



**HAL**  
open science

# Etude théorique de l'interférométrie à rétro-injection optique en vue d'applications en dynamique des matériaux

Laura Le Barbier

► **To cite this version:**

Laura Le Barbier. Etude théorique de l'interférométrie à rétro-injection optique en vue d'applications en dynamique des matériaux. Optique / photonique. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2017. Français. NNT: 2017INPT0018 . tel-04220278

**HAL Id: tel-04220278**

**<https://theses.hal.science/tel-04220278v1>**

Submitted on 27 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

**Discipline ou spécialité :**

Photonique et système optoélectronique

---

**Présentée et soutenue par :**

Mme LAURA LE BARBIER

le mardi 21 mars 2017

**Titre :**

Etude théorique de l'interférométrie à rétro-injection optique en vue  
d'applications en dynamique des matériaux

---

**Ecole doctorale :**

Génie Electrique, Electronique, Télécommunications (GEET)

**Unité de recherche :**

Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (L.A.A.S.)

**Directeur(s) de Thèse :**

M. THIERRY BOSCH

M. HAN CHENG SEAT

**Rapporteurs :**

M. FRÉDÉRIC GRILLOT, UNIVERSITE PARIS-SACLAY

M. MICHEL LEQUIME, ECOLE CENTRALE DE MARSEILLE

**Membre(s) du jury :**

M. ERIC LACOT, UNIVERSITE GRENOBLE ALPES, Président

M. HAN CHENG SEAT, INP TOULOUSE, Membre

M. JEROME LUC, CEA GRAMAT, Membre

Mme AUDE BOUCHIER, ESSILOR INTERNATIONAL, Membre

M. THIERRY BOSCH, INP TOULOUSE, Membre

# REMERCIEMENTS

---

Je souhaite tout d'abord remercier le CEA de Gramat et la région Midi-Pyrénées pour le financement de cette thèse. Je remercie Jérôme LUC pour son accueil au centre de Gramat et pour son dévouement lors des corrections sur les rapports et le manuscrit de thèse. Je remercie également Pierre BRUGUIERE pour son accueil au CEA de Gramat et pour l'organisation des journées des doctorants.

Je tiens à remercier sincèrement Thierry BOSCH pour son accueil au sein du laboratoire du LAAS (équipe OSE) où j'ai évolué durant ma thèse. J'ai énormément appris à ses côtés. C'est d'une part grâce à ses nombreuses expériences qu'il aime partager, aussi bien dans sa vie professionnelle que sa vie privée. C'est aussi grâce à son sens aigu de la communication et du relationnel. Il a en effet une faculté incroyable pour emmener la conversation où il le souhaite avec humour et clarté. Il sait aussi écouter (surtout lorsqu'il est de bonne humeur). Il maîtrise presque parfaitement l'équilibre entre le soutien nécessaire et utile et le détachement et la délégation. L'ensemble toujours réalisé, avec une communication adaptée. Je le remercie notamment pour son soutien lors de la préparation de la soutenance de thèse.

Un grand merci à Lorenzo COLUMBO, pour avoir vérifié l'ensemble de mes modèles, pour s'être intéressé de près à mes recherches, pour m'avoir proposé de nouvelles voies à explorer et également pour m'avoir aidé à optimiser mes codes de simulation numérique. Je le remercie pour son accueil dans l'équipe de physique théorique de l'université de Bari avec laquelle nous avons collaboré. Je le remercie également pour sa gentillesse et sa bonne humeur.

Je remercie également Han Cheng SEAT, pour son accueil chaleureux au sein de l'équipe OSE. Je le remercie pour les corrections des articles et des rapporteurs, pour son humour et enfin pour son soutien notamment pour la préparation à la soutenance de thèse.

Merci à Julien PERCHOUX pour son accueil au sein de l'équipe OSE, merci pour son écoute et son aide précieuse au début de la thèse. C'est quelqu'un de très compétant et qui a beaucoup d'humour. J'espère sincèrement qu'il gardera la patience nécessaire pour ses étudiants et ses doctorants au fil des ans. J'espère qu'il tiendra bon et qu'il continuera de réellement s'impliquer comme il sait le faire.

Je remercie également Francis JAYAT pour son accueil au sein de l'équipe OSE, pour son humour, sa bonne humeur, sa gentillesse et surtout pour sa simplicité rafraîchissante. C'est quelqu'un avec qui il est très agréable de discuter et de travailler. De plus c'est sûrement la personne avec laquelle la communication est la plus aisée.

Merci à Olivier BERNAL notamment pour son aide précieuse sur mes modèles mathématiques, pour son implication dans le développement des cartes électroniques dans le cadre

du projet et pour les vérifications de mes codes de simulation numérique. C'est quelqu'un de fondamentalement gentil et adorable, qui est toujours prêt à aider.

Merci à Emmanuelle et Clément TRONCHE, merci à Françoise Lizion et Adam QUOTB pour leur soutien pendant la thèse. Emmanuelle est d'une grande efficacité dans son travail. Clément est toujours prêt à aider. Adam, depuis son arrivé, travaille régulièrement à l'instauration d'une dynamique de groupe importante, il a beaucoup d'humour et il est toujours agréable de discuter avec lui. Françoise est très agréable et disponible, elle apporte beaucoup de douceur dans ce laboratoire.

Bien sûr cette thèse aurait été véritablement moins agréable sans l'équipe des doctorants, des post-doctorants et quelques stagiaires du groupe OSE! J'ai donc une grosse pensée pour les personnes suivantes : Evelio ("olympiquement" RAMIREZ MIQUET), Tonio (Antonio LUNA ARRIAGA), Floflo (Florentin BIGOT), Lavivi (Lavinia CIOTIRCA), Raul DA COSTA MOREIRA, MenKuong VENG, Cerveza (Fernando URGILES ORTIZ), El Rubio (Einar KNUDSEN), Alejandro URENA ACUNA, Dydy (Bendy TANIOS), Lulu (Lucas PERBET), Jaja (Jalal ALROUMY), Gautier RAVET, Yu ZHAO, Lucie CAMPAGNOLO et Laurent BOUYERON. Un grand merci à vous et des bisous!

Une spéciale dédicace à Momo (Mohanad ALBUGHDADI) de l'IRIT qui fait en quelque sorte parti de la famille OSE et que je considère comme un frangin. Une grosse pensée aussi pour les autres potes de l'IRIT qui m'ont largement soutenu durant cette thèse : Thomas OBERLIN, Jean-Adrien VERNES et François-Xavier DECROIX.

Les week-end auraient été sacrément ennuyeux sans l'équipe fine du LAPLACE. Je remercie tout particulièrement : Andrea VERDICCHIO, Benou (Benedikt BYRNE), Samou (Samer YAMMINE), Kamil MROZEWSKI, Thomas GENEVE, Mus (Mustapha DEBBOU), Alberto ROSSI, Edou (Eduard SOLANO), Joseph FABRE, Malik TOGNAN, Pedro RYNKIEWICZ, Priscillia DAQUIN, Farah SALAMEH, William SANFINS, Sébastien SANCHEZ et Etienne FOURNIER.

J'ai également une pensée pour les Ipsaliens! Notamment Thomas JAMIN, Costanza BELLINGERI, Joseph NAHAS, Elisa FOURTICQ, Marine DUGÂT, Julie VAUTIER, Eric JOLIOT, Christophe LACOGNATA, Julien VALLA, Tanguy DECOURCELLE, Antoine CLEMENT, Dominique ARGOUASH, Pierre BROUARD, Florent COSTE et Cyrille GAIDET.

Je remercie aussi les amis rencontrés dans d'autres horizons : Amale KANJ, Florian MOLLICA, Jérémie FOURMANN, Julie NGUYEN, Victoria GODDEFROY, Virginia NOTARO, Filip ROZPEDEK, Pavel KOLESNICHENKO, Dorian COLLING, Robert ESTIVILL, William RENARD, Constantin WEISSER.

Merci à la famille pour le soutien indéfectible : merci aux parents, Cako, Méli, Vovo, Aziza, Ivan, la bande de loulou et un grand merci à Antoine pour son soutien et son amour durant cette fin de thèse.

# TABLE DES MATIERES

---

GLOSSAIRE.....	7
INTRODUCTION.....	9
CHAPITRE 1 : Techniques de mesure appliquées à la vélocimétrie et à la problématique du sujet .....	11
1.1 Techniques de mesures vélocimétriques utilisées en dynamique des matériaux.....	11
1.1.1 Technique VISAR.....	11
1.1.2 Technique PDV .....	14
1.1.3 Techniques IDF et IVF.....	15
1.1.4 Technique MPDV.....	18
1.1.5 Technique VISAR-2D .....	20
1.2 Autres techniques de vélocimétrie.....	21
1.2.1 Technique LIDAR .....	21
1.2.2 Technique PIV .....	22
1.2.3 Technique IH.....	24
1.2.4 Technique THz .....	25
1.2.5 Technique VDU.....	28
1.2.6 Technique TFD .....	29
1.2.7 Technique IRO .....	32
1.3 Conclusion.....	34
BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE 1 .....	40
CHAPITRE 2 : Théorie de la rétro-injection optique en cavité laser .....	46
2.1 Emission laser et structure d'un semi-conducteur.....	47
2.1.1 Rappel du principe de fonctionnement d'un laser .....	47
2.1.2 Structure et spectre d'émission d'un laser à semi-conducteur .....	48
2.1.3 Structure particulière d'une diode laser DFB.....	50
2.1.4 Courant d'injection et oscillations de relaxation.....	51
2.1.5 Bande passante de modulation du laser .....	52
2.1.6 Coefficient de couplage phase-amplitude, facteur de Henry $\alpha$ .....	53
2.2 Description statique et dynamique d'un laser à semi-conducteurs en régime libre.....	54
2.2.1 Equations d'évolution du laser.....	54
2.2.2 Analyse de la stabilité : linéarisation des équations .....	55
2.2.3 Etude de la modulation du courant d'injection.....	57
2.3 Introduction à la rétro-injection optique.....	60
2.3.1 Modélisation d'une cavité équivalente.....	61
2.3.2 Régime de rétro-injection.....	62

2.3.3	Equation d'évolution du laser soumis à de la rétro-injection.....	64
2.3.4	Méthode générale d'analyse de stabilité avec rétro-injection optique .....	66
2.3.5	Largeur d'émission spectrale et stabilité des modes .....	69
2.3.6	Régime d'effondrement de la cohérence .....	72
2.3.7	Impact de changement de polarisation avec rétro-injection.....	72
<b>2.4</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>74</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE 2 .....</b>		<b>75</b>
<b>CHAPITRE 3 : Etude dynamique d'une diode laser soumise à de la rétro- injection optique.....</b>		<b>79</b>
<b>3.1</b>	<b>Premiers tests expérimentaux.....</b>	<b>79</b>
<b>3.2</b>	<b>Résolution temporelle des équations d'évolution du laser sous rétro-injection optique .....</b>	<b>82</b>
3.2.1	Introduction.....	82
3.2.2	Résolution de la phase .....	83
3.2.3	Déplacement constant.....	85
3.2.4	Accélération .....	99
<b>3.3</b>	<b>Développement d'un nouveau modèle mathématique : réponse en modulation du laser pour une petite modulation de la cavité externe.....</b>	<b>104</b>
3.3.1	Introduction et premiers développements .....	104
3.3.2	Différentes approches et développements pour la phase.....	107
3.3.3	Résultats.....	109
3.3.4	Comparaison avec les autres modèles.....	114
3.3.5	Discussion .....	119
3.3.6	Etude de la fréquence d'oscillation de relaxation .....	125
<b>3.4</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>128</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE 3 .....</b>		<b>131</b>
<b>CONCLUSION &amp; PERSPECTIVES.....</b>		<b>133</b>
<b>ANNEXE A .....</b>		<b>136</b>
<b>ANNEXE B .....</b>		<b>142</b>
<b>ANNEXE C .....</b>		<b>147</b>
<b>ABSTRACT .....</b>		<b>161</b>
<b>RESUME.....</b>		<b>161</b>

## GLOSSAIRE

---

Symbole	Définition
$E(t)$	Champ électrique complexe
$A(t)$	Amplitude du champ électrique
$A_s$	Valeur d'état stable de l'amplitude du champ
$\phi(t)$	Phase du champ électrique
$\phi_s$	Valeur d'état stable de la phase
$N(t)$	Densité de porteurs
$N_s$	Valeur d'état stable de la densité de porteurs
$N_{th}$	Densité de porteurs seuil
$N_0$	Densité de porteurs à la transparence optique
$S(t)$	Densité de photons
$S_s$	Valeur d'état stable de la densité de photons
$f(t)$	Fréquence
$I(t)$	Courant d'injection variable
$I_0$	Courant d'injection fixe
$I_{th}$	Courant d'injection seuil
$I_p$	Courant de polarisation
$I_m(t)$	Courant de modulation
$\tau_{ext}$	Temps de vol de la cavité externe
$\tau_{in}$	Temps de vol de la cavité laser
$\tau_e$	Durée de vie des porteurs
$\tau_p$	Durée de vie des photons
$\tau_{coh}$	Temps de cohérence du laser
$V$	Volume de la cavité laser
$G$	Gain global
$C$	Coefficient de rétro-injection
$\alpha$	Facteur d'élargissement de raie spectrale
$\kappa$	Coefficient de couplage
$r_0$	Réflectivité des miroirs dans la cavité laser
$r$	Réflectivité de la cible
$\lambda$	Longueur d'onde
$t$	Temps
$c$	Vitesse de la lumière
$\Delta t$	Pas de temps (période)
$v(t)$	Vitesse
$f_d(t)$	Fréquence Doppler
$f_0$	Fréquence initiale du laser
$\Delta f(t)$	Fluctuation de fréquence
$\Delta f_{OF}$	Largeur des oscillations laser en présence de rétro-injection
$h$	Constante de Planck



$E_g$	Energie de la bande interdite
$\Gamma$	Nombre sans dimension donnant la proportion de la lumière se propageant dans la région active du laser
$g_d$	Gain différentiel
$\eta_D$	Rendement quantique différentiel
$B_p$	Bande passante de modulation maximale
$n_d$	Indice différentiel
$e$	Charge d'un électron
$\Gamma_R$	Facteur d'amortissement
$\omega_R$	Oscillations de relaxation
$\omega_0$	Fréquence angulaire
$\omega_S$	Etat stable de la phase retour
$L_{ext}$	Longueur de la cavité externe
$L_{in}$	Longueur de la cavité interne
$L_{coh}$	Longueur de cohérence du laser

# INTRODUCTION

---

Le projet de recherche mené dans le cadre de cette thèse consiste à étudier un nouvel interféromètre optoélectronique pour les mesures de vitesses en dynamique des matériaux. La dynamique des matériaux est l'étude du comportement des matériaux soumis à des chocs (chocs laser, chocs plan, compression isentropique, projectiles, etc.), permettant de déterminer par exemple leur endommagement dynamique et leur vulnérabilité face à une agression extérieure. Ces études sont utiles notamment dans des domaines tels que l'énergie (pour le nucléaire), la défense (militaire), ou encore l'aérospatiale (impact sur les satellites). Les grandeurs physiques telles que la température, la pression ou encore la vitesse de déformation, mesurées par des diagnostics de métrologie adaptés, permettent d'optimiser les codes de simulation numérique et d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques observés. Les températures mesurées peuvent atteindre plusieurs milliers de °C, la pression plusieurs GPa et les vitesses de surface libre du matériau (dites matérielles) plusieurs km/s. Ces phénomènes se produisent sur des temps extrêmement courts allant généralement de la ns à quelques dizaines de  $\mu$ s. La vitesse matérielle est liée notamment aux caractéristiques physico-chimiques du matériau à étudier, et donc mesurer l'évolution de cette vitesse lors du choc fournit un grand nombre d'informations sur la structure du matériau. Il faut garder à l'esprit que la puissance des chocs entraîne régulièrement la destruction du matériau et peut endommager les objets situés à proximité. Les systèmes de mesure doivent donc être protégés. Les capteurs et équipements de mesure utilisés doivent être fiables et adaptés aux besoins (sensibilité, flexibilité, facilité de mise en œuvre, étendue de mesure, temps de réponse, répétabilité, résolution temporelle et spatiale).

Cette thèse a pour objectif d'explorer une nouvelle voie de recherche en vélocimétrie pour la dynamique des matériaux. En effet, même si les interféromètres actuels ont déjà pu bénéficier d'une nette amélioration ces dix dernières années, notamment grâce aux composants optiques provenant des technologies télécoms (lasers fibrés, coupleurs ou circulateurs fibrés, photodiodes avec pré-amplificateurs, etc.), des efforts restent à fournir sur plusieurs points tels que la compacité, la facilité de mise en œuvre, le coût et surtout le développement de la mesure de vitesse surfacique appelée conventionnellement mesure 2D.

La première étape a donc consisté à explorer différents systèmes de mesure (1D et 2D) utilisés en vélocimétrie de façon générale. La technique d'interférométrie par rétro-injection optique (IRO) permet actuellement de mesurer de faibles vitesses de déplacement. Tout l'enjeu de cette thèse a été d'étudier la faisabilité de cette technique pour la mesure de hautes vitesses (jusqu'à plusieurs km/s).

Les techniques d'interférométrie et les systèmes de mesure actuellement utilisés en vélocimétrie seront détaillés dans le chapitre 1 ainsi que les axes de recherches définis autour de la

technique IRO pour déterminer ses performances et ses limites pour la mesure de hautes vitesses. Quelques rappels sur le principe de fonctionnement général du laser seront présentés dans le chapitre 2 ainsi que la théorie de la rétro-injection optique en cavité laser. Le chapitre 3 portera sur le développement de modèles mathématiques et sur les simulations numériques réalisées pour l'étude de la dynamique du laser sous rétro-injection optique, afin d'évaluer les performances et les limitations de cette technique. Enfin, une dernière partie sera dédiée aux conclusions apportées par ces études théoriques, aux détails des tests de faisabilité réalisés et aux perspectives envisagées.

## Techniques de mesure appliquées à la vélocimétrie et à la problématique du sujet

Nous rappelons que les travaux envisagés dans cette thèse ont pour but d'étudier la faisabilité de la technique d'interférométrie par rétro-injection optique (IRO) pour la mesure de vitesse de matériaux sous sollicitation dynamique de quelques mm/s à environ 10 km/s. L'interféromètre devra permettre de réaliser une mesure du profil de vitesse avec une résolution spatiale et temporelle suffisante pour appréhender les phénomènes physiques mis en jeu et optimiser les codes de simulations numériques utilisés actuellement en dynamique des matériaux.

Il existe de nombreux systèmes de mesure utilisés en vélocimétrie, mais tous ne permettent pas de rendre compte de phénomènes très rapides, et notamment dans des conditions expérimentales atypiques rencontrées en dynamique des matériaux et nous verrons pourquoi par la suite. Cette étude bibliographique a permis de couvrir un large panel de techniques laissant entrevoir la possibilité d'augmenter les performances de mesure, de miniaturiser le système, mais également de développer la mesure 2D du profil de vitesse.

Dans ce premier chapitre, nous présentons tout d'abord un ensemble de techniques de mesure traditionnellement utilisé en vélocimétrie. Il s'agit principalement de systèmes d'interférométrie et de vélocimétrie laser. Nous détaillerons ensuite des technologies plus récentes permettant de réaliser par exemple des mesures 2D du profil de vitesse. L'ensemble des techniques présentées ne sont pas invasives et présentent une bonne résolution temporelle et spatiale. Nous comparons ces techniques entre elles, puis nous justifions notre choix d'étudier l'interférométrie par rétro-injection optique (IRO) en cavité laser pour la mesure de hautes vitesses.

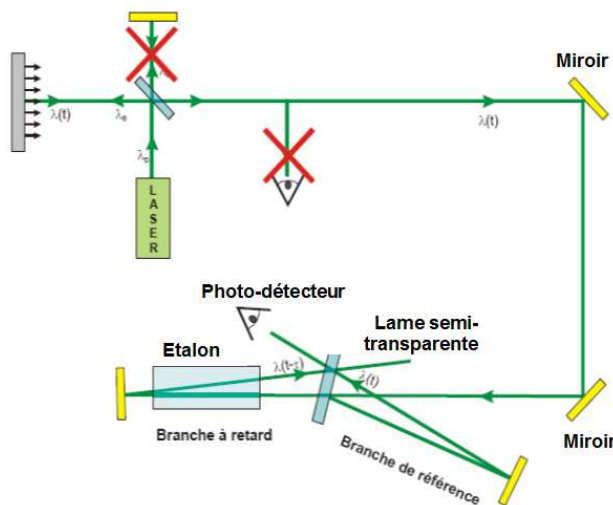
### 1.1 Techniques de mesures vélocimétriques utilisées en dynamique des matériaux

#### 1.1.1 Technique VISAR

Dans le domaine de la physique des chocs, ou plus généralement de l'étude du comportement dynamique des matériaux, l'interférométrie Doppler de type VISAR (Velocity Interferometer System for Any Reflector), développé dans les années 1970 [Bar72], a représenté une avancée considérable. Il s'agit d'un système interférométrique de type Mach-Zehnder. Ces systèmes ont évolué au fil des ans, donnant lieu à différentes générations d'équipements et à de

nombreux développements. L'apparition de composants optiques fibrés dans le domaine des télécommunications a facilité la réalisation d'interféromètres fibrés offrant de nombreux avantages en termes d'exactitude et de reproductibilité des mesures [Dol06].

Le dispositif VISAR fonctionne sur le principe de l'effet Doppler (cf. Annexe A) selon lequel une onde lumineuse diffusée ou réfléchie par la surface sondée subit des variations de fréquence, ou de longueur d'onde proportionnelles à la vitesse de cette surface. Son principe de fonctionnement est présenté en *Figure 1.1*. En séparant la lumière réfléchie en deux faisceaux, l'un retardé par rapport à l'autre, puis en recombinaison ces deux faisceaux, on crée des franges d'interférences. On peut alors déterminer le déphasage entre ces deux faisceaux, correspondant à un décalage de longueur d'onde. A partir de ce décalage, il est possible de connaître le profil de vitesse du point visé sur la surface du matériau étudié. Les signaux lumineux (résultat du défilement des franges) sont recueillis par des photomultiplicateurs (généralement de 1 GHz de bande passante) permettant de convertir les photons incidents en courant électrique, puis de les visualiser et les enregistrer sur un oscilloscope. Suivant le profil de vitesse à mesurer, il faut que le photomultiplicateur ait un gain suffisant et un temps de réponse adapté. Le traitement des données par analyse de déphasage est ensuite réalisé et permet de reconstituer le profil de vitesse [Cuq11].



*Figure 1.1 : Principe de fonctionnement du système VISAR*

On observe sur la *Figure 1.1*, que le faisceau émis par le laser est séparé en deux par la lame semi-réfléchissante. La moitié du faisceau est utilisée comme référence et la seconde partie du faisceau est retardée dans la branche à retard. Le retard est induit par un étalon d'indice optique supérieur à 1. Plus la longueur de l'étalon est grande, plus le délai de la branche est augmenté. Lorsque le réglage est optimal, les deux branches coïncident au niveau de la lame séparatrice et se recombinent, créant ainsi des franges d'interférences. Il faut donc un réglage fin des deux bras de l'interféromètre pour obtenir ces franges d'interférences. On détermine ensuite le déphasage

entre le faisceau de référence et le faisceau retardé à partir du décalage en longueur d'onde par effet Doppler suite au mouvement de la cible visée. Ainsi il est possible de déterminer la vitesse à un instant  $t$ , car comme nous l'avons introduite : celle-ci est liée à la longueur d'onde, qui est elle-même liée à la variation du déphasage de l'onde. Le déphasage est observé à partir du nombre de franges ayant défilées, chacune correspondant à une différence de phase de  $2\pi$ . A partir des deux intensités lumineuses obtenues et en créant deux signaux déphasés de  $\pi/2$  pour chaque bras de l'interféromètre, il est possible de réduire à la fois l'influence du bruit sur les mesures et de représenter l'évolution de la phase par une courbe de type Lissajous [Cuq10, Dev13]. Nous verrons dans les paragraphes suivants, que le déphasage entre les deux signaux peut être différent de  $\pi/2$ .

Un système VISAR peut également être couplé à une caméra à balayage de fente (streak camera) en lieu et place du photomultiplicateur, permettant également d'exploiter les signaux lumineux issus des interférences acheminées par fibre optique vers la fente d'entrée de la caméra (cf. *Figure 1.2*). Au sein de la caméra, la lumière est alors directement convertie en électrons via une photocathode. Le flux d'électrons est envoyé vers un écran phosphorescent, puis soumis à un champ électrique orthogonal vertical variant linéairement au cours du temps. Les électrons subissent ainsi une déviation régulière allant du haut de l'écran vers le bas, de manière analogue à un écran à tube cathodique. Ce balayage permet à l'axe vertical de l'écran, de représenter l'évolution temporelle des signaux. On appelle ce système le "VISAR ligne". Les impacts de flux d'électrons sur une zone de l'écran activent localement sa phosphorescence et ce, de façon proportionnelle à l'intensité du flux incident. La phosphorescence rémanente après balayage est numérisée par un capteur CCD. La résolution temporelle d'un système VISAR ou VISAR ligne est de l'ordre de 1 ns.

Le principal défaut du VISAR est qu'en cas de perte temporaire de signal, la mesure de vitesse est faussée pour tout évènement ultérieur, même si le signal est récupéré à un niveau correct. Il ne permet donc pas de mesurer directement la vitesse mais seulement sa variation. La reconstitution du profil de vitesse impose une mesure continue depuis un état initial connu.

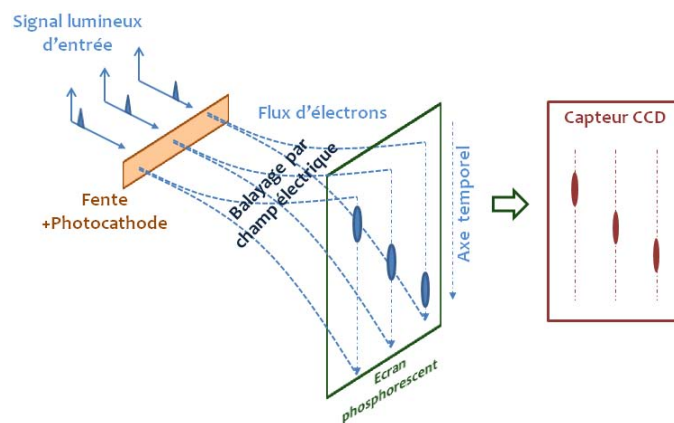


Figure 1.2 : Principe de fonctionnement d'une caméra à balayage de fente

### 1.1.2 Technique PDV

Le principe de fonctionnement des systèmes de vélocimétrie hétérodyne (VH), ou plus généralement appelé systèmes PDV (pour Photonic Doppler Velocimetry), est analogue à celui d'un interféromètre de Michelson. Le premier système entièrement fibré a été présenté au Lawrence Livermore National Laboratory en 2005 par Strand et al. [Str05, Str06]. Sa principale différence avec le VISAR réside dans la manière de faire interférer la lumière réfléchi par la cible : dans le cas de la VH on fait interférer le faisceau réfléchi par la cible en mouvement avec une partie du faisceau laser de référence, à l'aide d'un coupleur (voir *Figure 1.3*). Le signal résultant du couplage est envoyé sur un photorécepteur et enregistré par un oscilloscope. On obtient alors un signal brut (reflétant les interférences) composé de battements de fréquences directement liés à la vitesse de la cible. Il faut donc s'assurer que la bande passante du photorécepteur et de l'oscilloscope soit adaptée pour pouvoir détecter ces battements de fréquence. Suivant la longueur d'onde  $\lambda$  du laser utilisée, il faut calculer au préalable la fréquence correspondante à la vitesse maximale que l'on souhaite mesurer (effet Doppler, cf. Annexe A). On applique généralement une transformée de Fourier à fenêtre glissante (STFT) sur le signal brut mesuré afin d'identifier les fréquences contenues dans le signal. On obtient alors un spectre en fréquence qui varie en fonction du temps et que l'on convertit directement en vitesse. Si plusieurs objets sont en mouvement dans le champ de mesure, ayant chacun une vitesse différente, la transformée de Fourier fournit plusieurs fréquences associées à ces vitesses. C'est la raison pour laquelle, en pratique, on effectue cette transformée de Fourier sur une fenêtre de largeur  $\Delta t$  adaptable et glissante avec un pas  $t$ . De cette manière, si  $t < \Delta t$ , on obtient un recouvrement entre deux fenêtres qui permet de s'assurer de la continuité du signal de vitesse mesuré. La taille  $\Delta t$  de la fenêtre utilisée définit alors la résolution temporelle de la mesure, tant qu'elle reste supérieure à celle induite par la bande passante du dispositif d'acquisition. Plus on réduit la taille de la fenêtre sur laquelle est effectuée la transformée de Fourier, plus on localise la cible suivant une position  $y(t)$  précise et plus on dégrade la précision sur la mesure de la vitesse. Inversement, plus la fenêtre est grande, plus la précision sur la vitesse est améliorée, mais plus l'incertitude sur la position temporelle de la cible augmente [Bes10, Pru14].

La technique PDV permet de réaliser des mesures multi-vitesses résolues en temps, conduisant à une représentation sous la forme d'un spectrogramme amplitude-temps-vitesse utile par exemple pour la mesure de vitesse de particules. A l'inverse, l'endommagement de la surface (fragmentation, micro-écaillage) peut perturber les mesures pour les systèmes de type VISAR. La résolution temps-vitesse du spectrogramme est liée à la limite théorique d'Heisenberg-Gabor.

Avec le développement des composants optiques fibrés pour les télécommunications autour de la longueur d'onde 1550 nm, il a été possible de développer des systèmes PDV utilisables à hautes fréquences ( $> 25$  GHz) et donc de mesurer des vitesses de plusieurs dizaines de km/s.

Grâce à sa grande sensibilité, ce système peut fonctionner avec des puissances d'émission optique de l'ordre de quelques dizaines de mW.

### 1.1.3 Techniques IDF et IVF

Le centre CEA de Gramat utilise pour ses mesures de vitesses et de déplacements en dynamique des matériaux, des interféromètres fibrés surnommés Interféromètres Doppler Fibrés (IDF) et Interféromètres de Vitesse Fibrés (IVF). Ces dispositifs permettent de mesurer des vitesses pouvant atteindre 10 km/s avec une très bonne incertitude de mesure. Ces interféromètres fibrés ont une configuration de type Michelson (IDF de façon similaire au système PDV) ou Mach-Zehnder (IVF de façon similaire au système VISAR) [Dev14].

Dans le cas des systèmes IDF, la mesure est réalisée à partir des interférences entre l'onde réfléchie sur la cible et une onde de référence issue du même laser de référence (voir *Figure 1.3*). Pour cela, un faisceau laser de fréquence  $f_0$  est dirigé vers une cible en mouvement. Par effet Doppler, l'onde réfléchie à la normale présente une variation temporelle de sa fréquence  $f(t)$  qui est corrélée à la vitesse de la cible de la façon suivante :  $v(t) = \frac{\lambda}{2} \times f(t) = \frac{\lambda}{2} \times (f_D(t) - f_0)$ , où  $v(t)$  est la vitesse de la cible,  $\lambda$  la longueur d'onde du laser,  $f_D(t)$  la fréquence Doppler et  $f_0$  la fréquence initiale du laser.

L'intensité du signal lumineux est mesurée en sortie de l'interféromètre par deux photodétecteurs. La relation entre cette intensité lumineuse et la variation temporelle de la fréquence de l'onde est donnée par la relation suivante :  $i(t) = i_0(t) + i_d(t) + 2\sqrt{i_0(t) \times i_d(t)} \times \cos\left(2\pi \int_0^t (f_D(t) - f_0)dt + \varphi_0\right)$ , où  $i_0(t)$  est l'intensité du signal lumineux de la branche de référence,  $i_d(t)$  l'intensité résultante de la branche acheminant le signal modulé en fréquence, et  $\varphi_0$  le déphasage initial entre les signaux sortant de ces deux branches. Une analyse temps-fréquence est réalisée sur le signal résultant afin de déterminer l'évolution temporelle de sa fréquence  $f(t)$  et on peut ensuite calculer la vitesse  $v(t)$  (effet Doppler). Cependant, avec ces systèmes IDF, on ne peut pas déterminer le signe de la vitesse (donc le sens de déplacement), car on ne peut mesurer de fréquence négative, sauf si on utilise une deuxième fréquence de battement obtenue par exemple à l'aide d'un deuxième laser ou d'un modulateur acousto-optique.



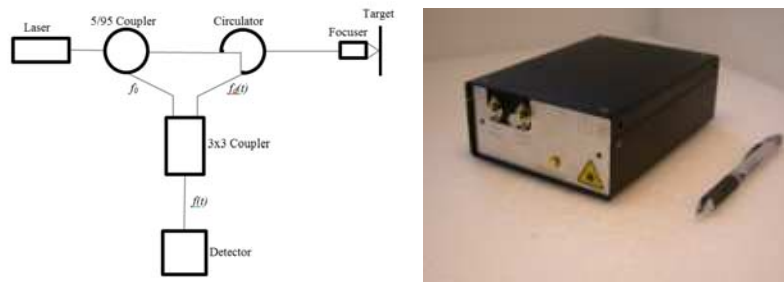


Figure 1.3 : Principe de fonctionnement de l' Interféromètre Doppler Fibré (IDF) mono-voie (à gauche) [Dev14], et photographie d'un IDF (à droite)

En 2014, Devlaminck et al. ont présenté un montage PDV en Triature utilisant trois photodétecteurs [Dev14]. Un coupleur en Triature est un composant optique qui possède trois sorties déphasées de  $2\pi/3$ . Une analyse du déphasage entre les signaux permet de remonter directement au profil de déplacement (interféromètre IDF en Triature, voir Figure 1.4).

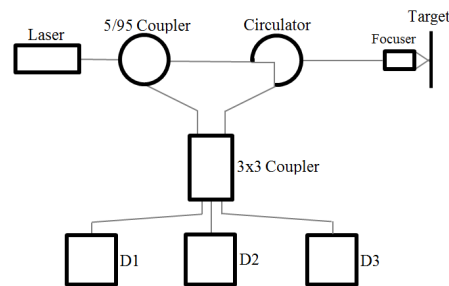


Figure 1.4 : IDF mono-voie en montage Triature pour une mesure directe du profil de déplacement [Dev14]

Dans le cas des Interféromètres de Vitesse Fibrés (IVF) en Triature, le principe de fonctionnement est basé sur l'analyse du déphasage entre plusieurs signaux de la même façon que pour les VISAR (voir Figure 1.5). Cependant, l'analyse par déphasage ne permet pas de mesurer des vitesses de particules contrairement à l'analyse temps-fréquence-amplitude utilisée avec les systèmes PDV.

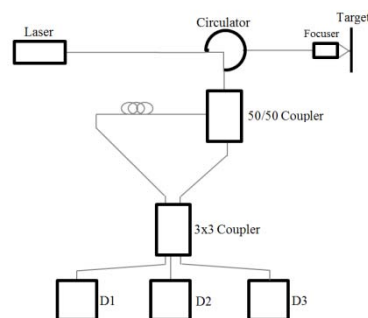


Figure 1.5 : Principe de fonctionnement de l'IVF mono-voie en montage Triature pour une mesure directe du profil de vitesse [Dev14]

On utilise ici (cf. *Figure 1.5*) une ligne à retard (fibre optique) permettant de retarder une partie du faisceau et de convertir une variation de la longueur d'onde laser en une variation de la figure d'interférence en sortie de l'interféromètre en utilisant un coupleur puis des photorécepteurs. La vitesse de propagation de l'onde optique dans la ligne à retard va varier et induire un déphasage correspondant entre l'onde optique retardée par la ligne à retard et l'onde optique de référence. Le mouvement de la cible induit une variation temporelle du déphasage  $\varphi(t)$  entre l'onde de référence et celle se propageant à travers la ligne à retard de la façon suivante :  $v(t) = \left(\frac{\varphi(t)-\varphi(t_0)}{2\pi}\right) \times \frac{\lambda}{2\tau_e} = F(t) \times K$  où  $\varphi(t_0)$  est le déphasage initial entre l'onde de référence et l'onde traversant la ligne à retard lorsque la cible est immobile, il dépend de la longueur de la ligne à retard et de son indice de réfraction ;  $\tau_e$  le temps de retard induit par la ligne à retard sur l'onde la traversant ;  $K$  le facteur de frange de la ligne à retard ;  $F(t)$  le nombre de franges ayant défilé depuis  $t_0$ . A l'aide d'un traitement de type Lissajous, basé sur l'analyse des figures d'interférences captées par deux photorécepteurs déphasés de  $2\pi/3$ , il est possible de connaître le signe de la vitesse et donc le sens de déplacement [Hal12, Dev13]. Enfin, il est possible de collecter une fraction du faisceau lumineux réfléchi par la cible à l'aide d'un photorécepteur, dans le but de connaître l'intensité lumineuse moyenne réfléchie par la cible au cours du temps.

Les systèmes IVF offrent une meilleure résolution temporelle car ils ne sont pas contraints par la limite d'Heisenberg-Gabor contrairement aux systèmes PDV. Cependant, les systèmes IVF sont plus sensibles au rapport signal sur bruit. En effet, dans le cas des IVF on s'intéresse plutôt à l'amplitude des signaux (et à leur déphasage) alors que pour les systèmes PDV, on analyse la fréquence du signal brut. En 2012, le centre CEA de Gramat a également conçu et développé des systèmes fibrés "hybrides" IDF-IVF à 532 nm et à 1550 nm (faisant l'objet d'un brevet classifié) et offrant finalement la possibilité de traiter les signaux optiques (y compris les vitesses de particules) issus d'une même tête optique (d'un même point de visée sur la cible) à l'aide soit de l'analyse par déphasage soit de l'analyse temps-fréquence-amplitude. Ces derniers systèmes sont d'ailleurs actuellement les plus utilisés car ils sont adaptés à la majorité des expérimentations réalisées en dynamique des matériaux. Une autre technique dite BLR-PDV (Broadband Laser Ranging - Photonic Doppler Velocimetry) couplant un système PDV à un système IVF (VISAR) utilisant cette fois un laser non pas continu mais impulsif ultra-court (picoseconde) à une fréquence de répétition de 50 MHz et une analyse spectrale de la lumière réfléchie sur la cible entre 1530 et 1570 nm, permet aussi de mesurer simultanément le déplacement et la vitesse du matériau sous choc [LaL15].

Les systèmes PDV et VISAR fibrés sont désormais optimisés, cependant ils réalisent des mesures de vitesses en un point (1D) et utilisent de nombreux composants optiques. Obtenir une information supplémentaire sur la vitesse surfacique du matériau à étudier serait un atout pour rendre compte de son comportement sous choc.

### 1.1.4 Technique MPDV

D'autres systèmes PDV à un puis deux lasers, appelés baies VH, ont été développés au CEA par Mercier et al. dès 2006 [Mer06, Mer09-1, Mer09-2, Mer10, Mer12] en partenariat avec le constructeur IDIL Fibres Optiques (voir *Figure 1.6*) et ont permis de réaliser des systèmes quatre voies (avec une tête optique par voie) pouvant aller jusqu'à huit voies en réalisant un multiplexage temporel avec des branches à retard (fibres optiques) afin de limiter le nombre de voies de numérisation à quatre voies c'est-à-dire à un seul oscilloscope. Ces baies VH permettent de mesurer directement le profil de vitesse jusqu'à des vitesses pouvant atteindre 10 km/s (bande passante à -3 dB des photorécepteurs et des voies de l'oscilloscope égale à 12 GHz).



Figure 1.6 : Photographie d'une baie VH du CEA (constructeur IDIL Fibres Optiques)

L'une des premières idées pour le développement d'une mesure 2D permettant de rendre compte de l'évolution du profil de vitesse de la surface du matériau au moment du choc, est la réalisation d'une matrice de points de mesure (actuellement de 32 à 128 points) en utilisant des systèmes multi-voies MPDV (Multiplexed Photonic Doppler Velocimetry) ou autrement appelés baies VHM (Vélocimétrie Hétérodyne Multiplexée) [Mor14] (voir *Figure 1.7 et 1.8*).

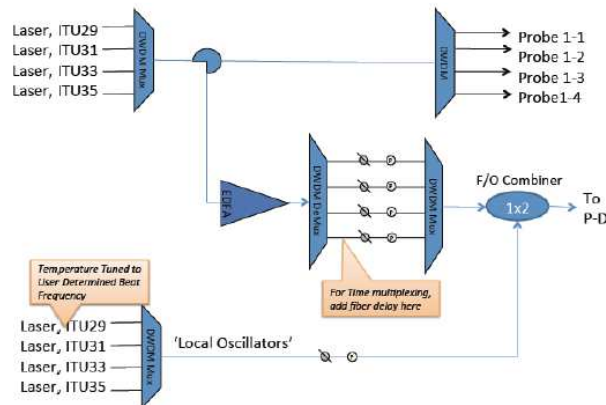


Figure 1.7 : Schéma de principe d'un système MPDV 32 voies [Mor14]

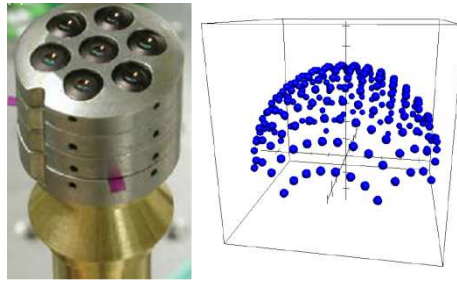


Figure 1.8 : Photographie d'une tête optique multi-points "fisheye" associée à un système MPDV (à gauche), et exemple de matrices de visée plane et demi-sphérique (à droite) [constructeur américain NSTech]

Pour limiter l'encombrement et le coût de ces systèmes, ils utilisent les techniques de multiplexage temporel et/ou fréquentiel. Sur ces systèmes, il est important de trouver le bon compromis entre le nombre de points de mesure, la diaphonie optique (être sûr par exemple que le faisceau laser sortant d'une tête optique ne va pas entrer après réflexion sur la cible dans une tête optique voisine) et la bande passante maximale des photorécepteurs et numériseurs. Dans le cas des systèmes MPDV, la résolution spatiale au niveau de la surface (2D) dépend de la distance entre chaque tête optique. Le coût global du système reste néanmoins élevé même si les voies de numérisation sont réduites grâce aux techniques de multiplexage.

Il existe d'autres types de multiplexage comme le multiplexage de polarisation PDM (Polarization Division Multiplexing) [Big14]. Pour cela, il suffit d'émettre deux faisceaux à partir du même laser, mais en les orientant suivant deux directions de polarisation orthogonales distinctes, puis on les multiplexe dans une même fibre. Les polarisations des deux faisceaux resteront orthogonales à condition de ne pas trop contraindre ou tordre la fibre. L'action de la biréfringence induite par contrainte est très rapide. Les fibres à maintien de polarisation permettent d'éviter ces problèmes. Ainsi ces deux faisceaux seront potentiellement séparables l'un de l'autre au niveau du récepteur. C'est ce même principe physique qui est souvent utilisé pour la vision stéréoscopique d'images en trois dimensions (3D) (utilisation de lunette polarisée). Selon un principe similaire dans un système de télécommunication, on peut multiplexer deux faisceaux distincts, émis le long de deux polarisations orthogonales à la même longueur d'onde, les faire se propager simultanément et les démultiplexer à l'aide de deux polariseurs orthogonaux dans le récepteur, ou, mieux, à l'aide d'un cube séparateur de polarisation. Le principal frein à la mise en œuvre de cette approche est que, contrairement à une projection 3D, on ne peut pas connaître les directions de polarisation dans une fibre aussi simplement que les directions haut-bas/droite-gauche pour un spectateur avec ses lunettes. En effet, la coupe transverse d'une fibre est organisée selon une symétrie circulaire et ne révèle aucune direction privilégiée. De plus, la réflexion d'un faisceau sur une cible peut également modifier sa polarisation. On ne peut donc pas prédire l'évolution de la polarisation de la lumière lors de sa propagation et donc déterminer a priori

l'orientation optimale des axes du cube séparateur du récepteur par rapport à ceux de la fibre. De plus, toute manipulation ou perturbation mécanique de la fibre provoquerait une rotation immédiate et incontrôlée des directions de polarisation. Il faut pour cela insérer devant le cube séparateur du récepteur un dispositif, appelé contrôleur de polarisation, pour réaligner en permanence la direction de polarisation des faisceaux sur les axes du cube séparateur. On peut aussi reproduire le fonctionnement du contrôleur de polarisation par échantillonnage et traitement numérique du signal. C'est cette deuxième solution, apparue avec la détection cohérente, qui a permis l'introduction commerciale du multiplexage en polarisation [Big14].

Il existe également le multiplexage de modes utilisant une fibre optique dit multimode. En effet, dès que le cœur de la fibre dépasse un certain diamètre, elle devient multimode et peut transporter la lumière sur des trajets différents appelés modes. Les modes sont caractérisés par leurs distributions spatiales spécifiques lorsqu'on analyse le faisceau optique transversalement. Le multiplexage de modes consiste donc à envoyer un certain nombre de faisceaux différents selon le nombre de modes d'une fibre multimode. Afin de privilégier un mode spécifique de la fibre au moment du couplage dans la fibre de transmission, chaque faisceau émis par un laser aura été préparé grâce à un filtre spatial. Après propagation des faisceaux dans la fibre, il est possible d'isoler chaque mode grâce à d'autres filtres spatiaux, placés dans le récepteur, qui ne laissent passer qu'un mode à la fois. Ainsi, on peut traiter les informations transportées par chaque mode. Il reste cependant quelques défis à résoudre pour compenser les fuites possibles d'un mode à l'autre durant la propagation lors des perturbations mécaniques sur la fibre multimode.

### 1.1.5 Technique VISAR-2D

Comme nous l'avons détaillé dans le §1.1.1, les systèmes VISAR permettent de mesurer de hautes vitesses de façon très précise à partir des variations de phase des interférences entre deux ondes dont l'une est retardée par rapport à l'autre. Nous avons vu qu'il était possible de mesurer la vitesse en un point de la surface ou alors sur une « ligne » de la surface en utilisant une caméra à balayage de fente. Une technique de mesure VISAR-2D a été proposée plus récemment par Erskine et al. [Ers95, Ers97, Ers00, Cel10, Ers12, Ers14-1, Ers14-2], cette fois à partir d'une impulsion laser permettant d'enregistrer l'image de la cible à un instant  $t$ , afin de remonter à la vitesse instantanée de celle-ci (voir *Figure 1.9*). Cette technique permet d'obtenir une résolution spatiale supérieure aux techniques classiques du VISAR « ligne », car elle utilise notamment un détecteur CCD 4000x4000 pixels plutôt qu'une caméra à balayage de fente. Pour la restitution de l'image complexe 2D, ils utilisent un traitement analogue à l'holographie numérique, particulièrement adapté aux cibles spéculaires. Ces techniques de traitement sont détaillées dans [Ers14].

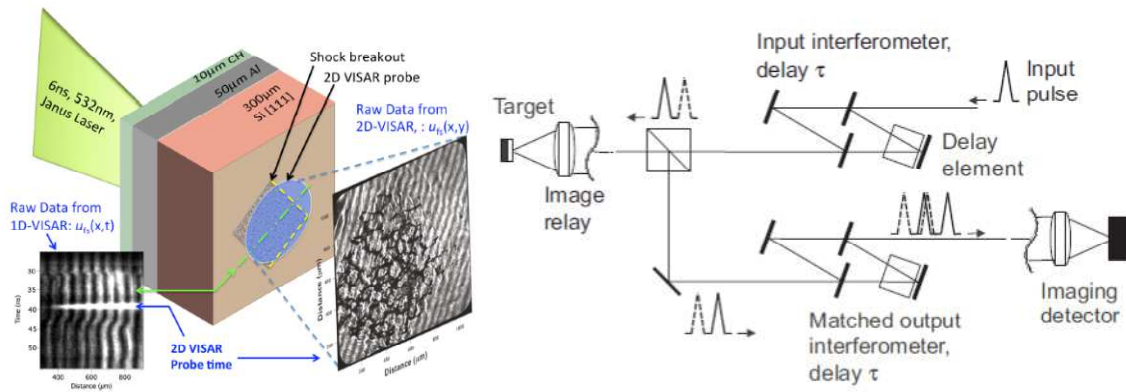


Figure 1.9 : Principe de fonctionnement du VISAR-2D [Ers14]

Cette technique permet donc d'obtenir une information du profil 2D de la vitesse sur l'ensemble d'une surface avec une résolution spatiale suffisante. Cependant, il s'agit seulement d'une mesure 2D unique et instantanée. De plus, il est possible d'être confronté à des images « fantômes » superposées liées à un mauvais alignement de la lentille ou suite à un changement de la réflectivité de la cible au moment du choc.

## 1.2 Autres techniques de vélocimétrie

### 1.2.1 Technique LIDAR

La télédétection par laser ou LIDAR (pour Light Detection And Ranging ou Laser Imaging, Detection And Ranging) est une technologie de mesure de distance qui consiste à illuminer une cible avec un laser pulsé et à analyser la lumière réfléchi. Le principe de la mesure de vitesse est soit basé sur la mesure de la distance séparant la cible du LIDAR soit sur le décalage de fréquence induit par effet Doppler lors du déplacement de la cible.

La première méthode consiste à mesurer le temps de vol mis par une impulsion laser pour atteindre la cible visée et revenir au LIDAR après réflexion. Un compteur électronique de temps est déclenché lorsque l'impulsion est émise par le laser et arrêté lorsque l'impulsion retour est détectée. Connaissant le temps d'aller-retour  $\tau$ , ainsi que la vitesse de la lumière  $c$ , on en déduit facilement la distance laser-cible. Pour connaître la vitesse de la cible, il suffit de répéter le processus de mesure de distance à des intervalles de temps fixes. La variation de distance obtenue par unité de temps donne une valeur de la vitesse radiale (suivant la direction de la ligne de visée). Les systèmes LIDAR sont régulièrement utilisés en métrologie pour le contrôle routier, aérien, ou encore dans le domaine de la défense. Les LIDAR sont aussi utilisés pour sonder à distance des milieux étendus peu denses (atmosphère terrestre, structure et topographie des surfaces et couverts naturels ou urbanisés et géologie) [Bou14, Pol14, Riv14].

La seconde méthode consiste à réaliser une détection hétérodyne, c'est-à-dire faire interférer le signal reçu (lumière rétrodiffusée) avec un faisceau laser de référence de fréquence connue permettant ainsi de déterminer le décalage de fréquence Doppler de manière similaire au système de vélocimétrie hétérodyne présenté dans la partie précédente, mais cette fois en utilisant un laser pulsé. La vitesse de la cible est ensuite déterminée à partir de ce décalage de fréquence Doppler. Les systèmes LIDAR utilisant ce principe sont essentiellement utilisés pour la mesure de la vitesse du vent (en utilisant les aérosols comme cibles). Les sous-systèmes de balayages 3D ou 4D (full wave form) des systèmes LIDAR permettent de scanner une surface avec une cadence de 50 kHz et avec une résolution de 15 cm sur le plan horizontal et 25 cm sur un plan vertical. Les choix des longueurs d'onde varient entre 1,5  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$ .

Dans le cas de l'imagerie dite LIDAR flash, il est important que le faisceau soit homogène (uniformité de l'éclairement laser), la durée de l'impulsion laser impactant la précision de la télémétrie varie entre 1 et 50 ns avec une énergie importante (entre 100 et 200 mJ) et la fréquence de répétition du laser entre quelques Hz à quelques dizaines de Hz. Cela impacte le taux de rafraîchissement de l'image. Pour ce qui est de l'imagerie par balayage, la durée de l'impulsion laser varie entre 1 et 5 ns et peut impacter le traitement du signal. La puissance d'émission laser est donc moins importante dans le cas de l'imagerie par balayage, mais la fréquence de répétition est bien supérieure (jusqu'à quelques centaines de kHz). Il est possible d'utiliser des lasers solides à fibres dopées Erbium ou Holmium, ou encore les systèmes de type OPO (Optical Parametric Oscillator) KTP (Potassium Titanyl Phosphate -  $\text{KTiOPO}_4$ ) NCPM (Non Critical Phase Matching), comme source pour les systèmes LIDAR.

Les systèmes LIDAR, bien qu'adaptés pour des mesures de longues distances et au travers d'atmosphères opaques, ont une résolution spatiale et temporelle qui n'est pas adaptée pour les mesures de hautes vitesses recherchées.

### 1.2.2 Technique PIV

La technique de Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) a été introduite suite aux études réalisées sur le phénomène de « speckle ». Les premiers systèmes de mesure de vitesses utilisant ces phénomènes sont connus sous le nom de Laser Speckle Velocimetry (LSV) ou Laser Speckle Photography (LSP). Le principe de la technique PIV consiste à mesurer le déplacement de particules en suspension injectées dans le milieu étudié entre deux ou plusieurs images successives à l'aide d'une nappe laser (voir *Figure 1.10*). Cette nappe laser est un faisceau de lumière éclairant une tranche du volume que l'on cherche à étudier. Ces systèmes PIV sont principalement utilisés pour l'étude des flux aérodynamiques en milieu contrôlé et pour les études générales en mécanique des fluides. Généralement, le laser utilisé est de type impulsif, délivrant deux impulsions

espacées d'un intervalle de temps  $\Delta t$ , réglable en fonction des vitesses à mesurer. Un système optique, composé de lentilles cylindriques et sphériques permet de transformer le faisceau incident du laser en une nappe de faible épaisseur (de l'ordre de quelques millimètres). Afin de réaliser les mesures de déplacement, le milieu est doncensemencé de particules diffusant la lumière et possédant des caractéristiques leur permettant de suivre au plus près le déplacement du milieu. A chaque impulsion, et de façon synchronisée, la lumière diffusée par les particules est collectée perpendiculairement à la nappe laser et l'image numérique des particules est enregistrée à l'aide d'une caméra CCD ou CMOS qui présente un bon compromis entre rapidité et haute résolution. L'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux images étant connu, la vitesse du fluide dans le plan d'éclairage est déduite à partir du déplacement des particules.

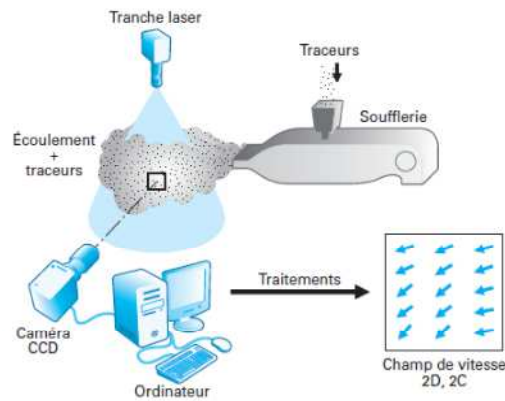


Figure 1.10 : Principe de la PIV [Sch07]

L'ensemencement de l'écoulement est une technique de visualisation permettant de rendre visible les particules fluides appelées traceurs, ajoutées au fluide en mouvement. On ne mesure pas directement la vitesse de l'écoulement mais plutôt celle des particules en suspension dans l'écoulement. Il est donc important qu'entre les instants de prise de vue, la particule reste dans le plan d'éclairage du laser. Enfin, la taille des particules doit être suffisamment faible pour qu'elles suivent parfaitement les fluctuations de l'écoulement aux échelles considérées et ne pas perturber l'écoulement du fluide, de sorte que la vitesse de ces traceurs peut être assimilée à celle de l'écoulement. Il faut également que ces particules soient suffisamment grosses pour être observées, de masse volumique la plus proche possible de celle du gaz porteur et si possible de fort indice de réfraction par rapport au milieu ambiant. L'ensemencement dépend donc des conditions expérimentales : on distingue les traceurs continus (colorants, fumées, ...) qui donnent en général des informations qualitatives et les traceurs individualisés (particules, solides, bulles, ...) qui donnent accès à des grandeurs quantitatives. On adapte donc les particules en fonction de l'écoulement étudié (dans l'air ou dans l'eau).



Il est possible de mesurer plusieurs composantes de la vitesse dans un plan de l'écoulement, comme par exemple grâce à la PIV par stéréoscopie. Enfin, il est également possible de mesurer les trois composantes de la vitesse dans un volume d'écoulement par holographie PIV ou tomographie PIV (cf. Annexe A).

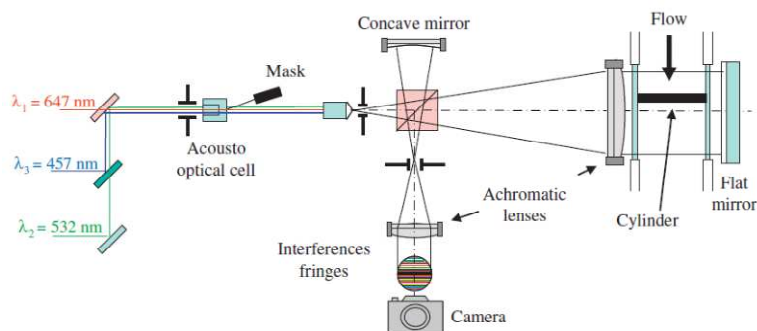
Cette technique, bien que permettant de réaliser une mesure des trois composantes de la vitesse dans un volume, reste complexe à mettre en œuvre et nécessite de nombreux composants. Les techniques PIV sont coûteuses et nécessitent d'ensemencer le milieu de manière contrôlée rendant ces systèmes inadaptés pour des mesures de hautes vitesses en dynamique des matériaux. La capacité d'ensemencement d'un écoulement est limitée car il faut que l'écoulement ne soit pas perturbé par la présence des particules et que la projection, sur le plan de la caméra, des particules présentes dans l'écoulement soit faible par rapport à la surface totale (surface efficace faible de façon à ce que peu de particules en cachent d'autres). La résolution de la méthode est donnée par la taille des fenêtres d'interrogation, donc par la taille du champ global et par la résolution de la caméra. Malgré que ces techniques permettent de mesurer les trois composantes de la vitesse, elles restent difficiles à mettre en œuvre spécialement dans un environnement de tests en dynamique des matériaux. La PIV est en effet plus adapté à des écoulements turbulents.

### 1.2.3 Technique IH

L'holographie est une méthode optique bien connue permettant de restituer des images 3D en relief d'un objet grâce aux propriétés de la lumière cohérente et d'un procédé d'enregistrement photographique. Elle utilise donc la cohérence de la lumière pour enregistrer la phase de l'onde lumineuse diffusée ou transmise par l'objet. L'holographie est appliquée depuis sa découverte à l'étude expérimentale d'écoulements fluides, pour mesurer la taille, la position ou encore la vitesse de particules présentes dans un écoulement. L'interférométrie holographique (IH) englobe tous les phénomènes d'interférences dans lesquels au moins l'une des ondes participant aux interférences est produite par un hologramme (diffusion à partir d'un objet), elle permet donc l'interférence de deux ondes contemporaines (deux versions voisines d'une même onde diffuse). Puisque l'interférométrie holographique permet de comparer deux états successifs d'un objet, seuls des changements d'état peuvent être mis en évidence. Les déplacements de l'objet sont quantifiables avec une sensibilité d'une fraction de micromètres.

Initialement, le développement de l'holographie était plus complexe, (cela est lié d'une part à la difficulté de mise en œuvre et de développement des plaques holographiques, et d'autre part à la complexité du montage d'analyse). Il est depuis possible d'acquérir les hologrammes directement sur une matrice CCD, l'approche numérique permettant en effet d'atteindre des cadences d'acquisition plus élevées. Les traitements des images-hologrammes ont également beaucoup

évolué ces dernières années, permettant d'améliorer la précision sur la reconstruction 3D et d'augmenter la largeur du champ d'étude accessible. L'holographie numérique est à la base de nouvelles techniques de diagnostic tridimensionnel utilisables dans le domaine expérimental : elle est facile à mettre en œuvre, peu coûteuse et apporte une information supplémentaire sur la taille des objets étudiés. Différents montages holographiques existent : des montages simples à deux bras (avec ou sans inclinaison de l'onde de référence), ou des montages plus complexes, exploitant la couleur [Des11, Des12, Des13] (voir *Figure 1.11*). Plus de détails sur les techniques existantes d'interférométrie holographique sont présentés en Annexe A.



*Figure 1.11 : Montage d'interférométrie holographique utilisant la couleur [Des12]*

Enfin, des techniques d'holographie optique 3D utilisant des métasurfaces plasmoniques composées de nanotiges métalliques sub-longueur d'onde ayant une orientation spatiale non constante, permettent de façonner le front d'onde de la lumière [Loh69, Lal98, Hua13, Kho16]. Il est possible d'avoir un contrôle continu sur la phase de l'onde.

Cette technique, bien qu'attrayante, reste limitée en terme de résolution spatiale par rapport à nos besoins.

### 1.2.4 Technique THz

Le rayonnement TéraHertz est un domaine spectral complémentaire par rapport aux techniques employées actuellement (optique, RF, etc.). Jusqu'à présent le domaine des ondes millimétriques (30 à 300 GHz) et submillimétriques (300 GHz à 3 THz) était relativement peu employé. Le rayonnement TéraHertz est de plus en plus utilisé grâce au développement des lasers femtosecondes, mais aussi grâce aux progrès constants dans la conception et la fabrication de l'électronique rapide et de nouveaux composants micro- voire nanoélectroniques, afin de répondre aux besoins en imagerie haute fréquence. Il permet également de pénétrer la matière sans causer de dommages et de traverser des milieux opaques dans le visible (vêtements, papier, bois, carton, plastiques, etc.).

Jusque dans les années 1980, la production efficace et la détection des ondes dans cette plage du spectre électromagnétique, restaient délicates (utilisation de sources thermiques ou lasers encombrants de type gaz moléculaire). Les sources THz constituent actuellement la principale limitation en terme de transfert industriel : leur encombrement, leur fiabilité et aussi leur coût ne sont pas encore compétitifs et attractifs. Il existe plusieurs types de sources THz : continues ou impulsionnelles, cohérentes ou incohérentes, basées sur des techniques électroniques ou optiques. L'obtention de signaux THz peut nécessiter toutefois une multiplication de la fréquence de base par des dispositifs d'optique non linéaire. Enfin, grâce à l'expansion de la microélectronique, des nouvelles sources issues des hétérostructures à base de semi-conducteurs comme des diodes à effet de transit, des transistors ultrarapides, sont capables de générer directement en bande millimétrique, on parle alors d'optoélectronique THz [Cou08].

Une des solutions consiste à faire battre, dans un dispositif non linéaire, deux lasers continus asservis en longueurs d'onde légèrement différentes. La différence de fréquences est égale à la fréquence THz désirée. Cette technique est très attirante car le faisceau THz généré est quasi monochromatique et accordable en fréquence en changeant la longueur d'onde des faisceaux de pompe. Le mélange de fréquences peut s'effectuer par des cristaux non linéaires, qui sont de la même famille que ceux employés pour le doublement de fréquence optique. Les rendements de conversion sont encore très faibles, et décroissent au fur et à mesure que la fréquence ciblée augmente.

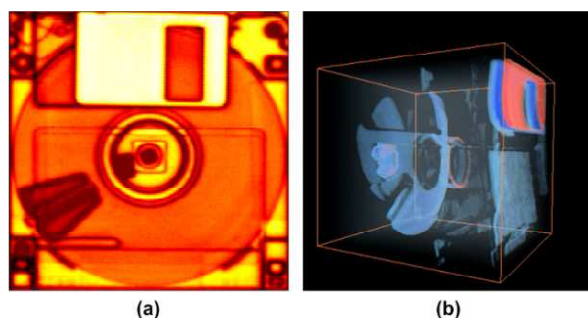
Le laser à cascade quantique est probablement la source continue la plus prometteuse. De par sa structure, il est possible de choisir les temps de vie et les probabilités de passage par effet tunnel pour chaque niveau afin d'obtenir l'effet laser. Grâce à leur faible taille, leur haute fiabilité et leur facilité d'usage, ces composants sont plus à même d'être utilisés pour les ondes THz [Mou10]. Les lasers impulsionnels peuvent également être utilisés pour l'émission de rayonnement THz en infrarouge lointain. Par exemple, par des effets d'optique non linéaire, on convertit l'impulsion optique sub-picoseconde focalisée dans un cristal ou un composant non linéaire pour récupérer un faisceau THz. Cette impulsion électromagnétique rayonne dans l'espace libre ou est guidée par des dispositifs optiques adaptés. Comme le spectre THz généré est inversement proportionnel à la largeur temporelle de l'impulsion, si on émet une impulsion de l'ordre de la picoseconde, alors le spectre atteint le domaine THz. Les mesures peuvent être conduites à température ambiante ce qui n'est pas le cas des lasers à cascade quantique. Ce système est efficace pour l'émission d'un rayonnement THz lorsque l'on utilise un laser femtoseconde de manière directe (pour initier des effets d'optique non linéaire dans des cristaux qui seront la source du rayonnement). L'autre possibilité repose sur la génération de porteurs de charge dans des systèmes actifs photosensibles à base de semi-conducteurs ultrarapides. Ces dispositifs à semi-

conducteurs délivrent des signaux dont l'étendue spectrale peut atteindre 110 THz et la puissance moyenne plusieurs dizaines de  $\mu\text{W}$ .

Comme en optique classique, les systèmes d'imagerie THz peuvent se décomposer en deux familles : l'imagerie passive qui consiste à former une image THz d'un objet ou d'une scène, en exploitant leur rayonnement thermique et l'imagerie active dans laquelle on éclaire la scène avec une source THz continue ou impulsionnelle. Nous rappelons que les ondes THz combinent plusieurs avantages : la directivité, c'est-à-dire la possibilité de réaliser des dispositifs qui sont plus grands que la longueur d'onde afin de pouvoir les orienter ou les focaliser vers un point donné ; la technique d'émission et de détection par l'utilisation d'antennes, mais surtout les ondes peuvent pénétrer beaucoup plus profondément là où les ondes optiques classiques sont absorbées ou réfléchies. Elles traversent des parois de bois et de béton de plusieurs centimètres d'épaisseur et, par conséquent, il devient possible de "voir" derrière une surface ou dans un volume normalement opaque aux rayons optiques.

Son inconvénient principal est la faible résolution spatiale imposée par les lois de la diffraction lorsque l'on image en champ lointain. En effet le pouvoir de résolution d'un système optique est défini comme la distance angulaire minimale entre deux éléments d'un objet qui permet d'en obtenir deux images séparées ; on dit alors que l'objet est "résolu". Cela est provoqué par le phénomène de limite de diffraction : un objet ponctuel donne une image "floue", appelée tache de diffraction. À titre d'exemple, il a été démontré que la résolution spatiale est limitée par la diffraction limite de  $250\ \mu\text{m}$  obtenue pour une longueur d'onde de  $150\ \mu\text{m}$  c'est-à-dire 2 THz [Abr09, Fat09, Mou10].

Durant ces dernières années, de nombreux systèmes de mesure THz ont été développés notamment pour la spectroscopie THz et la tomographie 3D (utilisée dans le biomédical [Ket12], les systèmes de sécurité à l'aéroport [Gro10] comme par exemple pour la détection d'objets dissimulés sous différents types de tissus ou matériaux, etc.), ou encore pour le contrôle volumique non destructif à partir de l'imagerie THz avec capteurs à ondes plasma (voir *Figure 1.12 et 1.13*) [Jin12, Tri15].



*Figure 1.12 : Image 2D et 3D d'une disquette grâce à l'imagerie THz [Jin12]*



Figure 1.13 : Impact de la foudre sur un matériau composite en fibre de carbone [Tri15]

La technologie TéraHertz présente certains avantages tels que le pouvoir de pénétration important dans la matière, la mise en forme et le guidage du faisceau. Il est possible d'accéder à un très grand nombre d'informations sur les propriétés physiques des matériaux grâce à cette technologie. La principale limitation est la résolution liée à la longueur d'onde utilisée de l'imagerie hyperspectrale en bande THz. En effet, comme nous l'avons déjà évoqué, la résolution spatiale est limitée par les problèmes de diffraction limite. On peut également rencontrer quelques difficultés de traitement des signaux. Enfin, cette technologie reste coûteuse.

### 1.2.5 Technique VDU

La vélocimétrie Doppler ultrasonore (VDU) multidimensionnelle permet de réaliser une mesure simultanée de plusieurs composantes du vecteur vitesse le long d'une ligne. Le principe du système consiste à placer un transducteur central émettant une impulsion ultrasonore, puis à analyser simultanément les signaux échos à l'aide de plusieurs transducteurs placés de part et d'autre du transducteur émetteur. De cette vision stéréoscopique, il est possible de reconstruire les différentes composantes du vecteur vitesse pour tous les volumes de mesure situés à l'intérieur de l'intersection des champs ultrasonores de l'émetteur et d'un récepteur. C'est la raison pour laquelle la géométrie des champs ultrasonores est primordiale. En effet, pour assurer son bon fonctionnement il faut que les axes de tous les champs ultrasonores (émetteur et récepteurs) se coupent en un point unique et que les angles entre l'axe du champ ultrasonore d'un récepteur et celui de l'émetteur soient identiques. Suivant le nombre de transducteurs récepteurs placés de façon équidistant au transducteur central et dans le même plan  $(x,y)$ , on peut réaliser une mesure 2D ou 3D (cf. *Figure 1.14*). Chaque couple de transducteur (émetteur et récepteur) offre un vecteur vitesse dans le plan et cela pour chaque écho reçu, après analyse de la fréquence Doppler [Rib15, Che16].

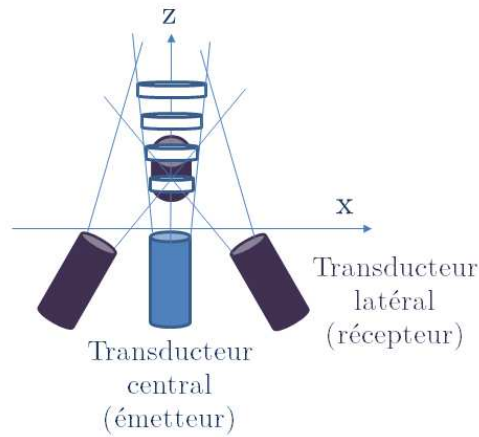


Figure 1.14 : Principe de fonctionnement de la vélocimétrie Doppler ultrasonore multidimensionnelle

En vélocimétrie Doppler pulsée, un émetteur émet de manière périodique une brève impulsion tandis qu'un récepteur capte les échos issus de particules qui se trouvent sur le chemin de propagation de l'onde ultrasonore. La mesure du déplacement des particules est réalisée par l'échantillonnage régulier du signal d'écho après un délai constant suivant l'émission de l'impulsion ultrasonore. La corrélation existant entre les échos successifs est la base de la vélocimétrie Doppler ultrasonore.

Son principal avantage est de pouvoir obtenir simultanément une information de position et de vitesse en un point donné. Ceci est lié à l'utilisation d'une émission pulsée et l'information n'est disponible que sous forme échantillonnée. Il existe donc une vitesse maximum pouvant être mesurée dépendant du temps d'intervalle entre chaque émission du transducteur.

La vélocimétrie Doppler ultrasonore est une technique attrayante pour obtenir une information 2D complète par stéréoscopie. Tout comme la PIV elle nécessite cependant un alignement très fin. De plus, elle reste limitée par la fréquence d'émission du transducteur émetteur qui ne dépasse pas actuellement 100 MHz. Ce qui ne nous permet pas d'obtenir la résolution temporelle souhaitée. Enfin, il est possible de rencontrer des difficultés de traitement avec cette technique (échos non uniformes ou déviés de façon importante par les particules).

### 1.2.6 Technique TFD

Une autre solution pour réaliser une mesure 2D du profil de vitesse ou observer des phénomènes rapides, grâce à la transformée de Fourier dispersive (TFD) en utilisant un élément dispersif dans les fibres, a été proposée par Goda et al. dès 2009 [God09-1, God09-2]. Plusieurs systèmes expérimentaux ont ensuite été présentés en 2013, permettant par exemple le balayage d'une surface à partir d'un laser impulsionnel ou encore de l'imagerie rapide [God13].

Le transformée de Fourier Dispersive, également connue sous le nom de transformée de Fourier en temps réel, est basée sur l'utilisation d'un élément dispersif, telles que des fibres dispersives ou des fibres à réseau de Bragg (cf. *Figure 1.15*) [Jan83, God97, Ton97, Mur99, Aza00, Sol07, Cho08, Syc10]. Un milieu dispersif est un milieu dans lequel les ondes se propagent à des vitesses dépendantes de la fréquence de l'onde. La largeur temporelle du paquet d'ondes évolue avec une dispersion de vitesse de groupe. Lorsque qu'une impulsion laser traverse un élément dispersif, son spectre est alors étalé temporellement dans le sens de propagation de la fibre. Cette technique permet par exemple de scanner une surface à partir de chaque impulsion dont le spectre est étalé spatialement (voir *Figure 1.16*) [Yaz14]. De plus, l'un des principaux avantages de la technique TFD, est qu'il est possible d'utiliser simultanément cet élément dispersif comme milieu à gain pour pouvoir amplifier optiquement le spectre de l'impulsion [God08, God09-1, God09-2, Far11, Kim11, Mah11]. Les pertes peuvent par exemple être compensées en utilisant des systèmes d'amplifications optiques tels que des fibres dopées terres rares ou des amplificateurs optiques à base de semi-conducteurs permettant de maintenir un niveau de signal relativement constant pour l'ensemble des fréquences lors de la propagation. Cela permet de conserver un rapport signal à bruit important.

Le point le plus important pour cette technique est donc d'avoir une dispersion de la vitesse de groupe suffisante au sein de l'élément dispersif (dans la fibre) pour éviter les distorsions. Plusieurs tests expérimentaux ont été effectués pour des longueurs d'onde autour de 800, 1000 et 1550 nm, avec une largeur de bande optique de l'ordre de 100 nm [God13].

L'approche la plus classique consiste à utiliser la dispersion chromatique dans une fibre monomode de transmission longue distance et un système de compensation de dispersion (DCF). La dispersion chromatique dans une fibre monomode dépend de la longueur d'onde d'émission et de la dispersion au niveau du guide d'onde (dépendant de l'indice de réfraction). Il est également possible d'utiliser une fibre à réseau de Bragg [Ana99, Mur99, Aza00], comme présenté sur la *Figure 1.15*. Les fibres à réseau de Bragg permettent de réfléchir certaines longueurs d'onde définies et d'en transmettre d'autres. Pour cela on place un réseau à pas variable dans le cœur de la fibre dont l'indice de réfraction varie. Enfin, la dernière technique consiste à combiner un réseau de diffraction et une fibre multimode. Le réseau de diffraction est notamment utilisé pour ses propriétés de diffraction angulaire, permettant d'orienter chaque composante du faisceau suivant un angle différent.

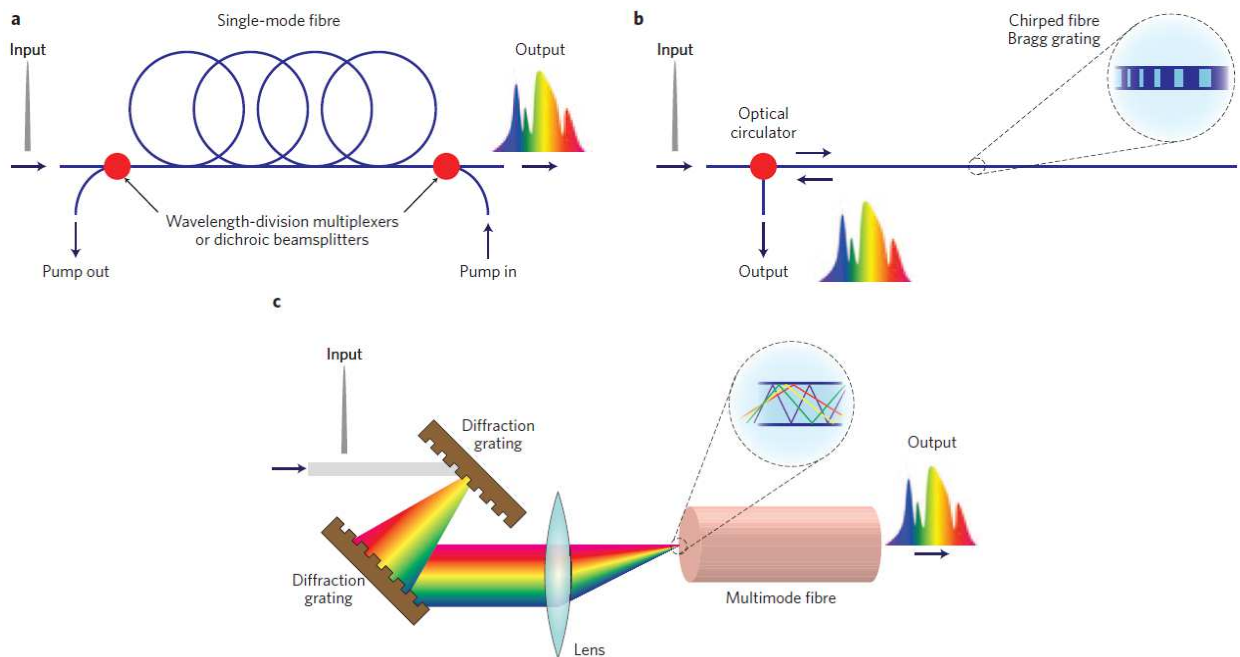


Figure 1.15 : Techniques de TFD à partir : a. d'une fibre optique monomode, b. d'une fibre à réseau de Bragg, et c d'un réseau de diffraction angulaire [God13]

La TFD est utilisée pour l'observation de phénomènes rapides en temps réel dans plusieurs applications industrielles et biomédicales à partir de techniques telles que la spectrométrie, l'imagerie, et le balayage de surface par laser. La technique la plus rapide reste celle utilisant un laser impulsionnel femtoseconde (cf. Figure 1.16). La fréquence de répétition de ces impulsions lasers varie entre 10 et 100 MHz. La fréquence de balayage de la surface est bien entendu encore inférieure. Cependant, cette technique permet d'obtenir une résolution spatiale inférieure au nm (le long d'une ligne de mesure).

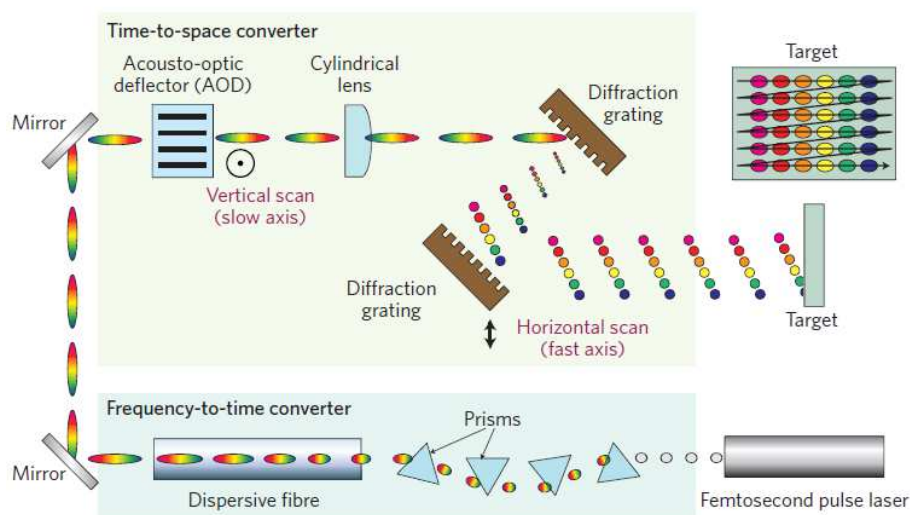


Figure 1.16 : Principe du balayage par laser à partir d'une TFD [God13]

Cette technique est attrayante car elle permet de scanner une surface à haute fréquence. Cependant, la fréquence d'émission n'est pour le moment pas suffisante pour nos besoins en

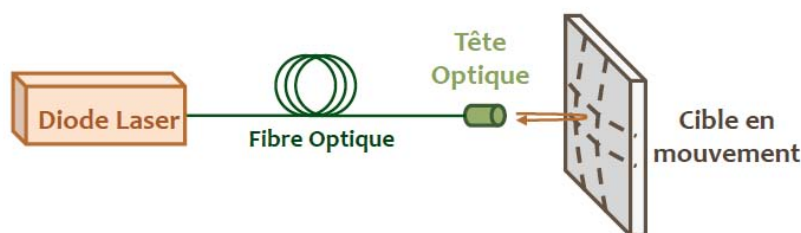


termes de résolution temporelle. Enfin, cette technique complexe nécessite de nombreux composants et un alignement très rigoureux.

### 1.2.7 Technique IRO

Quand un faisceau laser illumine une cible, une petite partie de la lumière réfléchie peut-être réinjectée dans la cavité laser, et l'onde retour peut interférer avec le champ électrique dans la cavité laser. Ce phénomène est appelé rétro-injection optique (IRO ou *Self-mixing*). Il est souvent considéré comme indésirable car cela perturbe les propriétés spectrales du laser et notamment sa puissance d'émission optique. C'est pour cette raison que l'on a régulièrement recours à un isolateur optique afin de protéger la source laser de toute réflexion parasite. Ces isolateurs sont présents notamment dans tous les appareils optoélectroniques pour les télécommunications ainsi que dans les lecteurs CD et DVD. Cependant, dès la création des premiers lasers, les chercheurs se sont rendu compte que cette rétro-injection optique perturbant la puissance d'émission optique du laser, pouvait être exploitée pour de nombreuses applications de détection. Kleinman et Kisliuk [Kle62] ont été les premiers à démontrer en 1962 le potentiel de la rétro-injection optique.

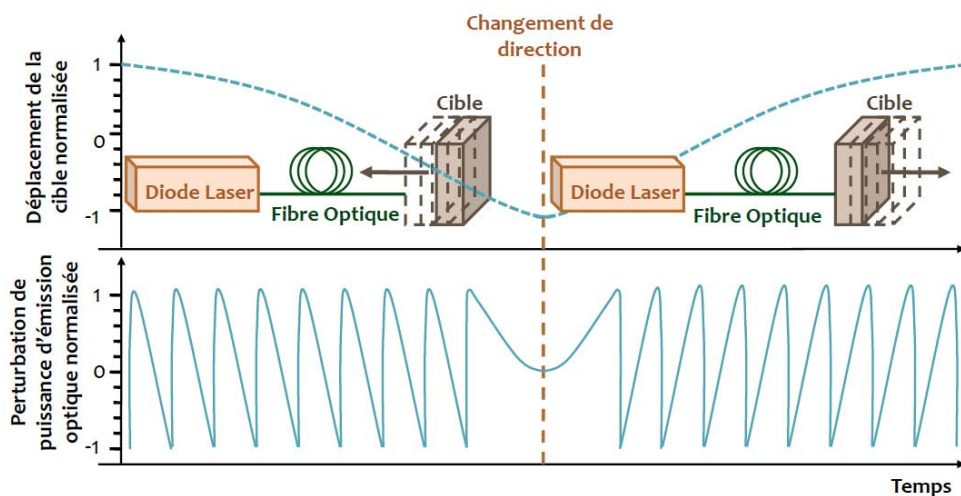
L'interférométrie par rétro-injection optique est donc une technique permettant de déterminer la distance absolue, la vitesse et/ou le déplacement de la cible à partir de l'étude des perturbations de la puissance d'émission optique du laser provoquée par la rétro-injection optique [Wan92, Don98, Bos01, Giu02, Bès06-1, Bès06-2, Ran06, Tai15]. Le laser joue donc à la fois le rôle de la source de lumière, du micro-interféromètre (au niveau de sa cavité active) et du photodétecteur. Ce type d'interféromètre présente ainsi l'intérêt de supprimer tous les composants optiques externes (à l'exception d'une lentille de collimation ou de focalisation et d'une fibre optique éventuelle pour déporter la tête optique). Son principe de fonctionnement est présenté sur la *Figure 1.17*.



*Figure 1.17 : Schéma d'un système d'interférométrie par rétro-injection optique fibré*

Généralement, les signaux de perturbations de la puissance d'émission optique, suite à la rétro-injection, sont récupérés à l'aide d'une photodiode intégrée dans le boîtier de la diode laser et placée juste au niveau de la face arrière du laser. La photodiode délivre alors un signal analogique proportionnel à la puissance optique émise par le laser. Habituellement, ce signal analogique est

utilisé pour asservir la puissance d'émission de la diode laser. Cela permet de contrôler et de corriger le courant d'alimentation afin de garantir une puissance optique émise constante pour des applications de type transmissions optiques ou lecteurs CD et DVD. Néanmoins, ce signal analogique peut également être analysé pour détecter les variations de la puissance d'émission optique induites par le phénomène de rétro-injection. Alternativement, il est possible de récupérer le signal directement aux bornes de la jonction du laser [Cam14, Tai15, AIR16]. La puissance d'émission optique observée est donc modulée lorsque la cible est en mouvement ou que le courant d'injection de la diode laser est modulé. La principale différence avec des interférences classiques présentées auparavant est que celles-ci ont lieu directement dans la cavité active de la diode laser présentant un indice de réfraction imaginaire (dans le cas de l'interférométrie par rétro-injection optique). Cette différence notable se traduit par une forme des signaux de modulation qui n'est pas systématiquement sinusoïdale (contrairement aux interférences classiques). En effet, les signaux d'interférométrie par rétro-injection optique obtenus, reflétant les perturbations de puissance d'émission optique au sein de la cavité, ont une forme caractéristique en "dents de scie", et leurs orientations renseignent sur le sens de déplacement de la cible (cf. *Figure 1.18*) [Bès06-1, Bès06-2, Tey13, Arr14, Cam14].



*Figure 1.18 : Représentation schématique des perturbations de la puissance optique de la diode laser sous rétro-injection optique*

De nombreuses études théoriques et expérimentales ont été réalisées sur les phénomènes de rétro-injection optique [Hen86, Hel90, Pet95, Kan05, Uch12]. Il a été démontré que la rétro-injection affecte un ensemble de propriétés de la diode laser, tels que la densité du courant au seuil [Bac68, Kan79, Hen86, Tem86, Fav87, Sch88] et ses propriétés dynamiques [Bro69, Lan80, Agr86, Pet88, Oht13]. Les effets dépendent notamment de la distance entre la diode laser et la cible visée [Mor68, Bin89, Pet88, Bes93, Oht13], et de l'intensité du couplage entre l'onde réfléchi par la cible et l'onde se propageant dans la cavité laser [Bro70, Oht13]. Enfin, il est important de

rappeler que pour qu'une interférence constructive se produise avec l'onde rétro-injectée dans la cavité laser, la distance séparant la cible de la diode laser ne doit pas dépasser la moitié de la longueur de cohérence du laser. La théorie de la rétro-injection optique en cavité laser sera détaillée dans le chapitre 2.

### 1.3 Conclusion

Dans ce chapitre 1, nous avons tout d'abord présenté les techniques les plus couramment utilisées pour les mesures de hautes vitesses en dynamique des matériaux (VISAR, PDV, MPDV et VISAR-2D). Cependant, ils restent encore des travaux à mener sur l'amélioration des systèmes de mesure du profil de vitesse 2D. Actuellement, la technique MPDV décrite semble être la plus attrayante en dynamique des matériaux, car elle permet d'obtenir plus d'informations sur l'évolution du profil 2D de la vitesse (sur plusieurs points de la surface), en conservant une résolution temporelle suffisante. Le VISAR-2D ne permet quant à lui qu'une mesure instantanée plein champ de la surface, alors que le système MPDV, bien que la résolution sur le profil de la surface est limitée par la distance entre chaque tête optique, permet une mesure continue du profil de vitesse 2D. De plus, comme nous l'avons déjà évoqué, les techniques de multiplexage permettent de réduire l'encombrement et le coût des systèmes MPDV de façon convenable.

Nous avons ensuite étudié un certain nombre d'autres techniques de vélocimétrie existantes (LIDAR, PIV, IH, THz, VDU, TFD et IRO) afin d'identifier leurs limites actuelles par rapport à nos besoins en dynamique des matériaux, et dans le but de réduire la complexité du système (nombres de composants, alignement, encombrement), son coût, ainsi que développer l'information 2D, tout en conservant des performances compétitives par rapport aux systèmes PDV existants. L'objectif était soit de proposer un système hybride performant et adapté à nos besoins utilisant plusieurs techniques connues, de la même façon que la technique de la Transformée de Fourier Dispersive (TFD) (utilisant plusieurs techniques déjà établies), soit d'étudier les limites pas encore définies d'une technique qui pourrait potentiellement répondre aux exigences du cahier des charges (voir Tableau 1.1). Dans le cadre de cette thèse une voie de recherche a été explorée afin d'étudier les performances et les limites de la techniques IRO. Le cahier des charges définissant nos besoins est présenté dans le *Tableau 1.1* :

Etendue de mesure de vitesse	1 m/s à 10 km/s
Etendue de mesure en déplacement	1 $\mu\text{m}$ à 1 cm
Distance entre le système de mesure et le matériau étudié	1 à 25 m
Résolution temporelle	1 ns
Résolution en vitesse	$\leq 0,1$ m/s
Durée d'acquisition	jusqu'à 1 ms
Accélération maximale	1 km/s/ns

*Tableau 1.1 : Cahier des charges définissant nos besoins*

Les comparaisons entre les techniques étudiées et présentées dans ce chapitre 1 sont résumées dans le *Tableau 1.2* :

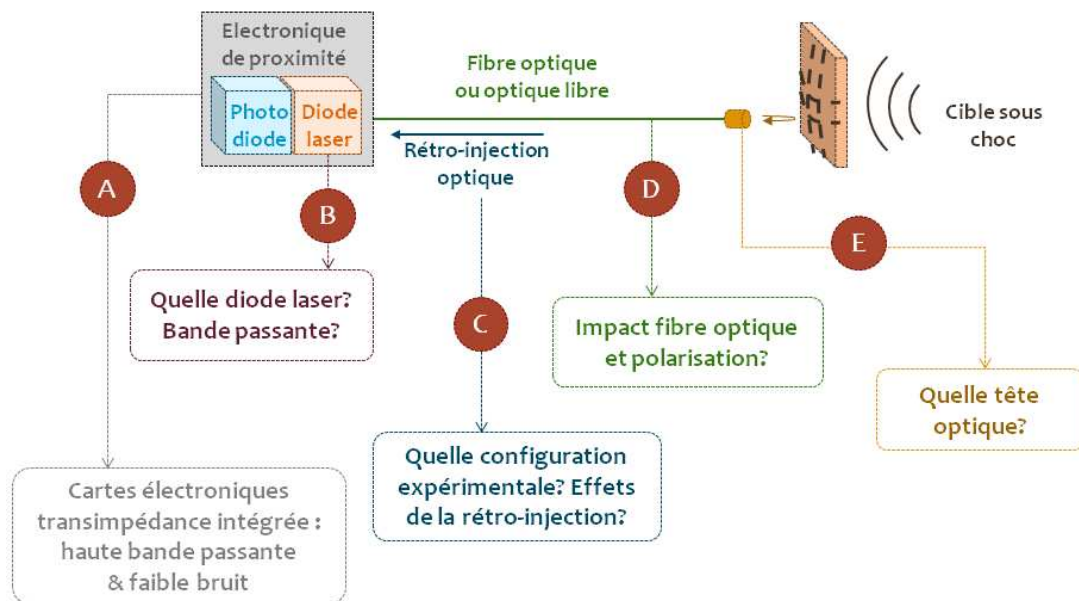
	Techniques de vélocimétrie utilisées actuellement en dynamique des matériaux					Autres techniques de vélocimétrie existantes						
	VISAR (IVF)	PDV (IDF)	VISAR +PDV	MPDV	VISAR 2D	LIDAR	PIV	IH	THz	VDU	TFD	IRO
Nombre de composants	-	-	-	--	--	-	-	+	+	-	--	++
Coût du système	-	-	-	--	--	-	--	-	--	-	+	++
Alignement optique	+	+	+	--	-	+	--	--	+	--	-	+
Compacité du système	-	-	-	--	-	+	--	--	+	+	--	++
Flexibilité	++	++	++	++	++	++	--	-	++	-	++	++
Résolution temporelle	++	+	++	++	+	--	+	+	+	--	+	++
Mesure de hautes vitesses	++	++	++	++	++	--	-	-	+	--	--	?
Précision de mesure	++	++	++	++	++	--	+	+	+	+	+	++
Résolution spatiale 2D	-	-	-	+	++	+	+	+	+	+	+	+
Profil de vitesse 2D	--	--	--	++	+	+	++	+	+	+	+	+

Tableau 1.2 : Tableau récapitulatif de l'analyse critique menée sur les différentes techniques de mesure

L'interférométrie par rétro-injection optique reste le système le plus compact (à la fois l'émetteur, l'interféromètre et le capteur) et présente le plus faible coût global. Les systèmes IRO sont simples d'utilisation et auto-alignés puisqu'ils ne nécessitent qu'une diode laser avec sa photodiode incluse dans le même boîtier, et dans certains cas une lentille de focalisation ou une unique fibre et tête optique. Alternativement, s'il n'est pas possible de récupérer l'information grâce à une photodiode (associée à l'électronique haute bande passante), les signaux peuvent être également récupérés directement sur la tension de jonction du laser mais avec un rapport signal à bruit moins avantageux [AIR16]. Par comparaison avec les autres systèmes présentés, la technique du *Self-Mixing* ne nécessite pas l'ensemble des composants optiques habituels, tels que des séparateurs de faisceaux, des isolateurs, des circulateurs, des coupleurs, plutôt chers et demandant beaucoup de soin dans leur manipulation et leur alignement. Les traitements des signaux adaptés sont également largement développés pour les systèmes IRO et offre une précision de mesure suffisante. La technique IRO est maîtrisée pour des vitesses inférieures à 100 m/s. Cependant peu d'études ont été réalisées pour des mesures de hautes vitesses ( $> 1$  km/s). De plus, les lasers sont connus pour devenir instables lorsqu'ils sont soumis à de la rétro-injection optique sous certaines modulations de fréquences de quelques MHz et jusqu'à plusieurs centaines de MHz appelées fluctuations de basse fréquence (Low Frequency Fluctuations) [Mor88, Sac89, Sac92, Fis96, Hei98, Huy98, Tak99, Oht13, Jum16]. Pourtant, de nombreuses études analytiques ont été réalisées sur le contrôle de la dynamique chaotique du laser grâce à certains types de modulation de la cavité externe [Pyr01, You01, Hov05, Gju08, Sch08, Gju10, Sch11]. Il a été démontré récemment que le laser pouvait être stabilisé grâce à la modulation haute fréquence de la cavité externe [Gju13], et également grâce à l'utilisation d'une longue cavité externe [Yan06, Dah07]. De plus, la technique IRO peut potentiellement fournir une information 2D plein champ, grâce au développement de l'hologramme spatial dynamique en cavité laser. Cette technique est donc intéressante, car elle est simple d'utilisation et peut être placée à une distance importante de la cible grâce à l'utilisation de fibre optique de la même façon que pour les systèmes PDV, VISAR et MPDV. Il faut cependant cibler les conditions expérimentales adéquates pour la mesure de hautes vitesses jusqu'à 10 km/s, et vérifier notamment la fréquence de coupure du laser sous rétro-injection.

Nous avons donc fait le choix de réaliser une étude plus poussée sur la technique IRO, afin de déterminer si elle pouvait être adaptée à la mesure de hautes vitesses et dans quelles conditions. En effet, cette technique (en bleu dans le *Tableau 1.2*) est attractive du point de vue du coût, de la compacité du système et également de son développement potentiel pour la mesure du profil de vitesse 2D grâce à l'hologramme spatial dynamique. Pour conduire notre projet de recherche autour de la technique IRO, nous avons ciblé l'ensemble des points à étudier et à développer, afin de vérifier si cette technique est adaptée à la mesure de hautes vitesses et quelles

sont ses limites. Reprenons le schéma fonctionnel du prototype présenté en *Figure 1.19* et analysons chaque problématique.



*Figure 1.19 : Problématique de l'IRO pour la mesure de hautes vitesses*

De gauche à droite en regardant la *Figure 1.19* :

- Point A : Etude de l'acquisition des signaux des perturbations de la puissance d'émission optique suite à la rétro-injection. Comme nous l'avons évoqué, nous avons deux options, soit développer des cartes électroniques hautes bandes passantes ( $> 10$  GHz) et faible bruit ou récupérer les signaux aux bornes de la jonction du laser [AIR16]. Le développement des cartes électroniques transimpédances peut présenter quelques difficultés, car il faut pouvoir à la fois amplifier le signal mais également conserver un bruit suffisamment faible pour réaliser nos mesures. En effet, l'amplitude des signaux bruts d'interférométrie par rétro-injection optique sont généralement faibles. Enfin, il faut également pouvoir acquérir des signaux de faibles vitesses (autrement dit la coupure basse fréquence de la carte électronique doit être inférieure à 10 kHz). Si le développement de ces cartes électroniques reste trop complexe, il faudra poursuivre les travaux d'analyse sur l'acquisition des signaux directement aux bornes de la jonction du laser ;
- Point B : Identifier la ou les diodes laser les plus adéquates en termes de bande passante et de stabilité qui seront le plus adaptées à nos besoins, car suivant leur structure, les phénomènes non linéaires et les instabilités rencontrées peuvent être considérablement différents ;
- Point C : Etude des configurations expérimentales les plus adaptées pour pouvoir réaliser nos mesures. Nous avons très brièvement introduit le fait que la rétro-injection optique provoque de

fortes perturbations des propriétés spectrales du laser. En effet, suivant les configurations expérimentales, le comportement du laser peut être totalement différent, et c'est également le cas pour la vitesse de déplacement de la cible (correspondant en fait à une modulation en fréquence de la cible) ;

- Point D : Etude de l'impact de la fibre optique sur les mesures. En effet, la technique IRO est régulièrement utilisée en optique libre (c'est-à-dire sans fibre optique), ainsi la propagation de l'onde ne sera pas la même, puisque l'indice de réfraction de la fibre aura un impact sur la vitesse de propagation de l'onde. Enfin, il est intéressant de prendre en compte les réflexions en bout de fibre et les variations de polarisation ;
- Point E : Identifier la tête optique la plus adaptée pour les mesures (focaliseur, collimateur, etc.) qui perturbera le moins le signal retour.

Dans un premier temps, et comme nous l'avons mentionné précédemment, nous devons évaluer la faisabilité de la technique de rétro-injection optique pour la mesure de hautes vitesses, car elle n'a jamais été exploitée pour des vitesses supérieures à 1 km/s. Pour déterminer les limites de cette technique il faut donc à la fois développer des modèles mathématiques et réaliser des simulations numériques représentant le plus fidèlement possible les phénomènes physiques mis en jeu (instabilités et perturbations) au sein de la cavité laser et suivant différentes configurations (diverses sources lasers, utilisation de fibres optiques pour une meilleure flexibilité, etc.). La théorie de la rétro-injection optique sera donc introduite dans le chapitre 2, ainsi que les techniques utilisées classiquement pour étudier la stabilité du système laser et sa bande passante. En effet, comme nous l'avons évoqué dans le §1.2.7, l'ensemble des caractéristiques de fonctionnement du laser peuvent être modifiées lorsque celui-ci est soumis à de la rétro-injection optique.



# BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE 1

---

- [Abr09] E. Abraham, A. Younus, A. El Fatimy, J. C. Delagnes, E. Nguéma et P. Mounaix, Broadband terahertz imaging of documents written with lead pencils, *Optics communications*, Vol. 282, pp. 3104-3107, 2009.
- [Agr86] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, "Long wavelength semiconductor lasers", Ed. Van Nostrand Reinhold Company, 1986.
- [AIR16] J. Al Roumy, Analysis of the different signal acquisition schemes of an optical feedback based laser diode interferometer, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, INP-ENSEEIH, 2016.
- [Ana99] J. Anaza, L. R. Chen, M. A. Muriel and P. W. E. Smith, Experimental demonstration of real-time Fourier transformation using linearly chirped fiber Bragg gratings, *Electronics Letters*, Vol. 35, pp. 2223–2224, 1999.
- [Arr14] A. L. Arriaga, Analysis and implementation of algorithms for embedded self-mixing displacement sensors design, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2014.
- [Aza00] J. Azana and M. A. Muriel, Real-time optical spectrum analysis based on the time-space duality in chirped fiber gratings. *IEEE J. Quant. Electronics*, Vol. 36, pp. 517–526, 2000.
- [Bac68] H. Bachert et S. Raab, « The Influence of External Optical Coupling on the Threshold Current Density of GaAs Injection Lasers », *physica status solidi (b)*, vol. 29, no 2, pp. K175–K178, 1968.
- [Bar72] L.M. Barker and R.E. Hollenbach, Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface, *Journal of Applied Physics*, Vol. 43, pp. 4669-4675, 1972.
- [Bes93] P. Besnard, B. Meziane and G. M. Stephan, "Feedback phenomena in a semiconductor laser induced by distant reflectors", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 29, pp. 1271-1284, 1993.
- [Bès06-1] C. Bès, G. Plantier and T. Bosch, Displacement measurements using a self-mixing laser diode under moderate feedback, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 55, pp. 1101–1105, 2006.
- [Bès06-2] C. Bès, Conception d'un système laser de mesures de déplacements par interférométrie à rétro-injection optique dans le cas de feedbacks faible et modéré, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2006.
- [Bes10] G. Besnard, E. Blanco, M. Debruyne, J.-M. Guérin, J.-M. Lagrange, C. Le Campion, P. Mercier, S. Paul et J. Veaux, La mesure en détonique : l'évolution des moyens optoélectroniques, *Chocs*, Vol. 38, pp. 4-17, 2010.
- [Big14] S. Bigo, Communications optiques haut débit - Introduction et caractérisation, *Techniques de l'ingénieur, Innovations technologiques*, 2014.
- [Bin89] J. O. Binder and G. D. Cormack, "Mode selection and stability of a semiconductor laser with weak optical feedback", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-25(11), pp. 2255-2259, 1989.
- [Bos01] T. Bosch, N. Servagent, and S. Donati, Optical feedback interferometry for sensing application, *Optical Engineering*, Vol. 40, pp. 20–27, 2001.
- [Bou12] A. Boutier, *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics*, ISTE Ltd, John Wiley & Sons, 2012.
- [Bou14] P. Bourdon, Les technologies laser pour l'imagerie 3D embarquée et leur niveau de maturité, atelier STAE (Systèmes embarqués d'imagerie 3D par laser), Toulouse, 2014.
- [Bro69] R. F. Broom, « Self modulation at gigahertz frequencies of a diode laser coupled to an external cavity », *Electronics Letters*, vol. 5, no 23, p. 571-572, 1969.
- [Bro70] R. F. Broom, E. Mohn, C. Risch, et R. Salathe, « Microwave self-modulation of a diode laser coupled to an external cavity », *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 6, no 6, pp. 328-334, 1970.
- [Cam14] L. Campagnolo, Optical feedback interferometry sensing technique for flow measurements in microchannels, 2014.
- [Cel10] P. M. Celliers, D. J. Erskine, C. M. Sorce, D. G. Braun, O. L. Landen and G. W. Collins, Review of Scientific Instrument, Vol. 81, N° 035101, 2010

- [Che16] Z. Chen, A. Basarab & D. Kouamé, Compressive deconvolution in medical ultrasound imaging, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, IEEE, Vol. 35, pp.728-737, 2016.
- [Cho08] J. Chou, D. R. Solli, and B. Jalali, Real-time spectroscopy with subgigahertz resolution using amplified dispersive Fourier transformation. *Appl. Phys. Letters*, Vol. 92, N°111102, 2008.
- [Cou08] J. L. Coutaz, *Optoélectronique terahertz*, EDP Sciences, 2008.
- [Cuq11] J. P. Cuq-Lelandais, Etude du comportement dynamique de matériaux sous choc laser sub-picoseconde. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique de Poitiers, Poitiers, 2011.
- [Dah07] T. Dahms, P. Hövel, and E. Schöll, Control of unstable steady states by extended time-delayed feedback, *Physical Review E*, Vol. 76, N°056201, 2007.
- [Des11] J.M. Desse, P. Picart, P. Tankami, Sensor influence in digital  $3\lambda$  holographic interferometry, *Measurement Science & Technology*, Vol. 22, pp. 064005, 2011.
- [Des12] J.M. Desse, P. Picart, P. Tankami, Digital color holography applied to fluids and structures mechanics, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 50, pp. 18-28, 2012.
- [Des13] J.M. Desse, P. Picart, Faisabilité de l'interférométrie holographique à la soufflerie hypersonique ONERA-F4, 13ème colloque francophone CMOI-Fluvisu, 18-22 Novembre 2013, Orléans.
- [Dev13] J. Devlaminck, Traitement numérique du signal appliqué à la mesure de vitesse de matériaux par interférométrie optique, Rapport de stage de fin d'étude, CEA centre de Gramat, 2013.
- [Dev14] J. Devlaminck, J. Luc & P.-Y. Chanal, Digital signal processing for velocity measurements in dynamical material's behaviour studies, *Rev. Sci. Instrum.* 85, 035109, 2014.
- [Dol06] D. H. Dolan, Foundations of VISAR analysis. Sandia report. United States of Energy by Sandia Corporation, Apr. 2016.
- [Don98] S. Donati and S. Merlo, Applications of diode laser feedback interferometry, *Journal of Optics*, Vol. 29, pp. 156–161, 1998.
- [Ers95] D. J. Erskine and N. C. Holmes, *Nature*, pp. 377-317, 1995.
- [Ers97] D. J. Erskine and N. C. Holmes, Imaging White Light VISAR *SPIE Prociding Series* 2869 1080, 1997.
- [Ers00] D. J. Erskine, US Patent 6,115,121, 2000.
- [Ers12] D. J. Erskine, R. F. Smith, C. A. Bolme, P. M. Celliers and G. W. Collins, Review of Scientific Instrument, Vol. 83, N° 043116, 2012.
- [Ers14] D. J. Erskine and co., Holographic and time-resolving ability of pulse-pair two-dimensional velocity, *Rev. Sci.*, 85, 063115, (2014).
- [Far11] A. Fard et al. Nomarski serial time-encoded amplified microscopy for high-speed contrast-enhanced imaging of transparent media. *Biomed, Optics Express*, Vol. 2, pp. 3387–3392, 2011.
- [Fat09] A. E. Fatimy, J. C. Delagnes, A. Younus, E. Nguéma, F. Teppe, W. Knap, E. Abraham and P. Mounaix, *Optics, communications*, Vol.282, Issue 15, pp. 3055-3058, 2009.
- [Fav87] F. Favre, "Theoretical analysis of external optical feedback on DFB semiconductor laser", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-23, pp. 81-88, 1987.
- [Fis96] I. Fischer, G. H. M. van Tartwijk, A. M. Levine, W. Elsässer, E. Göbel, and D. Lenstra, Fast Pulsing and Chaotic Itinerancy with a Drift in the Coherence Collapse of Semiconductor Lasers, *Physical Review Letters*, Vol. 76, 1996.
- [Gil11] H. Gilles, S. Girard, M. Laroche, and E. Lacot, Dynamical amplification of phase conjugation using a modulated optical feedback in a Nd:YVO4Nd:YVO4 laser, *Optics Letters*, Vol. 36, pp. 490-492, 2011.
- [Giu02] G. Giuliani, M. Norgia, S. Donati, and T. Bosch, Laser diode self-mixing technique for sensing applications, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, Vol. 4, pp. S283–S294, 2002.

- [Gju08] A. Gjurichinovski and V. Urumov, Stabilization of unstable steady states by variable delay feedback control, *Europhysics Letters*, Vol. 84, 2008.
- [Gju10] A. Gjurichinovski and V. Urumov, Variable-delay feedback control of unstable steady states in retarded time-delayed systems, *Physical Review E*, Vol. 81, N° 016209, 2010.
- [Gju13] A. Gjurichinovski, T. Jüngling, V. Urumov and E. Schöll, Delayed feedback control of unstable steady states with high frequency modulation of the delay, *Physical Review E*, Vol. 88, N° 032912, 2013.
- [God97] K. Goda, D. R. Solli, K. K. Tsia, and B. Jalali, Theory of amplified dispersive Fourier transformation. *Phys. Rev. A*, Vol. 80, N°043821, 2009.
- [God08] K. Goda, K. K. Tsia and B. Jalali, Amplified dispersive Fourier-transform imaging for ultrafast displacement sensing and barcode reading. *Appl. Phys. Letters*, Vol. 93, N°131109, 2008.
- [God09-1] K. Goda, K. K. Tsia and B. Jalali, Serial time-encoded amplified imaging for real-time observation of fast dynamic phenomena. *Nature*, Vol. 458, pp. 1145–1149, 2009.
- [God09-2] K. Goda, D. R. Solli, K. K. Tsia and B. Jalali, Theory of amplified dispersive Fourier transformation, *Physical Review A*, Vol. 80, 043821, 2009.
- [God13] K. Goda and B. Jalali, Dispersive Fourier transformation for fast continuous single-shot measurements, *Nature Photonics*, vol. 7, Feb. 2013.
- [Gro10] E. N. Grossman and C. Dietlein, Passive terahertz camera for standoff security screening, *Applied Optics*, Vol. 49, 2010.
- [Hal12] N. Hallali, Contribution à l'amélioration d'interféromètres optiques pour mesures de déplacement et de vitesse en dynamique des matériaux, Rapport de stage de fin d'étude, CEA centre de Gramat, 2012.
- [Hei98] T. Heil, I. Fischer, and W. Elsässer, Coexistence of low-frequency fluctuations and stable emission on a single high-gain mode in semiconductor lasers with external optical feedback, *Physical Review A*, Vol. 58, 1998.
- [Hel90] J. Helms and K. Petermann, "A simple analytical expression for the stable operation range of laser diodes with optical feedback," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, no. 5, pp. 833–836, May 1990.
- [Hen86] C. H. Henry and R. F. Kazarinov, Instability of semiconductor lasers due to optical feedback from distant reflectors, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-22, pp. 294-301, 1986.
- [Hov05] P. Hövel and E. Schöll, Control of unstable steady state by time-delayed feedback methods, *Physical Review E*, Vol. 72, N° 046203, 2005.
- [Hua13] L. Huang, X. Chen, H. Mühlenbernd, H. Zhang, S. Chen, B. Bai, Q. Tan, G. Jin, K. Cheah, C.-W. Qiu, J. Li, T. Zentgraf & S. Zhang, Three-dimensional optical holography using a plasmonic metasurface, *Nature communications* 4, Article number : 2808, 2013.
- [Huy98] G. Huyet, S. Balle, M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli and J. R. Tredicce, Low frequency fluctuations and multimode operation of a semiconductor laser with optical feedback, *Optics Communications*, Vol. 149, pp. 341-347, 1998.
- [Jan83] T. Jansson, Real-time Fourier transformation in dispersive optical fibers. *Opt. Lett.* 8, 232–234 (1983).
- [Jin12] K. H. Jin, Y.-G. Kim, S. H. Cho, J. C. Ye, and D.-S. Yee, High-speed terahertz reflection three dimensional imaging for nondestructive evaluation, *Optics Express*, Vol. 20, 2012.
- [Kan79] T. Kanada and K. Nawata, "Injection lasers characteristics due to reflected optical power", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-15, pp. 556-565, 1979.
- [Kan05] D. M. Kane and K. A. Shore, *Unlocking Dynamical Diversity*. New York, NY, USA: Wiley, 2005.
- [Ket12] C. Ketchazo Nsenguët, *Imagerie dans le domaine TéraHertz*, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012.
- [Kim11] S. H. Kim, K. Goda, A. Fard and B. Jalali, An optical time-domain analog pattern correlator for high-speed image recognition, *Optics Letters*, Vol. 36, pp. 220–222, 2011.

- [Kle62] D. A. Kleinman and P. P. Kisliuk, Discrimination against unwanted orders in the fabry-perot resonator, *Bell Sys. Tech. J.*, 41:453–462, 1962.
- [LaL15] B. M. La Lone, B. R. Marshall, E. K. Miller, G. D. Stevens, W. D. Turley and L. R. Veaser, Simultaneous broadband laser ranging and photonic Doppler velocimetry for dynamic compression experiments, *Rev. Sci. Instr.*, Vol. 86, 2015.
- [Lan80] R. Lang and K. Kobayashi, External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-16, pp.3 47-355, 1980.
- [Mah11] A. Mahjoubfar et al., High-speed nanometer-resolved imaging vibrometer and velocimeter. *Applied Physics Letters*, Vol. 98, N°101107, 2011.
- [Mer06] P. Mercier, J. Benier, A. Azzolina, J. M. Lagrange and D. Partouche, Photonic doppler velocimetry in shock physics experiments, *Journal De Physique IV*, Vol. 134, pp. 805–812, 2006.
- [Mer09-1] P. Mercier, J. Benier, P. A. Frugier, G. Contencin, J. Veaux, S. Lauriot-Basseuil and M. Debruyne, Heterodyne velocimetry and detonics experiments, 28th International Congress on High-Speed Imaging and Photonics, Vol. 7126, SPIE-Int Soc Optical Engineering, 2009.
- [Mer09-1] P. Mercier, J. Benier, P. A. Frugier, A. Sollier, M. R. Le Gloahec, E. Lescoute, J. P. Cuq-Lelandais, M. Boustie, T. de Rességuier, A. Claverie, E. Gay, L. Berthe and M. Nivard, PDV measurements of ns and fs laser driven shock experiments on solid targets, *AIP Conference Proceedings*, Vol. 1195, pp. 581–584, 2009.
- [Mer10] P. Mercier, J. Benier, P. A. Frugier, M. Debruyne and B. Crouzet, Nitromethane ignition observed with embedded pdv optical fibers, *Conference on New Models and Hydrocodes for Shock Wave Processes in Condensed Matter*, EPJ Web of Conferences, Vol. 10, 2010.
- [Mer12] P. Mercier, J. Benier, P. A. Frugier, M. Debruyne and C. Bolis, Embedded optical fibers for PDV measurements in shock-loaded, light and heavy water, 7th Biennial Conference of the American-Physical-Society-Topical-Group on Shock Compression of Condensed Matter, *AIP Conference Proceedings*, Vol. 1426, 2012.
- [Mor68] V. N. Morozov, V. V. Nikitin, et A. A. Sheronov, « Self-synchronization of modes in a GaAs semiconductor injection laser », *JETP Lett*, vol. 7, no 9, p. 256–258, 1968.
- [Mor88] J. Mørk, B. Tromborg and P. L. Christiansen, Bistability and low frequency fluctuations in semiconductor lasers with optical feedback: a theoretical analysis, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 24, pp. 123-133, 1988.
- [Mor14] E.A. Moro, New developments in photon Doppler velocimetry, 18th APS-SCCM and 24th AIRAPT, *J. Physics: Conference Series*, Vol. 500, 142023, p. 1-9, 2014.
- [Mou10] P. Mounaix, Spectro-imagerie térahertz - voir autrement, *Techniques de l'ingénieur, Mesures - analyses et contrôle non destructif*, 2010.
- [Mur99] M. A. Muriel, J. Azana and A. Carballar, Real-time Fourier transformer based on fiber gratings, *Optics Letters*, Vol. 24, pp. 1–3, 1999.
- [Oht13] J. Ohtsubo, *Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos*, 3rd ed., Springer Series in Optical Sciences, 2013.
- [Pet88] K. Petermann, "Laser diode modulation and noise", *Advances in optoelectronics (ADOP)*, Ed. T. Okoshi, 1988.
- [Pet95] K. Petermann, External optical feedback phenomena in semiconductor lasers, *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, Vol. 1, pp. 480–489, 1995.
- [Pic84] C. J. D. Pickering, N. A. Halliwell, Speckle photography in fluid flows: signal recovery with two-step processing, *Applied Optics*, Vol. 23, pp. 1128-1129, 1984.
- [Pic05] P. Picart, J. Leval, D. Mounier, S. Gougeon, Some Opportunities for Vibration Analysis with Time-Averaging in Digital Fresnel Holography (p.pp 337-343), *Applied Optics*, vol. 44 n°3, 2005.

- [Pol14] A. Pollini, Systèmes d'imagerie 3D flash LiDAR pour applications spatiales, atelier STAE (Systèmes embarqués d'imagerie 3D par laser), Toulouse, 2014.
- [Pru14] G. Prudhomme, Etude des nuages de particules éjectées sous choc : apports de la Vélocimétrie Hétérodyne. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, 2014.
- [Pyr01] K. Pyragas, Control of Chaos via an Unstable Delayed Feedback Controller, *Physical review letters*, Vol. 86, 2001.
- [Ran06] E. M. Randone and S. Donati, Self-mixing interferometer: analysis of the output signals, *Optics Express*, Vol. 14, pp. 9788-9796, 2006.
- [Rib15] S. Ribes, J.-M. Girault, F. Perrotin & D. Kouamé, Multidimensional Ultrasound Doppler Signal Analysis for Fetal Activity Monitoring, *Ultrasound in Medicine and Biology*, Elsevier Science, Vol. 41, pp. 3172-3181, 2015.
- [Riv14] N. Rivière, Tour d'horizon sur l'imagerie laser 3D : apports, limites, défis technologiques et scientifiques, atelier STAE (Systèmes embarqués d'imagerie 3D par laser), Toulouse, 2014.
- [Rob11] M. Roblin, S. Girard, H. Gilles, M. Laroche, J. Cardin, C. Dufour et U. Luders, Imagerie en champ proche optique à 1,55 $\mu\text{m}$  de guides d'onde plasmoniques par rétro-injection sur laser à fibre, *JNOG*, 2011.
- [Sac89] J. Sacher, W. Elsässer, and E. O. Göbel, Intermittency in the coherence collapse of a semiconductor laser with external feedback, *Physical Review Letters*, Vol. 63, 1989.
- [Sac92] J. Sacher, D. Baums, P. Panknin, W. Elsässer, and E. O. Göbel, Intensity instabilities of semiconductor lasers under current modulation, external light injection, and delayed feedback, *Physical Review A*, Vol. 45, 1992.
- [Sch88] N. Schunk and K. Petermann, "Numerical analysis of the feedback regimes for a singlemode semiconductor laser with external feedback", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 24, pp. 1242-1247, 1988.
- [Sch07] J.-P. Schon, T. Fournel et C. Fournier, Mesures de caractéristiques d'écoulement par imagerie numérique, *Techniques de l'ingénieur, Mesures-Analyses Mesures physiques*, R2162, 2007.
- [Sch08] E. Schöll and H. G. Schuster, *Handbook of chaos control*, 2<sup>nd</sup> Edition, Wiley, 2008.
- [Sch11] S. Schikora, H.-J. Wünsche, and F. Henneberger, Odd-number theorem: Optical feedback control at a subcritical Hopf bifurcation in a semiconductor laser, *Physical Review E*, Vol. 83, N° 026203, 2011.
- [Sol07] D. R. Solli, C. Roper, P. Koonath and B. Jalali, Optical rogue waves. *Nature*, Vol. 450, pp. 1054–1057, 2007.
- [Son15] H.-J. Song, T. Nagatsuma, *Handbook of Terahertz Technologies Devices and Applications*, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2015
- [Str05] O. T. Strand, L. V. Berzins, D. R. Goosman, W. W. Kuhlow, P. D. Sargis et T. L. Whitworth, Velocimetry using heterodyne techniques, 26th International Congress on High Speed Photography and Photonics, Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE), Vol. 5580, pp. 593-599, 2005.
- [Str06] O. T. Strand, D. R. Goosman, C. Martinez, T. L. Whitworth et W. W. Kuhlow, Compact system for high-speed velocimetry using heterodyne techniques, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 77, 2006.
- [Syc10] Y. Sych, et al. Broadband time-domain absorption spectroscopy with a ns-pulse supercontinuum source. *Opt. Express*, Vol. 18, pp. 22762–22771, 2010.
- [Tai15] T. Taimre, M. Nikolic, K. Bertling, Y. L. Lim, T. Bosch, and A. D. Rakic, Laser feedback interferometry: a tutorial on the self-mixing effect for coherent sensing, *Advances in Optics and Photonics*, Vol. 7, pp. 570–631, 2015.
- [Tak99] Y. Takiguchi, Y. Liu and J. Ohtsubo, Low-frequency fluctuation and frequency-locking in semiconductor lasers with long external cavity feedback, optical review, Vol. 6, pp. 399-401, 1999.

- [Tem86] H. Temkin, "Reflection noise in index-guided InGaAsP lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-22(2), pp. 286-293, 1986.
- [Tey13] R. Teyseyre, *Détection homodyne appliquée à la mesure de la vitesse du vent*, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2013.
- [Ton97] Y. C. Tong, L. Y. Chan and H. K. Tsang, Fiber dispersion or pulse spectrum measurement using a sampling oscilloscope. *Electronics Letters*, Vol. 33, pp. 983–985, 1997.
- [Tri15] M. Trikia, T. Antoninia, C. Archiera, F. Teppel, P. Solignac, N. Dyakonov and W. Knap, *Terahertz Imaging with plasma wave sensors for volumetric NDT applications*, URSI France, Journées Scientifiques, 2015.
- [Uch12] A. Uchida, *Optical communication with chaotic lasers*. Weinheim, Germany: Wiley, 2012.
- [Yan06] S. Yanchuk, M. Wolfrum, P. Hövel, and E. Schöll, Control of unstable steady states by long delay feedback, *Physical Review E*, Vol. 74, N°026201, 2006.
- [Yaz14] A. Yazaki & co., Ultrafast dark-field surface inspection with hybrid-dispersion laser scanning, *Applied Physics Letters*, Vol. 104, N°251106, 2014.
- [You01] M. Yousefi, D. Lenstra, G. Vemuri and A. Fischer, Control of nonlinear dynamics of a semiconductor laser with filtered optical feedback, *IEE Proc.-Optoelectron.*, Vol. 148, 2001.
- [Wan92] W. Wang, W. J. O. Boyle, K. T. W. Grattan, and A. W. Palmer, Self-mixing interference in a diode laser for optical sensing applications, *IEEE Journal Lightwave Technology*, Vol. 12, pp. 1577-1587, 1992.

### Théorie de la rétro-injection optique en cavité laser

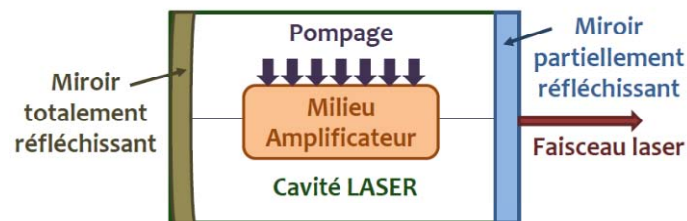
La lumière issue d'un laser est notamment caractérisée par sa longueur d'onde  $\lambda$  qui représente la distance parcourue par l'onde pendant une période d'oscillation. Les lasers sont des sources de lumière dont les principes fondamentaux furent tout d'abord présentés dans le postulat d'Einstein en 1917, où il décrit les interactions lumière-matière. Le premier laser à rubis a été mis au point bien plus tard en 1960 par Maiman. On ne soupçonnait pas alors l'ensemble des applications possibles dont le laser était la clé. Aujourd'hui il est presque constamment utilisé dans les systèmes de mesures optiques, dans les télécommunications, dans l'industrie (gravure, découpe, etc.), le biomédical (chirurgie de l'œil, etc.), l'imprimerie, l'informatique, et bien évidemment la recherche (horloge atomique, intrication quantique, etc.). Contrairement à d'autres sources lumineuses, le laser présente la particularité de pouvoir émettre de la lumière monochromatique (dépendant de la largeur spectrale d'émission) et dans une direction définie. Enfin, il émet un rayonnement dit cohérent sur une certaine période : le temps de cohérence correspond à la durée durant laquelle le champ électromagnétique ne perd pas la mémoire de sa phase. On peut alors caractériser l'importance des fluctuations de phase de cette source durant son temps de cohérence. La taille des lasers varie généralement suivant la puissance d'émission optique : les diodes lasers ont de petites tailles parfois de l'ordre du mm<sup>3</sup> et leur puissance d'émission optique varie entre quelques  $\mu\text{W}$  jusqu'à quelques kW. Il existe également des lasers impulsionsnels pouvant émettre des impulsions courtes de la  $\mu\text{s}$  à la fs, et grâce à des cristaux amplificateurs, il est possible d'obtenir des puissances de l'ordre du pétawatt comme par exemple en fusion par confinement inertiel. La durée de l'émission laser et sa puissance sont limitées par la durée et la puissance du pompage. Pour créer un laser de forte puissance il faut effectuer un traitement optique sur les parois du laser en plaçant des films diélectriques. De cette manière, il est possible d'obtenir une réflectivité de l'ordre de 90%.

Avant d'introduire le phénomène de rétro-injection optique dans les lasers, quelques rappels sur le fonctionnement des lasers en régime libre sont donnés. Nous détaillerons ensuite les modifications provoquées par la rétro-injection optique sur l'émission laser (les phénomènes de non linéarité) et enfin, nous présenterons les méthodes connues permettant d'étudier la stabilité des oscillations laser. Cette dernière partie étant une base cruciale pour notre étude sur l'utilisation de la technique de l'interférométrie par rétro-injection optique pour la mesure de hautes vitesses en dynamique des matériaux.

## 2.1 Emission laser et structure d'un semi-conducteur

### 2.1.1 Rappel du principe de fonctionnement d'un laser

Un laser est constitué d'un milieu amplificateur contenu dans une cavité (composée de 2 miroirs au moins, dont un partiellement réfléchissant) permettant d'amplifier la lumière jusqu'à obtenir l'émission laser. Le milieu actif (solide, liquide, gazeux) est excité par une source d'énergie (optique ou électrique), c'est le phénomène d'absorption. La cavité permet des allers-retours de ces photons qui vont désexciter des éléments du milieu amplificateur (atomes, ions, etc...) par émission stimulée. Une fois qu'il y a assez de photons dans la cavité de tel sorte que le gain soit équivalent aux pertes on parle de condition seuil (voir *Figure 2.1*).



*Figure 2.1 : Principe de fonctionnement d'un laser*

La description du fonctionnement d'un laser passe par la compréhension des phénomènes d'absorption et d'émission de photons énergétiques par les atomes situés dans le milieu amplificateur (constituant la base de la théorie de l'interaction lumière-matière). A l'aide d'un système de pompage et grâce à l'émission stimulée, il est possible d'obtenir l'émission laser lorsque le nombre de photons est suffisant.

Le nombre de modes du laser et la largeur spectrale sont une combinaison entre la courbe de gain du milieu actif et la cavité (via sa finesse ou son facteur de qualité) ainsi qu'en considérant l'intervalle spectral libre (ISL), autorisant uniquement un certain nombre de fréquences équidistantes (voir *Figure 2.2*). Cependant, il faut tenir compte de la nature ondulatoire de la lumière : la cavité laser n'autorise l'amplification répétée que des ondes qui, après un aller-retour, se retrouvent en phase avec elles-mêmes.

Le spectre de la lumière issue d'un laser est donc constitué d'un peigne de fréquences équidistantes :

- chaque dent du peigne est monochromatique et est appelé "mode longitudinal" (voir *Figure 2.2*);
- la largeur du peigne est inférieure à celle de la transition amplificatrice, car le gain sur les ailes de la transition n'est pas assez important pour maintenir une oscillation laser. Si nécessaire, des dispositifs dispersifs intracavité, comme par exemple les réseaux de Bragg, permettent de



supprimer tous les modes sauf le mode central. Le laser est alors dit “monomode longitudinal et spectral”.

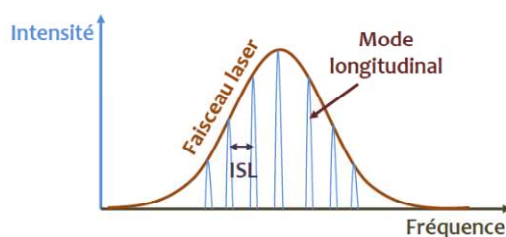


Figure 2.2 : Schéma représentatif des modes longitudinaux et de l'ISL

Il est possible de contraindre le laser à émettre sur une longueur d'onde donnée dans cette bande grâce à un dispositif dispersif intracavité (prisme, réseau). Le réglage de ce dispositif permet de choisir la longueur d'onde d'émission dans la bande. On dispose alors d'une source laser accordable en longueur d'onde.

Dans cette thèse, nous avons principalement étudié une diode lasers de type DFB pour Distributed FeedBack (ou laser à rétroaction répartie) à puits quantiques. En effet, les DFB offrent de nombreux avantages et sont connues pour leur stabilité, leur caractère monomode (grâce au réseau de Bragg placé dans la cavité laser), leur facilité d'utilisation et leur structure simple (petite taille et courant d'injection faible). Il est donc plus facile de modéliser leur comportement, et cela même lorsqu'elles sont soumises à de la rétro-injection optique. La prochaine section développera la structure et le fonctionnement d'un semi-conducteur et fournira plus d'informations sur les lasers DFB.

### 2.1.2 Structure et spectre d'émission d'un laser à semi-conducteur

Il existe un certain nombre de lasers à semi-conducteurs ayant des configurations et structures variées. Par exemple les lasers ruban à émission par la tranche, les lasers VCSEL (laser à cavité verticale émettant par la surface), comme les cavités Fabry-Pérot ou à réseau (DFB), offrent une grande variété de choix pour les applications. Suivant les cavités optiques utilisées, cavité Fabry-Pérot, ou cavité à réseau de type DFB, le laser oscillera sur plusieurs raies (longueurs d'onde), ou sur une seule. Les courants de seuil, les puissances d'émission optique, les rendements énergétiques, les diagrammes de rayonnement, les puretés spectrales sont autant de propriétés qui pourront être optimisées en configurant au mieux les paramètres géométriques et les compositions des matériaux de la structure. Les lasers à semi-conducteurs sont très compacts, présentent un bon rendement énergétique et ont une bonne capacité de modulation de la lumière par le courant. Leur coût de fabrication reste faible et la technologie performante et fiable.

Ils sont notamment utilisés dans les télécommunications, généralement à des longueurs d'onde de 1,31 et 1,55  $\mu\text{m}$  correspondant au minima d'absorption des fibres optiques. Ils sont également utilisés pour le stockage et la lecture optique d'informations sur CDROM grâce à la qualité du faisceau, ou encore dans le pompage d'autres lasers à solide : des diodes lasers regroupées en barrettes, dont la longueur d'onde est ajustée à la bande d'absorption du milieu amplificateur sont devenues les sources de pompage presque exclusives des lasers à solide et à fibre.

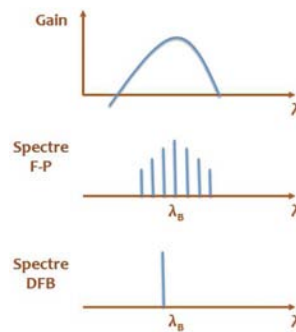
Concernant la structure des lasers à semi-conducteurs émettant dans la bande de 1,3 à 1,6  $\mu\text{m}$ , pour que l'inversion de population soit réalisée, le matériau du milieu actif est placé entre deux couches de matériau InP, dopées respectivement p (matériau accepteur d'électrons) et n (matériau donneurs d'électrons). Ces deux zones sont séparées par une bande interdite (« gap ») de valeur  $E_g$  importante. Le polarisation directe de la diode permet de créer une forte densité de paires électrons-trous et donc une zone de recombinaison dans le plan de la jonction. Les barrières de potentiel créées à l'interface de cette couche avec les régions n et p de bande interdite plus élevée permettent de confiner les paires-électrons sur l'épaisseur de la couche "électrons". Cette structure appelée double hétérojonction, forme également un guide optique pour les photons, ce qui contribue à une meilleure interaction avec les électrons et, par conséquent, à un taux d'émission stimulée plus élevé. Une diminution du volume de cavité par réduction de la surface de la diode est aussi un moyen approprié pour diminuer le courant produisant l'inversion. De la même façon que le dispositif de confinement réalisé dans la direction verticale, on utilise dans la direction perpendiculaire un guide de section rectangulaire qui confine simultanément le rayonnement émis et les porteurs injectés. Les dimensions géométriques et les variations latérales d'indice de réfraction imposent le mode de répartition de l'intensité lumineuse à l'intérieur de la cavité. On parle alors de laser monomode transverse lorsqu'une seule répartition peut s'établir dans la cavité, ou de laser multimode transverse, quand plusieurs distributions modales peuvent subsister [Dua15].

Les structures à base de puits quantiques multiples (MQW : Multiple Quantum Wells) ont été développées depuis les années 1980 et sont composées d'un empilement de couches d'épaisseurs inférieures à 10 nm appelées puits quantiques. Ils sont séparés par des couches formant une barrière en matériau de plus grande énergie de bande interdite  $E_g$ . Les porteurs sont alors confinés dans les puits. En raison de la très faible épaisseur des puits, les porteurs ne peuvent occuper que certains niveaux d'énergie. On peut ainsi atteindre de très grandes densités de porteurs à ces niveaux d'énergie, et augmenter fortement l'efficacité de recombinaison radiative. Le gain différentiel et le courant de seuil se trouvent donc améliorés. Plus récemment, les boîtes quantiques et les bâtonnets quantiques auto-assemblés sur un substrat semi-conducteur ont été développés pour la réalisation de lasers.

L'énergie du photon associé à la recombinaison des électrons-trous est alors égale à celle du « gap » auquel il faut ajouter les énergies des états excités de l'électron et du trou dans chacune de

ces bandes, produisant ainsi des photons par émission spontanée et émission stimulée. L'amplification est produite sur une plage de longueur d'onde proche de la longueur d'onde de bande interdite  $\lambda = \frac{hc}{E_g}$ , avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide et  $h$  la constante de Planck.

Le phénomène d'émission stimulée apparaît quand les populations des électrons et des trous injectés deviennent suffisamment importantes. L'amplitude de l'onde lumineuse augmente de façon exponentielle  $\exp(gz)$  (avec  $g$  le coefficient de gain et  $z$  la distance parcourue). Une approximation de ce gain est donnée par l'expression :  $g = g_d \Gamma(N(t) - N_0)$ , où  $N(t)$  est la densité de porteurs injectés par unité de volume,  $N_0$  la densité de porteurs à la transparence optique (lorsque la condition d'inversion de population est satisfaite),  $\Gamma$  un nombre sans dimension donnant la proportion de lumière se propageant dans la région active (ou facteur de recouvrement) et  $g_d$  le gain différentiel qui mesure la vitesse d'augmentation du gain avec la densité de porteurs  $N(t)$  :  $g_d = \frac{dg}{dN}$ . Le gain est obtenu sur une bande énergétique et sa valeur dépend donc de la nature du milieu actif et du nombre de porteurs injectés (voir *Figure 2.3*).



*Figure 2.3 : Spectres de gain et longueur d'onde d'émission pour une diode laser Fabry-Pérot et une diode DFB*

### 2.1.3 Structure particulière d'une diode laser DFB

Le développement des télécommunications optiques a nécessité la mise en œuvre de sources lasers ayant une très bonne cohérence spectrale. On peut pour cela ajouter un filtre spectralement sélectif au niveau de la diode qui limite ainsi les longueurs d'onde d'oscillations de la diode laser. Comme il a déjà été mentionné : le filtre utilisé dans les lasers DFB est un réseau de diffraction gravé au voisinage de la couche active (voir *Figure 2.4*). Pour une valeur précise du pas  $\Lambda$  au niveau du réseau, une petite quantité de la lumière générée est diffractée dans la direction opposée à son sens de propagation (diffraction de Bragg). L'addition de toutes les rétro-diffractions produites à chaque pas du réseau peut constituer la contre-réaction optique nécessaire à l'oscillation laser. L'idée d'utiliser une contre-réaction optique distribuée dans une cavité laser a été proposée en 1971 par Kogelnik et Shank [Kog71]. Les différentes réflexions s'ajoutent de manière constructive si la longueur d'onde de propagation est égale à la longueur d'onde de Bragg. La fabrication d'un réseau

ayant un pas aussi proche de la longueur d'onde est délicate et impose une technologie adaptée. Dans le cas où un traitement antireflet est réalisé sur les deux facettes, le spectre du laser est bimode. Il existe alors deux modes longitudinaux dont les pertes au seuil sont identiques et localisées de part et d'autre de la longueur du réseau de Bragg. De manière à briser cette symétrie spectrale, un traitement hautement réfléchissant peut être réalisé sur une des facettes renforçant ainsi le caractère monomode du faisceau laser. Le même résultat peut être obtenu en utilisant un laser DFB à saut de phase.

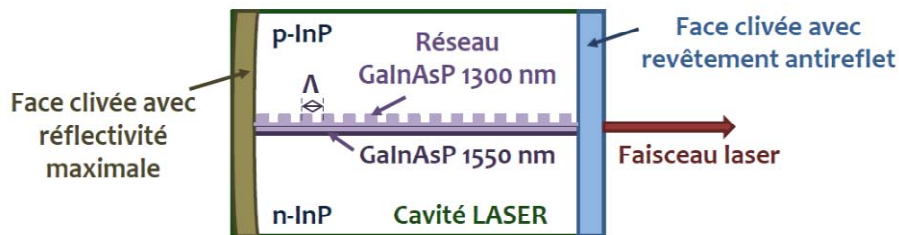


Figure 2.4 : Schéma en coupe d'un laser DFB à 1,55  $\mu\text{m}$

### 2.1.4 Courant d'injection et oscillations de relaxation

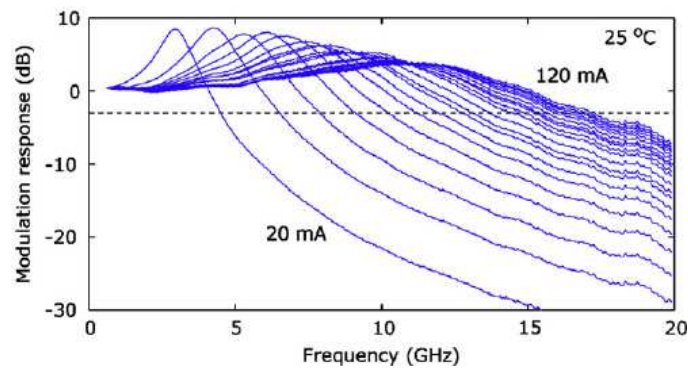
On définit le courant seuil  $I_{th}$  comme le courant d'injection minimum nécessaire au niveau de la diode laser pour obtenir l'oscillation laser. Lorsque ce seuil est atteint, le gain optique créé est suffisant pour obtenir les conditions d'inversion de population et compenser les pertes optiques de la cavité liées essentiellement à la transmission des miroirs et à l'absorption du milieu qui génère des pertes. Au-delà de  $I_{th}$ , la puissance d'émission optique du laser augmente en fonction du courant injecté, cependant celle-ci est fortement corrélée à la température. Prenons l'exemple d'un laser à 1,3  $\mu\text{m}$  dans la plage de température 20 à 100 °C, la puissance d'émission optique augmente de façon linéaire sur une plage de courant pouvant atteindre plusieurs fois le courant de seuil. Le coefficient de linéarité est le rendement quantique différentiel  $\eta_D$ . Il mesure le rapport entre le nombre de photons émis et le nombre d'électrons injectés. Il s'exprime donc normalement en %, mais dans la pratique on l'exprime plutôt en mW/mA. La valeur théorique de  $\eta_D$  dépend du rendement interne de recombinaison du milieu actif (pratiquement 100 %), mais aussi des pertes internes de la cavité et de la réflexion sur les miroirs. Cependant,  $I_{th}$  et  $\eta_D$  varient avec la température de fonctionnement du laser. L'évolution de  $I_{th}$  est liée à un mécanisme de recombinaison non radiatif des paires électrons-trous (recombinaison Auger). Ce phénomène impose d'injecter de plus en plus de porteurs pour atteindre un gain positif. L'origine des variations du rendement différentiel est essentiellement liée à l'échauffement et aux courants de fuite de la structure du semi-conducteur sous forte injection.

La réponse du laser à une impulsion de courant fait apparaître, après un court délai à l'émission, plusieurs oscillations appelées "oscillation de relaxation". Ce délai à l'émission

s'interprète par le temps nécessaire à la création du nombre de paires électrons-trous pour compenser les pertes de la cavité et ainsi obtenir une oscillation laser stable. Pour réduire, voire annuler ce délai, on peut pré-polariser le laser en continu à une valeur proche de  $I_{th}$  afin que chaque électron supplémentaire injecté grâce au courant contribue directement à l'émission stimulée. Les oscillations de relaxation observées après le démarrage de l'impulsion mettent en évidence le couplage dynamique entre les électrons et les photons. Une grande quantité d'électrons injectés génère d'abord beaucoup de photons par émission stimulée. Puis, le mécanisme de recombinaison étant plus rapide que celui du taux de génération, la quantité d'électrons et de photons diminuent puis augmentent à nouveau grâce à l'injection. On observe alors des oscillations périodiques du nombre de porteurs et de photons dont l'amplitude s'amortit avec le temps. Les évolutions temporelles de ces deux populations (photons et porteurs) sont décrites par des équations différentielles couplées par le taux d'émission stimulée, elles seront détaillées par la suite.

### 2.1.5 Bande passante de modulation du laser

Pour déterminer la bande passante de modulation du laser il suffit d'observer la réponse en fréquence du laser lorsque celui-ci est soumis à une petite modulation du courant (voir *Figure 2.5*). On observe généralement une résonance au-delà de laquelle le signal optique se met à décroître très rapidement. La bande passante de modulation du laser augmente avec le courant d'injection, cependant l'amplitude de la réponse diminue également, comme on peut le voir sur la *Figure 2.5*.



*Figure 2.5 : Exemple de réponse en modulation pour plusieurs courants d'injection à température ambiante d'une diode laser à 1,3  $\mu\text{m}$  [Wan09]*

La fréquence de résonance dépend de la valeur du courant de polarisation autour duquel s'applique la petite modulation et de la température considérée. Ce comportement est aussi décrit par les équations d'évolution des populations d'électrons et de photons. La fréquence de résonance est sensiblement identique à celle des oscillations de relaxation. C'est cette grandeur que l'on prend comme bande passante de modulation maximale du laser dont la théorie montre qu'elle suit une loi

en :  $B_p \sim \sqrt{\frac{I_b}{I_{th}} - 1}$ . Elle sera donc d'autant plus élevée que le laser pourra supporter une polarisation égale à plusieurs fois le courant de seuil.

### 2.1.6 Coefficient de couplage phase-amplitude, facteur de Henry $\alpha$

En plus de l'effet sur le nombre de photons dans la cavité, la modulation du courant va fortement agir aussi sur les propriétés optiques du guide actif et donc sur la longueur d'onde ou la fréquence d'émission. Les oscillations du nombre de porteurs vont entraîner des fluctuations de l'indice de réfraction et donc des fluctuations de la phase ou la fréquence de l'onde. En effet, toute variation de la puissance d'émission optique d'un laser s'accompagne généralement d'une variation de sa fréquence d'émission, ce phénomène traduisant la relation entre partie imaginaire et partie réelle de la susceptibilité électromagnétique du milieu amplificateur. La relation entre les fluctuations de la fréquence  $\Delta f(t)$  et celle de l'amplitude  $A(t)$  est liée au coefficient de couplage phase-amplitude  $\alpha$ , appelé facteur de Henry défini comme suit :  $\alpha = \frac{-4\pi n_d}{\lambda g_d}$  avec  $n_d$  l'indice différentiel. Ces fluctuations sont beaucoup plus importantes dans les lasers à semi-conducteur :

- en régime continu, le facteur  $\alpha$  caractérise l'élargissement de raie laser [Hen82, Osi87]. La largeur de raie du laser est telle que :  $\Delta f \propto (1 + \alpha^2)$ . Celle-ci est directement dépendante du facteur  $\alpha$  représentant la contribution indirecte liée au couplage phase-amplitude et le terme 1 représente la contribution du bruit d'émission spontanée. Les variations de la largeur de raie sont principalement liées aux changements de l'indice de réfraction avec la densité de porteurs. L'augmentation de la largeur de raie est attribuée en partie aux fluctuations de fréquence intervenant lorsque l'intensité du champ optique est perturbée par l'émission spontanée. Ce processus est lié aux oscillations de relaxation et conduit à des fluctuations de fréquence additionnelles;
- en régime de modulation, il reflète les effets de dérivées de fréquence ("chirp") [Koc84] surtout visibles sur un laser monofréquence de type DFB pour lequel  $\alpha$  est toujours positif. Ces effets se produisent lorsque la puissance du champ optique dévie de sa position d'équilibre. Une oscillation de la densité de porteurs apparaît autour de sa valeur d'équilibre  $N_{th}$ . Cette fluctuation de la densité de porteurs provoque une variation de l'indice optique et donc une variation de fréquence.

Ce coefficient de couplage phase-amplitude intervient également dans le "spatial hole burning" induit par la variation de l'indice optique avec la puissance. Il s'agit d'une distorsion du gain provoquant une distribution inhomogène des porteurs dans la cavité optique [Rab89, Bra95, Kar95, Gri10]. Dans les lasers à semi-conducteurs, la longueur d'onde d'émission du laser peut varier pour certaines valeurs de courant et ainsi augmenter le facteur  $\alpha$  de façon non linéaire. Généralement les

valeurs de  $\alpha$  sont comprises entre 1 et 10 pour les semi-conducteurs [Coo75, Osi87]. Des études ont montré que la valeur de  $\alpha$  pouvait être modifiée par des inhomogénéités de la couche active [Nil85, Oht13] ou qu'elle dépendait de la structure de la cavité laser [Dua90]. Par exemple, les structures à sections multiples offrent la possibilité d'agir sur le facteur  $\alpha$ , il s'agit alors d'un facteur "effectif" de couplage phase-amplitude. Au-dessus du seuil pour l'émission laser, le facteur  $\alpha$  augmente alors avec la puissance en raison de la décroissance du gain différentiel provoquée par la compression du gain [Agr89, Oht13]. Ce facteur d'élargissement de raie spectrale peut évoluer pour toutes ces raisons et reflète les non linéarités que l'on peut rencontrer, il est donc assez difficile de le mesurer précisément.

Nous avons donc présenté dans cette première partie le fonctionnement général d'un laser à semi-conducteur et fourni plus d'informations sur les particularités des diodes lasers DFB. Nous avons également introduit les premières notions concernant le comportement du laser suivant le courant d'injection et sur les non linéarités des oscillations lasers que l'on peut rencontrer dans certains cas. La prochaine partie est dédiée à la description des équations d'évolution temporelle du laser en régime libre.

## 2.2 Description statique et dynamique d'un laser à semi-conducteurs en régime libre

Nous rappelons que nous considérons ici des lasers à semi-conducteurs ayant une bande interdite très étroite (inférieure à quelques microns) comme les lasers DFB, principaux objets de notre étude, ou encore les Fabry-Pérot (FP). Ces semi-conducteurs ont des structures similaires et les oscillations lasers sont décrites par les mêmes équations différentielles. On suppose que la distribution de l'intensité au sein de la cavité laser est uniforme et que l'on peut négliger la diffusion des porteurs et la diffraction de la lumière le long de la direction de la largeur de la bande. Il faut préciser que pour des structures de cavité laser plus complexes, tels que les VECSELs, les QCLs et les QDLs, les lasers peuvent présenter un comportement dynamique plus difficile à décrire. En effet, ajouter une structure supplémentaire dans un semi-conducteur rajoute un nouveau degré de liberté à la dynamique non linéaire.

### 2.2.1 Equations d'évolution du laser

Comme nous l'avons précédemment mentionné, pour atteindre les conditions d'oscillations pour l'émission laser, l'injection de porteurs doit permettre l'inversion de population. Pour cela il faut obtenir un gain global  $G$  supérieur aux pertes afin d'atteindre le seuil de fonctionnement. Lorsqu'on se place bien au-delà du seuil, le gain peut atteindre une zone de saturation [Nak78,

Lan79, Hen82], non étudiée dans cette thèse. On négligera l'impact de l'émission spontanée car elle est généralement très faible [Tho80]. Le champ électrique complexe est défini comme suit :  $E(t) = A(t)\exp(-i\phi(t))$ , où  $A(t)$  désigne l'amplitude du champ et  $\phi(t)$  la phase. La densité de photons  $S(t)$  est liée à l'amplitude du champ électrique  $A(t)$  de la façon suivante :  $S(t) = |A(t)|^2$ . L'équation d'évolution du champ électrique complexe est une équation différentielle dépendante du temps et de la densité de porteurs  $N(t)$  :

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2}(1 - i\alpha)G(N(t) - N_{th})E(t) \quad (2.01)$$

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{1}{2}G(N(t) - N_{th})A(t) \quad (2.02)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2}G(N(t) - N_{th}) \quad (2.03)$$

Comme expliqué dans la section précédente, le couplage entre l'amplitude et la phase vient du fait que la partie réelle et la partie imaginaire de l'indice de réfraction ne sont pas indépendantes. L'inversion de population est décrite par l'évolution de la densité de porteurs liée à la densité du courant d'injection  $I$  permettant le pompage :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G(N(t) - N_0)A^2(t) \quad (2.04)$$

où  $e$  est la charge d'un électron,  $V$  le volume de la cavité laser, et  $\tau_e$  la durée de vie des porteurs.

## 2.2.2 Analyse de la stabilité : linéarisation des équations

Les oscillations lasers se produisent lorsque l'inversion de population dépasse un certain seuil. Il est possible de déterminer ce seuil et d'en connaître la stabilité en linéarisant les équations (2.02, 2.03 et 2.04). Ainsi, on peut également déterminer la réponse du laser pour une modulation du courant d'injection, et notamment la fréquence de relaxation comme nous l'avons évoqué dans le §2.1.4. Pour cela on utilise la méthode de linéarisation appelée analyse "petit signal" [Ike67, Pao70, Arn82 Tuc85]. On considère alors de petites perturbations  $\delta A$ ,  $\delta\phi$ ,  $\delta N$ , autour des valeurs d'états stationnaires appelées « steady-state »  $A_s$ ,  $\phi_s$ ,  $N_s$ , correspondant à l'équilibre thermodynamique, pour chaque variable des équations d'évolution :

$$A_s = \sqrt{\frac{\left(\frac{I}{eV} - \frac{N_{th}}{\tau_e}\right)}{G(N_{th} - N_0)}} \quad (2.05)$$

$$\phi_s = 0 \quad (2.06)$$

$$N_s = N_{th} \quad (2.07)$$



Les petites perturbations considérées pour chaque variable sont de la forme  $x(t) = x_s + \delta x(t)$ , avec  $x = A, \phi, N$ . On linéarise alors les équations d'évolution en substituant les valeurs des états stationnaires, plus les petites perturbations pour chaque variable  $A, \phi$  et  $N$ . On néglige les seconds ordres tels que :  $\delta x(t)\delta y(t)$  ou  $\delta x(t)^2$ , car l'objectif est bien de linéariser les équations. On obtient alors le set d'équation suivant :

$$\frac{d\delta A(t)}{dt} = \frac{1}{2}GA_S\delta N(t) \quad (2.08)$$

$$\frac{d\delta\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2}G\delta N(t) \quad (2.09)$$

$$\frac{d\delta N(t)}{dt} = -2A_S G(N_{th} - N_0)\delta A(t) - \left(\frac{1}{\tau_e} + GA_S^2\right)\delta N(t) \quad (2.10)$$

Nous avons désormais 3 équations linéarisées (2.08), (2.09) et (2.10). C'est à partir de ces équations que l'on peut soit déterminer les points de stabilité du laser, soit déterminer la réponse en modulation du laser fonctionnant en régime libre pour une faible modulation du courant d'injection. Dans les deux cas, il est possible de connaître la fréquence d'oscillation de relaxation.

On considère alors les petites perturbations sous la forme suivante [Uch12, Oht13] :  $\delta h = \delta h_0 \exp(\sigma t)$  avec  $h = A, \phi, N$ . Le laser sera stable pour les solutions négatives de la partie réelle de  $\sigma$ , et à l'inverse, le laser sera instable pour les solutions positives de la partie réelle de  $\sigma$  (également pour les solutions qui divergent vers l'infini). Les solutions n'étant pas triviales, on cherche alors à calculer le coefficient  $\sigma$  de la matrice qui doit répondre à cette égalité :

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & -\frac{1}{2}GA_S \\ 0 & \sigma & -\frac{\alpha}{2}G \\ 2A_S G(N_{th} - N_0) & 0 & \sigma + \frac{1}{\tau_e} + GA_S^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.11)$$

$$\sigma \left\{ \sigma^2 + \left(\frac{1}{\tau_e} + GA_S^2\right)\sigma + G^2 A_S^2 (N_{th} - N_0) \right\} = 0 \quad (2.12)$$

On peut donc étudier la stabilité du laser en résolvant cette équation (2.12) et en déterminant  $\sigma$ . On ne prend pas en considération la solution  $\sigma = 0$ , tandis que les deux autres solutions représentent la partie réelle que l'on nomme  $\Gamma_R$  et la partie imaginaire  $\omega_R$  de  $\sigma$ , telles que :

$$\sigma = \Gamma_R + i\omega_R \quad (2.13)$$

$$\Gamma_R = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_e} + GA_S^2\right) \quad (2.14)$$

$$\omega_R = \sqrt{G^2 A_S^2 (N_{th} - N_0) - \Gamma_R^2} = \sqrt{\frac{GA_S^2}{\tau_p} - \Gamma_R^2} \quad (2.15)$$

Lorsque la valeur de la partie réelle  $\Gamma_R$  appelée facteur d'amortissement, est négative, les effets non linéaires correspondant à cette solution disparaissent rapidement, le laser reste donc stable, même en présence d'oscillations de relaxation  $\omega_R$ . La fréquence d'oscillation de relaxation (également appelée fréquence de résonance) correspondante est notée :  $f_R = \frac{\omega_R}{2\pi}$ . Les phénomènes d'oscillations de relaxation apparaissent car les porteurs ne peuvent suivre les variations du taux de photons. Ces oscillations de relaxation sont donc fortement sensibles à la modulation du courant d'injection, au bruit de grenaille, et à la rétro-injection optique. Elles disparaîtront tant que les perturbations ne sont pas trop importantes. Les fréquences de relaxation des semi-conducteurs (leur bande passante) en régime libre varient entre 1 à 15 GHz suivant les caractéristiques internes du laser, car une structure verticale peut fortement limiter la bande passante.

### 2.2.3 Etude de la modulation du courant d'injection

La fréquence d'oscillation de relaxation met en évidence la valeur maximale de modulation du semi-conducteur par le biais du courant d'injection (aussi appelé courant de polarisation). Au-delà de cette valeur, l'efficacité de la modulation diminue rapidement. On verra par la suite que cette propriété change également lorsque qu'on applique une rétro-injection. Lorsque le laser oscille à une valeur proche du seuil, la valeur d'état stable de la densité de photons  $S(t)$  est la suivante :

$$S_s = \frac{I - I_{th}}{eVG(N_{th} - N_0)} \quad (2.16)$$

où  $I_{th} = \frac{eVN_{th}}{\tau_e}$  est le courant de seuil. Le courant d'injection correspondant à la densité de porteurs à la "transparence" est le suivant :  $I_0 = \frac{eVN_0}{\tau_e}$ . On peut alors écrire la fréquence d'oscillation de relaxation sous cette forme :

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G(I - I_{th})}{eV}} \quad (2.17)$$

$$G = \frac{eV}{\tau_e \tau_p (I_{th} - I_0)} \quad (2.18)$$

où  $\tau_p$  est la durée de vie d'un photon. La fréquence d'oscillation de relaxation peut donc être déterminée uniquement par la durée de vie des photons et des porteurs, une fois le courant d'injection défini. L'équation (2.17) montre que la fréquence d'oscillation de relaxation évolue de cette façon :  $f_R \propto \tau_p^{-1} \left(\frac{\tau_e}{\tau_p}\right)^{-1/2}$ . Donc logiquement, un laser ayant un temps de relaxation des porteurs plus rapide, aura une bande passante de modulation plus importante.

En ce qui concerne le facteur d'amortissement  $\Gamma_R$ , celui-ci dépend notamment de la durée de vie des porteurs  $\tau_e$  pour un courant d'injection fixe. En réalité, les effets des émissions spontanées et

de la saturation du gain ne sont pas toujours négligeables en ce qui concerne le facteur d'amortissement [Yoo89], car pour un faible courant d'injection proche du seuil, les oscillations de relaxation sont plus marquées et il en est de même si la modulation est trop importante.

On peut également considérer l'intensité relative du bruit : la lumière provenant du laser est généralement détectée par une photodiode, qui la convertit alors en signal électronique. Ce signal est ensuite visible et/ou analysé par un oscilloscope. L'intensité relative du bruit est définie pour une fréquence angulaire  $\omega$  donnée au niveau de la puissance moyenne du courant continu. Le bruit devient plus important autour de la fréquence d'oscillation de relaxation, mais celui-ci devient généralement très faible lorsque le laser fonctionne bien au-delà du seuil [Pet82, Els85].

La modulation du courant d'injection agit directement sur la densité de porteurs (cf. équation (2.04)). Comme nous l'avons préalablement mentionné, la modulation du courant d'injection peut donc engendrer des instabilités au sein du laser. L'efficacité de la puissance d'émission du laser est constante pour une modulation du courant d'injection faible à modérée et si la fréquence de modulation reste inférieure à la fréquence d'oscillation de relaxation. Il est cependant possible d'améliorer la réponse en modulation du laser et donc la fréquence d'oscillation de relaxation notamment grâce à la rétro-injection optique. Certaines études présentent même des solutions pour ne plus être limité par la fréquence d'oscillation de relaxation [Lau85, Uom85]. La fréquence d'oscillation de relaxation augmente aussi généralement de façon proportionnelle avec la modulation du courant d'injection sans saut de mode (cf. *Figure 2.5*).

Pour déterminer la réponse en modulation du système pour une faible modulation du courant d'injection, nous utilisons également la méthode d'analyse petit signal. On considère alors le courant d'injection comme une fonction dépendante du temps [Gri10]:

$$I(t) = I_p + I_m(t) \quad (2.19)$$

$$I_m(t) = I_{m0} \sin(\omega_0 t) \quad (2.20)$$

où  $I_p$  est le courant de polarisation,  $I_m(t)$  la faible modulation en amplitude ( $I_{m0} \ll I_p$ ), et  $\omega_0$  la fréquence angulaire de modulation.

Ici l'étude est menée à partir de la densité de photons  $S(t)$  :

$$\frac{dS(t)}{dt} = G(N(t) - N_{th})S(t) \quad (2.21)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} G(N(t) - N_{th}) \quad (2.22)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G(N(t) - N_0)S(t) \quad (2.23)$$

De la même façon que pour les équations (2.08), (2.09) et (2.10), on considère ici de petites perturbations induites par une faible modulation. On obtient donc :

$$\frac{d\delta S(t)}{dt} = GA_s^2 \delta N(t) \quad (2.24)$$

$$\frac{d\delta\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} G \delta N(t) \quad (2.25)$$

$$\frac{d\delta N(t)}{dt} = \frac{\delta I_m(t)}{eV} - G(N_{th} - N_0)\delta S(t) - \left(\frac{1}{\tau_e} + GA_s^2\right) \delta N(t) \quad (2.26)$$

On réalise ensuite une transformée de Laplace sur les équations (2.24), (2.25) et (2.26) :

$$i\gamma \delta \widetilde{S}(\gamma) = GA_s^2 \delta \widetilde{N}(\gamma) \quad (2.27)$$

$$i\gamma \delta \widetilde{\phi}(\gamma) = \frac{\alpha}{2} G \delta \widetilde{N}(\gamma) \quad (2.28)$$

$$i\gamma \delta \widetilde{N}(\gamma) = \frac{\delta \widetilde{I}_m(\gamma)}{eV} - G(N_{th} - N_0) \delta \widetilde{S}(\gamma) - \left(\frac{1}{\tau_e} + GA_s^2\right) \delta \widetilde{N}(\gamma) \quad (2.29)$$

où  $\delta \widetilde{I}_m(\gamma)$  est la transformée de Laplace de  $I_m(t)$ . On se rend compte, au vu de ces équations, que la modulation du courant d'injection agissant sur la densité de porteurs, est couplée aux fluctuations de la densité de photons et de la phase. Il s'agit bien d'un système non linéaire.

La résolution de ce système à trois équations permet de déterminer la réponse en modulation suivant le courant d'injection :

$$\frac{\delta \widetilde{S}(\gamma)}{\delta \widetilde{I}_m(\gamma)} = \frac{GA_s^2}{eV \left\{ i\gamma \left( i\gamma + \frac{1}{\tau_e} + GA_s^2 \right) + GA_s^2 G(N_{th} - N_0) \right\}} \quad (2.30)$$

En remplaçant par les variables correspondant à la fréquence d'oscillation de relaxation  $\omega_R$  et au facteur d'amortissement  $\Gamma_R$ , on obtient [Gri10]:

$$\frac{\delta \widetilde{S}(\gamma)}{\delta \widetilde{I}_m(\gamma)} = \frac{GA_s^2}{eV(\omega_R + \gamma + i\Gamma_R)(\omega_R - \gamma - i\Gamma_R)} \quad (2.31)$$

On détermine alors la fréquence d'oscillation de relaxation en traçant la courbe de réponse en modulation correspondant à l'équation (2.31) et en choisissant une valeur pour  $\Gamma_R$ . On rappelle que la fréquence de résonance est proportionnelle au courant d'injection (cf. *Figure 2.5*). La réponse en modulation du laser atteint son maximum à cette fréquence de relaxation [Ike68].

Lorsque la modulation en fréquence dépasse la fréquence d'oscillation de relaxation, les porteurs ne peuvent plus suivre la vitesse de modulation du courant d'injection. Au-delà, le niveau de la modulation diminue rapidement. La fréquence d'oscillation de relaxation détermine donc la capacité maximum de modulation dans les lasers semi-conducteurs. Il faut noter que la modulation des lasers à basse fréquence n'est pas souhaitable en raison des effets thermiques et non linéaires.

Nous rappelons aussi que, il s'agit ici de la réponse en modulation d'un laser pour une faible modulation du courant d'injection pour un laser fonctionnant en régime libre. Nous verrons par la suite, que suivant le type de modulation, l'ajout d'une cavité externe peut considérablement améliorer la bande passante du laser.

Les lasers à semi-conducteurs peuvent présenter une dynamique complexe à cause de la présence des oscillations de relaxation, notamment lorsqu'ils sont soumis à des perturbations externes comme la rétro-injection optique. Le laser peut alors osciller de façon chaotique et sur plusieurs modes, ce phénomène est d'autant plus marqué lorsque l'on se place proche du seuil de fonctionnement. Nous détaillerons ces phénomènes de façon plus complète dans la section suivante.

### 2.3 Introduction à la rétro-injection optique

La rétro-injection optique se produit lorsque le faisceau laser réfléchi par un objet situé à une certaine distance, est réintroduit dans la cavité laser (cf. §1.2.7). Le principe de base est représenté en *Figure 2.6*. Même si la quantité de lumière rétro-injectée est faible (lié aux pertes pendant l'aller-retour et l'angle d'émission), cela perturbe la puissance d'émission optique du laser. Les lasers à semi-conducteurs sont souvent très sensibles à la rétro-injection optique provenant d'un objet réfléchissant. C'est pourquoi lorsqu'ils sont utilisés en télécommunication, un isolateur est ajouté afin de supprimer ou réduire au maximum la rétro-injection optique et ainsi minimiser le bruit sur les signaux. Le coût du système devient alors plus important. Dans notre cas d'étude on souhaite justement avoir de la rétro-injection optique pour retrouver l'information sur la vitesse de déplacement de l'objet réfléchissant à partir des perturbations de la puissance d'émission optique. Cependant une étude théorique et expérimentale approfondie doit être menée afin de connaître le comportement dynamique du laser et déterminer les configurations optimales avec lesquelles on peut obtenir des signaux exploitables pour des mesures à hautes vitesses. On doit s'assurer que l'on puisse retrouver l'information souhaitée, car les lasers à semi-conducteurs peuvent présenter un comportement chaotique suivant le niveau de la rétro-injection optique [Len85, Mor92, Uch12, Oth13].



*Figure 2.6 : Schéma du principe de la rétro-injection optique*

Les effets de la rétro-injection optique ont été étudiés dès la création des premiers lasers [Ris77, Gav97]. En 1980, Lang et Kobayashi [Lan80] ont été parmi les premiers à publier une

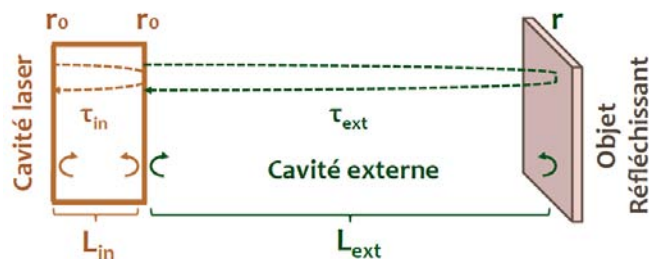
importante étude sur la dynamique des lasers sous rétro-injection optique. Ils ont développé de nouvelles équations d'évolution du laser en prenant cette fois en compte l'effet induit par la lumière rétro-injectée et le retard de l'onde retour sur le champ électrique complexe. Le modèle mathématique qu'ils ont développé est considéré comme une référence pour l'étude théorique de la dynamique du laser soumis à de la rétro-injection optique. Ces équations sont utilisées comme bases pour les modèles développés dans le cadre de cette thèse. Elles seront introduites dans les sous-parties suivantes.

D'autres études approfondies sur les effets de la rétro-injection optique au niveau des oscillations lasers ont mis en évidence des phénomènes d'instabilités, de bistabilités et d'effondrement de la cohérence que nous détaillerons après [Mil80, Gla83, Len85, Fis96]. La rétro-injection optique peut être utilisée pour contrôler les fréquences d'oscillations, pour stabiliser le laser, et permet également de sélectionner un mode particulier ou de supprimer les modes latéraux [Gol82, Tam83, Agr84, Lin84]. Cependant pour certaines plages de "niveau" de rétro-injection, le laser perd toute cohérence, et présente un comportement chaotique, et c'est ce que nous cherchons à éviter dans le cadre de cette étude.

La dynamique des lasers sous rétro-injection optique présente donc des propriétés très intéressantes autant du point de vue de la physique fondamentale pour l'étude du comportement chaotique et non linéaire que pour son utilisation dans des applications industrielles (télécommunications, systèmes de sécurité, stockage de données et mesures optiques de vitesses ou déplacements).

### 2.3.1 Modélisation d'une cavité équivalente

On peut modéliser un laser soumis à de la rétro-injection optique par deux cavités couplées entre elles (cf. *Figure 2.7*) : la cavité laser dont nous avons détaillé le fonctionnement dans les paragraphes précédents et la cavité externe (entre la face avant du laser et l'objet réfléchissant).



*Figure 2.7 : Schéma de principe de la modélisation des cavités couplées*

Sur la *Figure 2.7*,  $r_0$  et  $r$  désignent respectivement les réflectivités des miroirs de la cavité laser et de l'objet réfléchissant,  $\tau_{in}$  le temps de vol de l'onde pour faire un aller-retour dans la cavité laser,  $\tau_{ext}$  le temps de vol dans la cavité externe entre le laser et l'objet réfléchissant,  $L_{in}$  la longueur de la cavité laser et  $L_{ext}$  la longueur de la cavité externe. Le temps de vol dans la cavité externe s'exprime comme suit :  $\tau_{ext} = \frac{2L_{ext}}{c}$ , avec  $c$  la vitesse de la lumière. Le paramètre  $L_{ext}$  définit bien la distance entre le laser et la cible, la lumière fait donc bien l'aller-retour soit  $2 \times L_{ext}$ .

La rétro-injection optique peut provoquer une modification de la dynamique de modulation du laser. La variation du facteur  $\alpha$  induit généralement une augmentation de la fréquence de relaxation du laser et donc de sa bande passante. Pour certaines longueurs de cavité externe et pour certaines réflectivités de l'objet réfléchissant, de fortes variations du facteur  $\alpha$  provoquent une détérioration de la réponse fréquentielle. C'est ce que l'on doit déterminer pour délimiter les configurations avec lesquelles nous pourrions réaliser des mesures de hautes vitesses.

On considère un coefficient de couplage  $\kappa$  dépendant de la réflectivité des miroirs de la cavité laser  $r_0$  et de l'objet réfléchissant  $r$ . Il prend en compte l'effet des multiples réflexions dans la cavité externe et est défini de cette manière [Tar95] :

$$\kappa = (1 - r_0^2) \frac{r}{r_0} \quad (2.32)$$

$$r_0 = \frac{n - 1}{n + 1} \quad (2.33)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction du matériau utilisé dans le laser. Celui-ci est de l'ordre de 3,6 pour un semi-conducteur laser de type AlGaAs sans traitement optique particulier, et donc  $r_0$  est de l'ordre de 0,565.

### 2.3.2 Régime de rétro-injection

De nombreuses études ont été menées permettant de catégoriser le comportement dynamique des lasers suivant la fraction de lumière réfléchie sur l'objet puis rétro-injectée dans la cavité [Tka86, Tag93, Jon01]. Certains régimes dépendent soit de la longueur de la cavité externe  $L_{ext}$  soit de la phase de l'onde retour, et d'autres sont complètement indépendants des paramètres liés à la cavité externe. Les régimes décrits ci-dessous correspondent à ceux d'une diode laser type DFB :

- régime I : très faible rétro-injection. La fraction du faisceau incident rétro-injecté est inférieure à 0,01%. Une solution unique (mode de la cavité externe) est admise dans le domaine des fréquences. Les effets provoqués sur le laser sont faibles [Kik82];
- régime II : faible rétro-injection. La fraction du faisceau incident rétro-injecté est inférieure à 0,1%. La génération de mode externe augmente les effets de saut de modes. Ainsi le système

oscille de manière stochastique entre plusieurs modes de cavité externe, mais le laser continuera à émettre qu'un seul mode ayant le plus faible bruit de phase [Tka85, Sch88, Bin90];

- régime III : la fraction de rétro-injection est de l'ordre de 0,1%. Ce régime est indépendant des paramètres liés à la cavité externe. Le bruit causé par les sauts de modes est supprimé et le laser oscille sur le mode de plus faible largeur de raie [Tka86];
- régime IV : la fraction de rétro-injection est de l'ordre de 1%. Ce régime est appelé régime d'effondrement de la cohérence. La largeur de raie du laser augmente de façon importante. Le laser présente un comportement chaotique. Le bruit devient alors trop important [Len85];
- régime V : forte rétro-injection optique. La fraction de rétro-injection est de l'ordre de 10%. La cavité interne et la cavité externe se comportent comme une seule et même cavité et le laser oscille sur un mode unique [Fle81-1, Fle81-2, Wya83];

Plusieurs paramètres permettent de caractériser les instabilités induites par la rétro-injection optique sur la puissance d'émission optique. Parmi les plus importants, on retrouve le facteur de couplage  $\kappa$  (équation (2.32)) et le temps de vol de la cavité externe  $\tau_{ext}$  présentés précédemment. On a vu dans le §1.2.7 que les signaux de la puissance d'émission optique en forme de dents de scie peuvent être plus ou moins marqués. Un coefficient  $C$  reflétant le niveau de rétro-injection optique et donc l'allure des signaux obtenus a été introduit par Tartwijk et Lenstra en 1995 [Tar95].

$$C = \frac{\tau_{ext}}{\tau_{in}} \kappa \sqrt{1 + \alpha^2} \quad (2.34)$$

Dans le cadre de notre configuration expérimentale (grande cavité externe et utilisation de fibres), nous pouvons calculer les coefficients correspondants (voir *Figure 2.8* et *2.9*) selon différentes longueurs de cavités externes, réflectivités de la cible, et différentes valeurs de coefficient de couplage phase-amplitude  $\alpha$ .

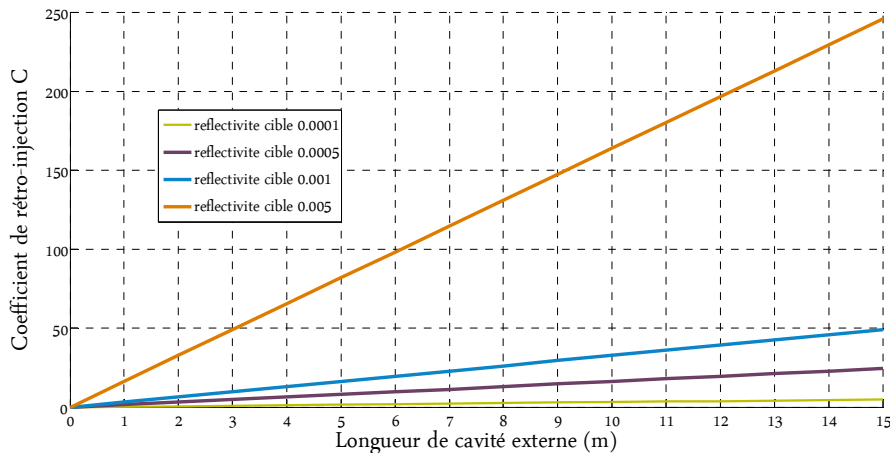


Figure 2.8 : Calcul de la valeur du coefficient de rétro-injection  $C$  pour  $\alpha = 3$ , suivant les longueurs de cavité externe et les réflectivités de l'objet réfléchissant.



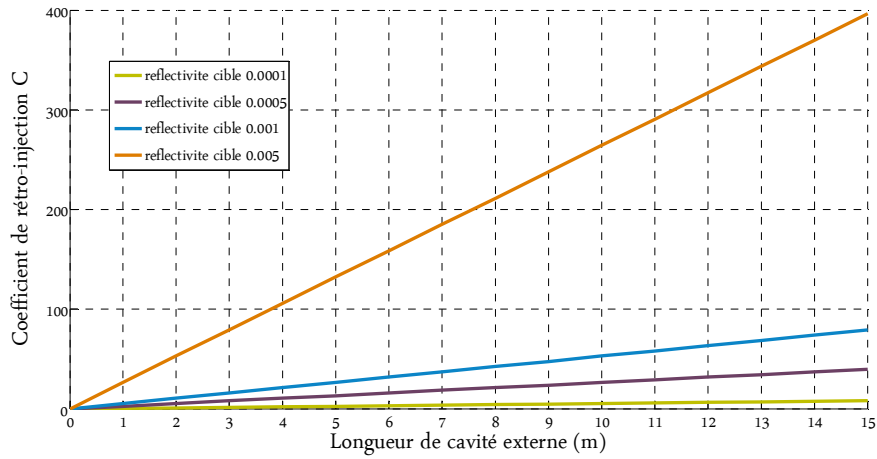


Figure 2.9 : Calcul de la valeur du coefficient de rétro-injection  $C$  pour  $\alpha = 5$ , suivant les longueurs de cavité externe et les réflectivités de l'objet réfléchissant.

Habituellement, les coefficients de rétro-injection  $C$  étudiés pour des configurations d'interférométrie par rétro-injection optique varient entre 0,1 et 10. Nous nous trouvons donc dans des régimes beaucoup plus importants et peu étudiés jusqu'ici notamment avec l'utilisation de fibres optiques. En effet, l'indice de réfraction est différent dans une fibre optique comparé à l'air. De plus, les distances considérées dans notre étude varient entre 1 et 15 m. Grâce aux simulations numériques qui vont être présentées par la suite, suivant les différents couples de paramètres (longueurs de cavité externe et réflectivités de la cible), nous sommes à même de déterminer les plages de fonctionnement adéquates pour réaliser nos mesures dans les meilleures conditions et ainsi pouvoir retrouver l'information de vitesse dans les signaux.

### 2.3.3 Equation d'évolution du laser soumis à de la rétro-injection

Le comportement du laser sous rétro-injection optique est décrit par des équations différentielles non linéaires dépendantes du temps et avec un retard  $\tau_{ext}$  lié au temps de propagation dans la cavité externe avant rétro-injection. Il s'agit des équations d'évolution développées par Lang et Kobayashi en 1980 [Lan80]. Le champ électrique complexe  $E(t)$  s'exprime alors comme suit :

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2}(1 - i\alpha)G(N(t) - N_{th}) + \frac{\kappa}{\tau_{in}}E(t - \tau_{ext})exp(i\omega_0\tau_{ext}) \quad (2.35)$$

Cette équation est valable sous certaines hypothèses :

- le laser est considéré monomode, or ce n'est pas toujours le cas expérimentalement car il peut parfois osciller sur plusieurs modes suivant certaines configurations de rétro-injection optique;
- l'objet réfléchissant considéré pour ces études est un simple miroir. En effet, les effets de la rétro-injection optique sur le laser varient légèrement selon l'objet réfléchissant considéré. Ils ne seront

pas les mêmes s'il s'agit par exemple d'un réseau de diffraction ou d'un miroir à conjugaison de phase;

- on suppose que l'objet réfléchissant se situe à une distance inférieure à la demi-longueur de cohérence du laser :  $L_{coh} = c \times \tau_{coh}$ , où  $\tau_{coh}$  est le temps de cohérence du laser.

L'évolution de la phase en présence de rétro-injection optique joue un rôle critique car elle est couplée avec les autres variables et notamment l'amplitude du champ. En dérivant l'équation du champ électrique complexe (2.35) sous forme de partie réelle et imaginaire, on obtient les équations suivantes [Oht02] :

$$\frac{dA(t)}{dt} = \dot{A}(t) = \frac{1}{2}G(N(t) - N_{th})A(t) + \frac{\kappa}{\tau_{in}}A(t - \tau_{ext})\cos\theta(t) \quad (2.36)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \dot{\phi}(t) = \frac{\alpha}{2}G(N(t) - N_{th}) - \frac{\kappa}{\tau_{in}}\frac{A(t - \tau_{ext})}{A(t)}\sin\theta(t) \quad (2.37)$$

$$\theta(t) = \omega_0\tau_{ext} + \phi(t) - \phi(t - \tau_{ext}) \quad (2.38)$$

L'équation d'évolution de la densité de porteurs étant déjà couplée avec l'amplitude du champ électrique, nous conservons donc l'équation (2.04). Cette fois aussi, en considérant de petites fluctuations de la puissance d'émission optique du laser même en présence de rétro-injection, nous pouvons déterminer les valeurs d'état stable de chaque variable [Tro84, Tro87, Agr93]. Dans ce cas  $A(t - \tau_{ext}) = A(t) = A_S$ ;  $\phi(t - \tau_{ext}) = (\omega_S - \omega_0)(t - \tau_{ext})$ ;  $\phi(t) = (\omega_S - \omega_0)(t)$ ;  $N(t) = N_S$  et  $\theta(t) = \theta_S$ . On a alors :

$$A_S = \sqrt{\frac{\frac{I}{eV} - \frac{N_S}{\tau_{ext}}}{G(N_S - N_0)}} \quad (2.39)$$

$$\omega_S - \omega_0 = -\frac{\kappa}{\tau_{in}}(\alpha\cos(\theta_S) + \sin(\theta_S)) \quad (2.40)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad (2.41)$$

$$N_S = N_{th} - 2\frac{\kappa}{\tau_{in}}\frac{\cos(\theta_S)}{G} \quad (2.42)$$

$$\theta_S = \omega_0\tau_{ext} + (\omega_S - \omega_0)(t) - (\omega_S - \omega_0)(t - \tau_{ext}) = \omega_S\tau_{ext} \quad (2.43)$$

Nous pouvons étudier l'évolution temporelle de la dynamique des lasers à semi-conducteurs soumis à de la rétro-injection en résolvant numériquement les équations (2.36), (2.37) et (2.04). Le retard  $\tau_{ext}$  peut également être considéré comme une fonction dépendante du temps : si l'objet réfléchissant se déplace, le retard changera donc à chaque aller-retour de l'onde. Ce changement de cavité externe ajoute un degré de liberté supplémentaire à la dynamique du laser.

### 2.3.4 Méthode générale d'analyse de stabilité avec rétro-injection optique

A partir des équations de Lang et Kobayashi (2.36), (2.37) et (2.04), on réalise une analyse linéaire des états stationnaires de chaque variable. On considère donc le premier ordre de petites perturbations pour chaque variable :  $\delta A(t)$ ,  $\delta \phi(t)$ ,  $\delta N(t)$ ,  $\delta A(t - \tau_{ext})$  et  $\delta \phi(t - \tau_{ext})$  [Tro84, Uch12]. On obtient les équations linéarisées d'évolution du laser soumis à de la rétro-injection optique, en développant la matrice Jacobienne correspondante :

$$\begin{pmatrix} \delta \dot{A}(t) \\ \delta \dot{\phi}(t) \\ \delta \dot{N}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta \dot{A}(t)}{\delta A(t)} & \frac{\delta \dot{A}(t)}{\delta \phi(t)} & \frac{\delta \dot{A}(t)}{\delta N(t)} & \frac{\delta \dot{A}(t)}{\delta A(t - \tau_{ext})} & \frac{\delta \dot{A}(t)}{\delta \phi(t - \tau_{ext})} \\ \frac{\delta \dot{\phi}(t)}{\delta A(t)} & \frac{\delta \dot{\phi}(t)}{\delta \phi(t)} & \frac{\delta \dot{\phi}(t)}{\delta N(t)} & \frac{\delta \dot{\phi}(t)}{\delta A(t - \tau_{ext})} & \frac{\delta \dot{\phi}(t)}{\delta \phi(t - \tau_{ext})} \\ \frac{\delta \dot{N}(t)}{\delta A(t)} & \frac{\delta \dot{N}(t)}{\delta \phi(t)} & \frac{\delta \dot{N}(t)}{\delta N(t)} & \frac{\delta \dot{N}(t)}{\delta A(t - \tau_{ext})} & \frac{\delta \dot{N}(t)}{\delta \phi(t - \tau_{ext})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A(t) \\ \delta \phi(t) \\ \delta N(t) \\ \delta A(t - \tau_{ext}) \\ \delta \phi(t - \tau_{ext}) \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

$$\delta \dot{A}(t) = \left[ \frac{1}{2} G \{N_S - N_{th}\} \right] \delta A(t) + [-K A_S \sin \theta_S] \delta \phi(t) + \left[ \frac{1}{2} G A_S \right] \delta N(t) + [K \cos \theta_S] \delta A(t - \tau_{ext}) + [K A_S \sin \theta_S] \delta \phi(t - \tau_{ext}) \quad (2.45)$$

$$\delta \dot{\phi}(t) = \left[ \frac{K}{A_S} \sin \theta_S \right] \delta A(t) + [-K \cos \theta_S] \delta \phi(t) + \left[ \frac{1}{2} \alpha G_N \right] \delta N(t) + \left[ -\frac{K}{A_S} \sin \theta_S \right] \delta A(t - \tau_{ext}) + [K \cos \theta_S] \delta \phi(t - \tau_{ext}) \quad (2.46)$$

$$\delta \dot{N}(t) = [-2G \{N_S - N_{th}\} A_S] \delta A(t) + \left[ -\frac{1}{\tau_e} - G_N A_S^2 \right] \delta N(t) \quad (2.47)$$

$$K = \frac{\kappa}{\tau_{in}} \quad (2.48)$$

On suppose que les perturbations sont de la forme suivante :

$$\delta x(t) = \delta x \exp(\gamma t) \quad (2.49)$$

avec  $x = A, \phi$  et  $N$ .

$$\begin{pmatrix} \gamma + KH \cos(\theta_S) & K H A_S \sin(\theta_S) & -\frac{A_S G}{2} \\ -\frac{KH}{A_S} \sin(\theta_S) & \gamma + KH \cos(\theta_S) & -\frac{A_S G}{2} \\ 2A_S G (N_S - N_0) & 0 & \gamma + A_S^2 G + \frac{1}{\tau_e} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.50)$$

avec  $H = 1 - \exp(-\gamma \tau_{ext})$ . Les modes d'oscillations pour les perturbations sont calculés en résolvant l'équation suivante :

$$D(\gamma) = \gamma^3 + 2\gamma^2 \{-\Gamma_R + KH \cos(\theta_S)\} + \gamma \{\omega_R^2 - 4KH \Gamma_R \cos(\theta_S) + (KH)^2\} - 2KH^2 \Gamma_R + KH \omega_R^2 \{\cos(\theta_S) - \alpha \sin(\theta_S)\} = 0 \quad (2.51)$$

où  $\Gamma_R$  et  $\omega_R$  sont les paramètres définis précédemment comme respectivement le facteur d'amortissement et la fréquence des oscillations de relaxation du laser. On détermine alors numériquement les solutions de  $\gamma$  pour l'équation (2.51). On rappelle que la partie réelle  $\Gamma_R$  de la solution est liée à la stabilité du mode et la partie imaginaire  $\omega_R$  représente les fréquences d'oscillations. On rappelle que lorsque  $\Gamma_R$  a une valeur négative, le mode est stable et les oscillations laser sont amorties dans le temps avec une fréquence correspondante calculée à partir de  $\omega_R$ . Le mode d'émission devient instable pour une valeur positive du facteur d'amortissement  $\Gamma_R$ , le laser peut présenter des oscillations irrégulières suivant la fréquence correspondant à la partie imaginaire  $\omega_R$ . Lorsque la rétro-injection optique est faible et que la condition  $K\tau_{ext} \ll 1$  est satisfaite (voir équation (2.48)), on suppose que  $|\gamma\tau_{ext}| \ll 1$  et on obtient une forme analytique pour la solution de  $\gamma$ . On a alors pour les parties réelles et imaginaires les solutions suivantes [Agr93] :

$$\Gamma_R' = \Gamma_R \quad (2.52)$$

$$\omega_R' = \omega_R \sqrt{\frac{1 + (K_c - \alpha K_s)\tau_{ext}}{(1 + K_c\tau_{ext})^2 + (K_s\tau_{ext})^2}} \quad (2.53)$$

$$K_c = \frac{\kappa}{\tau_{in}} \cos(\theta_S) \quad (2.54)$$

$$K_s = \frac{\kappa}{\tau_{in}} \sin(\theta_S) \quad (2.55)$$

Lorsque qu'il n'y a pas de rétro-injection optique on retrouve bien les équations (2.14) et (2.15).

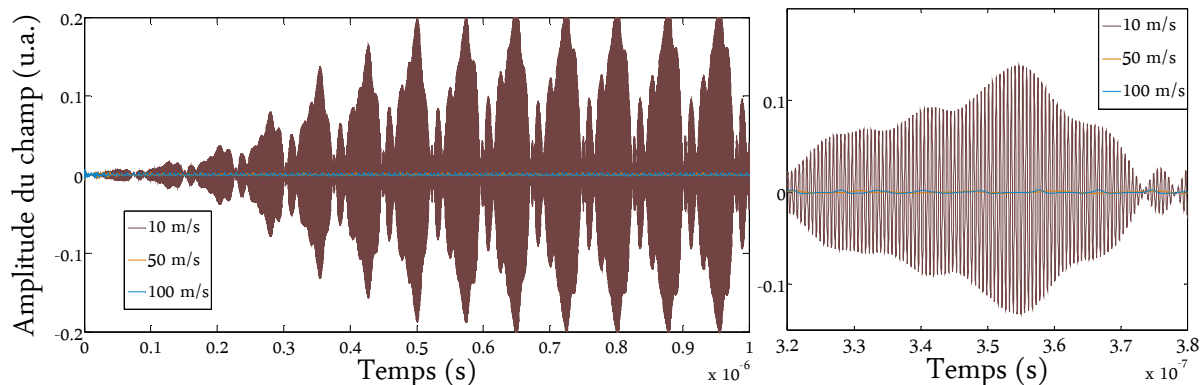
La fréquence de relaxation d'un laser en présence de rétro-injection optique peut être plus ou moins importante que celle d'un laser fonctionnant en régime libre sans rétro-injection. Ce décalage dépend donc des signes des variables  $K_c$  et  $K_s$ . Généralement la fréquence d'oscillation de relaxation augmente pour un taux de rétro-injection optique faible à modéré : la bande passante du laser est améliorée par rapport à son fonctionnement en régime libre sans rétro-injection optique. Pour les oscillations lasers le signe de l'expression (2.53) sous la racine carrée doit être positif. On détermine alors les conditions de stabilités [Ack84, Len84]:

$$1 + C \cos(\omega_s \tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha) > 0 \quad (2.56)$$

Le laser peut donc devenir instable pour  $C > 1$ , comme nous l'avons expliqué précédemment. On calcule alors les modes d'oscillations pour de petites perturbations des états stationnaires des variables. Les solutions obtenues sont appelées les modes linéaires.

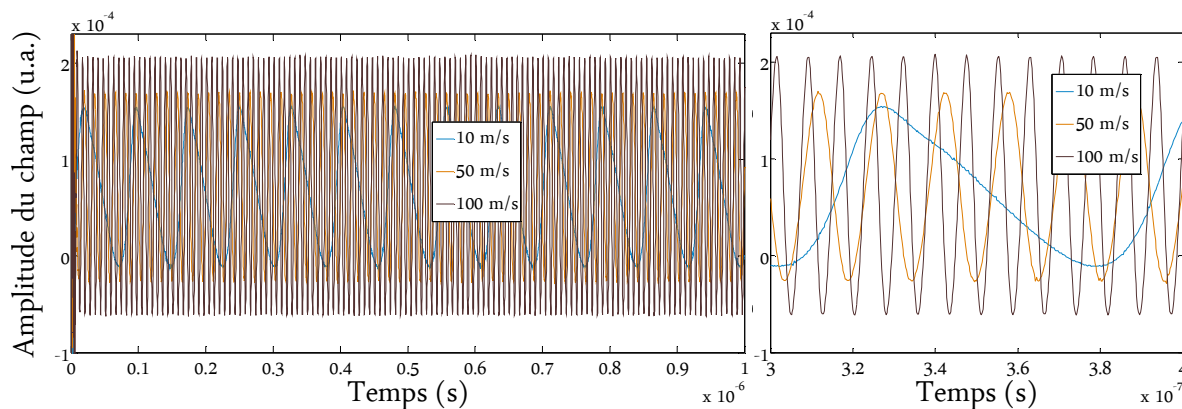
Pour certains niveaux de rétro-injection optique et selon les configurations, la puissance d'émission optique du laser peut évoluer de façon chaotique et présenter des périodes d'oscillations instables. On peut ainsi observer des oscillations quasi-périodiques lorsque le laser se dirige vers un

régime chaotique. La fréquence correspondante inclut à la fois la fréquence fondamentale d'oscillation et sa fréquence harmonique supérieure [Oht13]. Dans un régime d'oscillations quasi-périodiques, la fréquence des pics varie car les oscillations sont irrégulières. Enfin, lorsque le laser atteint complètement le régime chaotique (effondrement de la cohérence), on n'observe plus de façon claire les pics d'oscillations, mais juste des signaux ressemblant à du bruit blanc. C'est ce que l'on peut observer sur une de nos simulations numériques (voir *Figure 2.10*), que nous présentons ici à titre d'exemple, pour des déplacements à vitesse constante entre 10 et 100 m/s, pour une réflectivité de cible  $r=0.001$  et une longueur de cavité externe de 2 m.



*Figure 2.10 : Simulation numérique de déplacement à vitesse constante. Observation d'un régime quasi-périodique à 10 m/s, et d'un régime d'effondrement de la cohérence à 50 et 100 m/s. A droite un zoom sur une période de 60 ns.*

On observe un régime quasi-périodique sur la *Figure 2.10* pour une vitesse de déplacement de 10 m/s, tandis que pour des vitesses de 50 et 100 m/s dans cette configuration-ci, on n'observe pas de pics d'oscillation (même en adaptant l'échelle). On se trouve donc dans un régime d'effondrement de la cohérence. Il est possible de retrouver un régime stable pour les mêmes vitesses, en diminuant la réflectivité de la cible d'un facteur 10 soit  $r=0.0001$  (voir *Figure 2.11*), en conservant la longueur de la cavité externe.



*Figure 2.11 : Simulation numérique de déplacement à vitesse constante. Observation d'un régime stable.*

Sous certains niveaux de rétro-injection les modes générés par la cavité interne et la cavité externe sont mixés et le laser oscille alors sur un ou plusieurs modes. Le chaos étant un phénomène non linéaire, les modes d'oscillations sont aussi liés à la fréquence de relaxation et les harmoniques plus élevés sont excités en même temps [Cho84, Cho88, Coh88, Hel90, Lev95]. Lors d'une bifurcation chaotique, le laser devient d'abord instable avec une fréquence proche des oscillations de relaxation : on appelle ce phénomène "1<sup>ère</sup> période d'oscillation" [Hei03-1, Hei03-2]. Ensuite, un puis plusieurs modes externes sont alors excités : le laser oscille de façon quasi-périodique. Enfin, le laser peut présenter des oscillations totalement chaotiques avec de grandes fréquences d'oscillations. Lorsqu'on effectue un calcul numérique des modes linéaires, on observe rapidement un changement suite à la modification de la réflectivité de l'objet réfléchissant, plusieurs solutions peuvent apparaître lorsque que la réflectivité de la cible augmente. La fréquence d'oscillation n'a donc jamais la même valeur en présence de rétro-injection optique et peut varier parfois de façon importante même pour un changement infime de configuration de la cavité externe.

### 2.3.5 Largeur d'émission spectrale et stabilité des modes

La largeur des oscillations lasers en présence de rétro-injection optique  $\Delta f_{OF}$  est décrite de la façon suivante [Tro84] :

$$\Delta f_{OF} = \frac{\Delta f}{F^2} \quad (2.57)$$

$$F = \frac{d\omega_{th}}{d\omega_s} = 1 + C \cos(\omega_s \tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha) \quad (2.58)$$

où  $\Delta f$  désigne la largeur spectrale d'émission sans rétro-injection optique et  $F$  le coefficient de réduction ou d'élargissement de la largeur spectrale. La largeur spectrale minimale est obtenue quand la condition d'ajustement de la phase  $\omega_s \tau_{ext} = -\tan^{-1} \alpha$  est satisfaite.

La largeur spectrale dans les conditions de gain maximal pour  $\omega_s \tau_{ext} = 2m\pi$  s'exprime ainsi:

$$\Delta f_{OF} = \frac{\Delta f}{(1 + C)^2} \quad (2.59)$$

$$\Delta f_{OF} = \frac{\Delta f}{(1 + K\tau_{ext})^2} \quad (2.60)$$

Cette largeur spectrale avec rétro-injection optique est valable pour des oscillations lasers stables. Pour une rétro-injection optique modérée à forte, le laser va osciller sur plusieurs modes ou même dériver d'un mode à l'autre comme on l'a expliqué précédemment. Ces oscillations vont causer plus de fluctuations chaotiques jusqu'au régime d'effondrement de la cohérence. Ce sont des conditions typiques que l'on retrouve dans les régimes III et IV, où la largeur d'émission peut être

élargie jusqu'à plusieurs GHz. Le laser tend à se stabiliser à nouveau pour une rétro-injection optique encore plus forte (régime V) où la largeur d'émission est réduite.

De nombreuses études expérimentales ont montré, que pour des taux de retour optique modérés, le laser se verrouille sur le mode de la cavité externe de plus faible largeur de raie [Bin89, Mor90, Mor92]. Pour expliquer ce phénomène un modèle a été développé par Lenstra et Tartwijk [Len91, Tar94]. Ce modèle permet notamment d'expliquer les sauts de modes entre deux modes externes. Il s'agit d'un modèle de fonction potentielle  $U$  valable pour de faible rétro-injection optique. L'intensité du champ électrique est supposée constante afin que sa phase  $\phi(t)$  puisse être considérée comme une variable indépendante. Ils décrivent le fait que les sauts de modes que l'on observe sont des changements brusques d'état des oscillations lasers entre les différents modes de la cavité externe. Considérons d'abord la différence entre la phase initiale de l'onde et la phase retour avec retard :  $\Delta\phi(t) = \phi(t) - \phi(t - \tau_{ext})$ . Le temps de vol  $\tau_{ext}$  est supposé court et inférieur au temps de cohérence du laser  $\tau_{coh}$ . On réalise alors un développement de Taylor, comme suit :

$$\Delta\phi(t) = \phi(t) - \phi(t - \tau_{ext}) \approx \phi(t) - \left\{ \phi(t) - \tau_{ext} \frac{d\phi(t)}{dt} + \frac{1}{2} \tau_{ext}^2 \frac{d^2\phi(t)}{dt^2} \right\} \quad (2.61)$$

$$\frac{d^2\phi(t)}{dt^2} \approx \left\{ \frac{d\phi(t)}{dt} - \frac{d\phi(t - \tau_{ext})}{dt} \right\} \tau_{ext} = \frac{1}{\tau_{ext}} \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} \quad (2.62)$$

$$\Delta\phi(t) = \tau_{ext} \frac{d\phi(t)}{dt} - \frac{1}{2} \tau_{ext} \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} \quad (2.63)$$

Considérant les solutions stables pour les autres variables et en reprenant l'équation d'évolution de la phase avec retard (2.37), on obtient :

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_{ext}} \Delta\phi(t) + \frac{1}{2} \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} = -K\sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s \tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha) + F_{\phi(t)} \quad (2.64)$$

où  $F_{\phi(t)}$  désigne la force de Langevin pour la phase. On a alors une nouvelle équation pour la différence de phase :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} &= -\frac{2}{\tau_{ext}} \Delta\phi(t) - 2K\sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s \tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha + \Delta\phi(t)) + 2F_{\phi(t)} \\ &= -\frac{1}{\tau_{ext}} \frac{d[\Delta\phi^2(t) - 2C\cos(\omega_s \tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha + \Delta\phi(t))]}{d\Delta\phi} + 2F_{\phi(t)} \end{aligned} \quad (2.65)$$

Le terme  $U(\Delta\phi(t)) = \Delta\phi^2(t) - 2C\cos(\omega_s \tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha + \Delta\phi(t))$  représente la fonction potentielle. Ainsi, un minimum de potentiel correspond à une condition stable ( $U(\Delta\phi(t))$  augmente) tandis qu'un maximum de potentiel correspond à contrario à une condition instable ( $U(\Delta\phi(t))$  diminue) [Gri10] (voir *Figure 2.12*).

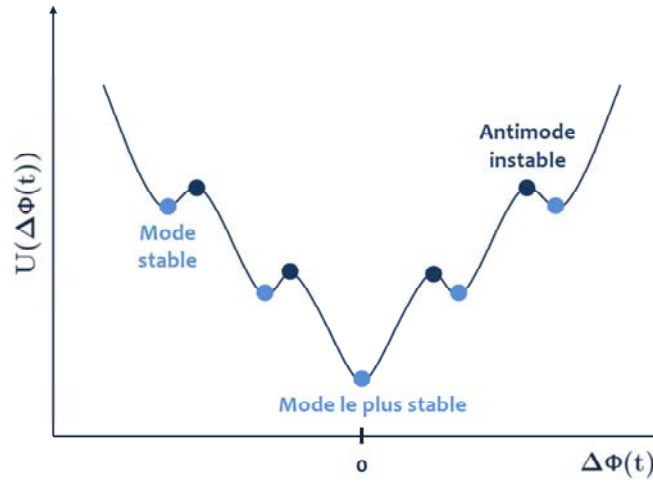


Figure 2.12 : Représentation de la fonction potentielle  $U(\Delta\phi(t))$  pour la condition particulière  $\omega_s\tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha = 0$  [Gri10].

Sur la Figure 2.12, l'exemple présenté pour le potentiel  $U(\Delta\phi(t))$  est le cas où  $\omega_s\tau_{ext} + \tan^{-1} \alpha = 0$ . On observe une alternance régulière de minima et de maxima (vallées du potentiel). Ces extremums correspondent aux différentes fréquences optiques correspondantes pour chaque mode. Comme les fluctuations de phase sont prises en compte dans l'équation (2.65) à travers le terme de bruit  $F_{\phi(t)}$ , les effets de saut de modes entre les différentes vallées peuvent être prédits ainsi que leurs temps de transition respectifs. Le mode central  $\Delta\phi(t) = 0$  possède le gain au seuil le plus faible et oscille à la fréquence du laser en régime libre. En revanche, dans le cas où l'on a deux solutions de même largeur de raie, la fonction potentielle devient strictement symétrique avec deux minima locaux localisés de part et d'autre du point  $\Delta\phi(t) = 0$  [Gri10]. Les comportements instables sont attribués aux maxima du potentiel donc aux anti-modes, tandis que les comportements stables sont liés aux modes localisés aux minima. Le laser présente un comportement plus stable lorsque celui-ci atteint le mode de plus faible largeur de raie pour  $\Delta\phi(t) = 0$  [Gri10]. La dynamique non linéaire permet de prédire l'évolution des points fixes vers des attracteurs de stabilité réguliers (points d'équilibre, orbites périodiques ou quasi-périodiques, ...) ou irréguliers (chaotiques) via des phénomènes de bifurcations. Il a été démontré que les modes stables peuvent être déstabilisés à travers une bifurcation de Hopf (processus quasi-périodique ou phénomène de doublement de période) [Gri10, Str15]. La dynamique du laser peut ensuite évoluer vers un comportement chaotique suivant l'influence des paramètres de rétro-injection optique ( $L_{ext}$  et  $\kappa$ ). Concernant les anti-modes (instables), ceux-ci sont reliés à des bifurcations "saddle-node" (ou noeud-col), correspondant physiquement à des interférences destructives [Gri10]. L'étude de la dynamique non linéaire du laser sous rétro-injection optique permet donc de prédire assez fidèlement les différents mécanismes d'évolution de la stabilité.



### 2.3.6 Régime d'effondrement de la cohérence

Le bruit de phase observé dans les lasers à semi-conducteur peut être lié à l'émission spontanée [Hen82, Hen86, Kan05]. Ces perturbations sur les champs électriques induisent des modifications de la largeur de raie  $\Delta f_{OF}$  du mode émis et de la longueur de cohérence  $L_{coh}$ . De nombreuses études expérimentales ont montré que la longueur de cohérence du laser diminuait à partir d'un certain taux de rétro-injection optique [Mil80, Gol82, Len85, Gri10]. Comme il a été mentionné précédemment, pour un certain taux de rétro-injection optique ne dépendant ni de la longueur de la cavité externe ni de la phase de l'onde retour, le laser tend à devenir instable et rentre dans un régime appelé communément régime d'effondrement de la cohérence où la longueur de cohérence du laser est fortement diminuée provoquant ainsi un fort bruit de phase. Il a été démontré que cet état particulier peut induire des non linéarités, des fluctuations et des instabilités temporelles sur la courbe de flux énergétique ainsi qu'une réduction importante du courant de seuil et de la fréquence de relaxation dans le spectre d'énergie [Tem86, Ris77, Gri10].

Ce régime d'effondrement de la cohérence peut être étudié en utilisant les équations de Lang et Kobayashi et en y additionnant les bruits de Langevin [Mor88, Mor90, Coh89, Coh91, Gri10]. Dans une étude statistique réalisée par Lenstra et al. [Len85], les équations utilisées prennent en compte non seulement les fluctuations de phase mais aussi les fluctuations d'amplitude. Il a été également démontré que le régime d'effondrement de la cohérence dépend du facteur d'élargissement de raie spectral  $\alpha$ . Schunk et Petermann [Sch88] ont étudié l'interaction entre le mode de plus faible largeur de raie et le mode de plus faible gain, ainsi ces deux modes seraient confondus pour  $\alpha = 0$  entraînant la suppression du régime d'effondrement de la cohérence [Gri10]. Plus  $\alpha$  diminuera, plus le régime d'effondrement de la cohérence sera évité suivant la même quantité de rétro-injection optique considérée [Mor90]. Il est possible de déterminer le seuil d'effondrement de la cohérence grâce au modèle développé par Helms et Petermann [Hel90].

### 2.3.7 Impact de changement de polarisation avec rétro-injection

Pour réaliser des mesures avec la technique IRO, il faut que la lumière rétro-injectée soit toujours cohérente. On se place systématiquement dans le cas où le temps de vol de la cavité externe est inférieur au temps de cohérence du laser  $\tau_{ext} \ll \tau_{coh}$ . On peut également observer des oscillations instables et un comportement chaotique avec une rétro-injection optique incohérente [Coh90]. Il en est de même pour la variation de la polarisation de la lumière avant rétro-injection optique, dans certaines conditions elle peut être considérée comme incohérente. Les changements de polarisation sont difficiles à maîtriser notamment lors de l'utilisation de fibre optique, car lorsque la lumière se propage dans la fibre son état de polarisation évolue continûment et de manière aléatoire au cours de la propagation. Ces variations de polarisation sont liées aux fluctuations de

biréfringence au sein de la fibre optique, aux imperfections géométriques du cœur de la fibre et aux contraintes extérieures appliquées (température, contraintes mécaniques). Il est donc impossible de prévoir l'état de polarisation de la lumière après seulement une dizaine de mètres de fibre. On peut cependant utiliser des dispositifs permettant de contrôler l'état de polarisation d'une onde sans altérer les autres caractéristiques de la lumière (notamment sa puissance lumineuse et sa longueur d'onde) ou utiliser une fibre à maintien de polarisation ou encore de polarisation de sortie rectiligne.

Lorsqu'on est dans le cas où la rétro-injection est incohérente, le champ électrique de l'onde retour n'interfère pas avec les oscillations du champ dans la cavité laser, mais perturbe cependant les porteurs. Cette fois, la rétro-injection optique est couplée à la densité de porteurs et non plus au champ. Le délai est donc introduit ici dans l'équation d'évolution de la densité de porteurs [Ots91], ainsi on peut observer des instabilités au niveau de la puissance d'émission optique :

$$\frac{dS(t)}{dt} = G(N(t) - N_{th})S(t) \quad (2.66)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G(N(t) - N_0)(S(t) + \kappa'S(t - \tau_{ext})) \quad (2.67)$$

où  $\kappa'$  désigne le coefficient de couplage de la rétro-injection avec la densité de porteurs. On ne considère pas la phase puisque l'onde retour est supposée incohérente. On peut donc s'attendre à rencontrer des instabilités car ces deux équations d'évolution sont toujours couplées. L'une des caractéristiques typiques observables d'une rétro-injection incohérente est l'apparition de pulsations prolongées dans la puissance d'émission optique du laser appelées « birst-like », on observe ainsi des oscillations très rapides de l'ordre de la picoseconde.

Jusque-là, nous ne prenions en compte que les modes de résonance suivant l'axe optique de la cavité laser, en considérant les modes d'émission longitudinaux. En réalité, les cavités fonctionnent « en volume » et les modes de résonance de la cavité font intervenir les trois dimensions de l'espace. Les modes de résonance sont appelés modes TEM (Transverse Electro Magnétique) car les champs électriques et magnétiques des ondes lumineuses sont orthogonaux à la direction de propagation. Les faces latérales de la cavité étant très peu réfléchissantes, le nombre de modes transversaux demeure très faible. De façon générale, les lasers à semi-conducteurs de type Fabry-Pérot ou DFB oscillent sur un mode électrique transverse (mode TE). A l'inverse le mode de contre polarisation se situe sur le mode transverse magnétique appelé mode TM, qui n'est pas un mode d'oscillation laser. Le gain optique pour un mode TM est légèrement inférieur à celui d'un mode TE, donc le laser a tendance à osciller sur le mode TE à cause des effets non linéaires de l'émission laser. Le mode TM commence à osciller lorsque le mode TE est couplé de façon cohérente avec le mode TM au travers du changement de polarisation lors de la rétro-injection optique. On considère ici le cas d'une forte rétro-injection optique et un faisceau de polarisation circulaire. Un modèle cohérent doit être utilisé

en considérant les amplitudes des modes TE et TM comme des fonctions dépendantes du temps et couplées entre elles de façon cohérente.

## 2.4 Conclusion

Ce chapitre 2 a tout d'abord permis de présenter de façon générale le fonctionnement d'un laser en régime libre. Nous avons expliqué l'impact du courant d'injection sur l'émission laser et détaillé les méthodes de bases permettant d'analyser la stabilité du laser ainsi que sa réponse en modulation pour de faibles perturbations du courant d'injection. Cela nous a permis d'introduire les notions de fréquences d'oscillations de relaxation et leur importance dans les études dynamiques du laser. Nous avons ensuite introduit le phénomène de rétro-injection optique et ses impacts complexes et variés sur les oscillations lasers. Nous avons ainsi introduit de façon succincte les notions d'instabilités, de sauts de modes et les phénomènes de bifurcations chaotiques que l'on peut rencontrer suivant la rétro-injection optique liée ou non à la configuration de la cavité externe. Cela dans le but de faire transparaître la sensibilité de la cavité laser à la rétro-injection optique, car il s'agit d'un système fortement non linéaire. En effet, les caractéristiques des oscillations lasers peuvent changer de façon drastique suivant la rétro-injection optique, et suivant le type de diode laser utilisée. Cependant, dans certains cas, il est possible d'améliorer de façon importante la stabilité, la puissance d'émission optique et la bande passante du laser. De nombreuses analyses théoriques et expériences ont été réalisées sur le sujet, autant du point de vue capteur pour la mesure de vitesses et de déplacements que du point de vue des études de la dynamique chaotique, ainsi que sur le contrôle des bifurcations. Peu d'études ont cependant porté sur la mesure de hautes vitesses, donc pour de hautes fréquences de modulation, et c'est la raison pour laquelle nous réalisons cette étude.

Les travaux réalisés pendant cette thèse ont été principalement menés à partir des équations de Lang et Kobayashi et donc plus particulièrement adaptés aux diodes DFB pour l'ensemble des raisons citées dans ce chapitre. Nous avons donc étudié le comportement dynamique du laser sous rétro-injection optique grâce à ces équations et pour des modulations hautes fréquences de la cavité externe. Les études de stabilité et de réponse en modulation du laser présentées dans ce chapitre sont des bases importantes dans le développement de nos modèles pendant cette thèse. Il nous a donc fallu analyser en parallèle un certain nombre de configurations pour nous permettre de cibler les meilleures conditions, afin de réaliser des mesures de hautes vitesses et de déterminer les limites de notre système suivant la diode laser choisie. Les résultats des simulations numériques ainsi que les modèles mathématiques développés sont détaillés dans le chapitre 3.

## BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE 2

---

- [Ack84] G. A. Acket, D. Lenstra, J. den Boef and B. H. Verbeek, The influence of feedback intensity on longitudinal mode properties and optical noise in index-guided semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 20, pp. 1163-1169, 1984.
- [Agr84] G. P. Agrawal, Line narrowing in a singlemode injection laser due to external optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 20, pp. 468-471, 1984.
- [Agr86] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, "Long wavelength semiconductor lasers", Ed. Van Nostrand Reinhold Company, 1986.
- [Agr89] G. P. Agrawal, Effect of gain nonlinearities on the dynamic response of single-mode semiconductor lasers, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 12, pp. 419-421, 1989.
- [Agr93] G. P. Agrawal, N. K. Dutta, *Semiconductor lasers*, 2nd edn. Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [Arn82] G. Arnold, P. Russer, K. Petermann, Modulation of laser diodes, *Semiconductor devices for optical communication*, Chap. 7, Ed. Springer-Verlag, Berlin, 1982.
- [Bin89] J. O. Binder and G. D. Cormarck, "Mode selection and stability of a semiconductor laser with weak optical feedback", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-25(11), pp. 2255-2259, 1989.
- [Bin90] J. O. Binder, D. Cormack and A. Somani, Intermodal tuning characteristics of an InGaAsP laser with optical feedback from an external grating reflector, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 26, pp. 1191-1199, 1990.
- [Bra95] B. Braun et al., Continuous-wave mode-locked solid-state lasers with enhanced spatial hole burning, part I: experiments, *Applied Physics BB*, Vol. 61, pp. 429-437, 1995.
- [Cho84] Y. Cho and M. Umeda, "Chaos in laser oscillations with delayed feedback; numerical analysis and observation using semiconductor laser, *Journal of Optical Society of America*, Vol. 1, pp. 497-498, 1984.
- [Cho86] Y. Cho and M. Umeda, Observation of chaos in a semiconductor laser with delayed feedback, *Optics Communications*, Vol. 59, pp. 131-136, 1986.
- [Coh88] J. S. Cohen, R. R. Dentine and B. H. Verbeek BH, The effect of optical feedback on the relaxation oscillation in semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 24, pp. 1989-1995, 1988.
- [Coh89] J. S. Cohen and D. Lenstra, Spectral properties of the coherence collapse state of a semiconductor laser with delayed optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 25, pp. 1143-1151, 1989.
- [Coh90] J. S. Cohen, F. Wittgreffe, M. D. Hoogerland and J. P. Woerdman, Optical spectra of a semiconductor laser with incoherent optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 26, pp. 982-990, 1990.
- [Coh91] J. S. Cohen and D. Lenstra, The critical amount of optical feedback for coherence collapse in semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 27, pp. 10-12, 1991.
- [Coo75] D. D. Cook and F. R. Nash, Gain-induced guiding and astigmatic output beam of GaAs lasers, *Journal of Applied Physics*, Vol. 46, pp. 1660-1672, 1975.
- [Dua90] G. -H. Duan, P. Gallion et G. Debarge, Analysis of the phase-amplitude coupling factor and spectral linewidth of distributed feedback and composite-cavity semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 26, pp. 32-44, 1990.
- [Dua15] G.-H. Duan, H. Debrégeas, R. Brenot, *Lasers et amplificateurs optiques à semi-conducteurs pour télécommunications optiques*, Innovations technologiques, Techniques de l'ingénieur, 2015.
- [Els85] W. Elsässer, E. O. Göbel, Multimode effects in the spectral linewidth of semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 21, pp. 687-692, 1985.
- [Fis96] I. Fischer, G. H. M. van Tartwijk, A. M. Levine, W. Elsässer, E. O. Göbel and D. Lenstra, Fast pulsing and chaotic itinerancy with a drift in the coherence collapse of semiconductor lasers. *Physical Review Letters*, Vol. 76, pp. 220-223, 1996.

- [Fle81-1] M. W. Fleming and A. Mooradian, Fundamental line broadening of single-mode (AaAl)As diode lasers, *Applied Physics Letters*, Vol. 38, pp. 511-513, 1981.
- [Fle81-2] M. W. Fleming and A. Mooradian, Spectral characteristics of external cavity controlled semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 17, pp. 44-59, 1981.
- [Gav97] A. Gavrielides, V. Kovanis and T. Erneux, Analytical stability boundaries for a semiconductor laser subject to optical injection, *Optics Communications*, Vol. 136, pp. 253-256, 1997.
- [Gla83] P. Glas, R. Müller and A. Klehr, Bistability, self-sustained oscillations, and irregular operation of a GaAs laser coupled to an external resonator, *Optics Communications*, Vol. 47, pp. 297-301, 1983.
- [Gol82] L. Goldberg, H. F. Taylor, A. Dandridge, J. F. Weller and R. O. Miles, Coherence collapse in single mode semiconductor lasers due to optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 18, pp. 555-679, 1982.
- [Gri10] F. Grillot, *Diode lasers pour les systèmes de communications optiques*. Sarrebruck, Germany, Editions Universitaires Européennes, 2010.
- [Hei00] T. Heil, I. Fischer and W. Elsäber, Dynamics of DFB lasers subject to optical feedback: stability properties of the stable modes, *Proc. SPIE 3944, Physics and Simulation of Optoelectronic Devices VIII*, 510, 2000.
- [Hei01] T. Heil, I. Fischer, W. Elsäber and A. Gavrielides, Dynamics of semiconductor lasers subject to delayed optical feedback: the short cavity regime, *Physical Review Letters*, Vol. 87, 243901-1-4, 2001.
- [Hei03-1] T. Heil, I. Fischer, W. Elsäber, B. Krauskopf, K. Green and A. Gavrielides, Delay dynamics of semiconductor lasers with short external cavities: bifurcation scenarios and mechanisms, *Physical Review E*, Vol. 67, 066214-1-11, 2003.
- [Hei03-2] T. Heil, A. Uchida, P. Davis, T. Aida, (2003b) TE-TM dynamics in a semiconductor laser subject to polarization-rotated optical feedback, *Physical Review E*, Vol. 68, 033811-1-8, 2003.
- [Hel89] J. Helms and K. Petermann, "Microwave modulation of semiconductor lasers with optical feedback", *Electronic Letters*, Vol. 25, pp. 1369-1371, 1989.
- [Hel90] J. Helms and K. Petermann, A simple analytic expression for the stable operation range of laser diodes with optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 26, pp. 833-836, 1990.
- [Hen82] C. H. Henry, Theory of the linewidth of semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 18, pp. 259-264, 1982.
- [Hen86] C. H. Henry and R. F. Kazarinov, Instability of semiconductor lasers due to optical feedback from distant reflectors, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-22, pp. 294-301, 1986.
- [Ike67] T. Ikegami and Y. Suematsu, Resonance-like characteristics of the direct modulation of a junction laser, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 55, pp. 122-133, 1967.
- [Ike68] T. Ikegami and Y. Suematsu, Carrier lifetime measurement of a junction laser using direct modulation, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 4, pp. 148-151, 1968.
- [Jon01] R. J. Jones, P. S. Spencer, J. L. Lawrence and D. M. Kane, Influence of external cavity length on the coherence collapse regime in laser diodes subject to optical feedback, *IEE Proc. Optoelectron.*, Vol. 148, pp. 7-12, 2001.
- [Kan05] D. M. Kane and K. A. Shore, *Unlocking Dynamical Diversity*. New York, NY, USA: Wiley, 2005.
- [Kar95] F. X. Kärtner et al., Continuous-wave-mode-locked solid-state lasers with enhanced spatial hole-burning, part II: theory, *Applied Physics B*, Vol. 61, pp. 569-579, 1995
- [Kik82] K. Kikuchi and T. Okoshi, Simple formula giving spectrum-narrowing ratio of semiconductor laser output obtained by optical feedback, *Electronics Letters*, Vol. 18, pp. 10-12, 1982.
- [Koc84] T. L. Koch, J. E. Bowers, Nature of wavelength chirping in directly modulated semiconductor lasers, *Electron. Lett.*, Vol. 20, pp. 1038-1040, 1984.

- [Kog71] H. Kogelnik and C.V. Shank, Stimulated emission in a periodic structure, *Applied Physics Letters*, Vol. 18(4), pp. 152-154, 1971.
- [Lan79] R. Lang, Lateral transverse mode instability and its stabilization in stripe geometry injection laser, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 15, pp. 718-726, 1979.
- [Lan80] R. Lang and K. Kobayashi, External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 16, pp. 347-355, 1980.
- [Lau85] K. Y. Lau, A. Yariv, Ultra-high speed semiconductor lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 21, pp. 121-138, 1985.
- [Len84] D. Lenstra, M. van Vaalen and B. Jaskorzynska, On the theory of a single-mode laser with weak optical feedback, *Physical Review A*, Vol. 125, pp. 255-264, 1984.
- [Len85] D. Lenstra, B. H. Verbeek, and A. J. den Boef, Coherence collapse in single mode semiconductor lasers due to optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-21, pp. 674-679, 1985.
- [Len91] D. Lenstra, Statistical theory of the multistable external-feedback laser, *Optics Communications*, Vol. 81, pp. 209-214, 1991.
- [Len96] D. Lenstra, J. Wieland and C. R. Mirasso, "Can one prevent a diode laser with optical feedback from coherence collapse operation without using optical isolator?", *CLEO, CThK23*, 1996.
- [Lev95] A. M. Levine, G. H. M. van Tartwijk, D. Lenstra and T. Erneux, Diode lasers with optical feedback: stability of the maximum gain mode, *Physical Review A*, Vol. 52, pp. R3436-R3439, 1995.
- [Lin84] C. Lin, C. A. Jr Burrus and L. A. Coldren, Characteristics of single-longitudinal mode selection in short-coupled-cavity (SCC) injection lasers, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 2, pp. 544-549, 1984.
- [Mil80] R. O. Mils, A. Dandridge, B. Tveten, H. F. Taylor and T. G. Tgiallorenzi, Feedback induced line broadening in CW channel-substrate planar laser diodes, *Applied Physics Letters*, Vol. 37, pp. 990-992, 1980.
- [Mor90] J. Mørk, M. Semkow and B. Tromborg, Measurement and theory of mode hopping in external cavity laser, *Electronics Letters*, Vol. 26, pp. 284-285, 1990.
- [Mor92] J. Mørk, B. Tromborg and J. Mark, Chaos in semiconductor lasers with optical feedback: theory and experiment, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 28, pp. 93-108, 1992.
- [Nak78] M. Nakamura, K. Aiki, N. Chinone, R. Ito and U. Umeda, Longitudinal-mode behaviors of mode stabilized Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As injection lasers, *Journal of Applied Physics*, Vol. 49, pp. 4644-4548, 1978.
- [Nil85] O. Nilsson and Y. Yamamoto, Small-signal response of a semiconductor laser with inhomogeneous linewidth enhancement factor: possibilities of a flat carrier-induced FM response, *Applied Physics Letters*, Vol. 46, pp. 223-225, 1985.
- [Oht02] J. Ohtsubo, Chaotic dynamics in semiconductor lasers with optical feedback. In: Wolf E (ed) *Progress in optics*, Chap 1, vol 44, North-Holland, Amsterdam, 2002.
- [Oht13] J. Ohtsubo, *Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos*, 3rd ed., Springer Series in Optical Sciences, 2013.
- [Osi87] M. Osinski, J. Buss, Linewidth broadening factor in semiconductor lasers—an overview, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 23, pp. 9-29, 1987.
- [Ots91] K. Otsuka and J. L. Chern JL, High-speed picosecond pulse generation in semiconductor lasers with incoherent optical feedback, *Optics Letters*, Vol. 16, pp. 1759-1761, 1991.
- [Pao70] T. L. Paoli, J. E. Ripper, Direct modulation of semiconductor lasers, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 58, pp. 1457-1465, 1970.
- [Pet82] K. Petermann, G. Arnold, Noise and distortion characteristics of semiconductor lasers in optical fiber communication systems, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 18, pp. 543-555, 1982.
- [Pet88] K. Petermann, *Laser Diode Modulation and Noise*, Norwell, MA: Kluwer Academic, 1988.

- [Rab89] W. S. Rabinovich and B. J. Feldman, "Spatial hole burning effects in distributed feedback lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 25, pp. 20-29, 1989.
- [Ris77] C. Risch and C. Voumard, Self-pulsation in the output intensity and spectrum of GaAs-AlGaAs CW diode lasers coupled to a frequency-selective external optical cavity, *Journal of Applied Physics*, Vol. 48, pp. 2083–2085, 1977.
- [Sch88] N. Schunk and K. Petermann, Numerical analysis of the feedback regimes for a single-mode semiconductor laser with external feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 24, pp. 1242-1247, 1988.
- [Str15] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Westview Press, 2015.
- [Tag93] A. A. Tager and B. B. Elenkrig, "Stability regimes and high-frequency modulation of laser diodes with short external cavity, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 29, pp. 2886-2890, 1993.
- [Tam83] M. Tamburrini, P. Spano and S. Piazzola, Influence of an external cavity on semiconductor laser phase noise, *Applied Physics Letters*, Vol. 43, pp. 410-412, 1983.
- [Tar94] G. H. M. van Tartwijk and D. Lenstra, Nonlocal potential for class-B lasers with external optical feedback, *Physical Review A*, Vol. 50, pp. 2837–2840, 1994.
- [Tar95] G. H. M. van Tartwijk and D. Lenstra, Semiconductor lasers with optical injection and feedback, *Journal of Optics B : Quantum Semiclass*, Vol. 7, pp. 87-148, 1995.
- [Tem86] H. Temkin, N. A. Olsson, T. H. Abeles, R. A. Logan and M. B. Panish, Reflection noise in index-guided InGaAsP lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 22, pp. 286-293, 1986.
- [Tho80] G. H. B. Thompson, *Physics of semiconductor laser devices*, Wiley, Chichester, 1980.
- [Tka85] R. W. Tkach and A. R. Chraplyvy, Line broadening and mode splitting due to weak feedback in single frequency 1.5  $\mu\text{m}$  lasers, *Electronics Letters*, Vol. 21, pp. 1081-1083, 1985.
- [Tka86] R. W. Tkach and A. R. Chraplyvy, Regimes of feedback effects in 1.5  $\mu\text{m}$  distributed feedback lasers, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 4, pp. 1655-1661, 1986.
- [Tro84] B. Tromborg, J. H. Osmundsen, H. Olesen, Stability analysis for a semiconductor laser in an external cavity, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-20, pp. 1023-1032, 1984.
- [Tro87] B. Tromborg, H. Olssen, X. Pan and S. Saito, Transmission line description of optical feedback, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 23, pp. 1875-1889, 1987.
- [Tuc85] R. S. Tucker, High-speed modulation of semiconductor lasers, *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 3, pp. 1180–1192, 1985.
- [Uch12] A. Uchida, *Optical communication with chaotic lasers*. Weinheim, Germany: Wiley, 2012.
- [Uom85] K. Uomi, N. Chinone, T. Ohtoshi and T. Kajimura, High relaxation oscillation frequency (beyond 10 GHz) of GaAlAs multiquantum well lasers, *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 24, pp. 539-541, 1985.
- [Wan09] S.M. Wang, G. Adolfsson, H. Zhao, Y.Q. Wei, J. Gustavsson, Q.X. Zhao, M. Sadeghi and A. Larsson, Growth of GaInNAs and 1.3 $\mu\text{m}$  edge emitting lasers by molecular beam epitaxy, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 311, pp. 1863-1867, 2009.
- [Wya83] R. Wyatt and W. J. Devlin, 10 kHz linewidth 1.5  $\mu\text{m}$  InGaAsP external cavity laser with 55 nm tuning range, *Electronics Letters*, Vol. 19, pp. 110-112, 1983.
- [Yoo89] T. H. Yoon, C. H. Lee and S. Y. Shin, Perturbation analysis of bistable and period doubling bifurcation in directly-modulated laser diodes, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 25, pp. 1993-2000, 1989.

# Etude dynamique d'une diode laser DFB soumise à de la rétro-injection optique

La théorie de la rétro-injection optique a été introduite dans le chapitre précédent. Ce chapitre 3 est dédié à l'étude de la dynamique et de la stabilité d'une diode laser soumise à de la rétro-injection en considérant un ensemble de configurations expérimentales : plusieurs longueurs de la cavité externe, de réflectivités de cible, de vitesses de déplacement de la cible (simulations de différentes modulations de la cavité externe). Pour cela nous avons réalisé un ensemble de simulations numériques permettant de mieux traduire le comportement du laser suivant l'ensemble de ces configurations, afin de déterminer les conditions adaptées à la réalisation de mesures de hautes vitesses.

Avant de présenter les études théoriques menées, nous introduisons les premiers tests expérimentaux qui ont été effectués en début de thèse, et leurs limitations. Dans une deuxième partie, nous présenterons les résultats des études réalisées sur la résolution temporelle des équations de Lang et Kobayashi, suivant plusieurs vitesses de déplacement mais aussi différentes accélérations de la cible. Enfin, dans une dernière partie, nous détaillerons les nouveaux modèles dynamiques développés durant cette thèse permettant d'étudier la réponse en modulation du laser suivant une petite modulation de la cavité externe et pour plusieurs réflectivités de la cible.

### 3.1 Premiers tests expérimentaux

Des premiers tests expérimentaux de faisabilité de l'interférométrie par rétro-injection optique pour la mesure de hautes vitesses ont été effectués au début de la thèse sur l'installation du GEPI (Générateur Electrique de Pressions Intenses) au CEA sur le centre de Gramat. Ce système permet d'étudier le comportement dynamique des matériaux inertes, dans un régime de sollicitation quasi-isentropique à des pressions comprises entre 0,1 GPa et 100 GPa, avec un temps de montée caractéristique de 0,5  $\mu$ s. Cinq essais ont été réalisés en visant l'électrode (présentant une réflexion spéculaire), située au centre du dispositif et par laquelle est transmise l'énergie. Nous avons utilisé une photodiode externe avec une bande passante de 2 GHz, et les vitesses à mesurer atteignaient au maximum 600 m/s. Nous avons également utilisé une fibre optique d'une longueur de 10 m, un polariseur dans le sens retour vers le laser, et un coupleur (reliant le laser avec la photodiode externe et la tête optique). Nous avons testé deux types de tête optique : un collimateur Thorlabs et un focaliseur OZ-Optics (voir *Figure 3.1*).



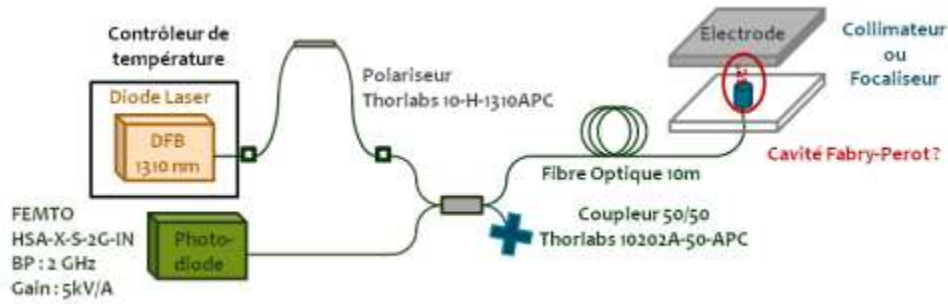


Figure 3.1 : Schéma montage premiers tests expérimentaux

Nous avons rencontré quelques difficultés avec le collimateur qui générait de nombreuses réflexions parasites. De plus, l'utilisation d'une tête optique peut parfois engendrer la formation d'une cavité Fabry-Pérot entre la tête optique et l'électrode. Les mesures de vitesses obtenues après traitement ont été comparées à celles d'interféromètres fibrés IDF, utilisés habituellement au CEA. Certains résultats ont été concluants avec le focaliseur et nous avons retrouvé des valeurs de vitesse proches de celles mesurées par les interféromètres du CEA, bien que les signaux du montage expérimental IRO étaient plus bruités. Cela peut être lié au fait que la tête optique utilisée pour le montage IRO n'était pas exactement centrée de la même manière sur l'électrode que la tête optique du CEA qui elle était centrée sur l'électrode et donc le front de choc. En effet, une distance d'au moins 1 cm séparait les deux têtes optiques des montages CEA et IRO, et le choc n'était pas homogène sur toute la surface de l'électrode. Il est possible que le mouvement de l'ensemble de la surface de l'électrode ne soit pas homogène au moment du choc et que les vitesses varient légèrement dans le temps entre ces deux points de mesure. De plus, dans le cas du montage IRO les signaux devaient faire plusieurs allers-retours entre la cible, le laser et la photodiode externe (voir Figure 3.2). Enfin, il serait intéressant de poursuivre les tests expérimentaux avec des extrémités de fibres clivées permettant de limiter les réflexions parasites. Quelques études ont déjà été réalisées sur ce dernier point, dans une configuration de type IRO par Laroche et al. en 2008 [Lar08].

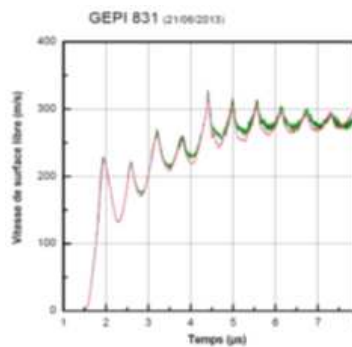


Figure 3.2 : Comparaison des mesures de vitesse entre un interféromètre IDF du CEA (en rouge sur la figure) et le montage expérimental de type IRO avec photodiode externe (en vert sur la figure)

L'utilisation d'une photodiode externe rend le montage expérimental moins adapté à nos besoins, car l'un des principaux avantages de l'IRO est la compacité du système incluant juste la diode laser et la fibre optique, éventuellement complété d'un atténuateur ou d'un polariseur. Ce premier montage expérimental ne correspondait pas à l'utilisation que nous voulions en faire, puisque l'objectif était de simplifier au maximum le capteur tout en ayant des performances équivalentes aux systèmes actuellement utilisés au CEA. Comme nous l'avons déjà évoqué, de façon générale dans un système IRO, les signaux de perturbations de la puissance d'émission optique sont récupérés à l'aide d'une photodiode placée juste derrière la cavité laser. Cela permet à la fois de conserver le système compact et de réaliser un prétraitement sur les signaux de *Self-mixing*. Cependant, développer une carte électronique transimpédance faible bruit à haute bande passante et de petite taille demeure complexe. Nous rappelons que la fréquence correspondante pour des vitesses de déplacements de 10 km/s à une longueur d'onde infrarouge de 1550 nm est d'environ 13 GHz. La bande passante doit être large et le bruit suffisamment faible pour s'assurer que les signaux des perturbations de la puissance optique soient visibles et puissent être traités pour remonter à l'information de vitesse. N'ayant pas de cartes électroniques adaptées répondant à ces critères, nous avons donc réalisé nos premiers tests expérimentaux avec une photodiode externe du commerce. Des cartes électroniques ont été développées au laboratoire avec des bandes passantes de 200 MHz. Un collaborateur du laboratoire a réalisé des expériences concluantes avec cette carte électronique en configuration de rétro-injection optique. Cependant, cette bande passante était toujours bien loin de notre objectif. L'autre solution serait de directement mesurer les perturbations de puissance aux bornes de la jonction du laser. Cependant, il est connu que le bruit sur les signaux est légèrement plus important dans ce cas. De plus, cela dépend de la structure de la diode laser, ainsi que de la modulation de la cavité externe et du taux de rétro-injection optique. Des tests ont été effectués au laboratoire par des collaborateurs pour comparer le bruit et les variations observables au niveau de la phase que l'on peut rencontrer selon le mode de récupération des signaux de *Self-mixing* (jonction ou photodiode), mais les tests effectués ont toujours été réalisés à faible vitesse soit  $< 100$  m/s [AIR16]. Il n'a pas été possible dans le cadre de ma thèse de réaliser de nouveaux tests au-delà du km/s avec cette méthode de récupération. Il s'agit là d'une perspective importante pour la suite de ce projet, dans le cas où le développement d'une carte électronique s'avèrerait trop complexe. Il faudra réaliser des tests à hautes vitesses en se plaçant directement au niveau de la jonction du laser.

Il est cependant primordial de réaliser une étude théorique poussée de la dynamique de la rétro-injection optique, au vu du caractère fortement non linéaire de cette technique IRO et notamment dans des configurations peu étudiées jusqu'à présent : longues cavités externes et hautes fréquences de modulation de la cavité externe.

## 3.2 Résolution temporelle des équations d'évolution du laser sous rétro-injection optique

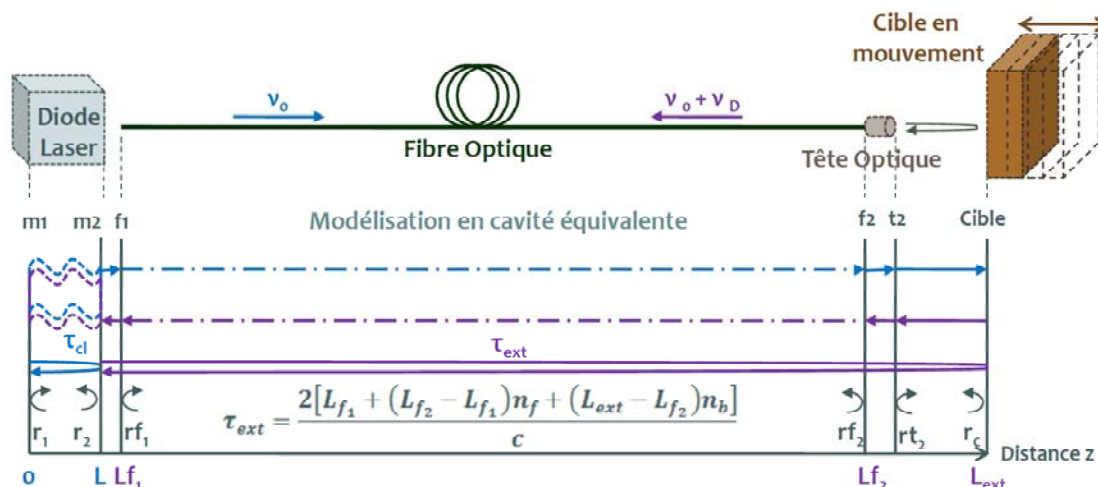
### 3.2.1 Introduction

Nous rappelons que Lang et Kobayashi ont développé en 1980 [Lan80] des équations d'évolution du laser couplées qui prennent en considération la rétro-injection optique (2.04), (2.36) et (2.37). Ces équations différentielles non linéaires avec retard (délai) permettent de décrire l'évolution temporelle dynamique du laser soumis à de la rétro-injection optique. Nous avons donc réalisé des simulations permettant de résoudre numériquement ces équations (2.04), (2.36) et (2.37) pour un grand nombre de configurations données de cavités externes. Nous pouvons alors observer dans certains cas des oscillations instables ou un comportement chaotique au niveau de l'amplitude du champ, qui, comme nous l'avons déjà mentionné est liée à la densité de photons et donc à la puissance d'émission optique.

Notre objectif est d'identifier les configurations expérimentales où la diode laser se trouve dans un régime chaotique lié à la rétro-injection optique. Utiliser cette méthode numérique discrète sous Matlab nous permet de mettre en avant les solutions stables de fonctionnement du laser. Il est intéressant d'identifier les points ou solutions instables en analysant les bifurcations possibles. Une résolution numérique avec cet algorithme est suffisamment fiable pour délimiter les zones "d'effondrement de la cohérence" [Len85, Jon01], nous permettant d'identifier les configurations expérimentales provoquant un comportement chaotique de la diode laser. La fonction utilisée sous Matlab est "*ddesd*". Celle-ci permet de résoudre les équations différentielles non linéaires avec un retard variable [Sha01, Sha02, Hef05, Ern09]. De plus, pour pouvoir développer temporellement les équations de Lang et Kobayashi, il faut d'une part déterminer la valeur de  $\omega_S$  (état stable de la phase) et également proposer un "historique" correspondant à la valeur initiale de chaque variable  $A(t)$ ,  $\phi(t)$  et  $N(t)$ , permettant à l'algorithme de résoudre les équations. On prend pour cela les valeurs des états stationnaires  $A_S$ ,  $\omega_S - \omega_0$  et  $N_S$  à  $t = 0$ , pour un temps de vol initial  $\tau_{ext}$  défini de la cavité externe. Les résultats obtenus lors de ces simulations numériques reflètent l'évolution temporelle de l'amplitude du champ électrique de la diode laser suivant les configurations de rétro-injection optique choisies.

Plusieurs types de déplacements de la cible ont été testés : vitesse de déplacement constante d'une position initiale vers le laser, sinus de différentes amplitudes de déplacement (simulations de vibrations) ainsi que différentes accélérations. Il est important de préciser que nous avons considéré dans nos simulations numériques, des cavités externes en régime libre, c'est-à-dire dans l'air sans inclure l'indice de réfraction de la fibre que nous souhaitons utiliser. Pour prendre en compte l'utilisation de la fibre optique dans le temps de vol de la cavité externe  $\tau_{ext}$ , nous pouvons simplement reprendre le modèle proposé par Koelink et al. en 1994 [Koe94]. Ce dernier

incluant l'indice de réfraction de la fibre et de la tête optique, ainsi que la réflectivité équivalente en considérant chaque couplage optique de la façon suivante (voir *Figure 3.3*).



*Figure 3.3 : Modélisation d'une cavité équivalente en considérant l'impact de l'indice de réfraction de la fibre*

Nous avons réalisé nos simulations en considérant une diode laser type DFB, dont la structure et le caractère monomode est plus à même de correspondre au modèle présenté par Lang et Kobayashi, comme expliqué dans le chapitre 2. Les paramètres et leurs valeurs associés utilisés pour nos simulations numériques sont ceux d'une DFB de NTT Electronics [Uch12].

Ils sont répertoriés dans le *Tableau 3.1* suivant :

Paramètres de simulation numérique
$G = 8.4 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$\tau_{in} = 8 \times 10^{-12} \text{ s}$
$r_0 = 0.556$
$V = 11 \times 10^{-17} \text{ m}^3$
$N_0 = 1.4 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$N_{th} = 2.02 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\alpha = 3$
$\lambda = 1537 \times 10^{-9} \text{ m}$
$I_0 = 20 \times 10^{-3} \text{ A}$

*Tableau 3.1 : Paramètres de simulation numérique pour une diode laser DFB NTT Electronics [Uch12]*

### 3.2.2 Résolution de la phase

Pour pouvoir résoudre numériquement les équations différentielles de Lang et Kobayashi, il faut notamment pouvoir déterminer la valeur de l'état stationnaire de la phase, équation (2.40) :  $(\omega_S - \omega_0)$ , comme présenté dans le chapitre 2. Cependant, en fonction du taux de rétro-injection il peut y avoir plusieurs solutions (ou modes) pour  $\omega_S$ .

Pour déterminer les modes d'oscillations lasers en présence de rétro-injection optique, nous pouvons transformer l'équation (2.40) de la façon suivante :

$$\Delta\omega_S\tau_{ext} = -C\sin(\varphi_0 + \Delta\omega_S\tau_{ext}) \quad (3.01)$$

$$\varphi_0 = \omega_0\tau_{ext} + \tan^{-1}\alpha \quad (3.02)$$

où  $\Delta\omega_S = \omega_S - \omega_0$  correspond à l'état stable de la différence de la phase  $\phi(t) - \phi(t - \tau_{ext})$ . Lorsque  $C < 1$  nous obtenons une unique solution pour (3.01) (le facteur  $C$  a été introduit dans le chapitre 2). Dans ce cas, le comportement dynamique du laser avec rétro-injection est toujours stable et varie légèrement par rapport à un laser fonctionnant en régime libre sans rétro-injection optique. En augmentant ce paramètre  $C > 1$  le nombre de solutions d'états stationnaires  $\omega_0$  augmente mais sera toujours un nombre impair. Nous rappelons que dans le cas de notre étude (longueur de cavité externe  $> 1$  m) notre facteur  $C$  est presque toujours supérieur à 1.

Il est possible de déterminer "graphiquement" le nombre de solution(s) de  $\omega_S$  en résolvant l'équation suivante :

$$\omega_0\tau_{ext} = \omega_S\tau_{ext} + C\sin(\omega_S\tau_{ext} + \tan^{-1}\alpha) \quad (3.03)$$

La condition décrite par l'équation (3.03) traduit l'interaction entre les champs électriques incidents et réfléchis par la cible, oscillants respectivement aux pulsations  $\omega_0$  et  $\omega_S$ . L'amplitude des oscillations augmente avec la valeur de  $C$ . Pour déterminer le nombre de modes, on se place à l'intersection des deux courbes  $y_1 = \omega_0\tau_{ext}$  et  $y_2 = \omega_S\tau_{ext} + C\sin(\omega_S\tau_{ext} + \tan^{-1}\alpha)$  [Fav87, Mur97]. Ainsi, suivant le taux de rétro-injection, les points d'intersections entre les deux courbes  $y_1$  et  $y_2$  appelés "points fixes", peuvent être plus ou moins nombreux (voir exemple *Figure 3.4*). Ces points correspondent aux états stationnaires du système pour de faibles taux de rétro-injection optique : il s'agit "d'attracteurs de stabilité". Ces points peuvent être liés, soit à des systèmes d'interférences constructives (modes en vert *Figure 3.4*), soit à des systèmes d'interférences destructives (anti-modes en rouge *Figure 3.4*).

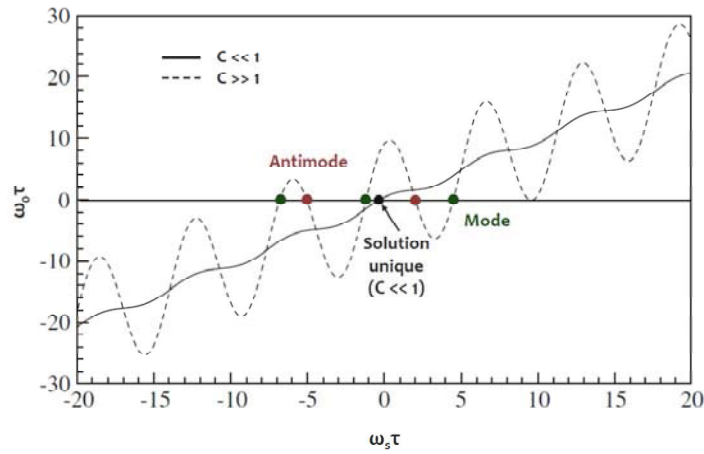


Figure 3.4 : Variations de la condition de l'équation (3.03) en fonction de la variation du coefficient de rétro-injection  $C$

Ainsi pour une faible rétro-injection optique et une petite cavité externe, il y a qu'une seule solution pour l'équation (3.01). Lorsque  $C > 1$ , plusieurs modes d'oscillations sont possibles (modes externes ou anti-modes) : le laser peut donc présenter des oscillations instables dans certains cas. En ajustant la longueur de la cavité externe (donc le temps de vol de la cavité externe) et en paramétrant l'équation (3.02) à zéro, on détermine la limite du paramètre  $C \approx 3\pi/2$  pour lequel une oscillation laser monomode est obtenue [Pet88]. Au-delà de cette valeur plusieurs modes sont excités et la dynamique devient alors plus complexe. Cependant, le laser peut présenter des oscillations stables, car une modulation externe peut forcer le laser à osciller sur un mode particulier, ce qui est souvent le cas pour une modulation rapide et constante de la fréquence de la cavité externe [Gju13] et également dans le cas de longues cavités externes  $> 1$  m [Yan06, Dah07].

Pour déterminer les solutions de  $\omega_S$  avec Matlab, nous utilisons la fonction "fzero". L'équation employée est la suivante :

$$\omega_S - \omega_0 + \frac{\kappa}{\tau_{in}} (\text{acos}(\omega_S \tau_{ext}) + \text{sin}(\omega_S \tau_{ext})) = f \quad (3.04)$$

La fonction "fzero" permet de trouver les solutions d'une fonction non linéaire en cherchant les zéros d'une fonction autour de la variable que nous connaissons déjà soit  $\omega_0$ . Suivant les paramètres de rétro-injection optique, nous obtenons donc un certain nombre de solutions.

### 3.2.3 Déplacement constant

Nous avons réalisé un ensemble de simulations numériques en faisant varier les paramètres les plus critiques impactant les oscillations lasers en présence de rétro-injection optique, nous testons ainsi :

- plusieurs longueurs de cavités externes  $L_{ext}$  : entre 1 m et 15 m;

- plusieurs réflectivités de cible  $r$  : entre 0.0001 et 0.01;
- plusieurs vitesses de déplacements impactant sur la modulation de la cavité externe : entre 1 m/s et 10 km/s.

Dans un premier temps nous avons simulé des vitesses de déplacements de cible constantes ou sinusoïdales. Il faut pour cela intégrer la formule liant le temps de vol de la cavité externe  $\tau_{ext}$  à la vitesse de déplacement  $v_d$  (3.05) ou au sinus (*vibration*) (3.06 et 3.07) :

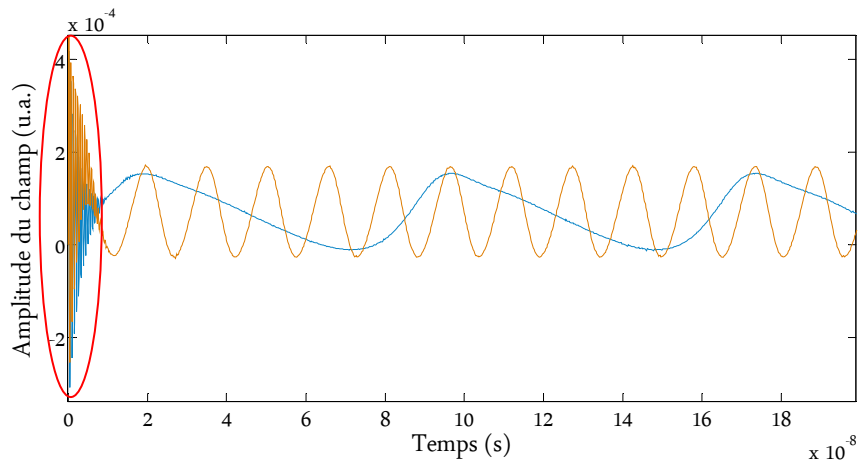
$$\tau_{ext} = \frac{2}{c}(L_{ext} - v_d t) \quad (3.05)$$

$$\tau_{ext} = \frac{2}{c}(L_{ext} - vibration) \quad (3.06)$$

$$vibration = Amplitude \times \sin(2\pi f_0 t) \quad (3.07)$$

Nous rappelons que l'amplitude du champ électrique est proportionnelle à la puissance d'émission optique, donc l'aspect des signaux présentés reflète la stabilité de la puissance d'émission optique.

Nous avons choisi d'afficher les valeurs relatives des variations de l'amplitude du champ afin de pouvoir observer l'ensemble du signal. Les premières valeurs sont en effet beaucoup plus importantes au tout début de la simulation : on observe des phénomènes d'amortissement sur une durée de 10 ns en moyenne, correspondant au temps de stabilisation du laser après l'allumage (voir exemples *Figure 3.5*).



*Figure 3.5 : Exemples de phénomènes d'amortissement observés à l'allumage laser sur deux simulations différentes (entouré au début de la simulation numérique)*

Ces phénomènes d'amortissement observables sur la *Figure 3.5* ont été introduits dans le chapitre 2 et sont systématiquement présents dans l'ensemble des simulations numériques temporelles réalisées.

Pour commencer nous présentons plusieurs types de comportement chaotique ou stable et également des phénomènes d'amortissement. A titre d'exemple, les vitesses présentées ici sont de 1 m/s et 1 km/s. Nous faisons varier la réflectivité de la cible et nous conservons une longueur de

cavité externe initiale de 2 m afin de présenter ces différents types d'oscillations. Il s'agit bien ici de présenter quelques exemples de signaux types observables suivant les configurations de rétro-injection optique. Les vitesses simulées sont constantes, nous avons donc systématiquement sélectionné une fenêtre temporelle du signal global nous permettant d'afficher de façon plus claire les phénomènes qu'on souhaite présenter.

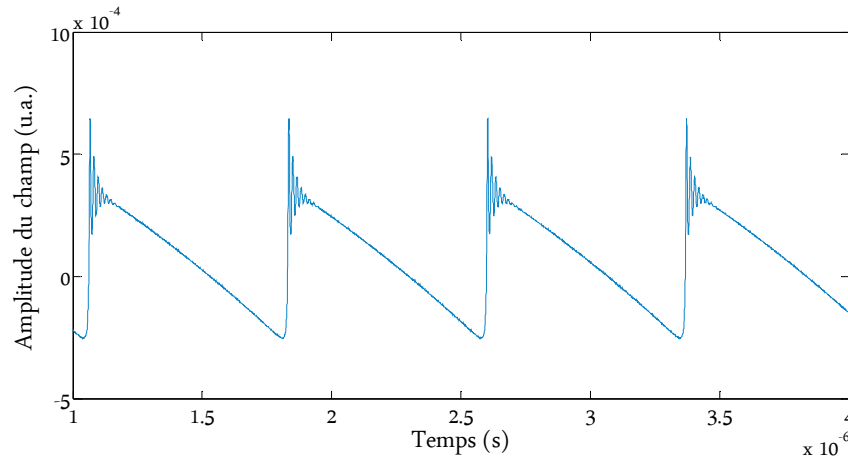


Figure 3.6 : Exemple 1 de simulation numérique pour une cible se déplaçant à la vitesse constante de 1 m/s. Faible réflectivité de cible  $r=0.0005$ .

Sur ce premier exemple (*Figure 3.6*), on observe de petites oscillations sur chaque pic correspondant à des oscillations de relaxation, ce phénomène observable grâce aux simulations numériques a été également démontré expérimentalement [Tey12]. Cela confirme la robustesse de l'algorithme mathématique sous Matlab pour la résolution temporelle des équations différentielles non linéaires. Sur cet exemple 1 (*Figure 3.6*), il est possible de retrouver l'information de déplacement simplement via le nombre de franges malgré les phénomènes d'oscillations de relaxation. La fenêtre d'observation sur la *Figure 3.6* est de 3  $\mu\text{s}$  (entre 1 et 4  $\mu\text{s}$ ), avec une vitesse de 1 m/s cela correspond à un déplacement de 3  $\mu\text{m}$ . La longueur d'onde du laser étant de 1537 nm chaque frange doit apparaître tous les 768.5 nm. On vérifie alors sur la figure que sur les 3  $\mu\text{m}$ , on a bien :  $\frac{3 \times 10^{-6}}{768,5 \times 10^{-9}} \approx 4$  franges.

En conservant les mêmes paramètres, on simule cette fois une vitesse de déplacement 1000 fois supérieure, soit 1 km/s. On va donc avoir un nombre de franges beaucoup plus important. Pour pouvoir les observer on réduit donc la fenêtre d'observation à 10 ns (*Figure 3.7*).



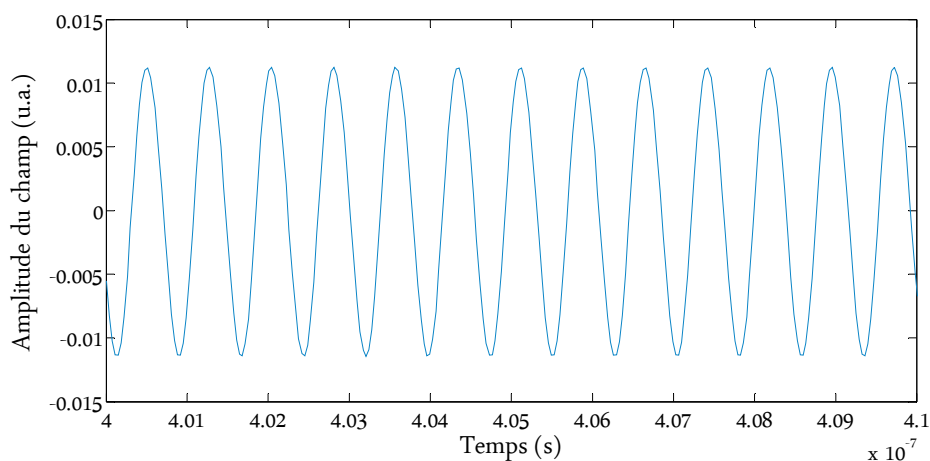


Figure 3.7 : Exemple 2 de simulation numérique d'objet se déplaçant à la vitesse constante de 1 km/s. Faible réflectivité de cible  $r=0.0005$ .

On vérifie également ici le nombre de franges correspondant sur la fenêtre d'observation sélectionnée de 10 ns à une vitesse de 1 km/s, cela fait un déplacement équivalant de 10  $\mu\text{m}$ . On a bien :  $\frac{10 \times 10^{-6}}{768,5 \times 10^{-9}} \approx 13$  franges. Les oscillations lasers apparaissent totalement stables dans cette configuration et on peut retrouver l'information de déplacement.

En observant ces deux premiers exemples (Figure 3.6 et 3.7), on remarque une certaine régularité dans la forme des signaux, qui traduit la stabilité du laser avec rétro-injection dans ces conditions. Pour montrer quelques exemples d'instabilités ou de comportements chaotiques il nous faut augmenter par exemple la réflectivité de l'objet. Nous réalisons deux nouvelles simulations aux mêmes vitesses, mais nous modifions la réflectivité de la cible pour les deux prochains exemples.

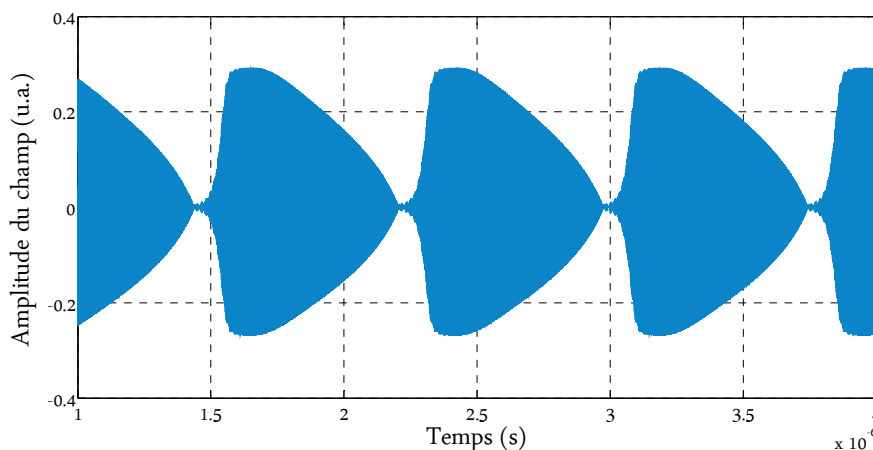


Figure 3.8 : Exemple 3 de simulation numérique d'objet se déplaçant à la vitesse constante de 1 m/s. Réflectivité de cible modérée  $r=0.001$ .

Sur cette figure (Figure 3.8), la réflectivité de l'objet réfléchissant est de 0,001, elle est donc 2 fois supérieur à l'exemple 1 (Figure 3.6). On peut remarquer que, pour cette exemple 3 (Figure

3.8), la forme du signal est dite éclatée (on parle de "burst-like"), le laser oscille ici sur plusieurs harmoniques. Malgré le fait qu'il soit toujours possible de retrouver l'information de déplacement, on peut perdre en précision si on réalise une analyse fréquentielle. En effet, l'enveloppe du signal correspond toujours au déplacement de la cible : on a bien quatre franges correspondant à la vitesse de la cible et à la fenêtre d'observation présentée de 3  $\mu$ s. Cependant, le laser est instable et commence à rentrer dans un régime chaotique.

Augmentons à nouveau la réflectivité de l'objet réfléchissant d'un facteur 10 soit une forte réflectivité de 0.01 et testons une vitesse de déplacement de 1 km/s.

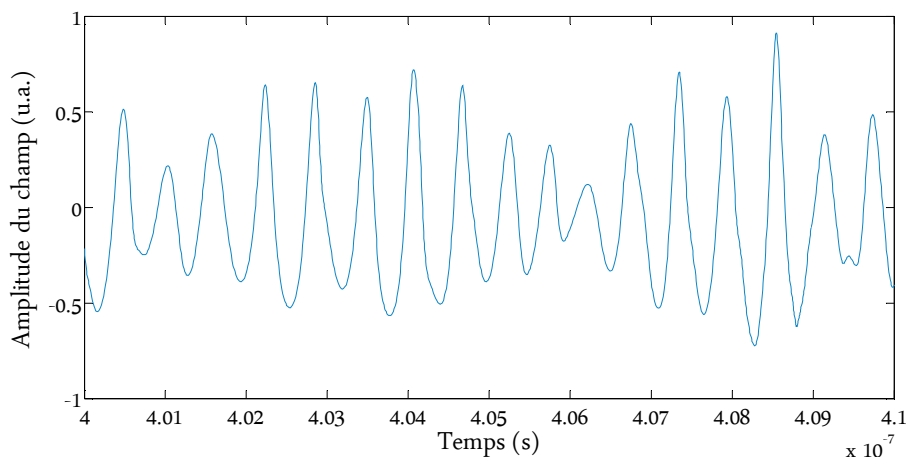


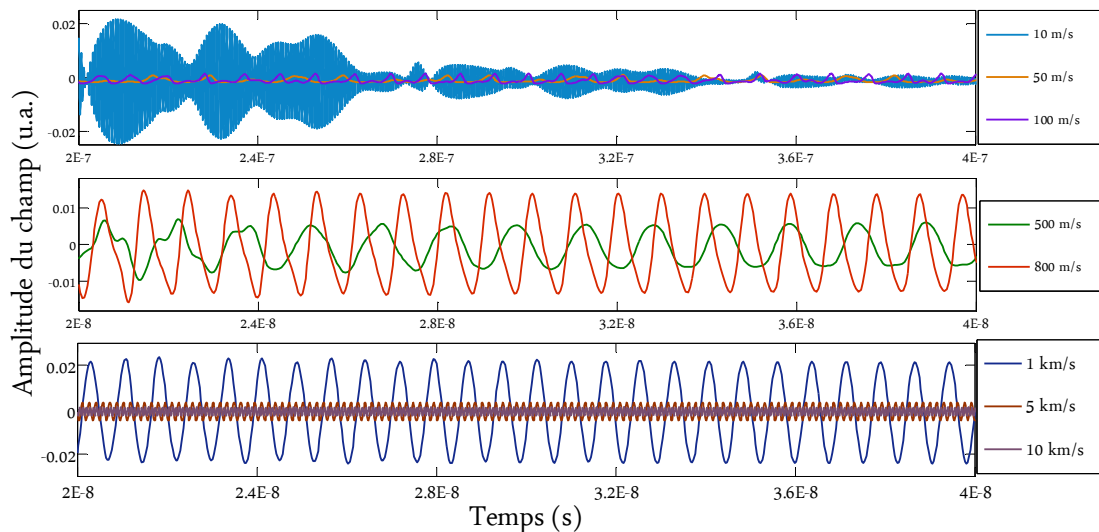
Figure 3.9 : Exemple 4 de simulation numérique d'objet se déplaçant à la vitesse constante de 1 km/s. Forte réflectivité de cible  $r=0.01$ .

La fenêtre d'observation sur la *Figure 3.9* est également de 10 ns, similaire à l'exemple 2 (*Figure 3.7*), or cette fois le nombre de franges est supérieur à 13, comme calculé dans le cas de l'exemple 2. De plus, la forme des oscillations ou plutôt l'amplitude (l'enveloppe du signal) change systématiquement, ce qui reflète un comportement chaotique puisque le déplacement est constant.

L'objectif de cette première partie est donc de déterminer les zones de stabilité pour des vitesses de déplacements de cible constantes, suivant différentes longueurs de cavité externe et réflectivités de la cible. On cherche principalement à observer le comportement dynamique du laser pour des vitesses entre 1 à 10 km/s, mais également en deçà, afin de pouvoir mesurer le front de montée de vitesse rencontrée généralement lors d'un choc. Cela pour un déplacement du matériau d'au maximum 10 mm correspondant à une configuration expérimentale courante en dynamique des matériaux.

Pour des raisons de clarté et d'affichage nous ne présentons parfois que les deux cent premières ns des simulations numériques, elles ont été cependant vérifiées sur plusieurs  $\mu$ s. A titre d'exemple, une cible ayant une vitesse de 1 km/s réalise un déplacement de 1 cm en 10  $\mu$ s et une cible ayant une vitesse de 10 km/s réalise un déplacement de 1 cm en 1  $\mu$ s.

Les résultats obtenus pour des vitesses constantes rejoignent des études analytiques publiées pour le contrôle des phénomènes chaotiques dans les lasers [Gju13]. Cette étude théorique analyse les processus de stabilisation des états stationnaires du laser soumis à de la rétro-injection optique pour une modulation constante haute fréquence de la cavité externe. En réalisant nos simulations numériques dans les mêmes configurations expérimentales, mais en changeant uniquement la vitesse de déplacement constante de la cible, nous avons pu observer qu'une modulation constante haute fréquence de la cavité externe tend à stabiliser les oscillations lasers, alors même que celui-ci présente un comportement chaotique à faible vitesse (voir exemple *Figure 3.10*).



*Figure 3.10 : Exemple de stabilisation du laser en augmentant uniquement la fréquence de modulation de la cavité externe. Réflectivité de la cible  $r=0.001$ , longueur de cavité externe  $L_{ext}=3m$ .*

La *Figure 3.10* est présentée à titre d'exemple. On y voit les oscillations lasers se stabiliser au fur et à mesure que la vitesse (constante) de la cible augmente tout en conservant les mêmes configurations initiales en termes de longueur de cavité externe et réflectivité de la cible. Nous rappelons que l'objectif est de pouvoir retrouver l'information de déplacement pour des vitesses allant de 1 m/s à 10 km/s. Il nous faut donc déterminer dans quels cas les oscillations seront stables ou périodiques (à de petites vitesses comme à de hautes vitesses) et pour chaque réflectivité de cible étudiée.

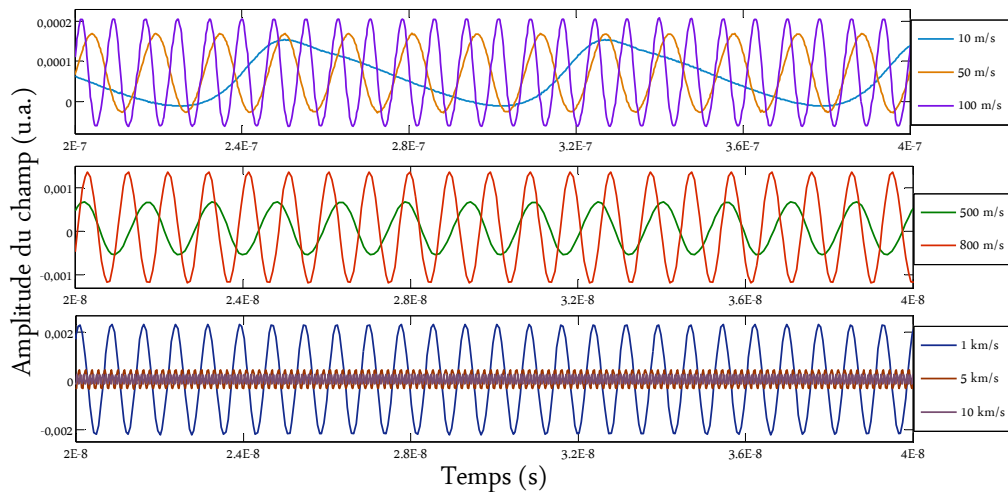


Figure 3.11 : Exemple de configuration optimale quelle que soit la vitesse de déplacement de la cible. Réflectivité de la cible  $r=0.0001$ .

On observe sur la *Figure 3.11* que les oscillations lasers restent stables quelle que soit la vitesse de déplacement simulée et cela pour une réflectivité de cible  $r=0,0001$ . Nous avons donc d'abord identifié les zones de "confort" où l'aspect des oscillations lasers permet de remonter à l'information de vitesse au travers des perturbations de la puissance d'émission optique.

En résumé, pour des vitesses constantes entre 800 m/s et 10 km/s, les réflectivités de cible adaptées peuvent être plus importantes que pour de faibles vitesses, car comme nous l'avons mentionné une modulation fréquentielle plus importante de la cavité externe stabilise le laser, alors qu'il peut présenter des oscillations chaotiques pour de plus faibles modulations et pour un même taux de rétro-injection. Pour de fortes réflectivités de cible, l'amplitude du signal est plus importante, cependant, pour des modulations de la cavité externe faible à modérée (entre 1 m/s et 500 m/s), on se trouve rapidement dans un régime d'effondrement de la cohérence pour  $r > 0.0001$ .

Pour corroborer nos conclusions voici quelques résultats supplémentaires de simulations numériques. Nous présentons ici d'abord le cas de faibles vitesses constantes entre 10 et 100 m/s. Pour une longueur de cavité externe de 1 m et pour des réflectivités de cible  $r < 0.005$ , l'amplitude du champ présente systématiquement des oscillations stables ou périodiques. On observe cependant un régime chaotique pour  $r \geq 0.005$  (voir *Figure 3.12*).

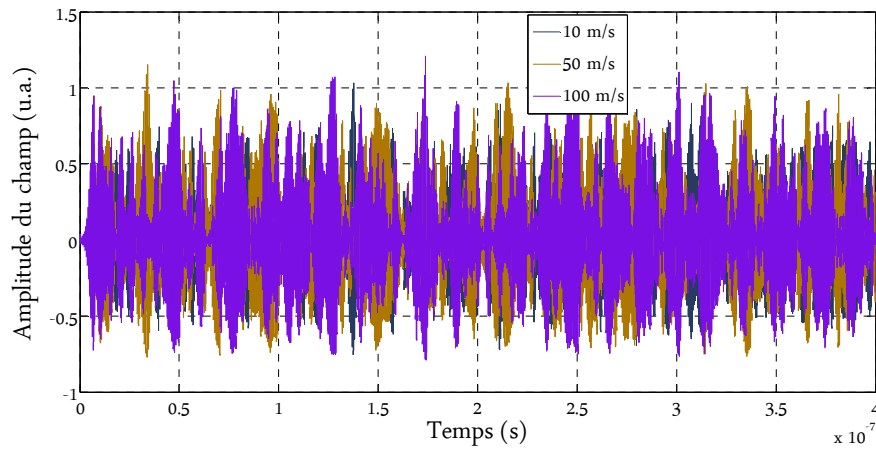


Figure 3.12 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 1 m et une réflectivité modérée de 0.005.

A partir d'une cavité externe de 2 m et jusqu'à 15 m, les mêmes phénomènes sont observés entre des réflectivités de  $r=0.0005$  et  $r=0.005$  : en augmentant la réflectivité de la cible, on observe les transitions entre les oscillations quasi-périodiques jusqu'au régime chaotique (voir Figures 3.13 à 3.21). Cependant, on remarque que plus on augmente la longueur de la cavité externe, plus des périodes stables réapparaissent entre deux comportements chaotiques d'une même simulation numérique (voir Figures 3.13 à 3.21). Nous présentons ici à titre d'exemple les résultats des simulations numériques pour des cavités de 2, 8 et 15 m.

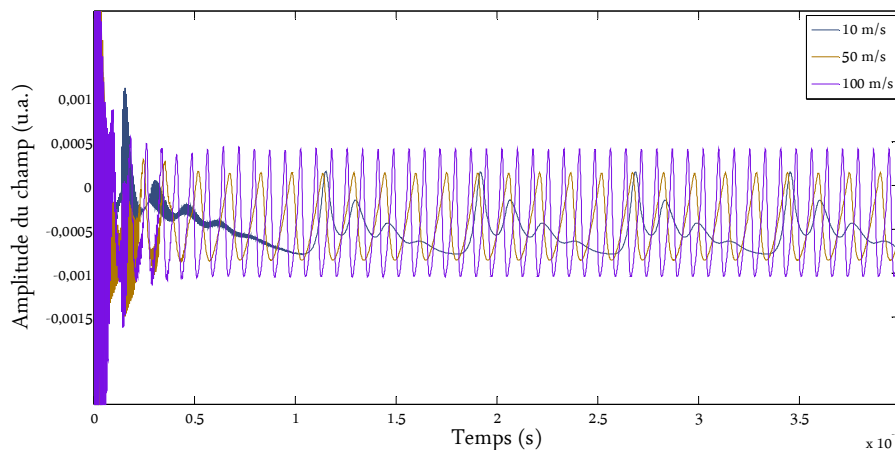


Figure 3.13 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une réflectivité modérée de 0.0005.

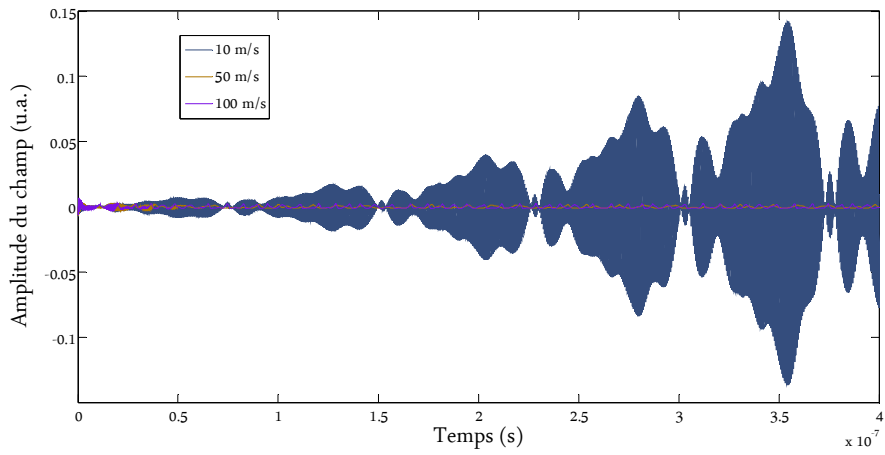


Figure 3.14 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une réflectivité modérée de 0.001.

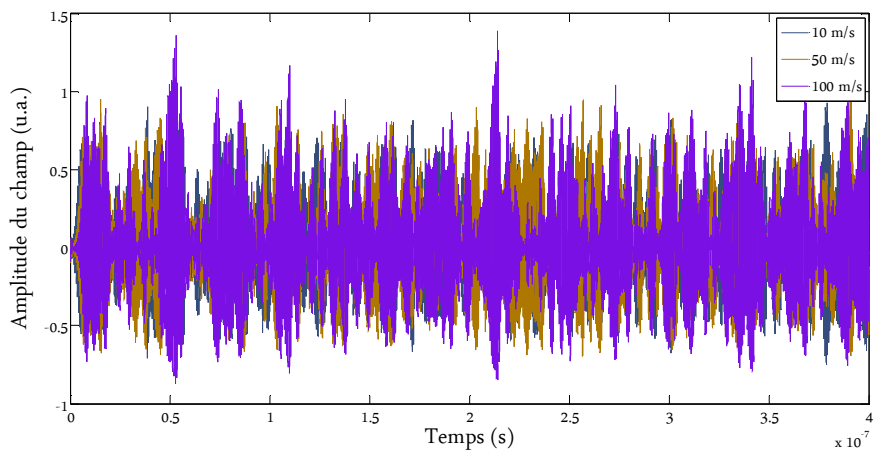


Figure 3.15 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une réflectivité modérée de 0.005.

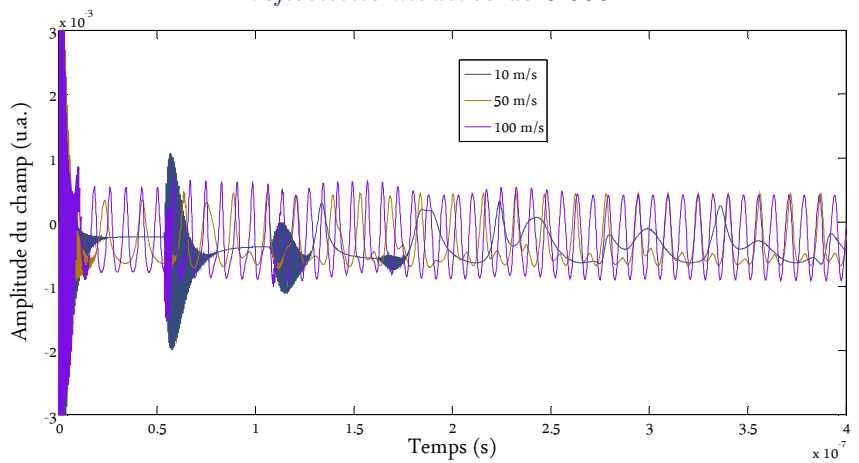


Figure 3.16 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 8 m et une faible réflectivité de 0.0005.

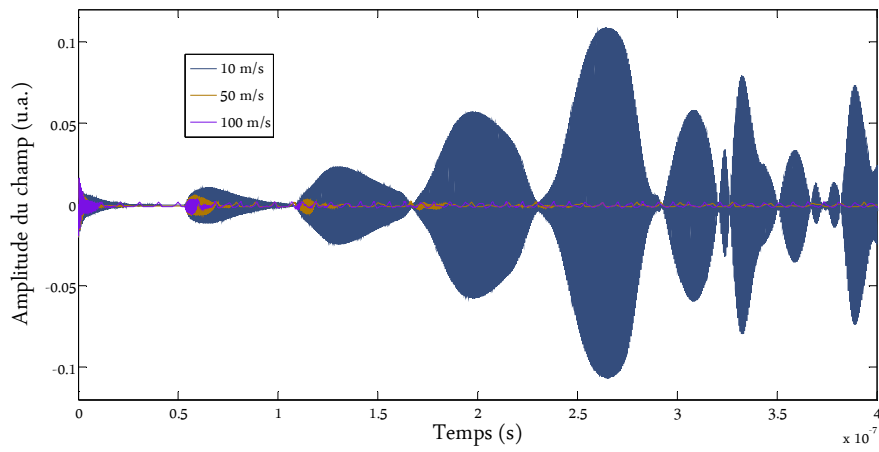


Figure 3.17 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 8 m et une réflectivité modérée de 0.001.

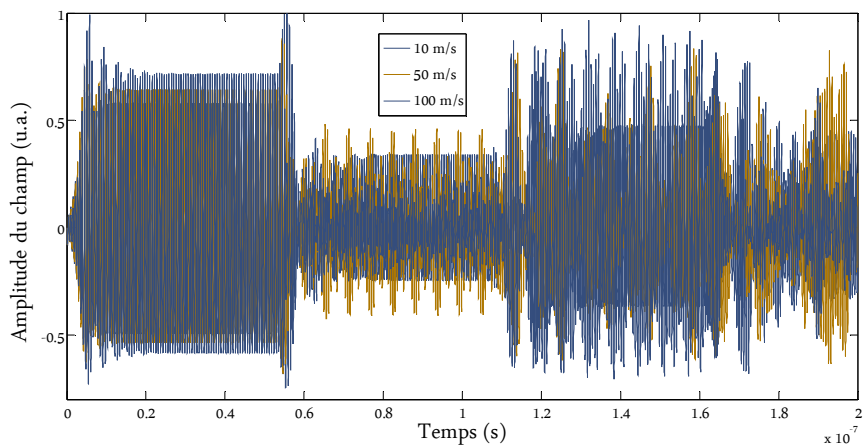


Figure 3.18 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 8 m et une réflectivité modérée de 0.005.

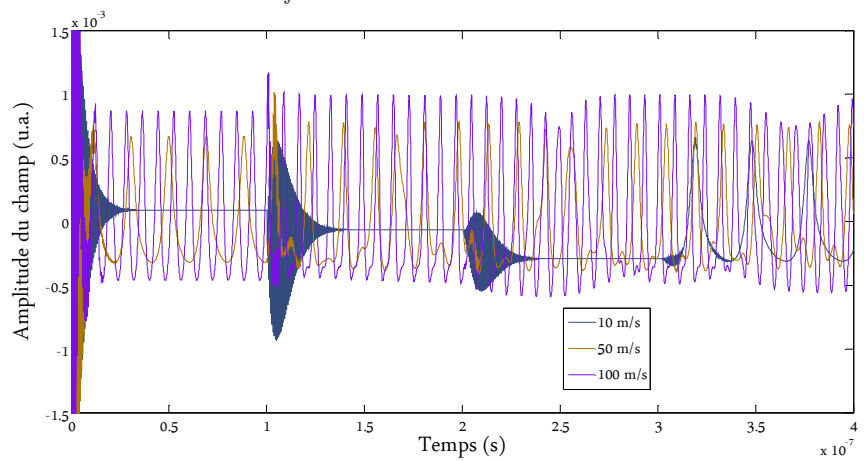


Figure 3.19 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une faible réflectivité de 0.0005.

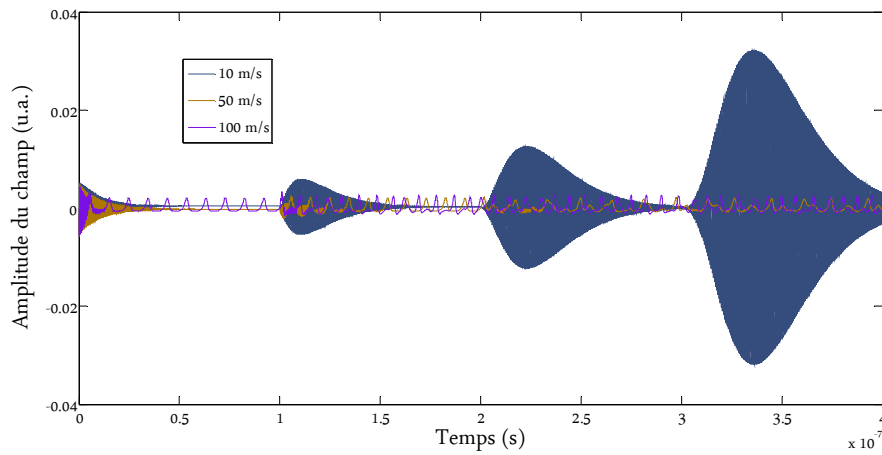


Figure 3.20 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une réflectivité modérée de 0.001.

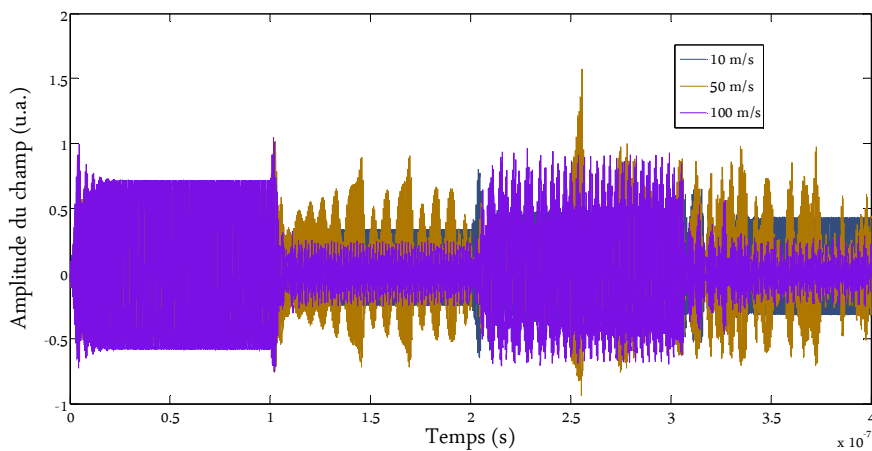


Figure 3.21 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une réflectivité modérée de 0.005.

Nous présentons ensuite quelques résultats pour des vitesses constantes modérées de 500 et 800 m/s. L'ensemble des simulations numériques réalisées à ces vitesses et pour des réflectivités de cible  $r < 0.005$  présente des oscillations stables ou périodiques pour les longueurs de cavité externe testées (entre 1 m et 15 m). On remarque ici aussi, que plus la longueur de la cavité externe augmente, plus le laser présente des oscillations stables avant de rentrer dans un régime chaotique pour une réflectivité de cible  $r = 0.005$  (voir Figures 3.22 à 3.24). Nous présentons à titre d'exemple les résultats pour une réflectivité de cible  $r = 0.005$  et pour des cavités externes de 2, 8 et 15 m.



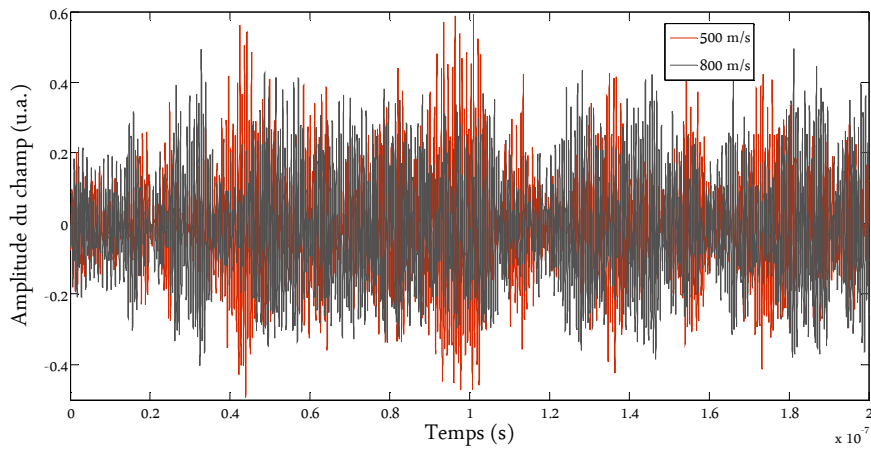


Figure 3.22 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une réflectivité modérée de 0.005.

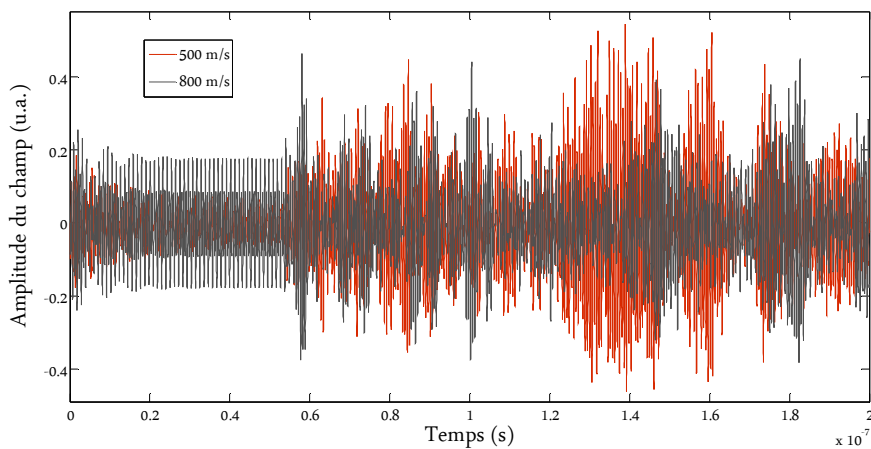


Figure 3.23 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 8 m et une réflectivité modérée de 0.005.

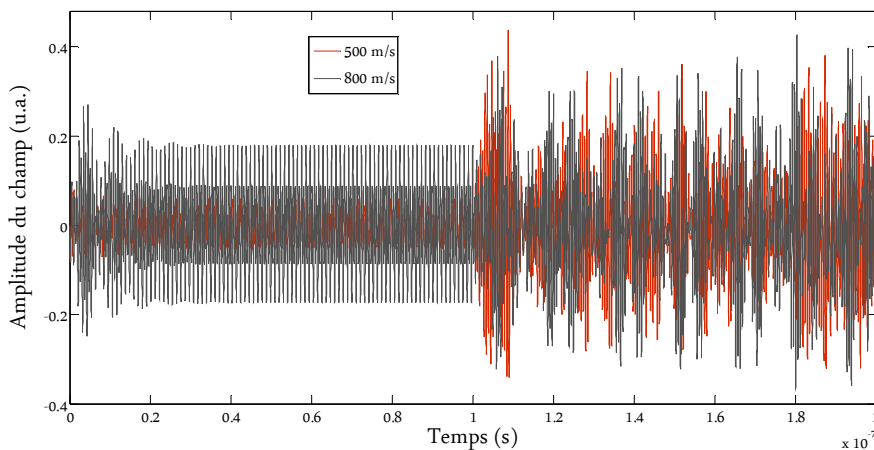
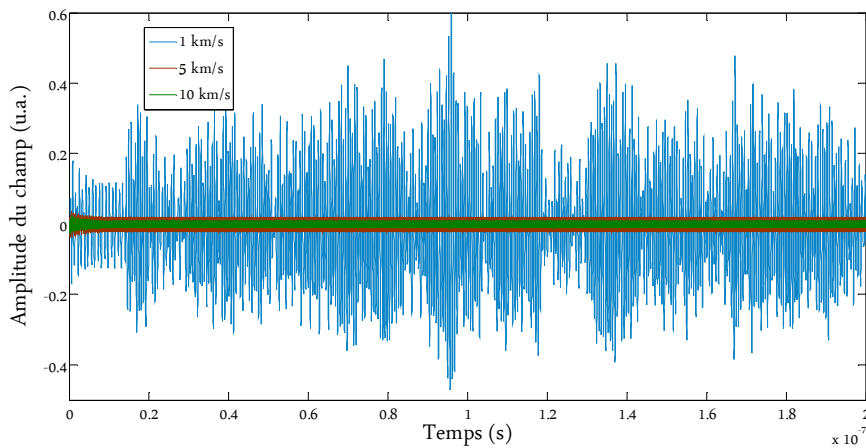


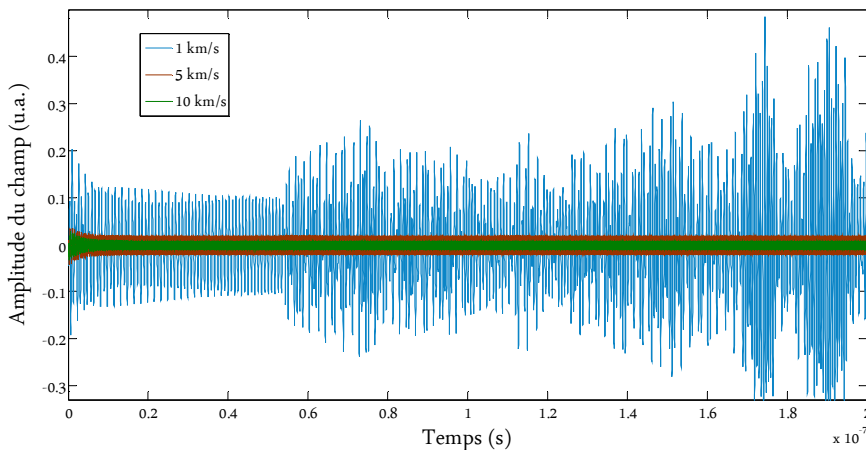
Figure 3.24 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une réflectivité modérée de 0.005.

Nous présentons maintenant quelques résultats pour de hautes vitesses constantes de 1, 5 et 10 km/s. Pour une vitesse constante de 1 km/s, les résultats des simulations numériques présentent les mêmes comportements que pour des vitesses de 500 et 800 m/s, c'est-à-dire un

comportement stable ou périodique pour  $r < 0.005$  quelle que soit la longueur de la cavité externe testée. Il en est de même lorsque la longueur de la cavité externe augmente : on observe une période de plus en plus importante où les oscillations sont stables avant que le laser entre dans un régime chaotique. Nous présentons ici à nouveau les résultats pour des cavités externes de 2, 8 et 15 m (voir *Figures 3.25 à 3.27*). Pour les réflectivités de cible testées, les oscillations lasers sont toujours stables pour des vitesses constantes de 5 et 10 km/s. Cependant, nous avons observé que lorsque la réflectivité augmente fortement  $r > 0.01$  (ce qui est peu probable expérimentalement), on observe également des régimes quasi-périodiques pour une vitesse de 5 km/s.



*Figure 3.25 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une réflectivité modérée de 0.005.*



*Figure 3.26 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 8 m et une réflectivité modérée de 0.005.*

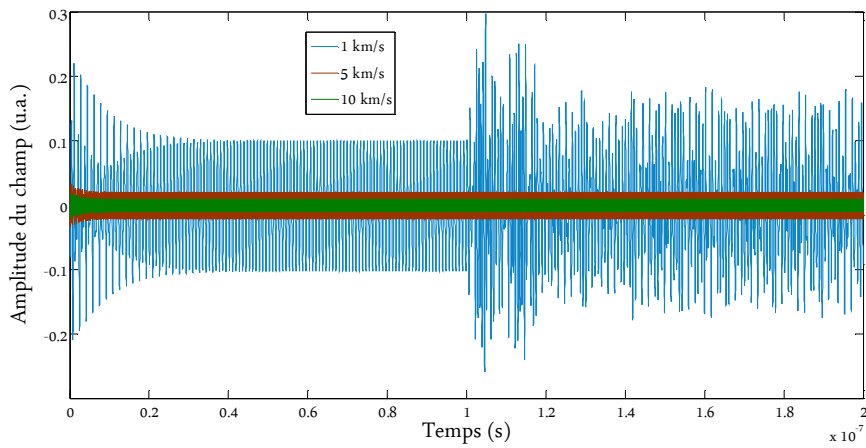


Figure 3.27 : Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une réflectivité modérée de 0.005.

Les résultats des simulations numériques pour des déplacements à vitesse constante sont récapitulés dans le *Tableau 3.2* :

r	0.0001						0.0005						0.001						0.005					
	1 m	3 m	6 m	8 m	11 m	15 m	1 m	3 m	6 m	8 m	11 m	15 m	1 m	3 m	6 m	8 m	11 m	15 m	1 m	3 m	6 m	8 m	11 m	15 m
1 m/s	Green						Red						Red											
10 m/s	Green						Red						Red											
50 m/s	Green						Red						Red											
100 m/s	Green						Red						Red											
500 m/s	Green						Red						Red											
800 m/s	Green						Red						Red											
1 km/s	Green						Red						Red											
5 km/s	Green																							
10 km/s	Green																							

Tableau 3.2 : Récapitulatif des simulations numériques pour des vitesses de déplacements constantes, pour des réflectivités de l'objet variant entre 0.0001 et 0.005 et pour des longueurs de cavités externes variant entre 1 m et 15 m.

Les zones rouges dans le *Tableau 3.2* définissent les régimes chaotiques ou d'effondrement de la cohérence où il est difficile voire impossible de retrouver l'information par le biais du traitement du signal sur les perturbations d'émission optique. Et enfin, les zones vertes dans le *Tableau 3.2* représentent les régimes et configurations expérimentales adaptés pour la mesure de vitesses constantes. Il existe également les régimes intermédiaires introduit dans le chapitre 2, appelés périodique-1 ou 2 et quasi-périodique, où il peut être parfois plus difficile de récupérer l'information si le bruit de mesure est trop important. Ces études sont actuellement poursuivies pour des distances allant jusqu'à 25 m de cavité externe.

Cette première étude apporte de nombreuses informations quant à l'impact de la réflectivité de cibles sur les mesures de vitesses. Cependant, dans cette première partie, nous avons simulé des

vitesse constantes, or ce n'est bien sur pas ce que l'on retrouve expérimentalement : on aura dans la pratique plutôt des accélérations et des décélérations. On a vu que la modulation de la cavité externe a un impact non négligeable sur les oscillations lasers, c'est pourquoi nous avons entrepris de simuler des accélérations.

### 3.2.4 Accélérations

Les simulations numériques de phénomènes d'accélération et de décélération variables de la cible avec les équations différentielles non linéaires que nous utilisons sont plus complexes, car la modulation en fréquence change au cours du temps. Cependant, les simulations restent relativement simples dans le cas d'accélérations constantes. Il suffira ensuite de déterminer la variation de vitesse sur un pas de temps  $\Delta t$  choisi. On a vu dans la partie précédente comment modifier le délai  $\tau_{ext}$  dans les équations : en introduisant la notion de vitesse de déplacement en fonction du temps, équations (3.05) et (3.06). En reprenant ces équations nous pouvons simplement vérifier qu'après introduction de la variable de vitesse  $v_d$ , elles restent homogènes à un temps, car il s'agit toujours d'un délai  $\tau_{ext}$  dans les équations de Lang et Kobayashi :

$$\frac{2}{c[m.s^{-1}]}(L_{ext}[m] - v_d[m.s^{-1}] \times t[s]) = [s] \quad (3.08)$$

$$\frac{2}{c[m.s^{-1}]}(L_{ext}[m] - Amplitude[sans\ unité] \times \sin(2\pi f_0 t) [sans\ unité]) = [s] \quad (3.09)$$

Si maintenant nous voulons ajouter la variable d'accélération constante  $a$ , nous pouvons également vérifier que l'ensemble de l'équation reste homogène à un temps (au délai  $\tau_{ext}$ ). Nous avons désormais :

$$\frac{2}{c[m.s^{-1}]}(L_{ext}[m] - a[m.s^{-2}] \times t^2[s^2]) = [s] \quad (3.10)$$

Cette première étape nous permet de simuler différents types d'accélération (similaires à des variations de vitesse plus ou moins importantes). De cette façon, nous avons pu observer des variations brusques d'amplitude sur les signaux et remonter à la valeur de la vitesse à un instant  $t$  choisi, afin de remonter à la notion de modulation en fréquence.

$$\tau_{ext} = \frac{2}{c}(L_{ext} - at^2) \quad (3.11)$$

$$a = \frac{v_d}{t} \quad (3.12)$$

Nous avons donc calculé les vitesses instantanées correspondantes suivant le temps  $t$  choisi dans nos simulations. Dans le *Tableau 3.3*, nous ne présentons que quelques exemples à 100 ns, 500 ns et 1  $\mu$ s pour les différentes accélérations testées.

Temps ( $t$ )	Vitesse ( $v_d$ )	Accélération ( $a$ )
100 ns	10 m.s <sup>-1</sup>	10 <sup>8</sup> m.s <sup>-2</sup>
500 ns	50 m.s <sup>-1</sup>	
1 μs	100 m.s <sup>-1</sup>	
100 ns	100 m.s <sup>-1</sup>	10 <sup>9</sup> m.s <sup>-2</sup>
500 ns	500 m.s <sup>-1</sup>	
1 μs	1 km.s <sup>-1</sup>	
100 ns	1 km.s <sup>-1</sup>	10 <sup>10</sup> m.s <sup>-2</sup>
500 ns	5 km.s <sup>-1</sup>	
1 μs	10 km.s <sup>-1</sup>	
100 ns	10 km.s <sup>-1</sup>	10 <sup>11</sup> m.s <sup>-2</sup>
500 ns	50 km.s <sup>-1</sup>	
1 μs	100 km.s <sup>-1</sup>	

Tableau 3.3 : Calculs de la vitesse instantanée correspondante suivant l'instant  $t$  et l'accélération choisis.

Ainsi, il nous est possible de cibler suivant les accélérations testées, les transitions de vitesses sur les résultats de simulation numérique obtenus. Nous présentons et analysons dans ce chapitre, un seul exemple de simulation numérique pour une cavité externe de 8 m et suivant plusieurs réflectivités de cible (Figures 3.28 à 3.31). Les autres résultats de simulations numériques réalisées avec des accélérations constantes pour d'autres longueurs de cavité externe sont présentés en Annexe B.

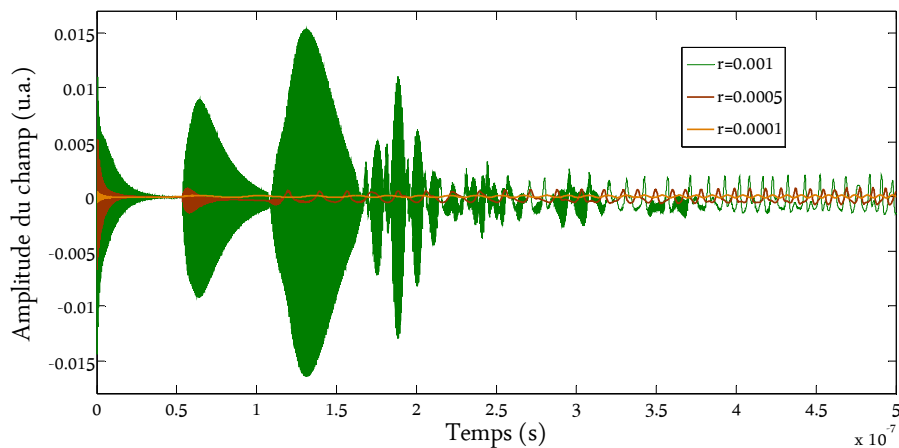


Figure 3.28 : Accélération de 10<sup>8</sup> m.s<sup>-2</sup>, sur une fenêtre de 500 ns et pour trois réflectivités de cible ( $r=0,0001$ ,  $r=0,0005$  et  $r=0,001$ )

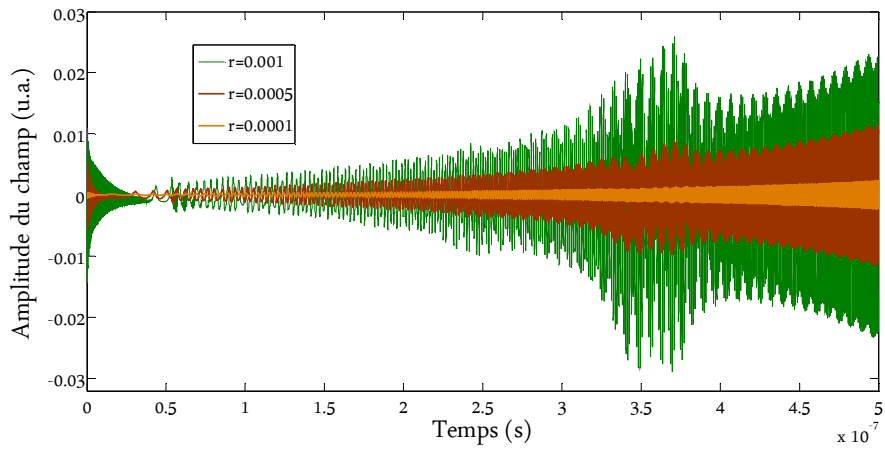


Figure 3.29 : Accélération de  $10^9 \text{ m.s}^{-2}$ , sur une fenêtre de 500 ns et pour trois réflectivités de cible ( $r=0,0001$ ,  $r=0,0005$  et  $r=0,001$ )

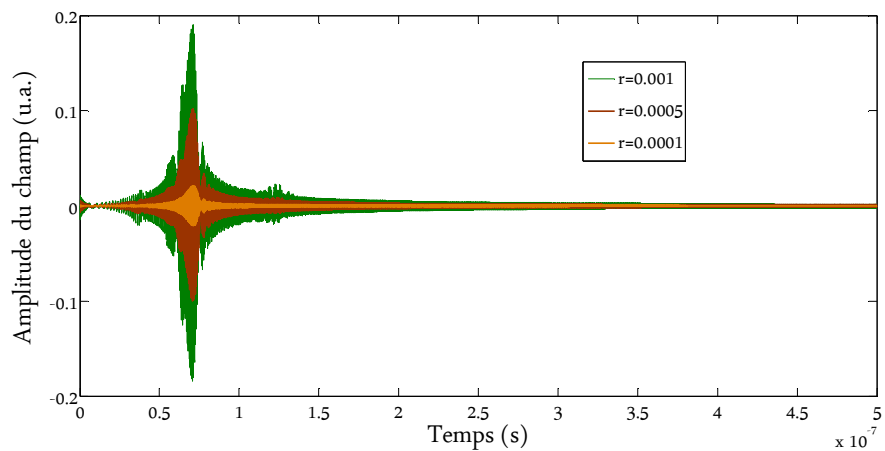


Figure 3.30 : Accélération de  $10^{10} \text{ m.s}^{-2}$ , sur une fenêtre de 500 ns et pour trois réflectivités de cible ( $r=0,0001$ ,  $r=0,0005$  et  $r=0,001$ )

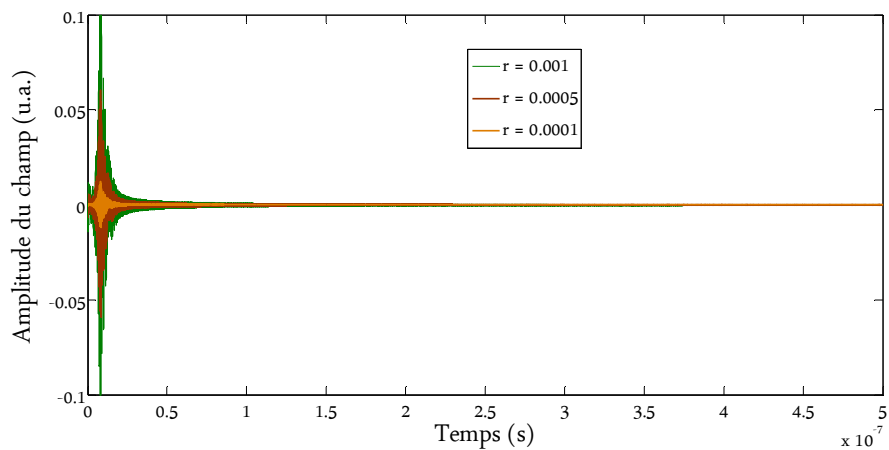


Figure 3.31 : Accélération de  $10^{11} \text{ m.s}^{-2}$ , sur une fenêtre de 500 ns et pour trois réflectivités de cible ( $r=0,0001$ ,  $r=0,0005$  et  $r=0,001$ )

Dans cette dernière figure (Figure 3.32) nous comparons les différentes accélérations pour une faible réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

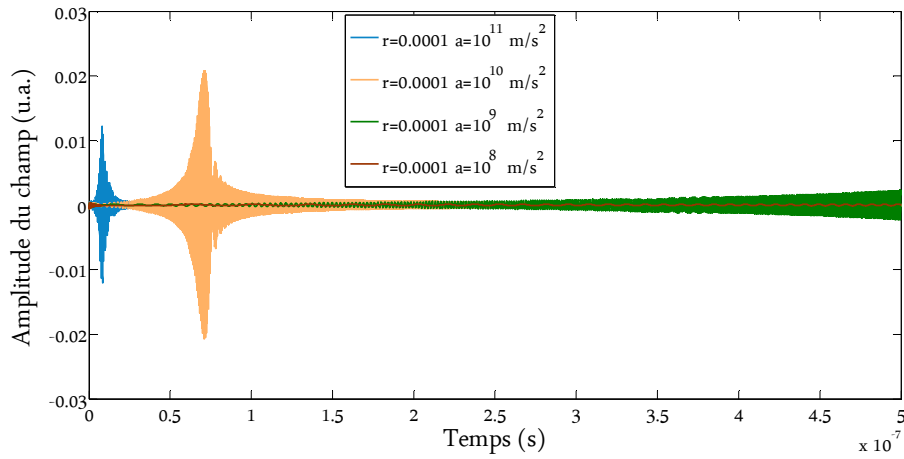


Figure 3.32 : Comparaison des accélérations pour une réflectivité de cible  $r=0,0001$

Après avoir zoomé sur chaque courbe, on observe que les oscillations laser restent suffisamment stables pour des accélérations de  $10^8$  à  $10^{11}$   $m.s^{-2}$  dans le cas de faible réflectivité de la cible  $r=0.0001$  (Figure 3.32). Plus l'accélération est importante, plus la fréquence de modulation varie rapidement (transitions plus rapides). On observe des fluctuations autour des basses fréquences importantes pour  $a=10^{11}$   $m.s^{-2}$  (voir Figure 3.33). Il est difficile de dire s'il est possible de récupérer toute l'information par l'intermédiaire du traitement du signal, car il faut d'abord pouvoir estimer le bruit de mesure supplémentaire sur les signaux dans les conditions expérimentales, suivant la diode laser utilisée et le moyen de récupération des signaux (avec une photodiode ou directement sur la jonction de la diode laser [AIR16]). On rappelle que les fluctuations basses fréquences sont ciblées entre quelques dizaines de MHz jusqu'à quelques centaines de MHz [Mor88, Sac89, Sac92, Fis96, Huy98, Tak99, Oht13, Jum16].

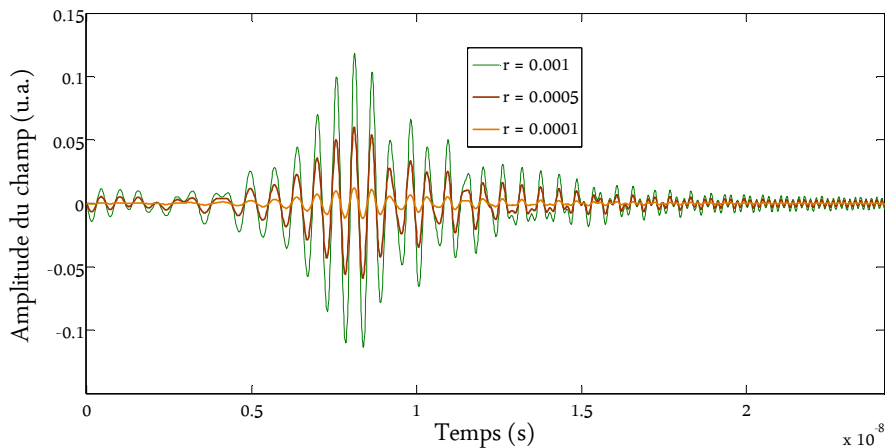


Figure 3.33 : Zoom sur la Figure 3.31. Accélération de  $10^{11}$   $m.s^{-2}$ , sur une fenêtre de 500 ns et pour deux réflectivités de cible ( $r=0,0001$ ,  $r=0,0005$  et  $r=0,001$ )

On a vu précédemment, dans le cas de déplacements à vitesses constantes, que les oscillations lasers pouvaient rester stables même pour de basses fréquences de modulation lorsque la réflectivité de la cible est faible ( $r=0.0001$ ). Cela est aussi le cas lorsque les transitions de

vitesse ne sont pas trop importantes (*Figures 3.28 à 3.30*). On observe cependant plus d'instabilités pour les basses fréquences lorsque les transitions de modulation de fréquence sont importantes (cas de l'accélération  $a=10^{11}$  m.s<sup>-2</sup>).

Les signaux expérimentaux d'évolution de la vitesse en dynamique des matériaux débutent souvent par une accélération brutale, suivie d'oscillations de la vitesse avant destruction du matériau ou la fin de la mesure (cf. *Figure 3.2*). Ce profil d'évolution est difficile à simuler au travers des équations que nous utilisons, mais il peut être approximé soit par un polynôme, soit par un découpage par morceau du signal à simuler. Pour ce découpage, il y a plusieurs options :

soit par une méthode longue et fastidieuse qui consiste à indiquer pour chaque point l'évolution de la position de la cible par l'intermédiaire de  $L_{ext}$ , en conservant un pas de temps défini entre chaque point. Ainsi on peut simuler des accélérations et des décélérations, mais cette technique nécessite de programmer une boucle extrêmement longue;

soit en simulant d'abord plusieurs accélérations puis dans un second temps, tester plusieurs types de vibrations de la cible sous forme de sinus de différentes amplitudes de déplacement et de différentes fréquences;

Grâce à l'ensemble de ces simulations temporelles, simulant des vitesses constantes ou des accélérations de la cible, nous avons été en mesure de déterminer dans quelles conditions il était possible d'obtenir des oscillations non chaotiques à faibles vitesses et également pour de hautes vitesses ( $\leq 10$  km/s).

Comme nous avons affiché l'amplitude du champ sous forme relative dans nos simulations numériques, nous n'avons pas de notion sur la valeur réelle de cette amplitude. En effet, il est important de déterminer si l'amplitude du champ, liée à la puissance optique d'émission, sera suffisante pour être détectée en fonction du bruit de mesure éventuel auquel on peut être confronté. On observe bien que plus la réflectivité de la cible est importante plus l'amplitude du champ l'est aussi, jusqu'au point où le laser devient instable et entre dans un régime chaotique. Cela signifie que l'amplitude du signal peut être plus importante pour un déplacement constant à 5 km/s avec une réflectivité plus grande que pour un déplacement constant à 1 km/s avec une réflectivité plus faible. Pourtant, nous ne faisons pas les mêmes observations sur les simulations numériques d'accélérations dans les mêmes conditions. Par exemple si on se place à un instant donné où la vitesse est de 1 km/s (dans les simulations numériques d'accélération), on remarque que l'amplitude est inférieure à l'instant où la vitesse est de l'ordre de 500 m/s, alors que dans la même configuration de longueur de cavité externe et de réflectivité à vitesse constante, on observe l'inverse (l'amplitude du champ à 500 m/s est inférieure à l'amplitude du champ à 1 km/s). Ce phénomène est lié soit à la demande d'affichage du signal sous forme relative, soit à un phénomène non linéaire suite aux variations rapides de fréquences. Cependant, l'observation au sujet de la réflectivité de la cible reste toujours valable : c'est-à-dire que plus la réflectivité augmente plus



l'amplitude augmentera jusqu'à ce que le laser entre dans un régime chaotique. La vraie question reste de savoir si l'amplitude du signal est « suffisante » pour ne pas être noyée dans le bruit de mesure. Il est peut-être possible de déterminer la limite de détection, la bande passante ou la vitesse maximale à partir des courbes de simulations numériques sur l'accélération (car on simule une suite de variation de fréquences). Cette limite peut être éventuellement détectée lorsque l'amplitude du signal ne varie plus dans le temps au cours d'une accélération et pour chaque configuration de cavité externe.

Afin de compléter cette étude par une autre approche, nous avons souhaité développer un modèle mathématique permettant de mettre en évidence la réponse en modulation du laser suivant une petite modulation de la cavité externe (donc du temps de vol de la cavité)  $\tau_{ext}$  en conservant un courant d'injection fixe. Cela dans le but de confirmer dans quelles conditions il est possible d'obtenir une bande passante suffisante pour pouvoir réaliser des mesures de hautes vitesses.

### 3.3 Développement d'un nouveau modèle mathématique : réponse en modulation du laser pour une petite modulation de la cavité externe

#### 3.3.1 Introduction et premiers développements

Suivant le même principe que l'étude des petites perturbations présentée dans le §2.2.3 pour le fonctionnement d'un laser en régime libre, nous avons réalisé une nouvelle étude dynamique nous permettant de connaître la réponse en modulation d'un laser soumis à de la rétro-injection optique, en considérant cette fois une modulation de la cavité externe  $\delta\tau_{ext}$  et en conservant le courant d'injection fixe. Comme expliqué précédemment, une variation de longueur de la cavité externe induit une variation du délai  $\tau_{ext}$ , et la fréquence de cette variation traduit la modulation de la cavité externe. De nombreuses études ont été réalisées sur la modulation du courant d'injection du laser et la détermination de sa réponse en modulation pour de nombreux types de laser (grâce à la méthode des petites perturbations présentée dans le chapitre 2) en conservant une cavité externe fixe [Gri13, Hem90, Hom96, Lud08, Pet88, Rad07, Sac92, Tag93]. Les effets sur la cavité laser d'une modulation du courant direct avec une rétro-injection optique fixe (longueur de cavité externe fixe) et une modulation de la cavité externe avec un courant d'injection fixe, ne sont pas fondamentalement les mêmes. La cavité tend certes à se stabiliser mais les processus sont différents.

L'objectif du nouveau modèle que nous avons développé est de déterminer la réponse en modulation du laser suivant une faible perturbation de la cavité externe, donc en considérant une

légère variation du temps de vol de la cavité externe  $\delta\tau_{ext}$ . Pour cela on cherche à linéariser de nouveau les équations d'évolution du laser soumis à de la rétro-injection optique. Cependant, le délai  $\tau_{ext}$  (le temps de vol dans la cavité externe) est couplé à l'évolution temporelle de l'amplitude du champ électrique  $A(t - \tau_{ext})$  et de la phase  $\phi(t - \tau_{ext})$ . Dans notre nouveau modèle, nous considérons  $\tau_{ext}(t)$  comme une fonction du temps, puisque c'est le paramètre que l'on cherche à moduler et le courant d'injection du laser  $I_0$  est fixé (on ne module pas le courant, uniquement la cavité externe en considérant une faible perturbation de l'objet réfléchissant). On va donc linéariser les équations de Lang et Kobayashi (2.04), (2.36) et (2.37), en suivant la même méthode que dans le chapitre 2 (§2.2.3), pour déterminer la réponse en modulation et en s'aidant de la méthode de développement présentée au §2.3.4, pour l'étude de la stabilité. Le développement de ce modèle a bien entendu posé un certain nombre de questions, principalement au niveau de la rigueur du développement mathématique et des limites associées suite aux développements limités réalisés, ainsi que sur la variation maximum de  $\tau_{ext}$  pour une même réponse en modulation.

Deux techniques permettent théoriquement de développer les mêmes équations linéarisées. Il y a d'une part la technique classique du développement de l'état stationnaire de chaque variable associé à une petite perturbation et présenté de la façon suivante [Uch12, Oht13] :

$$A(t) = A_s + \delta A(t) \quad (3.13)$$

$$\phi(t) = (\omega_s - \omega_0)t + \delta\phi(t) \quad (3.14)$$

$$N(t) = N_s + \delta N(t) \quad (3.15)$$

$$A(t - \tau_{ext}) = A_s + \delta A(t - \tau_{ext}) \quad (3.16)$$

$$\phi(t - \tau_{ext}) = (\omega_s - \omega_0)(t - \tau_{ext}) + \delta\phi(t - \tau_{ext}) \quad (3.17)$$

Cependant, lors de nos tentatives de linéarisation, nous nous sommes rendus compte que cette méthode ne facilite pas nos développements, car elle présente de nombreuses multiplications entre petites dérivées ( $\delta A(t) \times \delta\tau_{ext}(t)$ ), alors que nous cherchons à isoler  $\delta\tau_{ext}(t)$ . La deuxième méthode consiste à développer une matrice Jacobienne, il s'agit de celle présentée dans le §2.3.4. Après avoir développé les deux méthodes en parallèle nous avons conservé celle du développement de la matrice Jacobienne.

Pour pouvoir linéariser les équations en considérant une petite perturbation de la cavité externe, il faut d'abord isoler  $\tau_{ext}$  et donc faire une première approximation en développant l'amplitude du champ électrique retour  $A(t - \tau_{ext})$  et la phase retour  $\phi(t - \tau_{ext})$ . Pour cela, on reprendra le même développement que celui présenté dans le §2.3.5, pour le développement du

potentiel thermodynamique. On réalise donc un développement de Taylor au premier ordre de la façon suivante :

$$A(t - \tau_{ext}) = A(t) - \tau_{ext} \dot{A}(t) \quad (3.18)$$

$$\phi(t - \tau_{ext}) = \phi(t) - \tau_{ext} \dot{\phi}(t) \quad (3.19)$$

On rappelle que  $\frac{dA(t)}{dt} = \dot{A}(t)$ . Nous avons préféré linéariser l'équation de l'amplitude du champ, et pas l'équation de la densité de photons (3.20), car celle-ci comporte des racines et les hypothèses simplificatrices pour la linéarisation limitent encore plus le développement. Afin d'illustrer notre choix, voici ci-dessous le développement pour l'équation de la densité de photons :

$$S(\dot{t}) = G\{N(t) - N_{th}\}S(t) + 2K\sqrt{S(t - \tau_{ext}) \cdot S(t)} \cos\theta(t) \quad (3.20)$$

$$S(t - \tau_{ext}) = S(t) - \tau_{ext} S(\dot{t}) \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} S(\dot{t}) &= G\{N(t) - N_{th}\}S(t) + 2K\sqrt{(S(t) - \tau_{ext} S(\dot{t})) \cdot S(t)} \cos\theta(t) \\ S(\dot{t}) &= G\{N(t) - N_{th}\}S(t) + 2K\sqrt{S(t)^2 - \tau_{ext} S(\dot{t}) S(t)} \cos\theta(t) \\ S(\dot{t}) &= G\{N(t) - N_{th}\}S(t) + 2K\sqrt{S(t)^2 \left(1 - \tau_{ext} \frac{S(\dot{t})}{S(t)}\right)} \cos\theta(t) \\ S(\dot{t}) &= G\{N(t) - N_{th}\}S(t) + 2KS(t) \sqrt{\left(1 - \tau_{ext} \frac{S(\dot{t})}{S(t)}\right)} \cos\theta(t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Le développement limité considéré serait donc le suivant :

$$\left(1 - \tau \frac{S(\dot{t})}{S(t)}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \tau \frac{S(\dot{t})}{2S(t)} \quad (3.23)$$

Ce développement limité sur l'équation de la densité de photons rajoute une incertitude importante, en plus de la simplification réalisée lors du développement de Taylor au premier ordre.

Développons maintenant les équations (2.36) et (2.37) en intégrant le premier développement (3.18) :

$$\begin{cases}
A\dot{(t)} = \frac{1}{2}G\{N(t) - N_{th}\}A(t) + KA(t - \tau_{ext})\cos\theta(t) \\
\phi\dot{(t)} = \frac{1}{2}\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - K\frac{A(t - \tau_{ext})}{A(t)}\sin\theta(t)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
A\dot{(t)} = \frac{1}{2}G\{N(t) - N_{th}\}A(t) + K\cos\theta(t)(A(t) - \tau_{ext}A\dot{(t)}) \\
\phi\dot{(t)} = \frac{1}{2}\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - K\frac{(A(t) - \tau_{ext}A\dot{(t)})}{A(t)}\sin\theta(t)
\end{cases} \quad (3.24)$$

$$\begin{cases}
A\dot{(t)} = \frac{1}{2}G\{N(t) - N_{th}\}A(t) + K\cos\theta(t)A(t) - K\cos\theta(t)\tau_{ext}A\dot{(t)} \\
\phi\dot{(t)} = \frac{1}{2}\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - K\sin\theta(t) + K\frac{\tau_{ext}A\dot{(t)}}{A(t)}\sin\theta(t)
\end{cases}$$

$$A\dot{(t)} = \left( \frac{G\{N(t) - N_{th}\} + 2K\cos\theta(t)}{2[1 + K\cos\theta(t)\tau_{ext}]} \right) A(t) \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
\phi\dot{(t)} = & \frac{\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - 2K\sin\theta(t)}{2} + \left( \frac{K\tau_{ext}\sin\theta(t)G\{N(t) - N_{th}\}}{2[1 + K\cos\theta(t)\tau_{ext}]} \right) \\
& + \left( \frac{2K^2\tau_{ext}\sin\theta(t)\cos\theta(t)}{2[1 + K\cos\theta(t)\tau_{ext}]} \right)
\end{aligned} \quad (3.26)$$

Après avoir réalisé les premières modifications sur les équations, l'étape suivante consiste à développer une matrice Jacobienne pour linéariser les équations, puis réaliser une transformée de Laplace pour obtenir la fonction de transfert de la réponse en modulation du laser suivant une petite perturbation, de la même façon que l'équation (2.30).

De nombreux modèles ont été développés avec des approches et hypothèses différentes, mais nous ne pourrions pas tous les présenter. Nous détaillons dans ce chapitre celui qui nous paraît le plus adapté et le plus rigoureux. Quatre autres types de développement seront également détaillés en Annexe C, puis les résultats seront commentés dans ce chapitre. Nous analyserons et comparerons ensuite chacun d'entre eux.

### 3.3.2 Différentes approches et développements pour la phase

Pour le développement de la matrice Jacobienne, il y a la question du développement de la phase (sinus et cosinus). Nous avons entrepris plusieurs types de développement :

- approche *Thétat1* : considérer directement la variation de la phase  $\theta(t)$  comme une variable indépendante et utiliser la valeur de son état stable (2.43) à fin du développement (Annexe C);
- approche *Thétat2* : réaliser pendant le développement de la matrice Jacobienne, une dérivation de  $\theta(t)$  en considérant  $\phi(t)$ , (de la même façon que dans la publication [Tob08]) et pour le temps de vol  $\tau_{ext}$  dans le cadre de notre nouveau modèle (Annexe C);
- approche *Thétat3* : développer les cosinus et sinus en reprenant la logique du développement de Taylor au premier ordre (3.19), de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \omega_0 \tau_{ext} + \phi(t) - \phi(t - \tau_{ext}) \\ \theta(t) &= \omega_0 \tau_{ext} + \phi(t) - (\phi(t) - \tau_{ext} \dot{\phi}(t))\end{aligned}\tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \omega_0 \tau_{ext} + \tau_{ext} \dot{\phi}(t) \\ \cos\theta(t) &= \cos(\omega_0 \tau_{ext} + \tau_{ext} \dot{\phi}(t)) \\ &= \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\tau_{ext} \dot{\phi}(t)) - \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \sin(\tau_{ext} \dot{\phi}(t))\end{aligned}\tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}\sin\theta(t) &= \sin(\omega_0 \tau_{ext} + \tau_{ext} \dot{\phi}(t)) \\ &= \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\tau_{ext} \dot{\phi}(t)) + \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \sin(\tau_{ext} \dot{\phi}(t))\end{aligned}\tag{3.29}$$

Cette dernière approche (*Thétat3*) peut être également développée de différentes manières. En effet, on peut utiliser plusieurs approches :

- approche *Thétat31* : conserver les cosinus et sinus sous la forme (3.27) et réaliser une dérivation dans la matrice Jacobienne pour  $\tau_{ext}$ , puis considérer les états stationnaires au moment de la linéarisation;
- approche *Thétat32* : développer le cosinus et le sinus, puis réaliser un développement limité au premier ordre de (3.28) et (3.29) pour  $x = \tau_{ext} \dot{\phi}(t)$  au voisinage de 0, de la façon suivante (Annexe C):

$$\begin{aligned}\cos\theta(t) &= \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\tau_{ext} \dot{\phi}(t)) - \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \sin(\tau_{ext} \dot{\phi}(t)) \\ &= \cos(\omega_0 \tau_{ext}) - \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \tau_{ext} \dot{\phi}(t)\end{aligned}\tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}\sin\theta(t) &= \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\tau_{ext} \dot{\phi}(t)) + \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \sin(\tau_{ext} \dot{\phi}(t)) \\ &= \sin(\omega_0 \tau_{ext}) + \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \tau_{ext} \dot{\phi}(t)\end{aligned}\tag{3.31}$$

Nous avons ensuite développé un dernier modèle en collaboration avec une équipe Italienne de l'Université de Bari suite à une question qu'ils s'étaient posée au sujet de la rigueur mathématique du développement de la matrice Jacobienne. En effet, les dérivées des états stationnaires de chaque variable devraient être égales à zéro, ce qui n'est pas le cas de la phase car  $\dot{\phi}(t)_s = (\omega_s - \omega_0)$ . Pourtant cela ne semble pas poser problème pour les développements classiques de matrice Jacobienne dans les études de stabilité des lasers soumis à de la rétro-injection optique dans la littérature [Tob08, Uch12]. Nous souhaitons cependant vérifier qu'en adaptant cette rigueur mathématique pour la matrice Jacobienne dans nos modèles, les résultats soient bien similaires au modèle préalablement sélectionné. Cette équipe Italienne a donc proposé un dernier développement en considérant un changement de variable de sorte que la dérivée de chaque état stable pour chaque variable soit égale à zéro, donc que  $\dot{\phi}(t)_s = 0$ , cette approche est appelée *Vérif* et est présentée en Annexe C.

### 3.3.3 Résultats

Ici nous présentons un modèle en particulier : il s'agit du *Théat31*. Ce développement nous paraît le plus rigoureux, et nous justifierons ce choix lorsque l'ensemble des modèles seront présentés et comparés. Nous rappelons que dans ce modèle, nous développons la phase  $\theta(t)$  en considérant le développement de Taylor au premier ordre et nous conservons la phase de cette façon (équation 3.27). Nous rappelons également que les autres modèles introduits dans la partie précédente sont mis à disposition en Annexe C.

Partons des équations (3.25) et (3.26) et incorporons le développement du cosinus et du sinus de type équation (3.27).

$$A\dot{(t)} = \left( \frac{G\{N(t) - N_{th}\} + 2K\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))}{2[1 + K\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))\tau_{ext}]} \right) A(t) \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \phi\dot{(t)} = & \frac{\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - 2K\sin(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))}{2} \\ & + \left( \frac{K\tau_{ext}\sin(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))G\{N(t) - N_{th}\}}{2[1 + K\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))\tau_{ext}]} \right) \\ & + \left( \frac{2K^2\tau_{ext}\sin(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))}{2[1 + K\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t))\tau_{ext}]} \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Pour une meilleure visibilité, nous allons regrouper les variables entre elles de la façon suivante :

$$K_C = K\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t)) \quad (3.34)$$

$$K_S = K\sin(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\dot{\phi}(t)) \quad (3.35)$$

$$G_N = G\{N(t) - N_{th}\} \quad (3.36)$$

$$G_{N_0} = G\{N(t) - N_0\} \quad (3.37)$$

On substitue les simplifications (3.34), (3.35), (3.36) et (3.37) dans les équations (3.32) et (3.33), on obtient alors les équations que nous allons linéariser :

$$A\dot{(t)} = \left( \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) A(t) \quad (3.38)$$

$$\phi\dot{(t)} = \frac{\alpha G_N - 2K_S}{2} + \left( \frac{K_S\tau_{ext}G_N}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) + \left( \frac{2\tau_{ext}K_SK_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \quad (3.39)$$

$$N\dot{(t)} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G_{N_0}A^2(t) \quad (3.40)$$

Nous développons ensuite la matrice Jacobienne suivant l'ensemble des variables :

$$\begin{pmatrix} \frac{d\delta A(t)}{dt} \\ \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \\ \frac{d\delta N(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A(t)}{\partial A} & \frac{\partial A(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial A(t)}{\partial N} & \frac{\partial A(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial \phi(t)}{\partial A} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial N} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial N(t)}{\partial A} & \frac{\partial N(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial N(t)}{\partial N} & \frac{\partial N(t)}{\partial \tau_{ext}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A(t) \\ \delta\phi(t) \\ \delta N(t) \\ \delta\tau_{ext} \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta A(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \\ 0 \\ -2G_{N_0}A(t) \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A(t) \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta\phi(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta N(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(GA(t))}{2(1 + K_C\tau_{ext})} \\ \frac{\alpha G}{2} + \left( \frac{K_S\tau_{ext}G}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \\ -\frac{1}{\tau_e} - GA^2(t) \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} J[\delta A\dot{(t)}, \delta\tau_{ext}(t)] \\ = \frac{A(t) \left( G_N K_S (\omega_0 \tau_{ext} + \tau_{ext} \phi\dot{(t)}) - 2K_C^2 - G_N K_C - 2K_S (\omega_0 + \phi\dot{(t)}) \right)}{2(1 + K_C\tau_{ext})^2} \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} J[\delta\phi\dot{(t)}, \delta\tau_{ext}(t)] \\ = \frac{(G_N K^2 (\omega_0 \tau_{ext}^2 + \phi\dot{(t)} \tau_{ext}^2) + G_N K_C (\omega_0 \tau_{ext} + \phi\dot{(t)} \tau_{ext}))}{2(1 + K_C\tau_{ext})^2} \\ + \frac{(2K K_C K_S - 2K (\omega_0 \tau_{ext} + \phi\dot{(t)} \tau_{ext}) + G_N K_S - 2K_C (\omega_0 + \phi\dot{(t)}))}{2(1 + K_C\tau_{ext})^2} \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$J[\delta N\dot{(t)}, \delta\tau_{ext}(t)] = 0 \quad (3.47)$$

Nous obtenons finalement les équations linéarisées en considérant pour chaque variable, leur valeur d'état stable :

$$\begin{aligned} A(t) &= A_S \\ N(t) &= N_S \\ G_N &= G(N_S - N_{th}) \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\phi(\dot{t})_S = (\omega_S - \omega_0)$$

$$K_C = K \cos(\omega_S \tau_{ext})$$

$$K_S = K \sin(\omega_S \tau_{ext})$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{A}(t) = & \left[ \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right] \delta A(t) + \left[ \frac{G A_S}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \right] \delta N(t) \\ & + \left[ \frac{A_S (G_N K_S (\omega_S \tau_{ext}) - 2K_C^2 - G_N K_C - 2K_S (\omega_S))}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \right] \delta \tau_{ext}(t) \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\delta \dot{N}(t) = [-2G\{N_S - N_0\}A_S] \delta A(t) + \left[ -\frac{1}{\tau_e} - G A_S^2 \right] \delta N(t) \quad (3.50)$$

Pour finir nous réalisons une transformée de Laplace, et nous regroupons à nouveau plusieurs variables ensemble pour simplifier les équations et pour faciliter l'implémentation sur Matlab :

$$\begin{aligned} i\gamma \delta A(\gamma) &= [val_1] \delta A(\gamma) + [val_2] \delta N(\gamma) + [val_3] \delta \tau_{ext}(\gamma) \\ (i\gamma - [val_1]) \delta A(\gamma) &= [val_2] \delta N(\gamma) + [val_3] \delta \tau_{ext}(\gamma) \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\delta A(\gamma) = \frac{[val_2]}{(i\gamma - [val_1])} \delta N(\gamma) + \frac{[val_3]}{(i\gamma - [val_1])} \delta \tau_{ext}(\gamma)$$

$$val_1 = \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]}$$

$$val_2 = \frac{G A_S}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \quad (3.52)$$

$$val_3 = \frac{A_S (G_N K_S (\omega_S \tau_{ext}) - 2K_C^2 - G_N K_C - 2K_S (\omega_S))}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2}$$

$$\begin{aligned} i\gamma \delta N(\gamma) &= [val_4] \delta A(\gamma) + [val_5] \delta N(\gamma) \\ \delta N(\gamma) &= \frac{[val_4]}{(i\gamma - [val_5])} \delta A(\gamma) \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$val_4 = -2G\{N_S - N_0\}A_S$$

$$val_5 = -\frac{1}{\tau_e} - G A_S^2 \quad (3.54)$$

La fonction de transfert obtenue, traduisant la réponse en modulation du laser pour une petite perturbation de la cavité externe et en considérant les hypothèses de développement présentées pour l'approche *Théat31*, est la suivante (substitution de (3.53) dans (3.51)) :

$$\frac{\delta A(\gamma)}{\delta \tau_{ext}(\gamma)} = \frac{[val_3](i\gamma - [val_5])}{(i\gamma - [val_1])(i\gamma - [val_5]) - [val_2][val_4]} \quad (3.55)$$



Pour réaliser les simulations numériques, nous reprenons les valeurs du *Tableau 3.1* et nous faisons varier la réflectivité de la cible et la longueur de la cavité externe.

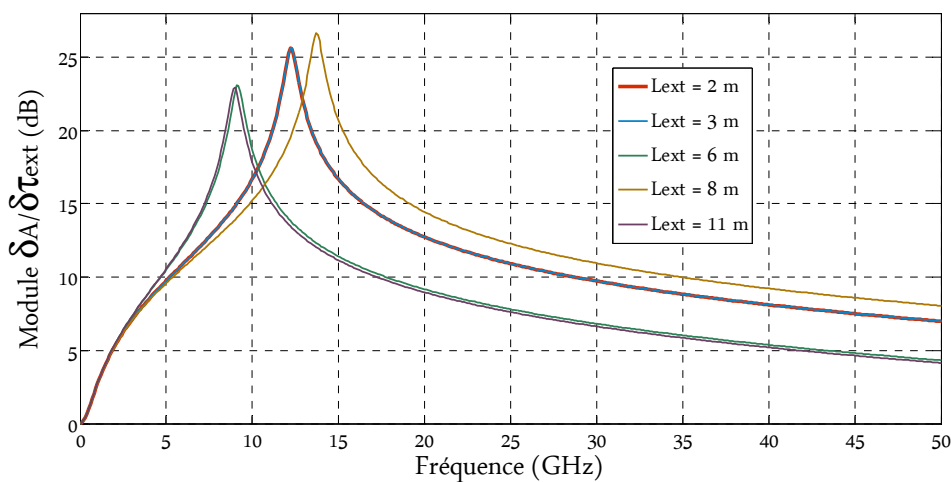


Figure 3.34 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser fonction (3.55), pour différentes longueurs de cavité externe et pour une réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

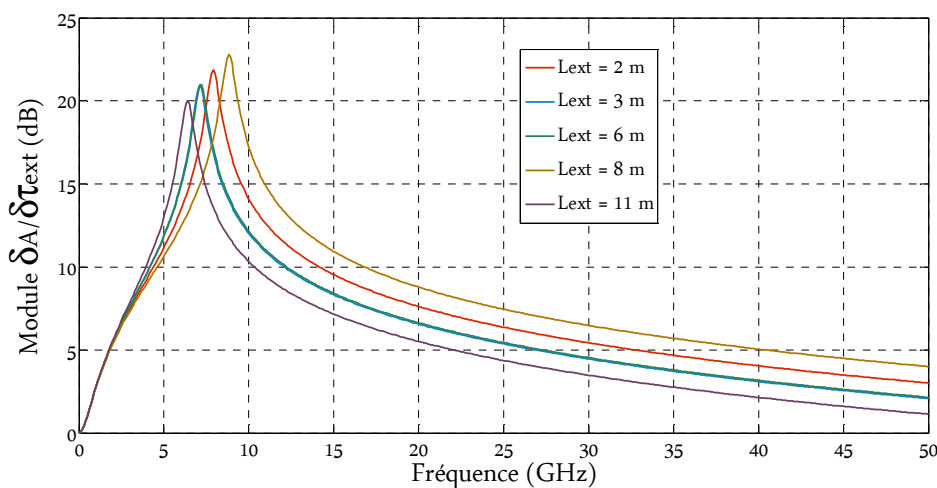


Figure 3.35 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser fonction (3.55), pour différentes longueurs de cavité externe et pour une réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

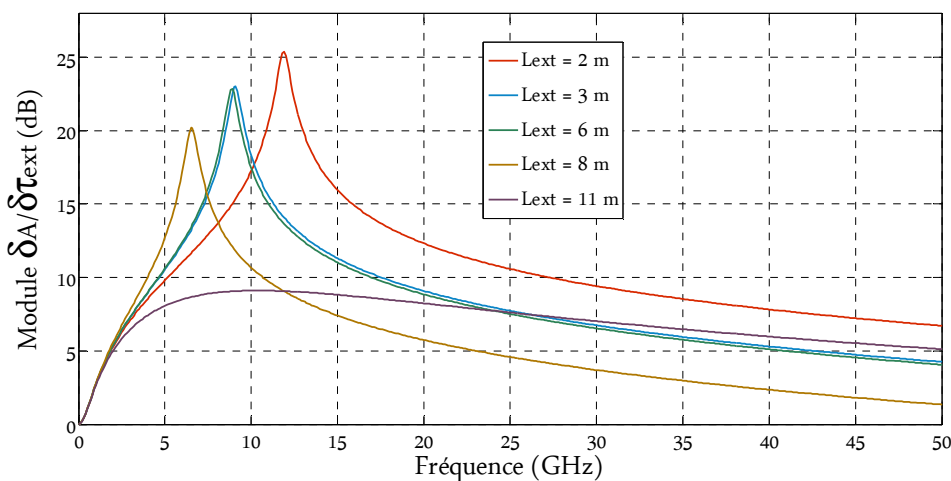


Figure 3.36 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser fonction (3.55), pour différentes longueurs de cavité externe et pour une réflectivité de cible  $r=0,001$ .

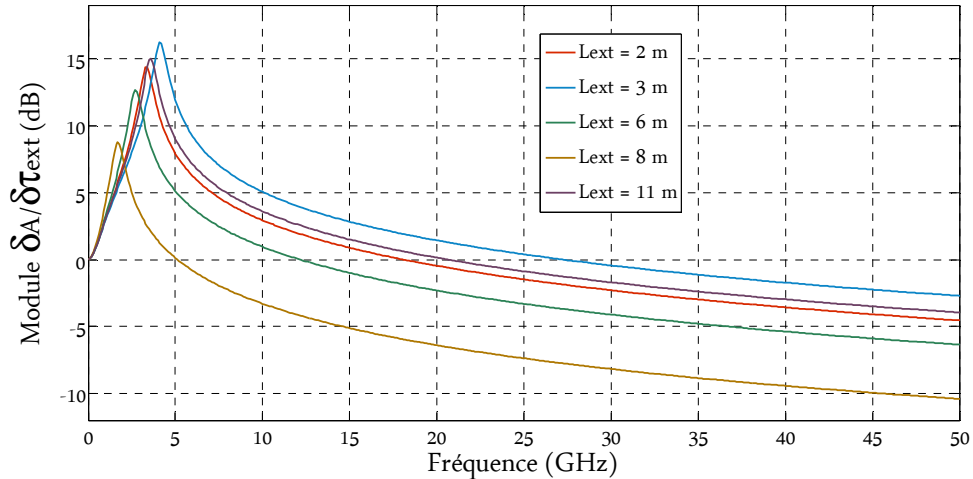


Figure 3.37 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser fonction (3.55), pour différentes longueurs de cavité externe et pour une réflectivité de cible  $r=0,005$ .

On peut ainsi observer les réponses en modulation et les fréquences d'oscillations de relaxation (maximum de l'amplitude pour chaque courbe) sur les Figures 3.34 à 3.37. De la même façon que pour les études de réponse en modulation pour une perturbation du courant d'injection du laser, l'amplitude de la réponse en modulation avec cette fonction de transfert (3.55) tend à diminuer lorsque le taux de rétro-injection devient de plus en plus important (donc notamment lorsque la réflectivité de l'objet est supérieure ou égale à 0,001). On peut observer une variation maximum de 5 GHz de réponse en modulation au niveau de la fréquence d'oscillation de relaxation et cela pour une variation de 5 ou 6 m de la cavité externe (cf. Figures 3.34 à 3.37). On n'observe pas une grande disparité au niveau de l'amplitude du module de la réponse en simulation entre les différentes longueurs de cavité externe, mais celle-ci devient plus importante, lorsque la réflectivité de la cible devient plus importante (soit à partir de  $r=0,001$ ), comme nous l'avons évoqué dans la partie §3.1.

On observe dans la Figure 3.36, que la réponse en modulation pour une réflectivité de cible  $r=0.001$  et pour une longueur de cavité externe  $L_{ext} = 11$  m n'est pas homogène aux autres réponses en modulation. Cela est peut-être lié aux limites du modèle, ou il pourrait s'agir d'une configuration particulière qui, pour certaines valeurs de phases, permet au laser de ne plus être limité par la fréquence d'oscillation de relaxation [Len13]. Les limites du modèle sont les suivantes :

- il y a d'une part la limite de la perturbation de la cavité externe. Autrement dit, nous obtenons cette réponse en modulation pour une "petite" perturbation de la cavité externe. Il fallait se poser la question de quelles étaient les modifications maximums de  $\tau_{ext}$  (quelques nm,  $\mu\text{m}$  ou mm) pour lesquelles nous obtenons une même réponse en modulation ;

- lorsque l'on réalise nos développements de Taylor (3.18) et (3.19), cela supprime la composante  $\phi(t)$  dans le développement de la phase retour. Et donc, lors des dérivations, si on considère  $\phi(t)$  et  $\dot{\phi}(t)$  comme deux variables distinctes, il n'y a plus de petite dérivée par rapport à la phase et donc le terme  $\alpha$  disparaît ;

La première limite des petites perturbations sera détaillée dans le §3.3.5 (sous partie discussion), tandis que le modèle *Thétat32* a été développé dans l'objectif de prendre en compte la variable  $\phi(t)$  dans le développement. Ce dernier est développé en Annexe C et commenté dans le §3.3.4.

### 3.3.4 Comparaison avec les autres modèles

Reprenons maintenant les autres modèles présentés en Annexe C. Dans cette partie nous présentons et commentons les simulations numériques des fonctions de transfert de chaque modèle développé en Annexe C.

Modèle *Thétat1* :

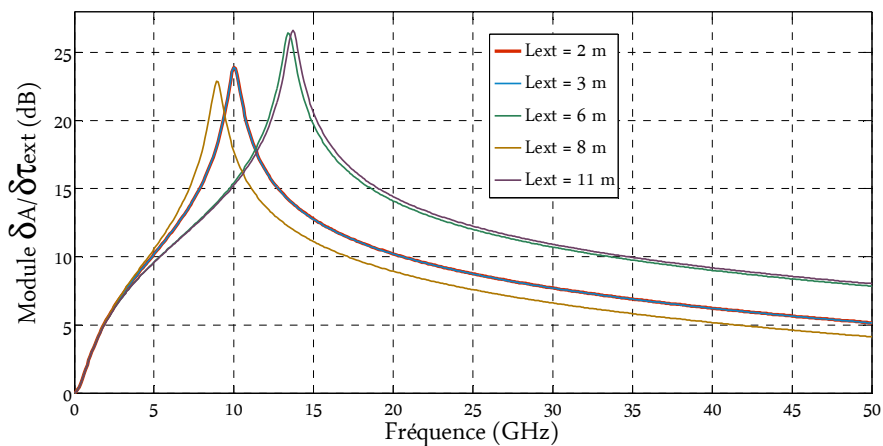


Figure 3.38 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thétat1*, réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

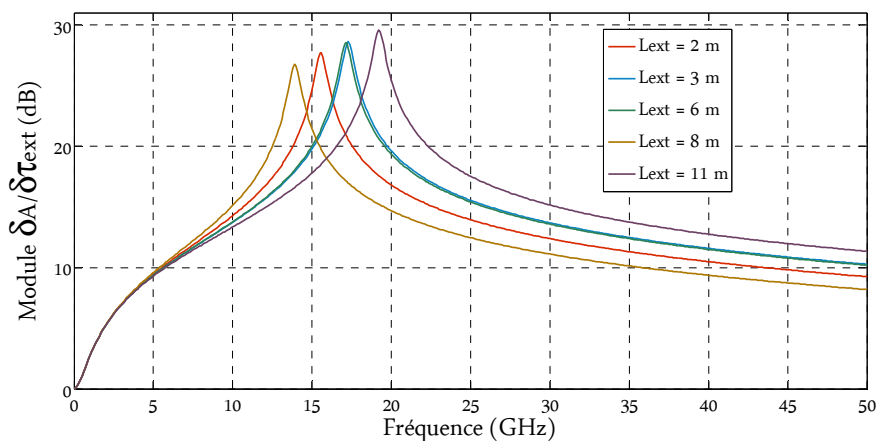


Figure 3.39 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thétat1*, réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

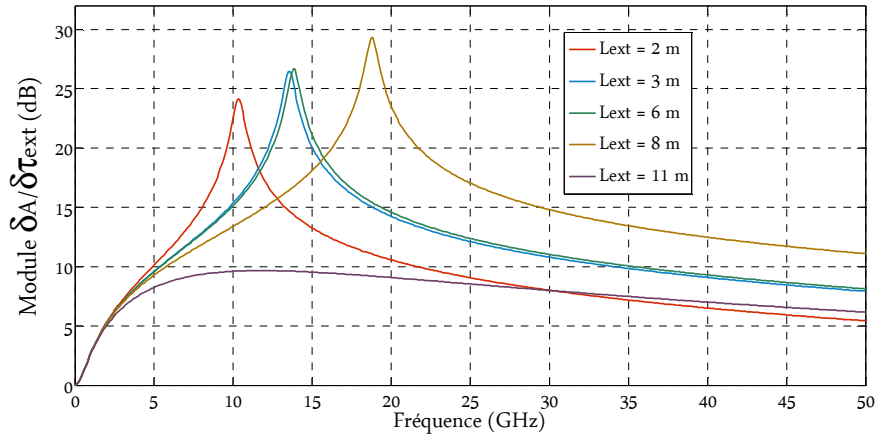


Figure 3.40 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thetat1*, réflectivité de cible  $r=0,001$ .

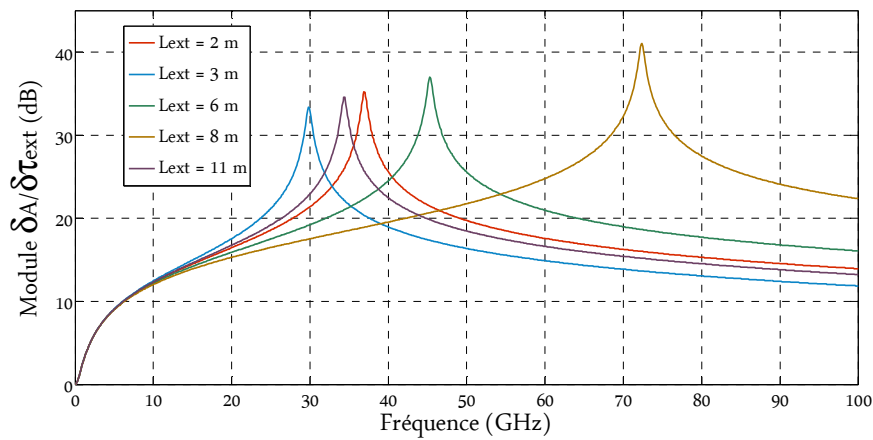


Figure 3.41 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thetat1*, réflectivité de cible  $r=0,005$ .

On observe dans ces résultats de simulations correspondant au modèle *Thetat1*, que de façon générale, plus le taux de rétro-injection augmente, plus la réponse en modulation augmente en fréquence et de façon importante (voir *Figure 3.41*). Observer ce phénomène est contre intuitif, suite à l'ensemble des études qui ont été réalisées sur le sujet (généralement un taux de rétro-injection trop élevé tend à diminuer la réponse en modulation). De plus, le modèle *Thetat1* ne prend pas en considération les faibles perturbations de la phase retour ( $\omega_S$ ) et du temps de vol de la cavité externe ( $\tau_{ext}$ ) dans le sinus et le cosinus.

Modèle Thétat2 :

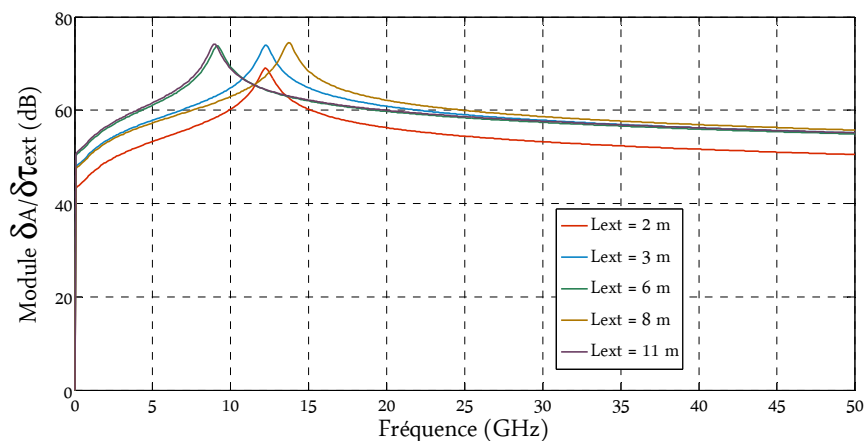


Figure 3.42 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle Thétat2, réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

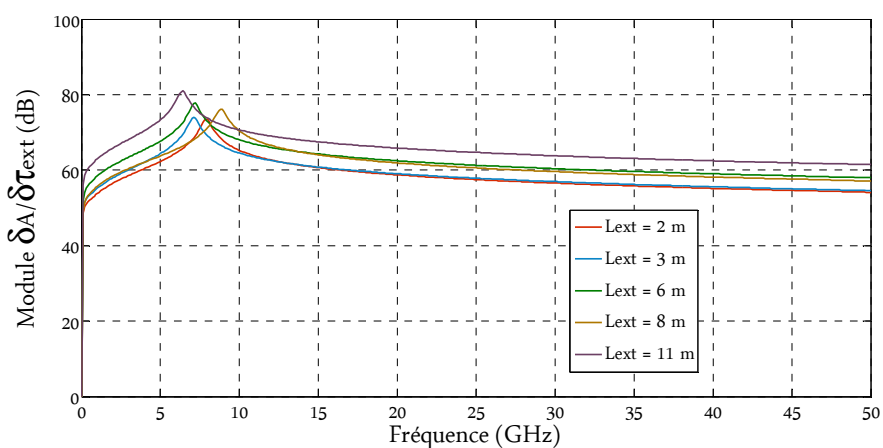


Figure 3.43 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle Thétat2, réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

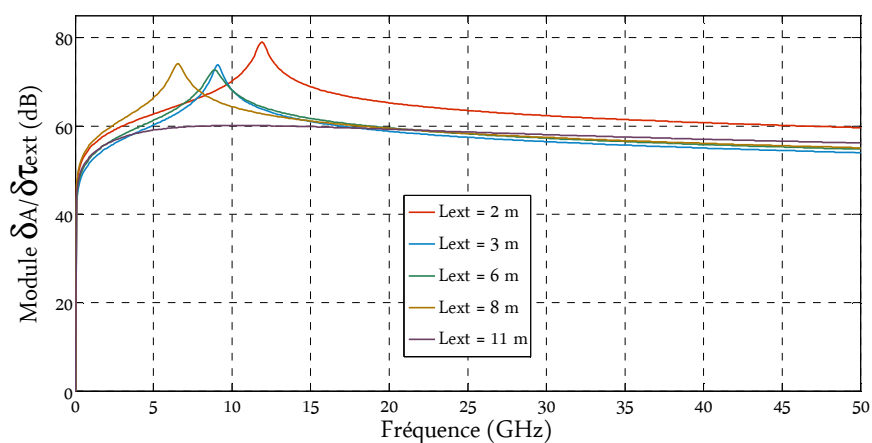


Figure 3.44 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle Thétat2, réflectivité de cible  $r=0,001$ .

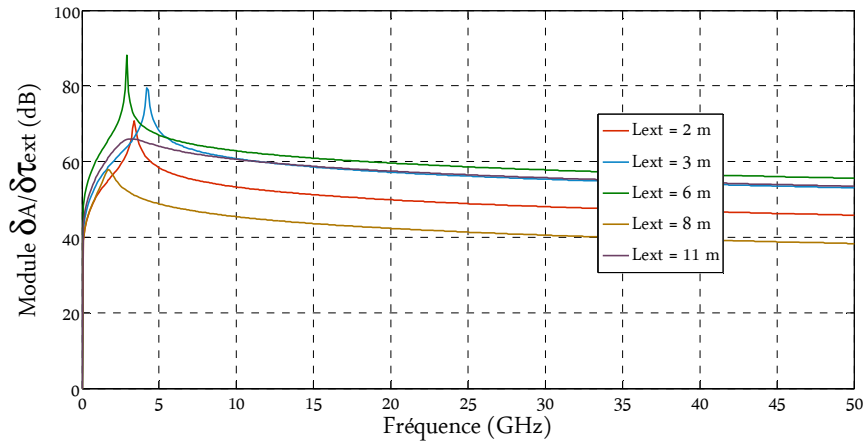


Figure 3.45 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle Thétat2, réflectivité de cible  $r=0,005$ .

Mis à part l'offset important que l'on observe au début des courbes (voir Figures 3.42 à 3.45), les réponses en modulation semblent plausibles. L'offset est soit lié au développement du modèle, soit à une erreur dans l'implémentation des variables dans Matlab. On observe à nouveau une réponse en modulation non homogène pour une réflectivité de  $r=0.001$  et une longueur de cavité externe de 11 m.

Modèle Thétat32 :

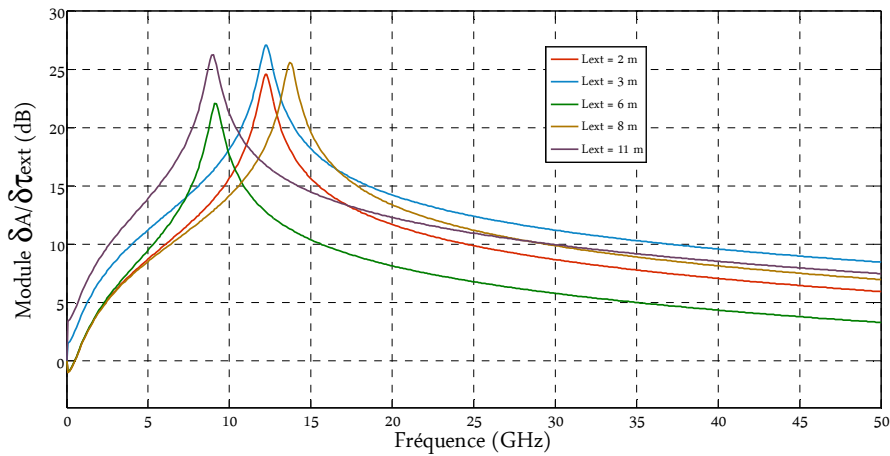


Figure 3.46 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle Thétat32, réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

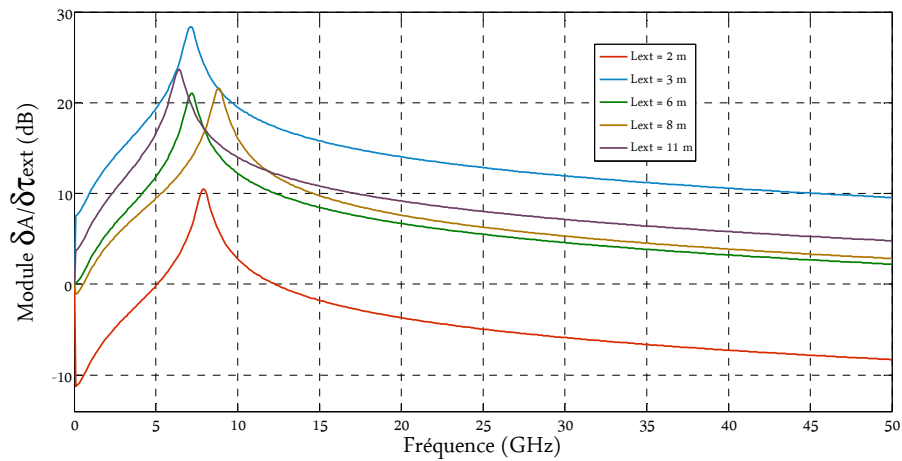


Figure 3.47 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thétat32*, réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

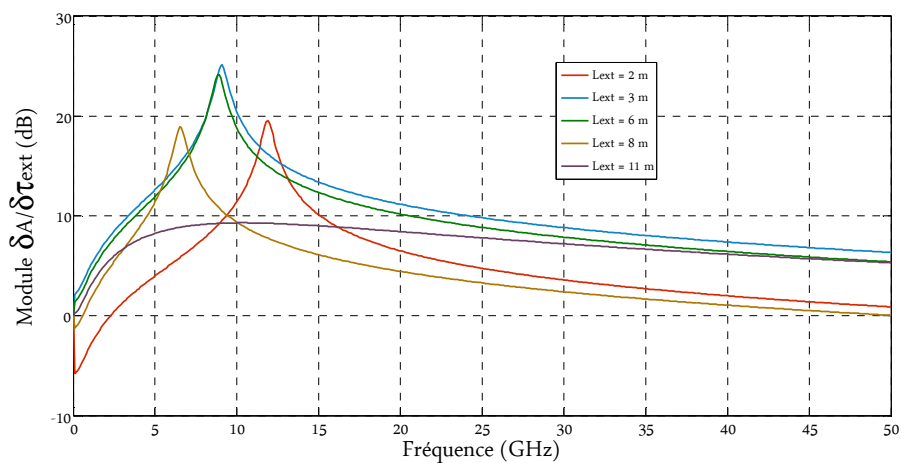


Figure 3.48 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thétat32*, réflectivité de cible  $r=0,001$ .

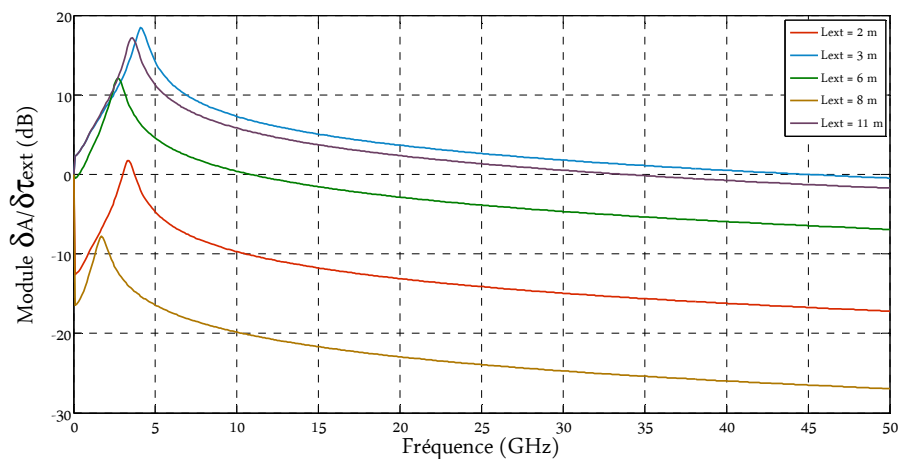


Figure 3.49 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser du modèle *Thétat32*, réflectivité de cible  $r=0,005$ .

Sur ces résultats de simulations numériques (voir *Figures 3.46 à 3.49*) correspondant au modèle *Thétat32*, on remarque que plus on augmente la réflectivité de la cible et donc le taux de rétro-injection plus on observe une disparité au niveau de l'amplitude de la réponse. Ainsi, on peut

observer une différence d'environ 15 dB entre deux configurations de cavités externes sur la *Figure 3.49* pour une réflectivité de cible de  $r=0,005$ . On observe également dans ces simulations numériques, des offsets plus ou moins importants, ce qui laisse à penser qu'il s'agit d'un effet lié au type de développement mathématique, donc lorsque l'on prend en considération  $\phi(\dot{t})$ .

Modèle *Vérif* :

Nous avons réalisé un changement de variable dans ce modèle *Vérif* pour effectuer un développement rigoureux de la matrice Jacobienne proposé par l'équipe Italienne. On retrouve les mêmes résultats que ceux présentés dans le §3.3.3 (modèle *Thétat31*). Nous voulions vérifier que ce changement de variable ne modifie pas les résultats obtenus en comparaison du modèle principal sélectionné (*Thétat31*). Le changement de variable effectué est présenté en Annexe C, les résultats sont strictement similaires au modèle *Thétat31*.

### 3.3.5 Discussion

Les modèles *Thétat31* et *Vérif* donnent donc des résultats identiques. Cependant, comme il a été évoqué, le fait de réaliser un développement de Taylor du premier ordre supprime la composante  $\phi(t)$  dans la phase retour. Et donc les petites dérivations autour de  $\phi(t)$  dans l'équation de l'amplitude du champ disparaissent également, ainsi que le terme  $\alpha$ . Nous rappelons que le terme  $\alpha$  est l'élargissement de raie spectrale. Il est lié au couplage phase-amplitude. Sa valeur peut avoir un impact non négligeable sur la réponse en modulation du laser. C'est la raison pour laquelle nous avons poursuivi l'étude et testé d'autres approches ou techniques pour conserver les petites dérivées autour de la phase présentées en Annexe C. La réponse en modulation du laser est donc supposée correcte pour certaines valeurs de la phase retour, car l'évolution de la phase est en partie intégrée à l'évolution de l'amplitude du champ par le biais de  $\tau_{ext}$  mais  $\phi(t)$  reste lié uniquement à  $N(t)$  lors du développement de la matrice Jacobienne (cf. équations 3.42 et 3.44).

Observons maintenant les réponses en modulation en considérant une variation de 10 nm, 10  $\mu\text{m}$  et 10 mm de la cavité externe  $\tau_{ext}$ . Nous présentons ici des exemples de variations suivant une longueur de cavité externe initiale donnée et suivant plusieurs réflectivités de cibles. En effet, au vu du caractère non linéaire de la réponse en modulation du laser et de sa sensibilité, nous avons choisi de présenter plusieurs simulations numériques suivant plusieurs longueurs de cavité externe. L'objectif étant de vérifier si la réponse en modulation serait suffisante, dans l'ensemble des cas étudiés.



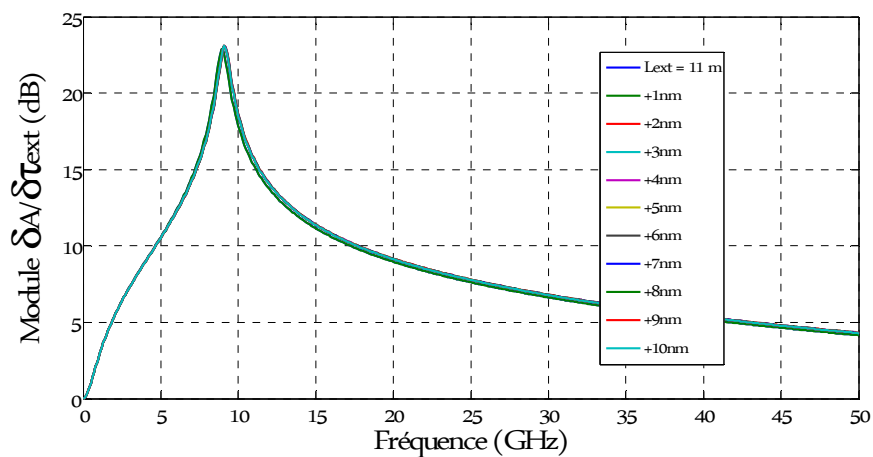


Figure 3.50 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 nm autour d'une cavité externe de 11 m, réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

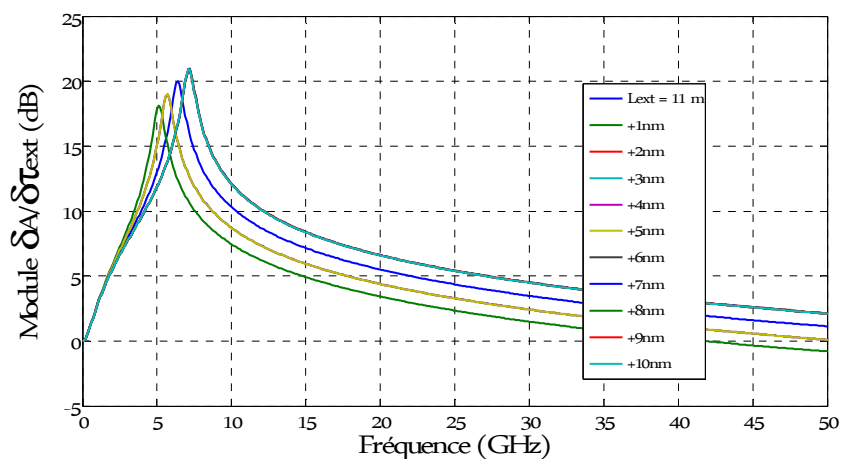


Figure 3.51 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 nm autour d'une cavité externe de 11 m, réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

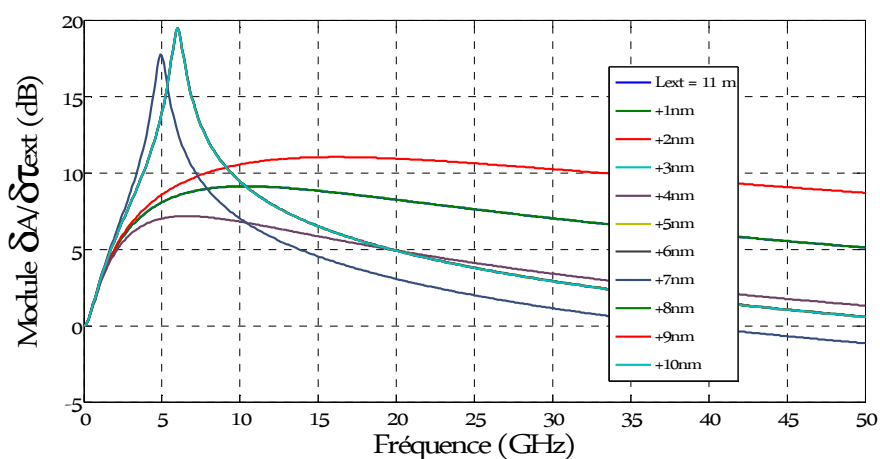


Figure 3.52 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 nm autour d'une cavité externe de 11 m, réflectivité de cible  $r=0,001$ .

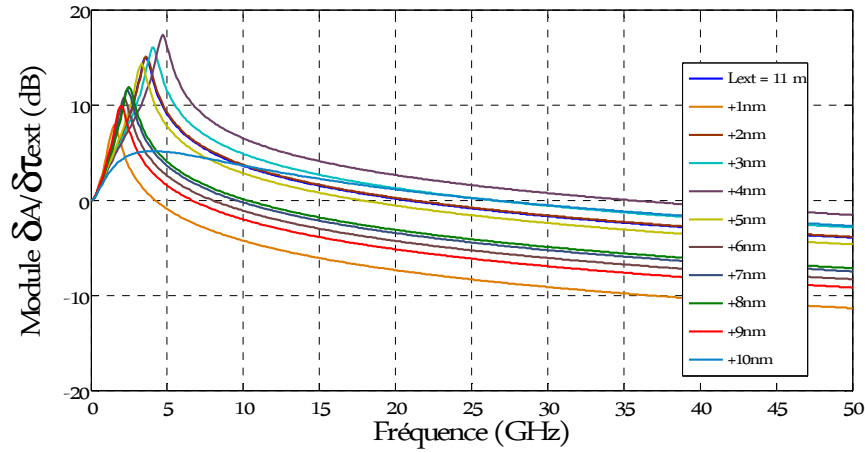


Figure 3.53 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 nm autour d'une cavité externe de 11 m, réflectivité de cible  $r=0,005$ .

Nous avons dans un premier temps étudié les réponses en modulation pour une variation de quelques nm sur la longueur de la cavité externe, elle-même liée au temps de vol de la cavité externe  $\tau_{ext}$ . Nous avons présenté ici un seul exemple pour une longueur de cavité externe initiale de  $L_{ext} = 11$  m, mais toutes les longueurs de cavité externe ont été testées. Pour une faible réflectivité de la cible  $r < 0.0005$ , la réponse en modulation est stable et varie peu, voire pas du tout. Lorsqu'on augmente le taux de rétro-injection, on observe à nouveau, et de façon cyclique, des réponses en modulation différentes (voir Figures 3.52 et 3.53). Comme nous l'avons déjà évoqué cela est peut-être lié au modèle lui-même pour des valeurs particulières de phase retour ou simplement ces valeurs particulières de phases correspondent aux configurations où le laser n'est plus limité par la fréquence d'oscillation de relaxation. Les réponses en modulation, bien que cycliques, sont moins stables pour des réflectivités  $r \geq 0.001$ , et cela même pour des variations de l'ordre du nm pour la cavité externe.

Nous avons ensuite réalisé la même étude comparative, mais pour une variation de la cavité externe de l'ordre de plusieurs  $\mu\text{m}$  (Figures 3.54 à 3.57), ici pour une longueur de cavité externe initiale de 3 m. Cette fois, les réponses en modulation sont moins stables et cela même pour de faible réflectivité de cible.

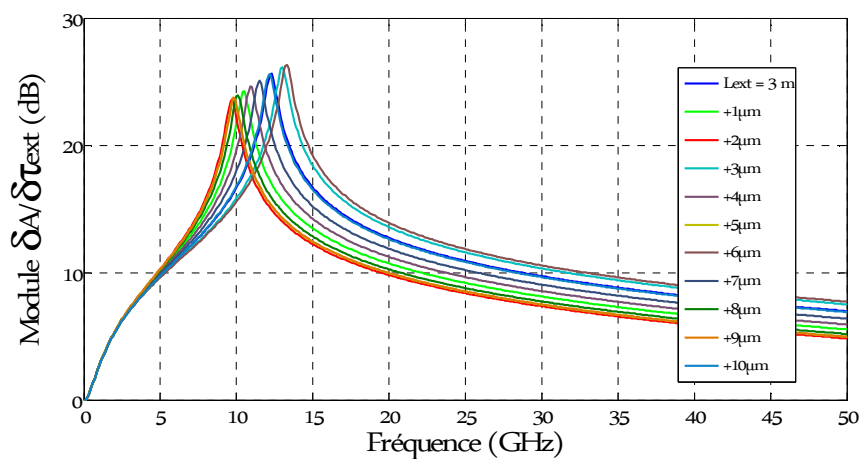


Figure 3.54 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de  $1 \mu\text{m}$  autour d'une cavité externe de  $3 \text{ m}$ , réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

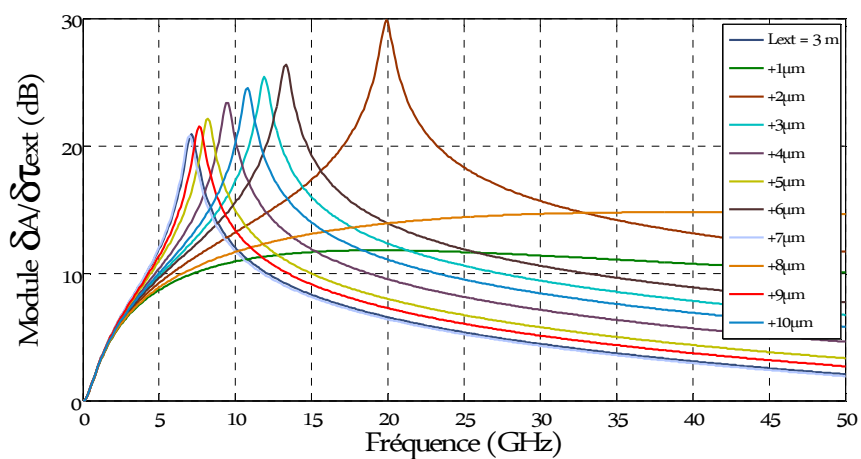


Figure 3.55 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de  $1 \mu\text{m}$  autour d'une cavité externe de  $3 \text{ m}$ , réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

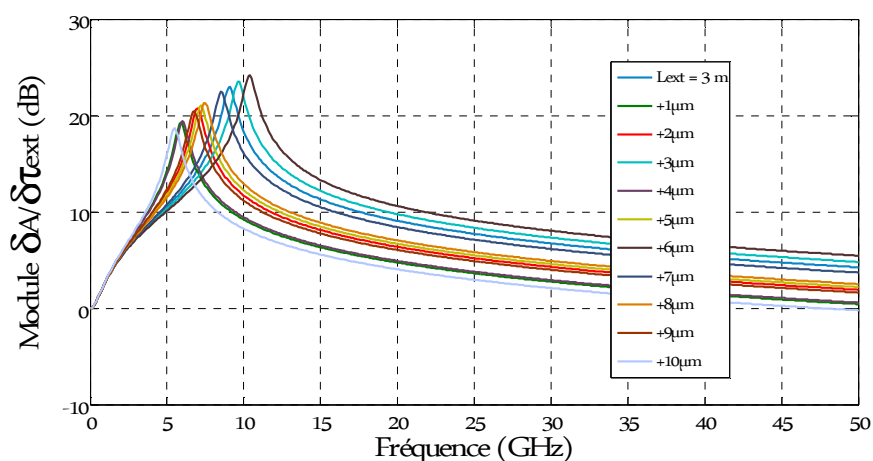


Figure 3.56 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de  $1 \mu\text{m}$  autour d'une cavité externe de  $3 \text{ m}$ , réflectivité de cible  $r=0,001$ .

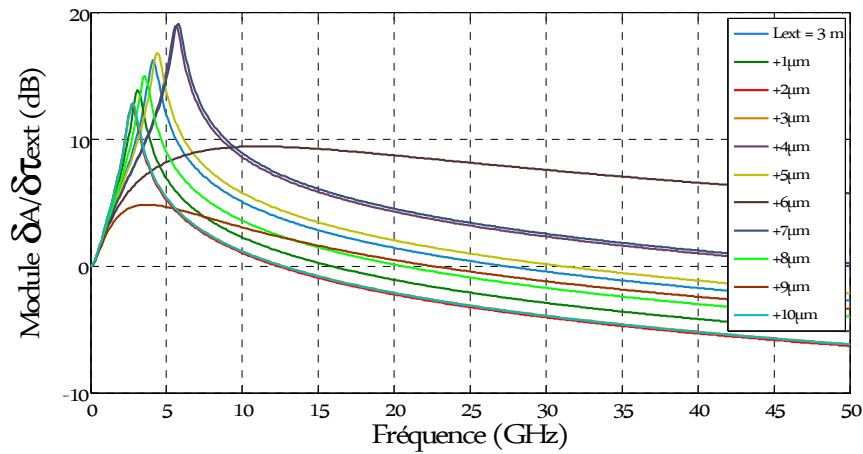


Figure 3.57 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de  $1 \mu\text{m}$  autour d'une cavité externe de  $3 \text{ m}$ , réflectivité de cible  $r=0,005$ .

Enfin, nous présentons un dernier exemple en considérant cette fois une variation de plusieurs mm autour d'une longueur de cavité externe initiale donnée choisie à titre d'exemple. En effet, cette étude de variation de l'ordre de  $1 \text{ mm}$  (et jusqu'à  $1 \text{ cm}$ ) se rapproche plus des conditions expérimentales en dynamique des matériaux. Les premières comparaisons de variations de l'ordre du nm et  $\mu\text{m}$  présentées précédemment représentent plus un intérêt fondamental vis-à-vis du modèle et du comportement du laser, tandis que cette dernière étude comparative pour une variation de l'ordre du cm est plus proche de notre application (Figures 3.58 à 3.61). Nous présentons cette fois à titre d'exemple une cavité externe initiale de  $6 \text{ m}$ .

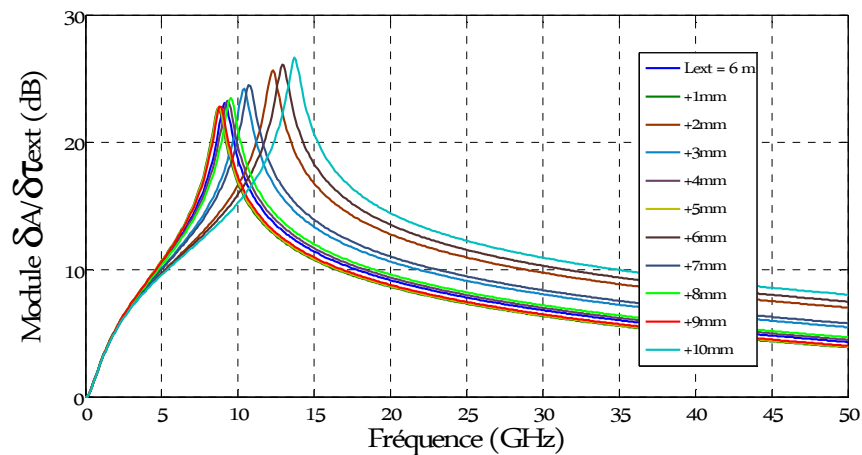


Figure 3.58 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de  $1 \text{ mm}$  autour d'une cavité externe de  $6 \text{ m}$ , réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

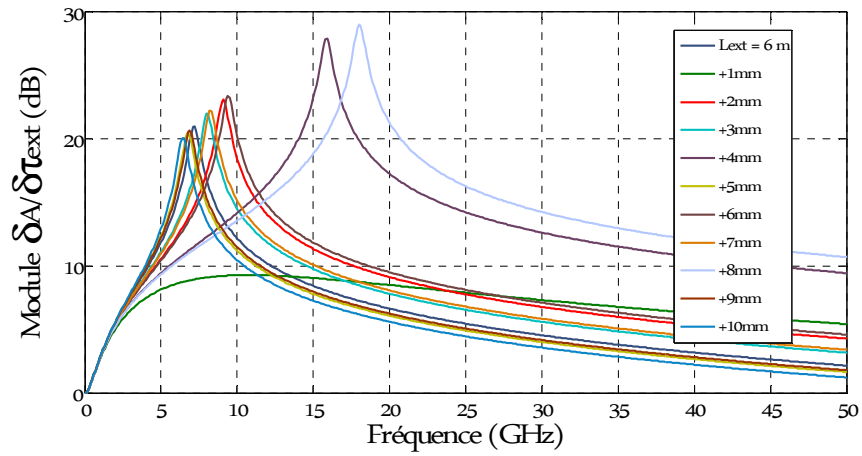


Figure 3.59 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 mm autour d'une cavité externe de 6 m, réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

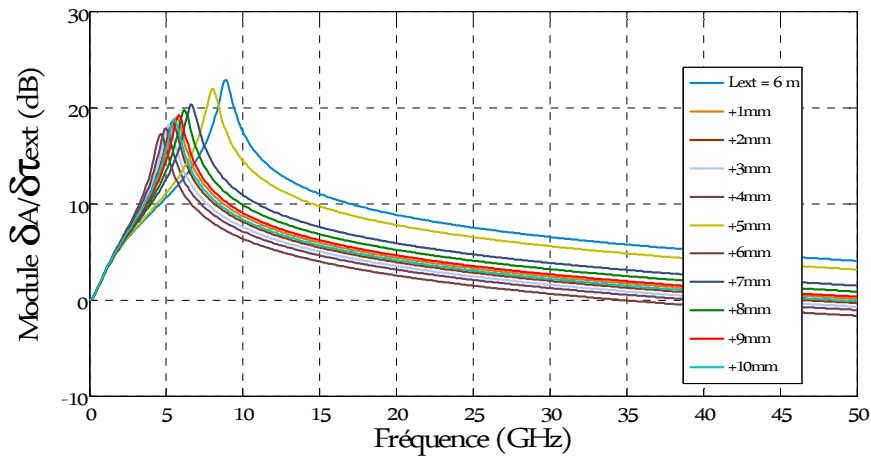


Figure 3.60 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 mm autour d'une cavité externe de 6 m, réflectivité de cible  $r=0,001$ .

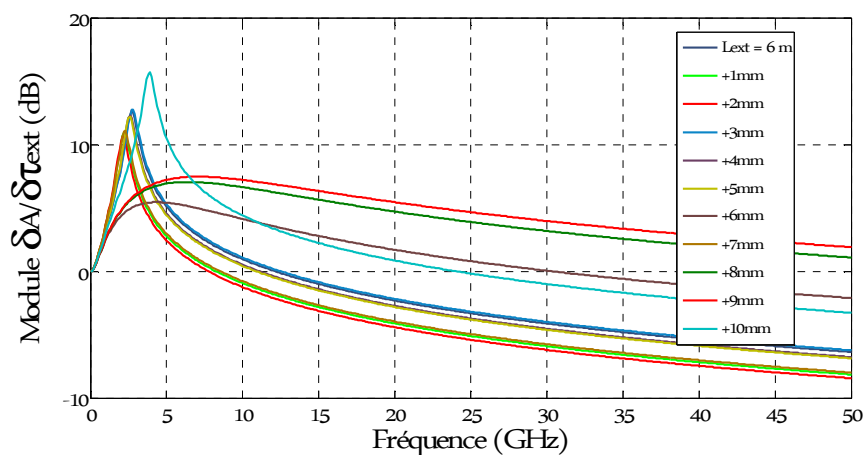


Figure 3.61 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en considérant des variations de 1 mm autour d'une cavité externe de 6 m, réflectivité de cible  $r=0,005$ .

L'objectif de cette partie est d'explorer les différentes réponses en modulation suivant différentes configurations expérimentales, et cela pour de faibles variations de la cavité externe. Ces études sont réalisées dans le but de vérifier que l'amplitude de la réponse soit suffisante pour la mesure de hautes vitesses pour chaque petite variation. Les fréquences qui nous intéressent sont situées entre 0 et 15 GHz correspondant aux modulations de fréquence pour les vitesses considérées en dynamique des matériaux et pour les longueurs d'onde de laser utilisé (autour de 1550 nm). Il y a également une grande probabilité de réaliser nos mesures avec de grandes cavités externes (utilisation de longues fibres optiques pour notre application). Comme nous l'avons observé sur l'ensemble des simulations numériques, il est préférable de rester dans des conditions de faible rétro-injection optique (donc de faible réflectivité de cible). En effet, le régime de forte rétro-injection est impossible à atteindre pour de grandes longueurs de cavité externe. C'est pourquoi il est préférable de réaliser nos mesures avec de faibles taux de rétro-injection en trouvant le bon compromis entre amplitude du signal et stabilité des oscillations laser.

### 3.3.6 Etude de la fréquence d'oscillation de relaxation

Il était intéressant de comparer nos résultats avec la fréquence d'oscillation de relaxation calculée pour un taux de rétro-injection  $K\tau_{ext} < 1$  proposé par Agrawal et Dutta en 1993 [Agr93] :

$$\omega_{OF} = \omega_R \sqrt{\frac{1 + (K_c - \alpha K_s)\tau_{ext}}{(1 + K_c\tau_{ext})^2 + (K_s\tau_{ext})^2}} \quad (3.56)$$

où  $\omega_R$  désigne les oscillations de relaxation du laser fonctionnant seul, sans rétro-injection optique. Nous l'avons introduite dans le chapitre 2 équation (2.15). Nous calculons ici les valeurs des fréquences d'oscillations de relaxation (3.56) en comparant les réponses en modulation pour le modèle *Théat31* présenté dans le §3.3.3. Nous rappelons que le maximum de la courbe correspond à la fréquence d'oscillation de relaxation (ou Relaxation Oscillation Frequency (ROF) en anglais). Les valeurs calculées avec (3.56) sont représentées par une croix, dont la couleur correspond à la courbe pour les mêmes configurations expérimentales.

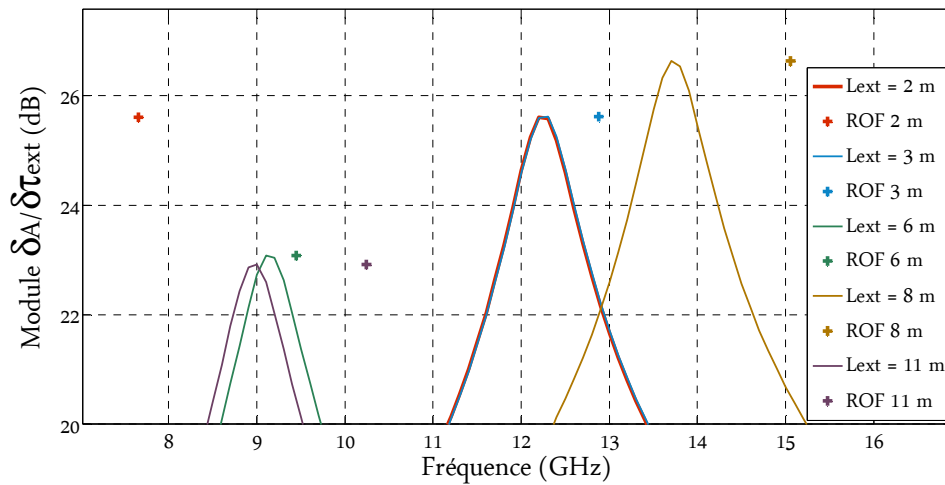


Figure 3.62 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en comparant les calculs d'oscillations de relaxation (3.56), pour une réflectivité de cible  $r=0,0001$ .

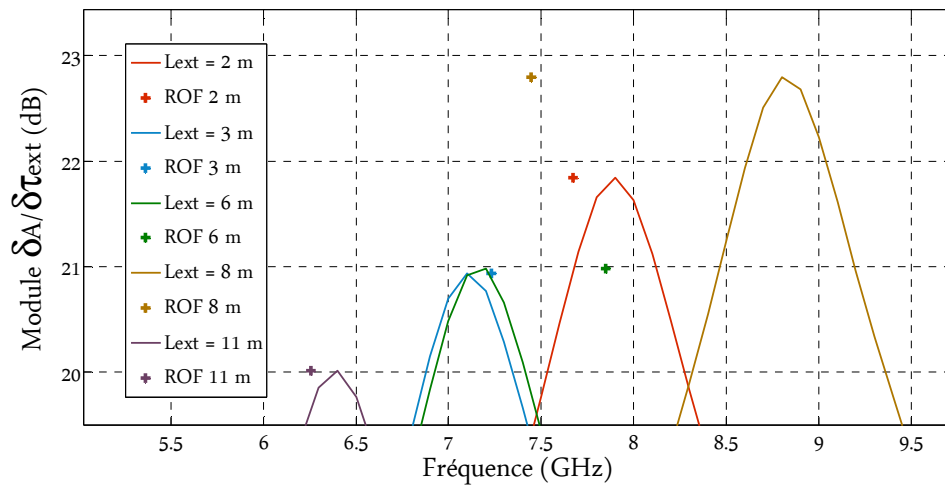


Figure 3.63 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en comparant les calculs d'oscillations de relaxation (3.56), pour une réflectivité de cible  $r=0,0005$ .

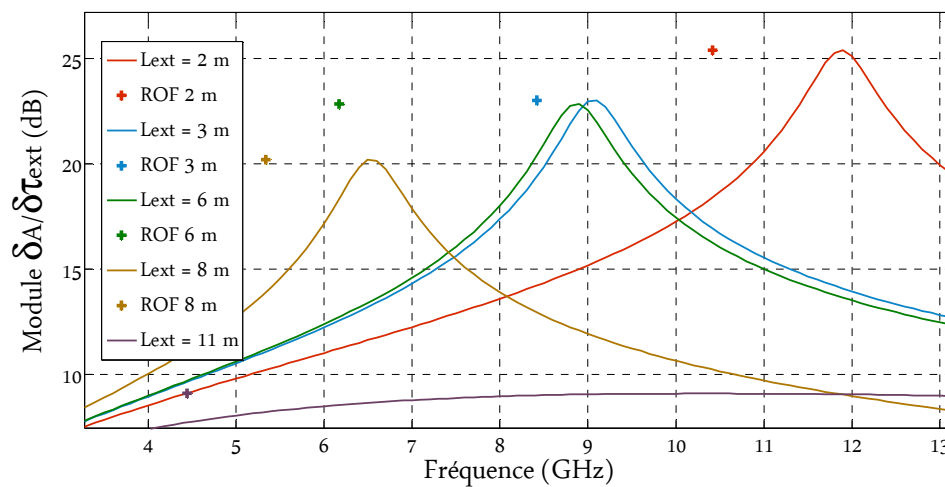


Figure 3.64 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en comparant les calculs d'oscillations de relaxation (3.56), pour une réflectivité de cible  $r=0,001$ .

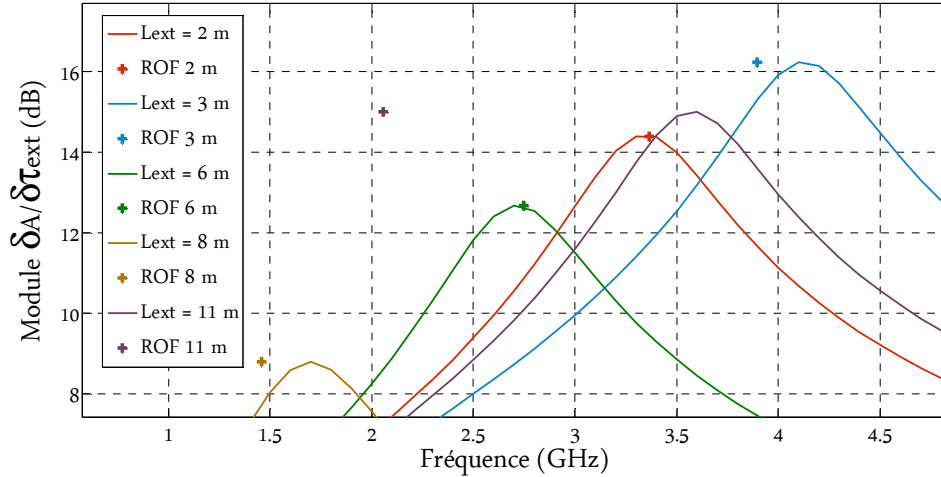


Figure 3.65 : Simulation numérique de réponse en modulation du laser (modèle Thétat31 et Vérif), en comparant les calculs d'oscillations de relaxation (3.56), pour une réflectivité de cible  $r=0,005$ .

Le taux de rétro-injection optique pour les Figures 3.64 et 3.65 est supérieur à 1 et donc ne correspondent plus aux approximations réalisées par Agrawal et Dutta [Agr93] pour le calcul de fréquence d'oscillation de relaxation. Nous avons cependant souhaité comparer les résultats pour des réflectivités  $r=0.001$  et  $r=0.005$  malgré le fait que  $K\tau_{ext}$  soit légèrement supérieur à 1.

On observe sur l'ensemble de ces figures que, de façon cyclique, les valeurs calculées et le maximum de la réponse en modulation obtenue avec le modèle, sont proches. Et donc à l'inverse, l'écart pour certaines valeurs calculées et simulées peut aller jusqu'à 7 GHz. Pour des réflectivités de cible  $r=0,0005$  et  $r=0,005$  (cf. Figures 3.63 et 3.65), les valeurs sont proches dans l'ensemble. L'écart observé entre le calcul et le modèle mathématique ne dépasse pas 1,5 GHz et est souvent inférieur à 400 MHz. Tandis que pour des réflectivités de cible  $r=0,0001$  et  $r=0,001$  (cf. Figures 3.62 et 3.64), les valeurs calculées et obtenues par le modèle divergent de façon plus prononcées. Cela confirme donc les éléments rapportés lors de la discussion au paragraphe §3.3.5, au sujet des limites du modèle mathématique. De plus, ces calculs de fréquence d'oscillation de relaxation sont utilisés en général pour les réponses en modulation pour de petites perturbations du courant d'injection. Comme nous l'avons dit au début, même si la cavité tend à se stabiliser, les processus ne sont pas fondamentalement les mêmes lorsque la modulation est créée à partir du courant d'injection ou à partir de la cavité externe.



### 3.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une grande partie des travaux réalisés pendant cette thèse, principalement des simulations numériques et des développements de modèles mathématiques nous permettant de déterminer si cette technique d'interférométrie par rétro-injection optique est adaptée à la mesure de hautes vitesses et dans quelles conditions. Cela dans le but, a posteriori, de développer une technique de mesure 2D compact. Nous rappelons que d'autres résultats de simulation numérique ainsi que quatre des autres modèles développés sont présentés dans les Annexes B et C.

Dans un premier temps, nous avons présenté les simulations numériques réalisées correspondant aux résolutions temporelles des équations de Lang & Kobayashi. Nous avons considéré soit des déplacements à vitesses constantes, soit des accélérations de la cible, et cela pour un ensemble de configurations expérimentales données, c'est-à-dire suivant plusieurs longueurs de cavité externe  $L_{ext}$  (entre le laser et la cible) et suivant plusieurs réflectivités de la cible  $r$ . Nous rappelons que ces paramètres impactent directement le taux de rétro-injection dans la cavité laser. Nous avons d'abord résolu la ou les solutions de la phase retour, car il peut y avoir plusieurs valeurs suivant le taux de rétro-injection optique (cf. §3.1.2). Nous avons ensuite présenté à titre d'exemple plusieurs types d'oscillations (chaotiques, quasi-périodiques ou stables) suivant différentes configurations de cavité externe, car l'aspect des oscillations lasers et donc des signaux peut varier de façon importante suivant le taux de rétro-injection optique. Nous avons donc d'abord repéré les cas où le laser présente des oscillations chaotiques pour des déplacements à vitesses constantes, suivant certaines configurations expérimentales et que l'on cherche à éviter. Ainsi, nous avons résumé les résultats dans le *Tableau 3.2*. Il faut noter que l'aspect des signaux, lors d'une simulation d'un déplacement à vitesse constante sous forme de sinus, est similaire à celui des déplacements à vitesses constantes tant que la distance parcourue n'est pas trop importante (autrement dit qu'on ne change pas de régime de rétro-injection optique). Il s'agit en effet dans les deux cas de modulations fréquentielles régulières. Par la suite, nous avons réalisé des simulations d'accélérations, afin de pouvoir modéliser différentes transitions de vitesse pour chaque configuration expérimentale. Nous avons ainsi été en mesure d'observer les transitions entre différents régimes d'oscillations laser, ce qui est plus difficile lorsque la vitesse de déplacement est constante (donc avec une modulation fréquentielle régulière). Nous avons pu vérifier qu'il était possible de réaliser des mesures de hautes vitesses et cela même pour des accélérations rapides jusqu'à  $10^{10}$  m.s<sup>-2</sup>, avec de grandes cavités externes supérieures à 10 m, et cela principalement lorsque le taux de rétro-injection est faible, soit pour une réflectivité de cible  $r < 0,0005$ . La réflectivité de la cible a un impact plus important que la longueur de la cavité externe. En effet, l'augmentation d'un facteur 5 ou 10 de la réflectivité de la cible impacte de façon plus importante les oscillations laser par rapport à une variation de plusieurs mètres de la cavité externe. Comme il

a déjà été évoqué, certains de ces résultats étaient attendus : des démonstrations mathématiques ont été réalisées en dynamique chaotique quant à l'impact de la modulation haute fréquence constante de la cavité externe. Cela permet en effet de stabiliser les états stationnaires des variables et donc de stabiliser les oscillations laser [Tag93, Gju13]. Cependant jusqu'à présent, aucune étude n'avait été réalisée sur l'impact d'une modulation haute fréquence variable de la cavité externe (supérieure à 1 GHz) sur les oscillations laser pour la mesure de hautes vitesses.

Dans un second temps nous avons développé de nouveaux modèles mathématiques de réponse en modulation du laser sous rétro-injection optique, suivant une faible perturbation de la cavité externe (donc de  $\tau_{ext}$ ), en conservant le courant d'injection du laser  $I_0$  constant. Ce modèle est complémentaire avec la première partie portant sur la résolution temporelle des équations de Lang et Kobayashi. Il nous permet en effet d'avoir une information sur l'amplitude de la réponse du laser suivant la fréquence de modulation de la cavité externe. Comme nous l'avons expliqué précédemment,  $\tau_{ext}$  est couplé à l'évolution de l'amplitude du champ retour et de la phase retour. Cela rend le développement de ce modèle plus compliqué. Nous avons testé de nombreuses approches et différents développements dont certains ont été détaillés dans ce chapitre 3 et en Annexe C. Le but étant de prendre en compte les variations de la phase initiale tout en réalisant un développement rigoureux. Nous avons ensuite analysé chaque courbe suivant les différentes configurations expérimentales et nous sommes arrivés aux mêmes conclusions : l'amplitude de la réponse en modulation semble suffisante entre 0 et 15 GHz, pour de faibles réflectivités de cible  $r \leq 0,0005$  où on est plus à même d'avoir des oscillations laser stables. Il est intéressant d'observer les petites variations de réponse en modulation de l'ordre du nm,  $\mu\text{m}$  et mm autour d'une longueur initiale donnée de la cavité externe. Nous avons pu observer une très forte sensibilité de la réponse en modulation suite à de faibles changements de la cavité externe, ce qui était également attendu. De nombreuses questions persistent sur les limites du modèle quant à la résolution de la phase. On remarque également que les valeurs théoriques de la fréquence d'oscillation de relaxation calculées ne sont pas toujours proches des résultats de simulations numériques. Nous retrouvons en effet des valeurs similaires seulement de façon cyclique, sûrement pour certaines valeurs de la phase et certains taux de rétro-injection. Dans certains cas, les valeurs théoriques calculées de la fréquence d'oscillation de relaxation et les fréquences d'oscillation observées sur les réponses en modulation peuvent diverger de plusieurs GHz, mais l'amplitude de la réponse reste suffisante pour pouvoir traiter l'information. C'est ici un point essentiel : déterminer l'amplitude minimale de réponse que l'on peut considérer pour pouvoir traiter l'information. En effet, si le bruit de mesure sur les signaux bruts (lié au système électronique et éventuellement aux réflexions parasites et/ou aux vibrations) est trop important, il deviendra difficile de récupérer l'information voulue dans certains cas. C'est donc un point qu'il reste à étudier.

En résumé, le laser est beaucoup plus stable pour de faibles rétro-injections  $r \leq 0,0001$  et ce quelque soit la configuration expérimentale. Lorsque la réflectivité de la cible est plus importante  $r > 0,0001$ , l'amplitude du signal augmente également, ce qui est intéressant dans le cas où le bruit de mesure serait important. Cependant, au vu du caractère non-linéaire de la rétro-injection, le laser peut présenter des oscillations chaotiques lorsque le taux de rétro-injection est plus important et donc induire des perturbations plus importantes sur la puissance d'émission optique du laser. Il faut donc trouver un compromis entre amplitude du signal et stabilité des oscillations. Le bruit de mesure va notamment dépendre du moyen de récupération des signaux (photodiode ou directement aux bornes de la jonction du laser), de la qualité de la fibre optique et de la tête optique. Expérimentalement, il sera possible de diminuer le taux de rétro-injection optique si besoin, par le biais d'un atténuateur placé dans le sens retour vers le laser, donc avant la rétro-injection dans la cavité.

L'ensemble des conclusions apportées par ces travaux, ainsi que les nombreuses questions qui restent encore à résoudre sont résumées dans la dernière partie *Conclusion et perspectives*.

## BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE 3

---

- [Agr93] G. P. Agrawal, N. K. Dutta, *Semiconductor lasers*, 2nd edn. Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [Dah07] T. Dahms, P. Hövel, and E. Schöll, Control of unstable steady states by extended time-delayed feedback, *Phys. Rev. E*, vol. 76, 056201 (10 pp.), 2007.
- [Ern09] T. Erneux, *Applied Delay Differential Equations, Surveys and Tutorials in the Applied Mathematical Sciences*, Springer-Verlag New York, 2009.
- [Fav87] F. Favre, Theoretical analysis of external optical feedback on DFB semiconductor lasers. *IEEE J Quantum Electron* 23:81–88, 1987.
- [Fis96] I. Fischer, G. H. M. van Tartwijk, A. M. Levine, W. Elsässer, E. Göbel, and D. Lenstra, Fast Pulsing and Chaotic Itinerancy with a Drift in the Coherence Collapse of Semiconductor Lasers, *Physical Review Letters*, Vol. 76, 1996.
- [Gju13] A. Gjurchinovski, T. Jüngling, V. Urumov, and E. Schöll, Delayed feedback control of unstable steady stated with high frequency modulation of the delay, *Phys. Rev. E*, vol. 88, 032912 (14 pp.), 2013.
- [Gri13] F. Grillot, C. Wang, N. A. Naderi, and J. Even, “Modulation properties of self-injected quantum-dot semiconductor diode lasers,” *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 19, no. 4, 1900812, Jul/Aug. 2013.
- [Hef05] J. M. Heffernan and R. M. Corless, *Solving some delay differential equations with computer algebra*, Applied Probability Trust, 2005.
- [Hem90] E. Hemery, L. Chusseau, and J. Lourtioz, “Dynamic behaviors of semiconductor lasers under strong sinusoidal current modulation: modeling and experiments at 1.3 $\mu\text{m}$ ,” *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 633–641, 1990.
- [Hom96] M. Homar, C. R. Mirasso, I. Esquivias, and M. San Miguel, “Modulation response of quantum well lasers with carrier transport effects under weak optical feedback,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 7, pp. 861–863, Jul. 1996.
- [Huy98] G. Huyet, S. Balle, M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli and J. R. Tredicce, Low frequency fluctuations and multimode operation of a semiconductor laser with optical feedback, *Optics Communications*, Vol. 149, pp. 341-347, 1998.
- [Jon01] R. J. Jones, P. S. Spencer, J. Lawrence, and D. M. Kane, Influence of external cavity length on the coherence collapse regime in laser diodes subject to optical feedback, *IEEE Proc. Optoelectron.*, vol. 148, no. 1, pp. 7–12, 2001.
- [Koe94] M. H. Koelink, F. F. M. de Mul, A. L. Weijers, J. Greve, R. Graaff, A. C. M. Dassel and J. G. Aarnoudse, Fiber-coupled self-mixing diode laser Doppler velocimeter : technical aspects and flow velocity profile disturbances in water and blood flows, *Applied Optics*, Vol. 33, 1994.
- [Lar08] M. Laroche, C. Bartolacci, G. Lesueur, H. Gilles and S. Girard, Serrodyne optical frequency shifting for heterodyne self-mixing in a distributed-feedback fiber laser, *Optics Letters*, Vol. 33, 2008.
- [Len85] D. Lenstra, B. H. Verbeek, and A. J. den Boef, “Coherence collapse in single mode semiconductor lasers due to optical feedback,” *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-21, no. 6, pp. 674–679, Jun. 1985.
- [Len13] D. Lenstra, Relaxation oscillation dynamics in semiconductor diode lasers with optical feedback, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 25, 2013.
- [Lud08] K. Ludge, M. J. P. Bormann, E. Malic, P. Hovel, M. Kuntz, D. Bimberg, A. Knorr, and E. Scholl, “Turn-on dynamics and modulation response in semiconductor quantum dot lasers,” *Phys. Rev. B*, vol. 78, 035316 (11 pp.), 2008.
- [Mor88] J. Mørk, B. Tromborg and P. L. Christiansen, Bistability and low frequency fluctuations in semiconductor lasers with optical feedback: a theoretical analysis, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 24, pp. 123-133, 1988.

- [Mur97] A. Murakami, J. Ohtsubo, Y. Liu, Stability analysis of semiconductor laser with phase-conjugate feedback, *IEEE J. Quantum Electron.* 33:1825–1831, 1997.
- [Oht13] J. Ohtsubo, *Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos*, 3rd ed. Springer Series in Optical Sciences, 2013.
- [Pet88] K. Petermann, *Laser Diode Modulation and Noise*, Norwell, MA: Kluwer Academic, 1988.
- [Rad07] M. Radziunas, A. Glitzky, U. Bandelow, M. Wolfrum, U. Troppenz, J. Kreissl, and W. Rehbein, “Improving the modulation bandwidth in semiconductor lasers by passive feedback,” *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 13, no. 1, pp. 136–142, Jan./Feb. 2007.
- [Sac89] J. Sacher, W. Elsässer, and E. O. Göbel, Intermittency in the coherence collapse of a semiconductor laser with external feedback, *Physical Review Letters*, Vol. 63, 1989.
- [Sac92] J. Sacher, D. Baums, P. Panknin, W. Elsässer, and E. O. Göbel, Intensity instabilities of semiconductor lasers under current modulation, external light injection, and delayed feedback, *Physical Review A*, Vol. 45, 1992.
- [Sha01] L.F. Shampine and S. Thompson, Solving DDEs in Matlab, *Appl. Numer. Math.*, 37 (2001) 441-458.
- [Sha02] L.F. Shampine, S. Thompson and J. Kierzenka, Solving Delay Differential Equations with dde23, 2002.
- [Tag93] A. A. Tager and B. B. Elenkrig, “Stability regimes and high-frequency modulation of laser diodes with short external cavity,” *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, no. 12, pp. 2886–2890, Dec. 1993.
- [Tak99] Y. Takiguchi, Y. Liu and J. Ohtsubo, Low-frequency fluctuation and frequency-locking in semiconductor lasers with long external cavity feedback, *optical review*, Vol. 6, pp. 399-401, 1999.
- [Tey12] R. Teysseyre, F. Bony, J. Perchoux, and T. Bosch, “Laser dynamics in sawtooth-like self-mixing signals,” *Opt. Lett.* 37, 3771–3773, 2012.
- [Tob08] A. Többens, and U. Parlitz, “Dynamics of semiconductor lasers with external multicavities,” *Phys. Rev. E*, vol. 78, 016210 (7 pp.), 2008.
- [Uch12] A. Uchida, *Optical communication with chaotic lasers*. Weinheim, Germany: Wiley, 2012.
- [Yan06] S. Yanchuk, M. Wolfrum, P. Hövel, and E. Schöll, Control of unstable steady states by long delay feedback, *Phys. Rev. E*, vol. 74, 026201 (7 pp.), 2006.

## CONCLUSION & PERSPECTIVES

---

L'objectif de la thèse était d'étudier la faisabilité d'un nouveau système adapté à la mesure de hautes vitesses en dynamique des matériaux. Nous avons tout d'abord réalisé une étude bibliographique des techniques couramment utilisées en vélocimétrie et insisté également sur les techniques permettant de réaliser une mesure du profil de vitesse 2D, mesure encore difficile à réaliser avec les techniques connues. Parmi les techniques étudiées, la technique IRO semble être la plus compacte, la plus facile à mettre en œuvre et ayant le coût le plus faible. De plus, cette technique est attrayante pour le développement de l'information sur la mesure du profil de vitesse 2D grâce à l'utilisation d'un hologramme spatial dynamique en cavité laser.

Ainsi, nous avons exploré une nouvelle voie de recherche en étudiant la technique d'interférométrie par rétro-injection optique (technique IRO) à partir d'une diode laser de type DFB pour la mesure de hautes vitesses en dynamique des matériaux. Nous avons réalisé un ensemble de simulations numériques et testé un certain nombre de configurations expérimentales : plusieurs longueurs de cavité externe (entre 1 et 15 m) et plusieurs réflectivités de cible (entre  $r=0,0001$  et  $r=0,005$ ). Ces simulations numériques nous ont permis de cibler les conditions adaptées à la mesure de hautes vitesses principalement, mais également de nous assurer qu'il est possible de mesurer un large panel de vitesses correspondant à l'accélération de la cible au moment du choc. L'ensemble de nos études semble confirmer que la modulation haute fréquence de la cavité externe stabilise les oscillations lasers, et cela même à de forts taux de rétro-injection. Nos études temporelles et fréquentielles des équations de Lang et Kobayashi présentent des aspects intéressants du point de vue des transitions de vitesses et donc de transitions de fréquences de modulation. Les modèles développés pour déterminer la réponse en modulation du laser pour une faible perturbation de la cavité externe sont valides uniquement dans certains cas (dépendant de la valeur de la phase retour). Il serait donc intéressant de poursuivre cette étude pour pouvoir améliorer ce modèle et ainsi comparer de façon plus précise les réponses en modulation en considérant une faible perturbation du courant d'injection d'une part puis de la cavité externe d'autre part. La sensibilité du laser à une infime modification des conditions de rétro-injection est bien démontré non seulement au travers des simulations d'accélération mais aussi au travers du modèle de réponse en modulation. Nous avons vu que pour certaines valeurs de rétro-injection et pour certaines valeurs de phases, la fréquence d'oscillation de relaxation calculée théoriquement pour de faibles taux de rétro-injection sont très proches des valeurs obtenues au travers du modèle mathématique *Thétat31* développé. On a également observé que dans certaines conditions, la réponse en modulation ne présentait plus de pic correspondant à la fréquence d'oscillation de relaxation. Cela est soit lié aux limites du modèle, soit cette configuration

spécifique correspond à un fonctionnement particulier du laser qui pour certaines valeurs de phases permettent de supprimer les limitations des fréquences d'oscillations de relaxation. A l'heure actuelle, les informations connues ne permettent pas de conclure de façon précise sur cette question. Une autre approche a également été abordée : il s'agit de réaliser une Transformée de Fourier sur les simulations numériques de résolution temporelle des équations de Lang et Kobayashi en considérant un petit déplacement de la cible sous forme de sinus autour d'une valeur initiale de cavité externe. Ainsi, il serait possible de retrouver une réponse en modulation en considérant une faible amplitude du sinus et en considérant le module de la réponse. Cependant cette méthode est fastidieuse, car le solveur permettant de réaliser cette simulation numérique (résolution temporelle des équations différentielles non linéaires) utilise un pas variable qui change à chaque simulation. Il faut donc réaliser une interpolation au préalable et sélectionner une portion du signal défini, sans reprendre les valeurs relatives des variations de l'amplitude du champ. Ce travail n'a pas pu être achevé par manque de temps.

Comme nous l'avons évoqué, de premiers tests expérimentaux ont été réalisés, cependant le développement d'une carte électronique transimpédance faible bruit à haute bande passante et de petite taille demeure complexe. Il faudra donc réaliser des tests à hautes vitesses en se plaçant directement au niveau de la jonction du laser. Il faudra également réaliser des expériences permettant de déterminer l'intensité lumineuse rétro-injectée dans la cavité suivant plusieurs types de cible (donc plusieurs réflectivités de cible) et suivant plusieurs longueurs de cavité externe avec fibre optique. Ainsi en utilisant éventuellement un atténuateur, nous pourrions nous assurer que la puissance d'émission optique du laser ne sera que faiblement perturbée, et que nous resterons dans des régimes de fonctionnement où les oscillations laser seront stables. Enfin, il serait intéressant de poursuivre l'étude sur la polarisation retour du faisceau. En effet, comme nous l'avons évoqué, la polarisation change régulièrement entre le laser, la réflexion sur la cible et les réflexions à chaque extrémité de fibre. Cette étude expérimentale n'a pas pu être achevée pendant ma thèse, faute de temps. L'ensemble des expériences effectuées au laboratoire du LAAS ne permettaient pas de conclure de façon définitive quant à l'impact du polariseur sur le dispositif expérimental. Il serait intéressant de réaliser de nouvelles expériences avec des fibres à maintien de polarisation ou des contrôleurs de polarisation fibrés. Les études expérimentales peuvent être également poursuivies sur les têtes optiques les plus adaptées et sur l'utilisation éventuelle de bout de fibre clivée permettant de limiter les réflexions parasites.

Les diodes lasers qui ont été testées dans cette thèse sont des DFB, car le modèle de Lang et Kobayashi est bien adapté à ce type de diode monomode. De plus, elles sont reconnues pour leur stabilité, leur faible coût et leur facilité d'utilisation à température ambiante. Il serait très intéressant de réaliser cette même étude avec des lasers à puits quantiques ou cascades quantiques. Même si jusqu'à présent ces lasers devaient être maintenus à faible température par

refroidissement, ils ont connu une forte amélioration ces dernières années et certains lasers peuvent désormais fonctionner à température ambiante. De plus, des lasers multimode peuvent s'avérer intéressant pour la mesure du profil de vitesse 2D. Il faudrait pour cela adapter le modèle de réponse en modulation suivant une petite perturbation de la cavité externe pour une configuration multimode.



## A.1 Effet Doppler

La vélocimétrie laser Doppler est basée sur le décalage en fréquence de la lumière diffusée par toute particule en mouvement, après avoir été éclairée par un faisceau de lumière monochromatique et cohérente. Ce décalage de fréquence, induit par l'effet Doppler, est proportionnel à la vitesse de la particule (ou au point de la surface visée). Pour les ondes électromagnétiques, l'effet est généralement appelé Doppler-Fizeau car le physicien français Hippolyte Fizeau a découvert que ce décalage en fréquence était également appliqué à la lumière (pas uniquement aux ondes sonores). Il faut noter que la vitesse que l'on mesure dépend de la direction de réception lorsque la lumière est réfléchi. Ce décalage étant très faible, il n'est pas mesurable directement. On utilise pour cela des battements de deux fréquences. Une photodiode, capteur sensible à l'intensité lumineuse (donc à l'amplitude de l'onde lumineuse) reçoit à la fois la lumière émise par le laser (ayant une fréquence initiale) et celle de l'onde réfléchi par une particule diffusante ou une cible en mouvement (avec une fréquence décalée par effet Doppler). L'intensité de la lumière reçue par le photodétecteur, varie avec une fréquence égale à la différence des fréquences des deux ondes lumineuses reçues et par conséquent proportionnelle à la vitesse. Après une conversion courant-tension et une amplification, le signal est ensuite observé sur un oscilloscope.

La relation entre vitesse et fréquence du signal peut être simplement établie en considérant les phénomènes d'interférences. L'intersection de deux faisceaux provenant de la même source de lumière cohérente et monochromatique, crée un réseau de franges d'interférence. Toute particule traversant les franges n'est que périodiquement éclairée, elle va donc diffuser ou réfléchir la lumière de façon périodique et comme il a été mentionné, la fréquence de diffusion est directement proportionnelle à la vitesse de la particule. Considérons une source laser émettant une onde lumineuse monochromatique de fréquence  $\nu_0$  ou quasi-monochromatique de largeur spectrale  $\delta\nu$  petite devant sa fréquence centrale  $\nu_0$ . La plupart des sources laser à émission continue peuvent être considérée comme des sources quasi-monochromatiques. On suppose que l'onde lumineuse est focalisée en un point défini d'une surface diffusante. Ce point a une vitesse  $v$  dans le référentiel où la source laser est au repos. La direction d'incidence de l'onde sur la cible est donnée par le vecteur d'onde  $k_i$ . On considère la lumière diffusée dans une direction particulière : la direction d'observation, caractérisée par le vecteur d'onde  $k_r$ . L'onde lumineuse diffusée ou réfléchi par la cible en mouvement subit un décalage en fréquence instantané  $\delta\nu_D(\mathbf{t})$  appelé décalage Doppler égal à  $\delta\nu_D(\mathbf{t}) = \frac{v(\mathbf{t})(k_r - k_i)}{\lambda}$ , où  $\lambda$  désigne la longueur d'onde du laser. La fréquence instantanée de l'onde réfléchi  $\nu(\mathbf{t}) = \nu_0 + \delta\nu_D(\mathbf{t})$  est modulée en fréquence par le mouvement de la cible. On peut ainsi

mesurer l'amplitude de l'onde lumineuse réfléchi par la cible et déterminer la modulation de la phase et donc le déplacement de la cible. Cette modulation de phase est mesurable au moyen d'un interféromètre à deux ondes où l'une, appelée "onde de référence", a une fréquence (ou une phase) constante tandis que l'autre onde, subit une modulation de fréquence (ou de phase) après réflexion sur la cible mobile. En résumé, la notion de modulation de phase est souvent associée à un déplacement et la modulation de fréquence à une vitesse. Ainsi, connaissant la longueur d'onde du laser et sa fréquence d'émission initiale  $\nu_0$ , il est possible de remonter à la vitesse suivant l'étude de l'évolution fréquentielle du signal réfléchi ou de son déphasage.

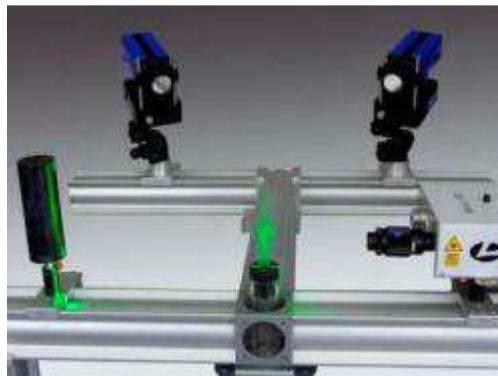
## A.2 Technique PIV (compléments d'informations)

On rappelle que le capteur CCD (ou CMOS) dans le montage PIV est synchronisé avec chaque impulsion du laser pour être exposé uniquement à la lumière le temps de l'impulsion et permet ainsi l'acquisition des images. Les champs des vecteurs de l'écoulement sont déterminés grâce à des algorithmes d'inter-corrélation à partir des images enregistrées. Chaque image numérisée par la caméra est d'abord divisée en petites régions rectangulaires que l'on nomme fenêtres d'interrogation et à l'intérieur desquelles un vecteur est calculé. La taille de ces fenêtres (en pixels) est fixée par l'utilisateur et détermine le nombre total de vecteurs qui seront calculés pour un couple d'images. La résolution spatiale dépend donc de la dimension de la maille, et la définition de la vitesse, repose sur un intervalle de temps adapté pour obtenir une description suffisante des phénomènes observés. Afin de ne pas perdre d'informations entre chaque fenêtre d'interrogation et de réduire le bruit cyclique généré lors du calcul des transformées de Fourier, il est préférable d'imposer un recouvrement entre deux fenêtres adjacentes. Ainsi, les informations qui ne sont pas récupérées dans une fenêtre d'interrogation seront retrouvées dans une fenêtre différente chevauchant en partie la première. Cette perte d'information peut se produire lorsque les particules se trouvent aux extrémités (coins) des fenêtres d'interrogation. C'est pour cela qu'on utilise un chevauchement de fenêtres pour avoir de meilleures chances de récupérer ces informations. Cette procédure n'améliore la résolution spatiale (le nombre de pixels étant le même) mais permet d'obtenir plus de vecteurs sur une même image. Cela revient en fait à ajouter des vecteurs qui seraient obtenus par interpolation et qui sont d'un grand intérêt lors des calculs post-traitement. Il faut cependant noter que ces nouveaux vecteurs ont une signification physique réelle, ce qui est différent de l'interpolation classique. Les particules dont la vitesse fait un angle important avec le plan laser ne sont donc pas prises en compte, ce qui entraîne une erreur sur la vitesse moyenne. Cette erreur diminue lorsque l'on épaissit la tranche, l'inconvénient étant alors la diminution de l'énergie arrivant sur les particules. De nombreux facteurs sont potentiellement sources d'erreurs en PIV. L'objectif final est d'obtenir une cartographie instantanée du champ de

la projection du vecteur vitesse dans le plan d'éclairage. Les déplacements mesurés sont, par conséquent, 2D.

La PIV étant une technique de mesure instantanée, toutes les informations sont échantillonnées au même instant. Il est par conséquent probable que certaines régions n'aient aucune signification physique. Pour remédier à ce problème, il existe des méthodes mathématiques qui permettent de valider ou non les champs de vecteurs (par exemple, agir sur la hauteur et la largeur du pic de corrélation ou encore sur le module de la vitesse en délimitant les vitesses mini et maxi). Enfin, il est nécessaire de calculer un champ de vitesse moyen à partir de l'ensemble des champs instantanés de vecteurs calculés sur chaque couple d'images ainsi que leurs propriétés statistiques (moyenne, variance, écart-type, coefficient de corrélation, ...).

On parle généralement de mesures 2C2D : deux composantes (2C) de la vitesse dans un plan de l'écoulement (2D) pour les systèmes de PIV classique. Celle-ci ne permet pas de déterminer la troisième composante de la vitesse qui peut, dans certains cas, entraîner une erreur relativement importante sur la mesure des deux composantes de la vitesse dans le plan. Les écoulements étant majoritairement tridimensionnels, la PIV a connu de nombreux développements permettant de réaliser des mesures des trois composantes de la vitesse dans un plan ou encore des trois composantes de la vitesse dans un volume. La PIV par stéréoscopie est une technique plus récente permettant d'obtenir les trois composantes de la vitesse dans un plan de l'écoulement (3C2D).



*Figure 1.A : PIV stéréoscopique LaVision (3C2D)*

La PIV multi-plan permet quant à elle d'obtenir deux composantes dans un volume d'écoulement étudié (2C3D). Le principe consiste à réaliser simultanément deux clichés de PIV en observant l'écoulement sous deux incidences différentes (deux caméras CCD) [Dou11]. Par conséquent, la PIV stéréoscopique, requiert, en plus des outils de la PIV classique, l'utilisation des outils de traitement d'image afin de redresser les déformations des images liées à la perspective des prises de vue.

Les mesures par holographie PIV et par tomographie PIV permettent quant à elles de déterminer les trois composantes de la vitesse dans le volume d'écoulement étudié (3C3D) en utilisant des systèmes de corrélations volumiques :

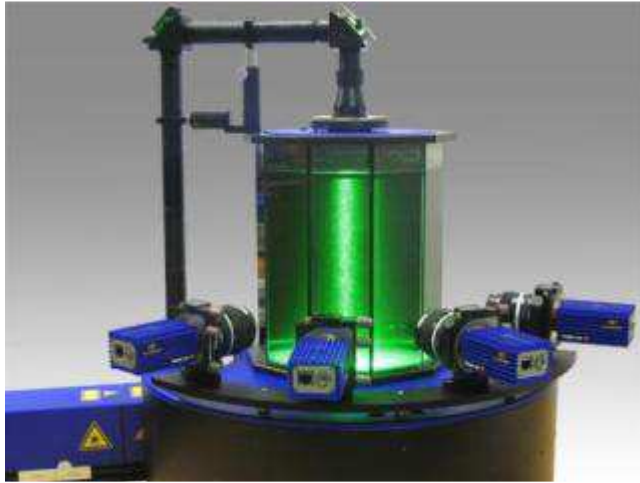


Figure 2.A : PIV tomographique LaVision (3C3D)

Enfin, la TR-PIV (Time-Resolved PIV) est une technique attrayante permettant de donner des mesures de vitesse à plus hautes résolutions spatiale et temporelle que les autres techniques PIV et cela en utilisant des lasers avec une fréquence élevée de répétition des impulsions et des caméras à haute vitesse d'acquisition d'images. Cependant cette technique n'est pas suffisamment rapide pour nos besoins en dynamique des matériaux et l'ensemble des composants doit être placé à proximité de l'objet étudié. Les systèmes commerciaux les plus connus pour les systèmes PIV sont LaVision, Dantec dynamics, TSI et PIV Tec.

### A.3 Interférométrie Holographique (compléments d'informations)

L'holographie en ligne de microparticules a été l'une des premières applications métrologiques de l'holographie optique, car les microparticules créent des hologrammes interprétables à l'œil nu. Ce montage est également adapté à l'analyse de microparticules réparties dans un volume car il ne génère pas trop de hautes fréquences spatiales qui seraient mal échantillonnées par les capteurs numériques. Cette technique présente l'avantage d'être peu sensible aux vibrations car l'onde de référence et l'onde objet sont identiques. L'éclairage du capteur étant direct, l'énergie nécessaire à l'enregistrement d'un hologramme est faible ce qui permet des durées d'acquisition courtes et par conséquent l'analyse de phénomènes rapides. Pour ce montage il suffit d'une diode laser, de lentilles, et d'une caméra numérique. L'étape d'enregistrement consiste à éclairer l'écoulementensemencé à l'aide d'un faisceau laser élargi et filtré [Sch07]. Le capteur numérique est positionné perpendiculairement au faisceau et enregistre les interférences entre la lumière diffractée par les particules (onde objet) et le faisceau divergent (onde de référence). Ces figures d'interférences sont des anneaux concentriques. L'information de positionnement des particules est enregistrée dans la modulation fréquentielle de ces anneaux, alors que l'information de taille est enregistrée dans la fonction de contraste de ces anneaux.

L'utilisation d'une caméra numérique permet de régler en direct la puissance du faisceau de référence et d'enregistrer des hologrammes successifs. Ceci permet de suivre l'évolution d'un nuage de particules. Le champ peut être transversalement ajusté par l'ajout d'un objectif devant le capteur ou par ajustement de la divergence de l'onde. Dans ce cas, une étape de calibrage doit être réalisée. Le matériel à utiliser est identique à celui de la PIV présenté précédemment, on remarque assez facilement que la configuration de mesure est similaire. Cependant certaines caractéristiques doivent être particulièrement prises en considération si l'on veut obtenir la meilleure précision possible. Les figures de diffraction étant non localisées, la caméra doit avoir la plus grande définition possible pour pouvoir enregistrer un maximum d'informations. Actuellement on trouve sur le marché de la photographie des caméras à 7000x7000 pixels. Cependant les fréquences d'acquisition de ces caméras sont faibles. Il faut donc trouver un bon compromis entre la définition du capteur et la cadence des acquisitions. Toujours dans le but d'enregistrer un maximum d'information, la dynamique de la caméra doit également être la plus grande possible. La taille du pixel n'est pas un paramètre fondamental mais elle influera sur la précision.

Contrairement à la PIV, ce n'est pas la puissance du laser qui importe en holographie mais plutôt sa cohérence. Un laser de quelques centaines de mW est suffisant. L'éclairement du capteur étant direct, il est indispensable d'ajouter des filtres de densité ou des polariseurs dans le montage pour ajuster la puissance du faisceau laser si celle-ci n'est pas réglable. Un laser pulsé peut être utilisé pour réduire la durée d'exposition. La restitution d'un hologramme en ligne enregistré sur plaque photographique se fait par ré-éclairage de celui-ci par un faisceau identique à celui de l'enregistrement. Les figures d'interférences, sur l'hologramme, se comportent comme des lentilles de Fresnel focalisant le faisceau en différents points correspondant aux positions des particules. En holographie numérique cette étape est faite par simulation numérique de la diffraction de l'hologramme éclairé par une onde plane. Le calcul de l'intensité restituée en différents plans de l'espace permet de visualiser l'image du nuage de particules holographiées. La reconstruction consiste à analyser les différents plans restitués. La position de chaque objet est estimée et le nuage de particules peut être reconstruit. Différents algorithmes ont été proposés ces dernières années pour extraire au mieux les positions et les diamètres des particules dans l'espace. L'information de positionnement en  $z$  étant enregistrée dans la modulation des anneaux d'interférence, elle est intrinsèquement moins précise que l'information de positionnement transversal (en  $x$  ou  $y$ ). En effet, une quantité importante d'informations est contenue dans l'hologramme : forme, taille, orientation et position 3D des objets éclairés. L'extraction de ces informations directement dans l'hologramme sans passer par les étapes de restitution puis de reconstruction est possible et réduit les artefacts de reconstruction et permet d'extraire l'information tridimensionnelle de l'hologramme de manière optimale [Fou07]. Les différentes méthodes d'interférométrie holographique connues sont l'interférométrie par double

exposition, l'interférométrie holographique numérique en temps réel ou temps moyenné, l'interférométrie à double faisceau de référence et la vibrométrie holographique numérique [Smi01, Kre04, Dem05, Lev05, Pic05, Asu06, Pic07].

## A.5 Bibliographie Annexe A

- [Asu06] A. Asundi, V. R. Singh V.R., Time-Averaged In-Line Digital Holographic Interferometry for Vibration Analysis, *Applied Optics*, Vol. 45, pp. 2391-2395, 2006
- [Dem05] N. Demoli and I. Demoli, Dynamic Modal Characterization of Musical Instruments Using Digital Holography, *Optics Express*, Vol. 13, pp. 4812-4817, 2005.
- [Dou11] C. L. Douay, T. M. Faure and F. Lusseyran, Caractérisation multi-plan d'un écoulement de cavité tridimensionnel par PIV stéréoscopique, 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, 2011.
- [Fou07] F. Soulez, L. Denis, E. Thiébaud, C. Fournier, et C. Goepfert, Inverse problem approach in particle digital holography: out-of-field particle detection made possible, *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 24, no. 12, p. 3708–3716, 2007.
- [Kre04] T. Kreis, *Handbook of holographic interferometry : optical and digital methods*, Willey-VCH, 2004.
- [Lev05] J. Leval, P. Picart, J. P. Boileau, J. C. Pascal, Full Field Vibrometry With Digital Fresnel Holography, *Applied Optics*, Vol. 44, pp. 5763-5771, 2005.
- [Ped02] G. Pedrini, S. Schedin, H. J. Tiziani, Pulsed Digital Holography Combined with Laser Vibrometry for 3D Measurements of Vibrating Objects (p.pp 117-129), *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 38, 2002.
- [Pic05] P. Picart, J. Leval, D. Mounier, S. Gougeon, Some Opportunities for Vibration Analysis with Time-Averaging in Digital Fresnel Holography (p.pp 337-343), *Applied Optics*, vol. 44 n°3, 2005.
- [Pic07] P. Picart, *Holographie : Applications à la mesure sans contact et aux CND optiques, optique ingénieur - Interférences et Diffraction*, ENSIM - Université du Maine, 2007.
- [Sch07] J.-P. Schon, T. Fournel et C. Fournier, Mesures de caractéristiques d'écoulement par imagerie numérique, *Techniques de l'ingénieur, Mesures-Analyses Mesures physiques*, R2162, 2007.
- [Smi01] P. Smigielski, *Holographie optique interférométrie holographique, Référence R6330, Techniques de l'ingénieur - métrologie optique et photonique*, 2001.

## ANNEXE B

Résultats de simulations numériques pour des accélérations constantes

Nous présentons ici d'autres exemples que ceux présentés dans le chapitre 3 §3.2.4 pour des longueurs de cavité externe de 2, 6 et 15 m, le comportement des oscillations étant plutôt similaire suivant l'accélération testée.

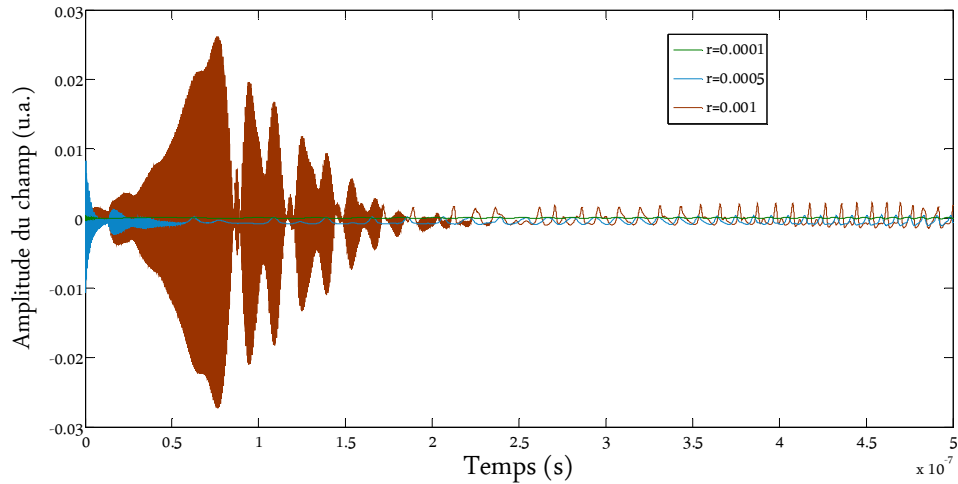


Figure 1.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une accélération constante de  $10^8$  m/s<sup>2</sup>.

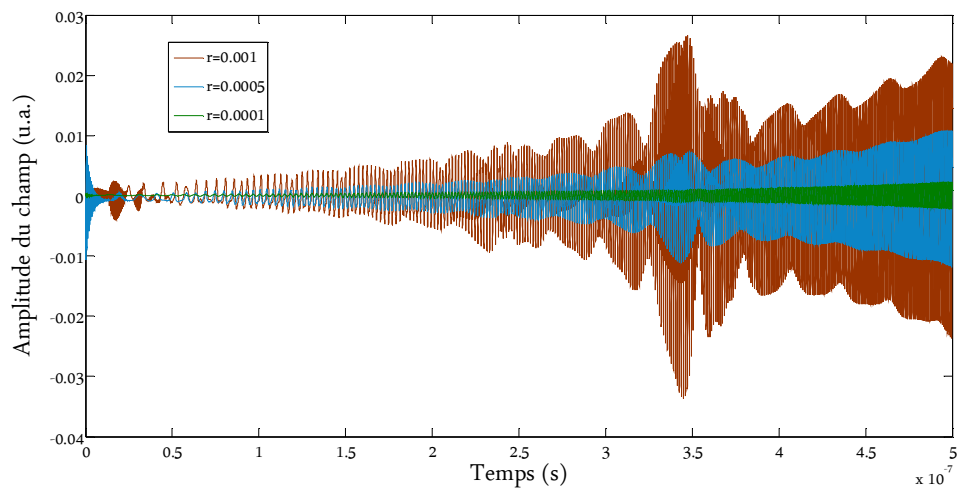


Figure 2.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une accélération constante de  $10^9$  m/s<sup>2</sup>.

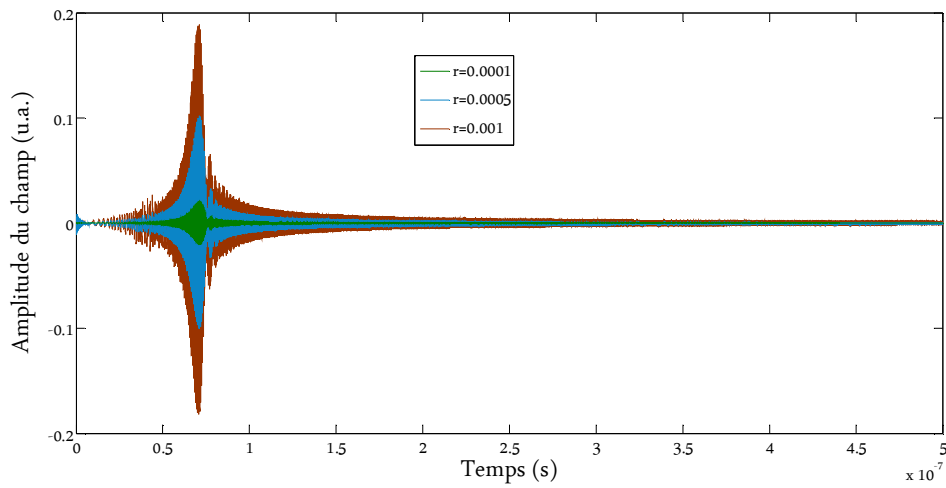


Figure 3.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une accélération constante de  $10^{10}$  m/s<sup>2</sup>.

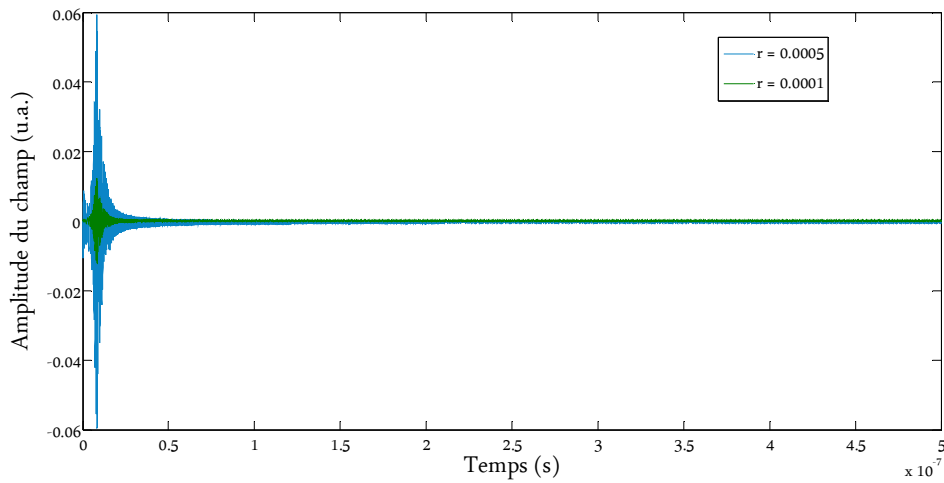


Figure 4.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 2 m et une accélération constante de  $10^{11}$  m/s<sup>2</sup>.

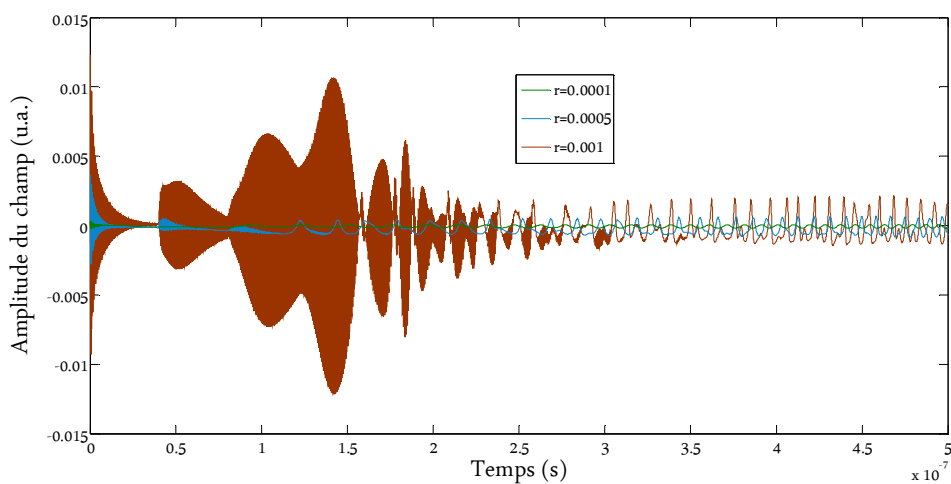


Figure 5.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 6 m et une accélération constante de  $10^8$  m/s<sup>2</sup>.



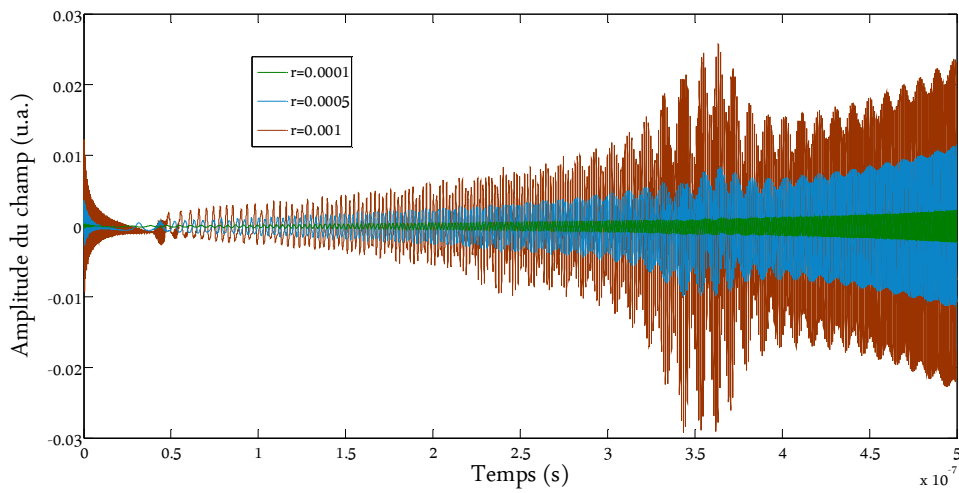


Figure 6.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 6 m et une accélération constante de  $10^9$  m/s<sup>2</sup>.

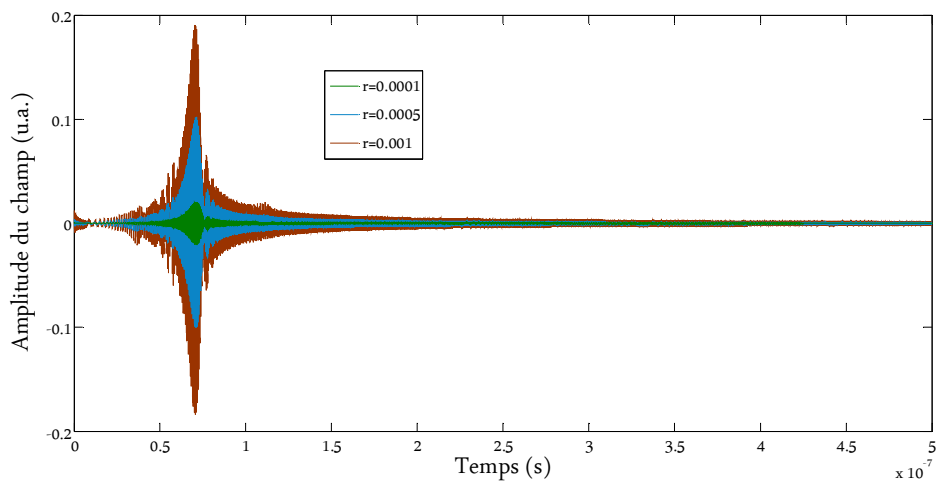


Figure 7.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 6 m et une accélération constante de  $10^{10}$  m/s<sup>2</sup>.

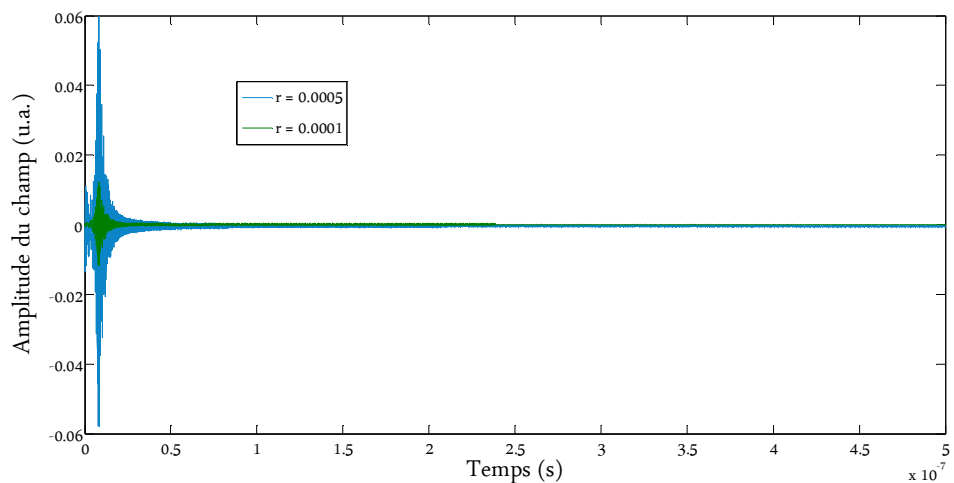


Figure 8.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 6 m et une accélération constante de  $10^{11}$  m/s<sup>2</sup>.

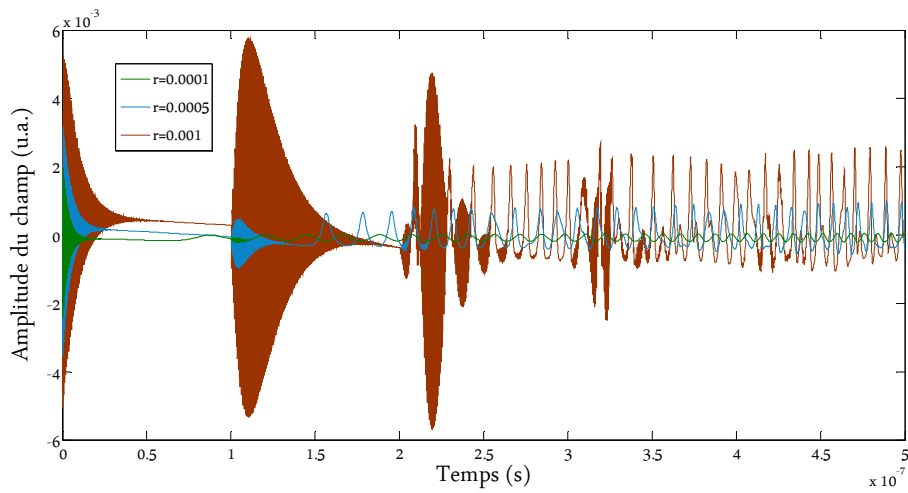


Figure 9.B Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une accélération constante de  $10^8$  m/s<sup>2</sup>.

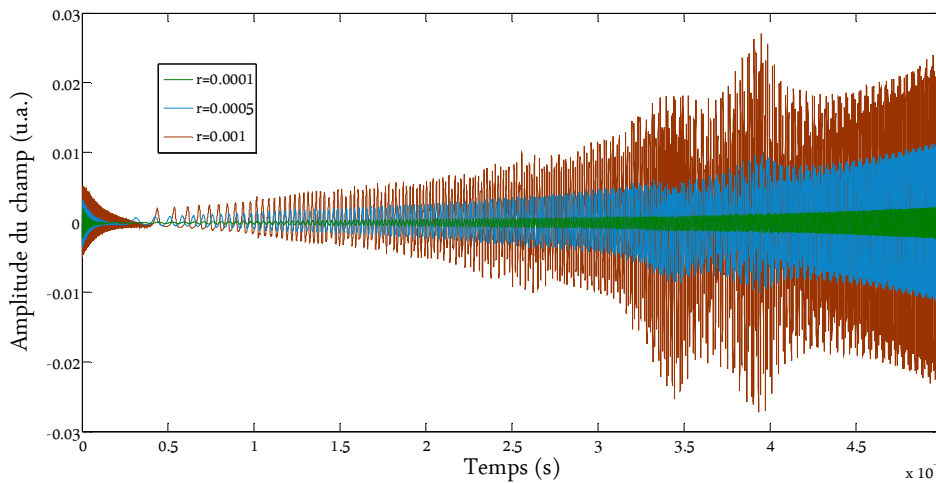


Figure 10.C Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une accélération constante de  $10^9$  m/s<sup>2</sup>.

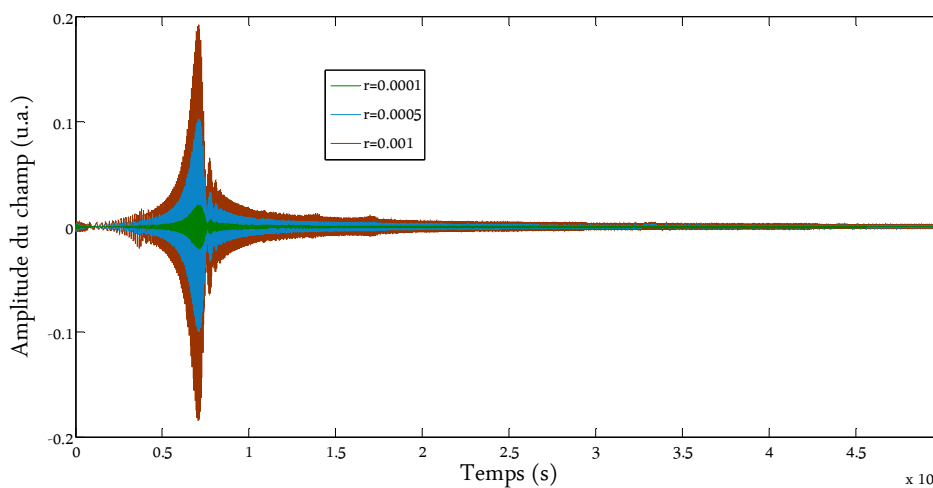


Figure 11.C Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une accélération constante de  $10^{10}$  m/s<sup>2</sup>.

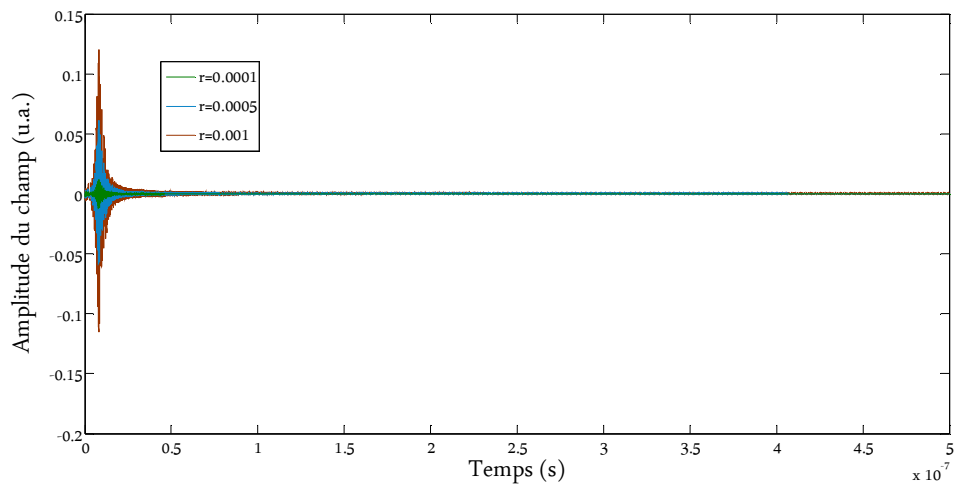


Figure 12.C Résultat de simulation numérique pour une longueur de cavité externe de 15 m et une accélération constante de  $10^{11}$  m/s<sup>2</sup>.

## ANNEXE C

---

Autres modèles introduits dans le chapitre 3

C.1 Méthode *Théetat1* :

Repartons des équations de Lang et Kobayashi :

$$A\dot{(t)} = \left( \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) A(t) \quad (01)$$

$$\phi\dot{(t)} = \frac{\alpha G_N - 2K_S}{2} + \left( \frac{K_S\tau_{ext}G_N}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) + \left( \frac{2\tau_{ext}K_SK_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \quad (02)$$

$$N\dot{(t)} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G_{N_0}A^2(t) \quad (03)$$

$$\begin{aligned} K_S &= K\sin(\theta) \\ K_C &= K\cos(\theta) \\ G_N &= G\{N(t) - N_{th}\} \\ G_{N_0} &= G\{N(t) - N_0\} \end{aligned} \quad (04)$$

Développement de la matrice Jacobienne :

$$\begin{pmatrix} \frac{d\delta A(t)}{dt} \\ \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \\ \frac{d\delta N(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A(t)}{\partial A} & \frac{\partial A(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial A(t)}{\partial N} & \frac{\partial A(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial \phi(t)}{\partial A} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial N} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial N(t)}{\partial A} & \frac{\partial N(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial N(t)}{\partial N} & \frac{\partial N(t)}{\partial \tau_{ext}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A(t) \\ \delta\phi(t) \\ \delta N(t) \\ \delta\tau_{ext} \end{pmatrix} \quad (05)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta A(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \\ 0 \\ -2G_{N_0}A(t) \end{pmatrix} \quad (06)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A(t) \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta\phi(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (07)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A \dot{(t)} \\ \delta \phi \dot{(t)}, \delta N(t) \\ \delta N \dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(GA(t))}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \\ \frac{\alpha G}{2} + \left( \frac{K_S \tau_{ext} G}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right) \\ -\frac{1}{\tau_e} - GA^2(t) \end{pmatrix} \quad (08)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A \dot{(t)} \\ \delta \phi \dot{(t)}, \delta \tau_{ext}(t) \\ \delta N \dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2A(t)K_C(G_N + 2K_C)}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \\ \frac{K_S(G_N + 2K_C)}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (09)$$

Nous obtenons alors les équations linéarisées en prenant pour chaque variable, leur valeur d'état stable :

$$\begin{aligned} A(t) &= A_S \\ N(t) &= N_S \\ G_N &= G(N_S - N_{th}) \\ G_{N_0} &= G(N_S - N_0) \\ K_C &= K \cos(\omega_S \tau_{ext}) \\ K_S &= K \sin(\omega_S \tau_{ext}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \delta A \dot{(t)} &= \left[ \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right] \delta A(t) + \left[ \frac{(GA(t))}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \right] \delta N(t) \\ &+ \left[ -\frac{2A(t)K_C(G_N + 2K_C)}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \right] \delta \tau_{ext}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\delta N \dot{(t)} = [-2G\{N_S - N_0\}A_S] \delta A(t) + \left[ -\frac{1}{\tau_e} - GA_S^2 \right] \delta N(t) \quad (12)$$

Pour finir nous réalisons une transformée de Laplace, et nous regroupons à nouveau plusieurs variables ensembles pour simplifier les équations et pour faciliter l'implémentation sur Matlab :

$$\begin{aligned} i\gamma \delta A(\gamma) &= \left[ \frac{val_1}{2val_D} \right] \delta A(\gamma) + \left[ \frac{val_2}{2val_D} \right] \delta N(\gamma) + \left[ \frac{val_3}{2val_D^2} \right] \delta \tau_{ext}(\gamma) \\ \left( i\gamma - \left[ \frac{val_1}{2val_D} \right] \right) \delta A(\gamma) &= \left[ \frac{val_2}{2val_D} \right] \delta N(\gamma) + \left[ \frac{val_3}{2val_D^2} \right] \delta \tau_{ext}(\gamma) \\ \delta A(\gamma) &= \frac{[val_2]}{(i\gamma - [val_1])} \delta N(\gamma) + \frac{[val_3]}{(i\gamma - [val_1])} \delta \tau_{ext}(\gamma) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
val_1 &= \frac{G_N + 2K_C}{2(1 + K_C\tau_{ext})} \\
val_2 &= \frac{GA(t)}{2(1 + K_C\tau_{ext})} \\
val_3 &= -\frac{2A(t)K_C(G_N + 2K_C)}{2(1 + K_C\tau_{ext})^2}
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
i\gamma\delta N(\gamma) &= [val_4]\delta A(\gamma) + [val_5]\delta N(\gamma) \\
\delta N(\gamma) &= \frac{[val_4]}{(i\gamma - [val_5])}\delta A(\gamma)
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
val_4 &= -2G\{N_S - N_0\}A_S \\
val_5 &= -\frac{1}{\tau_e} - GA_S^2
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\frac{\delta A(\gamma)}{\delta\tau_{ext}(\gamma)} = \frac{\frac{[val_3]}{(i\gamma - [val_1])}}{\left(1 - \frac{[val_2]val_4}{(i\gamma - [val_1])(i\gamma - [val_5])}\right)} \tag{17}$$

La fonction de transfert est donc similaire au modèle *Thétat31* (3.55) présenté dans le chapitre 3, mais avec des variables différentes liées au temps de vol  $\tau_{ext}$ .

## C.2 Méthode *Thétat2* :

Repartons des équations de Lang et Kobayashi :

$$A\dot{(t)} = \left(\frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]}\right)A(t) \tag{18}$$

$$\phi\dot{(t)} = \frac{\alpha G_N - 2K_S}{2} + \left(\frac{K_S\tau_{ext}G_N}{2[1 + K_C\tau_{ext}]}\right) + \left(\frac{2\tau_{ext}K_SK_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]}\right) \tag{19}$$

$$N\dot{(t)} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G_{N_0}A^2(t) \tag{20}$$

$$K_S = K\sin(\theta)$$

$$K_C = K\cos(\theta)$$

$$G_N = G\{N(t) - N_{th}\}$$

$$G_{N_0} = G\{N(t) - N_0\}$$

Développement de la matrice Jacobienne :

$$\begin{pmatrix} \frac{d\delta A(t)}{dt} \\ \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \\ \frac{d\delta N(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A(t)}{\partial A} & \frac{\partial A(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial A(t)}{\partial N} & \frac{\partial A(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial \phi(t)}{\partial A} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial N} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial N(t)}{\partial A} & \frac{\partial N(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial N(t)}{\partial N} & \frac{\partial N(t)}{\partial \tau_{ext}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A(t) \\ \delta\phi(t) \\ \delta N(t) \\ \delta\tau_{ext} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta A(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \\ 0 \\ -2G_{N_0}A(t) \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta\phi(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{K_S A(t)(G_N\tau_{ext} - 2)}{2[1 + K_C\tau_{ext}]^2} \\ \frac{K(G_N\tau_{ext} - 2)(K\tau_{ext} + \cos\theta)}{2[1 + K_C\tau_{ext}]^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta N(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(GA(t))}{2(1 + K_C\tau_{ext})} \\ \frac{\alpha G}{2} + \left( \frac{K_S\tau_{ext}G}{2[1 + K_C\tau_{ext}]} \right) \\ -\frac{1}{\tau_e} - GA^2(t) \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta\phi\dot{(t)}, \delta\tau_{ext}(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{KA(t)(G_N\tau_{ext}\sin\theta - 2K\cos\theta^2 - G_N\cos\theta - 2\sin\theta)}{2[1 + K_C\tau_{ext}]^2} \\ \frac{G_N\tau_{ext}^2 K^2 + K_C G_N\tau_{ext} + 2K_C K_S + K_S G_N - 2\tau_{ext}K^2 - 2K_C}{2[1 + K_C\tau_{ext}]^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Nous obtenons alors les équations linéarisées en prenant pour chaque variable, leur valeur d'état stable :

$$\begin{aligned} A(t) &= A_S \\ N(t) &= N_S \\ G_N &= G(N_S - N_{th}) \\ G_{N_0} &= G(N_S - N_0) \\ K_C &= K\cos(\omega_S\tau_{ext}) \\ K_S &= K\sin(\omega_S\tau_{ext}) \\ \sin\theta &= \sin(\omega_S\tau_{ext}) \\ \cos\theta &= \cos(\omega_S\tau_{ext}) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{A}(t) = & \left[ \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right] \delta A(t) + \left[ \frac{K_S A_S (G_N \tau_{ext} - 2)}{2[1 + K_C \tau_{ext}]^2} \right] \delta \phi(t) + \left[ \frac{(G A_S)}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \right] \delta N(t) \\ & + \left[ \frac{K A_S (G_N \tau_{ext} \sin \theta - 2K \cos \theta^2 - G_N \cos \theta - 2 \sin \theta)}{2[1 + K_C \tau_{ext}]^2} \right] \delta \tau_{ext}(t) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{\phi}(t) = & \left[ \frac{K(G_N \tau_{ext} - 2)(K \tau_{ext} + \cos \theta)}{2[1 + K_C \tau_{ext}]^2} \right] \delta \phi(t) + \left[ \frac{\alpha G}{2} + \left( \frac{K_S \tau_{ext} G}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right) \right] \delta N(t) \\ & + \left[ \frac{G_N \tau_{ext}^2 K^2 + K_C G_N \tau_{ext} + 2K_C K_S + K_S G_N - 2\tau_{ext} K^2 - 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]^2} \right] \delta \tau_{ext}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\delta \dot{N}(t) = [-2G\{N_S - N_0\}A_S] \delta A(t) + \left[ -\frac{1}{\tau_e} - G A_S^2 \right] \delta N(t) \quad (30)$$

Pour finir nous réalisons une transformée de Laplace, et nous regroupons à nouveau plusieurs variables ensembles pour simplifier les équations et pour faciliter l'implémentation sur Matlab :

$$\begin{aligned} i\gamma \delta A(\gamma) = & [val_1] \delta A(\gamma) + [val_2] \delta \phi(\gamma) + [val_3] \delta N(\gamma) + [val_4] \delta \tau_{ext}(\gamma) \\ \delta A(\gamma) = & \frac{[val_2]}{[i\gamma - [val_1]]} \delta \phi(\gamma) + \frac{[val_3]}{[i\gamma - [val_1]]} \delta N(\gamma) + \frac{[val_4]}{[i\gamma - [val_1]]} \delta \tau_{ext}(\gamma) \end{aligned} \quad (31)$$

$$val_1 = \frac{G_N + 2K_C}{2(1 + K_C \tau_{ext})}$$

$$val_2 = \frac{K_S A_S (G_N \tau_{ext} - 2)}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \quad (32)$$

$$val_3 = \frac{(G A_S)}{2(1 + K_C \tau_{ext})}$$

$$val_4 = \frac{K A_S (G_N \tau_{ext} \sin \theta - 2K \cos \theta^2 - G_N \cos \theta - 2 \sin \theta)}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2}$$

$$\begin{aligned} i\gamma \delta \phi(\gamma) = & [val_5] \delta \phi(\gamma) + [(val_6)] \delta N(\gamma) + [val_7] \delta \tau_{ext}(\gamma) \\ \delta \phi(\gamma) = & \frac{[(val_6)]}{(i\gamma - [val_5])} \delta N(\gamma) + \frac{[val_7]}{(i\gamma - [val_5])} \delta \tau_{ext}(\gamma) \end{aligned} \quad (33)$$

$$val_5 = \frac{K(G_N \tau_{ext} - 2)(K \tau_{ext} + \cos \theta)}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2}$$

$$val_6 = \frac{\alpha G [1 + K_C \tau_{ext}] + K_S \tau_{ext} G}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \quad (34)$$

$$val_7 = \frac{G_N \tau_{ext}^2 K^2 + K_C G_N \tau_{ext} + 2K_C K_S + K_S G_N - 2\tau_{ext} K^2 - 2K_C}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2}$$



$$i\gamma\delta N(\gamma) = [val_8]\delta A(\gamma) + [val_9]\delta N(\gamma)$$

$$\delta N(\gamma) = \frac{[val_8]}{(i\gamma - [val_9])}\delta A(\gamma) \quad (35)$$

$$val_8 = -2G\{N_S - N_0\}A_S$$

$$val_9 = -\frac{1}{\tau_e} - GA_S^2 \quad (36)$$

$$\frac{\delta A(\gamma)}{\delta\tau_{ext}(\gamma)} = \frac{\frac{[val_2 val_7] + [val_4(i\gamma - [val_5])]}{(i\gamma - [val_1])(i\gamma - [val_5])}}{\left(1 - \frac{[(val_2)(val_6)(val_8)] + [val_3 val_8(i\gamma - [val_5])]}{(i\gamma - [val_1])(i\gamma - [val_5])(i\gamma - [val_9])}\right)} \quad (37)$$

La fonction de transfert est cette fois plus complexe, car les petites dérivées de la phase interviennent également ainsi que le temps de vol  $\tau_{ext}$  dans le développement des sinus et cosinus

### C.3 Méthode *Thétat32* :

Cette fois-ci nous ne substituons pas l'équation de l'amplitude du champ électrique dans l'équation de la phase. Et nous réalisons un développement limité pour  $x = \tau_{ext}\dot{\phi}(t)$ , comme nous l'avons présenté dans le chapitre 3 (3.30) et (3.31).

$$\begin{cases} A\dot{(t)} = \frac{G_N A(t)}{2} + KA(t - \tau_{ext})\cos\theta(t) \\ \phi\dot{(t)} = \frac{\alpha G_N}{2} - K \frac{A(t - \tau_{ext})}{A(t)} \sin\theta(t) \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} A\dot{(t)} = \frac{G_N A(t)}{2} + K\cos\theta(t)(A(t) - \tau_{ext}A\dot{(t)}) \\ \phi\dot{(t)} = \frac{\alpha G_N}{2} - K \frac{(A(t) - \tau_{ext}A\dot{(t)})}{A(t)} \sin\theta(t) \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} A\dot{(t)} = \frac{G_N A(t)}{2} + K\cos\theta(t)A(t) - K\cos\theta(t)\tau_{ext}A\dot{(t)} \\ \phi\dot{(t)} = \frac{\alpha G_N}{2} - K\sin\theta(t) + K \frac{\tau_{ext}A\dot{(t)}}{A(t)} \sin\theta(t) \end{cases} \quad (40)$$

$$K\cos\theta(t) = K\cos(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\phi\dot{(t)}) = K_C$$

$$K\sin\theta(t) = K\sin(\omega_0\tau_{ext} + \tau_{ext}\phi\dot{(t)}) = K_S$$

$$\begin{aligned} K_C &= K\cos(\omega_0\tau_{ext})\cos(\tau_{ext}\phi\dot{(t)}) - K\sin(\omega_0\tau_{ext})\sin(\tau_{ext}\phi\dot{(t)}) \\ &= K\cos(\omega_0\tau_{ext}) - K\sin(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}\phi\dot{(t)} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
K_S &= K\sin(\omega_0\tau_{ext})\cos(\tau_{ext}\dot{\phi}(t)) + K\cos(\omega_0\tau_{ext})\sin(\tau_{ext}\dot{\phi}(t)) \\
&= K\sin(\omega_0\tau_{ext}) + K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}\dot{\phi}(t) \\
G_N &= G\{N(t) - N_{th}\} \\
G_{N_0} &= G\{N(t) - N_0\} \\
A\dot{(t)} &= \left( \frac{G_N + 2K_C}{[2 + 2K_C\tau_{ext}]} \right) A(t)
\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\phi}(t) &= \frac{\alpha G_N}{2} - K\sin(\omega_0\tau_{ext}) - K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}\dot{\phi}(t) + \frac{\tau_{ext}A\dot{(t)}}{A(t)}K\sin(\omega_0\tau_{ext}) \\
&\quad + \frac{\tau_{ext}A\dot{(t)}}{A(t)}K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}\dot{\phi}(t) \\
\dot{\phi}(t) &= \frac{\alpha G_N - 2K\sin(\omega_0\tau_{ext})}{2 \left( \frac{A(t) + A(t)K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext} - K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}^2 A\dot{(t)}}{A(t)} \right)}
\end{aligned} \tag{43}$$

$$+ \frac{K\sin(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}A\dot{(t)}}{(A(t) + A(t)K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext} - K\cos(\omega_0\tau_{ext})\tau_{ext}^2 A\dot{(t)})}$$

$$\begin{aligned}
K_{S0} &= K\sin(\omega_0\tau_{ext}) \\
K_{C0} &= K\cos(\omega_0\tau_{ext})
\end{aligned} \tag{44}$$

$$\dot{\phi}(t) = \frac{\alpha G_N - 2K_{S0}}{2 \left( \frac{A(t) + A(t)K_{C0}\tau_{ext} - K_{C0}\tau_{ext}^2 A\dot{(t)}}{A(t)} \right)} + \frac{K_{S0}\tau_{ext}A\dot{(t)}}{(A(t) + A(t)K_{C0}\tau_{ext} - K_{C0}\tau_{ext}^2 A\dot{(t)})} \tag{45}$$

$$N\dot{(t)} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G_{N_0}A^2(t) \tag{46}$$

Développement de la matrice Jacobienne :

$$\begin{pmatrix} \frac{d\delta A(t)}{dt} \\ \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \\ \frac{d\delta N(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A(t)}{\partial A} & \frac{\partial A(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial A(t)}{\partial N} & \frac{\partial A(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial \phi(t)}{\partial A} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial N} & \frac{\partial \phi(t)}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial N(t)}{\partial A} & \frac{\partial N(t)}{\partial \phi} & \frac{\partial N(t)}{\partial N} & \frac{\partial N(t)}{\partial \tau_{ext}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A(t) \\ \delta \phi(t) \\ \delta N(t) \\ \delta \tau_{ext} \end{pmatrix} \tag{47}$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta \phi\dot{(t)}, \delta A(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \frac{G_N + 2K_C}{[2 + 2K_C\tau_{ext}]} \right) \\ - \frac{\tau_{ext}A\dot{(t)}(\alpha G_N K_{C0}\tau_{ext} + 2K_{S0})}{2(A(t) + A(t)K_{C0}\tau_{ext} - K_{C0}\tau_{ext}^2 A\dot{(t)})^2} \\ - 2G_{N_0}A(t) \end{pmatrix} \tag{48}$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A(\dot{t}) \\ \delta \phi(\dot{t}), \delta \phi(t) \\ \delta N(\dot{t}) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{K_{S0} \tau_{ext} A(t) (G_N \tau_{ext} - 2)}{[2 + 2K_{C0} \tau_{ext}]^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (49)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A(\dot{t}) \\ \delta \phi(\dot{t}), \delta N(t) \\ \delta N(\dot{t}) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(GA(t))}{(2 + 2K_C \tau_{ext})} \\ \alpha GA(t) \\ \frac{2(A(t) + A(t)K_{C0} \tau_{ext} - K_{C0} \tau_{ext}^2 A(\dot{t}))}{-\frac{1}{\tau_e} - GA^2(t)} \end{pmatrix} \quad (50)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A(\dot{t}) \\ \delta \phi(\dot{t}), \delta \tau_{ext}(t) \\ \delta N(\dot{t}) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{A(t) (-G_N K_S (\omega_0 \tau_{ext} + \tau_{ext} \phi(\dot{t})) + 2K_C^2 + G_N K_C + 2K_S (\omega_0 + \phi(\dot{t})))}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \\ \frac{\phi_{\tau 1} + \phi_{\tau 2} + \phi_{\tau 3} + K(\phi_{\tau 4} + \phi_{\tau 5} + \phi_{\tau 6})}{2(A(t) + A(t)K_{C0} \tau_{ext} - K_{C0} \tau_{ext}^2 A(\dot{t}))^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$\phi_{\tau 1} = -A(t)G_N \phi(\dot{t}) \omega_0 \tau_{ext}^2 \alpha K_{S0} + A(t)^2 G_N \omega_0 \tau_{ext} \alpha K_{S0}$$

$$\phi_{\tau 2} = 2A(t)G_N \phi(\dot{t}) \tau_{ext} \alpha K_{C0} - A(t)^2 G_N \alpha K_{C0}$$

$$\phi_{\tau 3} = -2A(t)^2 \omega_0 K_{C0} + 2A(t) \phi(\dot{t}) K_{S0}$$

$$\phi_{\tau 4} = 2K \phi(\dot{t})^2 \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \tau_{ext}^2 - 2K \phi(\dot{t})^2 \omega_0 \tau_{ext}^3$$

$$\phi_{\tau 5} = -4A(t)K \phi(\dot{t}) \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \tau_{ext} + 4A(t)K \phi(\dot{t}) \omega_0 \tau_{ext}^2$$

$$\begin{aligned} \phi_{\tau 6} &= 2A(t)^2 K \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) - 2A(t)^2 K \omega_0 \tau_{ext} \\ &\quad + 2A(t) \phi(\dot{t}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \omega_0 \tau_{ext} \end{aligned}$$

Nous obtenons alors les équations linéarisées en prenant pour chaque variable, leur valeur d'état stable :

$$\begin{aligned}
A(t) &= A_S \\
N(t) &= N_S \\
G_N &= G(N_S - N_{th}) \\
G_{N_0} &= G(N_S - N_0) \\
\dot{A}(t) &= 0 \\
\dot{\phi}(t) &= (\omega_S - \omega_0) \\
K_C &= K \cos(\omega_S \tau_{ext}) \\
K_S &= K \sin(\omega_S \tau_{ext})
\end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned}
\delta \dot{A}(t) &= \left[ \frac{G_N + 2K_C}{[2 + 2K_C \tau_{ext}]} \right] \delta A(t) + \left[ \frac{K_{S0} \tau_{ext} A_S (G_N \tau_{ext} - 2)}{[2 + 2K_{C0} \tau_{ext}]^2} \right] \delta \phi(t) \\
&+ \left[ \frac{(G A_S)}{[2 + 2K_C \tau_{ext}]} \right] \delta N(t) \\
&+ \left[ -\frac{A_S (-G_N K_S (\omega_S \tau_{ext}) + 2K_C^2 + G_N K_C + 2K_S (\omega_S))}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \right] \delta \tau_{ext}(t)
\end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned}
\delta \dot{\phi}(t) &= \left[ \frac{\alpha G A_S}{2(A_S + A_S K_{C0} \tau_{ext})} \right] \delta N(t) \\
&+ \left[ \frac{\phi_{\tau 1} + \phi_{\tau 2} + \phi_{\tau 3} + K(\phi_{\tau 4} + \phi_{\tau 5} + \phi_{\tau 6})}{2(A(t) + A(t) K_{C0} \tau_{ext})^2} \right] \delta \tau_{ext}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{\tau 1} &= -A_S G_N (\omega_S - \omega_0) \omega_0 \tau_{ext}^2 \alpha K_{S0} + A_S^2 G_N \omega_0 \tau_{ext} \alpha K_{S0} \\
\phi_{\tau 2} &= 2A_S G_N (\omega_S - \omega_0) \tau_{ext} \alpha K_{C0} - A_S^2 G_N \alpha K_{C0} \\
\phi_{\tau 3} &= -2A_S^2 \omega_0 K_{C0} + 2A_S (\omega_S - \omega_0) K_{S0}
\end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{\tau 4} &= 2K (\omega_S - \omega_0)^2 \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \tau_{ext}^2 - 2K (\omega_S - \omega_0)^2 \omega_0 \tau_{ext}^3 \\
\phi_{\tau 5} &= -4A_S K (\omega_S - \omega_0) \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \tau_{ext} + 4A_S K (\omega_S - \omega_0) \omega_0 \tau_{ext}^2 \\
\phi_{\tau 6} &= 2A_S^2 K \sin(\omega_0 \tau_{ext}) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) - 2A_S^2 K \omega_0 \tau_{ext} \\
&+ 2A_S (\omega_S - \omega_0) \cos(\omega_0 \tau_{ext}) \omega_0 \tau_{ext}
\end{aligned}$$

$$\delta \dot{N}(t) = [-2G\{N_S - N_0\}A_S] \delta A(t) + \left[ -\frac{1}{\tau_e} - G A_S^2 \right] \delta N(t) \tag{55}$$

Pour finir nous réalisons une transformée de Laplace, et nous regroupons à nouveau plusieurs variables ensemble pour simplifier les équations et pour faciliter l'implémentation sur Matlab :

$$i\gamma \delta A(\gamma) = [val_1] \delta A(\gamma) + [val_2] \delta \phi(\gamma) + [val_3] \delta N(\gamma) + [val_4] \delta \tau_{ext}(\gamma) \tag{56}$$

$$\begin{aligned}
val_1 &= \frac{G_N + 2K_C}{[2 + 2K_C\tau_{ext}]} \\
val_2 &= \frac{K_{S0}\tau_{ext}A_S(G_N\tau_{ext} - 2)}{[2 + 2K_{C0}\tau_{ext}]^2} \\
val_3 &= \frac{(GA_S)}{(2 + 2K_C\tau_{ext})} \\
val_4 &= -\frac{A_S(-G_NK_S(\omega_S\tau_{ext}) + 2K_C^2 + G_NK_C + 2K_S(\omega_S))}{2(1 + K_C\tau_{ext})^2} \\
i\gamma\delta\phi(\gamma) &= [val_5]\delta N(\gamma) + [val_6]\delta\tau_{ext}(\gamma) \\
\delta\phi(\gamma) &= \frac{[val_5]}{(i\gamma)}\delta N(\gamma) + \frac{[val_6]}{(i\gamma)}\delta\tau_{ext}(\gamma) \\
val_5 &= \frac{\alpha GA_S}{2(A_S + A_S K_{C0}\tau_{ext})} \\
val_6 &= \frac{\phi_{\tau 1} + \phi_{\tau 2} + \phi_{\tau 3} + K(\phi_{\tau 4} + \phi_{\tau 5} + \phi_{\tau 6})}{2(A_S + A_S K_{C0}\tau_{ext})^2}
\end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned}
i\gamma\delta N(\gamma) &= [val_7]\delta A(\gamma) + [val_8]\delta N(\gamma) \\
\delta N(\gamma) &= \frac{[val_7]}{(i\gamma - [val_8])}\delta A(\gamma) \\
val_7 &= -2G\{N_S - N_0\}A_S \\
val_8 &= -\frac{1}{\tau_e} - GA_S^2
\end{aligned} \tag{58}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\delta A(\gamma)}{\delta\tau_{ext}(\gamma)} \\
&= \frac{\{[val_2 val_6] + [(i\gamma) val_4]\}(i\gamma - val_8)}{[(i\gamma)^2(i\gamma - val_8)] - [val_1(i\gamma)(i\gamma - val_8)] - [val_2 val_5 val_7] - [(i\gamma) val_3 val_7]}
\end{aligned} \tag{59}$$

La fonction de transfert est donc plus complexe que le modèle *Thétat31* (présenté dans le chapitre 3), car ce modèle prend en compte les dérivées pour  $\phi(t)$  en considérant  $\dot{\phi}(t)$  et également le temps de vol  $\tau_{ext}$ .

#### E.4 Méthode *Vérif* :

Ce modèle consiste à réaliser un changement de variable de sorte que la dérivée de chaque état stable pour chaque variable soit égale à zéro, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 3. On pose donc :

$$\begin{aligned}
\phi(t) &= \overline{\phi(t)} + \phi_s(t) \\
\phi(t) &= \overline{\phi(t)} + (\omega_s - \omega_0)t \\
\phi(t - \tau_{ext}) &= \overline{\phi(t - \tau_{ext})} + (\omega_s - \omega_0)(t - \tau_{ext})
\end{aligned} \tag{60}$$

avec  $\phi_s(t)$ , la valeur d'état stable de  $\phi(t)$ . Prenons maintenant la dérivée de ce changement de variable :

$$\dot{\phi}(t) = \overline{\dot{\phi}(t)} + (\omega_s - \omega_0) \tag{61}$$

Substituons le (61) dans l'équation de la phase de Lang et Kobayashi :

$$\begin{aligned}
\dot{\phi}(t) &= \frac{1}{2}\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - K \frac{A(t - \tau_{ext})}{A(t)} \sin\theta(t) \\
\overline{\dot{\phi}(t)} + (\omega_s - \omega_0) &= \frac{1}{2}\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - K \frac{A(t - \tau_{ext})}{A(t)} \sin\theta(t) \\
\overline{\dot{\phi}(t)} &= -(\omega_s - \omega_0) + \frac{1}{2}\alpha G\{N(t) - N_{th}\} - K \frac{A(t - \tau_{ext})}{A(t)} \sin\theta(t)
\end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned}
\theta(t) &= \omega_0 \tau_{ext} + \phi(t) - \phi(t - \tau_{ext}) \\
\theta(t) &= \omega_0 \tau_{ext} + \overline{\phi(t)} + (\omega_s - \omega_0)t - \left( \overline{\phi(t - \tau_{ext})} + (\omega_s - \omega_0)(t - \tau_{ext}) \right) \\
\theta(t) &= \overline{\phi(t)} - \overline{\phi(t - \tau_{ext})} + \omega_s \tau_{ext}
\end{aligned} \tag{63}$$

Développons maintenant les équations en réalisant d'abord notre développement de Taylor du 1er ordre :

$$\begin{aligned}
A(t - \tau_{ext}) &\cong A(t) - \tau_{ext} \dot{A}(t) \\
\overline{\phi(t - \tau_{ext})} &\cong \overline{\phi(t)} - \tau_{ext} \overline{\dot{\phi}(t)} \\
\theta(t) &\cong \omega_s \tau_{ext} + \overline{\phi(t)} - \overline{\phi(t - \tau_{ext})} = \omega_s \tau_{ext} + \tau_{ext} \overline{\dot{\phi}(t)}
\end{aligned} \tag{64}$$

$$A\dot{(t)} = \frac{1}{2}G_N A(t) + K(A(t) - \tau_{ext}A\dot{(t)})\cos(\omega_s\tau_{ext} + \tau_{ext}\overline{\dot{\phi}(t)})$$

$$\overline{\dot{\phi}(t)} = 0$$

$$A\dot{(t)} = \frac{1}{2}G_N A(t) + K_C A(t) - K_C \tau_{ext} A\dot{(t)} \quad (65)$$

$$A\dot{(t)} = \frac{(G_N + K_C)}{2(1 + K_C \tau_{ext})} A(t)$$

$$K_C = K \cos(\omega_s \tau_{ext})$$

$$G_N = G\{N(t) - N_{th}\}$$

$$\overline{\dot{\phi}(t)} = -(\omega_s - \omega_0) + \frac{1}{2}\alpha G_N - K \frac{(A(t) - \tau_{ext}A\dot{(t)})}{A(t)} \sin(\omega_s \tau_{ext})$$

$$\overline{\dot{\phi}(t)} = -(\omega_s - \omega_0) + \frac{\alpha G_N}{2} + K_S \left( \tau_{ext} \frac{(G_N + K_C)}{2(1 + K_C \tau_{ext})} - 1 \right) \quad (66)$$

$$K_S = K \sin(\omega_s \tau_{ext})$$

$$N\dot{(t)} = \frac{I}{eV} - \frac{N(t)}{\tau_e} - G_{N_0} A^2(t) \quad (67)$$

Développement de la matrice Jacobienne :

$$\begin{pmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta \overline{\dot{\phi}(t)} \\ \delta N\dot{(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A\dot{(t)}}{\partial A} & \frac{\partial A\dot{(t)}}{\partial \phi} & \frac{\partial A\dot{(t)}}{\partial N} & \frac{\partial A\dot{(t)}}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial \overline{\dot{\phi}(t)}}{\partial A} & \frac{\partial \overline{\dot{\phi}(t)}}{\partial \phi} & \frac{\partial \overline{\dot{\phi}(t)}}{\partial N} & \frac{\partial \overline{\dot{\phi}(t)}}{\partial \tau_{ext}} \\ \frac{\partial N\dot{(t)}}{\partial A} & \frac{\partial N\dot{(t)}}{\partial \phi} & \frac{\partial N\dot{(t)}}{\partial N} & \frac{\partial N\dot{(t)}}{\partial \tau_{ext}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A(t) \\ \delta \phi(t) \\ \delta N(t) \\ \delta \tau_{ext} \end{pmatrix} \quad (68)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta \overline{\dot{\phi}(t)}, \delta A(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \\ 0 \\ -2G_{N_0} A(t) \end{pmatrix} \quad (69)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta \overline{\dot{\phi}(t)}, \delta \phi(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (70)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A\dot{(t)} \\ \delta \overline{\dot{\phi}(t)}, \delta N(t) \\ \delta N\dot{(t)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(GA(t))}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \\ \frac{\alpha G}{2} + \left( \frac{K_S \tau_{ext} G}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right) \\ -\frac{1}{\tau_e} - GA^2(t) \end{pmatrix} \quad (71)$$

$$J \begin{bmatrix} \delta A(\dot{t}) \\ \delta \dot{\phi}(t), \delta \tau_{ext}(t) \\ \delta N(\dot{t}) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{K_S A(t) A_{\tau 1} - A_{\tau 2}}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \\ \frac{K_C \omega_s (\phi_{\tau 1}) + K_S (\phi_{\tau 2}) + 2K_S K_C}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (72)$$

$$A_{\tau 1} = (G_N \omega_s \tau_{ext} - 2\omega_s)$$

$$A_{\tau 2} = K_C A(t) (2K_C - G_N)$$

$$\phi_{\tau 1} = K_C G_N \tau_{ext}^2 - 2K_C \tau_{ext} + G_N \tau_{ext} - 2$$

$$\phi_{\tau 2} = K_S G_N \omega_s \tau_{ext}^2 - 2K_S \omega_s \tau_{ext} + G_N$$

Nous obtenons alors les équations linéarisées en prenant pour chaque variable, leur valeur d'état stable :

$$A(t) = A_S$$

$$N(t) = N_S$$

$$G_N = G(N_S - N_{th})$$

$$G_{N_0} = G(N_S - N_0) \quad (73)$$

$$K_C = K \cos(\omega_s \tau_{ext})$$

$$K_S = K \sin(\omega_s \tau_{ext})$$

$$\delta A(\dot{t}) = \left[ \left( \frac{G_N + 2K_C}{2[1 + K_C \tau_{ext}]} \right) \right] \delta A(t) + \left[ \frac{(GA_S)}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \right] \delta N(t) + \left[ \frac{K_S A_S A_{\tau 1} - A_{\tau 2}}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2} \right] \delta \tau_{ext}(t) \quad (74)$$

$$\delta N(\dot{t}) = [-2G\{N_S - N_0\}A_S] \delta A(t) + \left[ -\frac{1}{\tau_e} - GA_S^2 \right] \delta N(t) \quad (75)$$

Pour finir nous réalisons une transformée de Laplace, et nous regroupons à nouveau plusieurs variables ensembles pour simplifier les équations et pour faciliter l'implémentation sur Matlab :

$$i\gamma \delta A(\gamma) = [val_1] \delta A(\gamma) + [val_2] \delta N(\gamma) + [val_3] \delta \tau_{ext}(\gamma)$$

$$\delta A(\gamma) = \frac{[val_2]}{(i\gamma - [val_1])} \delta N(\gamma) + \frac{[val_3]}{(i\gamma - [val_1])} \delta \tau_{ext}(\gamma)$$

$$val_1 = \frac{G_N + 2K_C}{2(1 + K_C \tau_{ext})} \quad (76)$$

$$val_2 = \frac{GA_S}{2(1 + K_C \tau_{ext})}$$

$$val_3 = \frac{K_S A_S A_{\tau 1} - A_{\tau 2}}{2(1 + K_C \tau_{ext})^2}$$



$$i\gamma\delta N(\gamma) = [val_4]\delta A(\gamma) + [val_5]\delta N(\gamma)$$

$$\delta N(\gamma) = \frac{[val_4]}{(i\gamma - [val_5])}\delta A(\gamma) \quad (77)$$

$$val_4 = -2G\{N_S - N_0\}A_S$$

$$val_5 = -\frac{1}{\tau_e} - GA_S^2$$

$$\frac{\delta A(\gamma)}{\delta\tau_{ext}(\gamma)} = \frac{[val_3](i\gamma - [val_5])}{[(i\gamma - [val_1])(i\gamma - [val_5]) - [val_2][val_4]]} \quad (78)$$

La fonction de transfert de ce dernier modèle est similaire au modèle *Thétat31* présenté dans le chapitre 3.

## ABSTRACT

---

The purpose of this thesis is to study the feasibility of optical feedback interferometry (OFI) for measuring velocities for dynamical material's behaviour studies. Dynamical material's behaviour studies permit to analyse the shocked material when subjects to shocks (laser shocks, isentropic compression, projectiles, etc.). In these conditions, we seek to measure velocities up to 10 km/s. The OFI technique is regularly used as an embedded system to measure slow velocities in various fields. However, very few studies have been performed for determining velocities measurement limits for this system. As a matter of fact, the optical feedback induces nonlinear effects into the laser's cavity : it disrupts the laser's emitted optical power. Depending on the optical feedback strength, the laser can show chaotic behaviour, then it is no longer possible to get the information for the target's velocity or displacement regarding the signal. In this study, we have been developing mathematical models and performing a wide range of numerical simulations to study the performances and the limits of the OFI technique. We have been also studying the influence of the targets reflectivity, the length and the modulation frequency of the external cavity.

Keywords : Optical Feedback Interferometry, Velocimetry, Dynamical material's behaviour studies, Nonlinear effects.

## RESUME

---

L'objectif de cette thèse est d'étudier la faisabilité de l'interférométrie par rétro-injection optique (IRO) pour la mesure de vitesse en dynamique des matériaux. La dynamique des matériaux est l'étude du comportement des matériaux soumis à des chocs (chocs laser, chocs plan, compression isentropique, projectiles, etc.). Dans ces conditions, nous cherchons à mesurer des vitesses pouvant aller jusqu'à 10 km/s. La technique IRO est couramment utilisée comme capteur embarqué pour mesurer de faibles vitesses dans divers domaines. Cependant, très peu d'études ont été réalisées sur les limites hautes vitesses de ce type de capteur. La rétro-injection optique provoque des effets non linéaires dans la cavité laser : elle perturbe la puissance d'émission optique. Suivant le taux de rétro-injection optique, le laser peut présenter un comportement chaotique et il n'est alors plus possible de récupérer l'information de la vitesse et/ou du déplacement de la cible à partir des signaux. Nous avons pour cela développé des modèles mathématiques et réalisé un grand nombre de simulations numériques afin d'évaluer les performances et les limitations de ce système. Nous avons notamment étudié l'influence de la réflectivité de la cible, de la longueur et de la fréquence de la modulation de la cavité externe.

Mots clés : Interférométrie par rétro-injection optique, Vélocimétrie, Dynamique des matériaux, Effets non linéaires.