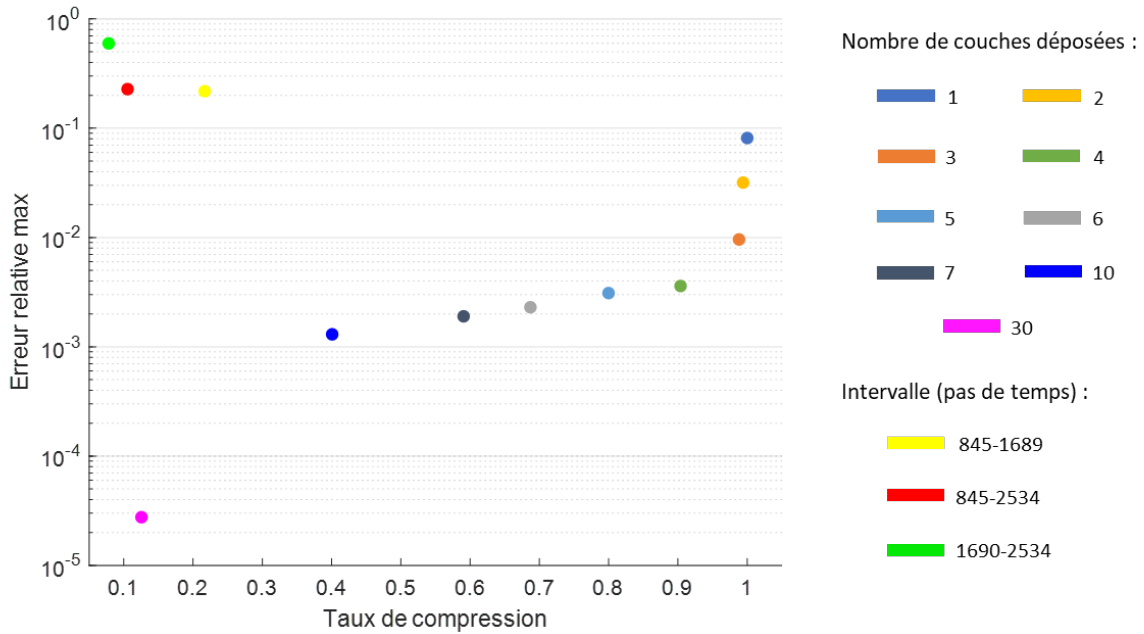


FIGURE 3.19 – Erreur relative maximale en fonction du taux de compression

Lorsque la plage d'extraction coïncide au dépôt des x premières couches (à partir du pas de temps initial), le taux de compression augmente quand le nombre de couches déposées diminue ; ainsi il passe de 0.4 pour 10 couches déposées tandis qu'il vaut 1 pour une seule couche. Cela signifie que le comportement du champ thermique opérant lors du dépôt de la première couche est tellement spécifique (et donc non-itératif) qu'il est nécessaire de conserver tous les modes thermiques. Au contraire, le champ suit, au bout de 10 couches déposées, des cycles thermiques qui sont capturés dans les modes thermiques ; moins de modes sont nécessaires pour reconstruire le comportement cyclique du champ de température car ils peuvent être réutilisés.

Quant aux plages d'extraction correspondant à des intervalles de temps, le taux de compression est plus faible lorsque la plage temporelle est plus avancée dans le temps : en effet, le taux de compression est de 0.8 lorsque l'extraction est faite sur les 5 couches initiales, il est de 0.22 lorsque les 5 couches sont situées sur l'intervalle (845-1689) et enfin, il passe à 0.08 pour une extraction sur 5 couches situées sur l'intervalle (1690-2534). Il en va de même pour une plage d'extraction composée de 10 couches, passant de 0.4 à 0.11 lorsque l'extraction se déporte de 845 pas de temps. Finalement, le taux de compression diminue de moitié quand le nombre de couches déposées passe de 5 à 10 à partir du pas de temps initial mais aussi à partir du pas de temps 845.

De plus, l'erreur relative maximale augmente en même temps que le taux de compression pour un nombre de couches déposées : elle équivaut à 1.9×10^{-3} pour un taux de 0.59 (7 couches déposées) et à 3.18×10^{-2} pour 0.99 (2 couches). Plus le nombre de couches déposées est grand, plus il y a d'information et plus les cycles thermiques sont définis ainsi le nombre de modes est moindre d'où un taux de compression plus faible. Il en résulte une

meilleure approximation du champ thermique lors de la reconstruction.

L'erreur relative maximale augmente fortement lorsque la plage d'extraction est avancée dans le temps : elle est évaluée à $3.1e-3$ pour les 5 premières couches, à $2.18e-1$ pour les 5 couches suivantes (845-1689) et à $5.97e-1$ pour les 5 couches situées à l'intervalle (1690-2534). À partir du pas de temps 845, le passage de 5 à 10 couches a pour conséquence une faible élévation de l'erreur relative maximale de $2.18e-1$ à $2.28e-1$.

3.5.5 Synthèse

L'histoire thermique dans la pièce induite par le procédé DED-LP peut donc être représentée par un ensemble restreint de modes thermiques. Pour constituer la base des modes, on cherche à avoir :

- Le nombre de couches dont la température est calculée en MEF le plus petit possible afin de passer rapidement en réduction POD
- Le taux de compression le plus faible afin de diminuer le nombre de DDL
- L'erreur d'approximation la plus petite possible afin d'augmenter la précision de reconstruction du champ thermique

D'une part, nous souhaitons que le nombre de couches soit inférieur strictement à 10 pour limiter les calculs par éléments finis. Les 5 dernières configurations (Tableau 3.1) sont donc exclues. D'autre part, le taux de compression maximale est fixé à 0.8 excluant ainsi les 4 premières configurations (Figure 3.19). Finalement, nous estimons que l'erreur relative maximale doit être au mieux de l'ordre de 10^{-3} . Seules, les configurations avec 5, 6 et 7 couches déposées sur les plages temporelles respectives (0-844), (0-1013) et (0-1182) satisfont ces trois conditions. Les p modes retenus pour ces configurations sont respectivement au nombre de 675, 696 et 698 ; la plus grande réduction de DDL est donc atteinte pour la configuration avec 5 couches, ce qui limite encore un peu plus les coûts calculs en éléments finis. Quant au nombre de modes retenus parmi p , $3/4p$ et $p/2$, les erreurs relatives augmentent d'autant lorsque le nombre de modes diminue (Figure 3.18) ; nous nous en tiendrons donc aux p modes thermiques.

En brève conclusion, cette étude montre que le meilleur compromis est d'appliquer la SVD sur le champ thermique lorsque les 5 premières couches sont déposées (et calculées en MEF) et de conserver les p modes thermiques extraits suite à la discrimination par le critère d'arrêt ϵ_p énoncé à l'équation 3.64.

3.6 Application du modèle hybride MEF-POD à un mur fin

Dans la suite des travaux présentés, un code « maison » a été programmé en linéaire afin d'implémenter le modèle hybride MEF-POD.

3.6.1 Plan d'expérience

Géométrie de la pièce et maillage

La modélisation hybride MEF-POD est mise en œuvre pour évaluer le champ de température lors de la construction d'un mur mono-cordon formé de 30 couches. Pour ses premiers développements, les phénomènes radiatifs et convectifs au niveau des surfaces extérieures sont négligés (schéma adiabatique). La stratégie de fabrication consiste en des allers simples sans temporisation inter-couches. Le mur a pour dimensions 45.9 x 0.9 x 17.4 mm tandis que le substrat mesure 56.7 x 29.7 mm et a une épaisseur de 2.32 mm (Figure 3.20). Ces dimensions restent modestes mais correspondent aux dimensions d'éprouvettes standards utilisées en amont pour le recalage du modèle MEF. Le maillage utilisé se compose d'éléments rectangulaires linéaires (8 nœuds/éléments) réguliers. Il compte 14 104 nœuds dont les trois quarts sont situés dans le substrat. La discrétisation temporelle s'échelonne du pas de temps 0 à 1499 avec un pas de temps constant de 0.054 s.

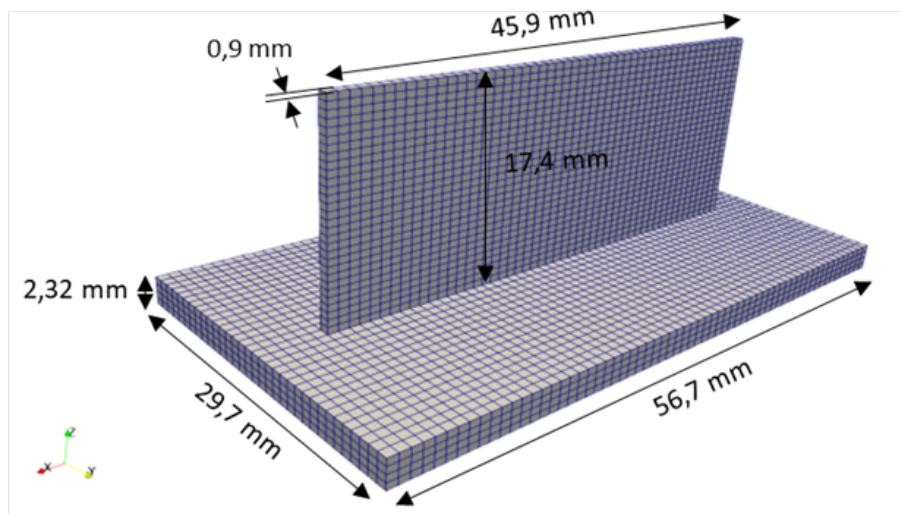


FIGURE 3.20 – Dimensions et maillage du mur de 30 couches

Matériau et propriétés thermiques

Le matériau considéré est un acier inoxydable 316L. Par souci de simplicité, ses propriétés thermiques k (conductivité thermique), ρ (masse volumique) et c_p (capacité thermique) sont considérées indépendantes de la température et leur valeur à température ambiante (20°C) vaut respectivement : 14 W/mK, 7960 kg/m³ et 475 J/kgK.

3.6.2 Modes thermiques extraits

Après que la température ait été calculée par éléments finis dans le domaine « substrat » lors du dépôt des 5 premières couches, 250 modes thermiques sont extraits par SVD, dont les six premiers sont représentés sur la Figure 3.21. Ainsi, les DDL dans le substrat ont

été réduits à 250 grâce à la POD contre 10 578 en MEF, constituant une réduction de plus de 97%.

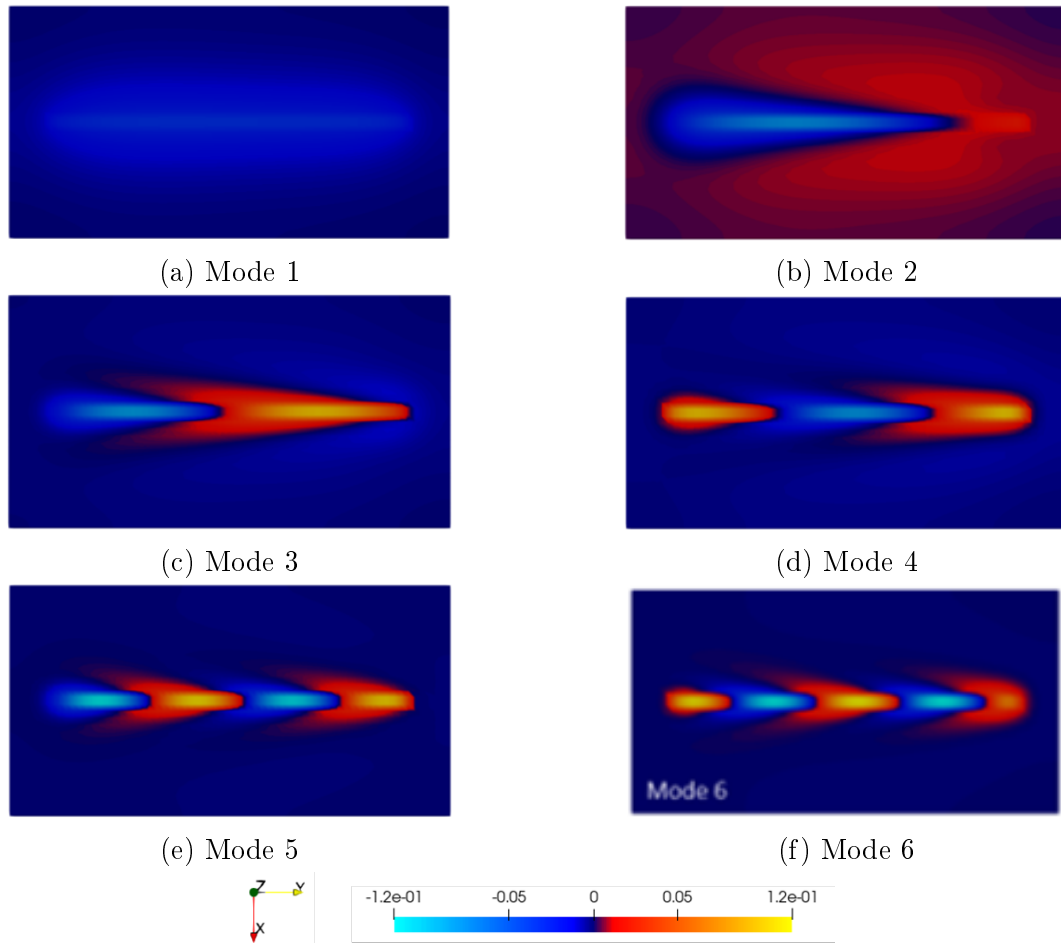


FIGURE 3.21 – Représentation des 6 premiers modes thermiques extraits du substrat

3.6.3 Partition des domaines

On distingue deux domaines :

- le domaine « mur » (noté Ω_M) comprend les couches supérieures sur lesquelles est appliquée la MEF.
- le domaine « substrat » (noté Ω_S) constitué du substrat (puis éventuellement complété par les couches inférieures de la pièce) où la température varie de façon moins prononcée. Dans ce domaine, le champ thermique est calculé en éléments finis sur les premiers pas de temps, et ensuite par sa version réduite par POD aux pas de temps suivants.

Grâce à la méthode de Nitsche, les conditions aux limites Γ_M et Γ_S respectives des domaines Ω_M et Ω_S sont satisfaites ainsi que la continuité du champ thermique à l'interface

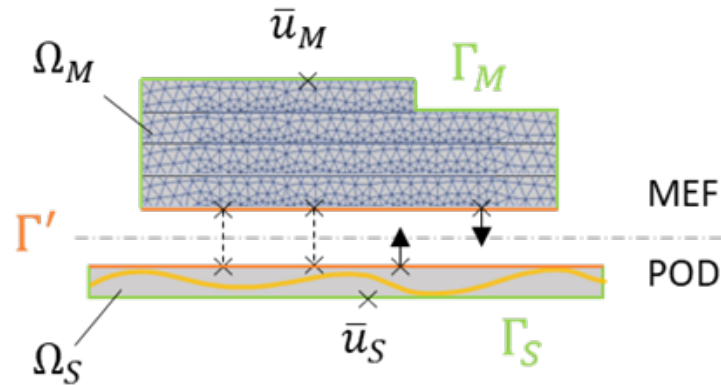


FIGURE 3.22 – Représentation du domaine « mur » (MEF) et du domaine « substrat » (POD) avec conditions aux limites et continuité à l'interface

commune Γ' des deux domaines.

Le programme du modèle hybride MEF-POD est implémenté en Julia. La machine de calcul dispose d'un processeur Intel® Core i5 @ 1.6 GHz (4 cœurs) et une mémoire RAM de 8 GB.

3.6.4 Résultats et Discussions

Une comparaison du champ thermique dans le mur est illustrée à la Figure 3.23, confrontant l'ordre plein MEF et l'ordre réduit hybride MEF-POD sur le même pas de temps (après le dépôt de la 25^{ième} couche). À première vue, la reconstruction par POD du champ de température dans le substrat paraît analogue aux valeurs fournies par la MEF. Les extrema de température semblent similaires.

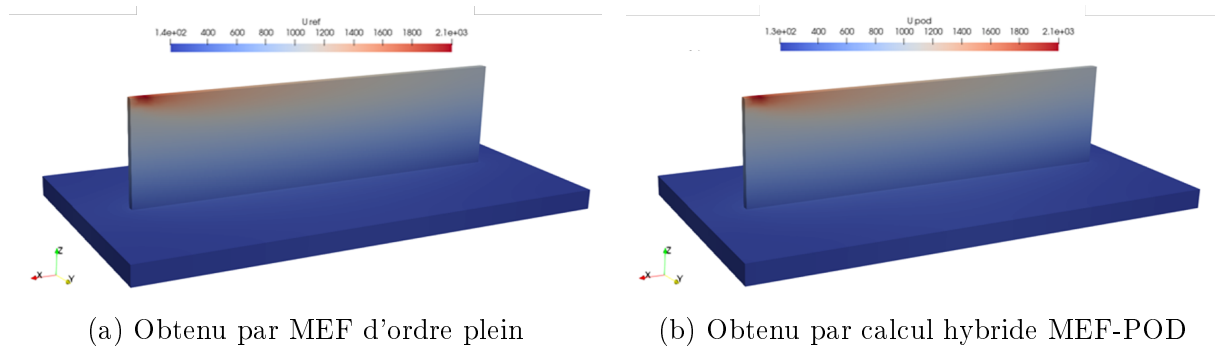


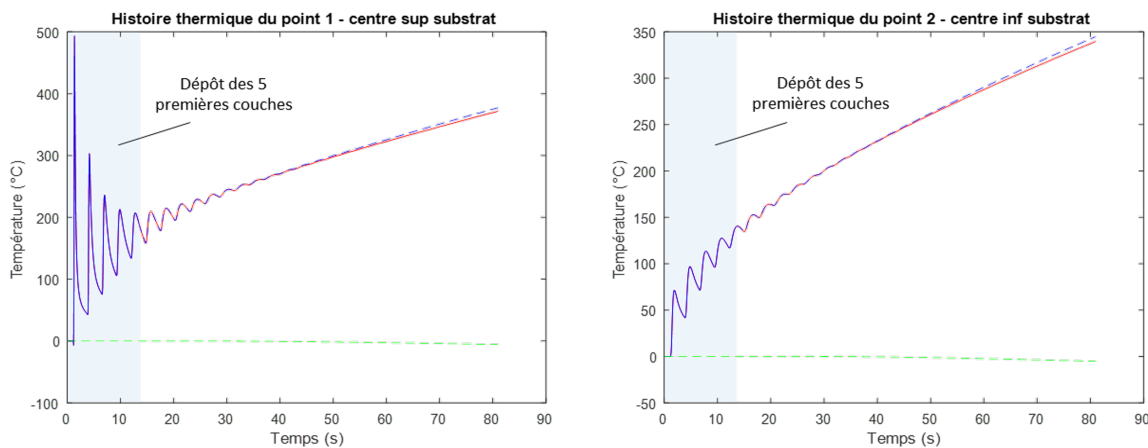
FIGURE 3.23 – Comparaison du champ thermique après le dépôt de la 25^{ième} couche

Toutefois, l'erreur relative atteint sa valeur maximale à 8.9% soit un écart de 20°C aux bords du substrat sur les derniers pas de temps. En effet, l'histoire thermique d'un point (point 1) situé sur la face supérieure, au centre du substrat (Figure 3.24a), présente une différence de 5.7°C (0.87%) entre la solution MEF et sa version réduite. Cet écart est

également présent, lorsque le point est plus éloigné de la source de chaleur (Figure 3.24b). Ainsi le point 2 situé sur la face inférieure du substrat présente une histoire thermique reconstruite erronée de 0.90% soit 5.2°C. Ces erreurs non-négligeables sur les derniers pas de temps, s'expliquent par le fait que les modes considérés sont incapables de représenter les comportements thermiques du substrat lorsque la source de chaleur est éloignée, puisqu'ils ont été extraits au début de la construction du mur, après le dépôt des 5 premières couches. Pour pallier cette dérive, une des solutions envisagées consiste à enrichir la base réduite utilisée en s'appuyant sur une évaluation du résidu dans le domaine POD.

| | Nombre de DDL | Erreur absolue max (°C) | | Erreur relative max (%) | |
|-----------------|---------------|-------------------------|---------|-------------------------|---------|
| | | Point 1 | Point 2 | Point 1 | Point 2 |
| MEF ordre plein | 14104 | 5.7 | 5.2 | 0.87 | 0.90 |
| Hybride MEF-POD | 3474 | | | | |

TABLE 3.2 – Évaluation des erreurs en deux points du substrat



(a) Point 1 : au centre de la face supérieure

(b) Point 2 : au centre de la face inférieure

FIGURE 3.24 – Histoire thermique de 2 points situés sur le substrat (la plage d'extraction apparaît bleutée)

3.7 Enrichissement de la base initiale par APR

L'erreur de reconstruction du champ thermique par POD croît lorsque on s'éloigne de la plage temporelle sur laquelle les modes ont été extraits. Il s'avère nécessaire de récupérer de l'information au fur et à mesure que la simulation avance dans le temps. Pour ce faire, le résidu est évalué afin d'en extraire des nouveaux modes qui sont concaténés à la base initiale par la méthode *A Priori Reduction*.

3.7.1 Méthode *A Priori Reduction*

La méthode *A Priori Reduction* (APR) peut être vue comme une version incrémentale et adaptative de la base réduite obtenue par POD [170]. En effet, le principal inconvénient de la POD est qu'aucune adaptation des modes thermiques n'est possible lorsqu'une nouvelle évolution du champ de température est considérée afin d'améliorer la base réduite ou d'augmenter le nombre de modes [99]. Une nouvelle base POD complète doit être recrée [170]. Pour éviter cela (ce qui allongerait les temps de calculs), l'APR permet d'enrichir la base initiale produite par POD en y ajoutant des modes thermiques récupérés grâce à l'évaluation du résidu [5].

Dans notre cas, le résidu est évalué au pas de temps t^* correspondant à la fin du dépôt d'une couche :

$$R(t^*) = B - M \frac{\partial (\sum_{i=1}^p \beta_i \phi_i)}{\partial t} + K \left(\sum_{i=1}^p \beta_i \phi_i \right) \quad (3.91)$$

La base POD est enrichie par une base de Krylov ($R, AR, \dots, A^k R$) où k correspond à l'ordre d'enrichissement. La base de Krylov est ajoutée à la base POD calculée précédemment puis ré-orthogonalisée par l'algorithme d'Arnoldi. Afin que la base ainsi obtenue n'explode pas, les modes peu représentatifs sont retirés afin d'approximer la solution U^c en fin de dépose de la couche. Pour cela, la projection de U^c dans la base est calculée :

$$\beta = \Lambda^T U^c \quad (3.92)$$

Sont éliminés de la base les modes dont le coefficient β_i associé est petit :

$$\beta_i^* < \mu_{sel} \quad \text{avec} \quad \beta_i^* = \frac{\beta_i}{\max(\beta)} \quad (3.93)$$

Ce critère de sélection simple (μ_{sel}) a montré son efficacité. Toutefois, l'ensemble de ces opérations est coûteuse : il est important de préciser qu'elles sont réalisées uniquement à la fin du dépôt de chaque couche.

3.7.2 Plan d'expérience

La modélisation hybride MEF-POD est mise en œuvre pour évaluer le champ de température lors de la construction de 2 carrés mono-cordons formé de 30 couches. Les phénomènes radiatifs et convectifs au niveau des surfaces extérieures sont négligés. La stratégie de fabrication consiste en des allers simples dans le sens anti-horaire sans temporisation inter-couches. Un cordon est déposé sur le premier carré tandis que le second est en attente. Les deux carrés ont un coté de 18.9 mm et sont extrudés de 17.4 mm. Le substrat mesure 53.1 x 29.7 mm et a une épaisseur de 2.32 mm (Figure 3.25). Le maillage utilisé se compose d'éléments rectangulaires linéaires (8 nœuds/éléments) réguliers. Il compte 20 120 nœuds dont la moitié est située dans le substrat. La discrétisation temporelle s'échelonne du pas de temps 0 à 959 avec un pas de temps constant de 0.27 s.

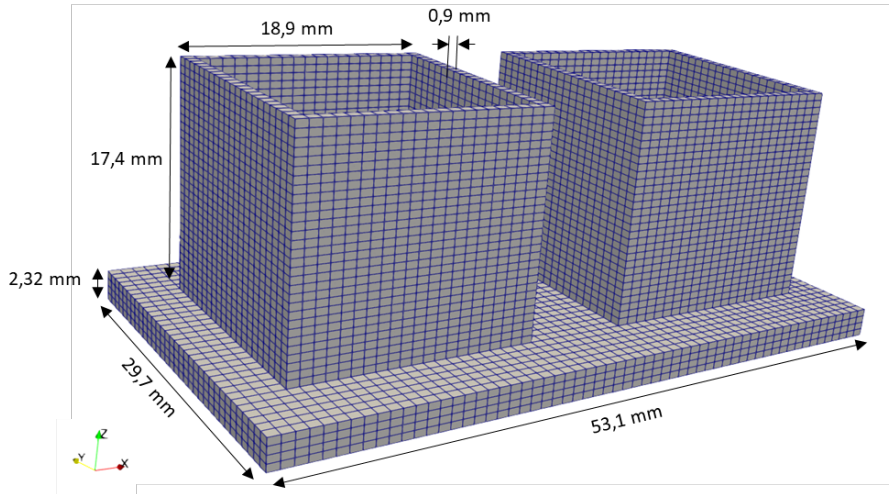


FIGURE 3.25 – Dimensions et maillage des 2 carrés de 30 couches

3.7.3 Étude de réductibilité

On réitère une partie de l'étude de réductibilité de l'histoire thermique (*cf.* Section 3.5) sur cette nouvelle géométrie. La plage temporelle d'extraction correspond aux 5 premières couches (résultat de la Section 3.5) puis à l'histoire thermique entière (qui fait référence). Le nombre de modes retenus est donné par le critère d'arrêt ϵ_p qui prend des valeurs différentes (Tableau 3.3). Les courbes de l'erreur relative entre la projection du champ thermique dans la base réduite et le champ simulé par MEF sont données pour une plage d'extraction correspondant aux 5 premières couches à la Figure 3.26 et à l'histoire thermique entière à la Figure 3.27.

| Nb de couches déposées (calculées en EF) | Pas de temps correspondants | Critère d'arrêt ϵ_p | Nb de modes retenus | Max erreur relative - Norme 2 |
|---|-----------------------------|------------------------------|---------------------|-------------------------------|
| 5 | 0-159 | 10^{-1} | 1 | 6.98e-2 |
| | | 10^{-2} | 12 | 3.25e-2 |
| | | 10^{-3} | 35 | 6.2e-3 |
| | | 10^{-4} | 67 | 2.5e-3 |
| ----- | | | | |
| 30 | 0-959 | 10^{-1} | 1 | 7.86e-2 |
| | | 10^{-2} | 1 | 7.86e-2 |
| | | 10^{-3} | 26 | 1.41e-2 |
| | | 10^{-4} | 42 | 8.74e-4 |

TABLE 3.3 – Nombre de modes et erreur relative maximale selon la valeur du critère d'arrêt

Dans le cas d'une plage d'extraction constituée des 5 premières couches (Figure 3.26), les courbes d'erreur se répartissent en deux types d'évolution. Lorsque $\epsilon_p > 10^{-2}$, l'erreur maximale est atteinte sur les premiers pas de temps avant de converger sur les pas

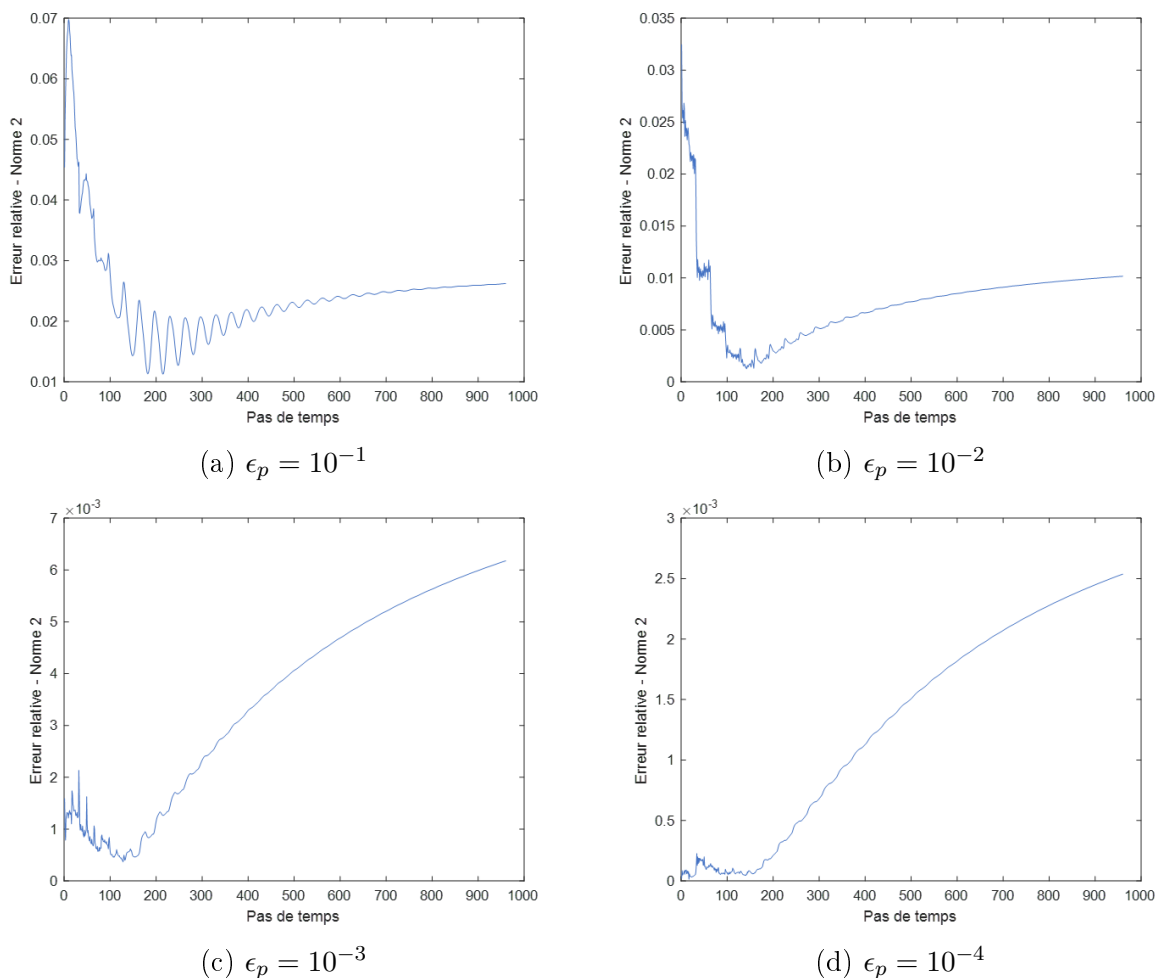
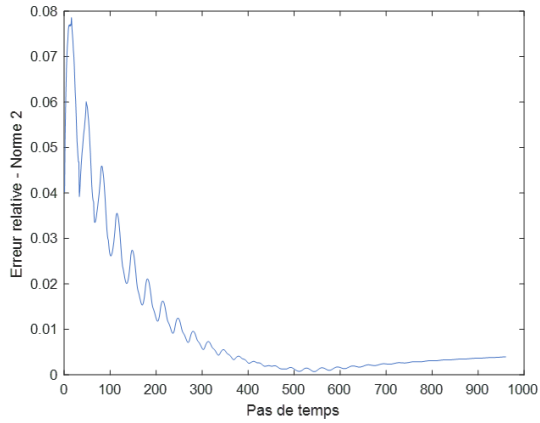


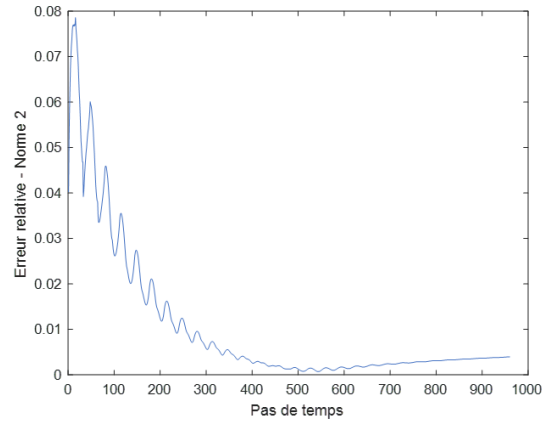
FIGURE 3.26 – Projection du champ thermique dans la base réduite selon le critère d’arrêt - Plage d’extraction : 5 premières couches

de temps suivants, tandis que pour $\epsilon_p < 10^{-3}$, les courbes divergent et atteignent leur maximum vers la fin de l’intervalle temporel. Lorsque la plage d’extraction correspond à l’histoire thermique entière (Figure 3.27), les courbes d’erreur ont un comportement de stabilisation similaire quelle que soit la valeur du critère d’arrêt.

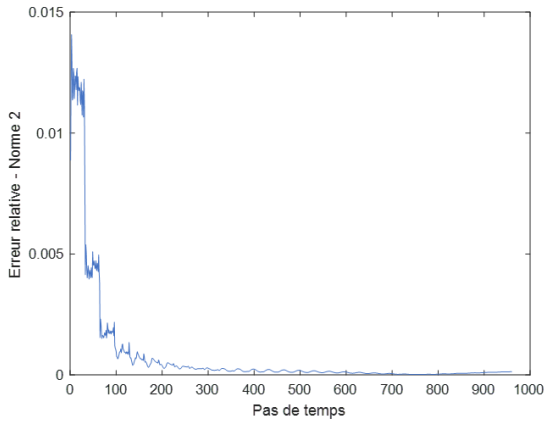
Pour une plage d’extraction correspondant aux 5 premières couches, l’erreur relative maximale diminue lorsque le critère d’arrêt ϵ_p diminue et que le nombre de modes augmente (Tableau 3.3). Il en est de même lorsque la plage d’extraction englobe l’histoire thermique entière. De la même manière qu’à la Section 3.5, moins le nombre de modes thermiques est grand, plus la reconstruction est approximative. Pour l’extraction de l’information sur les 30 couches, on note également un plateau : qu’importe la valeur du critère d’arrêt (10^{-1} ou 10^{-2}), le nombre de modes retenus et la valeur maximale de l’erreur sont identiques. Cela peut s’expliquer par la présence d’un mode thermique « fondamental » dont la valeur singulière est très élevée, délaissant les autres modes (les « harmoniques ») dont la valeurs singulières est inférieures à 10^{-3} . Toutefois, ces derniers sont pris en compte dans les



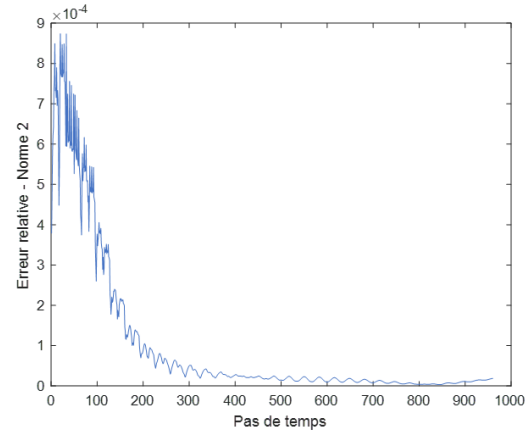
(a) $\epsilon_p = 10^{-1}$



(b) $\epsilon_p = 10^{-2}$



(c) $\epsilon_p = 10^{-3}$



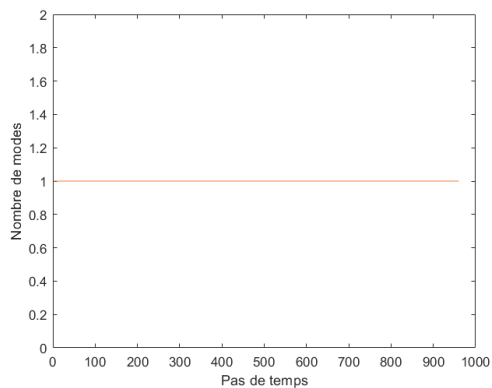
(d) $\epsilon_p = 10^{-4}$

FIGURE 3.27 – Projection du champ thermique dans la base réduite selon le critère d'arrêt - Plage d'extraction : histoire thermique entière

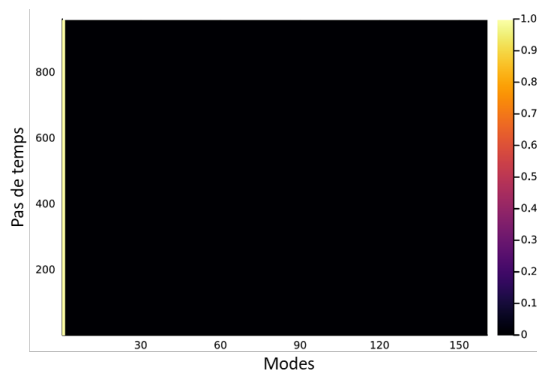
deux dernières configurations améliorant l'approximation de la reconstruction du champ thermique par POD.

3.7.4 Analyse des modes thermiques utilisés

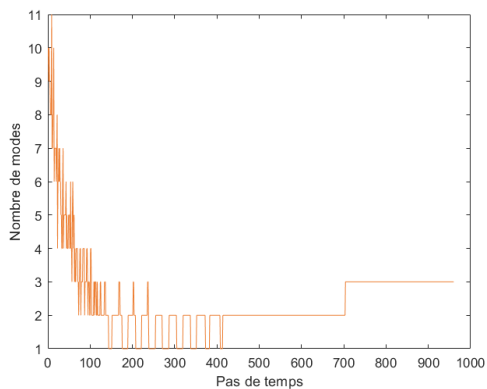
Le nombre de modes utilisés ainsi que la carte des modes utilisés au cours du temps lors de la projection du champ thermique dans la base sont donnés à la Figure 3.28. La plage d'extraction est constituée des 5 premières couches, correspondant à l'intervalle de temps 0-159 s d'où le nombre total de 160 modes thermiques dans la base globale.



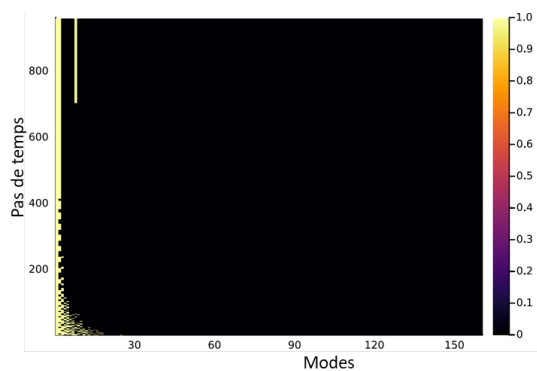
(a) $\mu_{sel} = 10^{-1}$



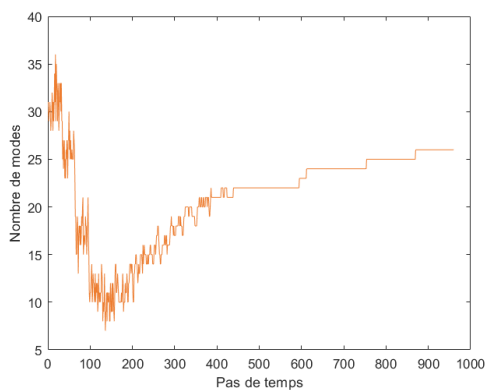
(b) $\mu_{sel} = 10^{-1}$



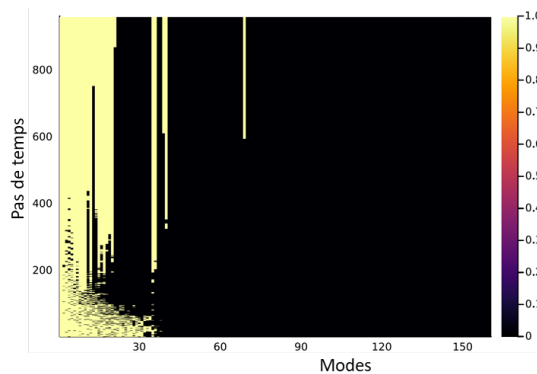
(c) $\mu_{sel} = 10^{-2}$



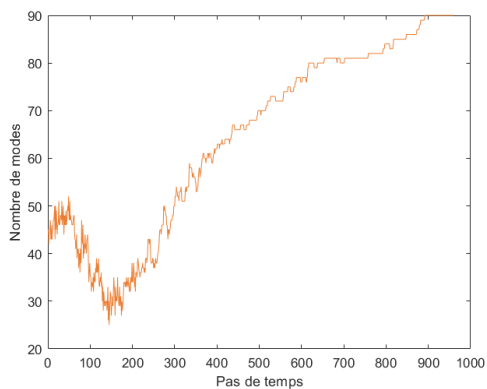
(d) $\mu_{sel} = 10^{-2}$



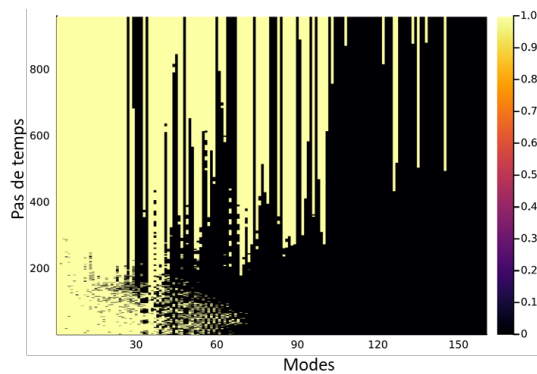
(e) $\mu_{sel} = 10^{-3}$



(f) $\mu_{sel} = 10^{-3}$



(g) $\mu_{sel} = 10^{-4}$



(h) $\mu_{sel} = 10^{-4}$

FIGURE 3.28 – Nombre et cartographie des modes utilisés lors de la projection du champ thermique dans la base réduite selon le critère de sélection

Lorsque le critère de sélection $\mu_{sel} > 10^{-3}$, le nombre de modes utilisés se stabilisent au cours du temps autour de 3 modes pour $\mu_{sel} = 10^{-2}$ (Figure 3.28c) et autour de 26 modes pour $\mu_{sel} = 10^{-3}$ (Figure 3.28e). En revanche, il croît sans limites jusqu'à atteindre 90 modes thermiques dans le cas d'un critère $\mu_{sel} = 10^{-4}$ (Figure 3.28g). Les raies jaunes représentent les modes utilisés dans la base globale (non réduite par un critère d'arrêt ϵ_p), y compris les modes dont le coefficient $\beta_i^* < \mu_{sel}$ (cf. Section 3.7.1). La première configuration ($\mu_{sel} = 10^{-1}$) ne comporte qu'un unique mode thermique correspondant au mode « fondamental » dont le poids β_i^* est le plus élevé (Figure 3.28b). Lorsque $\mu_{sel} = 10^{-2}$, les modes utilisés sont inclus dans la base (Figure 3.28d) car aucune raie jaune n'est observée au-delà du nombre maximal de modes (11, Figure 3.28c). Dans les deux derniers cas, des raies jaunes apparaissent sur les pas de temps avancés. Ainsi pour $\mu_{sel} = 10^{-3}$, une raie jaune correspondant au 70^{ième} mode (Figure 3.28f) est observable au-delà des 36 modes contenus dans la base (Figure 3.28e). Quant au cas où $\mu_{sel} = 10^{-4}$, de nombreux modes sont situés au-delà des 90 modes (Figure 3.28h) qui composent la base sur les derniers pas de temps (Figure 3.28g).

En conclusion, les modes thermiques permettant de représenter au mieux la solution du champ de température ne sont pas forcément les premiers modes de la base, en particulier quand le critère de sélection μ_{sel} diminue et de ce fait, lorsque le nombre de modes retenus augmente. Ceci montre qu'un enrichissement est nécessaire.

3.7.5 Résolution hybride MEF-POD

L'histoire thermique de la géométrie présentée à la Section 3.7.2 est simulée par le modèle hybride implémenté. Le champ de température est calculé par éléments finis d'ordre plein sur les 5 premières couches déposées (ce qui constitue la plage d'extraction); avant que le champ thermique du substrat ne soit reconstruit par POD. Les différents paramètres présentés dans les sections précédentes tels que ϵ_p , μ_{sel} et k prennent des valeurs diverses afin d'évaluer leur influence sur le résultat final.

Critère de sélection de l'enrichissement

Le critère de sélection μ_{sel} de l'enrichissement de la base (cf. Section 3.7.1) prend les valeurs de puissance décimale suivantes : 10^{-3} , 10^{-4} et 10^{-5} . Le critère d'arrêt de la base initiale ϵ_p prend la même valeur que μ_{sel} .

Ordre d'enrichissement de Krylov

L'ordre d'enrichissement de Krylov k (cf. Section 3.7.1) prend les valeurs suivantes : 0 (résidu uniquement), 1 et 5.

3.7.6 Résultats et discussions

Le nombre de modes contenus dans la base enrichie (courbes oranges) et l'erreur relative entre la solution hybride MEF-POD qui en résulte et la solution d'ordre plein MEF

(courbes bleues) sont illustrés à la Figure 3.29 pour un ordre d’enrichissement de Krylov $k = 0$ et à la Figure 3.30 pour $k = 5$. Pour l’ordre 1 de Krylov, les courbes sont illustrées à la Figure D.2 en Annexe D. L’erreur relative maximale, l’erreur relative stabilisée, le nombre maximal de modes thermiques ainsi que la réduction du nombre de DDL qui en résulte sont indiqués pour les différentes configurations dans le Tableau 3.4.

| Critères ϵ_p et μ_{sel} | Ordre k de Krylov | Erreur relative - Norme 2 Max | Erreur relative - Norme 2 Stabilisée | Nombre max de modes | Réduction du nombre de DDL |
|---|------------------------|----------------------------------|---|------------------------|-------------------------------|
| 10^{-3} | 0 | 1.8e-2 | 1.3e-2 | 28 | 99.73% |
| | 1 | 1.9e-2 | 9e-3 | 41 | 99.60% |
| | 5 | 1.3e-2 | 6.2e-3 | 98 | 99.04% |
| 10^{-4} | 0 | 8.6e-3 | 2.5e-3 | 77 | 99.25% |
| | 1 | 7.3e-3 | 2.4e-3 | 113 | 98.89% |
| | 5 | 5.3e-3 | 2.2e-3 | 282 | 97.24% |
| 10^{-5} | 0 | 1.9e-3 | 0 | 107 | 98.95% |
| | 1 | 3.6e-3 | 6e-4 | 165 | 98.38% |
| | 5 | 8.1e-3 | 8e-4 | 358 | 96.49% |

TABLE 3.4 – Erreur relative maximale et stabilisée, nombre maximal de modes dans la base et réduction du nombre de DDL selon les critères d’enrichissement et l’ordre de Krylov

Dans toutes les configurations faisant intervenir l’ordre $k = 0$ de Krylov (enrichissement par le résidu seulement), la taille de la base se stabilise. On note toutefois qu’elle parvient à un plafond (Figure 3.29e) de 107 modes thermiques (Tableau 3.4) pour $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-5}$. En outre, l’erreur relative converge vers 1.3e-2 et 2.5e-3 (Tableau 3.4) lorsque les critères ϵ_p et μ_{sel} valent respectivement 10^{-3} (Figure 3.29b) et 10^{-4} (Figure 3.29d). En revanche, la configuration $k = 0$ et $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-5}$ ne permet pas d’obtenir une solution stable (Figure 3.29f); cette dernière augmente jusqu’à parvenir à un maximum de 1.9e-3 (Tableau 3.4).

Dans les cas où l’ordre de Krylov vaut $k = 5$, les critères $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-3}$ restreignent la taille de la base (Figures 3.30a) tandis que lorsque ces critères valent 10^{-4} ou 10^{-5} , la base de modes grandit inconditionnellement avec l’ajout des couches (Figures 3.30c et 3.30e). Cela signifie que le critère de sélection μ_{sel} ne remplit pas sa fonction. Quant aux erreurs relatives, elles se stabilisent quelle que soit la valeur de ϵ_p et de μ_{sel} (Figures 3.30b, 3.30d et 3.30f) : l’ordre de grandeur est de 10^{-3} (Tableau 3.4) lorsque ϵ_p et μ_{sel} sont égaux à 10^{-3} et 10^{-4} et atteint 10^{-4} (Tableau 3.4) pour la dernière configuration ($\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-5}$).

Lorsque la valeur du critère de sélection diminue, le nombre maximal de modes contenus dans la base augmente. Ceci améliore alors la reconstruction du champ thermique par POD et minimise ainsi l’erreur relative entre la solution hybride MEF-POD et la solution d’ordre plein MEF. Néanmoins, la stabilité de la base n’implique pas toujours la convergence de la reconstruction (comme le montre le cas $k = 0$ et $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-3}$). Ce qui

signifie que les modes qui constituent la base ne sont pas les plus caractéristiques du comportement thermique ; le plafond ne permet pas d'ajouter des modes plus représentatifs. Par ailleurs, une solution convergente peut être obtenue même si la base croît sans limites (comme le prouvent les deux dernières configurations d'ordre $k = 5$: $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-4}$ et $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-5}$). Cet aspect peut s'expliquer par la présence d'un grand nombre de modes thermiques inclus dans la base qui sont inutiles à la reconstruction du champ thermique par POD.

Pour le cas où $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-3}$, la taille maximale de la base s'élève de 28 (Tableau 3.4) pour l'ordre de Krylov $k = 0$ à 98 (Tableau 3.4) pour $k = 5$, augmentant par conséquent l'allocation mémoire et le coût de calculs. Cependant, l'erreur stabilisée passe de $1.3e-2$ à $6.2e-3$; cette amélioration d'un ordre de grandeur fait de la configuration $k = 5$ et $\epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-3}$ la plus avantageuse des deux. Les cas ($k = 0, \epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-4}$) et ($k = 5, \epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-3}$) présentent des bases de taille relativement similaire (77, Tableau 3.4) pour l'ordre de Krylov $k = 0$ et (98, Tableau 3.4) pour $k = 5$ mais l'erreur convergente est moindre ($2.5e-3$) pour la première configuration que pour la seconde ($6.2e-3$). En conclusion, la configuration ($k = 0, \epsilon_p, \mu_{sel} = 10^{-4}$) est le meilleur compromis du fait d'un nombre restreint de modes dans la base et d'une bonne reconstruction par POD concédant une réduction de 99.25% du nombre de DDL.

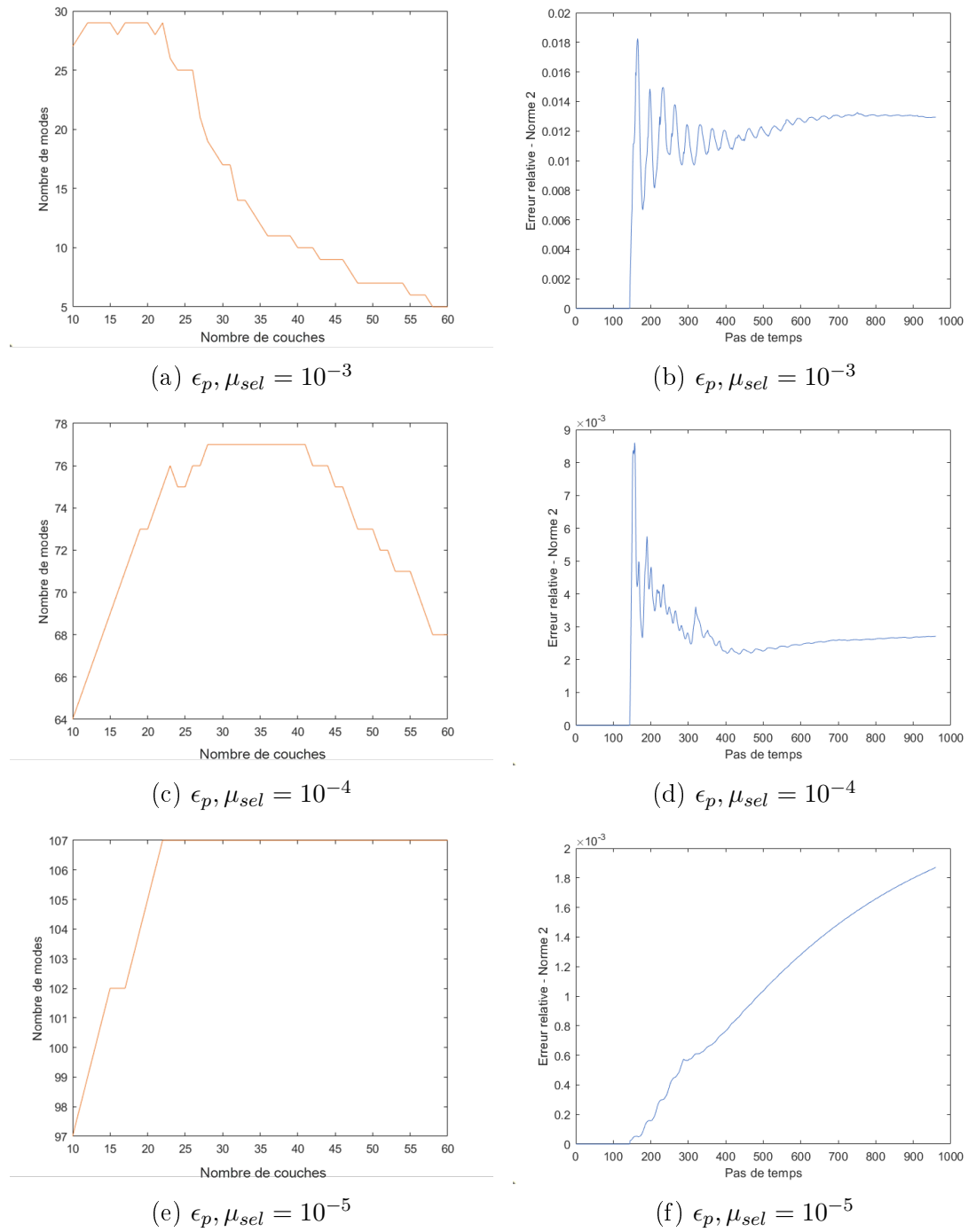


FIGURE 3.29 – Nombre de modes dans la base (courbes oranges) et reconstruction du champ thermique (courbes bleues) par le modèle hybride MEF-POD avec enrichissement APR – ordre de Krylov $k = 0$

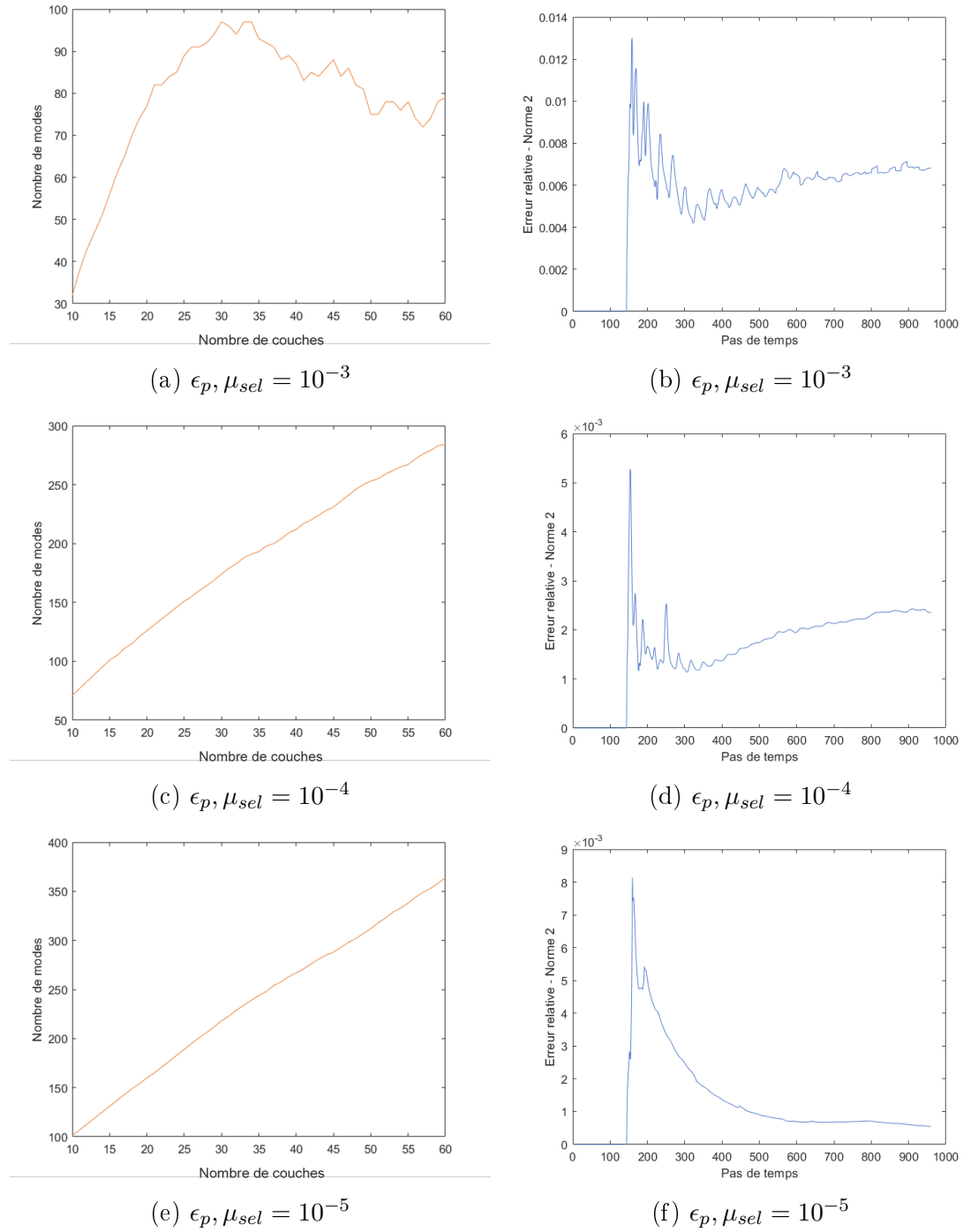


FIGURE 3.30 – Nombre de modes dans la base (courbes oranges) et reconstruction du champ thermique (courbes bleues) par le modèle hybride MEF-POD avec enrichissement APR – ordre de Krylov $k = 5$

3.8 Stratégie de résolution pour les pièces de grandes dimensions

Dans le cas d'une pièce de grande taille, nous considérons que chaque couche correspond à un bloc de matière. Le substrat est également divisé en blocs. Nous reprenons ici l'exemple de la Figure 3.25.

3.8.1 Évolution du système linéaire au cours du dépôt des cordons

On considère le bloc i , l'ensemble des nœuds en contact avec un autre bloc sera désigné par l'indice γ les autres nœuds ont l'indice ω : $U^i = [U_\gamma^i, U_\omega^i]$. La discrétisation de l'équation de la chaleur (voir Section 3.3) est représentée pour le bloc i par :

$$\begin{bmatrix} A_\omega^i & A_{\omega\gamma}^i \\ A_{\gamma\omega}^i & A_\gamma^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^i \\ U_\gamma^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\omega^i \\ b_\gamma^i \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

Dans la suite la matrice $N_{\gamma ij}$ représente la matrice de Nitsche (voir Section 3.4.4) modélisant le contact entre les blocs i et j :

$$N_{\gamma ij} = \begin{bmatrix} N_{\gamma 12}^i & N_{\gamma 12}^{ij} \\ N_{\gamma 12}^{ji} & N_{\gamma 12}^j \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Exemple :

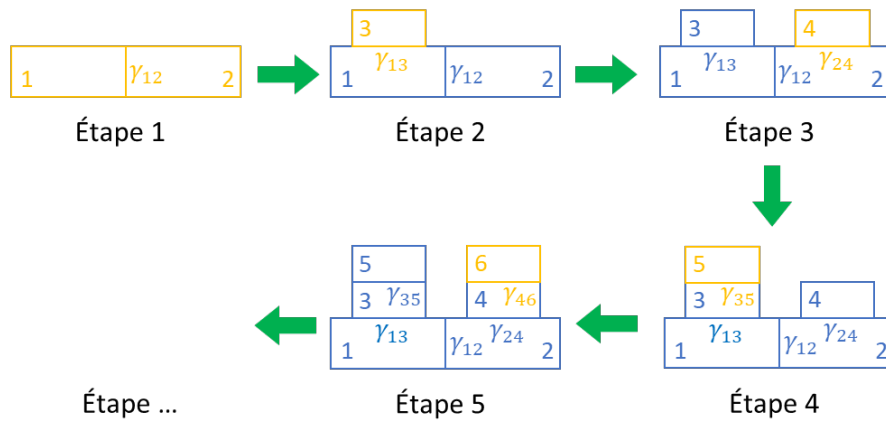


FIGURE 3.31 – Schéma des étapes de résolution

Étape 1 : substrats (blocs 1 et 2)

$$\begin{bmatrix} A_\omega^1 & & A_{\omega\gamma}^1 & & \\ & A_\omega^2 & & A_{\omega\gamma}^2 & \\ A_{\gamma\omega}^1 & & A_\gamma^1 + N_{\gamma 12}^1 & & \\ & A_{\gamma\omega}^2 & & A_\gamma^2 + N_{\gamma 12}^2 & \\ & & & & N_{\gamma 12}^{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^1 \\ U_\omega^2 \\ U_\gamma^1 \\ U_\gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\omega^1 \\ b_\omega^2 \\ b_\gamma^1 \\ b_\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

3.8.2 Triangulation par bloc du système

Afin de rendre la résolution plus efficace, le système est diagonalisé dans l'esprit de l'algorithme d'élimination de Gauss-Jordan par bloc.

Exemple

Étape 1 : substrats

$$\begin{bmatrix} A_\omega^1 & & A_{\omega\gamma}^1 & & \\ & A_\omega^2 & & & \\ A_{\gamma\omega}^1 & & A_\gamma^1 + N_{\gamma 12}^1 & & \\ & A_{\gamma\omega}^2 & & N_{\gamma 12}^{12} & \\ & & & & A_\gamma^2 + N_{\gamma 12}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^1 \\ U_\omega^2 \\ U_\gamma^1 \\ U_\gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\omega^1 \\ b_\omega^2 \\ b_\gamma^1 \\ b_\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

Complément de Schur sur A_ω^1 puis A_ω^2 .

$$\begin{bmatrix} A_\omega^1 & & A_{\omega\gamma}^1 & & \\ & A_\omega^2 & & & \\ & & A_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} A_{\omega\gamma}^1 + N_{\gamma 12}^1 & & \\ & & & N_{\gamma 12}^{12} & \\ & & & & A_\gamma^2 - A_{\gamma\omega}^2 (A_\omega^2)^{-1} A_{\omega\gamma}^2 + N_{\gamma 12}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^1 \\ U_\omega^2 \\ U_\gamma^1 \\ U_\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

$$= \begin{bmatrix} b_\omega^1 \\ b_\omega^2 \\ b_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} b_\omega^1 \\ b_\gamma^2 - A_{\gamma\omega}^2 (A_\omega^2)^{-1} b_\omega^2 \end{bmatrix}$$

La résolution se fait en 3 étapes :

- résolution du système de petite taille (ne faisant intervenir que les nœuds à l'interface) mais dense :

$$\begin{bmatrix} A_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} A_{\omega\gamma}^1 + N_{\gamma 12}^1 & & \\ & A_\gamma^2 - A_{\gamma\omega}^2 (A_\omega^2)^{-1} A_{\omega\gamma}^2 + N_{\gamma 12}^2 & \\ & & N_{\gamma 12}^{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\gamma^1 \\ U_\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

$$= \begin{bmatrix} b_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} b_\omega^1 \\ b_\gamma^2 - A_{\gamma\omega}^2 (A_\omega^2)^{-1} b_\omega^2 \end{bmatrix}$$

- résolution du bloc 1 (nœuds hors interface) :

$$A_\omega^1 U_\omega^1 = b_\omega^1 - A_{\omega\gamma}^1 U_\gamma^1 \quad (3.105)$$

- résolution du bloc 2 (nœuds hors interface) :

$$A_\omega^2 U_\omega^2 = b_\omega^2 - A_{\omega\gamma}^2 U_\gamma^2 \quad (3.106)$$

Les termes $A_{\gamma\omega}^i (A_\omega^i)^{-1} A_{\omega\gamma}^i$ correspondent au complément de Schur.

Généralisation à n blocs

$$\begin{bmatrix} A_\omega^1 & & A_{\omega\Gamma}^1 \\ & \ddots & \vdots \\ & & A_\omega^n \\ & & A_{\omega\Gamma}^n \\ & & \tilde{A}_\Gamma^{(n)} + N_\Gamma^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^1 \\ \vdots \\ U_\omega^n \\ U_\Gamma^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\omega^1 \\ \vdots \\ b_\omega^n \\ \tilde{b}_\Gamma^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

$$\text{Avec } \tilde{b}_\Gamma^{(n)} = \begin{bmatrix} b_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} b_\omega^1 \\ \vdots \\ b_\gamma^n - A_{\gamma\omega}^n (A_\omega^n)^{-1} b_\omega^n \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } \tilde{A}_\Gamma^{(n)} = \begin{bmatrix} A_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} A_{\omega\gamma}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & A_\gamma^n - A_{\gamma\omega}^n (A_\omega^n)^{-1} A_{\omega\gamma}^n \end{bmatrix}$$

Ou encore

$$\left(\tilde{A}_\Gamma^{(n)} + N_\Gamma^{(n)} \right) U_\Gamma^{(n)} = \tilde{b}_\Gamma^{(n)} \quad (3.108)$$

Soit pour chaque bloc

$$A_\omega^1 U_\omega^1 = b_\omega^1 - A_{\omega\Gamma}^1 U_\Gamma^{(n)} \quad (3.109)$$

$$\vdots \quad (3.110)$$

$$A_\omega^n U_\omega^n = b_\omega^n - A_{\omega\Gamma}^n U_\Gamma^{(n)} \quad (3.111)$$

Le calcul du complément de Schur est coûteux. Le système 3.102 est généralement résolu par une méthode itérative qui permet de ne pas calculer explicitement le complément de Schur. Dans notre cas, nous remarquons que le système est construit de manière incrémentale. C'est pourquoi l'approche proposée, construite autour de l'algorithme de Gauss-Jordan par blocs, semble plus pertinente qu'une résolution itérative globale. En effet, à l'ajout de chaque bloc, il est possible de factoriser certaines opérations, notamment le calcul des compléments de Schur des blocs 1 à $n - 1$. Il faut également noter que le système change à chaque pas de temps en raison du mouvement de la source (terme b_ω^n) et du fait que les éléments de la couche deviennent actifs de manière synchronisée avec le mouvement de la source (terme A_ω^n). Ceci a un impact sur les équations 3.108 et 3.111 par l'intermédiaire du terme $A_{\gamma\omega}^n (A_\omega^n)^{-1} A_{\omega\gamma}^n$. Un travail doit être effectué pour rendre cette partie de l'algorithme plus efficace.

3.9 Démarche de réduction hybride MEF-POD

3.9.1 Stratégie de passage entre les formulations classique et réduite : graphe de distances

Le modèle est composé de blocs en formulation MEF classique et de blocs en formulation réduite POD. Un bloc est traité en formulation réduite :

- quand il se trouve à une certaine distance de la source ;
- si la taille des *snapshots* associée au bloc n'est pas nulle.

La distance de la source doit être une estimation du « temps » que met la chaleur pour arriver en un point de la pièce. Nous choisissons de construire un graphe dont les sommets sont les blocs déposés et les arêtes des blocs en contact. Pour chaque arête, nous associons la distance entre les barycentres des blocs extrémités. La distance du bloc à la source est la plus courte distance calculée à partir du graphe entre le bloc considéré et le bloc déposé (au plus proche de la source).

Exemple :

Étape 1 : Sommet 1,2 arête 1-2

Étape 2 : Sommet 1,2,3 arêtes 1-2, 1-3

Étape 3 : Sommet 1,2,3,4 arêtes 1-2, 1-3, 2-4

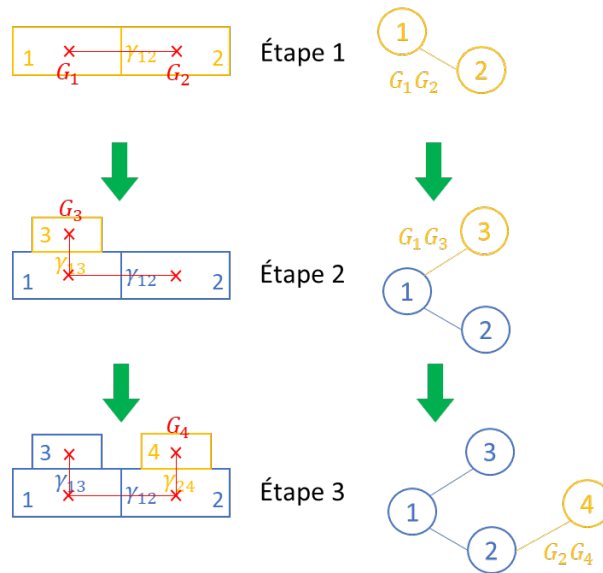


FIGURE 3.32 – Schéma de la distance à la source

Ainsi dans l'étape 3 (Figure 3.32), la distance à la source devient $d_{43} = G_2G_4 + G_1G_2 + G_1G_3$.

Exemple d'historique :

Étape 1 : bloc 1 (substrat) en MEF, bloc 2 (substrat) en MEF

Étape 2 : bloc 1 (substrat) en MEF, bloc 2 (substrat) en MEF, bloc 3 (cordon 1) en MEF

Étape 3 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en MEF, bloc 3 (cordon 1) en POD, bloc 4 (cordon 2) en MEF

Étape 4 : bloc 1 (substrat) en MEF, bloc 2 (substrat) en POD, bloc 3 (cordon 1) en MEF,

bloc 4 (cordon 2) en POD, bloc 5 (cordon 3) en MEF

Étape 5 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en MEF, bloc 3 (cordon 1) en POD, bloc 4 (cordon 2) en MEF, bloc 5 (cordon 3) en POD, bloc 6 (cordon 4) en MEF

Étape ...

Étape 10 : bloc 1 (substrat) en MEF, bloc 2 (substrat) en POD, bloc 3 (cordon 1) en MEF, bloc 4 (cordon 2) en POD, bloc 5 (cordon 3) en MEF, ..., bloc 11 (cordon 9) en MEF

Étape 11 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en MEF, bloc 3 (cordon 1) en POD, bloc 4 (cordon 2) en MEF, bloc 5 (cordon 3) en POD, bloc 6 (cordon 3) en MEF, ..., bloc 12 (cordon 10) en MEF

Étape 12 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en POD, bloc 3 (cordon 1) en MEF, bloc 4 (cordon 2) en POD, bloc 5 (cordon 3) en MEF, ..., bloc 13 (cordon 11) en MEF

Étape 13 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en MEF, bloc 3 (cordon 1) en POD, bloc 4 (cordon 2) en MEF, bloc 5 (cordon 3) en POD, bloc 6 (cordon 4) en MEF, ..., bloc 14 (cordon 12) en MEF

Étape 14 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en POD, bloc 3 (cordon 1) en POD, bloc 4 (cordon 2) en POD, bloc 5 (cordon 3) en MEF, ..., bloc 15 (cordon 13) en MEF

Étape 15 : bloc 1 (substrat) en POD, bloc 2 (substrat) en POD, bloc 3 (cordon 1) en POD, bloc 4 (cordon 2) en MEF, bloc 5 (cordon 3) en POD, bloc 6 (cordon 4) en MEF, ..., bloc 16 (cordon 14) en MEF

Précédemment, on imposait une plage d'extraction de 5 couches avant de passer le domaine (bloc) « substrat » de MEF à POD. Maintenant, cette opération se fait automatiquement en fonction de la distance du barycentre du bloc à la source.

3.9.2 Résolution hybride MEF-POD

Soit Λ_i la base POD associée au bloc i

Le champ thermique est reconstruit : $U_\omega^i = \Lambda_\omega^i \beta^i$

$$\begin{bmatrix} A_\omega^1 & & A_{\omega\gamma}^1 & & \\ & (\Lambda_\omega^2)^T A_\omega^2 \Lambda_\omega^2 & & (\Lambda_\omega^2)^T A_{\omega\gamma}^2 & \\ A_{\gamma\omega}^1 & & A_\gamma^1 + N_{\gamma 12}^1 & & \\ & A_{\gamma\omega}^2 \Lambda_\omega^2 & N_{\gamma 12}^{21} & & \\ & & & A_\gamma^2 + N_{\gamma 12}^2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^1 \\ \beta^2 \\ U_\gamma^1 \\ U_\gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\omega^1 \\ (\Lambda_\omega^2)^T b_\omega^2 \\ b_\gamma^1 \\ b_\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

$$\begin{bmatrix} A_\omega^1 & & A_{\omega\gamma}^1 & & \\ & (\Lambda_\omega^2)^T A_\omega^2 \Lambda_\omega^2 & & (\Lambda_\omega^2)^T A_{\omega\gamma}^2 & \\ & & A_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} A_{\omega\gamma}^1 + N_{\gamma 12}^1 & & \\ & & N_{\gamma 12}^{21} & & \\ & & & A_\gamma^2 - A_{\gamma\omega}^2 \Lambda_\omega^2 \left((\Lambda_\omega^2)^T A_\omega^2 \Lambda_\omega^2 \right)^{-1} (\Lambda_\omega^2)^T A_{\omega\gamma}^2 + N_{\gamma 12}^2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\omega^1 \\ \beta^2 \\ U_\gamma^1 \\ U_\gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\omega^1 \\ (\Lambda_\omega^2)^T b_\omega^2 \\ b_\gamma^1 - A_{\gamma\omega}^1 (A_\omega^1)^{-1} b_\omega^1 \\ b_\gamma^2 - A_{\gamma\omega}^2 \Lambda_\omega^2 \left((\Lambda_\omega^2)^T A_\omega^2 \Lambda_\omega^2 \right)^{-1} (\Lambda_\omega^2)^T b_\omega^2 \end{bmatrix} \quad (3.113)$$

alors appliqué à une géométrie simple (un mur mono-cordon) à des fins de validation de l'approche développée. L'erreur relative maximale de la prédiction de température dans le substrat est inférieure à 1% comparée aux éléments finis d'ordre plein. Néanmoins, une dérive progressive est constatée au cours du temps : les modes extraits au début de la fabrication ne sont plus en mesure de représenter le comportement thermique du substrat sur les derniers pas de temps. Cet aspect est amélioré par un enrichissement par APR de la base initiale des modes thermiques extraits par SVD. Une analyse des modes thermiques appelés lors de la reconstruction du champ de température nous amène à constater que certains des modes ne sont pas inclus dans la base initiale. Une seconde étude permet de quantifier l'influence des paramètres d'enrichissement tels que le critère de sélection et l'ordre d'enrichissement de Krylov. L'approche *via* un enrichissement de la base est validée par son application à une géométrie plus complexe (deux carrés mono-cordons sur un même substrat). L'erreur relative maximale du modèle hybride MEF-POD comparée aux éléments finis d'ordre plein est de l'ordre de 10^{-3} pour les configurations d'enrichissement les plus optimistes conférant une réduction supérieure à 99% du nombre de degrés de liberté. Ce qui est satisfaisant du fait d'une erreur maximale de l'ordre de 10^{-2} lors de la projection « en place ».

La démarche de résolution hybride proposée est adaptée aux pièces de grandes dimensions pour lesquelles le substrat (dans le cas d'une fabrication) ou la pièce préexistante (dans le cas d'un rechargement de matière ou d'ajout de fonctions) occupe une place prépondérante. Le passage d'un bloc d'une formulation classique par éléments finis à sa version réduite est géré automatiquement en fonction de la distance du barycentre de ce bloc à la source de chaleur. En outre, le système linéaire est résolu en assurant les conditions aux limites et la continuité de la température à l'interface entre chaque bloc.

Ce modèle hybride constitue un outil pour définir des règles et des stratégies de fabrication pour le procédé DED-LP. En effet, grâce aux coûts calculs réduits de ce dernier, il est possible d'itérer rapidement dans les phases de conception et de choix des paramètres procédés. Ainsi les paramètres machine (puissance laser, vitesse de dépôt, ...) et les trajectoires outils (préférence de passage, ...) les plus adaptés à la pièce à fabriquer peuvent être déterminés en amont, afin d'éviter les points chauds indésirables. De plus, l'outil peut être exploité dans l'estimation d'un temps de refroidissement inter-couches optimal dans le but de ne pas dépasser un seuil maximal de température ; ou encore, il permet de quantifier un gradient thermique ou une vitesse de refroidissement auquel il faut parvenir expérimentalement pour atteindre une microstructure spécifiée garantissant ainsi un niveau minimum de résistance mécanique.

Limites identifiées

Les méthodes multi-domaines sont généralement associées à des solveurs itératifs. Un travail est à mener en ce sens intégrant le fait que les blocs sont ajoutés de manière incrémentale et que le dernier bloc (où la matière est ajoutée) change à chaque pas de temps. En outre, notre formulation reste linéaire, il faut envisager une version prenant en compte les non-linéarités des matériaux en particulier dans la partie MEF. Par ailleurs, le

modèle hybride MEF- POD est ici présenté en schéma adiabatique, comparée à la simulation équivalente par éléments finis d'ordre plein. Toutefois, pour modéliser au mieux ce qu'il se passe dans la réalité, il est nécessaire d'ajouter *a minima* la condition aux limites de convection sur les surfaces libres. La radiation peut également être implémentée bien qu'elle soit plus complexe à mettre en place du fait de sa non-linéarité (température à la puissance 4). De plus, dans nos travaux, le domaine réduit s'est limité au substrat ; cependant, la démarche est applicable aux couches inférieures grâce à une gestion dynamique des blocs et de leur base respective. Par ailleurs, la partie réduite du système par POD peut présenter certaines difficultés à être introduite dans un solveur commercial ou d'autres codes de calculs MEF agissant en « boîte noire » en raison du caractère intrusif de la POD. En effet, cette approche hybride implique d'interagir constamment avec le calcul par éléments finis, notamment le passage d'un bloc en version réduite ou la garantie de la continuité du champ thermique aux interfaces des blocs MEF et POD.

Perspectives

L'utilisation finale du modèle hybride développé consiste à prédire, en amont de la fabrication, le champ de température dans une pièce produite en DED-LP. Les matériaux métalliques ont des propriétés thermiques qui dépendent fortement de la température. Ainsi pour être au plus près de la réalité du procédé, il s'avère indispensable d'inclure cette dépendance des propriétés et donc d'implémenter la partie éléments finis du système hybride en non-linéaire. Par ailleurs, toujours dans l'optique d'être le plus réaliste possible, il serait intéressant de séparer les modes de chauffe et les modes de refroidissement dans des bases distinctes. En effet, la durée de temporisation qui suit le dépôt d'une couche et donc la phase de chauffe, permet le refroidissement induisant des comportements thermiques bien différents. Il suffirait alors d'aller « piocher » les modes dans la base adéquate en fonction de l'activation de la source de chaleur. Par ailleurs, l'extraction des modes thermiques peut s'avérer compliquée puisqu'elle nécessite au préalable un calcul par éléments finis qui peut être coûteux en temps selon les dimensions de la pièce simulée. Une piste envisageable est d'optimiser l'acquisition des modes :

- soit par la détermination de sources équivalentes sans ajout de matière (et donc pas d'augmentation de la taille du domaine) ;
- soit en exploitant une possible similitude des modes : les modes thermiques sont récupérés sur des pièces de petites dimensions afin de constituer une base, utilisée par la suite pour des pièces de grande taille en jouant sur l'amplitude ou la fréquence des modes.

Finalement, on peut se demander dans quelles mesures une même base de modes peut être réutilisée pour une pièce similaire si le jeu de paramètres machine (puissance du laser et vitesse de déplacement) est semblable, toujours en employant l'amplitude et la fréquence des modes comme des paramètres de réglage.

Conclusion et perspectives

Synthèse

Les travaux présentés dans ce manuscrit contribuent à améliorer la compréhension des comportements thermique et géométrique afin d'établir des règles et des stratégies de fabrication pour le procédé *Directed Energy Deposition*-Laser Poudre. Des outils ont été développés afin de modéliser ces comportements pour mieux les maîtriser lors de la fabrication d'une pièce.

D'une part, une modélisation du comportement thermo-géométrique du procédé DED-LP a été implémentée basée sur une formulation semi-analytique. Le jet de poudre projeté par la buse 10 Vx de la machine BeAM[®] MAGIC 800 a été calibré grâce à des images obtenues par caméra rapide. L'évaluation de la puissance incidente et de la quantité de poudre capturée a permis de prédire la hauteur finale de parois fines résultant d'un empilement multi-couches. Cet outil permet de déterminer les paramètres sans avoir à faire des expériences pour les évaluer, mais en s'appuyant sur la modélisation du procédé qui permet des itérations plus rapides dans les étapes de conception et d'optimisation des paramètres de fabrication. En particulier, le modèle développé aide à comprendre et permet de tirer profit d'une caractéristique intéressante du procédé appelée auto-régulation. Par ailleurs, il permet également de trouver les paramètres qui maximisent le rendement de capture de poudre, limitant ainsi les pertes de matière. Cet aspect contribue à augmenter la hauteur des couches et ainsi à minimiser le nombre de couches à déposer, réduisant de cette façon le temps de production. Par ailleurs, les phénomènes mis en lumière permettent de proposer des configurations de fabrication qui assurent la planéité de la couche supérieure évitant ainsi l'effet « vague » ou encore des stratégies de fabrication optimisées pour certain type de pièce tels que des pièces coudées.

D'autre part, le champ thermique généré dans la pièce au cours de sa fabrication a été simulé grâce à un modèle hybride d'éléments finis et de décomposition orthogonale propre. L'approche développée exploite les cycles thermiques induits par le procédé DED-LP. Le champ de température est calculé par éléments finis dans les couches supérieures, fortement impactées par la source de chaleur, et reconstruit par POD dans le substrat et les couches inférieures. Cette reconstruction s'appuie sur un ensemble de modes représentatifs préalablement extraits par SVD. Pour éviter une dérive progressive dans la prédiction du champ de température au cours du temps, un enrichissement de la base initiale est effectuée par la méthode APR. Cette démarche de résolution hybride prend tout son sens dans la prédiction du champ de température dans des pièces de grandes dimensions, notamment lorsque le substrat (dans le cas d'une fabrication) ou la pièce préexistante (dans le cas d'un rechargement de matière ou d'ajout de fonctions) rassemblent un grand nombre

de degrés de liberté.

Les outils de modélisation simplifiée de la géométrie et de la thermique développés dans ces travaux pour le procédé DED-LP sont complémentaires et sont à utiliser de concert. En effet, un calcul thermique ne tenant pas compte de la hauteur réelle des dépôts réalisés ne permet pas d'estimer correctement l'histoire thermique en des points spécifiques : en fonction de la hauteur des couches, le nombre de cycles thermiques varie puisque le nombre de couches nécessaires pour fabriquer une hauteur cible est différent. A l'inverse, l'estimation de l'évolution des hauteurs de couches est plus précise lorsqu'on tient compte de l'évolution de la taille du bain au cours de la fabrication. Cette évolution est notamment due à l'accumulation de chaleur et au changement de topologie de la pièce : le régime conductif du départ avec un substrat jouant le rôle de puits thermique est progressivement remplacé par un régime convectif/radiatif avec une surface d'échange accrue par la fabrication de parois généralement fines.

L'utilisation judicieuse des 2 modèles en parallèle suppose une adaptation du maillage utilisé pour le calcul hybride MEF-POD : lorsqu'un nouveau cordon est ajouté, on lui attribue la hauteur estimée par le modèle géométrique. Et par la suite, le modèle local reçoit en guise de paramètres d'entrée, les conditions thermiques mises à jour, issues du modèle de conduction global. Ceci permet alors de réajuster la taille du bain de fusion modélisée, et ainsi estimer la hauteur de la couche déposée. Cette dernière est finalement insérée en qualité de nouveau cordon dans le modèle thermique hybride, et ainsi de suite. Cette imbrication des deux outils développés est une piste à la compréhension du caractère multi-échelles et des interactions mutuelles entre celles-ci, intrinsèque au procédé DED-LP.

Perspectives

La capacité de prédiction rapide de l'histoire thermique a de multiples applications. Elle facilite la définition de règles de fabrication, puisque cet outil permet de comparer plusieurs stratégies de fabrication et ainsi :

- Identifier la présence de points chauds correspondant à une cinétique de refroidissement qui peut s'avérer problématique.
- Évaluer la nécessité d'intercaler des phases de refroidissement entre les phases de dépôt et quantifier la durée nécessaire de refroidissement pour garantir des conditions thermiques favorables au matériau (par exemple une température inter-passe recommandée par le fabricant).

Un ordonnancement optimal des dépôts réalisés peut donc être visé, conduisant à une meilleure homogénéité et à une amélioration de la productivité. La maîtrise de la micro-structure obtenue est un enjeu qui peut aussi être abordé plus facilement si l'on dispose d'une estimation rapide de l'histoire thermique. La recherche d'une morphologie équiaxe peut en effet nécessiter de nombreuses itérations sur les paramètres opératoires, que l'on a tout intérêt à faire *via* le modèle. Il en va de même pour l'analyse des transformations

de phase, et notamment la formation de phases dites fragiles pouvant nuire à l'intégrité de la pièce obtenue.

La technologie *Directed Energy Deposition*-Laser Poudre a un immense potentiel en matière de rechargement, de réparation de pièces et d'ajout de fonctions. Ces applications sont des atouts majeurs pour le reconditionnement de pièces et leur maintenance, enjeux majeurs de l'économie de demain. Le frein actuel à son développement repose sur sa maîtrise limitée car elle implique de nombreux phénomènes physiques et notamment thermiques qui restent, à ce jour, encore peu compris. Ce contrôle insuffisant du procédé peut avoir des conséquences rédhibitoires sur la géométrie et les propriétés physiques et mécaniques des pièces fabriquées, d'où la nécessité de créer des outils qui aident à définir des règles de conception et de fabrication propres à ce procédé. Ce caractère présente une forte pertinence pour l'industrialisation de la technologie DED-LP.

Bibliographie

- [1] Annual report 2020-2021. Technical report, Fraunhofer IWS.
- [2] PrintBlue™ | NUBURU.
- [3] TruLaser Cell 7040 | TRUMPF.
- [4] D.-G. Ahn. Directed Energy Deposition (DED) Process : State of the Art. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, 8(2) :703–742, Mar. 2021.
- [5] C. Allery, A. Hamdouni, D. Ryckelynck, and N. Verdon. A priori reduction method for solving the two-dimensional Burgers' equations. *Applied Mathematics and Computation*, 217(15) :6671–6679, Apr. 2011.
- [6] T. Amine, J. W. Newkirk, and F. Liou. Investigation of effect of process parameters on multilayer builds by direct metal deposition. *Applied Thermal Engineering*, 73(1) :500–511, Dec. 2014.
- [7] M. Armstrong, H. Mehrabi, and N. Naveed. An overview of modern metal additive manufacturing technology. *Journal of Manufacturing Processes*, 84 :1001–1029, Dec. 2022.
- [8] J. Arnold and R. Volz. Laser powder technology for cladding and welding. *Journal of thermal spray technology*, 8(2) :243–248, 1999. Publisher : Springer.
- [9] J. I. Arrizubieta, A. Lamikiz, F. Klocke, S. Martínez, K. Arntz, and E. Ukar. Evaluation of the relevance of melt pool dynamics in Laser Material Deposition process modeling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 115 :80–91, Dec. 2017.
- [10] L. Aucott, H. Dong, W. Mirihanage, R. Atwood, A. Kidess, S. Gao, S. Wen, J. Marsden, S. Feng, M. Tong, T. Connolley, M. Drakopoulos, C. R. Kleijn, I. M. Richardson, D. J. Browne, R. H. Mathiesen, and H. V. Atkinson. Revealing internal flow behaviour in arc welding and additive manufacturing of metals. *Nature Communications*, 9(1) :5414, Dec. 2018. Number : 1 Publisher : Nature Publishing Group.
- [11] A. Bandyopadhyay and K. D. Traxel. Invited review article : Metal-additive manufacturing—Modeling strategies for application-optimized designs. *Additive Manufacturing*, 22 :758–774, Aug. 2018.
- [12] A. Bandyopadhyay, Y. Zhang, and S. Bose. Recent developments in metal additive manufacturing. *Current opinion in chemical engineering*, 28 :96–104, 2020.
- [13] C. Barlier and A. Bernard. *Fabrication additive : du prototypage rapide à l'impression 3D*. Dunod edition, 2020.

- [14] C. A. Beattie, J. Borggaard, S. Gugercin, and T. Iliescu. A Domain Decomposition Approach to POD. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 6750–6756, San Diego, CA, USA, 2006. IEEE.
- [15] A. M. Beese and B. E. Carroll. Review of mechanical properties of ti-6al-4v made by laser-based additive manufacturing using powder feedstock. *Jom*, 68 :724–734, 2016.
- [16] M. A. Belsvik, W. M. Tucho, and V. Hansen. Microstructural studies of direct-laser-deposited stainless steel 316L-Si on 316L base material. *SN Applied Sciences*, 2(12) :1967, Dec. 2020.
- [17] C. Berthinier. Modeling of a Coupled Thermo-Mechanical-Metallurgical WAAM (Wire Arc Additive Manufacturing) Process with Cast3M FEM Software, July 2018.
- [18] H. Bhadeshia. Thermodynamic analysis of isothermal transformation diagrams. *Metal science*, 16(3) :159–166, 1982.
- [19] H. Bhadeshia. Some phase transformations in steels. *Materials science and technology*, 15(1) :22–29, 1999.
- [20] H. Bhadeshia and L. Svensson. Modelling the evolution of microstructure in steel weld metal. *Mathematical modelling of weld phenomena*, 1 :109–182, 1993.
- [21] G. Bi and A. Gasser. Restoration of nickel-base turbine blade knife-edges with controlled laser aided additive manufacturing. *Physics Procedia*, 12 :402–409, 2011.
- [22] M. Biegler, A. Marko, B. Graf, and M. Rethmeier. Finite element analysis of in-situ distortion and bulging for an arbitrarily curved additive manufacturing directed energy deposition geometry. *Additive Manufacturing*, 24 :264–272, Dec. 2018.
- [23] H. Bikas, P. Stavropoulos, and G. Chryssolouris. Additive manufacturing methods and modelling approaches : a critical review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 83(1-4) :389–405, Mar. 2016.
- [24] B. Blakey-Milner, P. Gradl, G. Snedden, M. Brooks, J. Pitot, E. Lopez, M. Leary, F. Berto, and A. du Plessis. Metal additive manufacturing in aerospace : A review. *Materials & Design*, 209 :110008, Nov. 2021.
- [25] G. Brooks and J. Powers. A karhunen-loève galerkin technique with shock fitting for optimization of a blunt body geometry. In *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, page 3861, 2002.
- [26] J. A. Bullinaria and J. P. Levy. Extracting semantic representations from word co-occurrence statistics : stop-lists, stemming, and svd. *Behavior research methods*, 44 :890–907, 2012.
- [27] S. Cadiou, M. Courtois, M. Carin, W. Berckmans, and P. Le masson. 3d heat transfer, fluid flow and electromagnetic model for cold metal transfer wire arc additive manufacturing (cmt-waam). *Additive Manufacturing*, 36 :101541, 2020.
- [28] I. Campbell, O. Diegel, J. Kowen, and T. Wohlers. Wohlers report 2018 : 3D printing and additive manufacturing state of the industry : annual worldwide progress report. Technical report, Wohlers Associates, 2018.

- [29] H. D. Carlton, A. Haboub, G. F. Gallegos, D. Y. Parkinson, and A. A. MacDowell. Damage evolution and failure mechanisms in additively manufactured stainless steel. *Materials Science and Engineering : A*, 651 :406–414, 2016.
- [30] B. E. Carroll, T. A. Palmer, and A. M. Beese. Anisotropic tensile behavior of ti-6al-4v components fabricated with directed energy deposition additive manufacturing. *Acta Materialia*, 87 :309–320, 2015.
- [31] S. Chaturantabut and D. C. Sorensen. Discrete empirical interpolation for nonlinear model reduction. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, pages 4316–4321. IEEE, 2009.
- [32] T. H. C. Childs and N. P. Juster. Linear and Geometric Accuracies from Layer Manufacturing. *CIRP Annals*, 43(1) :163–166, Jan. 1994.
- [33] B. Conner, G. Manogharan, A. Martof, L. Rodomsky, C. Rodomsky, D. Jordan, and J. Limperos. Making sense of 3-D printing : Creating a map of additive manufacturing products and services. *Additive Manufacturing*, 1-4, Sept. 2014.
- [34] Z. Cui, B. Yang, and R.-K. Li. Application of biomaterials in cardiac repair and regeneration. *Engineering*, 2(1) :141–148, 2016.
- [35] R. Cunningham, A. Nicolas, J. Madsen, E. Fodran, E. Anagnostou, M. D. Sangid, and A. D. Rollett. Analyzing the effects of powder and post-processing on porosity and properties of electron beam melted ti-6al-4v. *Materials Research Letters*, 5(7) :516–525, 2017.
- [36] Z. Dai, H. Chen, R. Ding, Q. Lu, C. Zhang, Z. Yang, and S. van der Zwaag. Fundamentals and application of solid-state phase transformations for advanced high strength steels containing metastable retained austenite. *Materials Science and Engineering : R : Reports*, 143 :100590, 2021.
- [37] A. Dass and A. Moridi. State of the Art in Directed Energy Deposition : From Additive Manufacturing to Materials Design. *Coatings*, 9(7) :418, June 2019.
- [38] R. a. Data. Annual report of Additive Manufacturing Sector. Technical report, 2019.
- [39] T. DebRoy, T. Mukherjee, J. Milewski, J. Elmer, B. Ribic, J. Blecher, and W. Zhang. Scientific, technological and economic issues in metal printing and their solutions. *Nature materials*, 18(10) :1026–1032, 2019.
- [40] T. DebRoy, H. Wei, J. Zuback, T. Mukherjee, J. Elmer, J. Milewski, A. Beese, A. Wilson-Heid, A. De, and W. Zhang. Additive manufacturing of metallic components – Process, structure and properties. *Progress in Materials Science*, 92 :112–224, Mar. 2018.
- [41] T. Debroy, W. Zhang, J. Turner, and S. S. Babu. Building digital twins of 3d printing machines. *Scripta Materialia*, 135 :119–124, 2017.
- [42] E. Denlinger, J. Irwin, and P. Michaleris. Thermomechanical Modeling of Additive Manufacturing Large Parts. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 136 :061007, Oct. 2014.

- [43] E. R. Denlinger, M. Gouge, J. Irwin, and P. Michaleris. Thermomechanical model development and in situ experimental validation of the Laser Powder-Bed Fusion process. *Additive Manufacturing*, 16 :73–80, Aug. 2017.
- [44] W. Devesse, D. De Baere, and P. Guillaume. Modeling of laser beam and powder flow interaction in laser cladding using ray-tracing. *Journal of Laser Applications*, 27(S2) :S29208, Feb. 2015.
- [45] E. Díaz, J. Amado, J. Montero, M. Tobar, and A. Yáñez. Comparative study of co-based alloys in repairing low cr-mo steel components by laser cladding. *Physics Procedia*, 39 :368–375, 2012.
- [46] O. O. Diniz Neto and R. Vilar. Physical–computational model to describe the interaction between a laser beam and a powder jet in laser surface processing. *Journal of Laser Applications*, 14(1) :46–51, Feb. 2002.
- [47] B. Dutta. Directed Energy Deposition (DED) Technology. In F. G. Caballero, editor, *Encyclopedia of Materials : Metals and Alloys*, pages 66–84. Elsevier, Oxford, Jan. 2022.
- [48] J. Elmer, J. Vaja, and H. D. Carleton. The effect of reduced pressure on laser keyhole weld porosity and weld geometry in commercially pure titanium and nickel. *Welding Journal*, 95(LLNL-JRNL-691153), 2016.
- [49] J. Elmer, J. Vaja, R. Pong, T. Gooch, and H. Barth. The effect of ar and n2 shielding gas on laser weld porosity in steel, stainless steel, and nickel. *Welding Journal*, 2015(LLNL-JRNL-663819), 2015.
- [50] A. Emory. Rapid Prototyping – Future For Bioceramic Implants. *Materials Technology*, 16(3) :177–179, Jan. 2001. Publisher : Taylor & Francis _eprint : <https://doi.org/10.1080/10667857.2001.11752931>.
- [51] J. E. Falk. Lagrange multipliers and nonlinear programming. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 19(1) :141–159, July 1967.
- [52] P. Farahmand and R. Kovacevic. An experimental–numerical investigation of heat distribution and stress field in single- and multi-track laser cladding by a high-power direct diode laser. *Optics & Laser Technology*, 63 :154–168, Nov. 2014.
- [53] H. Fareed and J. R. Singler. A note on incremental POD algorithms for continuous time data. *Applied Numerical Mathematics*, 144 :223–233, Oct. 2019.
- [54] C. Farhat, J. Mandel, and F. X. Roux. Optimal convergence properties of the FETI domain decomposition method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 115(3) :365–385, May 1994.
- [55] B. Favoretto, C. de Hillerin, O. Bettinotti, V. Oancea, and A. Barbarulo. Reduced order modeling via PGD for highly transient thermal evolutions in additive manufacturing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 349 :405–430, June 2019.
- [56] S. Fetni, T. M. Enrici, T. Niccolini, H. S. Tran, O. Dedry, L. Duchêne, A. Mertens, and A. M. Habraken. Thermal model for the directed energy deposition of composite coatings of 316l stainless steel enriched with tungsten carbides. *Materials & Design*, 204 :109661, 2021.

- [57] A. Fic, R. A. Bialecki, and A. J. Kassab. Solving Transient Nonlinear Heat Conduction Problems by Proper Orthogonal Decomposition and the Finite-Element Method. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 48(2) :103–124, Aug. 2005.
- [58] B. Fotovvati, S. F. Wayne, G. Lewis, and E. Asadi. A Review on Melt-Pool Characteristics in Laser Welding of Metals. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2018 :1–18, 2018.
- [59] M. M. Francois, A. Sun, W. E. King, N. J. Henson, D. Tournet, C. A. Bronkhorst, N. N. Carlson, C. K. Newman, T. Haut, J. Bakosi, et al. Modeling of additive manufacturing processes for metals : Challenges and opportunities. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, 21(4) :198–206, 2017.
- [60] L. Gardner, P. Kyvelou, G. Herbert, and C. Buchanan. Testing and initial verification of the world’s first metal 3D printed bridge. *Journal of Constructional Steel Research*, 172 :106233, Sept. 2020.
- [61] J. Gausemeier, N. Echterhoff, M. Kokoschka, and M. Wall. *Thinking ahead the Future of Additive Manufacturing – Analysis of Promising Industries*. University of Paderborn, Paderborn, Germany, heinz nixdorf institute ed. edition, 2011.
- [62] J. Ge, J. Lin, Y. Lei, and H. Fu. Location-related thermal history, microstructure, and mechanical properties of arc additively manufactured 2cr13 steel using cold metal transfer welding. *Materials Science and Engineering : A*, 715 :144–153, 2018.
- [63] M. Gharbi, P. Peyre, C. Gorny, M. Carin, S. Morville, P. Le Masson, D. Carron, and R. Fabbro. Influence of various process conditions on surface finishes induced by the direct metal deposition laser technique on a ti-6al-4v alloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 213(5) :791–800, 2013.
- [64] I. Gibson, D. Rosen, and B. Stucker. Directed Energy Deposition Processes. In *Additive Manufacturing Technologies*, pages 245–268. Springer New York, New York, NY, 2015.
- [65] J. Goldak, A. Chakravarti, and M. Bibby. A new finite element model for welding heat sources. *Metallurgical transactions B*, 15(2) :299–305, 1984. Publisher : Springer.
- [66] P. R. Gradl and C. S. Protz. Technology advancements for channel wall nozzle manufacturing in liquid rocket engines. *Acta Astronautica*, 174 :148–158, Sept. 2020.
- [67] D. D. Gu, W. Meiners, K. Wissenbach, and R. Poprawe. Laser additive manufacturing of metallic components : materials, processes and mechanisms. *International Materials Reviews*, 57(3) :133–164, May 2012.
- [68] J. C. Haley, B. Zheng, U. S. Bertoli, A. D. Dupuy, J. M. Schoenung, and E. J. Lavernia. Working distance passive stability in laser directed energy deposition additive manufacturing. *Materials and Design*, page 9, 2019.
- [69] P. Hansbo. Nitsche’s method for interface problems in computational mechanics. *GAMM-Mitteilungen*, 28(2) :183–206, Nov. 2005.
- [70] N. Hardwick, C. Cox, J. P. Schultz, and K. Kandasamy. Meld solid-state joining of different features to cast parts, Dec. 2018. Publisher : Google Patents.

- [71] J. Heigel, P. Michaleris, and E. Reutzel. Thermo-mechanical model development and validation of directed energy deposition additive manufacturing of Ti-6Al-4V. *Additive Manufacturing*, 5 :9–19, Jan. 2015.
- [72] T. Henneron and S. Clenet. Application of the pgd and deim to solve a 3-d non-linear magnetostatic problem coupled with the circuit equations. *IEEE Transactions on Magnetism*, 52(3) :1–4, 2015.
- [73] A. Heralic. *Monitoring and control of robotized laser metal-wire deposition*. PhD thesis, 2012.
- [74] D. Herzog, V. Seyda, E. Wycisk, and C. Emmelmann. Additive manufacturing of metals. *Acta Materialia*, 117 :371–392, Sept. 2016.
- [75] Y. Huang, M. C. Leu, J. Mazumder, and A. Donmez. Additive manufacturing : current state, future potential, gaps and needs, and recommendations. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 137(1), 2015.
- [76] Y.-L. Huang, J. Liu, N.-H. Ma, and J.-G. Li. Three-dimensional analytical model on laser-powder interaction during laser cladding. *Journal of Laser Applications*, 18(1) :42–46, Feb. 2006.
- [77] I. G. Ian Gibson. Additive manufacturing technologies 3d printing, rapid prototyping, and direct digital manufacturing, 2015.
- [78] S. Im, E. Kim, and M. Cho. Reduction process based on proper orthogonal decomposition for dual formulation of dynamic substructures. *Computational Mechanics*, 64(5) :1237–1257, Nov. 2019.
- [79] International Organization for Standardization. ISO/ASTM 52900 :2015.
- [80] M. U. Islam, L. Xue, and G. McGregor. Process for manufacturing or repairing turbine engine or compressor components, Aug. 2001. Publisher : Google Patents.
- [81] W. Jamróz, J. Szafraniec, M. Kurek, and R. Jachowicz. 3D Printing in Pharmaceutical and Medical Applications – Recent Achievements and Challenges. *Pharmaceutical Research*, 35(9) :176, July 2018.
- [82] M. Jamshidinia, F. Kong, and R. Kovacevic. Numerical modeling of heat distribution in the electron beam melting[®] of ti-6al-4v. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 135(6), 2013.
- [83] A. Jamwal, R. Agrawal, M. Sharma, and A. Giallanza. Industry 4.0 technologies for manufacturing sustainability : A systematic review and future research directions. *Applied Sciences*, 11(12) :5725, 2021.
- [84] P. Jolivet, V. Dolean, F. Hecht, F. Nataf, C. Prud’Homme, and N. Spillane. High performance domain decomposition methods on massively parallel architectures with freefem++. *Journal of Numerical Mathematics*, 20(3-4) :287–302, Dec. 2012. Publisher : De Gruyter.
- [85] D. Joshi and B. Ravi. Quantifying the shape complexity of cast parts. *Computer-Aided Design and Applications*, 7(5) :685–700, 2010.
- [86] M. Juntunen and R. Stenberg. Nitsche’s method for general boundary conditions. *Mathematics of computation*, 78(267) :1353–1374, 2009.

- [87] M. Kamal and G. Rizza. Design for metal additive manufacturing for aerospace applications. In *Additive Manufacturing for the Aerospace Industry*, pages 67–86. Elsevier, 2019.
- [88] N. Kang, X. Lin, M. E. Mansori, Q. Wang, J. Lu, C. Coddet, and W. Huang. On the effect of the thermal cycle during the directed energy deposition application to the in-situ production of a Ti-Mo alloy functionally graded structure. *Additive Manufacturing*, 31 :100911, Jan. 2020.
- [89] K. Karhunen. *Über lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung : akademische Abhandlung*. Sana, 1947.
- [90] C. Katinas, S. Liu, and Y. C. Shin. Self-Sufficient Modeling of Single Track Deposition of Ti-6Al-4V With the Prediction of Capture Efficiency. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 141(1) :011001, Jan. 2019.
- [91] C. Katinas, W. Shang, Y. C. Shin, and J. Chen. Modeling Particle Spray and Capture Efficiency for Direct Laser Deposition Using a Four Nozzle Powder Injection System. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 140(4) :041014, Apr. 2018.
- [92] K. Kempen, L. Thijs, B. Vrancken, S. Bols, J. Van Humbeeck, and J.-P. Kruth. Producing crack-free, high density m2 hss parts by selective laser melting : pre-heating the baseplate. In *2013 International Solid Freeform Fabrication Symposium*. University of Texas at Austin, 2013.
- [93] F. Khodabakhshi, M. Farshidianfar, A. Gerlich, M. Nosko, V. Trembošová, and A. Khajepour. Effects of laser additive manufacturing on microstructure and crystallographic texture of austenitic and martensitic stainless steels. *Additive Manufacturing*, 31 :100915, Jan. 2020.
- [94] M. Khorasani, A. Ghasemi, B. Rolfe, and I. Gibson. Additive manufacturing a powerful tool for the aerospace industry. *Rapid Prototyping Journal*, 28(1) :87–100, Jan. 2021. Publisher : Emerald Publishing Limited.
- [95] N. A. Kistler, D. J. Corbin, A. R. Nassar, E. W. Reutzler, and A. M. Beese. Effect of processing conditions on the microstructure, porosity, and mechanical properties of Ti-6Al-4V repair fabricated by directed energy deposition. *Journal of Materials Processing Technology*, 264 :172–181, Feb. 2019.
- [96] P. Kobryn and S. Semiatin. Mechanical properties of laser-deposited ti-6al-4v. In *2001 International Solid Freeform Fabrication Symposium*, 2001.
- [97] S. Kou. Welding metallurgy. *New Jersey, USA*, 431(446) :223–225, 2003.
- [98] J. P. Kruth, M. C. Leu, and T. Nakagawa. Progress in Additive Manufacturing and Rapid Prototyping. *CIRP Annals*, 47(2) :525–540, Jan. 1998.
- [99] P. Krysl, S. Lall, and J. E. Marsden. Dimensional model reduction in non-linear finite element dynamics of solids and structures. *International Journal for numerical methods in engineering*, 51(4) :479–504, 2001.
- [100] Y. Kuilin and Y. Sumi. Welding residual stress and its effect on fatigue crack propagation after over loading. pages 447–455. Mar. 2013.

- [101] Y. Lee and W. Zhang. Modeling of heat transfer, fluid flow and solidification microstructure of nickel-base superalloy fabricated by laser powder bed fusion. *Additive Manufacturing*, 12 :178–188, 2016.
- [102] J. J. Lewandowski and M. Seifi. Metal additive manufacturing : a review of mechanical properties. *Annual review of materials research*, 46 :151–186, 2016.
- [103] B. Li, C. Han, C. W. J. Lim, and K. Zhou. Interface formation and deformation behaviors of an additively manufactured nickel-aluminum-bronze/15-5 ph multimerial via laser-powder directed energy deposition. *Materials Science and Engineering : A*, 829 :142101, 2022.
- [104] C. Li, Z. Liu, X. Fang, and Y. Guo. Residual stress in metal additive manufacturing. *Procedia Cirp*, 71 :348–353, 2018.
- [105] J. Lin and W. M. Steen. An in-process method for the inverse estimation of the powder catchment efficiency during laser cladding. page 8, 1998.
- [106] F. Liu, X. Lin, M. Song, H. Yang, Y. Zhang, L. Wang, and W. Huang. Microstructure and mechanical properties of laser solid formed 300m steel. *Journal of Alloys and Compounds*, 621 :35–41, 2015.
- [107] J. Liu, L. Li, Y. Zhang, and X. Xie. Attenuation of laser power of a focused Gaussian beam during interaction between a laser and powder in coaxial laser cladding. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 38(10) :1546–1550, May 2005.
- [108] J. Liu, E. Stevens, Q. Yang, M. Chmielus, and A. C. To. An analytical model of the melt pool and single track in coaxial laser direct metal deposition (LDMD) additive manufacturing. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, 02(04) :1750013, Dec. 2017.
- [109] M. Liu, A. Kumar, S. Bukkapatnam, and M. Kuttolamadom. A review of the anomalies in directed energy deposition (ded) processes & potential solutions-part quality & defects. *Procedia Manufacturing*, 53 :507–518, 2021.
- [110] P. Liu, Z. Wang, Y. Xiao, M. F. Horstemeyer, X. Cui, and L. Chen. Insight into the mechanisms of columnar to equiaxed grain transition during metallic additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 26 :22–29, 2019.
- [111] S. Liu and Y. C. Shin. Prediction of 3D microstructure and phase distributions of Ti6Al4V built by the directed energy deposition process via combined multi-physics models. *Additive Manufacturing*, 34 :101234, Aug. 2020.
- [112] S. Liu, Y. Zhang, and R. Kovacevic. Numerical Simulation and Experimental Study of Powder Flow Distribution in High Power Direct Diode Laser Cladding Process. *Lasers in Manufacturing and Materials Processing*, 2(4) :199–218, Dec. 2015.
- [113] Z. Liu, W. Cong, H. Kim, F. Ning, Q. Jiang, T. Li, H.-c. Zhang, and Y. Zhou. Feasibility exploration of superalloys for aisi 4140 steel repairing using laser engineered net shaping. *Procedia Manufacturing*, 10 :912–922, 2017.
- [114] Z. Liu, H. Qi, and L. Jiang. Control of crystal orientation and continuous growth through inclination of coaxial nozzle in laser powder deposition of single-crystal superalloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 230 :177–186, Apr. 2016.

- [115] M. Loève. *Probability theory*. Courier Dover Publications, 2017.
- [116] X. Lu, X. Lin, M. Chiumenti, M. Cervera, J. Li, L. Ma, L. Wei, Y. Hu, and W. Huang. Finite element analysis and experimental validation of the thermo-mechanical behavior in laser solid forming of Ti-6Al-4V. *Additive Manufacturing*, 21 :30–40, May 2018.
- [117] V. Luna, L. Trujillo, A. Gamon, E. Arrieta, L. E. Murr, R. B. Wicker, C. Katsarelis, P. R. Gradl, and F. Medina. Comprehensive and comparative heat treatment of additively manufactured inconel 625 alloy and corresponding microstructures and mechanical properties. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 6(5) :107, 2022.
- [118] R. M. Mahamood, M. Shukla, and S. Pityana. *Laser additive manufacturing in surface modification of metals*. IGI Global, 2014.
- [119] K. Mahmood and A. J. Pinkerton. Direct laser deposition with different types of 316L steel particle : A comparative study of final part properties. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 227(4) :520–531, Apr. 2013.
- [120] V. Manvatkar, A. De, and T. DebRoy. Heat transfer and material flow during laser assisted multi-layer additive manufacturing. *Journal of Applied Physics*, 116(12) :124905, Sept. 2014.
- [121] C. Marangoni. Ueber die Ausbreitung der Tropfen einer Flüssigkeit auf der Oberfläche einer anderen. *Annalen der Physik*, 219(7) :337–354, 1871. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.18712190702>.
- [122] O. Marketing. Metal 3D Printers LENS Systems - Additive Manufacturing.
- [123] G. J. Marshall, W. J. Young, S. M. Thompson, N. Shamsaei, S. R. Daniewicz, and S. Shao. Understanding the Microstructure Formation of Ti-6Al-4V During Direct Laser Deposition via In-Situ Thermal Monitoring. *JOM*, 68(3) :778–790, Mar. 2016.
- [124] M. McMillan, M. Leary, and M. Brandt. Computationally efficient finite difference method for metal additive manufacturing : A reduced-order dfam tool applied to slm. *Materials & Design*, 132 :226–243, 2017.
- [125] L. Meng, W. Zhang, D. Quan, G. Shi, L. Tang, Y. Hou, P. Breilkopf, J. Zhu, and T. Gao. From topology optimization design to additive manufacturing : Today’s success and tomorrow’s roadmap. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 27 :805–830, 2020.
- [126] O. Metco. Material Product Data Sheet - Type 316L Austenitic Stainless Steel Powders, 2020.
- [127] J. G. Michopoulos, A. P. Iliopoulos, J. C. Steuben, A. J. Birnbaum, and S. G. Lambrakos. On the multiphysics modeling challenges for metal additive manufacturing processes. *Additive Manufacturing*, 22 :784–799, Aug. 2018.
- [128] G. Mie. Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. In *Annalen der Physik*, volume 25, pages 377– 445. Leipzig, 1908.

- [129] S. Milhomme, J. Lartigau, C. Brugger, C. Froustey, and L. Dufau. Influence of Machine Parameters on Ti-6Al-4V Small Sized Specimens Made by Laser Metal Powder Deposition. *Advanced Materials Research*, 1161 :113–119, Mar. 2021.
- [130] K. C. Mills, B. J. Keene, R. F. Brooks, and A. Shirali. Marangoni effects in welding. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 356(1739) :911–925, 1998. Publisher : The Royal Society.
- [131] M. S. Mohebbi, M. Kühn, and V. Ploshikhin. A thermo-capillary-gravity model for geometrical analysis of single-bead wire and arc additive manufacturing (WAAM). *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 109(3) :877–891, July 2020.
- [132] A. Moridi, S. M. Hassani-Gangaraj, M. Guagliano, and M. Dao. Cold spray coating : review of material systems and future perspectives. *Surface Engineering*, 30(6) :369–395, 2014. Publisher : Taylor & Francis.
- [133] A. Mouliets. DED Printer - Magic 800 : Industrial DED 3D Printer For Very Large Parts | AddUp.
- [134] T. Mukherjee and T. DebRoy. A digital twin for rapid qualification of 3d printed metallic components. *Applied Materials Today*, 14 :59–65, 2019.
- [135] T. Mukherjee, W. Zhang, and T. DebRoy. An improved prediction of residual stresses and distortion in additive manufacturing. *Computational Materials Science*, 126 :360–372, Jan. 2017.
- [136] T. Mukherjee, J. Zuback, A. De, and T. DebRoy. Printability of alloys for additive manufacturing. *Scientific reports*, 6(1) :19717, 2016.
- [137] P. Muller, P. Mognol, and J.-Y. Hascoet. Modeling and control of a direct laser powder deposition process for Functionally Graded Materials (FGM) parts manufacturing. *journal of materials processing technology*, 213(5) :685–692, 2013. Publisher : Elsevier.
- [138] K. Mumtaz and N. Hopkinson. Top surface and side roughness of inconel 625 parts processed using selective laser melting. *Rapid Prototyping Journal*, 2009.
- [139] V. Nain, T. Engel, M. Carin, D. Boisselier, and L. Seguy. Development of an Elongated Ellipsoid Heat Source Model to Reduce Computation Time for Directed Energy Deposition Process. *Frontiers in Materials*, 8 :747389, Dec. 2021.
- [140] R. Nalla, R. Ritchie, B. Boyce, J. Campbell, and J. Peters. Influence of microstructure on high-cycle fatigue of ti-6al-4v : Bimodal vs. lamellar structures. *Metallurgical and materials transactions A*, 33 :899–918, 2002.
- [141] P. Nie, O. Ojo, and Z. Li. Numerical modeling of microstructure evolution during laser additive manufacturing of a nickel-based superalloy. *Acta Materialia*, 77 :85–95, 2014.
- [142] R. Nitsche. Crystal growth and phase investigations in multi-component systems by vapour transport. *Journal of Crystal Growth*, 9 :238–243, 1971.

- [143] G. Nordet, C. Gorny, Y. Mayi, J. Daligault, M. Dal, A. Efferelli, E. Blanchet, F. Coste, and P. Peyre. Absorptivity measurements during laser powder bed fusion of pure copper with a 1 kw cw green laser. *Optics & Laser Technology*, 147 :107612, 2022.
- [144] A. C. Nunes. An Extended Rosenthal Weld Model. page 6, 1983.
- [145] S. Ocylok, E. Alexeev, S. Mann, A. Weisheit, K. Wissenbach, and I. Kelbassa. Correlations of Melt Pool Geometry and Process Parameters During Laser Metal Deposition by Coaxial Process Monitoring. *Physics Procedia*, 56 :228–238, 2014.
- [146] J. Oliveira, T. Santos, and R. Miranda. Revisiting fundamental welding concepts to improve additive manufacturing : From theory to practice. *Progress in Materials Science*, 107 :100590, Jan. 2020.
- [147] S. Omar and K. Plucknett. The influence of ded process parameters and heat-treatment cycle on the microstructure and hardness of aisi d2 tool steel. *Journal of Manufacturing Processes*, 81 :655–671, 2022.
- [148] Optomec. LENS Blisk Repair Solution.
- [149] W. Ou, T. Mukherjee, G. Knapp, Y. Wei, and T. DebRoy. Fusion zone geometries, cooling rates and solidification parameters during wire arc additive manufacturing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 127 :1084–1094, 2018.
- [150] R. Parekh, R. K. Buddu, and R. Patel. Multiphysics Simulation of Laser Cladding Process to Study the Effect of Process Parameters on Clad Geometry. *Procedia Technology*, 23 :529–536, 2016.
- [151] N. Patil, D. Pal, and B. Stucker. A new finite element solver using numerical eigen modes for fast simulation of additive manufacturing processes. In *2013 International Solid Freeform Fabrication Symposium*. University of Texas at Austin, 2013.
- [152] J. Pelletier and P. Sallamand. Injection coaxiale de poudres sous faisceau laser pour la réalisation de revêtements : problèmes physiques associés. *Journal of Physics III*, 5(3) :313–331, 1995.
- [153] P. Peyre, P. Aubry, R. Fabbro, R. Neveu, and A. Longuet. Analytical and numerical modelling of the direct metal deposition laser process. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 41(2) :025403, Jan. 2008.
- [154] P. Peyre, M. Dal, S. Pouzet, and O. Castelnau. Simplified numerical model for the laser metal deposition additive manufacturing process. *Journal of Laser Applications*, 29(2) :022304, May 2017.
- [155] A. Pinkerton. Laser direct metal deposition : theory and applications in manufacturing and maintenance. In *Advances in Laser Materials Processing*, pages 461–491. Elsevier, 2010.
- [156] A. J. Pinkerton. An analytical model of beam attenuation and powder heating during coaxial laser direct metal deposition. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(23) :7323–7334, Dec. 2007.
- [157] A. J. Pinkerton. Lasers in additive manufacturing. *Optics & Laser Technology*, 78 :25–32, Apr. 2016.

- [158] A. J. Pinkerton and L. Li. An analytical model of energy distribution in laser direct metal deposition. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 218(4) :363–374, Apr. 2004.
- [159] A. J. Pinkerton, W. Wang, and L. Li. Component repair using laser direct metal deposition. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 222(7) :827–836, July 2008.
- [160] E. Popova, T. M. Rodgers, X. Gong, A. Cecen, J. D. Madison, and S. R. Kalidindi. Process-structure linkages using a data science approach : application to simulated additive manufacturing data. *Integrating materials and manufacturing innovation*, 6 :54–68, 2017.
- [161] A. Prabhu, T. Vincent, A. Chaudhary, W. Zhang, and S. Babu. Effect of microstructure and defects on fatigue behaviour of directed energy deposited ti-6al-4v. *Science and Technology of Welding and Joining*, 20(8) :659–669, 2015.
- [162] H. Prasantha, H. Shashidhara, and K. B. Murthy. Image compression using svd. In *International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications (ICCIMA 2007)*, volume 3, pages 143–145. IEEE, 2007.
- [163] S. M. Publishing. SmarTech Analysis Annual Additive Manufacturing Market Summary Report Says AM Market Grew to Over \$10B Worldwide in 2019, Aug. 2020.
- [164] B. Rabin, G. Smolik, and G. Korth. Characterization of entrapped gases in rapidly solidified powders. *Materials Science and Engineering : A*, 124(1) :1–7, 1990.
- [165] R. Raju, M. Duraiselvam, V. Petley, S. Verma, and R. Rajendran. Microstructural and mechanical characterization of ti6al4v refurbished parts obtained by laser metal deposition. *Materials Science and Engineering : A*, 643 :64–71, 2015.
- [166] K. Ramani, D. Ramanujan, W. Z. Bernstein, F. Zhao, J. Sutherland, C. Handwerker, J.-K. Choi, H. Kim, and D. Thurston. Integrated sustainable life cycle design : a review. 2010.
- [167] M. Riede, M. Knoll, C. Wilsnack, S. Gruber, A. Alegre Cubillo, C. Melzer, A. Brandão, L. Pambaguian, A. Seidel, E. Lopez, F. Brueckner, and C. Leyens. Material Characterization of AISI 316L Flexure Pivot Bearings Fabricated by Additive Manufacturing. *Materials*, 12(15) :2426, July 2019.
- [168] D. Rosenthal. The theory of moving sources of heat and its application to metal treatments. volume 68 of *Trans. Am. Soc. Mech. Eng.*, pages 849 – 866. 1946.
- [169] M. Roy and O. Wodo. Data-driven modeling of thermal history in additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 32 :101017, Mar. 2020.
- [170] D. Ryckelynck. Hyper-reduction of mechanical models involving internal variables. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77(1) :75–89, 2009.
_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.2406>.
- [171] Y. Saad. *Iterative methods for sparse linear systems*. SIAM, 2003.
- [172] W. Sames, F. Medina, W. Peter, S. Babu, and R. Dehoff. Effect of process control and powder quality on inconel 718 produced using electron beam melting. In *8th international symposium on superalloy 718 and derivatives*, pages 409–423. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, NJ, USA, 2014.

- [173] H. R. Sandgren, Y. Zhai, D. A. Lados, P. A. Shade, J. C. Schuren, M. A. Groeber, P. Kenesei, and A. G. Gavras. Characterization of fatigue crack growth behavior in lens fabricated ti-6al-4v using high-energy synchrotron x-ray microtomography. *Additive Manufacturing*, 12 :132–141, 2016.
- [174] E. Schubert, T. Seefeld, A. Rinn, and G. Sepold. Laser beam cladding : A flexible tool for local surface treatment and repair. *Journal of Thermal Spray Technology*, 8(4) :590–596, Dec. 1999.
- [175] K. Shah, I. u. Haq, A. Khan, S. A. Shah, M. Khan, and A. J. Pinkerton. Parametric study of development of Inconel-steel functionally graded materials by laser direct metal deposition. *Materials & Design (1980-2015)*, 54 :531–538, Feb. 2013.
- [176] N. Shamsaei, A. Yadollahi, L. Bian, and S. M. Thompson. An overview of direct laser deposition for additive manufacturing ; part ii : Mechanical behavior, process parameter optimization and control. *Additive Manufacturing*, 8 :12–35, 2015.
- [177] R. Shi, S. Khairallah, T. W. Heo, M. Rolchigo, J. T. McKeown, and M. J. Matthews. Integrated simulation framework for additively manufactured ti-6al-4v : melt pool dynamics, microstructure, solid-state phase transformation, and microelastic response. *Jom*, 71 :3640–3655, 2019.
- [178] Y. C. Shin, N. Bailey, C. Katinas, and W. Tan. Predictive modeling capabilities from incident powder and laser to mechanical properties for laser directed energy deposition. *Computational Mechanics*, 61(5) :617–636, May 2018.
- [179] L. Sirovich. Turbulence and the dynamics of coherent structures. i. coherent structures. *Quarterly of applied mathematics*, 45(3) :561–571, 1987.
- [180] J. A. Slotwinski and E. J. Garboczi. Porosity of additive manufacturing parts for process monitoring. In *AIP conference proceedings*, volume 1581, pages 1197–1204. American Institute of Physics, 2014.
- [181] I. Spalding. Applied laser tooling, 1988.
- [182] G. Strano, L. Hao, R. M. Everson, and K. E. Evans. Surface roughness analysis, modelling and prediction in selective laser melting. *Journal of Materials Processing Technology*, 213(4) :589–597, 2013.
- [183] Struers. Metallographic preparation of stainless steel, 2021.
- [184] Z. Sun, W. Guo, and L. Li. Numerical modelling of heat transfer, mass transport and microstructure formation in a high deposition rate laser directed energy deposition process. *Additive Manufacturing*, 33 :101175, May 2020.
- [185] D. Svetlizky, M. Das, B. Zheng, A. L. Vyatskikh, S. Bose, A. Bandyopadhyay, J. M. Schoenung, E. J. Lavernia, and N. Eliaz. Directed energy deposition (DED) additive manufacturing : Physical characteristics, defects, challenges and applications. *Materials Today*, 49 :271–295, Oct. 2021.
- [186] W. U. H. Syed, A. J. Pinkerton, and L. Li. Combining wire and coaxial powder feeding in laser direct metal deposition for rapid prototyping. *Applied Surface Science*, 252(13) :4803–4808, Apr. 2006.

- [187] W. U. H. Syed, A. J. Pinkerton, and L. Li. Simultaneous wire- and powder-feed direct metal deposition : An investigation of the process characteristics and comparison with single-feed methods. *Journal of Laser Applications*, 18(1) :65–72, Feb. 2006.
- [188] I. Taberero, A. Lamikiz, S. Martínez, E. Ukar, and L. López de Lacalle. Modeling of energy attenuation due to powder flow-laser beam interaction during laser cladding process. *Journal of Materials Processing Technology*, 212(2) :516–522, Feb. 2012.
- [189] H. Tan, W. Shang, F. Zhang, A. T. Clare, X. Lin, J. Chen, and W. Huang. Process mechanisms based on powder flow spatial distribution in direct metal deposition. *Journal of Materials Processing Technology*, 254 :361–372, Apr. 2018.
- [190] H. Tan, F. Zhang, X. Fu, J. Meng, G. Hu, W. Fan, and W. Huang. Development of powder flow model of laser solid forming by analysis method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 82(5-8) :1421–1431, Feb. 2016.
- [191] W. Tan, S. Wen, N. Bailey, and Y. C. Shin. Multiscale modeling of transport phenomena and dendritic growth in laser cladding processes. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 42 :1306–1318, 2011.
- [192] D. S. Thomas and S. W. Gilbert. Costs and cost effectiveness of additive manufacturing. *NIST special publication*, 1176 :12, 2014.
- [193] S. M. Thompson, L. Bian, N. Shamsaei, and A. Yadollahi. An overview of Direct Laser Deposition for additive manufacturing; Part I : Transport phenomena, modeling and diagnostics. *Additive Manufacturing*, 8 :36–62, Oct. 2015.
- [194] S. A. Tofail, E. P. Koumoulos, A. Bandyopadhyay, S. Bose, L. O’Donoghue, and C. Charitidis. Additive manufacturing : scientific and technological challenges, market uptake and opportunities. *Materials Today*, 21(1) :22–37, 2018.
- [195] E. Toyserkani, A. Khajepour, and S. Corbin. *Laser Cladding*. Taylor & Francis, Boca Raton, crc press edition, Aug. 2004.
- [196] S. A. Tyagi and M. Manjaiah. Laser additive manufacturing of titanium-based functionally graded materials : A review. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 31(8) :6131–6148, 2022.
- [197] S. Ullmann, M. Rotkvic, and J. Lang. POD-Galerkin reduced-order modeling with adaptive finite element snapshots. *Journal of Computational Physics*, 325 :244–258, Nov. 2016. arXiv : 1603.00668.
- [198] R. Vilar. Laser cladding. *International Journal of Powder Metallurgy (Princeton, New Jersey)*, 37 :31+34–48, Mar. 2001.
- [199] T. Walker, C. Bennett, T. Lee, and A. Clare. A novel numerical method to predict the transient track geometry and thermomechanical effects through in-situ modification of the process parameters in Direct Energy Deposition. *Finite Elements in Analysis and Design*, 169 :103347, Feb. 2020.
- [200] S. Walton, O. Hassan, and K. Morgan. Reduced order modelling for unsteady fluid flow using proper orthogonal decomposition and radial basis functions. *Applied Mathematical Modelling*, 37(20-21) :8930–8945, 2013.

- [201] Q. Wang, J. Li, M. Gouge, A. R. Nassar, P. Michaleris, and E. W. Reutzel. Reduced-order multivariable modeling and nonlinear control of melt-pool geometry and temperature in directed energy deposition. In *2016 American Control Conference (ACC)*, pages 845–851. IEEE, 2016.
- [202] T. Wang, Y. Zhu, S. Zhang, H. Tang, and H. Wang. Grain morphology evolution behavior of titanium alloy components during laser melting deposition additive manufacturing. *Journal of Alloys and Compounds*, 632 :505–513, May 2015.
- [203] Y. Wang, G. Qin, K. K. Tamma, D. Maxam, and D. Tae. Numerical investigations on model order reduction to SEM based on POD-DEIM to linear/nonlinear heat transfer problems. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 80(3-4) :39–52, Oct. 2021.
- [204] Z. Wang, E. Denlinger, P. Michaleris, A. D. Stoica, D. Ma, and A. M. Beese. Residual stress mapping in inconel 625 fabricated through additive manufacturing : Method for neutron diffraction measurements to validate thermomechanical model predictions. *Materials & Design*, 113 :169–177, 2017.
- [205] C. Wayman. Solid-state phase transformations. *Annual Review of Materials Science*, 1(1) :185–218, 1971.
- [206] C. Weber, V. Pena, M. Micali, E. Yglesias, S. Rood, J. Scott, and B. Lal. The Role of the National Science Foundation in the Origin and Evolution of Additive Manufacturing in the United States, Nov. 2013.
- [207] H. Wei, G. Knapp, T. Mukherjee, and T. DebRoy. Three-dimensional grain growth during multi-layer printing of a nickel-based alloy inconel 718. *Additive Manufacturing*, 25 :448–459, 2019.
- [208] H. Wei, T. Mukherjee, W. Zhang, J. Zuback, G. Knapp, A. De, and T. DebRoy. Mechanistic models for additive manufacturing of metallic components. *Progress in Materials Science*, page 100703, June 2020.
- [209] D. Weisz-Patrault. Fast simulation of temperature and phase transitions in directed energy deposition additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 31 :100990, Jan. 2020.
- [210] S. Wen and Y. C. Shin. Modeling of transport phenomena during the coaxial laser direct deposition process. *Journal of Applied Physics*, 108(4) :044908, 2010. Publisher : American Institute of Physics.
- [211] S. J. Wolff. *Laser-Matter Interactions in Directed Energy Deposition*. PhD thesis, Northwestern University, 2018.
- [212] S. J. Wolff, Z. Gan, S. Lin, J. L. Bennett, W. Yan, G. Hyatt, K. F. Ehmann, G. J. Wagner, W. K. Liu, and J. Cao. Experimentally validated predictions of thermal history and microhardness in laser-deposited Inconel 718 on carbon steel. *Additive Manufacturing*, 27 :540–551, May 2019.
- [213] J. Wu, P. Zhao, H. Wei, Q. Lin, and Y. Zhang. Development of powder distribution model of discontinuous coaxial powder stream in laser direct metal deposition. *Powder Technology*, 340 :449–458, Dec. 2018.

- [214] Z. Wu and Z. Zhang. An iterative algorithm for POD basis adaptation in solving parametric convection–diffusion equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 391 :114498, Mar. 2022.
- [215] G. Xu, J. Hu, and H.-L. Tsai. Three-dimensional modeling of arc plasma and metal transfer in gas metal arc welding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(7-8) :1709–1724, 2009.
- [216] X. Xu, Y. Lu, B. Vogel-Heuser, and L. Wang. Industry 4.0 and industry 5.0— inception, conception and perception. *Journal of Manufacturing Systems*, 61 :530–535, 2021.
- [217] W. Xue, B. V. Krishna, A. Bandyopadhyay, and S. Bose. Processing and biocompatibility evaluation of laser processed porous titanium. *Acta biomaterialia*, 3(6) :1007–1018, 2007.
- [218] Y. Yang, M. Jamshidinia, P. Boulware, and S. Kelly. Prediction of microstructure, residual stress, and deformation in laser powder bed fusion process. *Computational Mechanics*, 61 :599–615, 2018.
- [219] Y. Zhai, D. A. Lados, E. J. Brown, and G. N. Vigilante. Fatigue crack growth behavior and microstructural mechanisms in ti-6al-4v manufactured by laser engineered net shaping. *International Journal of Fatigue*, 93 :51–63, 2016.
- [220] A. Zhang, D. Li, Z. Zhou, G. Zhu, and B. Lu. Numerical simulation of powder flow field on coaxial powder nozzle in laser metal direct manufacturing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 49(9-12) :853–859, Aug. 2010.
- [221] C. Zhang, S. Wang, J. Li, Y. Zhu, T. Peng, and H. Yang. Additive manufacturing of products with functional fluid channels : A review. *Additive Manufacturing*, 36 :101490, 2020.
- [222] W. Zhang, J. Elmer, and T. DebRoy. Modeling and real time mapping of phases during gta welding of 1005 steel. *Materials Science and Engineering : A*, 333(1-2) :320–335, 2002.
- [223] Z. Zhang, Z. Tan, X. Yao, C. Hu, P. Ge, Z. Wan, J. Li, and Q. Wu. Numerical methods for microstructural evolutions in laser additive manufacturing. *Computers & Mathematics with Applications*, 78(7) :2296–2307, 2019. Simulation for Additive Manufacturing.
- [224] X. Zhao, X. Lin, J. Chen, L. Xue, and W. Huang. The effect of hot isostatic pressing on crack healing, microstructure, mechanical properties of rene88dt superalloy prepared by laser solid forming. *Materials Science and Engineering : A*, 504(1-2) :129–134, 2009.
- [225] X. Zhao and B. Ye. Similarity of signal processing effect between hankel matrix-based svd and wavelet transform and its mechanism analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(4) :1062–1075, 2009.
- [226] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and J. Z. Zhu. *The finite element method : its basis and fundamentals*. Elsevier, Butterworth-Heinemann, Amsterdam, seventh edition edition, 2013. OCLC : ocn852808496.
- [227] J. Zuback and T. DebRoy. The hardness of additively manufactured alloys. *Materials*, 11(11) :2070, 2018.

Annexe A

Annexe au modèle semi-analytique thermo-géométrique

A.1 Algorithme du traitement des images obtenues par caméra rapide

Algorithme 4: Traitement des images obtenues par caméra rapide

Entrées : z , N_z discrétisation de la distance sous la buse (mm)

Δ_t pas de temps entre 2 images consécutives (s)

ϵ échelle de l'image (mm/pixel)

ds , N_{images} banque et nombre d'images

Données : ρ , r_p densité (kg/m^3) et rayon des particules (m)

v_p vitesse des particules (mm/s) /* cf. Figure 2.4 */

x_{min} , x_{max} longueur de la boîte englobante (pixel)

$SE = strel(line, 3, 180)$ création d'un filtre de type ligne

Calculs : $V_p = 4/3 \pi r_p^3$ volume d'une particule

Initialisation : X longueur de la boîte englobante (mm)

j_{i-1} stockage des positions des particules à l'image précédente (pixel)

M_{pz} masse des particules à chaque altitude z

L'ensemble des images subissent, au préalable *via* le logiciel PCC 3.6 un élargissement de la bande des niveaux de gris afin d'augmenter les contrastes formant ainsi les images initiales telle la Figure A.1a). Le fond de l'image y est soustrait pour ne faire apparaître que les particules (blanches) sur fond noir (Figure A.1b). L'image est ensuite binarisée en couleurs inverses : les particules apparaissent noires sur fond blanc. Un filtre de type ligne est appliqué pour minimiser le nombre de pixels noirs (Figure A.1c). L'image est finalement rognée aux dimensions de la boîte englobante (Figure A.1d; cette dernière est rectangulaire de longueur $x_{max} - x_{min}$ et de largeur $y_{max} - y_{min}$. La matrice équivalente de la boîte est présentée à la Figure A.1e; la présence des particules est indiquée par la

```

for  $k = 1 : N_z$  do
     $\Delta_z = v_p(z) \Delta_t$  /* Distance parcourue par les particules */
     $y_{min} = (0.82 z - 0.5 \Delta_z) / \epsilon$  /* Largeur de la boîte englobante */
     $y_{max} = (0.82 z + 0.5 \Delta_z) / \epsilon$ 
     $position = []$ 
    for  $i = 1 : N_{images}$  do
         $I = readimage(ds, i)$  /* Lecture de l'image i */
         $I_{sub} = imbothat(I, SE)$  /* Soustraction du fond et filtrage */
         $BW_{sub} = imbinarize(I_{sub})$  /* Binarisation inverse de l'image */
         $z_{loc} = BW_{sub}(y_{min} : y_{max}, x_{min} : x_{max})$  /* Rognage de l'image */
         $j = find(z_{loc} == 0)$  /* Position des particules (pixel) */
        /* Vérification de l'unicité des positions de particules */
        if  $any(ismember(j, j_{i-1})) == 1$  then
             $b = ismember(j, j_{i-1})$ 
             $j(find(b \neq 0)) = []$ 
        if  $any(ismember(j, j_{i-1} + 1)) == 1$  then
             $b = ismember(j, j_{i-1})$ 
             $j(find(b \neq 0)) = []$ 
        if  $any(ismember(j, j_{i-1} - 1)) == 1$  then
             $b = ismember(j, j_{i-1})$ 
             $j(find(b \neq 0)) = []$ 
        if  $isempty(j)$  then
             $\delta_j = j(2 : end) - j(1 : end - 1)$ 
            if  $isempty(find(\delta_j < 2))$  then
                 $j_{i-1} == ([1 1 + find(\delta_j < 3)])$ 
                 $position = [position; j_{i-1}]$  /* Stockage des positions */
            else
                 $j_{i-1} = j(1)$ 
                 $position = [position; j_{i-1}]$ 
            else
                 $j_{i-1} = []$ 
        /* Comptage des particules à chaque abscisse x (pixel) */
         $N_p = zeros(121, 1)$ 
        for  $i = 1 : 121$  do
             $N_p(i) = length(find(position == i))$ 
             $M_p = 60 \frac{N_p}{\Delta_t N_{images}} V_p \rho 10^3 / \epsilon$  /* Conversion en débit (g/min/mm) */
             $M_{p_z} = [M_{p_z} \ sum(M_p)]$ 
Sortie :  $M_p$  répartition massique des particules
         $M_{p_z}$  débit de poudre à chaque altitude z

```

valeur 0. La position longitudinale (axe x) des particules comptées en pixels (68 et 69 sur la Figure A.1e) sont stockée dans la variable j . À présent, il faut s'assurer que la position des particules ne corresponde qu'à une seule et même particule : à cette fin, j est comparé à sa valeur à l'image précédente (j_{i-1}) ; d'autre part, les doublons à 2 pixels d'écart sur la même image sont retirés de j . Ceci garantit l'unicité des particules comptées. La longueur de la boîte englobante est balayée afin de compter le nombre de particules à chaque position x. Il ne reste plus qu'à convertir la valeur obtenue en débit linéique en g/min/mm.

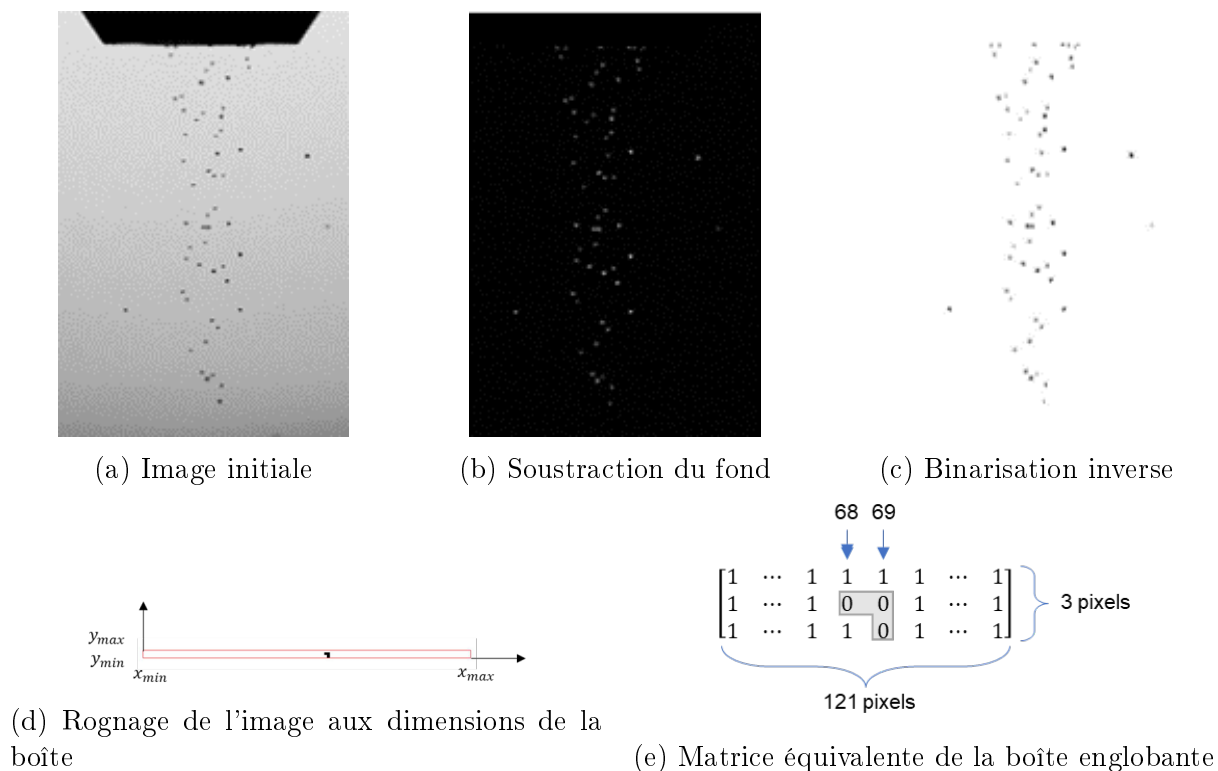


FIGURE A.1 – Procédure de traitement des images obtenues par caméra rapide

A.2 Table des propriétés thermiques du 316L

A.3 Calcul de l'aire de la surface d'un segment de disque

Tout d'abord, l'aire B d'un segment de disque est exprimée sous la forme d'un secteur circulaire d'angle θ et de rayon b duquel on soustrait un triangle isocèle de base c et de hauteur d (Figure A.2.a) :

$$B = \frac{\theta b^2}{2} - \frac{cd}{2} \quad (\text{A.1})$$

Si les inconnues sont b et d , il faut transformer θ et c pour les exprimer en fonction des deux inconnues. Dans le triangle rectangle EOH , les expressions trigonométriques s'écrivent :

| Température (°C) | Masse volumique (kg m ⁻³) | Conductivité thermique (W m ⁻¹ K ⁻¹) | Capacité thermique (J kg ⁻¹ K ⁻¹) |
|---------------------|--|--|---|
| 26 | 7954 | 13,44 | 499 |
| 126 | 7910 | 15,16 | 512 |
| 326 | 7818 | 18,36 | 539 |
| 526 | 7726 | 21,39 | 565 |
| 726 | 7624 | 24,06 | 592 |
| 926 | 7523 | 26,74 | 618 |
| 1126 | 7419 | 29,32 | 645 |
| 1326 | 7311 | 31,86 | 672 |
| 1370 | - | 32,41 | - |
| 1398 | - | 26,90 | - |
| 1426 | 6979 | - | - |
| 1626 | 6857 | - | - |
| 1826 | 6721 | - | - |
| 2206 | 6571 | - | - |
| 2226 | 6406 | - | - |
| 2426 | 6229 | - | - |
| 3000 | - | 44 | - |

TABLE A.1 – Propriétés thermiques du matériau en fonction de la température

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{b} \rightarrow \frac{\theta}{2} = \arccos\left(\frac{d}{b}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{c/2}{b} \rightarrow \frac{c}{2} = b \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Or

$$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 1 \rightarrow \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{A.3})$$

D'où

$$\frac{c}{2} = b \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{A.4})$$

Ainsi, en remplaçant $\theta/2$ et $c/2$ par les équations (A.2) et (A.4) respectivement, l'équation (A.1) devient :

$$B = \arccos\left(\frac{d}{b}\right) b^2 - db \sqrt{1 - \left(\frac{d}{b}\right)^2} \quad (\text{A.5})$$

En factorisant (A.5) par b^2 , cela donne :

$$B = b^2 \left[\arccos\left(\frac{d}{b}\right) - \frac{d}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{d}{b}\right)^2} \right] \quad (\text{A.6})$$

Finalement, la flèche h du segment B est exprimée comme suit :

$$h = b - |d| \quad (\text{A.7})$$

A.4 Calcul de l'aire de la surface d'un segment d'ellipse

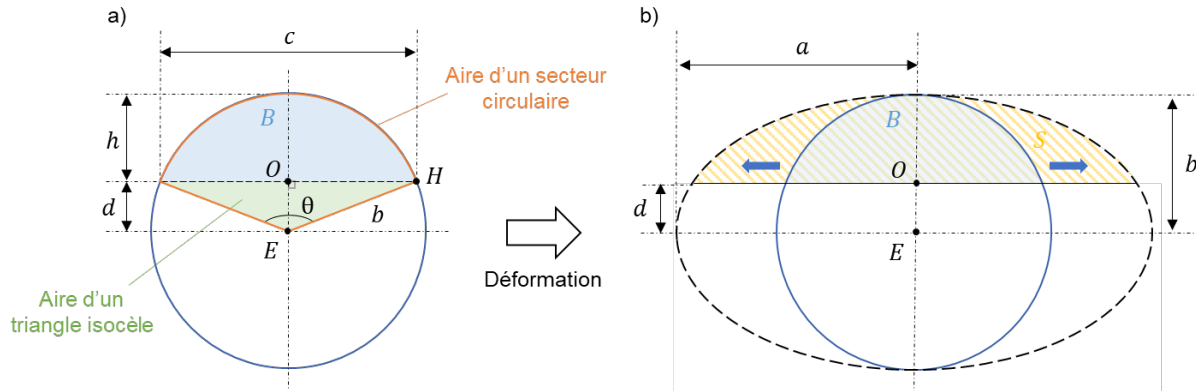


FIGURE A.2 – Schéma géométrique de l'aire (a) d'un segment circulaire (b) d'un segment elliptique

Par le principe d'homothétie, un segment elliptique peut être vu comme un segment circulaire déformé. Dans notre cas (Figure A.2.b), la déformation se produit uniquement sur le demi-grand axe a de l'ellipse, c'est pourquoi le demi-petit axe b est identique au rayon du segment circulaire B (calculé A.1). Ainsi, la surface S du segment d'ellipse peut être exprimée comme suit :

$$S = \left(\frac{a}{b}\right) B \quad (\text{A.8})$$

En remplaçant B par l'équation (A.6), l'équation (A.9) devient :

$$S = \frac{a}{b} b^2 \left[\arccos\left(\frac{d}{b}\right) - \frac{d}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{d}{b}\right)^2} \right] \quad (\text{A.9})$$

Donc

$$S = a b \left[\arccos\left(\frac{d}{b}\right) - \frac{d}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{d}{b}\right)^2} \right] \quad (\text{A.10})$$

Annexe B

Annexe aux expériences liées à la modulation de la distance de travail

B.1 Grammage des expériences

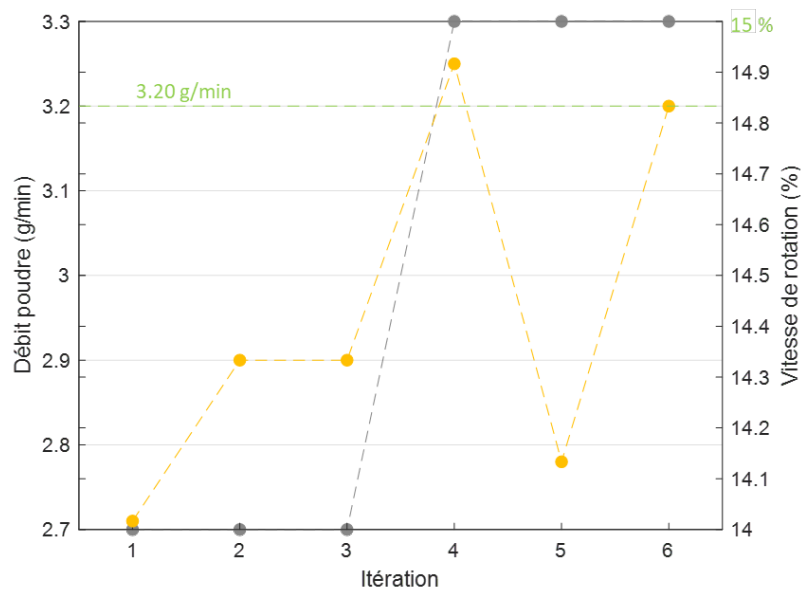


FIGURE B.1 – Grammage – Cordons et murs déposés avec des configurations de fabrication différentes

B.2 Coupes microscopiques résultantes des expériences

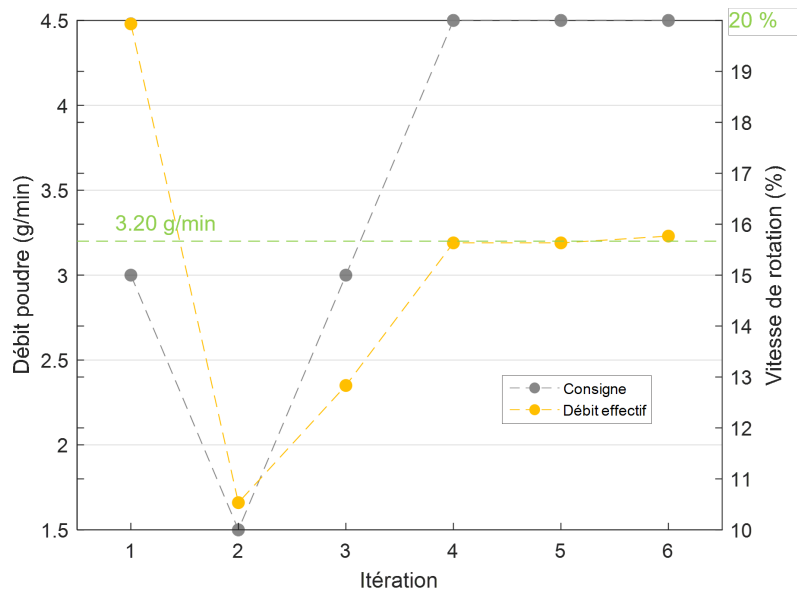


FIGURE B.2 – Grammage – Mur en fabrication dégradée

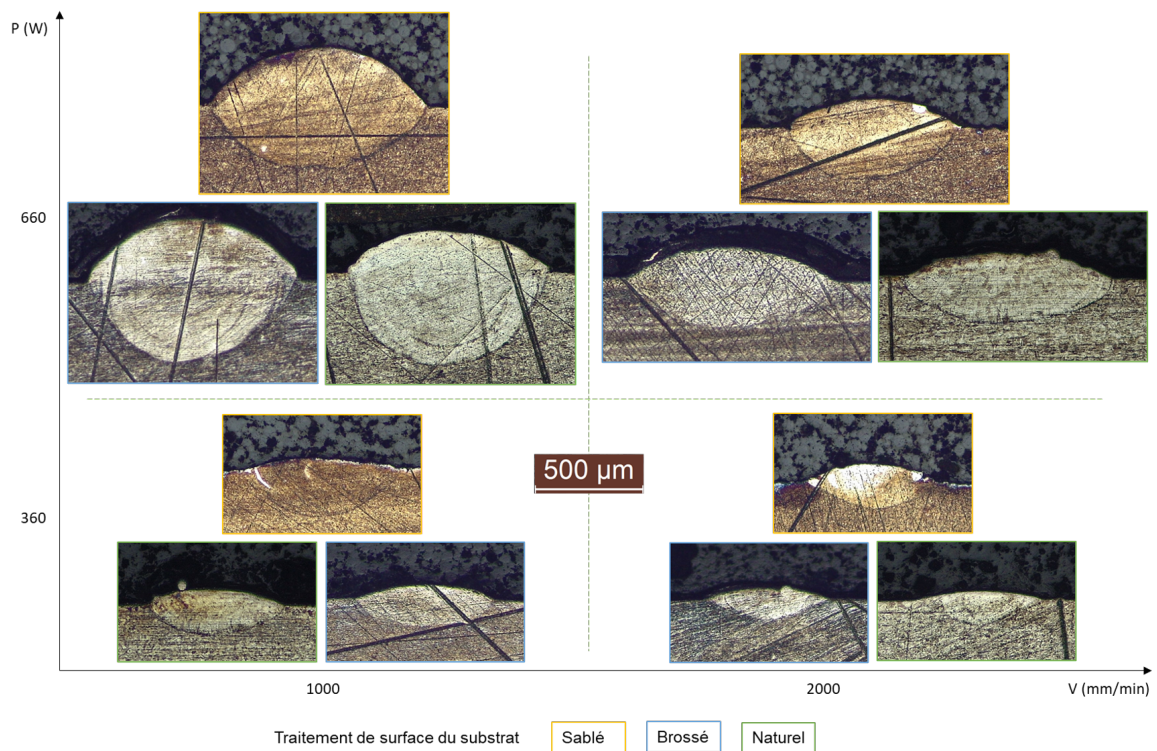


FIGURE B.3 – Coupes microscopique des cordons selon la traitement de surface appliqué au substrat – $D = 2.99$ g/min

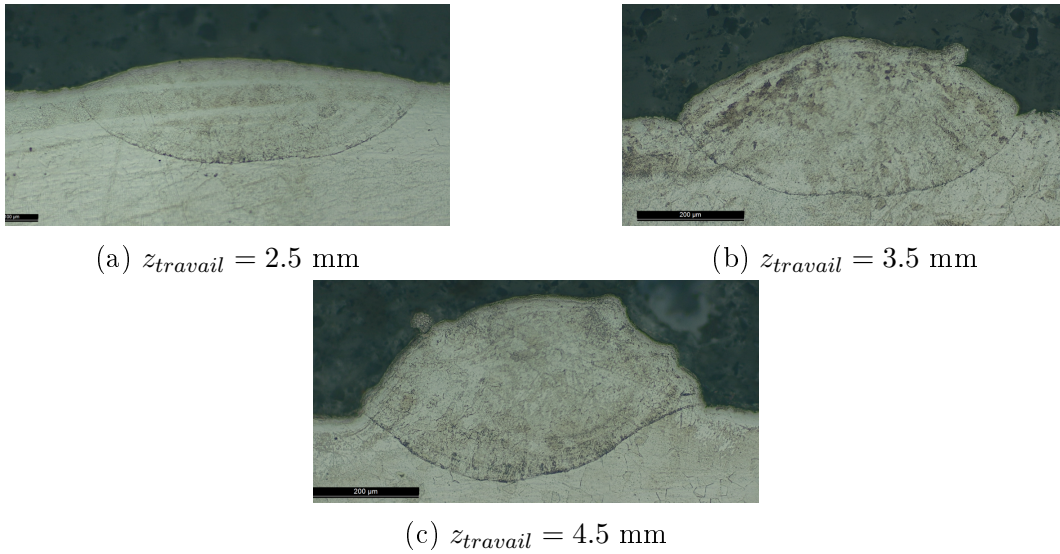


FIGURE B.4 – Coupes microscopique des cordons selon la distance de travail – $D = 3.2$ g/min

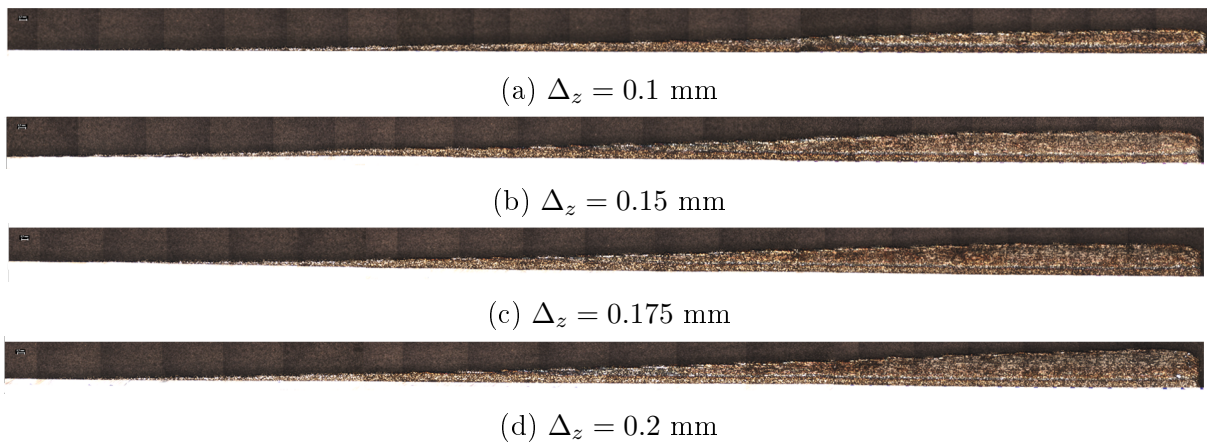


FIGURE B.5 – Coupes microscopiques des murs construits avec $z_{travail} = 2.5$ mm et différents incréments en z

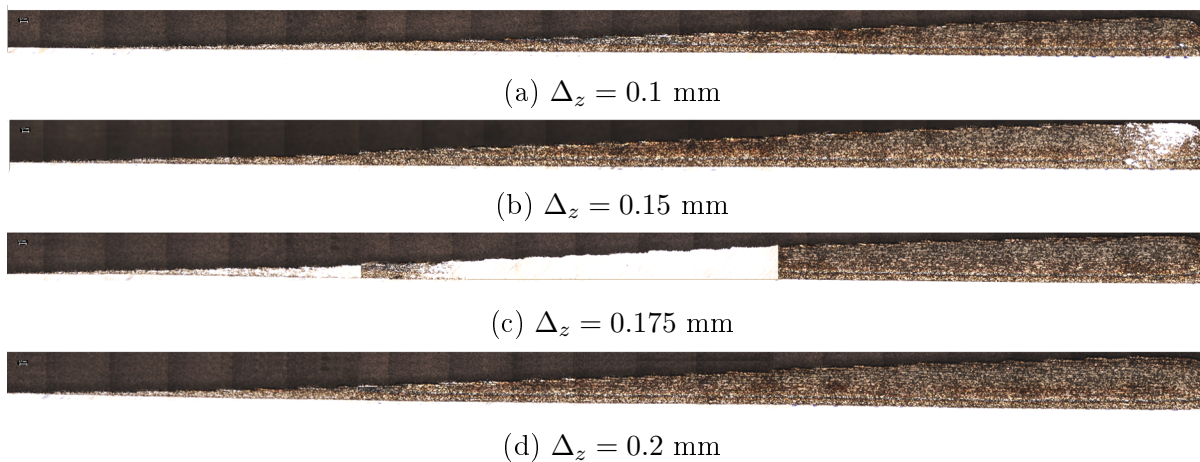


FIGURE B.6 – Coupes microscopiques des murs construits avec $z_{travail} = 3.5$ mm et différents incréments en z

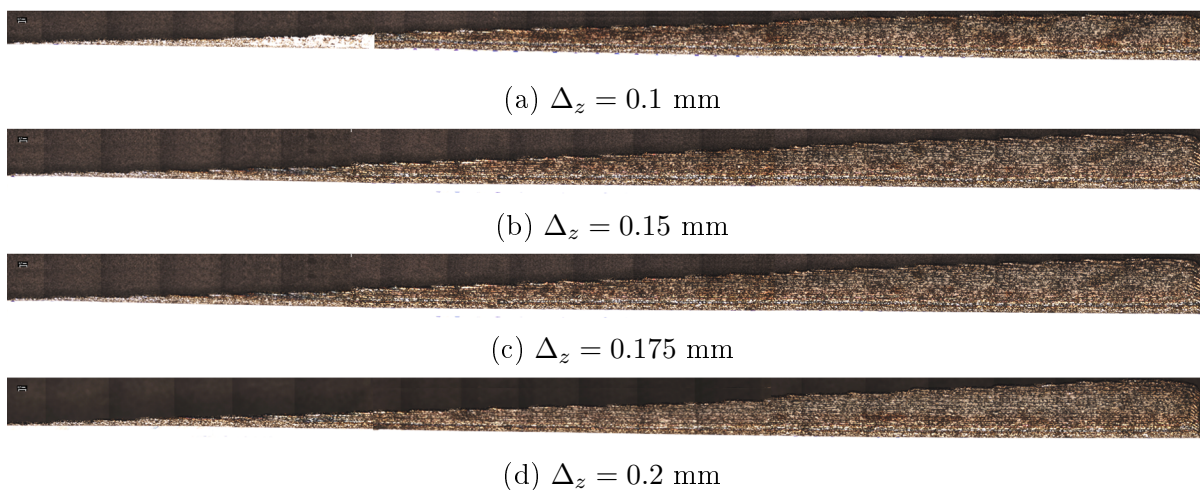


FIGURE B.7 – Coupes microscopiques des murs construits avec $z_{travail} = 4.5$ mm et différents incréments en z

Annexe C

Annexe à la théorie du modèle hybride MEF-POD

C.1 Conditions aux limites par Multiplicateur de Lagrange dans un domaine réduit par POD

Lors de l'application de conditions aux limites d'un domaine réduit par POD par la méthode des multiplicateurs de Lagrange, la forme irréductible est identique à celle énoncée en éléments finis (Équation 3.16) :

$$G = \int_{\Omega} (\nabla \delta u)^T k \nabla u \, d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^T b \, d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T \lambda \, d\Gamma + \int_{\Gamma} \delta \lambda^T (u - \bar{u}) \, d\Gamma = 0 \quad (\text{C.1})$$

La différence réside dans la fonctions de forme de u qui est projetée dans la base réduite $(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p)$ (cf. Section 3.4.2).

$$u = U^T N \tilde{\beta} \quad \text{et} \quad \lambda = N_{\lambda} \tilde{\lambda} \quad (\text{C.2})$$

La forme faible s'écrit alors :

$$G = \delta \tilde{\beta}^T \left[\int_{\Omega} U^T (\nabla N)^T k \nabla N \tilde{\beta} U \, d\Omega - \int_{\Omega} U^T N^T b \, d\Omega + \int_{\Gamma} U^T N^T N_{\lambda} \tilde{\lambda} \, d\Gamma \right] + \delta \tilde{\lambda}^T \left[\int_{\Gamma} N_{\lambda}^T N U \tilde{\beta} \, d\Gamma - \int_{\Gamma} N_{\lambda}^T \bar{u} \, d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{C.3})$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta \tilde{\beta}$ et $\delta \tilde{\lambda}$, il en résulte le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} K^{POD} & \Lambda^{POD} \\ \Lambda^{PODT} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\beta} \\ \tilde{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{POD} \\ B_{\lambda} \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Avec

$$K^{POD} = U^T \left(\int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N \, d\Omega \right) U \quad \text{et} \quad B^{POD} = U^T \int_{\Omega} N^T b \, d\Omega \quad (\text{C.5})$$

$$B_\lambda = \int_\Gamma N_\lambda^T \bar{u} d\Gamma \quad (\text{C.6})$$

Et finalement, la matrice qui identifie les nœuds auxquels s'applique la condition aux limites :

$$\Lambda^{POD} = U^T \int_\Gamma N^T N_\lambda d\Gamma \quad (\text{C.7})$$

C.2 Continuité à l'interface par Multiplicateur de Lagrange entre un domaine MEF et un domaine POD

Afin de garantir la continuité du champ à l'interface de deux domaines : le premier Ω_1 en éléments finis et le second Ω_2 réduit par POD, grâce au multiplicateur de Lagrange, il convient de réécrire la forme irréductible (3.31) identique à celle énoncée en éléments finis :

$$\begin{aligned} G = & \int_{\Omega_1} (\nabla \delta u_1)^T k \nabla u_1 d\Gamma - \int_{\Omega_1} \delta u_1^T b d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta u_1^T \lambda d\Gamma \\ & + \int_{\Omega_2} (\nabla \delta u_2)^T k \nabla u_2 d\Gamma - \int_{\Omega_2} \delta u_2^T b d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta u_2^T \lambda d\Gamma + \int_{\Gamma'} \delta \lambda^T (u_1 - u_2) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Après discrétisation des domaines, les fonctions de forme s'expriment (le domaine Ω_2 est réduit par POD) :

$$u_1 = N_1 \tilde{u}_1, u_2 = U^T N_2 \tilde{\beta} \quad \text{et} \quad \lambda = N_\lambda \tilde{\lambda} \quad (\text{C.9})$$

La forme faible s'écrit donc :

$$\begin{aligned} G = & \delta \tilde{u}_1^T \left[\int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 \tilde{u}_1 d\Omega - \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} N_1^T N_\lambda \tilde{\lambda} d\Gamma \right] \\ & + \delta \tilde{\beta}^T \left[\int_{\Omega_2} U^T (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 U \tilde{\beta} d\Omega - \int_{\Omega_2} U^T N_2^T b d\Omega + \int_{\Gamma'} U^T N_2^T N_\lambda \tilde{\lambda} d\Gamma \right] \\ & + \delta \tilde{\lambda}^T \left[\int_{\Gamma'} N_\lambda^T N_1 \tilde{u}_1 d\Gamma - \int_{\Gamma'} N_\lambda^T N_2 U \tilde{\beta} d\Gamma \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Comme cette égalité doit rester vraie pour tout $\delta \tilde{u}_1$, $\delta \tilde{\beta}$ et $\delta \tilde{\lambda}$ il en résulte le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} K_1 & 0 & \Lambda_1 \\ 0 & K_2^{POD} & \Lambda_2^{POD} \\ \Lambda_1^T & \Lambda_2^{POD T} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{\beta} \\ \tilde{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2^{POD} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

Avec

$$K_1 = \int_{\Omega_1} (\nabla N_1)^T k \nabla N_1 d\Omega \quad \text{et} \quad K_2^{POD} = U^T \left(\int_{\Omega_2} (\nabla N_2)^T k \nabla N_2 d\Omega \right) U \quad (\text{C.12})$$

$$B_1 = \int_{\Omega_1} N_1^T b d\Omega \quad \text{et} \quad B_2^{POD} = U^T \int_{\Omega_2} N_2^T b d\Omega \quad (\text{C.13})$$

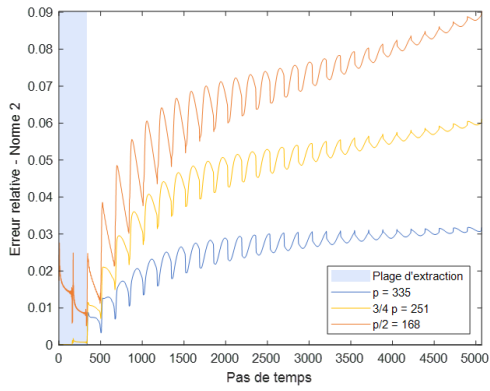
Et finalement, les matrices qui identifient les nœuds à raccorder deux à deux :

$$\Lambda_1 = \int_{\Gamma'} N_1^T N_\lambda d\Gamma \quad \text{et} \quad \Lambda_2^{POD} = U^T \int_{\Gamma'} N_2^T N_\lambda d\Gamma \quad (\text{C.14})$$

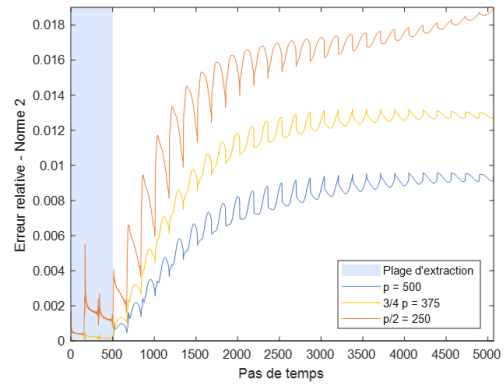
Annexe D

Annexe aux études de sensibilité des paramètres de réduction et d'enrichissement

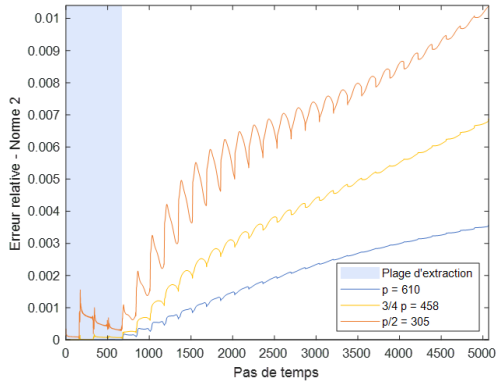
- D.1 Projection du champ thermique dans la base tronquée selon la plage d'extraction et le nombre de modes retenus



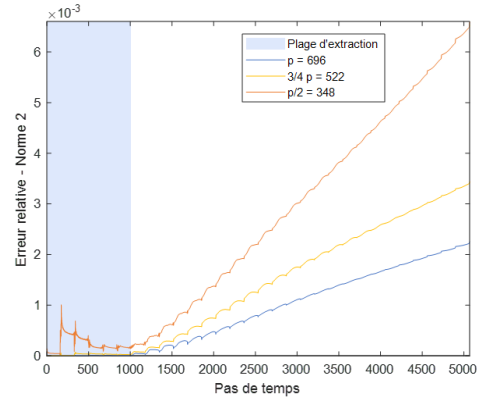
(a) 2 premières couches



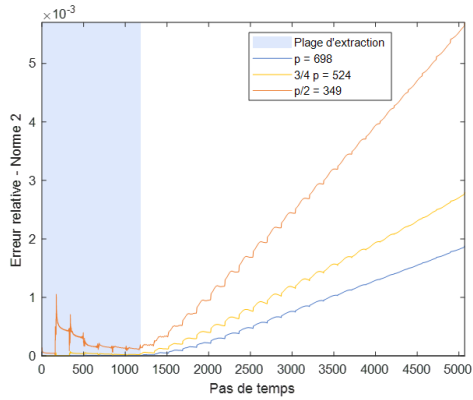
(b) 3 premières couches



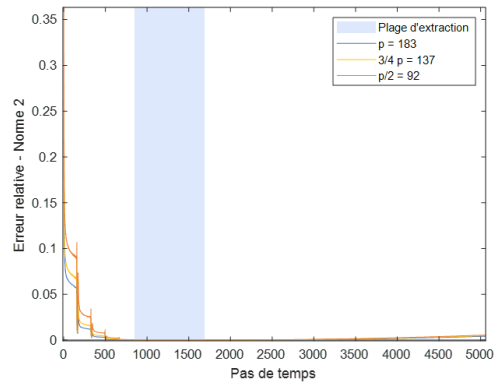
(c) 4 premières couches



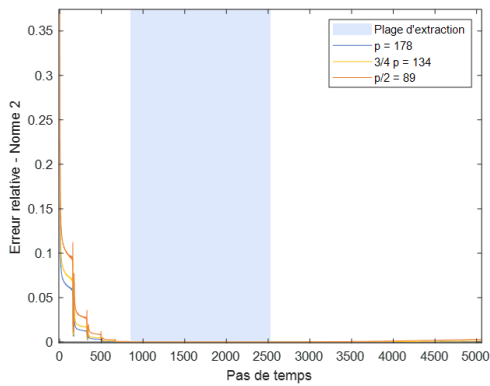
(d) 6 premières couches



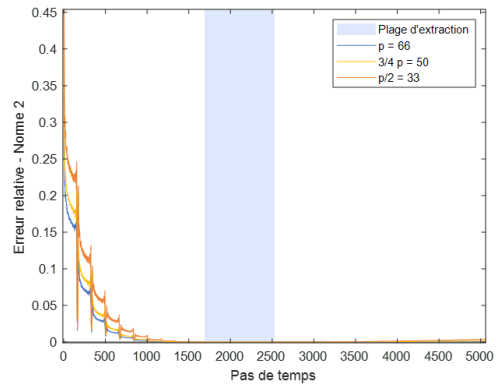
(e) 7 premières couches



(f) 5 couches entre 845-1689



(g) 10 couches entre 845-2534



(h) 5 couches entre 1690-2534

FIGURE D.1 – Projection du champ thermique dans la base tronquée dans un mur fin selon le nombre de modes retenus et la plage d'extraction

D.2 Résolution hybride MEF-POD pour un ordre d'enrichissement de Krylov $k = 1$

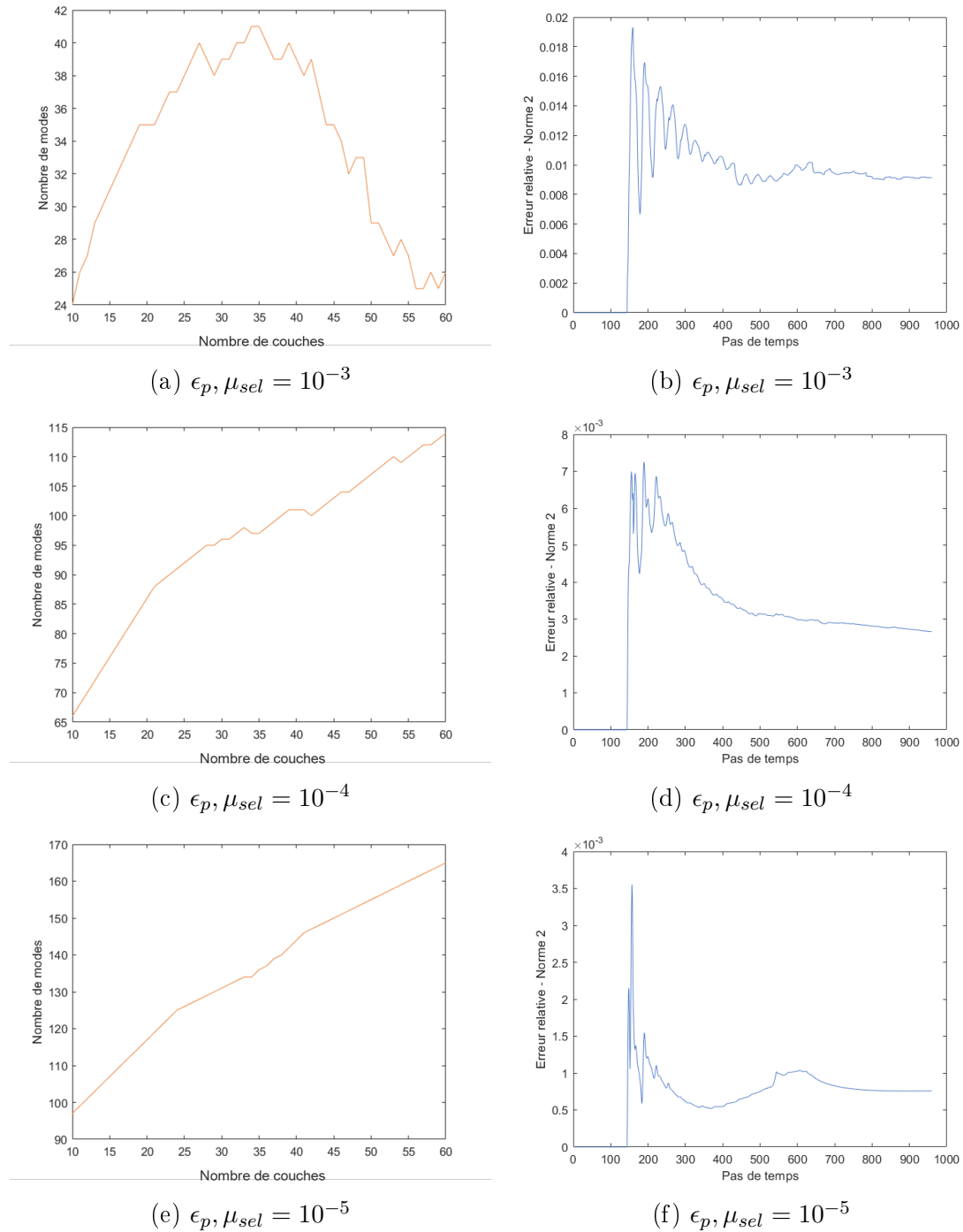


FIGURE D.2 – Nombre de modes dans la base (courbes oranges) et reconstruction du champ thermique (courbes bleues) par le modèle hybride MEF-POD avec enrichissement APR – ordre de Krylov $k = 1$

Évaluation des caractéristiques du jet de poudre à z=ztravail

```
function [Jet] = Evaluate_Carac_Jet(D,ztravail)

% Arguments d'entrée :
% D : débit massique de poudre en kg/s
% ztravail : distance de travail en m

% Arguments de sortie :
% Jet : sigma = écart-type (sigma) distribution de poudre à ztravail
%      mu = moyenne (mu) distribution de poudre à ztravail
%      amplitude = distribution de poudre à ztravail

Nz = 2000;
z = linspace(0.5e-3,8e-3,Nz); % discrétisation en z

mu = 10^-3*[-0.2669*10^3*z(z<3.4e-3)+1.219 -2.49*10^3*z(3.4e-3<=z & z<=3.5e-3)+8.748 ...
-0.004985*10^3*z(3.5e-3<z & z<5e-3)+0.05287 -0.028*(10^3*z(5e-3<=z & z<=8e-3)).^3+...
0.6129*(10^3*z(5e-3<=z & z<=8e-3)).^2-4.22*10^3*z(5e-3<=z & z<=8e-3)+9.317];
% centre jet de poudre (moyenne)
sigma = 10^-3*[0.01408*(10^3*z(z<3.4e-3)).^3-0.0517*(10^3*z(z<3.4e-3)).^2+...
0.09356.*10^3*z(z<3.4e-3)+0.1159 0.93*10^3*z(3.4e-3<=z & z<=3.5e-3)-2.757 ...
0.04874*(10^3*z(3.5e-3<z & z<5e-3)).^2-0.419.*10^3*z(3.5e-3<z & z<5e-3)+1.359 ...
-7.333e-3*(10^3*z(5e-3<=z & z<=8e-3)).^3+0.1253*(10^3*z(5e-3<=z & z<=8e-3)).^2-...
0.6435*10^3*z(5e-3<=z & z<=8e-3)+1.481]; % largeur jet de poudre (écart-type)

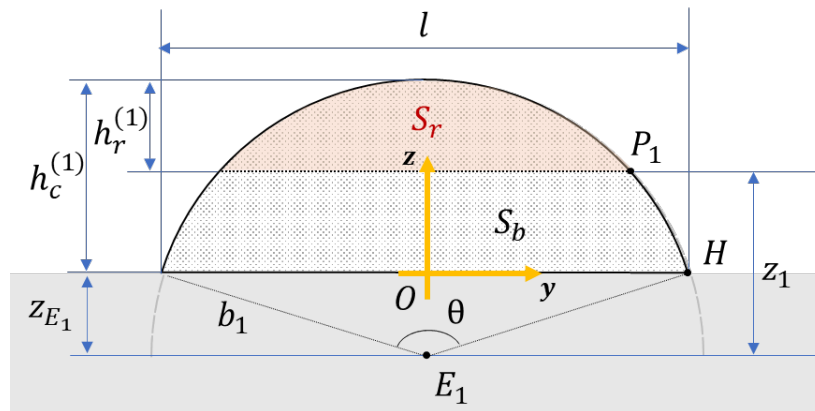
[~,ind] = min(abs(z-ztravail)); % indice du z discrétisé le + proche de ztravail

C1 = 4*pi*sigma(ind)^2*exp(-mu(ind)^2/(2*sigma(ind)^2));
C2 = 2*pi*sigma(ind)*mu(ind)*sqrt(2*pi)*erf(mu(ind)/(sqrt(2)*sigma(ind)));

Jet.sigma = sigma(ind);
Jet.mu = mu(ind);
Jet.amplitude = D/(C1+C2);
```

Évaluation de la hauteur de la 1ère couche

La hauteur de la première couche est évaluée en assimilant sa section transversale à un segment circulaire.



Le système à résoudre se compose de 2 équations issues de la géométrie :

- la relation de Pythagore appliquée au triangle E_1OH :

$$\text{Eq (1)} : b_1^2 - z_{E_1}^2 - l^2/4 = 0$$

Où l est la largeur du premier cordon.

- l'équation de l'aire S_b de section du cordon :

$$\text{Eq (2)} : S_b - b_1^2 \arcsin\left(\frac{l}{2b_1}\right) + z_{E_1} l/2 = 0$$

```
function [zR,R,I] = Evalue_Hauteur_1erDepot(l,S)

% Arguments d'entrée
% l : largeur du 1er dépôt
% S : aire de section du 1er dépôt

% Arguments de sortie
% zR : coordonnée en Z du 1er dépôt
% R : rayon du cercle représentant le 1er dépôt
% I : aire de section formée - vérification

options = optimoptions('fsolve','Display','off');

Sol = fsolve(@(x) HDepot(x,l,S),[0.1,0],options);
R=norm(Sol(1));
zR=norm(Sol(2));

y=linspace(-1,1,3001);
z=zeros(size(y));
for i=1:length(z)
```

```

    if abs(y(i))<=0.5*1
        z(i)=-norm(Sol(2))+sqrt(norm(Sol(1))^2-y(i)^2);
    end
end

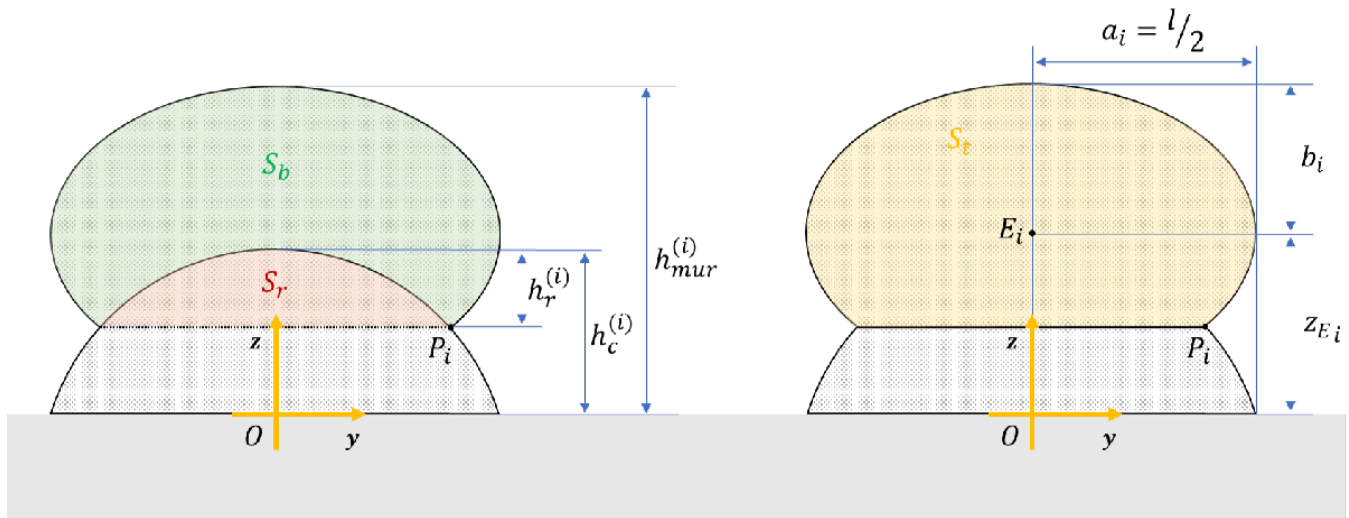
I = trapz(y,z); % I doit être égal à S

function F = HDepot(x,l,S)
    F(1) = x(1)^2-x(2)^2-0.25*1^2;
    F(2) = S-x(1)^2*asin(1/(2*x(1)))+x(2)*1/2;
end
end

```

Évaluation de la hauteur des autres couches

La section en coupe des autres dépôts est supposée de forme elliptique.



Le système à résoudre se compose de 2 équations issues de la géométrie :

- l'équation de l'aire S_t de section totale du cordon :

$$\text{Eq (1)} : S_t - a_i b_i \left[\pi - \arccos \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) + \sqrt{1 - \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right)^2} \left(\frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} \right) \right] = 0$$

- l'équation de l'ellipse de centre $E_i (0, z_{E_i})$ ($P_i (y_{i-1}, z_{i-1})$ appartient à cette ellipse) :

$$\text{Eq (2)} : \sqrt{1 - \left(\frac{y_{i-1}}{a_i} \right)^2} - \frac{z_{E_i} - z_{i-1}}{b_i} = 0$$

```
function [ai,bi,yi_1,zi_1,zEi] = Evalue_Hauteur_Depots(ai_1,bi_1,zEi_1,Sbi_1,Eta,type)
```

```
% Arguments d'entrée
```

```
% ai_1 : demi grand axe de l'ellipse représentant la couche précédente
```

```
% bi_1 : demi petit axe de l'ellipse représentant la couche précédente
```

```
% zEi_1 : coordonnée Z du centre E de l'ellipse i-1
```

```
% Sbi_1 : aire de la section précédente
```

```
% Eta : pourcentage de hauteur refondue - ratio de refusion
```

```
% type : second dépôt ou autre dépôt
```

```
% Arguments de sortie
```

```
% ai : demi grand axe de l'ellipse représentant la couche créée i
```

```
% bi : demi petit axe de l'ellipse représentant la couche créée i
```

```
% yi_1 : coordonnée Y du point d'intersection P entre les couches i et i-1
```

```
% zi_1 : coordonnée Z du point d'intersection P entre les couches i et i-1
```

```
% zEi : coordonnée Z du centre E de l'ellipse i
```

```

options = optimoptions('fsolve','Display','off');

switch type
    case '2nd depot'
        ai = sqrt(bi_1^2-zEi_1^2);

        case 'autre depot'
            ai = ai_1;
end
zi_1 = (1-Eta)*(bi_1-zEi_1)+zEi_1;
yi_1 = ai_1*sqrt(1-(zi_1/bi_1)^2);
Sr = ai_1*bi_1*(acos(zi_1/bi_1)-sqrt(1-(zi_1/bi_1)^2)*(zi_1/bi_1)); % section de la
                                                                    % zone refondue

St = Sbi_1+Sr; % section totale de la couche

Sol = fsolve(@(x) HDepot(x,yi_1,zi_1,ai,St),[0.01,0.01],options);
zEi = real(Sol(1));
bi = real(Sol(2));

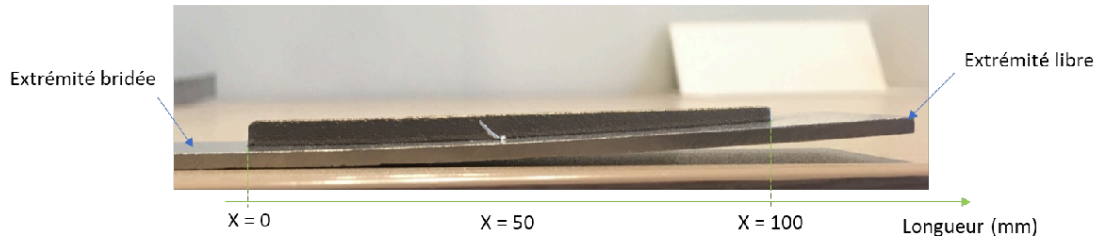
function F = HDepot(x,yi_1,zi_1,a,S)
    F(1) = S-a*x(2)*(pi-acos((x(1)-zi_1)/x(2))+sqrt(1-((x(1)-zi_1)/x(2))^2)...
        *((x(1)-zi_1)/x(2)));
    F(2) = sqrt(1-(yi_1/a)^2)-((x(1)-zi_1)/x(2));
end
end

```

Modélisation du procédé DED-LP

Échelle mésoscopique - Mur en pente

Prédiction de la hauteur d'un mur fin (mono-cordon) après le dépôt de chaque couche. Le mur est bridé d'une seule extrémité, l'autre étant laissée libre.



Paramètres procédé de 1er ordre

- Puissance de consigne en W

```
clear all  
close all  
P = 360;
```

- Vitesse de dépose en mm/min

```
V = 1000*10^-3/60; % conversion en m/s
```

- Débit de poudre en g/min

```
D = 3.2;
```

Données matériau (SS 316L)

- Densité en kg/m³

```
rho = 7950;
```

- Capacité thermique en J/kg/K

```
cp = 500;
```

Paramètres de fabrication

- Rayon du bain de fusion en mm, supposé circulaire

```
R_bain0 = 0.55;
```

- Incrément en z en mm (hauteur de couche théorique)

```
DeltaZ = 0.15;
```

- Distance de travail initiale en mm (distance buse-pièce)

```
ztravail0 = 3.5; % distance de travail recommandée par le fabricant de la machine BeAM
```

- Nombre de couches désirées

```
Ncouches = 20;
```

- Ratios de refusion en % (rapport hauteur refondue/hauteur créée) :

```
Eta = 0.95;
```

Positions en x étudiées et évaluation du déplacement du substrat

```
Xeval = [5 25 50 75 95]; % 0 = début du mur (extrémité bridée)  
                                % 100 = fin du mur (extrémité libre)  
Interpole_Profil(Xeval) % interpolation de la flèche du substrat à Xeval  
Neval = length(Xeval);
```

Initialisation des variables

```
H = zeros(Neval,1); % initialisation hauteur par abscisse  
Uz_f = zeros(Neval,1); % initialisation flèche substrat par abscisse  
  
Npts = 1001 ;  
X = linspace(-R_bain0,R_bain0,Npts); % discrétisation du bain de fusion  
  
Ztravail = zeros(Ncouches,Neval); % distance de travail pour chaque couche et abscisse  
Hmur = zeros(Ncouches,Neval); % hauteur mur pour chaque couche et abscisse
```

Calcul de la hauteur du mur après le dépôt de chaque couche, à chaque abscisse

```
for k = 1:Neval  
  
    Xmur = Xeval(k); % Position analysée  
    Uz = dlmread(['Uz_X' num2str(Xmur) '.txt']); % lecture des données du télémètre  
                                                % (flèche substrat)  
  
    ztravail = zeros(Ncouches,1);  
    Sb = zeros(Ncouches,1); % initialisation section créée  
    hmur = zeros(Ncouches,1); % initialisation hauteur du mur  
    R_bain = R_bain0; % initialisation du rayon du bain  
  
    for i = 1:Ncouches
```

```

%% Evaluation de la hauteur de travail lors du dépôt de la couche i
if i == 1
    ztravail(i) = ztravail0-Uz(i); % distance de travail au dépôt de la 1ère
                                % couche
else
    ztravail(i) = ztravail0+(i-1)*DeltaZ-(hmur(i-1)+Uz(i)); % distance de travail
                                                            % aux autres couches
end
Ztravail(i,k) = ztravail(i); % stockage de la distance de travail

%% Calcul de la distribution de poudre pour la distance de travail estimée
[Jet] = Evalue_Carac_Jet(10^(-3)*D/60,10^(-3)*ztravail(i));

%% Calcul de la section créée
% Mise à jour du script Paraview
fidin = fopen('CalculSectionCreee_Template.py','r');
fidout = fopen('CalculSectionCreee.py','w');
line = fgetl(fidin);

while ~contains(line,'disk1.OuterRadius')
    fprintf(fidout,'%s\n',line);
    line = fgetl(fidin);
end

linenew = ['disk1.OuterRadius = ' num2str(10^(-3)*R_bain)] ;
fprintf(fidout,'%s\n',linenew);
line = fgetl(fidin);

while ~contains(line,'calculator1.Function')
    fprintf(fidout,'%s\n',line);
    line = fgetl(fidin);
end

linenew = ['calculator1.Function = ''' num2str(Jet.amplitude/rho) '*(exp('-'...
    num2str(1/2) '*(sqrt(coordsX^2+coordsY^2)-' num2str(Jet.mu) ')^2/('...
    num2str(Jet.sigma) '^2))+exp('-' num2str(1/2) '*(sqrt(coordsX^2+coordsY^2)+'...
    num2str(Jet.mu) ')^2/(' num2str(Jet.sigma) '^2))'''];
fprintf(fidout,'%s\n',linenew);
line = fgetl(fidin);

while ~contains(line,'calculator2.Function')
    fprintf(fidout,'%s\n',line);
    line = fgetl(fidin);
end

linenew = ['calculator2.Function = ''(coordsX/' num2str(V) ...
    ')*iHat+coordsY*jHat+coordsZ*kHat'''];
fprintf(fidout,'%s\n',linenew);
line = fgetl(fidin);

while ~feof(fidin)
    fprintf(fidout,'%s\n',line);
    line = fgetl(fidin);
end

```



```

fprintf(fidout, '%s\n', line);

fclose(fidin);
fclose(fidout);

% Exécution du script
system(['"C:\Users\c.leroydubief\ParaView 5.9.1-Windows-Python3.8-msvc2017...' ...
      '-64bit\bin\pvpython.exe" CalculSectionCreee.py']);

M = dlmread('SectionCree.txt', '', 1, 0); % lecture du fichier créé par Paraview
Sb(i) = M(1,1)*10^(6); % aire de section du cordon créé en mm2

%%% Estimation de la hauteur de la couche déposée
% Modèle issu de Mohebbi et al. (2020)
if i == 1
    [zR, R, I] = Evaluate_Hauteur_1erDepot(2*R_bain, Sb(i));
    zi = (1-Eta)*(R-zR)+zR; % coordonnée Z du point d'intersection entre
    % l'enveloppe du 1er cordon et l'enveloppe du 2nd cordon
    R_bain = sqrt(R^2-zi^2); % mise à jour de la taille du bain
    hmur(i) = R-zR; % mise à jour de hmur au 1er dépôt
elseif i == 2
    [a, b, yi, zi, zE] = Evaluate_Hauteur_Depots(R, R, zR, Sb(i), Eta, '2nd depot');
    zcentre = zE;
    R_bain = a*sqrt(1-(1-Eta)^2); % mise à jour de la taille du bain
    hmur(i) = zcentre+b-zR; % mise à jour hmur aux autres dépôts
else
    [~, b, yi, zi, zE] = Evaluate_Hauteur_Depots(a, b, 0, Sb(i), Eta, 'autre depot');
    zcentre = zcentre+zE;
    R_bain = a*sqrt(1-(1-Eta)^2); % mise à jour de la taille du bain
    hmur(i) = zcentre+b-zR; % mise à jour hmur aux autres dépôts
end

Hmur(i, k) = hmur(i); % stockage de la hauteur du mur à chaque couche
end

H(k) = hmur(Ncouches);
disp(' ')
disp(['Position sur mur : X = ' num2str(Xmur) 'mm / Hauteur locale estimée = ' ...
      num2str(H(k)) 'mm'])
Uz_f(k) = Uz(end); % flèche finale du substrat à l'abscisse Xeval
end

```

```

VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)
VisRTX 0.1.6, using devices:
 0: NVIDIA GeForce MX250 (Total: 2.1 GB, Available: 1.7 GB)

```



```
Hauteurs_cumulees = H+Uz_f; % Évaluation des hauteurs cumulées à chaque abscisse
```

Visualisation des résultats

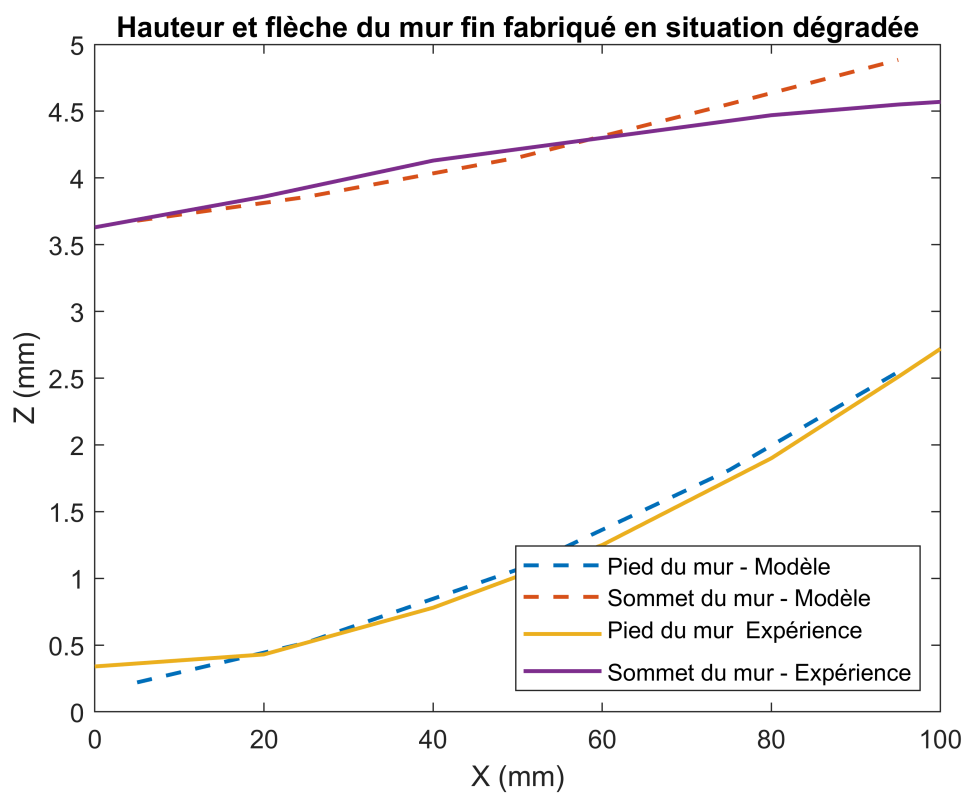
Sommet du mur fin bridé sur une seule extrémité et flèche du substrat

- Résultats issus du modèle

```
figure(1)  
plot(Xeval,Uz_f,'--',Xeval,Hauteurs_cumulees,'--','LineWidth',1.5)
```

- Résultats expérimentaux

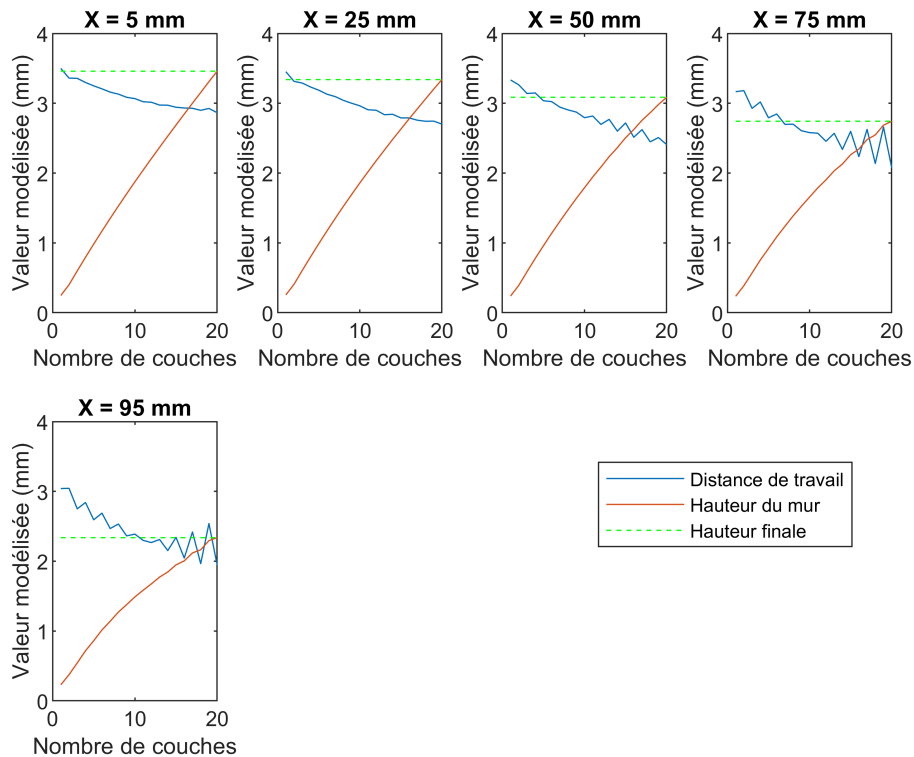
```
Mexpe = xlsread('Resultats_Mur_Cantilever\Mesures_HMur_Substrat.xlsx', 1, 'F14:H20');  
hold on  
plot(Mexpe(:,1),Mexpe(:,2)+0.34,Mexpe(:,1),Mexpe(:,3)+0.34,'LineWidth',1.5)  
hold off  
xlabel('X (mm)')  
ylabel('Z (mm)')  
legend('Pied du mur - Modèle','Sommet du mur - Modèle','Pied du mur _ Expérience',...  
       'Sommet du mur - Expérience', 'Location','southeast')  
title('Hauteur et flèche du mur fin fabriqué en situation dégradée')  
set(gca,'Color','none')  
hold off
```



Évolution de la distance de travail, de la hauteur effective du mur après le dépôt de chaque couche

```

figure(Neval+1)
set(gca, 'Color', 'none')
for k = 1:Neval
    subplot(2,4,k)
    plot(1:Ncouches,Ztravail(:,k),1:Ncouches,Hmur(:,k))
    hold on
    plot(1:Ncouches,H(k)*ones(1,Ncouches),'g--')
    hold off
    ylim([0 4])
    ylabel('Valeur modélisée (mm)')
    xlabel('Nombre de couches')
    title(['X = ' num2str(Xeval(k)) ' mm'])
end
legend('Distance de travail','Hauteur du mur','Hauteur finale',...
'Location','southoutside')
set(legend,'Position',[0.7 0.3 0.1 0.1]);
    
```



Modélisation thermo-géométrique du procédé DED-LP

Échelle mésoscopique - Murs fins "en escaliers"

Prédiction de la hauteur d'un mur fin (mono-cordon) après le dépôt de chaque couche

Paramètres procédé de 1er ordre

- Puissance de consigne en W

```
clear vars  
close all  
P = 360;
```

- Vitesse de dépose en mm/min

```
V = 1000*10^-3/60; % conversion en m/s
```

- Débit de poudre en g/min

```
D = 3.2;
```

Paramètres matériau (SS 316L)

- Densité en kg/m³

```
rho = 7950;
```

- Capacité thermique en J/kg/K

```
cp = 500;
```

Paramètres de fabrication

- Rayon du bain de fusion en mm, supposé circulaire

```
R_bain0 = 0.5;
```

- Incrément en z en mm (hauteur de couche théorique)

```
Deltaz = 0.15;
```

- Distance de travail initiale en mm (distance buse-pièce)

```
ztravail0 = 4.5; % distance de travail initiale
```

- Nombre de couches désirées

```
Ncouches = 30;
```

- Ratios de refusion en % (rapport hauteur refondue/hauteur créée):

```
Eta = 0.95;
```

```
Npts = 1001;
X = linspace(-R_bain0,R_bain0,Npts); % discrétisation du bain de fusion
```

Calcul de la hauteur du mur après le dépôt de chaque couche, à chaque abscisse

```
ztravail = zeros(Ncouches,1);
Sb = zeros(Ncouches,1); % initialisation section créée
hmur = zeros(Ncouches,1); % initialisation ?
R_bain = R_bain0; % initialisation du rayon du bain

for i = 1:Ncouches

    %% A - Evaluation de la hauteur de travail lors du dépôt de la couche i
    if i == 1
        ztravail(i) = ztravail0; % distance de travail au dépôt de la 1ère couche
    else
        ztravail(i) = ztravail0+(i-1)*Deltaz-hmur(i-1); % distance de travail
                                                    % aux autres couches
    end

    %% B - Calcul de la distribution de poudre pour la distance de travail estimée
    [Jet] = Evaluate_Carac_Jet(D/(60*1000),10^(-3)*ztravail(i));

    %% C - Calcul de la section créée
    % Mise à jour du script Paraview
    fidin = fopen('CalculSectionCreee_Template.py','r');
    fidout = fopen('CalculSectionCreee.py','w');
    line = fgetl(fidin);

    while ~contains(line,'disk1.OuterRadius')
        fprintf(fidout,'%s\n',line);
        line = fgetl(fidin);
    end

    linenew = ['disk1.OuterRadius = ' num2str(10^(-3)*R_bain)];
    fprintf(fidout,'%s\n',linenew);
    line = fgetl(fidin);

    while ~contains(line,'calculator1.Function')
        fprintf(fidout,'%s\n',line);
        line = fgetl(fidin);
    end
end
```



```

linenew = ['calculator1.Function = ''' num2str(Jet.amplitude/rho) *(exp('-'...
num2str(1/2) *(sqrt(coordsX^2+coordsY^2)-' num2str(Jet.mu) ')^2/('...
num2str(Jet.sigma) '^2))+exp('-' num2str(1/2) *(sqrt(coordsX^2+coordsY^2)+'...
num2str(Jet.mu) ')^2/(' num2str(Jet.sigma) '^2))'''];
fprintf(fidout, '%s\n', linenew);
line = fgetl(fidin);

while ~contains(line, 'calculator2.Function')
    fprintf(fidout, '%s\n', line);
    line = fgetl(fidin);
end

linenew = ['calculator2.Function = ''(coordsX/' num2str(V)...
')*iHat+coordsY*jHat+coordsZ*kHat'''];
fprintf(fidout, '%s\n', linenew);
line = fgetl(fidin);

while ~feof(fidin)
    fprintf(fidout, '%s\n', line);
    line = fgetl(fidin);
end
fprintf(fidout, '%s\n', line);

fclose(fidin);
fclose(fidout);

% Exécution du script
system(['"C:\Users\c.leroydubief\ParaView 5.9.1-Windows-Python3.8-msvc2017' ...
'-64bit\bin\pvpython.exe" CalculSectionCreee.py']);

M = dlmread('SectionCree.txt', '', 1, 0); % lecture du fichier créé par Paraview
Sb(i) = M(1,1)*10^(6); % aire de section du cordon créé en mm2

%%% D - Estimation de la hauteur de la couche déposée
% Modèle issu de Mohebbi et al. (2020) pour calcul de la hauteur refondue
if i == 1
    [zR, R, I] = Evaluate_Hauteur_1erDepot(2*R_bain, Sb(i));
    zi = (1-Eta)*(R-zR)+zR; % coordonnée Z du point d'intersection entre l'enveloppe
                        % du 1er cordon et l'enveloppe du 2nd cordon
    R_bain = sqrt(R^2-zi^2); % mise à jour de la taille du bain
else
    if i == 2
        [a, b, yi, zi, zE] = Evaluate_Hauteur_Depots(R, R, zR, Sb(i), Eta, '2nd depot');
        zcentre = zE;
        R_bain = a*sqrt(1-(1-Eta)^2); % mise à jour de la taille du bain
    else
        [~, b, yi, zi, zE] = Evaluate_Hauteur_Depots(a, b, 0, Sb(i), Eta, 'autre depot');
        zcentre = zcentre+zE;
        R_bain = a*sqrt(1-(1-Eta)^2) ; % mise à jour de la taille du bain
    end
end

if i == 1
    hmur(i) = R-zR; % mise à jour de hmur au 1er dépôt

```



```
disp(['Hauteur estimée = ' num2str(hmur(Ncouches)) ' mm'])
```

Hauteur estimée = 5.5101 mm

Visualisation des résultats

Évolution de la distance de travail, de la hauteur expérimentale et modélisée du mur après le dépôt de chaque couche

```
Nomfichier=['hauteur_mur_exp.csv'];  
M=readmatrix(Nomfichier);  
Nb_couche=M(:,1);  
M1=M(:,2);M2=M(:,3);M3=M(:,4);M4=M(:,5);  
M5=M(:,6);M6=M(:,7);M7=M(:,8);M8=M(:,9);  
M9=M(:,10);M10=M(:,11);M11=M(:,12);M12=M(:,13);  
  
f=figure;  
f.Position(3:4) = [450 340];  
set(gca,'Color','none')  
plot(1:Ncouches,ztravail,'Color',[0.44 0.68 0.28])  
hold on  
plot(1:Ncouches,M10,'.','MarkerSize',15,'Color',[0.27 0.45 0.77])  
plot(1:Ncouches,hmur,'x','Color',[1 0.75 0])  
hold off  
ylim([0 6])  
ylabel('Valeur modélisée (mm)')  
xlabel('Nombre de couches')  
legend('Distance de travail','Hauteur du mur - Expérience',...  
       'Hauteur du mur - Modèle','Location','southoutside')
```

