



**HAL**  
open science

# Gouttes et surfaces complexes : étalement et impact

Grégoire Martouzet

► **To cite this version:**

Grégoire Martouzet. Gouttes et surfaces complexes : étalement et impact. Science des matériaux [cond-mat.mtrl-sci]. Université de Lyon, 2022. Français. NNT : 2022LYSE1144 . tel-04221643

**HAL Id: tel-04221643**

**<https://theses.hal.science/tel-04221643v1>**

Submitted on 28 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2022LYSE1144

**THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON**

Opérée au sein de :

**l'Université Claude Bernard Lyon 1**

**Ecole Doctorale ED 34**

**École Doctorale Matériaux**

**Spécialité de doctorat : Matériaux**

Soutenue publiquement le 18/07/2022, par :

**Grégoire Martouzet**

---

**Gouttes et surfaces complexes : étalement et impact**

---

Devant le jury composé de :

**Barentin, Catherine**

Professeure des Universités, Université Lyon 1, ILM

**Directrice de thèse**

**Biance, Anne-Laure**

Directrice de Recherche, CNRS Lyon, ILM

**Directrice de thèse**

**Delanoë-Ayari, Hélène**

Maître de Conférences, Université Lyon 1, ILM

**Examinatrice**

**Forterre, Yoël**

Directeur de Recherche, CNRS Marseille, IUSTI

**Président**

**Limat, Laurent**

Directeur de Recherche, CNRS Paris, MSC

**Examineur**

**Reyssat, Étienne**

Chargé de Recherche, CNRS Paris, PMMH

**Rapporteur**

**Verneuil, Émilie**

Chargée de Recherche, CNRS Paris, LSIMM

**Rapporteure**



# Résumé

De la goutte de pluie sur un textile au gel hydroalcoolique sur nos mains, comprendre l'étalement de gouttes de fluides sur divers types de surfaces est un enjeu majeur. Nous nous sommes intéressés à ce phénomène dans plusieurs situations. Premièrement, nous avons étudié l'étalement spontané d'un fluide complexe à seuil (des gels de Carbopol) sur une surface lisse hydrophile. Pour un tel fluide, la forme de la goutte à la fin d'un étalement spontané sur une surface hydrophile ne vérifie plus la loi de Young-Dupré. Nous avons montré que la goutte se fige dans un état final qui ne dépend plus seulement des paramètres thermodynamiques mais aussi de la taille initiale de la goutte, de sa contrainte seuil et des conditions aux limites hydrodynamiques. Dans un second temps, nous avons étudié l'étalement forcé (lors d'un impact) de fluide simple sur une surface micro-texturée super-hydrophobe. Ces surfaces ont la propriété d'avoir une friction plus faible qu'une surface lisse, c'est-à-dire que le fluide glisse à l'interface liquide-solide. Nous avons ainsi observé que l'étalement est plus long que sur une surface lisse. Cette étude a permis d'étudier l'influence du glissement sur un phénomène non stationnaire. Cependant, lorsque la vitesse d'impact devient trop importante, une transition entre un état de mouillage de Cassie et un état Wenzel peut être observée et le caractère super-hydrophobe perdu. Dans la dernière partie, nous avons cherché à fabriquer des surfaces qui résistent à une telle transition. Pour cela, nous avons fabriqué des membranes flexibles, micro-texturées et super-hydrophobes. Nous avons observé qu'elles sont bien plus robustes à l'empalement : une vitesse d'impact supérieure est nécessaire pour observer un empalement par rapport à un substrat non déformable. Ce retard à l'empalement est le résultat d'au moins deux effets. La vitesse relative de la membrane réduit la vitesse d'impact. La courbure de la membrane flexible pendant l'impact augmente la fraction solide, les textures deviennent plus proches ce qui évite la pénétration du fluide.

# Abstract

From the raindrop on a textile to the hydroalcoholic gel on our hands, understanding the spreading of fluid drops on various types of surfaces is a major issue. We are interested in this phenomenon in several situations. Firstly, we investigated the spontaneous spreading of a complex yield stress fluid (Carbopol gels) on a smooth hydrophilic surface. We have shown that, in this case, the final shape of the drop at the end of a spontaneous spreading on a hydrophilic surface no longer verifies the Young-Dupré law. The drop freezes in a final state, which no longer depends only on thermodynamic parameters but also on the initial size of the drop, its mechanical properties and the hydrodynamic boundary conditions. In a second part, we studied the drop spreading during an impact on super-hydrophobic multi-textured surfaces. These surfaces exhibit a lower friction than smooth surfaces, i.e. the fluid slips at the liquid-solid interface. We thus observed that the spreading is longer than on a smooth surface. This study allowed us to look at the influence of the slippage on a non-stationary phenomenon. However, textured surfaces can be subjected to a transition from a Cassie wetting state to a Wenzel state when the velocity is too high. This transition is called "impalement", some fluid remains trapped between the textures. In the last part, we fabricated surfaces that resist to such a transition. For this purpose, we made flexible, micro-textured and super-hydrophobic membranes. We observed that they are more robust to impalement and that a higher impact speed is required to observe an impalement compared to the case of a non-deformable substrate. This delay to impalement is the result of at least two effects. On one hand, the relative movement of the membrane with respect to the falling drop that reduces the impact velocity. On the other hand, the curvature of the flexible membrane during the impact that increases the solid fraction. Indeed the textures get closer together and prevents the fluid from penetrating them.

# Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier le jury, qui a pris le temps de lire mon manuscrit, d'écouter ma soutenance et qui a évalué l'ensemble de mon travail avec justesse et bienveillance. Hélène Delanoë-Ayari, Yoël Forterre et Laurent Limat, vos retours m'ont fait chaud au cœur. Un merci particulier aux rapporteurs Etienne Reyssat et Emilie Verneuil, vous avez lu mon manuscrit en détail et traqué la moindre faute, le résultat final n'en sera que meilleur. Je vous suis reconnaissant du temps que vous avez passé pour moi en cette fin de thèse, sans vous je ne serais évidemment pas docteur.

Anne-Laure, j'ai entendu parler de toi lors mon stage de M1 ; Catherine, j'ai suivi un de tes cours en M2. Je vous connaissais donc de réputation, douées et motivées dans votre recherche et surtout bienveillantes. C'est pour cela que j'ai voulu travailler avec vous, en plus du fait que le sujet me plaisait. Je n'ai pas été déçu. Au delà des connaissances scientifiques que vous m'avez apportées, vous m'avez aussi donné de nombreux conseils que je peux réutiliser quotidiennement. Vous m'avez donné de votre temps, de votre confiance et je vous remercie pour cela. Vous êtes pourtant bien différentes, une vision du travail qui s'oppose presque mais dont on en tire que des bénéfices. Je me souviens d'un jour en particulier qui illustre bien vos différences : suite à une semaine difficile en salle blanche, soldée par de un échec supplémentaire ; Anne-Laure tu m'as dit de continuer car j'y étais presque, Catherine à l'inverse tu m'as dit de me reposer quelque jours. Une vision simpliste pourrait vous résumer à : d'un côté la persévérance pour ne pas avoir de regret sur le long terme et d'un autre côté le bien être immédiat. Au final, il résulte de votre duo un équilibre parfait. Vous avez su ensemble me pousser pour aboutir à ce travail dont je suis fier et en même temps vous avez été à mon écoute, prêtes à m'accorder le temps dont j'avais parfois besoin. J'ai passé plus de trois ans à travailler avec vous et je n'en garde que de bons souvenirs.

Si ma thèse s'est aussi très bien déroulée, c'est aussi l'œuvre de tout le laboratoire et de son administration. Je remercie en particulier les équipes liquides & interfaces et biophysiques, l'ambiance dans nos couloirs était toujours agréable. Malgré les problèmes de machine à café, la convivialité été toujours présente dans la salle de pause. Je remercie aussi Rémy, Gilles, Matthieu et Agnès pour leur aide précieuse. Après les membres permanents, viennent les non-permanent : les post-doc, les doctorants et stagiaires. Merci à tous ceux qui sont venus et parfois déjà partis, passés et présents, que j'ai croisés. Même si cette période n'a pas été

la plus simple pour organiser des activités, je garde de très bons souvenirs avec chacun de vous, de nombreuses discussions sur des sujets variés et une ambiance excellente en générale. Certains d'entre vous ont même fini par accepter de relire mon manuscrit et en corriger les coquilles, j'en suis infiniment reconnaissant. Maleke et Aymeric, sans vous ma thèse aurait été bien différente. D'une part, 50 % de mon temps au labo n'aurait pas servi de pause-café dans votre bureau et d'autre part, j'aurais économisé beaucoup d'argent en sushi et en week-ends. Mais surtout, je n'aurais pas trouvé des amis dévoués, prêts à écouter mes histoires incroyables. En particulier, Maleke-*humhum*, tu m'as donné beaucoup de conseils que je retiens et que j'appliquerai un jour, promis. Merci aussi à Corentin, mon voisin de thèse, j'avoue que je n'ai toujours pas compris ton sujet sur le « groupe de renormalisation », mais merci pour toutes les randonnées, sorties escalades et autres échappées. Camille, Raviolie se joint à moi pour te remercier du soin que tu lui as porté quand j'étais loin de Lyon. Et pour finir Julie, qui a été présente pour moi durant les moments difficiles et qui a su transformer les coups de mou en élans de motivation.

Je remercie aussi les amis extérieurs au laboratoire, la team prépa-agreg, la team prépa et tous les autres. Je sais que vous serez toujours présents pour moi dans les moments importants. Merci pour les week-ends et les vacances qui m'ont permis de souffler parfois. Je vous attends à Auxerre !

Pour finir, je remercie ma famille qui m'a toujours donné envie d'avancer, qui m'a soutenue et qui me supporte depuis plusieurs décennies maintenant. Sans vous, je ne serais pas qui je suis aujourd'hui. Mon attrait pour les sciences vient sans doute de toi papa, merci, ce manuscrit t'est dédié.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Concepts préliminaires : gouttes et mouillage</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Solides et Fluides . . . . .	7
1.3 Tension de surface . . . . .	12
1.4 Hydrodynamique . . . . .	16
1.5 Surface et mouillage . . . . .	19
1.6 Étalement spontané sur une surface hydrophile . . . . .	24
1.7 Étalement forcé et impacts de gouttes . . . . .	26
1.8 Conclusion . . . . .	30
<b>2 Étalement de fluides complexes</b>	<b>31</b>
2.1 Introduction . . . . .	35
2.2 Expériences . . . . .	40
2.3 Modélisation . . . . .	48
2.4 Résolution numérique . . . . .	55
2.5 Discussion . . . . .	61
2.6 Conclusion . . . . .	66
<b>3 Impacts de gouttes et réduction de traînée</b>	<b>69</b>
3.1 Introduction . . . . .	73
3.2 Expérience . . . . .	78
3.3 Modèle : développement d'une couche limite visqueuse . . . . .	84
3.4 Confrontation résultats et modèle 2D . . . . .	93
3.5 Conclusion . . . . .	96

<b>4</b>	<b>Membranes et montage expérimental</b>	<b>99</b>
4.1	Introduction . . . . .	102
4.2	Fabrication de membranes flexibles et microtexturées . . . . .	102
4.3	Caractérisation des membranes . . . . .	109
4.4	Dispositif expérimental . . . . .	116
4.5	Conclusion . . . . .	122
<b>5</b>	<b>Impacts sur des membranes</b>	<b>125</b>
5.1	Introduction . . . . .	130
5.2	Premières mesures et validation . . . . .	134
5.3	Décalage de l'empalement entre solide et flexible . . . . .	137
5.4	Modification du coefficient d'empalement . . . . .	143
5.5	Modélisation du rebond sur une surface flexible . . . . .	146
5.6	Conclusion . . . . .	157
	<b>Conclusion générale</b>	<b>159</b>
<b>6</b>	<b>Annexes</b>	<b>163</b>
A	Description d'une calotte sphérique . . . . .	164
B	Mesure expérimentale de la dynamique d'étalement des FCS . . . . .	165
C	Ajout du glissement dans la simulation de FCS . . . . .	166
D	Synchronisation de plusieurs caméras rapides . . . . .	167
E	Mesure de la déformation de la membrane . . . . .	169

# Introduction

Lorsque nous entrons dans une cuisine, beaucoup de phénomènes impliquant des fluides sont visibles : la goutte d'eau qui tombe du verre et s'étalant sur la nappe ; le miel qui coule doucement de la cuillère sur la tranche de pain ; la mayonnaise qui forme un tas sur les frites ou encore la goutte d'eau sur la poêle très chaude qui se met à rouler avec une forme sphérique. Ces nombreuses observations ne se limitent bien sûr pas à la cuisine, la goutte de pluie sur le pare-brise de voiture ou le gel hydroalcoolique (plus ou moins liquide) sur les mains à l'entrée des magasins en sont d'autres exemples. Il est impossible de passer outre ces observations tant les fluides sont omniprésents. L'ensemble des liquides cités précédemment ont des caractéristiques mécaniques qui leur sont propres : le miel est plus visqueux que l'eau et la mayonnaise peut s'étaler ou rester figée. La diversité des observations est d'autant plus grande lorsque l'on remarque que le comportement d'un fluide dépend de son environnement. En effet, une goutte d'eau ne s'étale pas de la même manière sur une nappe en coton ou sur une toile cirée. Dès lors une multitude de questions s'ouvre à nous. Comment avoir une mayonnaise à la consistance « parfaite » pour une meilleure qualité gustative ? Comment avoir une peinture qui s'étale facilement ? Comment maximiser le temps de contact entre une surface et un fluide pour la refroidir efficacement ? Comment réduire la friction d'un avion avec l'air environnant pour réduire sa consommation énergétique ? Ou simplement comment éviter qu'une goutte de pluie mouille nos vêtements ? Ces questions, parfois avec un enjeu industriel, écologique ou de société, trouvent leur réponse dans la recherche fondamentale en mécanique des fluides et en matière molle.

De par leur omniprésence, l'étude des fluides est sans doute l'un des domaines de recherche les plus anciens. Très tôt, le besoin de maîtriser l'eau pour l'irrigation des champs et l'alimentation des villes pousse nos ancêtres à réaliser des ouvrages hydrauliques, les plus anciens remontant à 3000 ans avant J.C.. L'hydrodynamique bascule ensuite des constructions empiriques à une description plus théorique avec les travaux d'Archimède au III<sup>e</sup> siècle avant J.C.. Il faudra ensuite attendre le XVIII<sup>e</sup> siècle et les avancées du formalisme mathématique, avec entre autres Euler, Laplace ou d'Alembert, pour voir apparaître la mécanique des fluides telle qu'on la connaît aujourd'hui. Cependant, ce domaine de recherche s'est longtemps limité à l'étude de fluides simples tel que l'eau. Ce n'est que récemment, au XIX<sup>e</sup> siècle, que les premiers travaux sur les fluides moins classiques apparaissent, notamment avec l'étude de

matériaux visco-élastiques par Maxwell et des fluides à seuil par Bingham [12]. Concernant les interactions entre le fluide et son environnement, les avancées en micro-fabrication durant les dernières décennies ont permis d'étudier comment un fluide se comporte proche de surfaces complexes. Une compréhension avancée des fluides permet d'améliorer des procédés industriels et agroalimentaires, parfois établis empiriquement il y a plusieurs décennies, mais aussi de compléter des modèles météorologiques et climatologiques par exemple. Malgré son ancienneté, l'ensemble de la recherche impliquant des fluides est donc encore très active à l'heure actuelle, tant les champs d'applications sont vastes.

Ma thèse, intitulée « Gouttes et surfaces complexes : étalement et impact », s'inscrit dans cette continuité. J'ai étudié pendant mes trois années de doctorat d'une part l'étalement d'une goutte de fluide complexe sur une surface simple, et d'autre part le comportement d'une goutte de fluide simple qui impacte une surface complexe. Au-delà des applications industrielles citées précédemment, étudier l'étalement de gouttes a également un rôle fondamental. En effet, ce sont de petits objets pour lesquels les effets de surface sont importants, on peut alors généralement négliger les effets de gravité. De plus l'étalement est un phénomène non-stationnaire, l'étudier rend donc possible d'observer les interactions liquide-solide et comment leurs influences évoluent sur des échelles de temps courtes (inférieure à 10 ms).

Mon premier chapitre présente des notions et concepts utiles pour la suite du manuscrit. Je rappelle en particulier quelques propriétés des solides et des liquides, mais aussi des fluides complexes dont le comportement est intermédiaire entre solide et liquide. Je présente ensuite des effets surfaciques comme la tension de surface et le mouillage, qui sont des concepts indispensables lorsque l'on étudie des gouttes de fluides. Pour finir, je rappelle des résultats importants concernant l'étalement de gouttes de fluides simples, qu'il soit spontané (mouillage) ou forcé (lors d'impact).

Le deuxième chapitre concerne l'étalement de fluides complexes à seuil. J'ai réalisé des expériences d'étalements spontanés de Carbopols sur des surfaces hydrophiles. J'ai constaté que, dans ce cas-là, l'état atteint à la fin de l'étalement ne vérifie plus les lois attendues pour décrire l'équilibre d'un fluide simple, telle que la loi de Young-Dupré. Un modèle a été développé pour comprendre ces différences, et une résolution numérique de l'ensemble de l'étalement a été effectuée.

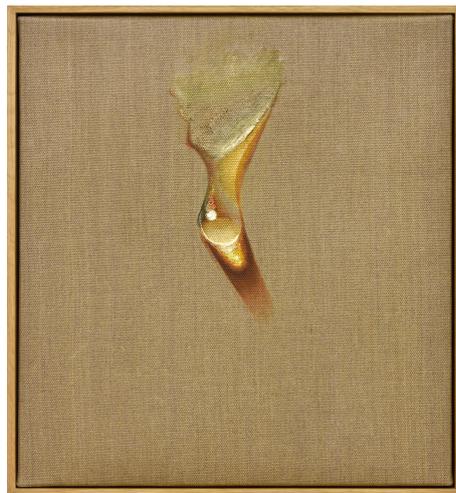
Le troisième chapitre concerne l'étalement de gouttes de fluides simples lors d'un impact sur une surface super-hydrophobe. Je me suis en particulier intéressé à la friction entre le fluide et le solide. En effet, il est admis que le fluide peut glisser le long de l'interface avec une surface super-hydrophobe. J'ai cherché à quantifier cette réduction de friction lors de l'étalement de gouttes qui est un phénomène instationnaire. Pour cela j'ai effectué des expériences d'impacts de gouttes et construit une analyse permettant de rendre compte des paramètres physiques pertinents.

Le quatrième chapitre est plus expérimental et technologique. J'ai cherché à fabriquer des

membranes flexibles, micro-texturées et super-hydrophobes, le but étant d'étudier l'influence de la flexibilité sur la possibilité (ou non) d'un empalement du fluide dans les textures lors d'un impact. L'intérêt de ce chapitre est donc double. Le premier objectif est donc de fabriquer des surfaces qui soient flexibles, avec des textures contrôlées, ce qui représente un défi de micro-fabrication. Le second objectif est de mettre en place des méthodes permettant de quantifier l'empalement, ainsi que de mesurer les différents paramètres dynamiques de l'étalement.

Le cinquième et dernier chapitre traite de l'impact de gouttes d'un fluide simple, de l'eau, sur les membranes réalisées. J'y étudie expérimentalement l'empalement, c'est-à-dire comment l'eau pénètre l'espace entre les micro-textures, en fonction de la vitesse d'impact et des propriétés mécaniques de la membrane. Je remarque en particulier qu'une membrane flexible sera plus robuste à l'empalement qu'une surface non déformable ayant les mêmes micro-textures. Je propose alors des pistes pour expliquer ces effets au vu de mes résultats. L'interprétation est cependant difficile car la réponse dynamique du système est complexe, en particulier la propagation d'ondes dans la membrane, l'étalement de la goutte et son rebond sont des phénomènes couplés. J'ai alors commencé à construire un modèle semi-analytique dont le but est de comprendre et d'expliquer les couplages mécaniques existant entre la membrane et la goutte.

Je vous souhaite une bonne lecture !



Goutte d'eau, Peinture de Kim Tschang-Yeul



# Chapitre 1

## Concepts préliminaires : gouttes et mouillage

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>Solides et Fluides</b>	<b>7</b>
1.2.1	Loi comportementale : élasticité et viscosité	7
1.2.1.a	Solide	7
1.2.1.b	Liquide	8
1.2.1.c	Entre solide et liquide	9
1.2.2	Fluides complexes à seuil	9
1.2.3	Mesure rhéologique	10
1.2.3.a	Principe	10
1.2.3.b	Courbe d'écoulement	11
1.2.3.c	Module élastique	11
<b>1.3</b>	<b>Tension de surface</b>	<b>12</b>
1.3.1	Origine de la tension de surface	12
1.3.2	Conséquence mécanique	13
1.3.2.a	Loi de Laplace	13
1.3.2.b	Force capillaire	14
1.3.3	Nombres sans dimension et longueur capillaire	14
1.3.4	Goutte pendante	15
<b>1.4</b>	<b>Hydrodynamique</b>	<b>16</b>
1.4.1	Équations de Navier-Stokes	16
1.4.2	Condition de glissement à une paroi	17
<b>1.5</b>	<b>Surface et mouillage</b>	<b>19</b>
1.5.1	Paramètre d'étalement et goutte	19

## 1. CONCEPTS PRÉLIMINAIRES : GOUTTES ET MOUILLAGE

---

1.5.2	Surfaces hydrophiles et hydrophobes . . . . .	20
1.5.3	Angle de contact . . . . .	21
1.5.3.a	Loi de Young-Dupré . . . . .	21
1.5.3.b	Loi de Wenzel . . . . .	22
1.5.3.c	Loi de Cassie-Baxter . . . . .	22
1.5.3.d	Hystérésis d'angle de contact . . . . .	23
1.5.4	Transition Cassie-Wenzel . . . . .	23
<b>1.6</b>	<b>Étalement spontané sur une surface hydrophile . . . . .</b>	<b>24</b>
1.6.1	Début de l'étalement - régime inertiel . . . . .	24
1.6.2	Fin de l'étalement - régime visqueux . . . . .	25
<b>1.7</b>	<b>Étalement forcé et impacts de gouttes . . . . .</b>	<b>26</b>
1.7.1	Hydrodynamique de l'étalement . . . . .	27
1.7.1.a	Champ de vitesse et évolution de la lamelle . . . . .	27
1.7.1.b	Annulation de la pression . . . . .	28
1.7.2	Régimes d'étalement et temps caractéristiques . . . . .	28
1.7.2.a	Cas sans friction . . . . .	29
1.7.2.b	Cas avec friction . . . . .	29
1.7.2.c	Rayon maximal . . . . .	29
<b>1.8</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>30</b>

---

## 1.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif d'introduire les différentes notions et concepts abordés dans ce manuscrit. Après un rappel sur les lois de comportements classiques des solides élastiques et des liquides visqueux, le cas des fluides dit « complexes », intermédiaires entre solides et liquides, sera abordé. Ensuite, une section sera consacrée à la description des effets surfaciques des fluides comme la notion de tension de surface, de mouillage et en particulier de superhydrophobie. Enfin je rappellerai les résultats de la littérature existante permettant de décrire la dynamique d'étalement de gouttes de fluides simples, qu'il soit spontané (mouillage) ou forcé (impact) sur des surfaces lisses.

## 1.2 Solides et Fluides

### 1.2.1 Loi comportementale : élasticité et viscosité

#### 1.2.1.a Solide

Un solide est un matériau qui possède une forme propre et qui la conserve en l'absence d'effort extérieur. Lorsqu'il est soumis à une déformation d'amplitude  $dx$  sur une hauteur  $h$  caractérisée par le taux de déformation  $\gamma = dx/h$ , une contrainte tangentielle  $\sigma$  proportionnelle à  $\gamma$  apparaît et tend à le ramener à sa forme initiale. L'ensemble des notations est présenté sur la figure 1.1.a. La loi constitutive du matériau s'écrit alors :

$$\sigma = G' \frac{dx}{h} = G' \gamma, \quad (1.1)$$

où  $G'$  est le module élastique de cisaillement du matériau [80].

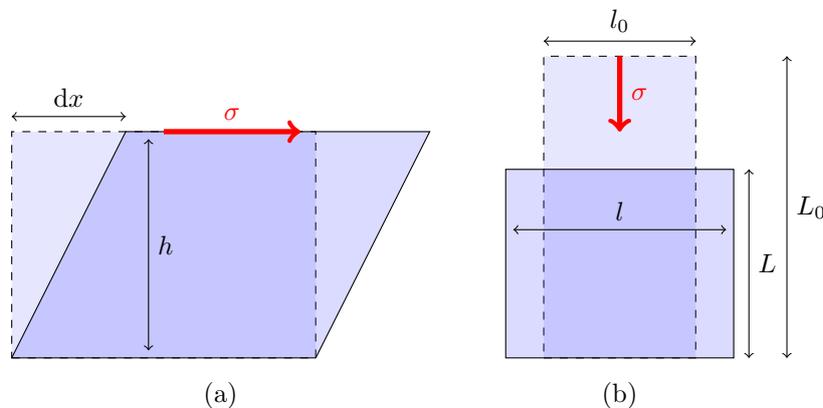


FIGURE 1.1 – Illustrations des déformations d'un milieu. (a) Cisaillement d'un taux  $\gamma = dx/h$ . (b) Compression d'un taux  $\epsilon = (L - L_0)/L_0$ .

Une réponse élastique apparaît également lorsque le solide est comprimé (figure 1.1.b) ;

dans ce cas, la contrainte est proportionnelle à la déformation relative  $\varepsilon = (L - L_0)/L_0$  telle que :

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1.2)$$

où  $E$  est le module de Young du solide. Pour finir, lorsqu'un solide est déformé dans une direction quelconque, cela provoque dans la plupart des cas une déformation selon les autres directions. On définit alors le module de Poisson  $\nu = (1 - l/l_0)/(L/L_0 - 1)$ , qui correspond à la modification du volume. Pour des petites déformations, il est possible de montrer que  $(V - V_0)/V_0 \approx (1 - 2\nu)(L - L_0)/L_0$ ; autrement dit, la modification relative du volume est proportionnelle à la modification relative de l'épaisseur. Les trois grandeurs présentées,  $G'$ ,  $E$  et  $\nu$ , sont reliées, en trois dimensions, par la relation  $E = (2(1 + \nu))G'$ .

Ces relations linéaires ne sont valables que si les déformations sont petites et inférieures à une valeur seuil. Au delà de cette limite, les composants du matériau peuvent se déplacer les uns par rapport aux autres et on perd le caractère élastique, on dit qu'il y a une déformation plastique.

### 1.2.1.b Liquide

Un liquide, quant à lui, coule et se déforme parfaitement pour minimiser son énergie. D'un point de vue moléculaire, le liquide est composé de molécules libres soumises à l'agitation thermique et aux interactions avec leurs voisines. Il n'y a pas de « mémoire de la forme », seul le mouvement relatif d'une molécule par rapport à ses voisines implique une contrainte et non la position des molécules. Dans le cas d'un fluide Newtonien, la contrainte  $\sigma$  appliquée est alors proportionnelle au taux de cisaillement du fluide  $\dot{\gamma}$ , la loi comportementale d'un tel liquide est donc :

$$\sigma = \eta\dot{\gamma}, \quad (1.3)$$

avec  $\eta$  la viscosité. Il existe également des fluides pour lesquels cette loi n'est plus valable et s'écrit, avec  $K$  la consistance :

$$\sigma = K\dot{\gamma}^n. \quad (1.4)$$

De tels fluides sont qualifiés de non-Newtoniens et voient leur viscosité modifiée lorsque le taux de cisaillement varie. C'est le cas, par exemple, des liquides non homogènes, qui sont constitués d'éléments de tailles différentes. On classera les fluides non-Newtoniens en deux catégories [44] :

- Si  $n < 1$ , la viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement augmente, on parle alors de fluide rhéo-fluidifiant (ou *shear-thinning* en anglais). C'est le cas du sang par exemple, qui est composé de cellules de tailles différentes.
- Si  $n > 1$ , la viscosité augmente lorsque le taux de cisaillement augmente, on parle alors de fluide rhéo-épaississant (ou *shear-thickening* en anglais). L'exemple le plus connu

est la suspension de fécule de maïs.

Les courbes d'écoulement de ces trois types de fluides sont présentées à la figure 1.2.

### 1.2.1.c Entre solide et liquide

D'autres fluides ont des réponses mécaniques intermédiaires entre le solide et le liquide. C'est le cas des fluides visco-élastiques qui ont un comportement élastique lorsque la fréquence des déformations est importante et un comportement plutôt visqueux sinon. Un exemple connu est le jouet pâteux « Silly Putty » qui rebondit telle une balle lorsqu'elle chute sur une surface mais qui s'étale comme un fluide visqueux lorsqu'on la laisse au repos.

Pour décrire un tel comportement, on utilise le module de cisaillement complexe :

$$G^*(\omega) = \frac{\sigma^*(\omega)}{\gamma^*(\omega)} = G'(\omega) + iG''(\omega). \quad (1.5)$$

$G'(\omega)$  est le module élastique de cisaillement caractérisant les propriétés élastiques du matériau, il correspond à l'énergie volumique stockée.  $G''(\omega) = \eta\omega$  est le module de perte, il caractérise l'énergie dissipée par viscosité et correspond à l'énergie volumique perdue par réorganisation interne du matériaux. Le module complexe  $G^*$  permet de combiner une réponse élastique et un réponse visqueuse à une petite déformation sinusoïdale  $\gamma(t) = \gamma_0 \exp(i\omega t)$ . Cette loi permet alors de généraliser le comportement d'un matériau qui n'est ni solide ni liquide, mais entre les deux.

Enfin, les fluides complexes à seuil ont également un comportement entre solide et liquide. De par leur importance dans ma thèse, le chapitre 2 étant consacré à leur étalement, je leur dédie toute la partie suivante 1.2.2.

## 1.2.2 Fluides complexes à seuil

Les fluides complexes à seuil, notés FCS par la suite, sont des matériaux particuliers qui ont un comportement rhéo-fluidifiant lorsque que la contrainte qui leur est appliquée est supérieure à une valeur seuil  $\sigma_y$ , et un comportement de solide élastique sinon [13]. Contrairement aux fluides visco-élastiques qui peuvent toujours couler, lorsque que la contrainte est inférieure au seuil, aucun mouvement n'est possible, le milieu est figé. De bons exemples sont les crèmes en tube, telles que la crème solaire ou le dentifrice. Elles ne coulent pas hors du contenant, il est nécessaire d'appliquer une force sur celui-ci pour extruder le fluide

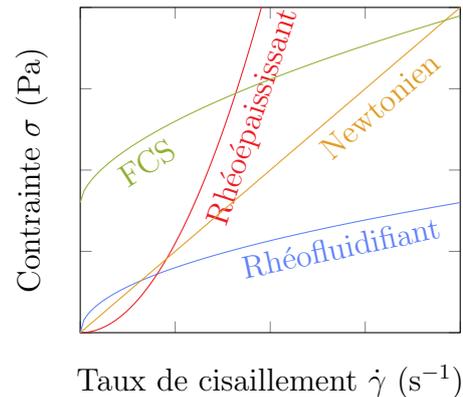


FIGURE 1.2 – Courbes d'écoulement  $\sigma(\dot{\gamma})$  pour différents types de fluides.

qui formera alors une goutte plus ou moins régulière sur la surface. Plus généralement, les émulsions, les mousses et les suspensions de microgels (que le grand public appelle « gel », tel que le gel hydroalcoolique) sont des FCS. Pour les suspensions de microgels, la contrainte seuil n'existe que si la concentration de microgels dépasse une concentration seuil, dite de *jamming* [82].

Pour décrire ce comportement complexe, différents modèles existent :

- Le modèle de Bingham :  $\sigma = \sigma_y + \eta\dot{\gamma}$ , c'est l'approximation la plus simple pour les calculs théoriques.
- Le modèle de Casson :  $\sqrt{\sigma} = \sqrt{\sigma_y} + \sqrt{\eta\dot{\gamma}}$ , il est utilisé notamment pour décrire les flux de sang dans les artères fines.
- Le modèle de Herschel-Bulkey est le plus approprié pour décrire les gels et les émulsions. C'est le modèle que j'utiliserai dans cette thèse.

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \sigma \leq \sigma_y \\ \sigma = \sigma_y + K\dot{\gamma}^n & \text{si } \sigma > \sigma_y, \end{cases} \quad (1.6)$$

où  $\sigma_y$  est la contrainte seuil,  $K$  la consistance et  $n$  l'exposant de Herschel-Bulkley.

Ce comportement entre solide et liquide est particulièrement intéressant dans de nombreux secteurs de l'industrie tels que l'agro-alimentaire où la consistance des ingrédients est primordiale, les cosmétiques et la construction [13, 78]. Les Carbopols, dont j'ai étudié l'étalement dans le chapitre 2, sont par exemple utilisés comme émulsifiants stabilisateurs ou comme épaississants dans l'industrie cosmétique.

### 1.2.3 Mesure rhéologique

#### 1.2.3.a Principe

La mesure de la réponse mécanique d'un milieu peut être réalisée à l'aide d'un rhéomètre rotatif (figure 1.3.a). Un tel appareil met l'échantillon en mouvement avec un couple  $M$  et mesure soit une vitesse de rotation  $\Omega$ , soit un angle  $\theta$ . À partir de ces mesures brutes, il est possible de remonter aux grandeurs d'intérêts telles que la contrainte de cisaillement  $\sigma$ , le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  ou encore la déformation  $\gamma$  en fonction de la géométrie utilisée (les différents types de géométries sont représentés sur les figures 1.3.b, .c et .d ). Par exemple pour une géométrie plan-plan, le taux de cisaillement est directement donné par  $\dot{\gamma}(r) = \Omega r/e$ , avec  $r$  la distance au centre de rotation du rhéomètre et  $e$  l'épaisseur de l'entre-fer. Les deux types de mesures réalisables sont présentées dans la suite.

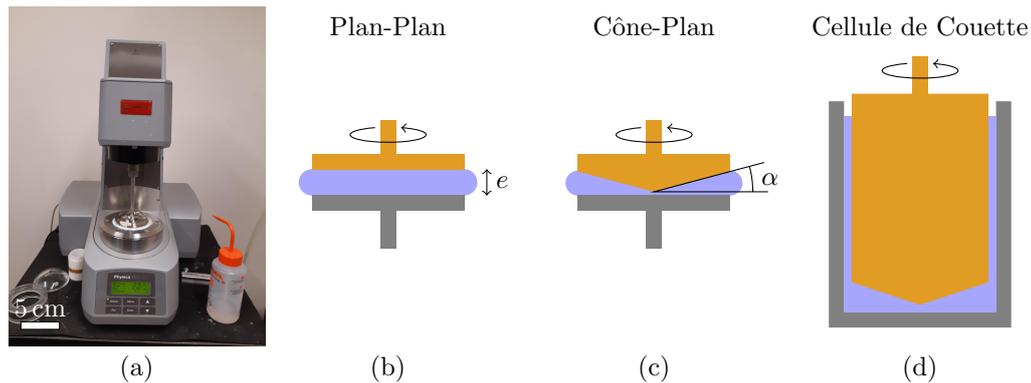


FIGURE 1.3 – (a) Photographie du rhéomètre rotatif utilisé, ANTON PAAR Physica MCR 301. (b, c, d) Géométries les plus courantes pour un rhéomètre rotatif, en gris la partie fixe et en orange la partie tournante. Le fluide étudié est représenté en bleu.

### 1.2.3.b Courbe d'écoulement

La première mesure possible est l'obtention de la courbe d'écoulement  $\sigma(\dot{\gamma})$ . Pour cela nous effectuons la mesure de la contrainte  $\sigma$  en imposant différents taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Cette mesure sera effectuée après avoir atteint l'état stationnaire.

Pour un fluide Newtonien, la courbe d'écoulement donne directement la viscosité d'après la relation  $\sigma = \eta\dot{\gamma}$  (équation 1.3). La figure 1.4.a présente une telle mesure, pour deux mélanges eau-glycérol à 70 % et 80 % en masse de glycérol, effectuées avec une géométrie de Couette. Un ajustement donne, respectivement,  $\eta = 3.1 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  et  $\eta = 8.1 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . L'incertitude sur l'ajustement est négligeable, le coefficient de corrélation est de  $r^2 > 0.999$ , l'erreur expérimentale réelle provient de la quantité de fluide utilisée et de sa préparation, dans cette géométrie elle est inférieure à 5 %.

Le même type de mesure pour un fluide à seuil est présenté sur la figure 1.4.b. Pour un tel fluide, de part sa rhéologie complexe, des précautions supplémentaires sont à prendre. Pour s'assurer que le fluide est totalement cisailé au début de la mesure, nous imposons un taux de cisaillement de plus en plus faible, de  $100 \text{ s}^{-1}$  à  $0.01 \text{ s}^{-1}$ , avec 10 points par décade. Pour chaque valeur de  $\dot{\gamma}$ , la mesure est faite pendant 20 s, ce qui permet d'assurer une contrainte stationnaire [31]. Les mesures sont ensuite ajustées selon la loi d'Herschel-Bulkley (équation 1.6) ce qui permet de déterminer les paramètres  $\sigma_y$ ,  $K$  et  $n$ . Cependant l'utilisation d'un FCS met en défaut le rhéomètre qui se trompe sur le calcul de la contrainte à partir du couple en géométrie plan-plan (le calcul est effectué en supposant un fluide Newtonien). Les coefficients  $\sigma_y$  et  $K$  doivent, respectivement, être corrigés d'un facteur  $4/3$  et  $4/(3+n)$  [37].

### 1.2.3.c Module élastique

Un rhéomètre permet également de mesurer le module de cisaillement complexe  $G^*(\omega, \gamma_0)$  d'un matériau. Pour cela, nous imposons à l'échantillon une déformation périodique à une

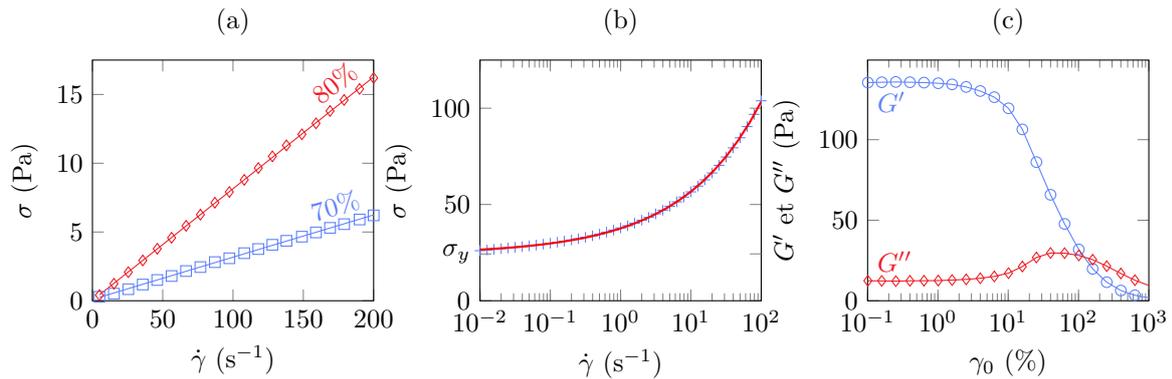


FIGURE 1.4 – (a) Courbe d'écoulement  $\sigma(\dot{\gamma})$  de deux mélanges eau-glycérol à 70 % (bleu) et 80 % (rouge) en masse de glycérol. (b) Courbe d'écoulement  $\sigma(\dot{\gamma})$  d'un fluide à seuil Carbopol U10 0.2 %. (c) Mesure de  $G'(\gamma_0)$  (ronds bleu) et  $G''(\gamma_0)$  (losanges rouge) pour le même Carbopol pour  $f = 1$  Hz.

amplitude et une fréquence fixée. La réponse du matériau nous renseigne sur le module élastique  $G'(\omega, \gamma_0)$  et le module de perte  $G''(\omega, \gamma_0)$ , que l'on relie à  $G^*$  via l'équation 1.5.

La figure 1.4.c présente la mesure de  $G^*(\gamma_0)$  (plus exactement de  $G'(\omega, \gamma_0)$  et de  $G''(\omega, \gamma_0)$ ) à une fréquence d'oscillation de  $f = 1$  Hz pour un fluide à seuil (du Carbopol U10 à 0.2 %). Nous constatons que pour des petites déformations ( $\gamma_0 < 10$  %), les courbes présentent un plateau. Pour un gel de Carbopol, le module élastique est constant jusqu'à la valeur critique typique  $\sim 10$  % [31]. Dans ce régime linéaire, nous mesurons alors le module élastique  $G'$  en effectuant plusieurs mesures à  $\gamma_0 = 1$  %. Il est également montré que la valeur de  $G'$  dépend peu de la fréquence d'oscillation et  $G''$  varie en racine de la fréquence entre 0.1 et 10 Hz [48].

## 1.3 Tension de surface

### 1.3.1 Origine de la tension de surface

Pour comprendre l'origine de la tension de surface, je propose ici un modèle simple illustrant les interactions entre les molécules d'un fluide [35, 95].

Au sein d'un fluide, les molécules sont soumises à des interactions de van der Waals avec leurs voisines. À l'interface entre un liquide et un gaz, les molécules du liquide condensé sont en équilibre avec les molécules en phase gazeuse (la vapeur). Dans le liquide, chaque molécule possède donc une énergie d'interaction  $\epsilon_l < 0$ , due aux forces attractives avec ses proches voisines. De même on définira une énergie d'interaction  $\epsilon_g$  au sein de la vapeur. À l'interface entre la phase liquide et la phase gazeuse, il existe une fine couche, d'épaisseur comparable à la taille d'une molécule, où les molécules sont soumises à l'action des deux fluides. Appelons alors  $\epsilon_{lg}$  l'énergie d'interaction d'une molécule à l'interface.  $\epsilon_{lg}$  est compris entre  $\epsilon_l$  et  $\epsilon_g$ . Soient  $N_l$  et  $N_i$  respectivement le nombre de molécules dans le liquide et le

nombre de molécules à l'interface, l'énergie totale du liquide s'écrit alors :

$$\begin{aligned} E_l &= (N_l - N_i)\epsilon_l + N_i\epsilon_{lg} \\ &= N_l\epsilon_l + N_i(\epsilon_{lg} - \epsilon_l). \end{aligned} \quad (1.7)$$

En écrivant  $N_i \approx S/a^2$ , avec  $a$  la taille caractéristique d'une molécule et  $S$  la surface de l'interface, on peut écrire :

$$E_l = N_l\epsilon_l + S\frac{\epsilon_{lg} - \epsilon_l}{a^2}. \quad (1.8)$$

Le second terme  $S(\epsilon_{lg} - \epsilon_l)/a^2$  peut être interprété comme une énergie de surface, qui provient du fait que les interactions entre le liquide et la vapeur sont différentes. On peut alors définir une grandeur  $\Gamma = (\epsilon_{lg} - \epsilon_l)/a^2$  telle que  $E_l = N_l\epsilon_l + S\Gamma$ . Cette grandeur est positive, ne dépend que du fluide et est homogène à une énergie surfacique, c'est par définition, la tension de surface.

De même, il est possible de définir la tension de surface liquide-solide  $\Gamma_{sl}$  et solide-gaz  $\Gamma_{sg}$ . Ces trois termes définissent alors l'affinité relative qu'aura un liquide avec son environnement. Par exemple s'il est plus favorable pour un liquide de maximiser sa surface de contact avec un solide ou à l'inverse de la minimiser, on aura donc respectivement une goutte qui s'étale ou qui garde une forme sphérique.

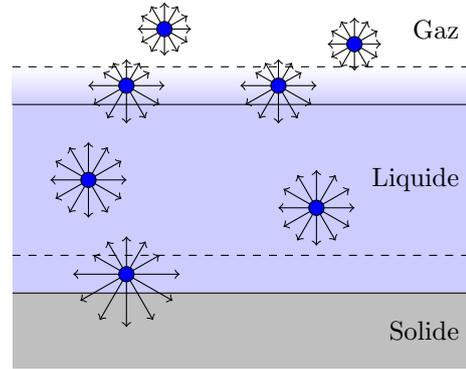


FIGURE 1.5 – Illustration des interactions entre les molécules.

## 1.3.2 Conséquence mécanique

### 1.3.2.a Loi de Laplace

Soit une goutte, de rayon  $R$ , constituée d'un fluide de tension de surface  $\Gamma$  avec le gaz environnant et en surpression de  $\Delta P$  par rapport au milieu extérieur. On suppose que la goutte est à l'équilibre et que son énergie est minimale. Soit  $dE$  sa variation d'énergie si l'on modifie son rayon de  $dR$ . Cette variation d'énergie correspond à une variation de l'énergie de surface mais aussi à un travail des forces de pression.

$$dE = 0 = \underbrace{8\pi\Gamma R dR}_{\text{Variation d'énergie de surface}} + \underbrace{-4\pi\Delta P R^2 dR}_{\text{Travail des forces de pression}}. \quad (1.9)$$

Après simplification, nous obtenons la loi de Laplace :

$$\Delta P = \frac{2\Gamma}{R}. \quad (1.10)$$

Elle peut être généralisée à n'importe quelle surface, en notant  $R_1$  et  $R_2$  ses deux rayons de courbure principaux :

$$\Delta P = \Gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.11)$$

À toute interface courbée entre deux fluides, il existe donc un saut de pression qui dépend de la courbure et de la tension de surface.

### 1.3.2.b Force capillaire

L'énergie que gagne un fluide à diminuer sa surface de  $dS$  est  $dW = \Gamma dS$ . Ce gain peut être interprété comme le travail infinitésimal d'une force capillaire  $dW = dF_{\text{cap}} dx$  orthogonale au bord de l'interface et contenue dans le plan de l'interface :

$$dF_{\text{cap}} = \Gamma dl. \quad (1.12)$$

avec  $dl$  une longueur infinitésimale tangente à l'interface.

La figure 1.6 illustre une expérience simple mettant en évidence cette force capillaire. Un fil de coton est fixé et sépare un anneau métallique en deux parties. En immergeant le dispositif dans une solution savonneuse, nous formons deux films de savon de part et d'autre du fil (figure 1.6.a). Les forces capillaires exercées par chaque film sur le fil sont identiques et se compensent, c'est un état d'équilibre. Lorsque le film dans la partie inférieure est rompu, la force exercée par le second film tend le fil (figure 1.6.b).

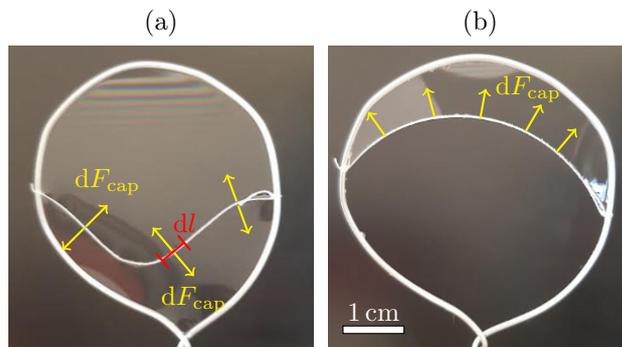


FIGURE 1.6 – Illustration des forces capillaires  $dF_{\text{cap}}$  d'un film de savon sur un fil. Les forces capillaires s'exercent orthogonalement au fil et sont contenues dans le plan de l'interface. a) Les forces capillaires exercées par chaque film de savon se compensent. b) Un des films est rompu, le fil est tendu.

### 1.3.3 Nombres sans dimension et longueur capillaire

Une goutte de rayon  $R$  possède une énergie de surface qui est de l'ordre de  $E_s \sim \Gamma R^2$ , qui peut être comparée à deux autres énergies : l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.

Lorsque la goutte de masse volumique  $\rho$  est en chute libre à une vitesse  $v$ , elle possède une énergie cinétique  $E_c \sim \rho R^3 v^2$ . Nous définissons le nombre de Weber,  $We$ , qui compare l'énergie cinétique et l'énergie de surface par :

$$We = \frac{\rho R v^2}{\Gamma}. \quad (1.13)$$

Lors d'une chute, si  $We < 1$  alors les effets de tension de surface sont importants et la goutte reste sphérique, à l'inverse si  $We > 1$  la goutte se déformera voire se fragmentera.

Lorsqu'une goutte est au repos sur une surface, nous pouvons comparer l'énergie potentielle volumique de pesanteur (à une altitude  $R$ ) et l'énergie volumique de surface. Nous définissons alors le nombre de Bond :

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\Gamma}. \quad (1.14)$$

Si  $Bo < 1$ , l'énergie de tension de surface est importante et la gravité  $g$  ne modifiera pas, ou peu, la forme de la goutte. À l'inverse si  $Bo > 1$ , l'énergie de pesanteur est telle que la goutte est déformée, elle apparaîtra aplatie (figure 1.7).

À partir du nombre de Bond, il est alors possible de définir une longueur caractéristique  $l_c$ , appelée longueur capillaire, telle que  $Bo = (R/l_c)^2$  où :

$$l_c = \sqrt{\frac{\Gamma}{\rho g}}. \quad (1.15)$$

Cette longueur définit la taille limite d'une goutte à partir de laquelle les effets de la gravité ne sont plus négligeables.

### 1.3.4 Goutte pendante

La forme d'une goutte dépend donc de sa densité, de sa taille et de sa tension de surface avec le milieu environnant. Il est alors possible de mesurer la tension de surface d'un fluide à partir de la forme que prend une goutte. Par exemple, lorsqu'une goutte est pendue à une seringue (figure 1.7.b), sa forme dépend de la pression de Laplace (donc de la tension de surface) et de la pression hydrostatique, c'est la méthode de la goutte pendante [35]. L'équilibre de ces deux pressions à une hauteur  $z$  permet d'établir l'équation suivante :

$$\frac{z}{l_c^2} = \left( -\frac{r''(z)}{(1+r'^2(z))^{3/2}} + \frac{1}{r(z)(1+r'^2(z))^{1/2}} \right), \quad (1.16)$$

avec  $r(z)$  le rayon de la goutte à la hauteur  $z$ .

Cette équation peut être résolue numériquement. L'enjeu est de choisir la bonne valeur de  $\Gamma$  pour que la solution suive la forme de la goutte observée expérimentalement. La figure

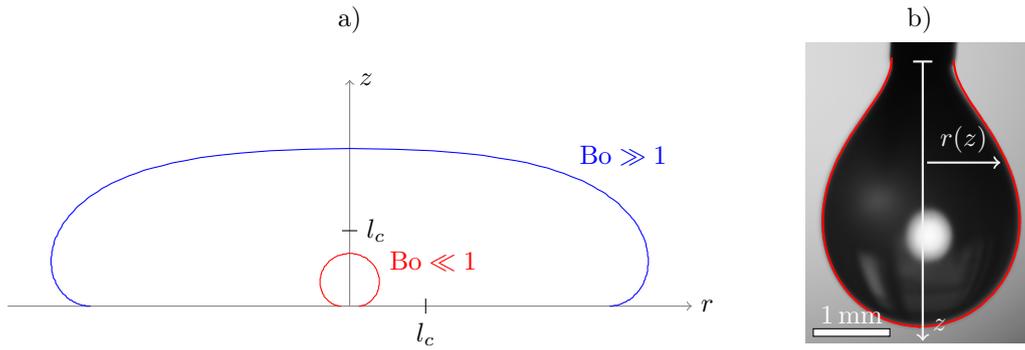


FIGURE 1.7 – a) Illustration de deux gouttes pour un petit (en rouge) et un grand nombre de Bond (en bleu), forme calculée en s’inspirant de [98]. b) Illustration d’une mesure de tension de surface par la méthode de la goutte pendante.

1.7.b présente une telle mesure, la forme rouge correspond à une résolution de l’équation 1.16 avec  $l_c \simeq 2.3 \text{ mm}$ , ce qui correspond à une tension de surface de  $\Gamma \simeq 53 \text{ mN m}^{-1}$ . Le fluide ici étudié est une suspension aqueuse d’acide polyacrylique, telle qu’utilisée dans le chapitre 2. L’incertitude associée à l’ajustement est très faible mais il convient de reproduire la mesure avec plusieurs gouttes d’un même fluide. Les principales sources d’incertitudes sont la qualité de la photographie et la propreté de la seringue qui impacte le raccordement de la goutte. Par exemple, pour cette solution de poly(acrylique acide) à 2 %, après une étude statistique sur 15 mesures, nous obtenons une tension de surface de  $\Gamma = 60 \pm 3 \text{ mN m}^{-1}$ .

## 1.4 Hydrodynamique

### 1.4.1 Équations de Navier-Stokes

Les écoulements de fluides sont décrits par les équations de Navier-Stokes [44]. Ces équations sont constituées d’une part de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right) = -\nabla P + \rho \vec{g} + \eta \nabla^2 \vec{V} \quad (1.17)$$

et d’autre part de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0. \quad (1.18)$$

Généralement, nous étudions des écoulements incompressibles, la conservation de la masse se simplifie donc en :  $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ . Les conditions hydrodynamiques aux limites avec une interface solide sont généralement que le fluide ne pénètre pas dans le solide et qu’il ne glisse pas sur la paroi.

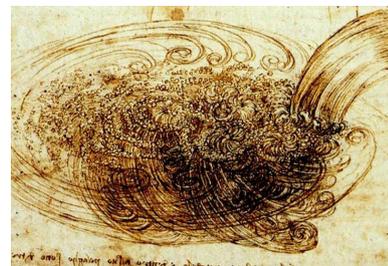


FIGURE 1.8 – Croquis de la turbulence par Léonard de Vinci.

Ces deux conditions se traduisent respectivement par une vitesse normale et une vitesse tangentielle nulles à l'interface solide-liquide.

Ces équations non linéaires sont généralement difficiles à résoudre sans avoir recours à des outils numériques. Il n'est possible de les résoudre que dans des cas particuliers et sous certaines hypothèses.

En adimensionnant les équations de Navier-Stokes, avec  $U$  et  $L$  respectivement une vitesse et une longueur caractéristiques, nous définissons le nombre de Reynolds :

$$\text{Re} = \frac{\rho LU}{\eta} = \frac{LU}{\nu}, \quad (1.19)$$

avec  $\nu$  la viscosité cinématique. Ce nombre compare les forces d'inertie et les forces visqueuses :

$$\text{Re} = \frac{\left\| \rho \left( \vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\mathbf{V}} \right\|}{\left\| \eta \nabla^2 \vec{\mathbf{V}} \right\|}. \quad (1.20)$$

En fonction du nombre de Reynolds, il est alors possible de négliger un terme ou l'autre. Lorsque le nombre de Reynolds est faible, les effets de la viscosité sont importants. Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes se simplifient et deviennent linéaires, on les nomme alors équations de Stokes. L'écoulement est laminaire. À l'inverse lorsque le nombre de Reynolds est important, le terme non linéaire est conservé. Dans ce cas là, l'écoulement peut devenir turbulent et semble imprédictible, comme observé Léonard de Vinci au XV<sup>e</sup> siècle (figure 1.8).

### 1.4.2 Condition de glissement à une paroi

Lorsqu'un objet est en mouvement dans un fluide, ou inversement, une force de traînée apparaît. Elle dépend de la forme du solide, de sa texture mais aussi de la condition hydrodynamique à sa surface. Une des hypothèses les plus souvent formulées est celle de non-glissement : la vitesse tangentielle est continue à l'interface entre le fluide et le solide. Nous supposons donc que la vitesse du fluide est égale à la vitesse du solide. Cette hypothèse, réaliste dans un grand nombre de situations, peut pourtant être mise en défaut. En effet, depuis plusieurs décennies, il est admis qu'il existe toujours un glissement intrinsèque du fluide le long d'une surface solide.

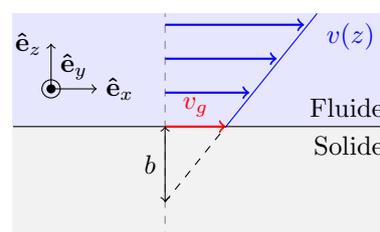


FIGURE 1.9 – Définition des notations pour le glissement utilisées :  $b$  et  $v_g$  sont respectivement la longueur et la vitesse de glissement.

Henri Navier a proposé un formalisme pour quantifier le glissement basé sur la continuité des contraintes à l'interface liquide/solide [79]. La contrainte exercée par le liquide sur le

solide est une contrainte visqueuse telle que :

$$\sigma_{\text{interface}} = \eta \left. \frac{dv}{dz} \right|_{\text{interface}} \quad (1.21)$$

La contrainte exercée par le solide sur le fluide est modélisée comme une contrainte de friction proportionnelle à la vitesse d'écoulement :

$$\sigma_{\text{interface}} = \lambda v_g, \quad (1.22)$$

où  $\lambda$  est le coefficient de friction et  $v_g$  la vitesse de glissement. La continuité des contraintes impose :

$$\lambda v_g = \eta \left. \frac{dv}{dz} \right|_{\text{interface}} \quad (1.23)$$

Navier introduit alors la longueur de glissement  $b$  définie par  $b = \eta/\lambda$ , elle correspond à la longueur dans le solide où l'extrapolation linéaire du profil de vitesse s'annule (figure 1.9).

Pour un fluide simple (de l'eau), proche d'une surface lisse, cette longueur dépend de l'angle de contact du liquide sur la paroi. En 1999, Jean-Louis Barrat *et al.* montrent à l'aide de simulations numériques l'existence d'un glissement d'environ 30 diamètres moléculaires pour des angles de contact supérieurs à  $90^\circ$  [3]. Cecile Cottin-Bizonne *et al.* mesurent expérimentalement en 2005 une longueur de glissement nulle (au nanomètre près) pour des surfaces hydrophiles et de 20 nm sur des surfaces lisses hydrophobes [21]. Le glissement intrinsèque étant faible, la condition de non-glissement reste valide dans la plupart des écoulements macroscopiques. Pour avoir un réel impact sur des systèmes d'échelles plus grandes, la longueur de glissement doit être de taille micrométrique. Une solution adoptée pour augmenter le glissement est l'emploi de surfaces super-hydrophobes, à la fois rugueuses et hydrophobes [94, 65]. En effet, la présence de poches d'air dans les anfractuosités de la surface permet de réduire la friction et donc d'augmenter le glissement comme nous le verrons en détail dans le chapitre 3.

Une autre approche pour augmenter le glissement est « d'introduire » une couche de fluide moins visqueuse que le liquide entre ce dernier et le solide. Cette couche est appelée couche de lubrification et nous parlons alors de glissement apparent. Nous pouvons citer deux exemples :

- La caléfaction, où une couche de vapeur sépare le solide du liquide. La viscosité de la couche de vapeur est environ 100 fois plus faible que celle du fluide.
- Le cas des fluides complexes à seuil (FCS) tels que les émulsions ou les suspensions denses de microgels de polymères qui glissent le long de parois lisses [69] (figure 1.10). Si l'interaction entre la paroi et la microstructure (gouttes ou microgels) est répulsive [96], il existe une couche de solvant entre le solide et le fluide à seuil dont l'épaisseur

dépend de la vitesse, pouvant atteindre  $1\ \mu\text{m}$  d'épaisseur [82], et dont la viscosité est bien plus faible que le FCS. On définit la vitesse de glissement comme étant la vitesse à l'interface entre le FCS et la couche de lubrification. C'est un glissement apparent et non intrinsèque car il y a un gradient de vitesse dans la couche de lubrification et la vitesse s'annule bien à la paroi solide.

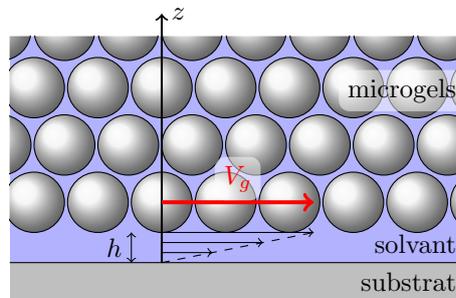


FIGURE 1.10 – Illustration du glissement d'une suspension dense de microgels sur un substrat lisse. Le solvant forme une couche de lubrification entre le solide et la suspension de microgels.

## 1.5 Surface et mouillage

### 1.5.1 Paramètre d'étalement et goutte

Lorsqu'une goutte de fluide Newtonien est déposée doucement sur une surface lisse, elle peut s'étaler totalement ou partiellement, ce qui dépend de la nature des différents matériaux mis en jeu : la surface solide, le gaz environnant et le liquide s'étalant. Pour évaluer l'affinité d'un liquide avec une surface, nous définissons le paramètre d'étalement  $S = \Gamma_{sg} - (\Gamma_{sl} + \Gamma)$ , avec  $\Gamma_{sg}$ ,  $\Gamma_{sl}$  et  $\Gamma$  respectivement la tension de surface solide-gaz, solide-liquide et liquide-gaz. Ce paramètre correspond à l'énergie de surface que le système liquide-gaz-solide gagne lorsque le fluide mouille la surface. Ainsi, si  $S > 0$  alors il est favorable pour le liquide de s'étaler le plus possible sur le solide, le mouillage est total. À l'inverse, si  $S < 0$ , le mouillage est partiel et le liquide forme une goutte. Dans ce cas là, nous définissons la ligne triple comme la ligne séparant les trois phases du système (gaz, liquide et solide), et l'angle de contact  $\theta$  comme l'angle du liquide sur le solide au niveau de cette ligne triple (figure 1.11). Pour un fluide Newtonien, l'angle  $\theta$  vérifie la minimisation de l'énergie du système ainsi que l'équilibre des forces mécaniques.

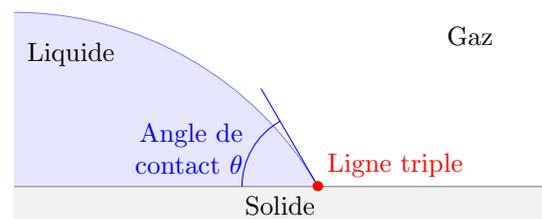


FIGURE 1.11 – Description d'une goutte en mouillage partiel.

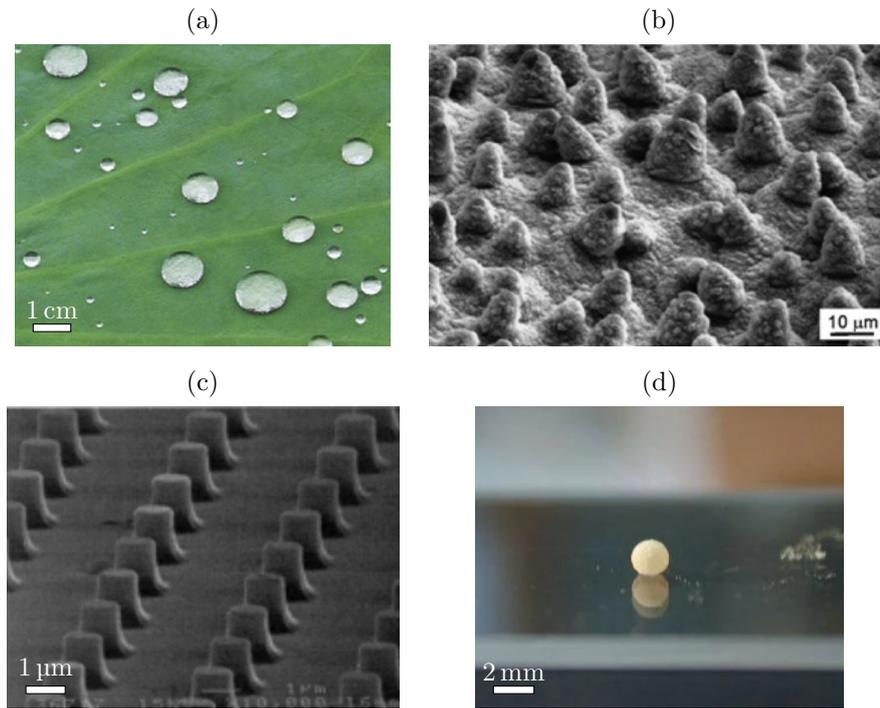


FIGURE 1.12 – (a) Goutte d’eau sur une feuille de lotus (image de [86]). (b) Feuille de lotus *Nelumbo nucifera* au microscope électronique (image de [53]). (c) Surface avec des textures contrôlées (image de [10]). (d) Bille liquide sur une surface de verre (image de [1]).

### 1.5.2 Surfaces hydrophiles et hydrophobes

Il est possible de classer les surfaces en deux catégories, les surfaces mouillantes, ou hydrophiles) pour lesquelles  $\theta \leq 90^\circ$  et les surfaces non mouillantes, ou hydrophobes, avec  $\theta \geq 90^\circ$ . Pour de l’eau, il n’est pas possible d’obtenir un angle de contact supérieur à  $130^\circ$  environ uniquement par des procédés chimiques [113]. Pour obtenir des surfaces super-hydrophobes, *i.e.* avec  $\theta \geq 150^\circ$ , nous devons utiliser des surfaces texturées.

Les surfaces super-hydrophobes sont courantes dans la nature, l’exemple le plus connu étant la feuille de lotus qui a donné son nom à « l’effet lotus » (figure 1.12.a) [6]. Les feuilles de lotus présentent des textures d’une dizaine de micro-mètres enrobées de cire hydrophobe. Une telle surface permet d’obtenir un angle de contact supérieur à  $160^\circ$  avec un hystérésis faible ( $< 4^\circ$ ) (figure 1.12.b) [53]. Grâce aux avancées récentes en micro-fabrication, il est aujourd’hui possible de reproduire de telles surfaces avec des textures contrôlées (figure 1.12.c) [10].

Pour limiter le mouillage, il est aussi possible d’utiliser des gouttes de fluide enrobées dans une poudre hydrophobe que l’on appelle bille liquide (figure 1.12.d) [1, 17]. Dans ce cas, la poudre isole la surface du fluide et l’on obtient les mêmes propriétés de mouillage que pour une surface super-hydrophobe quelle que soit la mouillabilité du substrat.

Nous définissons la rugosité  $r$  d'une surface et la fraction solide  $\Phi_s$  de la manière suivante :

$$r = \frac{S_{\text{réelle}}}{S_{\text{apparente}}} \geq 1 \quad \text{et} \quad \Phi_s = \frac{S_{\text{solide}}}{S_{\text{apparente}}} \leq 1, \quad (1.24)$$

les surfaces étant définies sur la figure 1.13. La rugosité  $r$  est plutôt utilisée pour les surfaces hydrophiles, lorsque le fluide mouille l'ensemble des textures. À l'inverse, la fraction solide est utile pour les surfaces super-hydrophobes, lorsque le fluide repose sur le haut des textures.

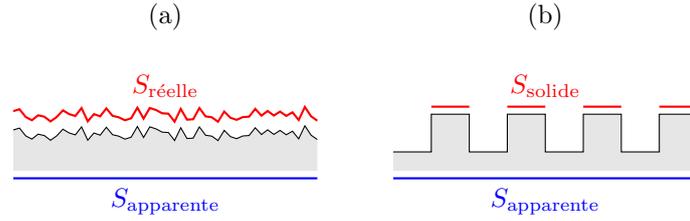


FIGURE 1.13 – Définitions des grandeurs  $S_{\text{réelle}}$ ,  $S_{\text{apparente}}$  et  $S_{\text{solide}}$  pour une surface rugueuse (a) et texturée (b).

### 1.5.3 Angle de contact

#### 1.5.3.a Loi de Young-Dupré

Dans le cas d'un étalement partiel sur une surface lisse idéale, l'angle d'équilibre  $\theta_e$  est donné par la loi de Young-Dupré :

$$\cos \theta_e = \frac{\Gamma_{sg} - \Gamma_{sl}}{\Gamma}, \quad (1.25)$$

où  $\Gamma_{sg}$ ,  $\Gamma_{sl}$  et  $\Gamma$  sont respectivement les tensions de surface solide-gaz, liquide-solide et liquide-gaz.

Cette loi peut être démontrée en équilibrant les forces capillaires ou en minimisant les énergies de surface. La démonstration que je propose ici s'appuie sur des considérations énergétiques sur l'ensemble de la goutte. Pour simplifier, je suppose que la goutte a la forme d'une calotte sphérique de rayon de contact  $R$  et d'angle de contact  $\theta$ , elle est alors décrite par les équations rappelées en annexe A. L'énergie de surface de la goutte vaut donc :

$$E = \underbrace{\pi R^2 (\Gamma_{sl} - \Gamma_{sg})}_{\text{Énergie sur surface lisse}} + \underbrace{\Gamma \frac{2\pi R^2}{\sin^2 \theta} (1 - \cos \theta)}_{\text{Énergie liquide-gaz}}. \quad (1.26)$$

Comme la goutte est dans un état d'équilibre, la variation infinitésimale de l'énergie par

rapport à la géométrie est nulle,  $dE = 0$ . On obtient donc l'équation suivante :

$$dE = 0 = 2\pi(\Gamma_{sl} - \Gamma_{sg})RdR + 4\pi\frac{1 - \cos\theta}{\sin^2\theta}\Gamma RdR + 2\pi R^2\Gamma\frac{1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta}{\sin^3\theta}d\theta \quad (1.27)$$

ou encore :

$$0 = (\Gamma_{sl} - \Gamma_{sg}) + 2\frac{1 - \cos\theta}{\sin^2\theta}\Gamma + R\Gamma\frac{1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta}{\sin^3\theta}\frac{d\theta}{dR}. \quad (1.28)$$

La dérivé  $\frac{d\theta}{dR}$  s'obtient par conservation du volume ( $d\Omega = 0$ , équation 6.4, avec  $\Omega$  le volume de la calotte). Après simplification de l'équation 1.28, on retrouve directement la loi de Young-Dupré.

### 1.5.3.b Loi de Wenzel

La loi de Young-Dupré est modifiée lorsque la goutte est déposée sur une surface rugueuse et que le liquide mouille les rugosités. Ce cas-là est décrit par la loi de Wenzel [110] :

$$\cos\theta_{r,e} = r \cos\theta_{l,e}, \quad (1.29)$$

où  $\theta_{r,e}$  et  $\theta_{l,e}$  sont respectivement les angles d'équilibre sur surface rugueuse et lisse, et  $r$  est la rugosité de la surface (figure 1.14). Comme  $r \geq 1$ , le caractère hydrophile ou hydrophobe de la surface est accentué par la présence de rugosité. En effet si  $\theta_{l,e} < 90^\circ$  alors  $\theta_{r,e} < \theta_{l,e}$  et si  $\theta_{l,e} > 90^\circ$  alors  $\theta_{r,e} > \theta_{l,e}$ .

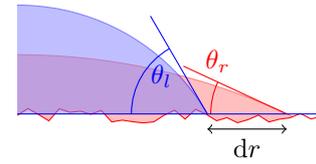


FIGURE 1.14 – Loi de Wenzel

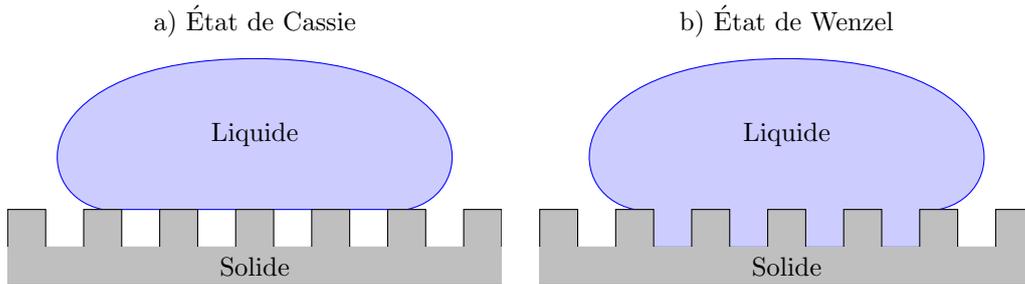


FIGURE 1.15 – Illustrations des états de Cassie (a) et de Wenzel (b).

### 1.5.3.c Loi de Cassie-Baxter

Lorsque le liquide ne mouille pas l'intérieur des rugosités et qu'il reste juste en surface, du gaz reste piégé dans les textures (figure 1.15.a). On parle alors de goutte fakir ou d'effet lotus. Dans cet état de mouillage, l'angle de contact d'équilibre est donné par la loi de Cassie-Baxter [16] :

$$\cos\theta_{r,e} = (\cos\theta_{l,e} + 1)\Phi_s - 1, \quad (1.30)$$

où  $\Phi_s$  est la fraction solide de la surface. Cet état est favorable si  $\theta_{l,e} > 90^\circ$  et si  $\cos \theta_{l,e} < (\Phi_s - 1)/(r - \Phi_s)$ .

### 1.5.3.d Hystérésis d'angle de contact

L'angle de contact prévu par les lois de Young, de Wenzel et de Cassie-Baxter sont des angles d'équilibre [35]. Cependant, les surfaces utilisées ne sont jamais idéales et présentent des inhomogénéités chimiques ou géométriques. Il existe de ce fait toujours un accrochage de la ligne triple, même très faible, sur les défauts de la surface. L'angle de contact est alors modifié sans que la ligne triple ne soit mise en mouvement. Il est possible de définir un intervalle  $[\theta_r, \theta_a]$  dans lequel l'angle de contact se trouve et évolue. L'hystérésis d'angle de contact est défini comme la largeur de cet intervalle :  $\Delta\theta = \theta_a - \theta_r$ . L'angle de contact d'équilibre est inclus dans cet intervalle.

Une manière de visualiser l'hystérésis de l'angle de contact est de placer une goutte sur une surface inclinée 1.16. Lorsque l'on incline la surface petit à petit, la goutte se met à glisser à partir d'une inclinaison critique, on mesure alors l'angle d'avancée en aval et l'angle de reculée en amont de la pente.

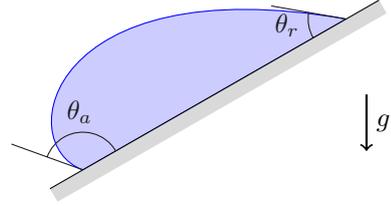


FIGURE 1.16 – Illustration de l'hystérésis d'angle de contact,  $\theta_a$  et  $\theta_r$  correspondent respectivement à l'angle d'avancée et l'angle de reculée.

### 1.5.4 Transition Cassie-Wenzel

Sur une surface rugueuse, deux états de mouillage existent : l'état de Wenzel pour lequel le fluide pénètre dans les structures ; et l'état de Cassie pour lequel le fluide ne pénètre pas (figure 1.15). Dans l'état de Cassie, du gaz reste emprisonné dans les microstructures, le fluide est donc partiellement posé sur le haut des textures et ne mouille pas toute la surface.

La transition entre l'état de Cassie et l'état de Wenzel peut se produire spontanément ou sous une action extérieure. Elle a lieu lorsque la pression dans la goutte est plus importante qu'une pression critique  $P_c$  qui dépend, entre autre, de la géométrie de la surface (de sa fraction solide, de la taille et de l'espacement de ses textures [22, 4, 64]). Bartolo *et al.* propose une expression pour cette pression critique dans le cas d'une surface constituée de plots [4] :

$$P_c = \frac{2\Phi_s}{1 - \Phi_s} \left| \cos(\theta) \right| \frac{\Gamma}{l}, \quad (1.31)$$

avec  $\Phi_s$ ,  $\theta$  et  $l$  respectivement la fraction solide, l'angle de contact et le rayon des plots. Une telle transition a été observée dans différentes situations, les plus courantes étant :

- Lorsqu'une goutte de fluide s'évapore sur une telle surface, son rayon diminue et la pression de Laplace au sein de celle-ci augmente ( $P_L \sim \Gamma/R$ , avec  $R$  une taille caractéristique de la goutte). En dessous d'un rayon critique, la pression de Laplace devient alors supérieure à la pression critique  $P_c$  [90].
- Lorsqu'une goutte impacte une surface avec une vitesse  $U$ , une sur-pression apparaît, appelée pression dynamique,  $P_d \sim \rho U^2$ . Lorsque la vitesse est suffisamment importante, la pression dynamique devient supérieure à la pression critique  $P_c$  [90, 4, 64].

Des études ont également montré que cette transition est possible en appliquant un champ électrique entre la goutte et le substrat [73], ou encore en soumettant la surface à des vibrations [14].

## 1.6 Étalement spontané sur une surface hydrophile

Lorsqu'une goutte de fluide est déposée doucement sur une surface hydrophile, elle s'étale sous l'effet des forces capillaires jusqu'à atteindre un état d'équilibre : il est favorable énergétiquement de maximiser la surface de contact liquide-solide. Un régime dynamique précède l'équilibre, durant celui-ci l'angle de contact  $\theta(t)$  diminue et le rayon de contact  $R(t)$  augmente avec le temps. Ces dynamiques se révèlent difficiles à étudier à cause de l'existence d'une singularité proche de la ligne triple [103, 107, 29, 8, 32]. En effet, l'épaisseur de la goutte tend vers 0 et donc la dissipation visqueuse diverge également. Il est donc nécessaire d'introduction d'une longueur de coupure dans le calcul de la dissipation visqueuse. Deux phénomènes limitent cet étalement et permettent de définir deux régimes. Le premier, aux temps courts, durant lequel les vitesses mises en jeu sont importantes, l'inertie du fluide limite l'étalement [8]. Il est suivi d'un second régime durant lequel la dissipation visqueuse ralentit l'étalement jusqu'à l'équilibre. La dynamique d'étalement de ces deux régimes est détaillée dans la suite.

### 1.6.1 Début de l'étalement - régime inertiel

Lorsqu'une goutte de rayon  $R_0$  touche une surface, elle la mouille avec un rayon de contact  $R(t)$ . Aux premiers instants, seul le bas de la goutte est déformé et mis en mouvement. Le pied de la goutte, à la ligne triple possède une courbure  $\kappa(t) \sim R_0/R(t)^2$ . La partie basse de la goutte mise en mouvement (en bleu foncé sur la figure 1.17.a) a une masse  $m(t) \sim \rho R(t)^2/\kappa \sim \rho R(t)^4/R_0$  et possède une vitesse  $V = \frac{dR}{dt}$ . La force capillaire s'exerçant à la ligne triple est :  $F_{\text{cap}} \sim \Gamma R(t)$ . La conservation de la quantité de mouvement du bas de la goutte s'écrit donc :

$$\frac{d}{dt} \left( R^4 \frac{dR}{dt} \right) \sim \frac{\Gamma R_0}{\rho} R. \quad (1.32)$$

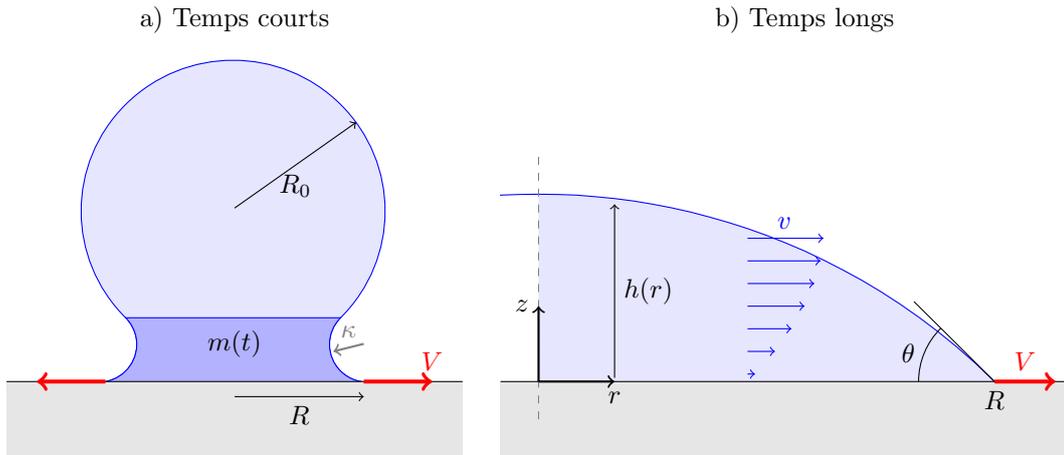


FIGURE 1.17 – Schéma de l'étalement d'une goutte de fluide sur une surface hydrophile. a) Aux temps courts, seul le bas de la goutte est mis en mouvement. b) Aux temps longs, l'ensemble de la goutte est mis en mouvement.

La solution de cette équation différentielle est :

$$R(t) \sim \left( \frac{\Gamma R_0}{\rho} \right)^{1/4} t^{1/2}. \quad (1.33)$$

Cette loi d'échelle  $R(t) \sim t^{1/2}$  a été observée expérimentalement [8].

### 1.6.2 Fin de l'étalement - régime visqueux

Après un temps de l'ordre de 10 ms (ce temps dépend, entre autres, de la viscosité du fluide) [8], l'inertie devient faible et c'est la viscosité qui ralentit l'étalement. La dynamique d'étalement résulte en effet de l'équilibre entre la puissance motrice injectée par les forces capillaires et la puissance dissipée par viscosité. Les notations utilisées dans ce calcul sont présentées sur la figure 1.17.b. D'une part la puissance capillaire s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\text{capillaire}} = 2\pi R\Gamma(\cos \theta_e - \cos \theta(t))V, \quad (1.34)$$

où  $\theta_e$  est l'angle d'équilibre et  $\theta$  l'angle dynamique lors de l'étalement. D'autre part, la puissance dissipée par viscosité s'écrit comme une intégrale sur le volume de la goutte  $\Omega$  :

$$\mathcal{P}_{\text{dissipation}} = \iiint_{\Omega} \sigma \dot{\gamma} \, d\Omega. \quad (1.35)$$

Il est donc nécessaire de déterminer l'ensemble du profil de vitesse pour calculer cette grandeur. Nous supposons que l'angle de contact  $\theta$  est faible et que l'hypothèse de lubrification est valide. La hauteur  $h$  est donnée par  $h(r) \simeq \theta(R - r)$ , le taux de cisaillement s'écrit alors

$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial z} \simeq V/h(r)$ . La puissance dissipée par viscosité se simplifie alors :

$$\mathcal{P}_{\text{dissipation}} \simeq 2\pi\eta R \frac{V^2}{\theta} \int_a^R \frac{dr}{r} \simeq 2\pi\eta R \frac{V^2}{\theta} \ln\left(\frac{R}{a}\right). \quad (1.36)$$

Nous introduisons ici une taille caractéristique  $a$  permettant de régulariser les divergences aux petites échelles, notamment dans le coin de la goutte, proche de la ligne triple. Pour finir, la puissance capillaire s'écrit dans le cas des petits angles :

$$\mathcal{P}_{\text{capillaire}} \simeq 2\pi R\Gamma \frac{\theta^2}{2} V. \quad (1.37)$$

En équilibrant les deux puissances, il vient alors la relation entre la vitesse d'étalement et l'angle de contact :

$$V \sim \frac{\Gamma}{\eta} \theta^3. \quad (1.38)$$

Puis en posant  $V = dR/dt$  et en utilisant la conservation du volume  $R \sim R_0\theta^{-1/3}$ , nous obtenons une équation différentielle vérifiée par  $\theta$ , dont la solution est connue sous le nom de loi de Tanner [103]. Nous introduisons un temps caractéristique de l'étalement  $T = R_0\eta/\Gamma$ . La loi de Tanner, valable pour un fluide Newtonien (*i.e.*  $n = 1$ ) s'écrit :

$$\begin{cases} \theta(t) \sim \left(\frac{t}{T}\right)^{-3/10} \\ R(t) \sim R_0 \left(\frac{t}{T}\right)^{1/10} \end{cases} \quad (1.39)$$

Cette loi peut être généralisée pour les fluides non-Newtoniens (*i.e.*  $n \neq 1$ ) sous le nom de loi de Starov. Ces dynamiques ont été étudiées théoriquement [101] et expérimentalement [87].

$$\begin{cases} \theta(t) \sim \left(\frac{t}{T}\right)^{-3n/(6+4n)} \\ R(t) \sim R_0 \left(\frac{t}{T}\right)^{n/(6+4n)} \end{cases} \quad (1.40)$$

## 1.7 Étalement forcé et impacts de gouttes

Lorsqu'une goutte impacte une surface solide, elle se déforme, s'aplatit et forme une lamelle de liquide, cylindrique, entourée par un bourrelet. Après cette phase d'étalement forcé, soit elle se rétracte, soit elle s'étale sous l'effet des forces capillaires (cf. section 1.6). Sur la figure 1.18, prise de côté, seul le bourrelet est visible. Nous considérons ici le cas où la goutte ne mouille pas le substrat ; l'étalement est donc suivi d'une rétraction.

Nous notons  $R_0$  le rayon de la goutte,  $U$  sa vitesse d'impact, et pour le liquide,  $\rho$  sa

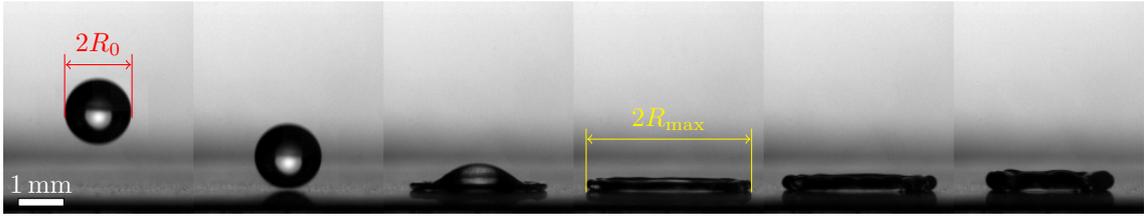


FIGURE 1.18 – Chronophotographie d'une goutte d'eau impactant une surface hydrophobe. La vitesse d'impact est  $U = 2.47 \text{ ms}^{-1}$ , le nombre de Weber  $We = 37$ . Temps entre les images  $\Delta t = 1 \text{ ms}$ .

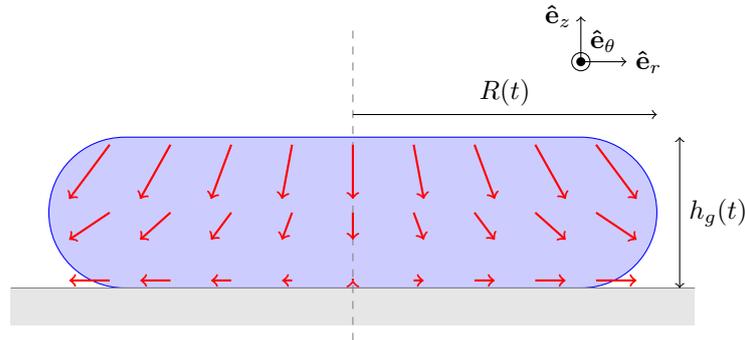


FIGURE 1.19 – Schéma d'une goutte s'étalant après un impact. En rouge, le champ de vitesse en supposant un substrat sans friction [111].

masse volumique,  $\nu$  sa viscosité cinématique et  $\Gamma$  la tension de surface liquide/vapeur. Nous définissons  $\tau$  le temps que la goutte met à atteindre l'étalement maximal, c'est-à-dire le temps entre l'impact et l'instant où la lamelle atteint le rayon maximal  $R_{\max}$ . Deux temps caractéristiques peuvent être définis : le temps inertiel  $\tau_i$  correspondant au temps durant lequel la goutte ralentit à cause de son inertie, ainsi que le temps capillaire  $\tau_c$  au bout duquel les forces capillaires arrêtent l'étalement :

$$\tau_i \sim \frac{R_0}{U} \quad \text{et} \quad \tau_c \sim \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\Gamma}} = \tau_i We^{1/2}. \quad (1.41)$$

## 1.7.1 Hydrodynamique de l'étalement

### 1.7.1.a Champ de vitesse et évolution de la lamelle

Lorsque le substrat sur lequel la goutte s'étale est non frottant, *i.e.* la contrainte tangentielle à la surface est nulle, le champ de vitesse dans la lamelle en coordonnées axisymétriques est donné par [111] :

$$v_r = \frac{r}{t} \quad \text{et} \quad v_z = -\frac{2z}{t}, \quad (1.42)$$

où  $v_r$  et  $v_z$  sont les composantes de la vitesse  $\vec{v} = v_r \hat{e}_r + v_z \hat{e}_z$ . Ce champ de vitesse est représenté en rouge sur la figure 1.19. En interprétant l'expression de la composante verticale de la vitesse comme une équation différentielle sur l'épaisseur de la lamelle  $h_{\text{lam}} (v_z(h) = \dot{h})$ ,

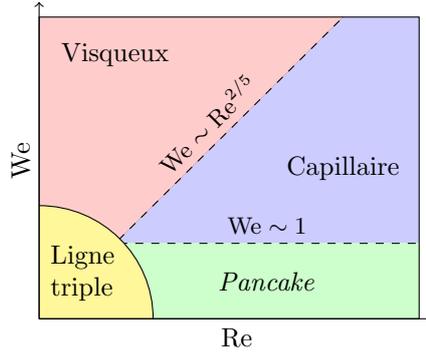


FIGURE 1.20 – Schéma des différents régimes d’impact possibles.

nous obtenons que la lamelle s’amincit selon la loi :

$$h_{\text{lam}}(t) \sim R_0 \left( \frac{R_0}{Ut} \right)^2. \quad (1.43)$$

### 1.7.1.b Annulation de la pression

Lorsque la goutte impacte la surface, la surpression dans la goutte est de l’ordre de  $P_d \sim \rho U^2$ , ce que nous appelons pression dynamique. Cette pression dans le fluide diminue au cours du temps jusqu’à s’annuler [33]. Aux temps courts, c’est à dire lorsque  $t < \tau_i$ , des simulations numériques ont montré que la pression  $P_d(t)$  diminue selon la loi :

$$\frac{P_d(t)}{\rho U^2} \sim \sqrt{\frac{\tau_i}{t}}. \quad (1.44)$$

Puis lorsque  $t > \tau_i$ , il a aussi été montré qu’elle décroît rapidement selon une loi empirique, de type exponentielle :

$$\frac{P_d(t)}{\rho U^2} \sim \exp\left(-1.55 \frac{t}{\tau_i}\right). \quad (1.45)$$

Au bout du temps inertiel  $\tau_i$ , nous supposons donc que la pression est nulle dans le fluide, et que l’écoulement dans la lamelle est libre [33].

## 1.7.2 Régimes d’étalement et temps caractéristiques

Les différents régimes d’impact sont résumés sur la figure 1.20 dans un diagramme de phase Re–We. Ils dépendent de l’interaction entre le liquide et la surface solide sur laquelle il s’étale, et en particulier de la friction. À faible vitesse d’impact (région jaune sur la figure 1.20), ce sont les effets à la ligne triple qui dominent l’étalement : par exemple les forces capillaires comme vu pour les étalements spontanés ou l’accrochage de la ligne triple sur un défaut.

### 1.7.2.a Cas sans friction

La goutte s'étale et décélère durant le temps caractéristique  $\tau_i$ , puis on observe une oscillation capillaire durant  $\tau_c$ . Deux régimes peuvent être identifiés en fonction du nombre de Weber. À faible  $We$ , le temps inertiel pour atteindre le régime de gradient de pression nul  $\tau_i \sim R_0/U$  est plus grand que le temps capillaire  $\tau_c$  et un régime de *pancake* est observé, comme décrit par [19]. Il est représenté par la zone verte sur la figure 1.20. La goutte s'aplatit et a une hauteur  $h_g(t)$

À plus grand  $We$ , ce sont les dynamiques de la lamelle et du bourrelet qui limitent l'étalement et  $\tau \sim \tau_c$  [33]. Ce régime est représenté par la région bleue dans 1.20. La transition entre ces deux régimes est donnée par  $\tau_c \sim \tau_i$ , ce qui implique l'existence d'un nombre de Weber critique de l'ordre de l'unité.

### 1.7.2.b Cas avec friction

Lorsque la friction est dominante, une couche limite visqueuse de hauteur  $h_{BL}$  ( $BL$  pour *Boundary Layer*) se développe à partir de l'interface solide-liquide. Par diffusion de la quantité de mouvement par la viscosité, nous pouvons montrer que  $h_{BL} = k\sqrt{\nu t}$ , où  $k$  est une constante numérique, estimée expérimentalement à  $k \simeq 0.5$  [59]. Il a été démontré numériquement [33, 50] et expérimentalement [93, 58, 59] que l'étalement s'arrête lorsque la lamelle de fluide est d'épaisseur similaire à la couche limite visqueuse :

$$R_0 \left( \frac{R_0}{U\tau_v} \right)^2 \simeq k\sqrt{\nu\tau_v}. \quad (1.46)$$

L'étalement s'arrête donc après un temps visqueux  $\tau_v \sim \tau_i Re^{1/5}$ . Ce régime est pertinent si ce temps est plus petit que  $\tau_c$ , *i.e.* si  $We \geq Re^{2/5}$ . Ce régime correspond à la région rouge sur la figure 1.20.

### 1.7.2.c Rayon maximal

Le rayon maximal  $R_{\max}$ , atteint après le temps  $\tau$ , peut être déterminé par conservation du volume uniquement dans les régimes visqueux et *Pancake*. Le volume avant impact est donné par  $\Omega = 4/3\pi R_0^3$ , et vaut à la fin de l'étalement :  $\Omega \simeq \pi h_g R_{\max}^2$ . Le rayon maximal est donc donné par :

$$R_{\max} \sim R_0 \sqrt{\frac{R_0}{h_g(\tau)}}. \quad (1.47)$$

Le rayon maximal dépend donc du temps d'étalement  $\tau$ , deux cas sont envisagés :

— Cas sans friction  $\tau = \tau_c$ , dans le régime *Pancake* :

$$R_{\max} \sim R_0 We^{1/4}. \quad (1.48)$$

— Cas avec friction  $\tau = \tau_v$  :

$$R_{\max} \sim R_0 \text{Re}^{1/5}. \quad (1.49)$$

Ces deux résultats ont été observés expérimentalement [19]. Dans le régime Capillaire (sans friction), l'existence d'un bourrelet ne nous permet pas d'écrire une simple conservation du volume. Le rayon maximal est donnée par la dynamique de la lamelle et de ce bourrelet [59].

### 1.8 Conclusion

Ce chapitre introduit l'ensemble des notions et notations utiles pour la suite de ce manuscrit et fait un panorama général des différents phénomènes intervenant lors de l'étalement d'une goutte de fluide simple. D'une part la capillarité et le mouillage sur des surfaces et d'autre part l'hydrodynamique sont des ingrédients clés pour comprendre et étudier l'étalement de gouttes, qu'il soit spontané ou forcé lors d'un impact. Ces différentes notions serviront de bases pour les chapitres suivants et seront rappelées rapidement lorsque cela sera pertinent. Elles seront également complétées par des résultats plus spécifiques propres à chaque chapitre.

# Chapitre 2

## Étalement de fluides complexes

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>35</b>
2.1.1	Le Carbopol, un exemple de fluide à seuil	35
2.1.2	Influence du seuil	36
2.1.2.a	Mesure de tension de surface	37
2.1.2.b	Étalement spontané	38
2.1.2.c	Étalement forcé	39
<b>2.2</b>	<b>Expériences</b>	<b>40</b>
2.2.1	Le Carbopol : préparation et caractérisation	40
2.2.1.a	Préparation	40
2.2.1.b	Caractérisation	41
2.2.2	Substrats : caractérisation et nettoyage	43
2.2.2.a	Substrats lisses	43
2.2.2.b	Substrats rugueux	43
2.2.2.c	Nettoyage des lames	43
2.2.3	Protocole expérimental	44
2.2.3.a	Expérience	44
2.2.3.b	Analyse de la forme de la goutte	45
2.2.4	Résultats	48
<b>2.3</b>	<b>Modélisation</b>	<b>48</b>
2.3.1	Hypothèses et équilibre de puissances	48
2.3.2	Limites asymptotiques	51
2.3.2.a	Début d'étalement	52
2.3.2.b	Fin d'étalement	52
2.3.2.c	Fin d'étalement sans glissement	52
2.3.2.d	Fin d'étalement en présence d'un glissement partiel	53

<b>2.4</b>	<b>Résolution numérique</b>	<b>55</b>
2.4.1	Méthode numérique	55
2.4.1.a	Gradient de pression	55
2.4.1.b	Dynamique d'étalement	56
2.4.1.c	Fin de l'algorithme	58
2.4.2	Influence de la condition initiale	58
2.4.3	Limite des petits seuils et loi de Starov	60
2.4.4	Comparaison avec l'expérience	60
<b>2.5</b>	<b>Discussion</b>	<b>61</b>
2.5.1	Comparaison expérience, modèle et numérique	61
2.5.2	Sphéricité de la goutte	61
2.5.3	Influence de la gravité	63
2.5.4	Influence de l'élasticité	65
2.5.4.a	Énergie élastique stockée	65
2.5.4.b	Influence du module élastique sur l'angle final	65
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>66</b>

---

## Notations pour ce chapitre

Grandeur	Symbole	Unité	Expression
Rayon de contact, initial, final	$R, R_0, R_f$	m	
Angle de contact, d'équilibre, final	$\theta, \theta_e, \theta_f$	rad	
Hauteur de la calotte au centre	$h$	m	$\xi(r = 0)$
Profil de la calotte (hauteur de la calotte)	$\xi(r)$	m	
Profil de la goutte en coordonnées polaires	$\mathcal{R}$	m	
Diamètre de la goutte	$\mathcal{D}$	m	$2R$
Volume de la goutte	$\Omega$	m <sup>3</sup>	
Taille caractéristique de microgels	$a$	m	
Hauteur de la zone cisailée	$z_y$	m	
Sphéricité de la goutte	$\delta$	1	
Système de coordonnées	$r, z$	m	
Contrainte seuil	$\sigma_y$	Pa	
Tension de surface liquide-gaz	$\Gamma$	N m <sup>-1</sup>	
Tension de surface solide-gaz	$\Gamma_{sg}$	N m <sup>-1</sup>	
Tension de surface solide-liquide	$\Gamma_{sl}$	N m <sup>-1</sup>	
Viscosité	$\eta$	Pa s	
Exposant de la loi HB	$n$	1	
Consistance	$K$	Pa s <sup>n</sup>	
Module élastique	$G'$	Pa	
Concentration en masse	$c$	%	
Vitesse d'étalement	$V$	m s <sup>-1</sup>	$\frac{dR}{dt}$
Vitesse de glissement	$V_g$	m s <sup>-1</sup>	
Facteur de glissement	$\mathcal{G}$	1	$V/V_g$
Contrainte	$\sigma$	Pa	
Taux de cisaillement	$\dot{\gamma}$	s <sup>-1</sup>	
Pression	$P$	Pa	
Gradient de pression	$A$	Pa m <sup>-1</sup>	
Vitesse moyenne	$V_m$	m s <sup>-1</sup>	
Taux de cisaillement critique	$\dot{\gamma}^*$	s <sup>-1</sup>	$(\sigma_y/K)^{1/n}$
Coefficient du gradient de pression	$\alpha, \beta$	1	
Puissance dissipée	$\mathcal{P}_{diss}$	W	
Puissance capillaire	$\mathcal{P}_{cap}$	W	
Énergie élastique	$E_{élastique}$	J	
Énergie capillaire	$E_{capillaire}$	J	
Nombre capillaire de Bingham	Bc	1	$\sigma_y R_f / \Gamma$
Nombre capillaire de Bingham numérique	Ba	1	$\sigma_y R_0 / \Gamma$

## Notions utiles pour ce chapitre

### Lois d'écoulement pour différents types de fluides

Fluide Newtonien :

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

Fluide rhéo-fluidifiant (si  $n < 1$ ), rhéo-épaississant (si  $n > 1$ ) :

$$\sigma = K \dot{\gamma}^n \quad (2.2)$$

Loi de Herschel-Bulkley (notée « loi HB ») :

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \sigma \leq \sigma_y \\ \sigma = \sigma_y + K \dot{\gamma}^n & \text{si } \sigma > \sigma_y \end{cases} \quad (2.3)$$

### Mouillage

Loi de Young-Dupré pour une surface lisse :

$$\cos \theta_e = \frac{\Gamma_{sg} - \Gamma_{sl}}{\Gamma} \quad (2.4)$$

Loi de Wenzel pour une surface de rugosité  $r$  :

$$\cos \theta_{r,e} = r \cos \theta_e \quad (2.5)$$

avec  $\theta_{r,e}$  et  $\theta_e$  respectivement l'angle de contact sur surface rugueuse et lisse.

### Dynamique d'étalement

Puissance capillaire :

$$\mathcal{P}_{\text{capillaire}} = 2\pi R \Gamma (\cos \theta_e - \cos \theta) V \quad (2.6)$$

Puissance dissipée par viscosité :

$$\mathcal{P}_{\text{dissipation}} = \iiint_{\Omega} \sigma \dot{\gamma} \, d\Omega \quad (2.7)$$

Loi de Tanner pour les liquides Newtoniens :

$$R(t) \sim R_0 \left( \frac{t}{T} \right)^{1/10} \quad \text{avec} \quad T = \frac{R_0 \eta}{\Gamma} \quad (2.8)$$

Loi de Starov pour les liquides non Newtoniens :

$$R(t) \sim R_0 \left( \frac{t}{T} \right)^{n/(6+4n)} \quad (2.9)$$

## 2.1 Introduction

Le mouillage de fluides sur des surfaces solides a fait l'objet de nombreuses études, comme présenté dans l'introduction générale (partie 1.6.2). En particulier de nombreux travaux au début du XIX<sup>e</sup> siècle se sont intéressés au mouillage des fluides simples, entre autres décrit par les lois de Young et de Wenzel (équations 2.4 et 2.5). Plus récemment, les travaux sur les fluides rhéo-fluidifiants montrent que la dynamique d'étalement d'une goutte sur un substrat est différente de celle des fluides simples : par exemple la loi de Tanner est remplacée par la loi de Starov (équation 2.9). Le mouillage met en oeuvre une physique riche avec, entre autres, de l'hydrodynamique, de la capillarité, de la chimie des surfaces, de la viscosité ou encore de la gravité. Nous allons ici un peu plus loin en étudiant l'étalement de gouttes faites avec des fluides complexes à seuil, notés FCS. En effet la rhéologie complexe de ces fluides, intermédiaire entre liquide et solide (équation 2.3), modifie la dynamique d'étalement mais aussi l'état final. Dans notre étude, la surface est quant à elle la plus « simple possible », lisse et propre, l'objectif étant de se rapprocher d'une surface hydrophile idéale. Dans un premier temps, je présenterai le fluide que j'utilise, le Carbopol, un FCS couramment utilisé en recherche et en industrie [13, 78]. Dans un second temps, je présenterai quelques travaux récents mettant en évidence l'importance du seuil sur les lois classiques de mouillage, qui sont mises en défaut dans ce cas. Une partie des travaux que je présente dans cette introduction ont été réalisés par Baudouin Géraud, Loren Jørgensen et Justin Péméja qui ont préparé leur thèse dans le laboratoire avant moi [38, 48, 81].

Dans ce chapitre, je présenterai les résultats obtenus quant à l'étalement spontané, sans vitesse initiale, de FCS sur une surface hydrophile. La première partie du chapitre sera consacrée à l'étude expérimentale de l'influence du seuil sur l'état final, *i.e.* la forme de la goutte et l'angle de contact atteint à la fin de l'étalement. En particulier, on cherchera à savoir si la loi de Young-Dupré est toujours valable pour un FCS. La seconde partie présente une modélisation ainsi qu'une résolution analytique de l'état final. Enfin, je m'intéresserai à une résolution numérique de la dynamique de l'étalement. Les résultats des deux dernières parties seront ensuite confrontés aux observations expérimentales.

Les travaux présentés dans ce chapitre ont donné lieu à la rédaction d'un article intitulé *Dynamic arrest during the spreading of a yield stress fluid drop* [75].

### 2.1.1 Le Carbopol, un exemple de fluide à seuil

Dans ce chapitre, nous utilisons des Carbopols comme fluides à seuil modèles. Ce sont des suspensions denses de microgels dans de l'eau (figure 2.1b). Chaque microgel est composé de polymères d'acide acrylique (formule chimique figure 2.1a) réticulés. Ce sont ces points de réticulation qui confèrent les propriétés élastiques au fluide. Lorsque la concentration en microgels dépasse une concentration dite de *jamming*, la suspension présente une contrainte

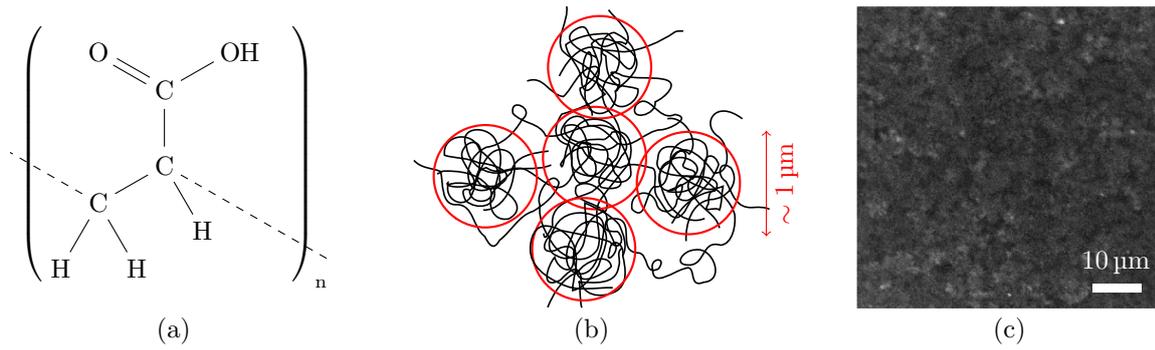


FIGURE 2.1 – (a) Représentation chimique d’un monomère d’acide acrylique. (b) Schéma d’un Carbopol, en rouge les microgels. (c) Image de fluorescence d’un Carbopol 980 à  $c = 0.15\%$  obtenue par microscopie confocale avec de la Rhodamine 6G (image issue de [82]).

seuil; cette concentration est de l’ordre de  $0.1\%$  pour les carbopols utilisés (elle dépend du type de Carbopol utilisé et du protocole de préparation) [82]. Lorsque la contrainte appliquée est plus faible que le seuil, la suspension est uniquement déformée élastiquement et à l’inverse, lorsque la contrainte est supérieure au seuil, les microgels peuvent bouger les uns par rapport aux autres et l’on observe une réponse visqueuse. Des travaux antérieurs ont permis de mesurer la taille typique des microgels de Carbopol par microscopie confocale (voir figure 2.1c), qui est de l’ordre de  $1\ \mu\text{m}$  [40, 82].

De plus, la structure particulière des FCS leur confère une plus grande capacité à glisser à l’interface que les fluides simples [26, 69]. Dans le cas des suspensions denses de microgels, comme les Carbopols, ce sont les microgels qui glissent sur une fine couche de solvant dénommée « film de lubrification » tel que présenté dans la section 1.4.2. Ce film est quant à lui bien cisailé et ne glisse pas à la paroi solide, c’est donc un glissement apparent. Nous définissons la vitesse de glissement  $V_g$  comme la vitesse de la première couche de microgels. L’utilisation d’une surface rugueuse permet de réduire le glissement des FCS, à condition que la rugosité soit de taille comparable à celle des micro-structures (figure 2.2)[77]. C’est pour cela que nous utiliserons des surfaces rugueuses aussi bien pour les expériences d’étalement que pour la caractérisation rhéologique de FCS.

### 2.1.2 Influence du seuil

Durant la dernière décennie, un grand nombre d’études s’est intéressé aux propriétés interfaciales de FCS dans différentes situations, par exemple lors de la formation de goutte [41], d’impact de goutte [70, 42, 43], d’enduction [15, 71, 34, 97], d’adhésion capillaire [2, 49], d’ascension capillaire [39] et l’étalement sur des surfaces hydrophiles [48, 47]. Je détaille dans la suite certains de ces résultats mettant en évidence le rôle des contraintes non relaxées et de l’élasticité des FCS sur les phénomènes capillaires.

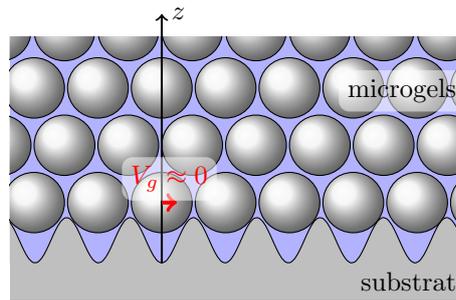


FIGURE 2.2 – Illustration de la diminution du glissement sur un substrat rugueux.

### 2.1.2.a Mesure de tension de surface

Le premier exemple concerne la mesure de la tension de surface liquide/gaz des FCS. La méthode traditionnelle de la goutte pendante (section 1.3.4) n'est plus possible car la présence d'un seuil, même très faible ( $\sim 1$  Pa), a une forte influence sur la forme de la goutte. Ceci est problématique car ne pas avoir de mesure précise de la tension de surface du fluide utilisé expérimentalement nous expose à avoir des résultats entachés d'erreurs. Ce paragraphe est donc particulièrement important pour ce chapitre car c'est par cette méthode que nous avons déterminé les tensions de surface des carbopols utilisés.

Jalila Boujlel [15] propose une première méthode basée sur l'extraction d'une lame d'un bain de FCS. La force nécessaire pour mettre la lame en mouvement dépend de la tension de surface ainsi que de la contrainte seuil. Une seconde méthode, proposée par Loren Jørgensen [49], est l'utilisation d'un pont capillaire. L'originalité de la mesure réside dans l'étude de l'adhésion induite par le pont capillaire en extension ainsi qu'en compression. Le fait de pouvoir déformer le pont dans les deux sens permet de dissocier l'effet du seuil et de la capillarité. En effet, la capillarité induit une attraction quel que soit le sens de déformation, alors que le seuil induit une attraction à l'extension et une répulsion à la compression.

Plus précisément, lorsque deux plaques sont séparées par un film mince de fluide, une force attractive  $F$  s'exerce entre elles (figure 2.3.b). On montre alors que la force  $F$ , dont l'origine est l'existence du pont capillaire, est directement liée via la tension de surface  $\Gamma$  du fluide à une grandeur géométrique  $L$  dépendant de la forme du pont capillaire, à savoir la courbure  $C_N$  et du rayon au col  $R_N$  :  $L = 2\pi R_N - \pi R_N^2 C_N$ . En comprimant (ou en étirant) le pont, on modifie  $L$  et une mesure de la force exercée correspondante permet d'obtenir une valeur de  $\Gamma$ . Pour un fluide simple la droite  $F = \Gamma L$  est identique quelle que soit la sollicitation en l'absence d'hystérésis d'angle de contact.

Loren Jørgensen a montré [48, 49] que ce résultat n'est plus valable pour un FCS, le seuil  $\sigma_y$  et le module élastique  $G'$  du fluide interviennent sur la force qui s'exerce entre les deux plans. En particulier l'histoire de la déformation du fluide est importante, lorsque l'on comprime le pont ou qu'on l'étire, on n'obtient pas la même force. La figure 2.3.a présente une

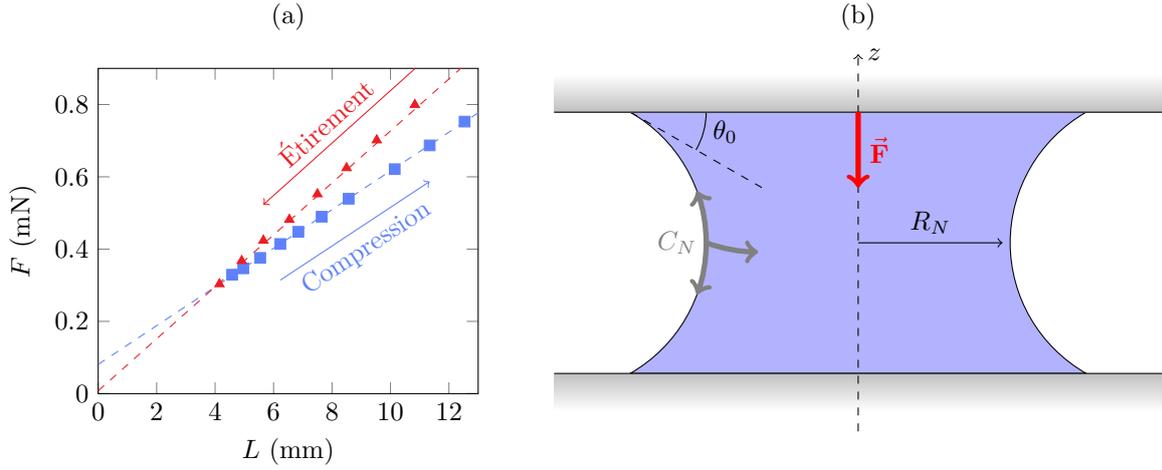


FIGURE 2.3 – (a) Force  $F$  entre les plaques en fonction du paramètre géométrique  $L$  en compression (bleu) et étirement (rouge). (b) Schéma d'un pont capillaire.

mesure pour un Carbopol de seuil  $\sigma_y = 4.6$  Pa, la compression donne une tension de surface apparente de  $\Gamma_{\text{app}}^C = 53.1 \text{ mN m}^{-1}$  tandis que l'étirement donne  $\Gamma_{\text{app}}^E = 72.8 \text{ mN m}^{-1}$ . La différence entre les deux pentes est d'autant plus grande que le seuil est important. À partir d'un modèle élasto-plastique, il est alors montré que la tension de surface réelle correspond à la moyenne des deux pentes :  $\Gamma = (\Gamma_{\text{app}}^C + \Gamma_{\text{app}}^E)/2$ .

### 2.1.2.b Étalement spontané

**Ascension capillaire :** Lorsque l'on plonge un tube capillaire de rayon  $r$  dans un liquide mouillant de masse volumique  $\rho$ , de tension de surface  $\Gamma$  et d'angle de contact  $\theta$  (donné par la loi de Young), on observe une remontée du fluide (figure 2.4) dans celui-ci. Ce phénomène, appelé ascension capillaire, a été décrit par James Jurin en 1717 : le liquide atteint une hauteur  $H = 2\Gamma \cos \theta / r\rho g$  déterminée par l'équilibre des pressions hydrostatique et capillaire.

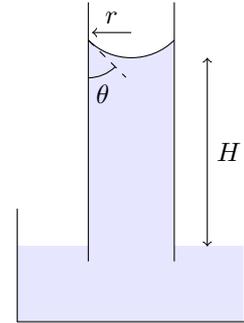


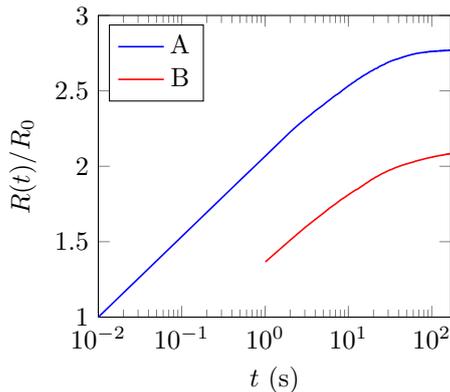
FIGURE 2.4 – Illustration de la loi de Jurin.

Les travaux de Baudouin Géraud [39] ont permis de généraliser cette loi dans le cas d'un FCS de seuil  $\sigma_y$  :

$$H = \frac{2\Gamma \cos \theta}{r\rho g + 2\sigma_y}. \quad (2.10)$$

Cette nouvelle loi permet bien de retrouver la loi de Jurin classique dans la limite  $\sigma_y \rightarrow 0$ . La hauteur  $H$  atteinte par le FCS dans le tube est donc plus faible que pour un fluide simple car la pression capillaire doit contre-balancer la pression hydrostatique mais également le seuil du fluide pour le mettre en mouvement.

**Étalement sur surface hydrophile :** Loren Jørgensen a également étudié l'étalement de FCS [48]. À partir d'étalement de gouttes de Carbopol sur des surfaces hydrophiles, elle a observé que la dynamique d'étalement des FCS ne vérifie plus la dynamique d'étalement en lois de puissance vérifiées par le rayon  $R(t)$  pour les fluides simples, à savoir  $R(t) \sim t^{0.5}$  et  $R(t) \sim t^{0.1}$  respectivement aux temps courts et aux temps longs [8]. Les exposants dépendent du seuil, du module élastique et de la concentration en polymère.



Fluide	A	B
$c$ (%)	0.5	1.5
$\sigma_y$ (Pa)	8.7	25.2
$K$ (Pa s <sup>n</sup> )	7.8	6.55
$n$	0.49	0.58
$R_0$ (mm)	1.27	1.17

FIGURE 2.5 – Dynamique d'étalement de deux Carbopols dont les propriétés sont données dans le tableau de droite. Mesures effectuées par Loren Jørgensen lors de sa thèse [48].

De plus, comme on peut le voir sur la figure 2.5, l'étalement s'arrête pour un rayon  $R_f$  après un temps d'environ  $t \sim 100$  s, et l'angle de contact à la fin de l'étalement  $\theta_f$  est quant à lui non nul. Ces observations ne correspondent pas au comportement d'un fluide simple. Ce chapitre s'inscrit dans la continuité de cette étude préliminaire.

### 2.1.2.c Étalement forcé

**Enduction par trempage** Wilbert Smit *et al.* ont étudié expérimentalement et théoriquement l'épaisseur du revêtement obtenu par enduction (ou *dip coating* en anglais) [97]. Pour cela, il a effectué des expériences en retirant doucement (vitesse de l'ordre de  $10 \text{ mm s}^{-1}$ ) une tige d'un réservoir cylindrique. Lors de ce mouvement, la tige entraîne une partie du fluide qui la recouvre. Pour un fluide Newtonien, l'épaisseur du film dépend de la viscosité, de la tension de surface ainsi que de la vitesse. Pour un fluide avec un seuil suffisamment important ( $\sigma_y > 8 \text{ Pa}$ ), il montre que l'épaisseur du revêtement est uniquement déterminée par le champ de contrainte à l'intérieur du réservoir. En particulier, il montre que la contrainte seuil domine les effets de capillarité et le drainage dans le film ainsi obtenu.

**Impacts de fluides à seuil** Li-Hua Luu et Yoël Forterre ont étudié les impacts de fluides à seuil sur des surfaces hydrophobes [70]. Dans ce cas, l'étalement est forcé par l'inertie du fluide à l'impact. Ils ont montré qu'une goutte de Carbopol peut se rétracter fortement ou rebondir même après une déformation extrême ( $> 100\%$ ). La goutte reprend dans certains cas

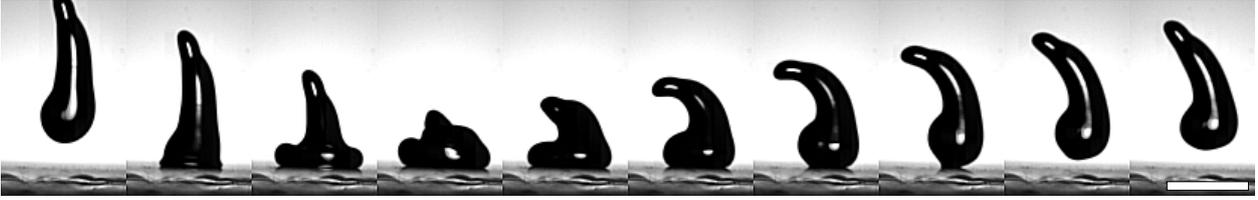


FIGURE 2.6 – Chronophotographie d’un impact d’une goutte de Carbopol ETD  $c = 1\%$ ,  $\sigma_y = 19\text{ Pa}$ , vitesse d’impact  $U \approx 1.4\text{ m s}^{-1}$ , temps entre deux images  $\Delta t = 74\text{ }\mu\text{s}$ . Barre d’échelle 1 mm.

sa forme d’avant impact, elle n’est donc déformée qu’élastiquement. En utilisant un modèle basé sur la rhéologie élasto-visco-plastique du Carbopol, ils ont pu expliquer leurs résultats expérimentaux, notamment en comparant le temps de relaxation visqueux  $(K/G)^{1/n}$  à la période de vibration élastique de la goutte. Lorsque le temps de relaxation visqueux est faible, l’énergie cinétique de l’impact est principalement dissipée par la visco-plasticité du fluide, l’étalement est irréversible. À l’inverse, si le temps de relaxation visqueux est important, la déformation de la goutte est élastique et l’étalement est réversible.

J’avais durant ma thèse l’ensemble des éléments pour reproduire ces expériences : les Carbopol de ce chapitre et une expérience d’impact sur substrats hydrophobes pour les chapitres suivant. J’ai donc eu l’occasion d’observer ce comportement amusant. A titre d’illustration, la figure 2.6 présente des images que j’ai obtenues et qui sont similaires à celles obtenues par Li-Hua Luu et Yoël Forterre.

## 2.2 Expériences

### 2.2.1 Le Carbopol : préparation et caractérisation

#### 2.2.1.a Préparation

Dans cette étude, nous utilisons deux types de gels de Carbopol : ETD 2050 et U10 de LUBRIZOL, notés respectivement ETD et U10 dans la suite. Des gels de Carbopol 980 ont également été utilisés lors de travaux préliminaires pendant le stage de Yoann Pelet ; certains des résultats de ce stage sont utilisés, notamment dans la partie discussion (section 2.5). Les différences entre eux sont la taille des chaînes de polymères et la densité de réticulation. Ces deux éléments conduisent à une variation de la taille des microgels et de certaines propriétés mécaniques comme le module élastique  $G'$ , la contrainte seuil  $\sigma_y$  et la capacité à glisser le long de surfaces lisses [82]. Les suspensions aqueuses d’acide polyacrylique non réticulé (notée PAA dans la suite, de POLYSCIENCES PAA 450K,  $M_w \sim 450,000$ ) sont utilisées en comparaison. Ces derniers sont des fluides rhéo-fluidifiants sans seuil mais avec des propriétés de surfaces similaires aux Carbopols. Le principal avantage de comparer les résultats obtenus avec le PAA et le carbopol est que l’on peut alors étudier spécifiquement l’influence du seuil

sur l'étalement en gardant constantes les propriétés thermodynamiques. En particulier, la tension de surface est autour de  $60 \text{ mN m}^{-1}$  pour les deux fluides [49]. En effet, les gels de Carbopol et le PAA linéaire sont globalement composés des mêmes molécules chimiques et ont donc une affinité similaire avec les substrats de verre. Les gels de Carbopol et les suspensions de PAA utilisés ici sont obtenus à partir de la poudre brute commerciale selon le protocole suivant :

1. La poudre brute (concentration en masse entre 0.1 % et 3 %) est dissoute lentement dans de l'eau déionisée chauffée à  $50^\circ\text{C}$ .
2. La solution chaude est ensuite mélangée pendant 30 min puis ramenée à température ambiante. Le pH de la solution est alors entre 2 et 3.
3. De l'hydroxyde de sodium (10 M) est ajouté à la solution pour ramener le pH à une valeur neutre de  $7 \pm 1$ . Pour les gels de Carbopol, durant cette étape les chaînes se chargent négativement et se repoussent ; les pelotes de polymères gonflent et le fluide acquiert son seuil.
4. Les fluides sont ensuite mélangés, soit à la main, soit avec un agitateur mécanique (IKA RW20) pendant 24 h à 2100 rpm, le but étant d'homogénéiser le gel.
5. Pour évacuer les bulles incorporées lors du mélange, les gels sont stockés dans des falcons et centrifugés à 3000 rpm pendant 10 min.
6. Après la préparation et entre chaque utilisation, les fluides sont stockés à  $4^\circ\text{C}$ .

### 2.2.1.b Caractérisation

Afin de varier les propriétés rhéologiques, différentes concentrations de polymères ont été utilisées. Une partie d'entre elles sont notées dans le tableau 2.1 avec les propriétés pertinentes correspondantes.

Type	$c$ (% wt.)	$\sigma_y$ (Pa)	$G'$ (Pa)	$\Gamma$ ( $\text{mN m}^{-1}$ )
Carbopol ETD2050	3	$74 \pm 4$	$206 \pm 3$	55*
	2	$35 \pm 2$	$97 \pm 1$	$55 \pm 10$
	1	$19.0 \pm 1$	$75 \pm 1$	$58 \pm 5$
	0.3	$6.2 \pm 0.4$	$34 \pm 0.5$	$63 \pm 3$
	0.03	$\leq 1$	$6.2 \pm 0.5$	$63 \pm 2$
Carbopol U10	0.25	$29 \pm 2$	$170 \pm 1$	$55 \pm 5$
	0.2	$18 \pm 2$	$140 \pm 1$	55*
	0.15	$4.9 \pm 0.2$	$53.0 \pm 0.5$	55*
PAA	2	0	0	$60 \pm 3$

TABLE 2.1 – Propriétés des fluides utilisés : type (deux Carbopols et une suspension de PAA), concentration en masse  $c$ , seuil  $\sigma_y$ , module élastique  $G'$  et tension de surface  $\Gamma$ . Les grandeurs notées d'une astérisque correspondent à des valeurs de tension de surfaces non mesurées dans [49] mais obtenues par extrapolation des données existantes.

## 2. ÉTALEMENT DE FLUIDES COMPLEXES

Les propriétés rhéologiques (en particulier la contrainte seuil  $\sigma_y$  et le module élastique  $G'$ ) sont mesurées avec un rhéomètre commercial (ANTON PAAR Physica MCR 301) en géométrie plan-plan avec un entre-fer de 1 mm. Elles sont réalisées suivant le protocole et les précautions indiqués dans la partie 1.2.3. Les surfaces sont recouvertes de papier de verre (PP320 avec une rugosité d'environ 50  $\mu\text{m}$ ) pour réduire le glissement du fluide. La figure 2.7 présente les mesures typiques obtenues pour un Carbopol ETD à 3 % en masse.

La courbe d'écoulement  $\sigma = f(\dot{\gamma})$  est ajustée selon la loi d'Hershel-Bulkley (notée HB, équation 2.3) ce qui permet de déterminer les  $\sigma_y$ ,  $K$  et  $n$ . On constate que pour les faibles taux de cisaillement ( $\dot{\gamma} < 0.1 \text{ s}^{-1}$ ) la courbe s'éloigne d'un plateau, c'est une manifestation du glissement du gel à la paroi. Une interprétation est qu'à ces taux de cisaillement, seul le solvant est localement cisailé. L'ajustement avec la loi HB n'est donc calculé que pour les taux de cisaillement supérieurs à  $0.1 \text{ s}^{-1}$  et donne comme coefficient :  $\sigma_y = 74 \pm 4 \text{ Pa}$ ,  $K = 15.0 \pm 0.8 \text{ Pa s}^n$  et  $n = 0.54$ . L'ajustement est effectué avec la fonction `curve fit` de la bibliothèque Python `scipy` et donne une incertitude inférieure à 0.5 %. On constate que la répétabilité est la principale source d'incertitude, en particulier la quantité du fluide placée dans le rhéomètre affecte les valeurs obtenues. On évaluera alors l'incertitude sur  $\sigma_y$  autour de 5 %.

Le module élastique est mesuré en mode oscillant dans le régime linéaire lorsque la déformation est comprise entre 1 % et 10 %. En répétant dix fois la mesure, on obtient  $G' = 206 \pm 3 \text{ Pa}$  à  $\gamma = 1 \%$  et  $f = 1 \text{ Hz}$ .

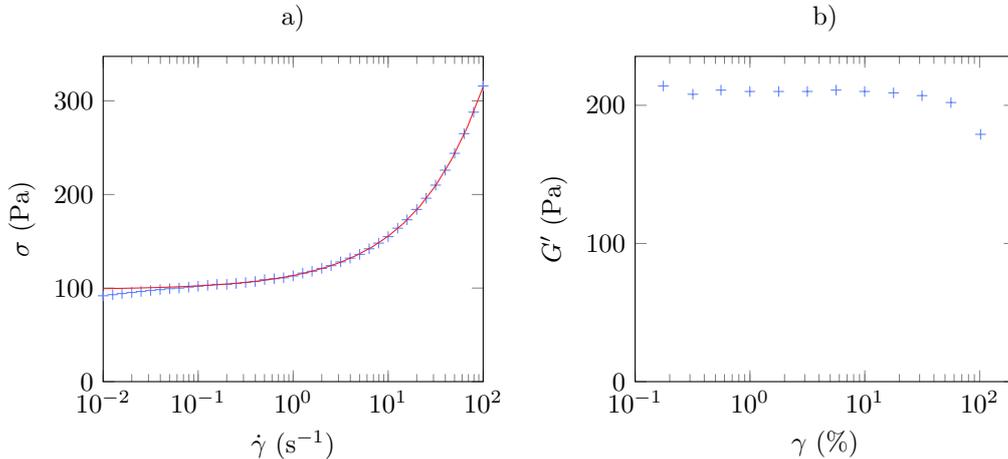


FIGURE 2.7 – (a) Courbe d'écoulement obtenue avec le Carbopol ETD à 3 % en masse en géométrie plan-plan. L'ajustement de la courbe avec la loi HB donne comme coefficient :  $\sigma_y = 74 \pm 4 \text{ Pa}$ ,  $K = 15.0 \pm 0.8 \text{ Pa s}^n$  et  $n = 0.58$ . (b) Module élastique  $G'$ .

La tension de surface fluide/gaz, notée  $\Gamma$ , a également été mesurée. Pour les suspensions de PAA linéaire, nous avons utilisé la méthode classique de la goutte pendante [35] (voir section 1.3.4). Pour cela, une photographie des gouttes a été prise sur le côté puis analysée avec le plugin ImageJ [27] (appareil photographique : NIKON d700, objectif NAVITAR Zoom

6000).

Dans le cas des FCS, il n'est plus possible d'utiliser la méthode de la goutte pendante car le seuil affecte considérablement la forme de la goutte, on utilise donc le dispositif de pont capillaire présentée précédemment [49]. Les résultats sont présentés dans le tableau 2.1. La tension de surface diminue avec la concentration de polymère et est d'environ  $60 \pm 3 \text{ mN m}^{-1}$  pour  $c = 2\% \text{ wt}$ . La précision de la mesure est plus faible qu'avec un fluide Newtonien et décroît avec le seuil  $\sigma_y$ . Elle varie de 5 % pour le seuil le plus faible étudié ici (5 Pa) à 20 % pour le plus important d'environ 40 Pa [49, 48]. Enfin, certaines tensions de surface n'ont pas été mesurées (repérées par une astérisque dans le tableau 2.1), elles ont été obtenues par extrapolation des résultats précédents [49, 48].

## 2.2.2 Substrats : caractérisation et nettoyage

### 2.2.2.a Substrats lisses

Les substrats lisses sont des lames de microscope (provenant de chez VWR), utilisées telles quelles après nettoyage. Leur rugosité r.m.s. est mesurée par AFM et vaut environ 1 nm.

### 2.2.2.b Substrats rugueux

Les substrats rugueux sont identiques aux lisses mais sablés. Le sablage est effectué avec une cabine de sable GUYSON Formula 1400, en utilisant des billes de verres de 200 à 300  $\mu\text{m}$  ou des billes de corindon de 400 à 600  $\mu\text{m}$ . Dans les deux cas, la pression est de 4 à 5 bar et l'opération dure entre 1 et 2 minutes. Leur rugosité r.m.s. est cette fois-ci mesurée avec un profilomètre optique (BRÜKER ContourX) en mode VSI (*Vertical System Interferometry*). Une image typique de mesure de rugosité obtenue par profilomètre optique est montrée en figure 2.8. L'analyse du profil laisse apparaître deux types de rugosité : quelques trous d'une taille typique de 10 à 50  $\mu\text{m}$  et des défauts plus petits de quelques micro-mètres. Ces deux longueurs (10 et 1  $\mu\text{m}$ ) sont plus grandes ou au moins de l'ordre de grandeur de la micro-structure d'un gel de Carbopol [82], c'est une condition nécessaire pour réduire le glissement d'un tel fluide sur le substrat.

### 2.2.2.c Nettoyage des lames

Les lames de verre sont lavées vigoureusement avec du savon et rincées avec de l'eau chaude. Elles sont ensuite à nouveau rincées avec de l'éthanol puis de l'acétone et pour finir de l'eau dé-ionisée, elles sont enfin séchées avec de l'air comprimée. Juste avant utilisation, elles sont activées avec un plasma d'ozone (HARRICK) pendant 10 min. L'utilisation d'un plasma ozone assure qu'il ne reste aucune matière organique et que les lames sont hydrophiles.

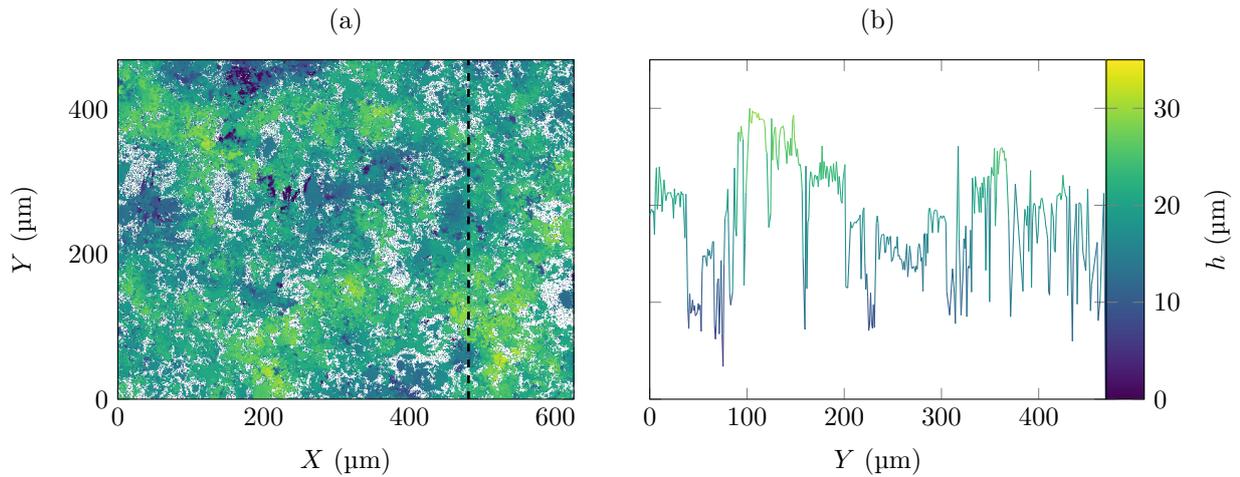


FIGURE 2.8 – (a) Image de lame de verre sablée obtenue au profilomètre optique. Les pixels blancs correspondent à des pixels non-résolus par le profilomètre. (b) Profil selon la ligne  $X = 481 \mu\text{m}$  de la figure a.

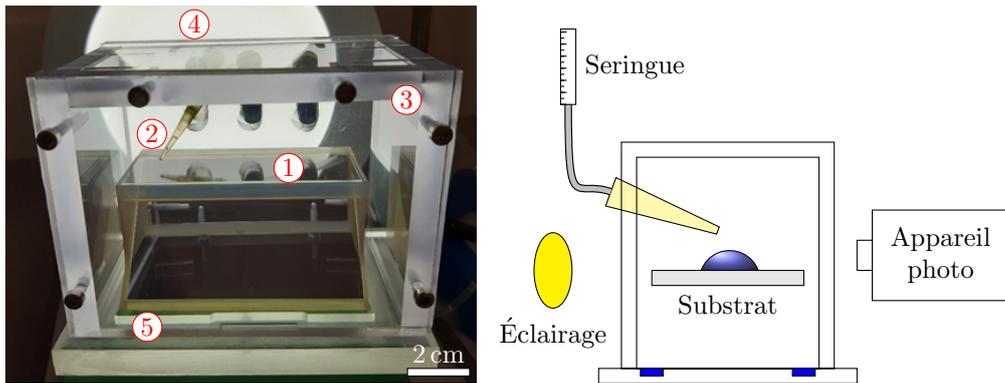


FIGURE 2.9 – Photographie de l'expérience et schéma correspondant. 1) Substrat, 2) Pipette, 3) Boîte, 4) Éclairage, 5) Réserve d'eau.

## 2.2.3 Protocole expérimental

### 2.2.3.a Expérience

Une fois la lame nettoyée (partie 2.2.2), elle est placée sans tarder dans une boîte fermée (également nettoyée) afin d'éviter les dépôts de poussières. L'ensemble du processus est lui-même réalisé en salle blanche. De plus la boîte fermée possède une réserve d'eau afin de saturer l'intérieur en vapeur et limiter l'évaporation de la goutte durant son étalement. Pour finir, le système est éclairé par l'arrière avec une source divergente de petite taille de manière à maximiser le contraste (voir figure Fig. 2.9).

Des ouvertures à l'arrière de la boîte permettent de laisser passer une pipette pour déposer une goutte de fluide. Les gouttes sont formées à l'aide d'une pipette munie d'un embout en Polyéthylène ; nous avons remarqué empiriquement que le Carbopol adhère peu sur ces embouts ce qui facilite le dépôt des gouttes. Une fois que la goutte a atteint une taille

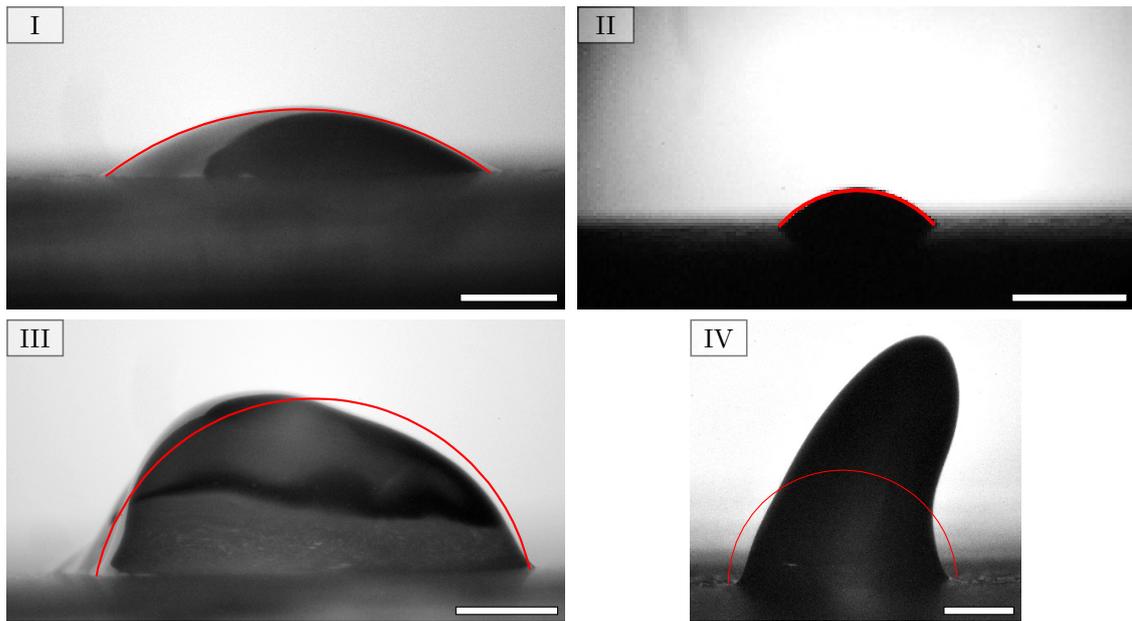


FIGURE 2.10 – Images de gouttes pour différents fluides à seuil à la fin de l'étalement sur une surface rugueuse : (I) Carbopol ETD (0.3 %) avec un seuil de  $\sigma_y = 6$  Pa, (II) et (III) Carbopol ETD (2 %) avec  $\sigma_y = 35$  Pa, (IV) Carbopol U10 (0.5 %) avec  $\sigma_y = 85$  Pa. L'ajustement rouge correspond à une calotte sphérique de même volume. Les barres d'échelle correspondent à 1 mm.

souhaitée, avec un rayon compris entre  $R_0 = 0.5$  et 2 mm, on approche doucement la pipette de la surface jusqu'au contact. La vitesse d'approche observée est inférieure à  $1 \text{ mm s}^{-1}$ . Pour les plus petites gouttes, c'est un mouvement manuel qui permet de déposer doucement la goutte, tandis que pour les plus grosses la gravité nous aide à parcourir les derniers micromètres. La difficulté est alors de ne pas aller trop vite pour ne pas écraser les petites gouttes sur le substrat ; le cas échéant l'étalement est évidemment ignoré.

Lorsque la goutte touche le substrat, elle s'étale puis atteint sa forme finale après quelques minutes. L'étalement est rapide au début puis ralentit et s'arrête. Typiquement, l'étalement dure environ 100 s [48], c'est donc la durée minimale qu'il faut attendre avant de mesurer la forme finale de la goutte. En particulier, pour l'expérience de la figure 2.5, après 2 min d'étalement, le rayon de la goutte n'augmente plus que de 0.024 mm en 100 s, ce qui correspond à une vitesse inférieure à  $0.25 \mu\text{m s}^{-1}$ . Nous supposons donc que l'état final est atteint au bout d'environ 3 min. Une photo de côté est prise avec un appareil photographique (NIKON d700 avec un objectif NAVITAR Zoom 6000). Comme observé sur la figure Fig. 2.10, différentes formes inhabituelles sont obtenues, qui dépendent principalement du seuil et du rayon final.

### 2.2.3.b Analyse de la forme de la goutte

Une fois l'étalement terminé et la photo prise, il est possible d'analyser le profil de la goutte et d'en extraire l'angle final, le rayon final ainsi que la sphéricité de la goutte. Pour cela,

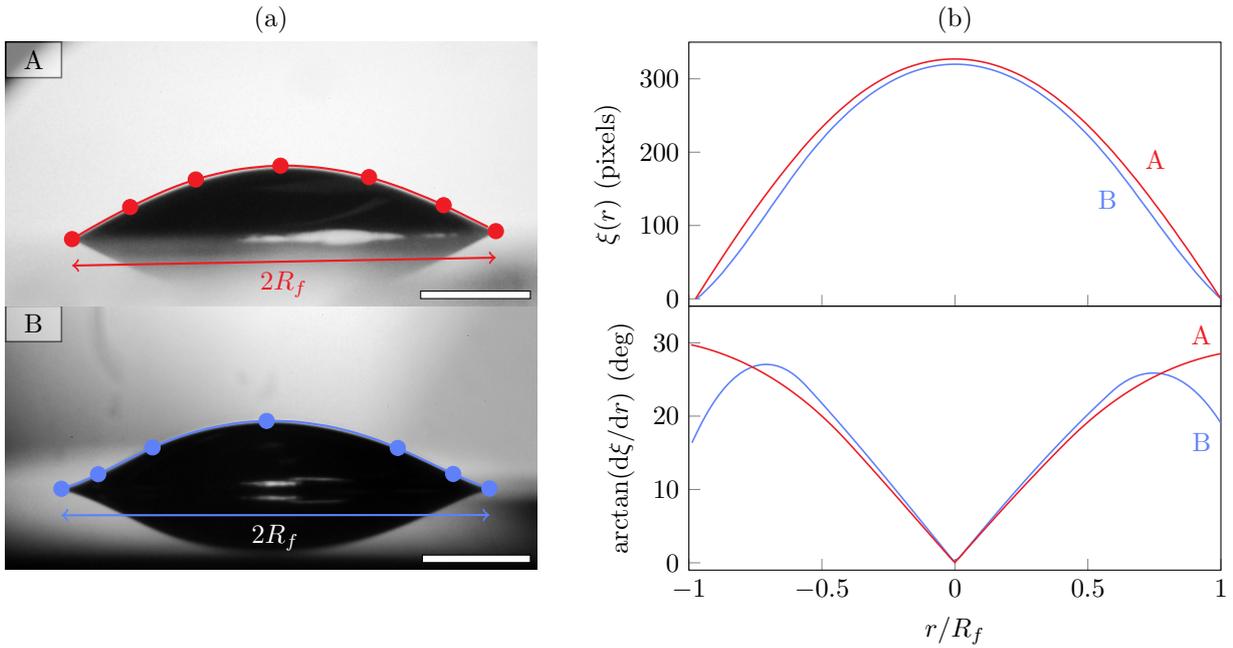


FIGURE 2.11 – Illustration de l’analyse de la forme. (a) Noeuds et interpolation pour deux gouttes. A : Carbopol ETD  $c = 0.3\%$ ,  $\sigma_y = 6.2 \pm 0.4$  Pa B : Carbopol U10  $c = 0.2\%$ ,  $\sigma_y = 18 \pm 2$  Pa. Barre d’échelle 1 mm (b) Profils mesurés correspondant  $\xi(r)$  et angles mesurés  $\theta = \arctan(d\xi/dr)$ .

j’ai réalisé un code Python inspiré du plugin IMAGEJ *Drop Shape Analysis* [100]. L’avantage d’avoir adapté le plugin est de pouvoir ajouter des fonctions supplémentaires pour gagner du temps lors de l’analyse d’un grand nombre d’images, ce qui est le cas ici.

Le principe de ce code d’analyse consiste à placer manuellement des points (ou noeuds) le long de l’interface liquide-air (représentés par des ronds sur la figure 2.11) ; le profil de la goutte est obtenu en effectuant une interpolation selon la méthode B-Spline passant par ces noeuds. Pour les gouttes les plus régulières (*i.e.* proches d’une calotte sphérique), seulement cinq noeuds sont suffisants pour que l’interpolation suive correctement la forme réelle (deux pour la largeur, un pour la hauteur maximale puis deux pour la courbure). Ce nombre augmente avec les formes plus complexes ; en général, environ dix noeuds sont placés. En utilisant une détection de contour (filtre de Sobel de la bibliothèque OpenCV), j’ai amélioré le placement des noeuds : à chaque ajout de noeud, le programme modifie sa position en le plaçant sur le point où le contour est le plus marqué à proximité du point sélectionné, donc au plus proche de l’interface. Une fois que l’interpolation est suffisamment proche de la forme, le programme estime le profil  $\xi(r)$ .

Le rayon final  $R_f$  est défini comme étant la demi-largeur du profil obtenu au niveau du substrat dont la position est préalablement définie, et la pente est obtenue en calculant la dérivée  $d\xi/dr$ . Nous définissons alors les angles de contact à droite  $\theta_d$  et à gauche  $\theta_g$  comme le maximum de la pente du profil  $\xi(r)$  sur le côté droit (respectivement gauche) :

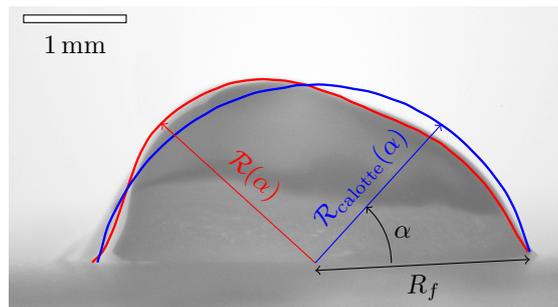


FIGURE 2.12 – Image d’une goutte de Carbopol ETD 2 % à la fin de l’étalement. On définit  $\mathcal{R}(\alpha)$  le profil de la goutte en coordonnée polaire, avec  $\alpha$  l’angle à partir de l’horizontale. En rouge la forme réelle  $\mathcal{R}$  et en bleu la forme approchée par une calotte  $\mathcal{R}_{\text{calotte}}$ .

$\tan(\theta_f) = \max(d\xi/dr)$ . Le fait de définir l’angle de la sorte signifie donc que nous mesurons un angle macroscopique, omettant les détails de ce qui se passe au contact, c’est à dire l’angle microscopique qui fait le lien entre la goutte et le film précurseur. Pour les gouttes les plus sphériques (comme les images I et II sur la figure 2.10), le maximum de pente est situé au coin de la goutte,  $\theta_f$  correspond donc à l’angle de contact mesuré à la ligne de contact. Pour les autres gouttes le maximum de pente n’est pas nécessairement localisé à la ligne de contact. Si la différence entre l’angle à droite et à gauche est inférieure à 10 %, alors on définit l’angle final comme la moyenne arithmétique des deux angles :  $\theta_f = (\theta_d + \theta_g)/2$  ; dans le cas contraire, l’image est ignorée car nous considérons alors que la goutte n’est pas assez symétrique. Ce choix arbitraire de différence d’angle est motivé par le fait que la modélisation que nous avons développée suppose une symétrie axisymétrique, de plus il fixe l’incertitude maximale que l’on peut avoir pour la mesure. Par exemple, les photos I et II de la figure 2.10 sont conservées et analysées alors que les images III et IV ne sont pas considérées. On mesure également le volume  $\Omega$  de la goutte en intégrant  $\xi(r)$  et en supposant que la goutte a une symétrie axiale. La validité de cette hypothèse n’a pas été étudiée précisément, un contrôle à l’œil a permis de repérer les étalements qui semblaient la vérifier ou non.

Pour finir, nous mesurons la sphéricité  $\delta$  de la goutte, définie par l’équation 2.11. Dans cette définition, nous utilisons une représentation polaire  $\mathcal{R}(\alpha)$  au lieu d’une représentation cartésienne  $\xi(r)$ .

$$\delta = \frac{1}{\mathcal{D} + \mathcal{D}_{\text{calotte}}} \sqrt{\int_0^\pi (\mathcal{R}(\alpha) - \mathcal{R}_{\text{calotte}}(\alpha))^2 d\alpha}, \quad (2.11)$$

$\mathcal{R}(\alpha)$  et  $\mathcal{R}_{\text{calotte}}(\alpha)$  correspondent au profil de la goutte en coordonnées polaires telles que définies sur la figure 2.12, respectivement pour la goutte réelle et pour la calotte sphérique approchée ;  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}_{\text{calotte}}$  sont les diamètres des profils obtenus :  $\mathcal{D} = \mathcal{R}(\alpha = 0) + \mathcal{R}(\alpha = \pi)$ . La calotte sphérique approchée est obtenue en ajustant la forme  $\mathcal{R}(\alpha)$  par une calotte sphérique de même volume, le paramètre libre d’ajustement est l’angle de contact  $\theta$ , le rayon est donc fixé par conservation du volume (voir Annexe A).

La source principale d'incertitude vient principalement de la manière de placer les noeuds, en particulier ceux qui sont proches de la ligne de contact. La précision est estimée à  $5^\circ$  pour les angles et 1 % pour les rayons.

### 2.2.4 Résultats

La figure 2.13 représente les variations de l'angle de contact final  $\theta_f$  en fonction du rayon final  $R_f$  pour différents fluides complexes sur substrats rugueux et lisses. A l'inverse de ce que l'on observe pour un fluide Newtonien, l'angle de contact final obtenu pour les fluides à seuil (Carbopol ETD en bleu et U10 en rouge) dépend de la taille de la goutte : il augmente avec le rayon  $R_f$ . L'angle de contact ne vérifie donc plus la loi de Young, il dépend de paramètres géométriques, cette observation est donc contraire à une description thermodynamique. Sur cette même figure, nous traçons également  $\theta_f$  en fonction de  $R_f$  pour une suspension de PAA non réticulée, et donc sans seuil (cercles verts). Comme attendu pour ce système,  $\theta_f$  ne dépend que peu du rayon final  $R_f$  et correspond à l'angle d'équilibre thermodynamique  $\theta_e = \theta_{f,\text{PAA}}$ . Le second point notable est que l'angle mesuré avec le Carbopol U10 dépend de la rugosité : les angles de contact  $\theta_f$  sur substrats rugueux sont environ  $20^\circ$  plus grands que sur surfaces lisses. Notons que ce comportement est inverse à celui des fluides Newtoniens. En effet, pour  $\theta_e < 90^\circ$ , l'angle de contact mesuré pour un fluide Newtonien est plus petit sur une surface rugueuse que sur une surface lisse d'après la loi de Wenzel (section 1.5.3.b) [110].

Enfin, l'angle de contact dépend fortement du seuil de la solution comme on le voit sur la figure 2.13 pour une taille de goutte donnée. L'étalement dépend donc fortement du type de fluide utilisé, de sa concentration ainsi que de la surface.

## 2.3 Modélisation

### 2.3.1 Hypothèses et équilibre de puissances

Les résultats expérimentaux contre-intuitifs soulignent des questions : comment l'angle de contact est-il modifié avec le seuil ? Quelle est sa dépendance avec la taille de la goutte ? Pour répondre à ces questions, nous cherchons ici à construire un modèle simple en reprenant le calcul effectué pour un fluide Newtonien s'étalant sur une surface hydrophile [103]. Cette fois-ci, nous utilisons la loi de Herschel-Bulkley et donc une relation non linéaire entre contrainte et taux de cisaillement. Nous utilisons les mêmes hypothèses que celles utilisées pour un fluide Newtonien (voir la partie 1.6.2) :

1. La goutte est suffisamment petite pour négliger la gravité. Cette hypothèse sera discutée dans la partie 2.5.3.

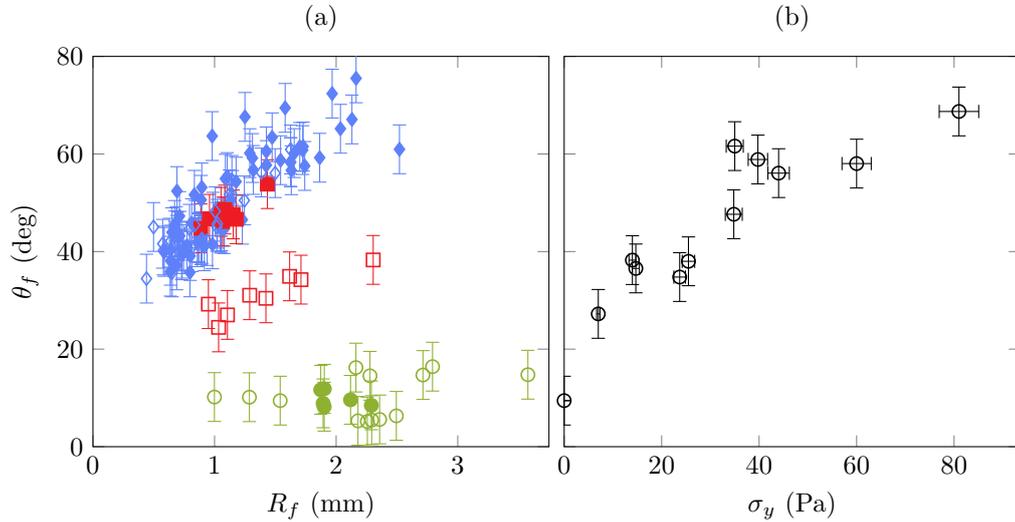


FIGURE 2.13 – (a) Angle de contact final  $\theta_f$  en fonction du rayon final  $R_f$  pour trois fluides : gels de Carbopol (ETD  $c = 2\%$ ) avec un seuil de  $\sigma_y = 35$  Pa (diamant bleu), gel de Carbopol gel (U10  $c = 0.25\%$ ) avec un seuil de  $\sigma_y = 29$  Pa (carré rouge) et suspension de PAA ( $c = 2\%$ ) sans seuil (cercle vert), sur substrats lisses (symboles ouverts) et rugueux (symboles pleins). (b) Angle de contact final  $\theta_f$  en fonction du seuil pour un rayon final donné  $R_f = 1.5 \pm 0.2$  mm.

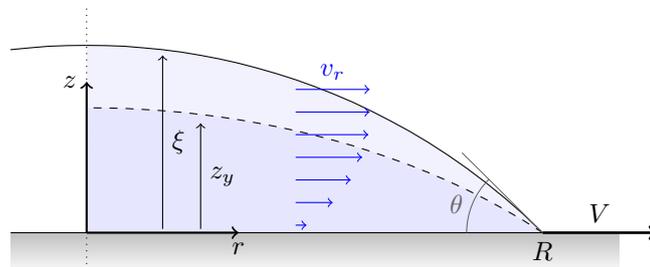


FIGURE 2.14 – Schéma et notations de la goutte en étalement :  $\theta$  l'angle de contact,  $R$  le rayon,  $\xi$  la hauteur de la goutte et  $z_y$  l'épaisseur de la zone cisailée dans la goutte.

2. L'angle de contact dynamique est petit, l'hypothèse de lubrification est donc valide [103]; en pratique, ceci est vrai pour des angles de contact dynamiques inférieurs à  $30^\circ$ , on supposera que l'on peut étendre cette hypothèse à des angles plus importants.
3. L'inertie est négligeable, la goutte a donc une forme d'équilibre quasi-statique. Cette hypothèse est vérifiée car l'on s'intéresse à l'étalement pendant plusieurs dizaines de secondes et l'on remarque expérimentalement que l'inertie ne joue un rôle important que durant les dix premières millisecondes [8, 32].

Nous utilisons les notations présentées à la figure 2.14 et nous supposons que la goutte adopte une forme de calotte sphérique dont les propriétés et formules géométriques sont rappelées dans l'annexe A. Nous notons de plus  $\sigma$  et  $P$  respectivement la contrainte de cisaillement et la pression dans la goutte. L'équilibre des forces en quasi-statique s'écrit  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} = \vec{\nabla} P$ . Ce qui se réduit en coordonnées cylindriques en tenant compte de l'hypothèse de lubrification à :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial r} \\ \frac{\partial P}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

La pression  $P$  dans la goutte ne dépend donc pas de la hauteur  $z$  sous ces hypothèses. On a donc la relation suivante :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = A(r), \quad (2.13)$$

avec  $A(r)$  le gradient de pression dans la goutte,  $A(r) = \frac{\partial P}{\partial r}$ . Nous supposons de plus une interface libre, en  $z = \xi$ ; la contrainte  $\sigma$  y est donc nulle. L'intégration de l'équation 2.13 permet de relier la contrainte de cisaillement  $\sigma(r, z)$  dans la goutte au gradient de pression radial  $A(r)$  par l'équation :

$$\sigma(r, z) = A(r)(\xi(r) - z). \quad (2.14)$$

Il existe donc une première zone proche du substrat où la contrainte est supérieure à la contrainte seuil, elle est donc cisailée. Une seconde zone repose au-dessus dans laquelle la contrainte est plus faible que la contrainte seuil, elle est non cisailée. La limite entre ces deux zones, obtenue à partir de l'équation 2.14 en prenant  $\sigma = \sigma_y$ , se trouve à la hauteur :

$$z_y(r) = \xi(r) - \sigma_y/A(r). \quad (2.15)$$

En particulier si  $\xi(r)A(r) \leq \sigma_y$  alors  $z_y(r) = 0$  et l'étalement s'arrête, on ne peut pas avoir la situation où  $z_y < 0$  qui est non-physique. Dans chacune de ces zones, il est possible de calculer le profil de vitesse en utilisant la loi HB que l'on intègre. Nous supposons pour cela que l'on a une vitesse uniquement radiale reliée au taux de cisaillement par la relation  $\dot{\gamma} = \frac{\partial v_r}{\partial z}$  (en accord avec l'hypothèse de lubrification) et nous supposons que l'on n'a pas de

glissement à la paroi solide. Le profil de vitesse dans la goutte s'écrit alors :

$$\begin{cases} v_r(z) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{n}} z_y^{\frac{1}{n}+1} \left(1 - \left(1 - \frac{z}{z_y}\right)^{\frac{1}{n}+1}\right) & \text{pour } 0 \leq z \leq z_y \\ v_r(z) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{n}} z_y^{\frac{1}{n}+1} & \text{pour } z \geq z_y \end{cases} \quad (2.16)$$

À partir du profil de vitesse, nous pouvons calculer la vitesse moyenne à travers une tranche à  $r$  fixé :

$$V_m(r) = \frac{1}{\xi(r)} \int_0^{\xi(r)} v_r(z) dz. \quad (2.17)$$

En particulier, proche de la ligne de contact, nous avons :  $\lim_{r \rightarrow R} V_m(r) = V$ .

En utilisant l'équation 2.16, nous pouvons appliquer la conservation du débit volumique  $\int_0^{\xi} 2\pi r v(r, z) dz = Q(r)$  et déterminer numériquement le gradient de pression  $A(r)$ .

Enfin, l'équilibre de la puissance capillaire et de la puissance dissipée par viscosité nous permet de prédire toute la dynamique d'étalement. En particulier, la puissance capillaire est donnée par :

$$\mathcal{P}_{\text{cap}} = 2\pi R \Gamma (\cos \theta_e - \cos \theta) V, \quad (2.18)$$

avec  $\theta_e$  l'angle de contact thermodynamique donné par la loi de Young. Il est mesurable avec la suspension de PAA et les mesures montrent qu'il est proche de 0. La puissance dissipée est donnée par :

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} = 2\pi \int_0^R \int_a^{\xi} r \sigma \dot{\gamma} dz dr, \quad (2.19)$$

où  $a$  est une longueur de coupure introduite pour régulariser la singularité à la ligne de contact. Pour les gels de Carbopol, qui sont des suspensions denses de microgels, on peut choisir  $a$  égale à la taille de la micro-structure ( $\sim 1 \mu\text{m}$ ).

### 2.3.2 Limites asymptotiques

Deux limites peuvent être étudiées analytiquement en fonction de la valeur de  $\dot{\gamma}$ . Pour cela, on définit un taux de cisaillement critique  $\dot{\gamma}^* = (\sigma_y/K)^{1/n}$  pour lequel les deux termes de la loi HB sont égaux :  $\sigma_y = K\dot{\gamma}^n$ . Les limites sont alors :

- lorsque  $\dot{\gamma}^* \ll \dot{\gamma}$ , c'est le début de l'étalement, les contraintes sont importantes devant le seuil et l'étalement est dominé par les propriétés visqueuses du FCS ;
- lorsque  $\dot{\gamma}^* \gg \dot{\gamma}$ , c'est la fin de l'étalement, les contraintes sont faibles et l'étalement est dominé par la plasticité du FCS.

Ces deux limites conduisent à des dynamiques différentes détaillées dans la suite.

### 2.3.2.a Début d'étalement

Au début de l'étalement, le taux de cisaillement est important devant  $\dot{\gamma}^*$ , le seuil  $\sigma_y$  peut alors être négligé devant la contrainte de viscosité  $K\dot{\gamma}^n$  dans l'équation 2.3. Le FCS peut alors être considéré comme un fluide rhéofluidifiant sans seuil. Dans ce cas là, la dissipation visqueuse est donnée par :

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} = 2\pi \int_0^R \int_a^\xi r \sigma \dot{\gamma} \, dz dr \simeq 2\pi K \int_0^R r \int_a^\xi \dot{\gamma}^{n+1} \, dz dr. \quad (2.20)$$

Nous retrouvons alors le cas décrit par Starov [101]. Le calcul est analytique et entièrement résolu en introduction (voir section 1.6.2). La dynamique d'étalement suit la loi de Starov (équation 2.9) :  $R(t) \propto t^p$  avec  $p = n/(3n + 7)$ .

### 2.3.2.b Fin d'étalement

À la fin de l'étalement, le taux de cisaillement est faible devant  $\dot{\gamma}^*$  si bien que la contrainte seuil  $\sigma_y$  domine la contrainte visqueuse  $K\dot{\gamma}^n$ . On a donc  $\sigma \simeq \sigma_y$  et la puissance dissipée par viscosité peut alors être approchée par :

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} \simeq 2\pi \sigma_y \int_0^R r \int_a^\xi \dot{\gamma} \, dz dr, \quad (2.21)$$

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} \simeq 2\pi \sigma_y \int_0^R r(v(\xi) - v(a)) \, dr, \quad (2.22)$$

où  $v(\xi)$  et  $v(a)$  correspondent respectivement à la vitesse en haut et en bas de la goutte. Notons que  $v(\xi) = v(z_y)$  due à l'existence de la zone non cisailée au dessus de  $z_y$ , nous avons donc  $\int_a^\xi \dot{\gamma} \, dz = v(z_y) - v(a)$ . Pour les FCS, deux conditions aux limites peuvent être considérées : avec glissement partiel ou sans glissement [13, 76].

### 2.3.2.c Fin d'étalement sans glissement

Dans le cas de non glissement,  $v(a) = 0$  et la puissance dissipée s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} \simeq 2\pi \sigma_y \int_0^R r v(z_y(r)) \, dr \quad (2.23)$$

En s'inspirant des hypothèses réalisées pour établir la loi de Tanner pour des fluides Newtoniens [103], nous supposons que la dissipation visqueuse domine dans le coin de la goutte proche de la ligne de contact. Une régularisation par une longueur de coupure est nécessaire pour éviter une divergence de la contrainte. La conservation du débit (équation 2.17) proche de la ligne de contact impose que la vitesse dans la goutte  $v_r$  et la vitesse d'étalement  $V$  sont

liées par :

$$\lim_{r \rightarrow R} \frac{1}{\xi(r)} \int_0^{\xi(r)} v_r(z) dz = V. \quad (2.24)$$

Cette intégrale peut alors être calculée connaissant le profil de vitesse dans la goutte (équation 2.16) :

$$\lim_{r \rightarrow R} \left( \left( 1 - \frac{z_y(r)}{\xi(r)} \right) v(z_y) + \frac{1}{\xi(r)} \int_0^{z_y} v(z) dz \right) = V. \quad (2.25)$$

Dans la limite asymptotique correspondant à la fin d'étalement ( $\sigma \rightarrow \sigma_y$ ), la zone cisailée s'amincit et devient négligeable devant la hauteur de la goutte  $z_y \ll \xi$  si bien que :

$$\lim_{\sigma \rightarrow \sigma_y} \lim_{r \rightarrow R} v(z_y) = V. \quad (2.26)$$

En supposant que la puissance dissipée est donnée principalement par la dissipation dans le coin de la goutte, l'intégrale sur le rayon  $\int_0^R r v(z_y(r)) dr$  peut être simplifiée et approchée par un terme proportionnel à  $VR^2$ . La puissance dissipée s'écrit alors :

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} \simeq C_1 \sigma_y R^2 V, \quad (2.27)$$

où  $C_1$  est une constante sans dimension qui prend en compte la complexité du calcul de l'intégrale sur la géométrie de la calotte sphérique. L'équilibre entre la puissance capillaire et la puissance dissipée à la fin de l'étalement nous donne donc :

$$\boxed{\cos \theta_e - \cos \theta_f \simeq C_2 \frac{\sigma_y R_f}{\Gamma}}, \quad (2.28)$$

où  $C_2 = C_1/(2\pi)$  est aussi une constante sans dimension. Cette limite asymptotique prédit que la distance à l'équilibre ( $\cos \theta_e - \cos \theta_f$ ) augmente linéairement avec un nombre adimensionné connu sous le nom de nombre capillaire de Bingham qui compare la contrainte seuil et la pression capillaire [71] :

$$\boxed{\text{Bc} = \frac{\sigma_y R_f}{\Gamma}}. \quad (2.29)$$

#### 2.3.2.d Fin d'étalement en présence d'un glissement partiel

Dans le cas d'un glissement partiel, la vitesse  $v(a)$  est non nulle. Par définition de la longueur de coupure  $a$ , cette vitesse correspond à celle de la première couche de microgel de polymères. Il s'agit expérimentalement de la vitesse de glissement  $V_g$  [76, 82]. Les mesures de vitesse de glissement  $V_g$  montrent que celle-ci dépend essentiellement de la contrainte à la paroi  $\sigma_{\text{paroi}}$  [13]. La puissance dissipée s'écrit alors :

$$P_{\text{diss}} \simeq 2\pi \sigma_y \int_0^R r (v(z_y) - V_g(\sigma_{\text{paroi}})) dr. \quad (2.30)$$

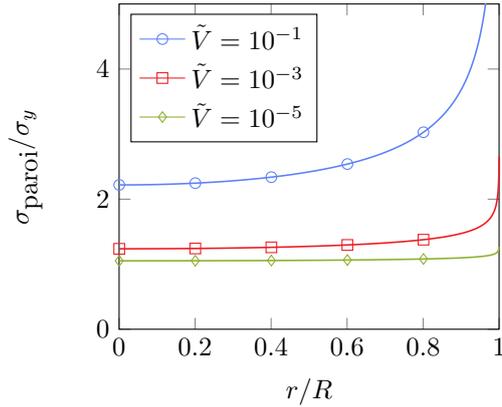


FIGURE 2.15 – Contrainte à la paroi  $\sigma(z=0)/\sigma_y$  en fonction de la position radiale  $r/R$  pour trois vitesses :  $10^{-1}$  (bleu),  $10^{-3}$  (rouge) et  $10^{-5}$  (vert). Les vitesses sont ici sans dimension :  $\tilde{V} = V/(R_0(K/\sigma_y)^{1/n})$ . Lorsque la vitesse diminue, la contrainte à la paroi tend vers la contrainte seuil. Données simulées à partir de la résolution numérique présentée à la partie 2.4.

D'après l'équation 2.14, la contrainte à la paroi vaut  $\sigma_{\text{paroi}} = A(r)\xi(r)$  et dépend *a priori* de la position radiale  $r$ . Cependant, à la fin de l'étalement,  $\sigma_{\text{paroi}}$  tend vers la contrainte seuil et devient pratiquement indépendante de la position  $r$  (comme montré sur la figure 2.15). Dans la limite asymptotique, on peut alors considérer que  $\sigma_{\text{paroi}} \simeq \sigma_y$  ce qui simplifie le calcul de la puissance dissipée (équation 2.30).

Enfin, nous supposons comme précédemment que la dissipation dans la goutte en mouvement est dominée par la dissipation dans le coin de la goutte proche de la ligne de contact. On peut alors montrer que :  $\lim_{\sigma \rightarrow \sigma_y} (v(z_y) - V_g(\sigma_{\text{paroi}})) = V - V_g$ . Par définition de la puissance dissipée,  $V_g < V$  ce qui correspond à une condition de glissement partiel à l'interface. En suivant le même développement que dans le cas d'une condition aux limites sans glissement, nous obtenons :

$$\mathcal{P}_{\text{diss}} \simeq C_1 \sigma_y R_f^2 (V - V_g). \quad (2.31)$$

L'égalisation des puissances donne alors :

$$\cos \theta_e - \cos \theta_f = C_2 (1 - \mathcal{G}) \frac{\sigma_y R_f}{\Gamma} \quad \text{avec} \quad \mathcal{G} = \frac{V_g}{V}, \quad (2.32)$$

où  $C_2$  est la constante sans dimension définie à l'équation 2.28 et  $\mathcal{G}$  est la fraction de glissement à la fin de l'étalement.

Concernant la vitesse de glissement, nous considérons une condition de glissement partiel,  $0 \leq \mathcal{G} < 1$ , ce qui implique que la vitesse de glissement s'annule lorsque la vitesse d'étalement  $V$  tend vers 0, c'est-à-dire lorsque l'étalement s'arrête.

## 2.4 Résolution numérique

### 2.4.1 Méthode numérique

La modélisation précédente permet d'obtenir des solutions asymptotiques analytiques, cependant elle ne permet pas de résoudre toute la dynamique d'étalement. Dans cette section, je détaille donc une résolution numérique des équations qui permet de déterminer toute la dynamique de la goutte au cours du temps. Les résultats ainsi obtenus seront comparés aux résultats expérimentaux (voir Annexe B). L'idée est de résoudre la dynamique d'étalement pour un fluide à seuil jusqu'à ce que la vitesse  $V$  devienne infiniment petite, *i.e.* jusqu'à ce qu'un équilibre mécanique soit atteint. La difficulté est qu'il faut résoudre les équations au cours du temps car tout l'historique du fluide est important. Nous utiliserons les quantités suivantes pour adimensionner les grandeurs :  $R_0$  pour les distances,  $(K/\sigma_y)^{1/n}$  pour les temps et donc  $R_0(\sigma_y/K)^{1/n}$  pour les vitesses. Les grandeurs adimensionnées sont notées d'un tilde dans toute cette partie. Nous introduisons aussi le nombre adimensionné :

$$\text{Ba} = \frac{\sigma_y R_0}{\Gamma}, \quad (2.33)$$

qui est similaire mais pas égal au nombre capillaire de Bingham, comparant l'effet de la contrainte seuil et de la pression capillaire au début de l'étalement. La différence réside dans la valeur du rayon, il s'agit en quelque sorte d'un nombre capillaire de Bingham initial.

La résolution numérique du problème est réalisée en deux étapes : la première consiste à déterminer le gradient de pression en supposant que la dissipation visqueuse est dominée par la dissipation dans le coin, proche de la ligne de contact ; la seconde consiste à résoudre l'égalisation des puissances à chaque pas de temps.

#### 2.4.1.a Gradient de pression

Le gradient de pression  $\tilde{A}(\tilde{r})$  est déterminé par la conservation du débit volumique radial, qui s'écrit en coordonnées axisymétriques proche de la ligne de contact (avec  $\tilde{z}_y = \tilde{\xi} - \tilde{A}^{-1}$ ) :

$$\tilde{\xi} \tilde{V} = \frac{n}{n+1} \tilde{A}^{1/n} \tilde{z}_y^{1/n+1} \left( \tilde{\xi} - \tilde{z}_y \frac{n}{1+2n} \right). \quad (2.34)$$

Cette équation est résolue numériquement sur des intervalles logarithmiques de vitesse  $\tilde{V}$  ( $\tilde{V} \in [10^{-9}, 10^9]$ ) et de hauteur de goutte  $\tilde{\xi}$  ( $\tilde{\xi} \in [10^{-3}, 1]$  ces bornes correspondent respectivement à 1  $\mu\text{m}$  et 1 mm). Les résultats, montrés sur la figure 2.16, permettent de conjecturer une loi de puissance pour le gradient de pression  $\tilde{A}$  de la forme :

$$\tilde{A}(\tilde{\xi}, \tilde{V}) = \beta(\tilde{V}) \tilde{\xi}^{\alpha(\tilde{V})}, \quad (2.35)$$

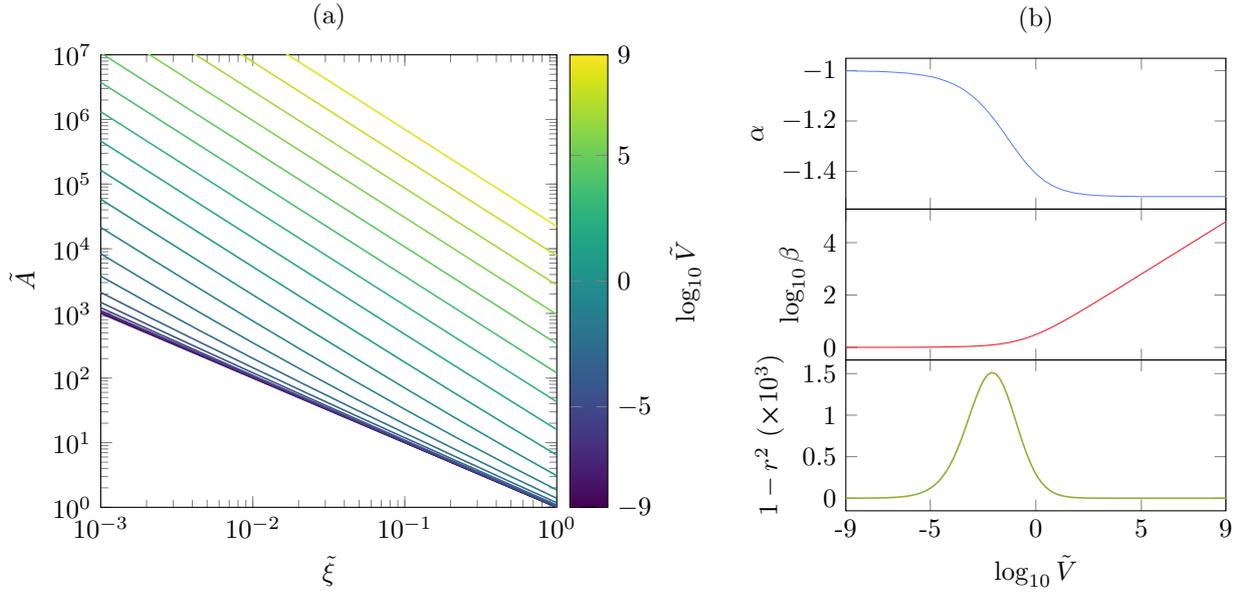


FIGURE 2.16 – (a)  $\tilde{A}(\tilde{\xi}, \tilde{V})$  calculé numériquement pour différentes valeurs de  $\tilde{V}$  comprises entre  $10^{-9}$  et  $10^9$ . (b) Coefficients  $\alpha(\tilde{V})$  et  $\log_{10} \beta(\tilde{V})$  permettant d’ajuster  $\tilde{A}$  par la loi  $\tilde{A}(\tilde{\xi}, \tilde{V}) = \beta(\tilde{V})\tilde{\xi}^{\alpha(\tilde{V})}$  pour  $n = 0.5$  et coefficient de régression  $r^2$  en approchant  $\tilde{A}$  par cette fonction.

où  $\beta$  et  $\alpha$  sont deux coefficients dépendant uniquement de  $\tilde{V}$ . Cette loi de puissance peut être confrontée aux limites asymptotiques en début et en fin d’étalement.

- Au début de l’étalement,  $\tilde{V} \gg 1$ ,  $\alpha = -1.5 \approx -(1+n)$  et  $\beta(\tilde{V}) = \tilde{V}^{0.5} = \tilde{V}^n$ , la loi de puissance prédit  $\tilde{A} \propto \tilde{V}^n / \xi^{(1+n)}$  ce qui est en accord avec l’équation Eq. 2.34 en prenant  $z_y \approx \xi$ . À grande vitesse, la goutte est entièrement cisailée.
- À la fin de l’étalement,  $\tilde{V} \ll 1$ ,  $\alpha = -1$  et  $\beta = 1$ , la loi de puissance prédit  $\tilde{A} = 1/\tilde{\xi}$  ce qui est en accord avec l’équation 2.15 en utilisant le fait que  $z_y \approx 0$ .

L’expression du gradient de pression  $\tilde{A}(\tilde{\xi}, \tilde{V})$  obtenue (équation 2.35) peut alors être utilisée pour calculer la vitesse puis la dissipation. Ce calcul préliminaire permet d’accélérer considérablement la vitesse de résolution car nous avons une expression analytique de  $\tilde{A}$ . L’erreur effectuée est faible puisque, comme montré sur la figure 2.16, le coefficient de régression linéaire  $r^2$  est minimal pour  $\tilde{V} \sim 10^{-2}$  et vaut environ 0.9985, l’approximation est donc acceptable.

### 2.4.1.b Dynamique d’étalement

La dynamique d’étalement est obtenue en résolvant l’équilibre des puissances à chaque pas de temps. L’équilibre entre la puissance capillaire et la puissance dissipée par viscosité s’écrit :

$$(\cos \theta_e - \cos \theta) \tilde{V} \tilde{R} = \text{Ba} \int_0^{\tilde{R}} \tilde{r} \tilde{A}^{1/n} \tilde{z}_y^{1/n+1} n \left( \frac{1}{1+n} + \frac{\tilde{A} \tilde{z}_y}{1+2n} \right) d\tilde{r}. \quad (2.36)$$

Le terme de gauche correspond à la puissance capillaire et le terme de droite à la puissance visqueuse. Nous supposons  $\theta_e \approx 0$  et on posera donc  $\cos \theta_e = 1$ . La vitesse apparaît dans chacun des membres, explicitement à gauche et implicitement via le gradient de pression  $\tilde{A}$  à droite. Résoudre cette égalité pour une forme de goutte donnée (dans l'hypothèse d'une calotte sphérique) nous permet donc d'obtenir la vitesse à chaque pas de temps. La figure 2.17 représente les deux puissances mises en jeu en fonction de  $\tilde{V}$ . L'intersection des deux courbes nous donne la solution de l'équation 2.36. Cette intersection est calculée numériquement par une méthode de Brentq; de plus pour améliorer la convergence de l'algorithme, on travaille uniquement sur le logarithme des puissances et non sur les puissances directement. La connaissance de la vitesse  $\tilde{V}$  permet alors de calculer le nouveau rayon au pas de temps suivant  $\tilde{R}(\tilde{t} + \Delta\tilde{t}) = \tilde{R}(\tilde{t}) + \tilde{V}\Delta\tilde{t}$  par une méthode d'intégration simple d'Euler, et la nouvelle calotte sphérique par conservation du volume (calcul de  $\theta(\tilde{t} + \Delta\tilde{t})$  et de  $\tilde{\xi}(\tilde{r}, \tilde{t} + \Delta\tilde{t})$ ). Le temps initial est  $t_0 = 10^{-5}$  et le pas de temps  $\Delta\tilde{t}$  évolue logarithmiquement avec le temps (50 points par décade) car nous savons que l'étalement est de plus en plus lent (d'après la loi de Starov [101]).

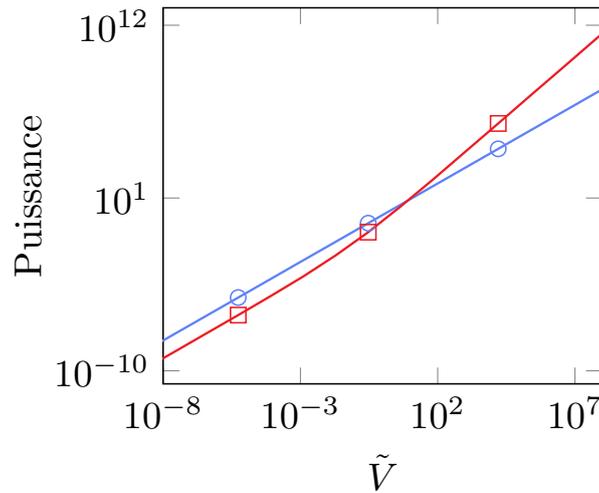


FIGURE 2.17 – Puissance dissipée par viscosité (carrés rouges) et puissance capillaire (ronds bleus) en fonction de la vitesse  $\tilde{V}$  à un temps donné. La solution de l'équation 2.36 correspond à la vitesse d'étalement  $\tilde{V}$  à l'intersection des deux courbes.

Nous avons donc accès au rayon  $R(t)$  et à l'angle  $\theta(t)$  au cours du temps (respectivement représentés sur la figure 2.18.c. et figure 2.18.d.) et donc à la forme de la goutte à tout instant (figure 2.18.b.). Par conservation du volume d'une calotte sphérique (annexe A), le rayon et l'angle de contact sont liés par une relation bijective. Ainsi dans un diagramme angle de contact  $\theta$  - rayon  $R$ , ou encore  $1 - \cos(\theta)$  en fonction du nombre capillaire de Bingham dynamique  $Ba(t) = \sigma_y R(t)/\Gamma$ , l'évolution de la goutte est parfaitement déterminée par des considérations géométriques. L'allure des différentes trajectoires possibles est indiquée sur la figure 2.18.a.(courbes en gris). N'importe quelle goutte évoluera donc selon ce fuseau de

courbes. Le sens d'évolution spontanée dans le cadre de notre simulation va des gouttes peu étalées vers les gouttes plus étalées donc d'un grand angle de contact vers un petit angle de contact. Ce sens est représenté par les flèches  $\gg$ . Deux gouttes ayant un couple  $(\text{Ba}(t=0), \theta_0)$  différent, *i.e.* les conditions initiales différentes, mais correspondant à un même fuseau auront donc la même trajectoire dans ce diagramme. En variant le couple  $(\text{Ba}(t=0), \theta_0)$ , nous constatons que l'algorithme d'étalement de goutte s'arrête toujours à proximité d'une courbe représentée en rouge dans le diagramme 2.18.a.

### 2.4.1.c Fin de l'algorithme

L'algorithme s'arrête lorsqu'une des trois conditions suivantes est vérifiée :

1. L'égalisation des puissances n'admet plus de solution numériquement : ceci correspond au cas où la vitesse est trop faible et n'est donc plus dans l'intervalle de résolution de  $A$ , physiquement ceci correspond à l'annulation de la vitesse d'étalement.
2. Lorsque  $\tilde{z}_y(r=0) < 10^{-4}$ , c'est-à-dire lorsque la goutte est pratiquement entièrement non-cisaillée, la partie cisaillée a une hauteur inférieure à la taille d'un microgel.
3. Lorsque le temps est supérieur à  $10^7$ , selon les paramètres de fluides choisis, l'évolution peut être très lente et la résolution ne peut alors vérifier les deux conditions précédentes en un temps raisonnable.

### 2.4.2 Influence de la condition initiale

J'étudie ici l'influence des conditions initiales  $R_0$  et  $\theta_0$  sur l'état final. D'après l'hypothèse de calotte sphérique, ces deux grandeurs sont liées, il ne faut pas modifier les deux conditions indépendamment car on changerait de fuseaux et donc l'état final serait forcément différent. Ne modifier qu'un des deux et ajuster l'autre valeur est donc suffisant. Je choisis donc de faire varier l'angle initial  $\theta_0$  entre  $[0, \pi/2]$  et d'ajuster le rayon  $R_0$  (figure 2.19). On constate qu'il existe deux régimes :

- lorsque l'angle  $\theta_0$  est faible, la goutte ne s'étale pas. On a directement  $\theta_f = \theta_0$ . Expérimentalement, ce régime correspond au cas où l'on écrase la goutte, elle est donc plus étalée que ce qu'elle peut spontanément. Cette limite dépend de  $\text{Bc} = \sigma_y R_f / \Gamma$ .
- lorsque  $\theta_0$  est plus important, il y a étalement.

Pour une goutte simulée, caractérisée par  $\sigma_y = 10 \text{ Pa}$ ,  $K = 10 \text{ Pa s}^n$  et  $n = 0.5$ , telle que présentée sur la figure 2.19, la limite entre ces deux régimes est à  $\theta_0 = 25^\circ$ . On constate que lorsque  $\theta_0 > 25^\circ$ , l'angle  $\theta_f$  varie légèrement, environ de 14 % lorsque  $\theta_0$  varie de 260 %. La simulation numérique est donc assez peu sensible à la condition initiale.

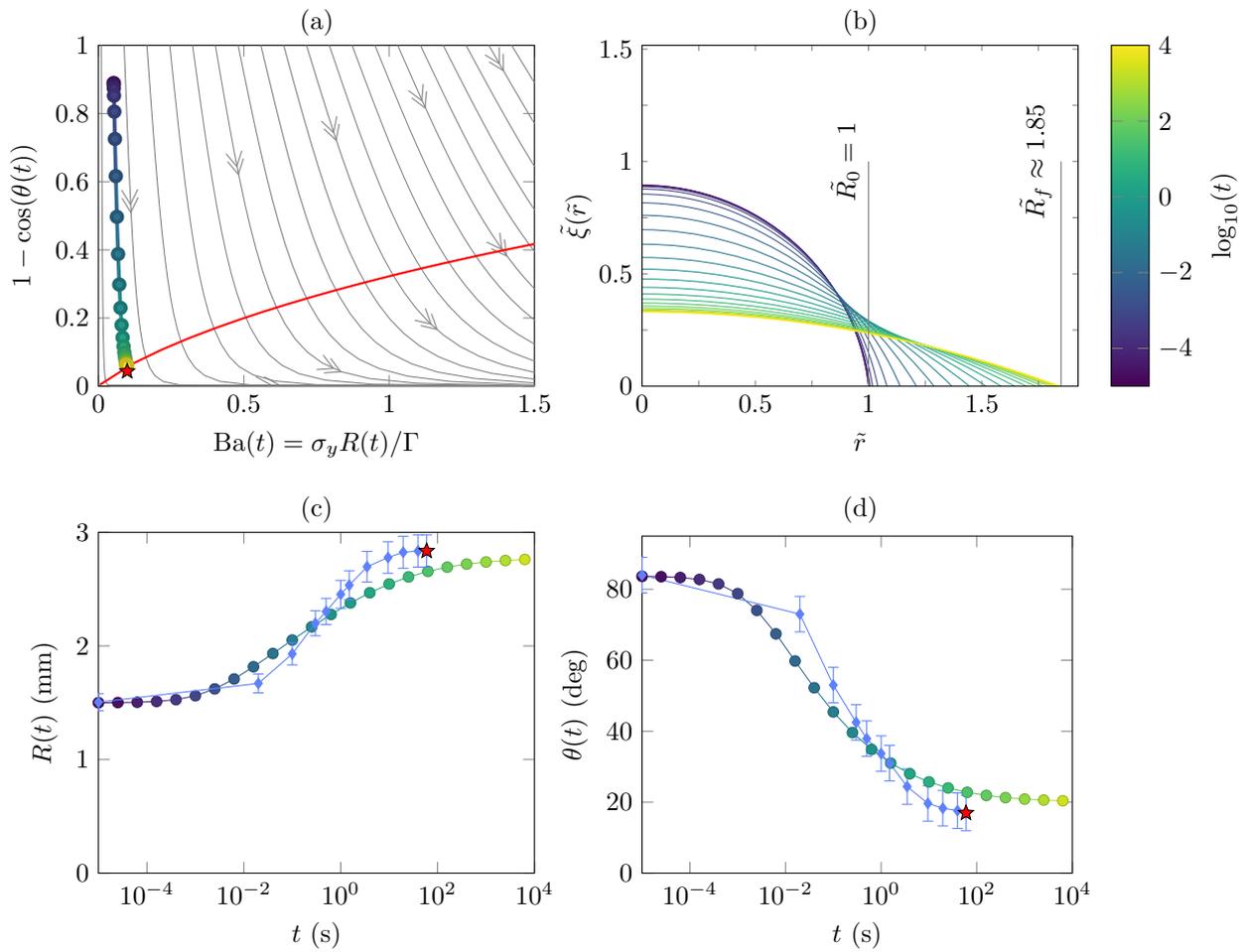


FIGURE 2.18 – Résultats de la simulation pour une goutte caractérisée par  $\sigma_y = 2.2 \text{ Pa}$ ,  $K = 3.6 \text{ Pa s}^n$ ,  $n = 0.49$  et  $R_0 = 1.5 \text{ mm}$ . L'étoile rouge dans les graphiques (a), (c) et (d) correspond à l'état final mesuré expérimentalement. a) Évolution de la goutte dans le diagramme  $1 - \cos \theta$  en fonction de  $Ba(t)$ . La ligne rouge correspond aux états finaux observables par la simulation. b) Forme de la goutte à différents instants. c) Rayon  $R(t)$  simulé et mesure expérimentale en bleu. d) Angle de contact  $\theta(t)$  simulé et mesure expérimentale en bleu.

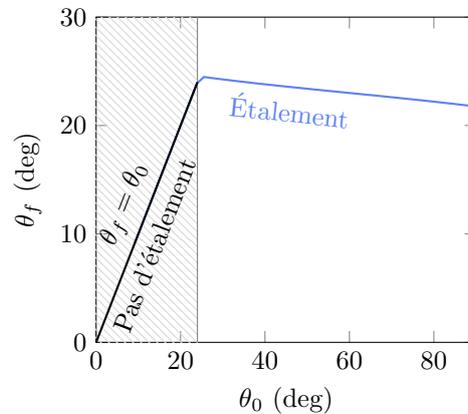


FIGURE 2.19 – Dépendance de l'angle final  $\theta_f$  avec l'angle initial  $\theta_0$ . Pour  $\theta_0 \lesssim 25^\circ$ , il n'y a pas d'étalement, la goutte est déjà plus étalée que ce qu'elle peut spontanément. Résolution numérique pour  $\sigma_y = 10 \text{ Pa}$ ,  $K = 10 \text{ Pa s}^n$  et  $n = 0.5$ .

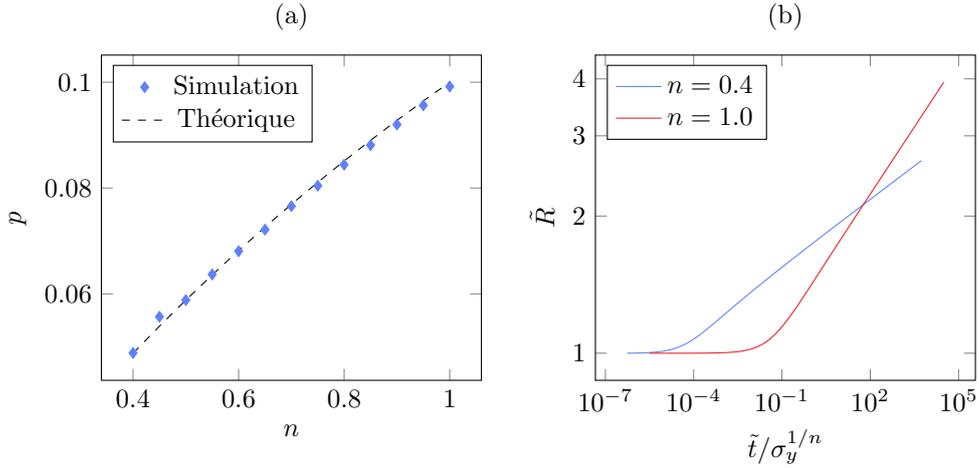


FIGURE 2.20 – (a) Puissance d'étalement  $p$  ( $R(t) \propto t^p$  aux temps longs) en fonction de l'exposant du fluide  $n$ . La courbe théorique correspond à la loi de Starov  $p = n/(3n + 7)$  [101]. (b) Évolution du rayon  $\tilde{R}(\tilde{t})$  pour  $n = 0.4$  et  $n = 1$ . Résolution numérique pour  $\sigma_y = 10^{-6}$  Pa et  $Ba = 1.7 \times 10^{-8}$ .

### 2.4.3 Limite des petits seuils et loi de Starov

Afin de vérifier les calculs et les résolutions numériques, nous avons confronté nos résultats numériques aux cas où il existe une solution analytique. En particulier, nous devons retrouver la loi de Starov qui caractérise la dynamique d'étalement pour les fluides non-Newtonien sans seuil (équation 2.9). Cependant, choisir  $\sigma_y = 0$  implique  $Ba = 0$  ce qui nous donnerait directement une vitesse d'étalement nulle d'après l'équation 2.36. La résolution réalisée ne permet donc pas directement d'obtenir la loi de Starov. Cependant en choisissant un seuil  $\sigma_y$  assez faible, nous devons nous approcher de cette loi. La figure 2.20 représente les résultats de la simulation avec  $\sigma_y = 10^{-6}$  Pa, nous constatons que l'accord entre résultats numériques et prédiction est déjà très bon. Prendre un seuil plus petit pourrait *a priori* améliorer la validité cependant cela nous expose à des problèmes numériques : par exemple, le nombre  $Ba$  devient trop faible et les erreurs augmentent.

### 2.4.4 Comparaison avec l'expérience

Les figures 2.18.c et 2.18.d présentent une comparaison de la simulation (en trait plein) et d'une mesure (trait bleu et losanges). La mesure expérimentale a été obtenue avec un Carbopol ETD ( $c = 0.2\%$ ,  $\sigma_y = 2.2$  Pa,  $K = 3.6$  Pa s<sup>n</sup> et  $n = 0.49$ ), avec le dispositif expérimental détaillé en annexe B. Le rayon et l'angle ont été mesurés simultanément à l'aide de deux caméras rapides synchronisées. Le protocole expérimental de préparation du fluide et du substrat sont identiques à celui présenté en début de chapitre (section 2.2.2).

L'état final simulé est proche des résultats expérimentaux. Le rayon final expérimental est de  $R_{f,\text{exp}} = 2.8 \pm 0.1$  mm, tandis que la simulation nous donne  $R_{f,\text{num}} = 2.78$  mm. Les

deux valeurs sont en accord, cependant la dynamique pour atteindre l'état final n'est pas identique. L'étalement réel est un peu plus rapide, l'état final est atteint au bout d'environ 60 s alors que le modèle numérique prévoit  $\sim 1000$  s.

## 2.5 Discussion

### 2.5.1 Comparaison expérience, modèle et numérique

Afin de vérifier l'adéquation de notre modèle qui prévoit une relation linéaire entre l'écart à l'équilibre et le nombre de Bingham  $Bc$  (équations 2.28 et 2.32), nous traçons dans ces coordonnées l'ensemble des données acquises (en partie visibles sur la figure 2.13). Les résultats sont présentés sur la figure 2.21. Nous ajoutons sur cette figure la résolution numérique (en trait plein noir).

La prédiction du modèle est en bon accord avec les données expérimentales obtenues avec les FCS. L'ajustement avec l'équation 2.28 des données obtenues sur surfaces rugueuses, pour lesquelles on n'attend pas de glissement, donne  $C_2 = 0.5$  (ligne en pointillé noir sur la figure 2.21). On remarque cependant que le Carbopol U10 sur surface lisse présente un coefficient de proportionnalité bien plus faible (ligne en tiret rouge). En reprenant  $C_2 = 0.5$  et en utilisant l'équation 2.32, on obtient  $\mathcal{G} = V_g/V = 0.66$ . Il y a donc dans ce cas glissement partiel du fluide, ce qui est en accord avec des études précédentes [82]. La résolution numérique, en trait plein sur la figure 2.21 permet également de retrouver un assez bon accord lorsqu'il n'y pas de glissement. Une tentative non aboutie pour prendre en compte le glissement est détaillée en annexe C, l'objectif étant de justifier l'écart avec le U10.

Un résultat important est alors que, pour un FCS,  $\sigma_y \neq 0$  alors  $Bc \neq 0$ , et nous n'atteindrons donc jamais l'équilibre  $\theta_f = \theta_e$ . L'étalement s'arrêtera avant l'équilibre thermodynamique. Les résultats de ce chapitre, aussi bien expérimentaux que numériques, sont en accord avec les premières observations de Loren Jørgensen [48] et les complètent.

### 2.5.2 Sphéricité de la goutte

Une hypothèse de notre modèle est que les gouttes ont une forme de calotte sphérique. Dans cette partie, je discute de cette hypothèse et précise son domaine de validité. Dans ce but, je trace sur la figure 2.22.a un diagramme de phase de toutes les expériences effectuées en fonction du rayon final  $R_f$  et de la contrainte seuil  $\sigma_y$ . L'ensemble des expériences effectuées avec du Carbopol 980 par Yoann Pelet durant son stage y sont également représentées. L'échelle de couleur correspond à la sphéricité  $\delta$ , définie précédemment (équation 2.11) : plus  $\delta$  est important et moins la goutte est sphérique et inversement. Les gouttes présentées sur la figure 2.10 (notés de I à IV) sont également placées sur ce diagramme. Comme nous

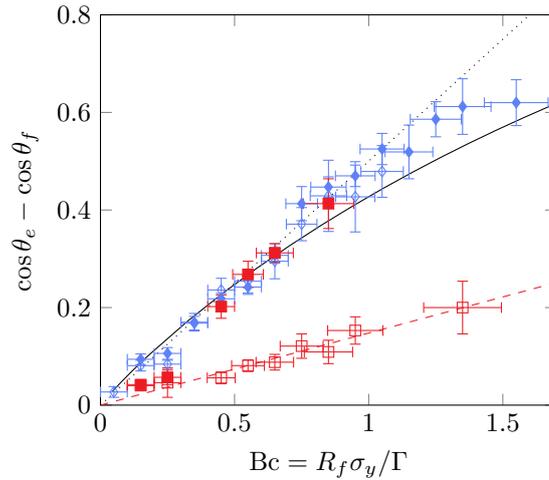


FIGURE 2.21 –  $(\cos \theta_e - \cos \theta_f)$  avec  $\theta_e = 10^\circ$  en fonction du nombre capillaire de Bingham  $Bc = R_f \sigma_y / \Gamma$  pour deux FCS avec différentes concentrations (donné dans le tableau 2.1) : gel de Carbopols ETD (diamants bleus) et U10 (carrés rouges), sur surface lisse (symboles ouverts) et rugueuse (symboles pleins). Le trait plein correspond à la résolution numérique en supposant pas de glissement à la paroi, les lignes en pointillés noirs et tirets rouges correspondent à la solution analytique asymptotique respectivement avec une condition sans glissement (équation 2.28) et de glissement partiel (équation 2.32 avec  $V_g = 0.66V$ ). Chaque point correspond à une moyenne sur les points expérimentaux sur un intervalle de 0.1 sur l’abscisse.

pouvons l’observer, pour des rayons finaux  $R_f$  importants ou pour des seuils  $\sigma_y$  importants,  $\delta$  est important et la déviation à une calotte sphérique ne peut plus être ignorée.

La frontière entre les gouttes sphériques et les moins sphériques peut être déterminée en comparant la pression capillaire dans la goutte qui tend à rendre la goutte sphérique et la contrainte seuil qui tend à figer la forme. Cette égalité correspond à  $Bc = 1$  et est tracée en tiret sur la figure 2.22. Notre analyse est donc valide lorsque le nombre de Bingham satisfait  $Bc \leq 1$ . Au dessus de cette limite, l’histoire de formation de la goutte et aussi de sa forme doit être considérée. Dans le cas d’une goutte sphérique, nous pouvons également noter que la limite  $Bc \leq 1$  correspond au régime où l’angle final est inférieur à  $50^\circ$  pour lequel l’hypothèse de lubrification est valide.

Une représentation complémentaire de ce résultat est présentée sur le graphique 2.22.b où je trace  $\delta$  en fonction de  $Bc$  pour quatre seuils différents. Pour les étalements avec  $Bc < 1$ , on remarque clairement que  $\delta$  est de l’ordre de 0.001 et qu’il augmente très rapidement pour  $Bc > 1$ .

L’hypothèse d’une goutte sphérique est donc acceptable pour les nombres de Bingham vérifiant  $Bc < 1$ .

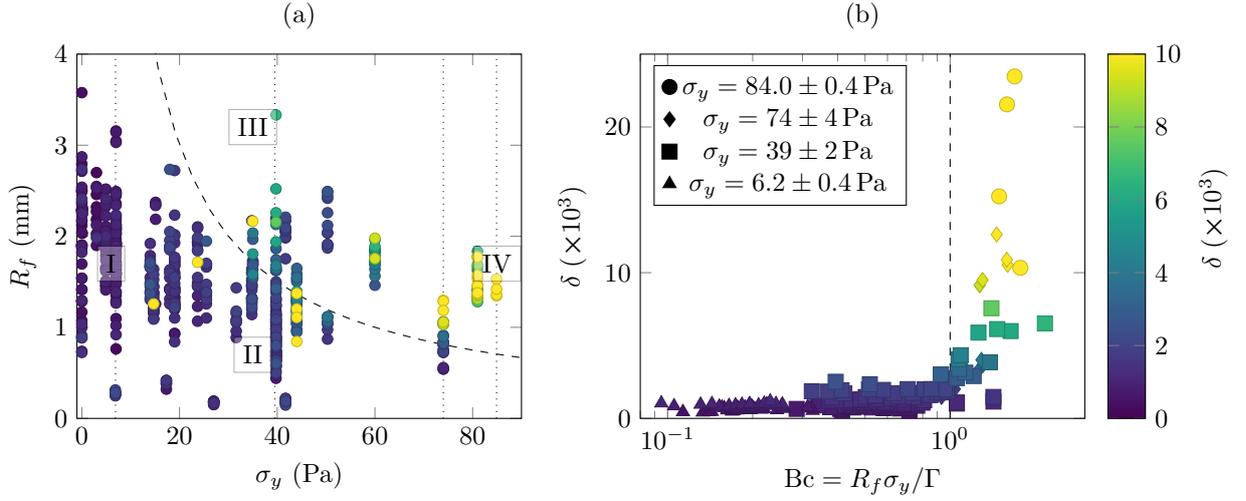


FIGURE 2.22 – Schéma des différents régimes d'étalement pour les FCS. Chaque point correspond à un étalement de Carbopols (ETD et 980) sur une surface rugueuse. Sur les deux représentations, la ligne en tiret correspond à la frontière  $R_f \sigma_y = \Gamma$  ou encore  $Bc = 1$ . L'échelle de couleur, identique pour les deux graphiques, correspond à la déviation  $\delta$  de la forme finale à une calotte sphérique de même volume comme définie dans le texte (Eq. 2.11). (a) Diagramme ( $R_f - \sigma_y$ ). Les nombres romains correspondent à la position dans ce diagramme des quatre images de la figure 2.10. (b) Déviation  $\delta$  en fonction de  $Bc$  pour quatre gels de seuils différents repérés dans le diagramme (a) par des lignes verticales pointillées.

### 2.5.3 Influence de la gravité

Nous avons négligé l'effet de la gravité et nous discutons ici la validité de cette hypothèse. Étudier la gravité revient à définir deux nouveaux nombres sans dimension. Le premier compare la pression capillaire et la pression hydrostatique, connu sous le nom de nombre de Bond et habituellement noté  $Bo$  [35]. Le second, que nous appelons nombre gravitaire de Bingham et noté  $Bg$ , compare la gravité et l'influence du seuil. L'étalement est alors gouverné par les trois nombres adimensionnés suivants :

$$Bc = \frac{\sigma_y R_f}{\Gamma}, \quad Bg = \frac{\sigma_y}{\rho g h} \quad \text{et} \quad Bo = \frac{\rho g R_f^2}{\Gamma}, \quad (2.27)$$

où  $h$  correspond à la hauteur maximale de la goutte. Cette hauteur dépend du rayon de contact mais aussi de l'angle de contact. En première approximation,  $h \approx R \tan \theta$ . Pour simplifier le raisonnement, nous nous plaçons au début de l'étalement et nous calculons les nombres adimensionnés avec  $h = R_f = R_0$ , nous avons donc :

$$Bc_0 = \frac{\sigma_y R_0}{\Gamma}, \quad Bg_0 = \frac{\sigma_y}{\rho g R_0} \quad \text{et} \quad Bo_0 = \frac{\rho g R_0^2}{\Gamma}. \quad (2.28)$$

À partir de ces trois nombres adimensionnés, il est possible de construire un diagramme de phase (figure 2.23) comparant l'importance des différents phénomènes sur l'étalement. Les

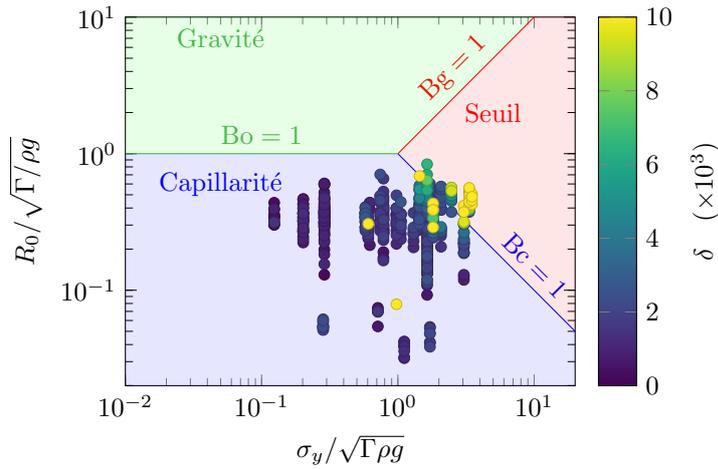


FIGURE 2.23 – Différents domaines d'étalement : capillaire en bleu, gravitaire en vert et écoulement bloqué par le seuil en rouge. Les points correspondent à l'ensemble des points de la figure 2.22 ( $R_0$  est évalué à partir de la forme finale de la goutte).  $\delta$  correspond à la sphéricité de la goutte à la fin de l'étalement.

frontières entre chaque domaine sont définies à partir des nombres adimensionnés. Je représente également sur ce diagramme l'ensemble des étalements effectués expérimentalement ; nous constatons que la plupart ont été obtenus pour  $Bo = 1$ . Nous pouvons distinguer trois régions :

- Pour  $Bc > 1$  et  $Bg > 1$ , l'étalement est dominé par le seuil si bien que la goutte ne s'étale pas (domaine rouge).
- Pour  $Bo < 1$  et  $Bc < 1$ , la capillarité est le moteur de l'étalement, c'est le cas de la plupart des expériences (domaine bleu).
- Pour  $Bo > 1$  et  $Bg < 1$ , la gravité est le moteur de l'étalement, ce qui n'est pas considéré expérimentalement ici (domaine vert).

Pour un seuil suffisamment important ( $\sigma_y > \sqrt{\Gamma \rho g} \sim 25$  Pa), il existe un intervalle de tailles de gouttes,  $\Gamma / \sigma_y < R_0 < \sigma_y / \rho g$ , où le mouvement n'est pas possible. Nous remarquons que les points expérimentaux dans cette zone correspondent à des gouttes très peu sphériques, l'étalement a bien été stoppé rapidement. En particulier, sur l'image IV de la figure 2.10, la goutte est très peu étalée, elle a encore une forme allongée verticalement tel un solide mou à peine extrudé par l'embout de pipette.

Nous constatons *a posteriori*, qu'aucun des points expérimentaux n'est dans le domaine gravitaire, donc si l'étalement a lieu alors il est induit par la capillarité. Cette analyse permet de justifier que la gravité est négligeable pour l'ensemble des étalements effectués.

### 2.5.4 Influence de l'élasticité

À présent, nous allons estimer le rôle de l'élasticité dans l'étalement d'un FCS. La question sous-jacente est de savoir si l'étalement est bloqué par l'élasticité ou par la plasticité. Dans un premier temps, nous estimons l'énergie élastique stockée dans la goutte arrêtée que nous comparons à l'énergie capillaire. Dans un second temps, nous montrons des angles de contact mesurés avec des gels de Carbopol de même seuil mais de module élastique  $G'$  différent.

#### 2.5.4.a Énergie élastique stockée

En reprenant le modèle précédent, la goutte est composée d'une partie cisailée proche du substrat sur laquelle repose une partie non-cisailée, pour  $z > z_y$ , où la contrainte est plus faible que la contrainte seuil ( $\sigma(z) \leq \sigma_y$ ). Cette seconde zone a donc un comportement solide et subit alors une déformation élastique. Elle emmagasine de l'énergie élastique  $E_{\text{élastique}}$ . À la fin de l'étalement, toute la goutte est immobile, et l'énergie stockée est alors maximale. En supposant une réponse élastique linéaire et en notant  $\varepsilon$  la déformation locale, la densité d'énergie est  $w = \sigma\varepsilon/2 = \sigma^2/2G'$ . D'après les équations 2.15 et 2.14 en prenant  $z_y = 0$ , la contrainte dans la goutte s'écrit  $\sigma(r, z) = (1 - z/\xi(r))\sigma_y$ . Après intégration, nous pouvons exprimer l'énergie élastique et l'énergie capillaire.

$$E_{\text{élastique}} = \frac{1}{6} \frac{\sigma_y^2}{G'} \Omega \quad \text{et} \quad E_{\text{capillaire}} = \pi \Gamma R_f^2, \quad (2.39)$$

où  $\Omega$  est le volume de la goutte. De plus, en supposant une calotte sphérique, nous pouvons montrer que :

$$\frac{E_{\text{élastique}}}{E_{\text{capillaire}}} = \frac{1}{6\pi} \text{Bc} \frac{\sigma_y}{G'} \mathcal{F}_\Omega(\theta_f), \quad (2.40)$$

où  $\mathcal{F}_\Omega$  est le pré-facteur numérique de l'ordre de l'unité définissant le volume d'une calotte sphérique (voir Annexe A, équation 6.1). Pour la plupart des Carbopol utilisés ici,  $\sigma_y \approx G'$ , nous avons donc :

$$\frac{E_{\text{élastique}}}{E_{\text{capillaire}}} \ll \text{Bc} \leq 1. \quad (2.41)$$

Enfin, l'ensemble de notre étude a été réalisée pour  $\text{Bc} \leq 1$ , si bien que l'énergie élastique est négligeable devant l'énergie capillaire. Par exemple, pour un fluide typique tel que le Carbopol ETD à 2 %, montré sur la figure 2.9, nous avons  $\sigma_y = 35 \text{ Pa}$ ,  $G' = 97 \text{ Pa}$ , avec un rayon final de  $R_f = 1 \text{ mm}$  et un angle final de  $\theta_f = 45^\circ$ , ce qui donne  $E_{\text{élastique}}/E_{\text{capillaire}} \sim 1\%$ . Donc *a priori*, le module élastique des FCS est négligeable dans notre étude.

#### 2.5.4.b Influence du module élastique sur l'angle final

Pour aller plus loin et étudier l'influence du module élastique sur l'étalement d'un FCS, nous avons également comparé l'étalement avec des FCS de seuil similaire mais de module

élastique différent. En particulier, les gels de Carbopol ETD 2050 à 1 % et U10 à 0.2 % ont un seuil respectivement  $\sigma_y = 18$  et 19 Pa et un module élastique  $G' = 75$  et 140 Pa. Bien que le module élastique diffère d'un facteur 2, l'angle final est identique dans les deux cas, comme montré sur la figure 2.24 (voir donnée bleu et rouge). Ces résultats confirment que l'élasticité ( $G'$ ) a un rôle négligeable comparé à la plasticité ( $\sigma_y$ ) sur l'étalement des FCS.

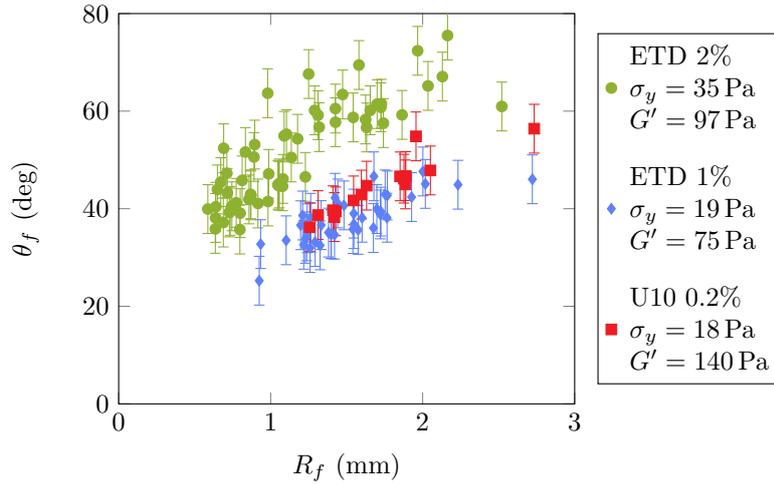


FIGURE 2.24 – Angles finaux mesurés pour trois Carbopol différents en fonction du rayon final  $R_f$ . Les données bleues et rouges ont été obtenues avec des FCS de seuil  $\sigma_y$  similaire mais un module élastique  $G'$  différent. Les bleues et les vertes sont quant à elles obtenues avec des FCS de module élastique similaire mais des seuils différents.

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux fluides à seuil et en particulier à leur étalement induit par capillarité sur une surface mouillante. Expérimentalement, après quelques minutes, le mouvement s'arrête et la goutte est figée. Nous avons montré que la forme finale dépend du nombre capillaire de Bingham  $Bc = \sigma_y R_f / \Gamma$ . En particulier, s'il est inférieur à 1, la capillarité domine et la goutte prend une forme de calotte sphérique. Dans cette limite, l'étalement s'arrête à un angle de contact et un rayon bien définis. L'état final ne dépend plus uniquement des paramètres thermodynamiques mais aussi de la taille initiale de la goutte, de son seuil et des conditions aux limites hydrodynamiques. Dans le cas d'un fluide complexe à seuil, la loi de Young-Dupré n'est plus valable et une nouvelle loi décrivant l'angle de contact a été obtenue :

$$\cos \theta_e - \cos \theta_f \propto Bc. \quad (2.42)$$

Cette loi obtenue par une modélisation du profil de vitesse au sein de la goutte est très bien vérifiée expérimentalement. La loi de Wenzel est aussi mise en défaut. Pour un fluide

simple, la minimisation de l'énergie de surface prévoit un étalement plus important sur une surface rugueuse que sur une surface lisse ; pour un FCS, qui exhibe une vitesse de glissement importante sur surface lisse, l'effet inverse est observé.

Pour finir, une résolution numérique a été effectuée afin de prédire quantitativement la dynamique d'étalement. Cette résolution donne un état final qui semble physiquement acceptable car il vérifie bien la loi prédisant l'étalement maximal (équation 2.42). Cependant, la dynamique obtenue expérimentalement est plus rapide qu'attendue, mais respecte bien le même état final. Différents phénomènes ont été considérés pour résoudre ce problème, en particulier l'ajout de glissement à la paroi. D'autres questions restent ouvertes par exemple l'existence d'un film précurseur de solvant [84] qui pourrait modifier la dynamique en « tirant » sur la goutte. Ou encore la vitesse d'impact de la goutte [70] qui n'est pas parfaitement nulle et qui modifierait fortement la dynamique aux temps courts.

### Résultats importants de ce chapitre

Lorsqu'une goutte de fluide simple est déposée doucement sur une surface, elle s'étale jusqu'à atteindre une forme définie par les paramètres thermodynamiques et vérifiant la loi de Young.

Les gouttes de fluides complexes à seuil ne vérifient plus cette loi. L'état final n'est plus défini par la thermodynamique, c'est un arrêt mécanique qui dépend de la taille de la goutte, du fluide et des conditions hydrodynamiques.

L'écart entre l'angle final  $\theta_f$  et l'angle d'équilibre thermodynamique  $\theta_e$  est donné par la relation :

$$\cos \theta_e - \cos \theta_f \propto Bc, \quad (2.43)$$

avec  $Bc = \sigma_y R_f / \Gamma$  le nombre capillaire de Bingham.

La loi de Wenzel également n'est plus vérifiée pour les fluides complexes. Pour les fluides simples, pour des raisons énergétiques, l'étalement est plus important sur surface rugueuse que sur surface lisse. Pour les fluides complexes à seuil, le glissement favorise l'étalement sur les surfaces lisses. Nous observons donc l'inverse.

# Chapitre 3

## Impacts de gouttes et réduction de traînée

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>73</b>
3.1.1	Réduction de traînée	73
3.1.2	Effet Leidenfrost	75
3.1.3	Micro-texture et super-hydrophobie	76
<b>3.2</b>	<b>Expérience</b>	<b>78</b>
3.2.1	Dispositif expérimental	78
3.2.1.a	Fluides	79
3.2.1.b	Substrats	80
3.2.2	Analyse des vidéos	81
3.2.2.a	Traitement d'images	81
3.2.2.b	Détection de la goutte et position	82
3.2.2.c	Vitesse et instant d'impact	82
3.2.2.d	Rayon d'étalement	82
3.2.3	Résultats	84
<b>3.3</b>	<b>Modèle : développement d'une couche limite visqueuse</b>	<b>84</b>
3.3.1	Développement d'une couche limite visqueuse - analyse 2D	85
3.3.2	Conséquences sur la dynamique d'étalement d'une goutte	87
3.3.3	Tentatives d'analyse 3D axisymétrique	87
3.3.3.a	Mise en équation du problème	87
3.3.3.b	Solution auto-similaire	88
3.3.3.c	Solution perturbative	91
<b>3.4</b>	<b>Confrontation résultats et modèle 2D</b>	<b>93</b>
3.4.1	Modification du temps d'étalement	93
3.4.2	Modification du diagramme de phase	94
3.4.3	Modification de l'étalement maximal	95

### 3. IMPACTS DE GOUTTES ET RÉDUCTION DE TRAÎNÉE

---

<b>3.5 Conclusion</b> . . . . .	<b>96</b>
---------------------------------	-----------

---

## Notations pour ce chapitre

Grandeur	Symbole	Unité	Expression
Rayon initial	$R_0$	m	
Longueur de glissement	$b$	m	
Système de coordonnées	$r, z$	m	
Vitesse d'écoulement	$v$	$\text{m s}^{-1}$	
Tension de surface	$\Gamma$	$\text{N m}^{-1}$	
Masse volumique	$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	
Viscosité dynamique	$\eta$	Pa s	
Viscosité cinématique	$\nu$	cS	$\eta/\rho$
Vitesse d'impact	$U$	$\text{m s}^{-1}$	
Hauteur de chute	$H$	m	
Temps d'étalement	$\tau$	s	
Temps d'étalement surfaces rugueuses	$\tau_R$	s	
Temps d'étalement surfaces lisses	$\tau_S$	s	
Nombre de Reynolds	Re	1	$UR_0/\nu$
Nombre de Weber	We	1	$\rho R_0 U^2 / \Gamma$
Temps inertiel	$\tau_i$	s	$\sim R_0/U$
Temps capillaire	$\tau_c$	s	$\sim \sqrt{\rho R_0^3 / \Gamma}$
Temps visqueux	$\tau_v$	s	$\sim \tau_i \text{Re}^{1/5}$
Temps visqueux avec glissement	$\tau_g$	s	
Temps d'étalement surfaces A, B ou C	$\tau_{A, B \text{ ou } C}$	s	
Rapport de temps d'étalement	$\mathcal{R}_B$ ou $\mathcal{R}_C$	1	$\tau_B/\tau_A$ ou $\tau_C/\tau_A$
Fraction solide	$\Phi_S$	1	

Notions utiles pour ce chapitre

**Nombres sans dimension**

Nombre de Reynolds

$$\text{Re} = \frac{UR_0}{\nu} \quad (3.1)$$

Nombre de Weber

$$\text{We} = \frac{\rho R_0 U^2}{\Gamma} \quad (3.2)$$

**Temps caractéristiques**

Temps inertiel

$$\tau_i = \frac{R_0}{U} \quad (3.3)$$

Temps capillaire

$$\tau_c = \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\Gamma}} \quad (3.4)$$

Temps visqueux

$$\tau_v = \tau_i \text{Re}^{1/5} \quad (3.5)$$

**Diagramme de phase**

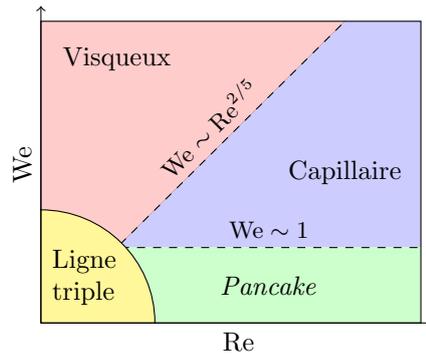


FIGURE 3.1 – Schéma des différents régimes d'impact possibles.

**Champ de vitesse dans la lamelle lors de l'étalement d'une goutte sans friction [111]**

$$v_r = \frac{r}{t} \quad \text{et} \quad v_z = -\frac{2z}{t} \quad \text{avec} \quad \vec{v} = v_r \hat{e}_r + v_z \hat{e}_z \quad (3.6)$$

**Condition de glissement à une interface liquide-solide**

$$v_g = b \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (3.7)$$

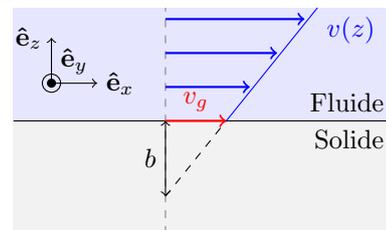


FIGURE 3.2 – Illustration du glissement.

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, je m'intéresse à l'étalement forcé (impact) de gouttes de fluide sur une surface solide. Lorsqu'une goutte chute et impacte une surface, elle s'étale, puis peut se rétracter et parfois rebondir [51]. Les impacts de gouttes sur des surfaces solides ont un intérêt majeur pour étudier les phénomènes hydrodynamiques complexes mis en jeu à l'interface liquide/solide. En particulier, la dynamique d'étalement dépend de la condition hydrodynamique à l'interface entre le fluide et le solide et donc de la friction. À travers l'étalement de gouttes, j'étudie ici le phénomène de glissement d'un fluide le long d'une paroi sur des surfaces super-hydrophobes (notées SHPo). Ceci trouve des applications pratiques dans l'industrie, comme la conception de surfaces déperlantes, de surfaces auto-nettoyantes et de surfaces non-adhérentes pour le givre (*anti-icing*). Ce chapitre s'inscrit dans une problématique de réduction de traînée.

Les travaux présentés dans ce chapitre ont donné lieu à la rédaction d'un article intitulé *Drag reduction on drop during impact on multiscale superhydrophobic surfaces* [74].

#### 3.1.1 Réduction de traînée

Nous avons vu dans le premier chapitre (section 1.4.2) que la condition hydrodynamique d'un liquide à une paroi peut être caractérisée par une longueur de glissement  $b$ . L'apparition du glissement se traduit par une diminution de la traînée dans l'écoulement, c'est-à-dire que les contraintes visqueuses et l'énergie perdue par viscosité sont plus faibles. Réduire cette perte énergétique est un enjeu crucial dans de nombreux domaines, notamment dans l'industrie. Par exemple, il est estimé que recouvrir partiellement un avion de ligne de structures adéquates permettrait de réduire la traînée de 4 % et donc d'autant la consommation de fuel [6].

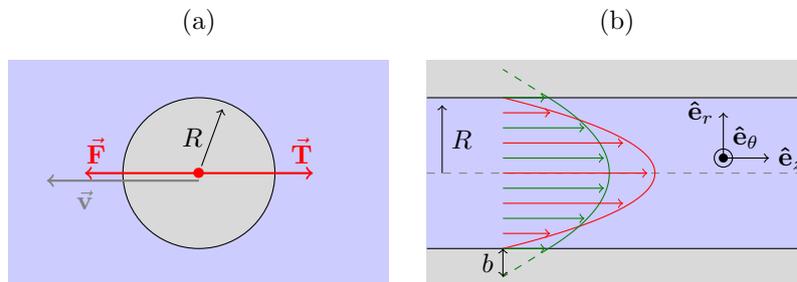


FIGURE 3.3 – Illustration du glissement dans différentes situations. a) Sphère en mouvement dans un fluide. b) Écoulement dans une conduite cylindrique avec (en vert) et sans glissement (rouge) pour un même débit.

Je présente ici deux cas simples pour lesquels il est possible de montrer qualitativement l'intérêt de réduire la traînée : le mouvement d'un objet dans un fluide, simulant par exemple

la chute d'un objet ou encore le vol d'un avion, et l'écoulement d'un fluide dans une canalisation, problème que l'on retrouve dès qu'il s'agit de transporter un fluide d'un point à un autre.

**Mouvement d'une sphère dans un fluide :** Lorsqu'une sphère de rayon  $R$  est en mouvement avec une vitesse  $\vec{v}$  dans un fluide de viscosité dynamique  $\eta$  et de masse volumique  $\rho$ , elle est soumise à une force de traînée  $\vec{T} = -6\pi\eta R\vec{v}$  (figure 3.3.a). Cette expression n'est valable que lorsque le nombre de Reynolds est faible  $Re < 10^2$ , ce que l'on supposera ici (pour des nombres de Reynolds importants cette force s'écrit  $\|\vec{T}\| \propto \rho R^2 \vec{v}^2$ ). Notons  $\vec{F}$  la force engendrant le mouvement, par exemple la pesanteur dans le cas d'une chute libre ou la poussée d'un réacteur. Après un régime transitoire durant lequel la sphère accélère pendant une durée  $\tau = m/(6\pi\eta R)$ , la vitesse se stabilise à une valeur finale et vaut  $v_{\text{lim}} = F\tau/m$ . Supposons à présent qu'en régime permanent une vitesse de glissement à la surface de la sphère  $v_g$  existe, la sphère « voit » une vitesse plus faible. La force de traînée s'écrit alors  $\vec{T} = -6\pi\eta R(\vec{v} - \vec{v}_g)$  et la vitesse limite  $v_{\text{lim}} = F\tau/m + v_g$ . En supposant que l'on souhaite avoir la même vitesse limite, dans le cas avec glissement, la force à appliquer à l'objet est donc réduite de  $v_g m/\tau$ .

**Écoulement dans une conduite :** Étudions à présent l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique de rayon  $R$  et de longueur  $L$  soumise à une différence de pression  $\Delta P > 0$ . On suppose que la conduite est horizontale, que la gravité est négligeable et que l'écoulement est laminaire (figure 3.3.b). Il existe un gradient de pression constant que l'on note  $K = \Delta P/L = -\frac{\partial P}{\partial z} > 0$ . Le champ de vitesse dans la conduite peut être déterminé analytiquement en négligeant les effets de bords des extrémités et s'écrit :

$$v(r) = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + V_g, \quad (3.8)$$

avec  $V_0 = KR^2/4\eta$  la vitesse maximale en l'absence de glissement et  $V_g = KbR/2\eta$  la vitesse de glissement à la paroi [44]. On peut alors montrer que pour avoir un débit identique avec et sans glissement, la différence de pression doit être plus faible d'un facteur  $1/(1 + 4b/R)$  dans le cas sans glissement :  $K_{\text{sans glissement}} = K_{\text{avec glissement}}(1 + 4b/R)$ . De même, il est possible de calculer la dissipation visqueuse pour un même débit :

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{sans glissement}}}{\mathcal{P}_{\text{avec glissement}}} = 1 + \frac{4b}{R}. \quad (3.9)$$

Il y a donc moins de dissipation visqueuse dans la conduite en présence de glissement. La réduction de traînée peut donc avoir un intérêt majeur pour diminuer les pertes de charge dans les conduites de fluide, l'effet est d'autant plus important pour les petits tuyaux de

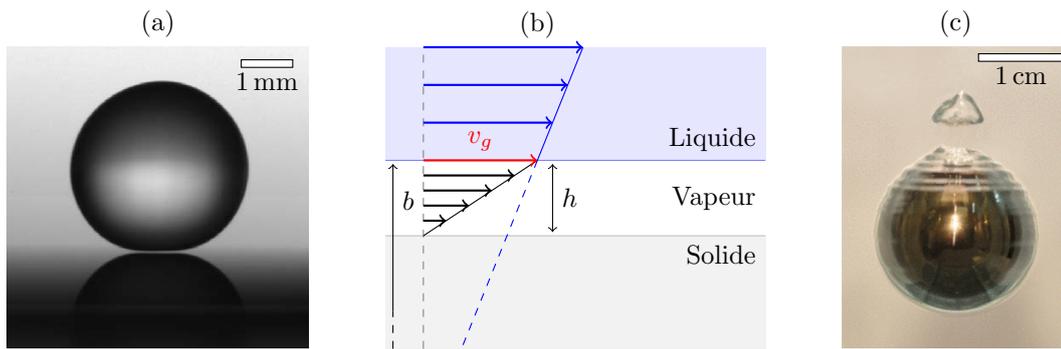


FIGURE 3.4 – a) Goutte d’eau en caléfaction image de [99]. b) Schéma de la vitesse dans la couche de vapeur sous la goutte. c) Sphère chauffée à  $T_s = 250\text{ °C}$  tombant dans un fluide dont la température de Leidenfrost du fluide est  $T_L = 130\text{ °C}$ , image adaptée de [104].

petit rayon lorsque  $R \sim b$ .

Réduire la traînée en hydrodynamique est donc particulièrement utile pour diminuer les effets de la viscosité lorsqu’ils ne sont pas voulus. Je détaille dans la suite deux solutions pour obtenir un glissement important induit par la présence d’une couche de lubrification : le phénomène de caléfaction qui permet d’obtenir une couche composée de vapeur, et l’utilisation d’une surface texturée qui favorise la rétention de gaz à l’interface.

### 3.1.2 Effet Leidenfrost

La caléfaction est un phénomène observable lorsqu’une goutte de liquide est déposée sur une surface dont la température est largement supérieure à la température d’ébullition. Par exemple, en faisant tomber une goutte d’eau sur une poêle chaude en cuisinant, on remarque que la goutte ne s’étale pas mais reste sphérique et est très mobile. Ce phénomène a été décrit pour la première fois par Johann Gottlob Leidenfrost au XVIII<sup>e</sup> siècle [85, 66] et est couramment appelé « effet Leidenfrost ». La goutte s’évapore et lévite à quelques dizaines de micromètres de la surface sur un film constitué de sa propre vapeur, d’épaisseur  $h_{\text{vap}}$ , que l’on distingue nettement sur la figure 3.4a). La présence de ce film de vapeur a pour conséquence d’isoler la goutte du substrat, aussi bien thermiquement que mécaniquement. Il en résulte d’une part une détérioration des transferts thermiques avec une diminution du refroidissement du substrat et une augmentation de la durée de vie de la goutte. Par exemple une goutte d’eau de 1 mm de rayon a une durée de vie de 200 ms sur un substrat à  $100\text{ °C}$  et de 100 s sur un substrat à  $150\text{ °C}$  [9]. D’autre part, la lévitation permet de diminuer drastiquement les forces de frottement entre le liquide et le substrat. Le film de vapeur joue alors un rôle de lubrifiant [104], ce qui confère à la goutte une grande mobilité (figure 3.4b).

Par continuité de la vitesse et de la contrainte à l’interface entre le film de vapeur et le liquide, nous avons :

$$v_l = v_v = v_g \quad \text{et} \quad \eta_l \frac{\partial v_l}{\partial z} = \eta_v \frac{\partial v_v}{\partial z}, \quad (3.10)$$

avec  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide, les indices  $v$  et  $l$  correspondent respectivement aux grandeurs relatives à la vapeur et au liquide. La contrainte tangentielle ressentie par le liquide est donc :

$$\sigma = \eta_l \frac{\partial v_l}{\partial z} \sim \eta_v \frac{v_g}{h_{\text{vap}}}. \quad (3.11)$$

En ordre de grandeur, la longueur de glissement vaut donc  $b \approx (\eta_l/\eta_v)h_{\text{vap}}$ . Pour de l'eau à 100 °C,  $\eta_l \approx 3 \times 10^{-4}$  Pa.s et  $\eta_v \approx 1 \times 10^{-5}$  Pa.s, on obtient alors que la longueur de glissement  $b$  est 30 fois supérieure à l'épaisseur du film de vapeur  $h_{\text{vap}}$ . De plus, pour l'eau, on observe  $h_{\text{vap}} \sim 100 \mu\text{m}$ , nous obtenons donc une longueur de glissement  $b \sim 3 \text{ mm}$  [85]. Notons que ce calcul suppose qu'il n'y a pas d'écoulement autre dans la vapeur.

Ivan Vakarelski a montré que l'utilisation de l'effet Leidenfrost permet de réduire la traînée de 85 % [104]. Pour cela, il a étudié la chute d'une sphère centimétrique d'acier à une température  $T_s$  dans un bain de FC-72, un liquide dont la température d'ébullition est de  $T_e = 56 \text{ °C}$ . Il a constaté que la vitesse limite de la chute augmente brutalement d'un facteur 2 lorsque la sphère a une température supérieure à 130 °C. C'est également à partir de cette température, appelée température de Leidenfrost, qu'il observe la formation d'un film de vapeur stable entourant la sphère (figure 3.4c.). Il a ainsi mis en évidence que l'apparition d'un film de vapeur entre le liquide et la surface permet de réduire considérablement la friction.

Cette solution, très efficace pour réduire la traînée, est néanmoins non suffisante car elle demande des écarts de température importants pour maintenir un film de gaz stable. Une solution apportée pour augmenter le glissement sans effet de température est d'utiliser des poches de gaz stabilisées par la présence de structures non mouillantes, c'est-à-dire l'utilisation de surfaces super-hydrophobes.

#### 3.1.3 Micro-texture et super-hydrophobie

L'utilisation de surfaces texturées hydrophobes, piégeant des bulles de gaz, peut dans certains cas diminuer la friction à l'interface entre la surface et le fluide. Par exemple, nous pouvons en observer dans la nature [6], en particulier les écailles des requins réduisent les turbulences proches de la surface ce qui diminue la friction effective [5]. Nous nous intéressons ici à des surfaces qui sont non-seulement texturées mais également hydrophobes, ce qui les rend super-hydrophobes, comme présentées dans la section 1.5.2. Les avancées en micro-fabrication des dernières décennies ont permis de réaliser de telles surfaces de manière contrôlée [11], afin de favoriser le mouillage de fluide dans l'état de Cassie, avec du gaz qui reste piégé entre les textures (figure 3.5). De telles configurations peuvent réduire la friction à l'interface et donc augmenter la longueur de glissement [65, 61]. L'utilisation de la super-hydrophobie pour réduire la traînée est un sujet couramment étudié ces dernières années comme le montrent de nombreuses revues sur le sujet [94, 65, 61].

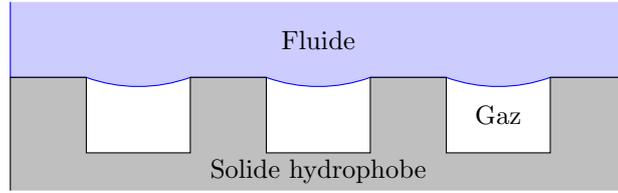


FIGURE 3.5 – Illustration d’une surface texturée : des poches de gaz isolent le fluide du solide.

La friction dépend du contact entre le liquide et le solide, donc *a priori* de la fraction solide  $\phi_s$  [112], de l’organisation et de l’échelle de longueur du réseau de textures. Différentes études ont cherché à relier la longueur de glissement  $b$  à ces paramètres [65, 61], aussi bien analytiquement [60, 112, 20], numériquement [24, 23, 20] qu’expérimentalement [18, 62, 63]. Les textures les plus souvent étudiées sont des piliers, des trous ou des rainures. Il en résulte différentes lois :  $b \sim (\phi_s)^{-1/2}$  pour des piliers [28] ou  $b \sim -\log(\phi_s)$  pour des trous [112]. La mesure des longueurs de glissement est délicate, si bien qu’il n’est actuellement pas possible de discriminer un modèle unique. Toutes les études sont néanmoins d’accord pour prévoir que la longueur de glissement diverge lorsque la fraction solide  $\phi_s$  tend vers 0. Réduire la fraction solide permet donc d’augmenter considérablement la longueur de glissement. Cela semble assez intuitif, car plus la fraction solide est faible et plus il y a du gaz qui isole mécaniquement le liquide du solide. Cependant, plus  $\phi_s$  est faible et plus la transition entre un état de Cassie et un état de Wenzel est probable [57, 4]. Dans ce cas là, nous parlons d’empalement dans les textures, ce qui a l’effet inverse, le glissement est nul et la friction à l’interface augmente.

Une solution envisagée pour réduire la probabilité de transition est d’utiliser des surfaces multi-texturées, c’est-à-dire avec des textures micro et nano-métriques. L’utilisation de surfaces constituées de plots micro-métriques recouverts sur les côtés de nano-textures (figure 3.6.a) augmente non seulement la longueur de glissement mais aussi la robustesse à une transition Cassie-Wenzel [63]. Des mesures avec des fractions solides très faibles, repoussant alors les limites de la transition, montrent des longueurs de glissement de plus de 100  $\mu\text{m}$ , au lieu des 80  $\mu\text{m}$  pour des surfaces équivalentes sans multi-textures. Plus récemment, ces mêmes auteurs soulignent que l’utilisation de nano-textures uniquement sur le haut des plots (figure 3.6.b) peut réduire le glissement malgré la diminution de la fraction solide [62]. Il a aussi été montré analytiquement et numériquement [20] qu’en utilisant des surfaces avec des textures multi-échelles selon une hiérarchie fractale, il est possible de faire tendre la fraction solide vers zéro tout en conservant une bonne résistance à l’empalement.

Une attention particulière doit donc être prise quant à la géométrie de la surface. La robustesse à l’empalement et le glissement dépendent tous deux de la fraction solide. Mais une surface super-hydrophobe peut être résistante à l’empalement sans pour autant réduire la friction. Il y a une compétition entre robustesse à l’empalement, diminution de friction

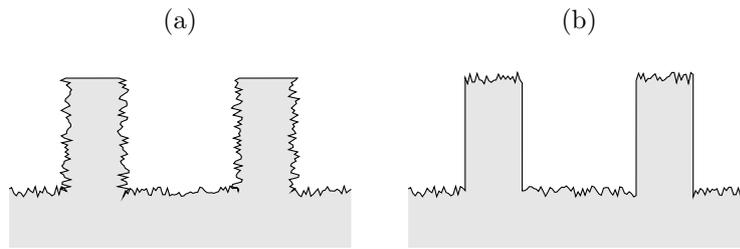


FIGURE 3.6 – Illustration de surfaces multitexturées réalisées par Choongyeop Lee et Chang-Jin Kim : (a) le côté des piliers est nano-texturé, le haut est plat [63] ; (b) seul les surfaces horizontales sont nano-texturées [62].

et super-hydrophobie. De nombreuses questions restent ouvertes concernant l'influence de la géométrie sur le glissement mais aussi sur l'influence du glissement lui-même sur l'hydrodynamique.

La plupart des études sont effectuées en régime stationnaire. Li-Hua Luu et Yoël Forterre ont mis en évidence que le glissement jouait également un rôle important lors de phénomènes hors équilibre [69]. Lors d'impacts de fluides à seuil (des Carbopols) sur des surfaces rugueuses, ils ont observé que le diamètre d'étalement de la goutte est deux fois plus important que sur une surface lisse dans les mêmes conditions. Ce résultat correspond à une réduction de la friction de plus de 80 %. En effet lorsqu'une goutte de liquide impacte une surface, elle s'étale du fait de son inertie et forme une lamelle qui s'amincit. L'écoulement dans cette lamelle est un écoulement libre. En l'absence de friction, cet écoulement a lieu sans gradient de pression. En présence de friction, une couche limite visqueuse se développe et l'écoulement s'arrête lorsque cette couche limite est de hauteur comparable à la lamelle. Selon la surface utilisée, la longueur de glissement peut alors être du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la lamelle. On s'attend donc à observer des effets importants du glissement. Nous étudions ici un phénomène non exploré, l'influence du glissement sur la dynamique d'étalement d'une goutte de fluide simple.

## 3.2 Expérience

### 3.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé pour cette étude est un dispositif courant lors d'expériences d'impacts de goutte (figure 3.7). Les gouttes sont formées à l'extrémité d'une aiguille de seringue et chutent lorsque leur rayon  $R_0$  dépasse un certain seuil (lorsque le poids compense la force capillaire la retenant à l'aiguille). Le rayon obtenu des gouttes est de  $1.05 \pm 0.05$  mm. La hauteur de chute  $H$  ( $10 < H < 50$  cm) permet de fixer la vitesse d'impact ( $U \approx \sqrt{2gH}$ , par conservation de l'énergie), elle varie entre  $0.1 < U < 3.5$  m s<sup>-1</sup>. Le nombre de Weber varie donc entre 40 et 1000, et le nombre de Reynolds entre 8 et 11 000.

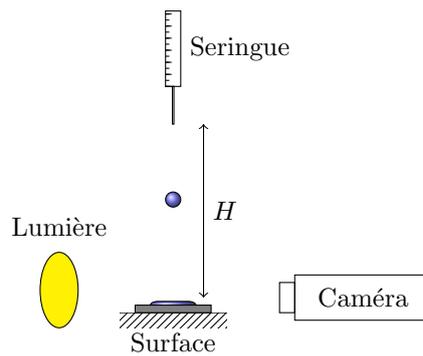
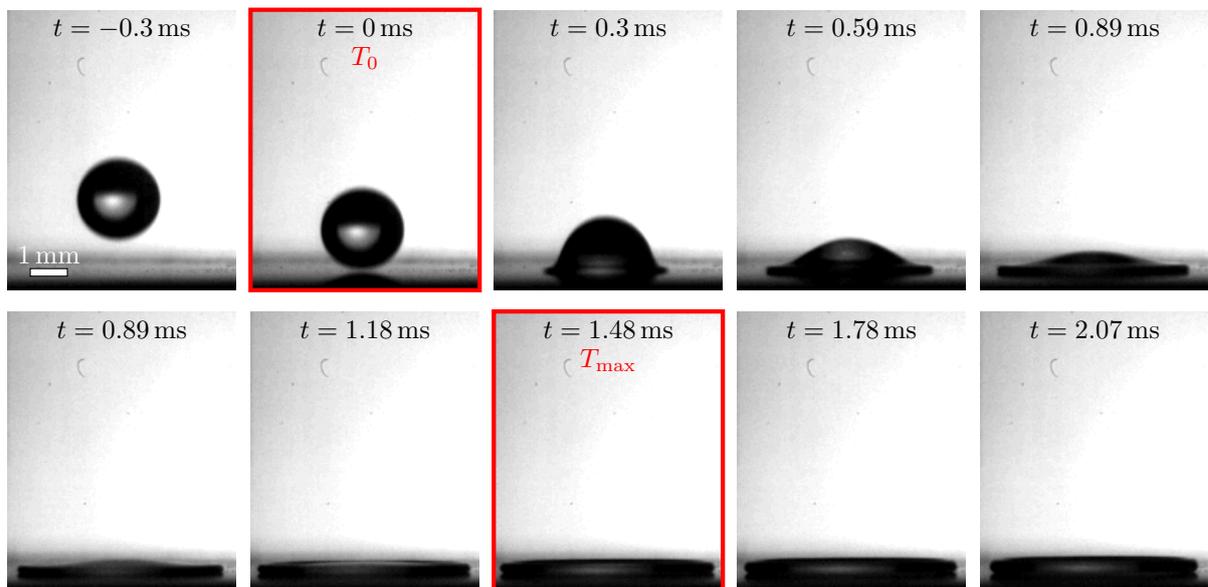


FIGURE 3.7 – Schéma du dispositif expérimental pour filmer les impacts.

FIGURE 3.8 – Chronophotographie d'un impact d'une goutte de solution d'eau et de glycérol. Vitesse d'impact  $U = 2.9 \text{ m s}^{-1}$ , 70 % de glycérol, surface super-hydrophobe C.

L'impact sur le substrat est filmé de côté avec une caméra rapide (FASTCAM Photron SA-4) entre 13 500 et 30 000 fps, un éclairage LED est placé à l'arrière afin de maximiser le contraste (figures 3.7 et 3.8). En plus de la dynamique d'étalement, cette prise de vue permet également de mesurer le rayon de la goutte  $R_0$  et la vitesse d'impact  $U$ . Le temps d'étalement  $\tau$  ainsi que le rayon de la goutte au cours du temps sont mesurés automatiquement à l'aide d'une analyse d'image réalisée en langage Python (partie 3.2.2). Pour chaque jeu de paramètres (hauteur  $H$  et substrat), trois impacts sont enregistrés et les grandeurs sont moyennées.

### 3.2.1.a Fluides

Les liquides utilisés sont des fluides Newtoniens constitués d'eau pure et de glycérol de différentes concentrations ce qui permet d'obtenir des viscosités cinématiques  $\nu$  allant de 1 cS (pour l'eau pure) à 630 cS (pour le glycérol pur). La viscosité est mesurée à l'aide d'un

Nom	Type	Angle de contact	Longueur de glissement $b$
A	lisse	$\leq 30^\circ$	0 $\mu\text{m}$
B	multi-texturée ordonnée	$\geq 160^\circ$	$35 \pm 5 \mu\text{m}$ [62]
C	multi-texturée désordonnée	$\geq 160^\circ$	$8 \pm 1 \mu\text{m}$

TABLE 3.1 – Les trois types de surfaces utilisées et leurs caractéristiques.

rhéomètre (ANTON PAAR Physica MCR 301) avec une cellule de Couette (voir section 1.2.3) ou avec un viscosimètre à écoulement libre. La tension de surface a soit été caractérisée par la méthode de la goutte pendante (voir section 1.3.4), soit extrapolée à partir de valeurs tabulées [67].

#### 3.2.1.b Substrats

Nous avons utilisé trois types de surfaces différentes A, B et C :

- [A]. La surface A est un wafer de silicium simple. Elle est lisse et sans défaut.
- [B]. La surface B est constituée de plots multi-échelles ordonnés selon un réseau carré avec une distance centre à centre  $L = 50 \mu\text{m}$ , tel que représenté sur la figure 3.9a. Les plots, d'une hauteur de  $50 \mu\text{m}$  et de diamètre  $D$ , sont obtenus par photolithographie. La fraction solide  $\phi_s = \pi D^2 / (4L^2)$  obtenue est fixée à 0.1.  
Enfin, de plus petites structures de taille caractéristique inférieure à  $1 \mu\text{m}$  sont ajoutées par une méthode dite de *black silicon* [62]. La surface est rendue hydrophobe à l'aide d'un revêtement de Teflon de quelques nanomètres. La longueur de glissement est mesurée à l'aide d'un rhéomètre et vaut  $35 \pm 5 \mu\text{m}$ .
- [C]. La surface C présente une texture aléatoire de taille caractéristique en CuO obtenue par oxydation de cuivre dans une solution de  $\text{NaClO}_2$ ,  $\text{NaOH}$  et  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  (figure 3.9c.). Elle est rendue hydrophobe par une silanisation en phase gazeuse. La longueur de glissement est obtenue par une mesure de débit dans un canal microfluidique et est de  $8 \pm 1 \mu\text{m}$ .

La différence entre les surfaces B et C, toutes deux super-hydrophobes (ou SHPo), réside dans la taille et l'organisation des textures (figure 3.9). Elles ont toutes deux été fabriquées et caractérisées par notre collaborateur, Choongyeop Lee [62]. Les caractéristiques, telles que l'angle de contact  $\theta$  et la longueur de glissement  $b$ , sont regroupées dans le tableau 3.1. L'angle de contact d'équilibre de chaque surface est similaire pour les deux surfaces SHPo et supérieur à  $160^\circ$ . L'angle dynamique d'avancée est également supérieur à  $160^\circ$ , que ce soit pour la surface lisse A, ou les surfaces super-hydrophobes B et C.

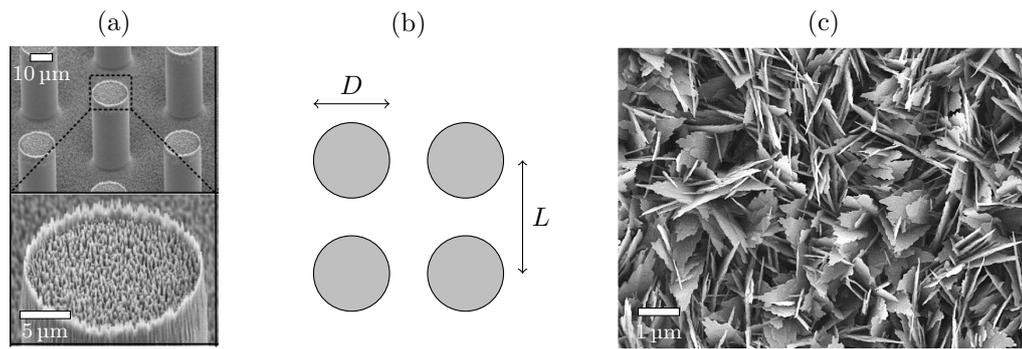


FIGURE 3.9 – Images des surfaces super-hydrophobes B et C au microscope électronique à balayage : a) la surface SHPo texturée B, b) notations des piliers et c) la surface SHPo désordonnée C.

### 3.2.2 Analyse des vidéos

#### 3.2.2.a Traitement d'images

La dynamique du rayon  $R(t)$ , la vitesse d'impact  $U$  ainsi que les différents temps caractéristiques sont mesurés à l'aide d'un code python que j'ai développé. Différentes étapes sont effectuées dans le traitement des vidéos. Tout d'abord, elles sont normalisées afin de s'affranchir des différences de luminosité entre elles, les différents seuils, ou *threshold*, effectués dans la suite sont donc indépendants du contraste de la vidéo traitée (image 3.10b). Dans un second temps, un fond créé à partir de la moitié inférieure de la première image (lorsque la goutte est localisée en haut de l'image) et la partie supérieure d'une image postérieure (généralement choisie lorsque la goutte s'étale) est soustrait à l'ensemble des images. Une fois ce fond soustrait (image 3.10c), il suffit de faire un seuil pour détecter la goutte (image 3.10d).

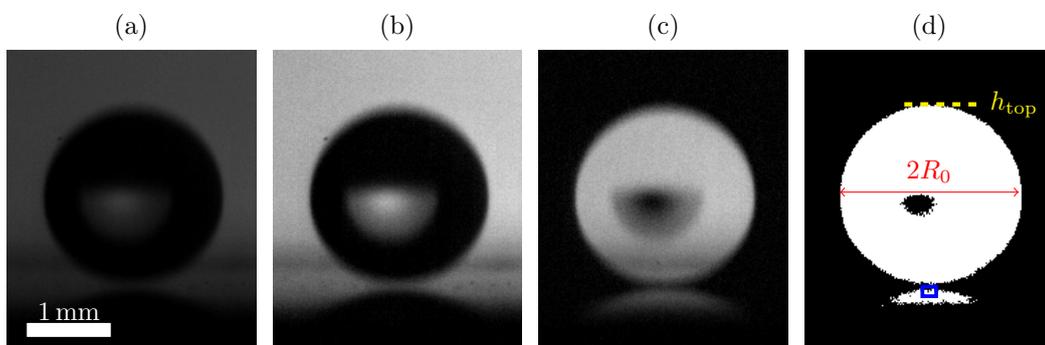


FIGURE 3.10 – Différentes étapes du traitement d'image. (a) Image brute. (b) Correction de la luminosité. (c) Suppression du fond. (d) Seuil et détection de la goutte. Le cadre bleu correspond à la zone où l'intensité lumineuse est mesurée.

#### 3.2.2.b Détection de la goutte et position

L'axe de chute est défini par les positions horizontales moyennes de l'ensemble des pixels blancs déterminées à chaque image. Parfois cet axe n'est pas exactement vertical (la caméra peut ne pas être droite ou la goutte peut avoir une légère vitesse horizontale), dans ce cas il est nécessaire de redresser la vidéo.

La position du haut de la goutte (notée  $h_{\text{top}}$  dans la suite) est donnée par la position du premier pixel blanc en partant du haut de l'image sur l'axe de chute. Cette détection est effectuée sur une bande de 5 pixels de largeur que l'on moyenne pour éviter les parasites dûs au seuil (figure 3.11).

#### 3.2.2.c Vitesse et instant d'impact

La vitesse de chute est alors mesurée en réalisant un ajustement de cette position par rapport au temps jusqu'à l'instant d'impact (ajustement en pointillés rouges sur la figure 3.11a).

L'instant initial  $T_0$  est défini comme l'instant où la goutte touche le substrat. Il s'agit de la grandeur la plus difficile à déterminer de manière automatique du fait de la grande diversité de substrats et des qualités de vidéo qui modifient grandement les effets de lumière à proximité de l'interface. Nous la détectons en regardant l'instant où la goutte touche son reflet sur la surface (visible sur la figure 3.10d). Le bas de la goutte ne peut pas être déterminé de la même manière que le haut à cause du reflet. La position du bas de la goutte est donc estimée à partir du rayon initial et de la position du haut : la goutte étant sphérique lors de sa chute, le bas se situe à  $h_{\text{top}} + 2R_0$ . On repère alors la variation d'intensité lumineuse  $I_{\text{bas}}$  en bas de la goutte (3.11b), dans une zone de quelques pixels (cette zone est repérée par un carré bleu sur la figure 3.10d). Une variation rapide correspond à l'instant d'impact puisque l'on passe du fond apparaissant noir au reflet blanc. Le temps initial  $T_0$  est alors repéré à 1 image près, soit à moins de 0.1 ms.

#### 3.2.2.d Rayon d'étalement

Le rayon est quant à lui déterminé à partir de la position des pixels blancs les plus éloignés horizontalement de l'axe de chute. Cette détection est faite à gauche et à droite, puis on moyenne les deux séries pour obtenir l'évolution du rayon au cours du temps (figure 3.12.a). Le rayon maximal  $R_{\text{max}}$  d'étalement est simplement déterminé en cherchant le maximum du rayon ; le temps maximal  $T_{\text{max}}$  correspondant à l'indice du maximum. Cependant, dans certains cas (à faible nombre de Reynolds principalement), la figure 3.12 présente un plateau au niveau du maximum à cause de la résolution limitée de la caméra. On ajuste alors le haut de la courbe par une parabole  $f(T) = A \cdot (T - T_{\text{max}})^2 + R_{\text{max}}$  (en rouge sur la figure 3.12.a). Cette extrapolation permet d'améliorer la détermination de la valeur du temps d'étalement.

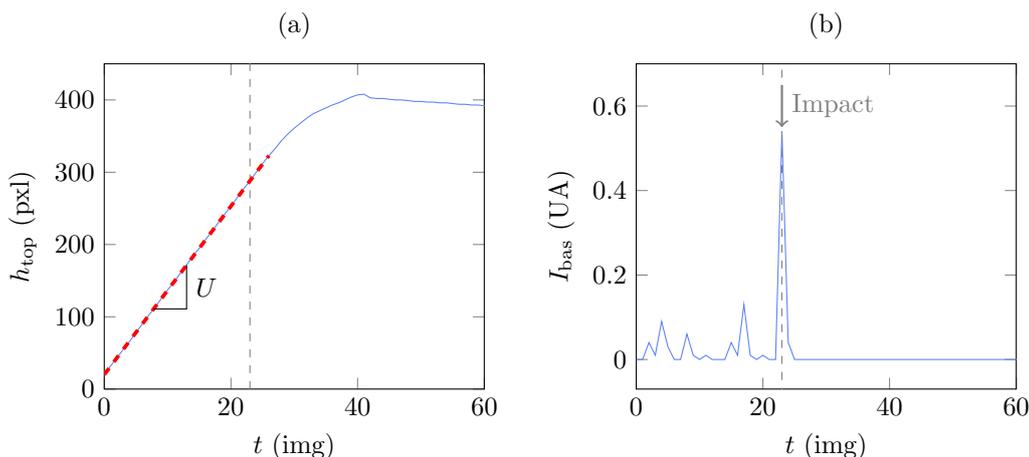


FIGURE 3.11 – Analyse d’un impact avec  $U = 2.9 \text{ m s}^{-1}$ , 70 % de glycerol, surface super-hydrophobe C. (a) Position du haut de la goutte  $h_{\text{top}}$  sur l’image. L’ajustement linéaire en tiret rouge donne la vitesse d’impact. (b) Intensité lumineuse sous la goutte au cours du temps. Le maximum d’intensité permet de repérer l’instant d’impact (repéré par des tirets gris verticaux sur les deux graphiques).

L’ajustement dépend fortement de l’intervalle de temps sur lequel il est fait : on choisira donc d’ajuster uniquement la fin de l’étalement et le début du plateau. Le rayon initial  $R_0$  est mesuré en moyennant le rayon sur les premières images, avant l’impact.

La détection de la goutte, et principalement la mesure du rayon, dépend du seuil choisi. La figure 3.12.b présente l’influence du seuil sur les deux rayons d’intérêts ( $R_0$  et  $R_{\text{max}}$ ), choisir le seuil entre 0.15 et 0.3 rend la mesure indépendante du rayon à 1 pixel près.

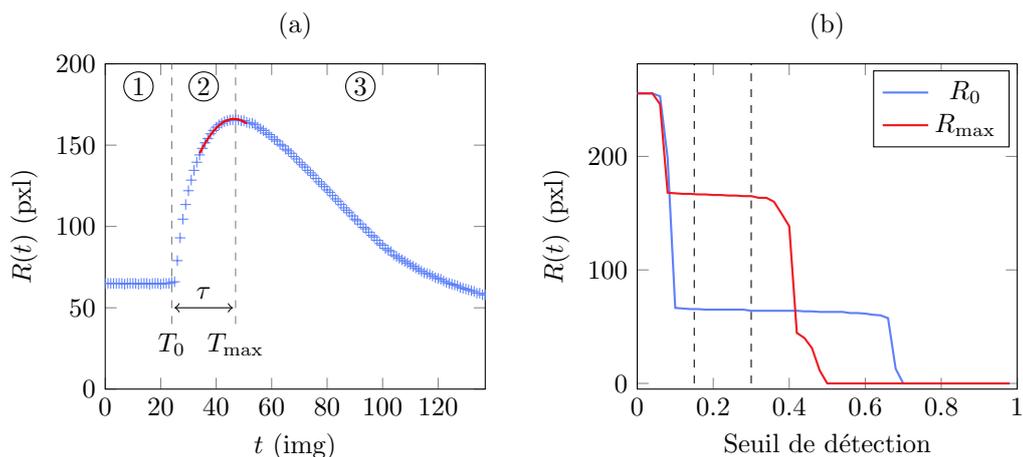


FIGURE 3.12 – Rayon mesuré au cours du temps. Impact avec  $U = 2.9 \text{ m s}^{-1}$ , 70 % de glycerol, surface super-hydrophobe C. a) Rayon en fonction du temps pour un seuil de 0.2 en bleu et ajustement du maximum par une parabole en rouge. Différentes phases de la vidéo : (1) chute ; (2) étalement ; (3) rétraction et début du rebond. b) Influence du seuil de détection sur la mesure des rayons  $R_0$  et  $R_{\text{max}}$ .

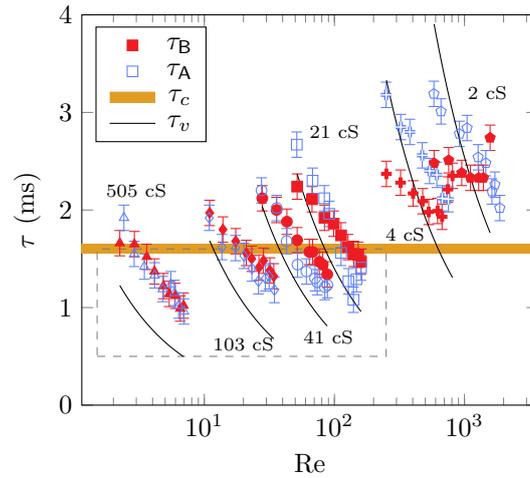


FIGURE 3.13 – Temps  $\tau$  pour atteindre le rayon maximal en fonction du nombre de Reynolds sur les surfaces lisses (A, symboles bleus ouverts) et sur les surfaces SHPo (B, symboles rouges pleins) avec  $\nu = 505$  cS (triangle),  $\nu = 103$  cS (diamant),  $\nu = 40.5$  cS (cercle),  $\nu = 21$  cS (carré),  $\nu = 9.4$  cS (hexagone),  $\nu = 2.8$  cS (croix) et  $\nu = 1.9$  cS (pentagone). Le trait plein correspond à  $\tau = (R_0/U)Re^{1/5}$  et la bande horizontale à l'intervalle contenant  $\tau = 0.41\sqrt{\rho R_0^3/\Gamma}$ .

### 3.2.3 Résultats

Le temps d'étalement  $\tau$ , défini comme  $\tau = T_{\max} - T_0$  (figure 3.8 et figure 3.12.a), sur les surfaces de types A et B est présentés sur la figure 3.13 en fonction du nombre de Reynolds  $Re = UR_0/\nu$ . Nous constatons que l'ensemble des temps d'étalement sont de l'ordre de grandeur des temps d'étalement visqueux théoriques (en trait noir sur la figure 3.13) et suivent les mêmes dépendances en fonction du nombre de Reynolds. Nous remarquons tout de même une différence entre les points sur la surface A et la surface B, principalement à haut nombre de Reynolds.

Nous représentons de plus par une bande orange sur la figure 3.13 l'intervalle contenant l'ensemble des temps capillaires  $\tau_c$  des fluides utilisés. En effet,  $\tau_c = \sqrt{\rho R_0^3/\Gamma}$  dépend de  $\rho$  et  $\Gamma$  donc du mélange eau-glycérol. Une observation supplémentaire alors peut être effectuée lorsque le temps d'étalement est inférieur au temps capillaire  $\tau_c$  : le temps d'étalement sur la surface B (en rouge) est supérieur au temps d'étalement sur surface A (en bleu). Dans ce régime, l'étalement est stoppé par la friction et non par un rappel capillaire. La goutte s'étale donc plus longtemps sur la surface B, nous attribuons cette différence à une diminution de la friction. Dans la suite, nous cherchons à quantifier cet écart dans ce régime visqueux.

## 3.3 Modèle : développement d'une couche limite visqueuse

Nous cherchons dans cette partie à quantifier l'influence du glissement le long d'une paroi dans un écoulement non stationnaire. Quand il n'y a pas de glissement, une couche limite

visqueuse se développe à partir de la paroi. Pour cela, nous regardons ici comment la friction partielle impacte le développement de cette couche limite. Deux approches sont envisagées, la première est une analyse 2D en étudiant un écoulement proche d'un plan infini mis en mouvement. La seconde est l'étude de la lamelle de fluide qui se forme lorsqu'une goutte s'étale, c'est une analyse 3D axisymétrique, que nous n'avons pas réussie à mener jusqu'au bout. Des pistes sont cependant proposées.

### 3.3.1 Développement d'une couche limite visqueuse - analyse 2D

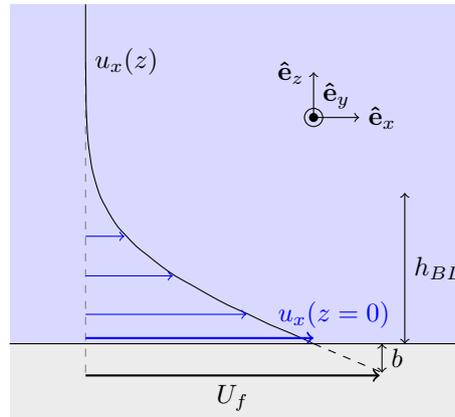


FIGURE 3.14 – Profil de vitesse dans une couche limite visqueuse proche d'une paroi et longueur de glissement  $b$ .

Nous considérons le mouvement d'un fluide proche d'une surface infinie plane en  $z = 0$ . Le liquide et la plaque sont initialement au repos et à  $t = 0$  la plaque est mise en mouvement à une vitesse  $U_f$  selon  $\hat{e}_x$  (figure 3.14). Nous nous intéressons au développement de la couche limite visqueuse dans la direction  $\hat{e}_z$  résultant de ce mouvement. En négligeant les effets de convection, la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}, \quad (3.12)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide. On retrouve une équation de diffusion de vitesse qui est un phénomène auto-similaire : ce que l'on observe à une position  $z$  à un instant  $t$  est identique à ce que l'on observe à une position  $z'$  à un instant  $t' = (z'/z)^2 t$ . On introduit alors la variable d'auto-similarité  $\xi = z/\sqrt{\nu t}$  et cette équation devient :

$$-\frac{1}{2}\xi \frac{\partial u_x}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial \xi^2}. \quad (3.13)$$

La solution est :

$$u_x(z, t) = A \int_0^{\xi(z,t)} e^{-y^2/4} dy + B, \quad (3.14)$$

### 3. IMPACTS DE GOUTTES ET RÉDUCTION DE TRAÎNÉE

---

avec  $A$  et  $B$  deux constantes à déterminer. Les conditions aux limites sont :

- le fluide est au repos loin de la surface mobile :  $\lim_{z \rightarrow +\infty} u_x = 0$  ;
- à proximité de la surface ( $z = 0$ ), nous avons une condition de glissement définie par la longueur de glissement  $b$  :

$$b \frac{\partial u_x}{\partial z} \Big|_{z=0} = u_x \Big|_{z=0} - U_f . \quad (3.15)$$

En tenant compte de l'auto-similarité, la première condition aux limites et la condition initiale de fluide immobile sont équivalentes et se résument en une unique condition :  $u_x(\xi \rightarrow \infty) = 0$ . La seconde condition aux limites s'écrit  $u_x(\xi = 0) = U_f + \frac{b}{\sqrt{\nu t}} \frac{\partial u_x}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0}$  pour tout  $t$ . Les constantes  $A$  et  $B$  sont donc déterminées par le système suivant :

$$\begin{cases} 0 = A\sqrt{\pi} + B \\ B = U_f + \frac{b}{\sqrt{\nu t}} A \end{cases} \quad (3.16)$$

Pour finir, le profil de vitesse s'écrit :

$$u_x(z, t, b) = \frac{U_f}{\frac{b}{\sqrt{\pi \nu t}} + 1} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{\nu t}} \right) \right) = \frac{1}{\frac{b}{\sqrt{\pi \nu t}} + 1} u_x(z, t, b = 0). \quad (3.17)$$

La limite  $b = 0$  permet de retrouver le cas sans glissement. La déviation due au glissement est :

$$\frac{u_x(z, t, b)}{u_x(z, t, 0)} = \frac{1}{\frac{b}{\sqrt{\pi \nu t}} + 1}. \quad (3.18)$$

Notons  $h_{BL}$  la hauteur de la couche limite visqueuse, c'est-à-dire la hauteur  $z$  pour laquelle les effets de la viscosité sont ressentis. En considérant que la viscosité joue un effet lorsque  $u_x(z, t)/U_f = k$ , avec  $k$  une constante comprise entre 0 et 1, l'épaisseur  $h_{BL}$  s'écrit alors :

$$h_{BL}(b, t, k) = 2\sqrt{\nu t} \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - k \left( 1 - \frac{b}{\sqrt{\pi \nu t}} \right) \right). \quad (3.19)$$

Les effets du glissement sur la couche limite visqueuse peuvent alors être quantifiés en évaluant la grandeur  $\Delta h_{BL}(b, t) = h_{BL}(b, t, k \rightarrow 1) - h_{BL}(b = 0, t, k \rightarrow 1)$ , ce qui correspond à la différence entre la hauteur de la couche limite avec et sans glissement à proximité de l'interface. Cette grandeur s'écrit :

$$\Delta h_{BL}(b, t) = -2\sqrt{\nu t} \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{b}{\sqrt{\pi \nu t}} \right) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} -b. \quad (3.20)$$

Elle converge vers  $-b$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . L'épaisseur de la couche limite visqueuse est donc plus faible d'une hauteur  $-b$  en présence de glissement.

### 3.3.2 Conséquences sur la dynamique d'étalement d'une goutte

À présent, nous considérons une goutte de fluide impactant une surface solide. Lorsque la goutte s'étale, d'une part une lamelle de fluide se forme et s'étale, son épaisseur diminue au cours du temps selon la loi :  $h_{\text{lam}} = R_0 \left(\frac{R_0}{U t}\right)^2$  [111]. En même temps, la couche limite visqueuse se développe depuis l'interface liquide-solide, sa hauteur est décalée de  $b$  d'après l'étude précédente :  $h_{BL} = k\sqrt{\nu t} - b$  (section 3.3.1). L'étalement s'arrête lorsque  $h_{\text{lam}} \simeq h_{BL}$ , nous obtenons donc une équation vérifiée par le temps d'étalement en présence de glissement  $\tau_g$  :

$$\frac{R_0^3}{U^2 \tau_g^2} \simeq k\sqrt{\nu \tau_g} - b. \quad (3.21)$$

En supposant que les effets du glissement sont faibles devant les effet de la viscosité, le temps d'étalement avec glissement peut s'écrire :

$$\tau_g = \tau_v + t_g, \quad (3.22)$$

avec  $t_g = o(\tau_v)$  la contribution du glissement. En effectuant un développement limité de l'équation 3.21 et en utilisant l'expression de  $\tau_v$  (équation 3.5), nous obtenons :

$$\tau_g \simeq \tau_v \left( 1 + \frac{2b}{5R_0} \text{Re}^{2/5} \right). \quad (3.23)$$

### 3.3.3 Tentatives d'analyse 3D axisymétrique

#### 3.3.3.a Mise en équation du problème

Il a été montré [33] qu'à partir d'un certain temps après l'impact, de l'ordre du temps inertiel  $\tau_i = R/U$ , la pression s'annule dans la goutte et l'écoulement dans la lamelle est un écoulement libre. L'écoulement est donc décrit par l'équation de Navier-Stokes, sans gradient de pression, en axisymétrique et en projection selon  $\hat{\mathbf{e}}_r$  :

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right). \quad (3.24)$$

Les conditions aux limites sont :

- Une vitesse nulle à l'interface liquide-solide, ce qui correspond à la condition de non glissement et de non pénétrabilité ( $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{0}}$ ) :

$$v_r(z = 0, r, t) = 0 \quad \text{et} \quad v_z(z = 0, r, t) = 0. \quad (3.25)$$

- Le recollement de la vitesse à la solution asymptotique loin de l'interface en  $z \rightarrow \infty$  (équation 3.6).

Afin de satisfaire l'équation de conservation de la masse  $\text{div}(\vec{v}) = 0$ , nous définissons la fonction de courant  $\psi(r, z, t)$  telle que :

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{et} \quad v_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (3.26)$$

Nous supposons de plus que la fonction de courant peut s'écrire sous la forme :  $\psi(r, z, t) = r^2 f(z, t)$ , à cause de l'axisymétrie du système. Les composantes de la vitesse peuvent donc s'exprimer uniquement en fonction de  $f(z, t)$  (équation 3.28). L'équation 3.24 devient alors :

$$\left( \frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial t} - 2f \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \nu \frac{\partial^3 f}{\partial z^3} = 0 \quad (3.27)$$

avec :

$$v_r = r \frac{\partial f(z, t)}{\partial z} \quad \text{et} \quad v_z = -2f(z, t). \quad (3.28)$$

#### 3.3.3.b Solution auto-similaire

Nous reprenons ici un modèle permettant de décrire l'hydrodynamique dans la goutte proposé par Ilia Roisman [93], mais en modifiant la condition hydrodynamique pour tenir compte du glissement à l'interface solide. De même que pour l'analyse 2D, nous supposons donc que le problème est toujours auto-similaire malgré l'introduction du glissement. Nous introduisons la variable réduite  $\xi = z/\sqrt{\nu t}$ , ainsi que la fonction de courant adimensionnée  $g(\xi)$  :

$$f(z, t) = \sqrt{\frac{\nu}{t}} g(\xi). \quad (3.29)$$

Pour revenir à un sens plus physique, notons que nous avons les relations suivantes entre  $g(\xi)$  et le champ de vitesses :

$$v_r(r, z, t) = \frac{r}{t} g'(\xi) \quad \text{et} \quad v_z(r, z, t) = -2\sqrt{\frac{\nu}{t}} g(\xi). \quad (3.30)$$

Connaître la fonction  $g$  nous permet de calculer l'ensemble du champ de vitesses.

Le problème se réduit donc à une équation différentielle d'une fonction à une variable. L'utilisation d'une fonction auto-similaire permet de rendre le problème soluble puisque l'on réduit le nombre de dérivées (nous avons donc autant de dérivées que de conditions aux

limites) :

$$g''' + 2gg'' + \frac{1}{2}\xi g'' + g' - g'^2 = 0, \quad (3.31)$$

$$g(\xi = 0) = 0, \quad (3.32)$$

$$g'(\xi = 0) = \xi_b g''(\xi = 0), \quad (3.33)$$

$$g'(\xi \rightarrow \infty) = 1, \quad (3.34)$$

avec  $\xi_b = b/\sqrt{\nu t}$  la longueur de glissement adimensionnée. Les conditions (3.32), (3.33) et (3.34) correspondent respectivement à la condition de non pénétrabilité, de glissement à la paroi et de recollement à la solution asymptotique.

Nous cherchons à résoudre ce système d'équations numériquement. Une difficulté se pose car les conditions aux limites ne sont pas au même point, en particulier l'équation 3.34. Pour contourner ce problème, nous utilisons une méthode de tir ; nous cherchons par « essai-erreur » à imposer une condition aux limites sur  $g''(0)$  telle que  $g'(\xi \gg 1) = 1$ . Ceci est facile en pratique car on remarque que la valeur finale de  $g'$  est une fonction monotone de la valeur initiale  $g''(0)$ , une recherche par dichotomie est donc efficace. Pour chaque valeur test de  $g''(0)$ , le problème est résolu numériquement à l'aide de la fonction `odeint` du package Python `scipy` et l'on regarde la valeur de  $g'(\xi = 3)$ . En pratique, la fonction  $g$  converge rapidement vers la solution en l'infini, on pourra bien considérer que  $g'(\xi = 3) \approx g'(\xi \rightarrow \infty)$ . On arrêtera l'algorithme de dichotomie lorsque la condition  $|g'(\xi = 3) - 1| \leq 10^{-5}$  est vérifiée. On vérifiera *a posteriori* qu'il s'agit bien d'une asymptote de  $g'$ , c'est-à-dire que l'on a toujours  $|g'(\xi) - 1| \leq 10^{-5}$  pour  $\xi > 3$  ; choisir cette condition d'arrêt est donc sensiblement équivalent à une condition à l'infini.

Il est donc possible de calculer la fonction  $g(\xi)$  pour différentes valeurs de  $\xi_b \in [0, 3]$  (donc différentes conditions). Pour chacune des résolutions, je relève deux grandeurs (figure 3.15.a). D'une part, la hauteur de la couche limite visqueuse  $\xi_{BL}$ , c'est-à-dire la valeur d'abscisse  $\xi$  telle que  $g' \geq 0.99$ . Physiquement cela correspond à la hauteur telle que  $v_r$  atteint 99 % de sa valeur loin de l'interface liquide-solide. D'autre part, la valeur finale de  $\xi - g(\xi)$ , notée  $\gamma$ , correspond à l'écart à la solution asymptotique [93, 111]. Ces deux valeurs,  $\xi_{BL}$  et  $\gamma$ , nous renseignent sur les dynamiques respectives de la couche limite visqueuse et de l'épaisseur de la lamelle. La figure 3.15.b présente les paramètres  $\xi_{BL}$  et  $\gamma$  en fonction de  $\xi_b$ .

Il n'est en fait pas utile d'étudier les fonctions  $\gamma$  et  $\xi_{BL}$  sur une telle plage de  $\xi_b$ . En effet, au vu des valeurs de  $b$  et  $\nu$  ( $b \sim 10^{-6}$  m et  $\nu \sim 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> pour de l'eau), on a  $\xi_b \ll 1$  dès que  $t \gg 1 \mu$ s. Cette condition sur le temps est vérifiée puisque les temps d'étalement sont de l'ordre de 1 ms à 10 ms. Ceci est d'autant plus vrai lorsque la viscosité augmente. Nous pouvons donc, en bonne approximation, approcher  $\gamma(\xi_b)$  et  $\xi_{BL}(\xi_b)$  par leur tangente

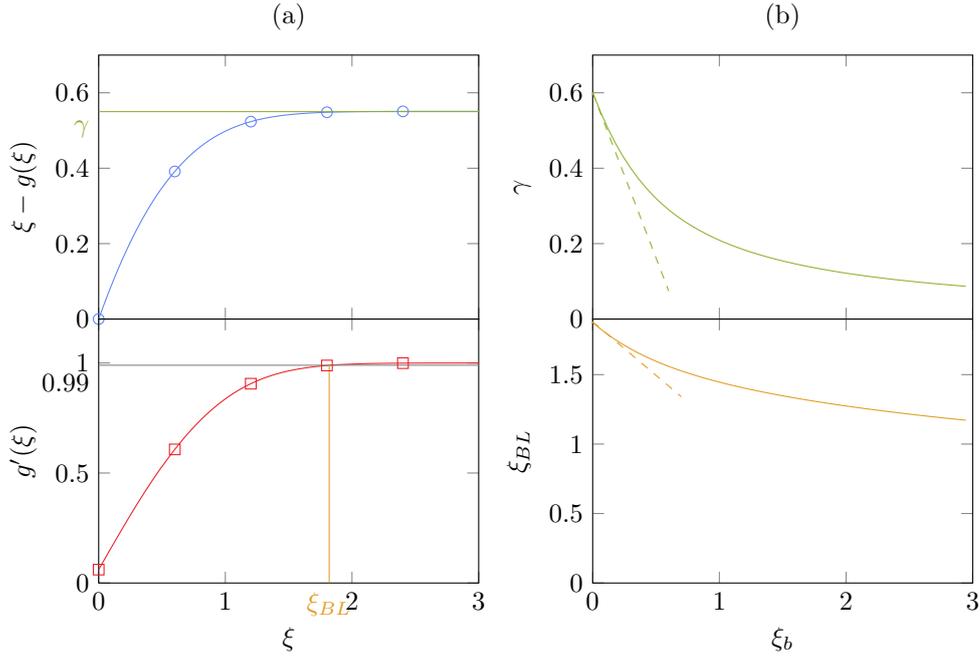


FIGURE 3.15 – Résultats de la résolution numérique. (a) Fonction  $\xi - g(\xi)$  et sa dérivée  $g'(\xi)$ . Résolution pour  $\xi_b = 0.06$ . (b) Valeur limite  $\gamma$  et épaisseur de la couche limite  $\xi_{BL}$  en fonction de  $b$ . En pointillé : limite asymptotique aux temps longs.

à l'origine :

$$\gamma(\xi_b) \approx \gamma_0 - \gamma_1 \xi_b \quad (3.35)$$

$$\xi_{BL}(\xi_b) \approx \xi_{BL,0} - \xi_{BL,1} \xi_b, \quad (3.36)$$

avec  $\gamma_0 \approx 0.600$ ,  $\gamma_1 \approx 0.876$ ,  $\xi_{BL,0} \approx 1.88$  et  $\xi_{BL,1} \approx 0.771$  obtenus numériquement. Les grandeurs  $\gamma_0$  et  $\xi_{BL,0}$  correspondent bien aux valeurs sans glissement déterminées précédemment [93].

Nous cherchons à présent le temps d'arrêt de l'étalement en présence de glissement  $\tau_g$ . Nous utilisons les mêmes notations que pour l'analyse 2D, ainsi que la même méthode, *i.e.* considérer que l'étalement s'arrête lorsque  $h_{\text{lam}}(\tau_g) \approx h_{BL}(\tau_g)$ . Dans la suite, les grandeurs notées d'un tilde sont adimensionnées : les longueurs par le rayon initial  $R_0$ , les vitesses par la vitesse d'impact  $U$  et les temps par  $R_0/U$ . D'une part, l'épaisseur de la couche limite visqueuse est donnée par :

$$\tilde{h}_{BL}(\tilde{t}) = \xi_{BL}(\tilde{t}) \sqrt{\frac{\tilde{t}}{\text{Re}}}. \quad (3.37)$$

D'autre part, l'épaisseur de la lamelle est obtenue en utilisant l'expression de la vitesse  $v_z(t) = -\frac{2z}{t} + 2\gamma(t)\sqrt{\frac{\nu}{t}}$  en haut de la lamelle (à la surface du film de fluide), c'est-à-dire en

posant  $z = h$  et  $v_z = \dot{h}$ , ce qui nous donne une équation différentielle dont la solution est :

$$\tilde{h}_{\text{lam}}(\tilde{t}) = \frac{\beta}{\tilde{t}^2} + \frac{4\gamma_0}{5} \sqrt{\frac{\tilde{t}}{\text{Re}}} - \gamma_1 \tilde{b}, \quad (3.38)$$

avec  $\beta \approx 0.39$  une constante d'intégration dépendant de la forme initiale de la goutte [93].

De même que précédemment, nous résolvons l'équation  $h_{\text{lam}}(\tau_g) = h_{BL}(\tau_g)$  en supposant que l'influence du glissement est faible  $\tau_g = \tau_v + t_g$  avec  $t_g = o(\tau_v)$ . Nous cherchons donc une perturbation du temps visqueux  $\tau_v$ , lui même calculé en résolvant cette égalité de hauteur lorsqu'il n'y a pas de glissement, pour  $b = 0$  :

$$\tau_v = \left| \frac{5\beta}{4\gamma_0 - 5\xi_{BL,0}} \right|^{2/5} \text{Re}^{1/5} = C^{1/5} \text{Re}^{1/5}, \quad (3.39)$$

où  $C = 25\beta^2/(4\gamma_0 - 5\xi_{BL,0})^2 \approx 0.078$  est une constante ne dépendant pas de l'expérience. Nous obtenons alors pour  $\tau_g$  :

$$\tau_g = \tau_v \left( 1 - \frac{2b}{5R_0} \frac{C^2(\gamma_1 - \xi_{BL,1})}{2\beta} \text{Re}^{2/5} \right) = \tau_v \left( 1 - \frac{2b}{5R_0} A_{3D} \text{Re}^{2/5} \right), \quad (3.40)$$

avec  $A_{3D} = C^2(\gamma_1 - \xi_{BL,1})/2\beta \approx 0.0480$ . Nous retrouvons bien la même forme que dans le cas de l'analyse 2D (équation 3.23). Par identification avec l'équation 3.23, nous pouvons alors définir  $A_{2D} = -1 < 0$ . Ici  $A_{3D} \approx 0.048 > 0$ , la résolution 3D appliqué à nos résultats nous donnerait donc des valeurs de  $b$  qui sont vingt fois plus grandes (en valeur absolue) mais surtout de signe opposé par rapport à la résolution 2D ! Physiquement, cela signifie que le cas 3D implique que le temps d'étalement devrait être plus court dans le cas avec glissement que sans glissement, ce qui n'est pas observé expérimentalement, ou alors que la longueur de glissement serait négative.

Même si la formule obtenue pour  $\tau_g$  a la même forme que dans l'analyse 2D avec les mêmes loi d'échelle, elle ne semble plus avoir de sens physique. Cette méthode n'a donc pas abouti. Nous avons donc tenté une analyse perturbative pour résoudre ce problème.

### 3.3.3.c Solution perturbative

Nous cherchons à résoudre l'équation 3.27. *A priori* le glissement n'a qu'une influence assez faible. Nous recherchons donc une solution perturbative de la solution déterminée précédemment sous la forme  $f = f_0 + \tilde{f}$ , où  $f_0$  est la solution au problème sans glissement et  $\tilde{f}$  la correction  $\tilde{f} \ll f_0$ . De plus d'après la définition de  $v_r$  (équation 3.28), nous avons également  $\frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} \ll \frac{\partial f_0}{\partial z}$ , car la perturbation doit être faible sur chacune des composantes de la vitesse. La fonction  $f_0$  vérifie le problème sans glissement et peut être déterminée numériquement en utilisant l'auto-similarité (voir la section précédente 3.3.3.b avec  $b = 0$ , résolution inspirée

de [93]). L'équation 3.27 s'écrit alors en négligeant les termes d'ordre 2 :

$$2 \frac{\partial f_0}{\partial z} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial z \partial t} - 2f_0 \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial z^2} - 2\tilde{f} \frac{\partial^2 f_0}{\partial z^2} - \nu \frac{\partial^3 \tilde{f}}{\partial z^3} = 0. \quad (3.41)$$

Les conditions aux limites du problème sont :

— Non pénétrabilité ( $v_z(z=0) = 0$ ) :

$$\tilde{f}(z=0, t) = 0, \quad (3.42)$$

— Condition de glissement :

$$\left. \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} \right|_{z=0} \simeq b \left. \frac{\partial^2 f_0}{\partial z^2} \right|_{z=0}, \quad (3.43)$$

— Effet fini du glissement loin de l'interface solide-liquide :

$$\left. \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} \right|_{z \rightarrow \infty} = 0. \quad (3.44)$$

Comme condition initiale temporelle en  $t = R_0/U$  (notre étude n'étant valide que sous l'hypothèse que la pression est nulle, donc pour  $t > R_0/U$ ), nous choisissons comme fonction dépendant de  $z$  un dirac à l'interface. Le glissement est important aux temps courts en  $z = 0$  et son influence se propage ensuite dans le fluide.

$$\left. \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} \right|_{(z, t=R_0/U)} = \delta(z=0). \quad (3.45)$$

Nous n'avons pas réussi à résoudre ce problème, d'une part les conditions initiales sont difficiles à définir proprement et d'autre part, les méthodes de résolution habituelles d'équations différentielles ne permettent pas de résoudre une telle équation non-linéaire. La difficulté ici réside dans l'existence de différents ordres de grandeur en espace et en temps. En effet, nous nous intéressons au phénomène de glissement (à une distance de l'ordre du micromètre de la paroi) mais aussi à l'épaisseur de la lamelle (à une distance de l'ordre du millimètre de la paroi). Il en est de même pour les échelles temporelles : nous regardons aussi bien les temps très courts que la fin de l'étalement. L'utilisation d'échelles logarithmiques est alors indispensable pour résoudre ce problème multi-échelle. Pour finir, nous avons été limités par les problèmes de convergence. L'utilisation de solveur plus approprié tel qu'une méthode par éléments finis aurait peut-être permis de résoudre ce problème.

Les deux pistes envisagées n'ont pas abouti pour résoudre le problème en 3D. Cependant, la solution 2D (équation 3.23) contient tous les ingrédients physiques du problème, c'est à elle que nous confrontons les résultats.

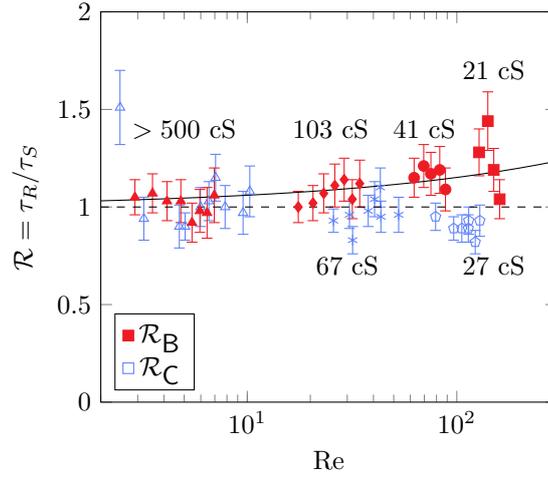


FIGURE 3.16 – Rapport  $\mathcal{R}$  entre le temps d'étalement sur surface super-hydrophobe (B symboles rouges, ou C symboles bleus) et le temps d'étalement sur surface lisse A. La ligne noire correspond à l'ajustement des données sur la surface B avec l'équation 3.47. La ligne en pointillé correspond à  $\mathcal{R} = 1$ .

## 3.4 Confrontation résultats et modèle 2D

### 3.4.1 Modification du temps d'étalement

On observe sur la figure 3.13 un décalage entre le temps d'étalement sur la surface lisse A et la surface SHPo B, en particulier lorsque le temps d'étalement est plus court que le temps capillaire  $\tau_c$  (indiqué par une bande orange sur la figure 3.13). Cet écart pourrait être expliqué non seulement par une diminution de la friction, mais aussi par une différence d'angle de contact. Pour dissocier les effets de mouillage et de glissement, nous avons effectué des expériences similaires sur des surfaces C, qui sont super-hydrophobes mais avec un coefficient de friction plus important.

Je trace sur la figure 3.16 le rapport entre le temps d'étalement sur une surface SHPo (B ou C) et sur une surface lisse (A), que je note respectivement  $\mathcal{R}_B = \tau_B/\tau_A$  et  $\mathcal{R}_C = \tau_C/\tau_A$ , dans des conditions identiques en fonction du nombre de Reynolds. Je ne conserve que les points tels que  $\tau < \tau_c$ , c'est-à-dire les impacts correspondant à un régime visqueux (points entourés en pointillés gris sur la figure 3.13).

$$\mathcal{R}_{B \text{ ou } C} = \frac{\text{Temps d'étalement sur SHPo (B ou C)}}{\text{Temps d'étalement sur surface lisse (A)}} = \frac{\tau_R}{\tau_S}. \quad (3.46)$$

Pour la surface B, nous observons une nette augmentation de ce rapport alors qu'il est pratiquement constant pour la surface C. Sur cette dernière surface, il semble même légèrement inférieur à 1, cet effet est attribué à des effets de ligne de contact [55] ou à de la fragmentation [108].

La surface A est une surface lisse hydrophile, on suppose que la friction y est maximale.

De plus comme nous sommes dans le régime d'étalement arrêté par la viscosité, le temps d'arrêt sur cette surface correspond au temps visqueux : nous avons  $\tau_A = \tau_v$ . De même, comme nous attendons du glissement sur la surface  $\mathbf{B}$ , nous supposons que  $\tau_B = \tau_g$ . Le rapport  $\mathcal{R}_B$  correspond donc au rapport déterminé lors de l'analyse (équation 3.23) :

$$\mathcal{R}_B \simeq \frac{\tau_g}{\tau_v} = 1 + \frac{2b}{5R_0} \text{Re}^{2/5}. \quad (3.47)$$

Un ajustement du rapport  $\mathcal{R}_B$  avec l'équation 3.23, nous permet de trouver une longueur de glissement  $b$  de l'ordre de  $59 \pm 8 \mu\text{m}$ . Cette valeur est en bon accord avec la mesure effectuée par mesure de couple ( $30 \mu\text{m}$ – $40 \mu\text{m}$ ) pour de l'eau sur les mêmes surfaces [62]. Cependant, une comparaison quantitative ne peut être faite sans précaution. Plusieurs limites de notre étude sont à prendre en compte :

- l'équation 3.23 a été obtenue en considérant un écoulement 2D, et elle ne tient compte que d'une modification de la couche limite visqueuse par le glissement et non d'un amincissement de la lamelle ;
- la longueur de glissement varie avec la viscosité et la nature du fluide, nous utilisons ici des mélanges eau-glycérol, alors que notre modèle suppose un  $b$  constant mesuré avec de l'eau pure ;
- la pression dynamique lors de l'impact peut impliquer un empalement partiel sur les microstructures [62].

Malgré ces limites, nous obtenons un effet de la condition hydrodynamique à la paroi sur le temps d'étalement du bon ordre de grandeur.

#### 3.4.2 Modification du diagramme de phase

Le régime visqueux avec glissement étant différent du régime visqueux sans glissement, le diagramme de phase est modifié. En équilibrant à présent le temps capillaire  $\tau_c$  avec le temps visqueux avec glissement  $\tau_g$  (et non plus  $\tau_v$ ), on obtient une nouvelle limite critique en terme de  $\text{Re-We}$  :

$$\text{We} \simeq \text{Re}^{2/5} \left( 1 + \frac{2b}{5R_0} \text{Re}^{2/5} \right)^2. \quad (3.48)$$

Le domaine pour lequel le régime capillaire est observé est étendu dans le domaine visqueux. Je reporte sur la figure 3.17 les observations expérimentales. Chaque point correspond à un impact et l'échelle de couleur correspond à la valeur expérimentale du rapport  $\mathcal{R}_B$ . Le rapport  $\mathcal{R}_B$  est maximal à la frontière entre les deux régimes comme attendu (points jaunes sur la figure 3.17). Dans le régime visqueux,  $\mathcal{R}_B$  augmente avec le nombre de Reynolds puis diminue drastiquement lors du changement de régime.

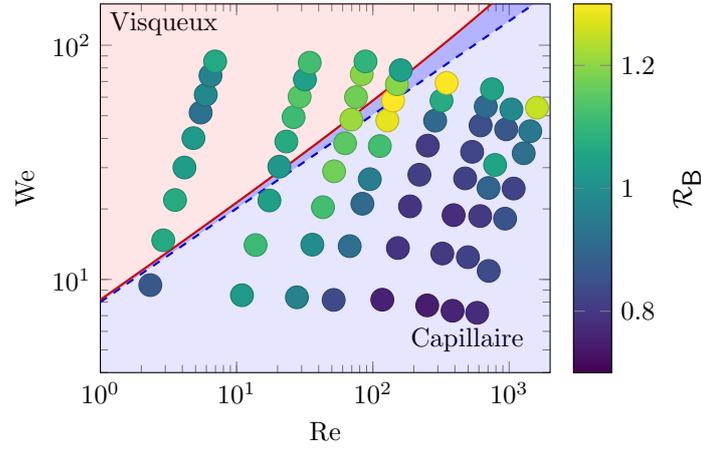


FIGURE 3.17 – Diagramme de phase We-Re des différents régimes d’impact de goutte. Les zones rouge et bleue correspondent respectivement aux régimes visqueux et capillaire. Dans le cas d’une friction totale, la limite entre ces deux régimes est donnée par la ligne pointillé (correspondant à  $We \simeq Re^{2/5}$ ). Dans le cas d’une friction partielle, le régime capillaire est étendu dans le régime visqueux jusqu’au trait plein (correspondant à  $We \simeq Re^{2/5} \left(1 + \frac{2b}{5R_0} Re^{2/5}\right)$ , avec  $b = 59 \pm 8 \mu\text{m}$ ). Les points expérimentaux correspondent aux impacts effectués sur la surface B.

### 3.4.3 Modification de l’étalement maximal

On peut également légitimement s’intéresser à l’effet du glissement sur l’étalement maximal de la goutte. Lorsque la goutte est étalée au maximum, *i.e.* avec un rayon  $R_{\text{max}}$ , nous définissons son volume en première approximation par  $\Omega \approx \pi R_{\text{max}}^2 h_{\text{lam}}$ , avec  $h_{\text{lam}} \sim R_0 (R_0/U\tau)^2$  l’épaisseur de la lamelle. En notant  $R_{\text{max}}$  et  $R_{\text{max},g}$  respectivement le rayon atteint sans et avec glissement, nous avons la relation :

$$\frac{R_{\text{max},g}}{R_{\text{max}}} = \frac{\tau_g}{\tau_v}. \quad (3.49)$$

Soit, en utilisant l’expression de  $\tau_g$  (équation 3.23) puis en effectuant un développement limité, nous avons :

$$\frac{R_{\text{max},g}}{R_{\text{max}}} = 1 + \frac{2b}{5R_0} Re^{2/5}. \quad (3.50)$$

Dans la gamme de nombre de Reynolds explorée et pour les longueurs de glissement attendues, l’effet du glissement est de l’ordre de 6 %. L’incertitude relative sur la mesure du rayon d’une vue de côté est de l’ordre de 1 % donc inférieure. Cependant l’axisymétrie de l’étalement n’étant pas parfaitement vérifiée, notamment à cause du bourrelet et de la fragmentation [51], l’incertitude réelle de la mesure du rayon est supérieure à 6 %, l’effet du glissement n’est pas observable.

## 3.5 Conclusion

Dans le but d'étudier l'influence du glissement sur un écoulement in-stationnaire, nous avons effectué des impacts sur deux types de surfaces super-hydrophobes. Les deux surfaces utilisées résistent à une transition Cassie-Baxter vers Wenzel et ont des propriétés de mouillage identiques mais des caractéristiques de friction différentes, ce qui permet de dissocier les effets de mouillage et de friction. Nous avons ainsi observé que l'étalement est plus long sur une surface multi-texturée. Pour expliquer l'effet observé, nous avons construit une analyse semi-analytique de la formation d'une couche limite visqueuse en présence de glissement. Cette analyse compare les différents temps caractéristiques mis en jeu lors de l'étalement. Elle est délicate et n'a abouti que selon certaines hypothèses, dans une géométrie 2D. Le cas 3D reste une question ouverte de par sa complexité mathématique. Nous avons également construit un diagramme de phase mettant en évidence les paramètres physiques pour lesquels notre étude du glissement est pertinente. En particulier, nous observons une nouvelle frontière entre le régime visqueux et le régime capillaire en présence de glissement.

Nos observations peuvent être cruciales dans de nombreuses situations. Lorsque la friction diminue, le temps d'étalement est plus long, ce qui augmente les transferts thermiques. Prendre en compte cet effet est utile pour concevoir des systèmes de refroidissement ou d'anti-givre par exemple.

**Résultats importants de ce chapitre**

Lorsqu'une goutte de rayon  $R_0$  impacte une surface, elle s'étale pendant un temps  $\tau$ . Nous avons montré expérimentalement que l'utilisation de surfaces super-hydrophobes multi-texturées (avec des textures micro et nanométriques) permet d'augmenter le glissement à l'interface solide-liquide et donc de modifier la dynamique d'étalement. Un modèle en 2D a permis d'extraire les ingrédients physiques pertinents et nous montrons que le temps d'étalement en présence de glissement  $\tau_g$  est plus long que le temps sans glissement  $\tau_v$  selon la loi :

$$\tau_g \simeq \tau_v \left( 1 + \frac{2b}{5R_0} \text{Re}^{2/5} \right), \quad (3.51)$$

avec  $b$  la longueur de glissement. Il est attendu que le glissement affecte également le rayon maximal d'étalement, mais ceci n'est pas observé car l'effet est trop faible. Pour finir, nous montrons aussi que la frontière entre le régime d'étalement visqueux et capillaire est modifiée en présence de glissement.



# Chapitre 4

## Membranes : fabrication, caractérisation et montage expérimental

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>102</b>
<b>4.2</b>	<b>Fabrication de membranes flexibles et microtexturées</b>	<b>102</b>
4.2.1	Introduction	102
4.2.2	Contraintes géométriques	102
4.2.3	Traitement hydrophobe	103
4.2.4	Protocole de fabrication	105
4.2.5	Correction des paramètres de recuit	107
4.2.6	Membranes réalisées	108
<b>4.3</b>	<b>Caractérisation des membranes</b>	<b>109</b>
4.3.1	Mesure de l'épaisseur	109
4.3.2	Mesure du module de Young	110
4.3.2.a	Mesure du module de Young des films commerciaux de PDMS	110
4.3.2.b	Module de Young des membranes	111
4.3.3	Mécanique statique	112
4.3.3.a	Introduction	112
4.3.3.b	Mesure	112
4.3.3.c	Discussion	113
<b>4.4</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>116</b>
4.4.1	Fluides utilisés et impacts	116
4.4.2	Modification de la flexibilité des membranes	117
4.4.3	Deux caméras rapides synchronisées	117
4.4.4	Vue de dessous	118

## 4. MEMBRANES ET MONTAGE EXPÉRIMENTAL

---

4.4.4.a	Premières observations . . . . .	118
4.4.4.b	Rayon et instant d'impact . . . . .	120
4.4.4.c	Mesure de l'empalement . . . . .	120
4.4.5	Vue de côté . . . . .	121
4.4.5.a	Mesure de la déformation . . . . .	121
<b>4.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>122</b>

---



Goutte d'eau sur une membrane flexible et micro-texturée.

## Notations pour ce chapitre

Fabrication et caractérisation des membranes

Grandeur	Symbole	Unité	Expression
Module de Young	$E$	Pa	
Module de Poisson	$\nu$	1	
Tension	$T$	$\text{N m}^{-1}$	
Étirement	$\varepsilon$	1	
Contrainte	$\sigma$	Pa	
Rayon de l'indenteur	$R$	m	
Hauteur des plots	$h_{\text{plot}}$	m	
Épaisseur de la membrane	$h$	m	
Distance centre à centre des plots	$D$	m	
Rayon des plots	$l$	m	
Distance entre les plots	$d$	m	$D - 2l$
Force appliquée	$P$	N	
Rayon du support	$a$	m	
Rayon du patch de plots	$R_{\text{Patch}}$	m	0.5 cm

Montage expérimental et premières observations

Grandeur	Symbole	Unité	Expression
Rayon initial de la goutte	$R_0$	m	
Courbure	$\mathcal{C}$	$\text{m}^{-1}$	
Déformation	$\delta$	m	
Vitesse d'impact	$U$	$\text{m s}^{-1}$	
Surface empalée	$S_e$	$\text{m}^2$	
Angle de prise de vue	$\theta$	rad	
Rayon apparent du patch	$R_{\text{app}}$	m	
Fraction solide	$\Phi_s$	1	
Fraction solide sans courbure	$\Phi_0$	1	$\Phi_s(\mathcal{C} = 0)$
Hauteur de chute	$H$	m	

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, j'ai étudié les impacts de fluides simples sur des surfaces micro-texturées. Les surfaces utilisées possédaient des textures à différentes échelles, ce qui les rendaient robustes à la transition Cassie-Wenzel. Je cherche à présent à étudier cette transition dans le cadre de surfaces déformables. Je pars d'une supposition simple : lorsqu'une goutte de fluide impacte une surface assez flexible, cette dernière se courbe ce qui rapproche les textures et augmente la fraction solide (figure 4.1). La probabilité d'avoir une transition entre les états de Cassie et Wenzel dépendant entre autres de la fraction solide, je m'attends à ce qu'une surface texturée flexible soit plus robuste à l'empalement. L'objectif de ce chapitre est de présenter la fabrication ainsi que la caractérisation des membranes flexibles et micro-texturées. Le chapitre suivant (chapitre 5) présentera quant à lui les résultats des impacts sur ces membranes.

L'intérêt de ce chapitre est donc double. Le premier objectif est de fabriquer des surfaces qui soient flexibles, avec des textures contrôlées, ce qui représente un défi de micro-fabrication. Le second objectif est de mettre en place des méthodes permettant de quantifier l'empalement, ainsi que de mesurer les différents paramètres dynamiques de l'étalement.

## 4.2 Fabrication de membranes flexibles et microtexturées

### 4.2.1 Introduction

Cette partie est consacrée à la fabrication des surfaces hydrophobes flexibles et fines, pour que la fraction solide soit significativement modifiée lors de l'impact d'une goutte, mais également manipulables, résistantes et avec des textures micrométriques contrôlées. Ces différents points sont détaillés dans la suite. La solution choisie pour la flexibilité est de fabriquer des membranes de PDMS (Polydiméthylsiloxane). Comme nous le verrons dans la section sur la mécanique statique (section 4.3.3), leur épaisseur doit être inférieure à 100  $\mu\text{m}$ , ce qui complique la réalisation et la manipulation de ces membranes. Concernant les textures contrôlées, nous avons choisi de les réaliser par photolithographie en utilisant une résine photosensible.

### 4.2.2 Contraintes géométriques

Lorsqu'une membrane flexible recouverte de plots est déformée par un objet sphérique de rayon  $R$ , les plots se rapprochent et peuvent même se toucher lorsque les paramètres géométriques vérifient la relation suivante (les notations sont présentées sur la figure 4.1) :

$$\tan\left(\frac{D}{2(R + h_{\text{plot}})}\right) = \frac{l}{R} \quad \xrightarrow{l \ll R} \quad \frac{D}{2l} = 1 + \frac{h_{\text{plot}}}{R}. \quad (4.1)$$

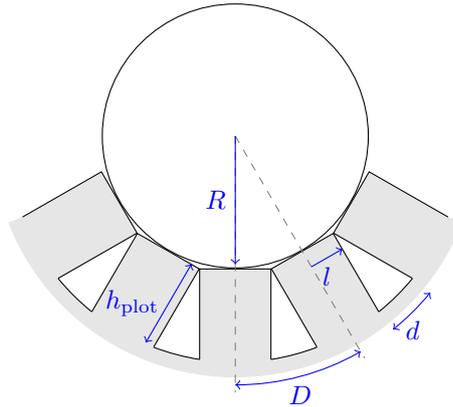


FIGURE 4.1 – Schéma de la déformation des textures lors de l'impact d'un objet sphérique de rayon  $R$  sur une surface flexible et texturée.  $h_{\text{plot}}$ ,  $l$  et  $D$  sont respectivement la hauteur, la largeur des textures et la distance centre à centre entre les textures.

Lorsque les plots se rapprochent, la fraction solide augmente. Pour que cet effet soit le plus significatif possible, les paramètres géométriques doivent être au plus proche de cette relation. La solution choisie pour réaliser les plots est l'utilisation de résine photosensible SU8-3050 (soit comme moule, soit comme matériau pour constituer les plots, comme présenté dans la suite). L'utilisation d'une telle résine nous impose des limites technologiques : le rapport d'aspect  $l/h_{\text{plot}}$  ne peut être inférieur à 0.1 et la hauteur maximale  $h_{\text{plot}}$  de résine ne peut être supérieure à  $h_{\text{plot,max}} = 100 \mu\text{m}$ , nous avons donc  $l \geq 10 \mu\text{m}$ . En prenant une goutte de rayon  $R \sim 1 \text{ mm}$ , nous obtenons donc une distance centre à centre  $D \approx 22 \mu\text{m}$ , soit un écart bord à bord de  $d = 2 \mu\text{m}$ . L'écart entre les plots devant également vérifier le même rapport d'aspect  $d/h_{\text{plot}} > 0.1$ , cette valeur n'est pas atteignable. J'ai choisi au minimum  $d = 20 \mu\text{m}$ , sans quoi le développement de la résine est incomplet. Les caractéristiques des différentes géométries réalisées sont reportées dans le tableau 4.1. Dans les deux géométries réalisées, les plots sont placés sur un réseau hexagonal. De cette manière, chaque plot est à équidistance de ses six plus proches voisins. Pour un tel réseau, la fraction solide est :

$$\Phi_s = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left( \frac{l}{D} \right)^2. \quad (4.2)$$

Lors de l'impact d'une goutte de rayon  $R = 1 \text{ mm}$ , le cas limite où le haut des textures se touchent ne sera jamais atteint. Cependant je m'attends tout de même à avoir une réduction de la distance  $d$  entre les plots d'environ 20 % et d'autant pour la fraction solide.

### 4.2.3 Traitement hydrophobe

J'utilise un spray de Glaco Mirror Coat Zero (SOFT99), noté Glaco dans la suite, pour rendre les surfaces hydrophobes. Le Glaco est une suspension commerciale d'iso-propanol contenant des nano-particules de silice hydrophobes, elles ont une taille typique de 30 à 50 nm

Géométrie	$l$ ( $\mu\text{m}$ )	$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$D$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Phi_s$
A	20	20	60	0.40
B	20	30	70	0.30

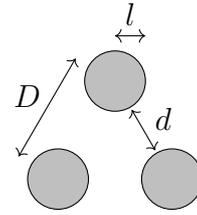


TABLE 4.1 – Différentes géométries réalisées.  $l$ ,  $D$ ,  $d = D - 2l$  et  $\Phi_s$  correspondent respectivement à la largeur des plots, la distance centre à centre et la distance bord à bord.

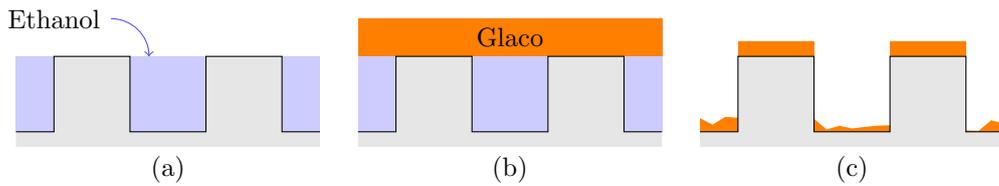


FIGURE 4.2 – Différentes étapes du traitement hydrophobe des surfaces. a) Mouillage des plots avec de l'éthanol. b) Application du Glaco. c) Séchage.

[89]. Ce produit est à l'origine utilisé pour rendre hydrophobe les pare-brises de voitures pour améliorer la visibilité des conducteurs lors de conditions pluvieuses. En l'associant avec des surfaces micro-texturées, il est aujourd'hui couramment utilisé en recherche fondamentale pour rendre les surfaces super-hydrophobes.

Pour traiter mes membranes, je dépose une goutte d'éthanol qui mouille l'espace entre les plots (figure 4.2.a). Je dépose ensuite quelques gouttes de Glaco qui ne seront donc en contact qu'avec le haut des plots (figure 4.2.b). Je laisse ensuite sécher au moins 2 heures. L'avantage de procéder de la sorte est que seul le haut des plots est complètement hydrophobe (figure 4.2.c). L'espace entre les plots peut l'être un peu mais pas complètement, ainsi s'il y a empalement, de l'eau restera *a priori* piégée entre les textures ce qui me permettra de l'observer et le quantifier (section 4.4.4.c).

Le traitement au Glaco permet de rendre la surface texturée hydrophobe. L'observation de la goutte impactant la surface permet d'estimer un angle de contact compris entre  $130^\circ$  et  $160^\circ$ , comme illustré sur la figure 4.3.



FIGURE 4.3 – Mesure de l'angle de contact lors de l'impact d'une goutte sur une membrane fabriquée (vitesse d'impact  $U = 0.7 \text{ m s}^{-1}$ ). a) Mesure de l'angle d'avancée. b) Mesure de l'angle de reculée.

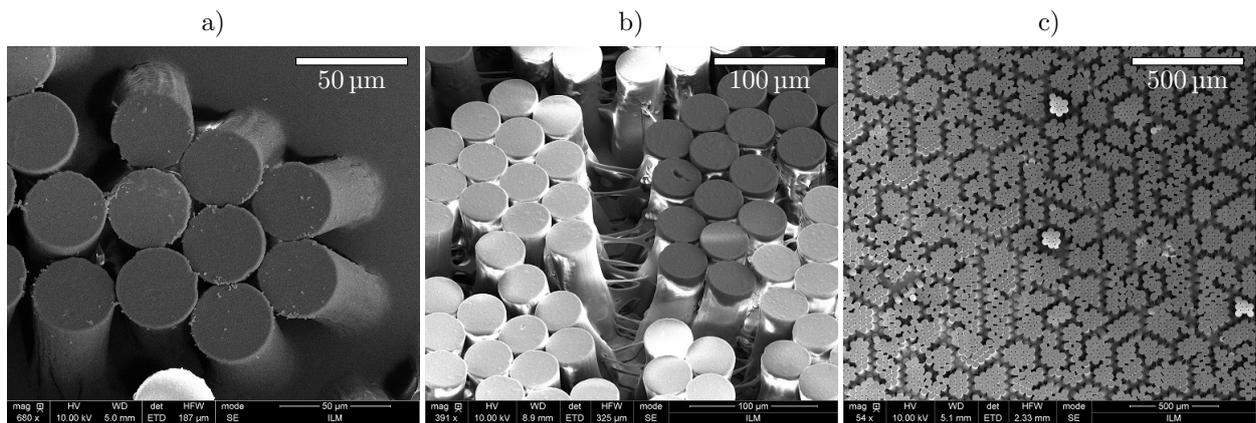


FIGURE 4.4 – Illustration de défauts apparus lors de la fabrication des membranes observées au microscope électronique à balayage. Plots en résine SU-3050 sur wafer de silicium. a) Vue rapprochée de plots collés. b) Ponts capillaires de résine. c) Vue d’ensemble, les plots collés forment des amas.

#### 4.2.4 Protocole de fabrication

Pour répondre à nos besoins, différentes solutions ont été envisagées. Tout d’abord, j’ai voulu réaliser les membranes texturées entièrement en PDMS. Pour cela, un moule en résine photosensible correspondant aux textures souhaitées a été fabriqué par photolithographie puis je coulais du PDMS à l’intérieur. En *spin-coatant* ensuite le PDMS, je pouvais atteindre l’épaisseur de la membrane souhaitée. Cependant il m’a été difficile, voir impossible, de dé-mouler une telle membrane car le rapport d’aspect des plots est important : des plots, de 100  $\mu\text{m}$  de hauteur, fixés à une membrane 5 fois plus fine. J’ai donc réinvesti mes connaissances en lithographie pour non plus fabriquer un moule de la forme voulue mais directement des plots en résine sur une membrane de PDMS. D’autres problèmes tels que l’adhérence de la résine photosensible sur le polymère, des ponts capillaires lors du développement, des soucis de développement ou encore simplement la manipulation des films de PDMS sont apparus. Par soucis de reproductibilité et de contrôle des propriétés du PDMS, j’ai utilisé une membrane commerciale (MyTech Ltd.), sur laquelle j’ai pu fabriquer des plots.

Les problèmes de lithographie que j’ai pu observer (figure 4.4), en particulier la déformation des structures sous l’effet de forces capillaires et un développement incomplet, sont des problèmes connus [102]. Ils sont cependant exacerbés par le fait que j’utilise un support mou (du PDMS) et non directement un wafer de silicium. Les solutions habituellement apportées [102], telles qu’utiliser un autre solvant ou un bain à ultra-sons pour améliorer le développement de la résine n’ont pas été concluantes. Il faudrait un solvant n’altérant pas le PDMS et j’ai observé que les plots de résine se détachent immédiatement sous l’effet des ultra-sons. Finalement, le simple fait de manipuler la membrane, de la tendre et de la fléchir, a permis de résoudre ces problèmes en cassant les ponts de résines. L’adhérence de la résine SU8 sur le film de PDMS commercial a été nettement améliorée en ajoutant une fine couche de PDMS

## 4. MEMBRANES ET MONTAGE EXPÉRIMENTAL

---

Sylgard 184 réticulé *in situ* que nous activons avec un plasma UV-O<sub>2</sub> pendant 10 min juste avant le dépôt de résine.

Voici le protocole détaillé de fabrication des membranes, la lettre en fin de ligne correspond à l'étape sur le schéma de la figure 4.5 :

1. Dépôt et fixation d'un film de PDMS commercial (MyTech Ltd.) sur un wafer silanisé dans un bain d'iso-propanol. L'utilisation d'un film de PDMS commercial d'épaisseur  $h = 50\ \mu\text{m}$  ou  $h = 20\ \mu\text{m}$  rend plus aisée la manipulation ultérieure de la membrane. Séchage à l'air comprimé pour enlever les bulles entre le film et le wafer. **(a)**
2. Dépôt d'une fine couche ( $\sim 10\ \mu\text{m}$ ) de PDMS Sylgard 184 (Dow Corning, ratio réticulant : 1/10) par *spin-coating*. Le dépôt est réalisé en une étape en fixant le temps (entre 100 et 400 s) et la vitesse (entre 1000 et 4000 rpm) afin de contrôler l'épaisseur. Nous avons constaté que l'ajout de cette couche améliore l'adhérence de la résine photosensible sur la membrane. Le film de PDMS est ensuite réticulé par un recuit de 2 h à 70 °C **(b)**
3. Activation du film de PDMS avec un plasma UV-O<sub>2</sub> (Plasma Cleaner HARRICK) pendant 10 min. **(c)**
4. Spin Coating de la résine SU8 3050 (8 mL) en deux étapes : **(d)**

Étape	Vitesse (rpm)	Accélération (rpm s <sup>-1</sup> )	Durée (s)
1	500	500	10
2	1200	1200	30

La hauteur obtenue est d'environ 120  $\mu\text{m}$ .

5. Recuit de la résine à 65 °C (4 min) puis à 95 °C (45 min). **(e)**
6. Insolation aux UV avec le masque correspondant à la géométrie de texture choisie (durée 45 s, aligneur MG1400). **(f)**
7. Second recuit de la résine à 65 °C (1 min) puis à 95 °C (5 min). **(g)**
8. Développement dans un bain de PGMEA (Propylene Glycol Methyl Ether Acetate). La quantité de résine à enlever étant importante, le développement est effectué durant 30 à 40 min en changeant le bain au bout de 15 min. **(h)**
9. Décollage de la membrane du wafer dans un bain d'iso-propanol. **(i)**
10. Fixation de la membrane sur le support. Elle est clampée entre deux anneaux de rayon  $R_{\text{anneau}} = 32.5\ \text{mm}$  réalisés en impression 3D. Traitement au Glaco puis séchage pendant 2h minimum (section 4.2.3).

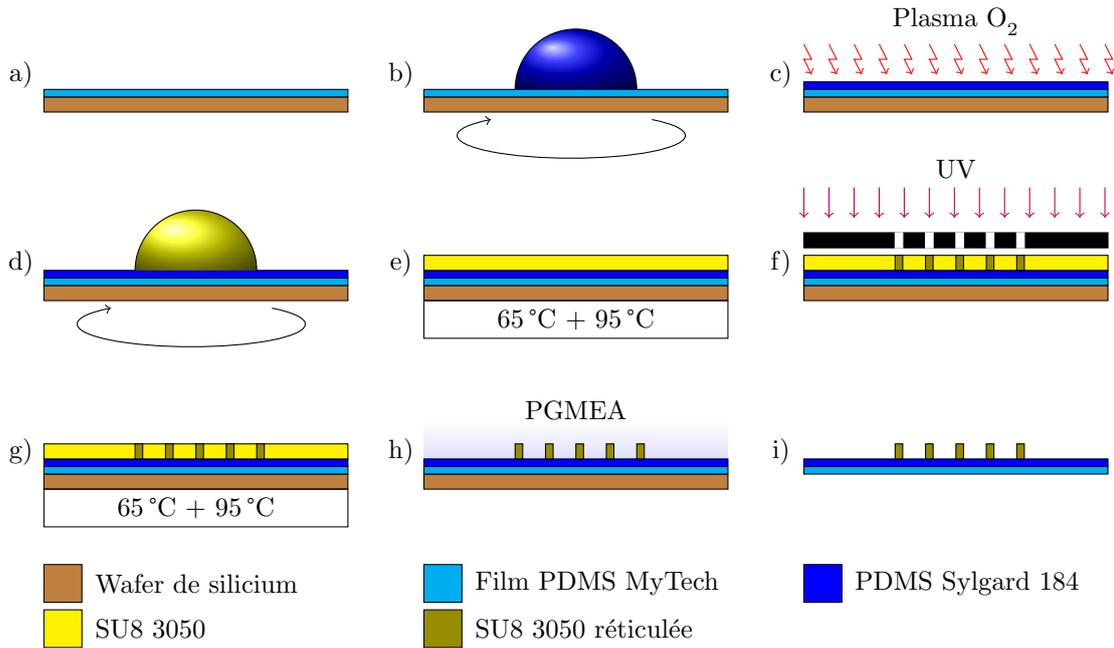


FIGURE 4.5 – Étapes de réalisations des membranes.

Grandeurs	Silicium	PDMS	Résine SU8
$\rho$ ( $\text{kg m}^{-3}$ )	2330	1000*	1000*
$c_p$ ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	700	1000*	1000*
$\lambda$ ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	148	0.27	0.2
$h$ ( $\mu\text{m}$ )	500	50 ou 20	100
$\tau_{\text{thermique}}$ (ms)	3	$\sim 10$	$\sim 50$

TABLE 4.2 – Propriétés thermiques des différents composants :  $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  et  $h$  sont respectivement la masse volumique, la capacité thermique massique, la conductivité thermique et l'épaisseur du milieu. Les valeurs notées d'une astérisque sont des ordres de grandeur. Le temps  $\tau_{\text{thermique}}$  correspond au temps caractéristique thermique défini par  $\tau_{\text{thermique}} = h^2 \rho c_p / \lambda$ .

#### 4.2.5 Correction des paramètres de recuit

L'utilisation de résines photosensibles nécessite des paramètres de recuit (temps, température) précis, notamment pour l'évaporation du solvant et la réticulation. Ces paramètres sont donnés dans la documentation de la résine dans le cas où elle est directement déposée sur des substrats usuels, tels que qu'un wafer de silicium ou du verre. Il est donc nécessaire de vérifier l'influence de l'ajout d'un film de PDMS entre le wafer de silicium et la résine. En particulier je cherche à évaluer les nouveaux paramètres pour que le film de résine SU8 soit soumis au même gradient de température pendant un temps identique au cas où il n'y a pas de PDMS.

Il est possible de construire un temps caractéristique thermique à partir des paramètres physiques pertinents du problème,  $\tau_{\text{thermique}} = h^2 \rho c_p / \lambda$ , avec  $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  et  $h$  respectivement la

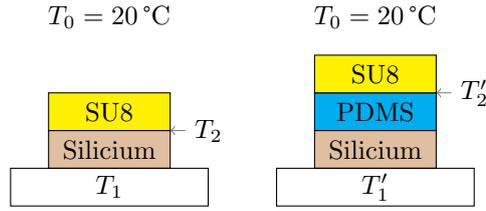


FIGURE 4.6 – Modèle thermique de recuit.

masse volumique, la capacité thermique massique, la conductivité thermique et l'épaisseur du milieu. Ce temps est de  $\tau_{Si} = 3$  ms pour le silicium et de  $\tau_{PDMS} = 10$  ms pour le film PDMS. Ces temps sont négligeables devant le temps total de recuit (45 min), on supposera donc que l'ajout d'un film de PDMS ne modifie pas le temps de chauffe.

Je vérifie à présent les températures de recuit. On souhaite que  $T_2 = T_2'$  pour que la résine soit soumise au même gradient de température, en supposant que la température ambiante soit identique dans les deux cas. Les deux (ou trois) couches forment une association en série de résistances thermiques (figure 4.6). On a donc  $T_2 = T_0 - R_{SU8}(T_0 - T_1)/R_{th,tot}$ , avec  $R_{SU8} = h_{SU8}/S\lambda_{SU8}$  la résistance thermique de la résine et  $R_{th,tot}$  la résistance totale des différentes couches, soit :

$$T_1' = T_0 \frac{R_{th,tot} - R'_{th,tot}}{R_{th,tot}} + T_1 \frac{R'_{th,tot}}{R_{th,tot}}, \quad (4.3)$$

avec respectivement  $R_{th,tot}$  et  $R'_{th,tot}$  les résistances thermiques sans et avec film de PDMS, données par :

$$R_{th,tot} = \frac{1}{S} \left( \frac{h_{Si}}{\lambda_{Si}} + \frac{h_{SU8}}{\lambda_{SU8}} + \frac{1}{\alpha_{air}} \right) \quad \text{et} \quad R'_{th,tot} = R_{th,tot} + \frac{h_{PDMS}}{S\lambda_{PDMS}}. \quad (4.4)$$

On choisira un coefficient conducto-convectif de  $\alpha_{air} = 100 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-2}$  (cas d'air peu brassée). Avec  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  et  $T_1 = 95^\circ\text{C}$  (respectivement  $T_1 = 65^\circ\text{C}$ ), on obtient  $T_1' = 97^\circ\text{C}$  (respectivement  $T_1' = 66^\circ\text{C}$ ). Comme les couches sont très fines, ce sont en fait les échanges convectifs avec l'air qui dominent. L'ajout du film de PDMS ne modifie donc que très peu la température. Ce n'est pas significatif pour nécessiter un ajustement car ces nouvelles températures sont incluses dans l'incertitude de la température réelle des plaques chauffantes utilisées.

#### 4.2.6 Membranes réalisées

La figure 4.7 présente une image d'une membrane obtenue selon le protocole présenté. La figure 4.7.a est une photographie de la membrane sur laquelle on observe le patch de plots au centre. La membrane est clampée entre deux anneaux de plastique à l'aide de six pinces clips. Les taches blanches autour du patch correspondent à des zones où un surplus de Glaco

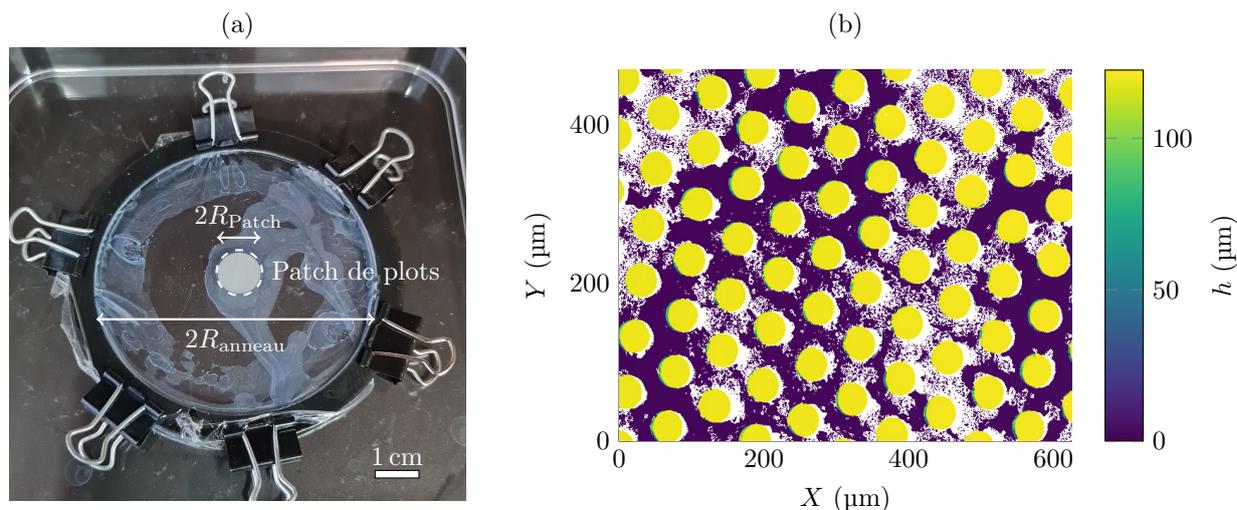


FIGURE 4.7 – (a) Photographie d’une membrane fixée sur les anneaux de rayon  $R_{\text{anneau}}$  à l’aide de pinces clips. Les plots se situent au centre au niveau du patch de rayon  $R_{\text{patch}}$ . Les taches blanches sur le reste de la membrane sont du surplus de Glaco. (b) Image du patch de plots central obtenue au profilomètre optique. Les pixels blancs correspondent à des pixels non-résolus par le profilomètre.

a coulé. La figure 4.7.b est une vue au profilomètre optique (BRÜKER ContourX) du patch de la même membrane. L’ensemble des membranes réalisées est listé dans le tableau 4.3.

## 4.3 Caractérisation des membranes

### 4.3.1 Mesure de l’épaisseur

Pour mesurer l’épaisseur des membranes, je découpe un petit morceau de la membrane (environ 3 mm de côté) sur une partie non utilisée au delà de la zone tendue. Le morceau

Membrane	$h_{\text{film}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$h_{\text{ajoutée}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$h_{\text{totale}}$ ( $\mu\text{m}$ )	Géométrie	Tension $T_0$ ( $\text{N m}^{-1}$ )
M1	20	12	32	A	$1.9 \pm 0.2$
M2	50	9	59	A	$3.4 \pm 0.4$
M3	50	7	57	B	$1.7 \pm 0.2$
M5*	50	56	106	B	$8.9 \pm 1.6$
M6	50	55	105	B	$4.2 \pm 0.3$
M7	50	22	72	B	$11.0 \pm 0.9$

TABLE 4.3 – Liste des membranes réalisées.  $h_{\text{film}}$ ,  $h_{\text{ajoutée}}$  et  $h_{\text{totale}}$  sont, respectivement, l’épaisseur du film de PDMS commercial, de la couche de PDMS réticulée *in situ* et l’épaisseur totale ( $h_{\text{totale}} = h_{\text{film}} + h_{\text{ajoutée}}$ ).  $T_0$  est la tension dans la membrane, elle est mesurée dans la section 4.3.3. La géométrie correspond à la répartition des plots telle que détaillée dans le tableau 4.1. \*La membrane M4 n’apparaît pas dans le tableau car elle n’a pas été utilisée.

est ensuite placé à plat sur une lame de microscope (le support). L'ensemble est observé au profilomètre optique (BRÜKER ContourX). Nous observons typiquement une image similaire à la figure 4.8, où nous voyons simultanément le support et la membrane. Je calcule alors la distribution en hauteur de l'image qui laisse apparaître deux pics : un centré en 0 (le support servant de référence), et un second centré sur l'épaisseur de la membrane. La largeur à mi-hauteur du second pic nous renseigne sur l'irrégularité de l'épaisseur de la membrane. La membrane M1, présentée sur la figure 4.8, a une épaisseur de  $h = 32 \pm 1 \mu\text{m}$ .

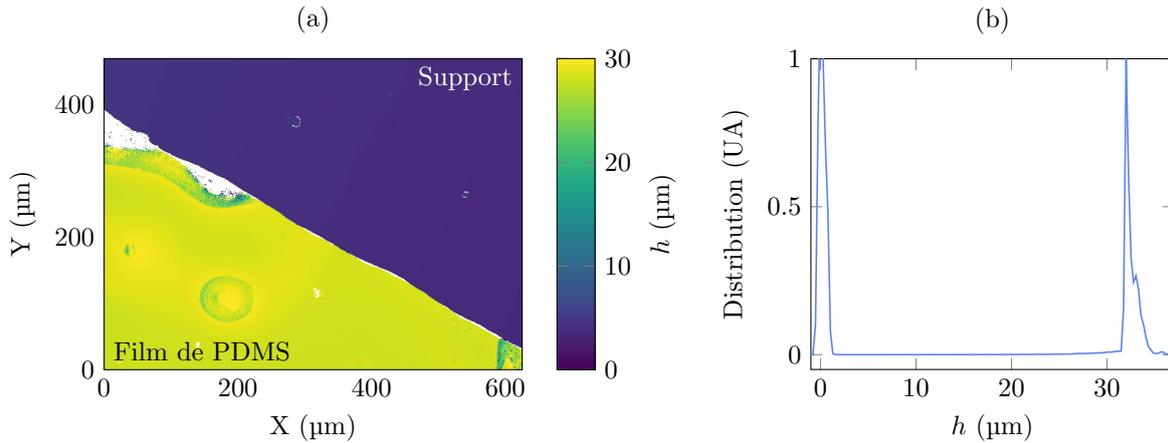


FIGURE 4.8 – Mesure de l'épaisseur de la membrane M1. a) Morceau de membrane sur une lame de verre observé au profilomètre optique. b) Distribution des hauteurs mesurées sur l'échantillon, normalisée sur le second pic.

### 4.3.2 Mesure du module de Young

#### 4.3.2.a Mesure du module de Young des films commerciaux de PDMS

Je mesure le module de Young  $E$  des membranes par une méthode dynamique. Pour cela, je suspends un film commercial de PDMS MyTech (de longueur  $L_0 = 23.0 \pm 0.1 \text{ cm}$ , largeur  $a = 3.0 \pm 0.1 \text{ cm}$  et d'épaisseur  $h = 20$  ou  $50 \mu\text{m}$ ) et j'accroche au bout une masselotte de masse  $m$  (Figure 4.9a). La position  $z$  de la masselotte vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2\lambda \frac{dz}{dt} + \omega_0 z = 0, \quad (4.5)$$

avec  $\omega_0 = \sqrt{Eha/mL_0}$  la pulsation propre et  $\lambda$  le coefficient d'amortissement. Les solutions suite à une perturbation extérieure sont de la forme :

$$z(t) = Z_0 \exp(-\lambda t) \sin(\omega t + \phi), \quad (4.6)$$

avec  $Z_0$  et  $\phi$  des constantes dépendantes des conditions initiales et  $\omega$  la pseudo-pulsation  $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \lambda^2/\omega_0^2}$ . J'enregistre ces oscillations à l'aide d'une caméra rapide (PHOTRON

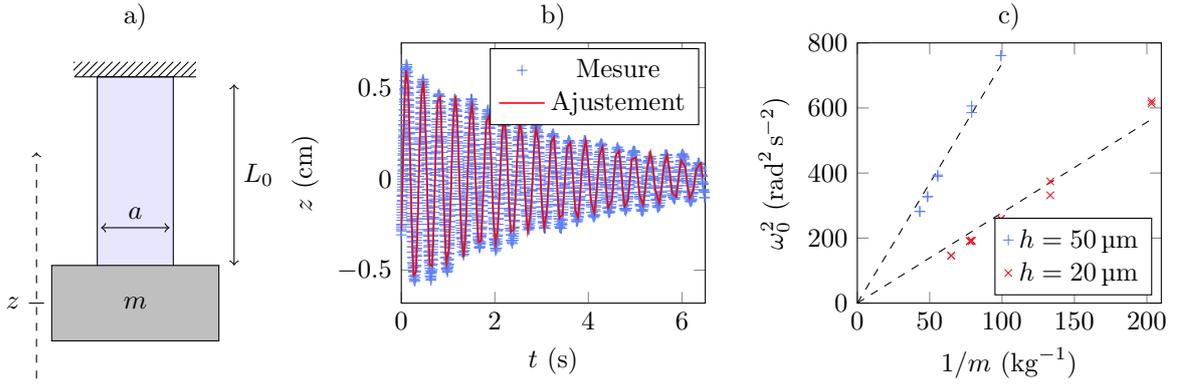


FIGURE 4.9 – a) Schéma expérimental pour la mesure du module de Young. b) Position  $z$  de la masse en fonction du temps. c) Pulsation des oscillations pour différentes masses  $m$  pour deux films de PDMS commerciaux.

SA4) à une fréquence de 125 Hz (Figure 4.9b). Je repère ensuite la position de la masse au cours du temps et un ajustement avec l'équation 4.6 permet d'obtenir la valeur de  $\omega$  et  $\lambda$ , qui sont typiquement  $\omega \sim 10 \text{ rad s}^{-1}$  et  $\lambda \sim 0.1 \text{ s}^{-1}$ . Nous avons donc à chaque fois  $\lambda \ll \omega_0$ , donc en bonne approximation, nous avons  $\omega = \omega_0$ . L'incertitude sur la mesure de  $\omega$  est négligeable devant les incertitudes sur les paramètres géométriques.

L'amplitude des oscillations étant faible devant la longueur  $L_0$ , je suppose que nous sommes toujours dans un régime où la réponse élastique est linéaire. La mesure est répétée pour plusieurs valeurs de masse  $m$ , j'obtiens donc une relation linéaire entre  $\omega_0^2$  et  $1/m$  avec une pente  $\alpha = Eha/L_0$  (Figure 4.9c). Un ajustement de cette droite permet d'obtenir les valeurs suivantes pour le module de Young :

$$\begin{aligned} E(h = 50 \mu\text{m}) &= 1.13 \pm 0.06 \text{ MPa} \\ E(h = 20 \mu\text{m}) &= 1.07 \pm 0.06 \text{ MPa}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Les données constructeurs des films commerciaux donnent une dureté shore A de 27, ce qui correspond à  $E = 1.01 \text{ MPa}$  [36]. L'équivalence entre la dureté shore et le module de Young n'étant pas évidente et entachée d'erreur, je supposerai que la mesure est acceptable.

#### 4.3.2.b Module de Young des membranes

Dans la section précédente, j'ai mesuré uniquement le module de Young des films commerciaux. Pour des raisons de fabrication, il m'est impossible de réaliser la même mesure sur les films de PDMS que je fabrique moi-même, constitué d'une association d'un film commercial et d'un film réticulé *in situ*. Je suppose donc que le module de Young des membranes finales est égal au module de Young des films commerciaux. Plusieurs hypothèses sont alors faites, je suppose que la réticulation de la seconde couche de PDMS n'affecte pas les propriétés mécaniques de la première, que la réticulation est parfaite (donc que les deux couches sont

parfaitement solidaires) et pour finir que le PDMS Sylvard 184 a le même module de Young que le film commercial. Cette dernière hypothèse est la plus forte car le module de Young dépend de la quantité de réticulant, que je contrôle à 5 % près environ, et de l'épaisseur du film formé [68]. Je supposerai pour la suite que le module de Young de mes membranes est de  $E = 1.1 \pm 0.1$  MPa.

Concernant la résine photosensible SU8 3050, son module de Young est de  $E_{SU8} = 2$  GPa (d'après les valeurs données par le fabricant), soit environ trois ordres de grandeur plus important que le module de Young du PDMS. Nous pouvons donc supposer que les plots ne sont pas déformables et que seule la membrane l'est.

### 4.3.3 Mécanique statique

#### 4.3.3.a Introduction

L'objectif de cette partie est de caractériser mécaniquement les membranes utilisées, c'est-à-dire de déterminer la force nécessaire pour déformer la membrane. Pour cela nous étudions la réponse statique de la membrane à une déformation imposée.

D'après les travaux de Begley *et al.*, la courbe de déformation en fonction de la force appliquée permet de remonter à toutes les caractéristiques mécaniques de la membrane telles que le module de Young  $E$  et le pré-étirement [7]. Nous appelons pré-étirement, noté  $\varepsilon_i$ , la déformation initiale que l'on impose à la membrane lors de sa fixation sur le support. Les origines de cet étirement sont multiples : d'une part une erreur de manipulation car on souhaite tendre la membrane sans l'étirer mais il est difficile de le faire parfaitement ; d'autre part l'iso-propanol utilisé lors de l'opération semble dilater un peu la membrane, ce qui est difficile à quantifier. Elle est donc fixée avec un étirement le plus faible possible mais la rétraction lors de l'évaporation du solvant induit inévitablement un pré-étirement ainsi qu'une pré-contrainte (de l'ordre de  $\sigma_i \sim E\varepsilon_i$ ) et donc une pré-tension (de l'ordre de  $T_i \sim 2\pi hER\varepsilon_i$ ). Dans la suite, je noterai avec un indice  $i$  les grandeurs initiales et inévitables que l'on ne contrôle pas tel que l'étirement que j'ajoute naturellement lors de la fixation ; je noterai avec un indice 0 les grandeurs au départ de l'expérience, possiblement différentes de la valeur inévitable dans le cas où l'on ajoute un étirement connu par exemple. On a donc par exemple  $\varepsilon_0 = \varepsilon_i + \varepsilon_{\text{ajouté et connu}}$ .

#### 4.3.3.b Mesure

La membrane, fixée sur des anneaux de masse  $m$  et de rayon  $R_{\text{anneau}}$ , est posée sur un support de rayon  $a$  plus petit ( $a < R_{\text{anneau}}$ ,  $a = 26$  mm) qui transmet la force appliquée à la balance. La tension dans la membrane correspond donc à la tension initiale  $T_i$  à laquelle s'ajoute la tension due à la masse des anneaux  $T_0 \simeq T_i + mg/2\pi a$ . A l'aide d'un indenteur, nous déformons la membrane de façon contrôlée et nous mesurons la force nécessaire à cette

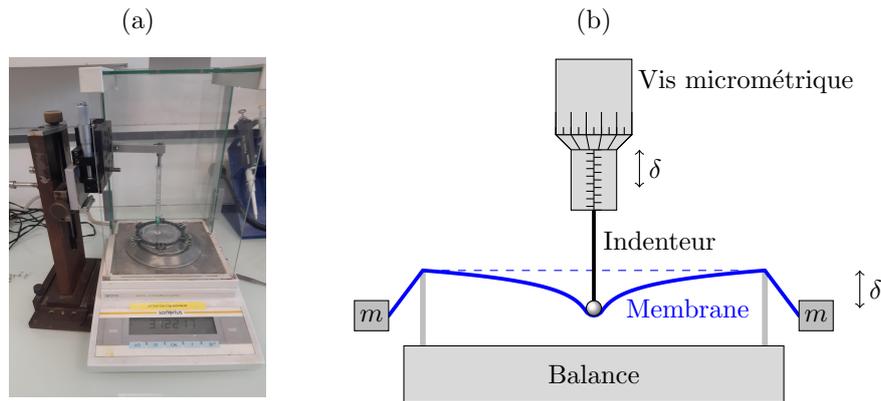


FIGURE 4.10 – Photographie (a) et schéma (b) de la mesure. La déformation  $\delta$  de la membrane est imposée avec un indenteur fixé sur une vis micrométrique, la force résultante est mesurée avec une balance de précision.

déformation (figure 4.10). L'indenteur est une bille de verre, de rayon  $R$  entre 0.75 et 8.75 mm, reliée à une vis micrométrique via une tige métallique (un embout de seringue). La partie fixe de la vis est solidaire d'un support de masse importante que l'on supposera immobile durant la mesure, le déplacement indiqué par la vis est alors égal à la déformation de la membrane  $\delta$ . La force est mesurée avec une balance de précision (SARTORIUS BP211D, tarée lorsque  $\delta = 0$ ). Nous mesurons donc une masse avec une incertitude  $\Delta m = 0.1$  mg qui est convertie en force (via la relation  $P = mg$ , avec  $g$  la gravité).

Dans un premier temps, pour estimer l'enfoncement propre de la balance et la déformation de l'ensemble des pièces telles que la vis micrométrique et l'indenteur, j'ai fait une expérience de contrôle en appuyant directement sur le plateau de la balance. Je mesure alors la masse affichée par la balance en fonction de la position imposée. Une attention particulière doit être prise car la masse maximale acceptable de la balance est de 210 g. L'enfoncement propre de la balance et de la chaîne de mesure est bien négligeable devant la mesure de  $\delta$ ; elle s'enfonce de moins de 300  $\mu\text{m}$  par newton appliqué (ou encore de 3  $\mu\text{m}$  par gramme mesuré, voir figure 4.11.b).

Ensuite pour différentes déformations  $\delta$  de la membrane, je mesure la force  $P$ . La mesure est effectuée en descendant l'indenteur (déformation  $\delta$  croissante) puis en le remontant ( $\delta$  décroissante), je peux alors quantifier un éventuel décalage dû à un mouvement relatif entre le support et la membrane. Nous supposons alors que l'existence de ce décalage est la principale source d'incertitude sur la position  $\delta$ , que l'on estime égale à  $\Delta\delta = 200$   $\mu\text{m}$ . La figure 4.11.a présente les résultats finalement obtenus.

### 4.3.3.c Discussion

Lors de la déformation d'un objet, deux régimes sont possibles : un régime de *bending* (ou flexion) pour les objets épais ou rigides où les déformations internes à l'objet sont à prendre

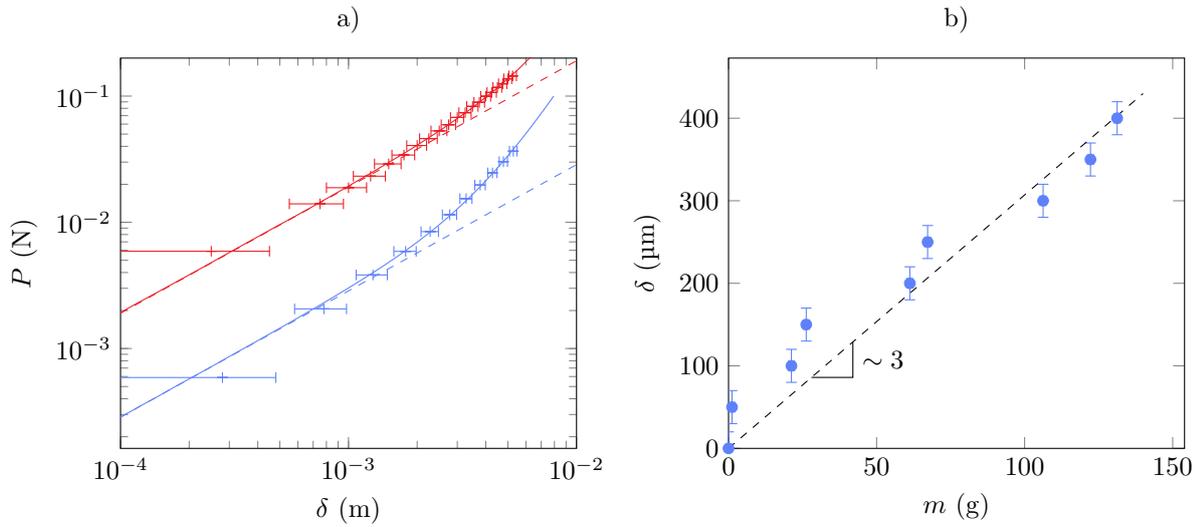


FIGURE 4.11 – a) Réponse mécanique des membranes M3 (en bleue) et M7 (en rouge) à une déformation imposée. En trait plein, l’ajustement selon la loi donnée à l’équation 4.9. En pointillé, la limite linéaire de faibles déformations (équation 4.11). b) Caractérisation de l’enfoncement propre de l’ensemble du dispositif.

en compte ; ou à l’inverse un régime de *stretching* (ou d’étirement) pour les structures fines. Dans le cas d’un objet en deux dimensions, on parle de plaque ou de membrane. A partir du ratio épaisseur-envergure de la membrane et de la charge extérieure, on peut définir un paramètre adimensionné pertinent pour discriminer les deux régimes [7, 54] :

$$\lambda = (12(1 - \nu^2))^{3/2} \frac{Pa^2}{Eh^4}, \quad (4.8)$$

avec  $\nu$ ,  $E$  et  $h$  respectivement le module de Poisson, le module de Young et l’épaisseur de la membrane ainsi que  $P$  et  $a$  la force appliquée au centre de la membrane et le rayon du support. Le *bending* domine pour les petites valeurs de  $\lambda$ , à l’inverse, le *stretching* domine pour les valeurs plus importantes. Pour une membrane clampée, ce qui est notre cas, la valeur critique est de  $\lambda_c = 1 \times 10^4$ .

Dans notre cas,  $\nu \approx 0.5$ ,  $P \approx 0.1$  mN,  $a = 32.5$  mm,  $E \approx 1$  MPa et  $h \approx 50$   $\mu\text{m}$ , on obtient  $\lambda = 5 \times 10^5 \gg \lambda_c$ , nous sommes donc dans le régime de *stretching*. Notons que même si nous sommes au dessus de la limite, nous n’en sommes pas très éloignés. En effet, ce résultat dépend de l’épaisseur  $h$  de la membrane à la puissance quatre donc pour une membrane seulement deux fois plus épaisse ( $h = 100$   $\mu\text{m}$ ), nous avons  $\lambda \sim \lambda_c$ . Dans la suite, nous supposons que nous sommes toujours dans un régime de *stretching*, *i.e.* que nous avons une membrane et non une plaque.

Pour une membrane, la déformation maximale  $\delta$  est liée à la force appliquée  $P$  par la relation [7] :

$$\frac{\delta}{R} = A(\tilde{P}, \varepsilon_0) \left( \frac{a}{R} \right)^{3/4}, \quad (4.9)$$

avec :

$$A(\tilde{P}, \varepsilon_0) = \frac{2}{3\pi} \frac{\left( \sqrt{9\pi^4 \tilde{P}^2 + 64\pi^6 \varepsilon_0^3} + 3\pi^2 \tilde{P} \right)^{2/3} - 4\pi^2 \varepsilon_0}{\left( \sqrt{9\pi^4 \tilde{P}^2 + 64\pi^6 \varepsilon_0^3} + 3\pi^2 \tilde{P} \right)^{1/3}} \quad (4.10)$$

où  $\tilde{P}$  est la force adimensionnée par la force d'étirement *i.e.*  $\tilde{P} = P/EhR$ . Deux cas limites peuvent alors être étudiés analytiquement :

$$\begin{aligned} A(\tilde{P}, \varepsilon_0) &= \left( \frac{16}{9\pi} \tilde{P} \right)^{1/3} && \text{pour } \varepsilon_0 \ll \tilde{P}, \\ A(\tilde{P}, \varepsilon_0) &= \frac{1}{3\pi} \frac{\tilde{P}}{\varepsilon_0} && \text{pour } \varepsilon_0 \gg \tilde{P}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Ces deux limites correspondent respectivement aux lois d'échelle suivantes :  $\delta \propto \tilde{P}^{1/3}$  et  $\delta \propto \tilde{P}$ . En particulier, le cas de fort pré-étirement, ou de petites déformations, ( $\varepsilon_0 \gg \tilde{P}$ ) correspond à une réponse linéaire de la membrane.

La figure 4.11.a présente les résultats obtenus avec l'ajustement par la loi donnée à l'équation 4.9 avec comme paramètres libres le module de Young et le pré-étirement  $\varepsilon_0$ . Cependant, la majorité des points sont situés dans le domaine de faibles déformations où nous avons la relation  $\delta \sim P/E\varepsilon_0$ . Nos mesures ne permettent donc d'ajuster qu'un seul paramètre, le produit  $E\varepsilon_0$ . Élargir la gamme de mesure pour des forces et des déformations plus importantes permettrait de mieux distinguer les deux régimes et séparer les deux variables. En particulier, nous avons moins de deux décades sur la déformation  $\delta$ . Cependant aux petites déformations, nous sommes limités par l'incertitude de mesure et aux plus grandes valeurs, pour des déformations centimétriques, nous risquons d'endommager la membrane. Une autre solution est de fixer la valeur du module de Young à celle obtenue à la partie précédente 4.3.2 et d'obtenir ainsi  $\varepsilon_0$ .

Pour les faibles déformations, d'autres travaux [106] proposent aussi, dans le régime linéaire, une relation force/déplacement de la forme :

$$P \approx \frac{2\pi}{\log\left(\frac{a}{R}\right)} T_0 \delta, \quad (4.12)$$

faisant intervenir cette fois-ci la tension  $T_0$  dans la membrane. Par analyse dimensionnelle, nous attendons une relation entre  $\varepsilon_0$  et  $T_0$ , telle que  $\varepsilon_0 hE = AT_0$ , où  $A$  est un facteur numérique tenant compte de la géométrie du système. En ajustant les données avec les équations 4.9 et 4.12, nous obtenons expérimentalement  $A \approx 0.357$ . La combinaison des équations 4.9 et 4.12, nous donne une valeur théorique de  $A \approx 0.335$ , pour notre géométrie. Les deux valeurs sont en bon accord à moins de 10 %. Cet écart peut être attribué à l'incertitude que l'on a sur la mesure du module de Young de notre membrane flexible. Cette étude nous permet

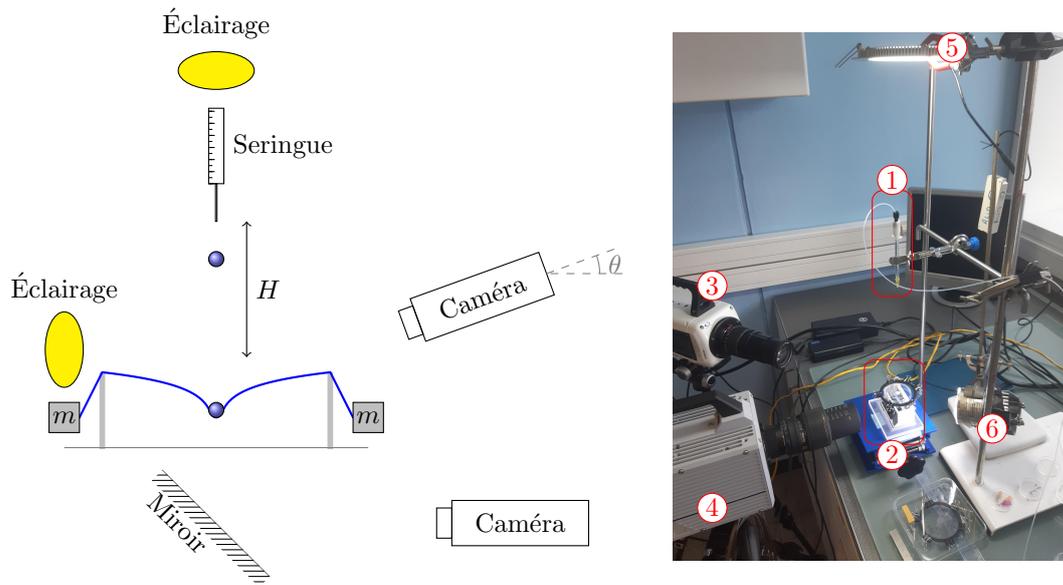


FIGURE 4.12 – Schéma et photographie du dispositif expérimental. 1) Seringue, 2) ensemble miroir, support et membrane, 3) Caméra PHANTOM v711, 4) Caméra FASTCAM Photron, 5) et 6) éclairage.

tout de même de vérifier que les lois d'échelle sont respectées, que les ordres de grandeurs sont bons et qu'il nous est possible de comparer la tension des membranes deux à deux.

Maintenant que j'ai détaillé les étapes de préparation de membranes flexibles microtexturées, et que je les ai caractérisées, je détaille les dispositifs expérimentaux permettant d'étudier l'impact de gouttes sur de tels substrats.

## 4.4 Dispositif expérimental

### 4.4.1 Fluides utilisés et impacts

Le dispositif expérimental, présenté sur la figure 4.12, est assez proche du dispositif du chapitre précédent (chapitre 3).

Pour ces impacts, j'utilise exclusivement de l'eau pure. Des expériences préliminaires ont été effectuées avec des mélanges eau-glycérol afin de modifier la viscosité, elles n'ont cependant pas été concluantes. Le traitement hydrophobe au Glaco ne semble pas être aussi robuste au glycérol qu'à l'eau. L'utilisation de différentes canules (Gauge G23, G27, G30 et G32) permet de modifier le rayon des gouttes  $R_0$  entre 1.0 et 1.4 mm. La hauteur de chute des gouttes  $H$  ( $1.5 < H < 50$  cm) permet de fixer la vitesse d'impact  $U$  ( $0.5 < U < 3.5$  m s<sup>-1</sup>).

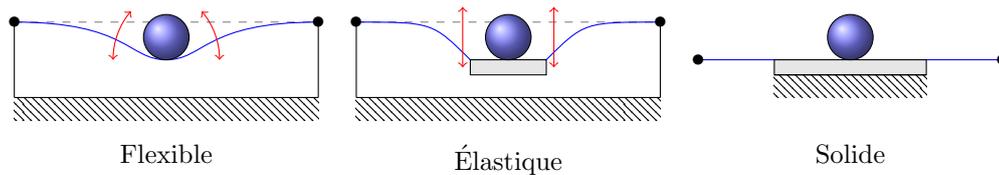


FIGURE 4.13 – Différents états possibles pour une membrane : flexible, élastique (pas de courbure sous la goutte) ou solide (immobile).

#### 4.4.2 Modification de la flexibilité des membranes

Pour étudier indépendamment l'influence de la flexibilité et de l'élasticité de la membrane tout en s'affranchissant des incertitudes inhérentes à leur fabrication (défaut de fabrication, défaut de traitement au Glaco, tension), j'ai choisi de modifier la flexibilité de la membrane en collant une lamelle de verre plus ou moins épaisse sous la membrane. Dans la suite j'utiliserai les termes flexible, élastique et solide (figure 4.13). Voici les différentes configurations de membrane :

- **Flexible** : la membrane est utilisée telle quelle, elle peut se déformer et se courber.
- **Élastique** : une petite pastille de verre est collée sous la membrane, la membrane peut bouger élastiquement verticalement mais elle ne peut pas se courber sous la goutte, il n'y a donc pas d'effet de courbure. La pastille utilisée a une masse  $m = 1.3 \pm 0.1$  mg et une surface de  $3.82 \pm 0.02$  mm<sup>2</sup>.
- **Solide ou non-déformable** : la membrane est placée sur une lame de verre. Elle est donc parfaitement immobile, il n'y a ni flexibilité ni élasticité.

L'intérêt est double, d'une part de pouvoir observer l'effet de l'élasticité sur une membrane donnée sans prendre en compte ses imperfections ; d'autre part de comparer les cas flexible et solide pour une même membrane.

#### 4.4.3 Deux caméras rapides synchronisées

Afin d'observer la chute de la goutte, son étalement et l'empalement éventuel, j'utilise deux caméras rapides : une FASTCAM Photron SA-4 et une PHANTOM v711, munies respectivement des objectifs SIGMA EX-DG Macro 105mm et TAMRON 28-300mm. L'utilisation de deux caméras pose un problème majeur : comment les synchroniser ? Le problème est d'autant plus important qu'elles sont de marques différentes, chacune a alors son propre logiciel propriétaire et son propre mode de déclenchement. J'ai réalisé un montage électronique pour répondre à ce problème que je détaille en annexe (Annexe D). La fréquence d'acquisition pour les deux caméras est entre 10 000 et 20 000 Hz, la synchronisation est faite à l'image près.

Une première caméra filme l'impact par le dessous à l'aide d'un miroir à 45°, tandis que la seconde filme de côté. Les deux caméras donnent ainsi accès à des informations

complémentaires sur les impacts réalisés. Les deux vues peuvent être analysées séparément et les résultats sont ensuite regroupés. Je détaille dans la suite ce qu'il est possible de mesurer avec ces deux vues, ainsi que les premières observations que l'on peut faire.

### 4.4.4 Vue de dessous

La vue du dessous (figure 4.14) permet de mesurer le rayon initial de la goutte  $R_0$ , le rayon au cours du temps  $R(t)$ , l'instant d'impact  $T_0$ , la vitesse de l'onde dans la membrane, la fragmentation de la goutte ainsi que la surface empalée  $S_e$ . La taille du patch de plots étant connue (1 cm de diamètre), il sert d'échelle pour mesurer les longueurs. Comme nous pouvons le voir sur la figure 4.14.c, aucune membrane n'est parfaite et nous pourrions toujours utiliser un défaut de fabrication (un manque de plots à un endroit par exemple) comme référence pour connaître l'orientation de la membrane et donc repérer spatialement chaque impact.

#### 4.4.4.a Premières observations

La figure 4.14 présente des images types obtenues avec la vue de dessous. La figure 4.14.a présente une chronophotographie d'un impact. La figure 4.14.b est une coupe, ou *reslice*, de la chronophotographie selon un axe passant par le centre du patch et la position d'impact (ligne représentée en pointillé rouge sur la figure 4.14.c).

En analysant la chronologie d'un impact (figure 4.14), nous observons la goutte qui touche la surface (1). Avant qu'elle ne commence à s'étaler deux ondes se propagent dans la membrane. La première est une onde de compression qui est légèrement visible sur le *reslice*. Elle atteint le bord du patch une à deux images après l'impact (2). Sa vitesse est donc de  $\sim 50 \pm 25 \text{ m s}^{-1}$ . Pour une onde élastique de compression, la célérité est donnée par  $c = \sqrt{E/\rho}$  soit  $c \sim 30 \text{ m s}^{-1}$ , ce qui semble cohérent et confirme qu'il s'agit de l'onde de choc qui se propage élastiquement.

Une seconde onde, plus lente et transverse, se propage ensuite. Elle est nettement plus visible sur le *reslice* (3) ainsi que sur la chronophotographie : elle apparaît plus sombre car la lumière est déviée par la membrane courbée. Cette onde est ensuite réfléchiée sur le bord du patch car nous passons d'un milieu avec plots à un milieu sans plot qui ont des masses surfaciques différentes (4). Elle se refocalise en un point qui est le symétrique du point d'impact par rapport au centre du patch (6). Nous constatons également que le retour de l'onde influence l'étalement de la goutte (7). Il est difficile de déterminer précisément la vitesse de cette onde car l'incertitude sur le début de la perturbation est mal définie (image floue). Nous pouvons tout de même l'estimer à  $V_{\text{onde}} \simeq 10 \pm 5 \text{ m s}^{-1}$  pour toutes les vidéos. Cette valeur est cohérente avec une onde transversale  $V_{\text{onde}} = \sqrt{T_0/(\rho_{\text{PDMS}}h)}$ , avec  $T_0 \approx 10 \text{ N m}^{-1}$ ,  $\rho \approx 1000 \text{ kg m}^{-3}$  et  $h \approx 100 \mu\text{m}$ .

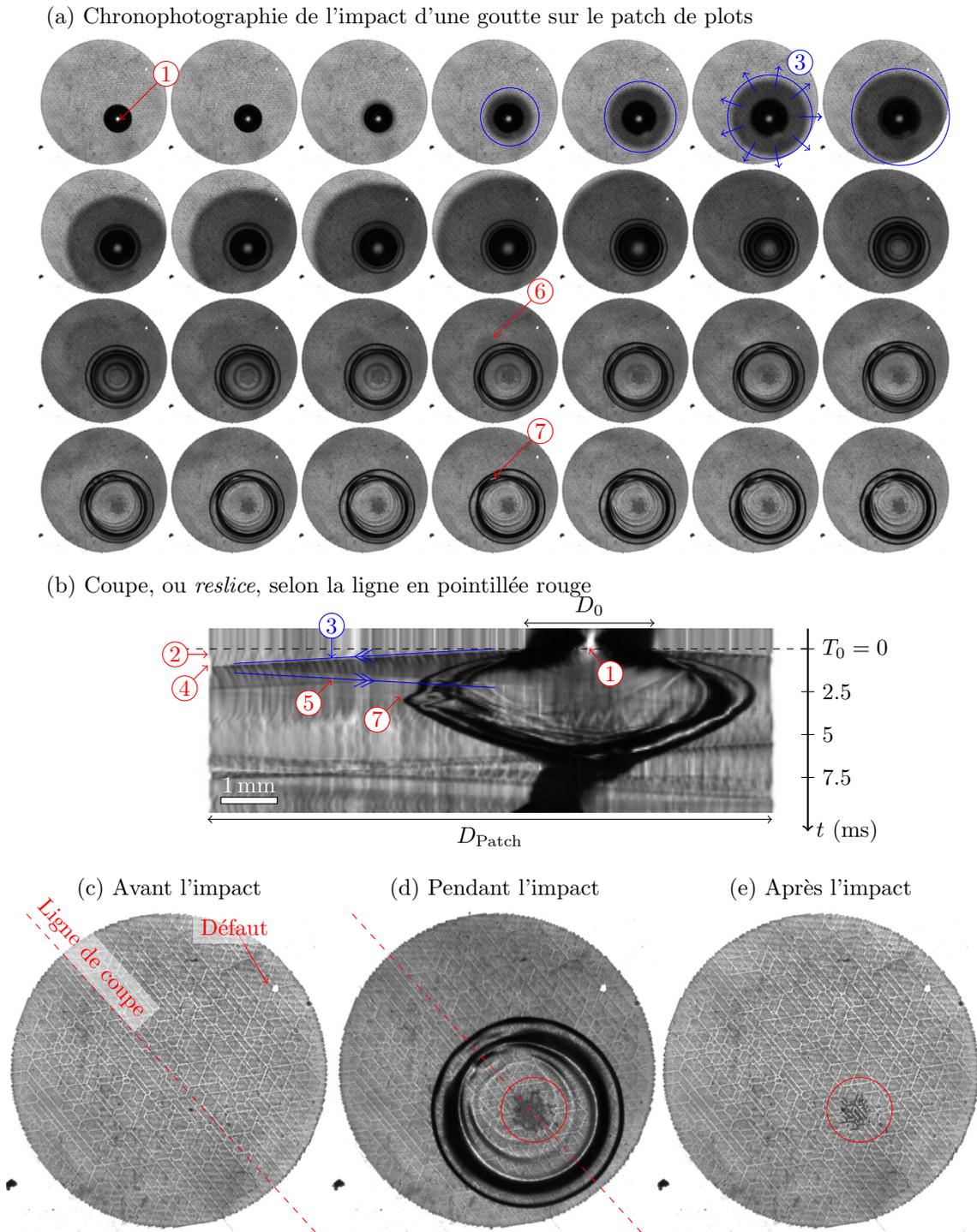


FIGURE 4.14 – Illustration d'un impact sur la membrane M1,  $R_0 = 1.09 \text{ mm}$ ,  $U = 2.60 \text{ m s}^{-1}$ . a) Chronophotographie des premiers instants de l'impact. Temps entre les images :  $0.1 \text{ ms}$ . b) Coupe selon la ligne rouge visible sur (c) : (1) Impact de la goutte sur la membrane, définition de  $T_0$ . (2) La première onde arrive au bord du patch ; début de la déformation sur le bord du patch. (3) Propagation d'une onde transversale. (4) Rebond de l'onde transversale sur le bord des plots. (5) Retour de l'onde transversale. (6) Refocalisation de l'onde transversale. (7) Modification de l'étalement de la goutte par l'onde transversale. Échelle spatiale :  $D_{\text{Patch}} = 1 \text{ cm}$ . c,d,e) Avant, pendant et après l'étalement. Le cercle rouge repère la zone où l'empalement est visible.

#### 4.4.4.b Rayon et instant d'impact

Je mesure le rayon  $R(t)$  d'étalement de la goutte au cours du temps à partir du reslice (figure 4.14.b). Pour cela, j'effectue une détection du contour à gauche et à droite de la goutte. L'incertitude associée est d'environ 2 %.

Je repère l'instant d'impact sur la vue de dessous lorsque le contraste change rapidement et que j'aperçois distinctement les plots au centre de la goutte (figure 4.15.b). Ce repérage peut être confirmé avec la vue de côté, en tenant compte de la synchronisation des caméras. Sur l'image précédente, l'effet loupe de la goutte focalise la lumière de l'éclairage juste avant la membrane, on ne voit donc pas les plots, mais uniquement une tache blanche (figure 4.15.a). À l'inverse, sur l'image juste après ce changement de contraste, il y a un second changement qui laisse apparaître des motifs qui resteront marqués pendant tout l'étalement (figure 4.15.c). Ces motifs correspondent en fait au motif observé lorsque de l'eau a pénétré les textures. Je suppose donc que c'est entre l'instant  $t = 0$  et  $t = 0.1$  ms que l'empalement a lieu.

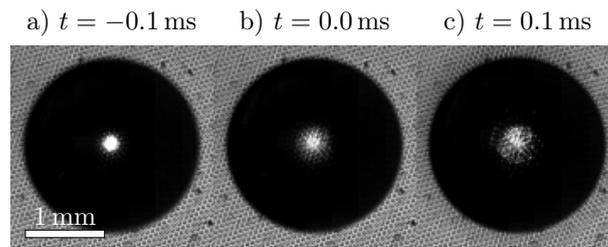


FIGURE 4.15 – Illustration de la détection de l'instant d'impact. a) La goutte n'a pas encore touché la surface. b) Premier instant où la goutte impacte. c) Premiers signes visibles d'empalement. Vitesse d'impact  $U = 2.8 \text{ m s}^{-1}$ , membrane M3.

#### 4.4.4.c Mesure de l'empalement

Après l'impact, lorsque la goutte est à son maximum d'étalement (figure 4.14.d), une variation nette du contraste au centre de la lamelle indique l'empalement (cercle rouge sur les figures 4.14.d et 4.14.e). En comparant les images avant et après l'impact, on constate que du fluide est bien resté entre les textures dans cette zone.

Comme la zone d'empalement n'a pas un contour net, je choisis de mesurer les disques inscrits (en jaune sur la figure 4.16) et circonscrits (en rouge sur la figure 4.16) à cette zone. Je définis alors l'aire empalée  $S_e$  comme étant la moyenne géométrique de l'aire de ces deux disques. L'incertitude associée est définie comme la demie différence d'aire entre ces deux disques. De cette manière, je mesure une surface empalée de  $S_e = 3.0 \pm 0.6 \text{ mm}^2$  sur la figure 4.16.

Pour les faibles hauteurs de chute, il est difficile de mesurer l'empalement en cours de l'étalement car la goutte s'étale peu. En l'absence de trace d'empalement sur la surface après

l'impact, je suppose que  $S_e < 0.1 \text{ mm}^2$ .

#### 4.4.5 Vue de côté

La vue de côté permet de mesurer précisément le rayon initial  $R_0$ , la vitesse d'impact  $U$  ainsi que la déformation de la membrane (enfonceement  $\delta$  et courbure  $\mathcal{C}$ ). Lorsqu'il n'y pas d'empalement, elle permet également de mesurer le temps de contact  $\tau_c$  et la vitesse de rebond  $V_r$ .

Le rayon initial  $R_0$  et la vitesse d'impact  $U$  sont déterminés de la même manière que dans le chapitre précédent 3 (section 3.2.2). L'analyse faite peut également être utilisée pour mesurer le rayon  $R(t)$  lorsque la surface est non déformable.

La vue de côté peut être prise soit parfaitement à l'horizontal, soit avec un léger angle  $\theta$  (pour avoir une vue légèrement en plongée ou en contre plongée) pour mieux observer certains éléments tels que l'impact ou la déformation. Dans ce cas là, une correction doit être faite en tenant compte de l'angle de prise de vue (figure 4.17). L'observation du patch de plots au centre de la membrane permet de le mesurer. En effet, il est censé être circulaire mais apparaît sous forme d'une ellipse dont les paramètres nous donnent l'angle  $\theta$ . Le grand axe de l'ellipse correspond au diamètre réel du patch ( $D_{\text{Patch}}$ ) et le petit axe de l'ellipse correspond au diamètre apparent  $D_{\text{app}}$ , l'angle vaut alors  $\theta = \arcsin(D_{\text{app}}/D_{\text{Patch}})$ . J'utilise comme mire  $D_{\text{Patch}} = 1 \text{ cm}$  pour les mesures de distances horizontales, telle que le rayon de la goutte. Les distances mesurées selon l'axe vertical, telle que la position de la goutte, doivent quant à elles être corrigées d'un facteur  $1/\cos(\theta)$ .

##### 4.4.5.a Mesure de la déformation

Dans un premier temps, une mesure de la déformation de la membrane à l'aide d'un laser a été envisagée. Cette solution, inspirée de [17, 83], consiste à mesurer la déviation d'un laser réfléchi sur la membrane. Il est en théorie possible de relier cette déviation à la déformation de la membrane. La méthode envisagée ainsi que les limites sont développées dans l'annexe E.

La méthode utilisée est de filmer la membrane légèrement en contre-plongée, il est alors possible d'apercevoir nettement la goutte qui touche et la membrane qui se déforme (figure 4.18.a). La forme de la membrane est repérée à la main en plaçant des points sur la membrane

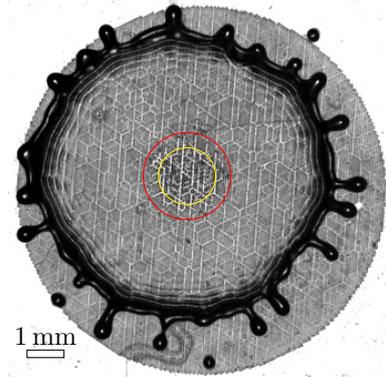


FIGURE 4.16 – Illustration de la mesure d'empalement, en jaune le cercle inscrit à la zone empalée, en rouge le cercle circonscrit. Impact à la vitesse  $U = 2.8 \text{ m s}^{-1}$  sur la membrane M1, image prise 2.2 ms après l'impact.

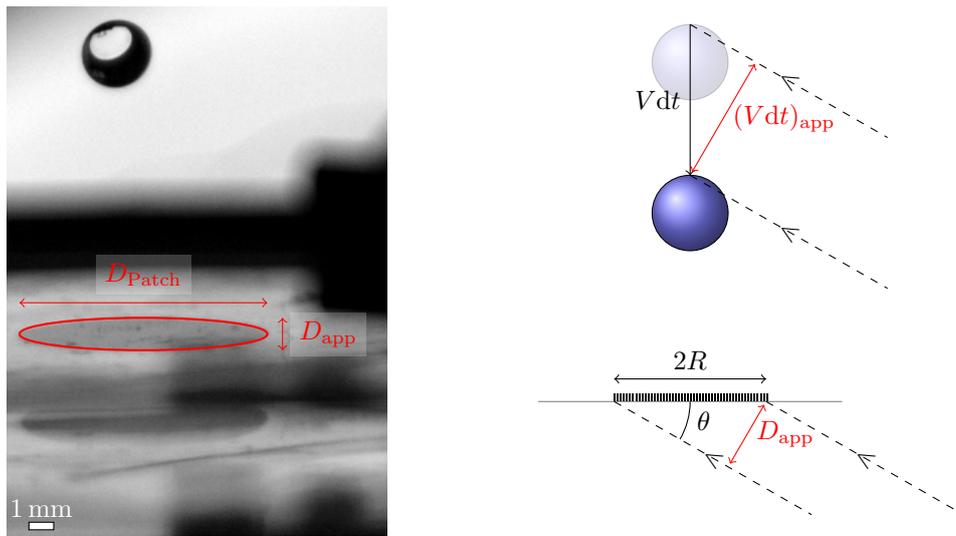


FIGURE 4.17 – Vue en contre plongée de la membrane, le cercle rouge entoure le patch de plots. Illustration de la correction de parallaxe sur certaines vidéos, l’angle de prise de vue  $\theta$  est estimé avec la vision du cercle de plots déformé. Ici  $\theta = 7.57^\circ$ .

déformée sur les images successives de la vidéo (figure 4.18.b). Un ajustement des points placés par une parabole  $Y = A(X - x_0)^2 + \delta$  permet de mesurer la déformation maximale de la membrane  $\delta$  et la courbure locale ; en particulier, la courbure sous la goutte est directement reliée aux paramètres d’ajustement,  $\mathcal{C} = 2A$  (figure 4.18.c).

Sur les premières images ( $t < 0.1$  ms), la courbure semble plus grande que celle la goutte, ce qui n’est évidemment pas possible. L’incertitude sur la mesure étant très importante, nous pouvons en déduire que la courbure sous la goutte est imposée par la goutte elle-même aux premiers instants.

## 4.5 Conclusion

J’ai détaillé dans ce chapitre la fabrication de membranes flexibles micro-texturées super-hydrophobes. Elles ont également été caractérisées à l’aide d’un profilomètre et d’un montage permettant d’étudier leurs propriétés mécaniques.

Dans un second temps, j’ai mis en place une expérience d’impact de gouttes sur de telles surfaces. Nous pouvons alors faire des premières observations : l’empalement des gouttes dans les textures et l’existence de dynamiques couplées (déformations, ondes élastiques, étalement et rebond des gouttes). Dans le chapitre suivant, je vais présenter les résultats des études menées et en particulier l’étude de la transition à l’empalement sur ces systèmes.

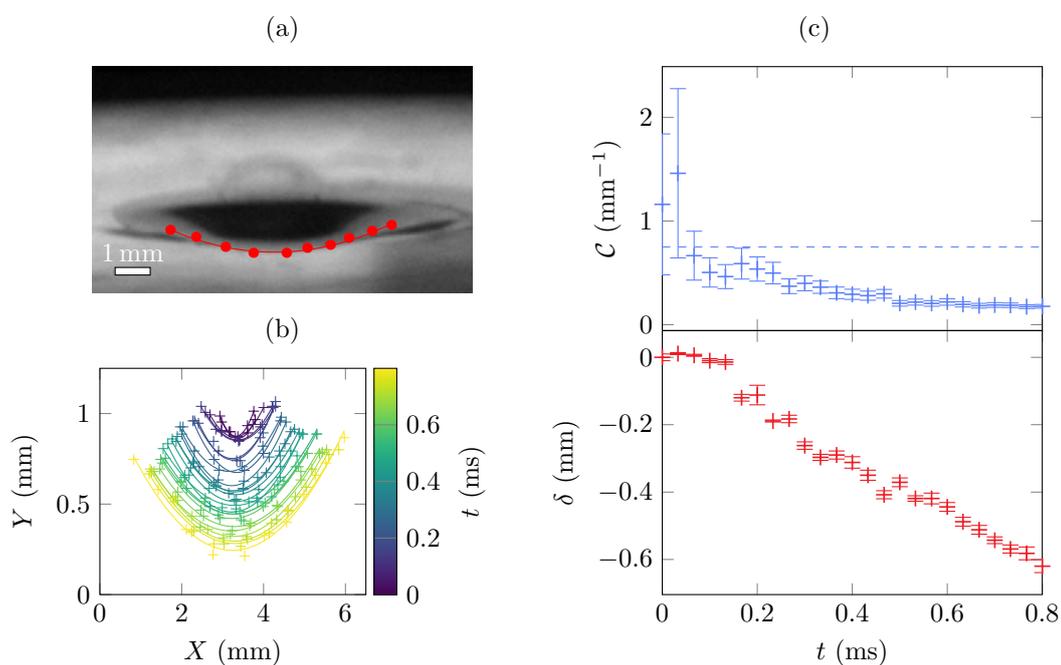


FIGURE 4.18 –  $R_0 = 1.33 \text{ mm}$ ,  $U = 1.53 \text{ ms}^{-1}$ . a) Illustration de la détection de la déformation de la membrane. La courbe pleine correspond à un ajustement des points par une parabole. b) Mesure de la forme de la membrane et ajustement en fonction du temps. c) Courbure  $\mathcal{C}$  et déformation maximale  $\delta$  de la membrane en fonction du temps. La ligne pointillée bleue correspond à la courbure de la goutte.



# Chapitre 5

## Impacts sur des membranes

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>130</b>
5.1.1	Impact sur des substrats texturés et empalement	130
5.1.2	Impact sur des surfaces flexibles	132
5.1.2.a	Impact de billes	132
5.1.2.b	Impact de gouttes	132
5.1.3	Super-hydrophobie et flexibilité	133
<b>5.2</b>	<b>Premières mesures et validation</b>	<b>134</b>
5.2.1	Fonction d'empalement	134
5.2.2	Empalement sur surface solide, validation de l'expérience	135
5.2.2.a	Influence de la taille de la goutte sur l'empalement sur surface solide	135
5.2.2.b	Limites du traitement hydrophobe	136
5.2.2.c	Écart entre les membranes	136
<b>5.3</b>	<b>Décalage de l'empalement entre solide et flexible</b>	<b>137</b>
5.3.1	Mesure du décalage de la transition d'empalement	137
5.3.2	Modification de la fraction solide à l'impact	138
5.3.3	Courbure ou vitesse relative	141
<b>5.4</b>	<b>Modification du coefficient d'empalement</b>	<b>143</b>
<b>5.5</b>	<b>Modélisation du rebond sur une surface flexible</b>	<b>146</b>
5.5.1	Introduction	146
5.5.2	Mise en équation	147
5.5.2.a	Recherche des modes propres	149
5.5.2.b	Coordonnées modales	150
5.5.2.c	Grandeurs observables	150
5.5.3	Résolution numérique	151

## 5. IMPACTS SUR DES MEMBRANES

---

5.5.3.a	Méthode numérique de résolution . . . . .	151
5.5.3.b	Résultats et description des régimes d'impact . . . . .	153
5.5.3.c	Application à une goutte sur une membrane . . . . .	153
5.5.4	Conclusion de la modélisation . . . . .	156
<b>5.6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>157</b>

---

## Notations pour ce chapitre

Notations expérimentales

Grandeur	Symbole	Unité	Expression
Vitesse d'impact	$U$	$\text{m s}^{-1}$	
Rayon de la goutte	$R_0$	m	
Masse volumique	$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	
Vitesse critique d'empalement	$V_c$	$\text{m s}^{-1}$	
Rayon empalé	$R_e$	m	
Surface empalée	$S_e$	$\text{m}^2$	
Surface empalée normalisée	$\tilde{S}_e$	1	$S_e/(\pi R_0^2)$
Coefficient d'empalement	$\mathcal{A}$	1	
Fraction solide, sans courbure	$\Phi_s, \Phi_0$	1	$\Phi_0 = \Phi_s(\mathcal{C} = 0)$
Tension de la membrane	$T_0$	$\text{N m}^{-1}$	
Pression critique, dynamique	$P_c, P_d$	Pa	$P_d \sim \rho U^2$

Notations pour la modélisation

Grandeur	Symbole	Unité	Expression
Vitesse d'impact, de rebond	$U, V_r$	$\text{m s}^{-1}$	
Diamètre de la goutte	$d$	m	
Rayon de la membrane	$a$	m	
Masse volumique*	$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	
Module de Young*	$E$	Pa	
Vitesse de l'onde*	$c$	$\text{m s}^{-1}$	
Fréquence propre*	$f$	Hz	
Énergie cinétique adimensionnée *	$E_c$		
Énergie élastique adimensionnée*	$E_e$		
Rapport de taille	$\lambda$	1	$a/d$
Rapport de masse	$\mu$	1	$\rho_M/\rho_G$
Rapport de vitesse	$\gamma$	1	$c_M/c_G$
Rapport de module de Young	$\Gamma$	1	$E_M/E_G$
Nombre d'onde adimensionné	$K_p$		
Mode propre	$\phi_p$		
Coordonnée modale	$q_p$		
Champ de déformation	$u$		

\* Ces grandeurs sont définies avec un indice  $G$  ou  $M$ , correspondant respectivement à la goutte ou la membrane.

## Notions utiles pour ce chapitre

**Nombres adimensionnés et temps caractéristiques**

Nombre de Reynolds

$$\text{Re} = \frac{UR_0}{\nu} \quad (5.1)$$

Nombre de Weber

$$\text{We} = \frac{\rho R_0 U^2}{\Gamma} \quad (5.2)$$

Temps inertiel

$$\tau_i = \frac{R_0}{U} \quad (5.3)$$

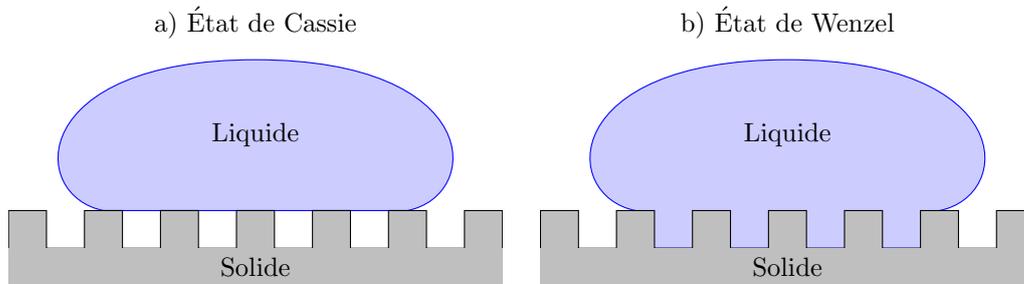
**États de mouillage**

FIGURE 5.1 – Illustrations des états de Cassie (a) et de Wenzel (b).

**Transition Cassie-Wenzel**

Il y a transition, ou empalement, si la pression dans la goutte est supérieure à la pression critique d'empalement. Pour une surface présentant une fraction solide  $\Phi_s$  de plots [4] :

$$P_c = \frac{2\Phi_s}{1 - \Phi_s} |\cos(\theta_a)| \frac{\Gamma}{l} \quad (5.4)$$

**Pression dynamique**

$$P_d \sim \rho U^2 \quad (5.5)$$

Si  $t < \tau_i$  :

$$\frac{P_d(t)}{\rho U^2} \sim \sqrt{\frac{\tau_i}{t}} \quad (5.6)$$

Sinon

$$\frac{P_d(t)}{\rho U^2} \sim \exp\left(-1.55 \frac{t}{\tau_i}\right) \quad (5.7)$$

## Résumé du chapitre 4

### Membranes réalisées

Membrane	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Phi_0$	$T_0$ ( $\text{N m}^{-1}$ )
M1	32	0.40	$1.9 \pm 0.2$
M2	59	0.40	$3.4 \pm 0.4$
M3	57	0.30	$1.7 \pm 0.2$
M5	106	0.30	$8.9 \pm 1.6$
M6	105	0.30	$4.2 \pm 0.3$

TABLE 5.1 – Liste des membranes réalisées, épaisseur  $h$ , fraction solide  $\Phi_0$  à plat et tension  $T_0$ .

### Modification de l'élasticité

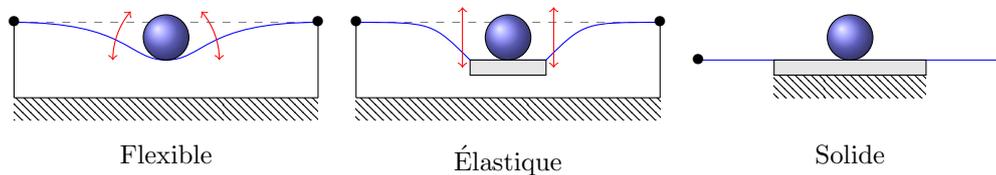


FIGURE 5.2 – Différentes configurations d'une membrane : flexible, élastique sans effet de courbure et solide immobile.

### Montage expérimental

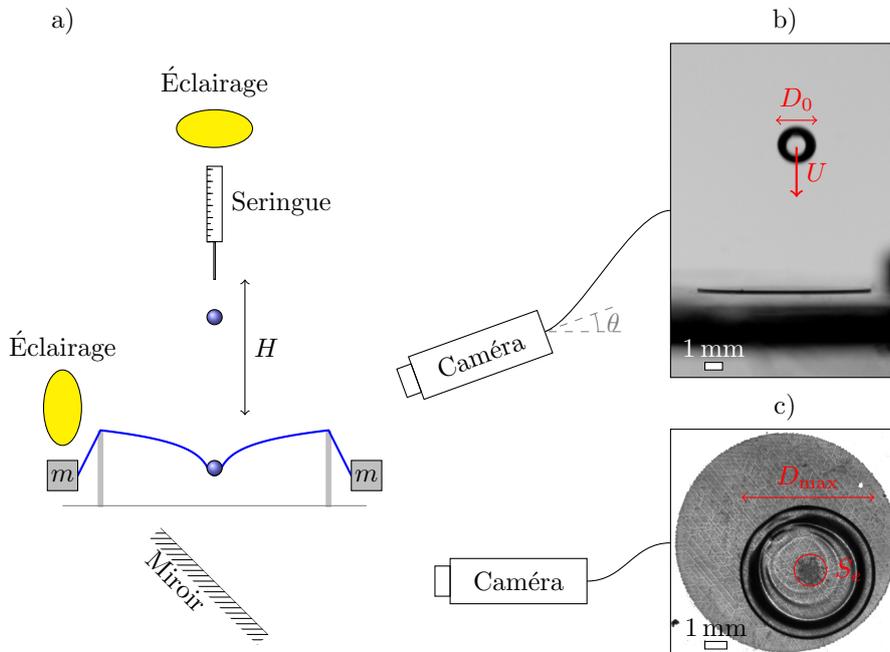


FIGURE 5.3 – a) Schéma du dispositif expérimental. b) Vue de côté, mesure de la taille de la goutte et de la vitesse d'impact  $U$ . c) Vue de dessous, mesure de l'étalement et de l'empalement.

## 5.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre 3 que l'utilisation d'une surface texturée peut modifier l'étalement d'une goutte lors d'un impact. La présence de textures permet d'obtenir une surface super-hydrophobe associée à une diminution de la friction à l'interface liquide-solide. Cependant la surface super-hydrophobe peut perdre ses propriétés (mouillage et friction faibles) lorsque la pression dans le liquide dépasse une pression critique. Une transition Cassie-Wenzel est alors observée, c'est-à-dire que du fluide mouille l'espace entre les textures. Un des objectifs de ma thèse était de fabriquer des surfaces robustes à cette transition. Le chapitre 4 était consacré à la fabrication et à la caractérisation de membranes flexibles et micro-texturées. L'idée est de tirer profit de la flexibilité des membranes pour que les micro-textures se rapprochent à l'impact et réduisent la probabilité d'empalement. Dans ce chapitre, j'étudie l'impact et l'étalement de goutte d'eau sur ces membranes. Le lecteur pourra se référer à la page 129, qui présente les éléments du chapitre 4 indispensables à la bonne compréhension de ce chapitre, tels que le dispositif expérimental ainsi que les méthodes d'analyse.

Au-delà de tester le caractère super-hydrophobe de membranes micro-texturées, ce chapitre s'inscrit dans l'étude plus large des interactions entre goutte, flexibilité et hydrophobie. Cette association est très courante dans la nature, nous pouvons rappeler, par exemple, les feuilles de lotus ou ailes d'insectes [105], qui sont à la fois flexibles et non-mouillantes. Dans la suite, je présente les résultats de la littérature concernant l'empalement sur des substrats texturés. Puis, je présente quelques études qui traitent de l'impact de billes solides ou de gouttes de fluide sur des membranes. Ces études soulignent la complexité du couplage entre la flexibilité de la surface et l'objet impactant.

### 5.1.1 Impact sur des substrats texturés et empalement

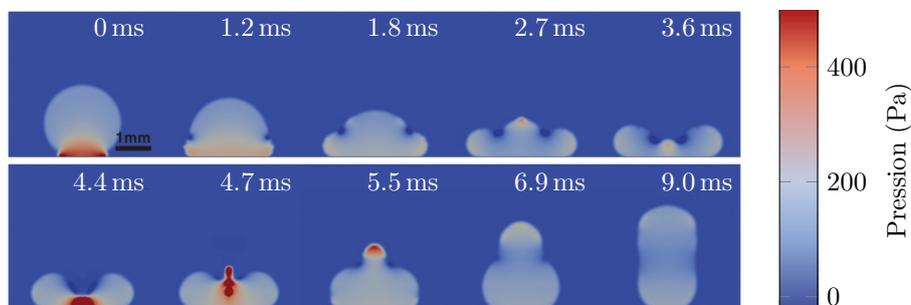


FIGURE 5.4 – Simulation numérique du champ de pression dans la goutte lors d'un impact pour  $U = 0.4 \text{ m s}^{-1}$  (figure issue de [64]).

Lorsqu'une goutte de fluide tombe sur une surface texturée super-hydrophobe, elle s'étale puis se rétracte et peut même rebondir si elle reste dans un état de Cassie durant tout

l'étalement. Dans certains cas, nous observons une transition vers un état de Wenzel partiel, *i.e.* du fluide imprègne localement les textures. Cette transition Cassie-Wenzel a été observée expérimentalement [4, 90, 64] et numériquement [46]. Ces différentes études montrent que la transition a lieu lorsque la pression dynamique  $P_d \sim \rho U^2$ , de l'ordre de  $\sim 1$  kPa, dans le fluide est supérieure à une pression critique d'empalement  $P_c$ . Il est montré qu'à faible vitesse d'impact un second mécanisme d'empalement est possible. Lorsque la goutte se rétracte et rebondit, la pression au sein de celle-ci peut augmenter significativement et également dépasser  $P_c$  (à 4.4 ms sur la figure 5.4) [64]. Pour imprégner la texture, le fluide doit se courber sur une échelle de l'ordre de celle des plots. Il doit donc appuyer sur le substrat avec une pression critique d'empalement,  $P_c$ , qui dépend de la fraction solide de la surface  $\Phi_s$ , de la tension de surface  $\Gamma$  du fluide mais aussi de l'angle de contact. Il est montré que  $P_c$  peut également dépendre de la hauteur des plots lorsqu'ils sont de petite taille [4, 90]. Je n'utiliserai ici que des réseaux hexagonaux de plots cylindriques, l'expression de la pression critique proposée par Denis Bartolo *et al.* [4] est alors :

$$P_c = -4\sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}}\frac{\sqrt{\Phi_s}}{1-\Phi_s}\frac{\Gamma}{D}\cos(\theta), \quad (5.8)$$

avec  $D$  la distance centre à centre des plots. On retrouve bien  $P_c \sim \Gamma/D$ . Avec les membranes réalisées dans mon cas, nous avons également  $P_c \sim 1$  kPa.

Au cours de l'étalement, la pression dynamique  $P_d(t)$  au sein de la goutte diminue. Si celle-ci est initialement et reste supérieure à  $P_c$  pendant une durée  $t_e$ , donnée par  $P_d(t_e) \sim P_c$ , alors il y a empalement pendant cette durée. De plus, le rayon de contact  $R_c$  entre la goutte et la surface évolue comme  $R_c(t) \sim R_0\sqrt{t/\tau_i}$ , le rayon d'empalement est donc donné par  $R_e \sim R_0\sqrt{t_e/\tau_i}$ . Choongyeop Lee *et al.* donne une relation entre le rayon empalé  $R_e$  et la vitesse d'impact  $U$  [64] :

$$\left(\frac{R_e}{R_0}\right)^2 \propto \log\left(\frac{P_d}{P_c}\right) \propto \log\left(\frac{U}{V_c}\right), \quad (5.9)$$

où  $V_c$  est la vitesse d'impact critique à partir de laquelle nous observons de l'empalement, défini par  $V_c \sim \sqrt{P_c/\rho}$ . Cette formule se simplifie dans la limite où la vitesse d'impact est proche de la vitesse critique en [90] :

$$\left(\frac{R_e}{R_0}\right)^2 \propto 1 - \frac{V_c}{U}. \quad (5.10)$$

Ces deux modèles prévoient donc que le rayon de la surface empalée dépend linéairement du rayon de la goutte, mais aussi de l'écart entre la vitesse d'impact et la vitesse critique.

## 5.1.2 Impact sur des surfaces flexibles

### 5.1.2.a Impact de billes

Laurent Courbin *et al.* ont étudié la réponse dynamique d'une membrane lors de l'impact d'une sphère rigide [25]. Quatre régimes d'impact sont identifiés en fonction de la masse  $M^*$  de la membrane et d'une vitesse caractéristique  $V^* = \sigma_0 / \sqrt{E_f \rho_f}$ , avec  $\sigma_0 = T_0 / h_f$ ,  $E_f$ ,  $\rho_f$ ,  $h_f$  et  $T_0$  respectivement la pré-contrainte dans la membrane, le module de Young, la masse volumique de la membrane, son épaisseur et la pré-tension dans cette dernière. Ces quatre régimes sont représentés sur la figure 5.5. Dans les régimes I et II, la déformation de la membrane est proportionnelle à la vitesse d'impact  $U$ , tandis que dans les régimes III et IV, elle est proportionnelle à  $U^{1/2}$ .

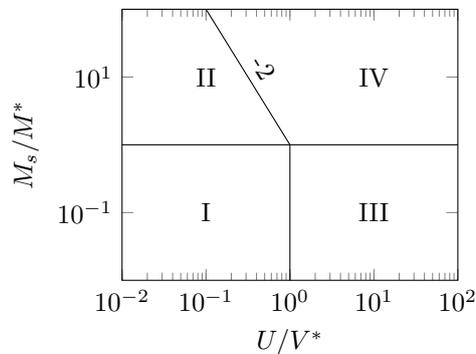


FIGURE 5.5 – Diagramme des différents régimes d'impact.

Dans les quatre régimes, les auteurs estiment que la moitié de l'énergie cinétique de la sphère est transmise à la membrane puis dissipée. Cette étude souligne l'importance des non-linéarités dans la dynamique d'une membrane.

### 5.1.2.b Impact de gouttes

**Influence de la membrane sur la fragmentation :** Rachel Pepper *et al.* ont étudié la fragmentation de gouttes impactant une membrane [83]. Ils montrent que la fragmentation d'une goutte est fortement affectée par la tension de la membrane. Le seuil de vitesse à partir duquel une goutte se fragmente augmente fortement lorsque la tension diminue. Il est même possible de supprimer totalement la fragmentation avec une tension suffisamment faible. Ils proposent un modèle pour expliquer la dépendance entre la vitesse limite de fragmentation et la tension de la membrane, basé sur l'évolution de la pression dans la goutte, les paramètres de la goutte et les interactions entre la goutte et la membrane. Ils soulignent le rôle des premiers instants après l'impact. En effet, l'étude des temps courts montre que c'est à ce moment que les échanges énergétiques ont principalement lieu.

**Temps de contact et rebond de goutte :** Patricia Weisensee et al. ont mis en évidence la complexité du phénomène de rebond d'une goutte sur une membrane flexible [109]. Lors de l'impact, la goutte excite la surface qui oscille. Ils montrent que le temps de contact entre la goutte et la membrane dépend de la fréquence propre de la membrane. Durant la rétraction du fluide, la membrane peut restituer une partie de l'énergie cinétique ce qui réduit le temps de contact et éjecte la goutte par un effet de ressort. Ils mettent ainsi en évidence l'importance des oscillations du système dans l'interaction entre une goutte et le substrat.

Plus récemment, Pierre Chantelot *et al.* ont effectué des impacts de gouttes enrobées sur des membranes de PDMS d'une épaisseur de 20  $\mu\text{m}$  [17]. Ils observent une réduction du temps de contact entre le fluide et la surface de 70 % par rapport à une surface non déformable. Le couplage entre la membrane et la goutte est modélisé par une association d'un double système masse-ressort. Le temps de contact est proportionnel à  $f^{-1}$ ,  $f$  étant la moyenne géométrique des fréquences d'oscillation de la membrane  $f_m$  et de la goutte  $f_g$ ,  $f = \sqrt{f_m f_g}$ .

### 5.1.3 Super-hydrophobie et flexibilité

Plusieurs études récentes montrent que la flexibilité d'une surface améliore son caractère super-hydrophobe et en particulier sa résistance à l'empalement.

Thomas Vasileiou *et al.* [105] ont effectué des impacts de fluides sur des surfaces super-hydrophobes rigides et flexibles. Dans le cas d'une surface flexible, la probabilité d'empalement est réduite de 58 % par rapport au cas rigide pour une même vitesse d'impact. L'explication apportée est que la surface est légèrement mise en mouvement avant l'impact. La vitesse relative entre la goutte et le substrat est plus faible, ce qui diminue la pression dynamique lors de l'impact. Un nombre de Weber effectif est alors introduit pour quantifier ce décalage de vitesse :

$$\text{We}_m = \text{We} \left( 1 - \frac{m_g}{m_s - m_g} \right)^2, \quad (5.11)$$

avec  $m_g$  la masse de la goutte et  $m_s$  la masse effective de la surface dépendant de sa masse surfacique et de sa rigidité. Lorsque la surface est rigide, nous avons  $m_s \rightarrow \infty$  et donc  $\text{We}_m = \text{We}$ , le nombre de Weber effectif correspond au nombre de Weber réel.

Plus récemment, Hu *et al.* ont effectué des impacts sur des surfaces texturées élastiques [45]. Bénéficiant des avancées en micro-fabrication, ils ont pu fabriquer des surfaces composées de « champignons » d'une hauteur de 100  $\mu\text{m}$  dont le pied est un ressort (figure 5.6). Ce n'est donc pas le substrat qui est élastique mais uniquement les textures. Ils observent également un décalage de l'empalement : lorsque les champignons sont rigides l'empalement a lieu à partir de  $\text{We} > 12$ , lorsqu'ils sont élastiques, cette limite est repoussée à  $\text{We} = 20$ .

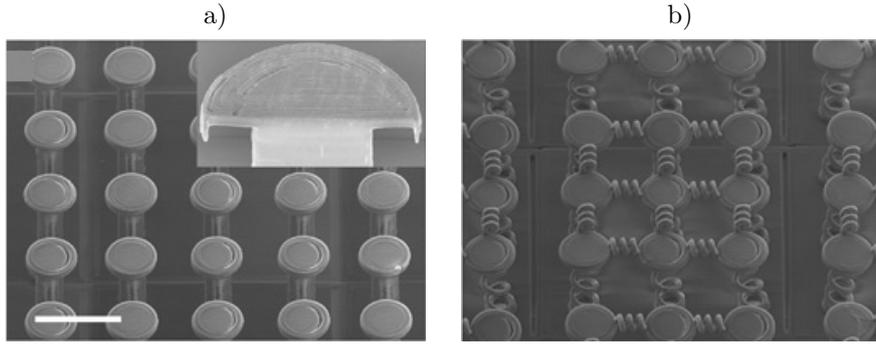


FIGURE 5.6 – Image de plots « champignons » rigides (a) et avec un pied élastique (b). Barre d'échelle 100  $\mu\text{m}$ . Images issues de [45].

## 5.2 Premières mesures et validation

### 5.2.1 Fonction d'empalement

Je présente dans cette partie les premières mesures d'empalement effectuées à l'aide du dispositif détaillé dans le chapitre précédent. Après une longue mise au point du protocole de fabrication des membranes, c'est sur la membrane notée **M1** que j'ai pu observer l'empalement ainsi que l'effet de la flexibilité pour la première fois durant ma thèse. C'est donc naturellement que j'utilise ces premières mesures pour présenter la fonction d'empalement et décrire les effets observés.

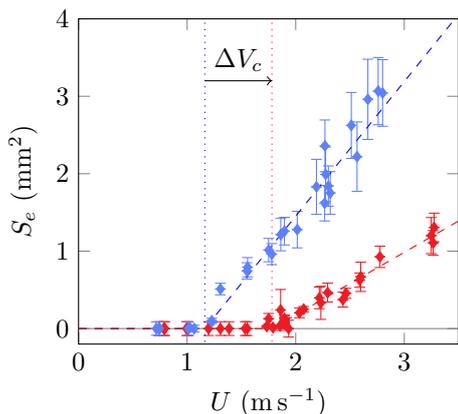
La figure 5.7 présente la surface empalée  $S_e$  en fonction de la vitesse d'impact  $U$  mesurée pour deux configurations différentes (membrane flexible et solide), chaque point correspondant à un impact. Nous pouvons faire deux observations.

- Il existe deux régimes : à faible vitesse il n'y a pas d'empalement, à haute vitesse la surface empalée est proportionnelle à la vitesse.
- La vitesse critique  $V_c$  entre les deux régimes n'est pas la même lorsque la membrane est flexible (en rouge) et solide (en bleu), la pente à grande vitesse semble aussi dépendre de la configuration de la membrane.

Pour quantifier ces observations, je définis la fonction d'empalement comme suit :

$$\tilde{S}_e(U) = \begin{cases} 0 & \text{si } U \leq V_c \\ \frac{\mathcal{A}}{V_c}(U - V_c) & \text{si } U \geq V_c \end{cases} \quad (5.12)$$

Avec  $\tilde{S}_e$  la surface empalée adimensionnée par la surface de la goutte  $\pi R_0^2$ . Cette définition permet d'une part d'ajuster correctement mes données et d'autre part d'être en accord avec les observations faites par Mathilde Reyssat (équation 5.10) dans la limite où  $U \sim V_c$ . Les résultats de l'ajustement des données sur la membrane **M1** présentées sur la figure 5.7 avec l'équation 5.12 sont donnés dans le tableau sur cette même figure.



	$V_c$ (m s <sup>-1</sup> )	$\mathcal{A}$
Flexible	$1.79 \pm 0.03$	$0.41 \pm 0.03$
Solide	$1.16 \pm 0.05$	$0.57 \pm 0.05$

FIGURE 5.7 – Surface empalée  $S_e$  en fonction de la vitesse d’impact  $U$  pour la membrane M1, en configuration flexible (en rouge) et en configuration solide (en bleu). Résultat de l’ajustement avec l’équation 5.12. Taille de goutte  $R_0 = 1.07 \pm 0.03$  mm.

Dans la suite de ce chapitre, je cherche à déterminer les paramètres dont dépendent  $V_c$  et  $\mathcal{A}$ .

## 5.2.2 Empalement sur surface solide, validation de l’expérience

L’objectif de cette section est de vérifier la validité de mes mesures et les limites éventuelles. Dans un premier temps, je cherche à retrouver les observations précédemment faites sur surface solide [4, 90]. Dans un second temps, je vérifie l’homogénéité du revêtement Glaco ainsi que sa tenue dans le temps. Pour finir, je quantifie la variabilité d’une membrane à l’autre, en configuration solide, deux membranes ayant la même fraction solide doivent donner les mêmes résultats.

### 5.2.2.a Influence de la taille de la goutte sur l’empalement sur surface solide

Lors d’un impact sur une surface texturée non déformable, les études antérieures prévoient que la vitesse critique ne dépend pas de la taille de goutte et que la surface empalée normalisée  $\tilde{S}_e = S_e/(\pi R_0^2)$  ne dépend que de la vitesse d’impact [4, 90]. Dans cette partie, je souhaite vérifier que nos membranes, en configuration **solide**, vérifient bien ces résultats.

La figure 5.8.a représente la surface empalée normalisée  $\tilde{S}_e$  en fonction de la vitesse d’impact  $U$  pour quatre tailles de gouttes différentes sur une même membrane (M2 solide). Comme nous pouvons l’observer, la vitesse critique ne semble pas dépendre de la taille de la goutte. Les écarts observés sont inclus dans les barres d’erreur. La dépendance de la surface normalisée  $\tilde{S}_e$  en vitesse  $U$  est la même pour toutes les tailles de gouttes aux incertitudes près. Les points autour de  $U = 1.5$  m s<sup>-1</sup> sont assez dispersés mais ceci peut s’expliquer par les défauts de traitement. Lorsque la membrane est en configuration solide, nous retrouvons donc bien les observations de la littérature.

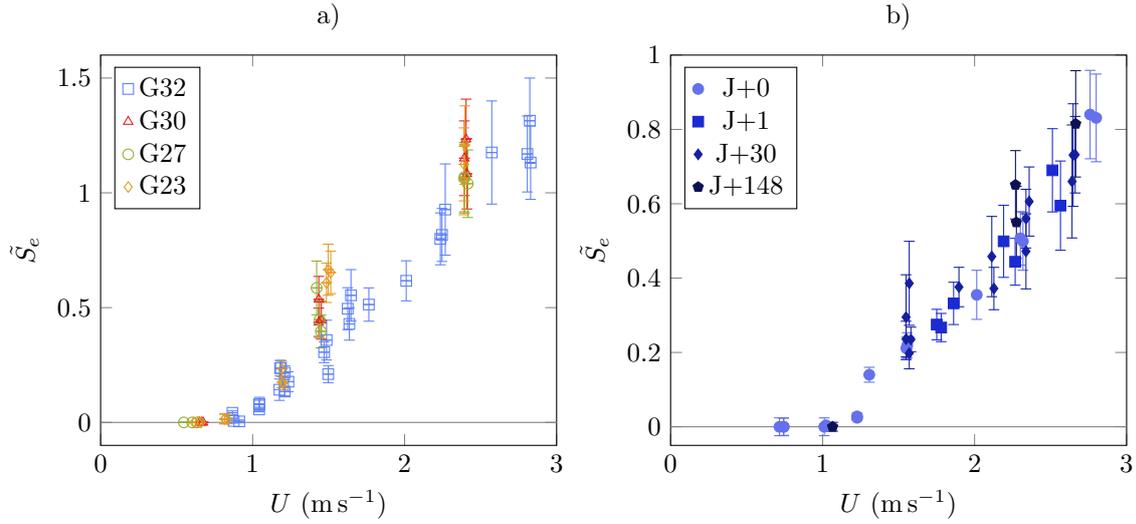


FIGURE 5.8 – a) Surface empalée normalisée  $\tilde{S}_e$  en fonction de la vitesse d’impact  $U$  pour quatre tailles de gouttes différentes. Bleu : Canule G32  $R_0 = 1.05 \pm 0.01$  mm, rouge : G30  $R_0 = 1.09 \pm 0.01$  mm, vert : G27  $R_0 = 1.22 \pm 0.04$  mm, orange : G23  $R_0 = 1.36 \pm 0.03$  mm. Impacts sur la membrane M2. b) Tenue du Glaco dans le temps sur la membrane M1, la nuance de bleu indique la durée en jour depuis la fabrication de la membrane.

### 5.2.2.b Limites du traitement hydrophobe

Sur une même membrane, les différents impacts sont parfois réalisés à plusieurs semaines d’écart. La membrane a pu s’abîmer au cours du temps ou être contaminée par des poussières. J’ai donc testé la résistance du Glaco dans le temps, mais aussi après un grand nombre d’impacts.

La figure 5.8.b regroupe l’ensemble des impacts effectués sur la membrane M1 en configuration solide. C’est la membrane la plus ancienne, donc la plus à même d’être utilisée pour cette étude. Nous constatons qu’il n’y a pas d’écart significatif entre les différentes séries de courbes. Le traitement effectué est donc robuste dans le temps, en effet 148 jours séparent la série la plus ancienne et la plus récente. De plus ces quatre séries d’impacts regroupent plus de 150 impacts, effectués sur pratiquement toute la surface du patch de plots. Cette étude montre donc que le traitement est homogène car aucune zone de patch ne présente un empalement significativement différent du reste.

### 5.2.2.c Écart entre les membranes

Chaque membrane possède ses propres défauts de fabrication. Il est donc légitime de se demander quelle est l’influence de ces défauts d’une membrane à l’autre sur les résultats observés. Il est attendu que, sur une surface solide, la transition d’empalement ne dépende que de la géométrie des plots. En théorie, deux membranes ayant été fabriquées avec la même géométrie auront les mêmes propriétés d’empalement en configuration solide.

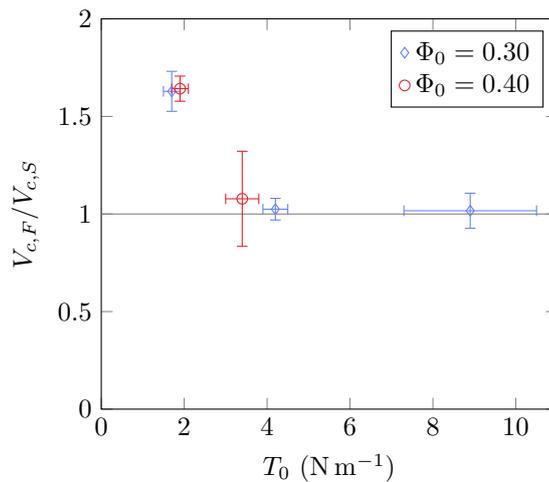


FIGURE 5.9 – Rapport des vitesses critiques sur flexible  $V_{c,F}$  et solide  $V_{c,S}$  en fonction de la tension  $T_0$ .

La figure 5.10 présente les résultats de l'empalement sur les cinq membranes réalisées en configuration solide (en rouge). Les résultats de l'ajustement avec la fonction d'empalement (équation 5.12) sont reportés dans le tableau 5.2. Des écarts importants existent entre les membranes d'une même fraction solide. Cependant, nous pouvons émettre plusieurs réserves, l'incertitude donnée correspond à l'incertitude sur les paramètres d'ajustement. Au vu des grandes barres d'erreur et du nombre de points assez faible, les écarts observés pour la vitesse critique ne sont sans doute pas significatifs même si les incertitudes ne se recoupent pas.

Dans tous les cas, l'ensemble des écarts observés sont attribués aux défauts de photolithographie et du traitement au Glaco qui diffèrent d'une membrane à l'autre.

## 5.3 Décalage de l'empalement entre solide et flexible

### 5.3.1 Mesure du décalage de la transition d'empalement

Comme nous l'avons vu, il y a empalement sur les membranes lorsque la vitesse dépasse une vitesse critique  $V_c$ , de l'ordre de  $1 \text{ ms}^{-1}$  pour mes membranes. Cette vitesse critique dépend de la configuration de la membrane. Je cherche dans cette partie à quantifier et à expliquer cette différence. La figure 5.10 présente la surface empalée normalisée en fonction de la vitesse d'impact pour différentes membranes. Les configurations utilisées sont **solide** (en rouge) et **flexible** (en bleu). Les données sont ajustées avec la fonction d'empalement (équation 5.12) et les résultats sont reportés dans le tableau 5.2. La figure 5.9 présente le rapport des vitesses critiques sur flexible  $V_{c,F}$  et solide  $V_{c,S}$  en fonction de la tension  $T_0$ . Nous pouvons constater que l'écart diminue lorsque la membrane est plus tendue. À partir d'une tension de  $T_0 \simeq 5 \text{ N m}^{-1}$ , l'effet de décalage de vitesse n'est plus visible, seul le coefficient d'empalement  $\mathcal{A}$  est modifié.

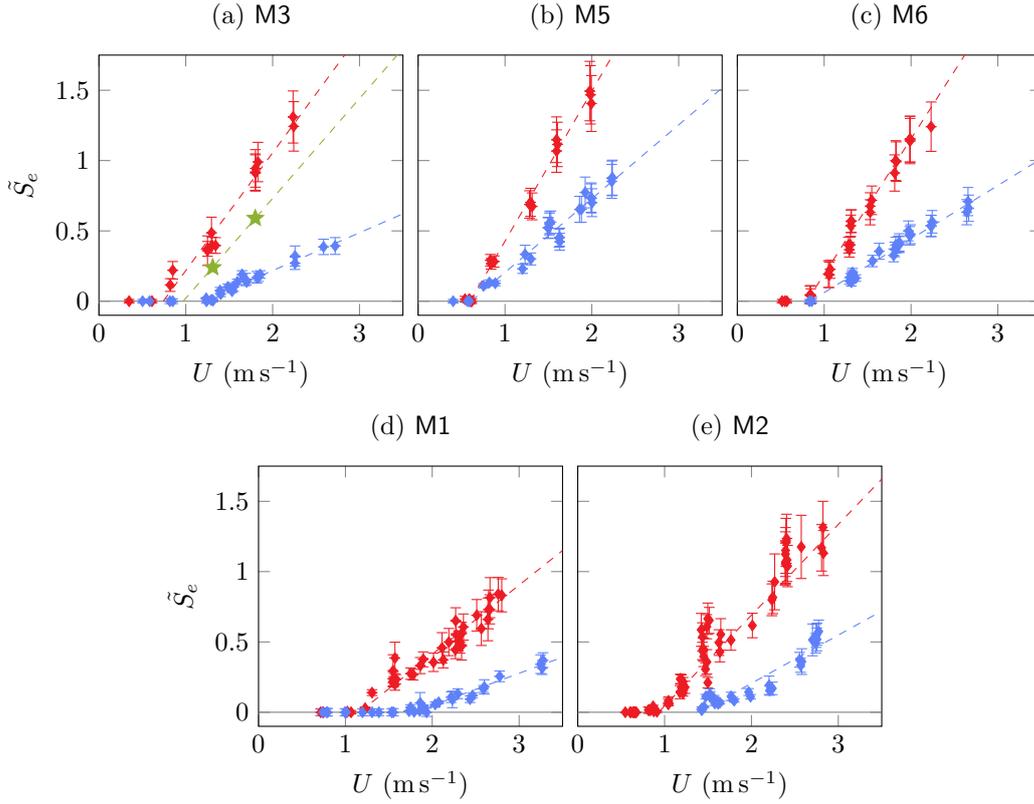


FIGURE 5.10 – Surface empalée normalisée  $\tilde{S}_e$  en fonction de la vitesse d’impact  $U$  pour les cinq membranes, en configuration solide (en rouge) et en configuration flexible (en bleu). Les étoiles vertes sur le graphique (a) correspondent aux résultats en configuration élastique.

Il est attendu que la flexibilité retarde l’empalement. Une explication apportée pour l’expliquer est qu’une partie de l’énergie cinétique est transmise à la membrane ce qui réduit la vitesse relative entre la goutte et la surface [105]. Je suppose ici que le rapprochement des micro-textures permet également d’augmenter la robustesse à l’empalement. En effet, les plots, en se rapprochant, réduisent la fraction solide et donc augmentent la pression critique d’empalement. Je souhaite estimer l’importance de ces deux phénomènes, d’une part les effets de courbure (de modification de la fraction solide) et d’autre part les effets d’élasticité (de vitesse relative).

### 5.3.2 Modification de la fraction solide à l’impact

Lorsqu’une surface flexible texturée de fraction solide initiale  $\Phi_0$  (lorsqu’elle est plane,  $\mathcal{C} = 0$ ) est courbée avec une courbure  $\mathcal{C} \neq 0$ , sa fraction solide est modifiée selon la loi :

$$\Phi_s(\mathcal{C}) = \Phi_0 (1 + h_{\text{plot}}\mathcal{C})^2 . \quad (5.13)$$

avec  $h_{\text{plot}}$  la hauteur des plots, et en prenant la courbure  $\mathcal{C}$  seulement dans un plan,  $\mathcal{C} = R_0^{-1}$ . La figure 5.11 représente la fraction solide en fonction du rayon de courbure. Cette loi est

$\Phi_0$	Membrane	Configuration	$V_c$ (m s <sup>-1</sup> )	$\mathcal{A}$
0.40	M1	Solide	$1.09 \pm 0.05$	$0.50 \pm 0.04$
		Flexible	$1.79 \pm 0.03$	$0.41 \pm 0.02$
0.40	M2	Solide	$0.86 \pm 0.04$	$0.58 \pm 0.04$
		Flexible	$1.40 \pm 0.06$	$0.48 \pm 0.05$
0.30	M3	Solide	$0.70 \pm 0.04$	$0.63 \pm 0.04$
		Flexible	$1.19 \pm 0.03$	$0.32 \pm 0.02$
0.30	M5	Solide	$0.60 \pm 0.02$	$0.64 \pm 0.03$
		Flexible	$0.61 \pm 0.06$	$0.33 \pm 0.04$
0.30	M6	Solide	$0.81 \pm 0.02$	$0.77 \pm 0.04$
		Flexible	$0.84 \pm 0.04$	$0.32 \pm 0.03$

TABLE 5.2 – Vitesse critique  $V_c$  et coefficient d'empalement  $\mathcal{A}$  pour les différentes membranes. Valeurs obtenues par ajustement des courbes de la figure 5.10.

une limite dans le cas où  $h_{\text{plot}}$  est petit devant le rayon de courbure, ce que nous supposons ici. Comme il n'est pas possible d'avoir  $\Phi_s > 1$ , il existe une courbure limite donnée par  $\mathcal{C}_c h_{\text{plot}} = \Phi_0^{-1/2} - 1$ . Pour les membranes utilisées, le rayon de courbure limite est une à deux fois supérieur à la hauteur des plots. Nous n'atteindrons donc jamais cette limite, repérée par la zone hachurée sur la figure 5.11.

Lors d'un impact, la courbure de la membrane est limitée par la courbure de la goutte. Les gouttes utilisées ont un rayon de l'ordre de 1 mm et  $h_{\text{plot}} = 120 \mu\text{m}$ , la gamme des courbures accessibles est donc  $R_c/h_{\text{plot}} > 10$ . Cette limite est repérée par la ligne grise verticale sur la figure 5.11.

La figure 5.12 présente la courbure mesurée pour différentes membranes. Nous pouvons constater que la courbure aux temps courts ( $t < 0.1$  ms) est toujours égale à la courbure de la goutte. Pour les membranes utilisées  $h_{\text{plot}} = 120 \pm 2 \mu\text{m}$ , nous avons donc  $\Phi_s(\mathcal{C} \sim R_0^{-1}) \simeq 1.25\Phi_0$  pour  $R_0 \simeq 1$  mm. Pour la membrane M5, qui est celle avec la plus grande tension  $T_0$ , l'onde transverse semble se propager plus rapidement, si bien que cette observation des temps courts n'est plus possible, il semble que la courbure est toujours inférieure à celle de la goutte.

À partir de l'expression de la pression critique (équation 5.8) et en posant  $V_c \sim \sqrt{P_c/\rho}$ , nous obtenons un décalage pour la vitesse :

$$\frac{V_{c,F}}{V_{c,S}} = \sqrt{\frac{1 - 1.25\Phi_0}{\sqrt{1.25}(1 - \Phi_0)}} \simeq 1.12, \quad (5.14)$$

pour  $\Phi_0 = 0.3$ , avec  $V_{c,S}$  et  $V_{c,F}$  respectivement la vitesse critique d'empalement sur solide et flexible. Un ajustement avec les points expérimentaux sur la membrane M3 donne comme vitesse critique en configuration solide  $V_{c,S,\text{exp}} = 0.74 \pm 0.04$  m s<sup>-1</sup> (figure 5.10.a). L'application de cette formule nous donne une vitesse estimée de  $V_{c,F} = 0.83 \pm 0.05$  m s<sup>-1</sup> en configuration

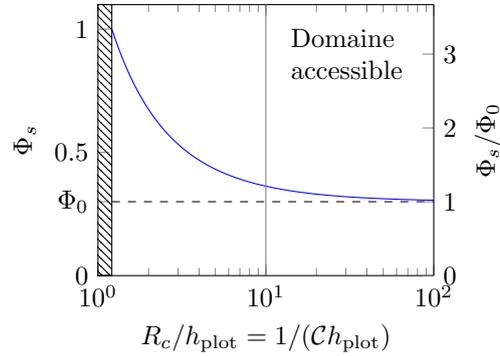


FIGURE 5.11 – Fraction solide  $\Phi_s$  en fonction du rayon de courbure  $R_c$  pour  $\Phi_0 = 0.3$ . La zone hachurée correspond au cas non physique où  $\Phi_s > 1$ .

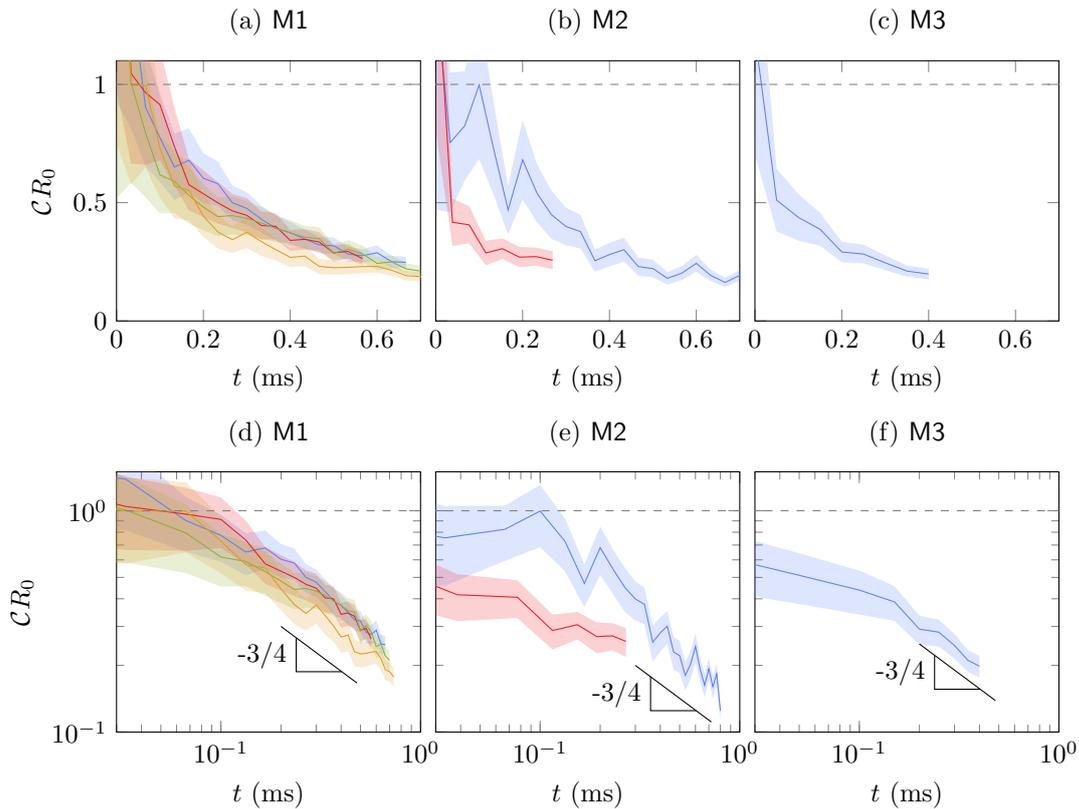


FIGURE 5.12 – Courbure normalisée par le rayon  $R_0$ . a) Membrane M1 pour quatre tailles de goutte différentes ( $R_0 = 1.33$  mm en bleu,  $R_0 = 1.21$  mm en rouge,  $R_0 = 1.07$  mm en vert et  $R_0 = 0.99$  mm en orange), chaque série correspond à une moyenne sur trois impacts. b) Membrane M2 pour deux vitesses d'impact ( $U = 2.75$  m s $^{-1}$  en rouge et  $U = 1.47$  m s $^{-1}$  en bleu), chaque courbe correspond à un seul impact,  $R_0 = 1.01$  mm. c) Membrane M3 pour  $U = 1.80$  m s $^{-1}$  et  $R_0 = 1.04$  mm. Les graphiques d), e) et f) correspondent aux mêmes graphiques mais en échelle log-log.

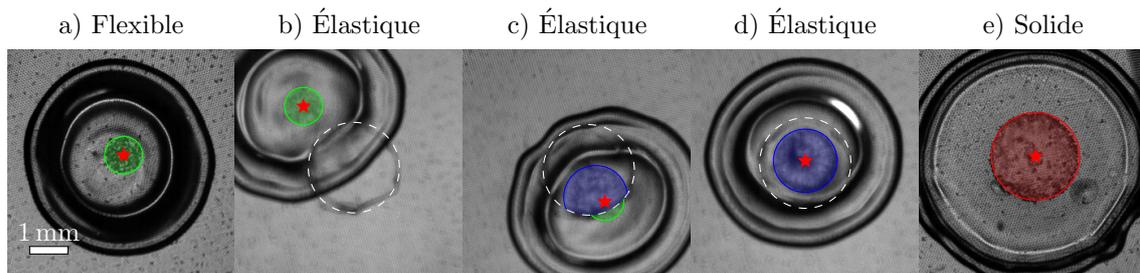


FIGURE 5.13 – Illustration de l'empalement sur la membrane M3 pour  $U = 1.80 \pm 0.06 \text{ m s}^{-1}$  dans différentes configurations : flexible (a), élastique (b, c, d) et solide (e). Les surfaces vertes, bleues et rouge correspondent respectivement à la surface empalée sur flexible, élastique et solide. Les étoiles rouges correspondent à la position de l'impact. Le cercle blanc en pointillé indique la position de la pastille.

flexible. Je mesure expérimentalement  $V_{c,F,\text{exp}} = 1.19 \pm 0.03 \text{ m s}^{-1}$ .

La modification de la fraction solide sous l'effet de courbure ne permet d'expliquer qu'une partie du retard à l'empalement. L'effet de vitesse relative à l'impact proposé par [105] doit donc aussi être pris en compte.

### 5.3.3 Courbure ou vitesse relative

Pour dissocier les effets de courbure et de vitesse relative, j'utilise une petite pastille de verre collée sous la membrane, comme présenté au chapitre précédent dans la section 4.4.2. Cette pastille empêche la flexion de la membrane sous la goutte, il n'y a donc pas de modification de la fraction solide. Je parle alors de configuration **élastique**.

La pastille est une lamelle de microscope découpée. Elle a une surface de  $3.82 \pm 0.02 \text{ mm}^2$ ,  $m_{\text{pastille}} = 1.3 \pm 0.1 \text{ mg}$ , sa masse surfacique est de  $\mu_{\text{pastille}} = 0.34 \pm 0.03 \text{ kg m}^{-2}$ . Elle est repérée par un cercle blanc en pointillé sur la figure 5.13. Elle ne couvre donc pas toute la surface du patch de plots. Plusieurs situations sont alors observées, elles impliquent toutes un empalement différent :

- Si la goutte impacte au centre de la pastille (figure 5.13.d), l'empalement est maximal mais toujours inférieur à ce qui est observé en configuration solide (figure 5.13.e).
- Si la goutte impacte à côté de la pastille, donc sur une partie flexible (figure 5.13.b), l'empalement est identique au cas où il n'y a pas de pastille (figure 5.13.a).
- Si la goutte impacte à la frontière de la pastille (figure 5.13.c), l'empalement a principalement lieu sur la zone non flexible, ce qui donne une surface empalée intermédiaire entre la configuration flexible et la configuration élastique.

Plus quantitativement, la figure 5.14 présente la surface empalée normalisée  $\tilde{S}_e$  en fonction de la distance entre le point d'impact et le centre de la pastille, pour deux vitesses d'impact ( $U = 1.31 \pm 0.02 \text{ m s}^{-1}$  et  $U = 1.80 \pm 0.06 \text{ m s}^{-1}$ ). Nous retrouvons les observations faites

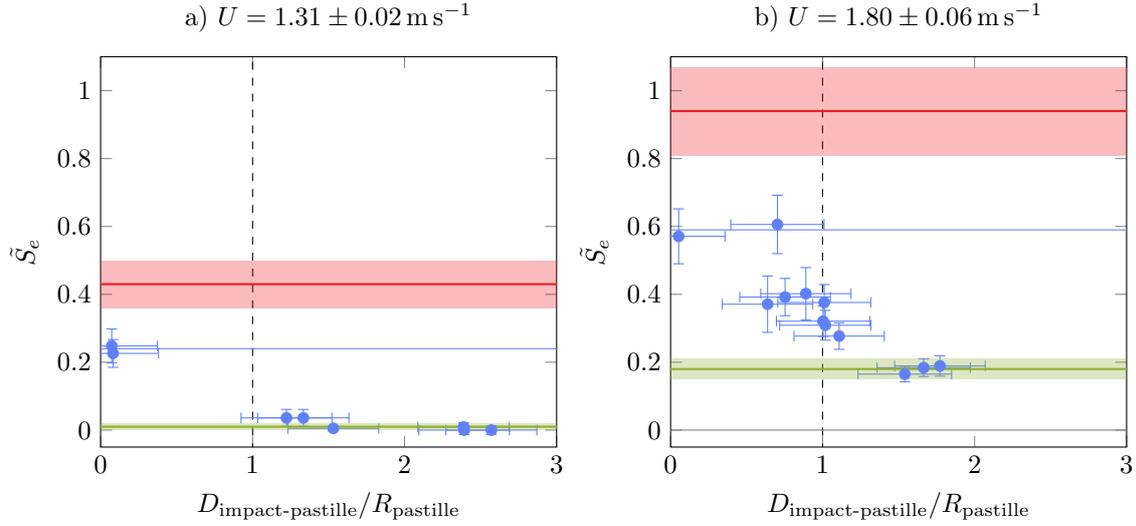


FIGURE 5.14 – Surface d’empalement normalisée  $\tilde{S}_e$  en fonction de la distance entre le point d’impact et le centre de la pastille. Les distances sont normalisées par la taille de la pastille, la ligne pointillée verticale correspond donc à la limite de la pastille. Les lignes horizontales vertes et rouges correspondent à la surface d’empalement moyenne respectivement en configuration flexible et solide, le rectangle de couleur identique représente l’écart-type. La ligne bleue horizontale correspond à l’empalement moyen au centre de la pastille.

précédemment. En particulier, lorsque l’impact a lieu au centre de la pastille, l’empalement est maximal mais inférieur à la configuration solide. La valeur moyenne de l’empalement lors d’impacts au centre de la pastille est indiquée par un trait bleu horizontal sur la figure 5.14. Les deux valeurs obtenues sont reportées sur la figure 5.10.a (repérées par les étoiles vertes).

J’explique la différence d’empalement entre la configuration solide et la configuration élastique par un effet de vitesse relative entre la membrane et la goutte. Comme expliqué par Vasileiou *et al.* [105], la membrane est mise en mouvement à l’approche ou lors du contact, la vitesse d’impact est alors plus faible ce qui limite l’empalement. La différence entre la configuration flexible et la configuration élastique est quant à elle attribuée uniquement à l’effet de courbure.

L’extrapolation des deux points (à  $U = 1.31$  et  $1.80 \text{ m s}^{-1}$ ) permet d’estimer une vitesse critique d’empalement en présence de la pastille de  $V_{c,E} \simeq 0.97 \text{ m s}^{-1}$ . Cette estimation est grossière mais donne bien une vitesse critique intermédiaire entre la configuration solide et flexible. En supposant que l’effet de courbure et l’effet d’élasticité s’additionnent, il est possible d’appliquer la relation entre les vitesses critiques 5.14 au cas avec pastille :

$$\frac{V_{c,F,\text{th}}}{V_{c,E,\text{th}}} \simeq 1.12, \quad (5.15)$$

pour  $\Phi_0 = 0.3$ , avec  $V_{c,S}$  et  $V_{c,E}$  respectivement la vitesse critique d’empalement sur solide et élastique. J’obtiens une vitesse critique théorique sur flexible de  $V_{c,F,\text{th}} \simeq 1.1 \text{ m s}^{-1}$ , ce qui

est plus proche de la valeur mesurée expérimentalement.

Pour finir, l'ajout de la pastille modifie la masse de la membrane et donc son inertie. Nous pouvons légitimement nous demander quelle est l'influence de la masse ajoutée par la pastille sur le phénomène observé. Aux premiers instants après l'impact, la goutte met en mouvement la membrane sur une surface de l'ordre de  $\sim \pi R_0^2$ . La masse surfacique de la membrane est quant à elle de  $\mu_{\text{membrane}} \simeq \rho_{\text{PDMS}}(h + \Phi_0 h_{\text{plot}}) \simeq 0.1 \text{ kg m}^{-2}$ . L'effet de masse ajoutée est donc de l'ordre de :

$$\frac{m_{\text{pastille}}}{4/3\pi\rho R_0^3 + \pi R_0^2\mu_{\text{membrane}}} \simeq 30 \%. \quad (5.16)$$

La masse ajoutée au système est du même ordre que les masses déjà présentes, j'attends un effet de l'inertie d'environ 30 %, ce que nous allons tester expérimentalement.

La figure 5.15.a présente la déformation  $\delta(t)$  de la membrane en configuration élastique et flexible. La dynamique de la membrane semble identique dans les deux cas. De plus, la figure 5.17 présente le rayon d'étalement  $R(t)$  dans la configuration flexible et élastique. L'évolution du rayon est similaire dans les deux cas, principalement aux temps courts ( $t < 1 \text{ ms}$ ) durant lesquels l'empalement a lieu. La présence de la pastille influence donc peu l'étalement de la goutte et la position  $\delta(t)$  de la membrane et donc l'ensemble de la dynamique de l'ensemble membrane-goutte.

Nous pouvons donc supposer que l'ajout de la pastille augmente la masse et l'inertie de la membrane mais assez faiblement pour ne pas modifier significativement la dynamique. Les écarts observés entre l'empalement en configuration flexible et élastique ne sont donc pas expliqués par une inertie du système différente. Nous pouvons les attribuer à la flexibilité et l'effet de courbure.

## 5.4 Modification du coefficient d'empalement

Le décalage de la vitesse critique d'empalement est donc justifié par un effet de la courbure aux temps courts et par la flexibilité de la membrane. Une autre observation que nous pouvons faire à partir de la figure 5.10 et des résultats donnés dans le table 5.2 est que le coefficient d'empalement  $\mathcal{A}$  dépend également de la configuration de la courbure. Il est plus faible en configuration flexible que solide. En d'autres termes, l'empalement augmente moins vite avec la vitesse en configuration flexible que solide. J'apporte ici un argument simple pour justifier ces observations. Les études précédentes obtiennent une loi d'échelle donnant la surface empalée en fonction de la vitesse d'impact (équations 5.10 et 5.9) en définissant un temps d'empalement  $t_e$ , tel que  $P_d(t_e) \sim P_c(t_e)$ . Le rayon d'empalement est alors donné par le rayon de contact à l'instant  $t_e$  [90, 64]. Une diminution de la surface empalée pour une même vitesse peut donc être attribuée à une diminution de la durée  $t_e$  et/ou à une vitesse

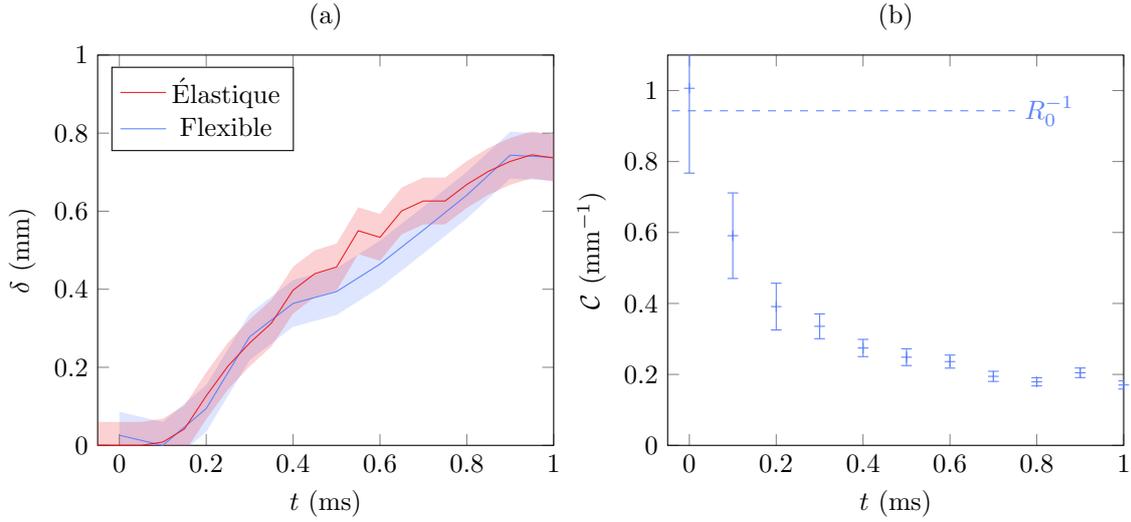


FIGURE 5.15 – a) Position de la membrane avec (élastique, rouge) et sans pastille (flexible, bleu) en fonction du temps. b) Courbure  $\mathcal{C}(t)$  de la membrane. La ligne en pointillé indique la courbure maximale  $\mathcal{C} = R_0^{-1}$ .  $R_0 = 1.06$  mm,  $U = 1.80 \pm 0.06$  m s $^{-1}$ .

d'étalement plus faible.

**Diminution de  $t_e$  :** Ce temps  $t_e$  est réduit si la pression d'empalement est plus importante donc si la membrane est courbée. Nous allons donc caractériser l'évolution temporelle de la courbure. Soit  $r_g(t)$  le rayon de la goutte dans le plan de la membrane (en  $z = 0$ ), et  $r_m(t)$  la position de l'onde transverse à l'instant  $t$  (figure 5.16.a). Nous avons d'une part  $r_m(t) = V_{\text{onde}}t$  et d'autre part  $r_g(t) \simeq \sqrt{2R_0\delta(t)}$ . Pour simplifier le problème, je suppose que la déformation  $\delta$  de la membrane ne dépend pas du temps et d'autres paramètres, et je pose  $\delta \sim R_0$ . J'introduis un temps caractéristique du système traduisant le couplage entre la goutte et la membrane  $\tau_{\text{mem}} = R_0/V_{\text{onde}}$ . Lorsque  $t < \tau_{\text{mem}}$ , la courbure de la membrane est imposée par la goutte, puis l'onde transverse se propage au-delà de la goutte et la courbure relaxe selon la loi (5.16.b) :

$$\begin{cases} \mathcal{C}(t) = \frac{1}{R_0} & \text{si } t < \tau_{\text{mem}} \\ \mathcal{C}(t) = \frac{2\delta}{V_{\text{onde}}^2 t^2} = \frac{1}{R_0} \left( \frac{\tau_{\text{mem}}}{t} \right)^2 & \text{si } t > \tau_{\text{mem}} \end{cases} \quad (5.17)$$

Pour mes expériences, j'ai  $V_{\text{onde}} \sim 10$  m s $^{-1}$  et  $R_0 \sim 1$  mm, donc  $\tau_{\text{mem}} \sim 0.1$  ms. Les données expérimentales (figure 5.12) suggèrent bien l'existence d'un temps de cet ordre de grandeur. Cependant la relaxation de la courbure semble être en  $t^{-3/4}$ , et non en  $t^{-2}$ , et indépendante de la taille de la goutte ou de la tension. La différence entre les prédictions et les mesures s'explique principalement par le fait que je n'ai pas tenu compte d'une évolution temporelle de  $\delta$ . Le couplage entre la goutte et la membrane doit donc être pris en compte

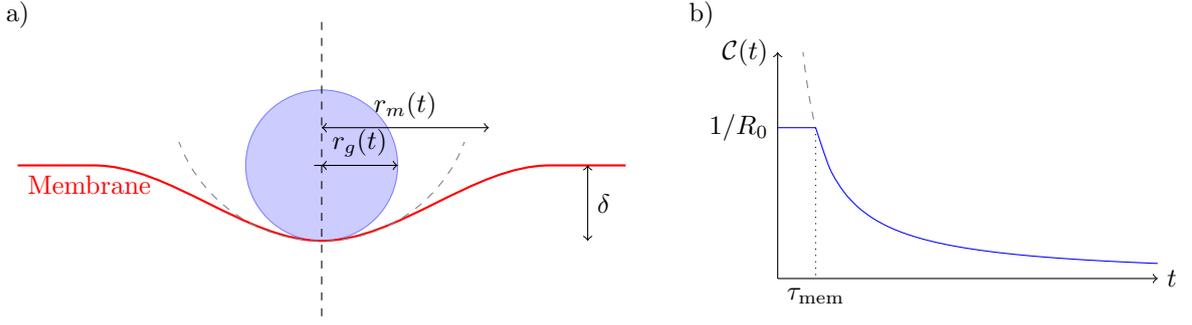


FIGURE 5.16 – a) Illustration de la courbure de la membrane et notations utilisées. b) Allure de l'évolution temporelle de la courbure.

pour traduire toute la complexité de la dynamique. Pour la suite de mon raisonnement, j'utiliserai cette dépendance temporelle.

À partir de l'évolution temporelle de la courbure, de la définition de la pression critique d'empalement (équation 5.8) et de la loi donnant la modification de la fraction solide (équation 5.13), je trouve que la pression critique évolue selon une loi de la forme :

$$\frac{P_c(t)}{P_{c,S}} = 1 + \frac{1 + \Phi_0}{2(1 - \Phi_0)} h_{\text{plot}} \mathcal{C}(t). \quad (5.18)$$

Le temps  $t_e$  peut aussi être réduit si la pression dynamique diminue plus vite. Elle évolue selon la loi :

$$P_d(t) \sim \rho \left( U - \dot{\delta}(t) \right)^2 \sqrt{\frac{\tau_i}{t}}. \quad (5.19)$$

La pression dynamique diminue *a priori* plus rapidement en configuration flexible qu'en configuration solide.

**Vitesse d'étalement plus lente :** Le second mécanisme est que l'étalement est plus lent lorsque la membrane est flexible. Ceci est vérifié expérimentalement [83], la figure 5.17 présente le rayon  $R(t)$  au cours du temps pour la configuration solide et flexible. L'étalement est plus lent et le rayon final est plus faible lorsque la surface est flexible.

Pour conclure, j'attribue la modification du coefficient d'empalement  $\mathcal{A}$  à la flexibilité de la membrane. Cette flexibilité a trois conséquences qui contribuent toutes à cette diminution :

- la fraction solide est augmentée durant les premiers instants d'où un empalement plus limité ;
- la pression dynamique décroît plus vite que dans le cas solide à cause de la vitesse relative des deux systèmes ;
- l'étalement est plus lent d'où une zone empalée plus faible.

Il reste cependant des interrogations : la figure 5.10 présente des irrégularités en configuration flexible, une relation linéaire entre la surface empalée et la vitesse d'impact semble être

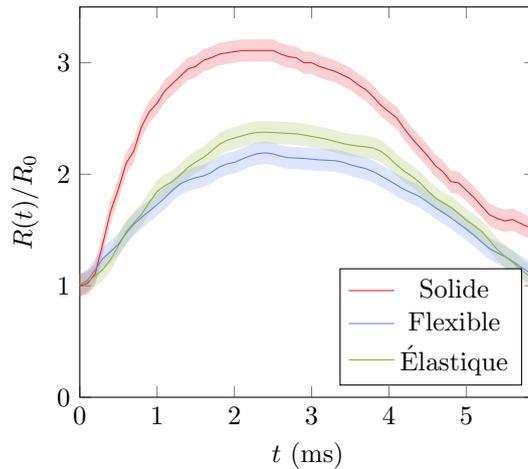


FIGURE 5.17 – Rayon d'étalement d'une goutte sur la membrane M1 en configuration solide (en rouge), flexible (en bleu) et flexible (en vert). Vitesse d'impact  $U = 2.1 \text{ m s}^{-1}$ .

mise en défaut. Sur les membranes M3 et M6 (figures 5.10.a et 5.10.c), la surface d'empalement  $\tilde{S}$  semble tendre vers une valeur limite, alors que pour la membrane M2, nous pouvons clairement distinguer une rupture de pente à partir de  $U \simeq 2 \text{ m s}^{-1}$  (figure 5.10.e). La dynamique de la membrane et le couplage avec la goutte sont donc des éléments centraux dans la modification de l'empalement. De par cette complexité, il est délicat d'avancer d'autres hypothèses sans une étude plus approfondie.

## 5.5 Modélisation du rebond sur une surface flexible

### 5.5.1 Introduction

Comme nous l'avons vu précédemment, la dynamique du couplage entre la membrane et la goutte est essentielle à la compréhension de l'empalement. Plusieurs questions restent ouvertes à ce stade : comment la membrane est-elle déformée par la goutte qui se déforme aussi ? Comment évolue la déformation de la membrane  $\delta(t)$  ? La dynamique des ondes dans la membrane et dans la goutte sont à l'origine de nombreux phénomènes. Comme nous l'avons observé dans le chapitre précédent (section 4.4.4.a), l'impact implique une onde de choc qui se propage dans la membrane. Cette onde rebondit et affecte l'étalement de la goutte (figure 4.14.b point 7), voire même affecte son rebond et son temps de contact. Concernant l'empalement, un second mécanisme d'empalement a été mis en évidence [64], lorsque la goutte se rétracte, une surpression apparaît et peut induire un empalement lorsque la goutte redécoule. Nous pouvons alors nous demander si ce mécanisme ne serait pas amplifié si les ondes transverses dans la membrane se focalisaient sous la goutte exactement à ce moment-là.

Une modélisation souvent utilisée pour les impacts de gouttes est une association de systèmes masses-ressorts [17]. Cette modélisation n'est pas suffisante car elle ne permet pas

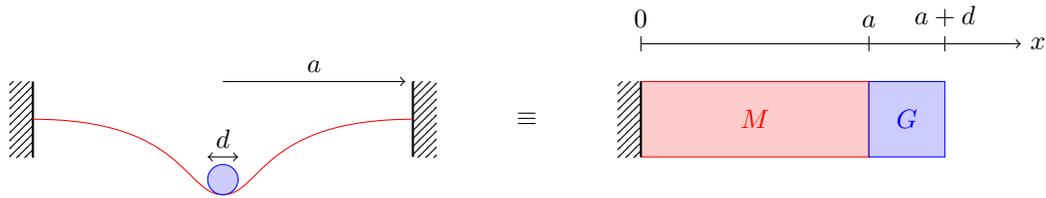


FIGURE 5.18 – Illustration de la modélisation. La membrane de rayon  $a$  et la goutte de diamètre  $d$  sont remplacées par deux milieux continus unidimensionnels de taille  $a$  et  $d$ .

de tenir compte du temps de propagation des ondes dans les différents milieux. Elle n'est valable que si le temps de propagation est petit devant le temps caractéristique d'un impact ( $\sim \tau_i$ ). Je propose une nouvelle approche où la goutte et la membrane sont modélisées par des milieux continus linéaires (figure 5.18).

### 5.5.2 Mise en équation

Dans cette modélisation, la membrane et la goutte sont remplacées par deux milieux continus. Je note  $\rho$ ,  $E$  et  $c$  respectivement la masse volumique, le module de Young et la célérité des ondes dans les deux milieux. Les indices  $M$  et  $G$  correspondent respectivement aux grandeurs relatives à la membrane et la goutte. Je définis le module de Young de la goutte par identification  $E_G = \Gamma_{lg}/d$  :

$$c_G = \frac{d}{\tau_c} = \sqrt{\frac{\Gamma_{lg}}{\rho_G d}} = \sqrt{\frac{E_G}{\rho_G}}. \quad (5.20)$$

Concernant la membrane,  $E_M$  correspond à la tension de la membrane divisée par l'épaisseur  $T_0/h$ , car physiquement, je regarde des ondes transverses et non une onde de compression.

La déformation  $u(x, t)$  du milieu vérifie l'équation différentielle :

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{pour } x \in [0, a + d] \setminus \{a\}, \quad (5.21)$$

avec  $\rho(x)$  et  $E(x)$  la masse volumique et le module de Young définis par morceaux dans chaque domaine :

$$\begin{cases} E(x) = E_M H(a - x) + E_G H(x - a) \\ \rho(x) = \rho_M H(a - x) + \rho_G H(x - a) \end{cases} \quad (5.22)$$

où  $H$  est la fonction d'Heaviside.

Dans la suite, je note d'un prime les dérivées spatiales et d'un point les dérivées temporelles, ainsi  $u'(x) = \frac{\partial u}{\partial x}$  correspond au taux de déformation en  $x$  et  $\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}$  correspond à la vitesse de déformation en  $x$ .

Les conditions initiales en  $t = 0$  sont : pas de déformation, la membrane est immobile et

la goutte impacte à une vitesse de  $-U$ . Ce qui se traduit respectivement par :

$$\begin{cases} u(x, t = 0) = 0 & \forall x \\ \dot{u}(x > a, t = 0) = -U \\ \dot{u}(x < a, t = 0) = 0. \end{cases} \quad (5.23)$$

Les conditions aux limites et de continuité sont : pas de déformation en  $x = 0$ , extrémité libre en  $x = a + d$  (la contrainte  $y$  est nulle), continuité de la déformation et de la contrainte en  $x = a$  ; soit respectivement :

$$\begin{cases} u(x = 0, t) = 0 & \forall t \\ u'(x = a + d, t) = 0 & \forall t \\ u(x = a^-, t) = u(x = a^+, t) & \forall t \\ E_G u'(x = a^+, t) = E_M u'(x = a^-, t) & \forall t \end{cases} \quad (5.24)$$

J'adimensionne les grandeurs comme suit : les longueurs par  $d$ , les temps par le temps capillaire  $\tau_c = d\sqrt{\rho_G/E_G}$ , les masses volumiques par  $\rho_G$  et les modules de Young par  $E_G$ . Je pose alors :

$$\lambda = \frac{a}{d}, \quad \Gamma = \frac{E_M}{E_G}, \quad \mu = \frac{\rho_M}{\rho_G} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{c_M}{c_G} = \sqrt{\frac{\Gamma}{\mu}}. \quad (5.25)$$

L'équation 5.21 s'écrit alors :

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{u}} - \gamma^2 \tilde{u}'' = 0 & \text{pour } \tilde{x} < \lambda \\ \ddot{\tilde{u}} - \tilde{u}'' = 0 & \text{pour } \tilde{x} > \lambda \end{cases} \quad (5.26)$$

et les conditions aux limites :

Conditions initiales : $\begin{cases} \tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t} = 0) = 0 \\ \dot{\tilde{u}}(\tilde{x} > \lambda, \tilde{t} = 0) = -U \\ \dot{\tilde{u}}(\tilde{x} < \lambda, \tilde{t} = 0) = 0 \end{cases}$	Conditions aux limites : $\begin{cases} \tilde{u}(\tilde{x} = 0, \tilde{t}) = 0 \\ \tilde{u}'(\tilde{x} = \lambda + 1, \tilde{t}) = 0 \\ \tilde{u}(\tilde{x} = \lambda^-, \tilde{t}) = \tilde{u}(x = \lambda^+, \tilde{t}) \\ \tilde{u}'(\tilde{x} = \lambda^+, \tilde{t}) = \Gamma \tilde{u}'(x = \lambda^-, \tilde{t}) \end{cases} \quad (5.27)$
--	---

Nous cherchons une solution définie comme une somme de modes propres. Soit  $\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t})$  un mode propre, nous supposons qu'il peut se décomposer comme un produit de deux fonctions :  $\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \phi(\tilde{x})q(\tilde{t})$ . Je cherche donc une telle fonction sur chacun des domaines  $M$  et  $G$  puis je les recolle avec les conditions de continuité en  $\tilde{x} = \lambda$ . L'équation 5.26 s'écrit alors :

$$\tilde{\rho}(\tilde{x})\phi(\tilde{x})\ddot{q}(\tilde{t}) - q(\tilde{t})\tilde{E}(\tilde{x})\phi''(\tilde{x}) = 0, \quad (5.28)$$

puis par séparation des variables :

$$\frac{\ddot{q}(\tilde{t})}{q(\tilde{t})} = \frac{\tilde{E}(\tilde{x}) \phi''(\tilde{x})}{\tilde{\rho}(\tilde{x}) \phi(\tilde{x})} = -K^2 \quad (5.29)$$

avec  $K$  une constante réelle.

### 5.5.2.a Recherche des modes propres

La fonction spatiale  $\phi(\tilde{x})$  vérifie donc l'équation différentielle suivante :

$$\phi''(\tilde{x}) + k^2(\tilde{x})\phi(\tilde{x}) = 0 \quad (5.30)$$

avec :  $k^2(\tilde{x}) = K^2 \tilde{\rho}(\tilde{x}) / \tilde{E}(\tilde{x})$ .

$$\phi(\tilde{x}) : \tilde{x} \rightarrow \begin{cases} \phi_M(\tilde{x}) = \alpha_M \sin\left(\frac{K}{\gamma} \tilde{x} + \beta_M\right) & \tilde{x} < \lambda \\ \phi_G(\tilde{x}) = \alpha_G \sin(K\tilde{x} + \beta_G) & \tilde{x} > \lambda \end{cases} \quad (5.31)$$

Sans perte de généralité, je pose  $\alpha_M = 1$ . Ce n'est pas restrictif car les modes sont normalisés dans la suite. La condition  $\phi(\tilde{x} = 0) = 0$  impose directement  $\beta_M = 0$ . Et pour finir, la condition limite en  $\tilde{x} = \lambda + 1$  impose  $\phi'(\tilde{x} = \lambda + 1) = 0$ , ce qui quantifie les valeurs possibles de  $K$  :

$$K_p(1 + \lambda) + \beta_G = \frac{1 + 2p}{2} \pi \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}. \quad (5.32)$$

Pour finir, les relations de continuité de  $\phi$  en  $\tilde{x} = \lambda$  nous donnent le système suivant :

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{K\lambda}{\gamma}\right) = \alpha_G \sin(K\lambda + \beta_G) \\ \frac{\Gamma}{\gamma} K \cos\left(\frac{K\lambda}{\gamma}\right) = \alpha_G K \cos(K\lambda + \beta_G) \end{cases} \quad (5.33)$$

Les solutions  $(\alpha_G, \beta_G)$  de ce système sont :

$$\begin{cases} a_G = |\mathcal{Z}(K)| \\ \beta_G = -K\lambda + \arg(\mathcal{Z}(K)) \end{cases} \quad \text{avec } \mathcal{Z}(K) = \mu\gamma \cos\left(\frac{K\lambda}{\gamma}\right) + i \sin\left(\frac{K\lambda}{\gamma}\right). \quad (5.34)$$

En posant  $\mathcal{Z}_p = \mathcal{Z}(K_p)$ , les modes propres  $\phi_p$  s'écrivent donc :

$$\phi_p(\tilde{x}) : \tilde{x} \rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{K_p}{\gamma} \tilde{x}\right) & \tilde{x} < \lambda \\ |\mathcal{Z}_p| \sin(K_p(\tilde{x} - \lambda) + \arg(\mathcal{Z}_p)) & \tilde{x} > \lambda \end{cases} \quad (5.35)$$

et l'équation 5.32 conduit à :

$$K_p + \arg(\mathcal{Z}(K_p)) = \frac{1+2p}{2}\pi \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}. \quad (5.36)$$

Je définis à présent un produit scalaire de deux fonctions sur notre espace spatial :  $\langle f|g \rangle = \int_0^{1+\lambda} f(x)g(x) dx$ , ainsi que la norme associée :  $\|f\| = \sqrt{\langle f|f \rangle}$ . Les modes propres ainsi construits sont orthogonaux, c'est à dire que le produit scalaire  $\langle \phi_i|\phi_j \rangle$  est non nul si et seulement si  $i = j$  [30].

### 5.5.2.b Coordonnées modales

Je cherche à présent les fonctions  $q_p(\tilde{t})$ , appelées les coordonnées modales d'indice  $p$ . En effectuant le produit scalaire de l'équation 5.28 avec le mode  $\phi_p$ , j'ai :

$$\langle \tilde{\rho}\phi_p|\phi_p \rangle \ddot{q}_p(\tilde{t}) - q_p(\tilde{t}) \langle \tilde{E}\phi_p''|\phi_p \rangle = 0. \quad (5.37)$$

Nous pouvons montrer que l'on a bien  $K_p = -\langle \tilde{E}\phi_p''|\phi_p \rangle / \langle \tilde{\rho}\phi_p|\phi_p \rangle$ . Les solutions de l'équation 5.37 sont donc :

$$q_p(\tilde{t}) = B_p \cos(K_p \tilde{t}) + \frac{A_p}{K_p} \sin(K_p \tilde{t}), \quad (5.38)$$

avec  $B_p$  et  $A_p$  les constantes à déterminer. Les modes propres  $\phi_p$  étant orthogonaux, la projection des conditions initiales sur l'ensemble des modes propres donne les conditions sur chacun des modes :

$$\begin{aligned} \langle u(x, t=0)|\phi_p \rangle &= q_p(t=0), \\ \langle \dot{u}(x, t=0)|\phi_p \rangle &= \dot{q}_p(t=0)\|\phi_p\|^2, \end{aligned} \quad (5.39)$$

soit directement  $B_p = 0$  et  $\dot{u}$  étant nul pour  $\tilde{x} \in [0, \lambda]$  :

$$A_p = -\frac{U}{\|\phi_p\|^2} \int_\lambda^{1+\lambda} \phi_p(x) dx = -\frac{U}{\|\phi_p\|^2} \frac{\sqrt{\Gamma\mu}}{K_p} \cos\left(K_p \frac{\lambda}{\gamma}\right). \quad (5.40)$$

### 5.5.2.c Grandeurs observables

À partir de la résolution précédente, j'obtiens une expression analytique pour le champ de déformation  $\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t})$  en tout point de l'espace et du temps :

$$\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t}) = -U\sqrt{\Gamma\mu} \sum_p \frac{1}{K_p^2 \|\phi_p\|^2} \cos\left(K_p \frac{\lambda}{\gamma}\right) \sin(K_p \tilde{t}) \phi_p(\tilde{x}) \quad (5.41)$$

avec  $\phi_p$  les modes propres définis par morceaux (équation 5.35). Il est alors possible d'obtenir des expressions analytiques pour d'autres grandeurs physiques d'intérêt, avec entre autres :

- le champ de vitesse de déformation  $\dot{\tilde{u}}(\tilde{x}, \tilde{t})$ ,

- le champ de contrainte  $\tilde{\sigma}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \tilde{E}(\tilde{x})\tilde{u}'(\tilde{x}, \tilde{t})$ ,
- la vitesse du centre de masse de la goutte  $V_{CM}(t) = \langle \dot{\tilde{u}} \rangle_{[\lambda, \lambda+1]}$ ,
- ou encore les énergies du système :

	Cinétique	Élastique
Goutte	$E_{c,G} = \frac{1}{2} \langle \dot{\tilde{u}}^2 \rangle_{[\lambda, \lambda+1]}$	$E_{e,G} = \frac{1}{2} \langle \tilde{u}'^2 \rangle_{[\lambda, \lambda+1]}$
Membrane	$E_{c,M} = \frac{1}{2} \mu \lambda \langle \dot{\tilde{u}}^2 \rangle_{[0, \lambda]}$	$E_{e,M} = \frac{1}{2} \Gamma \lambda \langle \tilde{u}'^2 \rangle_{[0, \lambda]}$

Le symbole  $\langle \cdot \rangle_I$  désigne la moyenne spatiale d'une grandeur sur un intervalle  $I$ .

L'avantage de cette méthode est donc que je m'affranchis d'une résolution numérique de l'équation différentielle et de tous les problèmes qui en découlent (convergence, condition sur le pas d'intégration, etc). J'obtiens ainsi une solution analytique du problème, seules les valeurs de  $K_p$  sont déterminées numériquement.

### 5.5.3 Résolution numérique

#### 5.5.3.a Méthode numérique de résolution

Je calcule numériquement les valeurs de  $K_p$  (équation 5.36). En pratique, il est plus simple de chercher les zéros de la fonction  $f(K) = \cos(K + \arg(\mathcal{Z}(K)))$ . Pour cela, je cherche tout d'abord de manière grossière les intervalles dans lesquels le cosinus change de signe. Je choisis une largeur d'intervalle plus petite que la période d'oscillation de la fonction, *i.e.* de largeur  $\Delta k = 0.01\gamma/\lambda$ . Puis sur les intervalles où il y a changement de signe, je cherche précisément le point  $K_p$  d'annulation par une méthode de Brent. Cette méthode permet d'obtenir les valeurs propres du système assez rapidement, je calcule les 1000 premiers modes en quelques fractions de seconde avec un ordinateur standard.

Une fois les valeurs propres obtenues, nous pouvons calculer les modes propres en utilisant l'équation 5.35. Les trois premiers modes propres sont représentés sur la figure 5.19.a. Nous pouvons constater qu'ils respectent bien les conditions aux limites souhaitées. Une des limites de la méthode utilisée pour chercher les valeurs propres est que nous risquons de « rater » certains modes si l'intervalle de recherche grossière est trop large. Pour vérifier que ce n'est pas le cas, je calcule la condition initiale en  $\tilde{t} = 0$ . La figure 5.19.b présente la condition initiale  $\dot{\tilde{u}}(\tilde{x}, \tilde{t} = 0)$  (numérique en bleu et attendue en rouge), nous constatons que nous retrouvons bien la bonne fonction  $\dot{\tilde{u}}$ . Proche de la discontinuité (en  $\tilde{x} = \lambda$ ), apparaît le phénomène de Gibbs, phénomène bien connu lors de décomposition en modes propres de fonctions définies par morceaux [30]. La solution obtenue oscille rapidement à la fréquence du plus haut mode propre  $K_{p,\max}$ . Pour tenir compte de ces oscillations et ne pas fausser les mesures proche de la discontinuité, je veillerai à moyennner les résultats obtenus sur des intervalles de largeur  $10/K_{p,\max}$ .

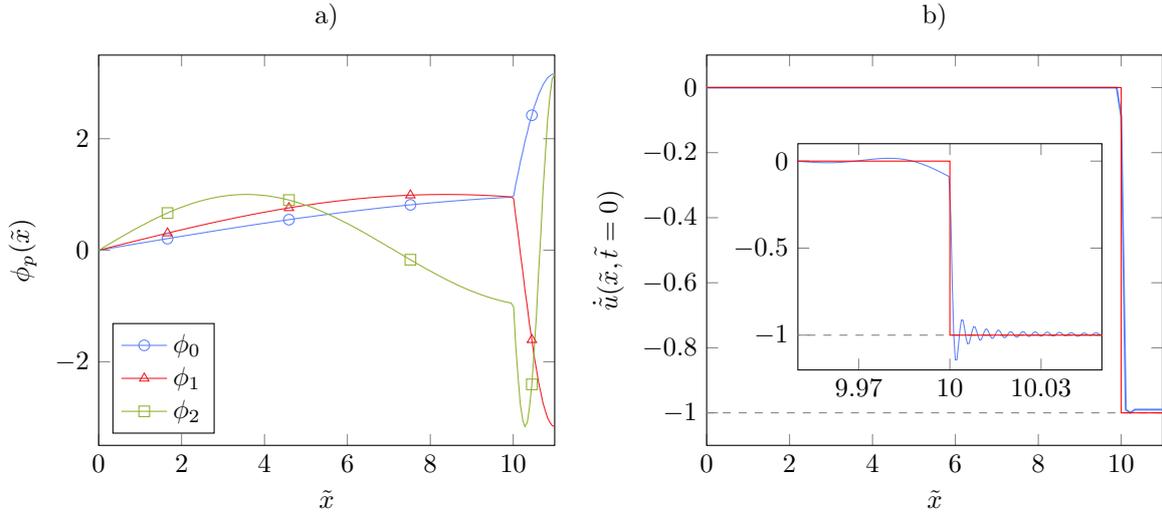


FIGURE 5.19 – Résolution numérique pour  $\mu = 1$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\lambda = 10$ ,  $U = 1$ . a) Trois premiers modes propres. b) Condition initiale  $\dot{u}(\tilde{x}, \tilde{t} = 0)$  attendue (en rouge) et calculée (en bleu) avec les mille premiers modes propres.

Une autre solution pour vérifier la validité de la résolution est de vérifier que l'énergie totale du système est bien conservée. Je représente sur la figure 5.21 les différentes énergies mécaniques du système ainsi que l'énergie totale pour différentes valeurs de  $\gamma$ . Comme nous pouvons le constater, l'énergie totale est conservée. Seul le cas d'une faible valeur de  $\gamma$  ( $\gamma = 0.1$ , figure 5.21.a) présente des oscillations. Ces oscillations rapides sont sans doute dues à des erreurs numériques.

Je choisis comme condition de décollage de la goutte une contrainte nulle à l'interface entre la goutte et la membrane et une vitesse de la goutte positive. Ceci correspond physiquement au cas où la goutte s'éloigne de la membrane et cette dernière n'applique aucune contrainte sur la goutte. Je définis le temps de contact  $\tilde{\tau}$  comme l'instant de décollage, c'est-à-dire le premier instant où ces deux conditions sont vérifiées. Numériquement, la détermination de cet instant est long et difficile car l'évolution temporelle de la contrainte est non-monotone, il faut donc tester un grand nombre de temps différents. En pratique, je parcours les temps avec un pas de temps  $dt = 1/(20\gamma)$  (choisi empiriquement à partir de premiers résultats) pour trouver des intervalles de largeur  $dt$  où la contrainte est monotone et où elle change de signe. Une recherche précise par dichotomie peut ensuite être faite pour trouver l'instant précisément. Pour finir, je définis la vitesse de rebond comme étant la vitesse du centre de masse à l'instant  $\tilde{\tau}$  :

$$\tilde{V}_r(\tilde{\tau}) = \langle \dot{u}(\tilde{\tau}) \rangle_{[\lambda, \lambda+1]}. \quad (5.42)$$

### 5.5.3.b Résultats et description des régimes d'impact

La figure 5.20 présente le coefficient de restitution de la goutte lors de son rebond et le temps de contact  $\tilde{\tau}$  en fonction de rapport de fréquences propres  $f_M/f_G$  pour  $\lambda = 1$ . Trois régimes peuvent être identifiés : le régime de substrat mou  $f_M \ll f_G$ , le régime de substrat dur  $f_M \gg f_G$  et le régime d'accord de fréquence  $f_M \sim f_G$ .

La figure 5.21 représente le champ déformation (a, b et c) et les énergies mécaniques du système (d, e et f) dans ces trois régimes.

**Substrat mou ( $f_M \ll f_G$ ) :** Ce régime correspond au cas où la surface est plus molle que l'objet impactant, par exemple une bille de verre sur une membrane. Dans ce régime, la goutte se déforme très peu : comme nous le voyons sur la figure 5.21.a ; son champ de déformation est uniforme. Ceci est confirmé par son énergie élastique très faible (figure 5.21.d). La membrane est quant à elle déformée élastiquement. Une partie de l'énergie cinétique de la goutte (53 %) est transférée à la membrane en oscillation. Laurent Courbin *et al.* montrent expérimentalement que dans ce régime, environ la moitié de l'énergie cinétique est transmise à la membrane, ce qui est en accord avec la présente simulation [25]. Le temps de contact est inversement proportionnel à  $\gamma$ .

**Substrat dur ( $f_M \gg f_G$ ) :** Dans ce régime, la membrane est très peu déformée, la goutte s'étale puis se rétracte et rebondit. Son énergie cinétique est convertie en énergie élastique puis inversement. La goutte a un coefficient de rebond de 1, elle redécolle avec la même vitesse que la vitesse d'impact. Le temps de contact est de l'ordre du temps capillaire, la goutte rebondit lorsque l'onde de compression fait un aller-retour. Ce régime est en bon accord avec les observations d'impacts de gouttes sur des substrats rigides [92, 91].

**Accord de fréquence ( $f_M \sim f_G$ ) :** Dans ce régime, l'onde de compression dans la membrane se propage, rebondit sur le bâti fixe et se focalise sous la goutte au moment où celle-ci décolle. La quasi-totalité de l'énergie perdue par la goutte lors de l'impact est alors récupérée. Le coefficient de restitution présente un maximum.

Les figures 5.20.b et 5.20.d représentent le coefficient de restitution et le temps de contact à l'accord de fréquence ( $\lambda = \gamma$  soit  $f_G = f_M$ ). Comme nous pouvons le constater, le comportement dans ce domaine dépend de la taille du système. Même si l'onde se refocalise sous la goutte à son décollage, une partie reste stockée sous forme élastique.

### 5.5.3.c Application à une goutte sur une membrane

J'applique à présent cette simulation au cas d'une goutte réelle sur les membranes fabriquées. Nous avons donc  $a = 26$  mm et  $d \approx 2$  mm, soit  $\lambda = 13$ . De plus, je mesure  $c_M = V_{\text{onde}} \approx 10$  m s<sup>-1</sup> et par définition de  $c_G$  (équation 5.20),  $c_G = 0.2$  m s<sup>-1</sup>, soit  $\gamma = 50$ .

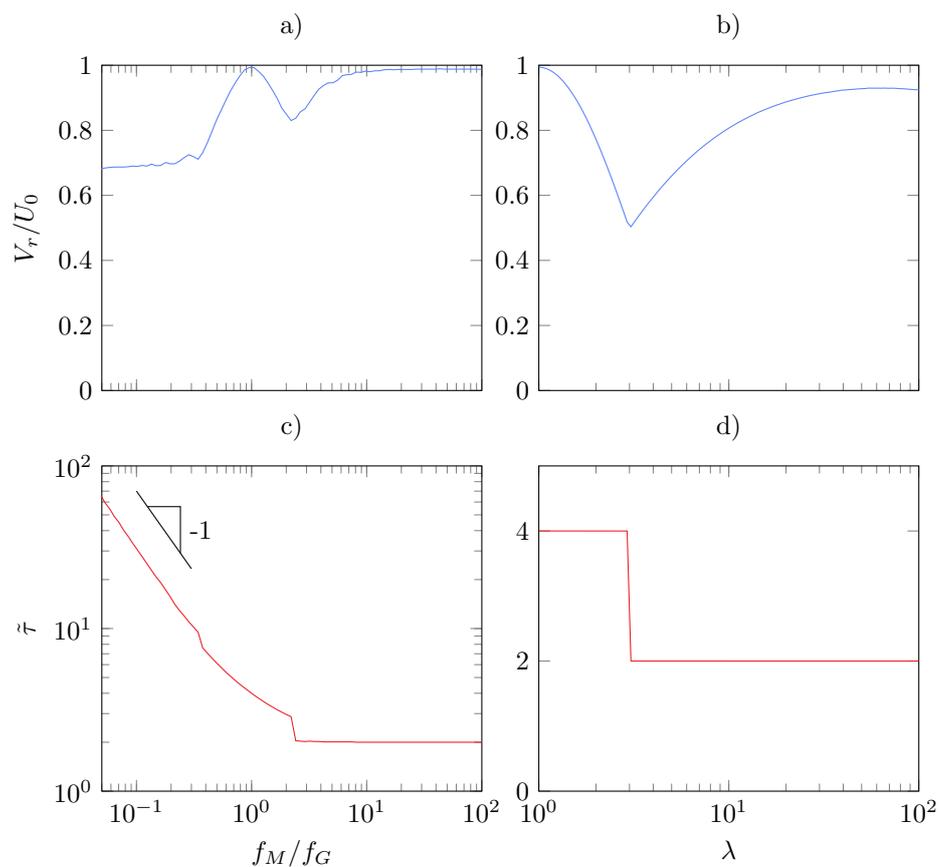


FIGURE 5.20 – Coefficient de restitution  $V_r/U$  et temps de contact  $\tilde{\tau}$ . (a) et (c) En fonction du rapport de fréquence  $f_M/f_G = \gamma/\lambda$ , avec  $\lambda = 1$ . (b) et (d) En fonction de  $\lambda$  à l'accord de fréquence  $f_M = f_G$  soit  $\lambda = \gamma$ .

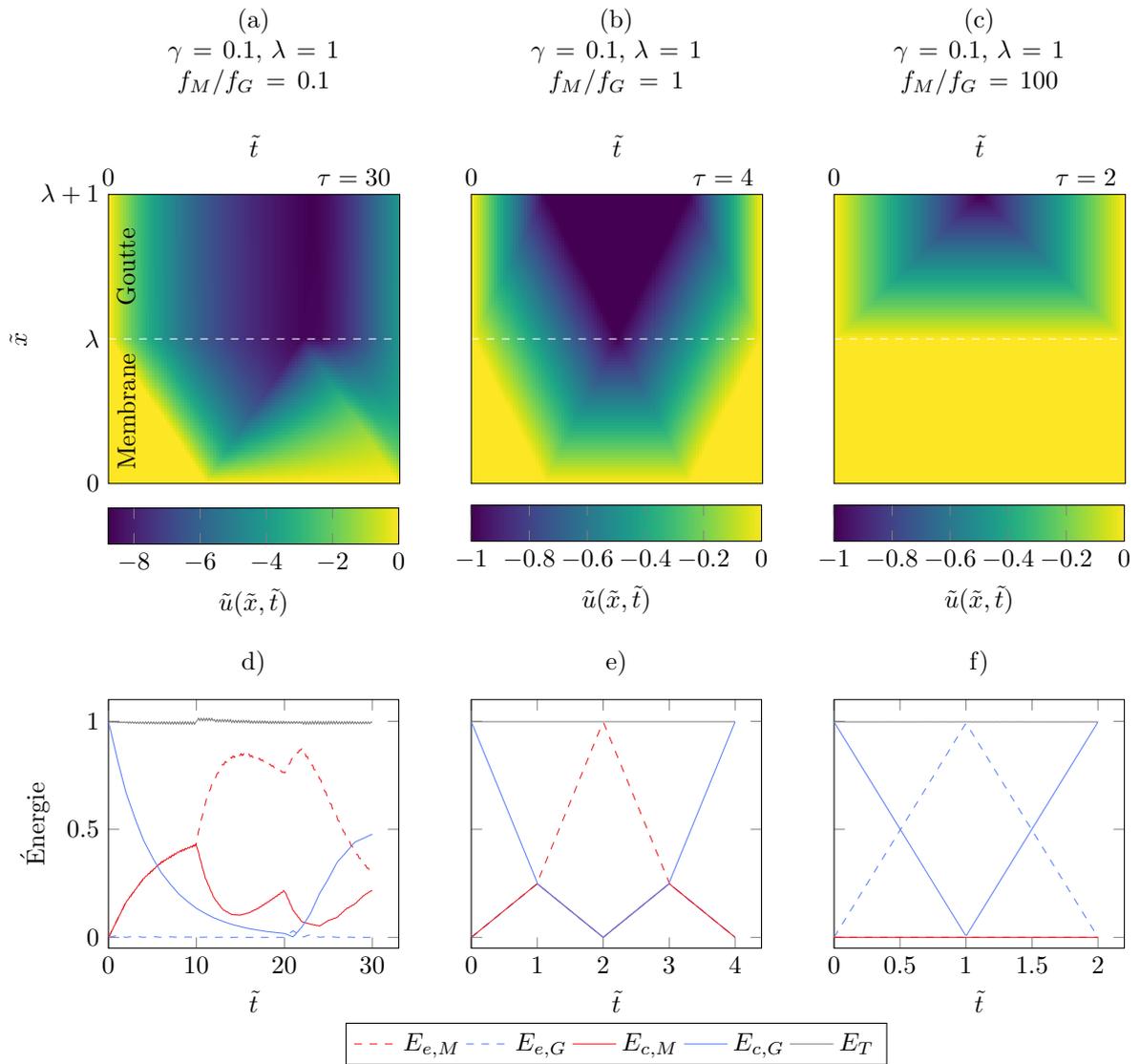


FIGURE 5.21 – a), b) et c) Champ de déformation pour différentes valeurs du rapport des fréquences  $f_M/f_G = \gamma/\lambda$ . d), e) et f) Évolutions temporelles des énergies mécaniques du système pour les mêmes valeurs du rapport des fréquences  $f_M/f_G = \gamma/\lambda$  (énergies cinétiques en trait plein et énergies élastiques en pointillé) : la couleur rouge représente les énergies de la membrane et le bleu celles de la goutte. L'énergie totale  $E_T = E_{e,M} + E_{e,G} + E_{c,M} + E_{c,G}$  est tracée en gris.

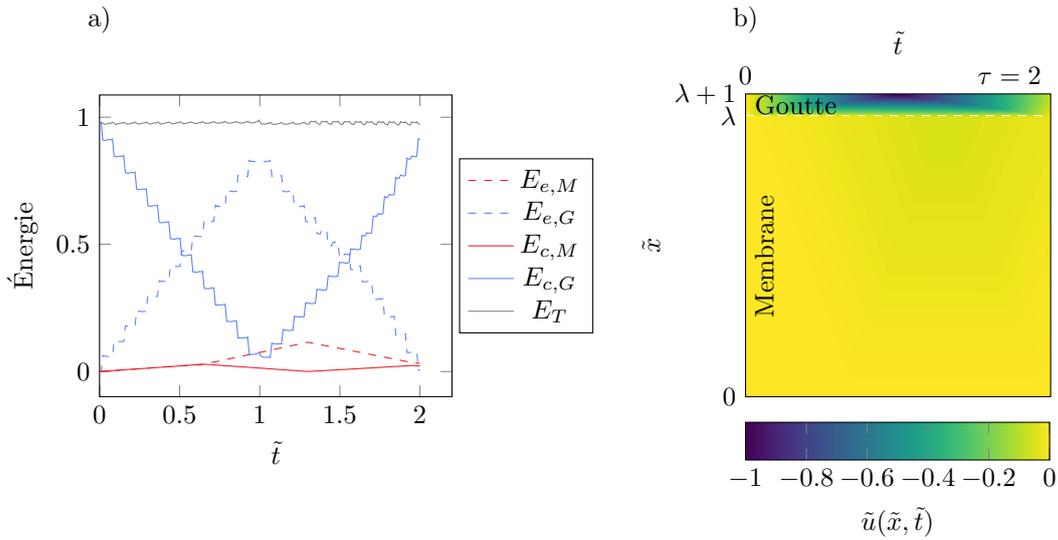


FIGURE 5.22 – Simulation de l’impact d’une goutte sur une membrane. a) Évolutions temporelles des énergies mécaniques du système (énergies cinétiques en trait plein et énergies élastiques en pointillé) : la couleur rouge représente les énergies de la membrane et le bleu celles de la goutte. L’énergie totale  $E_T = E_{e,M} + E_{e,G} + E_{c,M} + E_{c,G}$  est tracée en gris. b) Champ de déformation.

La figure 5.22 présente les résultats de la simulation. Nous sommes dans un régime de substrat dur, c’est principalement la goutte qui est déformée. La simulation nous donne  $\tau = 2.0$  pour le temps de contact, et une vitesse de rebond de  $V_r/U = 0.95$ . Une comparaison plus complète avec l’expérience n’est malheureusement pas possible car je ne possède pas assez de données concernant le rebond de gouttes. Seul l’empalement a été analysé pour le moment sur l’ensemble des impacts effectués.

Une analogie plus fine pourrait aussi permettre de modéliser la transition d’empalement. Le champ de contrainte dans la goutte serait l’équivalent d’une pression dynamique, et la déformation de la membrane nous donnerait sa courbure, fixant ainsi la pression critique d’empalement. La transition pourrait alors être prédite, et prendrait en compte à la fois les effets de déplacement relatif et de courbure.

#### 5.5.4 Conclusion de la modélisation

Le modèle que je propose ici permet de résoudre analytiquement le problème de deux milieux continus en interaction et de souligner la complexité du couplage mécanique entre la goutte et la membrane. Les solutions obtenues dépendent fortement des propriétés mécaniques. Elles permettent de retrouver un certain nombre de résultats connus. En particulier, le coefficient de rebond pour une sphère dure sur une membrane [25], le temps de contact de l’ordre du temps capillaire [17, 109], ainsi que l’importance d’un accord de fréquences pour maximiser la vitesse de rebond, ce qui peut être appliqué à la super-propulsion [88]. Ce

modèle peut également être utilisé pour étudier la propagation des ondes transverses dans la membrane en faisant le parallèle entre les ondes de compression du milieu simulé avec le mouvement vertical de la membrane réelle. De même, la déformation de la goutte donne des informations sur son étalement et donc sur son empalement. Parmi les limites du modèle, nous pouvons noter que le couplage et donc la dynamique dépend du mouillage avec le fluide [52], ce qui n'est pas du tout inclus.

La modélisation proposée ici peut être complétée pour mieux correspondre à la physique du système. L'équation de propagation pourrait être modifiée pour tenir compte de l'axisymétrie de la membrane et de la dispersion dans la propagation des ondes ou encore de la dissipation traduisant la friction de la membrane avec l'air ambiant. Quelle que soit la forme de l'équation de propagation, la méthode générale serait identique.

## 5.6 Conclusion

J'ai mis en évidence dans ce chapitre l'effet de la flexibilité d'une membrane superhydrophobe sur l'empalement lors de l'impact d'une goutte de fluide. La flexibilité de la membrane lui permet de se courber sous la goutte lors des premiers instants après l'impact. Les micro-textures se rapprochent ce qui réduit la fraction solide. La surface devient plus robuste à l'empalement, il faut une vitesse d'impact plus importante pour avoir une transition Cassie-Baxter vers Wenzel. L'explication ainsi apportée dans la littérature se limite à justifier la réduction de l'empalement par une vitesse relative plus faible entre la goutte et la membrane. En utilisant une membrane micro-texturée qui ne peut se courber, je montre que ces deux effets sont en fait complémentaires. La réduction de la pression dynamique et l'augmentation de la pression critique d'empalement conduisent ensemble à une diminution de l'empalement.

J'ai également mis en évidence la complexité du phénomène d'empalement sur une surface flexible et plus généralement du couplage entre une goutte et un substrat déformable. J'ai alors construit une modélisation où la goutte et la membrane sont remplacées par deux milieux continus. Une approche mathématique en décomposition en modes propres permet alors d'obtenir une solution semi-analytique. Bien qu'encore incomplète, cette approche pose les bases d'une méthode pouvant être modifiée pour simuler des problèmes plus complexes. Sa résolution permet d'ores et déjà de retrouver des résultats connus, notamment sur la vitesse de rebond et le temps de contact d'une goutte impactant sur un substrat.



# Conclusion générale

Durant ma thèse, je me suis intéressé à l'étalement de gouttes de fluides sur différentes surfaces dans plusieurs situations : d'une part l'étalement spontané d'un fluide complexe sur une surface lisse et hydrophile, d'autre part l'impact d'un fluide simple sur des surfaces micro-texturées et hydrophobes.

Dans un premier temps, j'ai étudié les fluides à seuil et en particulier leur étalement induit par capillarité sur une surface mouillante. J'ai observé expérimentalement que l'étalement s'arrête avant d'avoir atteint l'état d'équilibre thermodynamique : l'angle final ne vérifie plus la loi de Young-Dupré. À partir d'une modélisation équilibrant la puissance dissipée par viscosité et la puissance capillaire, j'ai montré que l'écart à l'équilibre thermodynamique est proportionnel à un nombre sans dimension  $Bc = \sigma_y R_f / \Gamma$ . Il s'agit d'un arrêt dynamique et non plus thermodynamique. Une résolution numérique du problème, ne tenant compte que de la viscosité et de la capillarité, a permis de retrouver l'état final ; elle valide le modèle choisi. Cependant la dynamique simulée ne correspond pas exactement à la réelle. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer ces écarts. La simulation ne tient pas compte de l'inertie du fluide, de la gravité, d'une éventuelle vitesse d'impact (même très faible) ou encore du glissement le long de l'interface solide. Pour limiter le glissement, j'ai utilisé des surfaces rugueuses, cependant il est possible que ce ne soit pas suffisant. Une autre solution pour l'éliminer totalement serait de greffer des polymères chargés positivement sur la surface pour avoir une adhérence totale avec le fluide (les microgels étant chargés négativement) [56]. La dynamique d'étalement peut également être affectée par l'existence d'un film « précurseur » de solvant [84] qui « tire » sur la goutte. Les observations faites montrent aussi que le pied de la goutte est irrégulier, ce qui suggère l'apparition d'inhomogénéités dans le gel, de l'eau sort du gel. L'addition de fluorophore dans le Carbopol, ou dans le solvant, permettrait de vérifier et de quantifier la présence de ces deux composés aux différents endroits de la goutte.

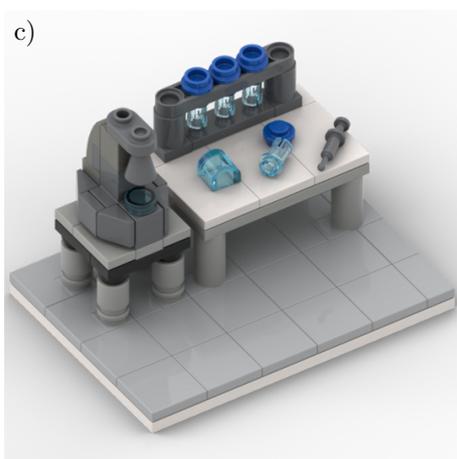
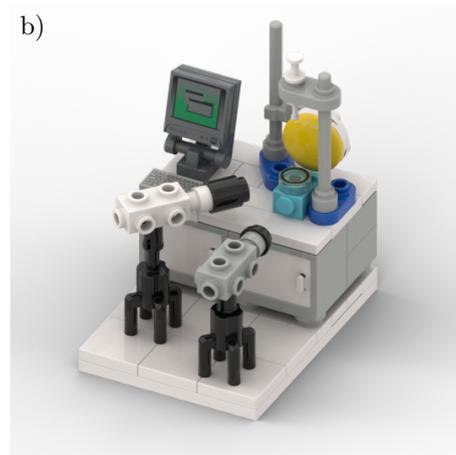
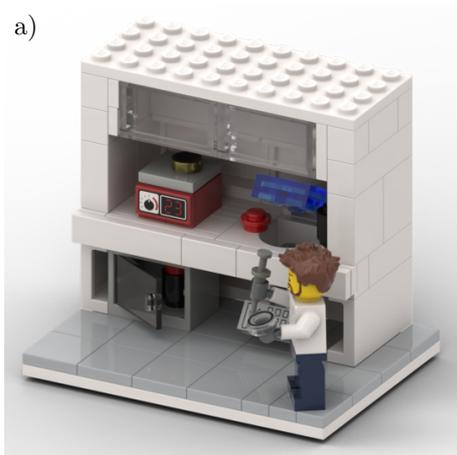
Dans un second temps, j'ai étudié l'impact de fluides simples (mélanges eau-glycérol) sur une surface multi-texturée super-hydrophobe. En comparant la dynamique d'étalement sur une telle surface avec celles sur une surface lisse et une surface nano-texturée, j'ai pu montrer l'importance de l'association de plusieurs échelles de textures pour diminuer la friction à l'interface. J'ai observé un temps d'étalement plus long sur la surface multi-texturée, ce que

l'on attribue à la présence de glissement. Pour l'expliquer, j'ai construit une analyse semi-analytique de la formation d'une couche limite visqueuse en présence de glissement et de son influence sur l'étalement. Cette analyse n'a été faite qu'en 2D, mais permet tout de même de déterminer les paramètres physiques pertinents. Le cas 3D reste une question ouverte de part sa complexité mathématique, une résolution numérique par éléments finis permettrait de le résoudre.

Pour finir, j'ai étudié l'impact de gouttes sur des membranes flexibles, micro-texturées et super-hydrophobes. Pour cela, j'ai conçu de telles surfaces à partir de films en PDMS de  $\sim 50 \mu\text{m}$  sur lesquels j'ai déposé des plots micro-métriques par photolithographie. Cette fabrication représentait un défi de micro-fabrication : l'utilisation d'un substrat mou (le PDMS) pour effectuer une photolithographie n'avait encore jamais été entrepris. L'objectif de cette partie était d'étudier l'influence de la courbure sur la transition entre un état de Cassie et un état de Wenzel. En effet, lors de l'impact d'une goutte, la membrane se courbe et les textures se rapprochent, ce qui modifie la fraction solide. Malheureusement, à cause de la difficulté de fabrication, seules cinq membranes avec deux fractions solides différentes ont été réalisées. L'ensemble des résultats actuels ne permet pas de faire une étude paramétrique complète. En particulier, il n'a pas été possible de faire varier la tension de la membrane ou d'obtenir des plots permettant de maximiser l'effet attendu. Diverses pistes expérimentales sont envisagées : améliorer le protocole de fabrication de membrane pour qu'il soit plus robuste et ainsi gagner en reproductibilité. Cela permettrait également de diminuer le nombre de défauts, qui sont des sources d'incertitudes lors de la mesure de l'empalement. Les résultats obtenus m'ont tout de même permis de mettre en évidence que la courbure de la membrane et son élasticité contribuent à améliorer la résistance à l'empalement. Au-delà d'améliorer l'expérience, d'autres phénomènes peuvent être étudiés. Par exemple, des études montrent qu'il existe une pression en amont de la goutte [72], qui peut mettre en mouvement la membrane avant l'impact ce qui réduit la vitesse relative, comme observé par [105]. Réaliser les mêmes expériences en atmosphère réduite devrait donc modifier les résultats.

Les expériences réalisées dans cette thèse soulignent l'importance cruciale de l'interaction entre la goutte et la membrane. Ce sont tous deux des objets déformables, et leurs dynamiques deviennent étroitement liées. Pour comprendre le couplage entre elles, j'ai également développé un modèle mathématique. L'idée était de modéliser les déformations des deux milieux par des ondes décomposées en modes propres. Il est alors possible de résoudre indépendamment la dynamique de chaque mode et d'obtenir une solution analytique vérifiant certains résultats connus dans la littérature. Cette résolution reste limitée, elle ne tient pas compte de l'axisymétrie du problème, des sources de dissipations et de l'étalement de la goutte. Elle ne permet pas non plus de résoudre les phénomènes dépendant de la vitesse d'impact. Une solution serait de modifier l'équation différentielle aux dérivées partielles vérifiée par les ondes. Le couplage élastique entre le substrat et la goutte reste donc une question

centrale et ouverte du problème. Comme les déformations de l'une affectent la seconde ? Nous pourrions même aller plus loin en utilisant un fluide « plus élastique », et se poser la question de l'influence des propriétés visco-plastique (comme du carbopol) sur l'impact de telles gouttes ?



Ma thèse en quatre montages LEGO. a) La salle blanche, lieu de fabrication des membranes. b) Expérience d'impacts avec deux caméras rapides. c) Le rhéomètre, indispensable pour caractériser les fluides. d) La salle de repos, le café et les pizzas.

# Chapitre 6

## Annexes

### Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Description d'une calotte sphérique . . . . .</b>	<b>164</b>
<b>B</b>	<b>Mesure expérimentale de la dynamique d'étalement des FCS . . . . .</b>	<b>165</b>
<b>C</b>	<b>Ajout du glissement dans la simulation de FCS . . . . .</b>	<b>166</b>
<b>D</b>	<b>Synchronisation de plusieurs caméras rapides . . . . .</b>	<b>167</b>
<b>E</b>	<b>Mesure de la déformation de la membrane . . . . .</b>	<b>169</b>
E.1	Calibration statique . . . . .	169
E.1.a	Méthode . . . . .	169
E.1.b	Forme de la membrane statique . . . . .	170
E.1.c	Résultat et discussion . . . . .	171
E.2	Dynamique . . . . .	172
E.3	Conclusion et limite de la mesure . . . . .	173

---

## A Description d'une calotte sphérique

Dans cette annexe, je présente les notations et les formules utilisées pour décrire une calotte sphérique. Une calotte de rayon  $R$  et d'angle de contact  $\theta$  correspond à une sphère de rayon  $R_s = R/\sin\theta$  coupée par un plan. La hauteur  $h$  de la calotte en son centre vaut  $h = R_s(1 - \cos\theta)$ .

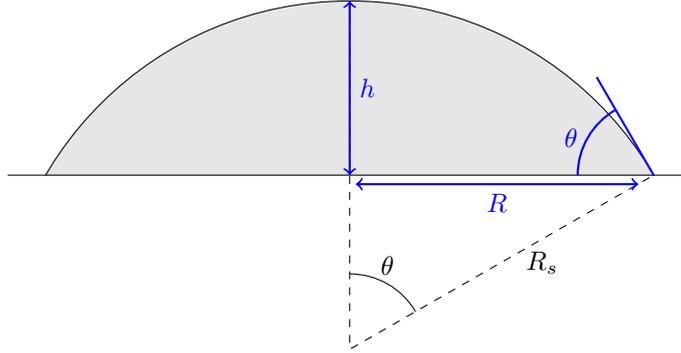


FIGURE 6.1 – Notations utilisées pour décrire une calotte sphérique.

Le volume  $\Omega$  d'une calotte sphérique s'écrit :

$$\Omega(\theta, R) = \mathcal{F}_\Omega(\theta)R^3 \quad \text{avec} \quad \mathcal{F}_\Omega(\theta) = \frac{\pi(1 - \cos\theta)^2(2 + \cos\theta)}{3\sin^3\theta}. \quad (6.1)$$

La fonction  $\mathcal{F}_\Omega$  est un pré-facteur numérique sans dimension dépendant uniquement de l'angle de contact et varie de 0 à  $2\pi/3 \approx 2.1$  pour  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ . Une calotte est donc définie par deux paramètres libres, le troisième étant déduit des autres. Nous avons donc les relations suivantes par inversion de l'équation 6.1 :

$$R(\Omega, \theta) = \left( \frac{\Omega}{\mathcal{F}_\Omega(\theta)} \right)^{1/3}, \quad (6.2)$$

$$\theta(\Omega, R) = 2 \arctan \left( \left( \sqrt{1 + A^2} + A \right)^{1/3} - \left( \sqrt{1 + A^2} - A \right)^{1/3} \right) \quad \text{avec} \quad A = \frac{3\Omega}{\pi R^3}. \quad (6.3)$$

À volume constant ( $d\Omega = 0$ ), une variation infinitésimale du rayon  $dR$  modifiera l'angle de  $d\theta$  selon la relation :

$$\frac{d\theta}{dR} = -\frac{(2 + \cos\theta)\sin\theta}{R}. \quad (6.4)$$

## B Mesure expérimentale de la dynamique d'étalement des FCS

Je présente dans cette annexe le dispositif expérimental pour mesurer la dynamique d'étalement d'un fluide complexe à seuil (FCS). L'objectif est de comparer les résultats de la simulation numérique 2.4 avec des données expérimentales. Je souhaite donc pouvoir mesurer simultanément le rayon de contact de la goutte  $R(t)$  et son angle de contact  $\theta(t)$ .

Pour cela, je réutilise le dispositif expérimental utilisé pour mesurer l'état final (voir section 2.2.3.a), je prends également les mêmes précautions concernant le nettoyage et la propreté des différents éléments. La différence avec le montage du chapitre 2 est que j'utilise ici deux caméras. C'est donc en quelque sorte une adaptation du montage de chapitre 4 pour l'observation d'étalement spontané et non plus pour filmer un impact. La figure 6.2 présente le montage obtenu. La première caméra (PHANTOM V711) filme l'étalement de côté à une fréquence de 100 Hz, ce qui permet de mesurer l'angle de contact  $\theta(t)$  (figure 6.2.b). La seconde caméra (PHOTRON Fastcam SA4) filme l'étalement par le dessous à une fréquence de 50 Hz à l'aide d'un miroir à 45° (figure 6.2.c). Cette seconde vue permet de mesurer le rayon  $R(t)$ , mais surtout de vérifier que l'étalement est bien axisymétrique. Les deux caméras sont synchronisées comme présenté en annexe D.

L'étalement est filmé pendant 60 secondes, ce qui représente 3000 images. Je mesure à l'aide du logiciel IMAGEJ les paramètres qui nous intéressent avec un pas de temps logarithmique (car l'étalement est de plus en plus lent). J'estime que le rayon de contact et l'angle sont mesurés à respectivement 5 % et 5° près. Une mesure effectuée est présentée sur la figure 2.18.

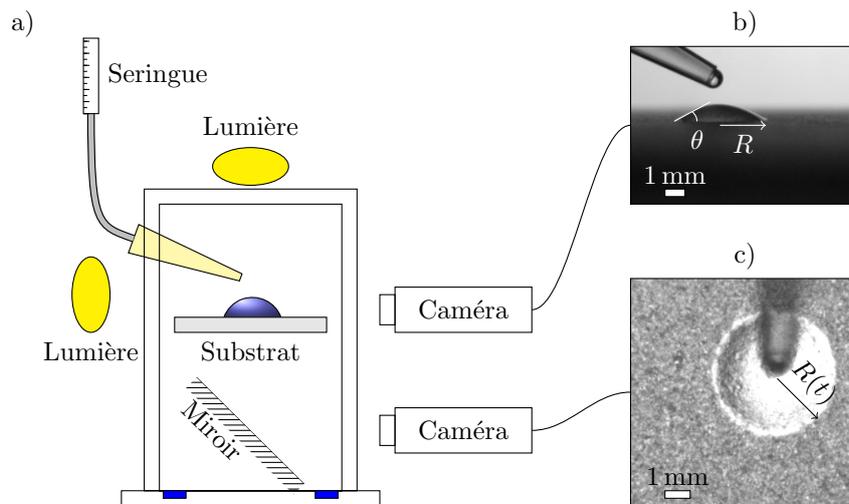


FIGURE 6.2 – a) Schéma du montage pour mesurer la dynamique d'étalement d'un FCS sur une surface rugueuse. b) Vue de côté de l'étalement. c) Vue de dessous de l'étalement. Fluide utilisé : Carbopol ETD  $c = 0.2\%$ ,  $\sigma_y = 2.2\text{ Pa}$ ,  $K = 3.6\text{ Pa s}^n$  et  $n = 0.49$ . Images obtenues après  $t = 0.86\text{ s}$  d'étalement.

## C Ajout du glissement dans la simulation de FCS

Je détaille ici l'ajout de glissement dans la simulation de FCS (chapitre 2). Comme nous l'avons vu, la dynamique d'étalement simulée n'est pas identique à la dynamique d'étalement mesurée expérimentalement. En particulier, l'étalement simulé est moins rapide que les observations expérimentales, et le Carbopol U10 s'étale plus sur une surface lisse que sur une surface rugueuse (figure 2.13). Une des hypothèses avancée est que le fluide glisse à la paroi ce que la simulation numérique ne prévoit pas.

Une solution pour tenir compte d'un glissement à la paroi est d'ajouter une vitesse de glissement effective, moyennée sur l'ensemble de la goutte et dans le temps, caractérisée par un facteur  $\mathcal{G}$  défini comme suit :

$$\mathcal{G} = \frac{V_g}{V} \quad \text{avec} \quad \mathcal{G} < 1. \quad (6.5)$$

avec  $V_g = v_r(z = 0)$  la vitesse de glissement  $V_g = v_r(z = 0)$ . Pour simplifier, je suppose que  $\mathcal{G}$  ne dépend ni de la contrainte à la paroi ni du temps.

L'introduction de ce facteur dans la dynamique ne modifie pas l'expression de la puissance capillaire, la goutte s'étale toujours à la vitesse  $V$ . Il intervient uniquement dans la dissipation visqueuse car en ordre de grandeur, le cisaillement est diminué du même facteur  $\mathcal{G}$ . Cela revient donc uniquement à calculer le gradient de pression  $\tilde{A}$  avec une vitesse moyenne modifiée  $(1 - \mathcal{G})\tilde{V}$ .

La figure 6.3 présente la modification du rayon en présence de glissement. L'effet du glissement sur le rayon final est donc très faible (inférieur à 4 %) pour  $\mathcal{G} < 0.8$ , mais semble diverger lorsque  $\mathcal{G} \rightarrow 1$ . Les résultats expérimentaux du chapitre 2 suggèrent un glissement effectif de  $\mathcal{G} \approx 0.6$  pour le Carbopol U10. En fixant dans les simulations cette valeur de glissement, l'effet sur l'état final est de l'ordre de 1 %, soit très loin des résultats expérimentaux.

L'ajout d'un glissement de cette manière dans la résolution numérique ne permet donc pas de justifier les écarts entre expériences et résultats numériques.

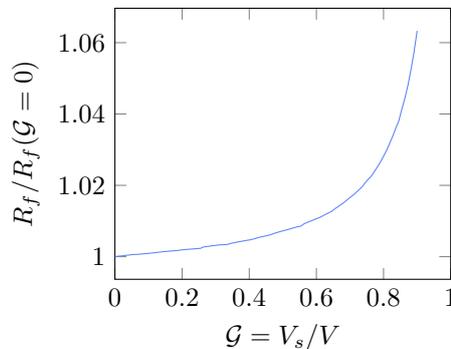


FIGURE 6.3 – Augmentation du rayon final  $R_f$  lors de l'ajout de glissement.  $\sigma_y = 8 \text{ Pa}$ ,  $K = 8 \text{ Pa s}^n$  et  $n = 0.5$ .

## D Synchronisation de plusieurs caméras rapides

Lors de l'expérience d'impact de gouttes sur une membrane, j'utilise deux caméras rapides pour observer simultanément l'étalement sous deux angles de vue : de dessous et de côté. Le problème de la synchronisation des caméras se pose alors. Il est d'autant plus important qu'elles sont de marques différentes, chacune a alors son propre logiciel propriétaire et son propre mode de déclenchement. La caméra PHOTRON Fastcam SA4 se déclenche sur un front montant de 0 à 5 V alors que la seconde, la PHANTOM V711, se déclenche après une mise à la masse de sa borne `Trigger` pendant une durée d'au moins 5 ms (qui est à un potentiel de 5 V par défaut). Une solution aurait pu être de déclencher une caméra depuis son logiciel puis rapidement basculer sur l'autre logiciel pour la seconde, ce qui n'est absolument pas envisageable au vue de la durée d'un impact de goutte. J'ai choisi d'utiliser un micro-contrôleur Arduino Nano pour les synchroniser extérieurement. Ce dernier présente plusieurs avantages :

- c'est une carte programmable non propriétaire et donc peu chère, il est possible de trouver des versions à moins d'un euro ;
- il est facile de le programmer, ce qui permet de l'interfacer rapidement avec un ordinateur pour répondre aux besoins ;
- il possède 12 entrées/sorties numériques (ou ports) permettant donc théoriquement de déclencher jusqu'à 12 appareils simultanément ;
- pour finir, malgré une fréquence de processeur assez faible, cela est suffisant pour avoir une précision de l'ordre de la milliseconde, ce qui est acceptable pour l'utilisation que l'on en fait ici.

Après avoir programmé l'Arduino en C++, j'ai réalisé une interface graphique en Python qui envoie en temps voulu un message à l'Arduino via une connexion USB, ce qui amorce la séquence de synchronisation. Une fois l'ordre de déclenchement reçu, le micro-contrôleur envoie séparément sur deux ports les différents signaux de déclenchement adéquats pour chaque caméra. Une des sorties numériques de l'Arduino est directement reliée à la caméra PHOTRON, tandis qu'une autre sortie est connectée à la caméra PHANTOM via un optocoupleur. Le schéma électronique du montage est représenté à la figure 6.4, il permet de respecter les conditions de déclenchement propres à chaque caméra.

Une fois ceci fait, les deux caméras peuvent alors être déclenchées à partir d'une même interface graphique. Puis, lorsque l'enregistrement est fini, il suffit d'utiliser le logiciel de chaque caméra pour sauvegarder uniquement la séquence qui nous intéresse.

Un nouveau problème se pose alors : les deux caméras ont leurs temps propres avec une origine différente. De plus, même si le signal de déclenchement est envoyé en même temps, elles ont chacune leur temps de réponse, ce qui induit inévitablement un décalage temporel. Ces temps de retard incluent également le retard de la communication USB ainsi que

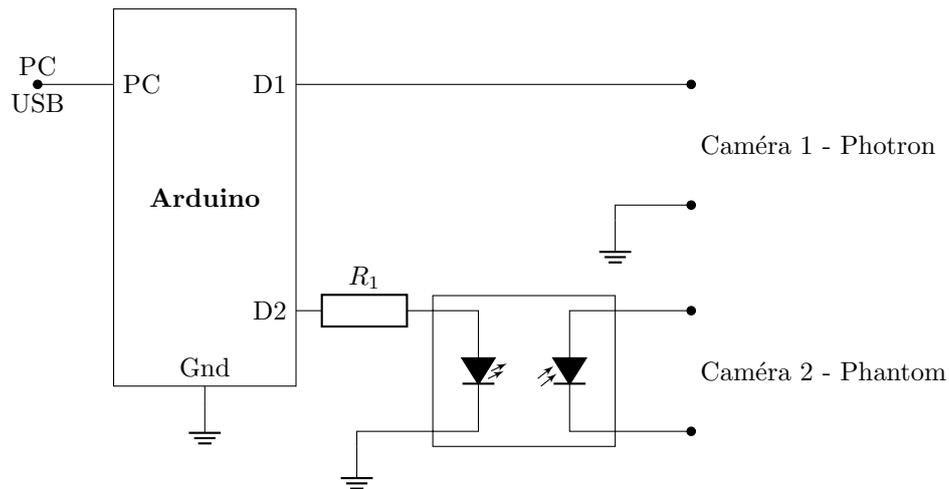


FIGURE 6.4 – Schéma électronique du dispositif de déclenchement des caméras rapides. Un micro-contrôleur Arduino permet de faire le lien entre l'ordinateur et les caméras de marques différentes.

du micro-contrôleur. Synchroniser les films signifie donc déterminer l'écart de temps entre les deux déclenchements. En filmant avec deux caméras un événement rapide (l'allumage d'une diode laser) avec une fréquence d'acquisition importante (100 000 Hz), j'ai pu déterminer que la caméra PHANTOM se déclenche  $10.10 \pm 0.01$  ms après la caméra PHOTRON. La connaissance de ce décalage permet de synchroniser les deux films d'un même impact.

## E Mesure de la déformation de la membrane par réflexion d'un laser

Je présente ici une méthode envisagée pour avoir accès à la forme de la membrane en particulier sa déformation et sa courbure au cours du temps. Cette méthode est en partie inspirée des travaux précédents [17, 25, 83] qui l'ont utilisée pour mesurer la déflexion d'une membrane lors de l'impact d'une bille ou d'une goutte. Cette méthode consiste à faire réfléchir un laser sur la membrane, la déviation du laser dépend alors de la position de la membrane. À partir d'une calibration de cette déviation, il est donc *a priori* possible de déterminer la position de la membrane au cours du temps.

Le laser utilisé est un laser LED rouge (635 nm) LaserLyte-Flex 10 mW de GLOBAL LASER munie d'une lentille permettant d'avoir une croix d'ouverture  $60^\circ$ . L'utilisation d'une croix permet d'avoir deux nappes laser orthogonales et donc de sonder la déformation de la membrane selon deux axes. Le rayon laser est réfléchi sur un écran que l'on filme avec une caméra rapide (PHOTRON Fastcam SA4) à 13 500 fps. À la sortie de la lentille, le rayon est légèrement divergent, il mesure donc environ 1 mm de largeur lors de sa réflexion sur la membrane et environ le double sur l'écran.

Je cherche tout d'abord à valider l'utilisation d'un laser dans notre cas, c'est-à-dire de répondre aux questions : à partir d'une calibration statique, peut-on déterminer la position de la membrane ? est-ce encore valable en tenant compte des effets dynamiques lors d'un impact ?

### E.1 Calibration statique

#### E.1.a Méthode

J'étudie dans un premier temps la déformation de la membrane fixée sur un support circulaire de rayon  $a$  à l'équilibre avec un indenteur sphérique de rayon  $R$  qui impose une déformation  $\delta$  ( $\delta < 0$ ) au centre. Cette déformation est réalisée avec une bille de rayon connu fixée sur une platine de translation micrométrique.

Je suppose que :

- la déformation de la membrane est faible : le rayon est faiblement dévié, l'angle  $\theta$  est faible ;
- le rayon laser est infiniment fin (sa largeur est très petite devant le rayon de courbure de la membrane au point d'impact) ;
- l'écran est orthogonal au rayon quel que soit sa déviation, ce qui est possible expérimentalement pour de petites déviations.

Sous ces hypothèses, la déviation observée  $D_{\text{laser}}$  sur l'écran est proportionnelle à  $2\theta$ ,  $\theta = \arctan(z'(r)) \approx z'(r)$  (figure 6.5).

La déviation du laser a deux contributions, d'une part le mouvement de la position de la membrane selon  $z$  et d'autre part l'angle  $\theta$  de la membrane par rapport à l'horizontale. Elle est donnée par  $D_{\text{laser}} \approx \delta + d_{\text{écran}} \tan \theta$ , avec  $d_{\text{écran}}$  la distance entre le point de réflexion et l'écran. Je néglige la première contribution, car elle correspond au rayon qui est juste décalé verticalement de  $\delta$ . La déviation observée sur l'écran sera donc du même ordre que l'enfoncement de la membrane quelle que soit la position de l'écran, soit de l'ordre du millimètre. La seconde contribution due à l'angle  $\theta$  est d'autant plus importante que l'écran sera loin. Avec  $\theta = 30^\circ$  et  $d_{\text{écran}} = 10 \text{ cm}$ , on a  $D_{\text{laser}} \approx 5 \text{ cm}$ .

Pour chaque enfoncement  $\delta$  une photo de l'écran est prise puis une détection du laser est effectuée à l'aide d'un code Python. En particulier, une détection d'un certain niveau de luminosité de la composante rouge de l'image est particulièrement efficace pour détecter le laser car il est la source principale de lumière rouge lors de l'expérience. Les résultats sont donnés sur la figure 6.7.

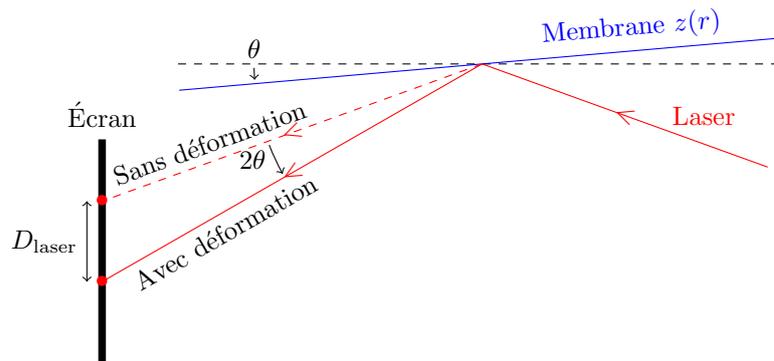


FIGURE 6.5 – Schéma de la déviation d'un laser sur la membrane.

### E.1.b Forme de la membrane statique

On note  $r_c$  le rayon de la zone de contact entre l'indenteur et la membrane. On peut donc décomposer la membrane en deux zones distinctes :

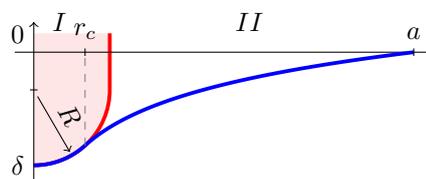


FIGURE 6.6 – Déformation de la membrane à l'équilibre.

— **Zone I**, pour  $r < r_c$ , la membrane prend la forme de la sphère, nous avons :

$$z_I(r) = \delta + R(1 - \sqrt{1 - (r/R)^2}), \quad (6.6)$$

— **Zone II**, pour  $r > r_c$ , la membrane est libre et vérifie une équation de Poisson axisymétrique avec comme condition initiale  $z_{II}(z = a) = 0$  :

$$z_{II}(r) = A \ln(r/a). \quad (6.7)$$

Les conditions de recollement en  $r = r_c$ , à savoir la continuité de la déformation et de sa dérivée, nous donnent deux équations, ce qui nous permet de déterminer numériquement les deux inconnues  $A$  et  $r_c$ .

### E.1.c Résultat et discussion

Lorsque le rayon est réfléchi par la membrane libre, nous avons :

$$D_{\text{laser}} \propto z'(r) \propto \frac{A(R, \delta, r_c)}{R_i}. \quad (6.8)$$

avec  $R_i$  la distance entre le centre de la membrane (où l'indenteur est appliqué) et le point d'impact du laser. Le coefficient de proportionnalité dépend de la complexité du montage en particulier de la position relative des différents éléments. C'est justement cette inconnue qui doit être déterminée lors de cette calibration. Cette loi peut être confrontée à deux dépendances :

- **Influence de l'enfoncement  $\delta$**  : on peut montrer numériquement que pour une petite bille ( $R \ll a$ ), on a  $A \propto \delta$ . Donc à  $r$  fixé, on doit retrouver que la déviation du laser est proportionnelle à l'enfoncement :  $D_{\text{laser}} \propto \delta$ .
- **Influence de la distance  $r$  entre le centre de la membrane et le point d'impact du laser** : pour une déformation fixée ( $\delta$  constant) et  $R$  donné,  $r_c$  est aussi une constante et donc  $A$  également. D'après l'équation 6.8, on doit retrouver que la déviation  $D_{\text{laser}}$  est proportionnelle à  $1/R_i$ .

Ces deux dépendances sont vérifiées expérimentalement, comme présenté sur la figure 6.7. En première approximation, l'enfoncement  $\delta$  de la membrane peut être obtenu par la relation :

$$\delta \propto R_i D_{\text{laser}}. \quad (6.9)$$

Le coefficient de proportionnalité est obtenu par calibration préalable. Ceci n'est vrai que dans un cas statique, lorsque la membrane est à l'équilibre mécanique.

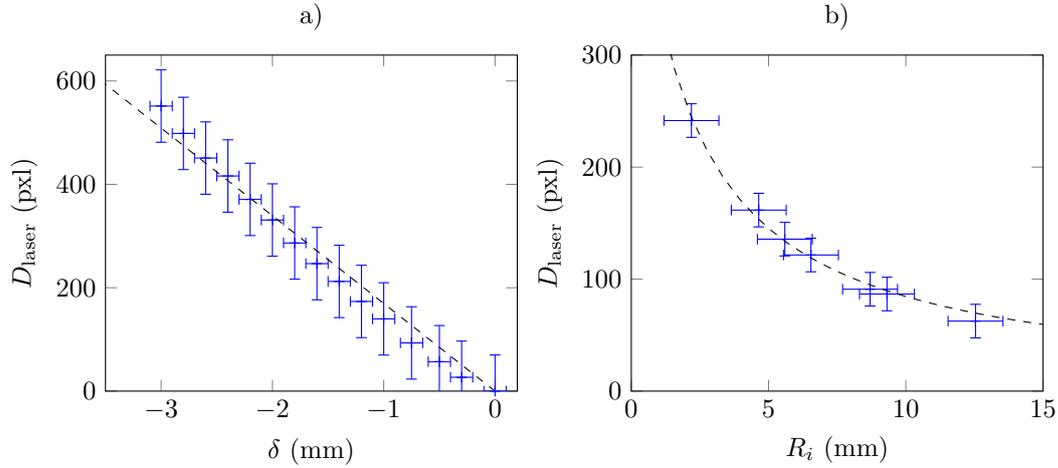


FIGURE 6.7 – a) Position du laser sur l'écran  $D_{\text{laser}}$  en fonction de la déformation  $\delta$ , pour  $R_i = 5$  mm. b) Position du laser sur l'écran en fonction de la position entre le centre de la membrane et le point d'impact du laser  $R_i$  pour  $\delta = -1$  mm.

## E.2 Dynamique

Je cherche à présent à savoir si la calibration statique est toujours valide lors d'une déformation dynamique. Pour cela, je filme la déviation du laser avec une caméra rapide lors de l'impact d'une bille. L'utilisation d'une bille solide en verre permet de s'affranchir de sa propre déformation, et la mesure de sa position à l'aide d'une vue de côté nous donne directement la déformation de la membrane.

Les deux caméras sont synchronisées à l'aide de la méthode présentée précédemment (annexe D). Les billes utilisées sont des billes de verre de rayon  $R = 0.75$  mm, soit de masse et de taille similaire à de petites gouttes d'eau. Le même code que dans le cas de l'analyse statique est utilisé pour mesurer la déviation du laser, il est appliqué indépendamment sur chacune des images de la vidéo.

La figure 6.8.a représente la déformation réelle de la membrane, mesurée à partir d'une mesure directe de la position de la bille (en rouge), et la déformation mesurée à partir du laser calibré par la méthode statique (en bleu). Nous pouvons constater qu'il y a un retard à la détection. Lors des premières images la membrane est déjà déformée mais rien n'est observé via la déviation du laser. L'onde de déformation n'est pas encore arrivée au point d'impact du laser. De plus, la nappe laser est d'épaisseur similaire au rayon de courbure de la membrane aux premiers instants. Il est donc fortement élargi et apparaît alors étalé et peu lumineux sur l'écran. L'incertitude sur la position du laser à l'écran est alors importante.

La figure 6.8.b représente la déformation de la membrane réelle en fonction de la position mesurée par le laser pour trois vitesses d'impact  $U$ . En plus du problème de retard à la détection, il n'y a pas proportionnalité entre les deux mesures. Comme nous l'avons vu, le laser ne nous permet que de mesurer la pente de la membrane et non sa position. Le lien entre pente et déformation maximale est aisé en statique mais n'est plus vrai en dynamique.

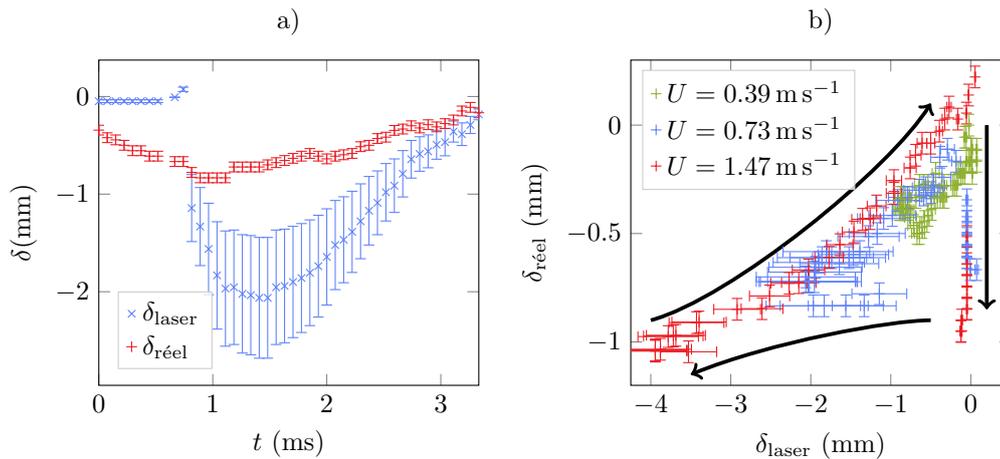


FIGURE 6.8 – Évolution de l’enfoncement pour trois vitesses d’impacts différentes.  $\delta_{\text{réel}}$  correspond à une mesure directe de la position de la membrane et  $\delta_{\text{laser}}$  à une mesure au laser calibré en statique. Les flèches noires indiquent le sens d’évolution du temps. Fréquence d’acquisition : 13500 images par seconde.

### E.3 Conclusion et limite de la mesure

L’utilisation d’un laser ne donne accès qu’à la pente locale de la membrane et non à la déformation ou la courbure. De plus, on constate que la calibration statique n’est plus valable en dynamique, ce qui rend impossible son utilisation. Du fait des ondes qui se propagent dans la membrane, il n’y a plus de lien simple entre déformation et pente en dynamique, une même déviation peut correspondre à une infinité d’enfoncements. D’autres limites, telle que l’élargissement de la nappe laser lorsque le rayon de courbure est trop important et le retard à la détection rendent cette méthode inutilisable dans notre cas.

Les études précédentes [17, 25, 83] utilisent des membranes plus tendues que celles utilisées dans mes travaux. Les ondes qui se propagent suite à l’impact sont alors plus rapides et un régime stationnaire est atteint plus rapidement. La méthode est donc valable et utilisable dans leur cas car les auteurs n’observent pas d’onde de déformation qui se propagent sur des temps similaires au temps d’observation, mais uniquement des ondes stationnaires : le lien entre déviation du laser et amplitude de déformation doit être plus simple. Cette méthode peut donc être efficace dans certaines situations, cependant la faible tension de mes membranes (indispensable pour obtenir des courbures importantes) la rend inapplicable ici.



# Bibliographie

- [1] Pascale AUSSILLOUS et David QUÉRÉ. « Liquid marbles ». In : *Nature* 411.6840 (2001), p. 924-927.
- [2] Q. BARRAL et al. « Adhesion of yield stress fluids ». In : *Soft Matter* 6 (2010), p. 1343-1351.
- [3] Jean-Louis BARRAT et Lydéric BOCQUET. « Large Slip Effect at a Nonwetting Fluid-Solid Interface ». In : *Phys. Rev. Lett.* 82 (23 juin 1999), p. 4671-4674. DOI : 10.1103/PhysRevLett.82.4671. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.4671>.
- [4] Denis BARTOLO et al. « Bouncing or sticky droplets : Impalement transitions on superhydrophobic micropatterned surfaces ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 74.2 (2006), p. 299.
- [5] D. BECHERT et al. « Drag reduction mechanisms derived from shark skin ». In : 2 (jan. 1986), p. 1044-1068.
- [6] DW BECHERT et al. « Fluid mechanics of biological surfaces and their technological application ». In : *Naturwissenschaften* 87.4 (2000), p. 157-171.
- [7] Matthew R. BEGLEY et Thomas J. MACKIN. « Spherical indentation of freestanding circular thin films in the membrane regime ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 52.9 (1<sup>er</sup> sept. 2004), p. 2005-2023. ISSN : 0022-5096. DOI : 10.1016/j.jmps.2004.03.002. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509604000572> (visité le 30/09/2021).
- [8] Anne-Laure BIANCE, Christophe CLANET et David QUÉRÉ. « First steps in the spreading of a liquid droplet ». In : *Phys. Rev. E* 69 (1 jan. 2004), p. 016301. DOI : 10.1103/PhysRevE.69.016301. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.69.016301>.
- [9] Anne-Laure BIANCE, Christophe CLANET et David QUÉRÉ. « Leidenfrost drops ». In : *Physics of Fluids* 15.6 (2003), p. 1632-1637. DOI : 10.1063/1.1572161. URL : <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1572161>.

- 
- [10] José BICO, Christian MARZOLIN et David QUÉRÉ. « Pearl drops ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 47.2 (1999), p. 220.
- [11] José BICO, Uwe THIELE et David QUÉRÉ. « Wetting of textured surfaces ». In : *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects* 206.1-3 (2002), p. 41-46.
- [12] Eugene C BINGHAM. « Rheology. I. The nature of fluid flow ». In : *Journal of chemical education* 6.6 (1929), p. 1113.
- [13] Daniel BONN et al. « Yield stress materials in soft condensed matter ». In : *Rev. Mod. Phys.* 89 (3 août 2017), p. 035005. DOI : 10.1103/RevModPhys.89.035005. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.89.035005>.
- [14] Edward BORMASHENKO et al. « Vibration-induced Cassie-Wenzel wetting transition on rough surfaces ». In : *Applied physics letters* 90.20 (2007), p. 201917.
- [15] J. BOUJLEL et P. COUSSOT. « Measuring the surface tension of yield stress fluids ». In : *Soft Matter* 9.25 (2013). Publisher : The Royal Society of Chemistry, p. 5898-5908. DOI : 10.1039/C3SM50551K. URL : <http://dx.doi.org/10.1039/C3SM50551K>.
- [16] ABD CASSIE et S BAXTER. « Trans. Faraday Soc. » In : (1944).
- [17] Pierre CHANTELOT et al. « Drop trampoline ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 124.2 (2018), p. 24003.
- [18] Chang-Hwan CHOI et al. « Effective slip and friction reduction in nanogated superhydrophobic microchannels ». In : *Physics of Fluids* 18.8 (2006). \_eprint : <https://doi.org/10.1063/1.2337669>, p. 087105. DOI : 10.1063/1.2337669. URL : <https://doi.org/10.1063/1.2337669>.
- [19] Christophe CLANET et al. « Maximal deformation of an impacting drop ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 517 (2004), p. 199-208.
- [20] C. COTTIN-BIZONNE, C. BARENTIN et L. BOCQUET. « Scaling laws for slippage on superhydrophobic fractal surfaces ». In : *Physics of Fluids* 24.1 (2012). \_eprint : <https://doi.org/10.1063/1.3674300>, p. 012001. DOI : 10.1063/1.3674300. URL : <https://doi.org/10.1063/1.3674300>.
- [21] C. COTTIN-BIZONNE et al. « Boundary Slip on Smooth Hydrophobic Surfaces : Intrinsic Effects and Possible Artifacts ». In : *Phys. Rev. Lett.* 94 (5 fév. 2005), p. 056102. DOI : 10.1103/PhysRevLett.94.056102. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.056102>.
- [22] Cécile COTTIN-BIZONNE. « Hydrodynamique à l'interface solide-liquide : étude par mesures de forces de surfaces et simulations de dynamique moléculaire ». Thèse de doct. Université Claude Bernard-Lyon I, 2003.

- [23] Cécile COTTIN-BIZONNE et al. « Dynamics of simple liquids at heterogeneous surfaces : molecular-dynamics simulations and hydrodynamic description ». In : *The European Physical Journal E* 15.4 (2004), p. 427-438.
- [24] Cécile COTTIN-BIZONNE et al. « Low-friction flows of liquid at nanopatterned interfaces ». In : *Nature materials* 2.4 (2003), p. 237-240.
- [25] Laurent COURBIN et al. « Impact dynamics for elastic membranes ». In : *Physical review letters* 97.24 (2006), p. 244301.
- [26] P. COUSSOT. « Yield stress fluid flows : A review of experimental data ». In : *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 211 (2014), p. 31-49. ISSN : 0377-0257. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2014.05.006>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025714000895>.
- [27] Adrian DAERR et Adrien MOGNE. « Pendent\_Drop : An ImageJ Plugin to Measure the Surface Tension from an Image of a Pendent Drop ». In : *Journal of Open Research Software* 4.1 (2016). DOI : 10.5334/jors.97. URL : <http://doi.org/10.5334/jors.97>.
- [28] Anthony MJ DAVIS et Eric LAUGA. « Hydrodynamic friction of fakir-like superhydrophobic surfaces ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 661 (2010), p. 402-411.
- [29] Pierre-Gilles DE GENNES. « Wetting : statics and dynamics ». In : *Reviews of modern physics* 57.3 (1985), p. 827.
- [30] Claude DESCHAMPS. *Mathématiques tout-en-un MP MP\**. fre. Dunod, 2016. ISBN : 9782100713615.
- [31] T. DIVOUX, C. BARENTIN et S. MANNEVILLE. « From stress-induced fluidization processes to Herschel-Bulkley behaviour in simple yield stress fluids ». In : *Soft Matter* 7 (2011), p. 8409-8418.
- [32] Antonin EDDI, Koen G WINKELS et Jacco H SNOEIJER. « Short time dynamics of viscous drop spreading ». In : *Physics of fluids* 25.1 (2013), p. 013102.
- [33] Jens EGGERS et al. « Drop dynamics after impact on a solid wall : Theory and simulations ». In : *Physics of Fluids* 22.6 (2010), p. 062101. DOI : 10.1063/1.3432498. eprint : <https://doi.org/10.1063/1.3432498>. URL : <https://doi.org/10.1063/1.3432498>.
- [34] Adrien GANS et al. « Dip-coating of suspensions ». In : *Soft matter* 15.2 (2019), p. 252-261.
- [35] P.-G. de GENNES, F. BROCHARD-WYART et D. QUÉRÉ. *Capillarity and Wetting Phenomena : Drops, Bubbles, Pearls, Waves*. Springer, 2004.

- 
- [36] A. N. GENT. « On the Relation between Indentation Hardness and Young's Modulus ». In : *Rubber Chemistry and Technology* 31.4 (sept. 1958), p. 896-906. DOI : 10.5254/1.3542351. URL : <https://doi.org/10.5254%2F1.3542351>.
- [37] B. GERAUD, L. BOCQUET et C. BARENTIN. « Confined flows of a polymer microgel ». In : *Eur. Phys. J. E* 36 (2013), p. 30.
- [38] Baudouin GÉRAUD. « Mouillage et dynamique confinée de fluides complexes ». Thèse de doct. 2013. URL : <http://www.theses.fr/2013LY010170>.
- [39] Baudouin GÉRAUD et al. « Capillary rise of yield-stress fluids ». In : *Europhys. Lett.* 107.5 (2014), p. 58002.
- [40] Baudouin GÉRAUD et al. « Structural and cooperative length scales in polymer gels ». In : *The European Physical Journal E* 40.1 (19 jan. 2017), p. 5. ISSN : 1292-895X. DOI : 10.1140/epje/i2017-11490-y. URL : <https://doi.org/10.1140/epje/i2017-11490-y>.
- [41] G GERMAN et V BERTOLA. « Formation of viscoplastic drops by capillary breakup ». In : *Physics of fluids* 22.3 (2010), p. 033101.
- [42] G GERMAN et V BERTOLA. « Impact of shear-thinning and yield-stress drops on solid substrates ». In : *Journal of Physics : Condensed Matter* 21.37 (2009), p. 375111.
- [43] G GERMAN et V BERTOLA. « The spreading behaviour of capillary driven yield-stress drops ». In : *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects* 366.1-3 (2010), p. 18-26.
- [44] Etienne GUYON. *Hydrodynamique physique*. fre. Savoirs actuels. Physique. EDP Science, 2001. ISBN : 2868835023.
- [45] Songtao HU et al. « Liquid repellency enhancement through flexible microstructures ». In : *Science advances* 6.32 (2020), eaba9721.
- [46] J HYVÄLUOMA et J TIMONEN. « Impalement transitions in droplets impacting microstructured superhydrophobic surfaces ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 83.6 (2008), p. 64002.
- [47] Maziyar JALAAL, Boris STOEBER et Neil J. BALMFORTH. « Spreading of viscoplastic droplets ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 914 (2021), A21. DOI : 10.1017/jfm.2020.886.
- [48] Loren JØRGENSEN. « Wetting of yield-stress fluids : capillary bridges and drop spreading ». Theses. Université de Lyon, sept. 2016. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01424224>.

- 
- [49] Loren JØRGENSEN et al. « Yield stress and elasticity influence on surface tension measurements ». In : *Soft Matter* 11.25 (2015). Publisher : The Royal Society of Chemistry, p. 5111-5121. DOI : 10.1039/C5SM00569H. URL : <http://dx.doi.org/10.1039/C5SM00569H>.
- [50] C JOSSERAND et al. « Droplet impact on a dry surface : triggering the splash with a small obstacle ». In : *Journal of fluid mechanics* 524 (2005), p. 47-56.
- [51] Christophe JOSSERAND et Sigurdur T THORODDSEN. « Drop impact on a solid surface ». In : *Annual review of fluid mechanics* 48 (2016), p. 365-391.
- [52] Jeong-Hyun KIM, Jonathan P ROTHSTEIN et Jessica K SHANG. « Dynamics of a flexible superhydrophobic surface during a drop impact ». In : *Physics of Fluids* 30.7 (2018), p. 072102.
- [53] Kerstin KOCH et al. « Fabrication of artificial Lotus leaves and significance of hierarchical structure for superhydrophobicity and low adhesion ». In : *Soft Matter* 5.7 (2009), p. 1386-1393.
- [54] Uday KOMARAGIRI, Matthew BEGLEY et J. SIMMONDS. « The Mechanical Response of Freestanding Circular Elastic Films Under Point and Pressure Loads ». In : *Journal of Applied Mechanics-transactions of The Asme - J APPL MECH* 72 (2005). DOI : 10.1115/1.1827246.
- [55] Nick LAAN et al. « Maximum diameter of impacting liquid droplets ». In : *Physical Review Applied* 2.4 (2014), p. 044018.
- [56] Benoit LABORIE et al. « On the stability of the production of bubbles in yield-stress fluid using flow-focusing and T-junction devices ». In : *Physics of Fluids* 28.6 (2016), p. 063103.
- [57] Aurélie LAFUMA et David QUÉRÉ. « Superhydrophobic states ». In : *Nature materials* 2.7 (2003), p. 457-460.
- [58] Guillaume LAGUBEAU et al. « Spreading dynamics of drop impacts ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 713 (2012), p. 50-60.
- [59] H LASTAKOWSKI et al. « Bridging local to global dynamics of drop impact onto solid substrates ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 747 (2014), p. 103-118.
- [60] Eric LAUGA et Howard A STONE. « Effective slip in pressure-driven Stokes flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 489 (2003), p. 55-77.
- [61] Choongyeop LEE, Chang-Hwan CHOI et Chang-Jin KIM. « Superhydrophobic drag reduction in laminar flows : a critical review ». In : *Experiments in Fluids* 57.12 (2016), p. 1-20.

- 
- [62] Choongyeop LEE et Chang-Jin “CJ” KIM. « Influence of Surface Hierarchy of Superhydrophobic Surfaces on Liquid Slip ». In : *Langmuir* 27.7 (5 avr. 2011). Publisher : American Chemical Society, p. 4243-4248. ISSN : 0743-7463. DOI : 10.1021/1a104368v. URL : <https://doi.org/10.1021/1a104368v>.
- [63] Choongyeop LEE et Chang-Jin “CJ” KIM. « Maximizing the Giant Liquid Slip on Superhydrophobic Microstructures by Nanostructuring Their Sidewalls ». In : *Langmuir* 25.21 (3 nov. 2009). Publisher : American Chemical Society, p. 12812-12818. ISSN : 0743-7463. DOI : 10.1021/1a901824d. URL : <https://doi.org/10.1021/1a901824d>.
- [64] Choongyeop LEE et al. « Two types of Cassie-to-Wenzel wetting transitions on superhydrophobic surfaces during drop impact ». In : *Soft Matter* 11.23 (2015). Publisher : The Royal Society of Chemistry, p. 4592-4599. DOI : 10.1039/C5SM00825E. URL : <http://dx.doi.org/10.1039/C5SM00825E>.
- [65] Thomas LEE, Eric CHARRAULT et Chiara NETO. « Interfacial slip on rough, patterned and soft surfaces : A review of experiments and simulations ». In : *Advances in Colloid and Interface Science* 210 (2014), p. 21-38. ISSN : 0001-8686. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cis.2014.02.015>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0001868614000724>.
- [66] Johann Gottlob LEIDENFROST. *De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus*. Ovenius, 1756.
- [67] R. David LIDE. *Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, 2005.
- [68] Miao LIU et al. « Thickness-dependent mechanical properties of polydimethylsiloxane membranes ». In : *Journal of micromechanics and microengineering* 19.3 (2009), p. 035028.
- [69] Li-Hua LUU et Yoël FORTERRE. « Giant drag reduction in complex fluid drops on rough hydrophobic surfaces ». In : *Physical review letters* 110.18 (2013), p. 184501.
- [70] Li-Hua LUU et Yoel FORTERRE. « Drop impact of yield-stress fluids ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 632 (2009), p. 301-327.
- [71] Mathilde MAILLARD et al. « Dip-coating of yield stress fluids ». In : *Physics of Fluids* 28.5 (2016), p. 053102.
- [72] Shreyas MANDRE, Madhav MANI et Michael P. BRENNER. « Precursors to Splashing of Liquid Droplets on a Solid Surface ». In : *Phys. Rev. Lett.* 102 (13 mar. 2009), p. 134502. DOI : 10.1103/PhysRevLett.102.134502. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.134502>.
- [73] G MANUKYAN et al. « Electrical switching of wetting states on superhydrophobic surfaces : a route towards reversible Cassie-to-Wenzel transitions ». In : *Physical review letters* 106.1 (2011), p. 014501.

- [74] Grégoire MARTOUZET et al. « Drag reduction on drop during impact on multiscale superhydrophobic surfaces ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 892 (2020).
- [75] Grégoire MARTOUZET et al. « Dynamic arrest during the spreading of a yield stress fluid drop ». In : *Physical Review Fluids* 6.4 (2021), p. 044006.
- [76] S. P. MEEKER, R. T. BONNECAZE et M. CLOITRE. « Slip and flow in soft particle pastes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004), p. 198302.
- [77] Gerald Henry MEETEN. « Effects of plate roughness in squeeze-flow rheometry ». In : *Selected papers from the Proceedings of a conference on Rheometry organised by the University of Wales Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics(UWINNFM) in April 2003*. 124.1 (15 déc. 2004), p. 51-60. ISSN : 0377-0257. DOI : 10.1016/j.jnnfm.2004.07.003. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025704002307>.
- [78] Raffaele MEZZENGA et al. « Understanding foods as soft materials ». In : *Nature Materials* 4.10 (1<sup>er</sup> oct. 2005), p. 729-740. ISSN : 1476-4660. DOI : 10.1038/nmat1496. URL : <https://doi.org/10.1038/nmat1496>.
- [79] Claude LMH NAVIER. *Mémoire sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques*. 1827.
- [80] Patrick OSWALD. *Rhéophysique : Ou comment coule le matière*. Editions Belin, 2005.
- [81] Justin PÉMÉJA. « Fluides à seuil en milieux confinés : microstructure, glissement et films de savon ». Thèse de doct. 2020. URL : <http://www.theses.fr/2020LYSE1112/document>.
- [82] Justin PÉMÉJA et al. « Wall slip regimes in jammed suspensions of soft microgels ». In : *Phys. Rev. Fluids* 4 (3 mar. 2019), p. 033301. DOI : 10.1103/PhysRevFluids.4.033301. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.4.033301>.
- [83] Rachel E PEPPER, Laurent COURBIN et Howard A STONE. « Splashing on elastic membranes : The importance of early-time dynamics ». In : *Physics of Fluids* 20.8 (2008), p. 082103.
- [84] Mihail Nicolae POPESCU et al. « Precursor films in wetting phenomena ». In : *Journal of Physics : Condensed Matter* 24.24 (2012), p. 243102.
- [85] David QUÉRÉ. « Leidenfrost Dynamics ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 45.1 (2013). \_eprint : <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140709>, p. 197-215. DOI : 10.1146/annurev-fluid-011212-140709. URL : <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140709>.

- 
- [86] Mathilde Reyssat QUÉRÉ David. *L'effet lotus*. Purlascience.fr. Publisher : Pour la Science. URL : <https://www.purlascience.fr/sd/physique/https://www.purlascience.fr/sd/physique/1-effet-lotus-3789.php> (visité le 15/01/2022).
- [87] Salima RAFAÏ et Daniel BONN. « Spreading of non-Newtonian fluids and surfactant solutions on solid surfaces ». In : *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications* 358.1 (2005), p. 58-67.
- [88] Christophe RAUFASTE et al. « Superpropulsion of droplets and soft elastic solids ». In : *Physical Review Letters* 119.10 (2017), p. 108001.
- [89] Charly RENARD et al. « Superhydrophobic capillary coatings : Elaboration, characterization and application to electrophoretic separations ». In : *Journal of Chromatography A* 1603 (2019), p. 361-370.
- [90] Mathilde Callies REYSSAT. « Splendeur et misère de l'effet lotus ». Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2007.
- [91] Denis RICHARD, Christophe CLANET et David QUÉRÉ. « Contact time of a bouncing drop ». In : *Nature* 417.6891 (2002), p. 811-811.
- [92] Denis RICHARD et David QUÉRÉ. « Bouncing water drops ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 50.6 (2000), p. 769.
- [93] Ilia V. ROISMAN. « Inertia dominated drop collisions. II. An analytical solution of the Navier–Stokes equations for a spreading viscous film ». In : *Physics of Fluids* 21.5 (2009). eprint : <https://doi.org/10.1063/1.3129283>, p. 052104. DOI : 10.1063/1.3129283. URL : <https://doi.org/10.1063/1.3129283>.
- [94] Jonathan P. ROTHSTEIN. « Slip on Superhydrophobic Surfaces ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 42.1 (2010), p. 89-109. DOI : 10.1146/annurev-fluid-121108-145558. eprint : <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-121108-145558>. URL : <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-121108-145558>.
- [95] Samuel A SAFRAN. *Statistical thermodynamics of surfaces, interfaces, and membranes*. CRC Press, 2018.
- [96] Jyoti R SETH et al. « How do soft particle glasses yield and flow near solid surfaces ? » In : *Soft Matter* 8.1 (2012), p. 140-148.
- [97] Wilbert J. SMIT et al. « Stress Field inside the Bath Determines Dip Coating with Yield-Stress Fluids in Cylindrical Geometry ». In : *Phys. Rev. Lett.* 123 (14 sept. 2019), p. 148002. DOI : 10.1103/PhysRevLett.123.148002. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.123.148002>.

- [98] Jacco H SNOEIJER, Philippe BRUNET et Jens EGGERS. « Maximum size of drops levitated by an air cushion ». In : *Physical Review E* 79.3 (2009), p. 036307.
- [99] Dan SOTO. « Non-wetting drops : from impacts to self-propulsion ». Theses. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, oct. 2014. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01149069>.
- [100] A.F. STALDER et al. « A Snake-Based Approach to Accurate Determination of Both Contact Points and Contact Angles ». In : *Colloids And Surfaces A : Physicochemical And Engineering Aspects* 286.1-3 (sept. 2006), p. 92-103.
- [101] V.M. STAROV et al. « Spreading of non-Newtonian liquids over solid substrates ». In : *Journal of Colloid and Interface Science* 257.2 (2003), p. 284-290. ISSN : 0021-9797. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0021-9797\(02\)00034-6](https://doi.org/10.1016/S0021-9797(02)00034-6). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979702000346>.
- [102] Toshihiko TANAKA, Mitsuaki Morigami Mitsuaki MORIGAMI et Nobufumi Atoda Nobufumi ATODA. « Mechanism of resist pattern collapse during development process ». In : *Japanese Journal of Applied Physics* 32.12S (1993), p. 6059.
- [103] LH TANNER. « The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces ». In : *Journal of Physics D : Applied Physics* 12.9 (1979), p. 1473.
- [104] Ivan U. VAKARELSKI et al. « Drag Reduction by Leidenfrost Vapor Layers ». In : *Phys. Rev. Lett.* 106 (21 mai 2011), p. 214501. DOI : 10.1103/PhysRevLett.106.214501. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.214501>.
- [105] Thomas VASILEIOU et al. « Superhydrophobicity enhancement through substrate flexibility ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113.47 (2016), p. 13307-13312.
- [106] Dominic VELLA et Benny DAVIDOVITCH. « Indentation metrology of clamped, ultra-thin elastic sheets ». In : *Soft Matter* 13.11 (2017), p. 2264-2278. ISSN : 1744-683X, 1744-6848. DOI : 10.1039/C6SM02451C. URL : <http://xlink.rsc.org/?DOI=C6SM02451C> (visité le 14/11/2021).
- [107] OV VOINOV. « Hydrodynamics of wetting ». In : *Fluid dynamics* 11.5 (1976), p. 714-721.
- [108] LHJ WACHERS et NAJ WESTERLING. « The heat transfer from a hot wall to impinging water drops in the spheroidal state ». In : *Chemical engineering science* 21.11 (1966), p. 1047-1056.
- [109] Patricia B WEISENSEE et al. « Water droplet impact on elastic superhydrophobic surfaces ». In : *Scientific reports* 6.1 (2016), p. 1-9.

- 
- [110] Robert N WENZEL. « Resistance of solid surfaces to wetting by water ». In : *Industrial & Engineering Chemistry* 28.8 (1936), p. 988-994.
- [111] A. L. YARIN et D. A. WEISS. « Impact of drops on solid surfaces : self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 283 (1995), p. 141-173. DOI : 10.1017/S0022112095002266.
- [112] Christophe YBERT et al. « Achieving large slip with superhydrophobic surfaces : Scaling laws for generic geometries ». In : *Physics of fluids* 19.12 (2007), p. 123601.
- [113] William A ZISMAN. « Relation of the equilibrium contact angle to liquid and solid constitution ». In : ACS Publications, 1964.