



**HAL**  
open science

# Interférométrie atomique à grands transferts d'impulsion dans le régime de quasi-Bragg

Ashley Beguin

► **To cite this version:**

Ashley Beguin. Interférométrie atomique à grands transferts d'impulsion dans le régime de quasi-Bragg. Physique Quantique [quant-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2023. Français. NNT : 2023TOU30056 . tel-04198612

**HAL Id: tel-04198612**

**<https://theses.hal.science/tel-04198612>**

Submitted on 7 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du  
**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**  
Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier

---

Présentée et soutenue par  
**Ashley BEGUIN**

Le 11 avril 2023

**Interférométrie atomique à grands transferts d'impulsion dans le régime de quasi-Bragg.**

---

Ecole doctorale : **SDM - SCIENCES DE LA MATIERE - Toulouse**

Spécialité : **Physique**

Unité de recherche :

**LCAR - Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité**

Thèse dirigée par

**David GUERY-ODELIN et Alexandre GAUGUET**

Jury

**M. Franck PEREIRA DOS SANTOS**, Rapporteur

**M. Andrea BERTOLDI**, Rapporteur

**M. Naceur GAALOUL**, Examineur

**Mme Laurence PRUVOST**, Examinatrice

**M. David GUERY-ODELIN**, Directeur de thèse

**M. Alexandre GAUGUET**, Co-directeur de thèse

**M. Rémy BATTESTI**, Président



# Remerciements

Les quatre années passées au LCAR pendant ma thèse ont été pour moi une expérience humaine et scientifique formidable, et le travail présenté dans ce manuscrit a été rendu possible grâce à de nombreuses personnes que j'aimerais ici remercier et mettre en avant.

Je remercie tout d'abord les membres de mon jury. **Rémy Battesti**, pour avoir accepté de présider ma soutenance de thèse, ainsi que **Franck Pereira Dos Santos** et **Andrea Bertoldi** pour leur retour sur le manuscrit et l'intérêt manifesté pour ce travail. Je remercie également **Laurence Pruvost** et **Naceur Gaaloul** pour avoir examiné mon travail de thèse.

**David-Guéry Odelin** a accepté la charge administrative de la direction de ma thèse. Je le remercie pour sa disponibilité ainsi que son suivi et son aide apportés en fin de thèse.

Je tiens à remercier sincèrement **Alexandre Gauguet**, pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser ma thèse dans son équipe. Alex, merci pour ton aide au quotidien, ta patience, ta pédagogie mais également pour ton exigence dans le travail ainsi que ta rigueur (j'ai maintenant compris qu'il fallait faire attention à l'utilisation du mot précision ...). Tu m'as communiqué ton réel enthousiasme pour la physique. Pour le temps consacré et les nombreux échanges que nous avons pu avoir, je te remercie sincèrement, j'ai beaucoup appris à tes côtés et t'en suis très reconnaissante.

J'aimerais également sincèrement remercier **Baptiste Allard** (avec qui tout paraît plus simple), pour l'encadrement au quotidien pendant ces quatre années de thèse. Baptiste, merci d'avoir toujours pris le temps pour répondre à toutes mes questions, merci pour ta patience, pour m'avoir aidée en manip : dans les bons moments mais aussi dans les petites galères du quotidien d'expérimentateur (je

me souviens du jour où on éteignait à distance des écrans d'ordinateur ...), et également pour tous les debuggages Python! J'ai également beaucoup appris grâce à toi et je t'en remercie vivement. Merci pour la bonne humeur, et pour ta façon de toujours relativiser. Nous resterons néanmoins en désaccord sur la musique qu'il faut pour que la manip fonctionne, mais je n'ai aucun doute qu'un jour tu admettes que ma musique est carrément stylée (ouais, l'espoir fait vivre!).

Cette thèse n'aurait pas eu la même saveur si je n'avais pas pu la partager avec **Tanguï Rodzinka**, arrivé à la fin de ma première année de thèse. Tic (ou Tac? allez, je te laisse choisir), merci pour le super binôme qu'on a réussi à former ensemble sur la manip. Merci pour toutes ces questions qu'on s'est posées (les débats infinis pour savoir si on compensait bien la gravité), pour ces moments de rire, ces paris que l'on a fait sur tout et rien (je sais, je te dois un petit-déj), et, à défaut de la course à pied où j'ai essayé en vain de t'initier, ces nombreuses parties de squash, notamment celle 3 jours avant ma soutenance! Je te souhaite encore plein de très beaux résultats pour la fin de ta thèse!

J'en profite pour remercier les autres membres (anciens ou nouveaux) de l'équipe Interféro : **Maxime**, qui m'a aidée sur la manip à mon arrivée en stage, ainsi que les deux nouvelles recrues : **Léo** et **Sélyan**. Les gars je vous souhaite une très bonne continuation sur la manip et de chouettes résultats! Autre membre de l'équipe Interféro sur la manip *puce*, je tiens à remercier **Romain**, pour sa bonne humeur, ces sessions running (sauf celle de Pech-David, où j'ai cru y laisser mon âme, car je cite : oh tu vas voir ça monte un peu ...), et cet enthousiasme partagé pour la physique. Hâte de voir l'évolution de ta manip!

J'aimerais également remercier **Jacques Vigué** pour les échanges que nous avons pu avoir au cours de ma thèse, ainsi que **Juliette Billy** pour l'aide et le soutien apportés avant ma soutenance. Je remercie les autres membres de l'équipe Atomes froids du LCAR : **Bruno Peaudecerf** mais également tous les doctorants de cette équipe avec qui j'ai pu échanger au cours de ma thèse : **Maxime, Gabriel, Nathan, Floriane, Nicolas** et les nouveaux arrivants : **Eloi** et **Dominique**. Merci pour les discussions fructueuses (et aussi je dois dire pour les nombreux échanges de matériel).

Ma thèse s'est déroulée dans des conditions de travail idéales, et ce grâce à l'apport de plusieurs personnes. Je remercie **Jean-Marc L'Hermite** pour m'avoir

ouvert les portes de son laboratoire, **Christine Soucasse** et **Anna Soler** pour toute leur aide administrative. Je remercie également **Sandrine Le Magoarou** et **David Sanchez** pour leur soutien technique (notamment pour que tout fonctionne dans la nouvelle salle de séminaire), **Patricia Bordais** ainsi que **Nicolas Elefantis** pour son aide bibliographique. Merci à **Jean-Philippe Loisel** pour son travail réalisé sur le banc *Bragg*, **Stéphane Faure** pour sa disponibilité et son aide apportée sur le *Labview*, et à tous les membres des équipes de soutien aux expériences.

J'aimerais aussi remercier les autres doctorants et stagiaires avec qui j'ai pu échanger au cours de ma thèse : **Pierre**, mon binôme pendant mon stage de M2 à qui je souhaite de la réussite dans son nouveau post-doc, **Lara**, **Luisa** et **Christine**, qui ont fait partie de l'aventure quelques mois en tant que stagiaires dans notre équipe, mais également **Oliver**, **Julie**, **Aria**, **Fatima**, **Faedi**, **Théo** et sûrement d'autres que j'oublie ...

J'en arrive à tous les "non-physiciens", qui m'ont suivie de près ou de loin dans cette super aventure. Mes premiers remerciements vont à ma famille. A mes parents, et particulièrement à toi Maman qui m'a supportée quotidiennement à travers nos appels Facetime, et qui m'a été d'un grand soutien. Je n'oublie pas tes petits colis directement from Brittany que j'ai reçus pour m'aider pendant les heures creuses de rédaction ainsi que le super buffet de soutenance. Merci à Flo, Astrid, Bertrand et surtout (désolé mais Tata est trop fan) : Timéo.

Un grand merci à mon coach, Aldrick, qui a toujours assuré l'entraînement et permis de pouvoir continuer les compétitions tout au long de ces quatre années. Ces moments passés à cheval ont été mon équilibre pendant ma thèse et je t'en remercie.

Enfin je remercie mes amis qui m'ont soutenue tout au de long ma thèse. A la Team Bisca : Tania, (merci pour tout), Léa, Ben (hâte de venir voir ta pièce de théâtre !). A tous les trois, rendez-vous en Californie ! A mes amis plus proches de Toulouse : Kévin (pour ces repas incroyables et ces soirées foot), Vincent pour tout le soutien apporté en fin de thèse, Malee pour ces (très) longs moments passés au téléphone et pour ton sincère intérêt pour la physique. Merci à Catherine, Patricia, Barbara, Margaux, Thierry, et merci à tous ceux que j'aurai pu oublier ...



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Interférométrie atomique</b>	<b>13</b>
1.1 Principe de l'interférométrie atomique	15
1.1.1 lame séparatrice et miroir à atomes	15
1.1.2 Transitions multi-photoniques	19
1.1.3 Interféromètres à grande séparation spatiale	21
1.1.4 Détermination de la phase de l'interféromètre	23
1.2 Test de neutralité de la matière	37
1.2.1 Historique des mesures	38
1.2.2 Mesure par interférométrie atomique	39
1.2.3 Dimensionnement des électrodes	42
1.3 Dimensionnement de notre interféromètre	48
1.3.1 Géométrie envisagée	49
1.3.2 Nécessité source ultra-froide	50
Conclusion	52
<b>2 Source d'atomes ultra-froids</b>	<b>55</b>
2.1 Condensation de Bose-Einstein	56
2.2 Refroidissement laser et piège dipolaire	60
2.2.1 Refroidissement laser	60
2.2.2 Système de détection	62
2.2.3 Chargement dans le piège dipolaire	63
2.3 Refroidissement par évaporation	65
2.3.1 Réalisation expérimentale	69
2.3.2 Transfert dans le piège le moins confinant	73
2.3.3 Purification du condensat par distillation de spin	74
2.4 Réseau de lancement	77
2.4.1 Principe des oscillations de Bloch	78
2.4.2 Critère d'adiabaticité	82

2.4.3	Mise en place expérimentale	84
2.4.4	Résultats expérimentaux	86
2.5	Collimation du nuage d'atomes	89
2.5.1	Principe du DKC	90
2.5.2	Loi d'échelle dans un potentiel harmonique	90
2.5.3	Cas d'un potentiel gaussien	95
2.5.4	Résultats expérimentaux	96
	Conclusion	100
<b>3</b>	<b>Diffraction et interférométrie dans le régime de quasi-Bragg</b>	<b>103</b>
3.1	Modèle de diffraction de Bragg par un réseau	104
3.1.1	Principe de la diffraction de Bragg	104
3.1.2	Régime de quasi-Bragg	112
3.1.3	Interactions courtes et longues dans le régime de quasi-Bragg	117
3.1.4	Influence de la dispersion en vitesse	120
3.2	Dispositif expérimental	123
3.2.1	Configuration verticale rétro-réfléchie	125
3.2.2	Verticalité du réseau	126
3.2.3	Détection par état d'impulsion	127
3.3	Résultats expérimentaux	128
3.3.1	Détermination de la profondeur du réseau	129
3.3.2	Diffraction à ordre élevé dans le régime de quasi-Bragg	131
3.3.3	Efficacité de l'impulsion miroir dans les sous-régimes IC et IL	133
3.4	Interféromètre de quasi-Bragg	135
3.4.1	Visibilité dans les sous-régimes IC et IL	136
3.4.2	Cas particulier de l'interféromètre $n = 2$	138
3.4.3	Phase multi-chemins	141
	Conclusion	144
<b>4</b>	<b>Interféromètres à grands transferts d'impulsion</b>	<b>147</b>
4.1	Interféromètre de Bragg séquentiel	149
4.1.1	LMT avec des impulsions $n = 1$	151
4.2	Visibilité d'un interféromètre LMT	156
4.2.1	Contraintes temporelles	157
4.2.2	Interféromètres parasites	158
4.3	Réalisation expérimentale d'un interféromètre $178\hbar k$	167
	Conclusion	171

---

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>Conclusion &amp; Perspectives</b>	173
A <b>Atome à deux niveaux</b>	181
B <b>Atome à trois niveaux</b>	187
C <b>Calcul du déphasage des interféromètres Ramsey et Ramsey-Bordé</b>	191
<b>Bibliographie</b>	196



# Introduction

Le développement des techniques d'optique atomique dans les années 90 a permis la manipulation cohérente d'ondes de matière et démontré la possibilité de réaliser des interféromètres fondés sur la séparation et la recombinaison d'états atomiques à l'aide d'impulsions lumineuses. Ces premières démonstrations ont depuis permis la réalisation de capteurs inertiels de grande sensibilité comme les gyromètres ou les gravimètres dont les performances concurrencent les dispositifs classiques. L'interférométrie atomique permet également des mesures de la constante de structure fine ou de la constante universelle de gravitation. Ces instruments contribuent à des tests de physique fondamentale comme par exemple le test d'universalité de la chute libre.

La sensibilité de ces expériences dépend directement de la séparation spatiale entre les ondes de matière. Pour la plupart des mesures, cette séparation est limitée par des transferts d'impulsion à deux photons lors de l'interaction atome-laser. Cette limitation peut néanmoins être dépassée grâce à l'utilisation de séparatrices atomiques à "grands transferts d'impulsion" (*Large Momentum Transfert* LMT) démontrées récemment par des méthodes d'accélération continue ou séquentielle. Ces nouveaux interféromètres promettent ainsi une amélioration significative de la sensibilité des mesures existantes et ouvrent la voie à de nouveaux instruments, dont la séparation spatiale permet de façonner des potentiels d'interaction autour des bras de l'interféromètre induisant des effets quantiques comme les phases de type Aharonov-Bohm (AB) qui peuvent être exploités pour réaliser des tests de physique fondamentale. Les interféromètres à grands transferts d'impulsion permettent également d'envisager des nouveaux tests de relativité générale comme la détection d'ondes gravitationnelles ainsi que des études de matière et d'énergie noires.

Le développement de sources d'atomes ultra-froids a également permis d'accroître les performances atteintes par ces instruments. L'obtention de faibles

dispersions en vitesse offre notamment un meilleur contrôle de la source atomique, puisqu'elles permettent de réduire son expansion spatiale et présentent ainsi un avantage pour la réalisation d'interféromètres à longs temps d'interrogation. Ces sources d'atomes permettent notamment de limiter les effets liés aux inhomogénéités des faisceaux laser.

Mon travail de thèse a contribué au développement d'un interféromètre atomique à séparation macroscopique à partir d'une source d'atomes ultrafroids. Cet instrument permettra d'étudier la métrologie des interféromètres à bras séparés et la mise en place de nouvelles mesures en physique fondamentale comme des tests de neutralité de la matière.

## Travail de thèse

Mes recherches se sont déroulées au sein de l'équipe Interférométrie Atomique du LCAR entre 2019 et 2023. Ma première année de thèse a consisté à optimiser un condensat de Bose-Einstein récemment obtenu par l'équipe à mon arrivée en stage en février 2019. Durant cette année, nous avons également mis en place le réseau de diffraction vertical permettant la manipulation du condensat et obtenu les premiers signaux de diffraction dans le régime de quasi-Bragg. Le travail effectué pendant mes deux autres années de thèse a été réalisé en collaboration avec T. Rodzinka, arrivé dans l'équipe en octobre 2020. Au cours de l'année 2021 nous avons mis en place un réseau de lancement permettant de réaliser les premières expériences de manipulation dans l'espace des phases menant à des régimes de températures sub-nK. En parallèle, nous avons obtenu les premiers signaux interférométriques. Durant ma dernière année de thèse, nous avons mis en évidence le caractère multi-chemins d'interféromètres dans le régime de quasi-Bragg. Nous avons également réalisé et caractérisé des interféromètres à grands transferts d'impulsion allant jusqu'à des transferts de  $178\hbar k$ .

## Plan du manuscrit

**Chapitre 1.** Le premier chapitre expose les principes de l'interférométrie atomique afin de mieux saisir l'intérêt des récents développements dans ce

domaine, comme notamment le développement d'interféromètres à grande séparation spatiale. Dans ce chapitre j'introduis également des éléments théoriques sur la détermination de la phase d'un interféromètre permettant de rendre compte des effets de type AB et des corrections non-quadratiques pour des interféromètres à bras séparés. Enfin, je présente un exemple d'utilisation d'interféromètre à grands transferts d'impulsion en vue de tests de la neutralité de la matière.

**Chapitre 2.** Le second chapitre présente notre source de condensats de Bose-Einstein. Dans ce chapitre je détaille également la mise en place d'un réseau optique utilisé pour accélérer les atomes par oscillations de Bloch. Cette méthode augmente le temps de vol libre des atomes nécessaire pour atteindre des températures sub-nK à l'aide d'une technique de manipulation dans l'espace des phases. Les aspects théoriques ainsi que les résultats expérimentaux obtenus à partir de cette méthode sont présentés dans ce chapitre.

**Chapitre 3.** Le troisième chapitre présente une étude théorique et expérimentale de la diffraction atomique dans le régime de quasi-Bragg, ainsi que les limites associées pour la réalisation d'interféromètres. Je présente pour cela nos résultats dans le cas de la diffraction à ordre élevé, puis sur des signaux interférométriques jusqu'à l'ordre  $n = 5$ . Le caractère multi-chemins de ces interféromètres, inhérents au régime de quasi-Bragg, fait également l'objet d'une étude dans ce chapitre.

**Chapitre 4.** Le dernier chapitre présente le principe de la diffraction de Bragg séquentielle utilisée pour la réalisation d'interféromètres à grande séparation spatiale. Afin de mieux comprendre les limites de ces séparatrices atomiques, je commente l'impact lié à la nature multi-chemins des interféromètres LMT réalisés dans le régime de Bragg. Enfin je présente l'interféromètre de  $178\hbar k$  obtenu dans notre équipe à partir d'une accélération de Bragg séquentielle.



## Interférométrie atomique

En 1923, L. de Broglie [De Broglie, 1923] introduit le concept de dualité onde-particule en associant à chaque particule de quantité de mouvement  $p$  une onde de longueur d'onde  $\lambda = h/p$ . Cette idée conduit par la suite E. Schrödinger à formuler une physique quantique ondulatoire [Schrödinger, 1926]. La diffraction d'ondes de matière prévue par cette nouvelle théorie est d'abord vérifiée en 1927 avec des électrons [Davisson and Germer, 1928], en 1930 avec des atomes [Estermann and Stern, 1930], puis à partir de 1946 avec des neutrons [Wollan and Shull, 1948]. Par la suite, les techniques de manipulation cohérente d'atomes associées à celles du refroidissement laser ont permis le développement et la réalisation d'interféromètres atomiques de grande sensibilité.

Depuis leur preuve de principe dans les années 90 [Berman, 1997], ces instruments ont pu atteindre des performances remarquables et ont permis d'ouvrir la voie à des applications très variées, notamment en gravimétrie de précision [Peters et al., 2001], [Louchet-Chauvet et al., 2011], [Hu et al., 2013], [Freier et al., 2016], [Karcher et al., 2018] ainsi qu'en navigation inertielle [Jekeli, 2005], [Geiger et al., 2011], [Cheiney et al., 2018]. En effet, les interféromètres atomiques peuvent mesurer de très faibles variations d'accélération et de rotations [Barrett et al., 2014], [Savoie et al., 2018], [Zahzam et al., 2022], [Gautier et al., 2022], ainsi que des gradients de gravité [McGuirk et al., 2002], [Sorrentino et al., 2014], [Janvier et al., 2022] permettant la réalisation de capteurs inertiels de grande sensibilité. L'interférométrie atomique donne également lieu à des mesures de constantes fondamentales telle que la constante de structure fine [Parker et al., 2018], [Morel et al., 2020], ou la constante de gravitation

[Fixler et al., 2007], [Rosi et al., 2014]. Par ailleurs, la sensibilité de ces instruments peut être utilisée pour réaliser des tests de physique fondamentale comme des tests du principe d'équivalence [Hu et al., 2013], [Schlippert et al., 2014], [Zhou et al., 2015], [Asenbaum et al., 2020]. Une sensibilité accrue de ces dispositifs permettrait la détection d'ondes gravitationnelles de basses fréquences [Dimopoulos et al., 2008], [Canuel et al., 2018], [Coleman, 2018], l'exploration de nouveaux modèles de gravitation [Wacker, 2010], [Alauze et al., 2018], [Carney et al., 2021], [Overstreet et al., 2022a], et permet d'envisager de nouveaux tests de relativité générale [Dimopoulos et al., 2007], [Tino, 2021] ainsi que des études de matière et d'énergie noires [Sabulsky et al., 2019], [Hamilton et al., 2015], [Jaffe et al., 2017], [El-Neaj et al., 2020], [Arvanitaki et al., 2018]. Enfin, nous verrons qu'au delà des tests de la gravitation, les interféromètres atomiques comme ceux que nous développons au LCAR peuvent apporter de nouvelles contraintes sur la neutralité de la matière [Arvanitaki et al., 2008], [Champenois et al., 2007].

Ce chapitre introduit des notions théoriques permettant de comprendre les principes de l'interférométrie atomique et de mieux saisir l'intérêt des récents développements dans ce domaine, comme l'utilisation de sources d'atomes ultra-froides ou encore le développement d'interféromètres à large séparation spatiale, qui sont au coeur des études que j'ai menées pendant ma thèse. Dans un second temps je présente une étude théorique sur le calcul de la phase de l'interféromètre permettant de rendre compte des effets de type Aharonov-Bohm et des corrections non quadratiques apparaissant pour des interféromètres atomiques à bras séparés. Enfin, je présente notre objectif d'interféromètre à grands transferts d'impulsion rendant possible l'application d'une perturbation sur un seul des deux bras. Je détaillerai un exemple de son utilisation en vue de tests de la neutralité de la matière.

## 1.1 Principe de l'interférométrie atomique

Dans cette section j'expose les concepts généraux de l'interférométrie atomique. Après avoir rappelé le principe d'un interféromètre à deux ondes, je m'intéresse à la réalisation de lames séparatrices atomiques, qui permettent de créer un interféromètre. Le déphasage mesuré en sortie de cet interféromètre sera étudié (1.1.4).

L'interféromètre atomique que nous développons est un interféromètre à deux ondes analogue à l'interféromètre de Mach-Zehnder optique (fig 1). Dans sa version optique, la séparation spatiale de l'onde lumineuse en deux chemins cohérents est réalisée à l'aide d'une lame semi-réfléchissante. Après propagation, ces deux chemins sont défléchis par une paire de miroirs puis recombinaés sur une deuxième lame semi-réfléchissante. Il est alors possible de mesurer un signal d'interférences  $S$  dépendant de la phase  $\varphi$  accumulée le long des deux bras de l'interféromètre (1), et correspondant à une modulation sinusoïdale de l'intensité lumineuse<sup>1</sup>.

$$S = S_0 [1 + V \cos(\Delta\varphi)], \quad (1)$$

où les termes  $S_0$  et  $V$  représentent respectivement l'amplitude et la visibilité des franges d'interférences.

Dans la version atomique, la séparation spatiale de l'onde de matière est réalisée par diffraction, et le signal interférométrique  $S$  correspond à une variation du nombre d'atomes mesurés dans chacun des deux ports de sortie de l'interféromètre.

### 1.1.1 Lame séparatrice et miroir à atomes

Un élément essentiel pour l'obtention d'interféromètres atomiques est la création de lames séparatrices, qui peuvent être réalisées par des doubles puits de potentiel [Schumm et al., 2005], par diffraction sur des réseaux matériels [Keith et al., 1991] ou encore sur des réseaux magnéto-optiques [Pfau et al., 1993]. Aujourd'hui, la plupart des expériences à visée métrologiques utilisent des séparatrices optiques [Borde, 1997] car elles présentent l'avantage d'une excellente

---

<sup>1</sup>. L'expression de la réponse d'un interféromètre à deux ondes (1) est relativement simple puisque seuls 3 paramètres ( $S_0$ ,  $V$  et  $\Delta\varphi$ ) sont à considérer, ce qui par conséquent la rend facilement modélisable. La présence d'interféromètres parasites rend la fonction de réponse plus complexe et peut biaiser les mesures (chapitre 3).

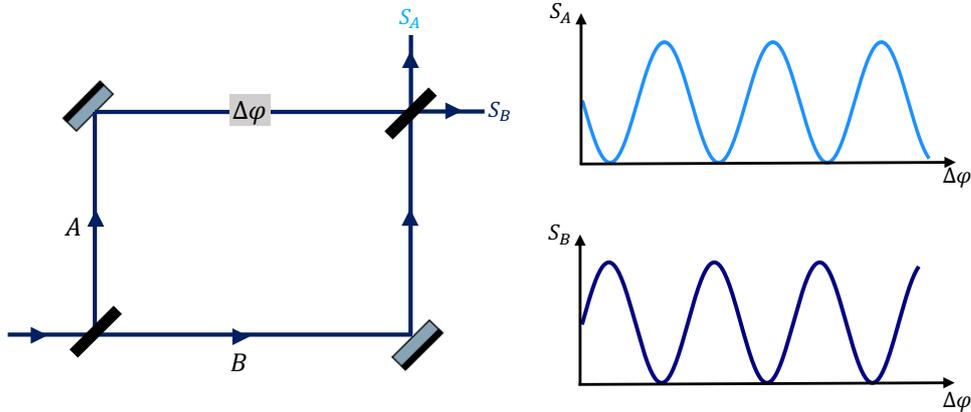


FIGURE 1 – Schéma de l'interféromètre à deux ondes de Mach-Zehnder optique. A l'aide d'une lame semi-réfléchissante, l'onde incidente est séparée en deux chemins cohérents  $A$  et  $B$  qui sont ensuite défléchis par une paire de miroirs puis recombinaés sur une deuxième lame semi-réfléchissante. Le signal de sortie correspond à une variation sinusoidale de l'intensité lumineuse en fonction du déphasage  $\Delta\varphi$ .

transmission et d'un très bon contrôle de la phase. Dans ce cas, la séparation spatiale se fait par échange d'impulsion lors de l'interaction entre l'atome et les faisceaux laser.

Afin de mieux comprendre ce processus, nous nous intéressons dans un premier temps au modèle de l'atome à deux niveaux avec une onde laser, puis nous verrons l'intérêt d'utiliser des transitions multi-photoniques induites dans une onde laser stationnaire, i.e. un réseau optique.

### Atome à deux niveaux

Je rappelle ici le principe de l'atome à deux niveaux en interaction avec un champ monochromatique cohérent. Considérons un atome de quantité de mouvement  $\hat{p}$  modélisé par deux états internes  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  dont l'écart en énergie vaut  $\hbar\omega_0 = \hbar(\omega_e - \omega_f)$ , et couplé à un champ classique électromagnétique  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \varphi_L)$ . L'hamiltonien de ce système s'écrit :

$$\hat{H} = \hbar (\omega_f |f\rangle\langle f| + \omega_e |e\rangle\langle e|) + \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{H}_{AL}, \quad (2)$$

où  $\hat{H}_{\text{AL}} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}$  est l'hamiltonien d'interaction entre le champ et l'atome et  $\hat{\mathbf{d}}$  le moment dipolaire électrique. Dans l'approximation du champ tournant, cet hamiltonien s'écrit :

$$\hat{H}_{\text{AL}} = \frac{\hbar\Omega_0}{2} \left[ e^{i(-\omega t - \varphi_L + k\hat{z})} |f\rangle\langle e| + e^{-i(-\omega t - \varphi_L + k\hat{z})} |e\rangle\langle f| \right], \quad (3)$$

avec  $\Omega_0 = -\frac{d_{f,e} \cdot E}{\hbar}$  la pulsation de Rabi et  $d_{f,e}$  les éléments de matrice de l'opérateur moment dipolaire électrique.

En considérant l'atome dans l'état initial  $|p_0\rangle$ , l'opérateur  $e^{\pm ik \cdot \hat{z}}$  agit comme un opérateur de translation de l'impulsion tel que  $e^{\pm ik \cdot \hat{z}} |p_0\rangle = |p_0 \pm \hbar k\rangle$ . Le champ électromagnétique couple donc l'état  $|f, p_0\rangle$  à l'état  $|e, p_0 \pm \hbar k\rangle$ . L'évolution de ce système à deux niveaux est détaillée dans l'annexe A. Dans le cas où l'atome est initialement dans l'état  $|f, p_0\rangle$  et en choisissant un désaccord  $\delta = \omega - \omega_0 = 0$ , la population atomique dans chacun des états est donnée par :

$$\begin{cases} P_{|e, p_0 + \hbar k\rangle}(t) = \sin^2\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right), \\ P_{|f, p_0\rangle}(t) = \cos^2\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right). \end{cases} \quad (4)$$

Ces populations oscillent entre les deux états  $|f, p_0\rangle$  et  $|e, p_0 + \hbar k\rangle$  : on appelle ce phénomène oscillation de Rabi (fig 2a).

### Impulsion $\pi$ et $\pi/2$

Pour réaliser un interféromètre, deux valeurs  $\Omega_0 \tau$  sont intéressantes :

- La première correspond à  $\Omega_0 \tau = \pi/2$  et est appelée "impulsion  $\pi/2$ ". Cette impulsion permet de créer une superposition équiprobable entre les deux états  $|f, p\rangle$  et  $|e, p + \hbar k\rangle$  (fig 2c) :

$$\begin{cases} |f, p_0\rangle \xrightarrow{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (-ie^{-i\varphi_L} |e, p_0 + \hbar k\rangle + |f, p_0\rangle), \\ |e, p_0 + \hbar k\rangle \xrightarrow{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (-ie^{+i\varphi_L} |f, p_0\rangle + |e, p_0 + \hbar k\rangle). \end{cases} \quad (5)$$

La fonction d'onde est alors dans une superposition cohérente entre les deux états d'impulsion  $|f, p_0\rangle$  et  $|e, p_0 + \hbar k\rangle$ . Cette superposition permet de réaliser une séparation spatiale des paquets d'onde après temps de

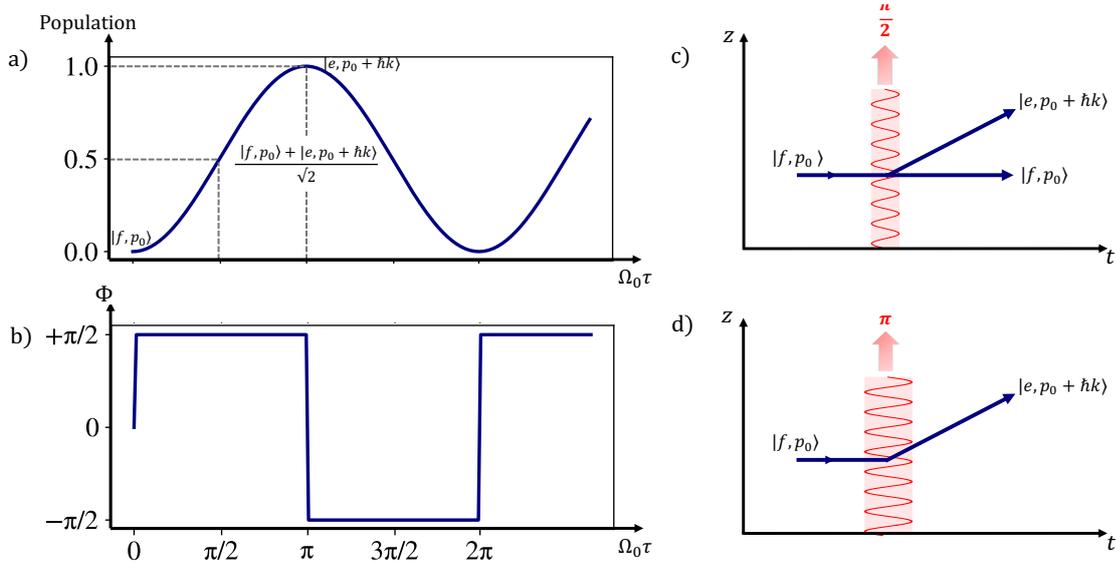


FIGURE 2 – Interaction atome-champ dans le cas d'un atome à deux niveaux. La figure (a) représente l'oscillation de Rabi entre les deux états  $\{|f, p_0\rangle, |e, p_0 + 2\hbar k\rangle\}$  en fonction de  $\Omega_0 \tau$ . A chaque interaction avec le champ laser, une phase de diffraction  $\Phi$  est imprimée sur l'onde diffractée. Cette phase de diffraction varie entre  $\pm\pi/2$  à chaque impulsion  $\pi$  (b). En ajustant les valeurs  $\Omega_0 \tau$ , il est possible de réaliser l'équivalent d'une lame séparatrice (c) ou d'un miroir à atomes (d).

vol et joue donc le rôle de **lame séparatrice**.

- En ajustant  $\Omega \tau = \pi$ , il est possible de créer l'équivalent d'un **miroir à atomes** (fig 2d), aussi appelé "impulsion  $\pi$ ". Cette impulsion permet de transférer 100% de la population de l'état  $|f, p_0\rangle$  vers l'état  $|e, p_0 + \hbar k\rangle$  (et vice-versa) :

$$\begin{cases} |f, p_0\rangle \xrightarrow{\pi} -ie^{-i\varphi_L} |e, p_0 + \hbar k\rangle, \\ |e, p_0 + \hbar k\rangle \xrightarrow{\pi} -ie^{+i\varphi_L} |f, p_0\rangle. \end{cases} \quad (6)$$

A chaque interaction avec le champ laser, une phase de diffraction  $\Phi = \varphi_L \pm \pi/2$  est imprimée sur l'onde diffractée et oscille entre  $\pm\pi/2$  pour chaque impulsion  $\pi$   $[2\pi]$  (fig 2b).

L'utilisation de transitions à un photon nécessite un très bon contrôle de la fréquence optique. En effet, pour une fluctuation de phase de l'ordre du mrad, il

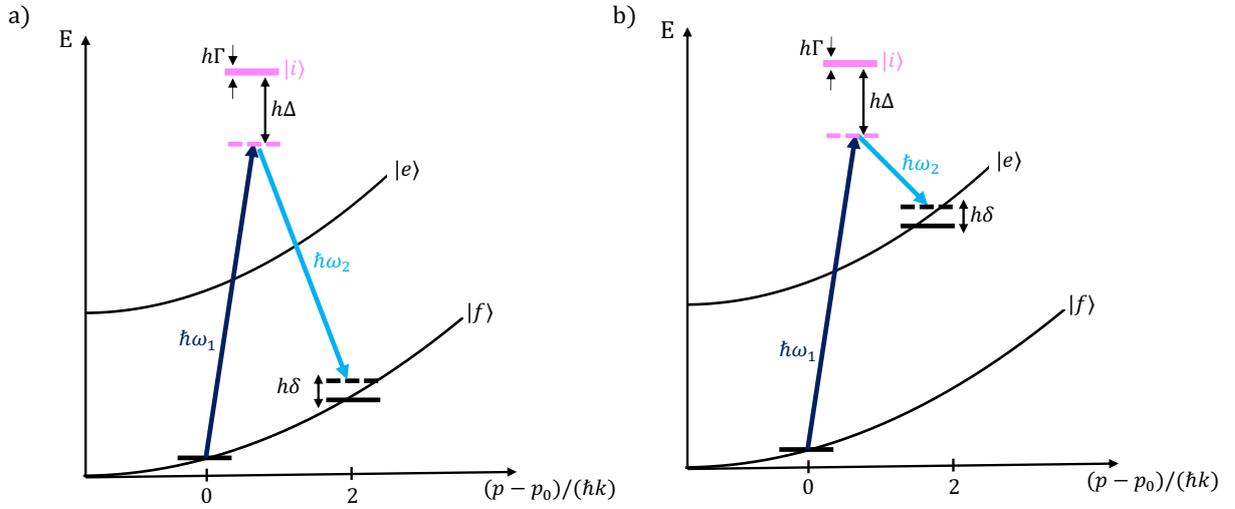


FIGURE 3 – Système en  $\Lambda$  dans lequel l'atome absorbe un photon de l'onde 1 et émet de façon stimulée dans l'onde 2. Ce processus s'accompagne d'un gain en impulsion. Deux configurations de transitions à deux photons peuvent être distinguées : les transitions de Bragg élastiques (a) où deux états d'impulsion  $|p_0\rangle$  et  $|p_0 + 2\hbar k\rangle$  sont couplés dans le même état interne et les transitions de Raman inélastiques (b) pour lesquelles les deux états d'impulsion sont couplés par changement d'état interne.

faut limiter les fluctuations de fréquence du laser au niveau du Hz, on parle alors d'*interféromètres-horloge* (clock atom interferometry [Rudolph et al., 2020]). Pour l'utilisation de ces transitions, il faut également que la durée de l'impulsion soit courte devant la durée de vie dans l'état excité afin de s'affranchir de processus d'émission spontanée. Pour cela, des atomes ayant des états excités avec une grande durée de vie doivent être utilisés, comme par exemple les transitions d'horloges optiques que l'on trouve dans les alcalino-terreux<sup>2</sup>. Une solution pour relaxer ces contraintes est l'utilisation de transitions multi-photoniques entre deux états fondamentaux.

### 1.1.2 Transitions multi-photoniques

Nous nous intéressons au couplage de deux états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  via un état intermédiaire  $|i\rangle$  (fig 3) par deux faisceaux contra-propageants de vecteur d'onde  $k_{1,2}$ , de pulsation  $\omega_{1,2}$  et de pulsations de Rabi à un photon  $\Omega_{1,2}$ . Ces deux faisceaux

---

<sup>2</sup> Ces transitions sont proposées pour la détection d'ondes gravitationnelles [Loriani et al., 2019] ou de matière noire [Arvanitaki et al., 2018].

forment une onde stationnaire . Pour un désaccord  $\Delta$  à un photon suffisamment grand, la population dans  $|i\rangle$  est négligeable et il est possible de considérer un système à deux niveaux effectifs en éliminant adiabatiquement (annexe B) l'état intermédiaire  $|i\rangle$ . Dans ce système à deux niveaux effectifs, l'atome absorbe un photon de l'onde 1 et émet de manière stimulée dans l'onde 2 (système en  $\Lambda$ ). Ce processus d'absorption-émission stimulée s'accompagne d'un échange d'impulsion : l'état externe de l'atome passant de  $|p_0\rangle$  à  $|p_0 + 2\hbar k\rangle$ . De la même façon que pour les transitions à un photon, une impulsion  $\pi$  permettra un transfert total de la population de l'état  $|f, p_0\rangle$  à  $|e, p_0 + 2\hbar k\rangle$ , tandis qu'une impulsion  $\pi/2$  créera une superposition cohérente entre ces deux états d'impulsion.

Le couplage à deux photons entre les états fondamentaux est modélisé par une pulsation de Rabi effective :

$$\Omega_{\text{eff}}^{(2)} = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta} \propto \frac{I}{\Delta}, \quad (7)$$

avec  $I$  l'intensité de l'onde stationnaire.

En notant que le taux d'émission spontanée varie comme :  $R_{\text{sp}} \propto I/\Delta^2$ , nous obtenons le rapport suivant :

$$\boxed{\frac{\Omega_{\text{eff}}^{(2)}}{R_{\text{sp}}} \propto \Delta.} \quad (8)$$

Pour un désaccord  $\Delta$  suffisamment grand tel que  $\Delta \gg \Omega_1, \Omega_2 \gg \Gamma$  (avec  $\Gamma = 2\pi \times 6.1\text{MHz}$  la largeur naturelle de l'état excité), les pertes par émission spontanée peuvent être négligées.

### Transitions de Bragg

Parmi les transitions à deux photons, nous distinguons les transitions élastiques, appelées transitions de Bragg (fig 3a), pour lesquelles deux états d'impulsion sont couplés dans le même état interne, et les transitions de Raman inélastiques qui couplent deux états internes différents (fig 3b). Les transitions Raman sont aujourd'hui largement utilisées pour les mesures de précision en interférométrie atomique [Hartmann et al., 2020], [Dickerson et al., 2013], [Fang et al., 2016]. Elles présentent notamment l'avantage d'une détection par spectroscopie des états internes, et ne nécessitent donc pas d'avoir des nuages

spatialement séparés. La diffraction de Bragg possède néanmoins plusieurs caractéristiques intéressantes pour les expériences d'interférométrie. En effet, les atomes se propagent dans le même état interne, ce qui rend la phase atomique moins sensible aux champs externes (e.g. gradients de champ magnétiques, déplacements lumineux). Cette propriété peut être avantageuse pour réaliser des capteurs inertiels de haute précision [Altin et al., 2013]. Les interféromètres avec un seul état interne peuvent également être utilisés pour des mesures de propriétés atomiques (e.g. mesure de la polarisabilité électronique dans l'état fondamental [Décamps et al., 2020], [Miffre et al., 2006]) qui ne peuvent être mesurées par spectroscopie, ou encore pour des mesures de phases géométriques telles que les phases de type Aharonov-Bohm (AB) gravitationnelles [Overstreet et al., 2022b] ou électriques [Lepoutre et al., 2013] [Gillot et al., 2013a] (1.2). Par ailleurs, contrairement aux transitions Raman, il est possible avec les transitions de Bragg d'augmenter la séparation spatiale d'un interféromètre en réalisant des transitions à  $2n$ -photons, permettant ainsi un transfert en impulsion de  $2n\hbar k$  [Müller et al., 2008b] (chapitre 3). Ces transitions permettent d'améliorer la sensibilité des interféromètres, puisque cette dernière est en partie liée à la séparation en impulsion entre les deux bras de l'interféromètre. L'ordre de diffraction le plus élevé en interférométrie atomique a été réalisé à ce jour par l'équipe de H. Müller [Müller et al., 2008b] avec un transfert de  $24 \hbar k$ .

### 1.1.3 Interféromètres à grande séparation spatiale

L'utilisation des transitions de Bragg à ordre élevé (typiquement  $n > 5$ ) est néanmoins difficile à réaliser en pratique, puisque la puissance laser nécessaire augmente très rapidement avec l'ordre  $n$  de diffraction. Pour augmenter la quantité de mouvement transférée avec une puissance laser limitée, une solution consiste à accélérer les deux bras de l'interféromètre après la séparatrice atomique. Deux méthodes sont principalement utilisées :

- L'**accélération séquentielle**, proposée par M.Kasevich [McGuirk et al., 2000] : une succession d'impulsions  $\pi$  est appliquée afin d'accélérer de façon discrète les bras de l'interféromètre (cette technique sera présentée plus en détails dans le chapitre 4). Des séquences utilisant cette méthode ont déjà été réalisées et ont permis d'obtenir de très bons résultats. Par exemple, dans le groupe de M.Kasevich à Stanford, des interféromètres de  $102 \hbar k$  ont été réalisés à l'aide de transferts succes-

sifs de  $6 \hbar k$  [Chiuw et al., 2011]. Plus récemment, un interféromètre de  $112 \hbar k$  a également été réalisé avec des atomes d'Ytterbium [Phy, ]. Par la même méthode que celle utilisée dans ces deux expériences, nous avons réalisé un interféromètre de  $178 \hbar k$ . Ce transfert présente à notre connaissance la séparation en impulsion la plus élevée obtenue à partir de cette méthode (chapitre 4). La diffraction séquentielle a également été réalisée avec des transitions à un photon sur des atomes de strontium, en utilisant une nouvelle méthode basée sur une modulation temporelle de l'amplitude des laser, nommée séparatrice de Floquet. A partir de cette méthode, l'équipe de J.Hogan a obtenu des interféromètres avec des séparatrices allant jusqu'à  $400 \hbar k$  [Wilkason et al., 2022].

- Les **oscillations de Bloch** : les atomes sont chargés dans un réseau optique après une séparatrice puis accélérés continûment et adiabatiquement. A partir de cette technique, une séparatrice de  $240 \hbar k$  a été réalisée dans l'équipe de H.Müller [Pagel et al., 2020]. Plus récemment, un transfert de  $408 \hbar k$  a été démontré dans le groupe de E.Rasel [Gebbe et al., 2021]. Une explication plus complète de l'accélération adiabatique dans un réseau optique sera présentée au chapitre 2.

### Interféromètres à longs temps d'interrogation

Une autre solution pour augmenter la sensibilité des interféromètres (e.g. aux effets inertiels) est d'augmenter la durée de vol libre  $T$  pendant l'interféromètre. A ce jour, l'amélioration de cette sensibilité est en partie limitée par la chute des atomes soumis à l'accélération gravitationnelle. Pour cela, des interféromètres de très grande dimension sont développés, c'est le cas par exemple de la tour de 10 m à Stanford, qui a permis d'obtenir un temps d'interrogation de  $2T = 2.3$  s [Dickerson et al., 2013]. D'autres expériences de fontaines atomiques sont actuellement en construction, tel que le dispositif MAGIS-100 à Stanford [Abe et al., 2021], le projet AION en Grande-Bretagne [Badurina et al., 2020], celui d'Hanovre [Hartwig et al., 2015] et le projet chinois [Zhou et al., 2011]. Une liste de ces expériences est résumée dans le tableau 4. Au delà des interféromètres en vol libre, la réalisation d'interféromètres dans lesquels les atomes sont maintenus dans un réseau optique tel que le dispositif FORCA-G [Pelle et al., 2011], ou encore [Xu et al., 2019] permettraient d'augmenter la durée de l'interféromètre jusqu'à plusieurs secondes.

Expériences	2T	Equipe
Wuhan (10 m)	$> 1.3 \text{ s}$	[Zhou et al., 2011]
Stanford (10m)	$2.3 \text{ s}$	[Kovachy et al., 2015a]
Hanovre (10 m)	$2.6 \text{ s}$	[Hartwig et al., 2015]
AION (5 – 100 m)	$1.4 – 5 \text{ s}$	[Abe et al., 2021]
MAGIS-100 (100 m)	$5 – 10 \text{ s}$	[Abe et al., 2021]

FIGURE 4 – Liste non exhaustive d’interféromètres à longs temps d’interrogation en configuration de fontaine atomique.

L’augmentation de la durée de l’interféromètre ainsi que de la séparation en impulsion entre les deux bras permet de créer des interféromètres dont les bras sont séparés macroscopiquement. Ces interféromètres permettent des mesures plus spécifiques, par exemple en contrôlant une perturbation sur un seul des deux bras de l’interféromètre, afin de réaliser des mesures précises de la polarisabilité électrique [Décamps et al., 2020], [Miffre et al., 2006] ou encore des tests de mécanique quantique tels que des mesures de phases de type AB gravitationnelles [Overstreet et al., 2022b] ou électriques [Lepoutre et al., 2013] [Gillot et al., 2013a]. Par ailleurs, à mesure que la séparation entre les bras des interféromètres augmente, des effets systématiques auparavant négligeables doivent être pris en compte dans la détermination du déphasage interférométrique. Nous discutons ces effets dans la section suivante.

#### 1.1.4 Détermination de la phase de l’interféromètre

Dans la plupart des expériences d’interférométrie, nous cherchons à mesurer le déphasage entre les deux bras de l’interféromètre. Un modèle le plus exact possible de ce déphasage en fonction des paramètres expérimentaux rend possible la réalisation de mesures de précision. La plupart des potentiels d’interaction explorés par les atomes peuvent être modélisés par des hamiltoniens au plus quadratiques en position  $z$  et en impulsion  $p$ . Cette approximation permet de mener des calculs exacts du déphasage interférométrique [Antoine and Bordé, 2003] [Pippa Storey and Claude Cohen-Tannoudji, 1994]. Cependant, en même temps que l’exactitude et que la séparation entre les bras de l’interféromètre progresse, des effets systématiques liés à des perturbations non quadratiques auparavant négligeables doivent être pris en compte dans les bilans d’incertitudes. Ces effets peuvent être dus par exemple à des inhomogénéités gravitationnelles, des

gradients de champs magnétique ou encore à des effets de rayonnement de corps noirs, et sont d'autant plus importants que les interféromètres ont des bras très séparés [Loriani et al., 2020].

L'interféromètre que nous développons contribuera à l'étude précise de ces déphasages en raison de la grande séparation entre les deux bras envisagées (1.2). De plus, cette séparation permet de façonner des potentiels d'interaction induisant des effets quantiques comme les phases de type Aharonov-Bohm (AB) [Gillot et al., 2013b], [Overstreet et al., 2022b] qui peuvent être exploités pour réaliser des tests de physique fondamentale tels que des tests de gravitation quantique [Overstreet et al., 2022a] ou des tests de neutralité de la matière que nous détaillerons à la fin de ce chapitre. Dans cette section, nous présentons des éléments théoriques permettant de rendre compte des effets de type AB et des corrections non quadratiques pertinentes pour les interféromètres atomiques à bras séparés.

### Modèle et approximations

Pour la suite nous faisons l'hypothèse d'un interféromètre à deux ondes tel que celui représenté sur la figure 5, pour lequel l'onde atomique évolue entre deux états d'impulsion. L'hamiltonien du système s'écrit comme :

$$\hat{H} = \hat{H}_a + \hat{H}_{\text{ext}} + \hat{V}_{\text{int}}(\hat{z}), \quad (9)$$

avec  $\hat{H}_a$  l'hamiltonien lié à la structure interne de l'atome,  $\hat{H}_{\text{ext}}$  l'hamiltonien décrivant les degrés de liberté externes de l'atome et  $\hat{V}_{\text{int}}(\hat{z}) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}(\hat{z})$  lié à l'interaction atome-lumière.

Au cours de l'interféromètre, l'évolution temporelle peut se diviser en plusieurs segments entre les interactions avec le réseau optique ( $V_{\text{int}} = 0$ ). L'hamiltonien (78) se simplifie :

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{ext}} = H(\hat{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{p}}) = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\hat{\mathbf{z}}). \quad (10)$$

Nous nous intéressons à l'évolution du centre des paquets d'ondes  $\langle \hat{z} \rangle$  et  $\langle \hat{p} \rangle$  entre les impulsions laser. A partir du théorème d'Ehrenfest, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \hat{p} \rangle}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{p}, H(\hat{z}, \hat{p})] \rangle + \left\langle \frac{d\hat{p}}{dt} \right\rangle, \\ &= \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{p}, V(\hat{z})] \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

En notant que  $[\hat{p}, V(\hat{z})] = -i\hbar \frac{\partial V(\hat{z})}{\partial \hat{z}}$ , l'équation (11) se réécrit :

$$\frac{d\langle \hat{p} \rangle}{dt} = -\left\langle \frac{\partial V(\hat{z})}{\partial \hat{z}} \right\rangle. \quad (12)$$

Nous évaluons à présent sous quelles conditions l'évolution de la valeur moyenne  $\langle \hat{p} \rangle$  suit les lois de la mécanique classique. Pour cela nous faisons un développement limité du potentiel autour de  $\langle \hat{z} \rangle$  :

$$\begin{aligned} V(\hat{z}) &\stackrel{\langle \hat{z} \rangle}{\approx} V(\langle \hat{z} \rangle) + (\hat{z} - \langle \hat{z} \rangle) \frac{\partial V(\langle \hat{z} \rangle)}{\partial \hat{z}} \\ &\quad + \frac{1}{2!} (\hat{z} - \langle \hat{z} \rangle)^2 \frac{\partial^2 V(\langle \hat{z} \rangle)}{\partial \hat{z}^2} \\ &\quad + \frac{1}{3!} (\hat{z} - \langle \hat{z} \rangle)^3 \frac{\partial^3 V(\langle \hat{z} \rangle)}{\partial \hat{z}^3} \\ &\quad + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

En injectant (13) dans (12) et en notant la variance  $\Delta z^2 = \langle \hat{z}^2 \rangle - \langle \hat{z} \rangle^2$ , nous obtenons l'évolution temporelle du centre du paquet d'onde en impulsion  $\langle \hat{p} \rangle$  :

$$\boxed{\frac{d\langle \hat{p} \rangle}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \hat{z}} - \frac{1}{2!} \frac{\partial^3 V}{\partial \hat{z}^3} \Delta z^2 + \dots} \quad (14)$$

De la même façon nous obtenons pour la position  $\langle \hat{z} \rangle$  :

$$\boxed{\frac{d\langle \hat{z} \rangle}{dt} = \frac{\partial V}{\partial \hat{p}} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^3 V}{\partial \hat{p}^3} \Delta p^2 + \dots} \quad (15)$$

Les équations (14) et (15) indiquent que l'évolution des centres des paquets d'onde  $\langle \hat{z} \rangle$  et  $\langle \hat{p} \rangle$  se réduisent aux équations de la mécanique classique ( $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial z}$  et  $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial p}$ ) lorsque le potentiel  $V$  est au plus quadratique. Dans ce cas, la valeur moyenne  $\langle V(\hat{z}) \rangle$  peut être remplacée par  $V(\langle \hat{z} \rangle)$ . L'évolution de la position et de l'impulsion de chacun des paquets d'onde est simplifiée :

$$\boxed{\langle \hat{z} \rangle(t) = z(t).} \quad (16)$$

$$\boxed{\langle \hat{p} \rangle(t) = p(t).} \quad (17)$$

Lorsque qu'un hamiltonien a des termes plus que quadratiques en  $\hat{z}$  ou  $\hat{p}$ , il est possible d'ignorer ces termes d'ordres supérieurs dans (14) et (15) tant

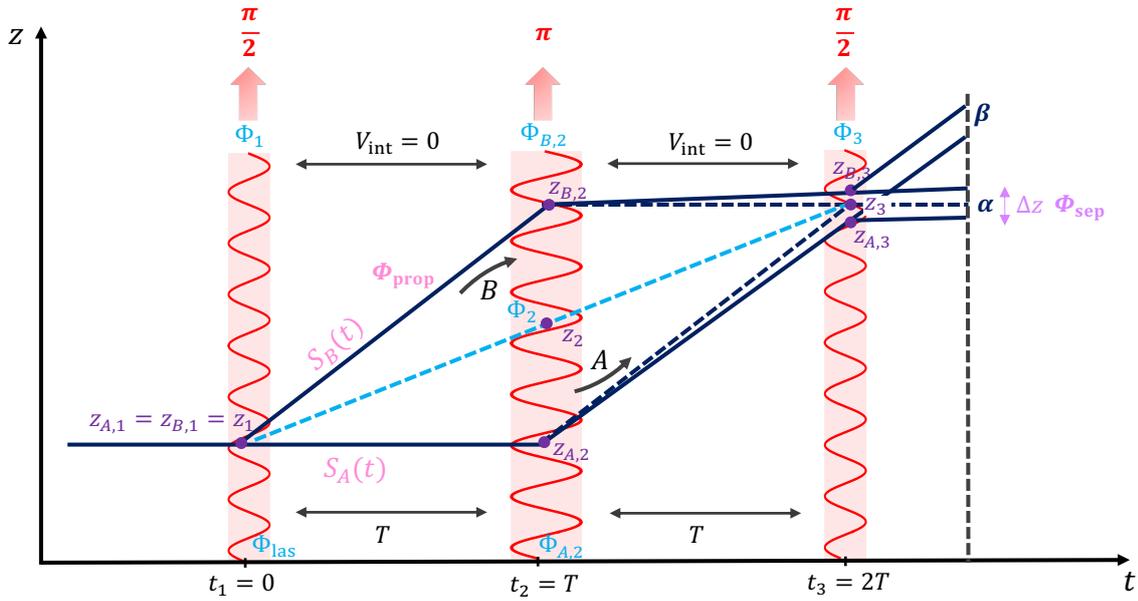


FIGURE 5 – Schéma utilisé pour le calcul du déphasage en sortie d'interféromètre dans l'approximation semi-classique. La phase de propagation est calculée à partir des actions classiques  $S_A(t)$  et  $S_B(t)$ . La phase de séparation apparaît si l'interféromètre ne se referme pas, i.e. lorsque  $z_{A,3} \neq z_{B,3}$ . La phase laser est déterminée à partir des trajectoires moyennes  $z_1, z_2$  et  $z_3$  (pointillés bleus).

que les largeurs des paquets d'ondes  $\Delta z^2$  et  $\Delta p^2$  sont petites devant les dérivées du potentiel<sup>3</sup>. Ces perturbations non-quadratiques peuvent survenir par exemple pour un atome se propageant dans un champ gravitationnel non-uniforme. Plusieurs travaux théoriques ont été publiés récemment afin de tenir compte de ces effets, [Bertoldi et al., 2019], [Ufrecht and Giese, 2020], [Overstreet et al., 2021]. Il serait intéressant de comparer les mérites respectifs de ces différents formalismes, mais cela sort du cadre de cette thèse qui est centrée sur les développements expérimentaux. Dans cette section, nous présentons la contribution de [Overstreet et al., 2021].

### Calcul du déphasage

Pour calculer le déphasage accumulé entre les deux bras  $A$  et  $B$  de l'interféromètre, nous distinguons des segments temporels correspondant à la propagation

3. Dans le cas quadratique et pour des paquets d'onde gaussiens, C.Bordé [Borde, 1997] a calculé les déphasages liés à  $\Delta z$  et  $\Delta p$ .

entre chaque impulsions laser (fig 5). Les trajectoires classiques le long des chemins  $A$  et  $B$  sont notées  $z_{A,B}(t)$ , et la trajectoire moyenne est définie telle que  $\bar{z}(t) = (z_A(t) + z_B(t))/2$ , elle correspond à la **trajectoire du point milieu** (trajectoire bleue claire fig 5). Nous définissons également la différence entre les trajectoires classiques sur les deux bras à l'instant  $t$  :  $\Delta z(t) = z_A(t) - z_B(t)$ .

Le déphasage  $\Delta\varphi$  accumulé entre les deux bras de l'interféromètre dépend d'une phase  $\phi_{\text{las}}$  imprimée sur l'onde atomique à chaque impulsion laser, d'une phase  $\phi_{\text{prop}}$  accumulée lors de la propagation des paquets d'onde entre les impulsions laser et d'une phase  $\phi_{\text{sep}}$  liée à une séparation spatiale entre les paquets d'ondes en sortie d'interféromètre. Le déphasage se calcule en faisant la somme des contributions de chacune de ces phases en faisant le choix d'un port de sortie ( $\alpha$  ou  $\beta$ ), tel que :

$$\Delta\varphi = \phi_{\text{prop}}^\alpha + \phi_{\text{sep}}^\alpha + \phi_{\text{las}}^\alpha = \phi_{\text{prop}}^\beta + \phi_{\text{sep}}^\beta + \phi_{\text{las}}^\beta. \quad (18)$$

Il peut être intéressant de considérer les contributions  $\phi_{\text{prop}}$ ,  $\phi_{\text{sep}}$  et  $\phi_{\text{las}}$  moyennées sur les deux ports de sortie :

$$\begin{cases} \bar{\phi}_{\text{las}} = \frac{\phi_{\text{las}}^\alpha + \phi_{\text{las}}^\beta}{2}, \\ \bar{\phi}_{\text{sep}} = \frac{\phi_{\text{sep}}^\alpha + \phi_{\text{sep}}^\beta}{2}, \\ \bar{\phi}_{\text{prop}} = \frac{\phi_{\text{prop}}^\alpha + \phi_{\text{prop}}^\beta}{2}. \end{cases} \quad (19)$$

Dans ce cas, le déphasage s'écrit :

$$\Delta\varphi = \bar{\phi}_{\text{las}} + \bar{\phi}_{\text{sep}} + \bar{\phi}_{\text{prop}}. \quad (20)$$

### Phase laser moyenne

A chaque interaction avec le réseau optique, la fonction d'onde atomique acquiert une phase égale à la phase laser  $\Phi_L = k \cdot z_{j,i}(t_i) - \omega_{j,i} t_i + \varphi_{L_{j,i}}$  (où  $k$ ,  $\omega$  et  $\varphi_L$  sont respectivement les vecteurs d'onde, pulsation et phase effectifs du réseau), évaluée pour chaque point d'interaction  $z_{j,i}(t_i)$ , avec  $j$  correspondant à l'un des deux bras  $A$  et  $B$  de l'interféromètre et  $i$  correspondant à l'indice de la  $i$ -ème impulsion (fig 5). Le déphasage lié à la phase laser est calculé en faisant

la somme des  $\Phi_L^{(i)}$  pour chacun des deux bras  $A$  et  $B$  de l'interféromètre, et pour chacun des ports de sorties  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\phi_{\text{las}}^{\alpha,\beta} = \sum_i^N \left( k_{A,i}^{\alpha,\beta} z_{A,i}(t_i) - \omega_{A,i}^{\alpha,\beta} t_i + \varphi_{L_{A,i}}^{\alpha,\beta} \right) - \sum_i^N \left( k_{B,i}^{\alpha,\beta} z_{B,i}(t_i) - \omega_{B,i}^{\alpha,\beta} t_i + \varphi_{L_{B,i}}^{\alpha,\beta} \right). \quad (21)$$

Le signe de  $\Phi_L$  est positif (ou négatif) dans le cas où le paquet d'onde associé au bras  $j$  gagne (ou perd) une quantité de mouvement pendant l'interaction. Lorsque le paquet d'onde reste dans le même état d'impulsion,  $\Phi_L = 0$ . Par exemple, pour la première séparatrice représentée sur la figure 5 :

$$\begin{cases} \Phi_L^A = 0, \\ \Phi_L^B = + \left( k_{B,1} z_{B,1}(t_1) - \omega_{B,1} t_1 + \varphi_{L_{B,1}} \right). \end{cases} \quad (22)$$

Pour la suite nous notons la phase  $\theta_{j,i}^{\alpha,\beta} = -\omega_{j,i}^{\alpha,\beta} t_i + \varphi_{L_{j,i}}^{\alpha,\beta}$ .

La phase laser moyenne s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{\text{las}} &= \frac{\phi_{\text{las}}^\alpha + \phi_{\text{las}}^\beta}{2}, \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_i^N \left( k_{A,i}^\alpha z_{A,i}^\alpha(t_i) + \theta_{A,i}^\alpha - k_{B,i}^\alpha z_{B,i}^\alpha(t_i) - \theta_{B,i}^\alpha \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ \sum_i^N \left( k_{A,i}^\beta z_{A,i}^\beta(t_i) + \theta_{A,i}^\beta - k_{B,i}^\beta z_{B,i}^\beta(t_i) - \theta_{B,i}^\beta \right) \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Les positions des paquets d'ondes des bras  $j$  sont indépendantes du port de sortie considéré :  $z_{j,i}^{\alpha,\beta}(t_i) = z_{j,i}(t_i)$ . Nous pouvons donc écrire la phase laser moyenne :

$$\bar{\phi}_{\text{las}} = \frac{1}{2} \left[ \sum_i^N \left( z_{A,i}(t_i) [k_{A,i}^\alpha + k_{A,i}^\beta] - z_{B,i}(t_i) [k_{B,i}^\alpha + k_{B,i}^\beta] + \theta_{A,i}^\alpha + \theta_{A,i}^\beta - \theta_{B,i}^\alpha - \theta_{B,i}^\beta \right) \right]. \quad (24)$$

En notant  $\bar{k}_{j,i} = (k_{j,i}^\alpha + k_{j,i}^\beta)/2$  et  $\bar{\theta}_{j,i} = (\theta_{j,i}^\alpha + \theta_{j,i}^\beta)/2$  les contributions moyennées sur chaque port de sortie il vient :

$$\boxed{\bar{\phi}_{\text{las}} = \sum_i^N \left( z_{A,i}(t_i) \bar{k}_{A,i} - z_{B,i}(t_i) \bar{k}_{B,i} + \bar{\theta}_{A,i} - \bar{\theta}_{B,i} \right)}. \quad (25)$$

Il n'y a pas d'ambiguïté sur les valeurs de  $\bar{k}_{j,i}$  pour les  $(N - 1)$  premières impulsions :  $\bar{k}_{A,i} = \bar{k}_{B,i}$ . Pour la dernière impulsion, les valeurs de  $\bar{k}_{j,i}$  diffèrent :  $\bar{k}_{A,N} = \frac{-k+0}{2} = \frac{-k}{2}$  et  $\bar{k}_{B,N} = \frac{0+k}{2} = \frac{k}{2}$ .

### Phase de séparation

Lorsque l'interféromètre ne se referme pas totalement, les paquets d'onde sont décalés à l'instant  $t_f$  au moment de la dernière impulsion. Ce décalage entre les centres des paquets d'ondes entraîne un déphasage de séparation pour un port de sortie donné. En définissant l'impulsion moyenne dans les ports de sortie  $\alpha, \beta$  telle que  $\bar{p}_\alpha = (p_B(t_f) + p_A(t_f) - \hbar k)/2$  et  $\bar{p}_\beta = (p_B(t_f) + \hbar k + p_A(t_f))/2$ , cette phase de séparation s'écrit :

$$\phi_{\text{sep}}^{\alpha, \beta} = \frac{\bar{p}_{\alpha, \beta}}{\hbar} [z_B(t_f) - z_A(t_f)]. \quad (26)$$

La phase de séparation moyennée sur chacune des sorties  $\alpha, \beta$  dépend de l'impulsion de la trajectoire moyenne (trajectoire du point milieu) et de la séparation entre les deux bras au moment de la dernière impulsion :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{\text{sep}} &= \frac{\bar{p}_\alpha + \bar{p}_\beta}{2\hbar} [z_B(t_f) - z_A(t_f)], \\ \Rightarrow \bar{\phi}_{\text{sep}} &= -\frac{m}{\hbar} \frac{d\bar{z}(t_f)}{dt} \Delta z(t_f). \end{aligned} \quad (27)$$

### Phase de propagation

Dans l'approximation semi-classique, l'évolution de la fonction d'onde peut s'écrire sous la forme  $\Psi(z, t) = \mathcal{A}(z) \exp^{iS(z, t)/\hbar}$ , où  $\mathcal{A}(z)$  est l'amplitude de la fonction d'onde et la fonction  $S(z, t)$  l'action calculée le long des trajectoires classiques. Cette approximation est à rapprocher du théorème d'Ehrenfest (11) [Messiah, 1961], elle est exacte dans le cas où l'évolution des centres des paquets d'onde se réduisent aux équations de Hamilton, i.e. lorsque le potentiel est au plus quadratique en position et en impulsion [Van Vleck, 1928], [Pippa Storey and Claude Cohen-Tannoudji, 1994] et valable lorsque les largeurs des paquets d'ondes  $\Delta z^2$  et  $\Delta p^2$  sont petites devant les dérivées du potentiel. Dans ce cas, une fonction d'onde se propageant entre les instants  $t_1$  et  $t_f$  acquière une phase correspondant à l'action  $S$  de la trajectoire classique sur chacun des deux bras  $A$  et  $B$  de l'interféromètre. L'action est obtenue en

intégrant le lagrangien sur les trajectoires classiques associées à chacun des chemins  $A$  et  $B$  :

$$\begin{aligned}\phi_{\text{prop}}^{\alpha,\beta} &= (S_A^{\alpha,\beta} - S_B^{\alpha,\beta})/\hbar, \\ &= \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \mathcal{L}(z_A^{\alpha,\beta}(t), p_A^{\alpha,\beta}(t), t) - \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \mathcal{L}(z_B^{\alpha,\beta}(t), p_B^{\alpha,\beta}(t), t). \quad (28)\end{aligned}$$

Pour un lagrangien  $\mathcal{L}(z(t), p(t)) = \frac{1}{2}m(\frac{dz}{dt})^2 - V(z, t)$ , la phase de propagation s'écrit comme :

$$\begin{aligned}\bar{\phi}_{\text{prop}} &= \frac{\phi_{\text{prop}}^{\alpha} + \phi_{\text{prop}}^{\beta}}{2}, \\ &= \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left[ m \left( \frac{d}{dt} \left[ \frac{z_A^{\alpha}(t) + z_A^{\beta}(t)}{2} \right] \right)^2 - V \left( \frac{z_A^{\alpha}(t) + z_A^{\beta}(t)}{2}, t \right) \right] dt \\ &\quad - \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left[ m \left( \frac{d}{dt} \left[ \frac{z_B^{\alpha}(t) + z_B^{\beta}(t)}{2} \right] \right)^2 - V \left( \frac{z_B^{\alpha}(t) + z_B^{\beta}(t)}{2}, t \right) \right] dt, \quad (29)\end{aligned}$$

Puisque les positions des paquets d'ondes d'un bras  $j$  sont indépendantes du port de sortie considéré, i.e.  $z_{j,i}^{\alpha,\beta}(t_i) = z_{j,i}(t_i)$  il vient :

$$\bar{\phi}_{\text{prop}} = \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left[ m \left( \frac{d\Delta z(t)}{dt} \frac{d\bar{z}(t)}{dt} \right) - [V(z_A, t) - V(z_B, t)] \right] dt. \quad (30)$$

En intégrant par parties l'équation (30) :

$$\boxed{\bar{\phi}_{\text{prop}} = \frac{m}{\hbar} \Delta z(t_f) \frac{d\bar{z}(t_f)}{dt} + \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left[ \left( -m\Delta z(t) \frac{d^2\bar{z}(t)}{dt^2} \right) - [V(z_A, t) - V(z_B, t)] \right] dt.} \quad (31)$$

La phase de séparation (27) s'annule avec le premier terme de la phase de propagation (31). Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}\bar{\phi}_{\text{prop}} + \bar{\phi}_{\text{sep}} &= \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left[ \left( -m\Delta z(t) \frac{d^2\bar{z}(t)}{dt^2} \right) - [V(z_A, t) - V(z_B, t)] \right] dt \\ &= \bar{\phi}_b.\end{aligned} \quad (32)$$

La phase  $\bar{\phi}_b = \bar{\phi}_{\text{prop}} + \bar{\phi}_{\text{sep}}$  s'interprète comme la propagation de la fonction d'onde sur un chemin décrivant une boucle fermée (fig 6).

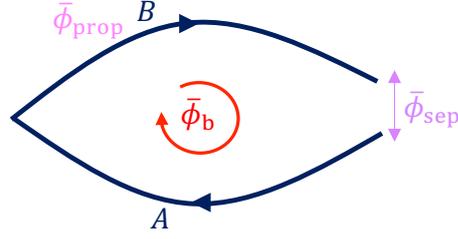


FIGURE 6 – Représentation de la contribution  $\bar{\phi}_b$ , dépendant de la phase de propagation et de la phase de séparation. Cette phase correspond à la propagation de la fonction d'onde sur un chemin décrivant une boucle fermée.

Dans la suite de cette section, nous nous intéressons au calcul de la phase  $\bar{\phi}_b$ . Pour évaluer l'intégrale (32), nous distinguons i) les contributions  $\bar{\phi}_{\text{mod}}$  qui tiennent compte des modifications des conditions initiales, i.e. des discontinuités de la trajectoire aux moments des impulsions laser liées aux changements d'impulsion et d'énergie interne lors de la traversée des séparatrices laser, et ii) les contributions  $\phi_{\text{pot}}$  liées à la propagation entre les impulsions laser. Dans ce cas, la *phase boucle* s'écrit  $\bar{\phi}_b = \phi_{\text{pot}} + \bar{\phi}_{\text{mod}}$ .

**Contribution liée à la modification des conditions initiales.** A l'instant de l'interaction laser  $t_i$ , l'impulsion et l'énergie interne ( $E_{A_i}$  sur le bras A et  $E_{B_i}$  sur le bras B) peuvent être modifiées, et contribuent à la phase de propagation en changeant les conditions initiales et finales dans le calcul de l'action  $S(z, t)$ . Cette contribution est obtenue de façon rigoureuse par C. Antoine et C. Bordé dans le cas au plus quadratique, à partir du "*four end-point theorem*" [Antoine and Bordé, 2003], qui stipule que le terme d'action ne dépend que des valeurs initiales et finale de l'action  $S(t_i, t_{i+1})$ . De cette façon, la contribution  $\phi_{\text{mod}}$  s'écrit :

$$\bar{\phi}_{\text{mod}} = \sum_i^N \left[ \frac{\bar{k}_{A,i} + \bar{k}_{B,i}}{2} \right] (z_B(t_i) - z_A(t_i)) + \frac{\Delta E_i t_i}{\hbar}, \quad (33)$$

où  $\Delta E_i = E_{A,i} - E_{B,i}$ .

Une façon d'interpréter ce résultat est de calculer l'accélération pendant l'impulsion laser :

$$\frac{d^2 \bar{z}_j}{dt^2} = \frac{\hbar(\bar{k}_{A,i} + \bar{k}_{B,i})}{2m} \frac{1}{\delta t_i}. \quad (34)$$

En injectant cette équation dans (32), il vient :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{\text{mod}} &= \sum_i^N \frac{1}{\hbar} \int_{t_i - \delta t_i/2}^{t_i + \delta t_i/2} -m \Delta z(t) \frac{d^2 \bar{z}_i}{dt^2} dt \\ &= \sum_i^N \left[ \frac{\bar{k}_{A,i} + \bar{k}_{B,i}}{2} \right] (z_B(t_i) - z_A(t_i)). \end{aligned} \quad (35)$$

**Contribution liée au potentiel  $V$ .** Nous nous intéressons à présent à l'évolution de la *phase boucle* entre les impulsions laser :  $\phi_{\text{pot}}$ .

Entre les impulsions laser, i.e.  $V_{\text{int}} = 0$ , les atomes sont soumis au potentiel  $V(z)$ . L'équation du mouvement pour chacun des deux bras de l'interféromètre permet d'écrire :

$$-m \frac{d^2 \bar{z}(t)}{dt^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V(z_A, t)}{\partial z} + \frac{\partial V(z_B, t)}{\partial z} \right), \quad (36)$$

qui permet de réécrire l'intégrande de (32) :

$$\frac{\Delta z(t)}{2} \left( \frac{\partial V(z_A, t)}{\partial z} + \frac{\partial V(z_B, t)}{\partial z} \right) - [V(z_A, t) - V(z_B, t)]. \quad (37)$$

Pour chacun des deux bras de l'interféromètre, le potentiel  $V(z_j, t)$  peut s'écrire avec un développement limité autour de la trajectoire classique moyenne  $\bar{z}(t)$  :

$$\begin{aligned} V(z_A, t) &\stackrel{\bar{z}(t)}{=} V(\bar{z}(t)) \\ &+ [z_A - \bar{z}(t)] \frac{\partial V(\bar{z}(t))}{\partial z_A} \\ &+ \dots \\ &+ \frac{[z_A - \bar{z}(t)]^n}{n!} \frac{\partial^n (V(\bar{z}(t)))}{(\partial z_A)^n} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{V^{(n)}(\bar{z}(t), t)}{n!} \left( \frac{\Delta z(t)}{2} \right)^n, \end{aligned} \quad (38)$$

où  $V^{(n)} = \frac{\partial^n V(z,t)}{(\partial z)^n}$  est la dérivée spatiale n-ième de  $V$ .

Nous pouvons faire le même développement pour  $V(z_B, t)$  :

$$V(z_B, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{V^{(n)}(\bar{z}(t), t)}{n!} (-1)^n \left( \frac{\Delta z(t)}{2} \right)^n. \quad (39)$$

En dérivant (38),(39) et en remplaçant les équations obtenues dans (31) et (37), nous obtenons la contribution de  $\phi_{\text{pot}}$  :

$$\phi_{\text{pot}} = \sum_{n \text{ impair}} \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \frac{(n-1)}{2^{n-1}n!} V^{(n)}(\bar{z}(t), t) \Delta z(t)^n dt. \quad (40)$$

La phase  $\phi_{\text{pot}}$  est non-nulle quand le potentiel est plus que quadratique en  $z$  et  $p$ , i.e. lorsque  $n > 2$ . Ainsi, la contribution liée à  $\bar{\phi}_b$  ne dépend que de la contribution  $\bar{\phi}_{\text{mod}}$  dans le cas quadratique et est déterminée à partir de l'action évaluée au moment des impulsions laser. Dans le cas plus que quadratique, il est nécessaire de tenir compte des corrections apportées par  $\phi_{\text{pot}}$ .

### Déphasage total

Le déphasage total  $\Delta\varphi$  associé à la moyenne des contributions  $\phi_{\text{prop}}$ ,  $\phi_{\text{sep}}$  et  $\phi_{\text{las}}$  sur les deux ports de sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\varphi = \bar{\phi}_{\text{las}} + \underbrace{\phi_{\text{prop}} + \bar{\phi}_{\text{sep}}}_{\bar{\phi}_b} = \bar{\phi}_{\text{las}} + \bar{\phi}_b, \quad (41)$$

et se calcule en sommant les contributions (25), (33) et (40) :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \bar{\phi}_{\text{las}} + \bar{\phi}_{\text{mod}} + \phi_{\text{pot}}, \\ &= \bar{\phi}_{\text{las}} + \underbrace{\sum_i \left[ \frac{\bar{k}_{A,i} + \bar{k}_{B,i}}{2} \right] (z_B(t_i) - z_A(t_i)) + \frac{\Delta E_i t_i}{\hbar}}_{\phi_{\text{PM}}} \\ &\quad + \underbrace{\sum_{n \text{ impair}} \frac{1}{\hbar} \int_{t_0}^{t_f} \frac{(n-1)}{2^{n-1}n!} V^{(n)}(\bar{z}(t), t) \Delta z(t)^n dt}_{\phi_{\text{pot}}}. \\ &\Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = \phi_{\text{PM}} + \phi_{\text{pot}}}. \end{aligned} \quad (42)$$

- Le terme  $\phi_{\text{PM}}$  correspond à la **phase du point milieu** [Antoine and Bordé, 2003], elle dépend des contributions liées à la phase laser imprimée durant les interactions laser et du terme de propagation  $\bar{\phi}_{\text{mod}}$ . Elle s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \phi_{\text{PM}} &= \bar{\phi}_{\text{las}} + \sum_i^N \left[ \frac{\bar{k}_{A,i} + \bar{k}_{B,i}}{2} \right] (z_B(t_i) - z_A(t_i)) + \frac{\Delta E_i t_i}{\hbar}, \\
 &= \sum_i^N \left( z_{A,i}(t_i) \bar{k}_{A,i} - z_{B,i}(t_i) \bar{k}_{B,i} + \bar{\theta}_{A,i} - \bar{\theta}_{B,i} \right) \\
 &\quad + \sum_i^N \left[ \frac{\bar{k}_{A,i} + \bar{k}_{B,i}}{2} \right] (z_B(t_i) - z_A(t_i)) + \frac{\Delta E_i t_i}{\hbar}, \\
 &= \sum_i^N \bar{z}_i [\bar{k}_{A,i} - \bar{k}_{B,i}] + \left( \frac{E_{A,i} t_i}{\hbar} - \omega_{A,i} t_i \right) - \left( \frac{E_{B,i} t_i}{\hbar} - \omega_{B,i} t_i \right) + \varphi_{L_{A,i}} - \varphi_{L_{B,i}}.
 \end{aligned} \tag{43}$$

En notant le désaccord atome-laser  $\delta_{j,i} = E_{j,i}/\hbar - \omega_{j,i}$ , il vient :

$$\boxed{\phi_{\text{PM}} = \sum_i^N \bar{z}_i (\bar{k}_{A,i} - \bar{k}_{B,i}) + (\delta_{A,i} - \delta_{B,i}) t_i + \varphi_{L_{A,i}} - \varphi_{L_{B,i}}'} \tag{44}$$

avec  $\bar{z}_i = (z_A(t_i) + z_B(t_i))/2$  et  $\bar{k}_{j,i} = (k_{j,i}^\alpha + k_{j,i}^\beta)/2$ .

La phase  $\phi_{\text{PM}}$  peut alors s'interpréter comme une mesure des positions  $z_i(t_i)$  dans les équiphasés laser données par la trajectoire du point milieu. Cette trajectoire correspond à la trajectoire classique avec comme position initiale  $z_1$  et comme vitesse initiale  $v_1 + \hbar k/(2m)$ .

- Dans le cas où le potentiel contient des ordres supérieurs à 2, une contribution supplémentaire  $\phi_{\text{pot}}$  qui tient compte de corrections en  $1/\hbar$  vient s'ajouter à  $\phi_{\text{PM}}$ . A partir de l'équation (32), il est possible de réécrire  $\phi_{\text{pot}}$  comme :

$$\boxed{\phi_{\text{pot}} = \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left( \frac{\Delta z(t)}{2} \left[ \frac{\partial V(z_A, t)}{\partial z} + \frac{\partial V(z_B, t)}{\partial z} \right] - (V(z_A, t) - V(z_B, t)) \right)}. \tag{45}$$

Cette contribution dépend des gradients du potentiel  $V$  sur chacun des bras et de la différence d'énergie potentielle entre les deux bras de

l'interféromètre. Cette phase apparaît par exemple lorsque le potentiel est non-uniformément réparti sur chacun des bras de l'interféromètre, c'est le cas notamment des expériences mesurant l'effet Aharonov-Bohm (AB) électromagnétique [Aharonov and Bohm, 1959], [Chambers, 1960], [Werner and Klein, 2010] ou encore gravitationnel [Overstreet et al., 2022b], [Hohensee et al., 2012], [Asenbaum et al., 2017]. En particulier il existe des configurations pour lesquelles le déphasage  $\Delta\varphi$  de l'interféromètre est non-nul, et ce même dans le cas où le potentiel n'induit aucune force ( $\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = 0$ ). Ce type de déphasage est parfois appelé **phase géométrique**.

Dans la section suivante, nous présentons tout d'abord le calcul du déphasage dans le cas simple de l'interféromètre de Mach-Zehnder soumis à un potentiel linéaire dans le champ de gravité terrestre  $\mathbf{g}$ . Dans un second temps, nous nous intéressons au cas d'un potentiel n'induisant aucune force et dont le déphasage peut être associé à une phase géométrique de type Aharonov-Bohm scalaire.

### Application à l'interféromètre de Mach-Zehnder

La géométrie dite Mach-Zehnder (MZ) sera utilisée dans la majeure partie des expériences interférométriques présentées dans ce manuscrit. Des géométries différentes d'interféromètres de type Ramsey et Ramsey-Bordé sont néanmoins présentées dans l'annexe C. Le schéma de l'interféromètre de Mach-Zehnder [Kasevich and Chu, 1991] est illustré sur la figure 5 : la séquence est composée de trois impulsions  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ . La séparation spatiale de l'onde atomique se fait grâce à une impulsion  $\pi/2$ . Après un temps  $T$  de propagation, une impulsion  $\pi$  (miroir) défléchit les deux bras, puis l'application d'une dernière lame séparatrice est appliquée après un temps  $2T$  afin de mesurer un signal d'interférences.

**Cas d'un potentiel linéaire.** Nous considérons des atomes en chute libre dans le champ de gravité terrestre  $\mathbf{g}$  et des lasers dans la direction verticale. Dans cette configuration, le potentiel  $mg\hat{z}$  auquel sont soumis les atomes est linéaire

et la contribution  $\phi_{\text{pot}} = 0$ . Le déphasage  $\Delta\varphi_{\text{MZ}}$  en sortie de cet interféromètre est alors égal à la phase du point milieu  $\phi_{\text{PM}}$  (44) :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{\text{MZ}} &= \sum_i^3 \bar{z}_i(\bar{k}_{A,i} - \bar{k}_{B,i}) + (\delta_{A,i} - \delta_{B,i})t_i + \varphi_{L_{A,i}} - \varphi_{L_{B,i}}, \\ &= -k_1\bar{z}_1(0) + 2k_2\bar{z}_2(T) - k_3\bar{z}_3(2T) \\ &\quad + (-\delta_1 \times 0 + 2\delta_2 \times T - \delta_3 \times 2T) \\ &\quad + \varphi_{L_1} + 2\varphi_{L_2} - \varphi_{L_3}.\end{aligned}\tag{46}$$

En considérant les paramètres laser constants :  $k_i = k$ , le désaccord  $\delta_i = \delta$  et la phase laser  $\varphi_{L_i} = \varphi_L$ , il vient :

$$\Delta\varphi_{\text{MZ}} = -k\bar{z}_1(0) + 2k\bar{z}_2(T) - k\bar{z}_3(2T).\tag{47}$$

De par sa symétrie, le déphasage mesuré en sortie de cet interféromètre dépend uniquement du mouvement des atomes  $\bar{z}$  par rapport au référentiel du laboratoire, et est insensible aux termes de désaccord  $\delta$ , également appelés "termes d'horloges". En notant la position initiale des atomes  $\bar{z}_1 = 0$  et en calculant la trajectoire moyenne  $\bar{z}(t)$  soumise à l'accélération gravitationnelle, il vient :

$$\boxed{\Delta\varphi_{\text{MZ}} = kgT^2.}\tag{48}$$

Il est possible de généraliser ce calcul à d'autres types de forces inertielles.

**Cas d'un potentiel n'induisant pas de force.** Nous considérons maintenant un potentiel constant sur chacun des bras, allumé (puis éteint) au passage des atomes dans les zones de potentiel. Ce potentiel n'induit aucune force, par conséquent la phase de point milieu  $\phi_{\text{PM}}$  est nulle. Dans ce cas, la phase totale  $\Delta\varphi$  de l'interféromètre dépend uniquement de la contribution de la phase de potentiel  $\phi_{\text{pot}}$  (40) :

$$\Delta\varphi = \phi_{\text{pot}} = \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} \left( \frac{\Delta z(t)}{2} \underbrace{\left[ \frac{\partial V(z_A, t)}{\partial z} + \frac{\partial V(z_B, t)}{\partial z} \right]}_{=0} - (V(z_A, t) - V(z_B, t)) \right)\tag{49}$$

Le premier terme dans l'intégrale s'annule également, il vient alors un déphasage qui peut être associé à une phase géométrique de type Aharanov-Bohm scalaire :

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{1}{\hbar} \int_{t_1}^{t_f} (V(z_B, t) - V(z_A, t)) dt.}\tag{50}$$

La phase de l'interféromètre est non-nulle bien que le potentiel n'induit aucune force, i.e. en l'absence de modification des trajectoires de l'interféromètre ( $\phi_{\text{PM}} = 0$ ). Par conséquent, la phase de potentiel contient des informations au-delà des trajectoires classiques.

### Conclusion (1.1)

Dans cette section nous avons présenté des concepts généraux d'interférométrie atomique. Nous nous sommes pour cela intéressés à la réalisation de lames séparatrices induites dans un réseau optique. Dans un second temps nous avons réalisé une étude théorique de déphasages mesurés en sortie d'interféromètre permettant de rendre compte des effets de type Aharonov-Bohm et des corrections non-quadratiques pertinentes pour les interféromètres atomiques à bras séparés.

## 1.2 Test de neutralité de la matière

La réalisation d'interféromètres à bras séparés permet de contrôler des perturbations sur chacun des bras. Nous proposons d'exploiter cette possibilité pour étudier l'effet de potentiels d'interaction spécifiques sur la phase atomique. La mise en place d'électrodes sur chacun des bras de l'interféromètre permettrait de créer un effet Aharonov-Bohm scalaire pour tester une éventuelle charge résiduelle de l'atome.

La neutralité de l'atome provient de l'égalité de la charge du proton  $q_p$  et de celle de l'électron  $q_e$ , et la neutralité du neutron. La question de la neutralité de la matière est directement reliée au problème de quantification de la charge électrique qui reste un problème ouvert dans le cadre du modèle standard [Arvanitaki et al., 2008]. Outre son intérêt en physique des particules, la compréhension de la symétrie de charges joue également un rôle en astrophysique [Caprini and Ferreira, 2005]. Depuis le 20ème siècle, de nombreuses expériences ont donc été réalisées afin de tester la neutralité du neutron et l'asymétrie électron-proton.

Expériences	Mesure ( $\times e$ )	Equipe
Flux d'un gaz	$5 \times 10^{-21}$	[Piccard and Kessler, 1925b]
Résonateur acoustique	$1.3 \times 10^{-21}$	[Dylla and King, 1973]
Lévitiation	$0.8 \times 10^{-21}$	[Marinelli and Morpurgo, 1984]
Jet de neutrons	$1.1 \times 10^{-21}$	[Baumann et al., 1988]
Jet d'atomes	$2.4 \times 10^{-18}$	[Hughes et al., 1988]

FIGURE 7 – Résumé des mesures les plus significatives sur l'asymétrie proton-électron et/ou de la neutralité du neutron en fonction des différents types d'expériences réalisées. Toutes sont compatibles avec une charge nulle de l'atome dont la meilleure incertitude à ce jour est de l'ordre de  $10^{-21} \times e$ .

### 1.2.1 Historique des mesures

Une liste complète de l'historique des tests de neutralité de la matière est détaillée dans [Bressi et al., 2011], [Unnikrishnan and Gillies, 2004], je ne présente ici que les mesures les plus significatives avec leur incertitude. Les résultats sont exprimés en fonction de deux paramètres : l'incertitude proton-électron  $\epsilon_{pe} = (q_p + q_e) / e$  et l'incertitude du neutron  $\epsilon_n = q_n / e$ . Les expériences réalisées jusqu'à ce jour sont compatibles avec le résultat d'une charge nulle pour l'atome, avec une incertitude estimée à  $10^{-21}e$ , où  $e$  est la charge élémentaire de l'électron valant  $e = 1.60(98) \times 10^{-19} \text{ C}$ .

- La première mesure de neutralité de la matière a été réalisée en 1925 par Piccard et Kessler [Piccard and Kessler, 1925a]. Leur expérience utilise un flux de gaz et consiste à mesurer le changement de potentiel électrique d'un tube métallique par lequel s'échappe un gaz de  $\text{CO}_2$  comprimé. Si les molécules ou atomes ont une charge non nulle, alors un changement de potentiel électrique doit être observé à mesure que le gaz s'échappe. Cette méthode a permis d'atteindre une incertitude de  $5 \times 10^{-21}e$ .

Depuis cette première expérience, d'autres méthodes ont été mises en place :

- Par lévitation magnétique, en s'appuyant sur une expérience de type expérience de Milikan. Cette méthode consiste à mesurer un déplacement de la trajectoire d'un objet en lévitation induit par une force électrostatique, et a permis d'atteindre une incertitude de  $0.8 \pm 0.8 \times 10^{-21}e$

[Marinelli and Morpurgo, 1984].

- Par résonateur acoustique [Dylla and King, 1973], [Bressi et al., 2011] en mesurant la fréquence acoustique dans une cavité excitée par un champ électrique : si la molécule possède une charge résiduelle, une onde acoustique sera générée à la fréquence du champ électrique. L'incertitude obtenue avec cette méthode est de  $1.3 \times 10^{-21}e$ .
- Par déflexion d'un jet de neutrons [Baumann et al., 1988] ou d'un jet d'atomes [Hughes et al., 1988] soumis à un fort champ électrique. Cette méthode a permis de fixer une incertitude de  $1.1 \times 10^{-21}e$  pour l'expérience réalisée avec des neutrons et  $2.4 \times 10^{-18}e$  pour celle réalisée avec des atomes.

Un résumé des incertitudes obtenues avec ces différentes méthodes est représenté dans le tableau 50. L'ensemble de ces expériences requièrent l'utilisation d'un champ électrique intense, pouvant ajouter des effets systématiques liés à des effets de polarisabilité associés aux inhomogénéités du champ électrique. L'utilisation d'une méthode par interférométrie atomique pourrait permettre de s'affranchir de certains effets systématiques.

### 1.2.2 Mesure par interférométrie atomique

Nous proposons de réaliser un test de la neutralité de la matière dont l'exactitude pourrait être inférieure à  $10^{-23}e$ . La mesure repose sur un interféromètre dont les bras sont séparés d'une distance centimétrique, afin d'installer des électrodes macroscopiques autour des deux bras de l'interféromètre (fig 8a). Ces électrodes permettent de créer un potentiel électrostatique constant et opposé  $\pm V$  sur chacun des deux bras (fig 8b). Les électrodes sont mises sous tension pendant une durée  $\tau$ , lorsque les atomes y sont complètement à l'intérieur. Cette configuration induit un déphasage, connu sous le nom d'effet Aharonov-Bohm scalaire, correspondant à la phase accumulée le long de chacun des deux bras de l'interféromètre durant le passage dans les électrodes. Idéalement, le potentiel appliqué n'induit pas de force :  $\frac{\partial V}{\partial z} = 0$ . Le déphasage en sortie d'interféromètre correspond alors à l'équation (50) :

$$\Delta\varphi_{\text{ABS}} = \frac{1}{\hbar} \int_0^\tau (\mathcal{V}^+(z, t) - \mathcal{V}^-(z, t)) dt, \quad (51)$$

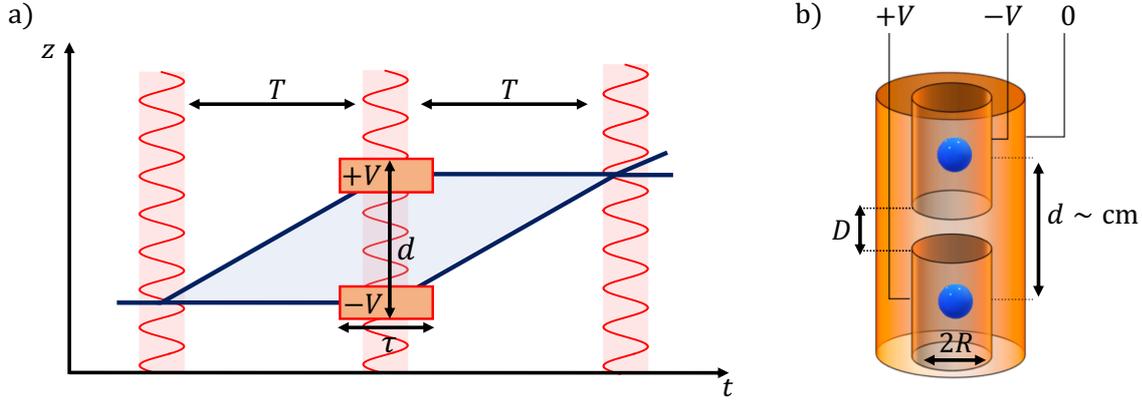


FIGURE 8 – a) Schéma de l'interféromètre à bras séparés dans le cadre d'un test de neutralité de la matière. Les bras de l'interféromètre sont séparés d'une distance  $d$  centimétrique afin de disposer des électrodes (b) macroscopiques pendant une durée  $\tau$ . Ces électrodes sont de forme cylindriques de longueur  $L$ , de rayon  $R$  et séparées d'une distance  $D$  et un potentiel opposé  $\pm V$  est appliqué sur chacune des électrodes. Les électrodes doivent avoir un diamètre interne suffisamment grand devant le waist des faisceaux formant le réseau de diffraction de Bragg pour ne pas perturber leur propagation.

où l'énergie d'interaction électrostatique associée s'écrit  $|\mathcal{V}| = q|V|$  avec  $q$  une éventuelle charge de l'atome. Dans ces conditions, l'équation (51) devient :

$$\Delta\varphi_{\text{ABS}} = \frac{2qV\tau}{\hbar}. \quad (52)$$

L'incertitude  $\sigma_q$  sur la charge de l'atome dépend de l'incertitude  $\sigma_{\Delta\varphi_{\text{ABS}}}$  sur la phase mesurée et s'écrit :

$$\sigma_q = \frac{\sigma_{\Delta\varphi_{\text{ABS}}}\hbar}{2V\tau}. \quad (53)$$

Par convention les tests de neutralité sont exprimés en charge relative par nucléons tel que  $\eta = \frac{q}{A} \frac{1}{e}$ , avec  $A$  le nombre de nucléons, et  $\eta$  la charge de l'atome par nucléon en unité de charge élémentaire  $e$ . Une incertitude  $\sigma_\eta$  sur la charge du neutron et/ou de l'asymétrie proton-électron s'écrit donc :

$$\sigma_\eta = \frac{\hbar}{2AeV\tau} \sigma_{\Delta\varphi_{\text{ABS}}}. \quad (54)$$

Pour la suite nous considérons un temps d'interrogation dans les électrodes  $\tau$  de l'ordre de 20 ms et un potentiel  $|V| = 20$  kV. Dans ce cas le facteur d'échelle

est de l'ordre de  $\frac{\hbar}{2AeV\tau} \sim 10^{-20}e$ .

En choisissant une espèce atomique avec un grand nombre de nucléons  $A = Z + N$  (avec  $N$  le nombre de neutrons), il est possible d'augmenter la sensibilité sur la mesure de la neutralité de l'atome (54). Dans le cadre de notre expérience, nous travaillons avec des atomes de rubidium. Outre ses propriétés collisionnelles intéressantes pour le refroidissement par évaporation (chapitre 2), cette espèce atomique avec un grand nombre de nucléons possède deux isotopes stables, le  $^{87}\text{Rb}$  et le  $^{85}\text{Rb}$ . Cela rend possible la réalisation d'une mesure différentielle, permettant ainsi de tester indépendamment l'asymétrie de charges proton-électron, la neutralité du neutron et permettrait de contraindre la charge du neutrino  $\bar{\nu}_e$ . En effet, en supposant valide la conservation de la charge dans le processus de désintégration du neutron ( $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ), la charge du neutrino pourrait s'écrire :  $q_{\bar{\nu}_e} = q_n - (q_p + q_e^-)$ .

### Sensibilité

Dans le cas où les fluctuations de phase de l'interféromètre sont décorréliées, l'incertitude diminue en racine carrée du nombre de mesures. Pour  $N$  mesures, l'incertitude statistique sur la moyenne s'écrit comme :

$$\sigma_{\Phi}^{(N)} = \frac{\sigma_{\Phi}^{(1)}}{\sqrt{N}}. \quad (55)$$

Une limite importante est liée aux vibrations. A partir des mesures de vibrations effectuées dans notre salle d'expérience avec un sismomètre Trillium Compact de la marque Nanometrics, et en considérant une durée d'interrogation de  $2T = 120$  ms, nous pouvons estimer une sensibilité en phase  $\sigma_{\Phi}^{(1)}$  de l'ordre de 200 mrad [Décamps et al., 2020]. En notant  $\frac{1}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{t_c}{t_t}}$ , avec  $t_c$  le temps de cycle d'une mesure et  $t_t$  la durée totale de la prise de données, nous pouvons estimer l'incertitude statistique sur la phase mesurée  $\sigma_{\Phi}^{(N)}$  : un temps de cycle de 6 secondes ainsi qu'un temps d'intégration de 48 heures permettrait d'atteindre une incertitude de  $\sigma_{\Phi}^{(N)} \sim 1$  mrad, ce qui correspond à une incertitude sur la neutralité de l'ordre de  $\sigma_{\eta} \sim 1 \times 10^{-23}e$ .

Il est possible de s'affranchir en partie du bruit de vibrations avec deux interféromètres partageant le même miroir de rétro-réflexion (gradiomètre), et dont

un seul un des deux interféromètres passera à travers les électrodes. Dans ce cas, la plus petite incertitude sur un cycle que nous pouvons obtenir est limitée par le bruit de projection quantique :

$$\sigma_{\text{BPQ}} = \frac{1}{V\sqrt{N_{at}}}. \quad (56)$$

où  $V$  est la visibilité en sortie d'interféromètre et  $N_{at}$  le nombre d'atomes détectés.

En considérant un nombre d'atomes détectés et une visibilité similaire à ce que nous avons déjà obtenu sur notre expérience, i.e  $N_{at} = 1 \times 10^4$  et  $V \sim 20\%$  pour des interféromètres à grands transferts d'impulsion, l'incertitude par coup liée au bruit de projection quantique  $\sigma_{\text{BPQ}}$  serait de l'ordre de 50 mrad. Après un temps d'intégration de 48 heures, une incertitude de 300  $\mu\text{rad}$  est atteinte, ce qui correspond à une incertitude sur la neutralité de  $5.7 \times 10^{-24}e$ .

### Effets systématiques

Afin de s'affranchir de certains effets systématiques habituellement rencontrés dans de nombreuses expériences à grande séparation spatiale (inhomogénéité des faisceaux laser, déplacements lumineux, gradients de gravité ...), il est possible de réaliser des mesures différentielles pour des valeurs opposées de potentiel  $V$ . Ainsi, seuls les déphasages corrélés avec  $V$  peuvent affecter la mesure. Un effet de ce type limitant est lié au champ électrique résiduel dans les électrodes. Jusqu'à présent, nous avons fait l'hypothèse d'un potentiel électrostatique constant dans chaque zone de potentiel  $\pm V$  considérée. Or, le potentiel obéit à une équation de Laplace  $\Delta V = 0$  dont la résolution pour une géométrie cylindrique de taille finie (fig 8b) n'implique pas un potentiel  $V(\mathbf{r})$  rigoureusement constant. Par conséquent, les atomes explorent des zones de champ non-nul  $\mathbf{E}$  qui induisent des déplacements en énergie par polarisabilité induite  $U = \alpha E^2$ , et donc un déphasage. Dans la suite, nous nous intéressons au champ électrique résiduel dans les électrodes et nous évaluons l'impact du déphasage lié à la polarisabilité pour une géométrie d'électrodes cylindrique.

### 1.2.3 Dimensionnement des électrodes

Le dimensionnement des électrodes doit prendre en compte deux considérations qui donneront lieu à des compromis sur la géométrie de l'interféromètre et sur la forme des électrodes.

Afin de se rapprocher au plus du cylindre infini uniformément chargé et ainsi générer un potentiel le plus homogène possible<sup>4</sup>, les électrodes de forme cylindrique doivent avoir un rapport d'aspect  $L/R \gg 1$ , (où  $L$  et  $R$  indiquent respectivement la longueur et le rayon des électrodes) (fig 8b). Dans notre géométrie expérimentale, le réseau de Bragg passe dans l'axe des électrodes (fig 8a), par conséquent le rayon des électrodes doit être plus grand que le waist du réseau, pour limiter la diffraction du réseau optique sur le bord des électrodes. Il faut donc prévoir des électrodes de forme cylindriques telles que  $R \gg w_0$ . Nous choisissons  $w_0 = 4$  mm.

Une solution pour augmenter le rapport d'aspect  $L/R$  est d'augmenter la longueur  $L$  des électrodes. Cela implique alors d'augmenter la séparation spatiale entre les deux bras de l'interféromètre, i.e. augmenter la durée totale de l'interféromètre et/ou le transfert d'impulsion. Il faudra donc réaliser un interféromètre dont les bras sont séparés de plusieurs centimètres afin de pouvoir disposer des électrodes de taille centimétrique.

En tenant compte de ces considérations pour le dimensionnement des électrodes, nous pouvons à présent calculer le potentiel électrostatique  $V$ .

### Calcul du potentiel électrostatique

Le potentiel  $V$  est calculé à partir de l'équation de Laplace. Compte-tenu de la symétrie axiale, nous écrivons cette équation en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0. \quad (57)$$

Pour résoudre cette équation, nous utilisons une méthode de différences finies [Legrand, 2013], qui permet d'obtenir une forme discrétisée de l'équation (57). Pour cela, un maillage de taille  $\{N_r \times N_z\}$  est défini tel que :

$$\begin{cases} z_i = i\Delta z, \\ r_j = j\Delta r, \end{cases} \quad (58)$$

où l'indice  $i$  varie de 0 à  $N_z - 1$  et l'indice  $j$  de 0 à  $N_r - 1$ . L'indice  $j = 0$  correspond à l'axe de symétrie (axe  $Oz$ ),  $\Delta z$  et  $\Delta r$  représentent les pas de la grille.

---

4. Le cas du cylindre infini uniformément chargé induit un potentiel homogène  $\frac{-\rho R^2}{4\pi\epsilon_0}$ .

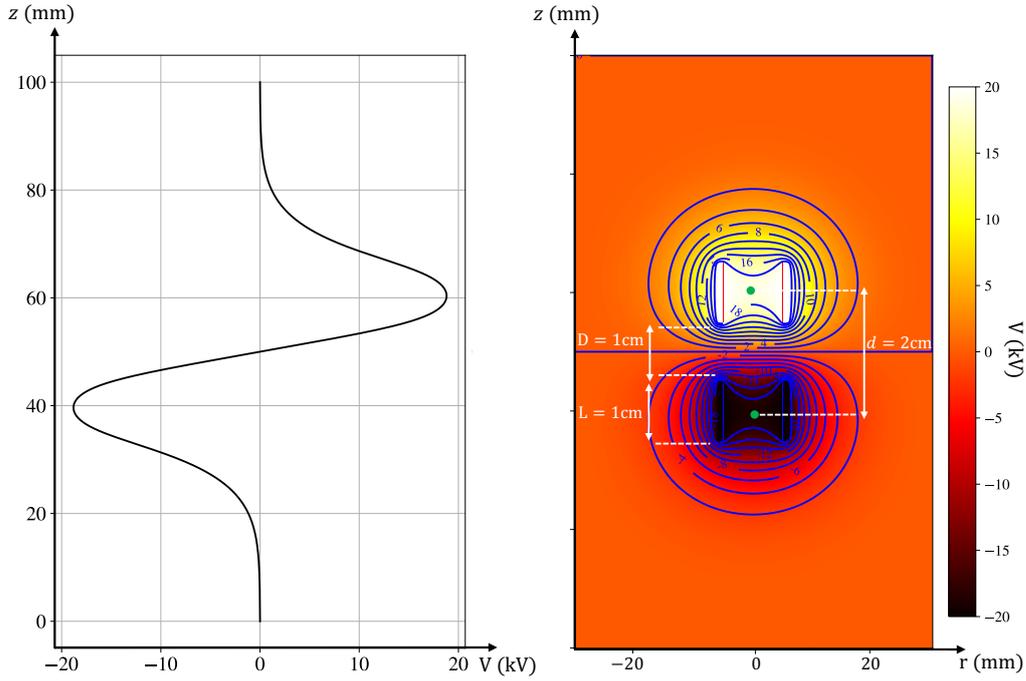


FIGURE 9 – Potentiel électrostatique calculé numériquement à partir de la méthode de Gauss-Seidel (le long de l’axe des électrodes (gauche) et sur une coupe transverse contenant l’axe (droite)). Les électrodes sont dimensionnées avec une longueur  $L = 10$  mm, un rayon  $R = 5$  mm et sont séparées de  $D = 10$  mm. La distance entre le centre de chacune des électrodes est  $d = 2$  cm.

La forme discrétisée de (57) obtenue avec un maillage carré  $\Delta_r = \Delta_z$  est donné par :

$$\frac{r}{\Delta^3} [V(r + \Delta, z) + V(r - \Delta, z) - 2V(r, z)] + \frac{1}{\Delta^2} \left[ \left( \frac{r}{\Delta} + 0.5 \right) V(r, z + \Delta) + \left( \frac{r}{\Delta} - 0.5 \right) V(r, z - \Delta) - \frac{2r}{\Delta} V(r, z) \right] = 0. \quad (59)$$

Pour une grille de taille  $\{N \times N\}$ , l’équation aux dérivées partielles devient un système d’équations linéaire de  $N \times N$  inconnues. Il existe plusieurs méthodes pour résoudre ce problème, nous utilisons ici la méthode de Gauss-Seidel [Frolkovič, 1990]. Cette méthode est une méthode itérative : les  $N$  noeuds du maillage sont parcourus à chaque itération dans un ordre déterminé (e.g. ligne

par ligne), jusqu'à convergence vers la solution. Avec cette méthode, il est possible de réécrire (60) :

$$V_{i,j} = \frac{1}{C_{i,j}} [-D_{i,j}V_{i+1,j} - G_{i,j}V_{i-1,j} - H_{i,j}V_{i,j+1} - B_{i,j}V_{i,j-1}]. \quad (60)$$

Les coefficients  $\{D, H, B, G\}$  représentent les quatre premiers voisins du point de coordonnées  $\{i, j\}$  et permettent de calculer la valeur du potentiel au point central  $C_{i,j}$ .

— Pour un point situé à l'intérieur de la grille, (i.e. en dehors de l'axe de symétrie  $0z$ ), les coefficients se mettent sous la forme :

$$\begin{cases} D_{i,j} = G_{i,j} = j\Delta/N, \\ H_{i,j} = (j/N + 0.5)\Delta^2, \\ B_{i,j} = (j/N - 0.5)\Delta^2, \\ C_{i,j} = -4j\Delta^2/N. \end{cases} \quad (61)$$

Ces coefficients étant proportionnels à l'indice  $j$ , on divise cet indice par  $N$  afin de le rendre indépendant de la taille du maillage.

— Pour un point situé sur l'axe de symétrie (i.e.  $j = 0$ ) :

$$\begin{cases} D_{i,0} = G_{i,0} = 0.125\Delta^2, \\ H_{i,0} = 0.5\Delta^2, \\ B_{i,0} = 0, \\ C_{i,0} = -0.75\Delta^2. \end{cases} \quad (62)$$

Nous calculons ensuite cette grille pour que la différence de potentiel, en chaque point, entre deux itérations soit inférieure à un critère de convergence que l'on fixe. La figure 9 montre le potentiel électrostatique calculé numériquement à partir de la méthode de Gauss-Seidel. Pour une géométrie d'électrodes de rayon  $R = 5$  mm, une longueur  $L = 10$  mm et une distance (entre le bas de l'une et le haut de l'autre) de  $D = 10$  mm. Le potentiel appliqué est de  $V = 20$  kV. Cette géométrie induit une séparation entre les centres des électrodes de deux centimètres, ce qui a pour conséquence de devoir réaliser une séparation entre les deux bras de l'interféromètre de  $d = 2$  cm. Compte tenu de la contrainte  $R > w_0$ , cette séparation est la séparation minimale à réaliser entre les deux bras de l'interféromètre que nous considérons.

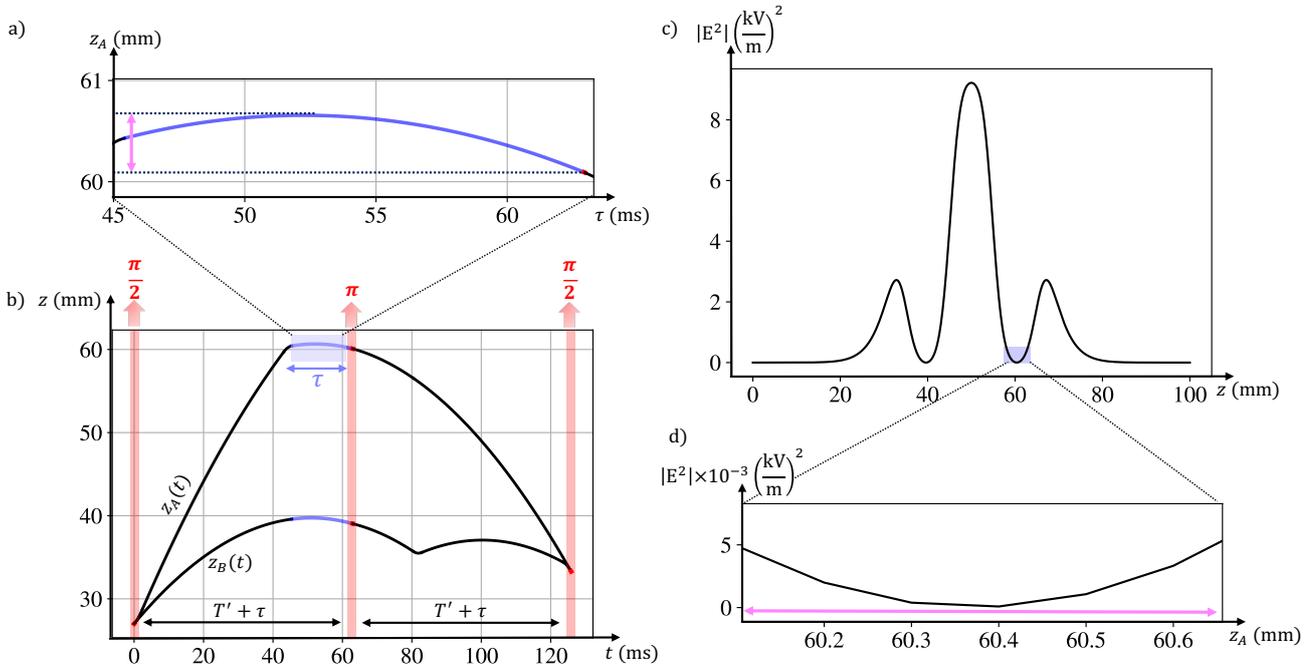


FIGURE 10 – b) Représentation des trajectoires verticales  $z_A(t)$  et  $z_B(t)$  des paquets d’onde soumis à l’accélération de pesanteur pour une vitesse initiale  $v_0 = 0.5$  m/s en fonction du temps pour un interféromètre de  $80 \hbar k$  et une durée de  $2T = 2(T' + \tau) = 2(45 + 17.5)$  ms = 125 ms. La propagation dans les électrodes (courbes bleues) se fait avant l’impulsion  $\pi$ , à l’apogée de la trajectoire des atomes. c) Calcul du module du champ  $E^2$  pour des électrodes de longueur  $L = 10$  mm, une rayon  $R = 5$  mm et une séparation  $D = 10$  mm. Le potentiel appliqué est  $V = \pm 20$  kV. Les courbes a) et d) sont des agrandissements de la trajectoire des atomes et du module du champ au carré lors du passage dans les électrodes.

### Calcul du déphasage de polarisabilité

Nous étudions maintenant l'impact du déphasage lié à la polarisabilité électrique statique du rubidium. Pour cela, nous calculons le champ électrique  $\mathbf{E} = \nabla V$  puis nous évaluons le module carré du champ en chaque point. Le déphasage s'écrit comme :

$$\Delta\Phi_{\text{pol}} = \frac{-2\pi\epsilon_0\alpha}{\hbar} \int_0^\tau \left[ E^2(z_B(t)) - E^2(z_A(t)) \right] dt, \quad (63)$$

avec  $\alpha$  la polarisabilité statique (en  $m^3$ ),  $\epsilon_0$  la permittivité électrique du vide et  $z_{A,B}(t)$  la trajectoire des atomes durant leur propagation dans les électrodes sur chacun des bras de l'interféromètre.

Augmenter la séparation spatiale entre les deux bras de l'interféromètre augmente également le degré de complexité de l'expérience. Par conséquent, nous nous intéressons dans un premier temps à la configuration où la séparation entre les bras de l'interféromètre est minimale et suffisante (2 cm) pour réaliser un test de neutralité, ce qui correspond à la géométrie des électrodes présentée à la figure 9 ( $L = 10$  mm,  $R = 5$  mm et  $D = 10$  mm).

Pour calculer la phase de polarisabilité (63), il faut tenir compte de la trajectoire des atomes pendant leur propagation dans les électrodes. Afin de ne pas explorer des zones où la variation du champ  $\mathbf{E}^2$  est trop importante, l'idée est de lancer les atomes puis de placer les électrodes à l'apogée de leur trajectoire, juste avant l'impulsion  $\pi$ , pour que leur distance parcourue dans les électrodes pendant le temps  $\tau$  soit minimale (fig 10a et b). Nous calculons pour cela les trajectoires  $z_A(t)$  et  $z_B(t)$  exactes des atomes sur chaque bras de l'interféromètre pendant leur propagation dans les électrodes pour une vitesse  $v_0$  au temps  $t_0 = 0$  de l'interféromètre (fig 10a).

Pour obtenir une séparation entre les deux bras de deux centimètres, le calcul des trajectoires implique de réaliser un interféromètre de  $80 \hbar k$  où les atomes sont lancés à une vitesse  $v_0 = 0.5$  m/s. La durée totale de l'interféromètre est de  $2T = 2(T' + \tau) = 2(45 + 17.5)$  ms = 125 ms, où le temps  $\tau$  correspond à la propagation dans les électrodes. Pour le calcul de la phase de polarisabilité, nous choisissons de réaliser cet interféromètre à partir d'impulsions de Bragg d'ordre  $n = 1$ , i.e. avec des transferts d'impulsion par quanta de  $2\hbar k$ . Cette

configuration permet d'avoir la plus petite différence de vitesse ( $\Delta v = 2\hbar k/m$ ) entre les deux bras de l'interféromètre, et d'obtenir ainsi une différence de phase de polarisabilité  $\Delta\Phi_{\text{pol}} = \Phi_{\text{pol}_A} - \Phi_{\text{pol}_B}$  la plus faible possible. Avec cette géométrie, la phase intégrée dans chacune des électrodes est de l'ordre de 1 mrad, la contribution de l'effet de polarisabilité est alors estimée à  $\sigma_\eta = 6.2 \times 10^{-26}e$  (54).

Dans notre géométrie d'interféromètre, la différence de vitesse de chacun des paquets d'onde diffère de  $2\hbar k/m \sim 12$  mm/s, et donc la distance parcourue par les atomes pendant leur propagation dans les électrodes n'est pas identique pour chacun des deux bras. Par conséquent, la phase de polarisabilité intégrée sur chacun des bras est différente. Pour obtenir le plus petit déphasage  $\Delta\Phi_{\text{pol}}$ , il faut que la différence  $E_A^2 - E_B^2$  soit la plus faible possible. Nous choisissons pour cela un intervalle où les variations du champs sont minimales pour disposer les électrodes (fig 10c). Dans la configuration  $80 \hbar k$ , cet intervalle n'est valable que sur une très faible distance (fig 10d), ce qui nécessite un très bon contrôle de la position et la vitesse des atomes. L'impact d'éventuelles fluctuations de position et de vitesse sur l'incertitude de la neutralité de l'atome est représentée sur la figure 11 ; elles peuvent être liées aux variations de vitesse et de position initiale du centre de masse de l'ensemble atomique. Sur notre expérience, nous mesurons des fluctuations coup à coup de vitesse du centre de masse de l'ordre de  $\sigma_v = 1$  mm/s (chapitre 2), limitant l'incertitude  $\sigma_\eta \sim 10^{-23}e$  (fig 11). Dans ce cas, l'effet lié à la phase de polarisabilité devient plus important que le bruit de projection quantique estimé à  $5.7 \times 10^{-24}e$  (tableau 12).

### 1.3 Dimensionnement de notre interféromètre

Afin de s'affranchir de ces effets liés aux fluctuations de vitesse du centre de masse et d'améliorer l'incertitude sur la mesure de neutralité, une solution est d'augmenter la séparation entre les électrodes. Cela a pour effet de diminuer les gradients de potentiel  $\nabla V$  et de diminuer ainsi la phase de polarisabilité intégrée dans chaque électrode. Pour un interféromètre  $164 \hbar k$  pendant une durée  $2T = 2(45 + 22)$  ms = 134 ms, la séparation entre les deux bras est de quatre centimètres. Les électrodes sont dimensionnées avec un rayon  $R = 5$  mm, une longueur  $L = 30$  mm et une séparation  $D = 10$  mm. La phase intégrée pour chacune des trajectoires des deux bras de l'interféromètre est de l'ordre du micro-radians, la contribution de l'effet de polarisabilité est alors estimée à  $10^{-29}e$ . Cette géométrie d'électrodes présente également l'avantage d'être moins

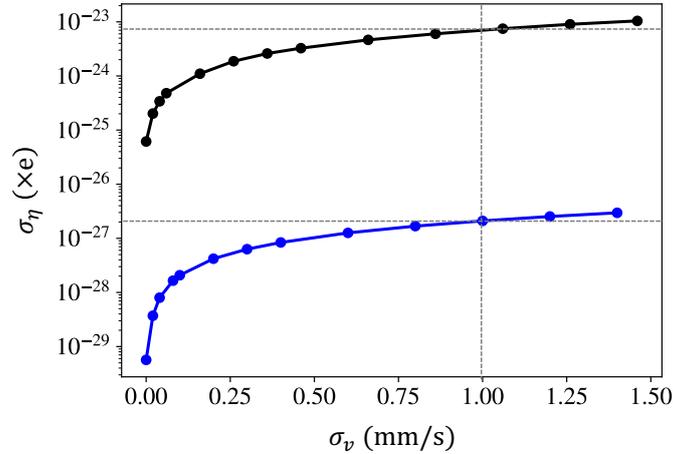


FIGURE 11 – Variation de l’incertitude  $\sigma_\eta$  en fonction d’une fluctuation de vitesse  $\sigma_v$  des atomes. La courbe noire est l’incertitude calculée pour une séparation entre les bras de l’interféromètre de 2 cm, la courbe bleue pour une séparation de 4 cm. La courbe en pointillés indique la fluctuation typique de la vitesse du centre de masse dans notre expérience.

sensible aux fluctuations de vitesse : l’incertitude estimée restant inférieure de plusieurs ordres de grandeurs par rapport à celle au niveau de l’état de l’art même pour des fluctuations de vitesse supérieures à celles mesurées sur notre expérience (fig 11). Dans cette configuration, l’effet de la phase de polarisabilité n’est donc pas limitant puisqu’il est de plusieurs ordres de grandeur en dessous du bruit de projection quantique estimé (tableau 12).

Ces résultats sont des calculs préliminaires et devront être complétés par la prise en compte d’imperfections dans les électrodes telles que des électrodes légèrement dissymétriques et des effets de rugosité du potentiel. Un autre effet systématique que nous prévoyons est le courant transitoire créé lors de la commutation des électrodes. Nous estimons cet effet à  $10^{-26}e$  [Bordoux, 2019].

### 1.3.1 Géométrie envisagée

Pour les premières mesures de neutralité, nous prévoyons d’abord de réaliser un interféromètre de  $80 \hbar k$  avec une séparation entre les deux bras de l’interféromètre de 2 cm. Pour cela, nous envisageons un interféromètre à grand

	Configuration $80\hbar k$	Configuration $164\hbar k$
<b>Séparation</b>	2cm	4cm
<b>Sensibilité (simple)</b>	$2 \times 10^{-23}e$	$4 \times 10^{-23}e$
<b>BPQ (gradiomètre)</b>	$5.7 \times 10^{-24}e$	$5.7 \times 10^{-24}e$
<b>Polarisabilité</b>	$10^{-23}e$	$7 \times 10^{-27}e$

FIGURE 12 – Tableau récapitulatif de la sensibilité sur la mesure de la neutralité pour les configurations  $80 \hbar k$  et  $164 \hbar k$ . Les sensibilités pour l’interféromètre simple et en configuration gradiomètre sont estimées après un temps d’intégration de 48 heures et un temps de cycle de 6 secondes. Le nombre d’atomes est  $N = 1 \times 10^4$ , et la visibilité  $V = 20\%$ .

transferts d’impulsion réalisé avec une série d’impulsions  $\pi$  (chapitre 4). Nous avons déjà réalisé sur notre expérience des interféromètres jusqu’à  $178 \hbar k$  avec une durée  $2T$  de l’ordre de quelques millisecondes. Ce résultat est une étape encourageante en vue du test de neutralité. Le défi pour la suite consiste à maintenir une sensibilité en phase avec une séparation aussi grande et une durée d’interféromètre  $2T > 120$  ms.

### 1.3.2 Nécessité source ultra-froide

L’interféromètre que nous envisageons pour le test de la neutralité de la matière combine grands transferts d’impulsion et longs temps d’interrogation, par conséquent deux considérations sont à prendre en compte sur la source d’atomes à utiliser. La première concerne l’expansion spatiale de la source atomique au cours de la propagation dans l’interféromètre, qui doit être la plus faible possible, afin que chaque paquet d’onde soit suffisamment peu étendu pour sonder des inhomogénéités de potentiel les plus faibles possibles. D’autre part, nous montrerons au chapitre 3 que l’efficacité de diffraction est d’autant plus grande que la dispersion en vitesse de la source est faible. Cela pose donc une deuxième contrainte qui impose d’avoir une source avec la dispersion en vitesse la plus faible possible. Il est donc indispensable de travailler avec une source d’atomes qui respecte ces deux contraintes (faible extension spatiale et faible dispersion en vitesse), c’est-à-dire une source d’atomes ultra-froids. Au delà des avantages présentés ci-dessus, cette source présente également l’intérêt d’être moins sensible aux inhomogénéités des faisceaux laser. Nous envisageons une source d’atomes d’environ  $N = 4 \times 10^4$  atomes, avec une dispersion en

vitesse de l'ordre de  $\sigma = 0.05 \hbar k$ .

### Conclusion (1.2, 1.3)

Nous proposons d'exploiter la grande séparation spatiale obtenue avec des interféromètres à bras séparés afin d'étudier l'effet de potentiels d'interaction façonnés autour des bras de l'interféromètre. La mise en place d'électrodes sur chacun des bras permettra notamment de mesurer l'effet Aharonov-Bohm scalaire directement lié à la charge de l'atome. Dans cette section nous avons étudié le dimensionnement de ces électrodes et nous avons évalué l'impact du déphasage lié à la polarisabilité induite par un champ électrique résiduel pour une géométrie d'électrodes donnée. Le dimensionnement de ces électrodes implique une séparation d'au moins deux centimètres entre les deux bras de l'interféromètre, cela revient à réaliser un interféromètre de  $80 \hbar k$  d'une durée de l'ordre de 120 ms. Pour cette séparation, la contribution de l'effet de polarisabilité est de l'ordre de  $10^{-23} e$  (tenant compte des fluctuations de vitesse du centre de masse) (fig 12).

Une deuxième version d'interféromètre est envisagée, elle consiste à réaliser une séparatrice de  $164 \hbar k$  correspondant à une séparation de quatre centimètres entre les deux bras de l'interféromètre. Pour cette configuration, la contribution de l'effet de polarisabilité est de l'ordre de  $7 \times 10^{-27} e$  (tenant compte des fluctuations de vitesse du centre de masse des atomes). Pour chacune des deux versions ( $80 \hbar k$  et  $164 \hbar k$ ) (fig 12), nous prévoyons un interféromètre à bras séparés réalisé à partir de diffraction de Bragg séquentielle. Ces interféromètres combinent grands transferts d'impulsion et longs temps d'interrogation, par conséquent il est nécessaire de travailler avec une source d'atomes ultra-froids. Nous envisageons pour cela une source avec une dispersion en vitesse  $\sigma_T = 0.05 \hbar k$  correspondant à une température effective de l'ordre du nK.

### Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé des concepts généraux d'interférométrie atomique. Nous avons notamment présenté une étude théorique de la phase de l'interféromètre permettant de rendre compte des effets de type Aharonov-Bohm et des corrections non quadratiques apparaissant pour des interféromètres atomiques à bras séparés tel que celui que nous envisageons. Dans un second temps nous avons présenté le dimensionnement de cet interféromètre à bras séparés en vue d'un test de neutralité de la matière. Les premières simulations prévoient une amélioration de la mesure de neutralité de deux ordres de grandeurs par rapport aux mesures à l'état de l'art. Cette mesure nécessite de travailler avec une source d'atomes ultra-froids dont la réalisation expérimentale est présentée dans le prochain chapitre.





## Source d'atomes ultra-froids

Depuis le développement dans les années 80 des techniques de refroidissement par laser [Chu, 1998], [Cohen-Tannoudji, 1998], [Phillips, 1998], les sources d'atomes refroidis à quelques  $\mu\text{K}$  telles que les mélasses optiques sont utilisées dans de nombreuses expériences d'interférométrie atomique. La taille finie de ces sources, ainsi que leur dispersion en vitesse limitent néanmoins la réalisation de séparatrices à grands transferts d'impulsion ainsi que l'exactitude de certaines mesures. Ces limitations peuvent cependant être dépassées grâce à l'utilisation d'ensembles d'atomes ultra-froids, tels que les condensats de Bose-Einstein [Anderson et al., 1995], [Davis et al., 1995] dont les températures effectives permettent d'atteindre la centaine de nK. D'autre part, l'utilisation de techniques de manipulation dans l'espace des phases [Ammann and Christensen, 1997] permet de réduire d'avantage cette dispersion en vitesse pour atteindre des températures sub-nK [Kovachy et al., 2015b], [Deppner et al., 2021].

La cohérence spatiale de ces sources ultra-froides permet d'améliorer la visibilité des interféromètres [Hardman et al., 2014], [Szigeti et al., 2012], leur temps d'interrogation : sur Terre [Dickerson et al., 2013], ou dans l'espace [Altschul et al., 2015], et permet également la réalisation d'interféromètres à grands transferts d'impulsion [Kovachy et al., 2015a] (chapitre 4). De plus, les sources d'atomes ultra-froids présentent l'avantage de limiter les effets liés aux inhomogénéités d'intensité et de fronts d'onde des faisceaux laser.

Ce chapitre a pour objectif de présenter les différentes étapes expérimentales menant à l'obtention d'une source d'atomes ultra-froids. Après avoir rappelé certains éléments théoriques concernant la condensation de Bose-Einstein, je présente dans un premier temps notre dispositif expérimental permettant d'ob-

tenir une source de  $3 \times 10^4$  atomes à une température effective de 30nK. Je détaille ensuite la mise en place d'un réseau optique formé à partir d'une onde stationnaire permettant d'accélérer les atomes par oscillations de Bloch. Ce réseau permettra de réaliser des interféromètres en configuration de fontaine atomique ayant accès à de longs temps d'interrogation. L'augmentation du temps de vol libre des atomes est également nécessaire pour atteindre des températures sub-nK à l'aide d'une technique de manipulation dans l'espace des phases. Les aspects théoriques ainsi que les résultats expérimentaux obtenus à partir de cette méthode seront présentés en fin de chapitre.

### 2.1 Condensation de Bose-Einstein

Dans cette partie nous rappelons les idées générales décrivant le phénomène de condensation.

Le phénomène de condensation de Bose-Einstein apparaît à la faveur d'une transition de phase quantique, il correspond à l'occupation macroscopique par un ensemble de bosons de l'état fondamental. Ce phénomène a pour la première fois été observé sur des gaz dilués en 1995 dans l'équipe de Cornell [Anderson et al., 1995], puis la même année dans le groupe de Ketterle [Davis et al., 1995]. Aujourd'hui, ce processus est bien connu et largement traité dans la littérature : [Dalfovo et al., 1999], [Ketterle et al., 1999], [Pethick and Smith, 2008], je ne résume ici que les idées principales.

Pour expliquer le phénomène de condensation, considérons le cas d'un gaz de  $N$  bosons dans un volume  $V$  à l'équilibre thermique à la température  $T$ , et caractérisé par sa densité atomique  $n = N/V$ . Nous pouvons associer à cet ensemble d'atomes une longueur caractéristique associée à la dispersion en vitesse qui est la longueur d'onde thermique de de Broglie :

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}, \quad (64)$$

avec  $k_B$  la constante de Boltzmann.

La longueur d'onde thermique est une grandeur statistique caractérisant la longueur de cohérence des paquets d'ondes associés aux atomes. Dans le cas où la longueur d'onde thermique est petite devant la distance inter-particules, le comportement du gaz est décrit par la théorie classique de Maxwell-Boltzmann.

C'est le cas par exemple pour un gaz dilué de rubidium à température ambiante ( $\lambda_T \simeq 0.01$  nm). En diminuant la température, l'extension spatiale de l'onde associée à chaque particule augmente jusqu'à ce que la longueur d'onde thermique soit de l'ordre de grandeur de la distance inter-atomique. A partir d'une certaine température critique  $T_c$ , la densité dans l'espace des phases  $\rho = n\lambda_T^3$  devient proche de 1 : les paquets d'onde se recouvrent et l'indiscernabilité des bosons donnent lieu au phénomène de condensation de Bose-Einstein.

### Condensation dans un piège harmonique

Nous nous intéressons dans un premier temps au phénomène de condensation d'un gaz idéal sans interaction dans un piège harmonique d'énergie potentielle  $U(\mathbf{r}) = \frac{m}{2} \sum_{j=1}^3 (\omega_j r_j)^2$ . Le choix d'un tel potentiel est justifié par le fait que nous utilisons expérimentalement des pièges réalisés à partir de faisceaux gaussiens, qui peuvent être approximés par un potentiel harmonique au voisinage de leur minimum. Dans ce cas, la température critique à partir de laquelle la transition de phase quantique prend place est donnée par [Dalibard, 2015] :

$$T_c = 0.94 \frac{\hbar\omega}{k_B} N^{1/3}, \quad (65)$$

où  $\omega$  est la fréquence moyenne du piège définie telle que  $\omega = \left( \prod_{j=1}^3 \omega_j \right)^{1/3}$ .

Cette température critique est associée à une valeur critique de la densité dans l'espace des phases  $\rho$ . Pour un piège harmonique, cette grandeur s'écrit comme :

$$\rho = N \left( \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^3. \quad (66)$$

Pour que la seuil de condensation soit atteint, il faut que le rapport  $T/T_c$  soit inférieur à 1. A partir des équations (65) et (66), nous déduisons alors la densité dans l'espace des phases critique :

$$\rho_c = \left( \frac{1}{0.94} \right)^3 \simeq 1.2. \quad (67)$$

Cette valeur est en accord avec l'approche qualitative sur le phénomène de condensation que nous avons faite concernant la distance inter-particules et

l'extension spatiale du paquet d'onde  $n\lambda_T^3 \simeq 1$ . Ainsi, lorsque  $\rho > \rho_c$ , les atomes s'accumulent dans l'état fondamental et le peuplent de manière macroscopique.

Ces atomes constituent alors le condensat qui, dans la limite des gaz dilués, est décrit, (dans le cas où les interactions ne sont pas prises en compte), par une seule fonction d'onde  $\Psi$  définie à partir du produit des fonctions d'onde à une particule  $|\Psi_0\rangle$  dans l'état fondamental :  $|\Psi\rangle = \prod_{i=1}^N |\Psi_0^i\rangle$ .

### Equation de Gross-Pitaevskii

Dans un condensat, les densités sont telles que les interactions inter-atomiques ne peuvent pas être négligées. Dans ce cas, l'expression de la fonction d'onde à une particule  $|\Psi_0^i\rangle$  ne se résume pas à celle de l'oscillateur harmonique à trois dimensions. Pour prendre en compte ces effets, nous ajoutons aux termes d'énergie cinétique un potentiel d'interaction  $V_{\text{int}}(|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|)$ , ne tenant compte que de la distance  $|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|$  entre deux particules du condensat :

$$H = \sum_{A=1}^N \left[ \frac{\mathbf{p}_A^2}{2m} + U(\mathbf{r}_A) \right] + \frac{1}{2} \sum_{A=1}^N \sum_{B \neq A}^N V_{\text{int}}(|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|). \quad (68)$$

Comme nous l'avons vu précédemment, un condensat de Bose-Einstein est obtenu à partir d'une accumulation de bosons dans l'état fondamental. Cet état est obtenu en minimisant l'énergie associée à l'hamiltonien (68) : la résolution de ce problème à  $N$  corps nécessite alors de considérer certaines approximations.

- La première consiste en une approximation de type Hartree, pour laquelle la fonction d'onde peut s'écrire comme le produit des fonctions d'onde à une particule :  $|\Psi\rangle = \prod_{i=1}^N |\Psi_0^i\rangle$ , comme dans le cas non-intéragissant.
- La deuxième est celle des gaz dilués, qui consiste à considérer la distance entre les atomes grande devant la portée des forces attractives ou répulsives. Dans cette approximation, les interactions sont décrites comme des collisions à deux particules. Dans le domaine que nous étudions, i.e celui des basses énergies, seules les collisions en ondes s entrent en jeu. Dans ce cas, le potentiel d'interaction  $V_{\text{int}}$  peut être approximé par un potentiel de contact tel que  $V_{\text{int}}(|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|) = g\delta(|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|)$ , où  $g$  représente le terme de couplage et est défini comme :

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}, \quad (69)$$

avec  $a$  la longueur de diffusion en ondes  $s$ .

Pour l'atome de rubidium 87,  $a = 5.272 \text{ nm} > 0$  : les interactions sont répulsives.

Avec ces approximations, la minimisation de l'énergie moyenne du système permet d'écrire, dans le régime stationnaire, l'équation de Gross-Pitaevskii indépendante du temps décrivant l'état du condensat [Rogel-Salazar, 2013] :

$$\left( \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + U(\mathbf{r}) + Ng|\Psi(\mathbf{r})|^2 \right) |\Psi(\mathbf{r})\rangle = \mu |\Psi(\mathbf{r})\rangle, \quad (70)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique.

Le terme d'interaction est de type champ moyen, pour laquelle chaque particule ressent la présence des autres particules sous la forme d'un potentiel ne dépendant que de la densité locale moyenne.

### Régime de Thomas-Fermi

Si le condensat est relativement dense :  $Na \gg a_{\text{oh}}$  (avec  $a_{\text{oh}} = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$  la taille du mode fondamental de l'oscillateur harmonique), il est possible de négliger l'énergie cinétique devant les termes de potentiel et d'interaction. Dans ce cas, le système est décrit par l'approximation de Thomas-Fermi et l'équation (70) devient une équation algébrique :

$$\left( \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2 + g|\Psi(\mathbf{r})|^2 \right) |\Psi(\mathbf{r})\rangle = \mu |\Psi(\mathbf{r})\rangle, \quad (71)$$

dont la résolution permet d'aboutir à la fonction d'onde décrivant l'état de chaque atome :

$$\begin{cases} \Psi(\mathbf{r}) = \Psi_{TF}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\mu - m\omega^2\mathbf{r}^2/2}{Ng}} & \text{si } \mu > \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2, \\ \Psi(\mathbf{r}) = 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (72)$$

La densité atomique  $n = N|\Psi(\mathbf{r})|^2$  est alors donnée par le profil de Thomas-Fermi, elle suit une parabole inversée. La taille du condensat dans une direction  $j$  de l'espace est déterminée à partir du rayon de Thomas-Fermi :

$$R_{jTF} = a_{\text{oh}} \left( 15 \frac{Na}{a_{\text{oh}}} \right)^{1/5} \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right). \quad (73)$$

Au delà de cette distance, la densité atomique est nulle.

Dans notre expérience, nous obtenons un condensat de  $N = 1 \times 10^5$  atomes pour une fréquence moyenne de piégeage de  $\omega = 2\pi \times 400$  Hz dont le potentiel est supposé harmonique. La condition :  $Na \simeq 530 \mu\text{m} \gg a_{\text{oh}} \simeq 0.5 \mu\text{m}$  est vérifiée, et l'ensemble atomique est bien décrit par l'approximation de Thomas-Fermi. Dans ce cas, la taille du condensat est donnée par les rayons de Thomas-Fermi dans les trois directions propres du piège et est de l'ordre de  $5 \mu\text{m}$ .

### Conclusion (2.1)

Dans cette partie nous avons rappelé les principales idées permettant de comprendre le phénomène de condensation. Dans le cas où le condensat est relativement dense, l'ensemble atomique est décrit par l'approximation de Thomas-Fermi et la taille du condensat donnée par les rayons de Thomas-Fermi. Pour parvenir à cette étape de condensation, plusieurs étapes de refroidissement sont nécessaires. L'obtention d'un nuage ultra-froid passe par une étape de refroidissement laser (2.2.1) permettant de capturer les atomes dans un piège conservatif (2.2.3). Ces deux étapes sont suivies par une dernière étape de refroidissement par évaporation (2.3).

## 2.2 Refroidissement laser et piège dipolaire

Les rappels théoriques ainsi que les éléments du dispositif expérimental concernant le refroidissement laser, les pièges magnéto-optiques et le chargement dans le piège dipolaire sont expliqués en détails dans les thèses de M.Bordoux [Bordoux, 2019] (piège dipolaire) et J.Alibert [Alibert, 2017] (piège magnéto-optique), c'est pourquoi je ne présente dans cette section qu'une brève vue d'ensemble de cette partie de l'expérience.

### 2.2.1 Refroidissement laser

Nous travaillons avec des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dont la transition utilisée pour le refroidissement laser est la raie  $D2$  correspondant à la transition entre les niveaux

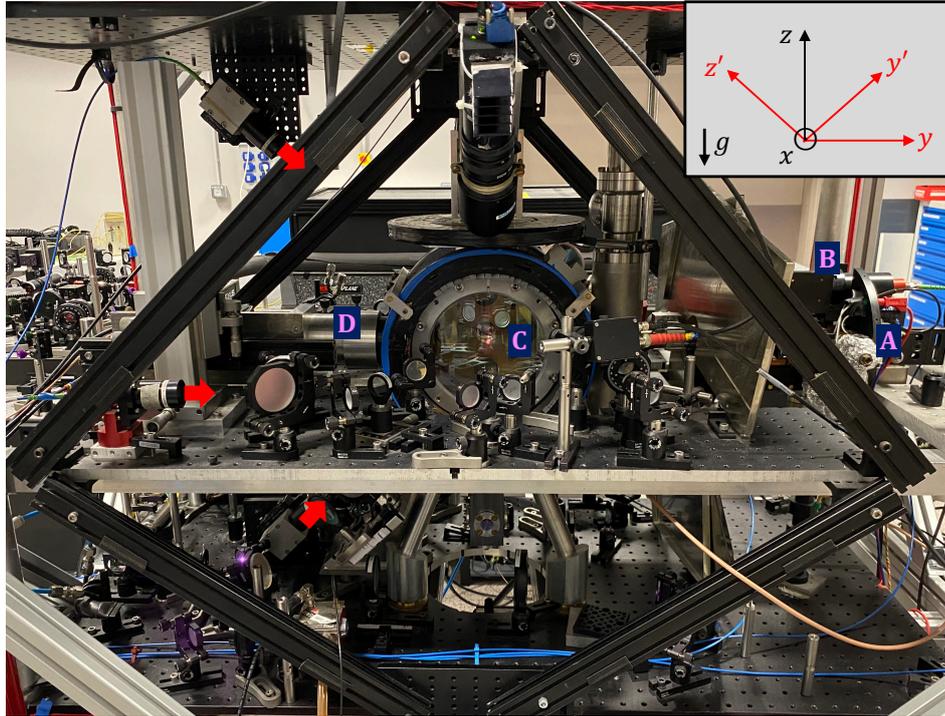


FIGURE 13 – Photo d’une partie du dispositif expérimental. La source de rubidium (A) est chargée dans un PMO 2D (B) puis est envoyée vers l’enceinte principale (C) dans laquelle se situe le PMO 3D dont les faisceaux sont représentés par les flèches rouges. Ces faisceaux sont rétro-réfléchis selon les axes propres du quadropole magnétique ( $x$ ,  $y'$  et  $z'$ ). Le système d’imagerie est représenté en (D).

$^5S_{1/2}$  et  $^5P_{3/2}$  [Steck, 2003].

Le dispositif expérimental permettant de refroidir les atomes à des températures de quelques  $\mu\text{K}$  utilise la combinaison d’un piège magnéto-optique (PMO) [Hänsch and Schawlow, 1975], [Raab et al., 1987] à trois dimensions et d’un PMO à deux dimensions (fig 13).

Le PMO 2D permet d’obtenir un jet d’atomes refroidis dans deux directions de l’espace. Ce jet d’atomes est ensuite diaphragmé à partir d’une ouverture de 0.75 mm de diamètre permettant de le diriger vers l’enceinte principale afin de charger le PMO 3D. Cette ouverture permet également de maintenir un vide différentiel entre la chambre du PMO 2D et celle du PMO 3D, afin de diminuer la charge de gaz dans l’enceinte principale où se passent la plupart

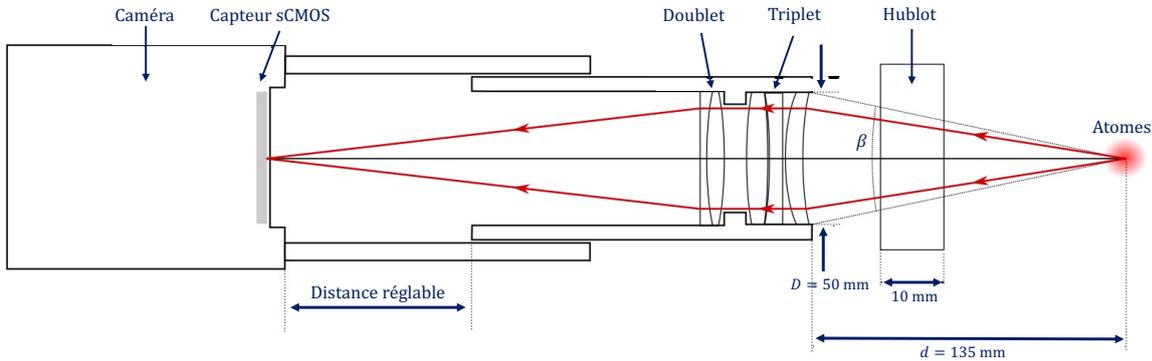


FIGURE 14 – Schéma tiré de [Bordoux, 2019] du système d'imagerie par fluorescence composé d'un triplet de lentilles faisant l'image des atomes à l'infini et d'un doublet de lentilles faisant l'image du nuage sur la caméra sCMOS.

des expériences et dans laquelle règne une pression inférieure à  $10^{-10}$  mbar. Notre PMO 3D utilise trois faisceaux laser rétro-réfléchis selon les axes propres d'un quadrupôle magnétique (représentés par les axes  $x$ ,  $y'$  et  $z'$  de la figure 13) formés par deux bobines en configuration anti-Helmoltz. A la fin du chargement dans ce PMO d'une durée de 2.5 secondes, nous obtenons une source de quelques  $10^9$  atomes à une température de l'ordre de  $150 \mu\text{K}$ .

### 2.2.2 Système de détection

La détection des atomes se fait après un temps de vol (2.3.1) grâce à un système de détection d'imagerie par fluorescence en éclairant le nuage avec les faisceaux du PMO 3D ramenés à résonance. La lumière émise par les atomes est ensuite collectée par une caméra sCMOS<sup>1</sup> de la marque Hamamatsu. L'image des atomes sur la caméra est réalisée par : i) un triplet de lentilles faisant l'image des atomes à l'infini et permettant de corriger les aberrations dues au hublot de 10 mm d'épaisseur, et ii) un doublet de lentilles de focale 150 mm faisant l'image du nuage sur la caméra (fig 14). Notre système de détection est réglé de sorte à avoir un grandissement de 1, il permet d'imager des nuages de très petites tailles, typiquement de quelques dizaines de micro-mètres (après temps de vol) (fig 15a). La position  $r$  ainsi que la taille  $\sigma$  à  $1/\sqrt{e}$  du nuage sont extraites grâce à un ajustement gaussien du profil de densité (fig 15b et

1. Référence : ORCA-Flash4.0.

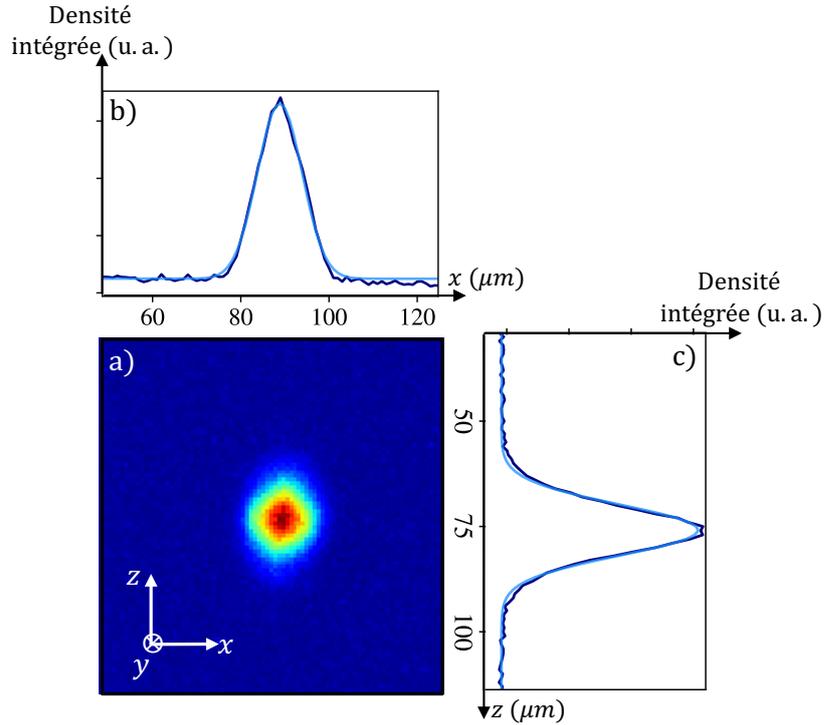


FIGURE 15 – a) Moyenne de dix images d'un nuage d'atomes condensé obtenu après un temps de vol de 5ms. Profil de densité intégrée suivant l'axe  $z$  (b) et  $x$  (c). Les courbes bleues claires représentent l'ajustement gaussien et les courbes bleues les données expérimentales.

c). Le bruit de fond présent sur chaque image de la caméra est retranché au signal total pour obtenir une meilleure estimation du nombre d'atomes. Enfin, la résolution optique du système de détection a été mesurée à  $6.5 \mu\text{m}$ , du même ordre que la taille des pixels de la caméra. La caractérisation expérimentale ainsi que la modélisation du système de détection sont détaillées dans la thèse de M.Bordoux [Bordoux, 2019].

### 2.2.3 Chargement dans le piège dipolaire

Le nuage d'atomes obtenu grâce au PMO 3D permet le chargement d'un piège dipolaire conservatif [Chu et al., 1986] appelé *piège croisé*. Le schéma de ce piège est illustré sur la figure 16a, il est réalisé à partir d'un laser fibré multimode

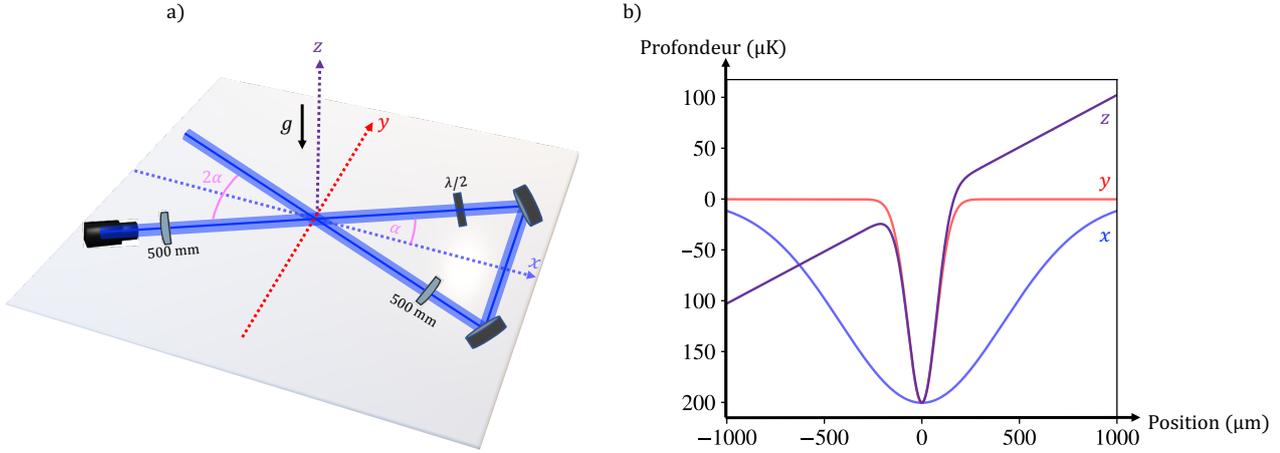


FIGURE 16 – a) Schéma du *piège croisé* formé de deux faisceaux croisés dans le plan  $(xOy)$  avec un angle  $2\alpha = 12^\circ$  et focalisés au même point avec un waist  $w_0 = 145 \mu\text{m}$ . b) Profil de potentiels dans les trois directions propres  $(x, y, z)$  du piège.

à 1070 nm de la marque IPG Photonics, dont la puissance est recyclée afin de créer deux faisceaux croisés dans le plan  $(xOy)$  avec un faible angle de  $2\alpha = 12^\circ$ . La mise en forme des faisceaux est réalisée grâce à deux lentilles de focales  $f = 500 \text{ mm}$  afin que les faisceaux focalisent au même point avec un waist  $w_0 = 145 \mu\text{m}$ . Pour éviter les interférences entre les deux faisceaux croisés, une première lame  $\lambda/2$  ajuste la polarisation du faisceau incident dans le plan  $(xOy)$  et une seconde lame  $\lambda/2$  ajuste la polarisation du faisceau recyclé dans la direction verticale.

Le profil du potentiel selon les axes propres du *piège croisé* est illustré sur la figure 16b. Pour une puissance  $P = 20 \text{ W}$  (correspondant à la puissance maximale disponible) et un waist  $w_0 = 145 \mu\text{m}$ , les fréquences calculées dans les deux directions transverses du piège sont telles que  $\omega_y/2\pi \sim \omega_z/2\pi = 180 \text{ Hz}$  et de  $\omega_x/2\pi = 50 \text{ Hz}$  dans la direction longitudinale. La fréquence moyenne  $((\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}/(2\pi))$  au chargement du *piège croisé* est alors de  $\omega/2\pi = 170 \text{ Hz}$ .

La séquence de chargement des atomes dans le *piège croisé* est représentée sur la figure 17, elle comprend deux étapes préliminaires de refroidissement. La première consiste à charger le nuage d'atomes du PMO 3D ayant une taille  $\sigma$  de l'ordre de 2 mm dans un piège dont la taille caractéristique correspond au waist des faisceaux croisés ( $145 \mu\text{m}$ ). Pour cela, le désaccord du laser refroidisseur est

augmenté à une valeur de  $-13\Gamma$  (avec  $\Gamma/(2\pi) = 6.1$  MHz la largeur naturelle de l'état excité) : cela a pour conséquence d'augmenter la force de rappel et de diminuer la diffusion de photons multiple, permettant ainsi d'augmenter la densité spatiale du nuage. Dans le même temps les gradients de champs magnétiques sont augmentés à une valeur de  $30$  G/cm.

A cette étape s'ajoute une seconde étape de mélasse optique, pendant laquelle les champs magnétiques sont coupés et le désaccord laser à nouveau augmenté, passant de  $-13\Gamma$  à  $-20\Gamma$ . Cette étape permet de diminuer la température du nuage pour atteindre une source de  $N = 2.5 \times 10^9$  atomes à une température  $T = 10$   $\mu$ K dans l'état  $F = 1$ . Durant cette étape, nous avons observé que maintenir les faisceaux du piège croisé allumés à puissance maximale permettait un chargement plus efficace du *piège croisé*. Une explication possible est liée au fait que les faisceaux dipolaires induisent un déplacement lumineux des niveaux d'énergie éloignant de résonance les laser de refroidissement. Dans ce cas, les atomes capturés par le piège n'effectuent plus de cycle d'absorption et d'émission de photons.

Après 100 ms de temps de maintien dans le *piège croisé*,  $2.5 \times 10^7$  atomes sont piégés à une température de  $15$   $\mu$ K, dans un potentiel de fréquence moyenne  $\omega/2\pi = 180$  Hz, ce qui correspond à une densité dans l'espace des phases  $\rho = 4.7 \times 10^{-3}$ .

### Conclusion (2.2)

Le chargement du PMO 3D à partir d'un PMO 2D permet d'obtenir un nuage d'atomes froids à une température de l'ordre de  $150$   $\mu$ K en  $2.5$  s. Ce nuage est ensuite chargé dans le *piège croisé* formé par le croisement de deux faisceaux à partir d'un même laser à  $1070$  nm. Après 100 ms de maintien,  $2.5 \times 10^7$  atomes sont piégés à une température de  $15$   $\mu$ K. Ce chargement des atomes dans le piège croisé permet ensuite la réalisation du refroidissement par évaporation menant à la condensation de Bose-Einstein.

## 2.3 Refroidissement par évaporation

La condensation de Bose-Einstein à partir d'un ensemble d'atomes froids est atteinte usuellement par évaporation forcée dans un piège conservatif. Ce type de refroidissement a été proposé en 1986 par H.Hess [Hess, 1986] et réalisé

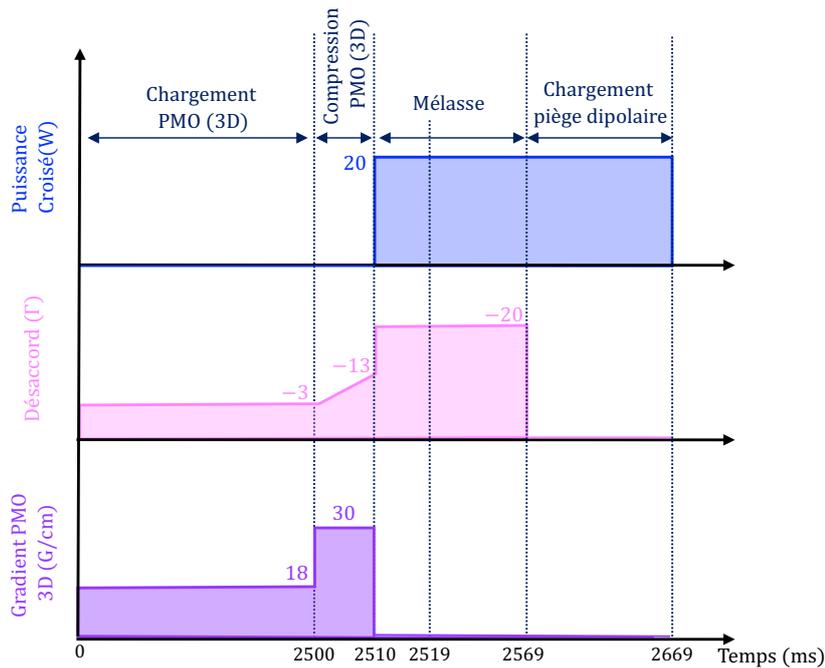


FIGURE 17 – Séquence permettant le chargement du PMO 3D dans le piège croisé.

pour la première fois sur des atomes d'hydrogène. Cette technique a ensuite permis l'obtention des premiers condensats : de rubidium en 1995 par E. Cornell [Anderson et al., 1995] et de sodium par W. Ketterle [Davis et al., 1995].

Le principe du refroidissement par évaporation consiste à retirer sélectivement d'un piège conservatif les atomes les plus énergétiques. En effet, lors d'une collision à deux corps élastique, un atome peut acquérir une énergie totale plus grande que la profondeur du piège et ainsi en être éjecté. Dans ce cas, l'énergie moyenne des atomes restants est diminuée et le nuage d'atomes se rethermalise à une température plus faible. Diminuer progressivement la profondeur du piège provoque donc un refroidissement progressif du nuage. Cette méthode de refroidissement permet de gagner plusieurs ordres de grandeur sur la densité dans l'espace des phases et ainsi d'atteindre la condensation de Bose-Einstein, au prix cependant d'une perte d'atomes significative.

Pour que le refroidissement par évaporation soit efficace, il est nécessaire d'atteindre le **régime d'emballlement**, qui correspond à un régime pour lequel le

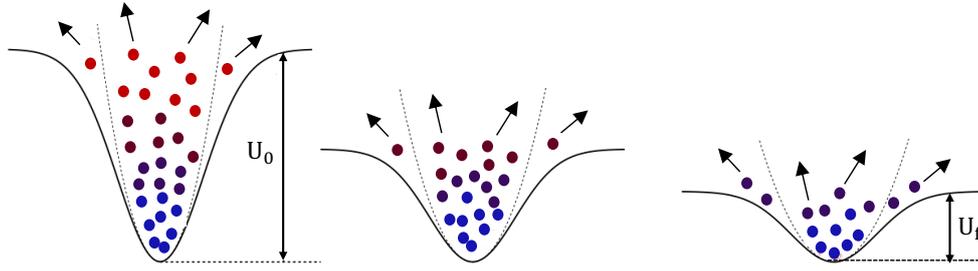


FIGURE 18 – Schéma de principe du refroidissement par évaporation : en diminuant la profondeur  $U$  du piège, les atomes les plus énergétiques sont éjectés et le nuage d'atomes restants rethermalise à une température plus basse. Les traits en pointillés représentent l'approximation harmonique au centre du piège.

taux de collisions augmente au cours de l'évaporation, permettant ainsi d'augmenter la densité dans l'espace des phases et d'atteindre plus rapidement le seuil de condensation. Pendant le processus d'évaporation, l'équilibre thermodynamique est assuré grâce aux collisions élastiques, dont le taux de collisions  $\gamma$  correspond à la probabilité qu'un atome entre en collision avec un des  $N - 1$  autres atomes. Il s'écrit [Dalibard, 2015] :

$$\gamma = \frac{m\omega^3\sigma_{\text{eff}}N}{2\pi^2k_B T}, \quad (74)$$

avec  $\sigma_{\text{eff}}$  la section efficace de diffusion et  $\omega$  la pulsation moyenne du piège harmonique.

Dans le cas d'une évaporation dans un piège optique, la diminution de la profondeur du potentiel, proportionnelle à l'intensité lumineuse  $I$ , a également pour conséquence de diminuer les fréquences de piégeage ( $\omega \propto \sqrt{I}$ ) (fig 18). Ainsi, d'après l'équation (74), il semble difficile avec un piège optique d'atteindre le régime d'emballement.

Notre géométrie utilise une configuration inspirée de [Clément et al., 2009], elle consiste à ajouter un deuxième piège fortement confinant. Pour cela nous superposons au *piège croisé* un *piège dimple* aligné à  $45^\circ$  de la verticale (fig 19a) et dont le waist  $w_0 = 30 \mu\text{m}$  est beaucoup plus petit que celui du *piège croisé*.

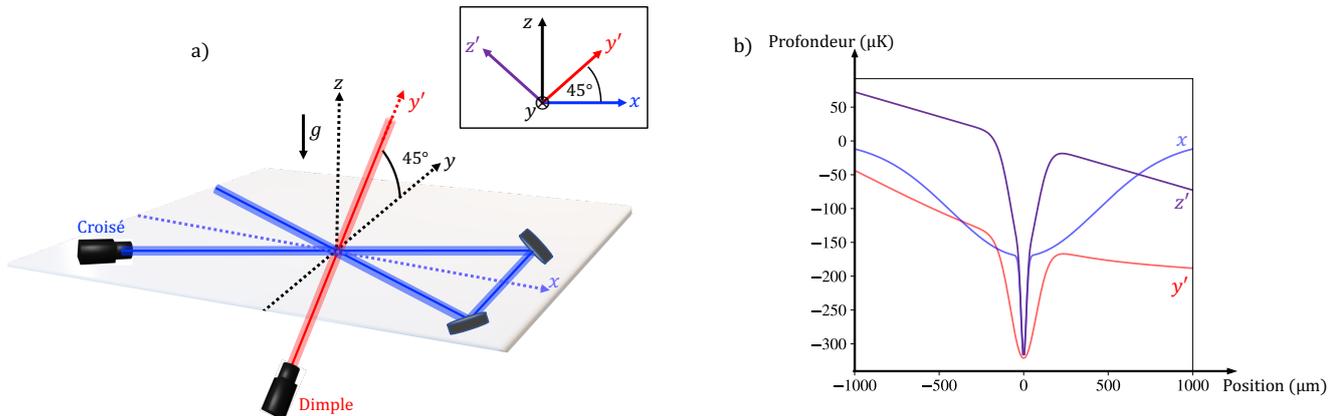


FIGURE 19 – a) Schéma des pièges *croisé* (bleu) et *dimple* (rouge) utilisés pour réaliser le piège dipolaire conservatif lors du refroidissement par évaporation. b) Profil des potentiels des pièges *croisé* et *dimple* pour les puissances utilisées en début d'évaporation. La géométrie à  $45^\circ$  du piège *dimple* permet de découpler fréquences, (dominées par  $\omega_x$  et  $\omega'_z$ ) et profondeur du piège (dominée par la profondeur du piège croisé suivant l'axe  $y'$ ) au cours de l'évaporation.

Cette configuration permet d'augmenter les fréquences<sup>2</sup> de piégeage grâce au *dimple* et de contrôler indépendamment la profondeur à partir de la puissance du piège *croisé* en s'aidant de la force de gravité. De cette façon, il est possible d'atteindre le régime d'emballement dans un piège optique. Les profils des potentiels des pièges *croisé* et *dimple* pour les puissances utilisées en début d'évaporation sont représentés sur la figure 19b. L'ajout du *dimple* permet un confinement important suivant l'axe longitudinal du *croisé* (axe  $x$ ) ainsi que l'axe transverse à  $45^\circ$  de la verticale (axe  $z'$ ). En revanche, le confinement suivant l'axe longitudinal du *dimple* (axe  $y'$ ), est principalement lié au *croisé*. Cet axe correspond à la voie de sortie la plus favorable pour les atomes. Dans cette configuration, la profondeur du piège est alors principalement gouvernée par la puissance des faisceaux du piège *croisé* tandis les fréquences transverses du piège sont dominées par celles du *dimple*. De cette façon, nous découplons partiellement fréquence et profondeur de piégeage au cours de l'évaporation, permettant ainsi de maintenir un taux de collisions élevé tout en baissant la profondeur.

2. Les accès optiques sur notre dispositif expérimental nous contraignent à un angle de 45 degrés.

### 2.3.1 Réalisation expérimentale

Le piège *dimple* est créé à partir d'un laser de la marque Keopsys de longueur d'onde  $\lambda = 1560$  nm, qui délivre une puissance totale  $P = 15$  W. Seuls 8 W sont utilisés pour le piège *dimple*, le reste de puissance étant pour la génération du doublage de fréquence du *réseau de Bragg* (chapitre 3). Le contrôle en puissance se fait avec un modulateur acousto-optique (AOM) dont l'efficacité de diffraction maximale est d'environ 70%. En sortie de cet AOM, nous obtenons une puissance de 5.2 W qui est couplée dans une fibre monomode. La puissance en sortie de fibre est de 2.5 W, et la mise en forme du faisceau (représentée sur la figure 20) est ensuite réalisée pour obtenir un piège avec un waist  $w_0 = 30$   $\mu\text{m}$  aligné à  $45^\circ$  par rapport à la verticale (fig 19). Nous obtenons des fréquences de piègeages transverses d'environ  $\omega/2\pi = 700$  Hz, ce qui permet ainsi d'augmenter le taux de collisions au début de l'évaporation.

En plus des pièges *croisé* et *dimple*, un troisième piège (piège *AzurLight*) est ajouté dans la direction transverse au *croisé* (fig 20), il permet principalement d'augmenter le nombre d'atomes capturés en début d'évaporation en évitant les fuites d'atomes dans la direction longitudinale du *croisé*. Ce piège est issu d'un laser de la marque *AzurLight* de longueur d'onde  $\lambda = 1064$  nm dont la puissance maximale est de 40 W. Le contrôle et la mise en forme de ce piège sont détaillés dans la section 2.4. L'utilisation première du laser *AzurLight* est la création du *réseau de lancement*, dont une description sera également détaillée dans la section 2.4. Pour créer le piège dipolaire, nous n'utilisons alors qu'un seul des deux bras de ce réseau (fig 20) : le waist sur les atomes est de  $w_0 = 80$   $\mu\text{m}$  et la puissance en début d'évaporation de 5 W.

### Rampes d'évaporation

La séquence d'évaporation est représentée sur la figure 21a. La première étape consiste à maximiser le nombre d'atomes capturés en début d'évaporation. Pour cela nous allumons les pièges *croisé* et *AzurLight* à leur puissance maximale pendant une durée de 100 ms. A la fin du chargement dans ces deux pièges, nous ajoutons une deuxième étape d'une durée de 500 ms, pendant laquelle a lieu la première étape d'évaporation provoquée par la diminution de la profondeur du piège *croisé*. Pendant ce même temps, nous maintenons maximale la puissance du piège *AzurLight* afin de limiter les fuites dans l'axe longitudinal du *croisé* et le

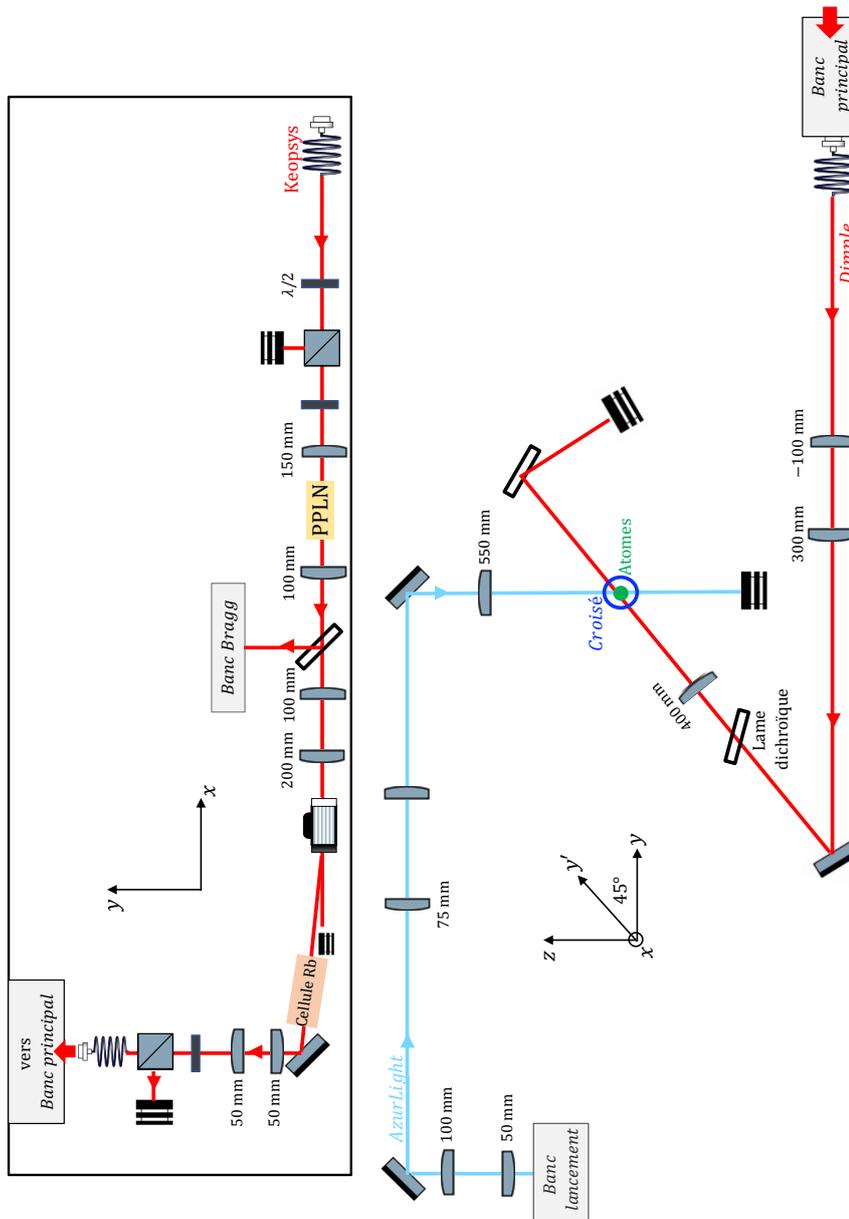


FIGURE 20 – Schéma optique pour la création des pièges *dimple* (rouge) et *AzurLight* (bleu clair). Le schéma encadré indique la mise en forme du faisceau Keopsys (1560 nm) pour l'injection du *dimple* dans une fibre permettant d'être amenée sur le *banc principal*. Le second schéma représente le *banc principal* et indique la mise en forme des faisceaux i) *AzurLight* (1064 nm) permettant d'obtenir un waist  $w_0 = 80 \mu\text{m}$  sur les atomes et ii) *dimple* dont le waist est  $w_0 = 30 \mu\text{m}$ . Le schéma du *banc lancement* et du *banc Bragg* sont détaillés respectivement dans la section 2.4.1 et dans le chapitre 3.

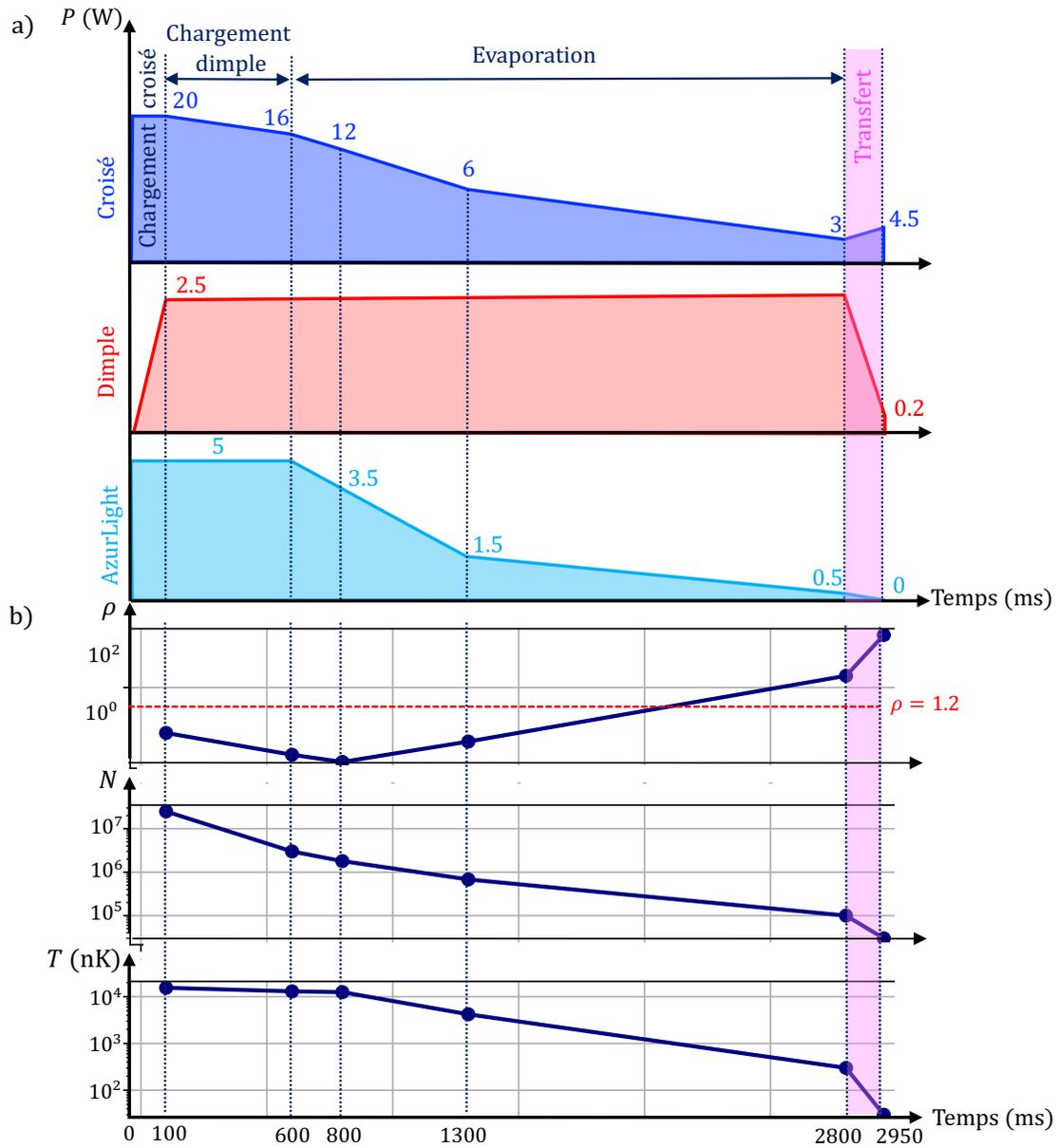


FIGURE 21 – a) Ranges de puissance utilisées pour les trois pièges dipolaires : croisé (bleu), dimple (rouge) et AzurLight (bleu clair) au cours de l'évaporation. b) Evolution du nombre d'atomes  $N$ , de la température  $T$  et de la densité dans l'espace des phase  $\rho$  au cours de la séquence d'évaporation. La ligne rouge indique le seuil de condensation pour lequel  $\rho > 1.2$ .

piège *dimple* est allumé à puissance maximale. Cette étape est inefficace du point de vue du refroidissement par évaporation puisque la densité dans l'espace des phases diminue, elle permet néanmoins de charger efficacement les atomes dans le piège *dimple*. Nous maintenons ensuite la puissance du *dimple* élevée pendant toute la durée de l'évaporation, alors que nous diminuons progressivement la puissance des pièges *croisé* et *AzurLight*. La transition de phase amenant à la condensation est réalisée pendant la dernière rampe d'évaporation, nous obtenons finalement un condensat avec une évaporation de 2.8 s (fig 21b).

### Mesure de la température par temps de vol

Afin de mesurer la température du nuage d'atomes, nous utilisons la méthode dite de temps de vol (tof). Cette méthode est fréquemment employée dans les expériences d'atomes froids, elle consiste à couper de manière soudaine les pièges dans lesquels sont confinés les atomes, puis d'analyser leur densité spatiale durant leur chute libre. Après un temps d'expansion suffisamment long, elle donne accès à la distribution de vitesse dans le nuage.

- Dans le cas d'un nuage thermique, la densité spatiale du nuage d'atomes est donnée par la distribution de Maxwell-Boltzmann, elle peut être ajustée par une distribution gaussienne centrée sur le nuage d'atomes et dont l'écart-type  $\sigma$  caractérise la taille du nuage dont l'évolution temporelle est donnée par :

$$\sigma(t) = \sqrt{\left(\sigma_0^2 + \frac{k_B T}{m} t^2\right)}, \quad (75)$$

où  $\sigma_0$  correspond à la taille du nuage dans le piège et  $t$  est le temps de vol libre.

- Dans le cas d'un nuage condensé, l'approximation de Maxwell-Boltzmann n'est plus valable : la densité spatiale suit une parabole inversée et l'évolution de la taille du condensat est donnée par [Castin and Dum, 1996].

Le nuage condensé, dont la taille est donnée par le rayon de Thomas-Fermi (73), est plus petit et plus dense que le nuage thermique, cela se traduit par la présence d'une double structure sur le profil de densité du nuage au seuil

de condensation. Plus la densité dans l'espace des phases augmente et plus l'amplitude du profil condensé est marquée, la base du profil correspondant au nuage thermique disparaissant progressivement pour laisser place à un nuage complètement condensé.

Le profil de densité intégré selon l'axe d'imagerie (i.e. dans la direction de la gravité) d'un nuage partiellement condensé correspond à la somme des densités du nuage thermique et du nuage condensé, il s'écrit comme [Castin and Dum, 1996] :

$$n(\mathbf{r}) = n_{\text{th}}(0) \left[ \exp \left\{ - \left( \frac{x}{\sigma_{x,\text{th}}} \right)^2 - \left( \frac{z}{\sigma_{z,\text{th}}} \right)^2 \right\} \right] + \max \left[ n_c(0) \left[ 1 - \left( \frac{x}{\sigma_{x,\text{th}}} \right)^2 - \left( \frac{z}{\sigma_{z,\text{th}}} \right)^2 \right], 0 \right], \quad (76)$$

où  $n_{\text{th}}(0)$  et  $n_c(0)$  représentent respectivement les densités thermique et condensées au centre.

Compte tenu de l'angle de vue de la caméra sur notre dispositif expérimental<sup>3</sup>, il est difficile d'observer la structure bimodale du nuage partiellement condensé : nous utilisons alors des profils gaussiens pour estimer la densité du nuage d'atomes. Pour plusieurs valeurs de temps de vol, nous mesurons l'expansion spatiale du nuage grâce à la relation (75). Cette mesure permet de caractériser la dispersion en vitesse du condensat. La température d'un condensat étant par définition nulle, nous lui attribuons néanmoins une température effective traduisant la dispersion en vitesse du nuage due aux collisions. A la fin de la séquence d'évaporation, nous obtenons un condensat de  $N = 1 \times 10^5$  atomes à une température effective de  $T = 300$  nK.

### 2.3.2 Transfert dans le piège le moins confinant

Le refroidissement par évaporation a permis de franchir le seuil de condensation pour atteindre un condensat à une température effective de 300 nK. Néanmoins, pour les expériences de diffraction et d'interférométrie que nous réalisons, nous devons utiliser une source d'atomes avec une plus faible dispersion en vitesse.

---

3. L'angle de vue de la caméra et les contraintes d'accès optiques pour observer les directions propres du pièges sont détaillés dans la thèse de M.Bordoux [Bordoux, 2019].

En effet, la diminution de la température du nuage est essentielle pour augmenter l'efficacité de diffraction lors des transitions de Bragg (chapitre 3). Une faible expansion transverse est également nécessaire dans le cadre d'un test de neutralité de la matière, puisque le condensat devra passer dans des électrodes (chapitre 1).

Afin de diminuer d'avantage la dispersion en vitesse, le nuage est transféré en fin d'évaporation dans le piège *croisé* dont les fréquences sont beaucoup plus faibles que celles du piège *dimple*. Cette étape de décompression permet de diminuer l'énergie d'interaction, qui est responsable de la dispersion en vitesse des atomes en vol libre. Durant cette étape, nous abaissons progressivement la puissance du *dimple* afin de transférer adiabatiquement les atomes dans le piège *croisé*. En parallèle, nous remontons la puissance du piège *croisé* afin de conserver une profondeur suffisamment grande pour compenser la gravité (fig 21a). A la fin de cette rampe d'une durée de 150 ms, les atomes sont piégés uniquement dans le piège *croisé* : la fréquence moyenne du piège passant alors de  $2\pi \times 400$  Hz à  $2\pi \times 180$  Hz. Cette étape de décompression est accompagnée d'une évaporation, elle nous permet d'obtenir un nuage de  $N = 3 \times 10^4$  atomes à une température effective de  $T = 30$  nK.

L'étape de transfert dépend finement de l'alignement entre le piège *croisé* et le *dimple* et de la puissance des faisceaux, ainsi il est difficile de contrôler précisément la dynamique du centre de masse du nuage pendant la décompression dans le piège *croisé*. Par conséquent, nous mesurons une fluctuation coup à coup de la vitesse du centre de masse de l'ensemble atomique après l'étape de transfert d'environ  $0.8$  mm/s  $\sim 0.1 v_r$ , (avec  $v_r = 5.88$  mm/s la vitesse de recul). Nous verrons néanmoins dans la section 2.5 que cette fluctuation peut être diminuée en utilisant une technique de manipulation dans l'espace des phases.

### 2.3.3 Purification du condensat par distillation de spin

La présence d'un champ magnétique inhomogène spatialement ou fluctuant entraîne une réduction de la visibilité en sortie d'interféromètre, induite par des déphasages acquis par les atomes dans les différents sous-niveaux Zeeman. L'utilisation d'un condensat polarisé dans le sous-niveau  $m_F = 0$ , insensible au premier ordre au champ magnétique, permet de s'affranchir partiellement de

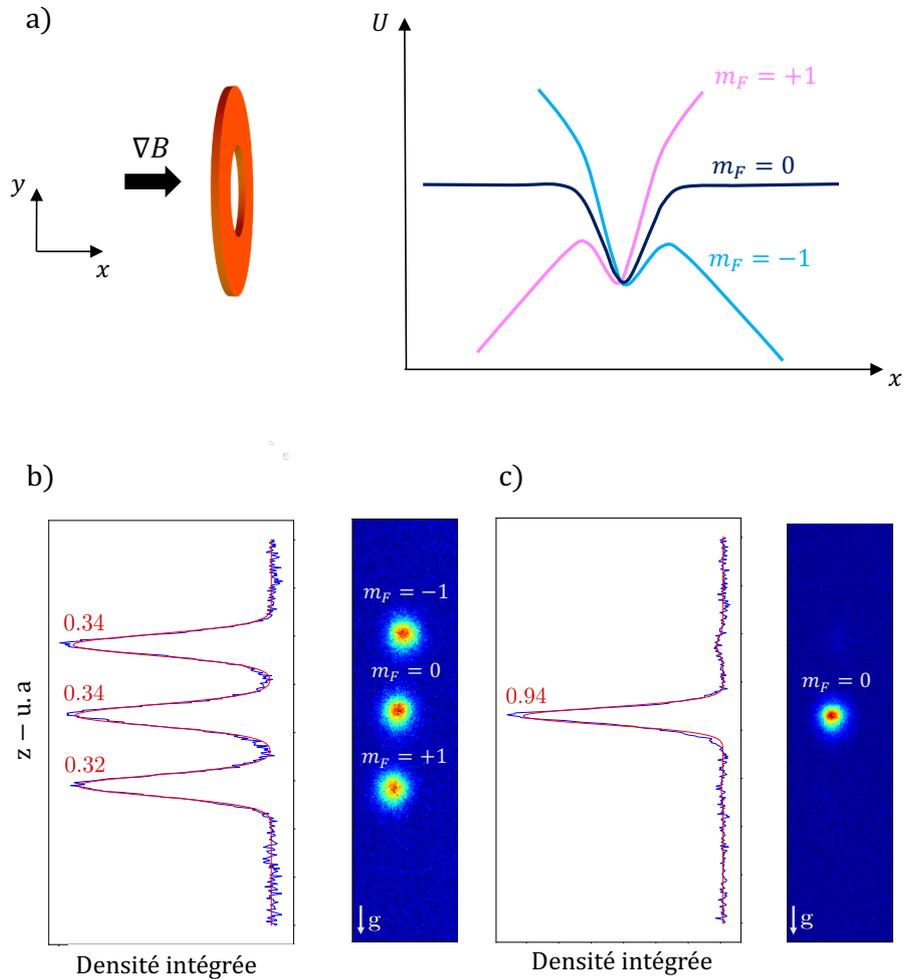


FIGURE 22 – a) Potentiel de piégeage vu par les atomes dans chacun des sous niveaux  $m_F$  lors de l'ajout d'un gradient de champ magnétique. L'analyse de la population dans les différents sous-niveaux Zeeman par expérience de Stern et Gerlach est ensuite réalisée. b) Une répartition équivalente dans les trois sous-niveaux est observée lorsque la séquence d'évaporation est effectuée en l'absence de gradient de champ magnétique. c) Lorsque le gradient de champ magnétique dans la direction orthogonale à la verticale est allumé pendant l'évaporation, nous observons une purification dans l'état  $m_F = 0$ .

ces effets.

Les atomes sont préparés par dépompage à la fin de l'étape de mélasse dans le niveau hyperfin  $F = 1$  avant le début de l'évaporation. En l'absence de champ magnétique, ils sont évaporés de manière équiprobable dans les sous-niveaux Zeeman  $m_F = -1, 0$  et  $+1$  et le condensat est alors réparti sur chaque sous-niveau  $m_F$  (fig 22 b).

En ajoutant un gradient de champ magnétique au cours de l'évaporation, une force magnétique est ajoutée. Ainsi, la profondeur du piège vue par les atomes sera différente en fonction du sous-niveau dans lequel ils se trouvent. Cette force magnétique se met sous la forme :

$$F = -g_F m_F \mu_B \nabla B, \quad (77)$$

avec  $g_F = -1/2$  (pour  $F = 1$ ) le facteur de Landé et  $\mu_B$  le magnéton de Bohr.

Pour un gradient de champ horizontal, il est possible de diminuer la profondeur du piège pour les sous-niveaux  $m_F = \pm 1$ , tandis qu'elle reste inchangée pour  $m_F = 0$  (fig 22a). Ainsi, les atomes dans les sous-niveaux  $m_F \pm 1$  s'évaporent préférentiellement, ce qui permet une purification du nuage dans l'état  $m_F = 0$  au cours de l'évaporation. Cette méthode est appelée **distillation de spin**. Nous caractérisons la répartition des atomes dans les sous-niveaux Zeeman en faisant une analyse de Stern et Gerlach en appliquant un gradient de champ magnétique dans la direction verticale pendant la chute libre des atomes. L'application d'un gradient  $\nabla B = 0.6 \text{ G/cm}$  dans la direction opposée à la verticale pendant l'évaporation nous permet ainsi d'obtenir un condensat purifié dans l'état  $m_F = 0$  (fig 22c).

### Conclusion (2.3)

Dans cette partie nous avons montré qu'une technique telle que le refroidissement par évaporation dans un piège tout-optique nous permet d'obtenir un nuage condensé de  $N = 1 \times 10^5$  atomes à une température effective de 300 nK dans l'état  $m_F = 0$ . Une étape supplémentaire consistant à transférer les atomes dans le piège le moins confinant permet de diminuer d'avantage cette dispersion en vitesse afin d'obtenir une source de  $3 \times 10^4$  atomes et une température effective de 30 nK. Cette faible dispersion en vitesse augmente l'efficacité de diffraction de Bragg à ordre élevé (chapitre 3) et permet ainsi la réalisation d'interféromètres à grands transferts d'impulsion (chapitre 4).

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons à la mise en place d'un réseau optique (2.4) permettant de lancer les atomes. Ce réseau permettra de réaliser des interféromètres en configuration de fontaine atomique ayant accès à de longs temps d'interrogation. D'autre part, des temps de vol plus longs permettent d'atteindre des régimes sub-nK grâce à des techniques de manipulation dans l'espace des phases appelées "delta-kick collimation", nous présentons cette technique ainsi que les résultats obtenus à la section 2.5.

## 2.4 Réseau de lancement

Le champ de vue de notre système de détection limite actuellement le temps de chute libre à 35 ms. Cette limite contraint alors les durées d'interrogation lors d'expériences d'interférométrie. Afin d'augmenter ce temps de vol libre, nous avons mis en place un réseau optique que nous appelons *réseau de lancement* permettant d'accélérer les atomes par **oscillations de Bloch**. La mise en place expérimentale de ce réseau ainsi que les premières analyses de lancement sont présentées dans cette section.

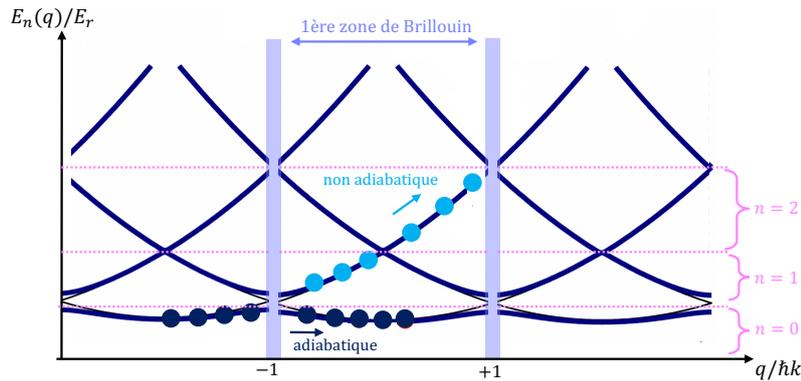


FIGURE 23 – Structure de bande dans le régime de liaisons faibles  $U_0 \ll E_r$ . A chaque bord de zone de Brillouin des croisements évités sont observés. Lors d’une oscillation de Bloch, si l’accélération est suffisamment faible, l’atome suit adiabatiquement la bande fondamentale à chaque croisement évité et la quasi-impulsion  $q$  évolue continûment. A chaque oscillation, l’impulsion est augmentée de  $2\hbar k$ .

### 2.4.1 Principe des oscillations de Bloch

Les atomes sont lancés à l’aide d’un réseau optique accéléré verticalement. Ce processus permet d’accélérer les atomes en leur transférant un nombre déterminé d’impulsions de recul. Pour cela, les atomes sont chargés adiabatiquement dans un réseau optique auquel on applique une accélération constante. Si cette accélération est suffisamment faible, les atomes ont un mouvement périodique que l’on appelle oscillations de Bloch [Ben Dahan et al., 1996]. Chaque oscillation dans le réseau permet d’augmenter l’impulsion des atomes de  $2\hbar k$ , où  $k = 2\pi/\lambda_{\text{réseau}}$ .

Pour comprendre le principe des oscillations de Bloch dans un réseau accéléré, nous nous intéressons dans un premier temps au cas d’un réseau stationnaire, qui permet d’introduire le formalisme de Bloch. Nous verrons ensuite comment les atomes peuvent être lancés à partir d’un réseau soumis à une accélération constante. Le raisonnement qui suit s’appuie sur [Cladé, 2005].

#### Théorème de Bloch

Considérons un atome soumis à deux faisceaux contra-propageants suivant  $z$ , d’amplitude  $E_0$ , de vecteur d’onde  $k$  et de même polarisation. Le champ résultant de l’interférence entre ces deux faisceaux s’écrit :  $E(z) = 2E_0 \cos(kz)$ ,

et permet de créer une onde stationnaire dont l'hamiltonien associé est celui d'un potentiel périodique de période spatiale  $d = \lambda/2$  :

$$\begin{aligned}\hat{H}_s &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{U_0}{2} (1 + \cos(k\hat{z})), \\ &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{U}(z),\end{aligned}\tag{78}$$

où  $U(z) = U(z + d)$  est le potentiel périodique vu par les atomes.

De par la périodicité du potentiel, cet hamiltonien est invariant par translation selon  $z$  par multiple de la période  $d$ . Par conséquent, il commute avec l'opérateur de translation  $\hat{T}_d = e^{i\hat{p}d/\hbar}$  tel que  $[\hat{H}_s, \hat{T}_d] = 0$ . Il existe donc une base pour laquelle les vecteurs propres de  $\hat{H}_s$  correspondent aux vecteurs propres de  $\hat{T}_d$ , dont les valeurs propres sont  $e^{iqd}$ , où  $q \in ]-\pi/d; \pi/d]$  est appelée **quasi-impulsion**.

Les états propres associés aux valeurs propres de l'opérateur  $\hat{T}_d$  sont définis par les fonctions d'ondes :

$$\boxed{\Psi_q(z) = e^{iqz} u_q(z),}\tag{79}$$

où  $u_q$  est une fonction de période  $d$ . Ce résultat est connu sous le nom de théorème de Bloch [Bloch, 1929].

Notons que dans le cas d'un réseau stationnaire, la quasi-impulsion  $q$  est conservée. En effet, comme le système est invariant par translation, nous pouvons écrire :

$$[\hat{H}_s, \hat{T}_d] = [\hat{H}_s, \hat{p}] = 0\tag{80}$$

En écrivant l'équation d'Heisenberg associée à  $\hat{p}$ , il vient :

$$i\hbar \frac{d\hat{p}}{dt} = [\hat{p}, \hat{H}_s].\tag{81}$$

Puisque  $[\hat{p}, \hat{H}_s] = 0$ , l'équation (81) permet d'écrire  $\frac{d\hat{p}}{dt} = 0$  : par conséquent l'invariance de translation implique la conservation de l'impulsion, et donc également de la quasi-impulsion  $q$ . Ainsi pour un réseau stationnaire, la quasi-impulsion est indépendante du temps.

A partir du théorème de Bloch et en résolvant l'équation de Schrödinger  $\hat{H}_s \Psi_q(z) = E_q \Psi_q(z)$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} \left( \frac{(\hat{p} + \hbar q)^2}{2m} + U(z) \right) u_q(z) &= E(q) u_q(z), \\ \equiv \boxed{H_q u_q(z) = E(q) u_q(z)}. \end{aligned} \quad (82)$$

De part la périodicité de la fonction  $u_q(z)$ , l'hamiltonien  $H_q$ , appelé hamiltonien de Bloch, possède un ensemble d'états propres qui sont des solutions périodiques. Ces états sont appelés états de Bloch  $|n, q\rangle$ . Ils sont caractérisés par l'indice  $n$ , la quasi-impulsion  $q$ , et s'écrivent comme  $\langle z | n, q \rangle = u_{n,q}(z) e^{iqz}$ . Les valeurs propres associées à ces états sont définies par les énergies  $E_n(q)$ . Pour chaque indice  $n$ , l'énergie  $E_n(q)$  forme une bande continue, séparée des autres bandes d'énergie. Il est alors possible de représenter ces bandes d'énergie pour  $U_0 \ll E_r$  et en fonction de  $q$ , cette représentation est appelée structure de bande (fig 23). La structure de bande suit la périodicité du réseau, et l'intervalle  $]-\pi/d; \pi/d]$  correspond à la première zone de Brillouin.

### Oscillations de Bloch

Nous nous intéressons maintenant au cas où la vitesse du réseau n'est pas constante telle que  $v(t) = \Delta\omega(t)/(2k)$ . Dans le cas où le réseau est soumis à une accélération  $a$  constante, les atomes voient, dans le référentiel du réseau, une force  $F = ma$ . Dans ce cas, l'hamiltonien (78) se réécrit tel que :

$$\hat{H}_a = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{U}(z) - F\hat{z}, \quad (83)$$

Contrairement au cas du réseau stationnaire, cet hamiltonien n'est pas invariant par translation dans la direction  $z$ . Dans ce cas, la quasi-impulsion  $q$  n'est pas conservée, et les états de Bloch définis précédemment ne sont, à priori, plus des états propres du système.

L'évolution au cours du temps de la quasi-impulsion est reliée, puisqu'elle est valeur propre de l'opérateur de translation, à l'évolution de  $\hat{T}_d$  telle que :

$$\begin{aligned} -i\hbar \frac{d}{dt} \hat{T}_d &= [\hat{H}_a, \hat{T}_d] = \overbrace{[\hat{H}_s, \hat{T}_d]}^{=0} + [-F\hat{z}, \hat{T}_d] \\ &= -F[\hat{z}, e^{i\hbar\hat{d}}] \\ &= Fd\hat{T}_d. \end{aligned} \quad (84)$$

La résolution de l'équation différentielle  $-i\hbar \frac{d}{dt} \hat{T}_d = Fd\hat{T}_d$  permet d'écrire :  $T_d(t) = e^{i/\hbar Fdt} T_d(0)$ . Par conséquent, un état propre de l'opérateur de  $\hat{T}_d$  reste un état propre au cours de temps, et l'évolution de ses valeurs propres suivent la même évolution que l'équation (84) tel que :

$$-i\hbar \frac{d}{dt} e^{iqd} = FdT_d. \quad (85)$$

L'évolution de la quasi-impulsion est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= \frac{F}{\hbar}, \\ \Rightarrow q(t) &= q_0 + \frac{F}{\hbar}t. \end{aligned} \quad (86)$$

Les états propres du système sont finalement décrits par :

$$\langle z|n, q(t)\rangle = u_{n,q}(z, t) e^{iq(t)z}, \quad (87)$$

et sont solutions de l'équation de Schrödinger pour l'hamiltonien de Bloch (82) en considérant  $q(t)$  :

$$\hat{H}_{q(t)} = \frac{(\hat{p} + \hbar q(t))^2}{2m} + \hat{U}(z). \quad (88)$$

Considérons un réseau stationnaire pour lequel l'état propre  $|n, q_0\rangle$  est défini à l'instant  $t = 0$ . Pour une faible accélération du réseau (ou de manière équivalente une force  $F$  faible) le système va évoluer dans l'état de même indice  $n$ . Après évolution, l'état propre devient alors  $|n, q(t)\rangle$ . Il s'agit du **théorème adiabatique**. Ainsi, l'atome reste dans la même bande d'énergie  $n$ , et la quasi-impulsion  $q$  évolue continûment et parcourt la zone de Brillouin (fig 23) en un temps  $\tau_B$  appelé période de Bloch :

$$\tau_B = \frac{2\hbar k}{ma}. \quad (89)$$

Les atomes acquièrent alors un mouvement périodique appelé oscillation de Bloch. La vitesse moyenne des atomes par rapport au réseau est donnée par la quasi-impulsion  $q$  et évolue alors périodiquement dans le temps entre  $\pm\hbar k$ . Sur une période de Bloch, cette vitesse moyenne est nulle. Comme le réseau se déplace dans le référentiel du laboratoire, les atomes sont alors accélérés dans ce même référentiel et leur impulsion augmentée de  $2\hbar k$  à chaque oscillation.

### 2.4.2 Critère d'adiabaticité

Pour que l'accélération des atomes soit efficace, i.e. que la quasi-impulsion parcourt  $N$  zones de Brillouin en restant dans la même bande d'énergie d'indice  $n$ , il faut que la force appliquée soit suffisamment faible pour éviter des transitions inter-bandes. Dans ce cas, l'accélération  $a$  doit respecter le critère d'adiabaticité telle que [Cladé, 2014] :

$$a \ll \frac{\Omega^2}{k}, \quad (90)$$

où  $\Omega$  est une fonction de la profondeur du réseau  $U_0$  traduisant l'écart en énergie à chaque croisement évité en bord de zone de Brillouin (fig 23).

La probabilité qu'un atome change de bande au cours de l'accélération est donnée par le critère de Landeau-Zener et s'écrit :

$$P_{LZ} = e^{-\left(\frac{a_c}{a}\right)}. \quad (91)$$

où  $a_c$  est l'accélération critique à partir de laquelle le critère d'adiabaticité n'est plus respecté.

Pour  $N$  oscillations de Bloch effectuées, i.e. un gain en impulsion de  $2N\hbar k$ , la probabilité d'atomes restants à la fin de l'accélération s'écrit donc comme :

$$P = (1 - P_{LZ})^N = \left(1 - e^{-\left(\frac{a_c}{a}\right)}\right)^N. \quad (92)$$

Une accélération suffisamment faible permet donc de limiter les pertes LZ et conserve un nombre maximal d'atomes à la fin d'une oscillation de Bloch.

### Chargement adiabatique du réseau

Un autre élément essentiel pour réaliser un lancement efficace est lié au chargement des atomes dans le réseau. En effet, un chargement adiabatique permet de s'assurer que les atomes dans l'état d'impulsion  $|p\rangle$  ne peuplent que l'état propre du réseau  $|0, q\rangle$  dans la bande fondamentale. Ce chargement adiabatique est réalisé lorsque [Denschlag et al., 2002] :

$$\langle i, q | \frac{\partial H}{\partial t} | 0, q \rangle \ll \frac{\Delta E^2(q, t)}{\hbar}, \quad (93)$$

où  $\Delta E$  est la différence d'énergie entre l'état fondamental  $|0, q\rangle$  et le premier état excité  $|i, q\rangle$ , i.e. ici  $i = 1$ .

Afin de satisfaire au critère d'adiabaticité (93), le chargement des atomes est réalisé en augmentant linéairement l'intensité du réseau pendant un temps  $\tau$ . Dans ce cas, l'évolution de la profondeur du réseau au cours du temps s'écrit :  $U_0 = t \times \mathcal{U}_0/\tau$  (avec  $\mathcal{U}_0$  la profondeur maximale du réseau). En notant que  $\langle i, q | \frac{\partial H}{\partial t} | 0, q \rangle$  est toujours inférieur à  $\frac{dU_0}{dt}$ , nous pouvons alors réécrire (93) :

$$\langle i, q | \frac{\partial H}{\partial t} | 0, q \rangle \ll \frac{\mathcal{U}_0}{\tau}. \quad (94)$$

La différence entre deux bandes d'énergie est au minimum de  $4 E_r$  [Dalibard, 2013] (avec  $E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$  l'énergie de recul). A partir des équations (93) et (94), nous pouvons alors déterminer le temps  $\tau$  minimal permettant un chargement adiabatique du réseau :

$$\tau \gg \frac{\mathcal{U}_0 \hbar}{16 E_r^2}. \quad (95)$$

Pour les protocoles utilisés dans notre expérience, cela revient à choisir un temps  $\tau$  de l'ordre d'une centaine de micro-secondes (section 2.4.4).

### Résumé (Oscillations de Bloch)

Dans cette section nous avons présenté le formalisme des oscillations de Bloch dans un réseau accéléré. Pour cela nous avons dans un premier temps étudié le cas d'un réseau stationnaire, permettant d'introduire le formalisme de Bloch pour lequel l'hamiltonien est décrit par les états propres  $|n, q\rangle$  et par les valeurs propres  $E_n(q)$  dont la représentation en bandes d'énergie est appelée structure de bande. Nous avons ensuite étendu ce formalisme au cas d'un réseau accéléré. Dans le cas où le théorème adiabatique est respecté, le système évolue d'un état  $|n, q_0\rangle$  vers l'état de même indice  $|n, q(t)\rangle$  : la quasi-impulsion évolue alors continûment et parcourt la zone de Brillouin en un temps  $\tau_B$ . Les atomes acquièrent un mouvement périodique appelé oscillation de Bloch. Le centre de masse suit l'évolution du réseau dont chaque oscillation dans le réseau permet d'augmenter l'impulsion des atomes de  $2 \hbar k$ .

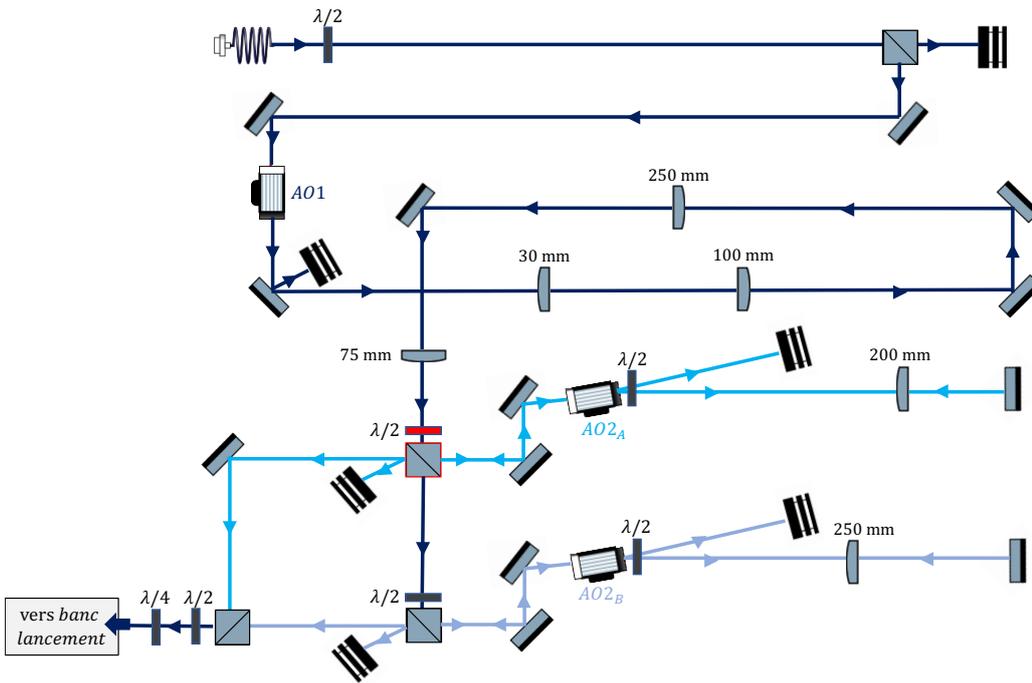


FIGURE 24 – Schéma du *banc de lancement*. Les deux faisceaux formant le réseau optique sont créés à partir des deux AOMs  $2_A$  et  $2_B$  qui permettent de contrôler la différence de fréquences nécessaire aux oscillations de Bloch. L'amplitude du réseau est réglée à partir de l'AOM1. L'équilibre des puissances entre les deux bras du réseau se fait avec le système  $\{\lambda/2 + \text{cube polarisant (rouge)}\}$  et est ajusté tel que 5 W sont utilisés par le bras  $2_B$  servant au piège dipolaire.

Les prochaines sections 2.4.3 et 2.4.4 ont pour objectif de présenter les résultats expérimentaux associés au lancement des atomes. Dans un premier temps je détaille la mise en place du dispositif expérimental permettant la réalisation du réseau vertical accéléré (2.4.3), puis je présente les premiers résultats obtenus concernant la manipulation des atomes dans ce réseau (2.4.4).

### 2.4.3 Mise en place expérimentale

Le laser que nous utilisons pour réaliser le *réseau de lancement* est le laser de la marque AzurLight ( $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ) introduit précédemment pour la réalisation du piège dipolaire (section 2.3.1). Les deux faisceaux formant le réseau sont créés à partir de deux AOMs ( $AO2_A$  et  $AO2_B$ , voir fig 24) MT80-B100Ao de la marque AA Opto Electronic dont les signaux RF sont générés par deux géné-

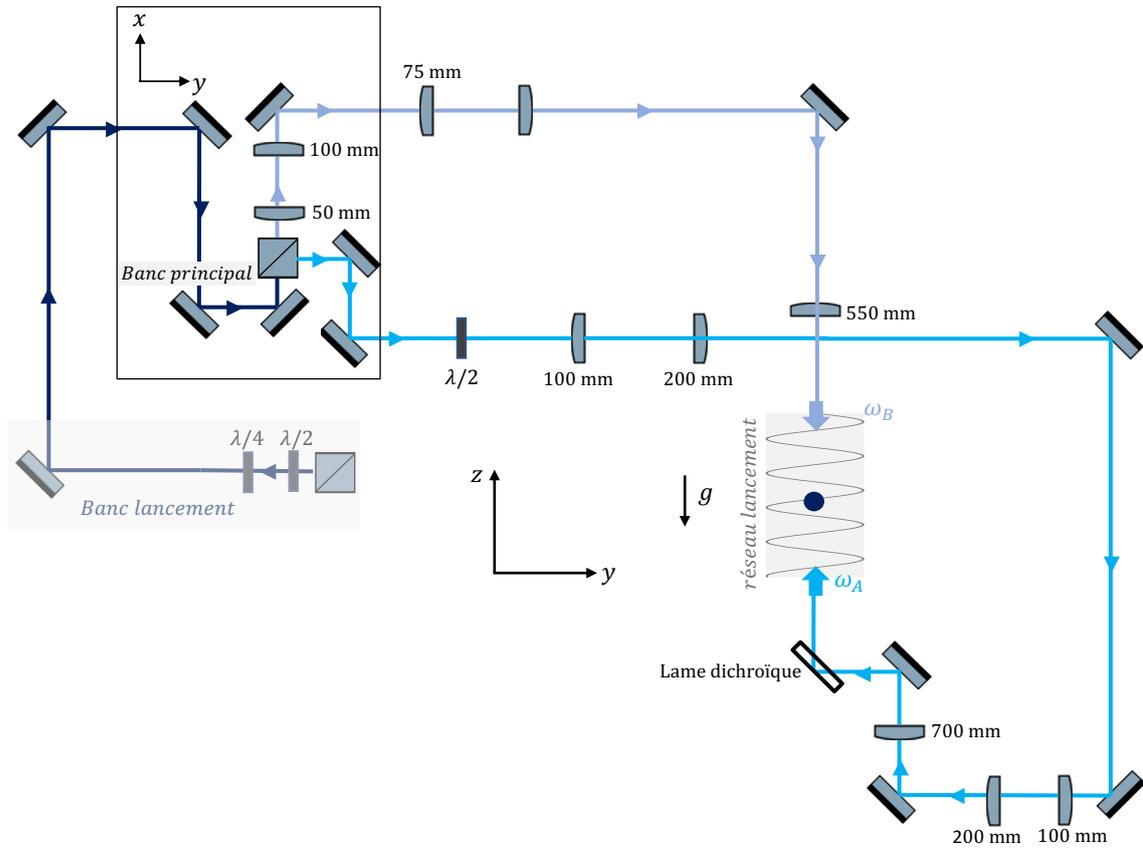


FIGURE 25 – Schéma de la mise en forme des faisceaux formant le réseau optique pour le lancement. Les deux faisceaux  $A$  et  $B$  sont collimatés puis focalisés pour obtenir un waist équivalent sur les atomes  $w_{0A} = w_{0B} = 80 \mu\text{m}$ .

rateurs de fonctions arbitraires de la marque Keysight, cadencés par la même horloge de fréquence 10 MHz. Un autre AOM MT80-B100A0 (AO1, voir fig 24) est également utilisé, il permet de contrôler l'amplitude du réseau. Le décalage en fréquence servant à accélérer le réseau est réalisé grâce à un double passage dans les AOMs  $2_A$  et  $2_B$  : cette configuration présente l'avantage de s'affranchir des déviations accompagnant les changements de fréquence. Après double passage dans chacun des AOMs, les faisceaux  $A$  et  $B$  sont recombinés sur un cube polarisant afin d'être envoyés vers le *banc principal*. Cette recombinaison permet d'assurer une propagation du mode commun des deux faisceaux lors de leur propagation en espace libre entre le *banc lancement* et le *banc principal* (fig 25).

L'efficacité de diffraction de l'AO1 est de 65% et celle des AOMs  $2_A$  et  $2_B$  en double passage est de l'ordre de 60% ( $80\% \times 70\%$ ), ce qui permet d'obtenir une puissance totale disponible sur les atomes<sup>4</sup> d'environ 8 W. L'équilibre de puissance entre les deux bras  $A$  et  $B$  est assuré grâce au système  $\{\lambda/2 + \text{cube polarisant}\}$  (fig 24) : nous distribuons la majorité de la puissance sur le bras  $B$  servant au piège dipolaire lors de l'évaporation. La répartition des puissances (à puissance maximale) est donc de 5 W pour le bras  $B$  et de 750 mW pour le bras  $A$ . Pour le réseau de lancement, nous travaillons à puissance égale sur chacun des deux bras en changeant l'amplitude RF envoyée aux deux AOMs  $2_A$  et  $2_B$ . La profondeur du réseau (allumage et extinction) est ensuite contrôlée par l'AO1. En pratique, nous travaillons dans une gamme de puissance de quelques dizaines de mW.

Une fois sur le *banc principal*, les faisceaux  $A$  et  $B$  sont séparés à nouveau (fig 25) afin de créer le réseau : le faisceau  $B$  provient de la partie haute du *banc principal* (direction  $+\mathbf{g}$ ), il sert à réaliser le piège dipolaire. Le faisceau  $A$  provient de la partie basse du *banc principal* (direction  $-\mathbf{g}$ ), il est contre-propageant au faisceau  $B$ , et sa polarisation tournée de  $90^\circ$  après passage dans une lame  $\lambda/2$  pour qu'il puisse interférer avec le faisceau  $B$ . Les faisceaux  $A$  et  $B$  formant les deux bras du réseau sont collimatés et mis en forme à l'aide de deux télescopes. Une dernière lentille permet de focaliser les faisceaux afin d'obtenir sur les atomes un waist identique pour chacun des deux bras du réseau tel que  $w_{0A} = w_{0B} = 80 \mu\text{m}$  (fig 25). Enfin, la verticalité du réseau est réglée par rapport au *réseau de Bragg* que nous détaillerons dans le chapitre 3.

### 2.4.4 Résultats expérimentaux

Le *réseau de lancement* ayant été récemment mis en place sur notre dispositif expérimental, je présente ici les premiers résultats obtenus concernant la manipulation des atomes dans ce réseau.

#### Chargement adiabatique du réseau

Comme nous l'avons vu précédemment, l'efficacité du lancement dépend entre autre de l'adiabaticité du chargement des atomes dans le réseau. Afin de tester l'efficacité de ce chargement, nous réalisons une "double rampe" d'intensité permettant de charger puis de décharger le réseau (fig 26b). Si la rampe est

---

4. C'est à dire la somme de la puissance en sortie de AO $2_A$  et AO $2_B$ .

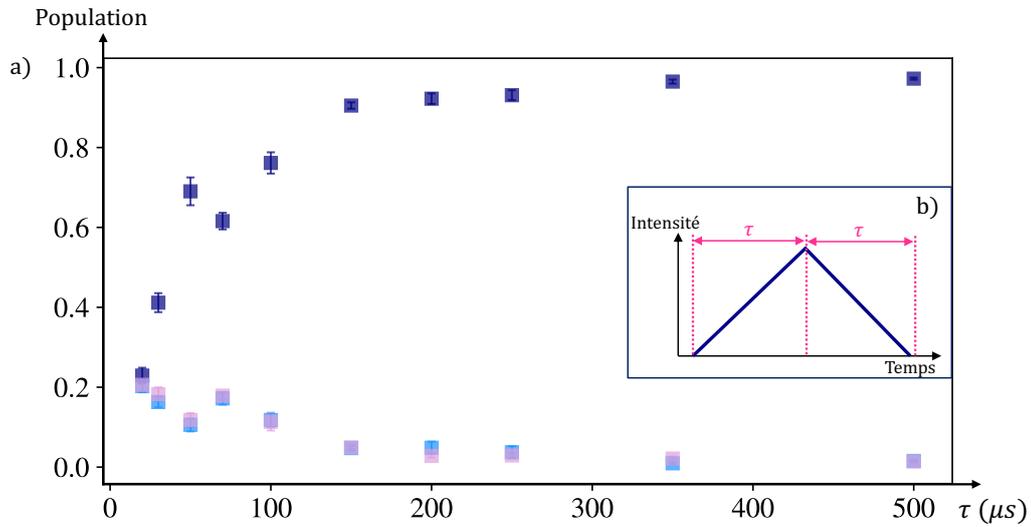


FIGURE 26 – a) Evolution expérimentale de la population d’atomes dans les différents états d’impulsion après chargement et déchargement dans le réseau en fonction du temps  $\tau$  de chargement. Un chargement parfaitement adiabatique revient à garder tous les atomes dans l’état  $0\hbar k$ , i.e. l’état initial (bleu). En revanche, si la rampe n’est pas assez adiabatique, d’autres états d’impulsion sont alors peuplés dans les états d’impulsion  $| -2\hbar k\rangle$  (rose) et  $|+2\hbar k\rangle$  (bleu clair). b) Profil d’intensité en fonction du temps  $\tau$ .

suffisamment adiabatique, cette manipulation permet de conserver l’ensemble des atomes dans l’état d’impulsion initial, i.e.  $|0\hbar k\rangle$ . A l’inverse, en allumant soudainement le réseau, plusieurs bandes du réseau sont peuplées et la fonction d’onde est projetée sur plusieurs états de Bloch, ce qui a pour conséquence de peupler, après extinction du réseau, d’autres états d’impulsion (i.e. les pertes LZ, principalement dans les états  $\pm|2\hbar k\rangle$ ) en plus de l’état d’impulsion initial (fig 26a). Des durées de rampe plus longues permettent de conserver environ 97% des atomes dans l’état initial (fig 26a). Pour s’affranchir de ces effets de non-adiabaticité, nous choisissons en pratique une durée de chargement de l’ordre de la centaine de micro-secondes, ce qui est en accord avec la valeur  $\tau$  déterminée théoriquement à l’équation (95).

### Lancement

Une fois les atomes chargés adiabatiquement dans le réseau, la procédure d’accélération consiste à maintenir l’amplitude constante et à augmenter de

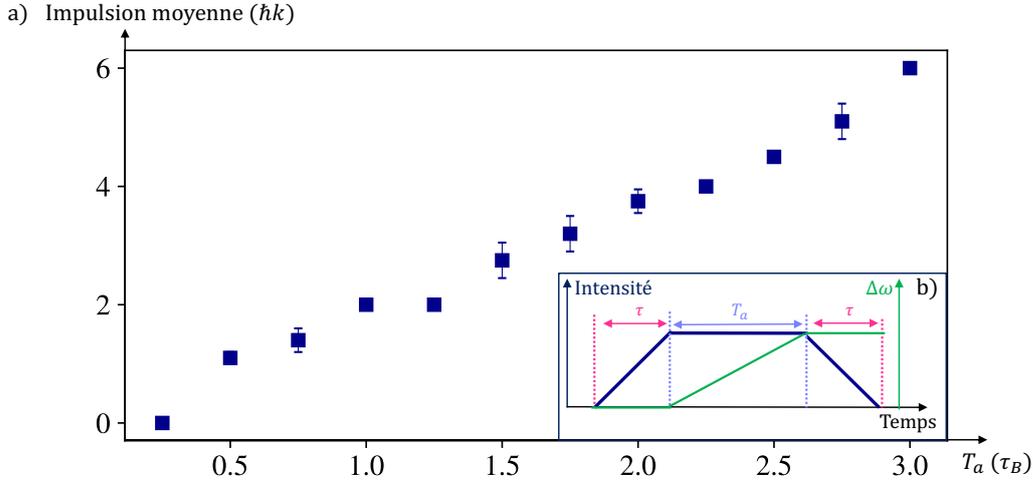


FIGURE 27 – a) Evolution expérimentale de la vitesse moyenne des atomes à la fin d'une oscillation de Bloch en fonction du temps d'accélération. Au cours de l'accélération, les atomes franchissent  $N$  zones de Brillouin en un temps  $N\tau_B$  pour atteindre une impulsion finale de  $2N\hbar k$ . b) Profil d'intensité et de la différence de fréquence du réseau en fonction du temps.

manière linéaire la différence de fréquence entre les deux bras afin d'accélérer le réseau (fig 27b). Au cours cette accélération, supposée suffisamment adiabatique et continue pour s'affranchir des pertes LZ, les atomes franchissent  $N$  zones de Brillouin, et leur vitesse moyenne est augmentée de  $2v_r$  à chaque période de Bloch (fig 27a), i.e. pour un multiple du temps de Bloch  $\tau_B$  (89). A la fin de cette accélération, les atomes ont une impulsion finale (dans le référentiel du laboratoire) de  $2N\hbar k$ . Lorsque la durée d'accélération n'est pas un multiple de  $\tau_B$ , les atomes sont dans une superposition cohérente entre deux états d'impulsion, et leur vitesse moyenne correspond à une moyenne des deux états d'impulsion  $|2N\hbar k\rangle$  et  $|2(N-1)\hbar k\rangle$  (fig 27).

Nous réalisons actuellement sur notre expérience des lancements allant jusqu'à  $40v_r \sim 160$  mm/s, sans perte d'atomes ni augmentation de la dispersion en vitesse initiale détectable.

Dans notre configuration expérimentale, l'efficacité du lancement dépend également de l'alignement entre les faisceaux formant le piège dipolaire et le *réseau de lancement*. Cette géométrie rend difficile le contrôle précis des atomes au moment de leur chargement dans le réseau. De plus, en raison de son waist de  $80 \mu\text{m}$ , le confinement dans l'axe transverse du réseau est non-négligeable, et nous observons, à la fin d'une séquence d'accélération longue, des oscillations

du centre de masse dans cette direction.

Augmenter la vitesse finale de lancement nécessite également d'augmenter la profondeur du réseau, ce qui a pour conséquence d'augmenter la fréquence de piégeage transverse, et donc la fréquence des oscillations du centre de masse. Ces oscillations entraînent un chauffage du nuage et donc une perte d'atomes. Ce phénomène nous limite actuellement à des lancements de  $40 v_r$ . Pour s'affranchir de cette limite, nous envisageons d'augmenter le waist du réseau afin de diminuer les fréquences de piégeage dans l'axe transverse.

### Conclusion (2.3, 2.4)

La mise en place expérimentale du réseau optique vertical a permis d'obtenir les premiers résultats d'accélération verticale des atomes à partir des oscillations de Bloch. Nous réalisons actuellement des lancements allant jusqu'à  $40v_r \sim 160\text{mm/s}$ , sans perte d'atomes ni augmentation de la dispersion en vitesse initiale détectable. Cette vitesse de lancement permet la réalisation de premiers interféromètres en configuration de fontaine atomique<sup>a</sup> pour des durées allant jusqu'à  $2T = 36$  ms. D'autre part, elle nous permet d'accéder à un temps d'expansion libre nécessaire à la réalisation d'une manipulation dans l'espace des phases avec laquelle nous obtenons une source d'une température effective de l'ordre du nK. Cette technique est présentée dans la section suivante.

---

a. Les résultats d'interféromètres en configuration de fontaine atomique seront présentés dans la thèse de T.Rodzinka.

## 2.5 Collimation du nuage d'atomes

Pour les tests de neutralité de la matière, nous envisageons une source d'atomes sub-nK (chapitre 1). L'étape de transfert dans le piège croisé en fin d'évaporation a permis de diminuer la dispersion en vitesse du nuage grâce à une décompression du piège. La température effective minimale que nous pouvons atteindre avec cette décompression est néanmoins limitée, puisqu'elle se fait dans le *piège croisé* qui est responsable du piégeage des atomes contre la gravité, ce qui borne la fréquence à  $\omega_{\min}/2\pi = 180$  Hz. Par conséquent la dispersion en vitesse minimale que nous pouvons atteindre est également bornée, et correspond à une température effective de 30 nK.

Le régime sub-nK est néanmoins accessible par une technique de manipulation

dans l'espace des phases, également appelée "**delta-kick collimation**" (DKC) [Ammann and Christensen, 1997], [Maréchal et al., 1999], [Myrskog et al., 2000], [Kovachy et al., 2015b], [Deppner et al., 2021].

### 2.5.1 Principe du DKC

Le DKC consiste à appliquer une force qui s'oppose exactement au mouvement des atomes pour chaque classe de vitesse. Pour cela, on laisse s'étendre les atomes pendant un temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  suffisamment long pour que la distribution en position  $\Delta x_{\text{exp}}$  reflète la dispersion en vitesse initiale  $\Delta v_0$  du nuage d'atomes. Dans le cas où les interactions sont négligées,  $\Delta x_{\text{exp}} \simeq \Delta v_0 t_{\text{exp}}$  : en appliquant une force linéaire, i.e. dérivant d'un potentiel quadratique, il est alors possible d'appliquer une force d'autant plus grande que les atomes se sont étendus et sont donc rapides. Cela revient à collimater l'expansion spatiale de la source et à réduire ainsi sa dispersion en vitesse. Expérimentalement, l'utilisation d'une impulsion d'un potentiel dipolaire harmonique nous permet de réaliser cette lentille de collimation. A la différence du refroidissement par évaporation, le DKC est une manipulation dans l'espace des phases. Il se réalise à densité dans l'espace des phases constante, sans perte d'atomes et sur des durées plus courtes.

### 2.5.2 Loi d'échelle dans un potentiel harmonique

L'application d'un potentiel harmonique  $U = m\omega^2 x^2/2$  exerce sur les atomes une force  $F = -m\omega^2 x$ . Cette force est linéaire en position : plus les atomes sont éloignés du centre de la distribution, i.e. plus ils ont une vitesse importante, et plus la force exercée est grande (fig 28b). L'application du potentiel permet donc de réduire spécifiquement la vitesse de chaque classe de vitesse du nuage, et ainsi de diminuer la dispersion en impulsion  $\Delta p$ . Dans l'espace des phases, cela se traduit par une rotation (fig 28b). Dans le cas où la durée  $\tau$  d'application du potentiel est faible devant le temps caractéristique d'oscillation dans le piège, i.e.  $\omega\tau \ll 1$ , l'effet du DKC est d'induire une variation de la vitesse des atomes tel que :

$$\delta v(x) \simeq -\omega^2 \tau x. \quad (96)$$

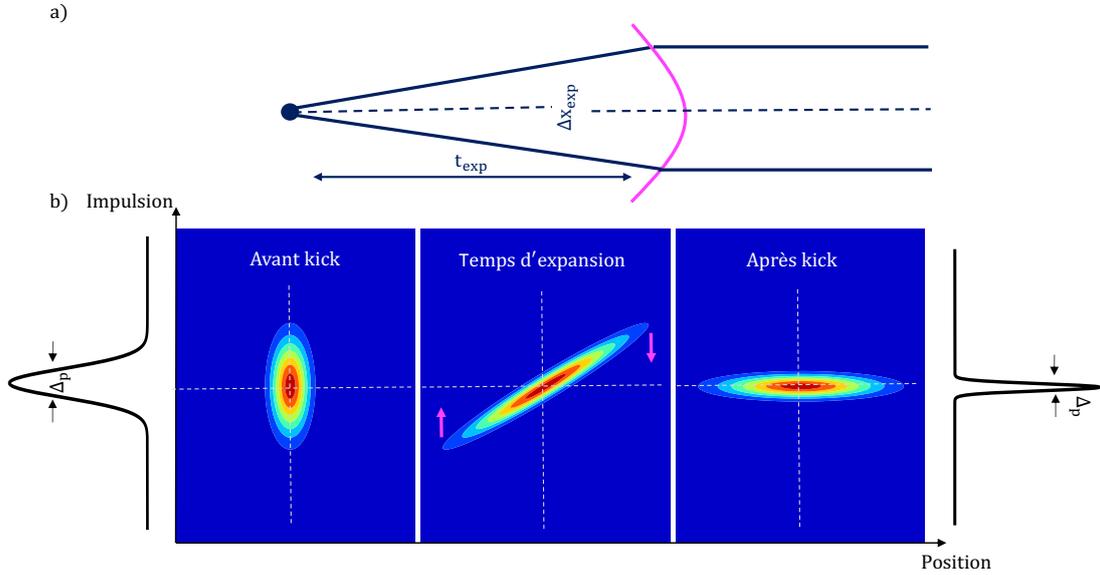


FIGURE 28 – Principe du delta-kick cooling. a) Analogie avec l’optique : l’application d’une lentille permet de collimater un faisceau divergent. b) Représentation du DKC dans l’espace des phases : l’application d’un potentiel harmonique permet d’appliquer une force linéaire en position (flèches roses) et ainsi de diminuer la dispersion en impulsion  $\Delta p$  du nuage.

### Condition de collimation

Nous nous intéressons à la durée  $\tau$  permettant de collimater l’expansion spatiale de la source, i.e. la valeur  $\tau$  optimale pour laquelle la vitesse de tous les atomes est ramenée à zéro.

Considérons pour cela un ensemble d’atomes au temps  $t_0$  décrit dans l’espace des phases par une distribution gaussienne en position de largeur  $\Delta x_0$  et une distribution gaussienne en impulsion de largeur  $\Delta p_0$  tel que :

$$\rho(x_0, p_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta x_0^2}} \exp^{-x^2/(2\Delta x_0^2)} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta p_0^2}} \exp^{-p^2/(2\Delta p_0^2)}. \quad (97)$$

La manipulation dans l'espace des phases consiste en un temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  suivi d'une application pendant un temps  $\tau$  d'un potentiel quadratique  $U(x)$ . L'hamiltonien décrivant ce système est donné par :

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(x, t), \text{ avec } \begin{cases} U(x, t) = 0 & \text{si } t \in \overbrace{[t_0; t_-]}^{t_{\text{exp}}}, \\ U(x, t) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 & \text{si } t \in \underbrace{[t_-; t_+]}_{\tau}. \end{cases} \quad (98)$$

A partir de (98) et des équations de Hamilton ( $x = \int \frac{\partial H}{\partial p} dt + x_0$  et  $p = -\int \frac{\partial H}{\partial x} dt + p_0$ ), nous calculons la position et l'impulsion des atomes au temps  $t_+$ , juste après application du potentiel. Dans ce cas, la fonction (97) devient :

$$\rho(x(t_+), p(t_+)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta x_0^2}} \exp^{-X(t_+)^2/(2\Delta x_0^2)} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta p_0^2}} \exp^{-P(t_+)^2/(2\Delta p_0^2)}, \quad (99)$$

avec :

$$\begin{cases} X(t_+) = x(t_+) - \frac{t_{\text{exp}}}{m} (p(t_+) + m\omega^2 x(t_+)\tau), \\ P(t_+) = p(t_+) + m\omega^2 x(t_+)\tau. \end{cases} \quad (100)$$

En remplaçant les valeurs  $X(t_+)$  et  $P(t_+)$ , la fonction de distribution (99) devient alors :

$$\rho(x(t_+), p(t_+)) = \frac{1}{2\pi\Delta x_0^2 \Delta p_0^2} \exp^{-[Ax(t_+)^2 + Bp(t_+)^2 + Cx(t_+)p(t_+)]}, \quad (101)$$

où :

$$\begin{cases} A = (1 - t_{\text{exp}}\omega^2\tau)^2/(2\Delta x_0^2) + m^2\omega^4\tau/(2\Delta p_0^2), \\ B = t_{\text{exp}}^2/(2m^2\Delta x_0^2) + 1/(2\Delta p_0^2), \\ C = (-2t_{\text{exp}} + t_{\text{exp}}^2 2\omega^2\tau)/(2m\Delta x_0^2) + (m\omega^2\tau)/(\Delta p_0^2). \end{cases} \quad (102)$$

Dans le cas  $\omega\tau \ll 1$ , minimiser la dispersion en vitesse après DKC revient à annuler le terme de corrélation entre  $x$  et  $p$ , de sorte à ce que la fonction de distribution (101) s'écrive comme le produit de deux fonctions indépendantes en  $x$  et  $p$  tel que :

$$\rho(x(t_+), p(t_+)) = \zeta(x(t_+)) \times \zeta(p(t_+)). \quad (103)$$

Cela revient à annuler le terme  $C$  dans (101). En posant  $C = 0$ , nous obtenons alors la durée  $\tau_{\text{opt}}$  optimale permettant de collimater l'expansion spatiale de la source et minimisant sa dispersion en vitesse :

$$\tau_{\text{opt}} = \frac{D}{\omega^2 t_{\text{exp}}}, \quad (104)$$

avec :

$$D = \frac{1}{m^2 \Delta x_0^2} \left[ \frac{1}{m^2 \Delta x_0^2} + \frac{1}{\Delta p_0^2 t_{\text{exp}}^2} \right]. \quad (105)$$

Pour les paramètres utilisés expérimentalement, cela revient à une durée  $\tau_{\text{opt}}$  de l'ordre de  $100 \mu\text{s}$ .

### Cas à trois dimensions dans le régime de Thomas-Fermi

Comme nous l'avons mentionné précédemment, notre expérience vise des dispersions en vitesse correspondant au régime sub-nK dans la direction verticale (i.e. la direction du réseau de Bragg (chapitre 3)).

Pour diminuer la dispersion en vitesse obtenue après collimation, il faut, soit diminuer la taille initiale et/ou la dispersion en vitesse initiale (ces paramètres étant fixés par notre expérience), soit augmenter le temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  avant la lentille.

Nous nous intéressons au temps d'expansion nécessaire pour atteindre le régime sub-nK dans l'axe du *réseau de Bragg*. Cette recherche se fait en tenant compte de la dynamique à trois dimensions du nuage d'atomes. Les résultats de ces calculs sont présentés sur la figure 29a, ils sont déterminés en calculant l'évolution de la densité spatiale dans le régime initialement de Thomas-Fermi<sup>5</sup> à partir des équations [Castin and Dum, 1996] :

$$\begin{cases} R_j(t) = \lambda_j(t) R_{TF}(0), \\ \frac{d^2 \lambda_j}{dt^2} = \frac{\omega_j^2(0)}{\lambda_j \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} - \omega_j^2(t) \lambda_j. \end{cases} \quad (106)$$

Pour ces calculs, la fréquence initiale du piège  $\omega_j(0)/(2\pi)$  est ajustée pour obtenir la dispersion en vitesse que nous mesurons expérimentalement avant le

---

5. Bien que les interactions soit diluées après transfert dans le piège croisé, l'approximation du régime de Thomas-Fermi reste valable :  $Na = 105 \mu\text{m} \gg 1.2 \mu\text{m}$ .

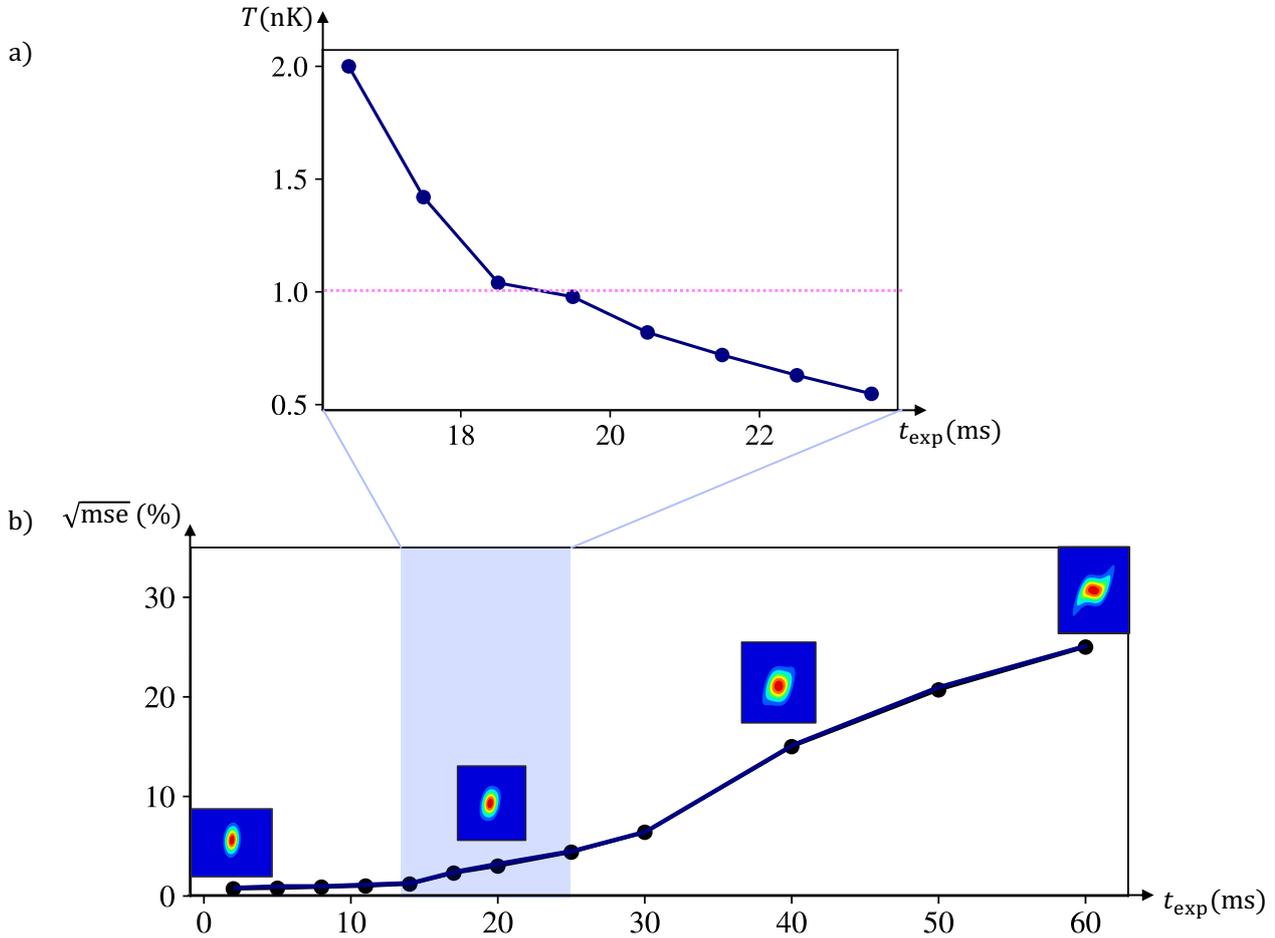


FIGURE 29 – a) Evolution de la dispersion en vitesse calculée numériquement avec un DKC réalisé dans un piège parfaitement harmonique en fonction du temps d'expansion avant la lentille. (b) Evolution de la racine carré de l'erreur quadratique moyenne (mse) entre un nuage dont le DKC est calculé pour un piège parfaitement harmonique et un nuage dont le DKC est calculé pour un profil gaussien. Pour des longs temps d'expansion, la force exercée par la lentille n'est plus parfaitement linéaire sur toute la taille du nuage et entraîne une déformation du nuage dans l'espace des phases rendant le DKC moins efficace. Pour nos paramètres expérimentaux, des temps d'expansion inférieurs à 25ms devraient néanmoins permettre que cet effet soit négligeable.

potentiel de collimation i.e.  $T = 30$  nK et la fréquence  $\omega_j(t = t_{\text{exp}})$  correspond à la fréquence déterminée expérimentalement en mesurant les oscillations dipolaires dans le piège servant à réaliser le DKC. A partir de l'évolution libre de la densité spatiale après collimation, nous déduisons la dispersion en vitesse du nuage que nous exprimons en température effective. Les résultats numériques sont illustrés sur la courbe 29a. Pour chacun des points de cette courbe, la fréquence du potentiel est maintenue constante et sa durée  $\tau$  est ajustée de façon à ce que la dispersion en vitesse finale soit minimale. En considérant ces paramètres, un temps d'expansion de l'ordre de 20 ms devrait permettre d'atteindre une dispersion en vitesse finale sub-nK.

### 2.5.3 Cas d'un potentiel gaussien

Jusqu'à présent, nous avons supposé des potentiels parfaitement harmoniques. Or, les pièges dipolaires que nous utilisons expérimentalement ont des profils gaussiens. Cette approximation est valable au voisinage du centre du piège, i.e. si la taille du nuage reste petite devant le waist du faisceau gaussien. Pour atteindre des faibles dispersions en vitesse, l'application d'un potentiel harmonique après un long temps d'expansion est nécessaire. Comme le nuage d'atomes s'étend au cours du temps d'expansion (fig 28b), il peut donc sonder la partie non-harmonique du piège gaussien si le temps d'expansion devient trop grand. Dans ce cas, la force exercée sur les atomes n'est plus linéaire en position, cela se caractérise par une distorsion du nuage dans l'espace des phases, limitant ainsi la dispersion en vitesse accessible.

Nous nous intéressons au temps d'expansion à partir duquel cet effet devient limitant. Pour cela nous calculons l'évolution de la densité dans l'espace des phases selon  $z$  pour plusieurs temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  et nous évaluons l'erreur quadratique moyenne (mse)<sup>6</sup> entre un nuage collimaté avec un piège harmonique parfait et un nuage collimaté avec un piège gaussien. Ces résultats sont présentés sur la figure 29b, ils sont calculés en considérant une dispersion en vitesse initiale correspondant à une température effective de 30 nK et un waist  $w_0 = 145 \mu\text{m}$  (ce qui correspond au waist du piège utilisé pour le DKC).

---

6. La mse correspond à la moyenne des carrés des écarts entre les densités dans l'espace des phases étudiées pour un potentiel harmonique et pour un potentiel gaussien.

A partir d'un temps d'expansion de 35 ms, nous commençons à observer une déformation du nuage d'atomes (fig 29b) après DKC ( $\sqrt{\text{mse}} \simeq 15\%$ ). Cette déformation est liée à la force exercée sur les atomes qui n'est plus linéaire, ce qui a pour conséquence d'augmenter la dispersion en vitesse effective et de rendre alors le DKC moins efficace. Actuellement sur notre expérience, nous utilisons des temps d'expansion pour réaliser le DKC inférieurs à 20 ms. Pour ces temps d'expansion, la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne est inférieure à 5% (fig 29b), ainsi l'effet lié à la non-harmonicité du piège reste négligeable sur la dispersion en vitesse finale. Des expansions allant jusqu'à 25 ms ( $\sqrt{\text{mse}} < 5\%$ ) devraient permettre d'atteindre le régime sub-nK sans souffrir de ces effets, i.e. sans nécessiter de changer la géométrie du piège réalisant le DKC.

### 2.5.4 Résultats expérimentaux

Nous nous intéressons maintenant à la mise en oeuvre expérimentale du DKC. Pour les expériences d'interférométrie, le réseau optique que nous utilisons est dans la direction verticale, par conséquent nous cherchons à atteindre de très faibles dispersions en vitesse dans cette direction. Pour ces expériences nous avons voulu réutiliser un des pièges de notre dispositif expérimental. Le *piège croisé* étant le seul piège ayant un axe propre selon  $z$ , il est nécessaire de relancer les atomes après la chute libre afin d'obtenir l'expansion libre requise et réaliser le DKC en  $z = 0$ , i.e. à la position du *piège croisé*.

La séquence expérimentale est la suivante (fig 30a) : à la fin de l'étape de transfert, le *piège croisé* est coupé et les atomes sont en chute libre pendant un temps  $t_{\text{exp}}/2$ , ils sont ensuite accélérés dans la direction opposée par oscillations de Bloch à une vitesse  $v_f = 40 v_r$  puis subissent un nouveau vol libre pendant  $t_{\text{exp}}/2$  afin d'inverser leur trajectoire, de façon à ce que leur apogée<sup>7</sup> se situe au centre du *piège croisé*. Après un temps d'expansion total  $t_{\text{exp}}$ , le *piège croisé* est allumé de nouveau pour réaliser l'impulsion de DKC. Nous mesurons ensuite l'évolution de l'expansion spatiale du nuage dans l'axe vertical après un temps de vol (75) afin d'estimer la dispersion en vitesse.

---

7. Réaliser le DKC à l'apogée de la trajectoire des atomes, i.e. autour de la vitesse nulle, permet de minimiser les déplacements des atomes pendant l'impulsion. Nous ajustons alors le temps d'expansion et la vitesse de lancement de sorte à toujours placer l'apogée de la trajectoire des atomes à la position du *piège croisé*.

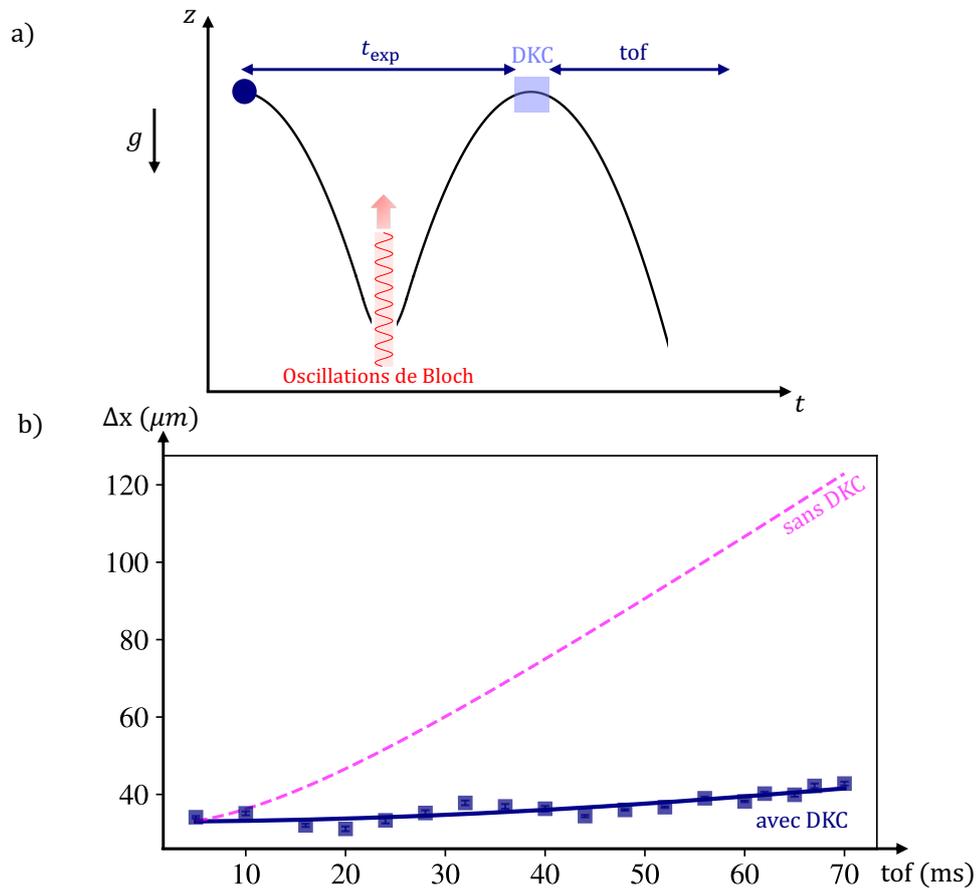


FIGURE 30 – a) Schéma de la trajectoire des atomes pour l'expérience de DKC. La lentille est appliquée à l'apogée de la trajectoire des atomes afin de minimiser les déplacements pendant l'impulsion laser. b) Etude expérimentale de l'évolution de la taille du nuage après temps de vol : sans DKC (rose), correspondant à une température effective de 30 nK, et après DKC (bleu). Les paramètres du DKC sont les suivants : une durée  $\tau = 150 \mu\text{s}$ , une puissance  $P = 6 \text{ W}$  ( $w_0 = 145 \mu\text{m}$ ) et un temps d'expansion avant DKC de 16.5 ms (cela correspond à un lancement de  $40 v_r$ ), ils permettent d'atteindre une température effective  $T = 1.78 \pm 0.25 \text{ nK}$ .

Cette technique nous permet d'obtenir une température effective  $T = 1.78 \pm 0.25$  nK (fig 30b) pour les paramètres suivants : une durée  $\tau = 150 \mu\text{s}$ , une puissance  $P = 6 \text{ W}$  ( $w_0 = 145 \mu\text{m}$ ) et un temps d'expansion avant DKC de 16.5 ms (cela correspond à un lancement de  $40 v_r$ ). Pour cette expérience, chaque point associé à une valeur de tof correspond à une moyenne de 20 mesures. Afin d'augmenter le temps de vol et ainsi améliorer l'estimation de la dispersion en vitesse, nous effectuons un deuxième lancement après DKC. Pour cela les atomes sont à nouveau chargés dans le réseau après un temps de vol de 1 ms puis lancés de nouveau à une vitesse  $40 v_r$ . De cette façon, nous augmentons la durée du temps de vol en passant de 35 ms à 70 ms. Cette étape est nécessaire dans le cas d'une mesure de dispersion en vitesse par temps de vol lorsque les régimes de températures sont de l'ordre du nK. Le DKC présente également l'avantage de diminuer les fluctuations de vitesse du centre de masse, puisque la force exercée par la lentille est linéaire en position. De cette façon, nous mesurons une diminution des fluctuations coup à coup de la vitesse du centre de masse des atomes, passant de 0.8 mm/s à 0.12 mm/s.

Le résultat obtenu est en accord avec la simulation numérique réalisée (fig 29a) pour un temps d'expansion de 16.5 ms. Pour atteindre le régime sub-nK, nous devons alors réaliser des temps d'expansion d'au moins 20 ms. Ce temps d'expansion reste dans l'intervalle temporel où les effets de non-harmonicité du piège peuvent être négligés (fig 29b). En revanche, augmenter le temps d'expansion nécessite également d'augmenter la vitesse du lancement avant DKC, au delà d'une vitesse finale de  $40 v_r$ . Comme nous l'avons mentionné précédemment, nous observons un chauffage du nuage pour des lancements plus importants que  $40 v_r$ , compensant alors le gain obtenu avec le DKC. Cet effet nous limite donc actuellement à des temps d'expansion permettant d'atteindre la dispersion en vitesse de 1.8 nK.

### Conclusion (2.5)

La mise en place d'une technique de manipulation dans l'espace des phases, appelée "delta-kick collimation", consiste à appliquer un champ de force qui s'oppose au mouvement des atomes pour chaque classe de vitesse. En laissant s'étendre les atomes pendant un temps d'expansion suffisamment long pour que la distribution en position des atomes reflète la dispersion en vitesse initiale, il est alors possible de collimater l'expansion spatiale de la source et réduire ainsi sa dispersion en vitesse. Cette technique nous permet d'obtenir une source d'atomes à une température effective de  $T \sim 1.8$  nK. Grâce à cette technique, nous mesurons également une diminution des fluctuations coup à coup de la vitesse du centre de masse, passant de 0.8 mm/s à 0.12 mm/s.

Le régime de température atteint est une étape vers la réalisation de l'interféromètre à bras séparés que nous envisageons pour le test de la neutralité de la matière.

### Conclusion

Ce chapitre a décrit le dispositif expérimental permettant l'obtention de notre source d'atomes ultra-froids. Une première étape de refroidissement laser suivie par un refroidissement par évaporation nous permet de franchir le seuil de condensation et d'obtenir une source de  $1 \times 10^5$  atomes à une température effective de  $T = 300$  nK dans l'état  $m_F = 0$  insensible au champ magnétique. Une étape de décompression dans le piège croisé est ensuite réalisée, elle permet de diminuer la dispersion en vitesse du nuage condensé pour atteindre une température effective de 30 nK et  $N = 3 \times 10^4$  atomes. C'est cette source d'atomes ultra-froids qui sera utilisée pour les expériences de diffraction et d'interférométrie présentées aux chapitres 3 et 4. En effet, la faible dispersion en vitesse obtenue améliore significativement l'efficacité de diffraction des transitions de Bragg et permet la réalisation d'interféromètres à grande séparation spatiale.

Dans ce chapitre, nous avons également présenté la mise en place d'une fontaine de condensat de Bose-Einstein à l'aide d'un réseau optique accéléré verticalement donnant accès à de longs temps d'interrogation. Le lancement des atomes a également permis la réalisation de la collimation du nuage d'atomes qui nécessite d'augmenter le temps de vol libre. Avec cette technique, nous avons atteint une source d'une température effective de l'ordre du nK. Ce régime de température est une étape vers la réalisation de l'interféromètre à bras séparés que nous envisageons pour le test de la neutralité de la matière.





## Diffraction et interférométrie dans le régime de quasi-Bragg

En 1933, Kapitza et Dirac [Kapitza and Dirac, 1933] proposent la diffraction d'électrons par une onde optique stationnaire comme moyen d'étudier le processus d'émission stimulée. Cependant, l'interaction entre l'électron et l'onde laser via le *potentiel pondéromoteur* est extrêmement faible, par conséquent les premières démonstrations convaincantes de diffraction d'électrons n'ont été faites qu'aux début des années 2000 [Freimund et al., 2001]. L'idée a cependant été reprise par Altshuler et al. [Altshuler et al., 1966], qui ont proposé de tirer parti des couplages résonants atome-laser pour améliorer la diffraction d'ondes de matière par la lumière. La diffraction atomique par une onde laser stationnaire fut finalement démontrée dans les années 1980 [Arimondo et al., 1979] [Moskowitz et al., 1983].

La diffraction élastique (sans changement d'état interne) de Bragg présente des caractéristiques attractives pour l'interférométrie atomique (chapitre 1). Elle permet en principe d'augmenter la séparation en impulsion des séparatrices atomiques en utilisant des ordres de diffraction élevés. Cependant la diffraction d'ordre élevé dans le régime de Bragg requiert de longs temps d'interaction, ce qui la rend difficile à réaliser en pratique. Une alternative à ce régime est le régime de **quasi-Bragg** [Müller et al., 2008a]. Dans ce régime de diffraction, un interféromètre de séparation  $24\hbar k$  ( $n = 12$ ) a été démontré par [Müller et al., 2008b]. Le régime de quasi-Bragg présente néanmoins certaines limites, puisque sa dynamique complexe peut mener à des interféro-

mètres parasites pouvant limiter l'estimation de la phase [Siemß et al., 2020], [Béguin et al., 2022].

Ce chapitre présente une étude théorique et expérimentale de la diffraction atomique dans le régime de quasi-Bragg, ainsi que les limites associées pour la réalisation d'interféromètres. Après avoir rappelé le principe de diffraction par un réseau optique, je présente le modèle numérique utilisé pour décrire la dynamique du régime de quasi-Bragg. Ce modèle est ensuite comparé à nos résultats expérimentaux : dans le cas de la diffraction à ordre élevé, puis sur des signaux interférométriques jusqu'à l'ordre  $n = 5$ . Le caractère multi-chemins de ces interféromètres, inhérents au régime de quasi-Bragg, fera également l'objet d'une étude à la fin de ce chapitre.

### 3.1 Modèle de diffraction de Bragg par un réseau

Dans cette section nous rappelons le principe de la diffraction de Bragg et nous présentons le modèle utilisé pour nos simulations numériques. Nous introduisons également le régime de quasi-Bragg (3.1.2). Dans ce régime, nous distinguons deux sous-régimes (3.1.3) : celui des interactions courtes et celui des interactions longues. Nous mettons en évidence une solution optimale entre ces deux sous-régimes (3.1.4) qui résulte d'un compromis entre pertes Landau-Zener (LZ) et sélectivité en vitesse.

#### 3.1.1 Principe de la diffraction de Bragg

Nous nous intéressons au phénomène de diffraction d'un atome par un réseau formé par une onde quasi-stationnaire. Pour cela, considérons un réseau optique vertical créé à partir de deux faisceaux contra-propageants. Chacun de ces faisceaux est décrit par sa pulsation  $\omega_{1,2}$ , son vecteur d'onde  $k_{1,2}$  et une phase  $\Phi_{1,2}$  (fig 31a). La différence de fréquence entre ces deux faisceaux s'écrit  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$  et le vecteur d'onde moyen est noté  $k = (k_1 + k_2)/2$ . Nous supposons que le laser créant le réseau est suffisamment désaccordé ( $\Delta$ ) de la transition avec l'état excité pour éliminer adiabatiquement l'état excité et négliger ainsi les effets d'émission spontanée (chapitre 1). Dans cette approximation, le champ laser induit un déplacement lumineux proportionnel à l'intensité lumineuse. Par conséquent les atomes dans l'onde stationnaire sont soumis à un potentiel lumineux périodique  $2\hbar\Omega \sin^2(kz - \Phi(t)/2)$ , où  $\Omega(t)$

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

est la pulsation de Rabi à deux photons (chapitre 1). La différence de phase  $\Phi(t)$  entre les deux faisceaux entraîne une vitesse du réseau par rapport au laboratoire :  $\frac{1}{2k} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\Delta\omega(t)}{2k}$ .

Pour les mesures que nous réalisons, nous utilisons un condensat de Bose-Einstein après un temps de vol de plusieurs millisecondes, ce qui a pour effet de diluer les interactions qui deviennent négligeables. Dans ces conditions, l'évolution du système est décrite par l'hamiltonien d'un seul atome dépendant de l'énergie cinétique, l'accélération gravitationnelle, et du terme de déplacement lumineux lié au réseau optique. Dans le référentiel du laboratoire, cet hamiltonien s'écrit :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + Mg\hat{z} + 2\hbar\Omega \sin^2 \left( k\hat{z} - \frac{\Phi(t)}{2} \right). \quad (107)$$

Il est intéressant de choisir une base où la représentation matricielle de l'opérateur  $\hat{H}$  est la plus simple. Nous cherchons pour cela une base dans laquelle le potentiel gravitationnel  $Mg\hat{z}$  n'apparaît pas explicitement. Nous choisissons la transformation unitaire :

$$U = \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \frac{\Phi(t)}{2k} \hat{p} \right] \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \frac{Mgt}{2k} \hat{z} \right] \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \beta \right], \quad (108)$$

pour laquelle le premier terme correspond à une translation en position, le deuxième terme à une translation en impulsion correspondant au réseau en chute libre et  $\beta = \frac{Mg^2 t^3}{6}$  un terme de phase.

A partir de cette transformation unitaire, l'hamiltonien transformé  $\tilde{H}$  s'exprime comme :

$$\tilde{H} = UHU^\dagger + i\hbar \frac{\partial U}{\partial t} U^\dagger, \quad (109)$$

avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} = & \left( \frac{i}{\hbar} \exp \left[ \frac{i\beta}{\hbar} \right] \right) \left( \frac{d\beta}{dt} \exp \left[ \frac{i\Phi(t)}{2\hbar k} \right] \exp \left[ \frac{iMgt\hat{z}}{\hbar} \right] \right) \\ & + \left( \frac{i}{\hbar} \exp \left[ \frac{i\beta}{\hbar} \right] \right) \left( \frac{d\Phi(t)}{dt} \frac{\hat{p}}{2k} \exp \left[ \frac{i\Phi(t)\hat{p}}{2k\hbar} \right] \exp \left[ \frac{iMgt\hat{z}}{\hbar} \right] \right) \\ & + \left( \frac{i}{\hbar} \exp \left[ \frac{i\beta}{\hbar} \right] \right) \left( Mg \exp \left[ \frac{i\Phi(t)\hat{p}}{2k\hbar} \right] \exp \left[ \frac{iMgt\hat{z}}{\hbar} \right] \right). \end{aligned} \quad (110)$$

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

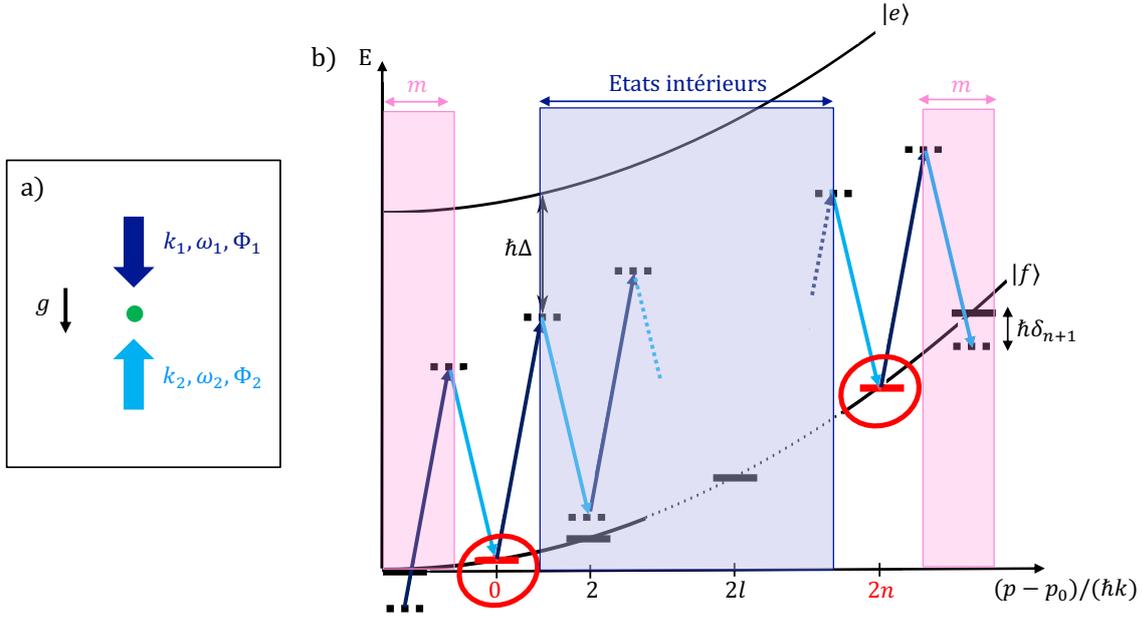


FIGURE 31 – a) Le réseau optique vertical est formé par 2 faisceaux contra-propageants  $k_1, \omega_1, \Phi_1$  et  $k_2, \omega_2, \Phi_2$ . b) Parabole énergie-impulsion dans le régime de Bragg. La diffraction de Bragg d'ordre  $n$  peut être interprétée comme un processus à  $2n$  photons permettant de coupler les deux états de Bragg (entourés en rouge)  $|p_0\rangle$  et  $|p_0 + 2n\hbar k\rangle$ . Pour réaliser la simulation du numérique, nous choisissons une base de calcul qui contient tous les états intérieurs entre les deux états de Bragg et est tronquée à  $m$  états extérieurs les entourant.

En injectant (108) et (110) dans (109), nous obtenons :

$$\tilde{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} - \left( \frac{1}{2k} \frac{d\Phi(t)}{dt} + gt \right) \hat{p} + 2\hbar\Omega(t) \sin^2(k\hat{z}) + \underbrace{\frac{Mg^2t^2}{2} - \frac{d\beta}{dt}}_{=0}. \quad (111)$$

En notant la vitesse du réseau dans un référentiel en chute libre :

$$\tilde{v}(t) = \left( \frac{1}{2k} \frac{d\Phi(t)}{dt} + gt \right), \quad (112)$$

l'hamiltonien (111) devient :

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \frac{\hat{p}^2}{2M} - \tilde{v}(t) \hat{p} + 2\hbar\Omega \sin^2(k\hat{z}), \\ &= \frac{\hat{p}^2}{2M} - \tilde{v}(t) \hat{p} + \hbar\Omega - \frac{\hbar\Omega}{2} \left( \exp[2ik\hat{z}] + \exp[-2ik\hat{z}] \right). \end{aligned} \quad (113)$$

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

En changeant l'origine des énergies, nous obtenons finalement :

$$\tilde{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} - \tilde{v}(t)\hat{p} - \frac{\hbar\Omega}{2} \left( \exp [2ik\hat{z}] + \exp [-2ik\hat{z}] \right). \quad (114)$$

L'opérateur  $e^{\pm 2ik\hat{z}}$  est un opérateur de translation en impulsion :  $e^{\pm 2ik\hat{z}}|p\rangle = |p \pm 2\hbar k\rangle$ . Par conséquent l'interaction avec le réseau optique peut s'interpréter comme des transitions à deux photons pendant lesquelles l'atome absorbe un photon de l'onde 1 et émet de manière stimulée dans l'onde 2 en réalisant un échange d'impulsion de  $\pm 2\hbar k$ . Contrairement aux transitions Raman, les transitions de Bragg se font dans le même état interne, par conséquent il est possible d'induire des couplages correspondant à  $n$  processus d'absorption-émission stimulée, permettant un transfert de  $\pm 2n\hbar k$  (fig 31b). On parle alors de diffraction à l'ordre  $n$ .

Une base intéressante pour résoudre l'équation de Schrödinger associée à l'hamiltonien (114) est celle de la décomposition en ondes planes :

$$|\Psi\rangle = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} A_l |2l\hbar k\rangle, \quad (115)$$

Dans cette base, la résolution de l'équation de Schrödinger amène à un système d'équations différentielles :

$$i\hbar \frac{dA_j}{dt} = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} \tilde{H}_{ji} A_l |2l\hbar k\rangle, \quad (116)$$

où  $\tilde{H}_{ji}$  est l'élément de matrice  $ji$  de l'opérateur  $\tilde{H}$  dans la base  $\{|2l\hbar k\rangle\}$ . Chaque élément de matrice se calcule comme :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{ji} &= \langle 2j\hbar k | \tilde{H} | 2l\hbar k \rangle, \\ &= \langle 2j\hbar k | \frac{\hat{p}^2}{2m} | 2l\hbar k \rangle - \tilde{v}(t) \langle 2j\hbar k | \hat{p} | 2l\hbar k \rangle \\ &\quad - \frac{\hbar\Omega}{2} \left[ \langle 2j\hbar k | \exp [2ik\hat{z}] | 2l\hbar k \rangle + \langle 2j\hbar k | \exp [-2ik\hat{z}] | 2l\hbar k \rangle \right], \\ &= \left[ \frac{(2l\hbar k)^2}{2m} - \tilde{v}(t)2l\hbar k \right] \delta_{jl} - \frac{\hbar\Omega(t)}{2} \left[ \delta_{j,l+1} + \delta_{j,l-1} \right]. \end{aligned} \quad (117)$$

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

En notant que  $\omega_r = \frac{\hbar k^2}{2m} = \frac{kv_r}{2}$ , l'équation (117) se réécrit :

$$\begin{aligned}\tilde{H}_{ji} &= 4\hbar\omega_r \left[ \left( l^2 - l \frac{\tilde{\sigma}}{v_r} \right) \delta_{j,l} - \frac{\Omega(t)}{8\omega_r} (\delta_{j,l+1} + \delta_{j,l-1}) \right], \\ &= 4\hbar\omega_r \left[ \left( l^2 - l \frac{\tilde{\sigma}}{v_r} \right) \delta_{j,l} - \gamma(t) (\delta_{j,l+1} + \delta_{j,l-1}) \right].\end{aligned}\quad (118)$$

avec :

$$\gamma(t) = \frac{\Omega(t)}{8\omega_r}, \quad (119)$$

la pulsation de Rabi à deux photons adimensionnée.

Le système d'équations différentielles (116) se met alors sous la forme :

$$i\hbar \begin{pmatrix} \vdots \\ \frac{dA_{-2}}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dA_0}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dA_2}{dt} \\ \vdots \end{pmatrix} = 4\hbar\omega_r \begin{pmatrix} \ddots & \dots \\ -\gamma(t) & 4 + 2\frac{\tilde{\sigma}(t)}{v_r} & -\gamma(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & -\gamma(t) & 0 & -\gamma(t) & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma(t) & 4 - 2\frac{\tilde{\sigma}(t)}{v_r} & -\gamma(t) & 0 \\ \dots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ A_{-2} \\ \vdots \\ A_0 \\ \vdots \\ A_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (120)$$

Nous considérons une transition à  $2n$  photons qui couple de façon résonante les états  $|0\hbar k\rangle$  et  $|2n\hbar k\rangle$ . Ces deux états sont appelés *états de Bragg*. Les états d'impulsions intermédiaires  $|2l\hbar k\rangle$  compris entre les deux *états de Bragg* sont appelés *états intérieurs*. Par opposition les états situés de part et d'autre des *états de Bragg* sont appelés *états extérieurs*. Pour résoudre numériquement le système d'équations, nous gardons tous les *états intérieurs* et nous tronquons la base telle que  $2m$  *états extérieurs* ( $m < |0\hbar k\rangle$  et  $m > |2n\hbar k\rangle$ ) entourant les deux *états de Bragg* sont considérés. Dans cette base, la fonction d'onde (115) se met sous la forme :

$$|\Psi\rangle = \sum_{l=-m}^{l=n+m} A_l |2l\hbar k\rangle, \quad (121)$$

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

et l'hamiltonien (118) s'écrit alors <sup>1</sup> :

$$H(t) = 4\hbar\omega_r \begin{pmatrix} \delta_{-m} & \gamma(t) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \gamma(t) & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \delta_n & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \gamma(t) \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \gamma(t) & \delta_{n+m} \end{pmatrix}. \quad (122)$$

Les termes diagonaux s'écrivent comme  $\delta_l = l^2 - l\tilde{v}(t)/v_r$  : ils dépendent de l'énergie cinétique des atomes (terme en  $l^2$ ) et de la vitesse  $\tilde{v}(t)$  adimensionnée du réseau par rapport aux atomes en chute libre. Dans le cas où les atomes ont une vitesse initiale  $v_0$  (dans la direction du réseau), cette vitesse s'écrit (112) :

$$\begin{aligned} \tilde{v}(t) &= \frac{\frac{1}{2k} \frac{d\Phi(t)}{dt} + gt - v_0}{v_r}, \\ &= \frac{\Delta\omega(t)}{4\omega_r} + \frac{(gt - v_0)}{v_r}. \end{aligned} \quad (123)$$

### Condition de résonance

Pour réaliser une transition de Bragg efficace, il faut que l'écart en énergie entre les deux états  $|p_0\rangle$  et  $|p_0 + 2n\hbar k\rangle$  et la différence d'énergie entre les deux faisceaux laser  $n\hbar\Delta\omega(t)$  soit égale pendant toute la durée de l'interaction avec le réseau. Cela revient à annuler le terme diagonal  $\delta_n$  dans (122). Dans notre expérience les atomes sont en chute libre, la différence de fréquence laser doit donc être ajustée pour satisfaire la condition de résonance à chaque instant. Nous écrivons cette différence de fréquence :

$$\Delta\omega(t) = \omega_0 + \alpha t, \quad (124)$$

avec  $\alpha = -2kg \sim 2\pi \times (25 \text{ MHz/s})$ , où  $k = 2\pi/780 \text{ nm}$  est la pente de la dérive de fréquence permettant de compenser l'accélération gravitationnelle.

---

1. Nous faisons le changement de variable :  $-\gamma(t) = \gamma(t)$ .

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

Le terme constant  $\omega_0$  tient compte de l'impulsion initiale  $p_0$  des atomes et définit la condition de Bragg pour un ordre  $n$  de diffraction. Il s'écrit comme :

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \frac{1}{n\hbar} \left( \frac{|p_0 + 2n\hbar k|^2}{2M} - \frac{p_0^2}{2M} \right), \\ &= 4n\omega_r + 2\omega_d,\end{aligned}\tag{125}$$

avec  $\omega_d = kv_0$  la pulsation Doppler.

La condition de résonance est assurée lorsque :

$$\begin{aligned}\Delta\omega - \omega_0 &= 0, \\ \Rightarrow \boxed{\Delta\omega = 4n\omega_r + 2\omega_d}.\end{aligned}\tag{126}$$

### Régime de Raman-Nath et régime de Bragg

Les modèles théoriques traitant de la diffraction par un réseau optique ont permis de mettre en avant deux cas limites avec des impulsions rectangulaires qui se distinguent par le temps d'interaction avec le réseau ainsi que son intensité : le régime de Raman-Nath [Gould et al., 1986] [Rasel et al., 1995] [Dubetsky and Berman, 2001] et le régime de Bragg [Giltner et al., 1995] [Martin et al., 1988]. Une description de ces deux régimes peut être trouvée dans [Champenois et al., 2001], nous en résumons ici les idées principales :

- L'approximation de Raman-Nath consiste à négliger la dynamique des états externes dans le potentiel périodique. Pour cela, le temps d'interaction doit être petit devant la période d'oscillation dans les puits de potentiel du réseau tel que  $\tau \ll 1/(8\omega_r\sqrt{|\gamma|})$ . Une autre façon de voir cette approximation est de considérer la largeur spectrale de l'impulsion  $\Delta E$  grande par rapport à la différence d'énergie entre l'état initial et l'état cible ( $\Delta E\Delta\tau \geq \hbar/2$ ). Par conséquent, le régime de Raman-Nath couple une multitude d'états d'impulsion (fig 32a) pouvant créer plusieurs chemins interférométriques.
- Le régime de Bragg correspond à la limite de faibles potentiels  $|\gamma| \ll 1$ . Ce régime perturbatif couple uniquement les deux états de Bragg. Pour cela, il faut que la largeur spectrale d'une transition à deux photons  $\Delta E \sim \hbar\Omega$  soit petite devant la différence d'énergie entre deux états d'impulsion  $4\hbar(n+1)\omega_r$ . A l'ordre  $n = 1$  ( $\Delta E \ll 8\hbar\omega_r$ ), la transition est résonante uniquement avec les états  $|f, p_0\rangle$  et  $|f, p_0 + 2\hbar k\rangle$  (fig 32b) et le système

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

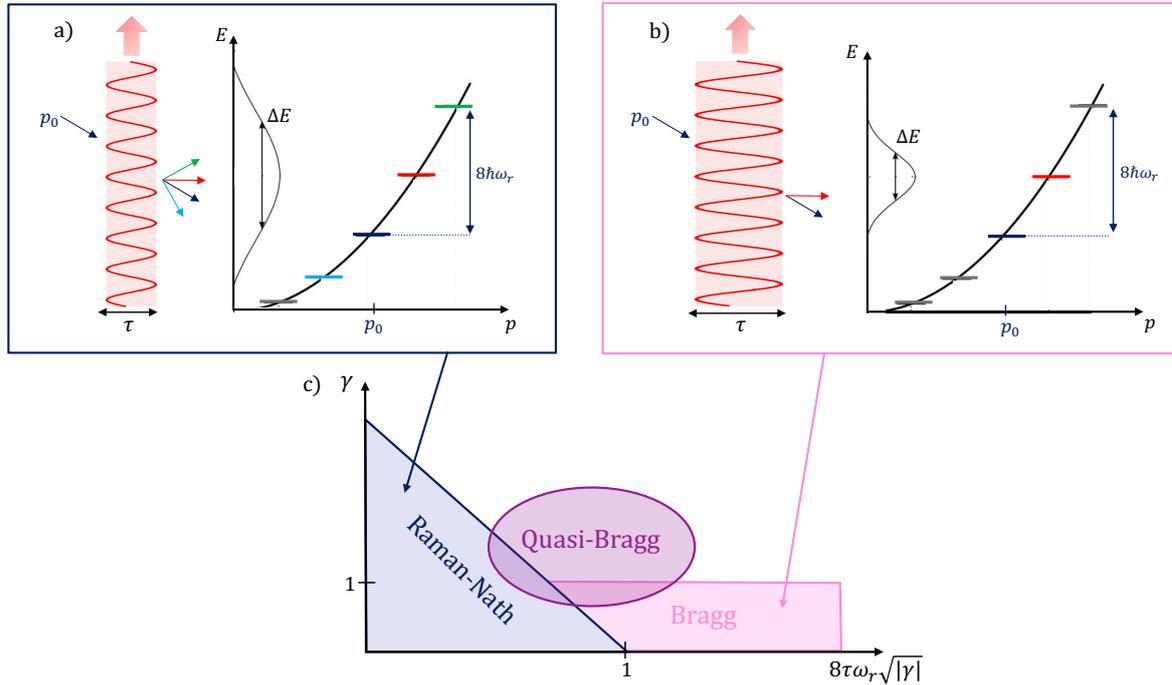


FIGURE 32 – Transitions à deux photons dans les deux cas limites : a) régime de Raman-Nath tel que  $\tau \ll (1/(8\omega_r\sqrt{|\gamma|}))$  et b) régime de Bragg tel que  $|\gamma| \ll 1$ . c) Le régime de quasi-Bragg est un régime intermédiaire entre le régime de Raman-Nath et et le régime de Bragg.

se ramène alors à un système à deux niveaux effectifs tel que celui décrit dans le chapitre 1. Le régime de Bragg permet donc d'effectuer des transitions d'un état  $|f, p_0\rangle$  à  $|f, p_0 + 2\hbar k\rangle$  sans peupler d'autres états d'impulsion. Pour des ordres  $n$  de diffraction élevés, la condition  $4(n+1)\omega_r > \Omega$  implique une pulsation  $\Omega$  très petite, et donc une pulsation effective  $\Omega_{\text{eff}}$  [Müller et al., 2008a] très petite, ce qui requiert de très longs temps d'interaction et limite son utilisation en pratique. A titre d'exemple, l'ordre de diffraction  $n = 3$  nécessite une durée d'interaction de plusieurs centaines de micro-secondes.

Pour les raisons mentionnées précédemment, ces deux régimes (Raman-Nath et Bragg) ne permettent pas d'atteindre expérimentalement des efficacités de diffraction suffisantes pour la réalisation d'interféromètres à grands transferts d'impulsion. La plupart des expériences sont donc effectuées dans un régime intermédiaire [Müller et al., 2008a], appelé régime de quasi-Bragg (fig 32c).

### 3.1.2 Régime de quasi-Bragg

Les interféromètres utilisant des impulsions de Bragg pour la réalisation de grands transferts d'impulsion opèrent principalement dans le régime de quasi-Bragg [Parker et al., 2018], [Müller et al., 2009], [McDonald et al., 2013] [Gebbe et al., 2021], [Plotkin-Swing et al., 2018] [Chio et al., 2011], [Ahlers et al., 2016]. En effet, ce régime permet d'obtenir de très bonnes efficacités de diffraction tout en conservant des paramètres accessibles expérimentalement (durée d'interaction, puissance laser). En utilisant un façonnage temporel suffisamment adiabatique, (e.g. des impulsions gaussiennes [Müller et al., 2008a] [Keller et al., 1999]), le régime de quasi-Bragg permet, tout comme la diffraction de Bragg idéale, de ne peupler principalement que deux états d'impulsion à la fin de l'interaction avec le réseau et de limiter ainsi les pertes dans les *états non-voulus*. Ces *états non-voulus* peuvent être associés à des pertes Landau-Zener (LZ). En effet, le régime de Bragg peut être décrit par une propagation dans les états de Bloch  $|0, \pm \hbar k\rangle$ . Une évolution non-adiabatique entraîne un couplage interbandes, menant à des pertes LZ. Une description détaillée de ces effets peut être trouvée dans [Siemß et al., 2022].

Notre expérience fonctionne dans ce régime intermédiaire pour lequel une modélisation numérique est nécessaire afin de décrire les observations expérimentales.

#### Résolution numérique

Nous étudions l'évolution du système dans le régime de quasi-Bragg en résolvant numériquement l'équation de Schrödinger à partir de l'hamiltonien (122). Les populations de chaque état d'impulsion sont calculées à partir du carré des amplitudes complexes telles que  $P_l = A_l^2$  (115).

L'enveloppe temporelle de l'interaction avec le réseau est de forme gaussienne et est paramétrisée par :

$$\gamma(t) = \gamma_{\max} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right), \quad (127)$$

où  $\gamma_{\max}$  est l'amplitude de l'impulsion gaussienne de durée caractéristique  $\sigma$  que l'on définit numériquement sur un intervalle de  $-5\sigma$  à  $+5\sigma$ .

Dans la suite de ce chapitre, l'amplitude du réseau est exprimée en unité adimensionnée :  $\gamma_{\max} = \frac{\Omega_{\max}}{8\omega_r}$ , avec  $8\omega_r \simeq 1.9 \times 10^5$  rad/s, et la durée d'interaction

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

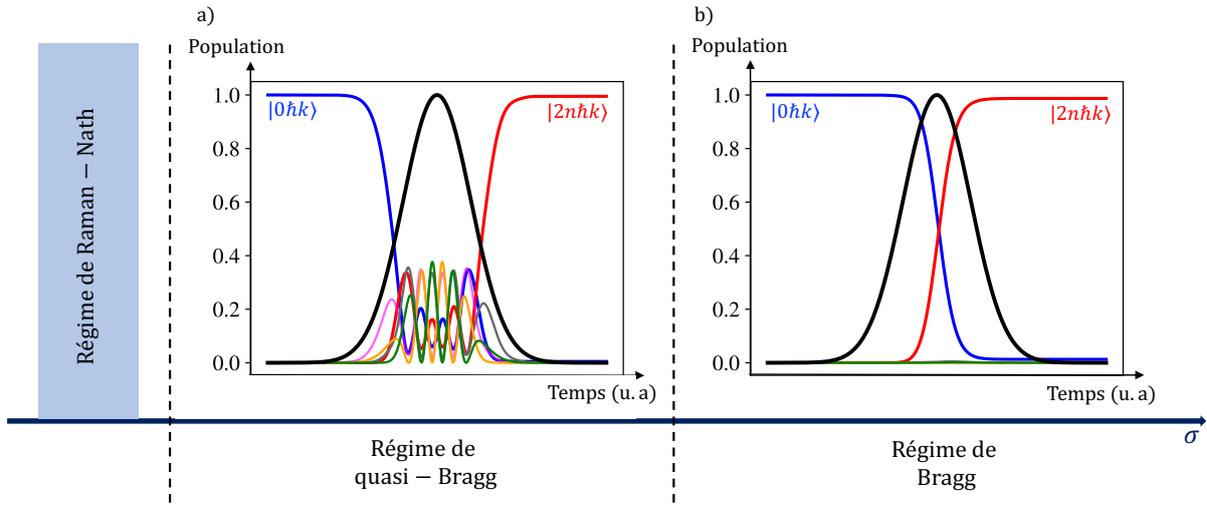


FIGURE 33 – Etude numérique de l'évolution des populations pendant une interaction avec le réseau dont l'enveloppe temporelle est une gaussienne de largeur  $\sigma$  (courbe noire) à l'ordre  $n = 3$  dans le régime de quasi-Bragg (a) et le régime de Bragg (b). Les paramètres sont ajustés de façon à réaliser un parfait miroir dans chacun des deux régimes :  $\gamma_{\max} = 3.3$  dans le régime de quasi-Bragg et  $\gamma_{\max} = 0.5$  dans le régime de Bragg. La dynamique dans le régime de quasi-Bragg se caractérise par une oscillation dans les *états non-voulus* qui interfèrent destructivement, permettant ainsi de ne coupler que les deux *états de Bragg* à la fin de l'impulsion. A l'inverse, seul les deux *états de Bragg* sont couplés dans le régime de Bragg, que ce soit pendant ou après l'interaction avec le réseau.

avec le réseau  $\sigma$  en unité d'inverse de la fréquence de recul :  $\frac{1}{\omega_r} \simeq 42 \mu\text{s}$ .

La figure 33 illustre l'évolution temporelle de la population dans les différents états d'impulsion pendant une impulsion gaussienne d'ordre  $n = 3$ , dans le régime de quasi-Bragg (fig 33a) et dans le régime de Bragg (fig 33b). Les paramètres de l'impulsion sont ajustés afin de réaliser un transfert parfait à la fin de l'impulsion. Cela correspond à  $\gamma_{\max} = 3.3$  pour le régime de quasi-Bragg et  $\gamma_{\max} = 0.5$  pour le régime de Bragg.

Pendant l'interaction avec le réseau, la dynamique complexe dans le régime de quasi-Bragg se caractérise par une oscillation dans les *états non-voulus*. Cette oscillation dépend de la largeur  $\sigma$  de l'impulsion, de sa forme temporelle, et de son amplitude  $\gamma_{\max}$ . A la fin de l'impulsion, ces *états non-voulus* interfèrent

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

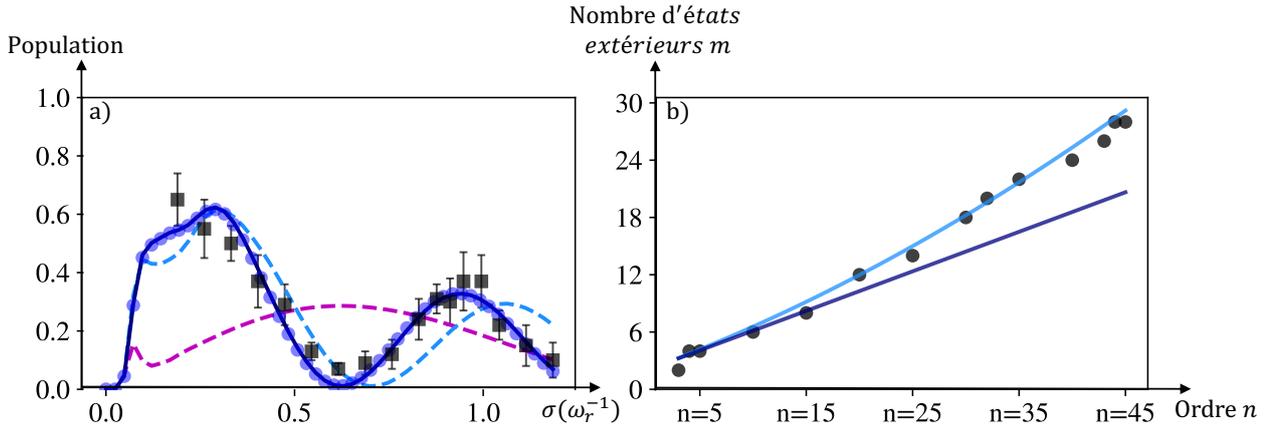


FIGURE 34 – a) Oscillations de Rabi à l'ordre  $n = 6$  pour différents nombres d'états extérieurs pris en compte dans la simulation. Les simulations numériques sont comparées aux valeurs expérimentales (carrés noirs dont les barres d'erreur représentent la dispersion statistique sur cinq mesures.) La ligne en pointillés mauve (respectivement bleu claire) est le résultat de la simulation pour  $m = 0$  (respectivement  $m = 1$ ). La courbe bleu foncée est résultat de la simulation pour  $m = 2$  qui est en accord avec les données expérimentales. La superposition de la simulation pour  $m = 3$  (points bleus) indique la convergence de la simulation. b) Nombre minimal d'états extérieurs nécessaire pour capturer la dynamique dans le régime de quasi-Bragg en fonction de l'ordre  $n$  de diffraction. Les points noirs sont les résultats de tests de convergence, la courbe en bleu est le résultat de la fonction  $m_0$  (129) et la courbe bleu claire le résultat de la fonction analytique (130).

destructivement : seuls les deux états de Bragg sont peuplés, ce qui permet d'obtenir une efficacité de 100% dans l'état cible (i.e. l'état  $|2n\hbar k\rangle$ ). Cette dynamique complexe pendant l'interaction avec le réseau est la signature du régime de quasi-Bragg. A l'inverse, le régime de Bragg permet de ne coupler que les deux états de Bragg, aussi bien à la fin de l'impulsion que pendant l'impulsion. La probabilité de peupler un de ces états dépend de la phase de Rabi accumulée durant l'interaction et est caractérisée par une oscillation de Rabi entre ces deux états (chapitre 1).

### Critère de convergence numérique

La dynamique complexe dans le régime de quasi-Bragg nécessite de prendre en compte des états supplémentaires en plus des deux états de Bragg dans

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

la description du système. Dans notre simulation numérique, tous les *états intérieurs* sont considérés. Nous nous intéressons alors au nombre total d'*états extérieurs*  $m$  nécessaires à prendre en compte pour capturer la dynamique du régime de quasi-Bragg. Ce nombre est directement lié à la largeur spectrale de l'impulsion : il dépend donc de sa durée  $\sigma$ , de son amplitude  $\gamma_{\max}$  et de l'ordre de diffraction  $n$ . Afin de mettre en avant l'importance de ce nombre, nous comparons l'évolution de la probabilité de diffraction au cours d'une oscillation de Rabi à l'ordre  $n = 6$  pour plusieurs valeurs d'*états extérieurs* considérés dans la simulation numérique et nous les comparons à une oscillation de Rabi obtenue expérimentalement (fig 34a). Pour  $m = 0$ , (i.e. la base de calcul (122) ne contient que les deux *états de Bragg* et les *états intérieurs*) le résultat de la simulation numérique mène de manière évidente à une fausse estimation de la fréquence d'oscillation de la population. En considérant 2 *états extérieurs* ( $m = 1$ ), l'accord avec les données expérimentales augmente, la dynamique observée étant finalement reproduite en considérant au moins  $m = 2$  *états extérieurs*. La superposition des courbes pour  $m = 2$  et  $m = 3$  confirme la convergence de la simulation numérique.

Pour capturer toute la dynamique du système dans le régime de quasi-Bragg, il faut donc s'assurer de considérer un nombre suffisant d'*états extérieurs*. Le temps de calcul augmentant très rapidement avec l'ordre de diffraction, nous avons cherché à établir un critère donnant le nombre minimal  $m_0$  d'*états extérieurs* à considérer dans la simulation numérique afin de bien reproduire la dynamique du système dans le régime de quasi-Bragg.

La détermination de ce critère repose sur le fait que tous les états  $|2l\hbar k\rangle$  entre les deux *états de Bragg* sont pris en compte dans la simulation numérique. En notant  $\hbar\delta_{\max}$  l'écart maximal en énergie entre les *états intérieurs*, nous considérons tous les *états extérieurs* ayant au moins cet écart en énergie.

Lorsque la condition de Bragg est réalisée pour un ordre  $n$  de diffraction, le désaccord maximal en énergie pour les *états intérieurs* est :

$$\delta_{\max} = \begin{cases} |\delta_{n/2}| = n^2/4 & \text{si } n \text{ est pair,} \\ |\delta_{(n-1)/2}| = (n^2 - 1)/4 & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases} \quad (128)$$

En résolvant l'égalité (128) et en arrondissant au nombre entier supérieur, nous déterminons  $m_0$  :

$$m_0 = \begin{cases} \left\lceil \frac{1}{2}n (\sqrt{2} - 1) \right\rceil & \text{si } n \text{ est pair,} \\ \left\lceil \frac{1}{2}n \left( \sqrt{2 - \frac{1}{n^2}} - 1 \right) \right\rceil & \text{si } n \text{ est impair,} \end{cases} \quad (129)$$

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

où  $\lceil x \rceil$  est la fonction *ceil* arrondissant à l'entier supérieur.

En pratique, pour  $n > 3$ , le terme en  $1/n^2$  devient négligeable, nous considérons donc  $m_0 = \lceil \frac{1}{2}n(\sqrt{2} - 1) \rceil$  comme limite inférieure sur le nombre  $m$  d'états à considérer. Cette limite est ensuite comparée à un test de convergence du modèle numérique pour plusieurs valeurs de  $m$ . Pour cela, nous étudions la variation de la pulsation de Rabi à deux photons  $\gamma_{\max}$  choisie pour réaliser un transfert parfait (i.e.  $> 99\%$  avec la durée d'impulsion  $\sigma$  la plus faible possible) en fonction de  $m$ , et nous en déduisons le nombre  $m_c$  à partir duquel la valeur de la pulsation de Rabi n'évolue plus, i.e. qui indique une convergence de la simulation numérique.

La figure 34b montre la comparaison entre les valeurs de  $m_c$  (points noirs) et le critère  $m_0$  (129) déterminé analytiquement pour différentes valeurs de  $n$  (courbe bleue). Le nombre minimal d'états externes à prendre en compte est bien décrit par le critère  $m_0$  jusqu'à l'ordre  $n \simeq 10$ . Ce critère n'est plus pertinent pour des ordres de diffraction plus élevés. Nous déterminons alors un critère  $m_0^{emp}$  incluant un terme en  $n^2$  permettant d'assurer la convergence du modèle numérique, même pour des ordres de diffraction très élevés :

$$m_0^{emp} = \lceil 0.5n(\sqrt{2} - 1) + 1 + An^2 \rceil, \quad (130)$$

où  $A \simeq 2 \times 10^{-3}$  est déterminée à partir d'un ajustement des points obtenus par un test de convergence.

La figure 34b montre l'évolution de  $m_0^{emp}$  (courbe bleue claire) en fonction de l'ordre de diffraction à partir de la fonction analytique (130). L'accord avec les tests de convergence réalisés pour chacun de ces ordres de diffraction permet alors d'estimer le nombre minimal d'états extérieurs à prendre en compte pour capturer la dynamique du régime de quasi-Bragg. Cette étude montre la nécessité d'inclure au moins deux états externes ( $m > 1$ ) pour capturer toute la dynamique du régime de quasi-Bragg.

Ce critère est basé sur un argument énergétique, sans tenir compte de la dispersion en vitesse de la source d'atomes, il permet simplement de donner une limite inférieure sur le nombre d'états extérieurs afin de reproduire la dynamique du système.

### 3.1.3 Interactions courtes et longues dans le régime de quasi-Bragg

Dans le régime de Bragg, la dynamique du système est parfaitement décrite par celle d'un système à deux niveaux effectifs : en changeant la durée de l'impulsion, il est possible de réaliser une oscillation de Rabi entre les deux *états de Bragg*  $|0\hbar k\rangle$  et  $|2n\hbar k\rangle$ . Cette dynamique est néanmoins plus complexe dans le régime de quasi-Bragg puisque des états supplémentaires interviennent dans l'évolution du système.

La figure 35a montre l'évolution de la population dans les différents états d'impulsion au cours d'une oscillation de Rabi pour différentes durées  $\sigma$  d'impulsion gaussienne dans le régime de quasi-Bragg à l'ordre  $n = 3$ . Les populations sont calculées en fin d'impulsion. Nous reportons les résultats de la simulation numérique (courbes noire et pointillés) ainsi que ceux traitant d'un modèle d'atome à deux niveaux, i.e. sans perte LZ (points bleus). Deux sous-régimes sont mis en évidence :

- Le régime des interactions courtes (IC), pour lequel la population dans les *états non-voulus* est non-négligeable et l'oscillation de Rabi entre les deux *états de Bragg* alors déformée par les pertes LZ. Il est néanmoins intéressant de noter que dans ce sous-régime, la population dans les *états non-voulus* s'approche de zéro pour des valeurs spécifiques de  $\sigma$ . Cette annulation offre l'opportunité de choisir expérimentalement des paramètres d'impulsion qui exploitent la suppression de ces pertes afin de maximiser l'efficacité de diffraction, i.e. la probabilité d'atomes transférés dans l'état  $|2n\hbar k\rangle$ .
- Le régime des interactions longues (IL), pour lequel les oscillations de la population dans les *états non-voulus* s'amortissent pour devenir négligeables, permettant ainsi de retrouver une dynamique d'oscillation des populations entre les deux *états de Bragg*, et ce bien que les *états non-voulus* soient peuplés de manière transitoire pendant l'interaction avec le réseau (fig 33).

Notons que dans chacun de ces sous-régimes, nous conservons une trace de la phase de Rabi  $\varphi_R$  définie par le système à deux niveaux effectifs tels que les maxima d'efficacité de diffraction dans l'état  $|2n\hbar k\rangle$  sont toujours définis pour  $\varphi_R = (2j + 1)\pi$ , avec  $j \in \mathbb{N}$ .

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

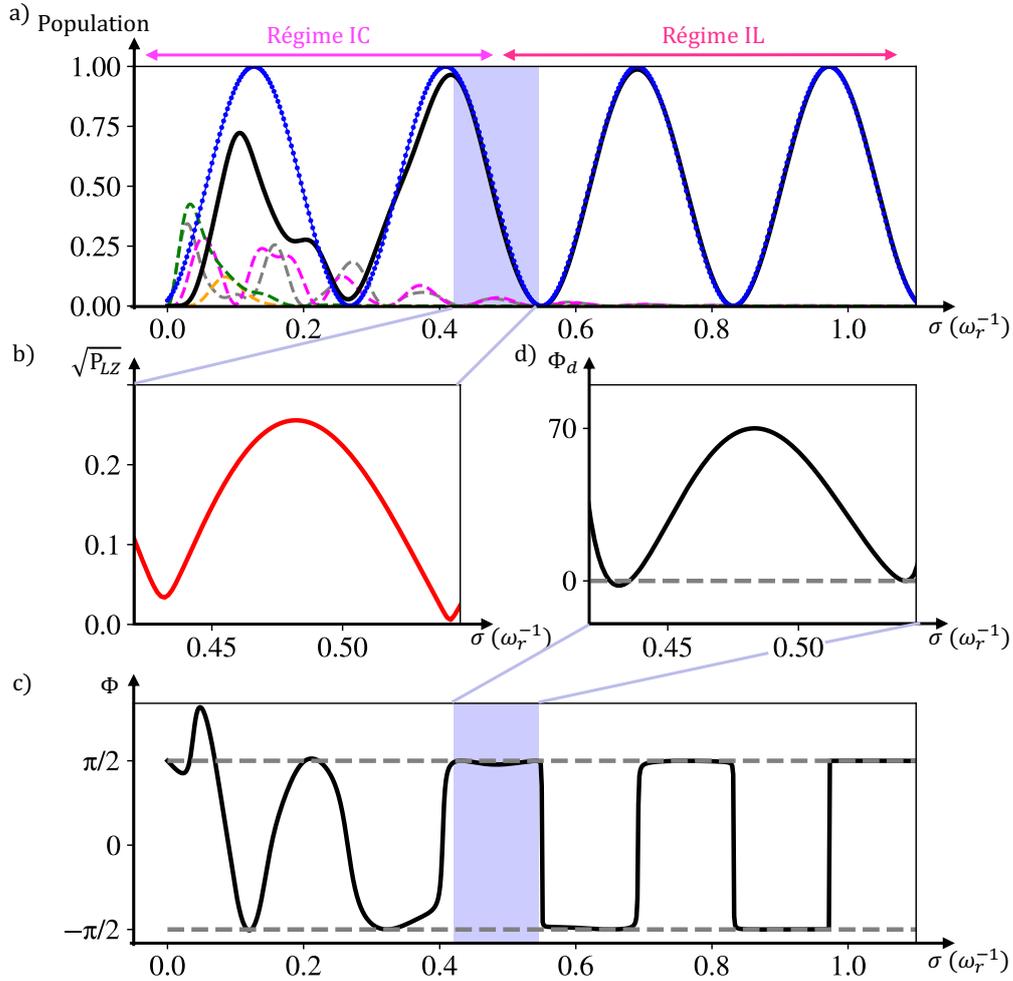


FIGURE 35 – Simulations numériques à l'ordre  $n = 3$  dans le régime de quasi-Bragg pour  $\gamma_{\max} = 3.3$ . a) Evolution des populations dans les différents états d'impulsion à la fin d'une impulsion gaussienne de durée  $\sigma$ . La courbe noire représente la population  $P_3$  dans l'état  $|6\hbar k\rangle$  et les courbes en pointillés la population dans les états non-voulus. Cette population est non-négligeable dans le sous régime IC, ce qui a pour conséquence de déformer l'oscillation de Rabi entre les deux états de Bragg. Pour un temps d'interaction suffisamment long, i.e. dans le sous-régime IL, on retrouve une dynamique d'un système à deux niveaux, les résultats de la simulation numérique se superposant au résultat d'un calcul d'un système à deux niveaux effectifs (points bleus). b) Racine carrée des pertes LZ pour un intervalle de durées d'impulsion entre  $0.42 \omega_r^{-1}$  et  $0.57 \omega_r^{-1}$ . c) Evolution de la phase de diffraction en fonction de la durée de l'impulsion  $\sigma$ . Les deux lignes grises en pointillés indiquent une phase constante de  $\pm\pi/2$ , elles correspondent aux deux valeurs que prend la phase de diffraction "triviale" dans le régime IL. d) Phase de diffraction non triviale  $\Phi_d = \pi/2 - \Phi$  pour un intervalle de durées d'impulsion entre  $0.42 \omega_r^{-1}$  et  $0.57 \omega_r^{-1}$ . Un minimum de la population des pertes LZ (b) coïncide avec un minimum de phase de diffraction.

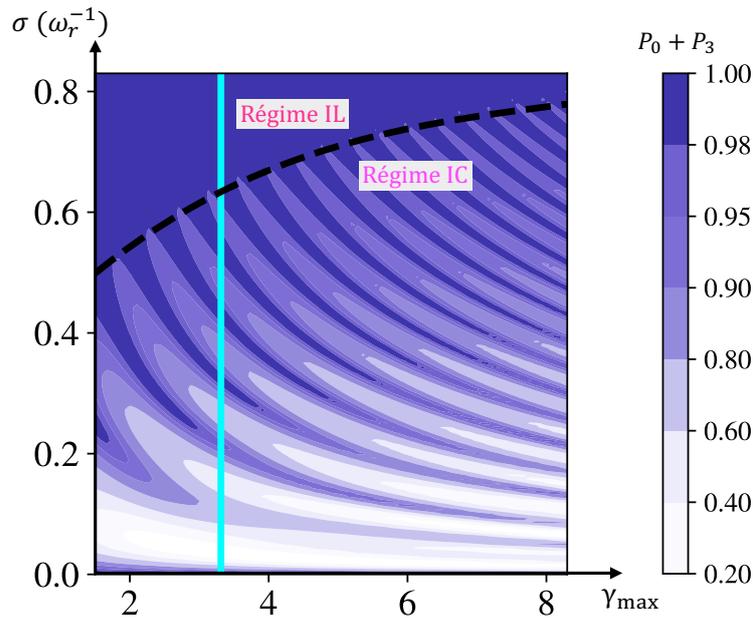


FIGURE 36 – Somme des des populations dans les deux *états de Bragg*  $P_0$  et  $P_3$  à l'ordre  $n = 3$  calculée sur une cartographie  $\sigma - \gamma_{\max}$ . La ligne en pointillés noire matérialise la frontière entre les deux sous-régimes. La ligne bleue claire correspond à l'oscillation de Rabi représentée à la figure 35a pour  $\gamma_{\max} = 3.3$ .

La frontière entre les sous-régimes IC et IL est illustrée sur la figure 36, elle indique la fraction de la population dans les deux *états de Bragg* en fonction de  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}$  à l'ordre  $n = 3$ . Le régime IL est défini pour des durées d'interaction de plus en plus grandes à mesure que l'amplitude  $\gamma_{\max}$  augmente, cette évolution conforte l'image intuitive que la largeur spectrale de l'impulsion augmente en fonction de  $\gamma_{\max}$  et doit ainsi être compensée par une impulsion de largeur  $\sigma$  plus importante afin de maintenir l'adiabaticité de l'impulsion et ne peupler que les deux *états de Bragg* à la fin de l'interaction avec le réseau.

### Phase de diffraction

L'efficacité de diffraction n'est pas le seul paramètre à considérer lors de l'utilisation de la diffraction de quasi-Bragg à des fins interférométriques. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, une phase de diffraction  $\Phi$  est imprimée sur l'onde diffractée à chaque interaction avec le champ laser et nécessite d'être contrôlée pour les mesures interférométriques.

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

La figure 35c montre l'évolution de cette phase (obtenue numériquement en prenant la différence des arguments des amplitudes complexes des deux états de Bragg à la fin de l'impulsion), en fonction de la durée de l'impulsion. Dans le sous-régime IL, la phase de diffraction oscille entre  $\pm\pi/2$  [ $2\pi$ ] pour chaque inversion de population, comme attendu pour un système à deux niveaux. Cette dynamique est en accord avec la dynamique observée sur la figure 35a où un calcul à deux niveaux permet de retranscrire l'évolution des populations dans le sous-régime IL. L'évolution de cette phase est néanmoins plus complexe dans le sous-régime IC et met en avant le lien entre phase de diffraction et pertes LZ [Müller et al., 2008a], [Siemß et al., 2020]. Dans leur article, Müller et al. [Müller et al., 2008a] montrent qu'une phase de diffraction supplémentaire  $\Phi_d$  est corrélée aux pertes LZ telle que  $\Phi_d \leq \sqrt{P_{LZ}}$ , où  $\Phi_d$  correspond à la phase de diffraction à laquelle on retranche la phase de diffraction "triviale"  $\pm\pi/2$  tel que  $\Phi_d = \Phi \pm \pi/2$ .

Les figures 35b et 35d représentent respectivement la racine carrée des pertes et la phase de diffraction  $\Phi_d$  à la frontière entre le régime IC et le régime IL. Dans cet intervalle,  $\Phi_d \simeq \sqrt{P_{LZ}}/3$ , ce qui précise l'inégalité de [Müller et al., 2008a]. La phase de diffraction suit la même dynamique que celle des pertes LZ et confirme qu'un minimum de la population dans les *états non-voulus*, i.e. les pertes LZ, coïncide avec un minimum de phase de diffraction.

### 3.1.4 Influence de la dispersion en vitesse

Afin de reproduire au mieux nos données expérimentales, la dispersion en vitesse de la source d'atomes doit être prise en compte dans nos simulations numériques. Cela revient à ajouter à la vitesse du réseau  $\tilde{v}(t)$  une vitesse aléatoire  $\delta\tilde{v}$  distribuée dans une gaussienne :

$$\rho(\delta\tilde{v}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\tilde{v}}} \exp\left[-\frac{\delta\tilde{v}^2}{2\sigma_{\tilde{v}}^2}\right], \quad (131)$$

où  $\sigma_{\tilde{v}}$  représente la dispersion en vitesse adimensionnée.

Le système d'équations différentielles (122) est résolu pour chaque classe de vitesse  $\delta\tilde{v}$  et la population associée  $P_l(\delta\tilde{v})$  pondérée par la fonction de distribution  $\rho(\delta\tilde{v})$  pour obtenir la population moyenne dans chaque état d'impulsion  $l$  :

$$\bar{P}_l = \int_{-5\sigma_{\tilde{v}}}^{5\sigma_{\tilde{v}}} \rho(\delta\tilde{v}) P(\delta\tilde{v}) d\delta\tilde{v}. \quad (132)$$

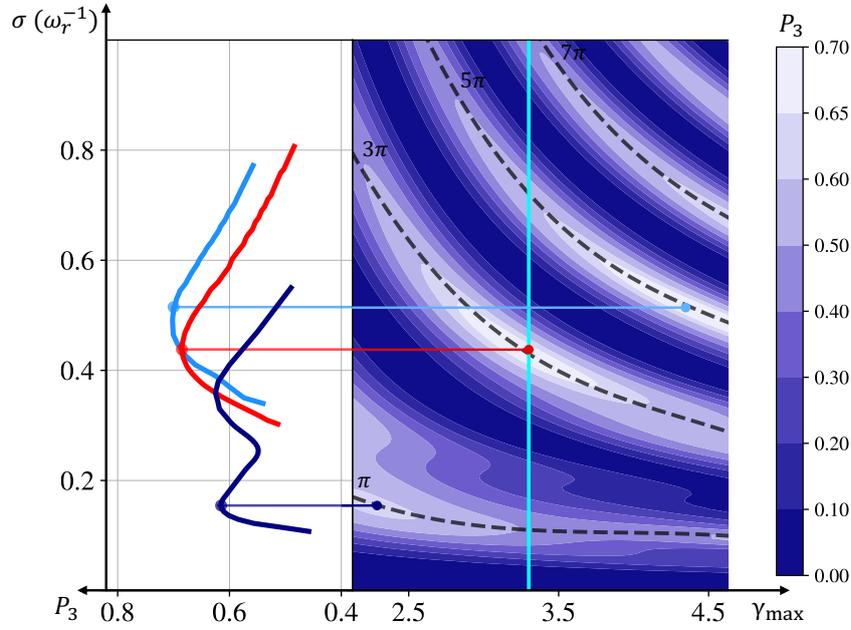


FIGURE 37 – Etude numérique de la population  $P_3$  de l'état diffracté  $|6\hbar k\rangle$  dans le régime quasi-Bragg. La simulation tient compte d'une dispersion en vitesse de 30 nK, i.e. 1.8 mm/s. Figure de droite : représentation de la population  $P_3$  pour une cartographie  $\sigma - \gamma_{\max}$ . Les lignes en pointillées indiquent les maximum locaux associés aux différentes phases de Rabi  $\pi [2\pi]$ . La ligne bleue claire correspond à l'oscillation de Rabi représentée à la figure 35a pour  $\gamma_{\max} = 3.3$  et une dispersion en vitesse de 30 nK. Figure de gauche : population  $P_3$  représentée en fonction de  $\sigma$  le long des lignes de maximum local, i.e. une phase de Rabi tel que :  $\varphi_R = \pi$  (courbe bleue foncée),  $\varphi_R = 3\pi$  (courbe rouge) et  $\varphi_R = 5\pi$  (courbe bleue claire). L'efficacité de diffraction est optimale (compte tenu de la dispersion en vitesse initiale) pour un couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$  défini pour  $\varphi_R \geq 3\pi$ . Pour une dispersion en vitesse de 1.8 mm/s, cet optimum correspond à une efficacité de diffraction de 72 %.

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

La dispersion en vitesse du nuage d'atomes réduit l'efficacité de diffraction. En effet, chaque classe de vitesse satisfait plus ou moins la condition de Bragg (126) et oscille donc à une fréquence de Rabi différente. Par conséquent, l'oscillation de Rabi moyenne s'amortit et la probabilité maximale de diffraction dans  $|2n\hbar k\rangle$  (ligne bleue fig 37) est diminuée.

### Compromis entre sous-régimes IC et IL

Afin de maximiser l'efficacité de diffraction, nous cherchons le meilleur compromis sur la durée et l'amplitude de l'impulsion pour minimiser : i) les pertes LZ (régime IC) et ii) la perte d'efficacité de diffraction liée à la sélectivité en vitesse (régime IL).

La figure 37 (partie droite) représente la population  $P_3$  dans l'état de Bragg  $|6\hbar k\rangle$  en fonction de  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}$ . Pour chaque couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}$ , la population atteint un maximum local lorsque la phase de Rabi  $\varphi_R$  associée est proportionnelle à des multiples impairs de  $\pi$ , i.e.  $\varphi_R = \pi, 3\pi \dots$  (traits pointillés noirs). Pour une valeur de  $\gamma_{\max}$  donnée, e.g.  $\gamma_{\max} = 3.3$  (ligne bleue fig 37), la meilleure efficacité de diffraction est atteinte pour  $\varphi_R = 3\pi$  ( $\sigma \simeq 0.4 \omega_r^{-1}$ ) : la phase de Rabi  $\varphi_R = \pi$  (respectivement  $\varphi_R = 5\pi$ ) étant limitée par les pertes LZ (respectivement la sélectivité en vitesse).

La partie gauche de la figure 37 montre l'évolution du maximum local de la population  $P_3$  pour chaque phase de Rabi. Les différents couples  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$  optimum (i.e. le maximum pour une phase de Rabi  $\varphi_R = \pi, 3\pi \dots$ ) donnent une efficacité de diffraction maximale sensiblement équivalente à partir de  $\varphi_R = 3\pi$ . Il résulte alors du compromis entre pertes LZ et sélectivité en vitesse une efficacité de diffraction optimale ne dépendant pas de la phase de Rabi utilisée. Dans le cas  $n = 3$  et pour une dispersion en vitesse de 30 nK, le couple optimum permet d'obtenir une efficacité maximale de l'ordre de 70%. Ce compromis est atteint dès  $\sigma \simeq 0.4 \omega_r^{-1}$ , correspondant à la phase de Rabi  $\varphi_R = 3\pi$ . Considérer la phase de Rabi suivante  $\varphi_R = 5\pi$  (qui donne une efficacité de diffraction équivalente) est de nature à augmenter des effets indésirables tels que l'émission spontanée ou encore les phases liées aux effets de déplacements lumineux. La plupart des expériences présentées dans ce chapitre sont réalisées pour le couple optimum  $\{\sigma = 0.42 \omega_r^{-1} (\simeq 18\mu\text{s}) - \gamma_{\max} = 3.3 (\simeq 26.5 \times 2\pi \times 3800 \text{ rad/s})\}_{\text{opt}}$ .

### Conclusion (3.1)

Dans cette partie, nous avons présenté le régime de quasi-Bragg. Deux sous-régimes d'interaction ont été mis en évidence : i) celui des interactions courtes (IC) pour lequel la population dans les *états non-voulus* (pertes LZ) est non-négligeable, et ii) le régime des interactions longues (IL), pour lequel les populations dans les *états non-voulus* deviennent négligeables, permettant de retrouver une oscillation des populations des deux *états de Bragg* à la fin de l'interaction. Nous avons également étudié numériquement la durée d'interaction et la profondeur du réseau qui optimisent l'efficacité de diffraction. Cet optimum se situe à la frontière entre le sous-régime IC, limité par les pertes LZ, et le sous-régime IL limité par la sélectivité en vitesse. Cette étude théorique nous permet de mieux caractériser les données expérimentales obtenues dans le régime de quasi-Bragg.

### 3.2 Dispositif expérimental

Le réseau optique est réalisé à partir d'un laser fibré à 1560 nm de la marque Keopsys<sup>2</sup>. Un cristal non linéaire est utilisé pour doubler la fréquence de ce laser ([Bordoux, 2019]) afin d'obtenir 3 W à 780 nm désaccordés de  $\Delta = 11$  GHz de la transition  $|^5S_{1/2}\rangle \rightarrow |^5P_{3/2}\rangle$ . Afin de contrôler ce désaccord, la fréquence de ce laser est comparée par battement avec un laser de référence asservi sur une fréquence proche de la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  (fig 38).

Les deux faisceaux formant le réseau sont créés à partir de deux modulateurs acousto-optiques (AOM) AO1 et AO2 (fig 38) MT220-B100A0 de la marque AA Opto Electronic pilotés par deux générateurs RF de fonctions arbitraires de la marque Keysight, cadencés par la même horloge à 10 MHz. Le décalage en fréquence servant à assurer la condition de résonance pour la diffraction de Bragg est réalisé grâce à un double passage dans ces deux AOMs : cette configuration présente l'avantage de s'affranchir des déviations accompagnant les changements de fréquence. Après leur passage dans les AOMs, les faisceaux 1 et 2 sont recombinaés sur un cube polarisant afin d'être injectés en polarisations rectilignes croisées sur les axes propres d'une fibre vers le *banc principal* (fig 38).

---

2. Ce piège sert aussi à créer le *piège dimple*. (chapitre 2)

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

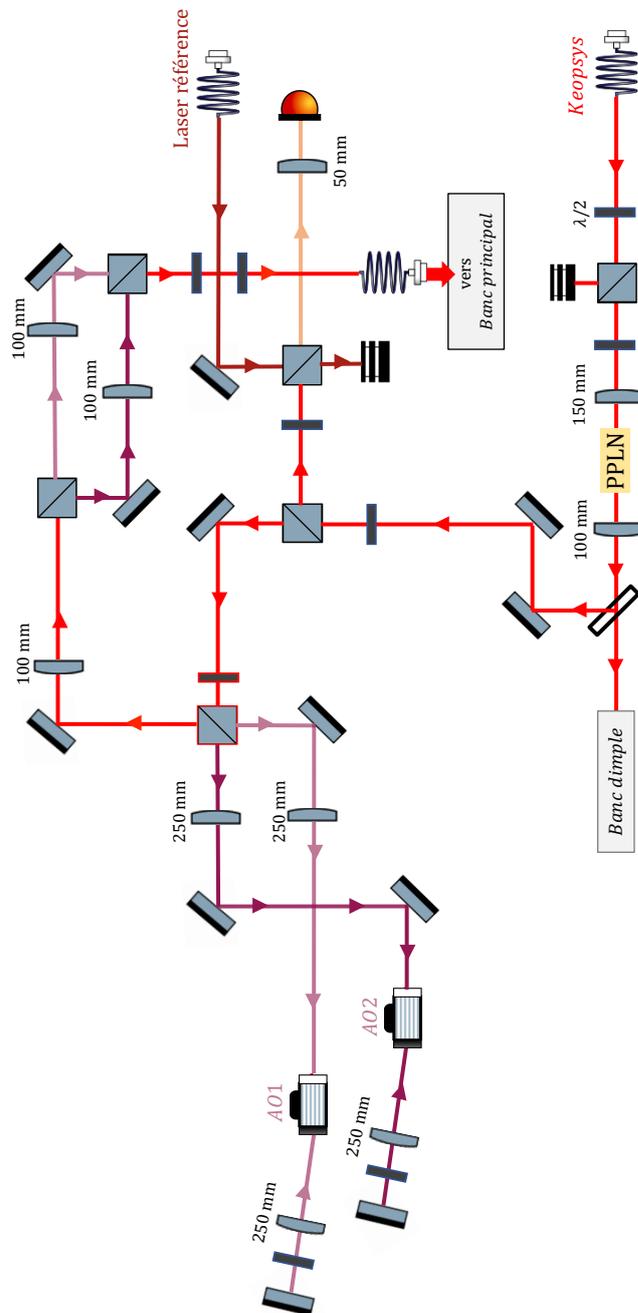


FIGURE 38 – Schéma du *banc de Bragg*. La lumière à 780 nm est créée par le doublage en fréquence d'un laser fibré à 1560 nm. Les deux faisceaux formant le réseau de diffraction sont créés à partir de deux AOMs 1 et 2 qui permettent de générer les rampes de fréquence nécessaires à la réalisation des transitions de Bragg. Après double passage dans chacun des AOMs, les faisceaux 1 et 2 sont recombinés sur un cube polarisant afin d'être injectés en polarisations rectilignes croisées sur les axes propres d'une fibre et être envoyés vers le *banc principal*.

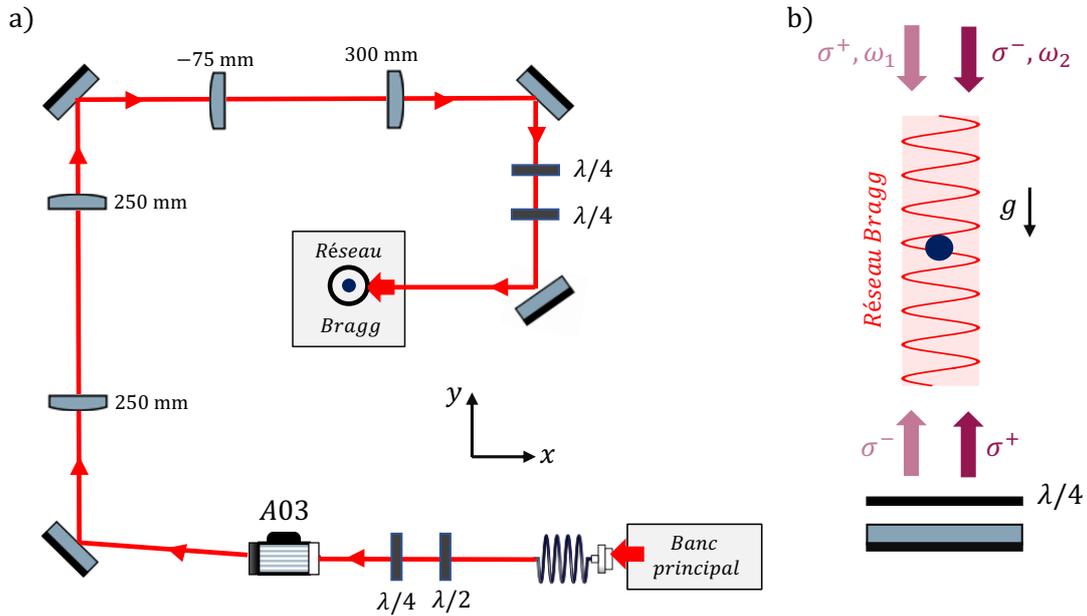


FIGURE 39 – a) Schéma de la mise en forme du faisceau formant le réseau optique permettant d’obtenir un waist sur les atomes  $w_0 = 4.1$  mm. L’A03 permet de contrôler l’amplitude du réseau afin de façonner l’enveloppe temporelle des impulsions. b) Réseau de Bragg en configuration verticale rétro-réfléchi : deux réseaux de vitesses  $\pm\Delta\omega/2k$  et de phases opposées sont alors formés par les paires  $\sigma^+/\sigma^{++}$  et  $\sigma^-/\sigma^{--}$ .

Nous obtenons après double passage dans chacun des AOMs environ 150 mW dans chacune des fréquences en sortie de fibre. Un autre AOM MT80-B100A0 (A03, voir fig 39a) est également utilisé, il permet de contrôler l’amplitude du réseau afin de façonner l’enveloppe temporelle des impulsions. Le faisceau est ensuite mis en forme à l’aide de deux télescopes pour obtenir un waist  $w_0 = 4.1$  mm sur les atomes (fig 39a).

### 3.2.1 Configuration verticale rétro-réfléchi

Le réseau que nous utilisons pour la diffraction de Bragg est en configuration verticale rétro-réfléchi. Cette configuration présente l’avantage de réduire en partie le bruit de phase de l’interféromètre, puisque la plupart des effets de vibration (à l’exception des vibrations du miroir) sont communs aux deux faisceaux formant le réseau. Pour cela, les polarisations des faisceaux 1 et 2

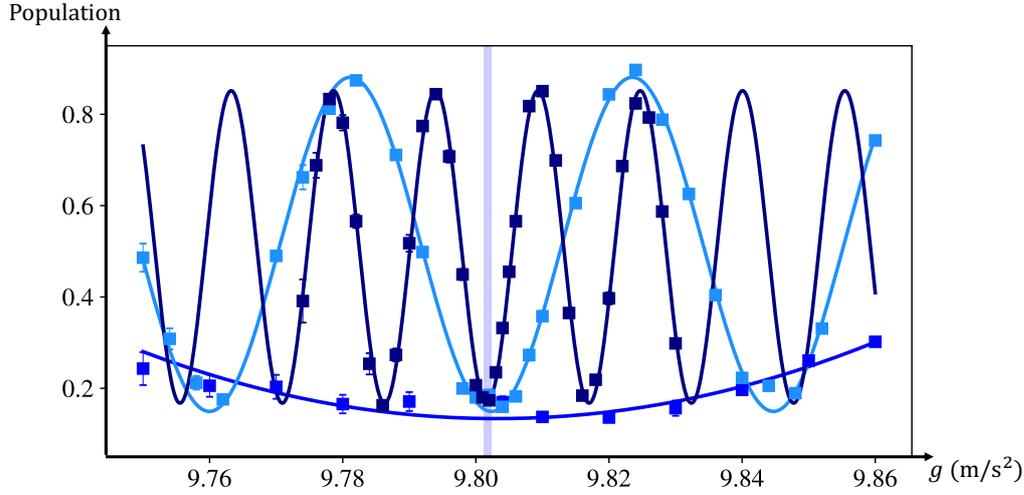


FIGURE 40 – Détermination expérimentale de l'accélération de la pesanteur pour plusieurs durées d'interféromètre :  $2T = 2$  ms (courbe bleue),  $2T = 6$  ms (courbe bleue claire) et  $2T = 10$  ms (courbe bleue foncée). Un minimum global est trouvé pour une rampe de compensation de la gravité correspondant à  $g' = 9.8017$  m/s<sup>2</sup>.

en sortie de fibre sont transformées, après un premier passage à travers une lame quart d'onde, en polarisation circulaire  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  (fig 39b). Après passage à travers une seconde lame quart d'onde et rétro-réflexion, ces polarisations sont inversées pour devenir respectivement  $\sigma^-$  et  $\sigma^+$  (fig 39b). Deux réseaux de vitesses  $\pm\Delta\omega/2k$  et de phases opposées sont alors formés par les paires  $\sigma^+/\sigma^+$  et  $\sigma^-/\sigma^-$ . Pour une condition de Bragg donnée, un des deux réseaux diffracte les atomes dans la direction opposée à  $\mathbf{g}$  tandis que l'autre réseau diffracte les atomes dans la direction de  $\mathbf{g}$ . Pour une vitesse  $v_0$  des atomes au moment de l'impulsion suffisamment grande, i.e.  $v_0 \gg v_r$ , seul un des deux réseaux est résonant avec la condition de Bragg (126), et l'autre réseau est non-résonant par effet Doppler. En pratique, une vitesse suffisante est atteinte après une chute libre pendant un temps  $T_{\text{Dop}}$  tel que  $v_0 = -gT_{\text{Dop}}$ . Pour maintenir la condition de résonance durant toute la chute libre, on applique un rampe de fréquence  $\Delta\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$ , où  $\alpha = -2kg$  (124).

### 3.2.2 Verticalité du réseau

Bien que l'objectif ne soit pas de faire un gravimètre, nos expériences d'interférométrie nécessitent un bon alignement avec la direction verticale. En effet, il

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

faut que pendant toute la durée de l'interféromètre où ils sont en chute libre, les atomes voient la même intensité laser afin de conserver la même efficacité de diffraction et également ne pas intégrer une phase de diffraction importante.

L'alignement initial du réseau se fait à partir d'un miroir liquide, qui nous permet de superposer le bras réfléchi sur le bras incident dans la direction de la gravité. Une fois cet alignement réalisé, nous vérifions la projection du réseau par rapport à la gravité en réalisant un interféromètre de Mach-Zehnder pour lequel nous mesurons la population en sortie d'interféromètre pour différentes valeurs de rampe  $\alpha = -2\mathbf{k}\cdot\mathbf{g}$  compensant l'accélération gravitationnelle. Nous répétons ensuite cette expérience pour plusieurs durées  $2T$  d'interféromètre. Un minimum global des franges d'interférences (appelé **frange noire**) apparaît, indépendamment de la durée  $2T$  de l'interféromètre (fig 40), lorsque la condition :  $g + \frac{\alpha}{2k} = 0$  est remplie (avec  $k$  le vecteur d'onde effectif du réseau). La figure 40 indique un minimum mesuré à  $g' = 9.8017 \text{ m/s}^2$ , pour une valeur de la gravité à Toulouse  $g = 9.8043 \text{ m/s}^2$  [Pajot and Dupont, ], correspondant à un angle entre notre réseau et la verticale d'environ  $1^\circ$ , ce qui n'est pas une limite pour les expériences présentées dans ce chapitre.

### 3.2.3 Détection par état d'impulsion

La mise en place de ce réseau optique permet de réaliser les expériences de diffraction et d'interférométrie. Pour ces expériences, les atomes sont détectés par fluorescence avec le même système que celui présenté au chapitre 2. Les populations dans chacun des états d'impulsion sont mesurées après un temps de vol  $T_d$  de l'ordre de 20 ms permettant d'obtenir une séparation spatiale de  $2v_r T_d \sim 230 \mu\text{m}$ , pour des états séparés de  $2\hbar k$ . Cette séparation est supérieure à la taille du nuage atomique qui est d'environ  $60 \mu\text{m}$ , ce qui permet d'imager spatialement chacun des états d'impulsion (fig 41a). Les images sont intégrées le long de la direction transverse au réseau de diffraction, et les profils de densités résultants ajustés par des gaussiennes centrées sur les positions des différents états d'impulsion (fig 41b). La population relative  $P_l$  dans chacun de ces états est ensuite calculée en faisant le rapport par le nombre total d'atomes mesurés (i.e. dans les deux états de Bragg et les états non-voulus) tel que :

$$P_{|2l\hbar k\rangle} = \frac{N_{|2l\hbar k\rangle}}{\sum_{j=-m}^{n+m} N_{|2j\hbar k\rangle}}. \quad (133)$$

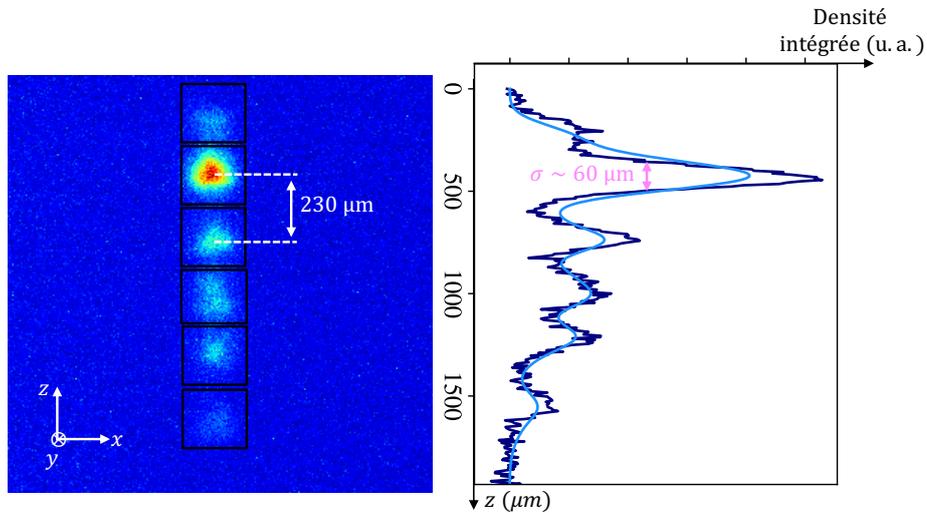


FIGURE 41 – a) Moyenne de 10 images d'un nuage diffracté dans différents états d'impulsion obtenue après un temps de vol de 20ms. b) Profil de densité intégrée dans la direction transverse au réseau. Chaque gaussienne représente un état d'impulsion.

### Conclusion (3.2)

Le réseau optique que nous utilisons pour les expériences de diffraction et d'interférométrie est réalisé à partir d'un laser à 1560nm doublé en fréquence. Ce réseau est en configuration verticale rétro-réfléchi. Dans cette configuration, deux réseaux de vitesse  $\pm\Delta\omega/2k$  et de phases opposées sont formés. Néanmoins pour une vitesse initiale des atomes  $v_0$  au moment de l'impulsion suffisamment grande, i.e.  $v_0 \gg v_r$ , seul un des deux réseaux est résonant avec la condition de Bragg.

## 3.3 Résultats expérimentaux

Nous nous intéressons dans cette partie à l'étude expérimentale de la diffraction de Bragg à ordre élevé dans le régime de quasi-Bragg, et nous comparons l'accord entre nos résultats expérimentaux et nos simulations numériques.

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

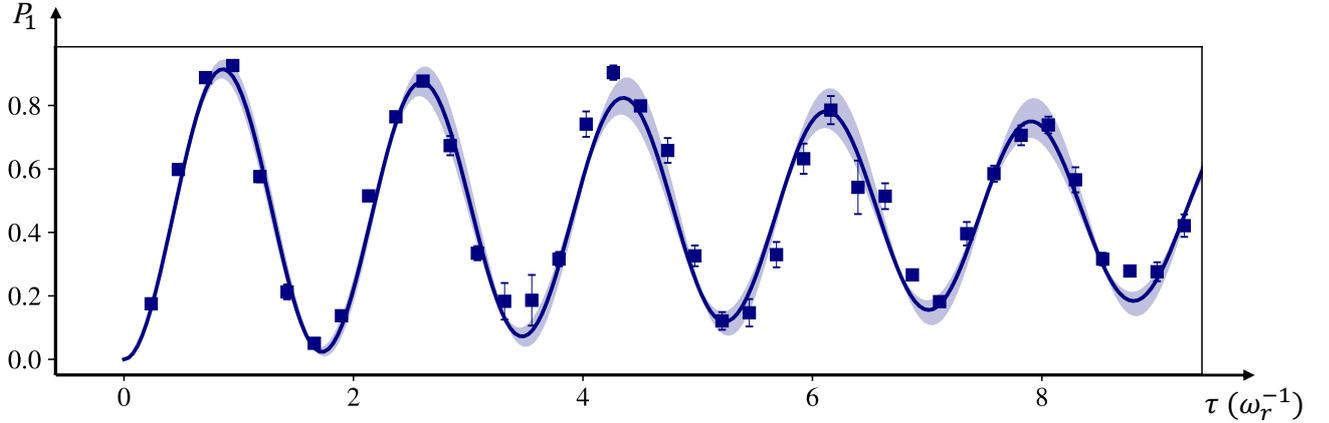


FIGURE 42 – Evolution de la population  $P_1$  dans l'état de Bragg  $|2\hbar k\rangle$  en fonction de  $\tau$  pour une impulsion de forme rectangulaire, un désaccord  $\Delta = 11\text{GHz}$  et une puissance  $P = 20\text{mW}$ . Chaque donnée expérimentale est le résultat d'une moyenne de 5 mesures dont l'erreur statistique est représentée par les barres d'erreurs. La courbe en trait plein est le résultat de la simulation numérique pour une pulsation de Rabi à deux photons  $\Omega = 3.5\omega_r$  calculée à partir des équations (135) et (136) pour un désaccord  $\Delta$  et une puissance  $P$  équivalents à ceux utilisés pour l'expérience. L'accord obtenu permet de valider notre simulation numérique ainsi que l'étalonnage de la profondeur du réseau.

### 3.3.1 Détermination de la profondeur du réseau

Le modèle numérique présenté à la section 3.1 ne prend en compte que deux paramètres libres mesurés indépendamment : la dispersion en vitesse  $\sigma_{\vec{v}}$  du nuage obtenue par méthode de temps de vol (chapitre 2), et la pulsation de Rabi à deux photons  $\Omega = \gamma \times 8 \omega_r$  calculée à partir de la puissance optique mesurée dans chacun des bras du réseau. La connaissance de la pulsation de Rabi à deux photons est un paramètre central dans la diffraction par un réseau optique puisqu'elle dicte toute la dynamique de l'interaction. Nous présentons dans cette section le calcul menant à sa détermination ainsi que sa vérification expérimentale.

Comme nous l'avons vu à la section 3.1, le processus de transition à  $2n$  photons lors de la diffraction de Bragg permet de coupler deux états d'impulsion dans le même état interne  $|F_f, m_{F_f}\rangle$  à partir d'un état intermédiaire  $|F_e, m_{F_e}\rangle$  (fig 31).

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

La pulsation de Rabi effective entre deux états d'impulsion est donnée par la somme sur tous les états intermédiaires :

$$\Omega = \sum_{|e\rangle} \frac{\Omega_{|e\rangle}^2}{2\Delta}, \quad (134)$$

avec  $\Omega_{|e\rangle}$  la pulsation de Rabi correspondant au couplage à un photon entre l'état intermédiaire et l'état fondamental et  $\Delta$  le désaccord par rapport à l'état intermédiaire (fig 31).

Nous supposons un désaccord  $\Delta$  suffisamment grand  $\Delta \gg \Omega_{|e\rangle}$  pour que le système puisse être décrit comme un système à deux niveaux effectifs en éliminant adiabatiquement l'état intermédiaire  $|e\rangle$ . Dans l'approximation dipolaire,  $\Omega_{|e\rangle}$  est proportionnel au produit de l'amplitude  $E_0$  du champ électrique par les éléments de matrice  $d_{f,e}$  de l'opérateur du moment dipolaire. En utilisant le théorème de Wigner-Eckart, nous pouvons factoriser l'élément de matrice réduit et le coefficient de Clebsch-Gordan [Brink et al., 1993] tel que :

$$\begin{aligned} \Omega_{|e\rangle} = & E_0 \sqrt{\frac{3\epsilon_0\lambda^3\Gamma}{2\pi^2\hbar}} \sqrt{(2F_e + 1)(2F_g + 1)} \\ & \times \begin{Bmatrix} J_e & 1 & J_g \\ F_g & I & F_e \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_{F_e} & q & m_{F_g} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (135)$$

où  $J = L + S$  est le moment cinétique total et  $\epsilon_0$  est la permittivité électrique du vide.

En pratique, nous utilisons la raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  [Steck, 2003], correspondant à une longueur d'onde  $\lambda = 780.2$  nm et une largeur de raie  $\Gamma = 2\pi \times 6.1$  MHz. La polarisation du champ électrique est donnée par les composantes standard  $q = \pm 1, 0$ .

Dans notre expérience, les atomes sont préparés dans l'état fondamental ( $J_f = 1/2, F_f = 1, m_{F_f} = 0$ ) et le réseau optique avec une polarisation  $\sigma_-$  ( $q = -1$ ). Par conséquent, deux états intermédiaires sont couplés :  $J_e = 1/2, F_e = 1, m_{F_e} = -1$  et  $J_e = 1/2, F_e = 2, m_{F_e} = -1$ . L'amplitude du champ électrique, correspondant à une transition à un photon, est estimée à partir de la puissance  $P$  du faisceau gaussien de waist  $w_0$  tel que :

$$E_0 = \frac{2}{w_0} \sqrt{\frac{P}{\pi c \epsilon_0}}. \quad (136)$$

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

Sur notre dispositif expérimental, la puissance optique est recyclée par réflexion (fig 39b) et correspond à la puissance  $P$  mesurée pour chaque fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

Il est possible de déterminer  $\Omega$  en mesurant la période des oscillations de Rabi à l'ordre  $n = 1$ . Nous obtenons un très bon accord entre ce calcul et une mesure de  $\Omega$  par oscillation de Rabi (fig 42). Cet accord nous permet de modéliser la diffraction dans des cas plus complexes, notamment pour des ordres plus élevés où des *états non-voulus* interviennent dans l'évolution du système.

La section suivante présente la réalisation expérimentale de la diffraction à ordre élevé dans le régime de quasi-Bragg ainsi que sa comparaison avec le modèle numérique.

### 3.3.2 Diffraction à ordre élevé dans le régime de quasi-Bragg

Un exemple de diffraction à ordre élevé dans le régime de quasi-Bragg est illustré sur la figure 43. Dans cet exemple nous mesurons la population dans chaque état d'impulsion après une transition d'ordre  $n = 3$ , une dispersion en vitesse  $\sigma_{\vec{v}} = 1.8$  mm/s ( $\sim 30$  nK) et une pulsation de Rabi à deux photons  $\gamma_{\max} = 3.3$  (i.e.  $\Omega = 26.5 \omega_r$ ) en fonction de la durée de l'impulsion gaussienne  $\sigma$ . Nous obtenons un très bon accord entre notre expérience et notre modèle numérique, la répartition des populations sur chacun des différents états d'impulsion (*états de Bragg* (fig 43a) et *états non-voulus* (fig 43b et c)) étant très bien reproduite par notre simulation numérique sans paramètre ajustable.

Comme nous l'avons vu à la section 3.1, les pertes LZ (i.e. la population dans les *états non-voulus*) sont significatives pour des durées d'impulsion courtes et s'annulent pour des plus longues durées d'interaction, ce phénomène marquant alors la frontière entre les sous-régimes IC et IL. Pour les paramètres étudiés ici, i.e.  $n = 3$ ,  $\gamma_{\max} = 3.3$  et  $\sigma_{\vec{v}} = 1.8$  mm/s, nous retrouvons cette frontière autour de  $\sigma \simeq 0.4 \omega_r^{-1}$ , durée à partir de laquelle la population mesurée dans les *états intérieurs* et *extérieurs* devient négligeable (fig 43b et c), permettant ainsi de retrouver une dynamique d'oscillation à deux niveaux entre les deux *états de Bragg* (fig 43a). Nous observons également expérimentalement l'impact de la dispersion en vitesse de notre source d'atomes dans le sous-régime IL, puisqu'elle tend à réduire l'amplitude de l'oscillation des deux *états de Bragg* (fig 43a), la largeur spectrale de l'impulsion devenant de plus en plus faible.

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

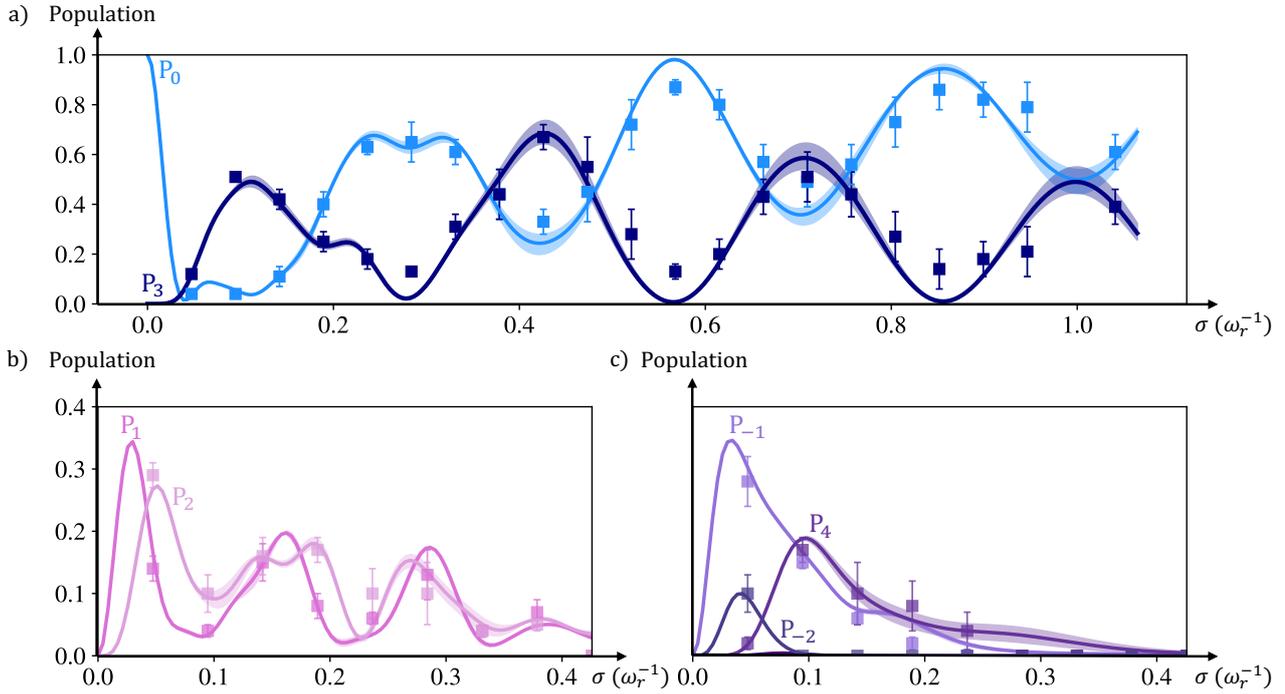


FIGURE 43 – Evolution des populations dans chacun des états d’impulsion pour  $n = 3$  et  $\gamma_{\max} = 3.3$  en fonction de  $\sigma$  pour une impulsion gaussienne. Les courbes en traits plein sont les résultats de la simulation numérique pour  $\sigma_{\bar{v}} = 1.8\text{mm/s}$ , sans paramètre ajustable. Chaque point expérimental est la moyenne de 10 mesures dont l’erreur statistique est représentée par les barres d’erreurs. Nous trouvons un très bon accord entre la simulation et la répartition expérimentale des populations dans a) les états de Bragg, b) les états intérieurs et c) les états extérieurs.

Afin de diminuer l’impact lié à cette sélectivité en vitesse, il conviendrait de choisir une impulsion de largeur la plus faible possible, permettant ainsi d’adresser l’ensemble de la distribution atomique. Ces impulsions très courtes sont cependant très favorables aux pertes LZ, dont les phases de diffraction associées peuvent dégrader les performances interférométriques (section 3.4 et chapitre 4).

Il convient alors de réaliser un compromis sur la durée d’interaction pour les expériences d’interférométrie. Ce compromis est déterminé à partir du couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$  pour un ordre de diffraction donné (3.1), et dépend particulièrement de la forme de l’impulsion utilisée. Les impulsions gaussiennes étudiées dans ce chapitre semblent être le profil le plus efficace pour des ordres élevés dans le régime de quasi-Bragg, puisque leur enveloppe permet

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

un suivi adiabatique, ce qui a alors pour conséquence de limiter les pertes LZ [Siemß et al., 2020]. La dispersion en vitesse de 1.8 mm/s de notre source d'atomes associée à une impulsion gaussienne nous ont permis de réaliser des transitions jusqu'à l'ordre  $n = 4$  dans le régime de quasi-Bragg. Nous obtenons des efficacités d'environ 70% pour un couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}} \forall n$ . Pour des ordres de diffraction plus élevés, la puissance laser disponible ne nous permet pas d'atteindre le couple optimal.

Une diminution de la dispersion en vitesse permettrait d'obtenir des efficacités de diffraction plus importantes dans le régime IL et donc des pertes LZ plus faibles. Des techniques supplémentaires de refroidissement telles que le DKC présenté dans le chapitre 2 nous ont récemment permis d'atteindre une dispersion en vitesse d'environ 2 nK ( $\sigma_{\vec{v}} \sim 0.4$  mm/s). En utilisant cette technique, des expériences préliminaires ont permis à l'ordre  $n = 2$  et avec une impulsion carrée, de passer d'une efficacité de diffraction de 50% ( $\sigma_{\vec{v}} = 1.8$  mm/s) à une efficacité d'environ 85% ( $\sigma_{\vec{v}} = 0.4$  mm/s), soulignant l'importance de la dispersion en vitesse sur l'efficacité de diffraction.

### 3.3.3 Efficacité de l'impulsion miroir dans les sous-régimes IC et IL

Le régime IC donne lieu à des chemins multiples liés aux pertes LZ pouvant déformer le signal en sortie d'interféromètre. Afin d'étudier ce phénomène, nous comparons les performances d'une seule impulsion miroir dans les sous-régimes IC et IL jusqu'à l'ordre  $n = 5$  (fig 44). Pour la suite, nous appelons *impulsion IL* une impulsion correspondant à une phase de Rabi  $\varphi_R = 3\pi$ , i.e. l'impulsion définissant le couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$  optimal, et *impulsion IC* une impulsion correspondant à la phase de Rabi  $\varphi_R = \pi$  pour la même pulsation de Rabi à deux photons. Par exemple, sur la figure 43, l'*impulsion IL* correspond à  $\sigma \simeq 0.42 \omega_r^{-1}$  et l'*impulsion IC* à  $\sigma \simeq 0.1 \omega_r^{-1}$ .

La figure 44 montre la répartition des populations dans les différents états d'impulsion : après une *impulsion IC* et une *impulsion IL*. Dans le sous-régime IL les pertes LZ sont négligeables : les *impulsions IL* conservent alors la majorité de la population dans les deux *états de Bragg* (fig 44a). Dans ce sous-régime,

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

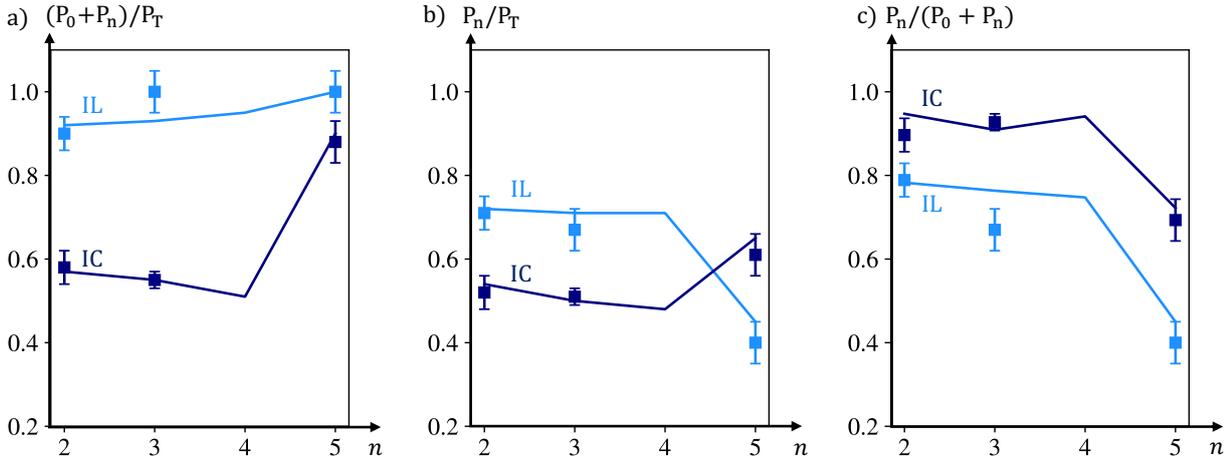


FIGURE 44 – Distribution de la population après une impulsion  $\pi$  dans le sous-régime IC (bleu foncé) et IL (bleu clair) en fonction de  $n$ . Les courbes en traits plein sont le résultat de la simulation numérique et chaque point expérimental est moyenné 3 fois, la barre d’erreur représente l’incertitude statistique. Une impulsion IL conserve la majeure partie des atomes dans les deux *états de Bragg* (a), son efficacité étant principalement limitée par la dispersion en vitesse (b,c). Les impulsions IC permettent d’atteindre de meilleures efficacités lorsque l’on normalise par les deux *états de Bragg* (c), indiquant une perte d’atomes non négligeable dans les *états non-voulus* (a,b). La diminution de l’efficacité de diffraction (c) à l’ordre  $n = 5$  est liée au manque de puissance laser disponible sur notre dispositif expérimental, qui ne nous permet pas d’atteindre le couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$ .

l’efficacité de diffraction est similaire, dans le cas où l’on normalise par la population totale  $P_T$  (fig 44b) ou dans les deux états de Bragg (fig 44c) :

$$\left(\frac{P_n}{P_T}\right)^{\text{IL}} \sim \left(\frac{P_n}{P_0 + P_n}\right)^{\text{IL}}. \quad (137)$$

Dans ce sous-régime, l’efficacité de transfert est limitée par la sélectivité en vitesse. Pour l’ordre  $n = 5$ , le couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$  n’est pas atteint compte-tenu de la puissance laser disponible sur notre dispositif expérimental, cela explique la diminution de l’efficacité de diffraction observée (fig 44b et c).

A l’inverse, les *impulsions IC* permettent d’atteindre des meilleures efficacités de diffraction dans le cas où l’on normalise par les deux *états de Bragg* tel que :

$$\left(\frac{P_n}{P_T}\right)^{\text{IC}} < \left(\frac{P_n}{P_0 + P_n}\right)^{\text{IC}}, \quad (138)$$

indiquant alors une perte significative d'atomes dans les *états non voulus* (fig 44a et b).

### Conclusion (3.3)

Dans cette partie nous avons présenté une réalisation expérimentale de la diffraction de Bragg à ordre élevé dans le régime de quasi-Bragg en très bon accord avec notre modèle numérique, la répartition des populations sur chacun des états d'impulsion (*états de Bragg* et *états non-voulus*) étant très bien reproduite par notre simulation numérique sans paramètre ajustable. Nous avons ensuite étudié la répartition de la population pour une impulsion miroir réalisée dans i) le sous-régime IC, favorable aux pertes LZ, ayant pour conséquence de mesurer de meilleures efficacités de diffraction dans le cas d'une normalisation par les deux *états de Bragg*, et ii) le sous-régime IL conservant la majorité la population dans les deux *états de Bragg*, l'efficacité de diffraction étant limitée par la sélectivité en vitesse. Ces deux types de pertes (LZ et sélectivité en vitesse) ont un impact différent sur le signal interférométrique, cet effet est discuté à la section suivante.

### 3.4 Interféromètre de quasi-Bragg

Intéressons nous maintenant à l'impact des pertes associées aux sous-régimes IC et IL sur les franges d'interférences mesurées en sortie d'interféromètre. Pour cela, nous réalisons des interféromètres trois impulsions " $\pi/2 - \pi - \pi/2$ " de type Mach-Zehnder. Dans le régime de Bragg, (i.e. un système à deux niveaux effectifs), la définition de ces trois impulsions est évidente : une impulsion séparatrice étant définie telle que la phase de Rabi  $\varphi_R = \pi/2$  et une impulsion miroir telle que  $\varphi_R = \pi$ . Cette définition est moins aisée dans le régime de quasi-Bragg puisque de telles phases ( $\pi$  et  $\pi/2$ ) se situent généralement dans le régime IC, favorisant ainsi les pertes LZ.

Pour les expériences présentées dans cette section, nous choisissons des impulsions séparatrices réalisées pour une phase de Rabi  $\varphi_R = 5\pi/2$  (fig 45). Cette valeur correspond à une impulsion à la frontière entre les sous-régimes IC et IL. L'impulsion miroir est quant à elle choisie pour deux configurations différentes

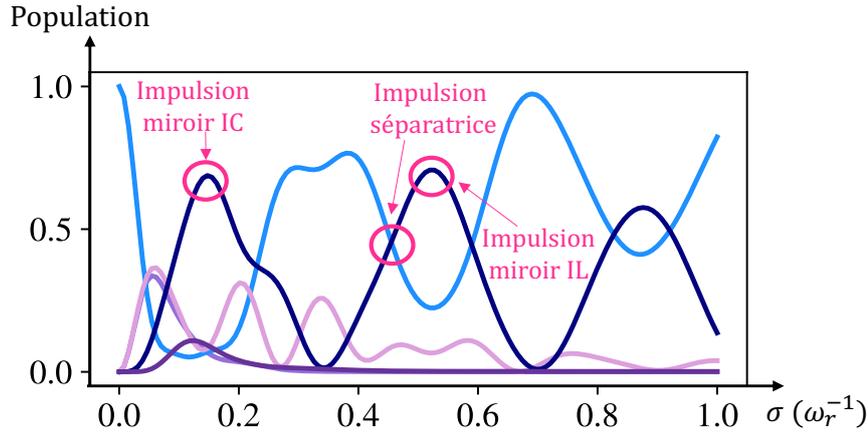


FIGURE 45 – Choix des impulsions séparatrices et miroir pour la réalisation d'un interféromètre. L'impulsion séparatrice est choisie pour une phase de Rabi  $\varphi_R = 5\pi/2$ , de sorte à minimiser les pertes LZ et limiter l'effet de sélectivité en vitesse. L'impulsion miroir est choisie dans le sous-régime IC telle que  $\varphi_R = \pi$  ou dans le sous-régime IL telle que  $\varphi_R = 3\pi$ .

d'impulsions : dans le sous-régime IC :  $\varphi_R = \pi$  et dans le sous-régime IL :  $\varphi_R = 3\pi$  (fig 45).

### 3.4.1 Visibilité dans les sous-régimes IC et IL

Nous avons réalisé des interféromètres jusqu'à l'ordre de diffraction  $n = 5$  pour les différentes valeurs d'impulsion miroirs IC et IL étudiées à la figure 44. La phase de l'interféromètre est scannée en ajoutant un saut de phase  $\Delta\varphi$  entre l'impulsion centrale et la dernière impulsion séparatrice (le saut de phase s'imprime sur la dernière impulsion). La figure 46 montre un exemple de signal d'interférences obtenu pour l'ordre  $n = 3$  pour les deux configurations IC (fig 46b) et IL (fig 46a) de l'impulsion miroir. Pour cette expérience, la population d'un des ports de sortie de l'interféromètre est normalisée par la somme des deux ports principaux (i.e. ceux correspondant aux deux états de Bragg) telle que  $P_n/(P_0 + P_n)$ , et est ajustée par une sinusoïde, comme attendu pour un interféromètre à deux ondes (équation 1 chapitre 1). Afin de minimiser les effets dus aux vibrations, la durée de l'interféromètre est choisie petite ( $2T = 2$  ms).

Dans le sous-régime IL, les franges d'interférences restent très proches d'une pure sinusoïde (fig 46a), indiquant alors que l'interféromètre est proche d'un interféromètre à deux ondes parfait. Cela signifie que la majorité des atomes

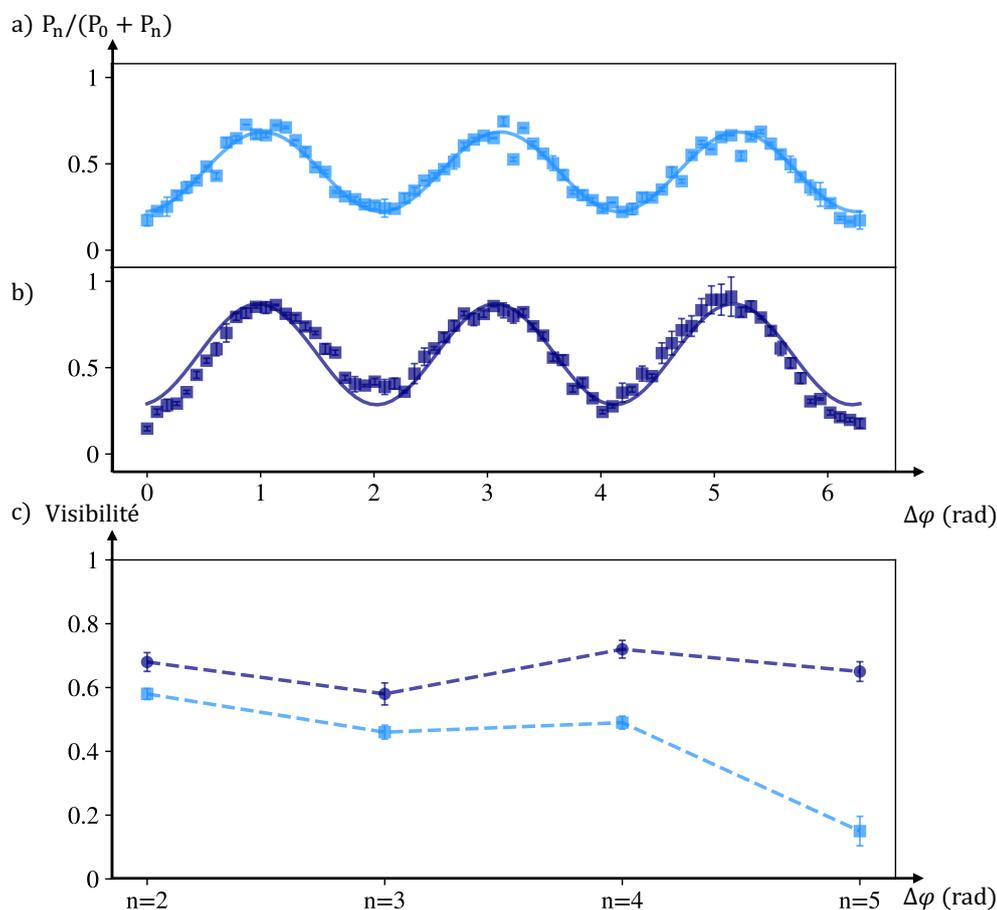


FIGURE 46 – Franges d’interférences obtenues pour une impulsion miroir dans le sous-régime IL (a) et IC (b) pour  $n = 3$ . La population dans un des deux ports de sortie est normalisée par la somme des populations dans les deux ports de sortie principaux. Les lignes en traits plein sont le résultat d’un ajustement sinusoïdal. Chaque donnée expérimentale est le résultat d’une moyenne de 5 mesures dont l’incertitude statistique est représentée par les barres d’erreurs. Le sous-régime IL permet de réaliser un interféromètre à deux ondes parfaitement décrit par un signal sinusoïdal tandis que le sous-régime IC tend à distordre les franges d’interférences. c) Visibilités obtenues pour plusieurs valeurs de  $n$  dans chacun des deux sous-régimes.

## CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

mesurés en sortie d'interféromètre sont détectés dans l'un des deux *états de Bragg*, et que la population dans les *états non-voulus* est négligeable. Ce résultat confirme les observations réalisées sur la répartition des populations après une impulsion miroir dans le régime IL (fig 44a). La visibilité extraite pour chaque ordre  $n$  de diffraction d'un interféromètre IL est représentée sur la figure 46c. Dans la limite où le couple  $\{\sigma - \gamma_{\max}\}_{\text{opt}}$  est accessible, la visibilité mesurée est similaire, indépendamment de l'ordre de diffraction, et sa valeur dépend de l'efficacité de diffraction de l'impulsion  $\pi$  dans le sous-régime IL (i.e. dans notre expérience  $\simeq 70\%$ , bornée par notre dispersion en vitesse). La chute de visibilité à l'ordre  $n = 5$  est liée à puissance laser disponible sur notre dispositif expérimental qui ne nous permet pas d'atteindre des efficacités de diffraction optimales, faisant ainsi décroître la visibilité à 15%.

Le sous-régime IC offre la possibilité d'adresser une plus large distribution en vitesse et donc de garder une visibilité constante jusqu'à  $n = 5$  (fig 46c). Dans ce sous-régime, l'efficacité de diffraction est limitée par les pertes LZ. Par conséquent, en normalisant uniquement par les deux *états de Bragg*, la population dans les *états non-voulus* n'est pas détectée, ce qui a pour conséquence d'augmenter la visibilité mesurée. Cette amplitude dans les *états non-voulus* est à l'origine d'interféromètres parasites (liés au caractère multi-chemins de l'interféromètre) qui déforment les franges d'interférences (fig 46b) et mènent à des incertitudes systématiques [Siemß et al., 2022].

### 3.4.2 Cas particulier de l'interféromètre $n = 2$

Pour étudier plus en détails l'impact de ces pertes LZ sur le signal interférométrique, nous considérons un cas simple d'interféromètre fondé sur de la diffraction à l'ordre  $n = 2$ . Pour cet ordre de diffraction, l'effet multi-chemins est d'autant plus marqué car les séparatrices possèdent un unique *état intérieur*, qui crée un interféromètre à 3 chemins lorsque l'impulsion séparatrice n'est pas parfaite (fig 47a). Pour mettre en évidence ce phénomène, nous réalisons un interféromètre pour lequel l'impulsion séparatrice est choisie pour la phase de Rabi  $\varphi_R = 5\pi/2$ . Dans cette configuration, les pertes LZ sont négligeables dans les *états extérieurs* mais s'élèvent à 10% dans l'*état intérieur*. L'impulsion miroir est choisie dans le sous-régime IC ( $\varphi_R = \pi$ ) afin d'accentuer l'impact des

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

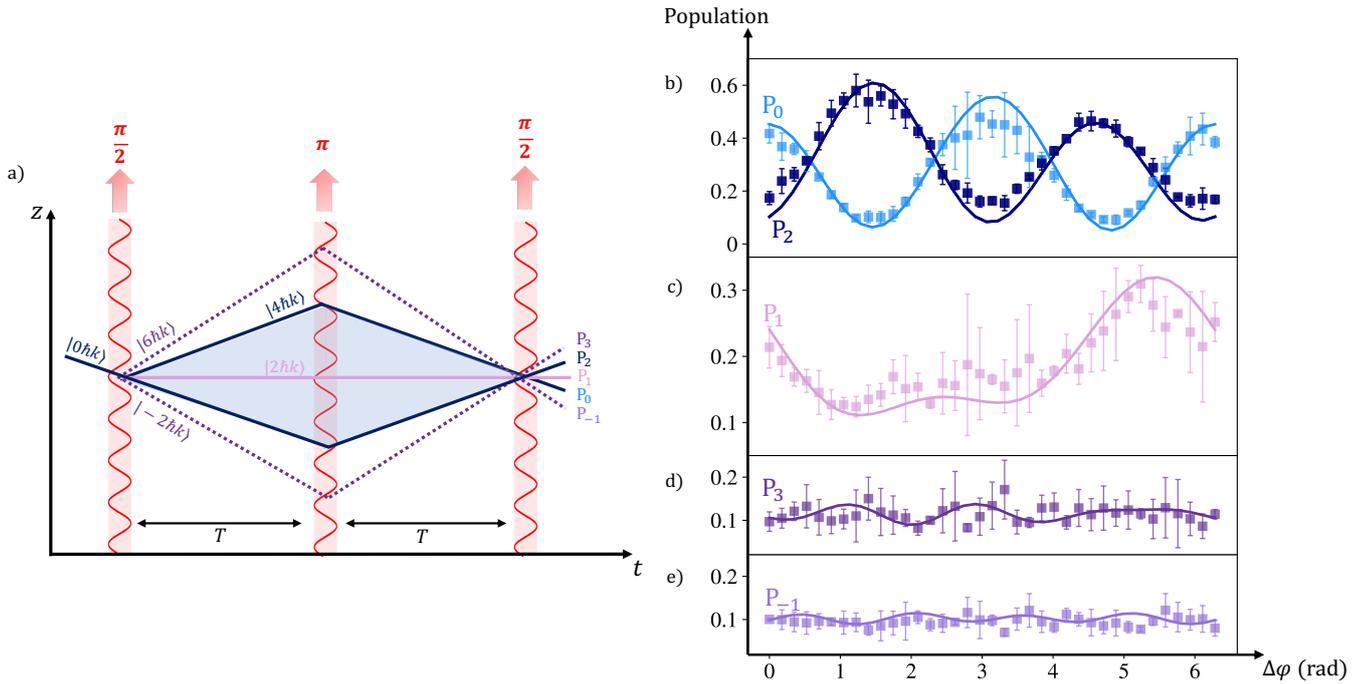


FIGURE 47 – a) Schéma de l'interféromètre multi-ports. L'inefficacité de l'impulsion séparatrice modifie l'interféromètre et crée un interféromètre à 3 ondes venant déformer les franges d'interférences entre les deux états de Bragg (b). Cette distorsion est principalement due à la forte modulation de la population dans l'état intérieur (c), l'amplitude d'oscillation des états extérieurs étant négligeable (d,e). Chaque point expérimental est le résultat d'une moyenne de trois mesures dont la barre d'erreur représente l'incertitude statistique. Les courbes en traits pleins sont le résultat de la simulation numérique pour  $\gamma_{\max} = 1.45$ ,  $\sigma_{\pi} = 0.15\omega_r^{-1}$  et  $\sigma_{\pi/2} = 0.45\omega_r^{-1}$ .

perles LZ. Comme précédemment, la phase de l'interféromètre est modulée en appliquant un saut de phase laser  $\Delta\phi$  avant la dernière impulsion séparatrice. La population dans un port de sortie est normalisée par la population totale i.e. par l'ensemble des états d'impulsion mesurés :  $|\{-2, 0, 2, 4, 6\}\hbar k\rangle$ . Cette normalisation a pour effet d'augmenter la déformation des franges d'interférences qui sont représentées à la figure 47 pour les deux états de Bragg (fig 47b), l'état intérieur (fig 47c) et les deux états extérieurs (fig 47d et e). Nous comparons ensuite nos résultats expérimentaux à notre modèle numérique.

Nous observons une forte déformation des franges d'interférences associées aux deux états de Bragg 47b qui est liée à la forte modulation de la population  $P_1$  dans l'état intérieur  $|2\hbar k\rangle$  (fig 47c). Dans cet état, les franges d'interférences

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

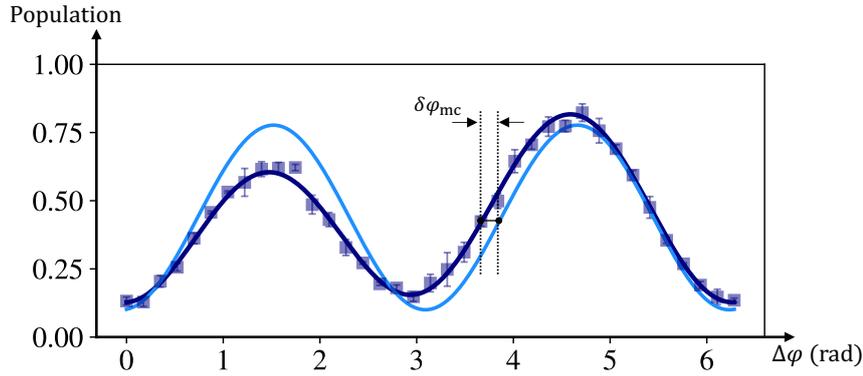


FIGURE 48 – Franges d’interférences obtenues pour un interféromètre  $n = 2$  dans le cas d’une impulsion séparatrice imparfaite. Chaque donnée expérimentale est le résultat d’une moyenne de 3 mesures dont l’incertitude statistique est représentée par les barres d’erreur. La courbe bleue claire est le résultat d’un ajustement pour un interféromètre à deux ondes et la courbe bleue foncée l’ajustement avec la fonction de l’équation (140) prenant en compte le caractère multi-chemins de l’interféromètre.

ont une période deux fois plus grande que celles dans les deux états de Bragg, caractérisant un phénomène de battement entre les états  $\{|2\hbar k\rangle$  et  $|4\hbar k\rangle\}$  ainsi que  $\{|2\hbar k\rangle$  et  $|0\hbar k\rangle\}$ . La population dans les états extérieurs  $| - 2\hbar k\rangle$  et  $|8\hbar k\rangle$  (fig 47d et e) est également mesurée et calculée, leur modulation en amplitude est beaucoup plus faible que celle associée à l’état intérieur.

La non-sinusoïdalité du signal interférométrique est bien reproduite par notre modèle numérique, et nous obtenons un très bon accord avec nos données expérimentales. Ce comportement est la signature typique des interféromètres impliquant plus de deux bras et pose la question du meilleur estimateur de la phase que l’on cherche à mesurer. Notons que nous avons choisi volontairement une configuration où les déformations des franges d’interférences sont exacerbées. Dans le cas où la population en sortie d’interféromètre est normalisée par les deux états de Bragg, les déformations sont moins importantes mais peuvent néanmoins donner lieu à des erreurs systématiques [Siemß et al., 2022] que l’on appellera *phases multi-chemins*.

### 3.4.3 Phase multi-chemins

Le signal obtenu en sortie d'un interféromètre multi-chemins peut être déterminé en sommant les contributions de chacun des interféromètres, (i.e. l'interféromètre principal entre les deux *états de Bragg* et l'ensemble des interféromètres parasites) tel que [Siemß et al., 2022] :

$$P = P_0 + \sum_{j=1}^{\infty} |A_j| \cos \left( \frac{n\Delta\varphi}{\kappa_j} + \Phi_0 + \delta\varphi_j \right), \quad (139)$$

où  $\kappa_j$  est un nombre entier permettant de définir la fréquence d'oscillation du  $j$ -ième interféromètre parasite. Dans le cas où il n'y a aucun interféromètre parasite,  $\kappa_j = 1$ , et la phase associée  $\delta\varphi_j$  est égale à  $\pi$  pour un port de sortie et 0 pour l'autre port de sortie. On retrouve dans ce cas l'équation du modèle à deux ondes présentée au chapitre 1 (équation 1).

Dans le cas de l'interféromètre  $n = 2$  présenté à la section précédente, l'équation (139) devient :

$$P = P_0 + |A_1| \cos(n\Delta\varphi + \Phi_0 + \delta\varphi_1) + |A_2| \cos \left( \frac{n\Delta\varphi + \Phi_0}{2} + \delta\varphi_2 \right), \quad (140)$$

où la première partie de l'équation correspond au modèle à deux ondes et la deuxième partie est associée à la modulation des franges due principalement aux pertes d'atomes dans l'état intérieur  $|2\hbar k\rangle$ .

Sur la figure 48, nous représentons des franges d'interférences obtenues expérimentalement pour une normalisation par l'ensemble des états d'impulsion, un ajustement sinusoïdal à deux ondes (courbe bleue claire) et un ajustement par la fonction (140) (courbe bleue). L'écart entre les données expérimentales et l'ajustement à deux ondes peut s'interpréter comme un déphasage  $\delta\varphi_{mc}$  lié au caractère multi-chemins de l'interféromètre  $n = 2$ . L'équation (140) permet d'obtenir un meilleur ajustement sur nos données expérimentales par rapport au modèle à deux ondes (fig 48). Elle permet de quantifier l'amplitude et les phases des interféromètres parasites et d'en extraire la *phase multi-chemins* associée. Pour les franges d'interférences mesurées à la figure 48, l'amplitude  $A_2$  est d'environ 10% et la phase  $\delta\varphi_2$  d'environ 230 mrad. Ce modèle permet de contraindre la déformation des franges dont une étude détaillée peut être trouvée dans [Siemß et al., 2022]. Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons

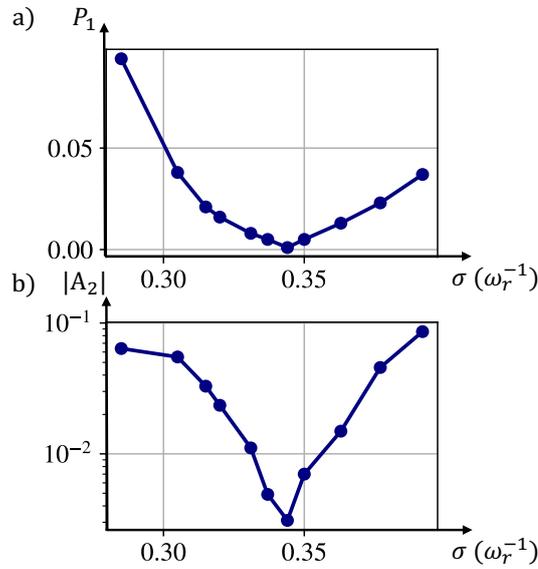


FIGURE 49 – a) Détermination numérique de la durée d’impulsion "magique" pour les pertes LZ associées à l’état  $|2\hbar k\rangle$  dans le cas d’une impulsion séparatrice dans le sous-régime IC pour  $n = 2$ . b) Etude numérique de l’amplitude  $A_2$  de la modulation due aux interféromètres parasites pour  $n = 2$ . La valeur de l’impulsion séparatrice est scannée de  $0.28/\omega_r$  à  $0.5/\omega_r$ . L’impulsion miroir est choisie dans le sous-régime IL afin de minimiser les pertes LZ et la dispersion en vitesse est nulle afin de s’affranchir des pertes par sélectivité en vitesse.

(de manière numérique) uniquement aux ordres de grandeurs associés ainsi qu’à la minimisation de ces *phases multi-chemins* dans le cas d’interféromètres multi-chemins.

### Minimisation des interféromètres parasites

La population dans les *états non-voulus* (et donc la probabilité d’obtenir des interféromètres parasites) dépend finement de la durée de l’impulsion et de la pulsation de Rabi. Dans [Parker et al., 2018], les auteurs mettent en avant une durée d’impulsion "magique" pour laquelle la population dans les *états non-voulus* est minimale, permettant ainsi de limiter les interféromètres parasites. Pour l’interféromètre  $n = 2$  présenté ci-dessus, les pertes majoritaires correspondent à celles dans l’état intérieur  $|2\hbar k\rangle$ . Comme nous l’avons montré dans la section précédente, l’imperfection de la première impulsion séparatrice est

### CHAPITRE 3. DIFFRACTION ET INTERFÉROMÉTRIE DANS LE RÉGIME DE QUASI-BRAGG

---

à l'origine de la distorsion des franges d'interférences observées à la figure 47. Nous calculons donc l'amplitude de ces pertes (fig 49a) à la fin d'une impulsion séparatrice dans le sous-régime IC pour plusieurs couples  $\{\gamma_{\max} - \sigma\}$ . Nous trouvons une valeur minimale pour  $\sigma = 0.337/\omega_r$ , correspondant ainsi à la durée d'impulsion "magique" pour l'ordre de diffraction  $n = 2$ .

Nous modélisons ensuite un interféromètre MZ à 3 impulsions  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  pour lequel l'impulsion séparatrice est scannée pour les mêmes paramètres que ceux ayant permis de déterminer la durée d'impulsion "magique", et l'impulsion miroir est choisie dans le sous-régime IL afin de négliger les pertes LZ. Nous choisissons également une dispersion en vitesse nulle afin de s'affranchir des pertes par sélectivité en vitesse. Nous déduisons ensuite l'amplitude  $A_2$  de l'interféromètre parasite déformant les franges d'interférences. (140).

L'amplitude des interféromètres parasites coïncide avec le minimum de la population dans les *états non-voulus* (fig 49b). Il est donc possible de contrôler ces effets systématiques par un choix approprié des durées d'impulsion.

#### Conclusion (3.4)

Dans cette partie nous avons mis en avant l'impact d'interféromètres parasites déformant les franges d'interférences pour des interféromètres allant jusqu'à  $n = 5$ . Ces interféromètres parasites sont liés aux pertes LZ et donc renforcées dans le sous-régime IC. Nous avons ensuite étudié ce caractère multi-chemins dans le cas particulier d'un interféromètre  $n = 2$  pour lequel les franges d'interférences entre les deux *états de Bragg* sont fortement déformées en raison des pertes dans un unique *état intérieur*. Cette non-sinusoïdalité est la signature typique des interféromètres parasites menant à des erreurs systématiques que l'on appelle *phases multi-chemins* et pouvant dégrader l'estimation de la phase en sortie d'interféromètre. Ces *phases multi-chemins* peuvent néanmoins être minimisées par un choix approprié des durées  $\sigma$  d'impulsion, permettant ainsi un meilleur contrôle du caractère multi-chemins des interféromètres dans le régime de quasi-Bragg.

## Conclusion

Ce chapitre a présenté une étude théorique et expérimentale de diffraction et d'interférométrie d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de quasi-Bragg. Notre modèle numérique, fondé sur la résolution numérique de l'équation de Schrödinger et ne dépendant d'aucun paramètre ajustable, reproduit bien nos données expérimentales. En particulier nous avons simulé tous les états d'impulsion impliqués dans le processus de diffraction dans le régime de quasi-Bragg : les deux *états de Bragg* ainsi que les pertes dans les *états non-voulus*, et nous avons obtenu un très bon accord avec nos données expérimentales. Deux sous régimes ont été mis en évidence : celui des interactions courtes (IC) limité des pertes non-adiabatiques (LZ), et celui des interactions longues (IL), limité par la sélectivité en vitesse mais pour lequel seuls les deux *états de Bragg* sont peuplés à l'issue de l'interaction. Nous avons montré que l'efficacité de diffraction maximale se situe à la frontière entre ces deux régimes. Un critère sur la taille de la base d'états d'impulsion utilisée dans nos simulations numériques a également été présenté.

Dans un second temps, nous avons caractérisé le caractère multi-chemins des interféromètres dans le régime de quasi-Bragg et mis en avant le lien entre les pertes LZ et les *phases multi-chemins* associées, pour des interféromètres allant jusqu'à l'ordre  $n = 5$ . L'impact des interféromètres parasites menant à la déformation des franges d'interférences a également été étudié, ces observations pourront servir de guide pour le développement de nouvelles méthodes permettant de caractériser les interféromètres multi-chemins ainsi que les erreurs systématiques associées, signature du régime de quasi-Bragg.





# Interféromètres à grands transferts d'impulsion

Depuis leur première réalisation dans les années 90, les performances atteintes par les interféromètres atomiques ont permis d'en faire des outils prometteurs pour de nombreuses applications, aussi bien techniques (gravimétrie de précision, navigation inertielle, ...) que scientifiques (mesure de constantes fondamentales, nouveaux tests de relativité générale...). Le développement d'interféromètres à grands transferts d'impulsion (LMT), qui permettent d'augmenter la séparation en impulsion entre les deux bras de l'interféromètre, est une voie prometteuse pour améliorer la sensibilité de ces instruments, notamment aux effets inertiels ou sur des mesures de constantes fondamentales (e.g. la constante de structure fine [Parker et al., 2018]). Ces interféromètres donnent également lieu à des mesures plus spécifiques qui exploitent les grandes séparations spatiales obtenues par ces appareils. Par exemple, en contrôlant une perturbation sur un seul des deux bras, permettant ainsi des nouveaux tests en physique fondamentale tels que des mesures de phases de type AB gravitationnelles [Overstreet et al., 2022b], [Overstreet et al., 2022a] ou électriques (chapitre 1). De telles séparatrices ont déjà été réalisées avec des transitions Raman séquentielles [McGuirk et al., 2000] ou avec des transitions de Bragg uniques à ordre élevé [Müller et al., 2008b], même si leur utilisation est limitée en pratique (chapitre 3).

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

Type	Atome	Publication	Transfert
Bragg	$^{87}\text{Rb}$	[Chiuw et al., 2011]	102 $\hbar k$
Bragg	$^{174}\text{Yb}$	[Plotkin-Swing et al., 2018]	112 $\hbar k$
Bragg	$^{87}\text{Rb}$	(en cours d'écriture)	178 $\hbar k$
Bloch	$^{133}\text{Cs}$	[Pagel et al., 2020]	240 $\hbar k$
Bragg/Bloch	$^{87}\text{Rb}$	[Gebbe et al., 2021]	408 $\hbar k$
1 photon	$^{88}\text{Sr}$	[Rudolph et al., 2020]	141 $\hbar k$
1 photon (Floquet)	$^{88}\text{Sr}$	[Wilkason et al., 2022]	400 $\hbar k$

FIGURE 50 – Liste non exhaustive des interféromètres à grande séparation spatiale réalisés au cours des dernières années.

A ce jour, les plus grands transferts d'impulsion utilisés comme séparatrices reposent sur la création d'une superposition cohérente entre deux états d'impulsion, suivie d'une accélération d'un ou des deux bras de l'interféromètre. L'accélération peut être obtenue soit par oscillations de Bloch dans un réseau accéléré [Cladé et al., 2009], soit par une succession d'impulsion  $\pi$  [McGuirk et al., 2000].

La première méthode a été utilisée par H.Muller et al. pour démontrer un interféromètre avec une séparation verticale en impulsion de 240  $\hbar k$  [Pagel et al., 2020]. Par une méthode similaire, le groupe de E.Rasel a démontré un interféromètre avec un transfert de 408  $\hbar k$  dans la direction horizontale. L'accélération à partir d'une succession d'impulsions  $\pi$  a également montré de très bons résultats. Dans le groupe de M.Kasevich à Stanford, des interféromètres de 102  $\hbar k$  ont été réalisés à l'aide de transferts successifs de 6  $\hbar k$  [Chiuw et al., 2011]. Plus récemment, un interféromètre de 112  $\hbar k$  a été obtenu à partir d'atomes d'Ytterbium [Plotkin-Swing et al., 2018]. Par la même méthode, nous avons démontré dans notre équipe un interféromètre de 178  $\hbar k$ , qui sera présenté à la section 4.3. L'accélération séquentielle a également été réalisée avec des transitions à un photon sur des atomes de strontium, en utilisant une nouvelle méthode nommée séparatrice de Floquet et basée sur une modulation temporelle de l'amplitude des laser [Wilkason et al., 2022]. Cette méthode a démontré des interféromètres allant jusqu'à 400  $\hbar k$ . Une liste non exhaustive des interféromètres LMT utilisant ces différentes techniques est résumée à la figure 50.

Ce chapitre présente le principe de la diffraction de Bragg séquentielle utilisée pour la réalisation d'interféromètres à grande séparation spatiale. Afin de mieux

comprendre les limites de ces séparatrices atomiques, je commente l'impact lié à la nature multi-chemins des interféromètres LMT réalisés dans le régime de Bragg. Je détaille pour cela la contribution des différents interféromètres parasites, pouvant dégrader le signal interférométrique et biaiser l'estimation de la visibilité. J'introduis également une méthode permettant de discriminer certains interféromètres parasites. Enfin je présente l'interféromètre de  $178 \hbar k$  réalisé dans notre équipe à partir d'une accélération de Bragg séquentielle. Il s'agit, à ma connaissance, de la séparation en impulsion la plus élevée obtenue à partir de cette méthode, et constitue un pré-requis pour l'obtention des séparations spatiales envisagées dans le cadre du test de neutralité que nous souhaitons réaliser.

### 4.1 Interféromètre de Bragg séquentiel

Dans cette section je présente des interféromètres LMT dans la géométrie de Mach-Zehnder réalisés à l'aide d'une succession d'impulsions de Bragg. Le principe est illustré à la figure 51, il peut être assimilé à celui d'un interféromètre à trois impulsions composé d'un *miroir* central entouré de deux *séparatrices*. Entre chacune de ces étapes, les atomes évoluent pendant un temps de propagation libre  $T'$ .

- La première *séparatrice* est composée d'une impulsion  $\pi/2$  permettant de créer une superposition cohérente entre deux états d'impulsion séparés de  $2n\hbar k$  (avec  $n$  l'ordre de diffraction) et formant ainsi les deux bras de l'interféromètre. La séparation spatiale entre ces deux bras est ensuite augmentée par une séquence, réalisée sur un seul des deux bras de l'interféromètre, de  $N$  impulsions  $\pi$  de durée  $\tau$  et séparées par un temps  $t_c$ . L'accélération d'un unique bras de l'interféromètre est possible car les atomes sont dans un état d'impulsion différent dans chacun des deux bras, par conséquent la condition de résonance (chapitre 3) permettant la diffraction est différente pour les deux bras de l'interféromètre.
- Le *miroir* est appliqué après un temps de propagation libre  $T'$ . Cette étape est composée d'une séquence de décélération équivalente à celle d'accélération et appliquée sur le même bras de l'interféromètre afin de ramener les atomes dans l'état d'impulsion  $2n\hbar k$ . A la fin de cette

CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

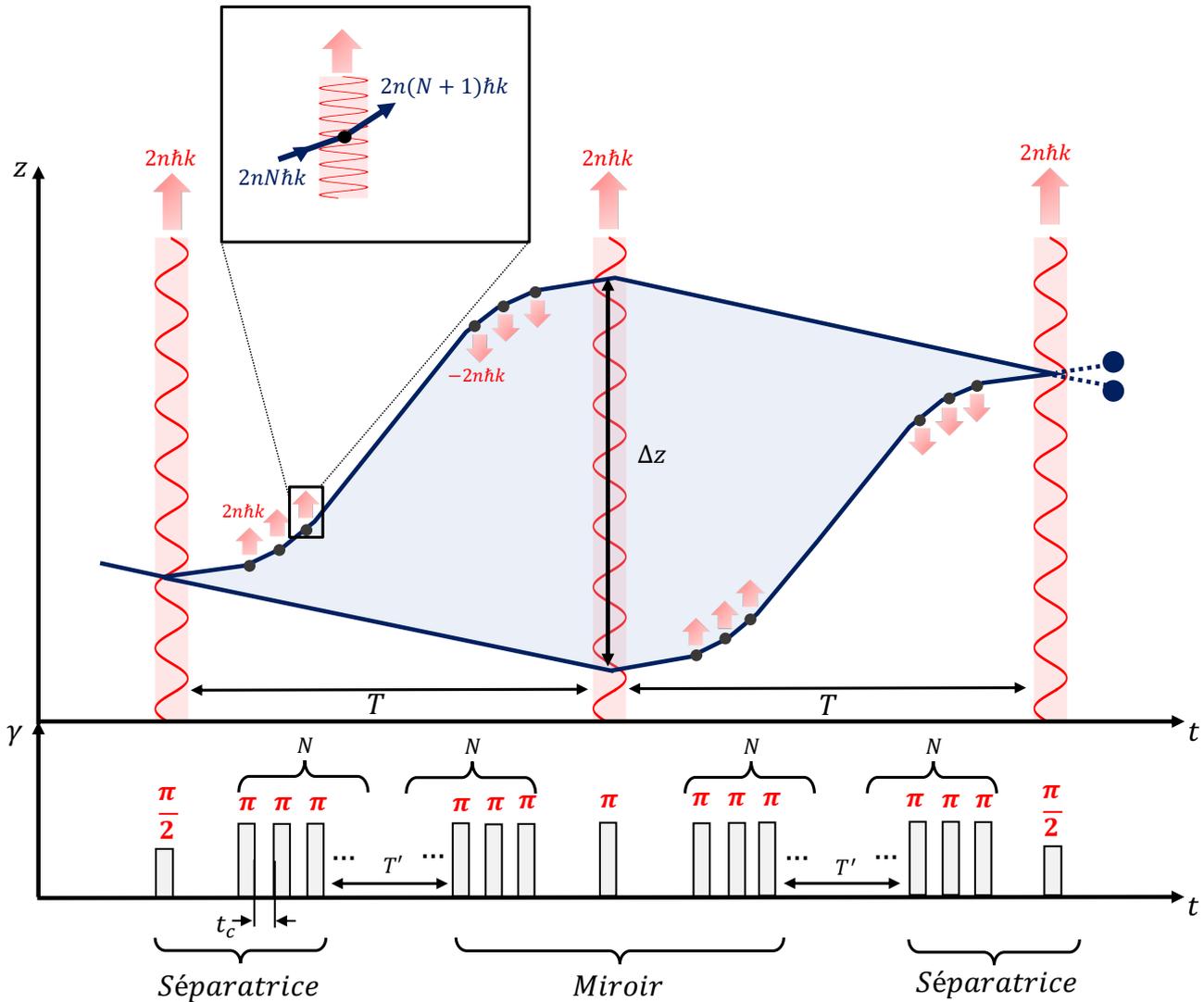


FIGURE 51 – Schéma de l'interféromètre de Bragg séquentiel à géométrie MZ composé d'une séquence d'impulsions correspondant à un *miroir* entouré de deux *séparatrices* et permettant un transfert en impulsion de  $2n(N+1)\hbar k$ . La séparation spatiale entre les deux bras de l'interféromètre est augmentée par une séquence de  $N$  impulsions séparées par un temps  $t_c$ . Chaque impulsion d'accélération est résonante seulement avec un des deux bras de l'interféromètre. A l'instant de l'impulsion miroir centrale, la séparation entre les deux bras de l'interféromètre est maximale et vaut :  $\Delta z = 2(N+1)^2(t_c + \tau + T')\hbar k/m$ . Le diagramme du bas représente l'intensité des impulsions en fonction du temps.

séquence, la séparation spatiale entre les deux bras de l'interféromètre vaut :

$$\Delta z = 2n(N + 1)^2 \frac{\hbar k}{m} (t_c + \tau + T'). \quad (141)$$

La population dans chacun des deux bras est ensuite inversée à partir d'une impulsion  $\pi$  centrale, puis la même séquence d'accélération est répétée sur le deuxième bras afin de conserver la symétrie de l'interféromètre par rapport à l'impulsion  $\pi$  centrale.

- Une deuxième *séparatrice* vient refermer l'interféromètre. Durant cette étape, le deuxième bras de l'interféromètre est décéléré avec une séquence de  $N$  impulsions  $\pi$  suivie d'une dernière impulsion  $\pi/2$ .

Dans le cadre d'un test de la neutralité de la matière (chapitre 1), nous envisageons un interféromètre dont la séparation spatiale  $\Delta z$  entre les deux bras est de deux centimètres afin de pouvoir y disposer des électrodes. Cela peut être obtenu avec un interféromètre  $80 \hbar k$  d'une durée totale  $2T \sim 120$  ms (141). En utilisant des transitions d'ordre  $n = 1$ , l'interféromètre sera alors composé de  $4N + 3 = 159$  impulsions de Bragg. La démonstration d'un interféromètre de  $178 \hbar k$  ( $4N + 3 = 355$  impulsions) obtenu récemment est donc une première étape encourageante.

#### 4.1.1 LMT avec des impulsions $n = 1$

Pour réaliser ces interféromètres LMT séquentiels, il est intéressant d'étudier l'ordre de diffraction permettant d'obtenir la meilleure visibilité tout en conservant un nombre d'atomes le plus élevé possible. A transfert  $2n(N + 1)\hbar k$  équivalent, il y a donc un compromis à trouver sur l'efficacité de l'ordre de diffraction  $n$  et les pertes accumulées sur les  $N$  impulsions d'accélération. Ce compromis en cours d'étude dans notre équipe, est difficile à simuler numériquement pour des grands transferts d'impulsion puisqu'il faudrait diagonaliser  $4N$  matrices de taille  $N$  pour chaque classe de vitesse de la distribution atomique. A titre d'exemple, une simulation numérique d'un interféromètre  $30 \hbar k$  dure environ quatre heures sur un ordinateur de bureau sous *Python*. La modélisation d'interféromètres à plus grands transferts d'impulsion nécessite donc d'avantage de ressources informatiques et sort du cadre de cette thèse.

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

---

Des expériences à grands transferts d'impulsion ont déjà été démontrées à partir de transferts de  $2n\hbar k$ , c'est le cas par exemple dans l'équipe de M. Kasevich à partir de transferts successifs de  $6\hbar k$ , qui a permis d'obtenir une séparation de  $102\hbar k$  [Chiov et al., 2011]. Dans la même équipe, des expériences plus récentes utilisent actuellement des transitions au premier ordre de diffraction [Kovachy et al., 2015a] pour la réalisation d'interféromètres à grande séparation spatiale. Dans le cadre de ma thèse, nous avons étudié des interféromètres LMT d'ordre  $n = 1$  qui semblent être le meilleur compromis compte-tenu de la dispersion en vitesse de notre source d'atomes et de la puissance laser disponible sur notre dispositif expérimental. Plusieurs effets peuvent expliquer l'intérêt de l'ordre  $n = 1$ .

### Sélectivité en vitesse et pertes LZ

Le premier effet favorable à l'ordre  $n = 1$  est lié à l'efficacité de diffraction des impulsions de Bragg. Comme nous l'avons vu au chapitre 3, deux principaux effets limitent cette efficacité : les pertes Landau-Zener (LZ) et la sélectivité en vitesse. Ces pertes réduisent le nombre d'atomes en sortie d'interféromètre, et peuvent également être à l'origine d'interféromètres parasites pouvant biaiser l'estimation de la visibilité. Le couple  $\{\gamma_{\max}, \sigma\}_{\text{opt}}$  permet néanmoins d'optimiser cette efficacité de diffraction : pour nos paramètres expérimentaux, i.e. une dispersion en vitesse de 30 nK, elle est d'environ 80 % à l'ordre  $n = 1$  et de 70 % pour des ordres de diffraction allant jusqu'à  $n = 4$ .

En faisant l'hypothèse d'une efficacité de diffraction constante à chaque impulsion  $\pi$ , le nombre d'atomes restants en sortie d'interféromètre évolue comme  $P_{\text{rest}} = P_{\pi}^{2N}$ . A transfert d'impulsion  $2n(N + 1)\hbar k$  équivalent, un ordre élevé permet de minimiser le nombre d'impulsions d'accélération à réaliser. A titre d'exemple, un transfert en impulsion de  $24 \hbar k$  permettrait de conserver environ  $P_{\text{rest}} = 0.7^{2 \times 3} \sim 15 \%$  des atomes à l'ordre  $n = 3$  et seulement  $P_{\text{rest}} = 0.8^{2 \times 11} < 1 \%$  à l'ordre  $n = 1$ . Cette hypothèse ne reflète cependant pas la réalité. En effet, la séquence d'accélération agit comme un filtre en vitesse puisque seuls des atomes ayant la bonne classe de vitesse effectuent la transition de Bragg [Moler et al., 1992]. Par conséquent, l'efficacité de diffraction d'une impulsion  $\pi$  est augmentée au cours de la séquence d'accélération, et les pertes d'atomes liées à la sélectivité en vitesse de plus en plus faibles. Pour illustrer cet effet, nous traçons à la figure 52a la proportion d'atomes restants après un nombre  $N$  d'impulsions  $\pi$  et une dispersion en vitesse initiale  $T = 30$  nK à

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

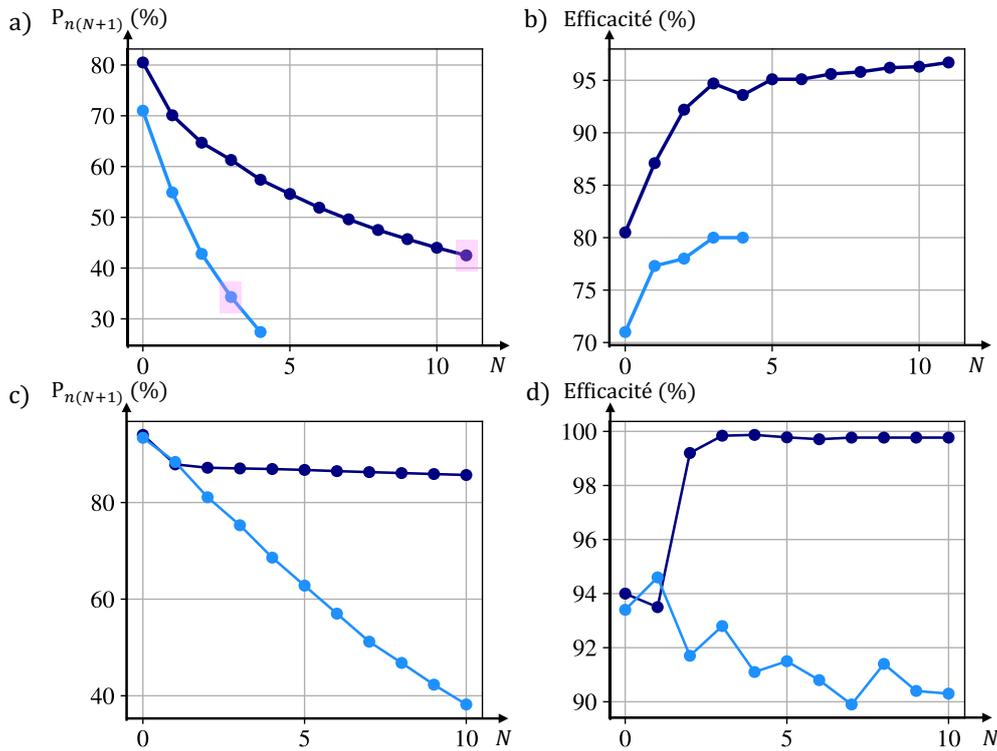


FIGURE 52 – Simulation numérique de l'évolution de la proportion d'atomes restants après  $N$  impulsions d'accélération (a) et de l'efficacité de diffraction (b) pour une dispersion en vitesse de 30 nK. Les courbes bleues correspondent à des diffractions d'ordre  $n = 1$  et les courbes bleues claires à l'ordre  $n = 3$ . Le carré rose indique la proportion d'atomes restants pour un transfert équivalent de  $2n(N + 1)\hbar k = 24 \hbar k$ . Les figures c) et d) représentent également la proportions d'atomes (c) et l'efficacité de diffraction (d) pour une dispersion en vitesse nulle.

partir d'une simulation numérique équivalente à celle présentée au chapitre 3. Pour un transfert correspondant à  $2n(N + 1)\hbar k = 24 \hbar k$ , environ 45% des atomes sont conservés à l'ordre  $n = 1$  (courbe bleue). Les pertes d'atomes sont alors bien inférieures à celles calculées en considérant une efficacité de diffraction constante pour chaque impulsion  $N$ , et confirment le filtrage de la distribution atomique. L'efficacité de diffraction obtenue après  $N$  impulsions  $\pi$  est illustrée à la figure 52b : à partir de  $N = 6$  impulsions d'accélération, elle dépasse 95 % pour  $n = 1$  (courbe bleue). La faible dispersion en vitesse de notre source d'atomes permet donc d'obtenir rapidement de très bonnes efficacités de diffraction au premier ordre de diffraction et de limiter ainsi les pertes pendant

l'interféromètre.

A l'ordre  $n = 3$  (courbe bleue claire), nous observons également une amélioration de l'efficacité de diffraction en fonction de  $N$ , puisque pour un transfert de  $24 \hbar k$ , environ 35% des atomes sont conservés (en comparaison aux 15% calculés en considérant une efficacité de diffraction constante à chaque impulsion  $N$ ). L'évolution de l'efficacité de diffraction semble néanmoins plus lente qu'à l'ordre  $n = 1$ , puisque même à partir de  $N = 6$  impulsions, l'efficacité obtenue à l'ordre  $n = 3$  n'est que de l'ordre de 80%. Nous attribuons cet effet aux pertes LZ, qui comme nous l'avons vu au chapitre 3, sont plus importantes pour des ordres de diffraction élevés. En effet, ces pertes ne dépendent pas de la dispersion en vitesse et ne sont à priori pas filtrées au cours d'une séquence de  $N$  impulsions. Pour étudier cet effet nous avons modélisé pour le couple  $\{\gamma_{\max}, \sigma\}_{\text{opt}}$  la probabilité d'atomes restants après  $N$  impulsions  $\pi$  pour une dispersion en vitesse nulle, dans le cas  $n = 1$  pour des impulsions rectangulaires et dans le cas  $n = 3$  pour des impulsions gaussiennes. La proportion d'atomes restants après  $N$  impulsions ainsi que l'évolution de l'efficacité de diffraction sont illustrées respectivement à la figure 52c et d. Dans le cas  $n = 1$ , la probabilité d'atomes restants est comparable en augmentant  $N$ , et l'efficacité de diffraction atteint quasiment 100% dès  $N = 2$ , les pertes LZ diminuant lorsque  $N$  augmente. La dynamique est néanmoins plus complexe dans le cas  $n = 3$ , car les pertes LZ peuplent plus d'états intérieurs et extérieurs à chaque impulsion  $\pi$ . Cela a pour conséquence de diminuer la proportion d'atomes restants à mesure que le nombre d'impulsions  $N$  augmente, même à température nulle. Pour ces raisons et compte-tenu de nos paramètres expérimentaux, un ordre supérieur à  $n = 1$  est moins favorable pour la réalisation d'interféromètres LMT.

### Emission spontanée

Un autre effet limitant à prendre en compte dans le cas d'interféromètres à grands transferts d'impulsion est celui des pertes par émission spontanée. Pour un interféromètre de  $4N + 3$  impulsions, la proportions  $P_{\text{res}}$  d'atomes restants est donnée par :

$$P_{\text{res}} = (1 - P_{\text{sp}})^{4N+3}, \quad (142)$$

où  $P_{\text{sp}}$  correspond à la proportion d'atomes perdus par émission spontanée. Pour un temps  $\tau$  d'interaction avec le laser, elle s'écrit :

$$P_{\text{sp}} = \tau \Gamma_{\text{sc}}, \quad (143)$$

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

---

où  $\Gamma_{sc}$  est le taux d'émission spontanée :

$$\Gamma_{sc} = \frac{\Gamma}{2} \times \frac{I/I_{sat}}{1 + 4(\Delta/\Gamma)^2 + (I/I_{sat})}, \quad (144)$$

avec  $\Gamma/2\pi \simeq 6.1\text{MHz}$  la largeur naturelle de l'état excité,  $\Delta$  le désaccord à un photon et  $I_{sat}$  l'intensité de saturation.

Dans le cas où  $\Gamma \ll \Delta$ , il vient :

$$\Gamma_{sc} = \frac{1}{8} \times \frac{I}{I_{sat}} \times \frac{\Gamma^3}{\Delta^2}. \quad (145)$$

En considérant  $\Omega_0$  la pulsation de Rabi moyenne pondérée par les transitions vers les différents états intermédiaires  $|F', m_{F'}\rangle$  (équation 134 chapitre 3), la proportion d'atomes perdus par émission spontanée s'écrit :

$$P_{sp} = \tau\Gamma_{sc} \sim \tau \left( \frac{\Gamma(2\Omega_0^2)}{4\Delta^2} \right), \quad (146)$$

où le facteur 2 provient de la configuration rétro-réfléchiée du réseau.

En introduisant la pulsation de Rabi à deux photons  $\Omega = \Omega_0^2/(2\Delta)$  avec les notations du chapitre 3 :  $\Omega = \gamma_{max} \times 8\omega_r$ , nous réécrivons (146) comme :

$$P_{sp} = \tau \left( \frac{\Gamma\gamma_{max}8\omega_r}{\Delta} \right). \quad (147)$$

Nous obtenons donc la proportion d'atomes restants liée à l'émission spontanée :

$$\begin{aligned} P_{res} &= (1 - P_{sp})^{4N+3}, \\ &= \left( 1 - \tau \left( \frac{\Gamma\gamma_{max}8\omega_r}{\Delta} \right) \right)^{4N+3}. \end{aligned} \quad (148)$$

Sur la figure 53 je trace l'évolution du nombre d'atomes liée aux pertes par émission spontanée en fonction de l'ordre  $n$  de diffraction pour un transfert  $\sim 100 \hbar k$  et un désaccord  $\Delta = 11\text{GHz}$ . Les paramètres  $\gamma_{max}$  et  $\tau$  sont choisis de sorte à optimiser l'efficacité de diffraction pour chaque ordre  $n$  de diffraction. Les faibles puissances laser utilisées pour le premier ordre de diffraction permettent de conserver environ 2 fois plus d'atomes ( $\sim 70\%$ ) par rapport aux ordres plus élevés ( $\sim 35\%$ ), rendant ainsi l'ordre  $n = 1$  plus favorable pour la réalisation d'interféromètres LMT.

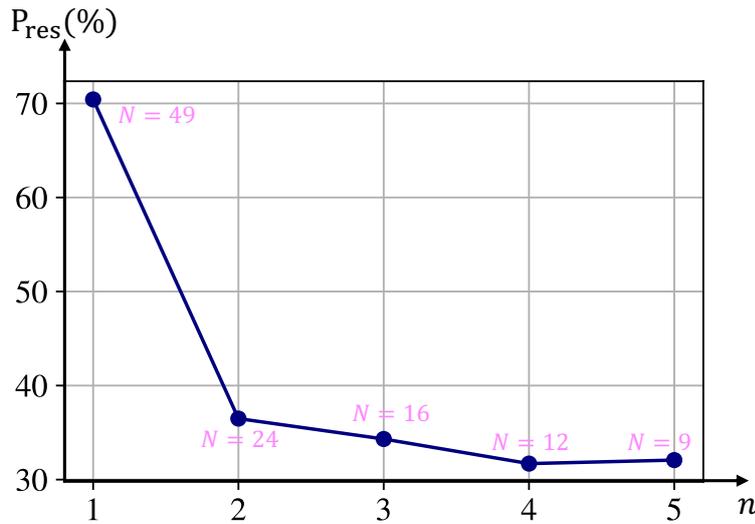


FIGURE 53 – Pourcentage d’atomes restants en fonction de l’ordre  $n$  de diffraction estimé numériquement en tenant compte des pertes par émission spontanée pour un transfert  $2n(N + 1)\hbar k \sim 100 \hbar k$ . Les paramètres  $\gamma_{max}$  et  $\tau$  sont choisis de sorte à optimiser l’efficacité de diffraction pour chaque ordre  $n$  de diffraction.

#### Conclusion (4.1)

Dans cette section j’ai présenté le principe des interféromètres de Bragg séquentiel qui utilisent une succession d’impulsions d’accélération afin d’augmenter la séparation en impulsion entre les deux bras de l’interféromètre, et ainsi en augmenter sa séparation spatiale. Pour réaliser ces interféromètres LMT avec nos paramètres expérimentaux ( $T = 30$  nK et  $\gamma_{max} = 0.5$  ( $n = 1$ )), le premier ordre de diffraction est le plus favorable car il permet de limiter les pertes par sélectivité en vitesse ainsi que les pertes LZ. Cet ordre de diffraction est également favorable à un minimum de pertes par émission spontanée.

## 4.2 Visibilité d’un interféromètre LMT

Dans cette section nous étudions la visibilité d’un interféromètre LMT à partir d’une détection en phase. Cette visibilité peut être biaisée par des interféromètres parasites (4.2.2) dont leur détection, et donc l’impact, est d’autant plus important que les durées d’interféromètres sont faibles (4.2.1).

### 4.2.1 Contraintes temporelles

Le champ de vue de notre système de détection limite le temps de vol libre entre l'instant où les pièges dipolaires sont coupés et l'instant où les atomes sont imagés à environ 35ms. Ce temps de vol libre de 35ms inclut nécessairement le temps de vol de l'interféromètre et  $T_d$ , le temps de vol nécessaire à la détection du signal d'interférences.

- La configuration verticale rétro-réfléchie du *réseau de Bragg* nous oblige à laisser les atomes en chute libre pendant un certain temps  $T_{\text{Dop}}$  avant le début de l'interféromètre afin de rendre le deuxième réseau hors-résonant par effet Doppler (chapitre 3). Cette durée est typiquement de 4ms.
- A cela s'ajoute le temps nécessaire pour séparer spatialement les deux états d'impulsion en sortie d'interféromètre. En pratique, nous choisissons un temps de détection  $T_d \sim 18$  ms pour obtenir une séparation pour deux états séparés de  $2\hbar k$  d'environ  $200 \mu\text{m}$ . Cette séparation est supérieure à la taille du nuage qui est d'environ  $60 \mu\text{m}$ , ce qui permet d'imager spatialement chacun des états d'impulsion.

En considérant ces deux contraintes temporelles, la durée totale de l'interféromètre que nous pouvons réaliser n'est donc que de  $2T = 35 - T_{\text{Dop}} - T_d \sim 12\text{ms}$ . En notant que la durée totale d'un interféromètre LMT s'écrit :  $2T \sim (4N + 3)(t_c + \tau) + 2T'$ , nous obtenons alors une limite sur la durée  $t_c$  entre chaque impulsion :

$$t_c = \frac{2T - 2T'}{4N + 3} - \tau > 0. \quad (149)$$

Ainsi, pour des grands transferts d'impulsion, nous sommes contraints d'avoir une durée entre chaque impulsion relativement faible. Pour un interféromètre de  $178\hbar k$  ( $N = 88$ ), une durée d'impulsion  $\tau = 35\mu\text{s}$  et en prenant  $T' = t_c$ , nous obtenons une durée  $t_c \sim 1\mu\text{s}$ . Cette configuration est favorable à la détection d'interféromètres parasites, puisqu'ils ne pourront pas être spatialement séparés de l'interféromètre principal. A titre d'exemple, pour l'interféromètre  $N = 2$  présenté à la figure 54a, la séparation entre un port de sortie dans un des deux *états de Bragg* de l'interféromètre principal (en bleu) et de l'interféromètre parasite vert n'est que de  $\Delta z = 8v_r(t_c + \tau) \sim 2 \mu\text{m}$  (avec  $t_c = 1 \mu\text{s}$  et  $\tau = 35 \mu\text{s}$ ), pour une taille de nuage d'environ  $60 \mu\text{m}$  (fig 54b). Nous discutons dans

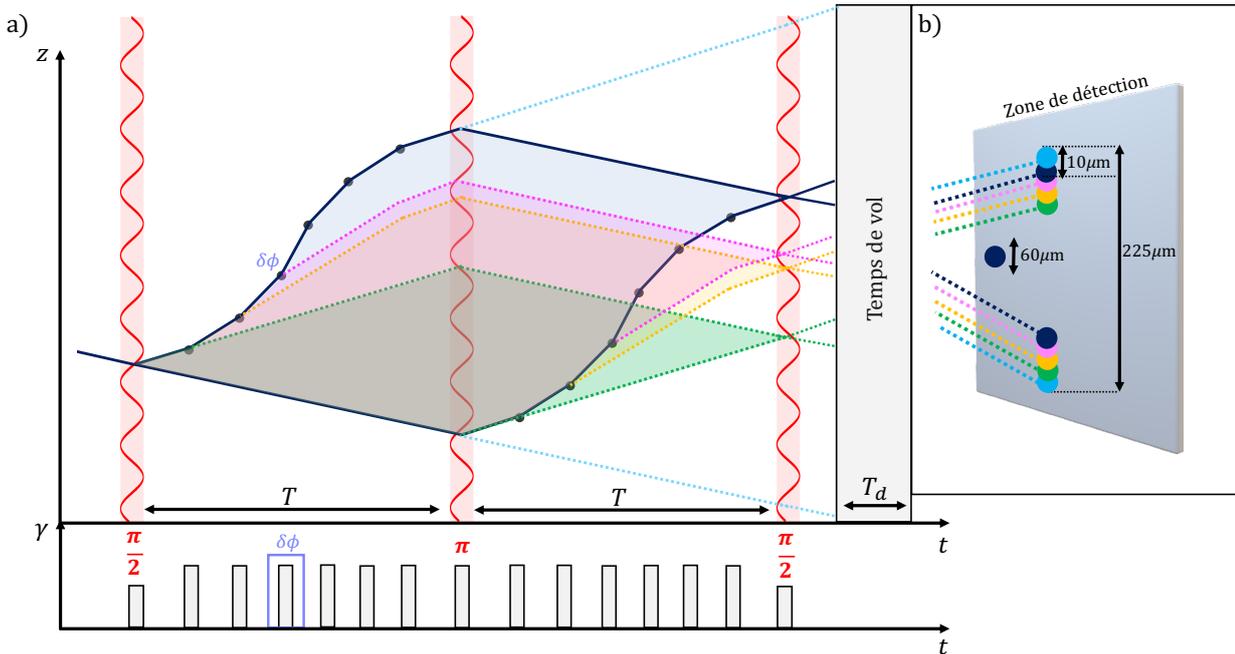


FIGURE 54 – a) Exemple d'interféromètres parasites pour un interféromètre de Bragg séquentiel. b) Pour des durées d'interféromètres courtes, les atomes dans le même état d'impulsion ne sont pas suffisamment spatialement séparés, ce qui ne permet pas de différencier l'interféromètre principal des interféromètres parasites. c) Profils d'intensité au cours du temps. Le saut de phase (violet) est appliqué sur la dernière impulsion d'accélération pour le bras supérieur.

la section suivante l'impact de ces interféromètres parasites sur la visibilité mesurée.

## 4.2.2 Interféromètres parasites

### Détection en phase

L'estimation de la visibilité des interféromètres se fait à partir d'une détection en phase. En effet, nous appliquons un saut de phase laser  $\delta\phi$  que nous faisons varier sur un intervalle de  $0$  à  $2\pi$ . Ce saut de phase s'imprime sur l'onde diffractée, et son signe dépend de si l'atome gagne (+) ou perd (-) une

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

---

impulsion  $2\hbar k$  durant la  $N$ -ième interaction. Dans ce cas, la population en sortie d'interféromètre s'écrit (chapitre 1) :

$$P = P_0 (1 + V \cos(\pm\delta\phi)), \quad (150)$$

où  $V$  est la visibilité de l'interféromètre.

Pour évaluer la visibilité d'un interféromètre LMT, une solution consiste à appliquer un saut de phase  $\delta\phi$  uniquement sur la dernière impulsion d'accélération (fig 54c). De cette façon la phase laser n'est imprimée qu'une seule fois sur l'onde atomique. Par conséquent, seuls les interféromètres dont un bras a été diffracté au moment de la dernière impulsion d'accélération auront un signal interférométrique modulé avec la bonne période  $\delta\phi$ . En particulier, cette configuration permet de rejeter les interféromètres issus de pertes par sélectivité en vitesse sur les premières impulsions d'accélération. Sur la figure 54a, cela correspond aux interféromètres jaunes et verts. En effet, ces interféromètres n'effectuent aucune transition au moment où le saut de phase est effectué, par conséquent leur phase n'est pas modulée en sortie d'interféromètre.

Il subsiste cependant certains interféromètres parasites pouvant perturber le signal de l'interféromètre principal. Sur la figure 54a nous représentons quelques exemples d'interféromètres parasites. Nous distinguons : i) les interféromètres qui se referment spatialement et qui donc ne dépendent pas de la vitesse initiale des atomes, tel que l'interféromètre rose de type MZ et ii) les interféromètres qui ne se referment pas spatialement de type Ramsey (interféromètres bleus clairs). Dans cette étude nous considérons des interféromètres LMT réalisant un transfert de  $2(N + 1)\hbar k$ , dont les ports de sortie sont dans les deux états de Bragg  $|0\hbar k\rangle$  et  $|2\hbar k\rangle$ . Nous prenons en compte les interféromètres parasites créés à partir de couplages résonants, i.e. des transitions à 2 photons permettant un transfert d'un état  $|2j\hbar k\rangle$  vers  $|2(j \pm 1)\hbar k\rangle$ , et ceux qui peuvent être issus d'un couplage non-résonant réalisant une transition à 2 ou 4 photons. Nos simulations numériques indiquent que la probabilité qu'une transition à plus que 4 photons se réalise est de moins de 0.01% à l'ordre  $n = 1$ , c'est pourquoi nous négligerons ces transitions dans la suite de chapitre. En sortie d'interféromètre, nous prenons en compte uniquement les atomes dans les états  $|0\hbar k\rangle$  et  $|2\hbar k\rangle$ .

### Interféromètres parasites de type Ramsey

Nous nous intéressons dans un premier temps aux interféromètres de type Ramsey, i.e. les interféromètres qui ne se referment pas spatialement. Nous avons calculé le signal correspondant à ce type d'interféromètre (annexe C) : le déphasage dépend du saut de phase laser  $\delta\phi$  appliqué, d'un terme d'horloge ( $\propto \delta T$ ) et un terme de recul ( $\propto \omega_r$ ). En prenant l'exemple d'un interféromètre de Ramsey pour un atome ( $i$ ) de vitesse initiale  $v_0^{(i)}$  et dont la séparation en impulsion entre les deux bras est  $2(N+1)\hbar k$  tel que celui présenté à la figure 55, le signal en sortie de cet interféromètre s'écrit :

$$S^{(i)} = A^{(i)} \left[ 1 + V^{(i)} \cos(\delta\phi - kT \left( 2(N+1)v_r + v_0^{(i)} \right)) \right], \quad (151)$$

avec  $-kv_0^{(i)}$  le désaccord lié à l'effet Doppler.

Pour un ensemble d'atomes décrit par une distribution en vitesse gaussienne :

$$\rho(\tilde{v}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\tilde{v}}^2}} \exp \left[ -\frac{\tilde{v}^2}{2\sigma_{\tilde{v}}^2} \right], \quad (152)$$

avec  $\sigma_{\tilde{v}}$  la dispersion en vitesse adimensionnée, le signal mesuré correspond à la moyenne des interféromètres pour chaque classe de vitesse de l'ensemble atomique :

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} S^{(i)}(\tilde{v}) \rho(\tilde{v}) d\tilde{v}, \\ &\propto V \cos(\delta\phi - 2kT(N+1)v_r) \exp \left[ \frac{-[(2(N+1)kT\sigma_{\tilde{v}})^2]}{2} \right], \\ &\propto \mathcal{V} \exp \left[ \frac{-[(2(N+1)kT\sigma_{\tilde{v}})^2]}{2} \right]. \end{aligned} \quad (153)$$

En notant la longueur de cohérence  $\zeta$  :

$$\zeta = \frac{\hbar}{m\sigma_{\tilde{v}}}, \quad (154)$$

nous pouvons réécrire le signal moyen en sortie d'un interféromètre de Ramsey comme :

$$\langle S \rangle \propto \mathcal{V} \exp \left[ \frac{-[(2(N+1)v_r T / \zeta)^2]}{2} \right]. \quad (155)$$

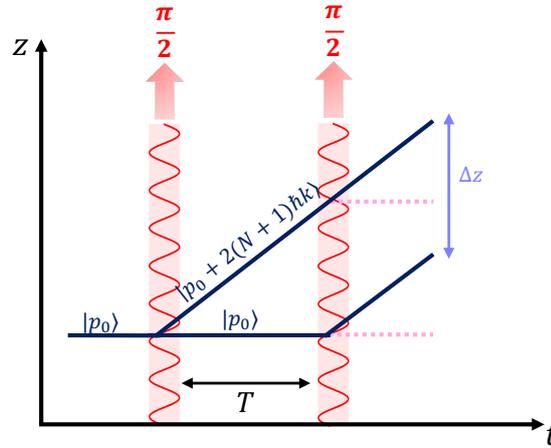


FIGURE 55 – Interféromètre de Ramsey pour une séparation en impulsion entre les deux bras de  $2(N + 1)\hbar k$ . La distance  $\Delta z$  indique la séparation entre les deux chemins en sortie d'interféromètre.

Pour l'interféromètre considéré à la figure 55, la distance séparant les deux ports de sortie est égale à  $\Delta z = 2v_r(N + 1)T$ . Nous obtenons finalement :

$$\langle S \rangle \propto \mathcal{V} \exp \left[ \frac{-[(2(N + 1)v_r T / \zeta]^2}{2} \right] \propto \mathcal{V} \exp \left[ \frac{-\Delta z^2}{2\zeta^2} \right]. \quad (156)$$

L'équation (156) indique que la visibilité d'un interféromètre de Ramsey est limitée par la longueur de cohérence du nuage d'atomes. Autrement dit, les chemins créant un interféromètre de Ramsey sont indiscernables et donc interfèrent tant que la séparation  $\Delta z$  entre ces chemins est plus petite que la longueur de cohérence du nuage  $\Delta z \ll \zeta$ . Pour une dispersion en vitesse donnée, la visibilité d'un interféromètre de Ramsey s'amortit d'autant plus rapidement que la séparation entre les ports de sortie est grande. Cette séparation augmente avec le nombre  $N$  d'impulsions, la visibilité des interféromètres de Ramsey s'amortit donc d'autant plus rapidement à mesure que  $N$  augmente.

Nous avons étudié expérimentalement l'impact des interféromètres parasites de Ramsey dans des configurations simples, i.e. pour un interféromètre de géométrie MZ à  $N = 0$  et  $N = 1$  (dans cette géométrie, les interféromètres de Ramsey sont créés à partir de pertes au cours de l'interféromètres, tels que les chemins bleus clairs représentés sur la figure 54a). Pour cette étude, nous déterminons la visibilité  $V_T$  en faisant varier deux paramètres : la durée  $t_c$  entre

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

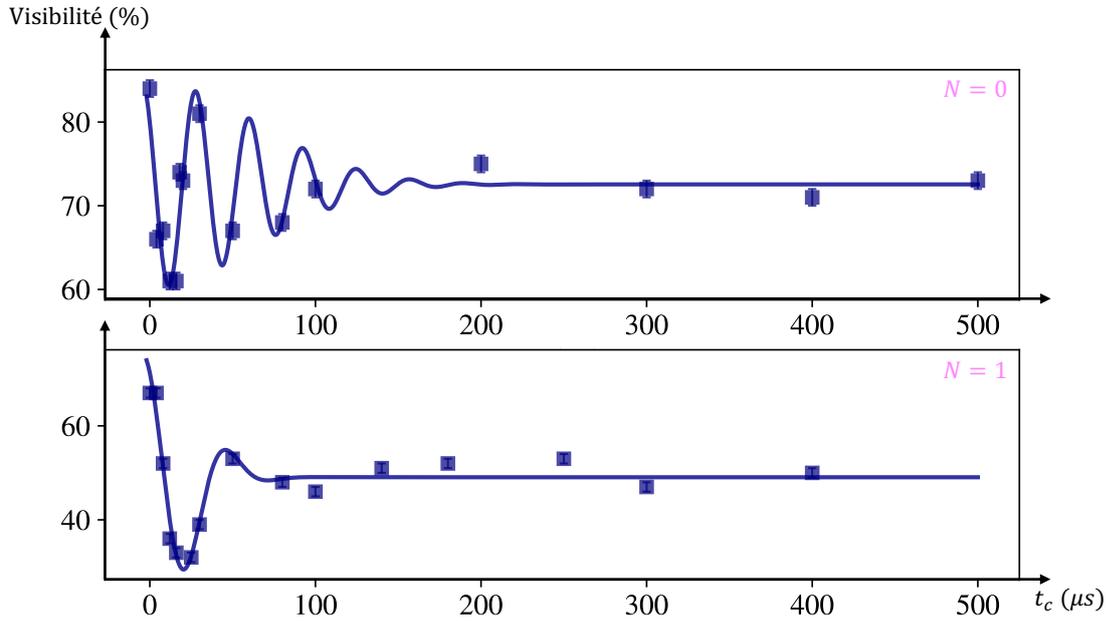


FIGURE 56 – Evolution de la visibilité en fonction du temps de propagation entre chaque impulsion pour un interféromètre  $N = 0$  (haut) et  $N = 1$  (bas). Chaque point expérimental correspond à une moyenne de trois visibilités obtenues, dont la barre d'erreur représente l'incertitude sur l'ajustement sinusoidal des franges d'interférences. Les courbes en traits plein sont le résultat d'un ajustement de la fonction (157) donnant des temps d'amortissement de  $64 \mu\text{s}$  ( $N = 0$ ) et  $27 \mu\text{s}$  ( $N = 1$ ).

chaque impulsion laser et le saut de phase  $\delta\phi$ . Pour cela, nous scannons  $\delta\phi$  sur un intervalle de  $0$  à  $2\pi$  pour une valeur de  $t_c$  donnée, et nous déterminons la visibilité à partir d'un ajustement sinusoidal en mesurant la population dans l'état d'impulsion  $|2\hbar k\rangle$ . Sur la figure 56 nous traçons l'évolution de la visibilité en fonction de  $t_c$ . La visibilité totale de cet interféromètre, i.e. qui tient compte de l'interféromètre principal de MZ et des interféromètres parasites de Ramsey s'écrit :

$$V_T = V_{\text{MZ}} + \mathcal{V} e^{-t_c^2/(2\tau^2)}, \quad (157)$$

où  $V_{\text{MZ}}$  est la visibilité associée à l'interféromètre de MZ, constante en fonction de  $t_c$ . Le second terme de l'équation (terme  $\mathcal{V}$ ) est associé à l'oscillation de la visibilité des interféromètres de Ramsey (153). Ces interféromètres ne se refermant pas spatialement, ce terme tient également compte de l'amortissement de

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

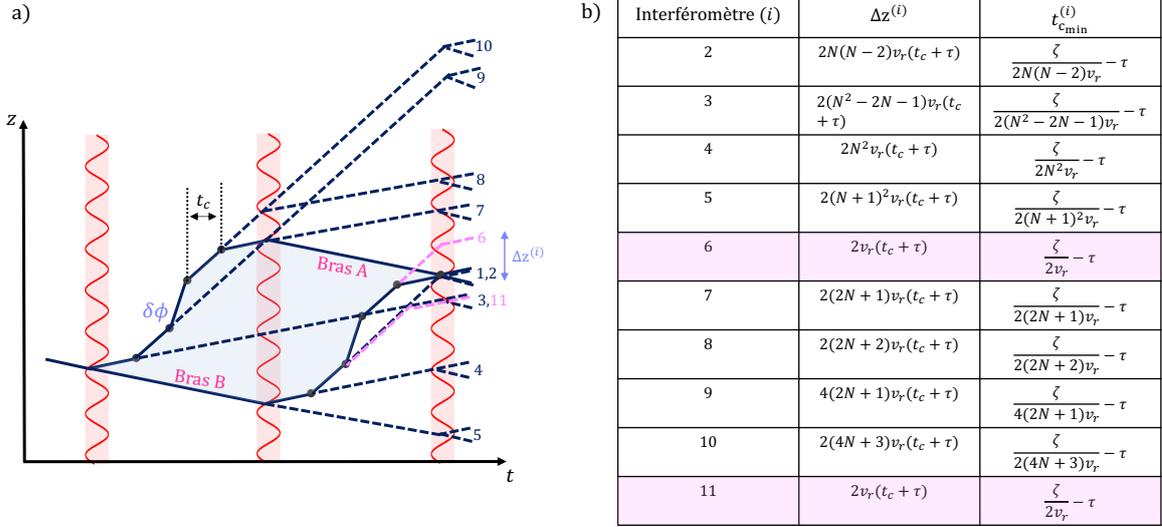


FIGURE 57 – a) Configurations des différents interféromètres de Ramsey interférant avec l’interféromètre MZ principal dans le cas  $N = 2$ . Pour cela nous considérons : i) tous les chemins effectuant une transition en impulsion au moment du saut de phase, (i.e. les chemins passant par au moins  $N$  impulsions d’accélération) et pouvant interférer avec le bras B de l’interféromètre principal, et ii) tous les chemins n’effectuant pas de transition au moment du saut de phase et pouvant interférer avec le bras A de l’interféromètre principal. b) Détermination des séparations entre un port de sortie de l’interféromètre principal et d’un interféromètre  $i$ . Nous déduisons la valeur minimale  $t_{c_{\min}}$  en fonction de  $N$  nécessaire pour qu’il n’y ait plus d’interférences parasites.

la visibilité (terme en  $e^{-t_c^2/(2\tau^2)}$ ) lié à la longueur de cohérence du nuage.

L’évolution des visibilités obtenues est représentée sur la figure 56a ( $N = 0$ ) et 56b ( $N = 1$ ). Pour chacune de ces configurations, nous observons un amortissement des oscillations de Ramsey lorsque les valeurs de  $t_c$  mènent à des séparations entre les ports de sortie plus grandes que la longueur de cohérence. Pour  $N = 0$ , le temps d’amortissement obtenu par un ajustement de la fonction (157) est de  $64 \mu\text{s}$  et de  $27 \mu\text{s}$  pour  $N = 1$ . Ces résultats confirment que l’amortissement est d’autant plus rapide lorsque le nombre d’impulsions  $N$  est grand et sont en accord avec la loi d’échelle (156).

Pour des configurations LMT séquentielles, l’amortissement en fonction de  $N$  tel que celui défini à l’équation (156) pour une seule impulsion transférant  $2(N+1)\hbar k$  est néanmoins moins évident lorsque le nombre d’impulsions  $N$

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

---

augmente, puisque la distance  $\Delta z$  entre les deux chemins de l'interféromètre de Ramsey dépend également de l'instant  $T^{(i)}$  à partir duquel l'interféromètre de Ramsey est créé. Sur la figure 57 différentes configurations possibles sont représentées pour une géométrie composée de  $4 \times (N = 2)$  impulsions. Pour cela nous considérons : i) tous les chemins effectuant une transition en impulsion au moment du saut de phase, (i.e. les chemins passant par au moins  $N$  impulsions d'accélération) et pouvant interférer avec le bras  $B$  de l'interféromètre principal, et ii) tous les chemins n'effectuant pas de transition au moment du saut de phase et pouvant interférer avec le bras  $A$  de l'interféromètre principal. Ces chemins sont indiscernables pour une mesure dans les états  $|0\hbar k\rangle$  et  $|2\hbar k\rangle$ , tant que la distance  $\Delta z$  entre ces chemins est plus petite que la longueur de cohérence tel que  $\Delta z \ll \zeta$ .

Nous sommes contraints pour réaliser des interféromètres à grands transferts d'impulsion d'utiliser des durées entre chaque impulsion de l'ordre de la micro-secondes. Cette configuration est favorable aux interféromètres de Ramsey puisque la distance entre chacun des ports de sortie est d'autant plus petite que la durée entre chaque impulsion est faible. Nous étudions alors la distance  $\Delta z^{(i)}$  entre un port de sortie de l'interféromètre principal et un port de sortie  $i$  afin de déduire la valeur minimale  $t_{c_{\min}}^{(i)}$  nécessaire pour qu'il n'y ait plus d'interférences liés aux interféromètres de Ramsey. Les durées minimales à partir desquelles la séparation entre un port de sortie de l'interféromètre principal et un port de sortie d'un interféromètre ( $i$ ) devient plus grande que la longueur de cohérence sont illustrées à la figure (fig 57)b. A l'exception des interféromètres 6 et 11, plus le nombre d'impulsions  $N$  augmente, et plus le temps entre chaque impulsion nécessaire pour ne plus interférer diminue, puisque les atomes issus de ces pertes passent plus de temps dans des états d'impulsion différents. La plus grande valeur  $t_{c_{\min}}^{(i)}$  pour obtenir une distance supérieure à la longueur de cohérence est celle associée à l'interféromètre 7. Néanmoins, pour un interféromètre  $178\hbar k$  ( $N = 88$ ), et pour une impulsion de durée  $\tau = 30 \mu s$ , cela revient à choisir une valeur  $t_{c_{\min}}^{(i)}$  nulle, la durée  $\tau$  associées aux  $N$  impulsion  $\pi$  étant suffisante pour obtenir une séparation  $\Delta z$  supérieure à la longueur de cohérence. La durée d'une micro-seconde que nous utilisons pour l'interféromètre  $178 \hbar k$  devrait donc permettre de s'affranchir de la majorité des interféromètres de Ramsey. En revanche, pour les interféromètres 6 et 11, la durée minimale permettant d'être supérieure à la longueur de cohérence n'est pas dépendante de la valeur de  $N$ . Dans ce cas, il faut, pour s'affranchir de ces interféromètres, une durée  $t_c > \zeta / (2v_r) - \tau \sim 4\mu s$ . Néanmoins, la probabilité que ces interféromètres se

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

---

réalise est très faible puisqu'elle dépend pour l'interféromètre 6 d'un chemin ayant réalisé un couplage non-résonant sur la dernière impulsion de décélération, dont la probabilité est inférieure à 0.2% (fig 52d). Pour l'interféromètre 11 la probabilité est également très faible puisqu'il s'agit d'un interféromètre créé à partir d'une perte sur la dernière impulsion d'accélération.

### Résumé (Interféromètres parasites de type Ramsey)

Les chemins créant un interféromètre de Ramsey sont indiscernables et peuvent interférer tant que la séparation  $\Delta z$  entre ces chemins est plus petite que la longueur de cohérence du nuage tel que  $\Delta z \ll \zeta$ . Pour une dispersion en vitesse donnée, la visibilité d'un interféromètre de Ramsey s'amortit d'autant plus rapidement à mesure que le nombre  $N$  d'impulsions augmente. Pour un interféromètre  $178 \hbar k$ , nous avons montré que la visibilité de la majorité des interféromètres parasites de Ramsey devrait s'amortir. Par conséquent, il semble raisonnable de négliger la contribution de ces interféromètres parasites sur la visibilité de l'interféromètre  $178 \hbar k$ .

### Interféromètres parasites se refermant spatialement

Nous étudions à présent l'effet des interféromètres parasites qui se referment spatialement dans les deux *états de Bragg* et dont la période d'oscillation en sortie d'interféromètre est la même que celle de l'interféromètre principal, i.e. des interféromètres issus d'une transition à deux photons lorsque le saut de phase est appliqué sur la dernière impulsion d'accélération. Différentes configurations d'interféromètres possibles sont représentées sur la figure 58. Il s'agit d'interféromètres sensibles à un saut de phase réalisé sur la dernière impulsion d'accélération pour une géométrie composée de  $4 \times (N = 2)$  impulsions d'accélération et de décélération. L'interféromètre principal est représenté par la sortie 1, il réalise  $2N$  impulsions d'accélération et de décélération, et correspond donc à un transfert de  $6 \hbar k$ . Les interféromètres parasites sont issus d'au moins deux transitions non-résonantes d'un état  $|2N \hbar k\rangle \rightarrow |2(N \pm 1) \hbar k\rangle$ . Leur probabilité est donc négligeable puisque ces interféromètres sont construits à partir d'une perte non-résonante sur le bras  $B$  de l'interféromètre et d'une perte non-résonante sur le bras  $A$  de l'interféromètre lors d'une impulsion précise. A titre d'exemple, la probabilité de réaliser l'interféromètre 3 correspond à la

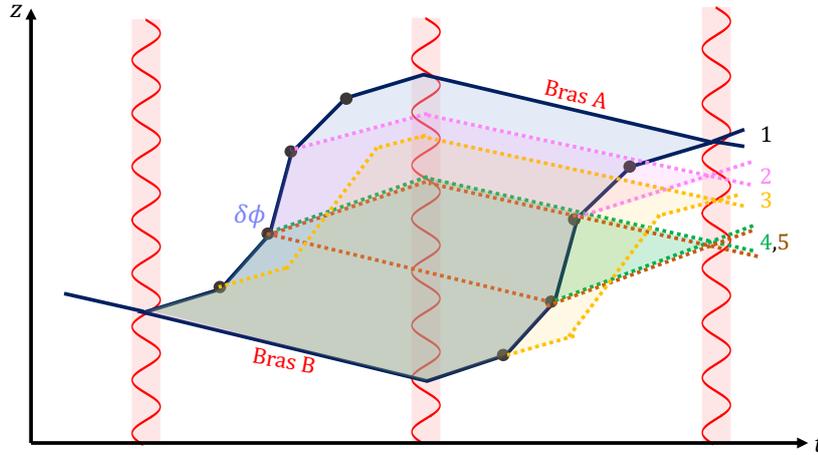


FIGURE 58 – Différentes configurations d'interféromètres possibles pour une géométrie composée de  $4N = 8$  impulsions d'accélération et de décélération réalisant une transition à deux photons non-résonante lorsque le saut de phase est réalisé sur la dernière impulsion d'accélération. L'interféromètre principal est représenté en noir.

probabilité de faire une transition non-résonante sur la première impulsion de décélération du bras B sachant la probabilité d'avoir également réalisé une transition non-résonante sur la première impulsion de décélération du bras A. La probabilité  $P^{(i)}$  pour chacun de ces interféromètres peut donc s'écrire :

$$P^{(i)} < P_A^{(i)} \times P_B^{(i)} < 0.2\% \times 0.2\% = 0.04\%. \quad (158)$$

Nous pouvons généraliser ce résultat pour un interféromètre de  $4N + 3$  impulsions, ces interféromètres parasites étant toujours construits à partir d'au moins deux transitions non résonantes. De plus, en augmentant le nombre d'impulsions, nous effectuons également un filtrage sur la détection, i.e. que la séparation spatiale entre les ports de sortie de l'interféromètre principal et ceux d'un interféromètre parasite devient suffisamment grande pour pouvoir ne pas prendre en compte les ports de sortie de l'interféromètre parasite au moment de la détection. A titre d'exemple, à partir de  $N = 40$  impulsions, l'interféromètre principal est séparé de l'interféromètre parasite 4 d'une distance  $\Delta z \sim 500 \mu\text{m}$ , distance suffisante pour ne plus considérer cet interféromètre

parasite au moment de la détection <sup>1</sup>.

### Conclusion (4.2)

Dans cette section nous avons évalué l'impact des interféromètres parasites dans une configuration particulière d'interféromètres LMT, i.e. dont les durées  $2T$  sont très faibles. Parmi ces interféromètres parasites, nous avons distingué deux types d'interféromètres : i) ceux qui ne se referment pas spatialement de type Ramsey, et dont la visibilité s'amortit d'autant plus vite que le nombre  $N$  d'impulsions augmente, et ii) des interféromètres qui se referment spatialement pour lesquels nous avons montré que la probabilité qu'ils se réalisent était négligeable. Ainsi, à partir de cette étude, il semble raisonnable de considérer, lorsque le saut de phase est réalisé sur la dernière impulsion d'accélération, que l'impact des interféromètres parasites devient négligeable lorsque le nombre d'impulsions  $N$  est suffisamment grand. Dans la section suivante, nous nous intéressons à la réalisation expérimentale d'un interféromètre LMT  $178\hbar k$ .

### 4.3 Réalisation expérimentale d'un interféromètre $178\hbar k$

Nous avons réalisé expérimentalement des interféromètres séquentiels pour plusieurs séparations spatiales en utilisant des impulsions de Bragg de forme tangentes hyperboliques (tgh) [Kovachy et al., 2012] d'ordre  $n = 1$ . Ce type d'impulsion donne de très bonnes efficacités de diffraction et tire pleinement parti de la puissance laser, permettant de réaliser des impulsions de plus courtes durées que des impulsions gaussiennes. Cela présente l'avantage, dans le cas d'une durée totale d'interféromètre limitée ( $2T = 12$  ms actuellement sur notre expérience), de pouvoir réaliser un plus grand nombre d'impulsions. D'autre part, ce type d'impulsion permet également de mieux exploiter les pertes LZ qui interfèrent efficacement à l'ordre  $n = 1$  par rapport aux impulsions de type

---

<sup>1</sup>. Pour des valeurs de  $N$  élevées, les interféromètres parasites n'étant pas filtrés par la détection sont des interféromètres ayant une aire interférométrique proche de celle de l'interféromètre principal ayant réalisé un transfert de  $2(N + 1)\hbar k$ .

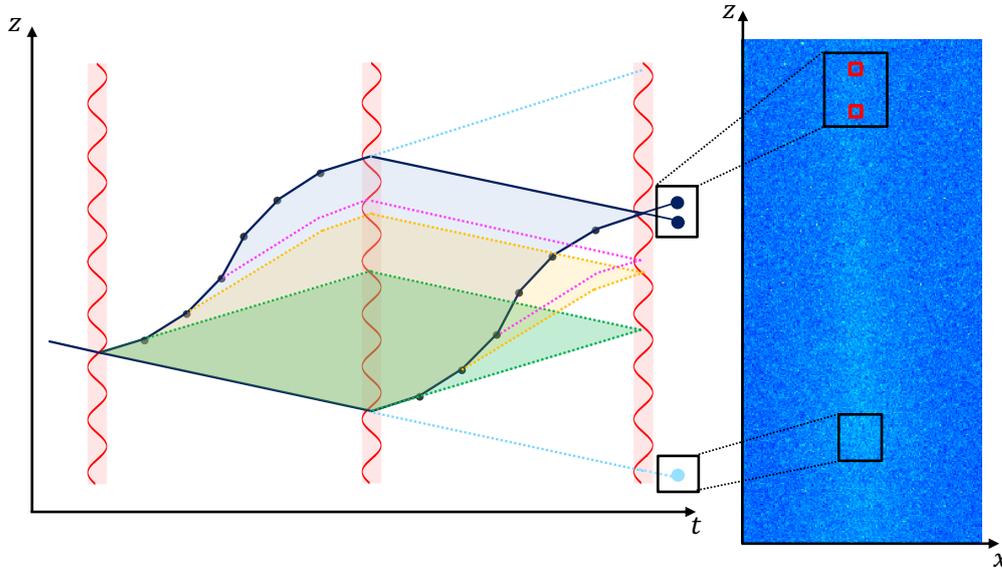


FIGURE 59 – Moyenne de 5 images obtenues en sortie d'un interféromètre LMT correspondant à un transfert de  $150 \hbar k$  ( $N = 75$ ). Les rectangles noirs représentent i) la position des atomes dans les deux états de Bragg de l'interféromètre principal (haut de l'image) et ii) la position des atomes issus d'une perte sur la première impulsion  $\pi/2$  (bas de l'image). Les carrés rouges représentent les boîtes de détection associées aux deux états de Bragg qui optimisent la visibilité des franges d'interférences de l'interféromètre principal.

carré.

La durée entre chaque impulsion est  $t_c = 1 \mu\text{s}$  et nous avons fixé le temps de propagation libre tel que  $T' = t_c$ . Les durées des impulsions séparatrices et miroirs (correspondant aux phases de Rabi  $\varphi_R = \pi/2$  et  $\varphi_R = \pi$ ) sont choisies pour le couple optimal  $\{\gamma_{\text{max}}, \sigma\}_{\text{opt}}$ , ce qui revient à choisir  $\gamma_{\text{max}} = 0.5$  et  $\sigma_\pi = 35 \mu\text{s}$  à l'ordre  $n = 1$ . Nous mesurons ensuite la population normalisée<sup>2</sup> dans les deux ports de sortie principaux de l'interféromètre (i.e. les deux états de Bragg) après un temps de vol de 18 ms, permettant de séparer spatialement ces deux états d'impulsion (fig 59). Un saut de phase permettant de moduler la phase de l'interféromètre est appliqué sur la dernière impulsion  $N$  d'accélération que l'on fait varier sur un intervalle de 0 à  $2\pi$  afin de déterminer la visibilité associée aux franges d'interférences à l'aide d'un ajustement sinusoïdal.

2. C'est à dire  $P_1/(P_0 + P_1)$ , avec  $P_0$  (resp.  $P_1$ ) la population dans l'état  $|0\hbar k\rangle$  (resp.  $|2\hbar k\rangle$ )

## CHAPITRE 4. INTERFÉROMÈTRES À GRANDS TRANSFERTS D'IMPULSION

---

En pratique, le nombre  $N_d$  d'atomes détectés en sortie d'un interféromètre LMT est de l'ordre de  $N_d \sim 1000$ , ce qui revient à environ une dizaine de photons par pixel. Ce nombre est proche du seuil de détection de notre système d'imagerie, ce qui rend difficile le traitement et l'analyse des données. Un exemple d'un signal en sortie d'un interféromètre LMT est illustré à la figure 59 pour un transfert en impulsion de  $150 \hbar k$  ( $N = 74$ ). Pour améliorer le rapport signal à bruit, nous ajustons la taille des boîtes de détection afin d'optimiser la visibilité des franges d'interférences obtenues en sortie d'interféromètre. Ce mode de détection revient à effectuer un filtrage de la distribution atomique afin de ne sélectionner uniquement que des atomes ayant une vitesse inférieure au recul. Ce filtrage en vitesse permet ainsi de s'affranchir partiellement des atomes ayant subi une émission spontanée.

### Interféromètre $178\hbar k$

A partir de cette configuration d'interféromètre, nous avons obtenu une séparation en impulsion de  $178\hbar k$  ( $N = 88$ ), qui est à notre connaissance la plus grande séparatrice atomique réalisée à partir de processus de diffraction séquentielle. Pour cet interféromètre, la durée  $T$  est 6 ms, ce qui correspond à une séparation spatiale  $\Delta z \sim 3$  mm. Nous modulons la phase à partir d'un saut de phase  $\delta\phi$  réalisé sur la dernière impulsion d'accélération dans le but de limiter l'effet des interféromètres parasites. Nous mesurons des franges avec une visibilité de  $3.9\% \pm 0.7\%$  extraite à partir d'un ajustement sinusoïdal (fig 60).

Actuellement sur notre expérience, le transfert maximal d'impulsion que nous pouvons réaliser est limité par le champ de vue de notre système de détection, qui oblige à réaliser des interféromètres d'une durée maximale de 12 ms, ce qui limite le nombre d'impulsions  $N$  que nous pouvons effectuer. L'autre limite est le faible nombre d'atomes détectés. Pour  $N = 88$ , les pertes d'atomes par émission spontanée (ES) sont d'environ 40%, à cela s'ajoutent les pertes par sélectivité en vitesse (SV) en début d'accélération. La figure (fig 52a) indique qu'environ 45% des atomes sont perdus sur les  $N = 10$  premières impulsions d'accélération, la proportion d'atomes restants passant alors de 80% ( $N = 1$ ) à 45% pour  $N = 10$  (fig 52a). En considérant une efficacité de diffraction par impulsion d'environ 99% à partir de  $N = 10$ , il reste en sortie d'interféromètre environ seulement  $\underbrace{60\%}_{ES} \times \underbrace{45\%}_{SV} \times (99\%)^{2N-10} \sim 5\%$  du nombre d'atomes initial.

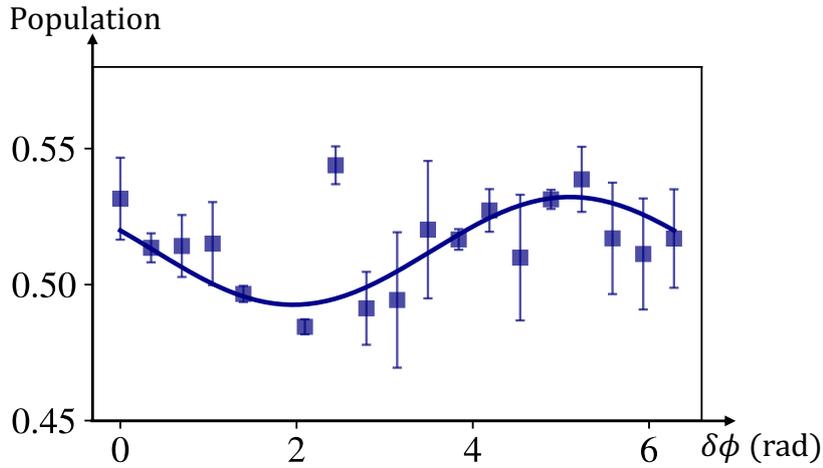


FIGURE 60 – Franges d’interférences obtenues pour l’interféromètre  $178\hbar k$ . Chaque donnée expérimentale est la moyenne de 3 mesures dont l’incertitude statistique sur la moyenne est représentée par la barre d’erreur. La courbe en trait plein est le résultat d’un ajustement sinusoïdal dont la visibilité extraite est de  $V = 3.9\% \pm 0.7\%$

En augmentant le nombre  $N$  d’impulsions, nous observons une diminution de la visibilité : 90% pour  $N = 0$  (i.e. un interféromètre 3 impulsions) contre 3.9% pour  $N = 88$ . Cette baisse de visibilité, commune aux interféromètres LMT, peut être due à plusieurs effets. Dans notre cas, les pertes d’atomes (LZ ou par émission spontanée) qui n’interfèrent pas en sortie d’interféromètre mais qui sont détectées diminuent ainsi la visibilité mesurée.

Un autre effet limitant la visibilité est lié aux inhomogénéités des faisceaux laser [[Chiov et al., 2011](#)]). Sur notre expérience nous mesurons une diminution de la visibilité lorsque le nuage d’atomes est plus étendu dans la direction transverse aux faisceaux laser, et donc plus sensible à ces effets d’inhomogénéité.

## Conclusion

Ce chapitre a présenté le principe des interféromètres à grands transferts d'impulsions reposant sur la diffraction séquentielle de Bragg. Dans ce contexte, nous avons démontré un interféromètre de  $178\hbar k$  avec une visibilité de  $3.9\% \pm 0.7\%$ . Afin de s'affranchir des interféromètres parasites liés aux courtes durées de notre interféromètre, nous avons étudié leur impact sur les mesures de visibilité. Ces interféromètres parasites ont une incidence faible sur nos mesures de visibilité, notamment lorsque le saut de phase permettant de mesurer des franges d'interférences est réalisé sur la dernière impulsion d'accélération. Par ailleurs, pour des durées d'interféromètres plus grandes, ces interféromètres parasites seront moins problématiques. Cette étude a permis de conforter la visibilité mesurée pour l'interféromètre  $178\hbar k$ , et marque une étape vers l'interféromètre à bras séparés que nous envisageons.



# Conclusion & Perspectives

## Conclusion générale

Dans ce manuscrit, j'ai présenté les travaux réalisés pendant ma thèse sur le dispositif expérimental de l'équipe Interférométrie Atomique du LCAR. Ces travaux ont contribué au développement d'un interféromètre atomique à grands transferts d'impulsion fondé sur l'utilisation de sources d'atomes ultra-froids et de réseaux optiques.

- Le premier chapitre a exposé des notions théoriques permettant de comprendre des concepts généraux d'interférométrie atomique. J'ai également introduit dans ce chapitre une étude théorique sur le calcul de la phase de l'interféromètre permettant de rendre compte des effets de type Aharonov-Bohm et des corrections non quadratiques apparaissant pour des interféromètres atomiques à bras séparés. Enfin, j'ai présenté le dimensionnement de l'interféromètre à grande séparation spatiale que nous envisageons en vue de tests de la neutralité de l'atome.
- Dans le second chapitre j'ai présenté notre dispositif expérimental avec lequel nous obtenons, à partir d'un refroidissement par évaporation dans un piège tout-optique, une source de  $N = 3 \times 10^4$  **atomes** condensés à une température effective de **30 nK**. J'ai également détaillé la mise en place expérimentale d'un *réseau de lancement* permettant d'accélérer les atomes par **oscillations de Bloch**. Ce lancement offrira la possibilité de créer des interféromètres en configuration fontaine pour bénéficier de plus longs temps d'interrogation. Cette méthode a également permis la réalisation d'une technique de manipulation dans l'espace des phases appelée **delta-kick collimation**. Cette technique, qui produit une réduction de la dispersion en vitesse du nuage d'atomes, nous a permis d'atteindre

des températures effectives d'environ **2 nK**.

- Le troisième chapitre a porté sur une étude théorique et expérimentale de la diffraction atomique à ordre élevé dans le **régime de quasi-Bragg**. Dans un premier temps j'ai présenté notre modèle numérique fondé sur la résolution de l'équation de Schrödinger. Le bon accord obtenu entre ce modèle et nos résultats expérimentaux a permis de distinguer deux sous-régimes : celui des *interactions courtes*, limité par des pertes Landau-Zener provoquant l'apparition de phases de diffraction, et celui des *interactions longues*, limité par la sélectivité en vitesse. Nous avons montré que l'efficacité de diffraction maximale se situe à la frontière entre ces deux sous-régimes. Dans un second temps, une étude sur le **caractère multi-chemins** d'interféromètres dans le régime de quasi-Bragg a été réalisée pour des interféromètres utilisant des séparatrices d'ordre  $n = 5$  et a mis en évidence le lien entre les pertes Landau-Zener et les *phases multi-chemins* associées.
- Dans le dernier chapitre j'ai présenté le principe de la **diffraction de Bragg séquentielle** utilisée pour la réalisation d'**interféromètres à grands transferts d'impulsion** (LMT). Grâce à cette méthode, nous avons démontré un **interféromètre de  $178\hbar k$** , qui correspond à ce jour au plus grand transfert d'impulsion obtenu pour ce genre de dispositif. J'ai également présenté dans ce chapitre des résultats préliminaires sur l'ordre de diffraction le plus pertinent à utiliser pour la réalisation d'interféromètres LMT. Dans un second temps j'ai introduit notre méthode fondée sur la **détection en phase** de l'interféromètre permettant de s'affranchir de la plupart des interféromètres parasites. Une étude des interféromètres parasites subsistants a été réalisée et a montré leur faible impact sur la visibilité mesurée. Cette étude a permis de conforter les mesures de visibilité réalisées sur notre interféromètre  $178 \hbar k$  et marque une étape vers l'interféromètre à bras séparés que nous envisageons.

## Perspectives

Les résultats présentés dans ce manuscrit peuvent se diviser principalement en deux parties : une première concernant la source atomique (□) et une seconde traitant de l'optique atomique (□), i.e. concernant les expériences de diffraction

et d'interférométrie. Chacune de ces parties donne lieu à des perspectives que j'expose dans cette section.

### Perspectives à moyen terme

□□ **Fontaine atomique et amélioration du DKC** Nous réalisons actuellement sur notre expérience des accélérations par oscillations de Bloch jusqu'à des vitesses de  $40 v_r = 160$  mm/s, permettant d'atteindre des températures effectives d'environ 2 nK par delta-kick collimation. Pour atteindre le régime sub-nK, nous devons augmenter le temps d'expansion, ce qui nécessite également d'augmenter la vitesse de lancement. Pour cela il faut soit augmenter la profondeur du réseau pour pouvoir augmenter l'accélération tout en respectant le critère d'adiabaticité (chapitre 2), soit la durée du lancement. Etant donné le faible waist de notre *réseau de lancement*, cela entraîne un chauffage du nuage et une perte d'atomes (chapitre 2). Avec le même dispositif laser que celui que nous utilisons actuellement, nous envisageons de repenser la mise en forme du *réseau de lancement* afin d'augmenter son waist et pouvoir ainsi atteindre le régime sub-nK. Il faudra pour cela revoir la géométrie du piège dipolaire servant à obtenir le condensat, puisqu'un des deux bras du *réseau de lancement* est utilisé pour le refroidissement par évaporation.

Actuellement les plus faibles dispersions en vitesse obtenues par DKC (inférieures à 100 pK) ont été réalisées en micro-gravité [Deppner et al., 2021] ou sur des dispositifs expérimentaux de très grande dimension

[Kovachy et al., 2015b] ayant accès à de longs temps d'expansion. Afin d'atteindre ces mêmes régimes de dispersion en vitesse, nous envisageons de réaliser plusieurs lancements successifs, dans le but d'obtenir des temps d'expansion proches de ceux disponibles avec les dispositifs expérimentaux de grande dimension. Pour ces longs temps d'expansion, il faudra néanmoins envisager un nouveau piège optique pour réaliser le DKC avec un waist plus grand que celui que nous utilisons actuellement, afin ne pas être limité par les non-harmonicités du potentiel gaussien (chapitre 2).

D'un point de vue interférométrique, les longs temps d'interrogation obtenus en configuration de fontaine atomique permettront notamment de mieux séparer spatialement les interféromètres parasites au moment de la détection lors de la réalisation d'interféromètres LMT (chapitre 4), et d'obtenir une meilleure estimation de la visibilité ainsi qu'un meilleur contrôle des *phases multi-chemins* associées.

## CONCLUSION & PERSPECTIVES

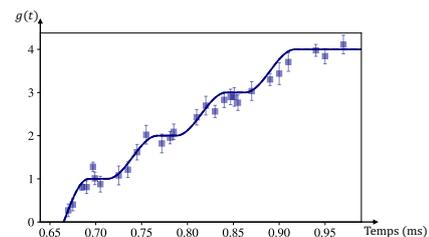
---

□ **Optimisation du chargement dans le piège dipolaire** Dans le but d'augmenter le nombre d'atomes dans le condensat, il est utile de maximiser le nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire. Pour cela, une solution consiste à augmenter la puissance de ce piège, ce qui permet alors d'en augmenter sa profondeur et ainsi de maximiser le volume de capture. Ce processus est néanmoins limité par la puissance laser disponible sur le dispositif expérimental. L'autre solution consiste à produire un piège magnéto-optique avec une densité spatiale plus élevée et une température plus faible, par exemple en ajoutant une étape supplémentaire consistant à réaliser une "mélasse sombre" (dark molasse) [Zhibin, 2022]. Par ailleurs, l'association d'un refroidissement par mélasse grise et d'une modulation spatiale de faisceaux dipolaires [Rabault, 2019] a également permis d'améliorer le nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire. Ces méthodes sont des exemples de configuration qui pourront être mises en place sur notre dispositif expérimental afin d'augmenter le nombre d'atomes final dans le condensat pour de futures expériences.

□ **Sensibilité en phase des interféromètres LMT** Durant ma thèse, nous avons obtenu les premiers résultats d'interféromètres à grands transferts d'impulsion, dont le facteur de mérite pour ces expériences a été l'estimation de la visibilité. Nous nous intéressons actuellement à la caractérisation de la sensibilité en phase de ces interféromètres. Nous prévoyons pour cela de réaliser un gravimètre qui consiste à mesurer l'accélération gravitationnelle locale et d'étudier l'évolution de la sensibilité de l'interféromètre LMT en fonction de son aire spatio-temporelle.

Nous envisageons également de tester la fonction de réponse de ces interféromètres LMT à partir de mesures de la fonction de sensibilité [Decamps et al., 2018]. Des résultats préliminaires pour des interféromètres  $N = 3$  ont par ailleurs déjà été démontrés dans l'équipe.

Nous prévoyons également de caractériser les déphasages associés au caractère multi-chemins des interféromètres LMT. Dans le cas d'un interféromètre à trois impulsions, Siemß et al. [Siemß et al., 2022] ont démontré la possibilité de supprimer les *phases multi-chemins* grâce à un choix particulier de paramètres d'impulsion. Nous envisageons de tester ces paramètres sur notre dispositif expérimental afin d'étudier ces *phases multi-chemins* et évaluer leur impact dans le cas d'interféromètres LMT.



## CONCLUSION & PERSPECTIVES

---

❑ **Nouveau système laser pour les expériences LMT** Comme nous l'avons vu au chapitre 4, une des limites à la réalisation d'interféromètres LMT est la perte d'atomes par émission spontanée. Pour limiter cet effet, nous envisageons de mettre en place un nouveau système laser s'inspirant de celui développé dans l'équipe de M. Kasevich [Kim et al., 2020]. Nous prévoyons pour cela un système délivrant une puissance laser de 10 W à 780 nm, correspondant à une augmentation d'un facteur 30 par rapport à notre dispositif actuel. Cette puissance laser permettrait de conserver les paramètres optimaux de diffraction (chapitre 3) tout en ayant un désaccord à un photon beaucoup plus élevé ( $> 300$  GHz), diminuant ainsi significativement le taux d'émission spontanée. Un autre effet qu'il faudra considérer pour la réalisation d'interféromètres à grande séparation spatiale est celui associé au déplacement lumineux. En effet, les potentiels dipolaires entraînent un décalage en énergie proportionnel à l'intensité laser locale. Ces potentiels peuvent alors causer des déphasages différentiels si l'intensité n'est pas la même pour les deux bras de l'interféromètre. En s'inspirant de [Kovachy et al., 2015a], nous prévoyons la mise en place d'un réseau de diffraction supplémentaire avec un désaccord à un photon équivalent mais opposé, permettant ainsi de réduire grandement ces effets de déplacements lumineux.

❑ **Atténuation des vibrations** Le *réseau de Bragg* que nous utilisons pour les expériences d'interférométrie est créé à partir d'un miroir de réflexion. Dans cette configuration, une fluctuation aléatoire de la position du miroir peut induire des fluctuations de phase limitant la sensibilité de la mesure. La mise en place d'une plateforme anti-vibrations permettra de limiter ces effets. D'autre part, afin de tirer pleinement parti de la sensibilité offerte par la grande aire spatio-temporelle des interféromètres LMT, nous envisageons de réaliser un interféromètre double en configuration gradiomètre [Foster et al., 2002]. Cette configuration permet de s'affranchir de bruits de vibrations communs, puisque les deux interféromètres partagent le même miroir de réflexion.

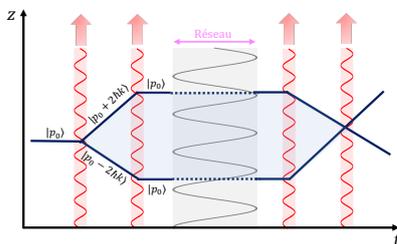
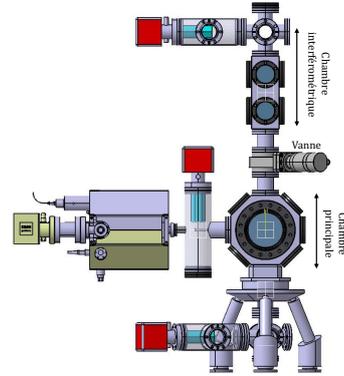
❑ **Optimisation de l'efficacité de diffraction** Afin de limiter les pertes au cours de l'interféromètre, nous prévoyons d'améliorer par une technique de contrôle optimal [Saywell et al., 2020] l'efficacité de diffraction des impulsions LMT en contrôlant de façon simultanée l'amplitude ainsi que la phase du réseau. Des résultats préliminaires, en collaboration avec le groupe de D. Sugny

## CONCLUSION & PERSPECTIVES

(laboratoire ICB, Dijon), prévoient des efficacités supérieures à 99 % en partant d'une dispersion en vitesse initiale de 30 nK.

### Perspectives à plus long terme

**□ Nouveau dispositif expérimental** En vue des tests de la neutralité de la matière (chapitre 1), nous prévoyons la construction d'un nouveau dispositif expérimental. Cette nouvelle expérience découplera la chambre principale dans laquelle est produite la source ultra-froide de la chambre interférométrique. Cette configuration permettra donc d'installer des potentiels d'interaction avec un accès simplifié. Notre chambre principale actuelle ayant été développée pour une puce atomique [Alibert, 2017], ce nouveau dispositif bénéficiera également d'accès optiques plus adaptés permettant d'améliorer les performances de la source. On pourrait par exemple s'inspirer de la géométrie développée par [Yamashita et al., 2017], qui a permis d'obtenir un condensat de  $10^6$  atomes en 3 secondes.



**□ Nouvelle géométrie d'interféromètre** La démonstration d'interféromètres dans lesquels les atomes sont maintenus dans un réseau optique est aujourd'hui étudiée dans plusieurs groupes [Pelle et al., 2011], [Panda et al., ], puisqu'elle permet d'atteindre des temps d'interrogation de plusieurs secondes. Pour les expériences que nous envisageons, cette géométrie serait une alternative prometteuse puisqu'elle permettrait d'augmenter le temps d'interaction avec les potentiels, et donc la sensibilité sur la mesure de neutralité. Pour cela, il faudra substituer à la géométrie Mach-Zehnder une géométrie où les atomes sont dans le même état d'impulsion au moment du chargement dans le réseau, par exemple avec un interféromètre 4 impulsions réalisé à partir de double diffraction de Bragg. D'autre part, même sans réaliser le maintien dans un réseau, cette géométrie symétrique d'interféromètre permettrait que les atomes, dans le même état d'impulsion, explorent des zones de potentiel similaires durant leur passage dans les électrodes, minimisant ainsi la phase de polarisabilité intégrée (chapitre 1).





## Atome à deux niveaux

Je présente dans cette annexe des développements concernant l'évolution d'un atome à deux niveaux en interaction avec un champ monochromatique cohérent présenté à la section 1.1.1 (chapitre 1).

Considérons un atome de quantité de mouvement  $\hat{p}$  modélisé par deux états internes  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  dont l'écart en énergie vaut  $\hbar\omega_0 = \hbar(\omega_e - \omega_f)$ , et couplé à une onde laser progressive :  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(-\omega t - \varphi_L + k\hat{z})$ .

L'hamiltonien  $\hat{H}_a$  décrivant les degrés de liberté interne et externe de l'atome s'écrit :

$$\hat{H}_a = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e|. \quad (159)$$

Puisque  $[\hat{p}, \hat{H}_a] = 0$ , les états propres de l'hamiltonien  $\hat{H}_a$  s'écrivent comme des ondes planes :  $|f, p\rangle$  et  $|e, p'\rangle$ .

Dans l'approximation du champ tournant, l'interaction atome-laser est décrite par l'hamiltonien  $\hat{H}_{AL}$  d'interaction :

$$\hat{H}_{AL} = \frac{\hbar\Omega_0}{2} \left[ e^{i(-\omega t - \varphi_L + k\hat{z})} |f, p\rangle\langle e, p'| + e^{-i(-\omega t - \varphi_L + k\hat{z})} |e, p'\rangle\langle f, p| \right], \quad (160)$$

avec  $\Omega_0 = -\frac{d_{f,e} \cdot E}{\hbar}$  la pulsation de Rabi et  $d_{f,e}$  les éléments de matrice de l'opérateur moment dipolaire électrique.

En considérant l'atome dans l'état d'impulsion  $|p\rangle$ , l'opérateur  $e^{\pm ik \cdot \hat{z}}$  agit comme

un opérateur de translation de l'impulsion tel que  $e^{\pm ik \cdot \hat{z}} |p\rangle = |p \pm \hbar k\rangle$ . Il vient alors :

$$\begin{cases} \hat{H}_{\text{AL}}|p\rangle = \frac{\hbar\Omega_0}{2} e^{-i(\omega t - \varphi_L)} e^{-ik\hat{z}} |p'\rangle = \frac{\hbar\Omega_0}{2} e^{i(\omega t - \varphi_L)} |p' - \hbar k\rangle. \\ \hat{H}_{\text{AL}}|p'\rangle = \frac{\hbar\Omega_0}{2} e^{i(-\omega t - \varphi_L)} e^{ik\hat{z}} |p\rangle = \frac{\hbar\Omega_0}{2} e^{-i(-\omega t - \varphi_L)} |p + \hbar k\rangle. \end{cases} \quad (161)$$

L'hamiltonien d'interaction  $\hat{H}_{\text{AL}}$  ne couple alors que  $|f, p\rangle$  à  $|e, p + \hbar k\rangle$ , et la fonction d'onde du système s'écrit :

$$|\psi(t)\rangle = c_f(t)|f, p\rangle + c_e(t)|e, p + \hbar k\rangle. \quad (162)$$

Nous obtenons les énergies propres  $\hbar\omega_{f,p}$  et  $\hbar\omega_{e,p+\hbar k}$  de l'hamiltonien  $\hat{H}_a$  :

$$\begin{cases} \hat{H}_a|f, p\rangle = \hbar\omega_{f,p}|f, p\rangle = \frac{p^2}{2m}|f, p\rangle, \\ \hat{H}_a|e, p + \hbar k\rangle = \hbar\omega_{e,p+\hbar k}|e, p + \hbar k\rangle = \left( \hbar\omega_0 + \frac{(p + \hbar k)^2}{2m} \right) |e, p + \hbar k\rangle. \end{cases} \quad (163)$$

Nous réécrivons l'équation (162) :

$$|\psi(t)\rangle = \gamma_f(t) e^{-i\omega_{f,p}t} |f, p\rangle + \gamma_e(t) e^{-i\omega_{e,p+\hbar k}t} |e, p + \hbar k\rangle. \quad (164)$$

A partir de l'équation de Schrödinger :  $i\hbar \frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} = (\hat{H}_a + \hat{H}_{\text{AL}})|\psi(t)\rangle$ , nous obtenons un système d'équations couplées :

$$\begin{cases} \frac{d\gamma_f(t)}{dt} = -i\frac{\Omega_0}{2} \gamma_e(t) e^{i(\Delta t + \varphi_L)}, \\ \frac{d\gamma_e(t)}{dt} = -i\frac{\Omega_0}{2} \gamma_f(t) e^{-i(\Delta t + \varphi_L)}, \end{cases} \quad (165)$$

où  $\hbar\Delta = \hbar(\omega - \omega_{f,p} - \omega_{e,p+\hbar k})$  est le désaccord laser par rapport aux deux niveaux fondamentaux  $|f, p\rangle$  et  $|e, p + \hbar k\rangle$ . A partir des équations (163), nous pouvons réécrire ce désaccord :

$$\Delta = \delta - \omega_D - \omega_R, \quad (166)$$

avec  $\delta$  le désaccord entre la fréquence laser et  $\omega_0$ ,  $\omega_D = kp/m$  le décalage Doppler, et  $\omega_R = \hbar k^2/2m$  le décalage lié à l'impulsion de recul du photon.

En introduisant la pulsation de Rabi généralisée :  $\Omega_R = \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}$ , et à partir du système (165) et des équations (162),(164), l'évolution temporelle de la fonction d'onde après la traversée d'une impulsion de durée  $\tau$  est donnée par [Gauguet, 2008] :

$$c_f(t_0 + \tau) = e^{i\Delta\tau/2} \left[ c_e(t_0) e^{i(\Delta t_0 + \varphi_L)} \left( -i \frac{\Omega_0}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) \right) \right] + e^{i\Delta\tau/2} \left[ c_f(t_0) \left( \cos \left( \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) - i \frac{\Delta}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) \right) \right], \quad (167)$$

$$c_e(t_0 + \tau) = e^{-i\Delta\tau/2} \left[ c_e(t_0) \left( \cos \left( \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) + i \frac{\Delta}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) \right) \right] + e^{-i\Delta\tau/2} \left[ c_f(t_0) e^{-i(\Delta t_0 + \varphi_L)} \left( -i \frac{\Omega_0}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) \right) \right], \quad (168)$$

Les équations (167) et (168) peuvent être réécrites sous la forme matricielle à partir de la matrice de transfert  $S$  d'une impulsion laser telle que :

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = S|\psi(t_0)\rangle, \quad (169)$$

avec  $S$  :

$$S = \begin{pmatrix} e^{i\Delta t/2} \left( \cos \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right) - i \frac{\Delta}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right) \right) & e^{i\Delta t/2} \left( -i e^{i(\Delta t_0 + \varphi_L)} \frac{\Omega_0}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right) \right) \\ e^{-i\Delta t/2} \left( -i e^{-i(\Delta t_0 + \varphi_L)} \frac{\Omega_0}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right) \right) & e^{-i\Delta t/2} \left( \cos \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right) + i \frac{\Delta}{\Omega_R} \sin \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right) \right) \end{pmatrix}. \quad (170)$$

Dans le cas où l'atome est initialement dans l'état  $|f, p\rangle$ , la probabilité de transition vers l'état  $|e, p + \hbar k\rangle$  est :

$$P_{|e, p + \hbar k\rangle}(t) = |\langle e, p + \hbar k | S | f, p \rangle|^2 = \left( \frac{\Omega_0}{\Omega_R} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\Omega_R t}{2} \right). \quad (171)$$

Pour la suite, nous considérons  $\Delta = 0$ . Dans ce cas,  $\Omega_R = \Omega_0$  et l'équation (171) est égale à l'équation 4 du chapitre 1.

— Pour une impulsion  $\pi/2$  ( $\Omega_0\tau = \pi/2$ ), la matrice de transfert s'écrit :

$$S_{\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -ie^{i\varphi_L} \\ -ie^{-i\varphi_L} & 1 \end{pmatrix}, \quad (172)$$

permettant d'obtenir une superposition cohérente entre  $|f, p\rangle$  et  $|e, p + \hbar k\rangle$ .

— Pour une impulsion  $\pi$  ( $\Omega_0\tau = \pi$ ), la matrice de transfert devient :

$$S_{\pi} = \begin{pmatrix} 0 & -ie^{i\varphi_L} \\ -ie^{-i\varphi_L} & 0 \end{pmatrix}, \quad (173)$$

permettant un transfert total de l'état  $|f, p\rangle$  vers  $|e, p + \hbar k\rangle$ .





## Atome à trois niveaux

Nous nous intéressons au couplage de deux états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  via un état intermédiaire  $|i\rangle$  (fig 3 chapitre 1) par deux faisceaux contra-propageants de vecteur d'onde  $k_{1,2}$ , de pulsation  $\omega_{1,2}$  et de pulsations de Rabi à un photon  $\Omega_{1,2}$ . On note le désaccord à deux photons  $\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{2 \rightarrow 1}$  (avec  $\hbar\omega_{2 \rightarrow 1}$  l'écart en énergie entre les deux états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ ), et  $\Delta = \omega_1 - \omega_{3 \rightarrow 1}$  le désaccord à un photon (avec  $\hbar\omega_{3 \rightarrow 1}$  l'écart en énergie entre les deux états  $|f\rangle$  et  $|i\rangle$ ). Pour la suite, nous négligeons les degrés de liberté externes de l'atome. Dans ce cas, l'hamiltonien du système à trois niveaux s'écrit, dans l'approximation du champ tournant :

$$H = -\hbar \left( \Delta + i\frac{\Gamma}{2} \right) |i\rangle\langle i| - \hbar\delta |e\rangle\langle e| + \frac{\hbar\Omega_1}{2} (|i\rangle\langle f| + |f\rangle\langle i|) + \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|i\rangle\langle e| + |e\rangle\langle i|), \quad (174)$$

où le terme  $i\Gamma/2$  (avec  $\Gamma$  la largeur naturelle de l'état excité) tient compte de l'émission spontanée de  $|i\rangle$  vers d'autres états que  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$ .

La fonction d'onde associée à cet hamiltonien est de la forme :

$$\psi = c_i|i\rangle + c_f|f\rangle + c_e|e\rangle. \quad (175)$$

A partir de l'équation de Schrödinger, nous pouvons écrire le système d'équations régissant l'évolution du système composé des trois états  $\{|f\rangle, |e\rangle, |i\rangle\}$  :

$$\begin{cases} \dot{c}_f(t) = -i\frac{\Omega_1}{2}c_i(t) \\ \dot{c}_e(t) = -i\frac{\Omega_2}{2}c_i(t) + i\delta c_e(t) \\ \dot{c}_i(t) = i\left(\Delta + i\frac{\Gamma}{2}\right)c_i(t) - i\frac{\Omega_1}{2}c_f(t) - i\frac{\Omega_2}{2}c_e(t) \end{cases} \quad (176)$$

Lorsque  $|\Delta + i\frac{\Gamma}{2}| \gg \Omega_{1,2}$ , le terme  $c_i(t)$  évolue beaucoup plus rapidement que les termes  $c_f(t)$  et  $c_e(t)$ . Dans ce cas, l'état  $c_i(t)$  peut être considéré comme un état stationnaire tel que :  $\dot{c}_i(t) = 0 \Rightarrow c_i = \frac{\Omega_1/2}{\Delta + i\Gamma/2}c_f + \frac{\Omega_2/2}{\Delta + i\Gamma/2}c_e$ . Cette approximation est appelée **élimination adiabatique**.

En remplaçant  $c_i$  dans (176), le système d'équations se ramène alors à un système à deux niveaux effectifs  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  :

$$\begin{cases} \dot{c}_f = -i\left(\frac{\Omega_1^2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\Delta - i\frac{\Omega_1^2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\frac{\Gamma}{2}\right)c_f - i\left(\frac{\Omega_1\Omega_2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\Delta - i\frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega_1\Omega_2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\right)c_e, \\ \dot{c}_e - i\left(\delta + \frac{\Omega_2^2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\Delta - i\frac{\Omega_2^2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\frac{\Gamma}{2}\right)c_e - i\left(\frac{\Omega_1\Omega_2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\Delta - \frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega_1\Omega_2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}\right)c_f, \end{cases} \quad (177)$$

où l'on introduit  $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{\Omega_1\Omega_2\Gamma/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}$ , le taux d'amortissement effectif qui caractérise l'amortissement de l'oscillation de Rabi entre les deux états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ . En général, il convient de choisir  $\Delta$  tel que :  $\Delta \gg \Gamma$ . Dans ce cas, le système d'équations (177) peut se réécrire :

$$\begin{cases} \dot{c}_f = -i\frac{\Omega_1(t)^2}{4\Delta}c_f(t) - \frac{i}{2}\Omega_{\text{eff}}c_e \\ \dot{c}_e(t) = -i\left(\frac{\Omega_2(t)^2}{4\Delta} - \delta\right)c_e - \frac{i}{2}\Omega_{\text{eff}}c_f, \end{cases} \quad (178)$$

et est équivalent à un système décrivant l'évolution d'un atome en interaction avec une onde laser effective de pulsation  $\omega_{\text{eff}} = \omega_2 - \omega_1$ , de vecteur d'onde effectif  $k_{\text{eff}} = k_2 - k_1$  et de phase effective  $\varphi_L^{\text{eff}} = \varphi_{L,2} - \varphi_{L,1}$ .

Le couplage à deux photons entre les états fondamentaux est modélisé par la pulsation de Rabi effective :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_1 \Omega_2 \Delta}{2(\Delta^2 + \Gamma^2/4)} \sim \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}. \quad (179)$$



## Calcul du déphasage des interféromètres Ramsey et Ramsey-Bordé

Nous nous intéressons aux calculs des déphasages des interféromètres  $\pi/2 - \pi/2$  de type Ramsey et  $\pi/2 - \pi/2 - \pi/2 - \pi/2$  de type Ramsey-Bordé. Nous considérons un atome dans un champ de pesanteur constant avec une vitesse initiale  $v_0$  et un désaccord atome-laser  $\delta$ . L'hamiltonien correspondant est linéaire en position ( $mg\hat{z}$ ) et quadratique en impulsion ( $\hat{p}^2/(2m)$ ), et le déphasage se calcule avec la phase du point milieu définie à l'équation (44) du chapitre 1.

### Interféromètre de Ramsey

L'interféromètre de Ramsey est représenté à la figure 61, il est réalisé à partir de deux impulsions  $\pi/2$  séparées par un temps  $T$  de propagation libre. En sortie d'interféromètre, le déphasage  $\Delta\varphi_R$  s'écrit :

$$\Delta\varphi_R = \sum_{i=1}^2 \bar{z}_i (\bar{k}_{A,i} - \bar{k}_{B,i}) + (\delta_{A,i} - \delta_{B,i}) t_i + \varphi_{L_{A,i}} - \varphi_{L_{B,i}} \quad (180)$$

$$= -k_1 \bar{z}_1(0) + k_2 \bar{z}_2(T) + (-\delta_1 \times 0 + \delta_2 \times T) + (-\varphi_{L,1} + \varphi_{L,2}). \quad (181)$$

ANNEXE C. CALCUL DU DÉPHASAGE DES INTERFÉROMÈTRES  
RAMSEY ET RAMSEY-BORDÉ

---

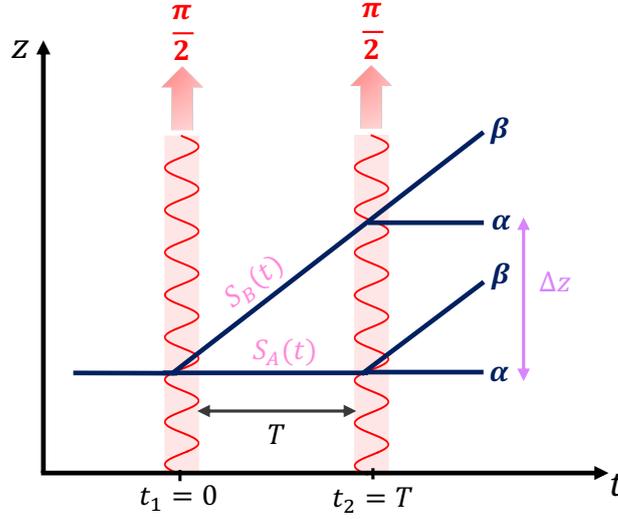


FIGURE 61 – Schéma de l'interféromètre de Ramsey.

En considérant les paramètres laser constants pendant tout l'interféromètre  $k_i = k_{\text{eff}}$ ,  $\delta_i = \delta$  et  $\varphi_{L_i} = \varphi_L$ , il vient :

$$\Delta\varphi_R = -k_{\text{eff}}\bar{z}_1(0) + k_{\text{eff}}\bar{z}_2(T) + \delta T. \quad (182)$$

En notant la position initiale des atomes  $\bar{z}_1 = 0$  et  $v_0$  leur vitesse initiale, et en calculant la trajectoire moyenne soumise à l'accélération gravitationnelle, il vient :

$$\Delta\varphi_R = k_{\text{eff}}T \left( v_0 - \frac{gT}{2} \right) + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} T + \delta T. \quad (183)$$

De manière équivalente, la trajectoire moyenne est obtenue à partir de la trajectoire du point milieu en considérant une vitesse initiale  $v_0 + \hbar k_{\text{eff}}/(2m)$ . En notant que  $k_{\text{eff}} = 2k$ , il vient :

$$\boxed{\Delta\varphi_R = 2kT \left( v_0 - \frac{gT}{2} \right) + 4\omega_r T + \delta T.} \quad (184)$$

avec  $\omega_r = \hbar k^2/(2m)$  la pulsation de recul.

Le déphasage d'un interféromètre de Ramsey dépend donc d'un terme d'horloge ( $\propto \delta$ ), d'un terme de recul ( $\propto \omega_r$ ) et de la vitesse initiale  $v_0$  des atomes.

## ANNEXE C. CALCUL DU DÉPHASAGE DES INTERFÉROMÈTRES RAMSEY ET RAMSEY-BORDÉ

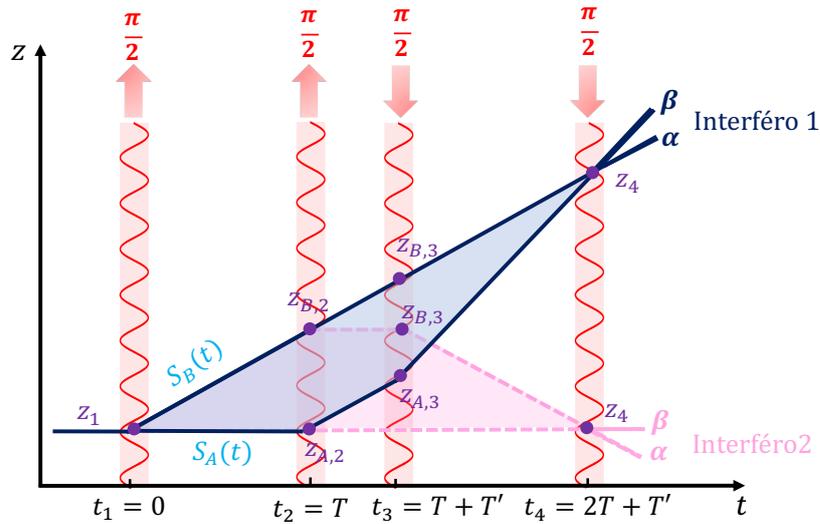


FIGURE 62 – Schémas d'interféromètres de Ramsey-Bordé.

Comme le montre la figure 61, cet interféromètre ne se referme pas, les deux ports de sortie étant séparés d'une distance  $\Delta z$ . Par conséquent, la visibilité  $V$  des franges d'interférences est limitée par la longueur de cohérence  $\zeta$  du nuage d'atomes tel que (chapitre 4)  $V \propto e^{-\Delta z^2 / (2\zeta^2)}$ , avec  $\zeta = \hbar / \sigma_v$ , et  $\sigma_v$  la distribution en vitesse de la source d'atomes. Pour mesurer une visibilité il faut alors utiliser une source d'atomes avec une dispersion en vitesse suffisamment faible. Un exemple plus détaillé de ce type d'interféromètre est présenté au chapitre 4. Dans une configuration où l'interféromètre se referme, i.e. si chacun des deux bras se recouvrent spatialement au moment de la dernière impulsion, le déphasage n'est plus dépendant de la vitesse initiale des atomes. C'est le cas par exemple de l'interféromètre de Ramsey-Bordé présenté à la figure 62.

### Interféromètre de Ramsey-Bordé

La séquence de l'interféromètre Ramsey-Bordé (RB) consiste en quatre impulsions  $\pi/2$  (fig 62). Les deux premières impulsions, séparées d'un temps  $T$ , sont réalisées dans la direction  $\mathbf{k}$  et les deux dernières impulsions sont réalisées dans la direction  $-\mathbf{k}$ , également séparées d'un temps  $T$ . Le temps de propagation entre chaque paire  $\pi/2$  est noté  $T'$ .

## ANNEXE C. CALCUL DU DÉPHASAGE DES INTERFÉROMÈTRES RAMSEY ET RAMSEY-BORDÉ

---

Nous considérons dans un premier temps l'interféromètre 2 (rose fig 62). Le déphasage  $\Delta\varphi_{RB,1}$  s'exprime :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{RB,2} &= \sum_{i=1}^4 \bar{z}_i(\bar{k}_{A,i} - \bar{k}_{B,i}) + (\delta_{A,i} - \delta_{B,i})t_i + \varphi_{L,A,i} - \varphi_{L,B,i} \\ &= -k_1\bar{z}_1(0) + k_2\bar{z}_2(T') + k_3\bar{z}_3(T + T') - k_4\bar{z}_4(2T + T') \\ &\quad - \delta_1 \times 0 + \delta_2 \times T - \delta_3 \times (T + T') + \delta_4 \times (2T + T') \\ &\quad - \varphi_{L,1} + \varphi_{L,2} - \varphi_{L,3} + \varphi_{L,4}.\end{aligned}\tag{185}$$

En considérant les paramètres laser constants :  $k_i = k_{\text{eff}}$ , le désaccord  $\delta_i = \delta$  et la phase laser  $\varphi_{L,i} = \varphi_L$ , il vient :

$$\Delta\varphi_{RB,2} = -k_{\text{eff}}\bar{z}_1(0) + k_{\text{eff}}\bar{z}_2(T') + k_{\text{eff}}\bar{z}_3(T + T') - k_{\text{eff}}\bar{z}_4(2T + T') + 2\delta T.\tag{186}$$

Pour la suite nous posons  $k_{\text{eff}} = 2k$ .

En notant la position initiale des atomes  $\bar{z}_1 = 0$  et  $v_0$  leur vitesse initiale, et en calculant la trajectoire du point milieu soumise à l'accélération gravitationnelle, il vient :

$$\Delta\varphi_{RB,2} = 8\omega_r T + 2kg [T^2 + 2TT'] + 2\delta T.\tag{187}$$

De la même façon nous calculons le déphasage associé à l'interféromètre RB 1 (bleu fig 62) :

$$\Delta\varphi_{RB,1} = -8\omega_r T + 2kg [T^2 + 2TT'] + 2\delta T.\tag{188}$$

Une mesure différentielle entre ces deux interféromètres donne :

$$\Delta\varphi_{RB} = \Delta\varphi_{RB,1} - \Delta\varphi_{RB,2} = 16\omega_r T,\tag{189}$$

rendant le déphasage indépendant de l'accélération gravitationnelle et du temps  $T'$  de séparation entre les deux paires d'impulsion  $\pi/2$ , permettant ainsi une mesure directe de la fréquence de recul.

De la même façon, la somme de ces deux interféromètres :

$$\Delta\varphi_{RB} = \Delta\varphi_{RB,1} + \Delta\varphi_{RB,2} = 4kg [T^2 + 2TT'] + 4\delta T,\tag{190}$$

permet la réalisation d'horloges optiques.





# Bibliographie

- [Abe et al., 2021] Abe, M., Adamson, P., Borcean, M., Bortoletto, D., Bridges, K., Carman, S. P., Chattopadhyay, S., Coleman, J., Curfman, N. M., DeRose, K., Deshpande, T., Dimopoulos, S., Foot, C. J., Frisch, J. C., Garber, B. E., Geer, S., Gibson, V., Glick, J., Graham, P. W., Hahn, S. R., Harnik, R., Hawkins, L., Hindley, S., Hogan, J. M., Jiang (), Y., Kasevich, M. A., Kellett, R. J., Kiburg, M., Kovachy, T., Lykken, J. D., March-Russell, J., Mitchell, J., Murphy, M., Nantel, M., Nobrega, L. E., Plunkett, R. K., Rajendran, S., Rudolph, J., Sachdeva, N., Safdari, M., Santucci, J. K., Schwartzman, A. G., Shipsey, I., Swan, H., Valerio, L. R., Vasonis, A., Wang, Y., and Wilkason, T. (2021). Matter-wave Atomic Gradiometer Interferometric Sensor (MAGIS-100). Quantum Science and Technology, 6(4) :044003.
- [Aharonov and Bohm, 1959] Aharonov, Y. and Bohm, D. (1959). Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory. Phys. Rev., 115 :485–491.
- [Ahlers et al., 2016] Ahlers, H., Müntinga, H., Wenzlawski, A., Krutzik, M., Tackmann, G., Abend, S., Gaaloul, N., Giese, E., Roura, A., Kuhl, R., Lämmerzahl, C., Peters, A., Windpassinger, P., Sengstock, K., Schleich, W. P., Ertmer, W., and Rasel, E. M. (2016). Double Bragg interferometry. Phys. Rev. Lett., 116 :173601.
- [Alauze et al., 2018] Alauze, X., Bonnin, A., Solaro, C., and Santos, F. P. D. (2018). A trapped ultracold atom force sensor with a  $\mu\text{m}$ -scale spatial resolution. New Journal of Physics, 20(8) :083014.
- [Alibert, 2017] Alibert, J. (2017). Une nouvelle source pour l’interférométrie atomique avec un condensat de Bose-Einstein double espèce. PhD thesis.
- [Altin et al., 2013] Altin, P. A., Johnsson, M. T., Negnevitsky, V., Dennis, G. R., Anderson, R. P., Debs, J. E., Szigeti, S. S., Hardman, K. S., Bennetts, S., McDonald, G. D., Turner, L. D., Close, J. D., and Robins, N. P. (2013). Precision

- atomic gravimeter based on Bragg diffraction. New Journal of Physics, 15(2) :023009.
- [Altschul et al., 2015] Altschul, B., Bailey, Q. G., Blanchet, L., Bongs, K., Bouyer, P., Cacciapuoti, L., Capozziello, S., Gaaloul, N., Giulini, D., Hartwig, J., Iess, L., Jetzer, P., Landragin, A., Rasel, E., Reynaud, S., Schiller, S., Schubert, C., Sorrentino, F., Sterr, U., Tasson, J. D., Tino, G. M., Tuckey, P., and Wolf, P. (2015). Quantum tests of the einstein equivalence principle with the STE-QUEST space mission. Advances in Space Research, 55(1) :501–524.
- [Altshuler et al., 1966] Altshuler, S., Frantz, L. M., and Braunstein, R. (1966). Reflection of atoms from standing light waves. Phys. Rev. Lett., 17 :231–232.
- [Ammann and Christensen, 1997] Ammann, H. and Christensen, N. (1997). Delta kick cooling : A new method for cooling atoms. Phys. Rev. Lett., 78 :2088–2091.
- [Anderson et al., 1995] Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E., and Cornell, E. A. (1995). Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. Science, 269(5221) :198–201.
- [Antoine and Bordé, 2003] Antoine, C. and Bordé, C. J. (2003). Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors : an update. Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics, 5(2) :S199.
- [Arimondo et al., 1979] Arimondo, E., Lew, H., and Oka, T. (1979). Deflection of a Na beam by resonant standing-wave radiation. Phys. Rev. Lett., 43 :753–757.
- [Arvanitaki et al., 2008] Arvanitaki, A., Dimopoulos, S., Geraci, A. A., Hogan, J., and Kasevich, M. (2008). How to test atom and neutron neutrality with atom interferometry. Phys. Rev. Lett., 100 :120407.
- [Arvanitaki et al., 2018] Arvanitaki, A., Graham, P. W., Hogan, J. M., Rajendran, S., and Van Tilburg, K. (2018). Search for light scalar dark matter with atomic gravitational wave detectors. Phys. Rev. D, 97 :075020.
- [Asenbaum et al., 2020] Asenbaum, P., Overstreet, C., Kim, M., Curti, J., and Kasevich, M. A. (2020). Atom-interferometric test of the equivalence principle at the  $10^{-12}$  level. Phys. Rev. Lett., 125 :191101.
- [Asenbaum et al., 2017] Asenbaum, P., Overstreet, C., Kovachy, T., Brown, D. D., Hogan, J. M., and Kasevich, M. A. (2017). Phase shift in an atom interferometer due to spacetime curvature across its wave function. Phys. Rev. Lett., 118 :183602.
- [Badurina et al., 2020] Badurina, L., Bentine, E., Blas, D., Bongs, K., Bortoletto, D., Bowcock, T., Bridges, K., Bowden, W., Buchmueller, O., Burrage, C.,

- Coleman, J., Elert, G., Ellis, J., Foot, C., Gibson, V., Haehnel, M., Harte, T., Hedges, S., Hobson, R., Holynski, M., Jones, T., Langlois, M., Lellouch, S., Lewicki, M., Maiolino, R., Majewski, P., Malik, S., March-Russell, J., McCabe, C., Newbold, D., Sauer, B., Schneider, U., Shipsey, I., Singh, Y., Uchida, M., Valenzuela, T., van der Grinten, M., Vaskonen, V., Vossebeld, J., Weatherill, D., and Wilmut, I. (2020). AION : an atom interferometer observatory and network. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2020(05) :011.
- [Barrett et al., 2014] Barrett, B., Geiger, R., Dutta, I., Meunier, M., Canuel, B., Gauguier, A., Bouyer, P., and Landragin, A. (2014). The Sagnac effect : 20 years of development in matter-wave interferometry. *Comptes Rendus Physique*, 15(10) :875–883.
- [Baumann et al., 1988] Baumann, J., Gähler, R., Kalus, J., and Mampe, W. (1988). Experimental limit for the charge of the free neutron. *Phys. Rev. D*, 37 :3107–3112.
- [Béguin et al., 2022] Béguin, A., Rodzinka, T., Vigué, J., Allard, B., and Gauguier, A. (2022). Characterization of an atom interferometer in the quasi-Bragg regime. *Phys. Rev. A*, 105 :033302.
- [Ben Dahan et al., 1996] Ben Dahan, M., Peik, E., Reichel, J., Castin, Y., and Salomon, C. (1996). Bloch oscillations of atoms in an optical potential. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :4508–4511.
- [Berman, 1997] Berman, P. R., editor (1997). *Atom interferometry*. Academic Press, San Diego.
- [Bertoldi et al., 2019] Bertoldi, A., Minardi, F., and Prevedelli, M. (2019). Phase shift in atom interferometers : Corrections for nonquadratic potentials and finite-duration laser pulses. *Phys. Rev. A*, 99 :033619.
- [Bloch, 1929] Bloch, F. (1929). über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. *Zeitschrift für Physik*, 52(7-8) :555–600.
- [Borde, 1997] Borde, C. J. (1997). - matter-wave interferometers : A synthetic approach. In Berman, P. R., editor, *Atom Interferometry*, pages 257–292. Academic Press, San Diego.
- [Bordoux, 2019] Bordoux, M. (2019). *Développement d’une source de condensats de Bose-Einstein pour l’interférométrie atomique*. PhD thesis.
- [Bressi et al., 2011] Bressi, G., Carugno, G., Della Valle, F., Galeazzi, G., Ruoso, G., and Sartori, G. (2011). Testing the neutrality of matter by acoustic means in a spherical resonator. *Phys. Rev. A*, 83 :052101.
- [Brink et al., 1993] Brink, D., Satchler, G., and Satchler, G. (1993). *Angular Momentum*. Oxford science publications. Clarendon Press.

- [Canuel et al., 2018] Canuel, B., Bertoldi, A., Amand, L., Pozzo di Borgo, E., Chantrait, T., Danquigny, C., Dovale Álvarez, M., Fang, B., Freise, A., Geiger, R., Gillot, J., Henry, S., Hinderer, J., Holleville, D., Junca, J., Lefèvre, G., Merzougui, M., Mielec, N., Monfret, T., Pelisson, S., Prevedelli, M., Reynaud, S., Riou, I., Rogister, Y., Rosat, S., Cormier, E., Landragin, A., Chaibi, W., Gaffet, S., and Bouyer, P. (2018). Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer. Scientific Reports, 8(1) :14064.
- [Caprini and Ferreira, 2005] Caprini, C. and Ferreira, P. G. (2005). Constraints on the electrical charge asymmetry of the universe. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2005(02) :006.
- [Carney et al., 2021] Carney, D., Müller, H., and Taylor, J. M. (2021). Using an atom interferometer to infer gravitational entanglement generation. PRX Quantum, 2 :030330.
- [Castin and Dum, 1996] Castin, Y. and Dum, R. (1996). Bose-Einstein condensates in time dependent traps. Phys. Rev. Lett., 77 :5315–5319.
- [Chambers, 1960] Chambers, R. G. (1960). Shift of an electron interference pattern by enclosed magnetic flux. Phys. Rev. Lett., 5 :3–5.
- [Champenois et al., 2001] Champenois, C., Büchner, M., Delhuille, R., Mathevet, R., Robilliard, C., Rizzo, C., and Vigué, J. (2001). Atomic diffraction by a laser standing wave : Analysis using Bloch states. The European Physical Journal D, 13(2) :271–278.
- [Champenois et al., 2007] Champenois, C., Büchner, M., Delhuille, R., Mathevet, R., Robilliard, C., Rizzo, C., and Vigué, J. (2007). Matter Neutrality Test Using a Mach-Zehnder Interferometer, volume 570, pages 554–563.
- [Cheiney et al., 2018] Cheiney, P., Fouché, L., Templier, S., Napolitano, F., Battelier, B., Bouyer, P., and Barrett, B. (2018). Navigation-compatible hybrid quantum accelerometer using a Kalman filter. Phys. Rev. Appl., 10 :034030.
- [Chiu et al., 2011] Chiu, S.-w., Kovachy, T., Chien, H.-C., and Kasevich, M. A. (2011).  $102\hbar k$  large area atom interferometers. Phys. Rev. Lett., 107 :130403.
- [Chu, 1998] Chu, S. (1998). Nobel lecture : The manipulation of neutral particles. Rev. Mod. Phys., 70 :685–706.
- [Chu et al., 1986] Chu, S., Bjorkholm, J. E., Ashkin, A., and Cable, A. (1986). Experimental observation of optically trapped atoms. Phys. Rev. Lett., 57 :314–317.
- [Cladé, 2005] Cladé, P. (2005). Oscillations de Bloch d’atomes ultrafroids et mesure de la constante de structure fine. PhD thesis.

- [Cladé, 2014] Cladé, P. (2014). Bloch oscillations in atom interferometry. *International School of Physics "Enrico Fermi"*.
- [Cladé et al., 2009] Cladé, P., Guellati-Khélifa, S., Nez, F. m. c., and Biraben, F. m. c. (2009). Large momentum beam splitter using bloch oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :240402.
- [Clément et al., 2009] Clément, J.-F., Brantut, J.-P., Robert-de Saint-Vincent, M., Nyman, R. A., Aspect, A., Bourdel, T., and Bouyer, P. (2009). All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation. *Phys. Rev. A*, 79 :061406.
- [Cohen-Tannoudji, 1998] Cohen-Tannoudji, C. N. (1998). Nobel lecture : Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.*, 70 :707–719.
- [Coleman, 2018] Coleman, J. (2018). MAGIS-100 at Fermilab. [arXiv :1812.00482](https://arxiv.org/abs/1812.00482).
- [Dalfovo et al., 1999] Dalfovo, F., Giorgini, S., Pitaevskii, L. P., and Stringari, S. (1999). Theory of bose-einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71 :463–512.
- [Dalibard, 2013] Dalibard, J. (2013). Réseaux optiques : les principes de base.
- [Dalibard, 2015] Dalibard, J. (2015). Statistique de bose einstein et condensation.
- [Davis et al., 1995] Davis, K. B., Mewes, M. O., Andrews, M. R., van Druten, N. J., Durfee, D. S., Kurn, D. M., and Ketterle, W. (1995). Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3969–3973.
- [Davisson and Germer, 1928] Davisson, C. J. and Germer, L. H. (1928). Reflection of Electrons by a Crystal of Nickel. *Proceedings of the National Academy of Science*, 14(4) :317–322.
- [De Broglie, 1923] De Broglie, L. (1923). Onde et quanta. *Comptes rendus*, 177 :507.
- [Decamps et al., 2018] Decamps, B., Bordoux, M., Alibert, J., Allard, B., and Gauguet, A. (2018). Phase response of atom interferometers based on sequential Bragg diffractions. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 52(1) :015003.
- [Décamps et al., 2020] Décamps, B., Vigué, J., Gauguet, A., and Büchner, M. (2020). Measurement of the 671-nm tune-out wavelength of  $^7\text{Li}$  by atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 101 :033614.
- [Denschlag et al., 2002] Denschlag, J. H., Simsarian, J. E., Haeffner, H., McKenzie, C., Browaeys, A., Cho, D., Helmerson, K., Rolston, S. L., and Phillips, W. D. (2002). A Bose-Einstein condensate in an optical lattice. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35(14) :3095–3110. [arXiv :cond-mat/0206063](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0206063).

- [Deppner et al., 2021] Deppner, C., Herr, W., Cornelius, M., Stromberger, P., Sterneke, T., Grzeschik, C., Grote, A., Rudolph, J., Herrmann, S., Krutzik, M., Wenzlawski, A., Corgier, R., Charron, E., Guéry-Odelin, D., Gaaloul, N., Lämmerzahl, C., Peters, A., Windpassinger, P., and Rasel, E. M. (2021). Collective-mode enhanced matter-wave optics. *Phys. Rev. Lett.*, 127 :100401.
- [Dickerson et al., 2013] Dickerson, S. M., Hogan, J. M., Sugarbaker, A., Johnson, D. M. S., and Kasevich, M. A. (2013). Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :083001.
- [Dimopoulos et al., 2007] Dimopoulos, S., Graham, P. W., Hogan, J. M., and Kasevich, M. A. (2007). Testing general relativity with atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :111102.
- [Dimopoulos et al., 2008] Dimopoulos, S., Graham, P. W., Hogan, J. M., Kasevich, M. A., and Rajendran, S. (2008). Atomic gravitational wave interferometric sensor. *Phys. Rev. D*, 78 :122002.
- [Dubetsky and Berman, 2001] Dubetsky, B. and Berman, P. R. (2001). Atom gratings produced by large-angle atom beam splitters. *Phys. Rev. A*, 64 :063612.
- [Dylla and King, 1973] Dylla, H. F. and King, J. G. (1973). Neutrality of molecules by a new method. *Phys. Rev. A*, 7 :1224–1229.
- [El-Neaj et al., 2020] El-Neaj, Y. A., Alpigiani, C., Amairi-Pyka, S., Araújo, H., Balaž, A., Bassi, A., Bathe-Peters, L., Battelier, B., Belić, A., Bentine, E., Bernabeu, J., Bertoldi, A., Bingham, R., Blas, D., Bolpasi, V., Bongs, K., Bose, S., Bouyer, P., Bowcock, T., Bowden, W., Buchmueller, O., Burrage, C., Calmet, X., Canuel, B., Caramete, L.-I., Carroll, A., Cella, G., Charmandaris, V., Chattopadhyay, S., Chen, X., Chiofalo, M. L., Coleman, J., Cotter, J., Cui, Y., Derevianko, A., De Roeck, A., Djordjevic, G. S., Dornan, P., Doser, M., Drougkakis, I., Dunningham, J., Dutan, I., Easo, S., Elert, G., Ellis, J., El Sawy, M., Fassi, F., Felea, D., Feng, C.-H., Flack, R., Foot, C., Fuentes, I., Gaaloul, N., Gauguier, A., Geiger, R., Gibson, V., Giudice, G., Goldwin, J., Grachov, O., Graham, P. W., Grasso, D., van der Grinten, M., Gündogan, M., Haehnel, M. G., Harte, T., Hees, A., Hobson, R., Hogan, J., Holst, B., Holynski, M., Kasevich, M., Kavanagh, B. J., von Klitzing, W., Kovachy, T., Krikler, B., Krutzik, M., Lewicki, M., Lien, Y.-H., Liu, M., Luciano, G. G., Magnon, A., Mahmoud, M. A., Malik, S., McCabe, C., Mitchell, J., Pahl, J., Pal, D., Pandey, S., Papazoglou, D., Paternostro, M., Penning, B., Peters, A., Prevedelli, M., Puthiya-Veetil, V., Quenby, J., Rasel, E., Ravenhall, S., Ringwood, J., Roura, A., Sabulsky, D., Sameed, M., Sauer, B., Schäffer, S. A., Schiller, S., Schkolnik, V., Schlippert, D., Schubert, C., Sfar, H. R., Shayeghi, A., Shipsey, I., Signorini, C.,

- Singh, Y., Soares-Santos, M., Sorrentino, F., Sumner, T., Tassis, K., Tentindo, S., Tino, G. M., Tinsley, J. N., Unwin, J., Valenzuela, T., Vasilakis, G., Vaskonen, V., Vogt, C., Webber-Date, A., Wenzlawski, A., Windpassinger, P., Woltmann, M., Yazgan, E., Zhan, M.-S., Zou, X., and Zupan, J. (2020). AEDGE : Atomic Experiment for Dark Matter and Gravity Exploration in Space. EPJ Quantum Technology, 7(1) :6.
- [Estermann and Stern, 1930] Estermann, I. and Stern, O. (1930). Beugung von Molekularstrahlen. Zeitschrift für Physik, 61(1-2) :95–125.
- [Fang et al., 2016] Fang, B., Dutta, I., Gillot, P., Savoie, D., Lautier, J., Cheng, B., Garrido Alzar, C. L., Geiger, R., Merlet, S., Pereira Dos Santos, F., and Landragin, A. (2016). Metrology with Atom Interferometry : Inertial Sensors from Laboratory to Field Applications. Journal of Physics : Conference Series, 723 :012049.
- [Fixler et al., 2007] Fixler, J. B., Foster, G. T., McGuirk, J. M., and Kasevich, M. A. (2007). Atom interferometer measurement of the newtonian constant of gravity. Science, 315(5808) :74–77.
- [Foster et al., 2002] Foster, G. T., Fixler, J. B., McGuirk, J. M., and Kasevich, M. A. (2002). Method of phase extraction between coupled atom interferometers using ellipse-specific fitting. Opt. Lett., 27(11) :951–953.
- [Freier et al., 2016] Freier, C., Hauth, M., Schkolnik, V., Leykauf, B., Schilling, M., Wziontek, H., Scherneck, H.-G., Müller, J., and Peters, A. (2016). Mobile quantum gravity sensor with unprecedented stability. Journal of Physics : Conference Series, 723 :012050.
- [Freimund et al., 2001] Freimund, D. L., Aflatooni, K., and Batelaan, H. (2001). Observation of the Kapitza–Dirac effect. Nature, 413(6852) :142–143.
- [Frolkovič, 1990] Frolkovič, P. (1990). Numerical recipes : The art of scientific computing. Acta Applicandae Mathematica, 19.
- [Gauguet, 2008] Gauguet, A. (2008). Gyromètre à atomes froids : étude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers. PhD thesis.
- [Gautier et al., 2022] Gautier, R., Guessoum, M., Sidorenkov, L. A., Bouton, Q., Landragin, A., and Geiger, R. (2022). Accurate measurement of the Sagnac effect for matter waves. Science Advances, 8(23) :eabn8009.
- [Gebbe et al., 2021] Gebbe, M., Siemß, J.-N., Gersemann, M., Müntinga, H., Herrmann, S., Lämmerzahl, C., Ahlers, H., Gaaloul, N., Schubert, C., Hammerer, K., Abend, S., and Rasel, E. M. (2021). Twin-lattice atom interferometry. Nature Communications, 12(1) :2544.

- [Geiger et al., 2011] Geiger, R., Ménot, V., Stern, G., Zahzam, N., Cheinet, P., Battelier, B., Villing, A., Moron, F., Lours, M., Bidet, Y., Bresson, A., Landragin, A., and Bouyer, P. (2011). Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry. *Nature Communications*, 2(1) :474.
- [Gillot et al., 2013a] Gillot, J., Lepoutre, S., Gauguier, A., Büchner, M., and Vigué, J. (2013a). Measurement of the he-mckellar-wilkens topological phase by atom interferometry and test of its independence with atom velocity. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :030401.
- [Gillot et al., 2013b] Gillot, J., Lepoutre, S., Gauguier, A., Büchner, M., and Vigué, J. (2013b). Measurement of the he-mckellar-wilkens topological phase by atom interferometry and test of its independence with atom velocity. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :030401.
- [Giltner et al., 1995] Giltner, D. M., McGowan, R. W., and Lee, S. A. (1995). Theoretical and experimental study of the bragg scattering of atoms from a standing light wave. *Phys. Rev. A*, 52 :3966–3972.
- [Gould et al., 1986] Gould, P. L., Ruff, G. A., and Pritchard, D. E. (1986). Diffraction of atoms by light : The near-resonant Kapitza-Dirac effect. *Phys. Rev. Lett.*, 56 :827–830.
- [Hamilton et al., 2015] Hamilton, P., Jaffe, M., Haslinger, P., Simmons, Q., Müller, H., and Khoury, J. (2015). Atom-interferometry constraints on dark energy. *Science*, 349(6250) :849–851.
- [Hardman et al., 2014] Hardman, K. S., Kuhn, C. C. N., McDonald, G. D., Debs, J. E., Bennetts, S., Close, J. D., and Robins, N. P. (2014). Role of source coherence in atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 89 :023626.
- [Hartmann et al., 2020] Hartmann, S., Jenewein, J., Giese, E., Abend, S., Roura, A., Rasel, E. M., and Schleich, W. P. (2020). Regimes of atomic diffraction : Raman versus Bragg diffraction in retroreflective geometries. *Phys. Rev. A*, 101 :053610.
- [Hartwig et al., 2015] Hartwig, J., Abend, S., Schubert, C., Schlippert, D., Ahlers, H., Posso-Trujillo, K., Gaaloul, N., Ertmer, W., and Rasel, E. M. (2015). Testing the universality of free fall with rubidium and ytterbium in a very large baseline atom interferometer. *New Journal of Physics*, 17(3) :035011.
- [Hess, 1986] Hess, H. F. (1986). Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, 34 :3476–3479.
- [Hohensee et al., 2012] Hohensee, M. A., Estey, B., Hamilton, P., Zeilinger, A., and Müller, H. (2012). Force-free gravitational redshift : Proposed gravitational Aharonov-Bohm experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :230404.

- [Hu et al., 2013] Hu, Z.-K., Sun, B.-L., Duan, X.-C., Zhou, M.-K., Chen, L.-L., Zhan, S., Zhang, Q.-Z., and Luo, J. (2013). Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter. *Phys. Rev. A*, 88 :043610.
- [Hughes et al., 1988] Hughes, V. W., Fraser, L. J., and Carlson, E. R. (1988). The electrical neutrality of atoms. *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters*, 10(2-3) :145–151.
- [Hänsch and Schawlow, 1975] Hänsch, T. and Schawlow, A. (1975). Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, 13(1) :68–69.
- [Jaffe et al., 2017] Jaffe, M., Haslinger, P., Xu, V., Hamilton, P., Upadhye, A., Elder, B., Khoury, J., and Müller, H. (2017). Testing sub-gravitational forces on atoms from a miniature in-vacuum source mass. *Nature Physics*, 13(10) :938–942.
- [Janvier et al., 2022] Janvier, C., Ménoret, V., Desruelle, B., Merlet, S., Landragin, A., and Pereira dos Santos, F. (2022). Compact differential gravimeter at the quantum projection-noise limit. *Phys. Rev. A*, 105 :022801.
- [Jekeli, 2005] Jekeli, C. (2005). Navigation Error Analysis of Atom Interferometer Inertial Sensor. *Navigation*, 52(1) :1–14.
- [Kapitza and Dirac, 1933] Kapitza, P. L. and Dirac, P. A. M. (1933). The reflection of electrons from standing light waves. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 29(2) :297–300.
- [Karcher et al., 2018] Karcher, R., Imanaliev, A., Merlet, S., and Santos, F. P. D. (2018). Improving the accuracy of atom interferometers with ultracold sources. *New Journal of Physics*, 20(11) :113041.
- [Kasevich and Chu, 1991] Kasevich, M. and Chu, S. (1991). Atomic interferometry using stimulated Raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :181–184.
- [Keith et al., 1991] Keith, D. W., Ekstrom, C. R., Turchette, Q. A., and Pritchard, D. E. (1991). An interferometer for atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2693–2696.
- [Keller et al., 1999] Keller, C., Schmiedmayer, J., Zeilinger, A., Nonn, T., Dürr, S., and Rempe, G. (1999). Adiabatic following in standing-wave diffraction of atoms. *Applied Physics B*, 69(4) :303–309.
- [Ketterle et al., 1999] Ketterle, W., Durfee, D. S., and Stamper-Kurn, D. M. (1999). Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. Publisher : arXiv Version Number : 2.
- [Kim et al., 2020] Kim, M., Notermans, R., Overstreet, C., Curti, J., Asenbaum, P., and Kasevich, M. A. (2020). 40 W, 780 nm laser system with compensated dual beam splitters for atom interferometry. *Opt. Lett.*, 45(23) :6555–6558.

- [Kovachy et al., 2015a] Kovachy, T., Asenbaum, P., Overstreet, C., Donnelly, C. A., Dickerson, S. M., Sugarbaker, A., Hogan, J. M., and Kasevich, M. A. (2015a). Quantum superposition at the half-metre scale. *Nature*, 528(7583) :530–533.
- [Kovachy et al., 2012] Kovachy, T., Chiow, S.-w., and Kasevich, M. A. (2012). Adiabatic-rapid-passage multiphoton Bragg atom optics. *Phys. Rev. A*, 86 :011606.
- [Kovachy et al., 2015b] Kovachy, T., Hogan, J. M., Sugarbaker, A., Dickerson, S. M., Donnelly, C. A., Overstreet, C., and Kasevich, M. A. (2015b). Matter wave lensing to picokelvin temperatures. *Phys. Rev. Lett.*, 114 :143004.
- [Legrand, 2013] Legrand, F. (2013). Méthode de Gauss seidel.
- [Lepoutre et al., 2013] Lepoutre, S., Gillot, J., Gauguier, A., Büchner, M., and Vigué, J. (2013). Test of the He- Mckellar-Wilkens topological phase by atom interferometry. ii. the experiment and its results. *Phys. Rev. A*, 88 :043628.
- [Loriani et al., 2019] Loriani, S., Schlippert, D., Schubert, C., Abend, S., Ahlers, H., Ertmer, W., Rudolph, J., Hogan, J. M., Kasevich, M. A., Rasel, E. M., and Gaaloul, N. (2019). Atomic source selection in space-borne gravitational wave detection. *New Journal of Physics*, 21(6) :063030.
- [Loriani et al., 2020] Loriani, S., Schubert, C., Schlippert, D., Ertmer, W., Pereira Dos Santos, F., Rasel, E. M., Gaaloul, N., and Wolf, P. (2020). Resolution of the colocation problem in satellite quantum tests of the universality of free fall. *Phys. Rev. D*, 102 :124043.
- [Louchet-Chauvet et al., 2011] Louchet-Chauvet, A., Farah, T., Bodart, Q., Clairon, A., Landragin, A., Merlet, S., and Santos, F. P. D. (2011). The influence of transverse motion within an atomic gravimeter. *New Journal of Physics*, 13(6) :065025.
- [Maréchal et al., 1999] Maréchal, E., Guibal, S., Bossennec, J.-L., Barbé, R., Keller, J.-C., and Gorceix, O. (1999). Longitudinal focusing of an atomic cloud using pulsed magnetic forces. *Phys. Rev. A*, 59 :4636–4640.
- [Marinelli and Morpurgo, 1984] Marinelli, M. and Morpurgo, G. (1984). The electric neutrality of matter : A summary. *Physics Letters B*, 137(5) :439–442.
- [Martin et al., 1988] Martin, P. J., Oldaker, B. G., Miklich, A. H., and Pritchard, D. E. (1988). Bragg scattering of atoms from a standing light wave. *Phys. Rev. Lett.*, 60 :515–518.
- [McDonald et al., 2013] McDonald, G. D., Kuhn, C. C. N., Bennetts, S., Debs, J. E., Hardman, K. S., Johnsson, M., Close, J. D., and Robins, N. P. (2013).  $80\hbar k$

- momentum separation with bloch oscillations in an optically guided atom interferometer. *Phys. Rev. A*, 88 :053620.
- [McGuirk et al., 2002] McGuirk, J. M., Foster, G. T., Fixler, J. B., Snadden, M. J., and Kasevich, M. A. (2002). Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 65 :033608.
- [McGuirk et al., 2000] McGuirk, J. M., Snadden, M. J., and Kasevich, M. A. (2000). Large area light-pulse atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :4498–4501.
- [Messiah, 1961] Messiah, A. (1961). *Quantum Mechanics*. Number vol. 1 in *Quantum Mechanics*. North-Holland Publishing Company.
- [Miffre et al., 2006] Miffre, A., Jacquy, M., Büchner, M., Tréneç, G., and Vigué, J. (2006). Atom interferometry measurement of the electric polarizability of lithium. *The European Physical Journal D*, 38(2) :353–365.
- [Moler et al., 1992] Moler, K., Weiss, D. S., Kasevich, M., and Chu, S. (1992). Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions. *Phys. Rev. A*, 45 :342–348.
- [Morel et al., 2020] Morel, L., Yao, Z., Cladé, P., and Guellati-Khélifa, S. (2020). Determination of the fine-structure constant with an accuracy of 81 parts per trillion. *Nature*, 588(7836) :61–65.
- [Moskowitz et al., 1983] Moskowitz, P. E., Gould, P. L., Atlas, S. R., and Pritchard, D. E. (1983). Diffraction of an atomic beam by standing-wave radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 51 :370–373.
- [Müller et al., 2008a] Müller, H., Chiow, S.-w., and Chu, S. (2008a). Atom-wave diffraction between the Raman-Nath and the Bragg regime : Effective Rabi frequency, losses, and phase shifts. *Phys. Rev. A*, 77 :023609.
- [Müller et al., 2009] Müller, H., Chiow, S.-w., Herrmann, S., and Chu, S. (2009). Atom interferometers with scalable enclosed area. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :240403.
- [Müller et al., 2008b] Müller, H., Chiow, S.-w., Long, Q., Herrmann, S., and Chu, S. (2008b). Atom interferometry with up to 24-photon-momentum-transfer beam splitters. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :180405.
- [Myrskog et al., 2000] Myrskog, S. H., Fox, J. K., Moon, H. S., Kim, J. B., and Steinberg, A. M. (2000). Modified “ $\delta$ -kick cooling” using magnetic field gradients. *Phys. Rev. A*, 61 :053412.
- [Overstreet et al., 2022a] Overstreet, C., Asenbaum, P., Curti, J., Kim, M., and Kasevich, M. (2022a). Inference of gravitational field superposition from quantum measurements. *arXiv* :2209.02214.

- [Overstreet et al., 2022b] Overstreet, C., Asenbaum, P., Curti, J., Kim, M., and Kasevich, M. (2022b). Observation of a gravitational Aharonov-Bohm effect. *Science*, 375 :226–229.
- [Overstreet et al., 2021] Overstreet, C., Asenbaum, P., and Kasevich, M. A. (2021). Physically significant phase shifts in matter-wave interferometry. *American Journal of Physics*, 89(3) :324–332.
- [Pagel et al., 2020] Pagel, Z., Zhong, W., Parker, R. H., Olund, C. T., Yao, N. Y., and Müller, H. (2020). Symmetric Bloch oscillations of matter waves. *Phys. Rev. A*, 102 :053312.
- [Pajot and Dupont, ] Pajot, G. and Dupont, F. Détermination de l'accélération de la pesanteur dans les locaux de la société GE Sensing à Labège (31), year = 2008, url = <https://infoterre.brgm.fr/rapports/RC-56265-FR.pdf>.
- [Panda et al., ] Panda, C., Tao, M., Eggelhof, J., Ceja, M., Reynoso, A., Xu, V., and Muller, H. arXiv :2210.07289.
- [Parker et al., 2018] Parker, R. H., Yu, C., Zhong, W., Estey, B., and Müller, H. (2018). Measurement of the fine-structure constant as a test of the standard model. *Science*, 360(6385) :191–195.
- [Pelle et al., 2011] Pelle, B., Tackmann, G., Beaufils, Q., Wang, X., Hilico, A., Pereira dos Santos, F., Pelisson, S., Messina, R., Angonin, M.-C., and Wolf, P. (2011). Forca-G : A trapped atom interferometer for the measurement of short range forces. In *Rencontres de Moriond and GPhys colloquium*, La Thuile, Italy.
- [Peters et al., 2001] Peters, A., Chung, K. Y., and Chu, S. (2001). High-precision gravity measurements using atom interferometry. *Metrologia*, 38(1) :25.
- [Pethick and Smith, 2008] Pethick, C. J. and Smith, H. (2008). *Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2 edition.
- [Pfau et al., 1993] Pfau, T., Kurtsiefer, C., Adams, C. S., Sigel, M., and Mlynek, J. (1993). Magneto-optical beam splitter for atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 71 :3427–3430.
- [Phillips, 1998] Phillips, W. D. (1998). Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70 :721–741.
- [Piccard and Kessler, 1925a] Piccard, A. and Kessler, E. (1925a). *Archives des sciences physiques et naturelles* (Geneve) 5me periode.
- [Piccard and Kessler, 1925b] Piccard, A. and Kessler, E. (1925b). Determination of the ratio between the electrostatic charges of the proton and of the electron. *Arch. Sci. Phys. Nat.*, 7 :340–342.

- [Pippa Storey and Claude Cohen-Tannoudji, 1994] Pippa Storey and Claude Cohen-Tannoudji (1994). The Feynman path integral approach to atomic interferometry. a tutorial. *J. Phys. II France*, 4(11) :1999–2027.
- [Plotkin-Swing et al., 2018] Plotkin-Swing, B., Gochnauer, D., McAlpine, K. E., Cooper, E. S., Jamison, A. O., and Gupta, S. (2018). Three-path atom interferometry with large momentum separation. *Phys. Rev. Lett.*, 121 :133201.
- [Raab et al., 1987] Raab, E. L., Prentiss, M., Cable, A., Chu, S., and Pritchard, D. E. (1987). Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :2631–2634.
- [Rabault, 2019] Rabault, M. (2019). Condensation de Bose-Einstein tout-optique en microgravité pour l’interférométrie atomique. PhD thesis.
- [Rasel et al., 1995] Rasel, E. M., Oberthaler, M. K., Batelaan, H., Schmiedmayer, J., and Zeilinger, A. (1995). Atom wave interferometry with diffraction gratings of light. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :2633–2637.
- [Rogel-Salazar, 2013] Rogel-Salazar, J. (2013). The Gross–Pitaevskii equation and Bose–Einstein condensates. *European Journal of Physics*, 34(2) :247–257.
- [Rosi et al., 2014] Rosi, G., Sorrentino, F., Cacciapuoti, L., Prevedelli, M., and Tino, G. M. (2014). Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms. *Nature*, 510(7506) :518–521.
- [Rudolph et al., 2020] Rudolph, J., Wilkason, T., Nantel, M., Swan, H., Holland, C. M., Jiang, Y., Garber, B. E., Carman, S. P., and Hogan, J. M. (2020). Large momentum transfer clock atom interferometry on the 689 nm intercombination line of strontium. *Phys. Rev. Lett.*, 124 :083604.
- [Sabulsky et al., 2019] Sabulsky, D. O., Dutta, I., Hinds, E. A., Elder, B., Burrage, C., and Copeland, E. J. (2019). Experiment to detect dark energy forces using atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 123 :061102.
- [Savoie et al., 2018] Savoie, D., Altorio, M., Fang, B., Sidorenkov, L. A., Geiger, R., and Landragin, A. (2018). Interleaved atom interferometry for high-sensitivity inertial measurements. *Science Advances*, 4(12) :eaau7948.
- [Saywell et al., 2020] Saywell, J., Carey, M., Belal, M., Kuprov, I., and Freegarde, T. (2020). Optimal control of raman pulse sequences for atom interferometry. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 53(8) :085006.
- [Schlippert et al., 2014] Schlippert, D., Hartwig, J., Albers, H., Richardson, L. L., Schubert, C., Roura, A., Schleich, W. P., Ertmer, W., and Rasel, E. M. (2014). Quantum test of the universality of free fall. *Phys. Rev. Lett.*, 112 :203002.

- [Schrödinger, 1926] Schrödinger, E. (1926). An undulatory theory of the mechanics of atoms and molecules. Phys. Rev., 28 :1049–1070.
- [Schumm et al., 2005] Schumm, T., Hofferberth, S., Andersson, L. M., Wildermuth, S., Groth, S., Bar-Joseph, I., Schmiedmayer, J., and Krüger, P. (2005). Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip. Nature Physics, 1(1) :57–62.
- [Siemß et al., 2020] Siemß, J.-N., Fitzek, F., Abend, S., Rasel, E. M., Gaaloul, N., and Hammerer, K. (2020). Analytic theory for Bragg atom interferometry based on the adiabatic theorem. Phys. Rev. A, 102 :033709.
- [Siemß et al., 2022] Siemß, J.-N., Fitzek, F., Schubert, C., Rasel, E. M., Gaaloul, N., and Hammerer, K. (2022). Large-momentum-transfer atom interferometers with rad-accuracy using Bragg diffraction. arXiv :2208.06647.
- [Sorrentino et al., 2014] Sorrentino, F., Bodart, Q., Cacciapuoti, L., Lien, Y.-H., Prevedelli, M., Rosi, G., Salvi, L., and Tino, G. M. (2014). Sensitivity limits of a Raman atom interferometer as a gravity gradiometer. Phys. Rev. A, 89 :023607.
- [Steck, 2003] Steck, D. (2003). Rubidium 87 d line data.
- [Szigeti et al., 2012] Szigeti, S. S., Debs, J. E., Hope, J. J., Robins, N. P., and Close, J. D. (2012). Why momentum width matters for atom interferometry with Bragg pulses. New Journal of Physics, 14(2) :023009.
- [Tino, 2021] Tino, G. M. (2021). Testing gravity with cold atom interferometry : results and prospects. Quantum Science and Technology, 6(2) :024014.
- [Ufrecht and Giese, 2020] Ufrecht, C. and Giese, E. (2020). Perturbative operator approach to high-precision light-pulse atom interferometry. Phys. Rev. A, 101 :053615.
- [Unnikrishnan and Gillies, 2004] Unnikrishnan, C. S. and Gillies, G. T. (2004). The electrical neutrality of atoms and of bulk matter. Metrologia, 41(5) :S125.
- [Van Vleck, 1928] Van Vleck, J. H. (1928). The Correspondence Principle in the Statistical Interpretation of Quantum Mechanics. Proceedings of the National Academy of Sciences, 14(2) :178–188.
- [Wacker, 2010] Wacker, J. G. (2010). Using atom interferometry to search for new forces. Physics Letters B, 690(1) :38–41.
- [Werner and Klein, 2010] Werner, S. A. and Klein, A. G. (2010). Observation of Aharonov–Bohm effects by neutron interferometry. Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical, 43(35) :354006.

- [Wilkason et al., 2022] Wilkason, T., Nantel, M., Rudolph, J., Jiang, Y., Garber, B. E., Swan, H., Carman, S. P., Abe, M., and Hogan, J. M. (2022). Atom interferometry with floquet atom optics. *Phys. Rev. Lett.*, 129 :183202.
- [Wollan and Shull, 1948] Wollan, E. O. and Shull, C. G. (1948). The diffraction of neutrons by crystalline powders. *Phys. Rev.*, 73 :830–841.
- [Xu et al., 2019] Xu, V., Jaffe, M., Panda, C. D., Kristensen, S. L., Clark, L. W., and Müller, H. (2019). Probing gravity by holding atoms for 20 seconds. *Science*, 366(6466) :745–749.
- [Yamashita et al., 2017] Yamashita, K., Hanasaki, K., Ando, A., Takahama, M., and Kinoshita, T. (2017). All-optical production of a large Bose-Einstein condensate in a double compressible crossed dipole trap. *Phys. Rev. A*, 95 :013609.
- [Zahzam et al., 2022] Zahzam, N., Christophe, B., Lebat, V., Hardy, E., Huynh, P.-A., Marquet, N., Blanchard, C., Bidet, Y., Bresson, A., Abrykosov, P., Gruber, T., Pail, R., Daras, I., and Carraz, O. (2022). Hybrid Electrostatic–Atomic Accelerometer for Future Space Gravity Missions. *Remote Sensing*, 14(14) :3273.
- [Zhibin, 2022] Zhibin, Y. (2022). *Atom interferometry with a Bose Einstein condensate : toward a determination of fine structure*. PhD thesis.
- [Zhou et al., 2015] Zhou, L., Long, S., Tang, B., Chen, X., Gao, F., Peng, W., Duan, W., Zhong, J., Xiong, Z., Wang, J., Zhang, Y., and Zhan, M. (2015). Test of equivalence principle at  $10^{-8}$  level by a dual-species double-diffraction Raman atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 115 :013004.
- [Zhou et al., 2011] Zhou, L., Xiong, Z. Y., Yang, W., Tang, B., Peng, W. C., Hao, K., Li, R. B., Liu, M., Wang, J., and Zhan, M. S. (2011). Development of an atom gravimeter and status of the 10-meter atom interferometer for precision gravity measurement. *General Relativity and Gravitation*, 43(7) :1931–1942.



---

## Résumé

Mon travail de thèse, réalisé au LCAR, contribue au développement de nouveaux interféromètres atomiques fondés sur l'utilisation de condensats de Bose-Einstein et de réseaux optiques. Notre dispositif est dimensionné afin de réaliser des tests de neutralité atomique avec une nouvelle méthode fondée sur la phase d'Aharonov-Bohm scalaire. Une amélioration de plusieurs ordres de grandeur par rapport aux limites actuelles est attendue. Dans ce manuscrit, je commence par exposer les principes d'interférométrie atomique qui ont guidé le dimensionnement de notre interféromètre. Je décris la source d'atomes ultra-froids et les premiers résultats de fontaine atomique obtenus avec nos condensats de Bose-Einstein. Pour réaliser nos interféromètres atomiques, les condensats sont manipulés par des réseaux optiques dans le régime de quasi-Bragg. Afin de mieux comprendre les limites de ces séparatrices atomiques, j'ai mené une étude numérique et expérimentale que j'expose dans le troisième chapitre. Je commente notamment l'impact lié à la nature multi-chemins des interféromètres atomiques réalisés dans ce régime, qui mènent à des interféromètres parasites pouvant limiter l'estimation de la phase. Enfin, lors de ma thèse j'ai démontré des mesures de déphasage interférométrique avec une séparation en impulsion correspondant à l'impulsion de 178 photons. Ce transfert d'impulsion est au niveau de l'état de l'art pour ce type de dispositif et constitue un pré-requis pour l'obtention des séparations spatiales envisagées.

## Abstract

This work contributes to the development of new atom interferometers based on the use of Bose-Einstein condensates and optical lattices. Our experiment is set up to perform matter neutrality tests with a new method based on scalar Aharonov-Bohm phase. An improvement of several orders of magnitude over current limits is expected. In my thesis, I begin to present interferometry principles which guided the design of our interferometer. I describe the ultra-cold atom source and the first results of atomic fountain achieved with our Bose-Einstein condensates. To realize our atom interferometers, condensates are manipulated by optical lattices in the quasi-Bragg regime. In order to have a better understanding of the limits of these interferometers, I made both numerical and experimental studies that I present in the third chapter. Especially I discuss the impact of multi-port atom interferometers based on this regime and lead to spurious interferometers that limit phase estimation. Finally I demonstrate interferometer phase shift with a separation corresponding to the momentum of 178 photons. This momentum transfer is state-of-the-art for this setup and paves the way for the expected spatial separation.