



HAL
open science

Développement de structures innovantes destinées à absorber et dissiper l'énergie d'un choc : application à la sécurité routière

Jeanne Tondut

► To cite this version:

Jeanne Tondut. Développement de structures innovantes destinées à absorber et dissiper l'énergie d'un choc : application à la sécurité routière. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2022. Français. NNT : 2022LYSE1125 . tel-04190530

HAL Id: tel-04190530

<https://theses.hal.science/tel-04190530>

Submitted on 29 Aug 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2022LYSE1125

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON

opérée au sein de
l'Université Claude Bernard Lyon 1

Ecole Doctorale N° 162
Mécanique, Energétique, Génie civil et Acoustique

Spécialité de doctorat : Mécanique
Discipline : Mécanique des structures

Soutenue publiquement le 11/07/2022, par :
Jeanne TONDUT

Développement de structures innovantes dédiées à dissiper l'énergie d'un choc : Application à la sécurité routière

Devant le jury composé de :

Jacquelin, Éric, Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1	Président
Lebon, Frédéric, Professeur à Aix Marseille Université	Rapporteur
Roth, Sébastien, Professeur à l'Université Bourgogne Franche Comté	Rapporteur
Didier, Clémentine, Maitre de Conférences à l'Université de Lyon	Examinatrice
Roux, Jean-Christophe, Maitre de Conférences à l'Université de Lyon	Examineur
Ronel, Sylvie, Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1	Directrice de thèse
Di Cesare, Noëlie, Maitre de Conférences à l'Université Claude Bernard Lyon 1	Co-encadrante de thèse

Remerciements

Mes premiers remerciements s'adressent à ma directrice de thèse Mme Sylvie RONEL, sans qui cette thèse n'aurait vu le jour. Son soutien sans faille m'a permis de m'épanouir à travers cette thèse et de progresser au cours de ces trois dernières années. Je remercie également ma co-encadrante Mme Noëlie DI CESARE pour ses qualités humaines et professionnelles qu'elle a su mettre au service de ma thèse. Je tiens à les remercier particulièrement pour leur compréhension envers ma pratique du sport, un peu excessive aux yeux de certains. Elles ont toujours fait preuve d'une grande adaptabilité, de soutiens et d'encouragements (notamment le 12 Septembre 2021), ce qui m'a permis de m'épanouir à la fois dans ma vie professionnelle et personnelle.

Je remercie l'ensemble des membres du jury Mme Clémentine HELFENSTEIN-DIDIER, Mr Eric JACQUELIN, Mr Jean-Christophe ROUX et les rapporteurs Mr Frédéric LEBON et Mr Sébastien ROTH d'avoir accepté d'évaluer mon travail.

Je remercie l'ensemble des membres du Laboratoire Biomécanique et Mécanique des Chocs (LBMC), de m'avoir accueilli dans leur équipe de recherche. Je tiens à remercier particulièrement Mr David MITTON, directeur du LBMC, pour sa bienveillance et ses qualités humaines, Mr Richard ROUSSILLON pour sa gentillesse, sa minutie et son implication dans mon projet de recherche et notamment lors des expérimentations.

Merci à Mr Clément GOUBEL pour ses précieux conseils, et pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux. Merci d'avoir résolu tant de problèmes numériques, et d'avoir répondu à mes nombreuses questions sur le fonctionnement de LS-DYNA. Un immense merci également à Mr Bastien Di Pierro pour l'aide qu'il m'a apporté. Sa passion pour l'informatique nous transformerait presque en geek.

Je remercie l'ensemble du personnel de l'Institut Universitaire de Technologie (IUT) de m'avoir accueillie sur le site de Gratte-Ciel à Villeurbanne. J'adresse également mes plus sincères remerciements à mes collègues du département GMP qui m'ont intégré - de gré ou de force, à eux d'en juger - à leur équipe pédagogique. Leur bonne humeur a accompagné de riches discussions technologiques, scientifiques et pédagogiques. Remerciements spéciaux à Messieurs Benoit THOMAS et Emmanuel GNAEDIG pour leur contributions à la fabrication de mes

prototypes. Un immense merci à Benjamin PAYET qui a su me transmettre sa passion pour l'enseignement grâce à ses qualités humaines, et sa bienveillance malgré un humour incisif. Il a été d'une aide précieuse dans la réalisation de cette thèse, notamment dans les moments les plus difficiles où il a su m'apporter son optimisme (ou simplement du réconfort en partageant des Paris-Brest et de la crème de marrons). Mes remerciements se prolongent à l'ensemble de mes collègues avec qui j'ai pu partager des repas, et de très nombreux cafés : Oriane Bonhomme, Marjorie Calonge-Serrière, Sonia Duprey, Estelle Homeyer, Mathieu Baraud, Damien Calonge, Bernard Canot, Patrick Chalumeau, François Colin, Baudoin Dafflon, Philippe Dupre, Sébastien Henry, Yoann Lafon, Pierre Lecomte, Jean-Rémi Leroy, Julien Maratier, Regis Marotte, Michel Massenzio, Jean-François Roquinarc'h, Gaspard Petiot, Laurent Pezet, et Benoit Pradel, Argelio Rodriguez, Ahmed Telali.

Ludovic Cazard, Nicolas Flamand, Xavier Goguet, Youri Charlemagne, merci. Vous avez rendu ces trois années inoubliables.

Un immense merci à l'ensemble de mes professeurs que j'ai pu avoir au cours de ma scolarité, de la maternelle jusqu'à l'école d'ingénieur. Leur passion pour l'enseignement et la qualité de leurs enseignements ont *in fine* contribué à la réalisation de cette thèse, puisque sans eux, je n'aurais entrepris une telle aventure.

Je tiens à remercier Cédric Martin-Garin, David Perrier et Miloud Blalouz qui m'ont permis d'obtenir le statut de sportive de haut niveau à l'université de Lyon lors de mes deux dernières années de thèses. Leur bienveillance, leur passion pour le sport et leur implication inconditionnelle ont largement contribué à faciliter ma pratique du triathlon même dans les moments les plus charnières de cette thèse.

Je remercie mes amis Clémence, Solène, Apolline, Elsa, Léa, Margaux, Charlène, Martin, Paulo, Valou, François, Clément, Ludovic et Paul qui m'accompagnent, me soutiennent et surtout, me supportent. Enfin, je remercie ma famille et en particulier mes parents, qui ont toujours fait en sorte que les études et le sport soient des priorités dans ma vie.

Table des matières

1	Introduction générale	8
1.1	Contexte général	8
1.2	Objectifs	9
1.3	Plan de la thèse	12
2	Étude bibliographique	13
2.1	Normes à respecter	13
2.1.1	Niveaux de sévérité d'un choc	14
2.1.2	Les différents types d'essais	16
2.1.3	Critères d'acceptation portant sur l'atténuateur de choc	18
2.1.4	Critères d'acceptation portant sur le comportement du véhicule	19
2.1.5	Moyens de protection des usagers de la route contre les obstacles fixes .	21
2.2	Dissipation et absorption de l'énergie cinétique	25
2.2.1	L'énergie cinétique	25
2.2.2	Critères de performance des absorbeurs d'énergie dans l'automobile . .	26
2.2.3	Moyens d'absorption sur les systèmes embarqués	26
2.2.4	Les frottements	31
2.3	Étude des auxétiques	33
2.3.1	Définition et propriétés des matériaux et structures auxétiques	33
2.3.2	Les différentes structures auxétiques	35
2.3.2.1	Les auxétiques naturels	35

2.3.2.2	Les mousses et polymères auxétiques	36
2.3.2.3	Structures chirales et tournantes	37
2.3.2.4	Structures ré-entrantes	39
2.4	Notion de mécanique des milieux continus et techniques d'homogénéisation . .	43
2.4.1	Volume Élémentaire Représentatif et homogénéisation	43
2.4.2	Limites des méthodes d'homogénéisation	44
2.5	Optimisation	45
2.5.1	L'optimisation en mécanique des structures	47
2.5.2	Quelques méthodes d'optimisation méta-heuristiques	49
2.5.2.1	<i>Particule Swarm Optimization</i>	50
2.5.2.2	Algorithme <i>Inverse-PageRank-PSO</i>	56
2.5.2.3	Faire le bon choix des paramètres.	59
2.6	Brève introduction au <i>Machine Learning</i>	60
2.6.1	Définition(s)	60
2.6.2	Chronologie du <i>Machine Learning</i>	60
2.6.3	Les types d'apprentissage	61
2.7	Conclusion du chapitre	63
3	Structure en nid d'abeille hexagonal ré-entrant pour absorber l'énergie d'un choc	64
3.1	Introduction	64
3.2	Étude quasi-statique	66
3.2.1	Première direction de chargement	67
3.2.2	Deuxième direction de chargement	69
3.2.3	Validation	71
3.3	Étude expérimentale d'un nid d'abeille HR soumis à un choc	73
3.3.1	Matériel expérimental	75
3.3.2	Configuration géométrique	76
3.3.3	Matériau et fabrication des prototypes en nid d'abeille HR	77
3.3.4	Résultats expérimentaux	79
3.4	Étude numérique dynamique d'un nid d'abeille HR	81
3.4.1	Modèle éléments finis du nid d'abeille HR	81

3.4.2	Validation du modèle numérique	84
3.5	Conclusions du chapitre	89
4	Optimisation de la structure interne d'un absorbeur de choc pour la sécurité routière	90
4.1	Introduction	90
4.2	Configuration de l'optimisation par I-PR-PSO	91
4.2.1	Fonction objectif	91
4.2.2	Données du problème	94
4.2.3	Paramètres de I-PR-PSO	94
4.3	Définition des structures à optimiser	95
4.3.1	Nid d'abeille hexagonal	96
4.3.1.1	Hexagonal ré-entrant en aluminium	96
4.3.1.2	Hexagonal conventionnel en aluminium	97
4.3.1.3	Hexagonal métallique	97
4.3.2	Structure alvéolaire triangulaire	99
4.4	Amélioration des performances des absorbeurs	101
4.4.1	Variables optimales	101
4.4.2	Comportement mécanique	104
4.4.2.1	Définition des configurations d'impact	104
4.4.2.2	Impact frontal centré	105
4.4.2.3	Impact frontal décentré	109
4.4.2.4	Impact incliné	112
4.4.3	Bilan	115
4.5	Validation des structures optimisées	119
4.5.1	Présentation du modèle numérique	119
4.5.2	Validation de l'atténuateur HC acier	120
4.5.3	Validation de l'atténuateur HR aluminium	122
4.6	Conclusions du chapitre	125

5	Calibrage automatique des paramètres des méta-heuristiques grâce au <i>machine learning</i> par krigeage pour la résolution de problèmes d'optimisation	126
5.1	Introduction	126
5.2	État de l'art	129
5.2.1	Méthodes d'optimisation méta-heuristiques	129
5.2.1.1	Particle Swarm Optimization	129
5.2.1.2	<i>Differential Evolutionary Algorithm</i>	130
5.2.1.3	<i>Clonal Selection Algorithm</i>	131
5.2.2	Krigeage et optimisation par krigeage	132
5.3	Identification des paramètres des méta-heuristiques	137
5.3.1	Méthode	137
5.3.2	Validation numérique	140
5.3.2.1	Benchmark de fonctions mathématiques	140
5.3.2.2	Définition des paramètres par défaut des algorithmes méta-heuristiques	140
5.3.2.3	Résultats	144
5.4	Application à l'optimisation de structures	152
5.4.1	Problème du treillis	152
5.4.1.1	Description du problème général	152
5.4.1.2	Cas traités	153
5.4.2	Paramètres AptM	155
5.4.3	Résultats	155
5.4.3.1	Treillis à 10 barres	155
5.4.3.2	Treillis à 20 barres	157
5.5	Conclusions du chapitre	159
6	Conclusion générale et perspectives	161
6.1	Bilan	161
6.2	Perspectives	164
	Bibliographie	166
A	Accélération dans la montagne russe Osiris	189

B	La théorie des champs moyens ou du chargement moyen	190
B.1	Conditions aux limites	191
C	Dimensions du véhicule expérimental	194
D	Signal brut de l'accélération mesurée sur le véhicule expérimental	195
E	Évolution des positions des particules dans leur domaine	196
F	Paramétrages optimaux des méta-heuristiques	198

Introduction générale

Cette thèse est réalisée au sein du Laboratoire de Biomécanique et de Mécanique des Chocs (LBMC) de l'Université Claude Bernard Lyon 1 (UCBL) et de l'Université Gustave Eiffel. Les travaux sont financés par la Délégation à la Sécurité Routière (DSR) du ministère de l'intérieur dans le cadre du projet SIDECaR.

1.1 Contexte général

Les chocs entre les véhicules et les obstacles fixes sur le bord de la chaussée mènent à des accidents graves, et sont lourds de conséquences. En effet, les obstacles ont une grande rigidité face à celle des véhicules. Afin de préserver l'intégrité de l'habitacle et de ses occupants, les constructeurs automobiles se sont tournés vers des véhicules conçus pour être grandement déformés lors d'un choc. Or, lors d'un choc sur une structure rigide telle qu'une pile de pont, un arbre ou un poteau, l'élément impacté peut être considéré comme infiniment rigide au regard du véhicule et l'énergie cinétique du choc est entièrement absorbée par le véhicule, ce qui augmente considérablement le risque de blessures graves ou de décès. En 2018, 3488 personnes ont perdu la vie dans des accidents de la route [1]. Ce bilan 2018 de l'ONISR (Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière) est alarmant. Il montre que les objectifs fixés par le gouvernement ne sont pas atteints. Une personne tuée sur trois est un usager d'un véhicule ayant heurté un obstacle fixe. Une forte augmentation de ce type d'accident est observée entre 2016 et 2017 [2]. 42% des accidents mortels ont eu lieu sur le réseau autoroutier. Les arbres, les poteaux, les parois rocheuses, les murs ou encore les piles de ponts sont les principaux obstacles responsables de ces accidents. Heureusement, des dispositifs de retenue tels que des barrières de sécurité ou des atténuateurs de chocs existent, comme ceux présentés dans la Fig. 1.1¹. Cependant, ils sont eux-mêmes responsables d'accidents mortels dans 14% des cas. Pouvant s'étendre sur plusieurs mètres, ils constituent des obstacles dans les agglomérations, sur les autoroutes et hors agglomération. Ils ne doivent donc être utilisés seulement

1. Photographies fournies par le groupe autoroutier APRR

s'ils réduisent la dangerosité de l'obstacle lui-même. L'espace entre l'obstacle et la chaussée est un facteur contraignant l'installation d'éléments de protection. Tout l'enjeu réside donc dans la conception de structures permettant de limiter ces accidents mortels sans pour autant augmenter le risque d'accidents [1, 2].



FIGURE 1.1 – Photographies d'accidents de la route sur atténuateurs de chocs

Pour déterminer l'impact des accidents de la route sur la société, les acteurs de la sécurité routière se sont confrontés à un verrou de taille : l'estimation du coût d'une vie. Au-delà des aspects sentimentaux et éthiques que peuvent soulever ces interrogations, cette estimation semble importante dans la priorisation des investissements dans le domaine de la sécurité routière. Mais comment évaluer les bénéfices liés à la sauvegarde de vies humaines ? Les économistes ont donc développé des outils statistiques pour estimer le coût d'une vie, il s'agit du VVS (Valeur Statistique d'une vie humaine ou VSV en français) [3]. L'ONISR dresse un bilan du coût de l'insécurité routière en France pour l'année 2018 [1]. Ils estiment à 3.360 millions d'euros le coût d'une personne tuée dans un accident de la route. Le coût d'un blessé grave, c'est-à-dire hospitalisé plus de 24 heures, s'élève à 420 123€ ; à 16 805€ pour un blessé léger ; et à 5 154€ pour les dégâts matériels [1]. Ces valeurs tutélaires de l'insécurité routière évoluent selon le PIB par habitant. On constate que, pour la France, le coût total de l'insécurité routière est de 44.1 milliard d'euros par an, soit 1.9% du PIB [1, 3].

La conception de nouvelles structures capables de réduire la gravité des accidents de la route contre obstacles fixes est donc un objectif prioritaire du gouvernement, et en particulier de la Délégation à la Sécurité Routière (DSR).

1.2 Objectifs

Cette thèse abordera plusieurs problématiques pour tenter de **proposer des structures innovantes destinées à dissiper l'énergie d'un choc lors d'un accident de la route, qui**

se voudront très performantes mais également compactes. Les structures architecturées telles que les structures en nid d'abeille sont des solutions performantes pour absorber l'énergie d'un choc [4]. Cependant, leurs propriétés mécaniques sont grandement influencées par leurs caractéristiques géométriques et matériau. Alors, quels choix de conception doivent être faits afin de minimiser les risques vitaux pour les usagers, dans le cas d'un choc entre un véhicule et un atténuateur ? Ces problématiques soulèvent des verrous scientifiques, numériques et technologiques importants nécessitant le déploiement d'outils tels que la modélisation par éléments finis, l'optimisation des structures et à la réalisation d'essais expérimentaux.

Ainsi, le principal objectif de cette thèse est de développer des structures innovantes dédiées à l'absorption d'énergie cinétique dans un contexte de sécurité routière. Pour arriver à cet objectif, on se définit l'objectif technologique principal de développement d'un outil numérique qui permettra de concevoir automatiquement des structures architecturées absorbantes à volume réduit, optimales et efficaces et respectant les normes françaises et européennes en vigueur.

Des sous-étapes ont permis d'aboutir à cet objectif, notamment avec la réalisation d'essais expérimentaux qui permettent de développer une modélisation numérique validée, capable de prédire le comportement d'une structure architecturée lorsqu'elle est soumise à un choc frontal d'un véhicule dont la vitesse est de 50km/h .

Ce modèle numérique validé sera ensuite utilisé pour définir la meilleure configuration de structure architecturée permettant de réduire la gravité d'un accident de la route. Pour cela, l'optimisation offre la possibilité d'améliorer les performances du système à l'égard d'une fonction objectif. Cette fonction objectif innovante, basée sur la norme de la sécurité routière EN1317 [5, 6], sera choisie de manière à rendre l'absorption d'énergie cinétique du véhicule linéaire dans le temps, permettant ainsi de réduire la décélération perçue par les usagers du véhicule. Le comportement non-linéaire de la structure sollicitée en dynamique des chocs impliquera le fait que le calcul de la fonction objectif sera réalisé par un modèle numérique, qui peut s'avérer être très coûteux en temps de calcul. Afin de limiter le nombre d'appels au calcul de la fonction objectif, on utilisera des méthodes d'optimisation telles que les méta-heuristiques. Les structures obtenues par le processus d'optimisation sont alors testées dans différentes configurations d'impact avant d'être validées sur un modèle complet de véhicule, pour modéliser au mieux un cas réel d'accident de la route.

En outre, ces calculs d'optimisation peuvent être très coûteux en temps de calculs (puisque'ils dépendent directement du modèle numérique nécessaire pour déterminer la valeur de la fonction objectif). Les équations qui gouvernent le comportement des algorithmes méta-heuristiques sont souvent dépendantes de paramètres qui doivent être fixés par l'utilisateur. La littérature indique qu'il n'existe pas de valeurs de paramètres optimales pour résoudre tous les problèmes d'optimisation mais qu'au contraire, ces paramètres doivent être choisis vis à vis du problème à résoudre. Ces paramètres ont une grande influence sur la vitesse et la précision de convergence des algorithmes. Le choix de ces paramètres est donc un enjeu important lorsqu'il s'agit de résoudre des problèmes dont les temps de calculs de la fonction objectif sont importants, comme c'est le cas dans le cadre de cette thèse. De ce fait, nous nous intéresserons à une méthode d'intelligence artificielle afin de calibrer les algorithmes méta-heuristiques dans le

but de minimiser les temps de calcul nécessaires à l'obtention d'une solution optimale.

1.3 Plan de la thèse

La restitution des travaux de cette thèse est organisée en quatre chapitres comme suit :

Le Chapitre 2 est consacré à la présentation de l'étude bibliographique qui a servi de base aux travaux de recherches menés par la suite. Les atténuateurs de chocs développés doivent respecter un ensemble de normes qui sont expliquées et détaillées dans la première partie de ce chapitre. Puis, les principes théoriques de dissipation et d'absorption d'énergie cinétique sont présentés, et ont permis d'orienter l'étude bibliographique vers les structures auxétiques. En effet, la troisième partie du chapitre présente les structures auxétiques à travers leurs propriétés, et leurs caractéristiques. Ces structures nous mènent ainsi à présenter les techniques d'homogénéisation et leurs limites dans la quatrième partie. La cinquième partie est, quant à elle, dédiée au domaine de l'optimisation. A travers des définitions et exemples de méthodes méta-heuristiques, cette partie met en avant les atouts et limites de ces méthodes qui semblent très adaptées au contexte de cette thèse. Finalement, la dernière partie de ce premier chapitre présente une brève introduction au *Machine Learning*, qui a inspiré les travaux présentés dans le dernier chapitre de cette thèse.

Le Chapitre 3 s'intéresse particulièrement aux structures en nid d'abeille hexagonal ré-entrant et détaille le développement d'un modèle numérique par éléments finis d'une telle structure soumise à un choc. La validation de ce modèle s'appuie sur des essais expérimentaux également présentés dans ce chapitre.

Le Chapitre 4 présente la démarche d'optimisation appliquée aux structures dédiées à l'absorption d'énergie cinétique dans le contexte de la sécurité routière. La première partie donne la configuration adoptée pour l'étude en détaillant le développement de la fonction objectif, les données du problème et de l'algorithme d'optimisation. Puis, les différentes structures faisant l'objet d'une optimisation sont présentées avant de détailler leur configuration optimale obtenue et leur comportement mécanique. Différentes configurations d'impact sont testées et permettent de dresser un bilan des quatre structures optimisées pour orienter la suite des travaux. En effet, dans la dernière partie de ce chapitre, les structures les plus performantes sont implémentées dans un modèle numérique de véhicule soumis à un choc frontal, pour validation dans un contexte de vie réelle.

Puis, le Chapitre 5 présente le développement d'une méthode de calibration des paramètres des algorithmes méta-heuristiques en fonction du problème d'optimisation à traiter. La première partie de ce chapitre présente, d'une part, les bases théoriques des algorithmes méta-heuristiques utilisés pour valider la méthode, et d'autre part, les fondements mathématiques du krigeage. Puis, la méthode développée, AptM (*Automated parameter tuning of Meta-heuristics*), est présentée et validée numériquement sur un *benchmark* de fonctions mathématiques. Finalement, notre méthode est appliquée à un cas d'optimisation mécanique de structures en treillis et permet de mettre en avant les avantages de l'utilisation d'une telle méthode.

Finalement, la conclusion des travaux liés à cette thèse est dressée dans le Chapitre 6 et s'articule autour d'un bilan et de propositions de perspectives.

Étude bibliographique

La première étape de ce projet est la constitution d'une synthèse bibliographique concernant les absorbeurs de choc et leur déformation, ainsi qu'une revue de la littérature sur les outils d'optimisation. Ces préliminaires serviront de fondations au développement de structures innovantes déterminées par des algorithmes d'optimisation intelligents. Ce premier chapitre est une synthèse bibliographique qui s'articule autour de six parties qui mèneront progressivement de la présentation des normes à respecter (Section 2.1) aux méthodes d'optimisation (Section 2.5) en abordant également des points clés comme les moyens de dissipation de l'énergie cinétique (Section 2.2), l'étude des matériaux auxétiques (Section 2.3) ainsi que des notions de mécanique des milieux continus (Section 2.4) essentiels à la compréhension de l'ensemble des travaux.

2.1 Normes à respecter

Dans le but de faire décroître le nombre de personnes ayant perdu la vie sur les routes, les gouvernements européens ont défini un ensemble de normes pour protéger les usagers des réseaux routiers. Des dispositifs de sécurité sont installés, tels que les barrières de sécurité, les séparateurs de voies, les atténuateurs de chocs... Dans des soucis de cohérence et de réglementation, les constructeurs doivent respecter la législation, c'est-à-dire, la norme européenne EN 1317.

L'ensemble de normes EN1317-1 à 9 détermine les caractéristiques que doivent respecter les dispositifs de retenue. Plus spécifiquement, la norme 1317-3 est dédiée aux atténuateurs de chocs. Elle donne les critères d'essais de choc et méthodes d'essai pour tester et valider les atténuateurs de choc des véhicules, en fonction de la masse du véhicule, de leur vitesse et de l'angle de l'essai. Les atténuateurs sont conçus de façon à réduire la sévérité de choc d'un véhicule avec un objet plus résistant. Ils sont classés selon deux grandes catégories :

- les atténuateurs redirectifs : ils retiennent et redirigent les véhicules,

— les atténuateurs non redirectifs : ils retiennent mais ne redirigent pas les véhicules.

Différents critères sont à prendre en compte dans la validation d'un atténuateur de choc, comme sa sévérité qui sera détaillée dans la partie 2.1.1. Les niveaux de sévérité dépendent fortement du type d'essais réalisés, qui sont quant à eux présentés dans la section 2.1.2. La norme encadre les critères concernant l'atténuateur (détaillée dans la Section 2.1.3) mais également les critères concernant le comportement du véhicule (Section 2.1.4).

2.1.1 Niveaux de sévérité d'un choc

Les performances des dispositifs de retenue routiers sont définies dans l'ensemble de normes européennes EN 1317-1 à 9. La norme EN 1317 adoptée le 29 avril 2010 est la norme actuellement en vigueur en France et en Europe [7]. Elle utilise un critère de sévérité de choc, nommé *ASI* (*Acceleration Severity Index*, ou "indice de sévérité de l'accélération" en français), pour mesurer l'efficacité de ces atténuateurs. Il est défini tel que [8] :

$$ASI(t) = \sqrt{\left(\frac{\bar{a}_x}{\hat{a}_x}\right)^2 + \left(\frac{\bar{a}_y}{\hat{a}_y}\right)^2 + \left(\frac{\bar{a}_z}{\hat{a}_z}\right)^2} \quad (2.1)$$

où \bar{a}_x , \bar{a}_y et \bar{a}_z sont les accélérations mesurées des composants du véhicule auxquelles on applique un filtre passe bas de type Butterworth 4 pôles avec une fréquence de coupure de 13Hz [5]. \hat{a}_x , \hat{a}_y et \hat{a}_z sont les seuils d'accélération correspondants pour chaque direction (voir Fig. 2.1). L'utilisation du filtre numérique de Butterworth à quatre pôles sans phase à la place de la moyenne mobile sur 50ms précédemment employée (version de 1998) a été introduite afin de réduire la dispersion des résultats en diminuant la sensibilité aux vibrations des accéléromètres. Lorsque la valeur de l'indice *ASI* est inférieure à 1, les passagers ne subissent pas de dommages lors du choc. Si l'indice est compris entre 1 et 1.4, les dommages sont mineurs. En revanche, si cet indice dépasse 1.4 alors les dommages et les blessures sont importants. En effet, une accélération ou une décélération importante subie par un Homme entraîne des séquelles graves telles que des fractures, pertes de connaissance, déchirures des organes comme le foie ou les reins, etc... [9-12]. Toute fois, la corrélation entre la décélération subie et les séquelles est un verrou scientifique important. En 2005, Gabauer *et al.* tentent de trouver une corrélation entre le type de blessure et le niveau de sévérité de l'accident [8]. Si la base de données est suffisamment abondante pour les accidents sans conséquences graves, lorsque l'accident entraîne des lésions importantes voire létales, très peu de données sont disponibles. Quelques études datant des années 1960-1970 [13-15] ont permis de déterminer les seuils de tolérances \hat{a}_x , \hat{a}_y et \hat{a}_z en fonction du niveau de retenue du passager dans le véhicule. Les valeurs des seuils sont données dans Tableau 2.1 et sont principalement basées sur les spécifications militaires des sièges éjectables. La norme EN1317-1 [5] utilise les seuils de tolérance d'un occupant attaché par une ceinture abdominale.

Plus le temps d'exposition à une accélération est important, plus les tolérances du corps humain diminuent. En 1977, le pilote de Formule 1 David Purley a survécu à une décélération de

Niveau de retenue	\bar{a}_x	\bar{a}_y	\bar{a}_z
Non attaché	7g	5g	6g
Ceinture abdominale	12g	9g	10g
Ceinture 3 points	20g	15g	17g

TABLEAU 2.1 – Seuils de tolérance des décélérations en fonction du type de retenue dans le véhicule

178.9g lors d'un accident [16]. Cette valeur de décélération est la valeur mesurée la plus élevée qu'un humain ait subie, tout en survivant. Le colonel américain John Paul Stapp (1910-1999), docteur en biophysique, a quant à lui réalisé des expériences en s'utilisant lui-même comme cobaye, pour montrer que le corps humain pouvait supporter des décélérations plus grandes que ce que la science ne le croyait. Ainsi en 1954, il survécut à une accélération de 46.2g pendant une durée de 0.9s en position dorsale (*i.e.* allongé sur le dos) [17]. Bien qu'ayant survécu, des lésions irréversibles au cerveau ont endommagé sa vision jusqu'à la fin de sa vie. Bien que paradoxales, certaines activités humaines jouent sur les limites de tolérance humaines aux accélérations et décélérations, telles que les montagnes russes, entre autres. Par exemple, dans la montagne russe *Osiris* du Parc Asterix en France, on mesure une accélération résultante de 1.79g en moyenne sur une durée de 14s. Cependant, l'accélération maximale mesurée sur l'attraction atteint 9g pendant une durée beaucoup plus courte relevée à 0.02s (voir la courbe d'accélération en Annexe A).

Le deuxième indice de sévérité de choc à respecter est le THIV (vitesse d'impact de la tête théorique), il est défini dans la norme EN 1317-1 [5] et exprimé en km h^{-1} . L'occupant est considéré comme un objet libre de ses mouvements qui continue de se déplacer lorsque le véhicule heurte le dispositif de retenue et ce, jusqu'à ce que l'objet heurte une surface à l'intérieur du véhicule.

Le Tableau 2.2, issu de la norme EN1317-3 [6], donne les valeurs de l'ASI et du THIV pour déterminer le niveau de sévérité d'un choc et classe ainsi les chocs en deux niveaux de sévérité, notés A et B. Par exemple, lors d'un essai sur atténuateurs de choc avec une approche frontale centrée, lorsque la valeur de l'ASI est de 0.9 et que le THIV ne dépasse pas 44km/h alors, le niveau de sévérité du choc contre l'atténuateur sera d'un niveau A. Ainsi, le niveau de sévérité de choc A offre un meilleur niveau de sécurité pour les occupants d'un véhicule en détresse que le niveau B (voir Tableau 2.1). Ce niveau est donc préférable. La valeur limite de l'indice du THIV est plus élevée dans le cadre des essais frontaux car l'expérience a montré que des valeurs plus élevées peuvent être tolérées lors des chocs frontaux. Pour le paramètre de l'ASI, cette différence de tolérance entre les chocs frontaux et latéraux est déjà prise en compte dans sa définition (Eq. (2.1)). Les différents types d'essais (numérotés de 1 à 5 dans le Tableau 2.2) sont décrits en détails dans la Section 2.1.2.

Niveaux de sévérité	Valeurs de l'ASI	Valeurs du THIV
A	$ASI \leq 1,0$	$THIV < 44\text{km h}^{-1}$ lors des essais 1, 2 et 3 $THIV < 33\text{km h}^{-1}$ lors des essais 4 et 5
B	$1,0 \leq ASI \leq 1,4$	$THIV < 44\text{km h}^{-1}$ lors des essais 1, 2 et 3 $THIV < 33\text{km h}^{-1}$ lors des essais 4 et 5

TABLEAU 2.2 – Valeurs de l'ASI et de THIV correspondants aux niveaux de sévérité de choc des véhicules selon la norme EN1317-3

2.1.2 Les différents types d'essais

Les accidents de la routes peuvent se produire dans des configurations d'impact très diverses en fonction, notamment, de la masse du véhicule impliqué, de son angle d'approche sur le dispositif de retenue ou encore de sa vitesse au moment de l'impact. De ce fait, pour être certifié par la norme, un atténuateur de choc doit passer une batterie d'essais. Pour classer les types d'essais, on dissocie trois paramètres : l'approche, la masse du véhicule et la vitesse du véhicule.

Les véhicules actuellement sur le marché peuvent avoir des masses très différentes. Par exemple, une *Renault Twingo I* a une masse à vide comprise entre 780 et 885kg alors qu'un *Volvo XC40* a une masse à vide de l'ordre de 1600kg [18, 19]. Ainsi, l'atténuateur de choc doit passer les essais de la norme pour différentes masses de véhicules. Les véhicules testés peuvent avoir une masse de 900kg, 1300kg ou 1500kg, respectivement représentées par les numéros 1, 2 et 3.

D'autre part, la norme prévoit des essais à des vitesses différentes. Les véhicules sont lancés à des vitesses de 50, 80, 100 ou 110km h⁻¹ selon le type d'essai. De plus, pour prendre en compte les différentes configurations d'impact possibles que l'on rencontre dans des cas d'accidents, cinq approches de véhicule sur l'atténuateur sont décrites dans la norme EN1317-3 et présentées dans la Fig. 2.1. Ces approches constituent les cinq familles d'essai :

- frontale centrée : essai 1
- frontale, décalée de $\frac{1}{4}$ de la largeur du véhicule : essai 2
- au niveau du centre de l'atténuateur à 15° : essai 3
- choc latéral à 15° : essai 4
- choc latéral à 165° : essai 5

Les essais qui doivent être réalisés pour certifier un atténuateur sont identifiés par une succession de trois nombres qui représentent respectivement la position d'impact du véhicule sur l'obstacle (appelée l'approche), la masse du véhicule, et la vitesse du véhicule accidenté. Par exemple, l'essai TC 1.3.110 signifie que l'essai consiste à tester l'approche n°1 avec un véhicule de masse 3 (correspondant à 1500kg) à la vitesse de 110km h⁻¹.

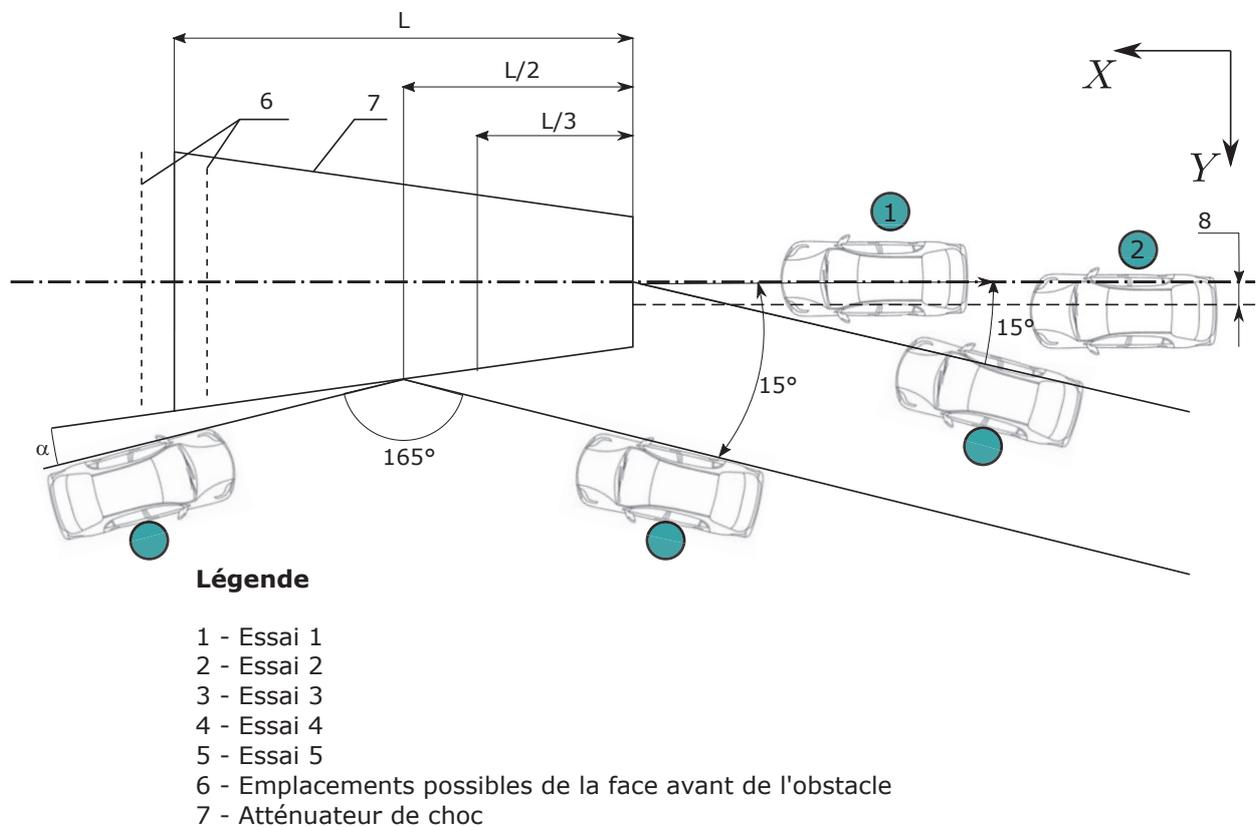


FIGURE 2.1 – Description des trajectoires d’approche du véhicule pour les essais 1 à 5, extrait de la norme EN1317-3 [5].

Les atténuateurs de choc sont ensuite classés selon leur niveau de performance. Ce niveau de performance mesure la capacité d’absorption d’énergie cinétique de l’atténuateur. Le Tableau 2.3 donne les différents niveaux de performance des atténuateurs. La norme considère qu’un atténuateur de choc soumis à l’essai avec succès à un niveau de performance donné remplit les conditions d’essai des niveaux inférieurs. Chaque ligne du Tableau 2.3 correspond à une vitesse d’essai et donc à un niveau. Chaque colonne correspond à une approche d’essai. Par exemple, un atténuateur ayant passé avec succès les essais du niveau 80/1 obtiendra également la classe de performance du niveau 50.

De plus, la norme EN1317-3 prévoit des essais avec différentes catégories de véhicules classés selon leur masse, à savoir des véhicules de 900kg , 1300kg et 1500kg . Dans le Tableau 2.3, le deuxième chiffre correspond à la classe du véhicule. Par exemple, l’essai TC 1.1.50 est réalisé avec un véhicule de 900kg alors que l’essai TC 1.2.80 est réalisé avec un véhicule de 1300kg .

Niveau	Essai d'acceptation					
50	TC 1.1.50	-	-	-	TC 4.2.50*	-
80/1	-	TC 1.2.80	TC 2.1.80	-	TC 4.2.80*	-
80	TC 1.1.80	TC 1.2.80	TC 2.1.80	TC 3.2.80	TC 4.2.80*	TC 5.2.80*
100	TC 1.1.100	TC 1.2.100	TC 2.1.100	TC 3.2.100	TC 4.2.100*	TC 5.2.100*
110	TC 1.1.110	TC 1.1.110	TC 2.1.110	TC 3.3.110	TC 4.3.110*	TC 5.3.110*

TABLEAU 2.3 – Niveaux de performance des atténuateurs de choc. * valable uniquement pour les atténuateurs de choc redirectifs.

2.1.3 Critères d'acceptation portant sur l'atténuateur de choc

Pour valider un essai, le dispositif de retenue doit répondre à un ensemble de critères, qu'ils soient géométriques ou indiquant le comportement que ce dernier doit avoir lors du choc.

Le premier critère d'acceptation décrit l'enveloppe géométrique dans laquelle le dispositif doit être inscrit après le test. On appelle ce critère le *déplacement latéral permanent* de l'atténuateur. Les tolérances sur le déplacement latéral du dispositif testé sont décrites en détails dans la norme EN1317-3 [7], et définissent la classe D du dispositif. Les huit classes D1 à D8 correspondent au déplacement latéral du dispositif telles qu'indiquées dans le Tableau 2.4. Par exemple, l'atténuateur de choc soumis aux essais 1 à 5, malgré les déformations et potentielles destructions qu'il subit pendant le choc, doit rester à l'intérieur d'une enveloppe telle que définie sur la Fig. 2.2. Toute partie détachée de l'atténuateur de choc dont la masse est supérieure à 2kg doit être prise en compte dans la mesure du déplacement latéral.

Pour répondre aux critères des classes D1 à D4, l'atténuateur de choc soumis aux essais 1 à 5 doit rester à l'intérieur des distances D_a et D_d . Les déplacements D_a et D_d sont représentés par les droites A_a et A_d sur la Fig. 2.2. Ces droites sont définies parallèles aux parois de l'atténuateur et situées à une distance D_a et D_d respectivement de chaque côté. Pour les classes D5 à D8, l'atténuateur de choc doit remplir les mêmes conditions d'essai que pour les classes D1 à D4 si ce n'est que, pour l'essai 3, l'atténuateur de choc peut se déplacer sur une distance non spécifiée du côté sortie (*i.e.* du côté opposé à la chaussée).

Ensuite, le second critère décrit le comportement de l'atténuateur de choc, qui doit être conforme aux règles suivantes :

- les éléments de l'atténuateur ne doivent pas pénétrer dans l'habitacle du véhicule ;
- aucune déformation de l'habitacle ou intrusion ne doit causer des blessures graves aux occupants ;
- l'atténuateur déformé ne doit pas empiéter sur la surface avant de l'obstacle.

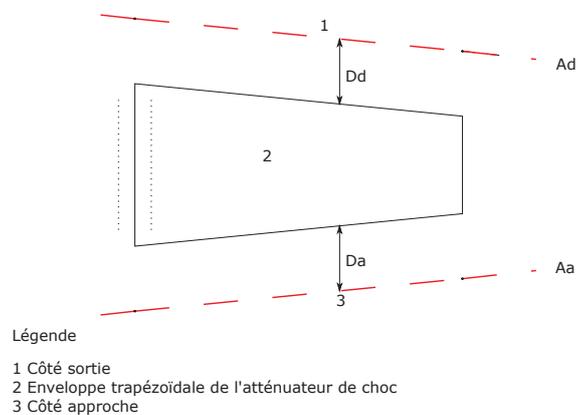


FIGURE 2.2 – Limites du déplacement permanent de l'atténuateur de choc issues de la norme EN1317-3 [6]

Classe D de l'atténuateur de choc	Déplacement D_a (m)	Déplacement D_d (m)
D1	0,5	0,5
D2	1,0	1,0
D3	2,0	2,0
D4	3,0	3,0
D5	0,5	$\leq 0,5$ Essai 3, Fig. 2.1
D6	1,0	$\leq 1,0$ Essai 3, Fig. 2.1
D7	2,0	$\leq 2,0$ Essai 3, Fig. 2.1
D8	3,0	$\leq 3,0$ Essai 3, Fig. 2.1

TABLEAU 2.4 – Zones de déplacement latéral permanent pour les atténuateurs de choc [5].

2.1.4 Critères d'acceptation portant sur le comportement du véhicule

Le troisième aspect de la norme concerne la réponse du véhicule lorsqu'il entre en collision avec le dispositif de retenue. En effet, le véhicule ne doit se renverser ni pendant ni après le choc. Un ensemble de tableaux et de figures disponibles dans la norme EN1317-1 [7] décrivent les zones acceptables (par la norme) de redirection du véhicule après l'impact. Ces zones sont évaluées au moyen d'une boîte de sortie représentée dans la Fig. 2.3. La boîte de sortie est

délimitée par :

- la ligne de rebond F, perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'atténuateur de choc, située à $6m$ en amont du nez de l'atténuateur de choc ;
- les deux lignes latérales A et D, parallèles aux deux côtés de l'enveloppe trapézoïdale précédemment définie dans la Section 2.1.3, situées aux distances Z_a sur le côté approche et Z_d sur le côté sortie ;
- la ligne R, perpendiculaire à l'axe longitudinal et située à l'arrière de l'atténuateur de choc ;
- une ligne discontinue, qui représente la face avant de l'obstacle ; cette ligne doit être spécifiée dans la conception de l'atténuateur de choc et consignée dans le rapport d'essai - elle peut être située à l'intérieur ou à l'extérieur de l'enveloppe de l'atténuateur de choc.

En somme, le Tableau 2.5, résume les contours de la boîte de sortie pour chacun des tests.

Essai	Lignes de contrôle de la boîte de sortie
1	F, A, D, R
2 à 4	F, A, D
5	A

TABLEAU 2.5 – Délimitations de la boîte de sortie [6].

Pour les différents essais, la trajectoire du véhicule après le choc doit être limitée par les critères suivants :

- au cours d'un essai quelconque, le véhicule ne doit pas dépasser la ligne discontinue représentant la face avant de l'obstacle ;
- au cours des essais 1 à 5, les roues du véhicule ne doivent pas empiéter sur les lignes de la boîte de sortie spécifiée dans le Tableau 2.5, sauf si la vitesse du centre de masse du véhicule à l'instant où se produit l'empiétement est inférieure ou égale à 11km h^{-1} . Dans ce cas, pour déterminer la zone de redirection, le véhicule est considéré comme n'ayant pas franchi la ligne de contrôle correspondante de la boîte de sortie.

Les classes d'atténuateurs de choc Z1, Z2, Z3 et Z4 doivent être définies selon les distances Z_a et Z_d indiquées dans le Tableau 2.6 et illustrées dans la Fig. 2.3.

Classes Z de l'atténuateur de choc	Côté approche Z_a (m)	Côté sortie Z_d (m)
Z1	4	4
Z2	6	6
Z3	4	≤ 4 Essai 3
Z4	6	≤ 6 Essai 3

TABLEAU 2.6 – Dimensions de la zone de redirection (Z_a et Z_d) [6].

D'une manière générale, le véhicule accidenté doit être évacué sur le côté, et ne pas être en mouvement dans un sens opposé au sens de circulation initial.

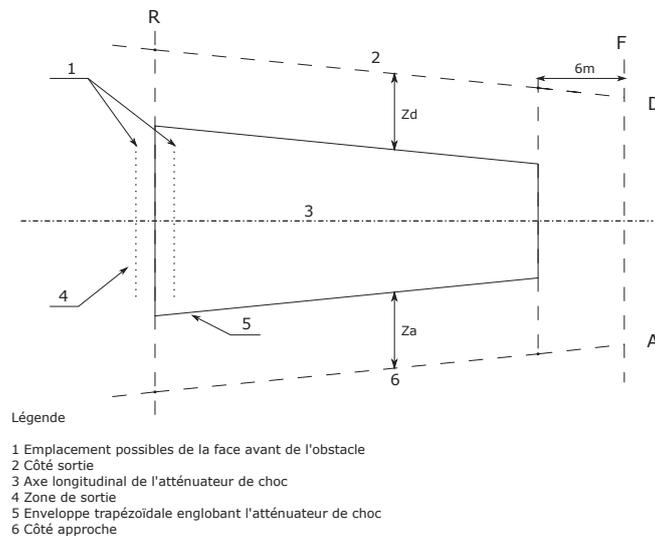


FIGURE 2.3 – Plan de référence au sol de la boîte de sortie issu de la norme EN1317-3 [6].

Enfin, le dernier critère concerne les précisions et les écarts sur les vitesses et les angles d'impact, ainsi que les conditions d'instrumentation et de couverture photographique nécessaires à l'approbation du dispositif de retenue comme conforme à la norme EN1317-3.

Les atténuateurs de chocs sont donc des éléments de protection qui sont soumis à une norme stricte d'évaluation. Leur conception doit donc tenir compte de tous ces critères en ayant comme fonction principale l'absorption d'énergie cinétique. A la lecture de ce paragraphe, on comprend que la réalisation d'essais est un dispositif lourd et coûteux à mettre en place, puisque partiellement destructeur. Il est donc indispensable de réaliser des simulations numériques en amont de ces essais pour orienter les choix technologiques, de conception et de fabrication des atténuateurs de choc avant de les tester.

2.1.5 Moyens de protection des usagers de la route contre les obstacles fixes

Les bords de nos autoroutes françaises sont actuellement équipés de différents types d'atténuateurs de choc. Des constructeurs tels que SMA¹, SOLOSAR, Aximum², ou Tertu³, proposent des solutions clés en main, répondant aux exigences de la norme EN 1317-3 (Section 2.1). La plupart de leurs produits sont composés de structures en nids d'abeille pour permettre de grandes déformations, et ainsi dissiper l'énergie cinétique de manière irréversible sous forme d'énergie de déformation. De plus, les industriels ont pris le parti de positionner

1. <https://www.smaroadsafety.com/en/about>

2. <https://www.aximum.fr>

3. <https://www.tertu.com/produit/eurotracc80-droit-asi-a/>

ces nids d'abeille "tête vers le haut" pour diminuer leur rigidité dans le sens de l'impact (voir Fig. 2.5). Autrement dit, ils ont choisi de privilégier un faible pic de force au moment de l'impact plutôt que de maximiser l'indicateur de performance, le *Specific Energy Absorption*, qui sera défini dans l'Eq. (2.4) à la Section 2.2.2.

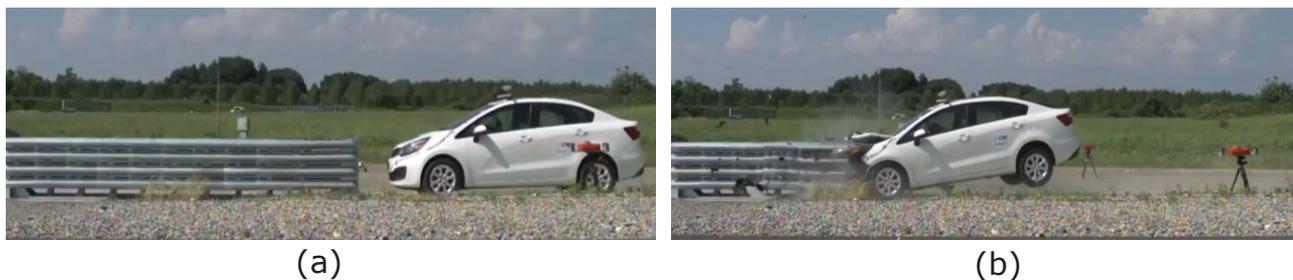


FIGURE 2.4 – Vue de côté avant (a) et après (b) un essai de choc de l'atténuateur TL3.30 du constructeur SMA.

La Fig. 2.4 illustre le choc frontal d'un véhicule contre un dispositif de retenue à 100km h^{-1} . La comparaison entre les états de déformation avant et après la collision montre que l'absorption de l'énergie cinétique du véhicule est dissipée uniquement dans le sens longitudinal, autrement dit dans le sens du choc. La structure est composée d'un pare-choc frontal, qui glisse le long d'un rail fixé au sol. Des panneaux de retenue sont fixés à ce rail et à des tôles latérales. Des "crashboxes", qui sont des blocs des structures en nids d'abeille en métal, sont intercalés entre chaque panneau de retenue (voir Fig. 2.5).



FIGURE 2.5 – Photo d'un atténuateur de choc SMA sur une portion d'autoroute [20].

La déformation de ces dispositifs de retenue se fait donc essentiellement dans le sens longitudinal, et nécessite des dimensions importantes pour protéger les passagers du véhicule accidenté. Pouvant s'étendre sur plusieurs mètres, leur encombrement limite leur usage dans les zones étroites, par exemple dans les zones urbaines. D'autres dispositifs plus spécifiques aux zones urbaines ont donc été développés. Par exemple, l'absorbeur de choc SMA 50P [21]

est homologué de classe A selon la norme EN1317-3 [6]. Les résultats expérimentaux obtenus sur cet atténuateur sont donnés dans le Tableau 2.7 en termes de valeurs de l'ASI, THIV, classes et déplacement latéral pour un essai en configuration frontale centrée.

Modèle	Test	ASI	Classe	THIV	Classe Z	Déplacement latéral
SMP 50P	TC 1.1.50	0.9	A	33km/h	Z1	D1

TABLEAU 2.7 – Résultats expérimentaux issus de la certification des absorbeurs SMA [22]

Généralement de longueur inférieure à 2m (pour les plus courts), ils sont testés pour des véhicules de 900kg, lancés à 50km h^{-1} dans un choc frontal centré. Les résultats des essais indiquent une valeur de l'ASI de 0.9, soit une valeur inférieure à celle de la norme. Cependant, il ne serait donc pas envisageable d'utiliser ces dispositifs sur le réseau autoroutier où les limitations de vitesses sont fixées à 130km h^{-1} contre 50km h^{-1} en zone urbaine.

Un autre type d'atténuateur de choc, produit par la société Aximum, est présenté dans la Fig. 2.6. Une enveloppe en polyéthylène recouvre une structure interne en nid d'abeille en aluminium. D'une longueur de 4m, ces atténuateurs sont généralement installés dans les couloirs de péage sur le réseau autoroutier ou dans les zones de travaux et répondent à la norme EN 1317-3 avec un niveau ASI de classe B (*i.e.* $1.0 < ASI \leq 1.4$ et $THIV \leq 44\text{km h}^{-1}$ pour un choc frontal, voir Section 2.1.2).

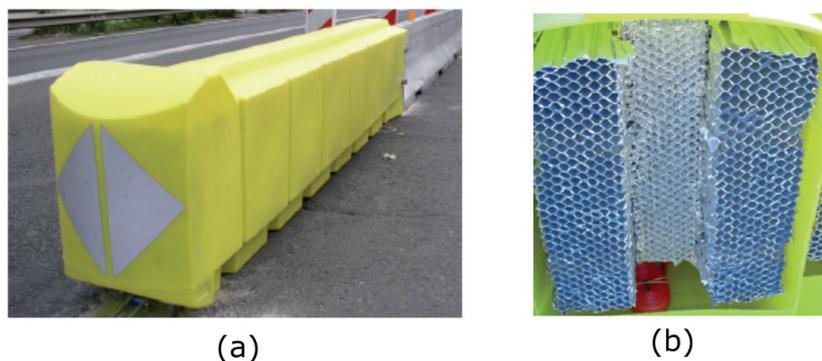


FIGURE 2.6 – Dispositif de retenue SAVIA 2001 de la société Aximum, d'un niveau de retenue ASI B selon la norme EN 1317-3 [5], dans une vue d'ensemble (a) et en coupe transversale (b).

Le domaine de la Formule 1 est également vecteur d'innovation dans les dispositifs de retenue routiers. Bien qu'ils ne répondent pas à la norme EN 1317-3, il paraît intéressant de se pencher sur les dispositifs utilisés. La société française TecPro⁴ a réinventé les barrières de sécurité destinées aux bordures des circuits de Formule 1 en remplaçant les traditionnels murs de pneumatiques par des blocs en polyéthylène. Leurs produits sont approuvés par la Fédération Internationale de l'Automobile (FIA), autrement dit, ils sont testés à des vitesses de 114km h^{-1} lors de chocs frontaux [23]. Le principe de ces absorbeurs est de répartir l'énergie d'impact

4. <https://www.tecprobarriers.com/>

sur les autres blocs situés à proximité. Pour cela, des blocs de deux rigidités différentes sont accolés et reliés entre eux par des élingues, comme le montre la Fig. 2.7. Les blocs de couleur blanche, plus rigides que les rouges, permettent de transmettre l'énergie du choc à leurs voisins, et aux autres blocs rouges qui sont absorbants.



FIGURE 2.7 – Barrières de sécurité de la société TecPro installées sur le circuit automobile Paul Ricard, France.

L'objectif de cette thèse, rappelons-le, est de développer des structures innovantes dédiées à la dissipation efficace de l'énergie cinétique. En d'autres termes, de nouveaux dispositifs de protection doivent être proposés pour améliorer la capacité de ceux déjà existants. Pour répondre à cette problématique il est nécessaire de comprendre ce qu'est l'énergie cinétique et les manières de la dissiper.

2.2 Dissipation et absorption de l'énergie cinétique

La norme EN 1317-3 qualifie la performance des dispositifs de retenue en fonction de leur capacité à absorber l'énergie d'un choc. Il est donc primordial de comprendre quelles énergies sont mises en jeu lors d'un accident de voiture. Cette section a donc pour but de rappeler les définitions des énergies cinétique et de déformation, et d'explorer les différents moyens de dissiper une énergie.

2.2.1 L'énergie cinétique

Lorsqu'un automobiliste perd le contrôle de son véhicule, celui-ci est en mouvement. L'ensemble constitué du véhicule et des passagers possède donc une masse et une vitesse, et par conséquent une énergie cinétique quantifiable. En effet, l'énergie cinétique associée à un système \mathcal{D} est définie telle que [24] :

$$E_c = \int_{\mathcal{D}} \frac{1}{2} \rho \|v\|^2 d\tau \quad (2.2)$$

où ρ est la densité de l'entité considérée, v est la vitesse au point matériel considéré du système \mathcal{D} , et τ le volume du système \mathcal{D} . Le premier principe de la thermodynamique exprime que pour tout domaine matériel \mathcal{D} , le taux de variation de l'énergie totale de \mathcal{D} est égale à la somme de la puissance des efforts extérieurs agissant sur \mathcal{D} et du taux de chaleur reçu par \mathcal{D} , à chaque instant t . Autrement dit, il y a conservation de l'énergie dans \mathcal{D} . Cette énergie peut se décomposer en deux grandes parties : énergie interne E et énergie cinétique E_c .

Cette conservation de l'énergie, sous sa forme globale, s'écrit donc :

$$\frac{d}{dt}(E + E_c) = P_{ext} + Q \quad (2.3)$$

où P_{ext} est la puissance des forces extérieures telle que $P_{ext} = \int_{\mathcal{D}} \vec{f}_v \cdot \vec{v} d\tau + \int_{\partial\mathcal{D}} \vec{v} \cdot \vec{t} dS$ avec \vec{v} la vitesse en m s^{-1} , \vec{f}_v une densité volumique d'efforts (exprimée en Newton par unité de surface), \vec{t} une densité surfacique d'efforts homogène à une pression, et Q est le taux de chaleur reçue. Nous pouvons considérer que lors d'un accident de voiture, les durées mises en jeu sont trop faibles pour qu'un échange de chaleur n'ait lieu.

En d'autres termes, pour dissiper l'énergie cinétique d'un système, plusieurs solutions s'offrent à nous. D'abord, elle peut être dissipée sous forme d'énergie élastique. Dans ce cas, la transformation est réversible. En effet, lorsque l'on déforme un matériau dans son domaine d'élasticité sous l'action d'une force, il suffit de relâcher cet effort pour que le matériau revienne dans son état initial. En revanche, si l'on déforme un système dans son domaine de plasticité, la déformation plastique sera quant à elle irréversible. C'est-à-dire, que le matériau ne reviendra pas dans sa forme initiale : l'énergie perdue par le système ne lui sera pas restituée. Dans le domaine de

la sécurité routière, les transformations irréversibles sont toujours privilégiées pour assurer plus de protection aux passagers des véhicules endommagés. Un autre moyen de dissiper l'énergie réside dans le phénomène de frottements. En effet, le premier principe de la thermodynamique, énoncé pour la première fois par Julius Robert von Mayer [25], stipule que la variation d'énergie mécanique d'un système est constante s'il n'est soumis à aucun frottement. Dès lors qu'il y a du frottement, l'énergie mécanique est dissipée de manière irréversible.

2.2.2 Critères de performance des absorbeurs d'énergie dans l'automobile

Des critères spécifiques à l'absorption d'énergie cinétique ont particulièrement été développés par les industriels automobiles qui ont été parmi les premiers à chercher des structures capables d'absorber l'énergie. En effet, les conjonctures économique et environnementale les ont poussés à construire des véhicules de plus en plus légers pour économiser, notamment, les coûts de carburant. Ainsi, quatre indices permettent de mesurer l'efficacité des dispositifs d'absorption d'énergie [26] et sont détaillés ci-après.

Le premier est le SEA (*Specific Energy Absorption*) qui est le ratio entre l'énergie absorbée E_{abs} et la masse de la structure M_{totale} . Ce ratio s'exprime généralement en kJ kg^{-1} :

$$SEA = \frac{E_{abs}}{M_{totale}} \quad (2.4)$$

$$E_{abs} = \int_0^l F(x)dx \quad (2.5)$$

où E_{abs} correspond à l'énergie absorbée en kJ, l est le déplacement axial de l'impacteur au cours de l'impact en mètres et F la force axiale de l'impact en Newton. On appelle déplacement axial, ou direction x , la direction dans laquelle se déplace le véhicule. Le CLE (*Crash Load Efficiency*) est un indicateur de performance des structures dédiées à l'absorption. Il est défini en fonction du MCF (*Mean Crush Force*), pour une déformation d donnée tel que :

$$CLE = \frac{MCF}{MIF} \times 100\% \quad (2.6)$$

$$MCF = \frac{E_{abs}}{d} \quad (2.7)$$

où MIF (*Maximum Impact Force*) représente le pic de force atteint sur la courbe force/déplacement lors d'un impact axial [27]. Il s'agit de la force permettant d'initier la déformation.

2.2.3 Moyens d'absorption sur les systèmes embarqués

Les constructeurs automobiles ont fait face à des problématiques d'absorption d'énergie cinétique sur leurs véhicules pouvant s'apparenter à celles de cette thèse. Ils ont développé des

structures à parois minces ("*Thin-Walled Structures*") capables de se déformer pour transformer l'énergie cinétique en énergie de déformation [28]. Les tubes ont été les premiers éléments à être utilisés dans ce type d'application. Trois modes de déformation ont été identifiés et sont illustrés dans la Fig. 2.8 [29, 30] :

- *Axial Buckling* : Les parois du tube se replient sur elles-mêmes par l'extérieur ;
- *Tube Inversion* : les arêtes tournent au contact du sol pour enrober le tube non déformé de l'extérieur. La force de l'impact nommée, force d'inversion est constante ;
- *Splitting* : est un cas particulier du *tube inversion*. Le rayon du support est suffisamment grand pour engendrer l'apparition de fissures sur la circonférence, et ainsi provoquer une séparation de la structure.

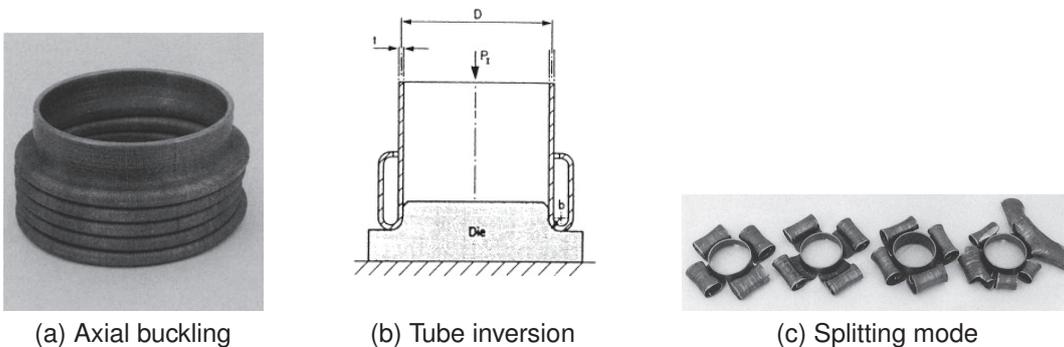


FIGURE 2.8 – Illustration des trois types de déformation possible pour des tubes sollicités axialement en dynamique.

Le mode de déformation qui apparaît dans un cas de compression dynamique dépend de l'épaisseur du tube, et du rayon du support sur lequel est fixé le tube [29]. Dans la Fig. 2.8 (b), un cas de déformation en *Tube Inversion* est identifié, avec b le rayon du support, D le diamètre du tube et t l'épaisseur du tube. Si ce rayon b est petit, on observera une déformation de type *Axial Buckling*. Lorsque ce rayon est grand, on verra apparaître du *Splitting*. On retrouve ces modes de déformation pour des tubes circulaires, carrés, coniques [31]. Diverses études ont permis de définir les formes et les épaisseurs les plus appropriées pour absorber l'énergie. Elles ont pour but de favoriser la capacité d'absorption, sans pour autant augmenter le pic de force permettant d'initier la déformation (le MIF (Eq. (2.6))). Réduire ce pic de force nécessite de réduire le diamètre extérieur, ce qui implique directement une réduction de l'efficacité d'absorption. En effet, Zhang *et al.* ont montré que l'efficacité d'absorption des tubes était liée à leur diamètre [31]. Ils se sont particulièrement intéressés aux tubes coniques dont l'épaisseur varie sur leur longueur, comme illustré dans la Fig. 2.9.

Ils en concluent que ces cônes à épaisseur variable ont une meilleure capacité d'absorption car le pic de force atteint au moment du choc est réduit. En effet, le cône est impacté du côté du petit diamètre, ce qui favorise la déformation et limite le pic de force mesuré par le MIF. Cela se



FIGURE 2.9 – Configuration géométrique des cônes étudiés par Zhang *et al.* et illustration de cônes déformés avec ($L = 139mm, t_1 = 1.5, D_1 = 60.2mm, t_2 = 2.27mm, D_2 = 38.7mm$) et ($L = 200mm, t_1 = 1.89, D_1 = 48mm, t_2 = 2.61mm, D_2 = 33.9mm$) pour les tubes du haut et du bas respectivement

répercute également sur le critère CLE, et se traduit par une courbe de contrainte-déformation présentant moins de variation de la valeur de la contrainte. Dans cette même étude [31], une optimisation, dont les variables d'optimisation sont les paramètres géométriques du cône, est également menée. Cette optimisation met en évidence que la variation d'épaisseur du tube conduit à une efficacité d'absorption optimisée pour tendre vers un maximum. Pour calculer le jeu de paramètres optimal, Zhang *et al.* ont maximisé le critère SEA, et ont supposé connaître la distribution de l'épaisseur qui est directement liée au procédé de fabrication. Cette distribution d'épaisseur est exprimée en fonction de t_1 l'épaisseur à la base du cône, t_2 l'épaisseur au sommet du cône, et $n = 10^k$ un paramètre définissant la distribution de l'épaisseur. La méthode RSM pour *Response Surface Method*, souvent utilisée dans l'optimisation des problèmes de résistance aux chocs, est utilisée. Cette méthode permet de trouver une surface de réponse approximative et analytique de la valeur de SEA à optimiser en fonction des variables d'optimisation. Ainsi, ils montrent que lorsque $t_1 < t_2$ et que k augmente, la valeur du SEA augmente, et donc la performance du cône est améliorée. En revanche, lorsque $t_1 > t_2$, la valeur du SEA diminue avec l'augmentation de k .

Des formes plus complexes, comme les structures en nid d'abeille, ont également fait l'objet de travaux. Beaucoup ont cherché à s'inspirer du monde qui nous entoure et utilisent le biomimétisme pour proposer de nouvelles solutions. Xiang *et al.* [26] ont simplifié la structure de la carapace des coccinelles pour aboutir à des structures en nid d'abeille améliorées (Fig. 2.10). Ces deux architectures sont composées de polygones aux parois fines en aluminium, et de

Type de Structure SEA (J kg^{-3})	Circulaire	Hexagone	Octogone	Étoile à 12 cotés	Étoile à 16 cotés
	19.2	20	25.2	29.7	20.3

TABLEAU 2.8 – SEA des différentes géométries décrites dans la Fig. 2.11 et dans [32].

tubes. Ces derniers sont situés au centre des polygones pour le type BHTS-1 et aux sommets des polygones pour le type BHTS-2. L'étude montre que ces deux nouvelles architectures ont des capacités d'absorption supérieures à celles des nids d'abeille conventionnels. Cependant, elles augmentent le MCF. Les valeurs de SEA des structures en aluminium BHTS-1 et BHTS-2 sont respectivement de 25.98J kg^{-3} et de 30.23J kg^{-3} .

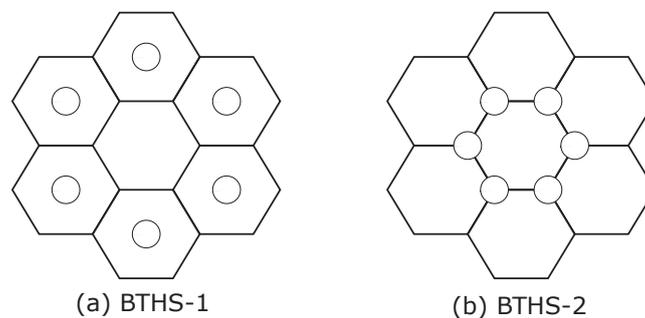


FIGURE 2.10 – Nids d'abeille améliorés pour l'absorption d'énergie [26].

Plus le nombre de cotés dans une géométrie est important, plus la capacité d'absorber les chocs est améliorée [32]. Le Tableau 2.8 compare les différentes valeurs de SEA pour les spécimens illustrés Fig. 2.11. Toutes les sections ont un périmètre de 199.2mm et le matériau constitutif utilisé est un acier.

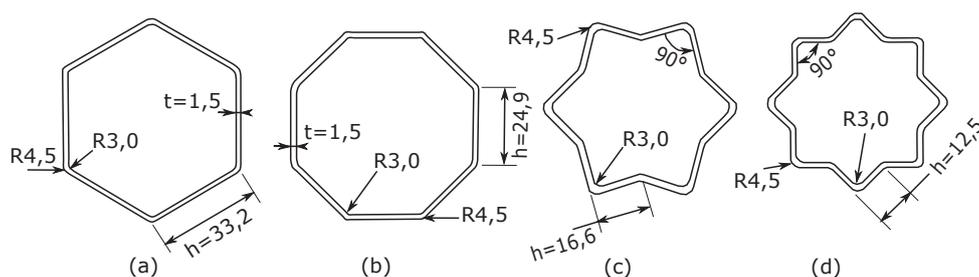


FIGURE 2.11 – Géométries hexagonale, octogonale, en étoile à 12 cotés, et en étoile à 16 cotés décrites dans [32].

Pour améliorer le SEA, les matériaux composites sont très efficaces puisqu'ils ont des densités généralement plus faibles que les matériaux métalliques. Un matériau est dit composite dès lors qu'il est composé de deux matériaux distincts et non miscibles. La Fig. 2.12 est une illustration de composition d'un matériau composite constitué de matrices et de fibres.

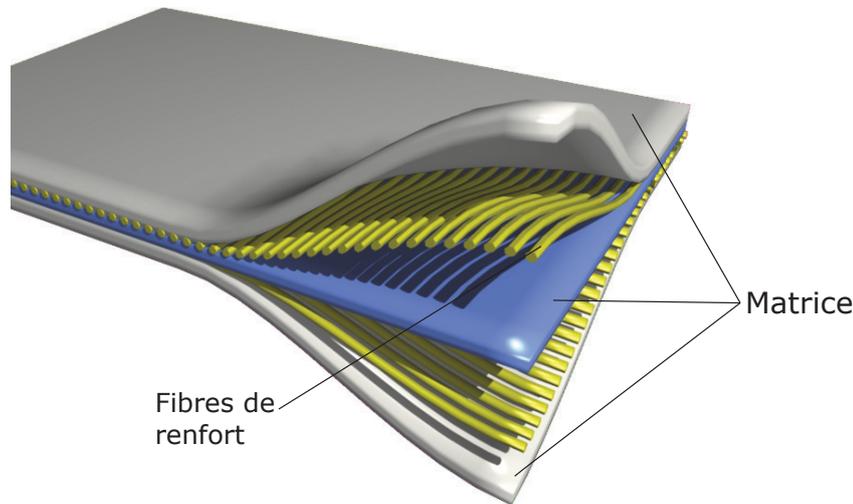


FIGURE 2.12 – Principe de fabrication d'un matériau composite

Leur capacité d'absorption peut être multipliée par deux en jouant sur des paramètres tels que le type de fibre, la matrice, l'architecture, les procédés de fabrication [33]. Le secteur automobile privilégie des matrices thermoplastiques renforcées par des fibres de verre [34]. Les matériaux composites à fibres de verre se déforment peu, ils ont un caractère fragile en opposition au caractère ductile des métaux. La dissipation de l'énergie cinétique qui a lieu pendant le choc d'un accident de voiture se fait alors par rupture des matériaux [35]. L'enjeu des absorbeurs composites réside donc dans le fait d'éviter les modes de fractures chaotiques qui vont induire des pics de décélération dans l'habitacle. Maîtriser ces modes de fractures en privilégiant des modes de ruptures progressifs permet d'obtenir des valeurs de SEA semblables à celles de structures métalliques. Jacob *et al.* [33] identifient trois modes de rupture progressifs pour les matériaux composites :

- *Fragmentation Crushing* : des fissures entre les différentes couches apparaissent, ainsi que des fissures longitudinales. L'énergie est principalement absorbée par la rupture de l'ensemble des couches ;
- *Splaying Crushing* : cela correspond à un flambement dû à un décollement des couches entre elles. Les couches ne se fissurent pas, et l'énergie absorbée est principalement due aux fissures dans la matrice. De plus, une partie de cette énergie est absorbée par friction lorsque les fibres frottent entre elles ;
- *Brittle Fracture* : est une combinaison des deux modes précédents.

Globalement, on remarque que, dans le cadre d'essais dynamiques à des vitesses d'impact importantes (supérieures à 15.5m s^{-1}), les matériaux composites subissent une suite de mécanismes de fracture impliquant la fracture des fibres, les fissures de la matrice, la délamination entre la matrice et les fibres [33]). Le comportement d'un matériau composite dépend donc

de sa géométrie, de l'orientation de ses fibres, du type d'impacteur et de la vitesse d'impact. Certains de ces paramètres peuvent être optimisés pour maximiser la capacité d'absorption des structures en matière de sécurité routière. D'autres formes, comme des pyramides à base carrée, des cônes à épaisseurs variables, ou encore des tubes multi-cellulaires comblés de mousses ont également montré leur efficacité en terme d'absorption d'énergie. Les tubes à épaisseurs variables ont le principal avantage de présenter des courbes de force-déplacement constantes, ce qui évite les pics de décélération lorsqu'ils sont utilisés dans un contexte de développement de structures destinées à la sécurité routière [36]. Des modèles de tubes en origamis présentent quant à eux l'avantage de diminuer le pic de force initial permettant la déformation, et des efforts de compression constants [37]. Ces structures en origamis privilégient les modes de déformation en *Axial Buckling*.

Il peut alors être pertinent de s'intéresser à l'agencement de ces tubes lorsqu'ils sont soumis à une compression dynamique. La disposition de ceux-ci dans une structure est un point clé à ne pas négliger. Cependant, peu de recherches parlent de ce sujet. Kashani *et al.* [38] se sont intéressés aux effets d'un agencement différent de tubes. L'étude porte sur un ensemble composé de deux tubes (Fig. 2.13) soumis à une compression axiale. Ils ont testé deux agencements différents : parallèle et en diamant. Ils mettent en avant l'interaction des tubes entre eux lorsqu'ils se déforment, permettant une meilleure absorption d'énergie. L'agencement en diamant a un impact direct sur le mode de déformation en compression, et permet d'augmenter l'efficacité d'absorption de 36% par rapport à des tubes classiques.

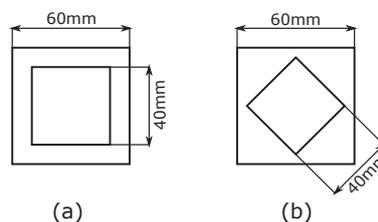


FIGURE 2.13 – Agencement parallèle (a) et en diamant (b) de tubes carrés [38].

L'agencement de tubes à une échelle plus large, c'est-à-dire avec un nombre de tubes important, pourrait être un point d'investigation à ne pas négliger.

2.2.4 Les frottements

L'énergie mécanique d'un système peut également être dissipée par frottements. Un verrou à lever reste de savoir en quelle mesure l'utilisation de ce phénomène permettrait de dissiper l'énergie cinétique dans un accident de la route. Mais tout d'abord, il est nécessaire de comprendre en quoi consiste ce phénomène. Le frottement entre deux surfaces peut être décrit de la même manière que dans la Fig. 2.14. Un effort \vec{T} appliqué pour déplacer le solide (2) sur le solide (1) qui est immobile, malgré une charge normale \vec{N} . Lorsque l'on isole le solide (2),

celui-ci se déplace à une vitesse \vec{v} , dans le sens de l'effort \vec{T} , uniquement si la somme des forces $\vec{T} + \vec{R} + \vec{N}$ est supérieure à zéro. La force résultante \vec{R} des actions appliquées par le plan sur le patin est inclinée d'un angle ϕ , appelé l'angle de frottement, par rapport à la force normale. Cette force résultante se situe sur le cône de frottement. La composante tangentielle de \vec{R} , \vec{R}_t , est orientée dans le sens opposé à la vitesse puisqu'elle s'oppose au mouvement. Ainsi, on peut définir un coefficient de frottement f tel que :

$$f = \frac{\|\vec{R}_t\|}{\|\vec{N}\|} \quad (2.8)$$

Lorsque l'effort tangential n'est pas suffisamment grand par rapport à l'effort normal \vec{N} , on dit qu'il y a adhérence. La résultante \vec{R} est inclinée d'un angle d'adhérence ϕ_0 , et elle va donc se trouver à l'intérieur d'un cône d'adhérence défini par l'angle ϕ_0 . Le facteur d'adhérence f_0 est quant à lui déterminé par l'inégalité suivante :

$$f_0 \geq \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|} \quad (2.9)$$

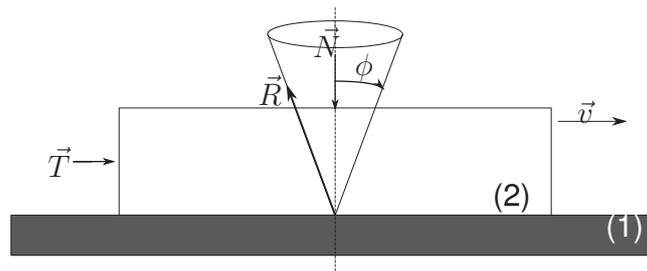


FIGURE 2.14 – Modélisation de deux surfaces en contact dans le cas du glissement.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, le phénomène de frottement est intéressant puisqu'il s'agit de transformations irréversibles, où l'énergie perdue ne sera pas restituée au système. Plus le coefficient de frottement f sera important, plus la force tangentielle mise en jeu pour déplacer un solide sera importante, d'après l'Eq. (2.8). Les frottements sont souvent utilisés dans les applications de freinage. Par exemple, les vélos équipés de freins à disques utilisent ce phénomène pour ralentir le mouvement de rotation des roues. Des garnitures de friction, fixées au cadre du vélo, viennent serrer plus ou moins fort en fonction de la volonté du cycliste, des disques fixés à la roue. Ces garnitures entrent en contact avec le disque et les frottements générés vont ralentir progressivement le mouvement de la roue. Le but est ainsi de dissiper l'énergie cinétique de la roue sous forme de chaleur, en contrôlant le coefficient de frottement. Les fabricants de ces dispositifs ne vont pas pour autant chercher à maximiser ce coefficient de frottement mais à conserver un coefficient de frottement stable et constant quels que soient les changements de vitesse, de pression atmosphérique ou de température. Il est souvent compris entre 0,35 et 0,45. Les industriels, pour des raisons économiques, cherchent généralement à diminuer ces coefficients de frottement pour augmenter le rendement de leurs machines.

De célèbres physiciens sont à l'origine des recherches en tribologie. Léonard de Vinci (1452-1519), Amontons (1663-1705), Parent (1660-1726), Léonhard Euler (1707-1783) ou encore Coulomb (1795-1806) ont longtemps attribué le phénomène de frottement à une seule cause : l'imbrication des aspérités des surfaces en contact. Mais les attractions moléculaires, avec notamment les travaux de Van Der Waals, ont précisé les modèles de frottement. De l'échelle macroscopique à l'échelle microscopique, les modèles n'ont cessé d'évoluer et de progresser [39]. En somme, on attribue les forces de frottements à diverses causes : imbrication des aspérités, attraction moléculaire, cisaillement des jonctions, énergie de déformation, agissant simultanément.

2.3 Étude des auxétiques

Dans la section précédente, nous avons présenté des structures utilisées dans l'industrie automobile pour dissiper d'énergie d'un choc. Une autre voie intéressante à exploiter est celle des matériaux et structures auxétiques, dont l'intérêt en matière d'absorption d'énergie est à explorer.

2.3.1 Définition et propriétés des matériaux et structures auxétiques

Les matériaux auxétiques sont des matériaux dont le coefficient de Poisson, noté ν , est inférieur ou égal à zéro. Le développement de ces matériaux s'est fait dans les années 1980, avec Gibson et Ashby [40], mais leur utilisation industrielle a véritablement commencé à partir de la fin des années 80 avec Lakes [41]. L'origine du nom $\alpha\nu\chi\eta\tau\iota\kappa\omicron\varsigma$ (auxeticos) signifie « qui tend à augmenter », terminologie adoptée par Evans *et al.* lorsqu'ils ont fabriqué une mousse en polyéthylène avec un coefficient de Poisson négatif [42]. Le coefficient de Poisson, qui doit son nom au mathématicien français Simeon Denis Poisson (1781-1840), est l'opposé du ratio entre la déformation transversale et la déformation axiale. Dans le cas d'un essai de traction uniaxiale dans la direction x , on peut le calculer tel que :

$$\nu = -\frac{de.f_{trans}(y)}{de.f_{long}(x)} \quad (2.10)$$

où $de.f_{long}(x)$ est la déformation dans la direction du chargement et $de.f_{trans}(y)$ dans la direction transversale. La Fig. 2.15 illustre ce phénomène. La majorité des matériaux de construction ont un coefficient positif proche de 0.3. Les matériaux (quasi)incompressibles seront associés à des coefficients de Poisson proches de 0.5. Ce comportement résulte de la conservation de la densité du matériau sous contrainte. Lors d'une sollicitation, par exemple en compression, le matériau dont le coefficient de Poisson est positif s'étendra dans les autres directions par

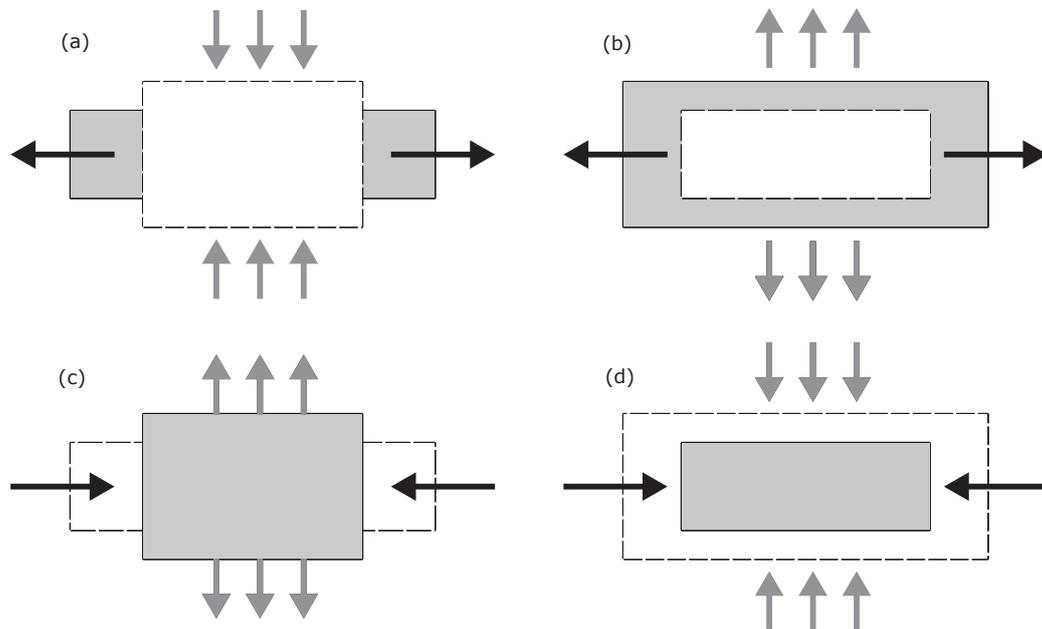


FIGURE 2.15 – Comportement de matériaux en traction/compression pour les matériaux conventionnels (a et c) et auxétiques (b et d).

rapport à la direction de chargement. En revanche, si le coefficient de Poisson du matériau est négatif, on observera l'effet inverse (Fig. 2.15).

Le calcul du coefficient de Poisson apparent d'une structure auxétique peut se faire par mesure expérimentale, par simulation numérique par éléments finis, ou encore de manière analytique. Le coefficient de Poisson est une propriété mécanique directement accessible par la mesure. En effet, si le matériau est isotrope ou isotrope transverse, un essai de traction uni-axial permet d'obtenir ce coefficient. La simulation numérique est également un moyen robuste de calcul du coefficient de Poisson [43].

Au delà des modes de déformations qu'une structure auxétique peut subir, un coefficient de Poisson négatif peut influencer sur d'autres caractéristiques mécaniques, comme le module de cisaillement, et la dureté d'un matériau. En effet, le module de cisaillement G , de par sa définition, pour des matériaux tels que les métaux, est directement lié au module de Young E et au coefficient de Poisson ν tel que présenté dans l'équation suivante :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.11)$$

D'après cette définition du module de cisaillement, on voit apparaître clairement qu'un matériau dont le coefficient de Poisson serait négatif, entraînerait une augmentation du module de cisaillement, et donc d'une meilleure résistance mécanique face à une sollicitation de cisaillement [44].

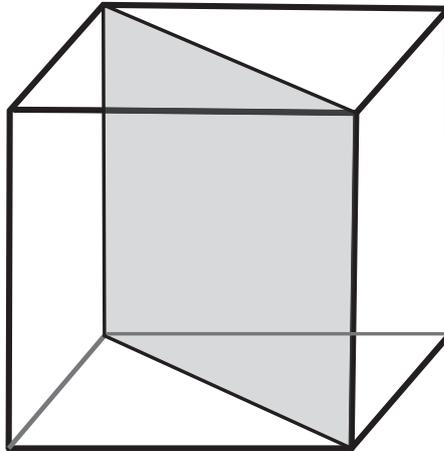


FIGURE 2.16 – Illustration du plan cristallographique (110)

Un autre paramètre souvent utilisé pour caractériser un matériau est son module de compressibilité, K , défini tel que :

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.12)$$

Lorsque le coefficient de Poisson tend vers 0.5, la valeur de K tend vers l'infini et traduit donc l'incompressibilité du matériau. *A contrario*, lorsque le coefficient de Poisson est négatif, la compressibilité du matériau sera privilégiée. Dans le cas des matériaux dont le coefficient de Poisson approche les $\frac{2}{3}$, le module de compression est alors égal au module d'élasticité longitudinal, communément appelé le module de Young.

2.3.2 Les différentes structures auxétiques

2.3.2.1 Les auxétiques naturels

L'auxétisme est un comportement que certains minéraux, ou êtres vivants, présentent à l'état naturel. 69% des éléments métalliques cubiques et quelques éléments cubiques faces centrées, ont un coefficient de Poisson négatif dans le plan cristallographique (110) [45, 46] (voir Fig. 2.16). L'arsenic, le cadmium ou encore la zéolithe en sont des exemples [47, 48]. Les silicates présentent également un coefficient de Poisson négatif, comme le montrent A. Alderson et K. E. Evans [49].

Des tissus vivants comme la peau des chats [50] ou les pis de vaches possèdent un coefficient de Poisson négatif lorsque les déformations mises en jeu sont petites [51]. Ce comportement a également été mis en évidence dans des tissus osseux cancéreux [52, 53]. La Fig. 2.17 met

en évidence les différentes échelles auxquelles on peut rencontrer des structures auxétiques, allant du nanomètre au mètre.

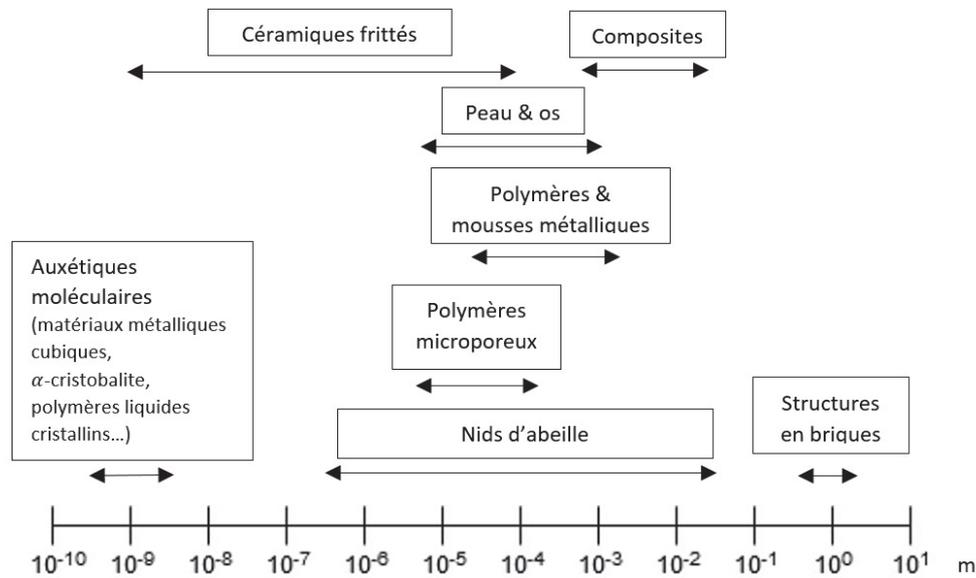


FIGURE 2.17 – Matériaux auxétiques et leur échelle de longueur.

2.3.2.2 Les mousses et polymères auxétiques

Historiquement, les recherches ont d'abord porté sur les mousses auxétiques et leur fabrication [41, 43]. En effet, la simplicité de fabrication de ces mousses a été mise en évidence par Chan *et al.* qui décrivent les quatre étapes à suivre. A partir d'une mousse conventionnelle, la première étape consiste à réaliser une compression de celle-ci dans les trois directions. Pour cela on insère la mousse dans un moule. Ainsi, on force les parois microscopiques de la mousse afin qu'elles forment des cellules au caractère auxétique via une forme hexagonale ré-entrante illustrée dans la Fig. 2.18. La seconde étape consiste à chauffer cette mousse dans son moule pour fixer sa nouvelle structure. Puis, une fois le moule sorti du four, il suffit de laisser refroidir la mousse et de la sortir de son moule pour réaliser l'étape de relaxation. En 1987, Lakes fabrique la première mousse auxétique qui présente un coefficient de Poisson $\nu = -0.7$ [41]. Malgré leur simplicité de fabrication, ces mousses au comportement auxétique possèdent des propriétés mécaniques qui restent faibles comme un module de Young dont la valeur est très inférieure à celle des métaux. K. E. Evans, dans son étude de 1991 [54], présentait le diagramme de la Fig. 2.19, et mentionnait déjà l'objectif de fabriquer des matériaux au coefficient de Poisson fortement négatif mais possédant un module de Young aussi élevé qu'un acier. Cependant, il note que les matériaux auxétiques qu'il connaît à l'époque ont un module de Young compris

entre 0 et 100MPa . Dans [55], Rad *et al.* montrent que leur structure auxétique aux cellules 3D ré-entrantes a un module de Young compris entre 6.3MPa et 31.5MPa .

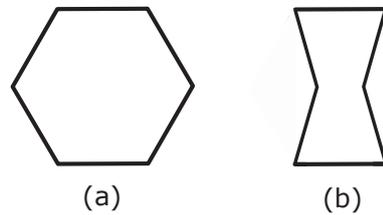


FIGURE 2.18 – Exemple de géométrie de (a) cellules en nid d’abeille conventionnel et de (b) cellules en nid d’abeille ré-entrant

Des travaux de simulations ont également été menés, et montrent des résultats cohérents avec les essais expérimentaux [43]. En comparant le comportement des mousses classiques à cellules dodécaédra (extension d’une structure en nids d’abeille en 3 dimensions, qui seront développées plus loin, voir Fig. 2.25 page 41), et celles à cellules dodécaédra ré-entrantes, ils mettent en exergue le coefficient de Poisson négatif de ces dernières.

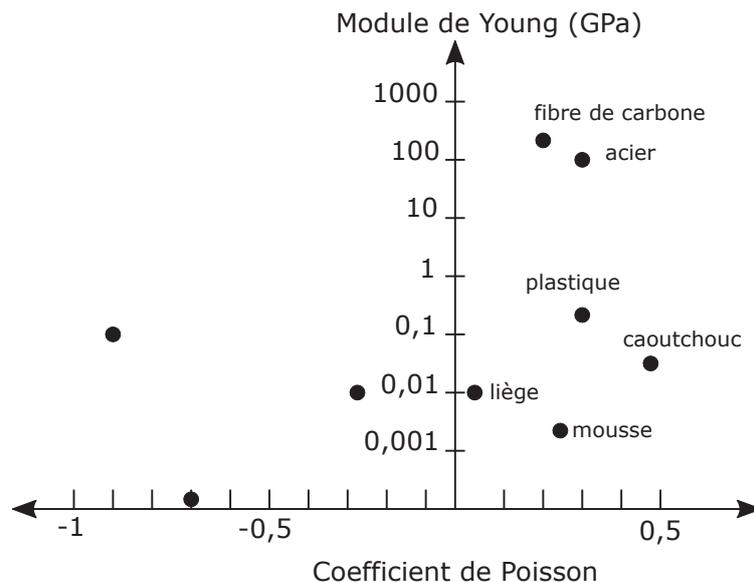


FIGURE 2.19 – Performances des matériaux isotropes dans leur domaine d’élasticité en fonction du coefficient de Poisson [54]

2.3.2.3 Structures chirales et tournantes

Les structures chirales sont des structures non superposables à leur image dans une symétrie par rapport à un plan. Elles sont composées de noeuds reliés entre eux par des ligaments

tangents au noeud voisin. Elles peuvent être de deux types différents : classique ou "anti" comme l'illustre la Fig. 2.20 [56]. Cette figure présente une structure tetrachirale et une structure anti-tetrachirale.

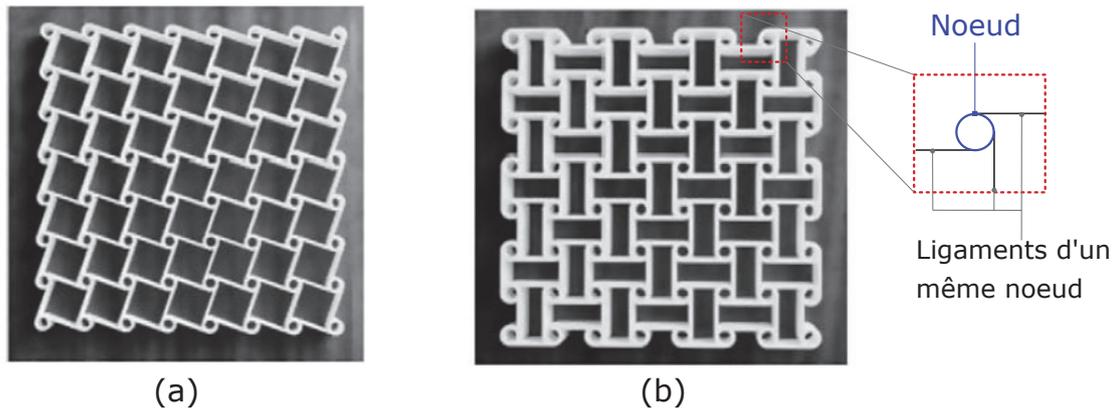


FIGURE 2.20 – Différences entre une structure (a) tetrachirale classique et (b) anti-tetrachirale [56]

Ces structures fortement auxétiques dans le domaine d'élasticité présentent de nombreux avantages. Relativement simples à fabriquer, ces structures ont pu être testées et comparées à des résultats de simulations. La validation de ces modèles numériques montre que les résultats modélisant leur comportement mécanique sont proches de la réalité [56-61].

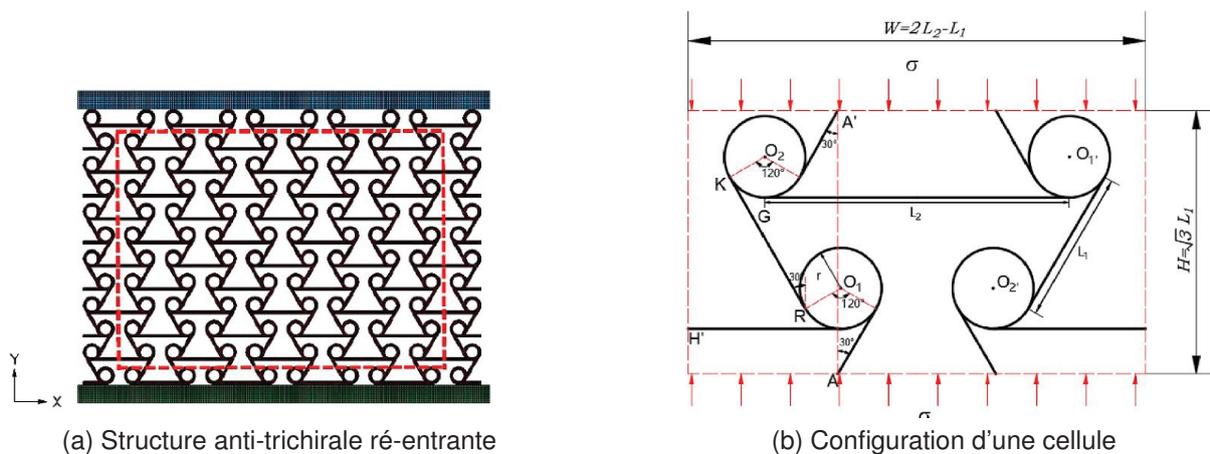


FIGURE 2.21 – Structure anti-trichirale ré-entrante.

Les structures auxétiques tournantes sont par définition composées d'éléments rigides tournants connectés par des liens (*hinges* en anglais) à leurs sommets. Ces éléments rigides peuvent être des triangles, des carrés, ou encore des rectangles [48, 62-64]. La Fig. 2.22 explique comment ces structures peuvent présenter un comportement auxétique lorsqu'elles sont soumises à un effort uniaxial. Les rectangles rigides ne se déforment pas, mais tournent les uns par rapport aux autres à l'aide de liens flexibles situés à leurs sommets [64]. Les modèles ana-

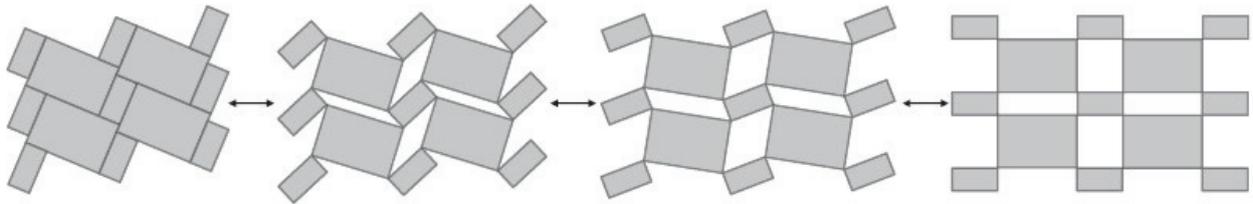


FIGURE 2.22 – Illustration du type de déformation obtenu à partir d'une structure tournante composée de rectangles connectés par un lien flexible à leurs sommets. La structure est soumise à un effort de traction uniaxial [64].

lytiques et éléments finis de ce genre de structures sont efficaces, mais restent complexes. Les travaux de Grima *et al.* [65] apportent des modèles analytiques pour définir les composantes des tenseurs d'élasticité linéaire du matériau homogène équivalent, à partir de la connaissance du matériau constitutif et de la géométrie du volume élémentaire représentatif (VER, voir Section 2.4 pour plus de détails) [66].

Bien que le comportement auxétique de ces structures soit important, les structures reposent sur des hypothèses fortes, à l'instar de la rigidité des rectangles supposée infinie. De plus, la fabrication de ces structures demeure un enjeu à part entière.

Même si la plupart des travaux se concentrent sur des structures 2D [48, 62-64], certains matériaux cristallins peuvent être composés, à l'échelle microscopique, de ce types de structures moléculaires auxétiques sous formes de structures 3D [47]. Ainsi, elles ont inspiré les travaux de K. Bertoldi et S. Babaee, en 2013, qui ont généralisé les structures tournantes en 3D [67]. Ces travaux portent sur des structures de blocs assemblés pour former des sphères perforées appelées "*Building Blocks*", dont une illustration est présentée dans la Fig. 2.23.

2.3.2.4 Structures ré-entrantes

Les abeilles ont la faculté de construire des nids en cire qui ont fortement suscité la curiosité de l'Homme. Les nombreuses alvéoles hexagonales juxtaposées les unes aux autres confèrent à ces structures une grande rigidité [53, 68]. La géométrie de ces structures a inspiré les structures dites "ré-entrantes". Il s'agit d'une modification angulaire des structures hexagonales traditionnelles de telle sorte que ces hexagones deviennent ré-entrants, ressemblant ainsi à des noeuds papillon. Cette forme, déjà évoquée dans la Section 2.3.2.2, est illustrée dans

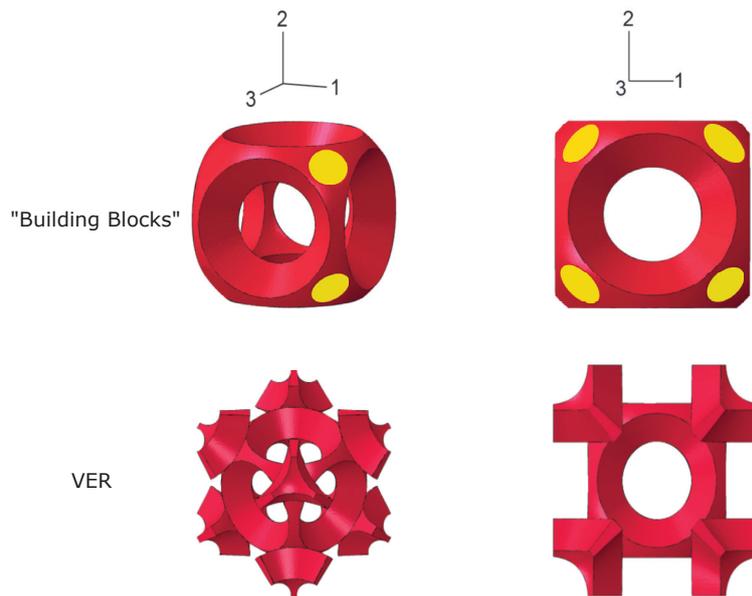


FIGURE 2.23 – Représentation des "Building Blocks" à 6 orifices et du Volume Élémentaire Représentatif associé, sous différentes vues, issue des travaux de Babaei *et al.* [67].

la Fig. 2.24. De nombreux travaux ont montré que ces géométries présentaient un caractère auxétique [40, 43, 69].

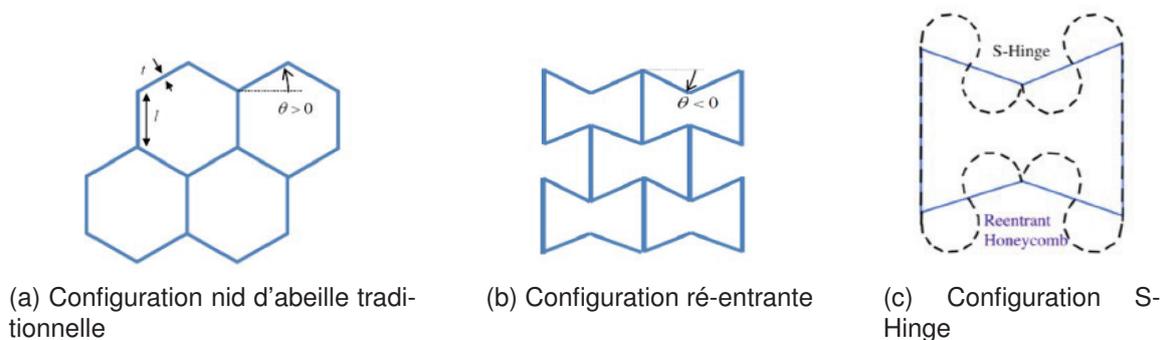


FIGURE 2.24 – Différentes évolutions des structures ré-entrantes.

Une optimisation topologique de ces architectures ré-entrantes a mené à la structure auxétique connue sous le nom de S-Hinge [70]. La structure classique ré-entrante voit alors ses arêtes se courber, et former alors un S (Fig. 2.24 (c)). Le contrôle du rayon de ce S permet de personnaliser les propriétés effectives homogénéisées du matériau. La Fig. 2.24 montre l'évolution possible des différentes architectures possibles avec des cellules ré-entrantes. Bio-inspirées, les structures S-hinge minimisent les concentrations de contrainte en les distribuant sur l'ensemble de l'arc. Ces structures admettent alors de plus grandes déformations que les nids

d'abeille conventionnels (Fig. 2.24 (a)).

Ces treillis en deux dimensions ont été étendus dans la troisième direction pour former des structures 3D. Qu'elles soient ré-entrantes [55] ou cylindriques avec une configuration en V [71] elles présentent toutes des coefficients de Poisson apparents négatifs. La Fig. 2.25 illustre ces deux types de structures. La structure cylindrique à configuration en V voit son coefficient de Poisson apparent atteindre -1.6 pour une déformation de 20%.

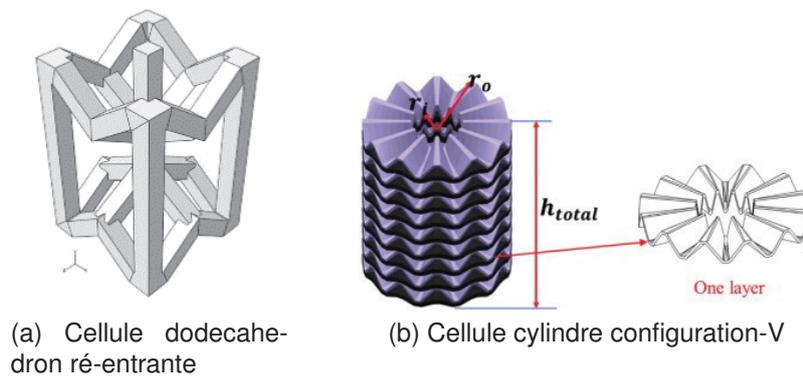


FIGURE 2.25 – Exemples de structures auxétiques 3D [71, 72].

Les structures 3D semblent alors prometteuses pour une utilisation dédiée à l'absorption d'énergie [71-74]. Cependant, peu de travaux traitent des cas de chargement dynamique, pouvant simuler les accidents impliquant des véhicules. Il est donc légitime de se demander si de telles structures sont bel et bien appropriées aux grandes déformations en dynamique, et surtout hors hors du domaine d'élasticité de la structure homogénéisée. Cependant, dans le cadre de

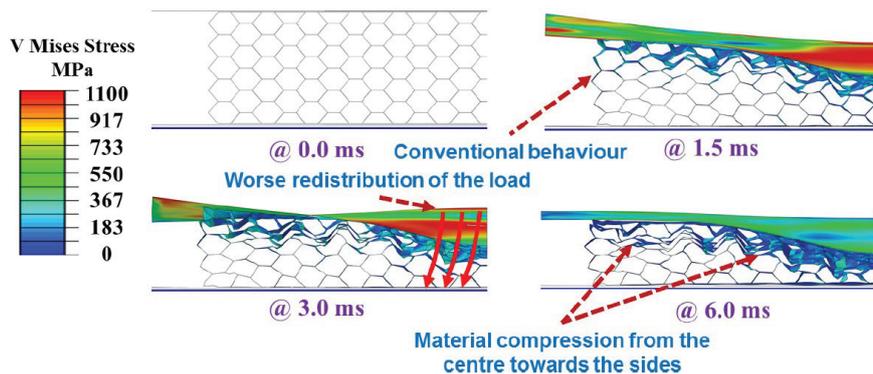


FIGURE 2.26 – Évolution au cours du temps des déformations de la structure sandwich en nid d'abeille soumise à une explosion issues des travaux de Imbalzano *et al.* [74]

travaux portant sur la résistance des structures soumises à des explosions, les structures sandwich dont l'âme est auxétique ont fait l'objet de certaines études. Imbalzano *et al.* [74] se sont intéressés à des structures sandwich composées d'auxétiques ré-entrants (HACP pour *Hybrid*

Auxetic Composite Panel) à la place des traditionnels nids d'abeille (EPP pour *Equivalent Honeycomb Panel*). La simulation numérique par éléments finis de cette étude montre que l'énergie absorbée par des panneaux HACP, est similaire à celle absorbée par des panneaux EPP. Les figures 2.26 et 2.27 illustrent les comportements différents des structures sandwich EPP et HACP, respectivement. La capacité d'absorption d'énergie, appelée SEA (*Specific Energy Absorption* : définie dans l'Eq. (2.4) à la page 26), est de l'ordre de $250 J/kg$ pour les deux structures. Cependant, la distribution des efforts dans l'âme est mieux répartie dans l'intégralité de la structure auxétique que dans celle des structures EPP. Sous l'effet de l'explosion, une concentration de contraintes est générée au centre du panneau. La zone soumise à la concentration la plus importante se densifie, grâce à l'effet auxétique. La structure est fortement déformée autour de la zone de concentration de contrainte, qui va entraîner la déformation des cellules adjacentes par effet de coefficient de Poisson négatif. La force de l'explosion est ainsi mieux redistribuée sur toute la largeur de la structure comme le montre les Figs. 2.26 et 2.27 [74, 75].

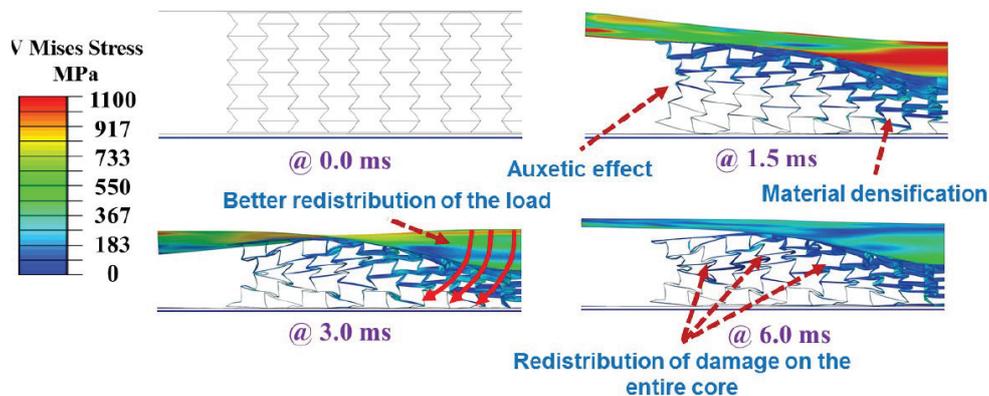


FIGURE 2.27 – Évolution au cours du temps des déformations de la structure sandwich auxétique soumise à une explosion, issues des travaux de Imbalzano *et al.* [74]

Pour conclure sur cette partie traitant des structures auxétiques, les travaux réalisés jusqu'à présent ont essentiellement porté sur l'étude de leurs déformations dans leur domaine d'élasticité du matériau constitutif. Bien que quelques travaux se soient concentrés sur des déformations plus importantes, leur modélisation numérique reste tout aussi complexe que leur fabrication, et en particulier pour les structures 3D [44]. Cependant, leur utilisation semble prometteuse lorsque l'on cherche à absorber une énergie cinétique.

2.4 Notion de mécanique des milieux continus et techniques d'homogénéisation

Nous avons vu, dans la section précédente, que la modélisation de structure auxétique est complexe, et coûteuse en temps de calcul. Pour éviter de devoir traiter des modèles complexes, des méthodes d'homogénéisation permettent de calculer des propriétés globales homogénéisées d'une structure. Un changement d'échelle est réalisé pour remplacer le matériau hétérogène par un matériau homogène équivalent. Pour cela, quelques notions de mécanique des milieux continus et un point sur les méthodes d'homogénéisation sont nécessaires à la compréhension de la démarche.

2.4.1 Volume Élémentaire Représentatif et homogénéisation

La nature n'est pas continue. En fonction de l'échelle à laquelle on l'observe, elle présente plus ou moins un caractère hétérogène discontinu : échelle atomique, microscopique (grains, impuretés, mélange de phases. . .), millimétrique voire au-delà pour des matériaux composites. Cependant, à partir d'une échelle d'observation, il existe un volume élémentaire que l'on peut considérer comme étant représentatif (VER) à partir duquel on peut considérer le comportement du matériau comme homogène. Ce volume se doit d'être suffisamment simple géométriquement, et donc généralement petit, pour respecter les inégalités qui le définissent - souvent réalisés à l'aide d'outils numériques comme les éléments finis - et à la fois suffisamment grand pour représenter le comportement du matériau dans sa totalité [57].

Par exemple, le béton armé, qui est un matériau composite, est hétérogène du fait de sa composition d'acier et de béton. Pour autant, chacun des matériaux le composant (l'acier et le béton) ont un comportement que l'on peut considérer comme homogène qui leur est propre. A une échelle macroscopique, le béton armé peut donc être considéré comme fortement hétérogène. Pour autant, il est tout de même possible de déterminer un VER qui inclut du béton et de l'acier, et ainsi homogénéiser son comportement, pour obtenir une loi de comportement du béton armé considéré dans sa globalité.

Pour un matériau ou une structure, il sera donc possible de définir un volume élémentaire que l'on pourra considérer comme étant représentatif, dès lors que ses propriétés homogénéisées seront "suffisamment proches" des propriétés globales observées à l'échelle macroscopique. La plupart du temps, une validation par des essais sera nécessaire pour considérer que les propriétés homogénéisées sont effectivement représentatives des propriétés globales. Pour un VER donné, il sera donc possible de définir les propriétés mécaniques, ou l'ensemble des propriétés, d'un milieu homogène équivalent qui pourra ensuite être utilisé dans le calcul de structure. Des méthodes d'homogénéisation existent pour déterminer les composantes du tenseur d'élasticité, qui traduiront le comportement homogène équivalent de la structure.

Un changement d'échelle est alors réalisé pour établir les relations entre les grandeurs physiques microscopiques et macroscopiques [66]. Lorsque l'on travaille avec des structures dont les hétérogénéités sont réparties aléatoirement dans le matériau, on effectue des analyses statistiques pour déterminer la taille minimale de ce VER [76]. Lorsque la structure du matériau présente une périodicité, il suffit alors de faire l'étude sur une cellule de périodicité. Ainsi, si on est amené à augmenter le volume du VER (en augmentant le nombre de cellules de périodicité qui constituent le VER, par exemple), les valeurs des champs mécaniques (contraintes, déformations) définies pour le premier VER doivent rester inchangées dans le VER élargi.

Plusieurs méthodes permettent l'homogénéisation, comme les méthodes asymptotiques [77]. Elles sont souvent peu voire pas adaptées aux matériaux auxétiques car les VER de ces derniers ont des dimensions importantes et ne valident pas les hypothèses de séparation d'échelles nécessaires à l'utilisation de ces méthodes asymptotiques. C'est d'autant plus le cas si l'on veut imprimer les matériaux architecturés en 3D, puisqu'on est dans ce cas limité à la résolution des imprimantes. Un autre moyen de réaliser cette étape d'homogénéisation consiste à supposer que la contrainte et la déformation macroscopique sont égales à la moyenne des contraintes et des déformations dans le VER, respectivement. Cette théorie est appelée la théorie des champs moyens, et repose sur le respect de la condition de Hill (expliquée en Annexe B à l'Eq. (B.3)). Cette méthode d'homogénéisation ne retiendra pas notre attention dans cette étude car elle est adaptée à des cas linéaires [57, 58].

2.4.2 Limites des méthodes d'homogénéisation

De manière générale, les méthodes d'homogénéisation sont particulièrement efficaces lorsqu'il s'agit de traiter des problèmes linéaires et lorsque les limites d'élasticité des matériaux constitutifs des matériaux architecturés ne sont pas dépassées. En effet, comme cela a été présenté en Annexe B, les méthodes d'homogénéisation permettent de déterminer les composantes du tenseur d'élasticité. Si déterminer ce tenseur dans des cas linéaires est désormais très maîtrisé, dès lors que la non-linéarité entre en jeu, le problème devient extrêmement difficile. Ainsi, lorsque l'on traite des problèmes dynamiques et des déformations plastiques, ces méthodes d'homogénéisations ne peuvent plus être mises en oeuvre directement.

Par exemple, dans le cas du développement de structures pour absorber l'énergie cinétique d'un choc pour la sécurité routière, une approche d'homogénéisation ne pourra être utilisée. En effet, les structures qui bordent les routes doivent essentiellement absorber l'énergie par déformation plastique. De grandes déformations sont mises en jeu et entraînent des non-linéarités importantes. Les méthodes d'homogénéisation ne sont donc pas adaptées à notre cas d'étude.

2.5 Optimisation

L'optimisation est un outil mathématique qui permet d'atteindre un objectif que l'on se fixe, en faisant varier un certain nombre de paramètres pour obtenir le meilleur résultat possible. De nombreux domaines utilisent ces outils : l'industrie pour maximiser leurs bénéfices, la logistique pour gérer au mieux les déplacements, *etc.* L'une des conditions nécessaires à l'optimisation est la formulation du problème sous la forme d'un système d'équations, écrit sous sa forme générale dans l'Eq. (2.13) :

$$\begin{array}{ll} \text{Min (ou Max)} & f(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D) \\ \text{soumis à} & g_i(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (2.13)$$

avec $f(\mathbf{x})$ la fonction à optimiser, $g_i(\mathbf{x})$ les contraintes du système à optimiser et \mathbf{x} les variables d'optimisation.

Pour illustrer cette Eq. (2.13), prenons un exemple concret dans le domaine de la sécurité routière. Un fabricant d'atténuateurs de choc souhaiterait réduire les dimensions de ses éléments de protection en maximisant l'énergie absorbée lors du choc. La fonction $f(\mathbf{x})$ exprimerait la valeur de l'énergie cinétique absorbée en fonction des variables x_j qui pourraient représenter des dimensions géométriques de l'atténuateur en question. L'une des contraintes $g_i(\mathbf{x})$ pourrait, quant à elle, traduire la place disponible sur la chaussée pour placer cet absorbeur.

Il est important de distinguer deux grandes catégories d'optimisation au sens mathématique :

- les problèmes combinatoires : ici, les variables sont des variables discrètes. On retrouve dans cette catégorie des problèmes comme celui du voyageur de commerce, qui doit passer une fois et une seule par un certain nombre de villes en minimisant la distance parcourue ; ou l'ordonnancement de tâches. Prenons l'exemple d'un mécanisme dont on souhaite optimiser le diamètre d'un arbre sur lequel est monté un roulement. On ne peut pas faire varier le diamètre de l'arbre de manière continue, on doit choisir son diamètre parmi une liste finie de diamètres qui correspondent aux diamètres intérieurs des roulements disponibles dans le catalogue.
- les problèmes à variables continues, qui sont contenues dans un intervalle donné, et peuvent prendre toutes les valeurs de cet intervalle. Un exemple de problème continu est la recherche des valeurs à affecter aux paramètres définissant une fonction dérivable et continue sur un intervalle donné afin d'en trouver le minimum global.

Lorsque l'on est en présence d'un problème à variables continues, des méthodes classiques dites d'optimisation globale sont utilisées. Le but est alors de trouver le minimum global de la fonction objectif en calculant les directions de descente vers ce minimum. Ces méthodes sont communément appelées *Gradient-based* dans la littérature. Elles sont basées sur le calcul de sensibilité et induisent le calcul des directions de descente. Le calcul de sensibilité est un calcul de dérivées partielles par rapport aux variables d'optimisation. Auquel cas, des problèmes mathématiques peuvent apparaître si la fonction objectif n'est pas différentiable, ou si elle est calculée par une boîte noire, comme un logiciel de calcul par éléments finis. Ou bien, le calcul de sensibilité peut s'avérer être très coûteux en terme de temps de calcul puisqu'il faudra

réaliser un très grand nombre de calculs de la fonction objectif en faisant varier les variables d'optimisation une à une, pour calculer les sensibilités par différences finies. Il existe de nombreuses méthodes permettant le calcul de sensibilité [78] comme la méthode de Morris, ou la méthode du *One-At-a-Time* (OAT), qui approxime localement les dérivées par différences finies.

On se rend donc compte que le calcul de sensibilité peut se révéler impossible à mettre en place pour certains problèmes, et notamment lorsque la fonction objectif n'est pas convexe, non différentiable ou lorsqu'elle présente plusieurs minima locaux comme c'est le cas dans l'exemple illustré de la Fig. 2.28. Cette figure est la représentation graphique d'une fonction objectif pour laquelle une seule variable d'optimisation est à déterminer dans le but de minimiser cette fonction. L'algorithme général de minimisation par la méthode de gradient s'écrit :

- On se fixe un point initial $x_0 \in \Omega$. A chaque itération k :
- On choisit une direction de descente d_k
- on choisit un pas α_k tel que $x_k + \alpha_k d_k \in \Omega$ et que $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$
- on pose $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$

Dans la forme la plus simple de la méthode du gradient, on considère que le pas α_k est constant et que la direction de descente d_k est celle de la plus grande pente. Soit f une fonction C^1 de Ω , il vient alors, que l'opposé du gradient, $-\nabla f(x)$, est une direction de descente en x si $-\nabla f(x) \neq 0$, et la position x_{k+1} se calcul tel que :

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k) \quad (2.14)$$

Cette opération est ainsi répétée tant que le critère de convergence n'est pas atteint ; Autrement dit, tant que $(x_k) > \varepsilon$, avec ε le critère de convergence fixé par l'utilisateur.

En pratique, il convient de réaliser plusieurs calculs de la fonction objectif et de ses directions de descente, avec des points de départ différents et choisis au hasard dans le domaine des variables d'optimisation afin d'éviter les minima locaux. En effet, l'une des principales limites de ces algorithmes vient des problèmes pour lesquels la fonction objectif présente plusieurs minima locaux. Si une solution trouvée est située dans un minimum local, l'algorithme ne réussira pas à en sortir, et on ne pourra pas atteindre le minimum global. En effet, le calcul du gradient garantit de trouver un minimum local mais ne garantit pas d'atteindre le minimum global de la fonction objectif, comme le montre la Fig. 2.28. Si la solution initiale choisie est le point x_3 , la solution que l'algorithme classique trouvera sera le minimum local x_2 . Si la solution initiale est le point x_1 , la solution trouvée sera la solution optimale x^* . Ainsi, on constate que la réussite d'un algorithme classique de résolution de problème d'optimisation dépend fortement de l'état initial des variables d'optimisation, et de la quantité de minima locaux dans le domaine de recherche étudié.

Cette distinction permet de définir le domaine de l'optimisation difficile. En effet, on appelle un problème NP-difficile lorsque l'on ne connaît aucun algorithme polynomial pour résoudre le problème [79]. Deux sortes de problèmes reçoivent cette appellation [80] :

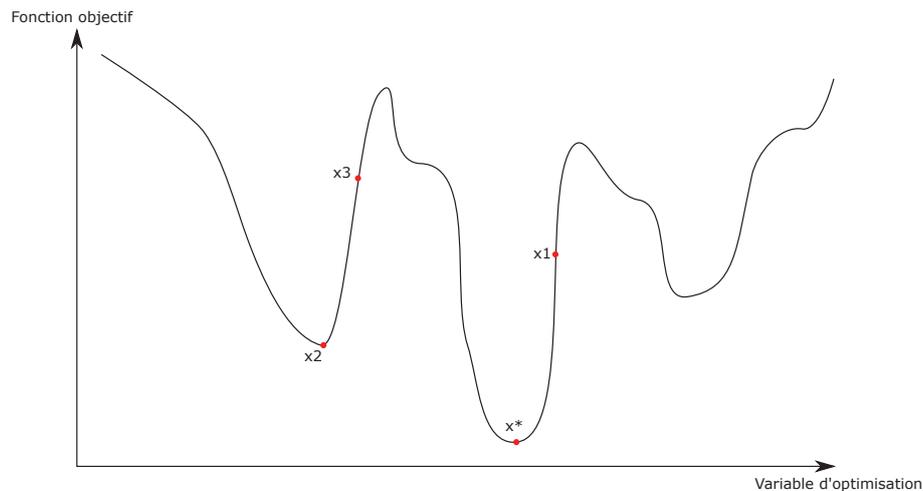


FIGURE 2.28 – Blocage d'un algorithme de résolution dans un optimum local.

- certains problèmes en optimisation combinatoire
- certains problèmes d'optimisation à variables continues, pour lesquels on ne connaît pas d'algorithme permettant de repérer un optimum global à coup sûr et en un nombre fini de calculs.

De nombreux travaux ont cherché à résoudre séparément ces deux types de problèmes "difficiles". Des méthodes classiques d'optimisation globale ont été mises au point dans le domaine de l'optimisation continue. Cependant, celles-ci s'avèrent souvent inefficaces lorsque la fonction objectif ne possède pas de propriétés structurelles particulières, comme la convexité [81]. En optimisation combinatoire, les chercheurs ont mis au point des méthodes heuristiques⁵. Ces méthodes donnent des solutions proches de l'optimum, mais sont très souvent conçues spécifiquement pour un problème donné [80]. Dans tous les cas, il n'existe aucune preuve mathématique de convergence de ces méthodes.

2.5.1 L'optimisation en mécanique des structures

Un concepteur de structure fait souvent face à des problèmes de dimensionnement complexes où il doit faire des choix de paramètres, pour procéder au calcul de dimensionnement de sa structure. Lors de la conception d'un pont par exemple, il s'agirait de trouver le compromis entre la dimension des piliers de pont et leur nombre. Si l'objectif est de minimiser la masse de la structure, le résultat sera contradictoire avec celui obtenu si l'on cherche à maximiser la rigidité du pont. Le concepteur devra d'abord choisir l'objectif de son optimisation puis définir l'ensemble des variables du problème, et les contraintes associées au système. Le choix de la méthode d'optimisation utilisée sera détaillé plus tard dans la section 2.5.2, mais l'on peut

5. Littéralement, *heuristique* désigne les méthodes qui ont pour objectif la recherche et la découverte

d'ores et déjà présenter les trois grands types de problèmes d'optimisation en mécanique : l'optimisation paramétrique, de forme et topologique. La Fig. 2.29 est une illustration de ces trois types d'optimisation pour un même problème, issue des travaux de [82].

- Lorsque l'on réalise une optimisation paramétrique, on recherche le plus souvent une section de poutre, des dimensions, des paramètres matériau, ou des éléments de la structure dont la topologie et la forme sont préalablement fixées.
- L'optimisation de forme est un type d'optimisation dans lequel on cherche la forme ou le contour optimal, dont la topologie est prédéterminée.
- Enfin, on appelle optimisation topologique une méthode mathématique, ou un algorithme, qui permet de trouver la répartition optimale de matière dans une structure pour satisfaire le plus possible la fonction objectif et les contraintes d'optimisation. Cette méthode nécessite la plupart du temps une étape de discrétisation par éléments finis du domaine à étudier pour trouver le minimum global de la fonction objectif considérée.

Dans l'optimisation paramétrique et de forme, la solution finale optimisée résulte directement de la conception topologique initiale [82]. Alors que l'optimisation topologique, quant à elle, peut conduire à des designs complètement nouveaux et innovants.

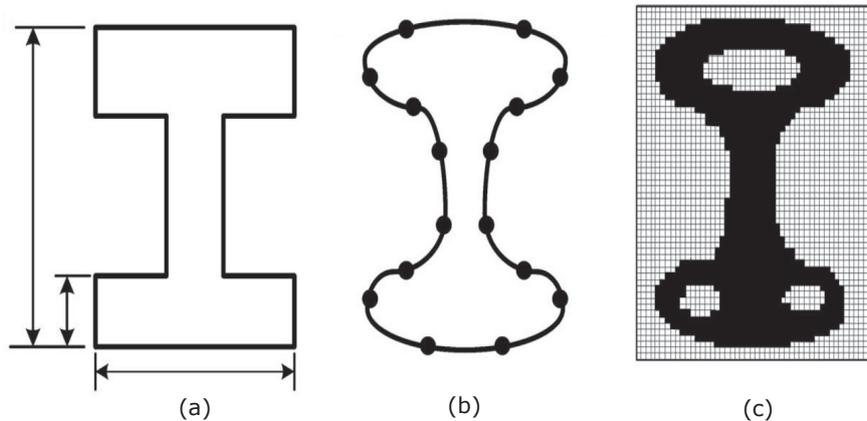


FIGURE 2.29 – Les différents types d'optimisation structurale : optimisation paramétrique (a) ; optimisation de forme (b) ; optimisation topologique (c) [82].

Dans cette étude bibliographique, le choix a été fait de s'intéresser particulièrement aux méthodes heuristiques pour résoudre des problèmes d'optimisation paramétrique de structures dédiées à l'absorption d'énergie cinétique : les variables d'optimisation seront majoritairement des paramètres géométriques de la structure à étudier. Les problèmes pourront relever aussi bien de l'optimisation continue que discontinue. On verra en détail dans la suite de cette partie, en quoi le choix de méthodes *meta* heuristiques s'avère efficace dans la résolution de ce type de problème.

2.5.2 Quelques méthodes d'optimisation méta-heuristiques

Pour pallier aux problèmes des sensibilités, d'autres méthodes d'optimisation ont été mises au point. L'adjectif *meta* heuristique, construit avec le pré-fixe grec *meta* qui signifie "au delà", et de *heuriskein* qui signifie "trouver", qualifie des méthodes d'optimisation qui utilisent des algorithmes stochastiques itératifs qui progressent vers un optimum global, par échantillonnage de la fonction objectif [66]. L'un des atouts majeurs des méthodes *meta* heuristiques est qu'elles ne nécessitent pas l'expression littérale de la fonction objectif dans son domaine pour fonctionner. De plus, elles s'affranchissent du calcul de sensibilité et ne restent pas bloquées dans des minima locaux, bien qu'il n'existe pas de preuve mathématique de leur convergence. Même si la définition des méthodes *meta* heuristiques ne présente pas de frontière nette et peut englober un grand nombre de méthodes, elles partagent cependant les caractéristiques suivantes :

- Elles peuvent faire face à l'explosion combinatoire des possibilités de solutions grâce à leur caractère stochastique.
- Elles sont souvent basées sur le fonctionnement de populations, ce qui leur permet d'analyser simultanément l'ensemble du domaine des solutions, et donc de ne pas rester bloquées dans un optimum local.
- Elles permettent de traiter les problèmes d'optimisation multi-objectifs.
- Inspirées d'analogie avec la biologie, la physique et l'éthologie, elles présentent l'avantage d'être facilement accessibles et efficaces pour les problèmes d'optimisation difficiles.
- Généralement développées pour des problèmes discrets et adaptées par la suite à des problèmes continus, elles ont l'avantage d'être directes. Elles ne recourent pas au calcul des sensibilités, souvent problématique.
- L'efficacité des méthodes métaheuristiques est fortement dépendante des paramètres intrinsèques à l'algorithme et choisis par l'utilisateur. Les algorithmes définissant ces méthodes sont généralement donnés en fonction de paramètres difficiles à borner et à définir. Il est donc nécessaire de déterminer les effets de chaque paramètre sur le fonctionnement de la méthode en question [83].
- Il n'existe aucune démonstration mathématique prouvant leur capacité à converger vers le minimum global de la fonction objectif. Seule l'expérience a montré qu'elles en sont capables [84].

Les méthodes d'optimisation classiques ne considèrent qu'un seul point du domaine et cherchent des directions de descentes. De plus, elles n'admettent généralement pas des valeurs dégradées de la fonction objectif qui risquent de rester bloquées dans des minimum locaux. Contrairement aux méthodes classiques, les métaheuristiques ont la capacité de s'extraire d'optima locaux de par leurs coefficients heuristiques et leur population. De plus, elles analysent l'ensemble du domaine de recherche de manière simultanée. Elles peuvent admettre, de manière temporaire, une solution dégradée pour pouvoir se déplacer dans le domaine. En effet, les solutions trouvées au cours des itérations peuvent tout à fait être moins adaptées que les précédentes du fait des coefficients aléatoires qui définissent le fonctionnement des algorithmes.

Ainsi, il est possible de s'extraire des minima locaux pour explorer une nouvelle zone du domaine peut-être plus prometteuse, même si à première vue elle n'est pas meilleure.

D'autre part, l'ensemble des *meta* heuristiques a une capacité de mémoire, qui enregistre les meilleurs points trouvés dans le domaine tout en continuant d'explorer de nouvelles régions. Cette capacité leur permet d'être particulièrement efficace, aux dépens d'une gestion un peu plus lourde d'un point de vue logiciel. Par contre, il est admis qu'aucune *meta* heuristique ne peut être considérée comme étant meilleure qu'une autre dans l'absolu. En effet, le théorème du "No Free Lunch" développé par Wolpert *et al.* [85] démontre que deux méthodes d'optimisation sont équivalentes dès lors que leurs performances sont moyennées sur l'ensemble de tous les problèmes. Il est aujourd'hui difficile de prédire l'efficacité d'une méthode en particulier sur un problème donné. Afin de tirer le meilleur de chacune d'entre elles, de nombreuses méthodes hybrides ont vu le jour. Puisqu'elles ne s'excluent pas mutuellement [86], il est possible de les combiner, de manière parallèle ou séquentielle, pour créer de nouvelles méthodes plus efficaces. Elles s'adaptent facilement à différents types de problèmes, ce qui les rend particulièrement attrayantes pour les utilisations industrielles. Elles peuvent résoudre des problèmes continus, discrets, mais sont également redoutables face aux problèmes d'optimisation multi-objectif, dynamiques, ou encore binaires.

La méthode d'optimisation qui a retenu notre attention pour la suite de cette étude est l'optimisation *meta* heuristique par essaim de particules, ou en anglais *Particle Swarm Optimization*. En effet, la richesse des travaux portant sur cette méthode ont conduit à des améliorations qui rendent cette méthode particulièrement efficace.

2.5.2.1 *Particle Swarm Optimization*

2.5.2.1.1 Définition L'algorithme *Particle Swarm Optimization* (PSO ou Optimisation par essaims particulaires en français) est un algorithme d'optimisation inspiré de l'étude des vols d'oiseaux et du déplacement des bancs de poissons, qui fut élaboré en 1987 par Craig Reynolds [87] et développé en 1995 par Kennedy et Eberhart [88]. Chez certains groupes d'animaux, comme les bancs de poissons, on peut observer des dynamiques globales relativement complexes, alors que chacun des individus n'a accès qu'à un nombre restreint d'informations locales. Dreio *et al.* [86] mettent en lumière le comportement des bancs de poissons lorsqu'ils rencontrent un prédateur. Le groupe est capable de se diviser pour éviter le prédateur, puis de se reconstituer rapidement une fois l'obstacle dépassé, le tout en maintenant une cohésion du banc. Ces dynamiques globales s'inscrivent dans la définition de l'auto-organisation. Le principe de l'algorithme PSO repose sur la position de l'ensemble de particules que l'on définit. A chaque particule correspond une potentielle solution du problème d'optimisation. Cette particule a donc une position dans l'espace des solutions, et une valeur de la fonction objectif associée. Chaque particule a accès à un nombre restreint d'informations locales, c'est-à-dire, des renseignements concernant d'autres particules de son voisinage, et est dotée de plusieurs renseignements qui la définissent :

- Sa position dans l'espace des solutions ;

- Son déplacement à chaque itération ;
- La valeur de la fonction objectif pour sa position actuelle.

A chaque itération PSO, la particule recalcule sa vitesse, sa nouvelle position et la valeur de la fonction objectif correspondante, en fonction des résultats de son voisinage, et de ses résultats personnels. Au final, la nouvelle position de chaque particule sera déterminée, à chaque itération, comme étant une combinaison linéaire de sa meilleure position personnelle, la meilleure position de son voisinage et sa vitesse actuelle.

La position de la particule i dans l'espace des solutions à l'itération k , notée \mathbf{X}_i^k , peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{X}_i^k = h(\mathbf{X}_i^{k-1}, \mathbf{V}_i^{k-1}, \mathbf{P}_{i,best}^k, \mathbf{G}_{best}^k) \quad (2.15)$$

avec \mathbf{V}_i^{k-1} la vitesse de la particule i à l'itération $k - 1$; $\mathbf{P}_{i,best}^k$ la meilleure position personnelle atteinte par la particule i à l'itération k ; \mathbf{G}_{best}^k la meilleure position globale de l'essaim à l'itération k . Pour un problème à n variables d'optimisation, la dimension du vecteur position de la particule sera donc de $(n, 1)$, où chaque coordonnée correspond à la valeur d'une variable d'optimisation. Dans la première version de PSO [87], les paramètres qui définissaient le comportement de l'algorithme étaient constants. Le changement de position dans cette configuration s'effectue de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_i^k &= \mathbf{V}_i^{k-1} + c_1(\mathbf{P}_{i,best}^k - \mathbf{X}_i^{k-1}) + c_2(\mathbf{G}_{i,best}^k - \mathbf{X}_i^{k-1}) \\ \mathbf{X}_i^k &= \mathbf{X}_i^{k-1} + \mathbf{V}_i^k \end{cases} \quad (2.16)$$

Les constantes c_1 et c_2 sont des paramètres de confiance et représentent la confiance de la particule en son propre chemin et en l'essaim. Si ces deux paramètres ont la même valeur, alors la particule accordera autant de confiance en l'essaim qu'en elle-même. A la fin des années 1990, une nouvelle version améliorée de PSO s'est imposée car elle s'est révélée plus efficace [89]. Elle intègre un caractère aléatoire dans le choix des coefficients c_1 et c_2 , ainsi qu'une notion d'inertie. En effet, la nouvelle vitesse de la particule dépend de l'inertie qu'elle possède en arrivant dans sa nouvelle position dans l'espace des solutions. Les nouvelles équations de PSO s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_i^k &= \omega \mathbf{V}_i^{k-1} + c_1 \times rand_1 \times (\mathbf{P}_{i,best}^k - \mathbf{X}_i^{k-1}) + c_2 \times rand_2 \times (\mathbf{G}_{i,best}^k - \mathbf{X}_i^{k-1}) \\ \mathbf{X}_i^k &= \mathbf{X}_i^{k-1} + \mathbf{V}_i^k \end{cases} \quad (2.17)$$

Ici, les paramètres de confiance sont multipliés par des nombres aléatoires $rand_1$ et $rand_2$ distribués selon une loi normale, afin que l'algorithme soit plus performant. La loi normale est une loi de probabilité décrivant la répartition d'une population autour d'une valeur moyenne. En ce qui concerne la valeur du paramètre d'inertie ω , il était compris entre 0.9 et 1.2 dans les premiers essais numériques. Il s'avère que ce paramètre, initialement fixe dans son utilisation, a évolué dans des versions postérieures. En faisant évoluer sa valeur au cours des itérations, cela permet de définir une phase d'exploitation et une phase d'exploration dans le domaine. En effet, plus sa valeur est grande, plus les particules auront tendance à se déplacer loin de là où elles se situaient dans le domaine. Dans ce cas, la capacité d'exploration de l'essaim est favorisée. *A contrario*, plus la valeur du paramètre d'inertie est petite, plus les particules se déplacent de manière locale et la capacité d'exploitation de zones prometteuses est favorisée.

2.5.2.1.2 Organisation topologique de l'essaim L'un des points clé de l'algorithme d'optimisation PSO est l'organisation au sein de l'essaim. On appelle donc *topologie de la population* la structure définie entre les particules et leur manière de communiquer entre elles. Le voisinage des particules va définir en quelle mesure circule l'information entre elles. Ainsi, Kennedy et Mendes démontrent dans [90] que plus la connectivité est importante, plus l'information circule rapidement, et plus la convergence de l'algorithme sera rapide. Cependant ils soulèvent deux problèmes. D'abord, la phase d'exploration du domaine pourrait être négligée si la population est entraînée vers un minimum local. L'ensemble de la population sera attirée vers cette solution du domaine puisqu'une forte connectivité existe entre les particules. Le second problème qui apparaît lorsque le nombre de liens entre deux particules est trop important, est le risque d'avoir une communication trop rapide. De cette manière les particules se déplacent vite et passent à côté de solutions potentielles indéfiniment et ne peuvent s'en approcher. *A contrario*, si le nombre de liens n'est pas suffisant, la population n'ira pas suffisamment vite pour s'extirper d'un minimum local dans lequel elle serait piégée. Les autres zones prometteuses du domaine ne seraient alors pas exploitées.

Dans la littérature, on distingue deux types de topologies : géographique et sociale. On qualifie de géographique une topologie dans laquelle les particules sont influencées par les particules qui lui sont proches dans l'espace des solutions. On dit que deux particules sont proches géographiquement lorsque la distance euclidienne entre ces particules est inférieure à une certaine valeur, qui quantifiera la proximité de deux particules. Ce type de topologie nécessite de recalculer l'ensemble du voisinage à chaque itération, et engendre alors un temps de calcul coûteux. La topologie sociale, quant à elle, est définie au début du calcul et n'est plus modifiée par la suite. On pourrait dire que l'on choisit arbitrairement, au début du calcul, la manière dont les particules sont liées les unes aux autres, et que cette organisation ne sera pas modifiée par la suite, quelle que soit la distance des particules entre elles dans l'espace des solutions. Outre le fait d'être facile à implémenter, la topologie sociale présente l'avantage d'être peu coûteuse en temps de calcul. En effet, l'organisation de l'essaim n'est pas recalculée à chaque itération. On note que quel que soit le type de topologie, au cours des itérations, le voisinage initialement social tend à devenir un voisinage géographique. En effet, les particules se déplacent et se suivent dans l'espace des solutions pour converger vers une valeur optimale. De manière générale, la littérature préconise d'utiliser en priorité les voisinages sociaux mais en respectant quelques principes de l'intelligence artificielle des essaims. Énoncés par Millionas *et al.* en 1992 et repris par Eberhart *et al.* en 1995, l'intelligence des essaims repose sur 5 principes ([91, 92] :

- principe de proximité : la population doit être capable de traiter des problèmes simples en se déplaçant au cours du temps dans l'espace des solutions ;
- principe de qualité : la population doit être en mesure de répondre à des critères de qualités définis par le domaine des solutions, aussi appelé environnement ;
- principe des réponses diverses : la population doit rester plus ou moins groupée dans le domaine et ne pas avoir à se déplacer dans des zones étroites du domaine ;
- principe de stabilité : la population ne doit pas changer son mode de fonctionnement malgré des changements de l'environnement ;

- principe d'adaptabilité : la population doit être en mesure d'adapter son mode de fonctionnement dès que cela peut être bénéfique pour minimiser le temps de calcul.

Il est recommandé de respecter l'ensemble de ces règles de vie pour garantir la réussite de l'algorithme d'optimisation. Ces règles de vie déterminent la manière dont les particules doivent se comporter dans l'espace sur lequel elles sont définies, ainsi que les qualités requises pour qu'elles soient efficaces pour résoudre les problèmes d'optimisation.

Intéressons-nous donc particulièrement au type d'organisation sociale de la population. On classe les voisinages sociaux selon deux grandes familles en fonction de leur caractère statique ou dynamique, telles que présentées dans les paragraphes suivants.

Topologies statiques Les topologies statiques ont d'abord été mises au point, notamment, pour leur facilité de mise en oeuvre. En effet, au cours des itérations, les particules sont toujours influencées par le comportement des mêmes particules, définies arbitrairement au début du calcul. La structure de la population n'est donc pas modifiée et n'est pas recalculée à chaque étape du calcul.

Les deux topologies statiques les plus connues ont été développées par Eberhart et Kennedy en 1995 [88, 92], nommées LBEST (pour *Local Best Particle's Topology*) et GBEST (pour *Global Best Particle's Topology*). Dans la topologie GBEST, illustrée par la Fig. 2.30 (b), toutes les particules sont connectées les unes aux autres. L'information circule donc très vite au sein de l'essaim. Chaque particule a accès à la meilleure position globale de l'essaim. La topologie LBEST est quant à elle illustrée dans la Fig. 2.30 (a). Dans cette configuration, les particules sont uniquement liées à deux de leurs congénères, elles n'ont accès qu'aux informations produites par les deux particules auxquelles elles sont liées. Cependant, cette topologie LBEST est remise en question dans [90]. L'entourage des particules est défini de manière aléatoire à la première itération, puis reste le même tout au long du calcul. La faible connectivité dans l'essaim rend la circulation de l'information très lente, et cet effet est accentué lorsque le nombre de particules augmente. On met ici en exergue l'importance du choix de topologie pour arriver à une convergence efficace de l'essaim.

Mendes *et al.* [93] présentent dans leurs travaux deux nouvelles topologies statiques organisées en *clusters* d'une part, et en forme de pyramide d'autre part. La Fig. 2.31 est une représentation graphique d'une topologie *four clusters* dans laquelle l'essaim est organisé en quatre foyers, où l'information va circuler rapidement à l'intérieur de ceux-ci. Puis des liens entre les *clusters* vont permettre la communication entre eux. Cela va permettre à l'essaim d'exploiter différentes zones de l'espace des solutions, puisque les particules vont se suivre rapidement au sein d'un *cluster*, sans pour autant influencer trop rapidement la position des particules appartenant aux autres *clusters*. Dans ce même article [93], la topologie pyramidale est présentée comme très efficace compte tenu de la rapidité à laquelle circule l'information. Cependant, elle présente l'inconvénient majeur de donner beaucoup d'importance à la particule située au sommet de la pyramide. Par définition, la topologie statique n'évolue pas au cours des itérations. La particule située au sommet sera donc choisie arbitrairement au début du calcul et ne sera plus

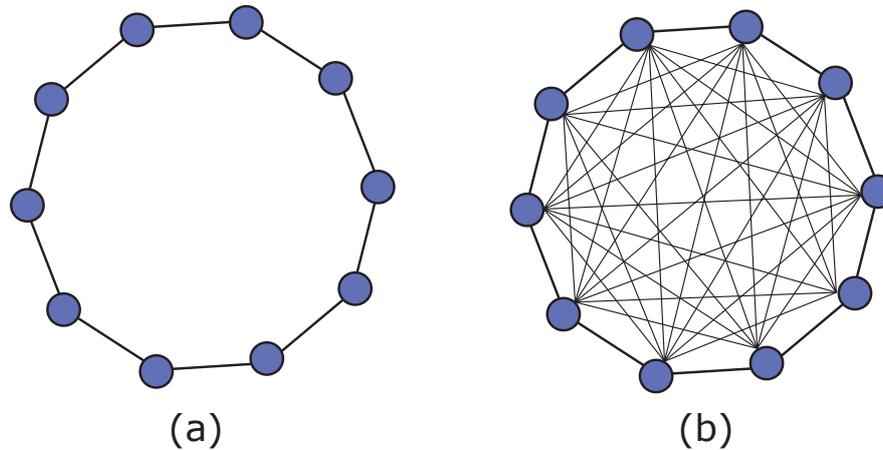


FIGURE 2.30 – Illustration de deux topologies de population (a) LBEST et (b) GBEST

modifiée par la suite. D'autres chercheurs feront donc évoluer cette structure pyramidale statique, en une topologie dynamique et évolutive comme nous le verrons dans la partie suivante concernant les topologies dynamiques. En effet, même si les topologies statiques présentent l'avantage majeur de ne pas redéfinir une topologie à chaque étape du calcul, et sont donc peu coûteuses en temps de calcul, on remarque que la part aléatoire a une influence notable sur le résultat du calcul. C'est la raison pour laquelle les topologies dynamiques ont été développées.

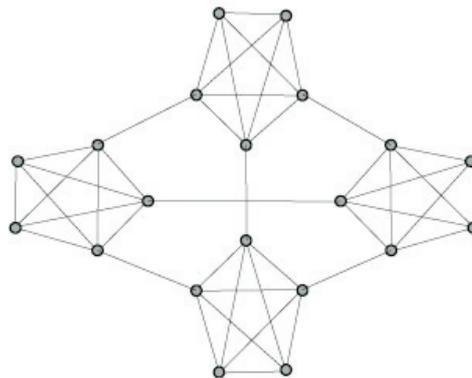


FIGURE 2.31 – Représentation de la topologie *four clusters* [94]

Topologies dynamiques Les topologies dynamiques sont des topologies dans lesquelles le voisinage des particules évolue au cours des itérations du calcul d'optimisation. Elles ont majoritairement été développées pour permettre au calcul d'avoir deux phases distinctes dans la

recherche de solutions. Historiquement, la première topologie dynamique fut développée par Suganthan *et al.* en 1999 [95] et consistait à utiliser une topologie LBEST au début du calcul d'optimisation. Ainsi la phase d'exploration du domaine était privilégiée grâce à la faible connectivité entre les particules. Puis la topologie LBEST évoluait linéairement vers une topologie GBEST pour augmenter la connectivité entre les particules. L'information circule alors plus vite, et la phase d'exploitation permet d'affiner la recherche de solutions.

Puis, de nombreuses autres topologies ont vu le jour, comme les topologies hiérarchiques qui pourraient s'apparenter à l'organisation d'une entreprise telle qu'on la connaît aujourd'hui [96]. La meilleure solution est placée en haut de l'organigramme, relayant l'information à ces subordonnées, qui elles-mêmes relayent l'information aux suivantes, *etc.* Cette topologie est illustrée Fig. 2.32. A chaque itération du calcul, la meilleure particule est placée en haut de cette hiérarchie, qui est alors actualisée. Ainsi, les particules échangent leur place de manière à ce que la meilleure particule ait la plus grande influence sur ses congénères.

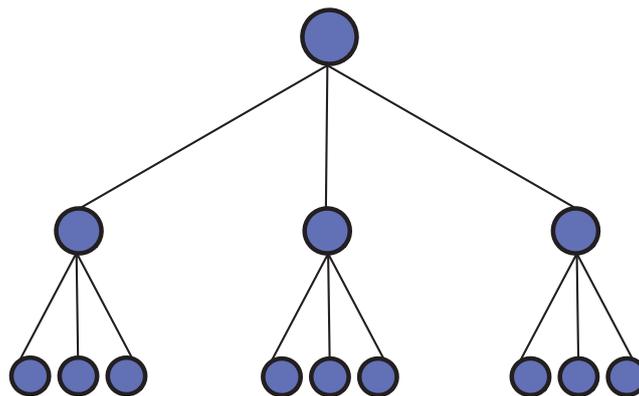


FIGURE 2.32 – Représentation d'une topologie hiérarchique de population

Une topologie relativement dynamique, a été présentée dans [94] qui est une hybridation entre la topologie grégaire et la topologie LBEST. Les particules de l'essaim sont organisées comme dans la topologie LBEST, donc liées uniquement à deux voisines, à la différence qu'un lien supplémentaire est ajouté vers la meilleure particule de l'essaim. Cette particule est donc reliée à l'ensemble de toutes les particules de l'essaim, et a une forte influence sur les déplacements des autres. A chaque instant, la meilleure particule placée au centre de l'essaim est mise à jour. La structure, quant à elle, n'est globalement pas modifiée.

Puis, des topologies dynamiques intelligentes ont vu le jour. S'inspirant d'observations sociologiques et psychologiques, en partie réalisées par Latané, Akbari *et al.* [97, 98] décident de classer les particules car "l'impact d'un groupe sur un individu est fonction des autres individus du groupe". Ainsi, les γ meilleures particules de l'essaim sont utilisées pour actualiser la position des autres particules, où γ décroît linéairement au fur et à mesure du calcul. Grâce à cette

décroissance de γ , il est possible de passer de la phase d'exploration à la phase d'exploitation. Autrement dit, on va passer d'une topologie GBEST à une topologie grégaire. La valeur de γ est définie telle que :

$$\gamma = n - \left(n \times \frac{it}{it_{max}} \right) \quad (2.18)$$

avec n le nombre de particules de l'essaim, it le numéro de l'itération en cours, et it_{max} le nombre maximal d'itérations établi par l'utilisateur.

2.5.2.2 Algorithme *Inverse-PageRank-PSO*

Une méthode hybride a particulièrement retenu notre attention. Il s'agit d'un algorithme PSO associé à la puissance de l'algorithme de classement du PageRank anciennement utilisé par Google [99]. N. Di Cesare *et al.* [100] proposent un nouvel algorithme nommé I-PR-PSO, pour *Inverse-PageRank-Particule Swarm Optimization*, utilisant un modèle de chaîne de Markov pour définir la structure topologique de la population de l'essaim. Les meilleures particules ont une grande influence sur les autres, permettant d'améliorer les performances de l'algorithme PSO. Cette algorithme est alors qualifié d'intelligent car il s'adapte à chaque itération en fonction de son environnement mais aussi de la performance de la population de particules. La topologie de la population est adaptative mais non géographique, c'est-à-dire que les meilleures particules ont une influence pondérée sur les autres particules grâce à l'algorithme du calcul du PageRank inverse. Dans le cas de l'algorithme I-PR-PSO, le graphe orienté de la chaîne de Markov donnera directement la topologie de l'essaim PSO.

2.5.2.2.1 Calcul du PageRank inverse Le calcul du PageRank inverse a été développé en 2012 par Newton *et al.* dans [101], et permet de remonter au graphe orienté de la chaîne de Markov associée au vecteur stationnaire de PageRank connu. La Fig. 2.33 présente le cheminement classique d'un calcul du PageRank connaissant une chaîne de Markov. A partir du graphe orienté, il est possible d'en déduire la matrice des transitions probabilistes, puis de calculer le vecteur des probabilités stationnaires qui est aussi appelé vecteur PageRank [99]. Ici, le processus est inversé à l'instar de la Fig. 2.34. Connaissant le vecteur stationnaire, il est possible d'en déduire la matrice des transitions probabilistes qui elle-même permettra de déterminer complètement la chaîne de Markov associée. La méthode proposée par Newton *et al.* dans [101], est une méthode itérative dans laquelle on change les termes de la matrice des transitions probabiliste C , jusqu'à obtenir le vecteur stationnaire correspondant.

2.5.2.2.2 Calcul des positions des particules L'algorithme I-PR-PSO utilise donc la position de chaque particule pour influencer les autres, pondérée par leur réussite respective (pondérée et normalisée par rapport à la meilleure de l'essaim), calculée et stockée dans la matrice des transitions probabilistes C calculée précédemment. Cela se traduit par des équations permettant de déterminer les vitesses et positions des particules différentes de celles

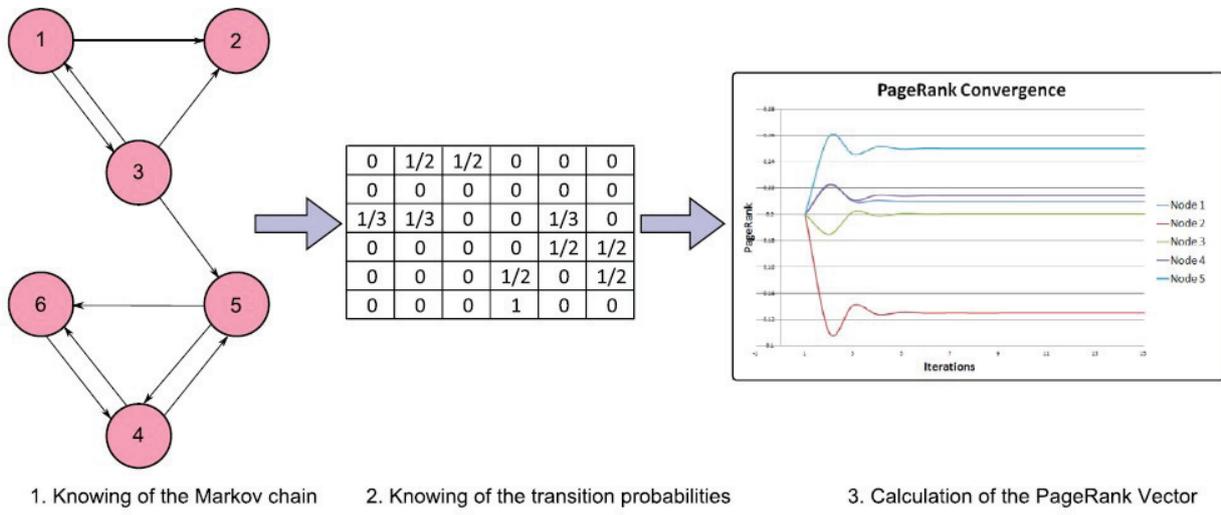


FIGURE 2.33 – Cheminement classique du calcul du PageRank tel qu’il est utilisé par Google [100].

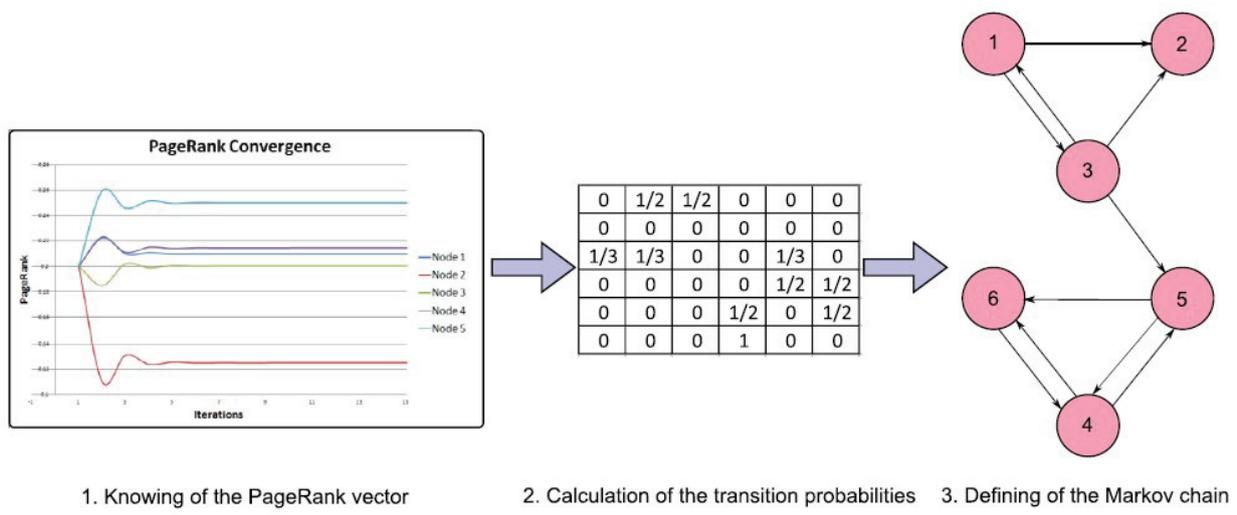


FIGURE 2.34 – Cheminement du calcul inverse pour remonter à la chaîne de Markov [100].

utilisées dans la version originale de PSO (précédemment présentée à l'Eq. (2.16) :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_i^{t+1} = \omega \times \mathbf{V}_i^t + c_1 \times rand_1 \times (\mathbf{P}_{i,best}^{t+1} - \mathbf{X}_i^t) + c_2 \times rand_2 \times \sum_{j=1}^n \mathbf{C}_{ij} \times (\mathbf{P}_{j,best}^{t+1} - \mathbf{X}_i^t) \\ \mathbf{X}_i^{t+1} = \mathbf{X}_i^t + \mathbf{V}_i^{t+1} \end{cases} \quad (2.19)$$

où \mathbf{C}_{ij} est le terme de la i^{eme} ligne, j^{eme} colonne de la matrice des transitions probabilistes \mathbf{C} précédemment définie. Chaque particule i de l'essaim est influencée par l'ensemble des particules de l'essaim, et leur influence respective est donnée par les composantes de la ligne i de la matrice \mathbf{C} , c'est-à-dire $\mathbf{C}_{ij} \forall j$. Dans cette matrice \mathbf{C} :

- les éléments non nuls de la ligne k correspondent aux liens sortant de la particule k ;
- les éléments non nuls de la colonne k correspondent aux liens entrant de la particule k .

En d'autres termes, chaque ligne de \mathbf{C} définit les probabilités, pour chacune des particules, de passer de leur état actuel à l'état dans lequel se trouvent les autres particules. Or dans l'algorithme de PSO, c'est l'influence des particules les unes sur les autres qui déterminera leur mouvement à l'itération suivante, et non pas leur probabilité de passer d'un état à un autre. On souhaite connaître l'influence d'une particule sur les autres. Il est donc indispensable d'inverser le processus de Markov, et donc de considérer que la probabilité d'une particule de passer d'un état ① à un autre état ② devient l'influence de ce deuxième état ② sur son état actuel ①. Pour illustrer ces propos, prenons l'exemple d'une matrice des transitions probabilistes \mathbf{C} qui serait donnée dans l'Eq. (2.20). Dans le cas d'une topologie de particules PSO, cela signifie que la particule 4 a 50% de chances de passer dans l'état de la particule 5 et 50% de chances de passer dans l'état de la particule 6. On considérera donc dans ce cas, que la particule 4 sera influencée par la particule 5 d'un facteur 1/2 et par la particule 6 d'un facteur 1/2. De cette manière, la ligne k de la matrice des transitions probabilistes représente en quelle mesure la particule k de l'essaim est influencée par les autres, alors que la colonne k montre en quelle mesure la particule k influence ses congénères.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Cette méthode de I-PR-PSO a fait ses preuves en termes de convergence sur des problèmes d'optimisation de fonctions multimodales telles que les fonctions Rastringin, Ackley ou encore RosenBrock [66]. Ses performances ont été comparées à celles de l'algorithme classique PSO dont les topologies sont définies par les méthodes GBEST, LBEST, et *4-clusters*, pour des problèmes de dimensions 10 à 50. D'une manière générale, I-PR-PSO a tendance à se rapprocher plus près du minimum global de la fonction objectif que les autres algorithmes considérés. Bien que le théorème du *no-free-lunch* ne permette pas de dire qu'une méthode est meilleure qu'une autre *a priori*, on peut considérer que I-PR-PSO est plus performant que ses congénères lorsqu'il s'agit de se rapprocher du minimum global, sur au moins 12 fonctions testées [66]. De plus,

l'étude des courbes de convergence de l'ensemble des 4 algorithmes testés permet de dire que I-PR-PSO est l'algorithme d'optimisation qui converge le plus rapidement sur des problèmes de 10 à 50 dimensions.

Si cet algorithme a retenu notre attention pour la suite de ces travaux, une grande importance sera donnée sur le choix des paramètres de l'algorithme vis à vis du problème à résoudre.

2.5.2.3 Faire le bon choix des paramètres.

Commençons donc par présenter les variables sur lesquels les paramètres constitutifs de l'algorithme ont un effet notable. Dans l'équation originelle de PSO (voir Eq. (2.16)), la présence des coefficients c_1 et c_2 pondère respectivement l'influence individuelle et la communication sociale au sein de l'essaim. Si c_1 est choisi supérieur à c_2 , alors la nouvelle position de la particule sera davantage influencée par sa propre expérience que par celle de ses voisines, et *vice versa*. Le paramètre d'inertie ω permet, quant à lui, de contrôler l'impact de l'histoire des particules. Plus ω est grand, plus la phase d'exploration est privilégiée alors que s'il est petit on entrera dans une phase d'exploitation. De Oca *et al.* en 2009 [83] ont mené une étude statistique de sensibilité de chacun des paramètres constitutifs de PSO sur la convergence. Ils ont tiré les conclusions suivantes pour faire face à certains problèmes classiques :

- Si on observe une phase de stagnation dans l'évolution de la valeur de la fonction objectif : on peut limiter cette stagnation si on augmente le nombre de particules ou en limitant les connexions entre particules ;
- L'algorithme PSO est sensible aux modifications de topologies de population ;
- Pour aider la convergence de l'algorithme, il est possible de modifier les paramètres de celui-ci au cours des itérations. Ils notent que la vitesse de variation (i.e. la valeur qu'on soustrait ou que l'on ajoute au paramètre à chaque itération) des paramètres intrinsèques à PSO a alors une très forte influence sur le comportement de l'algorithme.

D'autres chercheurs proposent de changer la valeur de l'inertie en cas de phase de stagnation de l'algorithme. Zheng *et al.* [102] proposent d'augmenter la valeur de ω au cours du temps, alors que Fan *et al.* [103] suggèrent de faire décroître ω au cours des itérations. Dans ce dernier article, un algorithme permettant d'identifier automatiquement les phases de stagnation est mis au point, de manière à changer la valeur de l'inertie uniquement en cas de besoin. Lorsque la valeur de la fonction objectif est meilleure qu'à l'itération précédente, la valeur de ω diminue, et *a contrario*, sa valeur augmentera si la valeur de la fonction objectif n'est pas améliorée.

On comprend donc à la lecture de ce paragraphe, que les conclusions des travaux de recherche sur la valeur des paramètres de PSO sont disparates. Leurs valeurs dépendent fortement du problème à résoudre. Une attention particulière doit être portée sur le choix des différents paramètres de l'algorithme PSO. Le Chapitre 5 est entièrement dédié au développement d'une méthode de calibration des paramètres de PSO et des méta-heuristiques en général.

Dans l'algorithme I-PR-PSO, tout comme pour PSO, le choix des paramètres c_1 , c_2 et ω présents dans l'Eq. (2.19). En effet, il n'existe pas de valeur optimale universelle à tous les problèmes.

Les valeurs que doivent prendre ces paramètres sont également à choisir en fonction du problème étudié. Pour avoir une indication concernant les valeurs à donner, il est intéressant de suivre l'évolution des vitesses et des positions des particules au cours des itérations. Comme nous l'avons vu dans les parties précédentes, pour converger rapidement sans pour autant négliger un aspect du domaine, il peut être intéressant d'obtenir des vitesses qui décroissent au cours des itérations.

2.6 Brève introduction au *Machine Learning*

L'optimisation en mécanique des structures requiert donc souvent l'utilisation de modèles complexes pour déterminer la réponse du comportement de la structure à une sollicitation donnée. Lorsque les cas d'études sont complexes, comme en dynamique des structures, le calcul de la fonction objectif peut être très coûteux en temps de calcul. Des méthodes de *Machine Learning* peuvent être utilisées pour estimer la valeur de la fonction objectif.

2.6.1 Définition(s)

Il existe de nombreuses définitions différentes du *Machine learning*, mais toutes s'accordent sur le fait qu'il s'agit d'une branche de l'intelligence artificielle. Kevin P. Murphy, pionnier dans le développement de méthodes de *machine learning*, définit l'objectif du *machine learning* comme le développement de méthodes capables de détecter automatiquement des modèles dans un jeu de données, pour ensuite utiliser ces modèles pour la prédiction de nouvelles données.

On utilise le *machine learning* lorsque les modèles de prédictions sont complexes ou inconnus, autrement dit, lorsque l'ensemble des comportements possibles dû aux entrées possibles devient impossible à décrire et à programmer. Les méthodes de *machine learning* vont ainsi être capables d'ajuster, de simplifier et d'utiliser, de manière opérationnelle, un modèle conçu grâce aux données d'entrée. Dans l'idéal, cet apprentissage ne doit pas être supervisé. C'est-à-dire que les réponses aux données d'entraînement ne sont pas fournies au modèle. Les premières utilisations du *machine learning* ont principalement été appliquées à la reconnaissance d'images, ou de langages.

Toute fois, certaines méthodes de *machine learning* peuvent être utilisées dans le cadre de la recherche d'un minimum d'une fonction, et en particulier lorsque le calcul de la fonction objectif est particulièrement coûteux [104, 105].

2.6.2 Chronologie du *Machine Learning*

On peut assimiler le début du *machine learning* aux premiers concepts de machines pensantes datant de l'antiquité. Ce schéma de pensée ne se concrétise que dans la première moitié du

XXème siècle avec Alan Turing, mathématicien et cryptologue britannique. Il crée, en 1936, la machine de Turing, pouvant être considérée comme la première machine "intelligente". En 1950, il publie "*Computing Machinery and Intelligence*" [106] dans lequel il énonce les principes de l'apprentissage automatique avec notamment le test de Turing. Le test de Turing est une proposition de test d'intelligence artificielle qui consiste à confronter une machine et un humain dans un test verbal. Dans ce test, un humain fait office de juge. Ce juge pose des questions à l'humain et à la machine et écoute leurs réponses à l'aveugle. Si le juge n'est pas capable de différencier ses deux interlocuteurs, alors on considère que la machine a passé le test avec succès.

Une nouvelle ère naît avec l'avènement des ordinateurs par IBM, qui propose notamment l'ENIAC en 1946 : le premier ordinateur entièrement électronique reprogrammable Turing-complet⁶; puis en 1954, le premier ordinateur destiné au public est commercialisé sous le nom de IBM 704. En effet, c'est à cette époque que des informaticiens comme Arthur Samuel commencent à utiliser l'expression *Machine Learning*, notamment lorsque ce dernier crée un programme capable de jouer aux dames et de s'améliorer en jouant.

Un nouveau tournant est marqué par l'arrivée de l'ordinateur *Deep Blue*, développé par IBM, qui fut le premier programme informatique à battre le champion mondial d'échecs Garry Kasparov en 1997. Puis, une série de programmes a été créée pour tenter de battre des humains à des jeux. En 2011, l'ordinateur Watson gagne à Jeopardy, en réussissant à interpréter un langage naturel et à répondre aux questions posées. Puis en 2015 c'est l'entreprise Google qui réalise la prouesse de battre l'un des meilleurs joueurs du monde au jeu de Go (jeu de plateau considéré comme le plus complexe au monde) avec un algorithme.

Le test de Turing est quant à lui mis en oeuvre en 2014 avec le dialogueur Eugene Goostman. 64 ans après la prédiction d'Alan Turing, cet ordinateur est le premier à réussir à se faire passer pour un petit garçon ukrainien de 13 ans auprès de 33% des juges.

2.6.3 Les types d'apprentissage

Dans le domaine du Machine Learning, on peut classer les méthodes selon leur type d'apprentissage. L'apprentissage décrit la manière dont l'algorithme va interpréter un jeu de données pour construire son modèle et ainsi pouvoir prédire de futurs comportements à partir de nouvelles données. Parmi les différents types d'apprentissage, en voici quelques exemples :

- **Apprentissage supervisé.** Il se déroule en deux phases. La première est la phase d'apprentissage qui consiste à déterminer un modèle à partir de données étiquetées. En effet, dans ce type d'apprentissage, l'utilisateur de l'algorithme doit étiqueter des exemples et donne ainsi le modèle de classification des données. La seconde phase, dite "de test", consiste à prédire l'étiquette d'une nouvelle donnée en se basant sur le modèle précédemment appris [107].

6. Système formel pouvant être reprogrammé pour résoudre, en principe, tous les problèmes calculatoires

- **Apprentissage non-supervisé.** Dans ce cas, l'algorithme doit être capable de découvrir par lui-même la structure des données sans qu'aucun utilisateur ne le lui ait précisé. Il doit pouvoir identifier les similarités dans le jeu de données pour classer la base de données [108].
- **Apprentissage semi-supervisé.** Ici l'algorithme est face à un jeu de données dans lequel une partie seulement des données est étiquetée [109, 110].
- **Apprentissage partiellement supervisé :** cela est appliqué lorsque l'étiquetage des données est partiel, c'est-à-dire lorsqu'une donnée n'appartient pas à une classe précise mais peut appartenir à deux classes [111].
- **Apprentissage par renforcement.** A partir d'observations, l'algorithme est capable d'apprendre un comportement [107].
- **Apprentissage par transfert.** Il s'agit de la capacité d'un système à transférer des connaissances apprises de son passé (des tâches qu'il aurait déjà analysées et traitées) vers de nouvelles tâches. En d'autres termes, devant une situation nouvelle le système est capable d'analyser la situation et de reconnaître des similitudes avec des cas traités par le passé pour faire face à une nouvelle situation ressemblante [112].

En fonction du type de problème à étudier, une forme d'apprentissage sera à privilégier par rapport à une autre. En effet, les caractéristiques de la base de données étudiée, le nombre d'exemples, le type d'attributs les décrivant, le nombre de données manquantes, ou encore le bruit pouvant parasiter les valeurs des données, sont des éléments permettant à l'utilisateur d'orienter son choix vers l'une ou l'autre de ces méthodes d'apprentissage.

2.7 Conclusion du chapitre

Cette étude bibliographique met en exergue les différents moyens de dissiper une énergie cinétique et passe en revue les dispositifs déjà étudiés par le passé et actuellement en place sur le bord des routes pour absorber l'énergie cinétique d'un véhicule en cas d'accident. L'absorption de l'énergie cinétique dans le domaine de la sécurité routière est une préoccupation de tous les jours aux vues du nombre d'accidents ayant lieu chaque année. Diminuer la gravité des accidents de la route doit passer par une meilleure maîtrise de l'absorption de l'énergie cinétique lors du choc.

La revue de littérature présentée dans ce chapitre met en avant les performances d'absorption d'énergie des structures architecturées. Parmi ces structures architecturées, on retrouve notamment les structures en nid d'abeille hexagonal. Ces structures, déjà utilisées dans la sécurité routière, semblent particulièrement adaptées à ce cadre d'étude. D'autre part, les structures auxétiques ont montré de grandes capacités d'absorption notamment grâce à leur coefficient de Poisson négatif, qui permet une meilleure répartition des déformations dans la structure impactée, comme la Section 2.3 l'explique. Cependant, leurs performances sont sensibles à la vitesse d'impact, mais aussi à leur géométrie. Il paraît donc primordial de calibrer ces structures à chaque type d'impact.

Pour aider à la conception de ces structures, l'optimisation est un outil mathématique qui, couplé à un code de calcul éléments finis, peut mener à la conception de structures innovantes super-absorbantes répondant à la problématique posée par la Délégation à la Sécurité Routière. En effet, ces nouvelles structures répondront à la norme EN1317 [5, 6] actuellement en vigueur en France et en Europe. L'étude de la norme dans la Section 2.1 a donc permis d'établir le cahier des charges du dispositif de retenue qui sera proposé dans la suite de ces travaux. Les moyens de fabrication actuels, comme l'impression 3D, permettent désormais d'envisager des formes complexes de structures. Dans la suite des travaux, ces structures seront modélisées pour pouvoir être optimisées, à l'aide d'algorithmes d'optimisation intelligents, à l'instar des méta-heuristiques qui ont été présentées dans la Section 2.5.

De plus, l'étude bibliographique s'est intéressée aux méthodes de *Machine Learning* qui peuvent, entre autre, apporter une solution alternative aux calculs par éléments finis dans la détermination de la valeur de la fonction objectif. De manière générale, ces méthodes permettent d'estimer la réponse d'un modèle à partir de données d'entrées en s'épargnant de la résolution du système reliant les données d'entrées à la réponse du système. Les verrous liés à la détermination des paramètres des algorithmes PSO et I-PR-PSO relevés dans l'étude bibliographique, couplés aux méthodes de *Machine Learning*, ont permis de construire un méta-modèle déterminant le meilleur jeu de paramètres des algorithmes d'optimisation méta-heuristiques, adapté particulièrement à chaque problème d'optimisation à résoudre, qui sera présenté dans le Chapitre 5.

Structure en nid d'abeille hexagonal ré-entrant pour absorber l'énergie d'un choc

3.1 Introduction

Les structures architecturées ont montré, par le passé, des propriétés mécaniques supérieures à celles de matériaux monolithiques conventionnels, telles que leur grande rigidité par rapport à leur masse ou à leur capacité d'absorption d'énergie [53]. Comme présenté précédemment dans les Sections 2.1.5 et 2.3, les structures en nids d'abeille métalliques sont largement utilisées dans de nombreux domaines comme celui des transports et de la sécurité [53, 74]. D'autre part, depuis que les structures auxétiques sont connues, elles ont montré des performances intéressantes lorsqu'elles jouent un rôle de protection grâce à leur capacité à absorber l'énergie cinétique [41, 72, 74, 113]. Elles sont nommées structures auxétiques ré-entrantes car elles présentent un coefficient de Poisson apparent négatif. La Fig. 3.1 est une représentation de structures en nid d'abeille (a) hexagonal conventionnel (HC) et (b) hexagonal ré-entrant (HR). Ces structures peuvent être décrites par les paramètres géométriques, l , h et θ et t . h et l correspondent respectivement aux longueurs horizontale et oblique des arêtes de la cellule. θ désigne l'angle entre ces deux arêtes et t correspond à l'épaisseur des murs de la cellule, en d'autres termes à l'épaisseur de matière qui constitue la cellule.

Des études analytiques [114, 115], expérimentales [113, 116-118] et numériques [119, 120] ont permis d'évaluer leurs comportements mécaniques. L'une des structures particulièrement performantes dans l'absorption de choc est le nid d'abeille hexagonal ré-entrant (HR). Ce type de structure présente théoriquement une courbe de contrainte-déformation meilleure que celle des nids d'abeille conventionnels en terme d'absorption d'énergie [121].

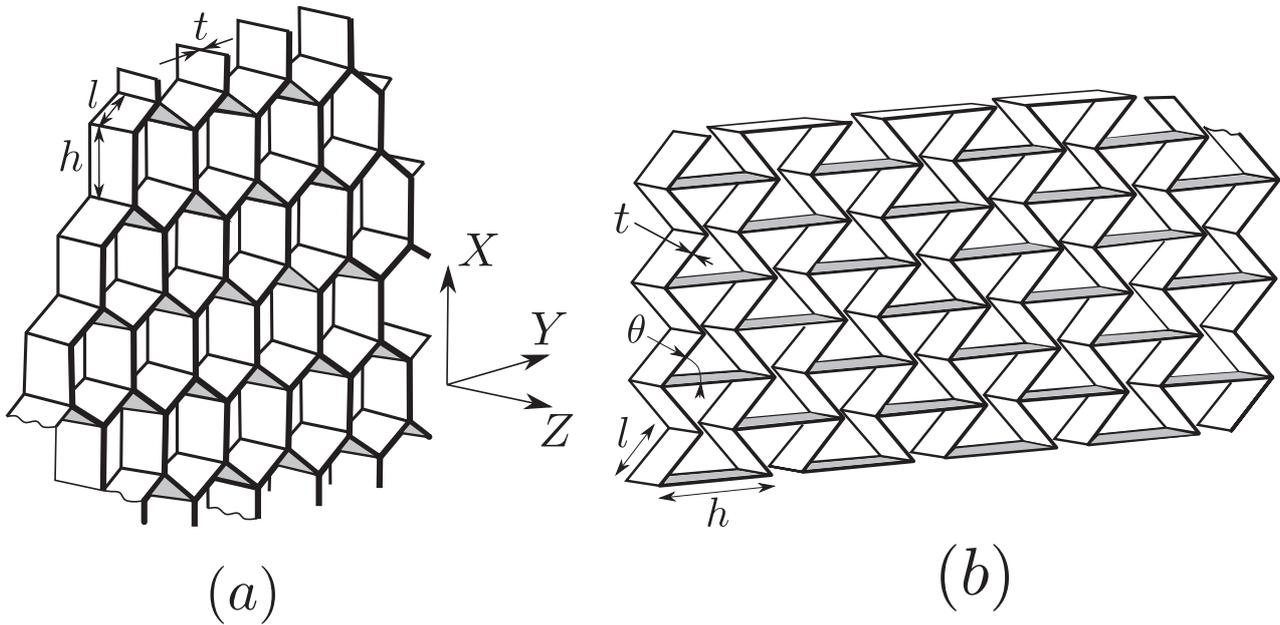


FIGURE 3.1 – Structures en nid d’abeille (a) hexagonal conventionnel (HC) et (b) hexagonal ré-entrant (HR)

Dans des conditions de chargement quasi-statique, de nombreuses études numériques ont été menées pour déterminer les constantes d’élasticité apparentes [122], et pour étudier les dépendances entre le coefficient de Poisson apparent de la structure et le comportement du matériau constitutif [118, 123, 124]. Une approche théorique a été développée pour prédire le coefficient de Poisson négatif des nids d’abeille auxétiques. Basée sur un modèle en grandes déformations, elle se limite à des vitesses de déformations très faibles (de l’ordre de 10^{-8} à $10^{-2}s^{-1}$) [4].

Si le comportement élastique dans des conditions de chargement quasi-statique a fait l’objet de nombreuses études, le comportement dynamique est moins connu. Hou *et al.* [121] et Hu *et al.* [125] ont travaillé sur la réponse dynamique des nids d’abeille auxétiques soumis à de très hautes vitesses d’impact. Dans leurs travaux, l’efficacité d’absorption d’énergie est calculée à l’aide de la théorie de propagation d’ondes. Les vitesses étudiées sont supérieures à $100m/s$ et ne correspondent donc pas aux limitations de vitesse automobiles qui sont souvent de $30m/s$ en France [5].

3.2 Étude quasi-statique

Pour comprendre les raisons pour lesquelles les structures HR ont une capacité d'absorption d'énergie supérieure aux structures en nid d'abeille conventionnel dans des conditions de compression quasi-statique, il est intéressant d'étudier la courbe de contrainte-déformation de ces structures lors d'un essai de compression. En effet, comme le rappellent Gibson et Ashby dans [4], la capacité d'absorption des structures cellulaires est directement liée à l'aire sous la courbe de contrainte-déformation du matériau constitutif de ces structures lors d'un essai de compression. L'allure de cette courbe est fortement dépendante de la vitesse de déformation [4], qui donc être prise en compte dans les essais.

Dans un premier temps, il nous semble donc intéressant de réaliser une première étude sous des conditions de chargement quasi-statique, pour prédire la valeur de la contrainte considérée comme homogène à l'échelle de la structure architecturée. Cette prédiction de la valeur de contrainte correspond à la valeur du plateau qui est atteinte sur une courbe classique de contrainte-déformation de compression plastique d'une cellule hexagonale [4]. La courbe de contrainte-déformation des nids d'abeille soumis à un effort de compression est illustrée dans la Fig. 3.2 où σ_{pl}^* est le plateau de la contrainte plastique, ϵ_D est le point de densification et E^* est le module de Young effectif du nid d'abeille. La contrainte augmente linéairement jusqu'à atteindre ce plateau de compression. Cette phase linéaire correspond à la zone d'élasticité linéaire du matériau. La fin du plateau est marquée par la densification de la structure cellulaire qui n'est plus capable d'absorber de l'énergie en se déformant puisqu'elle a atteint son niveau d'écrasement maximal.

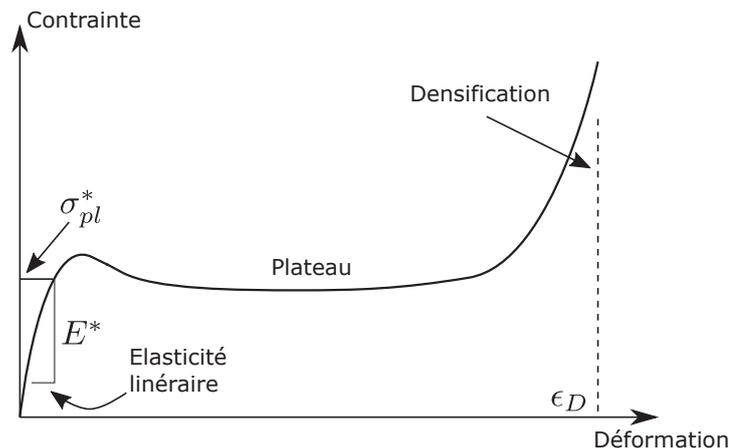


FIGURE 3.2 – Courbe typique de contrainte-déformation lors de la compression d'un nid d'abeille jusqu'à densification de la structure, issue des travaux de Gibson et Ashby [4]

L'hypothèse faite par Gibson et Ashby nous permet de considérer le matériau constitutif des cellules du nid d'abeille comme élastique parfaitement plastique. De ce fait, lorsque le moment fléchissant des murs des cellules atteint le moment totalement plastique, une déformation plastique apparaît [4]. Cela provoque, sur la courbe contrainte-déformation, un plateau de la contrainte de compression établi à la valeur de (σ_{pl}^*) qui correspond à la contrainte d'effondrement plastique¹. Gibson et Ashby ont étudié une forme analytique de ce plateau de compression pour des nids d'abeille conventionnels [4] dans les deux directions de compression X et Y (Fig. 3.1).

Ainsi, ils montrent que $(\sigma_{pl}^*)_X$ et $(\sigma_{pl}^*)_Y$, définis dans les Eqs. (3.1) et (3.2), s'expriment en fonction de la limite d'élasticité du matériau constitutif σ_{ys} , et des paramètres géométriques l , h , t et θ de la cellule hexagonale conventionnelle (Fig. 3.1).

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_X}{\sigma_{ys}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{2(h/l + \sin\theta)\sin\theta} \quad (3.1)$$

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_Y}{\sigma_{ys}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{2\cos^2\theta} \quad (3.2)$$

Il est intéressant, dans le but de concevoir des structures dédiées à l'absorption d'énergie cinétique, de développer la forme analytique du plateau de la contrainte plastique pour des cellules HR dans les deux directions d'impact du plan, avec une approche similaire à celle de Gibson et Ashby.

3.2.1 Première direction de chargement

Dans un premier temps, considérons un chargement de compression quasi-statique σ_1 dans la direction X comme l'illustre la Fig. 3.3(a). Une force P est appliquée sur le dessus de la cellule HR sur une surface $S = hb$ où b est la profondeur de la structure. Les structures en nid d'abeille subissent une déformation plastique lorsque le moment fléchissant dans les parois de la cellule atteint le moment total plastique [4]. On modélise la cellule HR par les poutres AB, BC et CD, et quatre rotules plastiques A, B, C et D et constituent une demi-cellule HR telle que présentée dans la Fig. 3.3(a). Dans la théorie des rotules plastiques, on considère chaque poutre comme un tronçon rigide articulé avec les autres poutres au droit des sections pleinement plastifiées. Les hypothèses de travail qui découlent de cette théorie sont les suivantes : (i) la poutre reste rigide tant que le moment dans la section est inférieur au moment total plastique, (ii) la rotule plastique ne peut tourner que si le moment total plastique est atteint et (iii) en dehors des rotules, les éléments sont considérés élastiques, avec une courbure négligeable devant celle naissant dans la rotule plastique. Ainsi, la poutre AB est représentée sur la Fig. 3.3(b), et est articulée en A et B par deux rotules plastiques.

1. Appelée *plastic collapse stress* dans la littérature anglophone

La force $P_1 = \frac{1}{2}\sigma_1 hb$ est la fore appliquée sur le dessus d'une demi-cellule. Le travail de cette force P_1 sur une poutre (identifiée par l'acronyme 1B, comme *1 beam*) articulée par deux rotules plastiques d'angle ϕ (identifiées par l'acronyme 2R comme *2 rotations*) est donné par la relation suivante Eq. (3.3).

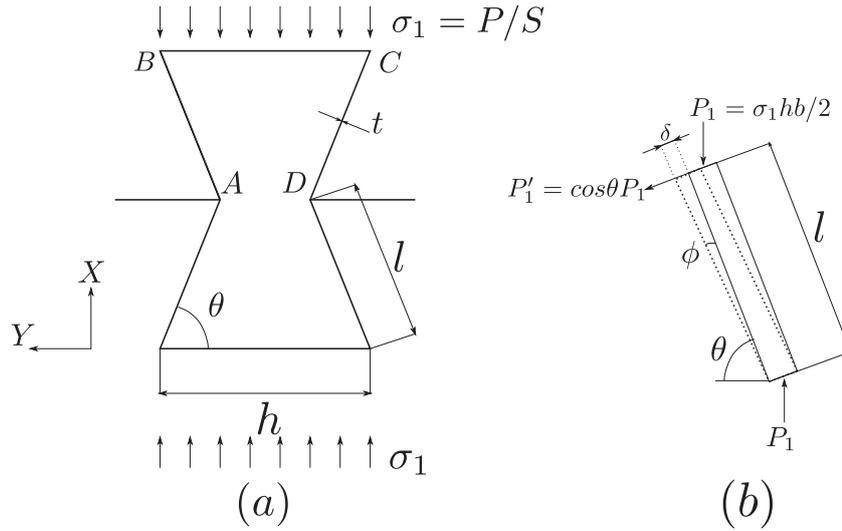


FIGURE 3.3 – Déformation d'une cellule par affaiblissement plastique : (a) nid d'abeille non déformé et (b) la force et sa projection pour un chargement dans la direction X sur une poutre articulée par deux rotules plastiques

$$W_{2R}^{1B} = P'_1 \delta = \frac{1}{2}hb\sigma_1 l \phi \cos\theta \quad (3.3)$$

où $P'_1 = \cos\theta P_1$ et δ est le déplacement induit par P'_1 . Le moment total plastique d'une poutre en flexion avec une section rectangulaire est donné par :

$$M^p = \frac{1}{4}\sigma_{ys}bt^2 \quad (3.4)$$

σ_{ys} est la limite d'élasticité sur la courbe contrainte-déformation du matériau constitutif de la cellule. A l'échelle de la cellule, le travail de quatre rotules plastiques est :

$$W_{4R} = 4\phi M^p = \phi\sigma_{ys}bt^2 \quad (3.5)$$

Une limite supérieure du plateau de la contrainte plastique est alors atteint lorsque $\sigma_1 = (\sigma_{pl}^*)_X$, et quand le travail de deux poutres avec deux rotules plastiques chacune ($2W_{2R}^{1B}$) est égal à W_{4R} .

$(\sigma_{pl}^*)_X$ est la contrainte d'effondrement plastique dans la direction X . En utilisant les équations Eqs. (3.3) et (3.5) il vient :

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_X}{\sigma_{ys}} = \frac{(t/l)^2}{\cos\theta h/l} \quad (3.6)$$

Une limite inférieure est donnée lorsque le moment maximum M_{max}^p dans une poutre (1B) est égal au moment total plastique de la poutre avec une rotule (1R) plastique $M_{1R}^{1B} = \frac{1}{2}M_{2R}^{1B} = \frac{1}{2}P_1'l$ quand $\sigma_1 = (\sigma_{pl}^*)_X$. Ainsi,

$$M_{1R}^{1B} = \frac{1}{4}\sigma_{ys}bt^2 \quad (3.7)$$

d'où il vient

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_X}{\sigma_{ys}} = \frac{(t/l)^2}{\cos\theta h/l} \quad (3.8)$$

Les limites inférieure et supérieure sont identiques, et définissent alors la solution exacte de la contrainte d'effondrement plastique du nid d'abeille HR sous un chargement de compression quasi-statique $(\sigma_0)_X = (\sigma_{pl}^*)_X$.

3.2.2 Deuxième direction de chargement

Considérons désormais un chargement quasi-statique σ_2 dans la direction Y comme le montre la Fig. 3.4.

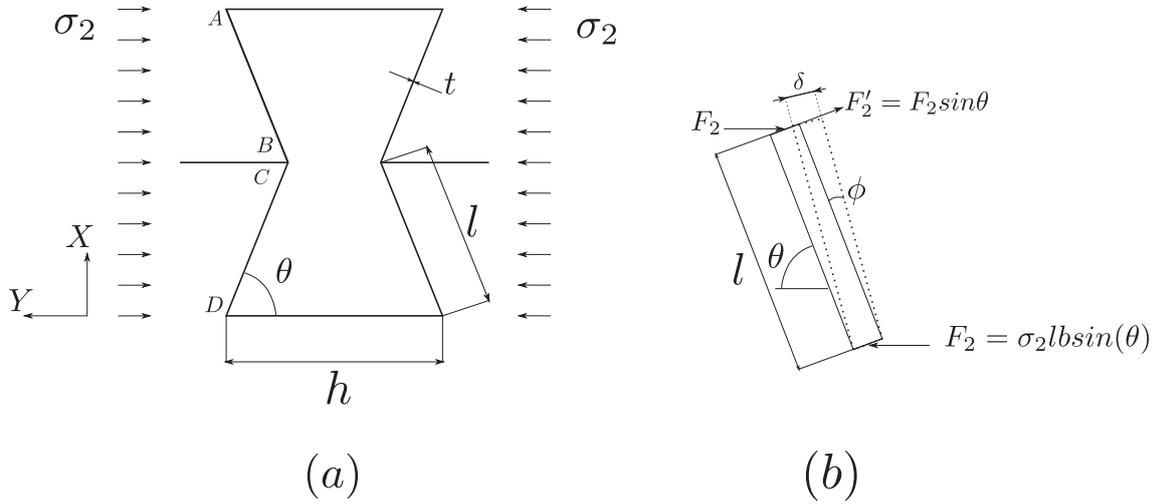


FIGURE 3.4 – Déformation d'une cellule par affaiblissement plastique : (a) nid d'abeille non déformé et (b) la force et sa projection pour un chargement dans la direction Y sur une poutre articulée par deux rotules plastiques

L'affaiblissement plastique dans la direction Y est traité de la même manière que dans la direction X . Une limite supérieure est atteinte lorsque le travail plastique réalisé par quatre rotules plastiques W_{4R} est égal au travail induit par la contrainte σ_2 , sur les deux poutres AB et CD avec deux rotules plastiques chacune $2W_{2R}^{1B}$. Dans la direction Y , F est la force appliquée sur le côté de la cellule et $F_2 = \frac{1}{2}F$ sur un demi-côté. W_{2R}^{1B} peut être écrit comme :

$$W_{2R}^{1B} = F'_2 \delta = F'_2 l \phi \quad (3.9)$$

où $F'_2 = F_2 \sin \theta = b \sin^2 \theta \sigma_2$ et δ est le déplacement induit par F'_2 (Fig. 3.4). En égalant les Eqs. (3.5) et (3.9) quand σ_2 atteint la contrainte d'effondrement plastique $(\sigma_{pl}^*)_Y$ dans la direction Y il vient :

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_Y}{\sigma_{ys}} = \frac{(t/l)^2}{2 \sin^2 \theta} \quad (3.10)$$

D'autre part, une limite inférieure est donnée lorsque le moment maximum dans la poutre $M_{1R}^{1B} = \frac{1}{2} M_{2R}^{1B} = \frac{1}{2} F'_2 l = \frac{1}{2} l^2 \sin^2 \theta b (\sigma_{pl}^*)_Y$ est égal au moment total plastique (Eq. (3.7)), cela conduit à :

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_Y}{\sigma_{ys}} = \frac{(t/l)^2}{2 \sin^2 \theta} \quad (3.11)$$

Comme dans la direction X , les deux résultats sont identiques et correspondent alors à la solution exacte $(\sigma_0)_Y = (\sigma_{pl}^*)_Y$ pour un nid d'abeille hexagonal ré-entrant.

3.2.3 Validation

On propose ici de comparer les résultats obtenus par la formule analytique du calcul du plateau de la contrainte de compression d'un nid d'abeille HR (définie Eq. (3.8)) avec les résultats expérimentaux et numériques obtenus par Dong *et al.* [118]. Les géométries testées par Dong *et al.* sont des nids d'abeille hexagonaux ré-entrants dont les variables géométriques et propriétés du matériau sont décrites dans Tab. 3.1.

Géométrie	σ_{ys} (MPa)	t (mm)	l (mm)	h (mm)	θ (°)
N°1	330	1	5.66	12	45
N°2	330	0.3	5.66	12	45

TABLEAU 3.1 – Paramètres géométriques des cellules HR, issus des travaux de Dong *et al.* [118]

L'étude expérimentale de [118] est un essai de compression quasi-statique d'une structure en nid d'abeille en aluminium, fabriquée par fabrication additive SLM, dont la limite d'élasticité est donnée dans le Tableau 3.1. La valeur expérimentale du plateau de contrainte est relevée et comparée à la valeur de la contrainte numérique obtenue par éléments finis. D'autre part, les valeurs de paramètres géométriques des spécimens de Dong *et al.* sont appliquées à l'Eq. (3.8) pour calculer la valeur analytique du plateau de compression. Les valeurs expérimentales, numériques et analytiques sont comparées dans le Tab. 3.2. L'erreur relative $r_{e,\bullet}$ entre la valeur analytique $\bullet_{analytique}$ et expérimentale \bullet_{expe} est calculée telle que :

$$r_{e,\bullet} = \frac{\bullet_{expe} - \bullet_{analytique}}{\bullet_{expe}} \times 100 \quad (3.12)$$

Pour la configuration géométrique N°1, précédemment présentée dans le Tab. 3.1, l'erreur relative entre les valeurs expérimentale et analytique est de 6% tandis que celle calculée entre la valeur analytique et numérique est de 4.3%. En revanche, dans la configuration N°2, c'est-à-dire lorsque l'épaisseur des murs des cellules est faible, les valeurs analytiques calculées avec l'Eq. (3.8) ne correspondent pas aux résultats numériques et expérimentaux de Dong *et al.* En effet, lorsque l'épaisseur t vaut $0.3mm$, la section de la poutre (section constituant le mur des cellules HR) est très petite devant l et h . En effet, les ratios h/t et l/t sont supérieurs à 15 lorsque $t = 0.3mm$, on peut donc considérer que la théorie des plaques minces serait préférable à celle des poutres. Cela peut donc expliquer les erreurs importantes entre les valeurs expérimentales et analytiques présentées dans le Tab. 3.2 concernant la configuration N°2.

	Géométrie	Expérimental [118]	Numérique [118]	Analytique
Contrainte (MPa)	N°1	6.59	6.48	6.87
Erreur relative (%)		6.0	4.3	-
Contrainte (MPa)	N°2	0.28	0.29	0.62
Erreur relative (%)		121	113	-

TABLEAU 3.2 – Comparaison des valeurs du plateau de la contrainte de compression quasi-statique dans la direction X obtenues analytiquement et celles issues des travaux de Dong *et al.* [118]

La forme analytique du plateau de contrainte dans la direction X est donc validée par rapport aux travaux de Dong *et al.* [118] dans des conditions de compression quasi-statique et lorsque les hypothèses de la théorie des poutres est respectée.

Bien qu'il soit intéressant de connaître la forme de la courbe contrainte-déformation dans le cas de l'absorption d'énergie en dynamique, Gibson et Ashby [4] mettent en garde sur l'influence du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ sur la forme de cette courbe et la valeur du plateau. Par exemple, pour une structure cellulaire de 100mm de hauteur qui doit absorber la chute d'une pierre de 1m de haut (vitesse de chute correspondant à $4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ environ), le taux de déformation associé est de 40s^{-1} . Cet ordre de grandeur de vitesses de déformation est considéré comme étant "intermédiaire" par Gibson et Ashby (ne correspondant donc ni à un cas de chargement quasi-statique, ni à un cas de chargement en dynamique rapide). Dans le cadre de cette thèse, et dans le but de développer de nouveaux absorbeurs de choc pour la sécurité routière, il est donc nécessaire de développer un modèle permettant de prédire la capacité d'absorption des structures HR à des vitesses de l'ordre de $50\text{km}/\text{h}$ (soit $14\text{m}/\text{s}$). Pour réaliser cela, une étude expérimentale dans des conditions réelles de choc a permis de valider un modèle numérique pour réaliser l'optimisation de telles structures. La Section 3.3 présente le protocole expérimental mis en place pour permettre la validation du modèle numérique présenté dans la Section 3.4.1.

3.3 Étude expérimentale d'un nid d'abeille HR soumis à un choc

La plupart des réseaux routiers sont bordés de dispositifs de retenue, comme présenté dans la Section 2.1.5. Ces systèmes absorbent l'énergie cinétique principalement par déformation plastique. Le volume de ces absorbeurs varie en fonction des limitations de vitesse des lieux où ils sont installés. Sur une route limitée à 130km/h , le dispositif le plus compact du marché a un volume de 11.89m^3 [126] tandis que sur une route limitée à 50km/h on retrouve des absorbeurs de choc d'un volume de 1.06m^3 [21]. Le plus souvent, ces dispositifs sont constitués de structures en nid d'abeille conventionnel qui absorbent l'énergie cinétique essentiellement par déformation plastique. La déformation d'un nid d'abeille hexagonal ré-entrant dans le plan est ici examinée, lorsque celle-ci est soumise à des vitesses d'impact correspondant à celles des accidents de voitures. Le but de cette étude est d'améliorer les dispositifs déjà existants. On se propose donc, dans cette partie, de construire et valider un modèle numérique d'absorbeur de choc composé de nid d'abeille HR d'un volume similaire aux absorbeurs de chocs actuels. Pour cela, une étude expérimentale est menée sur la piste d'essai du LBMC (Section 3.3.1). Un pré-modèle numérique a permis de dimensionner le prototype de nid d'abeille HR fabriqué pour résister au choc de l'essai. En effet, avec la possibilité de lancer un impacteur rigide à 50km/h sur une structure absorbante, il fallait s'assurer que l'absorbeur de choc soit capable d'absorber l'énergie cinétique de l'impacteur sans dégrader le matériel expérimental. Ce pré-modèle numérique sera ensuite amélioré avant d'être présenté et validé dans la Section 3.4.1. La Fig. 3.5 présente graphiquement la démarche adoptée dans cette étude.

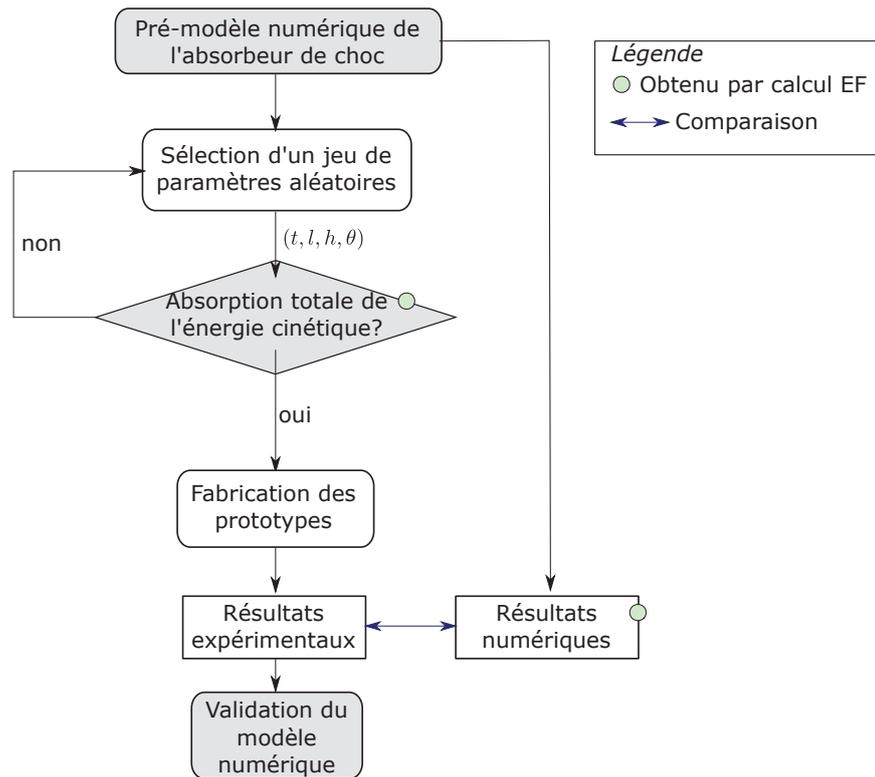


FIGURE 3.5 – Diagramme de la démarche de validation du modèle EF d'un nid d'abeille HR par une campagne expérimentale

3.3.1 Matériel expérimental

Dans le but d'étudier le comportement mécanique d'un nid d'abeille hexagonal ré-entrant dans des conditions d'impact, une étude expérimentale a été menée sur la piste d'essais du LBMC [127]. Le dispositif est constitué d'une piste qui propulse un véhicule sur un prototype d'absorbeur de choc composé d'un nid d'abeille hexagonal ré-entrant. Ce prototype est fixé sur un mur rigide en béton armé, comme le montre la Fig. 3.6. Sur cette même figure, on observe le véhicule expérimental qui sert au choc. Il s'agit d'un véhicule, pouvant être considéré comme étant rigide, à quatre roues, d'une masse m de 690kg . Un rail de propulsion permet de lancer le véhicule d'essai à une vitesse v donnée de 14m/s . Le véhicule est ensuite libéré du rail de propulsion 7m avant le mur de béton, ainsi il n'est guidé ni pendant, ni après le choc avec l'absorbeur. La vitesse de 14m/s correspond à l'une des limitations de vitesse donnée par la norme EN1317-3, de 50km/h [6] et est choisie comme vitesse d'étude dans la suite de ces travaux. Les dimensions du véhicule expérimental sont données en Annexe C.

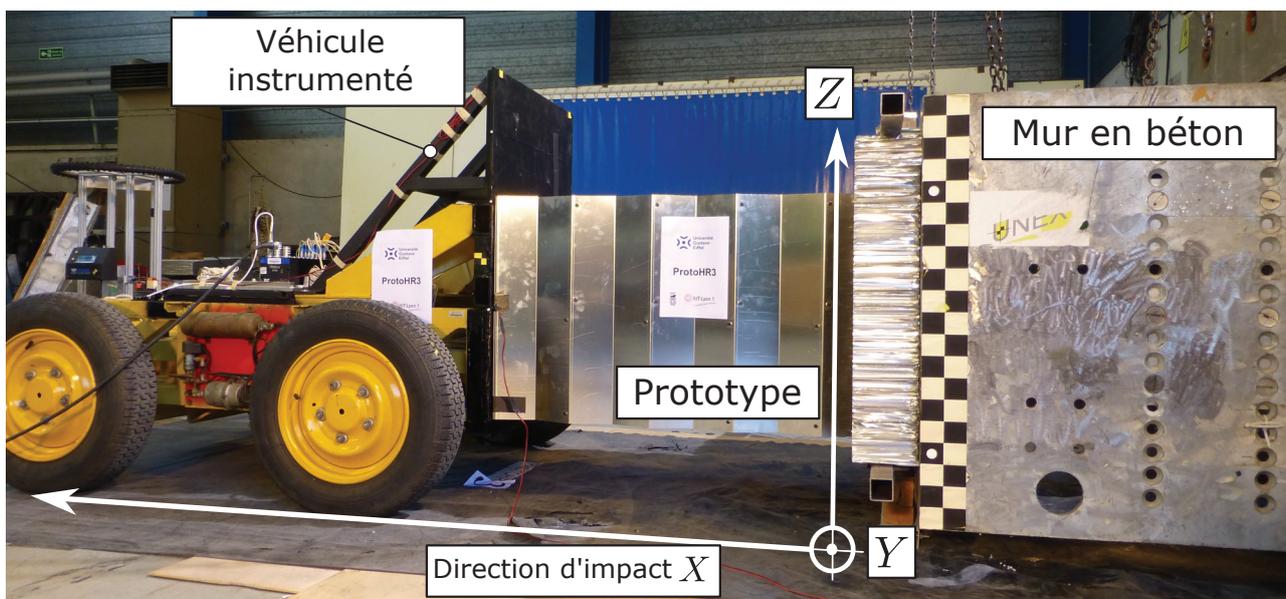


FIGURE 3.6 – Dispositif de crash test du LBMC et prototype d'absorbeur de choc

Afin de quantifier la violence du choc en terme de décélération, le véhicule d'essai est instrumenté d'accéléromètres avant et arrière enregistrant les accélérations du véhicule dans les directions X , Y et Z (Fig. 3.6). Les signaux d'accélération sont filtrés par un filtre passe-bas de type Butterworth 4 pôles dont la fréquence de coupure est de 180Hz (BW 4p 180Hz) conformément aux réglementations en vigueur ISO6487 et EN1317-1 [5, 128]. En appliquant ce filtre aux signaux de décélération enregistrés, les bruits résiduels dûs au choc sont retirés des courbes de décélérations enregistrées. Le capteur avant est capable de mesurer des accélérations al-

lant jusqu'à $500g$ avec g l'accélération de pesanteur, tandis que le capteur arrière a une capacité de mesure de $100g$. L'intervalle d'échantillonnage des données est de $10^{-5}s^{-1}$ pour l'ensemble des capteurs d'accélération. Le signal brut de la décélération en X mesurée sur le véhicule expérimental est donné en Annexe D.

Au delà du suivi de la décélération de l'impacteur, il semble intéressant de quantifier et de mesurer les déplacements de l'impacteur et des prototypes testés. Pour cela, trois caméras hautes vitesses sont installées de manière à filmer différents plans, comme décrit dans le Tab. 3.3, et donnant leur résolution respective. L'intervalle d'échantillonnage est de 3000 images/s pour toutes les caméras. Elles sont connectées à un *trigger* qui identifie le début du contact entre le véhicule et l'absorbeur de choc. Cela permet d'enregistrer 500 images sur chaque caméra avant le début du contact. L'installation de trois mires sur le véhicule est indispensable pour suivre automatiquement son déplacement avec le logiciel Tracker 5.1.3². Deux de ces mires sont situées dans le plan (X,Y) des caméras, tandis que la dernière mire est dans le plan (Y,Z) . Le placement stratégique de ces mires permet notamment de vérifier l'alignement de l'impacteur par rapport au prototype lors du choc.

Caméra	Résolution (pixels)	Plan
1	1024x576	(X, Y)
2	768x768	(X, Y)
3	1024x576	(X, Z)

TABLEAU 3.3 – Configuration des caméras

3.3.2 Configuration géométrique

La configuration géométrique des cellules adoptée dans cette étude du nid d'abeille HR peut être décrite à l'aide de quatre paramètres t, l, h et θ comme le montre la Fig. 3.11 (voir page 68). En dupliquant la cellule unitaire dans les directions X et Y , on obtient la structure complète constituée de n et m cellules dans les directions X and Y respectivement. Les dimensions totales de la structure sont appelées L_X, L_Y et L_Z dans les directions X, Y et Z .

Les dimensions du prototype et des cellules HR qui le constituent sont sélectionnées parmi un jeu de paramètres menant à la conception d'un absorbeur de choc qui permet de préserver l'intégrité du véhicule pendant l'essai, mais ne constituent pas un optimal. Les valeurs des dimensions du prototype sont données dans le Tab. 3.4.

L_X (mm)	L_Y (mm)	L_Z (mm)	t (mm)	l (mm)	h (mm)	θ (°)
1240	810	690	2	130	90	73

TABLEAU 3.4 – Données géométriques des prototypes de nid d'abeille HR

2. <https://physlets.org/tracker/>

3.3.3 Matériau et fabrication des prototypes en nid d'abeille HR

Le matériau constitutif utilisé pour fabriquer les prototypes est un aluminium AW5754H111 certifié (EN 485-2) présentant un comportement linéaire isotrope décrit dans le Tab. 3.5. Le module de Young E , la limite d'élasticité $R_{p0,2}$, la contrainte ingénieure à la rupture R_m et l'allongement à la rupture $A\%$ sont les données matériau issues de la certification de l'aluminium.

Désignation	E (MPa)	$R_{p0,2}$ (MPa)	R_m (MPa)	$A\%$
AW5754H111	69000	118	211	26.5

TABLEAU 3.5 – Propriétés mécaniques de l'aluminium AW5754H111 utilisé pour la fabrication des prototypes

Les prototypes sont composés de deux ensembles de pièces. Le premier, appelé *wavy sheet*, est une tôle pliée mesurant L_X et L_Z dans les directions X et Z respectivement. Ces *wavy sheets* ont été pliées à la presse métallique avec un V V16mm (voir Fig. 3.8). Le second élément est un *joint* (voir partie bleue de la Fig. 3.8) et permet l'assemblage des *wavy sheets* entre elles. Le prototype complet est composé de 16 *wavy sheets* et 67 *joints*. L'assemblage est réalisé par boulonnage, avec 8 boulons par *joint*. Chaque boulon est composé d'une vis M6x16 ISO4017 de classe 10.9, un écrou M6 (DIN934) de classe 10 et de deux rondelles de type normal (DIN125-1A) 140HV en acier inoxydable. Les écrous sont serrés avec un couple de 11N.m. Sur la face avant du prototype, trois tôles d'aluminium sont rivetées afin d'éviter l'expansion des premières rangées de cellules dans la direction Y , présentées sur la Fig. 3.7.

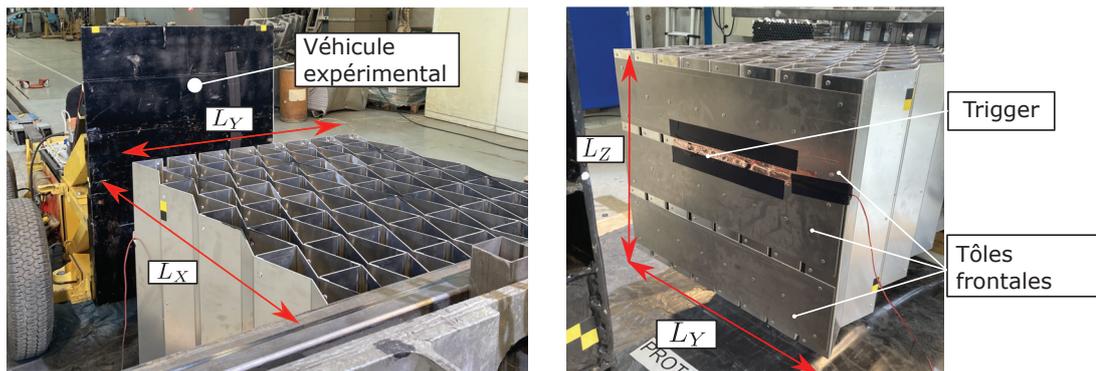


FIGURE 3.7 – Vue globale du prototype HR

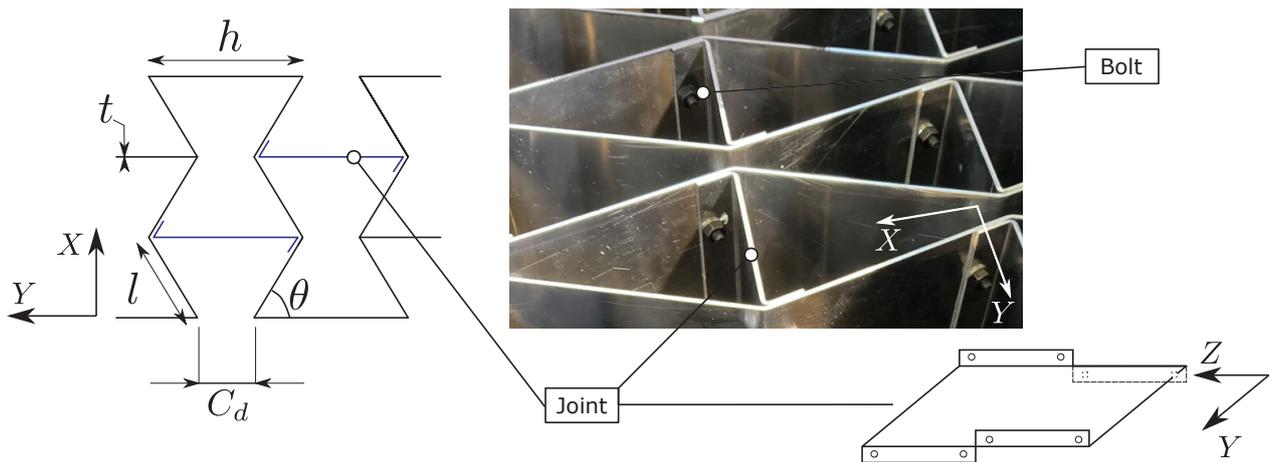


FIGURE 3.8 – Zoom avant sur une cellule HR unitaire et sur un *joint* du prototype

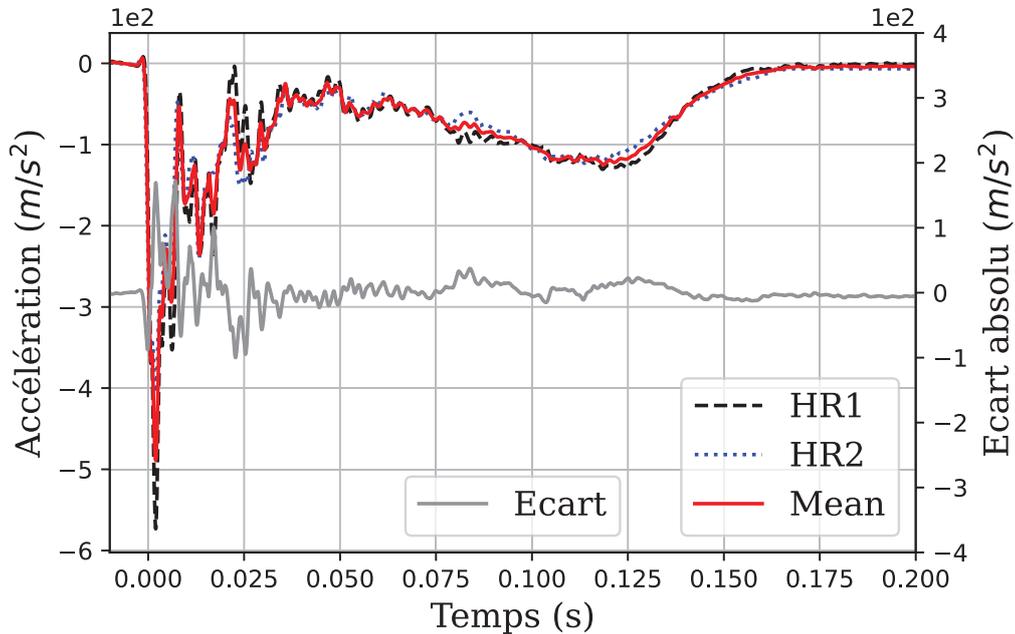


FIGURE 3.9 – Comparaison des accélérations mesurées sur l’impacteur lors des deux essais sur les prototypes HR1 (en noir) et HR2 (en bleu) et l’accélération moyenne (en rouge) ainsi que l’erreur absolue entre les accélérations HR1 et HR2 en gris

3.3.4 Résultats expérimentaux

Deux prototypes expérimentaux d’absorbeur de choc ont été fabriqués et testés. Nommés HR1 et HR2, ils sont identiques et permettent de s’assurer de la reproductibilité de l’expérimentation. Les accélérations du véhicule et son déplacement lors de ces deux essais sont présentés et comparés dans les Figs. 3.9 et 3.10. On constate sur ces figures que les deux essais donnent des résultats quasi identiques. En effet, les écarts absolus $e_{abs,t}$ à chaque instant t entre les deux essais, définis tels que $e_{abs,t} = (\bullet_{HR1,t} - \bullet_{HR2,t})$ sont respectivement tracés sur les Figs. 3.9 et 3.10 pour l’accélération et le déplacement, avec $\bullet_{HR1,t}$ et $\bullet_{HR2,t}$ les valeurs (accélération ou déplacement) mesurées à l’instant t pour les essais HR1 et HR2 respectivement. Les écarts absolus $e_{abs,t}$ sont donnés sur une échelle différente (de déplacement et d’accélération) que celle de signaux correspondants à HR1 et HR2 pour des raisons de lisibilité compte tenu des faibles écarts calculés. En effet, pour l’accélération, l’écart maximal mesuré est de $172m/s^2$ et l’écart moyen est de $8.7m/s^2$ (soit 1.4% d’écart moyen par rapport à l’accélération maximale). Pour le déplacement, l’écart maximal relevé est de $0.05mm$ avec un écart moyen de $0.025mm$ soit moins de 1% par rapport au déplacement maximal de $718mm$. Les coefficients de corrélation de Pearson [129] entre les deux essais sont de 0.99 pour le déplacement et de 0.96 pour l’accélération. Ainsi, les valeurs obtenues et moyennées sur les deux essais HR1 et HR2 des accélérations et déplacements sont utilisées dans les sections suivantes.

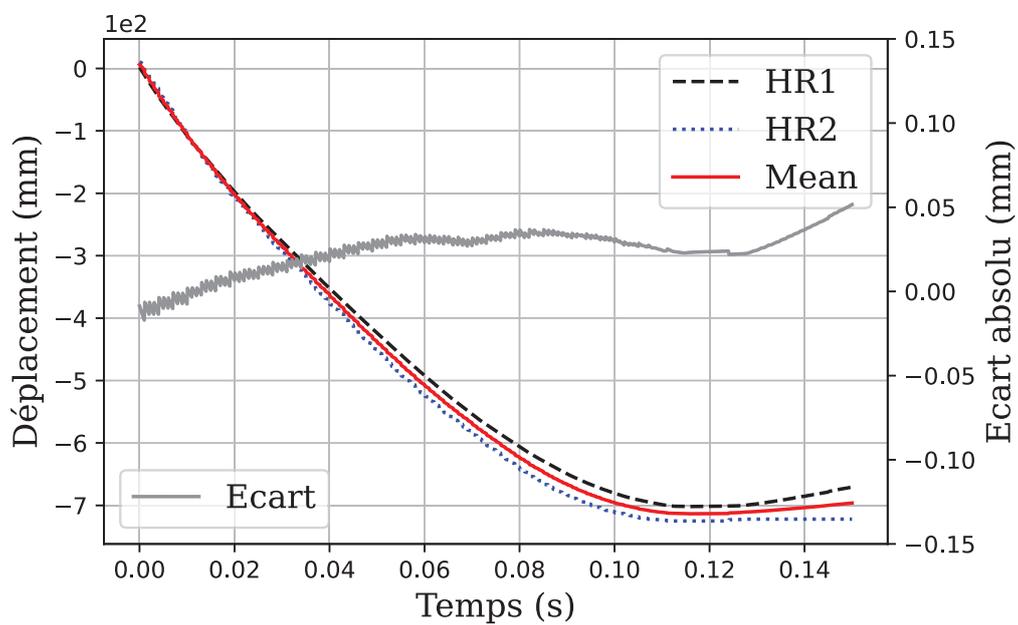


FIGURE 3.10 – Comparaison des déplacements de l'impacteur mesurés lors des deux essais sur les prototypes HR1 (en noir) et HR2 (en bleu) et le déplacement moyen (en rouge) ainsi que l'erreur absolue entre les déplacements HR1 et HR2 en gris

3.4 Étude numérique dynamique d'un nid d'abeille HR

L'introduction de la Section 3.3.1 faisait référence à un modèle éléments finis d'un nid d'abeille HR à travers la Fig. 3.5 présentant la démarche générale de validation d'un modèle numérique. Cette étape de validation consiste à confronter les résultats numériques et expérimentaux dans le but de vérifier leur bonne concordance. En effet, si les résultats obtenus sont similaires, on considère que le modèle construit numériquement est une bonne représentation de ce qui se passe en réalité. Ainsi, le modèle numérique peut être utilisé comme un outil de prédiction du comportement mécanique d'une structure en nid d'abeille hexagonal lorsque celle-ci est soumise à un choc de véhicule. Cette Section détaille, dans un premier temps (Section 3.4.1), la construction du modèle EF avant de présenter en détails l'étape de validation dans la Section 3.4.2.

3.4.1 Modèle éléments finis du nid d'abeille HR

Le modèle numérique de compression dynamique d'une structure en nid d'abeille HR est calculé avec le solveur explicite de LS-DYNA. Pour valider ce modèle, un véhicule rigide de masse $m = 690kg$ est modélisé par une plaque rigide de masse équivalente, et dont la vitesse initiale est fixée à $v = 13.89m/s$, comme illustré dans la Fig. 3.11. Cette vitesse correspond à la vitesse mesurée lors de l'étude expérimentale présentée précédemment dans la Section 3.3.

Le choc frontal de l'impacteur sur la structure en nid d'abeille a lieu dans la direction X , comme le montre l'illustration de la Fig. 3.11. Ainsi, l'accélération γ_x dans la direction X sur l'impacteur rigide est calculée telle que :

$$\gamma_x = \frac{F}{m} \quad (3.13)$$

avec F la force dans la plaque rigide au cours de l'impact et m la masse de la plaque rigide. Le signal de l'accélération est filtré conformément à la norme en vigueur ISO6487 [128], avec un filtre BW - 4p - 180Hz.

La structure en nid d'abeille, faisant l'objet de l'étude, est maillée avec des éléments coques (Shell 163 dans LS-DYNA), avec une formulation d'intégration complète sur 4 noeuds. Quelles que soient les valeurs de l et h , la taille d'un élément est de $h/4$ pour assurer un nombre constant d'éléments dans chaque cellule.

Lorsque la structure est impactée, celle-ci se déforme et chacune des parois des cellules HR est susceptible d'entrer en contact avec ses voisines, faisant alors intervenir un phénomène de frottement. Pour modéliser cette interaction entre les parois des cellules, une détection automatique de contact est appliquée sur l'ensemble de la structure en nid d'abeille avec un coefficient de friction de 0.3 (*Automatic-single-surface* dans LS-DYNA), et une gestion de contact de type SOFT=0. Le contact entre l'impacteur rigide et la structure est considéré sans frottements. Le matériau constitutif du nid d'abeille (aluminium AW5754H111) est supposé linéaire élastique

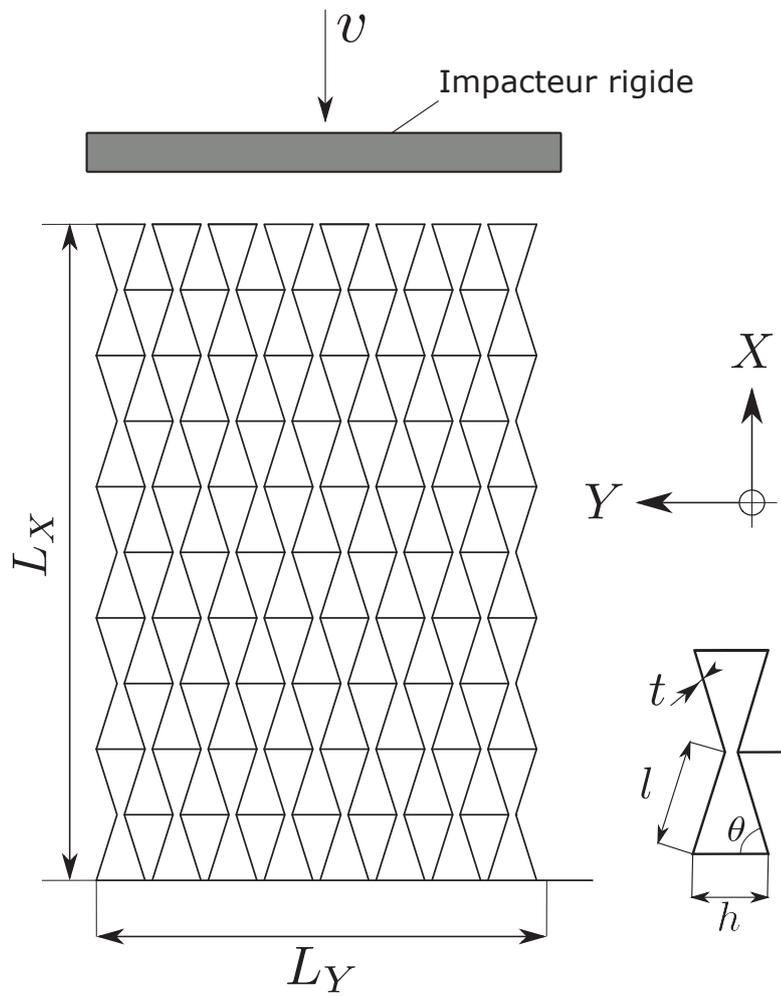


FIGURE 3.11 – Modèle géométrique de nid d'abeille HR (a) dans sa globalité et (b) d'une cellule unitaire détaillée avec les paramètres géométriques

Matériau	E (MPa)	σ_{ys} (MPa)	E_{tan} (MPa)	ρ (kg/m ³)	ν
Alliage d'aluminium	69000	118	633	3080	0.3
Acier	210000	-	-	7800	-

TABEAU 3.6 – Propriétés matériau de l'alliage d'aluminium et de l'acier utilisés dans la modélisation EF

parfaitement plastique, car son comportement semble peu sensible aux taux de déformation importants et à l'écrouissage [130]. Le module de Young E , la limite d'élasticité σ_{ys} , le module tangent E_{tan} , le coefficient de Poisson ν , et la masse volumique ρ sont donnés dans le Tab. 3.6. Les valeurs de ces propriétés matériaux sont déterminées de manière à correspondre aux propriétés matériau de l'aluminium AW5754H111. En effet, le but étant de valider le modèle EF par rapport aux essais expérimentaux, il est important d'utiliser des propriétés équivalentes au matériau expérimental dans le modèle numérique. Pour cela, on utilise les relations des Eqs. (3.14) à (3.16) et les propriétés matériau suivantes :

- la contrainte ingénieure à la rupture $R_m = 211\text{MPa}$
- l'allongement à la rupture $A\% = 26.5$

L'utilisation de la loi matériau élastique linéaire parfaitement plastique de LS-DYNA fait intervenir le module tangent E_{tan} . Les Eqs. (3.14 à 3.15) permettent de calculer le module tangent à partir des informations issues de la norme EN10204/3.1.

$$R_m^* = R_m(1 + A\%) \quad (3.14)$$

$$A\%^* = \ln 1 + A\% \quad (3.15)$$

$$E_{tan} = \frac{R_m^* - Re}{A\%^*} \quad (3.16)$$

avec R_m^* la contrainte à la rupture de Cauchy et $A\%^*$ l'allongement à la rupture de Cauchy. La rupture n'est pas considérée ici, et n'est pas observée dans l'expérimentation.

Le matériau de la plaque rigide est quant à lui considéré en acier indéformable. La limite d'élasticité et le module tangent ne sont donc pas définis pour ce matériau. En revanche, le module de Young doit être renseigné puisqu'il intervient dans le calcul du contact entre l'impacteur et la structure, et est donné dans le Tab. 3.6.

Les taux de déformations relevés dans ce modèle numérique sont compris entre $10s^{-1}$ et $12s^{-1}$.

Le temps de calcul CPU du modèle EF présenté ici est de 14 minutes et 31 secondes sur 4 coeurs de calcul (4 threads SMP)³.

3. Processeurs Intel(R) Core (TM) i7 - 8850H CPU 2.60GHz

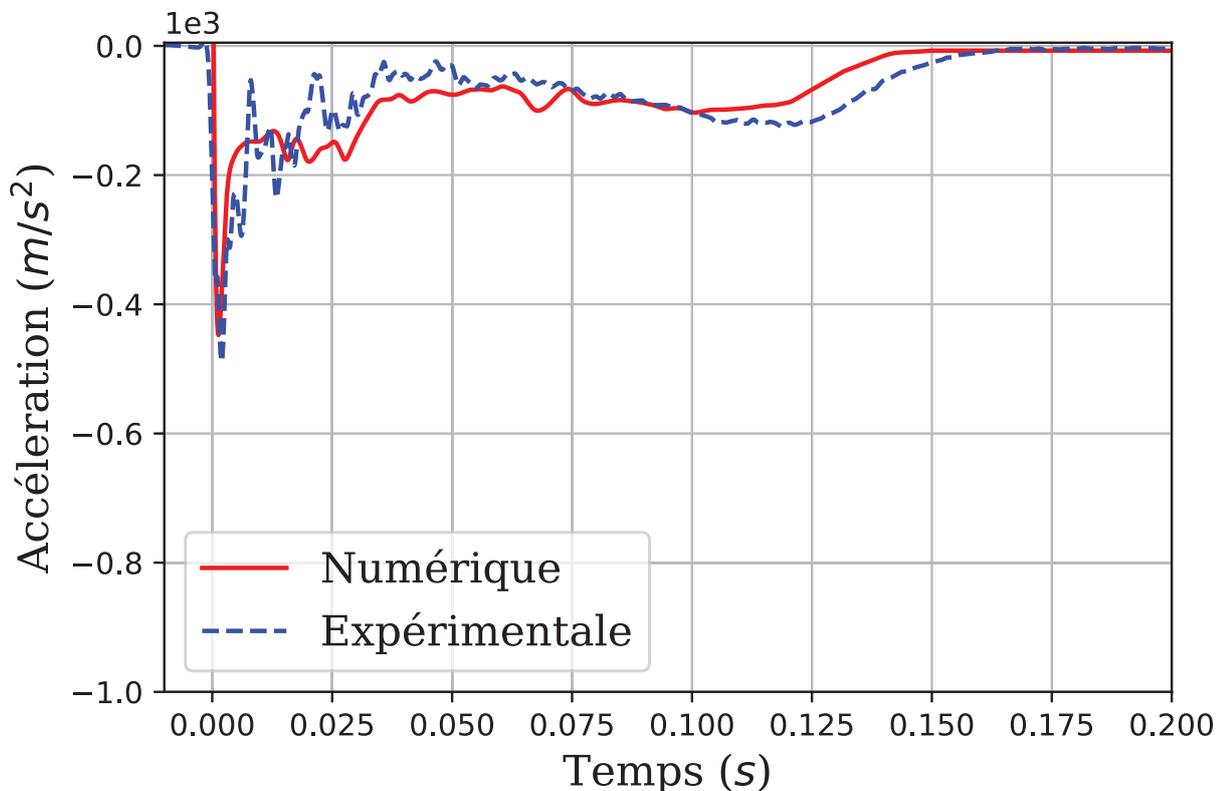


FIGURE 3.12 – Comparaison de l'accélération sur l'impacteur dans des conditions d'impact à 14m/s calculée par simulation numérique et mesurée expérimentalement

3.4.2 Validation du modèle numérique

Les résultats numériques et données expérimentales sont confrontés dans cette partie, afin de vérifier la validité du modèle éléments finis présenté dans la Section 3.4.1.

Comme expliqué dans la partie précédente, les accélérations γ_x de l'impacteur rigide obtenues par mesure expérimentale et par simulation numérique sont filtrées puis comparées. De cette manière, la Fig. 3.12 trace l'évolution des accélérations calculées (rouge) et mesurées (bleu) sur l'impacteur au cours du temps. Sur ces courbes, on observe un pic de décélération (accélération négative) au moment du contact, appelé $\min(\gamma_x)$. Ce pic de décélération correspond à l'instant où l'impacteur entre en contact avec la structure en nid d'abeille, et subit une violente variation de vitesse puisqu'il commence à être freiné. Puis, passé ces premiers instants de décélération, un plateau se forme entre $t = 0.04s$ et $t = 0.12s$ et correspond au ralentissement progressif de l'impacteur dû à la déformation de la structure. Dans cet intervalle de temps il est donc possible de calculer une valeur de décélération moyenne $\bar{\gamma}_x$.

Les déplacements de l'impacteur dans la direction X (i) calculé numériquement et (ii) mesuré

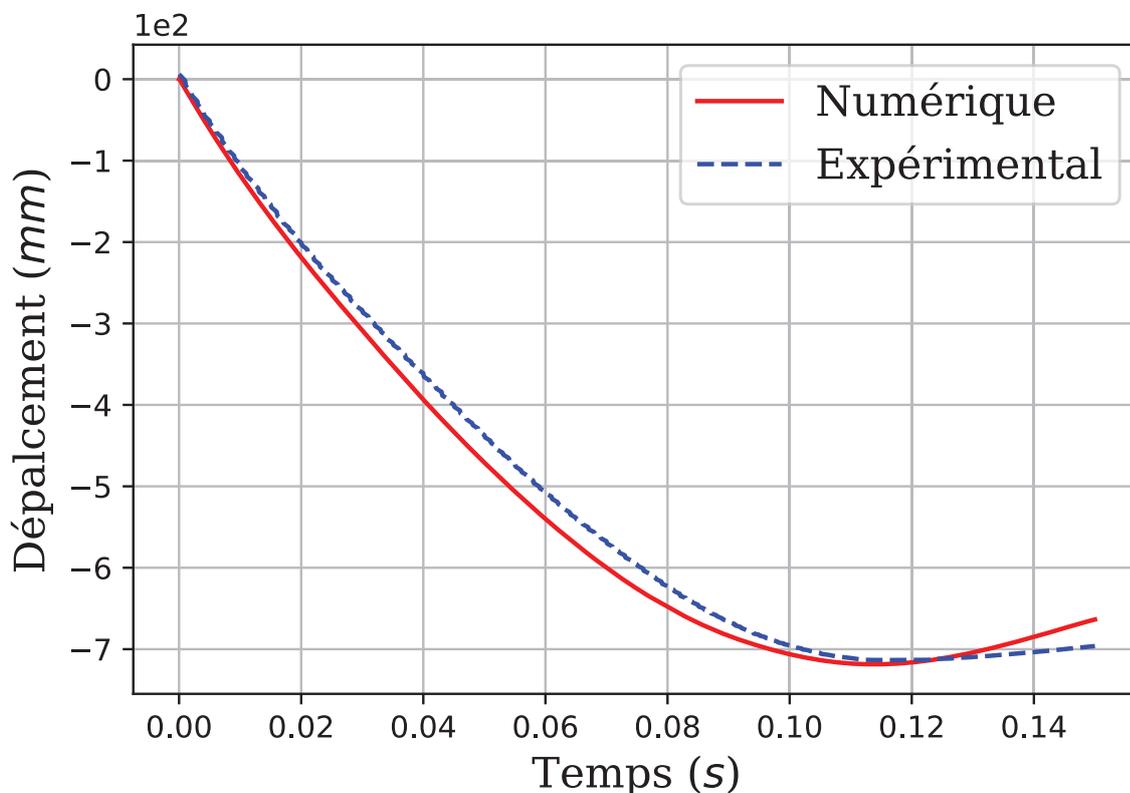


FIGURE 3.13 – Comparaison du déplacement de l’impacteur dans la direction X (i) calculé par la simulation numérique et (ii) mesuré lors de l’expérimentation

expérimentalement sont comparés dans la Fig. 3.13. Le déplacement maximum relevé $\max(D_x)$ est défini comme la distance maximale parcourue par l’impacteur lors de l’écrasement de la structure. Les valeurs sont données dans le Tab. 3.7.

	$\min(\gamma_x) (m/s^2)$	$\bar{\gamma}_x (m/s^2)$	$\max(D_x) (mm)$
Expérimental	-487.89	-78.59	702.2
Numérique	-447.74	-85.13	718.6
r_e (%)	8.41	8.32	2.3

TABEAU 3.7 – Comparaison des résultats expérimentaux et numériques des essais d’impact

L’erreur relative $r_{e,\bullet}$ entre les valeurs obtenues numériquement et expérimentalement est définie telle que :

$$r_{e,\bullet} = \frac{\bullet_{expe} - \bullet_{simu}}{\bullet_{expe}} \quad (3.17)$$

où \bullet_{expe} et \bullet_{simu} font références aux valeurs expérimentales et numériques correspondantes.

De plus, les coefficients de corrélation de Pearson [129], entre \bullet_{expe} et \bullet_{simu} sont de 0.997 et 0.713 pour le déplacement et l'accélération, respectivement.

Si les valeurs de décélération et de déplacement numériques et expérimentales correspondent, il est intéressant d'observer la déformation globale de la structure. Les déformations globales expérimentales et numériques sont alors respectivement données dans les Figs. 3.14 et 3.15. Avant $t = 0.02s$ l'effet de coefficient de Poisson négatif apparaît à la fois dans les processus de déformation expérimental et numérique, lorsque les couches supérieures du nid d'abeille se déforment. Ensuite, à partir de $t = 0.05s$ et jusqu'à la fin du crash à $t = 0.15s$, la structure s'étend dans la direction Y . On note que la déformation expérimentale n'est pas symétrique. Ceci est notamment expliqué par le décalage latéral dans la direction Y présentée précédemment dans la Fig. 3.7 (page 78) du véhicule d'essai au moment où celui-ci entre en contact avec la structure. Ce décalage initie la flexion de l'ensemble de la structure qui n'est pas observée dans la simulation numérique.

Le comportement global de la structure dans la simulation numérique est semblable à celui de l'expérimentation menée. Effectivement, les valeurs de décélérations et de déplacements relevés mettent en exergue ces similitudes. Les erreurs relatives de l'ordre de 8% concernant l'accélération et de moins de 3% pour le déplacement (voir Tab. 3.7) sont acceptables et peuvent être expliquées par :

1. le fait que les boulons ne sont pas représentés dans la simulation numérique. En effet, l'un des enjeux majeur du processus d'optimisation est d'obtenir un temps de calcul de la fonction objectif suffisamment réduit mais fiable pour être réalisé un grand nombre de fois ;
2. l'inclinaison du véhicule d'essai lorsqu'il entre en contact avec le prototype. Le véhicule est lâché $7m$ avant le mur et n'est donc plus guidé dans ses derniers mètres de course. De ce fait, au moment de l'impact, le véhicule peut se translater dans la direction Y , et donc ne plus être parfaitement aligné à la structure. Cela influence le mode de déformation mais n'a pas d'influence sur les valeurs de décélérations et de déplacements enregistrées.

Le modèle numérique présenté dans la Section 3.4.1 sera donc utilisé pour réaliser l'étude d'optimisation du chapitre suivant. Si l'on reprend le diagramme de la Fig. 3.5, la comparaison des résultats numériques et expérimentaux permet de valider le modèle numérique présenté dans la Section 3.4.1.

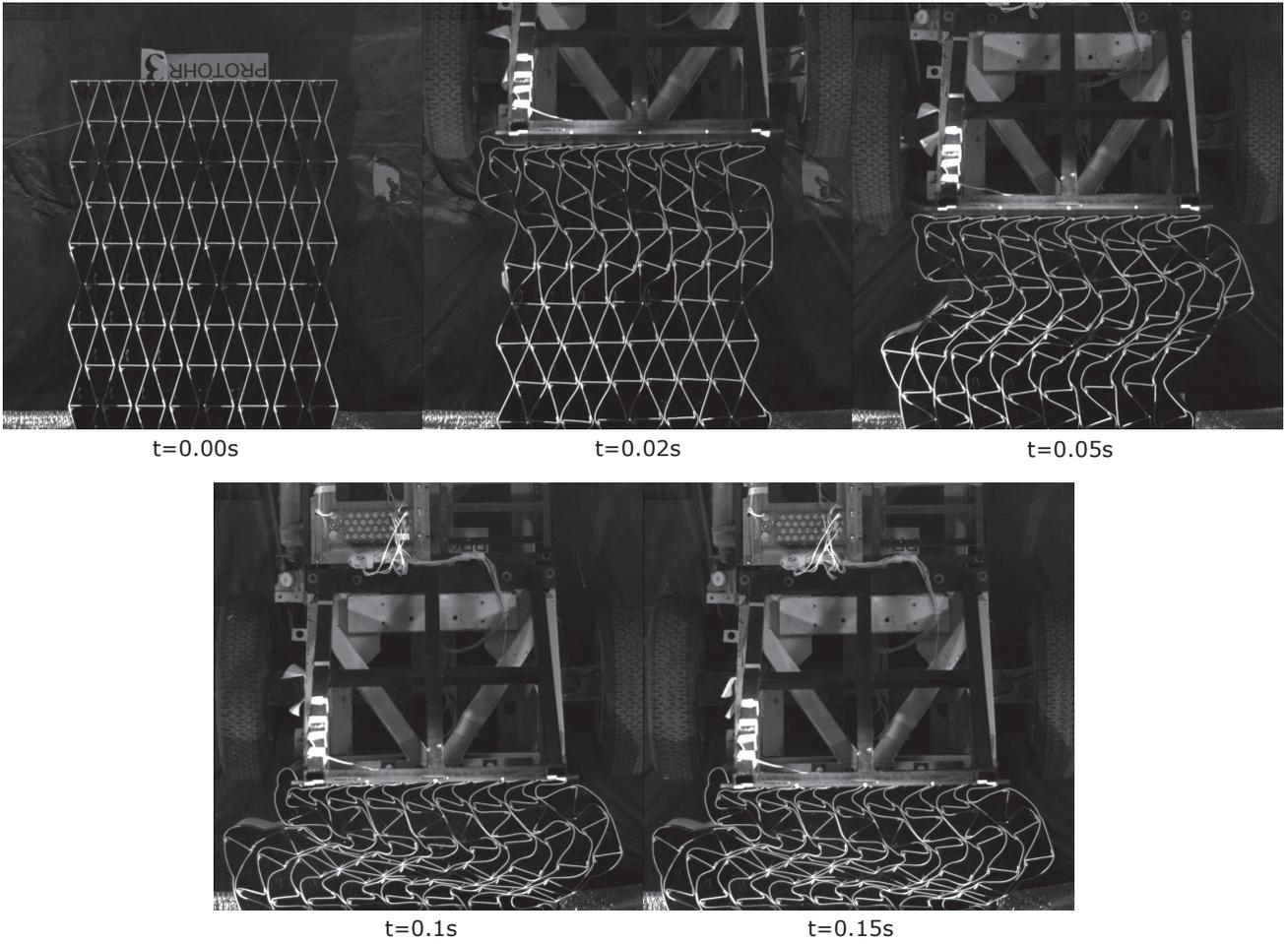


FIGURE 3.14 – Déformation globale du prototype HR1 au cours de l'impact

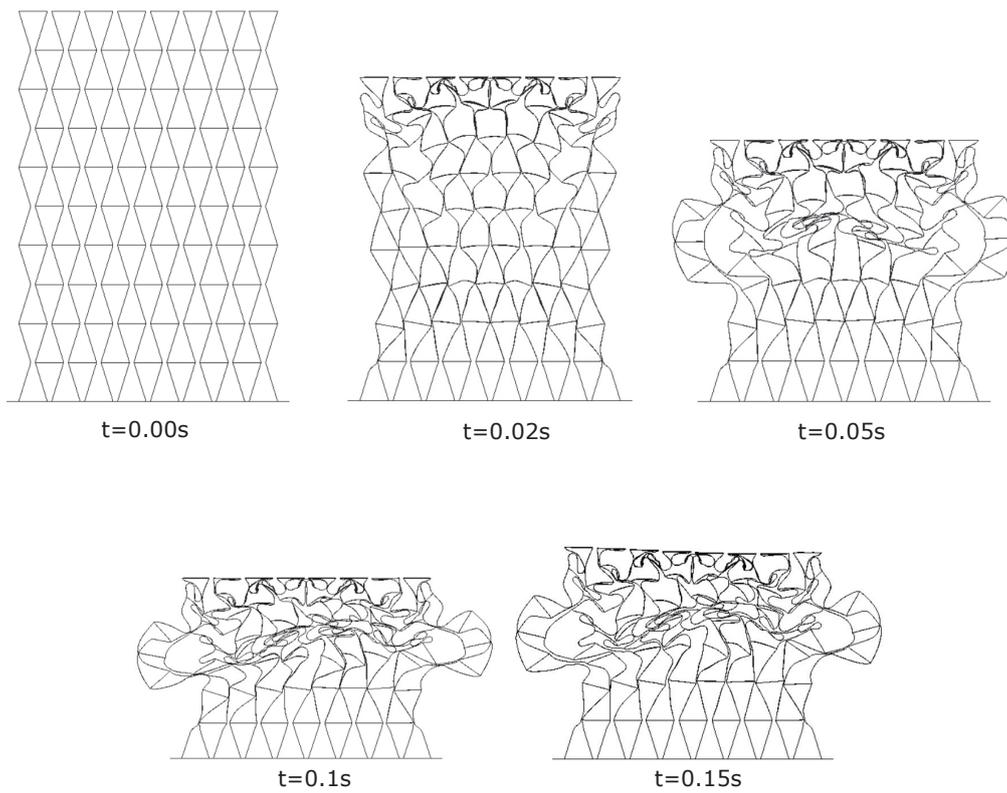


FIGURE 3.15 – Déformation globale de la structure dans la simulation numérique au cours de l'impact

3.5 Conclusions du chapitre

L'étude bibliographique de cette thèse a orienté les recherches vers l'étude des nids d'abeille hexagonaux ré-entrants pour absorber l'énergie d'un choc. En effet, de nombreuses études ont montré que ces structures sont capables d'absorber de grandes quantités d'énergie lorsque celles-ci sont soumises à des efforts de compression. La courbe de contrainte-déformation dans des conditions de chargement quasi-statique est particulièrement intéressante, puisqu'elle présente un long plateau permettant l'absorption d'énergie à une contrainte quasi-constante.

Dans un premier temps, on s'intéresse à la valeur de ce plateau lors d'une compression à des taux de déformation faibles. Un modèle de poutre permet de calculer la limite inférieure d'une part et supérieure d'autre part, de la valeur du plateau de la contrainte lors de la compression dans le plan. On montre que ces limites sont égales et que la valeur du plateau σ_{pl}^* dépend uniquement de la géométrie de la cellule et de la limite d'élasticité du matériau constitutif. Les valeurs analytiques, développées ici, sont comparées aux valeurs numériques et expérimentales issues des travaux de Dong *et al.* [118]. Le modèle analytique permet d'obtenir des valeurs de contraintes semblables aux expérimentations lorsque l'épaisseur des murs des cellules est suffisante par rapport aux dimensions de la cellule. En revanche, lorsque l'épaisseur des murs de la cellule est faible (de l'ordre de $0.3mm$), les résultats analytiques ne correspondent pas aux valeurs expérimentales.

La forme analytique du calcul du plateau, développée dans ce chapitre, ne permet pas de prédire le comportement du nid d'abeille HR lorsque les vitesses d'impact sont importantes, et donc à des vitesses d'impact de l'ordre de l'accident de voiture. En effet, les taux de déformation qui sont en jeu lors d'un choc automobile sont des taux de déformation intermédiaires ($\sim 10^{-2}/s$ à $10/s$). De ce fait, la courbe de contrainte-déformation est modifiée, et les effets dynamiques ne peuvent être négligés. Dans notre cas d'étude, la vitesse d'impact est de $14m/s$ pour un écrasement de $700mm$ environ. Les taux de déformation en jeu ici sont de l'ordre de $0.05/s$ et ne peuvent être considérés ni comme quasi-statiques, ni comme dynamiques rapides.

Ce chapitre propose donc de s'intéresser aux conditions d'impact d'un accident de la route lorsqu'un véhicule entre en collision avec un absorbeur de choc à $50km/h$. Une étude expérimentale est réalisée pour valider un modèle numérique. Le matériel expérimental mis à disposition au LBMC a permis de mener une campagne expérimentale à l'échelle 1 : 1. Un impacteur considéré comme rigide vis à vis de la structure absorbante, est lancé à $50km/h$ sur une structure en nid d'abeille HR. Le comportement expérimental de cette structure est comparé à celui d'un modèle numérique par éléments finis. La comparaison des accélérations sur l'impacteur mesurées et calculées présente une erreur relative de 8%. D'autre part, les déplacements de l'impacteur au cours du choc mesurés expérimentalement et calculés numériquement sont comparés et présentent moins de 2.5% d'écart. Le modèle numérique est ainsi validé et sera utilisé dans l'étude d'optimisation du chapitre suivant.

Optimisation de la structure interne d'un absorbeur de choc pour la sécurité routière

4.1 Introduction

L'optimisation en mécanique des structures est un outil permettant d'obtenir des structures optimales en vue d'atteindre un objectif précis (comme cela a été présenté dans le Chapitre 2 page 45). Pour répondre à l'objectif majeur de cette thèse de conception de structures absorbantes pour la sécurité routière, nous avons couplé l'optimisation aux méthodes numériques. En effet, le Chapitre 3 a permis de valider un modèle numérique de structure architecturée soumise à un choc à 50km/h . La structure ainsi impactée dans le chapitre précédent est définie par une configuration géométrique quelconque et nécessite d'être modifiée pour aboutir à une absorption efficace de l'énergie cinétique. Quelle doit être la configuration de la structure pour permettre une réduction de la violence d'impact, tout en limitant les dimensions de l'atténuateur de choc ?

L'utilisation de méthodes d'optimisation permet de répondre à ces questions. Pour cela, une fonction objectif doit être définie et correspond à la retranscription mathématique de l'objectif à atteindre. La Section 4.2.1 présente la fonction objectif innovante proposée, qui permet d'atténuer la violence du choc ressentie par les usagers d'un véhicule accidenté. Les données du problème et la configuration de l'optimisation sont ensuite présentées dans les Sections 4.2.2 et 4.2.3. Les différentes structures faisant l'objet d'une optimisation sont ainsi présentées dans la Section 4.3. L'algorithme méta-heuristique I-PR-PSO, appliqué à ces structures, permet de déterminer la meilleure configuration de structure capable d'absorber l'énergie cinétique d'un choc frontal et ce, de manière efficiente et optimisée. Pour cela, l'algorithme fait appel au modèle numérique simple, validé dans le Chapitre 3, pour prédire le comportement mécanique de la structure et ainsi quantifier en quelle mesure cette dernière répond à l'objectif fixé. Ainsi, l'algorithme va progressivement converger vers une configuration préférentielle qui semble être

une bonne solution. Les structures optimisées sont alors présentées dans la Section 4.4, puis testées dans différentes configurations d'impact. Un bilan dressé dans la Section 4.4.3, permet d'approfondir les travaux sur deux des structures optimisées qui s'avèrent être les meilleures solutions. Un modèle complet de véhicule est utilisé pour valider le comportement des deux structures en cas de choc frontal. Les résultats montrent que les performances des atténuateurs de chocs conçus par l'optimisation répondent aux exigences de la norme EN1317. Cette dernière étape de validation montre alors que l'outil numérique développé au cours de ces travaux est un outil d'aide à la décision efficace pour concevoir automatiquement des structures absorbantes.

4.2 Configuration de l'optimisation par I-PR-PSO

4.2.1 Fonction objectif

Classiquement, dans le domaine de la modélisation numérique des problèmes mécaniques en dynamique rapide, on s'intéresse à la courbe de force en fonction du déplacement résultant du modèle numérique afin d'évaluer la capacité de la structure à absorber l'énergie cinétique. En effet, l'aire sous la courbe force-déplacement est directement liée au critère de résistance aux chocs (EA pour *Energy Absorption*) défini tel que $EA(x) = \int_0^l F(x)dx$ avec l la distance totale d'écrasement, x le déplacement dans la direction de la compression et F la force d'impact sur l'impacteur [131] (voir Chapitre 3). La courbe force-déplacement idéale pouvant être observée pendant un crash serait une fonction rectangulaire (voir Fig. 4.1) [132]. En effet, cela permet de maximiser la quantité d'énergie absorbée tout en limitant les pics de forces qui causent des décélérations importantes. Cependant, ne s'intéresser qu'à la courbe force-déplacement ne permet pas de garantir une sécurité optimale des passagers. En effet, la norme européenne EN1317-1 [5] établit un critère basé sur le temps et les tolérances humaines. Nous l'avons vu dans la Section 2.1.1, un être humain peut subir des décélérations plus ou moins importantes selon la durée durant laquelle il y est exposé. La norme EN1317-1 utilise donc l'index de sévérité de l'accélération ($ASI(t)$ pour *Acceleration Severity Index*) pour classer la sévérité d'un crash de voiture défini selon l'Eq. (4.1) comme précédemment présenté dans la Section 2.1 (page 13).

$$ASI(t) = \sqrt{\left(\frac{\bar{\gamma}_x}{\hat{\gamma}_x}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\gamma}_y}{\hat{\gamma}_y}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\gamma}_z}{\hat{\gamma}_z}\right)^2} \quad (4.1)$$

où $\hat{\gamma}_x$, $\hat{\gamma}_y$ et $\hat{\gamma}_z$ sont les seuils définis dans la norme [5] dans les directions correspondantes, et égaux à $12g$, $9g$ et $10g$ respectivement. $\bar{\gamma}_x$, $\bar{\gamma}_y$ et $\bar{\gamma}_z$ sont les accélérations filtrées avec un filtre Butterworth 4 pôles avec une fréquence de coupure à $13Hz$ mesurées dans le véhicule, dans les directions correspondantes, pendant l'impact. La valeur de l' ASI correspond à la valeur maximale relevée au cours de l'impact, soit $ASI = \max[ASI(t)]$. Selon la norme EN1317-3,

spécifiquement dédiée aux dispositifs d'absorption de choc, la valeur de l'*ASI* doit être inférieure à 1.4 pour éviter les dommages irréversibles sur l'Homme. La direction d'impact étant notée x dans cette étude, le critère de l'*ASI* peut s'écrire :

$$\bar{\gamma}_x < 1.4\hat{\gamma}_x \quad (4.2)$$

Ce critère de l'*ASI* correspond donc à une valeur maximale relevée au cours de l'impact, et ne dépend pas de la durée d'exposition à une décélération importante. Or, plus la durée d'exposition à une décélération est importante, plus les risques de lésions augmentent, comme cela a été expliqué dans la Section 2.1. On se propose ici d'abaisser la valeur du seuil $\hat{\gamma}_x$ à $7g$ (contre $12g$ dans la norme EN1317-1) pour la suite de ce chapitre, ce qui correspond à une réduction de près de 40% par rapport aux limites de la norme. Ce choix ambitieux aura un objectif double : (i) réduire la violence du choc ressentie par les occupants du véhicule lors de l'accident et (ii) prendre en compte la durée d'exposition à la décélération qui semble être un critère pertinent. De plus, ce seuil de $7g$ correspond à la valeur de seuil de décélération dans le cas où le passager du véhicule n'est pas retenu par une ceinture abdominale [8], comme expliqué dans la Section 2.1.1.

De l'Eq. (4.2), on déduit que la force limite sur l'impacteur \bar{F}_L peut s'exprimer telle que :

$$\bar{F}_L = m\bar{\gamma}_x \quad (4.3)$$

En remplaçant $\hat{\gamma}_x$ par $7g$ dans l'Eq. (4.2) il vient :

$$\begin{aligned} \bar{F}_L &< 1.4m\hat{\gamma}_x \\ \bar{F}_L &< 9.8mg \end{aligned} \quad (4.4)$$

avec m la masse de l'impacteur.

Ainsi, obtenant une courbe force-temps numérique, nous pouvons concentrer nos efforts de calculs sur l'optimisation de cette courbe. Cette force d'impact $F(t)$ doit chercher à s'approcher d'une fonction rectangulaire où la valeur du plateau serait égale à la valeur de la force limite \bar{F}_L . Ainsi, l'occupant du véhicule ne souffrira pas d'une décélération trop violente lors de l'impact. La Fig. 4.1 illustre des courbes de force en fonction du temps typique et idéale d'un impact.

Lorsque l'on traite de problèmes d'optimisation, on formule communément les problèmes de la manière suivante :

$$\begin{cases} \min f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) \\ g_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, D \end{cases} \quad (4.5)$$

avec $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ les p variables d'optimisation, f la fonction objectif qui évolue dans un domaine de recherche \mathcal{D}_f et g_i les D contraintes liées au problème qui doivent être vérifiées.

La nouvelle fonction objectif proposée est basée sur la courbe de force en fonction du temps calculée lors de l'impact. Cette fonction mesure la différence entre la courbe idéale force-temps et la courbe issue du calcul numérique. La fonction objectif s'écrit ainsi :

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) = (\bar{F}_L - \text{mean}(F_{simu}))^2 \quad (4.6)$$

avec $F_{simu}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ la valeur de la force d'impact calculée au cours du temps. Le calcul de la fonction objectif est réalisé par simulation numérique avec le modèle EF présenté dans la Section 3.4.1. La simulation est réalisée sur un temps total de $t_{tot} = 0.05s$.

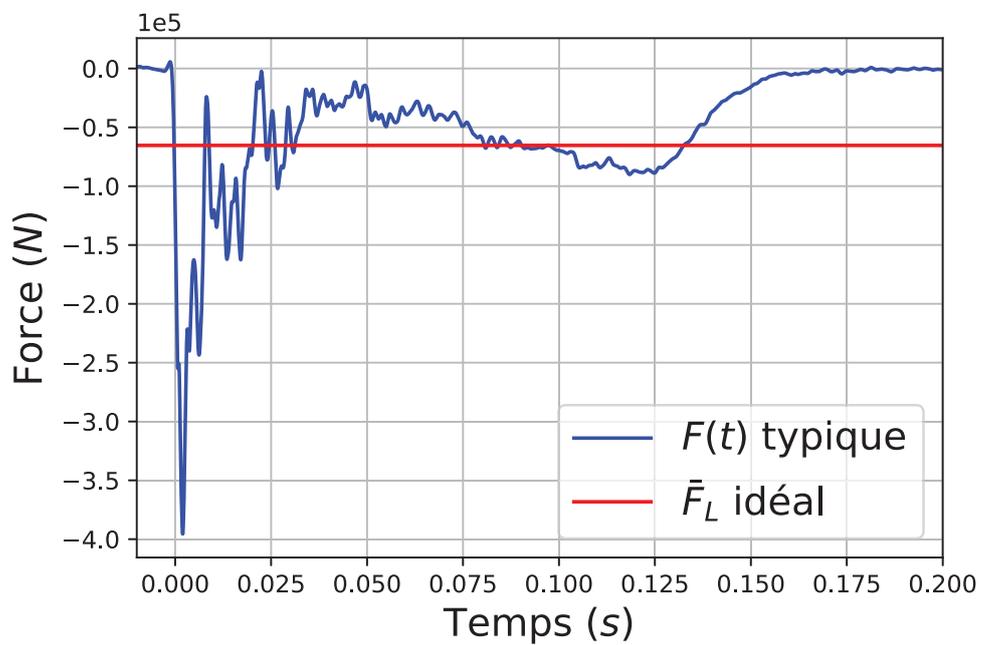


FIGURE 4.1 – Courbe de force en fonction du temps typique d'un accident de voiture (bleue) et courbe idéale (rouge) pour une masse $m = 690kg$

4.2.2 Données du problème

L'optimisation est réalisée à une vitesse d'impact v de $14m/s$ dans le cas d'un choc frontal centré. La plaque rigide impactant le sommet de la structure en nid d'abeille dans le modèle éléments finis (voir Section 3.4.1 pour la description du modèle et sa validation) est initialisée avec une énergie cinétique K_{simu} définie telle que $K_{simu} = \frac{1}{2}mv^2$, avec m la masse de la plaque rigide égale à $690kg$, soit la masse de l'impacteur utilisé dans la validation du modèle numérique. Cette masse est relativement faible par rapport à celle des véhicules légers décrits dans la norme EN1317-3, puisque la masse des véhicules utilisés dans les essais de la norme est au moins de $900kg$. On se propose donc de se placer dans le cas le plus défavorable avec une masse plus légère de $m = 690kg$ pour l'impacteur rigide. En effet, du fait de la masse légère du véhicule, les passagers sont exposés à des risques de blessures supérieurs dûs à la décélération [133].

Le volume de la structure en nid d'abeille HR dans le modèle éléments finis est de $V_{simu} = L_X \times L_Y \times L_Z$. L_X et L_Y peuvent légèrement fluctuer autour de la valeur définie afin d'avoir toujours des cellules complètes dans la structure.

L'un des objectifs de la thèse est de réduire la taille des absorbeurs actuellement en place sur le bord des routes. Actuellement, les absorbeurs de petites tailles sur le marché ont une longueur minimale de $1600mm$ dans la direction d'impact (modèle SMA 50P¹). La dimension de ces absorbeurs sert de référence pour l'étude de la thèse et le travail développé ici a pour but de proposer une structure optimale ayant des performances supérieures aux absorbeurs actuels. Pour atteindre l'objectif, on décide de réduire la longueur L_X des absorbeurs, dans la direction d'impact, de 25% par rapport au modèle de référence SMA 50P [21]. Les données d'entrée sont récapitulées dans le Tableau 4.1.

$v(m/s)$	$K_{car} (kJ)$	$L_X(mm)$	$L_Y(mm)$	$L_Z(mm)$	$\bar{F}_L(N)$
14	66.64	1200	800	690	66335

TABLEAU 4.1 – Données d'entrée de l'optimisation

4.2.3 Paramètres de I-PR-PSO

Le problème à résoudre est fortement non-linéaire, étant donné la complexité du problème à traiter. La méthode d'optimisation utilisée doit donc être judicieusement choisie compte tenu de ces particularités. La méthode d'optimisation méta-heuristique I-PR-PSO est donc retenue puisqu'elle a montré une grande habileté à la recherche globale de minimum et s'avère être bien adaptée à la résolution de problèmes non-linéaires [100, 134]. Cet algorithme combine les

1. <https://www.smaroadsafety.com/en/gamma/view/8/50p>

méthodes (i) d'optimisation par essaim particulaire (PSO) et (ii) du PageRank (PR) utilisé par Google ®. Le fonctionnement de l'algorithme a été présenté dans la Section 2.5.2.2.

Rappelons que l'Eq. (2.19) (page 58) permettant de calculer la position X_i d'une particule i au cours du calcul repose notamment sur la valeur de 4 paramètres : (i) l'inertie ω , (ii) le coefficient de sociabilité c_1 , (iii) le coefficient d'individualité c_2 et (iv) la taille de la population N_{part} . La valeur de ces paramètres doit être judicieusement établie pour permettre à l'algorithme I-PR-PSO de converger efficacement. Cependant, il n'existe pas de combinaison universelle puisque ces paramètres sont dépendant du problème à résoudre, comme le montrent les nombreux articles de la littérature [135-141]. Les valeurs des paramètres de I-PR-PSO sont données dans le Tableau 4.2 et ont été déterminées de manière empirique. Les valeurs de c_1 et c_2 décroissent linéairement d'un facteur Δ_c au fur et à mesure que les itérations augmentent. On considère que l'algorithme a convergé lorsque le nombre d'itérations k atteint le nombre maximum fixé par l'utilisateur $it_{PSO,MAX}$ ou lorsque la meilleure valeur de la fonction objectif n'est plus améliorée après it_{conv} itérations consécutives. Les paramètres peuvent être considérés comme bien choisis quand l'algorithme présente une courbe de convergence efficace (*i.e.* lorsque l'évolution de la meilleure valeur de *fitness* au cours des itérations décroît rapidement vers une valeur qui semble être l'optimum, sans rester bloquée sur des paliers pendant un nombre important d'itérations consécutives). Dans le processus d'optimisation suivant (Section 4.4), une étude de convergence est présentée, où les paramètres de I-PR-PSO sont trouvés empiriquement. Une méthode permettant de trouver la meilleure combinaison de paramètres d'un algorithme méta-heuristique a été développée dans le cadre de cette thèse et sera présentée dans le Chapitre 5.

ω	c_1	c_2	Δ_c	N_{part}	$it_{PSO,MAX}$	it_{conv}
0.6	1.5	1.5	0.033	8	45	30

TABLEAU 4.2 – Paramètres de I-PR-PSO utilisés dans l'Eq. (2.19)

4.3 Définition des structures à optimiser

Cette partie de chapitre présente les différentes structures optimisées dans le cadre de cette étude. Trois structures en nid d'abeille hexagonal sont définies dans la Section 4.3.1, ainsi qu'une structure alvéolaire triangulaire dans la Section 4.3.2. Pour chaque structure, un processus d'optimisation est mené. Ainsi, les variables d'optimisation ainsi que leurs domaines de définition respectifs sont définis dans cette partie pour chaque étude réalisée. Les variables d'optimisation β_p sont d'abord définies dans un domaine réel \mathcal{D}_{β_p} avant d'être normalisées dans un intervalle $[0; 1]$ pour assurer une meilleure convergence de l'algorithme. De cette manière, toutes les variables d'optimisation normalisées α_p présentent un domaine de recherche de taille identique.

Le modèle numérique permettant de calculer la valeur de la fonction objectif associée à chaque structure est celui qui est présenté et validé dans le Chapitre 3.

4.3.1 Nid d'abeille hexagonal

4.3.1.1 Hexagonal ré-entrant en aluminium

La première structure optimisée dans cette étude est une structure en nid d'abeille HR en aluminium qui peut être décrite par quatre variables t , l , h et θ . Ces variables sont décrites dans le Tableau 4.3.

Variables normalisées α_p	Variables géométriques β_p	\mathcal{D}_{β_p}
α_1	t	$[0.5; 3.5] \text{ mm}$
α_2	l	$[30; 150] \text{ mm}$
α_3	h	$[30; 150] \text{ mm}$
α_4	θ	$[15; 90[\text{ }^\circ$

TABLEAU 4.3 – Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p pour la structure HR

Ces variables, présentées dans la Fig. 4.2, sont définies dans leur domaine de définition \mathcal{D}_{β_p} et prennent en compte les contraintes de fabrication. Cependant, une contrainte sur ces variables d'optimisation conduit à une réduction du domaine de recherche. Dans le cas étudié, la contrainte géométrique exprimée dans l'Eq. (4.7) doit être considérée pour préserver l'hexagonalité des cellules.

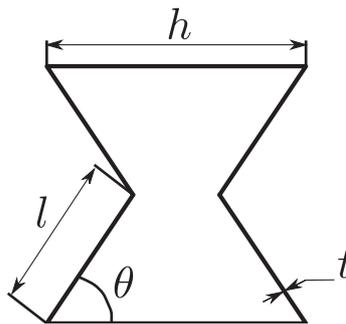


FIGURE 4.2 – Variables d'optimisation pour les structures en nid d'abeille hexagonal ré-entrant (HR)

$$h - 2l\cos(\theta) > 0 \quad (4.7)$$

Matériau	E (MPa)	σ_{ys} (MPa)	E_{tan} (MPa)	ρ (kg/m ³)	ν
Alliage d'aluminium	69000	118	633	3080	0.3

TABLEAU 4.4 – Propriétés matériau de l'alliage d'aluminium

Une méthode de pénalité [142] est appliquée à l'algorithme I-PR-PSO afin de pénaliser les particules qui ne respecteraient pas la contrainte géométrique. La valeur de la pénalité attribuée à la valeur de la fonction objectif de la particule en question est directement liée à la mesure de dépassement de la contrainte de la particule en question. Ainsi, plus une particule ne respecte pas la contrainte, plus est elle pénalisée. Cette pénalisation est non linéaire. LA méthode de pénalité est expliquée en détails dans le Chapitre 5 à la Section 5.4 (voir page 152). De plus, pour gagner un temps précieux de calcul, lorsqu'une particule n'est plus dans le domaine, la valeur de la fonction objectif associée à cette particule n'est pas calculée, et elle est directement pénalisée.

Le matériau constitutif du nid d'abeille HR de cette étude est un aluminium dont les propriétés sont données dans le Tableau 4.4.

4.3.1.2 Hexagonal conventionnel en aluminium

Bien que l'étude bibliographique nous ait guidés vers les structures en nid d'abeille hexagonale ré-entrant, il est intéressant de comparer les performances des nids d'abeille HR aux nids d'abeille conventionnels (HC). En effet, les vitesses de déformation lors d'un impact automobile ont lieu à des taux de déformation intermédiaires ($\sim 10^{-2}/s$ à $10/s$) et peu d'études comparatives sont disponibles dans la littérature pour ces vitesses et volumes d'études ($\sim 14m/s$ et $\sim 1m^3$). On décide ici de réaliser une étude d'optimisation sur un nid d'abeille hexagonal conventionnel en aluminium afin de pouvoir comparer ses performances à celles du nid d'abeille HR optimisé. Ainsi, le modèle numérique utilisé pour l'optimisation du nid d'abeille HR est réutilisé avec les mêmes paramètres que ceux présentés précédemment. Autrement dit, la vitesse d'étude est toujours de $14m/s$, les dimensions de l'absorbeur sont inchangées et données dans le Tableau 4.1. Les paramètres de l'algorithme I-PR-PSO ne sont pas modifiés. La fonction objectif est celle définie dans l'Eq. (4.6). Si les variables d'optimisation restent les mêmes, comme le montre la Fig. 4.3, le domaine de définition de la variable θ est redéfini comme le présente le Tableau 4.5.

Le matériau constitutif du nid d'abeille est un aluminium dont les propriétés sont identiques à celles de l'étude expérimentale du Chapitre 3 et sont présentées dans le Tableau 4.4.

4.3.1.3 Hexagonal métallique

Une troisième étude d'optimisation est menée sur une structure en nid d'abeille métallique. Une nouvelle piste de recherche est ici investiguée dans le but de laisser l'algorithme d'optimisation

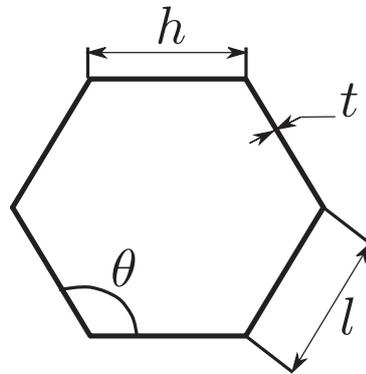


FIGURE 4.3 – Variables d’optimisation pour les structures en nid d’abeille hexagonal conventionnel (HC)

Variables normalisées α_p	Variables géométriques β_p	\mathcal{D}_{β_p}
α_1	t	$[0.5; 3.5] \text{ mm}$
α_2	l	$[30; 150] \text{ mm}$
α_3	h	$[30; 150] \text{ mm}$
α_4	θ	$]90; 170]^\circ$

TABLEAU 4.5 – Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d’optimisation α_p pour l’optimisation du nid d’abeille HC

choisir la meilleure configuration pour la structure interne de l’absorbeur de choc. En effet, dans ce nouveau cas d’étude, I-PR-PSO est libre de choisir entre un nid d’abeille hexagonal ré-entrant (HR) ou un nid d’abeille conventionnel (HC). De plus, il peut décider du matériau constitutif de la structure (aluminium ou acier). La structure interne de l’absorbeur sera un nid d’abeille hexagonal défini par les quatre variables géométriques t , l , h et θ dont les domaines de définition ont évolué et sont donnés dans le Tableau 4.6. L’angle θ peut donc désormais varier dans un domaine de définition plus large compris entre 30 et 170°. De plus, une nouvelle variable d’optimisation α_5 binaire, correspondant au matériau constitutif, est ajoutée. Si $\alpha_5 < 0.5$ alors le matériau constitutif est un aluminium sinon il s’agit d’un acier. Les propriétés des deux matériaux, à savoir le module de Young E , la masse volumique ρ , le coefficient de Poisson ν , la limite d’élasticité σ_{ys} et le module tangent E_{tan} sont données dans le Tableau 4.7. Le matériau constitutif de la structure est supposé élasto-plastique bi-linéaire par morceau, comme précédemment présenté dans le Chapitre 3 (page 81).

La même méthode de pénalité que celle décrite dans la Section 4.3.1.1 est appliquée aux particules qui ne respectent pas la contrainte géométrie de l’Eq. (4.7).

Variables normalisées α_p	Variables géométriques β_p	\mathcal{D}_{β_p}
α_1	t	$[0.5; 3.5] \text{ mm}$
α_2	l	$[30; 150] \text{ mm}$
α_3	h	$[30; 150] \text{ mm}$
α_4	θ	$[15; 170[\text{ }^\circ$
α_5	mat	$[0; 1]$

TABLEAU 4.6 – Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p pour un nid d'abeille hexagonal, au sens général du terme (HR ou HC)

Matériau	$E \text{ (MPa)}$	$\sigma_{ys} \text{ (MPa)}$	$E_{tan} \text{ (MPa)}$	$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$	ν
Aluminium	69000	118	633	3080	0.3
Acier	210000	575	775	7830	0.3

TABLEAU 4.7 – Paramètres constitutifs des modèles de matériaux de l'alliage d'aluminium et de l'acier pour l'étude d'optimisation

4.3.2 Structure alvéolaire triangulaire

Jusqu'à présent, les études d'optimisation ont porté sur des structures en nid d'abeille hexagonal. Ceci implique une contrainte géométrique, présentée dans la Section 4.2.2, liant les paramètres l , h et θ pour préserver la forme hexagonale (voir Eq. (4.7)).

Pour gérer cette contrainte dans l'algorithme d'optimisation, une méthode de pénalité est utilisée pour que les particules qui ne respecteraient pas cette condition aient une influence négligeable sur leurs voisines. De cette manière, le reste de l'essaim n'est pas attiré vers cette zone du domaine. Mais cela implique également un désavantage majeur puisque la zone du domaine qui se trouve à la frontière de cette condition n'est pas, ou très peu, explorée. Il semble donc intéressant de réaliser une étude indépendante, qui investigate précisément cette frontière. Ainsi, la structure composée initialement de cellules hexagonales devient une structure composée de cellules triangulaires puisque la frontière à explorer peut s'écrire :

$$h - 2l\cos(\theta) = 0 \quad (4.8)$$

La variable h peut ainsi s'écrire en fonction de l et θ . L'optimisation est donc réduite à la recherche des meilleures valeurs de trois paramètres seulement : l , θ et t , comme le montre la Fig. 4.4 où une cellule unitaire de la structure étudiée est illustrée.

Les variables d'optimisation α_p permettant d'optimiser la structure alvéolaire triangulaire (Alvé-Tri), et leurs domaines de définition respectifs sont présentés dans le Tableau 4.8.

Le matériau constitutif de cette structure est un aluminium dont les propriétés matériau sont données dans le Tableau 4.4 et sont identiques à celles de l'étude expérimentale (Chapitre 3).

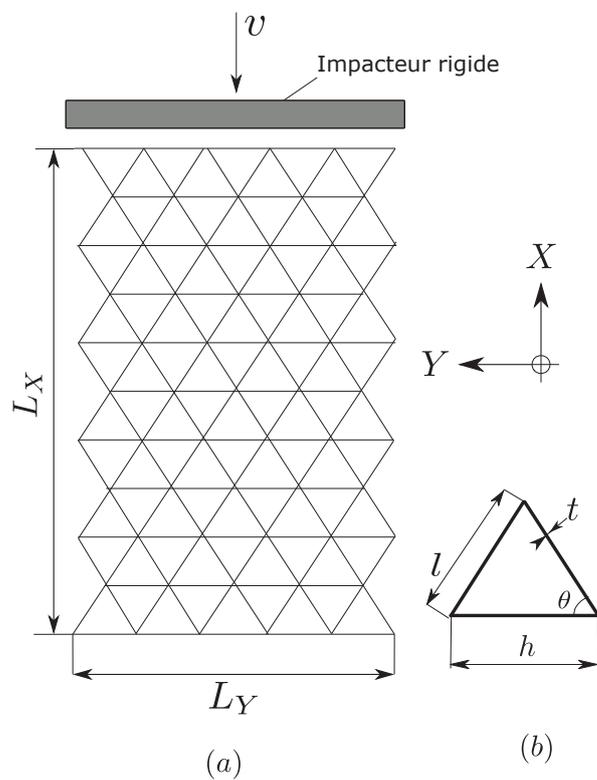


FIGURE 4.4 – Illustration de la géométrie de la structure AlvéTri

Variables normalisées α_p	Variables géométriques β_p	\mathcal{D}_{β_p}
α_1	t	$[0.5; 3.5] \text{ mm}$
α_2	l	$[60; 200] \text{ mm}$
α_3	θ	$[35; 80[\text{ }^\circ$

TABEAU 4.8 – Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p de la structure alvéolaire triangulaire

4.4 Amélioration des performances des absorbeurs

4.4.1 Variables optimales

Pour chacune des structures présentées dans la Section 4.3, l'algorithme I-PR-PSO a permis d'aboutir à une configuration optimisée pour absorber l'énergie cinétique d'une plaque rigide dont l'énergie cinétique correspond à celle d'une voiture lancée à 50km/h . Les valeurs optimisées des variables d'optimisation pour chaque structure sont données dans le Tableau 4.9. Pour faciliter la lecture des résultats, les acronymes HR alu, HC alu, H MAT et AlvéTri sont respectivement attribués aux structures hexagonal ré-entrant en aluminium, hexagonal conventionnel en aluminium, hexagonal métallique et alvéolaire triangulaire en aluminium. La variable matériau est applicable uniquement à l'optimisation de la structure H MAT. La valeur de la variable h de l'optimisation de la structure AlvéTri est donnée à titre indicatif puisqu'elle s'exprime en réalité en fonction de l et θ avec l'Eq. (4.8).

Structure	$t(\text{mm})$	$l(\text{mm})$	$h(\text{mm})$	$\theta(^{\circ})$	Matériau
HR alu	1.95	77.90	109.27	60.705	-
HC alu	2.80	50.10	111.46	133.19	-
H MAT (HC acier)	2.07	93.25	95.13	156.49	acier
AlvéTri	1.11	134.58	140.23	58.6	-

TABLEAU 4.9 – Paramètres géométriques optimaux des différentes structures optimisées pour l'absorption d'énergie

La Fig. 4.5 illustre les géométries des cellules unitaires des structures optimisées.

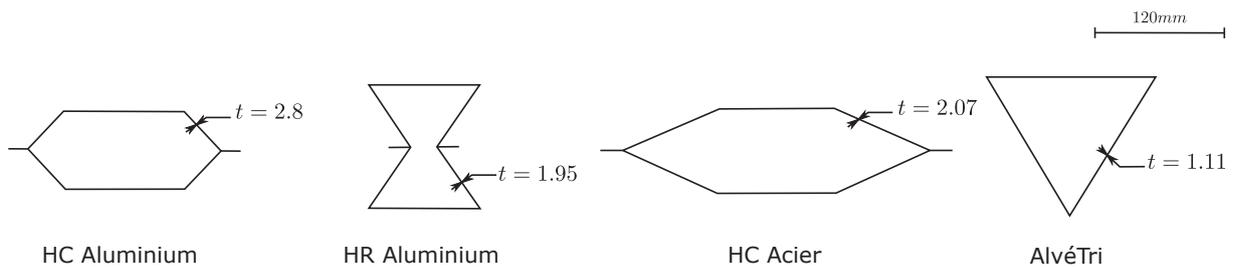


FIGURE 4.5 – Comparaison des cellules unitaires des quatre structures optimisées obtenues

Les courbes de convergence présentant les meilleures valeurs de fonction objectif, trouvées par les particules au cours de l'optimisation, sont tracées dans la Figure 4.6. On constate que pour chaque structure, la fonction objectif est optimisée, puisque la meilleure valeur de fonction objectif G_{best} décroît au cours des itérations. A la première itération de l'algorithme, la valeur de

la fonction objectif est de l'ordre de $10E + 7$ pour les structures HR et HC aluminium, et décroît rapidement pour atteindre 68.94 et 5.32 respectivement. Pour la structure H MAT, la courbe de convergence présente un G_{best} égal à $4.66E + 06$ et présente 3 paliers avant d'atteindre son optimum situé à $1.83E + 04$. Enfin, pour la structure AlvéTri, la valeur de *fitness* obtenue à la première itération est de $8.39E + 12$ et converge finalement vers la valeur de $1.70e + 12$.

Les temps de calcul CPU mis en jeu pour aboutir à des configurations optimales de structures architecturées sont très variables. En effet, ce temps de calcul dépend directement du nombre de calculs de la fonction objectif réalisés à l'aide du modèle numérique éléments finis présenté dans le Chapitre 3. Le temps de calcul CPU du modèle dépend, quant à lui, de la configuration de la structure testée. Par exemple, le temps de calcul CPU de la configuration optimale AlvéTri est de 8 minutes 54 secondes (en utilisant 4 coeurs² SMP, pour *Shared Memory Parallelism*) tandis que la configuration optimale HC aluminium nécessite 1 heure 52 minutes 7 secondes sur 4 coeurs SMP. Le coût total de l'optimisation est alors défini tel que $t_{opti} = N \times it_{I-PR-PSO} \times t_{FO}$, avec N le nombre de particules utilisées dans l'algorithme I-PR-PSO, $it_{I-PR-PSO}$ le nombre total d'itération de l'algorithme et t_{FO} le temps de calcul de chaque fonction objectif. Si l'on suppose que chaque calcul de la fonction objectif dure en moyenne 30 minutes alors le coût total de l'optimisation sera environ égale $t_{opti} = 180h$, soit 7 jours environ.

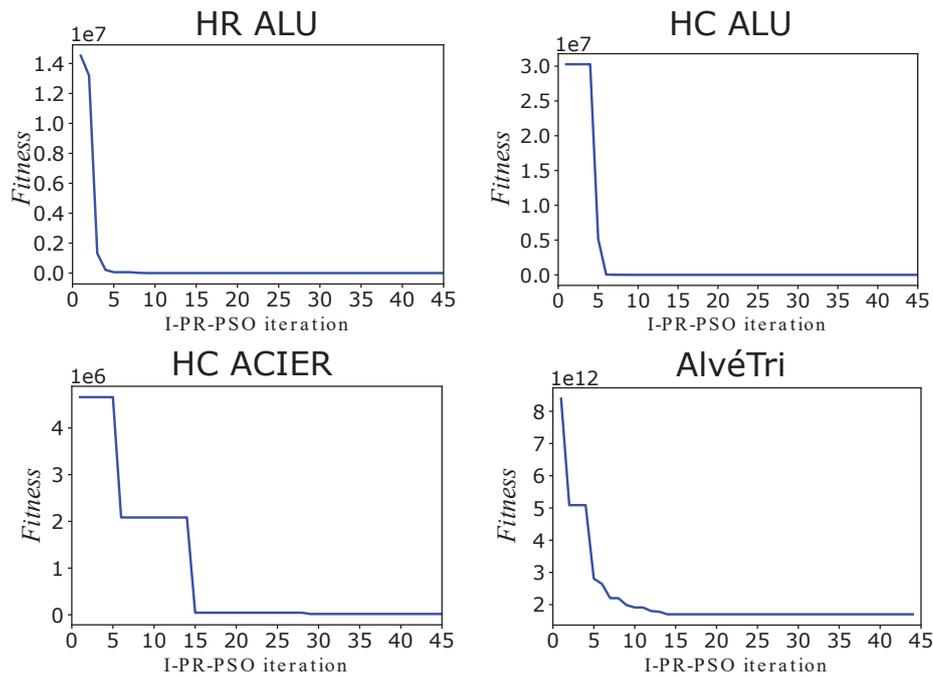


FIGURE 4.6 – Courbes de convergence de la fonction objectif pour l'optimisation des 4 structures

Comme on le voit à travers cette figure, l'ensemble du domaine de recherche est exploré jusqu'à

la 20^e itération, où les particules passent d'une phase d'exploration à une phase d'exploitation, pendant laquelle elles convergent toutes ensemble, se suivant les unes les autres, vers des zones prometteuses du domaine.

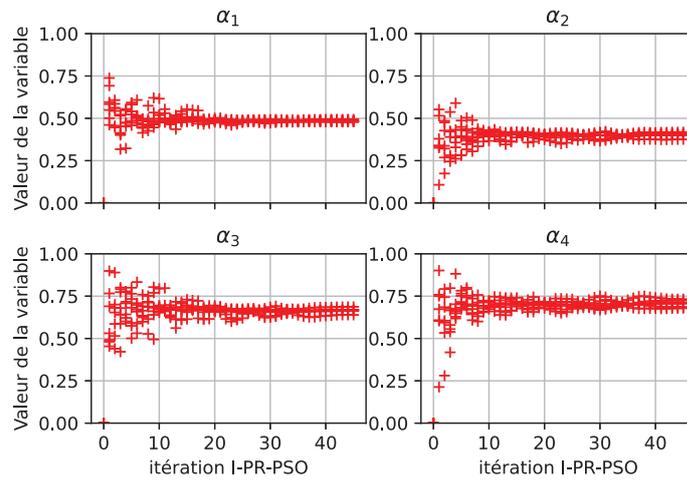


FIGURE 4.7 – Évolution de la position des particules pour chaque variable d'optimisation dans son domaine de recherche, au cours de l'optimisation du nid d'abeille HR

Les évolutions de la position des particules dans leur domaine pour l'optimisation des trois autres structures sont données en Annexe E.

4.4.2 Comportement mécanique

4.4.2.1 Définition des configurations d'impact

Si l'optimisation est réalisée dans le cas d'un choc frontal centré, dans un contexte de sécurité routière, il est pertinent de s'intéresser au comportement de la structure optimisée lorsqu'elle est soumise à un choc dans différentes configurations d'impact. En effet, les conditions d'impact frontal centré ne sont pas toujours reproduites dans les cas concrets d'accidents de la route. Ainsi, le comportement de la structure sous différentes conditions d'impact doit être analysé. Dans cette section, deux configurations d'impact décrites dans la norme EN1317-3 [6] sont considérées et simulées sur l'absorbeur de choc obtenu lors du processus d'optimisation. Un choc frontal décentré ainsi qu'un choc incliné sont considérés ici. Les deux configurations peuvent être décrites à l'aide de deux paramètres, l'angle d'inclinaison et la distance de décalage entre le centre de la plaque rigide (qui joue le rôle de l'impacteur) et celui de la structure. Cette distance de décalage est définie égale à $L_Y/4$ dans la norme EN1317-3 avec L_Y la largeur de l'impacteur. Les paramètres d'angle et de décalage sont donnés dans le Tableau 4.10 pour la configuration correspondante. Les trajectoires du centre de gravité de l'impacteur pour chaque configuration d'impact sont données quant à elles dans la Fig. 4.8.

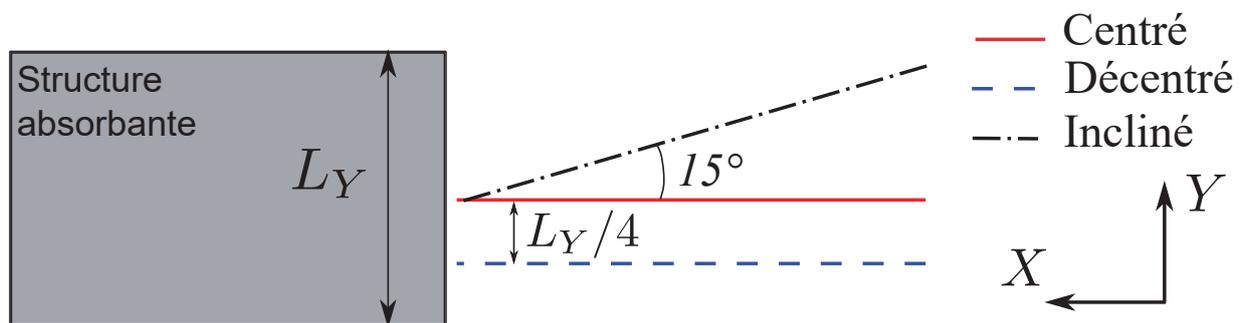


FIGURE 4.8 – Trajectoires du centre de gravité de l'impacteur des trois configurations d'impact

Configuration	Angle d'inclinaison ($^\circ$)	Décalage (mm)
N°0	0	0
N°1	0	$L_Y/4$
N°2	15	0

TABLEAU 4.10 – Configurations d'impact

4.4.2.2 Impact frontal centré

4.4.2.2.1 Énergie cinétique La Fig. 4.9 compare les absorptions d'énergie cinétique au cours du temps des 4 structures optimisées.

La courbe magenta correspond à l'absorption d'énergie par la structure AlvéTri. On constate que cette absorption est rapide, et induit une variation d'énergie cinétique importante dans un intervalle de temps restreint. La totalité de l'énergie cinétique de l'impacteur est absorbée à $t = 0.07s$. De plus, la structure ne permet pas d'arrêter totalement l'impacteur et entraîne la redirection de celui-ci sur la chaussée avec une énergie cinétique de $1284.4J$, soit avec une vitesse de $1.36m/s$ ($4.8km/h$).

Le choc ressenti dans l'impacteur sur la structure AlvéTri est plus brutal que lors d'un choc sur les structures hexagonales. En effet, les courbes d'absorption d'énergie des structures HC en aluminium et en acier sont les deux courbes d'absorption les plus linéaires et dont l'énergie cinétique est entièrement absorbée. Ces structures HR alu, HC alu et HC acier absorbent la totalité de l'énergie cinétique de l'impacteur sur une durée de $0.11s$ pour la structure HR et $0.14s$ pour les deux structures HC.

L'optimisation des structures hexagonales conventionnelles (HC acier et aluminium) sur une durée de $0.05s$ peut être considérée comme validée, compte tenu de la forme de la courbe d'absorption d'énergie cinétique qui est sensiblement la même après le temps écoulé de $t = 0.05s$, contrairement à la structure HR en aluminium. En effet, la courbe d'absorption d'énergie de cette structure HR optimisée subit une variation de sa pente à $t = 0.05s$, soit à partir du moment où l'algorithme d'optimisation n'a plus d'influence sur le choix de la géométrie de la structure. Ce phénomène est également marqué sur la fin du choc à $t = 0.08s$, où l'énergie cinétique de l'impacteur décroît subitement jusqu'à son arrêt complet avant d'être légèrement renvoyé sur la chaussée avec une vitesse de $1.17m/s$ (soit $4.18km/h$). Cependant, ce phénomène pourrait être compensé par la déformation du véhicule lors de l'impact. Cela sera donc étudié et présenté dans la Section 4.5.3.

4.4.2.2.2 Force d'impact Un filtre de type Butterworth - 4 pôles - 180Hz est appliqué aux courbes de forces calculées sur l'impacteur conformément à la norme ISO6487 [128] et tracées à la Fig. 4.10. Sur cette même figure, la force limite \bar{F}_L correspondant au seuil de force à atteindre par l'optimisation est tracée en gris.

La courbe magenta de la Fig. 4.10 représente la courbe de force calculée sur l'impacteur lorsqu'il est soumis à un choc contre la structure AlvéTri optimisée. Cette courbe présente un pic de force très élevé au début du contact comparé aux autres structures. De plus, la valeur absolue du plateau atteint par la courbe de force lors de l'impact sur la structure AlvéTri est située au delà de la limite fixée \bar{F}_L . Cela traduit la brutalité du choc sur la structure AlvéTri qui nécessite un effort plus important pour être déformée que les structures hexagonales qui s'avèrent être plus souples. L'optimisation de structures absorbantes correspond en réalité à la recherche d'un compromis entre rigidité et souplesse. Une structure très rigide entraîne une décélération

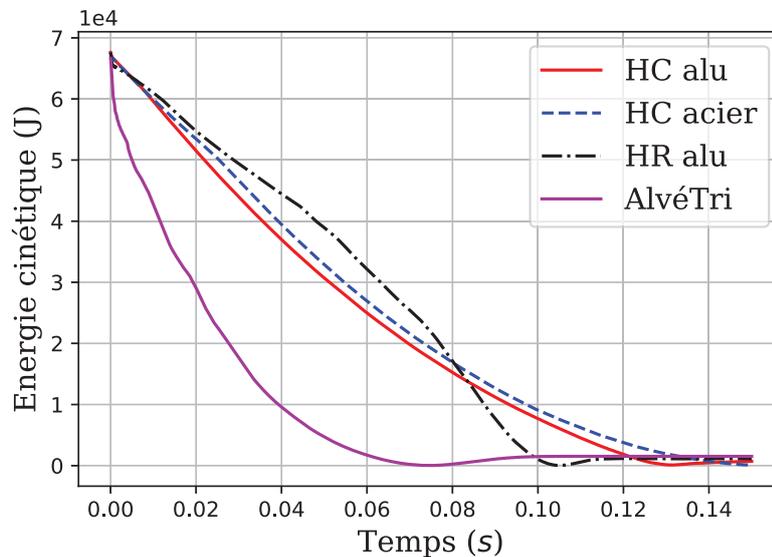


FIGURE 4.9 – Comparaison des courbes d’absorption d’énergie cinétique des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal

très brutale, comme pour la structure AlvéTri, tandis qu’une structure trop souple ne permettra pas d’absorber l’énergie cinétique de l’impacteur.

Ce dernier phénomène est observé sur la courbe de force de la structure HR en aluminium de la Fig. 4.10. La courbe en pointillés noirs présente un pic de force important entre $t = 0.07s$ et $t = 0.105s$ et correspond à la densification de la structure HR. A partir de cet instant, la structure ne peut plus absorber d’énergie par déformation et l’impacteur se trouve ainsi en contact avec une structure pouvant être considérée comme infiniment rigide comme un obstacle fixe (arbre, plie de pont, *etc.*).

La structure HC en aluminium présente une courbe de force linéaire sur le début de l’impact jusqu’à $t = 0.10s$. Puis, la densification de la structure est atteinte et se traduit par une augmentation de la force d’impact et entraîne un léger dépassement de la valeur seuil \bar{F}_L .

La seule courbe de force de ce graphique ne dépassant pas la limite fixée \bar{F}_L est celle de la structure HC acier. Cette structure s’avère être une structure optimisée par rapport à la fonction objectif définie à l’Eq. (4.6)

4.4.2.2.3 Déformation des structures La Fig. 4.11 illustre la déformation des structures optimisées lorsqu’elles sont soumises à un choc frontal centré.

La déformation de la structure HR aluminium suit un mode de déformation en X, souvent observé dans la littérature [114, 121]. Ce type de déformation, qui a lieu dans l’ensemble de la structure simultanément (et non pas couche après couche), permet une absorption d’énergie

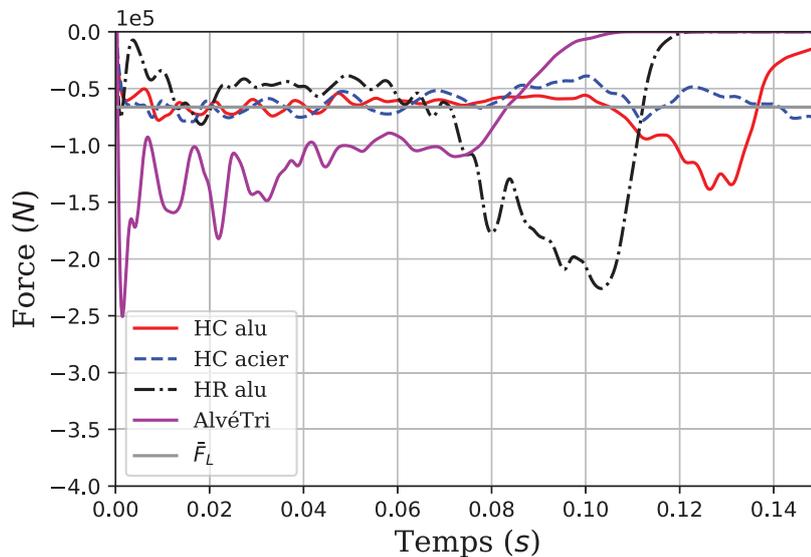
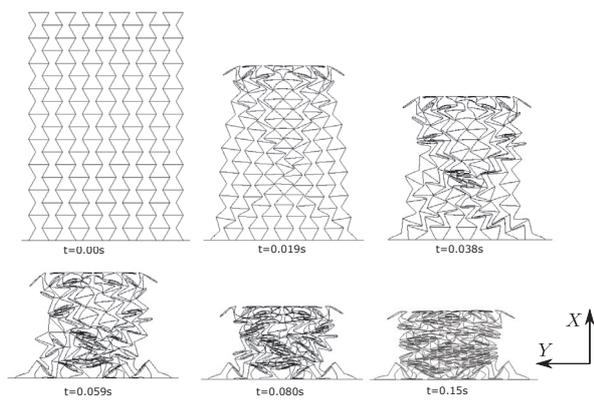


FIGURE 4.10 – Comparaison des courbes de forces filtrées (BW 180Hz 4 pôles) calculées sur l'impacteur des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal

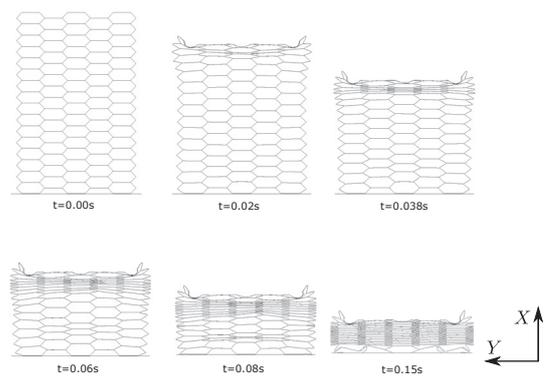
cinétique par la structure dans sa globalité et n'est donc pas localisée dans la zone d'impact. Cette observation explique les performances intéressantes dans l'absorption d'énergie de la structure HR. De plus, on peut visiblement observer le comportement auxétique de la structure puisque le ratio de la déformation longitudinale sur la déformation transversale est négatif ($\nu = -0.28$ à $t = 0.1s$). Au terme des $t = 0.08s$, la structure écrasée n'a pas encore atteint la densification totale et peut donc absorber davantage d'énergie.

La déformation de la structure HC en aluminium est significativement différente de celle de la structure HR, comme le montre la Fig. 4.11. Le phénomène de déformation a lieu couche après couche. En effet, les cellules hexagonales s'écrasent les unes après les autres. A partir de $t = 0.06s$ on observe un léger écrasement des cellules proches du mur rigide inférieur. Ce dernier phénomène de déformation est plus visible dans le schéma de déformation de la structure HC en acier de la Fig. 4.11. Bien que le début de l'absorption soit essentiellement dû à l'écrasement des cellules situées au plus proche de l'impacteur, la déformation a lieu dans deux zones de la structure, à partir de $t = 0.06s$. Les cellules situées au centre de la structure n'ont presque pas été écrasées, ce qui induit que la densification de la structure n'est pas atteinte après $0.08s$.

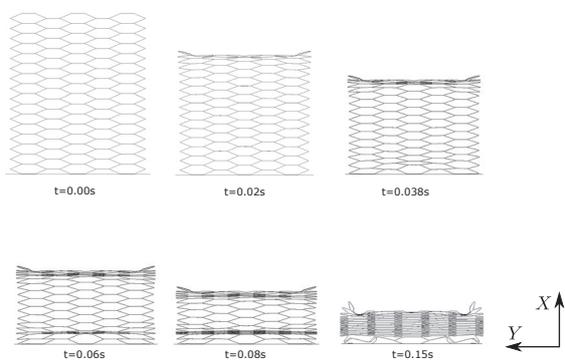
Enfin, la déformation de la structure alvéolaire triangulaire illustrée dans la Fig. 4.11(d) montre que la structure absorbe l'énergie cinétique de l'impacteur en ne se déformant que de 60% par rapport à la dimension initiale de la structure dans la direction d'impact. La déformation des cellules triangulaires apparaît couche après couche dans la structure, elle est donc très localisée et proche du lieu d'impact. Cela peut expliquer la violence du choc constatée sur cette structure.



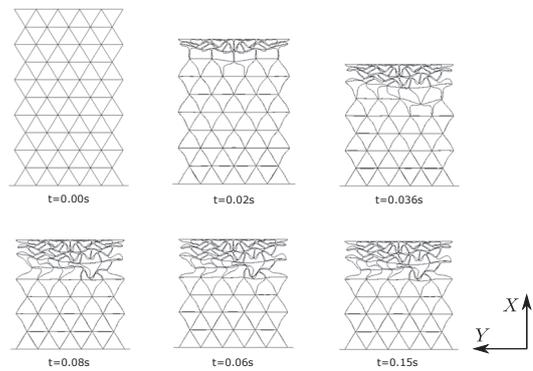
(a) HR Aluminium



(b) HC Aluminium



(c) HC acier



(d) AlveTri

FIGURE 4.11 – Modélisation numérique de la déformation des structures optimisées lors d'un choc frontal et centré à $50km/h$

4.4.2.3 Impact frontal décentré

Le comportement de chaque structure optimisée lorsqu'elle est soumise à un choc frontal décentré de 25% dans la direction Y est maintenant étudié dans cette section.

4.4.2.3.1 Énergie cinétique Les courbes d'absorption d'énergie cinétique des structures sont comparées dans la Fig. 4.12.

Le caractère linéaire des courbes d'absorption d'énergie n'est pas modifié lorsque les structures optimisées sont impactées dans des conditions de choc décentré. Les courbes d'absorption d'énergie ne sont donc pas sensibles au décentrage de l'impacteur. Comme pour le choc frontal centré, la structure AlvéTri se démarque des autres avec une énergie cinétique qui décroît plus rapidement que celles des autres structures.

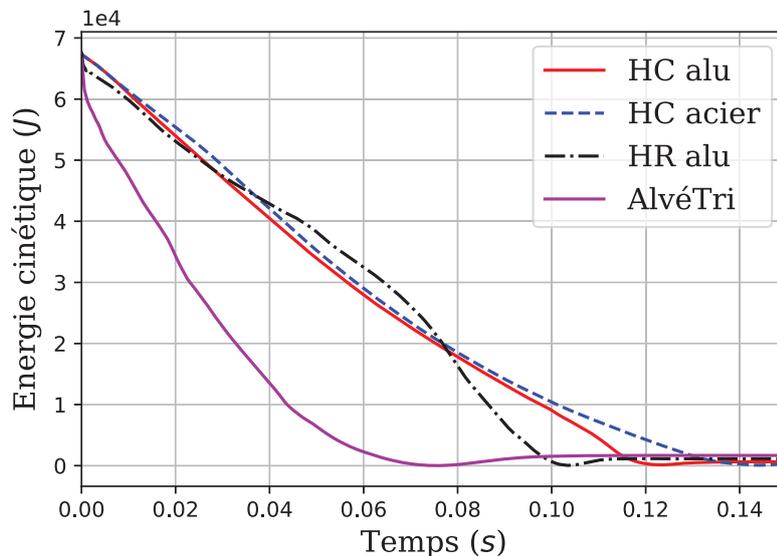


FIGURE 4.12 – Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal décentré à 50 km/h

4.4.2.3.2 Force d'impact Les courbes de forces filtrées sont quant à elles comparées dans la Fig. 4.13. Ces courbes de forces sont sensibles à la configuration d'impact sur la fin de l'impact. En effet, on constate que les pics de forces de fin de contact sont plus grands que ceux de l'impact frontal centré. Le décentrage de l'impacteur induit une déformation de la structure moins uniforme à l'échelle de la structure globale. Le côté qui n'est pas impacté se déforme moins et par conséquent absorbe moins d'énergie. Cela est également visible sur les illustrations des déformées dans les Figs. 4.14(a) à (d).

Bien que le pic de force de la structure HR aluminium en choc décentré soit 11% plus important qu'en choc frontal centré, la structure HR présente des performances meilleures que la structure HC aluminium en choc décentré. En effet, la structure HC aluminium subit une augmentation du pic de force en fin de choc de 69% entre les chocs centré et décentré.

La structure HC acier est, quant à elle, la meilleure solution pour absorber le choc frontal décentré. La courbe de force est très proche de la limite \bar{F}_L tout au long de l'impact et ce, particulièrement jusqu'à $t = 0.12s$. Le pic de force est visible sur la fin du choc, mais ne remet pas en cause ses performances comme cela sera expliqué dans la Section 4.4.3.

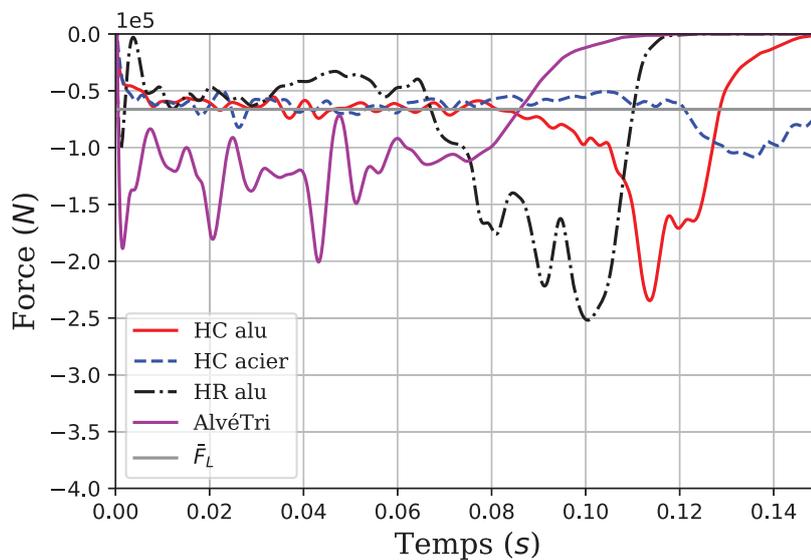
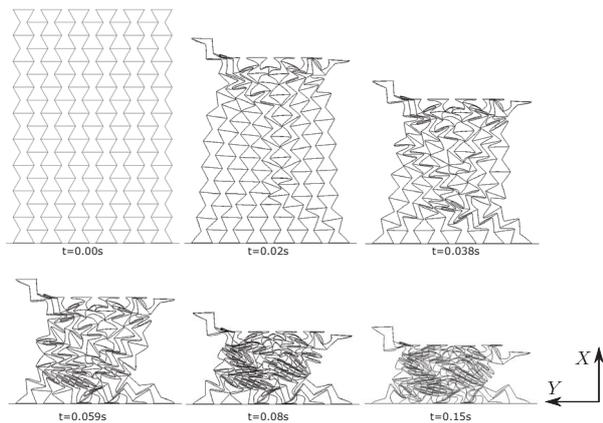


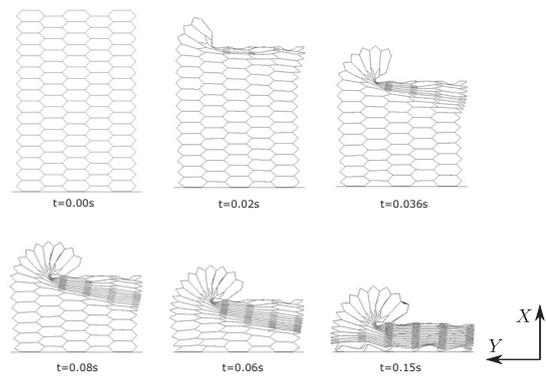
FIGURE 4.13 – Comparaison des courbes de force filtrées (BW 4p 180Hz) des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal décentré à $50km/h$

4.4.2.3.3 Déformation des structures Les Figs. 4.14(a) à (d) illustrent la déformation des structures optimisées lorsqu'elles sont soumises à un choc frontal décentré.

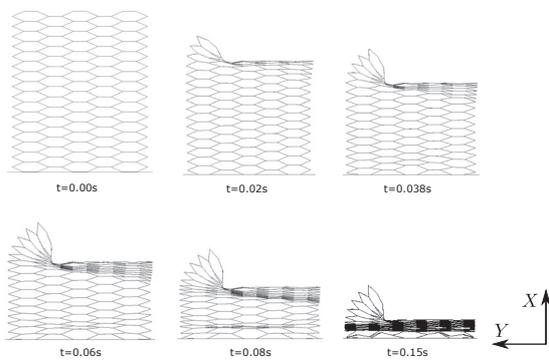
On constate sur la Fig.4.14(a) que la déformation de la structure optimisée HR aluminium est uniformément répartie sur la globalité de la structure malgré le décentrage de l'impacteur. Cette déformation globale est moins marquée sur les structures en nid d'abeille HC (aluminium et acier). En effet, les structures HC et AlvéTri atteignent une densification complète du côté du choc de l'impacteur. En revanche, du côté opposé au choc, les structures n'ont été que très peu déformées.



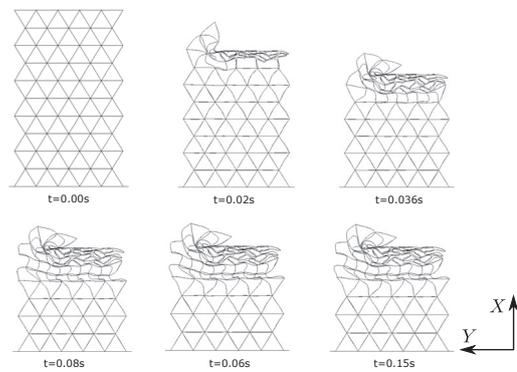
(a) HR Aluminium



(b) HC Aluminium



(c) HC acier



(d) AlveTri

FIGURE 4.14 – Modélisation numérique de la déformation des structures optimisées lors d'un choc frontal et décentré à $50km/h$

4.4.2.4 Impact incliné

Enfin, la dernière configuration d'impact testée est le cas d'un choc incliné d'un angle de 15° comme présenté dans la Section 4.4.2.1.

Les courbes d'absorption d'énergie cinétique des structures sont comparées dans la Fig. 4.15. Comme pour le choc décentré, le caractère linéaire des courbes d'absorption d'énergie reste inchangé.

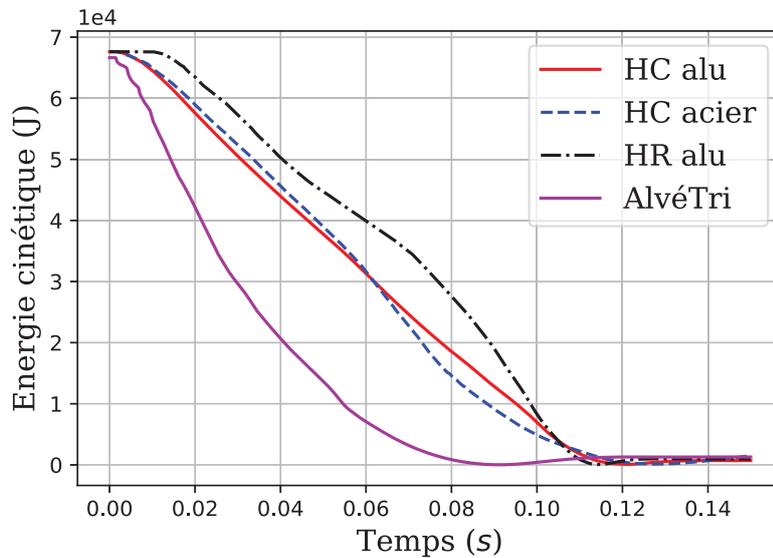


FIGURE 4.15 – Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique des 4 structures optimisées obtenues en choc incliné de 15° à 50km/h

Le choc incliné induit une réduction du pic de force au début du contact, comme le montrent les courbes de forces filtrées tracées sur la Fig. 4.16. Cela est particulièrement visible sur la courbe de force de la structure AlvéTri. Une fois de plus, la structure HC acier est la structure présentant les meilleures performances en choc incliné vis à vis des critères établis précédemment.

Les Figs. 4.17(a) à (d) illustrent la déformation des structures optimisées lorsqu'elles sont soumises à un choc incliné de 15° . Les rebonds de force observés dans la Fig. 4.16 sur les structures HC alu et HR alu sont expliqués par la déformation de la structure. Les structures atteignent un point de densification à $t = 0.1\text{s}$ et ne peuvent donc plus absorber l'énergie par déformation. Les déformées des structures à $t = 0.08\text{s}$ et $t = 0.1\text{s}$ sont similaires, comme le montrent les Figs. 4.17(a) et (b).

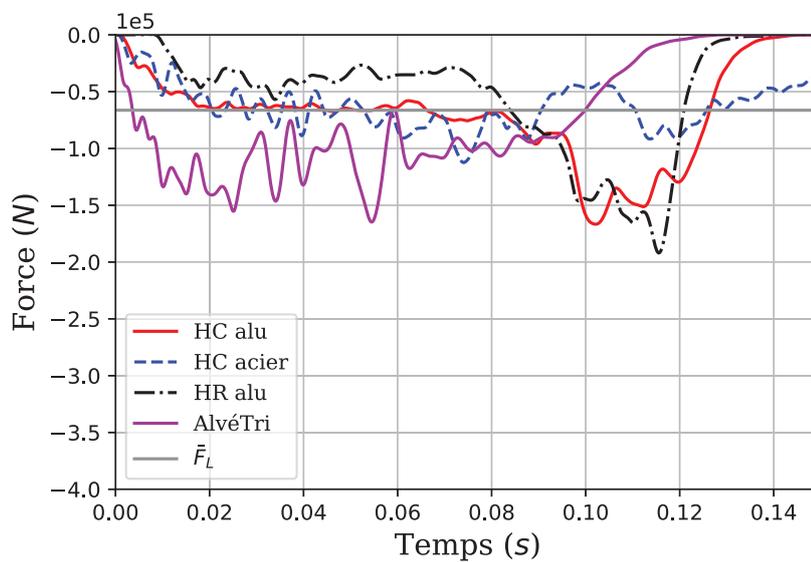
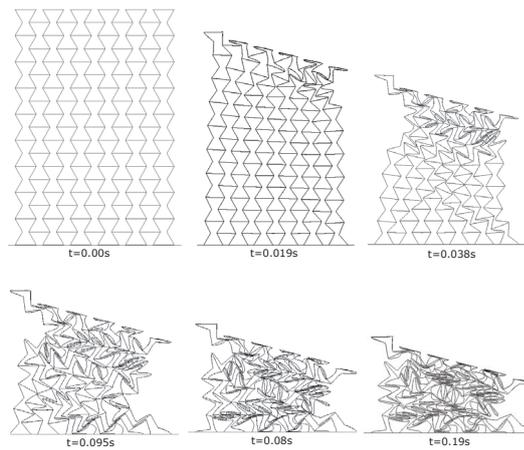
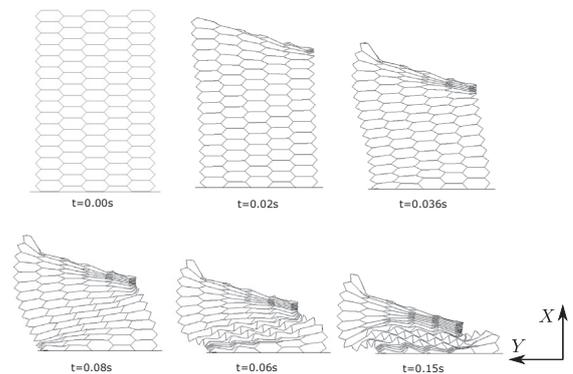


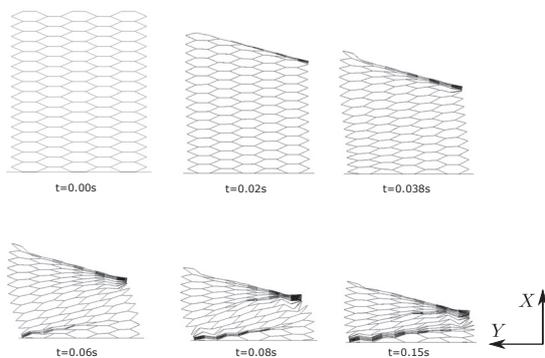
FIGURE 4.16 – Comparaison des courbes de force filtrées (BW 4p 180Hz) des 4 structures optimisées obtenues en choc incliné de 15° à 50km/h



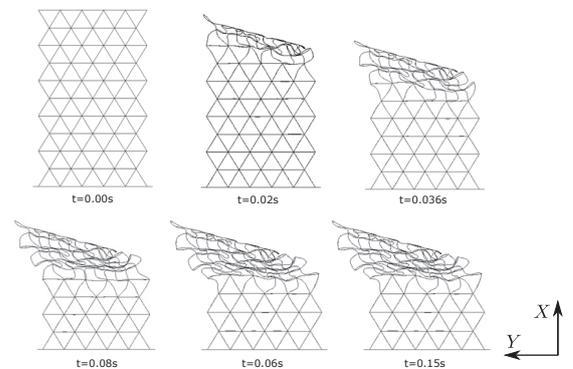
(a) HR Aluminium



(b) HC Aluminium



(c) HC acier



(d) AlveTri

FIGURE 4.17 – Modélisation numérique de la déformation des structures optimisées lors d'un choc incliné de 15° à $50km/h$

4.4.3 Bilan

Afin de comparer les capacités d'absorption des structures optimisées, le Tableau 4.11 donne la part d'énergie cinétique absorbée à $t = 0.08s$, dans les trois configurations d'impact, ainsi que la valeur de l' ASI . La part d'énergie cinétique absorbée E_{abs} est calculée telle que :

$$E_{abs} = \frac{E_{t=0.08s}}{E_{initiale}} \times 100 \quad (4.9)$$

avec $E_{t=0.08s}$ l'énergie cinétique de l'impacteur à $t = 0.08s$ et $E_{initiale}$ son énergie cinétique initiale.

L' ASI est quant à lui l'indice calculé selon la norme EN1317-1 [5] défini tel que $ASI = \max[ASI(t)]$ (voir Eq. (2.1) page 14). Les Figs. 4.18(a) à (c) représentent l'évolution de $ASI(t)$ pour les quatre structures optimisées soumises à un choc frontal centré, frontal décentré et incliné. La valeur de l' ASI est lisible sur ces courbes à l'instant où $ASI(t)$ atteint son maximum et récapitulée dans le Tableau 4.11. Dans cette Section, on nomme HC acier la structure obtenue suite à l'optimisation d'un nid d'abeille hexagonal métallique dans le cas général (*i.e.* où l'on n'impose ni la forme de la cellule, ni le matériau constitutif) dans la Section 4.3.1.3.

Configuration		HR alu	HC alu	HC Acier	AlvéTri
Frontale	$E_{abs}(\%)$	79.0	77.5	75.1	99.6
	ASI	2.1	1.3	0.9	1.7
Décentrée	$E_{abs}(\%)$	75.9	73.7	72.7	99.7
	ASI	2.2	1.7	1.2	1.7
Inclinée	$E_{abs}(\%)$	70.5	72.6	78.6	98.7
	ASI	1.6	1.6	1.0	1.5

TABLEAU 4.11 – Part d'énergie cinétique absorbée E_{abs} à $80ms$ et valeur de l' ASI sous les différentes configurations d'impact pour chaque structure optimisée

La structure HC en acier est la seule structure parmi les quatre proposées à respecter les conditions de la norme stipulant que l' ASI doit être inférieur à 1.4 quelles que soient les conditions d'impact.

En choc frontal, la structure HC en aluminium respecte également cette condition avec un ASI de 1.3. En revanche, en impact décentré, la valeur de l' ASI augmente fortement à la fin du contact pour atteindre un maximum de 1.7. Si la structure HC en aluminium respecte les conditions de la norme EN1317-1 en condition de choc frontal centré, ce n'est pas le cas dans les configurations décentrée et inclinée. Plus précisément, à la fin du choc (*i.e.* quand $t = 0.11s$) la structure n'absorbe plus d'énergie en se déformant et la valeur de l' ASI augmente.

La structure HR en aluminium présente quant à elle un ASI inférieur à la limite de 1.4 au début du choc jusqu'à $t = 0.06s$. Puis, lorsque la structure atteint son point de densification, et qu'elle n'absorbe plus d'énergie par déformation, l' ASI augmente fortement pour atteindre

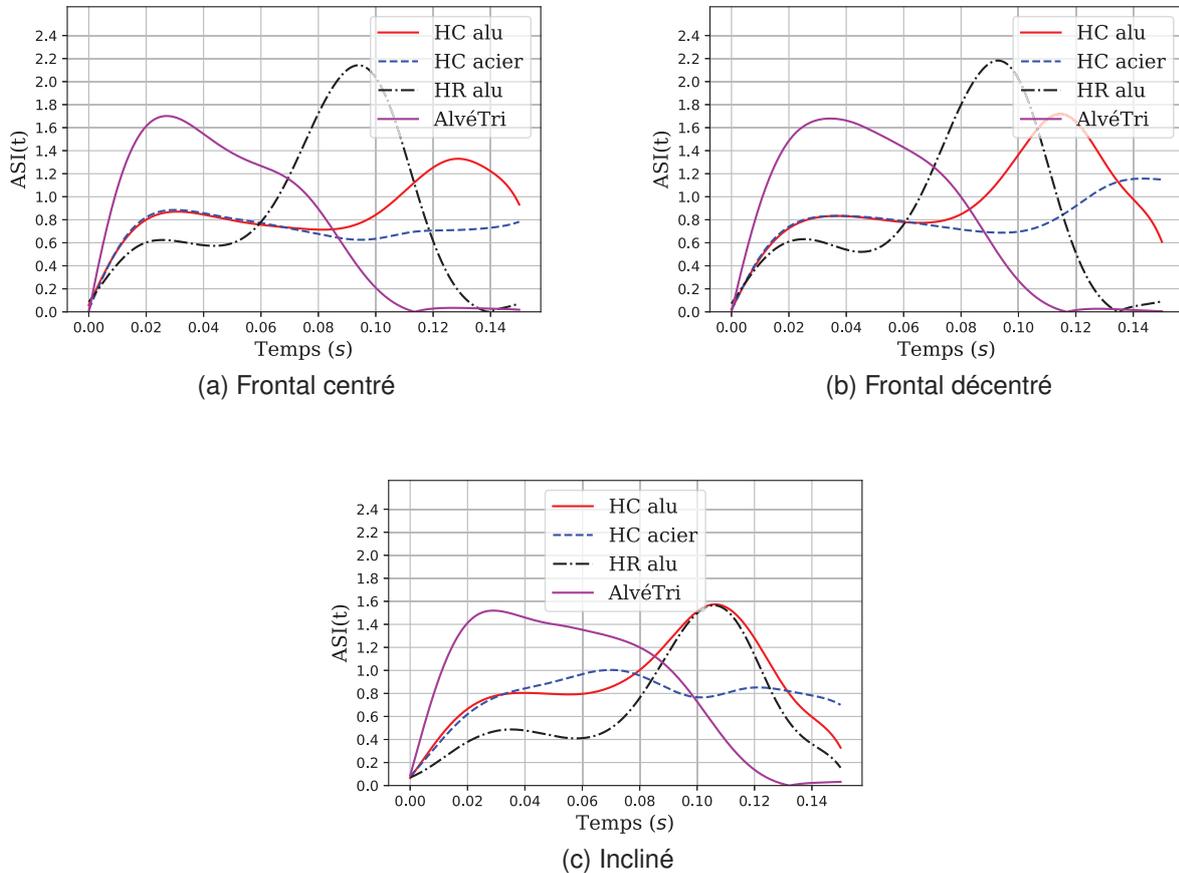


FIGURE 4.18 – Valeur de l'indice ASI au cours du temps sur les 4 structures optimisées dans les différentes configurations d'impact

un maximum de 2.1. Il serait intéressant de savoir si la déformation du véhicule permettrait de réduire cette valeur d' ASI en fin de choc.

Globalement, les structures optimisées sont peu sensibles aux variations des configurations d'impact. Pour illustrer ces propos on se propose de tracer les courbes d'absorption d'énergie pour les trois configurations d'impact pour chaque structure dans la Fig. 4.19. Les courbes rouges en trait plein, les pointillés bleus et les pointillés noirs, correspondent respectivement au choc en configuration frontale centrée, frontale décentrée et inclinée. La structure HR est la structure la moins sensible à la configuration d'impact, tandis que la structure AlvéTri est la structure la plus sensible à ces configurations d'impact. Les structures HC en aluminium et en acier ont un comportement globalement similaire quelle que soit la configuration d'impact. En effet, la décroissance d'énergie cinétique reste linéaire au cours de l'impact.

A la vue de ces résultats, on peut affirmer que réaliser une étude d'optimisation uniquement sur un choc frontal centré est pertinent. Les conditions d'impact ne semblent pas avoir d'influence

significative sur l'absorption d'énergie des structures architecturées.

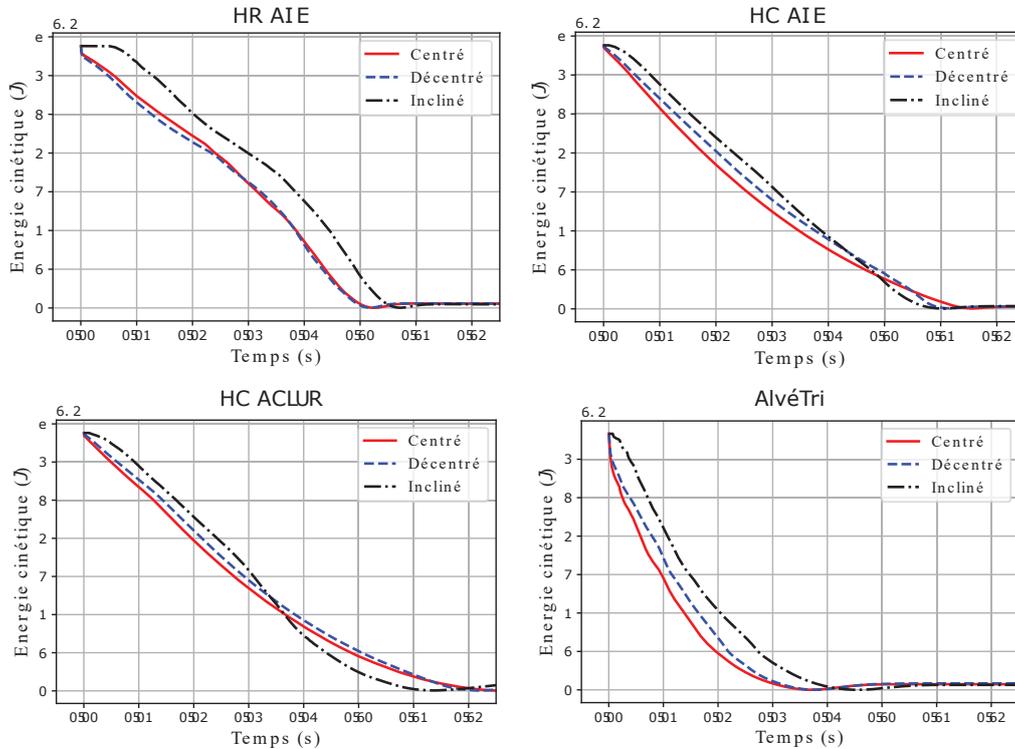


FIGURE 4.19 – Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique pour les chocs centré, décentré et incliné, pour chacune des quatre structures optimisées

Les comparaisons des courbes de forces filtrées (BW 4p 180Hz) (Figs. 4.10 4.13 et 4.16), des courbes d'absorption d'énergie cinétique (Figs. 4.9 4.12 et 4.15) ainsi que les valeurs de l'*ASI* du Tableau 4.11 nous permettent d'orienter la suite des recherches sur des structures hexagonales qui semblent capables d'absorber l'énergie de manière plus douce que la structure AlvéTri. En revanche, il est difficile de trancher concernant le choix d'une structure HR ou HC. En effet, en choc frontal centré la structure HC permet d'affaiblir la valeur du pic de force ressenti au moment du contact par rapport à la structure HR. On notera également que le matériau constitutif de la structure en nid d'abeille semble avoir une influence notable à la fin du choc. En effet, l'acier permet d'absorber davantage d'énergie en fin de choc par rapport aux structures en aluminium. L'acier dispose de capacités supérieures en terme d'absorption d'énergie par déformation plastique puisque l'aire sous la courbe de contrainte-déformation de l'acier est supérieure à celle de l'aluminium. En revanche, l'avantage majeur de l'aluminium est sa souplesse relative par rapport à l'acier. Cependant, l'analyse des premiers instants du choc permet de dire que la géométrie des cellules permet de compenser la rigidité de l'acier par rapport à l'aluminium puisque les courbes de forces et de l'*ASI* sont similaires pour les deux matériaux jusqu'à $t = 0.08s$.

L'algorithme d'optimisation I-PR-PSO a révélé des structures en nid d'abeille optimisées pour absorber l'énergie cinétique d'un absorbeur de choc. La limite de tolérance humaine choisie dans la Section 4.2.1 qui pouvait paraître ambitieuse vis à vis de la norme EN1317-1 (réduction de près de 40%) apparaît pertinente. Les structures développées dans ce chapitre permettent d'améliorer les capacités d'absorption des absorbeurs actuellement sur le marché, et en particulier la structure HC en acier qui remplit les conditions de décélérations limites de la norme. La structure optimisée obtenue a une dimension réduite de 25% dans la direction du choc. Ces structures pourront être installées dans des zones où l'espace disponible est restreint tout en respectant les conditions de la norme EN1317-3.

4.5 Validation des structures optimisées

Afin de valider les structures qui semblent optimales, on décide de réaliser une simulation de choc avec un modèle numérique de véhicule. En effet, avant de réaliser des essais expérimentaux permettant l'homologation d'un atténuateur de choc il est judicieux de tester préalablement leur comportement via l'utilisation d'un calcul numérique que l'on peut considérer comme représentatif de la réalité physique. Cela permet d'éviter les essais destructeurs et coûteux. Les structures les plus performantes obtenues dans ce chapitre sont donc implémentées dans le modèle numérique décrit ci-dessous pour ensuite calculer les valeurs de l'*ASI* et du THIV relevées sur le véhicule. Les absorbeurs restent inchangés et présentent donc une dimension dans la direction d'impact inférieure de 25% par rapport aux atténuateurs actuellement en vigueur sur les routes.

4.5.1 Présentation du modèle numérique

Le modèle numérique *Geo Metro* est un modèle éléments finis de véhicule spécifiquement développé pour les simulations de crash sur des dispositifs de retenue. Le véhicule modélisé est inspiré du modèle de voiture *Suzuki Swift*, dont une vue d'ensemble est donnée dans la Fig. 4.20. Ce modèle validé [133] est utilisé dans de nombreuses simulations [143, 144]. L'avantage majeur de ce modèle EF est qu'il est constitué de relativement peu d'éléments et par conséquent ne requiert que peu de ressources de calcul. En effet, il est composé de 14709 éléments coques, 820 éléments solides et 19279 noeuds. La plupart des composants du véhicule sont modélisés par une loi élasto-plastique linéaire par morceaux.

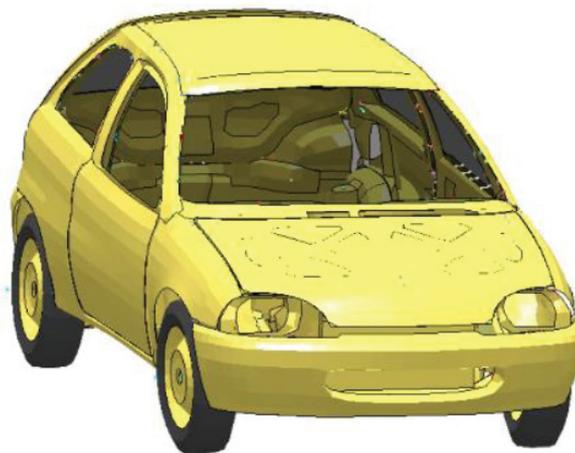


FIGURE 4.20 – Vue d'ensemble du modèle numérique *Geo Metro*

La vitesse initiale du véhicule est fixée à 50km/h dans la direction X . Il est ainsi projeté sur l'atténuateur de choc dont les degrés de liberté des noeuds du plan (X, Y) de l'arrière de

la structure sont complètement contraints, comme le montre la Fig. 4.21. Une détection de contact automatique (AUTOMATIC SURFACE-TO-SURFACE) est appliquée entre le véhicule et l'atténuateur de choc, avec un coefficient de frottement de 0.3. L'énergie cinétique initiale du véhicule est de $K = 84.6kJ$ pour un véhicule de masse $m = 863.3kg$.

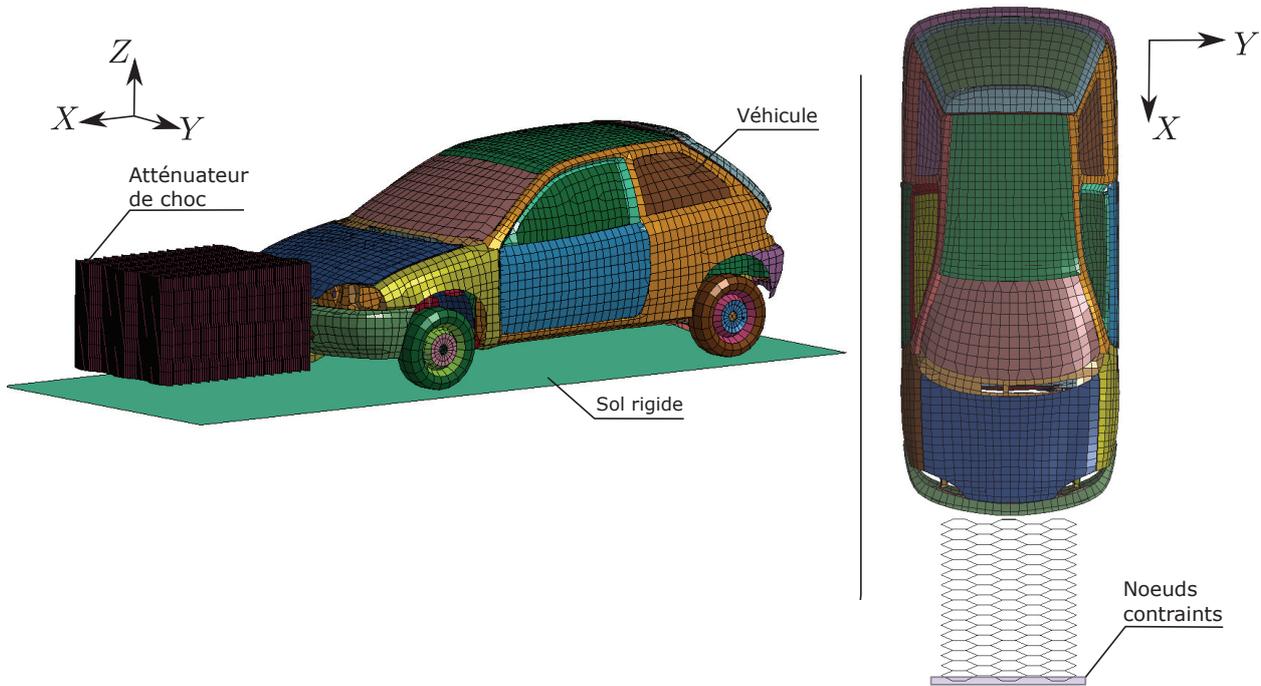


FIGURE 4.21 – Illustration du modèle numérique *Geo Metro* et d'un absorbeur de choc

Les données extraites du résultat de la simulation sont les accélérations du point situé au centre de gravité du véhicule au cours du temps. Les signaux sont ensuite filtrés avec un filtre de type Butterworth 4 pôles avec une fréquence de coupure de $13Hz$ conformément à la norme EN1317-1 [5]. Ces signaux servent ainsi au calcul de l'*ASI* défini Eq. (2.1) et du THIV comme le décrit la norme EN1317-1 [5].

4.5.2 Validation de l'atténuateur HC acier

La première structure optimisée à faire l'objet d'une validation numérique avec un modèle de véhicule pour simuler un impact, est la structure HC en acier. En effet, il s'agit de la structure issue de l'optimisation dont la valeur de l'*ASI* est inférieure à 1.4 lorsqu'elle est impactée par un impacteur rigide. La structure HC acier est présentée en détails dans la Section 4.3.1.3 (page 97). Elle est implémentée dans le modèle *Geo Metro* afin de mesurer son efficacité face

à un choc de véhicule. Le comportement du véhicule qui entre en collision avec la structure HC acier dans une configuration de choc frontal centré à 50km/h est présenté dans cette section.

Les courbes de l'ASI et du THIV sont respectivement illustrées dans les Figs. 4.22(a) et 4.22(b). Le THIV, décrit en détail dans le Chapitre 2 (page 13), correspond à la vitesse d'impact de la tête théorique de l'occupant du véhicule. En effet, l'occupant du véhicule est considéré comme un objet libre de ses mouvements, qui continue de se déplacer lorsque la vitesse du véhicule varie brutalement au contact du dispositif de retenue, et cela jusqu'à ce qu'il heurte une surface à l'intérieur du véhicule. Concrètement, il s'agit d'identifier la vitesse de cet objet à l'instant où il est à une distance des parois du véhicule inférieure à $D_x = 0.6\text{m}$ ou $D_y = 0.3\text{m}$ respectivement dans les directions X et Y [5]. On relève une valeur de THIV de 35.77km/h à l'instant $t = 0.132\text{s}$.

Sur la courbe de $ASI(t)$, donnée dans la Fig.4.22(a), un premier pic de l'ASI apparaît à $t = 0.05\text{s}$ pour une valeur de l'ASI correspondante de 0.75. Ce premier pic est dû à l'impact du véhicule sur l'absorbeur et au ralentissement du véhicule par la structure HC acier. Puis un second pic plus important a lieu à $t = 0.136\text{s}$ et atteint une valeur de l'ASI maximale de $ASI = 1.16$. Cette valeur, inférieure à la limite donnée par la norme EN1317-3, correspond à l'instant où l'atténuateur de choc est entièrement déformé et atteint son point de densification. Malgré la densification de la structure, la valeur de l'ASI reste dans les limites de la norme, tout comme le THIV qui est inférieur à 44km/h , qui est la limite établie dans la norme EN1317-3 [6] pour un essai de choc frontal centré.

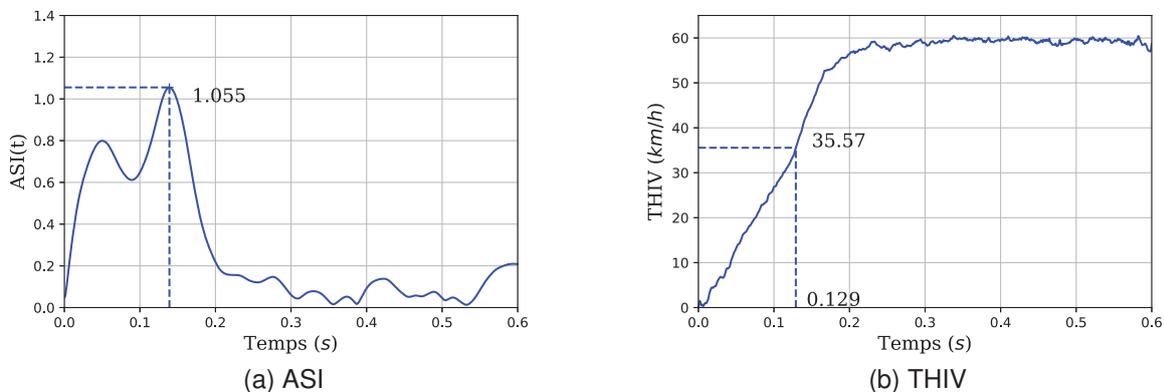


FIGURE 4.22 – Valeurs de l'ASI et du THIV relevés sur l'essai numérique d'un choc frontal sur la structure HC acier avec un véhicule

Une analyse plus approfondie du comportement du véhicule face à l'atténuateur de choc HC en acier est apportée par la Fig. 4.23 dans laquelle sont tracées les courbes d'énergie (a) cinétique du véhicule et (b) interne de l'atténuateur de choc au cours de l'impact. La lecture de ces courbes permet de mettre en évidence que 76.5% de l'énergie cinétique du véhicule est absorbée par la déformation plastique de l'atténuateur de choc HC acier. Le point de densification de la structure HC acier (*i.e.* la déformation maximale atteinte par la structure dans la direction d'impact) a lieu à $t = 0.15\text{s}$, lorsque la courbe d'énergie interne atteint son maximum. Puis,

l'énergie interne décroît légèrement et correspond au retour élastique de la structure HC acier. Ce retour élastique a lieu à partir du moment où le véhicule est renvoyé sur la chaussée avec une énergie cinétique de $3.975kJ$, soit à une vitesse de $3.17m/s$ ($11.3km/h$). On note également que, la courbe d'énergie cinétique du véhicule décroît de manière très progressive sur une durée de $0.15s$. Ainsi, l'allure de la courbe d'énergie cinétique est quasi-linéaire conformément aux résultats de l'optimisation (voir Section 4.4.2.2).

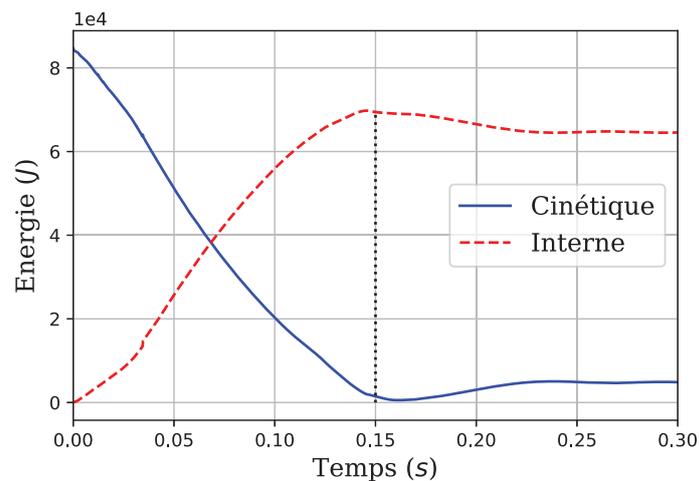


FIGURE 4.23 – Comparaison des courbes d'énergies (a) cinétique du véhicule et (b) interne de la structure HC acier lors d'un choc frontal centré

Cette structure peut donc être validée numériquement en regard de la norme EN1317-3.

4.5.3 Validation de l'atténuateur HR aluminium

La structure optimisée HR en aluminium présente un comportement particulièrement intéressant lors du choc frontal. Déterminée par l'algorithme I-PR-PSO dans la Section 4.3.1.1 (page 96), ce nid d'abeille en aluminium présente un comportement intéressant de par son caractère auxétique. Ainsi, sa déformation transversale à la direction de l'impact est négative et semble pertinente pour la sécurité des usagers de la route, puisque l'atténuateur de choc ne s'étendra pas sur la chaussée en cas d'accident. De plus, on constate sur les courbes d'*ASI* de la Fig. 4.18 que le comportement de la structure HR en aluminium est critique en fin de choc. L'*ASI* est atteint autour de $t = 0.1s$, il serait donc intéressant de déterminer si la déformation du véhicule permettrait de limiter ce pic sur la fin du choc. Cette deuxième structure optimisée fait donc l'objet d'une validation numérique en cas de choc frontal avec un véhicule. De la même manière que pour la structure HC acier, la structure HR aluminium est implémentée au modèle *Geo Metro*.

Les courbes de l'ASI et du THIV sont respectivement présentées dans les Figs. 4.24(a) et (b). On constate que la valeur maximale de l'ASI est de 1.29, et que le THIV relevé à $t = 0.14s$ est de $39.78km/h$. Ces valeurs sont inférieures aux limites établies dans la norme EN1317-3 fixées respectivement à 1.4 et $44km/h$ [6].

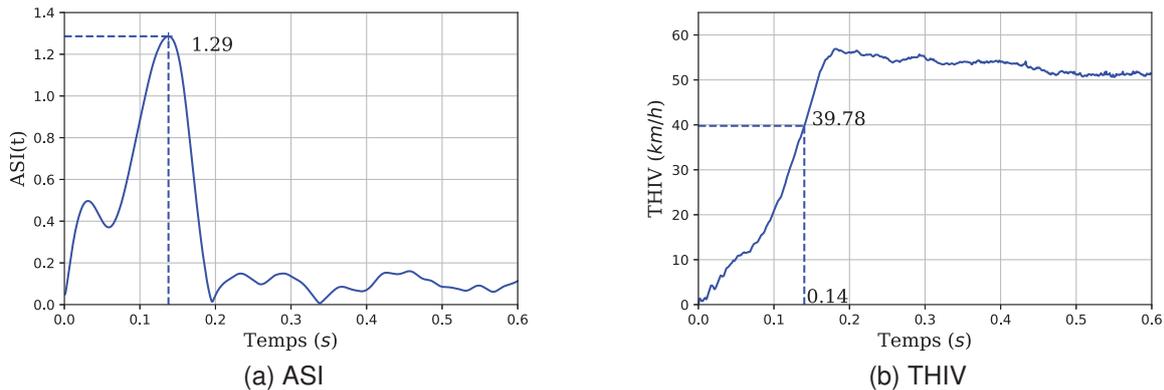


FIGURE 4.24 – Valeurs de l'ASI et du THIV relevées sur l'essai numérique d'un choc frontal sur la structure HR aluminium

Les courbes d'énergie cinétique du véhicule et d'énergie interne de la structure HR sont comparées dans la Fig. 4.25. Dès que le véhicule entre en contact avec la structure HR aluminium, celle-ci se déforme et l'énergie cinétique du véhicule est dissipée par la déformation de l'atténuateur de choc. Jusqu'à $t = 0.08s$, l'énergie cinétique du véhicule est dissipée par la déformation de la structure HR alu à 54.72%. Les 45.28% restants correspondent à la dissipation par frottement et à la déformation du véhicule lui-même. Puis, le point de densification de la structure HR est atteint à $t = 0.15s$. A cet instant, l'énergie cinétique du véhicule est de $1.286kJ$. Puis, passé ces instants, le véhicule est renvoyé en arrière à une vitesse de $1.29m/s$, soit $4.6km/h$. La structure HR admet un retour élastique qui est visible sur la courbe d'énergie interne. En effet, la légère décroissance de la courbe d'énergie interne à partir de $t = 0.15s$ (ligne pointillée noire sur la Fig. 4.25) correspond au retour élastique de la déformation de la structure HR. On note également que la décroissance de l'énergie cinétique du véhicule est quasi linéaire, comme lors de la simulation numérique avec l'impacteur rigide (voir Section 4.3.1.1 page 96) ce qui indique que l'optimisation a permis d'obtenir un atténuateur de choc efficace. Bien que la structure HR en aluminium absorbe 21.78% d'énergie cinétique de moins que la structure HC en acier, elle permet cependant de réduire la vitesse de redirection du véhicule sur la chaussée.

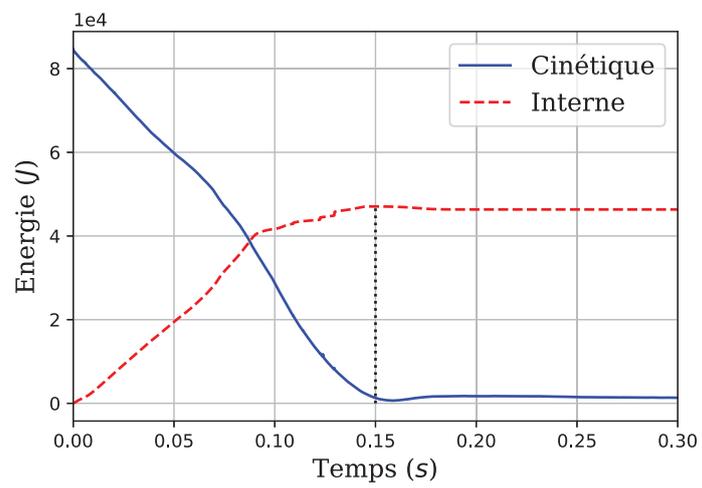


FIGURE 4.25 – Comparaison des courbes d'énergies (a) cinétique du véhicule et (b) interne de la structure HR aluminium lors d'un choc frontal centré

4.6 Conclusions du chapitre

Ce chapitre de thèse présente la démarche d'optimisation, appliquée au modèle numérique validé dans le chapitre précédent, pour déterminer les configurations optimales de la structure interne architecturée d'un atténuateur de choc pour la sécurité routière.

Une fonction objectif innovante basée sur la courbe de force en fonction du temps, est ici présentée et validée à travers les différentes optimisations réalisées à l'aide de l'algorithme I-PR-PSO. En effet, quatre structures architecturées font l'objet d'un processus d'optimisation : une structure hexagonale ré-entrante (HR) en aluminium ; une structure hexagonale conventionnel (HC) en aluminium ; une structure HC métallique et une structure alvéolaire triangulaire. Les différentes optimisations montrent que :

1. l'algorithme I-PR-PSO est efficace pour traiter de tels problèmes d'optimisation
2. la fonction objectif est pertinente puisqu'elle permet d'absorber l'énergie cinétique de l'impacteur de manière quasi-linéaire et induit une réduction de la violence du choc,
3. les structures obtenues ont un encombrement réduit de 25% dans la direction d'impact par rapport aux atténuateurs de choc actuellement en service sur nos routes,
4. les structures optimisées sont testées dans trois configurations d'impact différentes décrites dans la norme EN1317-3 et montrent des performances équivalentes quelle que soit la configuration d'impact considérée.

Dans une ultime étape de validation, les structures HR aluminium et HC acier sont soumises à un choc frontal avec un véhicule modélisé dans son ensemble. Les résultats numériques obtenus montrent que les structures optimisées répondent aux exigences de la norme EN1317-3 en termes de valeur d'*ASI* et de THIV.

L'ensemble de ces résultats permet ainsi de valider l'outil numérique de conception de structures architecturées absorbantes développé dans ces travaux. Les structures optimisées présentées dans les paragraphes précédents répondent aux attentes de la fonction objectif définie dans la Section 4.2.1. Cependant, les coûts de calcul de chaque optimisation de structures architecturées sont importants. En effet, ceux-ci peuvent mobiliser 4 coeurs sur des périodes allant de 7 à 15 jours et limitent par conséquent le développement de nouvelles structures dédiées à l'absorption d'énergie. Pour limiter le nombre de calcul de la fonction objectif tout en conservant des résultats satisfaisants, il est pertinent de s'intéresser aux valeurs des paramètres de l'algorithme I-PR-PSO définis de manière empirique dans la Section 4.2.3 pour cette étude. Pour gagner en efficacité de convergence, il nous a semblé intéressant de développer une méthode de calibration des paramètres des méta-heuristiques. Cette méthode est présentée dans le chapitre suivant.

Calibrage automatique des paramètres des méta-heuristiques grâce au *machine learning* par krigeage pour la résolution de problèmes d'optimisation

5.1 Introduction

Le chapitre précédent présente les résultats de l'optimisation, par une méta-heuristique, d'une structure absorbante adaptée aux problématiques de la sécurité routière. Les résultats obtenus sont le fruit de plusieurs jours de calculs puisque le processus d'optimisation de I-PR-PSO repose sur les nombreux calculs réalisés par éléments finis pour quantifier la capacité de la structure à absorber le choc. Le calcul par éléments finis est une ressource coûteuse et donc précieuse. Elle s'est avérée être un verrou à la conception de nouvelles structures destinées à l'absorption de l'énergie cinétique, dans le cas de chocs en dynamique rapide. L'étude précédente s'est limitée à un nombre d'itérations de l'algorithme I-PR-PSO de 45. Plusieurs calculs d'optimisation avec I-PR-PSO sur de telles structures n'ont pas abouti du fait que l'algorithme n'avait pas convergé de manière satisfaisante dans un nombre restreint d'itérations (ces travaux ne sont pas présentés dans ce mémoire). Des recherches empiriques et bibliographiques ont mis en exergue la sensibilité de la convergence des algorithmes méta-heuristiques par rapport à leurs paramétrages de départ. Pour aller plus loin, il semblait alors intéressant de développer et de valider une méthode permettant de déterminer le meilleur jeu de paramètres d'une méta-heuristique pour converger efficacement vers un optimum dans un contexte où le nombre d'itérations avant convergence est fortement limité du fait des capacités de calcul. Ce chapitre présente donc une nouvelle méthode permettant de calibrer les paramètres d'une méta-heuristique pour un problème donné.

De part leur comportement stochastique, les algorithmes d'optimisation méta-heuristiques sont majoritairement utilisés pour résoudre des problèmes d'optimisation de dimensions élevées et

complexes [141], à savoir fortement non-linéaires, non différentiables ou lorsque la fonction objectif est calculée avec une boîte-noire (par un logiciel commercial de calculs éléments finis). Fondée sur les observations de phénomènes physiques ou biologiques [145], une large variété d'algorithmes d'optimisation meta-heuristiques a été créée, comme précédemment expliqué dans la Section 2.5.2. Parmi ces méthodes d'optimisation, on retrouve l'optimisation par essaim particulière PSO (voir Section 2.5.2.1 pour plus de détails) [88] et par essaim de chats CSO (*Cats Swarm Optimization* en anglais) [146] qui sont respectivement fondées sur les observations de vol d'oiseaux et sur la manière dont se déplacent les chats. Les algorithmes méta-heuristiques ne se limitent pas uniquement à l'analyse des comportements animaliers. En effet, ces méthodes se sont également inspirées des phénomènes génotypiques et des théories évolutionnaires. C'est le cas par exemple de l'algorithme CLONALG (*Clonal Selection Algorithm*) [147] dans lequel un processus de maturation du système immunitaire est imité pour résoudre des problèmes d'optimisation. D'une manière semblable, on retrouve l'algorithme DE (pour *Differential Evolutionary*) [148], qui combine les principes des algorithmes génétiques et évolutionnaires, eux-mêmes fondés sur les phénomènes de mutation et d'évolution des populations.

L'ensemble de ces algorithmes est dit *population-based*, c'est-à-dire qu'une population constituée de N individus se déplace dans un domaine de dimension D à la recherche d'un minimum, et cela de manière intelligente. En effet, l'intelligence de la population se caractérise par la manière dont les individus communiquent et influencent leurs déplacements dans le domaine. La solution trouvée par un individu à une position spécifique du domaine va avoir une influence sur le déplacement d'un individu voisin ailleurs dans le domaine. Les individus de la population vont alors converger ensemble vers le minimum global de la fonction objectif étudiée.

De nombreuses "boîtes-noires" composées d'algorithmes d'optimisation ont été développées sur Python, R ou encore Matlab et utilisent des algorithmes comme PSO, DE, ou CLONALG. Dans le contexte d'étude de ce chapitre, on se propose d'utiliser des *packages* d'algorithmes développés dans le code de calcul R. Ainsi, l'algorithme I-PR-PSO ne sera pas étudié ici, puisqu'il n'est pas implémenté dans R. Quel que soit l'algorithme utilisé, des paramètres doivent être choisis manuellement par l'utilisateur. Il a été démontré, dans la littérature, que le choix de ces paramètres était fortement dépendant du problème étudié [149-152]. Il n'existe pas de valeurs de paramètres universelles (indépendantes du problème étudié) offrant à l'algorithme des performances de convergence supérieures. Ainsi, les valeurs de paramètres sont souvent définies de manière expérimentale ou empirique [152]. Des études montrent que la précision et la rapidité de la convergence sont fortement sensibles à la paramétrisation de l'algorithme, aussi bien pour PSO [139, 140, 152, 153], DE [154] ou CLONALG [147, 149]. Cependant, ces méthodes empiriques efficaces se limitent souvent à un problème unique.

Ces dernières années, les recherches sur la paramétrisation des algorithmes ont suivi trois directions principales :

1. La première concerne l'auto-adaptation des algorithmes. Il s'agit d'une méthode permettant l'ajustement automatique de la valeur des paramètres au fur et à mesure des itérations, en fonction des valeurs de fonction objectif trouvées par la population. Cette méthode est, par exemple, appliquée à PSO où une analyse mathématique de la trajectoire

individuelle des particules par une décomposition des équations de PSO, permet d'obtenir la meilleure combinaison des paramètres de PSO pour parvenir à l'optimal de la fonction objectif considérée [135-140, 152, 153]. De la même manière, les algorithmes DE ont été améliorés avec des méthodes d'auto-adaptation similaires [155]. Les deux adaptations les plus répandues de DE sont JADE [156] et jDE [157] qui permettent d'adapter deux paramètres pour éviter les phénomènes de convergence prématurée en favorisant l'exploration du domaine. Enfin, l'algorithme CSO a aussi fait l'objet d'améliorations par auto-adaptation puisque la version AWCSO permet de modifier la valeur du coefficient d'inertie en fonction de la valeur de fonction objectif trouvée par l'essaim [158]. Ces méthodes d'auto-adaptation ne s'appliquent cependant pas à la taille de la population, qui reste déterminée de manière empirique par les utilisateurs. Cela peut donc conduire à des temps de calculs importants puisque le nombre d'appel à la fonction objectif est directement proportionnel au nombre d'individus. Dans certains cas, l'algorithme ne nécessite pas un grand nombre de particules pour converger efficacement, surtout dans des phases d'exploitation (voir Section 2.5.2.1.2). Ainsi, fixer un grand nombre de particules peut fortement augmenter les temps de calcul et pénaliser les performances de l'algorithme.

2. La seconde piste d'amélioration étudie le développement dynamique des paramètres [159-165]. Par exemple, Shi et Eberhart [166] ont défini le paramètre inertiel de PSO comme linéairement décroissant au cours des itérations alors que Zheng *et al.* [164] ont proposé de l'augmenter linéairement. Ces deux exemples illustrent parfaitement toute la relativité des choix des paramètres qui peuvent varier grandement en fonction du problème à résoudre. La même approche est appliquée à CSO dans [167].
3. Enfin, des recommandations empiriques ont été proposées dans la littérature mais ne sont valables que pour un problème donné et ne peuvent être appliquées à n'importe quel problème d'optimisation [148, 151, 168].

De nombreux travaux ont démontré la large diversité dans la sélection des paramètres des algorithmes méta-heuristiques [135-140, 152]. Ces études montrent un fort lien entre (i) le problème d'optimisation à résoudre et (ii) le réglage des paramètres de l'algorithme. Selon le *No Free Lunch Theorem* [85], il n'existe pas d'algorithme meilleur qu'un autre pour résoudre tous les problèmes d'optimisation. Il est donc nécessaire d'ajuster les paramètres des algorithmes méta-heuristiques afin qu'ils puissent être en mesure de résoudre efficacement un problème donné. En 1999, Suganthan montre la nécessité de "chercher la meilleure combinaison de paramètres PSO pour chaque problème de manière indépendante" [95].

Ce chapitre de thèse consiste à présenter une méthodologie permettant de trouver les paramètres d'un algorithme d'optimisation méta-heuristique automatiquement adaptés au problème à résoudre. L'utilisation du *machine learning* et plus précisément du krigeage permet la construction d'un modèle de substitution (*surrogate model*) dans l'espace des paramètres de l'algorithme méta-heuristique. Imaginée telle une optimisation d'algorithmes d'optimisation, cette méthode améliore les capacités des méta-heuristiques afin qu'elles convergent précisément et rapidement vers un optimum global dans un contexte de limitation des coûts de calcul. Ainsi, le nombre d'individus dans la population est considéré comme un paramètre à régler parmi les autres.

La méthode est appliquée aux algorithmes : PSO, DE et CLONALG. Pour évaluer les performances de notre méthode, une comparaison des capacités de convergence de (i) méta-heuristiques paramétrées avec des valeurs données empiriquement dans la littérature, et (ii) méta-heuristiques paramétrées automatiquement avec notre méthode, est réalisée et appliquée à un *benchmark* de 12 fonctions mathématiques.

Ce chapitre est organisé comme suit. La Section 5.2 passe en revue (i) les versions initiales des algorithmes étudiés (PSO, DE et CLONALG) et (ii) les fondements mathématiques du krigage. La Section 5.3 présente le développement de la méthode intitulée *Automated parameter tuning of Meta-heuristics* (AptM, soit une calibration automatique du paramétrage des méta-heuristiques) et sa validation sur un benchmark de fonctions objectifs. Dans la Section 5.4, la méthode AptM est appliquée à un problème d'optimisation de structure en treillis. Enfin, les conclusions seront dressées dans la Section 5.5.

5.2 État de l'art

5.2.1 Méthodes d'optimisation méta-heuristiques

5.2.1.1 Particle Swarm Optimization

L'algorithme PSO est une méta-heuristique inspirée du comportement social des oiseaux en vol et de leur intelligence collective, comme cela a été précédemment présenté dans la Section 2.5.2.1 du Chapitre 2. Les particules, définies comme des solutions potentielles du problème considéré, sont initialement distribuées aléatoirement dans le domaine de solution, de dimension D . Au cours du processus d'optimisation, les particules se déplacent dans le domaine de recherche pour converger ensemble vers l'optimum global de la fonction objectif considérée. En effet, les particules se déplacent dans le domaine à chaque itération en calculant leur vitesse et leur position personnelle telles que définies dans les Eq. (5.1) et (5.2). Chaque particule garde en mémoire (i) sa meilleure position personnelle \mathbf{P}_{best} et (ii) la meilleure position globale trouvée par l'essaim \mathbf{G}_{best} .

$$\mathbf{V}_i^k = \omega \mathbf{V}_i^{k-1} + c_1 \times rand_1 \times (\mathbf{P}_{i,best}^k - \mathbf{X}_i^{k-1}) + c_2 \times rand_2 \times (\mathbf{G}_{best}^k - \mathbf{X}_i^{k-1}) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{X}_i^k = \mathbf{X}_i^{k-1} + \mathbf{V}_i^k \quad (5.2)$$

avec \mathbf{V}_i^k et \mathbf{X}_i^k la vitesse et la position de la particule i à l'itération k . \mathbf{G}_{best}^k est la meilleure position trouvée par l'essaim à l'itération k et $\mathbf{P}_{i,best}^k$ la meilleure position personnelle de la particule i trouvée à l'itération k . $rand_1$ et $rand_2$ sont des nombres aléatoires distribués selon une loi normale dans $[0, 1]$. ω est le paramètre d'inertie qui gère l'influence de la vitesse de la particule à l'itération précédente sur celle de l'itération en cours. c_1 et c_2 sont les paramètres de sociabilité et d'individualité, équilibrant l'influence de \mathbf{G}_{best}^k et $\mathbf{P}_{i,best}^k$ respectivement sur le comportement

de la particule. Ainsi, les paramètres ω , $c1$ et $c2$ contrôlent l'équilibre entre (i) les phases d'exploration (grands déplacements des particules dans le domaine) et (ii) les phases d'exploitation (petits déplacements des particules pour exploiter une zone prometteuse du domaine).

De l'étude de Shi *et al.* [166] on comprend que les performances de PSO ne sont pas sensibles à la taille de la population, et pendant longtemps, le nombre de particules n'a pas été considéré comme un paramètre à déterminer. Communément, N est sélectionné entre 20 et 50 particules [90]. Cependant, en 2020, Piotrowski [169] montre que N dépend du problème étudié, et doit donc être calibré pour chaque problème. Pour améliorer les capacités de convergence de PSO, il est donc primordial de choisir des valeurs de ω , $c1$, $c2$ et N adaptées au problème étudié.

5.2.1.2 Differential Evolutionary Algorithm

L'algorithme *Differential Evolutionary* (DE) est l'un des algorithmes d'optimisation stochastiques les plus performants [155]. Cette méthode est fondée sur les algorithmes évolutionnaires et peut être décrite selon quatre étapes. La première consiste à initialiser de manière aléatoire la population de N individus dans leur domaine de recherche. DE est un algorithme itératif au cours duquel les individus vont subir successivement des étapes de mutation, de croisement et de sélection.

Tout d'abord, e vecteurs paramètres $X_{r_i}, i = 1, \dots, e$ sont aléatoirement sélectionnés parmi la population. Ces vecteurs "paramètres" vont être utilisés pour déterminer les schémas de mutation des individus. Le paramètre nommé la *Stratégie* donne différents schémas de mutation et définit donc le nombre de vecteurs "paramètres" e , ce qui va engendrer des perturbations différentes en fonction de la stratégie choisie. Ces perturbations sont ajoutées à un vecteur "donneur" $v_{i,k+1}, i = 1, 2, 3, \dots, N$. Ce vecteur "donneur" est généré tel une combinaison linéaire de $X_{r_i}, i = 1, \dots, e$ et d'un facteur d'échelle, nommé F . Cela consiste en l'étape de **mutation**. Dans la version classique de DE [150] la stratégie choisie est dite "*classique*", le nombre de vecteurs paramètres est de $e = 3$. Ainsi, le vecteur donneur peut s'exprimer à l'aide de l'Eq. (5.4) :

$$v_{i,k+1} = X_{r_1,k} + F \times (X_{r_2,k} - X_{r_3,k}) \quad (5.3)$$

avec k l'itération en cours. Le facteur F contrôle l'amplification de la variation différentielle $(X_{r_2,k} - X_{r_3,k})$, et constitue l'un des paramètres de l'algorithme à définir par l'utilisateur pour assurer une convergence efficace de l'algorithme.

Dans un second temps, l'étape de **croisement** génère un vecteur *trial* en dupliquant tous les individus de la population. On choisit un taux de croisement Cr dans $[0; 1]$. La j -ième composante du vecteur *trial* est alors égale à la j -ième composante du vecteur donneur si $randb(j) < Cr$, et reste inchangée autrement. $randb(j)$ est la j -ième évaluation du générateur uniforme de nombre aléatoire.

Enfin, l'étape de **sélection** consiste à évaluer le succès relatif de ce nouvel individu (*i.e.* le vecteur *trial*), de manière à savoir s'il va prendre une place dans la population à l'itération suivante. Le vecteur *trial* remplace un vecteur qui n'a pas subi de mutation uniquement si sa valeur de

fonction objectif est meilleure que celle du vecteur qui n'a pas muté. Le lecteur trouvera davantage d'informations sur le fonctionnement de l'algorithme dans les références [148, 150, 155].

L'Eq. (5.4) donne le schéma de mutation de la stratégie nommée *DE/rand/1*. La dénomination des stratégies est réalisée de la manière suivante. Le nom situé en seconde position correspond à la manière dont sont choisis les vecteurs paramètres X_{r_i} . Ils peuvent être sélectionnés de manière aléatoire (*rand*), correspondre au meilleur individu de la population ($X_{best,k}$). Les chiffres "1" ou "2" correspondent quant à eux aux nombres de perturbations que le vecteur donneur subi. Les différentes stratégies influent le schéma de mutation et sont détaillées dans les Eqs. (5.4) à (5.9) [155].

$${}^{\text{''}}DE/rand/1{}^{\text{''}} : v_{i,k+1} = X_{r_1,k} + F \times (X_{r_2,k} - X_{r_3,k}) \quad (5.4)$$

$${}^{\text{''}}DE/best/1{}^{\text{''}} : v_{i,k+1} = X_{best,k} + F \times (X_{r_1,k} - X_{r_2,k}) \quad (5.5)$$

$${}^{\text{''}}DE/target - to - best/1{}^{\text{''}} : v_{i,k+1} = X_{i,k} + F \times (X_{best,k} - X_{i,k}) + F \times (X_{r_1,k} - X_{r_2,k}) \quad (5.6)$$

$${}^{\text{''}}DE/best/2{}^{\text{''}} : v_{i,k+1} = X_{best,k} + F \times (X_{r_1,k} - X_{r_2,k}) + F \times (X_{r_3,k} - X_{r_4,k}) \quad (5.7)$$

$${}^{\text{''}}DE/rand/2{}^{\text{''}} : v_{i,k+1} = X_{r_1,k} + F \times (X_{r_2,k} - X_{r_3,k}) + F \times (X_{r_4,k} - X_{r_5,k}) \quad (5.8)$$

$${}^{\text{''}}DE/rand/2/dir{}^{\text{''}} : v_{i,k+1} = X_{r_1,k} + \frac{F}{2} \times (X_{r_1,k} - X_{r_2,k} - X_{r_3,k}) \\ \text{avec } f(X_{r_1,k}) \leq f(X_{r_2,k}), f(X_{r_3,k}) \quad (5.9)$$

Les indices r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 sont des nombres entiers aléatoirement choisis dans l'intervalle $[1, N]$, et sont tous différents les uns des autres. $X_{best,k}$ est la meilleure position obtenue dans la population à l'itération k . $f(X)$ est la valeur de la fonction objectif obtenue par l'individu X .

Les paramètres F, Cr, N et la stratégie sélectionnée (à choisir parmi les six possibilités) doivent donc être calibrés par l'utilisateur de l'algorithme pour assurer la convergence de DE pour le problème d'optimisation considéré.

5.2.1.3 Clonal Selection Algorithm

L'algorithme *Clonal Selection Algorithm*, surnommé CLONALG, fait également partie de la famille des méta-heuristiques et comme pour DE et PSO, il fait intervenir une population de N individus à la recherche d'un minimum global [170]. Cette méthode reproduit la réponse adaptative immunitaire à une stimulation antigénique. Ce procédé, très répandu depuis l'épidémie due au SARS-CoV-2, fonctionne d'une manière semblable aux tests antigéniques de détection de la Covid-19. Dans la réponse immunitaire, les cellules de défense (les lymphocytes B) s'activent lorsqu'elles reconnaissent un antigène (venu d'une cellule destructrice comme un virus) et produisent alors des anticorps : le lymphocyte entre en phase d'expansion clonale (il se multiplie) puis se différencie dans le but de pouvoir réagir rapidement en cas de nouvelle attaque.

Dans l'algorithme CLONALG, à chaque itération, les n meilleurs individus de la population sont sélectionnés. Il s'agit de la phase de **sélection**. Autrement dit, les n individus présentant les

meilleures valeurs de fonction objectif sont sélectionnés. Ces individus sélectionnés subissent la phase de **clonage** de la manière suivante : plus leur valeur de fonction objectif est proche du minimum recherché, plus le nombre de clones créés par individu sélectionné est grand, proportionnellement au facteur de multiplication β .

Parmi ces clones, une **mutation** est appliquée de manière à ce que l'individu ayant la meilleure valeur de fonction objectif subisse la plus petite mutation en lui appliquant un taux de mutation MR (pour *Mutation Rate*). Ce nouveau clone ainsi obtenu est appelé le clone mature (ou *matured clone* en anglais) qui voit son succès relatif, calculé vis à vis des autres individus de l'essaim, selon la valeur de sa fonction objectif.

Enfin, les clones matures sont ajoutés à l'ancienne population. Pour conserver une taille de population constante, une nouvelle phase de sélection est appliquée. Elle consiste à conserver uniquement les N meilleurs individus de la nouvelle population et permet de préserver une taille de population constante.

Ainsi, les paramètres devant faire l'objet d'une identification et d'un ajustement sont N , n , β et MR .

5.2.2 Krigeage et optimisation par krigeage

Le krigeage est une méthode déterministe qui permet de générer une surface estimée (autrement dit, un méta-modèle ou une surface de réponse) à partir d'un ensemble de points dispersés dans le domaine.

5.2.2.0.1 Notations Dans cette partie, on utilisera les notations suivantes :

$\mathbf{x}^{(i)}$ désigne le vecteur de variables du problème à chaque point échantillonné i du domaine de recherche avec $i = 1, \dots, n_s$ et n_s le nombre de points échantillonnés.

Le vecteur $\mathbf{x}^{(0)}$ désigne quant à lui, le vecteur des variables du problème à un point non-échantillonné. En d'autres termes, on ne connaît pas l'image de la fonction étudiée aux points non-échantillonnés. Dans la suite de ces travaux on les désignera également par l'appellation "point inconnu".

$Y(\cdot)$ désigne la réponse du modèle numérique étudié (ou la fonction analytique) et $\hat{Y}(\cdot)$ est la réponse approximative estimée donnée par le méta-modèle au point considéré.

5.2.2.0.2 Définition du krigeage Le krigeage est une méthode de géostatistique développée pour l'industrie minière, dont l'ingénieur sud-africain D. G. Krige fut le créateur, permettant de déterminer la distribution spatiale du minerai. La méthode fut ensuite mathématiquement formalisée et développée par D. Matheron [171, 172] et récemment enrichie par les travaux de

Rasmussen et Williams [173]. A la fin des années 1980, le krigeage est adapté à la prédiction de modèles de substitution de fonctions déterministes [174].

La méthode de krigeage permet l'interpolation de valeurs d'une fonction f à des points inconnus $\mathbf{x}^{(0)}$, à partir de valeurs connues de f à des points déterminés $\mathbf{x}^{(i)}$. Le processus est basé sur l'hypothèse qu'une fonction déterministe f correspond à la réalisation d'un processus Gaussien (GP pour Gaussian Process) [173] calculé avec la fonction f et un bruit Gaussien modélisé par une distribution normale. Un processus est dit Gaussien si toutes ses lois sont Gaussiennes. Dit autrement, X est Gaussien si toute combinaison linéaire de X suit une loi Gaussienne. Le processus Gaussien $G(x)$ s'écrit tel que :

$$G(x) = f(x) + \mathcal{N}(\eta(x), k(x_i, x_j))_{1 \leq i, j \leq n_s} \quad (5.10)$$

où $\mathcal{N}(\eta(x), k(x, x'))$ est une distribution normale avec $\eta(x)$ une moyenne nulle et $k(x, x')$ la fonction de covariance donnée par :

$$k(x_i, x_j) = cov(G(x_i), G(x_j)) = \sigma^2 R(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq n_s} \quad (5.11)$$

avec σ^2 la variance du GP et $R(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq n_s}$ la fonction de corrélation.

Bien que Williams et Rasmussen [173] proposent des fonctions de corrélation différentes en fonction du processus Gaussien utilisé, Stein *et al.* [175] conseillent quant à eux d'utiliser une fonction de corrélation de Matern lorsque le GP est utilisé pour modéliser des phénomènes physiques. Dans notre étude, la formulation de cette fonction de corrélation est définie telle que :

$$R(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq n_s} = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\sqrt{2\nu}|r|}{l} \right)^\nu K_\nu \left(\frac{\sqrt{2\nu}|r|}{l} \right) \quad (5.12)$$

avec $\nu = \frac{5}{2}$, $\Gamma(\nu)$ est la fonction Gamma¹, K_ν est la fonction modifiée de Bessel [176] et l est la longueur de corrélation.

Un estimateur du processus gaussien $\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)})$ au point inconnu $\mathbf{x}^{(0)}$ est écrit comme une combinaison linéaire des valeurs de la fonction $Y(\mathbf{x}^{(i)})$ aux points connus $\mathbf{x}^{(i)}$:

$$\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) = \sum_{i=1}^{n_s} \lambda_i(\mathbf{x}^{(0)}) Y(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (5.13)$$

que l'on écrira sous la forme :

$$\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) = \lambda(\mathbf{x}^{(0)})^T \mathbf{Y}_{n_s} \quad (5.14)$$

avec $\lambda(\mathbf{x}^{(0)}) = [\lambda_1(\mathbf{x}^{(0)}), \dots, \lambda_{n_s}(\mathbf{x}^{(0)})]^T$ le vecteur des coefficients de régression et $\mathbf{Y}_{n_s} = [Y_1, \dots, Y_{n_s}]$ le vecteur des valeurs de la fonction aux points connus.

Cet estimateur est contraint par la condition du meilleur estimateur non-biais, qui mène à respecter la condition de non-biais et à minimiser l'erreur quadratique moyenne (notée MSE pour

1. $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$

Mean Square Error). En statistique, un biais est une démarche ou procédé qui engendre des erreurs dans les résultats d'une étude. On appelle biais de l'estimateur d'un paramètre la différence entre la valeur de l'espérance de cet estimateur et la valeur qu'il est censé estimer (définie et fixe). La condition de non-biais et l'erreur quadratique moyenne (MSE) sont respectivement définies dans les équations 5.15 et 5.16.

$$E[\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) - Y(\mathbf{x}^{(0)})] = 0 \quad (5.15)$$

$$MSE(\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)})) = VAR(\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) - Y(\mathbf{x}^{(0)})) = E[(\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) - Y(\mathbf{x}^{(0)}))^2] \quad (5.16)$$

où VAR et E sont respectivement la variance statistique et la valeur de l'espérance.

En considérant ces deux conditions, un estimateur du GP $\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)})$ au point inconnu $\mathbf{x}^{(0)}$ peut s'écrire :

$$\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) = \hat{\beta} + r_0^T K^{-1}(y_{n_s} - \hat{\beta} I_{n_s}) \quad (5.17)$$

avec :

$$\hat{\beta} = (I_{n_s}^T K^{-1} I_{n_s})^{-1} I_{n_s}^T K^{-1} y_{n_s} \quad (5.18)$$

$$r_0 = [R(x^0, x^1), R(x^0, x^2), \dots, R(x^0, x^{n_s})] \quad (5.19)$$

$$K = \begin{bmatrix} R(x^1, x^1) & R(x^1, x^2) & \cdots & R(x^1, x^{n_s}) \\ R(x^2, x^1) & R(x^2, x^2) & \dots & R(x^2, x^{n_s}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(x^{n_s}, x^1) & R(x^{n_s}, x^2) & \cdots & R(x^{n_s}, x^{n_s}) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Le paramètre de corrélation l , le coefficient de régression et la variance $\sigma^2(\mathbf{x}^{(0)})$ sont déterminés en maximisant leur probabilité [177].

L'estimation de la variance σ^2 du krigeage permet de construire un intervalle de confiance du modèle de substitution et est écrit comme suit :

$$\sigma^2(\mathbf{x}^{(0)}) = E[(\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) - Y(\mathbf{x}^{(0)}))^2] \quad (5.21)$$

La Figure 5.1 est un exemple de processus de krigeage appliqué à la fonction mathématique $f(x) = e^{-x/10} \cos(x) + x/10$ (fonction représentée par la ligne rouge continue). Dans cet exemple, le modèle de substitution (représenté par la ligne bleue en pointillés longs) est construit à partir des cinq points échantillonnés $\mathbf{x}^{(i)}$ (les points noirs sur la Figure 5.1). Le processus de krigeage fournit un intervalle de confiance (représenté par les lignes noires en pointillés) utilisé pour améliorer le méta-modèle. Par exemple, au point p , il existe une probabilité de 95% de trouver une valeur de la fonction $Y(p)$ dans cet intervalle de confiance. En effet, le modèle de substitution peut être amélioré en ajoutant un nouveau point d'échantillonnage où la valeur de la variance est la plus grande.

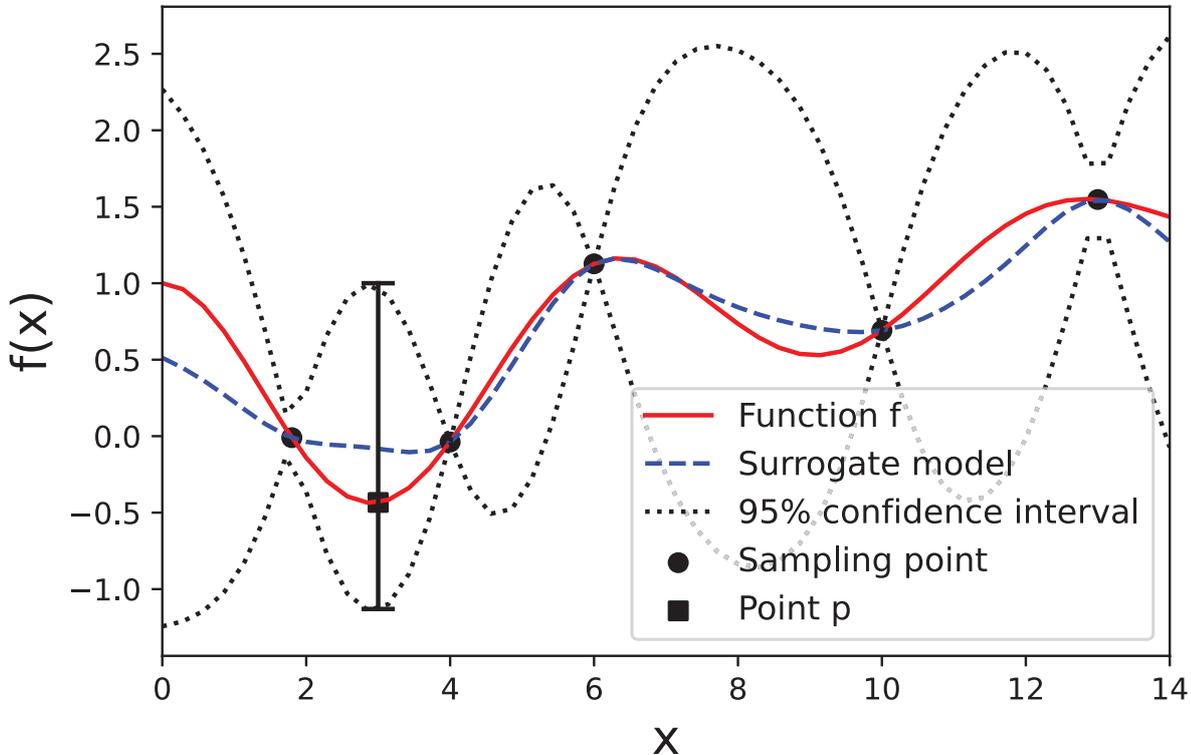


FIGURE 5.1 – Processus de krigeage sur $f(x) = e^{-x/10}\cos(x) + x/10$

Il peut être intéressant d'optimiser le nombre de points à ajouter au méta-modèle et leur position dans le domaine de recherche. Cette optimisation nécessite alors une adaptation du krigeage. Le développement de la méthode fait l'objet du paragraphe suivant.

5.2.2.0.3 Optimisation par krigeage Nous sommes ici dans un cas particulier qui relève de l'optimisation d'une fonction f et plus particulièrement, cela consiste à rechercher le minimum global de la fonction f . Le méta-modèle défini par la méthode de krigeage peut potentiellement passer à côté du minimum de la fonction f , et il n'est donc pas possible de l'utiliser directement pour en déterminer son minimum. Par exemple, la Figure 5.1 illustre ce phénomène. Le minimum global du modèle de substitution se trouve en $x = 4$ alors que le minimum global de la fonction f se trouve au point $x = 3$. De ce fait, un critère statistique a été développé afin de résoudre des problèmes d'optimisation avec des méta-modèles issus du krigeage. Ce critère, nommé *Expected Improvement (EI)* en anglais, soit amélioration de l'espérance en français, fut d'abord développé par Mockus [178] et ensuite repris pour être adapté au krigeage par Jones *et al.* [179] en 1998. Il se calcule de la manière suivante :

1. Calculer le minimum courant de la fonction f tel que $f_{min} = \min(Y(\mathbf{x}^{(i)}))$ à tous les points

échantillonnées

2. On considère que l'incertitude aux points inconnus $Y(x^{(i)})$ est la réalisation de la distribution normale de la variable aléatoire U , qui s'écrit $U \sim \mathcal{N}(\hat{Y}, \sigma^2)$, avec une moyenne et un écart-type donnés par l'estimateur du krigeage et de la variance
3. La position de la queue de la fonction de densité est comparée à la ligne d'équation f_{min} dans l'ensemble du domaine
4. Le critère *Expected Improvement* consiste à pondérer l'amélioration potentielle du méta-modèle, par la valeur de la densité associée, dans l'ensemble du domaine.

L'expression mathématique de EI peut s'écrire sous la forme :

$$EI \equiv E(\max(f_{min} - U; 0)) \quad (5.22)$$

En écrivant la partie de droite de l'équation ci-dessus sous sa forme intégrale, et en appliquant une intégration part partie, il vient :

$$EI = (f_{min} - \hat{Y})\Phi\left(\frac{f_{min} - \hat{Y}}{\sigma}\right) + \sigma\phi\left(\frac{f_{min} - \hat{Y}}{\sigma}\right) \quad (5.23)$$

avec Φ et ϕ la fonction de distribution (ou fonction de répartition) et la densité de probabilité de la loi normale [179].

La maximisation de EI est un compromis entre la recherche locale et l'exploration de zones inconnues. Cette méthode est donc bien appropriée à l'optimisation globale.

Dans la Figure 5.2, on constate qu'au point p ($x = 3$) la courbe de densité est située en dessous de f_{min} . Pour $x = 3$, il existe donc une forte probabilité de trouver une valeur de $Y(3)$ inférieure au f_{min} actuel.

Le critère EI est ensuite calculé à l'ensemble des points du méta-modèle. Sur la Figure 5.3, la valeur que le critère EI correspondant au méta-modèle trouvé par krigeage est tracée dans le domaine de recherche. On constate que la plus forte probabilité d'améliorer le minimum de la fonction est localisée au point $x = 3$. Les points $x = 0.9$ et $x = 8.5$ semblent également prometteurs puisqu'ils correspondent à des maximum locaux du critère EI . Ils seront probablement des zones du domaine de recherche où un nouveau point d'échantillonnage sera ajouté à l'itération suivante.

Le processus d'optimisation est basé sur l'ajout de nouveaux points d'échantillonnage où EI est maximum. Dans la Figure 5.3 ce point correspond à $x = 3$. La valeur de la fonction f est alors calculée à ce nouveau point et le méta-modèle est recalculé pour être actualisé en incluant ce nouveau point d'échantillonnage. Le processus est répété Λ fois.

On comprend à la lecture de ce paragraphe, que les choix (i) du nombre de points d'échantillonnage n_s , et (ii) du nombre de réalisation du processus d'optimisation Λ sont très influents sur la capacité du krigeage à trouver un minimum de manière efficace. En effet, plus le nombre de points d'échantillonnage sera grand et plus il y aura d'améliorations du méta-modèle, plus ce dernier sera proche de la réalité. Il faudra alors trouver le bon compromis entre le coût de calcul et la précision du méta-modèle.

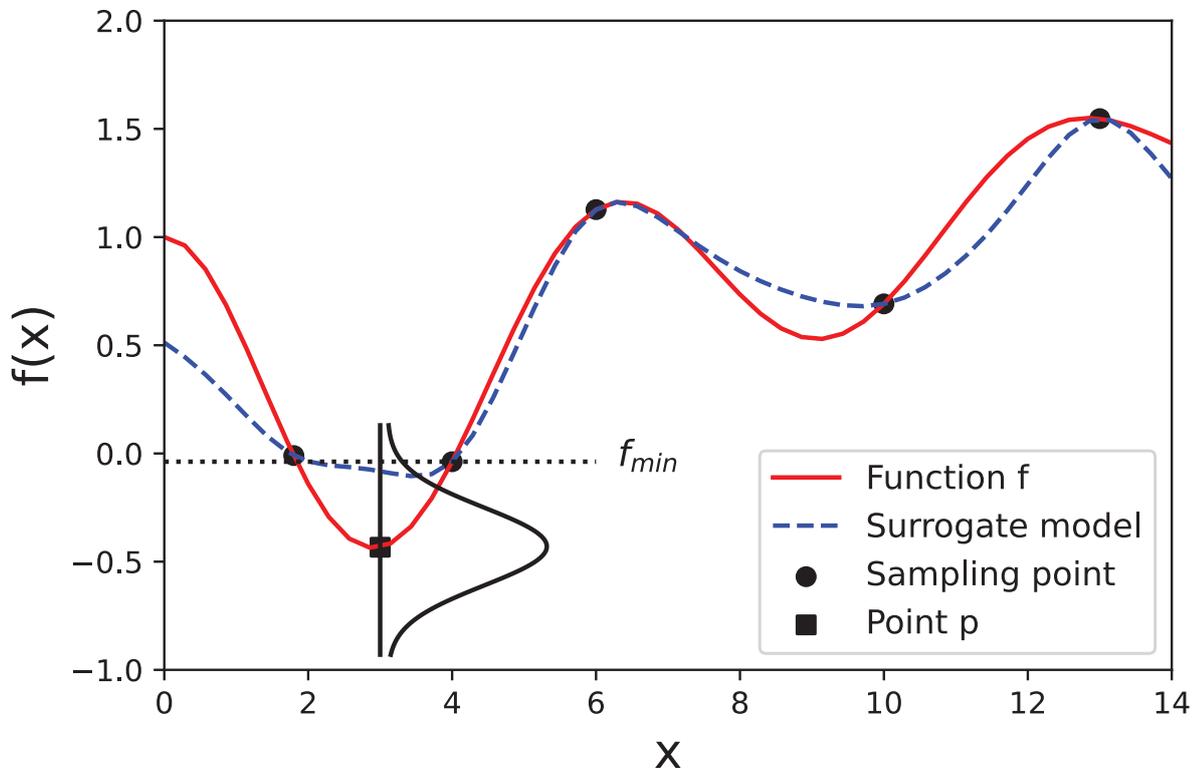


FIGURE 5.2 – Distribution normale de l'incertitude de la valeur d'une fonction au point $x = 3$

5.3 Identification des paramètres des méta-heuristiques

Les principes fondamentaux du krigeage et de l'optimisation par krigeage maintenant énoncés, il est possible d'appliquer cette méthode à la recherche des paramètres optimaux pour des algorithmes méta-heuristiques.

5.3.1 Méthode

La performance d'une méta-heuristique qualifie sa capacité à converger rapidement et précisément vers le minimum global de la fonction étudiée. Les études présentées dans l'introduction de ce chapitre ont permis de mettre en évidence que les performances d'un algorithme méta-heuristique dépendent fortement du paramétrage utilisé.

La combinaison des paramètres d'une méta-heuristique peut être vue comme un vecteur \mathbf{P} de l'algorithme a tel que $\mathbf{P}_a = (P_1, P_2, \dots, P_m)$, avec m le nombre de paramètres de l'algo-

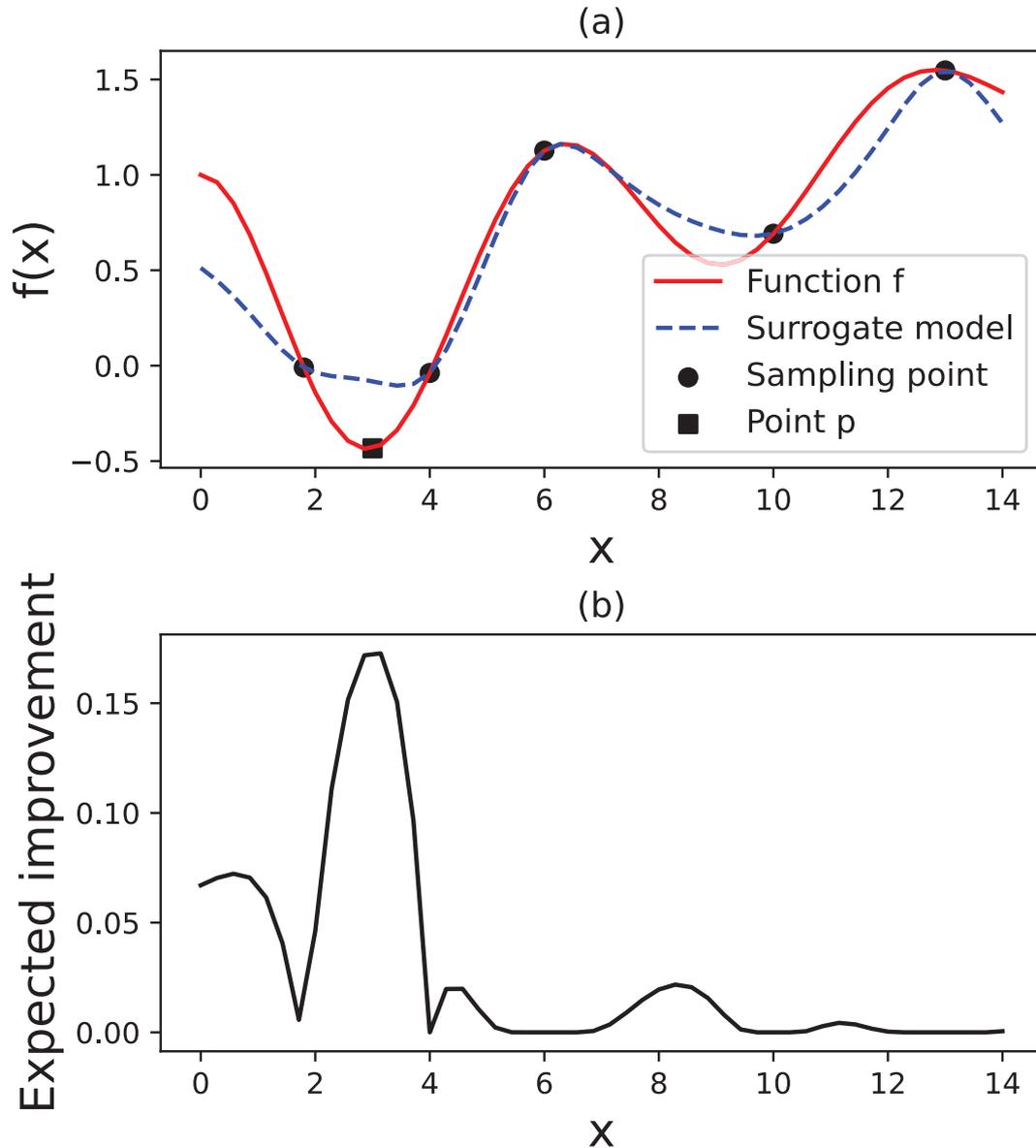


FIGURE 5.3 – (a) Méta-modèle calculé par krigeage et (b) évolution de la valeur du critère EI associé au méta-modèle

rithme considéré. Par exemple, pour l'algorithme PSO, le vecteur de paramètres à calibrer est $\mathbf{P}_{PSO} = (c_1, c_2, \omega, N)$. Afin de suivre les mêmes notations que dans la Section précédente 5.2.2, le vecteur $\mathbf{x}^{(i)} = (P_{1,i}, P_{2,i}, \dots, P_{m,i})$ représente le vecteur contenant la combinaison de paramètres d'une méta-heuristique à un point donné $\mathbf{x}^{(i)}$ dans un domaine de recherche \mathcal{D}_p de

dimension m .

$Y(\mathbf{x}^{(i)})$ est considéré comme la réponse de la méta-heuristique aux points $(\mathbf{x}^{(i)})$, et correspond à l'optimum obtenu en résolvant un problème d'optimisation (*i.e.* la valeur d'une fonction mathématique à minimiser, la masse d'une structure à minimiser...) après un certain nombre d'itérations avec le paramétrage $(\mathbf{x}^{(i)})$ donné de la méta-heuristique. Les paramètres de la méta-heuristique et la réponse de la méta-heuristique au problème forment ainsi une hyper-surface de réponse. Sur cette hyper-surface, il existe un minimum correspondant à une combinaison de paramètres de la méta-heuristique qui minimise la réponse de l'algorithme au problème d'optimisation. Dans la méthode proposée d'identification automatique du paramétrage d'une méta-heuristique, la réponse de l'algorithme est la valeur de la fonction objectif trouvée par cet algorithme après un certain nombre d'itérations. On note cette réponse f , comme le décrit l'Eq. (5.24).

$$f(\mathbf{P}_a, \text{seed } \alpha) = \text{fitness}(a, \mathbf{P}_a, \text{seed } \alpha) \quad (5.24)$$

avec $\text{seed } \alpha$ la graine permettant de générer les nombres aléatoires. En effet, comme présenté dans la Section 2.5.2 et rappelé en introduction de cette partie, le comportement des méthodes méta-heuristiques dépend par définition de nombres aléatoires. Afin de comparer l'effet du paramétrage sur la convergence des méta-heuristiques sur un problème donné, il est important que la génération de nombres aléatoires soit la même, quelle que soit la combinaison de paramètres sélectionnée. Pour cela, une valeur de graine est choisie pour initialiser le générateur de nombres aléatoires, il s'agit de la valeur α .

L'objectif de l'étude proposée est de construire un modèle de substitution \hat{Y} pour déterminer la meilleure combinaison de paramètres $\mathbf{x}_{best}^{(i)}$. Cette étude induit l'augmentation des performances de convergence des algorithmes méta-heuristiques nécessitant un paramétrage, dans un contexte où le nombre d'itérations est limité. En effet, il s'agit souvent d'une contrainte dans le monde industriel puisque les coûts de calcul sont directement proportionnels au temps et au nombre de calculs de la fonction objectif.

La Figure 5.4 est un diagramme illustrant le processus de la méthode AptM que l'on décrit ci-dessous :

1. La première étape de notre méthode consiste à échantillonner le domaine de recherche des paramètres avec un échantillonnage par hypercube latin [180]. En effet, il est primordial d'avoir un échantillonnage de faible discrédance pour maximiser l'efficacité du krigeage. A l'issue de cette étape, on dispose donc de n_s vecteurs $(\mathbf{x}^{(i)})$, regroupant chacun une combinaison de paramètres d'un algorithme méta-heuristique,
2. Détermination de la graine α ,
3. En utilisant l'algorithme méta-heuristique, on calcule la valeur de la fonction objectif (définie à l'Eq. (5.24)) aux points échantillonnés $Y(\mathbf{x}^{(i)})$ obtenue après un certain nombre d'itérations,
4. Le modèle de substitution \hat{Y} est calculé par la méthode de krigeage décrite à la Section 5.2.2 grâce aux n_s points échantillonnés,

5. Le critère EI est calculé avec l'Eq. (5.22) et un nouveau point (*i.e.* une nouvelle combinaison de paramètres) est trouvé, permettant d'actualiser le modèle de substitution en incluant ce nouveau point. Cette actualisation est réalisée Λ fois,
6. La meilleure combinaison de paramètres est identifiée \mathbf{G}_{best} et correspond à la valeur minimale de la réponse de l'algorithme méta-heuristique $f(\mathbf{G}_{best})$. Pour la suite de l'étude, on utilisera le terme emprunté aux anglo-saxons *fitness* pour désigner la valeur de la fonction objectif, et $G_{best} = f(\mathbf{G}_{best})$ désignera la meilleure valeur de *fitness* trouvée à l'issue des it_{max} itérations de la méta-heuristique.

5.3.2 Validation numérique

5.3.2.1 Benchmark de fonctions mathématiques

La méthode AptM est appliquée à un *benchmark* de fonctions mathématiques qui sont présentées dans le Tableau 5.1. Les fonctions sont définies par leur expression mathématique dans un domaine de définition \mathcal{D}_f . D correspond à la dimension du problème, et donc au nombre de variables d'optimisation et les $x_i, i = 1, \dots, D$ sont les variables d'optimisation. La valeur du minimum de chaque fonction mathématique est donnée et correspond à la valeur optimale. Deux catégories de fonctions mathématiques sont testées : (i) les fonctions unimodales qui ne présentent qu'un seul minimum global et (ii) les fonctions multimodales qui présentent plusieurs minima.

Ces fonctions sont généralement utilisées pour tester l'efficacité de nouvelles méthodes d'optimisation car elles constituent un panel de problèmes divers et variés. Rappelons-le, il n'existe pas un algorithme meilleur qu'un autre pour résoudre tous les problèmes d'optimisation. Il est donc important de pouvoir tester l'efficacité d'une méthode sur un ensemble de fonctions mathématiques et pas uniquement sur un seul problème complexe. Ces fonctions servent de fonctions tests aux concours d'optimisation tels que le IEEE CEC (Congress of Evolutionary Computation²) ou encore le congrès BBO (Black-Boxes Optimization³).

5.3.2.2 Définition des paramètres par défaut des algorithmes méta-heuristiques

Afin de comparer la précision de convergence de la méthode AptM, celle-ci est appliquée aux algorithmes de PSO, DE et CLONALG, sur les 12 fonctions mathématiques présentées dans le Tableau 5.1. A l'issue de cette étape on dispose donc des meilleures valeurs de fonction objectif sur les douze fonctions du benchmark, avec le paramétrage issu de AptM. D'un autre côté, on utilise indépendamment les algorithmes PSO, DE et CLONALG sur ces fonctions à optimiser avec des paramétrages d'algorithmes classiques issus de la littérature. Les algorithmes PSO,

2. <https://cec2021.mini.pw.edu.pl/>

3. <https://bbochallenge.com/>

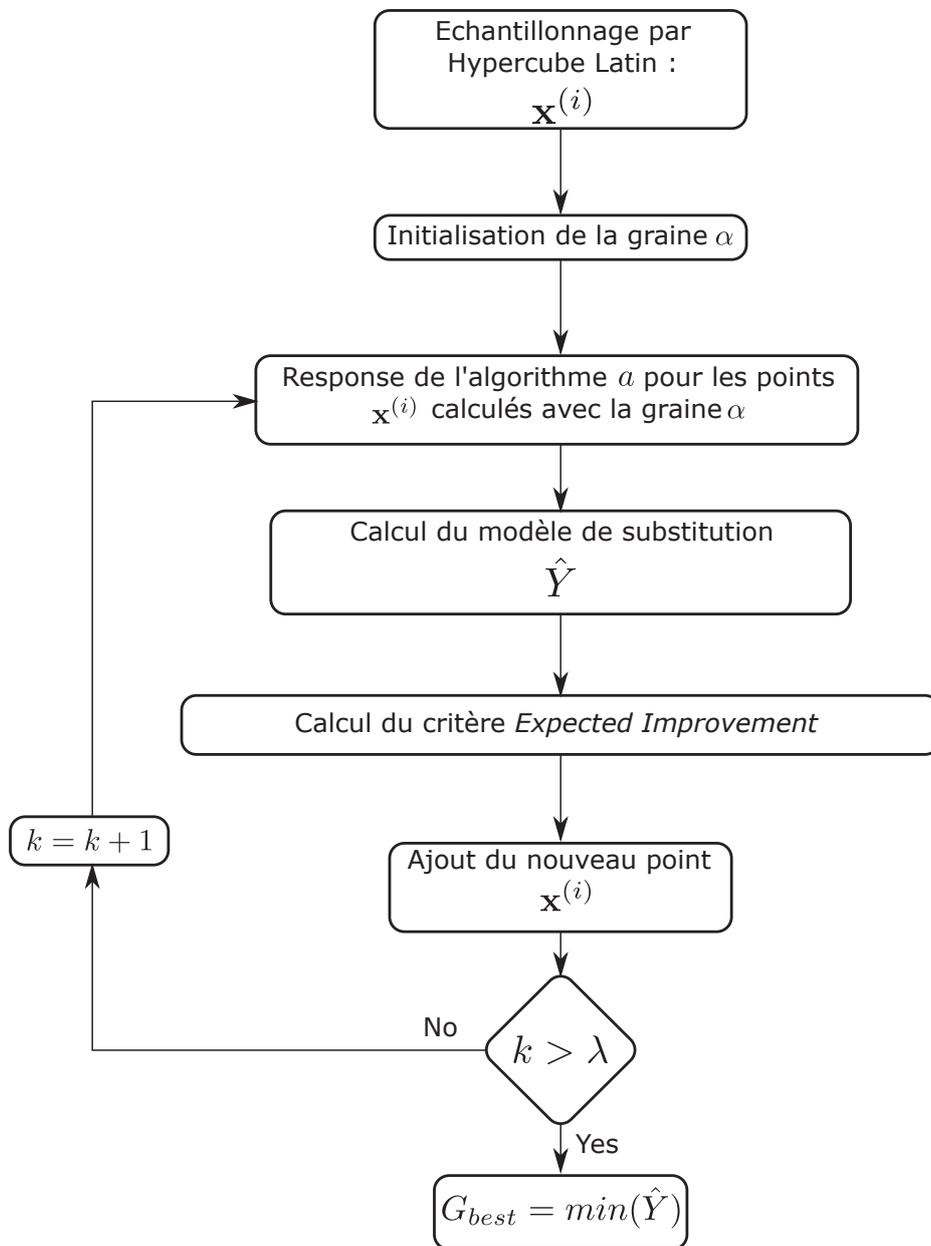


FIGURE 5.4 – Diagramme présentant la méthode AptM

DE et CLONALG sont implémentés dans le code de calcul R [181], avec leur paramétrage classique présenté dans le Tableau 5.2 pour chaque algorithme. Pour chaque algorithme testé, les paramètres, le type de variable et la valeur par défaut du paramètre sont décrits.

Le domaine de définition du paramètre correspond à la plage de valeurs dans laquelle la mé-

	Fonction	Expression mathématique	Valeur optimale	Domaine de définition \mathcal{D}_f
Unimodale	$f1$ Schwefel 2.22	$\sum_{i=1}^D x_i + \prod_{i=1}^D x_i $	0	$[-100; 100]$
	$f2$ Schwefel 1.2	$\sum_{i=1}^D (\sum_{j=1}^i x_j)^2$	0	$[-100; 100]$
	$f3$ Sphere	$\sum_{i=1}^D x_i^2$	0	$[-100; 100]$
	$f4$ Rosenbrock	$\sum_{i=1}^{D-1} 100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i + 1)^2$	0	$[-100; 100]$
	$f5$ Bent Cigare	$x_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^D (x_i^2)$	0	$[-100; 100]$
Multimodale	$f6$ Schwefel	$418.982887273D - \sum_{i=1}^{D-1} x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	0	$[-100; 100]$
	$f7$ Rastrigin	$\sum_{i=1}^D x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10$	0	$[-100; 100]$
	$f8$ Griewank	$1 + \sum_{i=1}^D \frac{(x_i)^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})$	0	$[-100; 100]$
	$f9$ Rotated hyper ellips.	$\sum_{i=1}^D (\sum_{j=1}^i x_j^2)$	0	$[-100; 100]$
	$f10$ Shifted Rosenbrock	$\sum_{i=1}^{D-1} (100((x_{i+1} - 1) - (x_i - 1)^2)^2 + (x_{i-1} - 1)^2) + 390$	390	$[-100; 100]$
	$f11$ Shifted Rastrigin	$\sum_{i=1}^D ((x_i - 1)^2 - 10 \cos(2\pi(x_i - 1)) + 10) + 390$	390	$[-100; 100]$
	$f12$ Shifted Sphere	$\sum_{i=1}^D ((x_i - 1)^D) + 400$	450	$[-100; 100]$

TABLEAU 5.1 – *Benchmark* de fonctions mathématiques

thode AptM va rechercher la meilleure valeur du paramètre adapté au problème considéré.

La taille de la population N est le seul paramètre commun à chaque algorithme et il est défini comme un entier positif.

Dans l'algorithme DE, le paramètre désignant la stratégie est un entier compris entre 1 et 6 et correspond à différentes méthodes de stratégie (voir Section 5.2.1 : 'DE/rand/1', 'DE/best/1', 'DE/target-to-best/1', 'DE/best/2', 'DE/rand/2', ou 'DE/rand/2/dir').

Algorithme	Paramètre	Domaine de définition \mathcal{D}_p	Type	Valeur par défaut [181]
PSO	N	[1; 50]	entier positif	40
	ω	[0.001; 3]	3 décimales	0.729
	c_1	[0.001; 3]	3 décimales	1.494
	c_2	[0.001; 3]	3 décimales	1.494
DE	N	[5; 50]	entier positif	40
	F	[0; 1]	3 décimales	0.800
	Cr	[0; 1]	3 décimales	0.500
	stratégie	[1; 6]	entier positif	2
CLONALG	N	[6; 50]	entier positif	40
	n	[0; n]	entier positif	$N/4$
	β	[0; 1]	2 décimales	0.50
	MR	[0; 1]	2 décimales	0.10

TABLEAU 5.2 – Présentation des paramètres des méta-heuristiques PSO, DE et CLONALG

5.3.2.3 Résultats

La méthode est donc appliquée à l'ensemble des fonctions mathématiques du Tableau 5.1 dans les dimensions $D = 10$, $D = 30$ et $D = 50$ avec les algorithmes PSO, DE et CLONALG.

Le nombre de points échantillonnés n_s utilisés pour construire le méta-modèle est fixé à 50, et le critère EI est calculé 20 fois. Dans chaque cas, la méthode est appliquée avec 20 graines génératrices de nombres aléatoires différentes pour réaliser une étude statistique, et exprimer les résultats en termes de moyenne μ et écart-types σ de la valeur de *fitness*. Les résultats sont présentés sous forme de diagrammes (dans les Figs. 5.5 à 5.10) dans lesquels on retrouve, pour chaque fonction mathématique, la valeur moyenne des meilleures *fitness* (*i.e.* valeurs de fonctions objectifs) obtenues pour chaque méthode avec (i) AptM et (ii) les paramètres par défaut. L'utilisation d'une échelle logarithmique permet de mieux percevoir les écarts de performance entre la méthode AptM et les paramètres par défaut.

Les Figs. 5.5 et 5.6 montrent que les performances de AptM sont supérieures à celles des paramétrages classiques de la littérature dans la dimension 10, et cela quel que soit l'algorithme testé. Cependant, la méthode AptM appliquée à PSO sur la fonction f9 ne présente pas de meilleure convergence que les paramètres par défaut de PSO. Dans le cas de la fonction f12, l'ensemble des algorithmes, quels que soient leur paramétrage, convergent vers la valeur $4.00e + 02$ alors que le minimum de la fonction est de $3.90e + 02$. Il semblerait donc que les algorithmes ne soient pas sensibles aux variations des paramètres par rapport à leur précision de convergence.

Dans la dimension $D = 30$ (Figs. 5.7 et 5.8), la précision de convergence est améliorée pour l'ensemble des fonctions et pour les 3 algorithmes d'optimisation, excepté pour la fonction f10 avec les algorithmes DE et CLONALG.

Finalement, dans la dimension $D = 50$ (Figs. 5.9 et 5.10), il n'y a pas de cas isolé et AptM est efficace pour tous les cas considérés.

L'amélioration moyenne de la précision de convergence Ψ , définie par l'équation 5.25, atteint 62.02%, 69.12% et 64.94% en dimension 10, 30 et 50 respectivement.

$$\Psi = \frac{(G_{best,AptM} - \min[G_{best,default}])}{G_{best,AptM}} \quad (5.25)$$

avec $G_{best,AptM}$ et $G_{best,default}$ qui désignent la valeur moyenne des G_{best} trouvés par la méthode AptM, et par les paramètres par défaut respectivement. La méthode AptM appliquée à PSO permet d'atteindre une amélioration Ψ_{PSO} de 72.40%, alors que pour DE et CLONALG les améliorations moyennes Ψ_{DE} et $\Psi_{CLONALG}$ sont égales à 69.61% et 52.28% respectivement. Seul un problème d'optimisation sur les 108 testés, ne présente pas de meilleurs résultats avec AptM.

Les meilleures combinaisons de paramètres trouvées par notre méthode AptM pour les algorithmes de PSO, DE et CLONALG pour toutes les fonctions en dimension 50 sont reportées

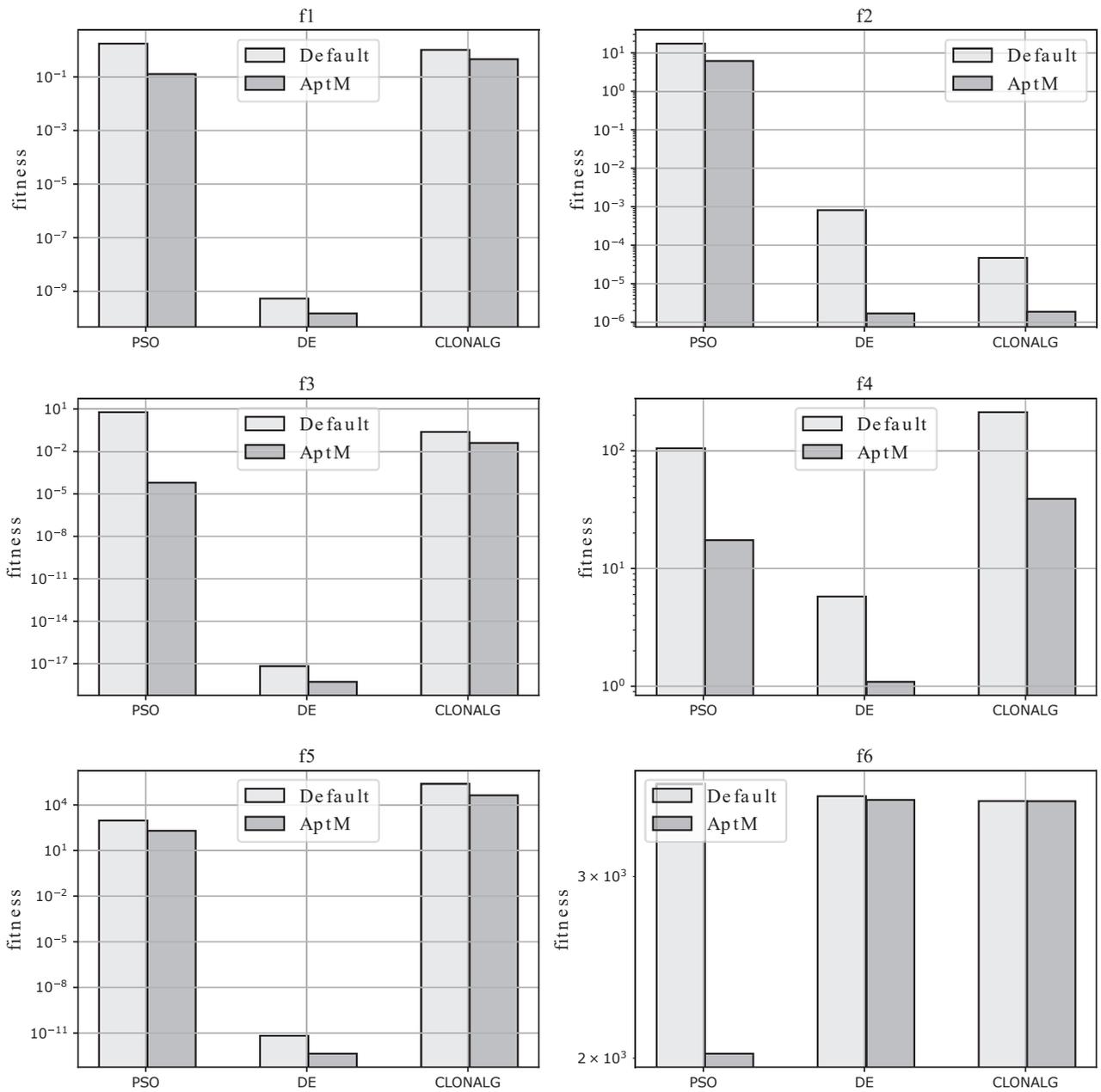


FIGURE 5.5 – Résultats numériques de AptM en dimension $D = 10$

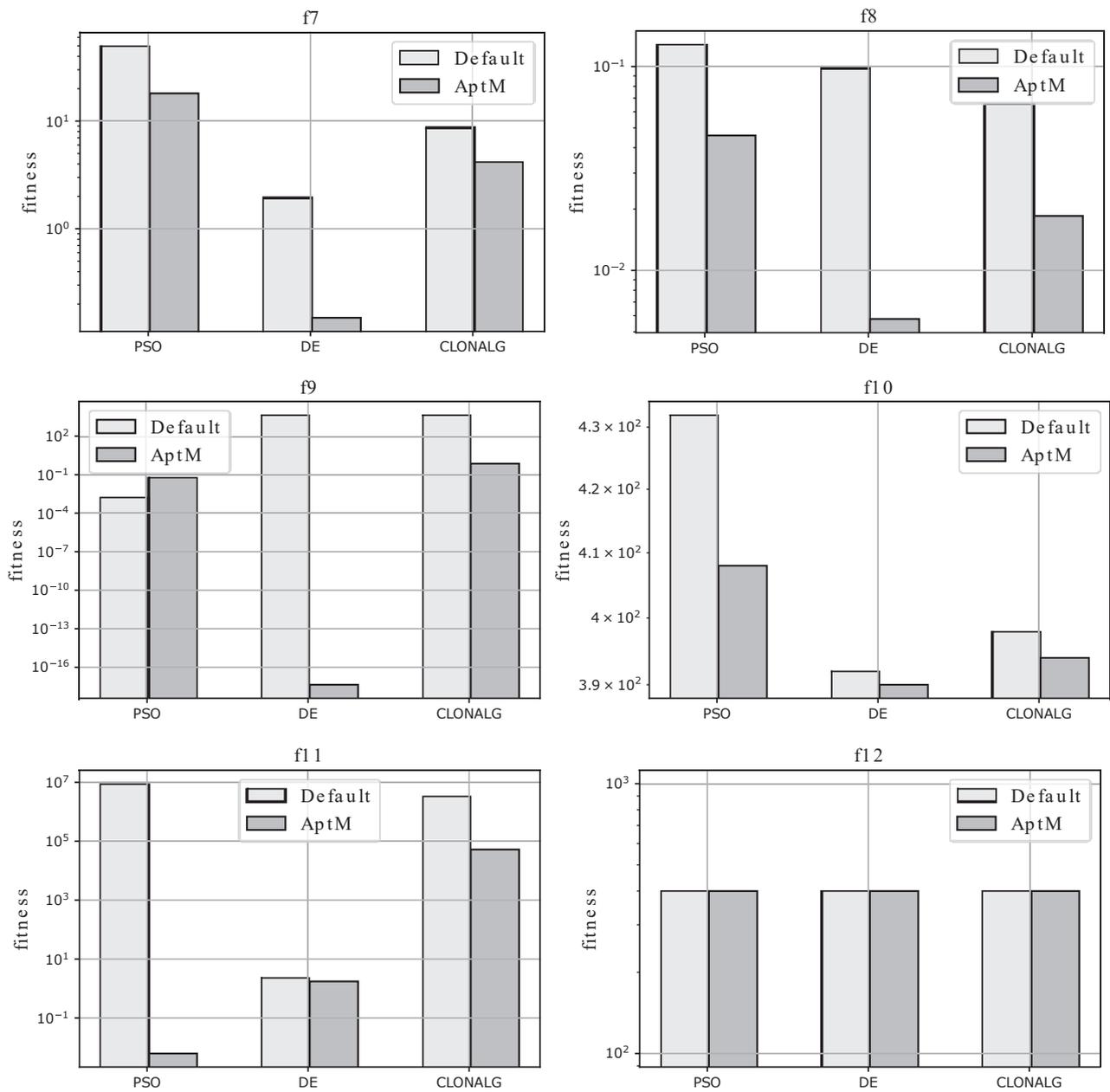


FIGURE 5.6 – Résultats numériques de AptM en dimension $D = 10$ (suite)

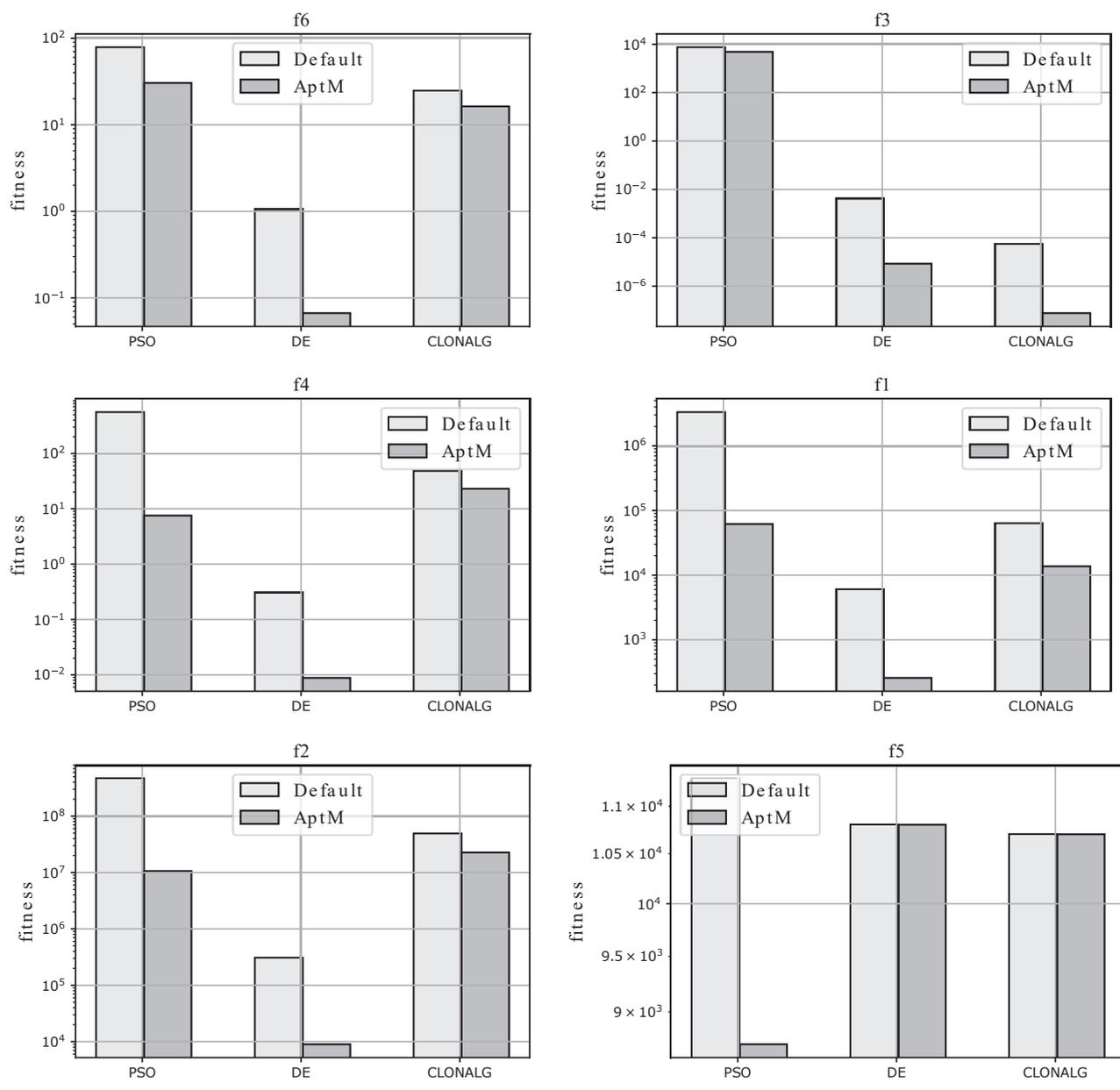


FIGURE 5.7 – Résultats numériques de AptM en dimension $D = 30$

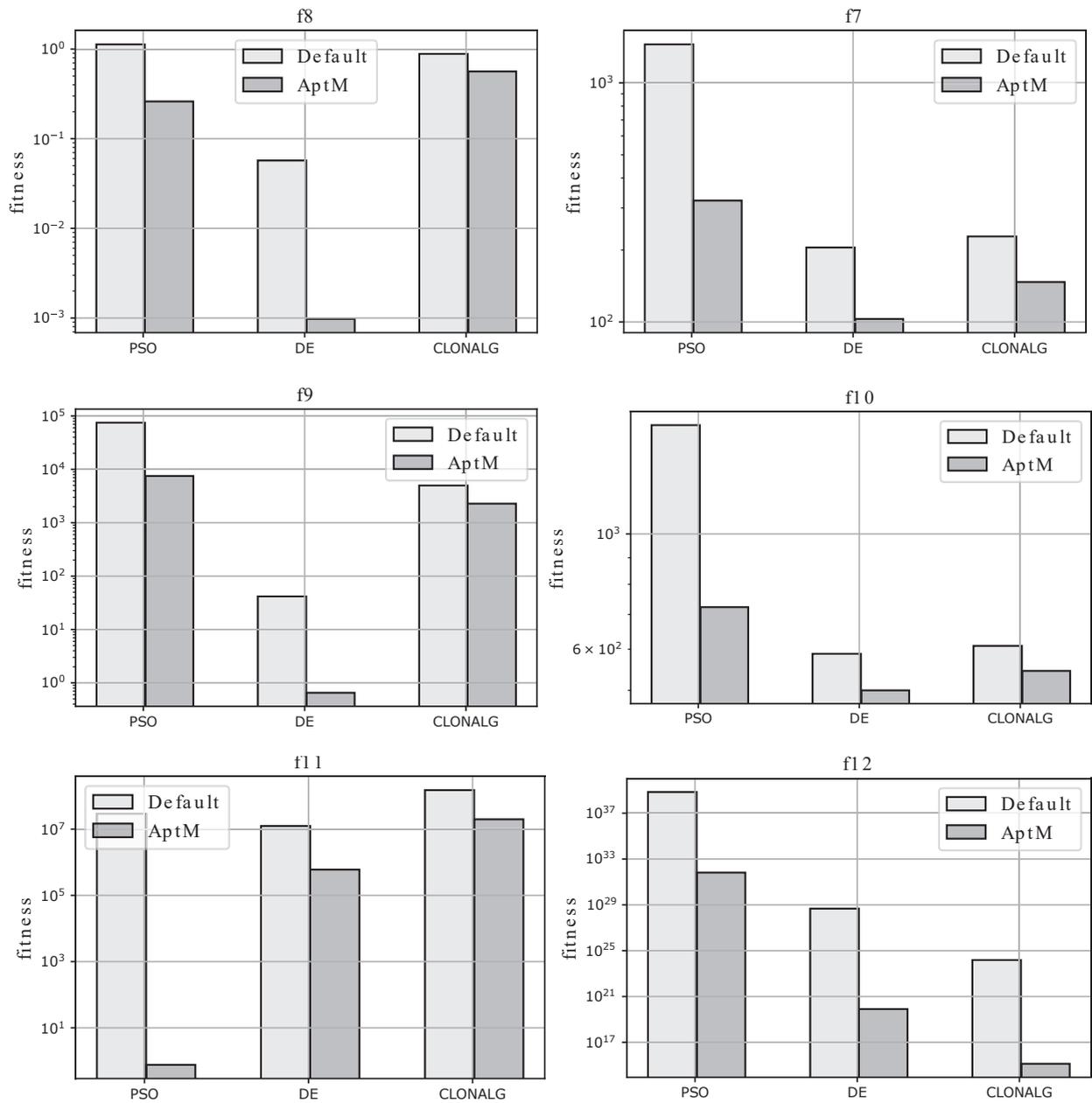


FIGURE 5.8 – Résultats numériques de AptM en dimension $D = 30$ (suite)

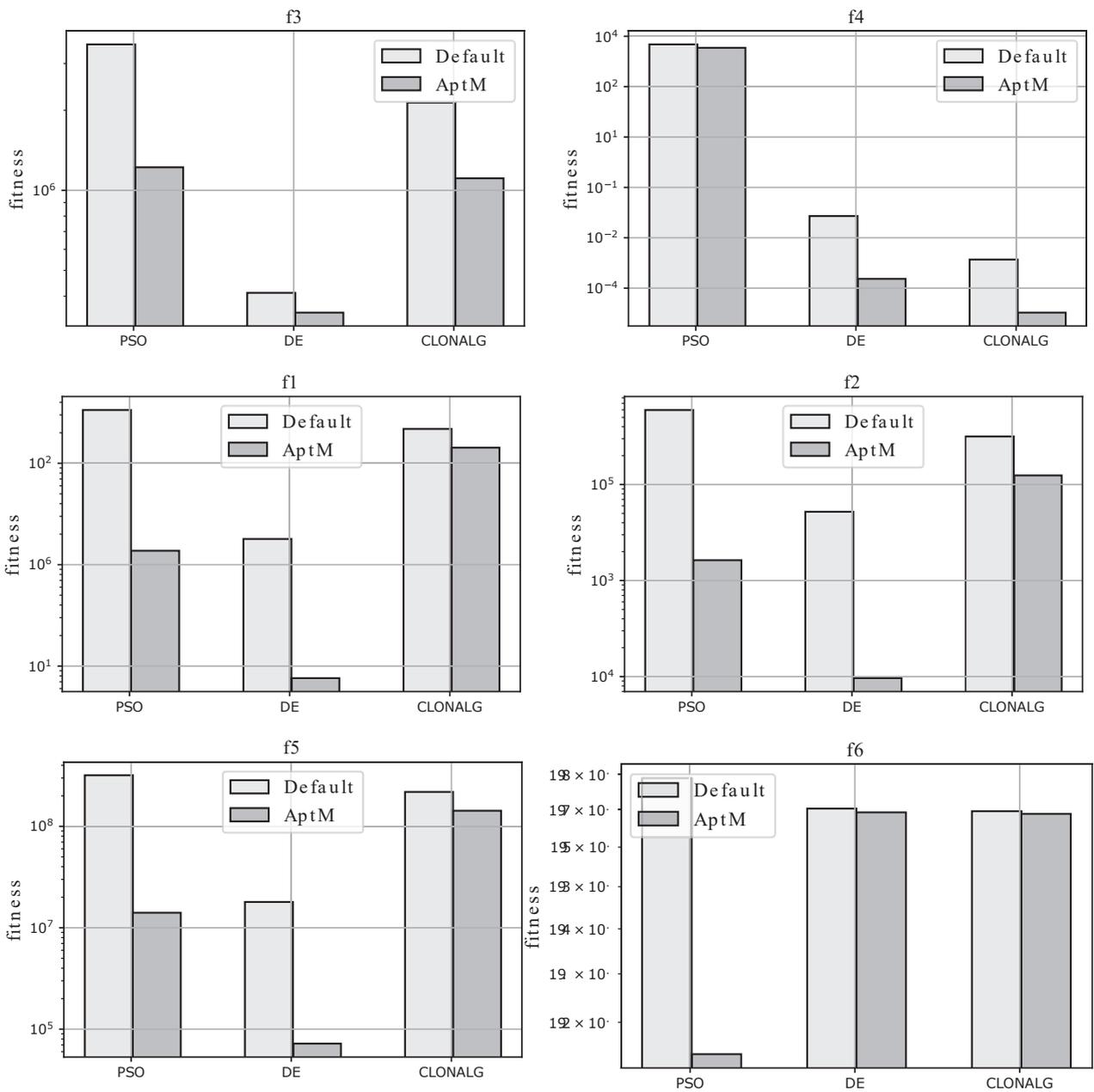


FIGURE 5.9 – Résultats numériques de AptM en dimension $D = 50$

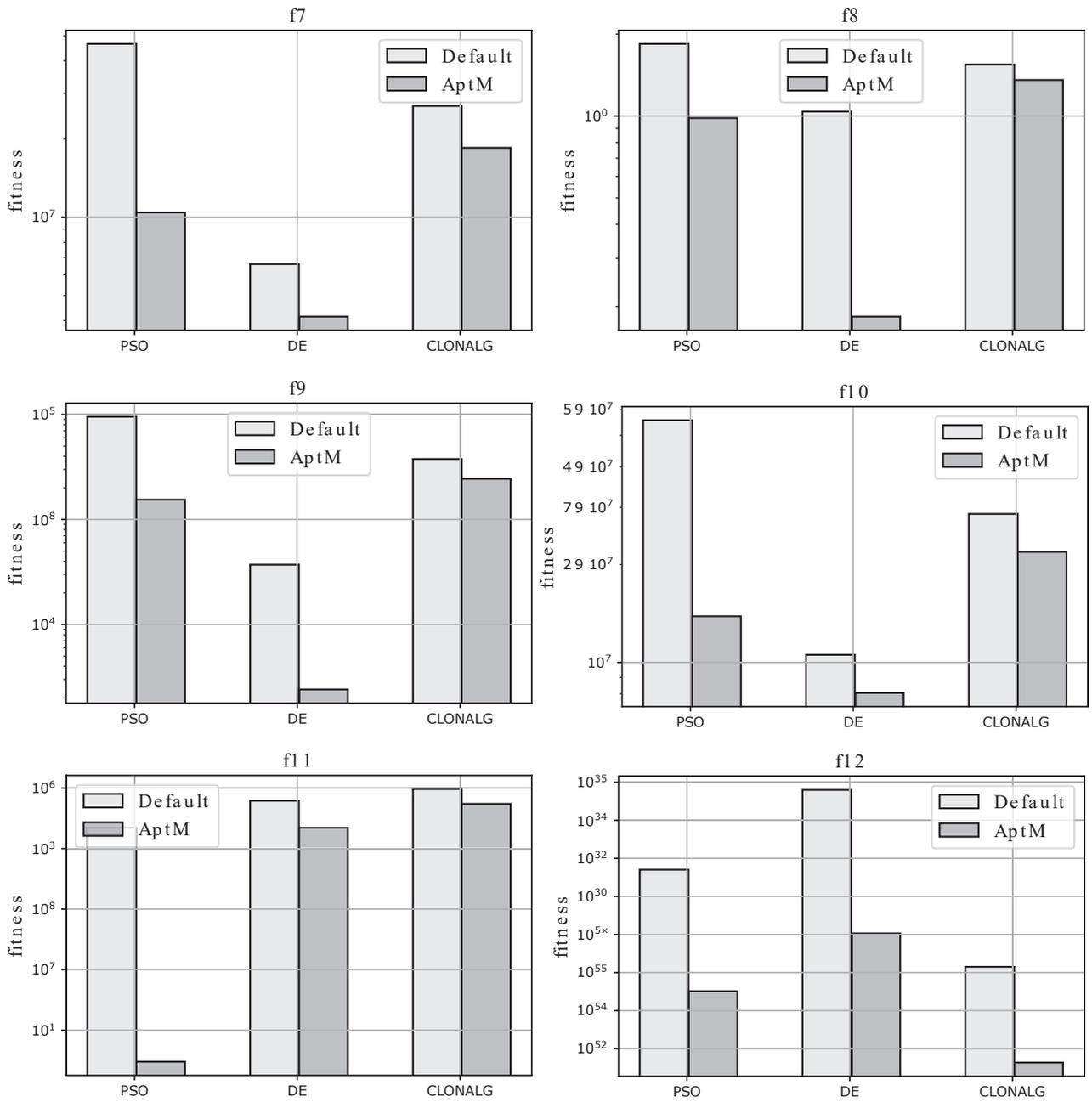


FIGURE 5.10 – Résultats numériques de AptM en dimension $D = 50$ (suite)

dans le Tableau 5.3. Il apparaît clairement dans ce tableau que les paramètres dépendent fortement du problème à résoudre à la vue de leur grande diversité de valeurs. De ce Tableau 5.3, on peut observer que dans 80% des problèmes d'optimisation, N est inférieur à 50. Ce résultat met en exergue le fait qu'un nombre très élevé de particules dans l'essaim ne permet pas toujours d'obtenir une meilleure convergence. Les meilleures combinaisons de paramètres trouvées par AptM en dimensions 10 et 30 sont données en Annexe F.

D'une manière générale, la méthode AptM minimise le nombre d'appels à la fonction objectif (directement proportionnel à la taille de la population) dans 67% des cas considérés avec PSO, 82% avec DE et 67% avec l'algorithme CLONALG. Ce résultat est très intéressant dans un contexte d'optimisation où le coût de calcul de la fonction objectif serait élevé. La méthode AptM permettrait d'obtenir de converger plus près du minimum global de la fonction objectif considérée, tout en minimisant le coût de calcul.

Fonction	PSO				DE				CLONALG			
	N	$c1$	$c2$	ω	N	F	Cr	stratégie	N	n	β	mutation rate
$f1$	50	3	2.22	0.57	11	0.924	0.205	3	50	1	0.37	0.82
$f2$	33	2.59	2.57	0.53	39	0.179	0.703	3	20	0.09	1	1
$f3$	50	3	2.2	0.53	16	1	0	1	47	0.37	0.5	1
$f4$	38	1.61	1.49	0.86	19	0	1	1	49	0.09	0.65	0
$f5$	50	2.33	2.1	0.69	15	1	0	1	47	0.09	0.4	0.51
$f6$	45	0.4	1.99	1.08	18	1	0	3	48	0.57	0.62	0.24
$f7$	46	3	2.85	0.47	14	0	0	1	44	0.44	0	1
$f8$	50	3	1.14	0.71	12	0	0.195	3	47	1	0	0
$f9$	50	3	2.51	0.43	12	0.577	0.402	2	48	0.09	0.47	0
$f10$	24	0.7	2.03	1.07	18	0.537	0.625	3	49	0.73	0.36	0.47
$f11$	50	2.4	3	0.65	19	1	0	2	38	0.44	0.09	0.52
$f12$	34	0.27	0.51	0.87	21	0.719	0.697	2	48	0.14	0.86	0.53

TABLEAU 5.3 – Meilleurs paramétrages de PSO, DE et CLONALG pour les 12 fonctions mathématiques en dimension 50

5.4 Application à l'optimisation de structures

5.4.1 Problème du treillis

5.4.1.1 Description du problème général

La méthode AptM est appliquée à un cas d'optimisation de structure, à savoir l'optimisation de structure en treillis. On s'intéresse ici à l'optimisation d'une structure en treillis dans le plan, qui peut être décrite telle que l'on recherche à minimiser la fonction objectif g définie dans l'Eq. (5.26). On est alors à la recherche des sections de barres de la structure minimisant la masse totale de la structure m .

$$\begin{cases} \text{Min } g(S_1, S_2, \dots, S_p) = m \\ u_{y_1}, u_{y_2}, \dots, u_{y_i} \leq D_{max} \\ \sigma_e < Re \end{cases} \quad (5.26)$$

avec (S_1, S_2, \dots, S_p) les p variables d'optimisation qui correspondent aux sections des barres composant le treillis, u_{y_i} le déplacement vertical du noeud i , D_{max} le déplacement vertical maximal admissible, $\sigma_e, e = 1, \dots, p$ la contrainte normale dans la barre e et Re est la limite élastique du matériau constitutif de la barre. Les déplacements et les contraintes sont calculés par un modèle éléments finis composé de j noeuds et de p éléments barres. Les forces P et les conditions limites sont appliquées aux noeuds en fonction de la description du problème (voir Sections 5.4.3.1 et 5.4.3.2).

L'utilisation de l'algorithme PSO va permettre de minimiser la masse m de la structure en treillis tout en respectant les contraintes du problème (5.26) en utilisant une méthode de pénalité classique décrite ci-dessous [142]. En effet, le problème d'optimisation de treillis est contraint par le respect du déplacement maximal et de la contrainte maximale. Pour connaître le déplacement des noeuds et la contrainte dans les barres il faut résoudre le problème éléments finis. Si les contraintes ne sont pas respectées, une pénalité est ajoutée à la valeur de la fonction objectif pour que les particules de l'essaim ne soient pas attirées dans cette partie du domaine. La valeur de cette pénalité est calculée telle que :

$$G(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}) + \sqrt{k}H(\mathbf{X}) \quad (5.27)$$

où \mathbf{X} est la particule de l'essaim ne respectant pas la contrainte, $g(\mathbf{X})$ est la fonction objectif initiale à traiter, k est le numéro de l'itération PSO en cours et $H(\mathbf{X})$ est le facteur de pénalité défini à l'Eq. (5.28).

$$H(\mathbf{X}) = \sum_{l=1}^m \theta(q_l(\mathbf{X})) \times q_l(\mathbf{X})^{\gamma(q_l(\mathbf{X}))} \quad (5.28)$$

avec $q_l(\mathbf{X})$ la fonction définissant le relative violation de la l^{ieme} contrainte d'optimisation définie telle que $q_l(\mathbf{X}) = \max(0; V_l)$ avec V_l la distance euclidienne séparant la limite de la contrainte

de sa valeur. Par exemple concernant le déplacement des noeuds, cela correspondrait à la différence entre le déplacement maximal admissible D_{max} et le déplacement calculé, pour chaque noeud. Les paramètres γ et θ sont calculés en suivant l'algorithme 1 [66].

Algorithm 1 Calcul des paramètres θ et γ pour la méthode de pénalité

```

if  $q_i(\mathbf{X}) < 1$  then
   $\gamma(q_i(\mathbf{X})) = 1$ 
else
   $\gamma(q_i(\mathbf{X})) = 2$ 
end if
if  $q_i(\mathbf{X}) < 0.001$  then
   $\theta(q_i(\mathbf{X})) = 1000$ 
else if  $q_i(\mathbf{X}) < 0.1$  then
   $\theta(q_i(\mathbf{X})) = 20000$ 
else if  $q_i(\mathbf{X}) < 1$  then
   $\theta(q_i(\mathbf{X})) = 100000$ 
else
   $\theta(q_i(\mathbf{X})) = 300000$ 
end if

```

5.4.1.2 Cas traités

Deux structures en treillis sont traitées dans le cadre de cette étude. Le premier cas d'étude est une structure en treillis composée de 6 noeuds et de 10 barres représentée dans la Fig. 5.11. La structure est encastree aux noeuds 5 et 6 pour lesquels l'ensemble des degrés de liberté sont bloqués.

Le second cas est quant à lui composé de 20 barres et 10 noeuds et décrit dans la Fig. 5.12. La structure est encastree aux noeuds 9 et 10. Pour les deux cas, les conditions de chargements sont décrites dans le Tableau 5.5.

La longueur des barres L , le module de Young E , la densité volumique ρ , la limite élastique du matériau constitutif Re , le déplacement vertical maximal admissible aux noeuds D_{max} , les sections minimales S_{min} et maximales S_{max} des barres sont donnés dans le Tableau 5.4 pour les deux cas d'étude.

Treillis	$L(mm)$	$E(MPa)$	$\rho(km/m^3)$	$Re(MPa)$	$D_{max}(mm)$	$S_{min}(mm^2)$	$S_{max}(mm^2)$
10 barres	9144	$68.9e + 03$	2770	172.37	50.8	64.52	$22.58e + 03$
20 barres	9144	$68.9e + 03$	2770	172.37	50.8	64.52	$22.58e + 04$

TABLEAU 5.4 – Valeurs des paramètres du problème d'optimisation du treillis à 10 et 20 barres

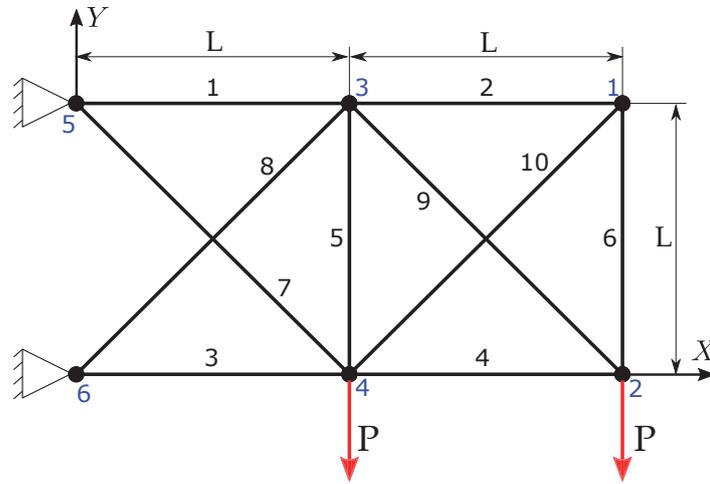


FIGURE 5.11 – Configuration du treillis à 10 barres

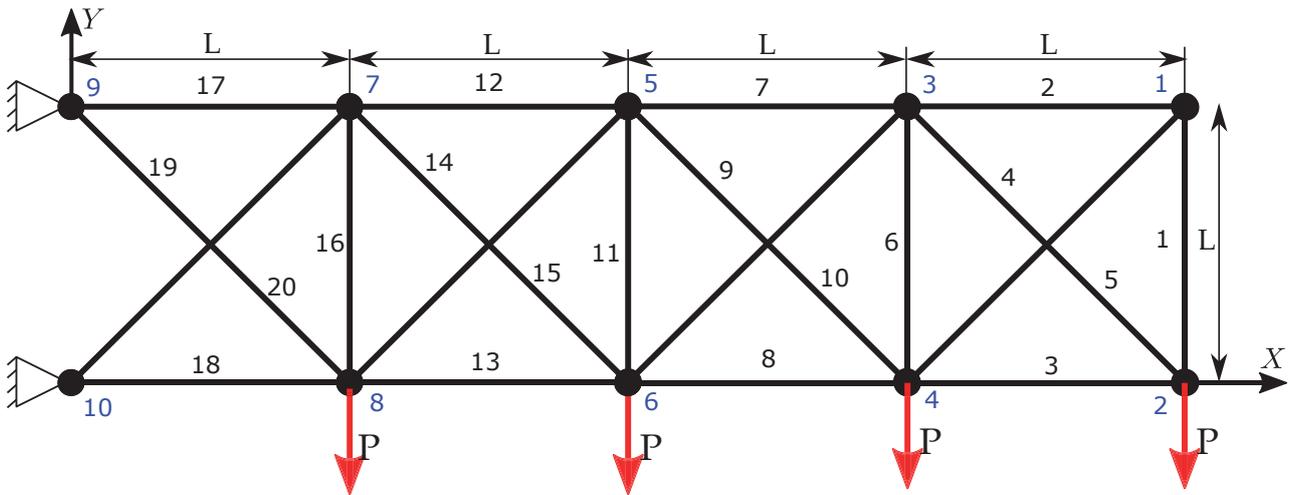


FIGURE 5.12 – Configuration du treillis à 20 barres

	Noeuds	$P_x(N)$	$P_y(N)$
10 barres	1 ; 4	0	$-4.448e + 05$
20 barres	2 ; 4 ; 6 ; 8	0	$-4.448e + 05$

TABLEAU 5.5 – Définition des cas de chargements des treillis à 10 et 20 barres

5.4.2 Paramètres AptM

La méthode AptM décrite dans la Section 5.3.1 est appliquée à l'optimisation des structures en treillis (problème (5.26)) avec l'algorithme de PSO. Les paramètres à calibrer sont les coefficients d'individualité et de sociabilité c_1 et c_2 , le coefficient d'inertie ω et la taille de la population N . Les domaines de définition \mathcal{D}_p de ces paramètres restent inchangés par rapport à ceux utilisés dans la Section 5.3.2 lors de la validation de la méthode AptM, et avaient été donnés dans le Tab. 5.2.

Dans ce contexte d'optimisation de structure, on décide de s'intéresser à la précision et la rapidité de convergence de PSO. Ainsi, le nombre d'itérations de PSO est fixé à 100 itérations. Le nombre de points du méta-modèle n_s est ici de 50 et le nombre de points ajoutés au méta-modèle Λ est fixé à 25. Les valeurs de ces paramètres ne font pas ici l'objet de l'étude et sont déterminées empiriquement.

5.4.3 Résultats

La méthode AptM est appliquée aux treillis à 10 et 20 barres décrits dans la Section 5.4.3.1. Le résultat de l'optimisation (*i.e.* la valeur de la masse de la structure) obtenu par AptM est ainsi comparé aux résultats obtenus avec des paramétrages classiques de la littérature de PSO [136, 138]. Les valeurs de l'inertie ω , des coefficients d'individualité et de sociabilité c_1 et c_2 , et la taille de la population N des configurations de Trelea et Clerc sont données dans le Tableau 5.6. Le processus d'optimisation est réalisé 12 fois dans sa totalité, afin de calculer les valeurs optimales moyennes μ et les écarts-types σ pour prendre en compte le caractère aléatoire de l'algorithme PSO.

Un classement entre les différents paramétrages est établi ainsi que l'amélioration moyenne de la précision de convergence Ψ (défini Eq. (5.25)).

	ω	c_1	c_2	N
Trelea	0.6	1.7	1.7	50
Clerc	0.5	2	2	50

TABLEAU 5.6 – Paramétrages classiques de la littérature pour PSO issus des travaux de Trelea [138] et Clerc [136]

5.4.3.1 Treillis à 10 barres

La méthode AptM appliquée à l'algorithme PSO permet d'obtenir une meilleure précision de convergence sur l'optimisation du treillis à 10 barres. Comme l'attestent les résultats donnés dans le Tableau 5.7, AptM permet d'améliorer la précision de convergence de 0.5 et 0.44% par

rapport aux paramétrages de Trelea [138] et Clerc [136] respectivement. De plus, on constate une réduction de l'écart-type sur les 12 calculs d'optimisation réalisés. Ceci traduit le fait que la dispersion des résultats avec AptM est plus réduite que celle avec les paramétrages classiques. Ainsi, AptM permet d'obtenir des résultats plus stables et plus proches du minimum global.

	Paramètres Trelea [138]	Paramètres Clerc [136]	Paramètres AptM
Moyenne (<i>kg</i>)	2495.32	2493.74	2482.82
Écart-type	18.93	18.99	13.14
Classement	3	2	1
Ψ	0.5%	0.44%	-

TABLEAU 5.7 – Résultats de l'optimisation sur le treillis à 10 barres avec des paramétrages classiques de la littérature et AptM

Le Tableau 5.8 donne les valeurs des variables d'optimisation, c'est-à-dire les valeurs des sections de barres, obtenues avec une graine α choisie au hasard, pour la méthode AptM et les paramétrages de Trelea et de Clerc [136, 138]. On constate également, dans ce tableau, que la contrainte maximale $\sigma_{e,max}$ dans la structure est inférieure à la valeur de Re fixée par le problème et que le déplacement maximal des noeuds est également inférieur à la limite établie D_{max} . Cela traduit le fait que l'algorithme PSO a su correctement gérer les contraintes d'optimisation grâce à la méthode de pénalité.

Variable / Section (mm^2)	AptM	Trelea [138]	Clerc [136]
S1	19.61e + 3	22.21e + 3	12.77e + 3
S2	64.52	65.52	65.52
S3	16.33e + 3	15.36e + 3	29.18e + 3
S4	92.64e + 2	10.48e + 3	12.55e + 3
S5	64.52	65.52	11.17e + 3
S6	64.52	65.52	65.52
S7	53.79e + 2	53.88e + 2	24.10e + 3
S8	13.43e + 3	13.24e + 3	65.52
S9	13.45e + 3	12.04e + 3	16.08e + 3
S10	64.52	65.52	65.52
fitness	2307.0	2323.2	3110.6
$\sigma_{e,max}(MPa)$	141.3	148.2	76.8
$D_{max}(mm)$	50.8	50.7	50.8

TABLEAU 5.8 – Valeurs optimales des variables d'optimisation, contrainte maximale et déplacement maximal calculés sur le treillis optimisé composé de 10 barres

La méthode AptM permet de gagner 12.5kg et 10.92kg par rapport aux paramétrages de Trelea et Clerc respectivement, tout en minimisant le nombre d'appels au calcul de la fonction

objectif. De plus, on constate que malgré les contraintes intrinsèques au problème d'optimisation, gérées par une méthode de pénalité, la méthode AptM est efficace et permet d'améliorer la valeur de la fonction objectif de 0.47% en moyenne. Avec les paramétrages de Clerc, les contraintes d'optimisation sur les sections maximales des barres ne sont pas respectées pour 2 des éléments de la structures (S3 et S7) alors que c'est le cas pour les résultats obtenus avec AptM.

5.4.3.2 Treillis à 20 barres

La même démarche d'optimisation est appliquée au treillis à 20 barres présenté dans la Figure 5.12 et décrit dans la Section 5.4.1.2. Les résultats sont présentés dans le Tableau 5.9, dans lequel on compare la meilleure valeur de *fitness* G_{best} obtenue en moyenne sur 12 essais, l'écart-type de la série de données et le classement entre la méthode AptM, le paramétrage Trelea et le paramétrage Clerc. Un classement est établi entre les 3 paramétrages sur la base de la meilleure moyenne G_{best} obtenue. De plus, l'amélioration moyenne Ψ est donnée entre AptM et Trelea d'une part, et entre AptM et Clerc, de l'autre.

	Paramètres Trelea [138]	Paramètres Clerc [136]	Paramètres AptM
Moyenne (<i>kg</i>)	33683.4	33414.6	31872.9
Écart-type	971.7	1683.4	160.1
Classement	3	2	1
Ψ	5.68%	4.84%	-

TABLEAU 5.9 – Résultats de l'optimisation sur le treillis à 20 barres avec des paramétrages classiques de la littérature et AptM

Les meilleures variables d'optimisation obtenues après le processus d'optimisation de PSO, correspondant à la dimension des sections des barres du treillis, sont données dans le Tableau 5.10 pour une graine α , avec les paramétrages AptM, Trelea et Clerc. On trouve également dans ce tableau la valeur de *fitness* correspondante, la valeur de la contrainte maximale relevée et le déplacement vertical maximal calculé dans la structure. On constate, à la lecture de ces résultats, que les paramétrages de Clerc et Trelea n'ont pas permis à l'algorithme PSO d'optimiser la valeur des sections de barres puisque les contraintes maximales calculées pour ces deux structures sont très éloignées de la contrainte maximale Re . En revanche pour le paramétrage AptM, dont les paramètres optimaux sont égaux à ($\omega = 0.45$; $c_1 = 0.92$; $c_2 = 2.33$; $N = 36$) dans cet exemple, les valeurs de la contrainte maximale $\sigma_{e,max}$ et le déplacement maximale D_{max} sont très proches des limites fixées par le problème.

La méthode AptM appliquée à PSO sur un problème d'optimisation à 20 variables d'optimisation est capable d'améliorer la valeur de la fonction objectif de l'ordre de 5% par rapport à des paramétrages classiques de la littérature. Une fois de plus, la gestion des contraintes d'optimisation ne pose pas de problème à la méthode AptM développée ici et permet d'améliorer la précision de convergence d'un algorithme méta-heuristique tel que PSO. Notons également

Variable / Section (mm^2)	AptM	Trelea [138]	Clerc [136]
S1	10.42e + 2	15.445e + 3	10.56e + 1
S2	64.52	12.15e + 3	64.52
S3	31.50e + 3	26.07e + 3	43.06e + 3
S4	52.47e + 3	34.60e + 3	60.12e3
S5	64.52	19.78e + 3	64.52
S6	64.52	64.52	64.52
S7	92.16e + 3	68.12e + 3	84.72e + 3
S8	52.13e + 3	72.24e + 3	58.27e + 3
S9	16.01e + 3	38.19e + 3	19.78e + 3
S10	56.59e + 3	37.41e + 3	54.94e + 3
S11	64.52	64.52	46.45e + 3
S12	10.5e + 4	12.09e + 4	17.67e + 4
S13	14.58e + 4	14.07e + 4	10.43e + 4
S14	69.05e + 3	50.08e + 3	74.60e + 2
S15	16.97e + 3	46.99e + 3	95.08e + 3
S16	64.52	64.52	81.11e + 2
S17	18.77e + 4	19.78e + 4	17.08e + 4
S18	19.54e + 4	22.58e + 4	22.58e + 4
S19	32.54e + 3	63.32e + 3	12.15e + 4
S20	70.38e + 3	54.67e + 3	64.52
<i>fitness</i>	31805.8	34637.5	36119.7
$\sigma_{e,max}(MPa)$	135	22.2	31.8
$D_{max}(mm)$	50.78	49.88	50.67

TABLEAU 5.10 – Valeurs optimales des variables d’optimisation, contrainte maximale dans la structure et déplacement maximal calculés sur le treillis optimisé à 20 barres

que la dispersion des résultats est fortement réduite grâce à la méthode AptM, puisque l’on réduit l’écart-type σ de 90% par rapport à Clerc, et de 83% par rapport à Trelea.

L’amélioration moyenne de la précision de convergence Ψ obtenue avec AptM est d’autant plus grande que le nombre de variables d’optimisation est grand. On observe ce phénomène à la fois sur la validation numérique de la méthode où Ψ est égal à 62% en dimension 10 et atteint près de 65% en dimension 30, que sur le cas d’application en mécanique des structures en treillis puisque Ψ passe de 0.47% à 5% pour les dimensions 10 et 20 respectivement.

5.5 Conclusions du chapitre

Ce chapitre de thèse est dédié au développement d'une nouvelle méthode d'optimisation des algorithmes méta-heuristiques en agissant sur le paramétrage de ces derniers. Trois méta-heuristiques font ainsi l'objet de l'application de la méthode intitulée *Automated parameter tuning of Metaheuristics* (AptM). En effet, l'étude de la bibliographie concernant les algorithmes méta-heuristiques met en exergue l'importance du choix des paramètres dans la résolution des problèmes d'optimisation. Ces paramètres vont influencer le comportement de l'algorithme et sa capacité à converger rapidement vers un minimum global. Pour déterminer la meilleure combinaison de paramètres permettant de faire converger le plus efficacement l'algorithme, une méthode de *machine learning* par krigeage est utilisée pour construire un méta-modèle représentant l'hypersurface formée par les paramètres de l'algorithme et sa réponse au problème d'optimisation donné.

La méthode AptM est testée sur les algorithmes *Particle Swarm Optimization* (PSO), *Differential Evolutionary* (DE) et *Clonal Selection Algorithm* (CLONALG) sur un ensemble de douze fonctions mathématiques, en dimensions 10, 30 et 50.

Les résultats obtenus mettent en évidence la large diversité des valeurs numériques attribuées aux différents paramètres. Cela confirme donc le fait que les valeurs des paramètres dépendent fortement du problème à traiter, et s'avèrent être très différentes des paramétrages traditionnels de la littérature [181]. De plus, on constate que la méthode AptM permet de diminuer la taille des populations sans pour autant compromettre leur convergence. Ainsi, la méthode AptM permet de réduire les temps de calculs liés à l'optimisation sans aucun compromis. L'amélioration moyenne de la précision de convergence dans un nombre imparti de 100 itérations sur PSO, DE et CLONALG atteint 65.03% et permet de minimiser le nombre d'appels à la fonction objectif dans 72% des cas numériques testés. Notre méthode AptM obtient une valeur de la fonction objectif plus petite dans 97.2% des 108 cas testés.

La validation numérique de notre nouvelle méthode sur des fonctions mathématiques connues, nous a permis de l'appliquer à un cas d'optimisation en mécanique des structures. La minimisation de la masse de deux treillis à 10 et 20 barres est alors investiguée à l'aide de l'algorithme d'optimisation PSO avec des paramétrages classiques issus de la littérature. Puis, AptM est appliquée sur des cas de treillis à 10 et 20 barres. Notre nouvelle méthode permet une diminution de la masse du treillis de 0.47% et 5.26% en moyenne en dimensions 10 et 20 respectivement. On constate également une réduction de la dispersion des résultats de 67%, montrant ainsi une meilleure stabilité de PSO grâce à la méthode AptM. L'application à un cas de mécanique des structures a également permis de confirmer que AptM s'avère efficace même lorsque des contraintes d'optimisation doivent être prises en compte dans la méta-heuristique. De plus, les résultats obtenus avec la méthode AptM respectent les contraintes d'optimisation imposées par le problème, contrairement à l'un des paramétrages issu de la littérature.

L'étude numérique montre cependant que dans moins de 3% des cas, l'application de la méthode AptM à une méta-heuristique n'a pas permis d'améliorer la valeur de la fonction objectif.

Il se pourrait que dans ces cas précis, le nombre de points d'échantillonnage pour construire le méta-modèle n'ait pas été suffisant. De plus, il serait intéressant de mesurer l'influence du nombre de points d'échantillonnage n_s et du nombre de points supplémentaires pour la construction du méta-modèle Λ sur l'efficacité de la méthode AptM. Autrement dit, existe-t-il un nombre de points d'échantillonnage minimal pour la construction du méta-modèle ? Si oui, comment le déterminer ?

En introduction de ce chapitre, nous présentions le contexte dans lequel cette étude était réalisée. Elle devait permettre l'optimisation plus efficace de structures architecturées absorbantes pour la sécurité routière plus efficace dans des temps de calculs réduits, grâce à l'optimisation des méta-heuristiques elles-mêmes. Il serait donc intéressant de poursuivre cette étude et d'appliquer la méthode AptM à l'algorithme I-PR-PSO sur l'optimisation de systèmes d'absorption pour la sécurité routière.

Conclusion générale et perspectives

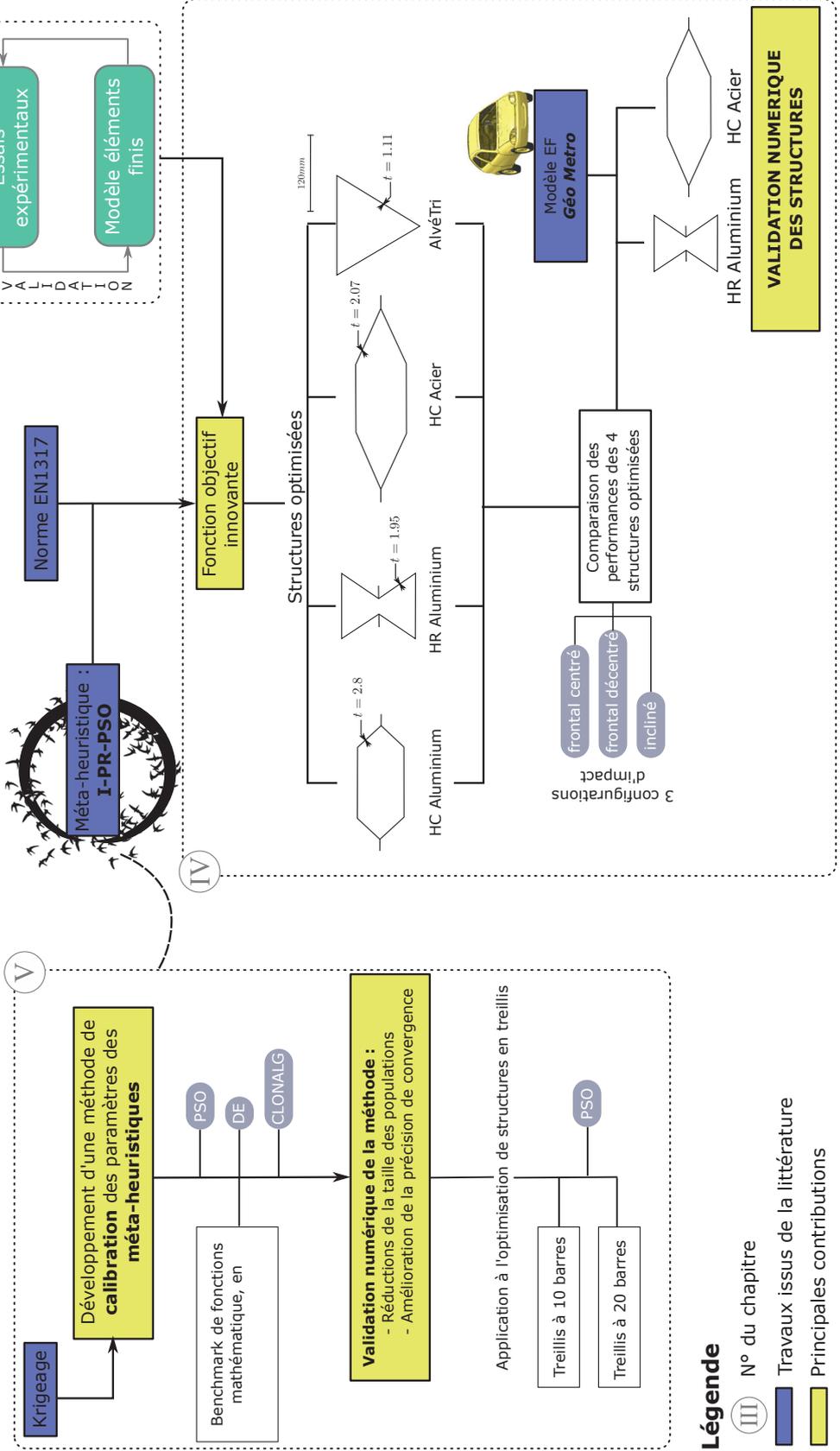
Le principal objectif de cette thèse est de développer des structures innovantes dédiées à l'absorption d'énergie cinétique dans un contexte de sécurité routière.

6.1 Bilan

Pour illustrer le bilan des travaux réalisés, la Fig. 6.1 permet de rappeler les principales contributions de cette thèse. Les principaux objectifs poursuivis dans le cadre de cette thèse sont de développer des atténuateurs de choc permettant à la fois de réduire la violence du choc pour les usagers d'un véhicule accidenté, mais aussi, dans le même temps, de développer des structures compactes afin d'être installées dans les zones les plus dangereuses où l'encombrement disponible n'est pas suffisant pour accueillir un dispositif de retenue. Ainsi, un outil entièrement automatisé d'aide à la décision permettant de concevoir des structures architecturées optimisées, aux dimensions réduites, respectant la norme EN1317 et efficaces pour absorber l'énergie d'un choc, est développé.

Objectifs :

- Réduire la violence du choc lors d'un accident
- Réduire la taille des atténuateurs de chocs
- Répondre aux exigences de la norme EN1317
- Développer un outil fiable et efficace de conception de structures architecturées optimisées



Légende

- III N° du chapitre
- Travaux issus de la littérature
- Principales contributions

FIGURE 6.1 – Résumé graphique des travaux réalisés dans cette thèse

Le Chapitre 3 a permis d'obtenir un modèle numérique fiable de structures architecturées dédiées à l'absorption d'énergie cinétique d'un choc. Les essais expérimentaux couplés à la modélisation par éléments finis d'une telle structure ont abouti à la production d'une modélisation produisant des résultats similaires aux mesures expérimentales. La réalisation de prototypes a également permis de valider les moyens de fabrication et d'assemblage d'une structure architecturée, à savoir le boulonnage de tôles pliées. Les contributions du Chapitre 3 sont résumées sous forme de schéma dans la Fig. 6.1 avec la couleur bleu turquoise. On observe sur le schéma un processus de *feedback* entre les essais expérimentaux et le modèle numérique, puisque ce dernier a permis de définir le protocole expérimental avant d'être validé.

Le Chapitre 4 a consisté à la réalisation d'une optimisation de la structure interne d'un atténuateur de choc. Pour cela, le modèle numérique développé dans le Chapitre 3 a été utilisé pour simuler le comportement mécanique d'une structure architecturée en fonction de ses caractéristiques (géométriques et matériau), lorsque celle-ci est soumise au choc d'un impacteur rigide lancé à 50km/h . Quatre structures aux propriétés différentes ont été optimisées à l'aide de l'algorithme I-PR-PSO. Cet algorithme méta-heuristique a recherché le meilleur jeu de paramètres permettant de minimiser une fonction objectif (voir Fig. 6.1). La fonction objectif développée dans ces travaux est innovante et permet d'obtenir des structures qui absorbent de manière très progressive et linéaire l'énergie cinétique. Cela se traduit par des décélérations calculées sur l'impacteur en dessous des seuils de tolérance humaine définis dans la norme EN1317-1 [5].

De plus, la configuration du problème d'optimisation paramétrique a permis d'obtenir des structures aux dimensions réduites de 25% (dans la direction d'impact) par rapport à celles des atténuateurs de choc actuellement en usage sur les routes. Pour chaque structure optimisée, des chocs (i) frontal centré, (ii) frontal décentré et (iii) incliné sont simulés avec le modèle par éléments finis. Les performances des quatre structures optimales ainsi obtenues sont comparées à l'aide de l'indice de sévérité de choc, l'ASI, dans trois configurations d'impact. Deux structures architecturées ont montré des performances supérieures, il s'agissait des structures en nid d'abeille hexagonal ré-entrant (HR) en aluminium et hexagonal conventionnel (HC) en acier.

La dernière partie de ce chapitre a alors consisté à la validation numérique d'un choc frontal avec un modèle de véhicule, le modèle *Geo Metro*. Les résultats obtenus confirment que le choix de modélisation pour l'étude d'optimisation (plus simple et moins réaliste qu'une simulation avec un modèle de véhicule) permet néanmoins d'obtenir des résultats conformes aux exigences des objectifs fixés. La simplification de la modélisation a donc permis d'obtenir des structures performantes, dans des temps de calcul raisonnables, et peut ainsi être utilisée dans un contexte de conception d'atténuateurs de choc. En effet, l'outil ici développé pourrait permettre de concevoir d'autres structures absorbantes comme cela sera présenté dans la Section 6.2. Cependant, l'utilisation d'une méta-heuristique a soulevé un problème d'efficacité de convergence de l'algorithme en fonction du paramétrage de ce dernier. En effet, de nombreux paramètres intrinsèques à l'algorithme doivent être adaptés au problème et choisis par l'utilisateur lui-même. Ce verrou a donc guidé les travaux du dernier chapitre.

Le Chapitre 5 est relatif au développement d'une méthode de calibration des paramètres des méta-heuristiques pour la résolution de problèmes d'optimisation. La méthode, nommée AptM pour *Automated parameter tuning of Meta-heuristics*, utilise un modèle de krigeage pour déterminer le méta-modèle permettant d'optimiser les paramètres de la méta-heuristique elle-même. En effet, la littérature a montré que la valeur des paramètres des méta-heuristiques permettant à l'algorithme de converger efficacement était fortement dépendante du problème à résoudre. La méthode AptM permet de donner à l'utilisateur de n'importe quelle méta-heuristique, le paramétrage optimal de l'algorithme qu'il a choisi d'utiliser adapté à son problème d'optimisation, et ce de manière entièrement automatisée. Dans un premier temps, AptM a fait l'objet d'une validation numérique sur un *benchmark* de fonctions uni et multimodales en dimensions 10, 30 et 50 avec les méta-heuristiques PSO, DE et CLONALG. Les résultats de convergence obtenus avec AptM sont comparés aux valeurs de fonction objectif obtenues par des paramétrages classiques issus de la littérature. L'amélioration moyenne de la valeur de la fonction objectif (toutes fonctions confondues et tous algorithmes confondus) atteint 62.02%, 69.12% et 64.94% en dimensions 10, 30 et 50 respectivement. Enfin, un cas d'application à la mécanique des structures est présenté dans la dernière partie de ce chapitre, où AptM montre une fois de plus son efficacité lors de l'optimisation de structures en treillis en dimensions 10 et 20. L'amélioration moyenne obtenue avec AptM est d'autant plus grande que la dimension du problème est importante avec des valeurs de 0.47% et 5% en dimensions 10 et 20 respectivement. Cette validation en mécanique des structures a également permis de montrer que AptM est une méthode robuste et ce, dans des cas d'application à l'ingénierie mécanique qui considèrent des contraintes d'optimisation à vérifier.

6.2 Perspectives

Si les objectifs définis en préambule de cette thèse semblent atteints, les travaux menés lors de cette thèse ont également levé de nouvelles questions ouvrant sur des perspectives intéressantes. Cette partie sera donc articulée autour de deux axes de perspectives : (i) celles liées à l'amélioration des atténuateurs de choc et (ii) celles issues des travaux menés lors du développement de la méthode AptM.

Les Chapitres 3 et 4 ont permis de développer un outil de conception de structures architecturées dédiées à l'absorption d'énergie cinétique en cas d'accident de la route. Cependant, les structures ici présentées ne sont efficaces que dans le cas d'un accident de véhicule roulant à 50km/h . La réalisation de prototypes de structures optimales pourrait permettre de réaliser des essais expérimentaux avec un véhicule, et ainsi être homologuées selon la norme EN1317-3. De plus, il serait intéressant d'utiliser notre outil global de développement de structures absorbantes optimisées pour développer de nouvelles structures qui seraient installées sur les routes où les limitations de vitesses sont de 110 voire de 130km/h . Il faudra alors envisager la parallélisation du code de calcul de I-PR-PSO ainsi que du calcul de la fonction objectif pour réduire les temps de calculs qui seront fortement augmentés. En effet, les structures seront

plus volumineuses et engendreront un temps de calcul important. Par ailleurs, il serait intéressant de transposer la méthode d'optimisation à d'autres cas d'application comme la protection des personnes à travers leurs équipements (casques de protection, épaulières, *etc.*). L'outil développé ici a permis d'aboutir à des structures architecturées optimisées qui répondent aux attentes de la fonction objectif définie dans la Section 4.2.1. Cependant, on constate que le comportement de ces structures en fin de choc peut présenter un risque pour les passagers du véhicule puisque toute l'énergie cinétique n'est pas absorbée par la déformation de l'atténuateur. En effet, l'optimisation est réalisée sur un temps de simulation total de $t = 0.05s$. Ce temps n'est pas suffisant pour absorber toute l'énergie cinétique de l'impacteur tout en respectant la valeur de force limite \bar{F}_L . Augmenter le temps de simulation du modèle EF pour être certain d'absorber l'ensemble de l'énergie cinétique de l'impacteur ne peut être envisagé pour deux raisons majeures :

- Augmenter la durée de la simulation ne garantit ni une absorption totale de l'énergie cinétique, ni de trouver une solution capable d'absorber toute l'énergie cinétique en $0.05s$ en respectant le seuil de force.
- Cela demanderait des ressources de calcul exagérées. Par exemple, si on utilise l'algorithme I-PR-PSO avec les paramètres suivants : $N_{part} = 8$, $it_{PSO,MAX} = 45$ et $it_{conv} = 30$, et que le calcul de la fonction objectif requiert entre 2 et 4h de calcul CPU, le temps total de l'optimisation serait compris entre 720 et 1440h, soit entre 30 et 60jours (en utilisant 4 coeurs SMP).

Pour aller plus loin, il serait donc intéressant d'améliorer la fonction objectif en réalisant une optimisation multi-objectif. En effet, en cherchant, d'une part, à obtenir une courbe de force proche de la courbe de force idéale définie Section 4.2.1 et, d'autre part, à maximiser le "potentiel d'absorption d'énergie" par déformation restant sur la structure au terme des 0.05 secondes de simulation, on pourrait atteindre des performances d'absorbeurs meilleures que celles obtenues dans la Section 4.4 en incluant un indice de potentiel d'absorption restant dans la structure qui pourrait être mesuré par la densification de la structure.

Le chapitre 5 ouvre également de nombreuses perspectives intéressantes. Dans un premier temps, l'application de AptM à l'algorithme d'optimisation I-PR-PSO permettrait peut-être d'obtenir des convergences très efficaces de ce dernier. D'autre part, notre étude s'est limitée à des démarches empiriques pour déterminer, à la fois, le nombre de points échantillonnés, mais aussi le nombre de points ajoutés au méta-modèle. Il serait intéressant de déterminer plus précisément les valeurs minimales de ces paramètres pour assurer l'efficacité de AptM. De plus, nous nous sommes limités dans cette étude à des cas de convergences rapides. C'est-à-dire que nous nous sommes intéressés à la valeur de la fonction objectif après un nombre d'itérations compris entre 100 et 500. Nous avons donc recherché une convergence rapide des algorithmes sur les premières itérations. Or, dans la littérature, il n'est pas rare de voir des convergences après 10000 itérations de l'algorithme. Quels résultats pourraient être obtenus si le nombre d'itérations est choisi très grand ? En quelle mesure la méthode AptM améliorerait les temps de calcul et les résultats obtenus ?

Bibliographie

- [1] OBSERVATOIRE NATIONAL INTERMINISTÉRIEL DE LA SÉCURITÉ ROUTIÈRE, “La sécurité routière en France - Bilan de l'accidentalité de l'année 2017,” ISBN 978-2-11-077443-9, 2018. adresse : www.securite-routiere.gouv.fr.
- [2] DÉLÉGATION À LA SÉCURITÉ ROUTIÈRE, “Bilan définitif de l'accidentalité routière 2018,” 2019. adresse : <https://www.securite-routiere.gouv.fr/actualites/bilan-definitif-de-laccidentalite-routiere-2018>.
- [3] M. LARGE, J.-L. MARTIN, L. CARNIS et D. MIGNOT, “Valorisation socio-économique de la morbidité routière,” 2018.
- [4] L. J. GIBSON, “Cellular solids,” *Mrs Bulletin*, t. 28, n° 4, p. 270-274, 2003.
- [5] EUROPEAN STANDARD, “EN1317-1. Road restraint systems, part 1 : Terminology and general criteria for test methods (2010),” 2010.
- [6] ———, “EN1317-3. Road restraint systems - Part 3 : Performance classes, impact test acceptance criteria and test methods for crash cushions (2010),” 2010.
- [7] “Dispositifs de retenue routiers - Partie 3 : Classes de performance, critères d'acceptation des essais de choc et méthodes d'essai pour les atténuateurs de choc.,” n° NF EN 1317-3 :2010, avec la coll. d'AFNOR, 2010.
- [8] D. GABAUER et H. C. GABLER, “Evaluation of the acceleration severity index threshold values utilizing event data recorder technology,” in *Proceedings of the 84th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC*, 2005.
- [9] B. WISNER Leroy, “La tolérance humaine au choc,” 1970.
- [10] J. LE COZ, T. HERMITTE, M. LABROUSSE et al., “Biomécanique des chocs,” *Medecine d'Urgence*, t. 65, p. 1-11, 2012.
- [11] M. BODO, “Étude de la réponse biomécanique du thorax soumis à des sollicitations dynamiques dans un contexte civil et militaire par la méthode des éléments finis,” Thèse de doctorat, Université Bourgogne Franche-Comté, nov. 2017.

- [12] M. BODO et S. ROTH, "Numerical investigation of similarity laws for blast simulation : Open-field propagation and interaction with a biomechanical model," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, t. 25, n° 13, p. 1140-1147, 2018.
- [13] M. CHI et al., "Assessment of Injury Criteria in Roadside Barrier Tests," 1976.
- [14] U. M. SPECIFICATION, "General Specification for Seat System : Upward Ejection, Aircraft," MIL-S-9479A, United States Air Force, rapp. tech., 1967.
- [15] A. HYDE, *Biodynamics and the Crashworthiness of Vehicle Structures : Report WR68-3, Volume 3*. Wyle Labs., 1968.
- [16] M. LAUWRENCE. "Looking back on david purley, GM." (sept. 1985), adresse : <https://www.motorsportmagazine.com/archive/article/september-1985/41/looking-back-david-purley-gm> (visité le 31/10/2019).
- [17] J. P. STAPP, "Human tolerance to deceleration," *The American Journal of Surgery*, t. 93, n° 4, p. 734-740, 1957. DOI : 10.1016/0002-9610(57)90540-8.
- [18] "Fiche Technique Renault Twingo I." (1998), adresse : <https://www.largus.fr/fiche-technique/Renault/Twingo/I+C06/2000/Berline+3+Portes/12+60+Pack+Plus-723130.html> (visité le 30/03/2022).
- [19] "Fiche Technique du Volvo CX40." (2018), adresse : <https://www.largus.fr/fiche-technique/Volvo/Xc40/I/2018/Break+5+Portes/T3+156-1920208.html> (visité le 30/03/2022).
- [20] INDUSTRY AMS S.R.L. "Crash cushions SMA 80P | Road Safety Barriers." (2015), adresse : <https://www.smaroadsafety.com/en/gamma/view/11/80p> (visité le 16/06/2020).
- [21] "Crash Cushion | Road Barrier - SMA 50P." (2015), adresse : <https://www.smaroadsafety.com/en/gamma/view/8/50p> (visité le 28/04/2021).
- [22] CSI SPA, "Certificate of Constancy of Performance. Redirective SMA Safety Modular Absorber. Certificate number 0497/CPR/4821," 2015.
- [23] FIA SPORT DÉPARTEMENT SÉCURITÉ, "Norme 3501-2017 FIA : Barrières de sécurité," n° 3501-2017, juin 2018.
- [24] J. M. BERGHEAU, *Cours de mécanique des matériaux*. 2018.
- [25] E. HECHT, *Physique*. De Boeck Supérieur, 1999.
- [26] J. XIANG et J. DU, "Energy absorption characteristics of bio-inspired honeycomb structure under axial impact loading," *Materials Science and Engineering : A*, t. 696, p. 283-289, 2017.
- [27] H. YIN, Y. XIAO, G. WEN, Q. QING et Y. DENG, "Multiobjective optimization for foam-filled multi-cell thin-walled structures under lateral impact," *Thin-Walled Structures*, t. 94, p. 1-12, 2015.
- [28] G. LU et T. YU, *Energy absorption of structures and materials*. Elsevier, 2003.

- [29] A. ALGHAMDI, "Collapsible impact energy absorbers : an overview," *Thin-walled structures*, t. 39, n° 2, p. 189-213, 2001.
- [30] S. REID, "Plastic deformation mechanisms in axially compressed metal tubes used as impact energy absorbers," *International Journal of Mechanical Sciences*, t. 35, n° 12, p. 1035-1052, 1993.
- [31] H. ZHANG et X. ZHANG, "Crashworthiness performance of conical tubes with nonlinear thickness distribution," *Thin-Walled Structures*, t. 99, p. 35-44, 2016.
- [32] Z. FAN, G. LU et K. LIU, "Quasi-static axial compression of thin-walled tubes with different cross-sectional shapes," *Engineering Structures*, t. 55, p. 80-89, 2013.
- [33] G. C. JACOB, J. F. FELLERS, S. SIMUNOVIC et J. M. STARBUCK, "Energy absorption in polymer composites for automotive crashworthiness," *Journal of composite materials*, t. 36, n° 7, p. 813-850, 2002.
- [34] T. RENAULT, "Les matériaux composites dans l'automobile," *Mécanique & industries*, t. 2, n° 3, p. 211-218, 2001.
- [35] P. FERABOLI, C. NORRIS et D. MCLARTY, "Design and certification of a composite thin-walled structure for energy absorption," *International Journal of Vehicle Design*, t. 44, n° 3-4, p. 247-267, 2007.
- [36] F. XU, X. ZHANG et H. ZHANG, "A review on functionally graded structures and materials for energy absorption," *Engineering Structures*, t. 171, p. 309-325, 2018.
- [37] J. SONG, Y. CHEN et G. LU, "Axial crushing of thin-walled structures with origami patterns," *Thin-Walled Structures*, t. 54, p. 65-71, 2012.
- [38] M. H. KASHANI, H. S. ALAVIJEH, H. AKBARSHAHI et M. SHAKERI, "Bitubular square tubes with different arrangements under quasi-static axial compression loading," *Materials & Design*, t. 51, p. 1095-1103, 2013.
- [39] J.-J. MILAN, *Notions fondamentales sur le frottement, l'usure, la lubrification et la technologie des surfaces*. Université de Bordeaux 1, 1992.
- [40] L. J. GIBSON, M. F. ASHBY, G. S. SCHAJER et C. I. ROBERTSON, "The mechanics of two-dimensional cellular materials," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, t. 382, n° 1782, p. 25-42, 1982.
- [41] R. LAKES, "Foam structures with a negative Poisson's ratio," *Science*, t. 235, p. 1038-1041, 1987.
- [42] K. E. EVANS et K. L. ALDERSON, "The static and dynamic moduli of auxetic microporous polyethylene," *Journal of Materials Science Letters*, t. 11, n° 24, p. 1721-1724, 1^{er} jan. 1992, ISSN : 1573-4811. DOI : 10.1007/BF00736221.
- [43] K. EVANS, M. NKANSAH et I. HUTCHINSON, "Auxetic foams : modelling negative poisson's ratios," *Acta Metallurgica et Materialia*, 1994. DOI : 10.1016/0956-7151(94)90145-7.

- [44] M. SPAHIC, N. DI CESARE, A. LE DUIGOU et V. KERYVIN, "Multi-scale analysis of the flexural behaviour of 3D printed cellular polymer materials : Comparison between morphing and sandwich beams," *Composite Structures*, t. 273, p. 114-249, 2021.
- [45] R. H. BAUGHMAN, J. M. SHACKLETTE, A. A. ZAKHIDOV et S. STAFSTRÖM, "Negative Poisson's ratios as a common feature of cubic metals," *Nature*, t. 392, n° 6674, p. 362, 1998.
- [46] F. MILSTEIN et K. HUANG, "Existence of a negative Poisson ratio in fcc crystals," *Physical Review B*, t. 19, n° 4, p. 2030, 1979.
- [47] J. N. GRIMA, R. JACKSON, A. ALDERSON et K. E. EVANS, "Do zeolites have negative Poisson's ratios?" *Advanced Materials*, t. 12, n° 24, p. 1912-1918, 2000.
- [48] J. N. GRIMA, V. ZAMMIT, R. GATT, D. ATTARD, C. CARUANA et T. G. C. BRAY, "On the role of rotating tetrahedra for generating auxetic behavior in NAT and related systems," *Journal of Non-Crystalline Solids*, t. 354, n° 35-39, p. 4214-4220, 2008.
- [49] A. ALDERSON et K. E. EVANS, "Molecular Origin of Auxetic Behavior in Tetrahedral Framework Silicates," *Physical Review Letter*, t. 89, nov. 2002. DOI : 10.1103/PhysRevLett.89.225503.
- [50] D. VERONDA et R. WESTMANN, "Mechanical characterization of skin—finite deformations," *Journal of biomechanics*, t. 3, n° 1, p. 111-124, 1970.
- [51] C. LEES, J. F. VINCENT et J. E. HILLERTON, "Poisson's ratio in skin," *Bio-medical materials and engineering*, t. 1, n° 1, p. 19-23, 1991.
- [52] J. WILLIAMS et J. LEWIS, "Properties and an anisotropic model of cancellous bone from the proximal tibial epiphysis," *J. Biomech. Eng.*, p. 50-56, 1982.
- [53] M. ASHBY et L. GIBSON, "Cellular solids : structure and properties," *Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, UK*, p. 175-231, 1997.
- [54] K. E. EVANS, M. A. NKANSAH, I. J. HUTCHINSON et S. C. ROGERS, "Molecular network design," *Nature*, t. 353, n° 6340, p. 124, 1991.
- [55] M. S. RAD, Y. PRAWOTO et Z. AHMAD, "Analytical solution and finite element approach to the 3D re-entrant structures of auxetic materials," *Mechanics of Materials*, t. 74, p. 76-87, 2014.
- [56] A. ALDERSON et al., "Elastic constants of 3-, 4-and 6-connected chiral and anti-chiral honeycombs subject to uniaxial in-plane loading," *Composites Science and Technology*, t. 70, n° 7, p. 1042-1048, 2010.
- [57] J. DIRRENBERGER, "Propriétés effectives de matériaux architecturés," thèse de doct., Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012.
- [58] J. DIRRENBERGER, S. FOREST et D. JEULIN, "Modélisation du Comportement Plastique des Matériaux Auxétiques," in *12e Colloque national en calcul des structures (CSMA 2015)*, 2015.

- [59] D. PRALL et R. LAKES, "Properties of a chiral honeycomb with a Poisson's ratio of—1," *International Journal of Mechanical Sciences*, t. 39, n° 3, p. 305-314, 1997.
- [60] N. GASPAR, X. REN, C. W. SMITH, J. GRIMA et K. E. EVANS, "Novel honeycombs with auxetic behaviour," *Acta Materialia*, t. 53, n° 8, p. 2439-2445, 2005.
- [61] J. C. Á. ELIPE et A. D. LANTADA, "Comparative study of auxetic geometries by means of computer-aided design and engineering," *Smart Materials and Structures*, t. 21, n° 10, p. 105 004, 2012.
- [62] J. N. GRIMA et al., "On the auxetic properties of generic rotating rigid triangles," *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, t. 468, n° 2139, p. 810-830, 2011.
- [63] J. N. GRIMA, R. GATT, B. ELLUL et E. CHETCUTI, "Auxetic behaviour in non-crystalline materials having star or triangular shaped perforations," *Journal of Non-Crystalline Solids*, t. 356, n° 37-40, p. 1980-1987, 2010.
- [64] J. N. GRIMA, E. MANICARO et D. ATTARD, "Auxetic behaviour from connected different-sized squares and rectangles," *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, t. 467, n° 2126, p. 439-458, 2010.
- [65] J. N. GRIMA et K. E. EVANS, "Auxetic behavior from rotating squares," *Journal of Materials Science Letters*, t. 19, n° 17, p. 1563-1565, 2000.
- [66] N. D. CESARE, "Développement d'une nouvelle méthode metaheuristique pour l'optimisation topologique des structures et des metamatériaux," thèse de doct., Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2016.
- [67] S. BABAEI, J. SHIM, J. C. WEAVER, E. R. CHEN, N. PATEL et K. BERTOLDI, "3D soft metamaterials with negative Poisson's ratio," *Advanced Materials*, t. 25, n° 36, p. 5044-5049, 2013.
- [68] H. MASUDA et K. FUKUDA, "Ordered metal nanohole arrays made by a two-step replication of honeycomb structures of anodic alumina," *science*, t. 268, n° 5216, p. 1466-1468, 1995.
- [69] H. WAN, H. OHTAKI, S. KOTOSAKA et G. HU, "A study of negative Poisson's ratios in auxetic honeycombs based on a large deflection model," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, t. 23, n° 1, p. 95-106, 2004.
- [70] E. KHARE, S. TEMPLE, I. TOMOV, F. ZHANG et S. K. SMOUKOV, "Low Fatigue Dynamic Auxetic Lattices With 3D Printable, Multistable, and Tuneable Unit Cells," *Frontiers in Materials*, t. 5, p. 45, 2018.
- [71] Q. GAO, X. ZHAO, C. WANG, L. WANG et Z. MA, "Multi-objective crashworthiness optimization for an auxetic cylindrical structure under axial impact loading," *Materials & Design*, t. 143, p. 120-130, 2018.
- [72] G. IMBALZANO, P. TRAN, T. D. NGO et P. V. LEE, "A numerical study of auxetic composite panels under blast loadings," *Composite Structures*, t. 135, p. 339-352, 2016.

- [73] Y. ZHU, Z.-P. WANG et L. H. POH, "Auxetic hexachiral structures with wavy ligaments for large elasto-plastic deformation," *Smart Materials and Structures*, t. 27, n° 5, p. 055 001, 2018.
- [74] G. IMBALZANO, S. LINFORTH, T. D. NGO, P. V. S. LEE et P. TRAN, "Blast resistance of auxetic and honeycomb sandwich panels : Comparisons and parametric designs," *Composite Structures*, t. 183, p. 242-261, 2018.
- [75] X. JIN, Z. WANG, J. NING, G. XIAO, E. LIU et X. SHU, "Dynamic response of sandwich structures with graded auxetic honeycomb cores under blast loading," *Composites Part B : Engineering*, t. 106, p. 206-217, 2016.
- [76] T. KANIT, S. FOREST, I. A. GALLIET, V. MOUNOURY et D. JEULIN, "Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach," *International Journal of solids and structures*, t. 40, n° 13-14, p. 3647-3679, 2003.
- [77] C. CZECH, "Design of Meta-Materials Outside the Homogenization Limit Using Multiscale Analysis and Topology Optimization," 2012.
- [78] J.-C. CRAVEUR, M. BRUYNEEL et P. GOURMELEN, *Optimisation des structures mécaniques : Méthodes numériques et éléments finis*. Dunod, 2014.
- [79] J.-K. HAO, P. GALINIER et M. HABIB, "Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes," *Revue d'intelligence artificielle*, t. 13, n° 2, p. 283-324, 1999.
- [80] Y. COLLETTE et P. SIARRY, *Optimisation multiobjectif : Algorithmes*. Editions Eyrolles, 2011.
- [81] G. ALLAIRE, *Analyse numérique et optimisation : une introduction à la modélisation mathématique et à la simulation numérique*. Editions Ecole Polytechnique, 2005.
- [82] G.-C. LUH, C.-Y. LIN et Y.-S. LIN, "A binary particle swarm optimization for continuum structural topology optimization," *Applied Soft Computing*, t. 11, n° 2, p. 2833-2844, 2011.
- [83] M. A. M. DE OCA, T. STUTZLE, M. BIRATTARI et M. DORIGO, "Frankenstein's PSO : a composite particle swarm optimization algorithm," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, t. 13, n° 5, p. 1120-1132, 2009.
- [84] J. DREO, J.-P. AUMASSON, W. TFAILI et P. SIARRY, "Adaptive learning search, a new tool to help comprehending metaheuristics," *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, t. 16, n° 03, p. 483-505, 2007.
- [85] D. H. WOLPERT et W. G. MACREADY, "No free lunch theorems for optimization," *IEEE transactions on evolutionary computation*, t. 1, n° 1, p. 67-82, 1997.
- [86] J. DRÉO, A. PETROWSKI, P. SIARRY et E. TAILLARD, *Métaheuristiques pour l'optimisation difficile*, sér. Algorithmes. Eyrolles, 2003, p. 356. adresse : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00843020>.

- [87] C. W. REYNOLDS, "Flocks, herds and schools : A distributed behavioral model," in *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 1987, p. 25-34.
- [88] J. KENNEDY et R. EBERHART, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks*, IEEE, t. 4, 1995, p. 1942-1948.
- [89] Y. SHI et R. EBERHART, "A modified particle swarm optimizer," in *1998 IEEE international conference on evolutionary computation proceedings. IEEE world congress on computational intelligence (Cat. No. 98TH8360)*, IEEE, 1998, p. 69-73.
- [90] J. KENNEDY et R. MENDES, "Population structure and particle swarm performance," in *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*, IEEE, t. 2, 2002, p. 1671-1676.
- [91] M. M. MILLONAS, "Swarms, phase transitions, and collective intelligence," *arXiv preprint adap-org/9306002*, 1993.
- [92] R. EBERHART et J. KENNEDY, "A new optimizer using particle swarm theory," in *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, IEEE, 1995, p. 39-43.
- [93] R. MENDES, J. KENNEDY et J. NEVES, "Watch thy neighbor or how the swarm can learn from its environment," in *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium. SIS'03*, IEEE, 2003, p. 88-94.
- [94] N. DI CESARE, D. CHAMORET et M. DOMASZEWSKI, "Optimum topological design of negative permeability dielectric metamaterial using a new binary particle swarm algorithm," *Advances in Engineering Software*, t. 101, p. 149-159, 2016.
- [95] P. N. SUGANTHAN, "Particle swarm optimiser with neighbourhood operator," in *IEEE Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, IEEE, t. 3, 1999, p. 1958-1962.
- [96] S. JANSON et M. MIDDENDORF, "A hierarchical particle swarm optimizer," in *The 2003 Congress on Evolutionary Computation, 2003. CEC'03.*, IEEE, t. 2, 2003, p. 770-776.
- [97] B. LATANÉ, "The psychology of social impact.," *American psychologist*, t. 36, n° 4, p. 343, 1981.
- [98] R. AKBARI et K. ZIARATI, "A rank based particle swarm optimization algorithm with dynamic adaptation," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, t. 235, n° 8, p. 2694-2714, 2011.
- [99] L. PAGE, S. BRIN, R. MOTWANI et T. WINOGRAD, "The pagerank citation ranking : Bringing order to the web.," Stanford InfoLab, rapp. tech., 1999.
- [100] N. DI CESARE, D. CHAMORET et M. DOMASZEWSKI, "A new hybrid PSO algorithm based on a stochastic Markov chain model," *Advances in engineering software*, t. 90, p. 127-137, 2015.

- [101] P. K. NEWTON, J. MASON, K. BETHEL, L. A. BAZHENOVA, J. NIEVA et P. KUHN, "A stochastic Markov chain model to describe lung cancer growth and metastasis," *PloS one*, t. 7, n° 4, 2012.
- [102] Y.-L. ZHENG, L.-H. MA, L.-Y. ZHANG et J.-X. QIAN, "On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization," in *Proceedings of the 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, IEEE, t. 3, 2003, p. 1802-1807.
- [103] S.-K. S. FAN et J.-M. CHANG, "A modified particle swarm optimizer using an adaptive dynamic weight scheme," in *International Conference on Digital Human Modeling*, Springer, 2007, p. 56-65.
- [104] F. AGAKOV et al., "Using machine learning to focus iterative optimization," in *International Symposium on Code Generation and Optimization (CGO'06)*, IEEE, 2006, 11-pp.
- [105] A. A. MOIZ et al., "A machine learning-genetic algorithm (ML-GA) approach for rapid optimization using high-performance computing," *Society of Automotive Engineers Technical Paper Series*, t. 11, n° 5, 2018.
- [106] A. M. TURING, "Computing Machinery and Intelligence," 1950. DOI : 10.1007/978-1-4020-6710-5_3.
- [107] J. G. CARBONELL, R. S. MICHALSKI et T. M. MITCHELL, "An overview of machine learning," *Machine learning*, p. 3-23, 1983.
- [108] L. CANDILLIER, "Contextualisation, visualisation et évaluation en apprentissage non supervisé," thèse de doct., Université Charles de Gaulle-Lille III, 2006.
- [109] A. BLUM et T. MITCHELL, "Combining labeled and unlabeled data with co-training," in *Proceedings of the eleventh annual conference on Computational learning theory*, 1998, p. 92-100.
- [110] K. NIGAM, A. K. MCCALLUM, S. THRUN et T. MITCHELL, "Text classification from labeled and unlabeled documents using EM," *Machine learning*, t. 39, n° 2, p. 103-134, 2000.
- [111] C. AMBROISE, M. DANG et G. GOVAERT, "Clustering of spatial data by the EM algorithm," in *geoENV I—Geostatistics for environmental applications*, Springer, 1997, p. 493-504.
- [112] S. J. PAN et Q. YANG, "A survey on transfer learning," *IEEE Transactions on knowledge and data engineering*, t. 22, n° 10, p. 1345-1359, 2009.
- [113] C. QI, A. REMENNIKOV, L.-Z. PEI, S. YANG, Z.-H. YU et T. D. NGO, "Impact and close-in blast response of auxetic honeycomb-cored sandwich panels : experimental tests and numerical simulations," *Composite structures*, t. 180, p. 161-178, 2017.
- [114] L. HU et T. YU, "Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs," *International Journal of Impact Engineering*, t. 37, n° 5, p. 467-474, 2010.
- [115] D. OKUMURA, N. OHNO et H. NOGUCHI, "Post-buckling analysis of elastic honeycombs subject to in-plane biaxial compression," *International journal of solids and structures*, t. 39, n° 13-14, p. 3487-3503, 2002.

- [116] S. XU, J. H. BEYNON, D. RUAN et G. LU, "Experimental study of the out-of-plane dynamic compression of hexagonal honeycombs," *Composite Structures*, t. 94, n° 8, p. 2326-2336, 2012.
- [117] A. A. NIA et M. SADEGHI, "The effects of foam filling on compressive response of hexagonal cell aluminum honeycombs under axial loading-experimental study," *Materials & Design*, t. 31, n° 3, p. 1216-1230, 2010.
- [118] Z. DONG, Y. LI, T. ZHAO, W. WU, D. XIAO et J. LIANG, "Experimental and numerical studies on the compressive mechanical properties of the metallic auxetic reentrant honeycomb," *Materials & Design*, t. 182, p. 108036, 2019.
- [119] Z. ZOU, S. REID, P. TAN, S. LI et J. HARRIGAN, "Dynamic crushing of honeycombs and features of shock fronts," *International Journal of Impact Engineering*, t. 36, n° 1, p. 165-176, 2009.
- [120] D. RUAN, G. LU, B. WANG et T. YU, "In-plane dynamic crushing of honeycombs—a finite element study," *International Journal of Impact Engineering*, t. 28, n° 2, p. 161-182, 2003.
- [121] X. HOU, Z. DENG et K. ZHANG, "Dynamic crushing strength analysis of auxetic honeycombs," *Acta Mechanica Solida Sinica*, t. 29, n° 5, p. 490-501, 2016.
- [122] I. MASTERS et K. EVANS, "Models for the elastic deformation of honeycombs," *Composite structures*, t. 35, n° 4, p. 403-422, 1996. DOI : 10.1016/S0263-8223(96)00054-2.
- [123] J. DIRRENBERGER, S. FOREST, D. JEULIN et C. COLIN, "Homogenization of periodic auxetic materials," *Procedia Engineering*, t. 10, n° 0, p. 1847-1852, 2011.
- [124] O. DUNCAN et al., "Review of auxetic materials for sports applications : Expanding options in comfort and protection," *Applied Sciences*, 2018.
- [125] L. HU, M. Z. ZHOU et H. DENG, "Dynamic crushing response of auxetic honeycombs under large deformation : theoretical analysis and numerical simulation," *Thin-Walled Structures*, t. 131, p. 373-384, 2018. DOI : 10.1016/j.tws.2018.04.020.
- [126] "Crash Cushion | Road Barrier - SMA 110W." (2015), adresse : <https://www.smaroadsafety.com/en/gamma/view/14/110w> (visité le 28/04/2021).
- [127] "ExpéChoc : LBMC experimental platform in crash." (), adresse : <https://lbmc.univ-gustave-eiffel.fr/plateformes/expechoc-plateforme-d experimentation-en-choc> (visité le 05/11/2021).
- [128] EUROPEAN STANDARD, "ISO 6487 :2015. Road vehicles — Measurement techniques in impact tests — Instrumentation," 2015.
- [129] J. BENESTY, J. CHEN, Y. HUANG et I. COHEN, "Pearson correlation coefficient," in *Noise reduction in speech processing*, Springer, 2009, p. 1-4.
- [130] V. PSYK, C. SCHEFFLER, M. TULKE, S. WINTER, C. GUILLEAUME et A. BROSIUS, "Determination of material and failure characteristics for high-speed forming via high-speed testing and inverse numerical simulation," *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, t. 4, n° 2, p. 31, 2020.

- [131] H. YIN, X. HUANG, F. SCARPA, G. WEN, Y. CHEN et C. ZHANG, "In-plane crashworthiness of bio-inspired hierarchical honeycombs," *Composite Structures*, t. 192, p. 516-527, 2018.
- [132] E. C. CLOUGH, T. A. PLAISTED, Z. C. ECKEL, K. CANTE, J. M. HUNDLEY et T. A. SCHAEGLER, "Elastomeric microlattice impact attenuators," *Matter*, t. 1, n° 6, p. 1519-1531, 2019. DOI : 10.1016/j.matt.2019.10.004.
- [133] D. BRUSKI, S. BURZYŃSKI, J. CHRÓSCIELEWSKI, Ł. PACHOCKI et W. WITKOWSKI, "On the validation of the LS-DYNA Geo Metro numerical model," in *MATEC Web of Conferences*, EDP Sciences, t. 262, 2019, p. 10 001.
- [134] N. DI CESARE et M. DOMASZEWSKI, "A new hybrid topology optimization method based on I-PR-PSO and ESO. Application to continuum structural mechanics," *Computers & Structures*, t. 212, p. 311-326, 2019. DOI : 10.1016/j.compstruc.2018.11.006.
- [135] E. OZCAN et C. K. MOHAN, "Particle swarm optimization : Surfing the waves," in *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, IEEE, t. 3, 1999, p. 1939-1944.
- [136] M. CLERC, "The swarm and the queen : towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization," in *Proceedings of the 1999 congress on evolutionary computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, IEEE, t. 3, 1999, p. 1951-1957.
- [137] M. CLERC et J. KENNEDY, "The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space," *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, t. 6, n° 1, p. 58-73, 2002.
- [138] I. C. TRELEA, "The particle swarm optimization algorithm : convergence analysis and parameter selection," *Information processing letters*, t. 85, n° 6, p. 317-325, 2003.
- [139] D. J. ARMAGHANI, M. HAJIHASSANI, E. T. MOHAMAD, A. MARTO et S. NOORANI, "Blasting-induced flyrock and ground vibration prediction through an expert artificial neural network based on particle swarm optimization," *Arabian Journal of Geosciences*, t. 7, n° 12, p. 5383-5396, 2014.
- [140] M. HAJIHASSANI, D. JAHED ARMAGHANI, H. SOHAEI, E. TONNIZAM MOHAMAD et A. MARTO, "Prediction of airblast-overpressure induced by blasting using a hybrid artificial neural network and particle swarm optimization," *Applied Acoustics*, t. 80, p. 57-67, 2014, ISSN : 0003-682X. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2014.01.005>.
- [141] E. HOUSSEIN, A. GAD, K. HUSSAIN et P. SUGANTHAN, "Major Advances in Particle Swarm Optimization : Theory, Analysis, and Application," *Swarm and Evolutionary Computation*, t. 63, p. 100 868, mars 2021. DOI : 10.1016/j.swevo.2021.100868.
- [142] K. E. PARSOPOULOS, M. N. VRAHATIS et al., "Particle swarm optimization method for constrained optimization problems," *Intelligent Technologies—Theory and Application : New Trends in Intelligent Technologies*, t. 76, n° 1, p. 214-220, 2002.

- [143] L. WÅGSTRÖM, R. THOMSON et B. PIPKORN, "Structural adaptivity in frontal collisions : implications on crash pulse characteristics," *International Journal of Crashworthiness*, t. 10, n° 4, p. 371-378, 2005.
- [144] F. TAHAN, D. MARZOUGUI, A. ZAOUK, N. BEDEWI, A. ESKANDARIAN et L. MECZKOWSKI, "Safety performance evaluation of secure mailboxes using finite element simulations and crash testing," *International Journal of Crashworthiness*, t. 10, n° 4, p. 341-349, 2005.
- [145] J. DEL SER et al., "Bio-inspired computation : Where we stand and what's next," *Swarm and Evolutionary Computation*, t. 48, p. 220-250, 2019, ISSN : 2210-6502. DOI : 10.1016/j.swevo.2019.04.008.
- [146] S.-C. CHU, P.-W. TSAI et J.-S. PAN, "Cat swarm optimization," in *Pacific Rim international conference on artificial intelligence*, Springer, 2006, p. 854-858.
- [147] J. BROWNLEE, "Clonal selection theory & clonalg-the clonal selection classification algorithm (cscsa)," *Swinburne University of Technology*, p. 38, 2005.
- [148] R. STORN et K. PRICE, "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," *Journal of global optimization*, t. 11, n° 4, p. 341-359, 1997.
- [149] F. CAMPELO, F. G. GUIMARÃES, H. IGARASHI et J. A. RAMIREZ, "A clonal selection algorithm for optimization in electromagnetics," *IEEE Transactions on Magnetics*, t. 41, n° 5, p. 1736-1739, 2005.
- [150] R. STORN, "Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces," *Technical report, International Computer Science Institute*, t. 11, 1995.
- [151] D. ZAHARIE, "Control of population diversity and adaptation in differential evolution algorithms," in *Proc. of MENDEL*, t. 9, 2003, p. 41-46.
- [152] D. J. ARMAGHANI et S. N. RAJA, "Developing a hybrid PSO–ANN model for estimating the ultimate bearing capacity of rock-socketed piles," *Neural Computing and Applications*, t. 28, n° 2, p. 391-405, 2017.
- [153] E. MOMENI, D. J. ARMAGHANI, M. HAJIHASSANI et M. F. M. AMIN, "Prediction of uniaxial compressive strength of rock samples using hybrid particle swarm optimization-based artificial neural networks," *Measurement*, t. 60, p. 50-63, 2015.
- [154] N. BELKHIR, "Per Instance Algorithm Configuration for Continuous Black Box Optimization," thèse de doct., Université Paris Saclay (COMUE), 2017.
- [155] S. DAS et P. N. SUGANTHAN, "Differential evolution : A survey of the state-of-the-art," *IEEE transactions on evolutionary computation*, t. 15, n° 1, p. 4-31, 2010.
- [156] J. ZHANG et A. C. SANDERSON, "JADE : adaptive differential evolution with optional external archive," *IEEE Transactions on evolutionary computation*, t. 13, n° 5, p. 945-958, 2009.

- [157] J. BREST, S. GREINER, B. BOSKOVIC, M. MERNIK et V. ZUMER, "Self-adapting control parameters in differential evolution : A comparative study on numerical benchmark problems," *IEEE transactions on evolutionary computation*, t. 10, n° 6, p. 646-657, 2006.
- [158] Y. ZHANG et Y. TIAN, "An improved cat swarm optimization algorithm and application research," in *2015 Seventh International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI)*, IEEE, 2015, p. 207-211.
- [159] M. TAHERKHANI et R. SAFABAKHSH, "A novel stability-based adaptive inertia weight for particle swarm optimization," *Applied Soft Computing*, t. 38, p. 281-295, 2016. DOI : 10.1016/j.asoc.2015.10.004.
- [160] C. YANG, W. GAO, N. LIU et C. SONG, "Low-discrepancy sequence initialized particle swarm optimization algorithm with high-order nonlinear time-varying inertia weight," *Applied Soft Computing*, t. 29, p. 386-395, 2015. DOI : 10.1016/j.asoc.2015.01.004.
- [161] L. ZHANG, Y. TANG, C. HUA et X. GUAN, "A new particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight based on Bayesian techniques," *Applied Soft Computing*, t. 28, p. 138-149, 2015, ISSN : 1568-4946. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.11.018>.
- [162] K. HARRISON, A. ENGELBRECHT et B. OMBUKI-BERMAN, "Inertia weight control strategies for particle swarm optimization : Too much momentum, not enough analysis," *Swarm Intelligence*, t. 10, déc. 2016. DOI : 10.1007/s11721-016-0128-z.
- [163] A. NICKABADI, M. EBADZADEH et R. SAFABAKHSH, "A Novel Particle Swarm Optimization Algorithm with Adaptive Inertia Weight," *Applied Soft Computing*, t. 11, p. 3658-3670, juin 2011. DOI : 10.1016/j.asoc.2011.01.037.
- [164] Y.-L. ZHENG, L.-H. MA, L.-Y. ZHANG et J.-X. QIAN, "On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization," t. 3, déc. 2003, 1802-1807 Vol.3, ISBN : 0-7803-7865-2. DOI : 10.1109/ICMLC.2003.1259789.
- [165] D. TIAN et Z. SHI, "MPSO : Modified particle swarm optimization and its applications," *Swarm and Evolutionary Computation*, t. 41, jan. 2018. DOI : 10.1016/j.swevo.2018.01.011.
- [166] Y. SHI et R. C. EBERHART, "Empirical study of particle swarm optimization," in *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, t. 3, 1999, 1945-1950 Vol. 3. DOI : 10.1109/CEC.1999.785511.
- [167] L. YING et S. SHENGFANG, "Evaluation and improvement of sports training methods based on improved CSO algorithm," *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, p. 1-11, 2021.
- [168] I. ZELINKA et J. LAMPINEN, "On stagnation of the differential evolution algorithm," in *Proceedings of Mendel, 6th International Mendel Conference on Soft Computing*, 2000.
- [169] A. P. PIOTROWSKI, J. J. NAPIORKOWSKI et A. E. PIOTROWSKA, "Population size in particle swarm optimization," *Swarm and Evolutionary Computation*, t. 58, p. 100718, 2020.

- [170] L. N. DE CASTRO et F. J. VON ZUBEN, "Learning and optimization using the clonal selection principle," *IEEE transactions on evolutionary computation*, t. 6, n° 3, p. 239-251, 2002.
- [171] G. MATHERON, "Traité de géostatistique appliquée. 1 (1962)(Vol. 1)," *Editions Technip*, p. 72, 1962.
- [172] G. MATHERON, *Traité de géostatistique appliquée. 2. Le krigeage*. Editions Technip, 1963.
- [173] C. K. WILLIAMS et C. E. RASMUSSEN, *Gaussian processes for machine learning*, 3. MIT press Cambridge, MA, 2006, t. 2.
- [174] J. SACKS, W. J. WELCH, T. J. MITCHELL et H. P. WYNN, "Design and analysis of computer experiments," *Statistical science*, t. 4, n° 4, p. 409-423, 1989.
- [175] M. L. STEIN, *Interpolation of spatial data : some theory for kriging*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [176] M. ABRAMOWITZ et I. A. STEGUN, *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. US Government printing office, 1964, t. 55.
- [177] K. V. MARDIA et R. J. MARSHALL, "Maximum likelihood estimation of models for residual covariance in spatial regression," *Biometrika*, t. 71, n° 1, p. 135-146, 1984.
- [178] J. MOCKUS, V. TIESIS et A. ZILINSKAS, "The application of Bayesian methods for seeking the extremum," *Towards global optimization*, t. 2, n° 117-129, p. 2, 1978.
- [179] D. R. JONES, M. SCHONLAU et W. J. WELCH, "Efficient global optimization of expensive black-box functions," *Journal of Global optimization*, t. 13, n° 4, p. 455-492, 1998.
- [180] M. D. MCKAY, R. J. BECKMAN et W. J. CONOVER, "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code," *Technometrics*, t. 42, n° 1, p. 55-61, 2000. DOI : 10.1080/00401706.2000.10485979.
- [181] L. S. RIZA, E. P. NUGROHO et al., "MetaheuristicOpt : An R Package for Optimisation Based on Meta-Heuristics Algorithms.," *Pertanika Journal of Science & Technology*, t. 26, n° 3, 2018.
- [182] Z. XIA, Y. ZHANG et F. ELLYIN, "A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications," *International Journal of Solids and Structures*, t. 40, n° 8, p. 1907-1921, 2003.
- [183] L. GELEBART, C. CHATEAU et M. BORNERT, "Conditions aux limites mixtes normales," p. 6, 2009.
- [184] S. PECULLAN, L. GIBIANSKY et S. TORQUATO, "Scale effects on the elastic behavior of periodic and hierarchical two-dimensional composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, t. 47, n° 7, p. 1509-1542, 1999.

Table des figures

1.1	Photographies d'accidents de la route sur atténuateurs de chocs	9
2.1	Description des trajectoires d'approche du véhicule pour les essais 1 à 5, extrait de la norme EN1317-3 [5].	17
2.2	Limites du déplacement permanent de l'atténuateur de choc issues de la norme EN1317-3 [6]	19
2.3	Plan de référence au sol de la boîte de sortie issu de la norme EN1317-3 [6]. . .	21
2.4	Vue de côté avant (a) et après (b) un essai de choc de l'atténuateur TL3.30 du constructeur SMA.	22
2.5	Photo d'un atténuateur de choc SMA sur une portion d'autoroute [20].	22
2.6	Dispositif de retenue SAVIA 2001 de la société Aximum, d'un niveau de retenue ASI B selon la norme EN 1317-3 [5], dans une vue d'ensemble (a) et en coupe transversale (b).	23
2.7	Barrières de sécurité de la société TecPro installées sur le circuit automobile Paul Ricard, France.	24
2.8	Illustration des trois types de déformation possible pour des tubes sollicités axialement en dynamique.	27
2.9	Configuration géométrique des cônes étudiés par Zhang <i>et al.</i> et illustration de cônes déformés avec ($L = 139mm, t_1 = 1.5, D_1 = 60.2mm, t_2 = 2.27mm, D_2 = 38.7mm$) et ($L = 200mm, t_1 = 1.89, D_1 = 48mm, t_2 = 2.61mm, D_2 = 33.9mm$) pour les tubes du haut et du bas respectivement	28
2.10	Nids d'abeille améliorés pour l'absorption d'énergie [26].	29
2.11	Géométries hexagonale, octogonale, en étoile à 12 cotés, et en étoile à 16 côtés décrites dans [32].	29
2.12	Principe de fabrication d'un matériau composite	30

2.13 Agencement parallèle (a) et en diamant (b) de tubes carrés [38].	31
2.14 Modélisation de deux surfaces en contact dans le cas du glissement.	32
2.15 Comportement de matériaux en traction/compression pour les matériaux conventionnels (a et c) et auxétiques (b et d).	34
2.16 Illustration du plan cristallographique (110)	35
2.17 Matériaux auxétiques et leur échelle de longueur.	36
2.18 Exemple de géométrie de (a) cellules en nid d'abeille conventionnel et de (b) cellules en nid d'abeille ré-entrant	37
2.19 Performances des matériaux isotropes dans leur domaine d'élasticité en fonction du coefficient de Poisson [54]	37
2.20 Différences entre une structure (a) tetrachirale classique et (b) anti-tetrachirale [56]	38
2.21 Structure anti-trichirale ré-entrante.	38
2.22 Illustration du type de déformation obtenu à partir d'une structure tournante composée de rectangles connectés par un lien flexible à leurs sommets. La structure est soumise à un effort de traction uniaxial [64].	39
2.23 Représentation des " <i>Building Blocks</i> " à 6 orifices et du Volume Élémentaire Représentatif associé, sous différentes vues, issue des travaux de Babae <i>et al.</i> [67].	40
2.24 Différentes évolutions des structures ré-entrantes.	40
2.25 Exemples de structures auxétiques 3D [71, 72].	41
2.26 Évolution au cours du temps des déformations de la structure sandwich en nid d'abeille soumise à une explosion issues des travaux de Imbalzano <i>et al.</i> [74]	41
2.27 Évolution au cours du temps des déformations de la structure sandwich auxétique soumise à une explosion, issues des travaux de Imbalzano <i>et al.</i> [74]	42
2.28 Blocage d'un algorithme de résolution dans un optimum local.	47
2.29 Les différents types d'optimisation structurelle : optimisation paramétrique (a); optimisation de forme (b) ; optimisation topologique (c) [82].	48
2.30 Illustration de deux topologies de population (a) LBEST et (b) GBEST	54
2.31 Représentation de la topologie <i>four clusters</i> [94]	54
2.32 Représentation d'une topologie hiérarchique de population	55
2.33 Cheminement classique du calcul du PageRank tel qu'il est utilisé par Google [100].	57
2.34 Cheminement du calcul inverse pour remonter à la chaîne de Markov [100].	57

3.1	Structures en nid d'abeille (a) hexagonal conventionnel (HC) et (b) hexagonal ré-entrant (HR)	65
3.2	Courbe typique de contrainte-déformation lors de la compression d'un nid d'abeille jusqu'à densification de la structure, issue des travaux de Gibson et Ashby [4] . .	66
3.3	Déformation d'une cellule par affaiblissement plastique : (a) nid d'abeille non déformé et (b) la force et sa projection pour un chargement dans la direction X sur une poutre articulée par deux rotules plastiques	68
3.4	Déformation d'une cellule par affaiblissement plastique : (a) nid d'abeille non déformé et (b) la force et sa projection pour un chargement dans la direction Y sur une poutre articulée par deux rotules plastiques	70
3.5	Diagramme de la démarche de validation du modèle EF d'un nid d'abeille HR par une campagne expérimentale	74
3.6	Dispositif de crash test du LBMC et prototype d'absorbeur de choc	75
3.7	Vue globale du prototype HR	78
3.8	Zoom avant sur une cellule HR unitaire et sur un <i>joint</i> du prototype	78
3.9	Comparaison des accélérations mesurées sur l'impacteur lors des deux essais sur les prototypes HR1 (en noir) et HR2 (en bleu) et l'accélération moyenne (en rouge) ainsi que l'erreur absolue entre les accélérations HR1 et HR2 en gris . .	79
3.10	Comparaison des déplacements de l'impacteur mesurés lors des deux essais sur les prototypes HR1 (en noir) et HR2 (en bleu) et le déplacement moyen (en rouge) ainsi que l'erreur absolue entre les déplacements HR1 et HR2 en gris . .	80
3.11	Modèle géométrique de nid d'abeille HR (a) dans sa globalité et (b) d'une cellule unitaire détaillée avec les paramètres géométriques	82
3.12	Comparaison de l'accélération sur l'impacteur dans des conditions d'impact à 14m/s calculée par simulation numérique et mesurée expérimentalement	84
3.13	Comparaison du déplacement de l'impacteur dans la direction X (i) calculé par la simulation numérique et (ii) mesuré lors de l'expérimentation	85
3.14	Déformation globale du prototype HR1 au cours de l'impact	87
3.15	Déformation globale de la structure dans la simulation numérique au cours de l'impact	88
4.1	Courbe de force en fonction du temps typique d'un accident de voiture (bleue) et courbe idéale (rouge) pour une masse $m = 690kg$	93
4.2	Variables d'optimisation pour les structures en nid d'abeille hexagonal ré-entrant (HR)	96

4.3	Variables d'optimisation pour les structures en nid d'abeille hexagonal conventionnel (HC)	98
4.4	Illustration de la géométrie de la structure AlvéTri	100
4.5	Comparaison des cellules unitaires des quatre structures optimisées obtenues .	101
4.6	Courbes de convergence de la fonction objectif pour l'optimisation des 4 structures	102
4.7	Évolution de la position des particules pour chaque variable d'optimisation dans son domaine de recherche, au cours de l'optimisation du nid d'abeille HR	103
4.8	Trajectoires du centre de gravité de l'impacteur des trois configurations d'impact	104
4.9	Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal	106
4.10	Comparaison des courbes de forces filtrées (BW 180Hz 4pôles) calculées sur l'impacteur des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal	107
4.11	Modélisation numérique de la déformation des structures optimisées lors d'un choc frontal et centré à $50km/h$	108
4.12	Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal décentré à $50km/h$	109
4.13	Comparaison des courbes de force filtrées (BW 4p 180Hz) des 4 structures optimisées obtenues en choc frontal décentré à $50km/h$	110
4.14	Modélisation numérique de la déformation des structures optimisées lors d'un choc frontal et décentré à $50km/h$	111
4.15	Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique des 4 structures optimisées obtenues en choc incliné de 15° à $50km/h$	112
4.16	Comparaison des courbes de force filtrées (BW 4p 180Hz) des 4 structures optimisées obtenues en choc incliné de 15° à $50km/h$	113
4.17	Modélisation numérique de la déformation des structures optimisées lors d'un choc incliné de 15° à $50km/h$	114
4.18	Valeur de l'indice <i>ASI</i> au cours du temps sur les 4 structures optimisées dans les différentes configurations d'impact	116
4.19	Comparaison des courbes d'absorption d'énergie cinétique pour les chocs centré, décentré et incliné, pour chacune des quatre structures optimisées	117
4.20	Vue d'ensemble du modèle numérique <i>Geo Metro</i>	119
4.21	Illustration du modèle numérique <i>Geo Metro</i> et d'un absorbeur de choc	120
4.22	Valeurs de l'ASI et du THIV relevés sur l'essai numérique d'un choc frontal sur la structure HC acier avec un véhicule	121

4.23	Comparaison des courbes d'énergies (a) cinétique du véhicule et (b) interne de la structure HC acier lors d'un choc frontal centré	122
4.24	Valeurs de l'ASI et du THIV relevées sur l'essai numérique d'un choc frontal sur la structure HR aluminium	123
4.25	Comparaison des courbes d'énergies (a) cinétique du véhicule et (b) interne de la structure HR aluminium lors d'un choc frontal centré	124
5.1	Processus de krigeage sur $f(x) = e^{-x/10}\cos(x) + x/10$	135
5.2	Distribution normale de l'incertitude de la valeur d'une fonction au point $x = 3$. .	137
5.3	(a) Méta-modèle calculé par krigeage et (b) évolution de la valeur du critère EI associé au méta-modèle	138
5.4	Diagramme présentant la méthode AptM	141
5.5	Résultats numériques de AptM en dimension $D = 10$	145
5.6	Résultats numériques de AptM en dimension $D = 10$ (suite)	146
5.7	Résultats numériques de AptM en dimension $D = 30$	147
5.8	Résultats numériques de AptM en dimension $D = 30$ (suite)	148
5.9	Résultats numériques de AptM en dimension $D = 50$	149
5.10	Résultats numériques de AptM en dimension $D = 50$ (suite)	150
5.11	Configuration du treillis à 10 barres	154
5.12	Configuration du treillis à 20 barres	154
6.1	Résumé graphique des travaux réalisés dans cette thèse	162
A.1	Accélération totale mesurée lors d'un tour dans la montagne russe Osiris du parc Astérix	189
B.1	Structure en treillis (a) et cellule périodique unitaire (b) hexachirale avec les vecteurs de périodicité V_1 et V_2 [123]	192
C.1	Dimensions du véhicule d'essai en (mm)	194
D.1	Signal brut de la décélération mesurée dans la direction X lors de l'essai à 50km/h	195
E.1	Évolution de la position des particules dans leur domaine de définition, pour chaque variable d'optimisation, au cours de l'optimisation du nid d'abeille HC aluminium	196

E.2	Évolution de la position des particules dans leur domaine de définition, pour chaque variable d'optimisation, au cours de l'optimisation du nid d'abeille hexagonal métallique	197
E.3	Évolution de la position des particules dans leur domaine de définition, pour chaque variable d'optimisation, au cours de l'optimisation de la structure alvéolaire triangulaire	197

Liste des tableaux

2.1	Seuils de tolérance des décélérations en fonction du type de retenue dans le véhicule	15
2.2	Valeurs de l'ASI et de THIV correspondants aux niveaux de sévérité de choc des véhicules selon la norme EN1317-3	16
2.3	Niveaux de performance des atténuateurs de choc. * valable uniquement pour les atténuateurs de choc redirectifs.	18
2.4	Zones de déplacement latéral permanent pour les atténuateurs de choc [5].	19
2.5	Délimitations de la boîte de sortie [6].	20
2.6	Dimensions de la zone de redirection (Z_a et Z_d) [6].	20
2.7	Résultats expérimentaux issus de la certification des absorbeurs SMA [22]	23
2.8	SEA des différentes géométries décrites dans la Fig. 2.11 et dans [32].	29
3.1	Paramètres géométriques des cellules HR, issus des travaux de Dong <i>et al.</i> [118]	71
3.2	Comparaison des valeurs du plateau de la contrainte de compression quasi-statique dans la direction X obtenues analytiquement et celles issues des travaux de Dong <i>et al.</i> [118]	72
3.3	Configuration des caméras	76
3.4	Données géométriques des prototypes de nid d'abeille HR	76
3.5	Propriétés mécaniques de l'aluminium AW5754H111 utilisé pour la fabrication des prototypes	77
3.6	Propriétés matériau de l'alliage d'aluminium et de l'acier utilisés dans la modélisation EF	83
3.7	Comparaison des résultats expérimentaux et numériques des essais d'impact	85

4.1	Données d'entrée de l'optimisation	94
4.2	Paramètres de I-PR-PSO utilisés dans l'Eq. (2.19)	95
4.3	Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p pour la structure HR	96
4.4	Propriétés matériau de l'alliage d'aluminium	97
4.5	Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p pour l'optimisation du nid d'abeille HC	98
4.6	Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p pour un nid d'abeille hexagonal, au sens général du terme (HR ou HC)	99
4.7	Paramètres constitutifs des modèles de matériaux de l'alliage d'aluminium et de l'acier pour l'étude d'optimisation	99
4.8	Correspondance géométrique et domaine de définition des variables d'optimisation α_p de la structure alvéolaire triangulaire	100
4.9	Paramètres géométriques optimaux des différentes structures optimisées pour l'absorption d'énergie	101
4.10	Configurations d'impact	104
4.11	Part d'énergie cinétique absorbée E_{abs} à $80ms$ et valeur de l' <i>ASI</i> sous les différentes configurations d'impact pour chaque structure optimisée	115
5.1	<i>Benchmark</i> de fonctions mathématiques	142
5.2	Présentation des paramètres des méta-heuristiques PSO, DE et CLONALG	143
5.3	Meilleurs paramétrages de PSO, DE et CLONALG pour les 12 fonctions mathématiques en dimension 50	151
5.4	Valeurs des paramètres du problème d'optimisation du treillis à 10 et 20 barres	153
5.5	Définition des cas de chargements des treillis à 10 et 20 barres	154
5.6	Paramétrages classiques de la littérature pour PSO issus des travaux de Trelea [138] et Clerc [136]	155
5.7	Résultats de l'optimisation sur le treillis à 10 barres avec des paramétrages classiques de la littérature et AptM	156
5.8	Valeurs optimales des variables d'optimisation, contrainte maximale et déplacement maximal calculés sur le treillis optimisé composé de 10 barres	156
5.9	Résultats de l'optimisation sur le treillis à 20 barres avec des paramétrages classiques de la littérature et AptM	157
5.10	Valeurs optimales des variables d'optimisation, contrainte maximale dans la structure et déplacement maximal calculés sur le treillis optimisé à 20 barres	158

F.1	Meilleurs paramétrages de PSO, DE et CLONALG pour les 12 fonctions mathématiques en dimension 10	198
F.2	Meilleurs paramétrages de PSO, DE et CLONALG pour les 12 fonctions mathématiques en dimension 30	198

Table des annexes

A Accélération dans la montagne russe Osiris	189
B La théorie des champs moyens ou du chargement moyen	190
B.1 Conditions aux limites	191
C Dimensions du véhicule expérimental	194
D Signal brut de l'accélération mesurée sur le véhicule expérimental	195
E Évolution des positions des particules dans leur domaine	196
F Paramétrages optimaux des méta-heuristiques	198

Accélération dans la montagne russe Osiris

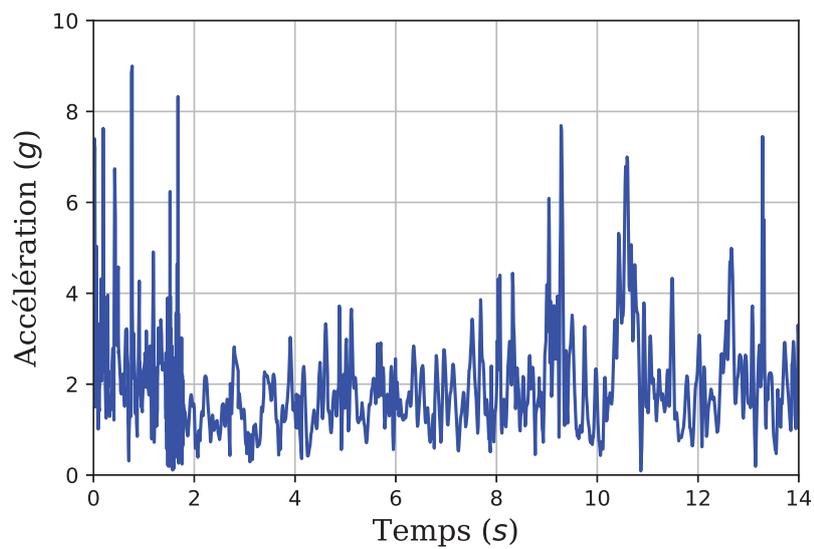


FIGURE A.1 – Accélération totale mesurée lors d'un tour dans la montagne russe Osiris du parc Astérix

La théorie des champs moyens ou du chargement moyen

Cette méthode numérique, appelée la théorie des champs moyens, est particulièrement adaptée à l'étude des auxétiques. Le calcul s'effectue sur une cellule unitaire de périodicité (CP), définie par ses vecteurs de périodicité V_i et des conditions limites périodiques [58]. Les tenseurs de contraintes $\langle \bar{\sigma} \rangle$, et de déformations $\langle \bar{\varepsilon} \rangle$, à l'échelle macroscopique sont calculés en moyenne sur le volume V du VER, tel que :

$$\bar{\Sigma}_0 = \langle \bar{\sigma} \rangle \text{ avec } \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{E}_0 = \langle \bar{\varepsilon} \rangle \text{ avec } \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV \quad (\text{B.2})$$

Pour assurer l'égalité du travail macroscopique et de la moyenne du travail microscopique, il est nécessaire de vérifier la condition de Hill définie telle que [57, 66] :

$$\frac{1}{2} \langle \bar{\varepsilon} : \bar{\sigma} \rangle_V = \frac{1}{2} \bar{E}_0 \bar{\Sigma}_0 \quad (\text{B.3})$$

Cette condition doit être respectée à travers des conditions limites (CL) particulières, exprimées dans les équations (B.11), (B.12) et (B.13).

Ces égalités décrites dans les équations B.1 et B.2 peuvent également s'écrire sous la forme d'intégrales de surface.

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad \text{avec} \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ik} \delta_{kj} = \sigma_{ik} \frac{\partial x_k}{\partial x_j} = \sigma_{ik} \frac{\partial x_j}{\partial x_k} = \sigma_{ik} x_{j,k} \quad (\text{B.4})$$

or on suppose que le VER ne change pas de volume, donc $\overline{\text{div}}(\bar{\sigma}) = \sigma_{ik,k} = 0$, il vient alors :

$$(\sigma_{ik} x_j)_{,k} = \sigma_{ik,k} x_j + \sigma_{ik} x_{j,k} = \sigma_{ik} x_{j,k} \quad (\text{B.5})$$

En utilisant le théorème d'Ostrogradski-Gauss, l'Eq. (B.1) peut alors s'écrire telle que

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_V (\sigma_{ik} x_j)_{,k} dV = \frac{1}{V} \int_S (\sigma_{ik} x_j) n_k dS = \frac{1}{V} \int_S (\sigma_{ik} n_k x_j) dS \quad (\text{B.6})$$

De la même manière, on peut écrire $\bar{\bar{\bar{\varepsilon}}} = \frac{1}{2} (\overline{\overline{\text{grad}(\bar{U})}} + \overline{\overline{\text{grad}^T(\bar{U})}}) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$. L'Eq. (B.2) devient [182] :

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{2V} \int_V (u_{i,j} + u_{j,i}) dV = \frac{1}{2V} \left(\int_V u_{i,j} dV + \int_V u_{j,i} dV \right) = \frac{1}{2V} \left(\int_S u_i n_j dS + \int_S u_j n_i dS \right) \quad (\text{B.7})$$

Les composantes des tenseurs d'élasticité apparent $\overline{\overline{\overline{C_0}}}$ et de complaisance apparent $\overline{\overline{\overline{S_0}}}$ du VER peuvent être déterminées par deux approches différentes : énergétique et mécanique [183].

Dans l'approche énergétique, le tenseur d'élasticité apparent est défini comme le tenseur reliant l'énergie libre moyenne évaluée à partir de deux chargements aux deux déformations moyennes correspondantes :

$$\bar{\bar{\bar{e}}} = \overline{\overline{\overline{\Sigma_0}}} : \overline{\overline{\overline{E_0}}} = \frac{1}{2} \overline{\overline{\overline{E_0}}} : \overline{\overline{\overline{C_0}}} : \overline{\overline{\overline{E_0}}} \quad (\text{B.8})$$

Dans l'approche mécanique, le tenseur d'élasticité apparent est quant à lui défini comme le tenseur reliant la contrainte moyenne et la déformation moyenne évaluées à partir d'un chargement :

$$\overline{\overline{\overline{\Sigma_0}}} = \overline{\overline{\overline{C_0}}} : \overline{\overline{\overline{E_0}}} \quad (\text{B.9})$$

Pour ces deux approches, il faudra donc appliquer six cas de chargements linéairement indépendants pour déterminer les 36 composantes du tenseur d'élasticité apparent. Cependant, sans conditions supplémentaires, ces deux approches ne sont pas équivalentes. Il faut donc ajouter des conditions aux limites comme les conditions de déformations homogènes au contour ou de contraintes homogènes aux contours pour assurer l'unicité des tenseurs d'élasticité, détaillées dans la Section B.1.

Pour mesurer le caractère auxétique d'une structure, le coefficient de Poisson effectif ou apparent, ν_0 est un paramètre significatif de ce comportement. Il est calculé comme étant le ratio de la déformation transverse sur la déformation longitudinale, tel que [58] :

$$\nu_0 = - \frac{E_{022}}{E_{011}} \quad (\text{B.10})$$

B.1 Conditions aux limites

Dans les problèmes d'homogénéisation, un "chargement" est associé à un "jeu de conditions aux limites". La condition sur le chargement revient à déterminer la contrainte moyenne ou la

déformation moyenne sur l'ensemble du VER (Eq. (B.1)). L'appartenance à un "jeu de conditions limites" est indépendante du chargement moyen appliqué, et permet de préciser la nature des conditions limites. On distingue trois de ces types de CL [183] :

- Conditions limites en contrainte homogènes au contour (Eq. (B.11))
- Conditions limites en déformation homogènes au contour (Eq. (B.12))
- Conditions limites de périodicité (Eq. (B.13))

$$\bar{t}_c = \overline{\overline{\Sigma}}_0 \cdot \bar{n} \quad \forall \bar{x} \in \partial V \quad (\text{B.11})$$

$$\bar{u} = \overline{\overline{E}}_0 \cdot \bar{x} \quad \forall \bar{x} \in \partial V \quad (\text{B.12})$$

$$\bar{u}(\bar{x} + \bar{v}) = \bar{u}(\bar{x}) + \overline{\overline{E}}_0 \cdot \bar{v} \quad \forall \bar{x} \in \partial V \quad (\text{B.13})$$

où \bar{u} est le champ de déplacement quelque soit le point matériel \bar{x} considéré sur le contour ∂V ; \bar{t}_c est le vecteur contrainte appliqué à la facette \bar{n} du VER ; $\overline{\overline{\Sigma}}_0$ et $\overline{\overline{E}}_0$ sont respectivement les tenseurs de contrainte moyenne et la déformation moyenne du VER définis dans les équations (B.1) et (B.2) ; \bar{v} est le vecteur de fluctuation périodique décrivant une cellule de périodicité. Sur la Fig. B.1, où une structure en treillis hexachirale est représentée, on voit apparaître les composantes du vecteur de périodicité, v_1 et v_2 . L'utilisation d'un tel vecteur permet, entre autre, de reproduire une structure composée d'une multitude de VER définis par ce vecteur.

Pour choisir le type de CL adapté, Pecullan et al. recommandent de calculer le ratio entre

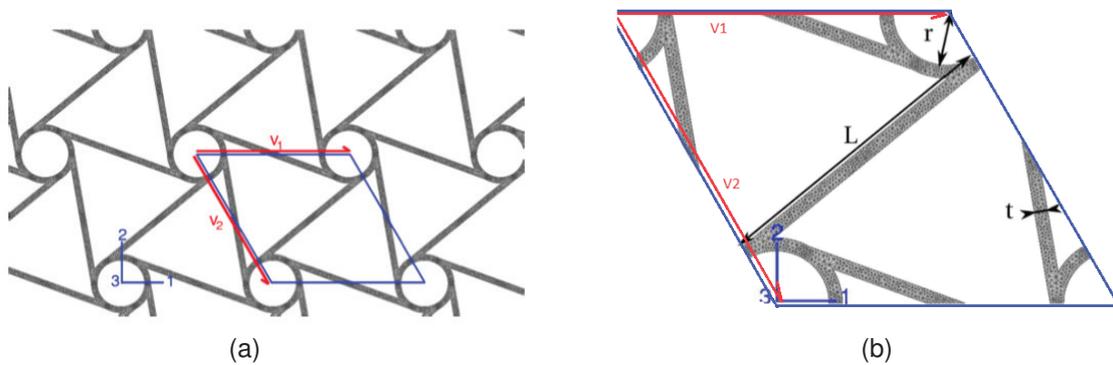


FIGURE B.1 – Structure en treillis (a) et cellule périodique unitaire (b) hexachirale avec les vecteurs de périodicité V_1 et V_2 [123]

la quantité de matière dans le VER et son volume. Lorsque celui-ci est petit, les conditions limites de contraintes homogènes au contour sont plus efficaces. *A contrario*, lorsque ce ratio est grand, les conditions limites en déformations homogènes au contour semblent être plus performantes [184]. Enfin, de nombreuses études montrent que les conditions limites périodiques sont particulièrement efficaces face aux problèmes qui traitent d'optimisation et d'homogénéisation [58, 66, 76, 77]. Rappelons que la résolution de ce problème permet de déterminer les composantes des tenseurs homogènes décrivant le comportement mécanique de la structure

étudiée, comme le tenseur d'élasticité homogénéisé. L'utilisation de ces CL est absolument nécessaire pour assurer l'unicité de la solution.

Dimensions du véhicule expérimental

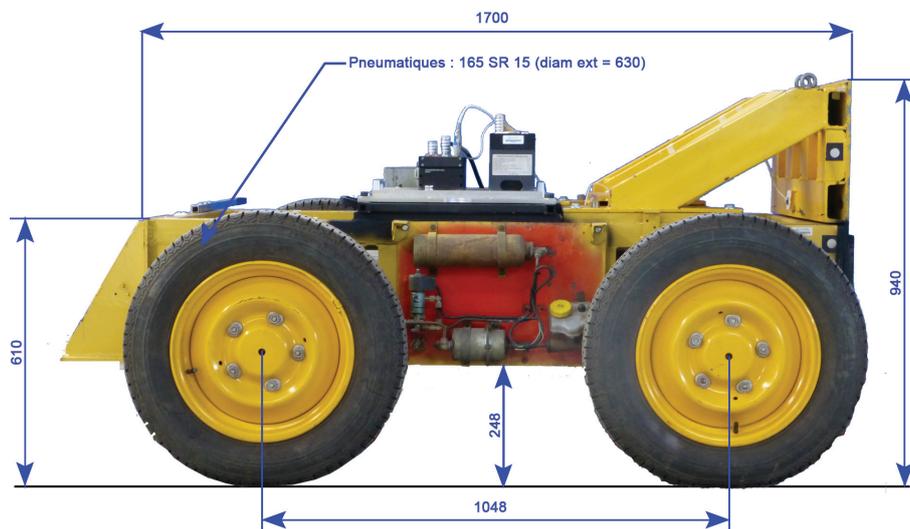


FIGURE C.1 – Dimensions du véhicule d'essai en (mm)

Signal brut de l'accélération mesurée sur le véhicule expérimental

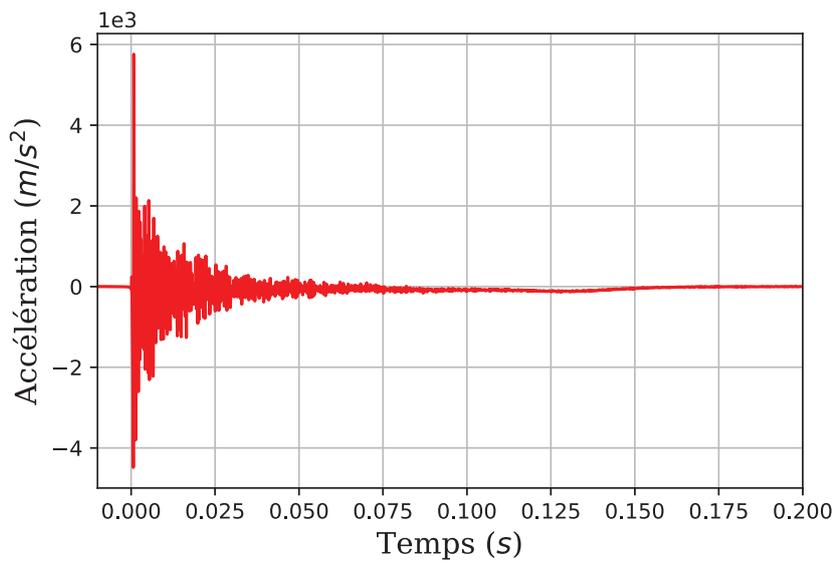


FIGURE D.1 – Signal brut de la décélération mesurée dans la direction X lors de l'essai à 50km/h

Évolution des positions des particules dans leur domaine

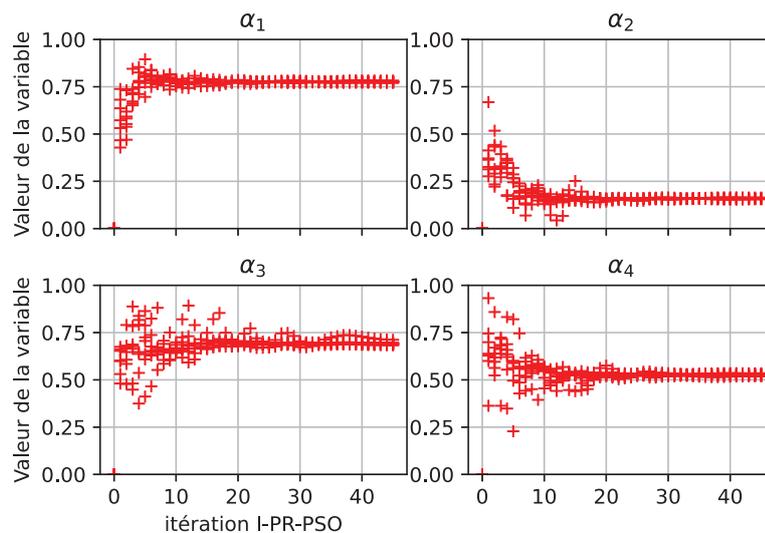


FIGURE E.1 – Évolution de la position des particules dans leur domaine de définition, pour chaque variable d'optimisation, au cours de l'optimisation du nid d'abeille HC aluminium

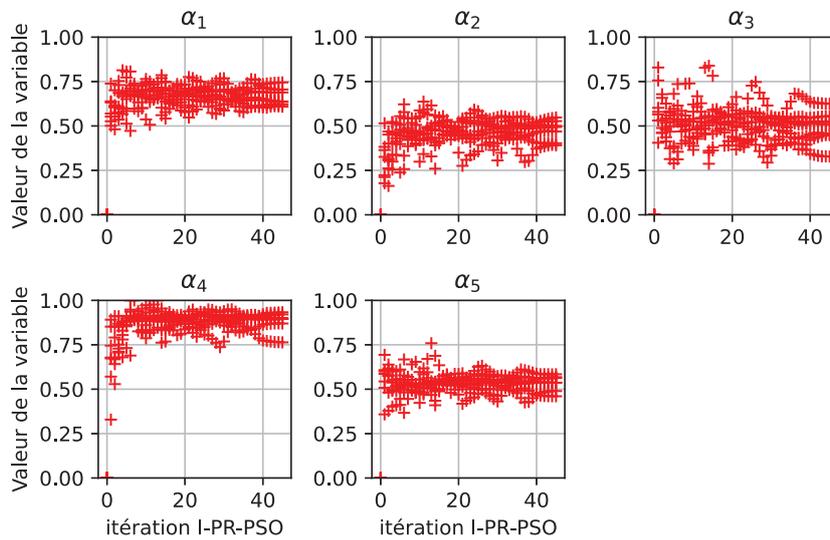


FIGURE E.2 – Évolution de la position des particules dans leur domaine de définition, pour chaque variable d’optimisation, au cours de l’optimisation du nid d’abeille hexagonal métallique

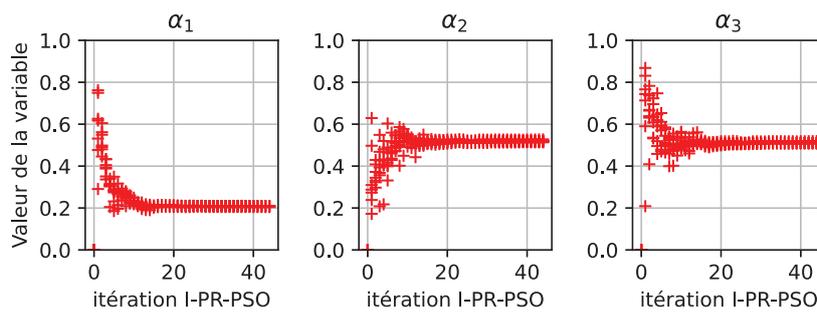


FIGURE E.3 – Évolution de la position des particules dans leur domaine de définition, pour chaque variable d’optimisation, au cours de l’optimisation de la structure alvéolaire triangulaire

Paramétrages optimaux des méta-heuristiques

Fonction	PSO				DE				CLONALG			
	<i>N</i>	<i>c1</i>	<i>c2</i>	ω	<i>N</i>	<i>F</i>	<i>Cr</i>	stratégie	<i>N</i>	<i>n</i>	β	mutation rate
<i>f1</i>	50	1.34	1.71	0.86	13	0.085	0.764	6	47	1	0.00	0.21
<i>f2</i>	50	2.58	1.7	0.65	21	0.985	0.59	4	24	0.09	0.58	0.49
<i>f3</i>	47	1.33	1	0.82	10	0.13	0.215	6	47	1.00	0.00	0
<i>f4</i>	48	0.91	1.92	0.84	14	0.793	0.544	3	46	0.09	0.00	0.7
<i>f5</i>	40	2.8	2.16	0.46	10	0.13	0.215	6	47	0.09	0.00	1.00
<i>f6</i>	36	0.05	0.42	1.13	47	0.997	0.032	6	39	0.09	1.00	1.00
<i>f7</i>	42	1.313	2.45	0.82	16	1	1	6	50	0.60	1.00	0.42
<i>f8</i>	46	3	1.23	0.57	37	0.551	0.45	2	50	0.09	0	0.48
<i>f9</i>	50	1.37	0.79	0.86	9	0.793	0.611	2	47	0.44	0.00	0.36
<i>f10</i>	47	0.69	3.0	0.59	19	1.00	0.00	1	48	1.00	1.00	0.00
<i>f11</i>	44	0.76	2.73	0.72	21	0.985	0.59	4	46	0.74	0.87	0.74
<i>f12</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABLEAU F.1 – Meilleurs paramétrages de PSO, DE et CLONALG pour les 12 fonctions mathématiques en dimension 10

Fonction	PSO				DE				CLONALG			
	<i>N</i>	<i>c1</i>	<i>c2</i>	ω	<i>N</i>	<i>F</i>	<i>Cr</i>	stratégie	<i>N</i>	<i>n</i>	β	mutation rate
<i>f1</i>	45	2.81	1.75	0.76	11	0.924	0.205	3	49	0.09	0.47	0.66
<i>f2</i>	47	0.44	0.31	0.94	36	0.938	0.951	4	41	0.57	0.55	0.78
<i>f3</i>	50	3	2.2	0.37	14	0.044	0.203	3	44	0.51	1.0	0.0
<i>f4</i>	41	2.67	2.07	0.62	12	1.00	0.831	6	44	0.09	0.35	1.00
<i>f5</i>	50	2.32	3.00	0.20	14	0.044	0.203	3	44	0.51	1.00	0.00
<i>f6</i>	27	0.00	0.91	1.19	22	0.637	0.936	6	50	1.00	1.00	1.00
<i>f7</i>	40	2.59	3.00	0.45	10	0.213	0.226	6	48	0.09	1.00	1.00
<i>f8</i>	47	1.88	3.00	0.20	14	1.00	0.00	3	48	0.75	0.5	1.00
<i>f9</i>	47	2.01	3.00	0.50	12	0.684	0.214	3	48	1.00	0.00	0.77
<i>f10</i>	39	1.56	3.0	0.70	9	0.297	0.887	4	49	0.09	0.00	1.00
<i>f11</i>	34	0.31	2.46	0.55	25	0.00	1.00	6	46	0.49	0.00	0.50
<i>f12</i>	50	3.00	3.00	0.20	24	0.514	0.006	4	40	1.00	0.00	1.00

TABLEAU F.2 – Meilleurs paramétrages de PSO, DE et CLONALG pour les 12 fonctions mathématiques en dimension 30

Résumé

La sécurité routière, et en particulier la réduction des accidents graves liés à un choc entre un véhicule et un obstacle fixe, est un enjeu sociétal important. La majeure partie du réseau routier est équipée de dispositifs de sécurité tels que des barrières ou des atténuateurs de choc. Ces derniers absorbent l'énergie cinétique des voitures accidentées principalement par déformation plastique et peuvent s'étendre sur plusieurs mètres. Réduire, à la fois, les dimensions de ces dispositifs et la décélération ressentie par les usagers du véhicule accidenté est un enjeu important qui peut conduire à la réduction du nombre d'accidents mortels. Dans le but de résoudre cette problématique, un processus d'optimisation est appliqué à des structures architecturées, telles que les nids d'abeille, numériquement modélisées dans des conditions d'impact. Une nouvelle fonction objectif, fondée sur la norme européenne EN1317, a été développée dans le but d'améliorer les capacités d'absorption des atténuateurs de choc tout en évitant les pics de décélération. Le processus global d'optimisation a été mené à l'aide de l'algorithme d'optimisation méta-heuristique *Inverse-PageRank-PSO*, sur un modèle éléments finis validé par des essais expérimentaux. L'algorithme a conduit à la configuration optimisée de nids d'abeille améliorant les performances des atténuateurs de choc actuels. Les quatre structures optimisées présentent une courbe d'absorption d'énergie cinétique quasi-linéaire, comme recommandé par la norme européenne, avec une réduction de leur dimension de 25% dans la direction d'impact. De plus, une méthode de *Machine Learning* par krigeage, intitulée AptM, a été développée pour calibrer automatiquement les paramètres des algorithmes méta-heuristiques dans un contexte de résolution de problèmes d'optimisation. Les résultats numériques montrent que AptM permet une amélioration significative de la précision de convergence des méta-heuristiques. AptM a été validée sur un *benchmark* de fonctions mathématiques, puis appliquée à un problème d'optimisation de structures en treillis.

Mots-clés :

Optimisation, Mécanique des structures, Crash, Structures architecturées, Meta-heuristiques, Sécurité Routière

Abstract

Road safety and particularly the reduction of car crash accidents involving fixed obstacles is a societal concern. Most of the road networks are lined with many advanced road safety systems. These devices absorb the kinetic energy of crashing cars mostly by plastic deformation and can spread on several meters. Reducing the devices' dimensions and the deceleration felt by the car crashed users is an important issue that can lead to a reduction of mortal car accidents. In order to solve this technical issue, an optimization process is applied to architected structures, such as, honeycomb structures numerically modelled under car crash impact conditions. A new objective function based on the European standard has been developed in order to improve crash cushions capabilities while avoiding the peak deceleration felt by the car users by using a meta-heuristic optimization algorithm. The global optimization process has been performed by using the *Inverse-PageRank-PSO* algorithm applied on a FE model validated by experimental tests. The algorithm has led to an optimal configuration of honeycombs improving the performances of current road safety devices. The four optimal structures present a quasi-linear absorption curve, as recommended by European standards with a reduced size of 25% in the impact direction. Furthermore, an automatic kriging machine learning method, entitled AptM, has been developed in order to calibrate meta-heuristic algorithms parameters for solving efficiently lots of different optimization problems. The numerical results show that the AptM methodology allows a significant improvement of the convergence accuracy of meta-heuristics. AptM has been validated on a mathematical benchmark and then applied to truss structures optimization.

Key-words : Optimization, Structural mechanics, Crashworthiness, Architected structures, Metaheuristics, Road Safety