



HAL
open science

Étude de la rotation des étoiles de type solaire en séquence principale, de la surface jusqu'au coeur

Sylvain Breton

► **To cite this version:**

Sylvain Breton. Étude de la rotation des étoiles de type solaire en séquence principale, de la surface jusqu'au coeur. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris Cité, 2022. Français. NNT : 2022UNIP7053 . tel-04205766

HAL Id: tel-04205766

<https://theses.hal.science/tel-04205766>

Submitted on 13 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE 560 - Sciences de la terre et de l'environnement et physique de l'univers, Paris
CEA Saclay, UMR 7158 AIM - Laboratoire Dynamique des Étoiles, des (Exo)planètes et de leur
Environnement (LDE3)

THÈSE DE DOCTORAT DE PHYSIQUE DE L'UNIVERS

présentée pour obtenir le grade de

Docteur d'Université Paris Cité

par

SYLVAIN N. BRETON

Étude de la rotation des étoiles de type solaire en séquence principale, de la surface jusqu'au coeur

Thèse dirigée par RAFAEL A. GARCÍA, ALLAN SACHA BRUN et PERE L. PALLÉ

Présentée et soutenue publiquement le 30 septembre 2022

Devant un jury composé de :

DR. ALLAN SACHA BRUN, Directeur de recherche CEA, *CEA* CO-DIRECTEUR
DR. RAFAEL A. GARCÍA, Directeur de recherche CEA, *CEA* DIRECTEUR DE THÈSE
DR. BERNARD GELLY, Directeur de recherche CNRS, *Themis INSU* RAPPORTEUR
PR. ISABELLE GRENIER, Professeure des universités, *Université Paris-Cité* PRÉSIDENTE DU JURY
DR. ANTONINO LANZA, Astronome associé, *INAF Catania* EXAMINATEUR
DR. FRANÇOIS LIGNIÈRES, Directeur de recherche CNRS, *IRAP* EXAMINATEUR
DR. ANA PALACIOS, Astronome, *LUPM* RAPPORTRICE
PR. PERE L. PALLÉ, Professeur, *IAC* CO-ENCADRANT



À ma mère.

Étude de la rotation des étoiles de type solaire en séquence principale, de la surface jusqu'au coeur

Résumé

Cette thèse est consacrée à la caractérisation et à l'étude de la rotation dans les étoiles de type solaire en séquence principale. Être en mesure de contraindre le profil de rotation, à la fois radial et latitudinal, de cette catégorie d'étoiles, et ceci de la surface jusqu'au coeur, est en effet une problématique fondamentale si l'on veut améliorer notre compréhension de l'évolution stellaire et de l'interaction des étoiles avec leur environnement. La première partie du manuscrit est donc constituée de deux chapitres introductifs qui présentent la problématique plus vaste dans laquelle s'inscrit ce travail de thèse et rappellent les notions nécessaires à la compréhension de la suite. En particulier, les bases de la dynamique stellaire sont détaillées, ainsi que les fondements de la théorie des oscillations des étoiles en rotation.

La deuxième partie du manuscrit s'intéresse aux possibilités de caractérisation de la rotation de surface des étoiles de type solaire ouvertes aujourd'hui par des missions de suivi photométrique comme le satellite *Kepler*. Le Chapitre 3 s'intéresse à la mesure de la rotation de surface et de l'activité magnétique dans les étoiles observées par le satellite *Kepler*. Il présente en particulier la méthode de *machine learning* ROOSTER que j'ai développée au cours de ma thèse pour analyser les courbes de lumière collectées par *Kepler*. Il détaille également la méthode utilisée pour construire ce qui est le plus vaste catalogue photométrique de rotation stellaire de surface disponible aujourd'hui. Le Chapitre 4 présente les perspectives d'étude de la dynamique de la zone convective ouvertes par l'existence d'un tel catalogue. Les possibilités offertes par l'indicateur d'activité photométrique S_{ph} y sont discutées. Deux méthodes pour estimer le nombre de Rossby, un paramètre clef pour caractériser la dynamique d'un fluide en rotation, sont présentées et mises en application avec des données observationnelles.

La dernière partie du manuscrit est dédiée à l'exploration de possibilités de caractériser la rotation interne des étoiles de type solaire. Le Chapitre 5 s'intéresse au cas solaire avec l'étude des nouvelles perspectives instrumentales offertes par les spectrographes échelles, le principal objectif étant d'augmenter le rapport signal sur bruit des modes d'oscillation de basse fréquence, avec comme perspective ultime pour le futur la possibilité de caractériser de manière individuelle les modes de gravité (modes g) solaires. Les données obtenues durant la campagne d'observation de l'été 2018 avec le prototype Solar-SONG sont analysées avec le module *apollinaire* développé au cours de ma thèse. En comparant les données Solar-SONG avec celles acquises simultanément par d'autres instruments héliosismiques, je mets en évidence les performances héliosismiques prometteuses de Solar-SONG. Le Chapitre 6 élargit la perspective de l'étude des modes g stochastiques aux étoiles de type F, plus chaudes que le Soleil. La possibilité de mettre en évidence leur signature dans ces objets est discutée grâce à une approche par la simulation 3D réalisée avec le code ASH, dans le but d'y estimer l'amplitude des ondes de gravité excitées par la convection. Ces simulations sont les premières simulations 3D d'étoiles de type F incluant l'intérieur radiatif dans le domaine de simulation. L'influence de la rotation sur l'excitation des ondes de gravité est mise en évidence. Enfin, le Chapitre 7 présente les méthodes d'analyse de données mises en place pour essayer de mettre en évidence une telle signature dans les données avec les premiers résultats d'une telle analyse. Ce chapitre final discute également les possibilités de caractérisation additionnelle offertes par la présence de compagnons non-transitants pour deux des étoiles appartenant à l'échantillon sélectionné.



Mots clefs

physique stellaire - astérosismologie - héliosismologie - traitement et analyse de données - simulation 3D



Studying rotation in solar-type stars, from the surface to the core

Summary

This thesis is devoted to the characterisation and study of rotation in main sequence solar-type stars. Being able to constrain the rotation profile, both radial and latitudinal, of this population of stars, from the surface to the core, is indeed a fundamental problem if we want to improve our understanding of stellar evolution and of the interaction of stars with their environment. The first part of the manuscript is therefore made up of two introductory chapters that present the larger problematic in which this thesis work fits and recall the notions necessary for the understanding of the following parts. In particular, the basics of stellar dynamics are presented, as well as the foundations of the theory of oscillations of rotating stars.

The second part of the manuscript focuses on the possibilities of characterising the surface rotation of solar-type stars opened by photometric monitoring missions such as the *Kepler* satellite. Chapter 3 focuses on the measurement of surface rotation and magnetic activity in stars observed by the *Kepler* satellite. In particular, it presents the ROOSTER machine learning method that I developed during my thesis to analyse the light curves collected by *Kepler*. It also details the method used to build what is currently the largest photometric catalogue of surface stellar rotation available today. Chapter 4 presents the prospects for studying the dynamics of the convective zone opened up by the existence of such a catalogue. The possibilities offered by the photometric activity indicator S_{ph} are discussed. Two methods for estimating the Rossby number, a key parameter for characterising the dynamics of a rotating fluid, are presented and applied to observational data.

The last part of the manuscript is dedicated to the exploration of possibilities of the internal rotation of solar-type stars. Chapter 5 focuses on the solar case with the study of new instrumental perspectives offered by échelle spectrographs, the main objective being to increase the signal-to-noise ratio of low-frequency oscillation modes, with the ultimate prospect for the future being the possibility of characterising the solar gravity modes (g modes) individually. The data obtained during the summer 2018 observing campaign with the Solar-SONG prototype are analysed with the `apollinaire` module developed during my thesis. By comparing the Solar-SONG data with those acquired simultaneously by other helioseismic instruments, I highlight the promising helioseismic performance of Solar-SONG. Chapter 6 extends the perspective of the study of stochastic g modes to F-type stars, hotter than the Sun. The possibility of detecting g-mode signatures in such objects is discussed thanks to a 3D simulation approach carried out with the ASH code, with the aim of estimating the amplitude of the gravity waves excited by convection. These simulations are the first 3D simulations of F-type stars to include the radiative interior in the simulation domain. The influence of rotation on the excitation of gravity waves is highlighted. Finally, Chapter 7 presents the data analysis methods implemented to try to highlight such a signature in the data with the first results of such an analysis. This final chapter also discusses the additional characterisation possibilities offered by the presence of non-transiting companions for two of the stars belonging to the selected sample.

Keywords

stellar physics - asteroseismology - helioseismology - data analysis - 3D simulation



Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Ana Palacios et Bernard Gelly d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit de thèse. Merci également à Isabelle Grenier d'avoir présidé le jury de soutenance, et à François Lignièrès et Nuccio Lanza d'y avoir joué le rôle d'examineurs.

Une thèse ne peut pas être réussie sans la contribution de ses encadrants, et j'ai eu la chance d'être supervisé par un groupe de personnes qui m'ont fait confiance dès le début et m'ont mis le pied à l'étrier à chaque fois que j'en ai eu besoin. Rafa, merci pour tout, tu as été un directeur de thèse, un collaborateur et un ami sur lequel j'ai pu compter au cours de ces trois années de thèse. Je n'oublierai pas nos nombreux cafés de début de matinée à discuter d'astérosismologie mais pas seulement. Désolé, je pense que je ne serai jamais passionné de Formule 1 mais en retour tu as su subir stoïquement mes longs exposés rugbystiques. Tu as cru en moi et je t'en remercie infiniment, sans ton soutien je n'en serai pas là aujourd'hui. Merci Sacha pour avoir essayé de me communiquer un peu de ta science encyclopédique de la simulation numérique et de la physique stellaire, j'espère que notre collaboration à l'avenir continuera d'être aussi fructueuse. Merci Pere pour ta bienveillance, tes connaissances instrumentales et tes histoires sur l'IAC et La Laguna, j'ai été extrêmement heureux de pouvoir travailler avec toi. Un mot également pour Émeline, Savita et Stéphane, vous qui m'avez tous les trois encadrés durant l'un ou l'autre de mes stages de master ! Merci à toi Stéphane pour ta présence en tant que chef de laboratoire, pour ton soutien et tes conseils avisés. Tu m'as dit un jour de bâtir une cathédrale et grâce à toi j'ai compris que je devais construire une grande maison. Savita, je dois te remercier pour ton accueil à Tenerife en 2019, les semaines que j'ai passées là-bas auront été très importantes pour la suite et je sais que nous aurons l'occasion de collaborer régulièrement au cours des prochaines années. Émeline tu m'as patiemment encadré lors de mon premier stage au DAp et tu as toujours su me donner de précieuses indications, j'espère pouvoir te rendre visite un de ces jours à Genève !

Je dois aussi remercier chaleureusement tous mes collègues du DAp et du LDE3, vous avez été pour moi une grande famille pendant les cinq années que j'ai passées en ces lieux, depuis le premier de mes stages de master. Merci Louis pour toutes nos discussions, ton expertise en évolution stellaire, je me souviendrai évidemment qu'*on ne fait pas une carrière sur les étoiles de type F.*, merci Adam pour avoir ajouté une touche d'anglophonie dans notre groupe ces dernières années (même si certains prétendent que tu massacres ta propre langue, merci justement Billy pour ton ironie mordante et ton inénarrable description des *Midlands*), merci Hachem, co-bureau pendant deux ans, pour ton inaltérable bonne humeur et tes précieux conseils de théoricien, merci à Valentin d'avoir justement partagé ce bureau avec nous pendant quelques mois. Merci beaucoup Quentin pour ton goût pour les schémas compliqués, ta bonhomie savoyarde et tes conseils génériques, amuse-toi bien en Norvège ! Merci également à Florian et Jérémy pour votre très digne occupation du bureau 232, merci à toi Alexandre d'avoir ensuite contribué à apaiser l'esprit de cet endroit turbulent. En parlant du 232, merci Aurélie pour avoir mené le lobbying Sud-Ouest au LDE3 avec moi à la grande époque, merci Rui pour avoir supporté avec moi le mauvais goût de nos voisins de bus en allant au dîner de conférence à Cool Stars, merci Elsa pour avoir apporté dans notre groupe ton optimisme et ton expertise concernant les biscuits belges, merci Raphaël pour m'avoir fait partager ta passion pour la médiation au cours du circuit Spacebus de cet été. Merci Barbara pour l'accueil au sein de l'équipe il y a cinq ans, tu reviens aujourd'hui dans l'équipe en tant que permanente et je suis certain que tu apporteras énormément au labo, merci Antoine pour ta disponibilité et tes précieux conseils sur ASH, merci Antonio d'avoir inlassablement organisé les journal clubs de l'équipe, merci Pierre-Olivier de nous faire rêver avec l'implication du DAp sur MIRI, je suis



impatience de voir les observations de TRAPPIST. Merci Camille pour une semaine de conférence inoubliable à Leuven (on n'oublie pas le moment où une personne avec beaucoup trop d'ERC nous a réprimandés comme des collégiens turbulents), merci Leïla pour nous avoir montré la maison des Mines (et bonne continuation à toi, tu hérites d'un super bureau au DAp, fais attention à la plante!), merci Clémence pour tes traits d'humour mordants pendant les moments de détente, en espérant à bientôt pour un stage à Catane! Merci Diana pour tous les moments décompression, il n'est pas impossible que tu aies réussi à me communiquer ta passion pour Gif-sur-Yvette, le carnet de mots que vous m'avez donné à la soutenance est vraiment un superbe cadeau, je l'ai précieusement avec moi en Sicile; merci Lise pour l'infinie gentillesse dont tu fais preuve avec tous ceux qui ont la chance de te croiser, je te souhaite de belles choses pour la fin de ta thèse et la suite à Heidelberg! Merci Lisa et Mansour d'avoir joué à mes débuts le rôle de grande soeur et grand frère de thèse, vous avez tous les deux énormément compté dans mon parcours, et je suis heureux de voir où vous en êtes arrivés chacun de votre côté depuis. Merci Maxime pour les cafés de 8h30, les conseils de programmation, les longues discussions politiques. Ta contribution à la théorie du mug refroidisseur de café que j'ai élaborée au cours de ces dernières années ne sera pas passée sous silence par les livres d'histoire. Merci surtout pour l'indéfectible soutien que tu m'as montré pendant les passes difficiles de la période de rédaction, je te suis profondément redevable. Merci évidemment à toi Achrène pour les cafés-soleil et tes histoires arméniennes, pour tous nos échanges et les parties de cache-cache avec la planète-pelote-de-laine de Punto, l'étoile-chat-tigre-voiture. Tu as su me communiquer ta passion pour l'astronomie et l'espace dans les moments où je doutais de la direction à prendre. Si j'ai compris que les sciences fondamentales ont peu d'intérêt sans les gens qui les font, c'est en grande partie grâce à toi.

Quelques mots bien sûr pour les amis hors CEA qui ont toujours été là dans les moments pas toujours faciles à négocier de ces dernières années. Merci Luka pour tes évocations ésotériques des bosons Z et W (un jour peut-être tu auras finalement l'occasion de me faire visiter le CERN), pour tes coupages de cheveux en quatre sur la philosophie analytique et ta passion un peu trop prononcée pour l'exploration des tréfonds des grottes de Haute-Savoie. Merci également Nadège, Guillaume, Emma et Ursule pour les week-end à Annecy et tous les bons moments qu'on a passé là-bas ensemble. Merci Nicolas et Loulou pour les sorties parisiennes au bar ou au cinéma et les matchs de rugby regardés en ensemble, merci Charly pour ton caractère toujours égal, ta générosité et ton cœur d'or, merci Chloé pour avoir toujours été présentes malgré tes prenantes études à Nantes, merci Quentin pour cette journée au Louvres, merci Pierre pour ce week-end dépaysant au cœur de l'exotique Massy. Merci Anaïs pour les conversations débridées sur WhatsApp et pour l'ouverture de cette réflexion sur l'indétermination de la position exacte d'Orléans par rapport à la Loire, merci Armand, Nilo et Louis pour votre assiduité au club Tan Do, merci Axelle et Merwan pour avoir égayé mon passage à l'IRAP et pour les journées de Cool Stars, merci Valentin pour les invitations au coin de la rue de l'Amiral-Mouchez. Merci à Cécile de prendre soin des arbres bavarois, de Roger et de Sébastien. Merci Arnaud pour les débats sans fin sur le Top 14 et sur les matchs du XV de France, un jour peut-être Brive sera de nouveau une grande équipe. Pour finir, merci infiniment à Margarita et Dinara d'avoir été là toutes les deux pendant toutes ces années, il faudrait une page entière de remerciement pour chacune d'entre vous, Di je me contenterai de mentionner les leçons de russe pendant le confinement, et Rita nos pique-niques parc Montsouris quand le monde se réduisait à une sortie par semaine pour donner des TD dans le XIIIème arrondissement; vous connaissez tout le reste.

Une pensée pour tous les autres que j'ai pu croiser au cours de cette aventure astrophysique, mes collaborateurs bien sûr, Angela, Jérôme, Vincent, Lucía, Antonio, Fernando, Paul, David, Enrico,



Alfio, le personnel de support du DAp sans qui il serait impossible de faire de la recherche, merci donc à Laura Ricchi, Daphnée Alamanos, Christine Tiquet, Christelle Duval, Hugues Diamboté, Marie Ricchi, Dominique Monvoisin, Pascale Chavegrand et Christine Toutain pour leur disponibilité et leur prévenance. Merci aussi à Marine, Quentin, Carina, Rosa, Felipe, Lee, Monika, Anna, Hannu, Diego, Anne-Cécile, Noé, Yassine, Guillaume, Naïs, Baptiste, Thea, Arthur, Eduardo, Warren, Mathilde et bien sûr le groupe de Spacebus 2022.

Merci à mes grands frères, Thomas, Florent et Sébastien d'être là. Merci à mes parents pour m'avoir toujours donné la liberté d'aller dans la direction que je souhaitais et pour m'avoir transmis ce qui fait que je suis celui que je suis aujourd'hui. Merci en particulier à ma mère qui m'a communiqué le courage nécessaire pour affirmer mes convictions et garder à l'esprit de toujours regarder vers l'avenir.



Table des matières

I	Étoiles de type solaire et rotation, une introduction générale	23
1	Comprendre la rotation stellaire, un aspect fondamental pour caractériser les étoiles et leur environnement	25
1.1	Qu'est-ce qu'une étoile de type solaire?	26
1.1.1	Type spectral	27
1.1.2	Structure	28
1.1.3	Oscillations	29
1.2	Rotation de surface et zone convective	32
1.2.1	Rotation différentielle latitudinale	32
1.2.2	Freinage magnétique	33
1.2.3	Interactions avec l'environnement	34
1.3	Régions radiatives et rotation interne	36
1.3.1	Des propriétés dynamiques accessibles seulement par la sismologie	36
1.3.2	Le problème du transport de moment cinétique	37
1.4	Organisation du manuscrit	38
2	Concepts clefs pour la dynamique des étoiles de type solaire en rotation et leur sismologie	41
2.1	Introduction	43
2.2	Structure et dynamique stellaire	43
2.2.1	Paramètres globaux	43
2.2.2	Paramètres structurels et équations dynamiques	43
2.2.3	Transport par radiation, stabilité du milieu et transport par convection	44
2.2.4	Flux convectif en longueur de mélange	46
2.3	Impact de la rotation sur la dynamique stellaire	47
2.3.1	Régimes de rotation dans l'enveloppe convective	48
2.3.2	Convection et overshoot	50
2.3.3	Rotation et évolution	50
2.3.4	Freinage magnétique et interactions avec l'environnement	51
2.4	Principes de l'astérosismologie	51



2.4.1	Équations pour les oscillations stellaires	52
2.4.2	Modes acoustiques	57
2.4.3	Modes de gravité	60
2.4.4	Modes mixtes	60
2.4.5	Stabilité des modes d'oscillation	61
2.5	Astérosismologie et rotation	61
2.5.1	Approche perturbative	62
2.5.2	L'approximation traditionnelle de la rotation (TAR)	64
2.5.3	Modes gravito-inertiels	65
2.5.4	Au-delà de la TAR	66
2.5.5	Sismologie des étoiles en rotation	67
2.6	Techniques observationnelles	69
2.6.1	Spectroscopie et photométrie	69
2.6.2	Analyse de Fourier	71
2.6.3	Vers la mission PLATO	72
2.7	Conclusion	72

II Étudier la rotation de surface 75

3 Mesurer la rotation de surface via la photométrie : la méthodologie ROOSTER 77

3.1	Introduction	78
3.2	L'enjeu de la calibration	79
3.3	Méthodes d'extraction de la période de rotation	83
3.3.1	Une analyse temps-période, la méthode des wavelets	83
3.3.2	La fonction d'auto-corrélation	83
3.3.3	Le spectre composite	84
3.4	Post-traitement des méthodes d'extraction	84
3.4.1	Auto-sélection et inspections visuelles	84
3.4.2	Un enjeu d'efficacité : réduire drastiquement la nécessité des inspections visuelles	85
3.4.3	Méthodes de classification <i>random forest</i>	85
3.5	L'outil ROOSTER	86
3.5.1	Structure du pipeline	87
3.5.2	Paramètres utilisés pour la classification	87
3.5.3	Validation de la méthode sur des données simulées et sur l'échantillon des étoiles de type K et M de <i>Kepler</i>	89
3.6	Applications aux étoiles de type G et F	96
3.6.1	Extension du set d'entraînement	97
3.6.2	Constitution du catalogue	97
3.6.3	Comparaison avec le catalogue McQ14	100
3.7	Perspectives d'application de la méthode aux missions TESS et PLATO	101
3.8	Conclusion	103



4	La rotation de surface comme sonde de la dynamique des régions convectives	117
4.1	Introduction : rotation et dynamique de la zone convective	118
4.2	Rotation et activité stellaire	119
4.2.1	Le S_{ph} comme traceur de l'activité stellaire	119
4.2.2	Application au catalogue S19-21	121
4.3	Estimer des nombres de Rossby stellaires	123
4.4	À la recherche des rotateurs antisolaires	126
4.4.1	Une relation entre Ro_f , P_{rot} , T_{eff} et $[\text{Fe}/\text{H}]$	127
4.4.2	Comparaison entre Ro_f et Ro_s	128
4.4.3	Sélection de candidats antisolaires	129
4.5	Conclusion	132
III Caractériser la rotation interne ?		135
5	Les spectrographes échelles, nouvelle génération d'instruments pour l'héliosismologie disque intégré ?	137
5.1	Introduction	138
5.2	L'héliosismologie au cours des dernières décennies	139
5.2.1	Du sol à l'espace	139
5.2.2	La quête des modes g solaires	142
5.2.3	Intérêt des spectrographes échelles pour l'héliosismologie et prototype Solar-SONG	144
5.3	Acquisition et réduction des données Solar-SONG	145
5.3.1	Séries GOLF, BiSON et HMI utilisées pour comparaison	145
5.3.2	Solar-SONG	147
5.4	Caractérisation des modes p à moyenne fréquence	150
5.4.1	Le peakbagging	150
5.4.2	Échantillonner des distributions de probabilité grâce au module <code>apollinaire</code>	152
5.4.3	Stratégie de peakbagging pour les séries temporelles de l'été 2018	153
5.4.4	Comparaison avec GOLF, BiSON et HMI	153
5.5	Comparaison en puissance intégrée	157
5.6	Perspectives d'amélioration de l'instrument et futur de Solar-SONG	158
5.7	Conclusion	160
6	Ondes internes dans des simulations 3D d'étoiles de type F en rotation	207
6.1	Introduction	208
6.2	Simulations hydrodynamiques 3D avec le code ASH	209
6.2.1	Équations considérées	209
6.2.2	Construction du modèle	210
6.3	Le cas solaire	211
6.4	Modèle d'étoile de type F et cas considérés	212
6.4.1	Du Soleil à une étoile de type F	213
6.4.2	Propriétés du modèle et conditions aux limites	213
6.4.3	Balance d'énergie	218
6.5	Dynamique 3D d'une étoile de type F	220



6.5.1	Nombres adimensionnés et dynamique dans l’enveloppe convective	221
6.5.2	Régimes de rotation différentielle	226
6.5.3	Moment cinétique	229
6.6	Ondes internes de gravité et modes g	234
6.6.1	Tracé de rayon	234
6.6.2	Spectre de puissance	237
6.6.3	Fonctions propres	240
6.6.4	Splittings rotationnels	240
6.6.5	Espacement en période et influence de la rotation	242
6.6.6	Visibilité des modes	247
6.7	Modes de Rossby	251
6.8	Conclusion	252
7	Modes g et phénomènes de basse fréquence dans les étoiles de type F	277
7.1	Introduction	278
7.2	À la recherche de modes g stochastiques dans les étoiles de type F	279
7.2.1	Une feuille de route pour la recherche	279
7.2.2	Sélection d’un échantillon d’étoiles de type F	279
7.2.3	Des signatures possibles de modes g ?	283
7.2.4	Données considérées	283
7.2.5	Analyse du background	285
7.2.6	Analyse des spectres S/N	286
7.3	Des compagnons non transitants ?	294
7.3.1	Influence d’un compagnon sur le signal photométrique et perspectives sismiques	296
7.3.2	Modulations photométriques	297
7.3.3	Analyse sismique et angle d’inclinaison stellaire	298
7.3.4	Observations en vitesse radiale et potentiel pour la caractérisation	299
7.4	Conclusion	300
A	Le module de peakbagging apollinaire	307
A.1	Introduction : un module bayésien pour l’astérosismologie	307
A.2	Probabilité postérieure	307
A.3	Modélisation de la PSD	308
A.3.1	Terme de background	308
A.3.2	Modélisation des profils de modes	309
A.4	Échantillonnage avec les MCMC	309
A.4.1	Algorithme de Metropolis-Hastings	309
A.4.2	Estimation des incertitudes	310
A.5	Structure du module apollinaire	311
A.6	Benchmark et validation	312
A.7	Fonctionnalités annexes	313
B	ASH, un code de simulation numérique MHD en 3D	315
B.1	Les équations MHD anélastiques dans ASH	315
B.2	Méthode numérique considérée	316



C Formules utiles	319
C.1 Opérateurs en coordonnées sphériques	319
C.2 Perturbations Lagrangiennes et Eulériennes	319
C.3 Harmoniques sphériques	320
D Dérivation des nombres de Rossby	321
D.1 Dérivation de Ro_s	321
D.2 Dérivation de Ro_f	322
E Publications en tant que co-auteur	325
Références	367



Table des figures

1.1	Diagramme HR	28
1.2	Représentation schématique de la structure d'une étoile de type solaire	30
1.3	Position des étoiles pulsantes sur le diagramme HR.	31
1.4	Profil de rotation solaire.	33
1.5	Profils de rotation différentielle en simulation 3D	34
1.6	Évolution du taux de rotation stellaire au cours du temps	35
1.7	Comparaison entre la rotation interne et la rotation de surface pour 45 étoiles	37
2.1	Nombre de Rossby fluide Ro_f en fonction de M et Ω	48
2.2	Régimes de rotation en simulation MHD 3D	49
2.3	Harmoniques sphériques pour $0 \leq m \leq \ell \leq 3$	54
2.4	Profils de N et S_ℓ dans un modèle solaire	56
2.5	Profils de N et S_ℓ dans un modèle d'étoile de type F	57
2.6	Profil de vitesse du son pour une étoile de type F	58
2.7	Modes p de 16 Cyg A	59
2.8	Splittings rotationnels	63
2.9	Profils de λ	66
2.10	Diagramme de propagation des ondes gravito-inertielles	67
2.11	Modes g de KIC 9210943	68
2.12	Modes r dans une étoile de masse intermédiaire.	69
2.13	Composantes sectorielles $\ell = m$ des modes r observés dans le Soleil	70
2.14	Représentation du satellite PLATO	73
3.1	Observation du Soleil réalisée par l'instrument SDO/AIA	79
3.2	Champ d'observation de <i>Kepler</i>	80
3.3	Correction et calibration des courbes de lumière <i>Kepler</i>	81
3.4	Courbe de lumière et analyse de la rotation	82
3.5	Un exemple d'arbre décisionnel	86
3.6	Structure de ROOSTER	88
3.7	Comparaison entre ROOSTER et S19	91
3.8	Comparaison entre ROOSTER et S19, avec inspections visuelles	94
3.9	Benchmark de ROOSTER sur données simulées.	96

TABLE DES FIGURES



3.10	Diagramme de Kiel des cibles S19-21	98
3.11	Diagramme T_{eff} vs P_{rot}	99
3.12	Diagramme T_{eff} vs $\sigma_{P_{\text{rot}}}$	101
3.13	S19-21 comparé à McQ14 - histogramme	102
3.14	S19-21 comparé à McQ14 - percentiles	102
4.1	Série temporelle du canal vert de VIRGO/SPM	119
4.2	Comparaison des indices d'activités	120
4.3	Diagramme T_{eff} vs S_{ph}	122
4.4	Diagramme P_{rot} vs S_{ph}	123
4.5	Étoiles de type F et Kraft break	124
4.6	Calibration de τ_{conv} en fonction de $(B - V)$	126
4.7	Diagramme Ro_s vs S_{ph}	127
4.8	Comparaison Rossby stellaire et fluide	129
4.9	Exemple d'étoiles rejetées après vérification visuelle.	130
4.10	Étoiles candidates antisolaires dans un diagramme T_{eff} vs $\log g$	131
4.11	Étoiles candidates antisolaires dans un diagramme P_{rot} vs T_{eff}	131
5.1	PSD solaire en 1979	140
5.2	Principe de mesure de GOLF.	141
5.3	PSD VIRGO et GOLF	142
5.4	Prédiction d'amplitude pour les modes g solaires	143
5.5	Photographie de SONG	144
5.6	Fibre optique de Solar-SONG	146
5.7	Synchronisation de GOLF avec VIRGO	146
5.8	Série temporelle Solar-SONG non filtrée du 10 juillet 2018	148
5.9	Fonction de transfert du filtre FIR appliqué à Solar-SONG	149
5.10	Processus de réduction des données Solar-SONG	149
5.11	Exemple de série temporelle corrigée pour Solar-SONG et comparaison avec GOLF	150
5.12	Série temporelle du 3 juin au 2 juillet 2018 et PSD correspondante pour Solar-SONG et GOLF	151
5.13	Série temporelle du 3 juin au 2 juillet 2018 et PSD pour Solar-SONG et GOLF, avec fenêtrage identique	151
5.14	Modèle utilisé pour l'ajustement sur la PSD fenêtrée	154
5.15	Diagramme échelle de Solar-SONG	155
5.16	Diagrammes échelles de GOLF	155
5.17	Diagrammes échelles de BiSON	156
5.18	Diagrammes échelles de HMI	156
5.19	Fréquences caractérisées pour les 22 séries de 30 jours de GOLF	157
5.20	Comparaison des indicateurs de puissance intégré entre Solar-SONG et GOLF	159
6.1	Modèle 3D solaire hydrodynamique	211
6.2	Spectre de puissance des modes g dans le modèle solaire 3D	212
6.3	Amplitude des modes g dans les modèles solaires 3D	213
6.4	Évolution avec la masse du profil de N	214
6.5	Résolution radiale.	215
6.6	Profil de N dans le modèle d'étoile F.	215



6.7	Profils de $\bar{\rho}$ et \bar{T} dans le modèle d'étoile F.	216
6.8	Périodes de rotation des modèles comparées à S19-21	217
6.9	Profils de ν et κ pour les cas considérés.	219
6.10	Évolution de l'énergie cinétique au cours du temps	220
6.11	Balance de luminosité du modèle F5.	221
6.12	Volume 3D de v_r/\tilde{v}_r	222
6.13	Vitesse radiale, v_r , et fluctuation de température T en $r = 0.52 R_\star$	223
6.14	Vitesse radiale, v_r , et fluctuation de température T en $r = 0.87 R_\star$	224
6.15	Profil de vitesse rms \tilde{v}_r	225
6.16	Vitesses convectives en fonction du degré ℓ et du nombre azimutal m	227
6.17	Régimes de rotation différentielle	228
6.18	Moyenne temporelle et azimutale des fluctuations de température T	229
6.19	Moyenne temporelle et longitudinale des fluctuations d'entropie S	230
6.20	Moyenne temporelle et longitudinale de $\rho_{\text{tot}}v_\theta$	231
6.21	Moyenne temporelle du flux radial de moment cinétique	232
6.22	Moyenne temporelle du flux latitudinal de moment cinétique	233
6.23	Trajectoires de rayons	235
6.24	Filtrage temporel d'une coupe équatoriale	237
6.25	Spectre de puissance en $r = 0.80 R_\star$	238
6.26	Puissance par degré ℓ	239
6.27	Fonctions propres	241
6.28	Splittings rotationnels	242
6.29	Périodogrammes $\ell = 1$	243
6.30	Périodogrammes $\ell = 2$	244
6.31	Espacement en période des modes dans le cas F5	245
6.32	Évolution de E_1 en zone radiative	246
6.33	Évolution radiale de E_4	247
6.34	Périodogramme $\ell = 3$ et $\ell = 4$ en $r = 0.97 R_\star$	249
6.35	Perturbation de luminosité $\delta L_\star/L_\star$ pour des modes g individuels	250
6.36	Modes de Rossby sectoriels.	252
7.1	Feuille de route pour la recherche des modes g	280
7.2	Comparaison entre périodes de rotation photométriques et sismiques	281
7.3	Diagramme T_{eff} vs $\log g$ pour les étoiles F sélectionnées	282
7.4	Comparaison entre épaisseur de la zone convective et S_{ph}	283
7.5	Analyse du background	286
7.6	Visibilité d'un mode $\ell = 1$, $\ell = 2$ et $\ell = 3$ en fonction de \mathcal{I}	287
7.7	Signature de modes g dans des données synthétiques	288
7.8	Exemple de signature pour un spectre sans signal	290
7.9	Distribution de P_{max} pour les fausses détections	291
7.10	Exemple de recherche de signature dans les données <i>Kepler</i>	292
7.11	Effets d'un compagnon non transitant sur la courbe de lumière	296
7.12	Courbes de lumière et PSD de KIC 9139163 et KIC 12069127	297
7.13	Courbe de lumière en phase pour KIC 9139163 et KIC 12069127	298
7.14	Probabilité postérieure pour l'angle et le splitting rotationnel moyen	299
7.15	Mesures en vitesses radiales pour KIC 9139163	300

TABLE DES FIGURES



A.1	Diagramme de flot simplifié pour le module <code>apollinaire</code>	310
A.2	Exemple de sortie standard d' <code>apollinaire</code>	311
A.3	Exemple de PSD synthétique générée avec <code>apollinaire</code>	312

PREMIÈRE PARTIE

Étoiles de type solaire et
rotation, une introduction
générale

CHAPITRE 1

Comprendre la rotation stellaire, un aspect fondamental pour caractériser les étoiles et leur environnement

Sommaire

1.1	Qu'est-ce qu'une étoile de type solaire ?	26
1.1.1	Type spectral	27
1.1.2	Structure	28
1.1.3	Oscillations	29
1.2	Rotation de surface et zone convective	32
1.2.1	Rotation différentielle latitudinale	32
1.2.2	Freinage magnétique	33
1.2.3	Interactions avec l'environnement	34
1.3	Régions radiatives et rotation interne	36
1.3.1	Des propriétés dynamiques accessibles seulement par la sismologie	36
1.3.2	Le problème du transport de moment cinétique	37
1.4	Organisation du manuscrit	38



*Et je cherche au ciel constellé
Où sont nos étoiles jumelles
Mon destin au tien est mêlé
Mais nos étoiles où sont-elles ?
Guillaume Apollinaire,
Poèmes à Lou.*

Aussi mystérieuse puisse-t-elle paraître au regard du poète, la lumière qui nous provient des étoiles nous offre une multitude d'opportunités pour étudier à la fois leur dynamique propre et celle de leur environnement. La rotation stellaire est alors un phénomène incontournable à considérer si on a l'ambition d'acquérir une compréhension en profondeur de ces systèmes. Une fraction significative des étoiles de notre galaxie présente un ensemble de similarités avec notre Soleil ; ces étoiles appartiennent à la grande famille des étoiles de type solaire. Ce travail de thèse est ainsi dédié à l'étude, à la fois observationnelle et théorique, des mécanismes permettant de caractériser la rotation des étoiles de type solaire, de la surface jusqu'au coeur.

Ce premier chapitre de l'Introduction générale présente les grandes thématiques dans lesquelles s'inscrit ce travail de thèse. Dans la Section 1.1, je présente plusieurs manières de définir une étoile de type solaire. Dans la Section 1.2, je détaille les enjeux principaux reliés à l'étude de l'effet de la rotation sur la dynamique de l'enveloppe convective de ces étoiles. Dans la Section 1.3, j'explique comment les intérieurs radiatifs, accessibles seulement via les méthodes sismiques, posent un problème du point de vue de l'accord entre théorie et observations vis-à-vis des mécanismes de transport de moment cinétique en jeu. Enfin, dans la Section 1.4, je décris l'organisation générale de ce manuscrit de thèse.

1.1 Qu'est-ce qu'une étoile de type solaire ?

En physique stellaire, on désigne habituellement les différentes régions d'une étoile en faisant référence au mode de transport énergétique qui y est dominant (voir par exemple Kippenhahn et al., 2012). Ainsi, dans une zone dite radiative, les photons suffisent à transporter vers l'extérieur toute l'énergie produite par les réactions nucléaires qui ont lieu dans l'étoile. Au contraire, dans une zone dite convective, le transport radiatif seul n'est plus en mesure d'assurer cette fonction, ce qui conduit à l'apparition d'instabilités convectives qui vont assurer par des mouvements macroscopiques le transport de l'énergie sous forme d'enthalpie. La majeure partie de la masse du Soleil est concentrée dans une zone radiative interne qui représente environ 70% du rayon solaire. On distingue traditionnellement dans la zone radiative solaire la région du coeur (20% du rayon solaire), la plus interne, où se produisent les réactions de fusion de l'hydrogène en hélium. La zone radiative solaire est entourée par une enveloppe convective profonde (environ 30% du rayon solaire), au sommet de laquelle on trouve la photosphère puis les différentes strates de l'atmosphère solaire que sont la chromosphère, la couronne solaire et son extension sous forme de vents. La région de transition entre la zone radiative et l'enveloppe convective est appelée la tachocline (Spiegel et Zahn, 1992). Son épaisseur est estimée à seulement 5% du rayon solaire mais elle joue un rôle important



dans la dynamique solaire.

1.1.1 Type spectral

Il existe plusieurs manières de définir une étoile de type solaire. La première consiste à considérer le type spectral de l'étoile. Ce mode de classification est alors directement relié au spectre d'émission et à la température effective, T_{eff} , de l'étoile. Suivant la procédure historique de la classification de Harvard, on associe une lettre à chaque type spectral, O, B, A, F, G, K, M, du plus chaud au plus froid. Le Soleil, de ce point de vue, vérifie $T_{\text{eff},\odot} = 5770$ K et est donc une étoile de type G, comme $5000 < T_{\text{eff},\odot} < 6000$ K. La distribution des populations stellaires en fonction de leur type spectral est souvent représentée à l'aide d'un diagramme de Hertzsprung-Russell, plus communément appelé diagramme HR. Le type spectral y est montré en abscisse et la luminosité stellaire, L , en ordonnée, sachant que d'après la loi de Stefan-Boltzmann, $L = 4\pi\sigma RT_{\text{eff}}^4$, où σ est la constante de Stefan-Boltzmann¹. La Figure 1.1 montre un exemple de diagramme HR, obtenu grâce aux données de la mission *Gaia* (Gaia Collaboration et al., 2016). En particulier, les équivalences entre type spectral et T_{eff} y sont représentées.

Plusieurs zones distinctes apparaissent sur le diagramme, en premier lieu la séquence principale, région où se trouvent les étoiles brûlant leurs réserves d'hydrogène au coeur. Les étoiles situées en bas à droite de la séquence principale sont souvent désignées par le qualificatif de *naines*. Les étoiles les plus massives passent un temps relativement court sur la séquence principale, synthétisent ensuite une grande quantité d'éléments chimiques de plus en plus massifs, jusqu'à la formation d'un coeur de fer qui s'effondrera sur lui-même, à l'origine du phénomène de supernovae. Les naines de type M et K, au contraire, peu massives, ont un temps de vie sur la séquence principale qui est supérieur à l'âge actuel de l'Univers.

Mais intéressons-nous alors aux étoiles de masse $M \sim 1$ à $8 M_{\odot}$. Ces étoiles ne sont pas assez massives pour synthétiser un coeur de fer qui va provoquer leur effondrement, mais suffisamment pour évoluer au-delà de la séquence principale en un temps qui va de quelques dizaines de millions d'années pour les plus massives à quelques milliards d'années pour les moins massives. Lorsque les réactions nucléaires au coeur s'arrêtent faute de combustible, les régions internes de l'étoile se contractent sous l'effet de la gravité tandis que, dans le même temps, l'enveloppe va se dilater à cause de l'augmentation de la température à l'interface avec le coeur. L'étoile devient plus lumineuse et sa température de surface diminue : après une phase dite de sous-géante, elle entre sur la branche des géantes rouges (*red giant branch*, RGB), où le processus de fusion nucléaire de l'hélium en carbone a lieu. En fonction de sa métallicité, Z ², le parcours de l'étoile sur le diagramme HR va se poursuivre sur la *branche horizontale* ou sur le *red clump*, puis sur la branche asymptotique des géantes (*asymptotic giant branch*, AGB). Aux étapes finales de son existence, l'étoile est extrêmement dilatée. Éjectées par des impulsions thermiques, ses régions externes finissent par se mêler au milieu interstellaire pour former une nébuleuse planétaire. De l'étoile proprement dite ne demeure que le coeur, composé de carbone, d'oxygène et d'azote, qui entame une longue période de refroidissement, on appelle cet objet une naine blanche.

1. Une possibilité alternative pour représenter la répartition des populations stellaires est de montrer un histogramme en masse ou en type spectral, dont la distribution suit la loi de Salpeter (1955).

2. Z étant définie comme la fraction de masse représentée par les éléments *métalliques*, c'est-à-dire, en physique stellaire, tous les éléments autres que l'hydrogène et l'hélium.

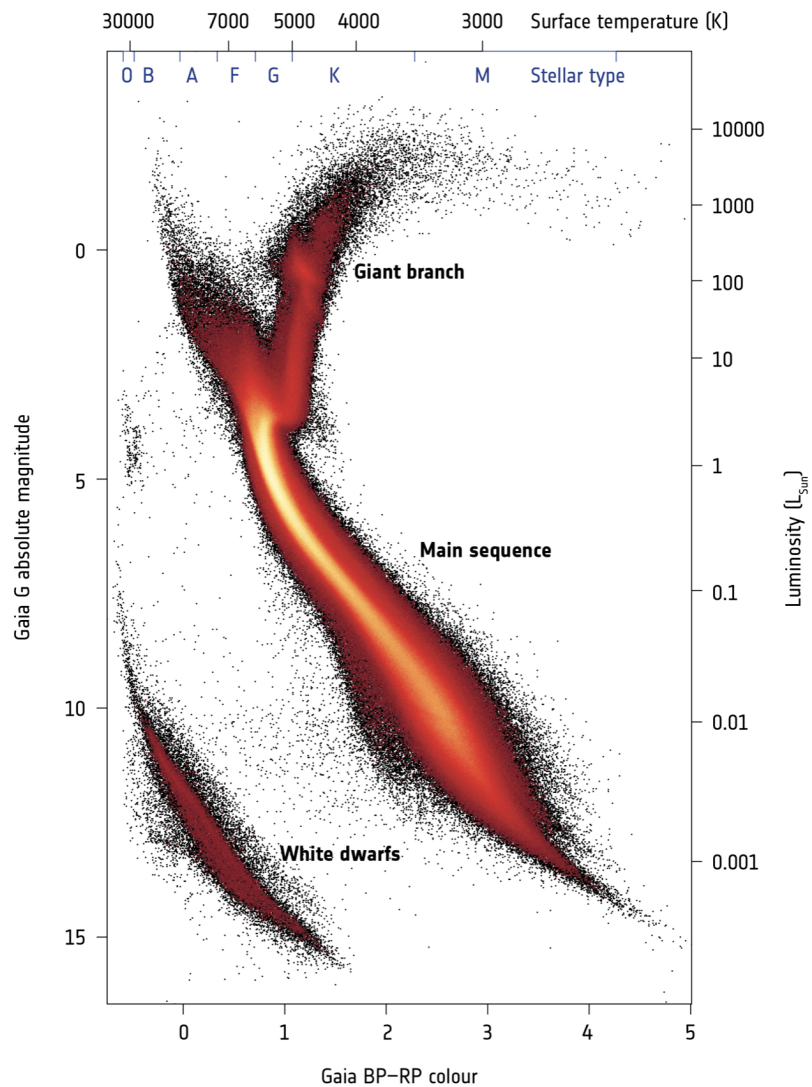


FIGURE 1.1 – Diagramme HR constitué grâce à ~ 4 millions d'étoiles observées par la mission *Gaia*. Figure adaptée de Gaia Collaboration et al. (2018). Crédits : ESA/Gaia/DPAC. La correspondance entre types spectraux (en bleu) et T_{eff} est signalée en haut de la figure. L'indice BP - RP correspond à la différence des magnitudes de l'étoile dans la bande bleue (330-680 nm) et dans la bande rouge (640-1050 nm). La correspondance entre la magnitude absolue des étoiles dans la bande G (320-1000 nm) de *Gaia* avec la luminosité absolue de l'étoile est également montrée.

1.1.2 Structure

On peut en fait aussi considérer qu'une étoile est de type solaire si elle présente une structure analogue à celle du Soleil, c'est à dire qu'elle possède une zone radiative interne et une enveloppe



convective relativement épaisse. Le coeur peut quant à lui être convectif ou radiatif, ceci étant lié à la nature des réactions de fusion de l'hydrogène au coeur. À partir de $\sim 1.3 M_{\odot}$, le cycle carbone-azote-hydrogène, ou cycle CNO, supplante la chaîne proton-proton (chaîne PP) comme mécanisme dominant de formation de l'hélium (Bethe, 1939; Clayton, 1968). Le cycle CNO étant associé à la présence d'un gradient de température important, il est ainsi responsable du développement de l'instabilité convective au coeur. Il faut aussi préciser que les rayons respectifs des régions convectives et radiatives d'une étoile dépendent fortement de sa métallicité.

La structure typique d'une étoile de type solaire est représentée dans la Figure 1.2. Cette définition recouvre en fait assez bien la première définition en type spectral, tout en permettant de l'élargir pour y inclure les étoiles de type F froides (jusqu'à $T_{\text{eff}} \sim 6600$ K et $M \sim 1.4-1.5 M_{\odot}$), qui ont un coeur convectif et une enveloppe convective plus fine que celle du Soleil, et les étoiles de type K, qui ont un intérieur complètement radiatif mais une zone convective plus épaisse (en rayon relatif) que celle du Soleil. Les naines M, quant à elles, ont un coeur radiatif de dimension réduite ou bien sont complètement convectives (à partir de $\sim 0.35 M_{\odot}$). La dynamique des étoiles les moins massives va donc différer de manière importante par rapport à celle des étoiles de type solaire, notamment à cause de l'absence de tachocline et donc d'interaction des flots convectifs avec une zone radiative interne. Des observations (Wright et Drake, 2016; Boudreaux et al., 2022) et simulations (Bice et Toomre, 2020) récentes suggèrent cependant que la présence d'une tachocline n'est pas un ingrédient aussi critique que précédemment envisagé pour ce qui est des processus dynamos.

On remarquera finalement que, même si elles partagent des destins évolutifs similaires, comme souligné à la section précédente, les étoiles de 1 à $8 M_{\odot}$ diffèrent significativement en structure. À métallicité solaire, pour $M = 1.5 M_{\odot}$, la dimension de l'enveloppe convective est déjà inférieure à 5% du rayon stellaire.

1.1.3 Oscillations

Finalement, l'astérosismologie, l'étude des oscillations stellaires, nous fournit un dernier mode de définition qui sera celui que je privilégierai dans la suite de ce manuscrit de thèse. En effet, dans les intérieurs stellaires, différents mécanismes sont susceptibles d'exciter des modes d'oscillation globaux (voir par exemple Aerts et al., 2010). Le premier d'entre eux est le mécanisme ϵ , qui prend place dans les étoiles massives : une fraction de l'énergie générée par les réactions nucléaires permet d'exciter des oscillations. Le second mécanisme, le mécanisme κ , intervient lorsque l'opacité de certaines régions de l'étoile augmente en même temps que leur température, la relaxation du système étant alors assurée par les oscillations. Dans le cas d'une enveloppe convective très fine, les mouvements convectifs ne sont pas toujours en mesure de transporter vers la surface la totalité du flux arrivant à l'interface avec la zone radiative interne, l'excédent est alors injecté dans des modes d'oscillation instables ; on parle de mécanisme de blocage de flux, qui se combine souvent avec le mécanisme κ dans les étoiles de masse intermédiaire.

Le dernier mécanisme est le mécanisme d'excitation stochastique par les mouvements convectifs. En effet, à l'interface avec les régions radiatives, les mouvements convectifs vont être en mesure d'exciter des modes de gravité, ou modes g, dont la force de rappel est la poussée d'Archimède ; au sommet de la zone convective, la turbulence va permettre l'excitation de modes acoustiques, ou modes p, dont la force de rappel est le gradient de pression. C'est ce mécanisme d'excitation stochastique qui intervient dans l'enveloppe convective des étoiles de type solaire et qui va permettre de les caractériser. En effet, s'il faut souligner que des modes de gravité peuvent être excités de

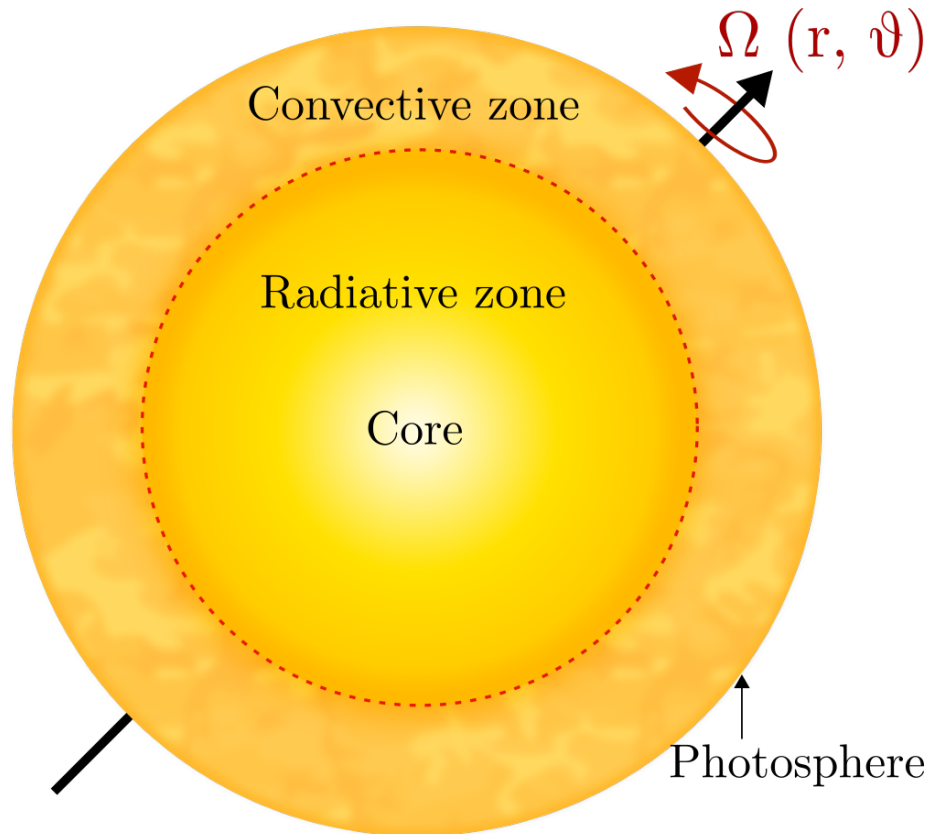


FIGURE 1.2 – Représentation schématique de la structure d’une étoile de type solaire en séquence principale, du coeur (convectif ou radiatif) jusqu’à la photosphère. L’axe de rotation de l’étoile est représenté.

manière stochastique par le coeur convectif des étoiles massives et des étoiles de masse intermédiaire, il n’y a que dans les étoiles de type solaire que l’on détecte des modes acoustiques excités par un mécanisme stochastique. La Figure 1.3 permet de visualiser la position des différentes catégories d’étoiles pulsantes sur le diagramme HR. Si l’on exclut le cas particulier des naines blanches, en bas à gauche du diagramme, on constate que les étoiles en séquence principale avec un mécanisme de pulsation type solaire sont les étoiles pulsantes les moins lumineuses et parmi les plus froids des objets pulsants.

Dans ce manuscrit, je désignerai donc par étoile de type solaire *toute étoile possédant une enveloppe convective suffisamment épaisse pour y exciter des modes p via un mécanisme stochastique*. Comme pour la définition en terme de structure présentée plus haut, la définition inclut, sur la séquence principale, les étoiles de type G, mais aussi une partie des étoiles de type F et des étoiles de type K. On notera que, du point de vue des oscillations, les géantes rouges, les étoiles variables semi-régulières (Christensen-Dalsgaard et al., 2001) et les étoiles de type Mira (Mosser et al., 2013) sont également des étoiles de type solaire (même si elles sont représentées dans une catégorie distincte dans la Figure 1.3), c’est la raison pour laquelle je parlerai en général d’étoiles de type solaire en séquence principale. Enfin, on peut préciser qu’aucun mode p n’a encore été détecté pour les naines

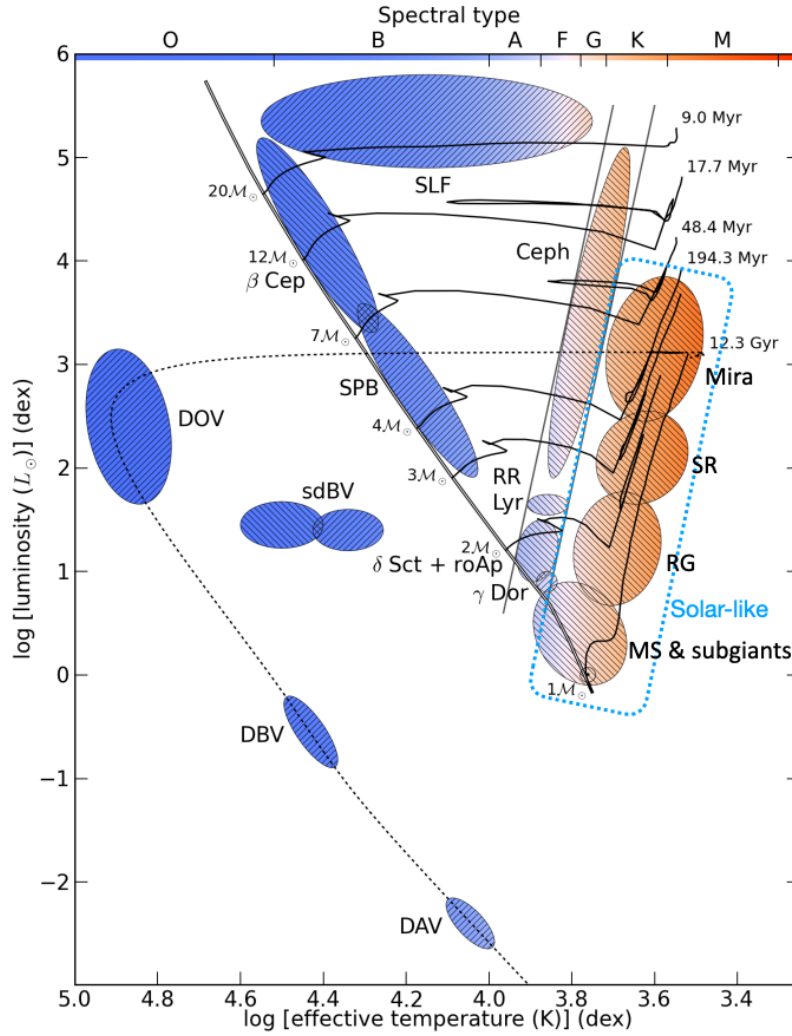


FIGURE 1.3 – Position des étoiles pulsantes sur le diagramme HR. Dans toutes les étoiles dans le cadre en pointillés bleus, des oscillations de type solaire excitées par l'action stochastique de la convection. Cela regroupe les étoiles en séquence principale et en phase sous-géante (*MS and subgiants*), les géantes rouges (*RG*), les étoiles variables semi-régulières (*SR*) et les étoiles variables de type Mira. Figure adaptée de Aerts (2021).

de type K les plus froides et les naines de type M. La naine K la plus froide pour laquelle des modes p ont été identifiés sans ambiguïté est α Centauri B, pour laquelle $T_{\text{eff}} = 5260 \pm 50$ K (Carrier et Bourban, 2003; Eggenberger et al., 2004; Kjeldsen et al., 2005). Des observations par l'instrument *Echelle SPectrograph for Rocky Exoplanets and Stable Spectroscopic Observations* (ESPRESSO, Pepe et al., 2014) ont récemment suggéré que des oscillations acoustiques pouvaient être détectées



pour la naine de type K HD 40307, de masse $M = 0.77 M_{\odot}$ et de température effective $T_{\text{eff}} = 4977 \text{ K}$ (Pepe et al., 2021).

Maintenant que nous avons défini ce que sont les étoiles de type solaire, on peut s'intéresser à leurs propriétés rotationnelles. Comme cela est mis en avant dans la Figure 1.2, le taux de rotation Ω d'une étoile n'est pas uniforme sur la sphère stellaire et va en fait être une fonction du rayon r et de la co-latitude θ . Dans les paragraphes suivants, je vais donc présenter d'une part les enjeux de l'étude de la dynamique des régions convectives externes via la rotation de surface, et de l'autre ceux de la rotation des régions radiatives.

1.2 Rotation de surface et zone convective

La rotation va jouer un rôle de premier plan sur la dynamique de l'enveloppe convective, principalement via l'accélération de Coriolis dans les étoiles de type solaire, celles-ci étant des rotateurs trop lents pour que la force centrifuge y joue un rôle significatif (Zahn, 1992). L'accélération de Coriolis va donc influencer directement les caractéristiques des structures convectives. Dans le Soleil, la granulation sera faiblement affectée mais l'impact de la rotation va commencer à se manifester à partir des échelles de super-granulation (Vasil et al., 2021), soit $\sim 30 \text{ Mm}$. L'action de la rotation va avoir plusieurs conséquences. La première d'entre elle est l'apparition d'une rotation différentielle latitudinale : la vitesse de rotation n'est pas la même à l'équateur qu'aux pôles. Les mouvements convectifs mettent en jeu des particules chargées ; par effet dynamo fluide (Brun et Browning, 2017), des champs magnétiques de grande intensité se développent donc dans la zone convective et l'environnement direct de l'étoile. En plus d'entretenir potentiellement un cycle dynamo comme dans le cas solaire, ce phénomène est à l'origine du freinage magnétique de l'étoile au fil du temps : des particules voyageant le long des lignes de champ échappent à l'influence gravitationnelle de l'étoile et emportent avec elle une fraction de son moment cinétique (voir par exemple Réville et al., 2015 ; Matt et al., 2015). Enfin, la rotation stellaire va être un paramètre clef pour contraindre les interactions de l'étoile avec ses éventuels compagnons, étoiles binaires, naines brunes ou planètes.

1.2.1 Rotation différentielle latitudinale

En observant le mouvement des taches solaires qui se forment dans la photosphère, on constate qu'elle ne se déplacent pas à la même vitesse en fonction de leur latitude, mettant en évidence l'existence d'une rotation différentielle en surface. Les observations sismiques du Soleil ont permis, à travers l'étude des propriétés des modes p, de montrer que cette rotation différentielle s'étend en fait sur toute la profondeur de l'enveloppe convective (voir par exemple Thompson et al., 2003 ; García et al., 2007). Cette caractéristique est illustrée dans la Figure 1.4, qui montre l'évolution radiale du profil de rotation solaire. Les différences de profils de rotation dans la zone convective en fonction de la latitude sont clairement mises en évidence. Comme on peut le voir, la tachocline fait alors office de région de transition sur laquelle le différentiel latitudinal se réduit progressivement jusqu'à atteindre un profil de rotation quasi-solide dans la zone radiative. Le taux de rotation est mesuré jusqu'à une profondeur d'environ $0.2 R_{\odot}$. En deçà de cette profondeur, la sensibilité des modes p utilisés pour l'inversion du profil de rotation n'est plus suffisante pour obtenir des informations sur le profil de rotation dans le coeur du Soleil. Concernant la zone convective, ce mode de rotation différentielle latitudinale à équateur rapide et pôles lents va donc être qualifiée de rotation différentielle *solaire* tandis que par opposition, une étoile présentant des pôles rapides et un équateur lent sera dite en rotation *antisolaire*.

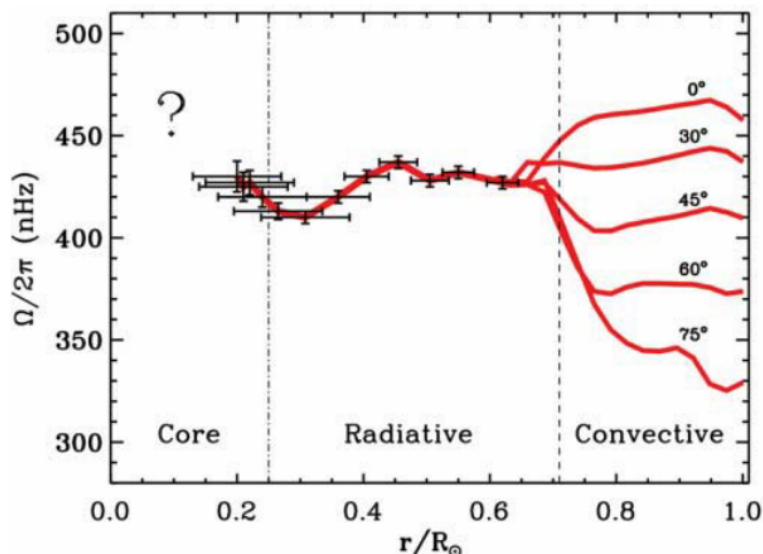


FIGURE 1.4 – Profil de rotation solaire (*rouge*) obtenu à partir d’observations sismiques du Soleil, avec les incertitudes correspondantes. Dans la zone convective, les latitudes considérées pour dériver le profil sont indiquées. Les incertitudes y sont plus petites que l’épaisseur du trait. Le point d’interrogation en dessous de $0.2 R_{\odot}$ souligne que les modes p n’ont pas de sensibilité à la rotation du coeur solaire. Figure tirée de García et al. (2007).

Ce comportement de rotation différentielle dans la zone convective a pu être reproduit dans des simulations magnéto-hydrodynamiques (MHD) 3D, comme par exemple celles de Miesch et al. (2006), présentées dans la Figure 1.5. Des profils de rotation différentielle similaires à celui observé dans le Soleil y sont obtenus en modulant le profil d’entropie latitudinal. Parmi les cas considérés par Miesch et al. (2006), c’est le modèle AB2 qui reproduit le mieux le profil de rotation latitudinal effectivement observé dans le Soleil. Il est cependant nécessaire de mentionner qu’au cours des dernières années, la simulation 3D des étoiles de type solaire s’est heurtée à un problème de taille. Pour les simulations de haute résolution, les modèles possédant une paramétrisation solaire évoluent vers une rotation différentielle antisolaire (voir par exemple O’Mara et al., 2016) et les vitesses convectives solaires semblent plus faibles que ce qu’anticipent les prédictions théoriques (Hanasoge et al., 2012), même si des pistes de résolution de ce problème convectif ont été proposées récemment (Hotta et Kusano, 2021).

1.2.2 Freinage magnétique

Skumanich (1972) a démontré que la rotation des étoiles de type solaire en séquence principale ralentit au cours du temps t selon une loi suivant approximativement $\Omega \sim t^{-1/2}$, conséquence du freinage magnétique de l’étoile par le vent. La Figure 1.6 montre que, quel que soit le taux de rotation initial de l’étoile, celui-ci converge vers un régime unifié proche de la loi de Skumanich après environ un milliard d’années. Cela ouvre la possibilité d’estimer l’âge d’une étoile en mesurant

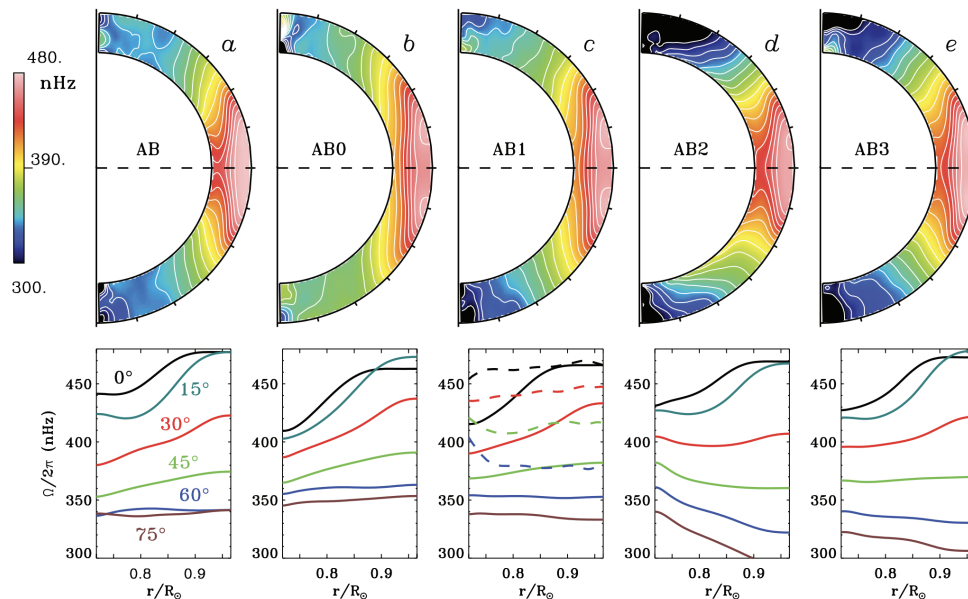


FIGURE 1.5 – Profil de rotation différentielle obtenue avec des simulations 3D pour différents profils latitudinaux d’entropie. *Haut* : Taux de rotation en fonction du rayon et de la latitude. *Bas* : Profils radiaux du taux de rotation à certaines latitudes. Figure tirée de Miesch et al. (2006).

sa période de rotation, on appelle cette approche *gyrochronologie* (voir par exemple Barnes, 2003 ; Barnes, 2007 ; Mamajek et Hillenbrand, 2008 ; Meibom et al., 2011 ; Matt et al., 2015 ; Meibom et al., 2015 ; García et al., 2014a ; Angus et al., 2015, 2019, 2020). Il a récemment été suggéré que l’efficacité du freinage magnétique diminuait pour les étoiles plus vieilles (van Saders et al., 2016 ; Hall et al., 2021) et la boucle de rétroaction qui existe entre rotation, dynamo stellaire et freinage magnétique nécessite donc d’être mieux comprise pour les étoiles plus évoluées que le Soleil.

1.2.3 Interactions avec l’environnement

Enfin, il faut souligner l’importance de la rotation dans les interactions qu’une étoile entretient avec ses éventuels compagnons. Ces interactions vont être pour une part de nature magnétique (voir par exemple Brun et Browning, 2017 ; Strugarek, 2018), via le champ magnétique induit par la dynamo, transporté par le vent stellaire et interagissant avec les compagnons via le phénomène d’ailes d’Alfvén, le nom utilisé pour désigner la superposition d’ondes magnétohydrodynamiques dites *d’Alfvén* au voisinage de l’étoile (Neubauer, 1998 ; Strugarek et al., 2019). Elles vont être d’autre part de nature gravitationnelle, à travers les forces de marée (voir par exemple Mathis, 2018). Elles vont influencer la rotation propre des compagnons de l’étoile (voir par exemple Efroimsky et Williams, 2009), affecter le bilan énergétique de leur structure interne (voir par exemple Efroimsky, 2012 ; Bolmont et al., 2020), et donner lieu à des migrations orbitales qui peuvent aboutir à une stabilisation de l’orbite du compagnon ou à la destruction de ce dernier (voir par exemple Hut, 1981 ; Zhang et Penev, 2014 ; Strugarek et al., 2017 ; Benbakoura et al., 2019 ; Ahuir et al., 2021b).

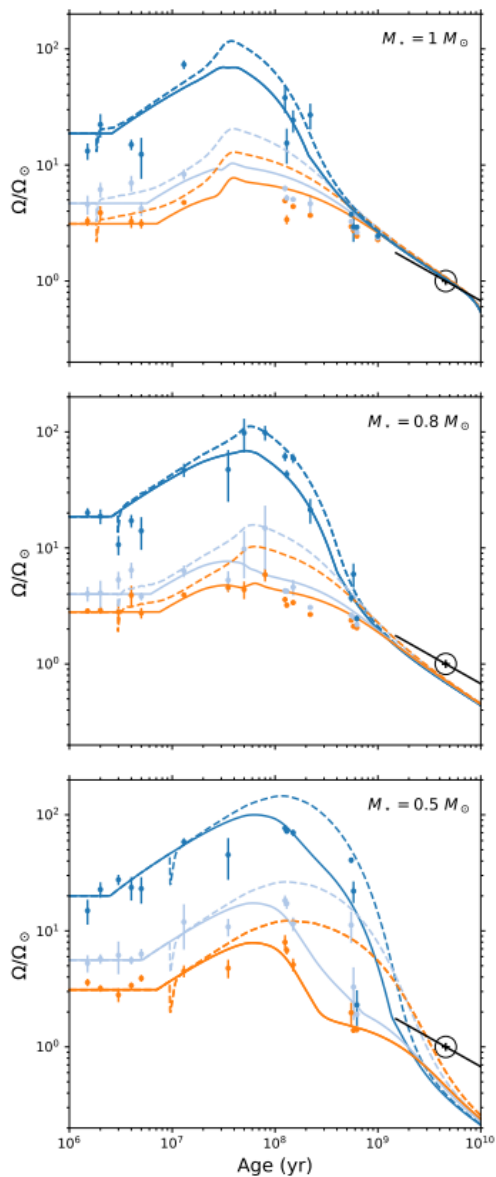


FIGURE 1.6 – Évolution du taux de rotation de l’enveloppe convective (traits pleins) et de la zone radiative (tirets) pour des étoiles de masses 1, 0.8 et $0.5 M_\odot$ avec différents taux de rotation initiaux. Les points signalent la position du 50ème centile de la distribution de taux de rotation pour chaque cluster étudié par Gallet et Bouvier (2015), avec les barres d’erreur correspondant aux 10ème et 90ème centiles. La loi de Skumanich calibrée sur le Soleil est représentée en noir. Figure tirée de Ahuir et al. (2021b).

1.3 Régions radiatives et rotation interne

L'étude de la dynamique rotationnelle des régions radiatives internes soulève également de nombreuses questions en lien avec la problématique du transport de moment cinétique dans les régions stablement stratifiées. Pour les étoiles de type solaire en séquence principale, ces interrogations théoriques vont se doubler de la difficulté de caractériser observationnellement les propriétés des régions internes, peu de sondes permettant de les explorer nous étant en effet accessibles. Parmi celles-ci, on peut citer les neutrinos (voir par exemple Haxton et al., 2013) et les modes g. Cependant, les neutrinos ne peuvent nous renseigner que sur les conditions thermodynamiques du coeur solaire, et non sur sa dynamique, tandis que la détection des modes g est rendue difficile à cause de leur très faible amplitude de surface.

1.3.1 Des propriétés dynamiques accessibles seulement par la sismologie

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer la rotation de surface d'une étoile (notamment la photométrie et la spectroscopie) mais l'astérosismologie est la seule technique en mesure de nous informer sur la dynamique des intérieurs stellaires (voir par exemple García et Ballot, 2019; Aerts, 2021). La caractérisation des modes d'oscillation globaux d'une étoile est donc cruciale si l'on veut étudier ses couches les plus profondes, en particulier sa zone radiative. Pour les étoiles de type solaire en séquence principale, les modes p sont des modes de haute fréquence (autour de 3000 μHz dans le cas solaire, soit une période de ~ 5 minutes) dont la cavité résonante s'étend depuis la surface jusqu'à un point de retournement interne. Les modes g, au contraire, sont des modes de basse fréquence (inférieure à 500 μHz dans le cas solaire). Ils sont propagatifs dans une cavité résonante située à l'intérieur de la zone radiative (voir par exemple Unno et al., 1989; Christensen-Dalsgaard, 2014). À cause du phénomène d'évanescence, leur amplitude diminue rapidement en dehors de cette cavité résonante, en particulier dans l'enveloppe convective. Ainsi, les propriétés des modes p vont être influencées principalement par la structure et la dynamique de l'enveloppe convective et des régions supérieures de la zone radiative, tandis que celles des modes g vont être en mesure d'apporter des informations sur les régions les plus profondes de l'étoile, comme souligné par Christensen-Dalsgaard et Gough (1976). Dans les étoiles sans enveloppe convective (ou avec une enveloppe convective très peu épaisse comme pour les étoiles de type γ Doradus), les modes g présentant un caractère instable vont pouvoir être excités par mécanismes ϵ , κ ou blocage de flux. Ils vont alors être responsables d'importantes modulations dans la luminosité de l'étoile (voir les références citées dans Aerts, 2021). Au contraire, dans les étoiles de type solaire, les modes g vont être stables du point de vue des trois mécanismes évoqués plus haut, et, pour une étoile isolée, l'excitation de ces modes ne va pouvoir se faire que de façon stochastique, à la fois par la pénétration convective des couches supérieures de la zone radiative par les flots convectifs et par le transfert d'énergie de la turbulence vers les modes à la base de la zone convective. Leur amplitude de surface va être d'autant plus réduite à cause de l'évanescence des modes en zone convective, ce qui complexifie la perspective de leur détection dans les étoiles de type solaire (voir Appourchaux et Pallé, 2013).

Il faut préciser qu'il existe également des modes inertiels, directement reliés à la rotation puisque leur force de rappel est la force de Coriolis. Ils sont observés dans les étoiles massives et les étoiles de masse intermédiaire (voir par exemple Van Reeth et al., 2016; Saio et al., 2018) mais le Soleil est aujourd'hui la seule étoile de type solaire où ils ont pu être détectés (Löptien et al., 2018). La découverte de ces modes a ouvert de nouvelles perspectives pour la caractérisation des couches



profondes de l'enveloppe convective solaire (Gizon et al., 2021).

1.3.2 Le problème du transport de moment cinétique

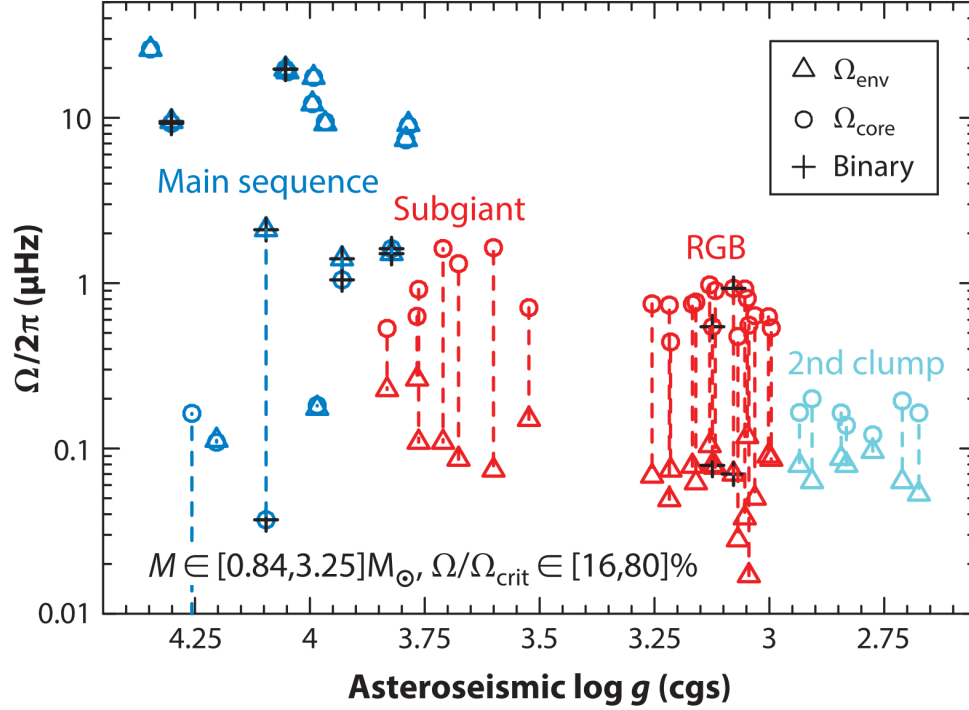


FIGURE 1.7 – Comparaison entre la rotation proche du coeur Ω_{core} (*cercles*) et la rotation proche de la surface Ω_{env} (*triangles*) pour 45 étoiles pour lesquelles les deux mesures sont disponibles, en fonction du logarithme de leur gravité de surface $\log g$. Les étoiles en séquence principale sont représentées en bleu foncé, celles en phase sous-géante et sur la branche des géantes rouges en rouge, et celles du second clump en bleu clair. Une croix signale les étoiles appartenant à des systèmes binaires. Figure tirée de Aerts et al. (2019).

Comme on a déjà pu le voir dans la Figure 1.4, les mesures obtenues pour la zone radiative du Soleil sont compatibles avec un corps en rotation solide. Cette rotation solide est en fait observée pour toutes les étoiles de séquence principale pour lesquelles il a été possible de contraindre le taux de rotation de la zone radiative (voir Aerts et al., 2019) comme le montre la Figure 1.7 où sont comparés le taux de rotation proche du coeur et le taux de rotation des régions externes (on se souviendra qu'ici, les mesures présentées en séquence principale sont réalisées pour des étoiles de masse intermédiaire sans enveloppe convective). On constate également sur la Figure que l'amplitude de la rotation différentielle radiale varie approximativement entre 1 et 10 pour les étoiles évoluées, qu'elles soient en phase sous-géante, sur la branche des géantes rouges ou le second *clump* (une extension du red clump constitué d'étoiles moins lumineuses, voir Girardi et al., 1998 ; Girardi, 1999). Une telle situation signifie qu'un mécanisme de transport de moment cinétique



particulièrement efficace est à l'oeuvre dans les intérieurs stellaires, que ce soit en séquence principale ou pour les étoiles évoluées, où l'on voit que ce mécanisme est en mesure d'atténuer fortement dès la phase sous-géante le différentiel de rotation induit par la contraction du coeur et la dilatation de l'enveloppe. La nature exacte de ce mécanisme reste à expliciter et, aujourd'hui encore, les modèles d'évolution stellaire n'arrivent pas à reproduire les observations (Eggenberger et al., 2012, 2019). Plusieurs mécanismes ont été envisagés sans être en mesure d'apporter pour le moment une solution complètement satisfaisante à ce problème du transport de moment cinétique en zone radiative :

1. l'apparition d'une circulation méridienne due à la déformation des isobares causée par la force centrifuge, la force de Lorentz et les perturbations de marées induites par un compagnon (Zahn, 1992 ; Maeder et Zahn, 1998 ; Palacios et al., 2003 ; Mathis et Zahn, 2004 ; Decressin et al., 2009) ;
2. les instabilités hydrodynamiques induites par la turbulence : ce sont soit des instabilités de cisaillement, soit des instabilités baroclines (induites lorsque le gradient d'entropie n'est plus aligné avec la gravité), soit des instabilités liées au critère de Rayleigh pour les régions en rotation (voir par exemple Zahn, 1983 ; Talon et Zahn, 1997) ;
3. l'action d'un champ magnétique induit par la dynamique du coeur convectif, responsable de l'instabilité de Tayler-Spruit (Spruit, 2002 ; Zahn et al., 2007) ;
4. l'action des ondes de gravité qui sont capables de transporter du moment cinétique depuis leur zone d'excitation jusqu'aux régions où elles sont dissipées (voir Zahn et al., 1997 ; Charbonnel et Talon, 2005).

Pour les étoiles de type solaire, le rôle du couplage entre la zone radiative et l'enveloppe convective est également discuté et recoupe les problématiques abordées dans la Section 1.2, notamment concernant les questions de gyrochronologie, puisqu'il est par exemple envisagé que le transfert de moment cinétique de la zone radiative vers l'enveloppe aboutisse à une accélération ponctuelle de l'enveloppe au cours de la vie de l'étoile (voir par exemple Spada et Lanzafame, 2020). Rotation interne et rotation de surface sont donc des notions intimement liées qui doivent être envisagées comme un ensemble.

1.4 Organisation du manuscrit

Le manuscrit est organisé de la façon suivante. Le Chapitre 2 formalise les concepts physiques évoqués plus haut et apporte des éléments supplémentaires pour la compréhension des différentes problématiques abordées dans ce travail de thèse. La seconde partie du manuscrit s'intéresse aux aspects liés à la rotation de surface. Le Chapitre 3 s'intéresse à la mesure de la rotation de surface et de l'activité magnétique dans les étoiles observées par le satellite *Kepler* (Borucki et al., 2010). Il présente en particulier la méthode de *machine learning* ROOSTER (*Random FOrrest Over Stellar Rotation*, Breton et al., 2021) que j'ai développée au cours de ma thèse pour analyser les courbes de lumière collectées par *Kepler*. Le rôle de ROOSTER est de donner une valeur unique de période de rotation à partir d'un ensemble de périodes produites par différentes méthodes pour une étoile et proposées à l'algorithme. Il détaille également la méthode utilisée pour construire le catalogue de rotation de Santos et al. (2019, 2021), le plus vaste catalogue photométrique de rotation stellaire de surface disponible aujourd'hui pour les données *Kepler*. Le Chapitre 4 présente les perspectives d'étude de la dynamique de la zone convective ouvertes par l'existence d'un tel catalogue. Je m'intéresse aux propriétés de l'indice d'activité photométrique S_{ph} , ainsi qu'aux



possibilités d’estimer le nombre de Rossby, un paramètre adimensionné clef dans la prédiction des caractéristiques dynamiques des enveloppes convectives. La troisième et dernière partie du manuscrit est dédiée à l’étude de la rotation interne des étoiles de type solaire. Le Chapitre 5 s’intéresse au cas du Soleil avec l’étude des nouvelles perspectives instrumentales offertes par l’exploitation des capacités d’un spectrographe échelle pour réaliser des observations héliosismiques, le principal objectif étant d’augmenter le rapport signal sur bruit des modes d’oscillation de basse fréquence, avec comme perspective ultime pour le futur la possibilité de caractériser de manière individuelle les modes g solaires. Les résultats obtenus grâce à la campagne d’observation menée à l’été 2018 avec le prototype Solar-SONG (Pallé et al., 2013; Fredslund Andersen et al., 2019b) sont présentés en détail (Breton et al., 2022a). Les données considérées dans ce chapitre sont analysées avec le module Python open-source `apollinaire` que j’ai développé au cours de ma thèse (Breton et al., 2022b). Le Chapitre 6 élargit la perspective de l’étude des modes g dans les étoiles de type solaire, en étudiant la possibilité de mettre en évidence leur signature dans les étoiles de type F présentant à la fois des pulsations acoustiques stochastiques et une enveloppe convective moins épaisse que celle du Soleil. Ce travail est mené grâce à une approche fondée sur des simulations 3D *High Performance Computing* (HPC) réalisées avec le code *Anelastic Spherical Harmonic* (ASH, Clune et al., 1999; Brun et al., 2004) dans le but d’estimer l’amplitude des modes g excités par un mécanisme stochastique dans cette population d’étoiles (Breton et al., 2022c, soumis à A&A). Enfin, le Chapitre 7 présente les méthodes d’analyse de données mises en place pour essayer de mettre en évidence une telle signature dans les étoiles de type F observées par *Kepler*, avec les premiers résultats d’une telle analyse. Je présente également les premiers résultats obtenus pour la caractérisation d’objets non-transitants autour de deux de ces étoiles de type F et je discute quelques unes des perspectives ouvertes par l’étude de tels systèmes.



CHAPITRE 2

Concepts clefs pour la dynamique des étoiles de type solaire en rotation et leur sismologie

Sommaire

2.1	Introduction	43
2.2	Structure et dynamique stellaire	43
2.2.1	Paramètres globaux	43
2.2.2	Paramètres structurels et équations dynamiques	43
2.2.3	Transport par radiation, stabilité du milieu et transport par convection	44
2.2.4	Flux convectif en longueur de mélange	46
2.3	Impact de la rotation sur la dynamique stellaire	47
2.3.1	Régimes de rotation dans l'enveloppe convective	48
2.3.2	Convection et overshoot	50
2.3.3	Rotation et évolution	50
2.3.4	Freinage magnétique et interactions avec l'environnement	51
2.4	Principes de l'astérosismologie	51
2.4.1	Équations pour les oscillations stellaires	52
2.4.2	Modes acoustiques	57
2.4.3	Modes de gravité	60
2.4.4	Modes mixtes	60
2.4.5	Stabilité des modes d'oscillation	61
2.5	Astérosismologie et rotation	61
2.5.1	Approche perturbative	62
2.5.2	L'approximation traditionnelle de la rotation (TAR)	64
2.5.3	Modes gravito-inertiels	65
2.5.4	Au-delà de la TAR	66
2.5.5	Sismologie des étoiles en rotation	67
2.6	Techniques observationnelles	69
2.6.1	Spectroscopie et photométrie	69
2.6.2	Analyse de Fourier	71



2.6.3	Vers la mission PLATO	72
2.7	Conclusion	72



2.1 Introduction

Ce second chapitre de l'Introduction générale est dédié à la présentation du formalisme physique permettant de décrire la dynamique des étoiles de type solaire en rotation. Il approfondit et développe sur des fondements robustes les éléments de contexte présentés dans le Chapitre 1.

Dans la Section 2.2, je commence donc par présenter les paramètres globaux qui permettent de caractériser la structure stellaire avant d'exposer les équations dynamiques régissant les mouvements fluides à l'intérieur d'une étoile. Je présente les critères d'instabilité dynamique permettant de distinguer zone radiative et zone convective et je montre comment la théorie de la longueur de mélange permet d'obtenir une estimation du flux convectif et des vitesses convectives. Dans la Section 2.3, je détaille les principaux impacts que la rotation va avoir sur la dynamique stellaire, à la fois dans les zones convectives, radiatives et aux interfaces. À partir des équations linéarisées de la mécanique des fluides et en considérant le cas en symétrie sphérique sans rotation, je présente les principes de base de l'astérosismologie dans la Section 2.4. Je montre comment la rotation modifie le comportement des oscillations stellaires dans la Section 2.5, et je présente quelques unes des approximations qui permettent de prendre en compte et d'étudier ces effets. Enfin, dans la Section 2.6, j'explique comment il est possible de caractériser observationnellement les oscillations stellaires via la photométrie ou la spectroscopie, et j'évoque l'horizon ouvert par la mission *Planetary Transits and Oscillations of stars* (PLATO, Rauer et al., 2014) concernant l'observation des étoiles de type solaire.

2.2 Structure et dynamique stellaire

Dans cette section, je présente les paramètres et les équations de base qui gouvernent la dynamique des étoiles de type solaire.

2.2.1 Paramètres globaux

L'étoile, de masse totale M est modélisée comme une sphère en rotation de rayon R et de luminosité L . La luminosité et le rayon de l'étoile sont reliés à la température effective de l'étoile T_{eff} par la loi de Stefan-Boltzmann

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_{\text{eff}}^4, \quad (2.1)$$

où $\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann. T_{eff} correspond donc à la température de surface de l'étoile si celle-ci avait toutes les propriétés d'un corps noir. On utilise aussi couramment le logarithme de la gravité de surface, $\log g$, pour caractériser une étoile. Les valeurs solaires de ces paramètres sont $M = 2 \times 10^{33} \text{g}$, $R = 6.96 \times 10^{10} \text{cm}$, $L = 3.828 \times 10^{33} \text{erg.s}^{-1}$, $T_{\text{eff}} = 5770 \text{K}$ et $\log g = 4.4 \text{dex}$.

2.2.2 Paramètres structuraux et équations dynamiques

La dynamique des intérieurs stellaires peut en fait être décrite de manière synthétique à l'aide d'un ensemble relativement restreint de paramètres et d'équations. On va exprimer par convenance les dépendances des paramètres via les coordonnées sphériques, le rayon r , la co-latitude θ et la longitude ϕ . Les vecteurs unitaires correspondants sont e_r , e_θ et e_ϕ . On définit également les vecteurs unitaires cartésiens, e_x , e_y et e_z . Le vecteur de rotation est $\mathbf{\Omega} = \Omega(r, \theta)e_z$. La structure



de notre étoile est donc caractérisée par un profil de densité ρ , de pression p et de température T . La distribution de masse est à l'origine d'un champ gravitationnel $\mathbf{g} = -\nabla\Phi$, avec Φ le potentiel gravitationnel. En toute généralité, ces profils sont des fonctions de $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$ et du temps t .

Au sein de l'étoile, les mouvements des éléments de fluide, mus par une vitesse \mathbf{v} , vont être régis par l'équation de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p - \rho \nabla \Phi - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathcal{D} + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2.2)$$

où le terme de gauche est séparé entre un terme de variation temporelle et un terme d'advection. Les contributions du membre de droite sont respectivement le gradient de pression, la force de gravité, la force de Coriolis, l'action des frottements visqueux décrits par le tenseur \mathcal{D} et la force de Lorentz, reliée au champ magnétique \mathbf{B} , qui est à divergence nulle $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

Les profils de \mathbf{v} et ρ satisfont également l'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (2.3)$$

Afin de clore le système, il est nécessaire d'inclure l'équation d'induction pour \mathbf{B} , une équation pour le bilan d'énergie ainsi qu'une équation d'état liant ρ , p , T et μ , avec μ la masse moléculaire moyenne du milieu. On verra dans la suite différentes formulations possibles pour ces deux dernières équations (voir par exemple Maeder, 2009; Kippenhahn et al., 2012; Christensen-Dalsgaard, 2014).

2.2.3 Transport par radiation, stabilité du milieu et transport par convection

Les réactions nucléaires qui ont lieu au coeur de l'étoile lui fournissent l'énergie nécessaire pour contrebalancer l'action de la force gravitationnelle et empêcher la contraction du système. La structure de l'étoile va déterminer quels vont être les mécanismes de transport dominant de cette énergie en direction de la surface. Les notions de gradient adiabatique et de gradient radiatif vont être utiles pour caractériser cet aspect (voir par exemple Kippenhahn et al., 2012). Le gradient radiatif ∇_{rad} est relié au gradient de température qui existe dans les régions où le transfert d'énergie se fait uniquement par rayonnement et conduction thermique. On définit ce gradient de température par rapport au profil de pression plutôt que par rapport au rayon

$$\nabla_{\text{rad}} := \left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{rad}}. \quad (2.4)$$

Le gradient adiabatique ∇_{ad} est quant à lui défini comme

$$\nabla_{\text{ad}} := \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p} \right)_S, \quad (2.5)$$

où S est l'entropie spécifique, qui vérifie, pour une variation dq du terme de chaleur q , $dS = dq/T$. Dans le cas d'un gaz parfait mono-atomique, on peut montrer qu'on a

$$\nabla_{\text{ad}} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.4, \quad (2.6)$$



où $\gamma := (\partial \ln p / \partial \ln \rho)_s = 5/3$. La variation des termes T et p dans la définition de ∇_{ad} doit donc être considérée à entropie S constante. Enfin, le gradient effectif est

$$\nabla := \frac{\partial \ln T}{\partial \ln p}. \quad (2.7)$$

Le critère d'instabilité dynamique de Ledoux est alors dérivé à partir d'un argument fondé sur la variation de ρ pour un élément de fluide déplacé par rapport à la variation adiabatique de ρ dans le milieu (voir Kippenhahn et al., 2012, pour la démonstration). Il permet de distinguer les régions qui vont demeurer stables devant une perturbation du milieu (régions radiatives) et celles pour lesquelles une perturbation va entraîner le développement d'une instabilité convective. La région considérée est donc stable si

$$\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}} - \frac{\varphi}{\delta} \nabla_{\mu}, \quad (2.8)$$

où on a

$$\nabla_{\mu} := \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln p}, \quad \varphi := \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln \mu} \right)_{p,T}, \quad \delta := - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_{p,\mu}. \quad (2.9)$$

Dans le cas d'un gaz parfait monoatomique et à condition qu'on puisse négliger la pression de radiation, on aura $\delta = \varphi = 1$. Le critère de Ledoux devient le critère de Schwarzschild, dans le cas d'une composition chimique uniforme, c'est à dire avec $\nabla_{\mu} = 0$

$$\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}} \quad (2.10)$$

On comprendra en effet que, si le gradient de température nécessaire pour que le transport d'énergie se fasse uniquement par transport radiatif est plus grand que ∇_{ad} , le transport ne peut plus se faire de manière adiabatique et un autre mécanisme doit être invoqué pour effectuer le transport : la convection. Les régions où c'est le cas sont donc dites *superadiabatiques*.

On peut d'ores et déjà remarquer que ces critères de stabilité nous permettent de définir une fréquence caractéristique, N , la fréquence de Brunt-Väisälä, qui sera une grandeur fondamentale lorsque nous nous intéresserons aux propriétés des ondes de gravité dans la suite. N est donnée par

$$N^2 = N_T^2 + N_{\mu}^2 = \frac{g}{H_P} [\delta(\nabla_{\text{ad}} - \nabla) + \varphi \nabla_{\mu}], \quad (2.11)$$

où N_T est le terme de structure de N et N_{μ} le terme de composition. H_P est l'échelle caractéristique de pression

$$H_P := -p \frac{dr}{dp}. \quad (2.12)$$

On voit clairement que si le critère de Ledoux est vérifié, alors $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$ et N est un nombre réel. Dans le cas contraire, N est imaginaire. On peut donc reformuler les critères de Ledoux et Schwarzschild de la façon suivante

$$N^2 > 0. \quad (2.13)$$

Pour conclure cette sous-section, on peut remarquer que les processus que nous avons considérés pour définir les critères de stabilité de Ledoux et de Schwarzschild sont purement dynamiques et ne prennent pas en compte les échanges thermiques qui prennent place dans le milieu. En réalité, ceux-ci ne peuvent pas être négligés et conduisent également à considérer la convection par rapport au nombre de Rayleigh Ra , qui distingue le régime de transfert de chaleur qui sera favorisé dans le



milieu : en dessous d'une certaine valeur critique, Ra_c de Ra , le transfert par conduction sera favorisé, tandis qu'au-delà, c'est le transfert par convection qui deviendra dominant (voir par exemple Chandrasekhar, 1961 ; Jones et al., 2009). On se trouve alors dans un régime super-critique. Ainsi, on verra dans le Chapitre 6, que, pour des simulations numériques où les contraintes de résolution de nos modèles nous imposent d'utiliser des termes de diffusion visqueuse et radiative supérieurs de plusieurs ordres de grandeur aux conditions réelles régnant dans les étoiles, il est important de prêter attention à cette notion de super-criticalité pour ne pas inhiber les phénomènes de convection que l'on veut étudier (Stevenson, 1979).

2.2.4 Flux convectif en longueur de mélange

L'approche la plus couramment utilisée pour obtenir une expression analytique du flux convectif dans un cadre de travail unidimensionnel est la théorie de la longueur de mélange (Böhm-Vitense, 1958). Dans ce cadre, on va considérer qu'un élément de fluide déplacé par l'instabilité convective se déplace à une vitesse v et transporte une quantité d'énergie massique $c_p \Delta T$, où ΔT est l'excès de température de l'élément de fluide par rapport au milieu et c_p la capacité thermique massique à pression constante, ce qui aboutit à un flux surfacique F_{conv} vérifiant

$$F_{\text{conv}} = \rho v c_p \Delta T, \quad (2.14)$$

On définit alors la longueur de mélange ℓ_m comme la distance que va parcourir l'élément de fluide avant de se dissoudre dans le milieu. On paramétrise communément ℓ_m en fonction de H_p via un terme α tel que $\ell_m = \alpha H_p$. En moyenne, à un rayon r donné, un élément de fluide en déplacement aura donc déjà parcouru une distance $\ell_m/2$. On fait donc l'approximation

$$\Delta T \approx \frac{\partial \Delta T}{\partial r} \frac{\ell_m}{2}, \quad (2.15)$$

ce qui nous donne, en faisant apparaître H_p

$$\Delta T = \frac{T}{H_p} (\nabla - \nabla_e) \frac{\ell_m}{2} = \frac{\alpha T}{2} (\nabla - \nabla_e), \quad (2.16)$$

où ∇_e est le gradient de température au point de départ de l'élément de fluide. Si on considère que ce point de départ est situé proche de la région critique de transition vers la superadiabaticité, alors on va avoir en plus $\nabla_e \approx \nabla_{\text{ad}}$.

Dans l'hypothèse d'une composition uniforme ($\Delta\mu = 0$), et comme l'élément de fluide reste toujours à l'équilibre de pression avec son environnement ($\Delta p = 0$), la force massique f_b qui s'exerce sur notre élément de fluide est

$$f_b = -g \frac{\Delta\rho}{\rho} = g\delta \frac{\Delta T}{T}, \quad (2.17)$$

soit, en réutilisant l'équation 2.16

$$f_b = \frac{g\delta}{H_p} (\nabla - \nabla_e) \frac{\ell_m}{2}, \quad (2.18)$$

ce qui correspond à une quantité de travail exercée sur une distance $\ell_m/2$

$$\frac{1}{2} f_b \frac{\ell_m}{2} = \frac{g\delta}{H_p} (\nabla - \nabla_e) \frac{\ell_m^2}{8}. \quad (2.19)$$



En faisant l'hypothèse que le travail exercé par cette force sur l'élément de fluide sur une distance $\ell_m/2$ est converti pour moitié en énergie cinétique on a

$$\frac{v^2}{2} = f_b \frac{\ell_m}{4} . \quad (2.20)$$

et donc

$$v^2 = \frac{g\delta}{H_p} (\nabla - \nabla_e) \frac{\ell_m^2}{8} , \quad (2.21)$$

En prenant $\delta = 1$, $\nabla_e = \nabla_{\text{ad}}$, en substituant ℓ_m par αH_p , on obtient l'estimation suivante de la vitesse convective

$$v^2 = \frac{g\alpha^2 H_p}{8} (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) , \quad (2.22)$$

et finalement pour le flux convectif

$$F_{\text{conv}} = \frac{\rho c_p T \alpha^2}{4} \sqrt{\frac{g H_p}{2}} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{\frac{3}{2}} . \quad (2.23)$$

Cette expression pour F_{conv} correspond à la formulation standard de la théorie de la longueur de mélange que l'on peut trouver par exemple dans Maeder (2009) ou Kippenhahn et al. (2012). On constate également qu'en combinant les équations 2.14, 2.17 et 2.20, on obtient la relation de proportionnalité suivante

$$L = 4\pi R^2 F_{\text{conv}} \propto \rho v^3 R^2 . \quad (2.24)$$

Les arguments de la théorie de la longueur de mélange seront en particulier mis en oeuvre dans le Chapitre 4 afin d'estimer les vitesses convectives dans l'enveloppe des étoiles de type solaire.

2.3 Impact de la rotation sur la dynamique stellaire

Comme cela a été expliqué dans le Chapitre 1, la rotation joue un rôle primordial dans la dynamique de l'étoile et de son environnement. L'impact de la rotation sur la dynamique des mouvements fluides au sein de l'étoile peut être quantifié à l'aide du nombre de Rossby Ro , qui, dans sa définition dite *fluide*, Ro_f , compare la norme du terme de vortacité $\nabla \times \mathbf{v}$ dans l'équation de Navier-Stokes à celle de la force de Coriolis.

$$Ro_f = \frac{|\nabla \times \mathbf{v}|}{2\Omega} \approx \frac{v}{2\Omega D} , \quad (2.25)$$

où D est la longueur caractéristique du phénomène étudié. On pourra typiquement prendre $D = R$ ou encore $D = d_{\text{CZ}}$ avec d_{CZ} l'épaisseur de la zone convective.

Une définition alternative pour Ro est la définition dite *stellaire*, Ro_s (Noyes et al., 1984), communément utilisée pour les étoiles de type solaire

$$Ro_s = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_{\text{conv}}} , \quad (2.26)$$

avec P_{rot} la période de rotation de surface de l'étoile et τ_{conv} le temps de retournement convectif, que l'on peut définir comme le rapport entre d_{CZ} et la vitesse convective moyenne, v_{conv} . Il faut noter qu'il existe d'autres définitions de τ_{conv} , qui peut être défini localement ou de façon globale (voir Gilliland, 1986 ; Kim et Demarque, 1996 ; Montesinos et al., 2001 ; Landin et al., 2010). On montrera dans le Chapitre 4 comment les deux définitions présentées ici peuvent être exploitées pour mener des études observationnelles.

2.3.1 Régimes de rotation dans l’enveloppe convective

À l’aide d’une série de simulations MHD 3D réalisées avec le code ASH (Clune et al., 1999; Brun et al., 2004), Brun et al. (2017, 2022) ont mis en évidence les valeurs caractéristiques de Ro_f pour lesquelles les différents régimes de rotation envisageables se développent dans l’enveloppe convective des étoiles de type solaire, dans une gamme de masse allant de 0.5 à 1.1 M_\odot (voir aussi Gastine et al., 2014). Pour $Ro_f > 1.5$, le régime de rotation sera caractérisé par une rotation plus rapide proche des pôles qu’à l’équateur. Un tel régime de rotation est dit *antisolaire*, par opposition avec le régime solaire qui se développe pour $Ro_f < 0.66$ et où, conformément à ce que l’on observe par exemple dans la Figure 1.4, les régions autour de l’équateur sont en rotation plus rapide que celles proches des pôles. L’intervalle $0.66 < Ro_f < 1.5$ correspond à une région de transition où un simple argument dimensionnel comme celui énoncé ici est insuffisant pour conclure. Enfin, lorsque $Ro \ll 1$, le théorème de Taylor-Proudman implique que c’est un régime de rotation cylindrique (voir par exemple Pedlosky, 1990) qui va se développer dans l’enveloppe convective. Le diagramme de la Figure 2.1 permet de distinguer visuellement ces différents cas de figure.

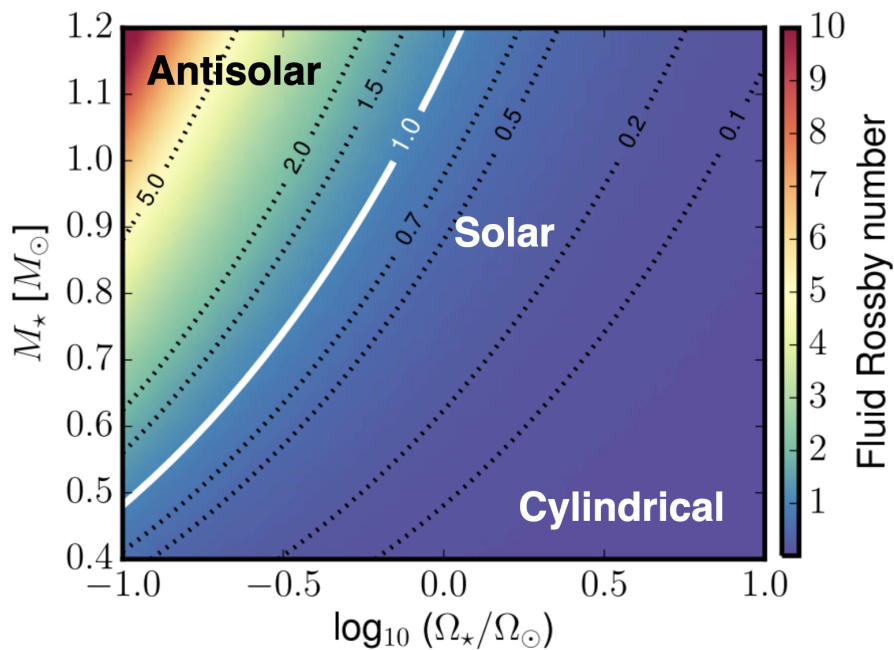


FIGURE 2.1 – Nombre de Rossby fluide Ro_f en fonction de la masse et du taux de rotation de l’étoile. La position des régimes de rotation cylindrique, solaire et antisolaire est signalée. La ligne blanche et les lignes en pointillés correspondent à des contours à Ro_f constant. Figure adaptée de Brun et al. (2017).

Pour illustrer cela, la Figure 2.2 montre les régimes de rotation obtenus pour les différentes simulations de Brun et al. (2017, 2022). Les modèles avec le taux de rotation le plus faible sont en rotation antisolaire tandis que les modèles les plus rapides présentent un régime solaire ou cylindrique. On constate également, comme suggéré par la Figure 2.1, que pour un taux de rotation donné, le régime de rotation dépend directement de la masse et peut être solaire ou antisolaire selon



les cas. En effet, la vitesse convective évolue proportionnellement au cube de la masse de l'étoile. C'est la raison pour laquelle, par exemple, le modèle à $1.1 M_{\odot}$ de la Figure 2.2 présente un régime de rotation antisolaire pour un taux de rotation de $1 \Omega_{\odot}$, contrairement aux modèles à 0.5 , 0.7 et $0.9 M_{\odot}$. Dans les simulations numériques, les valeurs de M et Ω auxquelles se fait la transition d'un régime solaire vers un régime antisolaire sont affectées par le niveau de turbulence limité imposé par les contraintes numériques des calculateurs. En effet, les vitesses convectives augmentent avec la turbulence, ce qui a pour conséquence une augmentation du nombre de Rossby. La dépendance exacte en M et Ω demande donc à être affinée avec des simulations avec un plus haut degré de turbulence (Hotta et Kusano, 2021).

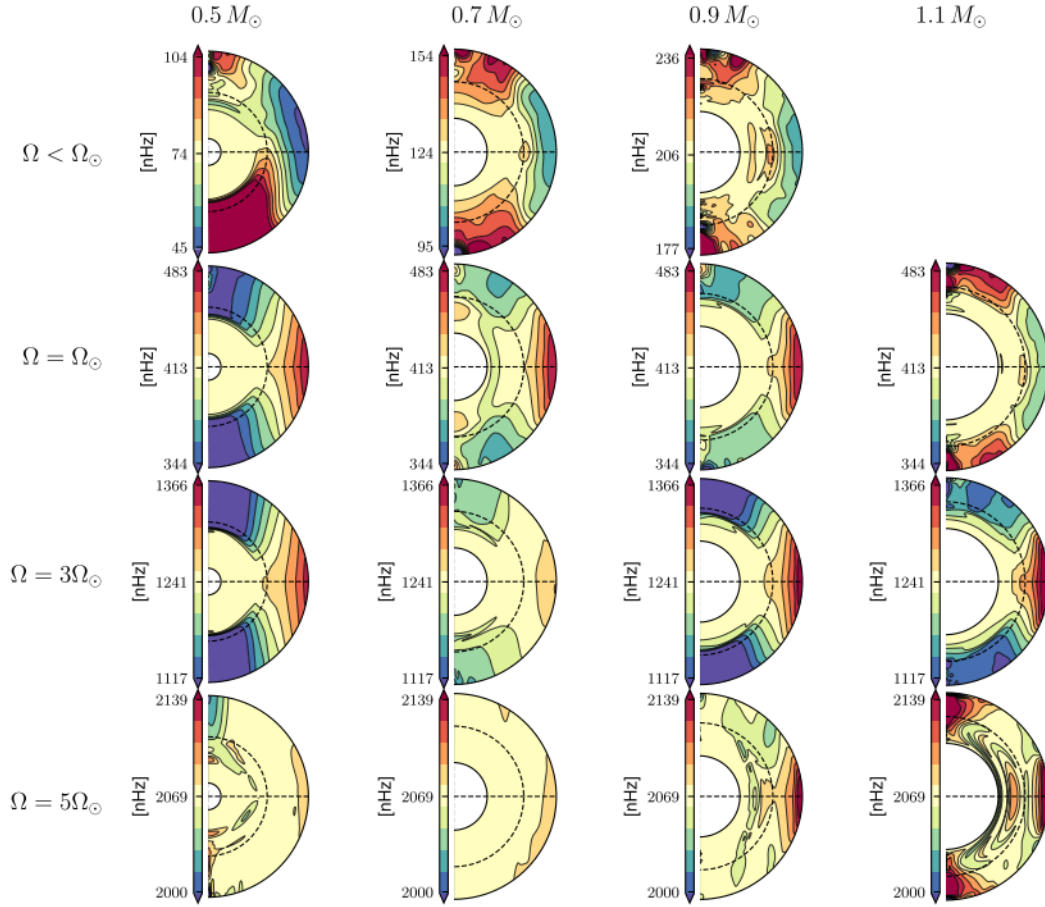


FIGURE 2.2 – Régimes de rotation obtenus dans les simulations MHD 3D de Brun et al. (2017, 2022), pour des modèles stellaires allant de 0.5 à $1.1 M_{\odot}$ et différents taux de rotation Ω . Dans le référentiel en co-rotation, les zones en rouge correspondent à des flots progrades, les zones en vert ou bleu à des flots rétrogrades. Figure tirée de Brun et al. (2022).



2.3.2 Convection et overshoot

L'interaction entre les structures convectives et la zone radiative stratifiée va être à l'origine d'un phénomène qu'on désigne sous le nom d'*overshoot* et de pénétration convective (Zahn, 1991; Brun et al., 2011; Baraffe et al., 2022). En effet, au moment d'atteindre l'interface avec la zone radiative, un flot convectif, que l'on désignera ensuite sous l'appellation *plume convective* (Rieutord et Zahn, 1995; Rast, 1999), ne va pas s'arrêter instantanément mais va au contraire pénétrer la région stratifiée sur une longueur caractéristique, d_{ov} , qui peut-être estimée en prenant en compte à la fois le freinage de l'élément convectif et les échanges thermiques entre celui-ci et le milieu.

En quantifiant l'efficacité de ces échanges thermiques, l'évaluation du nombre de Péclet, Pe , à l'interface va en fait permettre de caractériser le comportement de la plume convective. On prend (voir par exemple Zahn, 1991; Rieutord et Zahn, 1995)

$$Pe = \frac{L_p v}{\kappa}, \quad (2.27)$$

où L_p est la longueur caractéristique de la plume, v sa vitesse et κ le coefficient de diffusion thermique. La terminologie utilisée par Zahn (1991) distingue la pénétration convective à $Pe \gg 1$ et l'overshoot à $Pe \ll 1$ (même si en pratique, comme il le rappelle, ces deux termes sont souvent confondus en physique stellaire). Dans le cas $Pe \gg 1$, la plume va conserver son identité thermique propre alors qu'elle pénètre dans la zone radiative subadiabatique. À cause du différentiel de densité avec le milieu environnant, la poussée d'Archimède va freiner efficacement sa progression dans la région stratifiée. Grâce à l'enthalpie qu'elle transporte, la pénétration convective va en fait contribuer à modifier la stratification de la région où elle pénètre, ce qui aura pour conséquence à long terme d'étendre la zone convective. Au contraire, si Pe est petit, l'équilibre thermique qui va se mettre en place entre la plume et le milieu environnant va lui permettre de pénétrer plus profondément et d'y mélanger les éléments chimiques ainsi que la quantité de mouvement et le moment cinétique qu'elle transporte. Dans le cas d'une interface entre deux régions de composition chimique distincte, on comprend alors que la caractérisation des phénomènes de pénétration convective et d'overshoot est primordiale pour quantifier les distances caractéristiques sur lesquelles un phénomène convectif est en mesure d'homogénéiser le milieu.

2.3.3 Rotation et évolution

Lorsque l'étoile possède un coeur convectif (ce qui est le cas pour les étoiles de type F), les processus de mélange par overshoot vont jouer un rôle important au niveau séculaire. En effet, la composition du coeur va évoluer au fil des réactions nucléaires qui y ont lieu. Sur sa distance caractéristique d'action, l'overshoot va donc contribuer à homogénéiser la composition du coeur avec celle des régions radiatives environnantes, ce qui va avoir des conséquences sur l'évolution de l'étoile à long terme (voir par exemple Maeder, 1975). La rotation va influencer les caractéristiques des structures convectives, et à travers cela, les propriétés de l'overshoot (voir par exemple Julien et al., 1996; Augustson et Mathis, 2019; Korre et Featherstone, 2021). La longueur caractéristique du phénomène d'overshoot sera ainsi réduite lorsque l'on prend en compte la rotation (Brummell et al., 2002).

En présence de rotation, l'overshoot n'est cependant pas le seul mécanisme pouvant être à l'origine d'un processus de mélange. En effet, la circulation méridienne générée par la force centrifuge et les instabilités de cisaillement induites par la rotation différentielle radiale vont pouvoir elles aussi



assurer ce rôle de transport (Maeder, 1997; Talon et al., 1997), en plus des instabilités magnéto-hydrodynamiques de type Tayler-Spruit déjà évoquées dans le Chapitre 1 (Spruit, 2002; Zahn et al., 2007).

On peut rappeler pour conclure que l'évolution du profil de rotation de l'étoile au fil du temps va être influencée par la redistribution de moment cinétique interne, à travers les mécanismes évoqués dans la Section 1.3.2.

2.3.4 Freinage magnétique et interactions avec l'environnement

Un autre effet séculaire extrêmement important à prendre en compte dans le cas des étoiles de type solaire est le freinage magnétique via le transfert de moment cinétique de l'étoile au milieu interstellaire environnant par les particules du vent stellaire. L'expression du couple T_w que le vent stellaire applique sur l'étoile, à l'origine du freinage, est la suivante (Schatzman, 1962; Weber et Davis, 1967; Matt et al., 2012)

$$T_w = \dot{M}_w \Omega \langle r_A \rangle^2, \quad (2.28)$$

où \dot{M}_w est le taux de perte de masse de l'étoile et $\langle r_A \rangle$ est une moyenne spatiale du rayon d'Alfvén r_A , défini comme la distance à l'étoile (en coordonnées cylindriques par rapport à l'axe de rotation) où la vitesse du vent stellaire est égale à la vitesse d'Alfvén, v_A , correspondant à la propagation des ondes d'Alfvén. Le couple est communément paramétrisé de la façon suivante (van Saders et Pinsonneault, 2013; Matt et al., 2015)

$$T_w = T_{w,\odot} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-m_w} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{5m_w+2} \left(\frac{B}{B_\odot} \right)^{4m_w} \left(\frac{\dot{M}_w}{\dot{M}_\odot} \right)^{1-2m_w} \left(\frac{\Omega}{\Omega_\odot} \right), \quad (2.29)$$

où l'indice \odot désigne les valeurs de référence solaires. Le paramètre m_w dépend de la géométrie du champ et du profil d'accélération du vent (Réville et al., 2015). Le couple T_w va également être influencé par la géométrie du champ magnétique B considéré (Finley et Matt, 2017, 2018).

Ce travail de thèse s'intéressant particulièrement aux étoiles de type F, il est important de signaler que c'est aux alentours de $T_{\text{eff}} = 6250K$ que se fait la transition de régime mise en évidence par Kraft (1967). Pour les étoiles au-dessus de ce seuil, la finesse de l'enveloppe convective implique une perte significative d'efficacité pour le freinage magnétique. On appelle en général cette région de transition le *Kraft break*.

Enfin, on peut signaler que, dans le cas où l'étoile n'est pas isolée, les couples imposés par les effets de marée et les interactions magnétiques avec les compagnons vont également résulter en un échange de moment cinétique (perte ou un gain) entre l'étoile et son environnement.

2.4 Principes de l'astérosismologie

Dans la mesure où une partie importante de ce travail de thèse est dédiée à étudier des perspectives de mieux contraindre la rotation interne des étoiles de type solaire, il est important en préambule de présenter en détail les principes théoriques de l'unique technique observationnelle permettant d'accéder à la dynamique des régions internes des étoiles : l'astérosismologie. Cette section présente donc le formalisme le plus généralement utilisé pour étudier les oscillations stellaires, dans un cadre en symétrie sphérique sans rotation. L'impact de la rotation sur le comportement des oscillations sera abordé dans la Section 2.5. Le lecteur intéressé pourra également se référer à Christensen-Dalsgaard (2014) pour approfondir les notions présentées ici.



2.4.1 Équations pour les oscillations stellaires

Les équations de la mécanique des fluides constituent le point de départ de la théorie des oscillations stellaires. On se place dans un cas adiabatique sans viscosité ni champ magnétique, l'équation de Navier-Stokes (équation 2.2) devient donc l'équation d'Euler

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p - \rho \nabla \Phi, \quad (2.30)$$

où le potentiel gravitationnel Φ satisfait l'équation de Poisson

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho, \quad (2.31)$$

avec G la constante de gravitation universelle. On considère également l'équation de continuité donnée par l'équation 2.3 et l'équation d'état suivante, qui fait l'hypothèse d'un gaz parfait complètement ionisé

$$p = \frac{k_B \rho T}{\mu m_u} \quad (2.32)$$

avec m_u l'unité de masse atomique. Finalement, l'hypothèse d'adiabaticité nous permettent d'utiliser la formulation suivante pour l'équation d'énergie

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p = \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \right), \quad (2.33)$$

où Γ_1 est l'exposant adiabatique donné par la relation

$$\Gamma_1 := \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)_{\text{ad}}. \quad (2.34)$$

Dans les hypothèses que nous considérons ici, on a $\Gamma_1 = 5/3$.

Dans la mesure où les oscillations que nous étudions sont des petites perturbations du milieu caractérisées par leur vitesse \mathbf{v} , on va commencer par linéariser au premier ordre ce jeu d'équations, en écrivant donc les variables sous la forme $p(\mathbf{r}, t) = p_0(r) + p'(\mathbf{r}, t)$ où $p'(\mathbf{r}, t)$ est la perturbation Eulérienne du fluide (perturbation observée pour la cellule localisée en \mathbf{r}). On soulignera bien que, comme nous travaillons en symétrie sphérique, les grandeurs à l'ordre 0, p_0 , ρ_0 et Φ_0 , correspondant à la situation d'équilibre du système, ne dépendent que de r et pas de θ ni de ϕ . On définit également le déplacement $\boldsymbol{\xi}$ via la relation suivante

$$\mathbf{v} := \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t}, \quad (2.35)$$

et on écrit, pour illustrer la méthode, le développement de l'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \mathbf{v} + \rho' \mathbf{v}) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_0 + \rho' + \nabla(\rho_0 \boldsymbol{\xi} + \rho' \boldsymbol{\xi}) \right] = 0, \quad (2.36)$$

où on a, d'après l'équation 2.3, $\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \mathbf{v}) = 0$ et on néglige le terme en $\rho' \boldsymbol{\xi}$. Le jeu d'équations



linéarisées que l'on obtient est alors

$$\begin{cases} \rho_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} = -\nabla p' - \rho_0 \nabla \Phi' - \rho' \nabla \Phi_0 , \\ \rho' + \nabla(\rho_0 \boldsymbol{\xi}) = 0 , \\ p' + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0 = \frac{\Gamma_1 p_0}{\rho_0} (\rho' + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \rho_0) , \\ \nabla^2 \Phi' = 4\pi' G \rho' , \end{cases} \quad (2.37)$$

On va maintenant reformuler ce système en considérant ses composantes radiales et horizontales. En particulier, les opérateurs gradients, divergence et Laplaciens peuvent s'écrire comme la somme d'une contribution radiale ∇_r et horizontale ∇_h (voir l'Annexe C.1). On va également décomposer $\boldsymbol{\xi}$ sous la forme $\boldsymbol{\xi} = \xi_r \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\xi}_h$ avec l'objectif d'écrire un système dont les inconnues sont ξ_r , p' , ρ' et Φ' . On considère donc la divergence horizontale de la composante horizontale de l'équation d'Euler linéarisée

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_h \cdot \boldsymbol{\xi}_h = -\nabla_h^2 p' - \rho_0 \nabla_h^2 \Phi' , \quad (2.38)$$

et l'équation de continuité reformulée

$$\rho_0 \nabla_h \cdot \boldsymbol{\xi}_h = -\rho' - \nabla_r \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}_r) . \quad (2.39)$$

Combinées, ces deux équations permettent d'éliminer $\nabla_h \cdot \boldsymbol{\xi}_h$ et d'obtenir le système désiré

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\rho' + \nabla_r \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}_r) \right] = \nabla_h^2 p' + \rho_0 \nabla_h^2 \Phi' , \\ \rho_0 \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} = -\frac{\partial p'}{\partial r} - \rho' \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} - \rho_0 \frac{\partial \Phi'}{\partial r} \\ p' + \xi_r \frac{\partial p_0}{\partial r} = \frac{\Gamma_1 p_0}{\rho_0} \left(\rho' + \xi_r \frac{\partial \rho_0}{\partial r} \right) , \\ \nabla_r^2 \Phi' + \nabla_h^2 \Phi' = 4\pi G \rho' . \end{cases} \quad (2.40)$$

Nous utilisons maintenant les harmoniques sphériques $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ (voir l'Annexe C.3) pour exprimer les solutions que nous recherchons sous la forme

$$\begin{cases} \xi_r = \tilde{\xi}_r(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t} , & p' = \tilde{p}(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t} , \\ \rho' = \tilde{\rho}(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t} , & \Phi' = \tilde{\Phi}(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t} , \end{cases} \quad (2.41)$$

où ω est la fréquence angulaire de la perturbation considérée, $\tilde{\xi}_r$, \tilde{p} , $\tilde{\rho}$, $\tilde{\Phi}$ sont des fonctions qui ne dépendent que de r . Les indices ℓ et m sont respectivement le degré et le nombre azimutal de l'harmonique sphérique. On peut remarquer d'après la forme de Y_ℓ^m que pour les solutions de degré $\ell = 0$ on va avoir des oscillations purement radiales. Le profil spatial des harmoniques sphériques de bas degré ($0 \leq \ell \leq 3$) est représenté dans la Figure 2.3.

La séparation des variables et l'introduction des harmoniques sphériques nous permet d'utiliser la relation

$$\nabla_h^2 Y_\ell^m = -\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} Y_\ell^m . \quad (2.42)$$

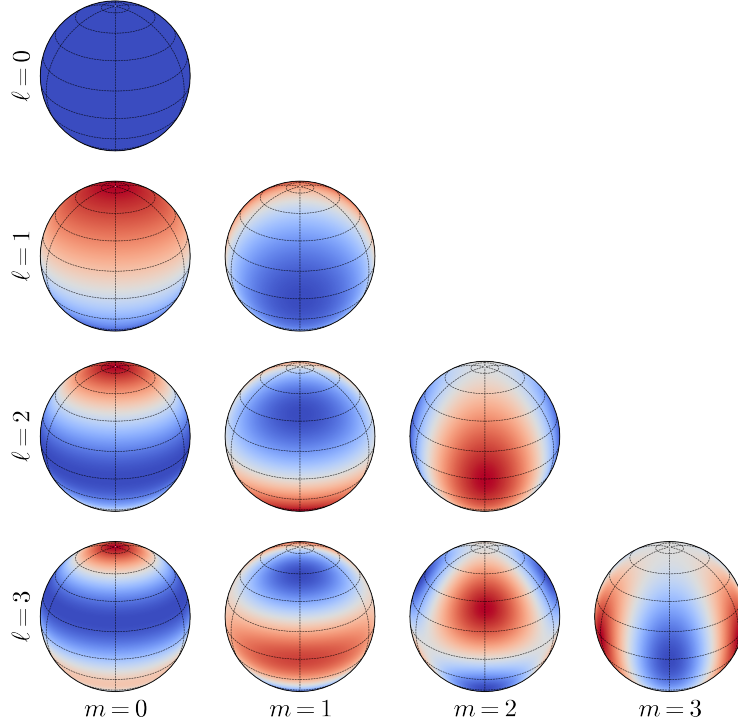


FIGURE 2.3 – Profil spatial des harmoniques sphériques Y_ℓ^m pour $0 \leq m \leq \ell \leq 3$. Les régions en rouge correspondent aux déplacements positifs et les régions en bleu aux déplacements négatifs.

pour obtenir

$$\left\{ \begin{array}{l} -\omega^2 \left[\tilde{\rho} + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (\rho_0 r^2 \tilde{\xi}_r) \right] = -\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} (p' + \rho_0 \tilde{\Phi}), \\ \omega^2 \rho_0 \tilde{\xi}_r = \frac{d\tilde{p}}{dr} + \tilde{\rho} g_0 + \rho_0 \frac{d\tilde{\Phi}}{dr} \\ \tilde{p} + \tilde{\xi}_r \frac{dp_0}{dr} = \frac{\Gamma_1 p_0}{\rho_0} \left(\tilde{\rho} + \tilde{\xi}_r \frac{d\rho_0}{dr} \right), \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tilde{\Phi}}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \tilde{\Phi} = 4\pi G \tilde{\rho}, \end{array} \right. \quad (2.43)$$



où on a écrit $d\Phi_0/dr = g_0$. On exprime $\tilde{\rho}$ sous la forme

$$\tilde{\rho} = \tilde{\xi}_r \left(\frac{\rho_0}{p_0 \Gamma_1} \frac{dp_0}{dr} - \frac{d\rho_0}{dr} \right) + \frac{\rho_0}{\Gamma_1 p_0} \tilde{p}, \quad (2.44)$$

pour se ramener à un système à trois équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\tilde{\xi}_r}{dr} = - \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_1 p_0} \frac{dp_0}{dr} \right) \tilde{\xi}_r + \frac{1}{\rho_0 c_s^2} \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{p} + \frac{\ell(\ell+1)}{\omega^2 r^2} \tilde{\Phi}, \\ \frac{d\tilde{p}}{dr} = \rho_0 (\omega^2 - N^2) \tilde{\xi}_r + \frac{1}{\Gamma_1 p_0} \frac{dp_0}{dr} \tilde{p} - \rho_0 \frac{d\tilde{\Phi}}{dr}, \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tilde{\Phi}}{dr} \right) = 4\pi G \left(\frac{\tilde{p}}{c_s^2} + \frac{\rho_0 \tilde{\xi}_r}{g} N^2 \right) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \tilde{\Phi}, \end{array} \right. \quad (2.45)$$

où on a écrit $c_s^2 = \Gamma_1 p_0 / \rho_0$, avec c_s la vitesse du son dans le milieu et S_ℓ , la fréquence acoustique caractéristique ou *fréquence de Lamb*

$$S_\ell = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} c_s^2. \quad (2.46)$$

Le terme N^2 correspond quant à lui à la fréquence de Brunt-Väisälä qu'on a déjà rencontrée dans l'équation 2.11 et qui s'écrit ici

$$N^2 = g_0 \left(\frac{1}{\Gamma_1 p_0} \frac{dp_0}{dr} - \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} \right). \quad (2.47)$$

Le jeu d'équations 2.45 définit un système du quatrième ordre. Pour le simplifier et discuter les catégories d'oscillations qu'il nous permet de caractériser, nous allons avoir recours à l'approximation de Cowling (1941) qui va nous permettre de négliger les termes impliquant les perturbations du potentiel gravitationnel $\tilde{\Phi}$. Cette approximation va être valable dans un cadre asymptotique où l'on vérifie au moins l'une des deux conditions suivantes : le degré ℓ est grand ou l'ordre $|n|$ (le nombre de fois où $\tilde{\xi}_r$ s'annule sur r) du mode est grand.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\tilde{\xi}_r}{dr} = \frac{1}{\rho_0 c_s^2} \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{p} - \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1 H_p} \right) \tilde{\xi}_r, \\ \frac{d\tilde{p}}{dr} = \rho_0 (\omega^2 - N^2) \tilde{\xi}_r - \frac{1}{\Gamma_1 H_p} \tilde{p}, \end{array} \right. \quad (2.48)$$

où on a fait apparaître H_p (voir l'équation 2.12). Finalement, on peut considérer que pour $|n| \gg 1$, les dérivées des termes de perturbations varient sur des échelles spatiales beaucoup plus courtes que les termes d'équilibre, et qu'il est donc possible de négliger le deuxième terme du membre de droite de chaque équation du système (voir la Section 5.2.2 et le Chapitre 7 de Christensen-Dalsgaard, 2014, pour une discussion autour du cadre de validité d'une telle approximation). Le système 2.48 devient simplement

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\tilde{\xi}_r}{dr} = \frac{1}{\rho_0 c_s^2} \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{p}, \\ \frac{d\tilde{p}}{dr} = \rho_0 (\omega^2 - N^2) \tilde{\xi}_r, \end{array} \right. \quad (2.49)$$



ce qui, en combinant les deux équations et en négligeant à nouveau les termes en $d\rho_0/dr$ et $d\rho_0/dr$, nous permet d'écrire une équation du deuxième ordre ne dépendant plus que de ξ_r

$$\frac{d^2\tilde{\xi}_r}{dr^2} + \frac{\omega^2}{c_s^2} \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{\xi}_r = 0. \quad (2.50)$$

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique, qui va admettre des solutions oscillantes dans deux configurations

1. $|\omega| > N^2$ et $|\omega| > S_\ell^2$;
2. $|\omega| < N^2$ et $|\omega| < S_\ell^2$.

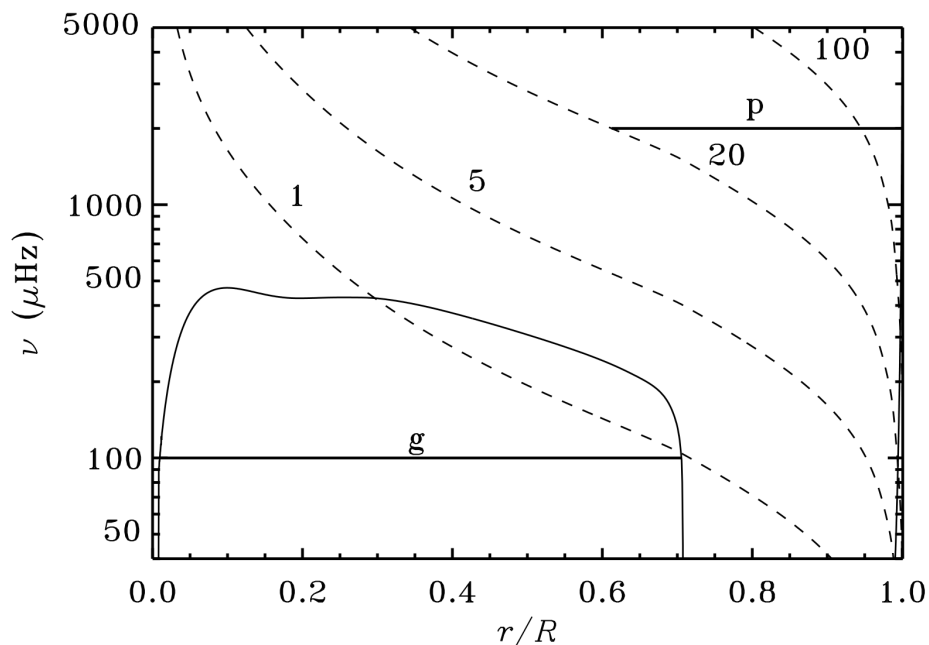


FIGURE 2.4 – Profils de N (courbe en trait plein), S_1 , S_5 , S_{20} et S_{100} (tirets annotés 1, 5, 20 et 100.) pour un modèle solaire. La ligne horizontale annotée g montre l'étendue de la cavité résonante pour un mode g de fréquence $100 \mu\text{Hz}$, tandis que celle annotée p montre l'étendue de la cavité résonante pour un mode p de fréquence $2000 \mu\text{Hz}$ et de degré $\ell = 20$. Figure tirée de Christensen-Dalsgaard (2014)

En dehors de ces intervalles, les solutions seront évanescentes. Les Figures 2.4 et 2.5 montrent des exemples de profils de N et S_ℓ respectivement pour un modèle solaire et pour un modèle d'étoile de type F de masse $M \approx 1.4 M_\odot$. Dans le cas solaire, on a $N > 0$ depuis le centre jusqu'à $r \approx 0.7 R_\odot$. Dans le cas de l'étoile de type F, on constate la présence d'un coeur convectif où $N^2 < 0$. Le pic visible dans le profil de N à l'interface avec le coeur convectif est dû à la contribution du terme de composition N_μ . L'enveloppe convective est également beaucoup plus fine pour l'étoile de type F, environ 12% du rayon total. Les intervalles de fréquence où les configurations résonantes sont possibles peuvent être identifiés dans les deux figures. En effet, pour un degré ℓ donné, la

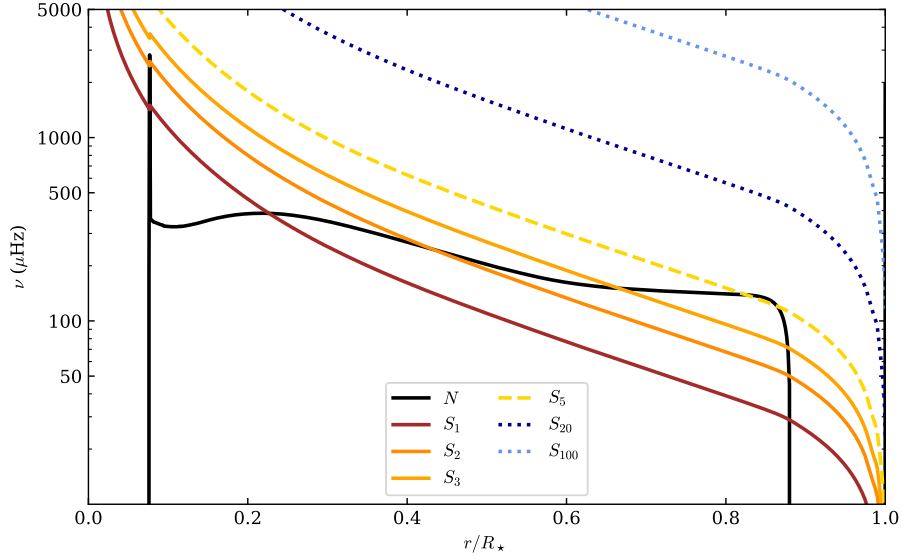


FIGURE 2.5 – Profils de N (ligne continue noire), S_1 (ligne continue marron), S_2 (ligne continue orange foncé), S_3 (ligne continue orange clair), S_5 (tirets jaune), S_{20} (pointillés bleu foncé) et S_{100} (pointillés bleu clair) dans un modèle d'étoile de type F de masse $\sim 1.4 M_\odot$.

première condition est vérifiée pour les régions au-dessus à la fois de N et du S_ℓ correspondant, et inversement pour que la seconde condition soit vérifiée. Le cas des régions situées entre N et S_ℓ sera discuté à la Section 2.4.4.

2.4.2 Modes acoustiques

La première famille de solutions de l'équation 2.50 correspond aux modes acoustiques, les modes p. Dans cette situation, pour une étoile de type solaire en séquence principale, on peut faire l'approximation $\omega \gg N$ ce qui nous donne

$$\frac{d^2 \tilde{\xi}_r}{dr^2} = -\frac{1}{c_s^2} (\omega^2 - S_\ell^2) \tilde{\xi}_r = -k_r^2 \tilde{\xi}_r . \quad (2.51)$$

où k_r est la composante horizontale du vecteur d'onde $\mathbf{k} = k_r \mathbf{e}_r + \mathbf{k}_h$. Cela nous permet d'explicitier la relation de dispersion pour les modes p

$$k_r^2 = \frac{1}{c_s^2} (\omega^2 - S_\ell^2) . \quad (2.52)$$

La norme de la composante horizontale k_h nous est quant à elle donnée par l'équation 2.42 qui peut se récrire $\nabla_h^2 Y_\ell^m = k_h^2 Y_\ell^m$ et donc

$$k_h^2 = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} = \frac{S_\ell^2}{c_s^2} \quad (2.53)$$



Il est possible de montrer que la cavité résonante des modes p s'étend entre un point de retournement externe proche de la surface et un point de retournement interne r_t qui peut être simplement obtenu comme la solution de l'équation $S_\ell(r) = \omega$ soit

$$r_t^2 = c_s^2 \frac{\ell(\ell+1)}{\omega^2}. \quad (2.54)$$

Il est intéressant de noter que r_t augmente proportionnellement avec ℓ et diminue avec la fréquence, seuls les modes $\ell = 0$ sont résonants jusqu'au coeur. L'étude des propriétés de ces modes va en fait permettre de sonder les régions les plus externes du Soleil. En effet, si on regarde le profil de vitesse du son c_s représenté dans la Figure 2.6 (correspondant à la fois à la vitesse de groupe et à la vitesse de phase des modes p), on constate que les ondes acoustiques à l'origine de ces modes vont séjourner beaucoup plus longtemps dans les régions où c_s est faible, c'est à dire à proximité de la surface. Cela implique que les propriétés des modes p vont être moins sensibles aux caractéristiques des régions internes de l'étoile qu'à celles des régions plus proches de la surface. Ils vont également être affectés de manière importante par les effets de surface. On peut toutefois souligner que des efforts théoriques sont fournis dans la perspective de dériver, à partir des propriétés des modes p, des indicateurs plus sensibles aux propriétés du coeur et des régions internes (voir par exemple Bétrisey et Buldgen, 2022). On peut finalement remarquer sur la Figure 2.6 que la transition entre le coeur convectif et l'intérieur radiatif est apparent autour de $r = 0.07 R_\star$, avec un "saut" de vitesse lors de cette transition.

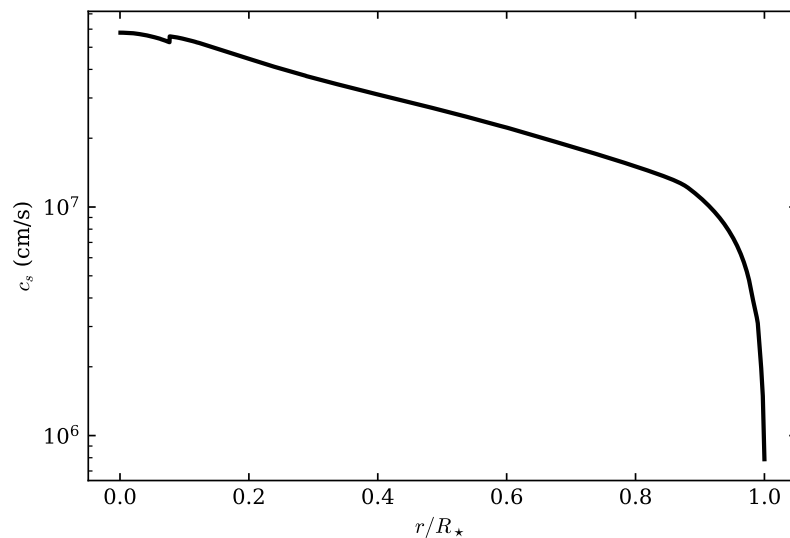


FIGURE 2.6 – Profil radial de vitesse du son c_s correspondant au même modèle d'étoile de type F que pour la Figure 2.5. La transition de l'intérieur radiatif vers le coeur convectif est visible autour de $r = 0.07 R_\star$

Enfin, une propriété extrêmement importante des modes p asymptotiques ($n \gg 1$) a été mise en évidence par Tassoul (1980) : l'espacement en fréquence $\Delta\nu$ entre deux modes consécutifs de même



degré ℓ est une constante, $\Delta\nu$ qui vérifie

$$\Delta\nu = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell} = \left[2 \int_0^R \frac{dr}{c_s} \right]^{-1}, \quad (2.55)$$

où $\nu_{n,\ell} = \omega_{n,\ell}/2\pi$ est la fréquence du mode d'ordre n et de degré ℓ . On peut également signaler que pour les étoiles de type solaire (qu'elles soient en séquence principale ou évoluées), l'amplitude des modes p effectivement observés suit une fonction gaussienne dont le maximum de puissance est localisé à la fréquence ν_{\max} . On peut le constater par exemple dans la Figure 2.7, qui représente la densité spectrale de puissance (*power spectral density*, PSD, voir Section 2.6.2) des variations de luminosité de l'étoile 16 Cyg A observée par le satellite *Kepler* (Borucki et al., 2010), centrée autour de la région des modes p et de ν_{\max} . L'espacement régulier des modes de même degré y est également clairement visible.

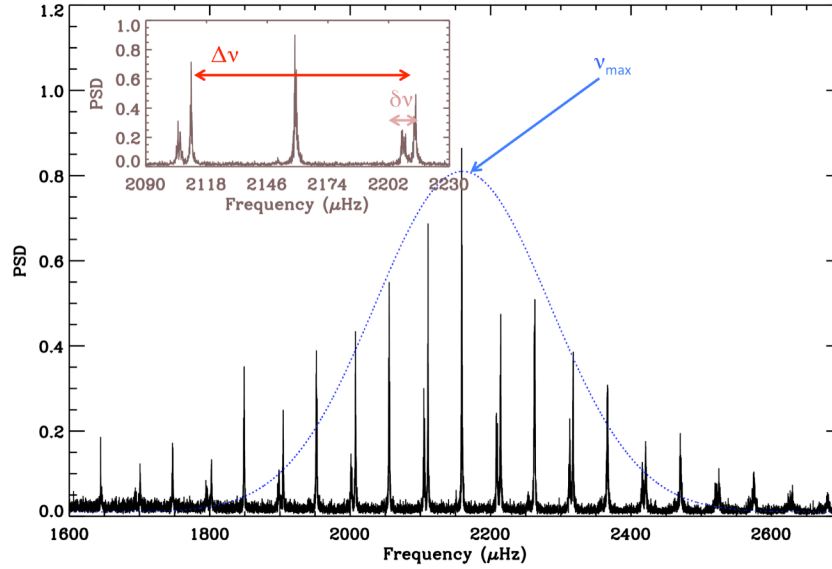


FIGURE 2.7 – Région des modes p dans la PSD de 16 Cyg A. L'enveloppe gaussienne des modes p est représentée en bleu et la position de ν_{\max} est signalée. La distance $\Delta\nu$ entre deux modes consécutifs de même degré est également mise en évidence dans le panneau inséré en haut à gauche, ainsi que la distance $\delta\nu$ entre un mode $\ell = 0$ et son plus proche voisin $\ell = 2$. Figure tirée de García et Ballot (2019).

Les paramètres $\Delta\nu$ et ν_{\max} vont être intéressants car ils sont reliés à la masse, au rayon et à la température effective de l'étoile à travers les lois d'échelle suivantes (Kjeldsen et Bedding, 1995)

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \Delta\nu_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^{-3/2}, \\ \nu_{\max} &= \nu_{\max,\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{-2}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

où l'indice \odot désigne les constantes de référence solaire.



2.4.3 Modes de gravité

La seconde famille de solutions de l'équation 2.50 correspond aux modes de gravité, les modes g. Dans le même esprit que ce que nous avons fait pour les modes p, la relation de dispersion peut être obtenue dans l'approximation $\omega \ll S_\ell$. On simplifie d'abord l'équation 2.50 de la façon suivante

$$\frac{d^2 \tilde{\xi}_r}{dr^2} = -\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{\xi}_r = -k_r^2 \tilde{\xi}_r . \quad (2.57)$$

et on obtient donc

$$k_r^2 = k_h^2 \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) \quad (2.58)$$

où l'expression de k_h reste celle de l'équation 2.53.

Les modes g correspondent intrinsèquement à des oscillations non radiales et leur degré ℓ est donc strictement supérieur à 0 (Christensen-Dalsgaard, 2014). Comme on peut le constater avec les Figures 2.4 et 2.5, les modes g vont être piégés à l'intérieur de la zone radiative entre deux rayons limites r_1 et r_2 qui vérifient $N(r_1) = N(r_2) = \omega$. Contrairement aux modes acoustiques, l'étendue radiale de leur cavité résonante ne dépend donc pas de ℓ . En fait, il est possible de montrer que la vitesse de propagation d'une onde de gravité dépend de ℓ , mais pas sa trajectoire (voir par exemple Gough, 1993). L'évanescence des modes g en zone convective aura ainsi un impact significatif sur leur amplitude attendue en surface pour les étoiles de type solaire.

De la même façon que pour les modes p, l'analyse asymptotique de Tassoul (1980) permet de montrer que les modes g consécutifs d'ordre élevé, $|n| \gg 1$ vont être espacés régulièrement, en période cette fois-ci, et on aura

$$\Delta P_\ell = P_{n-1,\ell} - P_{n,\ell} = \frac{2\pi^2}{\sqrt{\ell(\ell+1)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{N}{r} dr} = \frac{P_0}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} , \quad (2.59)$$

avec $P_{n,\ell}$ la période du mode d'ordre n et de degré ℓ . On notera que, par convention, on fait référence aux modes g avec des ordres n négatifs, les n positifs étant réservés aux modes p. On remarquera que la fréquence des modes g décroît avec $|n|$, au contraire des modes p.

2.4.4 Modes mixtes

On peut vérifier dans les Figures 2.4 et 2.5 que pour certaines gammes de fréquence il est possible de vérifier la condition d'oscillation 1. dans les régions externes de l'étoile, et la condition d'oscillation 2. dans les régions internes. Entre les deux cavités, on se trouve dans le cas de figure $S_\ell < \omega < N$ qui correspond à des solutions évanescentes pour l'équation 2.50. Dans ces conditions, par un processus analogue à celui de l'effet tunnel en mécanique quantique, les modes g et p de fréquences proches vont se coupler pour former des modes *mixtes* (voir par exemple Dziembowski et al., 2001) à travers le phénomène d'*avoided crossings* (voir Osaki, 1975 ; Christensen-Dalsgaard, 2014), qui va permettre aux modes g dont la fréquence est proche de celles d'un mode p d'avoir le comportement d'un mode p dans l'enveloppe convective de l'étoile. Ces modes sont observés dans les étoiles évoluées comme les sous-géantes (Kjeldsen et al., 1995 ; Deheuvels et Michel, 2011) et les géantes rouges (voir par exemple Beck et al., 2011 ; Bedding et al., 2011 ; Mosser et al., 2011) et permettent de mettre en évidence les propriétés structurales et dynamiques des régions les plus internes pour ces catégories d'étoiles (voir par exemple Deheuvels et al., 2012, 2014).



2.4.5 Stabilité des modes d'oscillation

Jusque-là, nous avons présenté les propriétés des modes d'oscillation stellaire dans un cadre adiabatique en utilisant la relation entre ρ et p définie par l'équation d'énergie 2.33. En réalité les modes vont interagir avec le milieu et on ne va plus pouvoir utiliser cette équation adiabatique si on veut comprendre les mécanismes d'excitation et de freinage des modes. J'ai décrit dans la Section 1.1.3 les différents mécanismes qui pouvaient être à l'origine de l'excitation des modes. Pour les prendre en compte, il faudra inclure dans l'équation d'énergie les termes liés au processus de transfert à l'origine de chaque mécanisme d'excitation.

Dans les intérieurs stellaires, comme le coefficient de diffusion thermique κ est beaucoup plus grand que le coefficient de diffusion visqueuse ν , ce qui correspond à un nombre de Prandtl $Pr = \nu/\kappa \ll 1$, le freinage des modes se fait essentiellement par diffusion radiative (voir par exemple Zahn et al., 1997). Dans le cadre de simulations numériques, il n'est pas techniquement possible d'obtenir une telle valeur pour Pr , et l'action de la diffusion visqueuse ne pourra pas forcément être négligée (Lecoanet et al., 2015).

Si on utilise une équation d'énergie non adiabatique, la fréquence ω du mode va devenir un nombre complexe. Dans le cadre d'une dépendance temporelle en $\exp(-i\omega t)$, cela signifie que si la partie imaginaire de ω est négative, l'amplitude du mode va diminuer exponentiellement au cours du temps. Le mode est *stable*. Dans le cas contraire, elle va augmenter exponentiellement. Le mode est *instable*. Les mécanismes ϵ , κ et de blocage de flux vont être à l'origine de l'excitation des modes instables tandis que les modes stables vont nécessiter des processus stochastiques liés à la convection pour être excités.

La modélisation de ces processus stochastiques constitue un problème complexe. Pour les modes p, l'incertitude repose principalement sur la forme de la dépendance fréquentielle du transfert d'énergie de la turbulence convective vers les modes (Goldreich et al., 1994; Samadi et al., 2003). Pour les modes g, à ce problème s'ajoute une discussion concernant le mécanisme dominant d'excitation à l'interface entre zone convective et zone radiative (voir par exemple Talon et Charbonnel, 2003; Rogers et al., 2013; Lecoanet et al., 2015). Les deux principaux mécanismes stochastiques permettant d'exciter des modes g sont la pénétration convective (voir par exemple Press, 1981; Hurlburt et al., 1986; Garcia Lopez et Spruit, 1991; Zahn, 1991; Zahn et al., 1997; Browning et al., 2004; Rogers et Glatzmaier, 2005; Brun et al., 2011; Alvan et al., 2014, 2015; Pinçon et al., 2016) et l'excitation liée aux fluctuations turbulentes juste au-dessus de la zone radiative (voir par exemple Goldreich et Kumar, 1990; Belkacem et al., 2009; Samadi et al., 2010; Lecoanet et Quataert, 2013).

2.5 Astérosismologie et rotation

Jusqu'ici, j'ai présenté les équations de base des oscillations stellaires en ignorant les effets de la rotation. D'après les relations de dispersion que nous avons obtenues, les composantes m d'un mode d'ordre n et de degré ℓ avaient donc toutes la même fréquence angulaire $\omega_{n\ell}$. Ce ne sera plus le cas en présence de rotation, où les fréquences des composantes m seront caractérisées par le *splitting rotationnel* $\delta\omega_{n\ell m}$ de la façon suivante

$$\omega_{n\ell m} = \omega_{n\ell} + \delta\omega_{n\ell m} . \quad (2.60)$$

Dans cette section, j'introduis ainsi les différentes approches qui permettent d'étudier le comportement des oscillations en présence de rotation.



2.5.1 Approche perturbative

Pour les modes p des étoiles de type solaire, l'hypothèse $\omega \gg 2\Omega$ est aisément vérifiée. En effet, pour le Soleil, on a par exemple $\nu_{\max} \sim 3050 \mu\text{Hz}$ et $\Omega/2\pi \sim 0.41 \mu\text{Hz}$. Pour des étoiles de type F en rotation rapide, on va avoir en général $1000 \leq \nu_{\max} \leq 2500 \mu\text{Hz}$ et $\Omega/2\pi < 5 \mu\text{Hz}$. C'est aussi le cas pour les modes g d'ordre faible. La force de Coriolis peut alors être introduite et traitée comme une perturbation linéaire du problème que nous avons résolu dans la section précédente. On peut d'abord récrire l'équation d'Euler linéarisée (première équation du système 2.37) en utilisant la séparation du terme temporel en $\exp(-i\omega t)$ pour avoir une équation de la forme

$$\omega^2 \boldsymbol{\xi} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}), \quad (2.61)$$

où $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{r})$ et l'opérateur \mathcal{F} est donné par

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \nabla \Phi' + \frac{\rho'}{\rho_0} \nabla \Phi_0. \quad (2.62)$$

Jusque là, le champ de vitesse à l'équilibre était nul et on avait $\mathbf{v} = \partial \boldsymbol{\xi} / \partial t$. Pour prendre en compte l'effet de la rotation, on introduit un champ de vitesse à l'équilibre \mathbf{v}_0 tel que

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}' = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{v}' = \Omega r \sin \theta \mathbf{e}_\phi + \mathbf{v}'. \quad (2.63)$$

où on va relier la perturbation Eulérienne \mathbf{v}' à $\boldsymbol{\xi}$ en considérant

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \boldsymbol{\xi} = \delta \mathbf{v} = \mathbf{v}' + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \mathbf{v}_0. \quad (2.64)$$

Ici, on a considéré que la dérivée matérielle de $\boldsymbol{\xi}$ (membre de gauche) devait être égale à la perturbation Lagrangienne du champ de vitesse $\delta \mathbf{v}$ (membre du milieu) et on a utilisé la relation entre perturbation Lagrangienne et Eulérienne (membre de droite, voir Annexe C.2). La norme du champ de vitesse, v_0 , est considérée suffisamment faible pour pouvoir négliger les termes en v_0^2 dans les développements qui vont suivre. Nous sommes donc conduits à inclure un terme supplémentaire dans l'équation 2.62 à travers le terme d'advection

$$\omega^2 \boldsymbol{\xi} + 2i\omega (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \boldsymbol{\xi} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}), \quad (2.65)$$

soit, en utilisant l'équation 2.63, la relation C.2 et la dépendance longitudinale des harmoniques sphériques en $\exp(im\phi)$

$$\omega^2 \boldsymbol{\xi} - 2m\omega \Omega \boldsymbol{\xi} + 2i\omega \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\xi} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}), \quad (2.66)$$

ou encore

$$\omega^2 \boldsymbol{\xi} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}) + \delta \mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}), \quad (2.67)$$

avec

$$\delta \mathcal{F}(\boldsymbol{\xi}) = -2i\omega (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \boldsymbol{\xi} = 2m\omega \Omega \boldsymbol{\xi} - 2i\omega \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\xi}, \quad (2.68)$$

où il est possible d'identifier le terme $2i\omega \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\xi}$ à la contribution de la force de Coriolis. Les autres équations du système restent inchangées. De façon analogue à la mécanique quantique (voir par exemple Christensen-Dalsgaard, 2014), si l'opérateur \mathcal{F} est auto-adjoint, l'effet d'une perturbation $\delta \mathcal{F}$ de \mathcal{F} peut être estimé au premier ordre via la relation

$$\delta \omega = \frac{\int_V \rho_0 \boldsymbol{\xi}^* \delta \mathcal{F} dV}{\int_V \rho_0 |\boldsymbol{\xi}|^2 dV}, \quad (2.69)$$

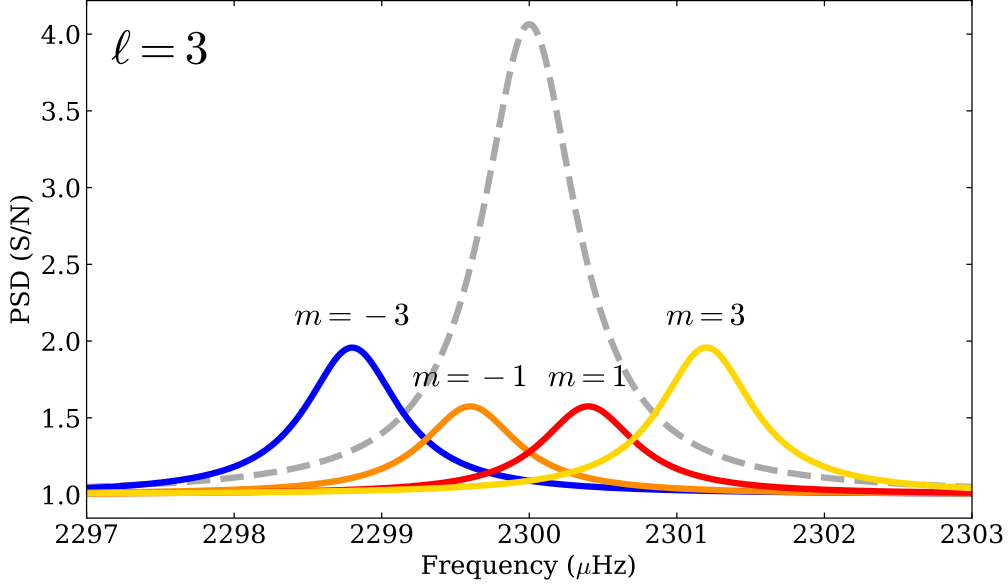


FIGURE 2.8 – Splittings rotationnels pour une inclinaison $\mathcal{I} = 90^\circ$, une rotation uniforme $\Omega = 0.4 \mu\text{Hz}$ et un mode $\ell = 3$. Les composantes $m = -3, -1, 1$ et 3 du mode sont représentées en bleu, orange, rouge et jaune, respectivement. Les composantes $m = -2, 0$ et 2 ne sont pas visibles du fait de l’inclinaison. Le cas sans rotation est représenté par les tirets gris, pour comparaison. L’axe de rotation est orthogonal au plan d’observation et les composantes paires ne sont pas visibles.

où ξ^* est le complexe conjugué de ξ et \int_V désigne une intégrale sur le volume V considéré.

Pour un nombre azimutal m , un degré ℓ et un ordre n , il est alors possible de calculer l’expression du noyau (*kernel* en anglais) rotationnel $K_{n\ell m}$ qui permet de déterminer $\delta\omega_{n\ell m}$

$$\delta\omega_{n\ell m} = m \int_0^R \int_0^\pi K_{n\ell m}(r, \theta) \Omega(r, \theta) r dr d\theta . \quad (2.70)$$

Le splitting $\delta\omega_{n\ell m}$ vérifie alors

$$\delta\omega_{n\ell m} = \delta\omega_{n\ell -m} . \quad (2.71)$$

Dans le cas particulier de la rotation uniforme, on peut simplement écrire

$$\delta\omega_{n\ell m} = m\beta_{n\ell}\Omega , \quad (2.72)$$

avec

$$\beta_{n\ell} = \frac{\int_0^R (\xi_r^2 + \ell(\ell+1)\xi_h^2 - 2\xi_r\xi_h - \xi_h^2) r^2 \rho_0 dr}{\int_0^R (\xi_r^2 + \ell(\ell+1)\xi_h^2 - 2\xi_r\xi_h) r^2 \rho_0 dr} . \quad (2.73)$$

Pour les modes p d’ordre ou de degré élevés, on peut montrer que $\beta_{n\ell} \approx 1$ et on a alors $\delta\omega_{n\ell m} \approx m\Omega$. La Figure 2.8 illustre ce comportement pour un mode de degré $\ell = 3$ dans le cas d’un



taux de rotation $\Omega = 0.4 \mu\text{Hz}$ proche de la valeur solaire. L'axe de rotation est ici pris orthogonal au plan d'observation, l'angle d'inclinaison de l'étoile par rapport à l'observateur est $\mathcal{I} = 90^\circ$; ainsi, seules les composantes m impaires sont visibles (voir par exemple García et Ballot, 2019). Le cas sans rotation est également représenté pour comparaison.

Pour les modes g d'ordre élevé, on aura

$$\beta_{n\ell} \approx 1 - \frac{1}{\ell(\ell+1)}. \quad (2.74)$$

Ces dernières relations nous seront particulièrement utiles dans le Chapitre 6.

L'approche perturbative a été appliquée fructueusement à l'étude de la rotation solaire (voir par exemple Schou et al., 1998; Thompson et al., 2003; García et al., 2008b) et des étoiles de type solaire (voir par exemple Gizon et Solanki, 2003; Ballot et al., 2011; Deheuvels et al., 2012, 2014; Benomar et al., 2015, 2018; Hall et al., 2021).

2.5.2 L'approximation traditionnelle de la rotation (TAR)

Pour des modes de basse fréquence (pour $|\omega|$ de l'ordre de quelques fois Ω ou moins, Aerts et al., 2019), les approximations de l'approche perturbative ne vont plus être valables, et il va être nécessaire de résoudre les équations hydrodynamiques linéarisées en incluant dès le début un terme pour la force de Coriolis.

On travaillait jusque là dans le référentiel inertiel; pour simplifier l'analyse, nous allons maintenant faire l'hypothèse d'une rotation uniforme et nous placer dans le référentiel en co-rotation en faisant la transformation $\omega \rightarrow \omega + m\Omega$. Avec ceci, on réécrit donc l'équation 2.66 en négligeant les termes en Ω^2 et en faisant l'approximation de Cowling, ce qui donne

$$-\rho_0\omega^2\xi - 2i\rho_0\omega\mathbf{\Omega} \times \xi = -\nabla p' - \rho'\nabla\Phi_0. \quad (2.75)$$

Comme précédemment, cette équation doit être considérée avec l'équation de continuité et l'équation d'énergie adiabatique linéarisées. Lee et Saio (1997) ont utilisé l'approximation traditionnelle de la rotation (*traditional approximation of rotation*, TAR, Eckart, 1960) pour résoudre le système et mettre en évidence des familles de solutions absentes dans le cas perturbatif. La TAR consiste à négliger la contribution radiale de la force de Coriolis en considérant que les déplacements horizontaux dominant la perturbation, $\xi_h \gg \xi_r$. Les termes en $\Omega \sin \theta$ vont donc pouvoir être négligés dans l'équation 2.75. On considère alors la forme suivante pour nos variables, en posant $\zeta = 2\Omega/\omega$ et $\mu = \cos \theta$

$$\begin{cases} \xi_r = \tilde{\xi}_r(r)\Theta(\mu, \zeta)e^{im\phi}e^{-i\omega t} \\ p' = \tilde{p}(r)\Theta(\mu, \zeta)e^{im\phi}e^{-i\omega t}, \\ \rho' = \tilde{\rho}(r)\Theta(\mu, \zeta)e^{im\phi}e^{-i\omega t} \end{cases}, \quad (2.76)$$

Cette fois-ci nous ne préjugeons pas de la forme de la dépendance latitudinale (dans le cas sans rotation on avait directement introduit les harmoniques sphériques). On peut alors montrer qu'il est possible de séparer les variables dans les équations, à condition de considérer des fonctions Θ qui vérifient

$$\mathcal{L}_\zeta\Theta = -\lambda\Theta, \quad (2.77)$$

où λ est une fonction de m et de ζ et $\mathcal{L}_\zeta\Theta$ est donné par

$$\mathcal{L}_\zeta\Theta := \frac{d}{d\mu} \left[\frac{1-\mu^2}{1-\mu^2\zeta^2} \frac{d}{d\mu} \Theta \right] - \frac{1}{1-\mu^2\zeta^2} \left[\frac{m^2}{1-\mu^2} + m\zeta \frac{1+\mu^2\zeta^2}{1-\mu^2\zeta^2} \right] \Theta. \quad (2.78)$$



Ces fonctions Θ sont appelées *fonctions de Hough* (Hough, 1897). Dans le cas d'un taux de rotation faible devant la vitesse keplérienne critique $\Omega \ll GM/R^3$, on peut décrire Θ comme une superposition d'harmoniques sphériques de degrés $\ell - 1$, ℓ et $\ell + 1$ (Saio, 1982; Saio et al., 2018). L'équation 2.77 est connue comme *l'équation de marée de Laplace*. L'équation gouvernant la dépendance radiale des solutions est quant à elle

$$\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0 r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \rho_0 \tilde{\xi}_r \right] - \lambda \frac{\tilde{\rho}}{\omega^2 r^2 \rho_0} = 0, \quad (2.79)$$

et les solutions oscillantes sont obtenues pour $\lambda > 0$. On peut également montrer que, dans le cas sans rotation, l'équation 2.77 se réduit à une équation dont les polynômes associés de Legendre sont solutions. On peut alors écrire $\Theta e^{im\phi} = Y_\ell^m$ et on retrouve $\lambda = \ell(\ell + 1)$. Par souci de simplicité, la TAR a été appliquée ici en supposant une rotation uniforme. Mathis (2009) a étendu le formalisme pour considérer le cas de la rotation différentielle radiale et latitudinale, Prat et al. (2019, 2020) ont pris en compte l'effet d'un champ magnétique dans les équations, tandis que Dhouib et al. (2021, 2022) l'ont appliqué au cas d'un objet déformé par la rotation, toujours en considérant la rotation différentielle.

2.5.3 Modes gravito-inertiels

Les valeurs de λ peuvent être obtenues en intégrant numériquement l'équation 2.77 (Lee et Saio, 1997). Townsend (2003b) a décrit analytiquement les solutions de l'équation pour le cas asymptotique $\zeta \gg 1$. Pour une valeur de m donnée, on va distinguer les différentes solutions possibles à l'aide d'un indice k , que l'on peut relier, dans le cas $k \geq 0$, au formalisme que nous avons utilisé jusque-là via la relation

$$\ell = |m| + k. \quad (2.80)$$

La direction de propagation des oscillations par rapport au sens de rotation dépend du signe de $m\zeta$. Dans la convention utilisée ici, si $m\zeta$ est positif, les oscillations se propagent de manière prograde, et rétrograde dans le cas contraire¹. La Figure 2.9 montre les profils de $\text{sign}(\lambda) \log(1 + |\lambda|)$ pour $m = 2$ et k allant de -8 à 4, avec $\text{sign}(\lambda) = \lambda/|\lambda|$. Les cas $k \geq 0$ montrent comment le comportement des modes g du cas sans rotation évolue lorsque l'on prend en compte la force de Coriolis. On va parler de modes *gravito-inertiels*. Le terme λ_{km} existe et est positif quel que soit ζ . On distinguera en particulier les modes super-inertiels pour lesquels $|\zeta| < 1$, des modes sub-inertiels pour lesquels $|\zeta| > 1$ (voir par exemple Mathis et al., 2014). Quel que soit k , on constate que plus le mode est sub-inertiel (plus ζ augmente), plus sa valeur propre associée λ augmente. Alors que les oscillations liées aux modes super-inertiels vont être en mesure de se propager à n'importe quelle latitude, les oscillations sub-inertielles vont être confinées dans un guide d'onde d'autant plus resserré en latitude autour de l'équateur que ζ augmente (Townsend, 2003b).

En considérant les solutions obtenues pour $k < 0$ et $\zeta < 0$, la TAR permet aussi de mettre en évidence l'existence d'une autre catégorie de modes d'oscillation rétrogrades : les modes de Rossby, ou *modes r* (Papaloizou et Pringle, 1978; Saio, 1982), qui correspondent à des déformations essentiellement toroïdales. Ils existent dans cette configuration lorsque l'on a $\lambda_{km} > 0$, c'est à dire pour $|\zeta|$ suffisamment grand. Finalement, les termes λ_{km} pour $k < 0$ et $\zeta > 0$, toujours négatifs, correspondent à des *modes convectifs* progrades. Dans le cas de la TAR, cette dernière famille de modes correspond donc toujours à des solutions évanescents.

1. On sera attentif au fait que dans Lee et Saio (1997) la convention est différente.

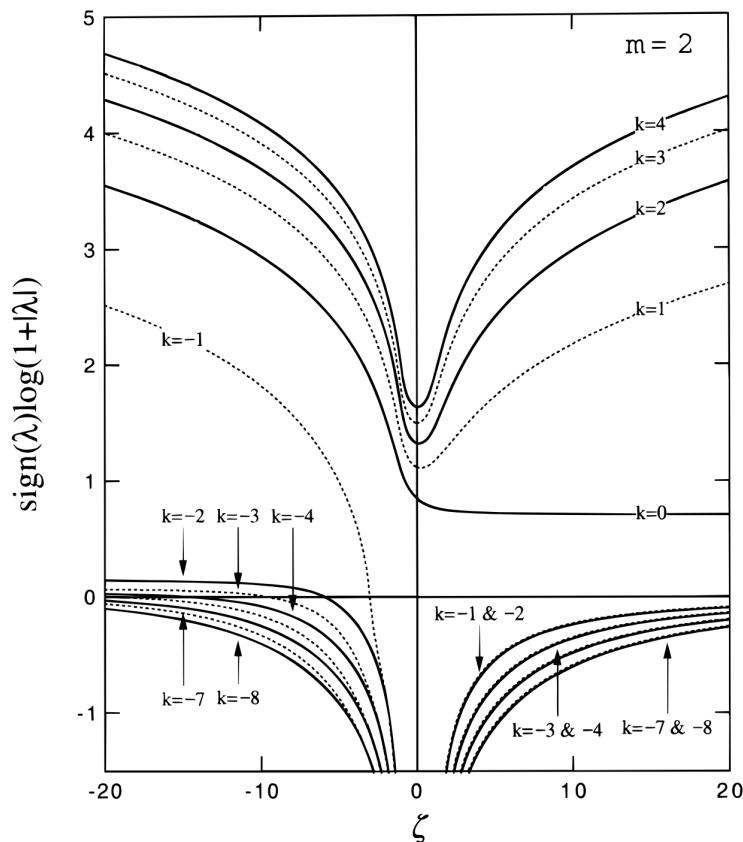


FIGURE 2.9 – Figure tirée de Lee et Saio (1997). Profil de $\text{sign}(\lambda) \log(1+|\lambda|)$ en fonction de ζ pour $m = 2$ et k allant de -8 à 4 . La Figure a été adaptée pour être cohérente avec la convention en $\exp(-i\omega t + im\phi)$ avec laquelle nous travaillons.

2.5.4 Au-delà de la TAR

La TAR est une approximation extrêmement utile pour décrire le comportement adiabatique des modes d'oscillation dans les intérieurs radiatifs stratifiés en présence de rotation, mais elle ne peut pas être appliquée dans les régions convectives, où la contribution radiale de la force de Coriolis ne peut plus être négligée. Saio (1982) a étudié le comportement des modes r dans le cas général en faisant l'hypothèse d'une rotation uniforme de norme faible. Dintrans et Rieutord (2000) et Mathis et al. (2014) ont montré en particulier que les ondes gravito-inertielles restaient propagatives dans la zone convective à condition de vérifier $\zeta > 1$ (ondes sub-inertielles). Ceci est illustré par la Figure 2.10 qui montre les intervalles de fréquence pour lesquelles les différentes catégories d'onde sont propagatives en zone radiative et en zone convective. La longueur caractéristique de la queue évanescence des ondes super-inertielles hors de leur cavité résonante est quant à elle plus importante en présence de rotation, ce qui permet de penser que l'amplitude des modes gravito-inertiels en surface dans les étoiles de type solaire en rotation rapide est plus importante que pour les étoiles

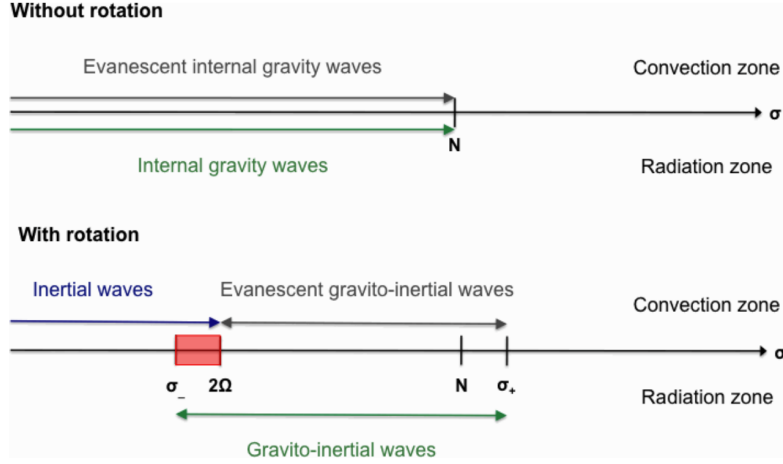


FIGURE 2.10 – Diagramme de propagation des ondes gravito-inertielles dans une zone convective et une zone radiative. Dans cette figure, σ désigne la fréquence des ondes. Dans le cas sans rotation, les ondes de gravité sont propagatives dans la zone radiative pour l'intervalle de fréquence situé entre 0 et N , dans le cas avec rotation, les ondes gravito-inertielles sont propagatives à une latitude fixée entre deux fréquences limites σ_- et σ_+ . La région en rouge signale l'intervalle dans lequel des ondes sub-inertielles existent. Figure tirée de Mathis et al. (2014).

en rotation plus lente. Prat et al. (2016) ont développé une théorie asymptotique de tracé de rayon pour des modèles polytropiques d'étoiles, sans négliger la composante radiale de l'accélération de Coriolis et en incluant les effets de déformation centrifuge. Prat et al. (2017) ont étudié comment l'espacement en période des modes gravito-inertiels évoluait entre la TAR et cette nouvelle théorie asymptotique. Celle-ci a également été étendue au cas de la rotation différentielle par Prat et al. (2018) afin de caractériser les régimes de propagation auxquels un profil de rotation non uniforme est susceptible de donner naissance. Enfin Ouazzani et al. (2020) et Saio et al. (2021) ont montré que l'étude des couplages entre les modes gravito-inertiels de la zone radiative et les modes purement inertiels du coeur convectif ouvrait une nouvelle fenêtre sur la caractérisation de la dynamique du coeur.

2.5.5 Sismologie des étoiles en rotation

Une conséquence importante mise en évidence par la TAR est que l'espacement en période des modes gravito-inertiels d'ordre élevé ne va plus être constant comme pour les modes g dans le cas sans rotation. L'équation asymptotique 2.59 va être remplacée dans la TAR par (voir par exemple Aerts et al., 2019)

$$\Delta P_{\ell,m}(\zeta) = \frac{P_0}{\sqrt{\lambda_{\ell,m}(\zeta)}}. \quad (2.81)$$

Cela peut être observé par exemple pour des étoiles de masse intermédiaire en rotation rapide comme les pulsateurs de classe γ Doradus. La Figure 2.11 montre un exemple pour une étoile de cette catégorie, avec d'un côté l'évolution de l'espacement en période des modes progrades, et de l'autre, celui des modes rétrogrades. On voit que, dans le référentiel inertiel, l'espacement en période des

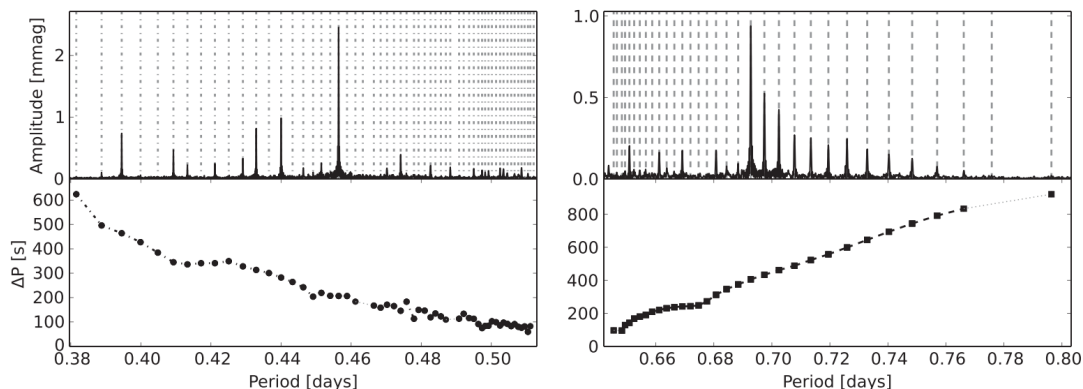


FIGURE 2.11 – *Haut* : Modes g progrades (*gauche*) et rétrogrades (*droite*) dans le spectre de KIC 9210943. Dans chaque cas, le panneau inférieur représente l'évolution avec la période de l'espacement en période de deux modes consécutifs. Figure tirée de Van Reeth et al. (2015).

modes progrades diminue avec la période tandis qu'il augmente avec les modes rétrogrades. Mesurer avec précision $\Delta P_{\ell,m}$ en fonction de la période permet ainsi de remonter au profil de rotation interne de l'étoile. Les propriétés dynamiques du coeur convectif et de son interface avec l'intérieur radiatif peuvent également être mises en évidence grâce à la sismologie. En particulier Aerts et al. (2021) ont utilisé les mesures obtenues pour un échantillon de 63 γ Doradus et d'étoiles SPB (*slowly pulsating B-type stars*) afin de caractériser les propriétés au coeur de ces étoiles, notamment l'ordre de grandeur du nombre de Rossby Ro dans le coeur convectif.

Quant aux modes r, ils ont été observés dans des étoiles de masse intermédiaire en rotation rapide (Van Reeth et al., 2016; Saio et al., 2018) mais pourraient en fait potentiellement être détectés dans de nombreuses régions du diagramme HR (voir Saio, 2018). Un exemple d'une observation de modes r dans une étoile γ Doradus est montré dans la Figure 2.12, où l'espacement en période caractéristique des modes r est repéré et comparé à celui des modes gravito-inertiels des régions fréquentielles proches. Il est intéressant de remarquer que les signaux correspondant aux différents modes se couplent pour donner lieu à un phénomène de battements.

On ne pourra pas conclure cette section sans signaler que l'existence de modes r, notamment leurs composantes équatoriales (appelées *modes sectoriels*, composantes vérifiant $\ell = m$) a été récemment mise en évidence dans le Soleil (Löptien et al., 2018; Gizon et al., 2021), comme le montre la Figure 2.13, qui montre un excès de puissance dans le signal de vorticité radiale $\nabla \times \mathbf{v}_h$ où \mathbf{v}_h est la composante horizontale de la vitesse. Ce signal est observé dans la photosphère solaire et respecte la relation de dispersion attendue dans le référentiel en co-rotation pour de tels modes (Saio, 1982)

$$\omega_{\ell m} = -\frac{2m\Omega}{\ell(\ell+1)}. \quad (2.82)$$

L'étude de ces modes r a insufflé un intérêt nouveau pour les propriétés des modes inertiels dans l'enveloppe convective du Soleil (voir par exemple Gizon et al., 2020; Gizon et al., 2021; Bekki et al., 2022; Fournier et al., 2022).

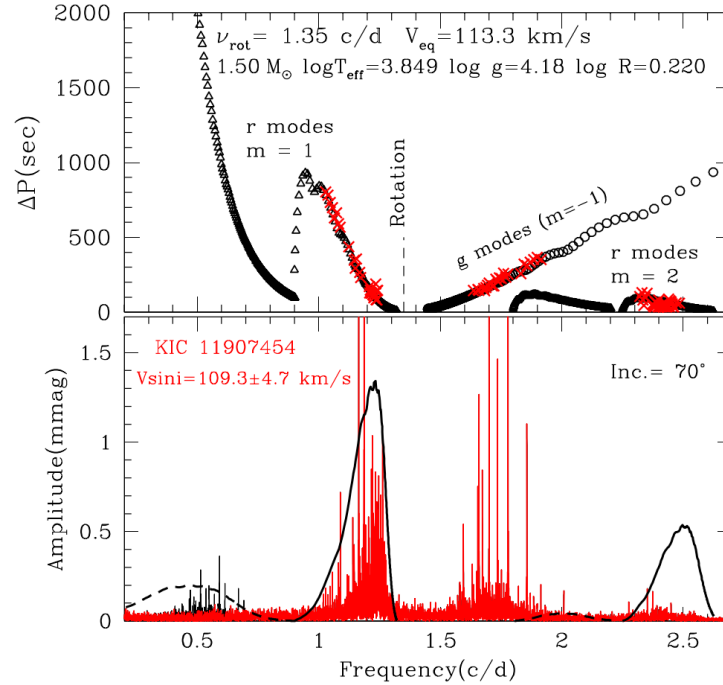


FIGURE 2.12 – Mise en évidence de modes r dans une étoile de masse intermédiaire γ Doradus (KIC 11907454). Le panneau supérieur montre en noir l’espacement en période théoriquement attendu pour les modes r (*triangle*) et g (*cercles*) et en rouge celui effectivement observé. Le panneau inférieur représente le spectre d’amplitude de l’étoile (*rouge*) avec le profil de visibilité attendu pour les modes r pour une inclinaison de 70° . La partie du spectre d’amplitude en noir correspond à des fréquences de battement entre les modes g et les modes r. La courbe noire correspond à la visibilité calculée pour les modes r. Cette courbe est tracée en traits pleins dans l’intervalle de fréquences où les modes r sont observés, en tirets sinon. Figure tirée de Saio et al. (2018).

2.6 Techniques observationnelles

Les précédentes sections de ce chapitre ont été consacrées à la description du formalisme physique permettant de comprendre les aspects dynamiques liés à la rotation des étoiles de type solaire. Dans cette section, je décris donc les méthodes observationnelles qui vont permettre de mettre en évidence les phénomènes physiques décrits plus hauts, en particulier concernant les oscillations stellaires.

2.6.1 Spectroscopie et photométrie

Étant donné l’ordre de grandeur des fréquences des oscillations stellaires, leur mise en évidence et leur caractérisation demande l’acquisition de séries temporelles de longue durée. Les deux observables que l’on va pouvoir chercher à mesurer sont, au choix, la variation de luminosité de l’étoile (liée à ses perturbations de température, de rayon et de gravité de surface) ou la vitesse radiale à

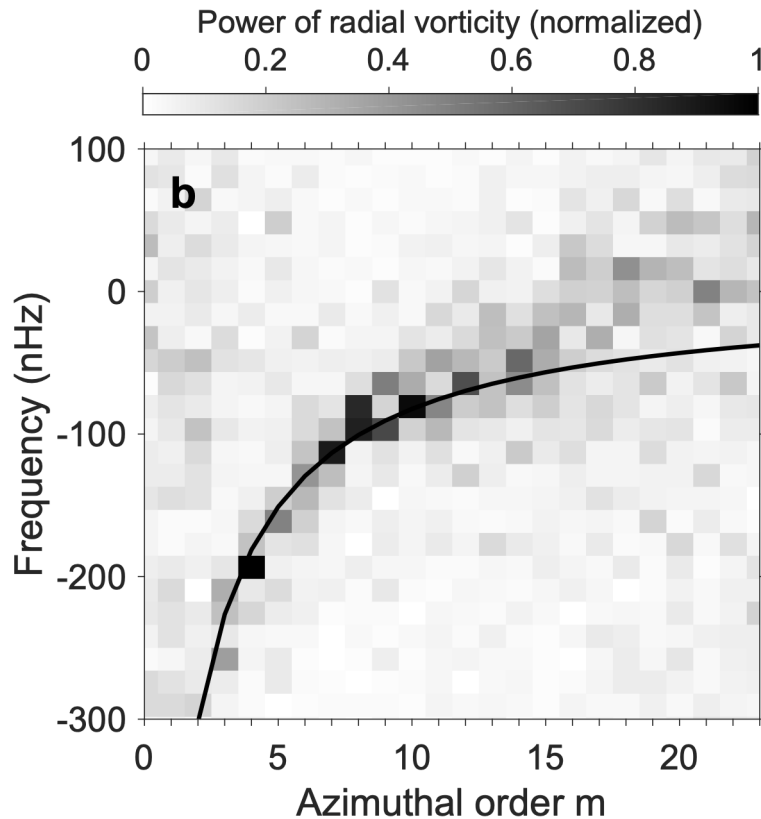


FIGURE 2.13 – Spectre de puissance de la vorticité radiale observée à la surface du Soleil, décomposée sur ses composantes azimutales m . Les composantes sectorielles $\ell = m$ des modes r observés dans le Soleil sont visibles au voisinage de la courbe noire en trait plein qui matérialise la relation de dispersion donnée à l'équation 2.82. Figure tirée de Lóptien et al. (2018).

la surface de celle-ci. La première approche va donc mettre en jeu des techniques photométriques tandis que la seconde va reposer sur une méthode spectroscopique, via la mesure de la variation de la longueur d'onde des raies d'absorption à cause de l'effet Doppler.

L'un des principaux avantages de la photométrie repose sur le fait qu'elle permet d'observer un grand nombre d'étoiles en simultané (contrairement à la spectroscopie, où l'instrument ne peut analyser la lumière provenant que d'une cible à la fois). Elle a pour cette raison été privilégiée pour les missions spatiales CoRoT (*Convection, Rotation et Transits planétaires*, Auvergne et al., 2009), Kepler (Borucki et al., 2010), TESS (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*, Ricker et al., 2015) ou la future mission PLATO. Les deux techniques ont été utilisées dans le cas des observations solaires. Le Chapitre 5 présentera plus en détail les instruments dédiés à l'héliosismologie.



2.6.2 Analyse de Fourier

On définit la transformée de Fourier \hat{s} d'un signal temporel s de la façon suivante

$$\hat{s}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt . \quad (2.83)$$

Dans le cas discret d'une série réelle de moyenne nulle avec n_{obs} observations échantillonnées régulièrement avec une fréquence $\nu_s = \omega_s/2\pi$, on va considérer la transformée de Fourier discrète qui peut s'exprimer

$$\hat{s}(\omega_k) = \frac{2\pi}{\omega_s} \sum_{j=0}^{n_{\text{obs}}-1} s(t_j) e^{-i\omega_k t_j} , \quad (2.84)$$

avec $t_j = 2\pi j\omega_s$ et que l'on va évaluer en $\omega_k = k\omega_s/n_{\text{obs}}$ pour $0 \leq k < n_{\text{obs}}/2$ si n_{obs} est pair et $0 \leq k < (n_{\text{obs}} + 1)/2$ si n_{obs} est impair. On constate qu'il ne va être possible d'étudier le signal que pour une fréquence inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage, la fréquence de Nyquist (Nyquist, 1928).

$$\nu_N = \nu_s/2 . \quad (2.85)$$

On peut alors définir la densité spectrale de puissance (PSD) de la façon suivante

$$\text{PSD}(\omega_k) = \frac{1}{T} |\tilde{s}(\omega_k)|^2 , \quad (2.86)$$

avec $T = n_{\text{obs}}/\nu_s = 2\pi n_{\text{obs}}/\omega_s$. Si on considère l'égalité de Parseval, qui nous assure

$$\sum_j |s(t_j)|^2 = \frac{N}{T^2} \sum_{\omega_k} |\tilde{s}(\omega_k)|^2 , \quad (2.87)$$

cette définition de la PSD permet de vérifier

$$\int_0^{\nu_N} \text{PSD}(\nu) d\nu = \sigma^2 , \quad (2.88)$$

avec σ^2 la valeur efficace de s .

Pour limiter l'impact des effets observationnels dans le spectre de Fourier, il est également nécessaire d'assurer au maximum des observations en continu. En effet, la transformée de Fourier du produit de deux fonctions f et g correspond à la convolution de leurs transformées de Fourier

$$f.g(t) \longleftrightarrow \tilde{f} * \tilde{g}(\omega) . \quad (2.89)$$

Si les observations ne sont pas effectuées en continu, la décomposition fréquentielle du signal physique va ainsi être convoluée par la transformée de Fourier de la fenêtre d'observation. Là encore, les instruments spatiaux possèdent l'immense avantage de pouvoir réaliser ces observations en continu. C'est le cas des instruments héliosismiques embarqués à bord des satellites *Solar and Heliospheric Observatory* (SoHO, Domingo et al., 1995) et *Solar Dynamics Observatory* (SDO, Pesnell et al., 2012). Au sol, afin de limiter les effets de la durée limitée de la fenêtre d'observation, il est nécessaire de disposer d'un réseau d'observatoires couvrant un intervalle suffisant de fuseaux horaires. Des observations héliosismiques sont par exemple réalisées par les réseaux *Birmingham Solar Oscillations Network* (BiSON, Chaplin et al., 1996; Davies et al., 2014; Hale et al., 2016) et *Global*



Oscillations Network Group (GONG, Harvey et al., 1996). Pour comparaison, le cycle de travail (la fraction de temps d'observation effectif), entre 1996 et 2014, de l'instrument *Global Oscillations at Low Frequency* (GOLF, Gabriel et al., 1995) embarqué à bord de SoHO est d'environ 96%, contre 78% sur la même période pour BiSON.

L'acquisition instrumentale d'un signal physique peut se concevoir comme la convolution de ce signal par une fonction liée au mode d'acquisition (voir par exemple Brigham, 1988). Dans le cas d'une fonction créneau de largeur $1/\nu_s$, la transformée de Fourier du signal physique va alors être multipliée par une fonction sinus cardinal (voir par exemple Kallinger et al., 2014) de la forme $\text{sinc}(\pi\nu/2\nu_N)$ où $\nu = \omega/2\pi$. Cela peut avoir des conséquences non-négligeables lorsque la fréquence du signal d'intérêt se trouve proche de ν_N .

2.6.3 Vers la mission PLATO

L'horizon des observations astérosismiques s'est considérablement élargi au cours des deux dernières décennies, en particulier considérant les pulsateurs de type solaire, pour lesquels très peu d'observations étaient disponibles avant l'avènement de l'astérosismologie spatiale (pour des exemples d'observations au sol, voir par exemple Kjeldsen et al., 1995, 2005). Lancé en 2006, le satellite français CoRoT a permis d'obtenir des courbes de lumière de 150 jours pour environ 60000 étoiles. De 2009 à 2013, la mission *Kepler* de la NASA a quant à elle effectué le suivi photométrique de près de 200000 cibles (Mathur et al., 2017), dont environ 2600 avec une cadence d'échantillonnage suffisamment courte (environ une minute) pour que la valeur de ν_{\max} d'une étoile de type solaire en séquence principale soit localisée en dessous de la fréquence de Nyquist (Mathur et al., 2022). Parmi cet échantillon, on a détecté des modes p stochastiques pour plus de 500 étoiles (Chaplin et al., 2011 ; Mathur et al., 2022).

Avec un lancement prévu à l'horizon 2026, la mission PLATO de l'ESA devrait ainsi faire rentrer l'étude des pulsateurs de type solaire en séquence principale dans une nouvelle dimension. En effet, la découverte et la caractérisation de systèmes analogues à notre Système solaire est l'objectif central de PLATO. La Figure 2.14 montre une représentation du satellite PLATO, de ses modules de service et scientifique ainsi qu'un schéma de l'une des caméras intégrées au module scientifique. Équipée au total de 26 de ces caméras (24 caméras "normales" arrangées en quatre blocs de six caméras, et 2 caméras "rapides" dédiées à assurer un pointage de haute précision), la mission va effectuer des observations haute cadence de plusieurs centaines de milliers d'étoiles brillantes, promettant d'augmenter de plusieurs ordres de grandeur le nombre de détections d'oscillations stochastiques pour des étoiles en séquence principale et d'améliorer significativement notre compréhension à la fois de leur dynamique propre et des mécanismes via lesquels elles interagissent avec leur environnement.

2.7 Conclusion

Dans ce second chapitre introductif, j'ai présenté le formalisme physique nécessaire pour comprendre la dynamique des étoiles en rotation.

- J'ai montré comment on pouvait décrire la structure d'une étoile de type solaire et j'ai présenté les critères thermodynamiques permettant de distinguer zones radiatives et zones convectives.
- J'ai expliqué comment la rotation impactait la dynamique stellaire à la fois dans l'enveloppe convective et aux interfaces (coeur et enveloppe) avec l'intérieur radiatif, via le phénomène

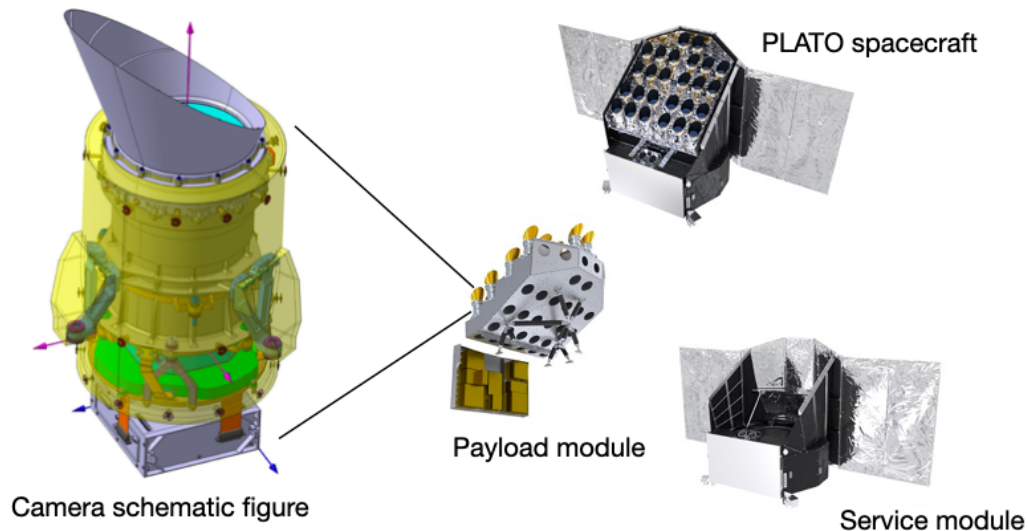


FIGURE 2.14 – Représentation du satellite PLATO, de son module de service (*service module*) et de son module scientifique (*payload module*). Une représentation schématique de l'une des caméras est également montrée. Crédits : ESA (<https://sci.esa.int/web/plato>).

d'overshoot. J'ai décrit comment les phénomènes liés à la rotation pouvaient impacter l'évolution de l'étoile et j'ai souligné que les étoiles de type solaire étaient spécifiquement affectées par le mécanisme de freinage magnétique.

- À partir des équations de base de la mécanique des fluides, j'ai montré comment on pouvait mettre en évidence le phénomène d'oscillations stellaires. Dans un premier temps, j'ai distingué les propriétés des modes p , liées au gradient de pression au sein de l'étoile, et des modes g , liées à la poussée d'Archimède dans les intérieurs stratifiés. J'ai expliqué que dans le cas non adiabatique, il fallait différencier les modes stables et les modes instables, pour mettre en avant le fait que les modes d'oscillations des étoiles de type solaire sont des modes stables excités par des mécanismes stochastiques liés aux mouvements convectifs.
- J'ai détaillé les approches permettant de prendre en compte l'influence de la rotation lorsque l'on décrit le comportement des modes d'oscillation. J'ai d'abord présenté le principe de l'approche perturbative puis j'ai introduit la TAR, qui permet de traiter le cas des modes de basse fréquence dans les intérieurs radiatifs en rotation rapide. J'ai montré que la TAR permettait de mettre en évidence le changement de comportement des modes g qui devenaient des modes gravito-inertiels. L'existence des modes r , absents du cas sans rotation, est également mise en évidence. J'ai évoqué les possibilités d'analyse permettant de dépasser les approximations de la TAR et j'ai présenté quelques exemples de sismologie des étoiles en rotation mettant en jeu des modes r et des modes gravito-inertiels.
- J'ai exposé le principe des deux grandes techniques observationnelles, la spectroscopie et la



photométrie, qui permettent d'obtenir des observations sismiques. J'ai présenté les principes de base de l'analyse de Fourier. Finalement, j'ai évoqué l'horizon de la mission PLATO dont le lancement est prévu à l'horizon 2026.

Le chapitre suivant ouvre la deuxième partie du manuscrit, consacrée à la rotation de surface. Il présente les techniques utilisées pour mesurer la rotation de surface des étoiles observées par la mission *Kepler* et détaille les méthodes employées pour constituer ce qui est aujourd'hui le plus vaste catalogue existant pour la rotation de surface en photométrie.

DEUXIÈME PARTIE

Étudier la rotation de surface

CHAPITRE 3

Mesurer la rotation de surface via la photométrie : la méthodologie ROOSTER

Sommaire

3.1	Introduction	78
3.2	L'enjeu de la calibration	79
3.3	Méthodes d'extraction de la période de rotation	83
3.3.1	Une analyse temps-période, la méthode des wavelets	83
3.3.2	La fonction d'auto-corrélation	83
3.3.3	Le spectre composite	84
3.4	Post-traitement des méthodes d'extraction	84
3.4.1	Auto-sélection et inspections visuelles	84
3.4.2	Un enjeu d'efficacité : réduire drastiquement la nécessité des inspections visuelles	85
3.4.3	Méthodes de classification <i>random forest</i>	85
3.5	L'outil ROOSTER	86
3.5.1	Structure du pipeline	87
3.5.2	Paramètres utilisés pour la classification	87
3.5.3	Validation de la méthode sur des données simulées et sur l'échantillon des étoiles de type K et M de <i>Kepler</i>	89
3.6	Applications aux étoiles de type G et F	96
3.6.1	Extension du set d'entraînement	97
3.6.2	Constitution du catalogue	97
3.6.3	Comparaison avec le catalogue McQ14	100
3.7	Perspectives d'application de la méthode aux missions TESS et PLATO	101
3.8	Conclusion	103



3.1 Introduction : pourquoi mesurer la rotation de surface de grands échantillons ?

On a vu dans l'Introduction générale (Section 2.3) l'importance clef qu'il y avait à comprendre la dynamique de rotation dans la zone convective des étoiles de type solaire. Celle-ci va notamment influencer directement la dynamo stellaire et l'activité magnétique. On a aussi vu que le régime de rotation de la zone convective (cylindrique, solaire, antisolaire, shellular) pouvait être relié au nombre de Rossby, Ro . Il va donc être possible d'obtenir une estimation pour Ro (que ce soit dans sa définition fluide Ro_f ou stellaire Ro_s) grâce à la mesure de la rotation de surface, P_{rot} . Il faut comprendre ici que l'on va considérer une seule valeur pour la période de rotation de surface, avec des incertitudes suffisamment conservatives pour pouvoir inclure les phénomènes de rotation différentielle latitudinale. Toutefois, de cette façon, une mesure de la période de rotation de surface nous fournit une possibilité de sonder, en première approche, la dynamique des régions externes de l'étoile. Il faut aussi se rappeler qu'en mesurant P_{rot} il est possible d'obtenir, dans certaines conditions, une estimation de l'âge d'une étoile via la gyrochronologie (Barnes, 2003 ; Barnes, 2007 ; Mamajek et Hillenbrand, 2008 ; Meibom et al., 2011, 2015 ; García et al., 2014a) à partir de lois de freinage dérivées de celle originellement proposée par Skumanich (1972).

Les missions spatiales comme CoRoT, *Kepler* ou TESS ont permis le suivi photométrique en continu de centaines de milliers (voire de millions, dans le cas de la dernière) d'étoiles. La formation de structures comme les taches ou les *faculae* dans les régions actives vont moduler la luminosité du disque stellaire présenté à l'observateur. Afin d'illustrer l'apparence des taches solaires et des *faculae*, je montre dans la Figure 3.1 une observation du Soleil réalisée le 21 juin 2022 par l'instrument *Atmospheric Image Assembly* (AIA, Lemen et al., 2012) de la mission *Solar Dynamics Observatory* (SDO, Pesnell et al., 2012), à la longueur d'onde 1600 Å. Si le temps de vie de ces régions actives est suffisamment long comparé à P_{rot} , l'analyse des modulations va permettre de déterminer P_{rot} . Cela nous donne donc accès à une mesure de P_{rot} pour de vastes échantillons, ce qui rend envisageable des études statistiques sur de larges populations d'étoiles. Concernant *Kepler*, plusieurs catalogues de rotation ont ainsi été établis au fil des années (Nielsen et al., 2013 ; García et al., 2014a ; Ceillier et al., 2017 ; Angus et al., 2018 ; Santos et al., 2019), celui de McQuillan et al. (2014) étant demeuré jusqu'à récemment la référence la plus communément utilisée en raison de son vaste échantillon, avec des périodes de rotation pour 34030 étoiles. Dans toute la suite, j'y ferai référence sous la dénomination *catalogue McQ14*. Il est important de préciser que des catalogues similaires existent pour la mission K2 (Reinhold et Hekker, 2020 ; Gordon et al., 2021) et sont en cours d'établissement pour la mission TESS (Rowland et Angus, 2021 ; Clayton et al., 2022).

Dans ce chapitre, je décris comment ROOSTER (*Random fOrest Over STEllar Rotation*, Breton et al., 2021), la méthodologie de classifieurs *random forest* que j'ai développée au cours de ma thèse permet d'analyser les courbes de lumière obtenues avec *Kepler* et de fournir des valeurs fiables pour la période de rotation de surface des cibles considérées. Je commence par décrire les méthodes de calibration des courbes de lumières et les techniques utilisées pour extraire les possibles valeurs de P_{rot} . Je montre ensuite que la méthode consistant à effectuer une inspection visuelle d'une proportion importante de l'échantillon de travail n'est plus viable pour la dimension des échantillons fournis par les missions spatiales actuelles. J'explique donc comment les algorithmes de classification *random forest* représentent une solution possible du problème et je décris les fonctionnalités et la structure de ROOSTER (Breton et al., 2021). J'explique comment la méthode ROOSTER a été utilisée pour analyser les données des étoiles de type F et G observées par *Kepler* afin de constituer

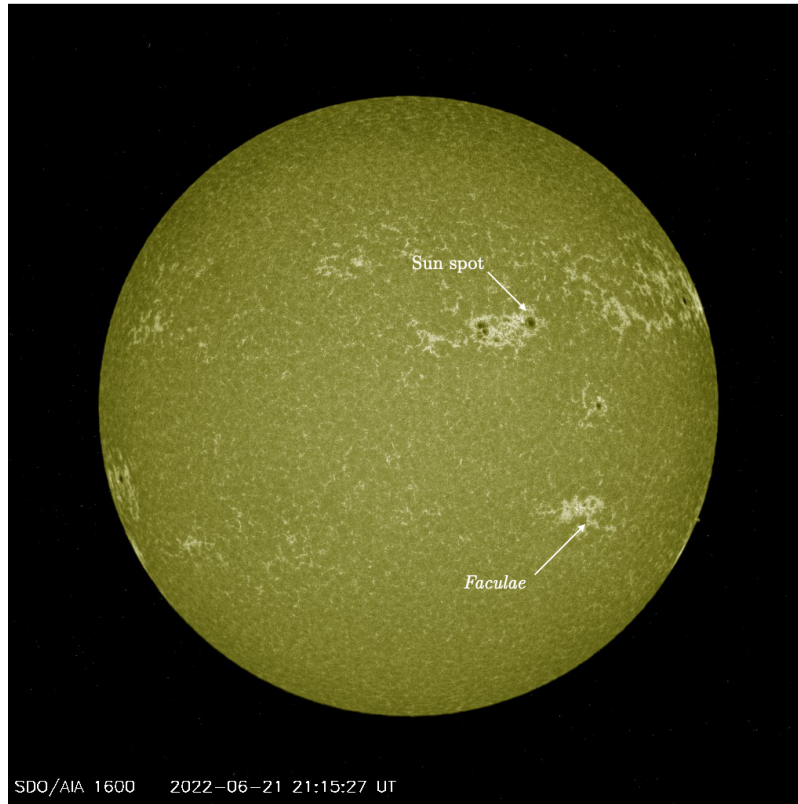


FIGURE 3.1 – Observation du Soleil réalisée par l’instrument SDO/AIA à 1600 Å. Une tache solaire et une zone de *faculae* sont signalées par des flèches. Crédits : NASA (<https://sdo.gsfc.nasa.gov/>).

ce qui est aujourd’hui le plus vaste catalogue de périodes de rotation de surface pour la mission *Kepler* (55232 étoiles, Santos et al., 2021). Finalement, je donne les perspectives d’adaptation de la méthode aux missions TESS et PLATO.

3.2 L’enjeu de la calibration

Lors de sa mission nominale, les capteurs CCD de *Kepler* ont observé en continu une région du ciel localisée à proximité de la constellation du Cygne (voir la Figure 3.2). Les ~ 197000 cibles (Mathur et al., 2017) ont toutes été observées avec une cadence d’environ 30 minutes (données *long cadence*); quelques milliers d’entre elles ont été observée avec une cadence plus élevée de ~ 58.8 secondes (données *short cadence*). Dans ce chapitre, ce sont les données *long cadence* qui seront considérées.

Pour parvenir à cela, le pointage du satellite devait être réajusté tous les 90 jours environ, à la fois pour maintenir le pointage du champ et diriger ses panneaux solaires vers le Soleil : on appelle chacune de ces périodes d’observation un quarter. Il faut noter que le quarter de *commissioning*, Q0, a duré seulement 10 jours, le premier quarter, Q1, 34 jours. À partir de Q2, les quarters

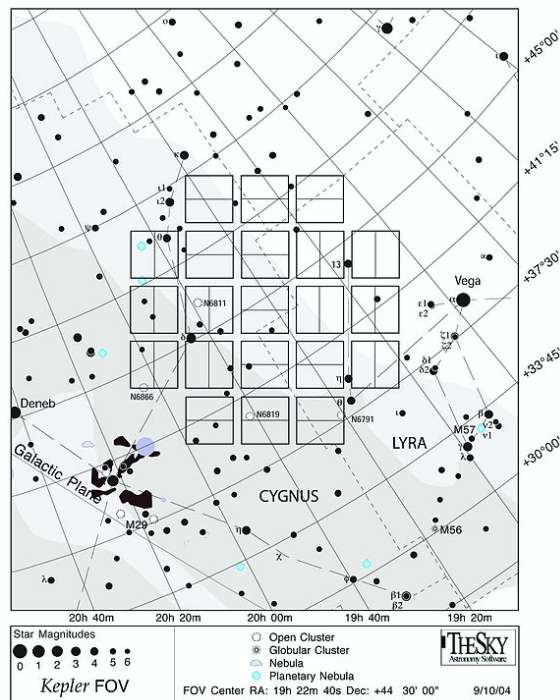


FIGURE 3.2 – Le champ d’observation de *Kepler* dans la constellation du Cygne. Crédit : NASA Ames.

durent environ trois mois (García et al., 2014b). En incluant Q0 dans le compte, la mission *Kepler* comprend au total 18 quarts d’observations, soit environ quatre ans de données. Au sein d’un quartier, des corrections sont nécessaires pour prendre en compte les variations d’altitude de *Kepler*, les dérives dues aux variations de température de l’instrument et nettoyer les valeurs aberrantes (García et al., 2011a). En effet, tous les trois jours environ, la désaturation des roues d’inertie de *Kepler* et la stabilisation du satellite prenaient entre 30 et 60 minutes. Les données devaient également être téléchargées tous les mois au cours d’une brève période où *Kepler* interrompait ses observations. Ponctuellement, suite à divers incidents, il pouvait également être nécessaire de cesser les observations et mettre le satellite en mode de sécurité. Un exemple des corrections appliquées à l’intérieur d’un quartier pour limiter l’impact de ces différents problèmes est montré dans le panneau supérieur de la Figure 3.3, où les occurrences des divers incidents listés ci-dessus sont mis en évidence. D’un quartier à l’autre, ce sont des capteurs CCD différents qui sont susceptibles d’observer une même étoile, leurs caractéristiques étant différentes, il est nécessaire de calibrer correctement les données entre quartiers pour obtenir une courbe de lumière sans saut de valeur moyenne, comme on peut le voir par exemple sur le panneau du bas de la Figure 3.3. Après une étape de filtrage du signal à basse fréquence, il est possible de calibrer les variations de la courbe de lumière en parties par million (ppm) grâce à la transformation suivante

$$\left(\frac{\text{flux}}{\langle \text{flux} \rangle} - 1 \right) \times 10^6 \longrightarrow \text{ppm} . \quad (3.1)$$

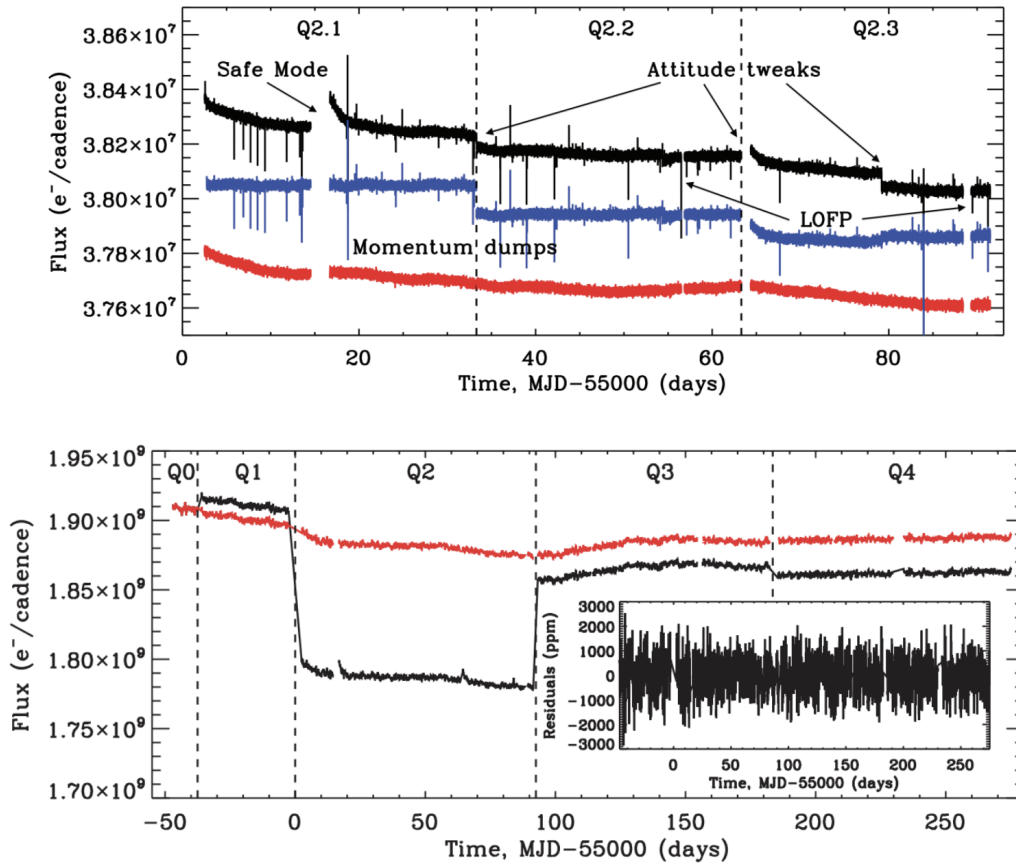


FIGURE 3.3 – *Haut* : Correction au sein du quarter Q2 pour KIC 11395018, une étoile de type solaire. Les données brutes sont représentées en noir et les données corrigées en rouge, celles correspondant à la calibration PDC fournie par la NASA sont montrées en bleu pour comparaison. Les tirets verticaux signalent les interruptions d’observation programmées pour le téléchargement des données. Les changements d’altitude, les pertes de pointage (LOFP) et les passages en mode de sécurité sont signalés. *Bas* : Uniformisation de la calibration des quarters Q0, Q1, Q2, Q3 et Q4 pour la géante rouge KIC 1161618. Les données sont montrées en noir avant correction et en rouge après correction. La courbe de lumière finale filtrée à dix jours et calibrée en partie par millions (ppm) est également montrée dans le panneau réduit. Dans les deux panneaux, les courbes de lumières ont été décalées en ordonnées pour plus de clarté. Figure adaptée de García et al. (2011a).

La méthode de calibration KEPSEISMIC¹ (García et al., 2011a, 2014b; Pires et al., 2015; Santos et al., 2019) a ainsi été pensée pour prendre en compte à la fois les problèmes instrumentaux de *Kepler* et éviter de filtrer les signaux à basse fréquence. Elle est optimisée pour l’analyse de

1. Les données KEPSEISMIC sont accessible sur l’archive Barbara A. Mikulski pour les télescopes spatiaux (MAST) : <http://dx.doi.org/10.17909/t9-mrpw-gc07>.



la rotation et des oscillations stellaires (les courbes de lumière standards fournies par la NASA, *Presearch Data Conditioning*, PDC, étant optimisées pour la recherche de transits exoplanétaires dans les données). Pour limiter l'effet des périodes sans observations sur le spectre de puissance, une technique d'interpolation par des méthodes d'*inpaint* (utilisant une transformée en cosinus discrète multi-échelle) est appliquée pour combler ces trous (García et al., 2014b; Pires et al., 2015). Afin d'analyser la rotation stellaire, pour chaque étoile observée par *Kepler*, ce sont trois courbes de lumières qui sont produites, avec trois périodes de coupure différentes pour le filtre passe-haut : 20, 55 et 80 jours. L'idée est de limiter au maximum les effets instrumentaux de *Kepler*, qui apparaissent comme des modulations quasi-harmoniques avec une fondamentale à 90 jours à cause de l'observation par quarts tout en évitant de filtrer le signal de rotation. Ainsi, on comprendra que le filtre à 20 jours est en mesure de filtrer efficacement les effets instrumentaux mais présente le risque de supprimer également l'amplitude des variations stellaires longues, d'où la nécessité de combiner la courbe de lumière à 20 jours avec celles à 55 jours et 80 jours, qui sont pour leur part plus polluées par des effets instrumentaux. Le panneau *a* de la Figure 3.4 montre par exemple les trois courbes de lumière obtenues avec cette méthode pour l'étoile KIC 1164583. Dans cet exemple, on constate en effet que la période proche de 20 jours donnée par l'analyse de la courbe de lumière filtrée à 20 jours est en fait une harmonique de la période de rotation réelle, qui est d'environ 45 jours.

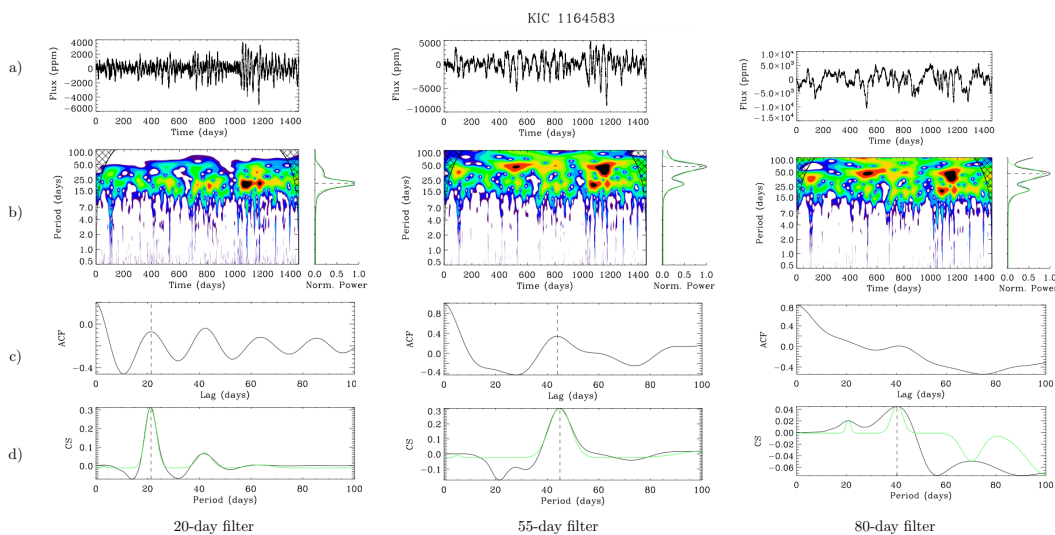


FIGURE 3.4 – Courbe de lumière (panneau *a*), spectre WPS et GWPS (panneau *b*), ACF (panneau *c*) et CS (panneau *d*) pour l'étoile KIC 1164583. La période de rotation est aux alentours de 45 jours. L'analyse de la courbe filtrée à 20 jours détecte seulement une harmonique de ce signal.

3.3 Méthodes d'extraction de la période de rotation

Le pipeline d'analyse de rotation de surface tel qu'il a été mis en place au fil des années au sein de notre équipe repose aujourd'hui sur trois méthodes pour extraire des périodicités dans une courbe de lumière : une analyse temps-fréquence par la méthode dite des ondelettes (*wavelet power spectrum*, WPS, Torrence et Compo, 1998 ; Liu et al., 2007 ; Mathur et al., 2010), l'analyse de la fonction d'auto-corrélation (*auto-correlation function*, ACF, McQuillan et al., 2014) de la courbe de lumière et une combinaison de ces deux techniques à travers le spectre composite (*composite spectrum*, CS, Ceillier et al., 2016, 2017). Au cours de l'exercice *hare and hounds*² mené par Aigrain et al. (2015), cette approche a montré qu'elle était la plus satisfaisante en terme de précision et de complétude sur les résultats fournis.

Il existe bien entendu d'autres méthodes comme l'analyse des pics de la PSD (Nielsen et al., 2013 ; Reinhold et al., 2013) ou la modélisation de la courbe de lumière via des processus gaussiens (Angus et al., 2018), mais dans les sections suivantes je me contenterai de décrire en détail les trois méthodes d'extraction nommées plus haut, dans la mesure où ce sont celles que j'utilise dans le cadre de mes analyses.

3.3.1 Une analyse temps-période, la méthode des wavelets

La méthode des wavelets consiste à calculer la corrélation entre la courbe de lumière et des ondelettes mères (ici des fonctions de Morlet, soit le produit entre une fonction gaussienne et une sinusoïde) dont on fait varier la période. Le résultat fournit un diagramme temps-fréquence, le spectre de puissance des ondelettes (*wavelet power spectrum*, WPS). Cette méthode permet notamment de mettre en évidence la durabilité des motifs périodiques présents dans le signal pendant le temps d'acquisition de la courbe de lumière. En projetant le WPS selon l'axe des périodes, on obtient le *global wavelet power spectrum* (GWPS). Des fonctions gaussiennes sont ajustées sur le GWPS, de la manière suivante : une première fonction gaussienne est ajustée sur le pic de plus grande puissance, puis cette fonction est retirée au GWPS avant d'ajuster une seconde fonction sur ce qui est désormais le pic de plus grande puissance, et ainsi de suite jusqu'à ne plus avoir de pic au dessus d'un niveau de bruit préalablement défini. La période considérée après avoir effectué cet ajustement est celle correspondant à la gaussienne de plus grande amplitude, elle est notée P_{GWPS} . La largeur à mi-hauteur de la gaussienne est prise comme valeur d'incertitude. Le panneau *b* de la Figure 3.4 montre les spectres WPS et GWPS obtenus pour KIC 1164583 pour chacune des trois calibrations.

3.3.2 La fonction d'auto-corrélation

Pour un signal réel s , l'ACF est définie de la manière suivante :

$$\text{ACF}(\tau) = \int s(t)s(t - \tau)dt, \quad (3.2)$$

avec τ un décalage temporel. L'ACF est donc calculée pour une série de valeurs de τ comprises entre 0 et τ_{max} . La période obtenue via cette méthode est notée P_{ACF} , elle correspond au premier maximum obtenu pour la fonction à un décalage non nul. Il est également possible de définir les

². *Lièvres et chiens*, exercice où différents groupes analysent à l'aveugle les données fournies par le groupe responsable de la direction de l'exercice.



paramètres de contrôle H_{ACF} et G_{ACF} . H_{ACF} correspond à la hauteur mesurée à l'abscisse P_{ACF} tandis que G_{ACF} est la moyenne des différences entre l'ordonnée en P_{ACF} et les ordonnées des deux minimums locaux qui l'encadrent. Le panneau *c* de la Figure 3.4 montre l'ACF obtenue pour KIC 1164583 ($\tau_{max} = 100$ jours) pour chacune des trois calibrations. Il faut préciser que l'incertitude formelle obtenue par cette méthode est extrêmement faible et qu'il est ainsi difficile d'estimer une incertitude réaliste via l'ACF.

C'est cette méthode qui a été exploitée pour produire le catalogue McQ14.

3.3.3 Le spectre composite

La courbe du spectre composite est obtenue en multipliant la fonction d'auto-corrélation avec la fonction GWPS. De cette manière, les signaux mis en évidence à la fois par l'ACF et le GWPS sont amplifiés, ceux qui ne sont visibles que par une des deux méthodes sont atténués. Comme dans le cas du GWPS, un ajustement gaussien est effectué pour extraire la période de rotation et son incertitude. On notera la période obtenue via cette méthode P_{CS} . Le paramètre H_{CS} est défini de manière similaire à H_{ACF} . Le panneau *d* de la Figure 3.4 montre les CS obtenus pour KIC 1164583 pour chacune des trois calibrations.

3.4 Post-traitement des méthodes d'extraction : détection d'un signal de rotation et sélection de la meilleure valeur de période

Nous avons donc présenté trois méthodes d'analyse qui fournissent chacune une valeur possible pour la période de rotation. Comme expliqué dans la Section 3.2, pour chaque étoile, il y a trois courbes de lumières (filtrées à 20, 55 et 80 jours) sur lesquelles appliquer ces méthodes. Cela revient donc à obtenir, pour une étoile donnée, au maximum neuf valeurs potentiellement différentes pour la période de rotation de surface. Tout l'enjeu est ensuite de savoir s'il existe réellement dans la courbe de lumière un signal associé à une modulation de rotation et, si oui, de sélectionner la période associée à ce signal.

3.4.1 Auto-sélection et inspections visuelles

Je présente ici la méthode qui a été utilisée par Santos et al. (2019, ci-après S19) pour analyser la rotation des étoiles de type K et M observées par *Kepler*, adaptée de Ceillier et al. (2017). Dans un premier temps, une partie des étoiles analysées sont sélectionnées automatiquement d'après un ensemble de conditions.

1. Pour chaque filtre passe-haut, les périodes mesurées par les méthodes GWPS, ACF et CS doivent être en accord à 2σ , avec σ l'incertitude sur la période mesurée via la méthode GWPS;
2. Si la période de rotation P_{rot} vaut moins de 60 jours, il faut un accord à 20 % entre les filtres à 20 jours et à 55 jours, si P_{rot} vaut plus de 60 jours, il faut un accord à 20 % entre les filtres à 55 jours et à 80 jours;



3. D'après les seuils définis par Ceillier et al. (2017), il faut avoir, dans le filtre le plus approprié pour la période retenue (20 jours si $P_{\text{rot}} < 23$ jours, 55 jours si $P_{\text{rot}} < 60$ jours et 80 jours sinon), $G_{\text{ACF}} \geq 0.2$, $H_{\text{ACF}} \geq 0.3$ et $H_{\text{CS}} \geq 0.15$.

Dans cette approche, il est alors nécessaire de vérifier visuellement toutes les étoiles qui ne sont pas sélectionnées par cette étape de sélection automatique.

3.4.2 Un enjeu d'efficacité : réduire drastiquement la nécessité des inspections visuelles

S19 ont inspecté visuellement environ 60% des 26521 étoiles en séquence principale de type K et M de *Kepler* (d'après les données DR25) pour réaliser leur catalogue.

En physique stellaire, des stratégies de *deep learning* employant des réseaux de neurones à convolution ont notamment été développées ces dernières années pour tenter de répondre à différents défis : classifications des géantes rouges (Hon et al., 2018) ou inférence des paramètres stellaires fondamentaux (Blancato et al., 2020). Plus récemment, la technique a également été appliquée à la problématique de la rotation de surface (Claytor et al., 2022). Ces méthodes ont la particularité de pouvoir être entraînées avec les données "brutes" (l'ensemble des points d'une courbe de lumière par exemple). La capacité de ces méthodes à pouvoir travailler à partir de ces gros volumes de données d'entraînement exige cependant de mettre en oeuvre une puissance de calcul importante.

Proposer des solutions impliquant un entraînement moins demandeur en temps de calcul représentait ainsi une perspective intéressante, d'autant plus dans la mesure où nous possédions déjà un pipeline performant de pré-traitement des courbes de lumière pour l'extraction des paramètres de rotation (utiliser les données brutes des courbes de lumières ayant ainsi moins d'intérêt pour nous). C'est dans cette optique que nous avons décidé de travailler avec des algorithmes *random forest* qui seraient entraînés notamment avec les sorties du pipeline de rotation. À la différence de la méthode développée par (Lu et al., 2020), nous ne voulons cependant pas utiliser les *random forest* pour réaliser une inférence sur la période de rotation ; nous voulons apprendre à notre pipeline à choisir la période correspondant au signal physique de rotation parmi les valeurs qui lui sont proposées.

3.4.3 Méthodes de classification *random forest*

Les algorithmes *random forest* (Breiman, 2001) sont des méthodes de *machine learning* permettant d'effectuer des tâches de régression ou de classification. Ils ont notamment été utilisés pour estimer les valeurs du logarithme de la gravité de surface, $\log g$, des cibles *Kepler* (Bugnet et al., 2018) ou pour identifier des pulsateurs solar-likes dans des données simulées de la mission TESS (Bugnet et al., 2019).

En classification, les algorithmes *random forest* exploitent l'architecture des arbres décisionnels (Breiman et al., 1984) pour associer une classe \mathbf{y} à un jeu de paramètres \mathbf{x} . Je montre dans la Figure 3.5 un exemple d'arbre décisionnel dans le cas simple où il n'existe que deux classes possibles, y_1 et y_2 , et où le jeu de paramètres d'entrée est lui aussi réduit à deux éléments ($\mathbf{x} = \{x_1, x_2\}$). Au premier noeud de l'arbre, les données sont séparées selon le critère $x_1 > 0.8$. Les deux sous-échantillons ainsi obtenus sont à leur tour séparés selon $x_2 > 0.3$ et $x_2 > 0.5$, respectivement. En fonction de la feuille de l'arbre où se sont retrouvés les éléments à classer, on attribue la classe y_1 ou y_2 .

Nous avons encore besoin de savoir comment il est possible de construire de manière pertinente un tel arbre décisionnel. Il est nécessaire de disposer d'un set d'entraînement $\mathbf{x}_{\text{train}}$ pour lequel

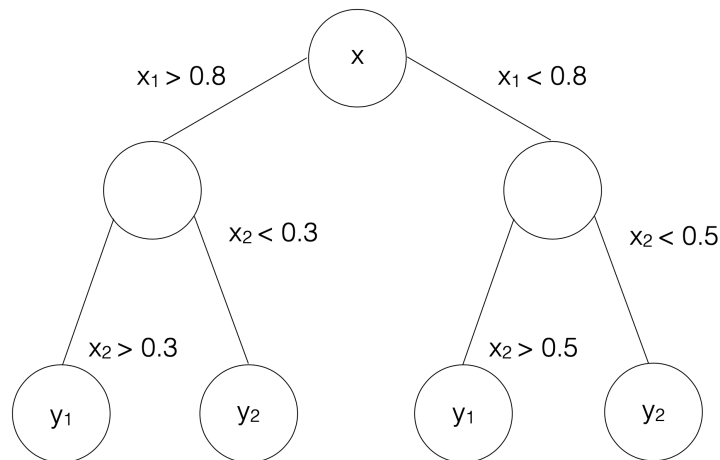


FIGURE 3.5 – Un exemple d’arbre décisionnel

on connaît les valeurs de \mathbf{y} de chaque élément. En partant de la racine de l’arbre, les éléments de $\mathbf{x}_{\text{train}}$ sont séparés en choisissant parmi une série de critères tirés aléatoirement celui qui maximise la pureté des deux sous-échantillons produits. La pureté d’un échantillon est estimée via un score, calculé par exemple grâce au critère de Gini :

$$G = \sum_{k=0}^{N_{\text{classes}}} p_k(1 - p_k) , \quad (3.3)$$

où p_k est la proportion d’éléments de la classe k et N_{classes} correspond au nombre de classes existantes dans $\mathbf{x}_{\text{train}}$. En utilisant cette méthode, l’arbre est construit jusqu’à ce que la pureté obtenue dans chaque noeud soit suffisante.

En utilisant une forêt d’arbres décisionnels au lieu d’un seul (chacun d’entre eux pouvant être construit avec la totalité de $\mathbf{x}_{\text{train}}$ ou bien l’une de ses subdivisions), il est possible d’affiner la méthode de classification. En effet, puisque chaque arbre attribue une classe à un élément x_i , il est possible d’étudier la proportion d’arbres ayant donné à x_i chacune des étiquettes possibles (on considèrera que x_i appartient à la classe qui lui est attribuée par une majorité d’arbres). Dans toute la suite, je désigne cette proportion sous le terme *ratio de classification*.

3.5 L’outil ROOSTER

Je présente dans cette section la structure et les caractéristiques de ROOSTER, outil développé dans l’objectif de produire des analyses de rotation de surface fiables tout en réduisant significativement le niveau d’intervention humaine pour la validation des résultats.



3.5.1 Structure du pipeline

ROOSTER est construit autour de trois classifieurs *random forest*, chacun dédié à une tâche spécifique. Le premier d’entre eux, dénommé *RotClass* est entraîné dans l’optique de différencier les étoiles présentant un signal de rotation (étoiles *Rot*) de celles où aucun signal de ce type n’est discernable dans les données (étoiles *NoRot*). Les étoiles *NoRot* ne sont plus considérées par ROOSTER par la suite. En analysant l’échantillon des étoiles K et M de *Kepler*, S19 ont mis en évidence l’existence de cibles présentant des modulations potentiellement associées à de la rotation, mais pas d’une étoile isolée. Ces signaux peuvent également être liés à des pulsations. Il est donc probable que ces cibles soient des binaires proches (*close binary*, CB) ou des pulsateurs classiques (*classical pulsator*, CP), c’est pourquoi S19 les ont classées sous la nomenclature candidats CP/CB de type 1. Le classifieur *PollFlag* est chargé de repérer ces candidats CP/CB de type 1 (classe *FlagPoll*). Les étoiles non candidates CP/CB reçoivent la classe *FlagOk* de la part de ROOSTER. Enfin, il est nécessaire d’attribuer aux étoiles *Rot* la période $P_{\text{rot,ML}}$ associée au signal de rotation. C’est le classifieur *PeriodSel* qui opère cette sélection. Il faut noter qu’une période est également choisie dans le cas des étoiles *FlagPoll* (c’est-à-dire les étoiles candidates CP/CB). La structure globale de ROOSTER est résumée dans le diagramme de la Figure 3.6.

3.5.2 Paramètres utilisés pour la classification

Pour obtenir des résultats pertinents, il est nécessaire de définir le jeu de paramètres que ROOSTER va être entraîné à analyser. Nous commençons par intégrer dans ce jeu de paramètres les neuf périodes de rotation extraites par les méthodes décrites dans la Section 3.3, ainsi que leurs incertitudes et les paramètres de contrôle H_{ACF} , G_{ACF} et H_{CS} . Pour le GWPS et le CS, nous considérons également la valeur centrale, l’écart-type et l’amplitude des cinq premières gaussiennes à avoir été ajustées lors de l’extraction des valeurs de période. Le χ^2 de chacun des fits gaussiens effectués est aussi considéré parmi les paramètres.

A partir de la période de rotation de surface, il est possible de définir l’indice S d’activité photométrique, le S_{ph} (Mathur et al., 2014a). L’indice est dénoté ainsi pour le différencier de l’indice S originel qui est lui chromosphérique (Middelkoop, 1982). Cet indice est pris comme la valeur moyenne des écart-types de la courbe de lumière subdivisée en segments de longueur $5 \times P_{\text{rot}}$. Les possibilités ouvertes par le S_{ph} seront discutées plus en détail dans la Section 4.2.1. Les valeurs de S_{ph} obtenues pour chaque filtre et chaque méthode sont fournies à ROOSTER, avec leurs incertitudes. Il faut aussi se souvenir qu’il doit être interprété comme une limite inférieure de l’activité magnétique de l’étoile, puisqu’il dépend de l’angle d’inclinaison de l’étoile et de la phase de l’observation par rapport au cycle d’activité de l’étoile.

Comme la vitesse de rotation de l’étoile est directement corrélée à son âge et son type spectral (Barnes, 2003; Mamajek et Hillenbrand, 2008), nous avons également décidé de considérer des paramètres stellaires généraux comme la température effective T_{eff} ou le logarithme de la gravité de surface, $\log g$ (tous les deux pris dans le DR25³). Dans le même esprit, nous avons aussi utilisé l’indicateur *Flicker in Power* (FliPer) défini par (Bugnet et al., 2018) comme la moyenne de la PSD prise entre une fréquence de coupure ν_c et la fréquence de Nyquist ν_N , à laquelle on a retiré le bruit

3. En développant la méthode, nous avons comparés les résultats obtenus en considérant à la place des données DR25 le catalogue Gaia-Kepler de Berger et al. (2020, B20), mais nous avons constaté que le choix du catalogue pour T_{eff} et $\log g$ n’occasionnait que des différences extrêmement marginales sur les résultats de ROOSTER

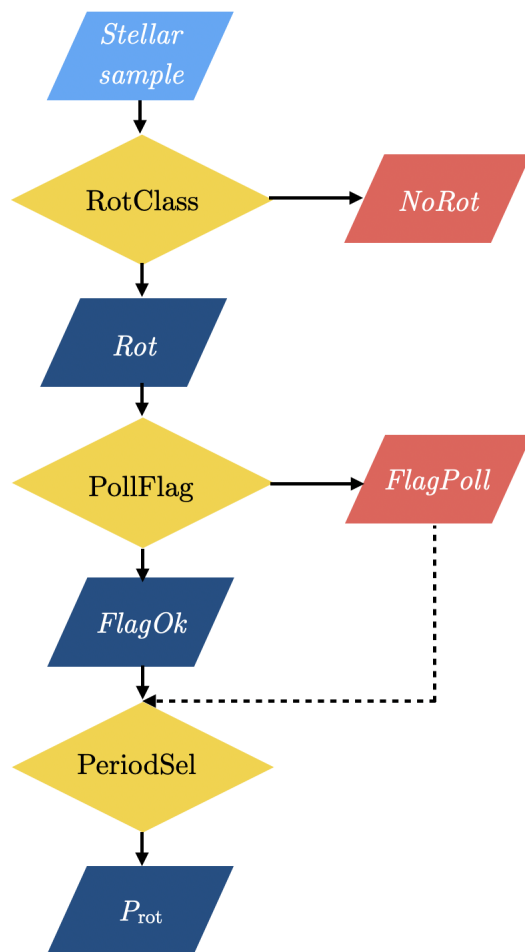


FIGURE 3.6 – Structure de ROOSTER. À partir de l'échantillon considéré, le classifieur *RotClass* discrimine les étoiles présentant une modulation de rotation (*Rot*) de celles n'exhibant pas de signal (*NoRot*). *PollFlag* signale les étoiles présentant un caractère de CP/CB de type 1 *FlagPoll*. Toutes les étoiles *Rot*, qu'elles soient *FlagOk* ou *FlagPoll*, sont analysées par le classifieur *PeriodSel* qui détermine la période de rotation P_{rot} .

de photon P_n afin de tenir compte de la magnitude de l'étoile :

$$\text{FliPer} = \frac{1}{\nu_N - \nu_c} \int_{\nu_c}^{\nu_N} \text{PSD}(\nu) d\nu - P_n . \quad (3.4)$$

Quatre valeurs de *FliPer* sont considérées, pour ν_c valant 0.7, 7, 20 et 50 μHz . Pour estimer P_n , la meilleure solution est d'utiliser la totalité des courbes de lumière *Kepler* afin de calibrer une loi empirique reliant P_n à la magnitude stellaire observée par *Kepler*, K_p (voir le *Kepler Input Catalog*, *KIC*, Brown et al., 2011). C'est ce qui a été fait dans le cadre de ce travail en utilisant les courbes de



lumière KEPSEISMIC. Enfin, nous avons ajouté au jeu de paramètres ainsi défini des paramètres liés aux conditions d’observation par *Kepler* : la magnitude observée par *Kepler* K_p , la longueur de chaque courbe de lumière, la date de début et de fin de chaque courbe de lumière. Le nombre de quarts de mauvaise qualité de la courbe de lumière est également considéré dans les données d’entrée.

3.5.2.1 Jeu de paramètres réduit

Un algorithme *random forest* ne peut classifier un élément que si le jeu de paramètres qui lui est fourni est complet. Cependant, il arrive parfois que le pipeline d’analyse de la rotation décrit dans la section 3.3 ne soit pas en mesure de fournir une période de rotation pour l’ACF lorsque la fonction calculée ne présente aucun pic clair. Pour remédier à cet inconvénient, nous avons décidé d’entraîner une seconde version des classifieurs de ROOSTER (les classifieurs réduits) qui ne considèrent pas en entrée les valeurs des P_{ACF} , $S_{ph,ACF}$ et leurs incertitudes. Il faut noter que ces classifieurs conservent cependant les paramètres H_{ACF} et G_{ACF} . Dans le cas où l’ACF n’a pas permis de déterminer de période, ces deux paramètres valent zéro. Cela permet notamment d’informer les classifieurs que l’ACF a mis ou non en évidence une périodicité dans la courbe de lumière.

3.5.3 Validation de la méthode sur des données simulées et sur l’échantillon des étoiles de type K et M de *Kepler*

3.5.3.1 Échantillons de travail

Pour valider la méthode, nous avons utilisé d’une part un échantillon issu du catalogue S19 et d’autre part les données simulées qui avaient été utilisées par Aigrain et al. (2015, A15 dans la suite) pour réaliser l’exercice *hare and hounds* visant à comparer les pipelines d’analyse de différentes équipes de recherche.

L’échantillon du catalogue S19 que nous avons utilisé contient 23431 étoiles K et M en séquence principale. 21707 étoiles possèdent un jeu de paramètres complet et ont servi à constituer l’échantillon appelé échantillon *RotClass* dans la suite. Les 1724 autres étoiles, qui ne peuvent être traitées que par les classifieurs réduits, forment l’échantillon *MissingParam*. Parmi les étoiles de l’échantillon *RotClass*, S19 fournit des périodes de rotation (qui seront utilisées dans la suite comme valeurs de référence) pour 14562 cibles, qui constituent l’échantillon *PeriodSel*. De la même manière, 374 étoiles de l’échantillon *MissingParam* possèdent une période de rotation dans S19. Il faut aussi noter que 315 des étoiles de *RotClass* sont des candidates CP/CB de Type 1.

Les données de A15 comportent 1000 courbes de lumières simulées. Pour 750 d’entre elles, du bruit issu d’observations réelles de *Kepler* a été ajouté. À ces 1000 courbes de lumières simulées, il faut ajouter cinq segments des données de l’instrument solaire VIRGO, chaque segment étant long de 1000 jours.

3.5.3.2 Entraînement en série et validation sur des sous-échantillons tests

Pour assurer la robustesse de la méthode d’analyse développée avec ROOSTER, il a été nécessaire de démontrer que ROOSTER n’était que marginalement sensible à la composition exacte de son set d’entraînement, l’essentiel étant que les données du set d’entraînement couvrent un espace de paramètre suffisamment vaste pour inclure celui des données à analyser. C’est dans cette optique que nous avons décidé de procéder, pour chaque classifieur, à cent entraînements successifs,



en divisant à chaque fois l'échantillon de travail en un set d'entraînement (avec 75% des étoiles de l'échantillon) et en un set de test (avec les 25% restant des étoiles). *RotClass* est entraîné avec les étoiles de l'échantillon *RotClass*, *Period* avec les étoiles de l'échantillon *PeriodSel*. Le cas de *PollFlag* est légèrement plus complexe puisqu'il va être entraîné avec les 315 candidats CP/CB de Type 1 de l'échantillon *PeriodSel*, ainsi que 315 étoiles non candidates de *PeriodSel* tirées aléatoirement à chaque entraînement.

À partir de ces cent entraînements, il est possible, pour chaque étoile, de calculer un ratio de classification moyen, en moyennant les ratios de classification obtenus pour cette étoile toutes les fois où elle s'est retrouvée dans le set de test.

3.5.3.3 Performances de ROOSTER sur le catalogue S19

Cette sous-section présente les scores obtenus pour chacun des trois classifieurs de ROOSTER avec les étoiles du catalogue S19, en utilisant les ratios de classification moyens.

Pour *RotClass*, le ratio de classification moyen a attribué la bonne classe (*Rot* ou *NoRot*) à 94,2% des étoiles (20443 sur 21707). Durant les cent entraînements, 7,9% des étoiles ont reçu la mauvaise classe au moins une fois, 4,1% d'entre elles ont été systématiquement mal classifiées.

Comme les candidats CP/CB de Type 1 sont censés être très minoritaires dans les échantillons considérés, la sensibilité aux candidats CP/CB de Type 1 (soit le taux de détection de ces étoiles) est l'indicateur que nous avons privilégié pour évaluer les performances de *PollFlag*. En considérant le ratio de classification moyen, on constate que seuls deux candidats CP/CB de Type 1 ont été mal classifiés, ce qui correspond à une sensibilité de *PollFlag* 99,4%. Sur les cent entraînements, six candidats CP/CB de Type 1 ont été mal classifiés au moins une fois (1,9% de ces étoiles). Il est aussi important de s'intéresser à la spécificité de *PollFlag* et de préciser que 2,8% d'étoiles non candidates ont été incorrectement classifiées. Cela signifie que si l'on avait appliqué *PollFlag* à l'aveugle sur un échantillon de la taille de l'échantillon *RotClass*, environ 400 étoiles non candidates auraient reçu la classe *FlagPoll* de manière incorrecte.

Enfin, nous nous intéressons aux résultats obtenus par *PeriodSel*, qui a la tâche de sélectionner la période de rotation $P_{\text{rot,ML}}$ parmi les neuf valeurs potentielles fournies par le pipeline de rotation. Dans 86,8% des cas, *PeriodSel* choisit la période qui a été retenue dans S19. Cependant, comme une fraction significative des périodes choisies par *PeriodSel* sont en accord à 10% avec les valeurs de S19, nous choisissons de définir la précision "vraie" (*true accuracy*, TA) de la manière suivante :

$$\text{TA} = \frac{\text{Card}(E_{\text{good}})}{\text{Card}(E)} \times 100, \quad (3.5)$$

où E est l'ensemble des cibles considérées et E_{good} l'ensemble des cibles pour lesquelles la valeur de $P_{\text{rot,ML}}$ est en accord à 10% avec la valeur de référence de S19.

En utilisant le ratio de classification moyen, nous trouvons alors $\text{TA} = 95,3\%$ pour *PeriodSel* (13871 périodes en accord avec S19 sur 14562 dans l'échantillon *PeriodSel*). Les performances de *PeriodSel* sont illustrées dans la Figure 3.7 qui compare $P_{\text{rot,ML}}$ et les valeurs de références P_{rot} , S19.

Pour considérer les étoiles de l'échantillon *MissingParam*, nous n'avons pas réalisé d'entraînement en série. Chaque classifieur réduit a été entraîné avec la totalité des étoiles de l'échantillon portant leur nom, et ces classifieurs ont ensuite été utilisés pour classifier les éléments de l'échantillon *MissingParam*. Sur cet échantillon, nous avons observé une baisse significative des résultats de ROOSTER. En effet, la précision de *RotClass* passe de 94,2% à 97,6% en considérant cet échantillon, et la précision vraie de *PeriodSel* de 95,3% à 99,5%. Il est cependant important de préciser que

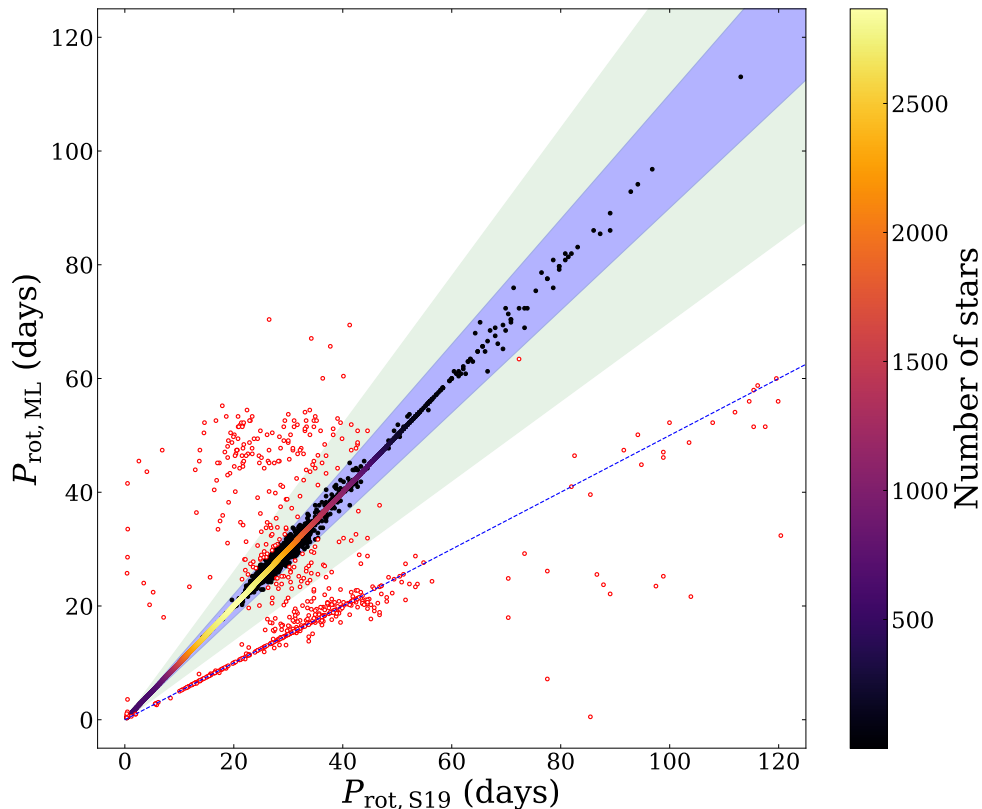


FIGURE 3.7 – Comparaison des périodes de rotation $P_{\text{rot,ML}}$ fournies par ROOSTER avec les valeurs de référence $P_{\text{rot,S19}}$. La région d'accord à 10% est représentée en bleu, celle d'accord à 30% en vert. La densité d'étoiles dans la région d'accord à 10% a été mise en valeur avec un code de couleur. Les étoiles en dehors de cette région sont signalées par les cercles rouges. La droite en tirets bleus correspond à $P_{\text{rot,S19}} = 2P_{\text{rot,ML}}$.

ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où l'incapacité de la méthode ACF de fournir une période de rotation traduit l'absence de signal de modulation clair dans la courbe de lumière. Considérer la fraction d'étoile *Rot* dans l'échantillon *MissingParam* soutient cet argument : S19 fournit une période de rotation pour seulement 24% des étoiles de l'échantillon *MissingParam* contre 67,1% pour les étoiles de l'échantillon *RotClass*. Pour finir, il faut préciser que *PollFlag* a été en mesure de détecter deux des quatre candidats CP/CB de Type 1 que compte l'échantillon *MissingParam*.



3.5.3.4 Nouvelle stratégie d'inspection visuelle

En comparant les résultats obtenus par ROOSTER avec ceux de S19, nous avons été en mesure de définir une nouvelle stratégie d'inspection visuelle permettant de réduire sensiblement le volume d'inspections visuelles à effectuer par rapport au cadre de travail traditionnel. Après l'analyse avec ROOSTER, vérifions donc la sortie du code d'analyse de rotation pour les cibles qui vérifient au moins un des critères suivant :

1. Pour une partie des étoiles, la période de rotation sélectionnée n'est pas cohérente avec le filtre dans lequel elle a été sélectionnée. Nous considérons que les périodes de moins de 23 jours doivent avoir été extraites dans la courbe de lumière filtrée à 20 jours, les périodes entre 23 et 60 jours dans la courbe de lumière filtrée à 55 jours et les périodes de plus de 60 jours dans la courbe de lumière filtrée à 80 jours. Si ce n'est pas le cas et si dans le filtre pertinent la période GWPS est compatible à 15% avec la période de rotation initialement sélectionnée, nous attribuons cette nouvelle période de rotation à l'étoile. Dans la situation contraire, l'étoile doit être inspectée visuellement. Ce choix d'obliger la période de rotation à être cohérente avec le filtre de sélection est motivé par la volonté de déterminer un S_{ph} le plus précis possible.
2. On constate aisément sur la Figure 3.7 qu'un certain nombre de périodes sur lesquelles ROOSTER fait erreur sont distribuées de part et d'autre de la droite de pente 1/2, ce qui correspond à la sélection d'une harmonique de la période de rotation réelle par ROOSTER. Pour limiter ce problème, nous décidons de sélectionner pour inspection visuelle toutes les étoiles pour lesquelles au moins une des 8 autres périodes de rotation correspond à plus ou moins 15% de $2P_{\text{rot,ML}}$.
3. Comme expliqué plus haut, nous utilisons pour chaque étoiles trois courbes de lumières avec différents filtre passe-haut dans l'objectif de limiter les effets instrumentaux de *Kepler*. Les courbes de lumières filtrées à 55 et 80 jours sont les plus susceptibles de présenter des résidus de modulation instrumentale, c'est la raison pour laquelle toutes les périodes de rotation longue détectées par ROOSTER ($P_{\text{rot,ML}} > 38$ jours) sont inspectées visuellement. En effet, il est possible de repérer dans les courbes de lumières des motifs réguliers qui sont caractéristiques du mode d'observation de *Kepler* plutôt que reliés à l'activité stellaire, notamment des modulation de flux avec une période de quatre *quarters*, c'est à dire une année d'observation de *Kepler*.
4. Les étoiles présentant une période de rotation de moins de 1,6 jours sont aussi vérifiées pour s'assurer que le signal détecté ne correspond pas plutôt à un signal de type CP/CB.
5. Il avait été constaté en établissant le catalogue S19 que toutes les étoiles CP/CB de Type 1 avaient une période de rotation inférieure à sept jours. Pour cette raison, une étoile considérée par ROOSTER comme candidate CP/CB de Type 1 avec une période de rotation plus longue que sept jours est inspectée visuellement.
6. Les étoiles qui n'ont été observées que pendant un laps de temps relativement court (moins de cinq *quarters*, soit environ 450 jours) sont inspectées.
7. Enfin, afin de ne pas imposer un seuil de détection trop strict en ne considérant que les étoiles dont le ratio de classification déterminé par *RotClass* est supérieur à 0,5, nous ajoutons à la liste des étoiles à inspecter visuellement les étoiles dont le ratio de classification de *RotClass* est entre 0,4 et 0,8. Ce choix permet à la fois d'intégrer à l'échantillon final des étoiles qui



n’auraient pas été détectées par ROOSTER et de nettoyer les faux positifs pour lesquels ROOSTER a considéré à tort qu’il y avait un signal de rotation suffisamment clair.

La Figure 3.8 est analogue à la Figure 3.7 mais signale la position sur le diagramme des étoiles sélectionnées pour inspection visuelle. Considérer les six premières conditions sur l’échantillon *PeriodSel* (la septième devant être appliquée à l’échantillon *RotClass* dans son ensemble) conduit à inspecter visuellement 4606 étoiles, soit 31,6% de l’échantillon. Les périodes de rotation obtenues pour 628 de ces étoiles sont corrigées grâce à l’inspection visuelle, ce qui permet à la précision de *PeriodSel* d’atteindre 99,5%. Il est important de noter que pour 27 des étoiles inspectées, la période de rotation choisie par ROOSTER a finalement été préférée à celle indiquée dans S19.

Si l’on s’intéresse maintenant à l’échantillon *RotClass* dans son ensemble de manière à pouvoir appliquer la condition 7, c’est non plus 4606 mais 5461 étoiles qui sont sélectionnées au total, soit 25,2% des étoiles de l’échantillon, ce qui représente un gain considérable lorsque l’on sait qu’il a été nécessaire de vérifier 60% du même échantillon pour établir le catalogue S19. Le score de précision après inspection visuelle de *RotClass* est ainsi augmenté à 97,6%.

Avec ces données, le score de précision global de ROOSTER peut maintenant être estimé. Parmi les 14562 étoiles de l’échantillon *PeriodSel*, des prédictions correctes ont été faites à la fois par *RotClass* et *PeriodSel* pour 13413 d’entre elles, ce qui représente 92,1% de l’échantillon. Si l’on prend en compte les vérifications visuelles, ce score est amené à 96,9%. Les scores de précision obtenus pour les différents classifieurs de ROOSTER sont résumés dans la Table 3.1.

Finalement, ce travail nous a aussi permis de remarquer qu’il était encore possible d’optimiser le nombre d’inspections visuelles à effectuer. Par exemple, la condition 6 oblige à inspecter 683 étoiles qui ne seraient pas vérifiées sinon. Sur cette quantité, les périodes de rotation sont corrigées pour seulement sept étoiles. Pour des raisons de cohérence avec ce qui avait été publié dans S19, nous avons cependant décidé de conserver cette condition dans la présentation des inspections visuelles à réaliser pour ROOSTER.

	E. <i>RotClass</i>	E. <i>PollFlag</i>	E. <i>PeriodSel</i>	E. <i>MissingParam</i>
Nombre d’étoiles	21707	315 candidats CP/CB de Type 1 + 315 non-candidates	14562	1724
<i>RotClass</i> (%)	94.2 (97.6)	-	-	77.4
<i>PollFlag</i> (%)	-	99.4	-	50 *
<i>PeriodSel</i> (%)	-	-	95.3 (99.5)	79.4
Précision globale (%)	-	-	92.1 (96.9)	-

TABLE 3.1 – Composition des différents sous-échantillons utilisés pour l’étude et score des différents classifieurs de ROOSTER. Les 315 étoiles non candidates CP/CB de Type 1 utilisées pour l’échantillon *PollFlag* sont choisies aléatoirement dans l’échantillon *PeriodSel* à chaque entraînement. Les scores entre parenthèses correspondent aux scores obtenus après l’étape de vérification visuelle. Les scores sont donnés en précision, excepté pour *PollFlag* où le score considéré est la sensibilité. (*) Il y a seulement 4 candidats CP/CB de Type 1 dans cet échantillon, parmi lesquelles deux ont été correctement classifiées par *PollFlag*, à l’origine du score de 50%.

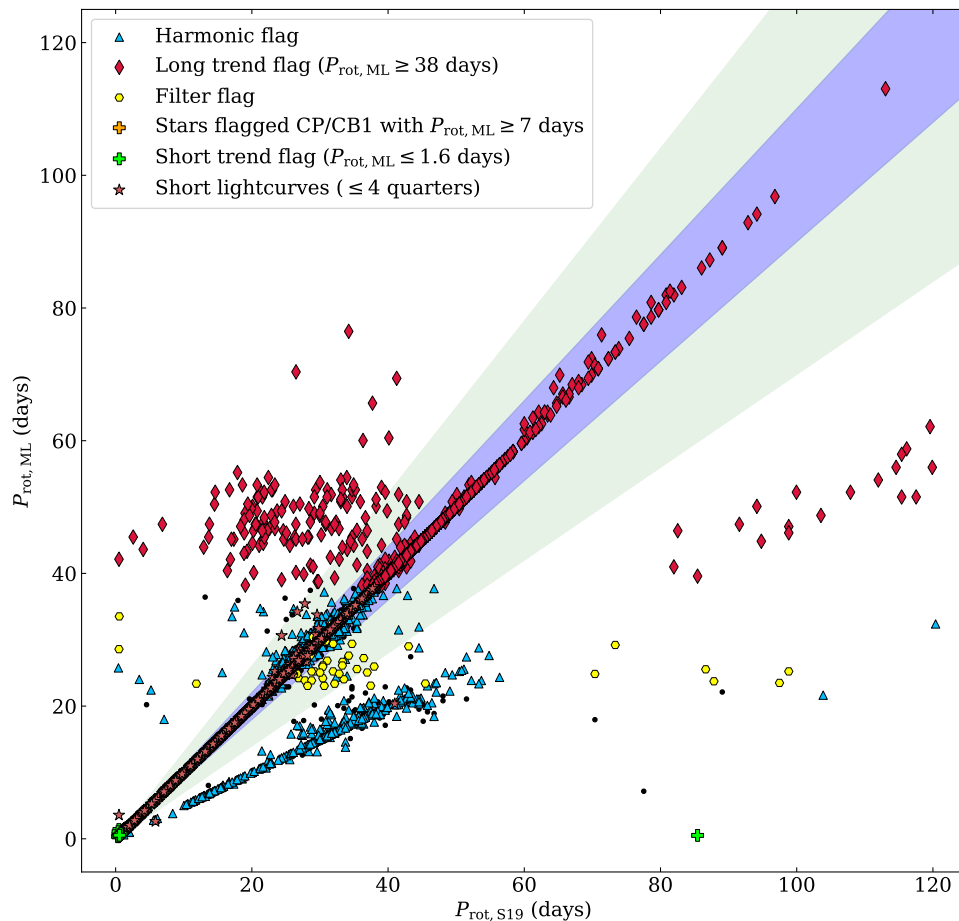


FIGURE 3.8 – Comparaison des périodes de rotation $P_{\text{rot,ML}}$ fournies par ROOSTER avec les valeurs de référence $P_{\text{rot,S19}}$. La région d'accord à 10% est représentée en bleu, celle d'accord à 30% en vert. Les étoiles sélectionnées pour être inspectées visuellement sont mises en valeur par des ronds jaunes (condition 1), des triangles bleus (condition 2), des diamants rouges (condition 3), des croix vertes (condition 4), des croix orange (condition 5) et des étoiles violettes (condition 6).

3.5.3.5 Performances de ROOSTER sur les données simulées

Enfin, il est intéressant de s'intéresser aux performances de ROOSTER sur un jeu de données simulées. Comme expliqué dans la section 3.5.3.1, nous utilisons les 1000 courbes de lumières simu-



lées (750 avec du bruit réel ajouté et 250 sans bruit ajouté au signal de rotation simulé) et les 5 courbes de lumières solaires utilisées dans l’exercice *hare and hounds* d’A15.

La méthode utilisée pour traiter ces données avec ROOSTER est la suivante : *RotClass* et *PeriodSel* ont été entraînés avec la totalité des échantillons *RotClass* et *PeriodSel* décrits en 3.5.3.1, respectivement. Cependant, pour nous adapter au fait que nous travaillons avec des données simulées, nous n’avons pas considéré une partie des paramètres d’entraînement (parce qu’ils n’étaient pas disponibles ou avaient peu de sens dans le cas de données simulées) : T_{eff} , $\log g$, les indicateurs *FliPer*, la magnitude K_p , la longueur des courbes de lumière, la date de début et de fin correspondante et le nombre de quarts de mauvaise qualité.

Les performances lors de l’exercice *hare and hounds* sont évaluées de la manière suivante : dans un premier temps, le pourcentage de courbes de lumière sur lesquelles une période de rotation a pu être détectée est déterminé, ce qui permet de calculer le score *det*. Le pourcentage de périodes de rotation compatibles à 10% avec les valeurs P_{obs} (qui correspond à la médiane des périodes observables pour chaque cible, suivant la méthodologie décrite par A15) des courbes de lumière, rapportées d’abord à l’ensemble des courbes de lumière puis aux courbes de lumière *det*. On calcule ainsi le score *good*. Enfin, une détection est dite *ok* si la période de rotation déterminée est soit *good* soit appartient à l’intervalle des périodes observables $[P_{\text{obs,min}}, P_{\text{obs,max}}]$. Dans les termes définis pour l’exercice, une période de rotation qui n’est pas *ok* est dite *bad*. Pour les cinq courbes de lumière solaire, on se contente de compter le nombre de périodes de rotation qui ont été détectées. Dans ce cas, une période de rotation est dite *ok* si la période retrouvée est entre 25 et 30 jours.

Appliqué à l’aveugle sur le jeu de données A15, ROOSTER a détecté des périodes de rotation pour 88.8% des données bruitées et pour 92.8% des données non-bruitées. 83.2% des périodes de rotation retrouvées sur les données bruitées (soit pour 73.9% de l’échantillon complet) étaient *good*, 93.5% ((soit 83% de l’échantillon complet) étaient *ok*. Donnés dans le même ordre, ces scores sont 86.6, 80.4, 97 et 90% pour les données non-bruitées. Si le pourcentage de périodes *good* et *ok* rapporté au nombre de périodes détectées est légèrement plus faible que pour les résultats obtenus par le CEA en 2015 (voir la table 3.2), le taux de détection est quant à lui largement supérieur et conséquemment, le pourcentage de périodes *good* et *ok* rapporté à l’échantillon complet est lui aussi supérieur (colonnes *global* du tableau). Nous constatons aussi une augmentation du nombre de période détectées dans les courbes de lumière solaire. Dans les deux cas, deux des périodes de rotation détectées sont *ok*. Les résultats obtenus par ROOSTER sont comparés aux valeurs P_{obs} de référence dans la Figure 3.9.

TABLE 3.2 – Comparaison entre les résultats obtenus par l’équipe du CEA en 2015 dans l’exercice *hare and hounds* d’A15 et les résultats de ROOSTER. Pour chaque échantillon (données bruitées, sans bruit et solaire), est donné le pourcentage de périodes de rotation détectées (*det*), suivi par le pourcentage de périodes de rotation correctes (*good*) parmi les périodes détectées (*det*) et l’ensemble de l’échantillon (*global*). Les mêmes pourcentages sont aussi donnés pour les périodes de rotation dites *ok* (voir le texte).

Méthode	Bruitées					Sans bruit					Solaire	
	% det	% good		% ok		% det	% good		% ok		No. det	No. ok
		det	global	det	global		det	global	det	global		
CEA 2015	78	88	68.6	95	74.1	82	92	75.4	99	81.2	2	2
ROOSTER	88.8	83.2	73.9	93.5	83	92.8	86.6	80.4	97	90	4	2

L’exercice final que nous avons effectué avec le jeu de données simulées consiste à déterminer si des vérifications visuelles peuvent permettre d’augmenter le score de ROOSTER dans cette

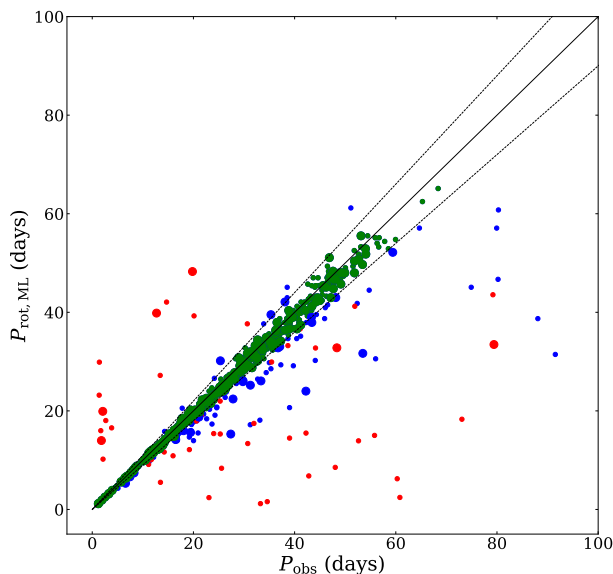


FIGURE 3.9 – Périodes $P_{\text{rot,ML}}$ retrouvées par ROOSTER comparées aux périodes P_{obs} de référence, définies par Aigrain et al. (2015). Les périodes *good* sont en vert, les périodes *ok* en bleu et les périodes *bad* en rouge. Les périodes correspondant aux courbes de lumière bruitées sont signalées par des petits cercles tandis que celles correspondant aux courbes de lumière non bruitées sont signalées par des grands cercles.

situation. Nous avons donc appliqué les conditions 1, 2, 4 et 7 décrites dans la section 3.5.3.4. En considérant les 1005 courbes de lumière de l'échantillon A15, cette stratégie conduit à vérifier 362 d'entre elles. Sur ces 362 cibles, il y a 41 courbes de lumière bruitées et 9 courbes de lumière sans bruit pour lesquelles ROOSTER n'avait pas détecté de rotation. Pour 36 courbes de lumière bruitées et 7 courbes de lumière sans bruit la période de rotation rapportée par ROOSTER était *bad*. Cependant, une inspection approfondie de ces courbes de lumière et des sorties correspondantes du pipeline de rotation nous a amené à conclure qu'un humain n'aurait pas forcément fait des choix de classification différents de ceux de ROOSTER. Dans ce cas, l'inspection visuelle n'a donc pas permis d'amélioration significative des résultats.

3.6 Applications aux étoiles de type G et F : le plus vaste catalogue de rotation *Kepler* à ce jour

La méthodologie ayant été pleinement validée, il est maintenant possible d'utiliser ROOSTER sur des données qui n'ont pas été analysées préalablement. L'idée ici est de compléter le catalogue des étoiles *Kepler* de type K et M constitué par S19 avec les étoiles de type F et G en séquence principale et en phase sous-géante. Le travail que je présente ici a été publié dans l'article Santos



et al. (2021, ci-après S21), dont je suis deuxième auteur.

3.6.1 Extension du set d’entraînement

Pour valider la méthodologie ROOSTER, nous n’avons utilisé jusqu’à maintenant que des étoiles de type K et M. Cependant, nous avons besoin d’entraîner l’algorithme avec un échantillon de données qui soit représentatif de la distribution statistique des paramètres de l’échantillon de travail. La première étape pour appliquer ROOSTER aux étoiles de type F et G est donc d’étendre le set d’entraînement avec un certain nombre d’étoiles analysées via la méthode décrite dans la Section 3.4.1. Il faut en effet noter que les étoiles de type F présentent une modulation de rotation qui peut différer significativement par rapport aux étoiles de type K et M. En particulier, la signature de rotation de ces étoiles donne des pics large dans le GWPS, ce qui implique des incertitudes plus grandes. Il est aussi fréquent de distinguer plusieurs harmoniques clairement visibles dans la PSD de l’étoile. Il est donc important d’inclure certaines de ces étoiles dans le set d’entraînement. Nous avons donc analysé 34100 étoiles supplémentaires dont la température effective, T_{eff} , (d’après la DR25) est comprise entre 5200 et 7000 K. Avec la même méthode que celle décrite dans la Section 3.5.3.2, nous réalisons 100 entraînements en séparant à chaque fois aléatoirement les données entre set d’entraînement et set de test pour vérifier que ROOSTER n’est pas sensible à la composition de son set d’entraînement. De manière comparable à ce que nous avons pour l’échantillon restreint aux étoiles de type K et M, nous retrouvons une précision globale de ROOSTER de 95.3% et nous vérifions que 94.6% des cibles pour lesquelles il existe un désaccord entre ROOSTER et la valeur tabulée du set d’entraînement sont sélectionnées par la méthode d’inspection visuelle décrite dans la Section 3.5.3.4.

3.6.2 Constitution du catalogue

3.6.2.1 Échantillons considérés et utilisation de ROOSTER

L’échantillon d’étoiles de type F et G à analyser est assemblé à partir de deux catalogues de référence. Dans la continuité du travail de S19, le DR25 est utilisé pour sélectionner toutes les étoiles pour lesquelles T_{eff} est comprise entre 5200 et 7000 K et $\log g > 3.5$ dex. Le seuil à 7000 K est choisi de manière à considérer seulement les étoiles F avec une couche convective externe susceptibles de présenter des modulations de luminosité induite par les régions actives. Nous considérons donc à la fois des étoiles en séquence principale et en phase sous-géante. Cependant, suite à la publication des données du satellite *Gaia*, nous incluons dans notre échantillon les étoiles du catalogue *Gaia-Kepler* (Berger et al., 2020, B20) qui remplissent les conditions décrites ci-dessus. Les étoiles de type δ Scuti, γ Doradus et hybrides des deux types précédents (Uytterhoeven et al., 2011; Bradley et al., 2015; Van Reeth et al., 2018; Li et al., 2019a,b), sont retirés en même temps que les étoiles de type RR Lyrae (Benkő et al., 2010; Nemeč et al., 2011; Nemeč et al., 2013). Si des excès de puissance liés à des pulsations acoustiques de géantes rouges (ce qui implique que ces étoiles ne sont pas en séquence principale, la T_{eff} et le $\log g$ de l’étoile ne sont donc pas fiables) sont détectés dans la PSD pour certaines étoiles, elles sont retirées elles aussi (García et al. in prep). Parce qu’elles présentent une signature caractéristique qui empêche de distinguer les signaux de rotation individuels, les binaires à éclipses connues sont également retirées de notre échantillon (Prša et al., 2011; Slawson et al., 2011; Kirk et al., 2016; Abdul-Masih et al., 2016). Finalement, l’échantillon I, constitué des étoiles qui présentent $5200 < T_{\text{eff}} < 7000$ K et $\log g < 3.5$ dex dans les deux catalogues, possède 121749 étoiles. L’échantillon II, constitué des étoiles qui remplissent les conditions dans le catalogue



DR25 mais pas dans le catalogue B20, contient 9265 étoiles. L'échantillon III, constitué des étoiles qui remplissent les conditions dans le catalogue B20 mais pas dans le catalogue DR25, contient 1907 étoiles. Nous considérons donc au total 132921 étoiles, dont, comme déjà mentionné, 34100 ont servi à compléter le set d'entraînement de ROOSTER. Il faut noter que, parmi ces échantillons, 6428 étoiles sont considérées comme étant de type K d'après le catalogue B20. Quant à la distinction entre étoiles en séquence principale et en sous-géante, elle est ici faite en ajustant la transition entre les deux phases évolutives à partir de traces évolutives calculées avec MESA (*Modules for Experiments in Stellar Astrophysics* Paxton et al., 2011, 2013, 2015, 2018; Paxton et al., 2019) pour différentes métallicités. Il n'y avait pas besoin de faire cette distinction étoiles en séquence principale/sous-géantes dans le cas des étoiles K et M (T_{eff}), dans la mesure où ces étoiles ne sont pas assez massives pour que les plus vieilles d'entre elles aient déjà quitté la séquence principale. Les trois échantillons sont représentés dans la Figure 3.10 avec, à gauche, les valeurs de T_{eff} et de $\log g$ du catalogue DR25 et, à droite, celles du catalogue B20.

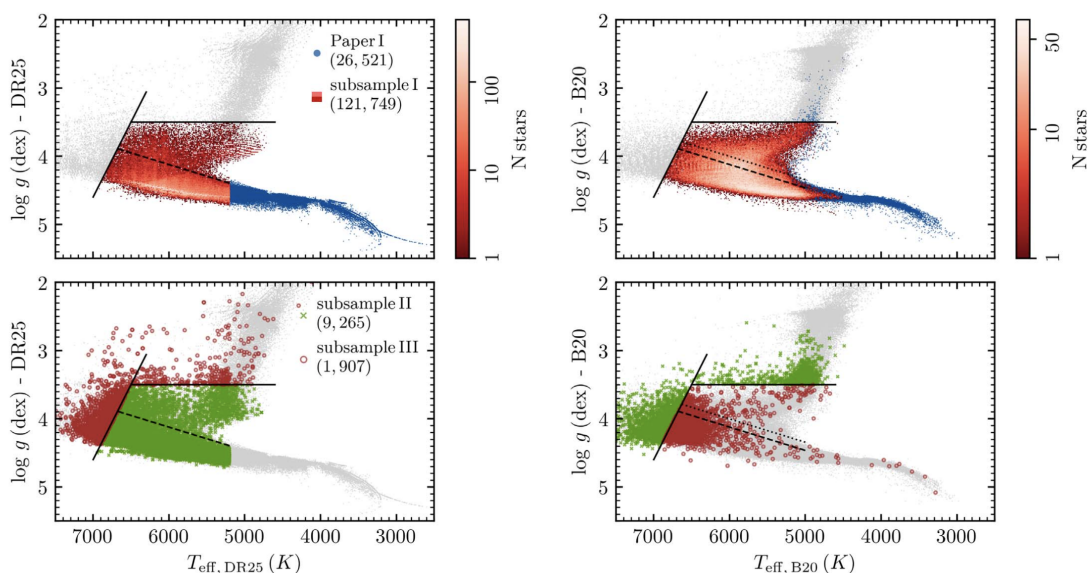


FIGURE 3.10 – Diagramme de Kiel (T_{eff} vs $\log g$) représentant la distribution des échantillons I, II et III en utilisant les valeurs du catalogue DR25 (*gauche*) et celle du catalogue B20 (*droite*). Figure tirée de S21.

ROOSTER a donc été utilisé pour analyser 98821 cibles. Les critères d'inspections visuelles décrits dans la Section 3.5.3.4 nous ont conduit à vérifier environ 26% de cet échantillon, ce qui est significativement moins que pour le catalogue S19, où il avait fallu inspecter visuellement les données pour environ 60% des étoiles considérées. ROOSTER a proposé 23547 périodes de rotation. 2123 d'entre elles ont été retirées après les vérifications et 1131 ont été rectifiées. Il est aussi très important de noter que la phase d'inspections visuelles a aussi permis de détecter une période de rotation pour 3426 étoiles que ROOSTER avait initialement classifiées *NoRot*. Finalement, la méthode d'auto-sélection décrite dans la Section 3.4.1 ajoute 819 périodes de rotation. Sur 98821 cibles, une période de rotation est donc fournie pour 25669 d'entre elles.



3.6.2.2 Résultats

En ajoutant les 13923 périodes de rotation des étoiles de type F et G du set d’entraînement de ROOSTER, l’analyse finale de S21 sur les échantillons I, II et III amène à la détection d’une période de rotation pour 39592 cibles. En considérant de plus les 15640 étoiles avec période de rotation pour les types spectraux K et M, on arrive à 55232 cibles avec une période de rotation, soit 34.6% de l’ensemble des étoiles considérées (159442 cibles). La Figure 3.11 montre le diagramme T_{eff} vs P_{rot} pour toutes les étoiles du catalogue S19 et de l’échantillon I, en distinguant les étoiles en séquence principale et les sous-géantes. Le bilan global de l’analyse est présenté dans la Table 3.3, avec le nombre de périodes de rotation détectées pour les différents types spectraux et la proportion de détection.

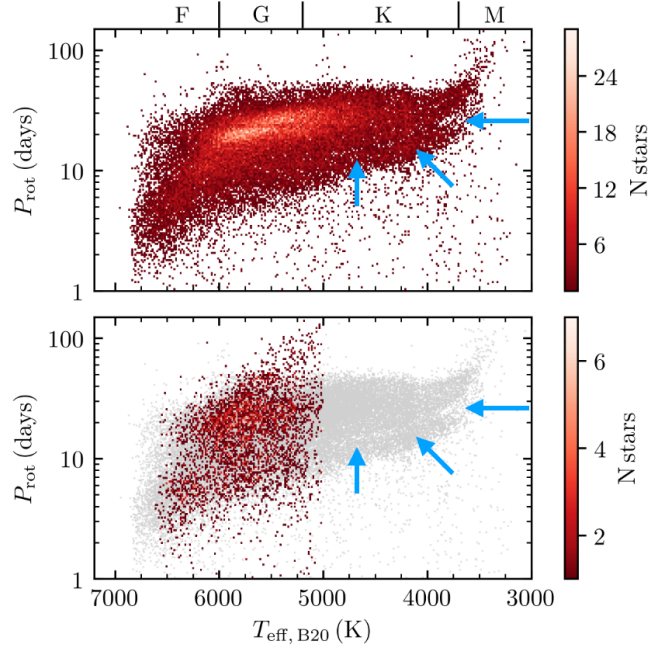


FIGURE 3.11 – Diagramme T_{eff} vs P_{rot} pour les étoiles du catalogue S19 et de l’échantillon I. Les étoiles en séquence principale sont représentées en haut tandis que le panneau du bas montre les sous-géantes. Dans ce panneau, la distribution en gris correspond à celle des étoiles en séquence principale pour comparaison. Les flèches bleues mettent en évidence la bimodalité de la distribution. Figure adaptée de S21.

Il est intéressant de comparer la proportion de détection pour les différents types spectraux. Les échantillons II et III ne sont pas considérés pour calculer ces proportions, dans la mesure où les deux catalogues ne sont pas en accord sur le type spectral ou la situation évolutive de ces étoiles. Une période de rotation a été détectée pour 70.6 % des étoiles de type M et 59.8 % des étoiles de type K. Cette valeur tombe à 31.2 % pour les étoiles de type G, 29.3 % pour les étoiles de type F, et 20.3% pour les sous-géantes. Cette différence significative entre les taux de détection s’explique par des biais observationnels. En effet, plus une étoile est active, plus les modulations à sa surface vont être importantes, ce qui va permettre de détecter la rotation. On peut alors considérer que les populations pour lesquelles on a un taux de détection plus faible sont en moyenne moins actives.



Il faut alors se rappeler que les étoiles de type F ont des zones convectives peu profondes, ce qui peut expliquer une activité magnétique moins intense, avec des taches qui ont une durée de vie plus courte. Comme on peut le constater en observant la Figure 3.12, l’incertitude relative sur la période de rotation mesurée a tendance à augmenter avec T_{eff} .

On constate aussi que la distribution des périodes de rotation est bimodale, avec une transition entre 10 et 20 jours en fonction du type spectral (McQuillan et al., 2013). Cette particularité n’est pas une particularité du champ d’observation de *Kepler* (Reinhold et Hekker, 2020; Gordon et al., 2021), et est particulièrement prononcée pour les étoiles de type M. Plusieurs hypothèses existent pour expliquer l’existence de cette bimodalité. Il a été suggéré que cela correspondait à la signature de deux populations stellaires distinctes (Davenport, 2017; Davenport et Covey, 2018); cependant, la découverte de la même signature au cours de la mission K2 a montré que cette particularité n’était pas spécifique au champ observé originellement par *Kepler* (Gordon et al., 2021). Montet et al. (2017) et Reinhold et al. (2019) considèrent que c’est la nature de la modulation qui est à mettre en cause, avec les étoiles actives en rotation rapide pour lesquelles le signal est dominé par les taches, et les étoiles moins actives en rotation lente pour lesquelles le signal est dominé par les *faculae*. Enfin, la dernière hypothèse, défendue par Gordon et al. (2021), implique que les temps caractéristiques de ralentissement de la surface et de transfert de moment cinétique du coeur vers la surface sont bien distincts. Ainsi, à un point de son évolution, la rotation de la surface de l’étoile peut être réaccélérée suite à un apport de moment cinétique de la part du coeur (Spada et Lanzafame, 2020).

TABLE 3.3 – Classification finale de l’ensemble des étoiles considérées dans le catalogue de rotation, en utilisant le catalogue B20 comme référence principale pour la séparation en T_{eff} . Le catalogue DR25 a été utilisé pour les étoiles qui ne sont pas dans B20.

Échantillon	Type spectral	<i>Rot</i>	<i>NoRot</i>	Proportion de détection
$T_{\text{eff}} < 3700$ K	M	1564	651	70.6 %
$3700 < T_{\text{eff}} < 5200$ K	K	17321	11630	59.8 %
$5200 < T_{\text{eff}} < 6000$ K	G	18980	41905	31.2 %
$6000 < T_{\text{eff}} < 7000$ K	F	9456	22776	29.3 %
Sous-géantes	-	4515	17733	20.3 %
Échantillon II	-	2794	6471	30.2 %
Échantillon III	-	602	1305	31.6 %

3.6.3 Comparaison avec le catalogue McQ14

Finalement, les résultats obtenus dans S19 et S21 (j’y ferai désormais référence comme au catalogue S19-21) ont été comparés avec le catalogue de référence McQ14. Sur les 34030 étoiles pour lesquelles McQ14 fournit une période de rotation, 31038 sont aussi présentes dans notre catalogue, avec un accord à 15 % entre les valeurs des deux catalogues pour 99 % d’entre elles. Les 2992 étoiles qui restent n’ont pas été considérées dans le catalogue S19-21 soit parce qu’elles correspondaient à des contaminants connus de l’échantillon (voir l’inventaire fait dans la Section 3.6.2) ou bien parce qu’une inspection visuelle a permis d’assurer qu’il n’y avait pas de signal de rotation clair dans la courbe de lumière. Ainsi, le catalogue S19-21 fournit 24182 nouvelles détections par rapport au catalogue McQ14, soit environ 71% de détections supplémentaires.

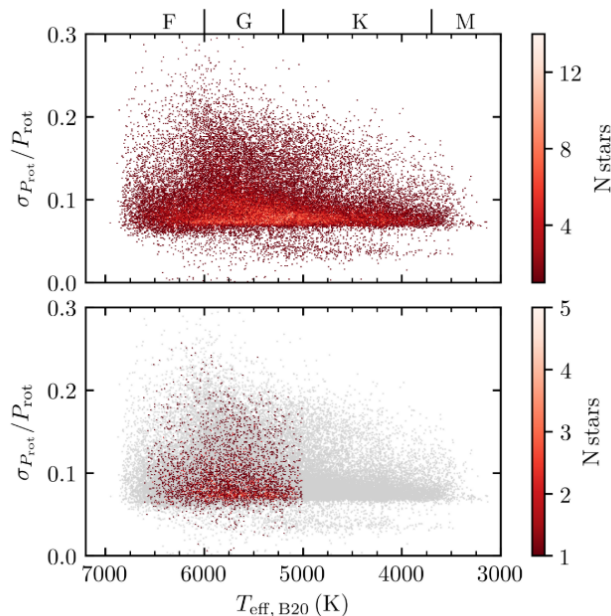


FIGURE 3.12 – Diagramme T_{eff} vs $\sigma_{P_{\text{rot}}}$ pour les étoiles du catalogue S19 et de l'échantillon I. L'organisation est la même que pour la Figure 3.11. Les T_{eff} considérées viennent du catalogue B20. Figure tirée de S21.

La Figure 3.13 compare les distributions des périodes de rotation P_{rot} obtenues pour les deux catalogues tandis que la Figure 3.14 montre la position du 95ème percentile de la distribution de P_{rot} dans le cas du catalogue S19-21 et du catalogue McQ14. Il est important de constater que le catalogue S19-S21 ne se contente pas d'augmenter uniformément le nombre de détections pour les différents types spectraux, mais qu'il peuple également des régions pour lesquelles le catalogue McQ14 ne fournissait pas de données, en particulier les étoiles de type M et les rotateurs lents. Un nombre plus important de rotateurs lents était notamment attendu par les modélisations de van Saders et al. (2019). Cela ouvre également de nouvelles perspectives intéressantes pour étudier les lois de freinage magnétique à des stades évolutifs plus avancés que le Soleil (Matt et al., 2015).

3.7 Perspectives d'application de la méthode aux missions TESS et PLATO

La méthodologie ROOSTER a été développée pour analyser les données issues de courbes de lumière *Kepler*, mais il est tout à fait possible d'adapter la méthode aux données obtenues par TESS ou PLATO. Dans ce but, il est d'abord nécessaire de définir, comme dans la Section 3.3, les méthodes qui vont être utilisées pour extraire les possibles périodes de rotation dans les courbes de lumière à analyser. Il faut ensuite déterminer les paramètres qui vont servir à entraîner les algorithmes *random forest* et constituer le set d'entraînement. Couvrant les types spectraux M à F

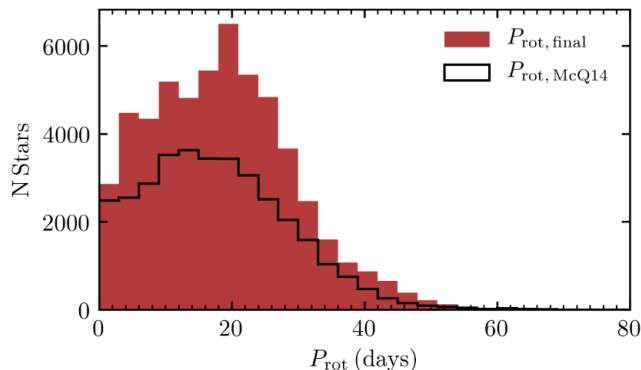


FIGURE 3.13 – Distribution des périodes de rotation dans le catalogue S19-21 (en rouge) et dans le catalogue McQ14 (en noir). Figure adaptée de S21.

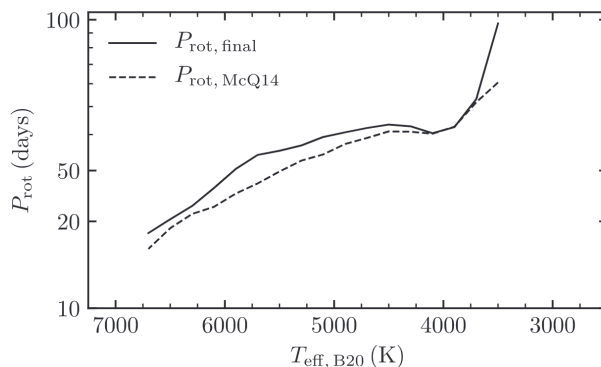


FIGURE 3.14 – Position du 95ème percentile des distributions de période de rotation P_{rot} en fonction de T_{eff} , pour le catalogue S19-21 (traits pleins) et le catalogue McQ14 (tirets). Figure tirée de S21.

et incluant à la fois des rotateurs rapides et lents, le catalogue S19-21 pourra désormais être utilisé à cet effet comme point de départ.

Pour ce qui est de TESS, un travail de master a été mené au sein de l’Institut d’Astrophysique des Canaries (IAC) afin d’analyser et d’améliorer la manière dont le pipeline d’analyse de la rotation se comporte sur les séries courtes. Les résultats de ce travail ont été présentés sous la forme d’un poster lors d’une conférence dédiée à la mission TESS (García et al., 2021). Enfin, à l’heure où j’écris ces lignes, le pipeline standard d’analyse de la rotation et de l’activité magnétique de surface de PLATO, MSAP-4 (*Module Stellar Astrophysics Pipeline 4*) est en cours de définition. Entraîné à la fois avec les données du catalogue S19-21 et les données simulées produites dans le cadre de la préparation de la mission, un algorithme adapté à partir de la méthodologie ROOSTER permettrait de fournir la valeur la plus probable de la période de rotation pour chaque étoile observée par PLATO, à partir des différentes méthodes implémentées dans MSAP-4. Une fois les premières données réelles obtenues, il sera possible de ré-entraîner l’algorithme en cours de mission

pour l'adapter aux possibles particularités des données collectées. Il faut aussi préciser que dans le pipeline de PLATO, l'algorithme adapté de ROOSTER fonctionnera de manière complètement automatique, sans vérifications visuelles.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté en détail la méthodologie ROOSTER, qui utilise des algorithmes *random forest* pour analyser les sorties d'un pipeline complexe d'analyse de la rotation stellaire de surface pour estimer la probabilité qu'un signal de rotation est présent dans les données et fournir le cas échéant la période de rotation correcte.

- J'ai expliqué pourquoi il était nécessaire de calibrer correctement les données obtenues par le satellite *Kepler*, et pourquoi il était nécessaire de combiner plusieurs méthodes d'analyse (GWPS et ACF, qui permettent aussi d'obtenir le CS) ;
- J'ai décrit la façon dont ces méthodes ont été utilisées pour constituer le catalogue de rotation des étoiles de type K et M de S19 (~26000 étoiles), et pourquoi le grand nombre de vérifications visuelles requis par cette méthode la rendait difficilement applicable à des échantillons plus grands ;
- J'ai donc expliqué le potentiel des algorithmes *random forest* dans ce cadre. J'ai décrit en détail les trois classifieurs *random forest* utilisés par ROOSTER et j'ai montré comment la méthodologie avait été validée grâce aux résultats du catalogue S19. J'ai ensuite détaillé la façon dont ROOSTER avait été utilisé pour établir le catalogue de rotation de surface des étoiles de type F et G observées par *Kepler* ;
- Finalement, j'ai brièvement expliqué comment la méthode pouvait être transposée à l'analyse de données fournies par TESS et PLATO. Un algorithme suivant les principes validés avec ROOSTER est à l'étude afin de sélectionner la période de rotation à partir des valeurs obtenues par les différents algorithmes inclus dans le pipeline standard d'analyse des données de la mission PLATO ;
- Une autre perspective de ce travail est d'estimer les capacités d'une méthode type ROOSTER pour obtenir des périodes de rotation fiables à partir de séries temporelles courtes (lorsque la période de rotation est de l'ordre de quelques fois la période de rotation).

Dans le chapitre suivant, on verra comment le catalogue de rotation de S19-21 permet d'explorer la dynamique de la zone convective pour différentes populations d'étoiles de type solaire.

ROOSTER: a machine-learning analysis tool for *Kepler* stellar rotation periods

S. N. Breton¹, A. R. G. Santos², L. Bugnet¹, S. Mathur^{3,4}, R. A. García¹, and P. L. Pallé^{3,4}

¹ AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, 91191 Gif-sur-Yvette, France
e-mail: sylvain.breton@cea.fr

² Space Science Institute, 4765 Walnut Street, Suite B, Boulder, CO 80301, USA

³ Instituto de Astrofísica de Canarias, 38200 La Laguna, Tenerife, Spain

⁴ Universidad de La Laguna, Dpto. de Astrofísica, 38205 La Laguna, Tenerife, Spain

Received 20 November 2020 / Accepted 25 January 2021

ABSTRACT

In order to understand stellar evolution, it is crucial to efficiently determine stellar surface rotation periods. Indeed, while they are of great importance in stellar models, angular momentum transport processes inside stars are still poorly understood today. Surface rotation, which is linked to the age of the star, is one of the constraints needed to improve the way those processes are modelled. Statistics of the surface rotation periods for a large sample of stars of different spectral types are thus necessary. An efficient tool to automatically determine reliable rotation periods is needed when dealing with large samples of stellar photometric datasets. The objective of this work is to develop such a tool. For this purpose, machine learning classifiers constitute relevant bases to build our new methodology. Random forest learning abilities are exploited to automate the extraction of rotation periods in *Kepler* light curves. Rotation periods and complementary parameters are obtained via three different methods: a wavelet analysis, the autocorrelation function of the light curve, and the composite spectrum. We trained three different classifiers: one to detect if rotational modulations are present in the light curve, one to flag close binary or classical pulsators candidates that can bias our rotation period determination, and finally one classifier to provide the final rotation period. We tested our machine learning pipeline on 23 431 stars of the *Kepler* K and M dwarf reference rotation catalogue for which 60% of the stars have been visually inspected. For the sample of 21 707 stars where all the input parameters are provided to the algorithm, 94.2% of them are correctly classified (as rotating or not). Among the stars that have a rotation period in the reference catalogue, the machine learning provides a period that agrees within 10% of the reference value for 95.3% of the stars. Moreover, the yield of correct rotation periods is raised to 99.5% after visually inspecting 25.2% of the stars. Over the two main analysis steps, rotation classification and period selection, the pipeline yields a global agreement with the reference values of 92.1% and 96.9% before and after visual inspection. Random forest classifiers are efficient tools to determine reliable rotation periods in large samples of stars. The methodology presented here could be easily adapted to extract surface rotation periods for stars with different spectral types or observed by other instruments such as K2, TESS or by PLATO in the near future.

Key words. methods: data analysis – stars: solar-type – stars: activity – stars: rotation – starspots

1. Introduction

Low-mass stars with convective outer layers (hereafter solar-type stars) can exhibit magnetic activity (e.g., [Brun & Browning 2017](#)). In the Sun, one of the manifestations of magnetic activity is the emergence of magnetic spots at its surface. While for stars other than the Sun, one cannot directly image starspots in great detail, one can in principle detect their impact on, for example, stellar brightness. As the star rotates, starspots come in and out of the visible hemisphere, thus modulating the stellar brightness. As a consequence, such spot modulation encloses information on stellar magnetic activity and surface rotation (e.g., [Berdyugina 2005](#); [Strassmeier 2009](#)).

Surface rotation periods represent a key parameter to understand stellar angular momentum transport. This process is not yet sufficiently understood in order to be correctly implemented in stellar evolution codes (e.g., [Aerts et al. 2019](#), and references therein). Neglecting angular momentum transport may have a significant impact on the stellar age estimates (e.g., [Eggenberger et al. 2010](#)). These stellar ages are crucial for studying the evolution of the Milky Way (e.g., [Miglio et al. 2013](#)), as well as for a better characterisation of planetary systems (e.g., [Huber 2018](#)). The evolution of planetary systems, which is driven by tidal and magnetic effects, is indeed strongly influenced by the stellar rotation rate, through angular momen-

tum exchange between planets and their host star (e.g., [Zhang & Penev 2014](#); [Mathis 2015](#); [Bolmont & Mathis 2016](#); [Strugarek et al. 2017](#); [Benbakoura et al. 2019](#)).

The surface rotation period is found to be a strong function of the stellar age: low-mass stars with an external convective envelope spin down during their main-sequence evolution. The first empirical relation between the two stellar parameters was proposed by [Skumanich \(1972\)](#), also known as Skumanich spin-down law). In particular, for young main-sequence solar-type stars, the rotation period can be used to constrain stellar ages through the so-called gyrochronology relations (e.g., [Barnes 2003, 2007](#); [Mamajek & Hillenbrand 2008](#); [Meibom et al. 2011, 2015](#); [García et al. 2014a](#)). However, for stars older than the Sun, the ages determined by gyrochronology deviate from the asteroseismic ages ([Angus et al. 2015](#); [van Saders et al. 2016](#)). [Angus et al. \(2020\)](#) also show that the empirical gyrochronology relations cannot reproduce the stellar ages inferred from velocity dispersion. These discrepancies justify the need for improved gyrochronology relations. Furthermore, the presence of surface rotational modulation in the light curves has a limiting effect on the detection of low-amplitude transiting exoplanets (e.g., [Cameron 2017](#)). The amplitude of those rotational modulations is directly linked to the surface stellar magnetic activity level and leads to difficulties in performing asteroseismic analysis of active solar-like stars because this magnetism inhibits pulsations

(e.g., [García & Ballot 2019](#); [Mathur et al. 2019](#), and references therein).

During its four-year nominal mission, the *Kepler* satellite ([Borucki et al. 2010](#)) collected high-quality, long-term, and nearly continuous photometric data for almost 200 000 targets ([Mathur et al. 2017](#)) in the Cygnus-Lyra region. After the failure of two reaction wheels, *Kepler* was reborn as a new mission called K2 ([Howell et al. 2014](#)). K2 observed more than 300 000 targets around the ecliptic ([Huber et al. 2016](#)) over 20 three-month campaigns. The Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS, [Ricker et al. 2015](#)) observed nearly the all sky during its nominal mission. TESS gathered data for tens of millions of stars with an observational length ranging from 27 days to one year. This large amount of observations represent the best photometric dataset to study the distribution of stellar surface rotation periods, P_{rot} . But to reach this goal and extract periods for large samples of stars, automatic procedures are required. Such an attempt was recently undertaken with a deep learning approach using convolutional neural networks ([Blancato et al. 2020](#)). However, training those networks requires a heavy computational power. Hence, the development of an easy-to-train machine learning procedure coupled with the outputs of widely-used rotation pipelines will be an extremely valuable asset. Indeed, this is the objective of the current study.

Random forest (RF) algorithms ([Breiman 2001](#)) are either able to classify large samples of stars (when used for classification) or to provide parameter estimates (when used for regression). In asteroseismology, RF algorithms have already been used to estimate stellar surface gravities ($\log g$, [Bugnet et al. 2018](#)) and to automatically recognise solar-like pulsators ([Bugnet et al. 2019](#)). They have also recently been used to perform analyses linked to surface stellar rotation, but only in order to infer long rotation periods from TESS 27-day-long light curves ([Lu et al. 2020](#)). In this work, we present the Random fOrest Over STEllar Rotation (ROOSTER), which is designed to select a rotation period for stars observed by *Kepler* through a combination of RF classifiers applied to a variety of methods used to extract P_{rot} and different ways to correct the light curves. Thus, the main goal of ROOSTER is to automatically achieve a large degree of reliability that could even be improved by performing a small number of human visual validation of certain results, which are also suggested by the pipeline.

The layout of the paper is as follows. Section 2 presents the sample of K and M stars used in this work as well as the methodology to extract the surface rotation periods. Section 3 describes all the parameters used to feed ROOSTER. In Sect. 4, we explain how the ROOSTER pipeline is built and we detail the training scheme we chose for this work. In Sect. 5, we present the rotation periods obtained with the ROOSTER pipeline and the strategy implemented for stars with missing input parameters. Results, limitations, and possibilities to increase the accuracy of ROOSTER are discussed in Sect. 6. Finally, conclusions and perspectives are given in Sect. 7.

2. Observations and methodology to extract surface rotation periods

The target sample of this work is comprised of main-sequence K and M stars observed by the *Kepler* mission. This sample was the one analysed in the rotation study done by [Santos et al. \(2019\)](#). It is the most complete rotation catalogue for the *Kepler* K and M dwarfs. Hereafter, this catalogue is referred as S19. In it, 26 521 targets were selected according to the *Kepler* Stellar Properties Catalogue for Data Release 25 (DR25, [Mathur et al.](#)

[2017](#)) and for 15 290 of them, a P_{rot} was provided. As the purpose of this work is rotation analysis, different types of potential contaminants are removed from our study, namely *Kepler* objects of interest, eclipsing binaries, misclassified red giants, misclassified RR Lyrae, light curves with photometric pollution by nearby stars or multiple signals, classical pulsators (namely δ Scuti and/or γ Doradus) candidates, and contact binary candidates (see S19 for details on the contaminants).

S19 determined average rotation periods, P_{rot} , and average photometric activity indexes (S_{ph} , [Mathur et al. 2014](#)), for more than 60% of the targets. In fact, about 30% of the reported P_{rot} by S19 are new detections in comparison with the previous largest P_{rot} catalogue ([McQuillan et al. 2014](#)). In addition to an automatic selection of reliable P_{rot} , the S19 analysis required an extensive amount of visual examinations (see Sect. 2.2), which justifies the need for a pipeline such as ROOSTER.

2.1. Light curve preparation

We use three sets of KEPSEISMIC light curves¹, the same used in S19. KEPSEISMIC data is calibrated using KADACS (*Kepler* Asteroseismic Data Analysis and Calibration Software; [García et al. 2011](#)), which applies customised apertures and corrects for outliers, jumps, drifts, and discontinuities at the edges of the *Kepler* Quarters. Because regular interruptions in the observations (such as the gaps induced every three days due to the angular momentum dump of the *Kepler* satellite) could produce a false detection of P_{rot} , gaps shorter than 20 days are filled by implementing inpainting techniques using a multi-scale discrete cosine transform ([García et al. 2014b](#); [Pires et al. 2015](#)).

We use in particular three different data sets obtained with three high-pass filters, with cutoff periods at 20, 55, and 80 days. The transfer function is unity for periods shorter than the cutoff period, while for longer periods it varies sinusoidally, slowly approaching zero at twice the cutoff period. Thus, for a given filter, it is possible to recover periods longer than the respective cutoff period. The main goal of using and comparing three different filters is to find the best trade-off between filtering the undesired instrumental modulations at long periods while keeping the intrinsic stellar rotational signal. KEPSEISMIC light curves are optimised for asteroseismic studies, but are also very well suited for rotation and magnetic activity studies (see for example Appendix B in S19).

2.2. Methodology to extract P_{rot}

Surface rotation periods can be studied with different methods, namely: periodogram analysis (e.g., [Reinhold et al. 2013](#); [Nielsen et al. 2013](#)); Gaussian processes (e.g., [Angus et al. 2018](#)); gradient power spectrum analysis (e.g., [Shapiro et al. 2020](#); [Amazo-Gómez et al. 2020](#)); autocorrelation function (ACF, e.g., [McQuillan et al. 2013, 2014](#)); time-period analysis based on wavelets (e.g., [Mathur et al. 2010](#); [García et al. 2014a](#)); or with a combination of different diagnostics such as the composite spectrum (CS, e.g., [Ceillier et al. 2016, 2017](#); [Santos et al. 2019](#)). Using artificial data, [Aigrain et al. \(2015\)](#) compared the performance of different pipelines used to determine the rotation. The authors found that the combination of the data set preparation and different rotation diagnostics, in particular the one implemented in this work (see next paragraph), yields the best set of results in terms of reliability and completeness.

¹ KEPSEISMIC data are available at MAST via <http://dx.doi.org/10.17909/t9-mrpw-gc07>

In this work, we use the procedure followed in S19 to extract P_{rot} combining three analysis methods (time-period analysis, ACF, and CS) with the KEPSEISMIC light curves. Those P_{rot} are respectively denoted P_{ACF} , P_{GWPS} and P_{CS} . Control parameters related to the ACF and CS are also extracted, they are denoted H_{ACF} , G_{ACF} , and H_{CS} . Each method also allows us to compute a magnetic activity proxy S_{ph} . Description and details concerning those parameters can be found in Appendix A.

During the visual examination in S19, a group of classical pulsators (CP) and close binaries (CB) candidates was identified. Those stars are referred hereafter as Type 1 CP/CB candidates. These targets are typically fast rotators ($P_{\text{rot}} < 7$ days), showing very stable and fast beating patterns, a large number of harmonics in the power spectrum, and/or very large S_{ph} values. Interestingly, Simonian et al. (2019) found that the majority of the fast rotators observed by *Kepler* are tidally-synchronised binaries. In fact, there is a significant overlap between the Type 1 CP/CB candidates and the tidally-synchronised binaries (see S19). This suggests that the modulation seen in the light curve of such objects may still be related to rotation but not of single targets. Therefore, we advice caution while studying such targets. In S19, the Type 1 CP/CB candidates were flagged through visual inspection.

3. Parameters used to feed the machine learning algorithms

To ensure that ROOSTER is able to identify targets with detectable rotation modulation and to extract reliable rotation periods, the selection of relevant parameters is crucial. They will help the algorithm to perform successive classifications as described in Sect. 4. Indeed, a random forest algorithm relies on the following principle: during the training step, a forest of classification trees is grown to perform splits between the elements with different labels (Breiman 2001). From the root of the tree, the training sample is progressively separated in purer (considering the labels) sub-samples. This task is performed by selecting at each iteration the best split over a range of randomly generated range of splits using the input parameters.

The three rotation periods (P_{ACF} , P_{GWPS} , and P_{CS}) obtained thanks to the method described in Sect. 2.2 and in Appendix A, combined with the three sets of data corresponding to the three different high-pass filtered KEPSEISMIC light curves (20, 55 and 80 days), yield a total of 9 rotation-period candidates for each star. The objective is to train the algorithm to choose the rotation period given in S19. To do so, we also feed our pipeline with the parameters (amplitude, central value and standard deviation) of the five first Gaussian functions fitted on the GWPS and the CS. If, for a given star, the i th Gaussian function could not be fitted, the corresponding parameters are set to zero. We also include the χ^2 of the two fits, the number of Gaussian functions fitted to each GWPS and CS and the mean level of noise. This makes 108 additional input parameters (36 for each filter). As only a few stars have a sixth Gaussian function fitted for both GWPS and CS method, we verified that keeping the corresponding parameters out of the classification does not affect the result. We also feed the random forest algorithm with the H_{ACF} , G_{ACF} , and H_{CS} for each filter, and the S_{ph} with corresponding errors for each method and each filter, leading to 27 more parameters.

Because the rotation periods depend on the global parameters of the stars (age, spectral type, etc.), we complement our set of input parameters with the effective temperature, T_{eff} , and logarithm of surface gravity $\log g$ from the DR25 catalogue (Mathur et al. 2017). We also decide to use the Flicker in Power

metric (FliPer, Bugnet et al. 2018), which is correlated with the stellar surface gravity. FliPer is a measure of the total power in the stellar power spectral density (PSD) between a low frequency cut-off, ν_C and the Nyquist frequency, ν_N . It can be defined as:

$$\text{FliPer}(\nu_C) = \frac{1}{\nu_N - \nu_C} \int_{\nu_C}^{\nu_N} \text{PSD}(\nu) d\nu - P_n, \quad (1)$$

where P_n is an estimate of the photon noise level which depends on the magnitude of the star. In this work, we used a noise estimation calibrated with the whole set of KEPSEISMIC calibrated light curves. We consider the following four FliPer values: $F_{0.7}$, F_7 , F_{20} , F_{50} for ν_C of 0.7, 7, 20 and 50 μHz , respectively.

Additional parameters linked to the quality of the stellar targets and of the acquired light curves are added: *Kepler* magnitude values K_p from the *Kepler* input catalogue (Brown et al. 2011), length of the light curves (in days), bad quarter flag, number of bad quarters in the light curve, and finally, the start time and end time of the light curve.

For each star, a total of 159 input parameters are used to feed the ROOSTER pipeline. The full list of parameters is given in Table B.1.

4. The ROOSTER pipeline

ROOSTER uses three random forest classifiers²: *RotClass*, which selects stars that have a rotation signal; *PollFlag*, which flags the Type-1 CP/CB candidates; and *PeriodSel*, which allows ROOSTER to choose the final rotation period between the three different filters and the three analysis methods. Due to its ability to take into account a large number of parameters, its flexibility, and its adaptability to the training set, the random forest algorithm constitutes a clear improvement from the former method consisting in defining thresholds on a small number of key parameters.

The three classifiers are trained with the same 159 input parameters per star as defined in the previous section, but each classifier considers different training sets and gives different output labels. Depending on the task the classifier has to achieve, each of them may give different importance to the input parameters. The flow diagram of ROOSTER is shown in Fig. 1.

4.1. Description

The first ROOSTER classifier, *RotClass*, separates stars with rotational modulations (labelled *Rot* stars) from other stars (labelled *NoRot* stars). These *NoRot* stars are rejected and are no longer considered in the rest of the analysis (although some of those stars may later still be flagged for visual checks). An example of *Rot* star, KIC 1164583, is presented in Fig. 2. In this figure, the light curves and the output of the three different rotation period retrieval methods (WPS/GWPS, ACF, and CS) are shown.

In general, the risk of confusion by the ROOSTER pipeline between a *Rot* and a *NoRot* star is a consequence of two main issues: it can be difficult to reliably detect low-amplitude rotational modulations and *Kepler* instrumental effects may introduce additional periodic modulations in the light curve.

A small fraction of *Rot* stars (generally stars with $P_{\text{rot}} < 7$ days) may be close-in binaries or classical pulsator stars candidates. As mentioned above, the detected signal for this type of targets may not be consistent with rotation of single stars. The *PollFlag* classifier is trained to identify these CP/CP candidates and flag them as *FlagPoll*, while the rest of the stars are

² The random forests classifiers are implemented with the Python scikit-learn package (Pedregosa et al. 2011).

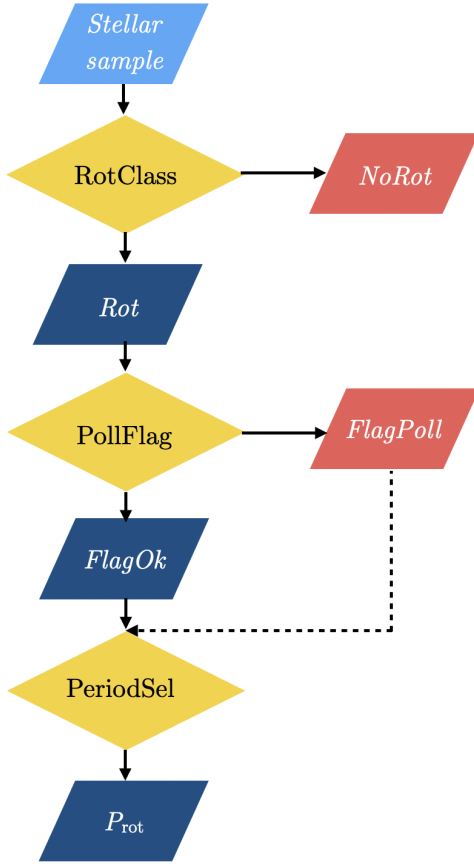


Fig. 1. Structure of the ROOSTER pipeline. The yellow diamonds outline the action of each classifier used by the machine learning algorithm. The stars of the sample (lightblue parallelogram) are analysed by the pipeline. The red and dark blue parallelograms emphasize the label attributed by the ROOSTER classifiers to each star of the sample. First, stars with rotational modulation are selected by *RotClass* and the label *Rot* or *NoRot* is given. *NoRot* stars are not considered in the subsequent analysis. The *PollFlag* classifier flags Type 1 CP/CB candidates (labelled *FlagPoll*). The remainder of the stars receive the *FlagOk* label. Finally, the *PeriodSel* classifier selects the rotation period.

labelled *FlagOk*. The light curve and PSD of the *FlagPoll* candidate, KIC 2283703, is shown as an example in Fig. 3. Its Type 1 CP/CB character can be recognised due to the large amplitude of the brightness variations, the beating pattern, and the large number of high-amplitude peaks in the PSD.

Finally, the third classifier, *PeriodSel*, is trained with the same 159 parameters defined in Sect. 2. This time, the labels of the training set correspond to the nine possible rotation periods (P_{ACF} , P_{CS} , P_{GWPS} in the 20, 55, and 80-day filters). The goal is to select the most reliable period among those nine estimates, which may differ. For example, Fig. 2 illustrates the impact of the high-pass filter when producing the light curves of KIC 1164583. The 55- and 80-day filters indicate a 47-day period, while the period detected from the 20-day filter is 21 days. The comparison between the three WPS shows that the 47-day signal has been filtered out by the 20-day filter. The WPS shows power at longer periods which is another evidence for a

longer period being filtered. The 47-day GWPS period of the 55-day filter is finally chosen as the retrieved P_{rot} . *PeriodSel* selects one of the nine estimates as the retrieved rotation period, $P_{rot,ML}$. We emphasise that the transfer function of a given filter slowly approaches zero at twice the cutoff period, that is to say it is possible to retrieve rotation periods longer than the cutoff period of the filter applied to the light curve.

4.2. Training

The followed approach allows us to show the robustness of ROOSTER. In particular, ROOSTER must be weakly dependent to the exact composition of the training set. This can be only achieved if the training-set parameter space distribution is similar to the test-set parameter space distribution. Hence, we decide to perform a training-loop process where the three classifiers are trained one hundred times. Each time, the full working sample is randomly divided in a training set (containing 75% of the stars) and a test set (containing 25% of the stars). The number of times each star is drawn in the test set over the one hundred training repetitions follows a binomial law with probability $p = 0.25$ and number of trials $n = 100$.

In total, the target sample of this study includes 23 431 targets from S19: 21 707 of them have all the parameters from the rotation pipeline (referred as the *RotClass* sample), while 1,724 have missing parameters (referred as the *MissingParam* sample, mainly due to missing ACF values). S19 gives measured P_{rot} for 14 936 stars: 14 562 for the *RotClass* sample and 374 stars for the *MissingParam* sample. These stars are labelled *Rot* and are then used with the *PeriodSel* classifier (called the *PeriodSel* sample). A total of 8495 stars do not have a reliable P_{rot} in S19. Hence, this S19 sample is ideal to train and evaluate the performance of ROOSTER. The *MissingParam* sample is not considered at this stage but will be used later in Sect. 5.2. The working *PollFlag* sample is constituted of 630 stars: 315 Type 1 CP/CB candidates completed at each training with 315 other stars randomly chosen from the *PeriodSel* sample. The composition of the different samples is summarised in Table 1.

An RF classifier not only gives a label to each classified star, its forest structure also allows obtaining the proportion of trees attributing a given class to each considered star. Indeed, the final classification of the target corresponds to the label that is selected by the majority of the trees. We can then define the classification ratio as the number of trees giving the output label over the total number of trees of the forest. This ratio is useful to estimate the reliability of the machine-learning output for each star.

Since we perform a training loop with random repetitions, we are also able to compute the mean classification ratio for each star. This mean classification ratio is computed as the mean of all the classification ratios found each time a star has been drawn in the test set.

5. Results

In what follows, the accuracy term is defined as the agreement of any label given by a ROOSTER classifier and the S19 catalogue taken as a reference.

From the 21 707 stars of the *RotClass* sample, the mean classification ratio gives the right label (*Rot* or *NoRot*) for 20 443 stars, which yields an overall accuracy of $\sim 94.2\%$. We find that 1707 stars have been misclassified at least once during the 100 runs (7.9%) while 1259 stars have been misclassified in half of the repetitions of the training they were part of the test set (5.8%). Finally, 884 stars have been systematically misclassified

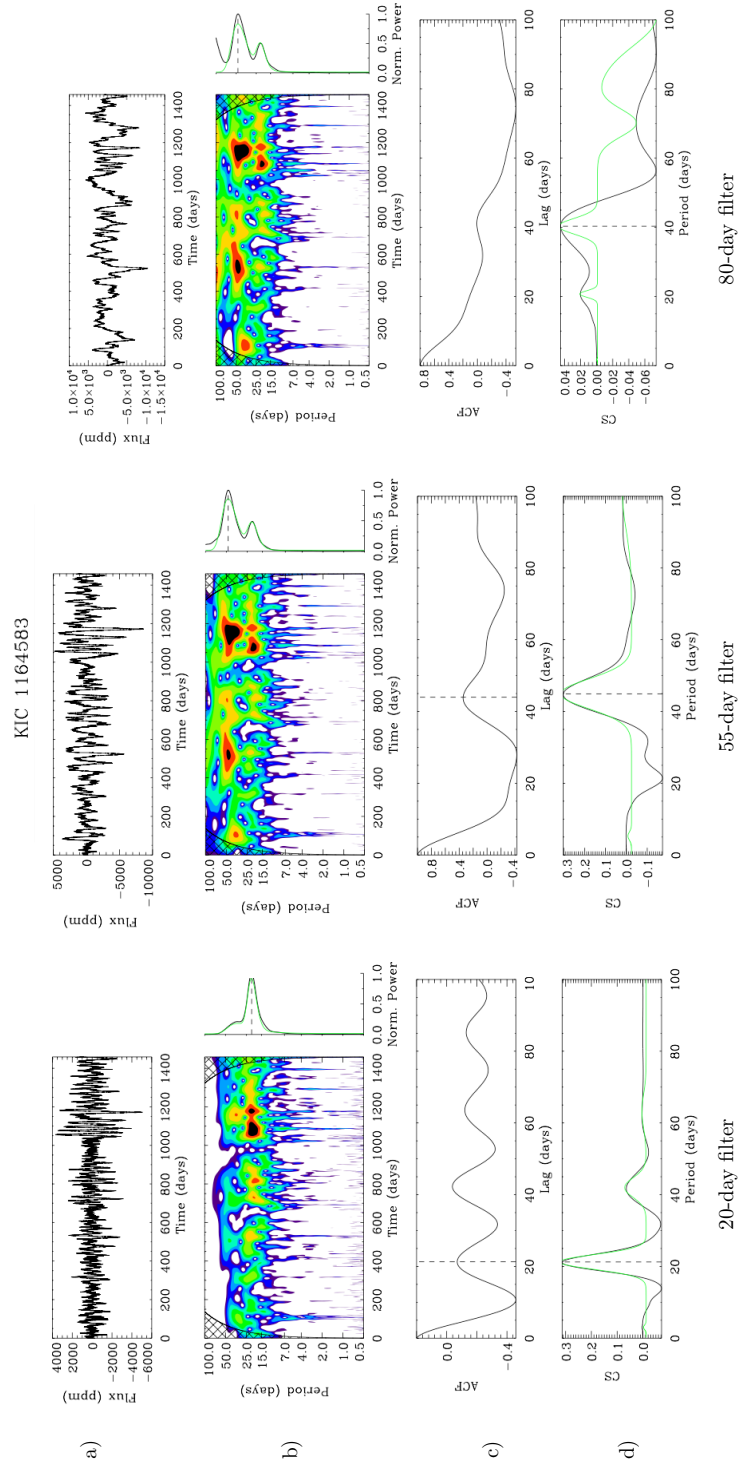


Fig. 2. Comparison between the light curves obtained with the three high pass filters for KIC 1164583 (from left to right, 20, 55, and 80-day filter respectively). (a) *KEPSEISMIC* light curve. (b) Wavelet power spectrum (left) and global wavelet power spectrum (right). The grid represents the cone of influence of the reliable periodicity. High-amplitude power arc highlighted by black and red whereas green and blue denote low-amplitude power. (c) Auto-Correlation Function. (d) Composite spectrum (black) and corresponding best fit with multiple Gaussian profiles (green). In all panels, the dashed line shows the position of the extracted rotation period.

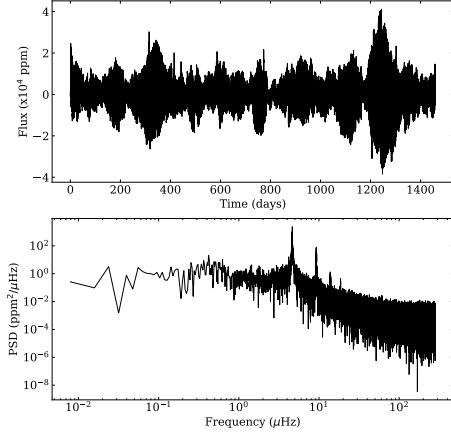


Fig. 3. PSD of the Type 1 CP/CB candidate KIC 2283703. The light curve is characterised by high-amplitude flux variation and beating patterns over time, while the PSD exhibits a large number of high-amplitude peaks.

(4.1%). The accuracy of *RotClass* is already valuable but can be improved with a limited amount of visual checks. By performing visual inspections, we verify that the highest number of misclassifications occur within the mean classification ratio between 0.4 and 0.8. For this reason, stars within these mean classification ratios should be part of the visual verification for future target samples. In the case of the target sample of the current study, 2230 stars (10.3%) are within this interval. One of the reasons for the misclassifications is the presence of instrumental modulations that can be mistaken by rotation periods.

Concerning *PollFlag*, the goal is to obtain a high sensitivity to real Type-1 CP/CB candidates, while keeping the fraction of misclassifications low. The sensitivity is here defined as the fraction of Type 1 CP/CB candidates correctly identified by *PollFlag*. Thus, the sensitivity does not take into account the fraction of non-Type 1 CP/CB candidates correctly identified. In this case, it is a more relevant estimator than the accuracy, as the fraction of Type-1 CP/CB candidates in the sample is small. During the training loop, approximately 2.8% of the considered non-Type-1 CP/CB candidates have been misclassified by *PollFlag* as Type-1 CP/CB candidates. If *PollFlag* had been applied blindly on the full *PeriodSel* sample, this means that approximately 400 non-Type-1 CP/CB candidates would have been wrongly flagged. However, considering the mean classification ratio, only two Type-1 CP/CB candidates have been misclassified, which yields a *PollFlag* sensitivity of $\sim 99.4\%$. Looking at the detailed results during the training loop, 6 Type-1 CP/CB candidates are misclassified at least once (1.9%), 4 are misclassified in half of the repetitions (1.3%), and none is systematically misclassified.

Finally, the mean classification ratio of the *PeriodSel* classifier gives us an accuracy of $\sim 86.8\%$, that is to say the label corresponding to the rotation period from S19 is attributed to 12 638 stars over 14 562 in the *PeriodSel*. Nevertheless, a significant fraction of the labels chosen by *PeriodSel* contains a P_{rot} which is within 10% of the one in S19. For this reason, we adopt the agreement within 10% as the *true accuracy*, TA, of *PeriodSel* in the following way:

$$\text{TA} = \frac{\text{Card}(E_{\text{good}})}{\text{Card}(E)} \times 100, \quad (2)$$

with E being the considered ensemble of stars and E_{good} the subsample from E where *PeriodSel* retrieves a $P_{\text{rot,ML}}$ matching $P_{\text{rot,S19}}$ within 10%.

We find that *PeriodSel* selected an incorrect period for 830 stars at least once (5.7%), for 693 (4.8%) in half of the realisations and systematically for 569 (3.9%). In terms of the mean classification ratio, a correct rotation period $P_{\text{rot,ML}}$ is retrieved for 13 871 stars. Hence, the true accuracy is $\sim 95.3\%$. Figure 4 shows the comparison between $P_{\text{rot,ML}}$ and the reference values from S19. From the 1924 stars for which the label attributed by ROOSTER was not the same as in S19, 1233 are within the shaded blue area of the figure. For the remaining 4.7% of the stars, we observe three cases:

1. Among the periods retrieved by ROOSTER, 103 of them lie within a tolerance threshold that is slightly over 10% (see the shaded green area of Fig. 4). This could be due to a precision difference between P_{GWPS} , P_{ACF} , and P_{CS} or to the filter that was selected to choose the value of the rotation period.

2. The machine learning mistakes instrumental modulations for real rotation signals when such signatures appear in the light curves. These instrumental modulations usually have periods between 38 and 50 days. 99 ROOSTER rotation periods lie both in this [38–50] days regions and outside of the 10% agreement region.

3. Depending on the rotation signature, some of the nine period estimates correspond to the second harmonic of the correct rotation period. *PeriodSel* privileges this harmonic over the fundamental period for 381 stars of the *PeriodSel* sample.

5.1. Weight of the considered parameters

Here we discuss briefly the importance given by the three classifiers to the input parameters. For each classifier, Fig. 5 presents the weights of the ten most important parameters. The rotation periods provided by the ACF and GWPS for the 55-day filter are in the top five parameters of *RotClass*. *PollFlag* favours the ACF parameters, which is coherent as the ACF shows a specific pattern for CP/CB candidates. We note that *PollFlag* is the only classifier among the three that also prioritises errors on S_{ph} determination to perform the classification. For *PeriodSel*, three of the most important parameters are the rotation period values computed from the 55-day filtered light curves. The parameters of the Gaussian functions fitted to the GWPS and CS also have a strong influence over the classification. The remainder of the most important parameters are the H_{ACF} , G_{ACF} , and H_{CS} from the 20-day filtered light curves, which highlights the importance of those control parameters when considering the reliability of a potential rotation signal.

Finally, one could be concerned by the effect of systematic errors on T_{eff} and $\log g$ parameters. However, because of the small weight of these two parameters, their influence on our classifiers' accuracy is marginal. Therefore, the impact on our methodology of any systematic error in both parameters is negligible. A similar conclusion will be reached in Sect. 6.2 where we tested our algorithm using simulated data by Aigrain et al. (2015).

5.2. Strategy for stars with missing parameters

The rotation pipeline does not always provide a value for all the parameters needed for the random forest classification. The majority of the missing parameters are related to the ACF for the 55- and 80-day filters. In general this happens because there is no clear peak in the ACF. However, to perform the classification, an

Table 1. Composition of the different subsamples used for the study and scores of the different classifiers.

	<i>RotClass</i> sample	<i>PollFlag</i> sample	<i>PeriodSel</i> sample	<i>MissingParam</i> sample
Number of input stars	21 707	315 Type 1 CP/CB candidates + 315 non-candidates	14 562	1724
<i>RotClass</i> accuracy (%)	94.2/97.6	–	–	77.4
<i>PollFlag</i> sensitivity (%)	–	99.4	–	50 ^(*)
<i>PeriodSel</i> accuracy (%)	–	–	95.3/99.5	79.4
Global accuracy (%)	–	–	92.1/96.9	–

Notes. The 315 non-candidate stars used in the *PollFlag* sample are randomly chosen in the *PeriodSel* sample at each training. For *RotClass* and *PeriodSel*, the metrics chosen to express the score is the accuracy while it is the sensitivity for *PollFlag*. When two scores are given, the first and the second one corresponds to the score before and after visual inspection, respectively. ^(*)There is only 4 Type-1 CP/CB candidates in this sample, among which, only 2 have been correctly classified yielding 50% probability.

input value must be provided for each of the 159 parameters. To test ROOSTER on the stars with missing parameters, we choose to train our three classifiers without the values for P_{ACF} , $S_{ph,ACF}$ and the respective uncertainty for the three filters. However, we decide to keep H_{ACF} and G_{ACF} as input parameters. If for a given star in a given filter, P_{ACF} is not determined, H_{ACF} and G_{ACF} will be set to zero. This is logical in the sense that the value for G_{ACF} and H_{ACF} indicates whether the corresponding peak is significant.

Like before, *RotClass* is trained with the *RotClass* sample. Only 1334 of the stars of the *MissingParam* sample are correctly classified (accuracy of 77.4% compared to the accuracy of 94.2% reached with the *RotClass* sample). This is not a surprise in the sense that when the ACF does not yield a period estimate, it suggests that the modulation in the light curve may not be clear enough. This assumption is confirmed when comparing the fraction of stars with rotation signal in the *RotClass* sample and in the *MissingParam* sample: 67.1% of the stars in the *RotClass* sample are labelled *Rot* in *S19* while only 24% of the *MissingParam* sample are labelled *Rot* in *S19*. Thus, the two distributions are very different and this impacts the outcomes of the classifier.

The accuracy loss is similar for *PeriodSel*, with only 79.4% of rotation period retrieved within 10%. Among the *MissingParam* sample, there are only four Type 1 CP/CP candidates, which make it difficult to estimate the sensitivity for this sample. Two of those candidates are correctly flagged (50%).

In order to optimise the efficiency of the pipeline, it is thus preferable to be able to compute upstream a full set of parameters for a maximal number of stars and to avoid having to deal with a too large *MissingParam* sample.

6. Discussion

The RF classification with ROOSTER represents a clear improvement compared to the automatic selection method based on control parameters performed in *S19* (see Appendix A). However, for a small fraction of the sample, the ROOSTER results differ from those in *S19*. Nevertheless, the discrepancies represent well-known issues that we try to flag.

Once we have obtained the rotation periods from the ROOSTER pipeline, we define a list of criteria so that we can flag stars that require visual checks and hence improve the accuracy of the final retrieval of extracted rotation periods.

1. First, we identify stars for which the proper filter is not selected. We expect $P_{rot,ML}$ chosen by *PeriodSel* to be coherent with the filter from which they were extracted. This means that, for $P_{rot,ML} < 23$ days, $P_{rot,ML}$ should have been extracted from the 20-day filtered light curve, for $23 \text{ days} < P_{rot,ML} < 60$ days

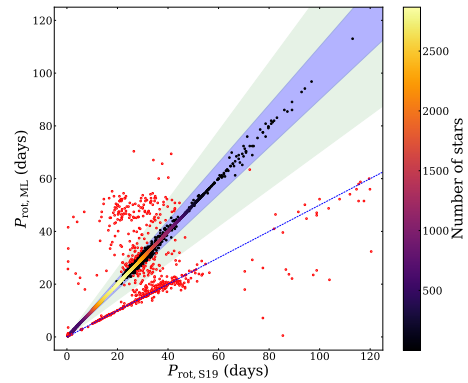


Fig. 4. Comparison between $P_{rot,ML}$ and the values given in *S19* for the stars of the *PeriodSel* sample. The shaded blue and green areas highlight the 10 and 30% agreement regions, respectively. The number of stars inside this area is colour coded. The stars outside the shaded area are represented by red dots. The dashed blue line corresponds 2:1 line.

from the 55-day filtered light curve, for $P_{rot,ML} > 60$ days from the 80-day filtered light curve. If $P_{rot,ML}$ agrees within 15% with the P_{GWPS} of the proper filter, we replace $P_{rot,ML}$ by this value. Otherwise, the star is flagged for visual check. This change is motivated by the goal of retrieving the most accurate S_{ph} , which is generally obtained considering a light curve with a high-pass filter coherent with $P_{rot,ML}$.

2. As shown in Fig. 4, a significant number of stars lie on the 1:2 line, highlighting an issue with the harmonics of P_{rot} , which can partially be overcome. We flag targets for visual inspection if at least one of the other P_{rot} estimates (nine in total) is within 15% of the double of $P_{rot,ML}$. We notice that this harmonics issue is generally linked to P_{rot} yielded by the GWPS fitting method that selects a higher-order harmonic instead of the first one as it is more often done by the ACF methodology. In order to reduce the impact of this problem, it would be necessary to perform a comprehensive study of the fitted GWPS harmonic's pattern. This analysis is out of the scope of the current paper but will be the issue of a future upgrade of the ROOSTER pipeline.

3. The ROOSTER pipeline might also attribute the wrong rotation period because of instrumental modulation in *Kepler* data. The 55 and 80 day filtered light curves are the most affected by instrumental modulations. For these cases, $P_{rot,ML}$ is usually between 38 and 50 days, but can be longer. Those instrumental modulations can be identified through visual inspection of the light curves and of the control figures of the rotation code. For this reason, we flag all stars with $P_{rot,ML} > 38$ days.

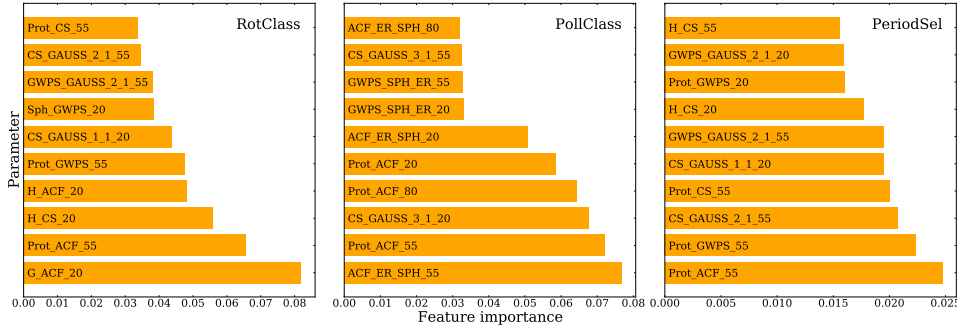


Fig. 5. Importance of the ten most important parameters for the three classifiers of the pipeline. The full list of ROOSTER input parameters is given in Appendix B.

Instrumental modulations can correspond to, for example: sudden bursts in flux; abnormal flux variations which only happen every four *Kepler* Quarters, that is to say every *Kepler* year; and flux variations that are present throughout the light curve with a main periodicity of one *Kepler* year, while in the rotation diagnostics used here one can identify its harmonics and the resulting filtered signals. We note that the 80-day filtered KEPSEISMIC light curves are naturally the most affected by instrumental modulations. However, the signature in the 20-day and 55-day filtered light curves may also have an instrumental origin. This is also true for other data products in the literature. Avoiding instrumental modulations is one of our objectives and one of the reasons to use three KEPSEISMIC light curves (Sect. 2.1) and perform complementary visual checks (see also discussion in S19).

4. Stars with $P_{\text{rot,ML}} < 1.6$ days are also flagged to ensure that the detected signal is not CP/CB-like. Observationally, synchronised binaries correspond to targets with detected period shorter than seven days (Simonian et al. 2019).

5. All the Type 1 CP/CB candidates in S19 have a period shorter than seven days. We therefore flag for visual inspection Type-1 CP/CB candidates detected by *PollFlag* when $P_{\text{rot,ML}} > 7$ days.

6. Stars for which the length of data or the presence of gaps might not be enough to cover the range of rotation periods expected for the studied stars are also visually inspected. The flagging criterion can be based on the total length of observations (given in days or quarters) and on the continuity of the light curve. In this work we have used a criterion in quarters. Stars were flagged if their light curve was shorter than five quarters.

7. The last group of visual checks correspond to stars are those for which the mean classification ration of *RotClass* is between 0.4 and 0.8, as already stated in Sect. 5.

The different types of stars flagged for visual inspection are summarised in Fig. 6.

The six conditions listed above result in flagging for visual inspection 4606 stars (31.6% of the *PeriodSel* sample). Among those 4606 stars, 628 will be corrected after the visual inspection. Finally, for 27 stars, we prefer the value given by the machine learning over the S19 value. After this step, we obtain a 99.5% accuracy for the retrieval of $P_{\text{rot,ML}}$. It should be noted that among the 63 remaining stars outside the 10% agreement between ROOSTER and S19, 24 of them lie in a large tolerance zone of 30% of the good rotation period. As mentioned in Sect. 5, stars with mean classification ratio between 0.4 and 0.8 are visually checked. That means that some of the stars classified

NoRot by *RotClass* are also visually checked. The total number of visual checks to perform in the scheme we just described is then 5,461 (25.2% of the *RotClass* sample), which represent a significant improvement compared to S19 (60% of the sample was visually checked).

We are able to compute a global accuracy score for both *RotClass* and *PeriodSel* classifiers. Among the 14 562 stars of the *PeriodSel* sample, both *RotClass* and *PeriodSel* made correct predictions for 13,413 stars (92.1 % of the sample), that is to say *RotClass* correctly labelled them *Rot* and $P_{\text{rot,ML}}$ agrees within 10% of the P_{rot} given in S19. After the visual checks, this accuracy is raised to 96.9%. The accuracy scores before and after visual inspection are summarised in Table 1.

We note that it could be possible to reduce the global amount of visual checks. For example, 683 stars are flagged only because their light curve was shorter than five quarters. It represents 4.7% of the *PeriodSel* sample. Among those 683 stars, only 7 of them are actually corrected after the visual inspection. The visual check of short light curves could therefore be avoided without a significant loss of accuracy. However, concerning the methodology described in this paper, we decided to clearly point out every risk of confusion that could occur in ROOSTER.

6.1. Period retrieval in short light curves

The ROOSTER accuracy on short light curves may yield interesting hints about the performance of our method on a dataset constituted by stars observed by TESS or K2. Our dataset contains 29 light curves with length within 30 and 35 days and 690 light curves with length within 35 and 150 days. *PeriodSel* accuracy over those two subsamples is 96.5% and 92.9%, respectively. The P_{rot} distribution for those two subsamples is presented in Fig. 7. All the stars with light curves length below 35 days present rotation periods below five days. The ability of our method to retrieve longer P_{rot} in such short light curves is beyond the scope of this paper and will be discussed in details in a subsequent study.

6.2. Period retrieval with simulated data

ROOSTER was also applied on the simulated data of the hare and hounds exercise in Aigrain et al. (2015). The results of this analysis are presented in Appendix C. For the purpose of this exercise, ROOSTER was trained considering only light curves from S19 and had no previous knowledge of the simulated data. We found that ROOSTER applied blindly performed better than any of the methods compared in Aigrain et al. (2015). The

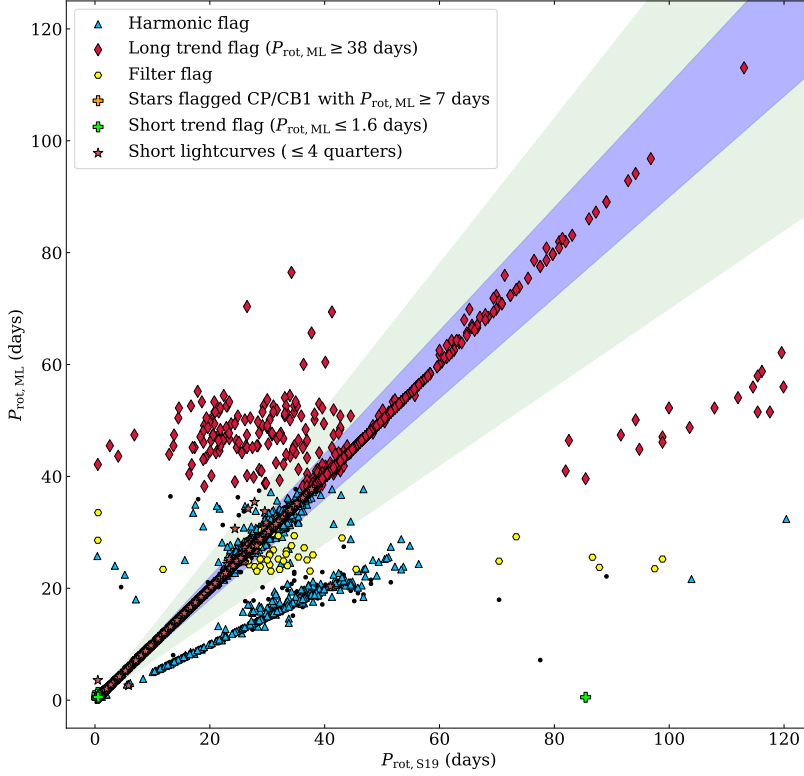


Fig. 6. Comparison between the ML retrieved period and the value given in S19. The 10% tolerance region is represented in blue, while the large tolerance zone (30%) is shown in green. Stars that are flagged for visual checks are highlighted: yellow circle show the stars selected with the filter condition, red diamonds those by the long trend condition, cyan triangle those selected by harmonic search condition, brown stars those selected with the short light curve condition, green cross those selected by the short trend condition, and orange cross the stars flagged as Type 1 CP/CB with $P_{rot,ML} > 7$ days.

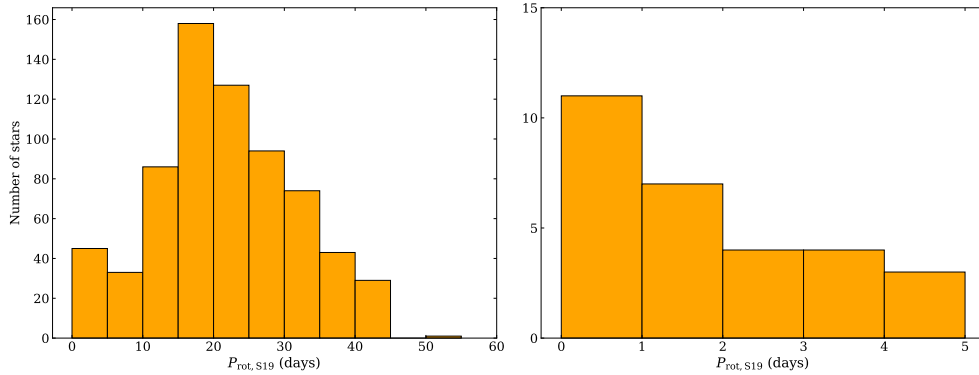


Fig. 7. *Left:* P_{rot} distribution for stars with light curves within 35 and 150 days. *Right:* same as left panel, but for stars with light curves within 30 and 35 days.

ROOSTER accuracy scores are close to what we obtain on real data in this study. It is important to notice that in this analysis T_{eff} and $\log g$ were not used in the training in order to have the same homogeneous set of parameters for the noise-free and noisy light curves.

7. Conclusion

In this paper, we have described ROOSTER, a machine learning analysis pipeline dedicated to obtain rotation periods with a small amount of visual verification. ROOSTER has been successfully applied to targets observed by the *Kepler* main mission.

The pipeline is built around three random forest classifiers, each one in charge of a dedicated task: detecting rotational modulations, flagging close binary and classical pulsator candidates, and selecting the correct rotation period, respectively with the classifiers *RotClass*, *PollFlag* and *PeriodSel*.

We applied ROOSTER to the K and M main-sequence dwarfs analysed in S19 (Santos et al. 2019). We were able to detect rotation periods with an accuracy of 94.2% for a sample of 21 707 stars (*RotClass* sample). Within the *RotClass* sample, we considered 14,562 stars with measured rotation periods (*PeriodSel* sample). The automatic analysis yields a true accuracy of 95.3% for *PeriodSel*, that is to say an agreement of the

rotation period from ROOSTER within 10% of the reference value from S19. We noticed that the majority of the misclassified stars were due to known effects, in particular, instrumental modulations and confusion with a harmonic of the true rotation period. 31.6% of the stars of the *PeriodSel* sample are then flagged for visual checks which allows us to correct wrong values for 628 more stars and raises the *PeriodSel* accuracy to 99.5%. Considering the results of the combined *RotClass* and *PeriodSel* steps on the *PeriodSel* sample, the global accuracy of ROOSTER is estimated at 92.1% without any visual check, and 96.9% after visual inspection of 25.2 % of the *RotClass* sample (against 60% in S19). By removing some input parameters from the ROOSTER training, we were also able to deal with stars with missing input parameters, at the price of a loss of accuracy. However, this accuracy loss is not only due to the diminution of the number of the parameters, but is also related to the intrinsic quality of the light curves for which the rotation pipeline was not able to provide a full set of parameters.

It should be emphasised that the accuracy estimated here is only valid for the K and M dwarf stars studied in S19. Rotation signals for hotter stars (mid F to G) are more complex than for K and M. In order to extend our analysis to those stars, a significant sample of hotter stars should first be introduced in the training set. The different accuracy values should also be reassessed before proceeding to the analysis. The length of the *Kepler* time series and the exquisite quality of the photometric measurements are important advantages for rotational analyses. To analyse light curves from K2 or TESS (which have a typical observational length significantly shorter than those of *Kepler*), first we need to verify whether the current training set is appropriate. If this is not the case, the classifiers must be trained with more suitable training sets (e.g by building a new training set with K2 or TESS stars). The selection of targets for visual inspection would probably be modified too.

Nevertheless, the global framework of ROOSTER can be adapted the *Kepler* F and G main-sequence solar type stars (Santos et al., in prep.). It should also be possible to use this technique to analyse data from K2, TESS and, in a near future, PLATO (PLAnetary Transit and Oscillations, Rauer et al. 2014). Such large-scale survey would be a great asset for gyrochronology models and our understanding of stellar spinning evolution in relation with age and spectral type.

Acknowledgements. We thank Suzanne Aigrain and Joe Llama for providing us with the simulated data used in Aigrain et al. (2015). S. N. B., L. B. and R. A. G. acknowledge the support from PLATO and GOLF CNES grants. A. R. G. S. acknowledges the support from NASA under grant NNX17AF27G. S. M. acknowledges the support from the Spanish Ministry of Science and Innovation with the Ramon y Cajal fellowship number RYC-2015-17697. P. L. P. and S. M. acknowledge support from the Spanish Ministry of Science and Innovation with the grant number PID2019-107187GB-I00. This research has made use of the NASA Exoplanet Archive, which is operated by the California Institute of Technology, under contract with the National Aeronautics and Space Administration under the Exoplanet Exploration Program. Software: Python (Van Rossum & Drake 2009), numpy (Oliphant 2006), pandas (The pandas development team 2020; McKinney 2010), matplotlib (Hunter 2007), scikit-learn (Pedregosa et al. 2011). The source code used to obtain the present results can be found at: <https://gitlab.com/sybreton/pushkin>; https://gitlab.com/sybreton/ml_surface_rotation_paper.

References

Aerts, C., Mathis, S., & Rogers, T. M. 2019, *ARA&A*, 57, 35
 Aigrain, S., Llama, J., Ceillier, T., et al. 2015, *MNRAS*, 450, 3211
 Amazo-Gómez, E. M., Shapiro, A. I., Solanki, S. K., et al. 2020, *A&A*, 636, A69
 Angus, R., Aigrain, S., Foreman-Mackey, D., & McQuillan, A. 2015, *MNRAS*, 450, 1787

Angus, R., Morton, T., Aigrain, S., Foreman-Mackey, D., & Rajpaul, V. 2018, *MNRAS*, 474, 2094
 Angus, R., Beane, A., Price-Whelan, A. M., et al. 2020, *AJ*, 160, 90
 Barnes, S. A. 2003, *ApJ*, 586, 464
 Barnes, S. A. 2007, *ApJ*, 669, 1167
 Benbakoura, M., Réville, V., Brun, A. S., Le Poncin-Lafitte, C., & Mathis, S. 2019, *A&A*, 621, A124
 Berdyugina, S. V. 2005, *Liv. Rev. Sol. Phys.*, 2, 8
 Blancato, K., Ness, M., Huber, D., Lu, Y., & Angus, R. 2020, *ApJ*, submitted [arXiv: 2005.09682]
 Bolmont, E., & Mathis, S. 2016, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 126, 275
 Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al. 2010, *Science*, 327, 977
 Breiman, L. 2001, *Mach. Learn.*, 45, 5
 Brown, T. M., Latham, D. W., Everett, M. E., & Esquerdo, G. A. 2011, *AJ*, 142, 112
 Brun, A. S., & Browning, M. K. 2017, *Liv. Rev. Sol. Phys.*, 14, 4
 Bugnet, L., García, R. A., Davies, G. R., et al. 2018, *A&A*, 620, A38
 Bugnet, L., García, R. A., Mathur, S., et al. 2019, *A&A*, 624, A79
 Cameron, A. C. 2017, in *The Impact of Stellar Activity on the Detection and Characterization of Exoplanets*, eds. H. J. Deeg, & J. A. Belmonte (Cham: Springer International Publishing), 1
 Ceillier, T., van Saders, J., García, R. A., et al. 2016, *MNRAS*, 456, 119
 Ceillier, T., Tayar, J., Mathur, S., et al. 2017, *A&A*, 605, A111
 Domingo, V., Fleck, B., & Poland, A. I. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 1
 Eggenberger, P., Miglio, A., Montalbán, J., et al. 2010, *A&A*, 509, A72
 Fröhlich, C., Romero, J., Roth, H., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 101
 García, R. A., & Ballot, J. 2019, *Liv. Rev. Sol. Phys.*, 16, 4
 García, R. A., Hekker, S., Stello, D., et al. 2011, *MNRAS*, 414, L6
 García, R. A., Ceillier, T., Salabert, D., et al. 2014a, *A&A*, 572, A34
 García, R. A., Mathur, S., Pires, S., et al. 2014b, *A&A*, 568, A10
 Howell, S. B., Sobek, C., Haas, M., et al. 2014, *PASP*, 126, 398
 Huber, D. 2018, in *Asteroseismology and Exoplanets: Listening to the Stars and Searching for New Worlds*, eds. T. L. Campante, N. C. Santos, & M. J. P. F. G. Monteiro, 49, 119
 Huber, D., Bryson, S. T., Haas, M. R., et al. 2016, *ApJS*, 224, 2
 Hunter, J. D. 2007, *Comput. Sci. Eng.*, 9, 90
 Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H., et al. 2010, *ApJ*, 713, L87
 Liu, Y., San Liang, X., & Weisberg, R. H. 2007, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 24, 2093
 Lu, Y., Angus, R., Agüeros, M. A., et al. 2020, *AJ*, 160, 168
 Mamajek, E. E., & Hillenbrand, L. A. 2008, *ApJ*, 687, 1264
 Mathis, S. 2015, *A&A*, 580, L3
 Mathur, S., García, R. A., Régulo, C., et al. 2010, *A&A*, 511, A46
 Mathur, S., García, R. A., Ballot, J., et al. 2014, *A&A*, 562, A124
 Mathur, S., Huber, D., Batalha, N. M., et al. 2017, *ApJS*, 229, 30
 Mathur, S., García, R. A., Bugnet, L., et al. 2019, *Front. Astron. Space Sci.*, 6, 46
 McKinney, W. 2010, in *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*, eds. S. van der Walt, & J. Millman, 56
 McQuillan, A., Mazeh, T., & Aigrain, S. 2013, *ApJ*, 775, L11
 McQuillan, A., Mazeh, T., & Aigrain, S. 2014, *ApJS*, 211, 24
 Meibom, S., Barnes, S. A., Latham, D. W., et al. 2011, *ApJ*, 733, L9
 Meibom, S., Barnes, S. A., Platais, I., et al. 2015, *Nature*, 517, 589
 Miglio, A., Chiappini, C., Morel, T., et al. 2013, *MNRAS*, 429, 423
 Nielsen, M. B., Gizon, L., Schunker, H., & Karoff, C. 2013, *A&A*, 557, L10
 Oliphant, T. 2006, *NumPy: A guide to NumPy* (USA: Trelgol Publishing)
 The pandas development team 2020, <https://github.com/pandas-dev/pandas/>
 Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., et al. 2011, *J. Mach. Learn. Res.*, 12, 2825
 Pires, S., Mathur, S., García, R. A., et al. 2015, *A&A*, 574, A18
 Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al. 2014, *Exp. Astron.*, 38, 249
 Reinhold, T., Reiners, A., & Basri, G. 2013, *A&A*, 560, A4
 Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, *J. Astron. Telesc. Instrum. Syst.*, 1, 014003
 Santos, A. R. G., García, R. A., Mathur, S., et al. 2019, *ApJS*, 244, 21
 Shapiro, A. I., Amazo-Gómez, E. M., Krivova, N. A., & Solanki, S. K. 2020, *A&A*, 633, A32
 Simonian, G. V. A., Pinsonneault, M. H., & Terndrup, D. M. 2019, *ApJ*, 871, 174
 Skumanich, A. 1972, *ApJ*, 171, 565
 Strassmeier, K. G. 2009, *A&ARv*, 17, 251
 Strugarek, A., Bolmont, E., Mathis, S., et al. 2017, *ApJ*, 847, L16
 Torrence, C., & Compo, G. P. 1998, *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, 79, 61
 Van Rossum, G., & Drake, F. L. 2009, *Python 3 Reference Manual* (Scotts Valley, CA: CreateSpace)
 van Saders, J. L., Ceillier, T., Metcalfe, T. S., et al. 2016, *Nature*, 529, 181
 Zhang, M., & Penev, K. 2014, *ApJ*, 787, 131

Appendix A: Detailed parameter extraction methodology

This appendix presents in detail of the methodology used to extract the P_{rot} candidates considered by ROOSTER.

The first method used to measure P_{rot} is a time-period analysis using a wavelet decomposition (Torrence & Compo 1998; Liu et al. 2007; Mathur et al. 2010). Wavelets of different periods, each one taken as the convolution between a sinusoidal and a Gaussian function (Morlet wavelet), are cross-correlated with the light curve to obtain the wavelet power spectrum (WPS, see left panel of (b) in Fig. 2). The WPS is projected over the period-axis to obtain the one-dimension Global Wavelet Power Spectrum (GWPS, see right panel of (b) in Fig. 2). Multiple Gaussian functions are fitted to the GWPS starting by the one with the highest amplitude. The fitted Gaussian function is removed and the next highest Gaussian peak is fitted in an iterative way until no peaks are above the noise level. Thus, the first period estimate, corresponding to the period of the highest fitted peak in the GWPS, is assigned as the rotation period recovered by this methodology: P_{GWPS} . The period uncertainty is taken as the half width at half maximum (HWHM) of the Gaussian function. Although this is a very conservative approach, it allows us to take into account variations due to differential rotation as part of the uncertainty.

The second analysis method is the ACF of the light curve. The rotation period, P_{ACF} , corresponds to the period of the highest peak in the ACF at a lag greater than zero. Two other parameters are computed: G_{ACF} and H_{ACF} . G_{ACF} is the height of P_{ACF} , while H_{ACF} is the mean difference between the height of P_{ACF} and the two local minima on both sides of P_{ACF} (see an extended description in Ceillier et al. 2017).

The third method is the composite spectrum (CS). CS is the product between the normalized GWPS and ACF. This way, the peaks present in both GWPS and ACF (possibly related to rotation) are amplified while the signals appearing only in one of the two methods (for example due to instrumental effects that have a different manifestation in each analysis) are attenuated. Multiple Gaussian functions are fitted to the CS following the same iterative procedure as the one described for the GWPS. P_{CS} is obtained as the period of the fitted Gaussian of highest amplitude and the uncertainty is its HWHM. The amplitude of this peak is H_{CS} .

Having three period estimates for each light curve (P_{GWPS} , P_{ACF} , and P_{CS}), S19 computed the respective value for the photometric activity index S_{ph} (that is to say, one for each P_{rot} estimation). S_{ph} is computed as defined by Mathur et al. (2014), being the standard deviation over light curve segments of $5 \times P_{\text{rot}}$. The final S_{ph} value we provide corresponds to the average S_{ph} . S_{ph} is corrected for the photon-shot noise following Jenkins et al. (2010). For some targets this correction leads to negative S_{ph} values. Most of the targets in this situation do not

show rotational modulation. For those with rotational modulation and $S_{\text{ph}} < 0$ (a few percent of the targets), S19 applied individually a different correction to the photon-shot noise, which is computed from the high-frequency noise component in the power density spectrum. We note that the S_{ph} value has only a physical sense when rotational modulation is detected in the light curve and, thus, P_{rot} is measured (e.g., Mathur et al. 2014, Egeland et al., in prep.).

In S19, a first group of stars with reliable rotation periods is automatically selected when there is a good agreement between the different period estimates and the heights for P_{ACF} and P_{CS} are larger than a given threshold (see S19 for details; height thresholds adopted from Ceillier et al. 2017). For the remainder of the targets (about 60%), in order to decide whether the signal is related to rotational modulation and to select the correct P_{rot} , S19 visually inspected the respective light curves, rotation diagnostics, and power spectra. During the visual inspection 40% of the final selected P_{rot} were recovered. There are different problems causing the measurement of a different P_{rot} in each methodology. For example: small amplitudes of the rotational modulation, which translate into small values of S_{ph} , H_{ACF} , G_{ACF} , and H_{CS} ; presence of instrumental modulations; and strong harmonic of P_{rot} . Instrumental modulations affect primarily the light curves obtained with the 55-day and 80-day filters. However, we note that depending on the P_{rot} value, the correct period may not be recovered from the 20-day filter. Half of the rotation period can be wrongly retrieved as P_{rot} (what we call strong harmonic) when the dominant spots producing the rotational signal are apart by $\sim 180^\circ$ in longitude. In our methodology, the GWPS is the most sensitive to this issue, while the ACF is the least sensitive. The performance of the ACF in these cases is discussed in detail by McQuillan et al. (2013, 2014). In S19, the decision on the filter used for the final P_{rot} relies on two criteria: preserving the intrinsic rotational signal with the S_{ph} value not affected by filtering, while minimizing the impact of possible instrumental effects which may not alter the period estimate but may affect S_{ph} . Typically the 20-day filter is selected for $P_{\text{rot}} \leq 23$ days, the 55-day filter is selected for $23 < \text{days } P_{\text{rot}} \leq 60$ days, and the 80-day filter is selected for $P_{\text{rot}} > 60$ days. For the rotation period estimate itself the priority is given to P_{GWPS} . The main reason for this choice is the conservative uncertainty for P_{GWPS} .

Appendix B: Input parameters

The detailed set of 159 parameters used to train *Rot-Class*, *PollFlag* and *PeriodSel* is presented in Table B.1. GWPS_GAUSS_1_i_XX , GWPS_GAUSS_2_i_XX and GWPS_GAUSS_3_i_XX respectively correspond to the amplitude, the central period and the standard deviation of the i^{th} Gaussian fitted in the GWPS with the XX-day filter. The same naming convention has been used for CS_GAUSS_1_i_XX , CS_GAUSS_2_i_XX and CS_GAUSS_3_i_XX with the CS.

Table B.1. 159 input parameters used to train the RF classifiers.

ACF_ER_SPH_20	ACF_ER_SPH_55	ACF_ER_SPH_80
BAD_Q_FLAG	CS_CHIQ_20	CS_CHIQ_55
CS_CHIQ_80	CS_GAUSS_1_1_20	CS_GAUSS_1_1_55
CS_GAUSS_1_1_80	CS_GAUSS_1_2_20	CS_GAUSS_1_2_55
CS_GAUSS_1_2_80	CS_GAUSS_1_3_20	CS_GAUSS_1_3_55
CS_GAUSS_1_3_80	CS_GAUSS_1_4_20	CS_GAUSS_1_4_55
CS_GAUSS_1_4_80	CS_GAUSS_1_5_20	CS_GAUSS_1_5_55
CS_GAUSS_1_5_80	CS_GAUSS_2_1_20	CS_GAUSS_2_1_55
CS_GAUSS_2_1_80	CS_GAUSS_2_2_20	CS_GAUSS_2_2_55
CS_GAUSS_2_2_80	CS_GAUSS_2_3_20	CS_GAUSS_2_3_55
CS_GAUSS_2_3_80	CS_GAUSS_2_4_20	CS_GAUSS_2_4_55
CS_GAUSS_2_4_80	CS_GAUSS_2_5_20	CS_GAUSS_2_5_55
CS_GAUSS_2_5_80	CS_GAUSS_3_1_20	CS_GAUSS_3_1_55
CS_GAUSS_3_1_80	CS_GAUSS_3_2_20	CS_GAUSS_3_2_55
CS_GAUSS_3_2_80	CS_GAUSS_3_3_20	CS_GAUSS_3_3_55
CS_GAUSS_3_3_80	CS_GAUSS_3_4_20	CS_GAUSS_3_4_55
CS_GAUSS_3_4_80	CS_GAUSS_3_5_20	CS_GAUSS_3_5_55
CS_GAUSS_3_5_80	CS_NOISE_20	CS_NOISE_55
CS_NOISE_80	CS_N_FIT_20	CS_N_FIT_55
CS_N_FIT_80	CS_SPH_ER_20	CS_SPH_ER_55
CS_SPH_ER_80	END_TIME	F_07
F_20	F_50	F_7
GWPS_CHIQ_20	GWPS_CHIQ_55	GWPS_CHIQ_80
GWPS_GAUSS_1_1_20	GWPS_GAUSS_1_1_55	GWPS_GAUSS_1_1_80
GWPS_GAUSS_1_2_20	GWPS_GAUSS_1_2_55	GWPS_GAUSS_1_2_80
GWPS_GAUSS_1_3_20	GWPS_GAUSS_1_3_55	GWPS_GAUSS_1_3_80
GWPS_GAUSS_1_4_20	GWPS_GAUSS_1_4_55	GWPS_GAUSS_1_4_80
GWPS_GAUSS_1_5_20	GWPS_GAUSS_1_5_55	GWPS_GAUSS_1_5_80
GWPS_GAUSS_2_1_20	GWPS_GAUSS_2_1_55	GWPS_GAUSS_2_1_80
GWPS_GAUSS_2_2_20	GWPS_GAUSS_2_2_55	GWPS_GAUSS_2_2_80
GWPS_GAUSS_2_3_20	GWPS_GAUSS_2_3_55	GWPS_GAUSS_2_3_80
GWPS_GAUSS_2_4_20	GWPS_GAUSS_2_4_55	GWPS_GAUSS_2_4_80
GWPS_GAUSS_2_5_20	GWPS_GAUSS_2_5_55	GWPS_GAUSS_2_5_80
GWPS_GAUSS_3_1_20	GWPS_GAUSS_3_1_55	GWPS_GAUSS_3_1_80
GWPS_GAUSS_3_2_20	GWPS_GAUSS_3_2_55	GWPS_GAUSS_3_2_80
GWPS_GAUSS_3_3_20	GWPS_GAUSS_3_3_55	GWPS_GAUSS_3_3_80
GWPS_GAUSS_3_4_20	GWPS_GAUSS_3_4_55	GWPS_GAUSS_3_4_80
GWPS_GAUSS_3_5_20	GWPS_GAUSS_3_5_55	GWPS_GAUSS_3_5_80
GWPS_NOISE_20	GWPS_NOISE_55	GWPS_NOISE_80
GWPS_N_FIT_20	GWPS_N_FIT_55	GWPS_N_FIT_80
GWPS_SPH_ER_20	GWPS_SPH_ER_55	GWPS_SPH_ER_80
G_ACF_20	G_ACF_55	G_ACF_80
H_ACF_20	H_ACF_55	H_ACF_80
H_CS_20	H_CS_55	H_CS_80
LENGTH	N_BAD_Q	Prot_ACF_20
Prot_ACF_55	Prot_ACF_80	Prot_CS_20
Prot_CS_55	Prot_CS_80	Prot_GWPS_20
Prot_GWPS_55	Prot_GWPS_80	START_TIME
Sph_ACF_20	Sph_ACF_55	Sph_ACF_80
Sph_CS_20	Sph_CS_55	Sph_CS_80
Sph_GWPS_20	Sph_GWPS_55	Sph_GWPS_80
Teff	kepmag	logg

Appendix C: ROOSTER performance with simulated data

Aigrain et al. (2015) performed a hare and hounds exercise with simulated data. Several teams participated to the exercise, each one with their own methodology. The working sample was constituted of 1000 simulated light curves and five 1000-day solar light curves obtained with the Variability of Solar Irradiance and Gravity Oscillations (VIRGO, Fröhlich et al. 1995) instrument on board the Solar and Heliospheric Observatory (SoHO, Domingo et al. 1995). Among the 1000 simulated light curves,

noise from real *Kepler* observations was added to 750, while the other 250 were kept noise-free.

The ROOSTER training methodology presented in this paper was slightly modified to be applied on the simulated data. The training set was based on the same K and M stars from S19. However, five stars were removed from the training set because they were also used as noise sources for the simulated light curves in Aigrain et al. (2015). *RotClass* and *PeriodSel* were trained without the stellar global parameters (T_{eff} and $\log g$), and the *FliPer* values. Furthermore, we also abandon the *Kp*, bad quarter flags, number of bad quarters in the light curves, lengths, start and end date of the light curves. ROOSTER was applied blindly to mimic the real working situation and the outputs were compared to the correct rotation periods only at the end.

Table C.1 compares the ROOSTER results to those obtained by the CEA team in Aigrain et al. (2015). In Aigrain et al. (2015), a previous version of our rotation pipeline (see Appendix A for details on the version used in the current study) was used. For both (noisy and noise-free data), the ROOSTER accuracy (83.2% compared to 88%) is slightly lower than previously. Nevertheless, ROOSTER provided *good* rotation periods (that is to say periods within 10% of the median of the observable periods P_{obs} defined in Aigrain et al. 2015) for 73.9% of the noisy light curves and 80.4% of the noise-free light curves. These results represent an improvement in comparison with the results from any method used in the hare and hounds exercise. In 2015, the CEA team had the best scores, with respectively 68.6% of good periods provided for noisy light curves and 75.4% for noise-free light curves.

In the hare and hounds exercise (Aigrain et al. 2015), stars were flagged as *ok* if the detected rotation period (also considering the uncertainty) was *good* or within the range of observable periods [$P_{\text{obs,min}}$, $P_{\text{obs,max}}$]. A non-*ok* rotation period is denoted *bad*. Following this approach, ROOSTER was able to provide *ok* rotation periods for 83% of the noisy light curves and for 90% of the noise-free ones. Indeed, ROOSTER performs better than any method in the hare and hounds exercise. The comparison between ROOSTER periods $P_{\text{rot,ML}}$ and the reference values P_{obs} is shown in Fig. C.1.

Concerning the solar light curves, ROOSTER detected four rotation periods among the five. Two of those rotation periods are within the 25-30 days range and are therefore considered as correct.

As a final exercise, we decided to flag the light curves for visual check, similarly to what is described in Sect. 6. Light curves with a mean classification ratio between 0.4 and 0.8 were flagged. Additionally, from the subsample for which ROOSTER provided a period, we flagged (for details, see in Sect. 6):

1. light curves for which $P_{\text{rot,ML}}$ might be an harmonic of the actual rotation period;
2. light curves with $P_{\text{rot,ML}} > 38$ days or $P_{\text{rot,ML}} < 1.6$ days;
3. light curves with a rotation period estimate not belonging to the proper filter.

This procedure led to 362 light curves being flagged among the Aigrain et al. (2015) sample of 1005 light curves. 41 of the noisy light curves and 9 of the noise-free light curves without detected period would have been proposed for visual inspection. Among the light curves with detected period, 36 noisy light curves and 7 noise-free light curves with *bad* period would have been visually checked. However, the visual check does not guarantee that the ROOSTER wrong determinations would be corrected.

Table C.1. Comparison between the 2015 CEA team results in the hare and hound exercise and the ROOSTER results from the simulated data.

Method	Noisy				Free				Solar			
	% det		% good		% det		% good		No. det	No. ok		
	det	global	det	global	det	global	det	global				
CEA 2015	78	88	68.6	95	74.1	82	92	75.4	99	81.2	2	2
ROOSTER	88.8	83.2	73.9	93.5	83	92.8	86.6	80.4	97	90	4	2

Notes. For each sample (noisy, noise-free and solar), percentage of detected (det) rotation periods is given, followed by percentage of *good* rotation periods among the detected rotation period and the full sample. The same percentages are also provided for *ok* rotation periods. The *good* and *ok* nomenclature is described in detail in Aigrain et al. (2015) as well as in Appendix C.

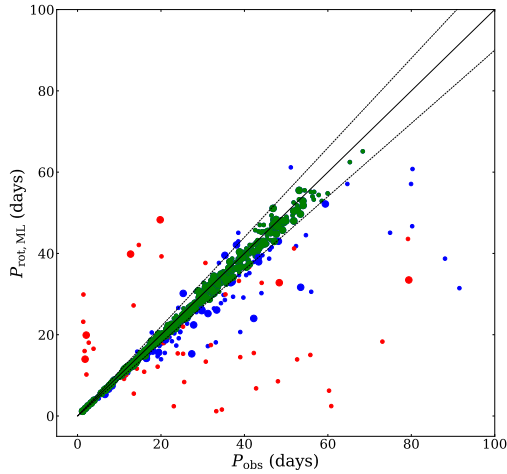


Fig. C.1. ROOSTER retrieved periods $P_{rot,ML}$ versus P_{obs} from Aigrain et al. (2015). *Good* periods are shown in green, *ok* in blue, and *bad* in red. Large circles mark noise-free light curves, while small circles mark noisy light curves.

Appendix D: Output format and visual check-flags signification

The standard ROOSTER output files are saved as comma-separated values (csv) files. The column order of the standard ROOSTER output files is given in Table D.1, while the signification of the visual checks flag is summarised in Table D.2. The flags follow a hierarchical order, that is to say, if there is an

Table D.1. Column order of the output ROOSTER files.

KIC	–
label <i>RotClass</i>	–
$P_{rot,ML}$	days
$P_{rot,error}$	days
S_{ph}	–
$S_{ph,error}$	–
flag for visual check	(see Table D.2)
label <i>FlagPoll</i>	–
classification ratio <i>Rot</i>	–
classification ratio <i>FlagPoll</i>	–
flag missing parameters	–
T_{eff}	K
$\log g$	dex

Table D.2. Meaning of visual-check flags in ROOSTER output files.

–1	P_{rot} Corrected by re-attributing filter (no check needed)
0	No check needed
10	Harmonic candidate
12	Instrumental modulation candidate ($P_{rot} > 38$ days)
14	Filter
16	$0.4 < \text{classification ratio } Rot < 0.8$
18	Type 1 CP/CB candidate with $P_{rot} > 7$ days
20	$P_{rot} < 1.6$ days
22	Observational length shorter than quarters

overlap of flags, the table will provide solely the first flag to be considered.

CHAPITRE 4

La rotation de surface comme sonde de la dynamique des régions convectives

Sommaire

4.1	Introduction : rotation et dynamique de la zone convective	118
4.2	Rotation et activité stellaire	119
4.2.1	Le S_{ph} comme traceur de l'activité stellaire	119
4.2.2	Application au catalogue S19-21	121
4.3	Estimer des nombres de Rossby stellaires	123
4.4	À la recherche des rotateurs antisolaires	126
4.4.1	Une relation entre Ro_f , P_{rot} , T_{eff} et $[\text{Fe}/\text{H}]$	127
4.4.2	Comparaison entre Ro_f et Ro_s	128
4.4.3	Sélection de candidats antisolaires	129
4.5	Conclusion	132



4.1 Introduction : rotation et dynamique de la zone convective

Le chapitre précédent présentait la méthodologie ROOSTER, construite autour de classifieurs *random forest*, ainsi que l'établissement du catalogue de rotation et d'activité magnétique de surface S19-21, qui contient 55232 étoiles en séquence principale et sous-géantes, de types spectraux F, G, K et M. Comme évoqué dans la Section 3.1, la mesure de la période de rotation de surface est une première étape vers la caractérisation de la dynamique dans la zone convective de l'étoile considérée. Dans un premier temps, un diagnostic du niveau de l'activité magnétique de l'étoile est également rendu possible par la mesure de l'indice d'activité photométrique S_{ph} , ce qui permet de mettre en évidence différentes caractéristiques pour les étoiles des types spectraux considérés.

La mesure de P_{rot} ouvre aussi la porte à la possibilité d'estimer une valeur pour le nombre de Rossby Ro , que ce soit dans sa définition stellaire, Ro_s , ou fluide, Ro_f . En utilisant comme référence les régimes de rotation différentielle obtenus dans des simulations MHD 3D, ici celles de Brun et al. (2017, 2022), il est possible d'utiliser Ro pour sélectionner les étoiles présentant potentiellement un régime de rotation antisolaire (équateur lent, pôles rapides). En effet, des méthodes pour inférer le régime de rotation directement à partir des ratios d'amplitude entre les harmoniques de rotation présentes dans la PSD ont été proposées dans le passé (Reinhold et al., 2013; Reinhold et Reiners, 2013; Reinhold et Arlt, 2015), mais Santos et al. (2017) ont démontré que la dégénérescence du problème considéré rendait en fait difficile toute conclusion robuste. Les méthodes astérosismiques mises en oeuvre pour analyser la rotation différentielle latitudinale n'ont pas non plus abouti à des détections significatives pour le cas antisolaire (Benomar et al., 2018). Pour mener à bien cette analyse, il faudrait idéalement avoir une connaissance indépendante de l'angle d'inclinaison de l'étoile et de la latitude des régions actives responsables de la modulation observées dans la courbe de lumière. La mise en évidence de l'existence de régimes antisolaires pour des étoiles de type solaire en séquence principale requiert donc d'employer des méthodes alternatives.

Dans ce chapitre, je commence donc par discuter la relation entre rotation et activité stellaire. Grâce au cas solaire, je montre que l'indice d'activité photométrique S_{ph} , qui peut-être calculé grâce à la mesure de la période de rotation P_{rot} , est un traceur fiable de l'activité magnétique stellaire. La distribution des valeurs de S_{ph} dépend directement des types spectraux au sein de la population d'étoiles considérée et je discute donc les différences de comportement mises en évidence le long de la séquence principale par la mesure du S_{ph} . Je m'intéresse ensuite aux stratégies via lesquelles il est possible d'estimer des nombres de Rossby Ro à partir de P_{rot} et d'autres observables. Dans la Section 4.3, je présente l'approche semi-empirique de Corsaro et al. (2021) qui permet d'estimer le nombre de Rossby stellaire, Ro_s , à partir de P_{rot} et d'un indice de couleur comme $(B - V)$. Je montre l'importance des choix de calibration qui sont fait dans l'optique de déterminer Ro_s . Dans la Section 4.4, je m'intéresse cette fois à la définition fluide du nombre de Rossby, Ro_f . Je présente l'approche de Noraz et al. (2022), qui, grâce aux relations d'homologie, permet d'estimer cette grandeur en fonction de la température effective T_{eff} et de la métallicité $[\text{Fe}/\text{H}]$. Cette approche est appliquée à la recherche d'étoiles présentant un régime de rotation différentielle antisolaire dans les données *Kepler*.



4.2 Rotation et activité stellaire

Dans un premier temps, on s'intéresse à la possibilité offerte par le catalogue S19-21 de réaliser des diagnostics d'activité stellaire pour de larges échantillons grâce à l'indice d'activité photométrique S_{ph} .

4.2.1 Le S_{ph} comme traceur de l'activité stellaire

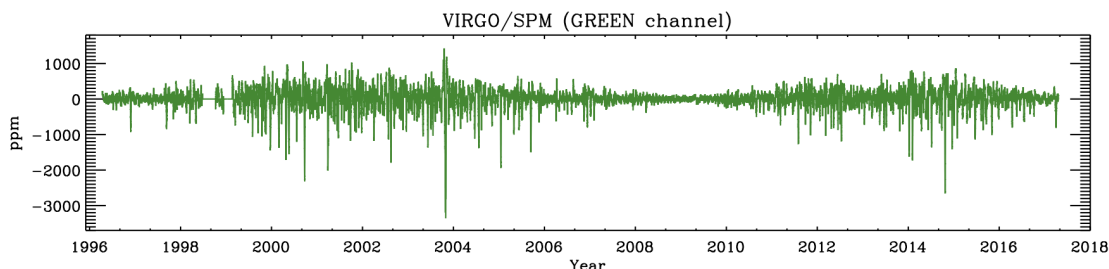


FIGURE 4.1 – Série temporelle du canal vert de VIRGO/SPM entre 1996 et 2017. Figure tirée de Salabert et al. (2017)

On l'a vu au chapitre précédent dans la Section 3.5.2, mesurer la période de rotation de surface de l'étoile, P_{rot} , permet ensuite de déduire l'indice photométrique d'activité de l'étoile, S_{ph} , qui, pour rappel, est défini, si on subdivise la courbe de lumière en segments de longueur $5 \times P_{\text{rot}}$, comme la valeur moyenne des écarts-types de ces segments (Mathur et al., 2014b). Les propriétés du S_{ph} ont été comparées à celles d'autres traceurs d'activité magnétique pour des étoiles analogues solaires (Salabert et al., 2016) et pour le Soleil lui-même (Salabert et al., 2017). Pour la comparaison solaire, le S_{ph} a été calculé à partir des données recueillies par la composante SPM (*sunphotometers*) de l'instrument VIRGO (*Variability of solar IRradiance and Gravity Oscillations*, Fröhlich et al., 1995), embarqué à bord du satellite SoHO. Les données ont été calibrées suivant la méthode décrite par Jiménez et al. (2002). VIRGO/SPM observe dans trois longueurs d'ondes : 402 (canal bleu), 500 (canal vert) et 862 (canal rouge) nm. Les valeurs du S_{ph} ont été calculées indépendamment pour chacun des canaux, ainsi que pour une série temporelle composite réalisée en combinant les canaux vert et rouge, afin de s'approcher le plus possible de la longueur d'onde typique d'observation de *Kepler* (Basri et al., 2010; Hedges et al., 2021). La Figure 4.1 montre la série temporelle obtenue avec le canal vert de VIRGO/SPM entre 1996 et 2017. Pour calculer les valeurs de S_{ph} , des sous-séries de 125 jours sont considérées.

Pour vérifier que le S_{ph} est un bon indicateur de l'état d'activité de la cible considérée, il faut le comparer aux traceurs standards d'activité solaire, qui sont :

1. le nombre total de taches solaires, SN ¹;
2. l'aire totale des taches solaires, SA ²;
3. le flux radio à 10.7 cm, $F_{10.7\text{-cm}}$ ³;

1. Voir WDC-SILSO, Royal Observatory of Belgium, Brussels, Sunspot Index and Long-term Solar Observations (SILSO) : <https://www.sidc.be/silso/datafiles>.

2. Voir <http://solarcyclescience.com/activerregions.html>.

3. Voir National Geophysical Data Center <https://www.ngdc.noaa.gov/stp/solar/solardataservices.html>.

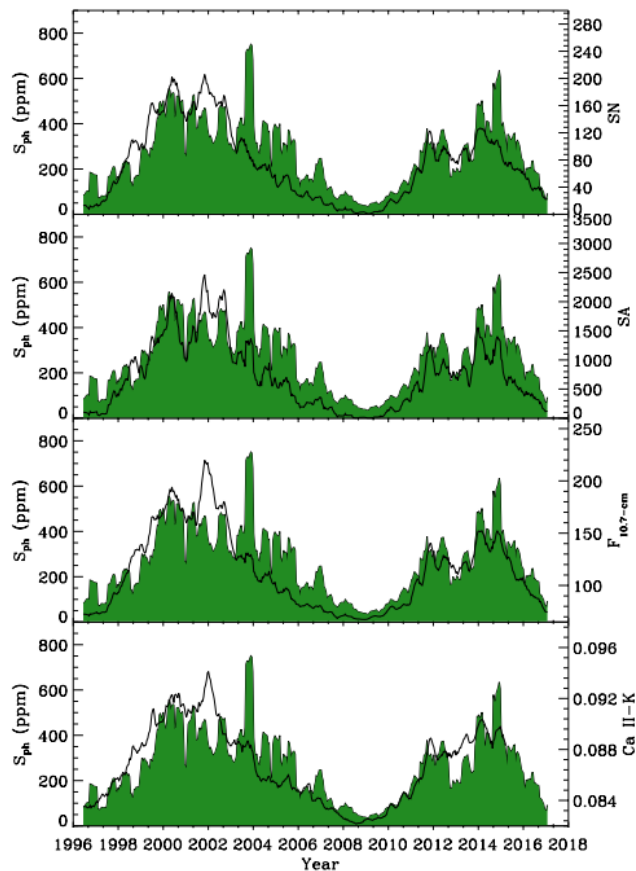


FIGURE 4.2 – Comparaison entre le S_{ph} mesuré à partir du canal vert de VIRGO et, de haut en bas, les traceurs d’activité solaires standards SA (aire des taches solaires), SN (nombre de taches solaires), $F_{10.7\text{-cm}}$ et Ca II-K. Figure adaptée de Salabert et al. (2017).

4. l’émission chromosphérique de la bande Ca II-K (Bertello et al., 2016).

L’évolution de la valeur de S_{ph} mesurée avec le canal vert de VIRGO entre 1996 et 2017 est comparée à l’évolution de ces quatre indices dans la Figure 4.2. Comme on peut le voir, le S_{ph} suit la même tendance que les autres traceurs et ses variations permettent de caractériser les deux cycles d’activités solaires qui se sont succédés durant cette période (cycles 23 et 24). On constate que, pour le canal vert, on a $S_{\text{ph}} \sim 100$ ppm pour les minimums d’activité solaire et $S_{\text{ph}} \sim 500$ ppm pour les maximums.

Il est intéressant de discuter ce que le S_{ph} quantifie lorsqu’on le mesure pour des étoiles de type solaire. Shapiro et al. (2016) ont montré que la contribution dominante à la variabilité solaire dépendait de la longueur d’onde considérée et de l’angle sous lequel le Soleil était observé. Observé par un instrument comme CoRoT ou *Kepler*, la variabilité solaire serait en fait dominée par les taches tant que l’observation se fait dans le plan de l’écliptique. Si le Soleil était observé à plus haute latitude,



cependant, c'est la contribution des *faculae* qui dominerait pour de tels instruments. L'analyse de Salabert et al. (2017) permet de constater que le S_{ph} est fortement corrélé aux indicateurs SN et SA, directement reliés aux taches solaires. Comme déjà évoqué au Chapitre 3, Reinhold et al. (2019) ont comparé les suivis chromosphérique et photométriques à long terme (~ 20 ans) menés sur 30 analogues solaires pour suggérer que la variabilité des étoiles actives en rotation rapide était dominée par les taches tandis que celle des étoiles faiblement actives en rotation lente était dominée par les *faculae*. Ils ont également constaté que l'amplitude des variations photométriques des étoiles actives de leur échantillon était en moyenne six fois plus importante que pour les étoiles faiblement actives, ce qui valide l'intérêt du S_{ph} , puisque celui-ci mesure par définition (voir Section 3.5.2) l'amplitude des variations photométriques obtenues grâce à la courbe de lumière. Ainsi, bien que le S_{ph} ne nous renseigne pas directement sur l'origine de la variabilité dans la courbe de lumière, considérer sa valeur nous permet de quantifier le niveau d'activité des étoiles de type solaire que nous considérons et de le comparer à notre référence solaire. Il faudra se souvenir qu'à cause de sa dépendance à l'inclinaison de l'étoile par rapport aux champ de vision de l'observateur, le S_{ph} représente une limite inférieure de l'activité photosphérique de l'étoile (Salabert et al., 2016), ce qui est cohérent avec les arguments avancés par Shapiro et al. (2016) et Reinhold et al. (2019) et présentés en début de paragraphe : observé en disque intégré à haute latitude, le Soleil apparaîtrait moins actif qu'au niveau de l'équateur car les taches solaires ne contribuent pas à la variabilité dans ces latitudes.

En gardant ces différentes considérations en tête, on peut donc considérer que le S_{ph} représente un diagnostic pertinent pour évaluer le niveau d'activité d'une étoile à partir de sa courbe de lumière obtenue avec *Kepler*.

4.2.2 Application au catalogue S19-21

La Figure 4.3 présente le diagramme T_{eff} vs S_{ph} des étoiles du catalogue S19-21, avec, de la même manière que pour le diagramme T_{eff} vs P_{rot} (voir Figure 3.11), les étoiles en séquence principale (panneau du haut) distinguées des sous-géantes (panneau du bas). On remarque que les étoiles très actives ($S_{\text{ph}} > 10000$ ppm) sont beaucoup plus représentées pour la population d'étoiles de type K et M que pour les étoiles de type F et G. C'est en effet parmi les étoiles de type K et M que l'on trouve la plupart des étoiles avec des événements éruptifs répertoriés (voir par exemple les catalogues de Clarke et al., 2018 ; Yang et Liu, 2019). À l'opposé, quel que soit le type spectral considéré, il y a peu d'étoiles avec $S_{\text{ph}} < 100$ ppm, les étoiles faiblement actives étant plus difficiles à détecter, ce qui rend notamment complexe l'étude de l'activité magnétique des analogues solaires (Reinhold et al., 2021). Mathur et al. (2019) fixent la limite de détection pour une période de rotation à 20-30 ppm.

La Figure 4.4 montre le diagramme P_{rot} vs S_{ph} pour les étoiles en séquence principale de type F, G, K et M. Le diagramme illustre la relation qui existe entre ces deux grandeurs et permet de donner une perspective par rapport au cas solaire en signalant la position des valeurs de S_{ph} mesurées à partir de la combinaison des canaux vert et rouge de VIRGO/SPM, pour les minimums et les maximums d'activité solaire. En effet, pour les étoiles de type K et G, le diagramme permet clairement de distinguer un régime de saturation de la valeur du S_{ph} . On constate également l'existence d'un régime similaire pour les étoiles de type F, même si la crête des étoiles actives en rotation rapide est beaucoup plus faiblement peuplée. À cause de la faible dimension de l'échantillon considéré, il n'est pas possible de mettre ici en évidence la localisation d'un tel régime pour les étoiles de type M.

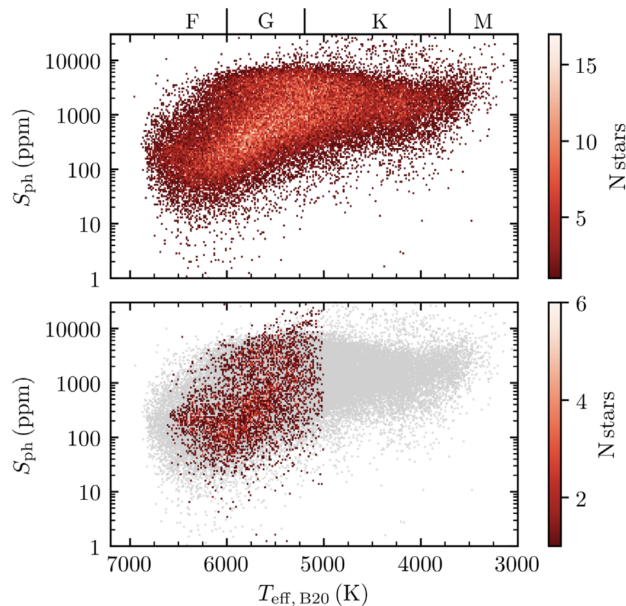


FIGURE 4.3 – Diagramme T_{eff} vs S_{ph} pour les étoiles de type F, G, K et M en séquence principale (en haut) et les sous-géantes (en bas) du catalogue S19-21. La distribution des étoiles en séquence principale est aussi représentée en gris sur le panneau du bas pour comparaison. Figure tirée de Santos et al. (2021).

Si on s’intéresse spécifiquement au cas des étoile de type G, la Figure 4.4 peut laisser penser que, même à un maximum d’activité, le Soleil demeure une étoile modérément, voire faiblement, active lorsqu’on le compare aux cibles pour lesquelles on détecte une période de rotation avec *Kepler*. Cependant, une sélection plus précise des étoiles présentant des paramètres analogues à ceux du Soleil laisse penser que celui-ci leur est similaire en terme de S_{ph} (Mathur et al. en préparation). Mathur et al. (2019) ont montré que, pour des valeurs de S_{ph} supérieure à 2000, il y avait une probabilité de 98.7% de ne pas détecter le signal d’oscillation des modes p. En effet, à cause de l’interaction entre le champ magnétique et les modes, l’amplitude des modes p décroît lorsque l’activité de l’étoile augmente (voir Hindman et al., 1997 ; Chaplin et al., 2000). Il est intéressant de noter que, cependant, le niveau d’activité magnétique n’explique pas la non-détection de ces oscillations pour toutes les étoiles.

Il est également intéressant de regarder de plus près la distribution de P_{rot} et S_{ph} pour les étoiles de type F. En effet, l’existence du Kraft break aux alentours de $T_{\text{eff}} = 6250K$, correspondant à un affaiblissement significatif du régime de freinage magnétique, a été évoquée dans la Section 2.3.4. La Figure 4.5 montre en conséquence le diagramme P_{rot} vs S_{ph} pour les étoiles de type F de l’échantillon I en distinguant les étoiles au-dessus et en-dessous du seuil $T_{\text{eff}} = 6250K$. Les distributions de P_{rot} et de S_{ph} en fonction de T_{eff} sont également représentées. Dans la population $T_{\text{eff}} > 6250K$, on constate la présence d’une proportion importante d’étoiles faiblement active en rotation rapide. Cette observation est compatible avec l’hypothèse d’une population d’étoiles avec une enveloppe convective très fine, à la fois faiblement actives et peu freinées par le couple de vent stellaire.

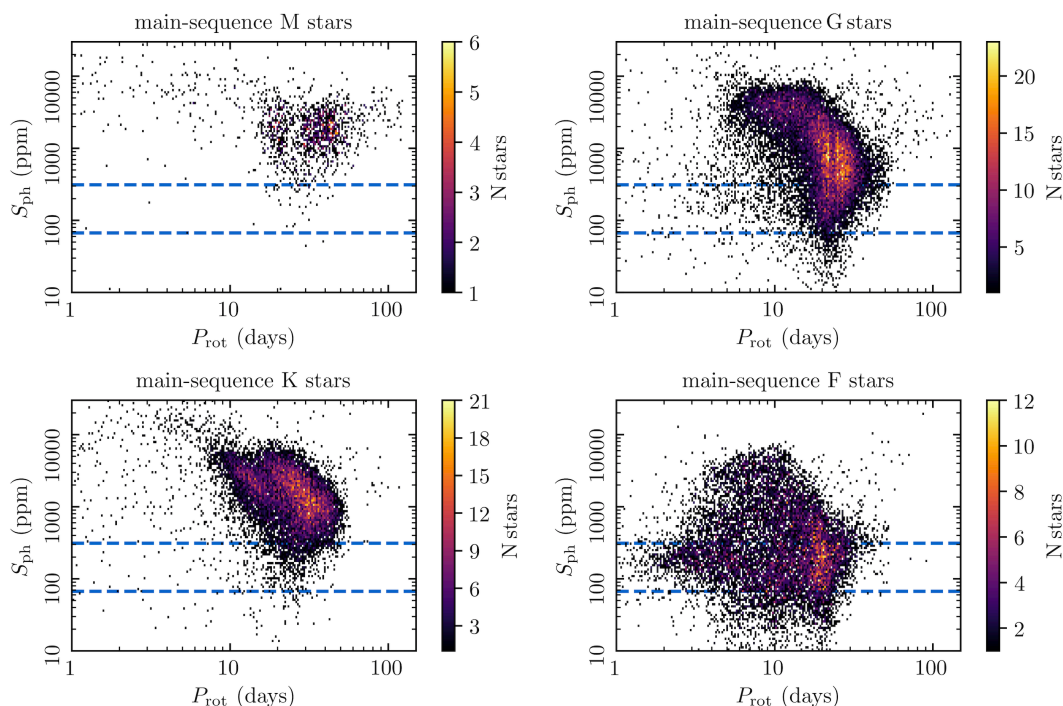


FIGURE 4.4 – Diagramme P_{rot} vs S_{ph} pour les étoiles de type F (en haut à gauche), G (en haut à droite), K (en bas à gauche) et M (en bas à droite). Les tirets bleus signalent les valeurs minimales et maximales de S_{ph} mesurées pour le Soleil grâce à la combinaison des canaux vert et rouge de VIRGO/SPM. Adapté de Santos et al. (2019, 2021)

4.3 Estimer des nombres de Rossby stellaires grâce à la rotation de surface

Comme cela avait été souligné dans la Section 3.1, la mesure de la période de rotation de surface ouvre la possibilité d’estimer le nombre de Rossby stellaire Ro_s de l’étoile grâce à la relation $Ro_s = P_{\text{rot}}/\tau_{\text{conv}}$. Pour pouvoir obtenir une valeur de Ro_s , il faut donc également être en mesure d’estimer une valeur pour le temps de retournement convectif τ_{conv} . Dans tout ce qui suit, on va considérer qu’on veut estimer une valeur de τ_{conv} près de la base de la zone convective. Celui-ci ne peut cependant être déterminé avec précision que si l’on dispose de contraintes observationnelles fortes permettant d’obtenir pour l’étoile un modèle de structure interne le plus précis possible. Dans le cas des étoiles de type solaire, ces contraintes sont généralement obtenues en combinant les valeurs de T_{eff} et de métallicité $[\text{Fe}/\text{H}]$ obtenues par spectroscopie avec les propriétés des modes p extraites de la PSD de l’étoile. Il est évident que ces données ne peuvent être obtenues que pour un nombre restreint d’étoiles (on rappelle que les données de la mission *Kepler* ne comptent que

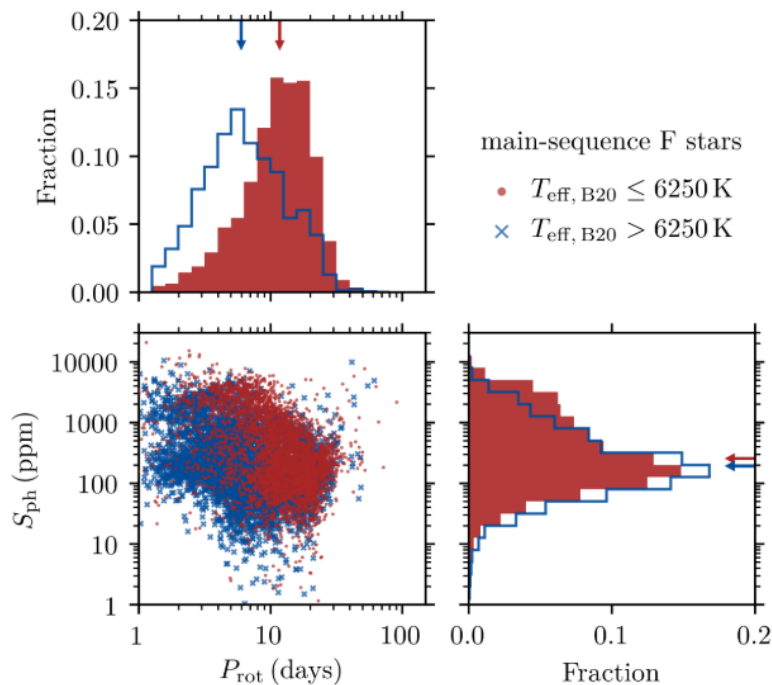


FIGURE 4.5 – *Haut* : Distribution de P_{rot} pour les étoiles de type F de l'échantillon I. *Bas, gauche* : Diagramme P_{rot} vs S_{ph} pour la même population. *Bas, droite* : Distribution de S_{ph} pour la même population. On a distingué les étoiles pour lesquelles (en prenant B20 comme référence) $T_{\text{eff}} \leq 6250\text{K}$ (*bleu*) et $T_{\text{eff}} > 6250\text{K}$ (*rouge*). Figure tirée de S21.

quelques centaines d'étoiles de type solaire en séquence principale avec une détection de modes p). Il va donc falloir recourir à une autre stratégie que la modélisation de la structure interne de chaque étoile si l'on veut obtenir une estimation de Ro_s pour une grande quantité de cibles. Dans cette section, je présente ainsi la méthode de calibration de Ro_s mise en oeuvre par Corsaro et al. (2021), travail auquel j'ai contribué en tant que co-auteur.

Une approche communément utilisée pour déterminer τ_{conv} est d'utiliser la relation semi-empirique déterminée par Noyes et al. (1984). Celle-ci lie τ_{conv} à l'indice de couleur ($B - V$), obtenu à partir de l'observation de l'étoile considérée dans la bande bleue B et la bande du spectre visible V du système Johnson-Cousin. Il faut noter que la calibration de τ_{conv} y est effectuée avec un paramètre de longueur de mélange α fixé à 1.9. La relation obtenue par Noyes et al. (1984) est alors

$$\log \tau_{\text{conv}} = \begin{cases} 1.362 - 0.166x + 0.025x^2 - 5.323x^3 & , x > 0 \\ 1.362 - 0.14x & , x < 0, \end{cases} \quad (4.1)$$

avec $x = 1 - (B - V)$. L'approche présentée par Noyes et al. (1984) a pour objectif d'estimer la valeur de Ro_s près de la base de la zone convective. Cependant, les modèles solaires standards, par exemple ceux de Bonanno et al. (2002), donnent $\tau_{\text{conv}} \sim 45$ jours à la base de la zone convective alors que l'équation 4.1 fournit $\tau_{\text{conv}} \sim 12$ jours. Afin de corriger ce problème, il va être nécessaire de



dériver une nouvelle relation semi-empirique. Ceci peut être effectué en utilisant comme référence un ensemble de modèles stellaires obtenus grâce à l’observation d’étoiles pour lesquelles on dispose de données sismiques, et donc de bonnes contraintes sur l’épaisseur de leur zone convective. Un tel échantillon d’étoile est par exemple le catalogue LEGACY des étoiles pulsantes de type solaire en séquence principale, qui contient 66 étoiles de type F et G, choisies parce qu’elles sont celles présentant les modes p avec le rapport signal sur bruit le plus important parmi les cibles de ce type observées en mode *short cadence* par *Kepler*. L’analyse sismique de ces étoiles a été réalisée par Lund et al. (2017) et leur modélisation par Silva Aguirre et al. (2017), qui ont comparé les résultats obtenus avec sept codes de modélisation. Ces codes de modélisation diffèrent principalement des choix différents dans la physique qui y est implémentée. Tout en permettant de comparer les résultats obtenus par ces différents codes, le travail de Silva Aguirre et al. (2017) a permis de déterminer avec précision la luminosité L , la masse M , le rayon R et surtout R_{CZ} , le rayon stellaire au pied de la zone convective pour les étoiles du catalogue LEGACY. Une définition possible pour τ_{conv} , déjà précisée dans la Section 2.3, est $\tau_{\text{conv}} := d_{CZ}/v_{\text{conv}}$. Un raisonnement en théorie du longueur de mélange (voir la Section 2.2.4 pour une présentation générale de la théorie et l’Annexe D.1 pour les détails de la dérivation de l’expression ci-dessous) permet d’obtenir l’expression suivante pour τ_{conv}

$$\tau_{\text{conv}} = (R - R_{CZ}) \left(\frac{M}{LR} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.2)$$

avec R_{CZ} le rayon de l’étoile à la base de la zone convective. Cette expression fournit $\tau_{\text{conv}} \sim 45$ jours pour le cas solaire, ce qui correspond, comme désiré, à une estimation de τ_{conv} à la base de la zone convective. Autrement dit, en utilisant le rapport entre l’épaisseur totale de la zone convective et la vitesse convective moyenne dans la zone convective, on obtient, pour le cas solaire, une très bonne estimation locale du temps de retournement convectif à la base de la zone convective.

L’étape suivante est de calibrer une loi donnant τ_{conv} en fonction de $(B - V)$ en utilisant comme référence les valeurs de τ_{conv} calculées pour 62 étoiles du catalogue LEGACY grâce à la relation de l’équation 4.2. Parmi les paramètres stellaires fournis par Silva Aguirre et al. (2017), ce sont les résultats obtenus avec le code ASTFIT (Christensen-Dalsgaard, 2008b,a) qui ont été retenus.

L’ajustement de la loi quadratique choisie pour cette nouvelle calibration donne

$$\tau_{\text{conv}} = -101.2 + 373.4(B - V) - 217.6(B - V)^2. \quad (4.3)$$

Il est important de garder en mémoire que les valeurs de magnitudes disponibles pour le catalogue LEGACY proviennent du catalogue *Tycho* et ont été ici converties pour obtenir l’indice $(B - V)$ du système Johnson-Cousin, en utilisant la méthode présentée dans ESA97 Vol. 1, Sect. 1.3. Afin de tirer parti du volume phénoménal de données fourni par la mission *Gaia* (Gaia Collaboration et al., 2016), la relation a également été calibrée pour l’indice $(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}})$ obtenu grâce à la mission, en utilisant les données EDR3 (*Early Data Release 3*, Gaia Collaboration et al., 2021)

$$\tau_{\text{conv}} = -134.0 + 341.7(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}}) - 150.6(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}})^2. \quad (4.4)$$

Les deux lois de calibration obtenues sont représentées dans la Figure 4.6 en compagnie d’une comparaison entre les valeurs de τ_{conv} obtenues avec les étoiles de l’échantillon LEGACY et avec la méthode de Noyes et al. (1984). Comme l’échantillon de calibration ne comprend que des étoiles en séquence principale, seules les étoiles du catalogue S19-21 avec $\log g > 4.2$ sont considérées dans la suite, soit 39125 étoiles. À cause de la faible représentation d’étoiles F de masse $\geq 1.3 M_{\odot}$, la

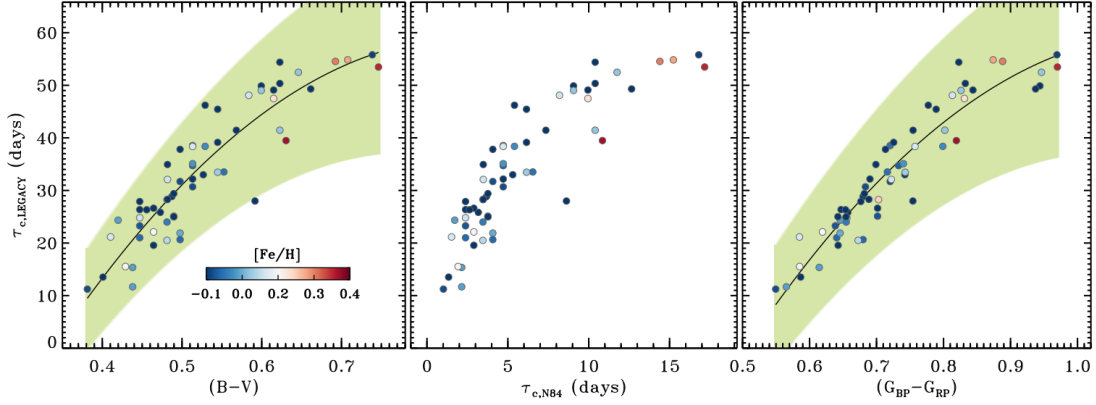


FIGURE 4.6 – Calibration de τ_{conv} en fonction de $(B-V)$ (gauche) et de $(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}})$ (droite), en utilisant comme référence les valeurs de τ_{conv} calculées pour 62 étoiles du catalogue LEGACY avec la formule de l’équation 4.2. Ces valeurs sont comparées avec celles obtenues en utilisant la méthode de Noyes et al. (1984) (milieu). Figure tirée de Corsaro et al. (2021).

relation obtenue par Corsaro et al. (2021) doit cependant être considérée avec précaution pour cette catégorie d’étoiles.

L’équation 2.26 est utilisée pour déterminer les valeurs de Ro_s pour chacune de ces étoiles. La Figure 4.6 représente les diagrammes Ro_s/S_{ph} obtenus en considérant la nouvelle calibration et celle de Noyes et al. (1984). Pour le cas solaire, on a $Ro_{s,\text{Noyes}} = 1.989$ et $Ro_{s,\text{LEGACY}} = 0.496$. On constate également que la distribution de Ro_s déterminée à partir de la nouvelle calibration est décalée vers des valeurs plus faibles. En particulier, si on s’intéresse à la position du coude qui marque le début du régime de saturation pour les rotateurs rapides (voir la Figure 4.4), on constate qu’elle correspond à $Ro_s \sim 0.82$ dans la calibration de Noyes et al. (1984), alors qu’elle se trouve à $Ro_s \sim 0.23$ dans la nouvelle calibration. On rappelle que l’inconvénient de l’approche de Noyes et al. (1984) est qu’elle ne parvient pas à estimer correctement τ_{conv} près de la base de la zone convective (alors que c’est justement dans cet objectif qu’elle est présentée).

On conclura ce paragraphe en soulignant l’intérêt de ce type de calibration. Le calcul de modèles stellaires est une tâche techniquement complexe et exigeante en terme de temps de calcul. Pour assurer sa précision et diminuer le degré de dégénérescence entre modèles distincts mais compatibles avec les observations, la modélisation requiert également des observables qui ne sont pas disponibles pour toutes les étoiles, comme par exemple les caractéristiques des modes p. Ainsi, une méthode de calibration comme celle présentée ici permet de s’affranchir de cette étape de modélisation et offre la possibilité d’étudier la dynamique de la zone convective pour des échantillons de grande taille.

4.4 À la recherche des rotateurs antisolaires

Une solution alternative à l’utilisation du nombre de Rossby stellaire Ro_s consiste à dériver des prescriptions théoriques qui permettent d’estimer le nombre de Rossby fluide, Ro_f (voir l’équation 2.25), à partir d’un certain nombre d’observables. Ici, la quantité Ro_f est définie en fonction

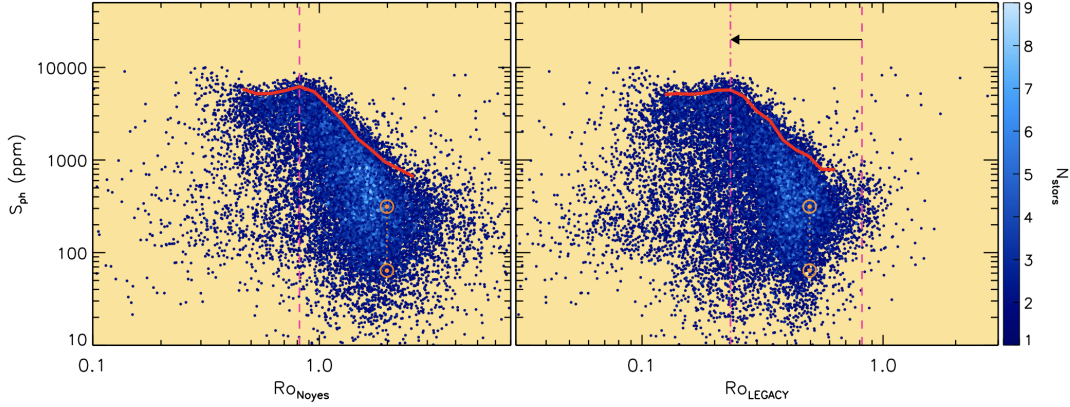


FIGURE 4.7 – Diagramme Ro_s vs S_{ph} en utilisant la calibration de Noyes et al. (1984, gauche) et la nouvelle calibration obtenue grâce à l’équation 4.2 et les étoiles du catalogue LEGACY. Les lignes rouges signalent la valeur du S_{ph} du 95ème percentile de la distribution pour une valeur de Ro_s donnée. La position du Soleil dans le diagramme est signalée en orange, pour ses minimums et maximums d’activité. Les tirets magentas marquent le décalage entre les deux calibrations de la position du coude signalant le début du régime de saturation. Figure tirée de Corsaro et al. (2021)

de v_{conv} et de la fréquence angulaire de rotation de l’étoile Ω_*

$$Ro_f \approx \frac{v_{\text{conv}}}{2\Omega_* D}, \quad (4.5)$$

où D est une longueur caractéristique.

Comme je l’avais expliqué dans l’Introduction générale, on observe que la transition entre rotation différentielle solaire (équateur rapide, poles lents) et antisolaire (équateur lent, poles rapides) se fait pour un nombre de Rossby fluide Ro_f de l’ordre de l’unité (Brun et al., 2017). Il est intéressant de constater que le Soleil se trouve proche de ce seuil de transition, avec un Ro_f typiquement estimé entre 0.6 et 0.9 (voir par exemple Brun et al., 2022). On peut alors se demander si le Soleil va connaître une transition de son régime de rotation actuel vers un régime antisolaire d’ici à la fin de sa vie sur la séquence principale, ce qui aurait notamment des conséquences sur son activité magnétique en modifiant les propriétés de son cycle dynamo (Noraz et al., 2021).

Dans cette section, je présente la dérivation d’une prescription permettant d’estimer la valeur du Ro_f à partir de P_{rot} , T_{eff} et de la métallicité $[\text{Fe}/\text{H}]$. Cette relation est appliquée à la recherche de possibles rotateurs antisolaires dans le catalogue S19-21. Ce travail a fait l’objet d’un article (Noraz et al., 2022, soumis à A&A) à laquelle j’ai contribué sur les aspects observationnels en tant que deuxième auteur.

4.4.1 Une relation entre Ro_f , P_{rot} , T_{eff} et $[\text{Fe}/\text{H}]$

L’approche présentée par Noraz et al. (2022) combine un raisonnement en longueur de mélange et les relations d’homologie entre les paramètres stellaires (voir Kippenhahn et al., 2012). La relation



qui relie Ro_f à la température effective T_{eff} et à la métallicité $[\text{Fe}/\text{H}]$ est donnée par

$$\frac{Ro_f}{Ro_{f,\odot}} = \left(\frac{P_{\text{rot}}}{P_{\text{rot},\odot}} \right) \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{3.29} \left(\frac{[\text{Fe}/\text{H}]}{2} + 1 \right)^{-0.31}. \quad (4.6)$$

avec $Ro_{f,\odot}$, $P_{\text{rot},\odot}$ et $T_{\text{eff},\odot}$ le nombre de Rossby fluide solaire, la période de rotation du Soleil et la température effective du Soleil, respectivement. On prendra dans la suite de cette section $P_{\text{rot},\odot} = 27.3$ jours et $T_{\text{eff},\odot} = 5772$ K. Les valeurs des exposants de l'équation 4.6 ont été calibrées à partir des simulations 3D de Brun et al. (2017, 2022) et des grilles de modèles stellaires d'Amard et al. (2019). On se référera à l'Annexe D.2 pour plus de détails concernant la dérivation de l'équation 4.6.

4.4.2 Comparaison entre Ro_f et Ro_s

Il est intéressant de consacrer quelques lignes à la comparaison de l'approche décrite dans la Section 4.3 et celle présentée ici. Dans les deux approches, on a utilisé des arguments de longueur de mélange pour obtenir une estimation de la vitesse convective, grandeur qui est nécessaire pour déterminer le nombre de Rossby Ro , que ce soit dans sa formulation stellaire Ro_s ou fluide Ro_f . Dans le premier cas, on a utilisé une méthode semi-empirique pour calibrer une loi quadratique sur les temps de retournement convectif obtenus à partir de cette estimation (effectuée en milieu de zone convective), en utilisant les modèles calculés pour les étoiles du catalogue LEGACY comme référence, et en vérifiant que les valeurs que l'on obtenait était compatible avec un modèle solaire. Dans le second cas, on a combiné les arguments de longueur de mélange avec les relations d'homologie obtenues pour un ensemble de paramètres stellaires (voir l'Annexe D.2) afin d'obtenir une loi d'échelle qui relie Ro_f , P_{rot} et T_{eff} . Cette loi d'échelle est exprimée sous la forme $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ afin de s'affranchir des incertitudes sur la valeur de $Ro_{f,\odot}$ (on peut bien sûr faire de même avec Ro_s et choisir de travailler avec $Ro_s/Ro_{s,\odot}$).

On peut remarquer que la loi d'échelle pour v_{conv} obtenue par Corsaro et al. (2021) diffère de celle de Brun et al. (2017). En effet, si on considère les relations $L \propto M^{4.6}$ et $R \propto M^{1.3}$ (Brun et al., 2017), l'approche de Corsaro et al. (2021) donne $v_{\text{conv}} \propto M^{1.6}$ (voir équation D.6), alors que Brun et al. (2017) ont proposé une loi d'échelle en $v_{\text{conv}} \propto M^3$.

La Figure 4.8 illustre les valeurs de $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ et de $Ro_s/Ro_{s,\odot}$ obtenues pour 39 étoiles du catalogue LEGACY (ce sont celles pour lesquelles nous avons à la fois une valeur de P_{rot} tirée du catalogue S19-21 et une valeur de $B_p - R_p$ obtenue avec *Gaia*). Malgré les différences de prédiction sur l'évolution des vitesses convectives remarquées au paragraphe précédent, il apparaît une très forte corrélation entre Ro_f et Ro_s . La plupart des étoiles considérées ont des valeurs de Ro_f et Ro_s plus petites que celles du Soleil. Certaines des étoiles les plus chaudes de l'échantillon considéré, des étoiles de type F avec une enveloppe convective relativement fine ne suivent pas la tendance générale des autres cibles représentées dans la figure. On rappellera que la relation de Corsaro et al. (2021) a été calibrée avec très peu d'étoiles vérifiant $M > 1.3 M_\star$ tandis que la grille de modèles d'Amard et al. (2019) utilisée par Noraz et al. (2022) ne considèrerait que des étoiles avec $M < 1.3 M_\star$.

Concernant les paramètres nécessaires pour exploiter chacune des relations, on soulignera enfin que des valeurs précises d'indices de couleur peuvent être obtenues directement pour de vastes populations d'étoiles (en particulier maintenant que la mission *Gaia* a fourni les valeurs $(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}})$ pour des millions d'étoiles) tandis que des valeurs fiables de T_{eff} et $[\text{Fe}/\text{H}]$ obtenues par spectroscopie de précision sont disponibles pour un nombre d'étoiles plus restreint. On se souviendra en effet que Berger et al. (2020) mettent en garde sur la moindre précision des valeurs de T_{eff} qu'ils dérivent

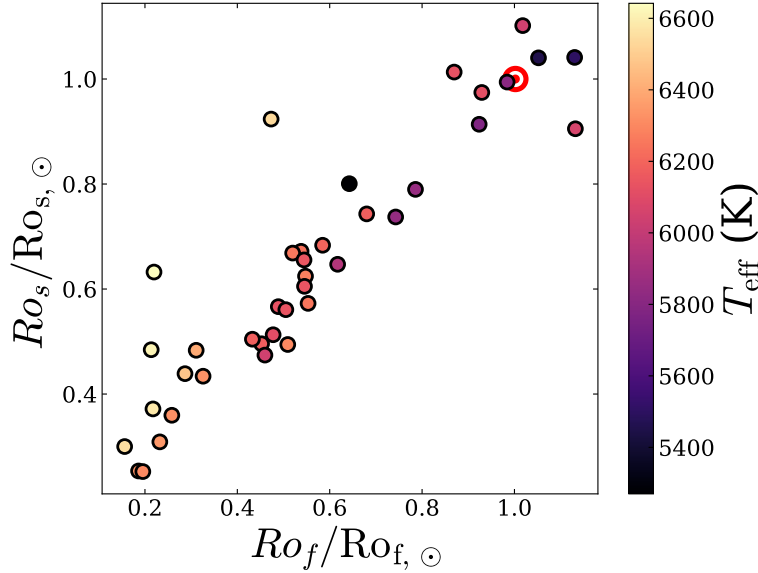


FIGURE 4.8 – Comparaison entre les valeurs de $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ et $Ro_s/Ro_{s,\odot}$ pour 39 étoiles appartenant au catalogue LEGACY de Lund et al. (2017). Le code couleur indique la température effective, T_{eff} , de chaque étoile considérée. Le symbole en rouge indique la position du Soleil sur le diagramme.

pour les étoiles observées par *Kepler* à partir de l'indice ($G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}}$) de *Gaia*, comparée à celle des valeurs obtenues par spectroscopie (paragraphe 3.1 de leur papier).

4.4.3 Sélection de candidats antisolaires

Grâce à l'équation 4.6, on est en mesure d'estimer les valeurs de Ro_f pour les étoiles du catalogue S19-21 et de sélectionner celles qui sont le plus susceptibles de présenter un régime de rotation antisolaires. Une incertitude demeure cependant sur la valeur de $Ro_{f,\odot}$ à considérer, c'est la raison pour laquelle nous choisissons un seuil supérieur et un seuil inférieur pour cette valeur, et nous prenons $Ro_{f,\odot} = \{0.6; 0.9\}$. Les simulations de Brun et al. (2022) sont utilisées comme référence pour définir le seuil de transition vers un régime antisolaires, ce qui conduit à choisir un critère $Ro_f \geq 1.3$. Ainsi, on va obtenir deux seuils pour le critère de sélection des candidats antisolaires, le premier restrictif, avec $Ro_f/Ro_{f,\odot} - \sigma_- > 2.14$, le second plus optimiste, considérant un ratio $Ro_f/Ro_{f,\odot} - \sigma_- > 1.44$ où $Ro_f/Ro_{f,\odot} - \sigma_-$ est la borne inférieure de l'intervalle de confiance sur la valeur $Ro_f/Ro_{f,\odot}$. On obtiendra donc un échantillon optimiste ($1.44 < Ro_f/Ro_{f,\odot} - \sigma_- < 2.14$) et un échantillon restreint ($Ro_f/Ro_{f,\odot} - \sigma_- > 2.14$). De plus, grâce à une série de régressions linéaires sur la grille de modèles d'Amard et al. (2019), des valeurs de coupure sont déterminées à différentes métallicités pour éviter de considérer des étoiles susceptibles d'être déjà entrées en phase sous-géante. On considère un intervalle de métallicité $-1 < [\text{Fe}/\text{H}] < 0.3$ dex et considère que les étoiles qui vérifient $-0.1 < [\text{Fe}/\text{H}] < 0.1$ dex sont à métallicité solaire.

À partir de cet ensemble de critères et en considérant les 55232 étoiles du catalogue S19-21, on

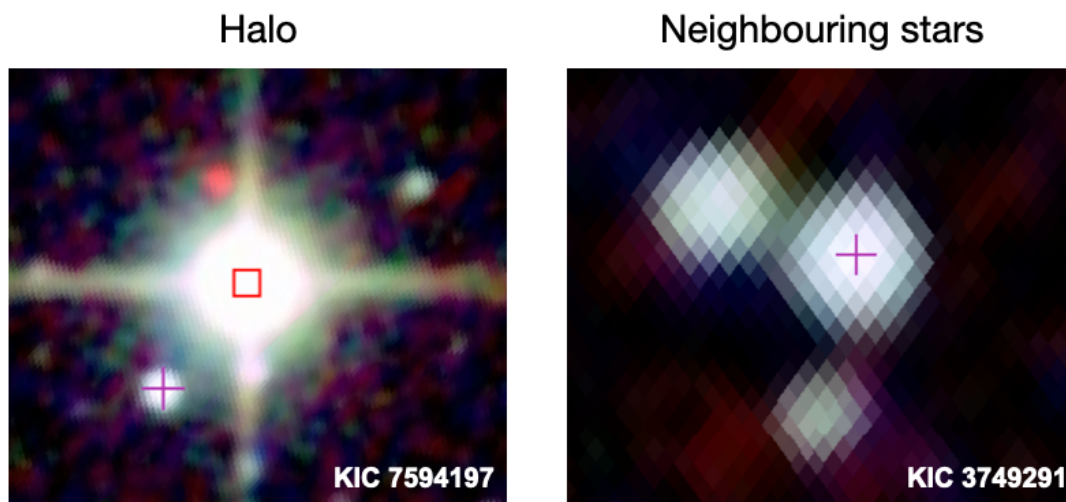


FIGURE 4.9 – Exemple d’étoiles rejetées après vérification visuelle. *Gauche* : l’étoile KIC 7594197 (croix violette) est dans le halo d’une étoile plus brillante. *Droite* : deux autres étoiles sont présentes dans la PSF de *Kepler* pour l’étoile KIC 3749291 (croix violette). Les images proviennent du 2MASS (Skrutskie et al., 2006).

sélectionne 73 étoiles dans l’échantillon optimiste (dont 50 à métallicité solaire) et 26 dans l’échantillon restreint (dont 12 à métallicité solaire). Afin de sélectionner les cibles les plus prometteuses, nous considérons un ensemble de critères de vérifications visuelles :

1. Grâce aux images du *Two Micron All Sky Survey*⁴ (2MASS, Skrutskie et al., 2006), le champ environnant de chaque étoile sélectionnées est inspectées. On constate que certaines se trouvent dans le halo d’étoiles plus brillantes. Ces étoiles ne sont donc pas considérées. Un exemple d’une telle situation est illustré dans le panneau de gauche de la Figure 4.9, pour KIC 7594197.
2. Pour d’autres étoiles, on observe que différents objets se trouvent dans la PSF (*Point Spread Function*) de *Kepler*, qui est de 40 arc-secondes (Van Cleve et Caldwell, 2016). Les étoiles qui présentent une contamination dans les données *Kepler* (pixels correspondant à plusieurs étoiles) sont rejetées. Une exemple d’une telle situation est illustré dans le panneau de droite de la Figure 4.9, pour KIC 3749291. La forme de chaque étoile dans les images 2MASS est également vérifiée afin d’éviter d’inclure des systèmes de binaire proche.
3. Enfin, des vérifications analogues à celles décrites dans la Section 3.4.1 sont effectuées pour assurer la robustesse des résultats fournis par l’analyse de la courbe de lumière via les méthodes GWPS, ACF et CS (voir Figure 3.4).

Après ces inspections visuelles, 21 étoiles sont conservées dans l’échantillon optimiste (dont 13 à métallicité solaire) et une seule dans l’échantillon restreint (KIC 10907436, qui est à métallicité solaire). Ces étoiles ont une période de rotation P_{rot} comprise entre 36.6 et 51.1 jours et $Ro_f/Ro_{f,\odot}$

4. Ces images ont été consultées via le site du KASOC (*Kepler Asteroseismic Science Operations Center*), accessible à l’adresse suivante : <https://kasoc.phys.au.dk>.

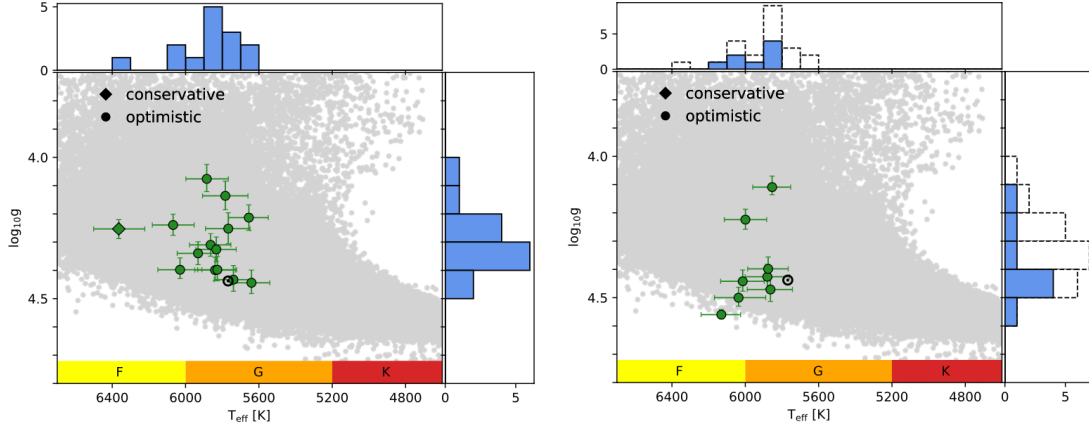


FIGURE 4.10 – *Gauche* : position des 14 étoiles à métallicité solaire ($-0.1 < [\text{Fe}/\text{H}] < 0.1$ dex) retenue après inspections visuelles et pouvant présenter un régime de rotation antisolaire sur un diagramme T_{eff} vs $\log g$. Le type spectral correspondant aux températures effectives est mentionné sur l’axe des abscisses. Les étoiles du catalogue S19-21 sont représentées en gris. Les deux histogrammes montrent la distribution des étoiles de l’échantillon optimiste selon T_{eff} et $\log g$. Les cibles de l’échantillon restreint (*conservative*) sont représentées par des losanges, celle de l’échantillon optimiste par des cercles, avec les incertitudes correspondantes sur les valeurs de T_{eff} et $\log g$. *Droite* : Même chose pour les 8 étoiles hors de l’intervalle $-0.1 < [\text{Fe}/\text{H}] < 0.1$ dex. Figure tirée de Noraz et al. (2022).

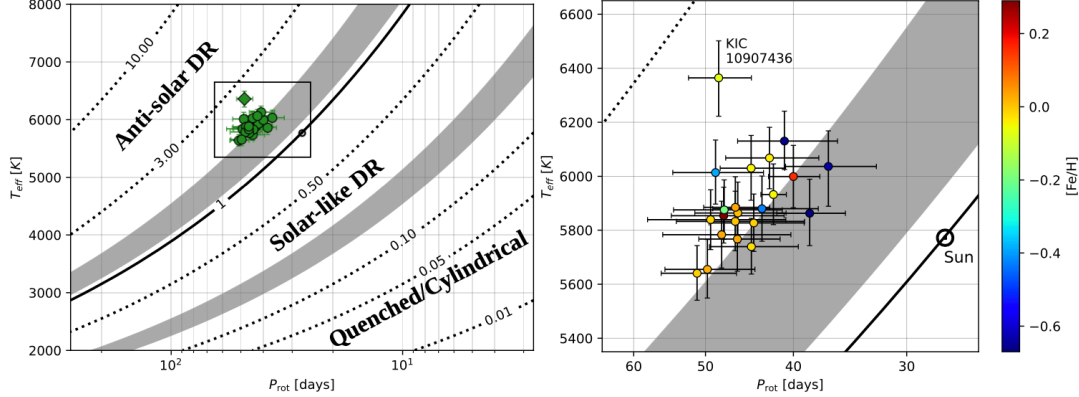


FIGURE 4.11 – *Gauche* : Diagramme T_{eff} vs P_{rot} pour les 22 candidats antisolaires retenus après inspection visuelle (cercles verts). Les isocontours pour $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ sont représentées par des pointillés et en traits plein pour $Ro_f/Ro_{f,\odot} = 1$. Les positions des régimes de rotation différentielle cylindrique, solaire et antisolaire sont représentées, avec les zones grisées signalant les régions de transition d’un régime à l’autre. Les incertitudes sur T_{eff} et P_{rot} sont représentées. *Droite* : Agrandissement autour de la région de paramètre correspondant aux cibles sélectionnées par Noraz et al. (2022). La métallicité des différentes étoiles considérées est représentée avec un code couleur. Figure tirée de Noraz et al. (2022).



compris entre 1.60 et 2.44. Les valeurs de S_{ph} sont comprises entre 50 et 600 ppm environ, ce qui est équivalent aux valeurs observées pour le Soleil (voir Section 4.2.1). La distribution de ces 22 étoiles sur les diagrammes $T_{\text{eff}}/\log g$ et $P_{\text{rot}}/T_{\text{eff}}$ est représentée dans la Figure 4.10. D’après leurs paramètres globaux, trois étoiles peuvent être considérés comme des analogues solaires, tandis que la cible la plus prometteuse, KIC 10907436, est une étoile de type F. Dans la Figure 4.11, on montre la distribution en T_{eff} et en P_{rot} des 22 étoiles retenues. Les isocontours pour les valeurs de $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ sont également représentés, avec la position des différents régimes de rotation différentielle et des régions de transition. On constate que KIC 10907436 se détache nettement du reste de l’échantillon, avec une T_{eff} plus élevée. On constate également que quatre cibles se trouvent dans la région de transition entre régimes solaire et antisolaire.

Une possibilité pour tenter de confirmer la nature antisolaire du régime de rotation différentielle de ces étoiles serait de les observer avec des méthodes d’imagerie Zeeman Doppler (*Zeeman Doppler Imaging*, ZDI), ce qui permettrait d’accéder à la topologie de leur champ magnétique de surface et de remonter à la dynamique des flots générant ce champ. L’inconvénient est que beaucoup des cibles sélectionnées sont peu brillantes, ce qui rend difficile leur observation depuis le sol, et que leur longue période de rotation obligerait à les observer pendant un nombre de nuits important.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre j’ai montré comment les valeurs de période de rotation de surface P_{rot} et les indices photométriques d’activité magnétique S_{ph} pouvaient permettre de caractériser la dynamique de la zone convective des étoiles de type solaire observées par *Kepler*.

- En présentant une comparaison avec les indices d’activité solaire standard, j’ai discuté et montré la pertinence du S_{ph} en tant que traceur d’activité pour les étoiles de type solaire. J’ai en particulier discuté les propriétés du S_{ph} en regard avec d’autres travaux concernant la variabilité du Soleil et des analogues solaires.
- J’ai commenté la relation entre P_{rot} et S_{ph} pour les types spectraux F, G, K et M pour mettre en évidence les importantes différences qu’il existe entre ces différentes populations d’étoiles en terme d’activité magnétique. J’ai rappelé que le niveau d’activité magnétique de l’étoile imposait un seuil de détection en dessous duquel on ne pouvait pas mesurer la période de rotation par la photométrie.
- J’ai détaillé la méthode, présentée par Corsaro et al. (2021), permettant de recalibrer la valeur des nombres de Rossby stellaire Ro_s à partir du catalogue de référence LEGACY et d’une loi semi-empirique qui relie Ro_s aux indices de couleur de l’étoile, comme par exemple l’indice (B-V). J’ai montré que cette nouvelle calibration permettait une amélioration significative de la cohérence entre les observables et les dimensions caractéristiques des modèles solaires de référence.
- J’ai présenté une seconde approche pour estimer le nombre de Rossby, celle de Noraz et al. (2022), article dont je suis deuxième auteur. Cette approche considère cette fois la définition fluide du nombre de Rossby, Ro_f et les relations d’homologie entre les paramètres stellaires globaux L , R , M et $[\text{Fe}/\text{H}]$, l’objectif étant d’exprimer une relation entre Ro_f et les observables T_{eff} et $[\text{Fe}/\text{H}]$.
- Cette approche a été utilisée dans le but de sélectionner un échantillon d’étoiles de séquence principale candidates pour exhiber un régime de rotation différentielle antisolaire. La nature



exacte du régime de rotation de ces cibles doit être confirmé par le biais de nouvelles observations.

- Ces différentes analyses menées sur le catalogue S19-21 ouvrent de nombreuses perspectives d’approfondissement pour élargir notre compréhension de la dynamique dans la zone convective des étoiles de type solaire. Une des possibilités consiste à tenter de lier directement la valeur mesurée de S_{ph} à l’intensité du champ magnétique de surface de l’étoile (Mathur et al., en préparation).

Ce chapitre conclut la deuxième partie du manuscrit, dédiée à l’étude de la rotation de surface et de la dynamique de la zone convective des étoiles de type solaire. La troisième et dernière partie est consacrée aux méthodes sismiques permettant d’obtenir des informations sur la rotation dans la zone radiative.



TROISIÈME PARTIE

Caractériser la rotation interne ?

CHAPITRE 5

Les spectrographes échelles, nouvelle génération d'instruments pour l'héliosismologie disque intégré ?

Sommaire

5.1	Introduction	138
5.2	L'héliosismologie au cours des dernières décennies	139
5.2.1	Du sol à l'espace	139
5.2.2	La quête des modes g solaires	142
5.2.3	Intérêt des spectrographes échelles pour l'héliosismologie et prototype Solar-SONG	144
5.3	Acquisition et réduction des données Solar-SONG	145
5.3.1	Séries GOLF, BiSON et HMI utilisées pour comparaison	145
5.3.2	Solar-SONG	147
5.4	Caractérisation des modes p à moyenne fréquence	150
5.4.1	Le peakbagging	150
5.4.2	Échantillonner des distributions de probabilité grâce au module <i>apollinaire</i>	152
5.4.3	Stratégie de peakbagging pour les séries temporelles de l'été 2018	153
5.4.4	Comparaison avec GOLF, BiSON et HMI	153
5.5	Comparaison en puissance intégrée	157
5.6	Perspectives d'amélioration de l'instrument et futur de Solar-SONG	158
5.7	Conclusion	160



5.1 Introduction

Comme on l'a vu dans l'Introduction générale, l'astérosismologie est la seule technique observationnelle en mesure de nous donner accès à la dynamique des régions internes du Soleil et des étoiles, en particulier leur profil de rotation. Dans ce premier chapitre sur la rotation interne, nous nous intéressons donc aux possibilités de mieux contraindre le profil de rotation interne des étoiles de type solaire en considérant les possibilités offertes par l'observation du Soleil. Dans le cas de l'héliosismologie, on fera la distinction entre les techniques observationnelles dites *disque intégré*¹ qui sont vouées à caractériser les propriétés des modes d'oscillation de bas degré ($\ell \leq 3$), et les techniques *disque résolu* qui donnent accès aux oscillations de plus haut degré.

La perspective d'améliorer la qualité des observations héliosismiques à basses fréquences est doublement intéressante dans l'optique de mieux caractériser la rotation des régions internes du Soleil. En effet, de telles observations permettrait une caractérisation précise des modes p d'ordre bas ($n \leq 10$), qui sont situés à moyennes et basses fréquences (Salabert et García, 2009, ont par exemple rapporté des observations préliminaires pour le modes $n = 5$, $\ell = 2$ situé à $\sim 960 \mu\text{Hz}$). Le comportement de ces modes ne peut pas être caractérisé par les approximations asymptotiques et, à degré ℓ égal, leur point de retournement interne est situé plus haut que les modes de plus haute fréquence, mais ils ont cependant la particularité d'avoir des temps de vie longs, ce qui permet de caractériser leur fréquence avec plus de précision. Concernant les modes g, l'optimisation du rapport signal sur bruit à basses fréquences est évidemment fondamental pour espérer détecter les multiplets caractéristique des modes individuels (pour un ordre n et un degré ℓ donné) et les utiliser pour caractériser la rotation et la structure interne (voir par exemple Christensen-Dalsgaard et Gough, 1976; Eff-Darwich et Pérez Hernández, 1995) des régions les plus internes du Soleil (en dessous de $0.2 R_{\odot}$, voir García et al., 2007).

Pour atteindre cet objectif, l'exploration de nouvelles techniques observationnelles et le développement de nouveaux instruments héliosismiques est nécessaire. En effet, même si les instruments héliosismiques déployés jusqu'à aujourd'hui ont permis des avancées phénoménales pour la physique solaire stellaire, la contribution du signal convectif à moyennes et basses fréquences a énormément limité les possibilités d'étude du signal sismique dans ces régions d'importance pourtant primordiale. Un point d'amélioration envisageable réside dans le fait que le signal convectif est partiellement décorrélé à différentes profondeurs de l'atmosphère solaire (Turck-Chièze et al., 2008; Salabert et al., 2009), contrairement à celui des modes d'oscillation. Étant ainsi en mesure d'observer un ensemble de raies d'absorption, qui sont formées à différentes profondeurs de l'atmosphère solaire, les spectrographes échelles représentent une perspective instrumentale extrêmement intéressante pour le futur de l'héliosismologie.

Le chapitre est structuré de la façon suivante. Dans un premier temps je présente le contexte des observations héliosismiques et je résume rapidement les avancées que la discipline a permises pour notre compréhension de la physique solaire. Après avoir détaillé les efforts théoriques et instrumentaux qui ont été fournis pour observer les modes g solaires, j'explique quel est l'intérêt d'une stratégie d'observations héliosismiques avec un spectrographe échelle. Je présente les objectifs de l'initiative *Stellar Observations Network Group* (SONG, Grundahl et al., 2007), dédiée au déploiement d'un réseau de spectrographe échelle. Dans ce cadre je détaille les caractéristiques du prototype Solar-SONG, la contrepartie solaire de SONG qui a effectué une campagne d'observation préliminaire à l'été 2018. Les meilleurs trente jours consécutifs de la campagne de 2018 sont choisies pour évaluer

1. On peut dire que via cette technique, le Soleil est observé *comme une étoile* (*Sun-as-a-star*).



les performances sismiques de Solar-SONG et les séries contemporaines des instruments *Global Oscillations at Low Frequency* (GOLF, Gabriel et al., 1995), *Birmingham Solar Oscillations Network* (BiSON, Chaplin et al., 1996; Davies et al., 2014; Hale et al., 2016) et *Helioseismic Magnetic Imager* (HMI, Scherrer et al., 2012) sont également sélectionnées pour comparaison. La réduction des données Solar-SONG montrant qu'il n'est pas encore possible d'utiliser l'instrument pour étudier les régions de basse fréquence, nous choisissons pour évaluer ses performances une approche en deux temps. D'abord, nous caractérisons les propriétés des modes p observés par Solar-SONG, GOLF, BiSON et HMI en mettant l'accent sur les modes p de moyenne fréquence. Ensuite, nous caractérisons les niveaux de puissance moyens obtenus pour chaque instruments dans des régions fréquentielles d'intérêt.

5.2 L'héliosismologie au cours des dernières décennies

Pour saisir les enjeux actuels de l'héliosismologie disque intégré et l'importance d'améliorer la qualité des observations à basse fréquence, il est important d'avoir une idée nette des défis que cet aspect de la discipline a proposé à la fois aux observateurs et aux théoriciens au cours des dernières décennies. Je donne donc dans cette section un bref aperçu de l'histoire de l'héliosismologie, depuis les premières mises en évidences de l'existence d'oscillations solaires jusqu'aux toutes dernières découvertes dans la discipline, avant de me concentrer sur les problématiques spécifiques ayant accompagné la caractérisation des modes g solaires.

5.2.1 Du sol à l'espace

Les balbutiements de l'héliosismologie se signalent par l'observation d'une oscillation temporelle du diamètre apparent du Soleil, d'une période de cinq minutes, rapportée par Leighton et al. (1962) et Noyes et Leighton (1963). Commentant cette découverte, Ulrich (1970) et Leibacher et Stein (1971) proposèrent qu'elle était la manifestation d'un mécanisme d'oscillation global du Soleil lié à des modes résonants. À partir d'observations de Deubner (1975), Hill et Stebbins (1975), Brookes et al. (1976) et Severnyi et al. (1976), Christensen-Dalsgaard et Gough (1976) soulignèrent que l'acquisition de telles données ouvraient la porte à une caractérisation précise des régions internes du Soleil. Dans la continuité de ces avancées, les observations de Claverie et al. (1979) réalisées au Pic du Midi et à l'Observatoire du Teide mirent en évidence le spectre de puissances des modes p solaires de bas degré (voir la Figure 5.1). Peu après, Grec et al. (1980) réalisèrent dans le même but des observations disque intégré du Soleil, depuis le pôle Sud cette fois.

Afin de permettre l'acquisition de séries temporelles de longues durées, des réseaux d'observation terrestres commencèrent à être déployés dès cette période. Mark-I, le premier de ces instruments, fut déployé dès 1976 à Tenerife, et constitue désormais l'un des noeuds du réseau BiSON (*Birmingham Solar Oscillations Network*, Chaplin et al., 1996; Davies et al., 2014; Hale et al., 2016). Il fut suivi par le réseau IRIS (International Research on the Interior of the Sun, Fossat, 1991; Salabert et al., 2003), qui opéra de 1989 à 1999, et le réseau GONG (Global Oscillations Network Group, Harvey et al., 1996), qui, déployé en 1996, réalise des observations disque résolu du Soleil.

L'héliosismologie tirant profit de séries temporelles de longues durées et acquises en continu, il était naturel que l'avenir de la discipline s'écrive dans l'espace. En effet, même un réseau étendu comme celui de BiSON culmine à un cycle de travail moyen de $\sim 80\%$ (ce qui va déjà avoir un impact visible sur la structure du signal physique dans la PSD à cause de l'effet de convolution par la fenêtre d'observation) alors qu'un instrument spatial ouvrait la perspective de se rapprocher

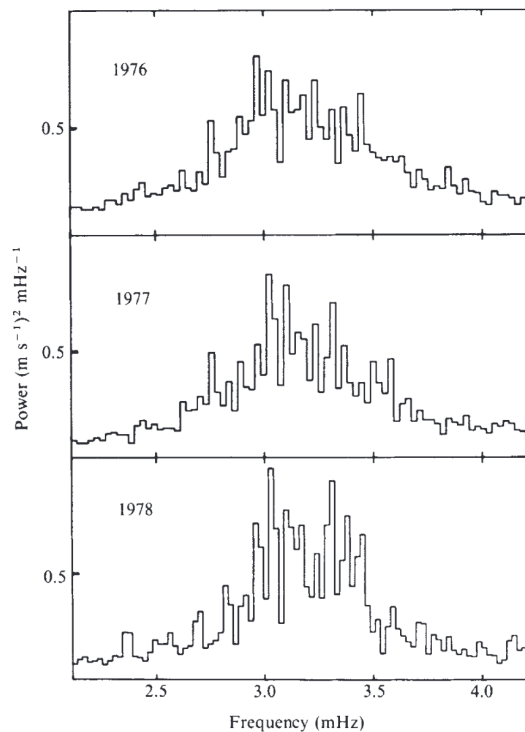


FIGURE 5.1 – PSD obtenue à partir de 33 (*haut*), 35 (*milieu*) et 7 (*bas*) jours d’observations à l’Observatoire du Teide. Figure tirée de Claverie et al. (1979).

de 100%, tout en s’affranchissant par exemple des effets de la rotation terrestre sur la mesure du signal de vitesse radiale. En décembre 1995, le satellite Solar Heliospheric Observatory (SoHO, Domingo et al., 1995) fut donc lancé à destination du point de Lagrange L1 avec à son bord trois instruments dédiés à l’héliosismologie : GOLF, *Variability of solar IRradiance and Gravity Oscillations*, (VIRGO, Fröhlich et al., 1995) et *Solar Oscillations Investigation’s Michelson Doppler Imager* (SOI/MDI, Scherrer et al., 1995). Les deux premiers instruments avaient été construits pour réaliser des observations disque intégré tandis que SOI/MDI était dédié aux observations disque résolu. Les opérations de SOI/MDI ont été interrompues suite à la mise en service de son successeur, HMI, qui a commencé en 2012 ses observations à bord du satellite *Solar Dynamics Observatory* (SDO, Pesnell et al., 2012). À l’exception notable des interruptions longues liées à la perte de contact avec SoHO en 1998 (106 jours) et de la mise à jour de son logiciel en 1999 (33 jours), VIRGO et GOLF ont recueilli presque en continu des données solaires depuis 1996 jusqu’à aujourd’hui. Déjà évoqué dans le Chapitre 4, VIRGO est composé de cinq instruments, un imageur de basse résolution, deux radiomètres et deux photomètres (*sunphotometers*, SPM) avec chacun trois canaux, rouge (402 nm), vert (500 nm) et bleu (862 nm). VIRGO/SPM est ainsi en capacité de mesurer les variations de luminosité solaire dans ces trois longueurs d’onde tandis que, comme on peut le voir sur la Figure 5.2, GOLF observe les variations d’intensité du doublet du sodium (589.6 et 590.0 nm) afin de mesurer la vitesse radiale dans la photosphère et la chromosphère

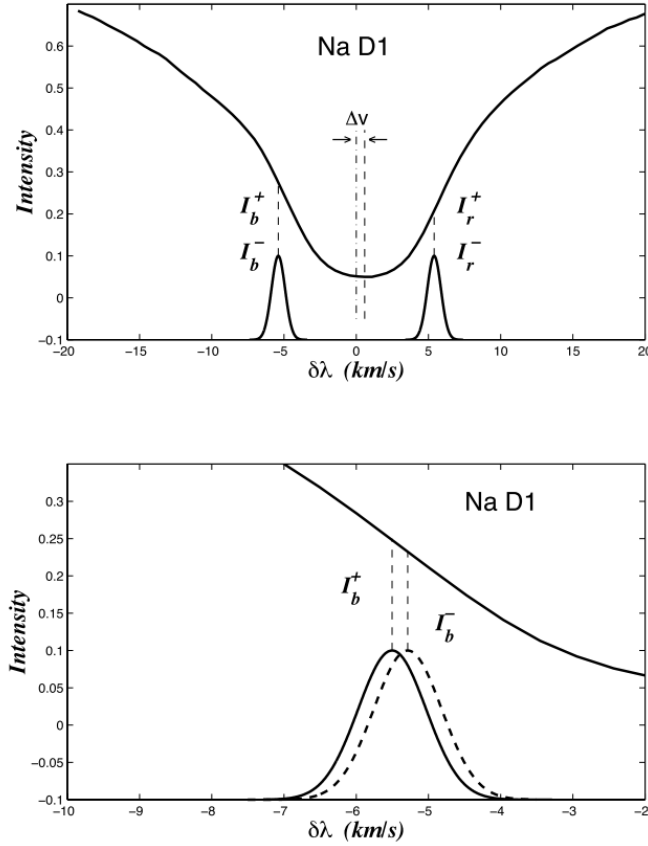


FIGURE 5.2 – Principe de mesure de GOLF. *Haut* : dans le mode B, des mesures d'intensité sont prises à la fois sur l'aile rouge et l'aile bleue du doublet du sodium. *Bas* : Dans le mode C, les mesures d'intensité sont effectuées sur une seule aile. Suite à une défaillance technique, c'est le mode C qui est utilisée depuis le 11 avril 1996 (mesure sur l'aile bleue de 1996 à 1998 puis de 2002 à aujourd'hui, sur l'aile rouge entre 1998 et 2002). Les mesures d'intensité servent ensuite à calibrer le déplacement Doppler du doublet pour obtenir une mesure de vitesse radiale. Figure tirée de Pallé et al. (1999).

solaires (voir Pallé et al., 1999). La Figure 5.3 représente la PSD obtenue grâce à 21 ans de données GOLF et VIRGO/SPM. La structure des modes p ressort clairement à haute fréquence pour les deux instruments. On note que le signal convectif qui domine à basse fréquence possède un profil différent pour des données obtenues en photométrie ou avec une mesure de vitesse radiale.

Les données collectées par l'héliosismologie auront permis des pas de géant dans notre compréhension de la dynamique solaire, notamment la position de la base de la zone convective (e.g. Christensen-Dalsgaard et al., 1985; Basu et Antia, 1997a), l'abondance solaire en hélium (e.g. Vorontsov et al., 1991), le profil de vitesse du son (e.g. Basu et Antia, 1997b; Turck-Chièze et al., 1997), de densité (e.g. Basu et al., 2009), le profil de rotation de la zone convective (e.g. Thompson et al., 1996) et des régions supérieures de la zone radiative (e.g. Elsworth et al., 1995; Couvidat et al., 2003; García et al., 2004; Thompson et al., 2003; Eff-Darwich et al., 2008; García et al.,

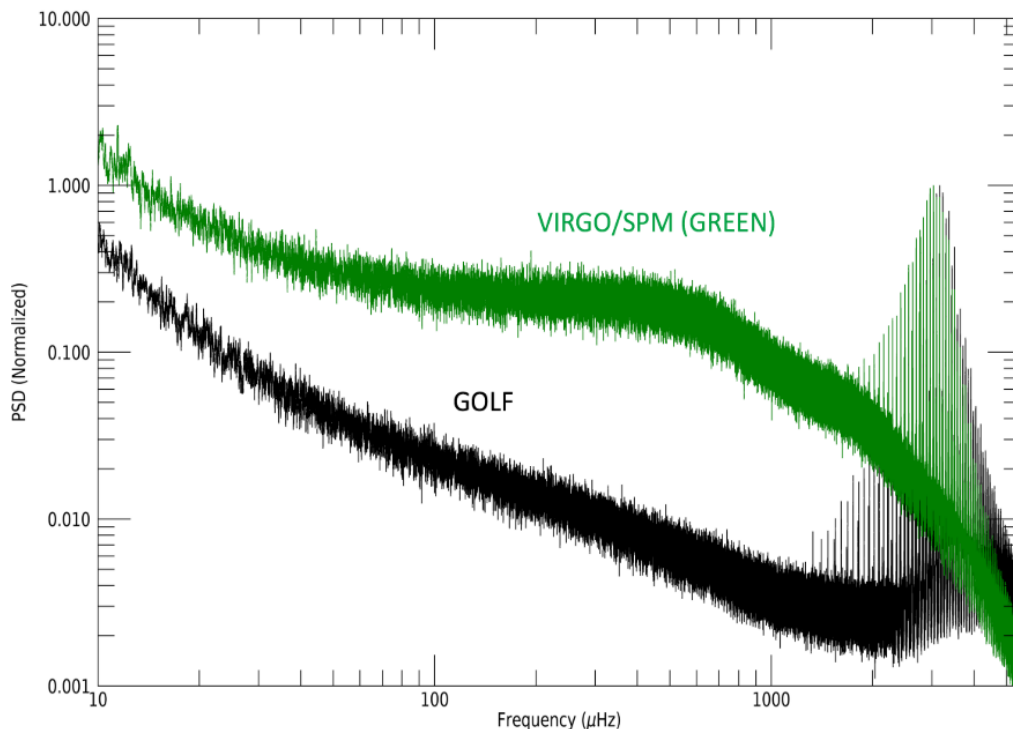


FIGURE 5.3 – PSD normalisée pour 21 ans de données GOLF (*noir*) et du canal vert de VIRGO/SPM (*vert*). Figure tirée de García et Ballot (2019).

2008b). Certaines propriétés du coeur auront aussi pu être mises en évidence (e.g. Turck-Chièze et al., 2001 ; Turck-Chièze et al., 2004 ; García et al., 2007 ; García et al., 2008a ; Basu et al., 2009). Plus récemment, il faut signaler que la détection de modes de Rossby solaires (Löptien et al., 2018), liés à l'action de la force de Coriolis, a ouvert un nouvel horizon pour les études utilisant des données d'héliosismologie disque résolu (e.g. Gizon et al., 2021) afin de caractériser les propriétés de la zone convective.

5.2.2 La quête des modes g solaires

Dès les années 1970, l'un des objectifs clefs de l'héliosismologie a été de mettre en évidence l'éventuelle possibilité de détecter et caractériser les modes g solaire, à cause de l'intérêt qu'ils représentent pour la caractérisation des propriétés du coeur solaire. Brookes et al. (1976) et Severnyi et al. (1976) ont rapporté l'observation d'une modulation du signal solaire à 160 minutes, attribuée à la manifestation d'un mode de gravité. Il a été démontré depuis que ce signal était en fait lié à la neuvième harmonique de la période de rotation terrestre.

À travers des considérations théoriques, plusieurs tentatives d'estimer l'amplitude des modes g solaires ont été effectuées, avec des estimations qui peuvent différer de plusieurs ordres de grandeur, de 0.001 ou 0.01 mm/s pour Kumar et al. (1996) à 0.5-1 m/s pour Berthomieu et Provost (1990).



Entre ces deux intervalles extrêmes, Gough (1985) a proposé une valeur de ~ 1 mm/s tandis que Dziembowski (1982, 1983) a placé une limite haute de 10 cm/s sur l'amplitude des modes. Des simulations numériques ont également été utilisées pour estimer l'amplitude des modes g. Grâce à une simulation 2D, Andersen (1996) a estimé à quelques mm/s l'amplitude des modes g en surface. Belkacem et al. (2009) ont combiné une approche théorique et des simulations 3D réalisées avec le code ASH (Clune et al., 1999; Brun et al., 2004, et voir Annexe B) pour fournir une prédiction d'amplitude de 1 mm/s. Ils ont notamment comparé l'utilisation d'un profil gaussien et d'un profil lorentzien pour le spectre de turbulence responsable de l'excitation des modes, concluant que le profil lorentzien correspondait mieux à la fois aux observations et aux simulations. Alvan et al. (2014) a réalisé des simulations hydrodynamique du Soleil de 0 à $0.97 R_{\odot}$ pour lesquelles, dans le modèle le plus turbulent, l'amplitude maximale d'un mode individuel est ~ 0.1 mm/s. Les estimations d'amplitude de Gough (1985), Kumar et al. (1996) et Belkacem et al. (2009) sont représentées sur la Figure 5.4, pour des modes de degré $\ell = 1, 2$ et 3. On se souviendra pour comparaison que l'amplitude des modes p solaires proche de $\nu_{\max, \odot}$ est ~ 10 -15 cm/s.

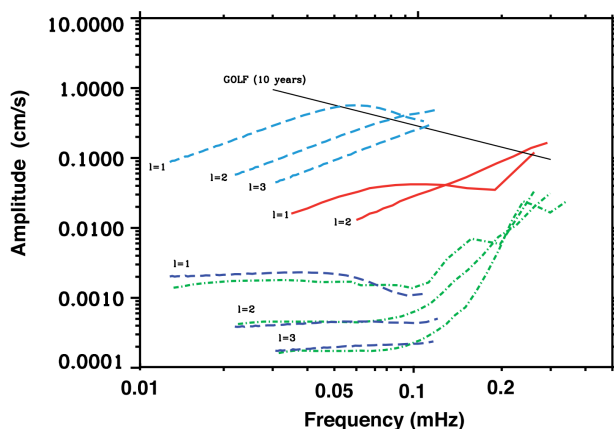


FIGURE 5.4 – Prédiction d'amplitude pour les modes g solaires de degré $\ell = 1, 2$ et 3 : Gough (1985, rouge), Kumar et al. (1996, vert). Les prédictions de Belkacem et al. (2009) pour un spectre de turbulence gaussien sont représentées en bleu clair, celles pour un spectre de turbulence lorentzien en bleu foncé. Figure adaptée d'Appourchaux et al. (2010) par Alvan (2014).

Sur le plan instrumental, la perspective de caractériser les modes g solaires a constitué l'une des problématiques clefs accompagnant la conception de l'instrument GOLF, qui a été construit avec l'objectif d'atteindre une sensibilité de 1 mm/s pour les fréquences supérieures à $200 \mu\text{Hz}$ (Gabriel et al., 1995), un ordre de grandeur qui recouvre les prédictions théoriques citées plus haut, si l'on excepte les valeurs pessimistes de Kumar et al. (1996). Après les premières années d'opérations de GOLF, plusieurs publications ont rapporté la détection de candidats modes g dans les données, à commencer par Gabriel et al. (2002) qui ont signalé une structure compatible avec un tel mode à $285 \mu\text{Hz}$. Turck-Chièze et al. (2004) ont listé un ensemble de pics entre 150 et $400 \mu\text{Hz}$ susceptibles de correspondre à des modes g, tandis qu'en utilisant 14 ans de données, García et al. (2011b) se sont concentrés sur la caractérisation de possibles modes dipolaires entre 60 et $140 \mu\text{Hz}$.

La détection principalement considérée aujourd'hui pour les modes g solaires est celle de García et al. (2007), qui ont mis en évidence, dans la PSD acquise par GOLF, l'existence d'une périodicité



compatible avec l'espacement en période ΔP_1 des modes g de degré $\ell = 1$ (attendu entre 22 et 26 minutes). Grâce à une méthode Monte-Carlo, l'hypothèse que la présence d'une telle signature soit due au bruit a été rejetée avec un intervalle de confiance à 99.49%.

Plus récemment, Fossat et al. (2017) ont tenté de mettre en évidence la présence des modes g en exploitant leur action sur le temps de parcours des modes p dans l'intérieur solaire, mais la robustesse de leur analyse a été sévèrement remise en question à la fois à cause des ambiguïtés résultant de leur méthode d'analyse (Schunker et al., 2018) et de considérations théoriques sur l'interprétation de leurs résultats (Appourchaux et Corbard, 2019; Scherrer et Gough, 2019). Ainsi, en près d'un demi-siècle d'héliosismologie, aucun mode g solaire individuel n'a pu être caractérisé sans ambiguïté².

Pour conclure ce paragraphe, il faut signaler que la sensibilité à moyenne et à haute fréquence de GOLF (au dessus de ~ 1 mHz) s'est dégradée au fil des années à cause du vieillissement de l'instrument (García et al., 2005; Appourchaux et al., 2018), ce qui a eu pour conséquence une augmentation du niveau de bruit de photon dans les données collectées par GOLF. Malgré tout, les régions de basse fréquence sont en principe les moins affectées par ce vieillissement car c'est le bruit lié au signal convectif qui y domine.

5.2.3 Intérêt des spectrographes échelles pour l'héliosismologie et prototype Solar-SONG



FIGURE 5.5 – Le télescope Hertzprung et le caisson du spectrographe SONG à l'Observatoire du Teide (Tenerife).

L'initiative SONG a été lancée dans l'optique de déployer un réseau de spectrographes échelles dédiés à l'astérosismologie, l'idée étant d'associer chacun des spectrographes à un ou plusieurs téles-

2. Historiquement, il avait également été envisagé de mesurer directement le *déplacement* induit par les modes (et non la vitesse radiale) grâce à l'instrument SCLERA (*Santa Catalina Laboratory for Experimental Relativity by Astrometry*) sans que la nature des observations réalisées ainsi puisse être confirmée (Oleson et al., 1974; Hill, 1985; Hill, 1992).



copies de petite taille (de diamètre ~ 1 m). Le prototype et premier noeud du réseau a été installé à Tenerife, à l’Observatoire du Teide (voir la photographie montrée dans la Figure 5.5) et a officiellement commencé ses opérations en 2014 (Andersen et al., 2016). Les premiers résultats scientifiques obtenus grâce aux observations du télescope Hertzprung ont été présentés dans Grundahl et al. (2017). SONG est en mesure de réaliser ses observations de manière complètement automatisée grâce à un logiciel dédié (Fredslund Andersen et al., 2019a).

Les premières observations du Soleil avec Solar-SONG, quant à elles, ont été réalisées au cours d’une campagne d’une semaine en juin 2012, alors que l’installation du télescope Hertzprung était retardée. La lumière était apportée au spectrographe par le biais d’une fibre optique utilisant une monture azimutale et pointant le Soleil. Les résultats ont été présentés dans Pallé et al. (2013), ces premières données suggérant déjà que Solar-SONG était capable d’observer le Soleil à moyenne fréquence ($> 1000 \mu\text{Hz}$) avec une sensibilité meilleure que Mark-I et GOLF. Le bruit à haute fréquence, dominé par le bruit de photon, était 2.5 fois moins important que pour les données contemporaines de Mark-I, et 4.4 fois moins important que pour celles de GOLF. En effet, à la fin des années 2000, les expériences menées avec le prototype GOLF *New Generation* (GOLF-NG Turck-Chièze et al., 2008 ; Salabert et al., 2009) a permis de montrer que le bruit convectif est partiellement décorrélé à différentes profondeurs de l’atmosphère solaire tandis que le signal des modes p reste cohérent. Ainsi, en utilisant un spectrographe échelle pour observer le Soleil, on est en mesure d’obtenir une vitesse radiale à partir des déplacements Doppler d’une grande quantité de raies d’absorption solaires, raies d’absorption qui sont formées à différentes profondeurs de l’atmosphère solaire. On peut d’ailleurs signaler que les sismologues ne sont pas les seuls à s’intéresser à la possibilité d’observer le Soleil avec un spectrographe échelle. La prise en compte de l’activité stellaire étant l’un des principaux problèmes pour la caractérisation des exoplanètes observées en vitesses radiales, des observations du Soleil ont également été réalisées par le spectrographe HARPS-N (*High Accuracy Radial velocity Planet Searcher for the Northern hemisphere*) avec l’objectif d’utiliser ces données solaires pour accroître la précision des mesures de vitesses radiales dans le cas stellaire (Dumusque et al., 2015 ; Dumusque et al., 2021). Cependant, ces observations sont délibérément réalisées avec une cadence trop faible pour permettre d’observer le signal à 5 minutes des modes p solaires.

5.3 Acquisition et réduction des données Solar-SONG

Les données Solar-SONG que j’ai analysées sont celles ayant été acquises au cours de la campagne d’observation de l’été 2018, entre le 27 mai et le 22 juillet. Pour l’analyse qui suit, nous avons décidé de ne conserver que les trente jours consécutifs pour lesquels le cycle de travail (la proportion effective de temps d’observation sur la période de la campagne d’observation) de l’instrument était le plus élevé (47%). Dans toute la suite, l’intervalle de temps considéré pour la série Solar-SONG commence le 3 juin et s’achève le 2 juillet.

5.3.1 Séries GOLF, BiSON et HMI utilisées pour comparaison

Les séries contemporaines collectées par GOLF, HMI et BiSON sont utilisées comme référence pour caractériser les performances de Solar-SONG. La série considérée pour HMI est la série obtenue à partir de la réduction pour les $\ell = 0$ (équivalent disque intégré) des Dopplergrammes collectés par l’instrument (Larson et Schou, 2015). La série temporelle utilisée pour GOLF a été calibrée suivant la méthode présentée dans García et al. (2005). Au cours de ses opérations, GOLF a subi



FIGURE 5.6 – Entrée de la fibre optique conduisant la lumière solaire sur le spectrographe.

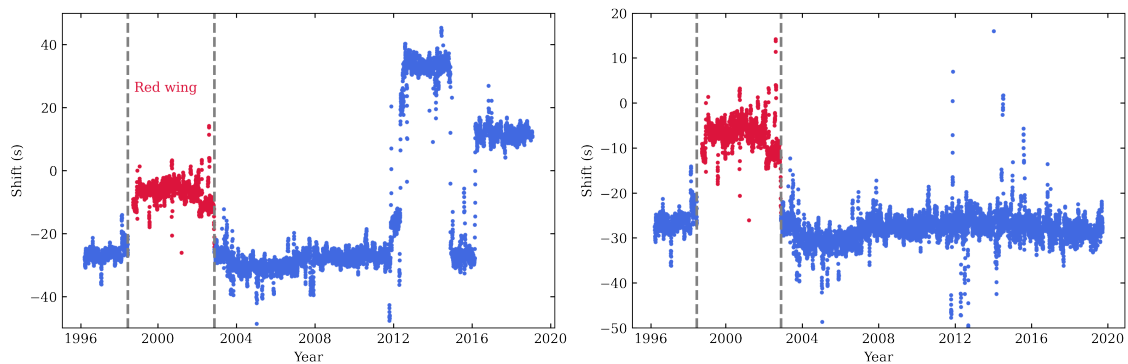


FIGURE 5.7 – Décalage temporel observé entre les données GOLF et VIRGO avant (*gauche*) et après correction (*droite*). Les données acquises par GOLF en observant sur l’aile bleue sont représentées en bleu et celles acquises en observant sur l’aile rouge sont représentées en rouge. Le début et la fin de la période d’observation sur l’aile rouge sont délimités par les tirets gris. Le déphasage d’origine physique lors de la période d’observation de GOLF sur l’aile rouge du doublet du sodium a été conservé.

plusieurs incidents qui ont désynchronisé son horloge propre par rapport à l’horloge de bord de SoHO (García et al., 2005; Appourchaux et al., 2018). Les décalages temporels de la série ont donc été corrigé en utilisant la combinaison des trois canaux de VIRGO/SPM comme référence, VIRGO étant synchronisé avec l’horloge de bord de SoHO qui est réglée sur le Temps Atomique International (TAI). La comparaison des décalages temporels observés entre GOLF et VIRGO avant et après correction sont montrés dans la Figure 5.7.

Pour chacun de ces instruments, nous utilisons dans ce travail la série à cycle de travail maximal et une série sur laquelle nous avons appliqué la fenêtre d’observation de Solar-SONG (de façon



à pouvoir comparer les données à cycle de travail identique). Afin de comparer Solar-SONG à différentes étapes du vieillissement instrumental de GOLF, nous sélectionnons également 22 séries GOLF de trente jours, une pour chaque année entre 1996 et 2017.

5.3.2 Solar-SONG

Solar-SONG est en mesure d'acquérir des spectres couvrant un intervalle de longueur d'onde entre 4400 et 6900 Å, divisés en 51 ordres. La taille de pixel est 0.022 Å. Pour les observations solaires, la calibration est réalisée avec une cellule d'iode, en conséquence, l'intervalle de longueur d'onde considéré pour l'acquisition des spectres est réduit pour correspondre à celui de la signature de l'iode, soit 4994 à 6208 Å, et 24 ordres. Dans un premier temps, chaque ordre est lui-même subdivisé 22 fois en *chunks*, et une valeur de vitesse radiale est calculée pour chaque chunk suivant la méthode présentée par Butler et al. (1996). Un code rédigé en IDL, *iSONG* (Corsaro et al., 2012; Antoci et al., 2013), réduit les données acquises pour chaque spectre et calcule les vitesses radiales pour chaque chunk. Il fournit en sortie une structure de donnée à laquelle le groupe SONG fait référence par le terme *cube* : c'est un tableau de dimension 24x22x27 (24 ordres, 22 chunks, et 27 paramètres en sortie fournis pour chaque chunk, dont les mesures de vitesses radiales).

Pendant la campagne d'observation solaire de 2018, les spectres ont été acquis avec une cadence élevée d'environ 3.5 secondes, avec un temps d'exposition de moins d'une seconde. Une première nécessité pour l'analyse sismique à venir est donc de ré-échantillonner les données avec une cadence régulière. Pour ce travail, c'est un échantillonnage régulier de 20 secondes qui a été choisi. Le second objectif est de réduire les valeurs de vitesses radiales obtenues pour chaque chunk afin d'obtenir la mesure la plus précise possible.

Cette étape de réduction est effectuée par un module Python, *songlib*, que j'ai développé et qui est disponible comme un sous-module de la librairie *apollinaire*³ (voir Section 5.4 et Annexe A). La procédure est la suivante.

Chaque journée d'observation est réduite indépendamment. Pour chaque journée, le poids w_{ij} est attribué à la série RV_{ij} correspondant au j ème chunk du i ème ordre suivant

$$w_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}^2}, \quad (5.1)$$

où σ_{ij} est l'écart-type *robuste* des mesures de vitesses radiales collectées pour le chunk pendant la journée. Cet écart-type robuste est calculé à partir de l'écart absolu médian (MAD) de la série considérée

$$\sigma_{ij} \approx \frac{\text{MAD}(s_{ij})}{\Phi^{-1}(3/4)} \approx 1.4826 \text{ MAD}(s_{ij}), \quad (5.2)$$

où Φ^{-1} est la fonction de distribution inverse de la loi normale que l'on évalue à la probabilité $3/4$ ⁴. Pour des valeurs trop extrêmes de σ_{ij} , nous choisissons de mettre à zéro les poids w_{ij} , considérant que cela résulte d'un problème dans la qualité des données collectées pour le chunk considéré. Les valeurs seuils retenues sont ainsi 3 m/s et 1 km/s. Finalement, on calcule les valeurs de la série s comme la moyenne pondérée des 528 séries s_{ij}

3. La documentation pour *songlib* est accessible ici : <https://apollinaire.readthedocs.io/en/latest/usage/songlib.html>

4. Voir la documentation du module *astropy* (Astropy Collaboration et al., 2013) : https://docs.astropy.org/en/stable/api/astropy.stats.mad_std.html



$$s(t) = \frac{\sum_{i=1}^{24} \sum_{j=1}^{22} w_{ij} s_{ij}(t)}{\sum_{i=1}^{24} \sum_{j=1}^{22} w_{ij}} . \quad (5.3)$$

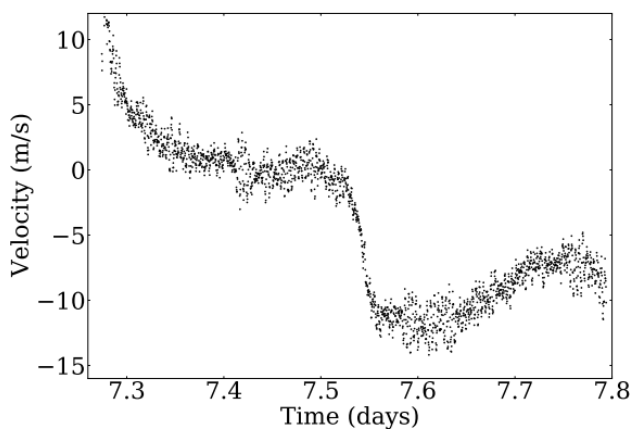


FIGURE 5.8 – Série temporelle pour une journée d’observation de Solar-SONG, le 10 juillet 2018, avant l’application du filtre FIR. Figure tirée de Breton et al. (2022a)

Cette série s doit maintenant être ré-échantillonnée à 20 secondes et corrigée. En fonction du moment où elle a été prise, chaque mesure $s(t)$ est attribuée à une boîte de 20 secondes (on a donc entre 5 et 6 mesures dans chaque boîte). La moyenne des valeurs de la boîte est calculée, et si une valeur se trouve au-delà de trois écarts-types de cette moyenne, elle est retirée, après quoi le même nettoyage est réitéré avec cette fois un seuil à deux écarts-types. Pour retirer des valeurs qui seraient incohérentes par rapport à un intervalle de temps plus long, nous considérons des ensemble de 50 boîtes (soit ici 1000 s de mesures) et nous retirons les valeurs qui se trouvent à plus de six écarts-types de la moyenne, la première fois, et à plus de huit écarts-types pour la seconde passe. La valeur s_r finalement conservée au sein de chaque boîte est la moyenne des valeurs s conservées après ces étapes de nettoyage.

La série temporelle est alors inspectée visuellement pour repérer les intervalles de temps présentant des diminutions brutales dans la valeur absolue de vitesse radiale mesurées, diminution associée à la présence de nuage dans la ligne de visée. Les valeurs de ces intervalles de temps sont mises à zéro. Correspondant à des instants où le nombre de photon reçu par l’instrument est insuffisant, les mesures pour lesquelles le niveau de photon moyen reçu est inférieur à 12000 unités analogique-numérique sont également mises à zéro. Pour prendre en compte le mouvement relatif de la Terre par rapport au Soleil, l’étape suivante consiste à corriger la série en utilisant les éphémérides. Celles-ci sont calculée grâce au portail de l’Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides⁵ (IMCCE).

Un exemple de série temporelle obtenue pour une journée d’observation après cette étape de correction est présentée dans la Figure 5.8. Comme on peut le voir, il demeure dans les données

5. Le portail est accessible à l’adresse suivante : <https://ssp.imcce.fr/forms/visibility>,

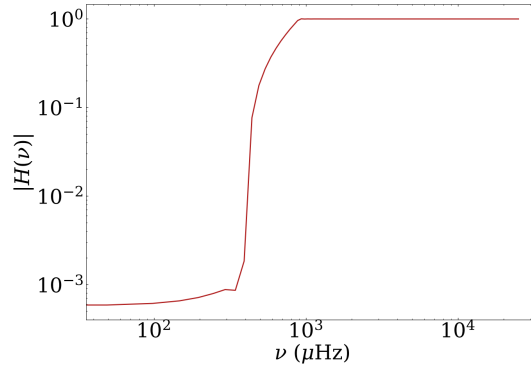


FIGURE 5.9 – Fonction de transfert du filtre FIR appliqué à Solar-SONG. Figure tirée de Breton et al. (2022a)

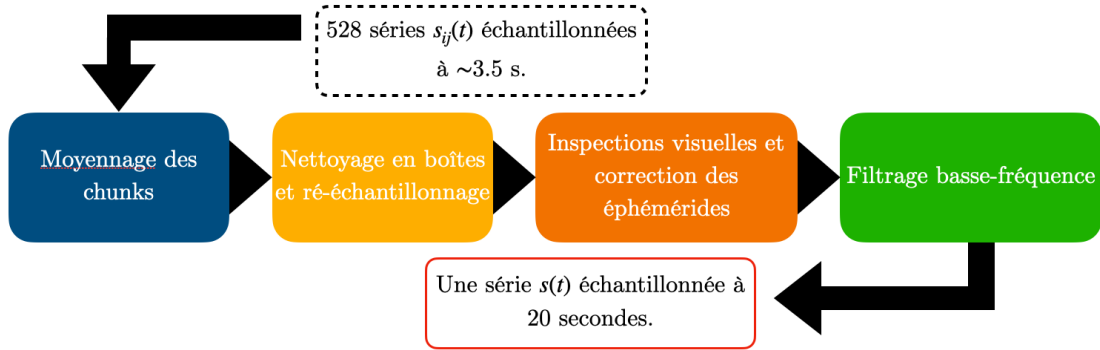


FIGURE 5.10 – Processus de réduction des données Solar-SONG.

une modulation journalière qui est particulièrement significative en milieu de journée, au moment où le Soleil franchit le méridien. Cette tendance est une conséquence des difficultés à établir un pointage stable avec une monture azimutale pour un objet proche du zénith. Il faut également se souvenir que pour la campagne de 2018, Solar-SONG pointait le Soleil en suivant une éphéméride calculée à l'avance, sans correction en temps réel par un servomoteur. Cette modulation à basse fréquence introduit des harmoniques dont la fondamentale est la fréquence de rotation terrestre, et la première conséquence est une diminution significative du rapport signal sur bruit dans la région des modes p .

Pour remédier à ce problème, nous appliquons un filtre passe-haut avec une fréquence de coupure à $800 \mu\text{Hz}$ sur les données. Le filtre est un filtre à réponse impulsionnelle finie (FIR) et il est appliqué de façon à ne pas affecter la phase du signal filtré (*zero phase distortion*). La Figure 5.9 montre le module de la fonction de transfert du filtre FIR utilisé ici. Une conséquence importante de la nécessité d'appliquer ce filtre est que nous allons devoir limiter notre étude aux régions de fréquence supérieures à $800 \mu\text{Hz}$, ce qui va nous empêcher de considérer les régions de basse fréquence des



modes g. Une dernière étape de correction est finalement appliquée en retirant les valeurs qui sont au-delà de 3.5 écarts-types de la moyenne journalière puis trois écarts-types au cours d'une seconde passe.

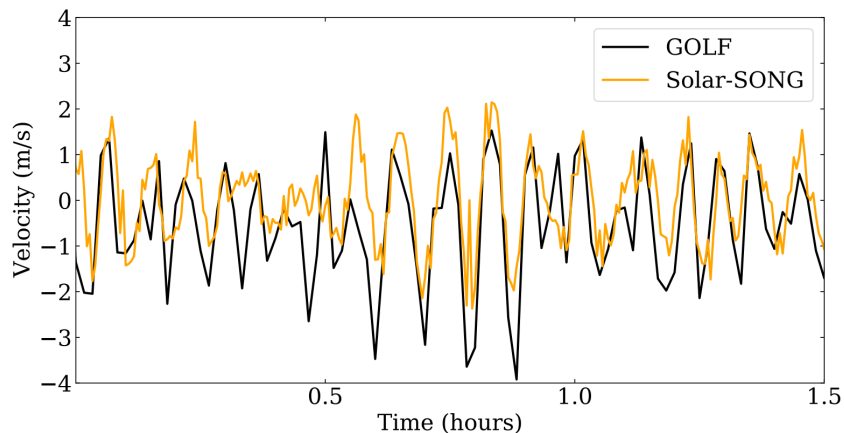


FIGURE 5.11 – Exemple de série temporelle corrigée pour Solar-SONG (*orange*) et comparaison avec GOLF (*noir*), sur une période de 1.5 heures. Figure tirée de Breton et al. (2022a).

Le diagramme de la Figure 5.10 résume le processus de réduction des données Solar-SONG présenté dans les paragraphes précédents. La Figure 5.11 montre un exemple de série temporelle obtenue pour Solar-SONG après toutes ces étapes de correction. Une période relativement courte d'une heure et demie est choisie afin de mettre en évidence la modulation à cinq minutes engendrée par les modes p solaires. Les données Solar-SONG sont comparées à celles acquises en simultanée par GOLF et montrent un bon accord.

Les Figures 5.12 et 5.13 montrent la série Solar-SONG et la PSD correspondante après correction avec, pour comparaison, les données GOLF, respectivement à cycle de travail maximal et avec le fenêtrage de la série Solar-SONG. Dans la Figure 5.12, la puissance maximale des modes observés par Solar-SONG est moins importante que pour GOLF, à cause de cet effet de fenêtrage qui a pour conséquence une redistribution de la puissance des modes p dans les fréquences voisines suivant un processus de convolution du signal idéal par la transformée de Fourier de la fenêtre d'observation.

5.4 Caractérisation des modes p à moyenne fréquence

On s'intéresse maintenant à la comparaison des propriétés des modes p entre les séries héliosismiques listées dans la Section 5.3.1.

5.4.1 Le peakbagging

Comme on l'a vu dans l'Introduction générale, les modes p des étoiles de types solaires sont des modes excités par l'action stochastique de la turbulence dans la zone convective. Ce sont des modes stables, donc amortis au cours du temps. On décrit habituellement le profil $M_{n,\ell}$ d'un mode

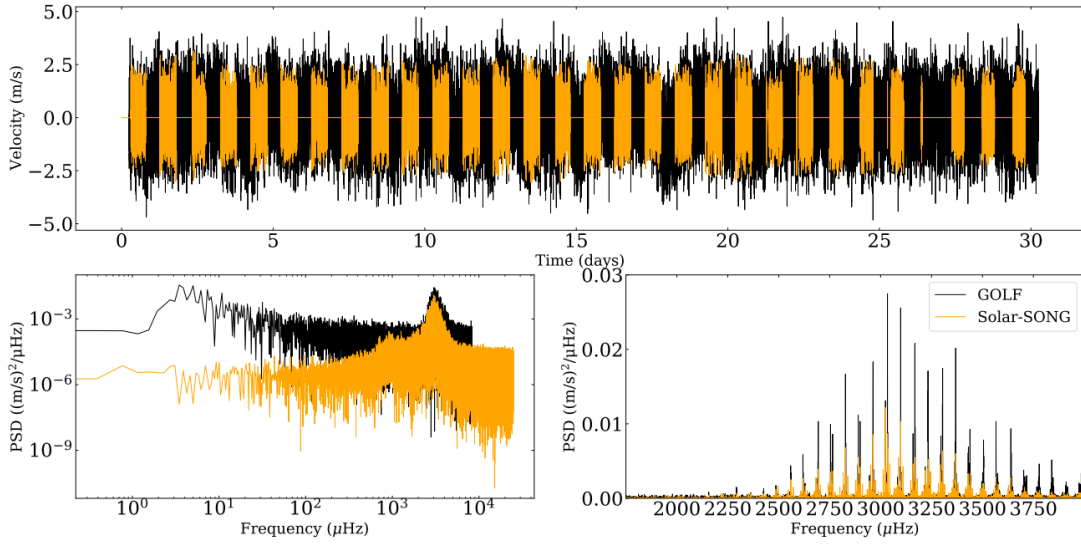


FIGURE 5.12 – Série temporelle (*haut*) et PSD (*bas*) pour Solar-SONG (orange) et GOLF (noir). Figure tirée de Breton et al. (2022a)

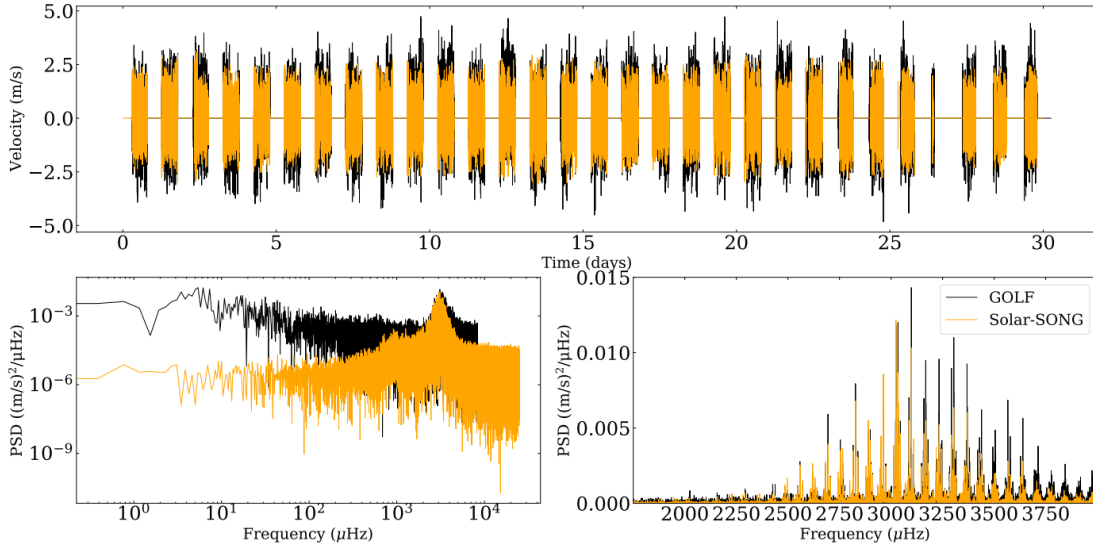


FIGURE 5.13 – Série temporelle (*haut*) et PSD (*bas*) pour Solar-SONG (orange) et GOLF (noir). Le fenêtrage des observations de Solar-SONG a été appliqué sur la série GOLF. Figure tirée de Breton et al. (2022a)



d'ordre n et de degré ℓ comme une somme de fonctions lorentziennes, une pour chaque composante azimutale m

$$M_{n,\ell}(\nu) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} L(\nu, \nu_{n,\ell} + m s_{n,\ell,m}, \Gamma_{n,\ell}, r_{\ell,m} H_{n,\ell}, \alpha), \quad (5.4)$$

où on se reportera à l'équation A.7 pour l'équation donnant le profil de la lorentzienne asymétrique L (Nigam et Kosovichev, 1998). Le mode a une fréquence centrale (celle de la composante $m = 0$) $\nu_{n,\ell}$, une largeur à mi-hauteur $\Gamma_{n,\ell}$ et une hauteur $H_{n,\ell}$. Le terme $s_{n,\ell,m}$ correspond au splitting rotationnel (voir Section 2.5.1) et α au paramètre d'asymétrie.

Comme l'énergie transmise par la turbulence au mode est supposée équirépartie entre les degrés ℓ à une fréquence donnée, l'amplitude des composantes de modes de fréquences proches et de nombres ℓ et m distincts est supposée varier principalement à cause des différences dans la visibilité V_ℓ de chaque mode et du ratio de hauteur $r_{\ell,m}$ entre les composantes d'un mode donné. Le terme V_ℓ dépend principalement de l'assombrissement centre-bord μ mais peut parfois être impacté par d'autres paramètres, notamment dans le cas de GOLF (García et al., 1999; Salabert et al., 2011) où V_ℓ dépend en fait également de la réponse instrumentale pour les mesures effectuées sur le doublet du sodium. Les visibilitées des modes observés avec GOLF vont donc être différentes entre les périodes d'observation sur l'aile rouge et celles sur l'aile bleu. Le ratio de hauteur $r_{\ell,m}$ est quant à lui un terme purement géométrique qui dépend de l'angle d'inclinaison \mathcal{I} de l'étoile (Dziembowski, 1977; Toutain et Gouttebroze, 1993; Gizon et Solanki, 2003; Ballot et al., 2006).

À cause de ces différentes problématiques, l'extraction dans la PSD des paramètres caractéristiques des modes p, notamment leur fréquence, leur hauteur, leur largeur à mi-hauteur est une tâche complexe qui requiert des outils dédiés. La méthode d'analyse des modes p des pulsateurs de type solaire est couramment appelée *peakbagging* dans les communautés hélio- et astérosismique. Les stratégies de *peakbagging* et les modules qui les mettent en place constituent l'une des clés de voûte de l'analyse sismique des étoiles de type solaire (voir par exemple Toutain et Appourchaux, 1994; Appourchaux et al., 1998; Gaulme et al., 2009; Benomar et al., 2009; Gruberbauer et al., 2009; Handberg et Campante, 2011; Gruberbauer et al., 2013; Corsaro et De Ridder, 2014; Deheuvels et al., 2015; Davies et al., 2016; Lund et al., 2017; Corsaro et al., 2020; Nielsen et al., 2021). On se reportera à l'Annexe A.3 pour plus de détail concernant la modélisation des modes p dans la PSD des étoiles de type solaire.

5.4.2 Échantillonner des distributions de probabilité grâce au module apollinaire

J'ai développé dans le cadre de ma thèse le module `apollinaire`⁶, une librairie *open source*⁷ entièrement écrite en `Python 3` et dédiée à l'analyse bayésienne, par la méthode des Chaînes de Markov Monte Carlo (*Markov Chains Monte Carlo*, MCMC, voir par exemple Liu, 2009), des propriétés du background et des modes p dans les PSD des étoiles de type solaire (en séquence principale et évoluées, voir l'Annexe A et Breton et al., 2022b). Si on considère un modèle paramétrisé par un jeu de paramètres θ , l'utilisation de MCMC permet d'échantillonner la distribution de probabilité postérieure $p(\theta|\mathbf{S}_{\text{obs}})$ vérifiant

$$p(\theta|\mathbf{S}_{\text{obs}}) = p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|\theta)p(\theta) \quad (5.5)$$

6. La documentation du code est accessible à l'adresse suivante : <https://apollinaire.readthedocs.io/en/latest>.

7. Le code source d'`apollinaire` est hébergé sur `GitLab` à l'adresse suivante : <https://gitlab.com/sybreton/apollinaire>. Le code peut également être installé sous forme versionnée via `pip` ou `conda-forge`.



où $p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|\theta)$ est la vraisemblance et $p(\theta)$ est la distribution de probabilité *a priori* (voir l'Annexe A.2 pour plus de détails). Pour une PSD, $p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|\theta)$ suit une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté (voir l'équation A.1 et Woodard, 1984). Dans `apollinaire`, l'échantillonnage des distributions de probabilité par les MCMC est implémenté à travers le module dédié `emcee` (Foreman-Mackey et al., 2013). Le module `emcee` implémente une version améliorée de l'algorithme de Metropolis-Hastings, échantillonnant en simultanée plusieurs MCMC interdépendantes, appelées *walkers* (Goodman et Weare, 2010). À chaque étape, la sélection de la nouvelle position d'un walker est faite en tenant compte de celle des autres walker.

Au-delà du travail présenté dans ce chapitre, `apollinaire` a été utilisé pour réaliser l'analyse astérosismique des données dans plusieurs publications dont je suis co-auteur (Hill et al., 2021; Huber et al., 2022; Mathur et al., 2022; Smith et al., 2022, González-Cuesta et al. soumis à A&A).

5.4.3 Stratégie de peakbagging pour les séries temporelles de l'été 2018

Comme cela a été expliqué dans la Section 5.3, la structure des modes p dans la PSD obtenue avec Solar-SONG est fortement impactée par l'effet de la fenêtre d'observation. L'équation 5.4, présentée dans l'Annexe A.3.2, décrit de manière générique le profil lorentzien d'un mode $M_{n,\ell}$ mais doit être modifiée pour prendre en compte l'effet de fenêtrage dans les séries sur lesquelles on a appliqué la fenêtre d'observation de Solar-SONG. En effet, le signal physique acquis dans les données fenêtrées est convolué par la transformée de Fourier de la fenêtre d'observation (voir Section 2.6.2). Pour considérer des données fenêtrées, nous définissons donc la fenêtre d'observation W d'une série s telle que

$$\begin{cases} W(t) = 1 \text{ quand } s(t) \neq 0 \\ W(t) = 0 \text{ quand } s(t) = 0 \end{cases} . \quad (5.6)$$

En considérant le module au carré de la transformée de Fourier \tilde{W} de W , on sélectionne ensuite les k pics au dessus d'un certain seuil dans $|\tilde{W}|^2$. L'équation à considérer pour décrire un mode en prenant en compte le fenêtrage est alors

$$M_{n,\ell}(\nu) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{i=0}^k L(\nu, \nu_{n,\ell} + m s_{n,\ell,m} + \nu_i, \Gamma_{n,\ell}, a_i r_{\ell,m} H_{n,\ell}, \alpha) , \quad (5.7)$$

Enfin, ν_i est la fréquence du i ème pic dans $|\tilde{W}|^2$ et a_i sa hauteur relative telle que

$$\sum_{i=0}^k a_i = 1 . \quad (5.8)$$

Comme le temps d'observation des séries temporelles considérées pour ce travail est court (1 mois), nous considérons un modèle de modes simplifié, sans splittings ($s_{n,\ell,m} = 0$) ni asymétries ($\alpha = 0$). La comparaison entre les profils de modes obtenus pour les équations 5.4 et 5.7 est montrée dans la Figure 5.14. Comme on peut le voir, le profil de l'équation 5.7 est bien adapté aux données fenêtrées.

5.4.4 Comparaison avec GOLF, BiSON et HMI

Le peakbagging des modes p a été effectué pour la série Solar-SONG et chacune des séries contemporaines listée dans la Section 5.3.1, pour les modes $\ell = 0, 1, 2$ et 3. Les 22 séries GOLF supplémentaires sont également analysées.

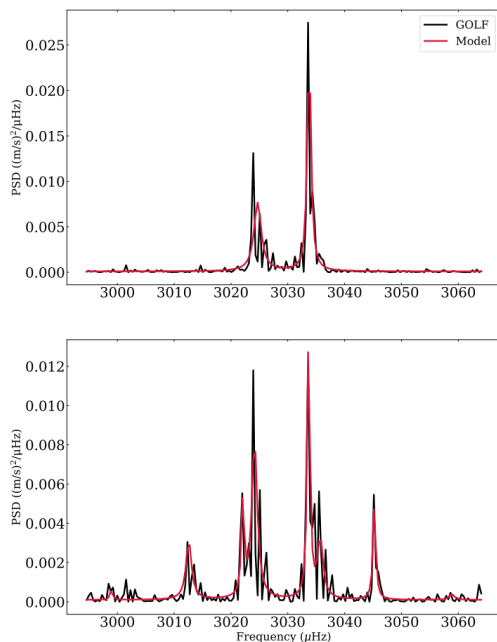


FIGURE 5.14 – Comparaison entre le modèle (rouge) de mode de l'équation 5.4 (*haut*), correspondant à un profil lorentzien non-convolué, et celui de l'équation 5.7 (*bas*), correspondant à un profil lorentzien convolué. Les PSD de la série GOLF à cycle de travail maximal (*haut*) et fenêtré (*bas*) sont représentées en noir. Figure tirée de Breton et al. (2022a)

5.4.4.1 Comparaison des séries contemporaines

On peut visualiser les résultats du peakbagging grâce à un diagramme échelle : la PSD est subdivisée en sections de longueur $\Delta\nu$ (environ $135 \mu\text{Hz}$ dans le cas du Soleil) afin de former une carte en deux dimensions (ν en fonction de $\nu[\text{mod}.\Delta\nu]$ et la puissance représentée en couleur), ce qui permet d'aligner les modes de même ℓ le long d'une même crête. Les diagrammes échelles pour les séries contemporaines de Solar-SONG, GOLF, BiSON et HMI sont montrées dans les Figures 5.15, 5.16, 5.17 et 5.18, respectivement.

L'effet du fenêtrage est clairement visible sur la distribution de puissance dans les diagrammes échelles des PSD fenêtrées, avec les principaux lobes de puissance de la redistribution localisés à environ $11.5 \mu\text{Hz}$ du pic central de chaque mode. Cette position des lobes est attendue dans la mesure où une période de 24 heures correspond à une fréquence de $11.57 \mu\text{Hz}$.

L'analyse permet de mettre en avant les performances de Solar-SONG. En effet, le mode à plus basse fréquence caractérisé avec précision pour Solar-SONG est le mode $n = 11$, $\ell = 1$ à $\sim 1750 \mu\text{Hz}$. Pour GOLF, aucun mode n'est caractérisé à plus basse fréquence que le mode $n = 14$, $\ell = 1$ à $\sim 2157 \mu\text{Hz}$, tandis qu'avec BiSON le premier mode caractérisé est le $n = 12$, $\ell = 1$ à $\sim 1885 \mu\text{Hz}$. Sur la période de trente jours que nous considérons, le seul instrument qui permet de caractériser des modes à plus basse fréquence que Solar-SONG est HMI, pour lequel le premier mode caractérisé est le mode $n = 11$, $\ell = 0$ à $\sim 1687 \mu\text{Hz}$.

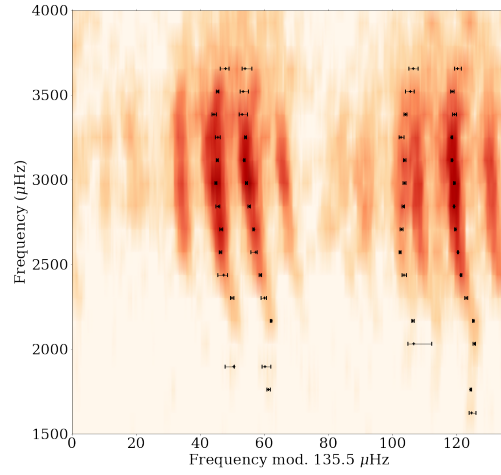


FIGURE 5.15 – Diagramme échelle de Solar-SONG. Les fréquences obtenues grâce au peakbagging sont représentées en noir avec leurs incertitudes. Figure adaptée de Breton et al. (2022a)

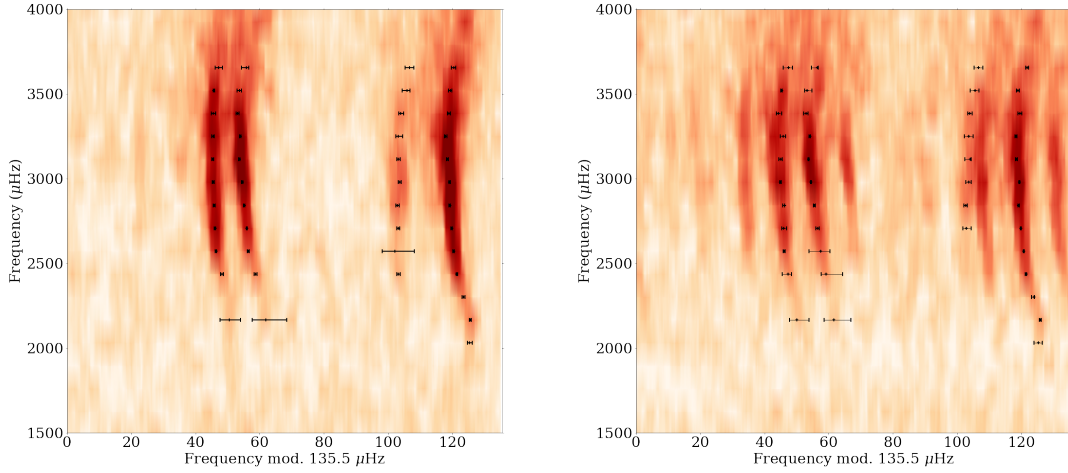


FIGURE 5.16 – Diagrammes échelles de GOLF, à cycle de travail maximal (*gauche*) et avec le fenêtrage de Solar-SONG (*droite*). Les fréquences obtenues grâce au peakbagging sont représentées en noir avec leurs incertitudes. Figure adaptée de Breton et al. (2022a)

5.4.4.2 Comparaison avec GOLF au cours du temps

La comparaison avec les 22 séries GOLF sélectionnées entre 1996 et 2017 mettent en évidence la diminution du rapport signal sur bruit de l'instrument dans les régions de moyenne fréquence

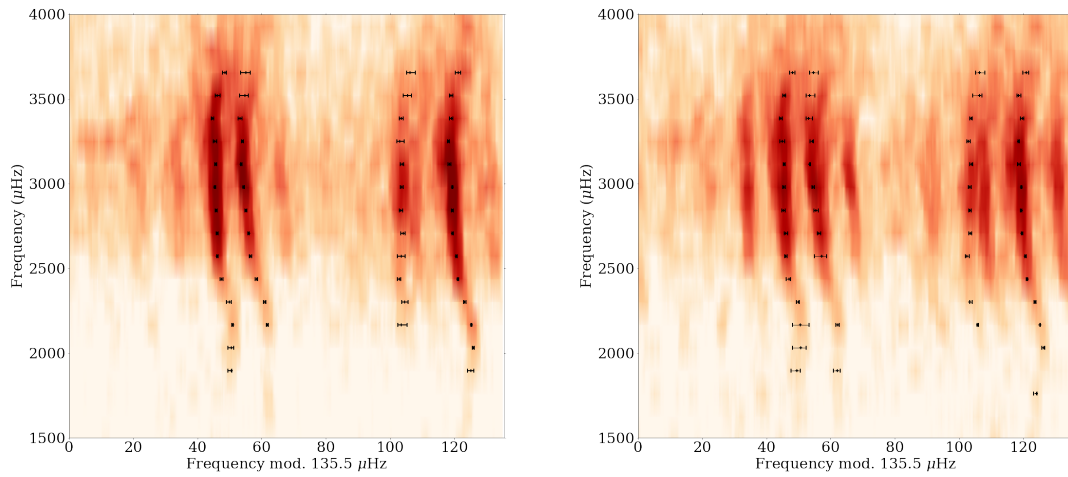


FIGURE 5.17 – Diagrammes échelles de BiSON, à cycle de travail maximal (*gauche*) et avec le fenêtrage de Solar-SONG (*droite*). Les fréquences obtenues grâce au peakbagging sont représentées en noir avec leurs incertitudes. Figure adaptée de Breton et al. (2022a)

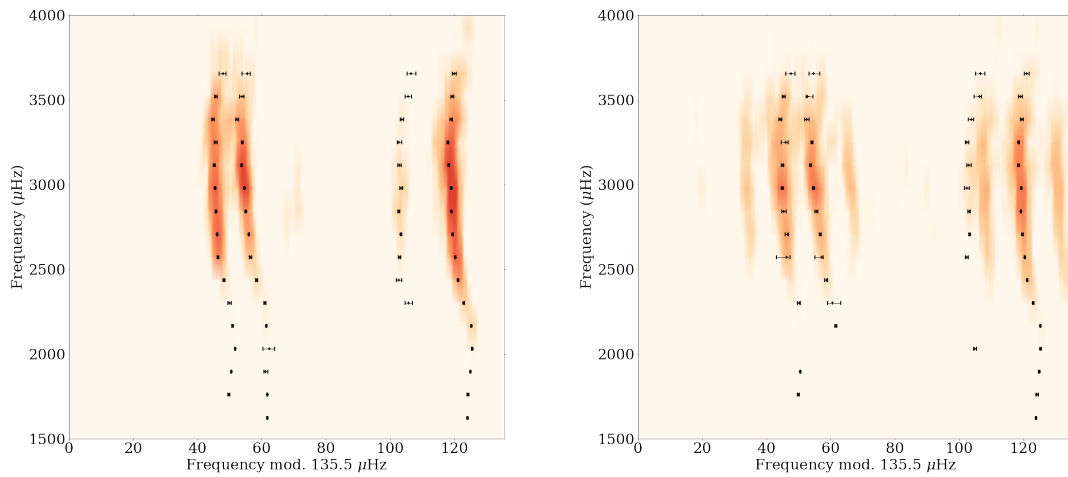


FIGURE 5.18 – Diagrammes échelles de HMI, à cycle de travail maximal (*gauche*) et avec le fenêtrage de Solar-SONG (*droite*). Les fréquences obtenues grâce au peakbagging sont représentées en noir avec leurs incertitudes. Figure adaptée de Breton et al. (2022a)



au cours du temps. En effet, en restreignant notre intérêt aux modes d'ordre $n = 11, 12, 13$ et 14 , on constate en observant la Figure 5.19 que certaines des séries GOLF considérées permettent de caractériser les modes $n = 11, \ell = 0$ et 1 à ~ 1687 et $\sim 1750 \mu\text{Hz}$. Pour tous ces ordres, il n'est plus possible de caractériser (avec une série aussi courte) les modes $\ell = 2$ et $\ell = 3$ après 2006. Seul le mode $n = 14, \ell = 1$ est caractérisé pendant toute la durée de vol de GOLF avec les séries de 30 jours considérées ici.

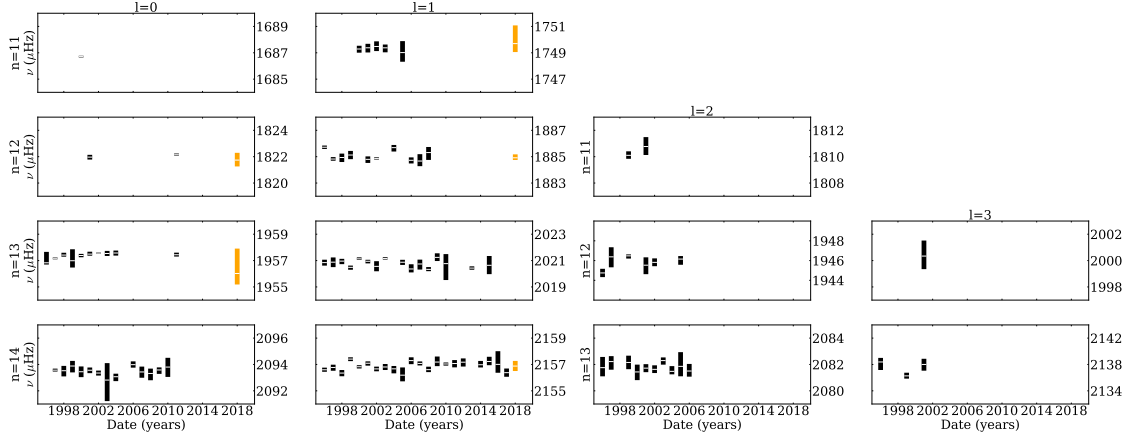


FIGURE 5.19 – Fréquences caractérisées pour les 22 séries de 30 jours de GOLF pour $n = 11, 12, 13$ et 14 . Figure tirée de Breton et al. (2022a)

5.5 Comparaison en puissance intégrée

Afin de compléter l'analyse réalisée avec notre méthode de peakbagging, nous réalisons des comparaisons en puissance intégrée entre les régions fréquentielles d'intérêt dans les PSD des différents instruments.

Tout d'abord, nous calculons la puissance moyenne dans la PSD entre 1000 et $1500 \mu\text{Hz}$, $\langle \text{PSD}_{[1000-1500\mu\text{Hz}]} \rangle$, entre 2000 et $3500 \mu\text{Hz}$, $\langle \text{PSD}_{[2000-3500\mu\text{Hz}]} \rangle$ et entre 1700 et $2200 \mu\text{Hz}$, $\langle \text{PSD}_{[1700-2200\mu\text{Hz}]} \rangle$. Ces intervalles sont choisis pour les raisons suivantes. La région de moyenne fréquence entre 1000 et $1500 \mu\text{Hz}$ est dominée par le bruit convectif, on s'attend à y trouver la signature de quelques modes p d'ordre bas mais, ceux-ci ayant une durée de vie longue, ils sont peu larges et leur contribution peut-être négligée sur un intervalle de fréquence aussi large. Cette valeur de puissance à moyenne fréquence va nous servir de référence pour calculer des ratios de puissance qui serviront à estimer le rapport signal sur bruit des quatre instruments.

L'intervalle entre 2000 et $3500 \mu\text{Hz}$ nous permet d'estimer le niveau de puissance moyen au voisinage de ν_{max} tandis que celui entre 1700 et $2200 \mu\text{Hz}$ estime le niveau de puissance moyen dans la région de plus basse fréquence où nous avons réussi à caractériser des modes p au cours de ce travail. La Table 5.1 détaille les valeurs de puissance moyenne dans l'intervalle 1000 à $1500 \mu\text{Hz}$ et les ratios de puissance correspondants obtenus pour les deux autres intervalles considérés. La puissance moyenne à basse fréquence de Solar-SONG est inférieure à celle de BiSON et plus de trois fois inférieure à celle de GOLF à la même époque. Les performances de HMI dans cette région sont

**TABLE 5.1** – Puissance moyenne entre 1000 et 1500 μHz et ratio de puissance dans la région des modes p et pour l'intervalle restreint aux modes p de moyenne fréquence, pour chaque instrument.

	Solar-SONG	GOLF	BiSON	HMI
$\langle \text{PSD}_{[1000-1500\mu\text{Hz}]} \rangle$ ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \text{Hz}$)	29.1	104	40.9	5.0
$\frac{\langle \text{PSD}_{[2000-3500\mu\text{Hz}]} \rangle}{\langle \text{PSD}_{[1000-1500\mu\text{Hz}]} \rangle}$	9.8	3.6	10.6	10.9
$\frac{\langle \text{PSD}_{[1700-2200\mu\text{Hz}]} \rangle}{\langle \text{PSD}_{[1000-1500\mu\text{Hz}]} \rangle}$	1.3	0.9	1.1	1.0

remarquables puisque $\langle \text{PSD}_{[1000-1500\mu\text{Hz}]} \rangle = 5.0 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \text{Hz}$, ce qui en fait de loin l'instrument avec le plus faible niveau de puissance moyen dans cet intervalle de fréquence. Il faut cependant préciser que ce faible niveau de puissance comparé à Solar-SONG, GOLF et BiSON, est aussi lié à la méthode de réduction des données HMI, puisque dans la PSD de la série $\ell = 0$ d'HMI, la hauteur des modes est moins importante que pour les PSD des instruments travaillant uniquement en observations disque intégré. Proche de ν_{max} , ainsi, les performances de Solar-SONG, HMI et BiSON sont comparables, avec un ratio de puissance proche de 10 pour les trois instruments. Conséquence du vieillissement de l'instrument, le même ratio n'est que de 3.6 pour GOLF. Finalement, pour la région entre 1700 et 2200 μHz , les performances de Solar-SONG sont extrêmement intéressantes et demandent à être étudiées sur des temps d'observation plus long, puisque c'est lui qui obtient le meilleur ratio, avec 1.3 alors que les trois autres instruments sont proches de 1.

Enfin, la Figure 5.20 montre l'évolution au cours du temps de ces indicateurs pour GOLF. On constate que le niveau de puissance entre 1000 et 1500 μHz de Solar-SONG est comparable à celui des premières années de GOLF tandis que le ratio de puissance entre 2000 et 3500 μHz était supérieur pour GOLF jusqu'à l'an 2000 environ. Là aussi, il est intéressant de constater que le ratio de puissance pour les modes p de moyenne fréquence de GOLF a peu évolué au cours du temps et que cet indicateur favorise Solar-SONG quelle que soit la sous-série GOLF considérée dans ce travail.

5.6 Perspectives d'amélioration de l'instrument et futur de Solar-SONG

Prometteurs, les premiers résultats acquis avec Solar-SONG présentent plusieurs perspectives d'amélioration. Comme on l'a vu dans la Section 5.3.2 et en particulier avec la Figure 5.8, le guidage azimutal de la fibre optique de Solar-SONG n'est pas adapté pour une étude à basse fréquence et sera remplacé par un guidage équatorial pour les observations futures. Une autre perspective importante est d'augmenter le cycle de travail de l'instrument en utilisant cette fois plusieurs noeuds. Des observations contemporaines avec celles du second noeud du réseau SONG, déployé à l'observatoire de Mount Kent, en Australie, permettrait une première amélioration de ce cycle de travail. On se souviendra cependant que des réseaux comme BiSON ou GONG ont besoin de six noeuds pour assurer des observations avec un cycle de travail supérieur à 80 % tout au long de l'année.

Une autre perspective d'amélioration envisagée pour Solar-SONG réside dans la méthode de

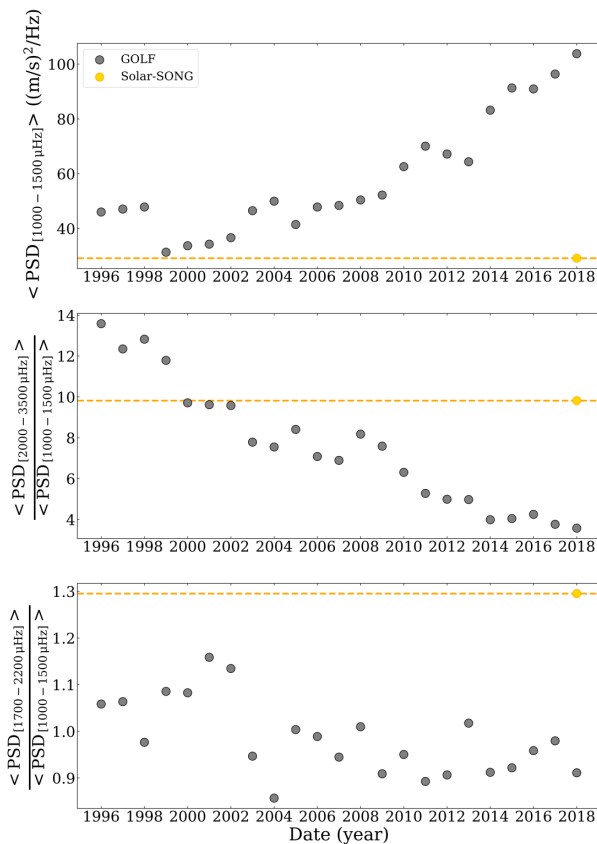


FIGURE 5.20 – Comparaison des indicateurs de puissance intégrée entre Solar-SONG (*orange*) et GOLF (*gris*). *Haut* : puissance moyenne entre 1000 et 1500 μHz . *Milieu* : ratio de puissance pour la région des modes p (2000 à 3500 μHz). *Bas* : ratio de puissance pour la région des modes p de moyenne fréquence (1700 à 2200 μHz). Figure tirée de Breton et al. (2022a)

réduction des données, en particulier la combinaison des chunks du spectre les uns avec les autres. En effet, dans ce travail, nous avons choisi de considérer une moyenne pondérée du signal de vitesse radiale mesuré par les différents chunks, en définissant les poids des différents chunks directement à partir de la dispersion des mesures dans chaque chunk. Il serait intéressant, en étudiant les fonctions de réponses des différentes raies d'absorption solaires (voir par exemple Ruiz Cobo et del Toro Iniesta, 1992, 1994), de tenter de raffiner le processus de calcul du poids des chunks pour diminuer encore la contribution du signal convectif dans les données réduites.

L'avenir de Solar-SONG se situe également du côté de la spectropolarimétrie. En effet, en combinant les capacités du spectrographe échelle avec une unité polarimétrique, Solar-SONG pourrait caractériser la polarisation des raies d'absorption qu'il observe, induites par l'effet Hanle (Vieu et al., 2017). L'instrument serait ainsi en mesure de réaliser un suivi de la composante dipolaire du champ magnétique solaire au cours de son cycle d'activité. Des financements ont été obtenus pour

ce projet, qui a été baptisé MUSOL, *Magnetrometry Unit for SOLar-SONG*.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté les perspectives que le prototype Solar-SONG ouvraient pour le futur des observations héliosismiques en disque intégré. Les résultats du travail présenté dans les paragraphes précédent ont été publiés dans Breton et al. (2022a).

- J'ai présenté les problématiques entourant la détection des modes g solaires et des modes p de basses fréquences en héliosismologie. J'ai présenté le contexte des observations en héliosismologie et les prédictions théoriques d'amplitudes obtenues pour les modes g au cours des dernières décennies. Cela m'a permis d'expliquer pourquoi les spectrographes échelles étaient des instruments prometteurs pour l'héliosismologie.
- J'ai présenté la méthode de réduction à appliquer pour analyser les données Solar-SONG. Cette méthode a été appliquée sur les 30 jours consécutifs avec le meilleur cycle de travail de la campagne d'observation de Solar-SONG menée à l'été 2018. Les séries temporelles contemporaines des instruments GOLF, BiSON et HMI ont également été sélectionnées pour comparaison.
- Les propriétés des modes p ont été caractérisées pour chaque série avec une méthode de peakbagging. Les valeurs de puissance intégrée obtenus pour les différents instruments dans des régions fréquentielles d'intérêts ont été comparées. Avec les séries temporelles considérées, les performances de Solar-SONG sont comparables à celles de BiSON et HMI et semblent même meilleures dans la région des modes p de moyennes fréquences. À cause du vieillissement de l'instrument, les performances de GOLF se sont dégradées au cours du temps.
- Finalement, j'ai donné quelques perspectives sur les possibilités ouvertes par Solar-SONG au cours des années à venir, notamment concernant la spectropolarimétrie.
- Ce travail ouvre de nombreuses perspectives pour le futur de l'héliosismologie. L'acquisition de nouvelles données avec Solar-SONG est nécessaire pour poursuivre l'évaluation des performances de l'instrument. En particulier, avec une série temporelle plus longue acquise avec un guidage équatorial, il serait extrêmement intéressant de mener une étude des régions de basses fréquences de la PSD.
- Des possibilités de réductions des données Solar-SONG plus complexes que celle utilisée dans ce travail pourront également être explorées, comme suggéré dans la Section 5.6.

Dans le chapitre suivant, nous étudions avec des simulations 3D la possibilité de détecter les manifestations de modes g dans des étoiles de type solaire autres que le Soleil.

No swan song for Sun-as-a-star helioseismology: Performances of the Solar-SONG prototype for individual mode characterisation

S. N. Breton¹, P. L. Pallé^{2,3}, R. A. García¹, M. Fredslund Andersen⁴, F. Grundahl⁴,
J. Christensen-Dalsgaard⁴, H. Kjeldsen⁴, and S. Mathur^{2,3}

¹ AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université de Paris, Sorbonne Paris Cité, 91191 Gif-sur-Yvette, France
e-mail: sylvain.breton@cea.fr

² Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205 La Laguna, Tenerife, Spain

³ Departamento de Astrofísica, Universidad de La Laguna (ULL), 38206 La Laguna, Tenerife, Spain

⁴ Stellar Astrophysics Centre, Aarhus University, 8000 Aarhus C, Denmark

Received 8 June 2021 / Accepted 21 October 2021

ABSTRACT

The GOLF instrument on board SoHO has been in operation for almost 25 years, but the ageing of the instrument has now strongly affected its performance, especially in the low-frequency pressure-mode (p -mode) region. At the end of the SoHO mission, the ground-based network BiSON will remain the only facility able to perform Sun-integrated helioseismic observations. Therefore, we want to assess the helioseismic performances of an échelle spectrograph such as SONG. The high precision of such an instrument and the quality of the data acquired for asteroseismic purposes call for an evaluation of the instrument's ability to perform global radial-velocity measurements of the solar disk. Data acquired during the Solar-SONG 2018 observation campaign at the Teide Observatory are used to study mid- and low-frequency p modes. A Solar-SONG time series of 30 days in duration is reduced with a combination of the traditional IDL iSONG pipeline and a new Python pipeline described in this paper. A mode fitting method built around a Bayesian approach is then performed on the Solar-SONG and contemporaneous GOLF, BiSON, and HMI data. For this contemporaneous time series, Solar-SONG is able to characterise p modes at a lower frequency than BiSON or GOLF (1750 μHz versus 1946 and 2157 μHz , respectively), while for HMI it is possible to characterise a mode at 1686 μHz . The decrease in GOLF sensitivity is then evaluated through the evolution of its low-frequency p -mode characterisation abilities over the years: a set of 30-day-long GOLF time series, considered at the same period of the year from 1996 to 2017, is analysed. We show that it is more difficult to accurately characterise p modes in the range 1680 to 2160 μHz when considering the most recent time series. By comparing the global power level of different frequency regions, we also observe that the Solar-SONG noise level in the 1000 to 1500 μHz region is lower than for any GOLF subsamples considered in this work. While the global p -mode power-level ratio is larger for GOLF during the first years of the mission, this ratio decreases over the years and is bested by Solar-SONG for every time series after 2000. All these observations strongly suggest that efforts should be made towards deploying more Solar-SONG nodes in order to acquire longer time series with better duty cycles.

Key words. Sun: helioseismology – methods: data analysis

1. Introduction

The first detection of oscillations in the Sun (Leighton et al. 1962; Noyes & Leighton 1963) was possibly the event that forever changed the horizon for the study of the dynamics of stellar interiors. A few years later, Ulrich (1970) and Leibacher & Stein (1971) explained those oscillations in terms of global resonant modes.

The identification of high-degree modal structure in the observed five-minute oscillations (Deubner 1975), the detections of the 160-min oscillation by Brookes et al. (1976) and Severny et al. (1976), identified as a possible solar internal gravity mode (g mode), and claimed oscillations in the solar diameter (Hill & Stebbins 1975) led Christensen-Dalsgaard & Gough (1976) to point out that such observations would open the way to obtaining precise inference regarding the deep interior of the Sun. The helioseismic era really began with Sun-as-a-star observations of low-degree pressure modes (p modes) by Claverie et al. (1979) and Grec et al. (1980). Several space missions, namely the Microvariability and Oscillations of STars (MOST) mission

(Matthews et al. 2000), the Convection, Rotation and planetary Transit (CoRoT) satellite (Auvergne et al. 2009), the Kepler/K2 mission (Borucki et al. 2011; Howell et al. 2014), and the Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS, Ricker et al. 2015) opened the path for asteroseismology. Indeed, over the past two decades, asteroseismology has probed the deep layers of what now constitutes a very large number of solar-like stars (e.g., García & Ballot 2019). Moreover, solar-like oscillations observed in red giants have allowed us to derive their core rotation rate (Beck et al. 2011; Bedding et al. 2011; Mosser et al. 2011), and the resulting inferences disrupted the landscape of what was commonly accepted in stellar evolution models concerning angular momentum transport. Combined with previous results obtained with solar data, these observations have been puzzling theoreticians over the last decade (see e.g., Mathis 2013; Aerts et al. 2019, and references therein). One of the keys to the enigma resides in the deep-interior dynamics of main-sequence stars. It will be possible to set precise constraints on the core rotation rate of low-mass stars only through the detection of individual g modes in those stars. Since the first days of

helioseismology, the Sun has always remained the most obvious candidate for observing g modes in a main-sequence star with solar-like pulsations (Appourchaux & Pallé 2013). Indeed, the fact that we are now able to probe the core dynamics of stars located hundreds of light years away from the Earth while being kept in the dark concerning our own star is incredibly frustrating.

Large efforts were undertaken in order to characterise solar oscillations with high precision. In 1976, Mark-I, the first node of what would become the Birmingham Solar Oscillations Network (BiSON, Chaplin et al. 1996; Davies et al. 2014; Hale et al. 2016) was deployed in Tenerife at the Teide Observatory. The International Research on the Interior of the Sun (IRIS) network (Salabert et al. 2003) operated from 1989 to 1999, and the Global Oscillations Network Group (GONG, Harvey et al. 1996) began operating in 1996. However, the culminating event of the golden era of helioseismology was without doubt the launch of the Solar Helioseismic Observatory (SoHO, Domingo et al. 1995). Bringing to space three instruments dedicated to probing the solar interior, the Global Oscillations at Low Frequency (GOLF) instrument (Gabriel et al. 1995), the Variability of solar IRradiance and Gravity Oscillations (VIRGO) instrument (Fröhlich et al. 1995), and the Solar Oscillations Investigation's Michelson Doppler Imager (SOI/MDI) instrument (Scherrer et al. 1995), SoHO was thought to encompass all the tools needed to unravel the last mysteries hidden by the core of our star. More recently, the Solar Dynamics Observatory (SDO, Pesnell et al. 2012) was launched, including the successor to SOI/MDI, the Helioseismic Magnetic Imager (HMI) instrument (Scherrer et al. 2012).

At the time when SoHO was launched, GOLF was expected to deliver an unambiguous detection of g modes. With its sodium cell and its two photomultipliers, GOLF was designed to perform differential intensity measurements over both wings of the sodium solar doublet. Those intensity measurements allow for an extremely precise radial-velocity (RV) measurement of the upper layers of the Sun. Over the years, several individual g -mode candidates were reported (Gabriel et al. 2002; Turck-Chièze et al. 2004; García et al. 2011), and a global g -mode pattern was identified with a 99.49% confidence level (García et al. 2007). The recent claim of a g -mode detection with GOLF (Fossat et al. 2017) was reviewed by several groups who could not reproduce it and have raised serious doubts about the validity of the methodology (Schunker et al. 2018; Appourchaux & Corbard 2019; Scherrer & Gough 2019).

The Stellar Observations Network Group (SONG, Grundahl et al. 2007) initiative was conceived with the objective to install an asteroseismology-dedicated terrestrial network with several operating nodes in order to maximise the observational duty cycle. Stellar observations are performed by a robotic telescope, the light being fed to a high-resolution échelle spectrograph. The acquired spectra are then reduced to obtain high-precision RV measurements. The prototype and first node, coupled with the one-metre Hertzprung telescope, was built at the Teide Observatory and began operation in 2014 (Andersen et al. 2016). In June 2012, as the installation of the telescope was delayed, an optical fibre mounted on a solar tracker was installed to feed solar light to the spectrograph during the day (Pallé et al. 2013). This operation represented the first light of the Solar-SONG initiative. The approach is aimed at exploiting the fact that the convective noise is expected to be partially de-correlated at different wavelengths while the p -mode signal remains coherent, as highlighted in a short test run with the GOLF New Generation (GOLF-NG) prototype (Turck-Chièze et al. 2008; Salabert et al. 2009). Independently from the Solar-SONG initiative, Sun-as-a-star observations were performed with the High Accuracy

Radial velocity Planet Searcher for the Northern hemisphere (HARPS-N) spectrograph (Dumusque et al. 2015, 2021). Their purpose is to increase the precision of RV measurements by characterising and removing the stellar noise injected in the RV signal using a longer observational cadence, which is not suited for p -mode observation.

Exploiting the outcomes of the 2012 observation campaign, the power spectrum of one week of Solar-SONG observations was compared with contemporaneous GOLF and Mark-I spectra. The power in the 6000 to 8000 μHz region, dominated by photon noise, was 2.5 and 4.4 times lower than in Mark-I and GOLF, respectively. A daily low-cadence follow-up has been carried out since 2017. During the 2018 summer, a high-cadence (3.5 s) campaign of 57 days was carried out in order to evaluate the helioseismic performance of the instrument. First results of this campaign were presented in Fredslund Andersen et al. (2019a).

The potential of an échelle spectrograph such as Solar-SONG to explore the low-frequency regions of the solar power spectrum can be estimated by considering the instrument's ability to detect low-frequency p modes. The purpose of this work is to complete and extend the previous analyses by assessing Solar-SONG performances in mid- and low-frequency p -mode ranges, using the GOLF observations, as well as BiSON and HMI observations, to evaluate the Solar-SONG capabilities.

The layout of the paper is as follows. Section 2 presents the solar time series that were used for this work. We also give some details about the Solar-SONG data reduction method. In Sect. 3, the peak-bagging of the power spectral density (PSD) obtained from the time series is described. We use the peak-bagging results to compare GOLF and Solar-SONG performances in Sect. 4. Those results and the potential of Solar-SONG are discussed in Sect. 5. For a comparison, a detailed analysis of BiSON and HMI data is included in Appendix B.

2. Data acquisition and reduction

A Solar-SONG high-cadence observation campaign took place between 27 May and 22 July, 2018. Observations were carried out in a fully automatic way and the scheduling was handled by an automation software (“the Conductor”, described in Fredslund Andersen et al. 2019b). In the work presented here, we consider only 30 days of observations, spanning 3 June to 2 July, the interval of time with the best set of consecutive days leading to a 47% duty cycle. This time range yields a good balance between spectral resolution and windowing effects due to the low duty cycle.

2.1. GOLF data reduction

Due to a loss in the counting rates measured by the photomultipliers resulting from normal ageing, the GOLF mean noise level has been increasing over the years (García et al. 2005; Appourchaux et al. 2018) in the high- and medium-frequency regions. Above 4 mHz and around 1 mHz, the photon noise power contribution dominates the PSD. We wanted to compare Solar-SONG performances not only to what GOLF performances are now, but also to what they used to be. We therefore selected 22 time series of the same length and all at similar epochs of the year in order to ensure that in each SoHO position on its orbit is comparable to what it was during the summer of 2018.

We used GOLF time series calibrated using the method described in García et al. (2005). GOLF measurements were

obtained using the instrument’s own time reference and not the SoHO main on-board time reference. However, on several occasions the GOLF clock experienced unexpected events that resulted in time lags (e.g. Appourchaux et al. 2018). VIRGO is synchronised on SoHO’s main on-board clock. It was used as a reference to cross-correlate GOLF measurements and correct the timing issue of the GOLF data.

2.2. Solar-SONG data reduction

In high-cadence mode, the SONG spectrograph acquires a spectrum approximately every 3.5 s, with an exposure time below one second. The acquired spectrum covers 4400 to 6900 Å, with a pixel scale of 0.022 Å, over 51 orders. However, for solar observations, we used an iodine cell to provide precise wavelength calibration; hence for those observations only 24 orders were used, covering the 4994 to 6208 Å range where the iodine cell imprint is present. The IDL *i*SONG (Corsaro et al. 2012; Antoci et al. 2013) was used to compute the RVs for the solar data. The method that has been developed over the last few decades consists in dividing each order of the spectrum into so-called chunks and computing an RV for each of those chunks (see e.g., Butler et al. 1996). Twenty-two chunks per order were used for Solar-SONG spectra. For each spectrum, *i*SONG produces data outputs denoted as cubes. These cubes are built as $24 \times 22 \times 27$ arrays. Indeed, 27 parameters are related to each chunk; these include the identifiers of the chunk (given by the order number and the rank of the chunk in the order), the computed RV, the photon flux level, and the observation time.

The *i*SONG pipeline is able to carry out the data processing and produces an integrated RV over the chunks, but we introduce in this paper a complementary code as an open source Python module called *songlib*, which is part of the *apollinaire*¹ helio- and asteroseismic library (see Breton et al. in prep. and Appendix C). The new code is dedicated to obtaining the integrated RV starting from the *i*SONG cubes. It has the advantage of extending the original *i*SONG abilities by being able to reduce unequally sampled SONG data (with one spectrum acquired every ~3.5 s) into regularly sampled velocity measurements. For this work, we produced data sampled at 20 s.

Starting from the cube output provided by the *i*SONG pipeline, each day of observation was then reduced individually. The first step was to integrate the chunk-relative RV to get a one-dimensional RV vector. Weights were attributed to each chunk by considering

$$w_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}^2}, \quad (1)$$

where σ_{ij} is the robust standard deviation of the RV measurements of the j th chunk of the i th order. The robust standard deviation, σ , was computed from the median absolute deviation (MAD) as follows:

$$\sigma \approx \frac{\text{MAD}}{\Phi^{-1}(3/4)} \approx 1.4826 \text{ MAD}, \quad (2)$$

where Φ^{-1} is the normal inverse cumulative distribution function evaluated at probability $3/4^2$. If $\sigma_{ij} > 1 \text{ km s}^{-1}$ or $\sigma_{ij} <$

¹ The source code is available at <https://gitlab.com/sybreton/apollinaire>

² See the *astropy* (Astropy Collaboration 2013, 2018) documentation at: https://docs.astropy.org/en/stable/api/astropy.stats.med_std.html

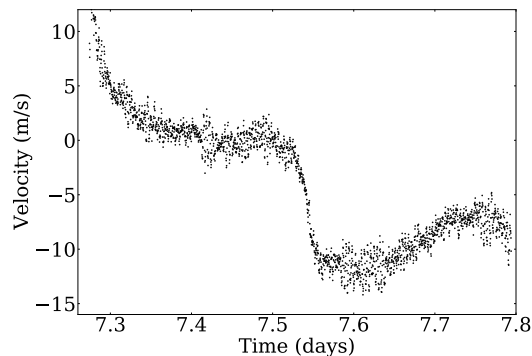


Fig. 1. Velocity residual showing the remaining trend before application of the FIR filter on the seventh day of the considered Solar-SONG time series (10 July 2018).

3 m s^{-1} , the corresponding weight was set to 0. We verified that we obtained the same results with *songlib* and *i*SONG. Using the σ_{ij} , the one-dimensional RV vector was computed as the weighted average of the 528 RV vectors. Considering the rms of the point-to-point difference of these daily time series (that is the difference between two consecutive measurements), we computed a proxy u for the spectrograph single-point precision (that is the typical RV uncertainty related to the acquisition of a single spectrum). The proxy was taken as the mean of the obtained rms values

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\text{rms}}_i (v_{i+1} - v_i), \quad (3)$$

where v_i and v_{i+1} are consecutive RV measurements; we get $0.88 \pm 0.13 \text{ m s}^{-1}$.

The second step was to correct and re-sample this vector. In order to have RV measurements regularly sampled, so-called boxes of 20 seconds were computed. According to its timestamp, each cube was attributed to a box. The mean RV inside each box was computed. Values beyond three standard deviations were considered as outliers and removed. The same process was repeated with the remaining values, this time considering a two-standard-deviation threshold. To get rid of measurements that would be inconsistent with a longer trend, some outliers were again removed by considering means over a neighbourhood of 50 boxes (1000 s). Values were again removed in two steps, the first time if they were outside of eight standard deviations, the second time if they were outside six standard deviations. The RV inside each box was computed as the mean of the remaining cubes values.

The ephemeris velocity (including a barycentric correction), obtained from the IMCCE Solar system portal³, was finally subtracted from each box measurement. The Julian time noon velocity value was also subtracted from every measurement so that the residual velocity after the ephemeris correction is zero at noon (see Fig. 1).

The last step consists in high-pass filtering and some final corrections. During the observation campaign, the alto-azimuthal solar tracker was set to follow a pre-computed solar ephemeris without any servo correction. This introduced low-frequency daily fluctuations in the RV measurements,

³ Available at: <https://ssp.imcce.fr/forms/visibility>

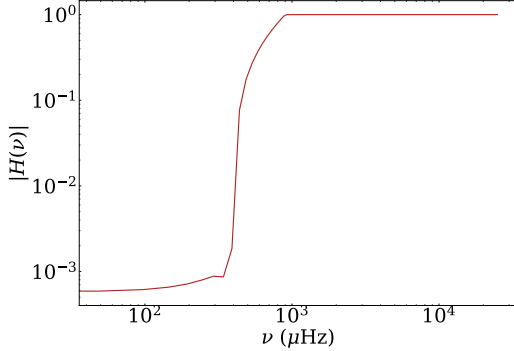


Fig. 2. Modulus of the transfer function H of the FIR filter applied to the Solar-SONG time series.

especially around the time of the solar meridian crossing. To filter out the harmonics that these fluctuations introduce in the spectrum below $800 \mu\text{Hz}$, we used a finite impulse response (FIR) filter. The transfer function of the FIR filter is represented in Fig. 2. The time series were extensively visually inspected and time intervals with brutal drops of absolute values of the RV measurements, clearly related to clouds obscuring the instrument line-of-sight, were set to zero at this stage⁴. Considering the mean photon flux level, measurements below a threshold of 12 000 analog-to-digital units (ADU) were also set to zero. We finally computed the RV mean values over the entire day. Radial velocity values beyond 3.5 standard deviation were removed. The daily RV mean was then computed again, and values beyond three standard deviations were removed.

Figure 3 shows the GOLF and Solar-SONG time series from 3 June to 2 July and the corresponding PSDs. For the sake of clarity, in the rest of the manuscript, we only compare Solar-SONG with GOLF. The analysis and comparisons done with BiSON and HMI are given in Appendix B. The results obtained with these last two instruments are qualitatively the same as with GOLF. The main difference found is between HMI and the disk-integrated instruments. The p -mode power level observed with HMI is lower than the others, which is a natural consequence of integrating the power to mimic full-disk Sun-as-a-star observations. Figure 4 shows the $1500\text{--}2500 \mu\text{Hz}$ and $4000\text{--}5000 \mu\text{Hz}$ regions of the PSD. The time series have been restricted to one hour and a half in Fig. 5 in order to highlight the presence of the five-minute oscillations in the signal. Figure 6 presents the same panels as in Fig. 3 but with the observational window of Solar-SONG data applied to GOLF time series. Due to the convolution by the observational window, the power of the p -mode peaks is redistributed between the main peak and the side lobes. The $800 \mu\text{Hz}$ cut of the Solar-SONG time series FIR filter is visible. The comparison of the PSDs in Fig. 6 also clearly shows that the Solar-SONG mean noise level below $2000 \mu\text{Hz}$ and above $6000 \mu\text{Hz}$ is lower than the one in GOLF. The GOLF excess of power at the high-end frequency range of the p modes is explained by the chromospheric contribution in the sodium lines used by GOLF (Jiménez-Reyes et al. 2007).

⁴ The exhaustive list of corrections can be found at: https://gitlab.com/sybreton/apollinaire/-/blob/master/apollinaire/songlib/interval_nan.py

3. Peak-bagging method

Woodard (1984) showed that the PSD follows a χ^2 law with two degrees of freedom. Assuming that the frequency bins are independent of each other, the corresponding likelihood function is given by

$$\mathcal{L}(\mathcal{S}_x, \theta) = \prod_{i=1}^k \frac{1}{S(v_i, \theta)} \exp\left[-\frac{S_{x_i}}{S(v_i, \theta)}\right], \quad (4)$$

where S denotes the limit spectrum parametrised by a set θ of parameters and S_x is the observed spectrum evaluated at a given set of k frequency bins v_i .

3.1. MCMC procedure

Fits were processed using a Bayesian approach through the use of Markov chains Monte Carlo (MCMCs, Sokal 1997; Liu 2009; Goodman & Weare 2010). The MCMCs properties were exploited to evaluate the shape of the posterior probability distribution of our model, using

$$p(\theta|\mathcal{S}_x) = \frac{p(\mathcal{S}_x|\theta)p(\theta)}{p(\mathcal{S}_x)}, \quad (5)$$

where $p(\mathcal{S}_x|\theta)$ is the likelihood $\mathcal{L}(\mathcal{S}_x, \theta)$, $p(\theta)$ the prior probability and $p(\mathcal{S}_x)$ a normalisation factor. In practice, only the numerator $p(\mathcal{S}_x|\theta)p(\theta)$ of the posterior probability distribution is sampled by the MCMC. In this work, all priors $p(\theta)$ have been taken as uniform distributions.

The MCMCs are sampled with the emcee⁵ (Foreman-Mackey 2016) implementation through the apollinaire⁶ (Breton et al., in prep.) peak-bagging library, which has been designed to perform analysis of both astero- and helioseismic PSDs, from stellar background profile characterisation to individual p -mode characterisation. In this work, in order to ensure their convergence, MCMCs have been sampled considering 500 walkers and 2000 iterations, with the 200 first iterations being discarded as burned-in to avoid biasing the sampled distribution. Consequently, each sampled MCMC is composed of 900 000 points after the discarding step. The uncertainties σ_+ and σ_- over each parameter were computed considering the 16th and 84th percentiles of the sampled distribution (which approximates the standard deviation in the case of a Gaussian distribution).

Our fitting strategy is the following. First, a global background model was adjusted to the PSD. In the second step, the PSD was divided by this background model to obtain a spectrum with a S/N scale (the so-called signal-to-noise spectrum) that we used to fit the p modes. Solar-oscillation modes can be modelled as randomly excited and damped harmonic oscillators (Goldreich & Keeley 1977; Goldreich & Kumar 1988). Therefore modes were fitted using a Lorentzian profile, by odd ($\ell = \{1, 3\}$) and even ($\ell = \{0, 2\}$) pairs; that is, for each pair of modes, we performed the fit considering a segment of the spectrum that contains only those modes. The Lorentzian profile equation is given by

$$L_{n,\ell}(v, v_{n,\ell}, H_{n,\ell}, \Gamma_{n,\ell}) = \frac{H_{n,\ell}}{1 + \frac{4(v-v_{n,\ell})^2}{\Gamma_{n,\ell}^2}}, \quad (6)$$

where $v_{n,\ell}$ is the central mode frequency, $H_{n,\ell}$ the mode height, and $\Gamma_{n,\ell}$ the mode width. Due to the low resolution of the spectrum, we did not include splittings or asymmetries in our model.

⁵ The module documentation is available at: <https://emcee.readthedocs.io/en/stable>

⁶ The module documentation is available at: <https://apollinaire.readthedocs.io/en/latest>

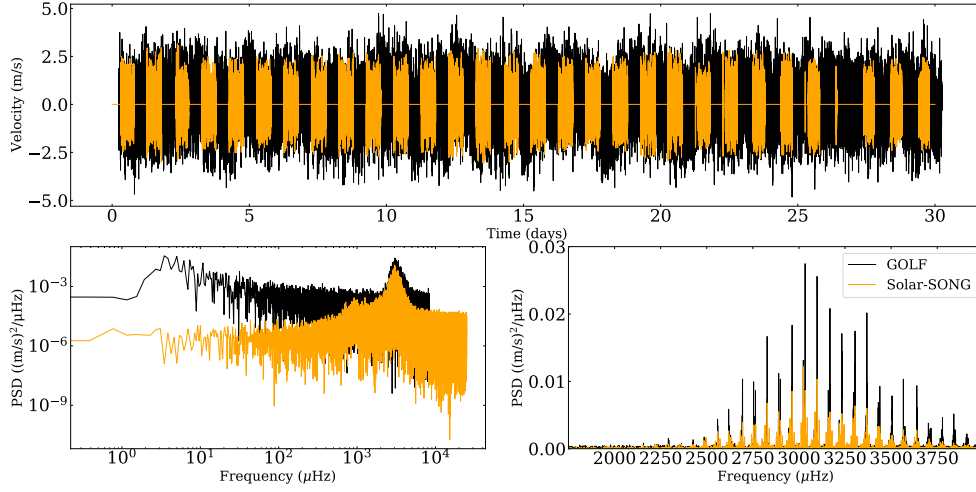


Fig. 3. *Top panel:* complete Solar-SONG (orange) and GOLF (black) time series from 3 June to 2 July 2018. *Bottom left:* corresponding PSDs. *Bottom right:* zoomed-in view of the p -mode region.

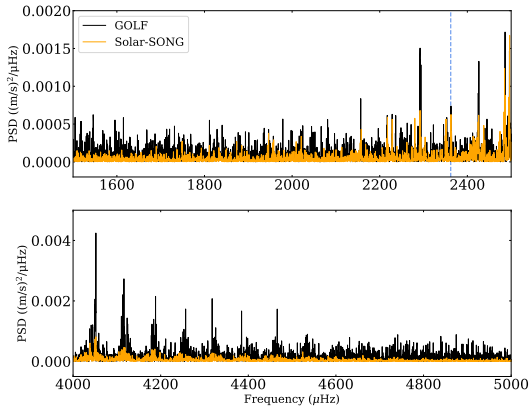


Fig. 4. GOLF (black) and Solar-SONG PSDs in the 1500–2500 μHz (*top*) and 4000–5000 μHz (*bottom*) regions. The blue line marks the $n = 16$, $\ell = 0$ mode, which was fitted in the Solar-SONG PSD but not in the GOLF PSD.

We also did include a flat background parameter, b , to take into account any residual local background contribution in the fitted window. For a given pair, our p -mode model $M_n(\nu)$ is therefore described by the following equations for even and odd pairs, respectively:

$$\begin{aligned} M_n(\nu) &= L_{n,0}(\nu, \nu_{n,0}, H_{n,0}, \Gamma_{n,0}) + L_{n-1,2}(\nu, \nu_{n-1,2}, H_{n-1,2}, \Gamma_{n-1,2}) + b, \\ M_n(\nu) &= L_{n,1}(\nu, \nu_{n,1}, H_{n,1}, \Gamma_{n,1}) + L_{n-1,3}(\nu, \nu_{n-1,3}, H_{n-1,3}, \Gamma_{n-1,3}) + b. \end{aligned} \quad (7)$$

Following [Toutain & Appourchaux \(1994\)](#), we fitted the natural logarithm of the height and width parameters. Hence, for each pair of modes, we fitted seven parameters: $\{\nu_{n,0}, \log H_{n,0}, \log \Gamma_{n,0}, \nu_{n-1,2}, \log H_{n-1,2}, \log \Gamma_{n-1,2}, b\}$ for even pairs and $\{\nu_{n,1}, \log H_{n,1}, \log \Gamma_{n,1}, \nu_{n-1,3}, \log H_{n-1,3}, \log \Gamma_{n-1,3}, b\}$ for odd pairs.

The background for the GOLF spectrum was fitted considering the sum of one Harvey profile ([Harvey 1985](#)) and a

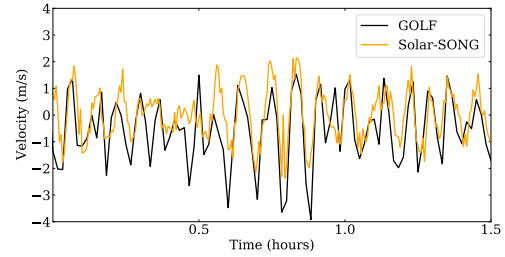


Fig. 5. One hour and a half of the Solar-SONG (orange) and GOLF (black) RV time series. The Solar-SONG time series is sampled at 20s and the GOLF time series is sampled at 60s.

high-frequency noise parameter, P , according to the following equation:

$$B(\nu, A, \nu_c, \gamma, P) = \frac{A}{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^\gamma} + P, \quad (8)$$

with A the amplitude, ν_c the characteristic frequency and γ a power exponent. The four parameters that we fitted are therefore A , ν_c , γ and P . Since the Solar-SONG time series were filtered with a high-pass filter, set to an 800- μHz cutoff frequency, we did not fit any background on the spectrum and, in order to estimate the signal-to-noise spectrum, we only divided the PSD by the mean value of the high-frequency noise (above 8 mHz).

In this work, each fitted MCMC was double-checked using the corresponding corner plots. Fits for which we did not learn anything from the priors were rejected, that is, fits where the marginalisation over each parameter of the sampled posterior probability distribution still has a uniform distribution shape. After this first step, for each fitted mode we computed a proxy of the natural logarithm of the Bayes factor, $\ln K$, related to the rejection of the null hypothesis, H_0 ([Kass & Raftery 1995](#); [Davies et al. 2016](#)). In our case, the H_0 null hypothesis is the absence of mode. For each fitted mode, we selected a given number, N , of sets of parameters among the values explored by the MCMC sampling. Those sets of parameters were selected

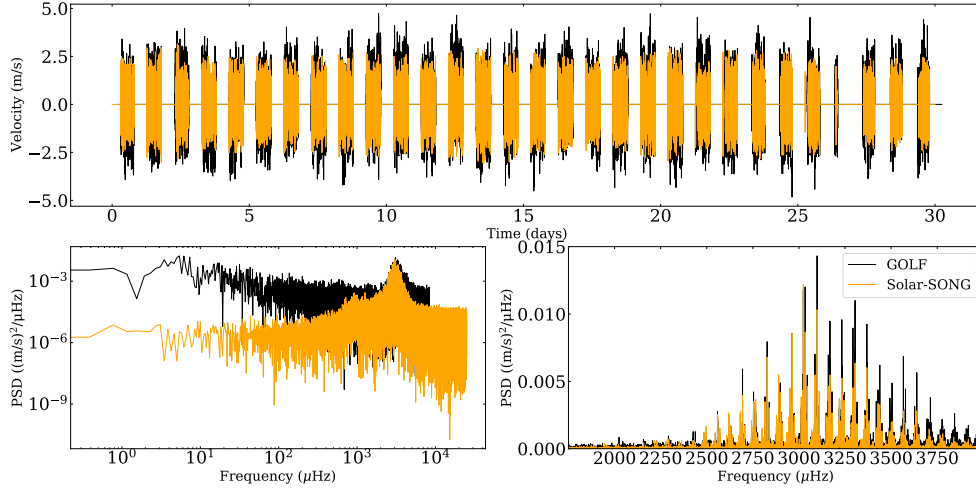


Fig. 6. *Top panel:* solar-SONG (orange) and GOLF (black) time series from 3 June to 2 July 2018, as in Fig. 3 but with an observational window identical to that of Solar-SONG applied to the GOLF time series. *Bottom left:* corresponding PSDs. *Bottom right:* zoomed-in view of the p -mode region.

Table 1. Interpretation of the $\ln K$ values.

$\ln K$	Interpretation
<0	Favours H_0
0 to 1	Not worth more than a bare mention
1 to 3	Positive
3 to 5	Strong
>5	Very strong

by regularly thinning the MCMC in order to conserve the same parameter distribution in the thinned chain. For each set of parameters, the corresponding model likelihood, which was computed with a spectrum model including modes, was compared to the H_0 likelihood (which was computed with a spectrum model without modes). Defining N_{H1} as the number of times the model likelihood is greater than the H_0 likelihood, we have

$$\ln K \approx \ln \frac{N_{H1}}{N}. \quad (9)$$

The main interest of the thinning step is to save computing time. In the work presented here, we thinned the MCMC from 900 000 to 9000 sets of parameters. The interpretation of the $\ln K$ is given in Table 1.

3.2. Accounting for the observational windows

Since the Solar-SONG project is still a single-site ground-based instrument, its observational duty cycle is constrained by the day-night cycle. The consequence of the gaps in the time series is the convolution of the PSD by the Fourier transform of the window function (e.g. Salabert et al. 2002, 2004; García 2015). Therefore the PSD does not follow a χ^2 with two degrees of freedom statistics, as the bins in the PSD are no longer independent of each other.

However, as mentioned by Gabriel (1994), the formulation of the likelihood that takes into account time series with

gaps Appourchaux et al. (1998) is impracticable to use. As a consequence, the χ^2 likelihood has to be used as a good approximation.

In order to take into account the effect of the window function in the PSD, we used an ad hoc correction to our model. First, we defined the observational window vector W as a boolean vector of the same length as the actual time series. Considering a given time stamp, the value of W is 1 if the RV value at this time stamp is non-zero and 0 otherwise. The Fourier transform of this window function, \tilde{W} , was then computed (see Fig. 7). The peaks above 1% of the height of the zero-frequency peak in $|\tilde{W}|^2$ were selected in order to modify Eq. (7) as follows:

$$M_n(\nu) = \sum_k \left[L_{n,0}(\nu, \nu_{n,0} + \delta\nu_k, a_k H_{n,0}, \Gamma_{n,0}) + \right. \quad (10)$$

$$\left. L_{n-1,2}(\nu, \nu_{n-1,2} + \delta\nu_k, a_k H_{n-1,2}, \Gamma_{n-1,2}) \right] + b,$$

$$M_n(\nu) = \sum_k \left[L_{n,1}(\nu, \nu_{n,1} + \delta\nu_k, a_k H_{n,1}, \Gamma_{n,1}) + \right.$$

$$\left. L_{n-1,3}(\nu, \nu_{n-1,3} + \delta\nu_k, a_k H_{n-1,3}, \Gamma_{n-1,3}) \right] + b, \quad (11)$$

where $\delta\nu_k$ is the frequency of the k th selected peak in $|\tilde{W}|^2$ and a_k is the ratio between the height of the k th selected peak in $|\tilde{W}|^2$ and the sum of the heights of all selected peaks.

The comparison of the structure of the $n = 21$ even pair in GOLF data, with and without the Solar-SONG-like observational window, is shown in Fig. 8. The method presented above enables the mode profile to be accurately modelled when the observational window has daily gaps. It is also interesting to note that one of the $\ell = 0$ side-lobe power excesses lies very close to the $\ell = 2$ central frequency, and reciprocally for one of the $\ell = 2$ side lobes.

4. Solar-SONG compared to GOLF

Considering the 30-day contemporaneous series, we are able to fit modes in the Solar-SONG spectrum at lower frequencies than

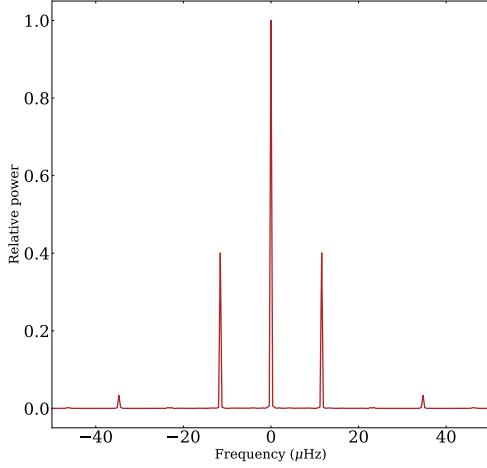


Fig. 7. Power spectrum $|\tilde{W}|^2$ of the window function W , normalised to one at zero frequency.

in GOLF (even when considering the GOLF time series with full duty cycle). Indeed, the lowest-frequency fitted Solar-SONG mode is $n = 11$, $\ell = 1$ at 1749.67 ± 1.36 μHz , while for GOLF it is $n = 14$, $\ell = 1$ at 2156.57 ± 0.86 μHz . All the fitted frequencies are superimposed onto the échelle diagrams shown in Fig. 9. The side lobes of the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ modes appear clearly in the middle and bottom panel. It should be stressed that several $\ell = 3$ frequencies could not be fitted when applying the Solar-SONG-like window to GOLF, although those modes were successfully fitted in the real GOLF spectrum and in the Solar-SONG spectrum. Figures 10 and 11 show our estimates of the fitted modes height, H , and width, Γ , as a function of frequency. At high frequency, as already visible in Fig. 6, the height of the modes observed by GOLF are larger due to the chromospheric contribution to the solar sodium doublet. Most of the width values are in agreement within the error bars, except for $\ell = 1$ modes, where Solar-SONG-observed widths seem overestimated below 3 mHz, although the fitted values remain compatible within the error bars with what we have measured with GOLF.

Another interesting aspect of the comparison between the two instruments is the inability of the code to fit the $n = 16$, $\ell = 0$ mode in the GOLF spectrum; this same mode is well characterised using Solar-SONG. In the top panel of Fig. 4, it appears that during the time of observation, this mode was less excited than its $\ell = 0$ and $\ell = 1$ neighbours, making it more difficult to detect with both instruments. The mode structure is also difficult to distinguish from the surrounding noise in the GOLF PSD, while the S/N appears to be higher in the Solar-SONG PSD. This can be explained by both the higher level of noise in the GOLF PSD and the different spatial sensitivity of GOLF in its single-wing configuration. As shown by García et al. (1998) and Henney (1999), the sensitivity of GOLF depends on the observation wing (blue or red) and on the time of the year (due to the non-zero orbital velocity). Thus, excited modes can have different amplitudes in GOLF than in other instruments with a homogeneous response window.

We include in the appendix (see Tables A.1–A.3) all the fitted mode frequencies, heights, and widths, as well as their uncertainties and the corresponding value of $\ln K$. We note that the

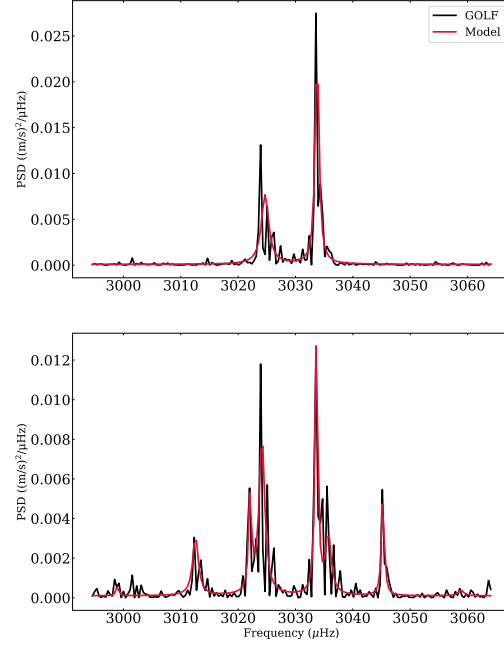


Fig. 8. Sections of power spectra for the GOLF time series (*top*) and the same GOLF time series truncated by the Solar-SONG observational window (*bottom*), centred around the $n = 21$ modes for the even pair (in black). The profiles corresponding to the fits are shown in red.

smallest frequency uncertainty estimates are comparable to the spectral resolution of 0.39 μHz

Based on the total power in the 1000–1500 μHz region of the GOLF data, Appourchaux et al. (2018) showed evidence of an increase in the noise at low frequency over the past two decades, noise that is due to the instrument photon noise and the contribution of solar convection to the RV signal. This increase is most likely due to the ageing of the two photomultipliers, of the entrance window, and of the interference filter, as already pointed out by García et al. (2005) based on the increase in instrumental photon noise between 1996 and 2004. It is straightforward to verify, considering the 2018 observing campaign, that the mean power density in the 1000–1500 μHz region is in favour of Solar-SONG. This value is $29.1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ versus $104 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ for GOLF. We note that the same comparison in the 5000–6000 μHz region yields $14 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ for Solar-SONG and $103 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ for GOLF.

The top panel of Fig. 12 shows the mean power density in the 1000–1500 μHz region for each 30-day GOLF time series considered in this work (see Sect. 2.1). The middle panel shows the ratio between the mean power density in the 2000–3500 μHz region and the mean power density in the 1000–1500 μHz region. The bottom panel shows the same ratio for the 1700–2200 μHz region, which is the lowest-frequency region where we were able to fit modes for Solar-SONG. In each panel, the value we obtain with the Solar-SONG time series is also represented.

The temporal evolution of the mean power density in the 1000–1500 μHz region unveils evidence that the Solar-SONG noise level in this region is comparable to, if not smaller than what it was for GOLF in the instrument’s best years. The power decrease observed from 1996 to 1999 can probably be linked to

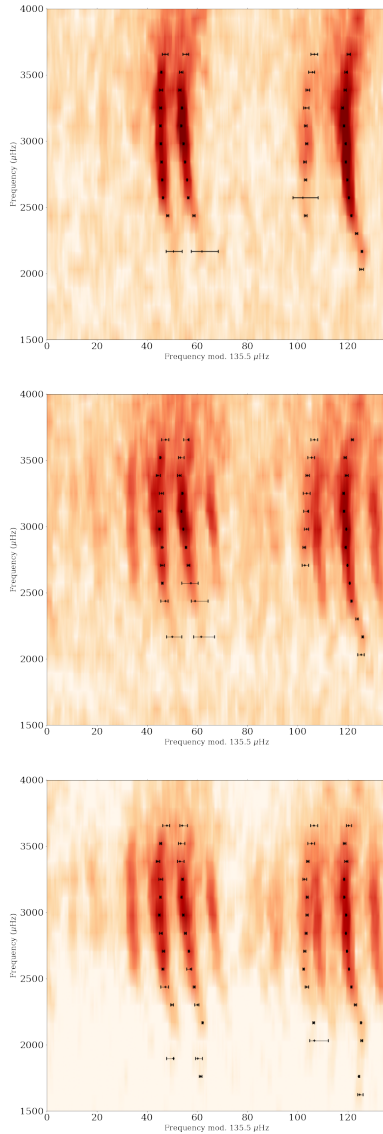


Fig. 9. Échelle diagram for GOLF (*top*), GOLF with a Solar-SONG-like observational window (*middle*), and Solar-SONG (*bottom*). Fitted mode frequencies are represented in black.

the minimum of magnetic activity reached at this time. After this date, ignoring some yearly modulations, the mean power density in this frequency region increases continually.

Concerning the mean power density ratio between 2000 and 3500 μHz , for the 2018 time series we obtain a 9.8 ratio for Solar-SONG versus 3.6 for GOLF. However, we note that in the first years of GOLF operations, this value was much higher (13.6 in 1996). During the year 2000, it reached the Solar-SONG level and then kept on decreasing.

In the 1700–2200 μHz region, we find a maximal ratio of 1.16 for GOLF (in 2001) and 0.9 in 2018, while we have 1.3 for Solar-SONG. To help visually assess the signification of

this difference in ratio, we represent in Fig. 13 the normalised PSD of the 1700–2200 μHz region for GOLF (considering the time series with a Solar-SONG-like window) and Solar-SONG. The normalisation was performed by dividing each PSD by its median value in the 1700–2200 μHz region. With this normalisation, it appears that, in this specific region, most of the p modes have a relative height that is higher in Solar-SONG than in GOLF. These elements combined with our ability to fit several modes for Solar-SONG in this frequency region therefore strongly suggest that the S/N is also in favour of Solar-SONG in this frequency range.

The second step of this GOLF yearly evolution analysis was to consider the mode orders for which, considering the 2018 GOLF series, we were not able to provide mode parameters but for which some modes were fitted considering Solar-SONG data. With Solar-SONG, we were able to fit the $n = 11$, $\ell = 1$ mode while for GOLF we had to stop at the $n = 14$, $\ell = 1$ mode. We therefore decided to perform our peak-bagging process for odd and even pairs of order 11 to 14 on each GOLF 30-day series. The results are summarised order by order and degree by degree in Fig. 14. The mode frequency variations are related to the magnetic solar activity (Woodard & Noyes 1985; Palte et al. 1989). Modes that are not represented in this figure could not be fitted or the uncertainty on fitted frequency was above 2 μHz . The $n = 11$, $\ell = 1$ could not be fitted in the considered GOLF series after 2005. For this order, we were not able to fit any $\ell = 2$ or $\ell = 3$ modes. The only mode we were able to fit almost every time until 2018 is the $n = 14$, $\ell = 1$. It should be recalled that for such short time series, our ability to fit a given mode is not only dependent on the instrumental S/N but also on the excitation state of the mode. This explains why for certain 30-day series, some modes could not be fitted despite GOLF instrumental noise not increasing drastically or being even lower. It should be noted that this GOLF performance analysis over time is only valid for 30-day-long time series. By considering longer GOLF time series, it is of course possible to obtain much better constraints for the mode parameters in the frequency region considered in Fig. 14 (see e.g., Salabert et al. 2015, which used 365-day long GOLF time series to probe the p -mode temporal frequency variation).

5. The future of Solar-SONG: Discussion and conclusion

In this work we have presented a new reduction pipeline for Solar-SONG data. We compared the contemporaneous GOLF (as well as BiSON and HMI) and Solar-SONG observations by performing a peak-bagging analysis with a Bayesian approach. On the one hand, by studying the PSD of the Solar-SONG data, we were able to identify modes at lower frequency than in the GOLF PSD. On the other hand, we evaluated the effect of the ageing of GOLF on its performance by considering the yearly mean power evolution in the 1000 to 1500 μHz region with 30-day-long series. For each considered series, the mean power density was above the mean power density obtained in 2018 with Solar-SONG. However, the GOLF global p -mode power density ratio in the 2000–3500 μHz region was above the Solar-SONG level from 1996 to 1999. This power density ratio decreased over the years. In 2018, the Solar-SONG power density ratio was almost three times higher than the GOLF power density ratio. Considering the 1700–2200 μHz region only, the Solar-SONG power density ratio appears higher than the GOLF power density ratio at any time.

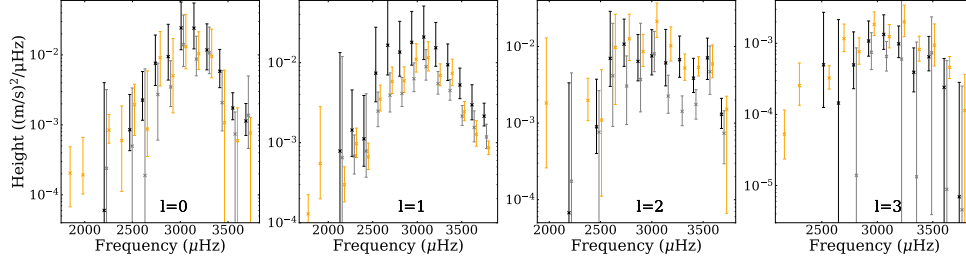


Fig. 10. Heights, H , of the fitted mode for GOLF (black), GOLF with the Solar-SONG window (grey) and Solar-SONG (orange) spectra. The horizontal position of the markers has been slightly shifted for visualisation convenience.

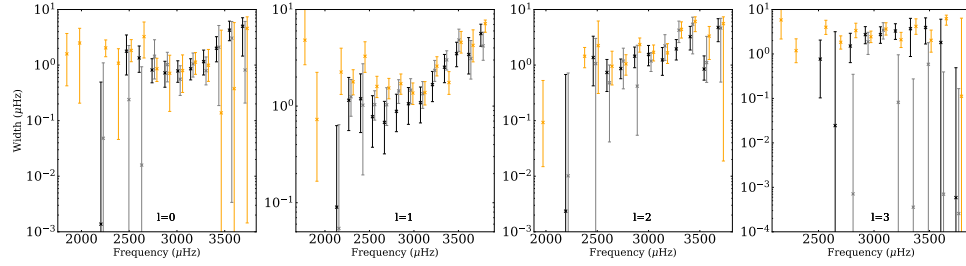


Fig. 11. Same as in Fig. 10 but for mode widths, Γ .

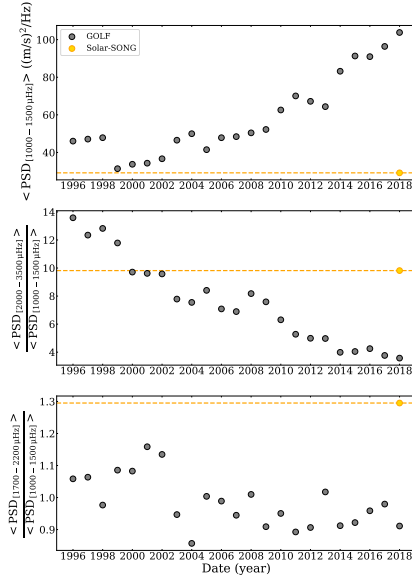


Fig. 12. *Top:* mean power density in the 1000–1500 μHz region of the considered 30-day GOLF and Solar-SONG PSDs. *Middle:* mean power density ratio computed as the ratio between the mean power in the 2000–3500 μHz p -mode region and the 1000–1500 μHz region. *Bottom:* mean power density ratio computed as the ratio between the mean power in the 1700–2200 μHz region and the 1000–1500 μHz region. The dotted yellow line represents the value obtained with Solar-SONG during the 2018 campaign (represented by the yellow dot).

We then performed another peak-bagging analysis on these series, focusing on the low-frequency p modes (below

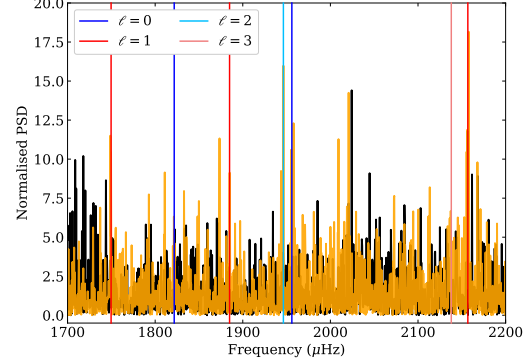


Fig. 13. GOLF (with a Solar-SONG observational window, black) and Solar-SONG (orange) normalised PSDs between 1700 and 2200 μHz . The normalisation has been performed by dividing each PSD by its median value in the 1700–2200 μHz region. The frequencies fitted in the Solar-SONG spectrum are marked by vertical lines with a colour-coding related to the mode degree: blue, red, light blue, and pink for $\ell = 0, 1, 2$, and 3, respectively.

2200 μHz) for which we were able to provide more precise mode frequencies for Solar-SONG but not for GOLF in the 2018 comparison. We were able to provide frequencies for many of these modes in the first years of SoHo’s operations. However, after 2005, the decrease in S/N reduced the number of modes we were able to fit inside each subseries.

Despite its ageing, GOLF remains an invaluable asset for helioseismology. It has been almost continuously collecting data over the last 25 years and will carry on in its mission in the years to come. However, the promising helioseismic measurements obtained during the Solar-SONG 2018 summer high-cadence run show the potential of longer observations with a better duty

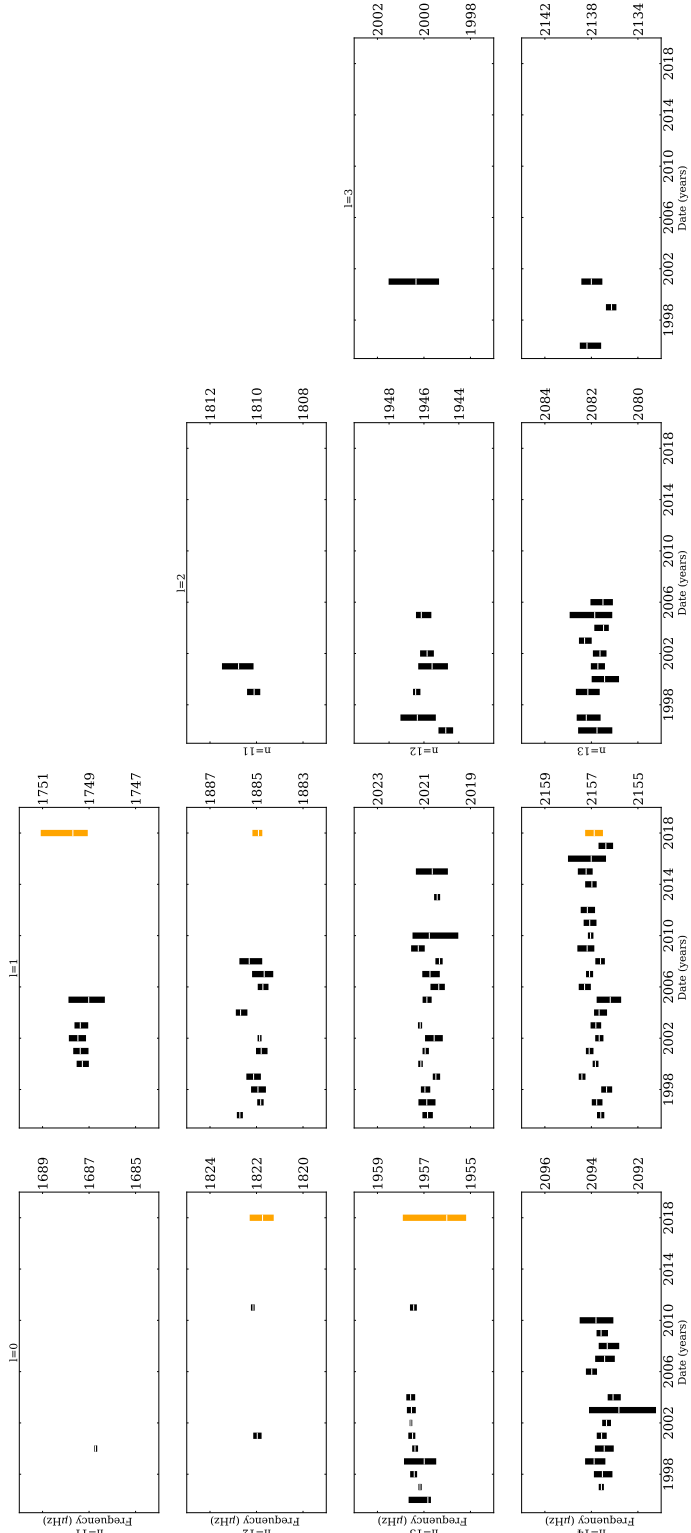


Fig. 14. Fitted mode frequencies and uncertainties for yearly GOLF 30-day series (black). The uncertainties on mode frequencies fitted within the Solar-SONG spectrum are represented in orange for the purpose of comparison. The white tick signals the median value of the fitted distribution. For both instruments, only modes with an uncertainty below $2 \mu\text{Hz}$ are represented.

cycle. This second condition can only be achieved if other SONG nodes are available. Presently, a new node of the SONG network is being commissioned at the Mt. Kent Observatory in Queensland, Australia. Performing observations with both Australian and Canarian SONG nodes would allow a significant improvement in the time series duty cycle, although it would still be necessary to continue extending the SONG network in order to reach a constant duty cycle above 80%.

In order to improve the S/N of the low-frequency regions of the Solar-SONG PSD, the solar tracker used for the 2018 observation campaign should also be modified. The current Solar-SONG setup uses an azimuthal commercial mount, which is not optimal for stability in frequency regions below 800 μ Hz. Indeed, the daily Earth-motion RV residual that appears in Fig. 1 creates a high-amplitude harmonic pattern in the PSD if the low-frequency trend of the Solar-SONG time series has not been properly filtered out with the FIR filter. It should be noted that the servo guidance was not active during the 2018 campaign. The solar tracker followed the Sun's motion using only a pre-computed ephemeris. However, we noticed during a short test run performed in 2019 that turning on the servo introduced additional low-frequency trends to the RV signal. In order to overcome this limitation and to extend the scientific objectives of the Solar-SONG initiative, funding was obtained for a new project, baptised Magnetometry Unit for SOLAR-SONG (MUSOL), which plans to upgrade the Solar-SONG Teide node with both an equatorial mount that will allow improved guidance and a new polarimetric unit. Indeed, the dipolar and quadrupolar components of the solar global magnetic field can only be measured by detecting the weak polarisation signal induced in some spectral lines by the Hanle effect. Long-term and continuous solar observations with this new polarimetric unit should in principle be sensitive enough to measure the dipolar component of the global solar magnetic field and its variation along the solar activity cycle (see Vieu et al. 2017).

Acknowledgements. The authors want to thank the anonymous referee for valuable comments that helped in improving the manuscript. This work is based on observations made at the Hertzprung SONG telescope operated at the Spanish Observatorio del Teide on the island of Tenerife by the Aarhus and Copenhagen Universities and by the Instituto de Astrofísica de Canarias. SoHO is a mission of international collaboration between ESA and NASA. S.N.B. and R.A.G. acknowledge the support from PLATO and GOLF CNES grants. Funding for Solar-SONG was provided by the Excellence 'Severo Ochoa' programme at the IAC and the Ministry MINECO under the program AYA-2016-76378-P. Funding for the Stellar Astrophysics Centre is provided by The Danish National Research Foundation (Grant DNRF106). We would like to acknowledge the contribution of the engineers at the IAC, Felix Gracia (optical), Ezequiel Ballesteros (electronics) and the support from the day-time operator at the SolarLab, Teide Observatory, on this Solar-SONG initiative and during the campaign. We thank Dr. Kun Wang (China West Normal University) for his dedicated effort during the campaign with data handling and analysis of the observations. We also thank Thierry Appourchaux for his relevant comments during the TASOC review. The solar visibility calculations were carried out by the ephemeris calculation service of the IMCCE through its Solar System portal (<https://ssp.imcce.fr>). Software: Python (Van Rossum & Drake 2009), numpy (Oliphant 2006; Harris et al. 2020), pandas (Pandas development team 2020; McKinney 2010), matplotlib (Hunter 2007), emcee (Foreman-Mackey et al. 2013), scipy (Virtanen et al. 2020), corner (Foreman-Mackey 2016), astropy (Astropy Collaboration 2013, 2018). The source code used to obtain the present results can be found at gitlab.com/sybreton/apollinaire.

References

- Aerts, C., Mathis, S., & Rogers, T. M. 2019, *ARA&A*, 57, 35
 Andersen, M. F., Grundahl, F., Beck, A. H., & Pallé, P. 2016, *Rev. Mex. Astron. Astrofis. Conf. Ser.*, 48, 54
 Antoci, V., Handler, G., Grundahl, F., et al. 2013, *MNRAS*, 435, 1563
 Appourchaux, T., & Corbard, T. 2019, *A&A*, 624, A106

- Appourchaux, T., & Pallé, P. L. 2013, in *Fifty Years of Seismology of the Sun and Stars*, eds. K. Jain, S. C. Tripathy, F. Hill, J. W. Leibacher, & A. A. Pevtsov, *ASP Conf. Ser.*, 478, 125
 Appourchaux, T., Gizon, L., & Rabello-Soares, M. C. 1998, *A&AS*, 132, 107
 Appourchaux, T., Boumier, P., Leibacher, J. W., & Corbard, T. 2018, *A&A*, 617, A108
 Astropy Collaboration (Robitaille, T. P., et al.) 2013, *A&A*, 558, A33
 Astropy Collaboration (Price-Whelan, A. M., et al.) 2018, *AJ*, 156, 123
 Auvergne, M., Bodin, P., Boissard, L., et al. 2009, *A&A*, 506, 411
 Beck, P. G., Bedding, T. R., Mosser, B., et al. 2011, *Science*, 332, 205
 Bedding, T. R., Mosser, B., Huber, D., et al. 2011, *Nature*, 471, 608
 Borucki, W. J., Koch, D. G., Basri, G., et al. 2011, *ApJ*, 736, 19
 Brookes, J. R., Isaak, G. R., & van der Raay, H. B. 1976, *Nature*, 259, 92
 Butler, R. P., Marcy, G. W., Williams, E., et al. 1996, *PASP*, 108, 500
 Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., et al. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 1
 Christensen-Dalsgaard, J., & Gough, D. O. 1976, *Nature*, 259, 89
 Claverie, A., Isaak, G. R., McLeod, C. P., van der Raay, H. B., & Cortes, T. R. 1979, *Nature*, 282, 591
 Corsaro, E., Grundahl, F., Leccia, S., et al. 2012, *A&A*, 537, A9
 Davies, G. R., Chaplin, W. J., Elsworth, Y. P., & Hale, S. J. 2014, *MNRAS*, 441, 3009
 Davies, G. R., Silva Aguirre, V., Bedding, T. R., et al. 2016, *MNRAS*, 456, 2183
 Deubner, F. L. 1975, *A&A*, 44, 371
 Domingo, V., Fleck, B., & Poland, A. I. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 1
 Dumusque, X., Glenday, A., Phillips, D. F., et al. 2015, *ApJ*, 814, L21
 Dumusque, X., Cretignier, M., Sosnowska, D., et al. 2021, *A&A*, 648, A103
 Foreman-Mackey, D. 2016, *J. Open Source Softw.*, 1, 24
 Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., & Goodman, J. 2013, *PASP*, 125, 306
 Fossat, E., Boumier, P., Corbard, T., et al. 2017, *A&A*, 604, A40
 Fredslund Andersen, M., Pallé, P., Jessen-Hansen, J., et al. 2019a, *A&A*, 623, L9
 Fredslund Andersen, M., Handberg, R., Weiss, E., et al. 2019b, *PASP*, 131, 045003
 Fröhlich, C., Romero, J., Roth, H., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 101
 Gabriel, A. H., Grec, G., Charra, J., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 61
 Gabriel, A. H., Baudin, F., Boumier, P., et al. 2002, *A&A*, 390, 1119
 Gabriel, M. 1994, *A&A*, 287, 685
 García, R. A. 2015, *EAS Pub. Ser.*, 73, 193
 García, R. A., & Ballot, J. 2019, *Liv. Rev. Sol. Phys.*, 16, 4
 García, R. A., Pallé, P. L., Turck-Chièze, S., et al. 1998, *ApJ*, 504, L51
 García, R. A., Turck-Chièze, S., Boumier, P., et al. 2005, *A&A*, 442, 385
 García, R. A., Turck-Chièze, S., Jiménez-Reyes, S. J., et al. 2007, *Science*, 316, 1591
 García, R. A., Salabert, D., Ballot, J., et al. 2011, *J. Phys. Conf. Ser.*, 271, 012046
 Goldreich, P., & Keeley, D. A. 1977, *ApJ*, 212, 243
 Goldreich, P., & Kumar, P. 1988, *ApJ*, 326, 462
 Goodman, J., & Weare, J. 2010, *Comm. Appl. Math. Comput. Sci.*, 5, 65
 Grec, G., Fossat, E., & Pomerantz, M. 1980, *Nature*, 288, 541
 Grundahl, F., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Arentoft, T., & Frandsen, S. 2007, *Commun. Asteroseismol.*, 150, 300
 Hale, S. J., Howe, R., Chaplin, W. J., Davies, G. R., & Elsworth, Y. P. 2016, *Sol. Phys.*, 291, 1
 Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., et al. 2020, *Nature*, 585, 357
 Harvey, J. 1985, in *Future Missions in Solar, Heliospheric & Space Plasma Physics*, eds. E. Rolfe, & B. Battrock, *ESA SP*, 235, 199
 Harvey, J. W., Hill, F., Hubbard, R. P., et al. 1996, *Science*, 272, 1284
 Henney, C. J. 1999, Ph.D. Thesis, University of California, Los Angeles, USA
 Hill, H. A., & Stebbins, R. T. 1975, in *Seventh Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*, eds. P. G. Bergman, E. J. Fenyeves, & L. Motz, 262, 472
 Howell, S. B., Sobeck, C., Haas, M., et al. 2014, *PASP*, 126, 398
 Hunter, J. D. 2007, *Comput. Sci. Eng.*, 9, 90
 Jiménez-Reyes, S. J., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., et al. 2007, *ApJ*, 654, 1135
 Kass, R. E., & Raftery, A. E. 1995, *J. Am. Stat. Assoc.*, 90, 773
 Larson, T. P., & Schou, J. 2015, *Sol. Phys.*, 290, 3221
 Leibacher, J. W., & Stein, R. F. 1971, *Astrophys. Lett.*, 7, 191
 Leighton, R. B., Noyes, R. W., & Simon, G. W. 1962, *ApJ*, 135, 474
 Liu, J. 2009, *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*
 Mathis, S. 2013, in *Transport Processes in Stellar Interiors*, eds. M. Goupil, K. Belkacem, C. Neiner, F. Lignières, & J. J. Green, 865, 23
 Matthews, J. M., Kuschnig, R., & Walker, G. A. H. 2000, in *IAU Colloq. 176: The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research*, eds. L. Szabados, & D. Kurtz, *ASP Conf. Ser.*, 203, 74
 McKinney, W. 2010, in *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*, eds. S. van der Walt, & J. Millman, 56
 Mosser, B., Barban, C., Montalbán, J., et al. 2011, *A&A*, 532, A86
 Noyes, R. W., & Leighton, R. B. 1963, *ApJ*, 138, 631
 Oliphant, T. 2006, *NumPy: A guide to NumPy* (USA: Trelgol Publishing)
 Palle, P. L., Regulo, C., & Roca Cortes, T. 1989, *A&A*, 224, 253

- Pallé, P. L., Grundahl, F., Triviño Hage, A., et al. 2013, *J. Phys. Conf. Ser.*, **440**, 012051
- Pandas development team 2020, *Pandas-dev/pandas: Pandas*
- Pesnell, W. D., Thompson, B. J., & Chamberlin, P. C. 2012, *Sol. Phys.*, **275**, 3
- Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, *J. Astron. Telescopes Instrum. Syst.*, **1**, 014003
- Salabert, D., Fossat, E., Gelly, B., et al. 2002, *A&A*, **390**, 717
- Salabert, D., Jiménez-Reyes, S. J., & Tomczyk, S. 2003, *A&A*, **408**, 729
- Salabert, D., Fossat, E., Gelly, B., et al. 2004, *A&A*, **413**, 1135
- Salabert, D., García, R. A., & Turck-Chièze, S. 2015, *A&A*, **578**, A137
- Salabert, D., Turck-Chièze, S., Barrière, J. C., et al. 2009, in *Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio- and Asteroseismology: GONG 2008/SOHO 21*, eds. M. Dikpati, T. Arentoft, I. González Hernández, C. Lindsey, & F. Hill, *ASP Conf. Ser.*, **416**, 341
- Scherrer, P. H., & Gough, D. O. 2019, *ApJ*, **877**, 42
- Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., et al. 1995, *Sol. Phys.*, **162**, 129
- Scherrer, P. H., Schou, J., Bush, R. I., et al. 2012, *Sol. Phys.*, **275**, 207
- Schunker, H., Schou, J., Gaulme, P., & Gizon, L. 2018, *Sol. Phys.*, **293**, 95
- Severnyi, A. B., Kotov, V. A., & Tsap, T. T. 1976, *Nature*, **259**, 87
- Sokal, A. 1997, in *Monte Carlo Methods in Statistical Mechanics: Foundations and New Algorithms*, eds. C. DeWitt-Morette, P. Cartier, & A. Folacci (Boston, MA: Springer, US), 131
- Toutain, T., & Appourchaux, T. 1994, *A&A*, **289**, 649
- Turck-Chièze, S., García, R. A., Couvidat, S., et al. 2004, *ApJ*, **604**, 455
- Turck-Chièze, S., Mathur, S., Ballot, J., et al. 2008, *J. Phys. Conf. Ser.*, **118**, 012044
- Ulrich, R. K. 1970, *ApJ*, **162**, 993
- Van Rossum, G., & Drake, F. L. 2009, *Python 3 Reference Manual* (Scotts Valley, CA: CreateSpace)
- Vieu, T., Martínez González, M. J., Pastor Yabar, A., & Asensio Ramos, A. 2017, *MNRAS*, **465**, 4414
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., et al. 2020, *Nat. Methods*, **17**, 261
- Woodard, M. F. 1984, Ph.D. Thesis, University of California, San Diego, USA
- Woodard, M. F., & Noyes, R. W. 1985, *Nature*, **318**, 449

Appendix A: Fitting results for GOLF and Solar-SONG

The full summary of the GOLF and Solar-SONG fits performed for this work is presented in this section. Table A.1 presents the mode parameters obtained with GOLF, Table A.2 the mode parameters obtained with GOLF when applying a Solar-SONG-like window and Table A.3 the mode parameters obtained with Solar-SONG.

Table A.1. Parameters of the modes fitted in the GOLF spectrum.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
14	1	2156.56 ^{+1.01} _{-0.61}	7.87×10^{-4} $+1.26 \times 10^{-2}$ -7.80×10^{-4}	0.09 ^{+0.54} _{-0.09}	> 6
14	2	2217.25 ^{+3.47} _{-2.94}	6.75×10^{-5} $+3.29 \times 10^{-3}$ -6.73×10^{-5}	0.00 ^{+0.68} _{-0.00}	0.16
15	0	2228.57 ^{+6.54} _{-4.21}	6.00×10^{-5} $+3.96 \times 10^{-3}$ -5.98×10^{-5}	0.00 ^{+0.49} _{-0.00}	> 6
15	1	2292.30 ^{+0.34} _{-0.32}	1.44×10^{-3} $+3.13 \times 10^{-4}$ -7.66×10^{-4}	1.15 ^{+0.83} _{-0.59}	> 6
16	1	2425.61 ^{+0.40} _{-0.42}	1.12×10^{-3} $+2.78 \times 10^{-3}$ -6.10×10^{-4}	1.19 ^{+0.96} _{-0.66}	> 6
16	2	2485.79 ^{+0.36} _{-0.44}	8.96×10^{-4} $+2.85 \times 10^{-3}$ -4.94×10^{-4}	1.37 ^{+1.94} _{-0.95}	5.92
17	0	2496.23 ^{+0.39} _{-0.49}	8.52×10^{-4} $+1.86 \times 10^{-3}$ -4.24×10^{-4}	1.78 ^{+1.71} _{-1.11}	> 6
16	3	2540.76 ^{+0.54} _{-0.55}	4.98×10^{-4} $+2.23 \times 10^{-3}$ -3.73×10^{-4}	0.77 ^{+1.29} _{-0.66}	2.33
17	1	2558.96 ^{+0.22} _{-0.20}	7.41×10^{-3} $+2.03 \times 10^{-2}$ -4.16×10^{-3}	0.78 ^{+0.50} _{-0.40}	> 6
17	2	2619.30 ^{+0.21} _{-0.22}	7.01×10^{-3} $+2.18 \times 10^{-2}$ -4.00×10^{-3}	0.74 ^{+0.53} _{-0.40}	> 6
18	0	2629.42 ^{+0.33} _{-0.33}	2.26×10^{-3} $+3.52 \times 10^{-3}$ -1.10×10^{-3}	1.34 ^{+0.86} _{-0.60}	> 6
17	3	2675.06 ^{+6.00} _{-3.94}	1.44×10^{-4} $+2.01 \times 10^{-3}$ -1.44×10^{-4}	0.02 ^{+0.14} _{-0.02}	0.97
18	1	2693.39 ^{+0.18} _{-0.20}	1.65×10^{-2} $+5.11 \times 10^{-2}$ -9.51×10^{-3}	0.68 ^{+0.44} _{-0.36}	> 6
18	2	2754.44 ^{+0.20} _{-0.20}	1.07×10^{-2} $+1.21 \times 10^{-2}$ -5.23×10^{-3}	0.87 ^{+0.42} _{-0.30}	> 6
19	0	2764.35 ^{+0.20} _{-0.21}	7.60×10^{-3} $+1.16 \times 10^{-2}$ -3.94×10^{-3}	0.82 ^{+0.49} _{-0.34}	> 6
18	3	2811.52 ^{+0.47} _{-0.47}	4.97×10^{-4} $+9.50 \times 10^{-4}$ -2.67×10^{-4}	1.51 ^{+1.41} _{-0.87}	> 6
19	1	2828.19 ^{+0.19} _{-0.20}	1.36×10^{-2} $+1.93 \times 10^{-2}$ -6.79×10^{-3}	0.88 ^{+0.45} _{-0.34}	> 6
19	2	2889.57 ^{+0.27} _{-0.26}	6.41×10^{-3} $+7.97 \times 10^{-3}$ -2.85×10^{-3}	1.45 ^{+0.66} _{-0.55}	> 6
20	0	2898.94 ^{+0.19} _{-0.20}	9.46×10^{-3} $+1.79 \times 10^{-2}$ -5.09×10^{-3}	0.72 ^{+0.45} _{-0.32}	> 6
19	3	2946.68 ^{+0.52} _{-0.48}	1.08×10^{-3} $+9.82 \times 10^{-4}$ -4.17×10^{-4}	2.72 ^{+1.40} _{-1.02}	> 6
20	1	2963.01 ^{+0.21} _{-0.22}	1.80×10^{-2} $+2.58 \times 10^{-2}$ -8.65×10^{-3}	1.06 ^{+0.50} _{-0.41}	> 6
20	2	3024.69 ^{+0.30} _{-0.28}	7.55×10^{-3} $+9.10 \times 10^{-3}$ -3.28×10^{-3}	1.55 ^{+0.71} _{-0.58}	> 6
21	0	3033.76 ^{+0.18} _{-0.19}	2.43×10^{-2} $+3.66 \times 10^{-2}$ -1.24×10^{-2}	0.78 ^{+0.41} _{-0.29}	> 6
20	3	3082.84 ^{+0.45} _{-0.46}	1.33×10^{-3} $+1.18 \times 10^{-3}$ -5.11×10^{-4}	2.74 ^{+1.34} _{-1.00}	> 6
21	1	3098.37 ^{+0.21} _{-0.22}	2.09×10^{-2} $+3.02 \times 10^{-2}$ -9.96×10^{-3}	1.09 ^{+0.49} _{-0.42}	> 6
21	2	3160.00 ^{+0.31} _{-0.29}	6.12×10^{-3} $+1.06 \times 10^{-2}$ -3.05×10^{-3}	1.24 ^{+0.83} _{-0.58}	> 6
22	0	3168.26 ^{+0.19} _{-0.20}	2.41×10^{-2} $+3.11 \times 10^{-2}$ -1.19×10^{-2}	0.86 ^{+0.44} _{-0.32}	> 6
21	3	3217.81 ^{+0.57} _{-0.55}	9.81×10^{-4} $+7.69 \times 10^{-4}$ -3.53×10^{-4}	3.28 ^{+1.50} _{-1.16}	> 6
21	1	3233.12 ^{+0.26} _{-0.26}	1.54×10^{-2} $+1.65 \times 10^{-2}$ -6.34×10^{-3}	1.67 ^{+0.62} _{-0.56}	> 6
22	2	3295.47 ^{+0.37} _{-0.34}	6.73×10^{-3} $+6.99 \times 10^{-3}$ -2.76×10^{-3}	1.95 ^{+0.92} _{-0.72}	> 6
23	0	3304.00 ^{+0.25} _{-0.25}	1.18×10^{-2} $+1.60 \times 10^{-2}$ -5.67×10^{-3}	1.15 ^{+0.71} _{-0.49}	> 6
22	3	3353.27 ^{+1.24} _{-0.80}	3.91×10^{-4} $+4.70 \times 10^{-4}$ -1.84×10^{-4}	3.70 ^{+2.63} _{-2.82}	3.75
23	1	3367.99 ^{+0.34} _{-0.36}	9.42×10^{-3} $+7.74 \times 10^{-3}$ -3.43×10^{-3}	2.53 ^{+0.90} _{-0.78}	> 6
23	2	3430.96 ^{+0.75} _{-0.60}	3.87×10^{-3} $+3.15 \times 10^{-3}$ -1.35×10^{-3}	3.24 ^{+1.72} _{-1.38}	> 6
24	0	3438.61 ^{+0.41} _{-0.56}	5.84×10^{-3} $+6.14 \times 10^{-3}$ -2.43×10^{-3}	2.01 ^{+1.24} _{-0.86}	> 6
23	3	3489.45 ^{+0.89} _{-0.68}	6.45×10^{-4} $+6.05 \times 10^{-4}$ -2.35×10^{-4}	3.94 ^{+2.55} _{-2.26}	> 6
24	1	3504.45 ^{+0.44} _{-0.45}	5.27×10^{-3} $+3.30 \times 10^{-3}$ -1.71×10^{-3}	3.49 ^{+1.09} _{-0.93}	> 6
24	2	3566.53 ^{+0.24} _{-0.21}	7.12×10^{-3} $+5.77 \times 10^{-3}$ -3.40×10^{-3}	0.85 ^{+0.62} _{-0.31}	> 6
25	0	3574.54 ^{+0.69} _{-0.73}	1.74×10^{-3} $+1.14 \times 10^{-3}$ -5.58×10^{-4}	4.25 ^{+1.91} _{-1.51}	> 6
24	3	3626.70 ^{+1.06} _{-1.51}	2.40×10^{-4} $+3.72 \times 10^{-4}$ -2.39×10^{-4}	1.81 ^{+4.25} _{-1.81}	1.87
25	1	3640.23 ^{+0.49} _{-0.50}	2.98×10^{-3} $+2.33 \times 10^{-3}$ -1.04×10^{-3}	3.42 ^{+1.70} _{-1.27}	> 6
25	2	3703.51 ^{+1.18} _{-1.08}	1.30×10^{-3} $+8.03 \times 10^{-4}$ -4.52×10^{-4}	4.76 ^{+2.09} _{-2.12}	> 6

Table A.1. Continued.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
26	0	3712.14 ^{+0.72} _{-1.57}	1.14×10^{-3} $+8.84 \times 10^{-4}$ -4.32×10^{-4}	4.99 ^{+2.12} _{-3.54}	> 6
25	3	3762.94 ^{+1.39} _{-1.34}	6.95×10^{-6} $+2.76 \times 10^{-4}$ -6.87×10^{-6}	0.00 ^{+0.49} _{-0.00}	0.44
26	1	3776.70 ^{+0.64} _{-0.67}	2.15×10^{-3} $+9.73 \times 10^{-4}$ -5.27×10^{-4}	5.63 ^{+1.41} _{-1.47}	> 6

Table A.2. Same as Table A.1 but for the GOLF spectrum obtained with the series multiplied by the Solar-SONG-like window.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
14	1	2156.62 ^{+1.21} _{-1.30}	1.22×10^{-3} $+2.11 \times 10^{-2}$ -1.21×10^{-3}	0.05 ^{+0.59} _{-0.05}	> 6
14	2	2216.78 ^{+3.75} _{-2.24}	3.26×10^{-4} $+8.14 \times 10^{-3}$ -3.25×10^{-4}	0.01 ^{+0.71} _{-0.01}	0.50
15	0	2228.28 ^{+5.29} _{-3.07}	4.48×10^{-4} $+5.51 \times 10^{-3}$ -4.47×10^{-4}	0.05 ^{+1.05} _{-0.05}	> 6
15	1	2292.62 ^{+0.30} _{-0.33}	1.27×10^{-3} $+1.06 \times 10^{-3}$ -5.14×10^{-4}	1.25 ^{+0.64} _{-0.47}	> 6
16	1	2426.08 ^{+0.19} _{-0.69}	1.47×10^{-3} $+6.18 \times 10^{-3}$ -7.77×10^{-4}	1.02 ^{+1.72} _{-0.83}	> 6
16	2	2484.91 ^{+1.01} _{-1.84}	1.42×10^{-3} $+3.53 \times 10^{-3}$ -1.38×10^{-3}	1.06 ^{+1.96} _{-1.06}	1.72
17	0	2496.71 ^{+5.07} _{-1.54}	9.31×10^{-4} $+5.37 \times 10^{-3}$ -3.39×10^{-4}	0.24 ^{+2.01} _{-0.24}	> 6
17	1	2558.99 ^{+0.18} _{-0.18}	4.63×10^{-3} $+3.99 \times 10^{-3}$ -1.66×10^{-3}	1.04 ^{+0.41} _{-0.32}	> 6
17	2	2619.03 ^{+0.29} _{-0.30}	7.76×10^{-3} $+2.98 \times 10^{-2}$ -6.06×10^{-3}	0.48 ^{+0.52} _{-0.44}	1.97
18	0	2630.51 ^{+2.80} _{-3.78}	3.54×10^{-4} $+6.62 \times 10^{-3}$ -3.54×10^{-4}	0.02 ^{+0.92} _{-0.02}	> 6
18	1	2693.69 ^{+0.16} _{-0.18}	7.32×10^{-3} $+6.02 \times 10^{-3}$ -2.80×10^{-3}	1.03 ^{+0.52} _{-0.40}	> 6
18	2	2754.27 ^{+0.91} _{-0.55}	5.70×10^{-3} $+8.40 \times 10^{-3}$ -3.91×10^{-3}	1.18 ^{+0.83} _{-0.81}	3.90
19	0	2764.90 ^{+0.48} _{-0.71}	5.09×10^{-3} $+9.18 \times 10^{-3}$ -3.96×10^{-3}	1.44 ^{+1.41} _{-0.88}	> 6
18	3	2811.30 ^{+1.43} _{-1.16}	2.60×10^{-5} $+1.58 \times 10^{-3}$ -2.58×10^{-5}	0.00 ^{+0.35} _{-0.00}	1.06
19	1	2828.25 ^{+0.20} _{-0.19}	7.71×10^{-3} $+4.48 \times 10^{-3}$ -2.41×10^{-3}	1.44 ^{+0.44} _{-0.37}	> 6
19	2	2889.99 ^{+0.11} _{-0.11}	6.94×10^{-3} $+3.07 \times 10^{-3}$ -4.32×10^{-3}	0.42 ^{+1.86} _{-0.36}	> 6
20	0	2899.28 ^{+0.31} _{-0.27}	6.52×10^{-3} $+8.88 \times 10^{-3}$ -3.10×10^{-3}	1.02 ^{+0.68} _{-0.52}	> 6
19	3	2946.46 ^{+0.54} _{-0.52}	1.40×10^{-3} $+1.23 \times 10^{-3}$ -6.01×10^{-4}	1.88 ^{+1.19} _{-0.90}	5.84
20	1	2962.95 ^{+0.18} _{-0.18}	1.18×10^{-2} $+6.82 \times 10^{-3}$ -3.65×10^{-3}	1.46 ^{+0.46} _{-0.41}	> 6
20	2	3024.14 ^{+0.25} _{-0.26}	1.50×10^{-2} $+1.45 \times 10^{-2}$ -6.22×10^{-3}	1.18 ^{+0.49} _{-0.41}	> 6
21	0	3033.66 ^{+0.20} _{-0.18}	2.61×10^{-2} $+4.34 \times 10^{-2}$ -1.34×10^{-2}	0.56 ^{+0.42} _{-0.27}	> 6
20	3	3082.76 ^{+0.81} _{-0.80}	1.22×10^{-3} $+7.56 \times 10^{-4}$ -4.59×10^{-4}	3.43 ^{+1.62} _{-1.26}	5.70
21	1	3098.64 ^{+0.17} _{-0.18}	1.67×10^{-2} $+1.06 \times 10^{-2}$ -5.34×10^{-3}	1.34 ^{+0.45} _{-0.40}	> 6
21	2	3159.64 ^{+0.49} _{-0.53}	4.21×10^{-3} $+3.66 \times 10^{-3}$ -1.70×10^{-3}	2.22 ^{+1.31} _{-1.00}	> 6
22	0	3168.30 ^{+0.23} _{-0.22}	1.63×10^{-2} $+1.83 \times 10^{-2}$ -6.91×10^{-3}	1.05 ^{+0.60} _{-0.44}	> 6
21	3	3218.70 ^{+0.30} _{-1.66}	1.12×10^{-3} $+1.02 \times 10^{-2}$ -1.12×10^{-3}	0.08 ^{+0.88} _{-0.08}	2.04
22	1	3233.12 ^{+0.27} _{-0.28}	1.03×10^{-2} $+4.29 \times 10^{-3}$ -2.70×10^{-3}	2.34 ^{+0.63} _{-0.54}	> 6
22	2	3295.79 ^{+0.81} _{-0.92}	2.66×10^{-3} $+1.57 \times 10^{-3}$ -9.31×10^{-4}	4.24 ^{+1.94} _{-1.70}	4.81
23	0	3304.16 ^{+0.19} _{-0.22}	2.00×10^{-2} $+2.67 \times 10^{-2}$ -9.90×10^{-3}	0.79 ^{+0.61} _{-0.35}	> 6
22	3	3353.68 ^{+1.34} _{-1.37}	2.48×10^{-5} $+8.88 \times 10^{-4}$ -2.46×10^{-5}	0.00 ^{+0.27} _{-0.00}	1.10
23	1	3368.36 ^{+0.28} _{-0.29}	8.39×10^{-3} $+3.14 \times 10^{-3}$ -2.05×10^{-3}	3.01 ^{+0.73} _{-0.65}	> 6
23	2	3429.81 ^{+0.95} _{-0.63}	3.28×10^{-3} $+1.83 \times 10^{-3}$ -1.17×10^{-3}	5.42 ^{+1.85} _{-3.83}	4.11
24	0	3438.40 ^{+0.52} _{-0.79}	3.89×10^{-3} $+7.26 \times 10^{-3}$ -2.35×10^{-3}	2.10 ^{+3.06} _{-1.91}	> 6
23	3	3489.34 ^{+0.79} _{-0.57}	1.37×10^{-3} $+3.03 \times 10^{-3}$ -1.36×10^{-3}	0.59 ^{+1.21} _{-0.59}	2.10
24	1	3504.99 ^{+0.58} _{-0.64}	4.02×10^{-3} $+1.43 \times 10^{-3}$ -9.49×10^{-4}	4.84 ^{+1.43} _{-1.15}	> 6
24	2	3566.21 ^{+0.21} _{-0.31}	8.76×10^{-3} $+1.03 \$		

Table A.2. Continued.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$	
25	3	$3762.95^{+1.38}_{-1.34}$	8.53×10^{-6}	$+4.60 \times 10^{-4}$ -8.39×10^{-6}	$0.00^{+0.17}_{-0.00}$	-0.09
26	1	$3778.16^{+0.43}_{-0.54}$	2.21×10^{-3}	$+9.78 \times 10^{-4}$ -6.25×10^{-4}	$4.20^{+1.62}_{-1.22}$	> 6

Table A.3. Same as Table A.1, but for Solar-SONG spectrum.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$	
11	1	$1749.70^{+1.38}_{-0.64}$	1.29×10^{-4}	$+9.50 \times 10^{-5}$ -6.47×10^{-5}	$4.87^{+6.68}_{-3.66}$	> 6
12	0	$1821.74^{+0.55}_{-0.48}$	2.05×10^{-4}	$+2.81 \times 10^{-4}$ -1.38×10^{-4}	$1.59^{+2.11}_{-1.38}$	2.84
12	1	$1884.92^{+0.26}_{-0.16}$	5.50×10^{-4}	$+2.27 \times 10^{-3}$ -3.51×10^{-4}	$0.73^{+1.51}_{-0.56}$	5.09
12	2	$1946.35^{+0.12}_{-2.68}$	1.83×10^{-3}	$+1.11 \times 10^{-2}$ -1.57×10^{-3}	$0.09^{+0.44}_{-0.08}$	2.46
13	0	$1956.02^{+1.89}_{-0.83}$	1.93×10^{-4}	$+4.69 \times 10^{-5}$ -9.03×10^{-5}	$2.50^{+2.09}_{-2.29}$	5.97
13	3	$2137.99^{+5.30}_{-1.80}$	5.29×10^{-5}	$+6.25 \times 10^{-5}$ -2.93×10^{-5}	$5.83^{+14.65}_{-3.66}$	3.85
14	1	$2156.88^{+0.39}_{-0.37}$	2.99×10^{-4}	$+2.01 \times 10^{-4}$ -1.16×10^{-4}	$2.25^{+1.73}_{-0.93}$	5.46
15	0	$2228.84^{+0.28}_{-0.28}$	8.42×10^{-4}	$+5.69 \times 10^{-4}$ -2.95×10^{-4}	$2.04^{+0.80}_{-0.62}$	> 6
14	3	$2273.12^{+0.33}_{-0.35}$	2.54×10^{-4}	$+2.74 \times 10^{-4}$ -1.19×10^{-4}	$1.19^{+1.00}_{-0.55}$	> 6
15	1	$2291.96^{+0.22}_{-0.22}$	9.70×10^{-4}	$+5.54 \times 10^{-4}$ -3.18×10^{-3}	$1.78^{+0.60}_{-0.48}$	> 6
15	2	$2352.09^{+0.51}_{-0.56}$	1.98×10^{-3}	$+1.87 \times 10^{-3}$ -9.06×10^{-4}	$1.44^{+0.63}_{-0.55}$	> 6
16	0	$2362.11^{+0.65}_{-0.98}$	5.98×10^{-4}	$+1.27 \times 10^{-3}$ -4.86×10^{-4}	$1.08^{+0.89}_{-1.04}$	> 6
16	1	$2425.13^{+0.42}_{-0.45}$	6.65×10^{-4}	$+3.23 \times 10^{-4}$ -2.03×10^{-4}	$3.28^{+1.35}_{-1.05}$	> 6
16	2	$2484.81^{+1.25}_{-1.83}$	1.10×10^{-3}	$+3.87 \times 10^{-3}$ -9.87×10^{-4}	$2.24^{+3.97}_{-1.93}$	2.69
17	0	$2496.32^{+0.37}_{-0.44}$	1.94×10^{-3}	$+1.86 \times 10^{-3}$ -1.24×10^{-3}	$1.83^{+1.04}_{-0.68}$	> 6
16	3	$2541.18^{+0.69}_{-0.61}$	3.26×10^{-4}	$+1.57 \times 10^{-4}$ -9.86×10^{-5}	$3.99^{+1.74}_{-1.24}$	> 6
17	1	$2558.99^{+0.18}_{-0.18}$	3.51×10^{-3}	$+1.74 \times 10^{-3}$ -1.02×10^{-3}	$1.60^{+0.44}_{-0.37}$	> 6
17	2	$2619.22^{+0.42}_{-0.29}$	9.77×10^{-3}	$+1.66 \times 10^{-2}$ -8.02×10^{-3}	$0.95^{+0.82}_{-0.51}$	3.45
18	0	$2630.22^{+0.57}_{-1.48}$	8.72×10^{-4}	$+5.03 \times 10^{-3}$ -5.18×10^{-4}	$3.25^{+2.71}_{-1.91}$	> 6
17	3	$2675.37^{+0.29}_{-0.26}$	1.16×10^{-3}	$+7.03 \times 10^{-4}$ -3.97×10^{-4}	$1.84^{+0.72}_{-0.55}$	> 6
18	1	$2693.40^{+0.17}_{-0.17}$	5.83×10^{-3}	$+3.00 \times 10^{-3}$ -1.71×10^{-3}	$1.54^{+0.40}_{-0.35}$	> 6
18	2	$2754.96^{+0.38}_{-0.56}$	1.26×10^{-2}	$+1.38 \times 10^{-2}$ -6.04×10^{-3}	$1.05^{+0.49}_{-0.39}$	> 6
19	0	$2765.04^{+0.24}_{-0.30}$	9.13×10^{-3}	$+1.25 \times 10^{-2}$ -5.53×10^{-3}	$0.86^{+0.47}_{-0.35}$	> 6
18	3	$2811.24^{+0.46}_{-0.48}$	7.63×10^{-4}	$+4.29 \times 10^{-4}$ -2.55×10^{-4}	$3.36^{+1.56}_{-1.04}$	> 6
19	1	$2828.02^{+0.19}_{-0.19}$	5.95×10^{-3}	$+2.91 \times 10^{-3}$ -1.71×10^{-3}	$1.71^{+0.44}_{-0.38}$	> 6
19	2	$2889.39^{+0.48}_{-0.65}$	8.61×10^{-3}	$+5.81 \times 10^{-3}$ -3.10×10^{-3}	$2.34^{+0.73}_{-0.63}$	> 6
20	0	$2899.11^{+0.34}_{-0.35}$	5.04×10^{-3}	$+1.21 \times 10^{-2}$ -3.56×10^{-3}	$0.71^{+0.79}_{-0.57}$	> 6
19	3	$2947.19^{+0.36}_{-0.34}$	1.84×10^{-3}	$+9.24 \times 10^{-4}$ -5.56×10^{-4}	$2.44^{+0.83}_{-0.64}$	> 6
20	1	$2963.07^{+0.16}_{-0.16}$	1.11×10^{-2}	$+6.23 \times 10^{-3}$ -3.42×10^{-3}	$1.37^{+0.37}_{-0.33}$	> 6
20	2	$3024.12^{+0.30}_{-0.31}$	2.13×10^{-2}	$+1.57 \times 10^{-2}$ -8.18×10^{-3}	$1.70^{+0.60}_{-0.51}$	> 6
21	0	$3033.63^{+0.34}_{-0.22}$	1.31×10^{-2}	$+2.49 \times 10^{-2}$ -6.78×10^{-3}	$0.80^{+0.73}_{-0.47}$	> 6
20	3	$3082.99^{+0.51}_{-0.52}$	1.24×10^{-3}	$+6.00 \times 10^{-4}$ -6.75×10^{-4}	$3.64^{+1.40}_{-0.98}$	> 6
21	1	$3098.54^{+0.16}_{-0.17}$	1.15×10^{-2}	$+6.75 \times 10^{-3}$ -3.66×10^{-3}	$1.38^{+0.41}_{-0.35}$	> 6
21	2	$3159.98^{+0.30}_{-0.34}$	1.03×10^{-2}	$+7.78 \times 10^{-3}$ -3.79×10^{-3}	$1.66^{+0.77}_{-0.59}$	> 6
22	0	$3168.33^{+0.25}_{-0.22}$	2.05×10^{-2}	$+1.10 \times 10^{-2}$ -4.25×10^{-3}	$1.13^{+0.55}_{-0.45}$	> 6
21	3	$3218.43^{+0.36}_{-0.41}$	1.00×10^{-3}	$+1.43 \times 10^{-3}$ -7.60×10^{-4}	$2.09^{+0.97}_{-0.70}$	> 6
22	1	$3233.19^{+0.27}_{-0.28}$	6.92×10^{-3}	$+2.76 \times 10^{-3}$ -1.77×10^{-3}	$2.59^{+0.65}_{-0.54}$	> 6
22	2	$3295.56^{+0.72}_{-0.85}$	5.23×10^{-3}	$+2.74 \times 10^{-3}$ -1.61×10^{-3}	$4.39^{+1.60}_{-1.33}$	5.41
23	0	$3304.19^{+0.27}_{-0.28}$	9.55×10^{-3}	$+1.38 \times 10^{-2}$ -4.84×10^{-3}	$0.99^{+0.92}_{-0.48}$	> 6
22	3	$3352.78^{+0.81}_{-0.60}$	8.19×10^{-4}	$+4.39 \times 10^{-4}$ -2.60×10^{-4}	$4.18^{+1.99}_{-1.41}$	> 6
23	1	$3368.58^{+0.20}_{-0.21}$	7.37×10^{-3}	$+3.74 \times 10^{-3}$ -2.20×10^{-3}	$1.76^{+0.52}_{-0.43}$	> 6
23	2	$3429.70^{+0.75}_{-0.56}$	5.34×10^{-3}	$+2.03 \times 10^{-3}$ -1.21×10^{-3}	$6.09^{+1.29}_{-2.10}$	0.26
24	0	$3438.58^{+1.57}_{-0.99}$	1.08×10^{-3}	$+4.99 \times 10^{-3}$ -1.07×10^{-3}	$0.14^{+4.11}_{-0.14}$	0.26

Table A.3. Continued.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$	
23	3	$3489.57^{+0.45}_{-0.49}$	9.40×10^{-4}	$+9.32 \times 10^{-4}$ -4.59×10^{-4}	$2.03^{+1.42}_{-0.93}$	> 6
24	1	$3504.93^{+0.55}_{-0.61}$	2.44×10^{-3}	$+8.29 \times 10^{-4}$ -5.58×10^{-4}	$4.57^{+1.36}_{-1.03}$	> 6
24	2	$3566.33^{+0.37}_{-0.41}$	5.92×10^{-3}	$+4.57 \times 10^{-3}$ -2.00×10^{-3}	$3.32^{+1.63}_{-2.06}$	2.69
25	0	$3574.31^{+1.64}_{-0.98}$	5.93×10^{-4}	$+1.16 \times 10^{-3}$ -5.91×10^{-4}	$0.38^{+5.44}_{-0.38}$	2.69
24	3	$3626.45^{+1.20}_{-1.45}$	4.59×10^{-4}	$+1.94 \times 10^{-4}$ -1.39×10^{-4}	$6.21^{+1.25}_{-1.77}$	> 6
25	1	$3639.53^{+0.55}_{-0.51}$	1.27×10^{-3}	$+6.14 \times 10^{-4}$ -3.68×10^{-4}	$4.25^{+1.91}_{-1.38}$	> 6
25	2	$3704.25^{+0.94}_{-1.66}$	1.52×10^{-3}	$+7.30 \times 10^{-4}$ -1.45×10^{-3}	$5.56^{+1.82}_{-5.54}$	-0.10
26	0	$3710.29^{+2.18}_{-0.94}$	7.66×10^{-4}	$+5.11 \times 10^{-4}$ -7.50×10^{-4}	$4.57^{+2.81}_{-4.57}$	0.41
25	3	$3762.77^{+1.53}_{-1.30}$	1.14×10^{-4}	$+2.52 \times 10^{-4}$ -1.13×10^{-4}	$0.11^{+6.28}_{-0.11}$	1.54
26	1	$3776.68^{+1.12}_{-1.04}$	8.64×10^{-4}	$+1.86 \times 10^{-4}$ -1.53×10^{-4}	$7.14^{+0.64}_{-1.33}$	4.01

Appendix B: Comparison with HMI and BiSON

Here, the study of the contemporaneous HMI and BiSON 30-day series (spanning from from 3 June to 2 July) is performed and compared to the Solar-SONG data similar to what was done in Sect. 3. The BiSON subseries are extracted from the January 1976 to March 2020 optimised-for-fill time series⁷, while the considered HMI time series is obtained from the $\ell = 0$ reduction of the HMI full-disk Dopplergrams⁸ (Larson & Schou 2015). The duty cycle of the complete BiSON series is 63.5% while it is 100% for HMI. For each instrument we did two analyses, one with the original duty cycle and the other using the Solar-SONG observational window function (that is by simply multiplying the time series with the Solar-SONG window function). As the duty cycle of the considered BiSON time series is significantly below 90%, we used the method described in Sect. 3.2 to fit the PSD of this time series, similarly to what was done for all the time series with the Solar-SONG observational window. Table B.1 compares the mean power value in the 1000-1500 μHz region and the power ratio in the 2000-3500 μHz and 1700-2200 μHz regions as explained in Sect. 4. Figure B.1 shows the four échelle diagrams. HMI- and BiSON-fitted heights and widths are represented together with the values fitted for GOLF and Solar-SONG in Figs. B.2 and B.3, respectively. All the fitted parameters, uncertainties and the corresponding $\ln K$ are summarised in Tables B.2, B.3, B.4, and B.5, respectively.

We note that the mode heights in HMI are significantly lower than for the other instruments, which is expected as we considered only the $\ell = 0$ time series. For both HMI and BiSON, the ratio between the mean power density in the 2000-3500 μHz region and the mean power density in the 1000-1500 μHz region is close to the 9.8 value obtained with Solar-SONG and well above the 3.6 value of GOLF in 2018. The ratio between the mean power density in the 1700-2200 μHz region and the mean power density in the 1000-1500 μHz region is also similar for the four instruments: 1.3, 0.9, 1.1, and 1.0 for Solar-SONG, GOLF, BiSON, and HMI, respectively. The characterisation of modes below 1700 μHz is only possible using HMI data. The $n = 11$, $\ell = 0$ mode was properly fitted, and a frequency of $1686.73 \pm 0.14 \mu\text{Hz}$ was obtained.

⁷ Available on the BiSON website at:<http://bison.ph.bham.ac.uk/portal/timeseries>⁸ Available at:<http://jsoc.stanford.edu/HMI/Dopplergrams.html>

Table B.1. Mean power and mean power ratios for each considered instrument.

	Solar-SONG	GOLF	BiSON	HMI
$\langle \text{PSD}_{1000-1500\mu\text{Hz}} \rangle$ ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}$)	29.1	104	40.9	5.0
$\frac{\langle \text{PSD}_{2000-3500\mu\text{Hz}} \rangle}{\langle \text{PSD}_{1000-1500\mu\text{Hz}} \rangle}$	9.8	3.6	10.6	10.9
$\frac{\langle \text{PSD}_{1700-2200\mu\text{Hz}} \rangle}{\langle \text{PSD}_{1000-1500\mu\text{Hz}} \rangle}$	1.3	0.9	1.1	1.0

Notes. The mean power is computed in the 1000-1500 μHz region. The mean power ratios are computed considering the 2000-3500 μHz and 1700-2200 μHz regions. The values are given for the 30-day time series spanning from 3 June to 2 July.

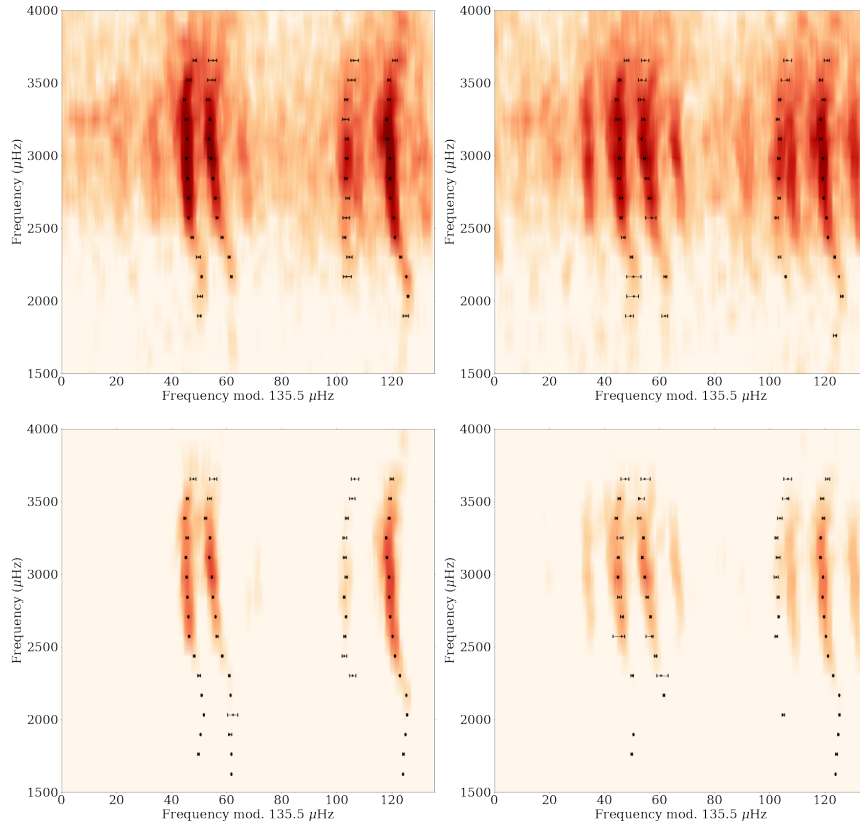


Fig. B.1. Échelle diagram for BiSON (*top left*), BiSON with a Solar-SONG-like observational window (*top right*), HMI (*bottom left*) and HMI with a Solar-SONG-like observational window (*bottom right*). Fitted modes frequencies are represented in black.

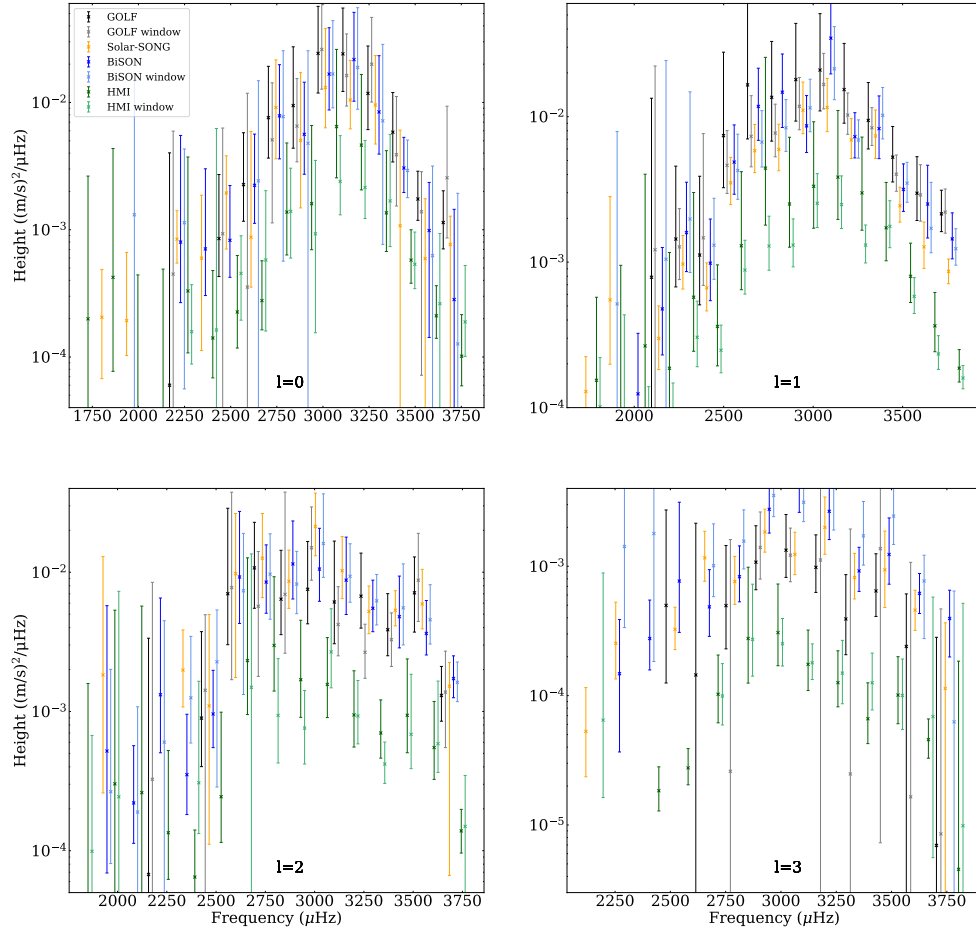


Fig. B.2. Heights, H , of the fitted modes for GOLF (black), GOLF with the Solar-SONG window (grey), Solar-SONG (orange), BiSON (blue), BiSON with the Solar-SONG window (light blue), HMI (green), and HMI with the Solar-SONG window (light green) spectra. The horizontal position of the markers has been slightly shifted for visualisation convenience.

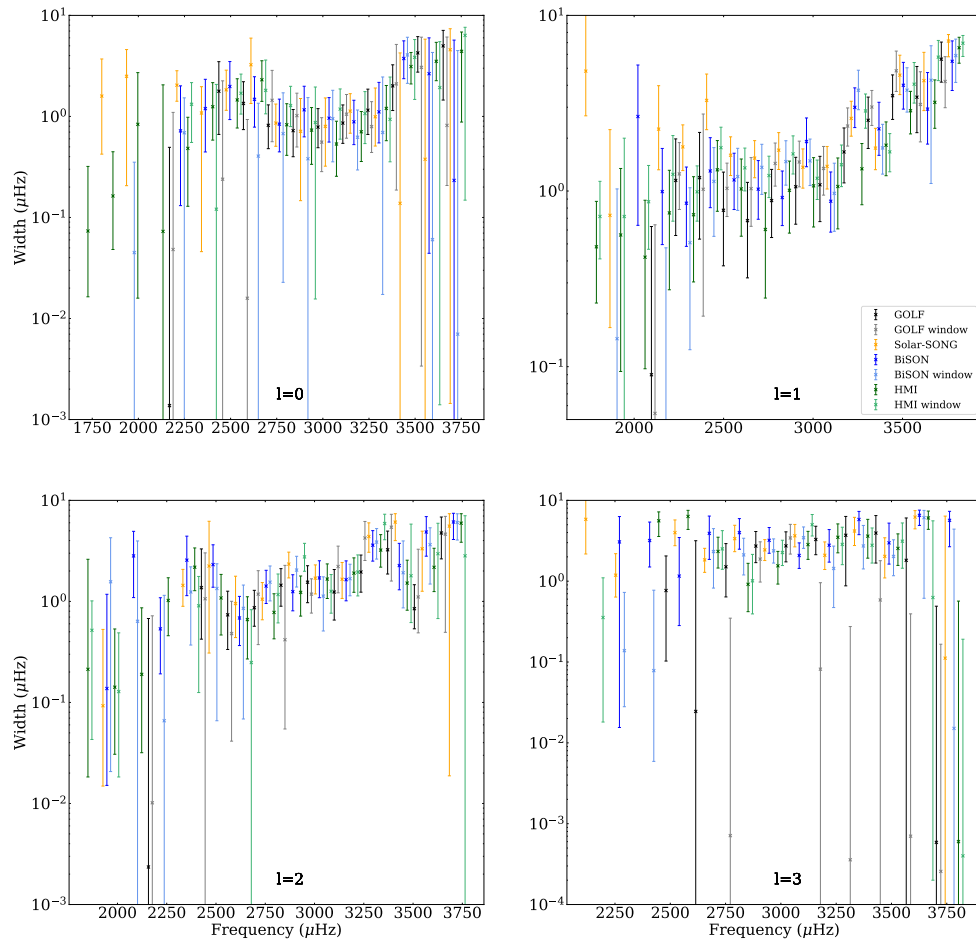


Fig. B.3. Same as in Fig. B.2 but for mode widths, Γ .

Table B.2. Parameters of the modes fitted in the BiSON spectrum.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
12	2	1946.31 ^{+0.16} _{-1.00}	5.20×10^{-4} ^{+5.23×10⁻³} _{-4.50×10⁻⁴}	0.14 ^{+1.04} _{-0.12}	2.29
13	1	2021.10 ^{+0.88} _{-1.08}	1.24×10^{-4} ^{+2.00×10⁻⁴} _{-6.28×10⁻⁵}	2.66 ^{+2.56} _{-2.02}	> 6
13	2	2081.79 ^{+0.80} _{-1.00}	2.20×10^{-4} ^{+3.48×10⁻⁴} _{-1.07×10⁻⁴}	2.82 ^{+2.12} _{-1.73}	3.73
14	1	2157.22 ^{+0.37} _{-0.36}	4.77×10^{-4} ^{+7.83×10⁻⁴} _{-2.47×10⁻⁴}	0.99 ^{+0.76} _{-0.50}	> 6
14	2	2217.60 ^{+0.21} _{-0.25}	1.32×10^{-3} ^{+5.21×10⁻³} _{-8.13×10⁻⁴}	0.53 ^{+0.55} _{-0.34}	> 6
15	0	2228.39 ^{+0.29} _{-0.29}	7.99×10^{-4} ^{+4.71×10⁻³} _{-5.32×10⁻⁴}	0.72 ^{+1.29} _{-0.59}	> 6
14	3	2270.21 ^{+1.81} _{-1.14}	1.48×10^{-4} ^{+2.40×10⁻⁴} _{-1.11×10⁻⁴}	3.06 ^{+3.24} _{-3.05}	2.34
15	1	2292.02 ^{+0.20} _{-0.19}	1.60×10^{-3} ^{+1.95×10⁻⁴} _{+6.03×10⁻⁴}	0.85 ^{+0.52} _{-0.37}	> 6
15	2	2351.95 ^{+0.60} _{-0.79}	3.52×10^{-4} ^{+2.30×10⁻³} _{-1.70×10⁻⁴}	2.56 ^{+1.86} _{-1.42}	4.42
16	0	2363.02 ^{+0.38} _{-0.41}	7.07×10^{-4} ^{+2.30×10⁻³} _{-4.03×10⁻⁴}	1.20 ^{+1.14} _{-0.75}	> 6
15	3	2406.72 ^{+0.99} _{-0.92}	2.77×10^{-4} ^{+2.72×10⁻⁴} _{-1.19×10⁻⁴}	3.19 ^{+2.20} _{-1.69}	3.62
16	1	2425.37 ^{+0.40} _{-0.38}	9.84×10^{-4} ^{+9.95×10⁻⁴} _{-4.40×10⁻⁴}	1.30 ^{+0.71} _{-0.50}	> 6
16	2	2485.03 ^{+0.47} _{-0.44}	9.60×10^{-4} ^{+1.02×10⁻³} _{-4.10×10⁻⁴}	2.31 ^{+1.32} _{-0.93}	> 6
17	0	2495.90 ^{+0.39} _{-0.42}	8.26×10^{-4} ^{+1.40×10⁻³} _{-4.03×10⁻⁴}	1.98 ^{+1.51} _{-1.05}	> 6
16	3	2540.45 ^{+0.38} _{-0.67}	7.69×10^{-4} ^{+2.36×10⁻³} _{-4.61×10⁻⁴}	1.16 ^{+2.31} _{-0.87}	3.72
17	1	2558.69 ^{+0.23} _{-0.22}	4.87×10^{-3} ^{+3.90×10⁻³} _{-1.94×10⁻³}	1.16 ^{+0.48} _{-0.37}	> 6
17	2	2619.08 ^{+0.22} _{-0.18}	9.25×10^{-3} ^{+1.81×10⁻²} _{-4.96×10⁻³}	0.69 ^{+0.44} _{-0.32}	> 6
18	0	2629.37 ^{+0.39} _{-0.36}	2.23×10^{-3} ^{+3.41×10⁻³} _{-1.11×10⁻³}	1.48 ^{+1.00} _{-0.69}	> 6
17	3	2676.40 ^{+1.28} _{-1.13}	4.86×10^{-4} ^{+4.57×10⁻⁴} _{-1.98×10⁻⁴}	3.91 ^{+2.49} _{-2.05}	4.47
18	1	2693.64 ^{+0.18} _{-0.20}	1.18×10^{-2} ^{+9.77×10⁻³} _{-4.88×10⁻³}	1.02 ^{+0.47} _{-0.33}	> 6
18	2	2754.42 ^{+0.29} _{-0.28}	8.50×10^{-3} ^{+7.23×10⁻³} _{-3.42×10⁻³}	1.42 ^{+0.61} _{-0.46}	> 6
19	0	2764.30 ^{+0.23} _{-0.25}	7.85×10^{-3} ^{+1.20×10⁻²} _{-4.25×10⁻³}	0.84 ^{+0.64} _{-0.39}	> 6
18	3	2812.43 ^{+0.64} _{-0.77}	8.31×10^{-4} ^{+6.07×10⁻⁴} _{-3.00×10⁻⁴}	3.99 ^{+1.96} _{-1.50}	> 6
19	1	2827.83 ^{+0.20} _{-0.16}	1.47×10^{-2} ^{+1.22×10⁻²} _{-6.30×10⁻³}	0.92 ^{+0.38} _{-0.28}	> 6
19	2	2889.63 ^{+0.25} _{-0.29}	1.15×10^{-2} ^{+1.19×10⁻²} _{-5.05×10⁻³}	1.25 ^{+0.59} _{-0.44}	> 6
20	0	2898.82 ^{+0.33} _{-0.29}	5.62×10^{-3} ^{+8.81×10⁻³} _{-2.89×10⁻³}	1.16 ^{+0.83} _{-0.53}	> 6

Table B.2. Continued.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
19	3	2947.11 ^{+0.54} _{-0.50}	2.76×10^{-3} ^{+1.71×10⁻³} _{-9.51×10⁻⁴}	3.20 ^{+1.41} _{-0.99}	> 6
20	1	2963.22 ^{+0.30} _{-0.30}	8.64×10^{-3} ^{+5.31×10⁻³} _{-2.97×10⁻³}	1.91 ^{+0.69} _{-0.54}	> 6
20	2	3024.61 ^{+0.30} _{-0.28}	1.05×10^{-2} ^{+1.01×10⁻²} _{-4.35×10⁻³}	1.71 ^{+0.82} _{-0.62}	> 6
21	0	3033.56 ^{+0.23} _{-0.22}	1.67×10^{-2} ^{+2.19×10⁻²} _{-7.99×10⁻³}	0.96 ^{+0.57} _{-0.40}	> 6
20	3	3082.81 ^{+0.40} _{-0.39}	4.17×10^{-3} ^{+2.94×10⁻³} _{-1.55×10⁻³}	2.08 ^{+0.90} _{-0.64}	> 6
21	1	3098.64 ^{+0.14} _{-0.14}	3.46×10^{-2} ^{+3.04×10⁻²} _{-1.50×10⁻²}	0.87 ^{+0.41} _{-0.29}	> 6
21	2	3160.29 ^{+0.33} _{-0.33}	8.77×10^{-3} ^{+9.11×10⁻³} _{-3.80×10⁻³}	1.64 ^{+0.88} _{-0.63}	> 6
22	0	3168.22 ^{+0.20} _{-0.19}	2.17×10^{-2} ^{+2.93×10⁻²} _{-1.15×10⁻²}	0.88 ^{+0.56} _{-0.36}	> 6
21	3	3218.34 ^{+0.49} _{-0.53}	2.66×10^{-3} ^{+2.29×10⁻³} _{-1.05×10⁻³}	2.79 ^{+1.57} _{-1.06}	> 6
22	1	3233.12 ^{+0.38} _{-0.39}	7.28×10^{-3} ^{+3.36×10⁻³} _{-2.08×10⁻³}	3.00 ^{+0.87} _{-0.70}	> 6
22	2	3295.43 ^{+0.54} _{-0.49}	5.51×10^{-3} ^{+3.26×10⁻³} _{-1.77×10⁻³}	3.60 ^{+1.42} _{-1.10}	> 6
23	0	3304.07 ^{+0.29} _{-0.32}	8.42×10^{-3} ^{+1.49×10⁻²} _{-4.50×10⁻³}	1.11 ^{+1.06} _{-0.56}	> 6
22	3	3353.08 ^{+1.32} _{-0.90}	9.21×10^{-4} ^{+4.82×10⁻⁴} _{-2.82×10⁻⁴}	5.80 ^{+1.50} _{-2.04}	> 6
23	1	3368.29 ^{+0.31} _{-0.35}	8.28×10^{-3} ^{+5.61×10⁻³} _{-3.13×10⁻³}	2.26 ^{+0.94} _{-0.66}	> 6
23	2	3430.10 ^{+0.45} _{-0.41}	4.80×10^{-3} ^{+4.59×10⁻³} _{-1.94×10⁻³}	2.26 ^{+1.49} _{-0.96}	> 6
24	0	3438.66 ^{+0.62} _{-0.64}	3.06×10^{-3} ^{+2.27×10⁻³} _{-1.10×10⁻³}	3.74 ^{+1.86} _{-1.38}	> 6
23	3	3488.87 ^{+0.62} _{-0.60}	1.23×10^{-3} ^{+1.13×10⁻³} _{-5.07×10⁻⁴}	2.98 ^{+2.25} _{-1.36}	> 6
24	1	3504.56 ^{+0.49} _{-0.54}	3.16×10^{-3} ^{+1.57×10⁻³} _{-9.28×10⁻⁴}	4.00 ^{+1.40} _{-1.07}	> 6
24	2	3567.02 ^{+0.81} _{-0.64}	3.63×10^{-3} ^{+2.63×10⁻³} _{-1.09×10⁻³}	4.86 ^{+2.04} _{-2.06}	> 6
25	0	3575.69 ^{+0.98} _{-1.81}	9.86×10^{-4} ^{+1.37×10⁻³} _{-8.43×10⁻⁴}	2.65 ^{+3.34} _{-2.60}	> 6
24	3	3626.28 ^{+1.30} _{-1.33}	6.18×10^{-4} ^{+2.62×10⁻⁴} _{-1.86×10⁻⁴}	6.54 ^{+1.04} _{-1.64}	> 6
25	1	3639.81 ^{+0.57} _{-0.51}	2.51×10^{-3} ^{+2.13×10⁻³} _{-1.04×10⁻³}	2.93 ^{+1.80} _{-1.08}	> 6
25	2	3704.87 ^{+0.47} _{-0.77}	1.72×10^{-3} ^{+7.87×10⁻⁴} _{-4.67×10⁻⁴}	6.11 ^{+1.34} _{-2.01}	> 6
26	0	3711.30 ^{+1.39} _{-1.61}	2.83×10^{-4} ^{+1.16×10⁻³} _{-2.82×10⁻⁴}	0.23 ^{+5.46} _{-0.23}	> 6
25	3	3762.50 ^{+1.66} _{-1.14}	3.95×10^{-4} ^{+2.59×10⁻⁴} _{-1.96×10⁻⁴}	5.66 ^{+1.66} _{-2.99}	3.33
26	1	3777.49 ^{+0.71} _{-0.90}	1.44×10^{-3} ^{+7.36×10⁻⁴} _{-3.91×10⁻⁴}	5.48 ^{+1.68} _{-1.74}	> 6

Table B.3. Same as Table B.2 but for the BiSON spectrum obtained with the series multiplied by the Solar-SONG-like window. **Table B.3.** Continued.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
12	1	1884.54 ^{+0.25} _{-0.92}	5.16×10^{-4} ^{+7.38×10⁻³} _{-4.75×10⁻⁴}	0.14 ^{+0.88} _{-0.14}	> 6
12	2	1945.26 ^{+1.13} _{-1.77}	2.65×10^{-4} ^{+1.74×10⁻³} _{-1.84×10⁻⁴}	1.56 ^{+2.70} _{-1.54}	2.21
13	0	1957.92 ^{+0.93} _{-1.27}	1.31×10^{-3} ^{+1.35×10⁻²} _{-1.30×10⁻³}	0.04 ^{+0.31} _{-0.04}	> 6
13	2	2081.88 ^{+1.73} _{-2.54}	1.89×10^{-4} ^{+8.91×10⁻⁴} _{-1.87×10⁻⁴}	0.64 ^{+3.33} _{-0.64}	1.32
14	1	2157.75 ^{+0.16} _{-0.71}	1.05×10^{-3} ^{+2.33×10⁻²} _{-9.82×10⁻³}	0.05 ^{+0.43} _{-0.05}	> 6
14	2	2217.28 ^{+2.73} _{-2.42}	6.02×10^{-4} ^{+3.88×10⁻³} _{-6.01×10⁻⁴}	0.07 ^{+1.08} _{-0.07}	0.97
15	0	2228.95 ^{+0.44} _{-0.62}	1.13×10^{-3} ^{+3.18×10⁻³} _{-1.08×10⁻³}	0.69 ^{+0.84} _{-0.69}	> 6
14	3	2272.40 ^{+0.30} _{-0.11}	1.42×10^{-3} ^{+5.62×10⁻³} _{-1.09×10⁻³}	0.14 ^{+0.59} _{-0.11}	2.71
15	1	2291.92 ^{+0.17} _{-0.10}	1.98×10^{-3} ^{+1.28×10⁻²} _{-1.13×10⁻³}	0.51 ^{+0.54} _{-0.38}	> 6
15	2	2351.97 ^{+0.35} _{-0.55}	1.25×10^{-3} ^{+2.21×10⁻³} _{-6.61×10⁻⁴}	1.24 ^{+0.96} _{-0.87}	3.07
15	3	2405.49 ^{+0.71} _{-0.11}	1.79×10^{-3} ^{+7.90×10⁻³} _{-1.61×10⁻³}	0.08 ^{+0.70} _{-0.07}	2.31
16	1	2425.80 ^{+0.30} _{-0.34}	1.31×10^{-3} ^{+1.44×10⁻³} _{-5.44×10⁻⁴}	1.13 ^{+0.63} _{-0.58}	> 6
16	2	2484.50 ^{+0.57} _{-0.81}	2.27×10^{-3} ^{+3.09×10⁻³} _{-3.99×10⁻³}	1.34 ^{+1.01} _{-1.28}	2.26
17	1	2558.69 ^{+0.21} _{-0.20}	4.27×10^{-3} ^{+3.31×10⁻³} _{-1.56×10⁻³}	1.21 ^{+0.54} _{-0.43}	> 6
17	2	2618.91 ^{+0.38} _{-0.37}	7.36×10^{-3} ^{+1.17×10⁻²} _{-6.04×10⁻³}	0.85 ^{+0.60} _{-0.78}	2.23
18	0	2630.20 ^{+1.52} _{-2.34}	2.42×10^{-3} ^{+1.24×10⁻²} _{-2.42×10⁻³}	0.40 ^{+0.95} _{-0.40}	> 6
17	3	2675.32 ^{+0.74} _{-0.44}	1.01×10^{-3} ^{+1.12×10⁻³} _{-4.28×10⁻⁴}	2.33 ^{+2.14} _{-1.50}	> 6
18	1	2693.60 ^{+0.20} _{-0.21}	6.69×10^{-3} ^{+4.31×10⁻³} _{-2.18×10⁻³}	1.36 ^{+0.48} _{-0.41}	> 6
18	2	2754.27 ^{+0.61} _{-0.45}	9.68×10^{-3} ^{+9.20×10⁻³} _{-5.09×10⁻³}	1.55 ^{+0.69} _{-0.54}	> 6
19	0	2764.61 ^{+0.61} _{-0.46}	7.74×10^{-3} ^{+1.78×10⁻²} _{-7.17×10⁻³}	0.68 ^{+1.04} _{-0.65}	> 6
18	3	2811.81 ^{+0.49} _{-0.41}	1.56×10^{-3} ^{+1.17×10⁻³} _{-6.10×10⁻⁴}	2.12 ^{+1.28} _{-0.92}	> 6
19	1	2828.00 ^{+0.20} _{-0.20}	8.38×10^{-3} ^{+4.73×10⁻³} _{-2.61×10⁻³}	1.47 ^{+0.46} _{-0.39}	> 6
19	2	2889.05 ^{+0.57} _{-0.50}	8.22×10^{-3} ^{+5.91×10⁻³} _{-3.18×10⁻³}	2.04 ^{+0.75} _{-0.65}	> 6
20	0	2899.17 ^{+0.69} _{-0.61}	4.78×10^{-3} ^{+2.07×10⁻²} _{-4.75×10⁻³}	0.38 ^{+1.16} _{-0.38}	> 6
19	3	2947.12 ^{+0.37} _{-0.34}	3.53×10^{-3} ^{+1.84×10⁻³} _{-1.11×10⁻³}	2.38 ^{+0.96} _{-0.70}	> 6

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
20	1	2963.15 ^{+0.20} _{-0.20}	1.15×10^{-2} ^{+6.59×10⁻³} _{-3.62×10⁻³}	1.48 ^{+0.49} _{-0.41}	> 6
20	2	3024.53 ^{+0.42} _{-0.32}	1.61×10^{-2} ^{+2.05×10⁻²} _{-6.90×10⁻³}	1.13 ^{+0.62} _{-0.62}	> 6
21	0	3033.58 ^{+0.49} _{-0.21}	1.68×10^{-2} ^{+2.72×10⁻²} _{-7.68×10⁻³}	0.95 ^{+0.86} _{-0.59}	> 6
20	3	3082.54 ^{+0.48} _{-0.51}	3.13×10^{-3} ^{+1.41×10⁻³} _{-9.10×10⁻⁴}	3.45 ^{+1.24} _{-0.90}	> 6
21	1	3098.57 ^{+0.13} _{-0.15}	2.13×10^{-2} ^{+2.03×10⁻²} _{-8.25×10⁻³}	0.97 ^{+0.47} _{-0.38}	> 6
21	2	3160.08 ^{+0.29} _{-0.32}	9.34×10^{-3} ^{+6.67×10⁻³} _{-3.25×10⁻³}	1.68 ^{+0.65} _{-0.54}	> 6
22	0	3168.08 ^{+0.21} _{-0.15}	1.88×10^{-2} ^{+3.67×10⁻²} _{-7.56×10⁻³}	0.62 ^{+0.54} _{-0.33}	> 6
21	3	3218.58 ^{+0.27} _{-0.57}	4.10×10^{-3} ^{+9.97×10⁻³} _{-2.19×10⁻³}	1.44 ^{+1.28} _{-0.97}	> 6
22	1	3233.23 ^{+0.44} _{-0.48}	6.91×10^{-3} ^{+2.59×10⁻³} _{-1.73×10⁻³}	3.75 ^{+1.13} _{-0.84}	> 6
22	2	3295.00 ^{+0.70} _{-0.88}	6.23×10^{-3} ^{+3.41×10⁻³} _{-2.05×10⁻³}	3.86 ^{+1.39} _{-1.24}	> 6
23	0	3304.26 ^{+0.36} _{-0.71}	7.18×10^{-3} ^{+2.14×10⁻²} _{-6.41×10⁻³}	0.69 ^{+1.76} _{-0.68}	> 6
22	3	3352.85 ^{+0.59} _{-0.46}	1.72×10^{-3} ^{+1.45×10⁻³} _{-6.97×10⁻⁴}	2.73 ^{+2.17} _{-1.31}	> 6
23	1	3368.58 ^{+0.21} _{-0.22}	1.02×10^{-2} ^{+5.66×10⁻³} _{-3.18×10⁻³}	1.76 ^{+0.64} _{-0.51}	> 6
23	2	3429.83 ^{+0.47} _{-0.43}	5.55×10^{-3} ^{+5.93×10⁻³} _{-2.54×10⁻³}	1.92 ^{+2.05} _{-1.06}	4.66
24	0	3438.52 ^{+1.17} _{-0.80}	2.92×10^{-3} ^{+2.14×10⁻³} _{-1.14×10⁻³}	4.06 ^{+2.01} _{-1.94}	> 6
23	3	3489.18 ^{+0.36} _{-0.41}	2.45×10^{-3} ^{+1.86×10⁻³} _{-9.70×10⁻⁴}	2.03 ^{+1.23} _{-0.86}	> 6
24	1	3505.11 ^{+0.46} _{-0.51}	3.49×10^{-3} ^{+1.37×10⁻³} _{-9.12×10⁻⁴}	3.75 ^{+1.28} _{-0.94}	> 6
24	2	3566.40 ^{+0.38} _{-0.49}	4.56×10^{-3} ^{+3.58×10⁻³} _{-1.51×10⁻³}	3.64 ^{+1.71} _{-2.16}	> 6
25	0	3574.19 ^{+1.79} _{-0.94}	6.25×10^{-4} ^{+2.54×10⁻³} _{-6.24×10⁻⁴}	0.06 ^{+4.24} _{-0.06}	> 6
24	3	3627.15 ^{+0.89} _{-2.05}	7.70×10^{-4} ^{+4.48×10⁻⁴} _{-4.94×10⁻⁴}	6.11 ^{+1.40} _{-5.50}	2.52
25	1	3639.30 ^{+0.75} _{-0.40}	1.71×10^{-3} ^{+1.83×10⁻³} _{-5.47×10⁻⁴}	4.27 ^{+2.44} _{-3.17}	> 6
25	2	3704.43 ^{+0.73} _{-0.91}	1.62×10^{-3} ^{+6.48×10⁻⁴} _{-4.42×10⁻⁴}	6.04 ^{+1.33} _{-1.99}	2.21
26	0	3710.90 ^{+1.54} _{-1.30}	1.27×10^{-4} ^{+1.81×10⁻³} _{-1.26×10⁻⁴}	0.01 ^{+4.48} _{-0.01}	2.23
25	3	3762.71 ^{+1.54} _{-1.28}	6.27×10^{-5} ^{+5.81×10⁻⁴} _{-6.24×10⁻⁵}	0.02 ^{+4.39} _{-0.02}	0.53
26	1	3777.16 ^{+0.84} _{-0.97}	1.24×10^{-3} ^{+4.60×10⁻⁴} _{-2.84×10⁻⁴}	5.90 ^{+1.42} _{-1.75}	> 6

Table B.4. Parameters of the modes fitted in the HMI spectrum.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
11	0	1686.73 ^{+0.14} _{-0.14}	1.99×10^{-4} ^{+2.44×10⁻³} _{-1.75×10⁻⁴}	0.07 ^{+0.25} _{-0.06}	> 6
11	1	1749.09 ^{+0.19} _{-0.17}	1.54×10^{-4} ^{+4.19×10⁻⁴} _{-9.55×10⁻⁵}	0.48 ^{+0.39} _{-0.25}	> 6
11	2	1810.20 ^{+0.23} _{-0.32}	4.34×10^{-5} ^{+1.54×10⁻³} _{-3.63×10⁻⁵}	0.21 ^{+2.40} _{-0.19}	3.39
12	0	1822.26 ^{+0.10} _{-0.17}	4.22×10^{-4} ^{+3.93×10⁻³} _{-3.43×10⁻⁴}	0.16 ^{+0.28} _{-0.12}	> 6
12	1	1884.73 ^{+0.23} _{-0.28}	4.84×10^{-5} ^{+9.03×10⁻⁴} _{-3.35×10⁻⁵}	0.56 ^{+0.78} _{-0.47}	> 6
12	2	1946.32 ^{+0.16} _{-0.14}	3.02×10^{-4} ^{+5.04×10⁻³} _{-2.54×10⁻⁴}	0.14 ^{+0.39} _{-0.11}	> 6
13	0	1957.03 ^{+0.79} _{-0.54}	1.87×10^{-5} ^{+4.23×10⁻⁴} _{-1.34×10⁻⁵}	0.84 ^{+1.88} _{-0.82}	> 6
13	1	2020.94 ^{+0.15} _{-0.14}	2.66×10^{-4} ^{+3.76×10⁻³} _{-1.86×10⁻⁴}	0.42 ^{+0.47} _{-0.32}	> 6
13	2	2082.97 ^{+0.14} _{-0.20}	2.61×10^{-4} ^{+5.45×10⁻³} _{-2.14×10⁻⁴}	0.19 ^{+0.67} _{-0.16}	> 6
14	0	2093.65 ^{+1.60} _{-2.01}	2.15×10^{-5} ^{+4.69×10⁻⁴} _{-2.05×10⁻⁵}	0.07 ^{+0.98} _{-0.07}	> 6
14	1	2156.89 ^{+0.25} _{-0.23}	1.86×10^{-4} ^{+9.78×10⁻⁴} _{-1.10×10⁻⁴}	1.75 ^{+0.56} _{-0.48}	> 6
14	2	2217.63 ^{+0.26} _{-0.28}	1.35×10^{-4} ^{+3.89×10⁻⁴} _{-7.24×10⁻⁵}	0.70 ^{+0.69} _{-0.56}	> 6
15	0	2228.15 ^{+0.16} _{-0.21}	3.30×10^{-4} ^{+3.40×10⁻³} _{-2.23×10⁻⁴}	0.48 ^{+0.50} _{-0.35}	> 6
15	1	2292.01 ^{+0.20} _{-0.20}	5.74×10^{-4} ^{+2.44×10⁻³} _{-3.30×10⁻⁴}	0.73 ^{+0.47} _{-0.43}	> 6
15	2	2352.09 ^{+0.48} _{-0.49}	6.47×10^{-5} ^{+7.61×10⁻⁵} _{-2.81×10⁻⁵}	2.18 ^{+1.20} _{-0.90}	> 6
16	0	2363.03 ^{+0.31} _{-0.31}	1.41×10^{-4} ^{+3.37×10⁻⁴} _{-7.25×10⁻⁵}	1.25 ^{+0.91} _{-0.66}	> 6
15	3	2407.89 ^{+1.18} _{-1.06}	1.84×10^{-5} ^{+9.75×10⁻⁶} _{-5.56×10⁻⁶}	5.59 ^{+1.61} _{-2.01}	> 6
16	1	2425.06 ^{+0.26} _{-0.26}	3.61×10^{-4} ^{+5.96×10⁻⁴} _{-1.68×10⁻⁴}	1.32 ^{+0.62} _{-0.55}	> 6
16	2	2485.73 ^{+0.27} _{-0.29}	2.44×10^{-4} ^{+7.44×10⁻⁴} _{-1.30×10⁻⁴}	1.08 ^{+0.77} _{-0.62}	> 6
17	0	2495.95 ^{+0.31} _{-0.32}	2.26×10^{-4} ^{+4.01×10⁻⁴} _{-1.08×10⁻⁴}	1.46 ^{+0.90} _{-0.69}	> 6
16	3	2540.31 ^{+0.86} _{-0.87}	2.76×10^{-5} ^{+1.13×10⁻⁵} _{-7.18×10⁻⁶}	6.33 ^{+1.20} _{-1.96}	> 6
17	1	2558.69 ^{+0.21} _{-0.22}	1.30×10^{-3} ^{+2.89×10⁻³} _{-6.50×10⁻⁴}	1.03 ^{+0.49} _{-0.47}	> 6
17	2	2619.30 ^{+0.17} _{-0.20}	2.32×10^{-3} ^{+1.04×10⁻²} _{-1.37×10⁻³}	0.66 ^{+0.45} _{-0.39}	> 6
18	0	2629.42 ^{+0.38} _{-0.37}	2.77×10^{-4} ^{+2.93×10⁻⁴} _{-1.14×10⁻⁴}	2.31 ^{+1.25} _{-0.90}	> 6
17	3	2675.94 ^{+0.40} _{-0.39}	1.03×10^{-4} ^{+1.03×10⁻⁴} _{-4.09×10⁻⁵}	2.34 ^{+1.16} _{-0.88}	> 6
18	1	2693.32 ^{+0.16} _{-0.18}	4.43×10^{-3} ^{+2.11×10⁻²} _{-2.63×10⁻³}	0.60 ^{+0.37} _{-0.36}	> 6
18	2	2754.49 ^{+0.19} _{-0.18}	2.98×10^{-3} ^{+6.30×10⁻³} _{-1.58×10⁻³}	0.78 ^{+0.41} _{-0.35}	> 6
19	0	2764.34 ^{+0.20} _{-0.21}	1.38×10^{-3} ^{+3.43×10⁻³} _{-7.42×10⁻⁴}	0.83 ^{+0.51} _{-0.42}	> 6
18	3	2811.70 ^{+0.27} _{-0.23}	2.77×10^{-4} ^{+7.07×10⁻⁴} _{-1.52×10⁻⁴}	0.92 ^{+0.75} _{-0.50}	> 6

Table B.4. Continued.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
19	1	2827.82 ^{+0.21} _{-0.21}	2.51×10^{-3} ^{+4.71×10⁻³} _{-1.24×10⁻³}	1.01 ^{+0.47} _{-0.43}	> 6
19	2	2889.53 ^{+0.24} _{-0.23}	1.69×10^{-3} ^{+2.83×10⁻³} _{-7.84×10⁻⁴}	1.23 ^{+0.56} _{-0.51}	> 6
20	0	2898.80 ^{+0.20} _{-0.19}	1.60×10^{-3} ^{+4.99×10⁻³} _{-9.06×10⁻⁴}	0.73 ^{+0.49} _{-0.40}	> 6
19	3	2946.52 ^{+0.33} _{-0.30}	3.07×10^{-4} ^{+4.22×10⁻⁴} _{-1.37×10⁻⁴}	1.55 ^{+0.79} _{-0.63}	> 6
20	1	2962.89 ^{+0.21} _{-0.21}	3.32×10^{-3} ^{+5.90×10⁻³} _{-1.61×10⁻³}	1.07 ^{+0.48} _{-0.45}	> 6
20	2	3024.62 ^{+0.28} _{-0.27}	1.56×10^{-3} ^{+1.83×10⁻³} _{-6.60×10⁻⁴}	1.66 ^{+0.69} _{-0.60}	> 6
21	0	3033.74 ^{+0.15} _{-0.16}	6.47×10^{-3} ^{+1.97×10⁻³} _{-3.91×10⁻³}	0.53 ^{+0.36} _{-0.28}	> 6
20	3	3082.68 ^{+0.46} _{-0.44}	1.75×10^{-4} ^{+1.47×10⁻⁴} _{-6.51×10⁻⁵}	2.84 ^{+1.30} _{-0.98}	> 6
21	1	3098.27 ^{+0.21} _{-0.21}	3.84×10^{-3} ^{+7.18×10⁻³} _{-1.87×10⁻³}	1.06 ^{+0.48} _{-0.45}	> 6
21	2	3159.85 ^{+0.32} _{-0.31}	9.44×10^{-4} ^{+1.02×10⁻³} _{-3.89×10⁻⁴}	1.90 ^{+0.79} _{-0.67}	> 6
22	0	3168.35 ^{+0.17} _{-0.19}	4.62×10^{-3} ^{+1.20×10⁻³} _{-2.57×10⁻³}	0.70 ^{+0.41} _{-0.35}	> 6
21	3	3217.52 ^{+0.55} _{-0.50}	1.26×10^{-4} ^{+9.03×10⁻⁵} _{-4.41×10⁻⁵}	3.49 ^{+1.62} _{-1.25}	> 6
22	1	3232.84 ^{+0.23} _{-0.24}	2.99×10^{-3} ^{+4.25×10⁻³} _{-1.33×10⁻³}	1.34 ^{+0.53} _{-0.50}	> 6
22	2	3295.71 ^{+0.50} _{-0.45}	7.01×10^{-4} ^{+5.10×10⁻⁴} _{-2.39×10⁻⁴}	3.22 ^{+1.36} _{-1.04}	> 6
23	0	3303.97 ^{+0.26} _{-0.29}	1.36×10^{-3} ^{+2.82×10⁻³} _{-6.83×10⁻⁴}	1.20 ^{+0.82} _{-0.63}	> 6
22	3	3352.82 ^{+0.86} _{-0.60}	6.62×10^{-5} ^{+5.94×10⁻⁵} _{-2.37×10⁻⁵}	3.61 ^{+2.21} _{-1.68}	> 6
23	1	3368.01 ^{+0.27} _{-0.28}	1.72×10^{-3} ^{+1.81×10⁻³} _{-7.00×10⁻⁴}	1.82 ^{+0.65} _{-0.60}	> 6
23	2	3430.18 ^{+0.43} _{-0.32}	9.38×10^{-4} ^{+1.45×10⁻³} _{-4.33×10⁻⁴}	1.52 ^{+1.04} _{-0.70}	> 6
24	0	3437.74 ^{+0.53} _{-0.42}	5.77×10^{-4} ^{+4.22×10⁻⁴} _{-1.97×10⁻⁴}	3.12 ^{+1.18} _{-1.02}	> 6
23	3	3489.13 ^{+0.53} _{-0.48}	1.01×10^{-4} ^{+9.90×10⁻⁵} _{-4.03×10⁻⁵}	2.55 ^{+1.30} _{-0.98}	> 6
24	1	3504.49 ^{+0.34} _{-0.35}	7.99×10^{-4} ^{+5.51×10⁻⁴} _{-2.26×10⁻⁴}	2.86 ^{+0.83} _{-0.75}	> 6
24	2	3566.57 ^{+0.38} _{-0.34}	5.51×10^{-4} ^{+6.29×10⁻⁴} _{-2.26×10⁻⁴}	2.18 ^{+1.18} _{-0.93}	> 6
25	0	3574.68 ^{+0.57} _{-0.68}	2.11×10^{-4} ^{+1.53×10⁻⁴} _{-7.06×10⁻⁵}	3.51 ^{+1.90} _{-1.25}	> 6
24	3	3626.53 ^{+0.96} _{-1.00}	4.57×10^{-5} ^{+2.03×10⁻⁵} _{-1.29×10⁻⁵}	6.06 ^{+1.31} _{-1.68}	> 6
25	1	3640.28 ^{+0.40} _{-0.42}	3.65×10^{-4} ^{+2.54×10⁻⁴} _{-1.23×10⁻⁴}	3.20 ^{+1.09} _{-0.92}	> 6
25	2	3704.18 ^{+0.95} _{-1.25}	1.39×10^{-4} ^{+5.94×10⁻⁵} _{-4.25×10⁻⁵}	5.95 ^{+1.43} _{-2.10}	> 6
26	0	3711.80 ^{+0.97} _{-1.62}	1.01×10^{-4} ^{+1.14×10⁻⁴} _{-4.21×10⁻⁵}	4.41 ^{+2.44} _{-3.53}	> 6
25	3	3762.86 ^{+1.47} _{-1.31}	4.54×10^{-6} ^{+1.80×10⁻⁴} _{-4.46×10⁻⁶}	0.00 ^{+0.57} _{-0.00}	0.03
26	1	3776.36 ^{+0.60} _{-0.61}	1.87×10^{-4} ^{+6.38×10⁻⁵} _{-3.67×10⁻⁵}	6.54 ^{+0.96} _{-1.20}	> 6

Table B.5. Same as Table B.4 but for the HMI spectrum obtained with the series multiplied by the Solar-SONG-like window.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\mu\text{Hz}^{-1}$)	Γ (μHz)	$\ln K$
11	1	1748.95 ^{+0.14} _{-0.17}	1.01×10^{-4}	0.72 ^{+0.42} _{-0.31}	> 6
11	2	1810.41 ^{+0.28} _{-0.32}	9.90×10^{-5}	0.52 ^{+0.49} _{-0.47}	2.50
12	1	1884.78 ^{+0.39} _{-0.39}	2.76×10^{-5}	0.72 ^{+1.28} _{-0.70}	> 6
12	2	1946.44 ^{+0.11} _{-0.22}	2.44×10^{-4}	0.13 ^{+0.36} _{-0.11}	2.54
13	1	2020.82 ^{+0.24} _{-0.22}	6.07×10^{-5}	0.87 ^{+0.53} _{-0.40}	> 6
13	3	2136.06 ^{+0.65} _{-0.19}	6.47×10^{-5}	0.36 ^{+0.75} _{-0.34}	1.97
14	1	2156.68 ^{+0.24} _{-0.24}	7.38×10^{-5}	1.24 ^{+0.82} _{-0.57}	> 6
15	0	2228.33 ^{+0.26} _{-0.29}	1.58×10^{-4}	1.32 ^{+0.84} _{-0.77}	> 6
15	1	2292.08 ^{+0.16} _{-0.15}	3.04×10^{-4}	0.99 ^{+0.40} _{-0.32}	> 6
15	2	2352.28 ^{+0.54} _{-0.54}	3.07×10^{-4}	0.90 ^{+0.86} _{-0.78}	3.69
16	0	2362.69 ^{+2.51} _{-1.60}	1.63×10^{-4}	0.12 ^{+1.95} _{-0.12}	> 6
16	1	2425.22 ^{+0.23} _{-0.23}	2.48×10^{-4}	1.77 ^{+0.54} _{-0.45}	> 6
17	0	2496.18 ^{+0.29} _{-0.52}	4.53×10^{-4}	1.70 ^{+0.93} _{-0.64}	> 6
17	1	2558.82 ^{+0.17} _{-0.17}	8.82×10^{-4}	1.35 ^{+0.40} _{-0.35}	> 6
17	2	2619.16 ^{+1.12} _{-3.09}	1.49×10^{-3}	0.25 ^{+0.58} _{-0.25}	1.15
18	0	2630.12 ^{+0.51} _{-2.09}	5.78×10^{-4}	1.81 ^{+1.80} _{-0.75}	> 6
17	3	2675.32 ^{+0.46} _{-0.46}	9.94×10^{-5}	2.51 ^{+1.71} _{-1.11}	> 6
18	1	2693.47 ^{+0.15} _{-0.16}	1.29×10^{-3}	1.22 ^{+0.35} _{-0.31}	> 6
18	2	2754.85 ^{+0.44} _{-0.62}	9.37×10^{-4}	1.17 ^{+0.70} _{-0.56}	> 6
19	0	2765.13 ^{+0.31} _{-0.32}	1.39×10^{-3}	1.28 ^{+0.70} _{-0.49}	> 6
18	3	2811.62 ^{+0.21} _{-0.23}	2.72×10^{-4}	1.01 ^{+1.13} _{-0.62}	> 6
19	1	2828.13 ^{+0.18} _{-0.18}	1.31×10^{-3}	1.63 ^{+0.43} _{-0.38}	> 6
19	2	2889.17 ^{+0.73} _{-0.67}	7.60×10^{-4}	2.76 ^{+1.00} _{-0.77}	> 6
20	0	2899.29 ^{+0.53} _{-0.48}	9.29×10^{-4}	0.87 ^{+1.08} _{-0.85}	> 6
19	3	2946.88 ^{+0.32} _{-0.32}	2.52×10^{-4}	2.26 ^{+0.95} _{-0.70}	> 6
20	1	2963.09 ^{+0.14} _{-0.14}	2.53×10^{-3}	1.18 ^{+0.32} _{-0.29}	> 6
20	2	3024.11 ^{+0.27} _{-0.28}	2.68×10^{-3}	1.26 ^{+0.59} _{-0.49}	> 6
21	0	3033.76 ^{+0.42} _{-0.30}	2.39×10^{-3}	1.18 ^{+0.69} _{-0.59}	> 6
20	3	3081.56 ^{+0.80} _{-0.64}	1.80×10^{-4}	5.00 ^{+1.68} _{-1.38}	5.97
21	1	3098.60 ^{+0.16} _{-0.17}	2.49×10^{-3}	1.41 ^{+0.42} _{-0.35}	> 6
21	2	3159.62 ^{+0.34} _{-0.38}	9.29×10^{-4}	1.95 ^{+0.94} _{-0.82}	> 6
22	0	3168.28 ^{+0.28} _{-0.24}	2.15×10^{-3}	1.07 ^{+0.69} _{-0.53}	> 6
21	3	3217.63 ^{+0.73} _{-0.63}	1.49×10^{-4}	2.85 ^{+1.80} _{-1.25}	> 6
22	1	3233.10 ^{+0.28} _{-0.28}	1.31×10^{-3}	2.86 ^{+0.71} _{-0.58}	> 6
22	2	3295.92 ^{+0.84} _{-1.24}	4.19×10^{-4}	5.90 ^{+1.39} _{-1.82}	4.04
23	0	3304.24 ^{+0.27} _{-0.32}	1.68×10^{-3}	0.94 ^{+1.52} _{-0.58}	> 6
22	3	3352.46 ^{+0.58} _{-0.46}	1.26×10^{-4}	2.78 ^{+1.77} _{-1.11}	> 6
23	1	3368.59 ^{+0.18} _{-0.18}	1.76×10^{-3}	1.67 ^{+0.45} _{-0.38}	> 6
23	2	3429.73 ^{+0.43} _{-0.41}	6.85×10^{-4}	1.79 ^{+4.03} _{-1.18}	4.08
24	0	3437.90 ^{+0.72} _{-0.55}	5.35×10^{-4}	3.84 ^{+1.92} _{-2.37}	> 6
23	3	3489.16 ^{+0.77} _{-0.79}	1.00×10^{-4}	3.12 ^{+2.13} _{-1.68}	4.16
24	1	3504.99 ^{+0.43} _{-0.45}	5.81×10^{-4}	4.06 ^{+1.34} _{-0.89}	> 6
24	2	3566.27 ^{+0.33} _{-0.47}	5.87×10^{-4}	2.97 ^{+2.97} _{-2.29}	> 6
25	0	3573.71 ^{+1.65} _{-0.51}	2.62×10^{-4}	1.93 ^{+3.56} _{-1.93}	> 6
24	3	3627.25 ^{+0.53} _{-1.67}	6.89×10^{-5}	0.63 ^{+4.96} _{-0.63}	1.77
25	1	3639.98 ^{+0.64} _{-0.62}	2.34×10^{-4}	5.78 ^{+1.42} _{-1.53}	> 6
25	2	3703.97 ^{+1.12} _{-1.66}	1.49×10^{-4}	2.83 ^{+4.22} _{-2.83}	1.27
26	0	3710.92 ^{+1.88} _{-1.35}	1.89×10^{-4}	6.34 ^{+1.29} _{-6.19}	> 6
25	3	3762.92 ^{+1.41} _{-1.45}	9.86×10^{-6}	0.00 ^{+0.19} _{-0.00}	0.16
26	1	3777.40 ^{+0.76} _{-0.83}	1.60×10^{-4}	6.94 ^{+0.74} _{-1.11}	> 6

Appendix C: Solar-SONG data reduction module

The reduction process described in Sect. 2 can be performed with the `songlib` submodule of `apollinaire`. The `standard_correction` function has been designed to process the `iSONG` cube outputs. The default settings of the function arguments are the ones that have been used to obtain the data used in this paper.

Deciphering stellar chorus: apollinaire, a Python 3 module for Bayesian peakbagging in helioseismology and asteroseismology

S.N. Breton¹, R.A. García¹, J. Ballot², V. Delsanti^{3,1}, and D. Salabert⁴

¹ AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université de Paris, Sorbonne Paris Cité, F-91191 Gif-sur-Yvette, France
e-mail: sylvain.breton@cea.fr

² IRAP, CNRS, Université de Toulouse, UPS-OMP, CNES 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

³ CentraleSupélec, 3 Rue Joliot Curie, 91190 Gif-sur-Yvette

⁴ Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange, France

ABSTRACT

Since the asteroseismic revolution, the availability of efficient and reliable methods to extract stellar-oscillation mode parameters has been an important part of modern stellar physics. In the fields of helio- and asteroseismology, these methods are usually referred to as peakbagging. Here, we introduce the *apollinaire* module, a new Python 3 open-source Markov Chain Monte Carlo (MCMC) framework dedicated to peakbagging. We extensively describe the theoretical framework necessary to understand MCMC peakbagging methods for disk-integrated helio- and asteroseismic observations. In particular, we present the models that are used to estimate the posterior probability function in a peakbagging framework. A description of the *apollinaire* module is then provided. We explain how the module enables stellar background, p-mode global pattern, and individual-mode parameter extraction. By taking into account instrumental specificities, stellar inclination angle, rotational splittings, and asymmetries, the module allows a large variety of p-mode models to be fitted that are suited for solar and stellar data analysis with different instruments. After presenting a validation of the module with a Monte Carlo fitting trial on synthetic data, it is benchmarked by comparing its outputs with results obtained with other peakbagging codes. We present our analysis of the power spectral density (PSD) of 89 one-year subseries of GOLF observations. We also selected six stars from the *Kepler* LEGACY sample in order to demonstrate the code abilities on asteroseismic data. The parameters we extract with *apollinaire* are in good agreement with those presented in the literature and demonstrate the precision and reliability of the module.

Key words. Methods: data analysis – Sun: helioseismology – stars: solar-type – stars: oscillations – asteroseismology

1. Introduction

Models implemented in stellar evolution codes require strong constraints in order to accurately infer stellar ages (Appourchaux et al. 2012; Davies et al. 2016; Lund et al. 2017; Silva Aguirre et al. 2017; Tayar et al. 2020). When available, stellar seismic parameters such as pressure-mode (p-mode) frequencies provide excellent constraints on the inputs required for stellar modelling. Reliable tools to infer those parameters from observations are therefore necessary.

The theory behind p modes has been extensively described (e.g. Unno et al. 1989; Christensen-Dalsgaard 2008, and references therein) while solar-like oscillations have been abundantly observed in the Sun with helioseismic facilities such as the Global Oscillations at Low Frequency instrument (GOLF, Gabriel et al. 1995), the Variability of solar IRradiance and Gravity Oscillations instrument (VIRGO, Fröhlich et al. 1995), the Solar Oscillations Investigation's Michelson Doppler Imager instrument (SOI/MDI, Scherrer et al. 1995), the Helioseismic Magnetic Imager instrument (HMI, Scherrer et al. 2012), the Global Oscillations Network Group (GONG, Harvey et al. 1996), the Birmingham Solar Oscillations Network (BiSON, Chaplin et al. 1996), and the solar counterpart of the Stellar Observations Network Group (Solar-SONG, Pallé et al. 2013; Fredslund Andersen et al. 2019; Breton et al. 2022), as well in main sequence solar-like stars (e.g. Appourchaux et al. 2014;

Lund et al. 2017), subgiants (e.g. Kjeldsen et al. 1995), and red giants, from the red giant branch to the clump (e.g. Beck et al. 2011; Mosser et al. 2011; Bedding et al. 2011). Following space missions such as the Microvariability and Oscillations of STars mission (MOST, Matthews et al. 2000), the Convection, Rotation, and planetary Transit satellite (CoRoT, Auvergne et al. 2009) and especially *Kepler*/K2 (Borucki et al. 2011; Howell et al. 2014)¹, the golden years of solar-like-star asteroseismology are not over yet, with the Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS, Ricker et al. 2015) currently taking place and the launch of the PLANetary Transits and Oscillations of stars mission (PLATO, Rauer et al. 2014) on the horizon in 2026. Ground-based stellar observations provided by networks such as SONG (Grundahl et al. 2007, 2017) also provide asteroseismic data that will benefit from our analysis tools.

Helio- and asteroseismic parameter fitting (usually referred to as peakbagging) is a topic that has been extensively discussed in the literature over recent decades. The parameter inference may follow a frequentist approach through the use of maximum-likelihood estimator (MLE; see e.g. Toutain & Appourchaux 1994; Appourchaux et al. 1998) methods or a Bayesian approach, with for example implementation of maximum a posteriori algorithms (MAP; see e.g. Gaulme et al. 2009), Monte

¹ for sake of completeness, the observation of α Ursae Majoris by the Wide-field InfraRed Explorer (WIRE, Buzasi et al. 2000) satellite must also be mentioned for its precursor role.

Carlo Markov Chains methods (MCMC, see e.g. Benomar et al. 2009; Gruberbauer et al. 2009; Handberg & Campante 2011; Gruberbauer et al. 2013; Gruberbauer & Guenther 2013; Deheuvels et al. 2015; Davies et al. 2016; Lund et al. 2017; Nielsen et al. 2021), or nested Monte Carlo (see e.g. Corsaro & De Ridder 2014; Corsaro et al. 2020).

The `apollinaire`² package is designed to provide a ready-to-use, consistent, and flexible open-source MCMC peakbagging framework for solar and stellar time series. It has already been used in several publications (Hill et al. 2021; Breton et al. 2022; Huber et al. 2022; Mathur et al. 2022; Smith et al. 2022). The code is fully written in Python 3. Available solar time series being unequalled in quality and length, their specificities were fully taken into account during the development phase of the module. The difficulties of stellar peakbagging were also exhaustively considered in order to provide an automated process for p-mode parameter extraction. Therefore, `apollinaire` is able to perform fits globally, by order ($\ell = \{0, 1, 2, 3\}$), by pair ($\ell = \{0, 2\}$ or $\{1, 3\}$), or for a single mode, and to extract parameters such as mode splittings, stellar inclination angles, and the choice of symmetric or asymmetric Lorentzian profiles (see e.g. Nigam & Kosovichev 1998; Korzennik 2005). Similar automated frameworks with the Interactive Data Language (IDL) or Python interface have already been developed in the past few years (see e.g. Fast and AutoMated pEak bagging with DIAMONDS (FAMED) from Corsaro et al. 2020, or PBJam from Nielsen et al. 2021). With the upcoming PLATO mission at the end of the decade, the existence of a wide diversity of peakbagging open source modules will be a considerable asset for the asteroseismic community, as it will allow non-expert peakbaggers to easily access ready-to-use frameworks for p-mode parameters extraction.

The layout of this paper is as follows. Section 2 presents the principles of parameter fitting in a Bayesian framework and extensively describes the set of models that are implemented in `apollinaire`. Section 3 provides a detailed presentation of how these models are used in the different steps of the `apollinaire` framework. Section 4 presents an extended benchmark of the module, with comparison of published results from helioseismic and asteroseismic data. Usual fitting strategies are discussed in Sect. 5 while conclusions and perspectives for improvement of the current `apollinaire` releases are provided in Sect. 6.

2. Model spectrum

In this paper, we exclusively focus on peakbagging methods for full-disk-integrated time series. The single-sided power spectral density (PSD) is taken as the squared modulus of the Fourier transform of a given time series with the following calibration (e.g. Press et al. 1992; García 2015) verifying the Parseval theorem:

$$\int_0^{\nu_N} \text{PSD}(\nu) d\nu = \sigma^2, \quad (1)$$

where ν_N is the Nyquist frequency of the spectrum and σ is the rms value of the temporal signal.

The goal of the peakbagging process is to extract stellar background parameters and global and individual oscillation mode parameters from the PSD. After briefly describing the principle of mode fitting in a Bayesian framework, we present

² This paper describes the v1.1 of the module, for which additional documentation can be found at: <https://apollinaire.readthedocs.io/en/v1.1/>

and extensively describe the background and p-mode models implemented in `apollinaire` in the following subsections.

2.1. Statistics

The PSD follows a χ^2 distribution with two degrees of freedom (Woodard 1984). The likelihood of an ideal spectrum S parametrised by a set of parameters θ and considered against an observed spectrum \mathbf{S}_{obs} at a given set of k frequency bins ν_i is:

$$\mathcal{L}(\mathbf{S}_{\text{obs}}, \theta) = \prod_{i=1}^k \frac{1}{S(\nu_i, \theta)} \exp \left[-\frac{S_{\text{obs},i}}{S(\nu_i, \theta)} \right]. \quad (2)$$

This expression of the likelihood assumes that all frequency bins are independent, an assumption that is theoretically fulfilled only for uninterrupted, evenly sampled observations. However, in the case of high-duty-cycle time series, the independence assumption can be made without introducing any bias in the parameter estimation (Stahn & Gizon 2008; Davies et al. 2016). The cases of significant gaps is discussed in Sect. 2.7.

The goal of a Bayesian approach is to sample the posterior probability $p(\theta|\mathbf{S}_{\text{obs}})$ defined as:

$$p(\theta|\mathbf{S}_{\text{obs}}) = \frac{p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|\theta)p(\theta)}{p(\mathbf{S}_{\text{obs}})}, \quad (3)$$

where $p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|\theta)$ is the likelihood \mathcal{L} , $p(\theta)$ is the prior probability, and $p(\mathbf{S}_{\text{obs}})$ is a normalisation factor. The prior probability forms the core of the Bayesian approach and contains the information we have before confronting the model to the data. In practice, the function that will be sampled is a normalised measure of the posterior distribution, $\mathcal{L}(\mathbf{S}_{\text{obs}}, \theta)p(\theta)$. The strength of this approach is that it allows the fitter to evaluate the shape of the probability distribution of the model parameters. Moreover, parameter uncertainties can be extracted directly from it, while the MLE approach only provides a lower bound on the uncertainty, obtained through a Hessian inversion (for more details about the Hessian matrix see Toutain & Appourchaux 1994).

2.2. Background model

The power distribution in the PSD can be separated between the p-mode contribution and a stellar background (see e.g. Mathur et al. 2010; Kallinger et al. 2014). The global spectrum can then be modelled in the following way:

$$S(\nu) = B(\nu) + P(\nu), \quad (4)$$

with B the background contribution and P the p-mode contribution.

The background is dominated at high frequency by a photon noise term P_n . At low frequency, the effects of stellar activity and surface rotation are visible together with long-period instrumental variations (see e.g. García 2015). In the presence of stellar activity alone, these low-frequency regions can be modelled through a power law (Mathur et al. 2010). However, it is difficult to define a general functional profile for both rotational modulations and instrumental effects, and these contributions are not taken into account in `apollinaire`. Therefore, when power excesses due to such effects are identified in the PSD, the minimal frequency chosen for the background analysis should be set sufficiently high to prevent their contribution from biasing the fitted

profile. In the case of *Kepler*, the typical period of the instrumental effects is ~ 40 -45 days (see e.g. Santos et al. 2019; Breton et al. 2021) which corresponds to frequency regions below $\sim 0.3 \mu\text{Hz}$. The location of the rotational modulations in the PSD depends of course on the surface rotation period of the considered stars, but also on the power distribution between the different harmonics of the signal. The fastest main sequence solar-like stars with detected surface rotation still exhibit a power contribution at a few tens of μHz . Nevertheless, most of the stars are rotating slowly enough for their rotational power contribution to only influence the shape of the PSD below a few μHz . Concerning the *Kepler* nominal survey, stars exhibiting photometric rotational modulations can be identified with the Santos et al. (2019, 2021) reference catalogues.

Surface convection is the main process shaping the profile of the remaining components of the background. Harvey (1985) suggested that these trends could be described through empirical laws (referred to as Harvey models or sometimes super-Lorentzians, a nomenclature discussion on the term is provided by Kallinger et al. 2014) of the following form:

$$\mathcal{H}(\nu) = \frac{A}{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^\gamma}, \quad (5)$$

where A is the reduced amplitude component, ν_c the characteristic frequency, and γ is an exponent that can be linked to the amount of memory in the physical process described by the Harvey model (see e.g. García & Ballot 2019).

There is no clear consensus in the community on the best number of Harvey models to consider in order to optimally fit the background. Mathur et al. (2010) combined one Harvey model and a power law in their model, while Kallinger et al. (2014) decided to fit the data with two Harvey models after using a Bayesian framework to compare six possible models.

For the sake of generality, the considered limit background is then taken as the sum of k Harvey models, a power law, and a white noise term:

$$B(\nu) = \sum_k \mathcal{H}_k(\nu) + a\nu^{-b} + P_n, \quad (6)$$

where a and b are the power-law parameters. In the cases of long cadence observations from *Kepler* or TESS, it can be necessary to include a damping factor η to take into account the power loss in the components of the signals close to the Nyquist frequency (Chaplin et al. 2011; Kallinger et al. 2014):

$$\eta^2(\nu) = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi\nu}{2\nu_N}\right). \quad (7)$$

The photon noise is not affected by this effect and Eq. 6 therefore becomes

$$B(\nu) = \left[\sum_k \mathcal{H}_k(\nu) + a\nu^{-b} \right] \eta^2 + P_n. \quad (8)$$

2.3. The Lorentzian model

In asteroseismology, p-mode profiles are usually described with symmetric Lorentzian profiles. However, previous helioseismic observations provide evidence that the p-mode spectral profile was actually asymmetric (Duvall et al. 1993; Toutain et al. 1998). Two solutions were suggested to model p-mode asymmetric

Lorentzian profiles. The first one was proposed by Nigam & Kosovichev (1998):

$$L(\nu, \nu_0, \Gamma, H, \alpha) = \frac{H}{1+x^2} \left[(1+\alpha x)^2 + \alpha^2 \right], \quad (9)$$

while the second possibility was put forward by Korzenik (2005):

$$L(\nu, \nu_0, \Gamma, H, \alpha) = \frac{H}{1+x^2} \left[1 + \alpha(x - \alpha/2) \right]. \quad (10)$$

In the two previous equations, H is the height of the Lorentzian, α is the asymmetry parameter, and x is the reduced frequency, defined as

$$x(\nu, \nu_0, \Gamma) = \frac{\nu - \nu_0}{\Gamma/2}, \quad (11)$$

where ν is the frequency, ν_0 the Lorentzian central frequency, and Γ the Lorentzian full width at half maximum (FWHM). If $\alpha = 0$, the modelled profile is a standard symmetric Lorentzian.

It is finally important to note that H and Γ can be related to the mode amplitude A through (Fletcher et al. 2006; Chaplin et al. 2008; Lund et al. 2017):

$$H = \frac{2A^2}{\pi\Gamma}. \quad (12)$$

2.4. Low resolution and sinc model

In the PSD, the ideal mode profile is in reality convolved by the Fourier transform of the observational window. In case of continuous observations of length T_{obs} , this Fourier transform has the shape of a sinc function. There is no significant bias in the observed height H (or amplitude A) and width Γ of the mode in the case $T_{\text{obs}} \gg 1/\Gamma$. However, as illustrated in Fig. 1, when we represent the result of the convolution of the ideal signal by the Fourier transform of the observational window for different ΓT_{obs} values, the effect of the convolution appears as soon as ΓT_{obs} is of the order of several times unity, and the sinc function profile dominates the Lorentzian profile when $\Gamma T_{\text{obs}} < 1$. Therefore, if the considered modes have a long lifetime with regards to the duration of the observation, the Lorentzian nature of their profile may not appear clearly because of insufficient resolution (frequency bins) to properly characterise the profile. In this case, it is more adequate to model the p-mode peaks with squared sinc functions instead of Lorentzians:

$$L(\nu, \nu_0, \Gamma, H) = H \text{sinc}^2 x. \quad (13)$$

2.5. Mode description

Under the effect of slow rotation (Ledoux 1951), an acoustic mode M of order n and given degree ℓ is described as a multiplet of $2\ell + 1$ components (modelled with symmetric Lorentzian profiles, asymmetric Lorentzian profiles, or sinc profiles as explained above) according to the following equation:

$$M_{n,\ell}(\nu) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} L(\nu, \nu_{n,\ell} + m s_{n,\ell}, \Gamma_{n,\ell}, r_{\ell,m} H_{n,\ell}, \alpha), \quad (14)$$

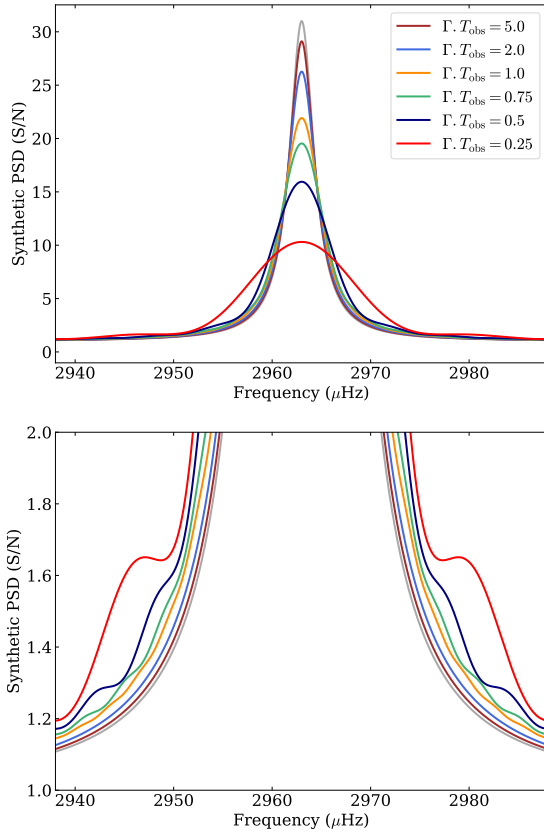


Fig. 1. *Top:* Effects of the convolution by the Fourier transform of the observational window on an ideal Lorentzian mode profile (grey) in the case of continuous observations, with $\Gamma T_{\text{obs}} = 0.25$ (red), 0.5 (dark blue), 0.75 (green), 1 (orange), 2 (light blue), and 5 (brown). *Bottom:* Same as top panel, but for the y-axis range [1, 2].

with $s_{n,\ell}$ being the mode splittings, and $r_{\ell,m}$ the m-height ratio (with $\sum_{m=-\ell}^{\ell} r_{\ell,m} = 1$). The $r_{\ell,m}$ term is, in principle, purely geometric and depends on the stellar inclination angle i (Dziembowski 1977; Toutain & Gouttebroze 1993; Gizon & Solanki 2003; Ballot et al. 2006). Typical $r_{\ell,m}$ values considered for different instruments are given in Table 3.

2.6. Mode visibilities

It is often useful to be able to define the mode-height ratio between close-frequency modes. This can be achieved by computing the mode visibility, V_ℓ , which depends on the stellar limb darkening and links the mode surface amplitude to the disk-integrated mode amplitude.

$$V_\ell = \sqrt{(2\ell + 1)\pi} \int_0^1 P_\ell(\mu)w(\mu)\mu d\mu, \quad (15)$$

where P_ℓ is the ℓ th-order Legendre polynomial and w is a weighting function. Assuming energy equipartition at close frequencies, the height ratio can be computed as the visibility ratio

V_ℓ/V_0 . For some instruments, the dependence is more complex as the instrument response does not depend only on μ . Hence, the relations given by Eq. 15 cannot be directly used (for an example with GOLF, see García et al. 1999; Salabert et al. 2011b). The values for V_ℓ/V_0 used in *apollinaire* are given in Table 2.

2.7. Modelling the modes for time-series with observational gaps

The *apollinaire* package is designed to deal with time series with large temporal gaps and was used for this purpose in Breton et al. (2022). The effect of the presence of gaps in the observations is the convolution of the Fourier transform of the ideal time series by the Fourier transform of the observational window. One of the consequences of this convolution is that the hypothesis on the frequency-bin independence is no longer valid (e.g. Gabriel 1994). However, the form of the likelihood that takes this effect into account is computationally challenging and not well suited for an optimised implementation.

The historically considered solution is to ignore the independence loss (Appourchaux et al. 1998) and to consider the likelihood given in Eq. 2. To go further, the model can be corrected to take into account the side lobes generated by the window convolution in the PSD (e.g. Salabert et al. 2002, 2004). We use such an approach in *apollinaire* to modify the model when fitting PSD from time series with low duty cycle. In order to approximate the power redistribution of one peak in the model, we define the observation window f of the time series. The value of f is 1 at the time-stamps where data were acquired, and 0 otherwise. The Fourier transform \tilde{f} of f is then computed. The frequency shift ν_i (relative to the zero-frequency peak of $|\tilde{f}|^2$) and the amplitudes a_i of the k peaks above a given threshold in $|\tilde{f}|^2$ are then stored. The amplitudes are normalised to verify

$$\sum_{i=0}^k a_i = 1. \quad (16)$$

The mode description given in Eq. 14 is then replaced by:

$$M_{n,\ell}(\nu) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{i=0}^k L(\nu, \nu_{n,\ell} + m s_{n,\ell} + \nu_i, \Gamma_{n,\ell}, a_i r_{\ell,m} H_{n,\ell}, \alpha). \quad (17)$$

The side lobe power redistribution of the mode is illustrated in Fig. 2, where we consider an observational window with a regular observation cycle of 720 minutes with observations followed by 720 minutes without observations. We consider a $\ell = 1, 3$ pair with $i = 90^\circ$ and $\nu_s = 0.4 \mu\text{Hz}$ and we represent the model with 100% duty cycle for comparison. The power redistribution of the modes appears clearly when the formula from Eq. 17 is applied to compute the mode profiles, and we see that the modified model —approximating $|\tilde{f}|^2$ as the sum of $k + 1$ Dirac functions— is extremely close to the profile we obtain when we actually perform the convolution operation between the PSD and the $|\tilde{f}|^2$.

3. Description of the framework

The *apollinaire* package is designed to perform MCMC samplings for each step of the peakbagging procedure: background fit, asymptotic parameters fit to determine the global modes pattern, and extraction of individual mode parameters. Those three operations are performed one after another when using the

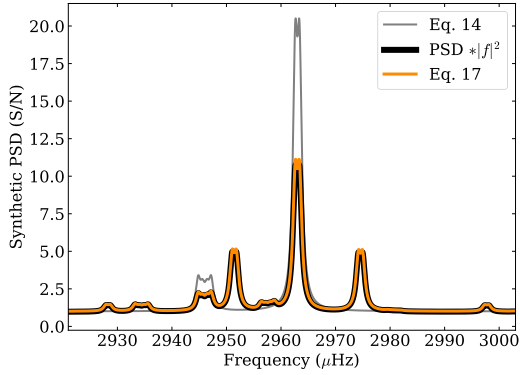


Fig. 2. Model for a $\ell = 1, 3$ pair with inclination angle $i = 90^\circ$ and splittings $s = 0.4 \mu\text{Hz}$, without taking the observational window into account (grey) and the modified model with the observational window effect applied following Eq. 17 (orange). The actual convolution of the synthetic PSD by $|f|^2$ is represented in black for comparison.

`stellar_framework` function but can also be performed independently. The global flowchart of an analysis performed with the `stellar_framework` function is represented in Fig. 3.

3.1. Sampling the posterior probability with MCMC

The MCMCs are implemented with the Python package `emcee` (Foreman-Mackey et al. 2013). The sampling strategy follows Goodman & Weare (2010). The sampler, which can be seen as an improvement of the single site Metropolis scheme (Sokal 1997; Liu 2009), is designed as an affine invariant ensemble of walkers. Walker positions are updated one after another by the algorithm. The proposal for the new position of a given walker is created by taking into account the positions of other walkers. Acceptance or rejection of each move is assessed through the Metropolis-Hastings rule (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970). In every part of the framework (background, global mode pattern, individual mode parameters), the user is free to choose the number of walkers and the number of steps to perform in order to sample the distribution, as well as the number of steps discarded as part of the burn-in phase.

The results yielded by a Bayesian approach strongly rely on the choice of prior functions made for the different parameters. At the same time, the prior function reflects the level of knowledge that the Bayesian fitters already possesses concerning the model for which they want to sample the posterior distribution. From this point of view, the choice of the prior functions to use in order to sample the posterior is necessarily somewhat arbitrary. Discussing considerations over the expected mode profile, several possibilities have been suggested in the Bayesian peakbagging literature. Following Benomar et al. (2012), Davies et al. (2016) considered for example a smoothness condition for the mode frequencies while using uniform priors for every other parameters. On the contrary, Lund et al. (2017) considered uniform priors for frequencies and inclination angle while using modified Jeffrey’s priors (Handberg & Campante 2011) for amplitudes and widths. Corsaro et al. (2020) adopted uniform priors for all free parameters, justifying this choice by the fast computation that it allowed in their framework.

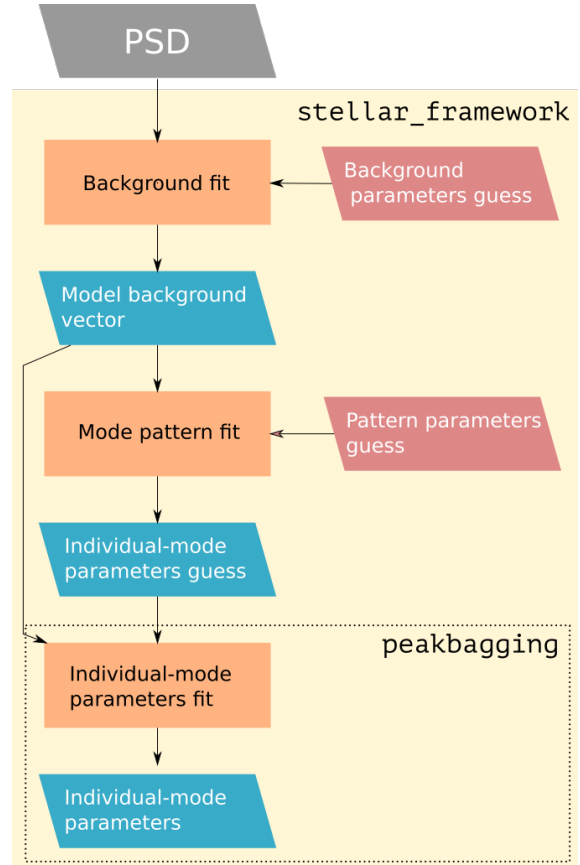


Fig. 3. Simplified representation of the apollinaire flow chart.

In `apollinaire`, prior functions are taken to be uniform distributions within two bounds with the exception of the inclination angle, i , the heights H (or amplitudes A), and the widths Γ . It should be underlined that the uniform priors confine the sampled distribution to the compact support defined by the bounds and represent in this sense a strong constraint on the posterior. However, this can be justified by the fact that it is for example reasonable to suppose that, for a given mode, the actual mode frequency cannot be located outside a small frequency window around the mode power excess.

Most of the usual priors defined on a compact support can actually be linked to a uniform prior through a change of variable. For H (or A) and Γ , we therefore consider uniform prior distributions in $\log H$ (or $\log A$) and $\log \Gamma$. This is equivalent to constraining H (or A) and Γ with Jeffrey’s priors. This way, in the limit of the fixed boundaries, the prior does not contain information on the parameter scaling. For i , the prior distribution is $p(i) = \sin i$ in order to fulfill the a priori isotropic distribution of stellar rotation axes (García & Ballot 2019).

In the `stellar_framework` function, the automatically generated priors have been set in order to cover a sufficiently wide range to ensure that the sampled distribution is not biased by boundary effects. Additional difficulties that may arise in the specific case of frequencies are discussed in Sect. 3.5.

When a MCMC is sampled, the code automatically extracts summary statistics from it. For a given parameter, it returns the

median of the marginalised sampled distribution, y . In order to obtain the uncertainties σ_- and σ_+ over y , 16th and 84th percentiles y_{16} and y_{84} are also extracted. In the case of a Gaussian distribution, $\sigma_- = \sigma_+ = \sigma$ with σ being the standard deviation of the distribution. Some `apollinaire` output files (see Appendix D and online documentation for more details) only provide a σ_{sym} over y :

$$\sigma_{\text{sym}} = \max(y - y_{16}, y_{84} - y). \quad (18)$$

In this case, if it is the natural logarithm of the parameters that has been sampled, median, 16th, and 84th percentiles are transformed again before computing and returning σ_{sym} .

3.2. Inputs and outputs

The guess and priors for background and global pattern fits are automatically generated by `apollinaire`. The user can also manually provide guess and priors if needed. The inputs for individual mode-parameter extractions are more complex, and for them, `apollinaire` uses text files with a specific syntax: the `a2z` files, which were originally developed as part of the A2Z pipeline (Mathur et al. 2010). The syntax of the file is dedicated to providing a simple and straightforward way to specify the nature, extent, initial value, and bounds for each parameter to fit. These files will be auto-generated by the `stellar_framework` function but can also be manually created in order to directly use the `peakbagging` function. They can be read as a `pandas`³ DataFrame through the auxiliary function `read_a2z`.

The chains are stored as Hierarchical Data Format version 5 (`hdf5`) files. The code provides functions to read these files for the user that would need to perform a more thorough analysis on the chains than the extraction of summary statistics described in Sect. 3.1. Using these files, it is for example straightforward to obtain the marginalised distribution for each parameter or the covariance matrix between two parameters. Corner plots visually summarising the sampled distributions can be saved as `pdf` or `png` files if filenames are specified. They represent both the marginalised distribution for each parameter and the covariance distribution for each pair of parameters.

Parameters fitted by the `perform_mle_background`, `perform_mle_pattern`, `explore_distribution_background`, and `explore_distribution_pattern` functions are returned as `numpy` arrays. When these functions are called by the `stellar_framework` functions, the results they provide are stored in text files with dedicated headers. For convenience, the `peakbagging` function returns both an `a2z` DataFrame, which can be saved to an `a2z` file with the auxiliary function `save_a2z`, and a so-called `pkb`⁴ array, which can be saved with the `save_a2z` (when the function is called by `stellar_framework`, this is done automatically). The returned `a2z` DataFrame is useful for performing new MCMC samplings with modified input values while the `pkb` array provides a mode-by-mode summary statistics and allows the user to simply reconstruct the best-fit p-mode model computed by `apollinaire`. More details about `a2z` files, `a2z` DataFrame, `pkb` files, and `pkb` arrays can be found in Appendix D, and example `a2z` and `pkb` files are also provided.

³ <https://pandas.pydata.org/>.

⁴ originally developed inside the Kepler Asteroseismic Science Operations Center (KASOC) working package 6.

3.3. Background fit

Besides the PSD, the only additional inputs needed by `apollinaire` to automatically compute initial guesses and priors for the background fit are the stellar effective temperature, T_{eff} , the asymptotic large spacing $\Delta\nu$, and the frequency at maximum power ν_{max} . If no previous estimations of $\Delta\nu$ and ν_{max} are available, it is possible to provide the code with the stellar mass, M , and radius, R , in order to compute an estimate of $\Delta\nu$ and ν_{max} through the scaling laws (Kjeldsen & Bedding 1995)

$$\Delta\nu \approx \Delta\nu_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{3/2} \quad (19)$$

$$\nu_{\text{max}} \approx \left(\frac{R_{\odot}}{R}\right)^2 \frac{M}{M_{\odot}} \left(\frac{T_{\text{eff},\odot}}{T_{\text{eff}}}\right)^{1/2},$$

where $\Delta\nu_{\odot}$, M_{\odot} , R_{\odot} , and $T_{\text{eff},\odot}$ are the reference solar values for the asymptotic large spacing, mass, radius, and effective temperature, respectively. These values are set to 135 μHz , 1 M_{\odot} , 1 R_{\odot} , and 5770 K in `apollinaire`.

The limit spectrum fitted on the data is the sum of the background term given by Eq. 6 and a Gaussian p-mode envelope term:

$$S_{\text{B}}(\nu) = B(\nu) + H_{\text{max}} \exp\left[-\left(\frac{\nu - \nu_{\text{max}}}{W_{\text{gauss}}}\right)^2\right], \quad (20)$$

with H_{max} being the maximal height of the p-mode Gaussian envelope and W_{gauss} its width or standard deviation.

When only one Harvey model is considered, the initial γ value is fixed to 2; it is fixed to 4 when two Harvey models are considered. This parameter can be fixed (Kallinger et al. 2014) or set to vary. In order to fit more than two Harvey models, the user should manually provide the guesses. Otherwise, input profile guesses are automatically generated. If the spectrum has been acquired with photometric observations, the values provided by Table 2 of Kallinger et al. (2014) are used. If the code has to deal with a PSD obtained from a solar radial-velocity time series, initial guess values have also been implemented using GOLF as a reference.

In order to obtain significant gains in computing time, it is possible to resample the PSD to a version with many fewer data points. The resampling techniques are described in Appendix A. As shown in Sect. 4.3, this method can be reliably used in order to extract mode frequencies but the main caveat is that the background parameters obtained by fitting the resampled PSD should be considered with caution. In particular, the resampling will filter out the power in the p-mode region, and H_{max} , ν_{max} , and W_{env} obtained with this method will be significantly biased.

3.4. Limit p-mode spectrum

To fit the p modes, `apollinaire` divides the observed spectrum by the fitted background profile B in order to get the signal-to-noise-ratio (S/N) spectrum:

$$\mathbf{S}_{\text{obs,S/N}} = \frac{\mathbf{S}_{\text{obs}}}{B}(\nu). \quad (21)$$

This way, the background contribution fitted in the previous step is removed. The limit spectrum, S_{SN} , that is then adjusted to $\mathbf{S}_{\text{obs,S/N}}$ is

$$S_{\text{SN}}(\nu) = \sum_n \sum_{\ell} \frac{M_{n,\ell}}{B}(\nu) + b, \quad (22)$$

with $M_{n,\ell}$ given by Eq. 14, and b corresponding to an additive factor to locally adjust the background.

3.5. Pattern fit

In order to constrain the priors of the main individual mode parameters, $v_{n,\ell}$, $H_{n,\ell}$, and $\Gamma_{n,\ell}$, `apollinaire` performs a global pattern fit on the orders located around v_{\max} . [Tassoul \(1980\)](#) presented the following asymptotic relation for mode frequencies, within the approximation $n \gg \ell$:

$$v_{n,\ell} \approx \left(n + \frac{\ell}{2} + \epsilon \right) \Delta v, \quad (23)$$

where ϵ is a phase constant. Slightly modifying the formalism adopted in [Lund et al. \(2017\)](#), this relation can be approximated, in the v_{\max} neighbourhood, to

$$v_{n,\ell} \approx \left(n + \frac{\ell}{2} + \epsilon \right) \Delta v - \delta v_{0\ell} - \beta_{0\ell}(n - n_{\max}) + \frac{\alpha}{2}(n - n_{\max})^2, \quad (24)$$

where the small separations $\delta v_{0\ell}$ are given by

$$\begin{aligned} \delta v_{00} &= 0, \\ \delta v_{01} &= \left\langle \frac{1}{2}(v_{n,1} - v_{n+1,0}) - v_{n,1} \right\rangle_n, \\ \delta v_{02} &= \langle v_{n,0} - v_{n-1,2} \rangle_n, \\ \delta v_{03} &= \left\langle \frac{1}{2}(v_{n,3} - v_{n+1,0}) - v_{n,3} \right\rangle_n, \end{aligned} \quad (25)$$

while α and $\beta_{0\ell}$ are respectively the curvature terms on Δv and $\delta v_{0\ell}$. The parameter n_{\max} , which is not an integer, follows the relation

$$n_{\max} = \frac{v_{\max}}{\Delta v} - \epsilon. \quad (26)$$

Mode heights in the limit spectrum can be approximated through the p-mode envelope parameters H_{\max} and W_{gauss} , considering

$$H_{n,\ell} = \frac{H_{\max}}{B(v_{n,\ell})} \exp \left[- \left(\frac{v_{n,\ell} - v_{\max}}{W_{\text{gauss}}} \right)^2 \right], \quad (27)$$

while Γ is taken as a FWHM value common to all modes.

Using Eq. 24 and 27, the pattern fit step is designed to approximate the mode pattern around v_{\max} with a given set θ of global parameters: ϵ , α , Δv , v_{\max} , H_{\max} , W_{gauss} , Γ , δv_{02} , β_{02} , δv_{01} , β_{01} , and δv_{13} (with $\delta v_{13} = \delta v_{03} - \delta v_{01}$), β_{03} . The last four parameters can be ignored, for example if the star to fit presents $\ell = 1$ mixed modes: only pairs $M_{n-1,2}$, $M_{n,0}$ will then be fitted (see Appendix B). It is also possible to ignore just the $\ell = 3$ mode when the S/N of the considered PSD is insufficient. Indeed, in this situation, the δv_{13} and β_{03} parameters will be difficult to constrain and the sampled distribution will be prior dominated.

Guesses for ϵ , α , H_{\max} , Γ , δv_{02} , δv_{01} , and δv_{13} can be manually provided, otherwise they will be automatically computed. If a guess is given for a δv_{0k} , the initial value for the corresponding β_{0k} will be set to zero. To determine initial automated guesses for parameters, we adopted prescriptions from [Corsaro et al. \(2012\)](#) for stars with $\Delta v < 14 \mu\text{Hz}$ and $v_{\max} < 450 \mu\text{Hz}$. For main sequence stars, we derived well performing initial values from the results obtained by [Lund et al. \(2017\)](#). Proper guesses for stars with $450 \mu\text{Hz} < v_{\max} < 1000 \mu\text{Hz}$ are not implemented in the current version of `apollinaire` but a recipe for how to proceed with these stars is given in Appendix B.

The pattern fit step will fit θ by considering the k orders closest to v_{\max} . By default, the `stellar_framework` function uses

$k = 3$. The bounds of the fitting window are set $0.2 \Delta v$ below and above the smallest and largest mode frequency included in the pattern. In the standard procedure, the MCMC exploration is directly performed from the initial rough guess computed by `apollinaire`. It is possible to use a fast MLE run to quickly refine this initial guess and to use the values yielded by the MLE as a starting point for the MCMC sampling. This can save some computing time by reducing the number of discarded steps at the beginning of the MCMC exploration, but may also reduce the opportunities of the walkers to explore different regions of the distribution to sample in the case of multimodal distribution.

As underlined by [Lund et al. \(2017\)](#), the discrepancies between the actual position of the modes and the frequencies yielded by the relation given by Eq. 24 can be physically explained by acoustic glitches (e.g. [Mazumdar et al. 2014](#); [Houdayer et al. 2021](#)). Moreover, when optimised only on the central orders, the formula given by Eq. 24 should be extrapolated with caution for modes located far from v_{\max} . Indeed, in this case, there can be significant discrepancies between the mode frequencies predicted by the formula and the actual position of the mode in the PSD. This can be straightforwardly checked using an échelle diagram and is illustrated in particular in Sect. 4.3. It is of course possible to include more orders when sampling the distribution of pattern parameters, but this will require more computing time; on one hand because the likelihood will be computed on more data points, and on the other because the chain will take more steps to converge. In this situation, the results obtained with the summary statistics alone should also be considered with caution as the inclusion of low-S/N modes can strongly influence the multi-modality of the sampled distribution.

An échelle diagram may also be particularly useful in order to check that the code correctly identified the $\ell = 0$ and the $\ell = 1$ mode. When this is not the case, the failure in the sampling is generally related to an improper prior for ϵ . In this situation, the solution is to manually impose new initial values and prior bounds for ϵ .

3.6. Selecting orders to fit

The result of the pattern fit is used to obtain guess values for $v_{n,\ell}$, $H_{n,\ell}$, and $\Gamma_{n,\ell}$ for each mode. These values are provided inside an `a2z DataFrame`. There are two ways to determine the modes for which the function will provide guess values. With the first method, the function will simply build the `a2z DataFrame` for a given number of orders symmetrically distributed around v_{\max} . The second method performs a H0 screening (e.g. [Appourchaux et al. 2009](#); [Broomhall et al. 2010](#); [Appourchaux et al. 2012](#); [Davies et al. 2016](#); [Lund et al. 2017](#)) on the p-mode region to assess the strong ($\ell = 0$ or 1) mode detectability. Following the procedure presented in [Davies et al. \(2016\)](#), the PSD is rebinned over t bins and a χ^2_t statistics is considered. For each mode, the rebinning is performed considering an odd number of bins, the central bin being the one with the frequency closest to the mode frequency estimated with the fitted global parameters. The adopted threshold for the rejection of the null hypothesis H0 is $p = 0.001$. The maximal value t_{\max} considered for the rebinning is 99, or the t value corresponding to a bin width of $5 \mu\text{Hz}$, respectively. If the H0 hypothesis is rejected for more than one-third of the considered rebinning, we consider the mode as detectable. A guess for this mode will be added in the `a2z DataFrame` along with the guess for the closest $\ell = \{2, 3\}$ mode. It should be stated that it is also possible to manually provide a `a2z DataFrame` that will override the guess automatically generated by the function.

3.7. Extraction of individual parameters: the peakbagging function

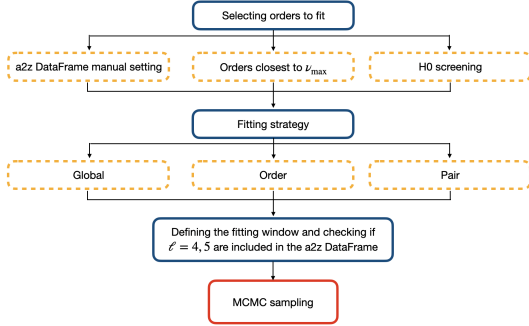


Fig. 4. Summary of the available options for the p-mode individual parameter extraction step.

In what follows, we refer to the $M_{n-1,2}$, $M_{n,0}$, $M_{n-1,3}$, and $M_{n,1}$ group of modes as a peakbagging order to avoid any confusion. Mode parameters can be fitted globally, by peakbagging order, or by pair. In the latter case, modes $M_{n-1,2}$, $M_{n,0}$ or $M_{n-1,3}$, and $M_{n,1}$ are then fitted together, respectively. The reader should note that the pair-fitting strategy is also suited to fitting any individual mode if the parameters of only one mode of a given pair is specified in the a2z input. The model used to compute the likelihood and posterior probability follows Eq. 22. The initial value for the local S/N background term b is taken as 1 and set to vary between 10^{-6} and 5.

The minimal set of parameters that will be fitted by the code are mode frequencies, $\nu_{n,\ell}$, heights, $H_{n,\ell}$ (or amplitudes, $A_{n,\ell}$), and FWHM, $\Gamma_{n,\ell}$. Additional parameters that can be fitted are splittings, $s_{n,\ell}$, inclination angle, i , and asymmetries, $\alpha_{n,\ell}$. It is possible to fit the projected splittings, $s_* = s \sin i$ (Ballot et al. 2006, 2008), instead of s . Except for mode frequencies, every input parameter can be set to parametrise all modes, a whole order, a pair, or only one mode. In other words, it is possible to impose each mode of a given peakbagging order to have, for example, the same FWHM.

If the user does not provide a fitting window size, the data to fit are restricted to an adaptive fitting window: only PSD elements within $[\nu_-, \nu_+]$ are considered, with:

$$\begin{aligned} \nu_- &= \nu_{\text{low}} - \frac{\nu_{\text{up}} - \nu_{\text{low}}}{d}, \\ \nu_+ &= \nu_{\text{up}} + \frac{\nu_{\text{up}} - \nu_{\text{low}}}{d}, \end{aligned} \quad (28)$$

where ν_{low} and ν_{up} are respectively the minimal and maximal guess frequencies of the modes to fit. The value of d is then determined by the considered method: if the fit is made by order, $d = 3$, if the fit is made by pair, $d = 1$.

For modes above $800 \mu\text{Hz}$ and if the fit is made by pair, another possibility offered by the code is to use the $\Delta\nu$ value to constrain the fitting window. The $800 \mu\text{Hz}$ value has been chosen to ensure that the considered mode does not exhibit avoided crossings, which might add additional difficulties due to the po-

tential presence of mixed modes in the fitting window. In this case, the window bounds are:

$$\begin{aligned} \nu_- &= \nu_{\text{center}} - w_w \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}}, \\ \nu_+ &= \nu_{\text{center}} + w_w \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}}, \end{aligned} \quad (29)$$

where ν_{center} is the centre of the window given by the mean of the guess frequencies of the two modes to fit (or simply the guess frequency of the mode to fit if only parameters for one mode are specified), and the reference value $\Delta\nu_{\odot} = 135 \mu\text{Hz}$. The possible values of w_w are summarised in Table 1.

Table 1. Possible values of w_w .

Interval (μHz)	1200-2000	2000-2500	> 2500
w_w (μHz)	35	55	75

As underlined in section 2, the mode visibilities and m-height ratios have instrumental dependencies. There are two ways to deal with mode visibilities: on one hand, the user can choose to fit amplitude parameters individually for each mode, and on the other, it is possible to specify the amplitude ratios V_ℓ/V_0 in the a2z input file. The usual ratios (Salabert et al. 2011a) are provided in Table 2.

Table 2. Mode visibility ratios V_ℓ/V_0

Ratio	GOLF	VIRGO	Kepler/K2/TESS
V_1/V_0	1.69	1.53	1.5
V_2/V_0	0.81	0.59	0.7
V_3/V_0	0.17	0.09	0.2
V_4/V_0	0.0098	-	-
V_5/V_0	0.001	-	-

The m-height ratios to use are selected through the *instrument* argument of the peakbagging function. The implemented ratios for each instrument are given in Table 3.

It should also be noted that for H and Γ , it is the natural logarithms of the parameters that are expected to have a Gaussian distribution (Toutain & Appourchaux 1994; Garcia & Ballot 2019). For parameters of these types, the peakbagging function thus samples the natural logarithm. However, it should be remembered that it is straightforward to obtain the sampled distribution of the parameter itself by a simple transformation of the MCMC elements.

3.8. Dealing with $\ell = 4$ and $\ell = 5$ leaks in solar spectra

Due to the very high S/N of radial-velocity helioseismic data, some $\ell = 4$ and $\ell = 5$ modes (referred as intermediate-degree modes) may arise above noise. It has been shown that omitting their contribution to the power distribution of the spectrum can introduce bias in the fitted frequencies of up to three times the uncertainty (Jiménez-Reyes et al. 2008). If guesses for intermediate-degree modes are specified in the input a2z file (e.g. using the theoretical frequency value for those modes), the code will check for their presence inside the defined window.

If, when reading the a2z DataFrame, it appears that an intermediate-degree mode is present in the fitting window, its frequency will be added to the parameters to fit. Heights and FWHMs of intermediate-degree mode are computed considering

Table 3. m-height ratios $r_{\ell,m}$. The parameter i is the stellar inclination angle.

$r_{\ell,m}$	GOLF	VIRGO	Kepler/K2/TESS
$r_{1,0}$	0	0	$\cos^2 i$
$r_{1,\pm 1}$	0.5	0.5	$\frac{1}{2} \sin^2 i$
$r_{2,0}$	0.65/2.65	0.75/2.75	$\frac{1}{4}(3 \cos i - 1)^2$
$r_{2,\pm 1}$	0	0	$\frac{3}{8} \sin^2 2i$
$r_{2,\pm 2}$	1/2.65	1/2.75	$\frac{3}{8} \sin^4 i$
$r_{3,0}$	0	0	$\frac{1}{64}(5 \cos 3i + 3 \cos i)^2$
$r_{3,\pm 1}$	0.41/2.82	0.63/3.26	$\frac{3}{64} \sin^2 i (5 \cos 2i + 3)^2$
$r_{3,\pm 2}$	0	0	$\frac{15}{8} \sin^4 i \cos^2 i$
$r_{3,\pm 3}$	1/2.82	1/3.26	$\frac{5}{16} \sin^6 i$
$r_{4,0}$	0.1/2.7	-	-
$r_{4,\pm 1}$	0	-	-
$r_{4,\pm 2}$	0.3/2.7	-	-
$r_{4,\pm 3}$	0	-	-
$r_{4,\pm 4}$	1/2.7	-	-
$r_{5,0}$	0	-	-
$r_{5,\pm 1}$	0.117	-	-
$r_{5,\pm 2}$	0	-	-
$r_{5,\pm 3}$	0.137	-	-
$r_{5,\pm 4}$	0	-	-
$r_{5,\pm 4}$	0.246	-	-

the ratio presented in Table 2 and using the closest $\ell = 0$ mode as a reference. If no $\ell = 0$ is fitted at this time, the closest $\ell = 1$ is used instead. Power is distributed between the m-components of the mode following Table 3. The splittings are set to 400 nHz and do not vary. No asymmetry is considered for these modes. The diagram shown in Fig. 4 summarises the possible options described in Sect. 3.6, 3.7 and 3.8.

3.9. Quality assurance

Several frequentist and Bayesian metrics for peakbagging quality assurance have been suggested over the years (see e.g. Apourchaux et al. 2012; Davies et al. 2016; Lund et al. 2017). The quality assurance metric implemented in apollinaire takes inspiration from the Bayesian machinery described in Davies et al. (2016) but avoids resampling a MCMC to obtain the probability of the different models to compare, which saves a large amount of computing time.

The apollinaire package implements a Bayesian quality assurance computing tool where three possibilities are assumed for each fitted pair of modes (odd or even): (1) The strong ($\ell = 0$ or 1) and the weak ($\ell = 2$ or 3) modes are both detected (model M_{sw} with associated probability p_{sw}); (2) only the strong mode is detected (model M_s with associated probability p_s); or (3) neither of the two modes is detected (model M_0 with associated probability p_0). We have assumed that a weak mode could not be detected if the strong mode was not also detected. Assuming that a sufficient number of initial steps has been discarded, the MCMC contains n sets of parameters θ . A subset of k ($k \leq n$) elements still representative of the MCMC distribution can be selected by thinning the chain. Indeed, this subgroup of parameters should follow the same distribution as the full MCMC if enough elements are considered. For each of those k sets of parameters θ_k , likelihoods $p(D|M_{sw}, \theta_k)$, $p(D|M_s, \theta_k)$, $p(D|M_0, \theta_k)$ corresponding to the three hypotheses are then compared (considering the data D within the same frequency window that was used for the actual fit). For the M_0 model, as the frequency win-

dow is narrow enough, we consider a flat background which is computed as the median of the power distribution of the frequency bins inside the window.

The estimated probability p_α (marginalised over the parameter distribution) that a model M_α is the most likely considering the data is then computed as follows:

$$p_\alpha = \frac{\#\{\theta_k \mid p(D|M_\alpha, \theta_k) = \max_{i \in \{\alpha, \beta, \gamma\}} p(D|M_i, \theta_k)\}}{k}, \quad (30)$$

where given an ensemble E , $\#E$ denotes its cardinal. The indexes α , β , and γ in Eq. 30 should be properly replaced by sw, s, and 0 depending on the considered case. We use Eq. 30 to estimate the probability p_α as the fraction of explored parameter sets θ_k for which the model α is the most likely among the three models. If we consider the specific case where $n = k$, Eq. 30 gives the exact proportion of cases in the sampled distribution where the M_α model is the most likely. The probability p_α is therefore the likelihood of M_α for this distribution. The thinning step to reduce to k samples allows a significant gain in computing time to obtain p_α while conserving the sampled distribution properties.

p_0 is the probability of the null hypothesis H0 for the detection of the strong mode while $p_s + p_0$ is the H0 probability for the weak mode. For the considered pair, the natural logarithm of the Bayes factor K for the detection of a mode of degree ℓ is then given by:

$$\begin{aligned} \ln K &= \ln(p_{sw} + p_s) - \ln p_0 \quad ; \quad \ell \in \{0, 1\} \\ \ln K &= \ln p_{sw} - \ln(p_s + p_0) \quad ; \quad \ell \in \{2, 3\}. \end{aligned} \quad (31)$$

Here we reiterate the interpretation of the $\ln K$ value for the evidence against H0, as outlined by Kass & Raftery (1995):

$$\ln K = \begin{cases} < 0 & \text{favours H0} \\ 0 \text{ to } 1 & \text{not worth more than a bare mention} \\ 1 \text{ to } 3 & \text{positive} \\ 3 \text{ to } 5 & \text{strong} \\ > 5 & \text{very strong.} \end{cases}$$

It is easy to see that, if the model p_{sw} , for example, is favoured in any case, this will correspond to $p_{sw} = 1$ and therefore $\ln K > 5$. If we have $p_{sw} = 2/3$ and $p_0 = 1/3$, we will have $\ln K \approx 0.69$, and the M_{sw} model is only barely favoured compared to the H0 hypothesis. Modes with $\ln K < 1$ should be cautiously considered when exploiting the peakbagging results for modelling purposes.

4. Benchmark with Monte Carlo synthetic spectra and published peakbagging results

In this section, in order to assess the reliability of the code, we present the results of a Monte Carlo benchmark with synthetic spectra. We then compare apollinaire results with results obtained with other peakbagging codes. As the method has been designed to perform helioseismic and asteroseismic analysis, we decided to perform our benchmark with both solar and stellar data⁵.

⁵ Full results, Kepler light curves, and data analysis tools used to perform the benchmark can be accessed through the following repository: https://gitlab.com/sybreton/benchmark_peakbagging_apollinaire.

4.1. Monte Carlo trial

Considering three different sets of parameters (see Table 4), we generate a limit spectrum for three pairs of modes. This limit spectrum is then multiplied by a noise vector with a power distribution following a χ^2 with two degrees of freedom. The pairs are generated for two frequency vectors: the first with one-year resolution and the second with four-year resolution. An example of such a synthetic pair is shown in Fig. 5. Each pair is then fitted using the peakbagging function. For each pair and each resolution, we repeat this process 200 times. For each considered pair and resolution, Tables 5 and 6 summarise the percentage of times for which the true value, considering the uncertainties, is outside the 68% and 99.7% credible intervals, defined by the 1σ and 3σ departure from the fitted value, respectively, with the fitted value taken as the median of the sampled distribution. The percentage of fits for which we find the true value to be in the 68% and 99.7% credible intervals is therefore close to expectations, the standard deviation for the frequency of success being 3.3% in the case of 200 draws following a binomial law of parameters ($n_{\text{draw}} = 200$, $p = 0.68$), and 0.4% for ($n_{\text{draw}} = 200$, $p = 0.997$), with n_{draw} being the number of draws. When we consider the 2400 fitted frequencies at once, we find the uncertainties obtained with `apollinaire` to be conservative in this experiment. Indeed, 71.5% of the fitted frequencies are in the 68% credible interval. With a standard deviation of 0.95% for 2400 independent experiments, this is approximately four standard deviations away from the 68% expected value.

We note that the uncertainties obtained for the 1460-day pairs are significantly smaller than for the 365-day pairs. An example comparison between the true value and `apollinaire` fitted value is shown in Figs. 6 and 7, where the frequency error $\nu_{\text{fitted}} - \nu_{\text{true}}$ between the fitted value and the true value is represented for the $\ell = 1$ mode of pair 2. The spread reduction of the error distribution appears clearly in the histograms. Figure 7 also shows the $(\nu_{\text{fitted}} - \nu_{\text{true}})/\sigma$ distribution where we specify the mean value $\langle(\nu_{\text{fitted}} - \nu_{\text{true}})/\sigma\rangle$. As expected, the standard deviation for the $(\nu_{\text{fitted}} - \nu_{\text{true}})/\sigma$ distribution is close to 1 in both cases. We find no systematic bias in the fitted parameters, except for the splittings in pair 3 which are systematically underestimated due to the large mode width.

Table 4. Mode parameters of the three pairs used for the Monte Carlo trial.

ℓ	pair 1		pair 2		pair 3	
	2	0	3	1	2	0
ν (μHz)	1810	1822	2946	2963	3703	3710
H (S/N)	14	20	6	30	21	30
Γ (μHz)	0.35	0.35	1	1	4	4
s (μHz)	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
i ($^\circ$)	90	90	90	90	90	90

4.2. GOLF solar PSD analysis

To study the p-mode frequency shifts induced by the magnetic solar cycle, [Salabert et al. \(2015\)](#) performed an analysis of 69 one-year subseries of the GOLF instrument, spanning from 1996 April 11 to 2014 March 5, with 91.25 days overlap. The modes were fitted using a MLE method ([Salabert et al. 2007](#)). In order to compare the results from this method with `apollinaire` fits, we use the same MLE code to perform a similar analysis by considering subseries of one-year spanning from 1996 April 11

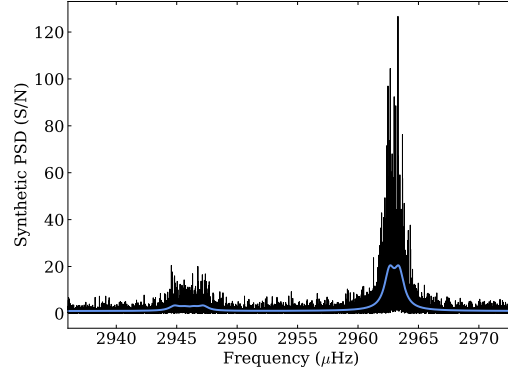


Fig. 5. Example of a synthetic spectrum generated with the pair 2 set of parameters and a frequency vector with 1460-day resolution (black). The ideal spectrum is overplotted in blue.

Table 5. Percentage of values in the 68% and 99.7% credible intervals for the strong ($\ell = 0, 1$) mode in the Monte Carlo trial.

	pair 1		pair 2		pair 3	
	365	1460	365	1460	365	1460
ν						
68%	68.5	70	64.5	71.5	75	67
99.7%	99.5	99.5	99.5	100	100	100
H						
68%	74.5	69.5	76	72.5	65	72
99.7%	99.5	99.5	100	100	100	99.5
Γ						
68%	71.5	73.5	68.5	72	72	70
99.7%	100	99.5	100	100	100	99.5
s						
68%	-	-	77.5	71	-	-
99.7%	-	-	100	100	-	-

Table 6. Percentage of values in the 68% and 99.7% credible intervals for the weak ($\ell = 2, 3$) mode in the Monte Carlo trial.

	pair 1		pair 2		pair 3	
	365	1460	365	1460	365	1460
ν						
68%	77.5	72	76	73.5	71.5	74
99.7%	100	99.5	99.5	100	100	100
H						
68%	75.5	70.5	70.5	68.5	71.5	72
99.7%	100	99	100	100	99.5	100
Γ						
68%	74.5	73	74.5	74.5	74.5	76.5
99.7%	99.5	100	99.5	100	100	99.5
s						
68%	68	73	67.5	68	86	77.5
99.7%	99	99.5	99.5	99.5	100	100

to 2020 July 6, with a 91.25 days overlap⁶. We remove five subseries that have a duty-cycle of below 90% and therefore consider 89 subseries. For each of these subseries, we fit modes $\ell = 0, 1, 2, 3$. However, as $\ell = 3$ have low signal-to-noise ratios in the GOLF data, we compare only the results obtained for mode $\ell = 0, 1, 2$ in the following. The lowest frequency considered mode is $n = 11$, $\ell = 2$ while the highest frequency considered mode is $n = 26$, $\ell = 1$. This means that we compare fit results between `apollinaire` and the MLE method for 4005

⁶ The GOLF time series used for this work can be downloaded at https://irfu.cea.fr/dap/LDEE/Phocea/Vie_des_labos/Ast/ast_visu.php?id_ast=3842

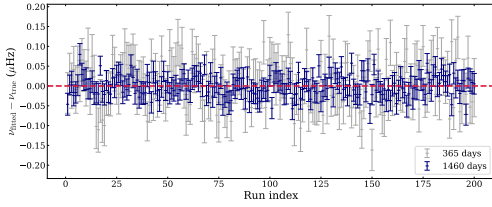


Fig. 6. Error $v_{\text{fitted}} - v_{\text{true}}$ on the $\ell = 1$ mode from pair 2 and corresponding uncertainties for every Monte Carlo run with 365-day (grey) and 1460-day (blue) resolution. The zero vertical coordinate is highlighted by the red dashed line.

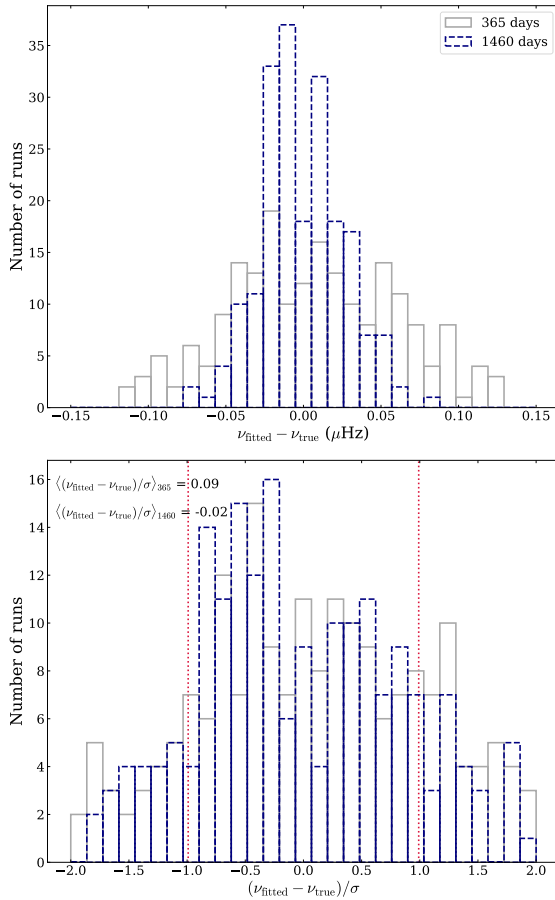


Fig. 7. *Top:* $v_{\text{fitted}} - v_{\text{true}}$ distribution on the $\ell = 1$ mode from pair 2 for every Monte Carlo run with 365-day (grey) and 1460-day (blue) resolution. *Bottom:* $(v_{\text{fitted}} - v_{\text{true}})/\sigma$ distribution on the $\ell = 1$ mode from pair 2 for every Monte Carlo run with 365-day (grey) and 1460-day (blue) resolution. The mean value $\langle (v_{\text{fitted}} - v_{\text{true}})/\sigma \rangle$ for both distributions is specified and the standard deviation of the 1460-day distribution is shown in red.

modes. The procedure to fit the series with *apollinaire* is the following. Frequency bins below $50 \mu\text{Hz}$ are not considered to fit the background. The S/N spectrum is then computed by di-

viding the PSD by the fitted background model. Modes are fitted by pair. Heights $H_{n,\ell}$, FWHMs $\Gamma_{n,\ell}$ and splittings $s_{n,\ell}$ are fitted independently for each mode. As asymmetries are expected to depend on frequency only, one asymmetry value is fitted for each pair. Finally, $\ell = \{4, 5\}$ power leakages are accounted for during the fit. For the background fit, the MCMC are sampled with 500 walkers iterated over 500 steps, with the 100 first steps discarded as burn-in. For the individual mode fit, the MCMC are sampled using 500 walkers iterated over 1000 steps. The 400 first steps are discarded to take the burn-in phase into account.

We consider the 1σ and 3σ intervals relative to the values and corresponding uncertainties σ fitted with *apollinaire*. Among the 4005 fitted modes, the frequencies fitted by the MLE method, v_{MLE} , lay outside the 1σ interval for 38 modes (0.9%) and outside the 3σ interval for 10 modes (0.2%). The MLE heights H lay outside the 1σ interval for 464 modes (11.5%) and outside the 3σ interval for 23 modes (0.6%). The MLE FWHMs Γ lay outside the 1σ interval for 185 modes (4.6%) and outside the 3σ interval for 18 modes (0.4%). The relatively high number of H and Γ values laying outside the 1σ interval can be explained by the strong anti-correlation that exists between these two parameters, especially at high frequency. We also identify at least two modes that have not been correctly fitted by the MLE method. Finally, we represent the $(v_{\text{apn}} - v_{\text{MLE}})/\sqrt{\sigma_{\text{apn}}^2 + \sigma_{\text{MLE}}^2}$ distribution in Fig. 8 in order to show the comparison of the two methods exhibits no systematic bias.

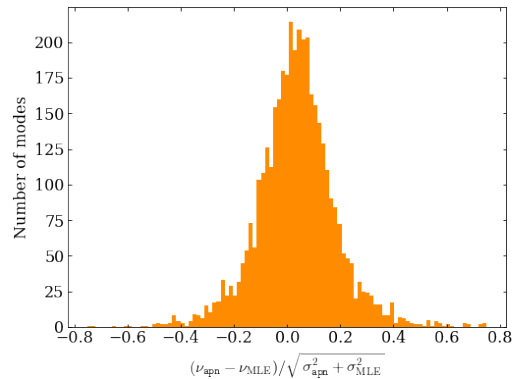


Fig. 8. $(v_{\text{apn}} - v_{\text{MLE}})/\sqrt{\sigma_{\text{apn}}^2 + \sigma_{\text{MLE}}^2}$ distribution for mode frequencies fitted in the 89 considered GOLF time series.

4.3. The Kepler main sequence LEGACY catalogue

In order to extract strong modelling constraints to be used in stellar evolution codes *Silva Aguirre et al. (2017)*, hereafter L17, performed a thorough peakbagging analysis of the so-called *Kepler* LEGACY sample, which contains 66 main sequence stars with stochastically excited p modes⁷. We select six targets to analyse within the LEGACY sample, namely KIC 5184732, 6106415, 6225718, 6603624, 12069424, and 12069449, and we compare the *apollinaire* results to the reference values provided by L17. Some fundamental stellar properties of the se-

⁷ The mode frequency, amplitude and width tables are publicly available on VizieR at: <http://cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?J/ApJ/835/172>

lected targets are given in Table 7, which are taken from the *Kepler* data release 25 (DR25, Mathur et al. 2017).

Table 7. KIC and fundamental stellar properties of selected targets from the LEGACY sample.

KIC	Name	T_{eff} (K)	$\log g$	R (R_{\odot})	M (M_{\odot})
5184732	-	5835	4.257	1.326	1.159
6106415	-	6028	4.295	1.202	1.039
6225718	-	6320	4.316	1.207	1.096
6603624	-	5671	4.319	1.162	1.027
12069424	16CygA	5775	4.294	1.165	0.973
12069449	16CygB	5745	4.359	1.069	0.952

As we want to show how *apollinaire* behaves when used blindly without any previous knowledge of the seismic values, effective temperatures T_{eff} , masses M , and radii R are used to estimate ν_{max} and $\Delta\nu$ values from the global seismic scaling laws. We could also have used the ν_{max} and $\Delta\nu$ values from L17 as input. The PSDs we analyse were obtained from KEPSEISMIC-calibrated⁸ light curves (García et al. 2011). The background profile is fitted considering two Harvey models and a flat noise contribution (see Sect. 2.2). We fit the background with the complete PSD, but in order to assess the effect of a background fit performed on a rebinned PSD on the mode frequencies, we also sample the posterior probability of our background model on a PSD resampled following the method described in Appendix A. Frequency bins below $50 \mu\text{Hz}$ are not considered. We use 500 walkers iterated over 5000 steps, with the 100 first iterations discarded as burn-in. We deliberately choose a large number of steps to ensure the convergence of the chains. The global mode pattern is adjusted on the S/N spectrum obtained by dividing the PSD by the background model, according to the strategy described in Sect. 3.5 and considering $\ell = \{0, 1, 2, 3\}$ of the three orders closest to ν_{max} . We use 500 walkers iterated over 5000 steps and we discard the 250 first drawn points. We visually check that the fitted pattern has a satisfying profile in order to provide correct frequency guesses for the individual mode-parameter extraction. In the individual mode parameter fit, for each target, we limit our analysis to the seven orders closest to ν_{max} . All the chosen targets have a p-mode S/N that is sufficient to fit mode parameters farther from ν_{max} , but we make this choice in order to ensure that the frequency estimates yielded by Eq. 24 are correct and to avoid a manual redefinition of the priors for low- and high-order modes before sampling the mode parameters. The MCMCs are sampled using 500 walkers iterated over 5000 steps. The 200 first steps are discarded to take the burn-in phase into account.

For each fitted parameter, L17 specified two uncertainty values (in the same way *apollinaire* allows computing σ_+ and σ_-). For sake of simplicity and clarity in the comparison of results, we consider only the larger uncertainty value for each parameter. L17 epsilon ϵ values are compared to the results yielded by *apollinaire* in Fig. 9. The échelle diagrams obtained from the *apollinaire* fits are provided in Fig. 10 where we also represent the frequencies obtained from Eq. 24 and the corresponding pattern sampling. As already underlined in Sect. 3.5, the échelle diagram clearly shows that, as we constrained the parameters from Eq. 24 on only the three central orders, the predicted value we obtain for modes far from ν_{max} does not follow the actual node ridge in the échelle diagrams. Fitted frequencies

⁸ KEPSEISMIC data are available at MAST via <http://dx.doi.org/10.17909/t9-mrpw-gc07>

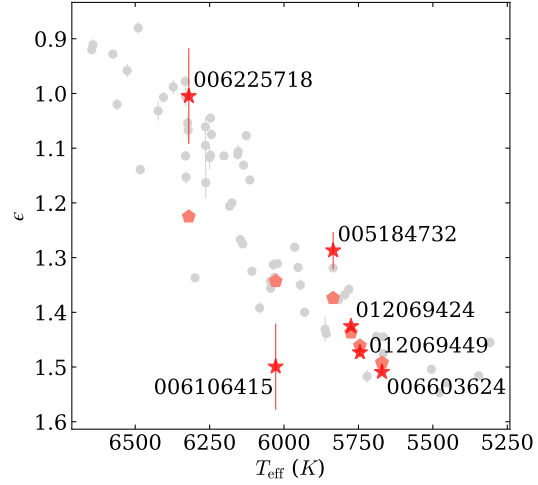


Fig. 9. L17 ϵ values (pentagons) compared to *apollinaire* ϵ values (stars) for the six considered targets. Corresponding KIC are specified next to each red dot. The epsilon values obtained by L17 for the other stars of the LEGACY sample are represented in grey. Some of the uncertainties are too small to be represented on the figure.

are compared with the values from L17 in Fig. 11. The same type of comparison is performed for mode amplitudes and FWHMs in Fig. 12. The *apollinaire* fitted values and reference from L17 can be found in Tables 8, D.3, and D.4, along with the quality assurance values $\ln K$ computed according to the method presented in Sect. 3.9. The results are globally in agreement for frequencies. Considering the 1σ and 3σ interval relative to the *apollinaire* value again over the 154 fitted frequencies, the L17 frequency is beyond 1σ for 39 modes and beyond 3σ for three modes. We find larger discrepancies for mode amplitudes and widths: over the 42 fitted widths (one per order), the L17 value is outside the 1σ interval 25 times and outside the 3σ interval 8 times. Over the 42 fitted amplitudes, the L17 value is outside the 1σ interval 31 times and outside the 3σ interval 12 times. We find no systematic bias in the frequency, amplitude, and width comparison. Concerning the mode frequencies, the largest observed discrepancy between L17 and *apollinaire* is found to be on the KIC 006603624 mode $M_{18,3}$. We have $\nu_{18,3,\text{apn}} = 2299.52 \pm 0.20 \mu\text{Hz}$ and $\nu_{18,3,\text{L17}} = 2305.47 \pm 0.13 \mu\text{Hz}$. However, inspecting the KIC 006603624 spectrum and the corresponding échelle diagram, it seems more credible to us that the correct position of this mode is the one yielded by *apollinaire*.

The discrepancies in the values obtained for fitted parameters can have multiple explanations. While we used KEPSEISMIC data, L17 exploited light curves corrected with the KASOC filter (Handberg & Lund 2014). The data calibration influences the power redistribution in the PSD frequency bins and may therefore be responsible for some of the observed discrepancies between the mode widths and amplitudes, and, to a lesser extent, for frequency discrepancies. However, when comparing peak-bagging codes, it is found that the main discrepancies are induced by the differences in the methods used to fit the background (Appourchaux et al. 2014). It should also be underlined

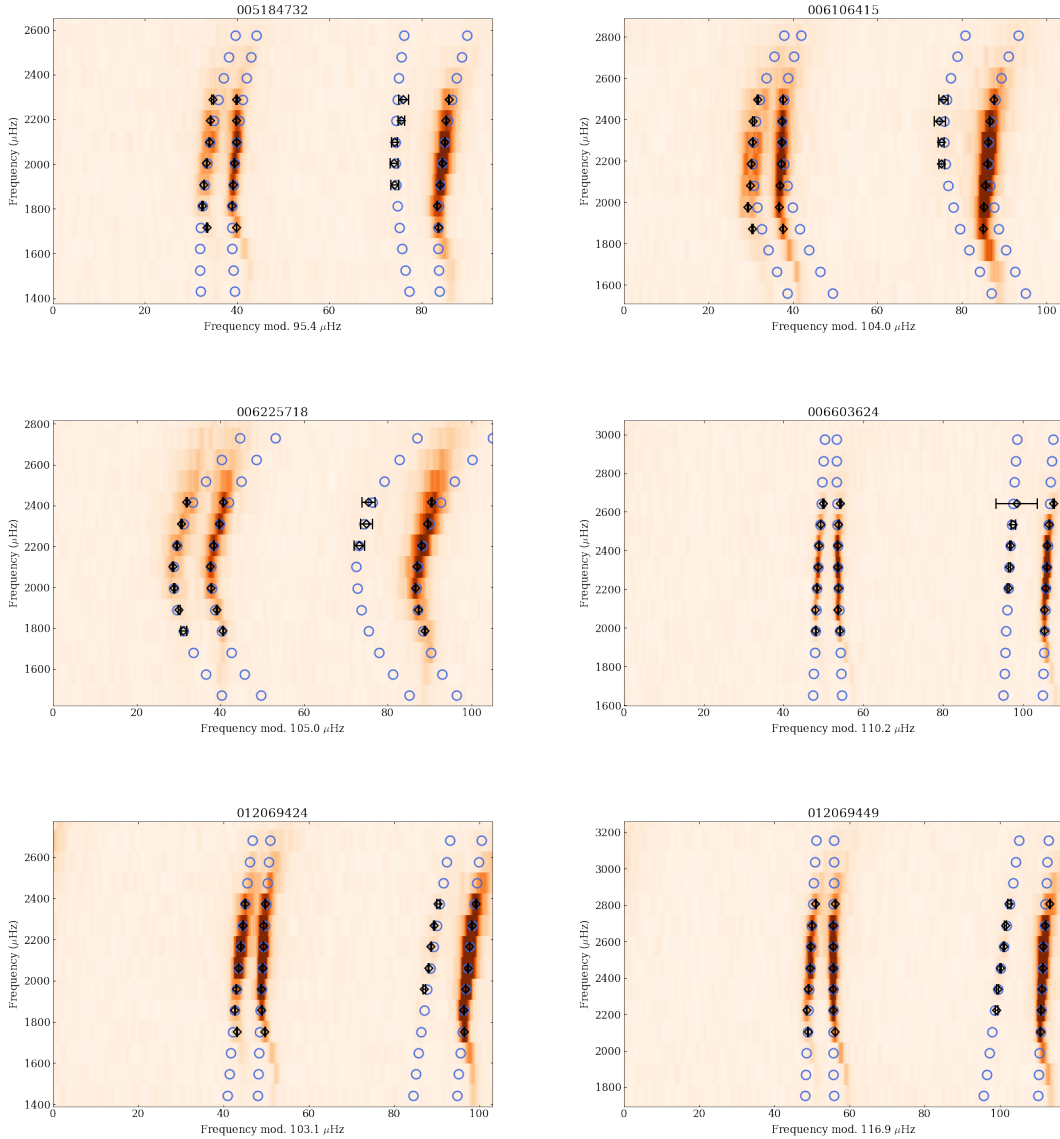


Fig. 10. Échelle diagram of the six selected targets `apollinaire` fitted p-mode frequencies (black diamonds) with corresponding error bars. The blue circles signal the frequency initial guesses inferred from Eq. 24.

that there are several differences in the models we use when compared to those used by L17. The first main difference resides in the fact that L17 included the V_ℓ parameters for which posterior probability distributions are sampled while these parameters were fixed in our model (see Sect. 2.6). The second difference is that, as we fit order by order, the inclination angle i is poorly constrained with this choice of strategy. It is also important to keep in mind that the uncertainty values yielded by a MCMC process are only formal uncertainties related to the variance of the parameters inside a given model confronted to the data. It has already been demonstrated that an inaccurate description (e.g.

by neglecting the $\ell = 4, 5$ contribution or the wing power of the modes outside the fitting window) of the mode profiles could bias the estimation of the real values by several times the uncertainty values (Jiménez-Reyes et al. 2008).

Concerning ϵ values, L17 and White et al. (2011) noted that a strong anti-correlation exists between $\Delta\nu$ and ϵ . We also note that for most ν_{\max} , $\Delta\nu$, and ϵ , the `apollinaire` uncertainty values are much larger than for the L17 values. For KIC 006225718, for example, `apollinaire` yielded $\Delta\nu = 106.78 \pm 0.43 \mu\text{Hz}$ while L17 gave $\Delta\nu = 105.695 \pm 0.018 \mu\text{Hz}$. This can be explained by the fact that, even if our Eq. 24 is really close to Eq. 27 of L17,

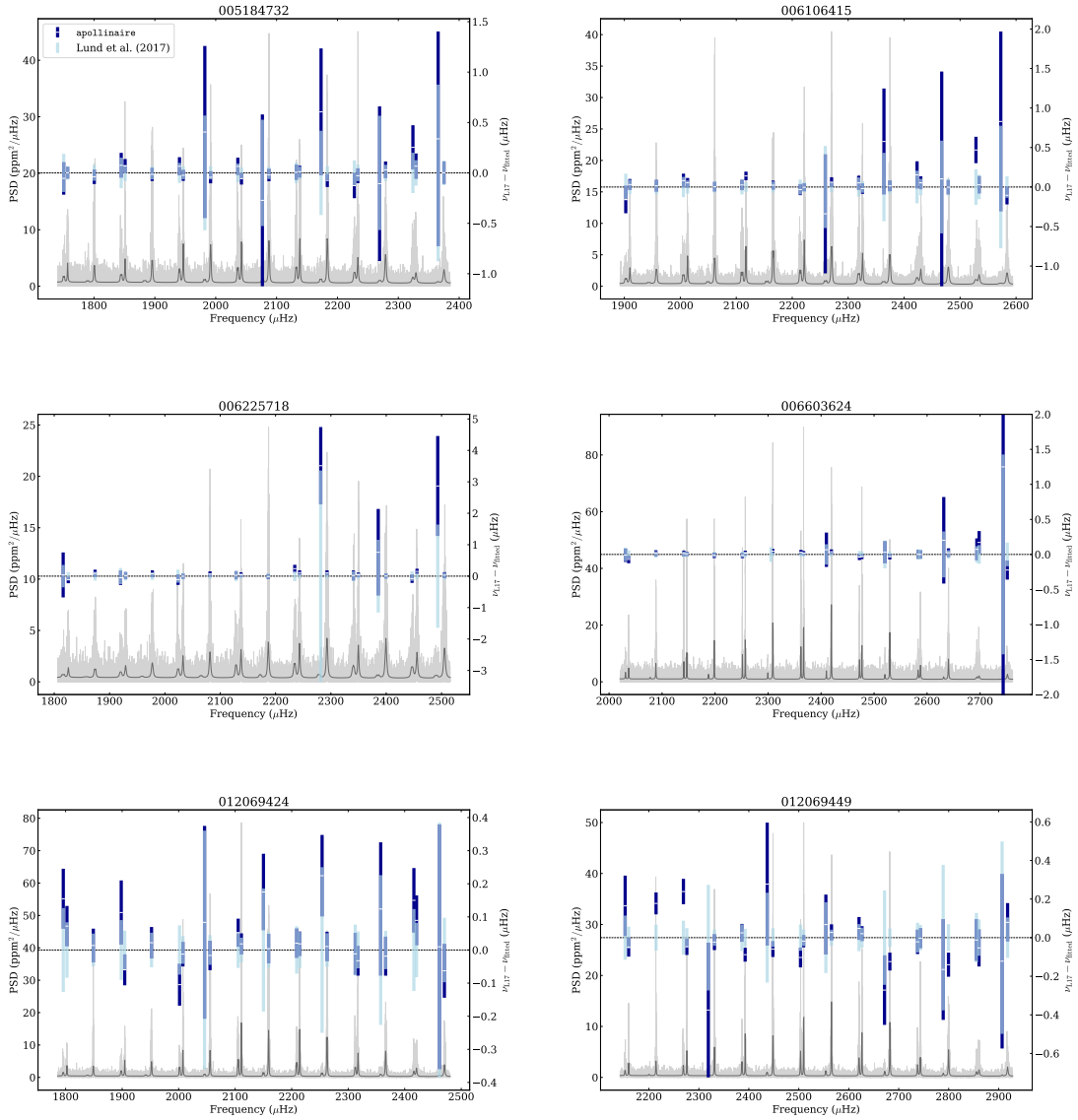


Fig. 11. Comparison of p-mode frequencies yielded by *apollinaire* (dark blue) and reference values from L17 (light blue). The error bars overlapping intervals are represented in medium blue. The KEPSEISMIC PSD are represented in light grey while the *apollinaire* fitted model is shown in dark grey.

the strategy exploited to sample the parameter distribution is totally different. We use Eq. 24 together with Eq. 27 and a common Γ value in order to compute a mode profile for the three central orders and directly constrain our parameters with the PSD. On the contrary, L17 used their Eq. 27 to constrain the pattern parameters from the individual mode frequencies they had already obtained from the PSD analysis.

Finally, Fig. 13 shows the $(\nu_{\text{full}} - \nu_{\text{resampled}}) / \sqrt{\sigma_{\text{full}}^2 + \sigma_{\text{resampled}}^2}$ distribution, where ν_{full} and σ_{full} are the frequencies and uncertainties obtained by consider-

ing the complete PSD for the background fit, and $\nu_{\text{resampled}}$ and $\sigma_{\text{resampled}}$ are the frequencies and uncertainties obtained after using the background fitted on the resampled PSD. This shows that, for mode frequencies, the discrepancies between the two methods are negligible with respect to the fitted uncertainties, which means that frequencies obtained with the PSD resampling method can be used without risk as input for modelling codes. This resampling strategy is made relevant in the optic of the PLATO mission preparation, where it will be necessary to

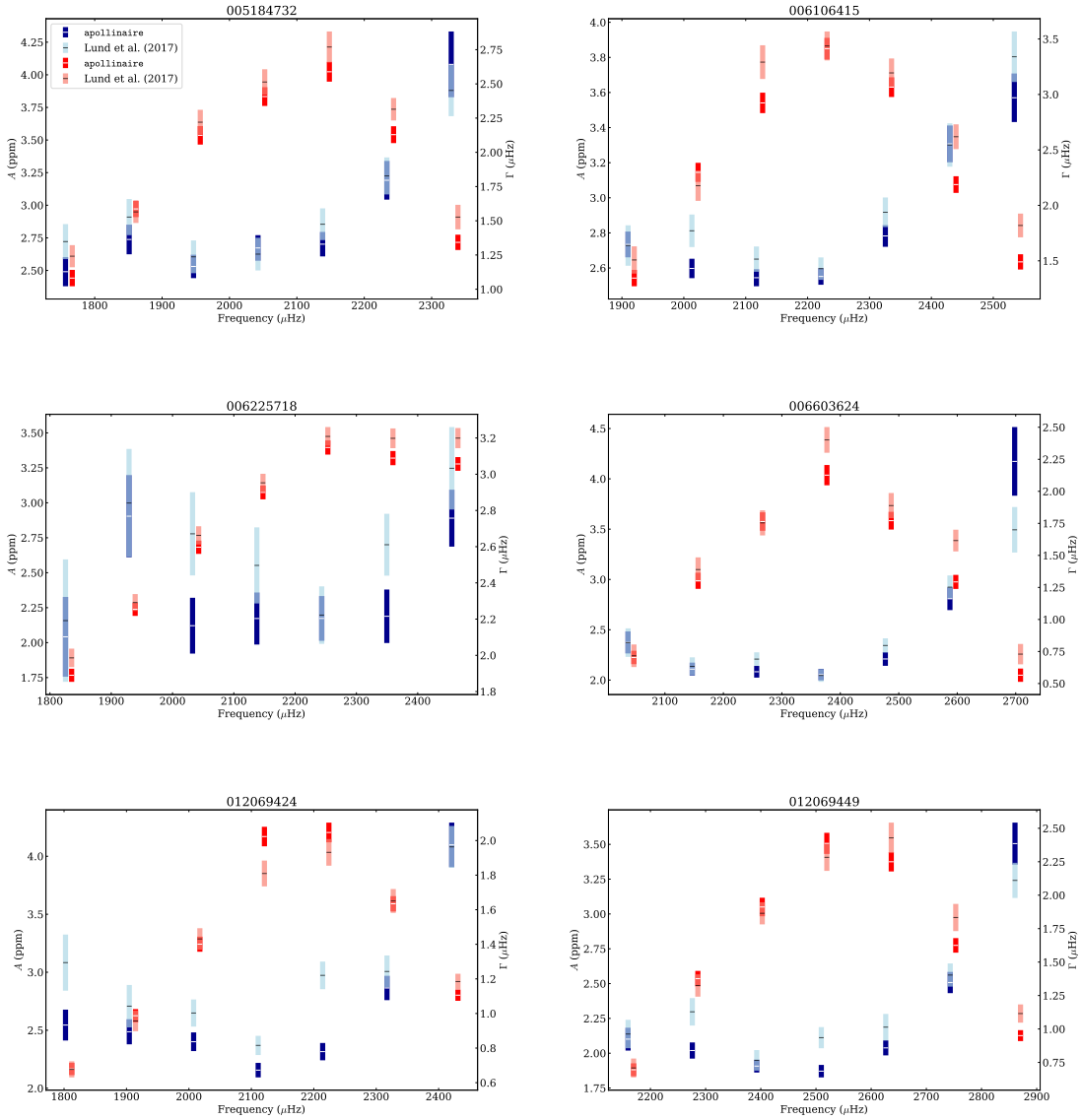


Fig. 12. Comparison of p-mode FWHMs and amplitudes yielded by `apollinaire` (dark blue and red, respectively) and reference values from L17 (light blue and salmon, respectively). The error bars overlapping intervals are represented in medium blue and dark salmon, respectively.

perform the peakbagging analysis for tens of thousands of stars in an optimised computing time.

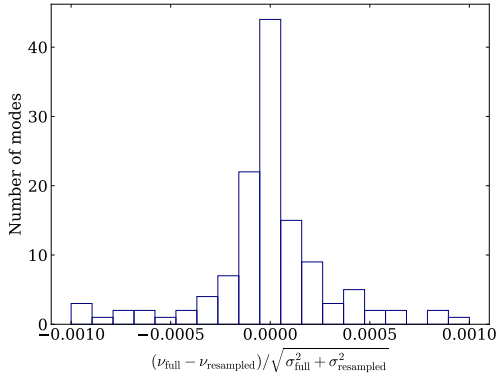
5. Discussion

The possibilities offered by MCMC sampling methods and the flexibility of the possible strategies allowed by `apollinaire` merit a brief discussion. Another question that arises when using MCMC is the hyper-parameters value that must be chosen in order to correctly dimension the problem. We decided in this paper to use 500 walkers for all the sampling we perform, which

is a typical value used in several peakbagging studies (see e.g. [Davies et al. 2016](#); [Lund et al. 2017](#)). Choosing the optimal number of steps to perform when sampling the chain and the proportion of steps that should be burned in at the beginning of the run represents a complex issue that has no universal solution. This can only be done through test and trial, especially when the initial guesses appear to be quite far from the posterior probability optimum. One way to check that the chain is fully converged is to split it in half after having removed the burned in elements and to verify that the shapes of the two subdistributions are identical. It is also possible to estimate the auto-correlation time τ of the

Table 8. Comparison between ν_{\max} , $\Delta\nu$, and ϵ values yielded by `apollinaire` and reference values from L17.

KIC	$\nu_{\max,\text{apn}}$ (μHz)	$\nu_{\max,\text{L17}}$ (μHz)	$\Delta\nu_{\text{apn}}$ (μHz)	$\Delta\nu_{\text{L17}}$ (μHz)	ϵ_{apn}	ϵ_{L17}
5184732	2164 \pm 35	2089.3 \pm 4.4	95.94 \pm 0.15	95.545 \pm 0.024	1.287 \pm 0.034	1.374 \pm 0.005
6106415	2215 \pm 50	2248.6 \pm 4.6	103.36 \pm 0.37	104.074 \pm 0.026	1.499 \pm 0.079	1.343 \pm 0.005
6225718	2349 \pm 54	2364.2 \pm 4.9	106.78 \pm 0.43	105.695 \pm 0.018	1.005 \pm 0.087	1.225 \pm 0.004
6603624	2386 \pm 24	2384.0 \pm 5.6	110.05 \pm 0.03	110.128 \pm 0.012	1.509 \pm 0.006	1.492 \pm 0.002
12069424	2192 \pm 22	2188.5 \pm 4.6	103.35 \pm 0.39	103.277 \pm 0.021	1.426 \pm 0.008	1.437 \pm 0.004
12069449	2625 \pm 93	2561.3 \pm 5.6	116.87 \pm 0.87	116.929 \pm 0.013	1.473 \pm 0.007	1.461 \pm 0.013


Fig. 13. $(\nu_{\text{full}} - \nu_{\text{resampled}}) / \sqrt{\sigma_{\text{full}}^2 + \sigma_{\text{resampled}}^2}$ distribution for the six targets considered in the LEGACY sample.

chain to assess its convergence. However, obtaining a reliable estimate of τ requires running the sampling for at least 50τ steps, which can prove extremely computationally extensive. Having run a sampling experiment with KIC 6603624 as reference, we find that, when the posterior is data dominated, τ values are typically of a few hundred steps. Parameters for which the posterior is prior dominated typically have longer auto-correlation times.

It is also important to keep in mind that some fitting strategies may have to be preferred considering the target being analysed. For example, for high-resolution solar data, we will favour a fit by pair, with the height and the FWHM of each mode set to vary freely. Mode asymmetries should be fitted for modes above 2450 μHz . In stellar data, especially with low-resolution low-S/N data, modes will be fitted globally or by order, with a constraint on the mode-relative amplitudes. It will only be possible to constrain the stellar inclination angle where good S/N data are available; in this case, it will be necessary to perform a global fit in order to consider the m-height ratio of the largest possible number of modes at the same time. Mode asymmetries are usually not considered when fitting stellar data. The user may keep in mind that when fitting all the modes at once with a global method, the MCMC will converge more slowly because of the increased number of dimensions in the parameter space being explored. For power spectra obtained from short time series, because of the mode stochastic excitation, allowing the mode FWHM and height to vary freely may sometimes yield better results than using the ratios specified in Table 2.

6. Conclusion

In this paper, we introduced the `apollinaire` module, an open-source Python 3 package designed for helio- and asteroseismic disk-integrated peakbagging. The module implements a set of functions that are able to extract background, p-mode global pattern, and p-mode individual parameters through MCMC sampling implemented with `emcee`. The implementation of these functions is designed to provide a flexible framework. They can be used independently or combined depending on the task the user wants to achieve.

We analysed data from the GOLF instrument and the *Kepler* LEGACY sample in order to compare `apollinaire` results with values available in the literature. We find good agreement between our results and the reference values. The discrepancies can be explained by differences in data calibrations, fitting strategies, and adopted models.

The code is in active development and the online repository is regularly updated. An online documentation of the package is available and includes several tutorials that should allow any interested user to quickly start working with `apollinaire` and use the different functions to analyse their own set of data. With the increasing number of TESS targets of asteroseismic interest and the preparation of the PLATO mission, we hope that `apollinaire` will become a widely used tool in the community.

Acknowledgements. The authors thanks the anonymous referee for constructive comments and precious suggestions that greatly enriched and completed the material of the paper. S.N.B. and R.A.G acknowledge the support from PLATO and GOLF CNES grants. J.B. acknowledges the support from CNES. V.D. acknowledges the support of the IAC (Tenerife, Spain). The authors are deeply grateful to G.R. Davies who originally designed the a2z data structures in collaboration with R.A.G. They also thank L. Bugnet, M. Delorme, A. Jiménez, S. Mathur, and V. Prat for fruitful discussions. A special thank to A. Finley for his precious suggestions concerning the name of the paper. This paper includes data collected by the *Kepler* mission. Funding for the *Kepler* mission is provided by the NASA Science Mission Directorate. This research has made use of the VizieR catalogue access tool, CDS, Strasbourg, France (DOI : 10.26903/cds/vizieer). The original description of the VizieR service was published in 2000, A&AS 143, 23.

Software: Python (Van Rossum & Drake 2009), numpy (Oliphant 2006; Harris et al. 2020), pandas (pandas development team 2020; Wes McKinney 2010), matplotlib (Hunter 2007), emcee (Foreman-Mackey et al. 2013), scipy (Virtanen et al. 2020), corner (Foreman-Mackey 2016), astropy (Astropy Collaboration et al. 2013, 2018), h5py (Collette 2013), george (Ambikasaran et al. 2014). The previous references should be cited together with `apollinaire` when using the module.

Packaged version of `apollinaire` can be installed through `pip` and `conda-forge` (conda-forge community 2015). The source code and most recent versions of `apollinaire` can be found at github.com/sybreton/apollinaire while the module documentation is hosted at <https://apollinaire.readthedocs.io/>.

References

- Ambikasaran, S., Foreman-Mackey, D., Greengard, L., Hogg, D. W., & O’Neil, M. 2014
- Appourchaux, T. 2020, A&A, 642, A226

- Appourchaux, T., Antia, H. M., Benomar, O., et al. 2014, *A&A*, 566, A20
- Appourchaux, T., Chaplin, W. J., García, R. A., et al. 2012, *A&A*, 543, A54
- Appourchaux, T., Gizon, L., & Rabello-Soares, M. C. 1998, *A&AS*, 132, 107
- Appourchaux, T., Samadi, R., & Dupret, M. A. 2009, *A&A*, 506, 1
- Astropy Collaboration, Price-Whelan, A. M., SipHocz, B. M., et al. 2018, *aj*, 156, 123
- Astropy Collaboration, Robitaille, T. P., Tollerud, E. J., et al. 2013, *A&A*, 558, A33
- Auvergne, M., Bodin, P., Boisdard, L., et al. 2009, *A&A*, 506, 411
- Ballot, J., Appourchaux, T., Toutain, T., & Guittet, M. 2008, *A&A*, 486, 867
- Ballot, J., García, R. A., & Lambert, P. 2006, *MNRAS*, 369, 1281
- Beck, P. G., Bedding, T. R., Mosser, B., et al. 2011, *Science*, 332, 205
- Bedding, T. R., Mosser, B., Huber, D., et al. 2011, *Nature*, 471, 608
- Benomar, O., Appourchaux, T., & Baudin, F. 2009, *A&A*, 506, 15
- Benomar, O., Bedding, T. R., Stello, D., et al. 2012, *ApJ*, 745, L33
- Borucki, W. J., Koch, D. G., Basri, G., et al. 2011, *ApJ*, 736, 19
- Breton, S. N., Pallé, P. L., García, R. A., et al. 2022, *A&A*, 658, A27
- Breton, S. N., Santos, A. R. G., Bugnet, L., et al. 2021, *A&A*, 647, A125
- Broomhall, A. M., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Appourchaux, T., & New, R. 2010, *MNRAS*, 406, 767
- Buzasi, D., Catanzarite, J., Laher, R., et al. 2000, *ApJ*, 532, L133
- Chaplin, W. J., Appourchaux, T., Arentoft, T., et al. 2008, *Astronomische Nachrichten*, 329, 549
- Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., et al. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 1
- Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2011, *Science*, 332, 213
- Christensen-Dalsgaard, J. 2008, *Lecture Notes on Stellar Oscillations*, fifth edition
- Collette, A. 2013, *Python and HDF5 (O'Reilly)*
- conda-forge community. 2015, *The conda-forge Project: Community-based Software Distribution Built on the conda Package Format and Ecosystem*
- Corsaro, E. & De Ridder, J. 2014, *A&A*, 571, A71
- Corsaro, E., Grundahl, F., Leccia, S., et al. 2012, *A&A*, 537, A9
- Corsaro, E., McKeever, J. M., & Kuszewicz, J. S. 2020, *A&A*, 640, A130
- Davies, G. R., Silva Aguirre, V., Bedding, T. R., et al. 2016, *MNRAS*, 456, 2183
- Deheuvels, S., Ballot, J., Beck, P. G., et al. 2015, *A&A*, 580, A96
- Duvall, T. L., Jr., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., Osaki, Y., & Pomerantz, M. A. 1993, *ApJ*, 410, 829
- Dziembowski, W. 1977, *Acta Astron.*, 27, 203
- Fletcher, S. T., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Schou, J., & Buzasi, D. 2006, *MNRAS*, 371, 935
- Foreman-Mackey, D. 2016, *Journal of Open Source Software*, 1, 24
- Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., & Goodman, J. 2013, *PASP*, 125, 306
- Fredslund Andersen, M., Pallé, P., Jessen-Hansen, J., et al. 2019, *A&A*, 623, L9
- Fröhlich, C., Romero, J., Roth, H., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 101
- Gabriel, A. H., Grec, G., Charra, J., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 61
- Gabriel, M. 1994, *A&A*, 287, 685
- García, R. A. 2015, in *EAS Publications Series*, Vol. 73-74, *EAS Publications Series*, 193–259
- García, R. A. & Ballot, J. 2019, *Living Reviews in Solar Physics*, 16, 4
- García, R. A., Boumier, P., Charra, J., et al. 1999, *A&A*, 346, 626
- García, R. A., Hekker, S., Stello, D., et al. 2011, *MNRAS*, 414, L6
- Gaulme, P., Appourchaux, T., & Boumier, P. 2009, *A&A*, 506, 7
- Gizon, L. & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009
- Goodman, J. & Weare, J. 2010, *Communications in Applied Mathematics and Computational Science*, 5, 65
- Gruberbauer, M. & Guenther, D. B. 2013, *MNRAS*, 432, 417
- Gruberbauer, M., Guenther, D. B., MacLeod, K., & Kallinger, T. 2013, *MNRAS*, 435, 242
- Gruberbauer, M., Kallinger, T., Weiss, W. W., & Guenther, D. B. 2009, *A&A*, 506, 1043
- Grundahl, F., Fredslund Andersen, M., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2017, *ApJ*, 836, 142
- Grundahl, F., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Arentoft, T., & Frandsen, S. 2007, *Communications in Asteroseismology*, 150, 300
- Handberg, R. & Campante, T. L. 2011, *A&A*, 527, A56
- Handberg, R. & Lund, M. N. 2014, *MNRAS*, 445, 2698
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., et al. 2020, *Nature*, 585, 357–362
- Harvey, J. 1985, in *ESA Special Publication*, Vol. 235, *Future Missions in Solar, Heliospheric & Space Plasma Physics*, ed. E. Rolfe & B. Battrock, 199
- Harvey, J. W., Hill, F., Hubbard, R. P., et al. 1996, *Science*, 272, 1284
- Hastings, W. K. 1970, *Biometrika*, 57, 97
- Hill, M. L., Kane, S. R., Campante, T. L., et al. 2021, *AJ*, 162, 211
- Houdayer, P. S., Reese, D. R., Goupil, M.-J., & Lebreton, Y. 2021, *A&A*, 655, A85
- Howell, S. B., Sobek, C., Haas, M., et al. 2014, *PASP*, 126, 398
- Huber, D., White, T. R., Metcalfe, T. S., et al. 2022, *AJ*, 163, 79
- Hunter, J. D. 2007, *Computing in Science Engineering*, 9, 90
- Jiménez-Reyes, S. J., Chaplin, W. J., García, R. A., et al. 2008, *MNRAS*, 389, 1780
- Kallinger, T., De Ridder, J., Hekker, S., et al. 2014, *A&A*, 570, A41
- Kass, R. E. & Raftery, A. E. 1995, *Journal of the American Statistical Association*, 90, 773
- Kjeldsen, H. & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Viskum, M., & Frandsen, S. 1995, *AJ*, 109, 1313
- Korzennik, S. G. 2005, *The Astrophysical Journal*, 626, 585
- Ledoux, P. 1951, *ApJ*, 114, 373
- Liu, J. 2009, *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*
- Lund, M. N., Silva Aguirre, V., Davies, G. R., et al. 2017, *ApJ*, 835, 172
- Mathur, S., García, R. A., Breton, S., et al. 2022, *A&A*, 657, A31
- Mathur, S., García, R. A., Régulo, C., et al. 2010, *A&A*, 511, A46
- Mathur, S., Huber, D., Batalha, N. M., et al. 2017, *ApJS*, 229, 30
- Matthews, J. M., Kuschnig, R., Walker, G. A. H., et al. 2000, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 203, *IAU Colloq. 176: The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research*, ed. L. Szabados & D. Kurtz, 74–75
- Mazumdar, A., Monteiro, M. J. P. F. G., Ballot, J., et al. 2014, *ApJ*, 782, 18
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, *J. Chem. Phys.*, 21, 1087
- Mosser, B., Barban, C., Montalbán, J., et al. 2011, *A&A*, 532, A86
- Mosser, B., Vradar, M., Belkacem, K., Deheuvels, S., & Goupil, M. J. 2015, *A&A*, 584, A50
- Nielsen, M. B., Davies, G. R., Ball, W. H., et al. 2021, *AJ*, 161, 62
- Nigam, R. & Kosovichev, A. G. 1998, *ApJ*, 505, L51
- Oliphant, T. 2006, *NumPy: A guide to NumPy*, USA: Trelgol Publishing
- Pallé, P. L., Grundahl, F., Triviño Hage, A., et al. 2013, in *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 440, *Journal of Physics Conference Series*, 012051
- pandas development team, T. 2020, *pandas-dev/pandas: Pandas*
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*
- Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al. 2014, *Experimental Astronomy*, 38, 249
- Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 1, 014003
- Salabert, D., Ballot, J., & García, R. A. 2011a, in *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 271, *GONG-SoHO 24: A New Era of Seismology of the Sun and Solar-Like Stars*, 012053
- Salabert, D., Ballot, J., & García, R. A. 2011b, *A&A*, 528, A25
- Salabert, D., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., New, R., & Verner, G. A. 2007, *A&A*, 463, 1181
- Salabert, D., Fossat, E., Gelly, B., et al. 2004, *A&A*, 413, 1135
- Salabert, D., Fossat, E., Gelly, B., et al. 2002, *A&A*, 390, 717
- Salabert, D., García, R. A., & Turck-Chièze, S. 2015, *A&A*, 578, A137
- Santos, A. R. G., Breton, S. N., Mathur, S., & García, R. A. 2021, *ApJS*, 255, 17
- Santos, A. R. G., García, R. A., Mathur, S., et al. 2019, *ApJS*, 244, 21
- Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 129
- Scherrer, P. H., Schou, J., Bush, R. I., et al. 2012, *Sol. Phys.*, 275, 207
- Silva Aguirre, V., Lund, M. N., Antia, H. M., et al. 2017, *ApJ*, 835, 173
- Smith, A. M. S., Breton, S. N., Csizmadia, S., et al. 2022, *MNRAS*, 510, 5035
- Sokal, A. 1997, *Monte Carlo Methods in Statistical Mechanics: Foundations and New Algorithms*, ed. C. DeWitt-Morette, P. Cartier, & A. Folacci (Boston, MA: Springer US), 131–192
- Stahn, T. & Gizon, L. 2008, *Sol. Phys.*, 251, 31
- Tassoul, M. 1980, *ApJS*, 43, 469
- Tayar, J., Claytor, Z. R., Huber, D., & van Saders, J. 2020, *arXiv e-prints*, arXiv:2012.07957
- Toutain, T. & Appourchaux, T. 1994, *A&A*, 289, 649
- Toutain, T., Appourchaux, T., Fröhlich, C., et al. 1998, *ApJ*, 506, L147
- Toutain, T. & Gouttebroze, P. 1993, *A&A*, 268, 309
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars*
- Van Rossum, G. & Drake, F. L. 2009, *Python 3 Reference Manual* (Scotts Valley, CA: CreateSpace)
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., et al. 2020, *Nature Methods*, 17, 261
- Wes McKinney. 2010, in *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*, ed. Stéfan van der Walt & Jarrod Millman, 56–61
- White, T. R., Bedding, T. R., Stello, D., et al. 2011, *ApJ*, 742, L3
- Woodard, M. F. 1984, PhD thesis, University of California, San Diego.

Appendix A: PSD resampling for background fit

We included several resampling strategies in `apollinaire` in order to perform quicker background fits (the computing time of the MCMC process being mainly constrained by the length of the vector on which the posterior probability is computed at each step). We describe here the resampling methods implemented in the module. The user has the choice between two resampling strategies, `reboxing` and `advanced_reboxing`.

The `reboxing` strategy uses the `numpy.logspace` function to create a new frequency vector with logarithmic frequency spacing and a number of data points specified by the user. The logarithmic spacing is preferred over a linear spacing in order to increase the proportion of low-frequency data-point in the fit. Each bin of the original PSD is then attributed to a box considering the closest frequency bin in the new frequency vector. The median of each box is then considered in order to compute the resampled PSD.

In order to apply a distinct resampling to the p-mode region, the `advanced_reboxing` extends this approach with a more subtle resampling techniques. In this case, the user specifies a target number N of data points in the resampled PSD outside the ν_{\max} region and a number M of data points in the ν_{\max} region. Considering consecutive frequency bins ν_k and ν_{k+1} , they are directly put in the resampled frequency vector under the condition

$$\frac{\nu_{k+1}}{\nu_k} > 10^{\frac{1}{N}}, \quad (\text{A.1})$$

We define k_0 as the frequency bin verifying:

$$k_0 = \min_k \left\{ \frac{\nu_{k+1}}{\nu_k} < 10^{\frac{1}{N}} \right\}, \quad (\text{A.2})$$

and three frequency intervals $I_j = [\nu_a, \nu_b]$ such as

$$I_1 = \left[\nu_{k_0}, \frac{2}{3}\nu_{\max} \right], \quad (\text{A.3})$$

$$I_2 = \left[\frac{2}{3}\nu_{\max}, \frac{3}{2}\nu_{\max} \right], \quad (\text{A.4})$$

$$I_3 = \left[\frac{3}{2}\nu_{\max}, \nu_{\text{Nyquist}} \right]. \quad (\text{A.5})$$

For each frequency interval, the box size parameter S_j is

$$S_j = \left(\frac{\nu_b}{\nu_a} \right)^{\frac{1}{N_j}}, \quad (\text{A.6})$$

with

$$N_1 = \frac{N}{C} \log \left(\frac{2\nu_{\max}}{3\nu_{k_0}} \right), \quad (\text{A.7})$$

$$N_2 = M, \quad (\text{A.8})$$

$$N_3 = \frac{N}{C} \log \left(\frac{3\nu_{\text{Nyquist}}}{2\nu_{\max}} \right), \quad (\text{A.9})$$

and the parameter C is given by

$$C = \log \left(\frac{4}{9} \frac{\nu_{\text{Nyquist}}}{\nu_{k_0}} \right). \quad (\text{A.10})$$

The bounds of the consecutive boxes in the I_j interval are then $[\nu_a, S_j \nu_a]$, $[S_j \nu_a, S_j^2 \nu_a]$, ..., $[S_j^{N_j-1} \nu_a, \nu_b]$. Inside each box, the

new PSD bin is taken as the median of the PSD values in the box while the corresponding new frequency bin is computed by considering the geometric means of the frequencies inside the box

$$\nu_{\text{box}} = 10^{\frac{1}{n_{\text{bin}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{bin}}} \log \nu_i}, \quad (\text{A.11})$$

with n_{bin} the number of frequency bins inside the box.

Appendix B: Subgiant mixed-mode fitting recipe

Although `apollinaire` was not initially designed to perform the automatic analysis of subgiant stars, it is possible to exploit the `global` fitting strategy in order to characterise stars with an important number of mixed modes. In this appendix we propose a recipe to analyse such stars. The user who would like to use this recipe should be aware that in its current version, `apollinaire` provides no method to automatically compute guesses for mixed-mode parameters. Such methods were presented, for example, in [Mosser et al. \(2015\)](#) or [Appourchaux \(2020\)](#).

We provide here an example⁹ of such a fit performed on KIC 5723165, a subgiant star observed by *Kepler* in short cadence in Q1, Q5, and continuously from Q7 to Q13 for a total of ~760 days (e.g. [Appourchaux 2020](#)), which has not been peakbagged yet. The `apollinaire` KIC 5723165 peakbagging summary plot is shown in Fig. B.1.

The sequence of steps to be followed in order to apply the recipe is therefore as follows:

1. We start by fitting the background with the `explore_distribution_background` function, including the fitting of a Gaussian function to take into account the power hump of the p and mixed modes.
2. The presence of mixed modes can perturb the analysis of the mode pattern and the calculation of $\Delta\nu$. Therefore, after dividing the PSD by the background to work in S/N , we remove the region of the odd modes from the PSD prior to fit the universal pattern using only the even modes. To do so, we provide a Jupyter notebook in the documentation with an easy procedure to select the regions of the even modes by directly clicking on the PSD or by providing a list of frequencies determining the boundaries of these bands. Then, a median clipping of the n orders selected by the user around ν_{\max} is done. To help performing this manual selection, the user can use ν_{\max} obtained from the fitting of the Gaussian when the background is determined. A first estimation of $\Delta\nu$ can then be obtained using the seismic scaling relations.
3. After median clipping the region of the odd modes, the fitting of the universal pattern can be performed using the masked PSD (see Fig.B.2). In general, if the masking is well done, the standard guesses of the universal pattern provided by `apollinaire` would be good enough. However, the user can try to change these original guesses and bounds for $\delta\nu_{0,2}$, as they are too low for subgiants. A good choice could be $\sim 4 \mu\text{Hz}$, and the upper bound should be higher than $6 \mu\text{Hz}$. The upper bound for the mode width Γ could also be lowered. Indeed, it is important to note that having a small $\delta\nu_{0,2}$ guess value and a large one for Γ often leads to an inaccurate fit, as the $\ell = 0$ and $\ell = 2$ are considered as part of the same mode.

⁹ This example is available on the same repository than the benchmark presented in Section 4: https://gitlab.com/sybreton/benchmark_peakbagging_apollinaire/-/tree/master/subgiant_recipe/5723165

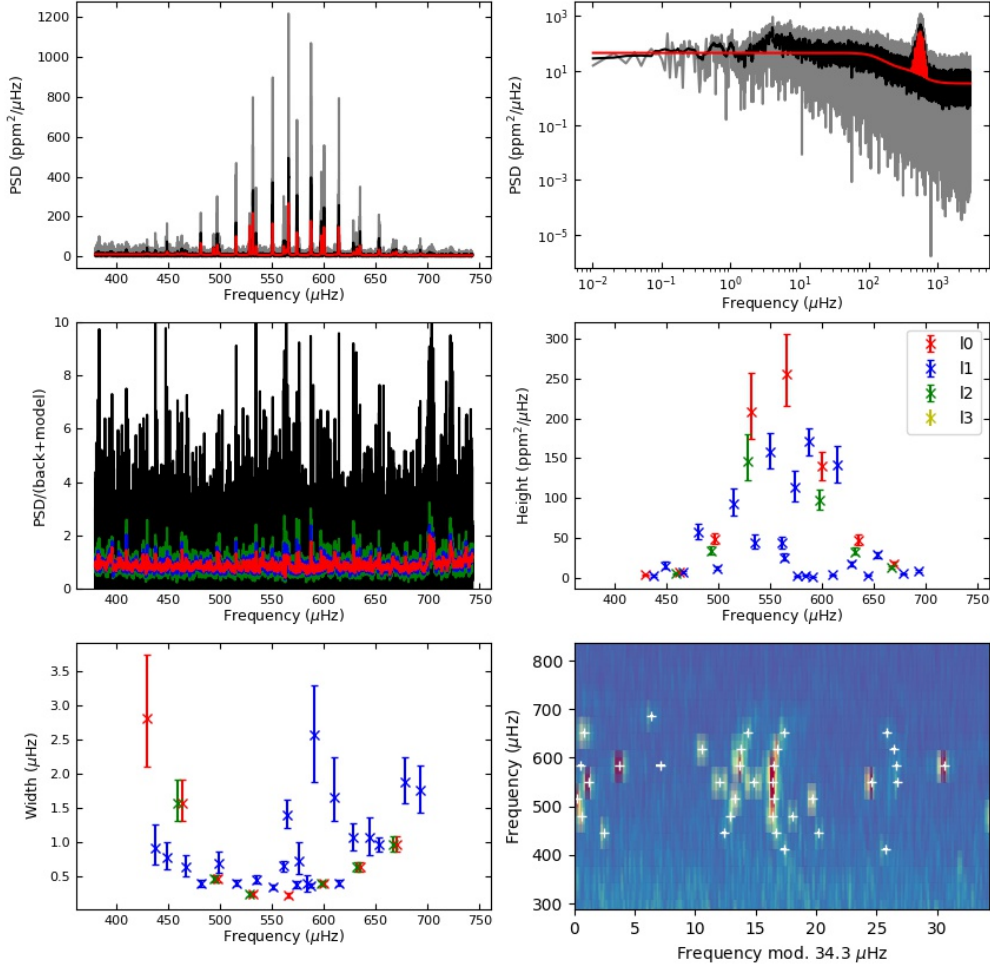


Fig. B.1. Summary of the peakbagging of the subgiant KIC 5723165. *Top left:* Original PSD as a function of frequency in a linear scale around ν_{\max} (grey), a smoothed PSD (black), and the resultant fit (red). *Top right:* Same three PSDs in a log-log scale. *Central left:* Residual of PSD (in S/N) after removing the fitted model. The coloured lines represent different levels of smoothing. *Central right:* Fitted mode heights as a function of frequency. *Bottom left:* Fitted mode widths as a function of frequency. *Bottom right:* Echelle diagram with a $\Delta\nu$ of $34.3 \mu\text{Hz}$. Crosses indicate the fitted frequencies. This figure has been produced as one of *apollinaire* standard outputs.

4. After fitting the *Universal* pattern, the code provides an *a2z* file with the guesses for the even modes to be fitted by the peak bagging module. A first characterisation of those modes can be performed directly if we are not interested in the odd ones.
5. To fit the odd modes (see Fig. B.1), the *a2z* guess file needs to be modified manually. The only way to do the fitting is global and not by order as the mixed modes cannot be assigned to any particular order. In the *a2z* guess file, we

suggest to write the radial order n of each mixed mode starting by 100. The order is not important and these values are given only as an indication to the user that the corresponding modes are mixed modes. We recommend that each mixed mode is fitted with an individual frequency, width, and height.

Table B.1 summarises the parameters obtained for the fitted modes.

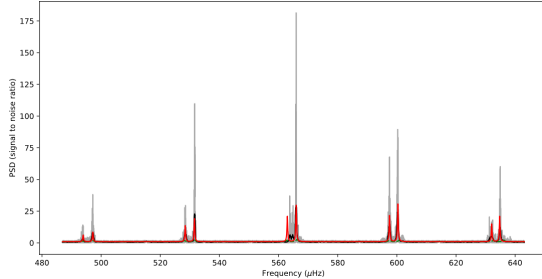


Fig. B.2. PSD of KIC 5723165 with the regions of the odd modes masked (grey line) and a smoothed version of this PSD in black. The red line corresponds to the result of fitting the Universal pattern. The structure between the modes $\ell=2$ and $\ell=0$ around $565 \mu\text{Hz}$ is a mixed mode.

Appendix C: Detailed results from *Kepler* LEGACY targets

The detailed results of the p-mode individual parameters fitted for the benchmark on the six LEGACY targets performed in Sect. 4.3 are presented here. Table D.3 presents the comparison of H and Γ between *apollinaire* and L17. As L17 chose to fit amplitude rather than heights, the corresponding mode heights and uncertainties have been recomputed through the proxy of their Eq. 6. Table D.4 presents the comparison of mode frequencies ν and quality assurance factors $\ln K$ between *apollinaire* and L17.

Appendix D: Input and output files

The *apollinaire* module is built around a certain number of input and output files which are described in the subsequent sections.

Appendix D.1: The *a2z* file and the *a2z* DataFrame

The syntax of the *a2z* files has been designed to specify some pieces of information the procedure has to be aware of when dealing with individual mode parameters extraction. A line corresponds to a parameter. The file contains nine columns: order n , degree ℓ , name of the parameter, extent, value, uncertainty σ_{sym} (see Sect. 3.1), fixed key, low bound and up bound of the parameter.

If a parameter has to apply to every order or degrees, the value to specify in the corresponding column is *a*. The possible parameters name are *freq*, *height*, *width*, *asym*, *angle*, *split*. Parameters with name *freq*, *height* or *width* cannot have $n = a$, parameters with name *freq* cannot have $\ell = a$. The extent columns reminds the extent of application of a given parameter: *mode*, *pair*, *order*, or *global*. The *pair* keyword can only be used when fitting modes by pair. Only *angle* or *split* parameters can be set as *global*. For an input *a2z* file, the value column specify the value around where the sampler will initialise the walkers that will sample the MCMC. The uncertainty column is relevant only for output *a2z* files. It has to be read as the σ_y values given in Eq. 18. The *fixed* key column values must be set to 0 or 1 and are managed by the *apollinaire* function. Parameters with *fixed* key 0 at a given step will be fitted while parameters with 1-value will be read as frozen parameters. In input *a2z* files, the *low bound* and *up bound* columns specify the limit values inside which the posterior probability will be

Table B.1. Parameters fitted for KIC 5723165 modes.

n	ℓ	ν (μHz)	H ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	Γ (μHz)
11	0	$429.46^{+0.23}_{-0.25}$	$3.68^{+0.93}_{-0.72}$	$2.82^{+0.93}_{-0.70}$
-	-	$437.88^{+0.23}_{-0.19}$	$2.78^{+1.44}_{-0.93}$	$0.92^{+0.34}_{-0.25}$
-	-	$448.93^{+0.07}_{-0.07}$	$14.76^{+4.86}_{-3.21}$	$0.78^{+0.22}_{-0.18}$
11	2	$458.84^{+0.21}_{-0.22}$	$4.97^{+0.96}_{-0.74}$	$1.58^{+0.34}_{-0.26}$
12	0	$463.15^{+0.10}_{-0.10}$	$7.09^{+1.38}_{-1.06}$	$1.58^{+0.34}_{-0.26}$
-	-	$466.63^{+0.12}_{-0.11}$	$7.05^{+2.06}_{-1.68}$	$0.65^{+0.26}_{-0.14}$
-	-	$481.37^{+0.03}_{-0.03}$	$57.69^{+10.44}_{-8.52}$	$0.40^{+0.06}_{-0.05}$
12	2	$493.68^{+0.05}_{-0.05}$	$34.18^{+3.27}_{-2.53}$	$0.46^{+0.06}_{-0.05}$
13	0	$497.17^{+0.03}_{-0.03}$	$48.82^{+7.33}_{-6.46}$	$0.46^{+0.05}_{-0.05}$
-	-	$498.83^{+0.08}_{-0.07}$	$11.92^{+3.24}_{-2.50}$	$0.69^{+0.18}_{-0.12}$
-	-	$515.34^{+0.03}_{-0.03}$	$92.54^{+19.36}_{-14.05}$	$0.41^{+0.05}_{-0.05}$
13	2	$528.44^{+0.03}_{-0.03}$	$146.16^{+33.48}_{-24.50}$	$0.25^{+0.03}_{-0.03}$
14	0	$531.62^{+0.02}_{-0.02}$	$208.80^{+47.84}_{-34.99}$	$0.25^{+0.03}_{-0.03}$
-	-	$534.81^{+0.03}_{-0.03}$	$43.74^{+10.05}_{-6.98}$	$0.43^{+0.06}_{-0.06}$
-	-	$550.63^{+0.02}_{-0.02}$	$158.32^{+23.46}_{-21.76}$	$0.34^{+0.04}_{-0.04}$
-	-	$561.49^{+0.06}_{-0.06}$	$43.43^{+8.21}_{-6.48}$	$0.65^{+0.09}_{-0.08}$
-	-	$564.32^{+0.09}_{-0.09}$	$25.49^{+4.68}_{-3.9}$	$1.40^{+0.22}_{-0.19}$
15	0	$565.90^{+0.02}_{-0.02}$	$254.75^{+50.90}_{-39.71}$	$0.22^{+0.03}_{-0.03}$
-	-	$574.01^{+0.03}_{-0.03}$	$113.13^{+21.66}_{-17.11}$	$0.38^{+0.05}_{-0.05}$
-	-	$576.16^{+0.94}_{-0.14}$	$2.46^{+0.76}_{-0.68}$	$0.72^{+0.28}_{-0.19}$
-	-	$584.32^{+0.19}_{-0.24}$	$3.27^{+1.34}_{-0.81}$	$0.39^{+0.13}_{-0.11}$
-	-	$587.54^{+0.02}_{-0.02}$	$171.19^{+16.61}_{-17.31}$	$0.37^{+0.03}_{-0.03}$
-	-	$590.94^{+0.29}_{-0.39}$	$1.44^{+0.37}_{-0.24}$	$2.57^{+0.73}_{-0.68}$
15	2	$597.49^{+0.03}_{-0.03}$	$97.60^{+12.75}_{-11.73}$	$0.39^{+0.04}_{-0.04}$
16	0	$600.25^{+0.02}_{-0.02}$	$139.42^{+18.21}_{-16.76}$	$0.39^{+0.04}_{-0.03}$
-	-	$610.44^{+0.15}_{-0.15}$	$3.43^{+1.21}_{-0.88}$	$1.65^{+0.59}_{-0.34}$
-	-	$614.38^{+0.03}_{-0.03}$	$141.08^{+24.45}_{-21.09}$	$0.40^{+0.05}_{-0.04}$
-	-	$628.73^{+0.06}_{-0.06}$	$16.91^{+3.76}_{-3.05}$	$1.06^{+0.23}_{-0.18}$
16	2	$631.93^{+0.06}_{-0.06}$	$32.59^{+3.24}_{-4.11}$	$0.64^{+0.07}_{-0.07}$
17	0	$634.92^{+0.04}_{-0.04}$	$46.55^{+7.49}_{-5.88}$	$0.64^{+0.07}_{-0.07}$
-	-	$644.58^{+0.19}_{-0.18}$	$3.28^{+0.98}_{-0.76}$	$1.08^{+0.29}_{-0.26}$
-	-	$653.27^{+0.05}_{-0.05}$	$28.53^{+4.13}_{-3.54}$	$0.96^{+0.12}_{-0.10}$
17	2	$666.81^{+0.08}_{-0.08}$	$12.52^{+1.83}_{-1.68}$	$0.98^{+0.12}_{-0.11}$
18	0	$669.80^{+0.08}_{-0.08}$	$17.89^{+2.68}_{-2.11}$	$0.98^{+0.11}_{-0.11}$
-	-	$678.35^{+0.14}_{-0.14}$	$5.07^{+0.93}_{-0.79}$	$1.89^{+0.35}_{-0.32}$
-	-	$693.22^{+0.14}_{-0.13}$	$8.04^{+1.41}_{-1.23}$	$1.76^{+0.38}_{-0.32}$

Notes. Mixed modes order n and degrees ℓ are not inferred in the analysis and therefore not specified.

sampled. Obviously, the *up bound* must be greater than the *low bound*, and the value term must lay inside the defined interval.

An example of input for solar data is given in Table D.1. In *apollinaire*, *a2z* files are read as *a2z* DataFrame (pandas DataFrame with the structure specified in the previous paragraph) with the function `read_a2z`.

Appendix D.2: The *pkb* file and the *pkb* arrays

In *pkb* files, each line corresponds to a given mode of order n and degree ℓ . The file contains 14 columns: order n , degree ℓ , mode frequency ν , uncertainty over frequency $\sigma_{\text{approx},\nu}$, mode height H , uncertainty over height $\sigma_{\text{approx},H}$, mode FWHM Γ , uncertainty over FWHM $\sigma_{\text{approx},\Gamma}$, stellar angle i , uncertainty over stellar angle $\sigma_{\text{approx},i}$, mode splitting s , uncertainty over mode splitting $\sigma_{\text{approx},s}$, mode asymmetry α , uncertainty over mode asymmetry

Table D.1. An example of helioseismic a2z input file corresponding to priors for the $n = 20$ GOLF order.

n	ℓ	name	extent	value	σ_{sym}	fixed	low bound	up bound
19	2	height	mode	0.0146	0.0000	0	0.0000	0.0732
19	2	width	mode	0.8585	0.0000	0	0.0000	8.0000
19	2	asym	mode	-0.0082	0.0000	0	-0.2000	0.2000
19	2	split	mode	0.4000	0.0000	0	0.1000	0.8000
20	0	freq	mode	2899.0861	0.0000	0	2897.0861	2901.0861
20	0	height	mode	0.0163	0.0000	0	0.0000	0.0814
20	0	width	mode	0.8585	0.0000	0	0.0000	8.0000
20	0	asym	mode	-0.0082	0.0000	0	-0.2000	0.2000
a	a	angle	global	90.0000	0.0000	1	0.0000	90.0000

Table D.2. An example of helioseismic pkb file corresponding to fitted parameters for the $n = 20$ GOLF order.

n	l	ν (μHz)	$\sigma_{\text{sym},\nu}$ (μHz)	H ($(m/s)^2/\mu\text{Hz}$)	$\sigma_{\text{sym},H}$ ($(m/s)^2/\mu\text{Hz}$)	Γ (μHz)	$\sigma_{\text{sym},\Gamma}$ (μHz)	i ($^\circ$)	$\sigma_{\text{sym},i}$ ($^\circ$)	s (μHz)	$\sigma_{\text{sym},s}$ (μHz)	α	$\sigma_{\text{sym},\alpha}$
20	2	2889.57	0.07	2.10e-2	5.07e-3	0.827	0.110	90	0	0.386	0.034	-0.005	0.008
20	0	2898.97	0.07	1.27e-2	2.73e-3	1.107	0.128	90	0	0	0	-0.023	0.010

$\sigma_{\text{approx},\alpha}$. In Sect. 3.1, we describe the method used to compute σ_{sym} .

An example of a pkb file is presented in Table D.2. In apollinaire procedures, pkb arrays (numpy arrays with the shape specified in the previous paragraph) are usually created by converting a2z DataFrame with the a2Z_to_pkb function. Those pkb arrays are used to build the models $S_{\text{SN}}(\nu)$ which are necessary to compute the likelihood and the posterior probability.

Appendix D.3: The extended pkb array

The structure of the extended pkb array is close to the classical pkb array structure, except that it contains 20 columns. Instead of σ_{sym} , two uncertainties values are provided for each parameters: σ_- and σ_+ (see Sect. 3.1).

Table D.3. Mode heights and widths obtained for modes fitted both in L17 and with apollinaire.

KIC	n	H_{apn} (ppm ² /μHz)	H_{L17} (ppm ² /μHz)	Γ_{apn} (μHz)	Γ_{L17} (μHz)
5184732	17	2.44 ± 0.06	2.61 ± 0.08	1.13 ± 0.11	1.35 ± 0.13
5184732	18	2.97 ± 0.06	2.95 ± 0.08	1.36 ± 0.11	1.53 ± 0.13
5184732	19	3.54 ± 0.07	3.64 ± 0.09	1.17 ± 0.09	1.24 ± 0.12
5184732	20	3.83 ± 0.07	3.94 ± 0.10	1.30 ± 0.09	1.26 ± 0.12
5184732	21	4.02 ± 0.08	4.21 ± 0.12	1.33 ± 0.09	1.47 ± 0.12
5184732	22	3.54 ± 0.06	3.74 ± 0.09	1.80 ± 0.14	1.83 ± 0.14
5184732	23	2.72 ± 0.06	2.91 ± 0.09	2.64 ± 0.24	2.45 ± 0.19
6106415	17	2.54 ± 0.05	2.65 ± 0.08	1.65 ± 0.12	1.64 ± 0.18
6106415	18	3.14 ± 0.05	3.07 ± 0.09	1.43 ± 0.09	1.77 ± 0.15
6106415	19	3.54 ± 0.06	3.77 ± 0.10	1.35 ± 0.08	1.52 ± 0.11
6106415	20	3.85 ± 0.06	3.87 ± 0.08	1.36 ± 0.07	1.43 ± 0.10
6106415	21	3.63 ± 0.06	3.71 ± 0.08	1.72 ± 0.10	1.94 ± 0.13
6106415	22	3.08 ± 0.05	3.35 ± 0.07	2.55 ± 0.17	2.54 ± 0.20
6106415	23	2.63 ± 0.04	2.84 ± 0.07	2.97 ± 0.22	3.34 ± 0.23
6225718	16	1.77 ± 0.05	1.89 ± 0.07	2.10 ± 0.22	2.19 ± 0.34
6225718	17	2.24 ± 0.05	2.29 ± 0.06	2.77 ± 0.23	2.84 ± 0.30
6225718	18	2.68 ± 0.05	2.77 ± 0.07	2.16 ± 0.15	2.67 ± 0.23
6225718	19	3.07 ± 0.05	3.14 ± 0.06	2.20 ± 0.14	2.50 ± 0.21
6225718	20	3.40 ± 0.05	3.47 ± 0.07	2.20 ± 0.12	2.22 ± 0.16
6225718	21	3.32 ± 0.05	3.46 ± 0.07	2.22 ± 0.15	2.61 ± 0.17
6225718	22	3.28 ± 0.05	3.46 ± 0.07	2.76 ± 0.16	3.03 ± 0.23
6603624	17	2.22 ± 0.07	2.24 ± 0.11	0.82 ± 0.09	0.82 ± 0.11
6603624	18	2.99 ± 0.08	3.10 ± 0.12	0.61 ± 0.05	0.63 ± 0.07
6603624	19	3.58 ± 0.09	3.56 ± 0.12	0.59 ± 0.05	0.69 ± 0.05
6603624	20	4.04 ± 0.10	4.39 ± 0.13	0.57 ± 0.05	0.56 ± 0.05
6603624	21	3.58 ± 0.09	3.73 ± 0.13	0.69 ± 0.05	0.80 ± 0.06
6603624	22	2.98 ± 0.07	3.39 ± 0.11	1.16 ± 0.09	1.25 ± 0.09
6603624	23	2.05 ± 0.07	2.26 ± 0.10	2.23 ± 0.27	1.70 ± 0.18
12069424	16	2.17 ± 0.05	2.16 ± 0.07	0.93 ± 0.09	1.29 ± 0.16
12069424	17	2.63 ± 0.06	2.58 ± 0.09	0.89 ± 0.07	1.04 ± 0.12
12069424	18	3.24 ± 0.07	3.29 ± 0.09	0.84 ± 0.05	1.00 ± 0.08
12069424	19	4.17 ± 0.08	3.85 ± 0.11	0.67 ± 0.04	0.82 ± 0.06
12069424	20	4.20 ± 0.09	4.03 ± 0.12	0.78 ± 0.05	1.22 ± 0.08
12069424	21	3.59 ± 0.07	3.61 ± 0.10	1.15 ± 0.07	1.24 ± 0.09
12069424	22	2.80 ± 0.05	2.92 ± 0.07	1.97 ± 0.13	1.96 ± 0.12
12069449	17	1.88 ± 0.05	1.89 ± 0.07	0.92 ± 0.09	0.96 ± 0.11
12069449	18	2.54 ± 0.06	2.49 ± 0.08	0.84 ± 0.06	1.13 ± 0.10
12069449	19	3.05 ± 0.07	3.00 ± 0.08	0.72 ± 0.05	0.77 ± 0.08
12069449	20	3.51 ± 0.08	3.41 ± 0.10	0.68 ± 0.05	0.94 ± 0.08
12069449	21	3.37 ± 0.07	3.55 ± 0.11	0.86 ± 0.06	1.01 ± 0.10
12069449	22	2.77 ± 0.05	2.97 ± 0.10	1.35 ± 0.08	1.40 ± 0.09
12069449	23	2.13 ± 0.04	2.28 ± 0.07	2.39 ± 0.16	2.11 ± 0.13

Table D.4. Mode frequencies and quality assurance factor $\ln K$ obtained for modes fitted both in L17 and with apollinaire.

KIC	n	ℓ	ν_{apn} (μHz)	ν_{L17} (μHz)	$\ln K_{\text{apn}}$	$\ln K_{\text{L17}}$
5184732	16	2	1750.31 ± 0.16	1750.26 ± 0.19	> 6	> 6
5184732	17	0	1756.69 ± 0.06	1756.69 ± 0.07	> 6	> 6
5184732	17	1	1800.54 ± 0.07	1800.50 ± 0.08	> 6	> 6
5184732	17	2	1844.66 ± 0.12	1844.74 ± 0.15	> 6	> 6
5184732	18	0	1851.08 ± 0.07	1851.15 ± 0.08	> 6	> 6
5184732	18	1	1895.61 ± 0.07	1895.59 ± 0.06	> 6	> 6
5184732	18	2	1940.39 ± 0.09	1940.45 ± 0.13	> 6	> 6
5184732	18	3	1981.70 ± 0.85	1982.10 ± 0.74	> 6	2.62
5184732	19	0	1946.67 ± 0.06	1946.65 ± 0.06	> 6	> 6
5184732	19	1	1991.62 ± 0.06	1991.57 ± 0.06	> 6	> 6
5184732	19	2	2036.29 ± 0.09	2036.35 ± 0.10	> 6	> 6
5184732	19	3	2076.94 ± 0.85	2076.67 ± 0.55	> 6	1.56

Table D.4. continued

KIC	n	ℓ	$\nu_{\text{apn}} (\mu\text{Hz})$	$\nu_{L17} (\mu\text{Hz})$	$\ln K_{\text{apn}}$	$\ln K_{L17}$
5184732	20	0	2042.36 ± 0.06	2042.31 ± 0.06	> 6	> 6
5184732	20	1	2087.47 ± 0.06	2087.45 ± 0.06	> 6	> 6
5184732	20	2	2132.34 ± 0.08	2132.34 ± 0.10	> 6	> 6
5184732	20	3	2172.49 ± 0.63	2173.09 ± 0.60	> 6	> 6
5184732	21	0	2138.20 ± 0.06	2138.21 ± 0.06	> 6	> 6
5184732	21	1	2183.39 ± 0.07	2183.32 ± 0.07	> 6	> 6
5184732	21	2	2227.94 ± 0.12	2227.82 ± 0.13	> 6	> 6
5184732	21	3	2269.33 ± 0.77	2269.23 ± 0.57	> 6	3.44
5184732	22	0	2233.54 ± 0.07	2233.51 ± 0.09	> 6	> 6
5184732	22	1	2279.06 ± 0.08	2279.09 ± 0.09	> 6	> 6
5184732	22	2	2323.78 ± 0.22	2324.03 ± 0.20	> 6	> 6
5184732	22	3	2365.14 ± 1.07	2365.48 ± 0.88	3.96	3.31
5184732	23	0	2328.96 ± 0.13	2329.03 ± 0.13	> 6	> 6
5184732	23	1	2375.03 ± 0.11	2375.03 ± 0.12	> 6	> 6
6106415	16	2	1902.71 ± 0.18	1902.55 ± 0.18	> 6	> 6
6106415	17	0	1909.90 ± 0.07	1909.94 ± 0.09	> 6	> 6
6106415	17	1	1957.30 ± 0.08	1957.32 ± 0.09	> 6	> 6
6106415	17	2	2005.58 ± 0.09	2005.66 ± 0.13	> 6	> 6
6106415	18	0	2013.01 ± 0.06	2013.06 ± 0.09	> 6	> 6
6106415	18	1	2061.47 ± 0.06	2061.47 ± 0.07	> 6	> 6
6106415	18	2	2110.17 ± 0.07	2110.19 ± 0.11	> 6	> 6
6106415	19	0	2117.21 ± 0.05	2117.35 ± 0.07	> 6	> 6
6106415	19	1	2165.88 ± 0.06	2165.91 ± 0.07	> 6	> 6
6106415	19	2	2214.42 ± 0.07	2214.39 ± 0.10	> 6	> 6
6106415	19	3	2259.49 ± 0.75	2259.15 ± 0.52	> 6	3.87
6106415	20	0	2221.52 ± 0.05	2221.52 ± 0.06	> 6	> 6
6106415	20	1	2270.33 ± 0.06	2270.39 ± 0.07	> 6	> 6
6106415	20	2	2318.76 ± 0.09	2318.82 ± 0.12	> 6	> 6
6106415	20	3	2363.38 ± 0.67	2363.96 ± 0.47	> 6	> 6
6106415	21	0	2325.66 ± 0.07	2325.64 ± 0.09	> 6	> 6
6106415	21	1	2374.53 ± 0.07	2374.55 ± 0.08	> 6	> 6
6106415	21	2	2422.96 ± 0.17	2423.11 ± 0.21	> 6	> 6
6106415	21	3	2467.07 ± 1.36	2467.17 ± 0.64	> 6	> 6
6106415	22	0	2429.76 ± 0.08	2429.81 ± 0.11	> 6	> 6
6106415	22	1	2478.93 ± 0.09	2478.93 ± 0.11	> 6	> 6
6106415	22	2	2527.92 ± 0.17	2528.38 ± 0.23	> 6	> 6
6106415	22	3	2571.93 ± 1.14	2572.76 ± 0.87	> 6	> 6
6106415	23	0	2534.00 ± 0.11	2534.02 ± 0.15	> 6	> 6
6106415	23	1	2583.95 ± 0.12	2583.85 ± 0.14	> 6	> 6
6225718	15	2	1816.15 ± 0.72	1816.19 ± 0.36	0.07	> 6
6225718	16	0	1825.53 ± 0.11	1825.41 ± 0.13	> 6	> 6
6225718	16	1	1873.79 ± 0.12	1873.88 ± 0.14	> 6	> 6
6225718	16	2	1920.02 ± 0.23	1919.97 ± 0.26	2.71	> 6
6225718	17	0	1929.03 ± 0.11	1929.05 ± 0.14	> 6	> 6
6225718	17	1	1977.27 ± 0.11	1977.35 ± 0.12	> 6	> 6
6225718	17	2	2023.91 ± 0.17	2023.80 ± 0.22	> 6	> 6
6225718	18	0	2032.68 ± 0.09	2032.68 ± 0.11	> 6	> 6
6225718	18	1	2081.51 ± 0.09	2081.57 ± 0.09	> 6	> 6
6225718	18	2	2128.59 ± 0.13	2128.62 ± 0.16	> 6	> 6
6225718	19	0	2137.54 ± 0.08	2137.59 ± 0.10	> 6	> 6
6225718	19	1	2186.90 ± 0.08	2186.89 ± 0.09	> 6	> 6
6225718	19	2	2234.46 ± 0.12	2234.70 ± 0.16	> 6	> 6
6225718	19	3	2278.10 ± 1.23	2281.61 ± 3.36	> 6	3.01
6225718	20	0	2243.30 ± 0.07	2243.42 ± 0.08	> 6	> 6
6225718	20	1	2292.94 ± 0.08	2293.05 ± 0.09	> 6	> 6
6225718	20	2	2340.61 ± 0.16	2340.63 ± 0.17	> 6	> 6
6225718	20	3	2384.81 ± 1.38	2385.57 ± 1.16	> 6	3.94
6225718	21	0	2349.60 ± 0.07	2349.64 ± 0.09	> 6	> 6
6225718	21	1	2399.38 ± 0.08	2399.39 ± 0.10	> 6	> 6
6225718	21	2	2446.78 ± 0.14	2446.71 ± 0.16	> 6	> 6
6225718	21	3	2490.21 ± 1.59	2493.08 ± 1.64	> 6	3.66

Table D.4. continued

KIC	n	ℓ	$\nu_{\text{apn}} (\mu\text{Hz})$	$\nu_{L17} (\mu\text{Hz})$	$\ln K_{\text{apn}}$	$\ln K_{L17}$
6225718	22	0	2455.54 ± 0.09	2455.69 ± 0.11	> 6	> 6
6225718	22	1	2505.31 ± 0.10	2505.34 ± 0.11	> 6	> 6
6603624	16	2	2030.98 ± 0.10	2030.97 ± 0.10	> 6	> 6
6603624	17	0	2037.05 ± 0.05	2036.98 ± 0.06	> 6	> 6
6603624	17	1	2088.30 ± 0.04	2088.32 ± 0.05	> 6	> 6
6603624	17	2	2141.08 ± 0.04	2141.09 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	18	0	2146.75 ± 0.03	2146.76 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	18	1	2198.48 ± 0.04	2198.47 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	18	2	2251.61 ± 0.04	2251.60 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	18	3	2299.52 ± 0.20	2305.47 ± 0.13	> 6	> 6
6603624	19	0	2256.99 ± 0.04	2257.01 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	19	1	2308.95 ± 0.03	2309.00 ± 0.03	> 6	> 6
6603624	19	2	2362.00 ± 0.03	2362.03 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	19	3	2410.02 ± 0.25	2410.08 ± 0.15	> 6	> 6
6603624	20	0	2367.06 ± 0.03	2367.08 ± 0.03	> 6	> 6
6603624	20	1	2419.40 ± 0.03	2419.44 ± 0.03	> 6	> 6
6603624	20	2	2472.42 ± 0.04	2472.38 ± 0.05	> 6	> 6
6603624	20	3	2520.40 ± 0.16	2520.44 ± 0.20	> 6	> 6
6603624	21	0	2477.07 ± 0.04	2477.04 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	21	1	2529.69 ± 0.04	2529.66 ± 0.04	> 6	> 6
6603624	21	2	2583.03 ± 0.07	2583.03 ± 0.07	> 6	> 6
6603624	21	3	2631.27 ± 0.62	2631.48 ± 0.35	4.01	1.89
6603624	22	0	2587.51 ± 0.06	2587.51 ± 0.07	> 6	> 6
6603624	22	1	2640.33 ± 0.06	2640.36 ± 0.07	> 6	> 6
6603624	22	2	2693.81 ± 0.16	2693.89 ± 0.12	> 6	> 6
6603624	22	3	2742.30 ± 5.26	2743.55 ± 1.43	2.56	1.14
6603624	23	0	2698.06 ± 0.16	2698.23 ± 0.13	> 6	> 6
6603624	23	1	2751.56 ± 0.14	2751.34 ± 0.18	> 6	> 6
12069424	15	2	1795.69 ± 0.09	1795.84 ± 0.13	> 6	> 6
12069424	16	0	1802.28 ± 0.06	1802.35 ± 0.08	> 6	> 6
12069424	16	1	1849.00 ± 0.05	1849.01 ± 0.06	> 6	> 6
12069424	16	2	1898.29 ± 0.10	1898.40 ± 0.11	> 6	> 6
12069424	17	0	1904.58 ± 0.05	1904.52 ± 0.06	> 6	> 6
12069424	17	1	1951.99 ± 0.05	1952.01 ± 0.05	> 6	> 6
12069424	17	2	2001.69 ± 0.06	2001.59 ± 0.09	> 6	> 6
12069424	17	3	2045.77 ± 0.29	2045.85 ± 0.38	> 6	> 6
12069424	18	0	2007.55 ± 0.04	2007.54 ± 0.05	> 6	> 6
12069424	18	1	2055.51 ± 0.04	2055.49 ± 0.05	> 6	> 6
12069424	18	2	2105.32 ± 0.04	2105.37 ± 0.06	> 6	> 6
12069424	18	3	2149.88 ± 0.12	2150.06 ± 0.22	> 6	> 6
12069424	19	0	2110.93 ± 0.03	2110.95 ± 0.04	> 6	> 6
12069424	19	1	2159.14 ± 0.04	2159.15 ± 0.05	> 6	> 6
12069424	19	2	2208.91 ± 0.04	2208.93 ± 0.07	> 6	> 6
12069424	19	3	2253.57 ± 0.12	2253.80 ± 0.25	> 6	> 6
12069424	20	0	2214.21 ± 0.04	2214.23 ± 0.05	> 6	> 6
12069424	20	1	2262.55 ± 0.04	2262.56 ± 0.05	> 6	> 6
12069424	20	2	2312.52 ± 0.06	2312.50 ± 0.08	> 6	> 6
12069424	20	3	2357.37 ± 0.20	2357.50 ± 0.23	> 6	> 6
12069424	21	0	2317.31 ± 0.05	2317.28 ± 0.06	> 6	> 6
12069424	21	1	2366.26 ± 0.06	2366.24 ± 0.06	> 6	> 6
12069424	21	2	2416.10 ± 0.10	2416.25 ± 0.12	> 6	> 6
12069424	21	3	2461.44 ± 0.37	2461.45 ± 0.38	> 6	> 6
12069424	22	0	2420.85 ± 0.08	2420.94 ± 0.08	> 6	> 6
12069424	22	1	2470.29 ± 0.08	2470.23 ± 0.10	> 6	> 6
12069449	16	2	2152.35 ± 0.16	2152.52 ± 0.11	> 6	> 6
12069449	17	0	2159.55 ± 0.05	2159.50 ± 0.06	> 6	> 6
12069449	17	1	2214.16 ± 0.06	2214.33 ± 0.07	> 6	> 6
12069449	17	2	2268.87 ± 0.07	2269.11 ± 0.10	> 6	> 6
12069449	17	3	2319.33 ± 0.35	2318.96 ± 0.31	> 6	> 6
12069449	18	0	2276.00 ± 0.04	2275.95 ± 0.06	> 6	> 6
12069449	18	1	2331.19 ± 0.04	2331.16 ± 0.04	> 6	> 6

Table D.4. continued

KIC	n	ℓ	$\nu_{\text{apn}} (\mu\text{Hz})$	$\nu_{L17} (\mu\text{Hz})$	$\ln K_{\text{apn}}$	$\ln K_{L17}$
12069449	18	2	2386.23 ± 0.05	2386.25 ± 0.07	> 6	> 6
12069449	18	3	2436.50 ± 0.32	2436.78 ± 0.28	> 6	> 6
12069449	19	0	2392.73 ± 0.04	2392.64 ± 0.05	> 6	> 6
12069449	19	1	2448.24 ± 0.04	2448.18 ± 0.05	> 6	> 6
12069449	19	2	2503.51 ± 0.05	2503.41 ± 0.07	> 6	> 6
12069449	19	3	2554.11 ± 0.16	2554.18 ± 0.19	> 6	> 6
12069449	20	0	2509.70 ± 0.03	2509.68 ± 0.04	> 6	> 6
12069449	20	1	2565.40 ± 0.04	2565.43 ± 0.05	> 6	> 6
12069449	20	2	2620.51 ± 0.06	2620.56 ± 0.07	> 6	> 6
12069449	20	3	2671.86 ± 0.18	2671.59 ± 0.28	> 6	> 6
12069449	21	0	2626.44 ± 0.04	2626.46 ± 0.05	> 6	> 6
12069449	21	1	2682.37 ± 0.05	2682.25 ± 0.05	> 6	> 6
12069449	21	2	2737.73 ± 0.06	2737.71 ± 0.08	> 6	> 6
12069449	21	3	2789.17 ± 0.26	2789.00 ± 0.38	> 6	> 6
12069449	22	0	2743.32 ± 0.05	2743.32 ± 0.07	> 6	> 6
12069449	22	1	2799.75 ± 0.06	2799.61 ± 0.07	> 6	> 6
12069449	22	2	2855.52 ± 0.11	2855.51 ± 0.13	> 6	> 6
12069449	22	3	2907.03 ± 0.45	2906.90 ± 0.50	> 6	> 6
12069449	23	0	2860.73 ± 0.10	2860.68 ± 0.10	> 6	> 6
12069449	23	1	2917.81 ± 0.10	2917.89 ± 0.12	> 6	> 6

CHAPITRE 6

Ondes internes dans des simulations 3D d'étoiles de type F en rotation

Sommaire

6.1	Introduction	208
6.2	Simulations hydrodynamiques 3D avec le code ASH	209
6.2.1	Équations considérées	209
6.2.2	Construction du modèle	210
6.3	Le cas solaire	211
6.4	Modèle d'étoile de type F et cas considérés	212
6.4.1	Du Soleil à une étoile de type F	213
6.4.2	Propriétés du modèle et conditions aux limites	213
6.4.3	Balance d'énergie	218
6.5	Dynamique 3D d'une étoile de type F	220
6.5.1	Nombres adimensionnés et dynamique dans l'enveloppe convective	221
6.5.2	Régimes de rotation différentielle	226
6.5.3	Moment cinétique	229
6.6	Ondes internes de gravité et modes g	234
6.6.1	Tracé de rayon	234
6.6.2	Spectre de puissance	237
6.6.3	Fonctions propres	240
6.6.4	Splittings rotationnels	240
6.6.5	Espacement en période et influence de la rotation	242
6.6.6	Visibilité des modes	247
6.7	Modes de Rossby	251
6.8	Conclusion	252



6.1 Introduction

Comme on l'a vu dans le Chapitre 2, à cause de leur temps de séjour plus important dans les régions externes, les modes p sont très peu sensibles aux propriétés du coeur des étoiles (y compris les modes $\ell = 0$ qui pénètrent jusqu'à $r = 0$), et sont en outre affectés par des effets de surface. Si l'on veut espérer obtenir des contraintes fortes sur le profil de rotation des régions internes des étoiles de type solaire, il faut dans un premier temps être en mesure d'évaluer la détectabilité des modes g qui y sont excités par les mécanismes stochastiques à l'interface entre zone convective et zone radiative. Exhibant encore des modes p excités par mécanisme stochastique, les étoiles de type F avec $6000 < T_{\text{eff}} < 6600$ K sont les étoiles de type solaire pour lesquelles l'épaisseur relative de l'enveloppe convective est la plus faible. La relation $v_{\text{conv}} \propto M^3$ (Brun et al., 2017), implique que l'on va avoir des flots convectifs plus rapides dans les étoiles de type F que dans le cas solaire, susceptibles d'exciter plus efficacement les ondes de gravité. Comme mis en évidence par Augustson et al. (2020), on attend également que la rotation joue un rôle important dans le transfert d'énergie de la convection aux ondes. Elles constituent ainsi une population d'étoiles extrêmement intéressante dans la perspective de tester la possibilité de détecter et caractériser des modes g dans les étoiles exhibant des pulsations acoustiques excitées par mécanisme stochastique. On peut signaler que des simulations MHD 3D de l'enveloppe convective de telles étoiles ont été réalisées dans le passé par Augustson et al. (2012, 2013).

En mesure de prendre en compte les aspects non linéaires du système considéré, la simulation 3D constitue une approche intéressante afin d'étudier les propriétés des ondes de gravité excitées par mécanisme stochastique dans les étoiles de type F, et constitue un premier pas dans la perspective d'évaluer leur détectabilité dans les données réelles. Des simulations 3D ont déjà été utilisées pour étudier les propriétés des ondes de gravité dans l'intérieur solaire (Brun et al., 2011 ; Alvan et al., 2014, 2015) ainsi que pour des étoiles massives (Browning et al., 2004 ; Augustson et al., 2016 ; André, 2019 ; Edelmann et al., 2019) où l'excitation des ondes se fait via le coeur convectif. Dans la Section 5.2.2, j'ai rappelé que les différents travaux voués à estimer l'amplitude des modes g dans le Soleil étaient arrivés à des conclusions significativement différentes en fonction des méthodes considérées. Il est en fait très complexe de prédire non seulement l'amplitude des modes g, mais aussi la forme du spectre dans le domaine fréquentiel, notamment à cause de la coexistence des mécanismes d'excitation turbulente et de pénétration convective (voir les références fournies dans la Section 2.4.5). Comme les contraintes numériques empêchent de reproduire les régimes de turbulence réellement à l'oeuvre dans les intérieurs stellaires, les résultats de simulations 3D concernant ces aspects devront être considérés avec précaution (Rogers et al., 2013 ; Lecoanet et al., 2015 ; Le Saux et al., 2022) mais permettent tout de même d'accéder à une meilleure compréhension des processus à l'oeuvre dans les couches profondes des étoiles que nous souhaitons étudier.

Le chapitre est donc structuré de la façon suivante. Dans la Section 6.2, je présente le principe général du code de simulation 3D ASH (*Anelastic Spherical Harmonic*, Clune et al., 1999 ; Brun et al., 2004) dans une approche purement hydrodynamique. Dans la Section 6.3, je décris les principaux résultats obtenus par Alvan et al. (2014, 2015) concernant l'étude des modes g dans des simulations 3D d'un modèle solaire. À partir de ces éléments de contexte, je présente ensuite mes propres résultats. Je commence par présenter dans la Section 6.4 les propriétés du modèle 1D d'étoile de type F utilisé pour ce travail et je détaille les différents cas considérés, qui diffèrent par le taux de rotation adopté et les profils de diffusivités visqueuse et radiative. Dans la Section 6.5, je décris comment les propriétés dynamiques 3D du modèle évoluent avec la rotation. La Section 6.6 étudie et compare les propriétés des ondes de gravité dans les différents cas. Enfin, la Section 6.7 introduit



des résultats préliminaires sur les modes de Rossby obtenus avec les simulations.

Il est important de noter que dans cette section, par souci de cohérence avec les figures présentées, je noterai ω la fréquence (exprimée en μHz et pas en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$), tandis que ν désignera le paramètre de diffusion visqueuse.

6.2 Simulations hydrodynamiques 3D avec le code ASH

Dans cette section, je présente les caractéristiques principales du code de simulation 3D ASH. Des détails techniques supplémentaires pourront être trouvés dans l'Annexe B.

6.2.1 Équations considérées

Le code ASH résout dans l'approximation anélastique (Gough, 1969) les équations magnétohydrodynamiques (MHD) présentées dans la Section 2.2.2, pour un modèle de référence en symétrie sphérique. On considère le taux de rotation Ω_0 et on se place dans le référentiel en co-rotation. Dans ce qui suit, on va noter \bar{p} , $\bar{\rho}$, \bar{T} et \bar{S} les profils de référence pour la pression, la masse volumique, la température et l'entropie. Ces profils ne dépendent que du rayon r . On note p , ρ , T et S les fluctuations par rapport au profil de référence. Le coeur de l'approximation anélastique consiste à écrire l'équation de continuité sous la forme

$$\nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{v}) = 0. \quad (6.1)$$

Si l'on compare cette équation à l'équation 2.3, on constate que le terme $\partial\rho/\partial t$ est ici négligé, ce qui a pour conséquence de filtrer les ondes acoustiques. Ne pas faire cette approximation obligerait à utiliser des pas de temps extrêmement courts pour intégrer les équations, à cause de la propagation des ondes acoustiques.

De même qu'au Chapitre 2, on utilise le système de coordonnées sphérique (r, θ, ϕ) et on va se placer ici dans un cadre purement hydrodynamique, le terme correspondant à la force de Lorentz, le chauffage ohmique et l'équation d'induction ne seront donc pas pris en compte. Afin de préserver la relation de dispersion des ondes de gravité (Brown et al., 2012), nous utilisons la version dite *Lantz-Braginsky-Roberts* de l'approximation anélastique (Lantz, 1992; Braginsky et Roberts, 1995). Dans ce cadre, le terme de fluctuation de pression p est remplacé dans l'équation de Navier-Stokes (équation 2.2) par le terme de pression réduite $\tilde{\omega} = p/\bar{\rho}$. L'équation de Navier-Stokes s'écrit alors sous la forme

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\bar{\rho} \nabla \tilde{\omega} - \bar{\rho} \frac{S}{c_p} \mathbf{g} - 2\bar{\rho} \Omega_0 \times \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathcal{D}, \quad (6.2)$$

où le tenseur linéarisé des contraintes visqueuses \mathcal{D} est donné par

$$\mathcal{D}_{ij} = -2\bar{\rho} \nu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} \right), \quad (6.3)$$

avec $e_{ij} = 1/2 (\partial_j v_i + \partial_i v_j)$ le tenseur de déformation et δ_{ij} le symbole de Kronecker. On considère également dans ASH l'équation d'état linéarisée

$$\frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{p}{\bar{p}} - \frac{T}{\bar{T}} = \frac{p}{\gamma \bar{p}} - \frac{S}{c_p}, \quad (6.4)$$



et la loi des gaz parfaits prise à l'ordre zéro

$$\bar{p} = \mathcal{R}\bar{\rho}\bar{T}, \quad (6.5)$$

où \mathcal{R} est la constante des gaz parfaits. Finalement, l'équation d'énergie est exprimée de manière à considérer explicitement les variations d'entropie dans le système

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\bar{T}\frac{\partial S}{\partial t} + \bar{\rho}\bar{T}\mathbf{v}\cdot\nabla(S + \bar{S}) = \bar{\rho}\epsilon + \nabla\cdot\left[\kappa_r\bar{\rho}c_p\nabla(T + \bar{T})\right. \\ \left.+ \kappa\bar{\rho}\bar{T}\nabla S + \kappa_0\bar{\rho}\bar{T}\nabla\bar{S}\right] + 2\bar{\rho}\nu\left[e_{ij}e_{ij} - \frac{1}{3}(\nabla\cdot\mathbf{v})^2\right]. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Le terme en $\bar{\rho}\epsilon$ représente l'énergie volumique générée par les réactions nucléaires dans les régions internes de l'étoile, avec un choix de paramétrisation $\epsilon = \epsilon_0 T^k$, où ϵ et k sont déterminés de manière à ce que l'intégrale de $\bar{\rho}\epsilon$ sur le volume de l'étoile corresponde à la luminosité à la base de l'enveloppe convective. Les termes κ et ν sont les coefficients effectifs reliés au transport non-résolu d'énergie respectivement par diffusions visqueuse et radiative, tandis que κ_r est le coefficient de transfert radiatif. Enfin κ_0 permet de modéliser le flux d'énergie transporté par les structures convectives de petite échelle près de la surface, non résolues dans la simulation. Le profil de κ_0 est paramétrisé de manière à décroître exponentiellement avec la profondeur, afin d'assurer que ce terme ne joue aucun rôle dans le transport d'énergie loin de la surface du modèle (Miesch et al., 2000). Du point de vue des oscillations stellaires, on peut constater que, dans la mesure où ASH néglige les perturbations du potentiel gravitationnel, les équations hydrodynamiques sont résolues dans l'approximation de Cowling (voir la Section 2.4). Il est nécessaire de combiner les équations présentées ci-dessus avec un ensemble de conditions aux limites, celles que nous utiliserons pour notre modèle d'étoile de type F seront décrites en détail dans la Section 6.4.2.

6.2.2 Construction du modèle

Pour réaliser la simulation 3D, il est nécessaire de fournir à ASH un modèle 1D de référence qui comprend les profils radiaux de g , $d\bar{S}/dr$ et κ_r . Ce modèle de référence peut par exemple être construit à partir des sorties d'un code de structure et d'évolution stellaire. Pour assurer la robustesse des profils fournis en entrée à ASH, les profils sont construits à partir de sommes, produits et compositions de fonction de classe \mathcal{C}^∞ . Dans la mesure où on considère dans ce travail la problématique des ondes de gravité, il est important de souligner que l'on peut relier g et dS/dr avec la fréquence de Brunt-Väisälä N via la relation (Maeder, 2009)

$$N^2 = \frac{g}{c_p} \frac{dS}{dr}. \quad (6.7)$$

Pour assurer l'équilibre hydrostatique du modèle de référence, le profil de $\bar{\rho}$ est déduit à partir de g et $d\bar{S}/dr$ en résolvant l'équation

$$\frac{d\bar{\rho}}{dr} + \frac{g}{\gamma}\bar{\rho}^{2-\gamma}e^{-\gamma\frac{\bar{S}}{c_p}} + \frac{\bar{\rho}}{c_p}\frac{d\bar{S}}{dr} = 0, \quad (6.8)$$

grâce à un algorithme de Newton-Raphson implémenté dans ASH.



6.3 Le cas solaire

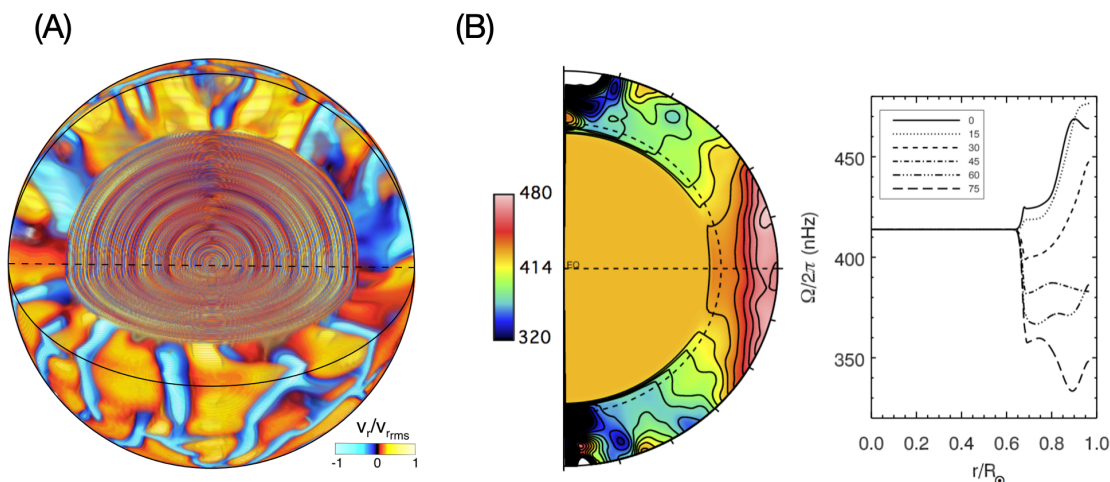


FIGURE 6.1 – *A* - Représentation volumique 3D des vitesses radiales normalisées par la vitesse rms, v_r/\tilde{v}_r pour le modèle solaire *ref* considéré par Alvan et al. (2014). Les flots montants sont en jaune/orange et les flots descendants en bleu. On remarque les ondes de gravité dans l’intérieur radiatif et les flots convectifs proches de la surface. *B* - À gauche, coupe méridienne représentant les contours de $\Omega(r, \theta)$ (rotation différentielle) obtenus pour le même modèle. À droite, profils radiaux de la vitesse angulaire pour des latitudes particulières. Figure adaptée d’Alvan et al. (2014).

À la suite du travail préliminaire de Brun et al. (2011), Alvan et al. (2014, 2015) ont réalisé avec le code ASH des simulations hydrodynamiques 3D afin d’étudier en détail les propriétés des ondes internes de gravité générées par l’interaction entre les plumes convectives et la zone radiative d’un modèle solaire. Le volume 3D des vitesses radiales représenté dans la Figure 6.1 permet de mettre en évidence les interactions qui se développent spontanément entre les flots convectifs et la zone radiative. Le profil de rotation différentielle solaire qui est obtenu pour la simulation est également représenté avec la mise en évidence de certaines latitudes particulières.

L’un des spectre de puissance pour les ondes de gravité internes obtenu par Alvan et al. (2015) est représenté dans la Figure 6.2. Le spectre est obtenu en considérant la série temporelle de la vitesse radiale dans le modèle à une profondeur $0.5 R_\odot$ et en développant sur les harmoniques sphériques (la méthode à mettre en oeuvre pour obtenir ce spectre sera décrite en détail dans la Section 6.6.2). On peut distinguer deux régions dans le spectre : à basse fréquence et/ou haut degré ℓ , les ondes de gravité sont totalement dissipées avant d’atteindre le centre du modèle ; il est impossible de former des modes stationnaires dans ce cas et ce qu’on observe dans le spectre est la contribution des ondes progressives. Au contraire, à haute fréquence et/ou bas degré, les ondes sont en mesure de former des modes g stationnaires qui sont caractérisés par des excès de puissance localisés précisément dans le spectre. On observe en particulier que les modes sont distribués selon des crêtes, qui correspondent en fait aux ensembles de modes partageant le même ordre radial n (voir la Section 2.4).

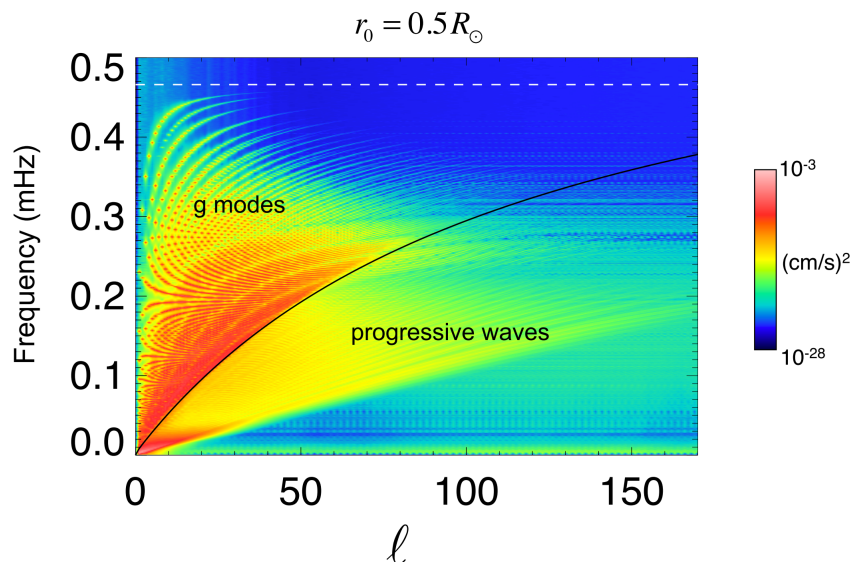


FIGURE 6.2 – Spectre de puissance des ondes de gravité obtenu pour le modèle solaire présenté par Alvan et al. (2015), à une profondeur $r = 0.5 R_{\odot}$. La courbe noire délimite la transition entre la région des modes g stationnaires (bas degrés ℓ et/ou haute fréquence) et la région des ondes progressives (hauts degrés ℓ et/ou basse fréquence). Figure tirée d’Alvan et al. (2015).

Comme précisé dans la Section 5.2.2 et comme on peut le voir dans la Figure 6.3 qui montre l’amplitude des modes les plus excités dans chacun des modèles considérés par Alvan et al. (2014), l’amplitude maximale obtenue pour les modes g dans les simulations d’Alvan et al. (2014, 2015) est de l’ordre de 0.1 mm/s au sommet de la zone radiative. Dans la simulation la plus turbulente (*turb2*), des modes sont visibles proche du sommet du domaine de simulation ($r = 0.97 R_{\odot}$), leur amplitude est signalée par la croix rouge dans la Figure 6.3. Comme on peut le voir, les valeurs obtenues par Alvan et al. (2014) sont inférieures aux autres prédictions de la littérature. Il est cependant intéressant de constater que l’utilisation de modèles plus turbulents amène à l’obtention d’amplitudes plus importantes, ce qui permet d’imaginer que celles-ci seront plus grandes encore pour des régimes de paramètres encore plus réalistes.

6.4 Modèle d’étoile de type F et cas considérés

Je présente désormais le travail de simulation hydrodynamique d’une étoile de type F en rotation que j’ai moi-même réalisé au cours de ma thèse, dans la perspective d’évaluer la détectabilité des modes g excités par mécanisme stochastique pour cette catégorie d’étoiles. Ce travail fait l’objet d’un article soumis au début du mois de juin 2022 au journal A&A (Breton et al., 2022c).

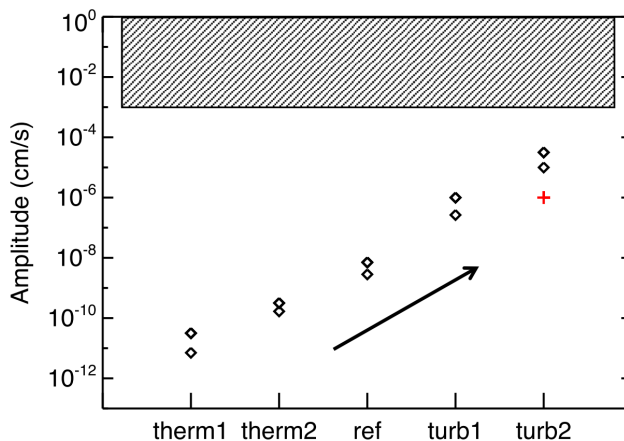


FIGURE 6.3 – Amplitude à la base de la zone convective des modes g les plus excités dans les différents modèles d’Alvan et al. (2014). La région hachurée correspond à l’intervalle de valeurs prédites dans la littérature (voir Section 5.2.2). Dans le modèle *turb2*, des modes sont visibles au sommet du domaine de simulation ($r = 0.97 R_{\odot}$) et la croix rouge signale l’amplitude du mode de plus grande amplitude à ce rayon.

6.4.1 Du Soleil à une étoile de type F

Dans le cadre des simulations 3D, il n’est pas trivial de passer d’un modèle solaire à un modèle d’étoile de type F. Grâce aux profils 1D fournis par le code d’évolution stellaire MESA (*Modules for Experiments in Stellar Astrophysics*, Paxton et al., 2011, 2013, 2015, 2018; Paxton et al., 2019), je commence par illustrer comment la structure stellaire évolue entre une étoile de $1 M_{\odot}$ et une étoile de $1.3 M_{\odot}$. Dans la Figure 6.4 est représenté le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä, N pour des étoiles de 1, 1.1, 1.2 et $1.3 M_{\odot}$, de même métallicité, et prises au même stade évolutif, c’est à dire avec une fraction massique d’hydrogène $X_H = 0.35$. On rappelle que les régions où $N^2 > 0$ sont stablement stratifiées, celles où $N^2 \leq 0$ sont dynamiquement instables (donc convectives, voir Section 2.2), et que le profil de N va directement impacter les propriétés des ondes de gravité se propageant dans l’intérieur radiatif (voir Section 2.4.3). L’épaisseur relative de l’enveloppe convective, d_{CZ} , diminue significativement à mesure que la masse augmente. On passe de $d_{CZ} = 0.28 R_{\star}$ pour le modèle à $1 M_{\odot}$ à $d_{CZ} = 0.12 R_{\star}$ pour le modèle à $1.3 M_{\odot}$. Au-dessus de $r = 0.15 R_{\star}$, la valeur de N diminue avec la masse. À partir de $1.2 M_{\odot}$, le modèle possède un coeur convectif qui représente quelques pourcents du rayon stellaire. On note que la transition en N entre la zone radiative et le coeur convectif se fait de manière extrêmement abrupte, avec un pic à haute fréquence juste avant l’interface. Nous allons donc tenter de prendre en compte le mieux possible ces différents aspects au moment de construire notre modèle d’étoile de type F.

6.4.2 Propriétés du modèle et conditions aux limites

Le modèle 1D considéré dans ce travail est construit à partir des profils radiaux fournis par le code d’évolution MESA pour une étoile de $1.3 M_{\odot}$ à métallicité et fraction massique d’hydrogène au coeur solaires (voir Figure 6.4). Il a une température effective de 6353 K, un rayon $R_{\star} =$

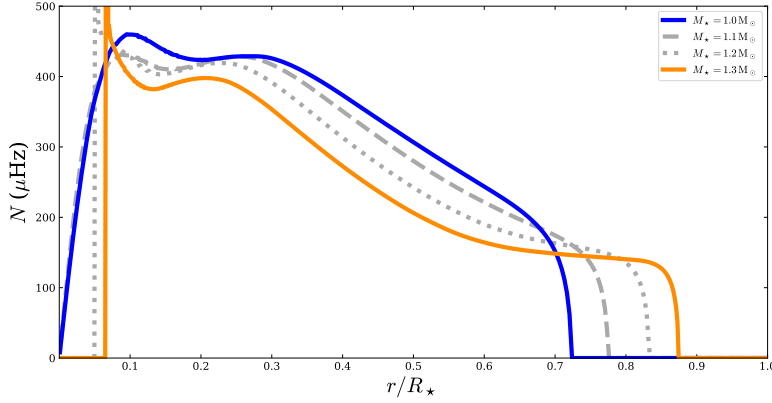


FIGURE 6.4 – Comparaison entre les profils de Brunt-Väisälä, N , obtenu avec MESA pour des modèles avec 1 (bleu), 1.1 (tirets gris), 1.2 (pointillés gris) et 1.3 (orange) M_{\odot} , de métallicité solaire et au même stade évolutif. Sur la figure, on prend $N = 0$ pour les régions convectives où $N^2 \leq 0$.

TABLE 6.1 – Propriétés des cas considérés pour les simulations.

Cas	F1a	F1b	F3	F5
$(N_r, N_{\theta}, N_{\phi})$	(1205, 512, 1024)	(1205, 1024, 2048)	(1205, 1024, 2048)	(1205, 1024, 2048)
Ω_0 (Ω_{\odot})	1	1	3	5
ν_{top} (cm^2/s)	3.5×10^{13}	1.05×10^{13}	1.75×10^{13}	1.05×10^{13}
κ_{top} (cm^2/s)	1.4×10^{14}	4.2×10^{13}	7×10^{13}	4.2×10^{13}
r_t (cm)	8.9×10^{10}	8.9×10^{10}	8.9×10^{10}	8.9×10^{10}
t_{max} (jours)	117	52	48	130 (280)

Note : La dernière ligne précise longueur t_{max} de la plus longue série temporelle dont nous disposons avec des sorties échantillonnées tous les 1% du rayon stellaire et avec $dt < 1250$ s de manière à avoir la fréquence de Nyquist $\omega_N > 400$ μHz . La valeur spécifiée entre parenthèses pour F5 correspond à la série temporelle pour laquelle nous utilisons le même échantillonnage mais sauvegardons seulement les sorties à $r = 0.13 R_*$. Voir la Section 6.6.

$1.0465 \times 10^{11} \text{cm} \approx 1.5 R_{\odot}$ et une luminosité $L_{\star} = 3.31 L_{\odot}$. L'interface entre la zone radiative et la zone convective est localisée en $r_{\text{CZ}} = 0.88 R_{\star} = 9.18 \times 10^{10} \text{cm}$. On considère une grille radiale non-uniforme avec 1205 points de maille ($N_r = 1205$). La dimension radiale δr considérée pour les mailles aux différentes profondeurs est représentée dans la Figure 6.5. Il y a 764 mailles dans la zone convective et 441 dans la zone radiative. En effet, la vitesse des flots à considérer dans l'enveloppe convective oblige à y utiliser un maillage beaucoup plus fin que dans l'intérieur radiatif à cause du nombre de Reynolds, Re , qui augmente proportionnellement à la vitesse du fluide. Le pas de temps d'intégration va alors être contraint de manière à satisfaire les conditions de Courant-Friedrichs-Lewy (conditions CFL, Courant et al., 1967), qui demandent au pas de temps dt de vérifier $dt \leq c\Delta x/v$, avec Δx l'espacement du maillage, v la vitesse maximale et c une constante inférieure à 1. La Figure 6.6 montre la comparaison entre le profil de Brunt-Väisälä, N , fourni

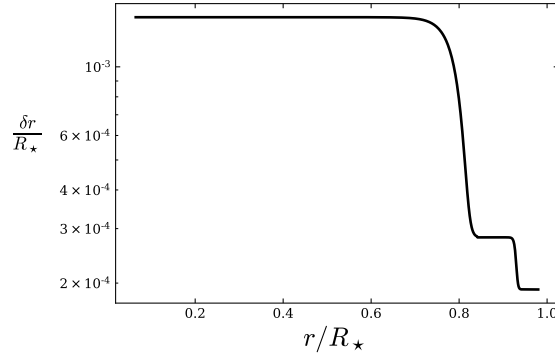


FIGURE 6.5 – Dimensions relatives δ/R_\star des mailles radiales considérées pour les simulations.

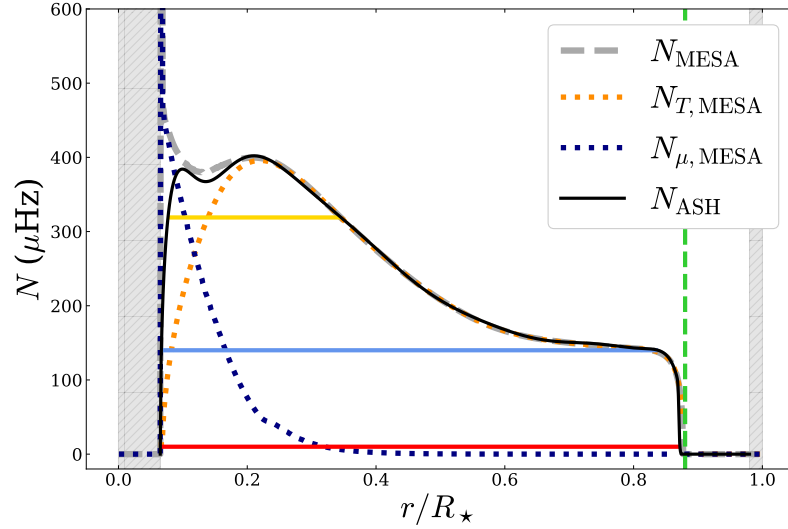


FIGURE 6.6 – Comparaison entre le profil de Brunt-Väisälä, N , obtenu avec MESA (tirets gris) et le profil de référence légèrement adouci utilisé dans ASH (noir). Les composantes de structure, N_T , et de composition, N_μ , (voir équation 2.11) dans le modèle MESA sont représentés en pointillés orange et en pointillés bleus, respectivement. Les tirets verticaux verts correspondent à la position de r_{CZ} tandis que les zones grises montrent les régions du modèle MESA non considérées dans le domaine de simulation. Les lignes horizontales rouge, bleu et jaune montrent l'intervalle radial de la cavité résonante des ondes représentées par tracé de rayon dans la Figure 6.23.

comme profil de référence à ASH et le profil 1D originellement obtenu avec MESA. Le terme de composition N_μ crée un pic dans le profil de N près de l'interface avec le coeur convectif et nous avons tenté de prendre le mieux possible cet aspect en compte au moment de construire les profils



de g et $d\bar{S}/dr$. On notera qu'il n'est cependant pas possible de reproduire avec exactitude le pic de N_μ . Le profil de N que nous adoptons assure cependant que, pour une fréquence inférieure à ~ 250 μHz , les ondes de gravité se propageront jusqu'à la base du domaine de simulation. Si on calcule l'intégrale $\int_r(N/r)dr$, qui intervient directement dans l'expression asymptotique de l'espacement en période des modes g dans le cas sans rotation (voir l'équation 2.59), on trouve un écart de 11.6% entre le modèle MESA et le modèle ASH.

Finalement, la Figure 6.7 compare les profils de $\bar{\rho}$ et \bar{T} obtenus avec MESA et ceux utilisés comme profil de référence dans ASH, obtenus via l'algorithme de Newton-Raphson (voir l'équation 6.8). On note que l'accord global entre le modèle ASH et le modèle MESA est bon pour ces deux profils. On fixe partout $c_p = 3.42 \times 10^8 \text{ erg.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

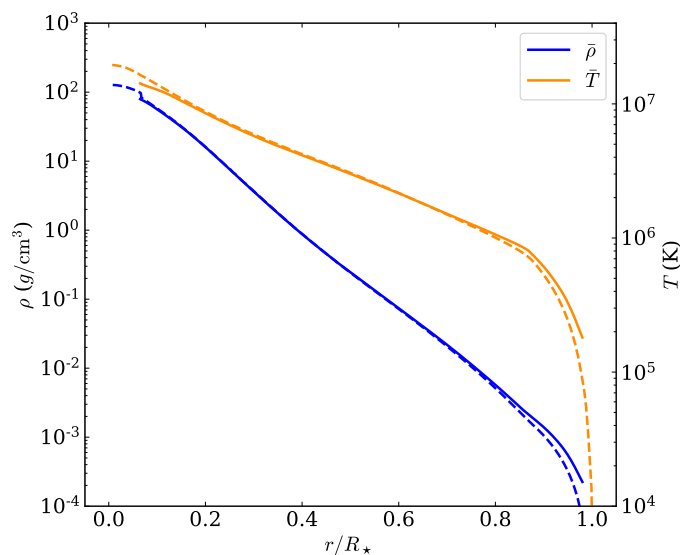


FIGURE 6.7 – Comparaison entre le profil obtenu avec MESA (tirets) et le profil de référence utilisé dans ASH (traits pleins) pour $\bar{\rho}$ (bleu) et \bar{T} (orange).

La région que nous considérons pour la simulation s'étend de $r_{\text{bottom}} = 0.07 R_\star$ (sommet du coeur convectif) à $r_{\text{top}} = 0.98 R_\star$. Nous choisissons les conditions aux limites suivantes :

1. la base et le sommet du domaine de simulation sont rigides :

$$v_r|_{r_{\text{top}}} = v_r|_{r_{\text{bottom}}} = 0 ; \quad (6.9)$$

2. il n'y a pas de contrainte à la base ou au sommet du domaine de simulation :

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right|_{r_{\text{top}}, r_{\text{bottom}}} = \left. \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\phi}{r} \right) \right|_{r_{\text{top}}, r_{\text{bottom}}} = 0 ; \quad (6.10)$$



3. le gradient moyen d'entropie est constant :

$$\left. \frac{\partial \bar{S}}{\partial r} \right|_{r_{\text{bottom}}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \bar{S}}{\partial r} \right|_{r_{\text{top}}} = -1.5 \times 10^{-6} \text{cm.K}^{-1}.\text{s}^{-2}. \quad (6.11)$$

Le sommet du coeur convectif (base du domaine de simulation) est donc pris comme une barrière impénétrable, de même que le sommet du domaine de simulation. Nous conservons cependant la propriété essentielle pour l'étude des ondes internes : les flots à la base de l'enveloppe convective sont libres de pénétrer la zone radiative.

Les différents cas que l'on considère vont se distinguer par le taux de rotation Ω_0 imposé ainsi que par leurs profils de diffusivité κ et ν . On choisit de considérer trois taux de rotation $\Omega_0 = 1$ (cas F1a et F1b), 3 (cas F3) et 5 (cas F5) Ω_\odot , où on prend ici $\Omega_\odot = 2.6 \times 10^{-6} \text{rad.s}^{-1}$. Il est intéressant de comparer ces valeurs de Ω_0 à la distribution de périodes de rotation de surface du catalogue S19-21 (voir le Chapitre 3) pour les étoiles comprises dans un intervalle proche de température effective ($6000 < T_{\text{eff}} < 6600 \text{ K}$) et de gravité de surface ($\log > 4 \text{ dex}$). On utilise ici pour T_{eff} et $\log g$ les valeurs fournies par Berger et al. (2020). On constate que les cas F1a et F1b se classent parmi les rotateurs les plus lents de la distribution, tandis que le cas F3 a une valeur de $1/(2\pi\Omega_0)$ très proche de la médiane de la distribution (9.4 jours). Le cas F5 est quant à lui très proche du maximum de la distribution. De cette manière, notre choix de taux de rotation est bien représentatif de la population d'étoiles de type F observées par *Kepler*.

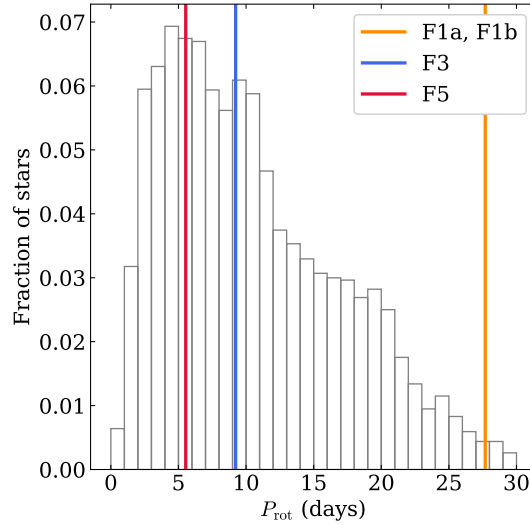


FIGURE 6.8 – Périodes de rotation des cas F1a/F1b (orange), F3 (bleu) et F5 (rouge) comparées aux périodes de rotation de surface du catalogue S19-21, pour les étoiles vérifiant $6000 < T_{\text{eff}} < 6600 \text{ K}$ et $\log > 4 \text{ dex}$ (en considérant les valeurs fournies par Berger et al., 2020).



Les profils de ν et κ suivent la paramétrisation suivante

$$\nu(r) = \nu_{\text{top}} \left[\beta_\nu + \frac{1 - \beta_\nu}{2} \left(\frac{\bar{\rho}_{\text{top}}}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\tanh \frac{r - r_t}{\sigma_t} + 1 \right) \right], \quad (6.12)$$

$$\kappa(r) = \kappa_{\text{top}} \left[\beta_\kappa + \frac{1 - \beta_\kappa}{2} \left(\frac{\bar{\rho}_{\text{top}}}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\tanh \frac{r - r_t}{\sigma_t} + 1 \right) \right], \quad (6.13)$$

où $r_t = 8.9 \times 10^{10}$ cm est le rayon de transition du profil, $\sigma_t = 0.08$ le paramètre de raideur du modèle et $\bar{\rho}_{\text{top}} = \bar{\rho}(r_{\text{top}})$, $\nu_{\text{top}} = \nu(r_{\text{top}})$ et $\kappa_{\text{top}} = \kappa(r_{\text{top}})$. On a alors $\nu(r_{\text{bottom}}) \approx \beta_\nu \nu_{\text{top}}$ (même chose pour κ et β_κ) et on prend $\beta_\nu = 11 \times 10^{-4}$ et $\beta_\kappa = 2 \times 10^{-5}$. En maintenant ν et κ à des niveaux suffisamment élevés dans les régions convectives, cette paramétrisation permet d'une part d'y éviter l'apparition d'artefacts numériques. D'autre part, en réduisant drastiquement les valeurs de ν et κ au-delà de la région d'overshoot, la paramétrisation permet de minimiser le taux de dissipation dans la zone radiative des ondes de gravité qui vont être excitées au cours de la simulation. Le profil de diffusivité considéré pour les différents cas est représenté dans la Figure 6.9. On notera que les diffusivités du cas F1b sont les mêmes que celles du cas F5 et sont donc plus faibles que celles du cas F1a (F1b pourra donc être vu comme une version turbulente de F1a). Le nombre de Prandtl, $Pr = \nu/\kappa$, vaut 0.25 au sommet du domaine de simulation et 1.25 dans la zone radiative. Ces nombres sont à mettre en regard des valeurs attendues dans les intérieurs stellaires réels, comprises entre 1×10^{-5} et 1×10^{-9} (voir par exemple Garaud, 2021). Même avec ces valeurs de diffusivités relativement élevées, la vitesse attendue pour les flots convectifs dans une étoile de M_\odot (voir Section 6.1) impose de considérer des résolutions latitudinales et longitudinales élevées. On aura $N_\phi = 2N_\theta = 1024$ pour le cas F1a et $N_\phi = 2048$ pour les trois autres cas. Les modèles considérés auront donc au total $\sim 6.3 \times 10^8$ et $\sim 2.5 \times 10^9$ points de maille.

Un résumé des propriétés des cas considérés peut être trouvé dans la Table 6.1

6.4.3 Balance d'énergie

Nous perturbons l'état d'équilibre par une perturbation aléatoire de l'entropie dans la zone où $dS/dr < 0$. Les premiers pas de temps de la simulation numérique permettent à cette instabilité convective de se développer. Ceci est notamment illustré par la Figure 6.10, qui montre l'évolution de la contribution de la convection (CKE), de la rotation différentielle (DRKE) et de la circulation méridienne (MCKE) à la densité d'énergie cinétique lors de l'initialisation du modèle F1a. À partir d'une vingtaine de jours, on voit que le développement de l'instabilité convective aboutit à une forte augmentation de la densité d'énergie cinétique du modèle. La contribution des trois termes s'équilibre après environ 75 jours, même si le modèle nécessite plus de temps pour converger totalement. La Table 6.2 donne les valeurs moyennes obtenues pour CKE, MCKE et DRKE pour les cas F1a, F1b, F3 et F5. La convection est la principale réserve d'énergie cinétique; cependant la quantité relative d'énergie cinétique contenue dans la rotation différentielle augmente avec Ω_0 , jusqu'à avoir DRKE qui représente un tiers de CKE dans le cas F5. On constate également que, dans tous les cas, il y a plus d'énergie cinétique dans la contribution de la rotation différentielle que celle de la circulation méridienne.

Après un temps de l'ordre de quelques dizaines de τ_{conv} , le modèle se place donc dans un état d'équilibre des flux radiatif (lié à la luminosité L_{rad}), cinétique (luminosité L_{ke}), visqueux (luminosité L_ν), convectif (ou flux d'enthalpie, lié à luminosité L_{enth}) et du flux d'énergie sous-grille (contraint par le paramètre κ_0 , lié à la luminosité L_{SGS}). On rappelle qu'en un rayon r , un flux

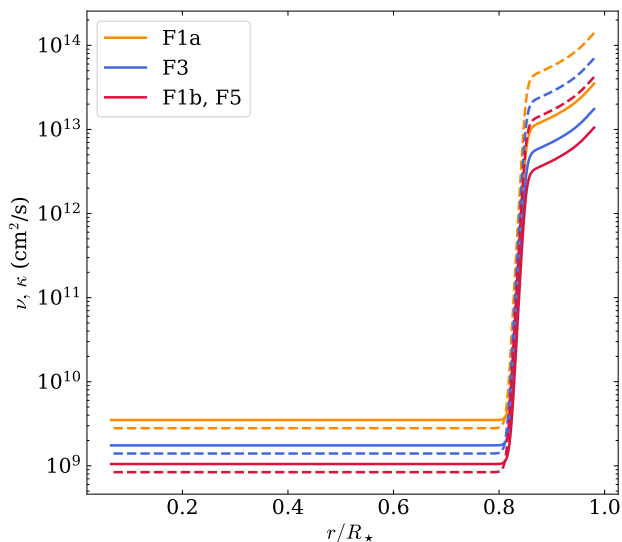


FIGURE 6.9 – Profils de diffusivités effectives κ (tirets) et ν (traits pleins) considérés dans les cas F1a (orange), F3 (bleu) et F1b et F5 (rouge).

TABLE 6.2 – Densité d'énergie cinétique liée à la convection (CKE), à la rotation différentielle (DRKE) et à la circulation méridienne (MCKE).

Cas	F1a	F1b	F3	F5
CKE (erg.cm-3)	1.8×10^5	2.6×10^5	3.3×10^5	4.2×10^5
DRKE (erg.cm-3)	2.0×10^4	2.1×10^4	1.0×10^5	1.4×10^5
MCKE (erg.cm-3)	2.4×10^3	2.1×10^3	3.3×10^3	1.8×10^3

surfacique F est relié à la luminosité L correspondante par la relation $L = 4\pi r^2 F$. La luminosité totale L_{tot} vérifie donc

$$L_{\text{tot}} = L_{\text{rad}} + L_{\text{ke}} + L_{\nu} + L_{\text{enth}} + L_{\text{SGS}}. \quad (6.14)$$

La Figure 6.11 montre un exemple d'une telle balance radiale d'énergie obtenue avec le cas F5. Le terme L_{rad} assure la totalité du transport d'énergie dans l'intérieur radiatif mais décroît rapidement dans l'enveloppe convective, où le transport est assuré par le flux d'enthalpie et le flux sous-grille (à mesure qu'on se rapproche du sommet du domaine de simulation). On note que le flux d'énergie cinétique est dirigé vers l'intérieur de l'étoile, ceci étant compensé par le surplus de flux d'enthalpie au milieu de l'enveloppe convective. Enfin, il est important de constater qu'un important processus de transport d'enthalpie vers l'intérieur de l'étoile a lieu dans la région d'overshoot, juste en dessous de r_{CZ} . On attend que ce processus aboutisse à l'établissement d'un nouvel équilibre thermique dans la tachocline ; cependant le temps de relaxation requis pour arriver à ce nouvel état, d'environ 1×10^5 années (Zahn, 1991), est hors de portée des temps d'intégration que l'on pourra raisonnablement effectuer avec nos simulations 3D. Afin d'accélérer cette relaxation, le paramètre

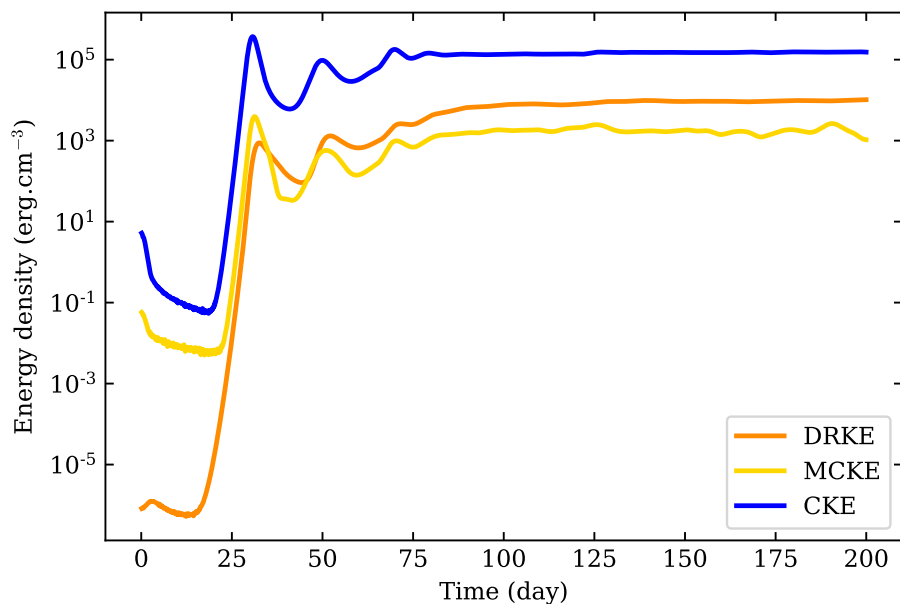


FIGURE 6.10 – Évolution temporelle de la densité d'énergie cinétique liée à la rotation différentielle (DRKE), à la circulation méridienne (MRKE) et à la convection (CKE), pendant l'initialisation du modèle F1a.

κ_r est modifié dans la simulation de façon à ce que L_{rad} présente un pic positif qui compense le pic négatif de L_{enth} (Miesch et al., 2000; Brun et al., 2011).

6.5 Dynamique 3D d'une étoile de type F

Dans cette section, préliminairement à l'étude en profondeur des propriétés des ondes de gravité (ce sera l'objet de la Section 6.6), je présente les propriétés globales des quatre cas considérés pour les simulations.

Un volume 3D du cas F5 est montré dans la Figure 6.12. Pour chaque rayon r considéré, on y a normalisé les vitesses radiales v_r par la valeur efficace (valeur rms, *root-mean square*) de v_r sur la sphère de rayon r , \tilde{v}_r . On distingue les structures convectives montantes et descendantes dans la zone convective. À l'interface avec la zone radiative, les plumes convectives excitent des ondes de gravité internes qui se propagent ensuite à travers la zone radiative. Comme on le verra avec les méthodes de tracé de rayon dans la Section 6.6.1, le motif en cercles concentriques qui apparaît dans l'intérieur radiatif du modèle est en fait caractéristique de la propagation des ondes de basses fréquences. Les Figures 6.13 et 6.14 montrent des projections de Mollweide de la vitesse radiale v_r et de la perturbation de température $T - \bar{T}$ (à laquelle on a également soustrait la moyenne latitudinale de la perturbation) pour les cas considérés, à $r = 0.92$ et $0.87 R_*$, respectivement. On remarque grâce à ces deux figures que dans la zone convective ($r = 0.92 R_*$), la corrélation entre

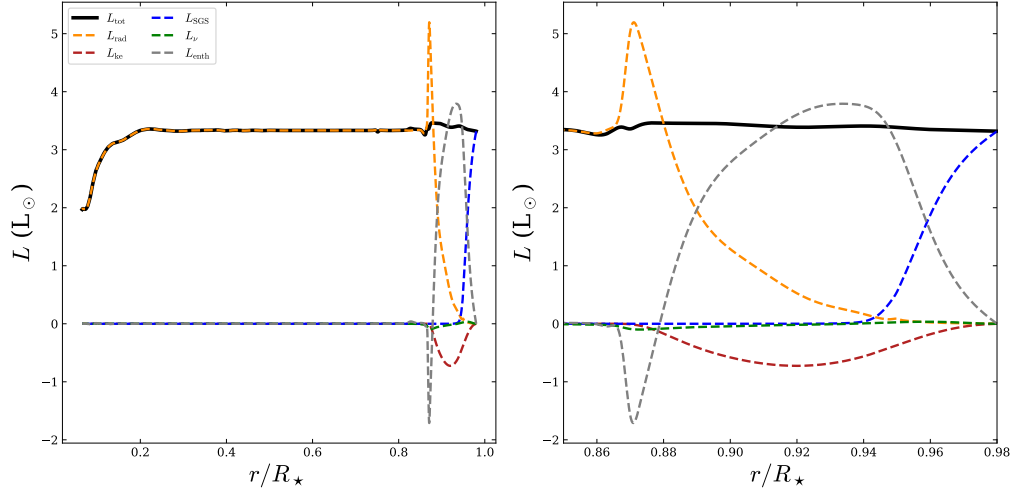


FIGURE 6.11 – *Gauche* : Balance de luminosité du modèle F5 (noir), obtenue comme la somme de la luminosité radiative, L_{rad} (orange), ainsi que de celle liée au flux d'enthalpie, L_{enth} (gris), au flux d'énergie cinétique, L_{ke} , à la diffusion visqueuse L_{ν} et au flux sous grille, L_{SGS} (voir équations 6.6 et 6.14). *Droite* : Agrandissement autour de l'enveloppe convective et de la région d'overshoot (proche de $r = 0.87 R_{\star}$).

vitesse et température est positive, tandis qu'elle est négative dans la région d'overshoot ($r = 0.87 R_{\star}$). Étant plus turbulent, le modèle F1b présente des structures à des échelles inférieures à celles du modèle F1a. La rotation influence la forme des structures équatoriales, avec les lignes de flots descendants qui tendent à s'aligner avec l'axe de rotation quand Ω_0 augmente.

Grâce à la Figure 6.15, on considère maintenant l'évolution du profil de \tilde{v}_r le long de r pour les différents cas. Les profils sont similaires pour les différents cas dans l'enveloppe convective mais diffèrent sensiblement dans la zone radiative, où la valeur de \tilde{v}_r est directement reliée au niveau d'excitation des ondes de gravité. Comme attendu, c'est pour F1a que les \tilde{v}_r sont les plus faibles. Elles sont globalement au même niveau pour F1b et F3 dans la moitié supérieure de la zone radiative mais deviennent plus importantes pour F3 tandis qu'on se rapproche du bas du domaine de simulation. Enfin, pour F5, on constate que les \tilde{v}_r sont significativement plus élevées dans la zone radiative que pour les trois autres cas considérés.

6.5.1 Nombres adimensionnés et dynamique dans l'enveloppe convective

Considérer un certain nombre de paramètres adimensionnés est important pour mieux appréhender les régimes de convection dans lesquels se placent chacun des cas que nous considérons dans cette étude. On choisit d'estimer ces paramètres adimensionnés au milieu de la zone convective, entre $r = 0.92 R_{\star}$ et $r = 0.94 R_{\star}$. On peut commencer par estimer le niveau de turbulence dans l'enveloppe convective via le nombre de Reynolds, Re , que l'on estime ici avec la relation

$$Re = \frac{\tilde{v}_r d_{CZ}}{\nu}. \quad (6.15)$$

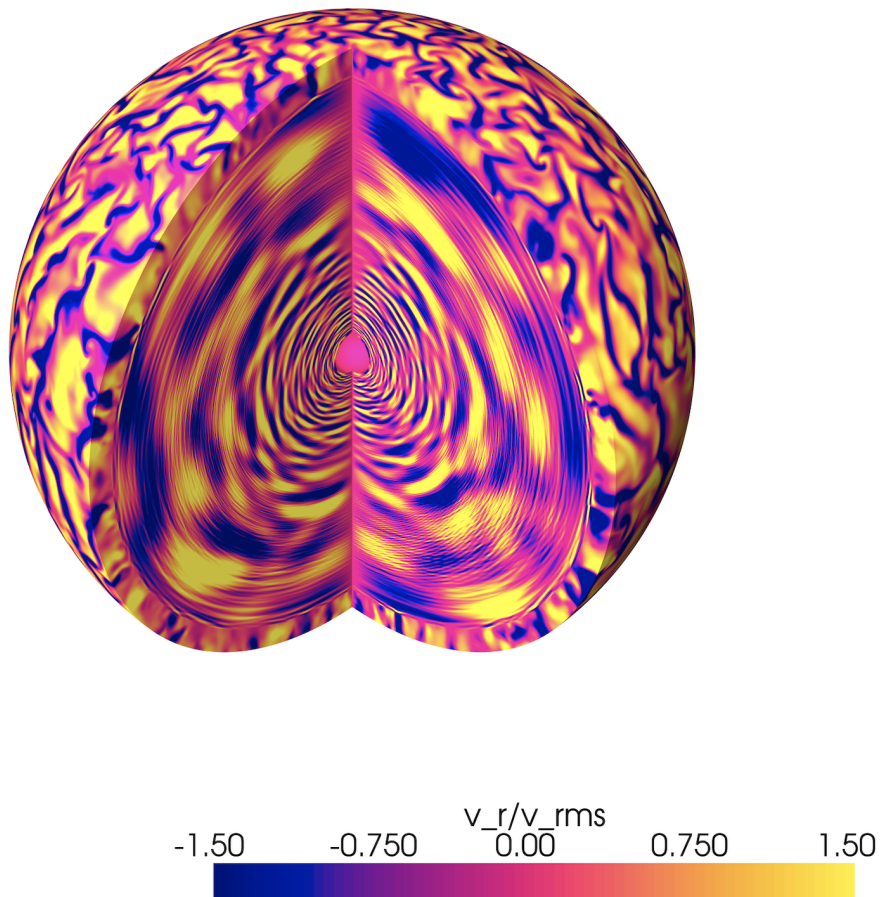


FIGURE 6.12 – Volume 3D de la vitesse radiale, v_r , normalisée par la vitesse rms, \tilde{v}_r , pour le cas F5, de $r = 0.07$ à $0.94 R_*$. Les flots montants sont représentés en jaune et les flots descendants en bleu.

TABLE 6.3 – Valeur des nombres de Reynolds (Re), de Rossby fluide (Ro_f), stellaire (Ro_s) et convectif (Ro_c), de Rayleigh (Ra), de Taylor (Ta) et ratio entre le nombre de Rayleigh modifié (Ra^*) et le nombre de Rayleigh critique (Ra_c). Toutes les valeurs sont prises au milieu de la zone convective.

Cas	F1a	F1b	F3	F5
Re	20	73	39	64
Ro_f	4.1	6.1	1.9	1.4
Ro_s	5.8	6.8	2.0	1.2
Ro_c	2.3	2.0	0.8	0.6
Ra	1.5×10^3	1.2×10^4	6.4×10^3	2.5×10^4
Ta	1.1×10^3	1.2×10^4	4.0×10^4	3.1×10^5
Ra^*/Ra_c	14.3	23.9	4.5	2.8

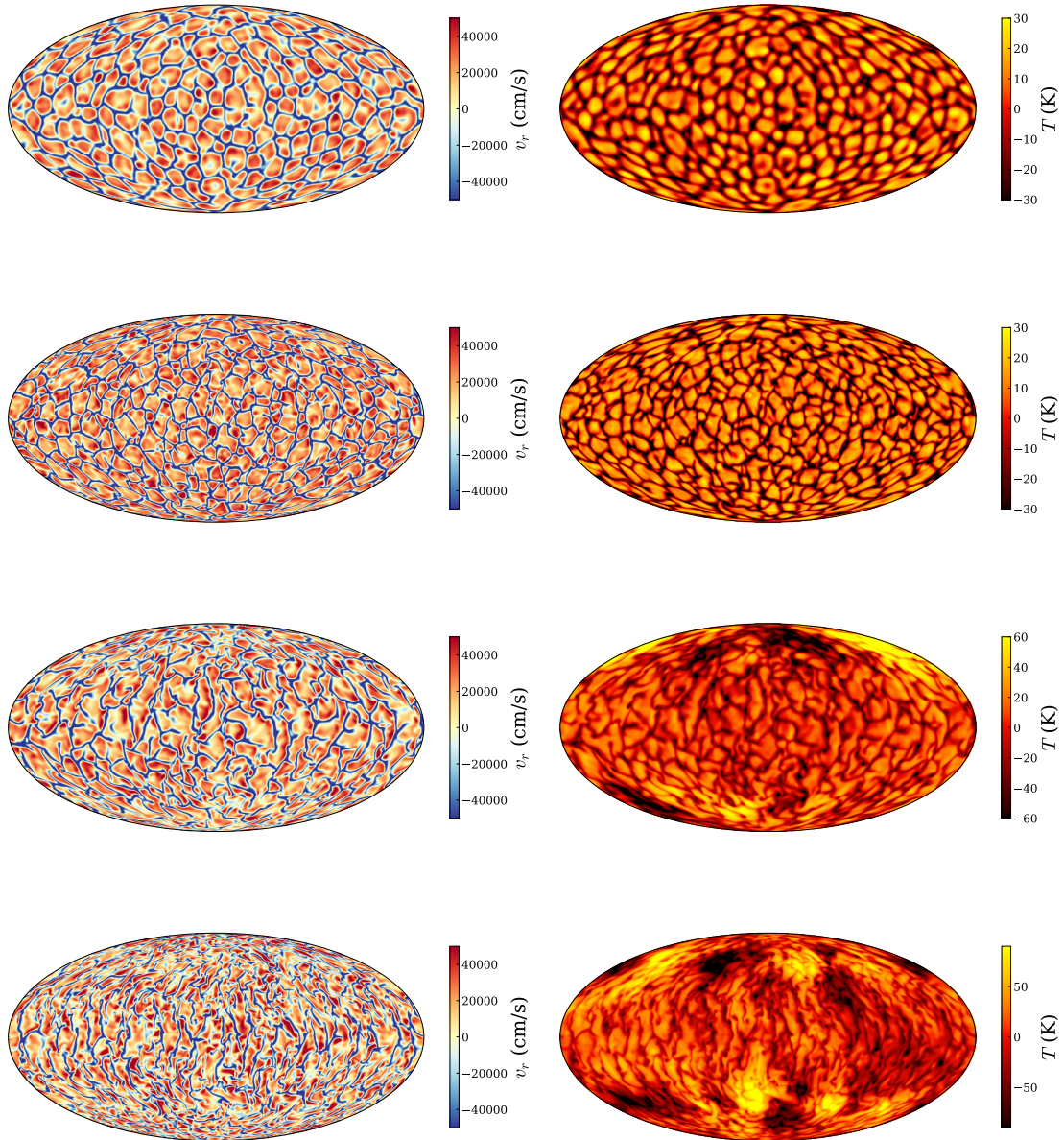


FIGURE 6.13 – Vitesse radiale, v_r , et fluctuation de température T pour les cas F1a, F1b, F3 et F5 (de haut en bas), en $r = 0.52 R_\star$. La perturbation moyenne $m = 0$ en T a également été soustraite.

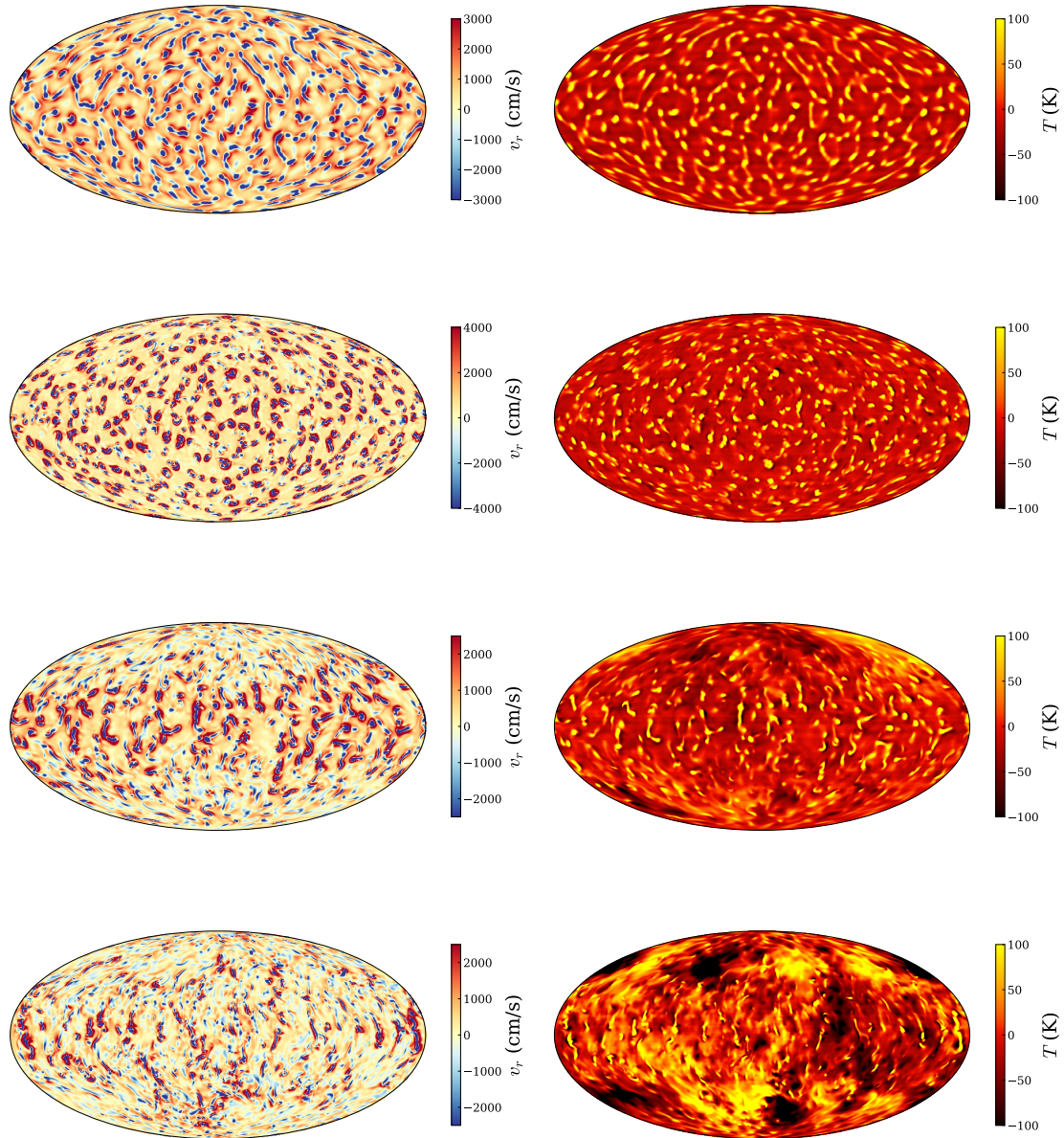


FIGURE 6.14 – Vitesse radiale, v_r , et fluctuation de température T pour les cas F1a, F1b, F3 et F5 (de haut en bas), en $r = 0.87 R_*$, dans la région d'overshoot. La perturbation moyenne $m = 0$ en T a également été soustraite.

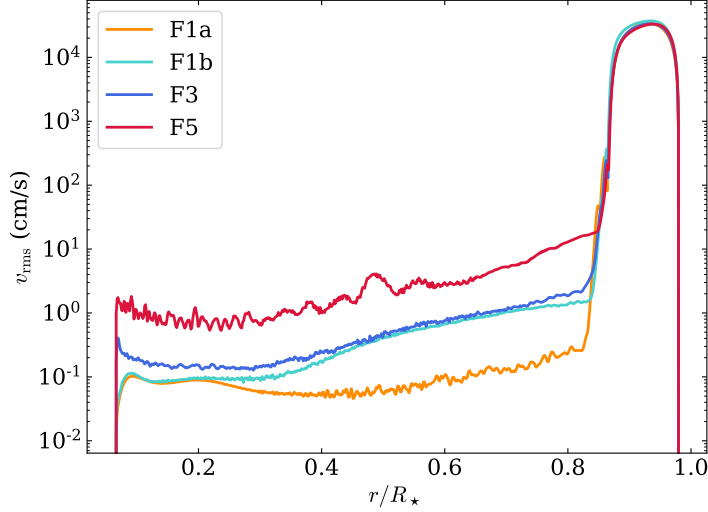


FIGURE 6.15 – Profil de vitesse rms \tilde{v}_r pour les cas F1a (orange), F1b (cyan), F3 (bleu) et F5 (rouge).

Le cas F1b est sans surprise le plus turbulent ($Re = 73$), suivi par F5 ($Re = 64$), F3 ($Re = 39$), et F1a ($Re = 20$), dans cet ordre. Re est calculé ici comme une valeur moyennée, le nombre de Reynolds obtenu en considérant la valeur maximale de $|v_r|$, $v_{r,\max}$, au lieu de \tilde{v}_r donne des valeurs trois ou quatre fois plus grandes.

Le nombre de Rossby fluide (voir Chapitres 2 et 4), Ro_f , est évalué directement dans ASH grâce au terme de vorticité, suivant l'équation 2.25. Pour le nombre de Rossby stellaire, Ro_s , on utilise l'expression donnée dans l'équation 2.26. Enfin, on introduit également ici le nombre de Rossby convectif (Gilman et Glatzmaier, 1981), Ro_c , qui est calculé via la relation

$$Ro_c = \sqrt{\frac{Ra}{TaPr}}, \quad (6.16)$$

où Ta est le nombre de Taylor que l'on estime avec la relation

$$Ta = \frac{4\Omega_0 d_{CZ}^4}{\nu^2}, \quad (6.17)$$

tandis que le nombre de Rayleigh, Ra , nous est donné par

$$Ra = -\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial S} \frac{\partial S_{\text{tot}}}{\partial r} \frac{g d_{CZ}^3}{\bar{\rho} \kappa \nu}, \quad (6.18)$$

où $S_{\text{rot}} = \bar{S} + S$. Le rôle d'une valeur critique, Ra_c , de Ra dans le développement des instabilités convectives a déjà été évoqué à la fin de la Section 2.2.3. Pour estimer le niveau de super-criticalité des différents cas, nous utilisons une approche similaire à celle de Takehiro et al. (2020), qui demande



de considérer une définition modifiée du nombre de Rayleigh, Ra^* , telle que

$$Ra^* = \frac{gd_{CZ}^4}{c_p \kappa \nu} \max_{r > r_{CZ}} \left| \frac{\partial S_{\text{tot}}}{\partial r} \right|. \quad (6.19)$$

En utilisant le modèle M11R5 comme référence et la loi d'échelle en $Ta^{2/3}$ suivie par Ra_c , on détermine ensuite la valeur de Ra_c pour les quatre cas et on calcule le ratio Ra^*/Ra_c , ce qui nous permet de vérifier que tous nos modèles sont super-critiques (voir la Table 6.3). Le cas le plus super-critique est le cas F1b, suivi dans l'ordre par les cas F1a, F3 et F5. On constate que les cas F3 et F5 sont significativement moins super-critiques que les cas F1a et F1b : comme attendu, la rotation inhibe la convection (Chandrasekhar, 1961 ; Roberts, 1968 ; Stevenson, 1979 ; Busse, 1983). Dans ce contexte, il est intéressant de considérer la décomposition sur les harmoniques sphériques des vitesses convectives au milieu de l'enveloppe convective. Le spectre obtenu est représenté dans la Figure 6.16, en considérant d'abord la somme quadratique sur m des termes obtenus avec la décomposition (ce qui nous donne un spectre en fonction de ℓ), puis sur ℓ (ce qui nous donne un spectre en fonction de m). On constate que les vitesses à bas ℓ sont plus importantes dans les cas F3 et F5. Le pic à $\ell = 2$ est lié à la rotation différentielle. F1a est le cas avec les valeurs maximales les plus importantes (vers $\ell = 30$) mais les vitesses diminuent plus rapidement à ℓ élevés pour F1a que pour les autres cas, ce qui est cohérent avec le fait que c'est le modèle avec les valeurs de ν les plus élevées. L'échelle de Kolmogorov (la dimension à laquelle l'énergie portée par l'écoulement est dissipée par viscosité) est donc plus grande que dans les cas plus turbulents. Au contraire, le maximum atteint par F5 est un peu moins haut. La transition entre la région dominée par la turbulence commence entre $\ell = 20$ et $\ell = 50$, au-delà de $\ell = 100$, le profil est totalement dominé par les effets de diffusion visqueuse. Le profil de \tilde{v}_r décomposé sur m est plat à bas m pour chacun des cas considérés, avec des valeurs à bas m plus élevées pour F1a et F1b. Ce plateau se prolonge pour F1a et F1b jusqu'à $m = 30$, valeur à laquelle \tilde{v}_r diminue brutalement. Pour F3 et F5, \tilde{v}_r augmente entre $m = 10$ et $m = 30$, avant de diminuer de la même façon que les deux autres cas. Les valeurs de \tilde{v}_r à m élevées s'ordonnent selon le niveau de turbulence des modèles. Les valeurs maximales du spectre sont atteintes pour $m = 17, 8, 20, 25$, respectivement pour les cas F1a, F1b, F3, and F5. Ces valeurs maximales augmentent avec le taux de rotation, suivant la même tendance que les valeurs critiques calculées par (Takehiro et al., 2020).

Les valeurs de Re , Ro_f , Ro_s , Ro_c , Ra , Ta et Ra^*/Ra_c pour les différents cas sont données dans la Table 6.3. Comme attendu, on constate que les différents nombres de Rossby diminuent avec l'augmentation de Ω_0 et augmentent avec le niveau de turbulence (à l'exception de Ro_c qui est plus faible pour F1b que pour F1a).

6.5.2 Régimes de rotation différentielle

J'ai présenté dans la Section 2.3.1 la façon dont Brun et al. (2017) avaient mis en évidence une transition d'un régime de rotation différentielle latitudinale solaire (équateur rapide, pôles lents) à antisolaire (équateur lent, pôles rapides) vers $Ro_f \approx 1$.

La Figure 6.17 montre les régimes de rotation différentielle obtenus dans chaque cas. On a vu dans la Section 6.5.1 que les valeurs de Ro_f (voir Table 6.3) au milieu de la zone convective étaient largement supérieures à 1 pour les cas F1a et F1b. La rotation y est de type *shellular* (rotation en coquille), avec des flots rapides dans les régions inférieures de la zone convective et des flots plus lents alors qu'on se rapproche du sommet du domaine de simulation. Le régime de rotation du cas F3 est clairement antisolaire tandis que le cas F5 semble se placer dans un régime de transition

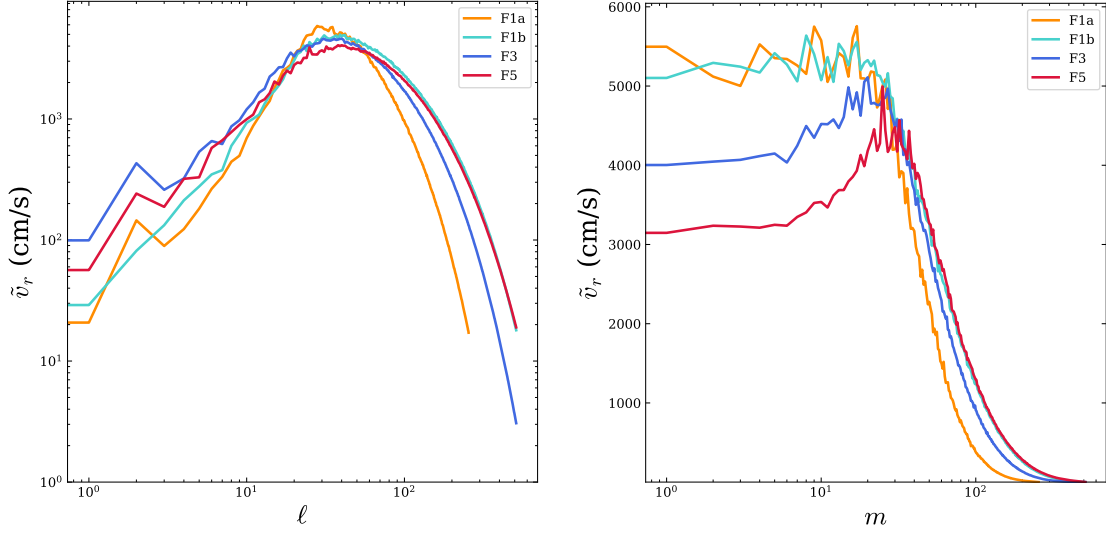


FIGURE 6.16 – Spectre des vitesses convectives en fonction du degré ℓ (*gauche*) et du nombre azimutal m (*droite*) au milieu de la zone convective ($r = 0.93 R_*$) pour les cas F1a (orange), F1b (cyan), F3 (bleu) et F5 (rouge).

($Ro_f = 1.4$), avec des flots rapides à l'équateur, des flots lents à latitude basse et des flots rapides à latitude plus élevée. On peut en effet constater que les simulations de l'enveloppe convective d'une étoile de $1.3 M_\odot$ d'Augustson et al. (2012) présentaient des régimes de rotation solaire pour $\Omega_0 = 8\Omega_\odot$.

Dans les Figures 6.18 et 6.19, je montre également les moyennes temporelles et longitudinales des fluctuations de température T et d'entropie S pour les quatre cas, reliées au phénomène de vent thermique. On constate que les fluctuations de température les plus importantes se manifestent à la base de la région d'overshoot et ont une dépendance latitudinale. Pour les cas F1a et F1b, on remarque dans cette zone des fluctuations positives proche de l'équateur et négatives à haute latitude. La tendance est toujours la même pour le cas F3, mais on note que dans le cas F5, la fluctuation n'est pas quasi-monotone en latitude comme pour les modèles plus lents, et devient positive pour les latitudes très proches de l'équateur. Les fluctuations de températures sont significativement plus grandes pour les modèles à forte rotation que pour le cas solaire, où les valeurs maximales de celles-ci sont environ ± 8 K (voir par exemple Miesch et al., 2006).

Quant aux fluctuations d'entropie S , elles sont négatives dans la zone convective à basse latitude, et positives à haute latitude. La situation inverse est observée pour la région d'overshoot. Pour les modèles en rotation rapide (F3 et F5), les fluctuations positives et négatives d'entropie correspondent globalement à la répartition des flots rétrogrades et progrades montrée dans la Figure 6.17, respectivement. Ces fluctuations d'entropie reflètent la situation d'équilibre de vent thermique se mettant en place avec l'établissement d'un régime de rotation différentielle et discutée par Miesch et al. (2006).

Finalement, je montre dans la Figure 6.20 la moyenne temporelle et azimutale du flux de masse $\rho_{\text{tot}} v_\theta$, associé à la circulation méridienne. La circulation méridienne se fait en sens horaire dans

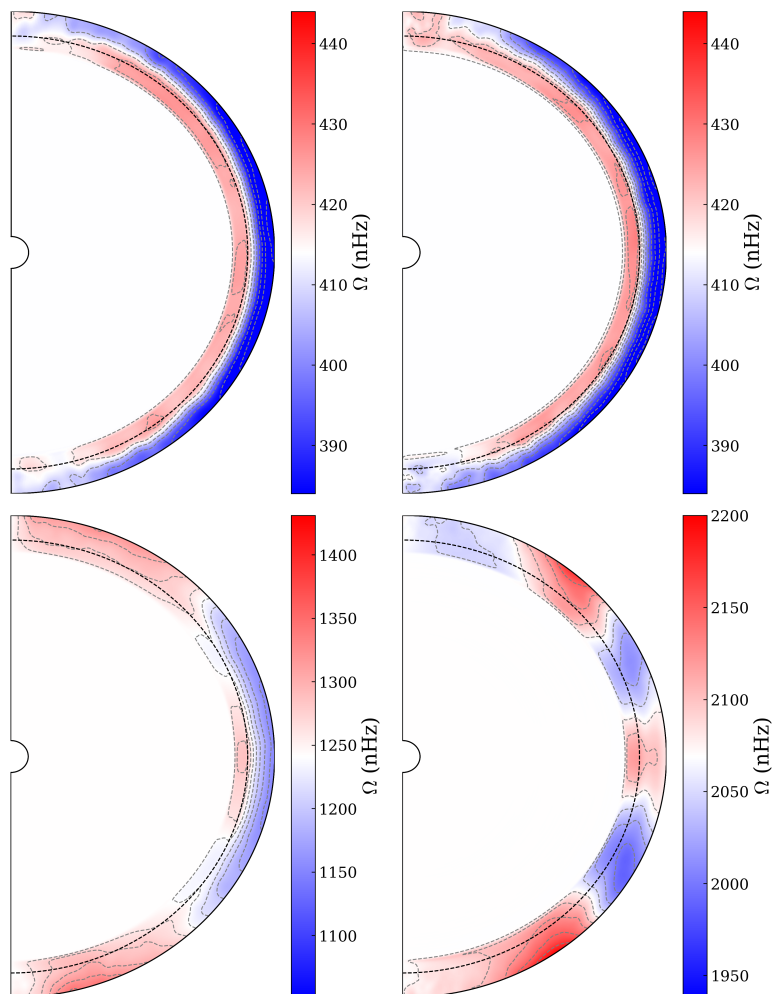


FIGURE 6.17 – Régimes de rotation différentielle pour les cas F1a (*en haut à gauche*), F1b (*en haut à droite*), F3 (*en bas à gauche*) et F5 (*en bas à droite*). Dans le référentiel en co-rotation, les zones en rouge correspondent à des flots progrades et les zones en bleu à des flots rétrogrades. Les tirets gris signalent les isocontours et les tirets noirs la position de l'interface entre l'intérieur radiatif et l'enveloppe convective. Les traits pleins noirs signalent les limites du domaine de simulation.

l'hémisphère sud de l'étoile, et anti-horaire dans son hémisphère nord (avec la représentation adoptée dans la figure, cela va donc correspondre, dans l'hémisphère nord, à des flots en bleu dans la partie supérieure de l'enveloppe convective, et verts dans la partie inférieure - inversement dans l'hémisphère sud). Les effets de la circulation méridienne peuvent être distingués dans le cas F1a, mais l'augmentation de la turbulence dans le cas F1b la fait disparaître. Au contraire, dans les modèles F3 et F5, on distingue clairement l'existence d'une circulation méridienne de grande échelle.

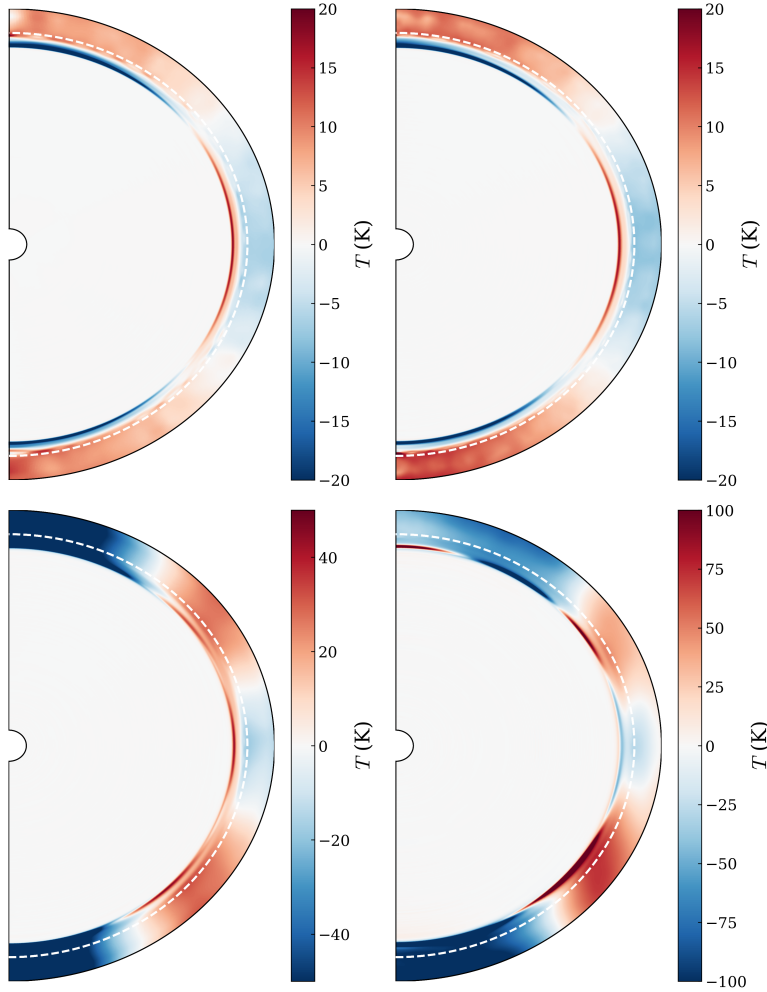


FIGURE 6.18 – Moyenne temporelle et azimutale des fluctuations de température T pour les cas F1a (*en haut à gauche*), F1b (*en haut à droite*), F3 (*en bas à gauche*) et F5 (*en bas à droite*). La position de r_{CZ} est signalée par les tirets blancs.

6.5.3 Moment cinétique

La mise en place d'un régime de rotation différentielle est associée à un processus de redistribution du moment cinétique dans l'enveloppe convective. La conservation du moment cinétique s'exprime sous la forme (Elliott et al., 2000 ; Brun et Toomre, 2002 ; Brun et al., 2004)

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 \mathcal{F}_r)}{\partial r} + \frac{1}{(r \sin \theta)} \frac{\partial \sin \theta \mathcal{F}_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad (6.20)$$

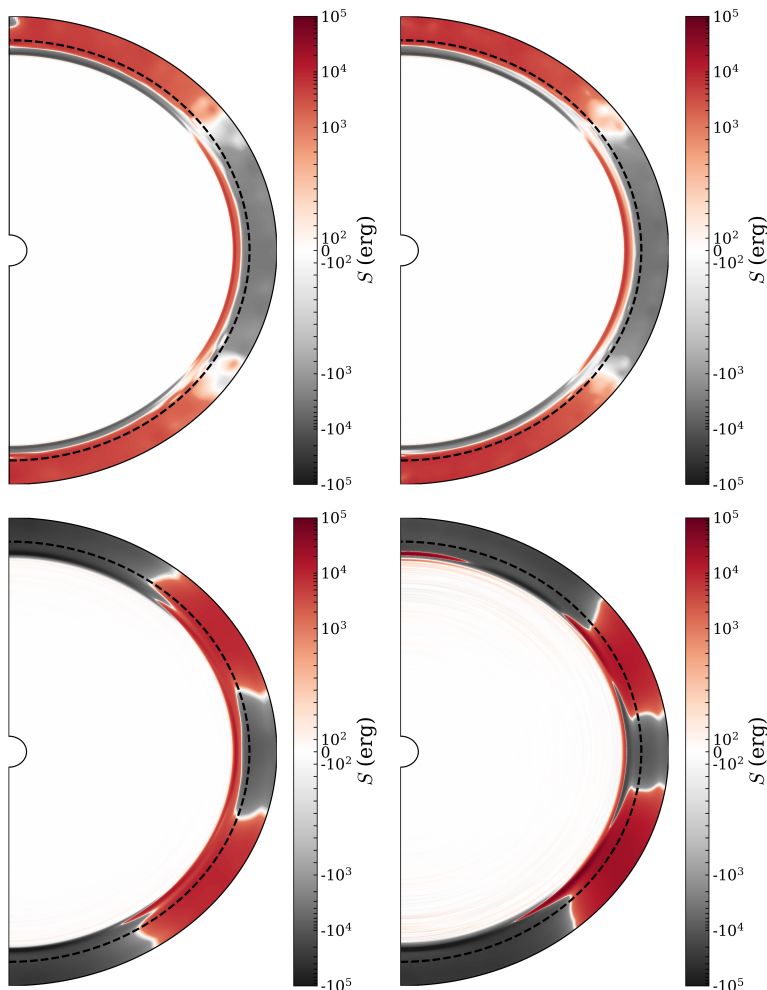


FIGURE 6.19 – Moyenne temporelle et longitudinale des fluctuations d'entropie S pour les cas F1a (en haut à gauche), F1b (en haut à droite), F3 (en bas à gauche) et F5 (en bas à droite). La position de r_{CZ} est signalée par les tirets noirs.

où \mathcal{F}_r et \mathcal{F}_θ sont les flux surfaciques moyens, respectivement radial et latitudinal, de moment cinétique. Ils sont donnés par les expressions suivantes

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_r(r, \theta) &= \bar{\rho} r \sin \theta \left[-\nu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\hat{v}_\phi}{r} \right) + \widehat{v'_r v'_\phi} + \hat{v}_r (\hat{v}_\phi + \Omega r \sin \theta) \right], \\ \mathcal{F}_\theta(r, \theta) &= \bar{\rho} r \sin \theta \left[-\nu \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\hat{v}_\phi}{\sin \theta} \right) + \widehat{v'_\theta v'_\phi} + \hat{v}_\theta (\hat{v}_\phi + \Omega r \sin \theta) \right], \end{aligned} \quad (6.21)$$

où, dans les membres de droite, les termes correspondent dans l'ordre à la contribution de la diffusion visqueuse, du tenseur de Reynolds lié aux fluctuations turbulentes du champ de vitesse, et de la

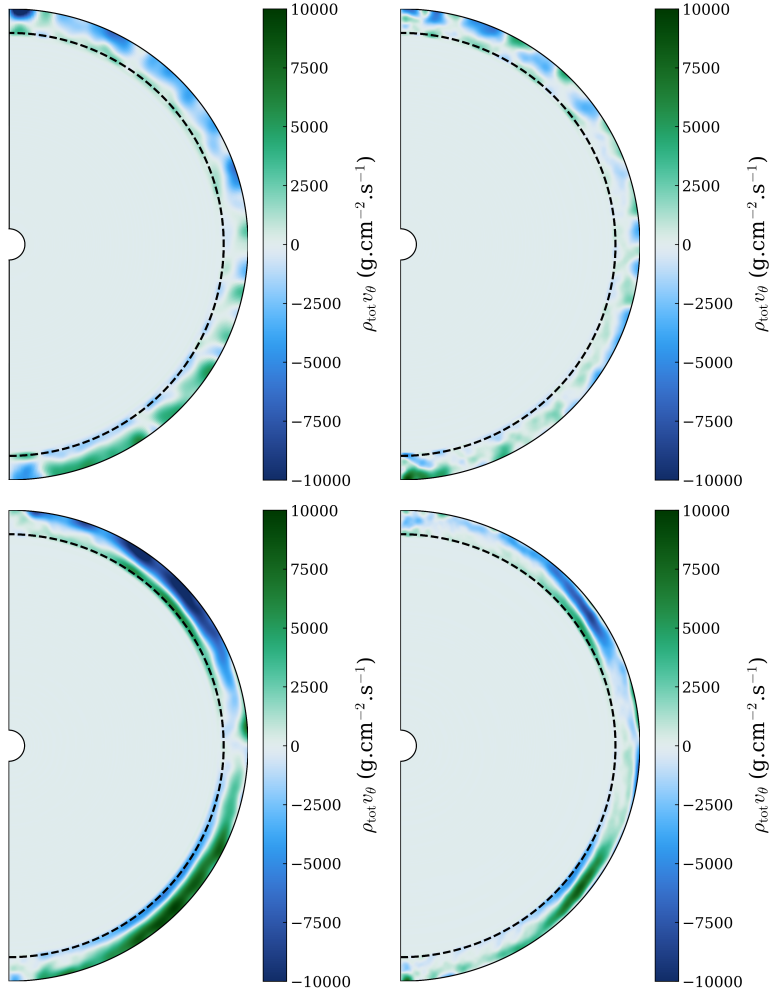


FIGURE 6.20 – Moyenne temporelle et longitudinale de $\rho_{\text{tot}}v_\theta$ pour les cas F1a (*en haut à gauche*), F1b (*en haut à droite*), F3 (*en bas à gauche*) et F5 (*en bas à droite*). La position de r_{CZ} est signalée par les tirets noirs.

composante (méridienne) de l'accélération de Coriolis à l'origine de la circulation méridienne. Ici \hat{v}_r (respectivement \hat{v}_θ et \hat{v}_ϕ) est la moyenne azimutale de la composante $m = 0$ de v_r (respectivement v_θ et v_ϕ). Les termes $\widehat{v'_r v'_\phi}$ et $\widehat{v'_\theta v'_\phi}$ correspondent à la moyenne azimutale des corrélations entre les fluctuations $m \neq 0$ des composantes du champ de vitesse.

On peut obtenir un diagnostic global pour le transfert radial et latitudinal de moment cinétique

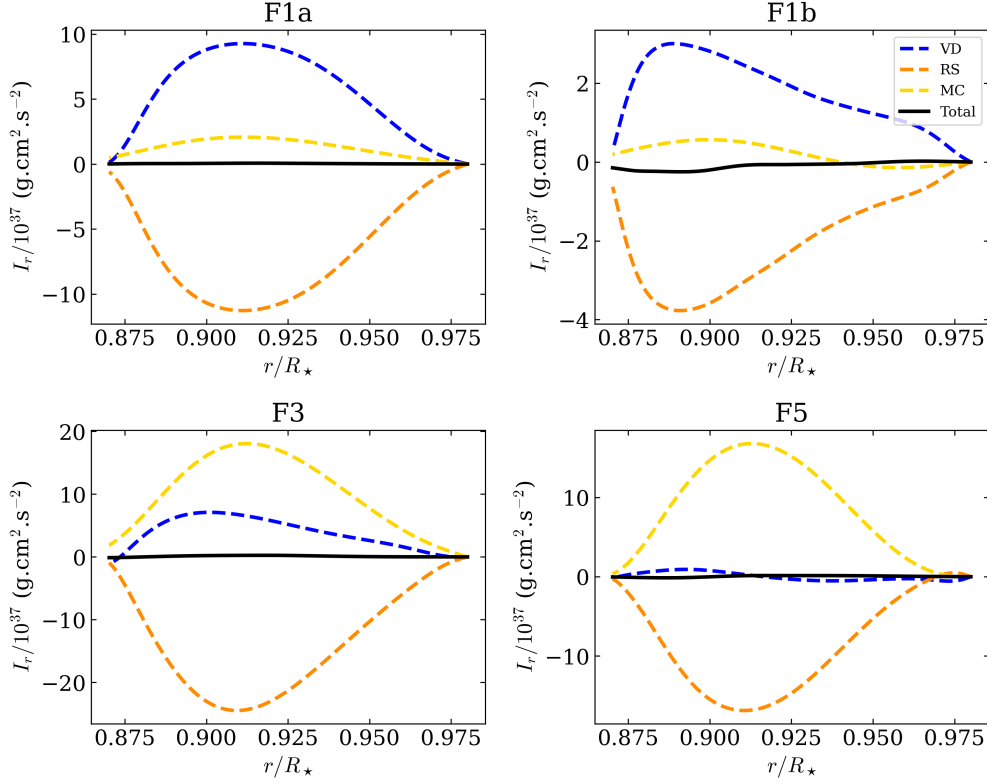


FIGURE 6.21 – Moyenne temporelle du flux radial de moment cinétique, I_r , pour la contribution de tous les processus de transport (Total, traits pleins noirs), du tenseur de Reynolds (RS, tirets orange), de la diffusion visqueuse (VD, tirets bleus) et de la circulation méridienne (MC, tirets jaunes) liée à l'accélération de Coriolis, pour les cas F1a (en haut à gauche), F1b (en haut à droite), F3 (en bas à gauche) et F5 (en bas à droite). On remarque le bon équilibre atteint avec la courbe totale proche de zéro.

en définissant les flux intégrés I_r et I_θ

$$\begin{aligned}
 I_r(r) &= \int_0^\pi \mathcal{F}_r(r, \theta) r^2 \sin \theta d\theta, \\
 I_\theta(\theta) &= \int_{T_{\text{bottom}}}^{r_{\text{top}}} \mathcal{F}_\theta(r, \theta) r \sin \theta dr,
 \end{aligned}
 \tag{6.22}$$

que l'on représente dans les cas F1a, F1b, F3 et F5 dans les Figures 6.21 et 6.22.

Une valeur de I_r positive correspond à un transport de moment cinétique vers l'extérieur (et inversement) tandis qu'une valeur de I_θ positive correspond à un transport de moment cinétique dans la direction de e_θ (et inversement). À l'opposé de ce que l'on verrait dans le cas d'une rotation différentielle solaire (voir par exemple Brun et al., 2004), le tenseur de Reynolds transporte du moment cinétique vers l'intérieur de l'étoile et la diffusion visqueuse vers l'extérieur (à l'exception du cas F5 où ce transport visqueux se fait vers l'intérieur dans la partie supérieure de l'enveloppe

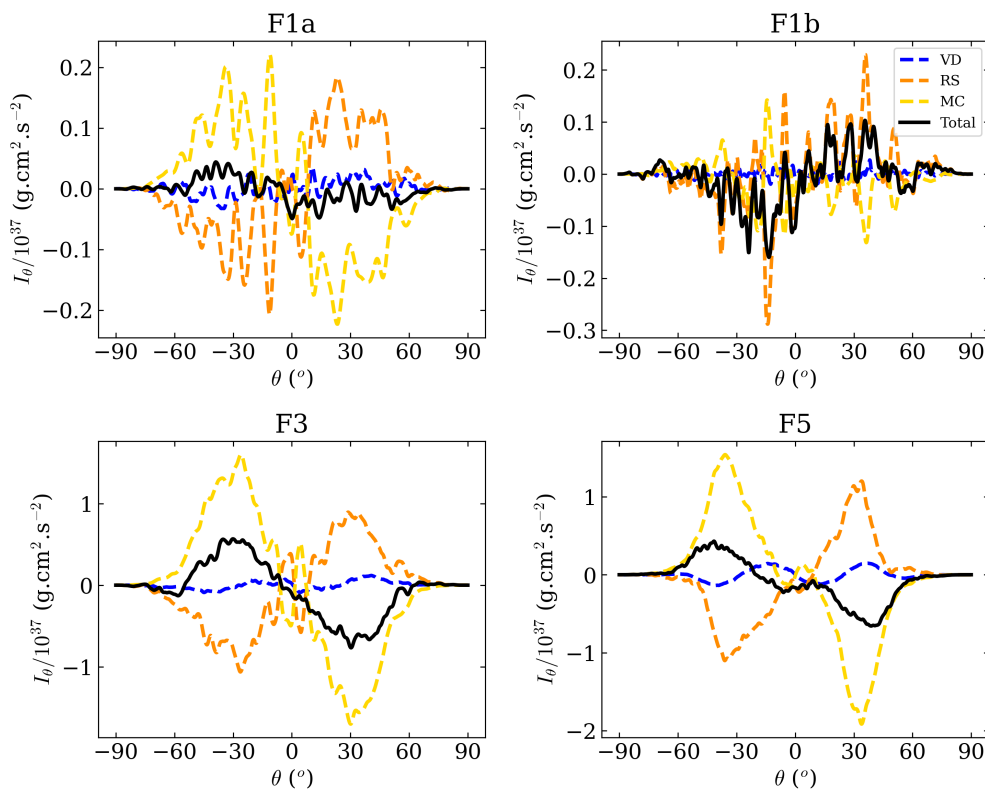


FIGURE 6.22 – Moyenne temporelle du flux latitudinal de moment cinétique, I_θ , pour la contribution de tous les processus de transport (Total, traits pleins noirs), du tenseur de Reynolds (RS, tirets orange), de la diffusion visqueuse (VD, tirets bleus) et de la circulation méridienne (MC, tirets jaunes) liée à l'accélération de Coriolis, pour les cas F1a (en haut à gauche), F1b (en haut à droite), F3 (en bas à gauche) et F5 (en bas à droite).

convective). La circulation méridienne transporte quant à elle du moment cinétique vers l'extérieur. Dans les quatre cas considérés, on voit que ces processus s'équilibrent entre eux ; le transport radial de moment cinétique est donc dans un état stationnaire.

Concernant I_θ , le tenseur de Reynolds transporte du moment cinétique depuis l'équateur vers les pôles, à l'inverse de la circulation méridienne. À cause de son nombre de Reynolds plus élevé, le rôle de la circulation méridienne apparaît moins clairement dans le cas F1b. Sa contribution est plus importante pour les cas F3 et F5 que pour le cas F1a. On note que la contribution de la diffusion visqueuse est moins importante pour le transport latitudinal que pour le transport radial. On remarque également que le régime en I_θ n'est pas tout à fait stationnaire. En effet, établir un régime latitudinal complètement stationnaire demande de faire évoluer le modèle sur des temps plus longs que pour ce qui est de l'équilibre radial. Les modèles avec lesquels nous travaillons ont cependant un niveau de convergence satisfaisant pour l'étude de la dynamique des ondes internes que nous souhaitons effectuer.

6.6 Ondes internes de gravité et modes g

Dans cette section, on s'intéresse aux propriétés des ondes internes excitées dans la simulation par les interactions à l'interface entre la zone radiative et l'enveloppe convective. Nous montrerons qu'elles s'identifient avec les ondes de gravité (ou gravito-inertielles dans le cas des fortes rotations).

6.6.1 Tracé de rayon

Avant de revenir aux simulations 3D, il est intéressant de considérer une méthode de tracé de rayon comme une première approche pour mieux comprendre la dynamique des ondes de gravité dans l'intérieur radiatif de notre modèle de référence. En effet, les méthodes de tracé de rayon ont été largement utilisées dans la littérature pour étudier les propriétés des différentes catégories d'ondes qui se propagent dans les intérieurs stellaires (voir par exemple Lignières et Georgeot, 2009; Rabitti et Maas, 2013; Prat et al., 2016).

Le traitement proposé ici repose sur la résolution d'un système hamiltonien obtenu à partir de l'approximation WKBJ¹ (Gough, 1993; Alvan et al., 2014). Conservée tout au long de la propagation de l'onde, la fréquence $W(r, \theta, \phi, k_r, k_h) = \omega$ est le Hamiltonien du système, avec ω qui respecte la relation de dispersion des ondes de gravité donnée à l'équation 2.58, dans un cas sans rotation, soit

$$\omega^2 = N^2 \frac{k_h^2}{k^2}, \quad (6.23)$$

avec k_h . La vitesse de phase \mathbf{v}_p est alors définie comme

$$\mathbf{v}_p := \frac{\omega}{k^2} (k_r \mathbf{e}_r + k_h \mathbf{e}_h) = N \left(-\frac{k_r k_h}{k^3} \mathbf{e}_r + \frac{k_r^2}{k^3} \mathbf{e}_h \right), \quad (6.24)$$

où \mathbf{e}_r est le vecteur unitaire radial et \mathbf{e}_h le vecteur unitaire horizontal. La vitesse de groupe \mathbf{v}_g est

$$\mathbf{v}_g := \frac{\partial \omega}{\partial k_r} \mathbf{e}_r + \frac{\partial \omega}{\partial k_h} \mathbf{e}_h = N \left(\frac{k_r k_h}{k^3} \mathbf{e}_r + \frac{k_h^2}{k^3} \mathbf{e}_h \right), \quad (6.25)$$

ce qui permet de constater que $\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_g = 0$ et également $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_g = 0$: les ondes de gravité sont transverses, l'énergie qu'elles transportent se propage perpendiculairement à la direction de la perturbation (l'énergie se propage dans la même direction que \mathbf{v}_g tandis que la perturbation est selon \mathbf{k}).

Comme $k_h = \sqrt{\ell(\ell+1)}/r$ ne dépend que de r , on réduit le problème à un problème à deux dimensions en posant $k_h = k_\phi$ avec k_ϕ la composante longitudinale du vecteur d'onde. On se place dans le plan équatorial $\theta = 0$ (dans le cas sans rotation, ce choix est en fait indifférent, on aurait tout aussi bien pu se placer dans n'importe quel plan méridien, par exemple). W vérifie donc les

1. Originellement développée dans le cadre de la mécanique quantique, la méthode porte le nom de ceux qui l'ont mise au point, Wentzel, Kramers, Brillouin et Jeffreys. La similitude avec la mécanique quantique du formalisme des problèmes rencontrés en théorie des oscillations stellaires l'a rendue très populaire également dans ce champ d'application, (voir Unno et al., 1989; Christensen-Dalsgaard, 2014).

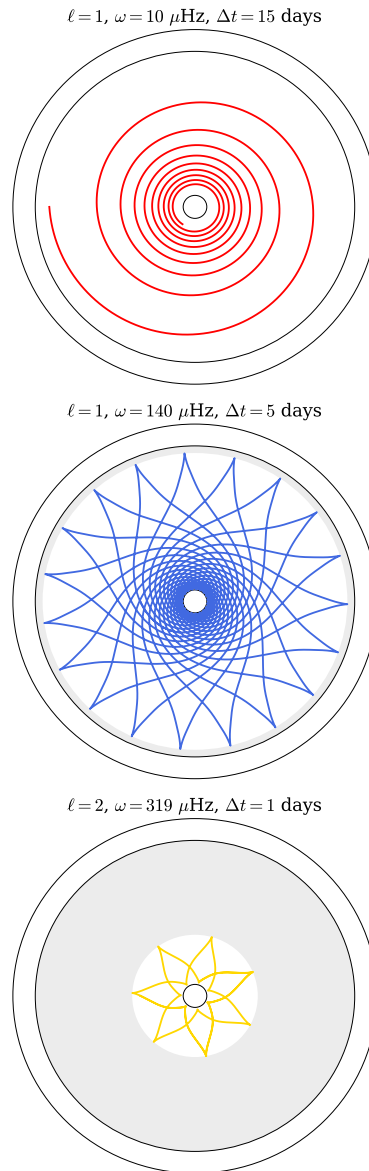


FIGURE 6.23 – Trajectoires de rayon dans le plan équatorial pour des ondes de gravité à différentes fréquences : 10 (*haut*), 140 (*milieu*) et 319 (*bas*) μHz . De l'extérieur vers l'intérieur, les cercles noirs signalent la surface de l'étoile, l'interface entre l'enveloppe convective et l'intérieur radiatif, et l'interface entre l'intérieur radiatif et le coeur convectif. Les régions en gris correspondent aux parties de la zone radiative où l'onde est évanescente. Le temps d'intégration varie de 1 à 15 jours.



équations de Hamilton, qui s'expriment de la façon suivante

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = \frac{\partial W}{\partial r} , \\ \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \phi} , \\ \frac{dk_r}{dt} = -\frac{\partial W}{\partial k_r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial k_\phi} k_\phi , \\ \frac{dk_\phi}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial k_\phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial k_r} k_\phi . \end{cases} \quad (6.26)$$

Les équations sont intégrées² en fixant à la fois une fréquence ω et un degré ℓ (ce qui permet de déduire k_θ puis k_r , le seul paramètre arbitraire étant le signe de k_r), puis en choisissant un point de départ localisé en $(r_{\text{initial}}, \theta_{\text{initial}})$. On utilise comme schéma d'intégration une méthode de Runge-Kutta d'ordre 5 (Dormand et Prince, 1980) avec un pas de temps d'une seconde. On prend également soin de choisir un pas de temps d'intégration suffisamment petit pour assurer que la fréquence ω varie peu même à proximité des limites de cavité résonantes (caustiques) où l'approximation WKBJ n'est plus valable (la condition $\omega \ll N$ postulée par l'approximation n'est en effet plus vérifiée dans ces régions).

La Figure 6.23 montre les trajectoires de rayon obtenues pour une onde de basse fréquence ($\omega = 10 \mu\text{Hz}$, $\ell = 1$), de moyenne fréquence ($\omega = 140 \mu\text{Hz}$, $\ell = 1$) et de haute fréquence ($\omega = 319 \mu\text{Hz}$, $\ell = 2$), pour des temps d'intégration de 15, 5 et 1 jours, respectivement. On constate que les trajectoires ont des caractéristiques très différentes. L'onde de basse fréquence décrit une trajectoire en spirale (qui peut directement être reliée aux motifs en cercles concentriques que l'on distinguait dans la Figure 6.12) et se propage beaucoup plus lentement, relativement aux deux autres fréquences considérées. En effet, les ondes de moyenne et haute fréquences se réfléchissent plusieurs fois aux frontières de leur cavité résonante.

On peut comparer les résultats obtenus via la méthode de tracé de rayon avec ce que l'on observe dans les simulations 3D en considérant une série temporelle de la coupe équatoriale de la vitesse radiale v_r du modèle. On applique à cette coupe un filtre FIR passe-bande (de nature analogue au filtre passe-haut utilisé dans le Chapitre 5 à la Section 5.3.2), ce qui permet de visualiser ensuite uniquement les ondes dont la fréquence correspond à la bande choisie pour le filtre. Il faut noter que plus la série temporelle considérée sera longue plus la fonction de transfert du filtre considérée pourra être piquée autour de la fréquence centrale de la bande. On choisit un filtre à 1001 coefficients, centré en $\omega = 140 \mu\text{Hz}$ et on l'applique sur une série temporelle des coupes équatoriales du cas F1a, longue de 58 jours. Le résultat d'un tel filtrage est montré dans la Figure 6.24. Comme pour la Figure 6.12, on a normalisé v_r par \tilde{v}_r . La comparaison avec le tracé de rayon obtenu pour l'onde de fréquence $\omega = 140 \mu\text{Hz}$ montre un bon accord avec le motif obtenu après filtrage. Le caractère dipolaire ($\ell = 1$) du mode autour duquel on a centré le filtrage apparaît également ainsi que la position radiale du noeud où le changement de signe de v_r intervient. Par comparaison au motif obtenu avec le tracé de rayon, on constate dans la simulation 3D un épaississement de la trajectoire de l'onde dû aux effets diffusifs dans la simulation.

2. Le code utilisé pour résoudre les équations est disponible à l'adresse suivante : https://gitlab.com/sybreton/stellar_raytracing

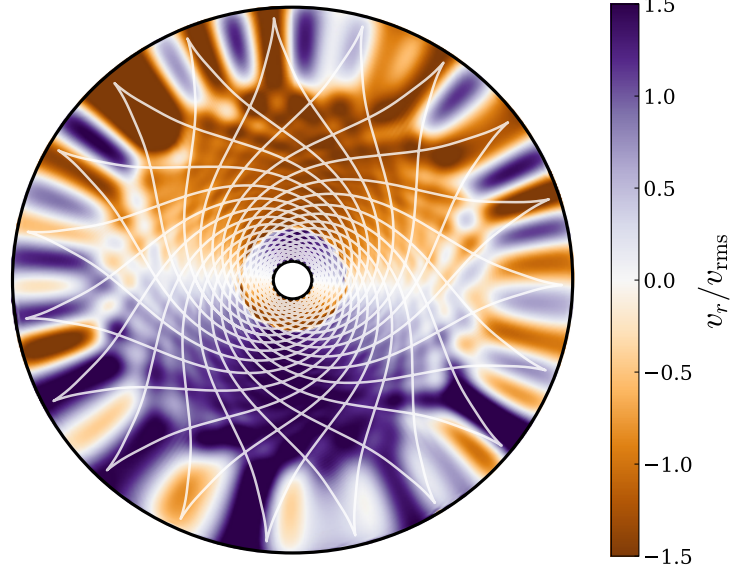


FIGURE 6.24 – Filtrage temporel d’une coupe équatoriale v_r/\bar{v}_r de la zone radiative du modèle F1a, avec un filtre FIR passe-bande centré en $\omega = 140 \mu\text{Hz}$. Le tracé de rayon obtenu pour une onde de fréquence $\omega = 140 \mu\text{Hz}$ (voir Figure 6.23) est représenté en blanc.

6.6.2 Spectre de puissance

On s’intéresse maintenant au spectre de puissance des ondes de gravité obtenu dans les simulations. On construit dans cette optique des séries temporelles de vitesses radiales, $v_r(t, r, \theta, \phi)$ que l’on peut développer sur les harmoniques sphériques (voir Annexe C.3) de façon à obtenir une série $v_r(t, r, \ell, m)$. On passe dans le domaine fréquentiel en appliquant une transformée de Fourier temporelle, de façon à avoir $\hat{v}_r(\omega, r, \ell, m)$. À partir de \hat{v}_r on peut calculer le spectre de puissance $E_{\ell, m}$ via la relation³

$$E_{\ell, m}(\omega, r) = |\hat{v}_r(\omega, r, \ell, m)|^2, \quad (6.27)$$

ce qui, en sommant les $E_{\ell, m}$ sur les m , permet d’obtenir le spectre de puissance en ℓ , E_ℓ

$$E_\ell(r, \omega) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} E_{\ell, m}(\omega, r). \quad (6.28)$$

La Figure 6.25 représente le spectre E_ℓ obtenu en $r = 0.18 R_\star$ pour les différents cas. De la même façon que pour le cas solaire dans la Figure 6.2, on peut distinguer dans le spectre la région

3. On fera attention au fait que ce spectre de puissance n’est pas normalisé pour être une PSD.

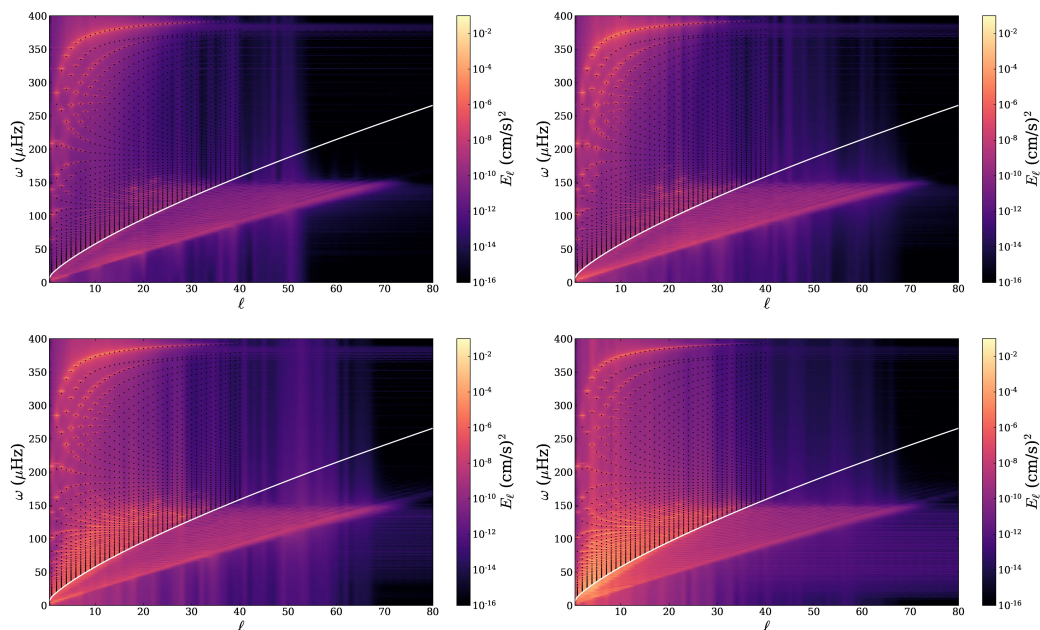


FIGURE 6.25 – Spectre de puissance E_ℓ en $r = 0.18 R_\star$ pour les cas F1a (*en haut à gauche*), F1b (*en haut à droite*), F3 (*en bas à gauche*) et F5 (*en haut à droite*). Dans chaque panneau, la séparation entre la région des modes g et celle des ondes progressives est signalée en blanc. Les points noirs signalent les fréquences propres des modes obtenues avec le code d'oscillation GYRE en considérant le profil de référence 1D utilisé par ASH pour les simulations.

des modes g (bas ℓ et/ou haute fréquence) et celle des ondes progressives (hauts ℓ et/ou basse fréquence). Comme souligné par Alvan et al. (2014, 2015) et Ahuir et al. (2021a), la séparation entre la région des modes g et celle des ondes progressives dans le spectre peut-être caractérisée par une fréquence de coupure ω_c donnée par

$$\omega_c(\ell) = [\ell(\ell + 1)]^{3/8} \left[\int_{r_{\text{bottom}}}^{r_{\text{CZ}}} \kappa \frac{N^3}{\tau_c r^3} dr \right]^{1/4}, \quad (6.29)$$

où τ_c est le facteur d'amortissement critique au-delà duquel une onde ne sera plus en mesure de se réfléchir avec une amplitude suffisante pour former un mode stationnaire. Adopter $\tau_c = 0.02$ pour tracer la frontière entre modes g et ondes progressives permet d'obtenir un bon accord avec ce qui est observé dans les simulations.

On note que le spectre que nous obtenons est beaucoup moins riche en modes de haute fréquence et de haut degré que dans le cas solaire. Cela peut être expliqué en considérant le profil de N du modèle (voir Figure 6.6), où l'on peut constater que les ondes de haute fréquence, excitées au sommet de la zone radiative, doivent traverser de façon évanescence une proportion importante

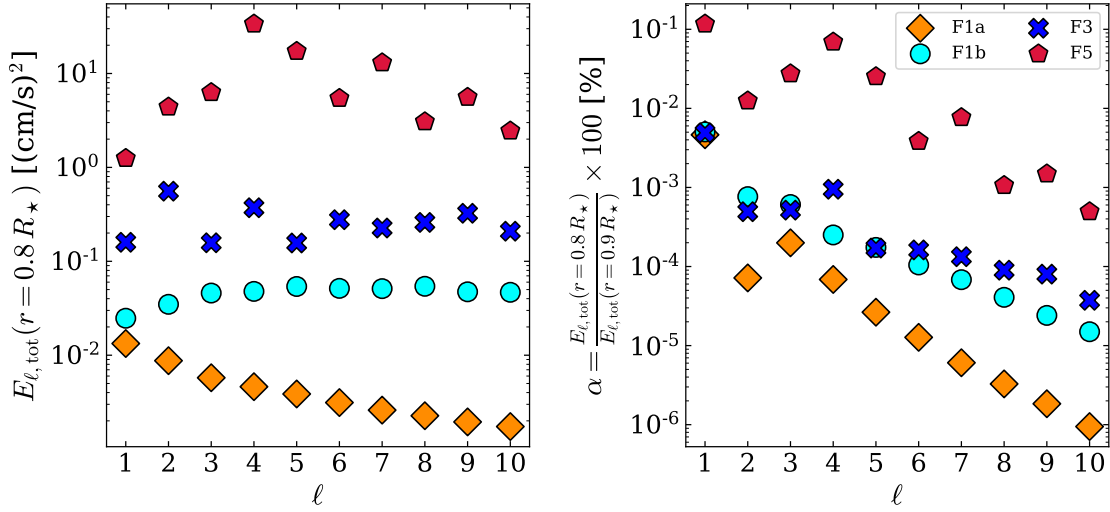


FIGURE 6.26 – *Gauche* : Puissance $E_{\ell, \text{tot}}$ pour $1 \leq \ell \leq 10$ à $r = 0.8 R_\star$ pour les cas F1a (losanges orange), F1b (cercles cyans) F3 (croix bleues) et F5 (pentagones rouges). *Droite* : Ratio entre $E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.8 R_\star)$ (zone radiative) et $E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.9 R_\star)$ (zone convective) pour les cas F1a, F1b, F3 et F5. Les mêmes symboles sont utilisés.

du rayon stellaire avant de rejoindre leur cavité résonante. Si on compare maintenant les cas les uns avec les autres, la Figure 6.25 montre que l’excitation des ondes et modes de basse fréquence augmente significativement pour les cas F3 et F5. Ce résultat est en accord avec les considérations théoriques d’Augustson et al. (2020), qui ont montré que, pour des ondes super-inertielles ($\omega > 2\Omega_0$) en présence de rotation, le flux d’énergie transmis par la convection au spectre d’ondes gravito-inertielles augmentait à mesure que le nombre de Rossby convectif Ro_c diminuait.

On utilise également le profil de référence 1D considéré dans les simulations pour calculer avec le code d’oscillation linéaire GYRE (Townsend et Teitler, 2013 ; Townsend et al., 2018 ; Goldstein et Townsend, 2020) les fréquences propres attendues pour les modes, en considérant un cas sans rotation. Dans la Figure 6.25, ces fréquences sont comparées avec ce que nous voyons dans la simulation et, malgré certains écarts notables à bas ℓ , cela permet de constater le bon accord global entre les prédictions de la théorie linéaire et ce que nous obtenons ici avec notre modèle non-linéaire.

On s’intéresse maintenant à la quantité totale de puissance contenue dans chaque degré ℓ , en calculant $E_{\ell, \text{tot}}$, pris comme la somme sur les fréquences ω_i du spectre de puissance

$$E_{\ell, \text{tot}}(r) = \sum_{\omega_i} E_{\ell}(\omega_i, r) . \quad (6.30)$$

On représente, pour $1 \leq \ell \leq 10$, cette quantité prise en $r = 0.8 R_\star$ ainsi que le ratio $\alpha = E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.8 R_\star) / E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.9 R_\star)$ dans la Figure 6.26. Examiner la quantité $E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.8 R_\star)$ nous permet d’évaluer le niveau d’excitation intrinsèque des ondes dans chaque degré ℓ , tandis que le ratio α nous permet de considérer la fraction de puissance transférée des flots convectifs vers les ondes de gravité. On vérifie, comme attendu d’après la Figure 6.25, que le cas F5 est celui pour lequel on



a le plus de puissance dans chaque degré, suivi par le cas F3. Le cas F1b présente des valeurs de $E_{\ell,\text{tot}}(r = 0.8 R_*)$ plus élevées que le cas F1a, ce qui est conforme au fait qu'il s'agit d'un modèle plus turbulent. De plus, alors que la puissance dans le spectre décroît avec le degré ℓ pour F1a, ce n'est pas le cas pour F1b, ce qui peut s'expliquer notamment par le fait que les flots convectifs sont plus rapides dans F1b pour $2 \leq \ell \leq 10$ (voir la Figure 6.16). Dans le cas F5, ce sont les ondes de degré $\ell = 4$ qui sont les plus excitées. Bien que, dans ce cas, le ratio α soit le plus grand pour $\ell = 1$, avec $\alpha = 0.12\%$, suggérant une excitation efficace, les ondes à ce degré sont celles qui présentent la valeur la moins élevée en terme de $E_{\ell,\text{tot}}$. Il est intéressant de noter que le ratio α est très proche pour $\ell = 1$ dans les cas F1a, F1b et F3. Quel que soit le cas, la valeur de α tend à décroître avec ℓ , avec un maximum local pour $\ell = 4$ dans le cas F5. Cela suggère que le transfert de puissance vers les modes de plus haut degré est plus difficile, conformément au fait que ce sont des modes de plus grande inertie (Provost et al., 2000).

6.6.3 Fonctions propres

En considérant la partie réelle de la transformée de Fourier de la vitesse radiale, $\text{Re}(\tilde{v}_r)$ à différentes profondeurs, il est possible de comparer le profil radial des modes observés dans les simulations 3D avec la partie réelle des fonctions propres ξ_r calculées par GYRE (on rappelle qu'on a $d\xi_r/dt = \tilde{v}_r = -i\omega\xi_r$). Il est notamment possible de comparer la position des noeuds (minimum d'amplitude) et des ventres (maximum d'amplitude) pour un mode donné, ce que l'on fait dans la Figure 6.27, pour les modes $\ell = 5, n = 7$ et $\ell = 5, n = 12$. On constate pour ces deux modes le bon accord entre ASH et GYRE. Je ne montre pour ces deux modes que la partie oscillante dans l'intérieur radiatif, en effet, dans l'enveloppe convective, l'augmentation du niveau de bruit convectif ne permet pas de suivre l'évolution de la queue évanescence.

6.6.4 Splittings rotationnels

Dans la mesure où c'est pour ce modèle que les splittings rotationnels $\delta\omega_{n\ell m}$ (voir Section 2.5.1) vont être les plus faciles à résoudre avec les longueurs de simulation dont nous disposons (voir Table 6.1), on se concentre ici sur le cas F5. En effet, avec les serveurs de calcul dont nous disposons, s'il est envisageable en terme de temps de calcul de faire évoluer les modèles sur des temps comparables par exemple aux quatre années de la mission *Kepler*, le stockage des données produites avec l'échantillonnage voulu en temps et en profondeur exige cependant un grand volume de mémoire. En effet, les séries temporelles produites par ASH dans le cadre de ce travail représentent environ une centaine de To de données.

On avait donné dans l'équation 2.72 l'expression de $\delta\omega_{n\ell m}$ dans le référentiel inertiel pour le cas de la rotation uniforme et dans une approche perturbative, dans le référentiel en co-rotation, cette relation se récrit

$$\delta\omega_{n\ell m} = -m(1 - \beta_{n\ell})\Omega_0, \quad (6.31)$$

où $\beta_{n\ell} \approx 1 - 1/[\ell(\ell + 1)]$ (voir les équations 2.73 et 2.74). On rappelle que cette approximation est valable dans le cas asymptotique, $n \gg 1$, ce qui correspond aux modes g de basse fréquence. On peut également remarquer que dans le référentiel en co-rotation, les splittings rotationnels seront plus importants pour les modes de bas degré. Pour cette raison, nous restreignons notre analyse aux modes $\ell = 1$ dans cette section (mais l'effet de splittings rotationnels est bien sûr présent dans tous les modes g du modèle, quel que soit leur ℓ , comme pour les modes g on a $\ell > 0$).

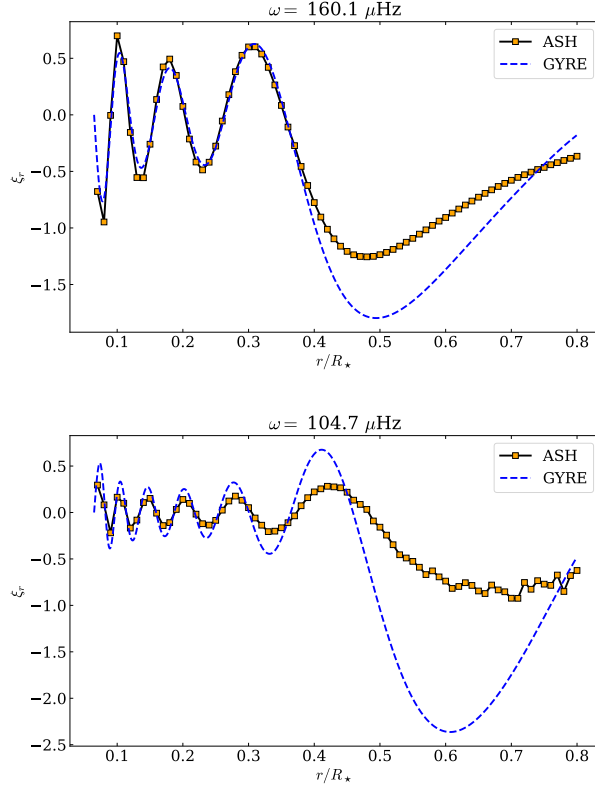


FIGURE 6.27 – Partie réelle des fonctions propres ξ_r obtenues avec le code d’oscillation GYRE (bleu) comparées avec les sorties du code ASH pour $\ell = 5$, $n = 7$ et $\ell = 5$, $n = 12$. Les carrés orange signalent les profondeurs où on a échantillonné les sorties de la simulation 3D. On remarque le bon accord de la position des noeuds liés à l’ordre radial n .

Nous considérons les modes $\ell = 1$, chaque mode est donc un triplet de composantes. Pour chaque composante, les fréquences des modes visibles dans le spectre $E_{\ell,m}$ sont extraites en ajustant un profil Lorentzien via une méthode MCMC (voir Chapitre 5). Le splitting $\delta\omega_{n\ell m}$ est ensuite déduit et on remonte à Ω_0 grâce à la relation de l’équation 6.31. Pour chaque triplet pour lequel les splittings sont obtenus, nous représentons dans la Figure 6.28 la valeur de Ω_0 (avec les incertitudes sur la mesure obtenues grâce au profil de la distribution échantillonnée grâce à la méthode MCMC et marginalisée sur la fréquence) obtenue en appliquant l’équation 6.31, en considérant $\delta\omega_{n1-1}$, $\delta\omega_{n11}$ et $\delta\omega_{n1<m>}$, où $\delta\omega_{n1<m>}$ est calculé comme la moyenne pondérée par les incertitudes de $\delta\omega_{n1-1}$ et $\delta\omega_{n11}$. Pour deux composantes, vers 600 et 1400 minutes, l’amplitude est trop faible pour que nous parvenions à obtenir une valeur précise de fréquence, d’où les incertitudes très larges constatées pour ces deux modes. L’approximation asymptotique n’étant pas valable pour les modes d’ordre bas, on constate sans surprise que les modes de courtes périodes ne permettent pas de remonter à la bonne valeur de Ω_0 en utilisant cette approche délibérément simplifiée (on pourrait bien sûr améliorer la justesse des résultats fournis par ces modes en employant une technique d’inversion plus élaborée).

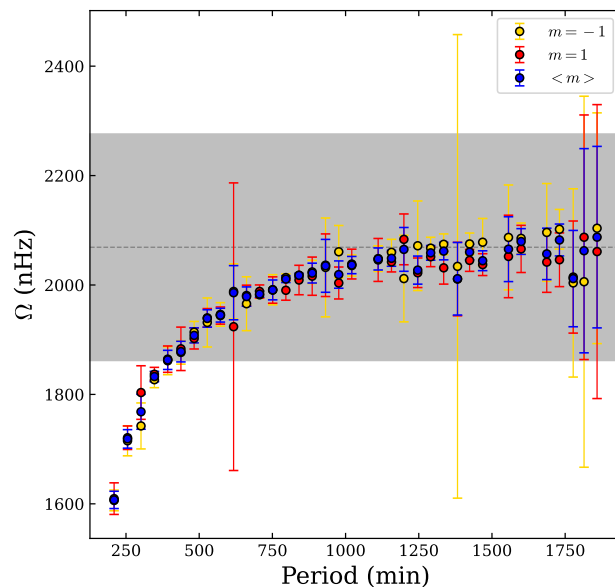


FIGURE 6.28 – Splittings rotationnels $\delta\omega_{n1m}$ mesurés dans le cas F5 pour $m = -1$ (jaune) et $m = 1$ (rouge). Le splitting $\delta\omega_{n1\langle m \rangle}$ obtenu en considérant la moyenne pondérée des deux autres valeurs est montré en bleu. Les incertitudes obtenues sur la mesure de $\delta\omega_{n1m}$ sont représentées. La zone grisée signale l'intervalle à 10% autour de la vraie valeur de Ω_0 .

La mesure de Ω_0 par les splittings converge cependant vers la vraie valeur à mesure que la période des modes augmente. Nous sommes donc en mesure de valider la précision d'inversion des splittings rotationnels prédite par la théorie linéaire dans l'approximation asymptotique, ce qui est très utile dans la perspective de lier théorie linéaire, simulation numérique non linéaires et observations.

6.6.5 Espacement en période et influence de la rotation

Dans cette section, on s'intéresse aux propriétés d'espacement en période des modes de gravité.

6.6.5.1 Approche perturbative

À partir du profil de N , l'équation 2.59 permet d'obtenir l'espacement en période ΔP_ℓ attendu pour les modes g asymptotiques. En utilisant le profil de N utilisé comme profil de référence pour la simulation 3D, on obtient, pour $\ell = 1$, une valeur d'espacement asymptotique $\overline{\Delta P}_1 = 47.0$ minutes, et pour $\ell = 2$, $\overline{\Delta P}_2 = 27.1$ minutes. La formule asymptotique de Tassoul (1980) que nous avons utilisée ici ne prend pas en compte la perturbation introduite par le fort gradient de N apparaissant à l'interface avec le coeur convectif à cause du gradient de composition chimique (Berthomieu et Provost, 1988). En fait, on vérifie grâce aux valeurs de ΔP_ℓ calculées avec GYRE que ce gradient va jouer un rôle négligeable dans notre cas, dans la mesure où nous avons fortement réduit sa valeur

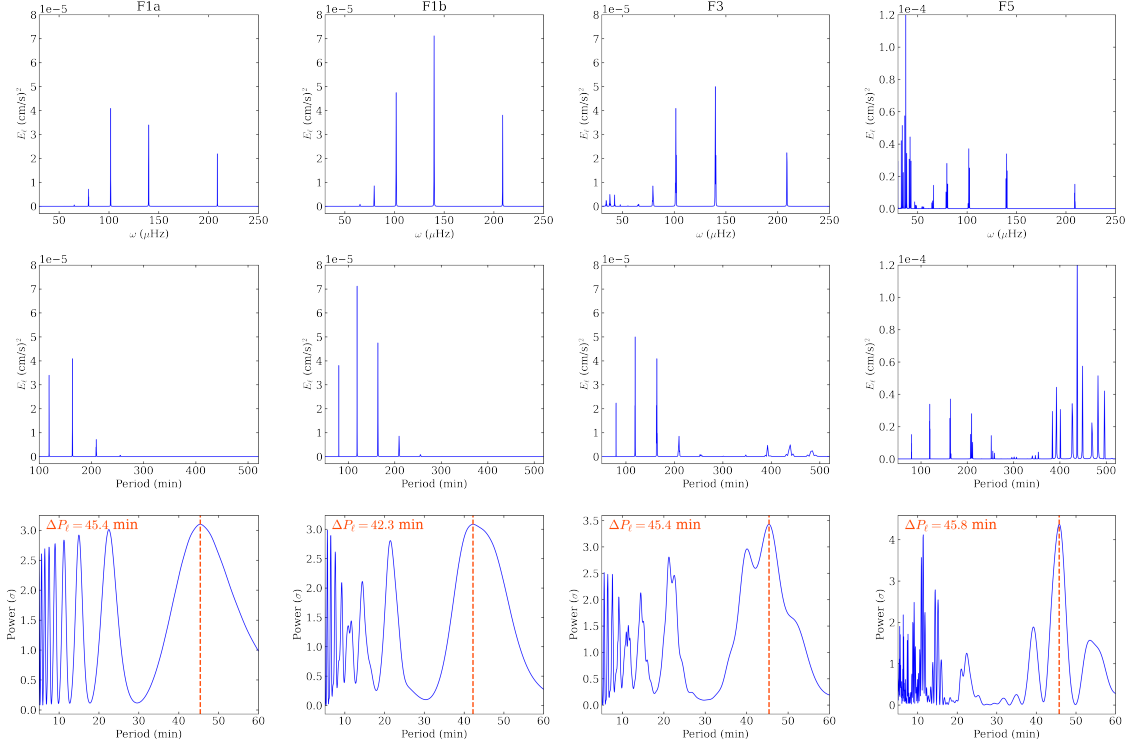


FIGURE 6.29 – Spectres E_1 avec les abscisses mises à l’échelle en fréquence (haut) et en période (milieu) pour les cas F1a, F1b, F3 et F5 (de gauche à droite). Les périodogrammes obtenus grâce à l’algorithme de Lomb-Scargle sont montrés en bas et la valeur de ΔP_1 obtenue pour chaque périodogramme est mise en évidence par les tirets orange. La profondeur considérée est $r = 0.38 R_*$. La valeur asymptotique calculée pour $\overline{\Delta P}_1$ est 47 minutes.

au moment d’adapter le profil de N pour ASH. On ne distingue en effet aucun effet caractéristique de *dip* tel qu’il est parfois observé dans les étoiles possédant un coeur convectif (voir par exemple KIC 11668783 dans la Figure 6 de Van Reeth et al., 2015).

Pour retrouver les valeurs de $\overline{\Delta P}_1$ et $\overline{\Delta P}_2$ dans les simulations, on utilise dans un premier temps une approche analogue à celle déployée par García et al. (2007) pour mettre en évidence la signature des modes g solaires dans les données GOLF (voir Section 5.2.2). Ainsi, nous appliquons un algorithme de Lomb-Scargle (Lomb, 1976 ; Scargle, 1982) au spectre de puissance E_ℓ pris en fonction de la période P (et pas de la fréquence ω). Ici, contrairement à García et al. (2007), nous n’avons pas besoin de ré-échantillonner E_ℓ pour avoir un spectre régulièrement espacé en période. En effet, l’utilisation de l’algorithme de Lomb-Scargle nous permet de travailler avec des données qui ne sont pas échantillonnées régulièrement (dans García et al., 2007, ce choix de ré-échantillonnage était fait pour permettre l’utilisation d’une FFT). Nous normalisons par son écart-type σ le périodogramme obtenu via cette méthode et nous identifions la position du pic de puissance le plus proche des

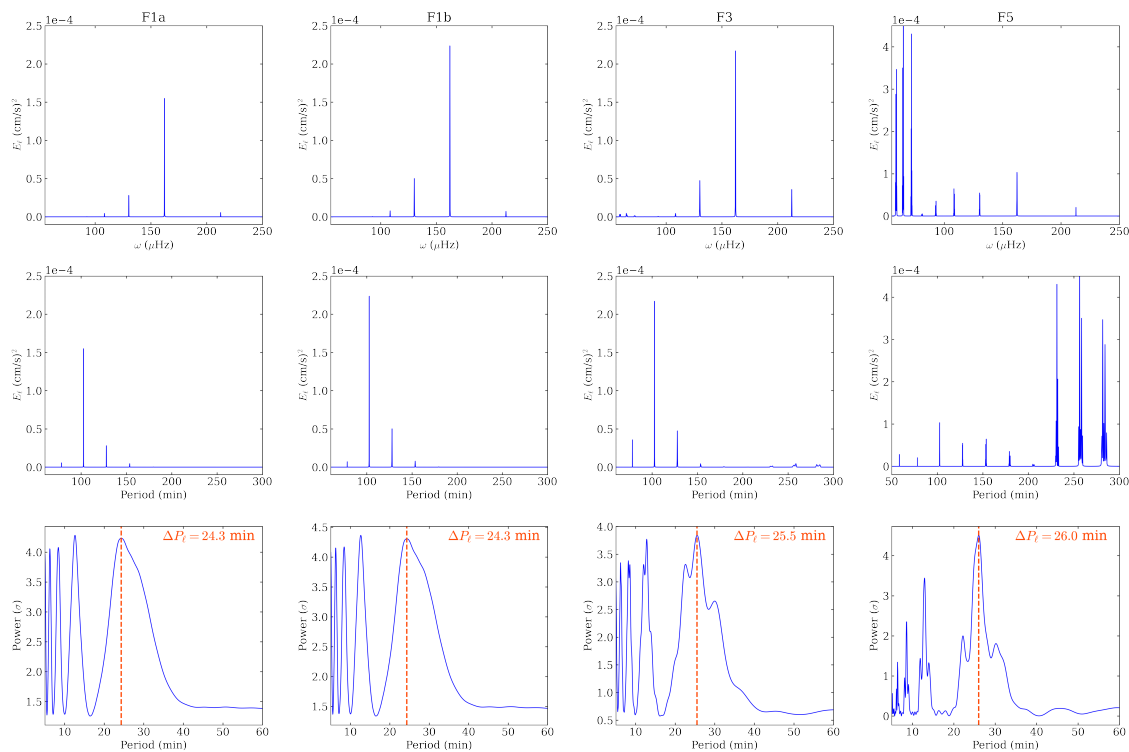


FIGURE 6.30 – Spectres E_2 avec les abscisses mises à l'échelle en fréquence (haut) et en période (milieu) pour les cas F1a, F1b, F3 et F5 (de gauche à droite). Les périodogrammes obtenus grâce à l'algorithme de Lomb-Scargle sont montrés en bas et la valeur de ΔP_2 obtenue pour chaque périodogramme est mise en évidence par les tirets orange. La profondeur considérée est $r = 0.38 R_\star$. a valeur asymptotique calculée pour ΔP_2 est 27.1 minutes.

valeurs attendues pour ΔP_ℓ .

Les résultats de cette analyse menée dans les différents cas (à $r = 0.38 R_\star$) pour les modes de degré $\ell = 1$ et $\ell = 2$ sont montrés dans les Figures 6.29 et 6.30, respectivement. L'algorithme de Lomb-Scargle est appliqué dans l'intervalle $100 < P < 500$ minutes pour les modes $\ell = 1$ et $60 < P < 300$ minutes pour les modes $\ell = 2$. Les modes de basse fréquence considérés dans l'intervalle sont nettement plus élevés pour le cas F5 (voir Section 6.6.2). La régularité en période de l'espacement des modes est bien visible dans les panneaux du milieu. Les périodogrammes obtenus avec l'algorithme de Lomb-Scargle sont caractérisés par une série d'harmoniques liés à la présence des modes g dans le spectre E_ℓ . Le taux de rotation Ω_0 considéré dans les différents cas a un impact important. En effet, l'effet des splittings rotationnels se manifeste plus nettement dans les cas F3 et F5; la signature des splittings dans le périodogramme Lomb-Scargle se manifeste par des lobes de puissance autour du pic principal à ΔP_ℓ . On a $\Delta P_1 = 45.4, 42.3, 45.4$ et 45.8 minutes pour les cas F1a, F1b, F3 et F5, respectivement, et $\Delta P_2 = 24.3, 24.3, 25.5$ et 26.0 minutes. Toutes ces valeurs



sont inférieures aux quantités $\overline{\Delta P}_1$ et $\overline{\Delta P}_2$ calculées avec les relations asymptotiques. En effet, comme on a déjà pu le voir dans la Section 6.6.4, les modes dans l'intervalle de période considéré ne vérifient pas totalement l'approximation asymptotique. Au vu de la largeur à mi-hauteur du pic considéré dans le périodogramme de Lomb-Scargle, il y a également une incertitude importante sur la valeur mesurée avec notre méthode. Malgré tout, l'approche que nous avons présentée ici présente une adéquation satisfaisante et permet de mettre en évidence sans ambiguïté la régularité dans l'espacement des modes pour les degrés $\ell = 1$ et 2.

6.6.5.2 TAR

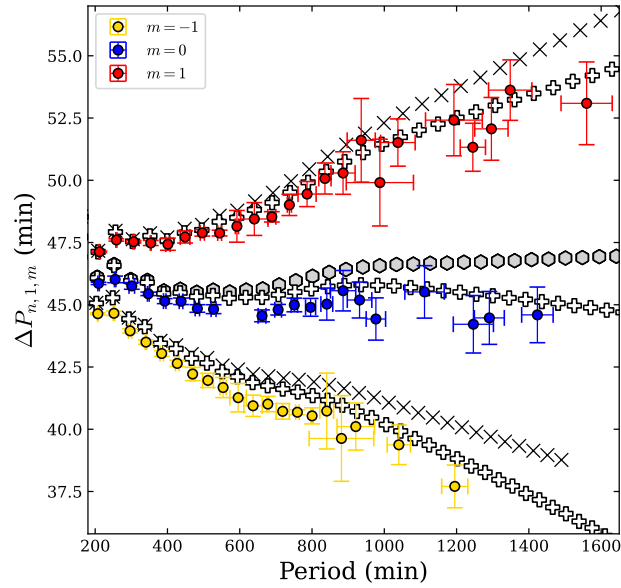


FIGURE 6.31 – Espacement en période, ΔP_{n1m} , pour chaque composante $m = -1$ (jaune), 0 (bleu) et 1 (rouge) des modes $\ell = 1$ observés dans le cas F5. Les fréquences calculées à partir de l'approche perturbative sont représentées par les hexagones gris pour les modes $m = 0$ et par les croix grises pour les modes $m = -1$ et 1. Les croix blanches correspondent aux valeurs de ΔP_{n1m} attendues en utilisant la TAR.

On a souligné dans la Section 2.5.5 qu'en présence de rotation, l'espacement asymptotique des modes $m = 0$ n'était plus constant comme dans l'approche perturbative. Dans cette optique, il est intéressant de considérer le cas F5 (étant celui avec le taux de rotation Ω_0 le plus élevé) pour tenter de caractériser, au-delà de l'approche perturbative, la signature de la rotation dans l'évolution de l'espacement en période de chaque composante m des modes, $\Delta P_{n\ell m}$. Avec cet objectif en tête, on utilise de nouveau GYRE pour calculer les fréquences propres attendues pour les modes $\ell = 1$ en utilisant la TAR (voir la Section 2.5.2), en choisissant un profil de rotation uniforme de $5 \Omega_{\odot}$. À partir des fréquences mesurées dans la Section 6.6.4, on calcule les P_{n1m} puis les ΔP_{n1m} , avec les incertitudes correspondantes. Le résultat de cette analyse est représenté dans la Figure 6.31 et

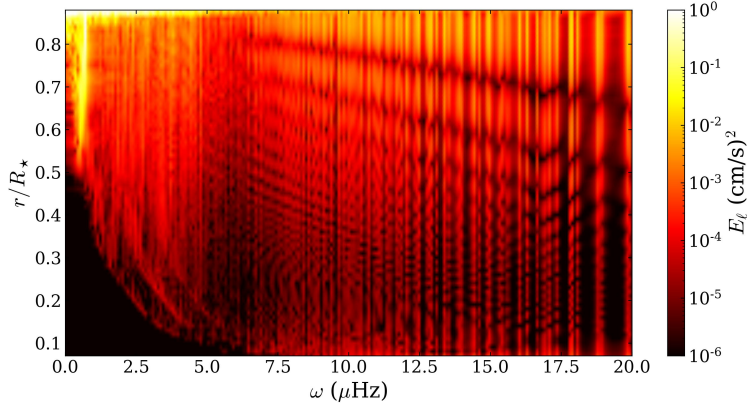


FIGURE 6.32 – Évolution radiale du spectre E_1 pour les fréquences $0 \leq \omega \leq 20 \mu\text{Hz}$. En dessous de $5 \mu\text{Hz}$, les ondes de gravité interne ne parviennent pas jusqu'à la base de la zone radiative et ne forment pas de mode.

comparé avec ce qu'on a obtenu grâce à GYRE, dans l'approche perturbative et avec la TAR. On note une différence significative dans l'évolution à longue période (basse fréquence) des valeurs de $\Delta P_{n\ell m}$ prédites par les deux méthodes. Visuellement, ce qu'on observe dans le cas F5 semble plus en accord avec les valeurs calculées via la TAR. De manière à quantifier la comparaison, on définit la métrique suivante

$$\mathcal{M} = \sum_{n,m} |\Delta P_{n,1,m}(\text{ASH}) - \Delta P_{n,1,m}(\text{GYRE})|^2 / \sigma_{n,1,m}^2, \quad (6.32)$$

où $\sigma_{n,1,m}^2$ est l'incertitude sur la valeur de $\Delta P_{n,1,m}(\text{ASH})$. Comme \mathcal{M} peut être vu comme le logarithme de la vraisemblance d'une série de variables suivant une distribution gaussienne, on peut comparer l'accord entre ce que nous voyons dans la simulation 3D et les deux approches linéaires considérées en calculant $\delta_{\mathcal{M}} = \mathcal{M}_{\text{p.a}} - \mathcal{M}_{\text{TAR}}$ (c'est équivalent à faire le quotient de la vraisemblance de chacun des modèles). Une valeur positive de $\delta_{\mathcal{M}}$ favorise l'approche utilisant la TAR, et une valeur négative l'approche perturbative. On obtient $\delta_{\mathcal{M}} = 416$, ce qui est largement en faveur de la TAR, comme le suggérait visuellement la Figure 6.31. Ce que nous voyons dans les simulations 3D semble donc plus en accord avec les modèles analytiques prenant en compte la force de Coriolis de manière non-perturbative. Les modes que nous observons ont bien un caractère gravito-inertiel. On notera bien que le régime de période que nous considérons dans cette analyse est encore loin de la transition entre régime super-inertiel et sub-inertiel situé à $2\pi/(2\Omega_0) = 4028$ minutes. En fait, nos simulations ne permettent pas de former de mode sub-inertiels, on constate que toutes les ondes de gravité de fréquence inférieure à $\sim 5 \mu\text{Hz}$ sont totalement amorties par les effets diffusifs avant d'atteindre le bas de la zone radiative. L'existence de cette coupure près de $5 \mu\text{Hz}$ est illustrée dans la Figure 6.32, où on a représenté l'évolution radiale du spectre E_1 . À fréquence donnée, les ondes $\ell = 1$ sont en effet celles qui sont le moins dissipées par effets diffusifs le long de leur propagation (Zahn et al., 1997 ; Alvan et al., 2014 ; Lecoanet et al., 2015). La région en noir en bas à gauche de la figure correspond aux profondeurs où les ondes de basse fréquence ne se propagent pas car elles



ont été complètement dissipées. On a donc mis en évidence que, dans le modèle F5, les modes de gravité que nous observons sont affectés à basse fréquence par l'accélération de Coriolis et ont un caractère gravito-inertiel.

6.6.6 Visibilité des modes

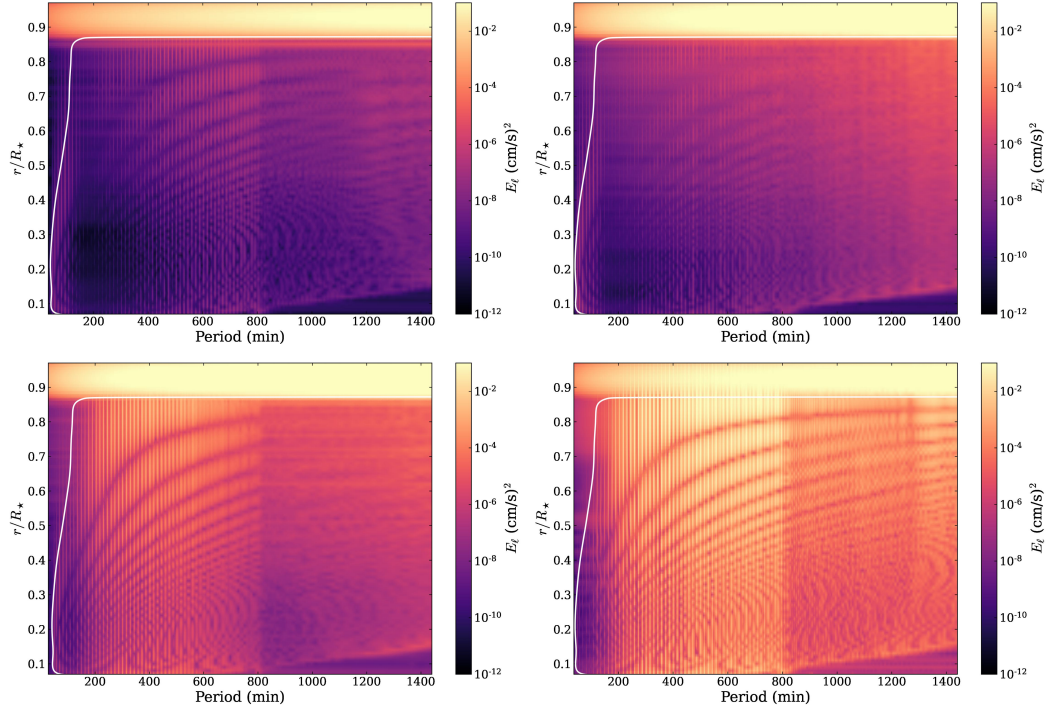


FIGURE 6.33 – Évolution radiale du spectre de puissance E_4 pour les cas F1a (*en haut à gauche*), F1b (*en haut à droite*), F3 (*en bas à gauche*) et F5 (*en bas à droite*). La limite de la cavité résonante, N , est représentée en blanc. La coupure entre modes et ondes progressives est visible à 800 minutes. Dans l'intervalle de période des modes g , sont visibles les ordres radiaux $1 \leq n \leq 50$.

On s'intéresse maintenant à l'évolution de l'amplitude des modes le long du rayon stellaire, et en particulier à leur comportement dans la zone convective, hors de leur cavité résonante.

6.6.6.1 Signature d'un groupe de mode

Pour un ℓ donné, on commence par considérer le spectre de puissance E_ℓ non pas à une profondeur donnée (voir pour cela la Figure 6.25), mais le long de r . En pratique on considère une profondeur tous les 1% du rayon stellaire, de 0.06 à 0.98 R_* (comme déjà précisé plus haut, les séries



temporelles générées avec ces simulations correspondent à 100 To de mémoire alors que les sorties sont enregistrées pour moins d'un dixième des mailles radiales, considérer ici toutes ces mailles obligerait à produire une quantité de données irréalistes à stocker et à traiter). Je montre dans la Figure 6.33 ce que l'on obtient pour $\ell = 4$, dans chacun des cas considérés. La signature des modes, régulièrement espacés en période, est nettement visible dans la zone radiative. Les crêtes sombres que l'on peut distinguer sur la figure correspondent aux noeuds radiaux des modes, ce qui met en évidence l'augmentation avec la période du nombre de noeuds radiaux des modes. On discerne la queue évanescence des modes de courte période (haute fréquence) dans le haut de la zone radiative, en dehors de leur cavité résonante. La localisation des noeuds des modes est distribuée selon des crêtes régulières qui se manifestent par un minimum local de puissance dans le spectre. Vers les longues périodes, on distingue également la transition entre la région des modes g et celles des ondes progressives, qui sont amorties avant d'atteindre le bas du domaine de simulation (voir également la Figure 6.25). Les modes en mesure de se former sont donc ceux de l'intervalle $1 \leq n \leq 50$. Au-delà de r_{CZ} , c'est la contribution des flots convectifs qui domine dans le spectre. Pour les cas F1a, F1b et F3, on ne distingue pas la signature des modes dans l'enveloppe convective, au contraire du cas F5, où on observe nettement la contribution des modes entre 200 et 800 minutes.

TABLE 6.4 – Valeur asymptotique $\overline{\Delta P}_\ell$, et ΔP_ℓ mesuré près du sommet du domaine de simulation pour le cas F5, en $r = 0.97 R_\star$. Pour chaque ℓ , la hauteur du pic correspondant est donnée en terme de σ .

ℓ	$\overline{\Delta P}_\ell$ (min)	ΔP_ℓ (min)	Hauteur (σ)
3	19.2	18.9	4.4
4	14.9	14.3	5.8
5	12.1	11.6	7.1
6	10.3	9.8	5.2
7	8.9	8.5	5.3

En appliquant la méthode décrite dans la Section 6.6.5.1, on essaie ainsi de retrouver la signature des modes g dans le spectre E_ℓ , mais cette fois à proximité du sommet du domaine de simulation, en $r = 0.97 R_\star$, et en calculant le périodogramme Lomb-Scargle en considérant E_ℓ sur l'intervalle 250 à 450 minutes. La Figure 6.34 montre le résultat de l'analyse pour les degrés $\ell = 3$ et $\ell = 4$. On distingue dans chaque cas la contribution d'arrière-plan des flots convectifs dans le spectre. Dans les deux cas, la forme du pic de puissance de chaque mode est modifiée par les splittings rotationnels, avec notamment des lobes autour du pic principal des modes $\ell = 4$. L'amplitude des modes $\ell = 4$ en $r = 0.97 R_\star$ est nettement plus importante que celle des modes $\ell = 3$, même si le pic correspondant à la signature des modes $\ell = 3$ reste encore discernable dans le périodogramme Lomb-Scargle (hauteur de 4.4σ). Le pic des modes $\ell = 4$ domine quant à lui largement le reste du signal (hauteur de 5.8σ). On remarque la présence d'une harmonique de ce pic autour de 7 minutes. La Table 6.4 liste les degrés ℓ pour lesquels il est possible de distinguer sans ambiguïté la signature des modes g dans le périodogramme Lomb-Scargle, en les comparant aux valeurs asymptotiques $\overline{\Delta P}_\ell$. Pour les modes $\ell = 1$ et $\ell = 2$, leur amplitude près du sommet du domaine de simulation est trop faible pour que nous puissions mesurer une valeur de ΔP_ℓ , au contraire des modes $\ell = 3$ à 7. Cette possibilité de détecter les modes grâce à leur signature collective plutôt que grâce à une caractérisation individuelle est importante d'un point de vue observationnel. Dans un spectre réel, en effet, les modes sont susceptibles de moduler la structure du spectre grâce à cette modulation régulière, tout en demeurant difficile à détecter individuellement ; c'est la raison pour laquelle García et al. (2007) ont utilisé cette technique pour mettre en évidence la signature des modes g solaires.

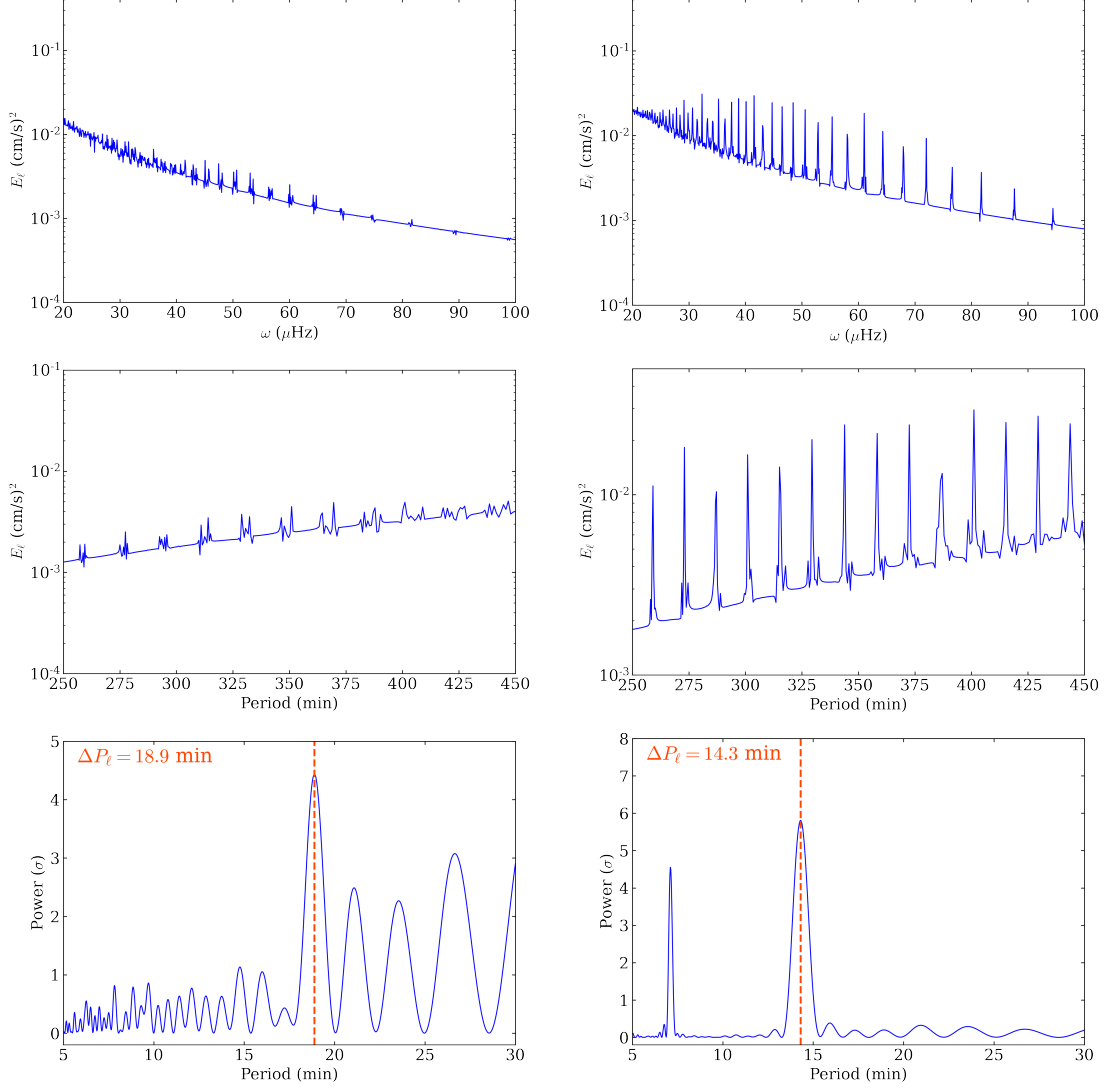


FIGURE 6.34 – Spectre de puissance E_ℓ avec l’abscisse en fréquence (*haut*) et en période (*milieu*) pour les modes $\ell = 3$ (*gauche*) et $\ell = 4$ (*droite*) en $r = 0.97 R_\star$, près du sommet du domaine de simulation, dans le cas F5. Les périodogrammes obtenus avec l’algorithme de Lomb-Scargle sont représentés en bas. Ils sont normalisés par leur écart-type σ . Les tirets orange signalent la position de la valeur mesurée pour ΔP_ℓ .

6.6.6.2 Perturbation de luminosité pour un mode individuel

On considère finalement une approche pour estimer l’amplitude attendue de la perturbation de luminosité bolométrique, dans le cas de modes pris individuellement. Dans tout ce qui suit, on fait l’hypothèse que les perturbations de luminosité δL_\star , de température effective δT_{eff} et de

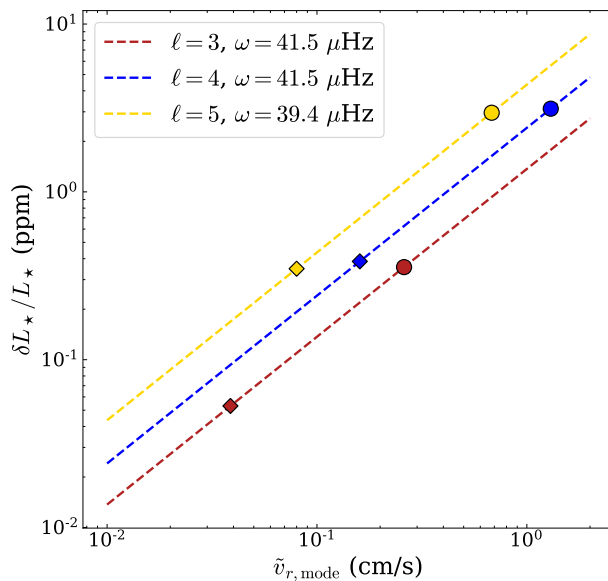


FIGURE 6.35 – Perturbation de luminosité $\delta L_\star/L_\star$ pour les modes g individuels de plus grande amplitude observés dans le cas F5, pour les degrés $\ell = 3$ (rouge), 4 (bleu) et 5 (jaune). La valeur $\tilde{v}_{r,\text{mode}}$ considérée pour chaque mode est mesurée au sommet de la zone radiative (cercles) et près du sommet du domaine de simulation (losanges). La fréquence ω de chacun des modes est spécifiée. Les tirets montrent l'évolution de $\delta L_\star/L_\star$ avec $\tilde{v}_{r,\text{mode}}$.

rayon stellaire δR_\star sont causées par l'action d'un seul mode. On commence par différencier la loi de Stefan-Boltzmann pour obtenir une relation entre ces trois termes

$$\frac{\delta L_\star}{L_\star} = 4 \frac{\delta T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}} + 2 \frac{\delta R_\star}{R_\star}. \quad (6.33)$$

Nous utilisons la relation fournie par Townsend (2003a) pour exprimer la perturbation de température

$$\frac{\delta T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}} = \nabla_{\text{ad}} \left| \frac{\ell(\ell+1)}{\bar{\omega}^2} - 4 - \bar{\omega}^2 \right| \frac{\delta R_\star}{R_\star}. \quad (6.34)$$

Celle-ci dépend donc du degré ℓ du mode considéré, du gradient adiabatique $\nabla_{\text{ad}} = 0.4$ (voir Section 2.2.3) et de la fréquence réduite $\bar{\omega}^2$ dont l'expression est

$$\bar{\omega}^2 = \frac{4\pi^2 \omega^2 R_\star^3}{GM_\star}. \quad (6.35)$$

Le terme de déplacement δR_\star , que l'on prend comme une valeur rms, est obtenu par la relation

$$\delta R_\star = \frac{\tilde{v}_{r,\text{mode}}}{2\pi\omega}, \quad (6.36)$$



où $\tilde{v}_{r,\text{mode}}$ est la valeur rms de l'amplitude du mode considéré.

Pour trois choix de ω et de ℓ , on représente dans la Figure 6.35 la relation obtenue entre $\delta L_\star/L_\star$ et $\tilde{v}_{r,\text{mode}}$ ($0.1 < \tilde{v}_{r,\text{mode}} < 2$ cm/s). On reporte également sur la figure la position des perturbations $\delta L_\star/L_\star$ obtenues en considérant la vitesse de chacun de ces trois modes, mesurée dans le cas F5 d'abord au sommet de la zone radiative, en $r = 0.87 R_\star$, puis en $r = 0.97 R_\star$, près du sommet du domaine de simulation. Les modes considérés sont ceux qui présentent la plus grande amplitude au sommet de la zone radiative pour les degrés $\ell = 3, 4$ et 5 . Pour $\ell = 4$ et $\ell = 5$, les vitesses $\tilde{v}_{r,\text{mode}}$ mesurées au sommet de la zone radiative correspondent à une perturbation de quelques ppm (ce qui correspond au même ordre de grandeur que les modes p des étoiles de type solaire). Cependant, on constate que cette perturbation diminue d'environ un ordre de grandeur lorsqu'on considère $\tilde{v}_{r,\text{mode}}$ proche du sommet du domaine de simulation. En plus de l'augmentation du taux d'excitation constaté dans la Section 6.6.2 grâce à la rotation, l'étude d'étoiles en rotation rapide est dans ce cadre particulièrement intéressante, puisque l'évanescence des modes super-inertiels diminue lorsque Ω_0 augmente (Mathis et al., 2014) : ces modes seront plus visibles en surface.

Dans le cas d'observations en disque intégré, il faudra prendre en compte le fait que plus le degré ℓ augmente, plus la visibilité relative du mode diminue (on n'en a pas tenu compte ici). En disque intégré, à amplitude absolue égale, l'amplitude apparente d'un mode $\ell = 3$ va être 13% de celle d'un mode $\ell = 1$, ce ratio tombe à 0.7% pour un mode $\ell = 4$ (Salabert et al., 2011 ; Breton et al., 2022b). Il faudra également se souvenir que, dans le cas de données réelles et aux fréquences considérées pour les modes g, même une contribution de quelques ppm est extrêmement faible devant les contributions des flots convectifs à la variabilité stellaire (voir Section A.3.1 et Mathur et al., 2010 ; Kallinger et al., 2014 ; García et Ballot, 2019). On peut rappeler pour comparaison que les modes instables des étoiles F de classe γ Dor sont observés parce qu'ils correspondent à des perturbations de plusieurs milliers de ppm (voir par exemple Aerts, 2021). Comme souligné par Alvan et al. (2014) dans le cas solaire, on peut toutefois envisager que l'amplitude des modes soit plus importante dans le cas réel que ce qui est observé dans nos simulations, le régime de turbulence réel dans les intérieurs stellaires étant beaucoup élevé que ce que les contraintes numériques de la simulation nous ont imposé.

Pour conclure cette section, on peut souligner que l'observation d'étoiles F en vitesse radiale (avec un réseau de télescopes comme SONG, voir Chapitre 5) est une perspective à envisager pour le futur dans la mesure où la contribution du background stellaire dans les régions fréquentielles où sont attendus les modes g est moins importante pour des mesures Doppler en vitesse radiale que pour les techniques photométriques (voir par exemple dans la Figure 5.3 la comparaison entre la PSD acquise par VIRGO et celle par GOLF dans le cas du Soleil).

6.7 Modes de Rossby

Additionnellement à l'étude des modes g présentés à la section précédente, on peut considérer la possibilité d'observer dans les simulations la signature des modes de Rossby (Gizon et al., 2021). L'étude des ondes et modes existant dans les intervalles inertiels de fréquence ($|\omega| < 2\Omega$) en utilisant des simulations 3D a récemment été entreprise par Bekki (2022). Comme précédemment pour les splittings rotationnels et la transition modes g/modes gravito-inertiels, on concentre notre analyse sur le cas F5 à cause de sa rotation rapide. Les résultats présentés ici ne constituent qu'une analyse préliminaire des propriétés des modes inertiels obtenus grâce aux simulations 3D présentées dans ce chapitre.

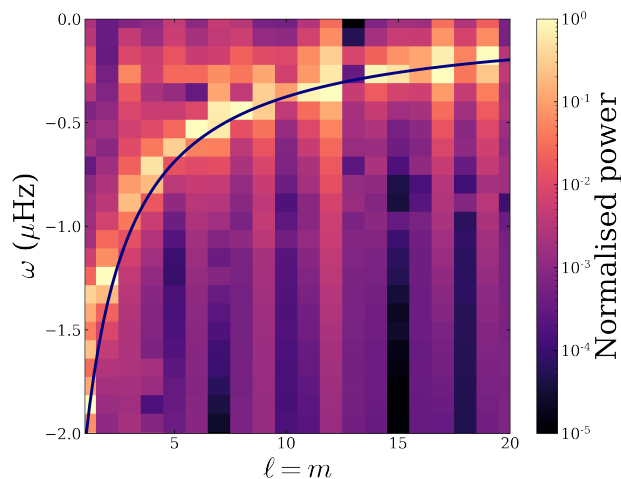


FIGURE 6.36 – Modes de Rossby sectoriels, $\ell = m$, observés dans le cas F5, à $r = 0.68 R_\star$, en considérant le spectre de puissance (normalisé pour chaque ℓ par le maximum de puissance) de la vitesse latitudinale v_θ .

Dans le reste de ce chapitre, on a travaillé avec la convention $\omega > 0$ et $-\ell \leq m \leq \ell$. On utilise au contraire dans cette section la convention $0 \leq m \leq \ell$, qui implique que ω peut être négatif. Une onde qui se propage de façon prograde aura ainsi une fréquence positive et une onde qui se propage de façon rétrograde aura une fréquence négative. Ainsi, les modes de Rossby, correspondant par essence à des modes rétrogrades (voir Section 2.5.3 et Lee et Saio, 1997; Vallis, 2006), auront des fréquences négatives. Comme ces modes correspondent à des déformations toroïdales (plutôt que sphéroïdales pour les modes g, voir Saio et al., 2018), on calcule le spectre de puissance $E_{\ell,m}$ de la même façon que dans la Section 6.6.2, mais en considérant la composante latitudinale v_θ de la vitesse au lieu de la composante radiale v_r . On isole ensuite la composante sectorielle du spectre, $\ell = m$. Pour chaque valeur de ℓ , on normalise le spectre par le maximum de puissance en ℓ . La Figure 6.36 montre le spectre de puissance des modes de Rossby du cas F5 obtenu à partir de v_θ . On représente également sur la figure la relation de dispersion des modes de Rossby dérivée par Saio (1982), déjà présentée dans l'équation 2.82, qui s'exprime ici $\omega = -2\Omega_0/(\ell + 1)$. La relation de dispersion montre un bon accord avec le spectre obtenu dans la simulation. On peut rapprocher ce qui est montré ici des observations solaires de Löptien et al. (2018) présentées dans la Figure 2.13.

6.8 Conclusion

J'ai présenté dans ce chapitre les premières simulations hydrodynamiques 3D d'étoiles de type F intégrant l'intérieur radiatif dans le domaine de simulation. L'objectif principal de ce travail était d'étudier les propriétés des ondes internes de gravité excitées par l'interaction stochastique entre les flots convectifs et la zone radiative.

- J'ai brièvement résumé les résultats obtenus par Alvan et al. (2014, 2015) grâce à une étude



similaire menée sur un modèle solaire.

- Après avoir souligné les différences existant entre le modèle solaire et le modèle d'étoile de type F de $1.3 M_{\odot}$ que nous avons choisi pour mener notre étude, j'ai présenté les caractéristiques principales des différents cas que nous avons décidé de considérer. En particulier, nous avons étudié les propriétés du modèle pour trois taux de rotation différents, 1, 3 et $5 \Omega_{\odot}$.
- J'ai présenté les propriétés générales de la dynamique 3D des différents cas. En particulier, je me suis intéressé à la manière dont chaque cas pouvait être caractérisé via l'usage de nombres adimensionnés, ainsi qu'aux différents régimes de rotation différentielle latitudinale dans l'enveloppe convective. J'ai montré qu'un équilibre de vent thermique s'établissait dans les fluctuations de température et d'entropie du modèle par rapport au profil de référence, équilibre caractéristique de la présence d'un gradient d'entropie latitudinal.
- J'ai étudié en détail les propriétés des ondes de gravité observées dans les différents cas. Conformément aux prédictions d'Augustson et al. (2020), j'ai montré que l'augmentation du taux de rotation permettait d'augmenter le transfert d'énergie vers les ondes de gravité de basse fréquence. J'ai montré le bon accord entre la théorie linéaire et non-linéaire. J'ai étudié les propriétés des splittings rotationnels en comparant les résultats obtenus aux prédictions asymptotiques. Je me suis ensuite intéressé aux propriétés d'espacement régulier en période qui caractérise les modes g, et j'ai montré que dans le cas d'une rotation à $5 \Omega_{\odot}$, on pouvait mettre en évidence l'impact de la rotation sur l'évolution de cet espacement à basse fréquence (longues périodes). En particulier, j'ai montré que la TAR permettait de mieux prédire le comportement des modes à basses fréquences observés dans la simulation que l'approche perturbative.
- Finalement, je me suis intéressé à l'évolution de l'amplitude des modes le long du rayon stellaire, et en particulier à leur comportement dans l'enveloppe convective. J'ai montré que la signature des modes de degré intermédiaire ($3 \leq \ell \leq 7$) pouvait être clairement distinguée près du sommet du domaine de simulation. J'ai estimé les perturbations de luminosité induites pour des modes individuels par les vitesses rms obtenues dans les simulations. J'ai montré qu'en utilisant les vitesses rms des modes proches du sommet du domaine de simulation, on obtenait des variations de luminosité de faible amplitude, inférieures à 1 ppm. En utilisant les vitesses au sommet de la zone radiative, on obtient cependant une perturbation équivalente de l'ordre de plusieurs ppm, ce qui est encourageant dans la mesure où l'amplitude des modes g dans les intérieurs stellaires est probablement plus importante que ce que nous voyons dans nos simulations limitées par les contraintes numériques. Le fait que les étoiles F soient des rotateurs rapides joue également en notre faveur, puisque que la rotation va diminuer l'évanescence des modes super-inertiels de fréquence proche de 2Ω . Grâce aux méthodes Doppler de mesures de vitesses radiales, il est également envisageable de détecter des modes d'oscillation d'amplitude 0.1-1 cm/s, des valeurs que nous voyons dans les simulations (dans les premières années de la mission SoHO, GOLF était capable de caractériser des modes d'amplitude 1 mm/s, voir le Chapitre 5).
- De manière annexe, j'ai également présenté une étude préliminaire concernant la mise en évidence de l'existence de modes de Rossby sectoriels dans la simulation.
- Dans ce travail, on a délibérément choisi de ne pas simuler le coeur convectif. Il serait intéressant de comparer le modèle présenté dans ce chapitre avec un modèle d'étoile F identique incluant le coeur dans le domaine de simulation. Cela permettrait d'une part de considérer le rôle du coeur dans l'excitation des ondes et d'analyser l'impact de l'interaction des ondes

avec l'interface coeur/zone radiative sur leurs propriétés. Une autre perspective intéressante serait de considérer des modèles supplémentaires pour étudier de manière plus exhaustive la dépendance des propriétés des ondes de gravité à la masse, et explorer leur dépendance à la métallicité, ceci dans l'optique de dériver à partir des simulations 3D des lois d'échelles relatives à ces deux paramètres. Enfin, considérer un modèle MHD pourrait également nous permettre de mieux comprendre la façon dont les ondes de gravité interagissent avec le champ magnétique. En effet, Lecoanet et al. (2022) ont montré qu'en présence de champs magnétiques intenses, les modes g pouvaient être supprimés à cause de la conversion des ondes de gravité en ondes magnétiques. J'ai l'intention de réaliser dans un futur proche des simulations supplémentaires pour prendre en compte ces trois dernières problématiques.

Dans l'ultime chapitre de ce manuscrit, je m'intéresse à l'étude des courbes de lumière des étoiles de type F collectées par *Kepler* au cours de la mission nominale du satellite. Ce dernier chapitre, plus prospectif, est donc dédié aux possibilités de caractériser les propriétés des régions de basse fréquence ($< 500 \mu\text{Hz}$) des PSD obtenues à partir de ces courbes de lumière.

Stochastic excitation of internal gravity waves in rotating late F-type stars: A 3D simulation approach

S.N. Breton¹, A.S. Brun², and R.A. García²

¹ Université Paris-Cité, Université Paris-Saclay, CEA, CNRS, AIM, F-91191, Gif-sur-Yvette, France
e-mail: sylvain.breton@cea.fr

² Université Paris-Saclay, Université Paris-Cité, CEA, CNRS, AIM, F-91191, Gif-sur-Yvette, France

ABSTRACT

Context. There are no strong constraints placed thus far on the amplitude of internal gravity waves (IGWs) that are stochastically excited in the radiative interiors of solar-type stars. Late F-type stars have relatively thin convective envelopes with fast convective flows and tend to be fast rotators compared to solar-type stars of later spectral types. These two elements are expected to directly impact the IGW excitation rates and properties.

Aims. We want to estimate the amplitude of stochastically excited gravity modes (g-modes) in F-type stars for different rotational regimes.

Methods. We used the ASH code to perform 3D simulations of deep-shell models of $1.3 M_{\odot}$ F-type solar-type stars, including the radiative interior and the shallow convective envelope.

Results. We found different differential rotation regimes in the convective zone, depending on the rotation rate we imposed on the stellar models. We find that the convective structures and the overshoot properties are affected by rotation. The IGWs are excited by interface interactions between convective plumes and the top of the radiative interior. We were able to characterise the IGWs and g-mode properties in the radiative interior, and we compared these properties using the computation from the 1D oscillation code GYRE. The amplitude of low-frequency modes is significantly higher in fast-rotating models and the evolution of the period spacing of consecutive modes exhibits evidence of a behaviour that is modified by the influence of the Coriolis force. For our fastest rotating model, we were able to detect the intermediate degree g-mode signature near the top of the simulation domain. Nevertheless, the predicted luminosity perturbations from individual modes still remain at small amplitudes.

Conclusions. We obtained mode amplitudes that are several orders of magnitude higher than those of prior 3D simulations of solar models. Our simulations suggest that g-mode signatures could be detectable in late F-type stars, which are the hottest main-sequence solar-type pulsating stars. We therefore emphasise that they constitute object of primary importance for improving our understanding of internal stellar dynamics.

Key words. asteroseismology - stars: rotation - stars: solar-type - methods: numerical - hydrodynamics - waves

1. Introduction

The propagation of internal gravity waves (IGW) in stellar interiors is an expected and well-known phenomenon (see e.g. Christensen-Dalsgaard 2008; Maeder 2009; Kippenhahn et al. 2012, and references therein). These waves are propagative in stably stratified resonant cavities located in radiative regions and evanescent in unstable convective regions. Standing IGWs are usually referred as gravity modes (g-modes). In the stellar interior, they may be excited by different mechanisms. In massive stars, small perturbations of the nuclear reaction rate can lead to growing instability in temperature and may therefore excite oscillation modes, an effect known as the ϵ -mechanism (e.g. Moravveji et al. 2012). In intermediate-mass and massive stars, the κ -mechanism that is related to opacity-bump in ionization regions is also able to drive mode excitation (e.g. Unno et al. 1989; Bowman 2020); whereas for early F-type stars pulsating as γ Doradus pulsators, a flux blocking mechanism at the bottom of the shallow convective zone is also invoked (e.g. Guzik et al. 2000; Dupret et al. 2005). In low-mass stars, IGWs are stochastically excited by turbulent convective motions at the interface between the radiative zone and the convective zone. When considering these stochastic mechanisms, the relative importance between the large scale convective plumes penetrating the overshoot re-

gions (e.g. Press 1981; Hurlburt et al. 1986; Garcia Lopez & Spruit 1991; Zahn 1991; Zahn et al. 1997; Browning et al. 2004; Rogers & Glatzmaier 2005; Brun et al. 2011; Alvan et al. 2014, 2015; Pinçon et al. 2016) and the Reynold stresses in the bulk region above the radiative zone (e.g. Goldreich & Kumar 1990; Belkacem et al. 2009; Samadi et al. 2010; Lecoanet & Quataert 2013) has been discussed over the years (Talon & Charbonnel 2003; Rogers et al. 2013; Perrard et al. 2013; Lecoanet et al. 2015; Augustson et al. 2020; Le Saux et al. 2022).

Because their properties are intrinsically related to the structure and dynamics of the innermost stellar regions, the question of the g-mode surface amplitude in the Sun and the possibility to observe such modes has therefore been a heavily debated topic since the advent of helioseismology (see e.g. Appourchaux & Pallé 2013). With the introduction of spaceborne asteroseismology and the observation of hundreds of main-sequence solar-type pulsating stars (e.g. Chaplin et al. 2011; Mathur et al. 2022), it is interesting to consider the case of solar-type pulsators other than the Sun.

Among main-sequence solar-type pulsators, F-type stars are probably the most promising for g-mode detections. In such stars, fast convective flows (e.g. Brun et al. 2017) develop inside a thin surface convective zone, which tend to favour the tunneling of g

arXiv:2208.14759v1 [astro-ph.SR] 31 Aug 2022

modes towards the surface. Most of observed F-type stars also tend to be fast rotators: in the *Kepler* (Borucki et al. 2010) catalog provided by Santos et al. (2021), the median surface rotation period for F-type stars with measured rotation rate is close to 6 days. Through the action of the Coriolis force, rotation is expected to have an effect on IGW behaviour (Lee & Saio 1997; Townsend 2003b) by turning them into gravito-inertial waves, which remain propagative in an unstable layer if their frequency, ω , is below twice the local rotation frequency (Mathis et al. 2014). In recent years, the asteroseismology of fast rotators has presented spectacular developments both with regard to theoretical (e.g. Prat et al. 2019, 2020; Dhouib et al. 2021b,a, 2022) and observational (e.g. Van Reeth et al. 2015, 2016; Pápics et al. 2017; Szewczuk et al. 2021) aspects, which has enabled probes of the internal dynamics of intermediate-mass and massive stars at the interface between the convective core and the radiative interior (e.g. Ouazzani et al. 2017, 2019, 2020; Li et al. 2020; Aerts et al. 2021; Pedersen et al. 2021). Stochastically excited gravito-inertial modes have also been detected in rapidly rotating massive stars (Neiner et al. 2012, 2020). Due to the difficulties in observing g-modes in solar-type pulsators discussed above, it appears that performing 3D deep-shell simulations of late F-type stars constitutes a first approach to understanding the interplay between IGWs and rotation in their radiative interiors. While 3D simulations of F-type stars have already been performed, they have only been aimed at studying the convective-envelope dynamics (Augustson et al. 2012) or dynamo properties (Augustson et al. 2013).

To this day, the range of stellar masses explored by IGW 3D hydrodynamic simulations remains limited. Brun et al. (2011) and Alvan et al. (2014, 2015, referred as A14 and A15, respectively), performed solar-model simulations to evaluate the possibility to detect individual g-modes with helioseismic instruments. Browning et al. (2004) presented a simulation of the central regions of a $2 M_{\odot}$ A star, where IGWs are excited by convective motions in the core. Edelman et al. (2019) extended the 2D simulations wave excitation analysis of $3 M_{\odot}$ stars from Rogers et al. (2013) into the 3D space. Augustson et al. (2016) studied the core-radiative interior interplay in $10 M_{\odot}$ O stars, while André (2019) examined the breaking of waves in $15 M_{\odot}$ O stars. In this work, we intend to extend the study of IGWs in low-mass stars to non-solar models with varying rotation rates. We present the first deep-shell hydrodynamical simulations of rotating F-type stars. The layout of the paper is as follows. In Sect. 2, we present the model and cases for which we solve the hydrodynamical equations. In Sect. 3, we describe the global dynamics of our F-type star model for the different rotation regimes we considered. The IGWs and g-mode properties are extensively described and analysed in Sect. 4. In particular, we estimate the evolution with frequency of rotational splittings and period spacing. We then estimate the surface mode visibility of g modes in Sect. 5. We discuss the theoretical and observational perspectives opened up by this work in Sect. 6.

2. Numerical setup

2.1. Model equations

We used the ASH code (Clune et al. 1999; Brun et al. 2004) to solve the 3D hydrodynamic equations in the anelastic approximation. We consider a system of spherical coordinates (r, θ, ϕ) in a frame rotating at constant angular velocity $\mathbf{\Omega}_0 = \Omega_0 \mathbf{e}_z$. The reference density, pressure, temperature, and specific entropy are denoted as $\bar{\rho}$, \bar{P} , \bar{T} , and \bar{S} , while the fluctuations about this reference state are ρ , P , T , S . Following the prescription from Brown

et al. (2012) and using the implementation presented in A14, we used the Lantz-Braginsky-Roberts (Lantz 1992; Braginsky & Roberts 1995, LBR) equations to define the momentum equation. Indeed, the wave energy may be overestimated when using the traditional anelastic approximation. In the LBR formulation, the reduced pressure $\tilde{\omega} = P/\bar{\rho}$ is considered instead of the fluctuating pressure P . The non-linear momentum equation is therefore:

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\bar{\rho} \nabla \tilde{\omega} - \bar{\rho} \frac{S}{c_p} \mathbf{g} - 2\bar{\rho} \mathbf{\Omega}_0 \times \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathcal{D}, \quad (1)$$

where $\mathbf{v} = (v_r, v_{\theta}, v_{\phi})$ is the local velocity, \mathbf{g} is the gravitational acceleration, and \mathcal{D} is the viscous stress tensor:

$$\mathcal{D}_{ij} = -2\bar{\rho} \nu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} \right), \quad (2)$$

with $e_{ij} = 1/2 (\partial_j v_i + \partial_i v_j)$ the strain rate tensor and δ_{ij} the Kronecker symbol. In the anelastic approximation, the continuity equation is expressed as:

$$\nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{v}) = 0. \quad (3)$$

We assume a linearised equation of state and the zeroth-order ideal gas law:

$$\frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{P}{\bar{P}} - \frac{T}{\bar{T}} = \frac{P}{\gamma \bar{P}} - \frac{S}{c_p}, \quad (4)$$

$$\bar{P} = \mathcal{R} \bar{\rho} \bar{T}, \quad (5)$$

where γ is the adiabatic exponent, c_p is the specific heat per unit mass at constant pressure, and \mathcal{R} is the gas constant. Finally, the equation of conservation of internal energy is:

$$\bar{\rho} \bar{T} \frac{\partial S}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{T} \mathbf{v} \cdot \nabla (S + \bar{S}) = \bar{\rho} \epsilon + \nabla \cdot \left[\kappa_r \bar{\rho} c_p \nabla (T + \bar{T}) + \kappa_0 \bar{\rho} \bar{T} \nabla S \right] + 2\bar{\rho} \nu \left[e_{ij} e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \right], \quad (6)$$

where κ_r is the radiative diffusivity and $\bar{\rho} \epsilon$ the volume-heating term related to the energy generation by nuclear burning. The ϵ profile is parametrised as a power law of \bar{T} , $\epsilon = \epsilon_0 \bar{T}^k$. The parameters ϵ_0 and k are computed in order to have the integrated heating equal to the stellar luminosity at the top of the radiative zone. The parameters ν and κ are the effective diffusivities representing the unresolved momentum and heat-transport by subgrid-scale (SGS) motions, while the diffusivity, κ_0 , is set to carry the unresolved entropy eddy flux in the convective zone near the surface. We ensure that this flux does not play any role in the radiative zone by choosing a κ_0 profile that decreases exponentially with depth (Miesch et al. 2000).

2.2. Models

We used the Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA, Paxton et al. 2011, 2013, 2015, 2018, 2019) to generate a 1D model of a $1.3 M_{\odot}$ star. We considered the model at the evolutionary stage when its hydrogen center mass fraction is 0.35. At this stage, the model luminosity, L_{\star} , is $3.31 L_{\odot}$, the effective temperature, T_{eff} , is 6353 K and the logarithm of the surface gravity, $\log g$, is 4.2. The stellar radius R_{\star} is 1.0465×10^{11}

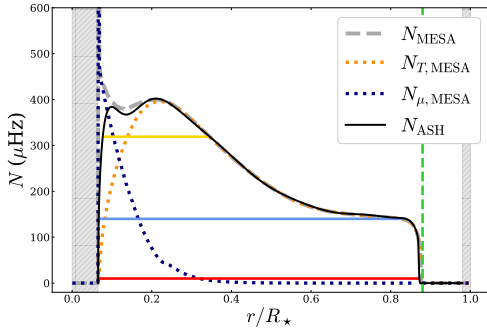


Fig. 1. Radial profiles of the Brunt-Väisälä frequency N in the ASH model (black) and the MESA model (dashed grey). The structural and chemical contributions to N_{MESA} , $N_{T,\text{MESA}}$, and $N_{\mu,\text{MESA}}$, are represented in dotted-orange and dotted-dark-blue lines, respectively. The dashed green vertical line shows the boundary between the radiative zone and the convective envelope, while the grey hatched regions are excluded from the simulation domain. The frequency corresponding to the ray paths of Fig. 15 are represented by the solid horizontal red, blue, and yellow lines.

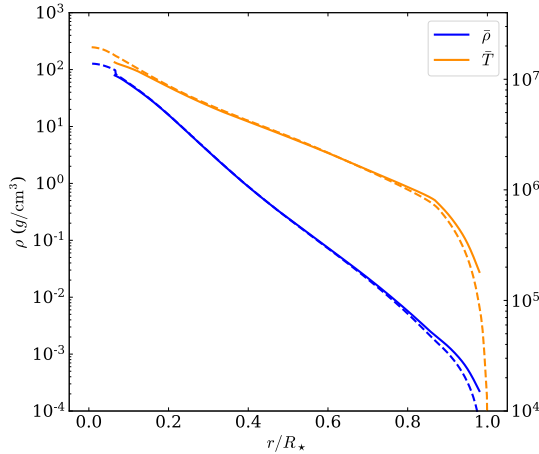


Fig. 2. Density $\bar{\rho}$ (blue) and temperature \bar{T} (orange) profiles used as reference profiles for the simulation are represented with straight lines. MESA model profiles are shown in dashed lines for comparison.

cm ($1.5 R_{\odot}$) and for the simulation, we considered the region spanning from 0.07 to $0.98 R_{\star}$ (purposely omitting the relatively small convective core). We denote r_{bottom} and r_{top} the innermost and outermost radius of our simulation region, respectively. The upper edge of the convective core is treated as an impenetrable boundary and we consider the following boundary conditions at the top and bottom of the domain:

1. rigid: $v_r|_{r_{\text{top}}} = v_r|_{r_{\text{bottom}}} = 0$;
2. stress-free: $\left. \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{\theta}}{r} \right) \right|_{r_{\text{top}}, r_{\text{bottom}}} = \left. \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{\phi}}{r} \right) \right|_{r_{\text{top}}, r_{\text{bottom}}} = 0$;

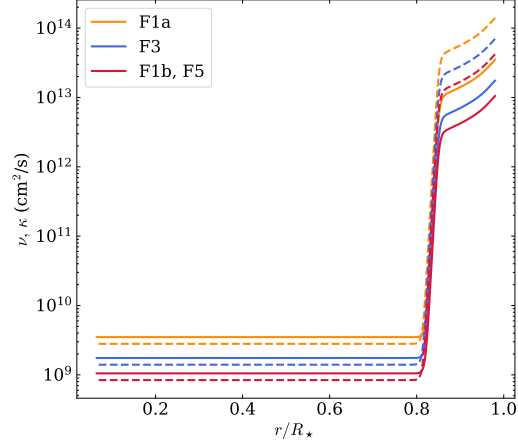


Fig. 3. Radial profile of the diffusivities, ν (straight lines) and κ (dashed lines), for the F1a (orange), F3 (blue), F1b, and F5 (red) cases.

3. constant mean entropy gradient:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \bar{S}}{\partial r} \right|_{r_{\text{bottom}}} &= 0, \\ \left. \frac{\partial \bar{S}}{\partial r} \right|_{r_{\text{top}}} &= -1.5 \times 10^{-6} \text{ cm.K}^{-1}.\text{s}^{-2}. \end{aligned}$$

The interface between the radiative zone and the upper convective zone is located at $r_{\text{CZ}} = 0.88 R_{\star}$ (9.18×10^{10} cm). We note that the convective zone absolute thickness of our model is approximately 60% the thickness of the solar convective zone, while the total volume of the convective shell is approximately 68% larger than for the solar case. Concerning the energy generation parameter, we performed a fit on the MESA luminosity profile to obtain $\epsilon_0 = 3.23 \times 10^{-7}$ and $k = 7.414$. The dS/dr and g profiles provided to ASH are obtained from a polynomial fit of the MESA model. These two profiles yield the Brunt-Väisälä frequency profile N (given in Hz) according to the relation (e.g. Maeder 2009) :

$$N^2(r) = \frac{1}{2\pi} \frac{g}{c_p} \frac{dS}{dr}, \quad (7)$$

where we take a uniform $c_p = 3.42 \times 10^8 \text{ erg.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ for our input ASH profile. We know that IGWs are propagative in regions where $N^2 > 0$ and evanescent in regions where $N^2 < 0$. Close to the convective core, the dS/dr and N profiles are affected by the chemical gradient as it can be seen in Fig. 1, where we show the structural contribution, $N_{T,\text{MESA}}$, and the chemical contribution, $N_{\mu,\text{MESA}}$, to the MESA Brunt-Väisälä profile, N_{MESA} . The extent of the convective envelope and the areas from the MESA models excluded from the 3D simulation domain are represented in the figure as well. We also compared N_{MESA} to the N_{ASH} profile obtained from the dS/dr and g fits. Although we are not able to reproduce the stiff frequency bump at the bottom of the radiative zone, we find only a 3.7% discrepancy when we integrate N_{ASH} and N_{MESA} along r . When we compute the $\int_{r_{\text{bottom}}}^{r_{\text{top}}} N/r dr$, which is directly related to the g-mode period spacing, we find a 11.6% discrepancy, which means that the g-mode properties

obtained from the 1D MESA model cannot be compared to the 3D simulations in a straightforward way. The trends and global properties could certainly be compared between the two set of profiles but in order to be as consistent as possible, we will compare the outcome of the nonlinear 3D simulations with the g-mode frequencies predicted by a 1D oscillation code using the 1D ASH reference profile (see Fig. 17) and Section 4.3. The $\bar{\rho}$ and \bar{T} are computed using a Newton-Raphson algorithm in order to set the reference state at the hydrostatic equilibrium. In Fig. 2, we compare the profiles obtained with the Newton-Raphson algorithm and the reference profiles from MESA. Despite small deviations in the convective zone, we note that there is a good overall agreement.

To study the impact of rotation on the model differential rotation in the convective zone and on gravity waves dynamics in the radiative interior, we ran cases with $\Omega_0 = 1$ (F1a and F1b cases), 3 (F3 case), and 5 Ω_\odot (F5 case), where we take $\Omega_\odot = 2.6 \times 10^{-6}$ rad.s $^{-1}$. All the considered cases verify that $\Omega_0 \ll \Omega_K = \sqrt{GM_\star/R_\star^3} \sim 3.9 \times 10^{-4}$ rad.s $^{-1}$, with Ω_K the Keplerian critical breakup angular velocity and G the universal gravitational constant. Indeed, 5 Ω_\odot corresponds to ~ 3.4 % of Ω_K for the considered stellar model. The centrifugal deformation of the star can therefore be neglected (see Zahn 1992, for a discussion). We also emphasise the fact that, for this range of rotation rate, the relative difference in radius is below 0.1%, and that the position of the convective core differs by no more than 1% of the relative radius (Amard et al. 2019, and Amard, private communication), justifying our choice to use the same reference structure for all cases. As shown in Fig. 4, where we represent the distribution of photometric surface rotation periods from the Santos et al. (2021) *Kepler* catalog for stars in the range $6000 < T_{\text{eff}} < 6600$ K and $\log g > 4$ dex (using the values from Berger et al. 2020), the F1a and F1b cases are close to the slow-rotator tail of the distribution for this population of stars. We emphasise that the F3 case is close to the median of the distribution (9.4 days) and the F5 case to the distribution maximum. Our choice of rotation rates is therefore a good representation of what is observed in the *Kepler* sample.

In order to simulate both the convective and the radiative zone, we take the diffusivities, ν and κ , as function of the radius and we use the following profiles:

$$\nu(r) = \nu_{\text{top}} \left[\beta_\nu + \frac{1 - \beta_\nu}{2} \left(\frac{\bar{\rho}_{\text{top}}}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\tanh \frac{r - r_t}{\sigma_t} + 1 \right) \right], \quad (8)$$

$$\kappa(r) = \kappa_{\text{top}} \left[\beta_\kappa + \frac{1 - \beta_\kappa}{2} \left(\frac{\bar{\rho}_{\text{top}}}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\tanh \frac{r - r_t}{\sigma_t} + 1 \right) \right], \quad (9)$$

with $\bar{\rho}_{\text{top}} = \bar{\rho}(r_{\text{top}})$, $\bar{\nu}_{\text{top}} = \bar{\nu}(r_{\text{top}})$, $\bar{\kappa}_{\text{top}} = \bar{\kappa}(r_{\text{top}})$, $\sigma_t = 0.08$ the profile stiffness parameter, $\beta_\nu = 10^{-4}$, and $\beta_\kappa = 2 \times 10^{-5}$. The Prandtl number, $Pr = \nu/\kappa$, is therefore not uniform along the stellar radius, from 0.25 at the top of the domain to 1.25 at the bottom. We show in Fig. 3, the diffusivity profiles adopted for the F1a, F1b, F3, and F5 cases. We emphasise that, with this choice of profile, we are able to resolve the motions in the convective envelope, while the abrupt drop of ν and κ in the tachocline limits the viscous and radiative damping of the IGWs in the radiative interior. We remind here that 3D stellar models must be compared with each other with the required level of caution. Indeed, as numerical limitations of simulations prevent us from reaching actual stellar regimes, it is important to take into account and discuss the role of the different characteristic fluid numbers exhibited by the different cases. Supercriticality

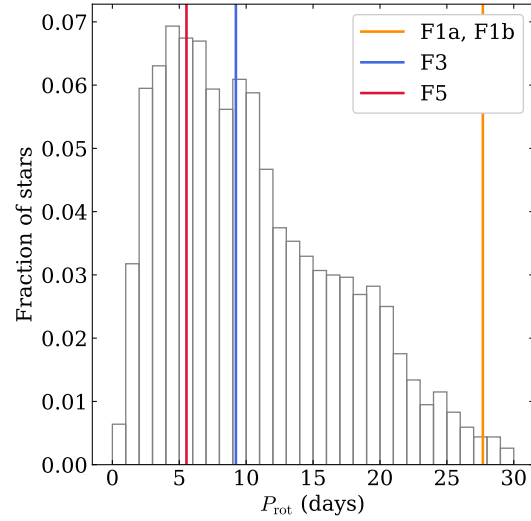


Fig. 4. Distribution of surface rotation periods P_{rot} measured by Santos et al. (2021) in the *Kepler* data, considering stars with $6000 < T_{\text{eff}} < 6600$ K and $\log g > 4$ dex (using values from Berger et al. 2020). Vertical colour lines indicate the periods corresponding to the rotation rates selected for our simulations.

considerations related to the choice of ν_{top} and κ_{top} will be discussed in Section 3.1 while the influence of the Rossby number Ro on the dynamic of the convective envelope will be exposed in Section 3.2. The properties of the four different simulations are summarised in Table 1.

2.3. Numerical resolution

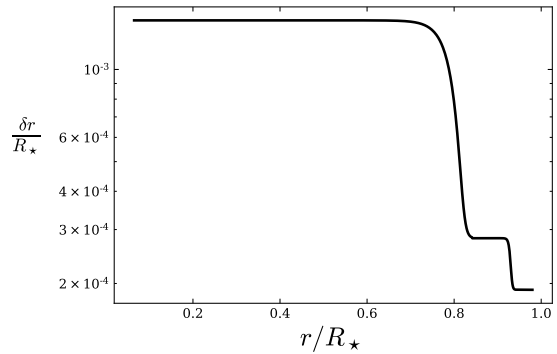


Fig. 5. Spacing in the non-uniform radial grid used in the 3D ASH simulations.

In order to solve the hydrodynamic equations, following A14, the horizontal structure of the velocity and thermodynamic variables are expanded in spherical harmonics $Y_{\ell,m}(\theta, \phi)$, with ℓ the spherical degree and m the azimuthal number (see Table 1 for $N_\theta \times N_\phi$ resolution), while for the radial structure we use a non-uniform-grid with a finite difference approach. The grid we use has $N_r = 1205$ radial points. The radiative zone is resolved with

764 points while the convective zone is resolved with 441 points. As shown in Fig. 5, the radial resolution is significantly finer in the convective zone and in the overshoot region, where the diffusivity values, ν and κ , drop abruptly. The equations are solved using an explicit Adams-Bashforth time integration scheme for the advection and Coriolis terms, while the diffusive and buoyancy terms are treated through a semi-implicit Crank-Nicolson method (Glatzmaier 1984; Clune et al. 1999).

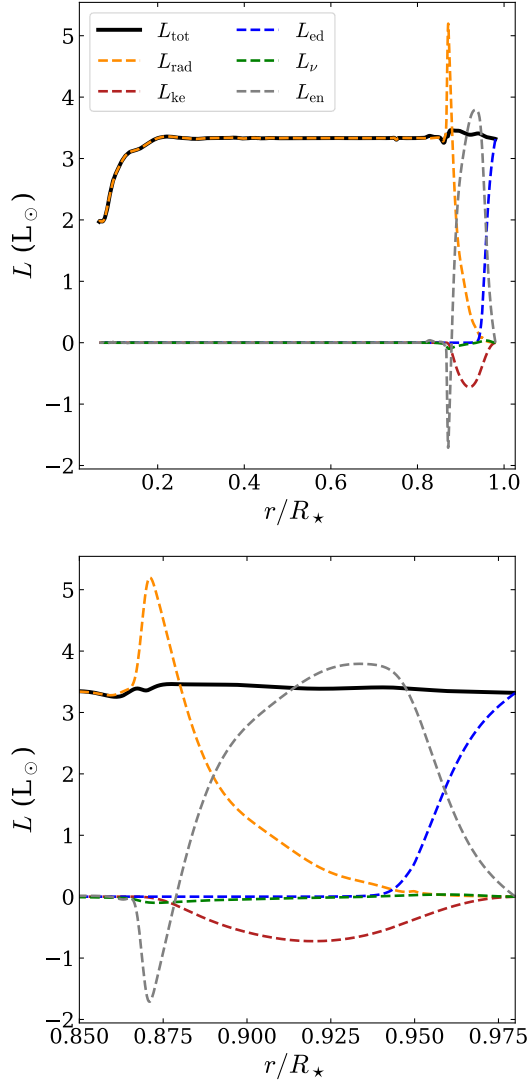


Fig. 6. Flux balance between radiative luminosity L_{rad} (dashed orange), kinetic energy luminosity L_{ke} (dashed red), enthalpy luminosity L_{en} (dashed grey), diffusivity luminosity L_{ν} (dashed green), and subgrid-scale eddy luminosity L_{ed} (dashed blue) for the F5 case. The total luminosity, L_{tot} , is represented in black. The top panel shows the flux balance for the whole simulation domain, while the bottom panel shows an enlargement in the convective zone and the overshoot region.

Once the simulation has been evolved over several tens of convective overturning times ($4 < \tau_{\text{conv}} < 5$ days in our simulations), we obtain the flux balance between the different energy transport processes represented in Fig. 6. In our hydrodynamic setup, the total luminosity, L_{tot} , can be decomposed as

$$L_{\text{tot}} = L_{\text{rad}} + L_{\text{ke}} + L_{\nu} + L_{\text{en}} + L_{\text{ed}}, \quad (10)$$

where L_{rad} is the radiative flux, L_{ke} the kinetic energy flux, L_{ν} the diffusive processes energy flux, L_{en} the enthalpy flux, and L_{ed} the unresolved eddy flux (as described in Sect. 2.1). As expected, the energy transport is purely radiative below the tachocline. The unresolved energy flux becomes dominant near the top of the simulation domain (as explained in Sect. 2.1). In the middle of the convective zone, the enthalpy flux excess compensates for the inwards kinetic energy flux. At the interface between the radiative and the convective zone, we note that a significant amount of enthalpy is transported towards the interior due to overshoot mechanisms in the tachocline. As the timescales we consider in the simulation are much smaller than the thermal relaxation timescale (about 1×10^5 yr) required for the system to reach a new equilibrium (Zahn 1991), we modified the κ_r value at the interface in order to increase the radiative flux and balance the enthalpy flux excess in this region (Miesch et al. 2000; Brun et al. 2011), thus easing the relaxation time.

3. F-type star dynamics in 3D

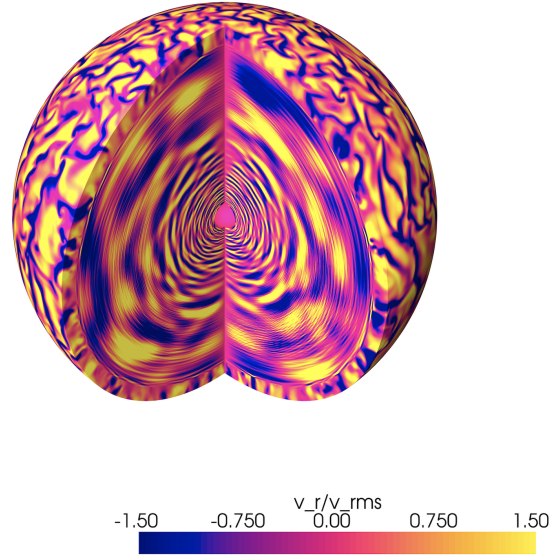


Fig. 7. 3D volume of the radial velocity, v_r , normalised by the rms velocity, \bar{v}_r (denoted v_{rms} in the colorbar) for the F5 case, from $r = 0.07$ to $0.94 R_{\star}$. Upward flows are represented in yellow and downward flows in blue.

To illustrate the different behaviours of the radiative zone and the convective zone, we represent a 3D volume of the F5 case in Fig. 7. We show the radial velocity, v_r , normalised by its root-mean square (rms) value at each given radius, \bar{v}_r . In the convective zone, large convective structures are shaped by the stratification of the reference state, with wide upward flows and

Table 1. Global properties for the considered cases.

Case	F1a	F1b	F3	F5
(N_r, N_θ, N_ϕ)	(1205, 512, 1024)	(1205, 1024, 2048)	(1205, 1024, 2048)	(1205, 1024, 2048)
Ω_0 (Ω_\odot)	1	1	3	5
ν_{top} (cm^2/s)	3.5×10^{13}	1.05×10^{13}	1.75×10^{13}	1.05×10^{13}
κ_{top} (cm^2/s)	1.4×10^{14}	4.2×10^{13}	7×10^{13}	4.2×10^{13}
r_t (cm)	8.9×10^{10}	8.9×10^{10}	8.9×10^{10}	8.9×10^{10}
Longest time series (day)	117	52	48	130 (280)

Notes. The last row of the table specifies the longest ν_r time series we have for each case (with a time sampling dt below 1250s to keep the Nyquist frequency of the series above $N_{\text{max}} = 400 \mu\text{Hz}$, see Sect. 4.2.), with outputs saved for one depth every 1% of the stellar radius. The value between parenthesis in the F5 case correspond to the length of the time series for which we save outputs only at $r = 0.13 R_\star$. This time series is used in Sects. 4.4 and 4.5.

thinner downwards flows. These downflow plumes act as an excitation piston when they interact with the stratified radiative zone. Below the interface, excited IGWs propagate towards the convective core and are reflected at the bottom of the radiative zone. We note the change of convection scales as we reach the base of the convective zone and the presence of concentric rings typical of low-frequency IGWs (see Section 4). We must draw attention to the fact that, even if the hydrodynamical equations we solve are deterministic, everything occurs as if the IGWs are stochastically excited, since the properties of the plumes interacting at any given moment with the top of the radiative zone are not known a priori.

3.1. Rotation and convection

In order to assess the degree of turbulence of the flows in the convective zone, we estimate the Reynolds number, Re , as:

$$Re = \frac{\bar{v}_r L}{\nu}, \quad (11)$$

where \bar{v}_r is the root-mean-square (rms) radial velocity and L a characteristic length. We consider $L = d_{\text{CZ}}$, where d_{CZ} is the thickness of the convective zone. As expected from the chosen ν profiles, the most turbulent case is the F1b case, with a rms Re of 73 in the middle of the convective zone, followed by the F5 case with $Re = 64$. The F1a and F3 cases have $Re = 20$ and $Re = 39$, respectively. We underline that the action of the turbulent Reynolds stress is likely to be enhanced with increasing Re .

Table 2. Dimensionless numbers in the middle of the convective zone, τ_{conv} , and $r_c - r_0$ penetration depth.

Case	F1a	F1b	F3	F5
Re	20	73	39	64
Ro_f	4.1	6.1	1.9	1.4
Ro_s	5.8	6.8	2.0	1.2
Ro_c	2.3	2.0	0.8	0.6
Ra	1.5×10^3	1.2×10^4	6.4×10^3	2.5×10^4
Ta	1.1×10^3	1.2×10^4	4.0×10^4	3.1×10^5
Ra^*/Ra_c	14.3	23.9	4.5	2.8
τ_{conv} (day)	4.8	4.1	4.8	4.8
\bar{d}_{ov} (H_p)	0.22	0.23	0.18	0.15

Convection is only possible above a critical value of the Rayleigh number Ra (e.g. Chandrasekhar 1961; Jones et al. 2009) and, therefore, a sufficient level of supercriticality needs to be sustained in the simulations for convection to dominate diffusive

phenomena. Takehiro et al. (2020) confirmed that, in the anelastic approximation the critical value of Ra scaled as $Ta^{2/3}$, similarly to the Boussinesq case, where $Ta = 4\Omega_0^2 L^4 / \nu^2$ is the Taylor number. The diffusivity profiles, ν and κ , should scale as Ω_0^{-2} in order to keep the same level of supercriticality in each simulation but the limitation of available computing resources prevents from actually adopting this scaling (e.g. Augustson et al. 2012). Hence, we adopted, for the diffusivities, a scaling of $\Omega_0^{-0.63}$ between the F1a and F3 cases and $\Omega_0^{-0.75}$ between the F1a and the F5 cases, as a best compromise between numerical costs and physical constraints. In order to estimate the supercriticality level of each of our models, we computed the modified Rayleigh number defined by Takehiro et al. (2020), Ra^* , and we compared it with the critical value Ra_c we obtain when taking their M11R5 model as reference for the scaling (for their model $Ta = 5.9 \times 10^6$ and $Ra_c = 4 \times 10^5$). We obtained $Ra^*/Ra_c = 14.3, 23.9, 4.5,$ and 2.8 for the F1a, F1b, F3, and F5 cases, respectively, confirming that all of them are in a supercritical state. The supercriticality level achieved in the different cases is however significantly different, mainly because of the different rotation rates we impose. In order to assess how this influences the convection power spectrum, we therefore represent in Fig. 8 the spherical harmonic decomposition of the time average of the rms radial velocity, \bar{v}_r , for each case. The decomposition is summed over m in the top panel and over ℓ in the bottom panel. At low ℓ , the F3 case exhibit the largest values, followed by the F5 and F1b cases. It appears that the transition between the inertial range and the viscous-dominated domain happens in the $\ell = 20 - 50$ range. Beyond $\ell = 100$, the spectrum is completely dominated by viscous diffusion. The inhibiting effect of rotation can be distinguished around the peak at $\ell = 30$, where we note that the F1b decomposition peaks significantly higher than for the F5 case, although the two cases have identical κ and ν profiles. As expected due to its fastest rotation rate, the F5 case peaks at higher ℓ (Takehiro et al. 2020). Concerning the m decomposition, the velocity spectrum is flat for the F1a and F1b cases at low and intermediate m . It is flat only at low m for the F3 and F5 cases, then increases and peaks between $m = 10$ and $m = 30$. Around the $m \approx 30$ threshold, the velocity drastically decreases for all cases as m increases. The m -spectrum reaches its maximal value for $m = 17, 8, 20, 25$ for the F1a, F1b, F3, and F5 cases, respectively. We note that these maximal values increase with rotation, following the trend identified by Takehiro et al. (2020) for critical azimuthal numbers. We recall that due to the apparent mismatch with helioseismic solar convective velocity (Hanasoge et al. 2012), the so-called convective conundrum, absolute values for convective velocities obtained from simulations must be considered with care although the general trend they follow is consistent (Hanasoge et al. 2016;

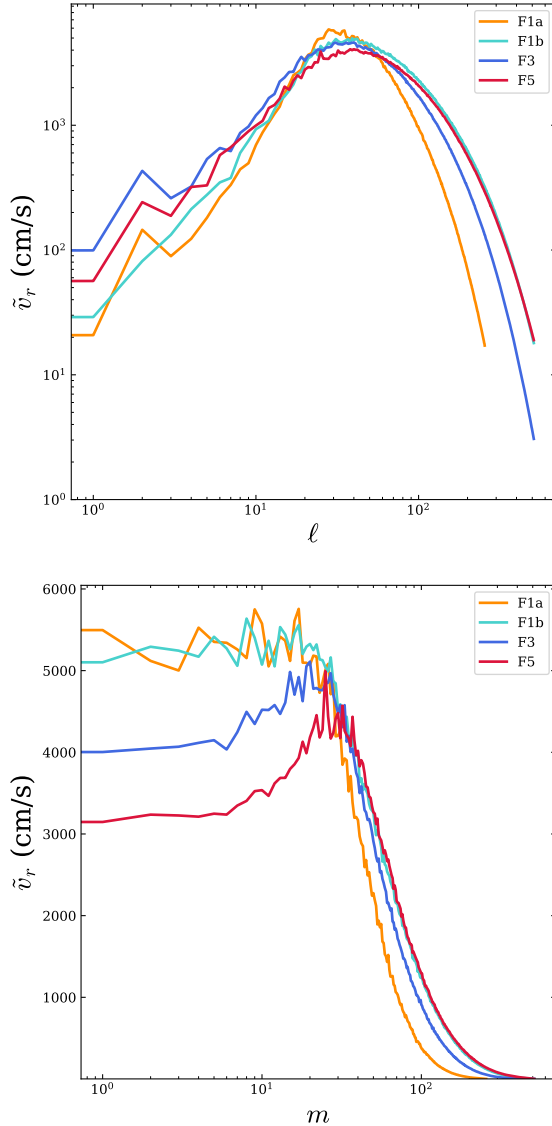


Fig. 8. Spherical harmonic decomposition of the time average of the rms radial velocity in the middle of the convective zone ($r = 0.93 R_*$) for the F1a (orange), F1b (cyan), F3 (blue), and F5 (red) cases. In the top panel, the rms components are summed over m and shown as a function of l . In the bottom panel, the rms components are summed over l and shown as a function of m .

Hotta & Kusano 2021; Brun et al. 2022). The values of Re , Ta , Ra^*/Ra_c , and τ_{conv} are summarised in Table 2.

Figure 9 shows the impact of rotation on the convective structures, represented through radial velocity, v_r , and temperature perturbation $T - \bar{T}$ maps at $r = 0.95 R_*$. At this depth, v_r , and $T - \bar{T}$ are clearly correlated: downward flows carry negative temperature perturbations, while upward flows carry positive temperature perturbations. At $1 \Omega_\odot$, the structures are only marginally affected by rotation, their shape does not depend much of the

latitudinal position. Smaller scales are visible for the F1b case as it is more turbulent than F1a. On the contrary, when considering the F3 and F5 cases, the increase of Ω_0 yields sharper patterns for the velocity field. Banana-shape cells akin to Busse’s columns appear at this rotation rate (Busse 1970), showing evidence that the convection dynamics is strongly affected by the rotation rate of the model and the strength of the Coriolis acceleration. We notice that the structures tend to align perpendicular to the equator. We note that in the F3 and F5 cases, large-scale structures with large temperature perturbations (positive or negative) appear at high latitude. As it can be seen in Fig. 10, the \bar{v}_r radial profile is similar in the convective zone for the four cases. In the middle of the convective zone, we have $\bar{v}_r \approx 3.4 \times 10^4$, 3.7×10^4 , 3.3×10^4 , and 3.2×10^4 cm/s in the F1a, F1b, F3, and F5 cases, respectively. We therefore confirm that the most turbulent model is the one with the highest convective velocities. The \bar{v}_r value in the radiative zone is associated with the amplitude of IGWs propagating in the stellar interior. Larger \bar{v}_r are reached in the radiative zone for the F3 and F5 cases. F3 and F5 have lower κ value in the radiative zone. Therefore, waves are less damped by thermal dissipation. We also notice that, due to the deeper position of the transition radius for the diffusivity drop, the mean \bar{v}_r stay at a level equivalent to the F3 case until $r/R_* \approx 0.6$. At the bottom of the radiative zone, however, \bar{v}_r values from the F3 case are comparable to the F1b case.

Finally, it should be reminded that convection is intrinsically a dynamical process, with cells evolving over time. The interaction and combination between turbulent flows shape upwards and downwards travelling convective structure. Downwards flows with the largest amount of power give rise to the convective plumes interacting with the radiative zone. The plumes act similarly to a piston as they overshoot in the radiative and inject power in the inner regions in the form of IGWs.

3.2. Differential rotation in the convective zone and the sharp tachocline

We now turn to considering the differential rotation regimes achieved in the simulations. Following Brun et al. (2017), we define the fluid Rossby number as:

$$Ro_f = \frac{|\nabla \times \mathbf{v}|}{2\Omega_0}, \quad (12)$$

where $\nabla \times \mathbf{v}$ is the vorticity of the flow. Brun et al. (2017) expect a transition between the solar (fast equator, slow poles) and anti-solar rotation (slow equator, fast poles) regime at $Ro_f \approx 1$ (see also Gastine et al. 2014; Guerrero et al. 2019; Warnecke & Käpylä 2020). At very low Ro_f , as a consequence of the Taylor-Proudman theorem, the rotational regime becomes cylindrical.

We also compute the stellar Rossby number Ro_s (e.g. Noyes et al. 1984; Corsaro et al. 2021) and the convective Rossby number Ro_c (Gilman & Glatzmaier 1981). Here, Ro_s is given by

$$Ro_s = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_{\text{conv}}}, \quad (13)$$

where the rotation period is $P_{\text{rot}} = 2\pi/\Omega_0$, and τ_{conv} is the convective turnover time that we compute as the ratio of the thickness of the convective zone in the simulation domain, d_{CZ} , and the mean \bar{v}_r in the convective zone, $\langle \bar{v}_r \rangle_{\text{CZ}}$. For Ro_c , we use the following definition

$$Ro_c = \sqrt{\frac{Ra}{TaPr}}, \quad (14)$$

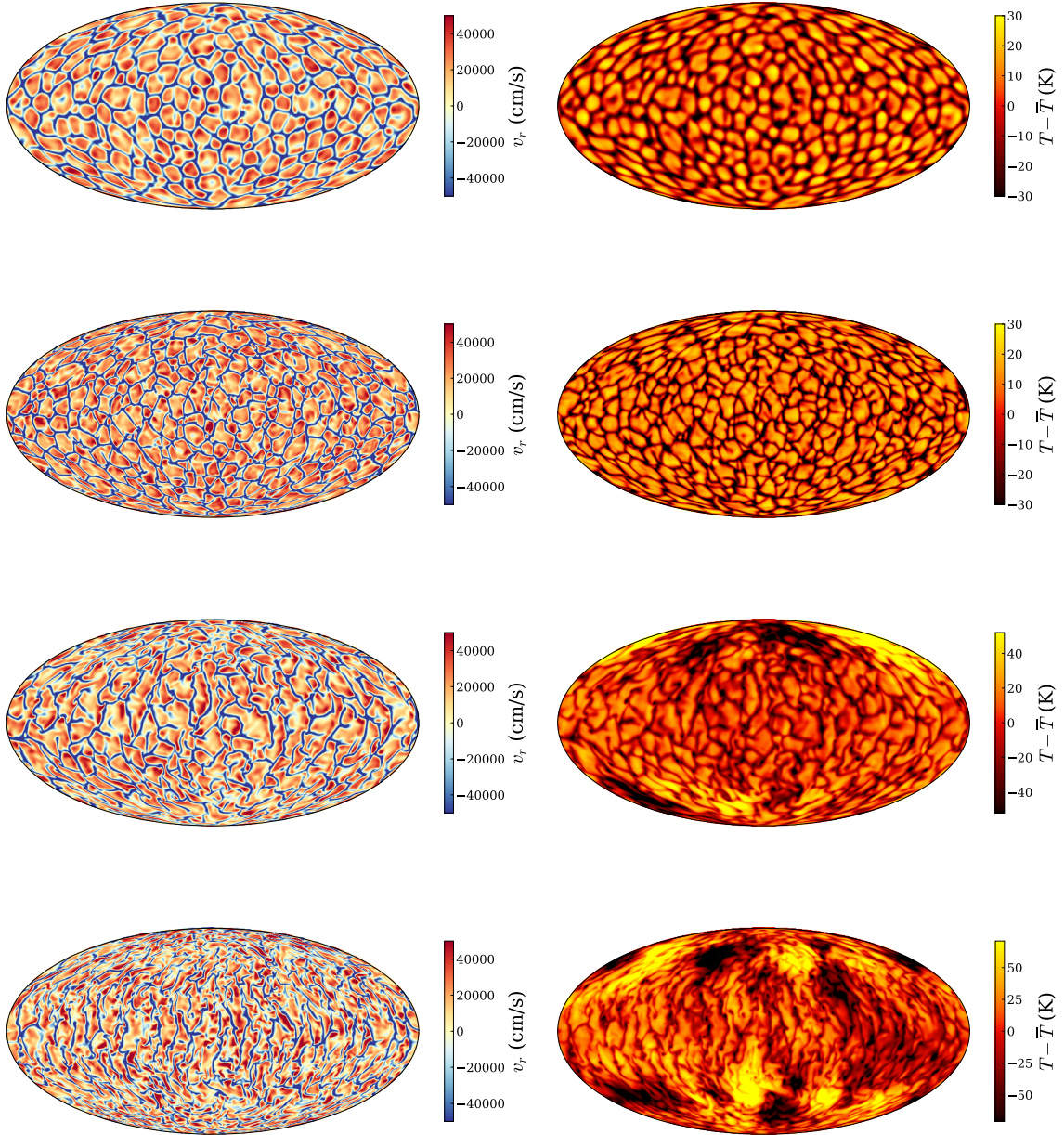


Fig. 9. Radial velocity v_r (left) and temperature perturbation $T - \bar{T}$ (right) at depth $r = 0.95 R_\star$ for the F1a, F1b, F3, and F5 cases (top to bottom). The latitudinal mean temperature perturbation, $m = 0$, is subtracted from T .

where $Ra = (-\partial\rho/\partial S)(\partial S_{\text{tot}}/\partial r)gL^4/\rho\kappa\nu$, with $S_{\text{tot}} = \bar{S} + S$. Here, again, for the characteristic length, L , we consider d_{CZ} . As expected by [Brun et al. \(2017\)](#), Ro_f , Ro_s , and Ro_c scale in a similar way, except for the Ro_c value of the F1b case, which is

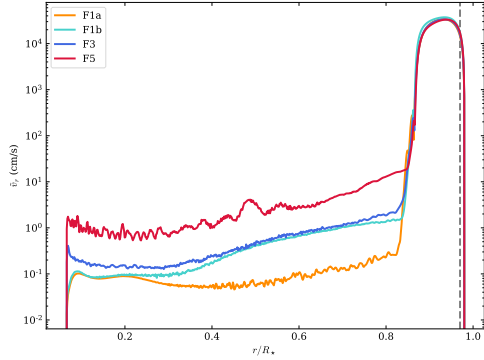


Fig. 10. \bar{v}_r profiles for the F1a (orange), F1b (cyan), F3 (blue), and F5 (red) cases. The vertical dashed-grey line correspond to the depth where we examine the mode signatures for the F5 case in Sect. 5.

smaller than for the F1a case. These values are between 3 and 6 for the $1 \Omega_\odot$ cases and approach unity for the fastest rotating cases.

The values of Ro_f , Ro_s , Ro_c , and Ra in the middle of the convective zone are summarised for each case in Table 2.

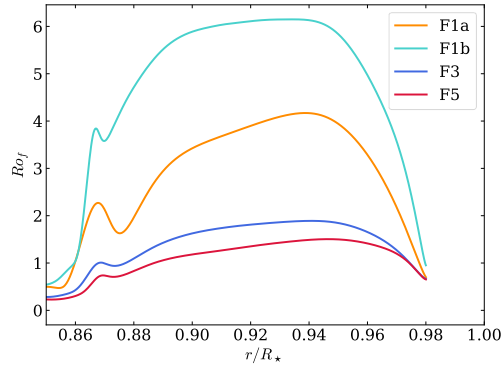


Fig. 11. Fluid Rossby number Ro_f profiles in the convective zone for the F1a (orange), F1b (cyan), F3 (blue), and F5 (red) cases.

We present the Ro_f profile in the convective zone in Fig. 11. Considering the v_ϕ component of the velocity field averaged over longitude and time, we also computed the differential rotation state for the different cases. The (r, θ) differential rotation profiles are represented in Fig. 12. For the F1a and F1b cases, the simulation exhibits a shellular rotation profile which is consistent with the fact that Ro_f in the middle of the convective zone is significantly larger than 1, as seen in Fig. 11. The F3 case behaviour is still clearly anti-solar, with a Ro_f of 1.9 in the middle of the convective zone. Interestingly, the transition from prograde to retrograde flows (in the co-rotational frame), at every latitude for F1a and F1b and close to the equator for F3, intervene close to r_{CZ} . The F5 case has $Ro_f \approx 1.4$ in the middle of the convective zone and the structure of the flows observed in Fig. 12 suggest that the model is in a transitional regime from an

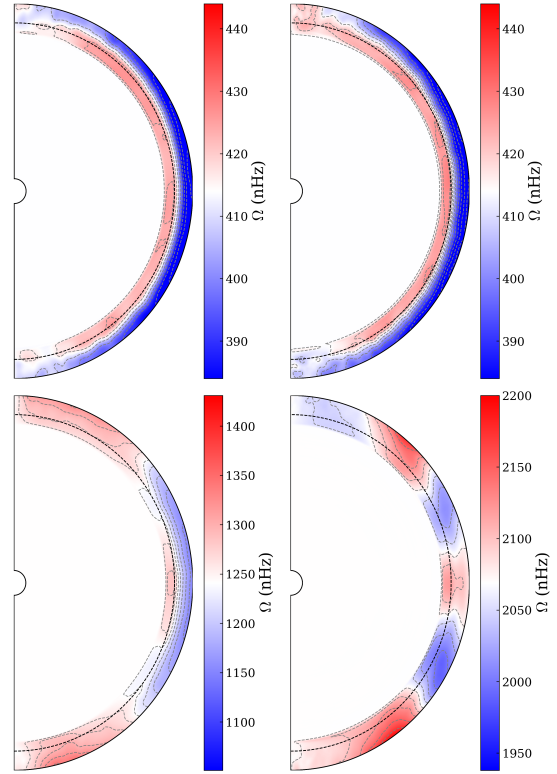


Fig. 12. Differential rotation for F1a (top left), F1b (top left), F3 (bottom left), and F5 (bottom right) cases. Retrograde and prograde (relatively to the co-rotational frame) flows are shown in blue and red, respectively. The dashed black line corresponds to r_{CZ} and the dashed grey lines are isocontours..

anti-solar to a solar differential rotation regime. In our F5 case, we notice an asymmetry between behaviours at high latitudes, with slow flows close to the north pole and fast flows close to the south pole. Faster rotating F-star models published by [Augustson et al. \(2012\)](#) confirm the change of rotation regime towards Taylor-Proudman constrained states for low Ro . We recall that their $1.3 M_\odot$ model rotating at $10 \Omega_\odot$ exhibits a Ro_f value of 0.84 and a solar differential rotation regime, which is consistent with the predictions from [Brun et al. \(2017\)](#).

3.3. Overshoot

The convective motions overshoot into the radiative interior, leading to mixing and IGWs generation. In Fig. 13, we illustrate how the correlation between v_r and $T - \bar{T}$ change in the overshoot region relatively to the convective zone. We show the v_r and $T - \bar{T}$ maps at depth $r = 0.86 R_*$ for the F1a case. In the convective zone, v_r and $T - \bar{T}$ were correlated, that is, the upwards flows were related to positive temperature perturbations and reciprocally. On the contrary, in the overshoot region, the two quantities are now anti-correlated: downwards travelling plumes penetrating the top of the stably-stratified radiative zone are associated with positive temperature perturbations. This is expected from our understanding of penetrative convection in stellar interiors ([Zahn 1991](#); [Brummell et al. 2002](#)).

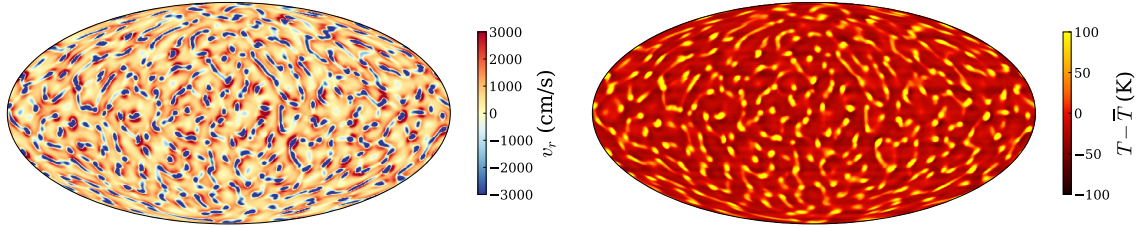


Fig. 13. Radial velocity v_r (left) and temperature perturbation $T - \bar{T}$ (right) at depth $r = 0.86 R_*$ for the F1a case. The latitudinal mean temperature perturbation was subtracted from T .

Figure 14 shows the enthalpy flux at the bottom of the convective zone and in the overshoot region for the F1a, F1b, F3, and F5 cases. Following Brun et al. (2011, 2017), we computed, for every latitude, the boundaries r_c and r_0 where the enthalpy flux becomes negative and where the enthalpy flux is only 10 % of the maximal absolute value in the overshoot region at this latitude, respectively. We note that the shape of the r_0 profile does not change significantly with the rotation, however, the r_c profile differs significantly in the F3 and F5 cases compared to the F1b case. We also note for fast rotating models, the enthalpy flux intensity in the overshoot region is concentrated towards the equator likely due to the stronger alignment of convective rolls for these stars. By computing the difference of the mean value of r_c and r_0 at latitudes below 55° for each case, we obtain the mean penetration depth of the overshooting flows, \bar{d}_{ov} , in the same way as Brun et al. (2017). We obtain $\bar{d}_{ov} = 0.22, 0.23, 0.19$ and $0.15 H_p$ where $H_p \approx 8.8 \times 10^9$ cm is the pressure scale height at the base of the convective zone. The comparison between F1a and F1b shows that, at constant Ω_0 , the overshoot depth increases with Re but, as expected, the penetration depth of the overshooting flow is significantly reduced as rotation increases. The \bar{d}_{ov} values are summarised together with the dimensionless numbers in Table 2. These overshooting motions contribute to the excitation of the IGWs. In particular, (Pratt et al. 2017) showed that two characteristic layers of penetration could be distinguished for overshooting plumes, the deepest one corresponding to the excitation region of the IGWs.

4. IGW properties

In this section, we study in detail the properties of the IGWs that are generated by the interaction of the convective motions with the top of the radiative zone. The dispersion relation for IGWs is (Press 1981):

$$\omega^2 = N^2 \frac{k_h^2}{k^2}, \quad (15)$$

where k is the norm of the wave vector $\mathbf{k} = \mathbf{k}_r + \mathbf{k}_h$. The norm of the horizontal wave vector $\mathbf{k}_h = \mathbf{k}_\theta + \mathbf{k}_\phi$ is:

$$k_h = \frac{\sqrt{\ell(\ell+1)}}{r}. \quad (16)$$

Concerning gravito-inertial waves, when the Coriolis parameter $f = 2\Omega_0$ is such that $f \ll N$, the effect of the Coriolis acceleration on the wave behaviour is negligible and we retrieve

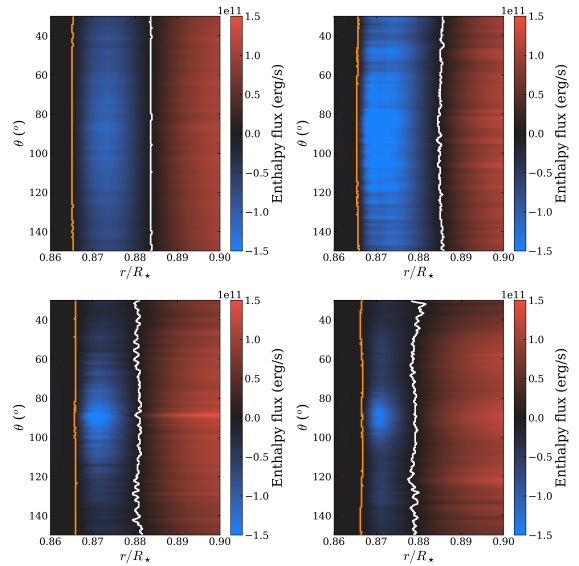


Fig. 14. Overshoot region (blue) and bottom of the convective zone (red) in the F1a (top left), F1b (top right), F3 (bottom left), and F5 (bottom right) models, for θ spanning from 30 to 150° . The white line show the radius r_c at which the enthalpy flux crosses zero at a given latitude while the orange line signals the radius r_0 where the local enthalpy flux is equal to a tenth of the maximal enthalpy flux at the corresponding latitude.

the pure-gravity case. Hence, we expect high-frequency waves propagation not to be affected by the rotation regime of the different cases. However, as we increase Ω_0 , the range of waves significantly affected by inertial effects expands.

4.1. Raytracing

In order to better understand the expected IGWs behaviour at different frequencies for our F-type model, we start by computing the propagation path of IGWs at different frequencies following a ray-tracing Hamiltonian method (Gough 1993). As k_h depends only on ℓ and r , we set $\theta = 0$ and $k_\theta = 0$ and we consider only a 2D problem in the equatorial plane. However, as θ and ϕ can be

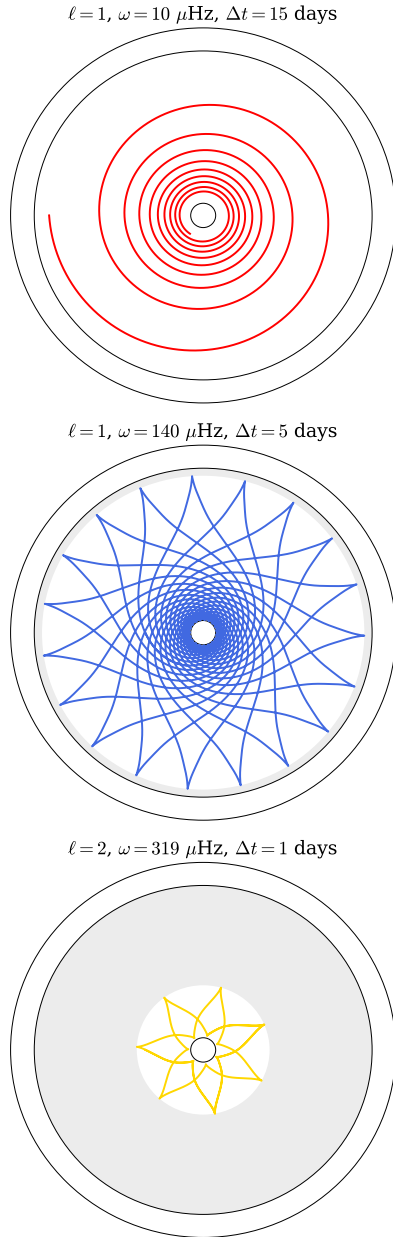


Fig. 15. Propagation path computed with ray-tracing for three IGWs: $\ell = 1$, $\omega = 10 \mu\text{Hz}$ (top), $\ell = 1$, $\omega = 140 \mu\text{Hz}$ (middle), $\ell = 2$, $\omega = 319 \mu\text{Hz}$ (bottom). The integration time, Δt , considered for each ray is specified. From the surface to the center, the black circles represent the position of the stellar surface, the bottom of the convective envelope and the edge of the convective core. The grey area corresponds to the part of the radiative zone where the wave is evanescent.

freely interchanged in this specific case, we could have chosen to place ourselves in any meridian plane without any modification to our subsequent analysis. To perform the ray-tracing, we must

numerically solve the following set of equations:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = \frac{\partial W}{\partial r}, \\ \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \phi}, \\ \frac{dk_r}{dt} = -\frac{\partial W}{\partial k_r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial k_\phi} k_\phi, \\ \frac{dk_\phi}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial k_\phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial k_r} k_\phi, \end{cases} \quad (17)$$

where $W(r, \theta, k_r, k_\phi) = \omega$ is the Hamiltonian of the considered system. Using the dispersion relation of Eq. 15, we compute the propagation path for three IGWs with different properties, $\ell = 1$ at $\omega = 10 \mu\text{Hz}$, $\ell = 1$ at $\omega = 140 \mu\text{Hz}$, $\ell = 2$ at $\omega = 319 \mu\text{Hz}$. The integration times, Δt , are (respectively) 15, 5, and 1 days. The radial resonant cavities corresponding to the three chosen frequencies are represented along with the N profile in Fig. 1. The obtained propagation paths are shown in Fig. 15. As expected from the N profile shown in Fig. 1, high-frequency IGWs are trapped in the deepest regions of the radiative zone. High-frequency IGWs propagate much faster in the radiative interior. Low-frequency IGWs have a characteristic spiralling trajectory and take more time to reach the edge of the convective core.

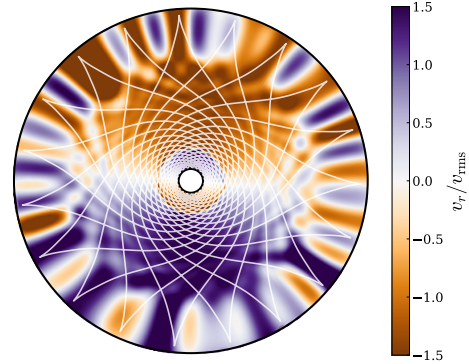


Fig. 16. Equatorial cut for v_r/\tilde{v}_r for the radiative zone in the F1a case, with application of a temporal filtering centered at $140 \mu\text{Hz}$. The 2D propagation ray obtained by numerically solving the system of Eq. 17 and shown in the middle panel of Fig. 15 is overplotted in white. We note that there is a good qualitative agreement.

In order to present more evidence of IGWs propagating in the radiative zone of our simulations, we considered the v_r temporal evolution in an equatorial cut of the F1a case. We applied a finite impulse response (FIR) filter with a passband centered at $140 \mu\text{Hz}$ in order to isolate the $n = 2$, $\ell = 1$ mode. We compare in Fig. 16 the result of the filtering with the propagation path obtained by solving the Hamiltonian system. Considering the sign of v_r/\tilde{v}_r , the dipolar structure of the mode oscillation is clearly visible after the filtering, as well as the position of the two radial nodes of the mode. What we see in this filtering can be interpreted as the pattern of a ray interfering with itself (Gough 1993). Due to the diffusive effects related to the κ and ν profiles,

the characteristic shape of the mode spreads when compared to the path obtained with the ray-tracing. However, having such a good qualitative agreement between our filtered model and the shape of the waves obtained with the raypath theory gives us confidence in the realism of internal waves excited in our simulations.

4.2. IGWs power spectrum

To obtain the IGW power spectrum, we produced outputs of $v_r(r, \theta, \phi, t)$ at a mean sampling dt low enough to have $N_{\max} < \omega_N$, with ω_N the Nyquist frequency of the output signal and N_{\max} the maximal value of the N profile. In our case, this means that we are careful to have $dt \leq 1250$ s. The length of the time series we use for each case are given in Table 1. We expand $v_r(r, \theta, \phi, t)$ into a spherical harmonics representation to obtain $v_r(r, \ell, m, t)$. This representation is more suitable to study the modes as their properties directly depend of ℓ and m (as for example mode period spacings or rotation splittings). From the Fourier transform $\tilde{v}_r(r, \ell, m, \omega)$ of v_r , we then obtain the power spectrum $E_{\ell, m}$ as

$$E_{\ell, m}(r, \omega) = |\tilde{v}_r(r, \ell, m, \omega)|^2, \quad (18)$$

and, by summing over the m for each ℓ , we have the power spectrum, E_ℓ ,

$$E_\ell(r, \omega) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} E_{\ell, m}(r, \omega). \quad (19)$$

Some additional practical details concerning the way we obtain $E_{\ell, m}$ and E_ℓ are provided in Appendix A.

The E_ℓ power spectra at $r = 0.18 R_\star$ obtained for the F1a, F1b, F3, and F5 cases are represented in Fig. 17. The IGWs spatial damping rate in a non-adiabatic medium increases with ℓ and decreases with ω (e.g. Zahn et al. 1997). As pointed out by Alvan et al. (2015), two regions can therefore be distinguished in each spectrum: the bottom right part of the spectrum (high degree and/or low frequency) shows progressive waves which are significantly damped before reaching the edge of the convective core while in the upper left part of the spectrum (low degree or high frequency, or both), IGWs reflect on the core edge with enough amplitude to form standing waves, or g modes. In this region, g-modes are distributed along ridges in relation to their radial order, n . Following Ahuir et al. (2021), we characterise the frequency cutoff between the two regions, ω_c , through the following relation

$$\omega_c(\ell) = [\ell(\ell + 1)]^{3/8} \left[\int_{r_{\text{bottom}}}^{rcz} \kappa \frac{N^3}{\tau_c r^3} dr \right]^{1/4}, \quad (20)$$

where we find that adopting a critical damping parameter $\tau_c = 0.02$ correctly describe the cutoff profile observed in Fig. 17.

As expected from Fig. 10 and the various level of \tilde{v}_r in the radiative interior, the IGWs mean amplitude is significantly larger in F5 and F3 than F1a. In particular, low-frequency-mode amplitudes are significantly larger in the F3 and F5 cases. Being a more turbulent version of F1a, F1b exhibits high-frequency modes of larger amplitude than in any other case, but the excitation of low-frequency modes is similar to what is observed in F1a.

In order to compare the mode excitation rate degree by degree, we compute the power index $E_{\ell, \text{tot}}$, taken as the summation of the E_ℓ component over the frequency bins, ω_i ,

$$E_{\ell, \text{tot}}(r) = \sum_{\omega_i} E_\ell(r, \omega_i). \quad (21)$$

For $1 \leq \ell \leq 10$, we represent in Fig. 18 the values obtained for $E_{\ell, \text{tot}}$ at depth $r = 0.8 R_\star$, in the top of the radiative zone, as well as the ratio $\alpha = 100 \times E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.8 R_\star) / E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.9 R_\star)$. This allows us to compare on one hand the relative excitation level of each degree ℓ , and to evaluate on the other hand the efficiency of power injection from the convective motions to the IGWs. As expected from it being more turbulent than F1a, the excitation level of the waves is more important in F1b than in F1a. The excitation level decreases with ℓ in F1a while it is relatively flat in ℓ for F1b, suggesting that intermediate degree ℓ have been more efficiently excited by the more turbulent flows of F1b (see Fig. 8). As already shown by Fig. 17, the excitation level of the IGWs is the highest in F5, with a peak at $\ell = 4$. It is remarkable to note that despite the F3 case being more dissipative than the F1b case, the transmission of power and the wave excitation is more important. It is interesting to note that, for the F5 case, the α ratio is the highest for $\ell = 1$ (with $\alpha = 0.12\%$), suggesting an efficient transfer from convection, but remains the degree with the lowest excitation level in this case. For each case, α tends to decrease as ℓ increases. In the F5 case, the power injection peaks at $\ell = 4$. The enhanced power injection in the IGWs as Ro_c (see Table 2) decreases has been predicted by Auguston et al. (2020) and the result we present in Figs. 17 and 18 are in agreement with their theoretical considerations. However, the fact that intermediate ℓ are more excited than low ℓ might be considered surprising as modes of higher ℓ have increased inertia and require more energy from convection to be excited (Provost et al. 2000). As Fig. 8 shows, the intermediate ℓ have increased convective velocities compared to low ℓ . The absolute power in convection is nevertheless not a sufficient explanation alone as the slowly rotating cases have a similar convective spectrum in the low to intermediate ℓ . The mechanism enhancing power injection from rotation into the modes seems particularly efficient for intermediate ℓ .

We will discuss in more detail the surface amplitudes and signatures of the modes in Sect. 5.

4.3. g-modes frequencies and eigenfunctions comparison with outputs from a 1D oscillation code

We use the GYRE code (Townsend & Teitler 2013; Townsend et al. 2018; Goldstein & Townsend 2020) to compute the expected oscillation frequencies from the 1D input ASH profiles, for $\ell = 1$ to $\ell = 40$, in a case without rotation (referred later as the $\Omega_\star = 0$ GYRE run). As shown by Fig. 17, the GYRE computed frequencies are globally in good agreement with what we observe in the 3D simulations. In particular, we can clearly see that the ridge structure for modes of different degrees ℓ but same orders n coincide in the 3D simulation and in the GYRE computation.

We also compare for some modes the ξ_r displacement eigenfunctions with the outcomes of the 3D simulations. The eigenfunctions for $\ell = 5$, $n = 7$ and $n = 12$ are shown in Fig. 19. The node position for these modes is in good agreement between GYRE and the 3D simulation, confirming the type of the waves excited in the 3D simulations as being gravity waves. This is very satisfactory and allows us to advance further our analysis of their properties.

4.4. Period spacing

For $n \gg 1$, asymptotic $m = 0$ g modes are evenly spaced in period. The asymptotic period spacing for consecutive high-order

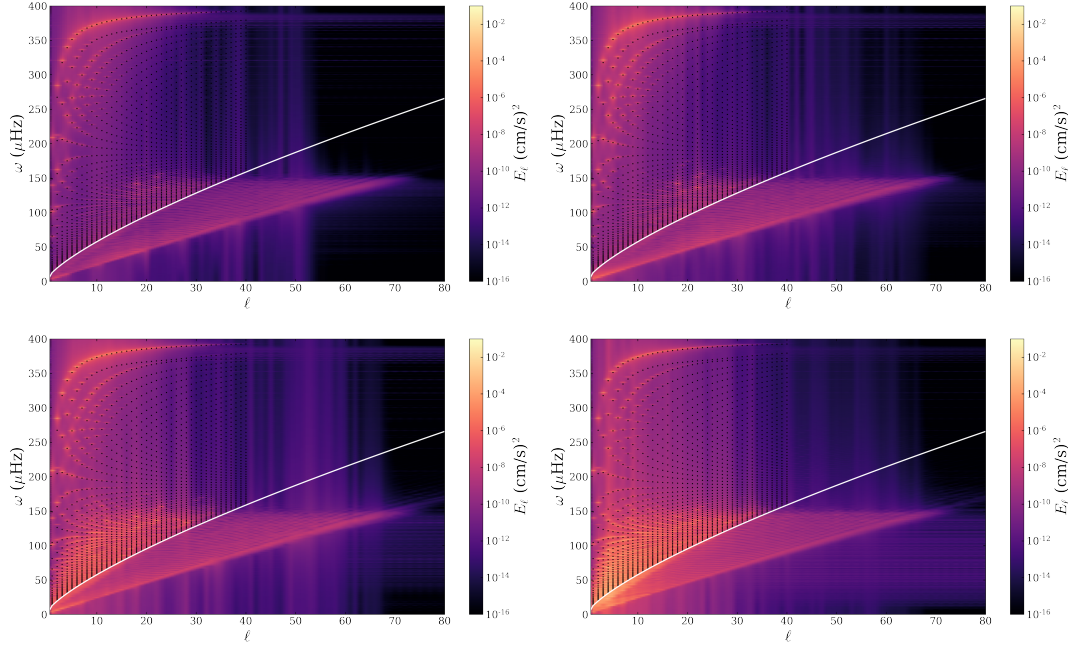


Fig. 17. E_ℓ power spectrum at $r = 0.18 R_*$ for the F1a (top left), F1b (top right), F3 (bottom left), and F5 (bottom) case. The mode frequencies computed with GYRE are overplotted (black dots) for $\ell = 1$ to $\ell = 40$. In each panel, the white line highlights the separation between the g-mode region (top left) and the progressive waves region (bottom right).

g modes is (Tassoul 1980; Provost & Berthomieu 1986):

$$\overline{\Delta P}_\ell = \frac{\pi}{\sqrt{\ell(\ell+1)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{N}{r} dr}, \quad (22)$$

where, for a mode of frequency ω , r_1 and r_2 are the inner and outer boundary of the corresponding resonant cavity, respectively, defined by $N(r_1) = N(r_2) = \omega$.

In Fig. 20, for each case, we represent the $E_1(0.38R_*, \omega)$ power spectra and the corresponding $E_1(0.38R_*, P = 1/\omega)$ power spectra scaled in period. The middle panels of Fig. 20 show the modes are almost equidistant in period. Therefore, we consider $50 < P < 520$ min for $\ell = 1$ and $50 < P < 300$ min for $\ell = 2$, and, in order to highlight this ΔP_ℓ -periodicity in $E_\ell(0.38R_*, P)$, we use an approach similar to the one presented by García et al. (2007), by computing the Lomb-Scargle periodogram (Lomb 1976; Scargle 1982) of $E_\ell(0.38R_*, P)$ for periods in the Lomb-Scargle periodogram spanning from 5 to 60 minutes. Each Lomb-Scargle periodogram is normalised by its standard deviation σ . We perform the same operation for the E_2 power spectra. The obtained Lomb-Scargle periodograms are shown in the bottom panels of Fig 20 for E_1 and in Fig. 21 for E_2 . We use the periodograms to identify the period spacings, ΔP_1 and ΔP_2 , which we compare to the asymptotic value, $\Delta P_1 = 47$ min and $\overline{\Delta P}_2 = 27.1$ min. We find $\Delta P_1 = 45.4, 42.3, 45.4,$ and 45.8 min and $\Delta P_2 = 24.3, 25.8, 25.5,$ and 26 min for the F1a, F1b, F3, and F5 cases, respectively. These values are all below the asymptotic references, which is expected as we considered low-

order modes for which period spacings are usually smaller than for higher order modes. It is nevertheless satisfactory that we are able to identify without ambiguity the periodicity related to the mode pattern in the Lomb-Scargle periodograms. We also note that the shape of the peaks yielded by the periodogram significantly changes with rotation, as mode splittings is considerably more visible on the frequency range we consider for fast rotating models and the split components are not equidistant in period.

The difference in amplitudes for low-frequency modes between slow-rotating cases F1a and F1b, and fast rotating cases F3 and F5 clearly appears in Fig. 20 and 21. On these two figures, we also note that high-frequency modes are less excited in the F3 and F5 cases than in the F1a and F1b, suggesting that the mode excitation efficiency is shifted towards low frequencies.

We also compare the evolution of ΔP_ℓ along the period with the outputs of GYRE computations. In order to take into account the Coriolis effect in our comparison, we use GYRE to compute the predicted mode frequencies for $\ell = 1$; $m = \{-1, 0, 1\}$ with the traditional approximation of rotation (TAR), assuming a solid body rotation at $5 \Omega_\odot$. We compare the outputs with the F5 case. The TAR treatment is useful when the ratio $\omega/2\Omega$ becomes so small to take rotation into account using only a perturbative approach (Lee & Saio 1997). In the TAR, the Coriolis force is included in the equations to solve but its radial component is neglected. The TAR is therefore well-suited to study wave behaviour in stably stratified radiative interiors but breaks in convective zones. The GYRE run using the TAR will be referred in what follows as the $5 \Omega_\odot$ GYRE TAR run.

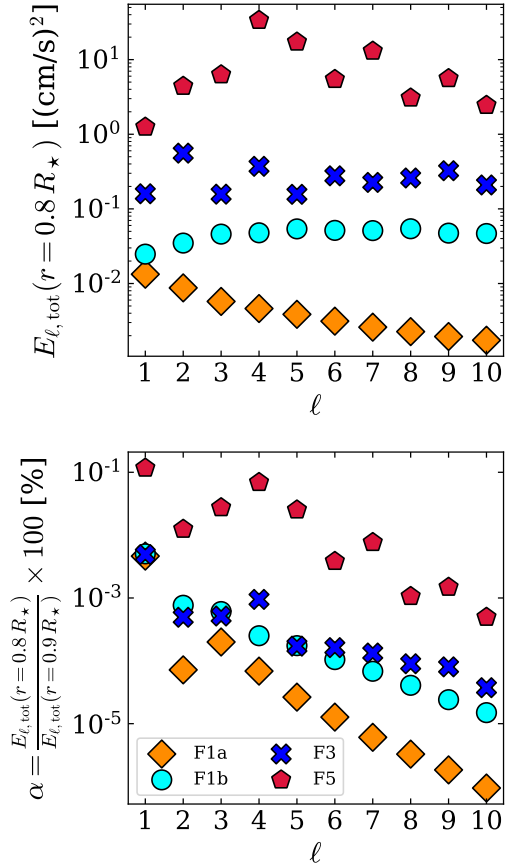


Fig. 18. Amount of power injected in IGW. *Top:* Total power $E_{\ell, \text{tot}}$ for $1 \leq \ell \leq 10$ at $r = 0.8 R_{\star}$ for the F1a (orange diamonds), F1b (cyan circles) F3 (blue crosses), and F5 (red pentagons) cases. *Bottom:* Ratio between $E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.8 R_{\star})$, the radiative zone, and $E_{\ell, \text{tot}}(r = 0.9 R_{\star})$, convective zone. The same symbols and colour coding are used as in previous figures.

In order to measure the period spacings in the simulation, we considered a 280-day long time series of the F5 case (see Table 1) and we compute the corresponding $E_{\ell, m}(r = 0.13 R_{\star}, \omega)$ power spectrum (see Eq. 18) to fit a Lorentzian profile for each m component of the $\ell = 1$ modes visible at this depth. The Lorentzian profile is fitted with a Markov chain Monte Carlo (MCMC) approach, assuming a χ^2 statistics with two degrees of freedom, implemented with the emcee module (Foreman-Mackey et al. 2013). We compute the corresponding periods, $P_{n,1,m}$, and period spacings, $\Delta P_{n,1,m}$, relative to the azimuthal number, m , taken as:

$$\Delta P_{n,1,m} = P_{n+1,1,m} - P_{n,1,m}. \quad (23)$$

The results of this analysis are shown in Fig. 22. We compare them with the $\Delta P_{n,1,m}$ obtained with the $5 \Omega_{\odot}$ GYRE TAR run and the perturbative approach applied to the $\Omega_{\star} = 0$ GYRE runs. At long periods, the $\Delta P_{n,1,m}$, obtained considering the TAR significantly differs from what the perturbative approach predicts. Since the Coriolis force is fully taken into account in

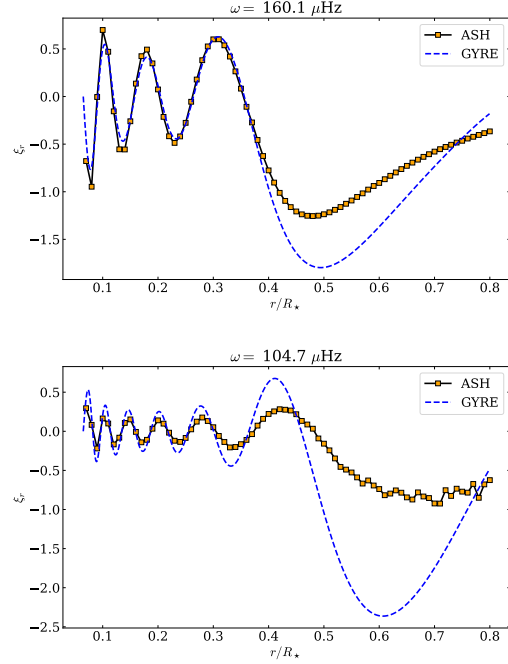


Fig. 19. GYRE ξ_r eigenfunctions (blue) compared with ASH outputs for $\ell = 5, n = 7$ and $\ell = 5, n = 12$. The depths where ASH outputs are sampled are signaled by orange squares.

the equations solved by the ASH code, the $\Delta P_{n,1,m}$ evolution observed in the 3D simulation follows much better the $5 \Omega_{\odot}$ GYRE TAR run. To assess this more quantitatively, we define \mathcal{M} , a least-square distance metric:

$$\mathcal{M} = \sum_{n,m} |\Delta P_{n,1,m}(\text{ASH}) - \Delta P_{n,1,m}(\text{GYRE})|^2 / \sigma_{n,1,m}^2, \quad (24)$$

where the $\sigma_{n,1,m}^2$ are the uncertainties measured for each value of $\Delta P_{n,1,m}(\text{ASH})$. As a least-square distance metric, \mathcal{M} is equivalent to a log-likelihood with variables following a Gaussian distribution. Considering both approaches, we can therefore determine the most likely by computing $\delta = \mathcal{M}_{\text{p.a}} - \mathcal{M}_{\text{TAR}}$, where \mathcal{M}_{TAR} is the value obtained with the TAR and $\mathcal{M}_{\text{p.a}}$ is the value obtained with the perturbative approach. A positive value of δ would favour the TAR hypothesis while a negative value would favour the perturbative approach hypothesis. We obtain $\delta = 416$, which strongly favours the TAR hypothesis. This provides another evidence that the period spacings that we measure in the simulation are more compatible with the values obtained using the TAR.

4.5. Rotational splittings

In the case of uniform rotation and in the slow rotation limit, $\omega \gg 2\Omega_0$, the rotational splitting for a mode component with frequency $\omega_{n\ell m}$ is given by (e.g. Christensen-Dalsgaard 2008)

$$\omega_{n\ell m} = \omega_{n\ell} + \delta_{n\ell m} \quad (25)$$

with, in the inertial frame,

$$\delta_{n\ell m} = m\beta_{n\ell}\Omega_0, \quad (26)$$

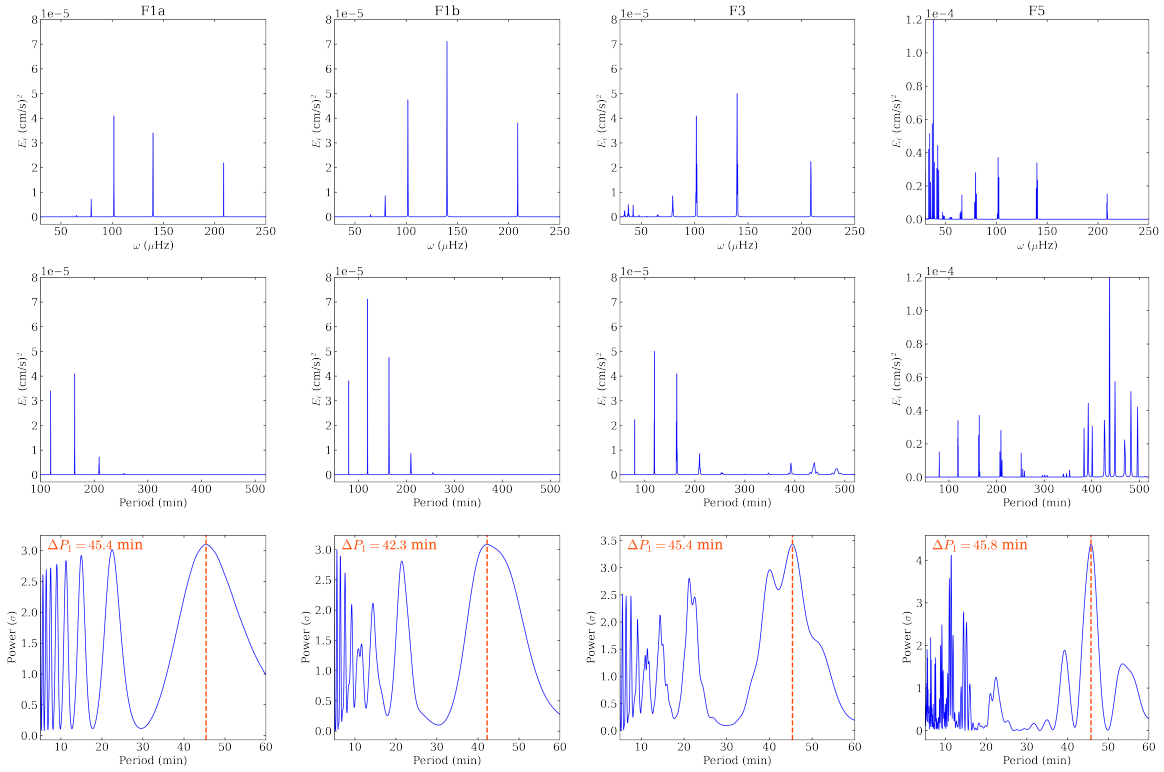


Fig. 20. *Top panels:* power spectra $E_1(0.38R_\star, \omega)$. *Middle panels:* power spectra $E_1(0.38R_\star, P)$. *Bottom panels:* Lomb-Scargle periodograms computed from $E_1(0.38R_\star, P)$. Each periodogram is normalised with its standard deviation, σ and the obtained ΔP_1 value is shown by a vertical dashed blue line. From left to right, the represented cases are F1a, F1b, F3, and F5.

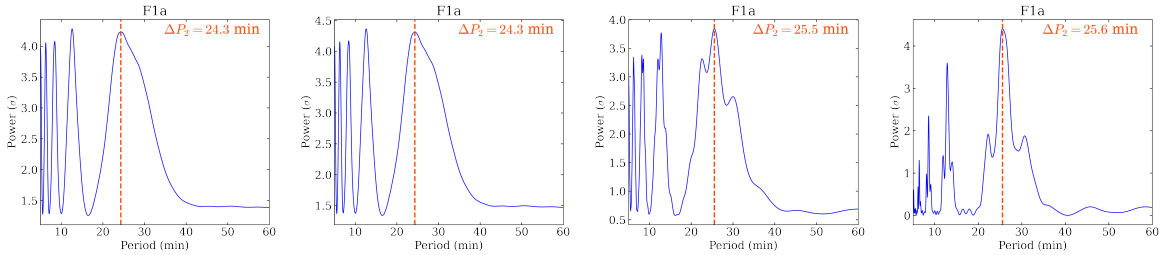


Fig. 21. Lomb-Scargle periodograms computed from $E_2(0.38R_\star, P)$. Each periodogram is normalised with its standard deviation, σ and the obtained ΔP_2 value is shown by a vertical dashed red line. From left to right, the represented cases are F1a, F1b, F3, and F5.

and in the co-rotating frame,

$$\delta_{nlm} = -m(1 - \beta_{nl})\Omega. \quad (27)$$

The parameter β_{nl} is:

$$\beta_{nl} = \frac{\int_0^{R_\star} (\xi_r^2 + \mathcal{L}^2 \xi_h^2 - 2\xi_r \xi_h - \xi_h^2) r^2 \bar{\rho} dr}{\int_0^{R_\star} (\xi_r^2 + \mathcal{L}^2 \xi_h^2 - 2\xi_r \xi_h) r^2 \bar{\rho} dr}, \quad (28)$$

where ξ_r and ξ_h are the radial and horizontal displacements, respectively, and $\mathcal{L} = \sqrt{\ell(\ell+1)}$. In the case of high-order g modes, we can consider

$$\beta_{nl} \approx 1 - \frac{1}{\ell(\ell+1)}. \quad (29)$$

Considering a $\ell = 2$ mode, we provide an example of how rotational splittings appear in the power spectrum of the F5 case in Fig. 23. In the co-rotating frame, as expected from Eq. 27,

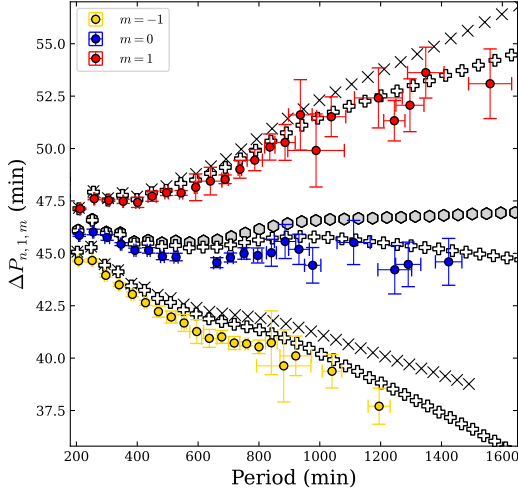


Fig. 22. ΔP_1 as a function of modes period in the F5 case, for azimuthal numbers $m = -1$ (yellow), $m = 0$ (blue), and $m = 1$ (red). The ΔP_1 obtained from the $\Omega_\star = 0$ GYRE run and the perturbative approach are represented as grey hexagons while the white crosses shows the ΔP_1 obtained for $m = \{-1, 0, 1\}$ with the $5 \Omega_\odot$ GYRE TAR run. The black crosses signal the ΔP_1 position for $m = \{-1, 1\}$ in the asymptotic approximation of the perturbative method. The measured uncertainties on period and ΔP_1 are represented. We show only fitted modes for which we are able to measure ΔP_1 with an uncertainty below 1.75 min.

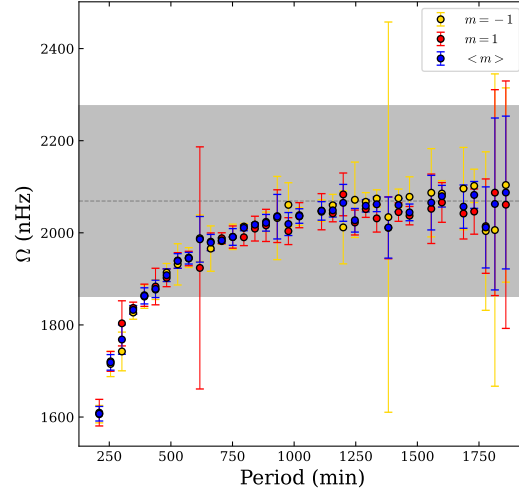


Fig. 24. Rotation rate Ω inferred from the asymptotic approximation of Eq. 27 and 29 with $\delta_{n,1,m}$ measurements, in the F5 case. The position of the true rotation value of the model is highlighted by the dashed grey line, with the 10% error interval in grey. Rotation rate measured only with $\delta_{n,1,-1}$ and $\delta_{n,1,1}$ are represented in yellow and red, respectively, while the averaged mean of the two values is shown in blue. The error bar for each Ω measurement is also represented.

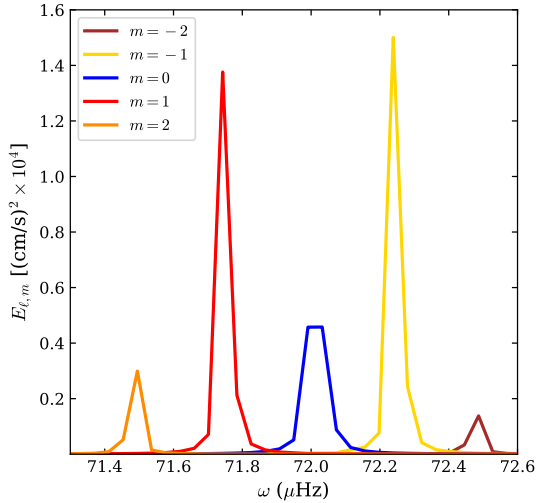


Fig. 23. Example of rotational splitting observed in the F5 case for a $\ell = 2$ mode, with the $m = -2$ shown in brown, the $m = -1$ in yellow, the $m = 0$ in blue, the $m = 1$ in red, and the $m = 2$ in orange.

the m -component frequency decreases as m increase. In order to measure the rotational splittings in the simulation, we use the

mode frequencies measured in Sect 4.4 for $\ell = 1$ modes. For each fitted component m , we take the Lorentzian central frequency as the m component frequency and we use Eq. 27 and 29 to compute the corresponding Ω value. Figure 24 shows the result of this analysis. We show the value inferred by using the $m = -1$ or the $m = 1$ alone, along with the value inferred by considering the averaged mean of the two measurements. We are able to fit almost every order with period P below 1800 min. The one for which we do not provide a measurement are those who are close to a node ridge at this depth of the simulation and, therefore, we have therefore very low amplitude in the considered power spectrum. In most of the cases, the uncertainties over the frequency we measure are significantly below the 10% interval around Ω_0 . As we are constrained by the resolution of the time series we use, we note that the uncertainties on the inferred Ω increase as we go towards long periods (low frequencies). Obviously, the asymptotic approximation does not hold for modes of lowest orders and it is not possible to retrieve the correct rotation rate just by using the $\beta_{n\ell}$ approximation yielded by Eq. 29 with such low- n modes.

5. Mode tunneling and surface visibility

We go on to study the radial dependency of the mode amplitudes in the power spectrum. In Fig 25 and 26, we represent for F1b and F5 the radial evolution of E_ℓ for $\ell = 1$ and $\ell = 4$, respectively, and for $P < 1440$ min. The boundary between the resonant cavity and the evanescent region is represented by the white line. As expected, the power level is significantly higher in the convective envelope because of the contribution of convective motions. The location of the mode nodes draw dark ridges of low amplitudes in the spectrum. As already underlined in Sec. 4.2,

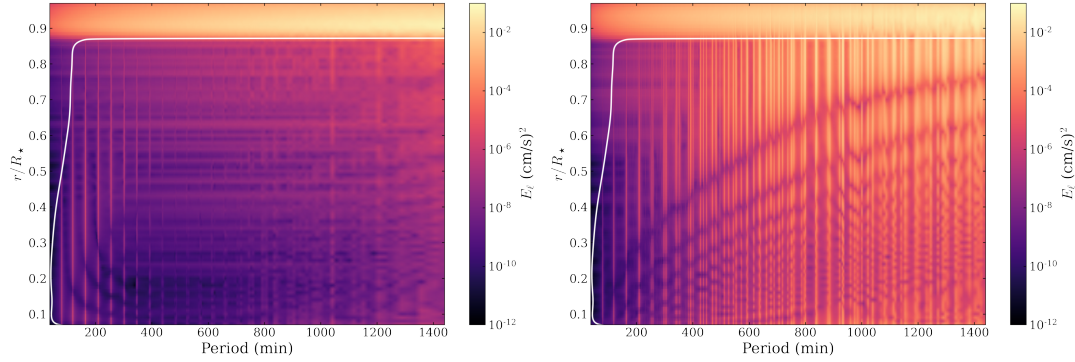


Fig. 25. Power spectrum for $\ell = 1$, E_1 , radial evolution in the F1b (left) and F5 (right) cases. In each panel, the white line represents the boundary of the mode resonant cavity. The range of radial orders visible in the figure is $1 \leq n \leq 30$.

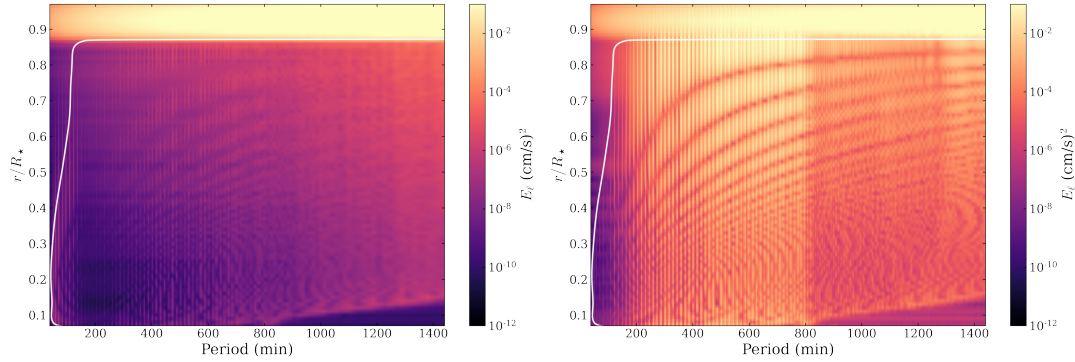


Fig. 26. Power spectrum for $\ell = 4$, E_4 , radial evolution in the F1b (left) and F5 (right) cases. In each panel, the white line represents the boundary of the mode resonant cavity. The cutoff between g modes and progressive waves is visible around 800 min. Below this cutoff, the range of visible radial orders is $1 \leq n \leq 50$

the F3 and F5 cases exhibit more power in high-period (low-frequency) modes. The splitted character of the $\ell = 1$ modes at high period (low frequency) appears for the F3 and F5 cases. As expected from Eq. 27, in the co-rotational frame, mode splittings appear less clearly for $\ell = 4$ modes. For the E_4 power spectrum, the separation between g modes and progressive waves is visible in Fig. 26 and located close to $P = 800$ min. Therefore, modes with a radial order below $n = 50$ are visible in the figure, while the range presented for the $\ell = 1$ modes in Fig. 25 covers $1 \leq n \leq 30$. As underlined in Sect. 4.2 (see Fig. 18), modes with $\ell = 4$ are particularly excited in the F5 case. The bottom right panel of Fig. 26 shows that, for $200 < P < 800$ min and above $r = 0.88 R_*$, the mode signature is clearly visible above the white line and among the convective flows contribution.

As illustrated with $\ell = 4$ modes, the F5 case presents evidence of low- and mid-degree modes tunneling through the convective zone and therefore we look for g-mode signatures in the convective velocity signal near the top of the domain, where we still have \tilde{v}_r of the order of 1.5×10^4 cm/s (see Table 10). The F5 case is the only model where clear g-mode patterns are observable in the convective envelope. Using the same periodogram method

presented in Sec. 4.4, we look for periodicity in the v_r signal at $r = 0.97 R_*$ for $1 \leq \ell \leq 10$, considering the period range 250 to 450 min. We are able to detect the g-mode signature of $\ell = 3, 4, 5, 6$, and 7 modes. This is particularly interesting for $\ell = 3$ modes which are still observable in disk-integrated observations. As an illustration, we show in Fig. 27 the Lomb-Scargle periodograms computed for $\ell = 3$ and $\ell = 5$ modes, for the F5 case. The clearest detection is the ΔP_5 , with a peak height at 7.1σ against 4.4σ for ΔP_3 , and 5.8 for ΔP_4 . We report in Table 3 the measured ΔP_ℓ and corresponding peak heights. They are compared with the asymptotic $\overline{\Delta P}_\ell$ computed with Eq. 22.

Finally, we estimate the bolometric luminosity perturbation for individual g modes. In what follows, all the considered perturbations, δL_\star , δR_\star , and δT_{eff} are related to the action of an individual mode. From the Stefan-Boltzmann law we have (e.g. Samadi et al. 2010)

$$\frac{\delta L_\star}{L_\star} = 4 \frac{\delta T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}} + 2 \frac{\delta R_\star}{R_\star}, \quad (30)$$

Table 3. Asymptotic $\overline{\Delta P}_\ell$, ΔP_ℓ measured at $r = 0.97 R_\star$ and corresponding peak heights for the F5 case.

ℓ	$\overline{\Delta P}_\ell$ (min)	ΔP_ℓ (min)	Peak height (σ)
3	19.2	18.9	4.4
4	14.9	14.3	5.8
5	12.1	11.6	7.1
6	10.3	9.8	5.2
7	8.9	8.5	5.3

and, following Townsend (2003a)

$$\frac{\delta T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}} = \nabla_{\text{ad}} \left[\frac{\ell(\ell+1)}{\bar{\omega}^2} - 4 - \bar{\omega}^2 \right], \quad (31)$$

where $\nabla_{\text{ad}} = 0.4$ is the adiabatic temperature gradient, and $\bar{\omega}^2$ is a dimensionless frequency defined as

$$\bar{\omega}^2 = \frac{\omega^2 R_\star^3}{GM_\star}. \quad (32)$$

To compute the displacement δR_\star related to a single mode, we simply consider:

$$\delta R_\star = \frac{\bar{v}_{r,\text{mode}}}{2\pi\omega}, \quad (33)$$

where $\bar{v}_{r,\text{mode}}$ is the radial rms velocity (measured in the E_ℓ power spectrum) of the considered mode.

For $\ell = 3, 4,$ and 5 , that is the degrees with the most excited individual modes, we compute the luminosity perturbation $\delta L_\star/L_\star$ as a function of $\bar{v}_{r,\text{mode}}$ for the modes with the largest amplitude at the top of the radiative zone. These three modes happen to have close eigenfrequencies, $41.5, 41.5,$ and $39.4 \mu\text{Hz}$, respectively, and correspond to $n = 19, 23,$ and 28 . We consider both the mode radial velocity at the top of the radiative zone, $r = 0.87 R_\star$, and near the top of the domain, $r = 0.97 R_\star$. The results of this analysis are represented in Fig. 28. When using the estimate at the top of the radiative zone, we find corresponding $\delta L_\star/L_\star$ of a few part-per-million (ppm) for the $\ell = 4$ and $\ell = 5$ mode. The value for the $\ell = 3$ mode is significantly smaller, close to 0.3 ppm. To maintain a propagative behaviour above the upper limit of the Brunt-Väisälä resonant cavity, gravito-inertial waves related to the modes would have to be sub-inertial (Mathis et al. 2014), which is not the case here, as for the F5 case, we have $2\Omega_\star = 4.138 \mu\text{Hz}$. Nevertheless, as their eigenfrequencies are close to $10\Omega_\star$ where the inertial contribution still has a significant influence on the wave behaviour (Fig. 22 and Mathis, private communication), it is likely that the super-inertial character of these modes increases the characteristic length of their evanescent tail in the convective envelope, compared to slower rotating case. The luminosity perturbation for mode velocities near the top of the domain are all below 1 ppm. The $\delta L_\star/L_\star$ estimated in our analysis are several orders of magnitudes below what is typically observed for unstable modes in γ Doradus stars. This underlines that the stochastic excitation of stable modes remains much less efficient than unstable mechanisms. We remind that our model has been chosen to be compatible with the existence of solar-type p-mode oscillations, but has T_{eff} and $\log g$ values that locate it close to the γ Doradus instability strip lower boundary. However, evidence were presented above that g-mode may efficiently tunnel through the convective zone and may be detected through their ΔP_ℓ signature. This leaves open the perspective to detect stochastically excited g modes and gravito-inertial modes in late F-type stars.

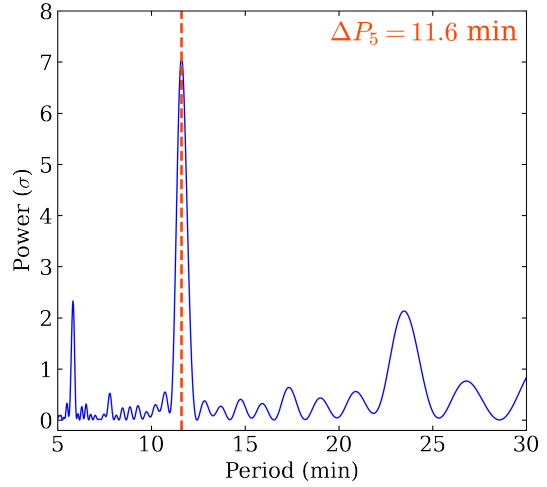
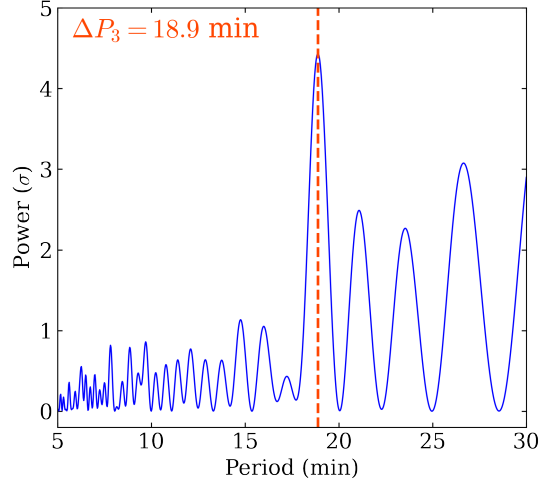


Fig. 27. Lomb-Scargle periodograms computed from $E_3(0.97R_\star, P)$ (top) and $E_5(0.97R_\star, P)$ (bottom). The periodogram is normalised with its standard deviation σ and the obtained ΔP_3 value is shown by a vertical dashed red line.

6. Discussion and conclusion

In this work, we presented and studied the first deep-shell 3D simulation of IGWs excited in the radiative interior of a F-type solar-type star by convective motions. We considered a $1.3 M_\odot$ model for which we ran simulations at $1, 3,$ and $5 \Omega_\odot$, which are rotation rates representative of F-type stars surface rotation rates observed by *Kepler* (see Fig. 4). We described the effect of rotation on the convective structure and on the differential rotation regime in the convective zone. The properties of the stochastically excited IGWs were extensively studied. In particular, we showed that the excitation rate of low-frequency waves was significantly higher for fast rotating cases. We compared the eigenfrequencies of the modes in the simulations with the result of computations performed with the 1D oscillation code GYRE and we found a good agreement between the two approaches. We verified that

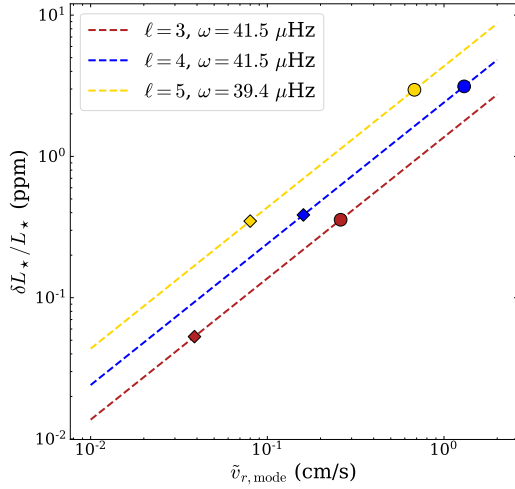


Fig. 28. Luminosity perturbation estimation as a function of v_r for a $\ell = 3$ mode at $41.5 \mu\text{Hz}$ (red), a $\ell = 4$ mode at $41.5 \mu\text{Hz}$ (blue), and a $\ell = 5$ mode at $39.4 \mu\text{Hz}$ (yellow). The diamonds correspond to the radial velocity we measure in the F5 case at $r = 0.87 R_\star$ and the dots to the same quantity at $r = 0.97 R_\star$.

the internal rotation rate could be inferred from rotational splittings in the asymptotic regime. Taking advantage of the regular period spacing of g modes, we computed the Lomb-Scargle periodograms of the power spectra to detect this periodicity and we compared the measured values with asymptotic predictions. Studying the period-spacing evolution at long periods in the F5 case, we were also able to observe the effect of the Coriolis force on the behaviour of high-order modes. Finally, we tried to quantify the possibility of observing g-mode signatures in actual F-type solar-type pulsators. We showed (see Fig. 27 and Table 3) that for intermediate degrees $\ell = 3, 4, 5, 6$, and 7 , the mode signature could still be detected near the top of the simulation domain. As highlighted by Fig. 28, the most efficiently excited modes have a surface velocity of $\sim 10^{-1}$ cm/s, corresponding to a bolometric luminosity perturbation of $\sim 10^{-1}$ ppm, for the frequency range of these modes ($\sim 40 \mu\text{Hz}$). It should be underlined that these values are much larger than what was observed in the solar models from A14, where the maximal surface velocity (obtained with the most turbulent model) was $\sim 1 \times 10^{-6}$ cm/s. Near the top of the radiative zone (before tunneling through the evanescent region), we measure some mode velocities above 1 cm/s in the F5 case, corresponding to a luminosity perturbation of ~ 3 ppm. In the F1a and F1b cases, considering the most excited modes, we find near the top of the radiative zone typical velocities of $\sim 1 \times 10^{-3}$ cm/s which is more than one order of magnitude higher than the maximal value observed by A14 near the tachocline ($\sim 5 \times 10^{-5}$ cm/s). These differences between the solar model and our F-type star models at $1 \Omega_\odot$ (F1a and F1b) can be explained by considering that the power injection from convection to the waves find a kinetic energy flux proportional to $\rho_b v_b^4$ (see e.g. Press 1981; Pinçon et al. 2016) where ρ_b is the density at the base of the convective zone and v_b is a characteristic velocity at the base of the convective zone. For a given rotation rate, we therefore expect the rms velocity of the modes,

\tilde{v}_{mode} to be subject to the following scaling formula:

$$\tilde{v}_{\text{mode}} \propto \left(\frac{\rho_b v_b^4}{\rho_{b,\odot} v_{b,\odot}^4} \right)^{1/2}, \quad (34)$$

where the \odot index denotes the solar values. By comparing F1a and F1b with the solar model from A14, we find on one hand that convective motions at the bottom of the convective zone are significantly faster for our F-type model, by a factor of approximately 20 for the rms velocity, and 10 for the maximal velocity of the downward flows. On the other hand, the density at the interface is ~ 100 times lower in the F-type case, thus meaning that the rms velocity of the modes should be ~ 10 to 40 times larger, which is roughly consistent with what we see in the simulations. This considered, we therefore strongly advocate for the realisation of dedicated parametric studies of plume properties at the interface between the convective envelope and the radiative zone, including the effect of rotation. Such simulations would help to constrain the analytic models of IGWs excitation by convection, and would allow predicting the mode surface amplitude for a large range of models. Indeed, the inclusion of rotation in our work shows that a parameterisation from 3D simulations of the form:

$$\tilde{v}_{\text{mode}} \propto \left(\frac{\rho_b v_b^4}{\rho_{b,\odot} v_{b,\odot}^4} \right)^{1/2} \left(\frac{Ro}{Ro_\odot} \right)^a, \quad (35)$$

with a an unknown scaling parameter, could be compared with the theoretical predictions from Augustson et al. (2020) and would prove extremely useful for future studies of IGWs in rotating stars.

We underline that some caveat must be kept in mind when considering these simulations. Due to the numerical constraints, we remind that the fluid regimes that are considered here are far from the actual regime in stellar interiors. The convective envelopes are in reality significantly more turbulent than what is currently achieved in any 2D or 3D simulation. In order to model a radiative zone as realistic as possible, we took κ and ν values that are five and four orders of magnitudes lower to the values used in the convective zone. In actual stellar interiors with Pr thought to be comprised between 1×10^{-5} and 1×10^{-9} (e.g. Garaud 2021), radiative diffusion dominates the damping of the waves as they travel through the radiative regions, in a quasi-adiabatic regime (Zahn et al. 1997), which should allow modes to form below a much lower frequency cutoff than observed in our simulations. The \tilde{v}_r values in the convective zone are constrained by L_\star . Therefore, it is mainly the profile of the power transfer function from convection to the wave and the ability of the waves to propagate through the radiative interior to form standing modes that will determine the shape of the g-mode power spectrum.

This work opens some observational perspectives for F-type solar-type-pulsating stars. For our fastest rotating case, F5, we were able to detect the signature of $\ell = 3$ modes at the top of the domain, a spherical harmonic degree which is still accessible to observations from disk-integrated instruments like the *Kepler* satellite, the Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS, Ricker et al. 2015), or the PLANetary Transits and Oscillations of stars (PLATO, Rauer et al. 2014) satellite. For targets bright enough to consider this type of follow-up, ground observations with échelle spectrograph as the ones from the Stellar Observations Network Group (SONG, Grundahl et al. 2007) could also be of great interest in the perspective of improving the characterisation of low-frequency regions of the brightest main-sequence F-type

stars with solar-type oscillations observed by *Kepler*. As our simulations show that $\ell = 4, 5, 6$, and 7 modes are also particularly excited, long-term observations of some F-type stars from the *Kepler* LEGACY sample (Lund et al. 2017; Silva Aguirre et al. 2017), with a stellar imager instrument dedicated to asteroseismology represent an interesting perspective (e.g. Christensen-Dalsgaard et al. 2011). The estimated luminosity perturbations induced by an individual mode remains small (below 1 ppm) from what we compute with the mode velocity near the top of the domain, especially with the fact that we deal with modes laying in frequency regions where the power contribution from the convective signal is important. However, this suggests that modes excited by a more efficient mechanism like tidal forcing (e.g. Fuller 2017) could reach the surface with an amplitude large enough to be detectable in these stars. In the future, we plan to include the convective core in the simulated domain in order to study the behaviour of IGWs excited simultaneously at the internal and the external interfaces of the radiative zone. The convective motions inside the core are also susceptible to play a significant role from a magneto-hydrodynamic point of view. Indeed, in this work, we did not take the effect of the magnetic field into account. Lecoanet et al. (2022) recently showed that high-order g modes can be suppressed through the action of a strong internal magnetic field generated by convective motions in the core.

Acknowledgements. The authors thank the referee for useful comments that helped improve the paper. S.N.B., A.S.B and R.A.G acknowledge the support from PLATO CNES grant. S.N.B. and A.S.B acknowledge the support from Solar Orbiter CNES grant and financial support by ERC Whole Sun Synergy grant #810218. S.N.B and R.A.G acknowledge the support from GOLF CNES grant. S.N.B reserves a special acknowledgment to L. Amard for his precious knowledge in stellar structure and evolution and is also grateful to Q. Noraz and A. Strugarek for advice relative to the ASH code and its outputs. He also thanks F. Grundahl for insights concerning the capabilities of the SONG telescopes. Finally, the authors thank K. Augustson, M. Delorme, A. Le Saux, S. Mathis, and C. Pinçon for fruitful discussions.

Software: ASH (Clune et al. 1999; Brun et al. 2004), Python (Van Rossum & Drake 2009), numpy (Oliphant 2006; Harris et al. 2020), matplotlib (Hunter 2007), scipy (Virtanen et al. 2020), emcee (Foreman-Mackey et al. 2013).

References

- Aerts, C., Augustson, K., Mathis, S., et al. 2021, *A&A*, 656, A121
 Ahuir, J., Strugarek, A., Brun, A. S., & Mathis, S. 2021, *A&A*, 650, A126
 Alvan, L., Brun, A. S., & Mathis, S. 2014, *A&A*, 565, A42
 Alvan, L., Strugarek, A., Brun, A. S., Mathis, S., & Garcia, R. A. 2015, *A&A*, 581, A112
 Amard, L., Palacios, A., Charbonnel, C., et al. 2019, *A&A*, 631, A77
 André, Q. 2019, PhD thesis
 Appourchaux, T. & Pallé, P. L. 2013, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 478, *Fifty Years of Seismology of the Sun and Stars*, ed. K. Jain, S. C. Tripathy, F. Hill, J. W. Leibacher, & A. A. Pevtsov, 125
 Augustson, K. C., Brown, B. P., Brun, A. S., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2012, *ApJ*, 756, 169
 Augustson, K. C., Brun, A. S., & Toomre, J. 2013, *ApJ*, 777, 153
 Augustson, K. C., Brun, A. S., & Toomre, J. 2016, *ApJ*, 829, 92
 Augustson, K. C., Mathis, S., & Astoul, A. 2020, *ApJ*, 903, 90
 Belkacem, K., Samadi, R., Goupil, M. J., et al. 2009, *A&A*, 494, 191
 Berger, T. A., Huber, D., van Saders, J. L., et al. 2020, *AJ*, 159, 280
 Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al. 2010, *Science*, 327, 977
 Bowman, D. M. 2020, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 7, 70
 Braginsky, S. I. & Roberts, P. H. 1995, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 79, 1
 Brown, B. P., Vasil, G. M., & Zweibel, E. G. 2012, *ApJ*, 756, 109
 Browning, M. K., Brun, A. S., & Toomre, J. 2004, *ApJ*, 601, 512
 Brummell, N. H., Clune, T. L., & Toomre, J. 2002, *ApJ*, 570, 825
 Brun, A. S., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2004, *ApJ*, 614, 1073
 Brun, A. S., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2011, *ApJ*, 742, 79
 Brun, A. S., Strugarek, A., Noraz, Q., et al. 2022, *ApJ*, 926, 21
 Brun, A. S., Strugarek, A., Varela, J., et al. 2017, *ApJ*, 836, 192
 Busse, F. H. 1970, *Journal of Fluid Mechanics*, 44, 441
 Chandrasekhar, S. 1961, *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*
 Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2011, *Science*, 332, 213
 Christensen-Dalsgaard, J. 2008, *Lecture Notes on Stellar Oscillations*, fifth edition
 Christensen-Dalsgaard, J., Carpenter, K. G., Schrijver, C. J., Karovska, M., & Si Team. 2011, in *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 271, *GONG-SoHO 24: A New Era of Seismology of the Sun and Solar-Like Stars*, 012085
 Clune, T., Elliott, J., Miesch, M., Toomre, J., & Glatzmaier, G. 1999, *Parallel Computing*, 25, 361
 Corsaro, E., Bonanno, A., Mathur, S., et al. 2021, *A&A*, 652, L2
 Dhoubi, H., Mathis, S., Bugnet, L., Van Reeth, T., & Aerts, C. 2022, *A&A*, 661, A133
 Dhoubi, H., Prat, V., Van Reeth, T., & Mathis, S. 2021a, *A&A*, 652, A154
 Dhoubi, H., Prat, V., Van Reeth, T., & Mathis, S. 2021b, *A&A*, 656, A122
 Dupret, M. A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., & Scuflaire, R. 2005, *A&A*, 435, 927
 Edelmann, P. V. F., Ratnasingam, R. P., Pedersen, M. G., et al. 2019, *ApJ*, 876, 4
 Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., & Goodman, J. 2013, *PASP*, 125, 306
 Fuller, J. 2017, *MNRAS*, 472, 1538
 Garaud, P. 2021, *Physical Review Fluids*, 6, 030501
 García, R. A., Turck-Chièze, S., Jiménez-Reyes, S. J., et al. 2007, *Science*, 316, 1591
 Garcia Lopez, R. J. & Spruit, H. C. 1991, *ApJ*, 377, 268
 Gastine, T., Yadav, R. K., Morin, J., Reiners, A., & Wicht, J. 2014, *MNRAS*, 438, L76
 Gilman, P. A. & Glatzmaier, G. A. 1981, *ApJS*, 45, 335
 Glatzmaier, G. A. 1984, *Journal of Computational Physics*, 55, 461
 Goldreich, P. & Kumar, P. 1990, *ApJ*, 363, 694
 Goldstein, J. & Townsend, R. H. D. 2020, *ApJ*, 899, 116
 Gough, D. O. 1993, in *Astrophysical Fluid Dynamics - Les Houches 1987*, 399–560
 Grundahl, F., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Arentoft, T., & Frandsen, S. 2007, *Communications in Asteroseismology*, 150, 300
 Guerrero, G., Zaire, B., Smolarkiewicz, P. K., et al. 2019, *ApJ*, 880, 6
 Guzik, J. A., Kaye, A. B., Bradley, P. A., Cox, A. N., & Neuforge, C. 2000, *ApJ*, 542, L57
 Hanasoge, S., Gizon, L., & Sreenivasan, K. R. 2016, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 48, 191
 Hanasoge, S. M., Duvall, T. L., & Sreenivasan, K. R. 2012, *Proceedings of the National Academy of Science*, 109, 11928
 Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., et al. 2020, *Nature*, 585, 357–362
 Hotta, H. & Kusano, K. 2021, *Nature Astronomy*, 5, 1100
 Hunter, J. D. 2007, *Computing in Science Engineering*, 9, 90
 Hurlburt, N. E., Toomre, J., & Massaguer, J. M. 1986, *ApJ*, 311, 563
 Jones, C. A., Kuzanyan, K. M., & Mitchell, R. H. 2009, *Journal of Fluid Mechanics*, 634, 291
 Kippenhahn, R., Weigert, A., & Weiss, A. 2012, *Stellar Structure and Evolution*
 Lantz, S. R. 1992, PhD thesis, Cornell University, United States
 Le Saux, A., Guillet, T., Baraffe, I., et al. 2022, *A&A*, 660, A51
 Lecoanet, D., Bowman, D. M., & Van Reeth, T. 2022, *MNRAS*, 512, L16
 Lecoanet, D., Le Bars, M., Burns, K. J., et al. 2015, *Phys. Rev. E*, 91, 063016
 Lecoanet, D. & Quataert, E. 2013, *MNRAS*, 430, 2363
 Lee, U. & Saio, H. 1997, *ApJ*, 491, 839
 Li, G., Van Reeth, T., Bedding, T. R., et al. 2020, *MNRAS*, 491, 3586
 Lomb, N. R. 1976, *Ap&SS*, 39, 447
 Lund, M. N., Silva Aguirre, V., Davies, G. R., et al. 2017, *ApJ*, 835, 172
 Maeder, A. 2009, *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*
 Mathis, S., Neiner, C., & Tran Minh, N. 2014, *A&A*, 565, A47
 Mathur, S., García, R. A., Breton, S., et al. 2022, *A&A*, 657, A31
 Miesch, M. S., Elliott, J. R., Toomre, J., et al. 2000, *ApJ*, 532, 593
 Moravveji, E., Moya, A., & Guinan, E. F. 2012, *ApJ*, 749, 74
 Neiner, C., Floquet, M., Samadi, R., et al. 2012, *A&A*, 546, A47
 Neiner, C., Lee, U., Mathis, S., et al. 2020, *A&A*, 644, A9
 Noyes, R. W., Hartmann, L. W., Baliunas, S. L., Duncan, D. K., & Vaughan, A. H. 1984, *ApJ*, 279, 763
 Oliphant, T. 2006, *NumPy: A guide to NumPy, USA: Trelgol Publishing*
 Ouazzani, R. M., Lignières, F., Dupret, M. A., et al. 2020, *A&A*, 640, A49
 Ouazzani, R. M., Marques, J. P., Goupil, M. J., et al. 2019, *A&A*, 626, A121
 Ouazzani, R.-M., Salmon, S. J. A. J., Antoci, V., et al. 2017, *MNRAS*, 465, 2294
 Pápics, P. I., Tkachenko, A., Van Reeth, T., et al. 2017, *A&A*, 598, A74
 Paxton, B., Bildsten, L., Dotter, A., et al. 2011, *ApJS*, 192, 3
 Paxton, B., Cantiello, M., Arras, P., et al. 2013, *ApJS*, 208, 4
 Paxton, B., Marchant, P., Schwab, J., et al. 2015, *ApJS*, 220, 15
 Paxton, B., Schwab, J., Bauer, E. B., et al. 2018, *ApJS*, 234, 34
 Paxton, B., Smolec, R., Schwab, J., et al. 2019, *ApJS*, 243, 10
 Pedersen, M. G., Aerts, C., Pápics, P. I., et al. 2021, *Nature Astronomy*, 5, 715

- Perrard, S., Le Bars, M., & Le Gal, P. 2013, Experimental and Numerical Investigation of Internal Gravity Waves Excited by Turbulent Penetrative Convection in Water Around Its Density Maximum, ed. M. Goupil, K. Belkacem, C. Neiner, F. Lignières, & J. J. Green, Vol. 865, 239
- Pingon, C., Belkacem, K., & Goupil, M. J. 2016, A&A, 588, A122
- Prat, V., Mathis, S., Buysschaert, B., et al. 2019, A&A, 627, A64
- Prat, V., Mathis, S., Neiner, C., et al. 2020, A&A, 636, A100
- Pratt, J., Baraffe, I., Goffrey, T., et al. 2017, A&A, 604, A125
- Press, W. H. 1981, ApJ, 245, 286
- Provost, J. & Berthomieu, G. 1986, A&A, 165, 218
- Provost, J., Berthomieu, G., & Morel, P. 2000, A&A, 353, 775
- Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al. 2014, Experimental Astronomy, 38, 249
- Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 1, 014003
- Rogers, T. M. & Glatzmaier, G. A. 2005, ApJ, 620, 432
- Rogers, T. M., Lin, D. N. C., McElwaine, J. N., & Lau, H. H. B. 2013, ApJ, 772, 21
- Samadi, R., Belkacem, K., Goupil, M. J., et al. 2010, Ap&SS, 328, 253
- Santos, A. R. G., Breton, S. N., Mathur, S., & García, R. A. 2021, ApJS, 255, 17
- Scargle, J. D. 1982, ApJ, 263, 835
- Silva Aguirre, V., Lund, M. N., Antia, H. M., et al. 2017, ApJ, 835, 173
- Szewczuk, W., Walczak, P., & Daszyńska-Daszkiewicz, J. 2021, MNRAS, 503, 5894
- Takehiro, S.-i., Brun, A. S., & Yamada, M. 2020, ApJ, 893, 83
- Talon, S. & Charbonnel, C. 2003, A&A, 405, 1025
- Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469
- Townsend, R. H. D. 2003a, MNRAS, 343, 125
- Townsend, R. H. D. 2003b, MNRAS, 340, 1020
- Townsend, R. H. D., Goldstein, J., & Zweibel, E. G. 2018, MNRAS, 475, 879
- Townsend, R. H. D. & Teitler, S. A. 2013, MNRAS, 435, 3406
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, Nonradial oscillations of stars
- Van Reeth, T., Tkachenko, A., & Aerts, C. 2016, A&A, 593, A120
- Van Reeth, T., Tkachenko, A., Aerts, C., et al. 2015, ApJS, 218, 27
- Van Rossum, G. & Drake, F. L. 2009, Python 3 Reference Manual (Scotts Valley, CA: CreateSpace)
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., et al. 2020, Nature Methods, 17, 261
- Warnecke, J. & Käpylä, M. J. 2020, A&A, 642, A66
- Zahn, J. P. 1991, A&A, 252, 179
- Zahn, J. P. 1992, A&A, 265, 115
- Zahn, J. P., Talon, S., & Matias, J. 1997, A&A, 322, 320

Appendix A: Spherical harmonic expansion and power spectrum computation

This section provides some practical details on the techniques we used to obtain the power spectra E_ℓ . In practice, we only compute the development for $m \geq 0$. We then consider the Fourier transform $\hat{v}_r(r, \ell, m, \omega)$ of the complex quantity $v_r(r, \ell, m, t)$, with $-\omega_N < \omega < \omega_N$. From the spherical harmonic properties, we have $\hat{v}_r(r, \ell, -m, \omega) = \hat{v}_r(r, \ell, m, -\omega)$. The power contribution of the retrograde modes, $m < 0$, therefore lies in $-\omega_N < \omega < 0$. The power contribution of the prograde modes, $m > 0$ is in $0 < \omega < \omega_N$. The power contribution of a zonal mode, $m = 0$, at frequency ω , is split between ω and $-\omega$. For $\omega \geq 0$, the power in each ℓ, m component is:

$$\begin{cases} E_{\ell,m}(r, \omega) = |\hat{v}_r(r, \ell, m, \omega)|^2 ; & m > 0, \\ E_{\ell,m}(r, \omega) = |\hat{v}_r(r, \ell, -m, -\omega)|^2 ; & m < 0, \\ E_{\ell,0}(r, \omega) = |\hat{v}_r(r, \ell, 0, \omega)|^2 + |\hat{v}_r(r, \ell, 0, -\omega)|^2 . \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

To compute the power spectrum $E_\ell(r, \ell, \omega)$ and restrict the domain to the positive frequencies $\omega \geq 0$, we consider for each degree ℓ

$$E_\ell(r, \omega) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} E_{\ell,m}(r, \omega) ; \omega \geq 0 . \quad (\text{A.2})$$

CHAPITRE 7

Modes g et phénomènes de basse fréquence dans les étoiles de type F

Sommaire

7.1	Introduction	278
7.2	À la recherche de modes g stochastiques dans les étoiles de type F	279
7.2.1	Une feuille de route pour la recherche	279
7.2.2	Sélection d'un échantillon d'étoiles de type F	279
7.2.3	Des signatures possibles de modes g ?	283
7.2.4	Données considérées	283
7.2.5	Analyse du background	285
7.2.6	Analyse des spectres S/N	286
7.3	Des compagnons non transitants ?	294
7.3.1	Influence d'un compagnon sur le signal photométrique et perspectives sismiques	296
7.3.2	Modulations photométriques	297
7.3.3	Analyse sismique et angle d'inclinaison stellaire	298
7.3.4	Observations en vitesse radiale et potentiel pour la caractérisation	299
7.4	Conclusion	300



7.1 Introduction

Les résultats obtenus dans le chapitre précédent suggèrent que les étoiles de type F en rotation rapide sont des candidats favorisés dans la perspective de détecter des modes g à la surface d'étoiles exhibant des oscillations acoustiques de type solaire. Dans des étoiles plus massives, des modes gravito-inertiels excités par mécanisme stochastique (via le coeur convectif) ont été détectés et étudiés par Neiner et al. (2012, 2020). Comme on le sait à cause des propriétés d'évanescence des modes g en zone convective, la question de l'injection de puissance limitée dans les modes via la convection (comparé au cas des modes instables) se double de la problématique de la perte d'amplitude des modes à travers la zone convective. Ceci a été illustré notamment dans la Section 6.6.6 lorsque l'on s'est penché sur la visibilité des modes g au sommet du domaine dans nos simulations 3D réalisées avec le code ASH.

Il est possible que la détectabilité des modes g dans les étoiles qui nous intéressent dépende d'un fragile équilibre de conditions favorables entre taux d'excitation, évanescence dans la zone convective, rotation et propriétés turbulentes de la convection. En dessous d'une certaine gamme de fréquence, les ondes sont par exemple susceptibles d'être "balayées" à cause du régime turbulent du fluide à travers lequel elles se propagent (Clark di Leoni et al., 2014). Autrement dit, si la fréquence caractéristique d'une onde est trop proche de la fréquence caractéristique de la turbulence, onde et turbulence vont interagir et l'onde va perdre son identité; les ondes acoustiques grâce à leurs hautes fréquences ne subissent pas ce phénomène¹. La rotation joue cependant en faveur de la survie des ondes à travers la région évanescence, d'une part en augmentant le taux d'énergie injecté par la convection turbulente dans les ondes gravito-inertielles (voir Augustson et al., 2020, et la comparaison entre les modèles dans le chapitre précédent), d'autre part parce qu'elle favorise le *tunneling* des ondes à travers l'enveloppe convective et minimise les conséquences du "balayage" par la turbulence (Mathis et al., en préparation). On se souviendra cependant que, du point de vue photométrique, les étoiles en rotation rapide présentent d'importantes modulations dans les régions fréquentielles où l'on espère détecter les modes, ce qui pose un évident problème observationnel.

Malgré tout, le plus grand intérêt devrait être apporté à la prise en compte de tout mécanisme capable d'augmenter le taux d'excitation des modes ou de diminuer leur évanescence dans l'enveloppe convective. En plus de l'action de la convection, l'unique autre mécanisme a priori en mesure d'exciter des ondes de gravité dans l'intérieur radiatif d'une étoile de type solaire est l'interaction avec le potentiel de marée généré par un compagnon proche (voir par exemple Fuller, 2017; Ahuir et al., 2021a). Parmi les étoiles de type F exhibant des oscillations de type solaire, celles possédant un compagnon proche (binaire, naine brune ou planète), devraient donc être examinées avec une attention toute particulière.

Cet ultime chapitre, plus prospectif que les précédents, décrit donc des possibilités observationnelles encore non explorées pour les étoiles de type F présentant des oscillations de type solaire. J'y explore en particulier la perspective de détecter une signature reliée à la manifestation des modes g dans les courbes de lumière acquises par la mission *Kepler*. Dans la Section 7.2, en sélectionnant un échantillon d'étoiles d'intérêt, j'essaie de caractériser la possibilité de rechercher directement la signature des modes g dans la modulation photométrique des courbes de lumière *Kepler*. Cette analyse me conduit à m'intéresser plus particulièrement à deux étoiles présentant des pics de grande amplitude à basse fréquence, correspondant à un signal très stable dans le temps, que nous avons pu

1. Une remarque annexe est que la caractérisation des modes inertiels solaires (Löptien et al., 2018; Gizon et al., 2021) devrait permettre de caractériser précisément ce phénomène dans les prochaines années, ces modes ayant des fréquences propres proches des fréquences caractéristiques de la turbulence convective.



attribuer à la présence d'un compagnon non transitant. Dans le cas des deux étoiles considérées, ce signal pourrait être, au moins partiellement, attribué à la contribution de modes g excités par l'interaction de marée dynamique avec le compagnon. Cette perspective est très intéressante, car, quel que soit le mécanisme d'excitation, les modes g sont sensibles aux propriétés des couches radiatives les plus internes de l'étoile. Après avoir discuté l'influence potentielle de la présence d'un compagnon sur les propriétés sismiques d'une étoile de type solaire, je présente donc dans la Section 7.3 les premiers résultats concernant la détection de compagnons non transitants autour d'étoiles de type F exhibant des pulsations acoustiques stochastiques.

7.2 À la recherche de modes g stochastiques dans les étoiles de type F

Dans cette section, je présente une stratégie de détection directe des modes g dans les courbes de lumière d'une population d'étoiles de type F observées par *Kepler*. Certaines étapes de cette stratégie sont présentées ici à l'état d'ébauche tandis que d'autres demeurent à réaliser dans le futur.

7.2.1 Une feuille de route pour la recherche

Le travail présenté dans cet section étant prospectif, il est intéressant de définir une feuille de route afin d'articuler sélection d'étoiles d'intérêt, analyse des données observationnelles correspondantes et comparaison avec les simulations 3D du Chapitre 6. Cette feuille de route est schématisée par le diagramme de la Figure 7.1. Un des principaux résultats obtenus avec les simulations est la mise en évidence du rôle clef de la rotation dans l'excitation des modes g. C'est donc un facteur qu'il faudra considérer lors de la sélection de l'échantillon de travail. Une fois cet échantillon sélectionné, il est d'abord nécessaire de mettre en oeuvre des méthodes statistiques pour chercher dans les régions de basse fréquence de chacune des PSD. Une approche sous forme d'analyse d'ensemble homogène de l'échantillon sélectionné est proposée et discutée dans la suite de cette section. Enfin, dans un second temps, il est nécessaire de procéder à une tentative de caractérisation plus détaillée pour chacune des étoiles. Il est intéressant d'envisager cette approche en regard avec les simulations 3D, afin de caractériser les similitudes et les différences existant entre les données simulées et les données réelles. En particulier, si les observations le permettent, il sera intéressant de comparer les gammes de fréquences excitées et les degrés ℓ observés. Cependant, cette étape, qui demande une analyse méticuleuse et individualisée pour chaque étoile, n'est pas réalisée dans le cadre du travail présenté dans ce manuscrit, mais le sera dans un futur proche.

7.2.2 Sélection d'un échantillon d'étoiles de type F

La première étape consiste donc à sélectionner un échantillon d'étoiles intéressantes pour l'étude que nous comptons mener. Du fait de leur basse fréquence, les modes g peuvent être cherchés dans les données *long cadence* de *Kepler*, ce qui permettrait en principe de considérer l'ensemble des ~ 32000 étoiles de type F analysées par Santos et al. (2021) (voir le Chapitre 3). Nous choisissons cependant ici de nous restreindre aux étoiles pour lesquelles il existe également des données *short cadence*. En utilisant les données acquises en mode *short cadence* par *Kepler*, il est en effet possible de sélectionner un échantillon d'étoiles présentant des oscillations acoustiques excitées par mécanisme

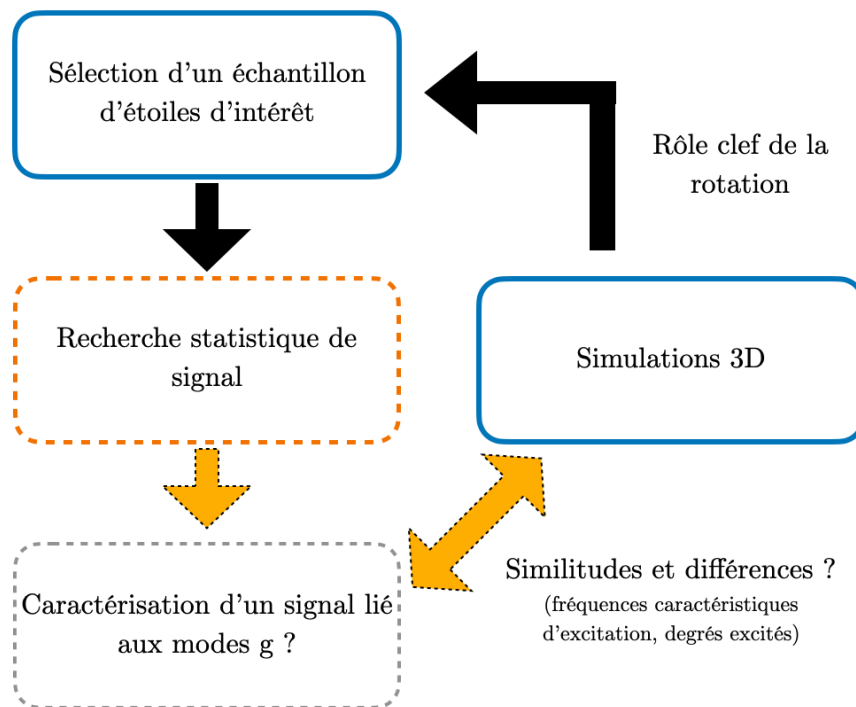


FIGURE 7.1 – Diagramme schématisant la méthode mise en oeuvre pour rechercher les modes g dans les étoiles de type F . Les encadrés bleus correspondent aux étapes finalisées dans ce manuscrit. Pour l’encadré en tirets jaunes, une première approche est proposée dans ce chapitre tandis que l’encadré en gris reste à réaliser dans le futur.

stochastique, une donnée permettant de caractériser avec beaucoup plus de précision les paramètres globaux des cibles que nous souhaitons étudier.

Les étoiles que nous considérons sont issues de Mathur et al. (2014a), Lund et al. (2017) et Hall et al. (2021). Parmi ces trois catalogues, nous considérons les étoiles qui vérifient $T_{\text{eff}} > 6200$ K et $\log g > 3.9$, en utilisant comme référence les valeurs de la *Data Release 25* de *Kepler* (DR25, Mathur et al., 2017). Quand elles sont disponibles, nous privilégions la valeur de T_{eff} fournie par Lund et al. (2017) ainsi que la valeur de $\log g$ donnée par le code d’évolution ASTFIT (Christensen-Dalsgaard, 2008a,b) et répertoriée dans Silva Aguirre et al. (2017). On soulignera que les paramètres stellaires considérés ne sont pas obtenus de manière homogène pour les étoiles sélectionnées, ce qui explique la présence de différents ordres de grandeur dans l’incertitude sur certains paramètres, notamment le $\log g$. En particulier, les incertitudes sur $\log g$ obtenues via le code ASTFIT sont extrêmement réduites, de l’ordre de 1×10^{-3} , il faudra donc garder en tête que ce sont avant tout des incertitudes formelles liées aux hypothèses et aux ingrédients physiques des modèles 1D utilisés dans ASTFIT (autrement dit, on peut considérer que les valeurs que nous fournit ASTFIT sont *précises* à défaut d’avoir la certitude qu’elles sont *exactes*).

Il faut aussi préciser que dans ce chapitre nous allons considérer à la fois les périodes de rotation

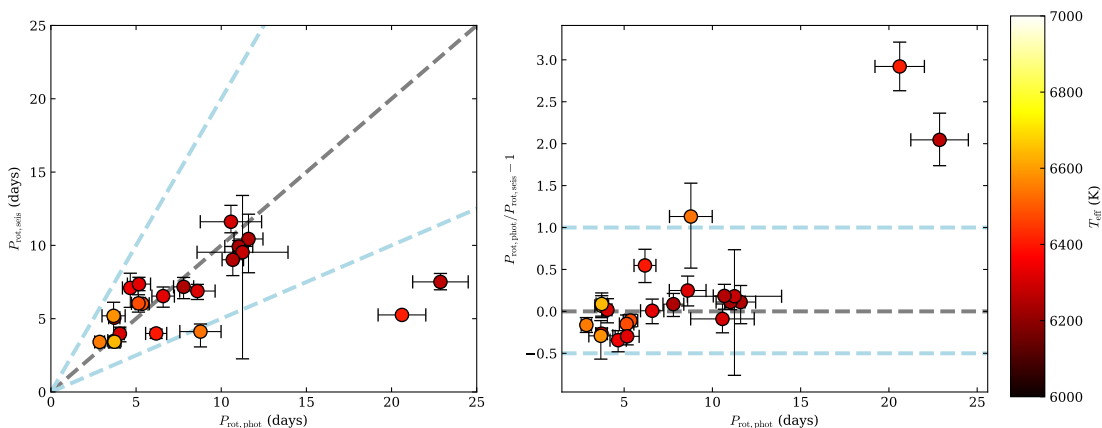


FIGURE 7.2 – Comparaison entre les périodes de rotation photométriques du catalogue S19-21, $P_{\text{rot,phot}}$, et celles obtenues par Hall et al. (2021) grâce à la mesure des splittings rotationnels, $P_{\text{rot,seis}}$, pour les étoiles pour lesquelles les deux mesures sont disponibles. La température effective T_{eff} est indiquée en couleur pour chaque étoile. Les incertitudes sur $P_{\text{rot,phot}}$, $P_{\text{rot,seis}}$ et $P_{\text{rot,phot}}/P_{\text{rot,seis}} - 1$ sont indiquées, ainsi que les lignes correspondant à $P_{\text{rot,phot}}/P_{\text{rot,seis}} = 0.5$ (tirets bleu clair), 1 (tirets gris) et 2 (tirets bleu clair).

photométrique du catalogue S19-21 et les périodes de rotation obtenues par Hall et al. (2021) grâce à l’analyse des splittings rotationnels dans les modes p des étoiles considérées. Les premières seront donc dénotées $P_{\text{rot,phot}}$ et les secondes $P_{\text{rot,seis}}$. Le seuil que nous choisissons pour $\log g$ est relativement arbitraire : il nous assure que la majorité des cibles sélectionnées sont encore en séquence principale ; cependant les cibles avec les plus faibles valeurs de $\log g$ sont susceptibles d’être déjà en phase sous-géante.

Les propriétés des étoiles sélectionnées sont récapitulées dans la Table 7.1. La masse moyenne des étoiles de l’échantillon est $1.33 M_{\odot}$, la température effective moyenne est 6396 K. Lorsqu’elles ont été modélisées par Silva Aguirre et al. (2017), je précise la valeur obtenue avec le code AST-FIT (Christensen-Dalsgaard, 2008a,b) pour R_{CZ} , le rayon à la base de la zone convective. Une proportion importante des étoiles considérées possède une enveloppe convective inférieure à 15% de leur rayon total. Malgré la présence de nombreux rotateurs rapides ($P_{\text{rot}} < 5$ jours), toutes les étoiles considérées dans l’échantillon paraissent relativement peu actives du point de vue de leur valeur de S_{ph} (voir le Chapitre 4, on rappelle qu’on a $S_{\text{ph}} \approx 500$ ppm aux maximums d’activité solaire et $S_{\text{ph}} \approx 100$ ppm aux minimums). Comme lorsque l’on s’est intéressé au Kraft break dans la Section 4.2.2, on peut distinguer ici un groupe de rotateurs faiblement actifs ($S_{\text{ph}} < 100$ ppm) et un groupe de rotateurs modérément actifs ($S_{\text{ph}} > 100$ ppm). On se souviendra toutefois que le S_{ph} est une limite inférieure par rapport au niveau d’activité réelle de l’étoile, la valeur mesurée pour le S_{ph} dépendant de son angle d’inclinaison et de son cycle d’activité magnétique (voir le Chapitre 4). Dans la Figure 7.2, on compare les valeurs de $P_{\text{rot,phot}}$ et $P_{\text{rot,seis}}$ pour les étoiles pour lesquelles les deux valeurs sont disponibles. Pour ces 22 étoiles, on constate un bon accord entre les deux mesures, à l’exception de KIC 4349452 et KIC 8866102, pour lesquelles il faudra donc considérer les valeurs de $P_{\text{rot,phot}}$ et $P_{\text{rot,seis}}$ avec précaution. Conformément à ce qu’on a déjà observé au Chapitre 3, on constate une corrélation entre T_{eff} et P_{rot} : les étoiles les plus chaudes sont également celles avec le

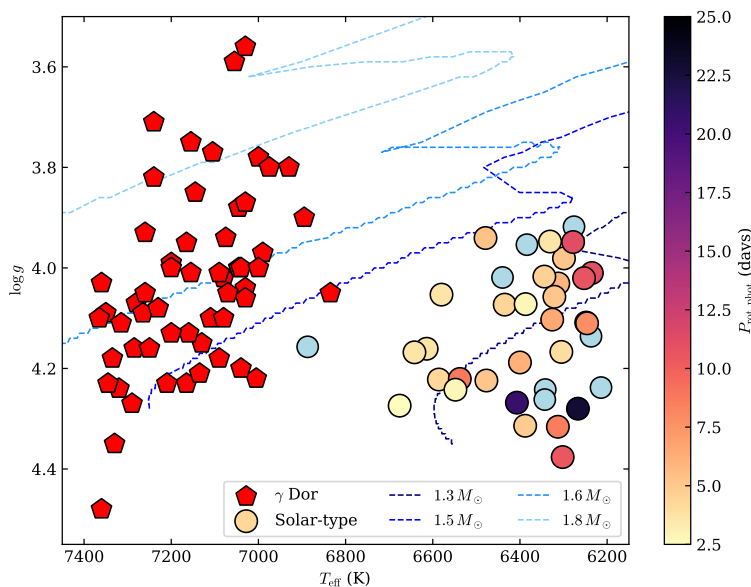


FIGURE 7.3 – Diagramme T_{eff} vs $\log g$ pour les étoiles de type F sélectionnées. Les périodes de rotation photométriques du catalogue S19-21 sont représentées avec un code couleur lorsqu’elles sont disponibles. Les étoiles sans période de rotation photométrique sont signalées en bleu clair. Les pulsateurs de classe γ Doradus considérés par Van Reeth et al. (2015) sont représentés par des pentagones rouges. Les traces évolutives (obtenues avec le code STAREVOL) pour des étoiles de masses 1.3, 1.5, 1.6 et 1.8 M_{\odot} à métallicité solaire sont représentées. Le début de chaque trace évolutive correspond à un âge de 200 millions d’années.

taux de rotation le plus élevé.

L’échantillon sélectionné est représenté dans un diagramme T_{eff} vs $\log g$ dans la Figure 7.3. Les valeurs des périodes $P_{\text{rot,phot}}$ sont indiquées quand elles sont disponibles. Des traces évolutives calculées avec le code d’évolution stellaire STAREVOL (voir par exemple Siess et al., 2000; Palacios et al., 2003; Amard et al., 2019) sont représentées, correspondant à des étoiles de masses 1.3, 1.5, 1.6 et 1.8 M_{\odot} . Pour comparaison, je montre également sur le diagramme les pulsateurs γ Doradus étudiés par Van Reeth et al. (2015), plus massifs et plus chauds que la population d’étoiles de type solaire considérées ici, exhibant des modes g excités par mécanisme κ et blocage de flux (voir la Section 2.4.5). Les deux populations sont nettement séparées sur le diagramme. Il est intéressant de constater qu’il existe une région assez large dans laquelle on ne détecte presque aucun pulsateur, à l’exception de KIC 9226926, l’étoile la plus chaude de l’échantillon type solaire et de KIC 11099031, la plus froide des γ Doradus que nous considérons ici. Il faut noter qu’aucune mesure en spectroscopie n’est disponible pour la température effective de KIC 9226926; cependant, la valeur fournie par le DR25, $T_{\text{eff}} = 6887 \pm 89$ K, est cohérente avec celle obtenue par Berger et al. (2020) à partir des données DR2 *Gaia*, $T_{\text{eff}} = 6853.4 \pm 158.2$ K.

Finalement, on considère dans la Figure 7.4 la valeurs de S_{ph} , que l’on compare avec l’épaisseur de la zone convective, lorsque ce paramètre est disponible. Les étoiles avec la couche convective la

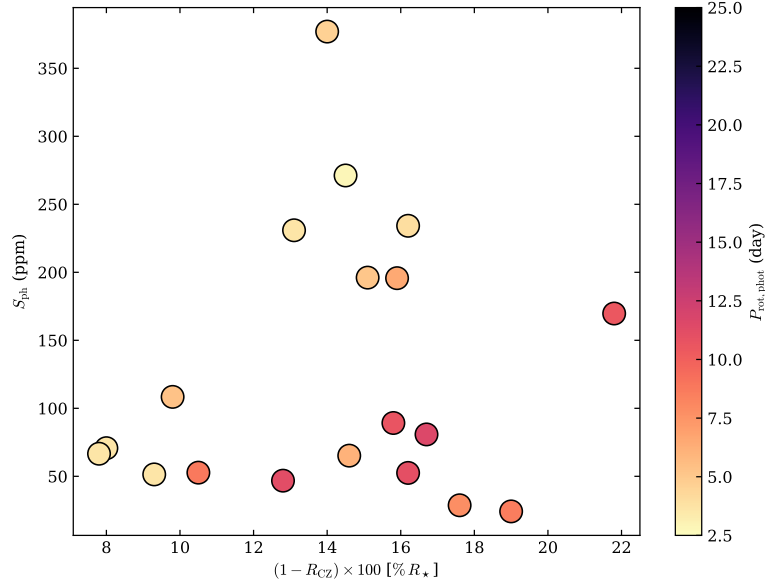


FIGURE 7.4 – Comparaison entre l’épaisseur de la zone convective ($1 - R_{CZ}$) et le niveau d’activité photométrique S_{ph} , pour les étoiles pour lesquelles les deux mesures sont disponibles. Les périodes de rotations photométriques $P_{rot,phot}$ sont indiquées avec un code couleur.

plus fine sont à la fois des rotateurs rapides et des étoiles faiblement actives.

7.2.3 Des signatures possibles de modes g ?

Dans l’esprit de l’analyse réalisée par García et al. (2007) dans le cas solaire, on veut essayer de mettre en évidence l’éventuelle signature d’ensemble des modes g dans la PSD des étoiles décrites à la section précédente. Comme pour ce qui a été fait à la Section 6.6.5.1 avec les spectres de puissance issus des simulations 3D, l’idée est de considérer pour la PSD un axe des abscisses mis à l’échelle en période afin de tirer parti des propriétés d’espace régulier en période des modes g (voir les Sections 2.4.3 et 2.5.5 pour les formulations de cet espace sans et avec rotation, respectivement).

7.2.4 Données considérées

On considère les données *long cadence* des étoiles sélectionnées. Des courbes de lumière *short cadence* existent pour toutes les étoiles listées dans la Table 7.1, mais celles-ci ne débutent en continu qu’au cinquième quartier d’observation de *Kepler* (voir Section 3.2). Comme on va s’intéresser dans la suite aux régions de très basse fréquence, il est important d’augmenter au maximum la résolution des séries temporelles que nous allons utiliser. Même si la fréquence de Nyquist des spectres obtenus avec les séries temporelles *long cadence* est significativement plus faible que pour les données *short*


TABLE 7.1 – Paramètres globaux des étoiles de type F considérées.

KIC	T_{eff} (K)	$\log g$ (dex)	M_{\star} (M_{\odot})	R_{\star} (R_{\odot})	R_{CZ} (R_{\star})	$P_{\text{rot,phot}}$ (days)	$P_{\text{rot,seis}}$ (days)	S_{ph} (ppm)	[Fe/H] (dex)
1430163	6586 ± 85	4.222 ± 0.015	1.29 ± 0.08	1.46 ± 0.06	-	4.4 ± 0.8	-	208 ± 14	-0.02 ± 0.15
1435467	6326 ± 77	4.103 ± 0.005	1.34 ± 0.05	1.70 ± 0.02	0.84 ± 0.02	6.6 ± 0.7	6.5 ^{+0.6} _{-0.6}	196 ± 10	0.01 ± 0.10
2837475	6614 ± 77	4.161 ± 0.005	1.39 ± 0.05	1.62 ± 0.02	0.92 ± 0.01	3.7 ± 0.4	3.5 ^{+0.2} _{-0.2}	71 ± 5	0.01 ± 0.10
3425851	6342 ± 86	4.242 ± 0.033	1.18 ± 0.07	1.36 ± 0.07	-	-	8.1 ^{+2.7} _{-2.7}	-	-0.06 ± 0.10
3456181	6384 ± 77	3.954 ± 0.004	1.56 ± 0.03	2.18 ± 0.02	0.88 ± 0.01	-	10.7 ^{+2.8} _{-2.8}	-	-0.15 ± 0.10
3733735	6676 ± 80	4.274 ± 0.015	1.30 ± 0.07	1.38 ± 0.05	-	2.6 ± 0.2	-	239 ± 20	-0.02 ± 0.15
4349452	6267 ± 81	4.280 ± 0.033	1.10 ± 0.09	1.26 ± 0.07	-	22.9 ± 1.6	7.5 ^{+0.6} _{-0.6}	360 ± 10	-0.06 ± 0.15
4638884	6312 ± 82	4.031 ± 0.012	1.38 ± 0.13	1.88 ± 0.10	-	6.0 ± 0.7	-	114 ± 7	0.10 ± 0.15
5371516	6299 ± 88	3.981 ± 0.011	1.31 ± 0.11	1.94 ± 0.09	-	5.2 ± 0.5	-	318 ± 19	0.04 ± 0.15
6225718	6313 ± 77	4.316 ± 0.003	1.15 ± 0.03	1.23 ± 0.01	0.81 ± 0.01	8.6 ± 1.0	6.9 ^{+0.5} _{-0.5}	24 ± 1	-0.07 ± 0.10
6508366	6331 ± 77	3.947 ± 0.002	1.58 ± 0.03	2.21 ± 0.02	0.87 ± 0.01	3.7 ± 0.3	5.1 ^{+0.1} _{-0.1}	231 ± 16	-0.05 ± 0.10
6679371	6479 ± 77	3.941 ± 0.003	1.59 ± 0.03	2.24 ± 0.02	0.90 ± 0.01	5.4 ± 0.4	6.0 ^{+0.2} _{-0.2}	108 ± 7	0.01 ± 0.10
7103006	6344 ± 77	4.017 ± 0.004	1.45 ± 0.04	1.95 ± 0.02	0.86 ± 0.01	4.7 ± 0.5	7.1 ^{+1.0} _{-1.0}	377 ± 23	0.02 ± 0.10
7206837	6305 ± 77	4.167 ± 0.005	1.33 ± 0.04	1.57 ± 0.02	0.84 ± 0.02	4.1 ± 0.3	4.0 ^{+0.4} _{-0.4}	234 ± 16	0.10 ± 0.10
7670943	6477 ± 116	4.224 ± 0.033	1.30 ± 0.07	1.46 ± 0.09	-	5.1 ± 0.4	6.0 ^{+0.6} _{-0.6}	13 ± 3	0.10 ± 0.15
7771282	6248 ± 77	4.109 ± 0.007	1.25 ± 0.06	1.63 ± 0.03	0.83 ± 0.02	11.6 ± 0.9	10.4 ^{+1.7} _{-1.7}	81 ± 4	-0.02 ± 0.10
7940546	6235 ± 77	4.010 ± 0.002	1.48 ± 0.03	1.99 ± 0.01	0.84 ± 0.01	11.0 ± 0.8	9.9 ^{+0.4} _{-0.4}	52 ± 2	-0.20 ± 0.10
8179536	6343 ± 77	4.262 ± 0.006	1.20 ± 0.04	1.34 ± 0.02	0.84 ± 0.02	-	6.5 ^{+0.8} _{-0.8}	-	-0.03 ± 0.10
8292840	6214 ± 113	4.238 ± 0.033	1.06 ± 0.09	1.30 ± 0.07	-	-	7.7 ^{+0.5} _{-0.5}	-	-0.16 ± 0.10
8694723	6246 ± 77	4.110 ± 0.002	1.11 ± 0.02	1.53 ± 0.01	0.82 ± 0.01	7.8 ± 0.6	7.2 ^{+0.6} _{-0.6}	29 ± 2	-0.42 ± 0.10
8866102	6407 ± 83	4.268 ± 0.030	1.21 ± 0.09	1.34 ± 0.07	-	20.6 ± 1.4	5.3 ^{+0.2} _{-0.2}	274 ± 8	0.00 ± 0.15
9139151	6302 ± 77	4.376 ± 0.004	1.15 ± 0.03	1.15 ± 0.01	0.78 ± 0.01	10.6 ± 1.8	11.6 ^{+1.1} _{-1.1}	170 ± 7	0.10 ± 0.10
9139163	6400 ± 84	4.188 ± 0.004	1.38 ± 0.04	1.56 ± 0.02	0.85 ± 0.01	6.2 ± 0.6	4.0 ^{+0.3} _{-0.3}	65 ± 4	0.15 ± 0.09
9206432	6538 ± 77	4.221 ± 0.005	1.38 ± 0.05	1.51 ± 0.02	0.89 ± 0.01	8.8 ± 1.2	4.1 ^{+0.5} _{-0.5}	53 ± 3	0.16 ± 0.10
9226926	6887 ± 89	4.157 ± 0.065	1.34 ± 0.07	1.60 ± 0.14	-	-	-	-	-0.22 ± 0.10
9353712	6278 ± 77	3.948 ± 0.003	1.56 ± 0.04	2.19 ± 0.03	0.87 ± 0.02	11.2 ± 2.7	9.5 ^{+3.9} _{-3.9}	47 ± 3	-0.05 ± 0.10
9414417	6253 ± 75	4.020 ± 0.002	1.45 ± 0.03	1.95 ± 0.02	0.84 ± 0.01	10.7 ± 0.6	9.0 ^{+0.9} _{-0.9}	89 ± 4	-0.13 ± 0.10
9812850	6321 ± 77	4.057 ± 0.003	1.37 ± 0.04	1.81 ± 0.02	0.85 ± 0.01	5.2 ± 0.7	7.4 ^{+0.5} _{-0.5}	196 ± 12	-0.07 ± 0.10
10016239	6388 ± 89	4.314 ± 0.010	1.18 ± 0.08	1.25 ± 0.04	-	4.9 ± 0.5	-	65 ± 5	-0.02 ± 0.15
10355856	6435 ± 83	4.073 ± 0.010	1.21 ± 0.12	1.67 ± 0.09	-	4.5 ± 0.3	-	300 ± 20	-0.10 ± 0.15
10666592	6440 ± 89	4.019 ± 0.033	1.45 ± 0.09	1.95 ± 0.11	-	-	9.5 ^{+3.2} _{-3.2}	-	0.14 ± 0.15
11070918	6387 ± 192	4.072 ± 0.023	1.16 ± 0.20	1.64 ± 0.15	-	2.9 ± 0.2	-	136 ± 12	-0.20 ± 0.25
11081729	6548 ± 83	4.242 ± 0.006	1.32 ± 0.05	1.44 ± 0.02	0.86 ± 0.02	2.9 ± 0.3	3.4 ^{+0.1} _{-0.1}	271 ± 22	0.11 ± 0.10
11253226	6642 ± 77	4.168 ± 0.005	1.37 ± 0.05	1.59 ± 0.02	0.92 ± 0.01	3.7 ± 0.3	3.4 ^{+0.3} _{-0.3}	67 ± 5	-0.08 ± 0.10
11807274	6237 ± 74	4.136 ± 0.033	1.19 ± 0.08	1.54 ± 0.08	-	-	7.9 ^{+0.5} _{-0.5}	-	0.00 ± 0.10
12069127	6276 ± 77	3.918 ± 0.002	1.63 ± 0.04	2.32 ± 0.02	0.88 ± 0.01	-	5.2 ^{+3.9} _{-3.9}	73 ± 14	0.08 ± 0.10
12317678	6580 ± 77	4.053 ± 0.003	1.37 ± 0.03	1.82 ± 0.02	0.91 ± 0.01	3.7 ± 0.7	5.2 ^{+0.9} _{-0.9}	51 ± 4	-0.28 ± 0.10

Note : Les valeurs de T_{eff} , $\log g$, M_{\star} et R_{\star} sont issues du DR25 (Mathur et al., 2017). Quand c'est possible, les valeurs de $\log g$, M_{\star} et R_{\star} sont remplacées par celles obtenues grâce à la modélisation ASTFIT de Silva Aguirre et al. (2017), et, par souci de cohérence, celles de T_{eff} et [Fe/H] par les valeurs indiquées dans Lund et al. (2017). Dans ces cas-là, la position obtenue pour R_{CZ} , le rayon à la base de la zone convective, est également précisée. Les valeurs de $P_{\text{rot,phot}}$ et S_{ph} sont celles du catalogue S19-21 et celles de $P_{\text{rot,seis}}$ sont fournies par Hall et al. (2021). La valeur de $P_{\text{rot,phot}}$ de 0.9 ± 0.1 jours tabulée dans le catalogue S19-21 pour KIC 12069127 n'est pas considérée ici car plus probablement attribuable à la manifestation d'un objet non-transitant qu'à de la rotation de surface.

cadence ($\sim 277 \mu\text{Hz}$), considérer une série temporelle plus longue nous permet d'augmenter la résolution des données que nous considérons (autrement dit de diminuer la largeur des bins de fréquence dans la PSD). On remarquera que la fréquence de Nyquist est ici significativement inférieure à la valeur maximale $N_{\text{max}} = 400 \mu\text{Hz}$ du profil de Brun-Väisälä du modèle considéré pour les simula-



tions du Chapitre 6. Cependant, à cause du profil de N (voir Figure 6.6), les ondes de gravité de haute fréquence vont être évanescentes dans une fraction importante du haut de l'intérieur radiatif. Dans les simulations, ces ondes n'étaient pas en mesure de pénétrer dans l'enveloppe convective, il est donc peu probable qu'elles soient détectables en surface. Quant à l'effet d'échantillonnage mentionné à la fin de la Section 2.6.2, il va avoir des conséquences négligeables sur la perte de puissance dans le signal acquis pour les fréquences en dessous de 100 μHz . Pour les fréquences en dessous de 200 μHz , la perte de puissance sera de moins de 5%. Les données *short cadence* sont donc très adaptées pour la recherche de modes g que nous nous proposons de mener. Comme dans le Chapitre 3, les courbes de lumière considérées sont obtenues grâce à la méthode de calibration KEPSEISMIC (García et al., 2011a).

7.2.5 Analyse du background

Pour procéder à l'analyse de la PSD, il est nécessaire de retirer dans un premier temps la contribution du background B . Nous choisissons de modéliser le background comme la somme d'une loi de puissance et d'une constante β . La loi de puissance permet de prendre en compte la contribution, à très basse fréquence, de l'activité magnétique de l'étoile tandis qu'ici le terme β va permettre de considérer la contribution du signal convectif à basse et moyenne fréquences (voir Mathur et al., 2010; García et Ballot, 2019, et l'Annexe A.3.1). Si on utilisait des données en *short cadence*, on modéliserait ce signal convectif avec un profil de Harvey (Harvey, 1985); cependant, pour les étoiles de type solaire en séquence principale, la fréquence de coupure de ce profil de Harvey est localisée, pour des données *long cadence*, au-delà de la fréquence de Nyquist, utiliser un terme constant β est alors plus adapté dans ce cas. Nous écrivons donc

$$B(\nu) = a\nu^{-b} + \beta, \quad (7.1)$$

où a et b sont les paramètres de la loi de puissance.

Pour analyser les régions de basse fréquence du background de ces étoiles, il est cependant important de prendre en compte la contribution des pics de puissance liés aux modulations de luminosité induites par les régions actives et les *faculae* (voir les Chapitres 3 et 4). Ces pics de puissance sont distribués comme une chaîne d'harmoniques de fréquence $\nu_{\text{rot,phot}}$, $2\nu_{\text{rot,phot}}$, etc., avec $\nu_{\text{rot,phot}} = 1/P_{\text{rot,phot}}$ la fréquence de rotation de l'étoile obtenue par photométrie avec *Kepler*. Pour éviter de biaiser le modèle défini dans l'équation 7.1, on ne va pas considérer dans notre ajustement les bins de fréquence vérifiant

$$|\nu - (k + k_{\text{start}})\nu_{\text{rot,phot}}| < \delta\nu_{\text{seuil}}, \quad (7.2)$$

où k_{start} est l'indice de la première harmonique de rotation contenue dans le segment de la PSD que l'on considère : en effet, pour s'affranchir des problématiques instrumentales à très basse fréquence, on choisit ici de travailler avec les bins de fréquence vérifiant $\nu > 4 \mu\text{Hz}$ (le choix est arbitraire). On prend comme valeur seuil $\delta\nu_{\text{seuil}} = 1 \mu\text{Hz}$ et $0 \leq k \leq 5$.

Comme dans le Chapitre 5, on utilise le module `apollinaire` (voir Annexe A et Breton et al., 2022b) pour échantillonner avec des MCMC la distribution de probabilité pour les paramètres a , b et β . La méthode est illustrée dans la Figure 7.5, avec l'exemple de KIC 7206837. Les bins de fréquence considérés pour l'ajustement y sont mis en évidence en orange. En divisant la PSD par le profil obtenu pour B (en considérant la valeur médiane obtenue pour la distribution de chaque paramètre) on obtient le spectre signal sur bruit (S/N), que l'on va analyser dans la suite.

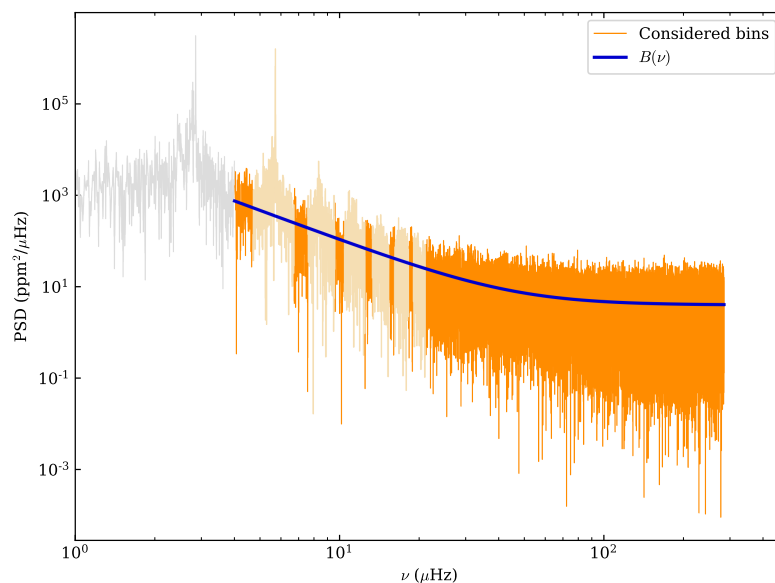


FIGURE 7.5 – Analyse du background réalisée avec le module `apollinaire` (Breton et al., 2022b) pour les données *long cadence* de KIC 7206837. Les bins de fréquence considérés sont en orange, ceux que l’on choisit d’ignorer à cause de leur proximité avec les pics de rotation sont en jaune clair. La région en gris signale les bins de fréquence situés en dessous de la fréquence de coupure de $4 \mu\text{Hz}$. Le modèle obtenu après échantillonnage est représenté en bleu.

7.2.6 Analyse des spectres S/N

Comme dans la Section 6.6.5.1, on va considérer le spectre S/N comme une fonction de la période afin de calculer son périodogramme Lomb-Scargle. Ainsi, de la même façon que dans García et al. (2007), on va obtenir le spectre de puissance d’un spectre de puissance. Avant de présenter les résultats obtenus avec l’échantillon sélectionné à la Section 7.2.2, et afin de compléter l’analyse réalisée sur les données simulées dans le référentiel en co-rotation (voir les Sections 6.6.5 et 6.6.6.1), je fais un détour par l’analyse de spectres synthétiques afin de mettre en évidence l’influence de l’angle d’inclinaison de l’étoile sur la forme du périodogramme que l’on va obtenir.

7.2.6.1 Application de la méthode à des spectres S/N synthétiques

Pour analyser les données obtenues avec les simulations 3D réalisées avec le code ASH, on considèrerait la contribution de chaque harmonique sphérique Y_ℓ^m dans un cadre analogue à des observations en disque résolu, sans tenir compte du ratio de hauteur $r_{\ell,m}$ entre composantes m qui intervient lors d’observations en disque intégré d’une étoile avec un angle d’inclinaison \mathcal{I} entre le champ de vision de l’observateur et l’axe de rotation de l’étoile (voir la Section 5.4.1). Dans cette section, j’illustre donc l’influence de l’angle d’inclinaison \mathcal{I} de l’étoile sur la forme du spectre obtenu

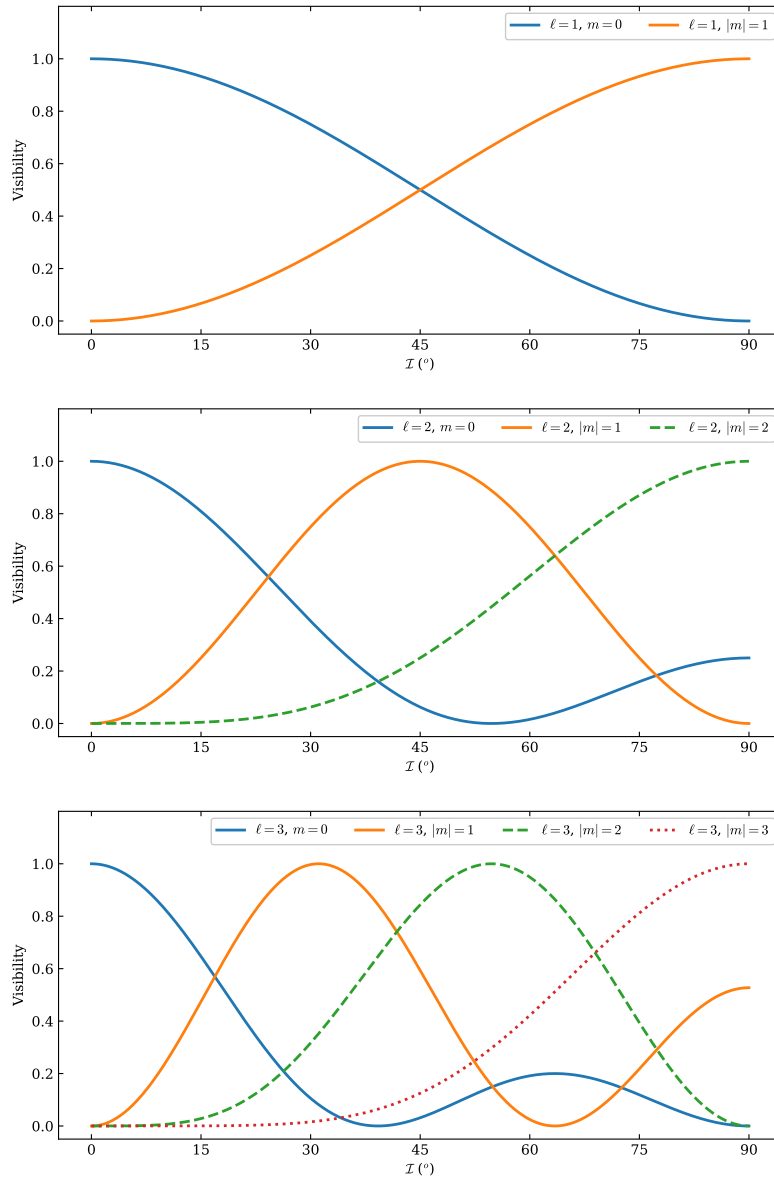


FIGURE 7.6 – Visibilité intrinsèque des différentes composantes m d'un mode $\ell = 1$ (*haut*), $\ell = 2$ (*milieu*) et $\ell = 3$ (*bas*) en fonction de l'angle d'inclinaison \mathcal{I} de l'étoile.

lorsqu'on analyse la PSD avec un algorithme de Lomb-Scargle.

La Figure 7.6 montre la visibilité intrinsèque des composantes m d'un mode $\ell = 1$, $\ell = 2$ et $\ell = 3$ en fonction de \mathcal{I} (une visibilité de 1 signifie ici que le mode est à son maximum de visibilité tandis qu'une visibilité de 0 signifie qu'on ne peut pas voir la contribution du mode dans une observation

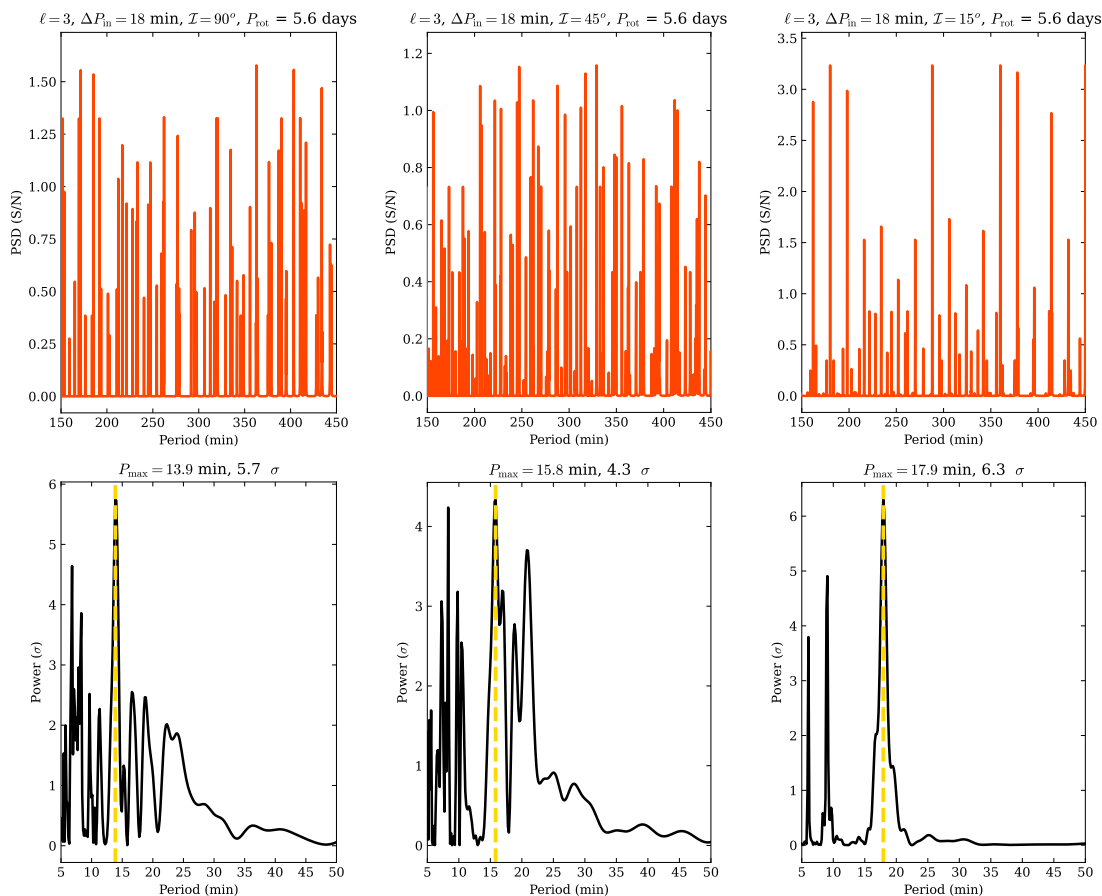


FIGURE 7.7 – *Haut* : spectre S/N synthétiques de modes g ($\ell = 3$, $\Delta P_3 = 18$ min) pour $\mathcal{I} = 90, 45$ et 15° (de gauche à droite). *Bas* : périodogramme Lomb-Scargle obtenu à partir de chacun des spectres S/N. La position P_{max} du plus haut pic est signalé par les tirets jaunes.

disque intégré). Pour un mode $\ell = 1$, la composante $m = 0$ n'est pas visible à $\mathcal{I} = 90^\circ$ (cas solaire), et à son maximum de visibilité pour $\mathcal{I} = 0^\circ$ (inversement pour les composantes $m = \pm 1$). Pour un mode $\ell = 2$, les composantes paires sont visibles à $\mathcal{I} = 90^\circ$, seule la composante $m = 0$ est visible à $\mathcal{I} = 0^\circ$, et les composantes $m = \pm 1$ atteignent leur maximum de visibilité à $\mathcal{I} = 45^\circ$. Pour un mode $\ell = 3$, ce sont les composantes m impaires qui sont visibles pour un angle $\mathcal{I} = 90^\circ$ (cas du Soleil), tandis que pour $\mathcal{I} = 0^\circ$ (observation d'un pôle de l'étoile), seule la composante $m = 0$ est visible.

Avec ceci en tête, on génère un signal synthétique de mode g correspondant à des modes $\ell = 3$ dans une étoile de type F en rotation uniforme, avec $\Omega_0 = 5 \Omega_\odot$, soit une période de rotation d'environ 5.6 jours. Le signal synthétique sera généré immédiatement sous forme d'un spectre S/N, sans se préoccuper du signal de *background* stellaire. En effet, ce qui nous intéresse ici, c'est de mettre en évidence l'influence de la distribution des pics à différents m sur la forme du périodogramme de Lomb-Scargle. On choisit ici de travailler avec des modes $\ell = 3$ dans la mesure où on avait



réussi à détecter leur signature au sommet du domaine de simulation dans le Chapitre 6. On prend $\Delta P_3 = 18$ min. On utilise un profil Lorentzien pour les modes. On fixe arbitrairement leur largeur à $0.01 \mu\text{Hz}$ et, suivant García et al. (2007), on décide d’attribuer la même puissance à chaque mode. En effet, comme la forme du spectre de puissance des modes est très dépendante du régime de paramètres d’une simulation donnée (Le Saux et al., 2022), on choisit ici de rester dans un cas simple et de ne pas extrapoler la forme du spectre de puissance que l’on a observé dans les simulations 3D du Chapitre 6 (cette approche sera à considérer dans un second temps, afin de discuter les similitudes et les différences entre simulations et observations, voir la feuille de route définie dans la Section 7.2.1 et les perspectives qui seront ouvertes dans la Section 7.2.6.3). Il faut bien noter qu’à cause des effets de résolution, les modes de même nombre azimutal m n’auront pas forcément la même hauteur dans le spectre synthétique généré. Par mesure de simplicité, on considère un régime asymptotique afin de calculer les splittings rotationnels en utilisant la relation de l’équation 2.74, et on génère des spectres S/N pour $\mathcal{I} = 90, 45$ et 15° . On va d’abord générer un spectre avec une résolution en fréquence correspondant à quatre ans d’observation (soit la durée de la mission nominale de *Kepler*), puis, à l’aide d’une interpolation linéaire, on va ré-échantillonner le spectre S/N de manière à obtenir un spectre régulièrement échantillonné en période. Pendant le ré-échantillonnage, on multiplie par 10 le nombre de points du spectre. Cette étape est importante ici pour équilibrer la contribution des basses et hautes fréquences dans le périodogramme que l’on veut calculer, on procèdera de la même manière avec les données réelles.

On calcule maintenant le périodogramme de Lomb-Scargle pour la section du spectre S/N vérifiant $150 \leq P \leq 450$ min (soit $37 \leq \nu \leq 111 \mu\text{Hz}$). Pour $\Omega_0 = 5 \Omega_\odot$, les périodes comprises dans cet intervalle sont significativement inférieures aux valeurs où la rotation va avoir une influence importante sur l’évolution de ΔP_3 .

Le résultat de cette analyse est montré dans la Figure 7.7. Comme attendu, la forme du spectre S/N dépend fortement de la valeur de \mathcal{I} . Pour $\mathcal{I} = 90^\circ$, le spectre S/N est composé uniquement des composantes $m = 1$ et $m = 3$ des modes, pour $\mathcal{I} = 45^\circ$ toutes les composantes sont visibles, pour $\mathcal{I} = 15^\circ$ le signal est dominé par les composantes $m = 0$ et $m = 1$. Les splittings rotationnels des modes introduisant des déviations par rapport à l’espacement régulier des modes $m = 0$ suivant ΔP_3 , les conséquences sont importantes pour l’analyse du périodogramme Lomb-Scargle. En effet, pour $\mathcal{I} = 90^\circ$ et 45° , le maximum du périodogramme est obtenu pour $P_{\max} = 13.9$ et 15.6 min respectivement. Pour $\mathcal{I} = 15^\circ$, on a $P_{\max} = 17.9$ min, soit une valeur proche du ΔP_3 qu’on a fixé. Dans ce cas-là, on distingue nettement les trois harmoniques en ΔP_3 , $\Delta P_3/2$ et $\Delta P_3/3$, liées à l’espacement régulier en période des modes. On a traité ici un cas très simplifié, sans bruit ajouté dans le spectre S/N, avec une hypothèse d’équi-répartition de la puissance dans les modes.

Il faut de plus être conscient qu’une structure de bruit est susceptible de produire dans le périodogramme Lomb-Scargle une signature analogue à ce que l’on attendrait pour un signal physique. Ceci est illustré dans la Figure 7.8, où on considère un spectre S/N qui est en réalité simplement une structure de bruit suivant une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté. On constate dans le périodogramme Lomb-Scargle la présence d’un pic d’intérêt de hauteur 5σ . Une approche fréquentiste telle que celle utilisée par García et al. (2007) peut permettre d’estimer la probabilité que la structure observée dans le périodogramme Lomb-Scargle soit due au bruit. L’idée est de réaliser un grand nombre de tests Monte Carlo en ne considérant que des structures de bruit et de compter le nombre d’occurrences où la signature observée dans le périodogramme Lomb-Scargle valide les critères de détection. On peut aussi diminuer la fréquence de fausses détections dues aux structures de bruits en décidant de mettre à 0 les bins en dessous d’un certain seuil avant de calculer le périodogramme Lomb-Scargle. Ainsi, en faisant 100000 tirages Monte-Carlo d’une distribution

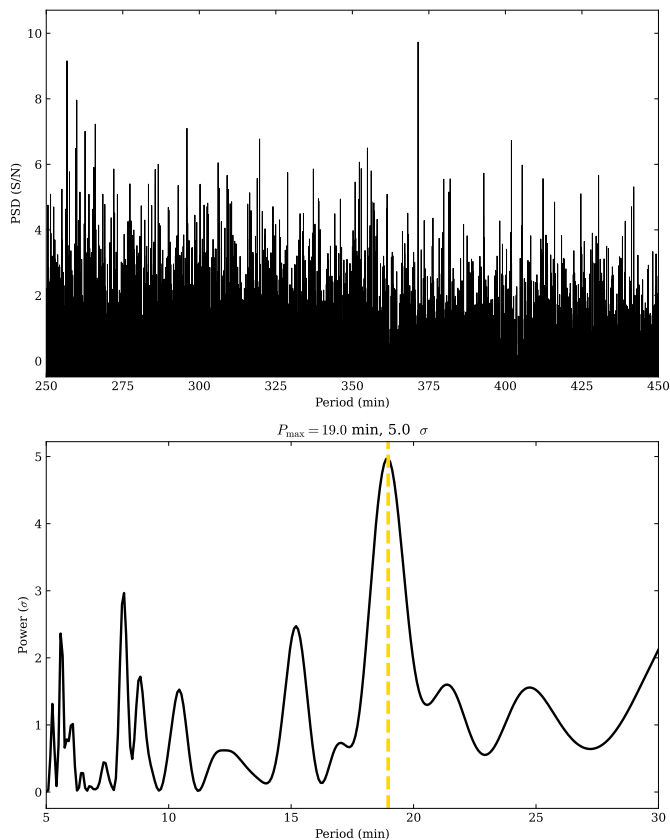


FIGURE 7.8 – Exemple de périodogramme Lomb-Scargle (bas) obtenu pour un spectre bruité sans signal ajouté (haut). Le spectre a été généré en utilisant une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté.

de bruit suivant une loi du χ^2 à deux degrés de liberté, on détecte un pic au-dessus de 7σ dans le périodogramme de Lomb-Scargle 12.1% du temps, et seulement 3.6% du temps lorsque l'on choisit de mettre à 0 les pics de puissance du spectre S/N dont la hauteur est inférieure à 5. Pour explorer cet aspect plus en profondeur, on représente dans la Figure 7.9 la distribution de P_{\max} (abscisse du pic le plus haut dans le périodogramme Lomb-Scargle) pour les fausses détections obtenues avec la seconde expérience Monte-Carlo. La distribution n'est pas uniforme sur l'intervalle $5 \leq P_{\max} \leq 50$ minutes. On constate en fait que la largeur en période de l'intervalle que l'on considère pour calculer le périodogramme Lomb-Scargle (300 minutes) favorise les périodes courtes (inférieures à 20 minutes) pour les fausses détections. Ceci représente un biais dont il sera nécessaire de tenir compte.

L'interprétation des périodogrammes Lomb-Scargle va donc demander dans la suite des précautions importantes dans le cas de données réelles.

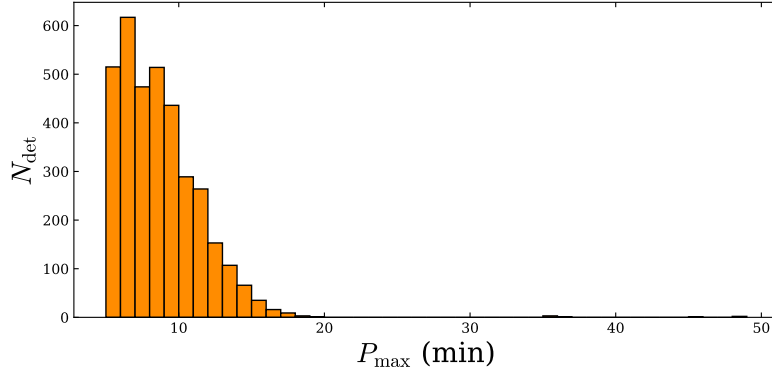


FIGURE 7.9 – Distribution de P_{\max} pour les fausses détections obtenues avec les 100000 tirages de l’expérience Monte-Carlo. Le nombre de détection N_{det} pour des intervalles de une minute en P_{\max} est représenté.

TABLE 7.2 – Valeurs asymptotiques de P_0 et de ΔP_ℓ obtenues à partir de modèles MESA avec $X_H = 0.35$, pour $1 \leq \ell \leq 5$.

M_\star (M_\odot)	P_0 (min)	ΔP_1 (min)	ΔP_2 (min)	ΔP_3 (min)	ΔP_4 (min)	ΔP_5 (min)
1.0	35.7	25.2	14.6	10.3	8.0	6.5
1.1	35.5	25.1	14.5	10.2	7.9	6.5
1.2	49.3	34.9	20.1	14.2	11.0	9.0
1.3	58.6	41.5	23.9	16.9	13.1	10.7
1.4	66.7	47.2	27.2	19.3	14.9	12.2
1.5	71.8	50.8	29.3	20.7	16.1	13.1
1.6	74.9	53.0	30.6	21.6	16.7	13.7

7.2.6.2 Application à notre échantillon

À partir des profils de la fréquence de Brunt-Väisälä obtenus pour des modèles stellaires avec une fraction massique d’hydrogène $X_H = 0.35$ (donc à état évolutif analogue à celui du Soleil), la Table 7.2 présente les valeurs de ΔP_ℓ obtenues en appliquant la relation asymptotique de l’équation 2.59, pour $1 \leq \ell \leq 5$. La valeur du terme $P_0 = \pi / \int_{r_1}^{r_2} (N/r) dr$ est également précisée. Avec les valeurs fournies par cette table en tête, on va choisir de travailler, comme dans la section précédente, dans l’intervalle de période $150 \leq P \leq 450$ min. L’intervalle de période ainsi choisi permet d’éviter d’inclure dans les spectres S/N la contribution résiduelle des pics de puissance des modulations photométriques à basse fréquence. Pour les étoiles de notre échantillon, au vu des valeurs asymptotiques de ΔP_1 , on attend a priori un nombre assez restreint de modes $\ell = 1$ dans cet intervalle de périodes. Au contraire, si les modes $\ell = 2$ et $\ell = 3$ ont une influence significative sur la structure du spectre S/N, ils devraient être suffisamment nombreux dans cet intervalle pour qu’on soit en mesure de détecter cette signature.

On soustrait aux spectres S/N obtenus grâce à l’analyse de background de la Section 7.2.5 leur valeur médiane (de manière à avoir une nouvelle médiane à 0), et, de la même façon que

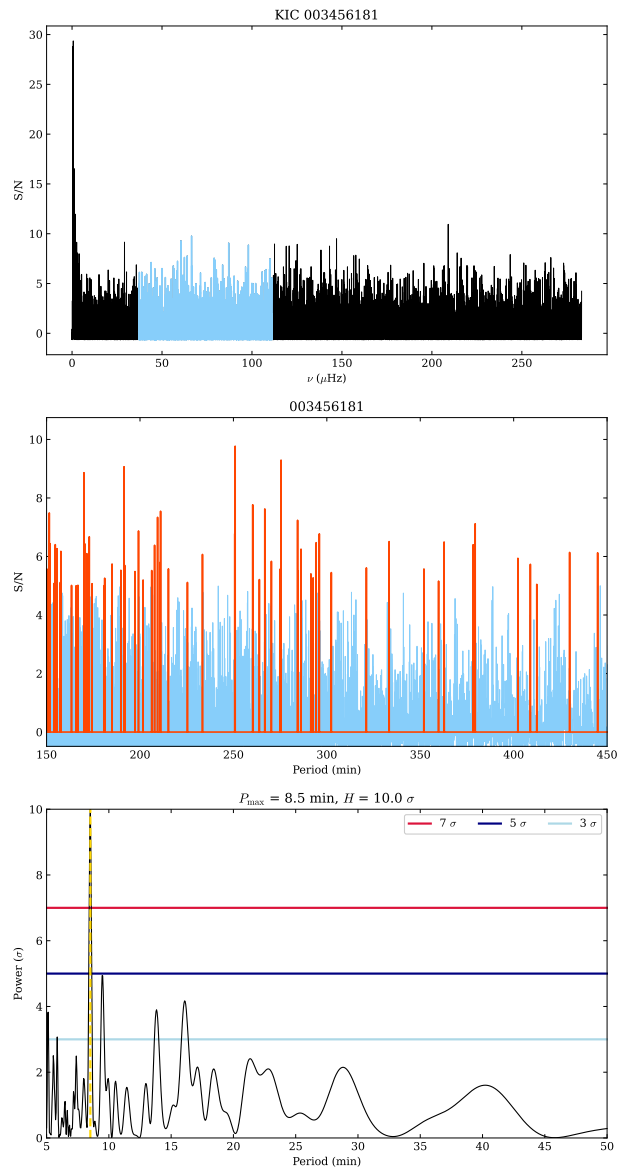


FIGURE 7.10 – Spectre S/N échantillonné en fréquence (*haut*), en période (*milieu*) et périodogramme Lomb-Scargle correspondant (*bas*). L'intervalle de fréquence considéré dans le spectre S/N pour l'analyse est montré en bleu clair. Les pics au-dessus de cinq fois l'écart-type du spectre S/N, utilisés pour calculer le périodogramme Lomb-Scargle, sont montrés en rouge. Les pointillés jaunes identifient dans le périodogramme Lomb-Scargle la position du plus haut pic tandis que les lignes horizontales bleu clair, bleu foncé et rouge signalent respectivement les seuils à 3 , 5 et 7σ .



précédemment, on les ré-échantillonne en période. On calcule le périodogramme Lomb-Scargle entre 5 et 50 minutes de ces spectres, en ayant préalablement mis à 0 tous les bins correspondant à une puissance inférieure à cinq fois l'écart-type de notre spectre renormalisé. Chaque périodogramme Lomb-Scargle est ensuite normalisé par son écart-type σ et on localise le pic le plus haut dans chaque périodogramme.

Les résultats de l'analyse sont récapitulés dans la Table 7.3, où l'on précise également les angles d'inclinaison stellaire obtenus par Hall et al. (2021), quand ils sont disponibles. On remarque que pour tous les périodogrammes Lomb-Scargle pour lesquels on obtient un pic au-dessus de 7σ , la valeur correspondante de P_{\max} est inférieure à 12 minutes, ce qui nous incite à être précautionneux pour la suite dans la mesure où on a mis en évidence le fait que les fausses détections se faisaient très majoritairement pour des $P_{\max} < 20$ minutes. Comme on l'a illustré dans la Figure 7.7, si le signal identifié correspond à des modes *g*, cela peut-être dû à un motif complexe formé par la combinaison de composantes avec différentes valeurs de m , ce qui peut expliquer que l'on obtient des valeurs inférieures aux valeurs typiques de ΔP_ℓ attendues pour les étoiles que nous étudions et récapitulées dans la Table 7.2. On montre dans la Figure 7.10 l'exemple de KIC 3456181, l'étoile pour laquelle on obtient dans le périodogramme Lomb-Scargle le pic le plus haut, 10σ , localisé à $P_{\max} = 8.5$ minutes. On constate que, dans le spectre S/N échantillonné en période, le motif (courbe rouge) retenu pour calculer le périodogramme Lomb-Scargle ne permet pas de distinguer de périodicité évidente à l'oeil, même si quelques pics de hauteur plus importante se démarquent. Le pic à 8.5 minutes est l'unique pic au-dessus de 5σ dans le périodogramme Lomb-Scargle. Avec $M_\star = 1.56 \pm 0.03 M_\odot$, KIC 3456181 est l'une des étoiles les plus massives de l'échantillon. La valeur de P_{\max} ne correspond à aucune des valeurs de ΔP_ℓ donnée dans la Table 7.2 pour des étoiles de 1.5 ou 1.6 M_\odot . L'épaisseur de sa zone convective fournie par la modélisation ASTFIT est 0.12 R_\star , ce qui est comparable au modèle présenté dans le Chapitre 6. Cela est cohérent avec le fait que, d'après sa valeur de [Fe/H] ($-0/15 \pm 0.10$ dex), il s'agit d'une étoile sous-métallique. La photométrie ne permet pas d'obtenir de période de rotation de surface pour cette étoile mais la sismologie donne $P_{\text{rot,seis}} = 10.7 \pm 2.8$ jours. L'incertitude sur l'inclinaison est importante, avec $\mathcal{I} = 58.2^{+17.7}_{-20.4}$ degrés.

Sur les 37 étoiles analysées, huit d'entre elles montrent dans le périodogramme Lomb-Scargle un pic au-dessus de 7σ , soit 21.6% de l'échantillon considéré. On a vu dans la Section 7.2.6.1 que, dans le cas d'une structure de bruit, on attendait une détection dans 3.6% des cas. En considérant une loi binomiale de paramètres $n_b = 30$ et $p_b = 0.036$, et en considérant l'espérance $E = n_b p_b = 1.37$ et l'écart-type $\sigma_{\text{binomial}} = \sqrt{n_b p_b (1 - p_b)} = 1.15$ de cette loi, on constate que le taux de détection obtenu ici est à plus de $5\sigma_{\text{binomial}}$ de ce qu'on attendrait pour l'analyse de spectre S/N constitué uniquement de bruit.

Bien sûr, cette analyse ne peut pas constituer à elle seule une détection de modes *g*. Les signaux que l'on semble détecter grâce à cette analyse peuvent avoir d'autres origines, physique, instrumentale ou méthodologique. Il n'y a pas de problème instrumental connu susceptibles d'introduire du bruit régulièrement espacé en période. En plus du problème des modulations dues à la rotation de surface discutées plus haut, il sera extrêmement important de considérer l'éventualité d'autres phénomènes physiques en mesure d'affecter la structure des PSD stellaires dans cet intervalle de fréquence. Malgré tout, pour un spectre échantillonné en période et en l'état de notre compréhension actuelle de la physique stellaire, la contribution des modes *g* constitue, a priori, le seul phénomène en mesure de laisser une signature régulière en période pour cette gamme de fréquences. C'est donc principalement les biais introduits par la méthode qu'il sera nécessaire d'explorer pour assurer la robustesse de l'analyse présentée plus haut. En particulier, le choix d'interpolation pour le sur-échantillonnage du spectre peut avoir des conséquences dont il faudra tenir compte (on rappelle



qu’ici on a travaillé avec une interpolation linéaire).

7.2.6.3 Perspectives

Pour étendre cette approche, on peut envisager de s’intéresser aux pics de plus grande amplitude que l’on observe dans le spectre S/N. Pour pouvoir affirmer qu’ils correspondent bien à la manifestation de modes g, il faudrait cependant être en mesure de mettre en évidence que leur position dans le spectre vérifie les propriétés attendues pour les modes g. Cela impliquerait par exemple d’identifier plusieurs pics correspondant au même degré ℓ et de valider qu’ils sont bien compatibles avec le motif défini par $\Delta P_\ell(\nu)$.

J’ai également précisé qu’il serait intéressant d’étudier en regard les données réelles et les simulations 3D. Une perspective à considérer pour cette approche est de construire à partir des spectres de puissance des simulations montrées dans le Chapitre 6 une PSD correspondant à une étoile observée en disque intégré, pour différents angles d’inclinaison \mathcal{I} . Dans cette optique, il sera d’abord nécessaire de modifier les fréquences des spectres afin de repasser dans le référentiel inertiel. Il faudra ensuite appliquer les ratios de visibilité entre les différents degrés ℓ et les composantes m (voir par exemple Salabert et al., 2011 ; García et Ballot, 2019 ; Breton et al., 2022b). Avant de procéder à l’analyse décrite plus haut, on pourra envisager de combiner les signaux des modes g et de la convection issus de la simulation avec du bruit et des modulations harmoniques imitant le signal de la rotation de surface.

On va maintenant considérer plus en détail le cas particulier de deux étoiles de l’échantillon qui se démarquent des autres par la présence de pics de grande amplitude dans l’intervalle de fréquence $10 < \nu < 50 \mu\text{Hz}$. Ces modulations, qui pourraient être au moins partiellement reliées à la manifestation de modes g, sont attribuées à la présence d’un compagnon non transitant.

7.3 Des compagnons non transitants ?

Dans cette section, on s’intéresse plus particulièrement au cas de KIC 9139163 et KIC 12069127. En effet, pour ces deux étoiles, on observe dans les régions de basse fréquence ($10 < \nu < 40 \mu\text{Hz}$) de la PSD la présence d’un signal harmonique stable dans le temps et qui n’est pas a priori attribué à de la rotation de surface. Aucun transit lié à la périodicité de ce signal n’étant détecté dans les données *Kepler*, on va explorer dans la suite la possibilité que celui-ci soit lié à la présence d’un compagnon non transitant. Ces deux étoiles sont intéressantes dans le contexte de l’étude que nous menons dans ce chapitre pour plusieurs raisons. Avec des modes p stochastiques détectés, ces deux étoiles sont sans ambiguïté des étoiles de type solaire. À la résolution des caméras de *Kepler*, il n’y a pas d’étoile voisine susceptible de polluer leur courbe de lumière. Il est donc important de considérer l’hypothèse qu’une perturbation de luminosité liée à un ou plusieurs modes g, excités par la présence du compagnon via des mécanismes de marée, contribue au signal observé. Je présente donc dans cette section les premiers résultats associés à la caractérisation des compagnons de ces deux objets. Je discute également les perspectives que la présence d’un tel compagnon peut ouvrir pour la caractérisation sismique de l’étoile hôte.



TABLE 7.3 – Maxima P_{\max} obtenus pour chaque étoile dans le périodogramme de Lomb-Scargle et hauteur correspondante. Les angles d’inclinaison \mathcal{I} mesurés par Hall et al. (2021) sont également précisés quand ils sont disponibles.

KIC	P_{\max} (min)	H (σ)	\mathcal{I} ($^{\circ}$)
1430163	9.4	6.0	-
1435467	8.2	4.7	$63.4^{+6.6}_{-10.2}$
2837475	10.9	5.4	$70.7^{+4.4}_{-6.0}$
3425851	5.0	6.2	$60.9^{+22.7}_{-20.1}$
3456181	8.5	10.0	$58.2^{+17.7}_{-20.4}$
3733735	12.6	6.1	-
4349452	8.0	5.4	$79.7^{+10.0}_{-7.1}$
4638884	7.1	5.3	-
5371516	15.7	5.7	-
6225718	5.3	5.1	$29.1^{+1.8}_{-2.1}$
6508366	18.7	4.5	$87.0^{+3.2}_{-2.1}$
6679371	5.0	6.0	$82.1^{+7.2}_{-5.5}$
7103006	6.3	3.9	$56.8^{+8.8}_{-14.8}$
7206837	6.4	4.9	$31.7^{+2.8}_{-3.2}$
7670943	7.1	5.1	$75.7^{+11.5}_{-9.8}$
7771282	5.4	5.7	$69.5^{+17.8}_{-14.6}$
7940546	6.7	7.0	$78.9^{+7.9}_{-7.4}$
8179536	32.7	4.3	$55.7^{+7.4}_{-13.3}$
8292840	6.6	8.5	$76.2^{+9.1}_{-8.9}$
8694723	32.4	3.9	$34.7^{+2.7}_{-3.4}$
8866102	11.7	6.0	$78.2^{+4.7}_{-6.6}$
9139151	47.4	3.7	$73.5^{+11.0}_{-11.0}$
9139163	46.5	4.1	$33.5^{+3.0}_{-3.0}$
9206432	7.2	8.9	$34.3^{+4.2}_{-5.7}$
9226926	28.2	3.8	-
9353712	10.2	3.9	$37.6^{+12.6}_{-29.1}$
9414417	6.0	8.2	$58.1^{+6.9}_{-9.7}$
9812850	21.4	5.0	$81.0^{+10.0}_{-6.4}$
10016239	5.3	5.9	-
10355856	17.9	6.5	-
10666592	15.5	4.8	$47.2^{+14.8}_{-27.2}$
11070918	11.9	8.2	-
11081729	6.1	8.2	$82.9^{+5.9}_{-4.9}$
11253226	18.5	5.3	$49.3^{+4.4}_{-6.3}$
11807274	6.9	9.6	$76.8^{+9.4}_{-8.8}$
12069127	32.3	4.2	$16.6^{+6.3}_{-54.2}$
12317678	15.0	5.1	$35.3^{+5.2}_{-10.1}$

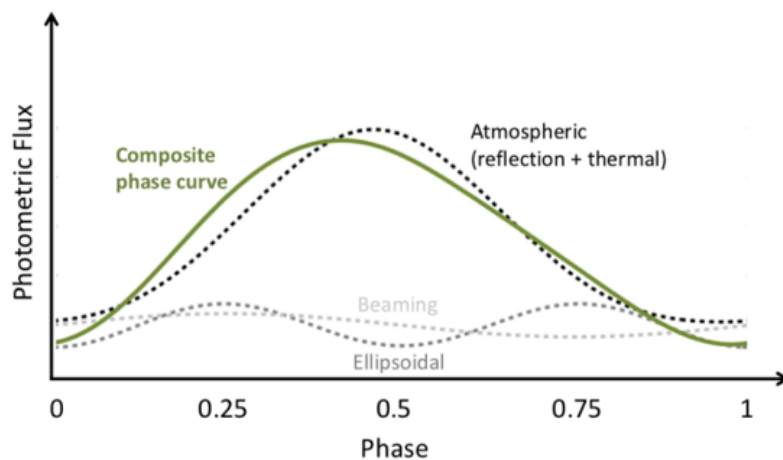


FIGURE 7.11 – Effets d’un compagnon non transitant sur la courbe de lumière repliée en phase. Les contributions des effets de réflexion, de beaming et de déformation ellipsoïdale sont illustrées et la courbe de lumière composite obtenue finalement est montrée en vert. Figure tirée de Lillo-Box et al. (2021).

7.3.1 Influence d’un compagnon sur le signal photométrique et perspectives sismiques

Un compagnon non transitant peut manifester sa présence dans la courbe de lumière de l’étoile hôte en modulant les variations de luminosité de celle-ci via trois phénomènes principaux : par réflexion de la lumière de l’étoile, par effet Doppler (l’intensité de la lumière reçue par l’instrument dans la bande où il observe va être modifiée à cause du mouvement radial de l’étoile, on parle de *beaming*) et par déformation ellipsoïdale de l’étoile hôte à cause de la marée d’équilibre (voir par exemple Faigler et Mazeh, 2011 ; Shporer et al., 2011 ; Shporer, 2017 ; Lillo-Box et al., 2021). La manière dont ces différents effets se combinent est illustrée dans la Figure 7.11, où la forme de la courbe de lumière repliée en phase est représentée.

Par excitation de marée, un compagnon est aussi responsable de l’excitation d’ondes de gravité dans l’intérieur radiatif de l’étoile (voir par exemple Zahn, 1966 ; Welsh et al., 2011 ; Fuller, 2017) et d’ondes inertielles dans les régions convectives (voir par exemple Astoul et al., 2021). Les mécanismes de dissipation de ces ondes vont avoir des conséquences importantes sur l’architecture du système (Astoul et al., 2019 ; Ahuir et al., 2021a). On peut donc imaginer qu’avec une commensurabilité adéquate entre la fréquence orbitale et la fréquence de certains modes g , la présence d’un compagnon autour d’une étoile de type F soit en mesure d’exciter spécifiquement certains modes et d’accroître leur amplitude par rapport au cas stochastique, ce qui donnerait plus de chance des les rendre observables. En plus des trois phénomènes listés au paragraphe précédent, la contribution d’un ou plusieurs modes g dans les pics de puissance observés dans les PSD de KIC 9139163 et KIC 12069127 doivent également être considérés.



7.3.2 Modulations photométriques

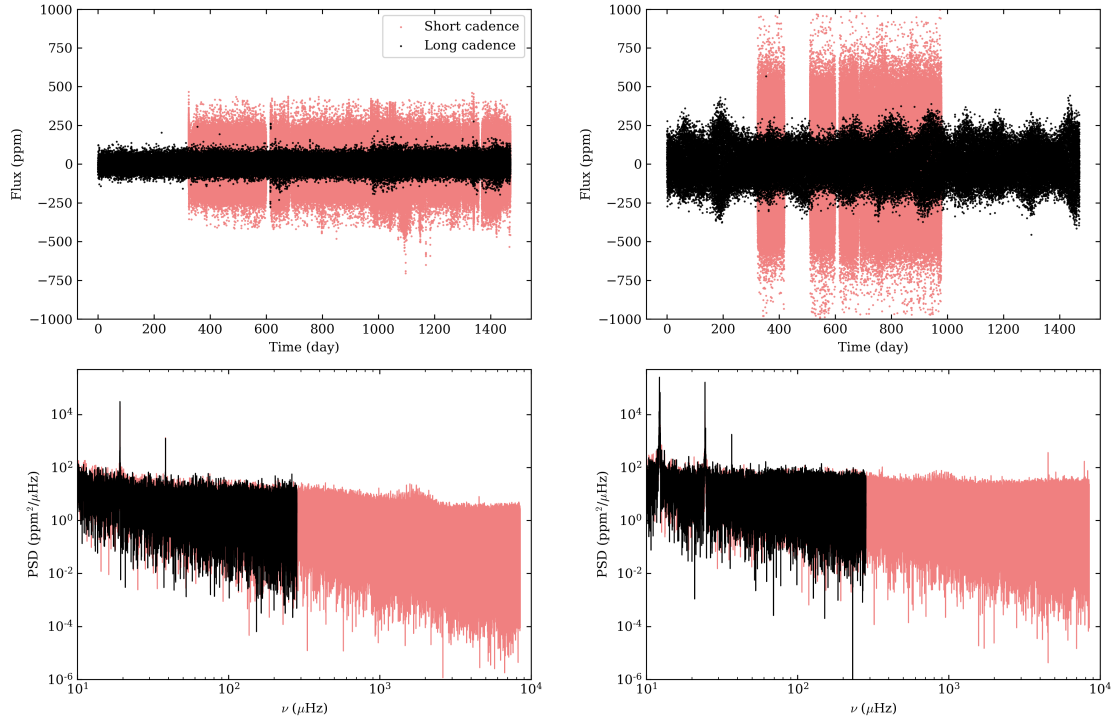


FIGURE 7.12 – Courbes de lumière et PSD de KIC 9139163 (gauche) et KIC 12069127 (droite) obtenues au cours de la mission *Kepler*. Les données en *long cadence* sont en rouge et celles en *short cadence* en noir. Un filtre FIR passe-haut a été appliqué sur chaque courbe de lumière. La fréquence de coupure est $10 \mu\text{Hz}$ pour KIC 9139163 et $8 \mu\text{Hz}$ pour KIC 12069127.

La Figure 7.12 montre les courbes de lumière *Kepler*, en *short cadence* et en *long cadence*, pour KIC 9139163 et KIC 12069127, ainsi que les PSD correspondantes. KIC 9139163 a été observé sans interruption en *short cadence* entre le quarter 5 et le quarter 17 tandis que KIC 12069127 a été observé pendant le quarter 5 puis de manière continue du quarter 7 au quarter 11. Afin de mettre en évidence les modulations attribuées au compagnon non transitant dans la courbe de lumière, un filtre FIR (voir Chapitre 5) passe-haut est appliqué sur chaque courbe de lumière. On choisit une fréquence de coupure à $10 \mu\text{Hz}$ pour KIC 9139163 et à $8 \mu\text{Hz}$ pour KIC 12069127. Les modulations photométriques de KIC 12069127 sont de plus grandes amplitudes que celles de KIC 9139163. Une variabilité très nette de l’amplitude de la modulation au cours du temps est également visible dans les données *long cadence* de KIC 12069127. Deux harmoniques sont clairement visibles dans la PSD de KIC 9139163, vers 19 et $38 \mu\text{Hz}$, et trois harmoniques pour KIC 12069127, vers 12 , 24 et $36 \mu\text{Hz}$. On distingue également l’excès de puissance relatif au modes p dans chacune des PSD. On a $\nu_{\text{max}} \approx 1700 \mu\text{Hz}$ pour KIC 9139163 et $\nu_{\text{max}} \approx 860 \mu\text{Hz}$ pour KIC 12069127.

La Figure 7.13 montre les courbes de lumière *long cadence* repliées en phase, en considérant à chaque fois pour calculer la phase la période correspondant à la première harmonique du signal

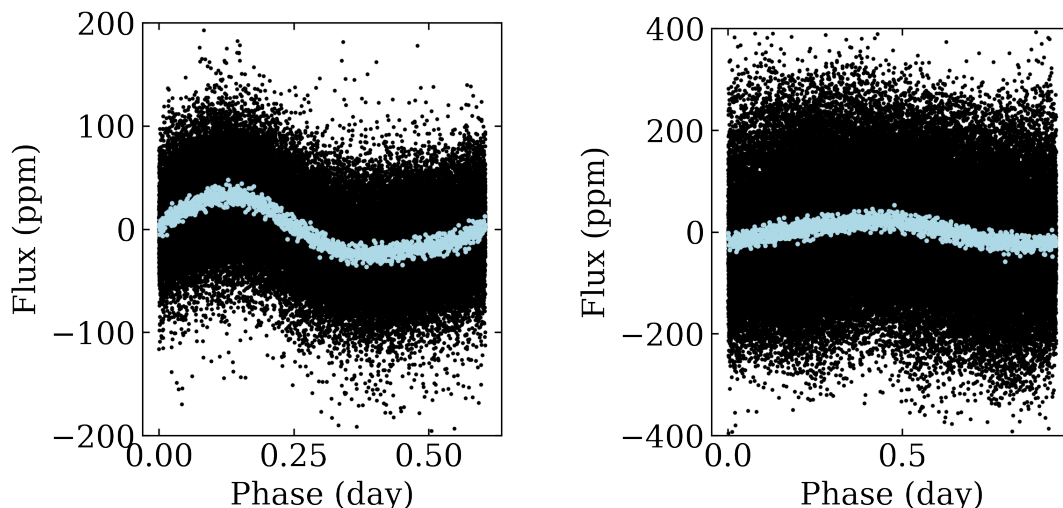


FIGURE 7.13 – Courbe de lumière en phase pour KIC 9139163 (gauche) et KIC 12069127 (droite) obtenue à partir des données *long cadence* (noir). Une courbe lissée à l’aide d’un filtre triangulaire est également montrée (bleu).

associé à l’objet non transitant, soit 0.605 jours pour KIC 9139163 et 0.941 jours pour KIC 12069127. Afin de mieux mettre en évidence la modulation en phase, je montre aussi un lissage de la courbe de lumière repliée, effectué avec un filtre triangulaire de 50 bins de largeur. La forme de la modulation en phase est différente pour KIC 9139163 et KIC 12069127, ce qui suggère que les contributions à l’origine de la modulation photométrique diffèrent entre les deux cas.

7.3.3 Analyse sismique et angle d’inclinaison stellaire

Une analyse sismique des modes p de KIC 9139163 a été réalisée par Appourchaux et al. (2012), Corsaro et De Ridder (2014), Benomar et al. (2015), Lund et al. (2017) et Hall et al. (2021) tandis que les modes p de KIC 12069127 ont été analysés par White et al. (2012), Lund et al. (2017) et Hall et al. (2021). Pour ce travail, j’ai effectué avec le module `apollinaire` une nouvelle caractérisation des modes p , complémentaires aux analyses précédentes. L’objectif principal de cette analyse est d’obtenir des contraintes sur l’angle d’inclinaison \mathcal{I} de l’étoile.

La stratégie d’analyse est la suivante : dans un premier temps, les paramètres des modes sont ajustés ordre par ordre sans inclure les splittings rotationnels dans le modèle. L’objectif est d’obtenir une bonne estimation des fréquences, largeurs et hauteurs de chaque mode. Dans un second temps, on utilise une stratégie globale d’ajustement en incluant dans le modèle l’angle d’inclinaison de l’étoile et un paramètre de splitting rotationnel ν_s commun à tous les modes. On fait donc l’hypothèse que, dans l’intervalle de fréquence considéré, la valeur du splitting rotationnel varie peu avec l’ordre radial (régime asymptotique).

La Figure 7.14 montre la distribution de probabilité postérieure obtenue pour chacune des deux étoiles pour \mathcal{I} et ν_s . En considérant la valeur médiane et celles des 16ème et 84ème percentiles

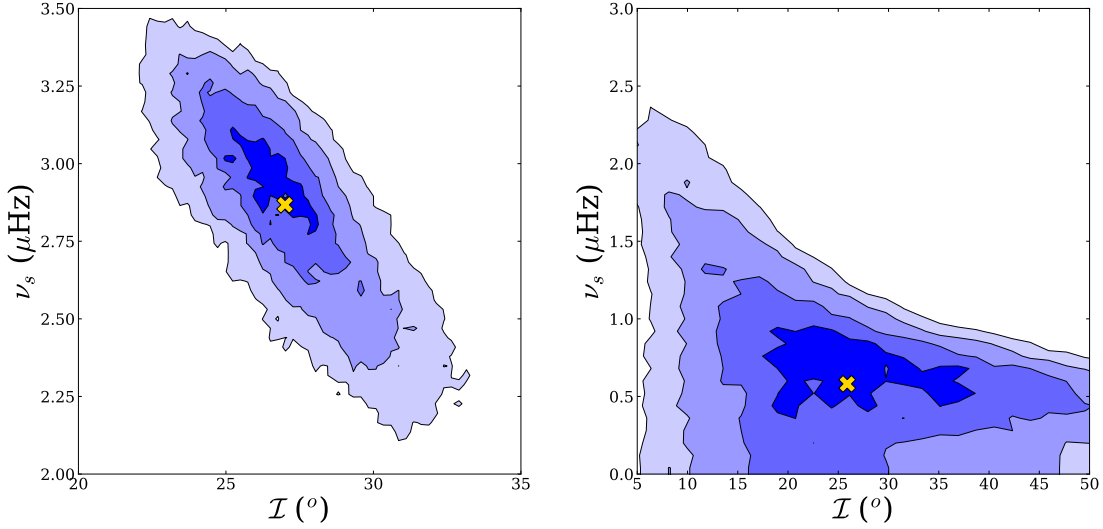


FIGURE 7.14 – Distribution de probabilité postérieure obtenue avec `apollinaire` pour l’angle d’inclinaison \mathcal{I} et le splitting rotationnel moyen ν_s pour KIC 9139163 (gauche) et KIC 12069127 (droite). La croix jaune signale la position de la valeur médiane obtenue en considérant les distributions marginalisées de \mathcal{I} et ν_s . On obtient $\mathcal{I} = 27.0^{+2.8}_{-2.4}$ degrés pour KIC 9139163 et $\mathcal{I} = 25.9^{+15.2}_{-30.2}$ degrés pour KIC 12069127.

de la distribution marginalisée de \mathcal{I} (voir Annexe A.4.2), on obtient $\mathcal{I} = 27.0^{+2.8}_{-2.4}$ degrés pour KIC 9139163 et $\mathcal{I} = 25.9^{+15.2}_{-30.2}$ degrés pour KIC 12069127. Pour KIC 9139163, Benomar et al. (2015) avaient obtenu $\mathcal{I} = 28.0^{+3.5}_{-4.0}$ degrés et Hall et al. (2021), $\mathcal{I} = 33.5^{+3.0}_{-3.0}$ degrés. Pour KIC 12069127, Hall et al. (2021) avaient obtenu $\mathcal{I} = 16.6^{+54.1}_{-6.3}$ degrés. Les différentes mesures de \mathcal{I} sont donc globalement en accord pour KIC 9139163. Pour KIC 12069127 on soulignera l’intervalle d’incertitude extrêmement large qui empêche d’obtenir une contrainte forte sur l’angle d’inclinaison.

Il est intéressant de constater que KIC 9139163 a une faible inclinaison et nous présente probablement l’un de ses pôles, ce qui, comme on l’a vu plus haut, a des conséquences importantes sur la visibilité des composantes azimutales des modes d’oscillation. Cependant, il faut insister sur le fait que cette connaissance de l’angle d’inclinaison stellaire ne nous permet pas de formuler une prédiction sur l’angle d’inclinaison du plan orbital du compagnon : en effet, dans de nombreux systèmes, l’obliquité entre l’axe de rotation stellaire et l’axe de révolution orbitale du compagnon est significative (voir par exemple Albrecht et al., 2022, pour une revue).

7.3.4 Observations en vitesse radiale et potentiel pour la caractérisation

Des observations avec l’instrument HARPS-N (*High Accuracy Radial velocity Planet Searcher for the Northern hemisphere*, Cosentino et al., 2012) sont en cours afin de caractériser le compagnon de KIC 9139163. HARPS-N est un spectrographe échelle de haute précision installé sur le *Telescopio Nazionale Galileo* (TNG, qui possède un miroir de 3.58 m de diamètre) à l’Observatoire du Roque de los Muchachos, à La Palma (Espagne). 12 spectres ont déjà pu être acquis, entre le 26 mars et le 4 mai 2022, confirmant la présence probable d’un objet non transitant autour de KIC 9139163.

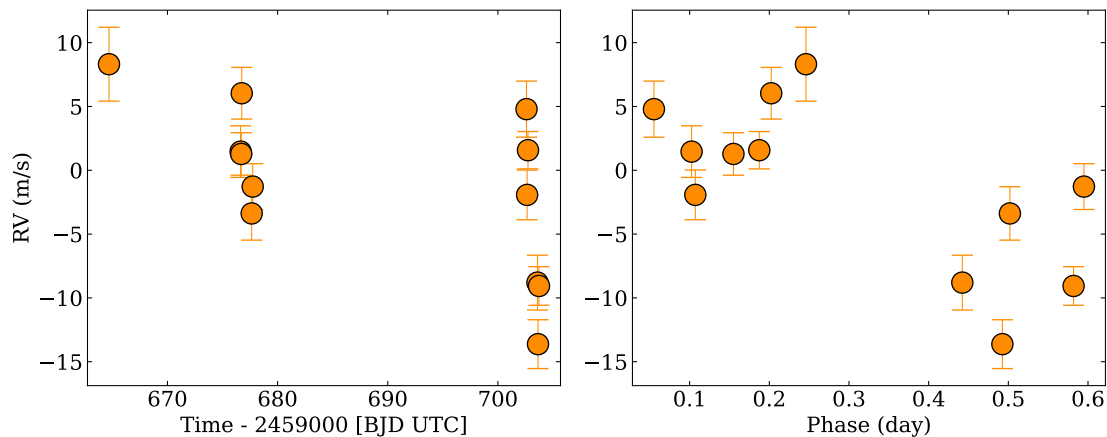


FIGURE 7.15 – Mesures en vitesses radiales obtenues avec HARPS-N pour KIC 9139163, au cours du temps (gauche, le temps est compté en jours juliens barycentriques, *barycentric julian date*, BJD) et en phase (droite). On a soustrait aux vitesses radiales la valeur médiane des mesures effectuées. Les incertitudes sur chaque mesure sont signalées.

Les mesures de vitesses radiales obtenues grâce à la réduction de ces spectres par le code d’analyse dédié HARPS-N DRS (HARPS-N *Data Reduction Software*, Cosentino et al., 2014) sont montrées dans la Figure 7.15, en fonction du temps ainsi que de la phase correspondant au signal de période 0.6 jour observé dans la courbe de lumière.

Les résultats présentés ici sont préliminaires : des observations supplémentaires doivent être effectuées avec HARPS-N afin de mettre en évidence la dynamique du compagnon. Je suis le coordinateur de ce projet, qui est une collaboration entre le CEA et l’IAC à Tenerife. Il fera tout d’abord l’objet d’une lettre pour la détection et la caractérisation du compagnon, actuellement en cours d’écriture (Breton, Dyrek et al, en préparation). Nous espérons également pouvoir réaliser dans un futur proche des études plus détaillées des perspectives physiques ouvertes par ce système, à la fois pour étudier la possible excitation d’ondes de gravité via des marées dynamiques et pour tenter de mieux comprendre les possibles scénarios d’évolution des divers plans d’inclinaison du système, en utilisant un code prenant ces aspects en compte, comme par exemple MERCURY-T (Bolmont et al., 2015).

KIC 12069127 devrait quant à lui être observé durant cet été à l’observatoire d’Ondrejov (République tchèque). La modulation relative de plus grande amplitude que dans le cas de KIC 9139163, alors que KIC 12069127 a une luminosité absolue environ deux fois supérieure (voir Silva Aguirre et al., 2017) suggère en effet que dans ce cas le compagnon est nettement plus massif et demande une moins grande précision dans les vitesses radiales pour être détecté.

7.4 Conclusion

Dans ce chapitre final, j’ai présenté des perspectives pour étudier les régions de basse fréquence des étoiles de type F observées au cours de la mission *Kepler*.



- Après avoir présenté une feuille de route pour une stratégie de détection des modes g dans les étoiles de type F, j'ai établi une liste de 37 étoiles d'intérêt observées au cours de la mission nominale de *Kepler*. Dans toutes ces étoiles, des modes p excités par mécanisme stochastique ont été détectés. En croisant différents catalogues, j'ai discuté les propriétés de ces étoiles. En particulier j'ai comparé les périodes de rotation obtenues par méthode sismique et photométrique.
- J'ai présenté la méthode considérée pour obtenir, sans être biaisée par la contribution des pics de rotation de surface dans la PSD, les spectres S/N de ces étoiles. Cette méthode, mise en oeuvre grâce au module `apollinaire`, a été appliquée aux 37 étoiles de l'échantillon.
- En considérant le cas simplifié de spectres S/N synthétiques, j'ai discuté l'influence de l'angle d'inclinaison sur la signature observable pour les modes g . J'ai montré qu'il pouvait être difficile d'identifier dans le périodogramme Lomb-Scargle le pic correspondant à ΔP_ℓ dans le cas où plusieurs composantes azimutales m des modes étaient visibles simultanément.
- J'ai calculé les périodogrammes Lomb-Scargle obtenus pour les spectres S/N ré-échantillonnés en période des 37 étoiles sélectionnées. J'ai montré que la proportion de signaux détectés dans ces périodogrammes correspondaient à un écart significatif par rapport à la quantité attendue dans l'hypothèse d'un signal lié uniquement à une structure de bruit suivant une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté.
- J'ai souligné qu'il était toutefois difficile de conclure que cet écart correspondait à une détection de modes g . Ce travail demeure cependant prometteur et doit être approfondi et complété dans le futur afin de livrer ses conclusions définitives. Ainsi, des tentatives d'identification de modes individuels dans les PSD des étoiles sélectionnées doivent également être effectuées, avec une mise en regard des simulations 3D réalisées au Chapitre 6.
- Dans la seconde partie du chapitre, je me suis intéressé plus en détail à deux étoiles, KIC 9139163 et KIC 12069127, qui présentent des modulations photométriques à basse fréquence liées à la présence d'un compagnon non transitant. J'ai présenté les contributions principales communément considérées dans la littérature pour expliquer la présence de modulations photométriques liées à ces compagnons et j'ai discuté la possibilité que, dans le cas de ces deux étoiles, des modes g puissent également être responsables d'une contribution dans le signal observé.
- J'ai comparé les courbes de lumières *long* et *short cadence* pour les deux étoiles et j'ai procédé à leur analyse sismique grâce au module `apollinaire`. J'ai montré qu'on pouvait contraindre avec précision la faible inclinaison de KIC 9139163 mais pas celle de KIC 12069127.
- J'ai présenté le projet que je coordonne afin de mieux caractériser et comprendre cette catégorie de systèmes. Des premières observations spectroscopiques de KIC 9139163 ont été réalisées avec HARPS-N au printemps 2022. Ce travail ouvre de nombreuses perspectives afin d'étudier les interactions d'étoiles de type F avec des compagnons de différents types. Il ouvre aussi une fenêtre sur la caractérisation des intérieurs radiatifs de ces étoiles s'ils s'avèrent que ces pics correspondent, au moins partiellement, à des modes g excités par les effets de marée dynamique.

Ce chapitre clôture donc la troisième partie du manuscrit concernant la rotation interne.



Conclusion et perspectives

*Tu es venu vers moi, comme conduit par une étoile,
Tu foulais aux pieds l'automne tragique,
Tu es entré dans la maison à jamais déserte,
D'où avait fui le vol des poèmes brûlés.*

Anna Akhmatova

J'ai développé dans cette thèse un ensemble de thématiques liées à l'étude et à la caractérisation de la rotation dans les étoiles de type solaire.

La première partie du manuscrit exposait les concepts théoriques nécessaires pour étudier cette problématique. J'ai présenté quelques-uns des aspects principaux mis en jeu dans la dynamique des intérieurs stellaires en rotation ; j'ai exposé les fondements théoriques de l'astérosismologie, l'étude des oscillations stellaires, une méthode permettant de sonder la structure et la dynamique des régions stellaires internes.

Dans la seconde partie du manuscrit, je me suis intéressé à la caractérisation de la rotation de surface. Je me suis d'abord penché sur la problématique de la mesure de la période de rotation de surface des étoiles de type solaire via la photométrie. Après avoir exposé l'état de l'art des méthodes d'analyse des modulations de luminosité stellaire liées aux comportements des régions actives et des *faculae*, j'ai décrit en détail le principe de la méthodologie ROOSTER que j'ai mise au point pendant ma thèse (Breton et al., 2021). Celle-ci utilise des algorithmes *random forest* pour déterminer la période de rotation de surface d'une étoile à partir d'un ensemble de valeurs candidates. ROOSTER a été utilisé pour construire ce qui est aujourd'hui le plus grand catalogue de rotation de surface pour la mission *Kepler* (Santos et al., 2021). J'ai exposé différentes possibilités offertes par l'existence de ce catalogue pour explorer la dynamique de la région convective des étoiles de type solaire. J'ai discuté les possibilités de caractériser le niveau d'activité magnétique de ces étoiles grâce à l'indice photométrique S_{ph} , puis j'ai exposé deux méthodes (Corsaro et al., 2021 ; Noraz et al., 2022) permettant d'estimer le nombre de Rossby des étoiles en utilisant une mesure de la période de rotation.

Dans la troisième et dernière partie, j'ai exploré des possibilités de mieux caractériser la rotation interne des étoiles de type solaire. La détection de modes g est au coeur de cette problématique, car, au contraire des modes p, leurs propriétés sont intimement liées à la structure et à la dynamique des régions radiatives profondes. Je me suis d'abord intéressé au cas du Soleil lui-même, en analysant avec mon module bayésien *apollinaire* (Breton et al., 2022b) les données acquises par le prototype Solar-SONG, un spectrographe échelle dédié à l'héliosismologie qui a réalisé deux mois



d’observations en haute cadence depuis l’observatoire du Teide au cours de l’été 2018. J’ai montré que les performances de Solar-SONG dans les moyennes fréquences étaient extrêmement intéressantes en comparaison des instruments de référence considérés pour ce travail, GOLF, BiSON et HMI (Breton et al., 2022a). Cela ouvre la perspective de réaliser des observations à plus long termes avec Solar-SONG, afin d’explorer plus en détail les régions de basse fréquence de la PSD. Je me suis ensuite intéressé à la possibilité de détecter des modes g dans les étoiles de type F présentant des oscillations acoustiques stochastiques de type solaire. Ces étoiles sont particulièrement intéressantes dans cette optique à cause de l’épaisseur relative de leur enveloppe convective plus faible que dans le cas du Soleil. Cette étude a été menée par le biais de simulations 3D réalisées avec le code anélastique pseudo-spectral ASH (Breton et al., 2022c). J’ai considéré un modèle d’étoile de type F de masse $1.3 M_{\odot}$; j’ai réalisé des simulations pour différents taux de rotation, 1, 3 et $5 \Omega_{\odot}$. J’ai modélisé en détail la convection de ces étoiles et l’excitation d’ondes internes de gravité à la base de l’enveloppe convective. J’ai analysé la propagation de ces ondes et caractérisé leur propriété ainsi que leur visibilité. J’ai ainsi montré que l’augmentation de la fréquence de rotation était associée à une possible augmentation de l’amplitude des ondes de gravité à basse fréquence. Les amplitudes mesurées dans les différentes simulations ouvrent des perspectives observationnelles à la fois en photométrie et en vitesse radiale. Dans un ultime chapitre prospectif, j’ai commencé à évaluer la possibilité de détecter ces modes dans les données acquises par le satellite *Kepler*. J’ai montré que les régions de basse fréquence de la PSD des 37 étoiles de type F sélectionnées pour mener cette analyse présentaient des structures qui ne pouvaient pas être attribuées au bruit. Je me suis finalement intéressé plus en détail à deux étoiles de l’échantillon, présentant des modulations photométriques caractéristiques de la présence d’un compagnon non-transitant. J’ai brièvement exposé le projet de caractérisation de ces deux systèmes par des observations en vitesses radiales, et j’ai expliqué comment de tels systèmes pouvaient servir d’objets de référence pour l’étude de l’excitation des modes g par mécanisme de marée dynamique dans les étoiles de type solaire.

Ce travail de thèse s’inscrit ainsi dans la lignée des questionnements ouverts par les observations de la mission *Kepler* et constitue un pas en direction des possibilités ouvertes dans le futur pour la mission PLATO. Dédiée aux étoiles de types solaire brillantes, celle-ci promet en effet d’augmenter de plusieurs ordres de grandeur le nombre de séries temporelles haute cadence disponibles pour les pulsateurs de type solaire, offrant à l’astérosismologie un vaste terrain d’exploration. Cela permettra d’explorer certaines régions encore mal comprises du diagramme HR, notamment la zone de transition entre pulsateurs de type solaire et étoiles γ Doradus. Comme j’ai pu l’évoquer dans ce manuscrit, ces étoiles sont particulièrement intéressantes car elles cumulent des propriétés propres à chacune des deux familles. La dynamique de leur enveloppe convective, l’existence de modes p stochastiques, les rattachent aux étoiles de type solaire, mais, comme les γ Doradus, elles possèdent un coeur convectif et, à cause de la faible efficacité du transfert de moment cinétique vers le vent stellaire, elles ne freinent pas aussi efficacement au cours de leur évolution que les étoiles plus froides. De manière plus générale, PLATO va aussi permettre d’analyser la rotation de surface des étoiles de type solaire par combinaison de méthodes photométriques, sismiques et spectroscopiques dans des proportions beaucoup plus larges qu’aujourd’hui, où, dans la plupart des cas, une seule méthode est disponible. Cela ouvre la porte à la fois à la réalisation d’études statistiques en grande population et à la caractérisation en profondeur de systèmes individuels.

Dans le futur, en plus des responsabilités que je vais prendre durant mon contrat post-doctoral à l’*Osservatorio Astrofisico* de Catane concernant le développement et la validation scientifique des outils liés à la rotation stellaire de surface dans le pipeline de PLATO, je souhaiterais donc

- Approfondir et compléter la recherche de modes g dans les pulsateurs solaires de type F



présentée dans le Chapitre 7 et présenter les conclusions définitives de cette étude.

- Étudier le rôle d'un coeur convectif dans l'excitation des ondes internes de gravité dans les étoiles de type F. Ce travail pourrait être étendu à un cadre MHD afin de procéder à une analyse des interactions entre les ondes de gravité et le champ magnétique.
- Élargir la gamme de masses stellaires et de métallicités considérées dans les simulations 3D afin d'étudier en détail la dépendance des propriétés des ondes de gravité à ces paramètres, et dériver, si possible, des lois d'échelles à partir de ces analyses.
- Procéder à une analyse détaillée des étoiles de type solaire en rotation rapide identifiées par Santos et al. (2019, 2021). J'ai notamment montré dans le Chapitre 6 que la signature des modes de Rossby était détectable dans mes simulations 3D; détecter ces modes dans des étoiles de type solaire autres que le Soleil enrichirait significativement notre compréhension de la dynamique de leurs enveloppes convectives.
- Analyser en profondeur les possibilités d'excitation de modes d'oscillation de basse fréquence par mécanisme de marée dynamique dans le cas des étoiles de type solaire, en menant ce travail à la fois sur un front théorique et observationnel.
- Caractériser avec précision la région de transition entre les étoiles de type F présentant des pulsations de type solaire et les étoiles de classe γ Doradus, avec la perspective de caractériser la limite haute en température effective où des modes p stochastiques sont encore excités, ainsi que l'opportunité de comprendre comment évolue le signal convectif à mesure que l'épaisseur de l'enveloppe diminue.

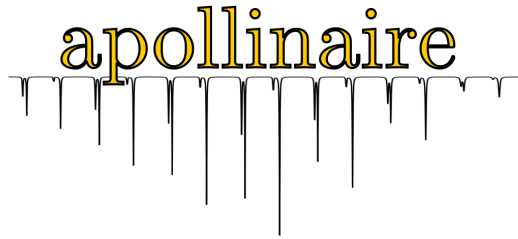
Comprendre les points communs et les différences existant entre les myriades d'étoiles qui s'offrent au regard acéré de nos télescopes, c'est aussi mieux mettre en évidence ce qui fait la spécificité de notre propre Soleil et de son environnement. Les années qui viennent s'annoncent donc enthousiasmantes pour la physique des étoiles de type solaire.

Hure, Palaiseau, Gif-sur-Yvette, janvier à juin 2022.



ANNEXE A

Le module de peakbagging apollinaire



A.1 Introduction : un module bayésien pour l’astérosismologie

Dans le cadre de ma thèse, j’ai développé le module de *peakbagging* **apollinaire**, un outil open source entièrement écrit en **Python 3** et dédié à l’analyse sismique des séries temporelles acquises par des instruments comme *Kepler*, **PLATO**, **TESS**, **GOLF**, **Solar-SONG**, etc., via des chaînes de Markov Monte-Carlo (MCMC). Cette annexe présente des généralités concernant les approches bayésiennes pour l’analyse de donnée (Section A.2), la modélisation des modes p dans la PSD des étoiles de type solaires (Section A.3), l’échantillonnage des MCMC (Section A.4). La description du module donnée dans les Sections A.5, A.6 et A.7 est volontairement succincte ; pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à Breton et al. (2022b) ou à la documentation en ligne ¹.

A.2 Probabilité postérieure

La PSD suit une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté (Woodard, 1984). Dans le cadre d’une telle distribution, la vraisemblance d’un spectre idéal S paramétré par θ et comparé à un spectre observé \mathbf{S}_{obs} , pour un ensemble de fréquences indépendantes ν_i , est

1. <https://apollinaire.readthedocs.io/en/latest/>

$$\mathcal{L}(\mathbf{S}_{\text{obs}}, \theta) = \prod_{i=1}^k \frac{1}{S(\nu_i, \theta)} \exp \left[-\frac{S_{\text{obs}}(\nu_i)}{S(\nu_i, \theta)} \right]. \quad (\text{A.1})$$

Afin d'adopter une approche bayésienne, la vraisemblance \mathcal{L} va être utilisée pour calculer la probabilité postérieure, aussi désignée comme la crédence de la paramétrisation θ vis-à-vis des données \mathbf{S}_{obs}

$$p(\theta | \mathbf{S}_{\text{obs}}) = \frac{p(\mathbf{S}_{\text{obs}} | \theta) p(\theta)}{p(\mathbf{S}_{\text{obs}})}, \quad (\text{A.2})$$

où $p(\mathbf{S}_{\text{obs}} | \theta)$ est identifié à la vraisemblance \mathcal{L} , $p(\theta)$ est la probabilité *a priori* attribuée à θ et $p(\mathbf{S}_{\text{obs}})$ peut-être considéré comme un terme de normalisation.

A.3 Modélisation de la PSD

On va traditionnellement décomposer le terme S entre la contribution dite *d'arrière plan* (j'utiliserai dans la suite le terme *background*), B , et la contribution des modes p proprement dite, P

$$S(\nu) = B(\nu) + P(\nu). \quad (\text{A.3})$$

A.3.1 Terme de background

Le background est généralement modélisé comme la somme d'un nombre variable, i , de modèles dits *de Harvey* (le plus souvent un ou deux, Harvey, 1985; Mathur et al., 2010; Kallinger et al., 2014), \mathcal{H}_i , utilisés pour caractériser les différentes composantes de la convection et/ou des *faculae*, d'un terme de bruit instrumental qui est dominé par le bruit de photon à haute fréquence, P_n , et éventuellement d'une loi de puissance paramétrisée par des termes a et b , caractérisant la puissance à basse fréquence d'origine magnétique (Brown et al., 2021)

$$B(\nu) = \sum_i \mathcal{H}_i(\nu) + a\nu^{-b} + P_n, \quad (\text{A.4})$$

avec \mathcal{H}_i paramétrisé par une amplitude A_i , une fréquence caractéristique $\nu_{c,i}$ et un exposant γ_i

$$\mathcal{H}_i(\nu) = \frac{A_i}{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_{c,i}}\right)^{\gamma_i}}. \quad (\text{A.5})$$

En pratique, on va dans un premier temps ajuster B en considérant à la place de P une fonction gaussienne d'amplitude A_{max} d'écart type W centrée en ν_{max}

$$S(\nu) = B(\nu) + A_{\text{max}} e^{-\left(\frac{\nu - \nu_{\text{max}}}{W}\right)^2}. \quad (\text{A.6})$$



A.3.2 Modélisation des profils de modes

Dans le cadre le plus général, on va modéliser chaque composante m d'un mode de degré ℓ par une Lorentzienne asymétrique, L (Toutain et al., 1998 ; Duvall et al., 1993), ce qui donne, en utilisant le profil défini par Nigam et Kosovichev (1998)

$$L(\nu, \nu_0, \Gamma, H, \alpha) = \frac{H}{1+x^2} \left[(1+\alpha x)^2 + \alpha^2 \right], \quad (\text{A.7})$$

avec α le paramètre d'asymétrie, qui est une fonction de la fréquence (voir par exemple Philidet et al., 2020), et x la fréquence réduite

$$x(\nu, \nu_0, \Gamma) = \frac{\nu - \nu_0}{\Gamma/2}, \quad (\text{A.8})$$

Un mode p d'ordre n et de degré ℓ peut donc être décrit comme la somme de ses $2\ell + 1$ composantes

$$M_{n,\ell}(\nu) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} L(\nu, \nu_{n,\ell} + m s_{n,\ell,m}, \Gamma_{n,\ell}, r_{\ell,m} H_{n,\ell}, \alpha), \quad (\text{A.9})$$

où $\nu_{n,\ell}$ est la fréquence de la composante zonale $m = 0$ du mode, $s_{n,\ell,m}$ est le terme de splittings qui mesure l'écart en fréquence entre les différentes composantes et $r_{\ell,m}$ sont les ratios de hauteur entre composantes évoqués en début de Section. Les termes $r_{\ell,m}$ vérifient

$$\sum_{m=-\ell}^{m=\ell} r_{\ell,m} = 1 \quad (\text{A.10})$$

Si ses propriétés ont été exploitées en héliosismologie, il faut noter que la dépendance en m du terme de splittings $s_{n,\ell,m}$ est le plus souvent ignorée en astérosismologie (pour une exception, voir Benomar et al., 2018), de même que l'asymétrie α des modes.

Avec les définitions données plus haut, on a alors simplement pour P

$$P(\nu) = \sum_n \sum_{\ell} M_{n,\ell}(\nu). \quad (\text{A.11})$$

A.4 Échantillonnage avec les MCMC

A.4.1 Algorithme de Metropolis-Hastings

À condition que la chaîne de Markov considérée vérifie les propriétés d'irréductibilité (quel que soit les états possibles de la chaîne, ils sont tous accessibles depuis un état donné, en une ou plusieurs transitions) et d'apériodicité (les états de la chaîne de Markov irréductible ne sont pas organisés de façon cyclique), il est en effet possible de montrer que la distribution de ses états successifs converge vers une distribution qu'on appelle la *mesure invariante* de la chaîne de Markov. L'algorithme de Metropolis-Hastings (Metropolis et al., 1953 ; Hastings, 1970) définit alors une chaîne de Markov dont la mesure invariante est, par construction, la distribution de probabilité que l'on cherche à échantillonner, ici $p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|\theta)p(\theta)$. Pour une MCMC dans un état u , un nouvel état v est choisi par

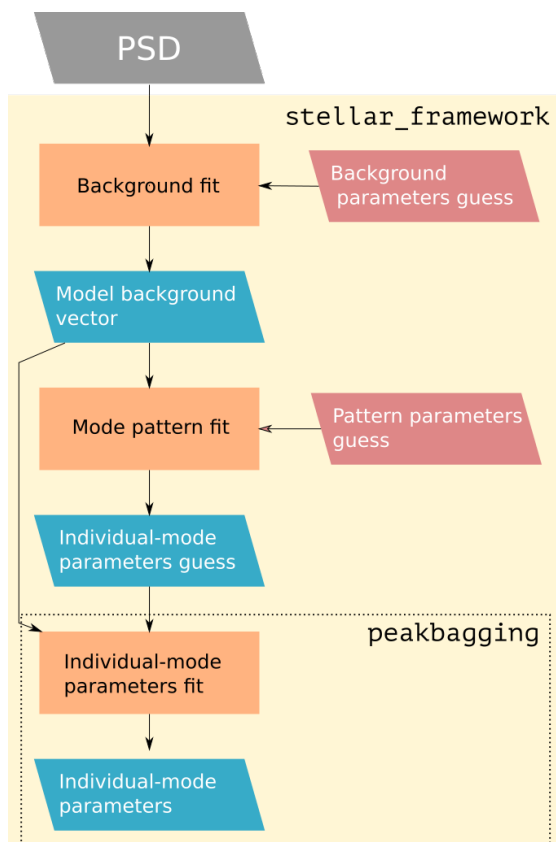


FIGURE A.1 – Diagramme de flot simplifié pour le module `apollinaire`. Figure tirée de Breton et al. (2022b).

un tirage suivant une loi de probabilité $\mathcal{Q}(u, v)$. Ce nouvel état est accepté où rejeté en considérant le tirage d'une valeur entre 0 et 1 selon une loi uniforme et en comparant le résultat \mathcal{V} de ce tirage au terme $\mathcal{R}(u, v)$ avec

$$\mathcal{R}(u, v) = h \left(\frac{\pi(v)\mathcal{Q}(v, u)}{\pi(u)\mathcal{Q}(u, v)} \right) ; \mathcal{Q}(u, v) \neq 0, \quad (\text{A.12})$$

avec h une fonction croissante de $]0, \infty[$ dans $]0, 1[$ telle que $h(x) = xh(1/x)$ et $\pi(u) = p(\mathbf{S}_{\text{obs}}|u)p(u)$. Sous la condition $\mathcal{V} < \mathcal{R}(u, v)$, le nouvel état de la chaîne est v , sinon la chaîne demeure dans l'état u .

A.4.2 Estimation des incertitudes

À partir de la distribution échantillonnée avec les MCMC, on retient la médiane de la distribution marginalisée de chaque paramètre comme valeur de référence. Pour estimer les incertitudes sur cette valeur, on considère les valeurs du 16ème et 84ème percentiles de la distribution marginalisée, qui correspondent à un écart à un sigma dans le cas d'une distribution gaussienne.

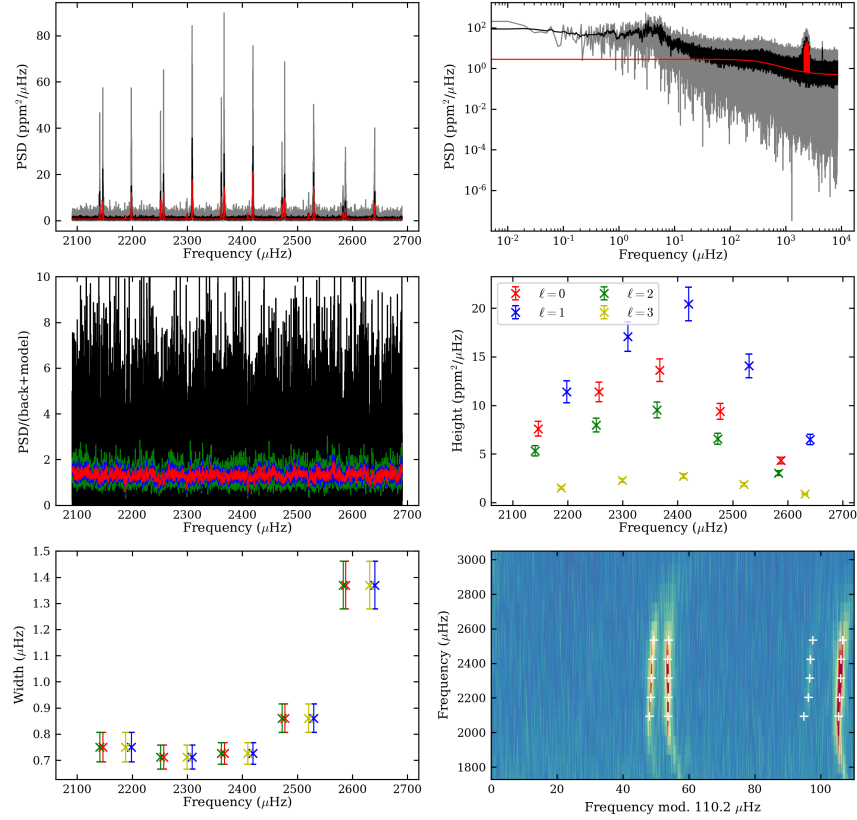


FIGURE A.2 – Exemple de sortie standard générée par les fonctions `stellar_framework` et `peakbagging` d’`apollinaire`, pour l’étoile KIC 6225718. *En haut à gauche* : agrandissement de la PSD dans la région des modes p. La PSD est en gris, la courbe noire correspond à la PSD après l’application d’une moyenne roulante. Le modèle ajusté est en rouge. *En haut à droite* : PSD (gris), PSD (noir) après l’application d’une moyenne roulante et modèle ajusté (rouge). *Au milieu à gauche* : PSD divisée par le modèle ajusté, en incluant le background (noir) afin d’obtenir le résidu. Les courbes en couleur montrent le résidu après l’application d’une moyenne roulante avec différentes valeurs de fenêtrage. *Au milieu à droite* : Hauteurs obtenues pour les modes p considérés. *En bas à gauche* : Largeurs obtenues pour les modes p considérés. *En bas à droite* : Diagramme échelle de la PSD.

A.5 Structure du module *apollinaire*

En plus de ses fonctionnalités annexes (voir la Section A.7), le module est capable d’effectuer trois tâches principales :



1. extraction des **paramètres du background** stellaire dans la PSD ;
2. extraction des **paramètres d'ensemble du motif des modes p** (voir la paramétrisation du modèle décrite dans la Section 3.5 de Breton et al. (2022b), en particulier l'équation 22) ;
3. extraction des **paramètres individuels des modes p**.

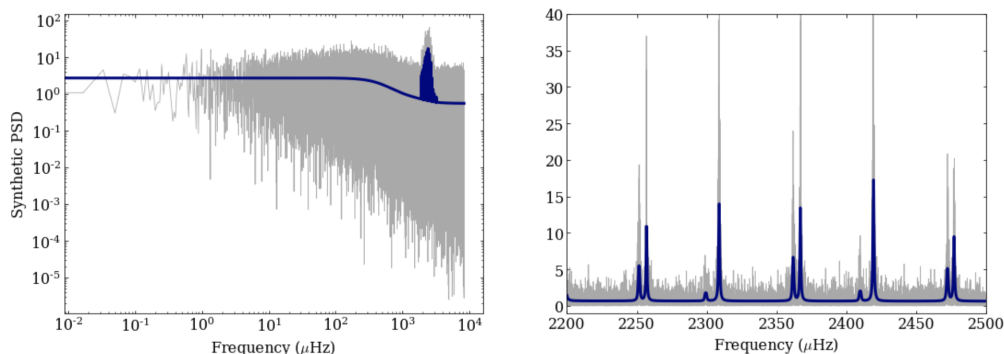


FIGURE A.3 – Exemple de PSD synthétique générée avec `apollinaire`. Le panneau de gauche permet de visualiser l'ensemble du spectre généré avec le profil de background tandis que le panneau de droite montre un agrandissement de la PSD au voisinage de ν_{\max} . Le modèle utilisé est représenté en bleu, le spectre synthétique suivant une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté est en gris.

L'interconnexion et l'enchaînement de ces différentes étapes d'analyse est représenté dans le diagramme de flot de la Figure A.1. La fonction `stellar_framework` est en mesure d'effectuer chacune de ces étapes les unes après les autres de façon automatisée. La fonction `peakbagging` peut également être utilisée indépendamment pour l'ajustement des paramètres individuels des modes. La Figure A.2 montre un exemple de résultat obtenu pour l'analyse automatique réalisée par la fonction `stellar_framework`. La PSD analysée est celle de l'étoile KIC 6225718. Les formats des entrées et sorties standards d'`apollinaire` sont décrits en détail dans la documentation du code.

A.6 Benchmark et validation

Afin d'assurer sa fiabilité, le code a été testé et validé en profondeur, à la fois sur des données synthétiques et des données réelles. La validation par l'analyse de données synthétiques générées par un processus Monte Carlo permet notamment de démontrer que le code n'introduit pas d'erreur systématique dans son analyse. L'analyse de données réelles permet de comparer les résultats d'`apollinaire` à ceux obtenus avec d'autres codes. Dans ce cadre, nous avons d'abord analysé les données GOLF étudiées par Salabert et al. (2015) afin de comparer nos résultats aux leurs. Nous avons également sélectionné six étoiles observées par *Kepler* parmi celles du catalogue LEGACY de Lund et al. (2017). Les résultats obtenus avec les différentes méthodes sont en bon accord. Nous avons utilisé une méthode de ré-échantillonnage de la PSD pour gagner en temps de calcul lors de l'analyse du background, il est possible que les quelques différences observées avec Lund et al. (2017) viennent du fait que nous obtenons des profils de background légèrement différents des leurs.



A.7 Fonctionnalités annexes

Comme cela a été expliqué dans le Chapitre 5, `apollinaire` inclut également parmi ses sous-modules le module `Python` de réduction des données de l'instrument Solar-SONG, `songlib`. Des outils génériques utiles pour la manipulation de séries temporelles et de PSD sont également inclus parmi les fonctions afin d'assurer l'ergonomie du module (notamment la fonction `series_to_psd` permettant de calculer la PSD correctement calibrée pour une série temporelle donnée). Une autre fonctionnalité du code est la possibilité de générer des PSD synthétiques suivant une distribution du χ^2 à partir d'un jeu de paramètres pour le background et les modes p . Un exemple d'un tel spectre synthétique est montré dans la Figure A.3.



ANNEXE B

ASH, un code de simulation numérique MHD en 3D

Cette annexe présente le code ASH utilisé pour les simulations hydrodynamiques 3D du chapitre 6. Ce code est construit autour d'une méthode pseudo-spectrale de résolution des équations MHD (voir Section 6.2.1) et sur l'approche dite *Large Eddy Simulation* (LES, voir Lesieur, 1999; Pope, 2002). Cette approche permet de suivre les grandes échelles dynamiques du système considéré tandis que les échelles inférieures à la résolution considérée par le modèle sont paramétrisées grâce à une méthode de *SubGrid Scale modelling* (SGS). L'implémentation d'ASH est parallélisée grâce à l'usage de *Message Passing Interface* (MPI) et *SHared MEMory* (SHMEM). Les simulations réalisées pour ce travail de thèse ont été effectuées grâce aux serveurs de calcul de l'Institut de recherche sur les lois fondamentales de l'Univers (IRFU) du CEA de Saclay.

B.1 Les équations MHD anélastiques dans ASH

En se plaçant dans l'approximation anélastique, ASH résout les équations de Navier-Stokes, de continuité, d'énergie et d'induction dans une coquille sphérique tridimensionnelle en rotation. Comme expliqué dans la Section ??, l'approximation anélastique est utilisée afin d'éviter d'avoir à résoudre les ondes acoustiques. Cela permet de satisfaire le critère de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL Courant et al., 1967) avec des pas de temps plus grands que dans le cas où les ondes acoustiques auraient dû être considérées. Les variables thermodynamiques sont décomposées entre un profil de référence radial $\bar{\rho}$, \bar{p} , \bar{T} et \bar{S} et une partie fluctuante dépendant de θ et de ϕ , de la façon suivante

$$\rho_{\text{tot}}(r, \theta, \phi, t) \rightarrow \bar{\rho}(r) + \rho(r, \theta, \phi, t).$$

En définissant $\epsilon \simeq |\rho|/\bar{\rho}$, le paramètre d'expansion déterminant l'amplitude de la perturbation¹, on peut alors obtenir le jeu d'équations suivant (elles sont similaires aux équations données à la Section ??, mais cette fois dans la formulation anélastique classique² étendues au cas MHD)

$$\nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{v}) = 0, \tag{B.1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{B.2}$$

1. Ce terme est proportionnel au nombre de Mach M porté au carré, avec $M = v/c$.

2. dans la Section ??, elles avaient été présentées dans la variante LBR.



$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla \cdot \mathcal{D} - [\nabla \bar{p} - \bar{\rho} \mathbf{g}], \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \bar{T} \frac{\partial S}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{T} \mathbf{v} \nabla (\bar{S} + S) &= \nabla [\kappa_r \bar{\rho} c_p \nabla (\bar{T} + T) + \kappa \bar{\rho} \bar{T} \nabla (\bar{S} + S)] \\ &+ \frac{4\pi\eta}{c^2} \mathbf{j}^2 + 2\bar{\rho}\nu \left[e_{ij} e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \right] + \bar{\rho} \epsilon, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (\text{B.5})$$

En plus des termes décrits dans la Section 6.2.1, les équations ci-dessous font intervenir η , la diffusivité magnétique effective et $\mathbf{j} = (c/4\pi)(\nabla \times \mathbf{B})$ la densité de courant, qui se manifeste à travers le terme de chauffage ohmique de l'équation B.4. Le champ magnétique, à divergence nulle (équation B.2) intervient dans l'expression de la force de Lorentz (équation B.3) et de l'équation d'induction (équation B.5), non considérées dans le problème hydrodynamique étudié au Chapitre 6. Nous complétons le jeu d'équations avec une équation d'état linéarisée

$$\frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{p}{\bar{p}} - \frac{T}{\bar{T}} = \frac{p}{\gamma \bar{p}} - \frac{S}{c_p}, \quad (\text{B.6})$$

où γ est l'exposant adiabatique, et avec l'équation d'état à l'ordre zéro

$$\bar{p} = \mathcal{R} \bar{\rho} \bar{T}. \quad (\text{B.7})$$

Afin de satisfaire les équations B.1 et B.2, ASH assure que le flux de masse et le champ magnétique restent à divergence nulle à la précision machine près grâce à l'utilisation de la représentation *poloïdale/toroïdale* suivante

$$\bar{\rho} \mathbf{v} = \nabla \times \nabla \times (W \hat{\mathbf{e}}_r) + \nabla \times (Z \hat{\mathbf{e}}_r), \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times (C \hat{\mathbf{e}}_r) + \nabla \times (A \hat{\mathbf{e}}_r). \quad (\text{B.9})$$

où W , Z , C et A sont les composantes utilisées pour la décomposition, le terme de gauche correspondant à la composante poloïdale et le terme de droite à la composante toroïdale. Dans ASH, cette décomposition est utilisée dans les équations B.4 et B.5 et combinée avec l'équation B.7 afin d'éliminer ρ et T en faveur de S et p . Le système est ainsi réduit à six (quatre dans le cas purement hydrodynamique) équations pour les inconnues S , p , W et Z (et C et A si on se place dans le cadre MHD, voir Clune et al., 1999; Brun et al., 2004).

B.2 Méthode numérique considérée

ASH résout les équations décrites dans la section précédente sur une grille de dimension $N_r \times N_\theta \times N_\phi$, avec N_r le nombre de points de mailles radiaux, N_θ le nombre de points de mailles latitudinaux et N_ϕ le nombre points de mailles longitudinaux. La méthode numérique utilisée dans ASH est une méthode dite pseudo-spectrale (Glatzmaier, 1984; Clune et al., 1999; Boyd, 2001), c'est à dire que les termes non-linéaires sont résolus dans l'espace physique. Les variables thermodynamiques, les trois composantes du flux de masse $\bar{\rho} \mathbf{v}$ et du champ magnétique \mathbf{B} (dans le cas MHD) sont projetées



sur les harmoniques sphériques $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ (voir Annexe C.3) de façon à obtenir (en prenant ici par exemple la fonction de courant poloïdale W)

$$W(r, \theta_i, \phi_i, t) = \sum_{m=-m_{\max}}^{m_{\max}} \sum_{\ell=|m|}^{\ell_{\max}(m)} W_\ell^m(r, t) Y_{\ell m}(\theta_i, \phi_i), \quad (\text{B.10})$$

où le couple (θ_i, ϕ_i) représente le point situé sur la grille à l' i ème position en latitude et à la j ème position en longitude. À condition que tous les multiplets m pour un degré ℓ donné soient conservés, cette décomposition permet une résolution spatiale homogène et évite ainsi le problème de la convergence des méridiens aux pôles. Cette condition est remplie grâce à une troncature *triangulaire* qui vérifie $\ell_{\max}(m) = \ell_{\max} = m_{\max}$ (voir Boyd, 2001). La précision numérique est assurée en utilisant des points de maille vérifiant la quadrature de Gauss, en colatitude, les points correspondent aux zéros des polynôme de Legendre pour la colatitude. Ils sont équidistants en longitude. De plus, la résolution de la grille est choisie de façon à vérifier

$$\begin{aligned} N_\theta &\geq \frac{3\ell_{\max} + 1}{2} \\ N_\phi &= 2N_\theta. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Cela permet d'éviter les problèmes d'aliasing des termes non-linéaires (comme ceux d'advection, par exemple) qui sont calculés dans l'espace physique et ensuite transformés vers l'espace spectral (ce qui permet de ne pas avoir à calculer explicitement des opérations de convolutions). Pour la structure radiale des fonctions, c'est dans les simulations présentées dans ce travail de thèse une méthode des différences finies qui est considérée (ASH est également en mesure d'utiliser une projection sur les polynômes de Tchebychev pour traiter la structure radiale des inconnues).

En considérant encore l'exemple de W , l'évolution temporelle des équations peut alors s'écrire

$$\frac{\partial}{\partial t} W_\ell^m(r_k, t) = \mathcal{L}_{\ell mk}^W(t) + \mathcal{N}_{\ell mk}^W(t), \quad (\text{B.12})$$

où r_k signale la k ème position radiale tandis que $\mathcal{L}_{\ell mk}^W(t)$ et $\mathcal{N}_{\ell mk}^W(t)$ représentent respectivement les termes linéaires et non-linéaires (on considère avec ces termes non-linéaires les forces de Coriolis et de Laplace). Ceci implique qu'il n'y a pas dans les termes linéaires de couplage en ℓ . Il est alors possible d'écrire de façon formelle

$$\mathcal{L}_{\ell mk}^W(t) = \mathcal{K}_{\ell;mk}^W W_\ell^m(r_k, t), \quad (\text{B.13})$$

afin de signifier qu'il n'y a pas de sommation sur ℓ . L'évolution temporelle de l'équation s'écrit alors

$$\frac{\partial}{\partial t} W_\ell^m(r_k, t) = \mathcal{K}_{\ell;mk}^W W_\ell^m(r_k, t) + \mathcal{N}_{\ell mk}^W(t), \quad (\text{B.14})$$

Pour discrétiser temporellement ces équations, un schéma numérique temporel semi-implicite est utilisé. Il repose sur un algorithme Crank-Nicholson implicite d'ordre 2 pour les termes linéaires et sur un algorithme Adams-Bashforth explicite d'ordre 2 pour les termes non-linéaires, la force de Coriolis et la force de Laplace (voir Press et al., 1992). Cela se formalise de la façon suivante

$$\begin{aligned} \left[\frac{W_\ell^m(r_k, t_{\sigma+1}) - W_\ell^m(r_k, t_\sigma)}{\Delta t} \right] &= \mathcal{K}_{\ell;mk}^W [\alpha_{CN} W_\ell^m(r_k, t_{\sigma+1}) + (1 - \alpha_{CN}) W_\ell^m(r_k, t_\sigma)] \\ &+ \mathcal{N}_{\ell mk}^W(t_\sigma) + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta t_{old}} [\mathcal{N}_{\ell mk}^W(t_\sigma) - \mathcal{N}_{\ell mk}^W(t_{\sigma-1})] \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$



avec $\Delta t = t_{\sigma+1} - t_{\sigma}$, $\Delta t_{old} = t_{\sigma} - t_{\sigma-1}$ et α_{CN} un paramètre de contrôle caractérisant la méthode de Crank-Nicholson. En la réarrangeant, cette équation peut s'exprimer sous forme matricielle de manière à voir

$$\mathcal{A}_{\ell,k}^W W_{\ell}^m(r_k, t_{\sigma+1}) = \mathcal{B}_{\ell mk}^W . \quad (\text{B.16})$$

avec \mathcal{A} et \mathcal{B} deux matrices.

Pour intégrer le système matriciel, ASH procède en deux temps. Pour chaque inconnue, le terme de droite \mathcal{B} est déterminé. Cette matrice est déjà connue, en effet, elle fait intervenir les termes de Adams-Bashforth des pas de temps précédent, $t_{\sigma-1}$ et t_{σ} . Cette étape consiste principalement à calculer les dérivées spatiales dans l'espace spectral approprié puis à passer dans l'espace physique pour évaluer \mathcal{B} . Par une transformée inverse, on revient enfin dans l'espace spectral. Le système matriciel est ensuite résolu grâce à une décomposition *Lower-Upper* (LU) et la solution avancée d'un pas de temps.

ANNEXE C

Formules utiles

C.1 Opérateurs en coordonnées sphériques

En coordonnées sphériques $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$, les opérateurs gradient, divergence et Laplacien sont donnés par

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla V = \nabla_r V + \nabla_h V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{e}_\phi, \\ \nabla \cdot \mathbf{F} = \nabla_r \cdot \mathbf{F} + \nabla_h \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 F_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sin \theta F_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\phi}{\partial \phi}, \\ \nabla^2 V = \nabla_r^2 V + \nabla_h^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}, \end{array} \right. \quad (C.1)$$

où $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$ est la base de vecteurs unitaires du système, V est une quantité scalaire et $\mathbf{F} = (F_r, F_\theta, F_\phi)$ un vecteur. L'opérateur d'advection $(\mathbf{v} \cdot \nabla)$ appliqué à \mathbf{F} est donné par

$$\begin{aligned} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{F} &= \left(\mathbf{v} \cdot \nabla F_r - \frac{v_\theta F_\theta}{r} - \frac{v_\phi F_\phi}{r} \right) \mathbf{e}_r \\ &+ \left(\mathbf{v} \cdot \nabla F_\theta - \frac{v_\phi F_\phi}{r} \cot \theta - \frac{v_\theta F_r}{r} \right) \mathbf{e}_\theta \\ &+ \left(\mathbf{v} \cdot \nabla F_\phi - \frac{v_\phi F_r}{r} - \frac{v_\theta F_\theta}{r} \cot \theta \right) \mathbf{e}_\phi \end{aligned} \quad (C.2)$$

C.2 Perturbations Lagrangiennes et Eulériennes

L'approche Eulérienne consiste à considérer la variation d'une grandeur a dans une cellule de fluide localisée en \mathbf{r}_0 . Au contraire, dans l'approche Lagrangienne, on va suivre un élément de fluide dans son parcours. Si on considère une perturbation Eulérienne a' telle que $a(\mathbf{r}_0) = a_0(\mathbf{r}_0) + a'(\mathbf{r}_0)$, la perturbation Lagrangienne δa en $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\xi}$ est obtenue via la relation

$$\begin{aligned} \delta a(\mathbf{r} + \boldsymbol{\xi}) &= a(\mathbf{r} + \boldsymbol{\xi}) - a_0(\mathbf{r}_0) \\ &= a(\mathbf{r}_0) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) a_0 - a_0(\mathbf{r}_0) \\ &= a'(\mathbf{r}_0) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) a_0 \end{aligned} \quad (C.3)$$



C.3 Harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ (avec $-\ell \leq m \leq \ell$) sont des fonctions propres de l'opérateur ∇_h^2 vérifiant

$$\nabla_h^2 Y_\ell^m = -\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} Y_\ell^m. \quad (\text{C.4})$$

Elles s'écrivent sous la forme

$$Y_\ell^m(\theta, \phi) = (-1)^m c_{\ell m} P_\ell^m(\cos \theta) e^{im\phi}, \quad (\text{C.5})$$

où $c_{\ell m}$ est un coefficient de normalisation et P_ℓ^m est un polynôme associé de Legendre. Une possibilité de normalisation est

$$c_{\ell m} = \sqrt{\frac{2(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}. \quad (\text{C.6})$$

ANNEXE D

Dérivation des nombres de Rossby

Cette annexe présente en détail les étapes permettant de dériver les expressions de Ro_s (Corsaro et al., 2021) et Ro_f Noraz et al. (2022) présentées au Chapitre 4.

D.1 Dérivation de Ro_s

Cette section récapitule les détails de la dérivation de Ro_s présentée par Corsaro et al. (2021). Si on dérive le flux convectif en théorie de la longueur de mélange en considérant que les éléments de fluide ont parcouru une distance moyenne ℓ_m (et pas $\ell_m/2$ comme dans la formulation standard de la théorie présentée dans la Section 2.2.4), on retrouve la formule de l'équation 2.23 à un facteur 1/4 près

$$F_{\text{conv}} = \rho c_p T \alpha^2 \sqrt{\frac{g H_p}{2}} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{\frac{3}{2}}. \quad (\text{D.1})$$

On obtient alors, en considérant les relations

$$\rho c_p T = \frac{5}{2} g H_p, \quad \rho = \frac{3M}{4\pi R^3}, \quad g = \frac{GM}{R^2}, \quad (\text{D.2})$$

et en faisant l'approximation $H_p \approx R$

$$F_{\text{conv}} \approx \frac{15M}{8\pi\sqrt{2}R^3} \alpha^2 \left(\frac{GM}{R}\right)^{\frac{3}{2}} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{\frac{3}{2}}, \quad (\text{D.3})$$

ce qui se simplifie encore en prenant $\alpha \approx 1.6$, une valeur typique pour les étoiles de type solaire

$$F_{\text{conv}} \approx \frac{M}{R^3} \left(\frac{GM}{R}\right)^{\frac{3}{2}} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{\frac{3}{2}}. \quad (\text{D.4})$$

Si on remplace F_{conv} par L/R^2 cela permet d'obtenir la relation

$$\nabla - \nabla_{\text{ad}} \approx \left(\frac{LR}{M}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{R}{GM}. \quad (\text{D.5})$$

Concernant la vitesse convective v_{conv} , l'approche qui est présentée ici vise à estimer sa valeur moyenne dans la zone convective, en fonction de L , R et M . Nous considérons

$$\begin{aligned} v_{\text{conv}} &\approx \sqrt{gH_p(\nabla - \nabla_{\text{ad}})} \approx \sqrt{\frac{GM}{R}(\nabla - \nabla_{\text{ad}})} \\ &\approx \left(\frac{LR}{M}\right)^{\frac{1}{3}}, \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

toujours en faisant la simplification $H_p \approx R$. On remarque que l'expression obtenue diffère légèrement de la formulation standard en longueur de mélange donnée par l'équation 2.21. On obtient ensuite l'expression suivante pour τ_{conv}

$$\tau_{\text{conv}} = (R - R_{\text{CZ}}) \left(\frac{M}{LR}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{D.7})$$

où on a écrit $d_{\text{CZ}} = R - R_{\text{CZ}}$ avec R_{CZ} et on rappelle qu'on a

$$Ro_s = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_{\text{conv}}}. \quad (\text{D.8})$$

D.2 Dérivation de Ro_f

Cette section récapitule les détails de la dérivation de Ro_f présentée par Noraz et al. (2022). Le point de départ de la méthode est un raisonnement dans le cadre de la théorie de la longueur de mélange, qui lie la luminosité L de l'étoile, son rayon R , la densité ρ_{BCZ} à la base de la zone convective et la vitesse convective v_{conv} suivant la relation de proportionnalité (voir l'équation 2.24)

$$L \propto \rho_{\text{BCZ}} v_{\text{conv}}^3 R^2, \quad (\text{D.9})$$

ce qui permet de récrire l'équation 4.5 comme

$$Ro_f \propto \left(\frac{L}{\rho_{\text{BCZ}} R^5}\right)^{\frac{1}{3}} \Omega_{\star}^{-1}. \quad (\text{D.10})$$

On peut lier L , M et R à travers des relations d'homologie paramétrisée par des termes m et n (Kippenhahn et al., 2012)

$$L \propto M^m, \quad R \propto M^n. \quad (\text{D.11})$$

Il suit également que, ρ_{BCZ} étant une fonction de M , on peut paramétrer ce terme avec un exposant p

$$\rho_{\text{BCZ}} \propto M^p \quad (\text{D.12})$$

ce qui mène à la relation

$$Ro_f \propto M^{\frac{m-5n-p}{3}} \Omega^{-1}. \quad (\text{D.13})$$

De la même façon, comme $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$ avec σ la constante de Stefan-Boltzmann, on a

$$T_{\text{eff}} \propto M^{\frac{m-2n}{4}}. \quad (\text{D.14})$$

et donc

$$Ro_f \propto T_{\text{eff}}^{\frac{4}{3} \frac{m-5n-p}{m-2n}} \Omega^{-1}. \quad (\text{D.15})$$

En utilisant les paramètres obtenus dans les simulations 3D-MHD de Brun et al. (2017, 2022), pour des modèles couvrant un intervalle de 0.5 à 1.1 M_{\odot} à métallicité solaire, des régressions donnent alors

$$Ro_f \approx c_1 \frac{M^{1.63}}{\Omega_{\star}^{0.9}} \approx c_2 \frac{T_{\text{eff}}^{3.2}}{\Omega_{\star}^{0.9}}, \quad (\text{D.16})$$

où c_1 et c_2 sont des coefficients de proportionnalité.

Afin d'assurer la robustesse des lois d'échelles déterminées ici et de l'étendre à des métallicités non solaires, on peut reprendre le raisonnement développé ci-dessus en faisant apparaître explicitement la dépendance de la relation de proportionnalité donnée par l'équation D.9 à la profondeur de la zone convective. Pour ce faire, on choisit de considérer comme distance caractéristique le rayon au milieu de la zone convective $D = (1 + \alpha)R/2$ où $\alpha = R_{\text{CZ}}/R$ est le rapport d'aspect de l'étoile. On a alors

$$L \propto \bar{\rho}_{\text{CZ}} v_{\text{conv}}^3 (1 + \alpha)^2 R^2, \quad (\text{D.17})$$

avec $\bar{\rho}_{\text{CZ}}$ la densité moyenne dans la zone convective. Cette valeur suit donc la relation

$$\bar{\rho}_{\text{CZ}} \propto \frac{(1 - \beta)M}{(1 - \alpha^3)R^3}, \quad (\text{D.18})$$

avec β la fraction de la masse de l'étoile contenue par l'intérieur radiatif. En combinant les relations D.17 et D.18, on obtient

$$Ro_f \propto S(\alpha, \beta) M^{\frac{m-2n-1}{3}} \Omega^{-1}, \quad (\text{D.19})$$

avec

$$S(\alpha, \beta) = \left(\frac{1 - \alpha^3}{(1 - \beta)(1 + \alpha)^5} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{D.20})$$

Finalement, dans la mesure où S est un terme de structure pour l'étoile, on considère qu'il peut-être paramétrisé en fonction de M via une relation d'homologie avec un terme q . On obtient $S \propto M^q$ et

$$Ro_f \propto M^{\left(\frac{m-2n-1}{3} + q\right)} \Omega^{-1} \propto T_{\text{eff}}^{\frac{4}{m-2n} \left(\frac{m-2n-1}{3} + q\right)} \Omega^{-1}. \quad (\text{D.21})$$

Cette fois, c'est la grille de modèles stellaires d'Amard et al. (2019) qui est utilisée pour obtenir

$$Ro_f \approx c_3 \frac{M^{1.93}}{\Omega_{\star}} \approx c_4 \frac{T_{\text{eff}}^{3.29}}{\Omega_{\star}}, \quad (\text{D.22})$$

où c_3 et c_4 sont des coefficients de proportionnalité. Il faut noter que grâce à la grille de modèles considérée, nous étendons non seulement l'estimation de la valeur de Ro_f à des métallicités non solaires, mais aussi à un intervalle de masse allant de 0.4 à 1.3 M_{\odot} . En utilisant le Soleil comme référence, on obtient une relation valable pour les étoiles de métallicité solaire

$$\frac{Ro_f}{Ro_{f,\odot}} = \left(\frac{P_{\text{rot}}}{P_{\text{rot},\odot}} \right) \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{3.29}, \quad (\text{D.23})$$

avec $Ro_{f,\odot}$, $P_{\text{rot},\odot}$ et $T_{\text{eff},\odot}$ le nombre de Rossby fluide solaire, la période de rotation du Soleil et la température effective du Soleil, respectivement.

On va étendre cette relation à des étoiles de différentes métallicités en incluant explicitement le paramètre $[\text{Fe}/\text{H}]$ dans les relations d'homologie de l'équation D.11

$$L \propto M^{m_1}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{m_2} \quad , \quad R \propto M^{n_1}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{n_2} \quad , \quad S \propto M^{q_1}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{q_2} \quad , \quad (\text{D.24})$$

avec m_1 , m_2 , n_1 , n_2 , q_1 et q_2 les nouveaux paramètres. En répétant le raisonnement présenté ci-dessus, on obtient

$$\begin{aligned} Ro_f &\propto M^{\left(\frac{m_1-2n_1-1}{3}+q_1\right)}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{\left(\frac{m_2-2n_2}{3}+q_2\right)}\Omega^{-1} \\ &\propto T_{\text{eff}}^{\frac{4}{m_1-2n_1}\left(\frac{m_1-2n_1-1}{3}+q_1\right)}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{\left[\frac{2n_2-m_2}{m_1-2n_1}\left(\frac{m_1-2n_1-1}{3}+q_1\right)+\frac{m_2-2n_2}{3}+q_2\right]}\Omega^{-1} \quad . \end{aligned} \quad (\text{D.25})$$

En utilisant à nouveau la grille d'Amard et al. (2019), à différentes métallicités, on a en fonction des coefficients de proportionnalité c_4 et c_5

$$Ro_f \approx c_4 \frac{M^{1.93}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{-1.15}}{\Omega_\star} \approx c_5 \frac{T_{\text{eff}}^{3.29}([\text{Fe}/\text{H}] + 2)^{-0.31}}{\Omega_\star} \quad , \quad (\text{D.26})$$

et enfin une relation similaire à l'équation D.23

$$\frac{Ro_f}{Ro_{f,\odot}} = \left(\frac{P_{\text{rot}}}{P_{\text{rot},\odot}}\right) \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}}\right)^{3.29} \left(\frac{[\text{Fe}/\text{H}]}{2} + 1\right)^{-0.31} \quad . \quad (\text{D.27})$$

—ANNEXE E—

Publications en tant que co-auteur



Surface Rotation and Photometric Activity for Kepler Targets. II. G and F Main-sequence Stars and Cool Subgiant Stars

A. R. G. Santos^{1,2} , S. N. Breton³ , S. Mathur^{4,5} , and R. A. García³ 

¹Department of Physics, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, UK; asantos@astro.up.pt

²Space Science Institute, 4765 Walnut Street, Suite B, Boulder, CO 80301, USA

³AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université de Paris, Sorbonne Paris Cité, F-91191 Gif-sur-Yvette, France

⁴Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC), E-38205 La Laguna, Tenerife, Spain

⁵Universidad de La Laguna (ULL), Departamento de Astrofísica, E-38206 La Laguna, Tenerife, Spain

Received 2021 March 10; revised 2021 May 6; accepted 2021 May 17; published 2021 July 19

Abstract

Dark magnetic spots crossing the stellar disk lead to quasiperiodic brightness variations, which allow us to constrain stellar surface rotation and photometric activity. The current work is the second of this series, where we analyze the Kepler long-cadence data of 132,921 main-sequence F and G stars and late subgiant stars. Rotation-period candidates are obtained by combining wavelet analysis with autocorrelation function. Reliable rotation periods are then selected via a machine-learning (ML) algorithm, automatic selection, and complementary visual inspection. The ML training data set comprises 26,521 main-sequence K and M stars from Paper I. To supplement the training, we analyze in the same way as Paper I, i.e., automatic selection and visual inspection, 34,100 additional stars. We finally provide rotation periods P_{rot} and associated photometric activity proxy S_{ph} for 39,592 targets. Hotter stars are generally faster rotators than cooler stars. For main-sequence G stars, S_{ph} spans a wider range of values with increasing effective temperature, while F stars tend to have smaller S_{ph} values in comparison with cooler stars. Overall for G stars, fast rotators are photometrically more active than slow rotators, with S_{ph} saturating at short periods. The combined outcome of the two papers accounts for average P_{rot} and S_{ph} values for 55,232 main-sequence and subgiant FGKM stars (out of 159,442 targets), with 24,182 new P_{rot} detections in comparison with McQuillan et al. The upper edge of the P_{rot} distribution is located at longer P_{rot} than found previously.

Unified Astronomy Thesaurus concepts: Stellar rotation (1629); Stellar activity (1580); Starspots (1572); Low mass stars (2050); Catalogs (205); Photometry (1234); Astronomy data analysis (1858)

Supporting material: machine-readable tables

1. Introduction

The measurement of the rotation of solar-like stars (i.e., stars with an external convective envelope) has been at the center of many studies in stellar physics. Internal rotation modifies the mixing of elements inside stars. During the main sequence, rotation refuels the hydrogen content in the stellar core from the upper layers, extending the main-sequence lifetime of faster rotators compared to slower rotators (e.g., Aerts et al. 2019). Asteroseismology, i.e., the study of stellar oscillations (e.g., García & Ballot 2019), provides a unique way to infer stellar properties, including internal rotation. Unfortunately, only for evolved stars has it been possible to measure the core rotation (e.g., Beck et al. 2012; Deheuvels et al. 2012, 2014; Gehan et al. 2018; Mosser et al. 2018). For main-sequence solar-like stars, asteroseismology can only provide reliable constraints on rotation of the outermost layers and for a small number of stars (e.g., Benomar et al. 2015, 2018). Alternatively, surface rotation can be measured from long-term brightness variations due to magnetic features corotating with the stellar surface.

As shown by Skumanich (1972), there is a tight relation between stellar age and surface rotation for low-mass solar-like stars: stars spin-down as they evolve owing to magnetic braking. This inspired the so-called gyrochronology (e.g., Barnes 2003, 2007; Meibom et al. 2011a, 2011b, 2015; Mamajek & Hillenbrand 2008), which could allow us to estimate stellar ages for large samples of field stars with high precision. However, the validity of the Skumanich spin-down

law throughout the main sequence has been subject to debate. On the one hand, the recent results by Lorenzo-Oliveira et al. (2019, 2020) are consistent with a steady spin-down, supporting gyrochronology as reliable. On the other hand, other studies invoke a weakening of the magnetic braking to explain the discrepancy found between the asteroseismic ages and those predicted by gyrochronology (e.g., Angus et al. 2015; van Saders et al. 2016; Metcalfe & Egeland 2019; Hall et al. 2021). Therefore, the determination of reliable rotation periods is crucial to understand the spin-down evolution and derive precise stellar ages where applicable.

Thanks to the advent of planet-hunting space missions, like CoRoT (Convection, Rotation et Transits planétaires; Baglin et al. 2006), Kepler (Borucki et al. 2010), K2 (Howell et al. 2014), and TESS (Transiting Exoplanets Survey Satellite; Ricker et al. 2014), such measurements are possible for an extraordinary number of targets (e.g., Mosser et al. 2009; Nielsen et al. 2013; García et al. 2014a; McQuillan et al. 2014; Santos et al. 2019; Reinhold & Hekker 2020; Gordon et al. 2021).

In this work, we focus on the analysis of the 4 yr Kepler data, which correspond to the longest continuous high-precision photometric survey obtained so far for hundreds of thousands of stars. In the near future, no other ongoing or planned space mission will provide a better data set in terms of continuous long-term photometric monitoring. Here, we estimate rotation periods following the same methodology as in Santos et al. (2019, hereafter Paper I), which combines three

different rotation diagnostics for different calibrated time series. Paper I reported the detection of new rotation periods for 4431 stars in comparison to McQuillan et al. (2014, hereafter McQ14) for main-sequence K and M stars, according to the stellar properties of Mathur et al. (2017). The current work, the second of this series, extends the analysis to solar-like stars of spectral type G and F, as well as solar-like subgiants. Because the target sample of this work is several times larger than that of Paper I, we use a machine-learning (ML) algorithm (ROOSTER—Random fOrest Over STEllar Rotation; Breton et al. 2021) to reduce the amount of visual inspections with respect to those carried out in Paper I.

The manuscript is organized as follows. Section 2 describes the target selection and data calibration. Although the original target selection was done according to the stellar parameters from Mathur et al. (2017), we adopt for the remainder of the analysis the recent stellar properties catalog by Berger et al. (2020). For continuity of Paper I, the title of the current work reflects the stellar classification by Mathur et al. (2017), i.e., a target sample of F and G main-sequence stars and subgiants. Nevertheless, the majority of the targets in the current analysis are indeed consistent with mid-F to G main-sequence or subgiant stars also according to Berger et al. (2020). The rotation pipeline, used to retrieve rotation-period candidates, and the photometric magnetic activity proxy are described in Sections 3.1 and 3.2. Reliable rotation periods are then selected through the implementation of an ML algorithm, automatic selection, and supplementary visual inspection (Section 3.3). The results are finally presented and discussed in Sections 4 and 5.

2. Data Preparation and Sample Selection

2.1. Data Preparation

In this work, we analyze long-cadence ($\Delta t = 29.42$ minutes) data obtained by the Kepler main mission. We use KEPSEISMIC light curves⁶ (García et al. 2011), which are optimized for seismic studies but are also appropriate for rotational analysis (e.g., Paper I). The light curves are obtained from Kepler pixel data with custom apertures, which are typically larger than those used for PDC-MAP (Presearch Data Conditioning—Maximum A Posteriori; e.g., Jenkins et al. 2010; Smith et al. 2012; Stumpe et al. 2012) data products. See Paper I for further details on the KEPSEISMIC apertures. The resulting light curves are then processed by KADACS (Kepler Asteroseismic Data Analysis and Calibration Software; García et al. 2011). In addition to correcting for outliers, jumps, drifts, and discontinuities at the Kepler quarter edges, KADACS implements inpainting techniques (García et al. 2014b; Pires et al. 2015) to fill gaps shorter than 20 days using a multiscale discrete cosine transform. Finally, the light curves are high-pass filtered at 20, 55, and 80 days. This way, for each star we have three KEPSEISMIC light curves. While the filters with short cutoff period deal better with Kepler instrumental effects than the filters with long cutoff period, they can also filter the intrinsic stellar rotational modulation. Therefore, we opt to use and compare the results for the three different filters. Note that it is possible to retrieve rotation periods longer than the cutoff period, because the transfer function of a given filter slowly approaches zero at twice the cutoff period. Furthermore, we

also analyze PDC-MAP light curves for Data Release 25 in order to ensure that the retrieved period from KEPSEISMIC data is not a consequence of the large custom apertures, being the result of photometric pollution by a nearby star. Aside from the difference in the KEPSEISMIC and PDC-MAP apertures, PDC-MAP light curves are often filtered at 20 days, which leads to a clear bias on the rotation results (Paper I).

2.2. Sample Selection

The target samples for Paper I and for the current study were originally defined with the Kepler Stellar Properties Catalog for Data Release 25 (Mathur et al. 2017, hereafter DR25), which was the latest update to the Kepler stellar properties available at the time for Paper I. In Paper I, we analyzed Kepler stars that were classified as K and M main-sequence stars according to DR25 (cooler than $T_{\text{eff}} = 5200$ K). Here, we analyze the remainder of the Kepler main-sequence and subgiant targets expected to be solar-like stars, i.e., stars with convective outermost layers. According to DR25, the current work focuses on main-sequence stars from spectral type mid-F to G, as well as subgiant stars from spectral type mid-F to K. Nonetheless, for the current analysis we decide to embrace the new update to the Kepler stellar properties, i.e., the recent Gaia-Kepler Stellar Properties Catalog (Berger et al. 2020, hereafter B20). As follows, in light of B20, the current classification differs from that considered in Paper I (see below). The detailed comparison between the two stellar properties catalogs is presented in B20. In Appendices B–D, we discuss some of the differences relevant for the targets in our sample.

Figure 1 shows the target samples of Paper I and the current study according to DR25 (left) and B20 (right). We adopt the classical instability strip (diagonal solid line in Figure 1; Bowman & Kurtz 2018; Dupret et al. 2005) to select the targets expected to have convective envelopes. To avoid potential red giants, we consider a flat cut at $\log g = 3.5$ (horizontal solid line). We then remove contaminants from the target sample: δ Scuti, γ Doradus, and hybrids (Uytterhoeven et al. 2011; Bradley et al. 2015; Van Reeth et al. 2018; Murphy et al. 2019; Li et al. 2019b, 2019a); RR Lyrae stars (Benkő et al. 2010; Nemeč et al. 2011, 2013; R. Szabó et al. 2021, in preparation); misclassified red giant stars (R. A. García et al. 2021, in preparation, and references therein); and eclipsing binaries (Villanova Kepler Eclipsing Binary Catalog; Kirk et al. 2016; Abdul-Masih et al. 2016). In total we remove 8209 known contaminants that are within the parameter space of the target sample of this work.

The top panels of Figure 1 show in color the targets that are main-sequence or subgiant stars in both stellar properties catalogs (DR25 and B20). The target sample of Paper I, used in this work as part of the training for the ML algorithm (Breton et al. 2021), is plotted in blue. The targets colored in shades of red belong to the target sample for the rotational analysis of this work (121,749 targets—subsample I), after removing the contaminants listed above. The bottom panels of Figure 1 show the targets whose classification, in terms of being solar-like, disagrees between the two catalogs that are still considered in the rotational analysis: main-sequence or subgiant solar-like stars in DR25 but not in B20 (green; 9265 targets—subsample II), and main-sequence or subgiant solar-like stars in B20 but not in DR25 (red; 1907 targets—subsample III). In total, the target sample considered for the rotational analysis in this work comprises 132,921 stars (subsamples I, II, and III).

⁶ KEPSEISMIC time series are available at MAST via <https://doi.org/10.17909/t9-mrpw-gc07>.

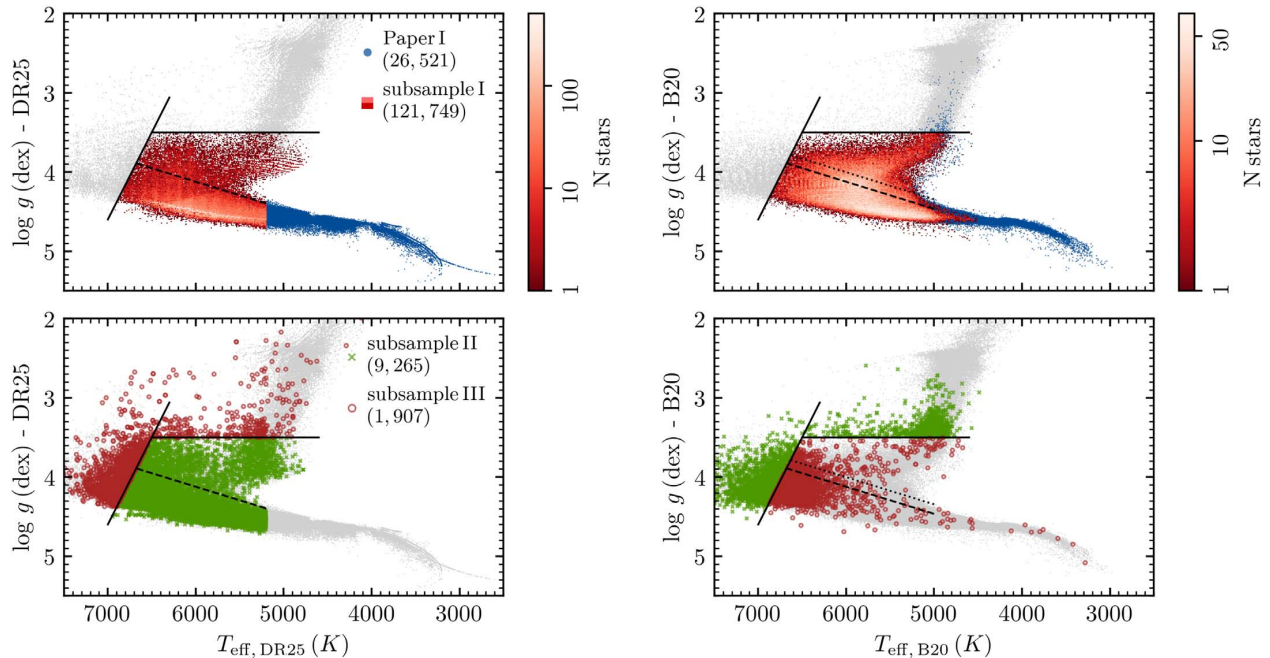


Figure 1. Surface gravity–effective temperature diagram for the targets considered in the rotational analysis (colored data points) according to DR25 (left) and B20 (right). The target sample of the current study consists of subsamples I (top; shades of red), II (bottom; green crosses), and III (bottom; red circles). Subsample I, color-coded by the number of stars in each bin, corresponds to targets that are solar-like main-sequence or subgiant solar-like stars in both catalogs (DR25 and B20). Subsample II targets are solar-like stars in DR25 but not in B20. Subsample III targets are solar-like stars in B20 but not in DR25. The blue dots mark the target sample of Paper I, which is used as part of the training set in the current analysis. The solid lines mark the instability strip and surface gravity cut adopted to select main-sequence and subgiant stars, while the dashed line marks the separation between main-sequence and subgiant phases. For reference all Kepler targets are plotted in gray.

For the remainder of the analysis, we prioritize the stellar properties from B20, which are listed in Tables 1 and 2. When not available (part of subsample III), we adopt the stellar properties from DR25. Accordingly, in Tables 1 and 2, we also provide a flag indicating the stellar properties source.

In Section 4 we present the results for the targets in subsample I according to their spectral type and evolutionary stage. There, the targets are split following B20. To separate main-sequence from subgiant stars, we take the transition between main sequence and the subgiant branch from evolutionary tracks for solar metallicity and different stellar masses obtained with MESA (Modules for Experiments in Stellar Astrophysics; Paxton et al. 2018, and references therein) and fit a linear relation shown by the dashed line in Figure 1. This cut leads to 21,665 subgiant stars in subsample I according to the originally adopted DR25. However, this cut is not appropriate for B20, as the main sequence is slightly shifted toward small $\log g$ values. Therefore, we shift the line by -0.12 dex in $\log g$ (dotted line in the right panels). Using this cut and B20 parameters leads to similar statistics, now with 22,843 subgiant stars. We consider the boundary between main-sequence G and F stars at $T_{\text{eff}} = 6000$ K.

In addition to known contaminants reported in the literature and described above (listed in Table 2), there are a number of other contaminants that may still remain in the data. Here, we do not provide rotation period for light curves with photometric pollution (e.g., when the signal is only present every four Kepler quarters) or multiple signals. These targets are listed in Table 2 with the respective flag. Multiple signals can result from photometric pollution by background stars or from unresolved multiple systems. Determining the source of the

multiple signals is beyond the scope of this work. Thus, we do not consider these targets in the subsequent analysis.

Following the approach in Paper I, we flag CP/CB (classical pulsator/close-in binary) candidates. Type 1 CP/CB candidates show high-amplitude brightness variations, stable and fast beating patterns, and/or a large number of harmonics. In Paper I, we discuss the possibility of these targets being tidally synchronized binaries, which are common among rapidly rotating Kepler targets (Simonian et al. 2019; Angus et al. 2020). We provide rotation periods (Table 1 with the proper flag) for these targets, as the signal can still be related to rotation but not of single stars. The signal of Type 2 CP/CB candidates resembles that of contact binaries (e.g., Lee et al. 2016; Colman et al. 2017). Type 3 CP/CB candidates are δ Scuti and/or γ Doradus candidates or alternatively polluted by a nearby star of this type. Additionally, in this work we flag another potential type of CP/CB candidates. The signal of Type 4 CP/CB candidates resembles that of heartbeat stars or close binaries with tidally excited oscillations (e.g., Guo et al. 2020). The signatures of Type 2–4 CP/CB candidates can be mistakenly selected as rotation and are identified during visual examination. We do not provide periods for Type 2–4 CP/CB candidates; instead, these are listed in Table 2 with the respective flag.

3. Surface Rotation and Photometric Magnetic Activity

3.1. Rotation-period Candidates

In this section, the methodology used to estimate the rotation-period candidates from the stellar brightness variations

Table 1
Stellar Properties for Stars with Successfully Recovered Rotation Period

KIC	Kp	Q	T_{eff} (K)	$\log g$ (dex)	Mass (M_{\odot})	P_{rot} (days)	S_{ph} (ppm)	CP/CB Cand.	Subsample	Binary flag	KOI	Source
757099	13.152	1-17	$5364.9^{+102.7}_{-84.9}$	$4.318^{+0.037}_{-0.029}$	$0.873^{+0.054}_{-0.039}$	0.38 ± 0.02	15463.8 ± 1668.0	1	1	0	...	0
757450	15.264	1-17	$5301.2^{+111.0}_{-103.1}$	$4.432^{+0.045}_{-0.044}$	$0.914^{+0.062}_{-0.057}$	19.11 ± 1.50	3756.4 ± 118.7	...	1	0	0	0
891916	14.799	1-17	$5650.8^{+131.9}_{-157.7}$	$4.132^{+0.224}_{-0.254}$	$1.008^{+0.164}_{-0.112}$	5.45 ± 0.42	3409.6 ± 199.2	...	1	0
892195	13.757	1-17	$5333.4^{+101.3}_{-84.2}$	$4.372^{+0.039}_{-0.029}$	$0.862^{+0.057}_{-0.040}$	21.78 ± 2.90	212.9 ± 4.7	...	1	0	...	0
892713	12.082	0-17	$6238.9^{+123.4}_{-129.8}$	$3.548^{+0.066}_{-0.037}$	$1.731^{+0.219}_{-0.087}$	5.78 ± 0.76	390.4 ± 11.9	...	1	0	...	0
893209	13.087	1-17	$6051.4^{+110.0}_{-107.2}$	$4.031^{+0.037}_{-0.053}$	$1.263^{+0.071}_{-0.117}$	4.58 ± 0.44	605.3 ± 20.8	...	1	0	...	0
893286	15.345	1-17	$5297.1^{+103.4}_{-98.5}$	$4.522^{+0.034}_{-0.044}$	$0.853^{+0.047}_{-0.057}$	24.54 ± 2.23	1079.3 ± 36.1	...	1	0	...	0
893383	14.281	1-17	$5680.9^{+105.1}_{-102.2}$	$4.526^{+0.020}_{-0.031}$	$0.912^{+0.036}_{-0.051}$	21.19 ± 2.58	967.2 ± 31.5	...	1	0	...	0
893505	14.248	3-16	$5920.4^{+123.8}_{-118.5}$	$3.896^{+0.058}_{-0.044}$	$1.239^{+0.143}_{-0.075}$	10.81 ± 0.81	617.9 ± 34.1	...	1	0	...	0
893507	12.517	2-16	$5447.0^{+121.8}_{-126.7}$	$3.580^{+0.028}_{-0.039}$	$1.510^{+0.075}_{-0.095}$	10.98 ± 0.86	7019.0 ± 293.3	...	1	0	...	0
893559	15.818	1-17	$5095.3^{+95.2}_{-88.7}$	$4.546^{+0.033}_{-0.041}$	$0.808^{+0.044}_{-0.049}$	14.69 ± 1.06	2183.0 ± 87.9	...	1	0	...	0
893676	15.310	1-17	$5260.0^{+81.3}_{-72.5}$	$4.211^{+0.037}_{-0.037}$	$0.881^{+0.031}_{-0.024}$	24.37 ± 2.73	1227.7 ± 39.9	...	1	1	...	0
1025986	10.150	0-17	$5662.1^{+101.7}_{-100.1}$	$4.425^{+0.039}_{-0.042}$	$0.912^{+0.066}_{-0.064}$	9.68 ± 0.73	5940.1 ± 245.0	...	1	0	1	0
1026838	13.897	1-17	$6056.9^{+101.3}_{-101.9}$	$4.399^{+0.020}_{-0.030}$	$1.133^{+0.041}_{-0.056}$	15.56 ± 1.85	361.9 ± 16.1	...	1	0	...	0
1027536	12.886	0-17	$5944.4^{+112.2}_{-105.9}$	$4.304^{+0.033}_{-0.038}$	$1.139^{+0.066}_{-0.069}$	16.35 ± 4.43	74.4 ± 5.0	...	1	0	...	0

Note. T_{eff} , $\log g$, and mass from B20 when available, otherwise DR25 (Mathur et al. 2017; Berger et al. 2020). The rotation-period and photometric activity estimates are obtained in this work. CP/CB candidate flag: (1) Type I CP/CB candidate. Subsample: (1) targets in subsample I; (2) targets in subsample II; and (3) targets in subsample III. Binary flag: (0) single stars in Berger et al. (2018) or in Simonian et al. (2019); (1) targets flagged as binary candidates in Berger et al. (2018); (2) targets flagged as binary candidates in Simonian et al. (2019) according to their inclusive threshold; (3) binary candidates in both Berger et al. (2018) and Simonian et al. (2019). KOI flag: (0) confirmed planet hosts; (1) candidate planet hosts; (2) and false positives. Source for stellar properties: (0) B20; (1) DR25.

(This table is available in its entirety in machine-readable form.)

Table 2
Stellar Properties for Stars without Rotation-period Estimate

KIC	Kp	Q	T_{eff} (K)	$\log g$ (dex)	Mass (M_{\odot})	No P_{rot} Flag	Subsample	Binary Flag	KOI	Source
757280	11.901	0–17	$6856.8^{+144.4}_{-139.9}$	$3.834^{+0.033}_{-0.032}$	$1.715^{+0.086}_{-0.089}$	8	2	0	...	0
891901	13.306	0–17	$6350.6^{+130.8}_{-131.7}$	$3.958^{+0.098}_{-0.090}$	$1.41^{+0.125}_{-0.119}$	8	1	...	—	0
892203	13.575	0–17	$5712.8^{+108.3}_{-105.3}$	$4.386^{+0.042}_{-0.044}$	$0.967^{+0.073}_{-0.074}$...	1	0	...	0
892667	13.137	1–17	$6704.9^{+148.8}_{-128.8}$	$3.950^{+0.034}_{-0.036}$	$1.548^{+0.081}_{-0.087}$	5	2	0	...	0
892675	13.475	1–17	$5929.4^{+108.9}_{-108.1}$	$4.385^{+0.035}_{-0.043}$	$1.038^{+0.066}_{-0.076}$	0	1	0	...	0
892678	12.176	0–17	$5890.4^{+121.6}_{-114.9}$	$3.574^{+0.030}_{-0.030}$	$1.584^{+0.071}_{-0.062}$...	1	0	...	0
892828	13.195	0–17	$6464.3^{+137.7}_{-128.9}$	$4.034^{+0.032}_{-0.034}$	$1.398^{+0.071}_{-0.069}$	5	1	0	...	0
892911	15.648	2–17	$5782.1^{+116.5}_{-112.6}$	$4.295^{+0.077}_{-0.062}$	$1.001^{+0.077}_{-0.077}$...	1	0	...	0
892946	15.882	4–17	$5993.8^{+122.3}_{-119.6}$	$3.859^{+0.113}_{-0.113}$	$1.317^{+0.157}_{-0.120}$	0	1	0	...	0
892977	13.759	1–17	$6072.9^{+116.6}_{-116.6}$	$3.937^{+0.044}_{-0.048}$	$1.299^{+0.126}_{-0.090}$...	1	0	...	0
892986	15.974	4–17	$5770.8^{+115.8}_{-114.4}$	$4.093^{+0.083}_{-0.090}$	$1.068^{+0.101}_{-0.086}$	0	1	0	...	0
893004	13.957	1–17	$6107.3^{+129.4}_{-115.7}$	$4.171^{+0.044}_{-0.040}$	$1.189^{+0.067}_{-0.091}$...	1	0	...	0
893165	13.340	0–17	$5989.1^{+115.7}_{-102.5}$	$4.154^{+0.038}_{-0.042}$	$1.152^{+0.073}_{-0.092}$	1	1	0	...	0
893234	13.195	1–17	$6558.2^{+128.9}_{-141.2}$	$4.112^{+0.033}_{-0.032}$	$1.371^{+0.068}_{-0.060}$	5	1	0	...	0
893468	15.439	1–17	$6016.0^{+112.0}_{-110.0}$	$4.368^{+0.048}_{-0.058}$	$1.067^{+0.067}_{-0.075}$	0	1	0	...	0

Note. Same as in Table 1, with the exception of the no P_{rot} flag, which indicates the type target: (0) no rotational modulation; (1) possible rotational modulation; (2) misclassified red giant star; (3) known eclipsing binary; (4) known RR Lyrae; (5) known δ Scuti, γ Doradus, or hybrids; (6) photometric pollution in KEPSEISMIC and PDC-MAP time series; (7) photometric pollution in KEPSEISMIC time series; (8) multiple signals; (9) Type 2 CP/CB candidate; (10) Type 3 CP/CB candidate; (11) Type 4 CP/CB candidates.

(This table is available in its entirety in machine-readable form.)

is briefly described. For more details see Paper I and Ceillier et al. (2016, 2017).

Our rotation pipeline combines a time-frequency analysis and the autocorrelation function (ACF). Using artificial data, Aigrain et al. (2015) concluded that such a combination of different rotation diagnostics, together with a performant time-series preparation, provides the most complete set of reliable rotation-period estimates (see also Appendix B in Breton et al. 2021). Compared with McQ14, in addition to a different rotation analysis, we use the full length of the Kepler observations, and we obtain and calibrate our own light curves (KEPSEISMIC) using different high-pass filters (see Section 2.1). As a result, for M and K main-sequence stars (Paper I), we were able to recover rotation periods for 4431 targets for which McQ14, using ACF alone, did not report a rotation period.

Our rotation analysis retrieves three rotation-period estimates for each light curve, i.e., nine estimates per star. We obtain the first estimate from the global wavelet power spectrum (GWPS; Figures 2(b) and (c)), which results from the wavelet decomposition (Torrence & Compo 1998). The wavelet decomposition was first adapted for the analysis of stellar light curves by Mathur et al. (2010), who adopted the correction by Liu et al. (2007). Following the method by McQuillan et al. (2013; see also García et al. 2014a), we obtain the second period estimate from the autocorrelation function of the light curve (ACF; Figure 2(d)). Finally, the third period estimate is provided by the composite spectrum (CS; Figure 2(c)), which is the product of the normalized GWPS and the normalized ACF (for its first application, see Ceillier et al. 2016, 2017). As the common periods between GWPS and ACF are highlighted by the CS, this diagnostic allows us to better distinguish the stellar rotation signals from false positives, such as instrumental modulations.

For the final period estimate we prioritize the value provided by the GWPS, whose uncertainty is typically large accounting

for the uncertainty on the period determination and partially for differential rotation.

3.2. Photometric Magnetic Activity Proxy

Once we have the rotation-period candidates for the targets, we can obtain the photometric activity proxy.

The photometric magnetic activity proxy S_{ph} (García et al. 2010; Mathur et al. 2014) is a measure of the amplitude of the spot modulation in the light curves. S_{ph} is computed as the standard deviation of light-curve segments of length 5 times the rotation-period candidate. We correct S_{ph} for the photon noise following the approach by Jenkins et al. (2010).

The photon-noise correction can lead to negative S_{ph} values when the rotational modulation is absent or its amplitude is small. Note that if rotational modulation is not detected, the S_{ph} value does not provide a proxy for magnetic activity. Nevertheless, we feed the ML algorithm (Section 3.3.2) with these S_{ph} values: one per rotation-period candidate.

After selecting the targets with rotational modulation by following the steps described below, for those with an overcorrected S_{ph} we apply a different individual correction computed from the high-frequency noise in the power density spectrum. These targets account for less than 0.3% of those with a final P_{rot} estimate (Table 1).

We also note that the S_{ph} can be a lower limit of the true photometric activity level, depending on, for example, stellar inclination angle and spot latitudinal distribution. Nevertheless, S_{ph} has been shown to be a good proxy for solar and stellar magnetic activity (Salabert et al. 2016, 2017).

3.3. Rotation-period Selection

In Paper I, the selection of reliable rotation periods was made essentially in two steps. Periods were automatically selected if the rotation-period estimates agree between different diagnostics and filters, and if the height of the respective rotation peaks

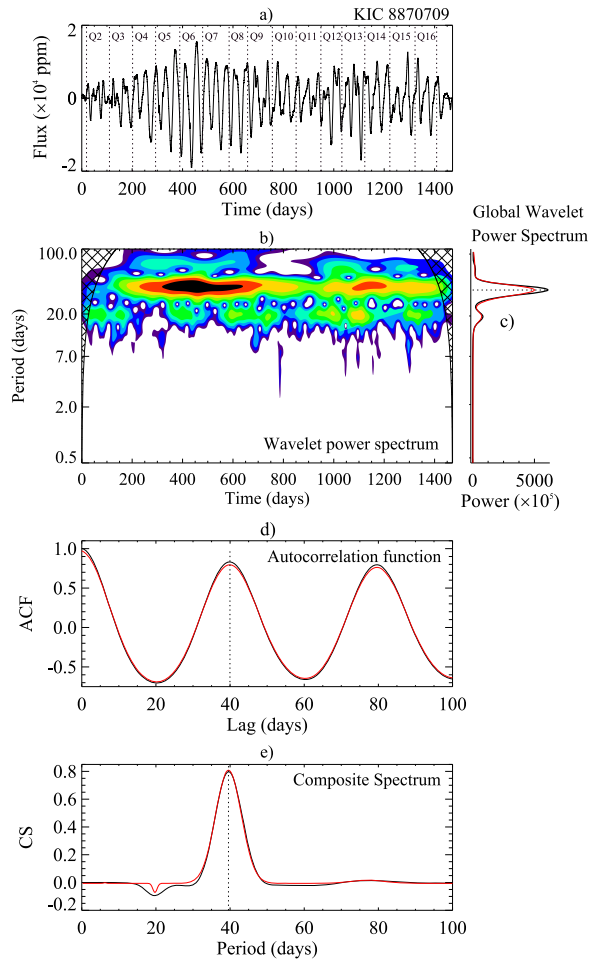


Figure 2. Example of the rotation pipeline output for KIC 8870709. (a) 55-day filtered KEPCISEISMIC light curve. (b) Wavelet power spectrum: black corresponds to high power and blue to low power. The black crossed area represents the cone of influence. (c) GWPS (black) and corresponding best fit with multiple Gaussian functions (red). (d) ACF (black) of the light curve and smoothed ACF (red). (e) CS (black) and respective fit with multiple Gaussian functions (red). The black dotted lines mark the three rotation-period estimates (from GWPS, ACF, and CS).

is larger than a given threshold (for details see Paper I). In the second step, for the targets whose period was not automatically selected, we proceeded with visual examination of the light curves, results from the rotation pipeline, and power spectrum density. We visually inspected about 60% of the target sample of Paper I, composed of 26,521 main-sequence K and M stars, according to DR25 (note that for the current analysis we adopt B20). Here, we analyze the remainder of the targets observed by Kepler expected to be main-sequence or subgiant solar-like stars. The target sample of this work is then composed of 132,921 targets. Therefore, it is crucial to reduce the number of required visual checks.

In order to do so, here we use an ML algorithm, ROOSTER, to identify targets with rotational modulation and select the respective period. ROOSTER and its validation are described in detail in Breton et al. (2021) and summarized in Section 3.3.2. In

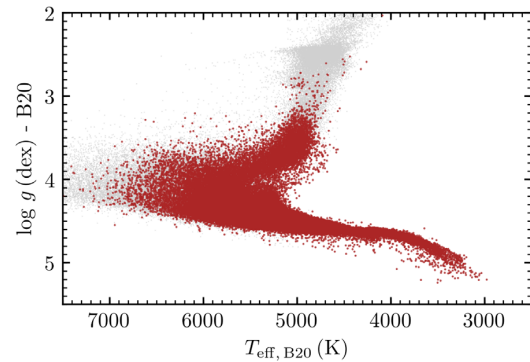


Figure 3. Surface gravity–effective temperature diagram for the targets in the training set (red). The training set comprises the targets of Paper I and 34,100 additional targets from subsamples I, II, and III. The preparation of the target sample used automatic selection and visual inspection and validation (see main text). For reference, all Kepler targets are plotted in gray.

the context of this work, the main goal of the implementation of ML is to efficiently select reliable rotation periods while reducing the required amount of visual inspection. To that end, we also need to supply the ML algorithm with a proper training set (Section 3.3.1).

3.3.1. Training Set

For the training set of ROOSTER, we use the 26,521 solar-like stars from Paper I. At the time, these targets were classified as K and M main-sequence stars (top left panel of Figure 1). According to B20 (right panel of Figure 1), the latest stellar properties catalog, most of the stars in Paper I (95.4%) are indeed cool solar-like stars with $T_{\text{eff}} < 5200$ K. To complement the training set, namely, to account for the full range of target effective temperatures, we analyze 34,100 stars from subsamples I–III (Figure 3) in the same manner as the targets of Paper I, i.e., through automatic selection and visual inspection. The rotational signal of hotter stars, in particular F stars, differs from that of cooler stars. Thus, to avoid bias and properly train the ML tool, it is important to consider a diverse training set.

Automatic selection.—Rotation periods are automatically selected if there is agreement between the P_{rot} estimates from the different diagnostics (GWPS, ACF, CS) and KEPCISEISMIC light curves obtained with three different filters. Additionally, we impose a height threshold for the ACF and CS rotation peaks. See Paper I for details.

Visual inspection.—The light curves (three KEPCISEISMIC and one PDC-MAP; see Section 2.1), power density spectra, and rotation diagnostics of all fast rotators ($P_{\text{rot}} < 10$ days), slow rotators ($P_{\text{rot}} > 60$ days), and targets for which the rotation period is not automatically selected are visually inspected.

The final training set is composed of 60,621 targets (Figure 3): 29,563 targets with rotation-period estimate, including Type I CP/CB candidates; and 31,058 targets without rotation-period estimate. This leaves 98,821 targets to be analyzed by the ML algorithm. Note that the targets analyzed in Paper I (26,521) are not part of the target sample of the current work, being only part of the training.

3.3.2. Machine-learning Algorithm: ROOSTER

Breton et al. (2021) developed an ML tool, ROOSTER, to select reliable rotation periods from the output of the rotation pipeline (Section 3.1). For each target, ROOSTER’s input parameters are the nine rotation-period candidates (Section 3.1) and respective S_{ph} values (Section 3.2), additional control parameters from the rotation pipeline (e.g., ACF and CS peak heights), stellar fundamental properties, FliPer metric (Bugnet et al. 2018), and observation parameters (e.g., Kepler magnitude, observation length). ROOSTER employs three random forest classifiers, each one dedicated to a specific task. The first classifier selects stars with rotational modulation from the target sample. For those selected stars, the second classifier provides a flag, which identifies Type 1 CP/CB candidates (see Section 2.2). Finally, for the same selected stars, the third classifier chooses the rotation period from the nine provided estimates (Section 3.1).

The validation of ROOSTER is presented in detail by Breton et al. (2021), where the target sample was that of Paper I, which comprises mostly KM stars (see Appendix A for the full training set, i.e., stars of spectral type from mid-F to M). For the cool solar-like targets, the initial ROOSTER’s global accuracy was 92.1%. In spite of the good yield, the results can still be improved through supplementary visual inspection. The main source of the ROOSTER’s confusion are the targets with high-amplitude second harmonics of the rotation period, for which several of the nine period estimates provided as input parameters are half of the true rotation period. Another group of intricate targets corresponds to light curves with long-term instrumental modulations. Often the period selected by ROOSTER for these targets is between 38 and 60 days. In Section 3.3.3, we then carry out a number of steps to identify the potential ROOSTER period misselections. In fact, for the cool solar-like stars, Breton et al. (2021) concluded that the methodology’s accuracy can be improved from 92.1% to 96.9% by identifying relevant targets for visual inspection.

Note that for the current analysis, which focuses on hotter solar-like stars than those in Paper I and Breton et al. (2021), we have doubled the training set (Section 3.3.1 and Appendix A). We currently train ROOSTER with stars of spectral type mid-F to M.

3.3.3. Supplementary Visual Inspection

As mentioned above, during the development and validation of the ML tool, we have identified problematic groups of targets for which ROOSTER has difficulty in selecting the correct rotation period. For this reason the ML P_{rot} selection is complemented with additional checks and visual inspection. Below we describe the most relevant groups of targets, rather than describe the full assessment from the visual inspection.

Targets with missing input parameters for the ML tool.—For a fraction of stars ($\sim 1\%$ of the sample considered for the ML), ROOSTER is unable to provide an assessment, because some of the input parameters, namely, those related to the ACF, are not determined. We visually check these targets. A significant part of the targets ($\sim 56\%$) do not show rotational modulation, and only for $\sim 10\%$ do we provide a final rotation period (Table 1).

Comparison with the automatic selection.—We first compare the P_{rot} values for targets common to the ML selection ($P_{\text{rot,ML}}$) and automatic selection ($P_{\text{rot,AutoS}}$). $P_{\text{rot,AutoS}}$ always

Table 3
Summary of the P_{rot} Detections

	# P_{rot}	# Corrected P_{rot} ($>15\%$)
ML TRAINING SET		
Paper I	15,640	
Additional targets	13,923	
AutoS	819	2
ML+AutoS	10,693	32
ML	10,731	1099
Visual check	3,426	
Total	55,232	
New detection	24,182 (+311) ($\sim 43.8\%$)	

Note. Top: ML training set composed of the targets in Paper I and additional targets to complement the T_{eff} range. Reliable rotation periods in the training set are obtained by combination of automatic selection (AutoS) and visual inspection. Middle: summary of the results for the targets analyzed by ROOSTER (see details in Section 3.3.3). The rotation periods here are recovered by automatic selection, ML, and additional visual checks. Bottom: total number of P_{rot} detections and number of new detections in comparison with (McQ14; +311 corresponds to incorrect P_{rot} values reported in the literature). The first column shows the number of P_{rot} detections in each step. The second column indicates the number of P_{rot} values that were corrected after visual inspection for the targets in the ROOSTER analysis.

corresponds to the period recovered from the wavelet analysis. We visually inspect all the targets in disagreement, as well as the targets with $P_{\text{rot,AutoS}}$ but no $P_{\text{rot,ML}}$. The targets for which the ML and the automatic selection disagree usually correspond to targets with high-amplitude second harmonics for which ROOSTER selects half of the rotation period ($\sim 93\%$ of the targets in disagreement). Table 3 summarizes the P_{rot} values finally selected after the visual inspection.

Comparison with the literature.—Next, we cross-check the targets with $P_{\text{rot,AutoS}}$ and/or $P_{\text{rot,ML}}$ with the P_{rot} values reported by McQ14 ($P_{\text{rot,McQ14}}$). Similarly to the previous step, we visually inspect all the targets with $P_{\text{rot,AutoS}}$ and/or $P_{\text{rot,ML}}$ in disagreement with $P_{\text{rot,McQ14}}$. Also, we visually check the targets with $P_{\text{rot,McQ14}}$ that were not automatically selected or selected by the ML, with the exception of the known contaminants (Section 2.2). For the targets with both $P_{\text{rot,AutoS}}$ and $P_{\text{rot,ML}}$ in disagreement with $P_{\text{rot,McQ14}}$, our P_{rot} estimates are correct for $\sim 47\%$ of the targets. For the remainder of the targets, their light curves often show photometric pollution ($\sim 29\%$) or are CP/CB candidates ($\sim 18\%$). The rotation periods selected solely by the ML (i.e., without $P_{\text{rot,AutoS}}$) in disagreement with McQ14 usually correspond to half of the true rotation periods ($\sim 84\%$ of the targets with discrepant $P_{\text{rot,ML}}$ and $P_{\text{rot,McQ14}}$). Photometrically polluted light curves contribute to $\sim 13\%$ of the disagreement between $P_{\text{rot,ML}}$ and $P_{\text{rot,McQ14}}$. Targets with P_{rot} reported in McQ14 but not in this work correspond mostly to CP/CB candidates, light curves with instrumental modulation or photometrically polluted, and known contaminants (e.g., red giants, δ Scuti, γ Doradus). These targets are listed in Table 2.

We then proceed to identify additional wrongly selected $P_{\text{rot,ML}}$ or rotation periods of targets that may have been missed by ROOSTER. The visual inspections described in the subsequent paragraphs concern targets for which P_{rot} was not automatically selected or reported by McQ14.

Mistaken filter choice.—We verify whether the proper filter is being selected, i.e., 20-day filter for $P_{\text{rot}} < 23$ days, 55-day filter for $23 \text{ days} \leq P_{\text{rot}} < 60$ days, and 80-day filter for $P_{\text{rot}} > 60$ days (see Paper I for details). The objective of this choice is to ensure that the impact from instrumental modulations on the S_{ph} value is minimized, while P_{rot} is unaffected by the filtering. If the proper filter was not chosen by the ML, but the GWPS rotation period agrees within 15% of $P_{\text{rot,ML}}$, we automatically change the P_{rot} value to that retrieved by the GWPS in the proper filter (Table 1). If the $P_{\text{rot,ML}}$ and the P_{rot} value in the proper filter disagree, we proceed for visual examination to decide whether there is a rotational signal and decide on the correct period. This disagreement often results from the presence of long-term instrumental modulations. Thus, ROOSTER is giving preference to the P_{rot} results from the 20-day filtered light curves. If the filtering does not affect P_{rot} , $P_{\text{rot,ML}}$ is kept. We corrected the P_{rot} values for $\sim 24\%$ of the targets in this condition, while $\sim 17\%$ of the targets were demoted to no P_{rot} detection (Table 2).

Potential CP/CB candidates.—ROOSTER also flags Type 1 CP/CB candidates, which are typically fast rotators with $P_{\text{rot}} < 7$ days (see Paper I). Thus, we visually check the Type 1 CP/CB candidates with $P_{\text{rot}} > 7$ days: the Type 1 CP/CB flag is removed for about 29% of the targets. Second, to ensure that we are not providing rotation periods for Type 2 CP/CB candidates, we visually inspect the targets with $P_{\text{rot}} \leq 1.6$ days (for targets in Paper I, the periodicity of the signal of all Type 2 CP/CB candidates is shorter than 1.6 days). Approximately 17% of these targets are actually affected by photometric pollution.

Potential instrumental modulation.—As mentioned in Section 3.3.2, the results from ROOSTER are affected by some confusion with instrumental-related modulations. Therefore, we visually inspect the targets with ML P_{rot} longer than 38 days. Approximately 87% of these targets belong indeed to the rotation table, but for $\sim 11\%$ of them we choose a different P_{rot} after the visual inspection.

Potential harmonics.—Another problematic group of targets for ROOSTER, identified in Breton et al. (2021, Section 3.3.2), corresponds to targets with high-amplitude second harmonics. For this type of target, half of the rotation period may be reported (see, e.g., discussion in McQuillan et al. 2013, 2014). Therefore, we visually check the targets for which one or more P_{rot} estimates (nine for each target) are double the $P_{\text{rot,ML}}$. The ML algorithm had wrongly selected the harmonic for $\sim 28\%$ of these targets. In particular, for the targets with at least three P_{rot} estimates being the double of $P_{\text{rot,ML}}$, ROOSTER had selected half of the correct P_{rot} for about 58% of the targets. The targets mentioned here exclude the half P_{rot} already identified in previous steps.

P_{rot} probability between 0.4 and 0.8.—In Breton et al. (2021), we found that there is an area of confusion where a significant number of targets without $P_{\text{rot,ML}}$ exhibit rotational signal, and vice versa. This corresponds to targets with a $P_{\text{rot,ML}}$ probability between 0.4 and 0.8, which we visually check. We determined that $\sim 61\%$ of the targets without $P_{\text{rot,ML}}$ have rotational modulation and selected the respective period. Approximately 20% of the targets in this visual inspection with $P_{\text{rot,ML}}$ are corrected or demoted to no P_{rot} detection.

Short light curves.—Finally, we visually check light curves shorter than five Kepler quarters with a $P_{\text{rot,ML}}$ estimate, to ensure that the ML algorithm decision is correct. From the

Table 4
Summary of the Overall Results

		With P_{rot}	Without P_{rot}	Detection Fraction
PAPER I		15,640	9415	62.4%
THIS WORK	SUBSAMPLE I			
	MS K stars	3275	3153	51.0%
	MS G stars	18,951	41,891	31.1%
	MS F stars	9455	22,776	29.3%
	Subgiant stars	4515	17,733	20.3%
SUBSAMPLE II		2794	6471	30.2%
SUBSAMPLE III		602	1305	31.6%

Note. The top rows indicate the results from Paper I (main-sequence KM stars in DR25), while the middle and bottom rows indicate the results from this work. Subsample I is split according to the stellar properties in B20. For that reason the K-dwarf sample is not complete, as part was already analyzed in Paper I. Known contaminants are not taken into account here (Section 2.2).

targets left to visually check in this step, $P_{\text{rot,ML}}$ is correct for $\sim 96\%$.

In total, we visually checked $\sim 26\%$ of the 98,821 targets (i.e., 25,477 targets) analyzed by the ML algorithm. This corresponds to a significant decrease in the visual inspections in comparison with Paper I (e.g., Section 3.3).

4. Results

Following the methodology described in Section 3.1, we recover average rotation periods and the respective S_{ph} for 39,592 targets from subsamples I–III, which comprise 132,921 targets, including part of the training set for ROOSTER. Tables 1 and 2 summarize the properties of the individual targets with and without a P_{rot} estimate, respectively. Table 2 also includes the known contaminants (see Section 2.2) that were not considered in the rotation analysis but are within the parameter space of subsamples I–III. The final P_{rot} yield is summarized in Tables 3 and 4.

Figures 4–8 summarize the results for the targets that are solar-like main-sequence and subgiant stars in subsample I, while neglecting Type 1 CP/CB candidates flagged either by ROOSTER or during the visual inspection. Among subsamples I–III, we have flagged 2251 Type 1 CP/CB candidates.

Figure 4 shows the P_{rot} and S_{ph} distributions per type of targets (main-sequence F and G stars, and subgiants) in comparison with the distributions for the full subsample I. Note that because of the updated stellar properties, subsample I contains some K dwarfs according to B20. These are not represented individually in this section (see Appendix D instead). The dependency on effective temperature is better depicted in Figures 5 and 6, which show P_{rot} and S_{ph} as a function of T_{eff} , color-coded by the number of targets. For reference, Figures 5 and 6 also include the targets from Paper I with P_{rot} . Although less pronounced than for the cooler stars, the P_{rot} distribution for the hotter stars (subsample I) also shows evidence for bimodality. The S_{ph} distribution tends to be shifted toward smaller S_{ph} values for hotter stars than for cooler stars, with F stars showing lower levels of photometric activity than GKM stars. From M to G stars, the range of S_{ph} values becomes wider, with the upper and lower edge taking place at larger and smaller S_{ph} as T_{eff} increases, respectively. As for the subgiant stars, although their P_{rot} distribution is similar to the

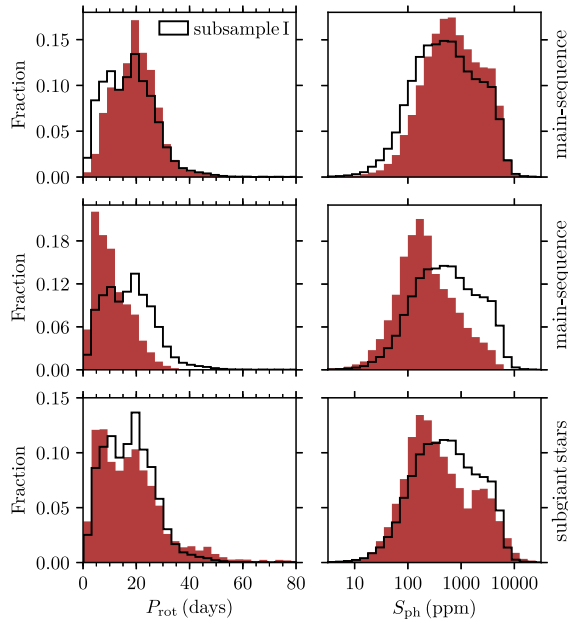


Figure 4. P_{rot} (left) and S_{ph} (right) distributions for the targets in subsample I, while neglecting the Type 1 CP/CB candidates: full subsample I (solid black), main-sequence G stars (top row; red), main-sequence F stars (middle row; red), and subgiant stars (bottom row; red).

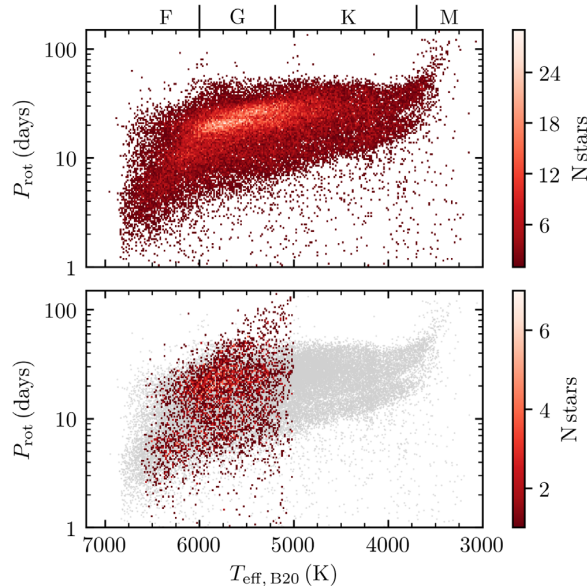


Figure 5. P_{rot} as a function of effective temperature for the main-sequence FGKM stars in subsample I and Paper 1 (top) and subgiants (bottom), color-coded by the number of stars. For reference the main-sequence stars in the top panel are represented in gray in the bottom panel. No Type 1 CP/CB candidates are considered.

main-sequence stars of similar T_{eff} , there are more slower rotators among subgiants. In particular, between ~ 5000 and ~ 6000 K there is a group of slow-rotating subgiants, which are relatively cool and evolved subgiants (see Figure 15 in Appendix C). For cooler subgiants, the S_{ph} distribution is similar to the main-sequence stars’ distribution. However, the

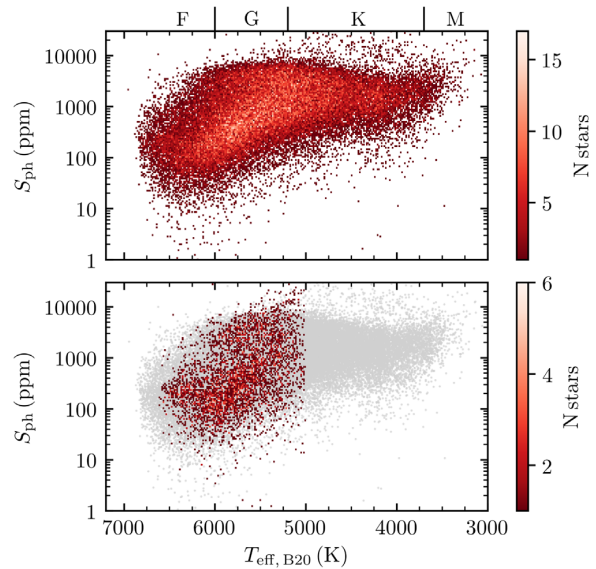


Figure 6. Same as in Figure 5, but for S_{ph} .

hotter subgiants have distinctively low photometric activity levels.

Figure 7 shows the S_{ph} as a function of P_{rot} for the targets in subsample I, except for the Type 1 CP/CB candidates. For main-sequence G stars, fast rotators are typically more photometrically active than slow rotators (Spearman correlation coefficient of -0.45). At relatively short P_{rot} , S_{ph} saturates. Part of the main-sequence F stars and subgiants also show the same behavior, but a new group of hot weakly active stars is apparent (Spearman correlation coefficients of -0.16 and -0.07 , respectively). In particular, the weakly active fast-rotating F stars correspond mainly to targets expected to be above the Kraft break (Kraft 1967; see Appendix B).

Finally, the relative uncertainty on P_{rot} is depicted in Figure 8. As described in Section 3.1, we prioritize the rotation-period estimate from the GWPS, where the width of the rotation peak reflects both the uncertainty on the rotation determination and partially differential rotation. The average uncertainty for main-sequence and subgiant solar-like stars (except Type 1 CP/CB candidates) is about 10%. The P_{rot} uncertainty generally increases with T_{eff} . Interestingly, the maximum relative P_{rot} uncertainty is reached around the Kraft break.

Appendix D shows the same as Figures 5–7 but for all targets with a P_{rot} estimate. In particular, as described in Section 2.2, the Type 1 CP/CB candidates tend to be fast rotators with large-amplitude brightness variations. Thus, when considering Type 1 CP/CB candidates, there is an increase of fast rotators with very large S_{ph} , namely, values that are larger than the typical S_{ph} values for stars of similar T_{eff} . Also, Type 1 CP/CB candidates often have small P_{rot} uncertainties, being on average 7%.

4.1. Comparison with the Original ROOSTER Results

Figure 9 shows the comparison between the original $P_{\text{rot,ML}}$ selected by ROOSTER and the final P_{rot} adopted after the additional visual inspection described in Section 3.3.3. For

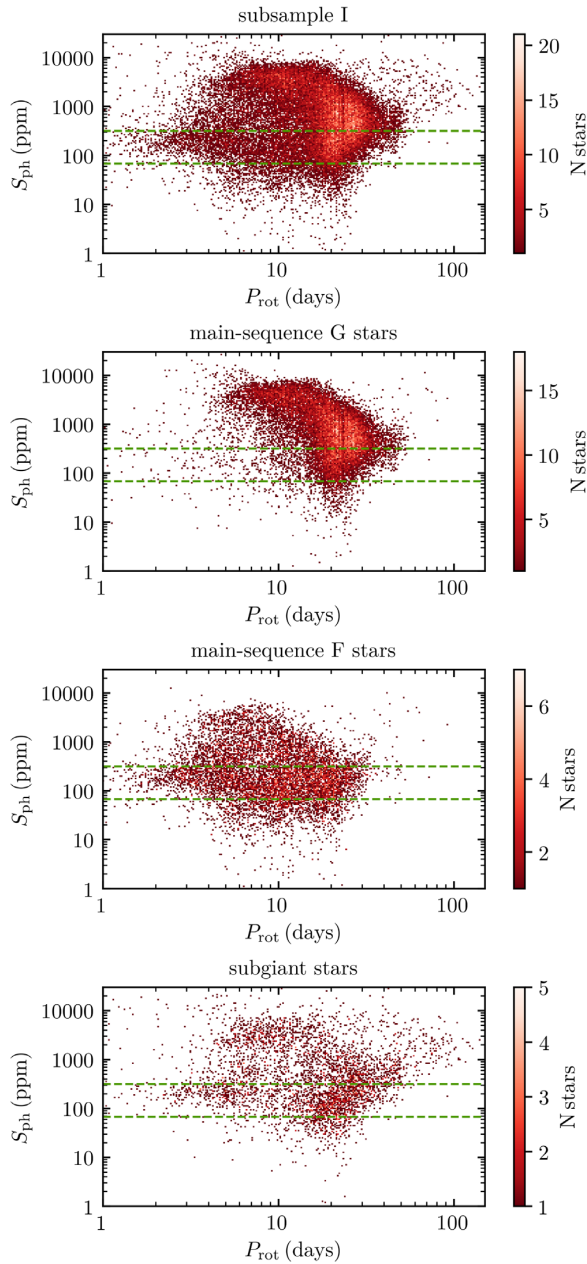


Figure 7. S_{ph} as a function of P_{rot} for the targets in subsample I, with the exception of the Type 1 CP/CB candidates, color-coded by number of stars: full subsample I (top), main-sequence G stars (second row), main-sequence F stars (third row), and subgiant stars (bottom). For reference, the dashed green line marks the solar S_{ph} values (Mathur et al. 2014) at minimum and maximum of activity.

comparison purposes, in this section and Section 4.2, the final P_{rot} values are indicated by $P_{\text{rot,final}}$ instead of simply P_{rot} . The total number of targets analyzed by ROOSTER is 98,821. Not accounting for known contaminants (Section 2.2), ROOSTER selected 23,547 $P_{\text{rot,ML}}$. Following the steps in Section 3.3.3, 2123 targets were demoted to Table 2, while 21,424 are among the targets with a final P_{rot} . From the latter, $P_{\text{rot,ML}}$ agrees

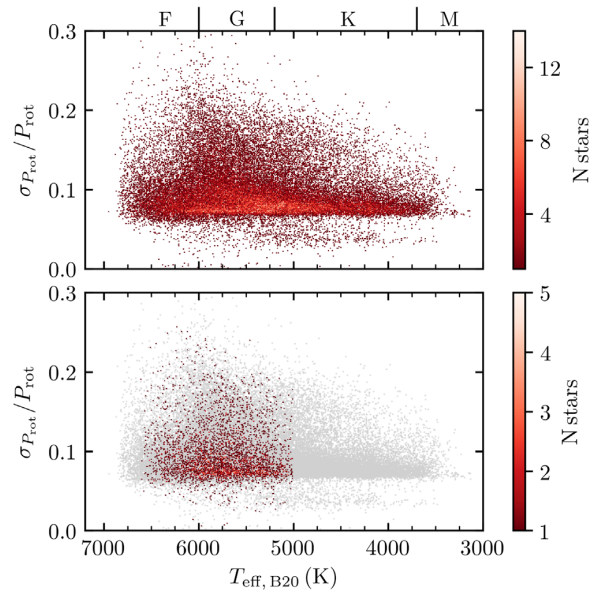


Figure 8. Same as Figure 5, but for the relative uncertainty on P_{rot} ($\sigma_{P_{\text{rot}}}/P_{\text{rot}}$).

within 15% with the final P_{rot} for 20,293. These results indicate that the global ROOSTER’s accuracy is 86.2%. For the targets in disagreement, 68.1% of those are related to cases where $P_{\text{rot,ML}}$ is in fact the second harmonic (one-half) of P_{rot} . Another problematic group for ROOSTER corresponds to targets with $P_{\text{rot,ML}}$ between ~ 40 and ~ 50 days (see, e.g., Figure 4 in Breton et al. 2021). Nevertheless, these account for only a small fraction of the targets. Finally, another group of targets in slight disagreement (still within 15%) correspond to targets with final rotation periods around midtwenties, which reflect the impact from the filtering of the light curve. As described in Section 3.3.3, for part of these targets the rotation period was automatically changed from $P_{\text{rot,ML}}$ to the final P_{rot} value, namely, that obtained from the GWPS of the 55-day filtered light curves.

During the visual inspection, P_{rot} was recovered for 3426 additional targets (out of the 98,821) for which ROOSTER did not provide a rotation period.

4.2. Comparison with McQuillan et al. (2014)

Figure 10 compares the final P_{rot} values determined in this work with those reported by McQ14. Among the 20,080 targets in common, there is an agreement within 15% for 99.1% of the targets. The P_{rot} estimates differ for 183 targets, for which we performed visual checks (Section 3.3.3) and determined that the P_{rot} values reported in Table 1 are correct. Part of the disagreement arises from the fact that the second peak in the ACF can have a larger amplitude than the first, while the first is actually the correct period.

McQ14 reported P_{rot} for 615 known contaminants (see details in Section 2.2) within the parameter space of the target sample of this work (i.e., subsamples I–III): 553 red giants; 22 δ Scuti, γ Doradus, or hybrids; 28 eclipsing binaries; and 12 RR Lyrae stars. In addition to the known contaminants, McQ14 also reported periods for light curves with photometric pollution or instrumental modulation (for which it is not possible to disentangle the intrinsic rotation signal or that

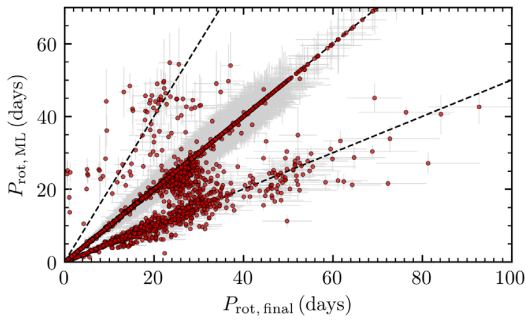


Figure 9. Comparison between $P_{\text{rot,ML}}$ and the final P_{rot} values. The final P_{rot} is represented in the horizontal axis for easy comparison with Figure 6 in Breton et al. (2021). The dashed lines mark the 1–1, 1–2, and 2–1 lines.

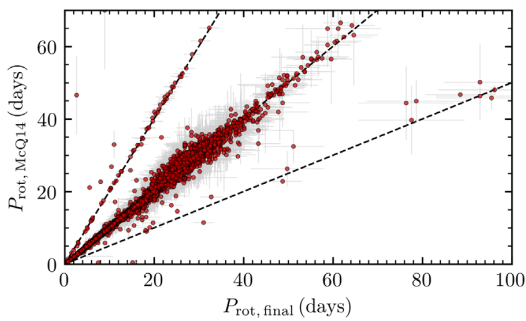


Figure 10. Comparison between the P_{rot} values reported by McQ14 and the final P_{rot} values reported in this work. The dashed lines mark the 1–1, 1–2, and 2–1 lines.

simply do not show rotational modulation) and Type 2–4 CP/CB candidates.

Considering the full sample of main-sequence and subgiant FGKM stars (this work and Paper I), we report P_{rot} for 31,038 targets in McQ14, with an agreement (within 15%) of 99.0%. Note that the targets for which we do not report P_{rot} are now known contaminants or targets for which during the visual inspection we determined that they belong to Table 2. We report P_{rot} for 24,182 main-sequence and subgiant FGKM stars that were not part of the periodic table of McQ14. A total of 15,088 of those were listed as nonperiodic stars in McQ14: the period assessment agrees within 15% with our final values for 55.5% of the targets. A total 3632 stars (out of 15,088) in the McQ14 nonperiodic table do not have a period candidate.

Figure 11 compares the P_{rot} distribution for the combined results of Paper I and the current analysis (red) with that from McQ14 (black). The bottom panels illustrate where the new P_{rot} detections lie in the $P_{\text{rot}}-T_{\text{eff}}$ diagram in comparison with those in McQ14. We recover rotation periods for a larger number of fast-rotating F stars and, particularly, for a larger number of GKM slower rotators. While the new P_{rot} estimates alter the upper edge of the P_{rot} distribution, they do not alter the previous findings on the bimodal P_{rot} distribution in the Kepler field (e.g., McQ14), nor the subsequent gap, i.e., region of low density (see further discussion below).

Figure 12 shows the upper edge of the P_{rot} distribution obtained in this work (solid black line) in comparison with that for the results of McQ14 (dashed black line). The upper edge corresponds to the 95% percentile. Within $T_{\text{eff}} \sim 3500$ K and

~ 4000 K there is a reasonable agreement between the two upper edges (the same for the DR25 catalog—Appendix D—except they are shifted toward cooler temperatures). Outside this T_{eff} range, we recover rotation periods for a larger number of slow rotators in comparison with McQ14 (see Figure 11). Therefore, the upper edge recovered in this work is located at longer P_{rot} . This result may be consistent with the model predictions by van Saders et al. (2019), which indicates a larger fraction of slow rotators than that detected by McQ14.

5. Summary and Conclusions

The rotational modulation of light curves due to dark magnetic spots corotating with the stellar surface allows us to constrain rotation and magnetic activity properties. In this work, in order to recover average rotation periods and photometric magnetic activity, we analyze the long-cadence data collected by Kepler for 132,921 stars, which were originally selected according to DR25 (Mathur et al. 2017) as main-sequence F and G stars and late subgiant stars. This work is the second of this series, where Paper I focused the analysis to main-sequence K and M stars (according to DR25).

In this work, we decided to adopt the recent update, using Gaia data, on the stellar properties for Kepler targets (B20; Berger et al. 2020). Therefore, some of the targets in Paper I are now hotter stars (namely, G dwarfs), while some targets originally selected for the current work are K dwarfs according to B20.

Our study uses KEPSEISMIC (García et al. 2011, 2014b; Pires et al. 2015) time series obtained with three different filters with cutoff periods at 20, 55, and 80 days. The parallel analysis of the three time series aims at avoiding the long-term instrumental modulations, while retrieving the rotation period, i.e., unaffected by the filtering process. We also use PDC-MAP light curves to determine whether the measured signal could be due to photometric pollution resulting from the larger apertures employed in KEPSEISMIC data.

Rotation-period candidates are retrieved by combining the wavelet analysis with the autocorrelation function of light curves (e.g., Mathur et al. 2010; García et al. 2014a; Ceillier et al. 2016, 2017; Santos et al. 2019). The final P_{rot} estimates are selected by an ML algorithm (ROOSTER; Breton et al. 2021), automatic selection, and complementary visual examination. The training set for ROOSTER includes the targets of Paper I (Santos et al. 2019) and 34,100 additional targets analyzed in the current work to cover the full T_{eff} range. ROOSTER then searches for rotational signals and the respective rotation periods among the remaining 98,821 targets. Finally, we perform a series of cross-checks and supplementary visual checks.

We compute the photometric activity proxy as the standard deviation over light-curve segments of length $5 \times P_{\text{rot}}$ (Mathur et al. 2014). The final reported S_{ph} corresponds to the average of the individual S_{ph} values. Although S_{ph} is a lower limit of the true photometric activity level, depending, for example, on the stellar inclination angle and on the longitudinal and latitudinal spot distribution, S_{ph} has been shown to be an adequate magnetic activity proxy (Salabert et al. 2016, 2017).

We report surface rotation periods and the respective S_{ph} for 39,592 main-sequence and subgiant solar-like stars (out of 132,921). In comparison with Paper I, focused on cooler stars, there is a significant decrease in the detection fraction. The detection fraction in Paper I was about 60%, while the

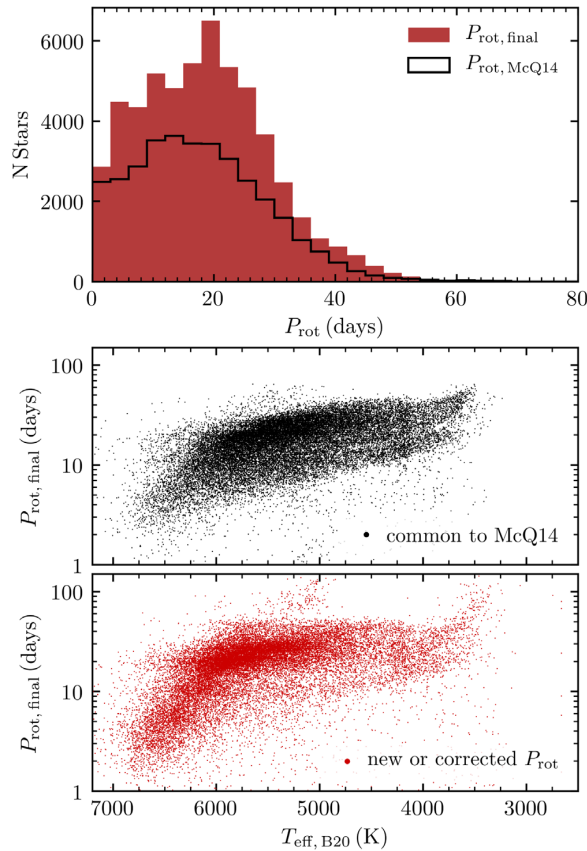


Figure 11. Top: comparison between the P_{rot} distribution for the targets of the current work and Paper I (red) and that of McQ14 (black). Middle: common P_{rot} detections between this work and McQ14 in the $P_{\text{rot}}-T_{\text{eff}}$ diagram. Bottom: new P_{rot} detections in the $P_{\text{rot}}-T_{\text{eff}}$ diagram.

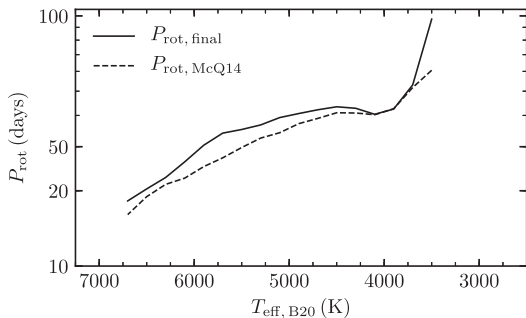


Figure 12. Upper edge (95% percentile) of the P_{rot} distribution found in this work (solid black line) and in McQ14 (dashed black line).

detection in this work is about 30%. A drastic decrease in the detection fraction with T_{eff} was also observed by McQ14. In particular, F stars seem to have rotational modulation with distinct characteristics from those of cooler stars. This motivated the expansion of the training set for ROOSTER to properly account for the different behavior of the hottest stars considered here. The change in behavior may be due to the shallow convective zones in F stars. The amplitude of rotational modulation is distinctively small, which can reflect

weak magnetic activity characterized by small, less, and/or short-lived spots or active regions. We also find that the rotational signal of F stars is typically complex, with broad rotation peaks in the GWPS (relatively large P_{rot} uncertainties) and multiple peaks in the power spectrum. Often, in the WPS we observe a blended band of stronger rotational signal that ranges from the first harmonic (P_{rot}) to the third harmonic. This is in contrast with the signal of cooler stars (see, e.g., Figure 2).

A total of 2251 targets (out of 39,592) are flagged as Type 1 CP/CB candidates, as their signal also does not seem to be consistent with that of the other solar-like rotators. These targets generally have short P_{rot} and large S_{ph} (see Appendix D), being also characterized by stable fast beating in the light curve and a large number of harmonics associated with P_{rot} . Type 1 CP/CB candidates tend to be beyond or close to the upper edge of the S_{ph} distribution and the lower edge of the P_{rot} distribution. Interestingly, in Paper I we verified a significant overlap between the Type 1 CP/CB candidates and the synchronized binaries identified by Simonian et al. (2019), suggesting thus the possibility of the Type 1 CP/CB being close-in binaries.

For the target sample of the current work, we report P_{rot} of 19,732 targets for which McQ14 did not report a P_{rot} . For the common targets, there is an agreement of more than 99%. Note that the majority of the P_{rot} values reported here correspond to targets that are expected to be main-sequence solar-like stars. Therefore, even ignoring the detections for subgiant stars that were not the focus in McQ14, our analysis still yields a significantly larger number of P_{rot} detections. Nevertheless, McQ14 reported P_{rot} for 2060 targets that are considered subgiants in this work. Note also that the stellar properties (e.g., T_{eff} and $\log g$) have been updated since the study by McQ14.

The rotation period generally decreases with increasing effective temperature, with F stars being on average faster rotators than the cooler solar-like stars. This is consistent with previous findings (e.g., McQ14; García et al. 2014a).

Relative to the rotation-period distribution reported by McQ14, we recover a larger number of slow rotators. For this reason the upper edge of the P_{rot} distribution is located at longer periods than that in McQ14. Interestingly, the model predictions by van Saders et al. (2019) were consistent with a larger number of slower rotators than that detected by McQ14.

Similarly to the cooler targets of Paper I, the bimodal P_{rot} distribution is found for the targets of the current work. The bimodality in the P_{rot} distribution of Kepler targets was previously identified and investigated by, for example, McQuillan et al. (2013, 2014), Davenport (2017), and Davenport & Covey (2018). These studies in particular suggested that the bimodal behavior is related to two distinct episodes of stellar formation. This bimodal behavior is, however, not exclusive to the targets in the Kepler field and was also discovered for K2 targets (Reinhold & Hekker 2020; Gordon et al. 2021). An alternative origin for the bimodal P_{rot} distribution was suggested by Montet et al. (2017) and Reinhold et al. (2019), who concluded that the targets in the fast-rotating branch are spot dominated, in contrast with the targets in the slow-rotating branch, which are faculae dominated. Gordon et al. (2021) proposed instead that the bimodal P_{rot} distribution is due to a broken spin-down related to the coupling between the stellar rapidly rotating core and the envelope.

Among the subgiant stars, there is a group of slow-rotating targets with T_{eff} between 5000 and 6000 K. These are found to be consistent with more evolved subgiants. In particular, the

slowest of these targets ($P_{\text{rot}} > 60$ days) are located close to the red giant branch.

The S_{ph} values for F stars are significantly smaller than those of cooler main-sequence stars. Considering also the targets of Paper I, for GKM stars, the range of measured S_{ph} values is wider: the S_{ph} value corresponding to the upper edge of the S_{ph} distribution generally increases with T_{eff} , while the S_{ph} value of the lower edge decreases with T_{eff} . For main-sequence GKM stars, S_{ph} increases with decreasing P_{rot} , which is consistent with fast rotators being more active than slower rotators (e.g., Vaughan et al. 1981; Baliunas et al. 1983). While for K stars (see Appendix D and Paper I) the bimodal P_{rot} distribution is visible in the $S_{\text{ph}}-P_{\text{rot}}$ diagram through two almost parallel branches, for G stars the fast-rotating branch corresponds to a mostly saturated S_{ph} regime. Indeed, particularly for K stars, the transition between the two branches causes a discontinuity in the $S_{\text{ph}}-P_{\text{rot}}$ diagram, where the slowest-rotating stars belonging to the fast-rotating branch have smaller S_{ph} values than the fastest-rotating stars belonging to the slow-rotating branch. For K2 targets, Reinhold & Hekker (2020) used the location of this discontinuity or kink to infer the location of the period gap in the $P_{\text{rot}}-T_{\text{eff}}$ diagram. For main-sequence F stars and subgiants, the correlation between S_{ph} and P_{rot} is significantly reduced. In particular, the hottest targets are found to be weakly active fast rotators.

Finally, the combined output of Paper I and the current work is average P_{rot} and S_{ph} values for 55,232 main-sequence and subgiant FGKM stars (out of 159,442). These results include 24,182 new P_{rot} detections in comparison with McQ14.

The material is based on work supported by the National Aeronautics and Space Administration (NASA) under grant No. NNX17AF27G to the Space Science Institute (Boulder, CO, USA), which was the recipient of the grant. This paper includes data collected by the Kepler mission and obtained from the MAST data archive at the Space Telescope Science Institute (STScI). Funding for the Kepler mission is provided by the NASA Science Mission Directorate. STScI is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy, Inc., under NASA contract NAS 526555. The authors thank D. Bossini for providing the evolutionary tracks

used in this paper to distinguish main-sequence from subgiant stars. A.R.G.S. acknowledges the support STFC consolidated grant ST/T000252/1. S.N.B. and R.A.G. acknowledge the support from PLATO and GOLF CNES grants. S.M. acknowledges support by the Spanish Ministry of Science and Innovation with the Ramon y Cajal fellowship No. RYC-2015-17697 and grant No. PID2019-107187GB-I00. This research has made use of the NASA Exoplanet Archive, which is operated by the California Institute of Technology, under contract with the National Aeronautics and Space Administration under the Exoplanet Exploration Program.

Software: KADACS (García et al. 2011), ROOSTER (Breton et al. 2021), NumPy (Harris et al. 2020), SciPy (Virtanen et al. 2020), Matplotlib (Hunter 2007), Pandas (McKinney 2010), Scikit-learn (Pedregosa et al. 2011).

Facilities: MAST, Kepler Eclipsing Binary Catalog, Exoplanet Archive.

Appendix A ROOSTER's Performance for Hot Solar-like Stars

ROOSTER (Section 3.3.2) was developed and validated in Breton et al. (2021) with the target sample of Paper I. Breton et al. (2021) performed a training loop with 100 realizations. In each realization, 75% of the targets are randomly selected for the training set, while the remaining 25% constitutes the test set. By performing a training loop rather than a single training, one can compute the mean classification ratio for each star. As follows, ROOSTER is able to classify all the targets in the training set.

In this section, we discuss ROOSTER's results for the full training sample of the current analysis (see Section 3.3.1), which, in addition to the cooler stars of Paper I, includes hotter targets as well. From Breton et al. (2021) to the current analysis, we have more than doubled the size of the training set. This way ROOSTER is trained with targets of spectral types from mid-F to M (Figure 3). This increment is motivated by the different behavior observed in F stars in comparison to cooler solar-like stars in terms of rotational signature (see discussion in Section 5).

Figure 13 compares the rotation periods selected by ROOSTER ($P_{\text{rot,ML}}$) and the correct P_{rot} . The blue diamonds highlight the targets that would be selected for visual inspection

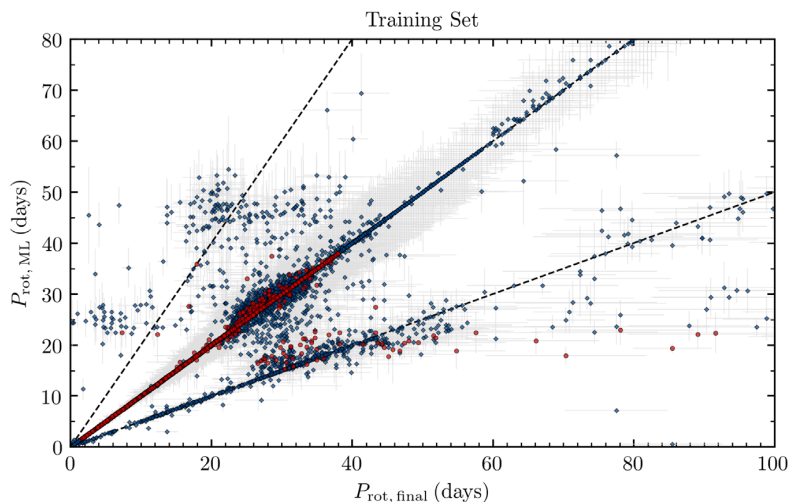


Figure 13. Same as in Figure 9, but for the training set (Section 3.3.1). The blue diamonds mark the targets that would be selected for visual inspection or for an automatic change in the filter choice following the criteria described in Section 3.3.3.

or for an automatic change in the filter choice according to the selection criteria described in Section 3.3.3. The P_{rot} values agree within 15% for $\sim 95.3\%$ of the targets. From the targets in disagreement, $\sim 94.6\%$ would be selected for visual inspection (blue diamonds) and, therefore, corrected. The global accuracy of ROOSTER for the training set composed of mid-F to M stars is 95.3%. Finally, ROOSTER only selects P_{rot} for two targets that are found not to have rotational modulation and only misses P_{rot} for the targets with missing parameters, which would be selected for visual inspection following the procedure in Section 3.3.3.

Appendix B Main-sequence F Stars and Kraft Break

The rotation period is observed to decrease generally with increasing effective temperature (Figure 5). F stars are then typically fast rotators. For main-sequence GKM stars (Figure 7; see also Figure 9 in Paper I), faster rotators are found to be photometrically more active than slower rotators. However, for main-sequence F stars and subgiants there is a group of weakly active fast rotators. For subgiants, it is clear that those

correspond to the hottest subgiant stars considered in this work (Figures 5 and 7). Figure 14 shows the $S_{\text{ph}}-P_{\text{rot}}$ diagram for the main-sequence F stars expected to be below (red) and above (blue) the Kraft break (Kraft 1967). Note that the red data points are overplotted. The left panels show the results based on the stellar properties from DR25, while the right panels show the results based on B20 (Berger et al. 2020), where F stars usually have lower T_{eff} compared to DR25. Most of the fast-rotating F stars with small S_{ph} values are stars expected to be above the Kraft break. Additionally to the T_{eff} difference between the two catalogs, there is an associated uncertainty and the effect from metallicity on the convection properties, which may also contribute to the scatter in these diagrams.

Appendix C Slow-rotating Subgiant Stars

While the P_{rot} values for most of the subgiant stars are consistent with the P_{rot} distribution for the main-sequence stars of similar T_{eff} , there is a group of slow-rotating stars (Figure 5), which are located above the upper edge of the P_{rot} distribution. We select the targets with $5000 \text{ K} \leq T_{\text{eff},\text{B20}} \leq 6000 \text{ K}$ and

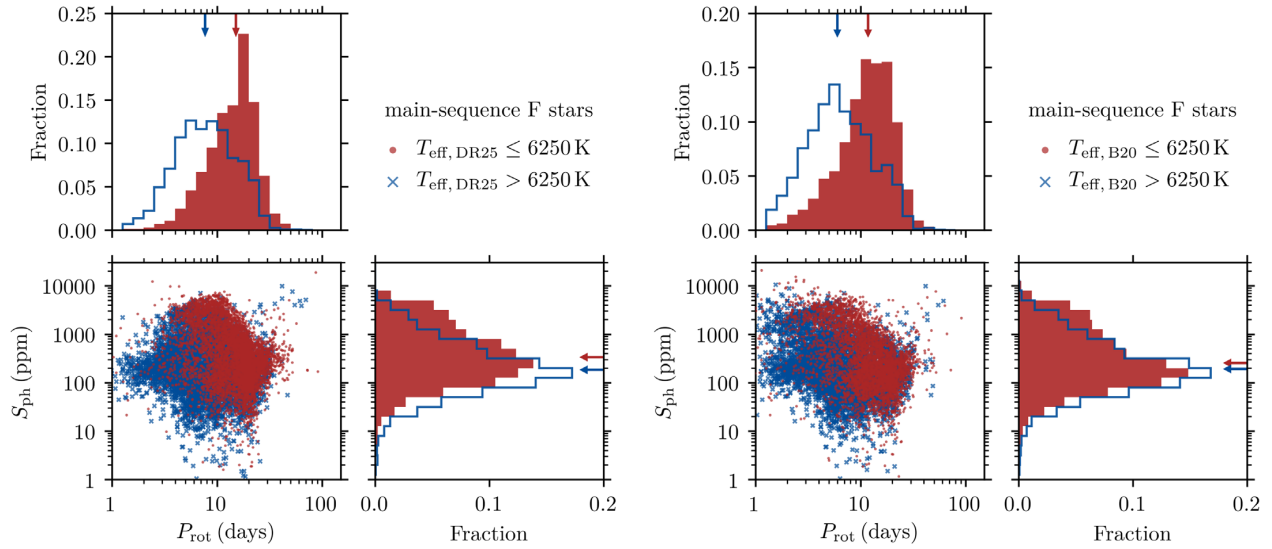


Figure 14. S_{ph} and P_{rot} distributions for the main-sequence F stars in subsample I below (red) and above (blue) the Kraft break ($T_{\text{eff}} = 6250 \text{ K}$). The left panels consider the stellar properties from DR25, while the right panels consider the B20 catalog. The arrows mark the median values of the distribution.

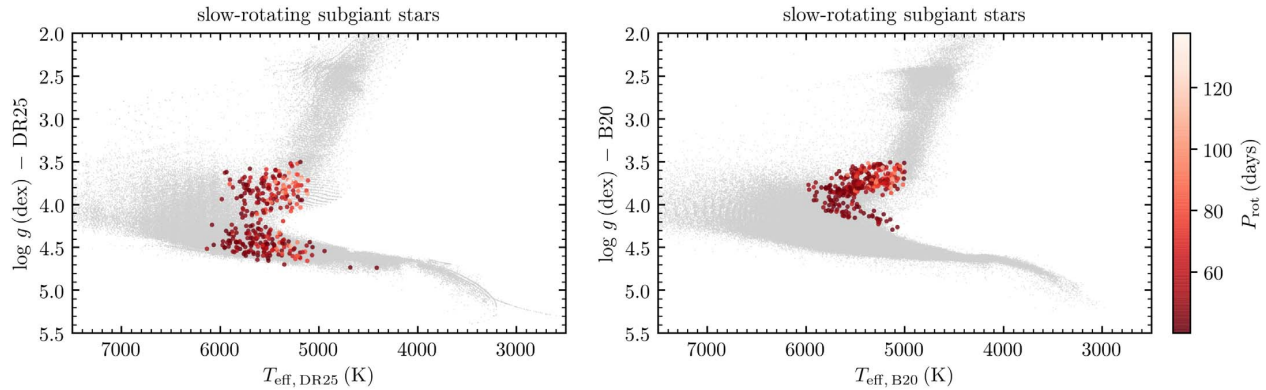


Figure 15. Slow-rotating subgiant stars (selected according to B20; shades of red) in the $\log g - T_{\text{eff}}$ diagram according to DR25 (left) and B20 (right). The data points are color-coded by P_{rot} . For reference the gray dots depict all the targets in DR25 and B20.

$P_{\text{rot}} > 40$ days. Figure 15 shows where these slow-rotating subgiant stars are located in the $\log g - T_{\text{eff}}$ diagram according to the stellar properties from DR25 (left) and B20 (right). The slowest targets (lighter colors) tend to be more evolved targets, in both DR25 and B20, relative to the target sample. However, part of slow-rotating subgiants are in the main sequence according to DR25.

Appendix D Full Target Sample

Figure 16 highlights the Type 1 CP/CB candidates, tidally synchronized binaries (Simonian et al. 2019), and Gaia binaries (Berger et al. 2018) in the $P_{\text{rot}} - T_{\text{eff}}$ and $S_{\text{ph}} - T_{\text{eff}}$ diagrams for the targets with a P_{rot} estimate in Paper I and in this work. The overlap between the target sample of the current paper and the binaries identified by Simonian et al. (2019) and Berger et al. (2018) is very small, with only 8 and 125 targets, respectively. The tidally synchronized binaries tend to have larger S_{ph} values and short periods in comparison to the targets with similar T_{eff} . The Gaia binaries have a P_{rot} and S_{ph} distribution more consistent with those of the (presumably) single targets. The targets flagged as Type 1 CP/CB candidates have generally short periods and large S_{ph} . In particular, they are located at or beyond the lower edge of the P_{rot} distribution and the upper edge of the S_{ph} distribution. To guide the eye, the dashed lines in Figure 16 show the lower (5th percentile) and upper (95th percentile) edges of the P_{rot} and S_{ph} distribution, respectively. The cooler end of the P_{rot} edge was removed because of its erratic behavior due to small sample size. Nevertheless, the gray data points show the results for the main-sequence stars in Figures 5 and 6.

As concluded in Paper I, the tidally synchronized binaries and the Type 1 CP/CB candidates tend to occupy the same parameter space, being typically characterized by very large S_{ph} and short P_{rot} . Note, however, that data, methodology, and properties studied in Simonian et al. (2019) are distinct from those of this work and Paper I. The targets flagged as Type 1 CP/CB candidates were first identified in Paper I during the visual inspection. The behavior of the brightness variations and the respective rotation diagnostics appeared to be distinct from the remainder of the solar-like stars with rotational modulation. These targets exhibit large-amplitude brightness variations, leading to large S_{ph} values. The “rotational” modulation shows fast and stable beating patterns throughout the time series, which

also leads to, for example, beating in the ACF. Finally, these targets often show a large number of visible harmonics of the rotation period. Part of these targets were found to be tidally synchronized binaries by Simonian et al. (2019), who concluded that the rapid-rotating regime in Kepler observations is dominated by binary systems. The overlap and the similarities between the Type 1 CP/CB candidates and the tidally synchronized binaries suggested that Type 1 CP/CB candidates might be indeed binaries, while the signal may still be related to rotational modulation. For the current work, ROOSTER was trained to flag these targets. As discussed in Breton et al. (2021), ROOSTER tends to flag more targets than those flagged by visual inspection. This may suggest that ROOSTER is flagging targets that are not Type 1 CP/CB candidates. Nevertheless, we advise caution when dealing with these targets.

Figure 17 shows the same as Figures 6 and 7 but for the stellar properties of DR25, where subgiant and main-sequence stars are separated according to $\log g$ from DR25 (in this figure). As discussed in B20, the effective temperatures of M stars (to be improved in a forthcoming work; see B20) are overestimated in comparison with DR25. Thus, in Figure 17 M stars are located at cooler T_{eff} . The slow-rotating subgiants have hotter T_{eff} in DR25 than in B20, while F stars are also shifted toward hotter temperatures. Note that the T_{eff} gaps in DR25 are due to artifacts in the stellar properties catalog.

Figures 18 and 19 show the $P_{\text{rot}} - T_{\text{eff}}$, $S_{\text{ph}} - T_{\text{eff}}$, and $S_{\text{ph}} - P_{\text{rot}}$ diagrams for the full target sample of Paper I and this work, including Type 1 CP/CB candidates and subsamples II and III, which were neglected in Figures 5 and 6. As discussed above, there is an increase of fast rotators, particularly with high T_{eff} and an increase of large S_{ph} values. In Figures 18 and 19, the split of the targets in terms of spectral type and evolutionary state is made according to B20 stellar properties. Note that in Paper I we used DR25.

Finally, Figure 20 compares the upper edge of the P_{rot} distribution according to the T_{eff} values in DR25 and B20 (for comparison with the simplified Figure 12). The upper edge does not change significantly owing to the different T_{eff} estimates, in particular for stars hotter than 4000 K. For M stars, as mentioned above, $T_{\text{eff}, \text{B20}}$ is systematically larger than $T_{\text{eff}, \text{DR25}}$. Independently of the stellar properties catalog, our P_{rot} distribution is characterized by a larger number of slow rotators than that of McQ14.

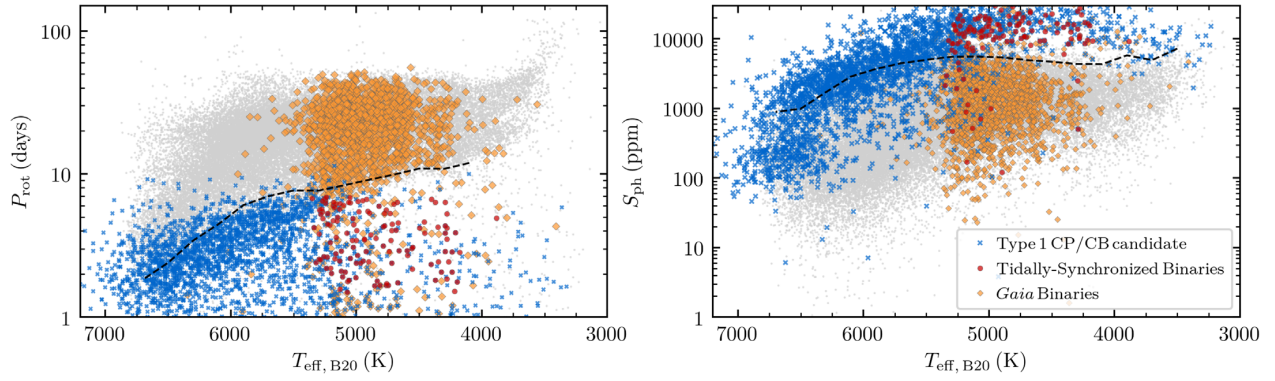


Figure 16. P_{rot} (left) and S_{ph} (right) as a function of T_{eff} for the Type 1 CP/CB candidates (blue crosses), synchronized binaries (red circles; Simonian et al. 2019), and Gaia binaries (yellow diamonds; Berger et al. 2018). For reference the gray data points show the main-sequence stars in Figures 5 and 6, and the dashed black lines indicate the lower edge of the P_{rot} distribution (left) and upper edge of the S_{ph} distribution (right).

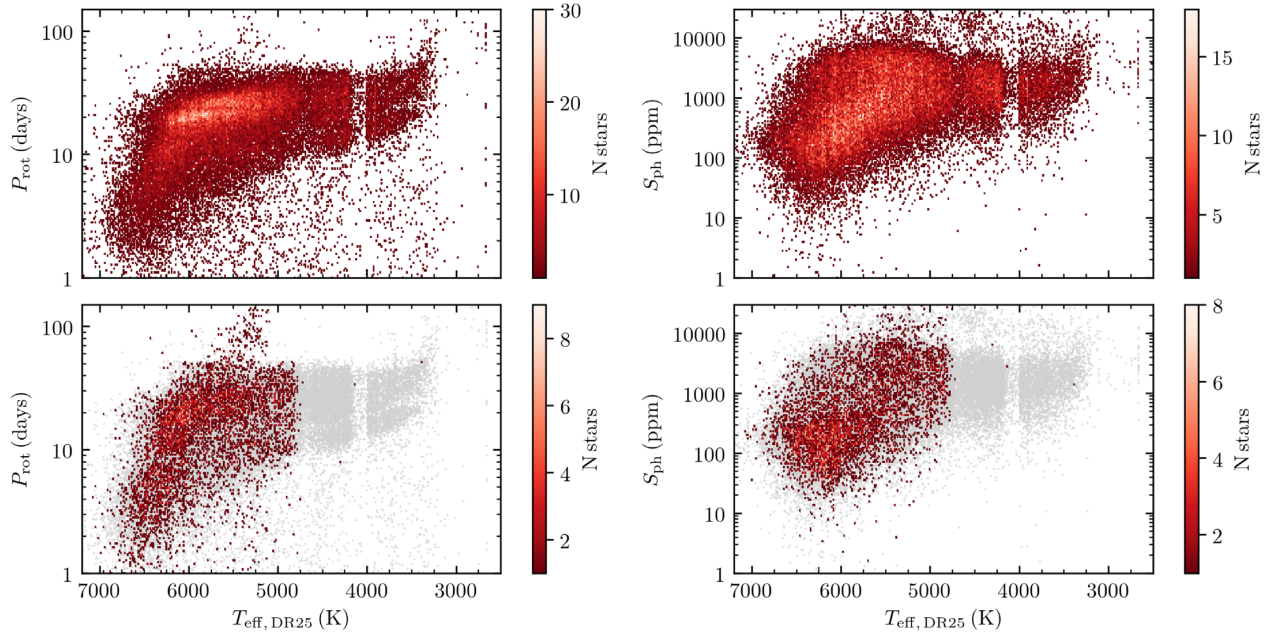


Figure 17. Same as in Figures 5 and 6, but considering the stellar properties from DR25 ($\log g$ is used to split subgiant and main-sequence stars).

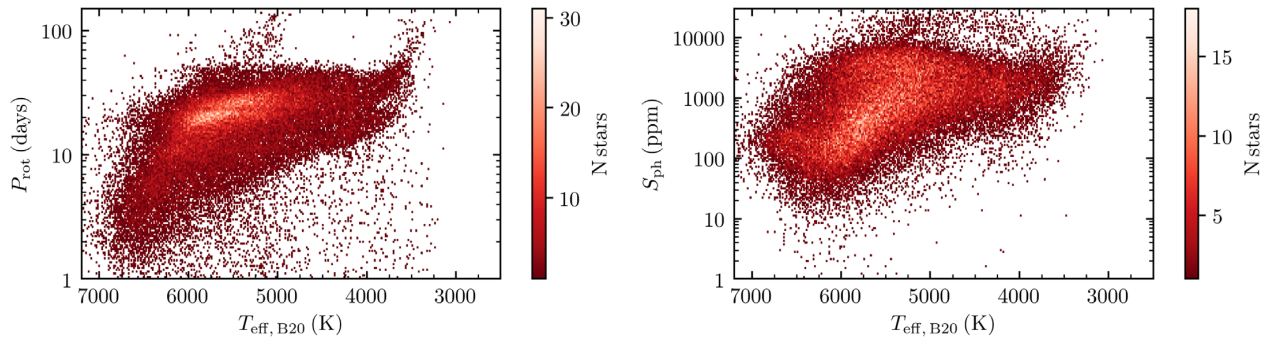


Figure 18. P_{rot} (left) and S_{ph} (right) as a function of T_{eff} for all targets with a P_{rot} estimate from Paper I and subsamples I–III for comparison with Figures 5 and 6.

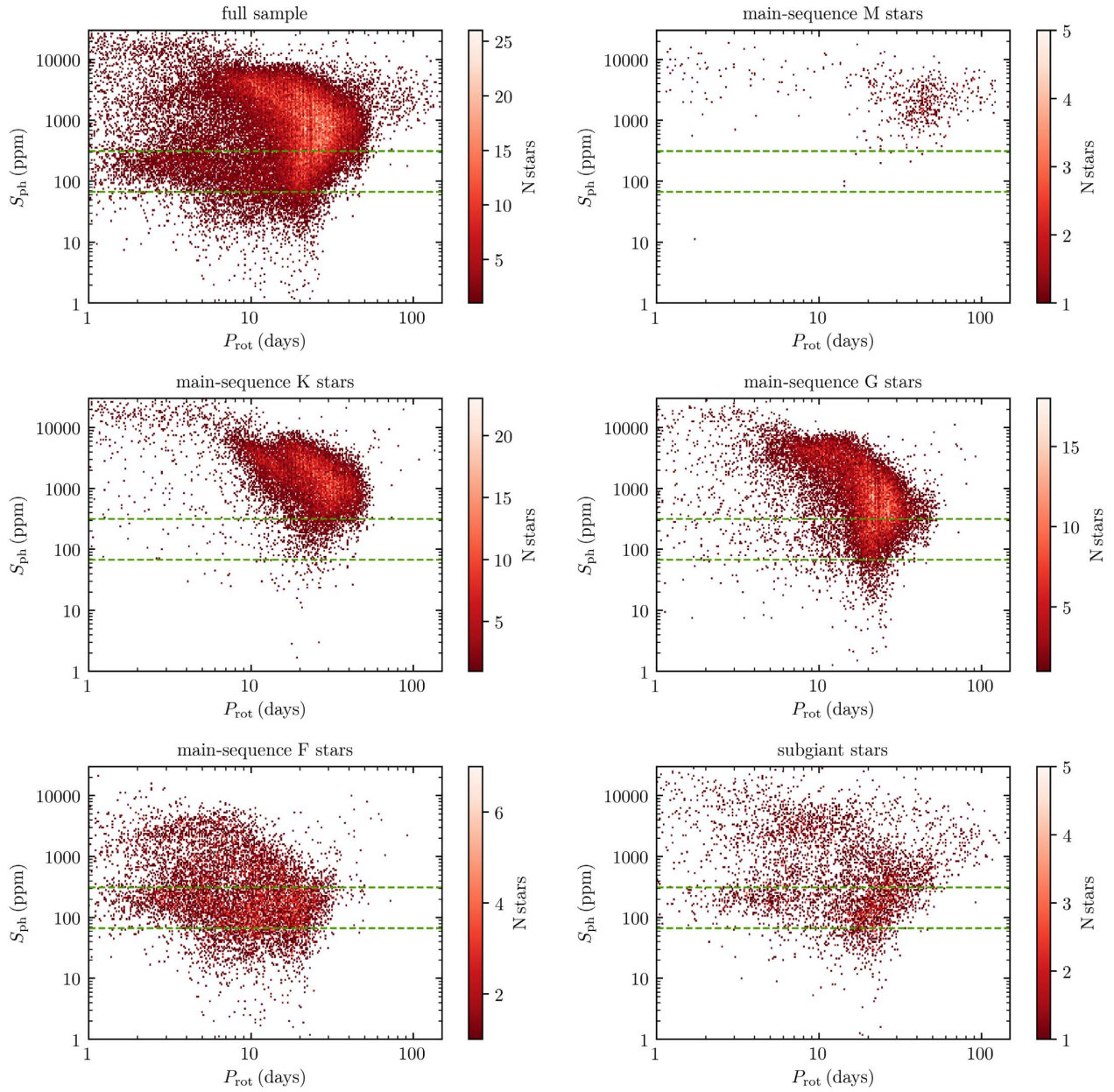


Figure 19. Same as Figure 7, but for all targets with a P_{rot} estimate from Paper I and subsamples I–III (same targets as in Figure 18). This includes Type I CP/CB candidates seen mainly in the upper left corners of the panels (see Figure 16).

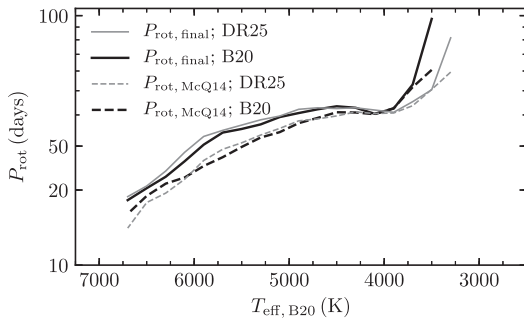


Figure 20. Same as in Figure 12 (thick black lines), but also for the T_{eff} values from DR25 (thin gray lines). The solid lines concern the P_{rot} estimates determined here and in Paper I, while the dashed lines represent the results from McQ14.

ORCID iDs

A. R. G. Santos  <https://orcid.org/0000-0001-7195-6542>
 S. N. Breton  <https://orcid.org/0000-0003-0377-0740>
 S. Mathur  <https://orcid.org/0000-0002-0129-0316>
 R. A. García  <https://orcid.org/0000-0002-8854-3776>

References

- Abdul-Masih, M., Prša, A., Conroy, K., et al. 2016, *AJ*, 151, 101
 Aerts, C., Mathis, S., & Rogers, T. M. 2019, *ARA&A*, 57, 35
 Aigrain, S., Llama, J., Ceillier, T., et al. 2015, *MNRAS*, 450, 3211
 Angus, R., Aigrain, S., Foreman-Mackey, D., & McQuillan, A. 2015, *MNRAS*, 450, 1787
 Angus, R., Beane, A., Price-Whelan, A. M., et al. 2020, *AJ*, 160, 90
 Baglin, A., Michel, E., & Auvergne, M. 2006, in ESA Special Publication 1306, Proc. CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding, ed. M. Fridlund et al. (Noordwijk: ESA), 33
 Baliunas, S. L., Hartmann, L., Noyes, R. W., et al. 1983, *ApJ*, 275, 752
 Barnes, S. A. 2003, *ApJ*, 586, 464
 Barnes, S. A. 2007, *ApJ*, 669, 1167
 Beck, P. G., Montalbán, J., Kallinger, T., et al. 2012, *Natur*, 481, 55
 Benkő, J. M., Kolenberg, K., Szabó, R., et al. 2010, *MNRAS*, 409, 1585
 Benomar, O., Bazot, M., Nielsen, M. B., et al. 2018, *Sci*, 361, 1231
 Benomar, O., Takata, M., Shibahashi, H., Ceillier, T., & García, R. A. 2015, *MNRAS*, 452, 2654
 Berger, T. A., Huber, D., Gaidos, E., & van Saders, J. L. 2018, *ApJ*, 866, 99
 Berger, T. A., Huber, D., van Saders, J. L., et al. 2020, *AJ*, 159, 280
 Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al. 2010, *Sci*, 327, 977
 Bowman, D. M., & Kurtz, D. W. 2018, *MNRAS*, 476, 3169
 Bradley, P. A., Guzik, J. A., Miles, L. F., et al. 2015, *AJ*, 149, 68
 Breton, S. N., Santos, A. R. G., Bugnet, L., et al. 2021, *A&A*, 647, A125
 Bugnet, L., García, R. A., Davies, G. R., et al. 2018, *A&A*, 620, A38
 Ceillier, T., Tayar, J., Mathur, S., et al. 2017, *A&A*, 605, A111
 Ceillier, T., van Saders, J., García, R. A., et al. 2016, *MNRAS*, 456, 119
 Colman, I. L., Huber, D., Bedding, T. R., et al. 2017, *MNRAS*, 469, 3802
 Davenport, J. R. A. 2017, *ApJ*, 835, 16
 Davenport, J. R. A., & Covey, K. R. 2018, *ApJ*, 868, 151
 Deheuvels, S., Doğan, G., Goupil, M. J., et al. 2014, *A&A*, 564, A27
 Deheuvels, S., García, R. A., Chaplin, W. J., et al. 2012, *ApJ*, 756, 19
 Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., & Scuflaire, R. 2005, *A&A*, 435, 927
 García, R. A., & Ballot, J. 2019, *LRRSP*, 16, 4
 García, R. A., Ceillier, T., Salabert, D., et al. 2014a, *A&A*, 572, A34
 García, R. A., Hekker, S., Stello, D., et al. 2011, *MNRAS*, 414, L6
 García, R. A., Mathur, S., Pires, S., et al. 2014b, *A&A*, 568, A10
 García, R. A., Mathur, S., Salabert, D., et al. 2010, *Sci*, 329, 1032
 Gehan, C., Mosser, B., Michel, E., Samadi, R., & Kallinger, T. 2018, *A&A*, 616, A24
 Gordon, T. A., Davenport, J. R. A., Angus, R., et al. 2021, *ApJ*, 913, 70
 Guo, Z., Shporer, A., Hambleton, K., & Isaacson, H. 2020, *ApJ*, 888, 95
 Hall, O. J., Davies, G. R., van Saders, J., et al. 2021, *NatAs*, in press
 Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., et al. 2020, *Natur*, 585, 357
 Howell, S. B., Sobeck, C., Haas, M., et al. 2014, *PASP*, 126, 398
 Hunter, J. D. 2007, *CSE*, 9, 90
 Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H., et al. 2010, *ApJL*, 713, L87
 Kirk, B., Conroy, K., Prša, A., et al. 2016, *AJ*, 151, 68
 Kraft, R. P. 1967, *ApJ*, 150, 551
 Lee, J. W., Hong, K., Koo, J.-R., & Park, J.-H. 2016, *ApJ*, 820, 1
 Li, G., Bedding, T. R., Murphy, S. J., et al. 2019a, *MNRAS*, 482, 1757
 Li, G., Van Reeth, T., Bedding, T. R., Murphy, S. J., & Antoci, V. 2019b, *MNRAS*, 487, 782
 Liu, Y., San Liang, X., & Weisberg, R. H. 2007, *JATOT*, 24, 2093
 Lorenzo-Oliveira, D., Meléndez, J., Ponte, G., & Galarza, J. Y. 2020, *MNRAS*, 495, L61
 Lorenzo-Oliveira, D., Meléndez, J., Yana Galarza, J., et al. 2019, *MNRAS*, 485, L68
 Mamajek, E. E., & Hillenbrand, L. A. 2008, *ApJ*, 687, 1264
 Mathur, S., García, R. A., Ballot, J., et al. 2014, *A&A*, 562, A124
 Mathur, S., García, R. A., Catala, C., et al. 2010, *A&A*, 518, A53
 Mathur, S., Huber, D., Batalha, N. M., et al. 2017, *ApJS*, 229, 30
 McKinney, W. 2010, in Proc. 9th Python in Science Conf., ed. S. van der Walt & J. Millman, 56, <http://conference.scipy.org/proceedings/scipy2010/mckinney.html>
 McQuillan, A., Mazeh, T., & Aigrain, S. 2013, *ApJ*, 775, L11
 McQuillan, A., Mazeh, T., & Aigrain, S. 2014, *ApJS*, 211, 24
 Meibom, S., Barnes, S. A., Latham, D. W., et al. 2011b, *ApJL*, 733, L9
 Meibom, S., Barnes, S. A., Platais, I., et al. 2015, *Natur*, 517, 589
 Meibom, S., Mathieu, R. D., Stassun, K. G., Liebesny, P., & Saar, S. H. 2011a, *ApJ*, 733, 115
 Metcalfe, T. S., & Egeland, R. 2019, *ApJ*, 871, 39
 Montet, B. T., Tovar, G., & Foreman-Mackey, D. 2017, *ApJ*, 851, 116
 Mosser, B., Baudin, F., Lanza, A. F., et al. 2009, *A&A*, 506, 245
 Mosser, B., Gehan, C., Belkacem, K., et al. 2018, *A&A*, 618, A109
 Murphy, S. J., Hey, D., Van Reeth, T., & Bedding, T. R. 2019, *MNRAS*, 485, 2380
 Nemeč, J. M., Cohen, J. G., Ripepi, V., et al. 2013, *ApJ*, 773, 181
 Nemeč, J. M., Smolec, R., Benkő, J. M., et al. 2011, *MNRAS*, 417, 1022
 Nielsen, M. B., Gizon, L., Schunker, H., & Karoff, C. 2013, *A&A*, 557, L10
 Paxton, B., Schwab, J., Bauer, E. B., et al. 2018, *ApJS*, 234, 34
 Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., et al. 2011, *J. Mach. Learn. Res.*, 12, 2825
 Pires, S., Mathur, S., García, R. A., et al. 2015, *A&A*, 574, A18
 Reinhold, T., Bell, K. J., Kuszlewicz, J., Hekker, S., & Shapiro, A. I. 2019, *A&A*, 621, A21
 Reinhold, T., & Hekker, S. 2020, *A&A*, 635, A43
 Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2014, *Proc SPIE*, 9143, 914320
 Salabert, D., García, R. A., Beck, P. G., et al. 2016, *A&A*, 596, A31
 Salabert, D., García, R. A., Jiménez, A., et al. 2017, *A&A*, 608, A87
 Santos, A. R. G., García, R. A., Mathur, S., et al. 2019, *ApJS*, 244, 21
 Simonian, G. V. A., Pinsonneault, M. H., & Terndrup, D. M. 2019, *ApJ*, 871, 174
 Skumanich, A. 1972, *ApJ*, 171, 565
 Smith, J. C., Stumpe, M. C., Van Cleve, J. E., et al. 2012, *PASP*, 124, 1000
 Stumpe, M. C., Smith, J. C., Van Cleve, J. E., et al. 2012, *PASP*, 124, 985
 Torrence, C., & Compo, G. P. 1998, *BAMS*, 79, 61
 Uytterhoeven, K., Moya, A., Grigahcène, A., et al. 2011, *A&A*, 534, A125
 Van Reeth, T., Mombarg, J. S. G., Mathis, S., et al. 2018, *A&A*, 618, A24
 van Saders, J. L., Ceillier, T., Metcalfe, T. S., et al. 2016, *Natur*, 529, 181
 van Saders, J. L., Pinsonneault, M. H., & Barbieri, M. 2019, *ApJ*, 872, 128
 Vaughan, A. H., Baliunas, S. L., Middelkoop, F., et al. 1981, *ApJ*, 250, 276
 Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., et al. 2020, *NatMe*, 17, 261

Hunting for anti-solar differentially rotating stars using the Rossby number

An application to the *Kepler* field

Q. Noraz^{1*}, S. N. Breton¹, A. S. Brun¹, R. A. García¹, A. Strugarek¹, A. R. G. Santos^{2,3}, S. Mathur^{4,5} and L. Amard¹

¹ Département d’Astrophysique/AIM, CEA/IRFU, CNRS/INSU, Univ. Paris-Saclay & Univ. de Paris, 91191 Gif-sur-Yvette, France

² Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço, Universidade do Porto, CAUP, Rua das Estrelas, PT4150-762 Porto, Portugal

³ Department of Physics, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, UK

⁴ Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC), E-38205 La Laguna, Tenerife, Spain

⁵ Universidad de La Laguna (ULL), Departamento de Astrofísica, E-38206 La Laguna, Tenerife, Spain

Received 28 April, 2022, Accepted 5 July, 2022

ABSTRACT

Context. Anti-solar differential rotation profiles have been found for decades in numerical simulations of convective envelopes of solar-type stars. These profiles are characterized by a slow equator and fast poles (i.e., reversed with respect to the Sun) and have been found in simulations for high Rossby numbers. Rotation profiles like this have been reported in evolved stars, but have never been unambiguously observed for cool solar-type stars on the main sequence. As solar-type stars age and spin down, their Rossby numbers increase, which could therefore induce a transition toward an anti-solar differential rotation regime before the end of the main sequence. Such a rotational transition will impact the large-scale dynamo process and the magnetic activity. In this context, detecting this regime in old main-sequence solar-type stars would improve our understanding of their magnetorotational evolution.

Aims. The goal of this study is to identify the most promising cool main-sequence stellar candidates for anti-solar differential rotation in the *Kepler* sample.

Methods. First, we introduce a new theoretical formula to estimate fluid Rossby numbers, Ro_f , of main-sequence solar-type stars. We derived it from observational quantities such as T_{eff} and P_{rot} , and took the influence of the internal structure into account. Then, we applied it on a subset of the most recent catalog of *Kepler* rotation periods, after removing subgiants and selecting targets with solar metallicity. Next, we considered the highest computed Ro_f and inspected each target individually to select the most reliable anti-solar candidate. Finally, we extended our study to stars with metallicities different from that of the Sun. To this end, we developed a formulation for Ro_f dependent on the metallicity index [Fe/H] by using 1D stellar grids, and we also considered this compositional aspect for the selection of the targets.

Results. We obtain a list of the most promising stars that are likely to show anti-solar differential rotation. We identify two samples: one at solar metallicity, including 14 targets, and another for other metallicities, including 8 targets. We find that the targets with the highest Ro_f are likely to be early-G or late-F stars at about $\log_{10} g = 4.37$ dex.

Conclusions. We conclude that cool main-sequence stellar candidates for anti-solar differential rotation exist in the *Kepler* sample. The most promising candidate is KIC 10907436, and two other particularly interesting candidates are the solar analog KIC 7189915 and the seismic target KIC 12117868. Future characterization of these 22 stars is expected to help us understand how dynamics can impact magnetic and rotational evolution of old solar-type stars at high Rossby number.

Key words. Stars: rotation – Stars: fundamental parameters – Stars: evolution – Stars: solar-type – Sun: rotation – Sun: evolution – Techniques: photometric – Methods: observational – Methods: data analysis – Methods: analytical – Convection

1. Introduction

Observations of stellar rotation show that solar-type stars experience various phases of rotational evolution during their life (Gallet & Bouvier 2013). In particular, their angular momentum decreases during the main-sequence (MS) phase, likely due to mass loss associated with their magnetized stellar wind (see Schatzman 1962, Weber & Davis 1967, Mestel 1968 or Vidotto 2021 for a recent review). The resulting spin-down is observationally

well described by the Skumanich law $\Omega_* \propto t^{1/2}$ (Skumanich 1972) and enables estimating MS stellar ages from gyrochronology (Barnes 2003), within a given parameter space.

The evolution of the angular velocity Ω_* can strongly affect the internal dynamics of stars. In particular, numerical simulations show that the differential rotation (DR) profile changes as the star spins down (Brun et al. 2017, 2022). Fast-rotating models tend to exhibit Jupiter-like, cylindrical, or quenched rotation profiles, intermediately rotating models exhibit solar-type DR (fast equator, slow poles), and slow-rotating models switch to

* E-mail: quentin.noraz@cea.fr

an anti-solar DR regime, in which surface rotation exhibits fast poles along with a slow equator.

More generally, these DR transitions are well characterized by the dimensionless Rossby number Ro , which quantifies the amplitude of the advective transport over the Coriolis force. These different DR regimes are expected to significantly influence the internal dynamics of the star and its evolution. [Noraz et al. \(2022\)](#) and [Brun et al. \(2022\)](#) (hereafter [B22](#)) showed that simulations of solar-type dynamos change in nature depending on the rotational regime of their convective envelope. Low Ro models (fast rotators) tend to exhibit short (yearly) magnetic cycles, and intermediate Ro models tend to exhibit long (decadal) cycles. Finally, high Ro models (slow rotators) switching to an anti-solar DR regime are likely to exhibit stationary dynamos by losing their periodic magnetic reversals.

In addition, with the recent increase in the number of stars with measured rotation periods, it has been observed that MS stars undergo epochs of weakened ([van Saders et al. 2016](#)) or stalled braking ([Curtis et al. 2020](#)), deviating from the classical Skumanich law. Thus, techniques such as gyrochronology, which rely on the direct relation between rotation and age, need further investigations. For the apparently weakened braking at late ages, different physical explanations have been proposed. The first is a change in the dynamo process of slowly rotating stars, as suggested by recent observations ([Metcalf et al. 2019](#)). It has been shown that the magnetic torque provided by stellar winds mostly depends on large-scale magnetic modes ([Réville et al. 2015](#); [Finley & Matt 2018](#)). However, the observational characterization of stellar magnetic topologies is difficult ([See et al. 2019](#)), and recent studies of ab initio dynamo models do not report strong changes in large-scale magnetic topology that could support this scenario ([Noraz et al. 2022](#), [B22](#)). A change in coronal properties could also explain this transition, making the wind less efficient to extract angular momentum ([Ó Fionnagáin & Vidotto 2018](#)). However, we still lack observational and theoretical constraints on the stellar mass-loss rate of MS stars, which would confirm or refute this option. In this context, it is crucial to understand what exactly occurs for the angular momentum loss of slowly rotating stars.

Finally, the possibility of observational bias has also been proposed because slower rotators might lose their surface spots. This would make the detection of stellar rotational modulations relatively difficult with photometric techniques. However, [Hall et al. \(2021\)](#) confirmed evidence of a weakened magnetic braking by using asteroseismology, which makes the possibility of a photometric-observational bias less probable. Still, observations of late weakened magnetic braking are currently under debate as other studies failed to find it for their respective samples ([Lorenzo-Oliveira et al. 2019](#); [do Nascimento Jr. et al. 2020](#)). At the moment, rotation rates of old MS solar-type stars are therefore uncertain. This will influence the likelihood of finding anti-solar rotators.

The anti-solar DR regime has been observed in various numerical simulations of convective rotating spherical shells for several decades ([Gilman 1977](#); [Matt et al. 2011](#); [Käpylä et al. 2011](#); [Guerrero et al. 2013](#); [Gastine et al. 2014](#); [Fan & Fang 2014](#); [Käpylä et al. 2014](#); [Karak et al. 2015](#); [Simitev et al. 2015](#); [Mabuchi et al. 2015](#); [Brun et al. 2017](#); [Warnecke 2018](#); [Strugarek et al. 2018](#); [Viviani et al. 2019](#); [Brun et al. 2022](#)). Motivated by numerical results, different observational methods have been used so far to detect stellar DR: photometry, asteroseismology, and spectroscopy imaging. Using the latter, robust anti-solar detections have been obtained with Doppler imaging spectroscopy for red giants (see, e.g., [Strassmeier et al. 2003](#), [Kóvári et al.](#)

[2017](#) and references therein) and subgiant stars ([Harutyunyan et al. 2016](#)). However, no unambiguous detection of such a profile has been reported so far for solar-type stars on the MS. The starspot signature can be tracked in photometric light-curves in order to quantify the velocity gradient $\Delta\Omega$ along the latitudes. Using this approach, [Reinhold & Arlt \(2015\)](#) asserted their belief that anti-solar DR is possible in 13 *Kepler* targets. However, [Santos et al. \(2017\)](#) showed that this problem is likely degenerated in most cases, making a clear distinction of the DR regime uncertain without independent constraints. Using asteroseismic methods, [Benomar et al. \(2018\)](#) detected signatures that suggested anti-solar DR profiles in ten solar-type stars in the *Kepler* field, but the confidence level was not high enough to confirm detection. Thus, robust detections of anti-solar profiles are still pending for MS solar-type stars, and will need the scrutiny of the most promising targets with highly resolved data.

It is then instructive to assess whether the Sun or solar analogs could experience a change toward the anti-solar DR regime before they reach the end of their MS life. The solar fluid Rossby number Ro_f (see Sections 2.2 and 2.3) is currently thought to be between 0.6 and 0.9 according to recent numerical simulations in [B22](#), and the rotational transition is expected to be above $Ro_f = 1$. If the Sun were to strictly follow the Skumanich law ([Skumanich 1972](#)), its Ro_f would increase by a factor 1.48 by the end of the MS. It could then exceed unity enough for an anti-solar DR regime to be possible ([Gastine et al. 2014](#); [Brun et al. 2017](#)). Old solar analogs could therefore exhibit anti-solar DR if this were detectable with current techniques. More generally, different effects can play a role for the Ro_f value that the star can reach for solar-type stars. On the one hand, the more massive a solar-type star, the more vigorous its convective motions. However, the highest-mass solar-type stars may never rotate slowly enough to enter the anti-solar DR regime during the MS (see Fig. 6 of [Amard et al. 2019](#)). On the other hand, the lower the mass of a solar-type star, the longer its MS lifetime and the higher its spin-down amplitude. Nevertheless, lower-mass stars tend to have lower Rossby numbers because their convective transport is weaker than their rotational constraint. Therefore, an intermediate-mass sweet spot is expected at which solar-type stars might be in the right parameter regime to counterbalance these two opposing effects and ultimately reach Ro_f , favoring the anti-solar DR regime.

The goal of the present work is to search for these stars. The *Kepler* mission ([Borucki et al. 2010](#)) has observed almost 200,000 targets during its four-year-long nominal mission. Tens of thousands of these stars exhibit photometric rotational modulation (e.g., [McQuillan et al. 2014](#); [Santos et al. 2019](#); [Santos et al. 2021](#)). Hence, the *Kepler* survey is currently the best-suited dataset in order to search for anti-solar rotating stars.

We identify the most promising targets for anti-solar DR detection in the sample of MS cool stars of the *Kepler* field. In Sect. 2 we present an improved theoretical derivation of the fluid Rossby number Ro_f compared to [Brun et al. \(2017\)](#), taking the internal structure of solar-type stars into account and extending the computation for the use of the effective temperature, T_{eff} . Then, we apply this formula to the *Kepler* catalog of [Santos et al. \(2019\)](#), (2021) (referred to as S19-21) in Sect. 3 for solar-metallic MS targets and select the highest Ro_f values. Next, we inspect each selected target individually and build a list of promising candidates, which are discussed. After this, we extend this method to other metallicities in Sect. 4. We finally discuss the limitations of our method in Sect. 5 and conclude in Sect. 6 by highlighting the most promising anti-solar candidates for a future characterization of these targets.

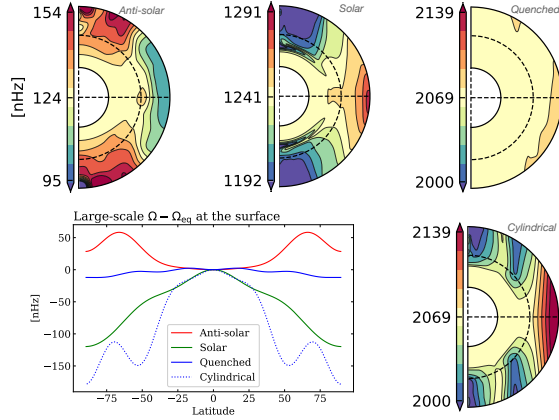


Fig. 1. Example of DR profiles that emerge in numerical simulations of stellar convective envelopes. The top panels show DR profiles achieved in MHD models of B22, from high to low Rossby numbers (left to right). The bottom right profile is characteristic of low Rossby numbers in hydrodynamics models of Brun et al. (2017). The symmetric part of the surface velocity from these meridional cuts is illustrated in the bottom left panel for all profiles.

2. Differential rotation states and Rossby number

2.1. Differential rotation profiles from numerical simulations

Numerical simulations of stellar convective envelopes yield various DR profiles, depending on the Rossby number (see Brun & Browning 2017 for a review). The dimensionless Rossby number Ro parameterizes the influence of the rotation on the dynamics of a system. In a star, it quantifies the impact of the Coriolis force on turbulent convective motions. Convective motions can collectively transport angular momentum (through Reynolds stresses) to establish a large-scale DR. The characteristics of their DR therefore depend on Ro , as illustrated in Fig. 1. For low Rossby numbers (right panels), profiles are highly constrained by the influence of the rotation. In the bottom right panel, a hydrodynamical case shows a cylindrical profile, with alternating prograde and retrograde zonal jets (also called Jupiter-like jets). This alignment along the vertical axis results from the Taylor-Proudman constraint that was achieved in fast-rotating convective envelopes (Gilman 1975; Elliott et al. 2000; Miesch et al. 2006). The DR amplitude can be quenched when a magnetic field is considered to be in such a regime (Ω -quenching) because of the Lorentz force feedback (Brun 2004, B22). Around intermediate Sun-like Rossby numbers, typical solar and conical DR profiles are found, with fast equator and slow poles (top middle panel). Finally, anti-solar profiles with a slow equator and fast poles are found for high Rossby numbers (top left panel). The rotational transition from solar-type and anti-solar profiles lies around $Ro_f = 1$ (Gastine et al. 2014). We show in the bottom left panel the symmetric part of the surface DR that was achieved in these simulations. The amplitude of the shear of the anti-solar regime (about 50 nHz, i.e., 0.03 rad/days) is similar to that of the solar regime, which means that it might be detected with current capabilities (e.g., Reinhold & Gizon 2015).

2.2. Rossby number definitions

Different definitions of the Rossby number exist and are used in the community. While their absolute values can differ, they gen-

erally scale with each other (Landin et al. 2010, B22).

First, the stellar Rossby $Ro_s = \frac{P_{rot}}{\tau_{conv}}$ is often used in the observational context. It compares two characteristic timescales, the rotation period of the star $P_{rot} = 2\pi/\Omega_*$ and its convective overturning time τ_{conv} . Rotation can be measured directly (see, e.g., Sect. 4.1 of Brun & Browning 2017 and Sect. 7 of García & Ballot 2019 for reviews), but τ_{conv} has to be inferred from stellar models, considering mass, spectra, and chemical composition (see, e.g., Noyes et al. 1984, Fig. 6 of Cranmer & Saar 2011, or Corsaro et al. 2021). Furthermore, τ_{conv} can be computed at different depths in the star, which could also explain some differences in the absolute Rossby values.

An alternative is the fluid Rossby $Ro_f = \omega/2\Omega_* = \omega P_{rot}/4\pi$, which we chose to consider in this study, and where ω is the vorticity. It is often used to characterize numerical simulations because it quantifies a force balance between nonlinear advection and Coriolis acceleration in the Navier-Stokes equation. Once again, the vorticity ω is not observed and has to be deduced from models. Similarly to Ro_s , this quantity depends on the stellar depth that is chosen. We therefore propose in the next subsection to infer it from observable quantities, and to normalize it to the solar value in order to alleviate a dependence on the Ro definition we chose.

2.3. Fluid Rossby number based on observable quantities

First, we derived an analytical formulation of Ro_f as a function of the stellar mass M_* and the rotation rate Ω_* , following Brun et al. (2017). We then extended it by considering the effective temperature T_{eff} in order to infer Ro_f from observations. Next, we calibrated it with scaling laws from stellar evolution models and compared the resulting trend with 3D global numerical simulations of stellar convection. Finally, we took a structural aspect into account in order to extend the mass range on which we can apply the final formula. This is presented in Eq. 18.

2.3.1. Fluid Rossby number as a function of M_* and P_{rot}

Based on fluid dynamics, Ro_f can be estimated as

$$Ro_f = \omega/2\Omega_* \simeq \frac{v_{conv}}{2\Omega_* D}, \quad (1)$$

where v_{conv} is the representative convective velocity participating in the Reynolds stresses, D is a characteristic length scale, and Ω_* the rotation rate of the star. In general, D is considered to be the stellar radius R_* or the convection zone (CZ) thickness. Following the mixing-length theory (MLT) argument in Brun et al. (2017), the enthalpy flux F_{en} transported by convective cells is the main source of energy transport through the CZ of cool stars. We can relate F_{en} to the velocity by assuming that $F_{en} \sim \rho v^3$, by analogy to the kinetic energy flux. Hence, we have $L_* \propto \rho_{BCZ} v_{conv}^3 R_*^2$, with ρ_{BCZ} the density at the base of the convection zone (BCZ). The fluid Rossby number is then proportional to

$$Ro_f \propto \left(\frac{L_*}{\rho_{BCZ} R_*^2} \right)^{1/3} \Omega_*^{-1}. \quad (2)$$

We used the well-known homology relations on the MS (Kippenhahn et al. 2012), such as

$$L_* \propto M_*^m \quad \text{and} \quad R_* \propto M_*^n, \quad (3)$$

and we parameterized ρ_{BCZ} during the MS, as $\rho_{BCZ} \propto M_*^p$, to obtain

$$Ro_f \propto M_*^{(m-5n-p)/3} \Omega_*^{-1}, \quad (4)$$

with $m, n > 0$ and $p < 0$, but undetermined for now. We obtained an expression of Ro_f based on the mass and rotation rate of a solar-type star. We now proceed and derive its equivalent formulation based on observable quantities.

2.3.2. Observable quantities

One main point of this paper is to infer the fluid Rossby number through the use of T_{eff} rather than M_* . The determination of M_* is model dependent and therefore has larger uncertainties (Lebreton & Goupil 2014). On the other hand, T_{eff} can be directly measured with high precision through spectroscopy (see, e.g., APOGEE DR17; Abdurro'uf et al. 2022).

Hence, we now consider the link between stellar luminosity L_* and global quantities, such as the stellar radius R_* and T_{eff} ,

$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_{\text{eff}}^4, \quad (5)$$

where σ is the Stefan–Boltzmann constant. Using again the homology relations in Eq. 3, we then obtain the relation

$$T_{\text{eff}} \propto M_*^{(m-2n)/4}, \quad (6)$$

which subsequently gives

$$Ro_f \propto T_{\text{eff}}^{\frac{4}{m-2n} \left(\frac{m-5n-p}{3} \right)} \Omega_*^{-1}. \quad (7)$$

We now have two analytical expressions of the Ro_f of a solar-type star, based on Ω_* , along with M_* or T_{eff} (Eqs. 4 and 7, respectively). We now compute the corresponding exponents based on various numerical models.

2.3.3. Inferring scaling indexes from numerical models

In order to compute exponents of Eqs. 4 and 7, we performed linear regression fits on the evolutionary tracks from Amard et al. (2019) (hereafter A19). We focused on solar-type stars and therefore considered masses ranging from 0.4 to $1.3M_\odot$ and a metallicity index [Fe/H] from -1 to $+0.3$ dex. This yields $m = 4.66 \pm 0.06$, $n = 1.16 \pm 0.01$, and $p = -9.28 \pm 0.37$ for the MS. When applied to Eqs. 4 and 7, we obtain

$$Ro_f \propto M_*^{2.71 \pm 0.13} \Omega_*^{-1} \propto T_{\text{eff}}^{4.64 \pm 0.23} \Omega_*^{-1}. \quad (8)$$

For the sake of robustness, we now performed a multiparameter linear regression fits directly on the fluid Rossby numbers achieved by convective motions in the published 3D magneto-hydrodynamic (MHD) global simulations of B22. We directly computed $Ro_f = \omega/2\Omega_*$ from them, and assessed how it scales with Ω_* , M_* , and T_{eff} (see the tabulated Ro_f values in B22). B22 modeled solar-type stars for a mass range of $0.5 < M_* < 1.1 M_\odot$, a temperature range of $4030 \text{ K} < T_{\text{eff}} < 6030 \text{ K}$ at different rotation rates Ω_* , and for the solar composition. This gives

$$Ro_f \propto \frac{M_*^{1.63 \pm 0.24}}{\Omega_*^{0.9 \pm 0.06}} \propto \frac{T_{\text{eff}}^{3.2 \pm 0.4}}{\Omega_*^{0.9 \pm 0.05}}. \quad (9)$$

We note that the exponents from Eq. 8 computed from a broad sample of solar-type 1D models do not match with what is inferred from ab initio convective simulations in Eq. 9. The stellar structure of solar-type stars can significantly change within a

wide range of masses and metallicities, which subsequently impacts the Ro_f value. In particular, we note that 1.2 and $1.3 M_\odot$ 1D models notably impact exponents inferred from linear fits. In the next section, we therefore add the structural aspect of solar-type stars in the analytical development of Ro_f . The specific effect of metallicity is addressed in Section 4.

2.3.4. Structural fluid Rossby number

In an attempt to take the stellar structure into account, the characteristic length D (Eq. 1) can be taken as the middle of the convective envelope $R_{\text{mid}} = 0.5(R_{BCZ} + R_*) = 0.5R_*(\alpha + 1)$, where $\alpha = R_{BCZ}/R_*$ is the aspect ratio of the radiative interior of the cool star. Following the derivation of the previous section, we find

$$L_* \propto \bar{\rho} v_{\text{conv}}^3 R_{\text{mid}}^2 \propto \bar{\rho} v_{\text{conv}}^3 (1 + \alpha)^2 R_*^2, \quad (10)$$

with $\bar{\rho}$ the averaged density in the convective envelope. The combination of Eqs. 1 and 10 gives

$$Ro_f \propto (1 + \alpha)^{-5/3} \left(\frac{L_*}{\bar{\rho} R_*^5} \right)^{1/3} \Omega_*^{-1}. \quad (11)$$

We now express the average density of the CZ as its mass divided by its volume,

$$\bar{\rho} \sim \frac{M_{CZ}}{V_{CZ}} \propto \frac{(1 - \beta)M_*}{(1 - \alpha^3)R_*^3}, \quad (12)$$

where $\beta = M_{BCZ}/M_*$ is the relative mass of the radiative interior. Injecting it into Eq. 11 leads to

$$Ro_f \propto S(\alpha, \beta) \left(\frac{L_*}{M_* R_*^2} \right)^{1/3} \Omega_*^{-1}, \quad (13)$$

$$\text{where } S(\alpha, \beta) = \left(\frac{1 - \alpha^3}{(1 - \beta)(1 + \alpha)^5} \right)^{1/3} \quad (14)$$

is a structure term depending on the structure parameters α and β . We finally assume that the stellar structure does not change during the MS, which only leaves a dependence on the stellar mass at first approximation. We can then parameterize it as $S(\alpha, \beta) \propto M_*^a$ during the MS, which yields

$$Ro_f \propto M_*^a \Omega_*^{-1} \quad \text{where } a = \frac{m - (2n + 1)}{3} + q, \quad (15)$$

with $q > 0$ a priori, but undetermined for now. Using previous development, this gives

$$Ro_f \propto T_{\text{eff}}^b \Omega_*^{-1} \quad \text{where } b = \frac{4}{m - 2n} \left(\frac{m - (2n + 1)}{3} + q \right). \quad (16)$$

Similarly to Sect. 2.3.3, we computed the exponents of Eqs. 15 and 16 from the evolutionary tracks of A19, considering $0.4 \leq M_* \leq 1.3M_\odot$. Linear regression fits yield $m = 4.66 \pm 0.03$, $n = 1.16 \pm 0.01$ and $q = 1.48 \pm 0.05$ for the MS (see the fits and values in Fig. C.1). Hence, applying these exponents to Eqs. 15 and 16, we finally obtained the following relations:

$$Ro_f \propto \frac{M_*^{1.93 \pm 0.05}}{\Omega_*} \propto \frac{T_{\text{eff}}^{3.29 \pm 0.09}}{\Omega_*}. \quad (17)$$

We note that it is now closer to what we derived from numerical simulations in Eq. 9, especially with T_{eff} .

Considering $T_{\text{eff},\odot} = 5772$ K (Prša et al. 2016), $P_{\text{rot},\odot} = 27.3$ days, a convenient formula we used is

$$\frac{Ro_f}{Ro_{f,\odot}} = \left(\frac{P_{\text{rot},*}}{P_{\text{rot},\odot}} \right) \times \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{3.29}. \quad (18)$$

Using the solar values as reference prevents introducing a bias related to the dependence on the convention chosen for the Ro definition (see Sect. 2.2). The scaling law in Eq. 18 can then readily be applied to estimate the Ro_f of a star with respect to the Sun. We now estimate Ro_f of those *Kepler*-field stars for which a rotation period has been measured.

3. Application to *Kepler* stars with solar metallicity

In this section, we consider solar metallicity targets. Targets with other metallicities are addressed in Sect. 4.

3.1. The *Kepler* rotation catalog

The stellar surface rotation catalog compiled by S19-21 provides rotation periods and photometric magnetic activity proxies (García et al. 2010; Mathur et al. 2014) for 55,232 FGKM MS and subgiant *Kepler* targets. It extends the catalog from McQuillan et al. (2014) with 24,182 new detections and populates the slow-rotator region for all spectral types. This is particularly important for this work. The S19-21 catalog was built by implementing the method described in Ceillier et al. (2016, 2017), which combines the outputs of the autocorrelation function and of a time-frequency analysis. Machine-learning methods and visual inspections have been performed in order to ensure the reliability of the results (Breton et al. 2021).

The S19-21 catalog includes three subsamples. The first subsample (aliased I) corresponds to targets that are classified as solar-type stars in the Mathur et al. (2017) and Berger et al. (2020) (hereafter B20) stellar property catalogs. Stars for which their properties disagree are gathered in the two last subsamples (aliased II and III). We decided here to consider only subsample I, which represents 50,656 targets. We also considered M_* and T_{eff} proposed in S19-21, which originated from B20.

3.2. Data processing

First, in order to only select solar-metallicity stars, we extracted the metallicity index $[\text{Fe}/\text{H}]$ for each star in the rotation catalog S19-21. For the sake of accuracy, we took $[\text{Fe}/\text{H}]$ from the APOGEE database (DR16: Ahumada et al. 2020, DR17: Abdurro'uf et al. 2022), LAMOST (Zhao et al. 2012; Cat et al. 2015; Zong et al. 2018), or B20 in this order of priority for each target. We refer to Sect. 3.1 from Mathur et al. (2022) for more details. In this section, we consider stars at solar metallicity as stars with $-0.1 \text{ dex} < [\text{Fe}/\text{H}] < 0.1 \text{ dex}$. This means 16,258 stars of the 50,656 targets that were considered.

The criterion developed in Eq. 18 applies only to MS stars. When it is blindly applied to pre-main-sequence (PMS) stars in the stellar evolution grid of A19, we find a maximum $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ of 0.291, which is well below the anti-solar DR threshold above 1. Therefore, no explicit filtering of PMS stars is necessary because these stars are not expected to harbor anti-solar DR due to their fast rotation (Emeriau-Viard & Brun 2017). Because the relations are derived for MS stars and because of the way in which stars evolve past the terminal age main sequence (TAMS), we also excluded subgiants from our sample. Following S19-21, we took the transition between MS and the subgiant branch

from evolutionary tracks obtained from A19 (see Appendix A for more details). Moreover, no subgiants for $M < 0.8M_{\odot}$ up to 13.7 Gyr are detected in these tracks. Hence, we assumed here that subgiants do not already exist at $\log_{10}g > 4.4$.

We also excluded stars that are flagged as type 1 classical pulsators/close binary (CP/CB) candidates in the S19-21 catalog. The characteristic period extracted from the light curves of these stars is likely to be distinct from the rotational behavior of single stars.

Finally, we only considered targets for which $0.4 \leq M_* \leq 1.3 M_{\odot}$ because this is the validity range for Eq. 18. The various data-processing steps presented in this section yielded a set of 12,517 stars. We then computed Ro_f for all stars in this sample.

3.3. Most promising targets at solar metallicity

Using Eq. 18, we selected all targets with $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ above a given threshold. The anti-solar DR is expected to appear in a regime in which the dominant convective motions that transport angular momentum within the CZ are weakly influenced by the global rotation of the star (see Sect. 2.1). To do this, we placed a threshold at $Ro_f \geq 1.3$ to ensure that we were in this regime. For instance, $Ro_f = 1.24$ is the lowest Ro_f found in B22 models experiencing an anti-solar regime. Then, we considered two possible values $Ro_{f,\odot} = \{0.6; 0.9\}$ according to the current uncertainties on solar convection, known as the convective conundrum (Hanasoge et al. 2015). The lower value 0.6 corresponds to the value needed to obtain a decadal solar-type magnetic cycle in the MHD numerical simulations of B22, and 0.9 is the value that is effectively obtained in the solar regime in this same set of simulations. This gave us two thresholds $Ro_f/Ro_{f,\odot} = \{2.167; 1.444\}$, which define two samples that we refer to as the conservative and optimistic sample respectively. To ensure the reliability of this method, we computed the uncertainties and took them into account. Hence, a target was selected only if its normalized Rossby value from Eq. 18 had a lower limit above the given threshold.

This selection gave us 62 targets in the optimistic sample, 12 of which belonged to the conservative sample. We individually inspected them using the following method. We first considered the field of view (FoV) in the *Kepler* Asteroseismic Science Operations Center (KASOC) database¹ (Kjeldsen et al. 2010).

1. If the considered target was within the halo of a brighter star, we did not consider it because the T_{eff} or P_{rot} measurements might be biased.
2. We then ensured that no neighboring stars lay in a FoV of $40''$ centered on the target. The image scale of *Kepler* is 3.98 arcseconds per pixel, and the total acquisition FoV is a square of 10 pixels at a side (Van Cleve & Caldwell 2016). If neighbors with a similar magnitude were found, we considered the photometric aperture to ensure that the light curve of the considered target was not polluted. If this was not the case, we did not consider it.
3. Next, we studied the shape of the target in the FoV to avoid considering close binary systems.
4. Finally, we visually inspected the light curve and respective rotation diagnostics as indicated in Appendix B in order to ensure the reliability of the detected P_{rot} value.

The different results of these inspections are summarized for each target at solar metallicity in Appendix B.

After ensuring the reliability of the computed fluid Rossby value with previous inspections, we found 14 stellar candidates

¹ The KASOC database can be accessed at <http://kasoc.phys.au.dk>

Table 1. List and stellar parameters of anti-solar candidates at the solar metallicity

KIC	$\log_{10}g$	T_{eff} [K]	P_{rot} [days]	$Ro_f/Ro_{f,\odot}$	[Fe/H]	M_* [M_{\odot}]	S_{ph} [ppm]	Zfl	Sfl
10907436	$4.25^{+0.04}_{-0.03}$	$6364.3^{+137.1}_{-141.9}$	48.4 ± 3.9	$2.44^{+0.26}_{-0.26}$	$-0.07^{+0.03}_{-0.03}$	$1.22^{+0.06}_{-0.06}$	86.5 ± 3.2	1	2
8194513	$4.40^{+0.03}_{-0.04}$	$6030.1^{+121.2}_{-119.4}$	44.5 ± 3.6	$1.88^{+0.20}_{-0.20}$	$-0.05^{+0.13}_{-0.16}$	$1.06^{+0.06}_{-0.07}$	751.6 ± 17.9	2	1
6068129 ⁺	$4.40^{+0.04}_{-0.04}$	$5838.9^{+110.8}_{-110.8}$	49.4 ± 8.6	$1.88^{+0.35}_{-0.35}$	$-0.01^{+0.14}_{-0.16}$	$1.01^{+0.07}_{-0.08}$	588.6 ± 14.1	2	1
12117868*	$4.24^{+0.04}_{-0.04}$	$6068.0^{+113.4}_{-114.8}$	42.5 ± 5.0	$1.84^{+0.24}_{-0.24}$	$-0.04^{+0.01}_{-0.01}$	$1.09^{+0.07}_{-0.07}$	71.7 ± 1.9	0	1
11912541	$4.08^{+0.04}_{-0.05}$	$5884.5^{+113.9}_{-117.9}$	46.4 ± 3.9	$1.81^{+0.19}_{-0.19}$	$0.03^{+0.14}_{-0.16}$	$1.13^{+0.11}_{-0.09}$	419.0 ± 10.9	2	1
3746157	$4.31^{+0.04}_{-0.04}$	$5863.5^{+115.2}_{-110.8}$	46.1 ± 5.3	$1.78^{+0.23}_{-0.23}$	$0.01^{+0.01}_{-0.01}$	$1.03^{+0.07}_{-0.07}$	446.7 ± 9.8	1	1
8245631	$4.14^{+0.05}_{-0.05}$	$5783.2^{+124.0}_{-123.4}$	48.0 ± 7.7	$1.77^{+0.31}_{-0.31}$	$0.03^{+0.17}_{-0.16}$	$1.05^{+0.10}_{-0.08}$	380.2 ± 11.5	2	1
10670661	$4.33^{+0.04}_{-0.04}$	$5832.4^{+111.8}_{-108.6}$	46.4 ± 7.5	$1.76^{+0.30}_{-0.30}$	$0.00^{+0.16}_{-0.15}$	$1.01^{+0.08}_{-0.08}$	277.2 ± 8.1	2	1
6850029 ⁺	$4.44^{+0.04}_{-0.04}$	$5640.5^{+102.5}_{-99.8}$	51.1 ± 4.9	$1.73^{+0.20}_{-0.19}$	$-0.01^{+0.14}_{-0.16}$	$0.94^{+0.06}_{-0.07}$	473.5 ± 12.1	2	1
11028172	$4.21^{+0.04}_{-0.04}$	$5654.9^{+110.7}_{-106.1}$	49.8 ± 5.7	$1.70^{+0.22}_{-0.22}$	$0.03^{+0.16}_{-0.17}$	$0.97^{+0.07}_{-0.07}$	387.9 ± 10.2	2	1
4265609	$4.34^{+0.04}_{-0.04}$	$5932.0^{+113.8}_{-111.4}$	42.1 ± 1.4	$1.69^{+0.12}_{-0.12}$	$-0.05^{+0.03}_{-0.03}$	$1.03^{+0.07}_{-0.07}$	466.8 ± 11.4	1	1
7908114	$4.25^{+0.05}_{-0.06}$	$5767.1^{+124.3}_{-118.8}$	46.1 ± 4.7	$1.68^{+0.21}_{-0.21}$	$0.03^{+0.14}_{-0.17}$	$1.00^{+0.08}_{-0.08}$	284.5 ± 10.9	2	1
7428723 ⁺	$4.40^{+0.04}_{-0.05}$	$5826.8^{+107.0}_{-105.5}$	44.2 ± 5.3	$1.67^{+0.22}_{-0.22}$	$-0.01^{+0.14}_{-0.16}$	$1.00^{+0.07}_{-0.07}$	606.2 ± 15.6	2	1
(7189915) ⁺	$4.43^{+0.04}_{-0.05}$	$5739.0^{+104.8}_{-101.5}$	(44.5 ± 5.0)	$(1.60^{+0.20}_{-0.20})$	$-0.02^{+0.14}_{-0.15}$	$0.97^{+0.06}_{-0.07}$	453.4 ± 14.0	2	1

Notes. We recapitulate here the main parameters for the anti-solar candidates at solar metallicity. From the left, we show the *Kepler* Input Catalog (KIC) identification, the surface gravity logarithm $\log_{10}g$, the effective temperature T_{eff} , the rotation period P_{rot} , the normalized fluid Rossby number value from Eq. 18, the metallicity index [Fe/H], the mass M_* , and the photometric magnetic activity proxy S_{ph} . The metallic flag Zfl indicates the origin of the quoted [Fe/H] value (APOGEE (0), LAMOST (1), or B20 (2)). The last flag Sfl is a sample flag indicating whether the target is in the optimistic (1) or conservative (2) sample. Values within parentheses are further discussed in the text, and the exponent on the KIC indicates either a solar analog (+) or a seismic target (*).

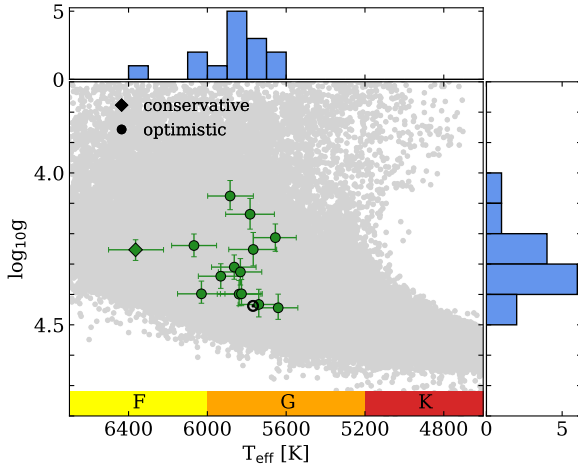


Fig. 2. Kiel diagram (T_{eff} vs. $\log_{10}g$) for anti-solar DR candidates at solar metallicity. The conservative and optimistic samples are illustrated with green diamonds and circles, respectively. The circled dot represents the Sun, and spectral types are indicated on the T_{eff} -axis. Spectral types are defined here with the standard Harvard Spectral Classification (see, e.g., *Habets & Heintze 1981* for more details). Histograms on the x- and y-axes correspond to the T_{eff} and $\log_{10}g$ distributions for the candidates shown in green. We illustrate all rotators from the S19-21 catalog with gray dots for comparison.

at solar metallicity that were likely to be in an anti-solar DR regime. We illustrate them in a Kiel diagram in Fig. 2. Only one of the 14 candidates that are in the optimistic sample is in the conservative sample (diamond marker). We plot the distributions including the 14 targets on both axes, which show that high Ro_f

targets are likely to be found around the medians $\log_{10}g = 4.32$ and $T_{\text{eff}} = 5836$ K (early-G spectral type) for old MS cool stars with solar metallicity. We summarize the stellar parameters of each target in Table 1.

We first note that all anti-solar candidates have rotational periods P_{rot} between 42.1 and 51.1 days, effective temperatures T_{eff} from 5640 to 6365 K (early-G and late F-type stars), and masses M_* ranging from 0.94 to 1.22 M_{\odot} . Because all stellar gravities, $\log_{10}g$, lie between 4.08 and 4.44 dex, these targets seem consistent with old MS stars. We then note that KIC 6068129, 6850029, and 7428723 can be considered as solar analogs according to their stellar parameters. We considered stars as solar analogs when their parameters (including uncertainties) fit within ranges of 250 K around $T_{\text{eff},\odot} = 5772$ K and 0.10 dex around $\log_{10}g_{\odot} = 4.44$. Slightly less conservative definitions can be adopted. We refer to *Cayrel de Strobel (1996)* for an extensive discussion. Another noteworthy target is KIC 12117868, which is a seismic target (*García et al. 2014*). Next, we verified the value of the S_{ph} index, which is a proxy of photometric magnetic activity computed as defined in *Mathur et al. (2014)*. S_{ph} of these stars reaches a maximum of 751.6 ppm and mostly lies in the solar range $S_{\text{ph},\odot} = 50$ –600 ppm (*Salabert et al. 2017*). The maximum $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ value for these stars is 2.44 and is reached by KIC 10907436, which thus seems to be the most promising candidate for showing anti-solar DR in the sample of stars at solar metallicity.

In Table 1 we consider KIC 7189915, which should have been excluded from the optimistic sample. This target was first selected thanks to its high Ro_f value, which is partly due to a relatively long $P_{\text{rot}} = 51.1 \pm 4.7$ days given by S19-21. During individual inspections of it, we revised this value and now consider $P_{\text{rot}} = 45 \pm 5$ days, which yields $Ro_f/Ro_{f,\odot} = 1.60^{+0.20}_{-0.20}$ when Eq. 18 is recomputed with the new period. Consequently, the new $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ lower limit (1.40) is slightly below the thresh-

old $1.3/0.9 = 1.44$, and we should accordingly strictly not consider this target in Table 1. However, we chose to include it because of its relatively high $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ value and because we are confident through visual inspection of the target that this new period value is reliable. This makes it a promising candidate. Most importantly, however, its parameters are very close to the solar parameters, which makes it an interesting target to investigate because it is probably older than the Sun according to the gyrochronology. As a first guess of its age, we used luminosity, effective temperature, metallicity, and rotation period to interpolate in the grid of Amard et al. (2019) and found an estimate of about 9.5 ± 0.5 Gyr.

4. Extended sample at different metallicities

After applying our data-processing steps and Ro_f selection to 16,258 solar metallicity targets, we extended our interest to stars with other metallicities and considered all 50,656 rotators in subsample I of S19-21. This implies that the variations in Ro_f as a function of metallicity were taken into account. We expressed this dependence as a function of the metallicity index [Fe/H] in order to keep the Ro_f formula in terms of observable quantities.

4.1. Fluid Rossby number including metallicity

In this subsection, we add the metallicity index [Fe/H] to the analytical development of the structural fluid Rossby number. Because homology relations (Eq. 3) should also depend on the composition (Kippenhahn et al. 2012), we adapted them by explicitly adding [Fe/H], such that

$$L_* \propto M_*^{m_1} ([Fe/H] + 2)^{m_2} \quad \text{and} \quad R_* \propto M_*^{n_1} ([Fe/H] + 2)^{n_2}, \quad (19)$$

with m_2 and n_2 undetermined for now. Moreover, the metallicity impacts the structure of the star. A higher abundance of heavy elements increases the opacity in the star, making radiative transfer less effective. This results in an increase in the temperature gradient (Maeder 2009). This leads to a deeper convective envelope and a cooler star (Karoff et al. 2018; Amard et al. 2019) and slower convective speeds at the BCZ, which subsequently impacts the Rossby number (Amard & Matt 2020; See et al. 2021). We therefore took the dependence on [Fe/H] in the structural aspect into account as well by parameterizing $S(\alpha, \beta)$ such that

$$S(\alpha, \beta) \propto M_*^{q_1} ([Fe/H] + 2)^{q_2}. \quad (20)$$

Similarly, we obtained

$$Ro_f \propto M_*^{a_1} ([Fe/H] + 2)^{a_2} \Omega^{-1}$$

$$\text{with} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = q_1 + \frac{m_1 - (2n_1 + 1)}{3} \\ a_2 = q_2 + \frac{m_2 - 2n_2}{3} \end{array} \right\}. \quad (21)$$

Substituting Eqs. 19 into Eqs. 5 and 21 gives

$$M_* \propto T_{\text{eff}}^{A/(m_1-2n_1)} ([Fe/H] + 2)^{(2n_2-m_2)/(m_1-2n_1)}, \quad (22)$$

$$Ro_f \propto T_{\text{eff}}^{b_1} ([Fe/H] + 2)^{b_2} \Omega^{-1}$$

$$\text{with} \quad \left\{ \begin{array}{l} b_1 = \frac{4a_1}{m_1 - 2n_1} \\ b_2 = a_1 \frac{2n_2 - m_2}{m_1 - 2n_1} + a_2 \end{array} \right\}. \quad (23)$$

Multiparameter regression fits on the evolutionary tracks of A19 (see fits and values in Fig. C.1) gave m_1 , n_1 , and p_1 equivalent to what was found in Sect. 3. In addition, we find $m_2 = -1.00 \pm 0.04$, $n_2 = 0.01 \pm 0.01$, and $q_2 = -0.81 \pm 0.08$. It therefore appears that the stellar luminosity L_* is inversely proportional to the metallicity index [Fe/H] because of the presence of elements with several atomic levels or ionization states. It also appears that the stellar radius R_* is nearly independent of the metallicity, regardless of the mass M_* considered (see Fig. C.1). We further note that the structure factor S decreases with [Fe/H], which means that the CZ thickness increases with metallicity. Introducing these values in Eqs. 21 and 23 leads to

$$Ro_f \propto \frac{M_*^{1.93 \pm 0.05} ([Fe/H] + 2)^{-1.15 \pm 0.08}}{\Omega_*} \quad \text{and}$$

$$Ro_f \propto \frac{T_{\text{eff}}^{3.29 \pm 0.09} ([Fe/H] + 2)^{-0.31 \pm 0.09}}{\Omega_*}. \quad (24)$$

We find that the Ro_f value is inversely proportional to the metallicity index [Fe/H], which is consistent with what has been observed by See et al. (2021).

We note that Ro_f is more sensitive to metallicity when it is expressed as a function of the stellar mass M_* rather than the effective temperature T_{eff} . We can understand this through A19's evolutionary tracks: when we fix T_{eff} and increase [Fe/H] from -1 to $+0.3$, there is no significant change in structure or convective power (1% difference in r_{BCZ}/R_* and a difference of a factor of 2 in the mean convective velocity), hence no strong change in Ro_f . However, when we now fix M_* and apply the same increase in [Fe/H], we note a significant decrease in convective power, leading to a drop in Ro_f by almost a factor of 10. Hence, the fluid Rossby number is more sensitive to metallicity effects when it is expressed with M_* .

Similarly to Sect. 2.3.4, it is convenient to consider a solar reference such that

$$\frac{Ro_f}{Ro_{f,\odot}} = \left(\frac{P_{\text{rot},*}}{P_{\text{rot},\odot}} \right) \times \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{3.29} \times \left(\frac{[Fe/H] + 2}{2} \right)^{-0.31}. \quad (25)$$

We now applied the same Rossby criterion as in the previous section.

4.2. Most promising targets at different metallicities

Following the method we described in Sect. 3.2, we applied similar steps of data processing to the whole S19-21 subsample I. First, we obtained a maximum value $Ro_f/Ro_{f,\odot} = 0.608$ when applying Eq. 25 to PMS phases to the evolutionary tracks of A19. This again confirms that no explicit filtering of PMS stars is necessary. Then, the filtering we applied to exclude subgiants was adapted for each metallicity available in A19 (see details in Appendix A), which allowed us now to consider the range of metallicities $-1 < [Fe/H] < +0.3$ dex. After this data processing, we obtained 37,237 targets on which we applied Eq. 25. We clearly

Table 2. List and stellar parameters of anti-solar candidates beyond the solar metallicity range

KIC	$\log_{10}g$	T_{eff} [K]	P_{rot} [days]	$Ro_f/Ro_{f,\odot}$	[Fe/H]	M_* [M_{\odot}]	S_{ph} [ppm]	Zff	Sff
2161400	$4.44^{+0.04}_{-0.04}$	$6013.9^{+120.4}_{-117.3}$	48.7 ± 5.6	$2.19^{+0.29}_{-0.29}$	$-0.39^{+0.06}_{-0.06}$	$0.93^{+0.06}_{-0.06}$	253.3 ± 7.7	1	1
6842602	$4.56^{+0.01}_{-0.02}$	$6130.5^{+110.7}_{-105.0}$	40.9 ± 5.2	$2.07^{+0.30}_{-0.29}$	$-0.66^{+0.14}_{-0.15}$	$0.90^{+0.02}_{-0.03}$	409.3 ± 13.8	2	1
7097538	$4.40^{+0.04}_{-0.04}$	$5875.1^{+111.7}_{-109.2}$	47.7 ± 6.5	$1.91^{+0.29}_{-0.29}$	$-0.20^{+0.04}_{-0.04}$	$0.94^{+0.07}_{-0.07}$	370.8 ± 9.7	1	1
3628076	$4.43^{+0.04}_{-0.04}$	$5879.5^{+121.6}_{-120.5}$	43.3 ± 5.8	$1.82^{+0.27}_{-0.27}$	$-0.43^{+0.02}_{-0.02}$	$0.87^{+0.06}_{-0.06}$	545.7 ± 13.6	1	1
3113301	$4.11^{+0.03}_{-0.04}$	$5853.5^{+105.7}_{-101.2}$	47.7 ± 6.8	$1.76^{+0.27}_{-0.27}$	$0.29^{+0.03}_{-0.03}$	$1.26^{+0.05}_{-0.10}$	308.3 ± 7.1	1	1
10516429	$4.50^{+0.03}_{-0.04}$	$6036.6^{+131.6}_{-148.2}$	(36.6 ± 4.2)	$(1.75^{+0.24}_{-0.25})$	$-0.64^{+0.05}_{-0.05}$	$0.86^{+0.05}_{-0.06}$	204.2 ± 5.1	1	1
6356292	$4.47^{+0.04}_{-0.04}$	$5862.6^{+126.7}_{-119.8}$	38.4 ± 3.3	$1.68^{+0.19}_{-0.19}$	$-0.67^{+0.05}_{-0.05}$	$0.82^{+0.06}_{-0.05}$	354.3 ± 13.6	1	1
6436380	$4.22^{+0.03}_{-0.04}$	$5999.2^{+115.3}_{-116.0}$	(40.0 ± 2.6)	$(1.67^{+0.15}_{-0.15})$	$0.16^{+0.02}_{-0.02}$	$1.19^{+0.06}_{-0.08}$	348.1 ± 7.7	1	1

Notes. Similar to the Table 1 for promising targets beyond the solar metallicity range. The normalized fluid Rossby number value is computed from Eq. 25.

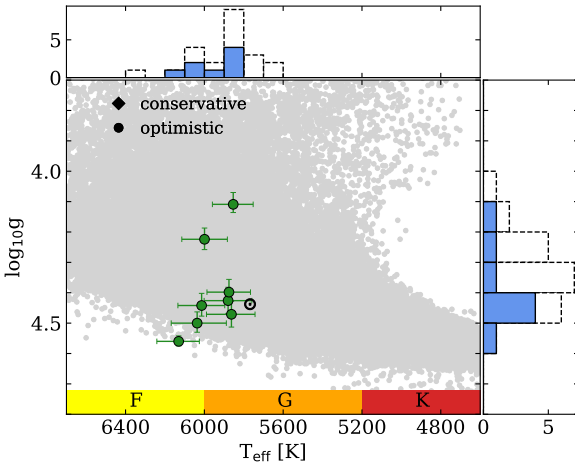


Fig. 3. Similar to Fig. 2 for anti-solar DR candidates beyond the solar metallicity range, summarized in Table 2. All of them are part of the optimistic sample. They are illustrated with green circles. Blue histograms on the x- and y-axes are proposed for the green dot sample. For comparison, we add dotted black histograms, which represent the whole set of candidates for all metallicities (i.e., the targets in Table 1 and 2).

found again all targets of Table 1 in the optimistic sample², and extended it by adding 37 new potential candidates. One of them was also in the conservative sample. Again we performed the individual visual inspections described in Sect. 3.3 and summarize the details in Appendix B. These inspections lead to eight new candidates, which are listed in Table 2 and illustrated in Fig. 3.

Table 2 shows that these eight new candidates are only in the optimistic sample. They show a rotation period between 36.6 and 48.7 days, T_{eff} from 5853 to 6131 K, M_* between 0.82 and $1.26 M_{\odot}$, and [Fe/H] ranging from -0.67 to +0.29 dex. The S_{ph} values for all candidates fall within the solar values of 50 and 600 ppm at the minimum and maximum activity, respectively (Salabert et al. 2017). We note that KIC 3113301 and 6436380 show low $\log_{10}g$ while still being on the MS as they have a higher metallicity for a given T_{eff} . In contrast, the low-metallicity star

² Applying Eq. 25 on targets in Table 1 does not significantly change their $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ values, as their [Fe/H] amplitude is small. The strongest change is experienced by KIC 10907436, which fluid Rossby increases from 2.44 to 2.47.

KIC 6842602 shows a significantly high $\log_{10}g$. Finally, we also considered a new P_{rot} for KIC 10516429 and 6436380 compared to the original catalog S19-21, resulting from a new period determination that was performed during the individual visual inspections. Original rotation periods in S19-21 are 47.7 ± 6.7 and 50.4 ± 9.0 days. Applying Eq. 25 to these targets with these new rotation periods, we still obtain Ro_f that is high enough to consider them in the optimistic sample.

Fig. 3 shows the eight candidates on a Kiel diagram. Blue histograms illustrate their distribution, located around the medians $\log_{10}g = 4.43$ and $T_{\text{eff}} = 5939$ K. We also show the distribution of the whole optimistic (for all metallicities) sample with dotted black histograms. This distribution is located around the medians $\log_{10}g = 4.37$ and $T_{\text{eff}} = 5869$ K, which is thus the parameter range in which Ro_f is highest and in which the anti-solar DR regime is likely to be reached for MS cool-stars for different metallicities.

Finally, we illustrate the whole set of the 22 considered optimistic targets in the left panel of Fig. 4 for all metallicities. This is a diagram of Ro_f as a function of T_{eff} and P_{rot} . The DR regimes presented in Fig. 1 are expected in different regions. Two gray transition regions represent the anti-solar or solar-type DR transition (close to $Ro_f = 1$), and the solar-type or cylindrical transition (close to $Ro_f=0.15$, Brun et al. 2017, 2022). The width of the transition is defined between the two solar values $Ro_{f,\odot}$ from Sect. 3.3. This translates into $Ro_f/Ro_{f,\odot} = (1.67, 1.11)$ and $(0.25, 0.16)$. We also show a zoom of this plot in the right panel and indicate the [Fe/H] value for each target on a color bar. We note that most of solar metallicity stars tend to cluster in the lower left corner. We find 4 targets in the transition region toward the anti-solar DR regime, and the other targets lie in the region in which an anti-solar DR regime is expected.

5. Discussion

We succeeded to obtain 22 stellar candidates that are likely to be in an anti-solar DR regime. We are confident about the robustness of the final sample thanks to different filtering methods and several individual visual inspections for each of the targets presented (see Sect. 3). However, some good candidates may have been missed during the different selection processes. They are discussed in this section.

To estimate Ro_f , we used P_{rot} values taken from the most recent and complete rotational catalog in date for the *Kepler* field (S19-21), where their P_{rot} measurements rely on rotational mod-

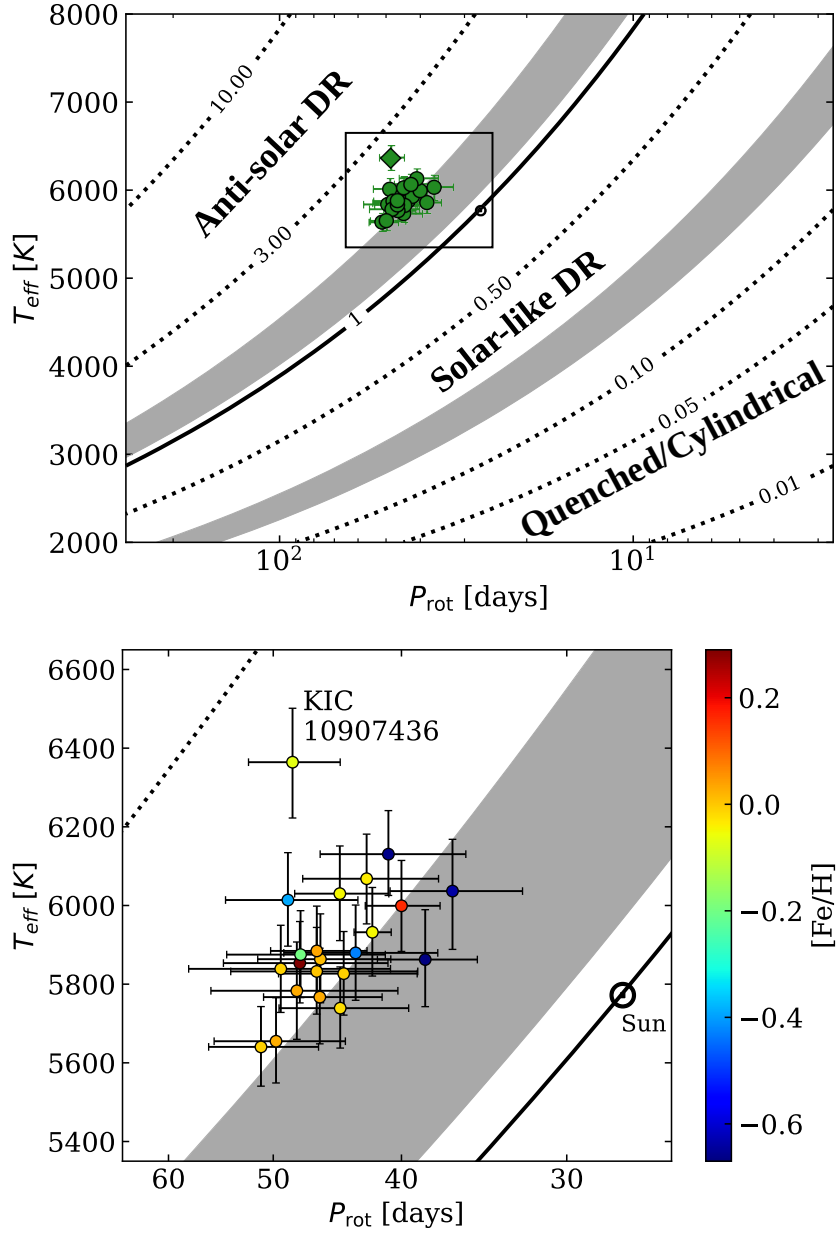


Fig. 4. DR diagram in which different DR regimes are expected: anti-solar, solar-type, and quenched or cylindrical (see Fig. 1). Gray regions represent transition regions between DR regimes. *Top:* Dotted lines represent constant $Ro_t/Ro_{t,\odot}$ as a function of T_{eff} and P_{rot} as deduced from Eq. 18. The solid black line represents the value $Ro_t/Ro_{t,\odot} = 1$. *Bottom:* Zoom into the top panel around the anti-solar DR candidates, color-coded by metallicity.

ulations from starspots in light curves. However, the exact nature of magnetic activity under anti-solar DR is still under debate from a numerical point of view (Karak et al. 2015; Viviani et al. 2019), first concerning the possibility of long-term cyclic solutions (Karak et al. 2020, Noraz et al. 2022 and references therein). Moreover, global numerical simulations currently do not self-consistently resolve starspots. Hence, even if most dynamo simulations highlight stationary configurations, we do not

have clues about the starspot formation rate and behavior in a high Rossby number regime. The detection of their modulation in photometric light curves is thus questionable and could be hard, which might explain the relatively small number of promising targets our method selected in the *Kepler* field.

Observations of Brandenburg & Giampapa (2018) have reported high Rossby targets that show an increase in chromospheric variability compared to the decreasing trend that is ex-

pected with the Rossby number. They argued that this enhanced activity for slow rotators could be caused by an anti-solar DR regime. Nevertheless, we would add here that it currently appears to be hard to distinguish whether these strong variabilities are due to an anti-solar DR regime or are caused by tidally triggered magnetic activity in multiple-stars system (e.g., Schrijver & Zwaan 1991; Kóvári et al. 2021). These targets are indeed statistically isolated in the parameter space for slow rotators (see the large S_{ph} in Fig. 14 of Santos et al. 2021), which could also be an indication for unusually high magnetic activity.

We note that the 22 high Rossby targets that were finally retained as promising candidates for anti-solar rotation in our study do not exhibit S_{ph} values that are significantly higher (< 752 ppm) than those observed on the Sun (see Salabert et al. 2017). We also note that 25 out of 99 targets have higher S_{ph} values (> 1000 ppm), but they were discarded each time during visual inspections because they were likely to be polluted by a neighbor or by instrumental effects (details are available in Appendix B).

Another explanation for the relatively small number of candidates we found would be a less efficient angular momentum loss for old solar-type stars. A stalled wind-braking mechanism at later stages may prevent stars from entering the high Rossby number regime. This has indeed been observed through photometry (van Saders et al. 2016) and asteroseismology techniques (Hall et al. 2021). However, this question is still debated in the community, and we refer to Sect. 1 of this paper for other details.

Moreover, the method we proposed to determine the transition between the MS and subgiant phase is a first approximation. Even if linear fits in the parameter space ($\log_{10}g$; T_{eff}) are good approximations for most of the models taken from A19 (see details in Appendix A), a more accurate characterization of the evolutionary stage of the stars in this transition region would require an asteroseismic analysis. For the same reason, MS cool stars near the end of the MS might have been filtered with our method because of relatively high $\log_{10}g$ or relatively low T_{eff} . Older stars are more likely to be slow rotators, which makes them good candidates for hosting a high Rossby number. Hence, we may have filtered out some promising anti-solar candidates.

Our selection method from the S19-21 rotation catalog did not select the anti-solar candidates proposed by Reinhold & Arlt (2015) or Benomar et al. (2018) as promising targets for hosting anti-solar DR. However, we note that because of the mode suppression by magnetic features, seismic targets tend to be only weakly active (e.g., Chaplin et al. 2011; Mathur et al. 2019). This also means that detecting the signature of surface rotation due to starspots for these targets might be difficult. Consequently, S19-21 were not able to determine photometric surface P_{rot} for all seismic targets in Benomar et al. (2018). Nevertheless, when we consider the rotation rates that were determined through asteroseismology by the authors, KIC 8938364 and 3427720 become interesting, and would fall in the anti-solar DR region and in the transition (gray area) of Fig. 4, respectively. Unfortunately, the associated error bars derived from this technique are large and prevent us from considering these targets as promising. We also searched for candidates among the LEGACY/Kepler seismic targets of Lund et al. (2017) and Hall et al. (2021) for which no photometric period was detected and failed to find any targets that clearly passed our selection process.

To be consistent with the mass estimates we considered from S19-21, we took the [Fe/H] values from B20, which come mostly from isochrone fittings, and thus give relatively large error bars. Nevertheless, for half of the final candidates, the [Fe/H] values come from spectroscopic observations, which are known to be

more precise in general. We also note that seven of the eight candidates outside the solar metallicity range, for which the Ro_f computation takes metallicity into account, have spectroscopic [Fe/H] values (see Table 2). Therefore, our selection method may have missed targets with inaccurate [Fe/H], but our final sample is likely quite robust in this respect.

6. Conclusion

In conclusion, we presented a novel approach for highlighting the most promising candidates for the detection of anti-solar DR regime in MS cool stars. We proposed a first application of our method to the Kepler field.

We first derived an analytical formula to quantify the fluid Rossby number Ro_f from observational quantities (P_{rot} , T_{eff}) while taking the structural aspect of solar-type stars into account. After calibrating it with evolutionary tracks of A19, we then applied this formula to the new S19-21 rotation catalog of the Kepler field. A first selection was made on stars in the solar metallicity range ($-0.1 \text{ dex} < [\text{Fe}/\text{H}] < +0.1 \text{ dex}$) with a criterion inspired from recent global MHD numerical simulations (B22). We took care to properly filter pre-MS and post-MS stars in our analysis and finally inspected each selected target to ensure the reliability of the Ro_f values we computed.

Next, we extended the derivation of Ro_f to add a dependence on the metallicity, which can notably change the structure of stars for a given mass. We adapted our filtering method and considered targets with a metallicity between $[\text{Fe}/\text{H}] = -1$ and $+0.3 \text{ dex}$.

This study finally gives us 22 anti-solar DR stellar candidates, 14 of which are at the solar metallicity. We especially note KIC 10907436, which has a significantly high Ro_f and is therefore one of the most promising candidates for the anti-solar DR regime. Four solar analogs (KIC 6068129, 6850029, 742872, and 7189915) are also particularly interesting due to their long P_{rot} (between 44.2 and 51.1 days) for the study of the future evolution of the Sun. More generally, all 22 targets possess P_{rot} between 36.6 and 51.1 days for spectral types between $T_{\text{eff}} = 5641$ and 6364 K. The determination of their age could therefore give new insights into the debate about the gyrochronology break for old solar-type stars, and more generally, for their rotational evolution (Curtis et al. 2020; David et al. 2022). Another noteworthy candidate is KIC 12117868, which is a seismic target. It could therefore be of interest for future measurements or characterizations, in particular, for its latitudinal rotation profile through asteroseismic inversions (Benomar et al. 2018), in order to confirm or refute that it has an anti-solar rotation profile.

Anti-solar DR detections on MS cool stars would provide useful observational constraints to better understand the link between rotation and magnetism of slowly rotating stars. Long-term observations would bring constraints on their magnetic activity and would therefore help to determine whether anti-solar differentially rotating stars could sustain magnetic cycles (Karak et al. 2020; Noraz et al. 2021). Such constraints for solar analogs would also help to decipher what types of dynamo mechanisms are acting within our Sun (Brun et al. 2022).

To conclude, this paper was a first attempt to compute Ro_f from observations and to apply this method to the Kepler field. The analytical development of the fluid Rossby number is generic and could be applied to the field of future missions such as PLANetary Transits and Oscillations of stars (PLATO, Rauer et al. 2014).

Acknowledgements. QN is thankful to J. Ahuir, A. Finley, L. Gizon, S. Jeffers and T. Reinhold for useful discussions. We acknowledge financial sup-

port by ERC Whole Sun Synergy grant #810218., funding by INSU/PNST grant, CNES/Solar Orbiter, CNES/PLATO, and CNES/GOLF funds. ARGs acknowledges the supported by FCT through national funds and by FEDER through COMPETE2020 by these grants: UIDP/04434/2020; PTDC/FIS-AST/30389/2017 & POCI-01-0145-FEDER-030389. ARGs is supported by FCT through the work contract No. 2020.02480.CEECIND/CP1631/CT0001. SM acknowledges support by the Spanish Ministry of Science and Innovation with the Ramon y Cajal fellowship number RYC-2015-17697 and the grant number PID2019-107187GB-I00. This paper includes data collected by the *Kepler* mission and obtained from the MAST data archive at the Space Telescope Science Institute (STScI). Funding for the *Kepler* mission is provided by the NASA Science Mission Directorate. STScI is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy, Inc., under NASA contract NAS 5–26555. This publication also makes use of data products from the Two Micron All Sky Survey, which is a joint project of the University of Massachusetts and the Infrared Processing and Analysis Center/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration and the National Science Foundation. We also thank the *Kepler* Asteroseismic Science Operations Center, KASOC, and the Aarhus University for maintaining this website. Finally, we thank the anonymous referee for constructive comments that have led to the improvement of the manuscript.

References

- Abdurro'uf, Accetta, K., Aerts, C., et al. 2022, arXiv:2112.02026 [astro-ph] [arXiv:2112.02026]
- Ahumada, R., Prieto, C. A., Almeida, A., & Anders, F. 2020, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 21
- Amard, L. & Matt, S. P. 2020, *The Astrophysical Journal*, 889, 108
- Amard, L., Palacios, A., Charbonnel, C., et al. 2019, *Astronomy & Astrophysics*, 631, A77
- Barnes, S. A. 2003, *The Astrophysical Journal*, 586, 464
- Benomar, O., Bazot, M., Nielsen, M. B., et al. 2018, *Science*, 361, 1231
- Berger, T. A., Huber, D., van Saders, J. L., et al. 2020, *The Astronomical Journal*, 159, 280
- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al. 2010, *Science*, 327, 977
- Brandenburg, A. & Giampapa, M. S. 2018, *The Astrophysical Journal*, 855, L22
- Breton, S. N., Santos, A. R. G., Bugnet, L., et al. 2021, *A&A*, 647, A125
- Brun, A. S. 2004, *Solar Physics*, 220, 333
- Brun, A. S. & Browning, M. K. 2017, *Living Reviews in Solar Physics*, 14
- Brun, A. S., Strugarek, A., Noraz, Q., et al. 2022, *The Astrophysical Journal*, 926, 21
- Brun, A. S., Strugarek, A., Varela, J., et al. 2017, *The Astrophysical Journal*, 836, 192
- Cat, P. D., Fu, J. N., Ren, A. B., et al. 2015, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 220, 19
- Cayrel de Strobel, G. 1996, *Astronomy and Astrophysics Review*, 7, 243
- Ceillier, T., Tayar, J., Mathur, S., et al. 2017, *A&A*, 605, A111
- Ceillier, T., van Saders, J., García, R. A., et al. 2016, *MNRAS*, 456, 119
- Chaplin, W. J., Bedding, T. R., Bonanno, A., et al. 2011, *ApJL*, 732, L5
- Corsaro, E., Bonanno, A., Mathur, S., et al. 2021, *Astronomy & Astrophysics*, 652, L2
- Cranmer, S. R. & Saar, S. H. 2011, *The Astrophysical Journal*, 741, 54
- Curtis, J. L., Agüeros, M. A., Matt, S. P., et al. 2020, *The Astrophysical Journal*, 904, 140
- David, T. J., Angus, R., Curtis, J. L., et al. 2022, arXiv:2203.08920 [astro-ph] [arXiv:2203.08920]
- do Nascimento Jr., J.-D., de Almeida, L., Velloso, E. N., et al. 2020, *The Astrophysical Journal*, 898, 173
- Elliott, J. R., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2000, *ApJ*, 533, 546
- Emeriau-Viard, C. & Brun, A. S. 2017, *The Astrophysical Journal*, 846, 8
- Fan, Y. & Fang, F. 2014, *The Astrophysical Journal*, 789, 35
- Finley, A. J. & Matt, S. P. 2018, *The Astrophysical Journal*, 854, 78
- Gallet, F. & Bouvier, J. 2013, *Astronomy & Astrophysics*, 556, A36
- García, R. A., Hekker, S., Stello, D., et al. 2011, *MNRAS*, 414, L6
- García, R. A., Mathur, S., Pires, S., et al. 2014, *A&A*, 568, A10
- García, R. A., Mathur, S., Salabert, D., et al. 2010, *Science*, 329, 1032
- García, R. A. & Ballot, J. 2019, *Living Reviews in Solar Physics*, 16, 4
- García, R. A., Ceillier, T., Salabert, D., et al. 2014, *Astronomy & Astrophysics*, 572, A34
- Gastine, T., Yadav, R. K., Morin, J., Reiners, A., & Wicht, J. 2014, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 438, L76
- Gilman, P. A. 1975, *Journal of Atmospheric Sciences*, 32, 1331
- Gilman, P. A. 1977, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 8, 93
- Guerrero, G., Smolarkiewicz, P. K., Kosovichev, A. G., & Mansour, N. N. 2013, *The Astrophysical Journal*, 779, 176
- Habets, G. M. H. J. & Heintze, J. R. W. 1981, *A&AS*, 46, 193
- Hall, O. J., Davies, G. R., van Saders, J., et al. 2021, *Nature Astronomy*, 5, 707
- Hanasoge, S., Miesch, M. S., Roth, M., et al. 2015, *Space Science Reviews*, 196, 79
- Harutyunyan, G., Strassmeier, K. G., Künstler, A., Carroll, T. A., & Weber, M. 2016, *Astronomy & Astrophysics*, 592, A117
- Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H., et al. 2010, *ApJL*, 713, L87
- Käpylä, P. J., Mantere, M. J., & Brandenburg, A. 2011, *Astronomische Nachrichten*, 332, 883
- Karak, B. B., Käpylä, P. J., Käpylä, M. J., et al. 2015, *Astronomy & Astrophysics*, 576, A26
- Karak, B. B., Tomar, A., & Vashishth, V. 2020, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 491, 3155
- Karoff, C., Metcalfe, T. S., Santos, A. R. G., et al. 2018, *The Astrophysical Journal*, 852, 46
- Kippenhahn, R., Weigert, A., & Weiss, A. 2012, *Stellar Structure and Evolution*, *Astronomy and Astrophysics Library* (Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg)
- Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Handberg, R., et al. 2010, *Astronomische Nachrichten*, 331, 966
- Käpylä, P. J., Käpylä, M. J., & Brandenburg, A. 2014, *Astronomy & Astrophysics*, 570, A43
- Kóvári, Z., Kriskovics, L., Oláh, K., et al. 2021, *Astronomy & Astrophysics*, 650, A158
- Kóvári, Z., Strassmeier, K. G., Carroll, T. A., et al. 2017, *Astronomy & Astrophysics*, 606, A42
- Landin, N. R., Mendes, L. T. S., & Vaz, L. P. R. 2010, *Astronomy and Astrophysics*, 510, A46
- Lebreton, Y. & Goupil, M. J. 2014, *Astronomy & Astrophysics*, 569, A21
- Lorenzo-Oliveira, D., Meléndez, J., Yana Galarza, J., et al. 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 485, L68
- Lund, M. N., Aguirre, V. S., Davies, G. R., et al. 2017, *The Astrophysical Journal*, 835, 172
- Mabuchi, J., Masada, Y., & Kageyama, A. 2015, *The Astrophysical Journal*, 806, 10
- Maeder, A. 2009, *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*, ed. G. Börner, A. Burkert, W. B. Burton, M. A. Dopita, A. Eckart, T. Encenaz, E. K. Grebel, B. Leibundgut, A. Maeder, & V. Trimbale, *Astronomy and Astrophysics Library* (Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg)
- Mathur, S., García, R. A., Ballot, J., et al. 2014, *A&A*, 562, A124
- Mathur, S., García, R. A., Breton, S., et al. 2022, *Astronomy & Astrophysics*, 657, A31
- Mathur, S., García, R. A., Bugnet, L., et al. 2019, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 6, 46
- Mathur, S., Huber, D., Batalha, N. M., et al. 2017, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 229, 30
- Mathur, S., Salabert, D., García, R. A., & Ceillier, T. 2014, *Journal of Space Weather and Space Climate*, 4, A15
- Matt, S., Do Cao, O., Brown, B., & Brun, A. 2011, *Astronomische Nachrichten*, 332, 897
- McQuillan, A., Mazeh, T., & Aigrain, S. 2014, *ApJS*, 211, 24
- Mestel, L. 1968, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 138, 359
- Metcalfe, T. S., Kochukhov, O., Ilyin, I. V., et al. 2019, *The Astrophysical Journal*, 887, L38
- Miesch, M. S., Brun, A. S., & Toomre, J. 2006, *The Astrophysical Journal*, 641, 618
- Noraz, Q., Brun, A. S., Strugarek, A., & Depambour, G. 2022, *Astronomy & Astrophysics*, 658, A144
- Noraz, Q., Brun, S., & Strugarek, A. 2021, in *SF2A-2021: Proceedings of the Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics*. Eds.: A. Siebert, ed. A. Siebert, K. Baillié, E. Lagarde, N. Lagarde, J. Malzac, J. B. Marquette, M. N'Diaye, J. Richard, & O. Venot, 226–229
- Noyes, R. W., Weiss, N. O., & Vaughan, A. H. 1984, *The Astrophysical Journal*, 287, 769
- Pires, S., Mathur, S., García, R. A., et al. 2015, *A&A*, 574, A18
- Prša, A., Harmanec, P., Torres, G., et al. 2016, *The Astronomical Journal*, 152, 41
- Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al. 2014, *Experimental Astronomy*, 38, 249
- Reinhold, T. & Arlt, R. 2015, *Astronomy & Astrophysics*, 576, A15
- Reinhold, T. & Gizon, L. 2015, *Astronomy & Astrophysics*, 583, A65
- Réville, V., Brun, A. S., Matt, S. P., Strugarek, A., & Pinto, R. F. 2015, *The Astrophysical Journal*, 798, 116
- Salabert, D., García, R. A., Jiménez, A., et al. 2017, *Astronomy & Astrophysics*, 608, A87
- Santos, A. R. G., Breton, S. N., Mathur, S., & García, R. A. 2021, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 255, 17
- Santos, A. R. G., Cunha, M. S., Avelino, P. P., García, R. A., & Mathur, S. 2017, *Astronomy & Astrophysics*, 599, A1
- Santos, A. R. G., García, R. A., Mathur, S., et al. 2019, *ApJS*, 244, 21
- Schatzman, E. 1962, *Annales d'Astrophysique*, 25, 18

- Schrijver, C. J. & Zwaan, C. 1991, *A&A*, 251, 183
- See, V., Matt, S. P., Finley, A. J., et al. 2019, *The Astrophysical Journal*, 886, 120
- See, V., Roquette, J., Amard, L., & Matt, S. P. 2021, *The Astrophysical Journal*, 912, 127
- Simitev, R. D., Kosovichev, A. G., & Busse, F. H. 2015, *The Astrophysical Journal*, 810, 80
- Skrutskie, M. F., Cutri, R. M., Stiening, R., et al. 2006, *The Astronomical Journal*, 131, 1163
- Skumanich, A. 1972, *ApJ*, 171, 565
- Smith, J. C., Stumpe, M. C., Van Cleve, J. E., et al. 2012, *PASP*, 124, 1000
- Strassmeier, K. G., Kratzwald, L., & Weber, M. 2003, *Astronomy & Astrophysics*, 408, 1103
- Strugarek, A., Beaudoin, P., Charbonneau, P., & Brun, A. S. 2018, *The Astrophysical Journal*, 863, 35
- Stumpe, M. C., Smith, J. C., Van Cleve, J. E., et al. 2012, *PASP*, 124, 985
- Van Cleve, J. E. & Caldwell, D. A. 2016, *Kepler Instrument Handbook*, Kepler Science Document KSCI-19033-002, id.1. Edited by Michael R. Haas and Steve B. Howell
- van Saders, J. L., Ceillier, T., Metcalfe, T. S., et al. 2016, *Nature*, 529, 181
- Vidotto, A. A. 2021, 86
- Viviani, M., Käpylä, M. J., Warnecke, J., Käpylä, P. J., & Rheinhardt, M. 2019, *The Astrophysical Journal*, 886, 21
- Warnecke, J. 2018, *Astronomy & Astrophysics*, 616, A72
- Weber, E. J. & Davis, Leverett, J. 1967, *ApJ*, 148, 217
- Zhao, G., Zhao, Y.-H., Chu, Y.-Q., Jing, Y.-P., & Deng, L.-C. 2012, *Research in Astronomy and Astrophysics*, 12, 723
- Zong, W., Fu, J.-N., Cat, P. D., et al. 2018, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 238, 30
- Ó Fionnagáin, D. & Vidotto, A. A. 2018, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 476, 2465

Appendix A: TAMS as a function of the metallicity

It is a difficult task to observationally distinguish between evolved MS stars and young subgiants. In this situation, an arbitrary choice has to be made in order to filter out stars from the MS populations that might be subgiants. Because we wished to select only cool MS stars in this study, we chose an approach similar to what was considered by S19-21. We thus fit stellar evolution models of A19 at the TAMS as a function of $\log_{10}g$ and T_{eff} for a given $P_{\text{rot,ini}}$ and a given [Fe/H]. This gives us a limit in a Kiel diagram (e.g., Fig. 2) above which the stars are considered subgiants. We did this for 7 [Fe/H] values between +0.3 and -1.0 for slow and medium rotators. We did not consider the fast rotators because their rotational history was specifically treated for the most massive stars (see Sect. 2.6.1 of A19). Moreover, we expect anti-solar DR profiles to appear for slowly rotating stars. Slopes δ and y-intercepts ξ of the TAMS($\log_{10}g$, T_{eff}) regressions are reported in Table A.1.

We then determined the behavior of δ and ξ as functions of the metallicity index [Fe/H] through linear regressions (see Fig. A.1), which gives

$$\delta(\text{[Fe/H]}) = ((-34.36 \pm 1.81) \times [\text{Fe/H}] + (-39.63 \pm 0.83)) \cdot 10^{-5} \quad (\text{A.1})$$

$$\xi(\text{[Fe/H]}) = (1.84 \pm 0.14) \times [\text{Fe/H}] + 6.49 \pm 0.06 - 0.12 \quad (\text{A.2})$$

We note that the resulting ξ has to be shifted toward low $\log_{10}g$ values (-0.12 dex) in order to be compatible with $\log_{10}g$ of S19-21. These two equations are valid for $+0.3 \geq [\text{Fe/H}] \geq -1.0$, that is, the range of metallicities in the A19 evolutionary grid. Finally, we confirm that subgiants do not exist for $T_{\text{eff}} < 5000\text{K}$ and $\log_{10}g < 4.4$ based on the tracks in this grid of A19. The Universe is currently too young to consider that MS stars in this temperature range have already left the MS. We finally illustrate some subgiant cuts in Fig. A.2.

Table A.1. Parameters of the different linear regression at the TAMS in order to determine subgiant cuts in a Kiel diagram.

$P_{\text{rot,ini}}$ (days)	[Fe/H]	δ	ξ
9	-1.00	$(-3.64 \pm 1.01) \times 10^{-5}$	4.46 ± 0.08
9	-0.50	$(-1.87 \pm 0.29) \times 10^{-4}$	5.35 ± 0.19
9	-0.30	$(-2.95 \pm 0.47) \times 10^{-4}$	6.00 ± 0.31
9	-0.15	$(-3.36 \pm 0.65) \times 10^{-4}$	6.22 ± 0.42
9	0.00	$(-3.71 \pm 0.39) \times 10^{-4}$	6.36 ± 0.23
9	0.15	$(-4.69 \pm 0.40) \times 10^{-4}$	6.86 ± 0.23
9	0.30	$(-4.84 \pm 0.43) \times 10^{-4}$	6.88 ± 0.24
4.5	-1.00	$(-6.10 \pm 2.33) \times 10^{-5}$	4.67 ± 0.17
4.5	-0.50	$(-2.41 \pm 0.33) \times 10^{-4}$	5.70 ± 0.22
4.5	-0.30	$(-3.39 \pm 0.65) \times 10^{-4}$	6.28 ± 0.42
4.5	-0.15	$(-3.70 \pm 0.69) \times 10^{-4}$	6.43 ± 0.44
4.5	0.00	$(-3.73 \pm 0.41) \times 10^{-4}$	6.37 ± 0.24
4.5	0.15	$(-4.66 \pm 0.40) \times 10^{-4}$	6.85 ± 0.23
4.5	0.30	$(-4.90 \pm 0.45) \times 10^{-4}$	6.91 ± 0.25

Notes. We regrouped the slopes δ and y-intercepts ξ of the different linear regressions, with the corresponding $P_{\text{rot,ini}}$ in days and metallicity index [Fe/H].

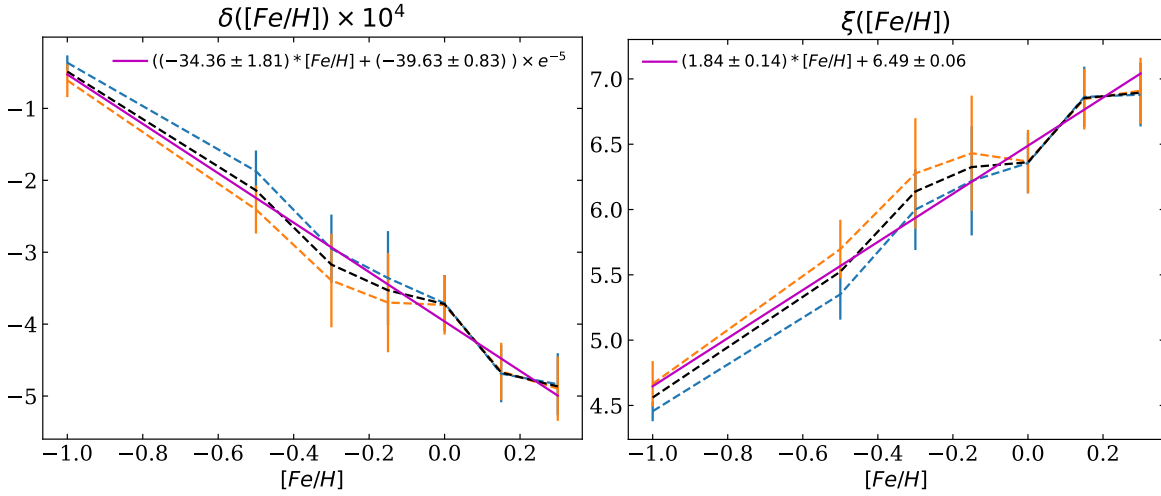


Fig. A.1. *Left:* δ slopes from Table A.1 as a function of $[Fe/H]$. Orange and blue correspond to medium and slow rotators, respectively. The dotted black line represents the δ mean for each metallicity index of the table, and the purple line is a linear regression of these mean values. *Right:* Similar to the left panel for y-intercepts ξ .

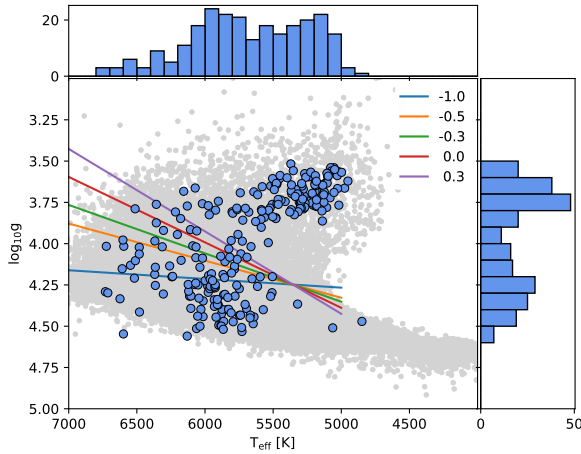


Fig. A.2. Kiel diagram of the optimistic sample by applying Eq. 25 to the whole S19-21 rotation catalog before filtering masses, metallicities, and subgiants and before individual inspections. Histograms are illustrated in blue on both axes for the selected targets. We show subgiant cuts for different metallicities computed with Eq. A.2 in the same diagram.

Appendix B: Detailed method of individual light-curve inspections and additional rotation diagnostics

We detail here the different verifications we performed in the step 4 of individual inspections as discussed in Sect. 3.2. For each target in the optimistic sample, we inspected the three KEPSEISMIC light curves used in S19-21 and the Presearch Data Conditioning - Maximum A Posteriori (PDC-MAP; e.g., Jenkins et al. 2010; Smith et al. 2012; Stumpe et al. 2012) light curve. KEPSEISMIC light curves were obtained with *Kepler* Asteroseismic Data Analysis and Calibration Software (KADACS; García et al. 2011), which employs customized apertures and

corrects for outliers, jumps, drifts, and discontinuities at the edges of the *Kepler* quarters. Gaps smaller than 20 days were filled using inpainting techniques (García et al. 2014; Pires et al. 2015). Finally, we applied three filters with cutoff periods at 20, 55, and 80 days, resulting in three KEPSEISMIC light curves per star. It was crucial to filter the data to remove instrumental modulations, but it can also filter the stellar signal. Thus, the three filtered light curves were analyzed in parallel. In spite of the data treatment, modulations related to the *Kepler* year and quarters are still present in the light curves of some targets. For this reason and because we are interested in relatively slow rotators whose signal is most affected by instrumental artifacts, we obtained three additional KEPSEISMIC light curves. For these, the long-term *Kepler* modulation was subtracted from the light curve before the filters were applied. To do this, the autocorrelation function (ACF) of the light curve was computed and the maximum around ± 30 days of the *Kepler* orbital period (372.5 days) was determined, hereafter P_{Kepler} . The original data were then phase-folded with P_{Kepler} , and the resulting curve was fit with a third-degree polynomial. To detrend the light curve, each segment of the length P_{Kepler} was corrected by subtracting the fitted curve linearly scaled from the data in this segment. This procedure minimized any trends around the *Kepler* orbital period in the light curve for most of the targets. Nevertheless, when the retrieved P_{rot} with the new calibration was compatible with the period given in S19-21, we kept the latter for the sake of clarity. The parallel inspection of the seven light curves and respective rotation diagnostics allowed us to verify the nature of the signal. The rotation diagnostics were a wavelet analysis, an autocorrelation function, and their composite spectrum. We also visually inspected the power spectrum density of each light curve. For details about the rotation diagnostics, see S19-21 and references therein.

The results of these individual visual inspections are listed in Table B.1 for all targets of the optimistic sample. The full version of the table along with the data of all 99 solar-type stars of this sample are available online (62 stars at solar metallicity and 37

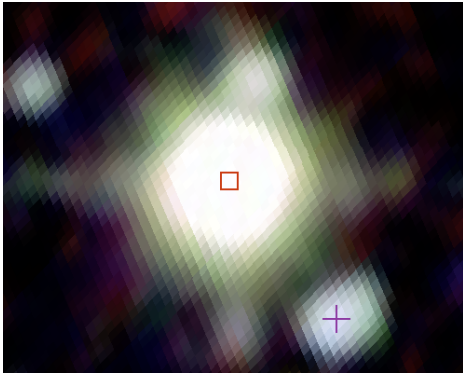


Fig. B.1. Image from the KASOC website of KIC 10934680 using Two Micron All Sky Survey (2MASS) images (Skrutskie et al. 2006). This star is marked by a purple cross, and it is in the halo of another *Kepler* target, KIC 10989776 (marked with a red square), whose *Kepler* magnitude is 2.5 times brighter.

stars with other metallicities)³. We discuss the examples listed in the short version of Table B.1 below.

The star KIC 10934680 is in the halo of KIC 10989776, a 2.5 times brighter star (halo flag 1; see Fig. B.1). We were unable to define the pollution clearly or clearly reject it, therefore the neighboring flag is noted 2. We therefore rejected this target from the final list of anti-solar candidates (candidate flag 0). The rotational modulation of the target is not clear either, which potentially biases the measured P_{rot} . We therefore set the P_{rot} flag to 1. Moreover, if no pollution from the neighboring star is found, we suspect that KIC 10934680 is a close multiple star system because the visible shape of this star is elongated (shape flag 1).

KIC 4042415 is also in the halo of a brighter star (halo flag 1), but this brighter star is distant and not visible in the *Kepler* acquisition FoV. However, the bright star clearly pollutes the light curve of target KIC 4042415 (P_{rot} flag as 1), so that we rejected this target. Moreover, a different close neighbor is visible in this FoV. It is far enough and not in the photometry aperture. Thus, the neighboring flag is 1, meaning that there is a close neighbor that does not pollute the light curve.

Individual inspections of KIC 5024984 do not show any sign of pollution by the halo of a brighter star (hence the halo flag is 0). We note that a neighbor (KIC 5024961) is visible in the $40'' \times 40''$ FoV around our target, but does not pollute the signal we used (the neighboring flag is 1). Nevertheless, the related uncertainties of KIC 5024984 $\log_{10}g = 4.47^{+0.08}_{-0.75}$ are too high to decipher whether it is a subgiant or an MS star. We note that the value reported for this target in the DR25 catalog (Mathur et al. 2017) is significantly different and also highly uncertain: $\log_{10}g = 3.71^{+0.80}_{-0.27}$. As we performed a strict selection, we did not consider this target in our final sample of promising candidates (hence the $\log_{10}g$ flag is 1).

For KIC 3860063, we find a very close neighbor in the acquisition FoV that clearly pollutes the light curve. We therefore note the neighboring flag as 3. We further suspect that the large S_{ph} could result from a triggered activity by tidal interactions, which could indicate that both stars interact gravitationally (see the discussion in Sect. 5).

³ *Kepler* light curves and the rotation analysis we used to perform the individual visual inspections can be accessed along with a machine-readable form of Table B.1 through the following repository: <https://github.com/qnoraz/AntisolarCandidatesInspections.git>

The example KIC 6541604 shows no evidence for pollution from another star in the light curve. The new KEPSEISMIC light curves and their rotational analysis show that the P_{rot} extracted by S19-21 can be improved with the new treatment of the light curves. Hence, we are able to compute a better $P_{\text{rot}} = 66.0 \pm 11.5$ days, and then updated the Rossby number accordingly. We find $Ro_f/Ro_{f,\odot} = 1.57 \pm 0.29$. Its lower limit 1.28 is below the selection threshold $Ro_f/Ro_{f,\odot} = 1.3/0.9 = 1.44$. Thus, the P_{rot} flag is 2, and we did not consider this target in the final list of candidates.

The same conclusions hold for KIC 6436380, with a new rotation value of $P_{\text{rot}} = 40.0 \pm 2.56$ days. However, when the Rossby number was accordingly updated, we find $Ro_f/Ro_{f,\odot} = 1.62 \pm 0.15$, which is still above the selection threshold on Ro_f . Thus, we set the P_{rot} flag at 3 and consider KIC 6436380 as a candidate (see Table 2).

In the final example, we did not attest any pollution or close neighboring star for KIC 3113301. This target has a circular shape in the FoV, and the amplitude of its light-curve modulation is typical of stars with similar properties. Finally, the new KEPSEISMIC light curves and their rotational analysis (see Fig. B.2) confirm the reliability of its P_{rot} as extracted by S19-21. Hence, we set all the flags to 0 except for the last flag, which indicates that we consider this target as a candidate for anti-solar DR.

⁴ The full table is available in a machine-readable format at the public repository <https://github.com/qnoraz/AntisolarCandidatesInspections.git> and at the CDS via anonymous ftp to cdsarc.u-strasbg.fr (130.79.128.5) or via <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/>.

Table B.1. Results of individual visual inspections.⁴

KIC	Halo flag [0,1]	Neighboring flag [0,1,2,3]	Shape flag [0,1]	$\log_{10}g$ flag [0,1]	P_{rot} flag [0,1,2,3]	Candidate flag [0,1]
...
3113301	0	0	0	0	0	1
...
3860063	0	3	0	0	1	0
...
4042415	1	1	0	0	1	0
...
5024984	0	1	0	1	0	0
...
6436380	0	1	0	0	3	1
...
6541604	0	1	0	0	2	0
...
10934680	1	2	1	0	1	0
...

Notes. Summary of the verifications made of the whole optimistic sample to determine whether a target is a reliable anti-solar DR candidate. The halo flag indicates whether the target is in the light halo of a brighter star from the visual inspection of 2MASS images (1) or not (0). The neighboring flag indicates whether a neighbor is at least visible in the *Kepler* acquisition FoV (1, 2, and 3) or not (0). If this is the case, we determined whether the main target light curve might be (2) or is clearly (3) polluting the target star, or if we acknowledge no pollution of the rotational signal (1). The shape flag indicates whether the shape of the target in the FoV is deformed or elongated, suggesting multiple stars (1) (possibly a close companion in the FOV), or not (0). The $\log_{10}g$ flag indicates whether an uncertainty in the $\log_{10}g$ value is suspiciously large and might cause us to consider a subgiant target. When we concluded during the inspection that the P_{rot} value extracted by S19-21 clearly derived from the rotational signal of the target (0) or not (1). If the light curve showed a rotational signal and we were able to improve the measurement and provide a new reliable P_{rot} , we provide flags 2 and 3. In this case, we indicate whether the new corresponding $Ro_f/Ro_{f,\odot}$ value is high enough to keep the target above the selection threshold and in the optimistic sample (3) (i.e., if the new lower limit of this value is higher than $1.3/0.9=1.44$) or not (2). We finally indicate with the candidate flag whether we consider the target as an anti-solar DR candidate (1) or not (0).

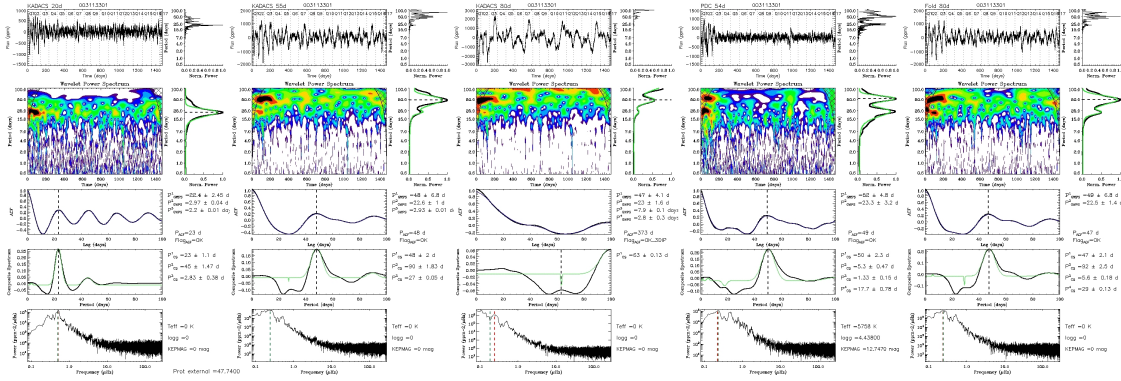


Fig. B.2. Example of one of the control plots for KIC 3113301. It contains the output of our rotation pipeline (see S19-21) for the three KEPSEISMIC light curves in S19-21 (filtered at 20, 55, and 80d) for the PDC-MAP light curve (which in this example clearly filters the stellar rotation signature), and for the new KEPSEISMIC light curve filtered at 80 days in which the modulation related to P_{Kepler} is removed. For a full description of the plots, we refer to S19-21. Briefly, from top to bottom we show the light curve and the Lomb-Scargle periodogram, the time-period analysis with the global wavelet power spectrum (GWPS), the ACF, the CS, and the full power spectrum density (PSD) in log-log scale.

Appendix C: Scaling laws

In order to determine the different exponents for equations 17 and 24, we performed linear regression fits, using a least-squares method in log space on stellar evolution models from A19. They proposed a grid of evolutionary tracks from the PMS to the TAMS for different initial rotation periods. Stellar masses ranged between 0.2 and $1.5M_{\odot}$, and metallicities were set for 7 [Fe/H] values from -1 to $+0.3$. We extracted the mean value of L_* , R_* , and $S(\alpha, \beta)$ during the MS for each model and performed regression fits as a function of M_* and [Fe/H], which we illustrate in Figure C.1.

As shown in the upper panels of Fig. C.1, multiparametric regressions give $m = m_1 = 4.66 \pm 0.03$ and $m_2 = -1.00 \pm 0.04$. We note that the regression was improved when we added the dependence on the metallicity (purple lines). This is shown in the top right corner, where we represent the reference values as a function of fitted values. The spread of dots around the dashed function $x = y$ is smaller for the blue (multiparametric relation) than for the orange dots (only with the M_* dependence). It is also visible in the uncertainties of the fit in the top left corner, which is smaller (± 0.03) when we prescribe a dependence on [Fe/H]. Similarly, we find $n = n_1 = 1.16 \pm 0.01$ in the second row, and we note that the quality of the regression is not improved significantly with a dependence on [Fe/H]. We find that R_* is not sensitive to the metallicity, with $n_2 = 0.01 \pm 0.01$. Finally, the third row shows that $q = q_1 = 1.48 \pm 0.05$ and $q_2 = -0.81 \pm 0.08$. We note that a power law is a good approximation for the homology relations in Eqs. 3 and 19, but it is a rough approximation for the structural term $S \propto M_*^q$ when we consider a range of masses that are too high. We therefore restricted our fits for $0.4 \leq M_* \leq 1.3M_{\odot}$, which defines the validity range for these regressions. Moreover, we note that the multiparametric regression of $S(\alpha, \beta)$ is much better than its single-parametric regression, which is shown with the dots that are spread in the lower right corner.

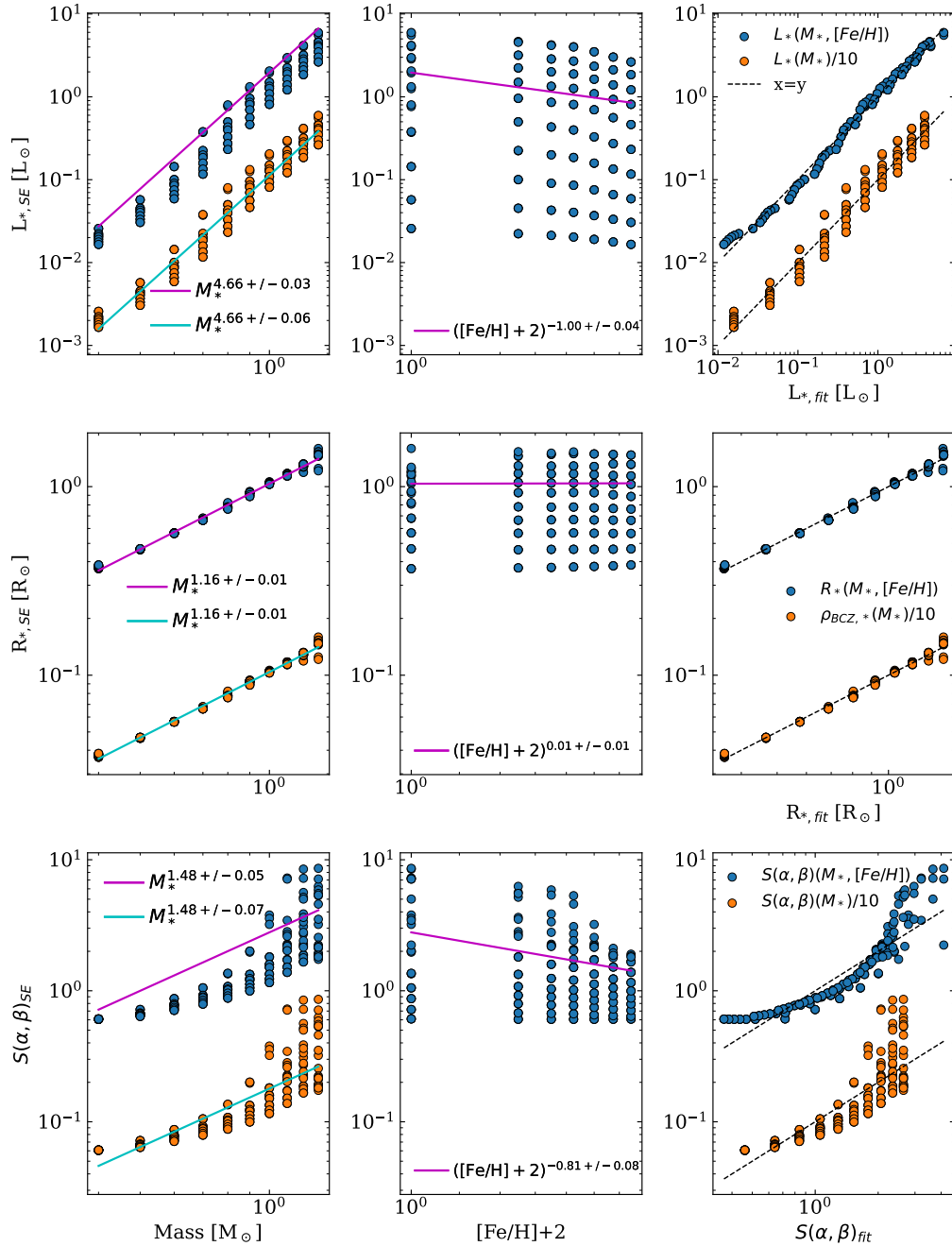


Fig. C.1. Linear regressions for determining the homology relations of Eqs. 3 and 19 and the structure term $S(\alpha, \beta)$ as defined in Eq. 13 and 20. We use the grid evolutionary track of A19 taken from the STAREVOL (SE) code. Each dot represents one of these stellar tracks, from which different values have been deduced as mean value during their MS (subscript SE). The first row shows L_* , the second row shows R_* , and the third row shows $S(\alpha, \beta)$. The first column illustrates these different values as a function of M_* , and the second column shows them as a function of $([Fe/H] + 2)$. The third column illustrates the quality of the fits. It represents the different original values (L_* , R_* , and $S(\alpha, \beta)$) as functions of the values that were estimated by the fits (subscript fit). These regressions are illustrated in the first and second columns. They are shown in purple if they are multiparametric (as a function of M_* and $[Fe/H]$) and in cyan when they are only a regression on M_* . Blue dots represent models on which we perform the multiparametric regression, and the orange group represents models on which we only fit on M_* . For the latter, we divided the values by 10 for illustration purposes.

LETTER TO THE EDITOR

A calibration of the Rossby number from asteroseismology

E. Corsaro¹, A. Bonanno¹, S. Mathur^{2,3}, R. A. García⁴, A. R. G. Santos⁵, S. N. Breton⁴, and A. Khalatyan⁶

¹ INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania, Via S. Sofia, 78, 95123 Catania, Italy
 e-mail: enrico.corsaro@inaf.it

² Instituto de Astrofísica de Canarias, Santa Cruz de Tenerife, Spain

³ Department of Astrophysics, Universidad de La Laguna, Santa Cruz de Tenerife, Spain

⁴ AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, 91191 Gif-sur-Yvette, France

⁵ Department of Physics, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, UK

⁶ Leibniz-Institut für Astrophysik Potsdam (AIP), An der Sternwarte 16, 14482 Potsdam, Germany

Received 26 May 2021 / Accepted 15 July 2021

ABSTRACT

Stellar activity and rotation are tightly related in a dynamo process. Our understanding of this mechanism is mainly limited by our capability of inferring the properties of stellar turbulent convection. In particular, the convective turnover time is a key ingredient through the estimation of the stellar Rossby number, which is the ratio of the rotation period and the convective turnover time. In this work, we propose a new calibration of the $(B-V)$ color index dependence of the convective turnover time, hence, of the stellar Rossby number. Our new calibration is based on the stellar structure properties inferred through the detailed modeling of solar-like pulsators using asteroseismic observables. We show the impact of this calibration via a stellar activity-Rossby number diagram by applying it to a sample of about 40 000 stars observed with *Kepler* and for which the values for the photometric activity proxy S_{ph} and surface rotation periods are available. Additionally, we provide a new calibration for the convective turnover time as function of the $(G_{\text{BP}}-G_{\text{RP}})$ color index for allowing applicability in the ESA *Gaia* photometric passbands.

Key words. stars: activity – starspots – stars: rotation – asteroseismology – convection – methods: statistical

1. Introduction

The study of the relationship between stellar activity and rotation represents one of the most important tests of stellar dynamo theory. In fact, while various types of dynamo action can be excited in solar-like stars (interface dynamo, $\alpha^2\Omega$, or flux-transport dynamo, Brun & Browning 2017), the dependence of the α -effect taken from basic stellar parameters is not entirely unconstrained. In particular, for a turbulence with length scale ℓ_T , density ρ , and rotation Ω , it is possible to show that $\alpha \approx \Omega \ell_T \nabla(\ln \rho v_T^2) \approx \epsilon D \Omega$, where D is the density length scale, $\epsilon = \ell_T^2/D^2$, and v_T is the convective velocity (Ruediger & Kichatinov 1993). This relation allows us to express the dynamo number C_α in terms of the rotation rate as $C_\alpha = D\alpha/\eta = 3\tau\Omega$, where η is the turbulent (eddies) diffusivity and τ is the convective turnover time. It is thus apparent that a larger value of $\tau\Omega$ (often called the Coriolis number) implies a lower threshold for the onset of the dynamo. However, while the rotation is, in principle, an observable quantity, τ generally depends on the efficiency of convection and, therefore, on the individual fundamental stellar parameters.

When interpreting observational data from low-mass stars, it is customary to weigh the relative importance of turbulent convection against rotation in terms of the stellar Rossby number as follows:

$$\text{Ro} = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau}, \quad (1)$$

where P_{rot} is the surface rotation period, while τ is the convective turnover time, given as:

$$\tau = \frac{d_{\text{CZ}}}{\bar{v}_T}, \quad (2)$$

with d_{CZ} being the thickness of the convective envelope and \bar{v}_T the average convective velocity (Brun et al. 2017).

In practice, τ is often determined from the semi-empirical $(B-V)$ flux excess dependence obtained by Noyes et al. (1984), where a fixed value of the mixing-length parameter has been used. The limitation of this approach is already evident in the case of the Sun, where it yields $\tau \sim 12$ days, a value that is significantly smaller than the one obtained from a standard solar model, namely, ~ 45 days (Bonanno et al. 2002).

If the turbulence is determined by only one length scale, it is not difficult to evaluate Eq. (2) from the fundamental stellar astrophysical parameters. In this case, if T is the temperature, c_p the specific heat at constant pressure, and H_p the pressure scale height, the convective fluxes can be expressed as:

$$\begin{aligned} F_{\text{conv}} &= \rho c_p T \left(\frac{\ell_T}{H_p} \right)^2 \sqrt{\frac{1}{2} g H_p} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{3/2} \\ &\approx \frac{15}{8\pi \sqrt{2}} \frac{M}{R^3} \left(\frac{\ell_T}{H_p} \right)^2 \left(\frac{GM}{R} \right)^{3/2} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{3/2} \\ &\approx \frac{M}{R^3} \left(\frac{GM}{R} \right)^{3/2} (\nabla - \nabla_{\text{ad}})^{3/2}, \end{aligned} \quad (3)$$

where, in the last line, we assume $\ell_T/H_p \approx 1.6$, which is a typical value for a solar-like star. On the other hand, $F_{\text{conv}} \approx L/R^2$ and thus:

$$(\nabla - \nabla_{\text{ad}}) \approx \left(\frac{LR}{M} \right)^{2/3} \frac{R}{GM}. \quad (4)$$

With v_s denoting the sound speed, we have

$$\bar{v}_T \approx v_s \sqrt{\nabla - \nabla_{\text{ad}}} = \left(\frac{LR}{M} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

Detections of solar-like oscillations in dwarfs and subgiants with *Kepler* DR25 short-cadence data[★]

S. Mathur^{1,2}, R. A. García³, S. Breton³, A. R. G. Santos^{4,5}, B. Mosser⁶, D. Huber⁷, M. Sayeed^{7,8},
L. Bugnet^{9,3}, and A. Chontos^{7,***}

¹ Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC), 38205 La Laguna, Tenerife, Spain
e-mail: smathur@iac.es

² Universidad de La Laguna (ULL), Departamento de Astrofísica, 38206 La Laguna, Tenerife, Spain

³ AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université de Paris, Sorbonne Paris Cité, 91191 Gif-sur-Yvette, France

⁴ Department of Physics, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, UK

⁵ Space Science Institute, 4765 Walnut Street, Suite B, Boulder, CO 80301, USA

⁶ LESIA, Observatoire de Paris, Université PSL, CNRS, Sorbonne Université, Université de Paris, 92195 Meudon, France

⁷ Institute for Astronomy, University of Hawai'i, 2680 Woodlawn Drive, Honolulu, HI 96822, USA

⁸ Department of Astronomy, Columbia University, 550 West 120th Street, New York, NY, USA

⁹ Flatiron Institute, Simons Foundation, 162 Fifth Ave, New York, NY 10010, USA

Received 23 April 2021 / Accepted 20 September 2021

ABSTRACT

During the survey phase of the *Kepler* mission, several thousand stars were observed in short cadence, allowing for the detection of solar-like oscillations in more than 500 main-sequence and subgiant stars. These detections showed the power of asteroseismology in determining fundamental stellar parameters. However, the *Kepler* Science Office discovered an issue in the calibration that affected half of the store of short-cadence data, leading to a new data release (DR25) with corrections on the light curves. In this work, we re-analyzed the one-month time series of the *Kepler* survey phase to search for solar-like oscillations that might have been missed when using the previous data release. We studied the seismic parameters of 99 stars, among which there are 46 targets with new reported solar-like oscillations, increasing, by around 8%, the known sample of solar-like stars with an asteroseismic analysis of the short-cadence data from this mission. The majority of these stars have mid- to high-resolution spectroscopy publicly available with the LAMOST and APOGEE surveys, respectively, as well as precise *Gaia* parallaxes. We computed the masses and radii using seismic scaling relations and we find that this new sample features massive stars (above $1.2 M_{\odot}$ and up to $2 M_{\odot}$) and subgiants. We determined the granulation parameters and amplitude of the modes, which agree with the scaling relations derived for dwarfs and subgiants. The stars studied here are slightly fainter than the previously known sample of main-sequence and subgiants with asteroseismic detections. We also studied the surface rotation and magnetic activity levels of those stars. Our sample of 99 stars has similar levels of activity compared to the previously known sample and is in the same range as the Sun between the minimum and maximum of its activity cycle. We find that for seven stars, a possible blend could be the reason for the non-detection with the early data release. Finally, we compared the radii obtained from the scaling relations with the *Gaia* ones and we find that the *Gaia* radii are overestimated by 4.4%, on average, compared to the seismic radii, with a scatter of 12.3% and a decreasing trend according to the evolutionary stage. In addition, for homogeneity purposes, we re-analyzed the DR25 of the main-sequence and subgiant stars with solar-like oscillations that were previously detected and, as a result, we provide the global seismic parameters for a total of 525 stars.

Key words. asteroseismology – stars: solar-type – stars: activity – stars: rotation – stars: fundamental parameters – methods: data analysis

1. Introduction

The NASA *Kepler* main mission has shown the power of using asteroseismology to precisely characterize the properties of solar-like stars (e.g., Silva Aguirre et al. 2017; Serenelli et al. 2017). Based on the latest catalogs of *Kepler* stellar properties (Huber et al. 2014; Mathur et al. 2017; Berger et al. 2018, 2020), more than 125 000 stars are purported to be main-sequence solar-like stars according to their effective temperatures, surface gravities as well as the results of their *Gaia* DR2 observations (e.g., Andrae et al. 2018; Gaia Collaboration 2018), which

were included in the latest *Kepler* catalog. The turbulence of the outer layers of those stars excite oscillations that are known as solar-like oscillations (e.g., García & Ballot 2019). Given the radius, mass, and gravity of these stars, the modes are expected to be above $300 \mu\text{Hz}$, which means that we need to observe them in short cadence (sampling of ~ 58.85 s) in order to detect the acoustic modes.

During the survey phase of the *Kepler* mission, around 2600 stars were observed between May 2009 and March 2010 for a duration of approximately one month each time and in a short-cadence mode. Chaplin et al. (2011a) performed a seismic analysis of the data available at that time and detected solar-like oscillations in more than 500 stars. This led to the seismic characterization of that sample, providing their masses, radii, and ages (Serenelli et al. 2017). More recently, Balona (2020)

* Full Tables 1–3, B.1, and E.1 are only available at the CDS via anonymous ftp to cdsarc.u-strasbg.fr (130.79.128.5) or via <http://cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/cat/J/A+A/657/A31>

** NSF Graduate Research Fellow.



A 20 Second Cadence View of Solar-type Stars and Their Planets with TESS: Asteroseismology of Solar Analogs and a Recharacterization of π Men c

Daniel Huber¹, Timothy R. White^{2,3}, Travis S. Metcalfe⁴, Ashley Chontos^{1,41}, Michael M. Fausnaugh⁵, Cynthia S. K. Ho⁶, Vincent Van Eylen⁶, Warrick H. Ball^{7,3}, Sarbani Basu⁸, Timothy R. Bedding^{2,3}, Othman Benomar^{9,10}, Diego Bossini¹¹, Sylvain Breton¹², Derek L. Buzasi¹³, Tiago L. Campante^{11,14}, William J. Chaplin^{7,3}, Jørgen Christensen-Dalsgaard³, Margarida S. Cunha^{11,14}, Morgan Deal^{11,14}, Rafael A. García¹², Antonio García Muñoz¹², Charlotte Gehan^{11,15}, Lucía González-Cuesta^{16,17}, Chen Jiang¹⁵, Cenk Kayhan¹⁸, Hans Kjeldsen^{3,19}, Mia S. Lundkvist³, Stéphane Mathis¹², Savita Mathur^{16,17}, Mário J. P. F. G. Monteiro^{11,14}, Benard Nsamba^{20,21,22}, Jia Mian Joel Ong⁸, Erika Pakštienė¹⁹, Aldo M. Serenelli^{23,24}, Victor Silva Aguirre³, Keivan G. Stassun^{25,26}, Dennis Stello^{2,3,27}, Sissel Norgaard Stilling³, Mark Lykke Winther³, Tao Wu^{28,29,30,31}, Thomas Barclay^{32,33}, Tansu Daylan^{5,42}, Maximilian N. Günther⁵, J. J. Hermes³⁴, Jon M. Jenkins³⁵, David W. Latham³⁶, Alan M. Levine⁵, George R. Ricker⁵, Sara Seager^{5,37,38}, Avi Shporer⁵, Joseph D. Twicken^{35,39}, Roland K. Vanderspek⁵, and Joshua N. Winn⁴⁰

¹Institute for Astronomy, University of Hawai'i, 2680 Woodlawn Drive, Honolulu, HI 96822, USA; huberd@hawaii.edu

²Sydney Institute for Astronomy (SifA), School of Physics, University of Sydney, NSW 2006, Australia

³Stellar Astrophysics Centre (SAC), Department of Physics and Astronomy, Aarhus University, Ny Munkegade 120, DK-8000 Aarhus C, Denmark

⁴White Dwarf Research Corporation, 9020 Brumm Trail, Golden, CO 80403, USA

⁵Department of Physics and Kavli Institute for Astrophysics and Space Research, Massachusetts Institute of Technology, 77 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02139, USA

⁶Mullard Space Science Laboratory, University College London, Holmbury St Mary, Dorking, Surrey RH5 6NT, UK

⁷School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Birmingham B15 2TT, UK

⁸Department of Astronomy, Yale University, P.O. Box 208101, New Haven, CT 06520-8101, USA

⁹Center for Space Science, New York University Abu Dhabi, UAE

¹⁰Division of Solar and Plasma Astrophysics, NAOJ, Mitaka, Tokyo, Japan

¹¹Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço, Universidade do Porto, CAUP, Rua das Estrelas, 4150-762 Porto, Portugal

¹²AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, F-91191 Gif-sur-Yvette, France

¹³Dept. of Chemistry & Physics, Florida Gulf Coast University, 10501 FGCU Boulevard South, Fort Myers, FL 33965 USA

¹⁴Departamento de Física e Astronomia, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre, s/n, 4169-007 Porto, Portugal

¹⁵Max-Planck-Institut für Sonnensystemforschung, Justus-von-Liebig-Weg 3, D-37077 Göttingen, Germany

¹⁶Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC), E-38205 La Laguna, Tenerife, Spain

¹⁷Universidad de La Laguna (ULL), Departamento de Astrofísica, E-38206 La Laguna, Tenerife, Spain

¹⁸Department of Astronomy and Space Sciences, Science Faculty, Erciyes University, 38030 Melikgazi, Kayseri, Turkey

¹⁹Institute of Theoretical Physics and Astronomy, Vilnius University, Sauletekio av. 3, 10257 Vilnius, Lithuania

²⁰Max-Planck-Institut für Astrophysik, Karl-Schwarzschild-Str. 1, D-85748 Garching, Germany

²¹Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço, Universidade do Porto, Rua das Estrelas, PT4150-762 Porto, Portugal

²²Kyambogo University, P.O. Box 1, Kyambogo Hill, Kampala, Uganda

²³Institute of Space Sciences (ICE, CSIC) Campus UAB, Carrer de Can Magrans, s/n, E-08193, Barcelona, Spain

²⁴Institut d'Estudis Espacials de Catalunya (IEEC), C/Gran Capita, 2-4, E-08034, Barcelona, Spain

²⁵Vanderbilt University, Department of Physics & Astronomy, 6301 Stevenson Center Lane, Nashville, TN 37235, USA

²⁶Vanderbilt Initiative in Data-intensive Astrophysics (VIDA), 6301 Stevenson Center Lane, Nashville, TN 37235, USA

²⁷School of Physics, The University of New South Wales, Sydney, NSW 2052, Australia

²⁸Yunnan Observatories, Chinese Academy of Sciences, 396 Yangfangwang, Guandu District, Kunming, 650216, People's Republic of China

²⁹Key Laboratory for the Structure and Evolution of Celestial Objects, Chinese Academy of Sciences, 396 Yangfangwang, Guandu District, Kunming, 650216, People's Republic of China

³⁰Center for Astronomical Mega-Science, Chinese Academy of Sciences, 20A Datun Road, Chaoyang District, Beijing, 100012, People's Republic of China

³¹University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, People's Republic of China

³²NASA Goddard Space Flight Center, 8800 Greenbelt Road, Greenbelt, MD 20771, USA

³³University of Maryland, Baltimore County, 1000 Hilltop Circle, Baltimore, MD 21250, USA

³⁴Department of Astronomy & Institute for Astrophysical Research, Boston University, 725 Commonwealth Avenue, Boston, MA 02215, USA

³⁵NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA 94035, USA

³⁶Center for Astrophysics | Harvard & Smithsonian, 60 Garden Street, Cambridge, MA 02138, USA

³⁷Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences, Massachusetts Institute of Technology, 77 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02139, USA

³⁸Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 77 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02139, USA

³⁹SETI Institute, 189 Bernardo Avenue, Suite 200, Mountain View, CA 94043, USA

⁴⁰Department of Astrophysical Sciences, Princeton University, 4 Ivy Lane, Princeton, NJ 08544, USA

Received 2021 August 20; revised 2021 October 12; accepted 2021 October 13; published 2022 January 20



Original content from this work may be used under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 licence](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). Any further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the title of the work, journal citation and DOI.

⁴¹NSF Graduate Research Fellow.

⁴²Kavli Fellow.



Asteroseismology of ι Draconis and Discovery of an Additional Long-period Companion

Michelle L. Hill¹, Stephen R. Kane¹, Tiago L. Campante^{2,3}, Zhexiong Li¹, Paul A. Dalba^{1,2,5}, Timothy D. Brandt⁴, Timothy R. White⁵, Benjamin J. S. Pope^{6,7}, Keivan G. Stassun⁸, Benjamin J. Fulton⁹, Enrico Corsaro¹⁰, Tanda Li^{11,12}, J. M. Joel Ong¹³, Timothy R. Bedding^{5,12}, Diego Bossini², Derek L. Buzasi¹⁴, William J. Chaplin^{11,12}, Margarida S. Cunha², Rafael A. García¹⁵, Sylvain N. Breton¹⁵, Marc Hon^{16,17}, Daniel Huber¹⁶, Chen Jiang^{18,19}, Cenk Kayhan²⁰, James S. Kuszewicz^{12,18}, Savita Mathur^{21,22}, Aldo Serenelli^{23,24}, and Dennis Stello^{12,17}

- ¹Department of Earth and Planetary Sciences, University of California, Riverside, CA 92521, USA; mhill012@ucr.edu
²Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço, Universidade do Porto, Rua das Estrelas, 4150-762 Porto, Portugal
³Departamento de Física e Astronomia, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre, s/n, 4169-007 Porto, Portugal
⁴Department of Physics, University of California, Santa Barbara, Santa Barbara, CA 93106, USA
⁵Sydney Institute for Astronomy (SfA), School of Physics, University of Sydney, NSW 2006, Australia
⁶School of Mathematics and Physics, The University of Queensland, St Lucia, QLD 4072, Australia
⁷Centre for Astrophysics, University of Southern Queensland, West Street, Toowoomba, QLD 4350, Australia
⁸Vanderbilt University, Department of Physics & Astronomy, 6301 Stevenson Center Lane, Nashville, TN 37235, USA
⁹NASA Exoplanet Science Institute/Caltech-IPAC, MC 314-6, 1200 E California Boulevard, Pasadena, CA 91125, USA
¹⁰INAF—Osservatorio Astrofisico di Catania, via S. Sofia 78, I-95123 Catania, Italy
¹¹School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, UK
¹²Stellar Astrophysics Centre (SAC), Department of Physics and Astronomy, Aarhus University, Ny Munkegade 120, DK-8000 Aarhus C, Denmark
¹³Department of Astronomy, Yale University, 52 Hillhouse Avenue, New Haven, CT 06511, USA
¹⁴Department of Chemistry and Physics, Florida Gulf Coast University, 10501 FGCU Boulevard S., Fort Myers, FL 33965, USA
¹⁵AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, F-91191 Gif-sur-Yvette, France
¹⁶Institute for Astronomy, University of Hawai'i, 2680 Woodlawn Drive, Honolulu, HI 96822, USA
¹⁷School of Physics, The University of New South Wales, Sydney, NSW 2052, Australia
¹⁸Max-Planck-Institut für Sonnensystemforschung, Justus-von-Liebig-Weg 3, D-37077 Göttingen, Germany
¹⁹School of Physics and Astronomy, Sun Yat-Sen University, No. 135, Xingang Xi Road, Guangzhou 510275, People's Republic of China
²⁰Department of Astronomy and Space Sciences, Erciyes University, 38030, Kayseri, Turkey
²¹Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC), E-38205 La Laguna, Tenerife, Spain
²²Universidad de La Laguna (ULL), Departamento de Astrofísica, E-38206 La Laguna, Tenerife, Spain
²³Institute of Space Sciences (ICE, CSIC) Campus UAB, Carrer de Can Magrans, s/n, E-08193, Bellaterra, Spain
²⁴Institut d'Estudis Espacials de Catalunya (IEEC), C/Gran Capità, 2-4, E-08034, Barcelona, Spain

Received 2021 March 11; revised 2021 July 16; accepted 2021 July 27; published 2021 October 22

Abstract

Giant stars as known exoplanet hosts are relatively rare due to the potential challenges in acquiring precision radial velocities and the small predicted transit depths. However, these giant host stars are also some of the brightest in the sky and so enable high signal-to-noise ratio follow-up measurements. Here, we report on new observations of the bright ($V \sim 3.3$) giant star ι Draconis (ι Dra), known to host a planet in a highly eccentric ~ 511 day period orbit. TESS observations of the star over 137 days reveal asteroseismic signatures, allowing us to constrain the stellar radius, mass, and age to $\sim 2\%$, $\sim 6\%$, and $\sim 28\%$, respectively. We present the results of continued radial-velocity monitoring of the star using the Automated Planet Finder over several orbits of the planet. We provide more precise planet parameters of the known planet and, through the combination of our radial-velocity measurements with Hipparcos and Gaia astrometry, we discover an additional long-period companion with an orbital period of $\sim 68_{-36}^{+60}$ yr. Mass predictions from our analysis place this substellar companion on the border of the planet and brown dwarf regimes. The bright nature of the star combined with the revised orbital architecture of the system provides an opportunity to study planetary orbital dynamics that evolve as the star moves into the giant phase of its evolution.

Unified Astronomy Thesaurus concepts: [Photometry \(1234\)](#); [Radial velocity \(1332\)](#); [Exoplanet dynamics \(490\)](#); [Exoplanets \(498\)](#); [Exoplanet astronomy \(486\)](#); [Exoplanet systems \(484\)](#); [Exoplanet detection methods \(489\)](#); [Planet hosting stars \(1242\)](#); [Asteroseismology \(73\)](#); [Stellar astronomy \(1583\)](#); [Planetary dynamics \(2173\)](#); [Detection \(1911\)](#)

Supporting material: machine-readable table

1. Introduction

Exoplanets have been discovered around a diversity of stellar types and with a broad range of orbital architectures (Ford 2014; Winn & Fabrycky 2015). Despite challenges with regards to stellar pulsations (Hatzes et al. 2018), radial-velocity (RV)

surveys for planets orbiting giant stars are underway (Hekker & Meléndez 2007; Reffert et al. 2015). One of the brightest and nearest giant stars known to host a planet is ι Draconis (hereafter ι Dra), a $V = 3.29$ K2 giant star located at a distance of ~ 31 pc. At the time of its detection by Frink et al. (2002), ι Dra b, or HD 137759 b, was the first planet to be found to orbit a giant star. The initial detection, based on RV observations of a full planetary orbit, revealed an orbital period

²⁵ NSF Astronomy and Astrophysics Postdoctoral Fellow.

Références

- Abdul-Masih, M., Prša, A., Conroy, K., Bloemen, S., Boyajian, T., Doyle, L. R., Johnston, C., Kostov, V., Latham, D. W., Matijevič, G., Shporer, A. et Southworth, J. (2016). « Kepler Eclipsing Binary Stars. VIII. Identification of False Positive Eclipsing Binaries and Re-extraction of New Light Curves ». *AJ* 151.4, 101.
- Aerts, C. (2021). « Probing the interior physics of stars through asteroseismology ». *Reviews of Modern Physics* 93.1, 015001.
- Aerts, C., Augustson, K., Mathis, S., Pedersen, M. G., Mombarg, J. S. G., Vanlaer, V., Van Beeck, J. et Van Reeth, T. (2021). « Rossby numbers and stiffness values inferred from gravity-mode asteroseismology of rotating F- and B-type dwarfs. Consequences for mixing, transport, magnetism, and convective penetration ». *A&A* 656, A121.
- Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J. et Kurtz, D. W. (2010). *Asteroseismology*.
- Aerts, C., Mathis, S. et Rogers, T. M. (2019). « Angular Momentum Transport in Stellar Interiors ». *ARA&A* 57.
- Ahuir, J., Mathis, S. et Amard, L. (2021a). « Dynamical tide in stellar radiative zones. General formalism and evolution for low-mass stars ». *A&A* 651, A3.
- Ahuir, J., Strugarek, A., Brun, A. S. et Mathis, S. (2021b). « Magnetic and tidal migration of close-in planets. Influence of secular evolution on their population ». *A&A* 650, A126.
- Aigrain, S., Llama, J., Ceillier, T., Chagas, M. L. d., Davenport, J. R. A., García, R. A., Hay, K. L., Lanza, A. F., McQuillan, A., Mazeh, T., de Medeiros, J. R., Nielsen, M. B. et Reinhold, T. (2015). « Testing the recovery of stellar rotation signals from Kepler light curves using a blind hare-and-hounds exercise ». *MNRAS* 450.3.
- Albrecht, S. H., Dawson, R. I. et Winn, J. N. (2022). « Stellar obliquities in exoplanetary systems ». *arXiv e-prints*, arXiv :2203.05460.
- Alvan, L., Brun, A. S. et Mathis, S. (2014). « Theoretical seismology in 3D : nonlinear simulations of internal gravity waves in solar-like stars ». *A&A* 565, A42.
- Alvan, L., Strugarek, A., Brun, A. S., Mathis, S. et Garcia, R. A. (2015). « Characterizing the propagation of gravity waves in 3D nonlinear simulations of solar-like stars ». *A&A* 581, A112.



- Alvan, L. (2014). « Ondes internes de gravité dans les étoiles de type solaire : Excitation, propagation et transport de moment cinétique ». Thèse de doct.
- Amard, L., Palacios, A., Charbonnel, C., Gallet, F., Georgy, C., Lagarde, N. et Siess, L. (2019). « First grids of low-mass stellar models and isochrones with self-consistent treatment of rotation. From 0.2 to 1.5 M_{\odot} at seven metallicities from PMS to TAMS ». *A&A* 631, A77.
- Andersen, B. N. (1996). « Theoretical amplitudes of solar g-modes. » *A&A* 312.
- Andersen, M. F., Grundahl, F., Beck, A. H. et Pallé, P. (2016). « The SONG prototype : Efficiency of a robotic telescope ». *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*. T. 48. *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*.
- André, Q. (2019). « Ondes gravito-inertielles dans les étoiles et les planètes géantes : propagation, dissipation et échanges de moment cinétique ». Thèse de doct.
- Angus, R., Aigrain, S., Foreman-Mackey, D. et McQuillan, A. (2015). « Calibrating gyrochronology using Kepler asteroseismic targets ». *MNRAS* 450.2.
- Angus, R., Beane, A., Price-Whelan, A. M., Newton, E., Curtis, J. L., Berger, T., van Saders, J., Kiman, R., Foreman-Mackey, D., Lu, Y., Anderson, L. et Faherty, J. K. (2020). « Exploring the evolution of stellar rotation using Galactic kinematics ». *arXiv e-prints*, arXiv :2005.09387.
- Angus, R., Morton, T. D., Foreman-Mackey, D., van Saders, J., Curtis, J., Kane, S. R., Bedell, M., Kiman, R., Hogg, D. W. et Brewer, J. (2019). « Toward Precise Stellar Ages : Combining Isochrone Fitting with Empirical Gyrochronology ». *AJ* 158.5, 173.
- Angus, R., Morton, T., Aigrain, S., Foreman-Mackey, D. et Rajpaul, V. (2018). « Inferring probabilistic stellar rotation periods using Gaussian processes ». *MNRAS* 474.2.
- Antoci, V., Handler, G., Grundahl, F., Carrier, F., Brugamyer, E. J., Robertson, P., Kjeldsen, H., Kok, Y., Ireland, M. et Matthews, J. M. (2013). « Searching for solar-like oscillations in the δ Scuti star ρ Puppis ». *MNRAS* 435.2.
- Appourchaux, T., Belkacem, K., Broomhall, A. M., Chaplin, W. J., Gough, D. O., Houdek, G., Provost, J., Baudin, F., Boumier, P., Elsworth, Y., García, R. A., Andersen, B. N., Finsterle, W., Fröhlich, C., Gabriel, A., Grec, G., Jiménez, A., Kosovichev, A., Sekii, T., Toutain, T. et Turck-Chièze, S. (2010). « The quest for the solar g modes ». *A&A Rev.* 18.1-2.
- Appourchaux, T., Boumier, P., Leibacher, J. W. et Corbard, T. (2018). « Searching for g modes. I. A new calibration of the GOLF instrument ». *A&A* 617, A108.
- Appourchaux, T., Chaplin, W. J., García, R. A., Gruberbauer, M., Verner, G. A., Antia, H. M., Benomar, O., Campante, T. L., Davies, G. R., Deheuvels, S., Handberg, R., Hekker, S., Howe, R., Régulo, C., Salabert, D., Bedding, T. R., White, T. R., Ballot, J., Mathur, S., Silva Aguirre, V., Elsworth, Y. P., Basu, S., Gilliland, R. L., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Uddin, K., Stumpe, M. C. et Barclay, T. (2012). « Oscillation mode frequencies of 61 main-sequence and subgiant stars observed by Kepler ». *A&A* 543, A54.
- Appourchaux, T. et Corbard, T. (2019). « Searching for g modes. II. Unconfirmed g-mode detection in the power spectrum of the time series of round-trip travel time ». *A&A* 624, A106.



- Appourchaux, T., Gizon, L. et Rabello-Soares, M. C. (1998). « The art of fitting p-mode spectra. I. Maximum likelihood estimation ». *A&AS* 132.
- Appourchaux, T. et Pallé, P. L. (2013). « The History of the g-mode Quest ». *Fifty Years of Seismology of the Sun and Stars*. Sous la dir. de K. Jain, S. C. Tripathy, F. Hill, J. W. Leibacher et A. A. Pevtsov. T. 478. Astronomical Society of the Pacific Conference Series.
- Astoul, A., Mathis, S., Baruteau, C., Gallet, F., Strugarek, A., Augustson, K. C., Brun, A. S. et Bolmont, E. (2019). « Does magnetic field impact tidal dynamics inside the convective zone of low-mass stars along their evolution ? » *A&A* 631, A111.
- Astoul, A., Park, J., Mathis, S., Baruteau, C. et Gallet, F. (2021). « The complex interplay between tidal inertial waves and zonal flows in differentially rotating stellar and planetary convective regions. I. Free waves ». *A&A* 647, A144.
- Astropy Collaboration, Robitaille, T. P., Tollerud, E. J., Greenfield, P., Droettboom, M., Bray, E., Aldcroft, T., Davis, M., Ginsburg, A., Price-Whelan, A. M., Kerzendorf, W. E., Conley, A., Crighton, N., Barbary, K., Muna, D., Ferguson, H., Grollier, F., Parikh, M. M., Nair, P. H., Unther, H. M., Deil, C., Woillez, J., Conseil, S., Kramer, R., Turner, J. E. H., Singer, L., Fox, R., Weaver, B. A., Zabalza, V., Edwards, Z. I., Azalee Bostroem, K., Burke, D. J., Casey, A. R., Crawford, S. M., Dencheva, N., Ely, J., Jenness, T., Labrie, K., Lim, P. L., Pierfederici, F., Pontzen, A., Ptak, A., Refsdal, B., Servillat, M. et Streicher, O. (2013). « Astropy : A community Python package for astronomy ». *A&A* 558, A33.
- Augustson, K. C. et Mathis, S. (2019). « A Model of Rotating Convection in Stellar and Planetary Interiors. I. Convective Penetration ». *ApJ* 874.1, 83.
- Augustson, K. C., Mathis, S. et Astoul, A. (2020). « A Model of Rotating Convection in Stellar and Planetary Interiors. II. Gravito-inertial Wave Generation ». *ApJ* 903.2, 90.
- Augustson, K. C., Brown, B. P., Brun, A. S., Miesch, M. S. et Toomre, J. (2012). « Convection and Differential Rotation in F-type Stars ». *ApJ* 756.2, 169.
- Augustson, K. C., Brun, A. S. et Toomre, J. (2013). « Dynamo Action and Magnetic Cycles in F-type Stars ». *ApJ* 777.2, 153.
- Augustson, K. C., Brun, A. S. et Toomre, J. (2016). « The Magnetic Furnace : Intense Core Dynamos in B Stars ». *ApJ* 829.2, 92.
- Auvergne, M. et al. (2009). « The CoRoT satellite in flight : description and performance ». *A&A* 506.1.
- Ballot, J., García, R. A. et Lambert, P. (2006). « Rotation speed and stellar axis inclination from p modes : how CoRoT would see other suns ». *MNRAS* 369.3.
- Ballot, J., Gizon, L., Samadi, R., Vauclair, G., Benomar, O., Bruntt, H., Mosser, B., Stahn, T., Verner, G. A., Campante, T. L., García, R. A., Mathur, S., Salabert, D., Gaulme, P., Régulo, C., Roxburgh, I. W., Appourchaux, T., Baudin, F., Catala, C., Chaplin, W. J., Deheuvels, S., Michel, E., Bazot, M., Creevey, O., Dolez, N., Elsworth, Y., Sato, K. H., Vauclair, S., Auvergne, M. et Baglin, A. (2011). « Accurate p-mode measurements of the G0V metal-rich CoRoT target HD 52265 ». *A&A* 530, A97.



- Baraffe, I., Constantino, T., Clarke, J., Le Saux, A., Goffrey, T., Guillet, T., Pratt, J. et Vlaykov, D. G. (2022). « Local heating due to convective overshooting and the solar modelling problem ». *A&A* 659, A53.
- Barnes, S. A. (2003). « On the Rotational Evolution of Solar- and Late-Type Stars, Its Magnetic Origins, and the Possibility of Stellar Gyrochronology ». *ApJ* 586.1.
- Barnes, S. A. (2007). « Ages for Illustrative Field Stars Using Gyrochronology : Viability, Limitations, and Errors ». *ApJ* 669. ISSN : 0004-637X.
- Basri, G., Walkowicz, L. M., Batalha, N., Gilliland, R. L., Jenkins, J., Borucki, W. J., Koch, D., Caldwell, D., Dupree, A. K., Latham, D. W., Meibom, S., Howell, S. et Brown, T. (2010). « Photometric Variability in Kepler Target Stars : The Sun Among Stars—a First Look ». *ApJ* 713.2.
- Basu, S. et Antia, H. M. (1997a). « Seismic measurement of the depth of the solar convection zone ». *MNRAS* 287.1.
- Basu, S. et Antia, H. M. (1997b). « Seismic measurement of the depth of the solar convection zone ». *MNRAS* 287.1.
- Basu, S., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., New, R. et Serenelli, A. M. (2009). « Fresh Insights on the Structure of the Solar Core ». *ApJ* 699.2.
- Beck, P. G., Bedding, T. R., Mosser, B., Stello, D., Garcia, R. A., Kallinger, T., Hekker, S., Elsworth, Y., Frandsen, S., Carrier, F., De Ridder, J., Aerts, C., White, T. R., Huber, D., Dupret, M. A., Montalbán, J., Miglio, A., Noels, A., Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Gilliland, R. L., Brown, T. M., Kawaler, S. D., Mathur, S. et Jenkins, J. M. (2011). « Kepler Detected Gravity-Mode Period Spacings in a Red Giant Star ». *Science* 332.6026.
- Bedding, T. R., Mosser, B., Huber, D., Montalbán, J., Beck, P., Christensen-Dalsgaard, J., Elsworth, Y. P., García, R. A., Miglio, A., Stello, D., White, T. R., De Ridder, J., Hekker, S., Aerts, C., Barban, C., Belkacem, K., Broomhall, A.-M., Brown, T. M., Buzasi, D. L., Carrier, F., Chaplin, W. J., di Mauro, M. P., Dupret, M.-A., Frandsen, S., Gilliland, R. L., Goupil, M.-J., Jenkins, J. M., Kallinger, T., Kawaler, S., Kjeldsen, H., Mathur, S., Noels, A., Silva Aguirre, V. et Ventura, P. (2011). « Gravity modes as a way to distinguish between hydrogen- and helium-burning red giant stars ». *Nature* 471.7340.
- Bekki, Y. (2022). « Theory of Solar Oscillations in the Inertial Frequency Range ». Thèse de doct.
- Bekki, Y., Cameron, R. H. et Gizon, L. (2022). « Theory of solar oscillations in the inertial frequency range : Linear modes of the convection zone ». *arXiv e-prints*, arXiv :2203.04442.
- Belkacem, K., Samadi, R., Goupil, M. J., Dupret, M. A., Brun, A. S. et Baudin, F. (2009). « Stochastic excitation of nonradial modes. II. Are solar asymptotic gravity modes detectable? » *A&A* 494.1.
- Benbakoura, M., Réville, V., Brun, A. S., Le Poncin-Lafitte, C. et Mathis, S. (2019). « Evolution of star-planet systems under magnetic braking and tidal interaction ». *A&A* 621, A124.
- Benkő, J. M., Kolenberg, K., Szabó, R., Kurtz, D. W., Bryson, S., Bregman, J., Still, M., Smolec, R., Nuspl, J., Nemeč, J. M., Moskalik, P., Kopacki, G., Kolláth, Z., Guggenberger, E., di Criscienzo, M., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Borucki, W. J., Koch, D., Jenkins, J. M. et van



- Cleve, J. E. (2010). « Flavours of variability : 29 RR Lyrae stars observed with Kepler ». *MNRAS* 409.4.
- Benomar, O., Appourchaux, T. et Baudin, F. (2009). « The solar-like oscillations of HD 49933 : a Bayesian approach ». *A&A* 506.1.
- Benomar, O., Bazot, M., Nielsen, M. B., Gizon, L., Sekii, T., Takata, M., Hotta, H., Hanasoge, S., Sreenivasan, K. R. et Christensen-Dalsgaard, J. (2018). « Asteroseismic detection of latitudinal differential rotation in 13 Sun-like stars ». *Science* 361.6408.
- Benomar, O., Takata, M., Shibahashi, H., Ceillier, T. et García, R. A. (2015). « Nearly uniform internal rotation of solar-like main-sequence stars revealed by space-based asteroseismology and spectroscopic measurements ». *MNRAS* 452.3.
- Berger, T. A., Huber, D., van Saders, J. L., Gaidos, E., Tayar, J. et Kraus, A. L. (2020). « The Gaia-Kepler Stellar Properties Catalog. I. Homogeneous Fundamental Properties for 186,301 Kepler Stars ». *AJ* 159.6, 280.
- Bertello, L., Pevtsov, A., Tlatov, A. et Singh, J. (2016). « Correlation Between Sunspot Number and Ca ii K Emission Index ». *Sol. Phys.* 291.9-10.
- Berthomieu, G. et Provost, J. (1988). « Asymptotic Properties of Low Degree Gravity Modes ». *Advances in Helio- and Asteroseismology*. Sous la dir. de J. Christensen-Dalsgaard et S. Frandsen. T. 123.
- Berthomieu, G. et Provost, J. (1990). « Light and velocity visibility of solar g-mode oscillations ». *A&A* 227.2.
- Bethe, H. A. (1939). « Energy Production in Stars ». *Physical Review* 55.5.
- Bétrisey, J. et Buldgen, G. (2022). « Probing stellar cores from inversions of frequency separation ratios ». *arXiv e-prints*, arXiv :2205.09625.
- Bice, C. P. et Toomre, J. (2020). « Probing the Influence of a Tachocline in Simulated M-dwarf Dynamos ». *ApJ* 893.2, 107.
- Blancato, K., Ness, M., Huber, D., Lu, Y. et Angus, R. (2020). « Data-driven derivation of stellar properties from photometric time series data using convolutional neural networks ». *arXiv e-prints*, arXiv :2005.09682.
- Böhm-Vitense, E. (1958). « Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. Mit 5 Textabbildungen ». *ZAp* 46.
- Bolmont, E., Breton, S. N., Tobie, G., Dumoulin, C., Mathis, S. et Grasset, O. (2020). « Solid tidal friction in multi-layer planets : Application to Earth, Venus, a Super Earth and the TRAPPIST-1 planets. Potential approximation of a multi-layer planet as a homogeneous body ». *A&A* 644, A165.
- Bolmont, E., Raymond, S. N., Leconte, J., Hersant, F. et Correia, A. C. M. (2015). « Mercury-T : A new code to study tidally evolving multi-planet systems. Applications to Kepler-62 ». *A&A* 583, A116.
- Bonanno, A., Schlattl, H. et Paternò, L. (2002). « The age of the Sun and the relativistic corrections in the EOS ». *A&A* 390.



- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., Batalha, N., Brown, T., Caldwell, D., Caldwell, J., Christensen-Dalsgaard, J., Cochran, W. D., DeVore, E., Dunham, E. W., Dupree, A. K., Gautier, T. N., Geary, J. C., Gilliland, R., Gould, A., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Kondo, Y., Latham, D. W., Marcy, G. W., Meibom, S., Kjeldsen, H., Lissauer, J. J., Monet, D. G., Morrison, D., Sasselov, D., Tarter, J., Boss, A., Brownlee, D., Owen, T., Buzasi, D., Charbonneau, D., Doyle, L., Fortney, J., Ford, E. B., Holman, M. J., Seager, S., Steffen, J. H., Welsh, W. F., Rowe, J., Anderson, H., Buchhave, L., Ciardi, D., Walkowicz, L., Sherry, W., Horch, E., Isaacson, H., Everett, M. E., Fischer, D., Torres, G., Johnson, J. A., Endl, M., MacQueen, P., Bryson, S. T., Dotson, J., Haas, M., Kolodziejczak, J., Van Cleve, J., Chandrasekaran, H., Twicken, J. D., Quintana, E. V., Clarke, B. D., Allen, C., Li, J., Wu, H., Tenenbaum, P., Verner, E., Bruhweiler, F., Barnes, J. et Prsa, A. (2010). « Kepler Planet-Detection Mission : Introduction and First Results ». *Science* 327.5968.
- Boudreaux, T. M., Newton, E. R., Mondrik, N., Charbonneau, D. et Irwin, J. (2022). « The Ca II H and K Rotation-Activity Relation in 53 Mid-to-late-type M Dwarfs ». *ApJ* 929.1, 80.
- Boyd, J. P. (2001). *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*.
- Bradley, P. A., Guzik, J. A., Miles, L. F., Uytterhoeven, K., Jackiewicz, J. et Kinemuchi, K. (2015). « Results of a Search for γ Dor and δ Sct Stars With the Kepler Spacecraft ». *AJ* 149.2, 68.
- Braginsky, S. I. et Roberts, P. H. (1995). « Equations governing convection in earth's core and the geodynamo ». *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* 79.1.
- Breiman, L., Friedman, J., Stone, C. et Olshen, R. (1984). *Classification and Regression Trees*. The Wadsworth and Brooks-Cole statistics-probability series. Taylor & Francis. ISBN : 9780412048418.
- Breiman, L. (2001). « Random Forests ». *Machine Learning* 45.1. ISSN : 1573-0565.
- Breton, S. N., Pallé, P. L., García, R. A., Fredslund Andersen, M., Grundahl, F., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H. et Mathur, S. (2022a). « No swan song for Sun-as-a-star helioseismology : Performances of the Solar-SONG prototype for individual mode characterisation ». *A&A* 658, A27.
- Breton, S. N., García, R. A., Ballot, J., Delsanti, V. et Salabert, D. (2022b). « Deciphering stellar chorus : apollinaire, a Python 3 module for Bayesian peakbagging in helioseismology and asteroseismology ». *A&A* 663, A118.
- Breton, S. N., Brun, A. S. et García, R. A. (2022c). « Stochastic excitation of internal gravity waves in rotating late F-type stars : A 3D simulation approach ». *arXiv e-prints*, arXiv :2208.14759.
- Breton, S. N., Santos, A. R. G., Bugnet, L., Mathur, S., García, R. A. et Pallé, P. L. (2021). « ROOSTER : a machine-learning analysis tool for Kepler stellar rotation periods ». *A&A* 647, A125.
- Brigham, E. O. (1988). *The fast Fourier transform and its applications*.
- Brookes, J. R., Isaak, G. R. et van der Raay, H. B. (1976). « Observation of free oscillations of the Sun ». *Nature* 259.5539.
- Brown, B. P., Vasil, G. M. et Zweibel, E. G. (2012). « Energy Conservation and Gravity Waves in Sound-proof Treatments of Stellar Interiors. Part I. Anelastic Approximations ». *ApJ* 756.2, 109.



- Brown, T. M., García, R. A., Mathur, S., Metcalfe, T. S. et Santos, Â. R. G. (2021). « Brightness Fluctuation Spectra of Sun-like Stars. I. The Mid-frequency Continuum ». *ApJ* 916.2, 66.
- Brown, T. M., Latham, D. W., Everett, M. E. et Esquerdo, G. A. (2011). « Kepler Input Catalog : Photometric Calibration and Stellar Classification ». *AJ* 142.4, 112.
- Browning, M. K., Brun, A. S. et Toomre, J. (2004). « Simulations of Core Convection in Rotating A-Type Stars : Differential Rotation and Overshooting ». *ApJ* 601.1.
- Brummell, N. H., Clune, T. L. et Toomre, J. (2002). « Penetration and Overshooting in Turbulent Compressible Convection ». *ApJ* 570.2.
- Brun, A. S. et Browning, M. K. (2017). « Magnetism, dynamo action and the solar-stellar connection ». *Living Rev. Solar Phys.* 14.
- Brun, A. S., Miesch, M. S. et Toomre, J. (2004). « Global-Scale Turbulent Convection and Magnetic Dynamo Action in the Solar Envelope ». *ApJ* 614.2.
- Brun, A. S., Miesch, M. S. et Toomre, J. (2011). « Modeling the Dynamical Coupling of Solar Convection with the Radiative Interior ». *ApJ* 742.2, 79.
- Brun, A. S., Strugarek, A., Noraz, Q., Perri, B., Varela, J., Augustson, K., Charbonneau, P. et Toomre, J. (2022). « Powering Stellar Magnetism : Energy Transfers in Cyclic Dynamos of Sun-like Stars ». *ApJ* 926.1, 21.
- Brun, A. S., Strugarek, A., Varela, J., Matt, S. P., Augustson, K. C., Emeriau, C., DoCao, O. L., Brown, B. et Toomre, J. (2017). « On Differential Rotation and Overshooting in Solar-like Stars ». *ApJ* 836.2, 192.
- Brun, A. S. et Toomre, J. (2002). « Turbulent Convection under the Influence of Rotation : Sustaining a Strong Differential Rotation ». *ApJ* 570.2.
- Bugnet, L., García, R. A., Davies, G. R., Mathur, S., Corsaro, E., Hall, O. J. et Rendle, B. M. (2018). « FliPer : A global measure of power density to estimate surface gravities of main-sequence solar-like stars and red giants ». *A&A* 620, A38.
- Bugnet, L., García, R. A., Mathur, S., Davies, G. R., Hall, O. J., Lund, M. N. et Rendle, B. M. (2019). « FliPer_{Class} : In search of solar-like pulsators among TESS targets ». *A&A* 624, A79.
- Busse, F. H. (1983). « A model of mean zonal flows in the major planets ». *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* 23.2.
- Butler, R. P., Marcy, G. W., Williams, E., McCarthy, C., Dosanjh, P. et Vogt, S. S. (1996). « Attaining Doppler Precision of 3 M s⁻¹ ». *PASP* 108.
- Carrier, F. et Bourban, G. (2003). « Solar-like oscillations in the K1 dwarf star alpha Cen B ». *A&A* 406.
- Ceillier, T., Tayar, J., Mathur, S., Salabert, D., García, R. A., Stello, D., Pinsonneault, M. H., van Saders, J., Beck, P. G. et Bloemen, S. (2017). « Surface rotation of Kepler red giant stars ». *A&A* 605, A111.
- Ceillier, T., van Saders, J., García, R. A., Metcalfe, T. S., Creevey, O., Mathis, S., Mathur, S., Pinsonneault, M. H., Salabert, D. et Tayar, J. (2016). « Rotation periods and seismic ages of



- KOIs - comparison with stars without detected planets from Kepler observations ». *MNRAS* 456.1.
- Chandrasekhar, S. (1961). *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*.
- Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Isaak, G. R., Miller, B. A. et New, R. (2000). « Variations in the excitation and damping of low- l solar p modes over the solar activity cycle* ». *MNRAS* 313.1.
- Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Basu, S., Miglio, A., Appourchaux, T., Bedding, T. R., Elsworth, Y., García, R. A., Gilliland, R. L., Girardi, L., Houdek, G., Karoff, C., Kawaler, S. D., Metcalfe, T. S., Molenda-Żakowicz, J., Monteiro, M. J. P. F. G., Thompson, M. J., Verner, G. A., Ballot, J., Bonanno, A., Brandão, I. M., Broomhall, A. M., Bruntt, H., Campante, T. L., Corsaro, E., Creevey, O. L., Doğan, G., Esch, L., Gai, N., Gaulme, P., Hale, S. J., Handberg, R., Hekker, S., Huber, D., Jiménez, A., Mathur, S., Mazumdar, A., Mosser, B., New, R., Pinsonneault, M. H., Pricopi, D., Quirion, P. O., Régulo, C., Salabert, D., Serenelli, A. M., Silva Aguirre, V., Sousa, S. G., Stello, D., Stevens, I. R., Suran, M. D., Uytterhoeven, K., White, T. R., Borucki, W. J., Brown, T. M., Jenkins, J. M., Kinemuchi, K., Van Cleve, J. et Klaus, T. C. (2011). « Ensemble Asteroseismology of Solar-Type Stars with the NASA Kepler Mission ». *Science* 332.6026.
- Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., Isaak, G. R., McLeod, C. P., Miller, B. A., van der Raay, H. B., Wheeler, S. J. et New, R. (1996). « BiSON Performance ». *Sol. Phys.* 168.1.
- Charbonnel, C. et Talon, S. (2005). « Influence of Gravity Waves on the Internal Rotation and Li Abundance of Solar-Type Stars ». *Science* 309.5744.
- Christensen-Dalsgaard, J. (2014). *Lecture Notes on Stellar Oscillations, fifth edition*.
- Christensen-Dalsgaard, J. et Gough, D. O. (1976). « Towards a heliological inverse problem ». *Nature* 259.5539.
- Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D. et Toomre, J. (1985). « Seismology of the Sun ». *Science* 229.4717.
- Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H. et Mattei, J. A. (2001). « Solar-like Oscillations of Semiregular Variables ». *ApJ* 562.2.
- Christensen-Dalsgaard, J. (2008a). « ADIPLS—the Aarhus adiabatic oscillation package ». *Ap&SS* 316.1-4.
- Christensen-Dalsgaard, J. (2008b). « ASTEC—the Aarhus STellar Evolution Code ». *Ap&SS* 316.1-4.
- Clark di Leoni, P., Cobelli, P. J., Mininni, P. D., Dmitruk, P. et Matthaeus, W. H. (2014). « Quantification of the strength of inertial waves in a rotating turbulent flow ». *Physics of Fluids* 26.3, 035106.
- Clarke, R. W., Davenport, J. R. A., Covey, K. R. et Baranec, C. (2018). « Flare Activity of Wide Binary Stars with Kepler ». *ApJ* 853.1, 59.
- Claverie, A., Isaak, G. R., McLeod, C. P., van der Raay, H. B. et Cortes, T. R. (1979). « Solar structure from global studies of the 5-minute oscillation ». *Nature* 282.
- Clayton, D. D. (1968). *Principles of stellar evolution and nucleosynthesis*.



- Claytor, Z. R., van Saders, J. L., Llama, J., Sadowski, P., Quach, B. et Avallone, E. A. (2022). « Recovery of TESS Stellar Rotation Periods Using Deep Learning ». *ApJ* 927.2, 219.
- Clune, T., Elliott, J., Miesch, M., Toomre, J. et Glatzmaier, G. (1999). « Computational aspects of a code to study rotating turbulent convection in spherical shells ». *Parallel Computing* 25.4. ISSN : 0167-8191.
- Corsaro, E., Bonanno, A., Mathur, S., García, R. A., Santos, A. R. G., Breton, S. N. et Khalatyan, A. (2021). « A calibration of the Rossby number from asteroseismology ». *A&A* 652, L2.
- Corsaro, E. et De Ridder, J. (2014). « DIAMONDS : A new Bayesian nested sampling tool. Application to peak bagging of solar-like oscillations ». *A&A* 571, A71.
- Corsaro, E., Grundahl, F., Leccia, S., Bonanno, A., Kjeldsen, H. et Paternò, L. (2012). « Solar-like oscillations in the G9.5 subgiant β Aquilae ». *A&A* 537, A9.
- Corsaro, E., McKeever, J. M. et Kuszlewicz, J. S. (2020). « Fast and Automated Peak Bagging with DIAMONDS (FAMED) ». *arXiv e-prints*, arXiv :2006.08245.
- Cosentino, R., Lovis, C., Pepe, F., Collier Cameron, A., Latham, D. W., Molinari, E., Udry, S., Bezawada, N., Black, M., Born, A., Buchschacher, N., Charbonneau, D., Figueira, P., Fleury, M., Galli, A., Gallie, A., Gao, X., Ghedina, A., Gonzalez, C., Gonzalez, M., Guerra, J., Henry, D., Horne, K., Hughes, I., Kelly, D., Lodi, M., Lunney, D., Maire, C., Mayor, M., Micela, G., Ordway, M. P., Peacock, J., Phillips, D., Piotto, G., Pollacco, D., Queloz, D., Rice, K., Riverol, C., Riverol, L., San Juan, J., Sasselov, D., Segransan, D., Sozzetti, A., Sosnowska, D., Stobie, B., Szentgyorgyi, A., Vick, A. et Weber, L. (2012). « Harps-N : the new planet hunter at TNG ». *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy IV*. Sous la dir. d'I. S. McLean, S. K. Ramsay et H. Takami. T. 8446. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.
- Cosentino, R., Lovis, C., Pepe, F., Collier Cameron, A., Latham, D. W., Molinari, E., Udry, S., Bezawada, N., Buchschacher, N., Figueira, P., Fleury, M., Ghedina, A., Glenday, A. G., Gonzalez, M., Guerra, J., Henry, D., Hughes, I., Maire, C., Motalebi, F. et Phillips, D. F. (2014). « HARPS-N @ TNG, two year harvesting data : performances and results ». *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy V*. Sous la dir. de S. K. Ramsay, I. S. McLean et H. Takami. T. 9147. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.
- Courant, R., Friedrichs, K. et Lewy, H. (1967). « On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics ». *IBM Journal of Research and Development* 11.
- Couvidat, S., García, R. A., Turck-Chièze, S., Corbard, T., Henney, C. J. et Jiménez-Reyes, S. (2003). « The Rotation of the Deep Solar Layers ». *ApJ* 597.1.
- Cowling, T. G. (1941). « The non-radial oscillations of polytropic stars ». *MNRAS* 101.
- Davenport, J. R. A. (2017). « Rotating Stars from Kepler Observed with Gaia DR1 ». *ApJ* 835.1, 16.
- Davenport, J. R. A. et Covey, K. R. (2018). « Rotating Stars from Kepler Observed with Gaia DR2 ». *ApJ* 868.2, 151.



- Davies, G. R., Chaplin, W. J., Elsworth, Y. P. et Hale, S. J. (2014). « BiSON data preparation : a correction for differential extinction and the weighted averaging of contemporaneous data ». *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 441.4.
- Davies, G. R., Silva Aguirre, V., Bedding, T. R., Handberg, R., Lund, M. N., Chaplin, W. J., Huber, D., White, T. R., Benomar, O., Hekker, S., Basu, S., Campante, T. L., Christensen-Dalsgaard, J., Elsworth, Y., Karoff, C., Kjeldsen, H., Lundkvist, M. S., Metcalfe, T. S. et Stello, D. (2016). « Oscillation frequencies for 35 Kepler solar-type planet-hosting stars using Bayesian techniques and machine learning ». *MNRAS* 456.2.
- Decressin, T., Mathis, S., Palacios, A., Siess, L., Talon, S., Charbonnel, C. et Zahn, J. P. (2009). « Diagnoses to unravel secular hydrodynamical processes in rotating main sequence stars ». *A&A* 495.1.
- Deheuvels, S., Ballot, J., Beck, P. G., Mosser, B., Østensen, R., García, R. A. et Goupil, M. J. (2015). « Seismic evidence for a weak radial differential rotation in intermediate-mass core helium burning stars ». *A&A* 580, A96.
- Deheuvels, S., Doğan, G., Goupil, M. J., Appourchaux, T., Benomar, O., Bruntt, H., Campante, T. L., Casagrande, L., Ceillier, T., Davies, G. R., De Cat, P., Fu, J. N., García, R. A., Lobel, A., Mosser, B., Reese, D. R., Regulo, C., Schou, J., Stahn, T., Thygesen, A. O., Yang, X. H., Chaplin, W. J., Christensen-Dalsgaard, J., Eggenberger, P., Gizon, L., Mathis, S., Molenda-Żakowicz, J. et Pinsonneault, M. (2014). « Seismic constraints on the radial dependence of the internal rotation profiles of six Kepler subgiants and young red giants ». *A&A* 564, A27.
- Deheuvels, S., García, R. A., Chaplin, W. J., Basu, S., Antia, H. M., Appourchaux, T., Benomar, O., Davies, G. R., Elsworth, Y., Gizon, L., Goupil, M. J., Reese, D. R., Regulo, C., Schou, J., Stahn, T., Casagrande, L., Christensen-Dalsgaard, J., Fischer, D., Hekker, S., Kjeldsen, H., Mathur, S., Mosser, B., Pinsonneault, M., Valenti, J., Christiansen, J. L., Kinemuchi, K. et Mullally, F. (2012). « Seismic Evidence for a Rapidly Rotating Core in a Lower-giant-branch Star Observed with Kepler ». *ApJ* 756.1, 19.
- Deheuvels, S. et Michel, E. (2011). « Constraints on the structure of the core of subgiants via mixed modes : the case of HD 49385 ». *A&A* 535, A91.
- Deubner, F. L. (1975). « Observations of low wavenumber nonradial eigenmodes of the sun. » *A&A* 44.2.
- Dhouib, H., Mathis, S., Bugnet, L., Van Reeth, T. et Aerts, C. (2022). « Detecting deep axisymmetric toroidal magnetic fields in stars. The traditional approximation of rotation for differentially rotating deep spherical shells with a general azimuthal magnetic field ». *A&A* 661, A133.
- Dhouib, H., Prat, V., Van Reeth, T. et Mathis, S. (2021). « The traditional approximation of rotation for rapidly rotating stars and planets. II. Deformation and differential rotation ». *A&A* 656, A122.
- Dintrans, B. et Rieutord, M. (2000). « Oscillations of a rotating star : a non-perturbative theory ». *A&A* 354.
- Domingo, V., Fleck, B. et Poland, A. I. (1995). « The SOHO Mission : an Overview ». *Sol. Phys.* 162.1-2.



- Dormand, J. et Prince, P. (1980). « A family of embedded Runge-Kutta formulae ». *Journal of Computational and Applied Mathematics* 6.1. ISSN : 0377-0427.
- Dumusque, X., Cretignier, M., Sosnowska, D., Buchschacher, N., Lovis, C., Phillips, D. F., Pepe, F., Alesina, F., Buchhave, L. A., Burnier, J., Cecconi, M., Cegla, H. M., Cloutier, R., Collier Cameron, A., Cosentino, R., Ghedina, A., González, M., Haywood, R. D., Latham, D. W., Lodi, M., López-Morales, M., Maldonado, J., Malavolta, L., Micela, G., Molinari, E., Mortier, A., Pérez Ventura, H., Pinamonti, M., Poretti, E., Rice, K., Riverol, L., Riverol, C., San Juan, J., Ségransan, D., Sozzetti, A., Thompson, S. J., Udry, S. et Wilson, T. G. (2021). « Three years of HARPS-N high-resolution spectroscopy and precise radial velocity data for the Sun ». *A&A* 648, A103.
- Dumusque, X., Glenday, A., Phillips, D. F., Buchschacher, N., Collier Cameron, A., Cecconi, M., Charbonneau, D., Cosentino, R., Ghedina, A., Latham, D. W., Li, C.-H., Lodi, M., Lovis, C., Molinari, E., Pepe, F., Udry, S., Sasselov, D., Szentgyorgyi, A. et Walsworth, R. (2015). « HARPS-N Observes the Sun as a Star ». *ApJ* 814.2, L21.
- Duvall T. L., J., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., Osaki, Y. et Pomerantz, M. A. (1993). « Asymmetries of Solar Oscillation Line Profiles ». *ApJ* 410.
- Dziembowski, W. A., Gough, D. O., Houdek, G. et Sienkiewicz, R. (2001). « Oscillations of α UMa and other red giants ». *MNRAS* 328.2.
- Dziembowski, W. (1977). « Light and radial velocity variations in a nonradially oscillating star. » *Acta Astron.* 27.
- Dziembowski, W. (1982). « Nonlinear mode coupling in oscillating stars. I - Second order theory of the coherent mode coupling. » *Acta Astron.* 32.
- Dziembowski, W. (1983). « Resonant Coupling Between Solar Gravity Modes ». *Sol. Phys.* 82.1-2.
- Eckart, C. (1960). *Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres*. A Pergamon Press book. Elsevier Science & Technology. ISBN : 9780080092485.
- Edelmann, P. V. F., Ratnasingam, R. P., Pedersen, M. G., Bowman, D. M., Prat, V. et Rogers, T. M. (2019). « Three-dimensional Simulations of Massive Stars. I. Wave Generation and Propagation ». *ApJ* 876.1, 4.
- Eff-Darwich, A., Korzenik, S. G., Jiménez-Reyes, S. J. et García, R. A. (2008). « Analysis of the Sensitivity of Solar Rotation to Helioseismic Data from GONG, GOLF, and MDI Observations ». *ApJ* 679.2.
- Eff-Darwich, A. et Pérez Hernández, F. (1995). « Inverting Solar Structure : Perspectives with GOLF and Virgo Data ». *Helioseismology*. Sous la dir. de J. T. Hoeksema, V. Domingo, B. Fleck et B. Battrick. T. 376. ESA Special Publication.
- Efroimsky, M. (2012). « Tidal Dissipation Compared to Seismic Dissipation : In Small Bodies, Earths, and Super-Earths ». *ApJ* 746.2, 150.
- Efroimsky, M. et Williams, J. G. (2009). « Tidal torques : a critical review of some techniques ». *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 104.3.



- Eggenberger, P., Charbonnel, C., Talon, S., Meynet, G., Maeder, A., Carrier, F. et Bourban, G. (2004). « Analysis of α Centauri AB including seismic constraints ». *A&A* 417.
- Eggenberger, P., Deheuvels, S., Miglio, A., Ekström, S., Georgy, C., Meynet, G., Lagarde, N., Salmon, S., Buldgen, G., Montalbán, J., Spada, F. et Ballot, J. (2019). « Asteroseismology of evolved stars to constrain the internal transport of angular momentum. I. Efficiency of transport during the subgiant phase ». *A&A* 621, A66.
- Eggenberger, P., Montalbán, J. et Miglio, A. (2012). « Angular momentum transport in stellar interiors constrained by rotational splittings of mixed modes in red giants ». *A&A* 544, L4.
- Elliott, J. R., Miesch, M. S. et Toomre, J. (2000). « Turbulent Solar Convection and Its Coupling with Rotation : The Effect of Prandtl Number and Thermal Boundary Conditions on the Resulting Differential Rotation ». *ApJ* 533.1.
- Elsworth, Y., Howe, R., Isaak, G. R., McLeod, C. P., Miller, B. A., New, R., Wheeler, S. J. et Gough, D. O. (1995). « Slow rotation of the Sun's interior ». *Nature* 376.6542.
- Faigler, S. et Mazeh, T. (2011). « Photometric detection of non-transiting short-period low-mass companions through the beaming, ellipsoidal and reflection effects in Kepler and CoRoT light curves ». *MNRAS* 415.4.
- Finley, A. J. et Matt, S. P. (2017). « The Effect of Combined Magnetic Geometries on Thermally Driven Winds. I. Interaction of Dipolar and Quadrupolar Fields ». *ApJ* 845.1, 46.
- Finley, A. J. et Matt, S. P. (2018). « The Effect of Combined Magnetic Geometries on Thermally Driven Winds. II. Dipolar, Quadrupolar, and Octupolar Topologies ». *ApJ* 854.2, 78.
- Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D. et Goodman, J. (2013). « emcee : The MCMC Hammer ». *PASP* 125.925.
- Fossat, E., Boumier, P., Corbard, T., Provost, J., Salabert, D., Schmider, F. X., Gabriel, A. H., Grec, G., Renaud, C., Robillot, J. M., Roca-Cortés, T., Turck-Chièze, S., Ulrich, R. K. et Lazrek, M. (2017). « Asymptotic g modes : Evidence for a rapid rotation of the solar core ». *A&A* 604, A40.
- Fossat, E. (1991). « The IRIS Network for Full Disk Helioseismology - Present Status of the Programme ». *Sol. Phys.* 133.1.
- Fournier, D., Gizon, L. et Hyst, L. (2022). « Viscous inertial modes on a differentially rotating sphere : Comparison with solar observations ». *arXiv e-prints*, arXiv :2204.13412.
- Fredslund Andersen, M., Handberg, R., Weiss, E., Frandsen, S., Simón-Díaz, S., Grundahl, F. et Pallé, P. (2019a). « Conducting the SONG : The Robotic Nature and Efficiency of a Fully Automated Telescope ». *PASP* 131.998.
- Fredslund Andersen, M., Pallé, P., Jessen-Hansen, J., Wang, K., Grundahl, F., Bedding, T. R., Roca Cortes, T., Yu, J., Mathur, S., Gacia, R. A., Arentoft, T., Régulo, C., Tronsgaard, R., Kjeldsen, H. et Christensen-Dalsgaard, J. (2019b). « Oscillations in the Sun with SONG : Setting the scale for asteroseismic investigations ». *A&A* 623, L9.
- Fröhlich, C., Romero, J., Roth, H., Wehrli, C., Andersen, B. N., Appourchaux, T., Domingo, V., Telljohann, U., Berthomieu, G., Delache, P., Provost, J., Toutain, T., Crommelynck, D. A.,



- Chevalier, A., Fichot, A., Däppen, W., Gough, D., Hoeksema, T., Jiménez, A., Gómez, M. F., Herreros, J. M., Cortés, T. R., Jones, A. R., Pap, J. M. et Willson, R. C. (1995). « VIRGO : Experiment for Helioseismology and Solar Irradiance Monitoring ». *Sol. Phys.* 162.1-2.
- Fuller, J. (2017). « Heartbeat stars, tidally excited oscillations and resonance locking ». *MNRAS* 472.2.
- Gabriel, A. H., Baudin, F., Boumier, P., García, R. A., Turck-Chièze, S., Appourchaux, T., Bertello, L., Berthomieu, G., Charra, J., Gough, D. O., Pallé, P. L., Provost, J., Renaud, C., Robillot, J. M., Roca Cortés, T., Thiery, S. et Ulrich, R. K. (2002). « A search for solar g modes in the GOLF data ». *A&A* 390.
- Gabriel, A. H., Grec, G., Charra, J., Robillot, J. M., Roca Cortés, T., Turck-Chièze, S., Bocchia, R., Boumier, P., Cantin, M., Cespédes, E., Cougrand, B., Crétolle, J., Damé, L., Decaudin, M., Delache, P., Denis, N., Duc, R., Dzitko, H., Fossat, E., Fourmond, J. J., García, R. A., Gough, D., Grivel, C., Herreros, J. M., Lagardère, H., Moalic, J. P., Pallé, P. L., Pétrou, N., Sanchez, M., Ulrich, R. et van der Raay, H. B. (1995). « Global Oscillations at Low Frequency from the SOHO Mission (GOLF) ». *Sol. Phys.* 162.1-2.
- Gaia Collaboration et al. (2016). « The Gaia mission ». *A&A* 595, A1.
- Gaia Collaboration et al. (2018). « Gaia Data Release 2. Observational Hertzsprung-Russell diagrams ». *A&A* 616, A10.
- Gaia Collaboration et al. (2021). « Gaia Early Data Release 3. Summary of the contents and survey properties ». *A&A* 649, A1.
- Gallet, F. et Bouvier, J. (2015). « Improved angular momentum evolution model for solar-like stars. II. Exploring the mass dependence ». *A&A* 577, A98.
- Garaud, P. (2021). « Journey to the center of stars : The realm of low Prandtl number fluid dynamics ». *Physical Review Fluids* 6.3, 030501.
- Garcia Lopez, R. J. et Spruit, H. C. (1991). « Li Depletion in F Stars by Internal Gravity Waves ». *ApJ* 377.
- García, R. A., Boumier, P., Charra, J., Foglizzo, T., Gabriel, A. H., Grec, G., Régulo, C., Robillot, J. M., Turck-Chièze, S. et Ulrich, R. K. (1999). « The integrated magnetic field of the Sun as seen by GOLF on board SOHO ». *A&A* 346.
- García, R. A., Ceillier, T., Salabert, D., Mathur, S., van Saders, J. L., Pinsonneault, M., Ballot, J., Beck, P. G., Bloemen, S., Campante, T. L., Davies, G. R., do Nascimento J. D., J., Mathis, S., Metcalfe, T. S., Nielsen, M. B., Suárez, J. C., Chaplin, W. J., Jiménez, A. et Karoff, C. (2014a). « Rotation and magnetism of Kepler pulsating solar-like stars. Towards asteroseismically calibrated age-rotation relations ». *A&A* 572, A34.
- García, R. A., Corbard, T., Chaplin, W. J., Couvidat, S., Eff-Darwich, A., Jiménez-Reyes, S. J., Korzennik, S. G., Ballot, J., Boumier, P., Fossat, E., Henney, C. J., Howe, R., Lazrek, M., Lochard, J., Pallé, P. L. et Turck-Chièze, S. (2004). « About the rotation of the solar radiative interior ». *Sol. Phys.* 220.2.
- García, R. A., Hekker, S., Stello, D., Gutiérrez-Soto, J., Handberg, R., Huber, D., Karoff, C., Uytterhoeven, K., Appourchaux, T., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Mathur, S., Ballot, J., Christensen-



- Dalgaard, J., Gilliland, R. L., Houdek, G., Jenkins, J. M., Kjeldsen, H., McCauliff, S., Metcalfe, T., Middour, C. K., Molenda-Zakowicz, J., Monteiro, M. J. P. F. G., Smith, J. C. et Thompson, M. J. (2011a). « Preparation of Kepler light curves for asteroseismic analyses ». *MNRAS* 414.1.
- García, R. A., Mathur, S. et Ballot, J. (2008a). « Can We Constrain Solar Interior Physics by Studying the Gravity-Mode Asymptotic Signature? » *Sol. Phys.* 251.1-2.
- García, R. A., Mathur, S., Ballot, J., Eff-Darwich, A., Jiménez-Reyes, S. J. et Korzennik, S. G. (2008b). « Influence of Low-Degree High-Order p-Mode Splittings on the Solar Rotation Profile ». *Sol. Phys.* 251.1-2.
- García, R. A., Mathur, S., Pires, S., Régulo, C., Bellamy, B., Pallé, P. L., Ballot, J., Barceló Forteza, S., Beck, P. G. et Bedding, T. R. (2014b). « Impact on asteroseismic analyses of regular gaps in Kepler data ». *A&A* 568, A10.
- García, R. A., Salabert, D., Ballot, J., Eff-Darwich, A., Garrido, R., Jiménez, A., Mathis, S., Mathur, S., Moya, A., Pallé, P. L., Régulo, C., Sato, K., Suárez, J. C. et Turck-Chièze, S. (2011b). « New insights on the solar core ». *GONG-SoHO 24 : A New Era of Seismology of the Sun and Solar-Like Stars*. T. 271. Journal of Physics Conference Series.
- García, R. A., Turck-Chièze, S., Boumier, P., Robillot, J. M., Bertello, L., Charra, J., Dzitko, H., Gabriel, A. H., Jiménez-Reyes, S. J., Pallé, P. L., Renaud, C., Roca Cortés, T. et Ulrich, R. K. (2005). « Global solar Doppler velocity determination with the GOLF/SoHO instrument ». *A&A* 442.
- García, R. A. et Ballot, J. (2019). « Asteroseismology of solar-type stars ». *Living Reviews in Solar Physics* 16.1, 4.
- García, R. A., Mathur, S., González Otero, J., Santos, A. R. G. et Breton, S. N. (2021). « Extracting rotation rates on 27-d TESS-like light curves downgrading Kepler data ». *Posters from the TESS Science Conference II (TSC2)*.
- García, R. A., Turck-Chièze, S., Jiménez-Reyes, S. J., Ballot, J., Pallé, P. L., Eff-Darwich, A., Mathur, S. et Provost, J. (2007). « Tracking Solar Gravity Modes : The Dynamics of the Solar Core ». *Science* 316.5831.
- Gastine, T., Yadav, R. K., Morin, J., Reiners, A. et Wicht, J. (2014). « From solar-like to antisolar differential rotation in cool stars ». *MNRAS* 438.1.
- Gaulme, P., Appourchaux, T. et Boumier, P. (2009). « Mode width fitting with a simple Bayesian approach. Application to CoRoT targets HD 181420 and HD 49933 ». *A&A* 506.1.
- Gilliland, R. L. (1986). « Relation of Chromospheric Activity to Convection, Rotation, and Pre-Main-Sequence Evolution ». *ApJ* 300.
- Gilman, P. A. et Glatzmaier, G. A. (1981). « Compressible convection in a rotating spherical shell. I - Anelastic equations. II - A linear anelastic model. III - Analytic model for compressible vorticity waves ». *ApJS* 45.
- Girardi, L. (1999). « A secondary clump of red giant stars : why and where ». *MNRAS* 308.3.



- Girardi, L., Groenewegen, M. A. T., Weiss, A. et Salaris, M. (1998). « Fine structure of the red giant clump from HIPPARCOS data, and distance determinations based on its mean magnitude ». *MNRAS* 301.1.
- Gizon, L., Fournier, D. et Albekioni, M. (2020). « Effect of latitudinal differential rotation on solar Rossby waves : Critical layers, eigenfunctions, and momentum fluxes in the equatorial β plane ». *A&A* 642, A178.
- Gizon, L. et Solanki, S. K. (2003). « Determining the Inclination of the Rotation Axis of a Sun-like Star ». *ApJ* 589.2.
- Gizon, L., Cameron, R. H., Bekki, Y., Birch, A. C., Bogart, R. S., Brun, A. S., Damiani, C., Fournier, D., Hyst, L., Jain, K., Lekshmi, B., Liang, Z.-C. et Proxauf, B. (2021). « Solar inertial modes : Observations, identification, and diagnostic promise ». *A&A* 652, L6.
- Glatzmaier, G. A. (1984). « Numerical simulations of stellar convective dynamos. I. The model and method. » *Journal of Computational Physics* 55.
- Goldreich, P. et Kumar, P. (1990). « Wave Generation by Turbulent Convection ». *ApJ* 363.
- Goldreich, P., Murray, N. et Kumar, P. (1994). « Excitation of Solar p-Modes ». *ApJ* 424.
- Goldstein, J. et Townsend, R. H. D. (2020). « The Contour Method : a New Approach to Finding Modes of Nonadiabatic Stellar Pulsations ». *ApJ* 899.2, 116.
- Goodman, J. et Weare, J. (2010). « Ensemble samplers with affine invariance ». *Communications in Applied Mathematics and Computational Science* 5.1.
- Gordon, T. A., Davenport, J. R. A., Angus, R., Foreman-Mackey, D., Agol, E., Covey, K. R., Agüeros, M. A. et Kipping, D. (2021). « Stellar Rotation in the K2 Sample : Evidence for Modified Spin-down ». *ApJ* 913.1, 70.
- Gough, D. O. (1969). « The Anelastic Approximation for Thermal Convection. » *Journal of Atmospheric Sciences* 26.3.
- Gough, D. O. (1985). « Theory of Solar Oscillations ». *Future Missions in Solar, Heliospheric & Space Plasma Physics*. Sous la dir. d'E. Rolfe et B. Battrock. T. 235. ESA Special Publication.
- Gough, D. O. (1993). « Linear adiabatic stellar pulsation. » *Astrophysical Fluid Dynamics - Les Houches 1987*.
- Gre, G., Fossat, E. et Pomerantz, M. (1980). « Solar oscillations : full disk observations from the geographic South Pole ». *Nature* 288.5791.
- Gruberbauer, M., Guenther, D. B., MacLeod, K. et Kallinger, T. (2013). « Bayesian asteroseismology of 23 solar-like Kepler targets ». *MNRAS* 435.1.
- Gruberbauer, M., Kallinger, T., Weiss, W. W. et Guenther, D. B. (2009). « On the detection of Lorentzian profiles in a power spectrum : a Bayesian approach using ignorance priors ». *A&A* 506.2.
- Grundahl, F., Fredslund Andersen, M., Christensen-Dalsgaard, J., Antoci, V., Kjeldsen, H., Handberg, R., Houdek, G., Bedding, T. R., Pallé, P. L., Jessen-Hansen, J., Silva Aguirre, V., White, T. R., Frandsen, S., Albrecht, S., Andersen, M. I., Arentoft, T., Brogaard, K., Chaplin, W. J.,



- Harpsøe, K., Jørgensen, U. G., Karovicova, I., Karoff, C., Kjærgaard Rasmussen, P., Lund, M. N., Sloth Lundkvist, M., Skottfelt, J., Norup Sørensen, A., Tronsgaard, R. et Weiss, E. (2017). « First Results from the Hertzsprung SONG Telescope : Asteroseismology of the G5 Subgiant Star μ Herculis ». *ApJ* 836, 142.
- Grundahl, F., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Arentoft, T. et Frandsen, S. (2007). « Stellar Oscillations Network Group ». *Communications in Asteroseismology* 150.
- Hale, S. J., Howe, R., Chaplin, W. J., Davies, G. R. et Elsworth, Y. P. (2016). « Performance of the Birmingham Solar-Oscillations Network (BiSON) ». *Sol. Phys.* 291.1. ISSN : 1573-093X.
- Hall, O. J., Davies, G. R., van Saders, J., Nielsen, M. B., Lund, M. N., Chaplin, W. J., García, R. A., Amard, L., Breimann, A. A., Khan, S., See, V. et Tayar, J. (2021). « Weakened magnetic braking supported by asteroseismic rotation rates of Kepler dwarfs ». *Nature Astronomy* 5.
- Hanasoge, S. M., Duvall, T. L. et Sreenivasan, K. R. (2012). « Anomalously weak solar convection ». *Proceedings of the National Academy of Science* 109.30.
- Handberg, R. et Campante, T. L. (2011). « Bayesian peak-bagging of solar-like oscillators using MCMC : a comprehensive guide ». *A&A* 527, A56.
- Harvey, J. W., Hill, F., Hubbard, R. P., Kennedy, J. R., Leibacher, J. W., Pintar, J. A., Gilman, P. A., Noyes, R. W., Title, A. M., Toomre, J., Ulrich, R. K., Bhatnagar, A., Kennewell, J. A., Marquette, W., Patron, J., Saa, O. et Yasukawa, E. (1996). « The Global Oscillation Network Group (GONG) Project ». *Science* 272.5266.
- Harvey, J. (1985). « High-Resolution Helioseismology ». *Future Missions in Solar, Heliospheric & Space Plasma Physics*. Sous la dir. d'E. Rolfe et B. Battrock. T. 235. ESA Special Publication.
- Hastings, W. K. (1970). « Monte Carlo Sampling Methods using Markov Chains and their Applications ». *Biometrika* 57.1.
- Haxton, W. C., Hamish Robertson, R. G. et Serenelli, A. M. (2013). « Solar Neutrinos : Status and Prospects ». *ARA&A* 51.1.
- Hedges, C., Luger, R., Dotson, J., Foreman-Mackey, D. et Barentsen, G. (2021). « Multiwavelength Photometry Derived from Monochromatic Kepler Data ». *AJ* 161.2, 95.
- Hill, H. A. (1985). « Detection and classification of resolved multiplet members of the solar 5 minute oscillations through solar diameter-type observations ». *ApJ* 290.
- Hill, H. A. et Stebbins, R. T. (1975). « Recent solar oblateness observations : data, interpretation, and significance for earlier work. » *Seventh Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*. Sous la dir. de P. G. Bergman, E. J. Fenyves et L. Motz. T. 262.
- Hill, H. A. (1992). « Tests of the Detection and Mode Classifications of Low-Degree Solar Gravity Modes with 1978 Solar Diameter Observations ». *ApJS* 78.
- Hill, M. L., Kane, S. R., Campante, T. L., Li, Z., Dalba, P. A., Brandt, T. D., White, T. R., Pope, B. J. S., Stassun, K. G., Fulton, B. J., Corsaro, E., Li, T., Ong, J. M. J., Bedding, T. R., Bossini, D., Buzasi, D. L., Chaplin, W. J., Cunha, M. S., García, R. A., Breton, S. N., Hon, M., Huber, D., Jiang, C., Kayhan, C., Kuszlewicz, J. S., Mathur, S., Serenelli, A. et Stello, D. (2021).



- « Asteroseismology of iota Draconis and Discovery of an Additional Long-period Companion ». *AJ* 162.5, 211.
- Hindman, B. W., Jain, R. et Zweibel, E. G. (1997). « The Surface Amplitudes and Frequencies of p-Mode Oscillations in Active Regions ». *ApJ* 476.1.
- Hon, M., Stello, D. et Yu, J. (2018). « Deep learning classification in asteroseismology using an improved neural network : results on 15 000 Kepler red giants and applications to K2 and TESS data ». *MNRAS* 476.3.
- Hotta, H. et Kusano, K. (2021). « Solar differential rotation reproduced with high-resolution simulation ». *Nature Astronomy* 5.
- Hough, S. S. (1897). « On the Application of Harmonic Analysis to the Dynamical Theory of the Tides. Part I. On Laplace’s “Oscillations of the First Species,” and on the Dynamics of Ocean Currents ». *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* 189.
- Huber, D., White, T. R., Metcalfe, T. S., Chontos, A., Fausnaugh, M. M., Ho, C. S. K., Van Eylen, V., Ball, W. H., Basu, S., Bedding, T. R., Benomar, O., Bossini, D., Breton, S., Buzasi, D. L., Campante, T. L., Chaplin, W. J., Christensen-Dalsgaard, J., Cunha, M. S., Deal, M., García, R. A., García Muñoz, A., Gehan, C., González-Cuesta, L., Jiang, C., Kayhan, C., Kjeldsen, H., Lundkvist, M. S., Mathis, S., Mathur, S., Monteiro, M. J. P. F. G., Nsamba, B., Ong, J. M. J., Pakštienė, E., Serenelli, A. M., Silva Aguirre, V., Stassun, K. G., Stello, D., Norgaard Stilling, S., Lykke Winther, M., Wu, T., Barclay, T., Daylan, T., Günther, M. N., Hermes, J. J., Jenkins, J. M., Latham, D. W., Levine, A. M., Ricker, G. R., Seager, S., Shporer, A., Twicken, J. D., Vanderspek, R. K. et Winn, J. N. (2022). « A 20 Second Cadence View of Solar-type Stars and Their Planets with TESS : Asteroseismology of Solar Analogs and a Recharacterization of π Men c ». *AJ* 163.2, 79.
- Hurlburt, N. E., Toomre, J. et Massaguer, J. M. (1986). « Nonlinear Compressible Convection Penetrating into Stable Layers and Producing Internal Gravity Waves ». *ApJ* 311.
- Hut, P. (1981). « Tidal evolution in close binary systems. » *A&A* 99.
- Jiménez, A., Roca Cortés, T. et Jiménez-Reyes, S. J. (2002). « Variation of the low-degree solar acoustic mode parameters over the solar cycle ». *Sol. Phys.* 209.2.
- Jones, C. A., Kuzanyan, K. M. et Mitchell, R. H. (2009). « Linear theory of compressible convection in rapidly rotating spherical shells, using the anelastic approximation ». *Journal of Fluid Mechanics* 634.
- Julien, K., Legg, S., McWilliams, J. et Werne, J. (1996). « Rapidly rotating turbulent Rayleigh-Benard convection ». *Journal of Fluid Mechanics* 322.
- Kallinger, T., De Ridder, J., Hekker, S., Mathur, S., Mosser, B., Gruberbauer, M., García, R. A., Karoff, C. et Ballot, J. (2014). « The connection between stellar granulation and oscillation as seen by the Kepler mission ». *A&A* 570, A41.
- Kim, Y.-C. et Demarque, P. (1996). « The Theoretical Calculation of the Rossby Number and the “Nonlocal” Convective Overturn Time for Pre-Main-Sequence and Early Post-Main-Sequence Stars ». *ApJ* 457.
- Kippenhahn, R., Weigert, A. et Weiss, A. (2012). *Stellar Structure and Evolution*. Springer.



- Kirk, B., Conroy, K., Prša, A., Abdul-Masih, M., Kochoska, A., Matijević, G., Hambleton, K., Barclay, T., Bloemen, S., Boyajian, T., Doyle, L. R., Fulton, B. J., Hoekstra, A. J., Jek, K., Kane, S. R., Kostov, V., Latham, D., Mazeh, T., Orosz, J. A., Pepper, J., Quarles, B., Ragozzine, D., Shporer, A., Southworth, J., Stassun, K., Thompson, S. E., Welsh, W. F., Agol, E., Derekas, A., Devor, J., Fischer, D., Green, G., Gropp, J., Jacobs, T., Johnston, C., LaCourse, D. M., Saetre, K., Schwengeler, H., Toczyski, J., Werner, G., Garrett, M., Gore, J., Martinez, A. O., Spitzer, I., Stevick, J., Thomadis, P. C., Vrijmoet, E. H., Yenawine, M., Batalha, N. et Borucki, W. (2016). « Kepler Eclipsing Binary Stars. VII. The Catalog of Eclipsing Binaries Found in the Entire Kepler Data Set ». *AJ* 151.3, 68.
- Kjeldsen, H. et Bedding, T. R. (1995). « Amplitudes of stellar oscillations : the implications for asteroseismology. » *A&A* 293.
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Butler, R. P., Christensen-Dalsgaard, J., Kiss, L. L., McCarthy, C., Marcy, G. W., Tinney, C. G. et Wright, J. T. (2005). « Solar-like Oscillations in α Centauri B ». *ApJ* 635.2.
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Viskum, M. et Frandsen, S. (1995). « Solarlike Oscillations in eta Boo ». *AJ* 109.
- Korre, L. et Featherstone, N. A. (2021). « On the Dynamics of Overshooting Convection in Spherical Shells : Effect of Density Stratification and Rotation ». *ApJ* 923.1, 52.
- Kraft, R. P. (1967). « Studies of Stellar Rotation. V. The Dependence of Rotation on Age among Solar-Type Stars ». *ApJ* 150.
- Kumar, P., Quataert, E. J. et Bahcall, J. N. (1996). « Observational Searches for Solar g-Modes : Some Theoretical Considerations ». *ApJ* 458.
- Landin, N. R., Mendes, L. T. S. et Vaz, L. P. R. (2010). « Theoretical values of convective turnover times and Rossby numbers for solar-like, pre-main sequence stars ». *A&A* 510, A46.
- Lantz, S. R. (1992). « Dynamical Behavior of Magnetic Fields in a Stratified, Convecting Fluid Layer ». Thèse de doct. Cornell University, United States.
- Larson, T. P. et Schou, J. (2015). « Improved Helioseismic Analysis of Medium- ℓ Data from the Michelson Doppler Imager ». *Sol. Phys.* 290.11.
- Le Saux, A., Guillet, T., Baraffe, I., Vlaykov, D. G., Constantino, T., Pratt, J., Goffrey, T., Sylvain, M., Réville, V. et Brun, A. S. (2022). « Two-dimensional simulations of solar-like models with artificially enhanced luminosity. II. Impact on internal gravity waves ». *A&A* 660, A51.
- Lecoanet, D. et Quataert, E. (2013). « Internal gravity wave excitation by turbulent convection ». *MNRAS* 430.3.
- Lecoanet, D., Bowman, D. M. et Van Reeth, T. (2022). « Asteroseismic inference of the near-core magnetic field strength in the main-sequence B star HD 43317 ». *MNRAS* 512.1.
- Lecoanet, D., Le Bars, M., Burns, K. J., Vasil, G. M., Brown, B. P., Quataert, E. et Oishi, J. S. (2015). « Numerical simulations of internal wave generation by convection in water ». *Phys. Rev. E* 91.6, 063016.



- Lee, U. et Saio, H. (1997). « Low-Frequency Nonradial Oscillations in Rotating Stars. I. Angular Dependence ». *ApJ* 491.2.
- Leibacher, J. W. et Stein, R. F. (1971). « A New Description of the Solar Five-Minute Oscillation ». *Astrophysical Letters* 7.
- Leighton, R. B., Noyes, R. W. et Simon, G. W. (1962). « Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report. » *ApJ* 135.
- Lemen, J. R., Title, A. M., Akin, D. J., Boerner, P. F., Chou, C., Drake, J. F., Duncan, D. W., Edwards, C. G., Friedlaender, F. M., Heyman, G. F., Hurlburt, N. E., Katz, N. L., Kushner, G. D., Levay, M., Lindgren, R. W., Mathur, D. P., McFeaters, E. L., Mitchell, S., Rehse, R. A., Schrijver, C. J., Springer, L. A., Stern, R. A., Tarbell, T. D., Wuelser, J.-P., Wolfson, C. J., Yanari, C., Bookbinder, J. A., Cheimets, P. N., Caldwell, D., Deluca, E. E., Gates, R., Golub, L., Park, S., Podgorski, W. A., Bush, R. I., Scherrer, P. H., Gummin, M. A., Smith, P., Aufer, G., Jerram, P., Pool, P., Soufli, R., Windt, D. L., Beardsley, S., Clapp, M., Lang, J. et Waltham, N. (2012). « The Atmospheric Imaging Assembly (AIA) on the Solar Dynamics Observatory (SDO) ». *Sol. Phys.* 275.1-2.
- Lesieur, M. (1999). « Spectral Large-Eddy Simulations and Vortex Dynamics in Turbulence. » *JSME International Journal Series B* 42.2.
- Li, G., Bedding, T. R., Murphy, S. J., Van Reeth, T., Antoci, V. et Ouazzani, R.-M. (2019a). « Period spacings of γ Doradus pulsators in the Kepler field : detection methods and application to 22 slow rotators ». *MNRAS* 482.2.
- Li, G., Van Reeth, T., Bedding, T. R., Murphy, S. J. et Antoci, V. (2019b). « Period spacings of γ Doradus pulsators in the Kepler field : Rossby and gravity modes in 82 stars ». *MNRAS* 487.1.
- Lignières, F. et Georgeot, B. (2009). « Asymptotic analysis of high-frequency acoustic modes in rapidly rotating stars ». *A&A* 500.3.
- Lillo-Box, J., Millholland, S. et Laughlin, G. (2021). « Follow-up of non-transiting planets detected by Kepler. Confirmation of three hot-Jupiters and validation of three other planets ». *A&A* 654, A9.
- Liu, J. (2009). *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*. ISBN : 0387763694.
- Liu, Y., San Liang, X. et Weisberg, R. H. (2007). « Rectification of the Bias in the Wavelet Power Spectrum ». *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 24.12. ISSN : 0739-0572.
- Lomb, N. R. (1976). « Least-Squares Frequency Analysis of Unequally Spaced Data ». *Ap&SS* 39.2.
- Löptien, B., Gizon, L., Birch, A. C., Schou, J., Proxauf, B., Duvall, T. L., Bogart, R. S. et Christensen, U. R. (2018). « Global-scale equatorial Rossby waves as an essential component of solar internal dynamics ». *Nature Astronomy* 2.
- Lu, Y., Angus, R., Agüeros, M. A., Blancato, K., Ness, M., Rowland, D., Curtis, J. L. et Grunblatt, S. (2020). « Astraea : Predicting Long Rotation Periods with 27 Day Light Curves ». *AJ* 160.4, 168.
- Lund, M. N., Silva Aguirre, V., Davies, G. R., Chaplin, W. J., Christensen-Dalsgaard, J., Houdek, G., White, T. R., Bedding, T. R., Ball, W. H., Huber, D., Antia, H. M., Lebreton, Y., Latham,



- D. W., Handberg, R., Verma, K., Basu, S., Casagrande, L., Justesen, A. B., Kjeldsen, H. et Mosumgaard, J. R. (2017). « Standing on the Shoulders of Dwarfs : the Kepler Asteroseismic LEGACY Sample. I. Oscillation Mode Parameters ». *ApJ* 835.2, 172.
- Maeder, A. (1975). « Stellar evolution III : the overshooting from convective cores. » *A&A* 40.3.
- Maeder, A. (1997). « Stellar evolution with rotation. II. A new approach for shear mixing. » *A&A* 321.
- Maeder, A. (2009). *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*.
- Maeder, A. et Zahn, J.-P. (1998). « Stellar evolution with rotation. III. Meridional circulation with MU -gradients and non-stationarity ». *A&A* 334.
- Mamajek, E. E. et Hillenbrand, L. A. (2008). « Improved Age Estimation for Solar-Type Dwarfs Using Activity-Rotation Diagnostics ». *ApJ* 687.2.
- Mathis, S. (2009). « Transport by gravito-inertial waves in differentially rotating stellar radiation zones. I - Theoretical formulation ». *A&A* 506.2.
- Mathis, S., Neiner, C. et Tran Minh, N. (2014). « Impact of rotation on stochastic excitation of gravity and gravito-inertial waves in stars ». *A&A* 565, A47.
- Mathis, S. et Zahn, J. P. (2004). « Transport and mixing in the radiation zones of rotating stars. I. Hydrodynamical processes ». *A&A* 425.
- Mathis, S. (2018). « Tidal Star-Planet Interactions : A Stellar and Planetary Perspective ». *Handbook of Exoplanets*. Sous la dir. de H. J. Deeg et J. A. Belmonte.
- Mathur, S., García, R. A., Ballot, J., Ceillier, T., Salabert, D., Metcalfe, T. S., Régulo, C., Jiménez, A. et Bloemen, S. (2014a). « Magnetic activity of F stars observed by Kepler ». *A&A* 562, A124.
- Mathur, S., García, R. A., Breton, S., Santos, A. R. G., Mosser, B., Huber, D., Sayeed, M., Bugnet, L. et Chontos, A. (2022). « Detections of solar-like oscillations in dwarfs and subgiants with Kepler DR25 short-cadence data ». *A&A* 657, A31.
- Mathur, S., García, R. A., Régulo, C., Creevey, O. L., Ballot, J., Salabert, D., Arentoft, T., Quirion, P. O., Chaplin, W. J. et Kjeldsen, H. (2010). « Determining global parameters of the oscillations of solar-like stars ». *A&A* 511, A46.
- Mathur, S., García, R. A., Bugnet, L., Santos, Â. R. G., Santiago, N. et Beck, P. G. (2019). « Revisiting the impact of stellar magnetic activity on the detection of solar-like oscillations by Kepler ». *Frontiers in Astronomy and Space Sciences* 6, 46.
- Mathur, S., Huber, D., Batalha, N. M., Ciardi, D. R., Bastien, F. A., Bieryla, A., Buchhave, L. A., Cochran, W. D., Endl, M., Esquerdo, G. A., Furlan, E., Howard, A., Howell, S. B., Isaacson, H., Latham, D. W., MacQueen, P. J. et Silva, D. R. (2017). « Revised Stellar Properties of Kepler Targets for the Q1-17 (DR25) Transit Detection Run ». *ApJS* 229.2, 30.
- Mathur, S., Salabert, D., García, R. A. et Ceillier, T. (2014b). « Photometric magnetic-activity metrics tested with the Sun : application to Kepler M dwarfs ». *Journal of Space Weather and Space Climate* 4, A15.



- Matt, S. P., Brun, A. S., Baraffe, I., Bouvier, J. et Chabrier, G. (2015). « The Mass-dependence of Angular Momentum Evolution in Sun-like Stars ». *ApJ* 799.2, L23.
- Matt, S. P., MacGregor, K. B., Pinsonneault, M. H. et Greene, T. P. (2012). « Magnetic Braking Formulation for Sun-like Stars : Dependence on Dipole Field Strength and Rotation Rate ». *ApJ* 754.2, L26.
- McQuillan, A., Aigrain, S. et Mazeh, T. (2013). « Measuring the rotation period distribution of field M dwarfs with Kepler ». *MNRAS* 432.2.
- McQuillan, A., Mazeh, T. et Aigrain, S. (2014). « Rotation Periods of 34,030 Kepler Main-sequence Stars : The Full Autocorrelation Sample ». *ApJS* 211.2, 24.
- Meibom, S., Barnes, S. A., Latham, D. W., Batalha, N., Borucki, W. J., Koch, D. G., Basri, G., Walkowicz, L. M., Janes, K. A., Jenkins, J., Van Cleve, J., Haas, M. R., Bryson, S. T., Dupree, A. K., Furesz, G., Szentgyorgyi, A. H., Buchhave, L. A., Clarke, B. D., Twicken, J. D. et Quintana, E. V. (2011). « The Kepler Cluster Study : Stellar Rotation in NGC 6811 ». *ApJ* 733.1, L9.
- Meibom, S., Barnes, S. A., Platais, I., Gilliland, R. L., Latham, D. W. et Mathieu, R. D. (2015). « A spin-down clock for cool stars from observations of a 2.5-billion-year-old cluster ». *Nature* 517.7536.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H. et Teller, E. (1953). « Equation of State Calculations by Fast Computing Machines ». *J. Chem. Phys.* 21.6.
- Middelkoop, F. (1982). « Magnetic structure in cool stars. IV - Rotation and CA II H and K emission of main-sequence stars ». *A&A* 107.1.
- Miesch, M. S., Brun, A. S. et Toomre, J. (2006). « Solar Differential Rotation Influenced by Latitudinal Entropy Variations in the Tachocline ». *ApJ* 641.1.
- Miesch, M. S., Elliott, J. R., Toomre, J., Clune, T. L., Glatzmaier, G. A. et Gilman, P. A. (2000). « Three-dimensional Spherical Simulations of Solar Convection. I. Differential Rotation and Pattern Evolution Achieved with Laminar and Turbulent States ». *ApJ* 532.1.
- Montesinos, B., Thomas, J. H., Ventura, P. et Mazzitelli, I. (2001). « A new look at the relationship between activity, dynamo number and Rossby number in late-type stars ». *MNRAS* 326.3.
- Montet, B. T., Tovar, G. et Foreman-Mackey, D. (2017). « Long-term Photometric Variability in Kepler Full-frame Images : Magnetic Cycles of Sun-like Stars ». *ApJ* 851.2, 116.
- Mosser, B., Barban, C., Montalbán, J., Beck, P. G., Miglio, A., Belkacem, K., Goupil, M. J., Hekker, S., De Ridder, J., Dupret, M. A., Elsworth, Y., Noels, A., Baudin, F., Michel, E., Samadi, R., Auvergne, M., Baglin, A. et Catala, C. (2011). « Mixed modes in red-giant stars observed with CoRoT ». *A&A* 532, A86.
- Mosser, B., Dziembowski, W. A., Belkacem, K., Goupil, M. J., Michel, E., Samadi, R., Soszyński, I., Vrad, M., Elsworth, Y., Hekker, S. et Mathur, S. (2013). « Period-luminosity relations in evolved red giants explained by solar-like oscillations ». *A&A* 559, A137.
- Neiner, C., Floquet, M., Samadi, R., Espinosa Lara, F., Frémat, Y., Mathis, S., Leroy, B., de Batz, B., Rainer, M., Poretti, E., Mathias, P., Guarro Fló, J., Buil, C., Ribeiro, J., Alecian, E.,



- Andrade, L., Briquet, M., Diago, P. D., Emilio, M., Fabregat, J., Gutiérrez-Soto, J., Hubert, A. M., Janot-Pacheco, E., Martayan, C., Semaan, T., Suso, J. et Zorec, J. (2012). « Stochastic gravito-inertial modes discovered by CoRoT in the hot Be star HD 51452 ». *A&A* 546, A47.
- Neiner, C., Lee, U., Mathis, S., Saio, H., Lovekin, C. C. et Augustson, K. C. (2020). « Transport of angular momentum by stochastically excited waves as an explanation for the outburst of the rapidly rotating Be star HD49330 ». *A&A* 644, A9.
- Nemec, J. M., Smolec, R., Benkő, J. M., Moskalik, P., Kolenberg, K., Szabó, R., Kurtz, D. W., Bryson, S., Guggenberger, E., Chadid, M., Jeon, Y. B., Kunder, A., Layden, A. C., Kinemuchi, K., Kiss, L. L., Poretti, E., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Caldwell, D., Ripepi, V., Derekas, A., Nuspl, J., Mullally, F., Thompson, S. E. et Borucki, W. J. (2011). « Fourier analysis of non-Blazhko ab-type RR Lyrae stars observed with the Kepler space telescope ». *MNRAS* 417.2.
- Nemec, J. M., Cohen, J. G., Ripepi, V., Derekas, A., Moskalik, P., Sesar, B., Chadid, M. et Bruntt, H. (2013). « Metal Abundances, Radial Velocities, and Other Physical Characteristics for the RR Lyrae Stars in The Kepler Field ». *ApJ* 773.2, 181.
- Neubauer, F. M. (1998). « The sub-Alfvénic interaction of the Galilean satellites with the Jovian magnetosphere ». *J. Geophys. Res.* 103.E9.
- Nielsen, M. B., Davies, G. R., Ball, W. H., Lyttle, A. J., Li, T., Hall, O. J., Chaplin, W. J., Gaulme, P., Carboneau, L., Ong, J. M. J., García, R. A., Mosser, B., Roxburgh, I. W., Corsaro, E., Benomar, O., Moya, A. et Lund, M. N. (2021). « PBjam : A Python Package for Automating Asteroseismology of Solar-like Oscillators ». *AJ* 161.2, 62.
- Nielsen, M. B., Gizon, L., Schunker, H. et Karoff, C. (2013). « Rotation periods of 12 000 main-sequence Kepler stars : Dependence on stellar spectral type and comparison with $v \sin i$ observations ». *A&A* 557, L10.
- Nigam, R. et Kosovichev, A. G. (1998). « Measuring the Sun’s Eigenfrequencies from Velocity and Intensity Helioseismic Spectra : Asymmetrical Line Profile-fitting Formula ». *ApJ* 505.1.
- Noraz, Q., Breton, S. N., Brun, A. S., García, R. A., Strugarek, A., Santos, A. R. G., Mathur, S. et Amard, L. (2022). « Hunting for anti-solar differentially rotating stars using the Rossby number ». *A&A*.
- Noraz, Q., Brun, A.-S., Strugarek, A. et Depambour, G. (2021). « Impact of anti-solar differential rotation in mean-field solar-type dynamos – Exploring possible magnetic cycles in slowly rotating stars ». *arXiv e-prints*, arXiv :2111.12722.
- Noyes, R. W., Hartmann, L. W., Baliunas, S. L., Duncan, D. K. et Vaughan, A. H. (1984). « Rotation, convection, and magnetic activity in lower main-sequence stars. » *ApJ* 279.
- Noyes, R. W. et Leighton, R. B. (1963). « Velocity Fields in the Solar Atmosphere. II. The Oscillatory Field. » *ApJ* 138.
- Nyquist, H. (1928). « Certain Topics in Telegraph Transmission Theory ». *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* 47.2.



- O'Mara, B., Miesch, M. S., Featherstone, N. A. et Augustson, K. C. (2016). « Velocity amplitudes in global convection simulations : The role of the Prandtl number and near-surface driving ». *Advances in Space Research* 58.8.
- Oleson, J. R., Zannoni, C. A., Hill, H. A., Healy, A. W., Clayton, P. D. et Patz, D. L. (1974). « SCLERA : an astrometric telescope for experimental relativity ». *Appl. Opt.* 13.1.
- Osaki, Y. (1975). « Nonradial oscillations of a 10 solar mass star in the main-sequence stage. » *PASJ* 27.2.
- Ouazzani, R. M., Lignières, F., Dupret, M. A., Salmon, S. J. A. J., Ballot, J., Christophe, S. et Takata, M. (2020). « First evidence of inertial modes in γ Doradus stars : The core rotation revealed ». *A&A* 640, A49.
- Palacios, A., Talon, S., Charbonnel, C. et Forestini, M. (2003). « Rotational mixing in low-mass stars. I Effect of the mu-gradients in main sequence and subgiant Pop I stars ». *A&A* 399.
- Pallé, P. L., Grundahl, F., Triviño Hage, A., Christensen-Dalsgaard, J., Frandsen, S., García, R. A., Uytterhoeven, K., Andersen, M. F., Rasmussen, P. K., Sørensen, A. N., Kjeldsen, H., Spano, P., Nilsson, H., Hartman, H., Jørgensen, U. G., Skottfelt, J., Harpsøe, K. et Andersen, M. I. (2013). « Observations of the radial velocity of the Sun as measured with the novel SONG spectrograph : results from a 1-week campaign ». *Journal of Physics Conference Series*. T. 440. *Journal of Physics Conference Series*.
- Pallé, P. L., Régulo, C., Roca Cortés, T., García, R. A., Jiménez, A., Boumier, P., Gabriel, A., Grec, G., Robillot, J. M., Turck-Chièze, S., Ulrich, R. K. et SOI Team (1999). « On the nature of the current GOLF p-mode signal ». *A&A* 341.
- Papaloizou, J. et Pringle, J. E. (1978). « Non-radial oscillations of rotating stars and their relevance to the short-period oscillations of cataclysmic variables. » *MNRAS* 182.
- Paxton, B., Bildsten, L., Dotter, A., Herwig, F., Lesaffre, P. et Timmes, F. (2011). « Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA) ». *ApJS* 192, 3.
- Paxton, B., Cantiello, M., Arras, P., Bildsten, L., Brown, E. F., Dotter, A., Mankovich, C., Montgomery, M. H., Stello, D., Timmes, F. X. et Townsend, R. (2013). « Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA) : Planets, Oscillations, Rotation, and Massive Stars ». *ApJS* 208, 4.
- Paxton, B., Marchant, P., Schwab, J., Bauer, E. B., Bildsten, L., Cantiello, M., Dessart, L., Farmer, R., Hu, H., Langer, N., Townsend, R. H. D., Townsley, D. M. et Timmes, F. X. (2015). « Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA) : Binaries, Pulsations, and Explosions ». *ApJS* 220, 15.
- Paxton, B., Schwab, J., Bauer, E. B., Bildsten, L., Blinnikov, S., Duffell, P., Farmer, R., Goldberg, J. A., Marchant, P., Sorokina, E., Thoul, A., Townsend, R. H. D. et Timmes, F. X. (2018). « Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA) : Convective Boundaries, Element Diffusion, and Massive Star Explosions ». *ApJS* 234, 34.
- Paxton, B., Smolec, R., Schwab, J., Gaudy, A., Bildsten, L., Cantiello, M., Dotter, A., Farmer, R., Goldberg, J. A., Jermyn, A. S., Kanbur, S. M., Marchant, P., Thoul, A., Townsend, R. H. D., Wolf, W. M., Zhang, M. et Timmes, F. X. (2019). « Modules for Experiments in Stellar As-



- trophysics (MESA) : Pulsating Variable Stars, Rotation, Convective Boundaries, and Energy Conservation ». *ApJS* 243.1, 10.
- Pedlosky, J. (1990). « The Dynamics of the Oceanic Subtropical Gyres ». *Science* 248.4953.
- Pepe, F., Molaro, P., Cristiani, S., Rebolo, R., Santos, N. C., Dekker, H., Mégevand, D., Zerbi, F. M., Cabral, A., Di Marcantonio, P., Abreu, M., Affolter, M., Aliverti, M., Allende Prieto, C., Amate, M., Avila, G., Baldini, V., Bristow, P., Broeg, C., Cirami, R., Coelho, J., Conconi, P., Coretti, I., Cupani, G., D’Odorico, V., De Caprio, V., Delabre, B., Dorn, R., Figueira, P., Frago, A., Galeotta, S., Genolet, L., Gomes, R., González Hernández, J. I., Hughes, I., Iwert, O., Kerber, F., Landoni, M., Lizon, J. L., Lovis, C., Maire, C., Mannetta, M., Martins, C., Monteiro, M., Oliveira, A., Poretti, E., Rasilla, J. L., Riva, M., Santana Tschudi, S., Santos, P., Sosnowska, D., Sousa, S., Spanó, P., Tenegi, F., Toso, G., Vanzella, E., Viel, M. et Zapatero Osorio, M. R. (2014). « ESPRESSO : The next European exoplanet hunter ». *Astronomische Nachrichten* 335.1.
- Pepe, F. et al. (2021). « ESPRESSO at VLT. On-sky performance and first results ». *A&A* 645, A96.
- Pesnell, W. D., Thompson, B. J. et Chamberlin, P. C. (2012). « The Solar Dynamics Observatory (SDO) ». *Sol. Phys.* 275.1-2.
- Philidet, J., Belkacem, K., Ludwig, H. G., Samadi, R. et Barban, C. (2020). « Velocity-intensity asymmetry reversal of solar radial p-modes ». *A&A* 644, A171.
- Pinçon, C., Belkacem, K. et Goupil, M. J. (2016). « Generation of internal gravity waves by penetrative convection ». *A&A* 588, A122.
- Pires, S., Mathur, S., García, R. A., Ballot, J., Stello, D. et Sato, K. (2015). « Gap interpolation by inpainting methods : Application to ground and space-based asteroseismic data ». *A&A* 574, A18.
- Pope, S. B. (2002). « A stochastic Lagrangian model for acceleration in turbulent flows ». *Physics of Fluids* 14.7.
- Prat, V., Lignières, F. et Ballot, J. (2016). « Asymptotic theory of gravity modes in rotating stars. I. Ray dynamics ». *A&A* 587, A110.
- Prat, V., Mathis, S., Augustson, K., Lignières, F., Ballot, J., Alvan, L. et Brun, A. S. (2018). « Asymptotic theory of gravity modes in rotating stars. II. Impact of general differential rotation ». *A&A* 615, A106.
- Prat, V., Mathis, S., Buysschaert, B., Van Beeck, J., Bowman, D. M., Aerts, C. et Neiner, C. (2019). « Period spacings of gravity modes in rapidly rotating magnetic stars. I. Axisymmetric fossil field with poloidal and toroidal components ». *A&A* 627, A64.
- Prat, V., Mathis, S., Lignières, F., Ballot, J. et Culpin, P. M. (2017). « Period spacing of gravity modes strongly affected by rotation. Going beyond the traditional approximation ». *A&A* 598, A105.
- Prat, V., Mathis, S., Neiner, C., Van Beeck, J., Bowman, D. M. et Aerts, C. (2020). « Period spacings of gravity modes in rapidly rotating magnetic stars. II. The case of an oblique dipolar fossil magnetic field ». *A&A* 636, A100.



- Press, W. H. (1981). « Radiative and other effects from internal waves in solar and stellar interiors. » *ApJ* 245.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. et Flannery, B. P. (1992). *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing.*
- Provost, J., Berthomieu, G. et Morel, P. (2000). « Low-frequency p- and g-mode solar oscillations ». *A&A* 353.
- Prša, A., Batalha, N., Slawson, R. W., Doyle, L. R., Welsh, W. F., Orosz, J. A., Seager, S., Rucker, M., Mjaseth, K., Engle, S. G., Conroy, K., Jenkins, J., Caldwell, D., Koch, D. et Borucki, W. (2011). « Kepler Eclipsing Binary Stars. I. Catalog and Principal Characterization of 1879 Eclipsing Binaries in the First Data Release ». *AJ* 141.3, 83.
- Rabitti, A. et Maas, L. R. M. (2013). « Meridional trapping and zonal propagation of inertial waves in a rotating fluid shell ». *Journal of Fluid Mechanics* 729.
- Rast, M. P. (1999). « The Thermal Starting Plume as an Acoustic Source ». *ApJ* 524.1.
- Rauer, H. et al. (2014). « The PLATO 2.0 mission ». *Experimental Astronomy* 38.1-2.
- Reinhold, T. et Reiners, A. (2013). « Fast and reliable method for measuring stellar differential rotation from photometric data ». *A&A* 557, A11.
- Reinhold, T. et Arlt, R. (2015). « Discriminating solar and antisolar differential rotation in high-precision light curves ». *A&A* 576, A15.
- Reinhold, T., Bell, K. J., Kuszlewicz, J., Hekker, S. et Shapiro, A. I. (2019). « Transition from spot to faculae domination. An alternate explanation for the dearth of intermediate Kepler rotation periods ». *A&A* 621, A21.
- Reinhold, T. et Hekker, S. (2020). « Stellar rotation periods from K2 Campaigns 0-18. Evidence for rotation period bimodality and simultaneous variability decrease ». *A&A* 635, A43.
- Reinhold, T., Reiners, A. et Basri, G. (2013). « Rotation and differential rotation of active Kepler stars ». *A&A* 560. ISSN : 0004-6361.
- Reinhold, T., Shapiro, A. I., Witzke, V., Nèmec, N.-E., Işık, E. et Solanki, S. K. (2021). « Where Have All the Solar-like Stars Gone? Rotation Period Detectability at Various Inclinations and Metallicities ». *ApJ* 908.2, L21.
- Réville, V., Brun, A. S., Matt, S. P., Strugarek, A. et Pinto, R. F. (2015). « The Effect of Magnetic Topology on Thermally Driven Wind : Toward a General Formulation of the Braking Law ». *ApJ* 798.2, 116.
- Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., Latham, D. W., Bakos, G. Á., Bean, J. L., Bert-Thompson, Z. K., Brown, T. M., Buchhave, L., Butler, N. R., Butler, R. P., Chaplin, W. J., Charbonneau, D., Christensen-Dalsgaard, J., Clampin, M., Deming, D., Doty, J., De Lee, N., Dressing, C., Dunham, E. W., Endl, M., Fressin, F., Ge, J., Henning, T., Holman, M. J., Howard, A. W., Ida, S., Jenkins, J. M., Jernigan, G., Johnson, J. A., Kaltenegger, L., Kawai, N., Kjeldsen, H., Laughlin, G., Levine, A. M., Lin, D., Lissauer, J. J., MacQueen, P., Marcy, G., McCullough, P. R., Morton, T. D., Narita, N., Paegert, M., Palle, E., Pepe, F., Pepper, J., Quirrenbach, A., Rinehart, S. A., Sasselov, D., Sato, B., Seager, S., Sozzetti, A., Stassun, K. G., Sullivan, P.,



- Szentgyorgyi, A., Torres, G., Udry, S. et Villaseñor, J. (2015). « Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS) ». *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems* 1, 014003.
- Rieutord, M. et Zahn, J. P. (1995). « Turbulent plumes in stellar convective envelopes. » *A&A* 296.
- Roberts, P. H. (1968). « On the Thermal Instability of a Rotating-Fluid Sphere Containing Heat Sources ». *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* 263.1136.
- Rogers, T. M., Lin, D. N. C., McElwaine, J. N. et Lau, H. H. B. (2013). « Internal Gravity Waves in Massive Stars : Angular Momentum Transport ». *ApJ* 772.1, 21.
- Rogers, T. M. et Glatzmaier, G. A. (2005). « Penetrative Convection within the Anelastic Approximation ». *ApJ* 620.1.
- Rowland, D. et Angus, R. (2021). « Measuring the Rotation Periods of TESS stars ». *American Astronomical Society Meeting Abstracts*. T. 53. American Astronomical Society Meeting Abstracts.
- Ruiz Cobo, B. et del Toro Iniesta, J. C. (1992). « Inversion of Stokes Profiles ». *ApJ* 398.
- Ruiz Cobo, B. et del Toro Iniesta, J. C. (1994). « On the sensitivity of Stokes profiles to physical quantities. » *A&A* 283.
- Saio, H. (1982). « R-mode oscillations in uniformly rotating stars ». *ApJ* 256.
- Saio, H. (2018). « R mode oscillations ubiquitous in stars ». *arXiv e-prints*, arXiv :1812.01253.
- Saio, H., Kurtz, D. W., Murphy, S. J., Antoci, V. L. et Lee, U. (2018). « Theory and evidence of global Rossby waves in upper main-sequence stars : r-mode oscillations in many Kepler stars ». *MNRAS* 474.2.
- Saio, H., Takata, M., Lee, U., Li, G. et Van Reeth, T. (2021). « Rotation of the convective core in γ Dor stars measured by dips in period spacings of g modes coupled with inertial modes ». *MNRAS* 502.4.
- Salabert, D., Ballot, J. et García, R. A. (2011). « Mode visibilities in radial velocity and intensity Sun-as-a-star helioseismic measurements ». *GONG-SoHO 24 : A New Era of Seismology of the Sun and Solar-Like Stars*. T. 271. Journal of Physics Conference Series.
- Salabert, D. et García, R. A. (2009). « Low-Frequency Solar p Modes as Seen by the GOLF and GONG Instruments ». *Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio- and Asteroseismology : GONG 2008/SOHO 21*. Sous la dir. de M. Dikpati, T. Arentoft, I. González Hernández, C. Lindsey et F. Hill. T. 416. Astronomical Society of the Pacific Conference Series.
- Salabert, D., García, R. A., Beck, P. G., Egeland, R., Pallé, P. L., Mathur, S., Metcalfe, T. S., do Nascimento J. D., J., Ceillier, T., Andersen, M. F. et Triviño Hage, A. (2016). « Photospheric and chromospheric magnetic activity of seismic solar analogs. Observational inputs on the solar-stellar connection from Kepler and Hermes ». *A&A* 596, A31.
- Salabert, D., García, R. A., Jiménez, A., Bertello, L., Corsaro, E. et Pallé, P. L. (2017). « Photospheric activity of the Sun with VIRGO and GOLF. Comparison with standard activity proxies ». *A&A* 608, A87.



- Salabert, D., García, R. A. et Turck-Chièze, S. (2015). « Seismic sensitivity to sub-surface solar activity from 18 yr of GOLF/SoHO observations ». *A&A* 578, A137.
- Salabert, D., Jiménez-Reyes, S. J. et Tomczyk, S. (2003). « Study of p-mode excitation and damping rate variations from IRIS⁺⁺ observations ». *A&A* 408.
- Salabert, D., Turck-Chièze, S., Barrière, J. C., Carton, P. H., Daniel-Thomas, P., Delbart, A., García, R. A., Granelli, R., Jiménez-Reyes, S. J., Lahonde-Hamdoun, C., Loiseau, D., Mathur, S., Nunio, F., Pallé, P. L., Piret, Y., Robillot, J. M. et Simoniello, R. (2009). « First Performance of the GOLF-NG Instrumental Prototype Observing the Sun in Tenerife ». *Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio- and Asteroseismology : GONG 2008/SOHO 21*. Sous la dir. de M. Dikpati, T. Arentoft, I. González Hernández, C. Lindsey et F. Hill. T. 416. Astronomical Society of the Pacific Conference Series.
- Salpeter, E. E. (1955). « The Luminosity Function and Stellar Evolution. » *ApJ* 121.
- Samadi, R., Belkacem, K., Goupil, M. J., Dupret, M. A., Brun, A. S. et Noels, A. (2010). « Stochastic excitation of gravity modes in massive main-sequence stars ». *Ap&SS* 328.1-2.
- Samadi, R., Nordlund, Å., Stein, R. F., Goupil, M. J. et Roxburgh, I. (2003). « Numerical 3D constraints on convective eddy time-correlations : Consequences for stochastic excitation of solar p modes ». *A&A* 404.
- Santos, A. R. G., Breton, S. N., Mathur, S. et García, R. A. (2021). « Surface Rotation and Photometric Activity for Kepler Targets. II. G and F Main-sequence Stars and Cool Subgiant Stars ». *ApJS* 255.1, 17.
- Santos, A. R. G., Cunha, M. S., Avelino, P. P., García, R. A. et Mathur, S. (2017). « Starspot signature on the light curve. Learning about the latitudinal distribution of spots ». *A&A* 599, A1.
- Santos, A. R. G., García, R. A., Mathur, S., Bugnet, L., van Saders, J. L., Metcalfe, T. S., Simonian, G. V. A. et Pinsonneault, M. H. (2019). « Surface Rotation and Photometric Activity for Kepler Targets. I. M and K Main-sequence Stars ». *ApJS* 244.1, 21.
- Scargle, J. D. (1982). « Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. » *ApJ* 263.
- Schatzman, E. (1962). « A theory of the role of magnetic activity during star formation ». *Annales d'Astrophysique* 25.
- Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., Hoeksema, J. T., Kosovichev, A. G., Schou, J., Rosenberg, W., Springer, L., Tarbell, T. D., Title, A., Wolfson, C. J., Zayer, I. et MDI Engineering Team (1995). « The Solar Oscillations Investigation - Michelson Doppler Imager ». *Sol. Phys.* 162.1-2.
- Scherrer, P. H. et Gough, D. O. (2019). « A Critical Evaluation of Recent Claims Concerning Solar Rotation ». *ApJ* 877.1, 42.
- Scherrer, P. H., Schou, J., Bush, R. I., Kosovichev, A. G., Bogart, R. S., Hoeksema, J. T., Liu, Y., Duvall, T. L., Zhao, J. et Title, A. M. (2012). « The Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Investigation for the Solar Dynamics Observatory (SDO) ». *Sol. Phys.* 275.1-2.



- Schou, J., Antia, H. M., Basu, S., Bogart, R. S., Bush, R. I., Chitre, S. M., Christensen-Dalsgaard, J., Di Mauro, M. P., Dziembowski, W. A., Eff-Darwich, A., Gough, D. O., Haber, D. A., Hoeksema, J. T., Howe, R., Korzennik, S. G., Kosovichev, A. G., Larsen, R. M., Pijpers, F. P., Scherrer, P. H., Sekii, T., Tarbell, T. D., Title, A. M., Thompson, M. J. et Toomre, J. (1998). « Helioseismic Studies of Differential Rotation in the Solar Envelope by the Solar Oscillations Investigation Using the Michelson Doppler Imager ». *ApJ* 505.1.
- Schunker, H., Schou, J., Gaulme, P. et Gizon, L. (2018). « Fragile Detection of Solar g-Modes by Fossat et al. » *Sol. Phys.* 293.6, 95.
- Severnyi, A. B., Kotov, V. A. et Tsap, T. T. (1976). « Observations of solar pulsations ». *Nature* 259.5539.
- Shapiro, A. I., Solanki, S. K., Krivova, N. A., Yeo, K. L. et Schmutz, W. K. (2016). « Are solar brightness variations faculae- or spot-dominated? » *A&A* 589, A46.
- Shporer, A. (2017). « The Astrophysics of Visible-light Orbital Phase Curves in the Space Age ». *PASP* 129.977.
- Shporer, A., Jenkins, J. M., Rowe, J. F., Sanderfer, D. T., Seader, S. E., Smith, J. C., Still, M. D., Thompson, S. E., Twicken, J. D. et Welsh, W. F. (2011). « Detection of KOI-13.01 Using the Photometric Orbit ». *AJ* 142.6, 195.
- Siess, L., Dufour, E. et Forestini, M. (2000). « An internet server for pre-main sequence tracks of low- and intermediate-mass stars ». *A&A* 358.
- Silva Aguirre, V., Lund, M. N., Antia, H. M., Ball, W. H., Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Lebreton, Y., Reese, D. R., Verma, K., Casagrande, L., Justesen, A. B., Mosumgaard, J. R., Chaplin, W. J., Bedding, T. R., Davies, G. R., Handberg, R., Houdek, G., Huber, D., Kjeldsen, H., Latham, D. W., White, T. R., Coelho, H. R., Miglio, A. et Rendle, B. (2017). « Standing on the Shoulders of Dwarfs : the Kepler Asteroseismic LEGACY Sample. II.Radii, Masses, and Ages ». *ApJ* 835.2, 173.
- Skrutskie, M. F., Cutri, R. M., Stiening, R., Weinberg, M. D., Schneider, S., Carpenter, J. M., Beichman, C., Capps, R., Chester, T., Elias, J., Huchra, J., Liebert, J., Lonsdale, C., Monet, D. G., Price, S., Seitzer, P., Jarrett, T., Kirkpatrick, J. D., Gizis, J. E., Howard, E., Evans, T., Fowler, J., Fullmer, L., Hurt, R., Light, R., Kopan, E. L., Marsh, K. A., McCallon, H. L., Tam, R., Van Dyk, S. et Wheelock, S. (2006). « The Two Micron All Sky Survey (2MASS) ». *AJ* 131.2.
- Skumanich, A. (1972). « Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion ». *ApJ* 171.
- Slawson, R. W., Prša, A., Welsh, W. F., Orosz, J. A., Rucker, M., Batalha, N., Doyle, L. R., Engle, S. G., Conroy, K., Coughlin, J., Gregg, T. A., Fetherolf, T., Short, D. R., Windmilller, G., Fabrycky, D. C., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Uddin, K., Mullally, F., Seader, S. E., Thompson, S. E., Sanderfer, D. T., Borucki, W. et Koch, D. (2011). « Kepler Eclipsing Binary Stars. II. 2165 Eclipsing Binaries in the Second Data Release ». *AJ* 142.5, 160.
- Smith, A. M. S., Breton, S. N., Csizmadia, S., Dai, F., Gandolfi, D., García, R. A., Howard, A. W., Isaacson, H., Korth, J., Lam, K. W. F., Mathur, S., Nowak, G., Pérez Hernández, F., Persson, C. M., Albrecht, S. H., Barragán, O., Cabrera, J., Cochran, W. D., Deeg, H. J., Fridlund, M.,



- Georgieva, I. Y., Goffo, E., Guenther, E. W., Hatzes, A. P., Kabath, P., Livingston, J. H., Luque, R., Palle, E., Redfield, S., Rodler, F., Serrano, L. M. et Van Eylen, V. (2022). « K2-99 revisited : a non-inflated warm Jupiter, and a temperate giant planet on a 522-d orbit around a subgiant ». *MNRAS* 510.4.
- Spada, F. et Lanzafame, A. C. (2020). « Competing effect of wind braking and interior coupling in the rotational evolution of solar-like stars ». *A&A* 636, A76.
- Spiegel, E. A. et Zahn, J. P. (1992). « The solar tachocline. » *A&A* 265.
- Spruit, H. C. (2002). « Dynamo action by differential rotation in a stably stratified stellar interior ». *A&A* 381.
- Stevenson, D. J. (1979). « Turbulent thermal convection in the presence of rotation and a magnetic field : A heuristic theory ». *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* 12.1.
- Strugarek, A., Bolmont, E., Mathis, S., Brun, A. S., Réville, V., Gallet, F. et Charbonnel, C. (2017). « The Fate of Close-in Planets : Tidal or Magnetic Migration ? » *ApJ* 847.2, L16.
- Strugarek, A., Brun, A. S., Donati, J. F., Moutou, C. et Réville, V. (2019). « Chasing Star-Planet Magnetic Interactions : The Case of Kepler-78 ». *ApJ* 881.2, 136.
- Strugarek, A. (2018). « Models of Star-Planet Magnetic Interaction ». *Handbook of Exoplanets*. Sous la dir. de H. J. Deeg et J. A. Belmonte.
- Takehiro, S.-i., Brun, A. S. et Yamada, M. (2020). « Assessment of Critical Convection and Associated Rotation States in Models of Sun-like Stars Including a Stable Layer ». *ApJ* 893.1, 83.
- Talon, S. et Charbonnel, C. (2003). « Angular momentum transport by internal gravity waves. I - Pop I main sequence stars ». *A&A* 405.
- Talon, S. et Zahn, J. P. (1997). « Anisotropic diffusion and shear instabilities. » *A&A* 317.
- Talon, S., Zahn, J. P., Maeder, A. et Meynet, G. (1997). « Rotational mixing in early-type stars : the main-sequence evolution of a $9M_{sun}$ star. » *A&A* 322.
- Tassoul, M. (1980). « Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations. » *ApJS* 43.
- Thompson, M. J., Toomre, J., Anderson, E. R., Antia, H. M., Berthomieu, G., Burtonclay, D., Chitre, S. M., Christensen-Dalsgaard, J., Corbard, T., De Rosa, M., Genovese, C. R., Gough, D. O., Haber, D. A., Harvey, J. W., Hill, F., Howe, R., Korzennik, S. G., Kosovichev, A. G., Leibacher, J. W., Pijpers, F. P., Provost, J., Rhodes E. J., J., Schou, J., Sekii, T., Stark, P. B. et Wilson, P. R. (1996). « Differential Rotation and Dynamics of the Solar Interior ». *Science* 272.5266.
- Thompson, M. J., Christensen-Dalsgaard, J., Miesch, M. S. et Toomre, J. (2003). « The Internal Rotation of the Sun ». *ARA&A* 41.
- Torrence, C. et Compo, G. P. (1998). « A Practical Guide to Wavelet Analysis. » *Bulletin of the American Meteorological Society* 79.1.
- Toutain, T. et Appourchaux, T. (1994). « Maximum likelihood estimators : an application to the estimation of the precision of helioseismic measurements. » *A&A* 289.



- Toutain, T., Appourchaux, T., Fröhlich, C., Kosovichev, A. G., Nigam, R. et Scherrer, P. H. (1998). « Asymmetry and Frequencies of Low-Degree p-Modes and the Structure of the Sun's Core ». *ApJ* 506.2.
- Toutain, T. et Gouttebroze, P. (1993). « Visibility of solar p-modes ». *A&A* 268.1.
- Townsend, R. H. D. (2003a). « A semi-analytical formula for the light variations due to low-frequency g modes in rotating stars ». *MNRAS* 343.1.
- Townsend, R. H. D. (2003b). « Asymptotic expressions for the angular dependence of low-frequency pulsation modes in rotating stars ». *MNRAS* 340.3.
- Townsend, R. H. D., Goldstein, J. et Zweibel, E. G. (2018). « Angular momentum transport by heat-driven g-modes in slowly pulsating B stars ». *MNRAS* 475.1.
- Townsend, R. H. D. et Teitler, S. A. (2013). « GYRE : an open-source stellar oscillation code based on a new Magnus Multiple Shooting scheme ». *MNRAS* 435.4.
- Turck-Chièze, S., Basu, S., Brun, A. S., Christensen-Dalsgaard, J., Eff-Darwich, A., Lopes, I., Pérez Hernández, F., Berthomieu, G., Provost, J., Ulrich, R. K., Baudin, F., Boumier, P., Charra, J., Gabriel, A. H., García, R. A., Grec, G., Renaud, C., Robillot, J. M. et Roca Cortés, T. (1997). « First View of the Solar Core from GOLF Acoustic Modes ». *Sol. Phys.* 175.2.
- Turck-Chièze, S., García, R. A., Couvidat, S., Ulrich, R. K., Bertello, L., Varadi, F., Kosovichev, A. G., Gabriel, A. H., Berthomieu, G., Brun, A. S., Lopes, I., Pallé, P., Provost, J., Robillot, J. M. et Roca Cortés, T. (2004). « Looking for Gravity-Mode Multiplets with the GOLF Experiment aboard SOHO ». *ApJ* 604.1.
- Turck-Chièze, S., Mathur, S., Ballot, J., García, R. A., Carton, P.-H., Barrière, J.-C., Daniel-Thomas, P., Delbart, A., Desforges, D., Granelli, R., Nunio, F., Piret, Y., Pallé, P. L., Jiménez, A. J., Jiménez-Reyes, S. J., Simoniello, R. et Dyna MICCS Team (2008). « The GOLF-NG prototype and the solar European perspective for cosmic vision 2015-2025 ». *Journal of Physics Conference Series*. T. 118. Journal of Physics Conference Series.
- Turck-chièze, S., Nghiem, P., Couvidat, S. et Turcotte, S. (2001). « Solar Internal Composition and Nuclear Reaction Rates in the Light of Helioseismology ». *Sol. Phys.* 200.
- Ulrich, R. K. (1970). « The Five-Minute Oscillations on the Solar Surface ». *ApJ* 162.
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H. et Shibahashi, H. (1989). *Nonradial oscillations of stars*.
- Uytterhoeven, K., Moya, A., Grigahcène, A., Guzik, J. A., Gutiérrez-Soto, J., Smalley, B., Handler, G., Balona, L. A., Niemczura, E., Fox Machado, L., Benatti, S., Chapellier, E., Tkachenko, A., Szabó, R., Suárez, J. C., Ripepi, V., Pascual, J., Mathias, P., Martín-Ruiz, S., Lehmann, H., Jackiewicz, J., Hekker, S., Gruberbauer, M., García, R. A., Dumusque, X., Díaz-Fraile, D., Bradley, P., Antoci, V., Roth, M., Leroy, B., Murphy, S. J., De Cat, P., Cuypers, J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Breger, M., Pigulski, A., Kiss, L. L., Still, M., Thompson, S. E. et van Cleve, J. (2011). « The Kepler characterization of the variability among A- and F-type stars. I. General overview ». *A&A* 534, A125.
- Vallis, G. K. (2006). *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics*.



- Van Cleve, J. E. et Caldwell, D. A. (2016). *Kepler Instrument Handbook*. Kepler Science Document KSCI-19033-002, id.1. Edited by Michael R. Haas and Steve B. Howell.
- Van Reeth, T., Mombarg, J. S. G., Mathis, S., Tkachenko, A., Fuller, J., Bowman, D. M., Buyschaert, B., Johnston, C., García Hernández, A., Goldstein, J., Townsend, R. H. D. et Aerts, C. (2018). « Sensitivity of gravito-inertial modes to differential rotation in intermediate-mass main-sequence stars ». *A&A* 618, A24.
- Van Reeth, T., Tkachenko, A. et Aerts, C. (2016). « Interior rotation of a sample of γ Doradus stars from ensemble modelling of their gravity-mode period spacings ». *A&A* 593, A120.
- Van Reeth, T., Tkachenko, A., Aerts, C., Pápics, P. I., Triana, S. A., Zwintz, K., Degroote, P., Deboscher, J., Bloemen, S., Schmid, V. S., De Smedt, K., Fremat, Y., Fuentes, A. S., Homan, W., Hrudkova, M., Karjalainen, R., Lombaert, R., Nemeth, P., Østensen, R., Van De Steene, G., Vos, J., Raskin, G. et Van Winckel, H. (2015). « Gravity-mode Period Spacings as a Seismic Diagnostic for a Sample of γ Doradus Stars from Kepler Space Photometry and High-resolution Ground-based Spectroscopy ». *ApJS* 218.2, 27.
- Vasil, G. M., Julien, K. et Featherstone, N. A. (2021). « Rotation suppresses giant-scale solar convection ». *Proceedings of the National Academy of Science* 118.31, e2022518118.
- Vieu, T., Martínez González, M. J., Pastor Yabar, A. et Asensio Ramos, A. (2017). « How to infer the Sun’s global magnetic field using the Hanle effect ». *MNRAS* 465.4.
- Vorontsov, S. V., Baturin, V. A. et Pamiatnykh, A. A. (1991). « Seismological measurement of solar helium abundance ». *Nature* 349.6304.
- Weber, E. J. et Davis Leverett, J. (1967). « The Angular Momentum of the Solar Wind ». *ApJ* 148.
- Welsh, W. F., Orosz, J. A., Aerts, C., Brown, T. M., Brugamyer, E., Cochran, W. D., Gilliland, R. L., Guzik, J. A., Kurtz, D. W., Latham, D. W., Marcy, G. W., Quinn, S. N., Zima, W., Allen, C., Batalha, N. M., Bryson, S., Buchhave, L. A., Caldwell, D. A., Gautier Thomas N., I., Howell, S. B., Kinemuchi, K., Ibrahim, K. A., Isaacson, H., Jenkins, J. M., Prsa, A., Still, M., Street, R., Wohler, B., Koch, D. G. et Borucki, W. J. (2011). « KOI-54 : The Kepler Discovery of Tidally Excited Pulsations and Brightenings in a Highly Eccentric Binary ». *ApJS* 197.1, 4.
- White, T. R., Bedding, T. R., Gruberbauer, M., Benomar, O., Stello, D., Appourchaux, T., Chaplin, W. J., Christensen-Dalsgaard, J., Elsworth, Y. P., García, R. A., Hekker, S., Huber, D., Kjeldsen, H., Mosser, B., Kinemuchi, K., Mullally, F. et Still, M. (2012). « Solving the Mode Identification Problem in Asteroseismology of F Stars Observed with Kepler ». *ApJ* 751.2, L36.
- Woodard, M. F. (1984). « Short-Period Oscillations in the Total Solar Irradiance. » Thèse de doct. University of California, San Diego.
- Wright, N. J. et Drake, J. J. (2016). « Solar-type dynamo behaviour in fully convective stars without a tachocline ». *Nature* 535.7613.
- Yang, H. et Liu, J. (2019). « The Flare Catalog and the Flare Activity in the Kepler Mission ». *ApJS* 241.2, 29.
- Zahn, J. P. (1966). « Les marées dans une étoile double serrée ». *Annales d’Astrophysique* 29.



- Zahn, J. P. (1983). « Instability and Mixing Processes in Upper Main Sequence Stars ». *Saas-Fee Advanced Course 13 : Astrophysical Processes in Upper Main Sequence Stars*. Sous la dir. d'A. N. Cox, S. Vauclair et J. P. Zahn.
- Zahn, J. P. (1991). « Convective penetration in stellar interiors. » *A&A* 252.
- Zahn, J. P. (1992). « Circulation and turbulence in rotating stars. » *A&A* 265.
- Zahn, J. P., Brun, A. S. et Mathis, S. (2007). « On magnetic instabilities and dynamo action in stellar radiation zones ». *A&A* 474.1.
- Zahn, J. P., Talon, S. et Matias, J. (1997). « Angular momentum transport by internal waves in the solar interior. » *A&A* 322.
- Zhang, M. et Penev, K. (2014). « Stars Get Dizzy After Lunch ». *ApJ* 787.2, 131.
- van Saders, J. L., Ceillier, T., Metcalfe, T. S., Silva Aguirre, V., Pinsonneault, M. H., García, R. A., Mathur, S. et Davies, G. R. (2016). « Weakened magnetic braking as the origin of anomalously rapid rotation in old field stars ». *Nature* 529.7585.
- van Saders, J. L. et Pinsonneault, M. H. (2013). « Fast Star, Slow Star ; Old Star, Young Star : Subgiant Rotation as a Population and Stellar Physics Diagnostic ». *ApJ* 776.2, 67.
- van Saders, J. L., Pinsonneault, M. H. et Barbieri, M. (2019). « Forward Modeling of the Kepler Stellar Rotation Period Distribution : Interpreting Periods from Mixed and Biased Stellar Populations ». *ApJ* 872.2, 128.