HAL
open science

# Transmission d'un faisceau ultrasonore borné en incidence normale à travers une plaque immergée. Application à l'évaluation non destructive localisée d'assemblages collés.

Victor Gayoux

**To cite this version:**

Victor Gayoux. Transmission d'un faisceau ultrasonore borné en incidence normale à travers une plaque immergée. Application à l'évaluation non destructive localisée d'assemblages collés.. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2023. Français. NNT : 2023BORD0134 . tel-04228285

**HAL Id: tel-04228285**

**https://theses.hal.science/tel-04228285**

Submitted on 4 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

# DOCTEUR
# DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

Spécialité MÉCANIQUE

Par **Victor GAYOUX**

---

# Transmission d'un faisceau ultrasonore borné en incidence normale à travers une plaque immergée. Application à l'évaluation non destructive localisée d'assemblages collés.

---

Sous la direction de : **Michel CASTAINGS**
Co-encadrant : **Mathieu RÉNIER**

Soutenue le 02/06/2023 devant la commission d'examen formée de :

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. CASTAINGS Michel | Professeur des universités | Bordeaux INP | Directeur de thèse |
| M. RÉNIER Mathieu | Maître de conférence | Université de Bordeaux | Examinateur |
| M. MOYSAN Joseph | Professeur des universités | Aix-Marseille Université | Rapporteur |
| M. LHÉMERY Alain | Directeur de recherche | CEA | Rapporteur |
| M. PAPON Éric | Professeur des universités | Université de Bordeaux | Examinateur |
| M. RAETZ Samuel | Maître de conférence | Le Mans Université | Examinateur |
| Mme. ZHANG Fan | Experte Référent CND | CETIM | Invitée |

# Remerciements

En premier lieu, je souhaite remercier Mathieu Rénier et Michel Castaings pour la confiance accordée et leur accompagnement au cours de ces quatre années. Je pense sincèrement que le bon déroulé d'un doctorat dépend pour grande part de l'encadrement, et sur ce point je suis très bien tombé. J'ai beaucoup appris à vos côtés. Mathieu, ton expertise scientifique, ta sympathie, ta bienveillance, ta disponibilité et ton humour [1] font que c'est un réel plaisir de travailler avec toi. J'ai apprécié tous les échanges que l'on a pu avoir, qu'ils aient été en rapport avec la thèse ou non. Michel, j'ai pu profiter de ton expérience, de ta rigueur, de ton esprit de synthèse et de manière générale, de tes conseils toujours avisés. Je te suis particulièrement reconnaissant pour ta capacité à te rendre disponible même quand tu es débordé.

Je tiens à remercier Alain Lhémery et Joseph Moysan d'avoir accepté le rôle de rapporteur de ce long manuscrit de thèse. Je remercie également Éric Papon pour avoir présidé le jury lors de la soutenance et Samuel Raetz pour son examen minutieux de ce travail de thèse.

Je remercie vivement Christine Biateau pour son travail au sein de l'équipe UM. Ta capacité à résoudre efficacement et rapidement les problèmes (petite panne ou autres joyeusetés) est plus que bienvenue.

Je remercie également le CETIM qui a financé ces travaux. Fan, je te suis reconnaissant pour ton accompagnement tout au long de cette thèse. Cyrille, je te remercie pour tous les échanges que l'on a pu avoir au sujet des assemblages collés. Ton expertise m'a permis de mieux cerner les problématiques plus que complexes liées à ce sujet. Merci à Coralie pour la réalisation des différentes plaques et enfin merci à Romain, notamment pour la relecture minutieuse du manuscrit de thèse qui a permis de détecter les dernières coquilles (ou seulement une partie ?).

J'ai eu la chance de partager ces quelques années avec de super collègues, qu'ils soient stagiaires, doctorants, post docs et permanents. Parce que la vie au labo ce n'est pas que du boulot, c'est aussi des parties de belote et des pauses café/clope à l'origine de discussions fortes intéressantes bien que parfois un peu trop longues (hein François ? hein Arthur ?). Je garde un excellent souvenir du A4 en compagnie d'une belle équipe : Arthur, Ludo, Pierre, Julien, Louise, François, Justine, Fiona, Fa et tous les autres ... Quelques mentions spéciales : Ludo, qui m'a supporté à la coloc et au labo. J'espère que tu ne m'en veux pas d'avoir été sans pitié lors de nos séances de squash. Arthur même si tu nous as quittés pour rejoindre l'ennemi capitaliste, je ne t'en veux pas et j'espère qu'on se reverra vite. François, on a eu un nombre incalculable de discussions qui n'ont pas forcément fait avancer le schmilblick mais je suis bien content qu'on les ait eues ! Fa, j'ai eu de la chance de t'avoir comme co-bureau. Tu es tellement bon public que tu m'as laissé croire que j'étais drôle et ça fait bien plaisir. J'en profite pour te souhaiter un bon courage pour ta fin de thèse. Même message pour Clément, J.B, Zouhir et Ewen bien sûr ! Pour ceux qui, comme Antoine et Hugo, ne pensent à la rédaction que comme une échéance lointaine, profitez-en !

Je ne pouvais pas terminer ces remerciements sans un mot pour ma famille. J'ai eu la chance d'avoir des parents et deux grandes sœurs formidables que je remercie profondément pour leur soutien. C'est quand même bien plus facile de suivre de longues études quand on a une famille pareille.

1. Même si la moitié du temps j'ai pas la réf, ça vaut le coup pour l'autre moitié.

**Résumé** : Ces travaux de thèse portent sur une nouvelle méthode de caractérisation de propriétés mécaniques de matériaux, basée sur la mesure de la transmission d'un faisceau ultrasonore borné en incidence normale à travers une plaque immergée dans l'eau. Le champ émis par un transducteur ultrasonore comporte de multiples composantes angulaires du fait de la diffraction. Ainsi, même si la direction principale du faisceau ultrasonore est normale à la plaque, des composantes du faisceau incident rencontrent la plaque sous incidence oblique et peuvent être à l'origine de la génération d'ondes de Lamb fuyantes. Le champ ultrasonore transmis peut alors présenter des différences importantes par rapport au coefficient de transmission en ondes planes sous incidence normale. L'ampleur des effets de faisceau borné dépend non seulement du degré de diffraction, régi par la valeur du rapport entre la longueur d'onde et la dimension des transducteurs, mais également de la nature des ondes guidées générées. Lorsque ces modes sont rétropropagatifs, c'est-à-dire lorsque leurs vitesses de groupe et de phases sont de signes opposés, l'influence de la diffraction sur le champ transmis est bien plus prononcée que lorsque les modes concernés sont propagatifs (i.e. dont les vitesses de groupe et de phase sont de même signe). La génération de modes rétropropagatifs a notamment pour effet une collimation du champ ultrasonore en sortie de plaque. Le spectre du signal transmis dépend alors non seulement du module de compression mais également du module de cisaillement du matériau traversé. Basée sur ce phénomène, une méthode de spectroscopie ultrasonore est établie pour évaluer les deux modules de (visco)élasticité au moyen de la mesure de la fonction de transfert en incidence normale (rapport entre le spectre du signal transmis à travers la plaque et le spectre du signal propagé dans l'eau sans la plaque). Cette caractérisation des propriétés mécaniques du matériau est locale, grâce à la dimension réduite du faisceau borné. Le procédé repose sur la résolution d'un problème inverse pour lequel un modèle faisceau borné est utilisé. La prise en compte de la phase de la fonction de transfert dans la définition de la fonction coût permet d'évaluer l'épaisseur de la plaque en complément de l'évaluation des deux modules de (visco)élasticité. Cette méthode a tout d'abord été appliquée à la caractérisation de plaques monocouches isotropes, élastiques puis viscoélastiques, avant de servir à évaluer des modules de (visco)élasticité d'une couche d'adhésif au sein d'assemblages tricouches de type aluminium/époxy/aluminium. Des intervalles de confiance pour les grandeurs quantifiées sont systématiquement estimés et discutés. Le potentiel de la méthode développée pour réaliser une cartographie des propriétés viscoélastiques et/ou de l'épaisseur d'un matériau seul ou d'une couche au sein d'un assemblage a été démontré.

**Mots-clés** : Ultrasons, évaluation non destructives, modules de viscoélasticité, assemblages collés, spectroscopie

---

**Abstract** : This thesis work deals with a new characterization method of mechanical properties of materials, based on the measurement of the transmission of a bounded ultrasonic beam at normal incidence through a plate immersed in water. The field emitted by an ultrasonic transducer has multiple angular components due to diffraction. Thus, even if the main direction of the ultrasonic beam is normal to the plate, oblique incident components of the ultrasonic beam can cause the generation of leaky Lamb waves. The transmitted ultrasonic field can then exhibit significant discrepancies in comparison to the plane wave transmission coefficient under normal incidence. The importance of the bounded beam effects depends not only on the degree of diffraction, governed by the value of the wavelength to transducer size ratio, but also on the nature of the guided waves generated. When these modes are backward, i.e. when their group and phase velocities are of opposite signs, the influence of diffraction on the transmitted field is much more pronounced than when the modes concerned are forward (i.e. whose group and phase velocities are of the same sign). The generation of backward modes results in a beam narrowing of the through-transmitted ultrasonic field. The spectrum

of the transmitted signal depends not only on the compression modulus but also on the shear modulus of the material. Based on this phenomenon, a method of ultrasonic spectroscopy is established to evaluate the two (visco)elastic moduli by means of the measurement of the transfer function at normal incidence (ratio between the spectrum of the signal transmitted through the plate and the spectrum of the signal propagated in the water without the plate). The characterization of the mechanical properties of the material is local thanks to the reduced size of the bounded beam. The method is based on the resolution of an inverse problem for which a bounded beam model is used. Taking into account the phase of the transfer function in the definition of the cost function allows to evaluate the thickness of the plate in addition to the evaluation of the two (visco)elastic moduli. This method was first applied to the characterization of isotropic, elastic and then viscoelastic single-layer plates, before being used to evaluate the (visco)elastic moduli of an adhesive layer of aluminum/epoxy/aluminum tri-layer assemblies. Confidence intervals for the quantified quantities are systematically estimated and discussed. The potential of the developed method to map the viscoelastic properties and/or thickness of a single material or a layer of an assembly has been demonstrated.

**Keywords** : Ultrasound, non destructive evaluation, viscoelastic moduli, adhesively bonded joints, spectroscopy

---

**Unité de recherche** : I2M - UMR 5295 - Université de Bordeaux - Bâtiment A11

# Table des matières

**Table des matières** vii

**Liste des figures** ix

**Liste des tableaux** xvii

**Introduction générale** 1

**1 État de l'art sur l'évaluation non destructive de joints collés par procédé ultrasonore** 5
1.1 Généralités sur le procédé d'assemblage par collage . . . . . 6
1.2 Méthodes de CND/END appliquées aux assemblages collés . . . . . 17
1.3 Description d'un procédé d'évaluation non destructif par mesure du champ transmis . . . . . 29
1.4 Caractérisation d'assemblages collés par mesure de la fonction de transfert sous l'hypothèse d'onde plane . . . . . 34

**2 Modélisation de la transmission d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque en incidence normale** 39
2.1 Modèle onde plane . . . . . 41
2.2 Champ transmis à travers une plaque isotrope élastique en faisceau borné 55
2.3 Analyse des effets de faisceau borné sur la fonction de transfert . . . . . 69
2.4 Modèle 2D axisymétrique . . . . . 83
2.5 Étude paramétrique . . . . . 94
2.6 Influence de la viscoélasticité sur la fonction de transfert . . . . . 100

**3 Caractérisation de plaques monocouches isotropes à partir d'une mesure de la fonction de transfert en présence de modes *backward*** 105
3.1 Études de sensibilité . . . . . 107
3.2 Caractérisation de matériaux isotropes élastiques par mesure des fréquences de résonances . . . . . 115
3.3 Conditionnement et résolution du problème inverse . . . . . 119
3.4 Application de la méthode à des matériaux aux propriétés connues . . . 141
3.5 Application à la caractérisation des matériaux constituant les assemblages collés pris séparément . . . . . 156

**4 Application de la mesure de la fonction de transfert en faisceau borné à la caractérisation de l'adhésif d'un assemblage collé** 163
4.1 Présentation des assemblages collés . . . . . 165
4.2 Fonction de transfert d'un assemblage collé tri-couche en incidence normale 169

4.3 Étude de sensibilité de la fonction de transfert d'un tri-couche . . . . . 179
4.4 Étude numérique de la résolution du problème inverse pour un tri-couche 184
4.5 Caractérisation d'assemblages collés par mesure de fonctions de transfert en incidence normale . . . . . 191
4.6 Discussion suite aux résultats de la caractérisation de l'adhésif d'assemblages collés . . . . . 198

**Conclusion générale et perspectives** **211**

**A Annexes** **217**
A.1 Influence de la distribution de la vitesse normale sur la fonction de transfert 217
A.2 Calcul de l'épaisseur par ultrasons en mode pulse-echo . . . . . 218
A.3 Calcul de l'incertitude . . . . . 221
A.4 Données utilisées pour l'optimisation des paramètres des différentes plaques du chapitre 3 . . . . . 222
A.5 Caractérisation d'une plaque de verre lorsque l'épaisseur est connue . . 223
A.6 Fonctions de transfert utilisées pour l'étude d'influence d'une erreur d'estimation de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur l'optimisation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ 225
A.7 Influence d'une estimation erronée de l'épaisseur des substrats sur la caractérisation de l'époxy . . . . . 227

**Bibliographie** **231**

# Liste des figures


1.1 Test de mouillabilité pour trois matériaux différents (a) parfaitement mouillable, (b) partiellement mouillable et (c) non-mouillable. . . . . 7
1.2 Représentation d'une interphase [12]. . . . . 8
1.3 Mécanisme réactionnel de l'ancrage chimique d'un silane sur un aluminium [25]. . . . . 11
1.4 Modes de rupture des joints collés [35]. . . . . 14
1.5 Essais mécaniques appliqués aux assemblages collés. . . . . 14
1.6 Principaux types de rupture pour un joint collé (a) rupture cohésive dans le substrat (b) rupture cohésive dans l'adhésif (c) rupture adhésive (d) rupture mixte [36]. . . . . 15
1.7 Principaux défauts présents dans un assemblage collé [36]. . . . . 16
1.8 Modélisation multicouche d'un assemblage collé de type tri-couche. . . 22
1.9 Modélisation rhéologique d'un assemblage collé de type tri-couche. . . . 23
1.10 Schéma du dispositif expérimental utilisé par Castaings [74] afin de générer et détecter par EMAT des ondes $SH_0$ dans un assemblage aluminium/époxy à simple recouvrement. . . . . 25
1.11 Dispositif expérimental utilisé pour la mesure du champ transmis en immersion sous l'hypothèse d'onde plane. . . . . 32

2.1 Interaction entre une onde plane et une plaque : réflexion, transmission et ondes guidées. . . . . 42
2.2 Superposition des coefficients de transmission et des courbes de dispersion d'une plaque de 7,97 mm de verre : domaine $\theta - f$. Le module des coefficients de transmission est représenté pour des angles d'incidence compris entre 0 et 90° jusqu'à 0,8 MHz. Entre 0,8 et 2,6 MHz, l'affichage est limité à 30° car, au-delà de cet angle, la transmission est nulle. Les trois zones notées 1, 2 et 3 sont définies à partir des angles critiques $\theta_L^c$ et $\theta_T^c$. . . . . 45
2.3 Superposition des coefficients de transmission et des courbes de dispersion d'une plaque de 7,97 mm de verre : domaine $k - f$ normalisé. . . . 48
2.4 Coefficients de transmission et courbes de dispersion à proximité des modes rétropropagatifs. . . . . 49
2.5 Coefficients de transmission en incidence normale d'une plaque de verre. 52
2.6 Coefficients de transmission en incidence normale d'une plaque de plexiglas. . . . . 52
2.7 Coefficients de transmission en incidence oblique d'une plaque de verre pour des angles de faible incidence (module et phase). $\theta$ =0,5° (– –), $\theta = 1°$ (·····) et $\theta = 2°$ (——). . . . . 54
2.8 Schématisation du champ rayonné par un piston plan circulaire. . . . . 56

2.9 Diagrammes de directivité pour quatre rapports $a/\lambda = 0{,}08; 1; 5; 33$ respectivement en bleu, rouge, noir et vert ; Échelles (a) linéaire et (b) en décibel. . . . . 57
2.10 Ouverture angulaire en fonction de $a/\lambda$ suivant différents seuils. . . . . 58
2.11 Géométrie du problème. Propagation de $x_1^0$ à $x_1$ suivant les $x_1$ croissants. 63
2.12 Propagation du champ ultrasonore dans l'eau pour : (a,b,c) un émetteur de 40 mm selon $x_2$, (d,e,f) un émetteur d'extension infinie selon $x_2$. (a,d) Champ émis, (b,e) champ propagé à 150 mm et (c,f) spectre spatial à la fréquence $f_0$. . . . . 67
2.13 Schéma du modèle faisceau borné 2D. . . . . 68
2.14 (a,b,c) Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium mesurées (étoiles rouges), calculées avec le modèle FB-2D et $a = 25$ mm (trait plein bleu) et avec le modèle onde plane (tirets noir) ; (d,e,f) Module des coefficients de transmission. (a,d) Première résonance $f_1^L$, (b,e) seconde résonance $f_2^L$, (c,f) troisième résonance $f_3^L$. . . . . 71
2.15 Schématisation de la propagation d'une onde de Lamb fuyante en fonction de sa nature (a) propagative (*forward* en anglais) ou (b) rétropropagative (*backward* en anglais) générée par une onde plane qui rencontre la plaque sous incidence $\theta$ et rayonnement dans le fluide environnant. . 74
2.16 Flux d'énergie de faisceaux ultrasonores émis et transmis à travers une plaque d'acier de 6,05 mm pour des fréquences de (a) 329 kHz et (b) 457 kHz. La ligne rouge représente la surface d'émission en $x_1 = 0$. Les encarts (c) et (d) représentent les flux d'énergie à l'intérieur de la plaque. Extraits de Glushkov *et al.* [142]. . . . . 74
2.17 Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium aux alentours des modes $S_1/S_2$ en fonction du décalage suivant $x_2$ et schéma du dispositif expérimental associé. . . . . 76
2.18 (a) Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium autour de $f_1^L$ calculées par le modèle FB-2D avec une paire de transducteur de 8 mm (trait vert) et 600 mm (croix bleue) et par le modèle OP (trait noir) ; (b,c,d) Influence de la taille des transducteurs sur les fonctions de transfert de l'aluminium autour de la première (resp. seconde ; troisième) résonance (traits bleu, resp. noir ; rouge) ; (b) Différence quadratique entre les modèles OP et FB ; (c) Rapport entre la position du maximum $f_{max}$ et la première (resp. seconde ; troisième) résonance d'épaisseur $f_1^L$ (resp. $f_2^L$ ; $f_3^L$) en pourcentage ; (d) amplitude maximale du module de la fonction de transfert. . . . . 81
2.19 Module du coefficient de transmission d'une plaque d'aluminium et courbes de dispersion des modes de Lamb (branches symétriques en vert et antisymétriques en blanc ; modes pairs en traits pleins et impairs en traits pointillés). Les deux courbes superposées représentent deux exemples d'évolution de $\theta_{max}$ pour deux seuils différents : 4ème zéro de la fonction de Bessel (- - -) et 1er zéro de la fonction de Bessel (——). . . . . 87
2.20 Différence quadratique $\varepsilon$ (cf. équation 2.4.2.2) en fonction de $\theta_{max}$ et de $N_\theta$. Les symboles sont placés pour les valeurs qui ont servi à calculer les fonctions de transfert représentées sur la figure 2.21. . . . . 88
2.21 Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium pour différents couples $\{\theta_{max}, N_\theta\}$ (- - -) superposées à la fonction de transfert de référence (——). La durée de calcul notée $t$ est indiquée. . . . . 89

2.22 Signaux ultrasonores utilisés pour le calcul de la fonction de transfert : (a) signal de référence et (b) signal transmis à travers la plaque de verre mesuré (·) et calculé (—). . . . . 91

2.23 Spectres du signal de référence mesuré $|A_{ref}^{Exp}|$ et du signal transmis à travers la plaque de verre (mesuré $|A_T^{Exp}|$ et calculé avec le modèle FB-2Da $|A_T^{Th}|$) en décibel. . . . . 91

2.24 Fonctions de transfert d'une plaque de verre mesurée (+), calculées avec le modèle FB-2Da (—) et avec le modèle OP (—) : (a) Module et (b) Phase. . . . . 92

2.25 Décomposition de la phase de la fonction de transfert mesurée (+) en deux termes distincts (cf. équation 2.1.3.10) et comparaison avec la théorie (—) : (a) terme lié à la phase des coefficients de transmission et (b) $ke$ (exprimé en fonction de $k$). . . . . 94

2.26 Influence de $a$ sur le module de la fonction de transfert d'une plaque l'aluminium pour deux épaisseurs différentes au niveau de ses trois premières résonances d'épaisseur. $a$ = 9,5 mm (—) ; $a$ = 12 mm (- - -) ; $a$ = 25 mm (·····) ; $a$ = 100 mm (-·-·-). . . . . 95

2.27 Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium d'épaisseur égale à 2,045 mm autour de sa première résonance d'épaisseur pour différentes distances ($D$) entre les transducteurs. (a) Module et (b) phase des fonctions de transfert. . . . . 96

2.28 Influence de la distance entre les transducteurs sur l'allure de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) Amplitude et (b) fréquence des deux maxima de part et d'autre de la fréquence de coupure de la branche $S_2$. . . . . 97

2.29 Influence des propriétés du fluide environnant sur le module de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) $c_0$ et (b) $\rho_0$. . . . . 99

2.30 Influence des propriétés du fluide environnant sur la phase de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) $c_0$ et (b) $\rho_0$. . . . . 100

2.31 Influence des propriétés du fluide environnant sur le terme de phase lié aux coefficients de transmission d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) $c_0$ et (b) $\rho_0$. . . . . 100

2.32 Comparaison des modèles OP et FB-2Da pour le calcul du module de la fonction de transfert d'une plaque de plexiglas. . . . . 101

2.33 Influence de la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$ sur (a) le module et (b) la phase de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. . . . . 103

3.1 Sensibilité du module de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium à ses modules élastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; module des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (—), les valeurs diminuées de 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-). . . . . 109

3.2 Sensibilité de la phase déroulée de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium à ses modules élastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; phase déroulée des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (----) et augmentées de 20 % (-·-·-). . . . . 110

3.3 Sensibilité du module de la fonction de transfert d'une plaque d'époxy à ses modules viscoélastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; module des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (----) et augmentées de 20 % (-·-·-). . . . . 112

3.4 Sensibilité de la phase déroulée de la fonction de transfert d'une plaque d'époxy à ses modules viscoélastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; phase des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (----) et augmentées de 20 % (-·-·-). . . . . 114

3.5 Fonction de transfert d'une plaque d'aluminium d'épaisseur 3 mm pour ses 5 premières résonances longitudinales. Position des maxima $f_n^{\max}$ utilisés pour le calcul de $C_{11}$ (■) et des minima $f_m^{\min}$ pour le calcul de $C_{66}$ (○). Fréquences de coupure transverse $f_m^T$ (——). . . . . 116

3.6 Schématisation du fonctionnement du procédé d'optimisation. . . . . 122

3.7 Fonction coût $\varepsilon_M$ calculée à partir du module de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium entre 0,5 et 2,5 MHz. . . . . 124

3.8 Évolution de la fonction coût $\varepsilon_M$ représentée sur la figure 3.7 en fonction de $\overline{C}_{11}$ (resp. $\overline{C}_{66}$) lorsque le module $C_{66}$ (resp. $C_{11}$) est fixé à sa valeur de référence $C_{66}^{\text{Ref}}$ (resp. $C_{11}^{\text{Ref}}$). L'axe des abscisses est normalisé par rapport aux valeurs de référence : $\overline{X} = \{\overline{C}_{11}; \overline{C}_{66}\}$. . . . . 124

3.9 Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium « expérimentale » (+), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (----). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût est définie à partir du module de la fonction de transfert. Paramètres évalués : $X = \{C_{11}; C_{66}\}$. . . . . 126

3.10 Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium « expérimentale » (+), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (----). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût est définie à partir du module de la fonction de transfert. Le $C_{11}$ est évalué par résolution du problème inverse après estimation du $C_{66}$ par mesure du minimum au niveau de la fréquence de coupure $f_2^T$. . . . . 127

3.11 Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium « expérimentale » (+), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (----). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût est définie à partir du module de la fonction de transfert. Paramètres évalués : $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$. La position du minimum au niveau de la résonance $f_2^T$ est imposée par respect de la relation 3.3.2.2. . . . . 129

3.12 Comparaison des fonctions coûts calculées en fonction de l'épaisseur pour un $C_{11}$ constant à partir de (a) la phase non déroulée et non normalisée et (b) déroulée et normalisée. . . . . 130

3.13 Fonctions coûts (c) totale $\varepsilon$ et calculées (a) à partir du module $\varepsilon_M$ et (b) de la phase $\varepsilon_P$ de la fonction de transfert. L'amplitude des différentes lignes superposées aux images a, b et c est représentée respectivement sur les figures d, e et f. $\overline{X}$ est définie comme la normalisation de $X$ par rapport à sa valeur de référence $X^{\text{Ref}}$. . . . . 132
3.14 Fonctions de transfert d'une plaque d'époxy « expérimentale » (•), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (----). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût $\varepsilon$ est définie à partir du module et de la phase de la fonction de transfert. Paramètres évalués : $X = \{\widetilde{C}_{11}; \widetilde{C}_{66}; e\}$. . . . . 134
3.15 Fonctions coûts calculées à partir de la fonction de transfert (module et phase) d'une plaque d'époxy pour chacune des composantes du vecteur mesurande $X$ en fixant les autres paramètres aux valeurs de référence. (a) $C_{11}$, $e$, $\rho$ et (b) $C_{11}$, $\tan\delta_{11}$, $\tan\delta_{66}$. $\overline{X}$ est définie comme la normalisation de $X$ par rapport à sa valeur de référence $X^{\text{Ref}}$. . . . . 135
3.16 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque de verre $P_1$ mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$. L'optimisation est réalisée sous contrainte sur la position du minimum au niveau de $f_8^T$. . . . . 146
3.17 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque de verre $P_2$ mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$. L'optimisation est réalisée sous contrainte sur la position du minimum au niveau de $f_7^T$. . . . . 147
3.18 Module des fonctions de transfert de $P_1$ mesurées (·) et calculées sous l'hypothèse d'onde plane après optimisation (——) pour différents angles d'incidence. . . . . 149
3.19 Courbes de lenteur des plaques $P_1$ ($e$ = 7,965 mm) (a) et $P_2$ ($e$ = 4,930 mm) (b) mesurées (+) et calculées (traits pleins) après optimisation. 150
3.20 Fonctions de transfert de la plaque de verre $P_1$ mesurées (•) et calculées après optimisation par utilisation du modèle onde plane (----) ou faisceau borné (——) pour 3 plages de fréquence différentes. . . . . 151
3.21 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque de plexiglas mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). . . . . 154
3.22 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque d'aluminium n° 2 mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$ en appliquant une contrainte sur la position du minimum localisé au niveau de $f_2^T$. Fonction coût : $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$. . . . . 157
3.23 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque d'époxy réticulée à 100 % mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{66}, e\}$ . Fonction coût : $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$. . . . . 159

4.1 Dimensions d'un assemblage collé tri-couche. . . . . 166
4.2 Photo d'un substrat traité sur lequel des clinquants sont posés afin de maîtriser au maximum l'épaisseur du joint de colle. . . . . 167
4.3 Cartographies ultrasonores en transmission réalisées sur les assemblages (a) A100a, (b) A100b et (c) A80. . . . . 168

4.4 Module des coefficients de transmission (a) d'une plaque d'aluminium d'épaisseur $e^{\text{alu}} = 2$ mm, d'un tri-couche aluminium/époxy/aluminium symétrique en considérant un époxy (b) viscoélastique et (c) élastique (épaisseur des substrats : $e^{\text{alu}}$ et épaisseur de la couche d'adhésif : $e^{\text{epo}} = 1$ mm). Un zoom des coefficients contenus dans les rectangles tirets blancs est affiché à droite de chacune des images. . . . . 171
4.5 Comparaisons des fonctions de transfert calculées avec les modèles Onde Plane (OP) et Faisceau Borné (FB), pour un tri-couche aluminium/époxy/aluminium en considérant un époxy élastique et viscoélastique. (a) entre 0 et 4 MHz et (b) zoom entre 1,4 et 1,8 MHz à proximité des modes rétropropagatifs. 174
4.6 Influence de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur le module de la fonction de transfert en incidence normale d'un tri-couche aluminium/époxy/aluminium. (a) modèle ondes planes et (b) modèle faisceau borné avec un transducteur d'un diamètre de 19 mm. En tirets blancs : domaines où se manifestent des effets de faisceau borné. . . . . 177
4.7 Sensibilité du module de la fonction de transfert du tri-couche aluminium/époxy/aluminium aux paramètres mécaniques et géométrique des substrats ; module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs : de référence (——), diminuées de - 20 % (----) et augmentées de 20 % (-·-·-). . . . . 181
4.8 Sensibilité du module de la fonction de transfert du tri-couche aluminium/époxy/aluminium aux paramètres mécaniques et géométrique de l'adhésif ; module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs : de référence (——), diminuées de - 20 % (----) et augmentées de 20 % (-·-·-). . . . . 183
4.9 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert du tri-couche aluminium/époxy/aluminium dite « mesurée » (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Paramètres de la couche d'adhésif estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}, \widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}, e^{\text{epo}}\}$. . . . . 185
4.10 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert d'un tri-couche dite « mesurée » (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Les paramètres de la couche d'adhésif sont estimés en deux étapes sur deux plages fréquentielles. En jaune : évaluation de $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$ et $e^{\text{epo}}$. En vert : évaluation de $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$. . . . . 186
4.11 Estimation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ en fonction d'une mésestimation de $e^{\text{epo}}$. L'estimation est réalisée seulement avec le module de la fonction de transfert. . 190
4.12 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de l'échantillon A100a mesurée (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Paramètres estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{66}, e\}$. . . . . 193
4.13 Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de l'échantillon A80 mesurée (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Paramètres estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{66}, e\}$. . . . . 193
4.14 Comparaison des résultats de caractérisation des époxy massiques E100 et E80 et de la couche d'époxy des tri-couches A100a et A80. . . . . 194
4.15 Résultats de la caractérisation sur une ligne de l'échantillon A100b. L'évaluation de l'épaisseur de la couche d'adhésif par résolution du problème inverse (PI) est comparée avec des mesures réalisées en temps de vol (TDV). . . . . 197

4.16 Sensibilité du module de la fonction de transfert d'un tri-couche aux modules élastiques des interphases ; module des fonctions de transfert calculées avec : $\alpha = 1$ (——), $\alpha = 0{,}01$ (----) et $\alpha = 1000$ (-·-·-). . . . . 204
4.17 Influence de la valeur des propriétés élastiques des interphases contrôlées par $\alpha$ sur l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ apparents de la couche d'adhésif isotrope. 205
4.18 Résolution du problème inverse avec le modèle trois couches sur des données numériques calculées avec le modèle cinq couches et des interphases plus ou moins dégradées (+) : (a) $\alpha = 0{,}1$ ; (b) $\alpha = 0{,}05$ et (c) $\alpha = 0{,}02$. Module de la fonction de transfert calculé avec les valeurs de référence (——) et avec les valeurs optimisées (----). . . . . 207

A.1 (a) Distribution de la vitesse normale à la surface de l'émetteur définie par la fenêtre de Planck-Taper en fonction de $\varepsilon$ [$\varepsilon = 0{,}02$ (——) et $\varepsilon = 0{,}2$ (——)] et (b) fonction de transfert associée pour une plaque d'aluminium d'épaisseur 2,045 mm. . . . . 218
A.2 Schématisation du dispositif expérimental de la méthode de mesure d'épaisseur ou de vitesse $c_0$ en mode pulse-echo. . . . . 218
A.3 Influence d'une non-planéité de la plaque sur la mesure de temps de vol. 219
A.4 Distribution des résultats de mesure d'épaisseur obtenus par ultrasons en ayant recours au transducteur $E_1$ (▮) et aux deux transducteurs (▮). La ligne pointillée est située au niveau de la mesure obtenue au micromètre $e_1 = 4{,}93$ mm. . . . . 220
A.5 Comparaison du module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque $P_1$ mesurée (+) et calculées après minimisation de deux fonctions coûts différentes : $\varepsilon$ (——) et $\varepsilon_M$ (----). . . . . 225
A.6 Module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs optimisées et l'épaisseur de l'époxy affectée d'une erreur $\Delta e$ : $e_2 = e_2^{\text{Ref}} + \Delta e$ (——). Module de la fonction de transfert « expérimentale » calculée avec l'épaisseur d'époxy de référence $e_2^{\text{Ref}}$ (+). . . . . 226
A.7 Estimation des $\widetilde{C}_{ij}$ de l'époxy en fonction d'une mésestimation de l'épaisseur des substrats. . . . . 227
A.8 Module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs optimisées et l'épaisseur des substrats affectée d'une erreur $\Delta e$ : $e_1 = e_1^{\text{Ref}} + \Delta e/2$ (——). Module de la fonction de transfert « expérimentale » calculée avec l'épaisseur des substrats de référence $e_1^{\text{Ref}}$ (+). . . . . 229

# Liste des tableaux


1.1 Épaisseurs et modules d'élasticités apparents mesurés pour les échantillons DSSi100 et DSSi80 (Extrait de [36]). . . . . 35

2.1 Classification des différents modes de Lamb selon Mindlin et Yang [122] et fréquences de coupure associées. . . . . 46
2.2 Propriétés de transducteurs utilisés en immersion dans ce manuscrit. $\theta_D$ est l'angle de divergence en champ lointain qui définit la limite entre le lobe principal et les lobes secondaires. . . . . 59
2.3 Dimension minimale des transducteurs pour laquelle le modèle OP est jugé satisfait en fonction de l'ordre de la résonance. Ouverture angulaire et rapport $a/\lambda$ associé. . . . . 80

3.1 Propriétés de référence d'une plaque d'aluminium utilisées dans l'étude de sensibilité. . . . . 107
3.2 Propriétés de référence d'une plaque d'époxy utilisées dans l'étude de sensibilité. . . . . 111
3.3 Estimation de $C_{11}$ d'une plaque d'aluminium par mesure des maxima $f_n^{\max}$ et différence $\delta C_{11}$ par rapport à la valeur de référence $C_{11}^{\mathrm{REF}} =$ 111,05 GPa. . . . . 116
3.4 Estimation de $C_{66}$ d'une plaque d'aluminium par mesure des minima $f_m^{\min}$ et différence $\delta C_{66}$ par rapport à la valeur de référence $C_{66}^{\mathrm{REF}} =$ 27,22 GPa. . . . . 117
3.5 Données liées à l'estimation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ lorsque la minimisation est réalisée à partir du module de la fonction de transfert. . . . . 125
3.6 Données liées à l'estimation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ et de l'épaisseur lorsque la minimisation est réalisée à partir du module de la fonction de transfert. . . . . 128
3.7 Données liées à l'estimation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ et de l'épaisseur lorsque la minimisation est réalisée sur le module et sur la phase de la fonction de transfert. . . . . 133
3.8 Données liées à l'estimation des modules $\widetilde{C}_{11}$ et $\widetilde{C}_{66}$ et de l'épaisseur d'une plaque d'époxy. . . . . 135
3.9 Résultats de l'optimisation du module $C_{11}$ de l'aluminium en fonction de la valeur initiale et de la fonction coût. $C_{11}^{\mathrm{Ref}} = 111{,}05$ GPa. . . . . 137
3.10 Résultats de l'optimisation de $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$ de l'aluminium en fonction des valeurs initiales et de la fonction coût. $C_{11}^{\mathrm{Ref}} = 111{,}05$ GPa ; $C_{66}^{\mathrm{Ref}} = 27{,}22$ GPa ; $e^{\mathrm{Ref}} = 2{,}045$ mm. . . . . 138
3.11 Résultats de l'optimisation de $X = \{\widetilde{C}_{11}; \widetilde{C}_{66}; e\}$ de l'époxy en fonction des valeurs initiales et de la fonction coût. $C_{11}^{\mathrm{Ref}} = 7{,}680$ GPa ; $C_{66}^{\mathrm{Ref}} =$ 1,650 GPa ; $\tan\delta_{11}^{\mathrm{Ref}} = 3{,}700$ % ; $\tan\delta_{66}^{\mathrm{Ref}} = 6{,}100$ % ; $e^{\mathrm{Ref}} = 2{,}920$ mm. . 139

3.12 Comparaison des résultats de l'évaluation des $C_{ij}$ par différentes méthodes sur deux plaques de verre. **L'épaisseur a été mesurée au micromètre.* . . . 147
3.13 Estimation des $C_{ij}$ et de l'épaisseur de la plaque de verre $P_1$ par mesure de la fonction de transfert en incidence normale pour trois plages fréquentielles différentes. Pour chaque plage de fréquences, la caractérisation est faite avec le modèle Onde Plane (OP) et Faisceau Borné (FB). . . . 152
3.14 Résultats de la caractérisation d'une plaque de plexiglas par deux méthodes différentes : a) FT-FB (avec trois configurations différentes) et b) FT-OP. **L'épaisseur a été mesurée au micromètre.* . . . 155
3.15 Estimation des $C_{ij}$ et de l'épaisseur des plaques d'aluminium par mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale. **L'épaisseur a été mesurée au micromètre.* . . . 157
3.16 Estimation des $C_{ij}$ et de l'épaisseur des plaques d'époxy pour différents taux de réticulation visés. . . . 159

4.1 Propriétés des substrats et des époxy massiques réticulés à 80 % et à 100 %. . . . 166
4.2 Données utilisées et obtenues pour les estimations des modules $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ et de l'épaisseur de l'époxy du tri-couche aluminium/époxy/aluminium réalisées par résolution du problème inverse appliqué à une expérience simulée numériquement. . . . 186
4.3 Résultats de l'optimisation des modules $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ ainsi que de l'épaisseur de la couche d'époxy du tri-couche aluminium/époxy/aluminium pour différents jeux de valeurs initiales. Valeurs de référence : $C_{11}^{\text{epo}} = 7{,}710$ GPa ; $C_{66}^{\text{epo}} = 1{,}640$ GPa ; $\tan\delta_{11}^{\text{epo}} = 3{,}680$ % ; $\tan\delta_{66}^{\text{epo}} = 6{,}390$ % ; $e^{\text{epo}} = 1{,}000$ mm. . . . 188
4.4 Données utilisées lors des caractérisations de la colle des assemblages A100a et A80 et résultats associés. . . . 194

A.1 Comparaison des résultats de mesure d'épaisseur obtenus. $\overline{e}$ est la valeur moyenne, $\delta e_{\max}$ est l'écart maximal entre deux mesures et $\sigma$ est l'écart-type. Nombre de mesure : 22. L'épaisseur de la plaque a été mesurée avec un micromètre à 4,930 ± 0,010 mm. . . . 220
A.2 Données liées à l'estimation des propriétés des plaques de verre par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.4.3.a). 222
A.3 Données liées à l'estimation des propriétés de la plaque de plexiglas par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.4.5). 222
A.4 Données liées à l'estimation des propriétés des trois plaques d'aluminium par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.5.1). . . . 223
A.5 Données liées à l'estimation des propriétés de la plaque d'époxy par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.5.2). 223
A.6 Caractérisation de la plaque de verre $P_1$ (avec et sans épaisseur) selon la fonction coût utilisée. Le problème inverse est appliqué sur la fonction de transfert tracée sur la figure 3.16 entre 1,3 et 2,5 MHz. **L'épaisseur a été mesurée au micromètre.* . . . 224

# Introduction générale

La majeure partie des produits fabriqués dans le domaine industriel est composée de multiples éléments assemblés les uns aux autres. Parmi les techniques d'assemblage, on peut citer, de manière non-exhaustive, le rivetage, le vissage, le soudage, etc. À ces techniques, s'ajoute l'assemblage par collage, qui, d'après Kinloch [1], présente de nombreux avantages tels qu'une bonne répartition des contraintes, un allègement des structures et la capacité de joindre des matériaux de natures différentes (métal, plastique, caoutchouc, composite, bois, papier, etc). Le collage permet également une flexibilité importante dans le design des structures et une apparence esthétique. On comprend, dès lors, l'intérêt porté par de nombreux secteurs industriels tels que l'automobile ou l'aéronautique pour le collage. Cependant, comme toute technologie, elle présente des limites [1], notamment la nécessité de traiter les substrats afin d'obtenir un assemblage résistant et durable. De plus, comparé à certaines techniques comme le soudage ou le rivetage, les températures maximales supportées par le collage sont limitées (aux alentours de 100 °C). Un autre verrou important est le manque de méthodes non-destructives permettant de qualifier le collage en terme de tenue mécanique. Le présent travail vise à apporter une contribution à l'étude des moyens pour lever ce verrou.

La présence de défauts peut entraîner la détérioration des propriétés mécaniques d'un assemblage, limitant ainsi sa résistance à la rupture. La détection de ces défauts est un enjeu industriel majeur. C'est le rôle des essais non-destructifs. Ils permettent de renseigner sur l'état d'intégrité d'une structure sans la dégrader. Parmi les différentes techniques développées, les méthodes ultrasonores ont une place importante. Dans le cas des assemblages collés, les défauts peuvent être localisés à la frontière substrat/adhésif (défauts d'adhésion) ou dans l'épaisseur du joint de colle (défauts de cohésion). Certains défauts comme les bulles d'air, les fissures ou les décollements présentent un contraste d'impédance acoustique avec le milieu environnant. Ces défauts, dits échogènes, peuvent être détectés à partir de méthodes ultrasonores conventionnelles. D'autres sont plus difficiles à détecter. Ce sont les défauts non-échogènes. On peut citer les faiblesses d'adhésion, éventuellement dues à un mauvais traitement de surface, ou encore les faiblesses de cohésion pouvant résulter d'une réticulation incom-

plète de l'adhésif. À ce jour, le recours au collage est limité par un manque de méthodes non-destructives permettant de détecter ces défauts non-échogènes afin de certifier de la fiabilité de l'assemblage. Seules des mesures destructives de contrainte à rupture, généralement corrélées à l'étude des faciès de rupture, permettent, *a posteriori*, d'évaluer la qualité du joint de colle. Ces essais renseignent sur la fiabilité d'un procédé de collage en ayant recours à des éprouvettes dédiées. Cependant, ils ne permettent pas de contrôler la pièce *in situ* et de détecter des défauts survenus lors du processus de réalisation, au cours d'utilisation, ou après des opérations de maintenance.

De récents travaux réalisés au laboratoire de l'I2M ont néanmoins montré que des défauts non-échogènes peuvent être détectés à l'aide d'une méthode ultrasonore [2]. Des assemblages collés tri-couches symétriques aluminium/époxy/aluminium présentant différents niveaux de propriétés adhésives et cohésives ont été étudiés. La différence de propriétés adhésives a été obtenue en faisant varier les traitements de surface appliqués aux substrats. La différence de propriétés cohésives a quant à elle été obtenue en réalisant deux types d'assemblage présentant des taux de réticulation différents (100 % et 80 %). Il a été déduit qu'une faiblesse d'adhésion résultant d'un traitement de surface imparfait peut être révélée *via* l'estimation ultrasonore des raideurs interfaciales ou des modules apparents du joint de colle. Il semble également que l'estimation des modules viscoélastiques de la couche de colle puisse renseigner sur le niveau de réticulation de l'adhésif, bien que les différences observées selon le taux de réticulation soient relativement faibles. La méthode utilisée est basée sur la mesure du coefficient de transmission des ultrasons sous différents angles d'incidence à travers l'assemblage immergé dans l'eau [3]. Les modules viscoélastiques de l'adhésif ou des interphases peuvent être déduits *via* la résolution d'un problème inverse, dont la fonctionnelle est calculée sous l'hypothèse d'ondes planes. Cela revient à considérer un champ ultrasonore qui ne comporte qu'une seule composante angulaire, *i.e.* une seule direction de propagation. Or, le champ émis par un transducteur plan est diffracté. Plus le transducteur est grand devant la longueur d'onde, plus le faisceau est directif, c'est-à-dire plus l'énergie est concentrée suivant la direction de propagation principale définie par la normale à la surface de l'émetteur. Il est couramment admis que la diffraction peut être négligée lorsque le transducteur est suffisamment grand devant la longueur d'onde [4]. C'est pourquoi des transducteurs de grandes dimensions ont été utilisés dans les travaux de Siryabe *et al.* [2] ce qui implique des surfaces auscultées de dimension assez élevée. Les propriétés mécaniques estimées sont donc le résultat d'un moyennage obtenu sur toute la surface insonifiée. Or, les assemblages collés peuvent présenter des défauts localisés, qui, sous l'effet de ce moyennage, peuvent être difficiles à détecter. Parmi ces défauts, on peut citer les *kissing bond*, définis par Nagy [5] comme une adhésion à l'interface substrat/adhésif très faible, voire inexistante, malgré un contact parfait.

Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans la continuité des travaux de Siryabe *et al.* [2]. Il est proposé d'étendre la méthode de caractérisation à l'utilisation de transducteurs de plus petite dimension afin d'obtenir une évaluation plus locale. À terme, l'objectif est de tendre vers une cartographie des propriétés mécaniques des assemblages collés afin de pouvoir détecter des défauts localisés. La diffraction liée à l'utilisation de petits transducteurs peut avoir une influence non négligeable sur l'allure du champ ultrasonore transmis par une plaque. Par exemple, d'après Aanes *et al.* [6], même si le faisceau ultrasonore rencontre la plaque en incidence normale (*i.e.* la direction principale du faisceau ultrasonore est normale à la plaque), le champ transmis peut s'avérer sensible au module de cisaillement, car il comporte des composantes angulaires non nulles entrainant la génération d'ondes de cisaillement dans la plaque. Il est proposé dans cette thèse de tirer profit de ces effets de faisceau borné afin de caractériser localement l'adhésif d'un assemblage collé au moyen d'une unique mesure pour laquelle l'axe du faisceau ultrasonore serait perpendiculaire à la zone inspectée de l'assemblage.

Ce manuscrit de thèse est composé de quatre chapitres. Le chapitre 1 présente quelques généralités à propos des assemblages collés. Les notions de cohésion et d'adhésion sont rappelées ainsi que les phénomènes physico-chimiques impliqués. Un état de l'art non-exhaustif des méthodes de CND et d'END appliquées aux assemblages collés est dressé. Une attention particulière est portée aux méthodes ultrasonores développées dans l'objectif de détecter des défauts non-échogènes. Enfin, la méthode et les résultats obtenus par Siryabe *et al.* [2] sont rappelés de manière détaillée.

Le chapitre 2 est consacré à l'étude de la transmission, en incidence normale, d'un faisceau ultrasonore borné à travers une plaque monocouche. L'objectif étant de comprendre et d'analyser les causes et les conséquences des effets de faisceau borné afin de conditionner au mieux le problème inverse. Le modèle faisceau borné 2D axisymétrique, utilisé pour la résolution du problème inverse, est présenté. Une comparaison avec des mesures est réalisée puis l'influence de certains paramètres intervenant dans le modèle (propriétés du fluide environnant, dimension des transducteurs et distance entre la plaque et les transducteurs) est étudiée.

La présentation et l'application de la méthode de caractérisation par mesure de la transmission d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque monocouche en incidence normale font l'objet du chapitre 3. Le problème inverse est tout d'abord présenté. Une étude détaillée sur l'influence du choix de la définition de la fonction coût sur le résultat du processus de résolution est réalisée. La faisabilité ainsi que la robustesse et la stabilité de la méthode sont ensuite étudiées à partir d'expériences simulées. La méthode

est alors appliquée pour des plaques aux propriétés connues précisément. Enfin, la caractérisation des matériaux constituants les assemblages pris séparément (substrats en aluminium et époxy massique) est réalisée.

Le chapitre 4 porte sur l'application de la méthode de caractérisation à des assemblages collés de type tri-couche. Tout d'abord, l'influence de la diffraction, déjà étudiée dans le chapitre 2 dans le cas d'une plaque monocouche, est analysée numériquement pour un tri-couche symétrique aluminium/époxy/aluminium. Ensuite, une étude de sensibilité de la fonction de transfert du tri-couche aux propriétés de ses composants est réalisée. L'objectif est d'identifier les fréquences pour lesquelles la sensibilité aux propriétés de la colle que l'on cherche à estimer est maximale, alors qu'elle est minimale pour les paramètres que l'on suppose connus, comme par exemple les propriétés des substrats. Cela revient à trouver les fréquences pour lesquelles l'erreur propagée depuis une mésestimation des propriétés supposées connues pour les paramètres estimés serait minimale. Dans un objectif de validation, le problème inverse est tout d'abord résolu à partir d'une expérience simulée. Puis l'évaluation des propriétés de la couche d'adhésif de tri-couches aux propriétés cohésives *a priori* différentes est réalisée. Enfin, la méthode est appliquée en différentes zones d'un joint de colle afin de questionner le potentiel de la méthode à établir une cartographie des propriétés mécaniques d'assemblages collés.

# Chapitre 1

# État de l'art sur l'évaluation non destructive de joints collés par procédé ultrasonore

## Sommaire


**1.1 Généralités sur le procédé d'assemblage par collage . . . . . 6**
1.1.1 Adhésion, interphase et traitement de surface . . . . . 6
1.1.2 Cohésion et Adhésif . . . . . 12
1.1.3 Essais destructifs et faciès de rupture . . . . . 13
1.1.4 Potentiels défauts présents dans un assemblage collé . . . . . 16
**1.2 Méthodes de CND/END appliquées aux assemblages collés . . . . . 17**
1.2.1 Méthodes n'impliquant pas les ultrasons . . . . . 18
1.2.2 Méthodes ultrasonores . . . . . 20
**1.3 Description d'un procédé d'évaluation non destructif par mesure du champ transmis . . . . . 29**
1.3.1 Rappels d'acoustique linéaire . . . . . 29
1.3.2 Caractérisation par fonctions de transfert . . . . . 31
**1.4 Caractérisation d'assemblages collés par mesure de la fonction de transfert sous l'hypothèse d'onde plane . . . . . 34**
1.4.1 Évaluation des modules apparents de l'adhésif . . . . . 35
1.4.2 Mesure des raideurs interfaciales . . . . . 36

# Introduction

Les essais non destructifs permettent d'évaluer, sans dégradation, l'état d'intégrité d'un matériau ou d'une structure que ce soit lors de sa production ou de son utilisation. On parle de Contrôle Non Destructif (CND) lorsqu'on souhaite détecter, localiser et dimensionner un défaut. Le terme Évaluation Non Destructive (END) est quant à lui utilisé lorsqu'il s'agit de mesurer des propriétés, qu'elles soient physiques, mécaniques, chimiques, etc. Ces essais visent à s'assurer de la conformité d'un produit aux exigences de sécurité et de qualité.

Le développement d'essais non destructifs appliqués aux joints collés fait l'objet de nombreux travaux de recherche depuis maintenant plusieurs décennies. À ce jour, il subsiste encore un manque de méthodes non destructives fiables permettant de détecter l'ensemble des défauts pouvant survenir dans les joints collés. Ceci représente un verrou majeur pour le développement du collage dans certaines industries, notamment l'aéronautique. En effet, ces faiblesses peuvent être à l'origine d'une rupture prématurée des structures. Le développement de nouvelles méthodes adaptées à leur détection est donc un enjeu industriel important afin de garantir de la fiabilité des assemblages collés. Ce chapitre a pour objectif de présenter un état de l'art des différentes méthodes existantes.

Quelques définitions et généralités propres aux assemblages collés sont tout d'abord rappelées. Ensuite, différentes approches de CND/END sont énoncées avec un intérêt particulier pour les méthodes ultrasonores. Compte tenu du foisonnement de travaux sur le sujet, cette étude est non exhaustive. Une attention particulière est portée sur une technique utilisant la transmission d'un champ ultrasonore à travers un échantillon immergé [2]. La méthode ainsi que les principaux résultats obtenus sont présentés.

## 1.1 Généralités sur le procédé d'assemblage par collage

Le procédé d'assemblage par joint de colle permet de lier deux matériaux, appelés substrats, par l'intermédiaire d'une matière d'apport appelée adhésif. Les matériaux assemblés peuvent être de différentes natures (métaux, composites etc.). Les adhésifs couramment utilisés sont des polymères (époxy, polyurethane, cyanoacrylate etc.). Les performances mécaniques d'un assemblage par collage s'articulent autour de deux phénomènes physico-chimiques : la *cohésion* et l'*adhésion*.

### 1.1.1 Adhésion, interphase et traitement de surface

L'*adhésion* est définie comme l'ensemble des phénomènes d'interaction physico-chimiques qui ont lieu lors de la mise en contact de deux matériaux. Il en résulte une

résistance mécanique à la séparation. La force nécessaire à la séparation est appelée *adhérence*.

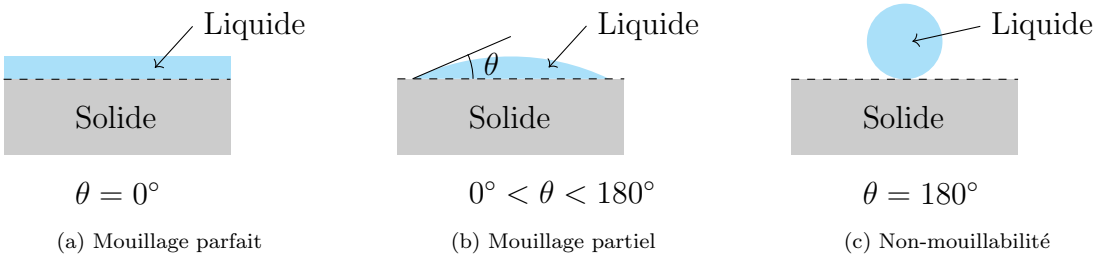
### a) Mécanismes de l'adhésion

Plusieurs théories ont été proposées afin d'expliquer l'adhésion. Il n'existe pas une théorie unique qui l'explique dans sa globalité. C'est un phénomène complexe et multi-physique. Les mécanismes impliqués ne sont pas complètement identifiés. On peut citer quatre théories principales [1, 7, 8] :

- **Ancrage mécanique**. Dans cette théorie, il est considéré que l'origine de l'adhésion provient de la pénétration de l'adhésif dans les pores et les aspérités du substrat créant un ancrage physique après solidification de l'adhésif [9] ;
- **Théorie de la diffusion**. Cette théorie propose d'expliquer l'adhésion par une diffusion de molécules polymères de part et d'autre de l'interface [10]. Pour cela il est nécessaire que les composants de l'adhésif et du substrat soient compatibles chimiquement. C'est pourquoi ce phénomène est essentiellement observé pour des interfaces polymère/polymère et négligeable dans le cas d'une interface polymère/métal ;
- **Théorie électronique**. L'adhésion serait expliquée par un effet électrostatique reliant le substrat et l'adhésif dû à un échange d'électrons entre les deux produits [11]. Pour une majorité de couples substrat/adhésif, la contribution des forces électrostatiques semble négligeable devant les autres forces mises en jeu [1] ;
- **Théorie de l'adsorption**. L'adhésion serait le résultat des interactions interatomiques et intermoléculaires entre les composants chimiques des deux matériaux. On distingue les forces intermoléculaires, appelées également liaisons secondaires (Van Der Walls ou hydrogène) et les liaisons inter-atomiques (liaisons primaires) qui regroupent les liaisons covalentes et ioniques.

Selon Kinloch [1], l'adhésion résulte d'une combinaison des quatre mécanismes cités. Cependant, le facteur prépondérant serait le phénomène d'adsorption.

Le test de mouillabilité est un bon indicateur des forces d'adsorption car il permet de mesurer la tension de surface et d'en déduire l'énergie libre de surface [1].




(a) Mouillage parfait (b) Mouillage partiel (c) Non-mouillabilité

FIGURE 1.1 – Test de mouillabilité pour trois matériaux différents (a) parfaitement mouillable, (b) partiellement mouillable et (c) non-mouillable.

Le mouillage est défini comme la capacité d'un liquide (ici la colle) à s'étaler sur une surface (ici le substrat). Plus l'angle de contact entre le liquide et le substrat est faible et plus le matériau est mouillable (cf. figure 1.1). La mouillabilité rend compte de l'affinité entre le liquide et le substrat. On peut donc s'attendre à une forte adsorption d'un adhésif sur un substrat qui présente une forte mouillabilité. De plus, une bonne mouillabilité permet à l'adhésif, initialement liquide, de pénétrer de manière optimale dans les aspérités du substrat de façon à limiter la présence d'air à l'interface substrat/adhésif. On précise que la mouillabilité de l'adhésif sur le substrat est une condition nécessaire mais non suffisante à l'obtention d'un bon collage. En effet, un mauvais mouillage est signe d'un mauvais collage alors qu'une forte mouillabilité n'induit pas nécessairement un collage de bonne qualité.

### b) Interface et interphase

La frontière entre deux matériaux est appelée *interface*. Il s'agit d'une zone bidimensionnelle séparant deux milieux aux propriétés physico-chimiques et mécaniques différentes. La notion d'interface revient à considérer donc une modification brutale de part et d'autre de l'interface. En réalité, une zone de transition se crée suite aux différentes interactions entre les deux matériaux. Cette zone tridimensionnelle, appelée *interphase*, présente un gradient de propriétés et une frontière mal définie. Ses propriétés sont différentes de celles du substrat et de l'adhésif. Un exemple d'interphase est schématisé sur la figure 1.2.

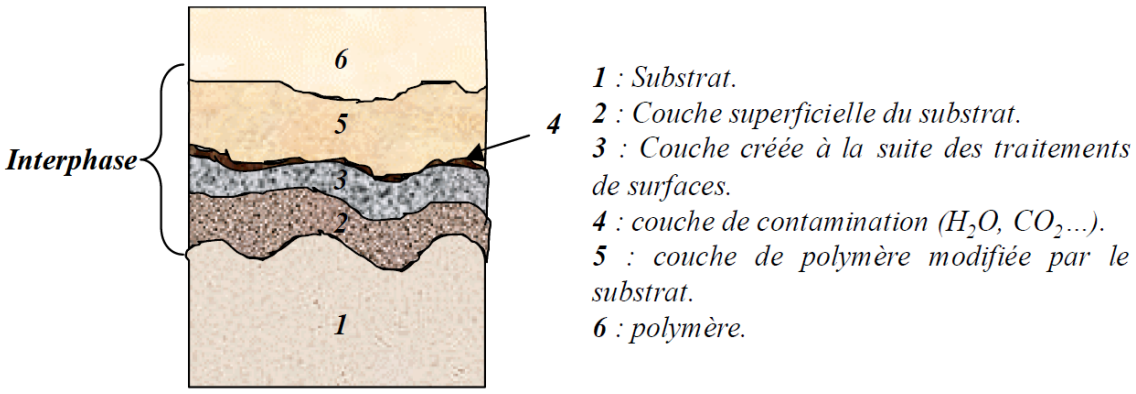



FIGURE 1.2 – Représentation d'une interphase [12].

Elle est spécifique à chaque couple adhésif/substrat. En effet, les interactions diffèrent en fonction de la composition chimique des matériaux. L'interphase sera donc différente si le substrat est un composite ou un métal. L'interphase dépend également de l'état de surface des substrats avant assemblage. La surface d'un matériau peut présenter différents contaminants et couches superficielles qui dégradent l'adhésion entre l'adhésif et le substrat [13] (couche d'oxyde métallique, graisse, poussière etc.)

La composition et les propriétés de l'interphase conditionnent la qualité de l'adhésion. C'est une zone complexe où de nombreuses interactions ont lieu. Comme expliqué précédemment, la nature de l'interphase dépend des propriétés intrinsèques des substrats et de l'adhésif, mais également de l'état de surface des substrats (mouillabilité, rugosité, composition chimique en surface, etc.).

#### c) Traitements de surface des substrats

Le présent document fournit et décrit les modes opératoires généralement suivis pour la préparation des surfaces de composants avant collage. Il s'applique aux surfaces plastiques et métalliques courantes.

Afin de favoriser l'adhésion entre le substrat et l'adhésif par le développement d'interactions physico-chimiques entre ces deux milieux, il est important de maîtriser l'état de surface du substrat. Pour cela, des traitements de surface sont appliqués. Il existe un nombre important de méthodes pour lesquelles les objectifs sont de favoriser l'ancrage mécanique, éliminer les couches de contamination et favoriser les liaisons chimiques. Différentes normes fournissent et décrivent les modes opératoires de préparation de surface des substrats avant assemblage : NF EN 13887 (norme française et européenne sur la préparation de surface des métaux et des plastiques), ISO 4588 (norme internationale à propos de la préparation de surface des métaux) et ISO 13895 (norme internationale à propos de la préparation de surface des plastiques). L'efficacité d'un traitement de surface est généralement étudiée par mesure de la tenue mécanique d'un assemblage. Pour cela, des éprouvettes sont soumises à des essais mécaniques normalisés suivi de l'inspection des faciès de rupture. On considère qu'une rupture cohésive est caractéristique d'un traitement de surface efficace. Ces notions seront abordées plus en détail dans la section 1.1.3. Comme spécifié par Park *et al.* [14], on peut séparer les divers traitements en quatre groupes : (1) mécaniques, (2) chimiques, (3) électrochimiques et (4) par agent de couplage.

L'applicabilité et l'efficacité des traitements de surface dépendent de la nature du substrat. De nombreux états de l'art sont disponibles dans la littérature sur le sujet. Certains traitent de manière générale les différentes méthodes [1, 15], alors que d'autres sont spécifiques à la nature du substrat traité. Par exemple, Molitor *et al.* [16] proposent une étude des traitements appliqués au titane et aux composites alors que Park *et al.* [14], Critchlow et Brewis [17] et Cavezza *et al.* [8] s'intéressent exclusivement au cas de l'aluminium. Les assemblages qui seront envisagés au chapitre 4 sont de type aluminium/époxy/aluminium. Nous présentons ici les principales méthodes employées sur ce matériau.

- **Traitements mécaniques**

Les traitements mécaniques les plus courants sont l'abrasion et le sablage. L'abrasion est réalisée par ponçage. Le sablage se fait par projection à grande vitesse d'une

poudre abrasive. Les objectifs dans les deux cas sont d'augmenter la rugosité du substrat et d'éliminer les couches de contamination, notamment les couches d'oxydes naturels présentes en surface des matériaux. Suivant l'interprétation basée sur l'ancrage mécanique, une plus grande rugosité permet d'augmenter la surface de contact et donc de renforcer l'ancrage mécanique. Kinloch [1] précise que, même si ce traitement de surface est efficace pour augmenter l'adhérence, cela est principalement dû à d'autres facteurs que l'ancrage mécanique. Les raisons impliquées sont l'élimination de couches contaminantes, une meilleure mouillabilité et une augmentation de l'énergie de dissipation dans l'adhésif.

L'augmentation de la résistance à la rupture suite à l'abrasion ou au sablage des substrats a été constatée au cours de différentes études [18–20]. Harris et Beevers [19] ont observé une augmentation des valeurs des contraintes à rupture aux tests bout à bout et de cisaillement simple (cf. figures 1.5b et 1.5a) d'environ 50 % pour des échantillons ayant été sablés comparés à des échantillons n'ayant pas reçu ce traitement de surface. Une observation similaire a été faite par Boutar *et al.* [20]. Cependant il a été constaté qu'une trop grande rugosité a pour conséquence une diminution de l'adhérence. L'augmentation de la rugosité est accompagnée d'une diminution de la mouillabilité [20]. En conséquence, l'adhésif ne pénètre pas parfaitement dans les pores du substrat ce qui entraîne la présence de cavités remplies d'air. Cela crée des zones de concentrations de contraintes où des ruptures peuvent apparaître [8].

- **Traitements chimiques**

Le premier traitement chimique généralement appliqué est le dégraissage. Il permet d'éliminer les éléments organiques. Il est généralement appliqué avant le traitement mécanique afin d'éviter l'incrustation d'impuretés, mais également après afin d'éliminer les éventuels débris générés lors d'un traitement mécanique. Le solvant peut être appliqué sous forme vapeur ou liquide.

D'autres traitements chimiques sont couramment employés, notamment les processus basés sur la corrosion à partir d'environnements acide ou alcalin. L'objectif est de dissoudre la couche d'oxyde non stable présente à la surface des substrats et de générer la formation d'une nouvelle couche poreuse, composée d'oxyde aux propriétés adaptées et maîtrisées. Les produits les plus utilisés sont à base d'acide sulfochromique. Une résistance accrue à la rupture est observée lorsque des traitements chimiques sont appliqués [21, 22].

- **Traitements électrochimiques**

Les traitements chimiques par décapage acide sont généralement accompagnés de traitements électrochimiques [1, 14, 17, 23]. Le principe est de générer, par anodisation, une couche d'oxyde homogène, stable et bien définie. Cette couche est poreuse ce qui permet d'augmenter la surface de contact. Les assemblages traités par anodisation

possèdent généralement une résistance à la rupture équivalente ou supérieure à ceux traités par décapage [17, 22, 24].

- **Traitements par agent de couplage**

Le rôle des agents de couplage (ou promoteur d'adhésion) est de favoriser la création de liaisons chimiques fortes et durables à l'interface substrat/adhésif. Le plus répandu est le silane qui peut être représenté par la structure générale $Y(CH_2)_nSiX_3$ où $n$ =0 à 3. X est un groupe hydrolysable qui se lie avec un groupe hydroxyle (HO) à la surface du métal alors que Y est un groupe organo-fonctionnel qui s'associe avec l'adhésif. Y est choisi en fonction du polymère. Par exemple dans le cas d'un époxy, une fonction amine peut être choisie [25]. La réaction de liaison entre époxy, silane et aluminium est représentée sur la figure 1.3.

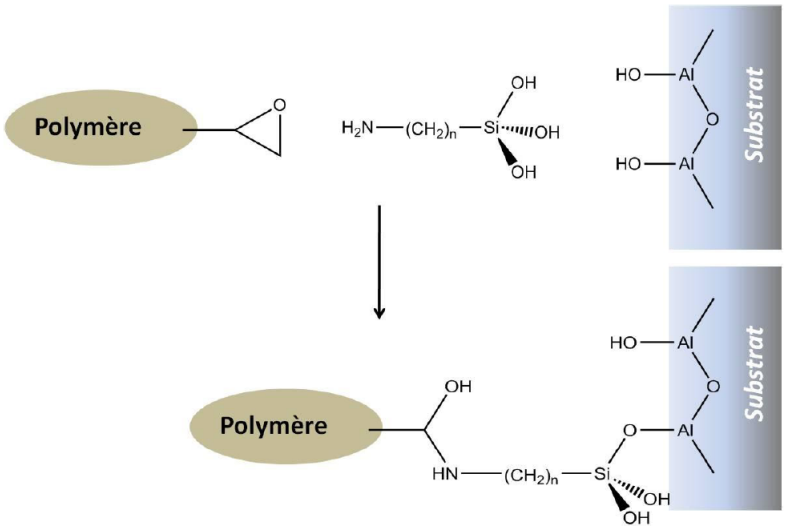



FIGURE 1.3 – Mécanisme réactionnel de l'ancrage chimique d'un silane sur un aluminium [25].

La silanisation permet d'améliorer la résistance à la rupture mais également une plus grande durabilité des joints de colle [26–29]. Deflorian *et al.* [28] ont par exemple comparé la résistance au *pull-off test* d'assemblage aluminium-époxy ayant subi différents traitements de surface. La contrainte à rupture a été mesurée plus de deux fois supérieure pour les assemblages silanisés par rapport à ceux seulement dégraissés. Il a également été mis en évidence dans ces travaux que la silanisation permet de limiter la diminution de la résistance à la rupture due au vieillissement.

D'autres méthodes non citées ont également été développées : jet de plasma, texturisation laser, etc. [14]. Afin d'optimiser la qualité de l'adhésion, il est courant de combiner différents traitements de surface. Les substrats des assemblages faisant l'objet du chapitre 4 sont en aluminium. Le traitement de surface appliqué afin d'obtenir des propriétés adhésives nominales, choisi d'après les travaux de Siryabe *et al.* [2], est composé des étapes de dégraissage, de sablage et de silanisation.

### 1.1.2 Cohésion et Adhésif

La *cohésion* définit l'ensemble des forces d'attraction qui unit les constituants d'un matériau (atomes ou molécules) et permettent à celui-ci de résister à l'action de sollicitations extérieures. La cohésion est donc une propriété intrinsèque au matériau. Dans le cas d'un assemblage aux substrats métalliques, le terme cohésion est le plus souvent utilisé pour l'adhésif.

Les forces de cohésion d'un adhésif dépendent principalement de deux éléments : de l'adhésif lui-même et de son procédé de durcissement. Il existe une grande variété de formulation adhésive. Les produits les plus couramment utilisés sont les polymères. Ce sont des matériaux constitués de chaînes moléculaires longues (*i.e.* macromolécules) composés de liaisons covalentes carbone-carbone. Comme expliqué dans la partie précédente, une adhésion forte requiert un contact interfacial intime entre substrat et adhésif. Pour cela, l'adhésif doit être appliqué sous forme liquide (idéalement avec une viscosité faible). Une fois que l'adhésif a mouillé efficacement le substrat, il doit durcir afin de présenter des propriétés mécaniques propices à la résistance aux sollicitations extérieures. Le durcissement peut être obtenu par refroidissement, évaporation de solvant ou par réaction chimique. Les caractéristiques de l'adhésif varient fortement d'une formulation à l'autre. Le choix de l'adhésif dépend de l'application (nature des substrats, géométrie, condition environnementale, etc.). Ce domaine d'étude est complexe et ne fait pas l'objet de ce travail. Le lecteur peut se référer à la littérature en ce qui concerne la chimie des polymères [30] et les procédés de durcissement [1]. Néanmoins, l'adhésif utilisé dans ce travail de thèse étant un époxy, quelques généralités sur ce type de résine sont exposées.

Les résines époxy sont couramment utilisées dans l'industrie car elles présentent de nombreux avantages [25, 31, 32] : de bonnes performances mécaniques (forte adhésion sur de nombreux substrats, performantes en cisaillement, résistantes au fluage), une mouillabilité élevée et une bonne tolérance aux hautes températures. L'époxy présente aussi des inconvénients notamment la sensibilité à l'humidité et à la contamination des surfaces, la fragilité à basse température et une réticulation lente [25].

Les résines époxy sont thermodurcissables et comportent des groupes époxydes sur leur structure chimique. Les groupes peuvent être de type monocomposant ou bi-composant. Le durcissement est généralement obtenu par mélange avec un agent de réticulation (ou durcisseur) permettant la polymérisation. Ce durcissement est dû à la réticulation, *i.e.* formation de liaisons chimiques fortes de type covalentes entre les chaînes macromoléculaires de l'adhésif. Sous sa forme bi-composante, la réticulation se produit lors du mélange, sous forme liquide, de la résine époxyde et du durcisseur.

De nombreuses études ont montré que la tenue à la rupture des assemblages dépend

fortement de la nature de l'adhésif [21–24, 32]. Les travaux de Prolongo *et al.* [21, 32] en sont un bon exemple. Ils ont dans un premier temps étudié l'influence du procédé de durcissement sur la tenue à la rupture en cisaillement simple d'assemblages collés d'aluminium A1050 [32]. Ils ont comparé quatre types d'adhésif qui possèdent la même base époxyde DGEBA (Diglycidyl éther de bisphénol A). Deux d'entre eux ont réticulé par homopolymérisation (2MI et 2PI), les deux autres par adjonction de deux durcisseurs différents (PAMS et DDS). Ils concluent à une forte dépendance de la contrainte à rupture en fonction du type d'adhésif. Les deux adhésifs réticulés par ajout d'un durcisseur montrent une plus grande contrainte à rupture. Ces travaux ont été étendus en ajoutant l'étude de l'influence des traitements de surface (section 1.1.1.c) et du substrat (alliages A1050 et A2024) [21]. Il a notamment été observé que les échantillons assemblés par DDS sont caractérisés par une plus grande résistance mécanique au test de cisaillement simple, quel que soit le traitement de surface et l'alliage d'aluminium. Sur les deux études, les ruptures observées sont adhésives. Cela met donc en évidence que l'adhésion dépend également de la nature de l'adhésif en plus de celle du substrat et du type de traitement de surface mis en œuvre.

### 1.1.3 Essais destructifs et faciès de rupture

Comme évoqué précédemment, le recours aux essais mécaniques pour étudier les performances mécaniques des joints collés est courant. Ces essais permettent de reproduire les contraintes mécaniques subies par la pièce au cours de son utilisation. Ils rendent compte de la fiabilité du processus d'assemblage. Ces essais sont standardisés et appliqués à des éprouvettes normalisées [1, 33–35].

#### a) Modes de sollicitation

On distingue trois modes de sollicitation (cf. figure 1.4) :

- Le **clivage** ou mode I ;
- le **cisaillement longitudinal** ou mode II ;
- Le **cisaillement transversal** ou mode III.

#### b) Essais mécaniques

Les modes impliqués varient d'un essai à l'autre. On peut observer sur la figure 1.5 quelques essais qui font intervenir différents modes. Par exemple, le test bout à bout permet de caractériser le comportement de la colle en traction (cf. figure 1.5a) alors que l'essai à simple recouvrement entraîne, outre le cisaillement du joint, une flexion des substrats (cf. figure 1.5b). L'état de contrainte est alors mixte, car il fait intervenir de la traction et du cisaillement.

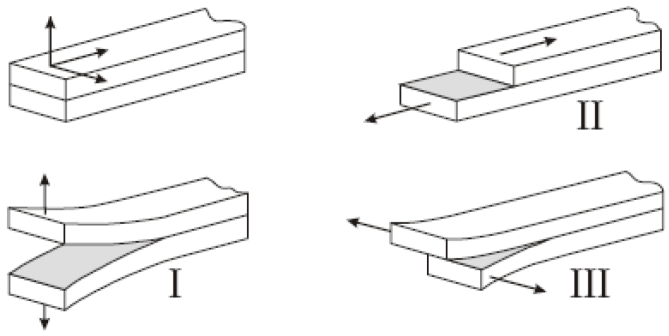
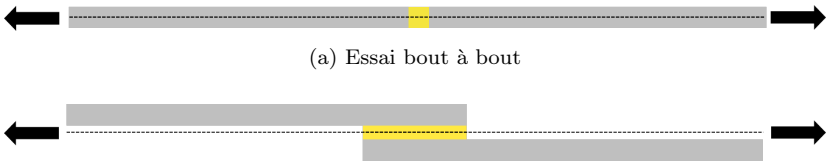


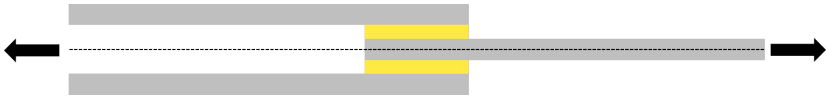

FIGURE 1.4 – Modes de rupture des joints collés [35].



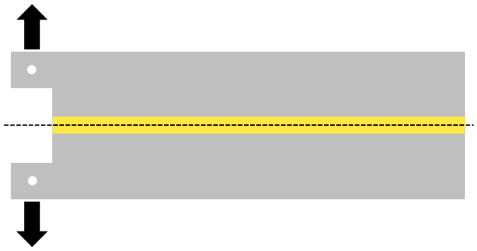
(a) Essai bout à bout



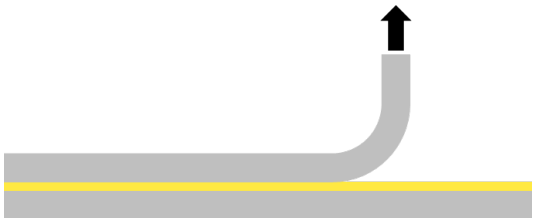
(b) Essai à simple recouvrement (*i.e.* essai de cisaillement simple)



(c) Essai à double recouvrement



(d) Essai de clivage



(e) Essai de pelage

FIGURE 1.5 – Essais mécaniques appliqués aux assemblages collés.

### c) Modes de rupture

Sous l'action d'une sollicitation mécanique, les assemblages collés peuvent être sujets à différents types de rupture. Quatre faciès de rupture peuvent être observés (cf. figure 1.6) :

- **Rupture cohésive au sein du substrat** (cf. figure 1.6a) : la rupture a lieu au sein même du substrat. Ce type de rupture peut être exclue dans le cas d'un substrat métallique ;
- **Rupture cohésive au sein de l'adhésif** (cf. figure 1.6b) : la rupture s'initie et se propage dans l'adhésif. Cela signifie que la cohésion est plus faible que l'adhésion ;
- **Rupture adhésive** (cf. figure 1.6c) : la rupture se situe à l'interface substrat/colle. L'adhésion est alors moins forte que la cohésion ;
- **Rupture mixte** (cf. figure 1.6d) : c'est lorsque la rupture est en partie cohésive et en partie adhésive. Elle peut s'initier au sein de la colle et se propager jus-

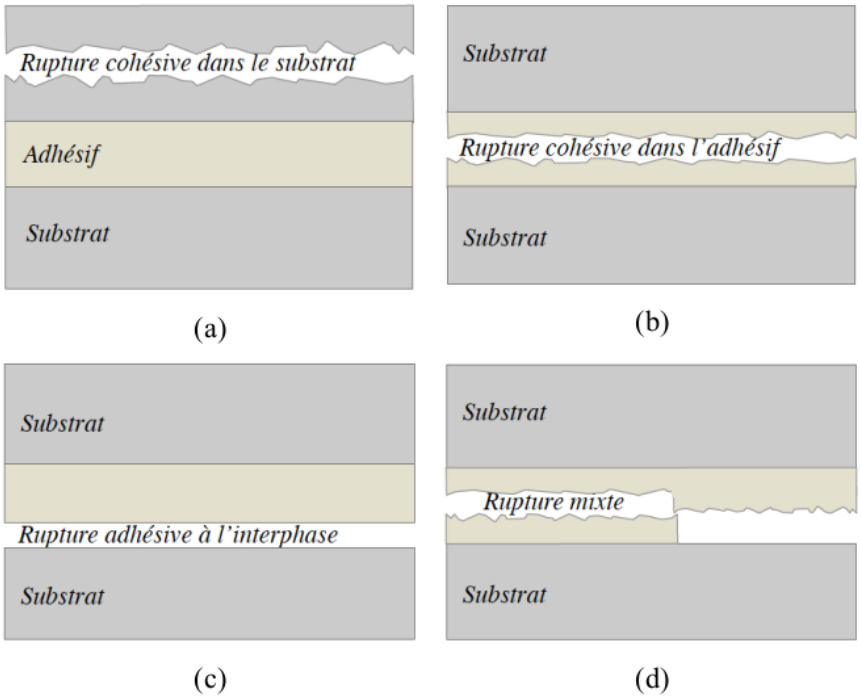



FIGURE 1.6 – Principaux types de rupture pour un joint collé (a) rupture cohésive dans le substrat (b) rupture cohésive dans l'adhésif (c) rupture adhésive (d) rupture mixte [36].

qu'à rencontrer l'interface entrainant ainsi une rupture adhésive. La rupture peut également se former à l'interface et se propager dans l'adhésif.

L'étude du faciès de rupture permet de révéler le type de rupture ayant eu lieu [1]. Les faciès de rupture renseignent sur la partie la plus fragile de l'éprouvette. Une rupture cohésive remet en question l'adhésif utilisé (ou bien les conditions de durcissement) alors qu'une rupture adhésive remet en question la bonne adéquation entre le choix du traitement de surface et le type de sollicitation environnementale que l'assemblage va subir. Il existe une moindre connaissance des théories de l'adhésion que de celles qui ont trait à la cohésion. Une rupture cohésive est donc privilégiée car plus prédictive que la rupture adhésive plus aléatoire.

L'essai destructif permet de contrôler voire de quantifier la qualité d'un assemblage. C'est un moyen fiable et précieux pour comparer les performances mécaniques entre deux adhésifs ou entre différents traitements de surface. Ces essais sont des outils justifiant du choix des différents paramètres d'un assemblage. Cependant, ils sont destructifs et applicables seulement à des éprouvettes normalisées qui ne sont pas toujours représentatives des conditions *in situ*. De plus, ils ne permettent pas de contrôler l'état de santé des structures au cours de leur utilisation. Il est donc important de développer, de manière complémentaire, des procédés de contrôle et d'évaluation non destructifs.

1. Il existe une norme internationale pour la caractérisation du faciès de rupture d'un assemblage collé : NF EN ISO 10365.

### 1.1.4 Potentiels défauts présents dans un assemblage collé

Une rupture prématurée d'un assemblage peut être le résultat de la présence de défauts (cf. figure 1.7). Il existe de nombreux défauts potentiellement présents dans un assemblage collé [37, 38]. Ils peuvent être classés en deux catégories : les défauts d'adhésion et les défauts de cohésion.

#### a) Défauts cohésifs

Ces défauts sont situés au sein de l'adhésif et peuvent être à l'origine d'une cohésion plus faible. Une liste de ces défauts est présentée ci dessous :

- Les **porosités** sont causées par la présence d'air ou de gaz piégé dans l'adhésif ;
- Les **bulles d'air** ou les **cavités** peuvent résulter de la coalescence de porosité, d'insuffisance de colle ou encore de la présence d'air durant l'assemblage qui se retrouve piégé lors de la réticulation. La présence de porosité et de bulles d'air peut être évitée (ou du moins limitée) en réalisant un dégazage de l'adhésif ;
- Les **fissures** sont le résultat d'un mauvais durcissement et/ou d'un retrait thermique ;
- Une **faible cohésion** est généralement due à une réticulation incomplète suite à des conditions de durcissement de la colle non respectées ou une formulation incorrecte (par exemple : un manque de durcisseur). La détection de ce type de défaut sera abordée dans le chapitre 4.

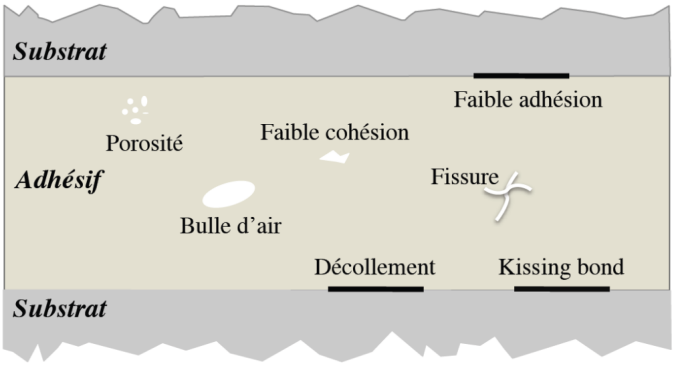



FIGURE 1.7 – Principaux défauts présents dans un assemblage collé [36].

#### b) Défauts adhésifs

Les défauts d'adhésion sont localisés au niveau de l'interphase et sont responsables des ruptures adhésives. Ils proviennent généralement d'une mauvaise préparation des substrats avant assemblage. Ils peuvent également provenir d'un dépassement des dates de péremption des produits d'assemblage ou d'une re-pollution des surfaces après traitement.

- Les **décollements** peuvent survenir suite à une mauvaise répartition de la colle, de la présence de contaminants (graisse, couche d'oxyde non stable, etc.) ou encore à cause des conditions environnementales (humidité, infiltration d'eau, etc.).

- On parle de **faible adhésion** lorsqu'il y a contact entre le substrat et l'adhésif mais que l'adhésion est plus faible que prévue. Cela peut entraîner une rupture prématurée de l'assemblage.

- Le **kissing bond** possède plusieurs définitions. Jiao et Rose [39] définissent un kissing bond comme un contact parfait entre l'adhésif et le substrat sans transmission de contrainte de cisaillement. Du point de vue de Wood *et al.* [40] et Nagy [5], un kissing bond est défini par un contact parfait à l'interface mais l'adhésion y est très faible voire inexistante.

Ces défauts, qu'ils soient cohésifs ou adhésifs, peuvent être différenciés vis à vis des ondes ultrasonores en deux catégories : les défauts échogènes et non-échogènes. Les premiers sont des hétérogénéités et présentent un contraste d'impédance acoustique. Ce sont les porosités, les bulles d'air, les fissures et les décollements. La faible adhésion, les kissing bond et la faible cohésion sont non échogènes, mais induisent des propriétés mécaniques de l'assemblage dégradées par rapport au cas sans défaut.

## 1.2 Méthodes de CND/END appliquées aux assemblages collés

Il existe un nombre important de méthodes de contrôle et d'évaluation non destructives exploitant divers phénomènes physiques. La plus commune étant l'inspection visuelle, qu'elle soit réalisée à l'œil nu ou par l'intermédiaire d'outils tels qu'une loupe, un microscope ou une caméra, etc. Ces techniques sont répandues car elles sont simples et peu coûteuses. Cependant, elles sont limitées aux défauts observables et donc, pour des matériaux non transparents, situés en surface. Le test d'étanchéité et le ressuage sont deux méthodes également limitées aux défauts débouchant. Dans le cas des assemblages par collage, on souhaite détecter des défauts sous surfaciques. Par conséquent, ces méthodes ne sont pas adaptées. La littérature est riche de publications [33, 37, 38, 41–46] et de manuscrits de thèse [36, 47–50] qui proposent une synthèse des procédés de CND/END appliquées aux assemblages collés. Néanmoins, on se propose de rappeler les principales méthodes employées dans l'objectif de résumer leurs avantages et inconvénients. Tout d'abord, une partie des méthodes n'impliquant pas l'utilisation d'onde ultrasonore est exposée puis les techniques ultrasonores sont présentées plus en détail.

### 1.2.1 Méthodes n'impliquant pas les ultrasons

Parmi tous les procédés qui n'impliquent pas l'utilisation d'ondes ultrasonores, il est choisi de présenter quatre familles de procédés de CND et quelques études représentatives de ce qui peut être obtenu en utilisant les méthodes associées.

#### a) Vibration sonore

Les méthodes de vibration sonore opèrent à basse fréquence, typiquement entre 0,1 et 20 kHz. Ces méthodes reposent sur le principe que la présence d'un défaut induit un changement local de la raideur. Ainsi, la réponse sera différente selon que l'échantillon soit sain ou non. La méthode la plus connue est le test du marteau (*coin-tap test* en anglais). Le principe est de frapper la structure au moyen d'un marteau calibré et d'écouter le champ émis. Le son produit lorsqu'on frappe une zone qui présente un défaut change par rapport à une zone saine. Cawley et Adams [51] ont développé une alternative en mesurant l'intensité de la réponse. L'intensité mesurée sur une zone saine est plus importante et d'une durée plus faible que sur une zone défectueuse. Des méthodes par mesure d'impédance mécanique ont également été développées [52]. Un défaut de type décollement ou cavité d'air est révélé par une impédance mesurée plus faible qu'en l'absence de défaut. Une des limites de ces méthodes est qu'il est nécessaire d'effectuer une mesure de référence, réalisée dans les mêmes conditions mais sur une structure saine.

Les méthodes par vibration sont intéressantes car elles sont rapides, faciles à mettre en place et peu coûteuses. Cependant, au vu des fréquences mises en jeu, ces méthodes restent limitées à la détection de défauts de taille importante et situés proches de la surface (de l'ordre de 10 mm à une profondeur de quelques millimètres [45]). Il est également difficile de différencier le type de défaut (décollement à l'interface ou cavité d'air dans l'adhésif).

#### b) Thermographie infrarouge

La thermographie infrarouge est une méthode de CND sans contact qui a pour principe de mesurer le flux thermique apparent émis par une structure grâce à une caméra infrarouge. Les défauts sont révélés par une perturbation de la diffusion du flux thermique. On distingue deux grandes familles : la thermographie passive pour laquelle la source de chaleur provient de la structure contrôlée et la thermographie active où la source de chaleur est extérieure. Les méthodes actives sont notamment appliquées aux assemblages collés car ces structures ne génèrent pas de chaleur par elles-mêmes. Une revue des différentes méthodes actives appliquées sur des pièces d'avion a été publiée récemment [53]. Il existe des sous-catégories à la thermographie infrarouge actives qui se différencient par le moyen de produire la chaleur. On peut citer par exemple la

vibrothermographie où la chaleur est générée par vibration ou encore la thermographie pulsée où la chaleur est produite par impulsion lumineuse. La thermographie infrarouge est efficace pour détecter des défauts localisés de type décollement sur des assemblages collés [54–56]. Cependant, ce type de méthode ne permet pas de renseigner sur les propriétés cohésives ou adhésives.

#### c) Radiographie et tomographie

L'examen par radiographie consiste à obtenir l'image 2D de la densité de matière de la pièce inspectée par transmission d'un rayonnement électromagnétique de très faible longueur d'onde (rayon X ou $\gamma$). L'intensité du rayonnement après transmission est captée par un récepteur adapté, par exemple un film argentique. L'image obtenue traduit l'absorption du rayonnement qui varie selon la composition et l'épaisseur de la matière traversée. Si le faisceau électromagnétique traverse un manque de matière, comme une bulle d'air, l'absorption sera plus faible et produira une zone de contraste sur l'image. Cette méthode permet de visualiser des différences de matière volumique sur une image en deux dimensions. Jama *et al.* [57] ont démontré qu'il est possible de détecter des décollements et d'observer des variations d'épaisseur de la couche adhésive par radiographie. La tomographie permet, grâce à une série de radiographie à 360°, la reconstruction d'image 3D de la pièce inspectée. Le principal avantage de cette méthode est qu'il permet d'obtenir des images bien définies. Elle permet de détecter une absence de colle. Cependant, le coût des installations est élevé et le danger des rayonnements ionisants générés induit de fortes consignes de sécurité.

#### d) Choc laser

La caractérisation par génération d'ondes de choc est un procédé particulièrement intéressant et prometteur concernant l'évaluation des propriétés mécaniques des assemblages collés. Le principe de la méthode est basé sur la génération d'une onde de choc par irradiation laser sur la surface de l'assemblage à caractériser. La méthode LASAT (*LAser Shock Adhesion Test*) en particulier, cherche à générer une forte contrainte, de l'ordre du GPa, au niveau de l'interface afin d'évaluer la qualité de l'adhésion. Le faisceau laser induit la génération d'un plasma haute pression à la surface de l'échantillon et la propagation d'une onde de choc puis d'une onde de détente lorsque la sollicitation laser est terminée. Une deuxième onde de détente est générée après réflexion de l'onde de choc sur la face arrière de l'échantillon. Lorsque les deux ondes de détente se croisent, elles génèrent une traction. La durée de l'impulsion détermine la localisation de la sollicitation. L'amplitude de la contrainte est dépendante de l'énergie du laser. Afin d'évaluer la contrainte à rupture de l'assemblage, on peut réaliser l'expérience en augmentant graduellement l'intensité du faisceau laser jusqu'à observer une rupture adhésive. La méthode peut aussi être appliquée afin de vérifier que l'adhérence est supé-

rieure à un seuil préalablement fixé. Dans ce cas, la méthode est non destructive lorsque l'adhésion est optimale et destructive lorsque l'adhérence est inférieure au critère fixé.

Ehrhart *et al.* [58] ont appliqué cette méthode sur des assemblages collés composites présentant différents niveaux d'adhésion. Une comparaison entre des échantillons sains et dégradés est réalisée. Certains assemblages sont dégradés par ajout d'un contaminant à la surface des substrats ou durant le procédé de fabrication des composites. Selon les assemblages, l'intensité du faisceau laser nécessaire à l'observation d'une rupture adhésive varie. L'intensité nécessaire est plus élevée sur des échantillons sains. Ces résultats sont corrélés avec des tests mécaniques. Ducousso *et al.* [59] ont quant à eux utilisé la méthode LASAT sur des assemblages composite/titane présentant différents taux de réticulation (50 % et 90 %). Là encore il est observé une corrélation entre l'intensité nécessaire à la rupture et des essais de cisaillement simple.

Une des limites de cette méthode est qu'il faut connaître les propriétés élastiques *a priori* de l'assemblage et les épaisseurs des couches afin de régler la durée de l'impulsion laser pour s'assurer que la sollicitation ait lieu au niveau d'une interface. De plus, cette méthode est encore au stade de développement et il faut poursuivre les travaux afin de s'assurer que même s'il n'est pas observé de rupture, il n'y ait pas d'endommagement de la structure causé par l'onde de choc.

### 1.2.2 Méthodes ultrasonores

L'utilisation d'ultrasons est très répandue dans le domaine du CND/END. La grande variété de méthodes ultrasonores offre de nombreuses possibilités pour l'inspection de l'état de santé des structures. Ces méthodes sont généralement simples à mettre en œuvre, peu coûteuses et sans danger pour les opérateurs. Nous pouvons séparer les méthodes dédiées à la détection de deux types de défauts : les défauts échogènes et non-échogènes (cf. section 1.1.4).

- **Détection de défauts échogènes**

Lorsqu'une onde élastique rencontre un changement de propriétés mécaniques (une interface), elle est partiellement réfléchie. La proportion d'énergie réfléchie est d'autant plus grande que le contraste d'impédance entre les deux milieux est important. Les méthodes ultrasonores de CND conventionnelles exploitent ce phénomène physique. En effet, un défaut qui se présente sous la forme d'une hétérogénéité présente un contraste d'impédance avec le milieu environnant. On parle de défaut échogène. Une des méthodes les plus répandue est l'utilisation d'ondes de volume longitudinales en incidence normale. Cela peut être réalisé en réflexion (*pulse-echo*) ou en transmission (*pitch-catch*). En réflexion, la présence d'un défaut est révélée par un écho alors qu'en transmission, c'est en général une chute en amplitude du signal reçu qui permet de le détecter. La mesure peut être réalisée en un point (A-Scan), une ligne (B-Scan) ou

sur une surface (C-Scan). Le C-Scan offre une image 2D correspondant à une vue du dessus du volume inspecté. La résolution spatiale dépend du type de transducteur, de sa taille et de la longueur d'onde émise dans le milieu.

L'application des méthodes conventionnelles aux assemblages collés a fait l'objet de nombreux travaux [60–64]. Les résultats montrent la capacité de ces méthodes à détecter des défauts tels que des porosités [61], des décollements aux interfaces [60, 62–64], un manque d'adhésif [60] ou encore des bulles d'air ou des fissures [63, 64].

Vine *et al.* [64] ont étudié l'influence du traitement de surface sur le vieillissement d'assemblages bi-couches et tri-couches (aluminium-époxy). Pour cela, ils ont placé les échantillons dans un bain d'eau à 50°C durant une période allant jusqu'à 18 mois. Ils ont pu suivre l'évolution de la réaction des assemblages à l'environnement extérieur par méthode ultrasonore. Ils ont réalisé des C-Scan en réflexion avec des transducteurs focalisés haute fréquence (50 MHz), atteignant ainsi une résolution spatiale de 0,1 mm. Ces mesures ultrasonores ont permis de révéler des décollements dus à la corrosion sur les extrémités des échantillons et de suivre leur évolution en fonction du temps. Il a également été détecté des défauts de plus petites dimensions comme des fissures ou des bulles d'air. La corrélation avec des essais de clivage a été étudiée. C'est un exemple parmi d'autres qui atteste de l'intérêt que peuvent avoir ces méthodes sur le contrôle de l'état de santé des assemblages collés. En revanche, ces méthodes ne permettent pas de détecter des défauts non-échogènes.

- **Détection de défauts non-échogènes ; évaluation non destructive**

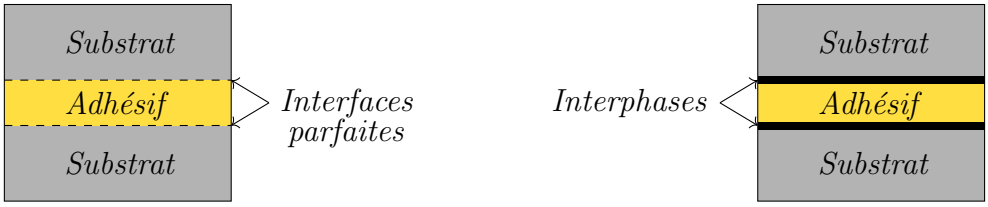
Parmi les défauts présentés dans la section 1.1.4, certains ne présentent pas (ou peu) de contraste d'impédance avec le milieu environnant : faible adhésion, faible cohésion et kissing bond. Ces défauts sont associés à des variations relativement plus faibles des propriétés mécaniques. Les méthodes conventionnelles sont donc moins efficaces. D'autres méthodes ont dû être développées. Dans cette partie, on s'intéresse aux méthodes qui cherchent non seulement à détecter les défauts de faible adhésion et cohésion, mais également à quantifier les propriétés adhésives et cohésives. Pour cela, on a recours à l'évaluation non destructive. Ces méthodes font généralement appel à des problèmes inverses pour lesquels un modèle théorique est nécessaire. C'est pourquoi il est rappelé les différents modèles existants qui décrivent la propagation d'ondes élastiques dans les structures collées. Ensuite, certains travaux impliquant les ondes guidées, les modes ZGV, l'acoustique non-linéaire et les ondes de volume sont présentés.

#### a) Modélisation de la propagation ultrasonore dans un matériau multicouche

Un des modèles les plus couramment utilisé est le modèle trois couches (cf. figure 1.8a). Chaque couche, supposée homogène, est caractérisée par une épaisseur, une masse volumique et un tenseur de rigidité dont les composantes peuvent être complexes. L'interface entre le substrat et l'adhésif est définie comme parfaite, c'est-à-dire

qu'on impose la continuité des déplacements et des contraintes aux interfaces entre les différents matériaux. Ce modèle peut être utilisé dans le but d'évaluer les propriétés cohésives par caractérisation de la couche de colle. Il est donc adapté, par exemple, à l'étude du procédé de réticulation (température, durée, etc.) sur les propriétés cohésives du joint de colle. Cependant, il ne rend pas compte de la présence d'interphases. Ainsi, lors de la caractérisation d'un assemblage qui présente une faiblesse d'adhésion (par exemple due à une mauvaise préparation des substrats), les modules effectifs de la couche de colle évalués seraient mésestimés. Une étude détaillée de l'influence de l'état des interphases sur l'estimation des composantes du tenseur de rigidité de la couche de colle a été réalisée par Siryabe [36]. Une étude numérique similaire mais adaptée à la présente étude est réalisée dans le chapitre 4.

Le second modèle (cf. figure 1.8b) prend en compte les interphases. Elles sont définies comme deux couches homogènes de faibles épaisseurs (généralement de l'ordre de quelques micromètres). Comme expliqué dans la section 1.1.1.b, l'interphase est une zone complexe (cf. figure 1.2). Il est difficile de modéliser le comportement mécanique réel de l'interphase. Faire l'hypothèse d'une couche homogène et parfaitement plane est donc une simplification de la réalité mais jugée suffisante à l'échelle des longueurs d'onde utilisées. L'objectif n'est pas de simuler cette couche de manière exacte mais de proposer un moyen d'évaluer des variations de propriétés entre différents assemblages. On peut ajouter de la viscosité à cette couche, cependant d'après Baltazar *et al.* [65], les contributions viscoélastiques de l'adhésif et des interphases sont difficiles à différencier. Ce modèle distingue les effets cohésifs des effets adhésifs. Il est cependant difficile de mesurer simultanément des variations de propriétés adhésives et cohésives.




(a) modèle tri-couche parfait

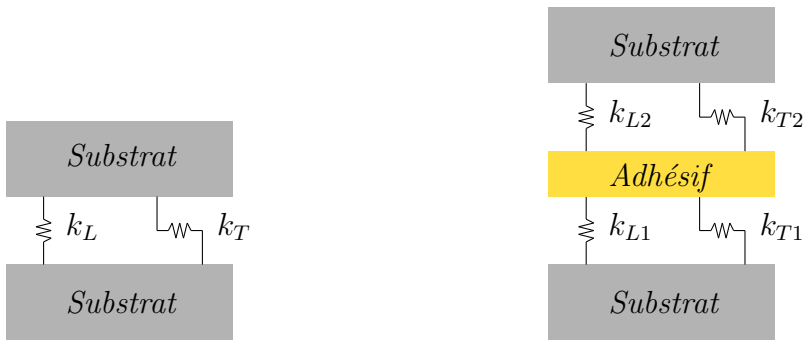
(b) modèle cinq couches

FIGURE 1.8 – Modélisation multicouche d'un assemblage collé de type tri-couche.

Les deux approches présentées sur la figure 1.8 s'appuient sur des modèles multicouches où les conditions aux limites aux interfaces sont la continuité des contraintes et des déplacements. Une alternative peut être utilisée pour simuler la propagation d'ondes élastiques dans un tri-couche, ce sont les modèles rhéologiques. Deux d'entre eux sont représentés sur la figure 1.9. Le premier est un modèle rhéologique cohésif pour lequel l'ensemble adhésif et interphases est modélisé par deux distributions surfaciques de ressorts (cf. figure 1.9a). Ce modèle a été introduit par Jones et Whittier [66]. Cette modélisation se traduit, au niveau de l'interface, par une continuité des contraintes alors qu'un saut de déplacement est autorisé. Les contraintes et les sauts de déplace-

ments sont reliés par des distributions surfaciques de raideurs d'interface longitudinales (ou de compression), notée $k_L$ et transverses (ou de cisaillement), notée $k_T$. Jones et Whittier [66] précisent que ce modèle est valable seulement lorsque la longueur d'onde est de grande dimension devant l'épaisseur de colle. Cela a été confirmé par Hosten et Castaings [67]. Vlasie et Rousseau [68] expliquent aussi que le rapport entre les épaisseurs des substrats et de l'adhésif est important quant à la validité de ce modèle. Elles ont également étudié l'influence de l'ajout d'une masse sur cette distribution de ressorts surfacique afin de prendre en compte l'inertie de la colle. Les effets inertiels semblent cependant négligeables [69]. Ce modèle présente l'avantage de simplifier grandement les calculs analytiques mais aussi numériques (en particulier pour un calcul éléments finis). Cela peut être important dans un processus d'inversion afin de limiter le temps de calcul du problème direct. En revanche, en plus des conditions de validité restreintes, il présente également l'inconvénient de confondre les effets cohésifs et les effets adhésifs.

Le modèle rhéologique adhésif (cf. figure 1.9b) permet de surmonter cette limite. Tout comme le modèle cinq couches, il permet de distinguer les propriétés adhésives des propriétés cohésives. Du fait de la faible épaisseur des interphases, ces couches fines sont remplacées par des distributions de raideurs surfaciques.




(a) modèle rhéologique cohésif

(b) modèle rhéologique adhésif

FIGURE 1.9 – Modélisation rhéologique d'un assemblage collé de type tri-couche.

### b) Ondes guidées

Plusieurs types d'ondes guidées peuvent se propager dans une plaque et certaines sont utilisées pour l'END : les ondes de Rayleigh, les ondes de Lamb et les ondes SH (*Shear Horizontal* en anglais). Les ondes de Rayleigh sont guidées par la surface d'un solide élastique dont l'épaisseur est grande devant la longueur d'onde. Les ondes de Lamb et les ondes SH sont des ondes se propageant le long de la plaque produisant des déformations dans toute l'épaisseur. Les ondes de Lamb sont polarisées dans le plan de propagation contenant la normale à la surface et la direction de propagation (*i.e.* plan sagittal). Les ondes guidées SH sont polarisées perpendiculairement au plan sagittal. La propagation de ces ondes guidées dépend des paramètres élastiques et géométriques de la plaque. Leur utilisation est intéressante pour le CND/END car elles bénéficient d'une

faible atténuation géométrique. En effet, la divergence du faisceau est bidimensionnelle alors que celle des ondes de volume est tridimensionnelle. L'inspection peut donc être réalisée sur de longues distances.

Les ondes de surface ont été utilisées pour inspecter les assemblages collés [70–72]. Rokhlin *et al.* [70] ont évalué la vitesse de phase et l'atténuation de pseudo-modes de Rayleigh sur différents échantillons présentant des états de surface plus ou moins dégradés. Les mesures ont été faites durant le procédé de réticulation pour des assemblages fer/époxy/fer avant qu'un essai destructif soit réalisé afin de mesurer la contrainte à rupture. Une corrélation a été observée entre les contraintes à rupture et les vitesses de phase mesurées. Des résultats similaires ont été obtenus par Singher [71] sur des assemblages aluminium/époxy. Castaings *et al.* [72] ont étudié la propagation d'ondes de surface pour un assemblage composite/époxy/béton. Une étude numérique a permis de mettre en évidence la sensibilité des pseudo-modes de Rayleigh aux modules viscoélastiques de la couche de colle. Les deux cas extrêmes ont été considérés expérimentalement. Le premier correspond à un décollement total entre les deux substrats, le second correspond à une adhésion parfaite. Un bon accord est observé entre les résultats expérimentaux et numériques. Cette étude confirme la sensibilité des ondes de surface aux propriétés du joint de colle et par conséquent le potentiel de ce type de méthode pour l'évaluation non destructive d'assemblages collés. Cependant, à notre connaissance, il n'existe pas de méthode utilisant d'ondes d'interface permettant une évaluation quantitative ni même permettant de distinguer l'influence d'une faiblesse adhésive ou cohésive.

D'autres études proposent de recourir aux ondes guidées SH [73, 74]. Du fait de leur polarisation perpendiculaire au plan de propagation, les ondes SH sont sensibles aux propriétés de cisaillement de l'assemblage. Le Crom et Castaings [73] ont étudié le potentiel des ondes SH pour la caractérisation d'assemblages collés. La structure considérée est un assemblage aluminium-époxy-composite. La sensibilité des propriétés cohésives et adhésives aux modes $SH_0$, $SH_1$ et $SH_2$ a fait l'objet d'une étude numérique. Un modèle tri-couche est utilisé dans lequel l'interface composite/adhésif est supposée parfaite (continuité des contraintes et des déplacements) alors que l'interface aluminium/adhésif est modélisée par une raideur interfaciale (continuité des contraintes mais saut de déplacement autorisé). La dégradation des propriétés adhésives est modélisée par une diminution de la raideur interfaciale. La vitesse de phase des modes SH s'est révélée bien plus sensible aux propriétés des substrats que de la raideur interfaciale. Au contraire, certains modes $SH_0$ et $SH_1$ sont trois à quatre fois plus sensibles à une variation du module de cisaillement de l'adhésif qu'à ceux des substrats. Ces observations préliminaires indiquent que cette méthode est plus adaptée à l'évaluation des propriétés cohésives qu'aux propriétés adhésives. La forte sensibilité de la vitesse de phase des modes $SH_1$ a permis l'évaluation du module de cisaillement de l'adhésif

au cours du procédé de réticulation. Dans une autre étude, Castaings [74] a utilisé des modes $SH_0$ pour évaluer les propriétés adhésives et cohésives d'un assemblage à simple recouvrement aluminium/époxy. L'influence de différents traitements de surface a été étudiée. Le procédé expérimental est schématisé sur la figure 1.10. Le mode $SH_0$ est généré le long d'une plaque puis se propage à travers le joint avant d'être capté sur la deuxième plaque d'aluminium. Les transducteurs utilisés sont des EMAT [2]. En parallèle, un modèle éléments finis permet de simuler la génération et la transmission des ondes $SH_0$ à travers le joint. C'est un modèle rhéologique adhésif (cf. figure 1.9b). La comparaison entre les signaux transmis expérimentaux et les simulations a permis l'évaluation du module de cisaillement de la couche adhésive, mais également de la raideur interfaciale transversale en fonction du traitement de surface. Il est précisé que le procédé est réalisé en faisant l'hypothèse que les propriétés élastiques et géométriques des substrats sont parfaitement connues. Dans des conditions *in situ*, il est peu probable que cela soit le cas notamment en ce qui concerne les épaisseurs des substrats et de la couche adhésive. Cependant, cette étude confirme le potentiel de ce type d'ondes guidées pour la quantification des propriétés cohésives et adhésives.

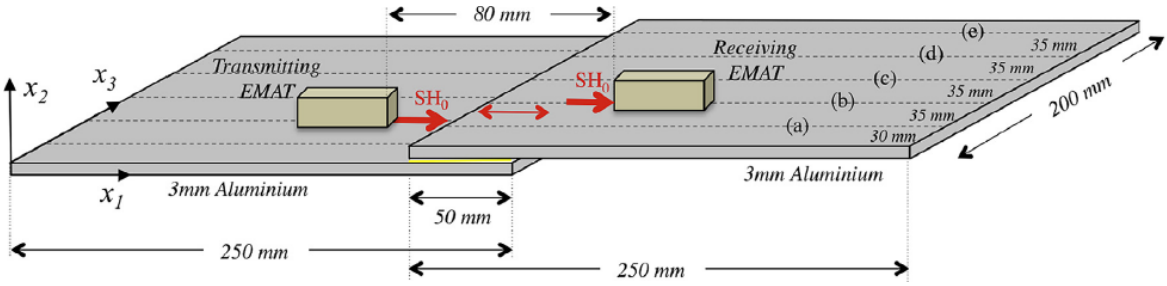



FIGURE 1.10 – Schéma du dispositif expérimental utilisé par Castaings [74] afin de générer et détecter par EMAT des ondes $SH_0$ dans un assemblage aluminium/époxy à simple recouvrement.

L'inspection d'assemblages collés par ondes de Lamb a également fait l'objet de nombreux travaux [49, 75–79]. Drinkwater *et al.* [78] ont étudié l'influence de la pression exercée sur un élastomère en contact avec une plaque de verre. La zone de contact entre les deux matériaux est modélisée par une couche isotrope de 10 µm. Les raideurs d'interface ont été estimées en fonction de la pression appliquée par mesure de l'atténuation des modes $A_0$ et $S_0$. Plus récemment, Mori et Biwa [77] ont estimé les propriétés élastiques de la couche adhésive d'assemblages bout à bout à partir de la mesure en transmission des modes $A_0$ et $S_0$ entre 0,4 et 0,6 MHz. Quatre assemblages ont été sujets à des conditions variables de réticulation. Après application de la colle, les substrats d'aluminium sont maintenus en pression sur une durée et avec une intensité variables. Les modules élastiques de la couche de colle sont évalués par un procédé

2. Les transducteurs EMAT *ElectroMagnetic Acoustic Transducer* en anglais, permettent la génération et la réception d'ondes acoustiques sans contact dans des matériaux conducteurs. Leur fonctionnement est basé sur des mécanismes électromagnétiques, qui ne nécessitent l'utilisation d'un agent de couplage acoustique à la surface du matériau. Ils sont couramment utilisés pour la génération d'onde SH.

d'inversion. Le modèle utilisé est un modèle rhéologique cohésif (cf. figure 1.9a). On peut également citer les travaux de Siryabe [36] qui ont mis en évidence l'intérêt des ondes de Lamb pour la caractérisation des propriétés adhésives. Deux assemblages ont été étudiés. Le premier pour lequel les substrats ont été dégraissés et silanisés, le second seulement dégraissés. La mesure de la transmission des modes $A_0$ et $S_0$ et l'utilisation d'un procédé d'optimisation ont permis d'estimer les raideurs d'interface longitudinale et transverse des échantillons. Les raideurs mesurées sont sensiblement plus élevées dans le cas de l'échantillon silanisé.

Les méthodes ultrasonores exploitant les ondes guidées sont nombreuses et ont révélé un fort potentiel pour la caractérisation des propriétés mécaniques des assemblages collés. Cependant, certains chercheurs émettent des réserves sur la pertinence de ces techniques. Lowe et Cawley [80] expliquent notamment que ces méthodes sont limitées du fait de la forte sensibilité des ondes guidées aux propriétés des substrats et à l'épaisseur de la couche adhésive et de la faible sensibilité aux propriétés élastiques de la colle. Ils ajoutent que la détection de changements subtils des propriétés adhésives et/ou cohésives nécessite une connaissance très précise des propriétés des substrats. Une réserve similaire est émise par Nagy et Adler [81].

#### c) Ondes de Lamb à vitesse de groupe nulle

Les modes de Lamb à vitesse de groupe nulle, notés modes ZGV (pour *Zero Group Velocity* en anglais) ont des propriétés particulières et ont montré un potentiel pour l'évaluation non destructive d'assemblages collés [82**?** –86]. Un mode ZGV possède une vitesse de phase finie et une vitesse de groupe nulle. C'est une résonance étroite et localisée sur une distance de l'ordre de l'épaisseur de la plaque. Mezil *et al.* [82] ont tout d'abord utilisé les modes ZGV afin de caractériser les propriétés adhésives d'une couche liquide entre deux plaques de verre. La génération et la détection de modes ZGV sont généralement réalisées par méthodes ultrasons-laser. Un modèle rhéologique cohésif est utilisé et la mesure de fréquence ZGV permet l'évaluation des raideurs interfaciales. Cette méthode a ensuite été appliquée pour l'estimation des propriétés adhésives d'un tri-couche duraluminium-époxy-duraluminium [83]. Cette fois, un modèle rhéologique adhésif tri-couche a été retenu. La mesure des résonances ZGV permet l'évaluation des raideurs d'interface. La limite principale de la méthode est que l'épaisseur de l'adhésif doit être connue très précisément. Enfin, récemment, Hodé *et al.* [85] ont proposé une alternative à la mesure des fréquences ZGV. Là encore, la caractérisation de structures collées est réalisée par génération et détection de modes ZGV par méthodes ultrasons-laser, mais ici, c'est la mesure de l'atténuation des modes qui renseignent sur la qualité de l'assemblage. Cinq assemblages tri-couches présentant différentes propriétés adhésives et cohésives sont caractérisés. L'atténuation des résonances ZGV varie suivant la

qualité de l'assemblage et sa mesure permet de faire la distinction entre deux assemblages aux propriétés nominales ou dégradées. Un échantillon aux propriétés adhésives variables a également été caractérisé. Le caractère local de la méthode a permis de scanner l'assemblage, démontrant ainsi la capacité d'imagerie de la méthode.

#### d) Acoustique non-linéaire

Toutes les méthodes de CND/END citées jusque là se placent dans le domaine de l'acoustique linéaire. L'utilisation de phénomènes non linéaires est une alternative intéressante dans une optique de caractérisation. Un état de l'art de ces méthodes et de leur application aux joints collés peut être consulté dans les travaux de thèses de Zabbal [87] et Hodé [47]. Les méthodes non linéaires ne feront donc pas l'objet d'une étude bibliographique dans ce manuscrit. Il nous semblait cependant important d'évoquer cette famille de procédés non destructifs car de récents travaux mettent en évidence leur fort potentiel [88–92]. On peut citer les travaux de Zabbal *et al.* [91] qui ont observé des signatures acoustiques différentes sur des zones présentant des défauts d'adhésion en mesurant la réponse non linéaire de l'interface. Des ondes planes à fortes amplitudes sont générées dans la structure impliquant la génération de composantes harmoniques. L'amplitude du second harmonique augmente lorsque la surface des échantillons est dégradée. Ces résultats ont été mis en parallèle avec des résultats d'essais destructifs DCB [3].

#### e) Mesures des temps de vol

Le recours aux ondes de volume afin de caractériser un matériau est répandu. La méthode la plus couramment utilisée pour l'évaluation des propriétés élastiques est la caractérisation par temps de vol (TDV) [93, 94]. Le principe consiste à mesurer les vitesses et les atténuations des ondes longitudinales et transverses dans l'échantillon pour différents angles d'incidence. Un procédé d'inversion permet d'évaluer les composantes complexes du tenseur de rigidité. Les parties réelles sont optimisées *via* les courbes de lenteur. Les parties imaginaires sont estimées à partir des atténuations. Cette méthode est applicable aux matériaux viscoélastiques, anisotropes et homogènes. La principale limite est qu'il est nécessaire de séparer parfaitement les échos pour permettre la mesure du temps de vol. Cette technique est donc applicable seulement à des plaques avec une épaisseur suffisamment grande devant la longueur d'onde. On peut augmenter la fréquence utilisée, mais il faut également que la longueur d'onde soit grande devant les hétérogénéités de l'échantillon pour éviter tout phénomène de diffusion.

3. Un test DCB pour *Double Cantilever Beam* en anglais est un essai destructif sollicitant l'échantillon en mode I.

#### f) Méthodes spectroscopiques

Afin de s'affranchir de cette limite, des méthodes par spectroscopie ont été développées. L'analyse n'est plus faite sur les signaux temporels, mais sur le spectre fréquentiel du signal transmis ou réfléchi. De nombreux procédés basés sur la spectroscopie ultrasonore ont été appliqués à l'évaluation non destructive d'assemblages collés [2, 65, 95–101]. Guyott et Cawley [96] ont notamment mesuré l'épaisseur et le module de compression d'une couche d'adhésif à partir de la mesure des résonances d'épaisseur en incidence normale d'assemblage de type simple recouvrement aluminium/époxy/aluminium. Lavrentyev et Rokhlin [97] ont quant à eux caractérisé complètement la couche adhésive de tri-couches par mesure des coefficients de réflexion pour deux angles d'incidence (normal et oblique). Six paramètres sont évalués : l'épaisseur, la masse volumique et les coefficients de Lamé (partie réelle et imaginaire). Ils sont obtenus par résolution d'un problème inverse sur les coefficients de réflexion. Ils sont calculés sous l'hypothèse d'isotropie des constituants, d'interfaces parfaites (cf. figure 1.8a) et avec la condition de la connaissance exacte des propriétés des substrats. En revanche, comme le modèle utilisé ne simule pas les interphases, cette méthode ne permet pas d'évaluer les propriétés adhésives. C'est pourquoi ce procédé a été étendu par Baltazar *et al.* [65]. En plus des propriétés de la couche de colle, les propriétés de l'interface sont estimées afin de différencier les propriétés adhésives et cohésives. Il est précisé qu'afin de caractériser les propriétés de la colle et des interfaces, il est nécessaire de réaliser la mesure sur une large bande fréquentielle afin de solliciter plusieurs résonances (entre 4 MHz et 14 MHz). Autrement, seules les propriétés de la colle peuvent être évaluées. Une autre observation est qu'il est difficile de séparer les effets de l'atténuation de l'adhésif ou des interfaces (liée aux parties imaginaires des raideurs d'interface).

Des méthodes similaires ont été utilisées mais en mesurant le spectre du signal transmis à travers l'échantillon. On peut notamment évoquer le travail de Le Crom [101]. Les modules viscoélastiques d'une couche de colle supposée isotrope entre deux plaques de verre ont été mesurés en supposant les interfaces parfaites (modèle 3 couches : figure 1.8a). L'évolution de la valeur de ces modules en fonction du temps de réticulation a été estimée. Tout comme dans la méthode proposée par Baltazar *et al.* [65], les propriétés des substrats sont supposées connues. Cependant, il est en plus nécessaire de connaître la masse volumique et l'épaisseur de l'adhésif. Cette technique en transmission a également été utilisée par Siryabe [36]. La méthode et les résultats obtenus sont décrits plus amplement dans les sections 1.3 et 1.4. Tous ces résultats sont obtenus en immersion. Récemment, Wu *et al.* [99] ont utilisé un dispositif expérimental similaire à celui utilisé par Siryabe [36] et Le Crom [101] mais cette fois-ci la génération et la réception du champ ultrasonore sont réalisées grâce à des transducteurs à couplage air entre 0,5 et 1 MHz. Un modèle rhéologique cohésif est employé pour décrire la couche adhésive. L'évaluation des raideurs d'interface est effectuée au cours de la réticulation.

## 1.3 Description d'un procédé d'évaluation non destructif par mesure du champ transmis

L'étude présentée dans ce manuscrit s'inscrivant dans la continuité des travaux de Le Crom [101] et Siryabe [36], il est proposé de les décrire plus en détail. Avant de présenter les résultats obtenus dans la section 1.4, il nous semble pertinent de présenter la méthode générale, applicable à différents types de plaques : monocouche ou multicouche, élastique ou viscoélastique et isotrope ou anisotrope. Sur l'ensemble de ce manuscrit, cette méthode est désignée par l'acronyme FT-OP pour Fonction de Transfert en Ondes Planes. L'objectif de cette technique est d'identifier les modules de viscoélasticité d'une plaque par la mesure de la transmission d'un champ ultrasonore [3, 102]. Dans le cas d'un assemblage multicouche, cette technique de caractérisation permet d'estimer les modules de viscoélasticité d'une couche de l'assemblage si les propriétés des autres couches sont connues.

### 1.3.1 Rappels d'acoustique linéaire

#### a) Loi de Hooke linéarisée

Considérons le cas d'un solide purement élastique. Son comportement mécanique dans le domaine élastique est caractérisé par ses modules de rigidité, également appelées modules élastiques. En effet, ils relient contraintes et déformations d'après la loi de comportement appelée loi de Hooke linéarisée :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\overline{\overline{C}}}}\,\overline{\overline{\varepsilon}} \quad \text{ou} \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} \quad \text{avec} \quad i,j,k,l = 1,2,3 \tag{1.3.1.1}$$

où $\overline{\overline{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes d'ordre 2, $\overline{\overline{\varepsilon}}$ le tenseur d'ordre 2 des déformations linéarisé et $\overline{\overline{\overline{\overline{C}}}}$ le tenseur d'élasticité d'ordre 4. 1,2,3 représentent les axes du repère. On peut également l'écrire sous sa forme matricielle en adoptant la notation de Voigt :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad \varepsilon_\alpha = \begin{cases} \varepsilon_{kl} & \text{pour} \quad \alpha = 1,2,3 \\ 2\varepsilon_{kl} & \text{pour} \quad \alpha = 4,5,6 \end{cases} \tag{1.3.1.2}$$

où les axes de compression/traction (indices 11, 22 et 33) sont renumérotés de 1 à 3, et les axes de cisaillement (23, 13 et 12) de 4 à 6.

Dans le cas d'un solide isotrope, on a :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{66} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \tag{1.3.1.3}$$

où $C_{12} = C_{11} - 2C_{66}$. Le comportement élastique d'un solide isotrope est donc décrit par deux modules élastiques indépendants. Le couple module de Young $E$, coefficient de Poisson $\nu$ dépend de $C_{11}$ et $C_{66}$ par les relations :

$$E = \frac{C_{66}(3C_{11} - 4C_{66})}{C_{11} - C_{66}} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{C_{11} - 2C_{66}}{2(C_{11} - C_{66})}. \tag{1.3.1.4}$$

Dans le cas d'un solide viscoélastique, on peut modéliser le comportement visqueux par l'ajout d'une partie imaginaire aux composantes du tenseur $\overline{\overline{\overline{\overline{C}}}}$. Plusieurs lois peuvent être utilisées [103, 104]. Ici on suppose que la partie imaginaire ne dépend pas de la fréquence. On a : $\widetilde{C}_{ij} = C'_{ij} + jC''_{ij}$ où les $C'_{ij}$ (resp. $C''_{ij}$) caractérisent les propriétés élastiques (resp. visqueuses). Cette relation peut être écrite : $\widetilde{C}_{ij} = C'_{ij}(1 + j\tan\delta_{ij})$ où $\tan\delta_{ij}$ est le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle du module viscoélastique.

### b) Ondes élastiques dans les solides

Lorsque l'on introduit la loi de Hooke 1.3.1.1 dans l'équation de mouvement on obtient l'équation de propagation d'ondes élastiques dans les solides :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_l} \tag{1.3.1.5}$$

où $\rho$ est la masse volumique du matériau et $u_i$ est une composante du vecteur déplacement $\mathbf{u}$.

Les solutions de l'équation 1.3.1.5 peuvent être recherchées sous forme d'ondes planes :

$$\mathbf{u} = A\mathbf{Q}\, \mathrm{e}^{j(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{x})} \tag{1.3.1.6}$$

où les différents paramètres sont :

— $A$ est l'amplitude du déplacement (en mètre) ;

— $\mathbf{Q}$ est le vecteur de polarisation normalisé définissant la direction de déplacement des particules solides ;

— $\omega = 2\pi f$ est la pulsation en $\mathrm{rad\,s^{-1}}$ et $f$ est la fréquence mesurée en Hertz ;

— $t$ est le temps (en seconde) ;

— $\mathbf{k} = (k_1,k_2,k_3)$ est le vecteur d'onde. $\mathbf{k} = k.\mathbf{n}$. $k$ est le nombre d'onde (ou pulsation spatiale) défini comme $k = 2\pi/\lambda$ (en $\mathrm{rad\,m^{-1}}$) et $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire définissant la direction de propagation de l'onde ;

— $\mathbf{x} = (x_1,x_2,x_3)$ est le vecteur position (en mètre).

Les pulsations spatiale et temporelle sont reliées par la relation de dispersion :

$$\widetilde{k}_{L|T} = \frac{\omega}{\widetilde{c}_{L|T}} \tag{1.3.1.7}$$

où les indices $L$ et $T$ font référence aux ondes longitudinales et transverses. Pour un solide isotrope, la vitesse de propagation longitudinale (resp. transverse) est calculée à partir du module de compression (resp. cisaillement) :

$$\widetilde{c}_L = \sqrt{\frac{\widetilde{C}_{11}}{\rho}} \qquad \text{et} \qquad \widetilde{c}_T = \sqrt{\frac{\widetilde{C}_{66}}{\rho}} \tag{1.3.1.8}$$

La partie imaginaire des $\widetilde{C}_{ij}$ permet de modéliser l'atténuation des ondes ultrasonores. En effet, si on définit le nombre d'onde complexe $\widetilde{k} = \beta + j\alpha$, la relation 1.3.1.6 peut être écrite :

$$\mathbf{u} = A\mathbf{Q}\,\mathrm{e}^{j(\omega t - \beta \mathbf{n}.\mathbf{x})}\,\mathrm{e}^{\alpha \mathbf{n}.\mathbf{x}} \tag{1.3.1.9}$$

où $\alpha$ et $\beta$ sont égaux à

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\omega c^{'}}{(c^{'})^2 + (c^{''})^2} \\ \alpha &= \frac{-\omega c^{''}}{(c^{'})^2 + (c^{''})^2} \end{aligned} \quad , \tag{1.3.1.10}$$

$c^{'}$ et $c^{''}$ correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire de la vitesse. $\alpha$ étant négatif, on observe bien une décroissance exponentielle suivant la direction de propagation dans la relation 1.3.1.9.

### 1.3.2 Caractérisation par fonctions de transfert

L'objectif de la méthode FT-OP présentée dans cette partie est d'évaluer les modules viscoélastiques $\widetilde{C}_{ij}$ définis dans la section précédente. La méthode repose sur la

résolution d'un problème inverse appliqué à la mesure du champ ultrasonore transmis à travers l'échantillon que l'on cherche à caractériser. Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 1.11. Une étape préliminaire d'alignement des transducteurs est nécessaire. L'émetteur (E) et le récepteur (R) doivent être placés de manière coaxiale. L'échantillon est placé entre les transducteurs. La plaque est insonifiée sous incidence $\theta$. Ainsi, la totalité du champ acoustique transmis est mesurée pour chaque orientation du matériau sans différencier les ondes longitudinales et transversales.

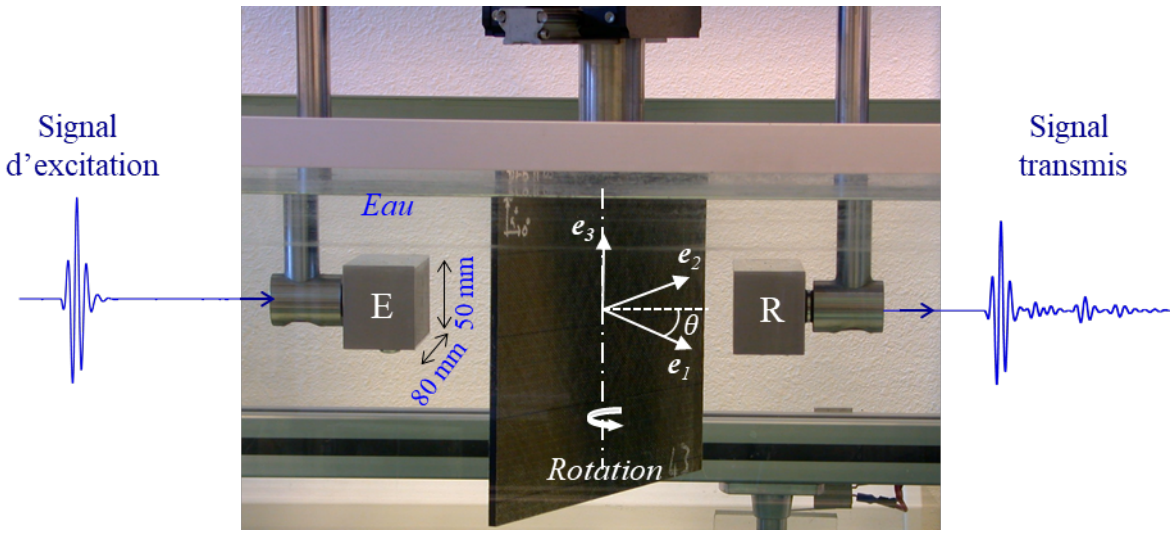



FIGURE 1.11 – Dispositif expérimental utilisé pour la mesure du champ transmis en immersion sous l'hypothèse d'onde plane.

Un goniomètre fixé à un porte-échantillon assure la rotation du matériau à caractériser autour de son axe et permet ainsi de faire varier l'angle d'incidence $\theta$ de l'onde. À chaque angle d'incidence, le signal transmis à travers l'échantillon est mesuré et son spectre $\widetilde{A}_T^{Exp}(f,\theta)$ est calculé. En parallèle, le spectre du signal transmis théorique est calculé :

$$\widetilde{A}_T^{Th}(f,\theta,\widetilde{C}_{ij},e,\rho) = \widetilde{T}^{Th}(f,\theta,\widetilde{C}_{ij},e,\rho) \times \widetilde{A}_{Ref}^{Exp}(f) \tag{1.3.2.1}$$

où $\widetilde{T}^{Th}$ est la *fonction de transfert* de l'échantillon. Cette fonction dépend de la fréquence $f$ et de l'angle d'incidence $\theta$ mais également des $\widetilde{C}_{ij}$, de l'épaisseur $e$ et de la masse volumique $\rho$ du matériau. $\widetilde{A}_{Ref}^{Exp}$ est le spectre du signal de référence, soit la mesure de la propagation du faisceau ultrasonore dans le fluide environnant depuis l'émetteur jusqu'au récepteur en l'absence de plaque. Le calcul de la fonction de transfert est réalisé en faisant l'hypothèse d'ondes planes. Dans ce cas cette fonction est égale au coefficient de transmission à travers la plaque. Un modèle numérique basé sur les matrices d'impédance de surfaces permet de le calculer [105]. Dans ce manuscrit il est nommé modèle Onde Plane (OP). Il est adapté au calcul des coefficients de transmission de matériaux homogènes, multicouches, viscoélastiques et anisotropes.

Deux hypothèses faites pour le calcul de la fonction de transfert doivent être valables expérimentalement :

— l'hypothèse d'onde plane. Il est supposé que la diffraction du faisceau ultrasonore liée à la dimension finie des transducteurs est négligeable. La validité de cette hypothèse est couramment justifiée par l'utilisation de transducteurs de grandes dimensions devant les longueurs d'onde considérées (*i.e.* un produit $ka >> 1$ où $k$ est le nombre d'onde et $a$ le rayon des transducteurs [4]). Une étude plus poussée sur la validité du modèle onde plane est présentée dans la section 2.3.3 ;

— l'hypothèse d'homogénéité. Chaque couche de la plaque est considérée homogène. Ainsi, la plus petite des longueurs d'onde du champ ultrasonore se propageant dans la plaque doit être suffisamment grande devant la taille des hétérogénéités de chaque matériau constituant cette plaque. Il a été observé expérimentalement qu'une longueur d'onde 6 fois plus grande que la dimension des hétérogénéités est suffisante pour satisfaire cette hypothèse [106].

La longueur d'onde étant reliée à la fréquence par la relation $\lambda = c_\phi/f$ où $c_\phi$ est définie comme la vitesse de phase, ces deux hypothèses influent directement sur le choix de la fréquence de travail. Un compromis entre le choix de fréquences suffisamment élevées pour satisfaire l'hypothèse d'onde plane et suffisamment faibles pour respecter l'hypothèse d'homogénéité doit être fait. De plus, comme on le verra dans les chapitres suivants, la mesure des $\widetilde{C}_{ij}$ d'une plaque (ou d'une couche de la plaque) repose sur la détection d'une ou plusieurs résonances d'épaisseur. La longueur d'onde ne peut donc pas être beaucoup plus grande que l'épaisseur de l'échantillon. Ainsi, pour une plaque monocouche dont l'épaisseur est l'ordre du mm, les fréquences considérées sont donc de l'ordre du mégahertz (MHz).

Une procédure d'optimisation numérique permet de résoudre le problème inverse. C'est un procédé itératif. Le problème doit être initialisé avec des modules viscoélastiques notés $\widetilde{C}_{ij}^{init}$. Ensuite, les modules de viscoélasticité $\widetilde{C}_{ij}$ du modèle sont modifiés jusqu'à ce que les spectres des signaux transmis expérimentaux et calculés se superposent au mieux dans tout le domaine angles-fréquences choisi pour la caractérisation. Cela revient à trouver la meilleure estimation des $\widetilde{C}_{ij}$ qui minimisent la fonctionnelle $\varepsilon(\widetilde{C}_{ij})$ :

$$\varepsilon(\widetilde{C}_{ij}) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left(|\widetilde{A}_T^{Th}(f_n,\theta_m,\widetilde{C}_{ij},\rho,e)| - |\widetilde{A}_{Ref}^{Exp}(f_n,\theta_m)|\right)^2 \tag{1.3.2.2}$$

où $N$ est le nombre de fréquences ($1 \leq n \leq N$) et $M$ le nombre de points angulaires ($1 \leq m \leq M$). La procédure développée à l'I2M dans les années 2000 permet au maximum de mesurer 9 modules viscoélastiques dans le cas d'un matériau orthotrope. Ce sont des matériaux qui possèdent 3 plans de symétrie. Le $\widetilde{C}_{11}$ est estimé à partir

de la mesure en incidence normale et les autres $\widetilde{C}_{ij}$ s'obtiennent à partir de mesures en incidence oblique dans les trois plans de propagation. Dans le plan de symétrie $P_{12}$, on accède aux modules $\widetilde{C}_{22}$, $\widetilde{C}_{12}$ et $\widetilde{C}_{66}$. L'évaluation de $\widetilde{C}_{33}$, $\widetilde{C}_{13}$ et $\widetilde{C}_{55}$ est faite dans le plan de symétrie $P_{13}$. Quant à $\widetilde{C}_{23}$ et $\widetilde{C}_{44}$, la mesure est réalisée dans le plan $P_{45°}$ pour lequel l'échantillon est incliné à 45°. Castaings *et al.* [3] présentent l'application de la méthode à deux matériaux isotropes (l'un élastique, l'autre viscoélastique) et trois matériaux composites. Deux d'entre eux sont à géométrie hexagonale et le dernier est orthotrope. A noter dans cet article que l'épaisseur du matériau est également évaluée, en plus du $\widetilde{C}_{11}$, après inversion sur la mesure en incidence normale. Enfin, Le Crom [101] et Siryabe [36] ont utilisé cette technique pour caractériser le joint de colle d'assemblages. Notons que la caractérisation de la couche de colle est faite en supposant des interfaces parfaites et donc en imposant la continuité des contraintes et des déplacements aux différentes interfaces du multicouche.

Les mesures sont généralement faites dans une cuve remplie d'eau afin de diminuer la différence d'impédance acoustique entre le milieu environnant et l'échantillon [3, 36, 101]. Ainsi, la transmission du faisceau ultrasonore à travers l'échantillon est favorisée et le rapport signal sur bruit est largement amélioré. Cependant, cette méthode est adaptée à une mesure dans l'air si des transducteurs spécifiques sont utilisés. Castaings et Hosten [102] ont notamment caractérisé une plaque isotrope viscoélastique et un carbone époxy (matériau hexagonal et viscoélastique) avec de tels capteurs. Afin de limiter les effets d'atténuation dans l'air, les transducteurs ont une fréquence centrale de quelques centaines de kHz.

La résolution du problème inverse nécessite la connaissance de l'épaisseur et de la masse volumique des différentes couches constituants l'échantillon ainsi que les propriétés du fluide environnant (vitesse de propagation $c_0$ et masse volumique $\rho_0$).

## 1.4 Caractérisation d'assemblages collés par mesure de la fonction de transfert sous l'hypothèse d'onde plane

La thèse soutenue en 2017 par Emmanuel Siryabe a été réalisée dans le cadre du projet ANR ISABEAU [4]. L'objectif était de mettre en évidence des défauts de cohésion et d'adhésion par mesure des modules viscoélastiques de la couche adhésive ou des interphases. Dans ce but, 8 assemblages constitués de 2 substrats d'aluminium collés par une couche d'époxy ont été conçus. 4 possèdent une couche d'époxy réticulée à 100 % et 4 à 80 %. Pour chaque taux de réticulation, 4 traitements de surface ont été appliqués. Le traitement *a priori* optimal est constitué des étapes de dégraissage, de sablage et de silanisation (cf. section 1.1.1.c). L'influence d'une réticulation incomplète (défaut de cohésion) et d'un mauvais traitement de surface (défaut d'adhésion) sur

4. Innovating for Structural Adhesive Bonding Evaluation and Analysis with Ultrasounds

l'évaluation des modules viscoélastiques a été étudiée. Les résultats obtenus en fonction des différents assemblages sont résumés dans cette partie.

La méthode FT-OP présentée dans la partie précédente (section 1.3.2) a été appliquée aux différents assemblages. La mesure des $C_{ij}^{epo}$ de la couche d'époxy a été effectuée à partir du modèle 3 couches. Puis l'évaluation des modules d'élasticité des interphases, notés $C_{ij}^{int}$, a été réalisée en utilisant le modèle 5 couches. Seules des mesures dans le plan $P_{12}$ ont été effectuées.

### 1.4.1 Évaluation des modules apparents de l'adhésif

La méthode a tout d'abord été appliquée en supposant les interfaces parfaites (cf. figure 1.8a). Les interphases et l'adhésif sont ainsi modélisés par une seule couche aux propriétés homogènes. L'évaluation de la couche adhésive a été réalisée sans hypothèse d'isotropie. Les traitements de surface étant isotropes dans le plan parallèle à la surface, seul le plan $P_{12}$ a été considéré. Ainsi, il a été mesuré 4 modules apparents de la couche d'adhésif : $C_{11}^{app}$, $C_{22}^{app}$, $C_{12}^{app}$ et $C_{66}^{app}$.

Dans un premier temps, les deux échantillons de référence aux propriétés adhésives *a priori* nominales, nommés DSSi100 et DSSi80, ont été caractérisés. Les nomenclatures utilisées correspondent aux traitements de surface appliqués (**D** pour **D**égraissé, **Si** pour **Si**lanisé et **S** pour **S**ablé) suivi du taux de réticulation. Les résultats sont répertoriés dans le tableau 1.1.

| ***Traitement de surface*** | ***DSSi100*** | ***DSSi80*** |
|---|---|---|
| ***Épaisseurs mesurées (mm)*** | $0{,}98^{\pm 0{,}03}$ | $1{,}09^{\pm 0{,}03}$ |
| $C_{11}{}^{app}$ ***(GPa)*** | $7{,}68^{\pm 0{,}05} + I\,0{,}50$ | $7{,}42^{\pm 0{,}04} + I\,0{,}14$ |
| $C_{22}{}^{app}$ ***(GPa)*** | $7{,}10^{\pm 0{,}35} + I\,0{,}22$ | $7{,}05^{\pm 0{,}30} + I\,0{,}22$ |
| $C_{66}{}^{app}$ ***(GPa)*** | $1{,}78^{\pm 0{,}12} + I\,0{,}28$ | $1{,}66^{\pm 0{,}10} + I\,0{,}06$ |
| $C_{12}{}^{app}$ ***(GPa)*** | $4{,}57^{\pm 0{,}20} + I\,0{,}16$ | $4{,}32^{\pm 0{,}12} + I\,0{,}16$ |

TABLEAU 1.1 – Épaisseurs et modules d'élasticités apparents mesurés pour les échantillons DSSi100 et DSSi80 (Extrait de [36]).

Un bon accord avec les valeurs mesurées sur des plaques d'époxy massique a été obtenu. Une légère diminution des $C_{ij}^{app}$ pour l'adhésif réticulé à 80 % est observée. Cette diminution est de l'ordre de 3 % pour le $C_{11}^{app}$ et de 7 % pour le $C_{66}^{app}$. La différence est relativement faible et, comme on le verra dans le chapitre 4 (cf. section 4.5), peut se révéler non significative au regard de l'incertitude de mesure.

La méthode a ensuite été appliquée sur les assemblages aux interfaces *a priori* dégradées du fait d'un traitement de surface incomplet des substrats des assemblages.

Une diminution des modules élastiques apparents est observée. Cette diminution des $C_{ij}^{app}$ est associée à une anisotropie apparente, analysée à l'aide d'une loi des mélanges.

L'anisotropie apparente est quantifiée à partir des paramètres $\beta_1$ et $\beta_2$ :

$$\beta_1 = \frac{C_{22} - C_{11}}{C_{22}} \qquad \text{et} \qquad \beta_2 = \frac{C_{12} - (C_{11} - 2C_{66})}{C_{12}}. \tag{1.4.1.1}$$

Expérimentalement, l'anisotropie est considérée effective si au moins l'un des deux paramètres est positif et supérieur à son incertitude.

Pour le DSSi100, $\beta_1 = -0{,}09 \pm 0{,}09$ et $\beta_2 = 0{,}09 \pm 0{,}09$. En ce qui concerne le DSSi80, $\beta_1 = -0{,}05 \pm 0{,}05$ et $\beta_2 = 0{,}05 \pm 0{,}05$. Ainsi, basé sur ces critères, les deux échantillons de référence sont bien isotropes. Il a été remarqué que plus le traitement de surface est différent de celui appliqué aux échantillons de référence, plus l'anisotropie apparente est marquée.

La mise en évidence de cette anisotropie révèlerait donc une faiblesse de l'interface [2]. Il a été conclu que si la mesure des $C_{ij}^{app}$ révèle une isotropie de la couche incluant les interphases et l'adhésif, cela est révélateur d'une adhésion nominale. Dans ce cas, une faible cohésion dans la couche adhésive peut être décelée. Par contre, l'anisotropie apparente révèle une interphase dégradée mais ne permet pas de statuer sur la qualité des propriétés cohésives.

### 1.4.2 Mesure des raideurs interfaciales

Par la suite, le modèle 5 couches (cf. figure 1.8b) a été appliqué pour la détermination des modules des couches d'interphase $C_{ij}^{int}$. Les couches d'interphase sont supposées isotropes. Les propriétés de la couche adhésive sont supposées connues et choisies égales aux valeurs mesurées sur les échantillons références. Les résultats montrent que les valeurs des $C_{ij}^{int}$ diminuent fortement lorsque l'état de surface est dégradé. Ces observations concordent avec les résultats obtenus par mesure des modules élastiques du joint de colle.

Des essais mécaniques de type cisaillement simple ont été réalisés sur des échantillons préparés en suivant le même protocole (même taux de réticulation et même traitements de surface des substrats). Les traitements de surface conduisant à une anisotropie apparente importante et à des raideurs d'interface de faibles valeurs sont associés à des contraintes à rupture plus faibles. L'anisotropie apparente serait donc potentiellement un indicateur d'un traitement de surface insuffisant et donc d'un risque de rupture prématurée de nature adhésive de l'assemblage collé [2].

# Conclusion

Ce premier chapitre a permis d'introduire les notions de cohésion et d'adhésion ainsi que les phénomènes physico-chimiques impliqués dans le collage. L'importance des traitements de surface sur la qualité de l'interphase et par extension sur l'adhésion a été expliquée. De même, les principaux paramètres qui influent sur la qualité de la cohésion ont été évoqués. Il a également permis de dresser un état des lieux sur les méthodes de CND/END employées pour l'inspection des structures collées. Les principales méthodes impliquant les ondes ultrasonores ont été présentées.

Une attention particulière a été portée sur les récents travaux de Siryabe [36] qui a notamment utilisé une méthode de spectroscopie ultrasonore afin d'obtenir une évaluation des propriétés élastiques d'assemblage tri-couche. Le procédé permet de distinguer les propriétés cohésives et adhésives. La méthode utilisée repose sur la mesure du champ transmis à travers l'assemblage collé sous l'hypothèse d'onde plane [3]. Expérimentalement, cela se traduit par l'utilisation de transducteurs grands devant la longueur d'onde [4] ce qui empêche que l'évaluation soit localisée. Certains matériaux, comme les joints collés, peuvent présenter des variations de propriétés mécaniques ou d'épaisseur localisées. Leur caractérisation nécessite donc une bonne résolution spatiale.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité des travaux présentés dans la section 1.4. L'objectif est d'atteindre une évaluation plus locale des propriétés mécaniques des assemblages collés par utilisation de transducteurs de petites dimensions. Une évaluation locale pourrait, à terme, permettre une cartographie des propriétés mécaniques d'assemblages collés. Cela permettrait également de réaliser des mesures sur des éprouvettes normalisées d'essais mécaniques qui présentent des surfaces de recouvrement trop petites pour que la méthode en onde plane soit applicable. Il s'agit alors d'étendre la méthode au cas des faisceaux bornés qui nécessitent de s'affranchir de l'hypothèse d'onde plane.

Le chapitre 2 décrit le modèle faisceau borné et les effets de diffraction sur la fonction de transfert de matériaux monocouches. Le problème inverse est traité dans le chapitre 3. La méthode est appliquée à des matériaux monocouches, notamment aux matériaux constituants les assemblages tri-couches (aluminium et époxy). Enfin, le chapitre 4 porte sur l'application du modèle faisceau borné au cas des assemblages collés et sur la caractérisation d'échantillons aux propriétés variables.

# Chapitre 2

# Modélisation de la transmission d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque en incidence normale

## Sommaire


**2.1 Modèle onde plane . . . . . 41**
2.1.1 Transmission d'une onde plane à travers une plaque immergée 41
2.1.2 Relation entre coefficients de transmission et ondes guidées . 44
2.1.3 Modèle onde plane en incidence normale . . . . . 50
2.1.4 Modèle onde plane en incidence oblique pour de faibles angles d'incidence . . . . . 53
**2.2 Champ transmis à travers une plaque isotrope élastique en faisceau borné . . . . . 55**
2.2.1 Rayonnement d'une source de taille finie . . . . . 55
2.2.2 Les effets de faisceau borné dans la littérature . . . . . 59
2.2.3 Techniques expérimentales permettant de satisfaire le modèle onde plane . . . . . 60
2.2.4 Méthode du spectre angulaire à deux dimensions . . . . . 62
2.2.5 Faisceau borné transmis à travers une plaque . . . . . 67
**2.3 Analyse des effets de faisceau borné sur la fonction de transfert . . . 69**
2.3.1 Mesure de fonctions de transfert pour une plaque d'aluminium 70
2.3.2 Étude de l'influence des modes *backward* sur la fonction de transfert . . . . . 72
2.3.3 Influence de la taille de la source sur la fonction de transfert 79
**2.4 Modèle 2D axisymétrique . . . . . 83**
2.4.1 Expression de la fonction de transfert dans le cas 2D-axisymétrique 83
2.4.2 Calcul numérique de la fonction de transfert . . . . . 85
2.4.3 Validation expérimentale du modèle . . . . . 90
**2.5 Étude paramétrique . . . . . 94**
2.5.1 Influence de la taille des transducteurs . . . . . 94
2.5.2 Influence de la distance entre les transducteurs . . . . . 96
2.5.3 Influence des propriétés du fluide environnant . . . . . 98
**2.6 Influence de la viscoélasticité sur la fonction de transfert . . . . . 100**

# Introduction

De nombreux procédés de caractérisation reposent sur la résolution de problèmes inverses. C'est le cas notamment de certaines méthodes de spectroscopie ultrasonore [2, 3, 36, 65, 97, 101, 102, 107–109]. L'idée est de mesurer la transmission ou la réflexion d'un champ ultrasonore par une plaque et de comparer le résultat obtenu avec un modèle théorique qui simule l'expérience, *i.e.* problème direct. La démarche de résolution du problème inverse consiste à estimer au mieux les paramètres du problème direct qui minimisent la différence entre l'expérience et le modèle. La première condition à respecter pour que le problème inverse soit bien posé est d'avoir recours à un modèle qui décrive au mieux l'expérience. À notre connaissance, seul le modèle onde plane a été utilisé pour simuler la transmission ou la réflexion d'un champ ultrasonore pour la résolution du problème inverse. Il s'agit de faire l'hypothèse que le champ incident ne comporte qu'une seule composante angulaire. En toute rigueur, cette hypothèse revient à considérer des transducteurs d'extension spatiale infinie. En réalité, les transducteurs sont de taille fini. Par conséquent, le champ est diffracté et comporte une multitude de composantes angulaires. L'utilisation du modèle onde plane implique de se placer dans des conditions expérimentales permettant de réduire au maximum les effets de faisceau borné afin qu'ils puissent être négligés lors du calcul des champs transmis ou réfléchis. Dans le cas contraire, le problème direct n'est pas représentatif de l'expérience. Les effets de faisceau borné deviennent une source d'erreur sur l'évaluation des paramètres.

Il est proposé, dans cette thèse, d'avoir recours à un modèle qui prend en compte la diffraction : le modèle faisceau borné. En plus de s'affranchir des contraintes expérimentales nécessaires pour limiter les effets de la diffraction, le recours à ce modèle permet d'envisager une mesure plus locale. Ce chapitre a pour objectif de présenter le modèle faisceau borné. Dans ces travaux, on considère le cas de la transmission en incidence normale d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque monocouche, isotrope et immergée. Malgré le fait que le champ comporte des composantes angulaires non-nulles, on parle d'incidence normale car la direction de propagation principale, selon laquelle l'énergie est concentrée, est perpendiculaire aux interfaces fluide/plaque. Ce chapitre vise également à étudier les effets de la diffraction sur la transmission du faisceau ultrasonore. La compréhension des effets de faisceau borné et des phénomènes physiques impliqués permettra, dans le chapitre suivant, de mettre en place le problème inverse dans les meilleures conditions.

On se propose, tout d'abord, de présenter plus en détail le modèle Onde Plane (OP) évoqué à la fin du premier chapitre et de mettre en évidence les liens qui existent entre coefficients de transmission et ondes de Lamb. Ensuite, le comportement d'un faisceau

ultrasonore émis par un transducteur plan est rappelé avant de recenser les effets de faisceau borné observés dans la littérature. Quelques méthodes permettant de limiter leurs influences sur le champ transmis afin de satisfaire le modèle OP sont présentées. Puis, une comparaison entre un modèle faisceau borné 2D (FB-2D), le modèle OP et des résultats expérimentaux est réalisée. L'objectif étant d'analyser les effets de faisceau borné et de montrer l'apport de l'utilisation d'un modèle prenant en compte la diffraction du faisceau ultrasonore, et ce même lorsque le critère de validité du modèle onde plane couramment employé est satisfait (*i.e.* des transducteurs grands devant la longueur d'onde [4]). Enfin, le modèle 2D axisymétrique utilisé dans les chapitres 3 et 4 est présenté. L'influence des différents paramètres dont dépend le modèle est étudiée.

## 2.1 Modèle onde plane

Cette première partie est consacrée à la présentation du modèle onde plane. Comme il est expliqué dans la section 1.3, lorsqu'on considère la transmission d'une onde plane, le module de la fonction de transfert correspond au module du coefficient de transmission. Après quelques rappels concernant la transmission d'une onde plane à travers une plaque et l'expression des coefficients de transmission et de réflexion, le lien entre ondes guidées et coefficients de transmission est mis en évidence. Cela permettra par la suite de mieux appréhender les effets de faisceau borné. Enfin, des exemples de fonctions de transfert calculées sous l'hypothèse d'ondes planes sont présentés en incidence normale et oblique pour de faibles angles d'incidence.

### 2.1.1 Transmission d'une onde plane à travers une plaque immergée

Considérons le cas d'une plaque infinie aux faces parallèles d'épaisseur $e$ et de masse volumique $\rho$ immergée dans un fluide non visqueux de masse volumique $\rho_0$, de vitesse de propagation des ondes acoustiques $c_0$ et de nombre d'onde $k$. La plaque est monocouche, isotrope et homogène. Les vitesses des ondes longitudinales et transverses se propageant dans cette plaque sont notées respectivement $\widetilde{c}_L$ et $\widetilde{c}_T$ [1].

Soit une onde plane de fréquence $f$ se propageant avec une direction de propagation définie par son vecteur d'onde $\mathbf{k}$ contenu dans le plan $P_{12}$. Le repère orthonormé est défini tel que $\mathbf{e_1}$ est colinéaire à la normale à la surface. L'onde rencontre la plaque sous incidence $\theta$ définie par rapport à $\mathbf{e_1}$. On a :

$$\mathbf{k} = k\cos\theta\mathbf{e_1} + k\sin\theta\mathbf{e_2} = k_1\mathbf{e_1} + k_2\mathbf{e_2}, \tag{2.1.1.1}$$

où $k_1$ et $k_2$ sont les projections de $\mathbf{k}$ suivant $\mathbf{e_1}$ et $\mathbf{e_2}$. La figure 2.1 représente l'inter-

1. Pour rappel, ces vitesses sont complexes dans le cas d'un matériau viscoélastique (cf. section 1.3.1.b).

action entre l'onde plane et la plaque.

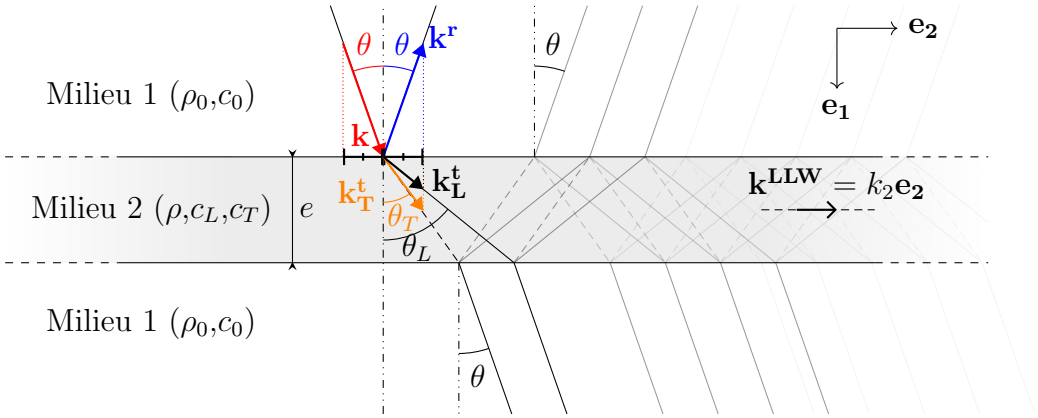



FIGURE 2.1 – Interaction entre une onde plane et une plaque : réflexion, transmission et ondes guidées.

Du fait du changement d'impédance acoustique, lorsque l'onde atteint la première surface de la plaque, elle est partiellement réfléchie et partiellement transmise. De plus, la plaque est un milieu solide. Par conséquent, pour $\theta \neq 0$, en plus d'une onde transmise de polarisation longitudinale, il y a conversion partielle de l'onde incidente longitudinale en une onde de polarisation transversale [2]. Les ondes longitudinales (resp. transversales) sont schématisées par des traits pleins (resp. tirets).

La conservation de la composante du nombre d'onde projeté sur la surface de la plaque conduit à la loi de Snell-Descartes :

$$k \sin\theta = k^r \sin\theta^r = k_L^t \sin\theta_L = k_T^t \sin\theta_T, \tag{2.1.1.2}$$

qui permet de connaître la direction de propagation de l'onde réfléchie et des ondes transmises. Comme l'onde réfléchie se propage dans le même milieu que l'onde incidente, on a $k^r = k$. Ainsi, l'angle de réflexion est égal, au signe près, à l'angle d'incidence : $\theta^r = \theta$. Les vitesses de propagation des deux ondes transmises diffèrent de la vitesse de propagation dans le fluide. Par conséquent, l'onde transmise change de direction de propagation. On dit qu'elle est réfractée [3].

Les deux ondes transmises atteignent ensuite la seconde surface de la plaque. Là encore, pour chacune d'entre elle, il y a transmission et réflexion. Cependant, l'interface étant solide/fluide, il y a réflexion de deux ondes (longitudinale et transverse) et transmission d'une unique onde polarisée longitudinalement. Puis, comme on peut l'observer sur le schéma 2.1, à chaque fois qu'une composante longitudinale ou transversale atteint l'une des deux faces de la plaque, il y a transmission d'une onde longitudinale dans le fluide et réflexion de deux ondes dans la plaque. L'onde longitudinale (resp. transversale) se convertie partiellement en une onde transversale (resp. longitudinale).

2. Ce sont des ondes transversales verticales (TV). Dans une plaque, des ondes transversales horizontales (TH) peuvent également se propager mais ne sont pas générées dans le cas présent.
3. Dans la configuration de la figure 2.1, on a $c_L > c_T > c_0$, ainsi $\theta_L > \theta_T > \theta$.

Pour certains couples fréquence et angle d'incidence, ces réflexions successives peuvent être à l'origine de la propagation d'une onde guidée qui peut rayonner dans le fluide.

Les portions réfléchies et transmises par la plaque sont calculées à partir des coefficients de réflexion ($\mathcal{R}$) et de transmission ($\mathcal{T}$) en pression d'une onde plane. Certains auteurs expriment ces coefficients de la manière suivante [6, 110–115] :

$$\mathcal{T} = \frac{-jY\,(A+S)}{(S+jY)\,(A-jY)}, \tag{2.1.1.3}$$

$$\mathcal{R} = \frac{AS-Y^2}{(S+jY)\,(A-jY)}, \tag{2.1.1.4}$$

où, si l'on retient les expressions de Chimenti et Rokhlin [113], on a :

$$A = \left[\left(\kappa_T^2-1\right)^2/\kappa_T\right]\tan\zeta_L + 4\kappa_L\tan\zeta_T, \tag{2.1.1.5}$$

$$S = \left[\left(\kappa_T^2-1\right)^2/\kappa_T\right]\cot\zeta_L + 4\kappa_L\cot\zeta_T, \tag{2.1.1.6}$$

$$Y = \frac{\rho_0}{\rho}\left(\frac{c_\phi}{c_T}\right)^4\frac{\kappa_L}{\kappa_T\kappa_f}, \tag{2.1.1.7}$$

et les différents paramètres $\kappa$ et $\zeta$ sont adimensionnés et définis de la manière suivante :

- $\kappa_L^2 = c_\phi^2/c_L^2 - 1$ ;
- $\kappa_T^2 = c_\phi^2/c_T^2 - 1$ ;
- $\kappa_f^2 = c_\phi^2/c_0^2 - 1$ ;
- $\zeta_L = k_2 e\kappa_L/2$ ;
- $\zeta_T = k_2 e\kappa_T/2$.

$c_\phi$ est la vitesse de phase des différents modes suivant $\mathbf{e_2}$. D'après 1.3.1.7 et 2.1.1.1, on a :

$$c_\phi = \frac{c_0}{\sin\theta} = \frac{c_L}{\sin\theta_L} = \frac{c_T}{\sin\theta_T}. \tag{2.1.1.8}$$

Les propriétés du fluide sont entièrement comprises dans le terme $Y$ (cf. équation 2.1.1.7).

Les équations 2.1.1.3 et 2.1.1.4 sont valables pour un matériau monocouche seulement. Pour un matériau multicouche, comme un assemblage collé, d'autres méthodes doivent être utilisées. Haskell [116] et Thomson [117] ont introduit la méthode des matrices de transfert. Numériquement, des problèmes de stabilité sont observés pour les fréquences et les épaisseurs importantes mais aussi lorsque le nombre de couches est

élevé [118]. D'autres méthodes plus stables ont été développées [105, 119]. Hosten et Castaings [105] ont notamment utilisé la méthode des matrices d'impédance de surface, plus stable et plus rapide que la méthode de Thomson/Haskell. L'algorithme est applicable à des matériaux multicouches, anisotropes et viscoélastiques et sera utilisé pour le calcul des coefficients de transmission dans la présente thèse.

### 2.1.2 Relation entre coefficients de transmission et ondes guidées

Les expressions 2.1.1.3 et 2.1.1.4 font intervenir les équations caractéristiques de deux types d'ondes se propageant dans une plaque (visco)élastique immergée dans un fluide. En effet, lorsque le dénominateur s'annule,

$$(S + jY)\,(A - jY) = 0, \tag{2.1.2.1}$$

on obtient une équation de dispersion qui définit les couples $\{k_2,f\}$ (*i.e.* $\{\theta,f\}$) pour lesquels une onde de plaque peut se propager. Le premier terme correspond aux modes symétriques et le second aux modes antisymétriques. En l'absence de fluide (*i.e.* $Y = 0$), on obtient $SA = 0$. C'est l'équation de Rayleigh-Lamb [120]. La résolution de $S = 0$ (cf. équation 2.1.1.5) et $A = 0$ (cf. équation 2.1.1.6) permet d'obtenir les modes de Lamb, respectivement, symétriques et antisymétriques. Pour rappel, ce sont des ondes guidées se propageant dans une direction parallèle aux surfaces de la plaque (suivant $\mathbf{e_2}$) provoquant une déformation dans toute l'épaisseur au passage de l'onde. La polarisation des ondes de Lamb est contenue dans le plan sagittal. Ces ondes sont caractérisées par une vitesse de phase $c_\phi = \omega/k_2$, et une vitesse de groupe $c_g = \partial\omega/\partial k_2$. Les solutions de l'équation 2.1.2.1 sont quant à elles appelées modes de Lamb fuyants (*leaky Lamb waves* en anglais) du fait du rayonnement de ces ondes de plaque dans le fluide. C'est ce type d'ondes qui est schématisé sur la figure 2.1.

Les expressions des coefficients de transmission et de réflexion sous la forme des équations 2.1.1.3 et 2.1.1.4 révèlent un lien étroit entre ces coefficients et les modes de plaque. Cremer [121] a émis l'hypothèse de coïncidence selon laquelle la transmission est totale (ou réflexion nulle) pour les solutions de l'équation de dispersion 2.1.2.1. D'après Chimenti et Rokhlin [113], cette hypothèse est approximativement valable lorsque la différence d'impédance entre les milieux fluide et solide est suffisamment grande (*i.e.* $Y \ll 1$). Plus la différence d'impédance entre les deux milieux est faible moins l'accord entre les maxima (resp. minima) des coefficients de transmission (resp. réflexion) et les courbes de dispersion des ondes de Lamb est valable.

Prenons l'exemple d'une plaque de verre isotrope et élastique immergée dans l'eau. Ses modules $C_{11}$ et $C_{66}$ sont respectivement égaux à 85 GPa et 30 GPa, sa masse

volumique à 2,51 g cm$^{-3}$ et son épaisseur est de 7,97 mm [4]. Le module des coefficients de transmission est tracé sur la figure 2.2 entre 0 et 2,6 MHz.

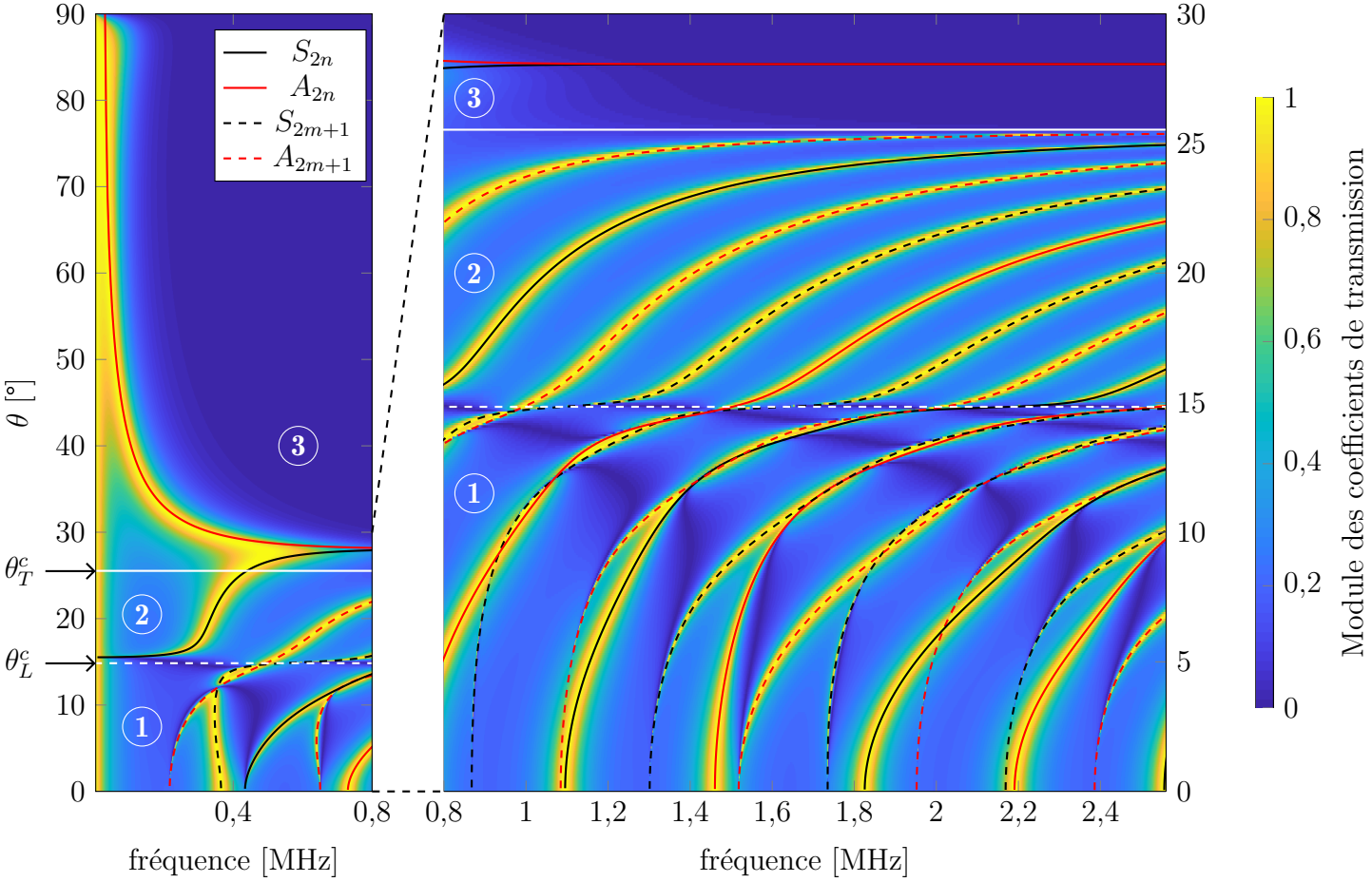



FIGURE 2.2 – Superposition des coefficients de transmission et des courbes de dispersion d'une plaque de 7,97 mm de verre : domaine $\theta - f$. Le module des coefficients de transmission est représenté pour des angles d'incidence compris entre 0 et 90° jusqu'à 0,8 MHz. Entre 0,8 et 2,6 MHz, l'affichage est limité à 30° car, au-delà de cet angle, la transmission est nulle. Les trois zones notées 1, 2 et 3 sont définies à partir des angles critiques $\theta_L^c$ et $\theta_T^c$.

Jusqu'à 0,8 MHz, ils sont représentés pour des angles d'incidence compris entre 0 et 90°. Au-delà de cette fréquence, on se limite à 30° car la transmission est nulle pour des angles d'incidence plus importants.

Les courbes de dispersion sont également calculées et sont superposées aux coefficients de transmission [5]. C'est l'équation de Rayleigh-Lamb qui est résolue en imposant $Y = 0$. Cela signifie que l'on considère le cas d'une plaque de verre dans le vide, et non immergée dans un fluide. Les courbes représentent donc les modes de Lamb et non les modes de Lamb fuyants. Les modes symétriques et antisymétriques sont représentés respectivement en noir et en rouge. On remarque que les branches d'une même famille (*i.e.* de même symétrie) ne peuvent pas se croiser. Selon la classification proposée par

4. Il s'agit d'une plaque de verre qui sera utilisée pour des mesures dans ce chapitre et le suivant.
5. Les courbes de dispersion représentent ici les solutions dans le domaine réel (dites homogènes) de l'équation de Rayleigh-Lamb. Il existe également des solutions complexes (dites inhomogènes).

Mindlin et Yang [122], ces modes sont également classés suivant leur parité. La dénomination des différentes branches des courbes de dispersion est faite par rapport à leurs fréquences de coupure (voir tableau 2.1). Ce sont les fréquences associées aux branches lorsque $k_2 = 0$. Au niveau de ces fréquences de coupure, les modes ont des propriétés particulières. Suivant la direction de propagation du guide d'onde (*i.e.* $\mathbf{e_2}$), ils sont caractérisés par une vitesse de phase et une longueur d'onde infinie et une vitesse de groupe nulle. Il n'y a pas de propagation suivant $\mathbf{e_2}$. Les solutions de l'équation de Rayleigh-Lamb lorsque $k_2 = 0$ ne sont pas des ondes guidées mais des modes stationnaires également appelés résonances d'épaisseur. Ces résonances sont non-localisées et se comportent comme des ondes planes. Elles existent lorsque l'épaisseur de la plaque est un multiple de la demi-longueur d'onde longitudinale ou transversale. Les expressions des différentes fréquences de coupure sont reportées dans le tableau 2.1. L'ordre des modes est déterminé par rapport au nombre de nœuds du déplacement dans l'épaisseur de la plaque à la fréquence de coupure. Les résonances qui ont lieu au niveau des fréquences de coupure des branches $S_{2m+1}$ et $A_{2n}$ sont longitudinales ($n$, $m \in \mathbb{N}$). Pour les branches $S_{2n}$ et $A_{2m+1}$, elles sont transversales.

| Famille | Modes Symétriques | | Modes Antisymétriques | |
|---|---|---|---|---|
| Parité | Pairs $S_{2n}$ | Impairs $S_{2m+1}$ | Pairs $A_{2n}$ | Impairs $A_{2m+1}$ |
| Fréquence de coupure | $f_{CS_{2n}} = n\frac{c_T}{e}$ TRANSVERSE | $f_{CS_{2m+1}} = \frac{2m+1}{2}\frac{c_L}{e}$ LONGITUDINALE | $f_{CA_{2n}} = n\frac{c_L}{e}$ LONGITUDINALE | $f_{CA_{2m+1}} = \frac{2m+1}{2}\frac{c_T}{e}$ TRANSVERSE |

TABLEAU 2.1 – Classification des différents modes de Lamb selon Mindlin et Yang [122] et fréquences de coupure associées.

Plusieurs études ont montré que lorsque le fluide environnant induit un chargement non négligeable, les courbes de dispersion diffèrent des modes de Lamb [113, 123]. C'est également le cas lorsque la viscoélasticité de la plaque est non négligeable [124]. C'est particulièrement vrai pour certaines branches lorsque $k_2 \simeq 0$ ou à proximité de certains modes aux propriétés particulières appelés modes à vitesse de groupe nulle ou résonances ZGV (pour *Zero Group Velocity* en anglais). Les propriétés de ces modes évoqués dans la partie 1.2.2.c sont discutées plus loin dans cette section. Dans le cas présenté sur la figure 2.2, bien que l'on ne considère pas le fluide environnant pour le calcul des courbes de dispersion, on constate que, dans l'ensemble, les maxima des coefficients de transmission se superposent assez bien aux courbes de dispersion des modes de Lamb. La valeur maximale des impédances caractéristiques du verre est environ 10 fois supérieure à celle de l'eau. Cela semble assez important pour satisfaire l'hypothèse de coïncidence de Cremer [121]. On peut cependant noter quelques différences. Pour une fréquence proche de 0, quelque soit l'angle d'incidence, on observe une transmission totale qui ne coïncide avec aucune branche des courbes de dispersion. De plus, la correspondance entre les modes $S_0$ et $A_0$ et les maxima des coefficients de transmis-

sion n'est observée que pour des fréquences inférieures à 0,4 MHz. Aux alentours de cette fréquence les maxima associés à ces deux branches se rejoignent, puis au-delà de 0,8 MHz, la transmission devient quasi-nulle.

D'après la loi de Snell-Descartes (cf. équation 2.1.1.8), il existe deux angles critiques : $\theta_L^c$ et $\theta_T^c$ [6]. Au-delà du premier, les ondes longitudinales ne sont plus transmises. Au-delà du second, ce sont les ondes transversales. Cela est vrai dans le cas où $c_L > c_T > c_0$. C'est le cas pour la plupart des matériaux. Pour certains matériaux, les vitesses de propagation dans le solide peuvent être plus faibles que la vitesse de propagation dans l'eau : il existe alors un seul angle critique si $c_L > c_0 > c_T$ ou aucun angle critique si $c_0 > c_L > c_T$. Dans le cas du verre, les angles critiques $\theta_L^c$ et $\theta_T^c$ sont respectivement égaux à 14,84° et 25,53°. Ils sont représentés en traits blancs sur la figure 2.2. Pour des angles supérieurs au deuxième angle critique (zone 3), seuls les modes $A_0$ et $S_0$ peuvent être excités. Le comportement de ces modes est singulier et ne sera pas détaillé dans ce manuscrit. Tous les autres modes de Lamb sont situés en dessous du second angle critique, soit dans les zones 1 et 2. Au-delà du fait que dans la deuxième zone seules les ondes transverses peuvent se propager, il existe une différence notable entre ces deux zones. On observe des « branches » de transmission nulle (en bleu foncé sur l'image) seulement présentes dans la première zone.

L'allure des coefficients de transmission et des courbes de dispersion dans le domaine $\theta - f$ informe sur la sensibilité à l'angle d'incidence de la position des maxima en fonction de la fréquence. Cette sensibilité est exprimée par la pente des courbes de dispersion $\partial f/\partial\theta$. On remarque que pour des angles d'incidence proche de 0, cette valeur est faible puis augmente fortement à mesure que l'on s'approche du premier angle critique. Lorsqu'on entre dans la seconde zone, la pente diminue pour de nouveau grandir à proximité du second angle critique. Il existe donc deux zones à forte sensibilité à l'angle d'incidence localisées proches des deux angles critiques. Dans le cas d'une mesure des coefficients de transmission pour différents angles d'incidence, l'impact d'un mésalignement du dispositif expérimental en incidence normale est donc beaucoup moins important qu'au niveau des angles critiques.

Les courbes de dispersion étant plus généralement représentées en fonction de la fréquence et du nombre d'onde (domaine $f - k_2$), la comparaison est également réalisée dans ce domaine (cf. figure 2.3). Afin de rendre les courbes de dispersion indépendantes de l'épaisseur, les axes sont normalisés. Le système de coordonnées retenu est $2ef/c_L$ pour l'ordonnée et $e/\lambda$ pour l'abscisse. On retrouve les trois zones identifiées dans le domaine $\theta - f$. En termes de nombre d'onde, $\theta > \theta_L^c$ et $\theta > \theta_T^c$ se traduisent respecti-

6. Pour être plus précis, au-delà d'un angle critique, il y a génération d'une onde de surface qui se propage suivant $\mathbf{e_2}$ et qui décroît exponentiellement suivant $\mathbf{e_1}$ [120].

vement par $k_2 > k_L$ et $k_2 > k_T$.

La représentation dans le domaine $f - k_2$ permet d'observer l'évolution des vitesses de groupe $c_g$ et de phase $c_\phi$. Pour une lecture plus directe, les courbes de dispersion peuvent également être représentées dans le domaine $c_\phi - f$ ou $c_g - f$ [120]. Comme déjà évoqué, les vitesses de phase divergent à proximité des fréquences de coupure. Plus $k_2$ augmente, c'est-à-dire plus la longueur d'onde est faible devant l'épaisseur, plus $c_\phi$ tend vers $c_T$. Pour la vitesse de groupe, elle est nulle lorsque $k_2 = 0$ et augmente à mesure que l'on s'approche de $k_2 \simeq k_L$. Elle semble atteindre une valeur maximale à proximité de la transition entre la première et la deuxième zone. Cela se traduit dans l'allure des courbes de dispersion par un point d'inflexion. Au-delà, comme la vitesse de phase, la vitesse de groupe tend vers $c_T$. Le nombre d'onde varie linéairement en fonction de la fréquence pour des longueurs d'ondes suffisamment petites devant l'épaisseur. Cela signifie que lorsque la longueur d'onde d'un mode donné devient petite devant l'épaisseur, la propagation devient non dispersive.

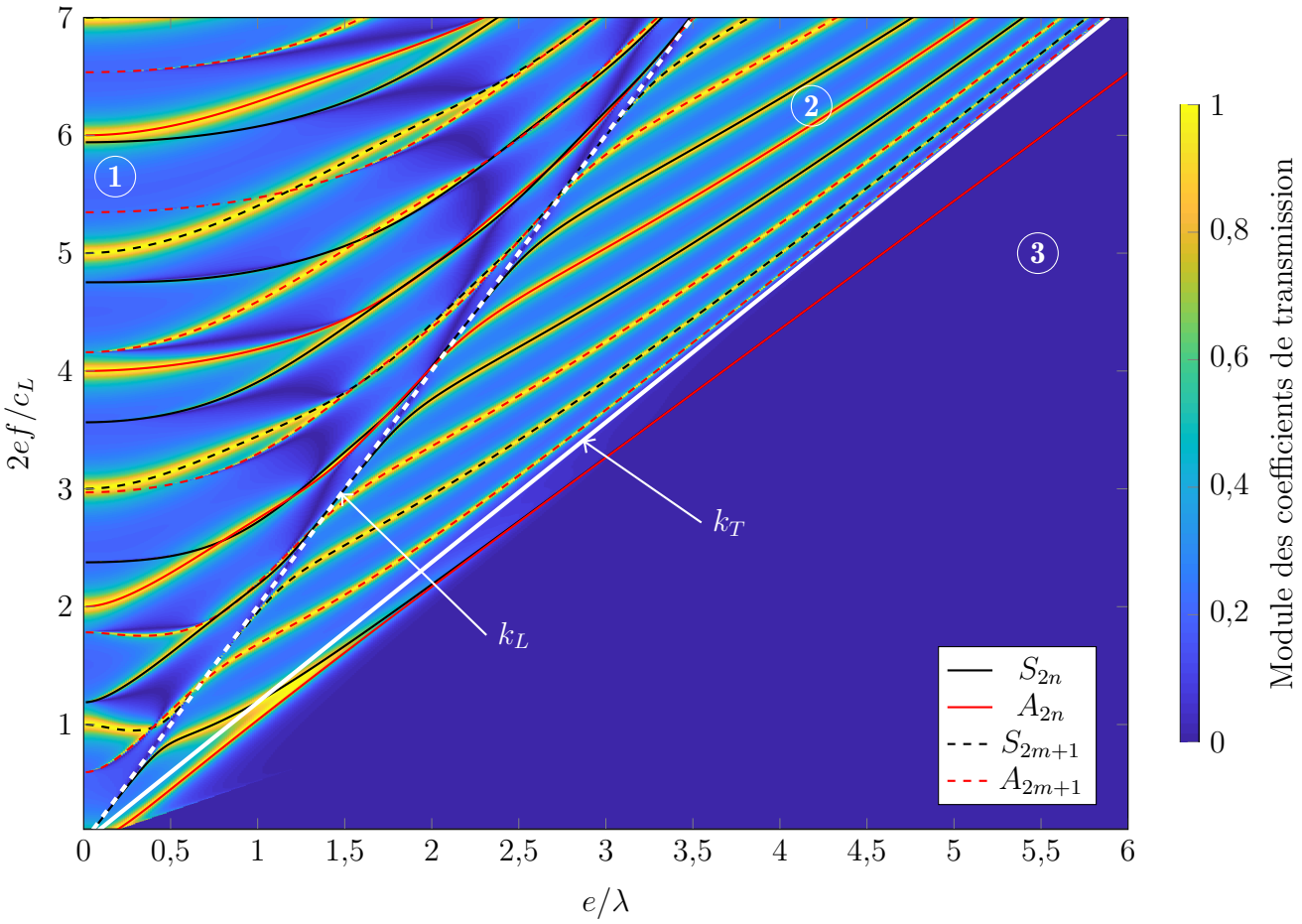



FIGURE 2.3 – Superposition des coefficients de transmission et des courbes de dispersion d'une plaque de 7,97 mm de verre : domaine $k - f$ normalisé.

Comme on peut le voir sur la figure 2.3, la majeur partie des branches présente

une pente positive (*i.e.* $c_g > 0$). Le signe de la vitesse de groupe donne la direction du transport de l'énergie. S'il est positif, l'onde guidée se propage dans la même direction que le vecteur d'onde (vers les $x_2$ positifs) [7]. Ceci est vrai même s'il peut exister des différences entre la vitesse de groupe et la vitesse d'énergie. Dans le cas d'une plaque élastique dans le vide, ces deux vitesses sont égales [125]. Si l'on ajoute des pertes, qu'elles soient dues au rayonnement dans un fluide [126] ou à la viscosité du matériau [127], cette équivalence n'est plus vraie. Dans ce cas, la direction du transport d'énergie peut être différente de celle de la vitesse de groupe mais leurs signes restent égaux [128].

Pour de faibles fréquences et des petites longueurs d'onde ($2ef/c_L < 2$ et $e/\lambda < 0{,}5$), on peut remarquer la présence de certaines branches qui présentent des pentes négatives. Ces branches sont représentées sur la figure 2.4 dans le domaine $\theta - f$.

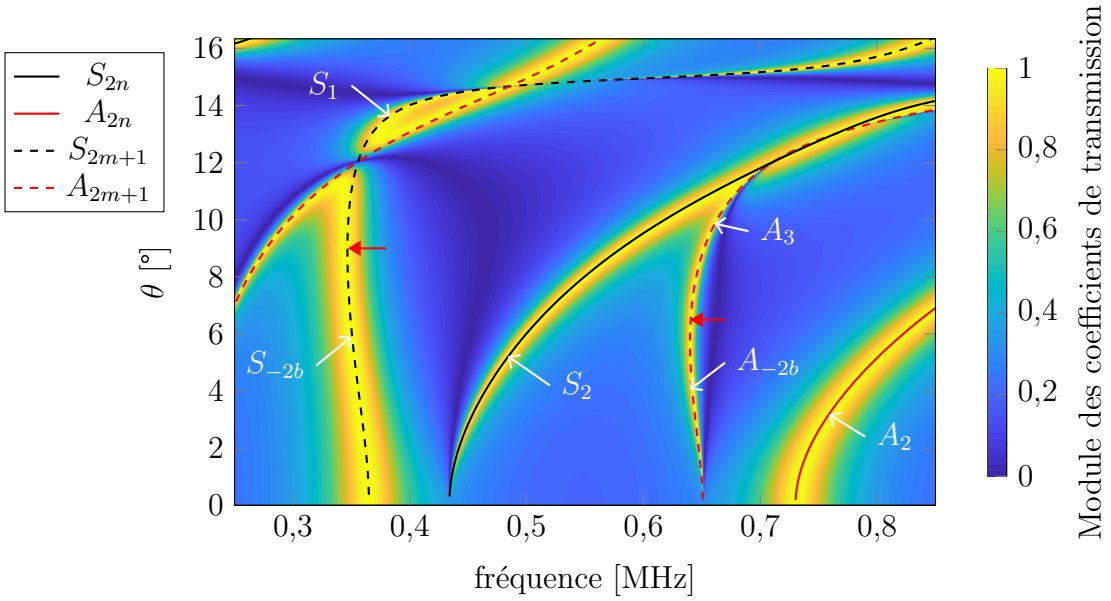



FIGURE 2.4 – Coefficients de transmission et courbes de dispersion à proximité des modes rétropropagatifs.

Les branches notées $S_{-2b}$ et $A_{-2b}$ présentent des pentes négatives. La dénomination de ces branches est justifiée ci-après. Elles sont reliées de manière continue aux branches de pente positive $S_1$ et $A_3$. La séparation entre les branches $S_{-2b}$ et $S_1$ (resp. $A_{-2b}$ et $A_3$) s'effectue au niveau des flèches rouges, soit pour un angle d'incidence de 10° (resp. 6°). Pour rappel, la pente est égale à la vitesse de groupe. Elle passe d'une valeur négative à une valeur positive à partir d'un certain angle alors que la vitesse de phase reste positive. Au niveau du changement de signe (représenté par une flèche rouge), la pente $\partial f/\partial\theta$ est nulle : le mode associé possède alors une vitesse de groupe nulle : c'est une résonance ZGV. Ce mode a la particularité de ne pas se propager, telle une résonance d'épaisseur, mais possède une longueur d'onde finie. Ce mode reste localisé.

7. Ici, on ne considère que des angles d'incidence positifs, *i.e.* $k_2 > 0$. Étant donné que les courbes de dispersion sont symétriques par rapport à $k_2 = 0$, ces commentaires sont également vrais lorsque le nombre d'onde est négatif (l'onde guidée se propage alors vers les $x_2$ négatifs).

Les modes portés par une branche entre la fréquence de coupure et un mode ZGV sont appelés modes rétropropagatifs (ou *backward* en anglais). Ils ont la particularité d'avoir une vitesse de groupe de signe opposé à la vitesse de phase. La direction de transport d'énergie acoustique est opposée à la direction du vecteur d'onde. À l'opposé, les modes qui présentent une vitesse de groupe et une vitesse de phase de même signe transportent l'énergie dans la direction du vecteur d'onde. On dit qu'ils sont propagatifs (*forward* en anglais). D'après Prada *et al.* [129], l'existence des branches rétropropagatives provient d'une répulsion forte entre deux branches de même famille et de parités différentes à proximité des fréquences de coupure. Comme cela sera expliqué dans la section 2.3.2.c, la branche qui porte les modes rétropropagatifs diffère selon la valeur du coefficient de Poisson. Dans ce manuscrit, on parle donc de modes *backward* portés par un couple $S_{2m+1}/S_{2n}$ ou $A_{2m+1}/A_{2n}$. Par exemple dans le cas présent, les modes $S_{-2b}$ sont portés par le couple $S_1/S_2$.

Les branches $S_1$, $S_{-2b}$ et $A_3$, $A_{-2b}$ sont ici reliées de manière continue au niveau d'un mode ZGV. C'est le cas parce que les courbes de dispersion ont été calculées en considérant le cas d'une plaque élastique dans le vide. L'une des conséquences de la présence du fluide environnant ou de la viscoélasticité sur les courbes de dispersion est la disparition des modes ZGV [123, 124]. Les modes rétropropagatifs $S_{-2b}$ et $A_{-2b}$ ne sont plus reliées aux modes $S_1$ et $A_3$. Les branches $S_{-2b}$ (resp. $A_{-2b}$) sont cependant reliées de manière continue dans le plan complexe aux modes $S_{-2}$ (resp. $A_{-2}$) par une boucle évanescente [84]. Les branches $S_{-2}$ et $A_{-2}$ sont les symétriques de $S_2$ et $A_2$ par rapport à $k_2 = 0$. Le signe « moins » signifie que la direction de propagation de l'énergie se fait vers les $x_2$ décroissants. Les indices des deux branches rétropropagatives sont choisis par rapport aux branches avec lesquelles elles sont reliées. La lettre $b$ (pour *backward*) est ajoutée pour spécifier que ces modes sont rétropropagatifs.

Cette partie a permis de mettre en évidence le lien qui existe entre coefficients de transmission et ondes de Lamb. Les caractéristiques des courbes de dispersion d'un matériau élastique isotrope ont été rappelées. Cela permettra par la suite d'expliquer les effets de faisceau borné sur l'allure de la fonction de transfert. À travers un exemple, il a été montré l'évolution des coefficients de transmission en fonction de l'angle d'incidence. Dans ces travaux, on se concentre sur la transmission de faisceaux ultrasonores en incidence normale. C'est pourquoi nous allons nous intéresser à présent au cas particulier de l'incidence normale.

### 2.1.3 Modèle onde plane en incidence normale

En incidence normale, l'expression des coefficients de transmission peut être mise sous la forme suivante [115] :

$$\mathcal{T}(f) = \frac{2}{2\cos(k_L e) + j\sin(k_L e)\,\mathcal{Z}}, \tag{2.1.3.1}$$

avec

$$\mathcal{Z} = \frac{Z_0^2 + Z_L^2}{Z_0 Z_L}, \tag{2.1.3.2}$$

où $Z_0$ et $Z_L$ sont respectivement les impédances acoustiques caractéristiques des ondes de compression dans le fluide et dans le solide. Étant donné que l'onde incidente rencontre la plaque en incidence normale, il n'y a pas de conversion d'ondes de compression en ondes de cisaillement à l'interface liquide/solide. Ainsi, $\mathcal{T}$ ne dépend pas de la vitesse des ondes de cisaillement. D'après l'équation 2.1.3.1, on voit que le module des coefficients de transmission présente un maximum égal à 1 pour les fréquences

$$f_n^L = \frac{n c_L}{2e} \quad n \in \mathbb{N}. \tag{2.1.3.3}$$

Il s'agit des résonances d'épaisseur longitudinales. Au niveau de ces fréquences, $\mathcal{T}$ est réel, sa phase est donc nulle (modulo $\pi$). Comme spécifié dans la section précédente, ces résonances sont également les fréquences de coupure des modes de Lamb des branches $S_{2m+1}$ et $A_{2n}$. Les résonances à l'ordre pair (resp. impair) sont antisymétriques (resp. symétriques). La valeur de $|\mathcal{T}|$ est minimale pour les fréquences

$$f_k = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{c_L}{2e}, \quad k \in \mathbb{N}, \tag{2.1.3.4}$$

et les coefficients de transmission sont imaginaires purs. Dans ce cas, la phase de $\mathcal{T}(f_k)$ est un multiple de $\pi/2$ et le module est égal à :

$$|\mathcal{T}(f_k)| = \frac{2}{\mathcal{Z}}. \tag{2.1.3.5}$$

On remarque que plus $Z_0$ est petit devant $Z_L$, plus la transmission minimale est faible.

Un exemple de coefficient de transmission calculé pour une plaque de verre immergée dans l'eau en incidence normale est représenté sur la figure 2.5 entre 0,5 et 2,5 MHz. Le matériau est considéré purement élastique. Comme prédit par l'égalité 2.1.3.3, le module des coefficients de transmission montre une succession de maxima régulièrement espacés pour des fréquences séparées de $\Delta f = c_L/(2e)$. La phase des coefficients de transmission est bien nulle au niveau des résonances ($f = f_n^L$) et égale à $\pi/2$ lorsque $f = f_k$, c'est-à-dire lorsque la transmission est minimale.

Les coefficients de transmission d'une plaque de plexiglas sont calculés dans la même plage fréquentielle. C'est un matériau viscoélastique. L'épaisseur de la plaque est de

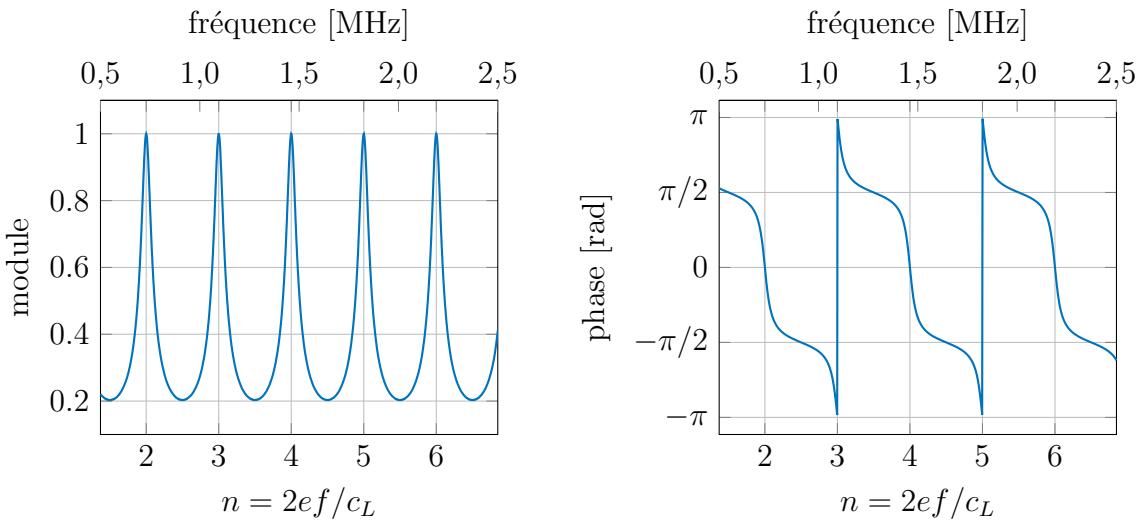



FIGURE 2.5 – Coefficients de transmission en incidence normale d'une plaque de verre.

7,72 mm, sa masse volumique est égale à 1,18 g cm$^{-3}$ et ses modules complexes $\widetilde{C}_{11}$ et $\widetilde{C}_{66}$ sont respectivement égaux à $8{,}71(1 + j0{,}02)$ et $2{,}18(1 + j0{,}02)$ GPa. La figure 2.6 représente le module et la phase de ces coefficients de transmission.

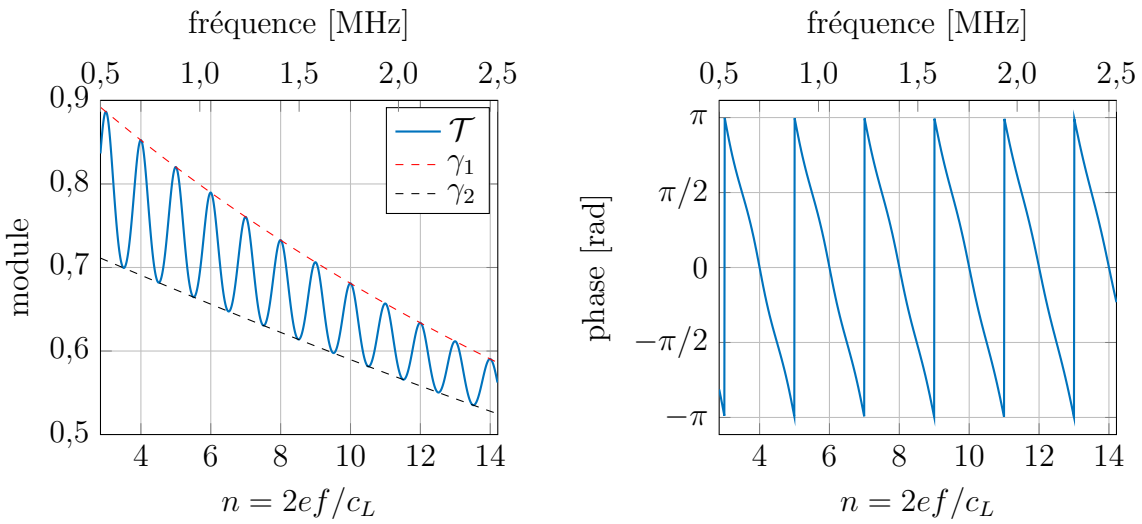



FIGURE 2.6 – Coefficients de transmission en incidence normale d'une plaque de plexiglas.

Comme c'est le cas pour un matériau élastique, les maxima sont situés au niveau des résonances d'épaisseur (cf. équation 2.1.3.3). On remarque que pour ce matériau, les résonances sont moins espacées que pour le verre. Cette différence provient du fait que le $C_{11}$ du plexiglas est bien plus faible que celui du verre. On remarque également que la différence d'amplitude entre les maxima et les minima (environ 0,2 ; cf. figure 2.6) est plus faible que pour la plaque de verre (environ 0,8 ; cf. figure 2.5). Cela provient d'une différence d'impédance entre l'eau et le plexiglas beaucoup plus faible qu'entre le verre et l'eau. Enfin, contrairement au cas d'un matériau élastique, on observe une

décroissance de l'amplitude du module des coefficients de transmission à mesure que la fréquence augmente. Cela est dû à l'ajout d'une partie imaginaire au $\widetilde{C}_{11}$. De ce fait, le nombre d'onde $\widetilde{k}_L = \omega/\widetilde{c}_L$ est complexe (cf. équation 1.3.1.10). Pour étudier l'évolution de la décroissance en amplitude en fonction de la fréquence, l'équation 2.1.3.1 est reformulée

$$\mathcal{T}(f) = \frac{1}{\dfrac{\cos\left(\beta(f)e\right)}{\gamma_1(f)} + j\dfrac{\sin\left(\beta(f)e\right)}{\gamma_2(f)}}, \tag{2.1.3.6}$$

où les fonctions $\gamma_1(f)$ et $\gamma_2(f)$ sont respectivement les fonctions de décroissance en amplitude des maxima et des minima définies comme :

$$\gamma_1(f) = \frac{2}{\left[\left(1+\dfrac{\mathcal{Z}}{2}\right)\mathrm{e}^{-\alpha(f)e} + \left(1-\dfrac{\mathcal{Z}}{2}\right)\mathrm{e}^{\alpha(f)e}\right]}, \tag{2.1.3.7}$$

$$\gamma_2(f) = \frac{2}{\left[\left(1+\dfrac{\mathcal{Z}}{2}\right)\mathrm{e}^{-\alpha(f)e} - \left(1-\dfrac{\mathcal{Z}}{2}\right)\mathrm{e}^{\alpha(f)e}\right]}. \tag{2.1.3.8}$$

Ces deux fonctions sont superposées au module des coefficients de transmission sur la figure 2.6. Le module est bien compris entre les valeurs maximales et minimales définies respectivement par $\gamma_1$ et $\gamma_2$. On remarque que la différence d'amplitude entre les deux fonctions diminue à mesure que la fréquence augmente.

Comme précisé en début de section, le module des coefficients de transmission est équivalent au module de la fonction de transfert sous l'hypothèse d'ondes planes. Ce n'est pas le cas pour la phase. En effet, une différence de phase est induite par la différence de distance de propagation dans le fluide lorsque la plaque est enlevée pour la mesure du signal de référence. On a [115] :

$$\widetilde{T} = \mathcal{T}\,\mathrm{e}^{jk\cos\theta e} = |\mathcal{T}|\,\mathrm{e}^{j\Phi_{\mathcal{T}}}\,\mathrm{e}^{jk\cos\theta e}. \tag{2.1.3.9}$$

La phase totale de la fonction de transfert, notée $\Phi_T$ se sépare donc en deux termes. Le premier est égal à celui des coefficients de transmission $\Phi_{\mathcal{T}}$. Le second est lié à la propagation de l'onde plane dans le fluide sur la distance de l'épaisseur de la plaque :

$$\Phi_T = \Phi_{\mathcal{T}} + k\cos\theta e. \tag{2.1.3.10}$$

### 2.1.4 Modèle onde plane en incidence oblique pour de faibles angles d'incidence

Comme nous le verrons dans les sections suivantes, il est expérimentalement impossible de générer un champ parfaitement plan avec un transducteur de taille fini. Aussi

faibles soient-elles, le champ émis comporte plusieurs composantes angulaires centrées autour de $\theta_0$ (angle formé entre les directions normales aux surfaces de la plaque et du transducteur). Par exemple, si l'on souhaite réaliser une mesure en incidence normale, $\theta = 0$, des composantes associées à des angles d'incidence de l'ordre de quelques degrés vont être générées. Dans cette partie, on cherche à connaître le comportement des coefficients de transmission pour des angles d'incidence faibles à travers un exemple. Les coefficients de transmission de la plaque de verre pour des angles d'incidence faible ($\theta$ =0,5°, 1°, 2°) sont représentés sur la figure 2.7.

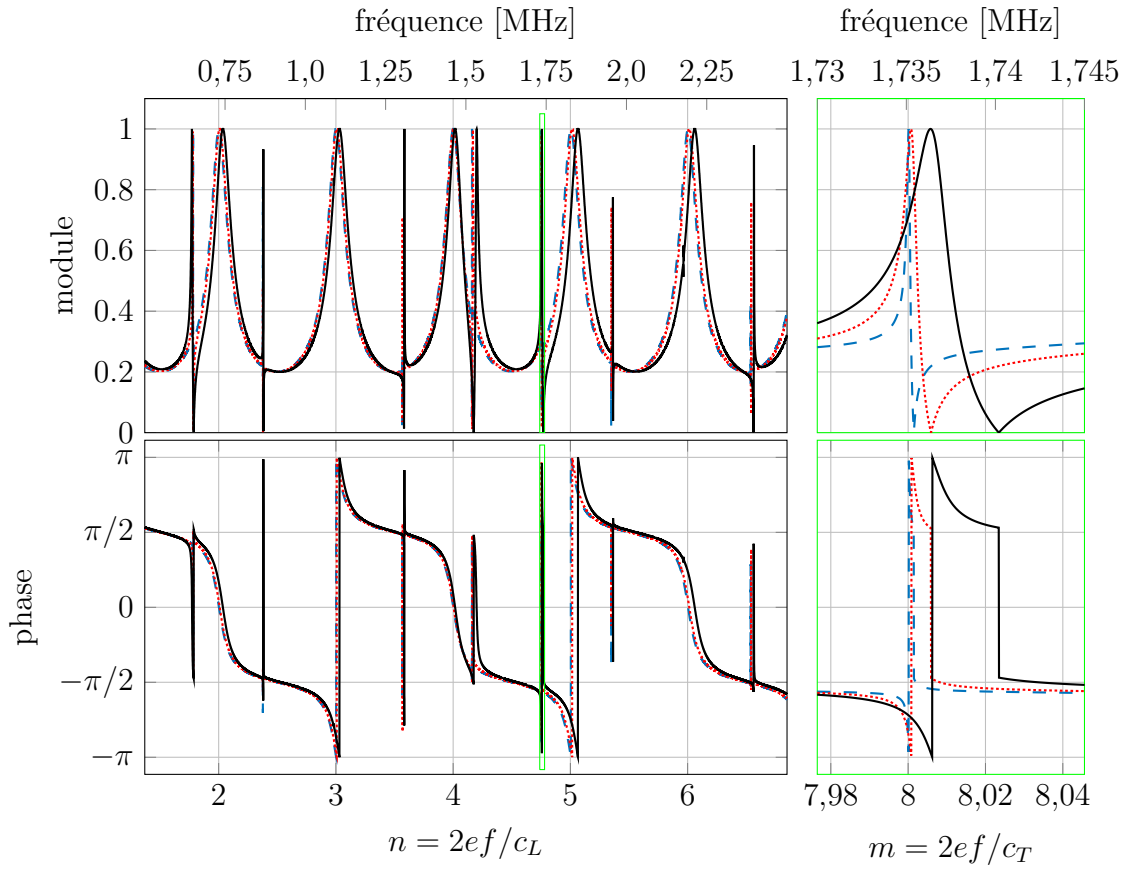



FIGURE 2.7 – Coefficients de transmission en incidence oblique d'une plaque de verre pour des angles de faible incidence (module et phase). $\theta$ =0,5° (– –), $\theta = 1°$ (·····) et $\theta = 2°$ (——).

On voit que l'allure est proche de celle calculée en incidence normale. On retrouve des maxima régulièrement espacés et situés à proximité des résonances d'épaisseur longitudinales (cf. équation 2.1.3.3). Cependant, un léger décalage est observé. Si l'on regarde plus précisément autour de $f = 2{,}2$ MHz, c'est-à-dire $n = 6$, la position du maximum est décalé de 0,06 %, 0,23 % et 1,01 % pour des angles d'incidence de, respectivement, 0,5°, 1° et 2°. De plus, on voit apparaître des variations très brusques et très localisées autour de certaines résonances d'épaisseur transverses [8] (cf. équation 2.1.4.1).

8. Ce sont les fréquences de coupure des branches $A_{2m+1}$ et $S_{2n}$. Les résonances aux indices $m$ pairs (resp. impairs) sont symétriques (resp. antisymétriques).

$$f_m^T = \frac{mc_T}{2e}, \quad m \in \mathbb{N}. \tag{2.1.4.1}$$

De part et d'autre de ces résonances, les coefficients de transmission présentent un maximum et un minimum. Un zoom est réalisé autour d'une de ces résonances pour $m = 8$ (rectangle vert à proximité de $f = 1{,}73$ MHz sur la figure 2.7). Pour les trois angles d'incidence, on observe un maximum égal à 1 et un minimum nul. Un décalage de ces extrema vers les hautes fréquences se fait à mesure que l'angle d'incidence augmente. Le module est maximal lorsque la phase est nulle et minimal lorsqu'un saut de phase égal à $\pi$ apparaît. Ces variations fortes se produisent sur une largeur fréquentielle faible. En effet, pour $\theta = 0{,}5°$, le passage d'un module de 0 à 1 se fait sur un écart d'environ 0,4 kHz. Nous verrons au paragraphe 2.4.3 que dans les travaux présentés, la résolution, limitée par la fréquence d'échantillonnage et le nombre de points d'acquisition, est égale à 2 kHz. Une telle résolution rend difficile la détection de ces variations.

## 2.2 Champ transmis à travers une plaque isotrope élastique en faisceau borné

Il est présenté dans cette section le comportement d'un faisceau ultrasonore émis par un transducteur plan puis transmis à travers une plaque monocouche isotrope et élastique en incidence normale. En nous appuyant sur une brève étude bibliographique, l'influence de la diffraction du champ sur la transmission du faisceau ultrasonore est étudiée. Les stratégies expérimentales pour limiter l'influence des effets de faisceau borné sont exposées. Enfin, une méthode permettant de modéliser la transmission d'un faisceau ultrasonore borné en incidence normale est présentée.

### 2.2.1 Rayonnement d'une source de taille finie

Dans le modèle onde plane, on considère un champ ultrasonore uniforme au front d'onde plan, c'est-à-dire qui ne comporte qu'une seule composante angulaire. En réalité, le champ de pression émis par un transducteur acoustique n'est pas plan.

Considérons le cas d'un piston plan bafflé cylindrique de rayon $a$ et supposons qu'il est représentatif du comportement d'un transducteur circulaire piézoélectrique ultrasonore. Le piston étant cylindrique, il existe une symétrie de révolution suivant l'axe $(O,\mathbf{e_1})$. Le champ rayonné est similaire pour tout plan qui comprend cet axe. Il est donc possible d'utiliser un modèle 2D axisymétrique. On se place dans le plan $P_{12}$ $(x_3 = 0)$. La figure 2.8 est une représentation souvent utilisée pour schématiser le rayonnement du champ de pression d'un piston plan. Il existe deux régions d'intérêt, la zone de Fresnel (champ proche) et la zone de Fraunhofer (champ lointain). Dans la zone

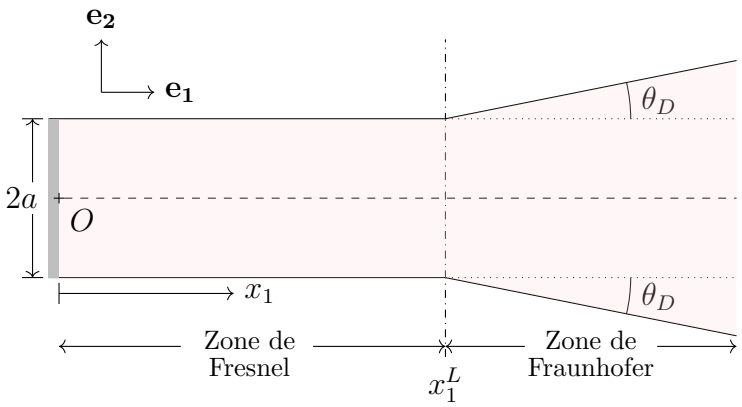



FIGURE 2.8 – Schématisation du champ rayonné par un piston plan circulaire.

de Fresnel, le faisceau ultrasonore est relativement collimaté, c'est-à-dire que le champ rayonné reste confiné dans un cylindre de rayon inférieur à celui du transducteur. Des interférences constructives et destructives sont responsables de fluctuations du champ de pression suivant la direction de propagation et suivant la direction radiale. Plus l'on se situe proche de l'émetteur et plus les fluctuations sont fortes. À mesure que l'on s'éloigne de la surface émettrice, on observe une variation graduelle de l'allure du champ de pression. À partir d'une certaine distance, les interférences cessent d'être destructives. On entre dans la zone de champ lointain. On observe alors une divergence du faisceau ultrasonore qui se traduit notamment par une diminution de l'amplitude du champ proportionnelle à l'inverse de la distance de propagation.

L'allure du champ de pression est plus complexe que la représentation schématique de la figure 2.8. L'allure du champ de pression rayonné par le piston dépend du rapport entre la longueur d'onde émise $\lambda$ et le rayon du piston $a$ [130]. Plus l'émetteur est grand devant la longueur d'onde et plus le champ de pression dans la zone de Fresnel est perturbé. Pour un rapport $a/\lambda > 1$, le champ de pression sur l'axe $(O,\mathbf{e_1})$ montre une succession de minima et de maxima. La position du dernier maximum est souvent considérée comme la limite entre les zones de Fresnel et de Fraunhofer. Cette position, appelée distance de Fresnel, a pour expression :

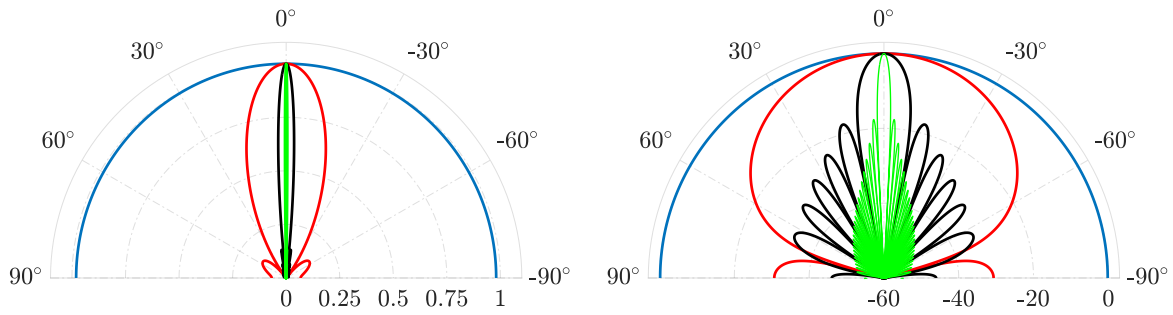
$$x_1^L = \frac{a^2}{\lambda} \qquad \forall a/\lambda \geq 0{,}5. \tag{2.2.1.1}$$

Il est intéressant de noter qu'à cette distance, la largeur du faisceau à -3 dB est inférieure au quart du diamètre de l'émetteur [130]. D'après cette expression, on remarque que plus le transducteur est grand devant la longueur d'onde, plus le début de champ lointain est éloigné de la source.

À partir de la zone de Fraunhofer, le champ diverge avec une certaine ouverture angulaire, notée $\theta_D$. La fonction de directivité en champ lointain permet d'observer la distribution angulaire du champ de pression. Elle est définie par :

$$D(\theta) = \frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}, \tag{2.2.1.2}$$

où $\theta$ est la deuxième coordonnée polaire et $J_1$ est la fonction de Bessel de premier ordre. L'utilisation des coordonnées polaires permet une visualisation plus facile de la directivité du piston. Cette fonction de directivité, valable uniquement en champ lointain, est indépendante de la distance entre le point d'observation et la surface émettrice. Les fonctions de directivité du champ rayonné dans l'eau par un piston plan bafflé pour quatre valeurs de $a/\lambda$ sont tracées sur la figure 2.9. Pour une valeur de 0,08, le facteur de directivité est proche de 1 quel que soit $\theta$. On s'approche du comportement d'une source ponctuelle omnidirectionnelle. Pour des rapports $a/\lambda$ plus importants, on voit apparaître un lobe principal et des lobes secondaires. Plus le transducteur est grand devant la longueur d'onde, plus le faisceau est directif.




(a) échelle linéaire

(b) échelle en dB

FIGURE 2.9 – Diagrammes de directivité pour quatre rapports $a/\lambda = 0{,}08; 1; 5; 33$ respectivement en bleu, rouge, noir et vert ; Échelles (a) linéaire et (b) en décibel.

La fonction de directivité n'est pas à support borné. C'est-à-dire qu'elle est non nulle quel que soit $\theta$. On peut tout de même observer que pour des rapports $a/\lambda$ suffisamment grands, l'amplitude chute fortement à mesure que $\theta$ grandit. Par exemple, pour $a/\lambda = 5$, les angles supérieurs à 30° correspondent à une amplitude inférieure à -30 dB. En fonction de la situation, on peut définir un seuil à partir duquel on considère la contribution des angles négligeables. On peut considérer que ce seuil est fixé par la position des premiers zéros de la fonction de directivité. C'est-à-dire, l'angle à partir duquel on sort du lobe principal. Le premier argument $X$ pour lequel la fonction de Bessel $J_1(X)$ s'annule est environ égal à 3,832. Ainsi, selon ce critère, on a :

$$\theta_D = \sin^{-1}\left(\frac{3{,}832}{ka}\right). \tag{2.2.1.3}$$

On peut également choisir la position du second minimum, un seuil à -3 dB, -6 dB etc. L'évolution de l'angle de divergence en fonction de $a/\lambda$ est tracée sur la figure 2.10 pour ces différents seuils.

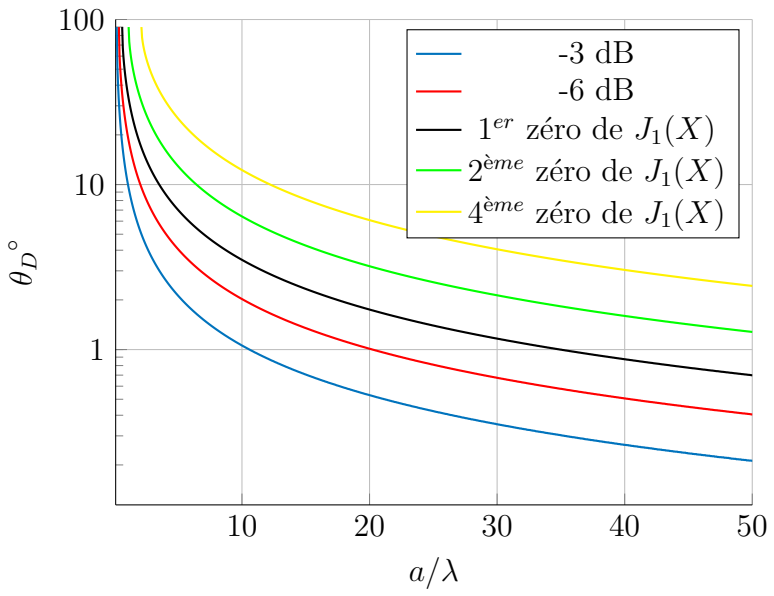



FIGURE 2.10 – Ouverture angulaire en fonction de $a/\lambda$ suivant différents seuils.

Ici, on considère un piston plan bafflé. C'est-à-dire que l'hypothèse d'une répartition uniforme de la vitesse normale à la surface de l'émetteur est faite. En réalité, un transducteur a une distribution de vitesse normale apodisée ce qui limite l'ouverture angulaire du faisceau et réduit l'amplitude des lobes secondaires. Néanmoins, la figure 2.10 donne un ordre d'idée de l'évolution de la divergence en fonction de $a/\lambda$ et de l'importance du seuil choisi.

Comme on le verra dans la section 2.4.1, l'équation 2.2.1.2 est, à un facteur près, égale au spectre angulaire du champ de vitesse normale émis par un transducteur circulaire de type piston plan (cf. équation 2.4.1.6). Le paragraphe 2.2.4 présentera en détail ce qu'est le spectre angulaire. On peut tout de même le définir ici comme la décomposition en ondes planes d'un champ acoustique dans le domaine spatial. La transformée de Fourier appliquée à un signal temporel donne la répartition des composantes fréquentielles contenues dans le signal. Autrement dit, c'est une décomposition en ondes planes dans le domaine fréquentiel. À chaque fréquence est associée une amplitude. Le spectre angulaire est l'équivalent, dans le domaine spatial, du spectre fréquentiel. L'application d'une transformée de Fourier à une distribution spatiale d'un champ ultrasonore donne son contenu spectral spatial et, par extension, son spectre de directions de propagation $\theta$. À chaque angle $\theta$ est associée une amplitude. C'est ce que la figure 2.9 représente (en plus de la distribution spatiale en champ lointain). Ainsi, on peut voir la distribution en amplitude des ondes planes comprises dans le champ ultrasonore en fonction de l'angle d'incidence. Plus le rapport $a/\lambda$ est grand, plus l'amplitude des composantes angulaires diminue lorsqu'on s'éloigne de l'angle principal (0° en incidence normale).

Malgré le lien qui existe entre spectre angulaire et distribution spatiale en champ lointain, il ne faut pas confondre ces deux notions. Le spectre angulaire ne varie pas en

fonction de la distance $x_1$ par rapport à l'émetteur. Ainsi, que l'on soit en champ proche ou en champ lointain, le champ émis comporte une infinité de composantes angulaires. Comme on le verra dans la section 2.5.2, il n'est pas nécessaire d'atteindre le champ lointain et la divergence géométrique pour observer des effets de faisceau borné.

Les fréquences mises en jeu dans les méthodes de spectroscopie présentées dans la partie 1.2.2.f sont généralement comprises entre quelques centaines de kHz et quelques dizaines de MHz. Dans les travaux présentés dans ce manuscrit, on se limite à des fréquences comprises entre 300 kHz et 3,5 MHz. Dans cette gamme de fréquence, les transducteurs utilisés sont généralement de forme circulaire et ont un comportement proche de celui d'un piston plan bafflé. Le tableau 2.2 expose les propriétés de trois transducteurs employés pour des mesures de fonctions de transfert présentées dans ce manuscrit. On peut voir que les rapports $a/\lambda$ sont compris entre 4,2 et 14,2. La limite du champ proche et l'ouverture angulaire (avec un seuil fixé au premier zéro de $J_1$) sont calculées à la fréquence centrale d'émission pour chacun de ces transducteurs.

| f [MHz] | a [mm] | $a/\lambda$ | $ka$ | $x_1^L$ [mm] | $\theta_D{}^\circ$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2,25 | 9,5 | 14,2 | 89,5 | 135 | 2.46 |
| 1 | 12,5 | 8,3 | 52,4 | 104 | 4.21 |
| 0,5 | 12,5 | 4,2 | 26,2 | 52 | 8,34 |

TABLEAU 2.2 – Propriétés de transducteurs utilisés en immersion dans ce manuscrit. $\theta_D$ est l'angle de divergence en champ lointain qui définit la limite entre le lobe principal et les lobes secondaires.

### 2.2.2 Les effets de faisceau borné dans la littérature

Du fait du caractère borné du transducteur, le champ rayonné par un émetteur comporte une multitude de composantes angulaires susceptibles d'avoir des conséquences sur le champ transmis à travers une plaque. En incidence oblique, il a été montré que la transmission ou la réflexion d'un faisceau ultrasonore n'est pas convenablement décrite par le modèle onde plane lorsque des ondes de Lamb fuyantes sont générées [131, 132]. Rousseau et Gatignol [133] ont mis en évidence que pour des angles d'incidence proches des angles critiques, d'importants effets de faisceau borné apparaissent. Ils se traduisent par une réflexion non spéculaire résultant de la génération d'ondes guidées.

Ces observations ne se limitent pas aux mesures en incidence oblique. En effet, des effets de faisceau borné en incidence normale ont été observés dans de nombreux travaux sur des plaques d'aluminium [134–139], de verre [137], de plexiglas [140, 141] et d'acier [6, 142, 143]. Généralement les écarts observés par rapport au modèle onde plane sont imputés à la génération d'ondes guidées. Le champ incident comprend des

angles d'incidence non nuls. Or, comme expliqué dans la section 2.1.2, lorsque l'onde incidente rencontre la plaque sous incidente oblique, une onde de Lamb fuyante peut être générée. Maze *et al.* [136] ont mesuré le champ réfléchi par une plaque d'aluminium immergée en incidence normale. Des minima ne correspondant pas à des résonances longitudinales sont observés. Selon les auteurs, la présence de ces minima est due à la génération de modes de Lamb fuyants. Hanneman *et al.* [134] et Kinra et Iyer [135] ont mesuré les fonctions de transfert en transmission de plaques d'aluminium immergées. Les résultats sont comparés aux coefficients de transmission d'ondes planes. Là encore, des effets de faisceaux bornés sont observés, particulièrement importants autour de la première et de la troisième résonance d'épaisseur. D'autres auteurs ont développé des modèles prenant en compte la diffraction du champ incident. Par exemple, Johnson et Devaney [138] et par la suite, Orofino et Pedersen [139] ont utilisé la méthode du spectre angulaire dans un modèle 2D axisymétrique pour modéliser le champ réfléchi par une plaque. Johnson et Devaney [138] ont observé que les minima des coefficients de réflexion ne sont pas toujours situés au niveau des fréquences de résonances prédites par la relation 2.1.3.3.

L'étude de l'influence de la diffraction du faisceau acoustique sur la réponse ultrasonore d'une plaque élastique immergée dans un fluide en incidence normale a fait l'objet des travaux de Aanes *et al.* [6]. Ils ont mis en évidence que les effets de faisceau borné sont particulièrement importants quand des modes de Lamb fuyants rétropropagatifs sont générés dans la plaque (cf. section 2.1.2). La présence de ces modes provoque un décalage des maxima du module de la fonction de transfert vers les basses fréquences dont l'amplitude peut être supérieure à 1 et un champ ultrasonore qui, une fois transmis à travers la plaque, est davantage collimaté. Ils ont également observé que lorsque des modes de Lamb fuyants *forward* sont générés dans la plaque, des effets de faisceau borné apparaissent même s'ils sont moins prononcés. En effet, ils ont remarqué que la diffraction en sortie de plaque est plus importante que la diffraction du champ rayonné par l'émetteur. Ces notions seront abordées plus en détail dans la section 2.3.3.

### 2.2.3 Techniques expérimentales permettant de satisfaire le modèle onde plane

Comme on a pu le voir dans la section précédente, la diffraction du champ émis peut entraîner des différences plus ou moins importantes par rapport au modèle onde plane. Afin de satisfaire l'hypothèse d'onde plane, il est nécessaire de limiter les effets de faisceaux bornés.

La fréquence et la taille de l'émetteur sont les deux paramètres qui affectent l'ouverture angulaire du faisceau émis (*i.e.* la directivité du transducteur). Ainsi le rapport

$a/\lambda$ (ou le produit $ka$) est un paramètre qui permet de quantifier les effets dus à la dimension finie du transducteur sur l'allure du champ généré (cf section 2.2.1). Réaliser la mesure de la fonction de transfert à haute fréquence permet d'obtenir un rapport $a/\lambda$ élevé et donc de favoriser une forte directivité du transducteur. Cependant, comme expliqué dans la partie 1.3.2, la fréquence ne peut pas être choisie trop élevée afin de respecter l'hypothèse de matériaux homogènes. La deuxième option consiste à utiliser des transducteurs de grandes dimensions, que ce soit pour les récepteurs [3, 144] ou pour l'émetteur et le récepteur [2, 4].

Cawley et Hosten [4] ont proposé l'utilisation de transducteurs rectangulaires de grandes dimensions (80×40 mm$^2$) à une fréquence centrale de 3,2 MHz. Leur bande passante à -20 dB était comprise entre 2 et 5 MHz. Si l'on considère la plus grande dimension du transducteur, soit $2a = 80$ mm, on a dans le cas d'une immersion dans l'eau : $a/\lambda \in [53{,}133]$ et $ka \in [335{,}835]$. Les fonctions de transfert mesurées pour deux plaques de verre d'épaisseurs différentes et une plaque de CFRP (pour *carbon fiber reinforced plastic* en anglais) ont été comparées avec les coefficients de transmission en ondes planes. Ces mesures ont été réalisées en incidence normale et oblique. Un très bon accord entre les mesures et le modèle onde plane est observé pour les deux plaques de verre. Concernant la plaque de CFRP, on constate un accord satisfaisant, surtout entre 1 et 2,5 MHz. Au-delà de cette fréquence, des différences en amplitude apparaissent. L'écart entre la théorie et la mesure est imputé, non pas à des effets de faisceau borné, mais au choix du modèle rhéologique pour simuler l'atténuation de ce matériau viscoélastique. Les résultats obtenus avec les transducteurs de grandes dimensions ont été comparés avec des fonctions de transfert mesurées avec des transducteurs conventionnels cylindriques centrés à 2,25 MHz. Le rayon de ces transducteurs est de 9,5 mm, le rapport $a/\lambda$ est donc environ 4 fois plus petit. Il a été observé que l'écart avec les coefficients de transmission en onde plane est beaucoup plus important lorsque ces transducteurs sont utilisés en comparaison avec les capteurs de grandes tailles. Le recours à des transducteurs de dimensions importantes semble être une bonne stratégie pour limiter les effets de faisceau borné et par conséquent respecter l'hypothèse d'ondes planes. Cependant, le critère d'un grand rapport $a/\lambda$ afin de satisfaire le modèle onde plane n'est pas clairement défini. Une étude plus détaillée de l'influence de ce paramètre sur l'allure de la fonction de transfert est présentée dans la partie 2.3.3.

Une alternative à l'utilisation de grands transducteurs est de scanner le champ ultrasonore avec un récepteur mobile afin de capter le champ rayonné en dehors de la position initiale du récepteur [104, 115]. Pour chaque position, le champ ultrasonore est mesuré et le signal total considéré est la somme de tous ces signaux. Hosten et Castaings [104] proposent de scanner le champ ultrasonore sur une ligne dans une

direction perpendiculaire à la normale à la surface du récepteur. Ils ont appliqué la méthode à la mesure du signal transmis à travers un matériau composite [UD]. La comparaison des signaux temporels mesurés et calculés sous l'hypothèse d'onde plane pour différents angles d'incidence et angles azimutaux a été réalisée. Un bon accord est observé.

Jocker et Smeulders [115] ont quant à eux appliqué une méthode similaire pour mesurer des coefficients de transmission et de réflexion d'une plaque d'aluminium en incidence normale et oblique. Les transducteurs utilisés sont circulaires ($a = 12{,}7$ mm) avec une fréquence centrale de 1 MHz. Les mesures sont réalisées entre 0,6 MHz et 1,4 MHz. Les rapports $a/\lambda$ correspondants sont donc compris entre 5 et 12. Ils comparent les fonctions de transfert mesurées en incidence normale avec les coefficients de transmission pour trois configurations : (1) une seule mesure sans scan (l'émetteur et le récepteur sont alignés de manière co-axiale), (2) un scan est réalisé sur une ligne (en suivant la procédure suggérée par Hosten et Castaings [104]) et (3) un scan est réalisé dans un plan. Plus le champ transmis est scanné sur une surface importante et plus l'accord avec le modèle onde plane est satisfaisant. En incidence normale, les coefficients de transmission montrent une succession de maxima localisés au niveau de résonances d'épaisseur longitudinale. Au niveau de ces résonances, la transmission est complète (*i.e.* coefficient de transmission égal à un). Selon les auteurs, la position de ces maxima est bien détectée quelle que soit la configuration choisie. Seule l'amplitude au niveau des résonances diffère en fonction des configurations. L'amplitude des résonances est mesurée égale à environ 0,6 quand aucun scan n'est réalisé, égale à 0,8 quand le scan est réalisé sur une ligne et proche de 1 lorsque le champ est scanné dans un plan. D'autres effets dus à la diffraction peuvent exister, mais n'auraient pas été décelés à cause d'une résolution fréquentielle trop faible. La mesure de fonctions de transfert en incidence oblique a également été réalisée. Là encore, un bon accord a été observé avec les coefficients de transmission théoriques. Les auteurs concluent que l'apport de la méthode est plus important en incidence oblique, car le scan permet de prendre en compte les multiples réflexions qui sont générées le long de la plaque et qui rayonnent en dehors de la surface du récepteur.

### 2.2.4 Méthode du spectre angulaire à deux dimensions

Le paragraphe précédent a exposé des stratégies visant à adapter la mesure au modèle. À l'inverse, il est proposé dans ces travaux d'adapter le modèle à la mesure. Autrement dit, au lieu de limiter l'influence de la diffraction du faisceau émis afin de satisfaire l'hypothèse d'onde plane, on souhaite ici utiliser un modèle qui prend en compte la diffraction du faisceau ultrasonore : le modèle faisceau borné.

Pour cela, plusieurs méthodes existent. La modélisation du champ rayonné peut être faite par résolution numérique de l'intégrale de Rayleigh. Dans notre situation,

il est plus pertinent d'avoir recours à la méthode du spectre angulaire car le champ ultrasonore est décrit comme une somme d'ondes planes dans le domaine de Fourier. Cela permet d'associer facilement les étapes de propagation dans le fluide et de transmission à travers la plaque. De nombreux auteurs ont intégré cette méthode au calcul d'un faisceau transmis ou réfléchi par une plaque [6, 138–141, 143].

Cette section est consacrée à la présentation de cette méthode. Elle permet de calculer un champ acoustique dans un plan à partir de la connaissance du champ dans un plan parallèle à une distance donnée [145, 146]. On se place dans un repère $(O,\mathbf{e_1},\mathbf{e_2})$ (cf. figure 2.11). Soit $P(x_1,x_2,t)$ la pression du champ acoustique. L'onde se propage suivant l'axe $\mathbf{e_1}$. On suppose connu le champ $P(x_1^0,x_2,t)$ en $x_1^0$, noté $P_0(x_2,t)$. On cherche à déterminer le champ en $x_1$.

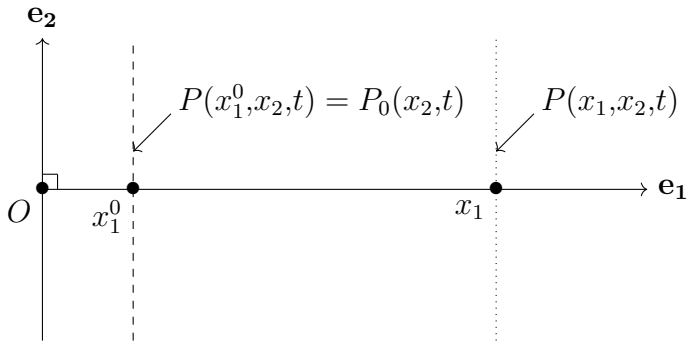



FIGURE 2.11 – Géométrie du problème. Propagation de $x_1^0$ à $x_1$ suivant les $x_1$ croissants.

La première étape est le calcul du spectre angulaire [147, 148]. Cette notion a été introduite dans le paragraphe 2.2.1. L'idée est de décomposer le champ acoustique en une somme d'ondes planes. Chaque onde plane est ensuite propagée depuis le plan dans lequel la distribution spatiale est connue jusqu'à la distance souhaitée. Cette méthode peut être utilisée pour modéliser le rayonnement d'un transducteur. Si la distribution de la vitesse normale au niveau de la surface est connue, alors le champ acoustique peut être calculé dans un plan parallèle à une position $x_1$ (par exemple au niveau de la première surface de la plaque).

Les résultats expérimentaux présentés dans cette section ont été obtenus à partir de transducteurs rectangulaires de $80 \times 50$ mm$^2$. On suppose que l'ouverture angulaire dans la direction $\mathbf{e_2}$, c'est-à-dire dans la direction où le transducteur a la plus petite dimension, prévaut sur la diffraction générée dans la direction $\mathbf{e_3}$. Par conséquent on fait l'hypothèse que la diffraction générée suivant $\mathbf{e_3}$ est négligeable. Cela revient à considérer une extension infinie dans cette direction. Le problème est donc modélisé en deux dimensions. Par conséquent, on cherche à calculer le champ sur une ligne.

### a) Définition du spectre angulaire

La source est placée suivant $\mathbf{e_2}$ à $x_1 = 0$ et le champ se propage suivant $\mathbf{e_1}$. Le milieu de propagation est un fluide considéré non visqueux. On suppose connue la

distribution de vitesse normale de la source $v_n(x_1 = 0, x_2) = V_0(x_2)$. Le champ peut être vu comme une superposition continue et infinie d'ondes planes et peut être exprimé par une transformée de Fourier :

$$V_0(x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{V}_0(k_2)\, \mathrm{e}^{-jk_2x_2}\, \mathrm{d}k_2, \tag{2.2.4.1}$$

où chaque onde plane est caractérisée par une amplitude complexe $\widetilde{V}_0(k_2)$ et une direction de propagation définie par son vecteur d'onde $\mathbf{k}$. L'onde se propage suivant un angle $\theta$ défini par rapport à la normale à la surface de l'émetteur $\mathbf{e_1}$ (cf. équation 2.1.1.1) :

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{k_2}{k}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{k_1}{k}\right). \tag{2.2.4.2}$$

Comme toutes les composantes angulaires ont le même nombre d'onde $k$, $k_1$ peut être obtenu par l'équation de dispersion :

$$k_1 = \sqrt{k^2 - k_2^2}. \tag{2.2.4.3}$$

$\widetilde{V}_0(k_2)$ est appelé spectre angulaire et peut se calculer grâce à une transformée de Fourier inverse de $V_0(x_2)$ :

$$\widetilde{V}_0(k_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_0(x_2)\, \mathrm{e}^{jk_2x_2}\, \mathrm{d}x_2, \tag{2.2.4.4}$$

Le champ de pression est déduit de $\widetilde{V}_0(k_2)$ par l'équation d'Euler linéarisée [149, 150] :

$$\widetilde{P}_0(k_2) = \frac{\rho_0\omega}{\sqrt{k^2 - k_2^2}}\widetilde{V}_0(k_2). \tag{2.2.4.5}$$

Notons que l'expression 2.2.4.5 présente deux singularités pour $|k_2| = k$ (*i.e.* $\theta = \pm\, \pi/2$). Ce point est discuté ci-dessous.

Le spectre angulaire peut être calculé par expression analytique lorsque la répartition de la vitesse normale le permet. C'est le cas, par exemple, si l'on considère une distribution uniforme de la vitesse normale à la surface de l'émetteur. C'est donc une fonction Heaviside et sa transformée de Fourier est un sinus cardinal. Si $V_0(x_2)$ est non-uniforme, ce qui est le cas si l'on considère une distribution apodisée (sauf cas particulier comme une distribution gaussienne), le recours à un calcul de transformée de Fourier discrète est nécessaire.

Le spectre angulaire (cf. équation 2.2.4.5) est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ composée d'une infinité de composantes spectrales spatiales. En pratique, l'implémentation numérique nécessite sa discrétisation. Par conséquent, le spectre angulaire est défini numériquement comme une somme finie d'ondes planes où la composante spectrale

maximale (*i.e.* angle maximal) et la résolution de fréquence spatiale (*i.e.* résolution angulaire) doivent être définies. En toute rigueur, pour calculer le champ à une distance donnée $x_1$ de manière fidèle, il est nécessaire de respecter le théorème de Shannon. Il stipule que la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois plus importante que la plus grande des fréquences contenues dans $V_0(x_2)$. Or, la fonction $\widetilde{V}_0(k_2)$ n'est pas à support borné. Le critère de Shannon n'est jamais rigoureusement respecté. Néanmoins, on peut évaluer un seuil $k_2^{max}$ (*i.e.* $\theta_{max}$) au-delà duquel les composantes spectrales sont estimées négligeables. Ce seuil est fixé à -30 dB [9]. La pulsation spatiale d'échantillonnage est choisie de telle sorte à respecter le critère de Shannon, soit : $k_e > 2k_2^{max}$. Par exemple, pour un émetteur de 50 mm [10] à une fréquence de 1 MHz, la pulsation spatiale maximale $k_2^{max}$ est de 0,47 rad mm$^{-1}$ ce qui correspond à un angle maximal $\theta_{max}$ de 6,5°. Dans toute cette section, l'angle maximal considéré est largement inférieur à 90°. Ainsi, la présence des singularités mentionnées précédemment pour $|k_2| = k$ dans l'équation 2.2.4.5 ne pose pas de problèmes particuliers. Le pas spatial $\Delta x_2$ est choisi en conséquence :

$$\Delta x_2 = 2\pi/k_e. \tag{2.2.4.6}$$

Le deuxième paramètre important est la taille du domaine choisie suivant $\mathbf{e_2}$. Comme $\Delta x_2$ a été fixé, c'est le nombre de points $N$ qui définit la taille du domaine :

$$x_2^{max} = \Delta x_2(N-1). \tag{2.2.4.7}$$

Ce paramètre définit la résolution en fréquence spatiale : $\Delta k_2 = 2\pi/(N\Delta x_2)$ et donc la résolution angulaire $\Delta\theta$. On peut noter que la discrétisation du vecteur $k_2$ est uniforme alors que le vecteur $\theta$ ne l'est pas du fait du comportement non-linéaire de la fonction sinus inverse (cf. équation 2.2.4.2).

### b) Propagation du spectre angulaire

L'équation d'onde dans un fluide est définie par :

$$\triangle P(x_1,x_2,t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P(x_1,x_2,t) = 0, \tag{2.2.4.8}$$

Après application d'une transformation de Fourier suivant $x_2$ on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial {x_1}^2}\widetilde{P}(x_1,k_2,t) - k_2^2\widetilde{P}(x_1,k_2,t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\widetilde{P}(x_1,k_2,t) = 0, \tag{2.2.4.9}$$

9. Le choix de ce seuil est le résultat d'une étude numérique appliquée sur le modèle faisceau borné. Ce modèle sera présenté dans la section 2.2.4.5. Au-delà de ce seuil, les composantes spectrales ont une influence négligeable sur l'allure de la fonction de transfert.

10. Cette taille correspond à la plus petite des deux dimensions des transducteurs à surface rectangulaire utilisés. La distribution de vitesse normale est apodisée avec une fonction cosinus sur les bords.

où $\widetilde{P}$ représente la transformée de Fourier du champ de pression suivant $x_2$ de $P$. On calcule ensuite la transformée de Fourier suivant $t$.

$$\frac{\partial^2}{\partial {x_1}^2}\hat{P}(x_1,k_2,\omega) - k_2^2\hat{P}(x_1,k_2,\omega) + \frac{\omega^2}{c_0^2}\hat{P}(x_1,k_2,\omega) = 0 \tag{2.2.4.10}$$

où $\hat{P}$ est la transformée de Fourier du champ de pression suivant $x_2$ et $t$. On obtient une équation différentielle homogène du second ordre. Connaissant le champ en $x_1 = x_1^0$ et ne retenant que les ondes se propageant vers les $x_1$ croissants, on obtient :

$$\hat{P}(x_1,k_2,\omega) = \hat{P}_0(k_2,\omega).e^{j\sqrt{\omega^2/c_0^2-k_2^2}\left(x_1-x_1^0\right)}. \tag{2.2.4.11}$$

D'après la relation de dispersion, on a : $k^2 = \omega^2/c_0^2 = k_1^2 + k_2^2$. On peut distinguer deux cas :

- $k_2^2 < \omega^2/c_0^2 \Rightarrow k_1^2 > 0$, ainsi $k_1$ est réel, l'onde est progressive ;
- $k_2^2 > \omega^2/c_0^2 \Rightarrow k_1^2 < 0$, ainsi $k_1$ est imaginaire, l'onde est évanescente.

Le terme en exponentiel de l'équation 2.2.4.11 est noté $H(x_1 - x_1^0,k_2,\omega)$ :

$$\hat{P}(x_1,k_2,\omega) = \hat{P}_0(k_2,\omega).H(x_1 - x_1^0,k_2,\omega). \tag{2.2.4.12}$$

La propagation du champ de pression d'un plan à un autre dans l'espace $(k_2,\omega)$ est décrite par la multiplication par $H$.

### c) Exemple d'application de la méthode du spectre angulaire

La méthode du spectre angulaire est appliquée pour modéliser la propagation dans l'eau d'un champ émis par une ligne source jusqu'à une distance de 150 mm. Cette distance correspond à l'espacement entre la source et la plaque dans le dispositif expérimental. Ce dispositif est celui dédié à la caractérisation des modules (visco)élastiques d'une plaque à l'aide de transducteurs de grandes dimensions décrit au chapitre 1 (cf. section 1.3.2). Deux types de sources sont étudiées, l'une de dimension infinie et l'autre de dimension finie. Un signal gaussien de 5 cycles centré à une fréquence $f_0$ est appliqué.

L'émetteur de dimension infinie [11] selon $x_2$ représente la source dans le modèle Onde Plane (OP). Après application de l'équation de propagation 2.2.4.12, le champ reste inchangé à l'exception d'un déphasage lié à la propagation de l'onde sur la distance de 150 mm (cf. figure 2.12e). La transformée de Fourier spatiale suivant $x_2$ à la fréquence $f_0$ montre que le champ propagé ne comporte qu'une composante en $k_2 = 0$ (cf. figure 2.12f). On retrouve un résultat attendu : seule la composante normale à la plaque est retenue.

11. L'extension infinie de la source selon $x_2$ est obtenue numériquement en appliquant une distribution de vitesse normale constante sur l'ensemble du domaine $x_2$.

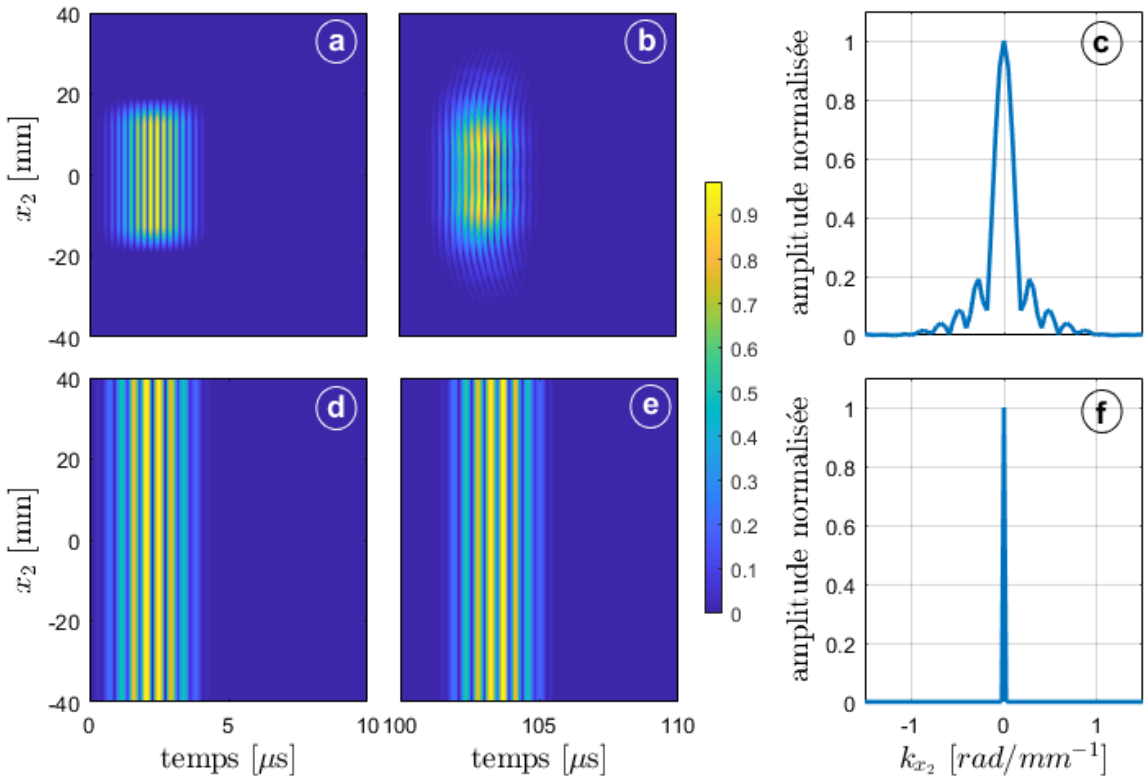



FIGURE 2.12 – Propagation du champ ultrasonore dans l'eau pour : (a,b,c) un émetteur de 40 mm selon $x_2$, (d,e,f) un émetteur d'extension infinie selon $x_2$. (a,d) Champ émis, (b,e) champ propagé à 150 mm et (c,f) spectre spatial à la fréquence $f_0$.

La figure 2.12a montre le champ émis par un transducteur plan de dimension finie selon $x_2$ égal à 40 mm (plus petite dimension des transducteurs utilisés dans [4]). Du fait qu'un transducteur ne se comporte pas exactement comme un piston, une apodisation spatiale est appliquée. Cette fenêtre permet de légèrement diminuer les effets de diffraction par les bords du transducteur. On peut observer les effets de diffraction du champ propagé à une distance de 150 mm (cf. figure 2.12b). Ce champ comporte une infinité de composantes suivant $k_2$ (cf. figure 2.12c). Dans le modèle en faisceau borné, les coefficients de transmission sont calculés pour chaque composante du champ incident jusqu'à $\theta_{max}$ (*i.e.* $k_2^{max}$) avec une résolution $\Delta k_2$. Ces deux paramètres sont définis lors du calcul du spectre angulaire.

### 2.2.5 Faisceau borné transmis à travers une plaque

Maintenant que la méthode permettant de calculer la propagation d'un champ utrasonore a été présentée, voyons comment elle peut être intégrée au calcul du spectre du signal transmis à travers une plaque. Le modèle présenté ici, appelé Faisceau Borné 2D (FB-2D), simule la transmission d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque immergée en incidence normale. Malgré le fait que le champ comporte des composantes angulaires non-nulles, on parle d'incidence normale car les surfaces actives des trans-

ducteurs sont parallèles aux interfaces fluide/plaque. L'angle central dans le spectre angulaire est donc de 0° (*i.e.* $k_2 = 0$). La figure 2.13 est une représentation schématique du problème. Un champ ultrasonore est émis par une source linéique de largeur $2a$. Le faisceau émis se propage jusqu'à l'interface avec la plaque, se transmet à travers la plaque et se propage jusqu'au récepteur situé en $x_1^3$.

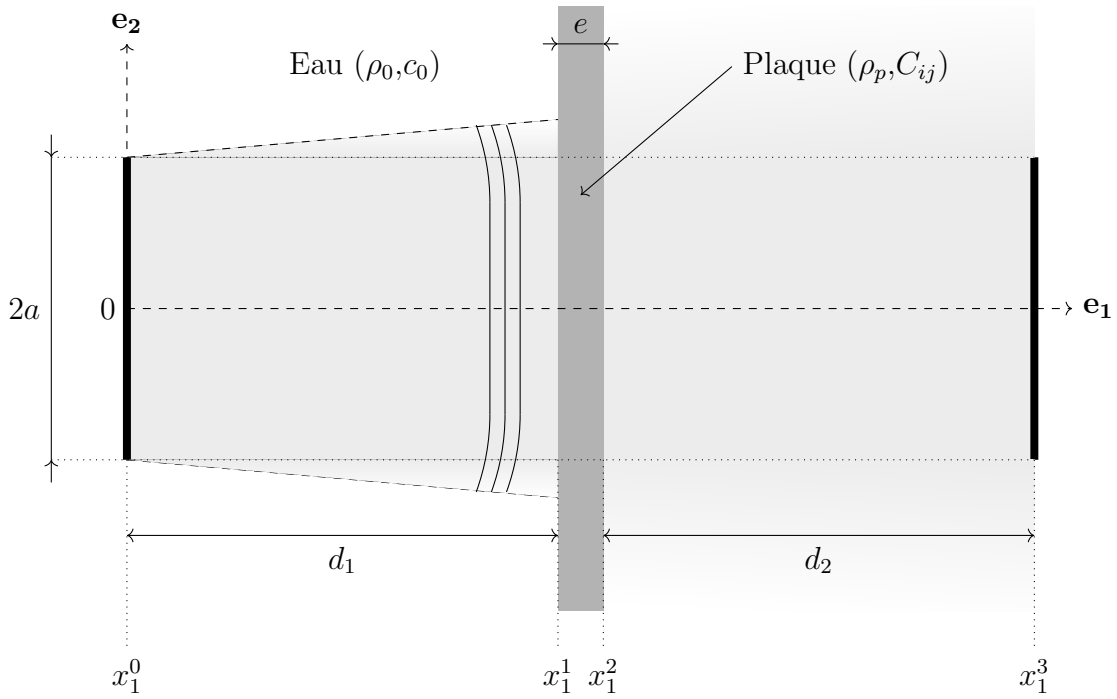



FIGURE 2.13 – Schéma du modèle faisceau borné 2D.

L'émetteur et le récepteur sont de même dimension. La plaque est infinie suivant $\mathbf{e_2}$. La distance entre les transducteurs est $d_1 + d_2 + e$. La zone grisée est une représentation schématique du champ rayonné par l'émetteur et transmis à travers la plaque et ne représente pas le comportement réel de l'émetteur (cf. 2.2.1). C'est un moyen pratique pour représenter les différentes composantes angulaires émises.

Considérons tout d'abord un faisceau ultrasonore monochromatique. Le calcul du champ transmis nécessite cinq étapes :

1. Définition de la distribution de vitesse normale à la surface de l'émetteur et calcul du spectre angulaire en pression associé (cf. équation 2.2.4.5). Comme expliqué précédemment, le spectre angulaire est équivalent à une décomposition en ondes planes dans le domaine spatial. Chaque composante est une onde plane caractérisée par une amplitude et une direction de propagation $\theta$ ;
2. Propagation du champ émis depuis $x_1^0$ jusqu'à $x_1^1$. Chaque onde plane comprise dans le spectre angulaire est propagée depuis l'émetteur jusqu'à la plaque par multiplication avec le propagateur (cf. équation 2.2.4.12) ;

$$\widetilde{P}(x_1^1,k_2,\omega) = \widetilde{P}(x_1^0,k_2,\omega)H(x_1^1,k_2,\omega).$$

3. Transmission à travers la plaque depuis $x_1^1$ jusqu'à $x_1^2$. Le calcul des coefficients de transmission de chaque onde plane contenue dans le champ incident (*i.e.* $|\theta| < |\theta_{max}|$) est effectué par la méthode des matrices d'impédance de surface [105]. L'utilisation de la méthode du spectre angulaire est particulièrement adaptée au calcul du champ transmis car le champ incident est décrit par une décomposition en ondes planes dans le domaine de Fourier. Le champ en sortie de plaque est simplement obtenu, pour chaque onde plane, comme le produit entre l'onde plane incidente définie par un couple $\{k_2,\omega\}$ et le coefficient de transmission associé ;

$$\widetilde{P}(x_1^2,k_2,\omega) = \widetilde{P}(x_1^1,k_2,\omega)\mathcal{T}(k_2,\omega).$$

4. Propagation du champ émis depuis $x_1^2$ jusqu'à $x_1^3$ par méthode du spectre angulaire (cf. équation 2.2.4.12) ;

$$\widetilde{P}(x_1^3,k_2,\omega) = \widetilde{P}(x_1^2,k_2,\omega)H(x_1^3 - x_1^2,k_2,\omega).$$

5. L'étape 4 permet d'obtenir le champ de pression au niveau du récepteur. Une transformée de Fourier inverse spatiale est ensuite appliquée afin d'intégrer le champ de pression sur la ligne du récepteur. On obtient donc le spectre du signal transmis $\widetilde{A}_T(f)$.

Comme le champ ultrasonore émis est une impulsion ultrasonore, il faut alors répéter l'opération pour chacune des composantes fréquentielles et multiplier le résultat par le spectre fréquentiel du signal émis.

## 2.3 Analyse des effets de faisceau borné sur la fonction de transfert

Il a été vu dans la section précédente qu'un faisceau ultrasonore émis par un transducteur comporte, du fait de la diffraction, plusieurs composantes angulaires. Cette diffraction peut avoir une influence non négligeable sur la transmission d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque en incidence normale. L'objectif de cette section est double. Il s'agit premièrement de mettre en évidence et d'analyser les effets de faisceau borné qui peuvent se manifester. Le second objectif est d'étudier les conditions de validité du modèle onde plane.

### 2.3.1 Mesure de fonctions de transfert pour une plaque d'aluminium

L'influence des effets de faisceau borné sur la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium est étudiée dans cette partie. Tout d'abord, le dispositif expérimental est présenté puis les fonctions de transfert autour des trois premières résonances d'épaisseur sont mesurées. Ensuite, une comparaison entre les modèles FB-2D et OP est réalisée afin de valider le modèle et de mettre en évidence les effets de faisceau borné.

#### a) Dispositif expérimental

Les mesures de fonctions de transfert sont réalisées grâce au dispositif expérimental présenté sur la figure 1.11. L'échantillon est immergé dans une cuve remplie d'eau et fixé à un goniomètre permettant sa rotation autour de $\mathbf{e_3}$. Les transducteurs sont situés à une distance de 150 mm de part et d'autre de la plaque. Pour rappel, ce sont des transducteurs rectangulaires de $80 \times 50$ mm$^2$. Leur fréquence centrale est de 1 MHz. Le signal d'excitation est un train d'ondes d'environ 3 périodes dont la fréquence centrale dépend de la plage de fréquences visée.

Avant de réaliser la mesure de la fonction de transfert, il est nécessaire d'aligner la plaque avec les deux transducteurs. Une attention particulière doit être portée concernant l'alignement du dispositif car certaines fonctions de transfert sont mesurées à des fréquences pour lesquelles des ondes de Lamb fuyantes sensibles à l'angle d'incidence sont générées [139]. Le goniomètre qui permet la rotation du porte échantillon est relié à un moteur piloté par un logiciel. L'angle $\theta$ est préalablement fixé à 0°. Les deux transducteurs sont chacun reliés à un goniomètre manuel. Pour s'assurer du bon alignement d'un transducteur avec la plaque (direction des normales confondues), on mesure l'écho du signal réfléchi sur l'interface eau/plaque en faisant varier l'angle d'incidence par rotation du transducteur. L'alignement est optimal lorsque l'amplitude de l'écho est maximale. Ce réglage manuel est vérifié par un scan réalisé avec le goniomètre du porte échantillon avec un pas angulaire de 0,1° pour une plage angulaire de ± 1°. On s'assure ainsi que l'angle d'incidence est bien égal à 0° avec une incertitude de ± 0,1° dans le plan $P_{12}$. L'opération est répétée pour le second transducteur. Le récepteur étant fixé à un support qui peut se déplacer suivant l'axe $\mathbf{e_2}$, on s'assure également que les deux transducteurs sont bien situés à la même position le long de cet axe. Cette étape est réalisée par maximisation de l'amplitude du signal mesuré par le récepteur en fonction de sa position suivant l'axe $\mathbf{e_2}$.

L'appareil d'acquisition est un oscilloscope LeCroy 9410. La durée d'acquisition des signaux est de 200 µs. La fréquence d'échantillonnage est égale à 20 MHz. Le nombre d'échantillon est donc 4001 et la résolution fréquentielle est de 5 kHz. Les modules $C_{11}$ et $C_{66}$ de la plaque d'aluminium ont été estimés à 108,33 et 26,77 GPa. L'épaisseur de la plaque est de 2,99 mm et la masse volumique est égale à 2,67 g cm$^{-3}$. Ces données

sont utilisés par la suite dans le modèle FB-2D.

### b) Modules des fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium

Les mesures sont réalisées autour des trois premières fréquences de résonances d'épaisseur longitudinales (cf. équation 2.1.3.3), $f_1^L$, $f_2^L$ et $f_3^L$ et sont respectivement reportées sur les figures 2.14(a,b et c).

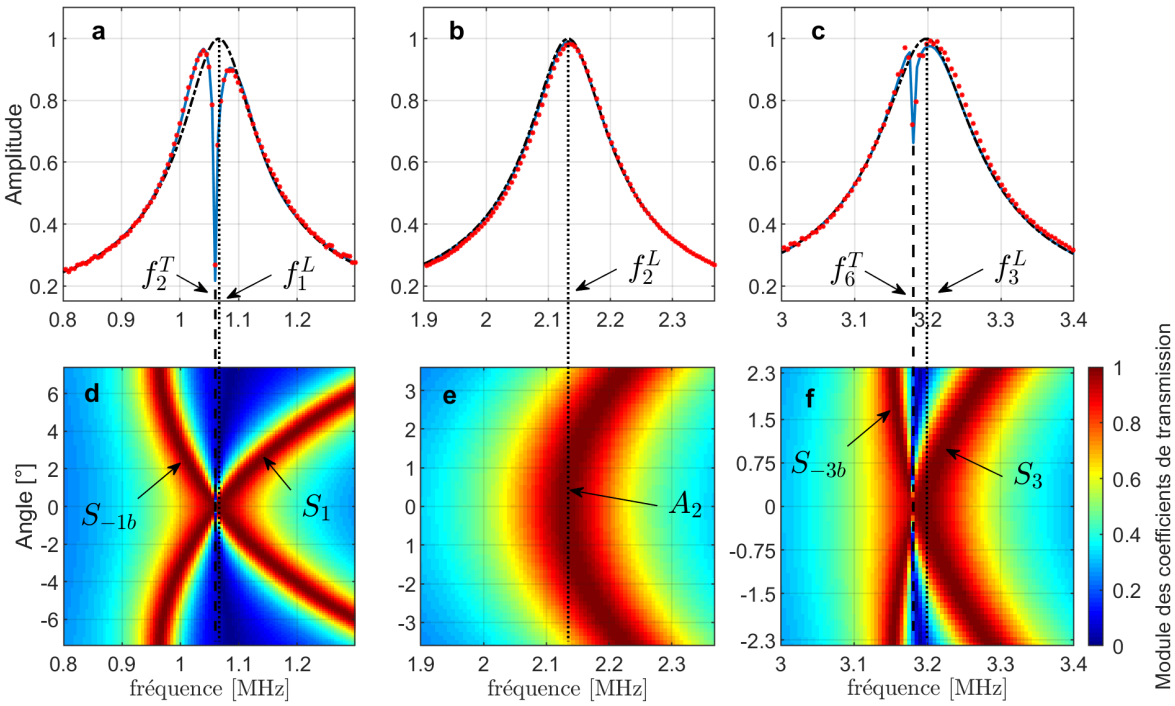



FIGURE 2.14 – (a,b,c) Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium mesurées (étoiles rouges), calculées avec le modèle FB-2D et $a = 25$ mm (trait plein bleu) et avec le modèle onde plane (tirets noir) ; (d,e,f) Module des coefficients de transmission. (a,d) Première résonance $f_1^L$, (b,e) seconde résonance $f_2^L$, (c,f) troisième résonance $f_3^L$.

Les fonctions de transfert mesurées sont comparées avec celles calculées avec les modèles OP et FB-2D ($a = 25$ mm). Pour obtenir la fonction de transfert théorique, il est nécessaire de diviser le spectre du signal transmis à travers la plaque $\widetilde{A}_T(f)$ par le spectre du signal transmis en l'absence de plaque $\widetilde{A}_{Ref}(f)$ calculé par la méthode du spectre angulaire (cf. équation 2.2.4.12). Dans ce paragraphe, nous nous intéressons au module de la fonction de transfert :

$$|T(f)| = \frac{|\widetilde{A}_T(f)|}{|\widetilde{A}_{Ref}(f)|}. \tag{2.3.1.1}$$

La première observation est le bon accord entre les fonctions de transfert mesurées et calculées par utilisation du modèle FB-2D. Le modèle décrit convenablement l'expérience. Les effets de diffractions sont dominants suivant la plus petite dimension.

La seconde observation est la différence entre les modèles OP et FB-2D aux alentours de $f_1^L$ et $f_3^L$ (cf. figures 2.14a et c). La fonction de transfert au voisinage de la première résonance est mesurée pour des rapports $a/\lambda$ compris entre 14 et 22. On observe un écart important entre les deux modèles. Il est particulièrement fort entre 1 et 1,1 MHz. Un minimum non prédit par le modèle onde plane est présent. Il est localisé au niveau d'une résonance d'épaisseur transverse (cf. équation 2.1.4.1) pour $m = 2$. Cette fréquence $f_2^T$ est mesurée égale à 1,060 ± 0,005 MHz. La fonction de transfert est séparée en deux maxima de part et d'autre de cette fréquence. On observe une allure similaire à proximité de $f_3^L$ ($a/\lambda = 50$). Un minimum est également observable au niveau d'une résonance d'épaisseur transverse pour $m = 6$. On a $f_6^T = 3{,}180 \pm 0{,}005$ MHz. On peut tout de même noter que la différence par rapport au modèle onde plane est moins marquée par rapport à la première résonance. La seule résonance pour laquelle un bon accord est observé avec le modèle OP est la seconde, $f_2^L$, où $a/\lambda = 32$. Le modèle onde plane est donc satisfait pour des fréquences inférieures à celles mises en jeu au voisinage de $f_3^L$, résonance pour laquelle le modèle onde plane n'est pas satisfait malgré un rapport $a/\lambda$ plus grand ($a/\lambda = 50$). L'utilisation de transducteurs de grandes dimensions n'est donc pas un critère suffisant. Les résultats présentés montrent en effet que la validité du modèle OP dépend également des propriétés du matériau.

### 2.3.2 Étude de l'influence des modes *backward* sur la fonction de transfert

Les résultats obtenus dans la partie précédente révèlent les différences qui peuvent être observées entre les modèles OP et FB-2D pour une plaque d'aluminium, plus particulièrement aux alentours des fréquences de résonances $f_1^L$ et $f_3^L$. Kinra et Iyer [108] ont obtenu des résultats similaires. Ils expliquent l'écart par rapport au modèle OP par l'ouverture angulaire des transducteurs et la génération d'ondes de Lamb fuyantes dans la plaque. Aanes *et al.* [6] ont confirmé que la génération d'ondes guidées peut être responsable de différences observées par rapport au modèle OP. Ils précisent que ces effets sont nettement plus marqués quand les modes concernés sont rétropropagatifs.

#### a) Identification des modes de Lamb fuyants générés

Afin d'identifier la nature des modes guidés générés lors des mesures des fonctions de transfert de la plaque d'aluminium présentés dans le paragraphe 2.3.1.b, le module des coefficients de transmission de chaque onde plane comprise dans le champ émis est représenté sur les figures 2.14(d,e,f) [12]. Pour rappel, les maxima des coefficients de transmission sont situés au niveau des courbes de dispersion (cf. section 2.1.2).

12. On peut remarquer que l'angle maximal varie en fonction des résonances. Plus la résonance est haute fréquence, plus l'amplitude des composantes angulaires non-nulles diminue. Par conséquent, $\theta_{max}$ diminue à mesure que $f$ augmente.

Il est ainsi possible d'identifier les modes guidés qui interviennent. Deux branches sont observables sur la figure 2.14d, celle d'un mode propagatif (*i.e. forward*), identifié comme $S_1$ et celle d'un mode rétropropagatif (*i.e. backward*), identifié comme $S_{-1b}$. C'est également le cas pour la figure 2.14f où l'on distingue les branches $S_3$ et $S_{-3b}$. Concernant les coefficients de transmission représentés sur la figure 2.14e, seule une branche *forward* est présente, identifiée comme $A_2$. Ainsi les résultats sont en accord avec les conclusions de Aanes *et al.* [6] : l'excitation de modes *backward* induit de forts écarts avec le modèle OP.

Dans notre cas, les effets de faisceau borné se traduisent notamment par la présence de minima localisés au niveau de fréquences de coupure transverse. Cette observation est faite pour la première et la troisième résonance (cf. figures 2.14a et c). On constate également le décalage du maximum vers les basses fréquences sur la fonction de transfert mesurée à proximité de $f_1^L$. Aanes *et al.* [6] ont mesuré la fonction de transfert d'une plaque d'acier dans une plage fréquentielle au sein de laquelle des modes rétropropagatifs existent (*i.e.* au niveau des modes $S_1$ et $S_2$). Un décalage vers les basses fréquences des maxima est également observé. Dans leur situation, ce décalage peut s'accompagner d'une amplitude de ces maxima supérieure à 1.

#### b) Analyse des effets de faisceau borné dus à la génération de modes *backward*

Une onde plane de fréquence $f$ se propageant dans un fluide qui rencontre une plaque avec un angle d'incidente $\theta$, peut provoquer, suivant le couple ($\theta$, $f$), la génération d'une onde de Lamb fuyante (cf. section 2.1.2). C'est ce qui est schématisé sur la figure 2.15. Lorsque que l'onde générée est *forward* (cf. figure 2.15a), le sens de la propagation de l'énergie est le même que le vecteur d'onde. Au contraire, lorsque l'onde est *backward* (cf. figure 2.15b)), le sens du vecteur d'onde est opposé au sens de la propagation de l'énergie. L'onde se propage vers les $x_2$ négatifs. Ce phénomène a été observé expérimentalement par Wolf *et al.* [151]. Cela a été étudié numériquement plus récemment par Kiefer *et al.* [152].

Dans le cas de la transmission d'un faisceau ultrasonore à travers une plaque en incidence normale, la situation est différente. Le champ incident contient des composantes angulaires positives et négatives. Le problème est symétrique. Pour chaque onde plane de fréquence $f$ et d'incidence $\theta$, il existe une onde plane de même fréquence et d'angle incident $-\theta$. S'il est généré une onde guidée de nombre d'onde $k_2\mathbf{e_2} = k\sin\theta\mathbf{e_2}$, il est donc également généré une onde guidée de nombre d'onde $-k_2\mathbf{e_2}$. La génération simultanée de deux modes *backward* dont les sens de propagation de l'énergie sont opposées produit des phénomènes d'interférence. Il en résulte un faisceau collimaté en sortie de plaque. Au contraire, lorsque ces modes sont *forward*, l'énergie se propage vers l'extérieur de la plaque. De tels effets sont mis en évidence par la figure 2.16 extraite

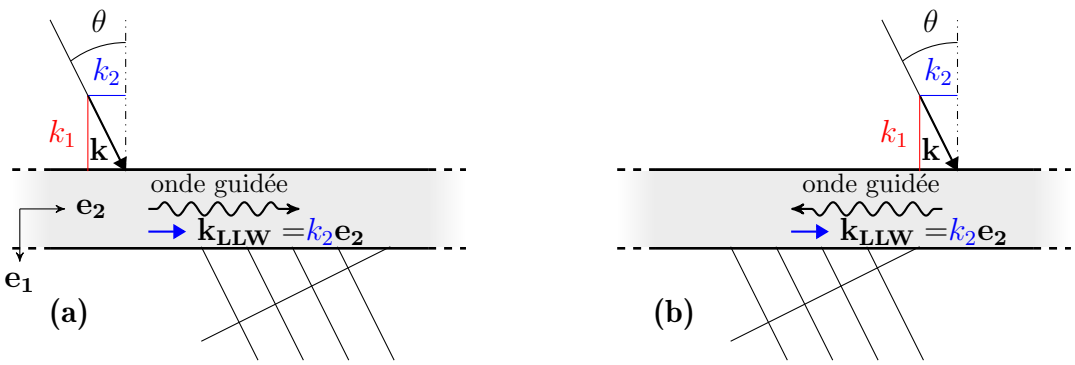



FIGURE 2.15 – Schématisation de la propagation d'une onde de Lamb fuyante en fonction de sa nature (a) propagative (*forward* en anglais) ou (b) rétropropagative (*backward* en anglais) générée par une onde plane qui rencontre la plaque sous incidence $\theta$ et rayonnement dans le fluide environnant.

de l'article rédigé par Glushkov *et al.* [142]. Cette image représente les trajectoires du transfert d'énergie[13] d'un faisceau ultrasonore se transmettant à travers une plaque d'acier immergée dans l'eau pour deux fréquences.

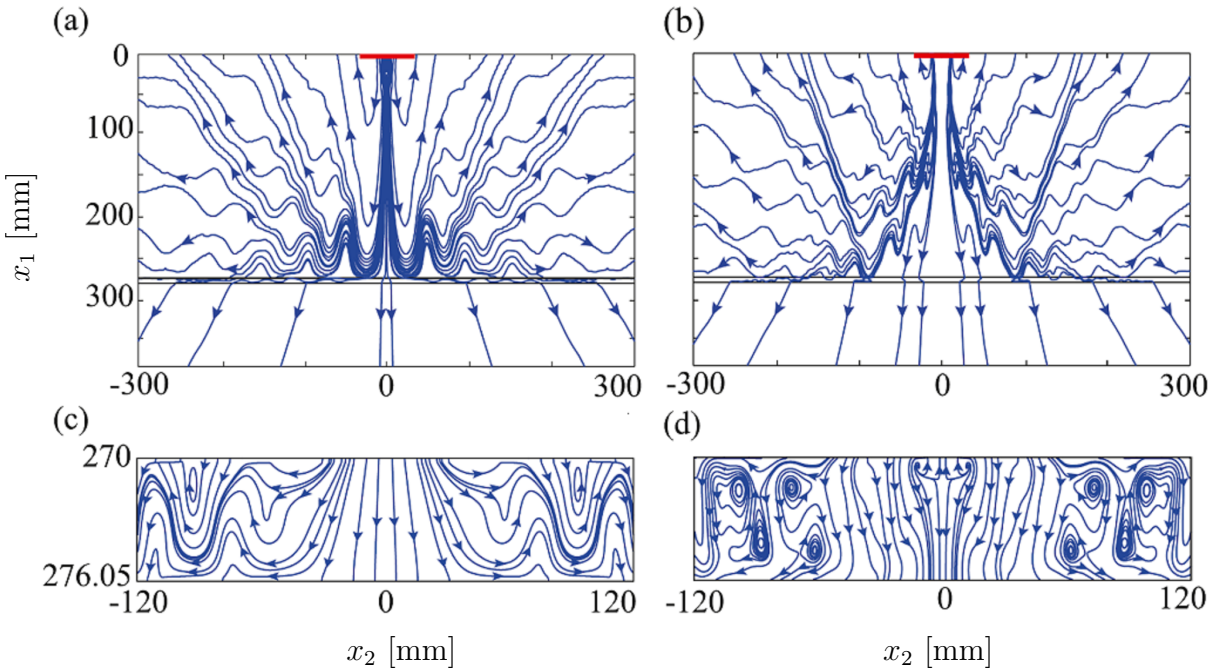



FIGURE 2.16 – Flux d'énergie de faisceaux ultrasonores émis et transmis à travers une plaque d'acier de 6,05 mm pour des fréquences de (a) 329 kHz et (b) 457 kHz. La ligne rouge représente la surface d'émission en $x_1 = 0$. Les encarts (c) et (d) représentent les flux d'énergie à l'intérieur de la plaque. Extraits de Glushkov *et al.* [142].

Compte tenu de l'épaisseur de la plaque égale à 6,05 mm, la fréquence de la première résonance longitudinale $f_1^L$ est de 478 kHz. Les fréquences pour lesquelles la transmission d'un faisceau ultrasonore est illustrée sont de 329 (cf. figure 2.16.a et c) et 457 kHz (cf. figure 2.16.b et d).

Comme cela sera expliqué dans le prochain paragraphe, la nature *forward* ou *backward* d'un mode est exclusivement déterminée par le coefficient de Poisson. Ici, au

13. Les lignes d'énergie sont tangentes au vecteur Umov-Poynting du flux d'énergie à chaque point.

vu du coefficient de Poisson de l'acier $\nu = 0{,}2925$, des modes rétropropagatifs sont portés par les branches $S_{-2b}$ et $S_{2b}$ sur une certaine bande fréquentielle. La première fréquence ($f = 329$ kHz) se situe en dehors de cette plage de fréquences, au contraire de la seconde ($f = 457$ kHz). Lorsque la transmission s'effectue sans la génération de modes *backward*, comme c'est le cas pour $f = 329$ kHz (cf. figure 2.16.a et c), l'énergie se propage vers l'extérieur de la plaque. La plaque accentue le phénomène de diffraction liée au rayonnement de l'émetteur. Cela explique la diminution de l'amplitude de la fonction de transfert en comparaison avec le coefficient de transmission d'une onde plane.

Lorsque des modes *backward* sont excités (cf. figure 2.16.b et d), on constate que la propagation de l'énergie s'effectue vers le centre de la plaque. C'est particulièrement visible sur la figure 2.16d, qui représente plus en détail le flux d'énergie à l'intérieur du solide. Il en résulte un faisceau transmis plus collimaté. La présence de la plaque rend le faisceau plus directif. Par conséquent, la pression mesurée par le récepteur est plus importante en présence de la plaque qu'en son absence. Cela explique pourquoi il peut être observé une amplitude de la fonction de transfert supérieure à 1.

Des mesures de fonctions de transfert dans un cas où les transducteurs ne sont pas alignés sur l'axe passant par $x_2 = 0$ sont réalisées. Le dispositif expérimental est le même que celui présenté dans la section 2.3.1.a à l'exception des transducteurs utilisés. Ils sont de forme circulaire d'un diamètre de 19 mm et de fréquence centrale égale à 2,25 MHz. Les résultats ainsi que le schéma de la mesure sont observables sur la figure 2.17. Le récepteur est monté sur un moteur permettant sa translation suivant $\mathbf{e_2}$. Quatre mesures sont réalisées en le décalant de 0 à 20 mm avec une plaque d'aluminium [14] d'épaisseur 2,045 mm à des fréquences permettant de générer les modes $S_1/S_2$.

Un minimum très marqué, localisé au niveau de la fréquence de coupure $f_{C_{S-1b}}$ (*i.e.* $f_2^T$) est situé à 1,532 MHz [15]. On observe que pour :

— $f < f_2^T$ : génération de modes *backward*. La fonction de transfert présente des valeurs supérieures à 1 lorsque le récepteur est à sa position initiale, c'est-à-dire quand les transducteurs sont alignés ($\Delta x_2 = 0$), et quand le décalage est faible : $\Delta x_2 = 5$ mm. Puis l'amplitude diminue à mesure que le récepteur s'éloigne de sa position initiale.

— $f > f_2^T$ : génération de modes *forward*. L'amplitude est bien inférieure à 1 quand les transducteurs sont alignés. La fonction de transfert gagne en amplitude quand

14. Ses propriétés estimées sont : $C_{11} = 111{,}05$ GPa, $C_{66} = 27{,}22$ GPa et $\rho = 2{,}774$ g cm$^{-3}$.

15. Pour $f = 1{,}502$ MHz, un second minimum est présent sur la fonction de transfert pour $\Delta x_2 = 20$ mm (en noir). Il n'est pas localisé au niveau d'une fréquence de coupure. Sa présence n'est pas expliquée.

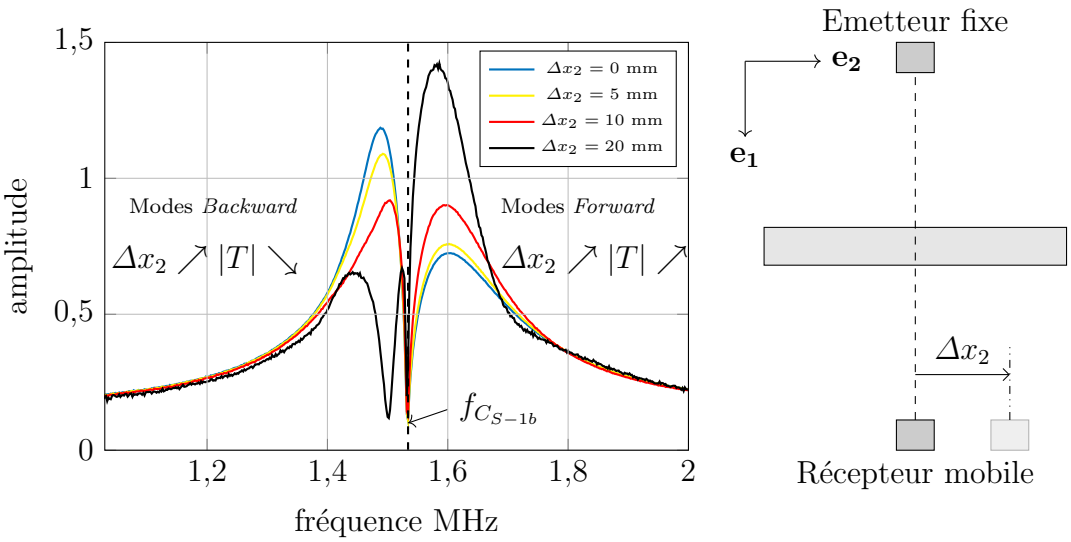



FIGURE 2.17 – Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium aux alentours des modes $S_1/S_2$ en fonction du décalage suivant $x_2$ et schéma du dispositif expérimental associé.

$\Delta x_2$ augmente. On observe même une fonction de transfert supérieure à 1 pour $\Delta x_2 = 20$ mm (en noir).

Ces informations corroborent avec les travaux de Glushkov *et al.* [142]. Lorsqu'on génère un faisceau ultrasonore à des fréquences qui font intervenir des modes *backward*, la plaque joue le rôle de collimateur. La plaque réduit la divergence du faisceau ultrasonore et l'énergie est davantage concentrée en $x_2 = 0$. Lorsqu'on s'éloigne de cette position, la pression mesurée est plus importante en l'absence de plaque.

Au contraire, si des modes *forward* sont excités, l'énergie va davantage rayonner vers l'extérieur de la plaque. L'amplitude du signal mesuré est donc moins importante en présence de la plaque qu'en son absence lorsque les transducteurs sont alignés, alors que c'est l'inverse si la position des transducteurs est décalée.

### c) Influence du coefficient de Poisson

Le couplage nécessaire entre deux modes de Lamb de même famille et de parités différentes pour obtenir un mode *backward* nécessite que les deux branches soient suffisamment proches [129]. La position des branches est dictée par leurs fréquences de coupure. En fonction de la parité d'une branche, la fréquence de coupure dépend soit de $c_L$, soit de $c_T$ (cf. tableau 2.1). Pour les modes symétriques, les fréquences de coupure des branches paires dépendent de $c_T$ alors que celles des branches impaires dépendent de $c_L$. C'est l'inverse pour les modes antisymétriques. Ainsi, la position relative entre deux branches d'une même famille mais de parités différentes dépend du rapport $c_L/c_T$. Le paramètre mécanique qui caractérise ce rapport est le coefficient de Poisson :

$$\nu = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{(c_L/c_T)^2 - 1}\right]. \tag{2.3.2.1}$$

Par conséquent, la présence de modes *backward* sur les courbes de dispersion ne dépend que de $\nu$. Dans le cas d'une plaque isotrope dans le vide, Shuvalov et Poncelet [153] ont étudié la présence de modes rétropropagatifs pour les différentes branches en fonction de $\nu$. Pour un matériau classique, c'est-à-dire $\nu \in ]0; 0{,}5]$, les branches $S_1/S_2$ présentent des modes *backward* pour une très large gamme de coefficient de Poisson : $\nu \in ]0; 0{,}451]$. Les branches antisymétriques peuvent également porter des modes *backward*. C'est le cas des modes $A_2/A_3$ pour $\nu \in ]0; 0{,}315]$. C'est aussi le cas des branches à ordre plus élevé. Cependant la largeur des intervalles de $\nu$ pour lesquels ces modes existent diminue à mesure que l'ordre augmente.

Aanes *et al.* [6] ont étudié l'influence du coefficient de Poisson sur la fonction de transfert d'une plaque d'acier [16] aux alentours des deux premières résonances d'épaisseur longitudinales afin d'analyser le lien entre les effets de faisceau borné observés et les modes rétropropagatifs. Le calcul des fonctions de transfert est réalisé pour des coefficients de Poisson qui varient de 0 à 0,5. Ils ont observé que l'allure de la fonction de transfert est fortement affectée par la valeur de $\nu$. Prenons deux exemples : $\nu = 0{,}05$ et $\nu = 0{,}49$.

— $\nu = 0{,}05$ : des modes *backward* existent autour des deux premières résonances ($S_1/S_2$ et $A_2/A_3$). La fonction de transfert à proximité des deux premières résonances longitudinales d'épaisseur montre de forts écarts par rapport au modèle OP : présence de minima, de maxima supérieurs à 1 et un décalage de ces maxima par rapport aux fréquences de résonances longitudinales.

— $\nu = 0{,}49$ : aucun modes *backward* n'existe autour des deux premières résonances. Les différences entre les deux modèles sont moins importantes. Pour les deux résonances, seule l'amplitude diffère. Avec le modèle FB-2D, le maximum est toujours localisé au niveau des fréquences de résonances mais l'amplitude est inférieure à 1.

L'ampleur des effets de faisceau borné varie en fonction de la situation. Par exemple, dans le cas d'effets de faisceau borné liés à la génération de modes *backward*, l'impact sur l'allure de la fonction de transfert dépend de la proximité des fréquences de coupure des deux branches de même famille et de parités différentes. Plus ces fréquences sont proches, plus la répulsion entre les modes est forte et plus les effets de faisceau borné sont importants. Le décalage en fréquence de ces maxima et leurs amplitudes augmentent à mesure que les fréquences de coupure s'approchent. Les fréquences de coupure peuvent être suffisamment proches pour générer des modes *backward* mais pas assez pour que l'amplitude soit supérieure à 1. De plus, comme on le verra par la suite,

16. Pour faire varier artificiellement le coefficient de Poisson, ils fixent $c_L$ et font varier $c_T$. Ils conservent ainsi une impédance acoustique longitudinale constante et assez grande devant celle de l'eau.

ces effets dépendent fortement du rapport $a/\lambda$.

On peut noter que, dans les travaux de Aanes *et al.* [6], au niveau des modes $S_1/S_2$, les modes rétropropagatifs sont portés par la branche $S_{-2b}$. C'est également le cas pour la plaque de verre présentée dans la section 2.1.2. Pour l'aluminium, ils sont présents sur la branche $S_{-1b}$. Comme expliqué plus tôt, la position relative des branches $S_1$ et $S_2$ dépend de $\nu$. Leur ordre d'apparition s'inverse autour de $\nu = 1/3$. Si $\nu < 1/3$, la fréquence de coupure de $S_1$ est située en dessous de celle de $S_2$. Si $\nu > 1/3$, c'est l'inverse. Or les modes rétropropagatifs sont toujours portés par la branche située à plus basse fréquence. C'est pourquoi pour $\nu < 1/3$, c'est la branche $S_{-2b}$ qui porte ces modes. C'est le cas pour l'acier ($\nu = 0{,}22$) ou le verre ($\nu = 0{,}30$). Au contraire, l'aluminium a un coefficient de Poisson proche de 0,34, soit supérieur à 1/3. Les modes *backward* sont donc situés sur la branche $S_{-1b}$. Dans tous les cas, le minimum observé est toujours localisé au niveau de la fréquence de coupure qui dépend de $c_T$, soit la résonance d'épaisseur transverse.

Comme spécifié plus tôt, la répulsion entre deux modes conduisant à la présence de modes *backward* peut être plus ou moins forte. Plus les fréquences de coupure sont proches, plus la répulsion est intense. La répulsion maximale se produit lorsque ces fréquences sont confondues. Prada *et al.* [129] expliquent que pour les modes symétriques $S_{2n}/S_{2m+1}$ c'est le cas lorsque :

$$\frac{c_L}{c_T} = \frac{2n}{2m+1}, \tag{2.3.2.2}$$

et pour les modes antisymétriques $A_{2n}/A_{2m+1}$ lorsque :

$$\frac{c_L}{c_T} = \frac{2m+1}{2n}. \tag{2.3.2.3}$$

Considérons le cas d'un matériau caractérisé par un coefficient de Poisson égal à 1/3. Le rapport $c_L/c_T$ est donc égal à 2. L'équation 2.3.2.2 nous donne l'égalité suivante : $n = 2m + 1$. Ainsi, les modes $S_1/S_2$, $S_3/S_6$, $S_5/S_{10}$, etc. ont leurs fréquences de coupure confondues. Dans ce cas, une branche *backward* serait observée pour une résonance sur deux (sur toutes les résonances d'épaisseur longitudinales symétriques) assurant la présence d'un minimum sur la fonction de transfert. Le coefficient de Poisson de l'aluminium est très proche de 1/3 ($\sim 0{,}34$). C'est pourquoi l'aluminium est un matériau pour lequel de forts effets de faisceau borné liés à la génération de modes *backward* sont facilement observables. Pour d'autres matériaux, il existe moins de branches sur lesquelles des modes *backward* sont présents. C'est notamment le cas du verre. Dans la section 2.1.2, les courbes de dispersion calculées jusqu'à la 7$^{\text{ème}}$ résonance révèlent la présence de modes rétropropagatifs limitée aux branches $S_{-2b}$ et $A_{-2b}$. De plus, la

répulsion est moins forte que dans le cas de l'aluminium pour les modes $S_1/S_2$ car les fréquences de coupure sont plus éloignées.

### 2.3.3 Influence de la taille de la source sur la fonction de transfert

La condition couramment employée dans la littérature pour satisfaire l'hypothèse d'onde plane est l'utilisation de transducteurs de grandes dimensions devant la longueur d'onde [4]. Cela revient à dire que les effets de faisceau borné peuvent être considérés négligeables lorsque $a/\lambda \gg 1$. Or, la mesure des fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium au niveau des trois premières résonances a révélé que ce critère n'est pas suffisant. Le modèle OP est satisfait à proximité de la seconde résonance ($a/\lambda = 32$). Aux alentours de la troisième résonance, il ne permet pas de reproduire les résultats expérimentaux malgré un rapport $a/\lambda = 50$ plus important. C'est dû au fait que les effets de faisceau borné varient selon la nature des modes générés. Si des modes rétropropagatifs sont excités, l'influence de la diffraction sur la fonction de transfert est plus forte.

L'objet de cette partie est l'étude de l'influence de la taille des transducteurs sur l'allure de la fonction de transfert de l'aluminium en fonction de l'ordre de la résonance. Les trois premières résonances sont étudiées. $a$ varie de 3 mm à 500 mm ce qui correspond à des rapports $a/\lambda$ compris entre 2 et 335 pour une fréquence égale à 1 MHz.

La figure 2.18a montre la fonction de transfert autour de $f_1^L$ obtenue par le modèle onde plane et par le modèle FB-2D pour deux valeurs extrêmes : $2a = 8$ et 600 mm. Comme attendu, pour la faible dimension ($2a = 8$ mm), une différence forte par rapport au modèle OP est observée. Au contraire, lorsque $2a = 600$ mm, on observe un bon accord entre les deux modèles [17]. Avec un seuil à -30 dB, l'ouverture angulaire est de 55° pour un transducteur de 8 mm alors qu'elle est seulement de 0,6° quand la dimension des capteurs est de 600 mm.

Afin d'analyser plus en détail l'évolution des effets de faisceau borné en fonction du rapport $a/\lambda$ et de la nature des modes guidés générés, une étude paramétrique sur la fonction de transfert en fonction de $a$ et de l'ordre de la résonance est réalisée. Trois grandeurs sont étudiées :

1. La différence quadratique entre les deux modèles (cf. figure 2.18b), définie comme :

$$\varepsilon(a) = \sum_{i=1}^{N} \left(|T(a,f_i)| - |\mathcal{T}(f_i)|\right)^2, \tag{2.3.3.1}$$

17. Des transducteurs de cette dimension ne seraient pas utilisables expérimentalement. On choisit de faire cette étude avec des valeurs non réalistes dans un objectif de compréhension des phénomènes physiques.

où $N$ est le nombre total de points en fréquence. Cette différence quadratique est calculée au voisinage de chacun des trois ordres $n = 1, 2, 3$ ;

2. la localisation du maximum de la fonction de transfert (cf. figure 2.18c) ;
3. la valeur du maximum de la fonction de transfert (cf. figure 2.18d).

L'évolution de ces trois grandeurs en fonction de $a$ est représentée respectivement sur les figures 2.18b, c et d. Les courbes en trait bleu continu font référence à la première résonance. Pour la seconde et la troisième résonance, les données sont affichées respectivement en tirets rouges et pointillés noirs. Les données liées aux deux fonctions de transfert exposées sur la figure 2.18a sont représentées sur chaque graphique avec un rectangle vert pour $2a = 8$ mm et un rectangle bleu pour $2a = 600$ mm.

Comme on pouvait l'attendre suite aux observations faites sur la figure 2.14, la différence quadratique entre les deux modèles est plus importante autour de la première résonance, suivie par la troisième et finalement par la deuxième. Par exemple, avec un transducteur de 8 mm, $\varepsilon$ est environ 40 fois plus grande pour $f_1^L$ que pour $f_2^L$ et 3,7 par rapport à $f_3^L$. On définit une valeur seuil, $\varepsilon = 0{,}002$, en dessous de laquelle le modèle OP sera considéré comme valable [18]. Il est représenté en tirets noirs dans l'encart de la figure 2.18b. Le tableau 2.3 comporte la valeur de la largeur de la source $2a$ à partir de laquelle le seuil est franchi en fonction des résonances. Les rapports $a/\lambda$ ainsi que les ouvertures angulaires à -30 dB associés sont également répertoriés.

| $n$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $2a$ [mm] | 280 | 25 | 100 |
| $\theta_{max}$ [°] | 1,3 | 7,3 | 1,2 |
| $a/\lambda$ | 98 | 18 | 105 |

TABLEAU 2.3 – Dimension minimale des transducteurs pour laquelle le modèle OP est jugé satisfait en fonction de l'ordre de la résonance. Ouverture angulaire et rapport $a/\lambda$ associé.

Le seuil est franchi dans le cas de la seconde résonance d'épaisseur quand les transducteurs ont une dimension supérieure à 25 mm. Pour la première et la troisième résonance, le seuil est franchi respectivement lorsque $2a = 280$ mm et 100 mm. Si l'on compare les rapports $a/\lambda$, on remarque qu'ils sont du même ordre de grandeur pour les résonances d'ordre 1 et 3. Pour la seconde résonance, le modèle onde plane est satisfait pour une valeur environ 5 fois plus faible. Pour rappel, des modes *backward* sont excités à proximité de $f_1^L$ et $f_3^L$ alors qu'ils ne le sont pas aux alentours de $f_2^L$. Dans le cas d'une plaque d'aluminium, le rapport $a/\lambda$ doit donc être environ 5 fois plus élevé en

18. Ce critère est choisi de manière relativement arbitraire. Il correspond à un accord entre les deux modèles jugé satisfaisant. Cependant, la valeur du seuil fixée n'a pas grande importance, l'objectif étant de comparer de manière relative la différence entre les modèles FB-2D et OP au voisinage des différentes résonances.

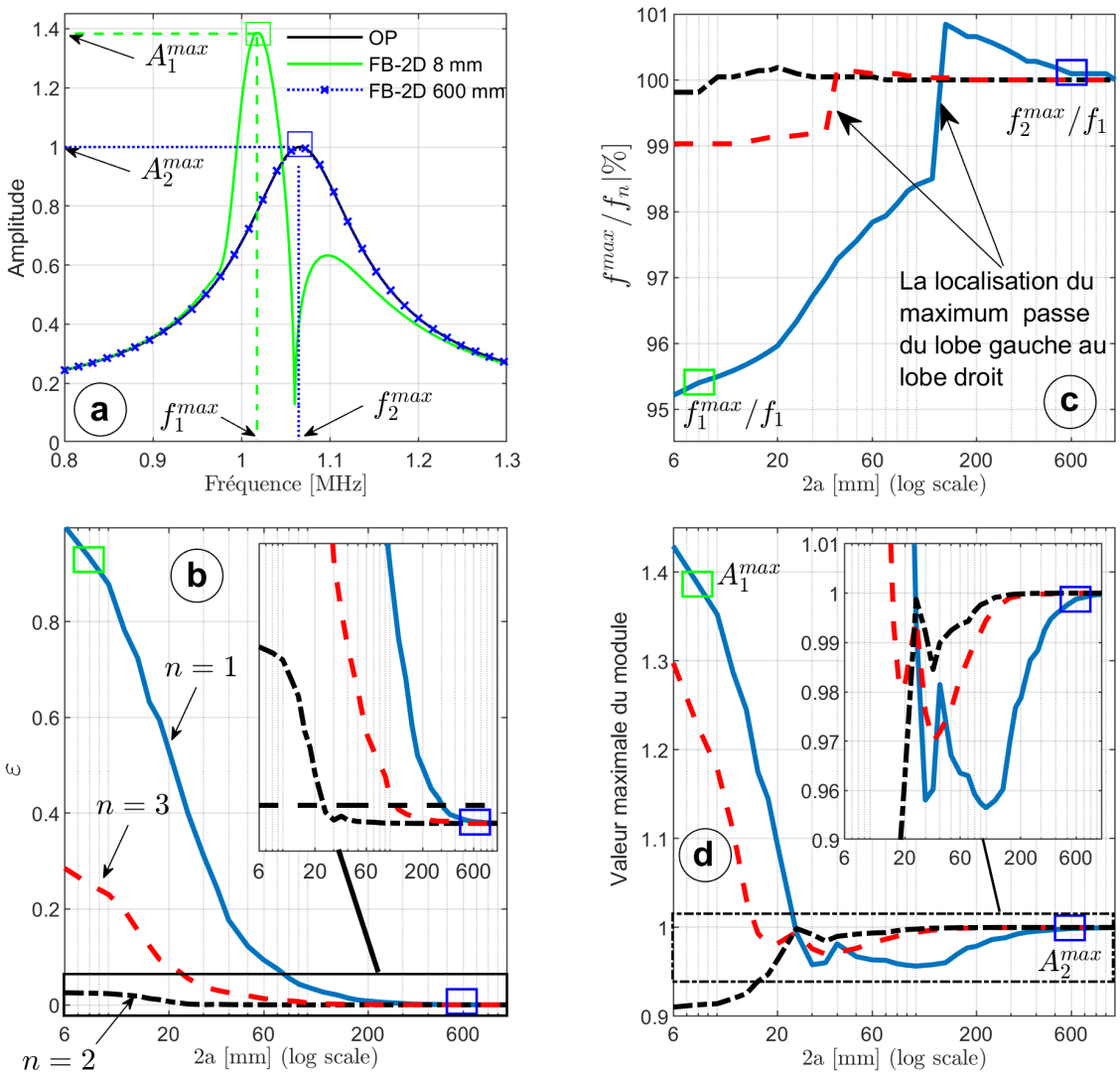



FIGURE 2.18 – (a) Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium autour de $f_1^L$ calculées par le modèle FB-2D avec une paire de transducteur de 8 mm (trait vert) et 600 mm (croix bleue) et par le modèle OP (trait noir) ; (b,c,d) Influence de la taille des transducteurs sur les fonctions de transfert de l'aluminium autour de la première (resp. seconde ; troisième) résonance (traits bleu, resp. noir ; rouge) ; (b) Différence quadratique entre les modèles OP et FB ; (c) Rapport entre la position du maximum $f_{max}$ et la première (resp. seconde ; troisième) résonance d'épaisseur $f_1^L$ (resp. $f_2^L$ ; $f_3^L$) en pourcentage ; (d) amplitude maximale du module de la fonction de transfert.

présence de modes *backward* pour satisfaire l'hypothèse d'onde plane.

Intéressons-nous à présent à la localisation des maxima en fonction de $a$. Dans le modèle OP, les maxima de la fonction de transfert sont situés au niveau des résonances d'épaisseur (cf. section 2.1.3). La figure 2.18c met en évidence que la position du maximum n'est pas toujours confondue avec la position des fréquences de résonance. La localisation des maxima dépend de $a/\lambda$ et de la résonance considérée. La différence entre la position des maxima $f_{max}$ et des $f_n^L$ est maximale lorsque $a$ est minimale ($2a = 6$ mm). Le décalage fréquentiel maximal entre $f_n^L$ et $f_{max}$ pour $n = 1$, 2, 3 est

alors de 5 %, 0,2 % et 1 %.

Si l'on souhaite caractériser une plaque par mesure des fréquences de résonance, le décalage de la position des maxima par rapport aux résonances d'épaisseur peut induire une erreur de mesure. En effet, d'après les relations 1.3.1.8 et 2.1.4.1, on a :

$$C_{11} = 4\rho\left(\frac{e f_n^L}{n}\right)^2. \tag{2.3.3.2}$$

Pour $2a = 6$ mm, si l'on suppose que la fréquence $f_{max}$ est localisée au niveau des fréquences de résonance, l'évaluation du module $C_{11}$ par la mesure de $f_{max}$ entrainerait une erreur relative proche de 10 %, 0,4 % et 2 % pour les trois premières résonances. On peut considérer que l'erreur induite au niveau de la deuxième résonance est négligeable tout comme pour la troisième résonance où l'erreur maximale est de 2 % mais devient inférieure à 0,5 % pour des transducteurs de dimension $2a > 50$ mm. Au contraire, le décalage fréquentiel aux alentours de la première résonance entraîne une erreur sur l'évaluation du $C_{11}$ non négligeable.

Le dernier paramètre étudié est la valeur du maximum. Comme on peut le voir sur la figure 2.18a, la fonction de transfert possède un maximum de 1,38, largement supérieur à 1, (*i.e.* valeur maximale admise par les coefficients de transmission). Cela peut également être observé sur la figure 2.18d qui montre l'évolution de l'amplitude maximale de la fonction de transfert en fonction de $a$. Pour les résonances d'ordre 1 et 3, si les transducteurs sont suffisamment petits, l'amplitude peut dépasser 1. Concernant la deuxième résonance, on observe au contraire que pour des valeurs de $a$ faibles, l'amplitude maximale est inférieure à 1 (entre 0,9 et 1 pour $2a \in [6; 25]$ mm).

Les observations faites sur les différents graphiques de la figure 2.18 sont en accord avec les travaux de Aanes *et al.* [6] et les commentaires du paragraphe précédent. Lorsque des modes *backward* sont générés, les effets de faisceau borné sont (i) décalage des maxima vers les basses fréquences (ii) une amplitude de ces maxima éventuellement supérieure à 1 et (iii) présence de minima situés au niveau de la fréquence de coupure transverse. Quand les modes sont propagatifs, la position des maxima est, à quelques dixième de pourcent près, confondue avec les fréquences de résonances longitudinales. Le seul effet important est une diminution de l'amplitude des maxima.

L'étude paramétrique réalisée dans cette section a mis en évidence l'influence de $a/\lambda$ sur les effets de faisceau borné. Ces effets, qu'ils soient dus à la génération de modes *backward* ou *forward* sont d'autant plus forts que le rapport $a/\lambda$ est faible. Cependant, à rapport $a/\lambda$ constant, les effets de faisceau borné sont plus importants lorsque les modes générés sont rétropropagatifs. Les effets de faisceau borné ne dépendent donc pas seulement des composantes angulaires comprises dans le champ émis par la source mais

également de la nature des modes de Lamb fuyants excités. Ainsi, pour un transducteur de 25 mm de large, la transmission d'un faisceau ultrasonore est bien simulée par le modèle OP aux alentours de la deuxième résonance. Au contraire, pour des transducteurs de cette dimension, la réponse ultrasonore d'une plaque d'aluminium autour de ses première et troisième résonances est loin d'être correctement décrite par le modèle onde plane.

La validité du modèle onde plane en incidence normale dépend de deux facteurs :

1. l'ouverture angulaire des transducteurs qui dépend du rapport $a/\lambda$ ;
2. la nature *forward* ou *backward* des ondes de Lamb fuyantes excitées dans la plaque. Cela dépend des propriétés de la plaque, notamment du coefficient de Poisson et de l'épaisseur.

Une observation importante qui n'a pas été évoquée jusqu'à présent est la dépendance de la fonction de transfert au module de cisaillement quand des modes *backward* sont générés lorsque le faisceau borné rencontre la plaque en incidence normale. En effet, la présence d'un minimum localisé au niveau d'une fréquence de résonance transverse est synonyme d'une sensibilité à la vitesse des ondes transverses et donc au module de cisaillement. Cette observation rend envisageable l'évaluation des deux modules élastiques d'une plaque par mesure d'une seule fonction de transfert en incidence normale.

## 2.4 Modèle 2D axisymétrique

Dans la section précédente, un modèle en deux dimensions a été retenu. Celui-ci est adapté à la simulation de la transmission d'un faisceau ultrasonore généré et capté par des transducteurs rectangulaires où l'une des deux dimensions est significativement plus grande que la seconde. Le recours à un modèle Faisceau Borné 2D axisymétrique (FB-2Da) permettrait l'utilisation de transducteurs circulaires plus couramment utilisés. Du fait de leurs plus petites dimensions, cela permettrait de tendre vers une évaluation plus locale.

Cette section a pour objectif de présenter le modèle FB-2Da, son implémentation numérique ainsi que sa validation par comparaison avec des résultats expérimentaux. La sensibilité de la fonction de transfert aux différents paramètres du modèle (hors propriétés des plaques) est étudiée. Enfin, l'influence de la viscoélasticité sur l'allure de la fonction de transfert est analysée.

### 2.4.1 Expression de la fonction de transfert dans le cas 2D-axisymétrique

Plusieurs auteurs ont développé des modèles 2D axisymétriques [6, 138–140]. Le principe est similaire au modèle développé en 2D et présenté dans la section 2.2.5.

Le modèle utilisé dans ces travaux a été introduit par Johnson et Devaney [138] et utilisé par Orofino et Pedersen [139]. La surface active des transducteurs circulaires est contenue dans le plan $P_{23}$ (cf. figure 2.13). De plus on considère que la plaque est isotrope dans ce même plan, et que ses faces sont contenues dans des plans parallèles à celui de la source (*i.e.* « incidence normale »). Il existe donc une symétrie de rotation suivant l'axe $(0,\mathbf{e_1})$.

Le spectre angulaire de la distribution de la vitesse normale à la surface de l'émetteur est :

$$\widetilde{V}_n(k_2,k_3) = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} v_n(x_2,x_3)\,\mathrm{e}^{j(k_2x_2+k_3x_3)}\,\mathrm{d}x_2\mathrm{d}x_3, \tag{2.4.1.1}$$

et si on utilise les coordonnées polaires

$$\begin{cases} x_2 = r\cos\gamma \\ x_3 = r\sin\gamma \end{cases} \qquad \begin{cases} k_2 = k_r\cos\varphi \\ k_3 = k_r\sin\varphi \end{cases},$$

où $k_r$ est la composante du vecteur d'onde $\mathbf{k}$ projetée dans le plan d'émission $P_{23}$. L'expression 2.4.1.1 devient :

$$\widetilde{V}_n(k_r,\varphi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi} v_n(r,\gamma)\,\mathrm{e}^{-jk_r r\cos(\gamma-\varphi)}\,r\mathrm{d}r\mathrm{d}\gamma. \tag{2.4.1.2}$$

Or, du fait de l'axisymétrie du problème, le calcul de $\widetilde{V}_n(k_r,\varphi)$ est le même quel que soit $\varphi$. Si l'on choisit $\varphi = 0$ et connaissant l'expression de la fonction de Bessel d'ordre 0 de première espèce :

$$J_0(x) = J_0(-x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{jx\cos\phi}\,\mathrm{d}\phi, \tag{2.4.1.3}$$

l'équation 2.4.1.4 peut alors s'écrire sous la forme d'une transformée de Hankel d'ordre 0 :

$$\widetilde{V}_n(k_r) = \int_0^{+\infty} v_n(r)J_0(k_r r)r\mathrm{d}r. \tag{2.4.1.4}$$

La transformée de Fourier 2D est, dans le cas axisymétrique, équivalente à la transformée de Hankel d'ordre 0. Si l'on considère une distribution de la vitesse normale constante sur toute la surface émettrice (mode « piston »)

$$v_n(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r > a, \\ 1 & \text{si } r \leq a, \end{cases} \tag{2.4.1.5}$$

l'expression 2.4.1.1 a alors pour solution analytique :

$$\widetilde{V}_n(k_r) = \pi a^2\frac{J_1(k_r a)}{k_r a}, \tag{2.4.1.6}$$

et peut également être exprimée en fonction de $\theta$ à partir de la relation $k_r = k\sin\theta$ où,

comme dans le cas 2D (cf. section 2.2.4), $\theta$ définit la direction de propagation d'une onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ par rapport à la normale à la surface de l'émetteur $\mathbf{e_1}$. L'expression 2.4.1.6 est appelée spectre angulaire du champ émis (en vitesse normale). C'est, en d'autres termes, une décomposition en ondes planes du champ monochromatique rayonné par un transducteur à surface circulaire pour lequel l'hypothèse de distribution de vitesse normale uniforme a été faite. Comme dans le cas 2D, le calcul du spectre angulaire est la première étape dans le calcul de la fonction de transfert. Ensuite, pour chaque onde plane, il y a (1) propagation depuis l'émetteur jusqu'à la plaque ; (2) transmission à travers la plaque supposée parallèle à la surface du transducteur (calcul du coefficient de transmission associé) ; (3) propagation jusqu'au récepteur. Enfin, la contribution de l'ensemble des ondes planes est intégrée pour obtenir la réponse du récepteur. Pour obtenir la fonction de transfert il reste à diviser par le signal de référence. L'expression déduite des travaux de Johnson et Devaney [138] et de Orofino et Pedersen [139] [19] de la fonction de transfert est :

$$T_{FB}(f) = \frac{\displaystyle\int_0^{\pi/2} T_{OP}(\theta,f) J_1^2(ka\sin\theta)\frac{\cos^2(\theta)}{\sin(\theta)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k(d_1+d_2)\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta}{\displaystyle\int_0^{\pi/2} J_1^2(ka\sin\theta)\frac{\cos^2(\theta)}{\sin(\theta)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k(d_1+d_2+e)\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta}. \tag{2.4.1.7}$$

La fonction de transfert est ici exprimée en fonction de $\theta$ et non de $k_r$. Notons que l'intégration est faite de 0 à $\pi/2$. Cela signifie que seules les composantes propagatives du spectre angulaire sont retenues : $\theta \in [0;\pi/2] \Leftrightarrow k_r \in [0;k]$. En toute rigueur, toutes les composantes du spectre angulaire (cf. équation 2.4.1.6) devraient être prises en compte. Cependant, pour $k_r > k$, les composantes sont évanescentes et leurs contributions peuvent être négligées.

Si l'on répète l'opération pour chacune des fréquences comprises dans le champ ultrasonore émis, on obtient alors la réponse spectrale de l'ensemble émetteur - eau - plaque - eau - récepteur.

### 2.4.2 Calcul numérique de la fonction de transfert

L'équation 2.4.1.7 est l'expression analytique de la fonction de transfert. La résolution numérique de cette division d'intégrales revient à :

$$T(f) \simeq \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N_\theta} \mathcal{T}(\theta_i,f) J_1^2(ka\sin\theta_i)\frac{\cos^2(\theta_i)}{\sin(\theta_i)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k(d_1+d_2)\cos\theta_i}\,\Delta\theta_i}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N_\theta} J_1^2(ka\sin\theta_i)\frac{\cos^2(\theta_i)}{\sin(\theta_i)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k(d_1+d_2+e)\cos\theta_i}\,\Delta\theta_i}, \tag{2.4.2.1}$$

19. Dans leurs travaux, c'est l'expression du signal réfléchi qui est fournie qui se limite au numérateur où $\mathcal{T}$ est remplacé par $\mathcal{R}$. Plus de détails concernant l'obtention de cette expression sont fournis dans leurs articles. L'obtention de la fonction de transfert en transmission s'effectue en remplaçant $\mathcal{R}$ par $\mathcal{T}$ et en normalisant par le signal transmis en l'absence de plaque.

où $\theta_1 = 0°$ et $\theta_{N_\theta} = \theta_{max}$ et le nombre de points $N_\theta$ est défini tel que $(N_\theta - 1)\Delta\theta = \theta_{max}$. Le degré d'exactitude des intégrations numériques dépend de deux paramètres : $\theta_{max}$ et $N_\theta$. Le premier correspond à l'angle à partir duquel on considère des composantes angulaires négligeables. Pour rappel, la contribution des différentes composantes du champ incident est exprimée par le spectre angulaire (cf. section 2.2.4). Il semble donc justifié de déterminer $\theta_{max}$ à partir d'un seuil défini directement sur le spectre angulaire. Pour Orofino et Pedersen [154], ce seuil est défini comme le 4ème zéro de la fonction de Bessel $J_1$. Dans ce cas, plus la fréquence est élevée plus $\theta_{max}$ est faible (cf. section 2.2.1). On peut également fixer $\theta_{max}$ à $\pi/2$ comme dans l'équation 2.4.1.7 si l'on veut prendre en compte toutes les composantes propagatives du spectre angulaire. Ainsi, on est sûr de considérer toutes les composantes non négligeables du champ émis, au prix d'un coût numérique plus élevé.

Le second paramètre est le nombre de point. Une fois $\theta_{max}$ fixé, il définit la résolution angulaire : $\Delta\theta = \theta_{max}/(N_\theta - 1)$. Afin de limiter l'erreur commise sur le calcul de la fonction de transfert du fait de la résolution numérique des intégrales, la résolution angulaire doit être suffisamment faible. Si $N_\theta \to +\infty \Rightarrow \Delta\theta = \mathrm{d}\theta$, on obtient l'expression exacte de la fonction de transfert (Eq 2.4.1.7).

Ce modèle numérique est amené à servir dans le problème inverse qui fera l'objet des chapitres 3 et 4. Le temps de calcul de la fonction de transfert doit être le plus faible possible pour limiter au maximum la durée de résolution du problème inverse. Cette durée dépend de l'outil de calcul et du nombre de points en fréquence et en angle. Une étude de sensibilité de la fonction de transfert à la discrétisation angulaire, définie par le couple $\{\theta_{max}, N_\theta\}$, est entreprise dans cette section. L'objectif est d'identifier le couple qui permet de calculer de manière fidèle la fonction de transfert tout en limitant le nombre de points angulaires.

Prenons l'exemple d'une plaque d'aluminium [20] d'une épaisseur de 2,045 mm, placée à une distance de 200 mm de l'émetteur et du récepteur. Le diamètre des transducteurs est de 19 mm. La plage de fréquences est comprise entre 0,5 et 2,5 MHz. Le pas de fréquence est de 2 kHz pour un nombre total de points égal à 1001. Le module des coefficients de transmission pour ces fréquences est représenté sur la figure 2.19. L'angle maximal est de 45° car au-delà, il n'y a plus de transmission. Les courbes de dispersion des modes de Lamb sont également représentées (cas d'une plaque d'aluminium dans le vide).

Les deux courbes en trait plein noir et trait pointillé rouge représentent deux exemples d'évolution de $\theta_{max}$ pour deux seuils différents. Le premier, en trait poin-

20. Ses propriétés sont : $C_{11} = 111{,}05$ GPa, $C_{66} = 27{,}22$ GPa et $\rho = 2{,}774\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$.

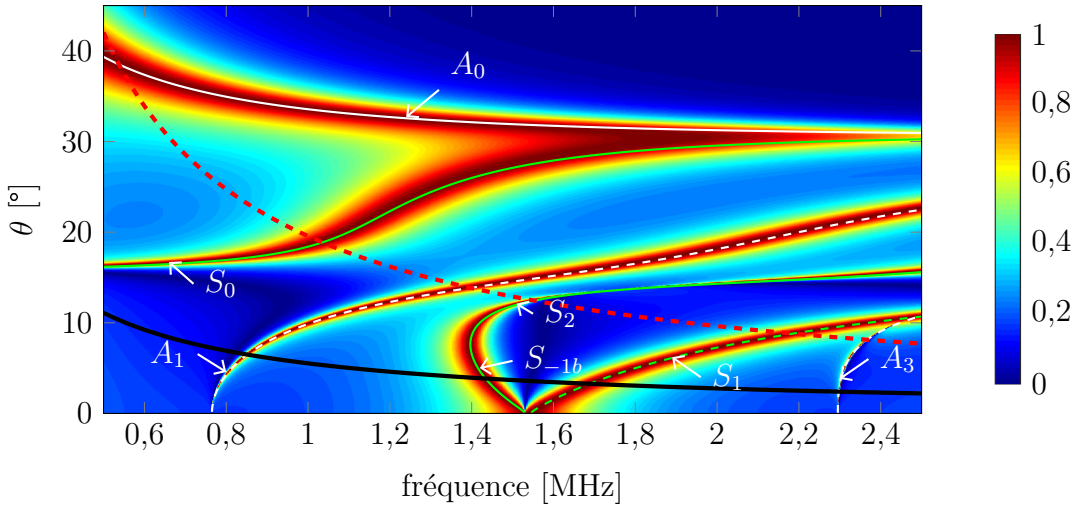



FIGURE 2.19 – Module du coefficient de transmission d'une plaque d'aluminium et courbes de dispersion des modes de Lamb (branches symétriques en vert et antisymétriques en blanc ; modes pairs en traits pleins et impairs en traits pointillés). Les deux courbes superposées représentent deux exemples d'évolution de $\theta_{max}$ pour deux seuils différents : 4ème zéro de la fonction de Bessel (- - -) et 1er zéro de la fonction de Bessel (——).

tillé rouge, est défini comme le 4ème zéro de la fonction de Bessel $J_1$. Le second seuil est quant à lui défini comme le premier zéro de $J_1$ (trait plein noir). D'autres critères pourraient être utilisés. Il s'agit ici de mettre en évidence que l'angle maximal varie fortement selon le seuil choisi. Or, $\theta_{max}$ définit la limite en dessous de laquelle il est nécessaire de calculer les coefficients de transmission (terme le plus coûteux dans le calcul de la fonction de transfert). Nous allons voir, dans l'étude qui suit, quel est l'angle maximal à considérer pour le calcul de la fonction de transfert de la plaque d'aluminium.

Une comparaison entre les modules de fonctions de transfert calculés pour différents couples $\{\theta_{max},N_\theta\}$ et une fonction de transfert de référence est réalisée. La fonction de référence est considérée exacte car elle est calculée avec un nombre de points très élevé ($N_\theta = 2^{14}$) jusqu'à $\theta_{max} = 45°$. La figure 2.20 représente la différence quadratique sommée sur les fréquences entre la référence $T^{Ref}$ et les fonctions de transfert calculées pour différentes valeurs de $N_\theta$ et $\theta_{max}$

$$\varepsilon(N_\theta,\theta_{max}) = \sum_i \left[T^{Ref}(f_i) - T(f_i,N_\theta,\theta_{max})\right]^2. \tag{2.4.2.2}$$

On distingue trois zones distinctes. Elles sont numérotées et séparées par des tirets noirs :

**(1)** : $\theta_{max} < 3{,}8°$ où, $\forall\, N_\theta$, la différence quadratique est très élevée ;

**(2)** : les couples $\{\theta_{max},N_\theta\}$ tels que la différence quadratique est, comme dans la zone (1), très élevée ;

**(3)** : les couples $\{\theta_{max},N_\theta\}$ tels que la différence par rapport à la fonction de trans-

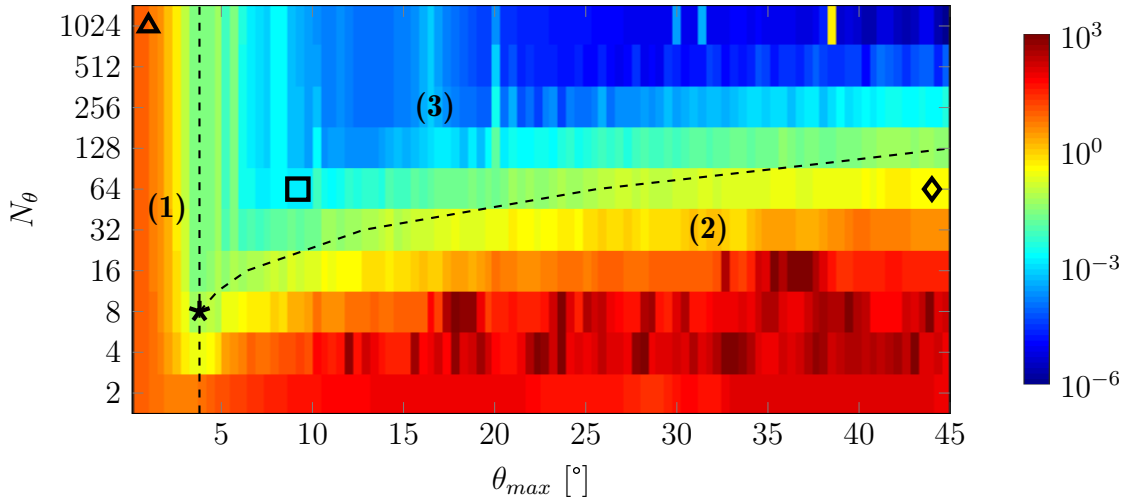



FIGURE 2.20 – Différence quadratique $\varepsilon$ (cf. équation 2.4.2.2) en fonction de $\theta_{max}$ et de $N_\theta$. Les symboles sont placés pour les valeurs qui ont servi à calculer les fonctions de transfert représentées sur la figure 2.21.

fert de référence est suffisamment faible.

Différents symboles sont affichés sur la figure 2.20. Ils sont situés pour des couples $\{\theta_{max},N_\theta\}$ avec lesquels les fonctions de transfert représentées sur la figure 2.21 ont été calculées. Chaque courbe est comparée avec la fonction de transfert de référence (en trait bleu continu). Elle est caractérisée par de forts effets de faisceau borné aux alentours de 1,5 MHz car des modes *backward* interviennent (modes $S_1/S_2$). Des effets moins importants au niveau des fréquences de coupure des branches $A_1$ et $A_3$ existent (*i.e.* fréquences de résonances transversales $f_1^T = 0{,}77$ MHz et $f_3^T = 2{,}30$ MHz). Ils sont similaires au comportement des coefficients de transmission pour de faibles angles d'incidence à proximité de résonances transversales (cf. section 2.1.4).

La figure 2.21 permet d'observer concrètement ce qu'exprime la figure 2.20 à travers quelques exemples. Selon la zone dans laquelle se situe le couple $\{\theta_{max},N_\theta\}$, l'allure de la fonction de transfert de référence varie grandement :

— Zone 1 / graphique (a) : la différence d'allure par rapport à la fonction de référence est très nette. Les minima sont bien localisés au niveau des résonances transversales et la courbe ne présente pas d'oscillations parasites. Cependant, il existe un fort désaccord quant à l'amplitude de la fonction de transfert. Cela est dû à un angle maximal trop faible ;

— Zone 2 / graphique (b) : l'allure générale est bonne mais on observe la présence de fortes oscillations. Cela est le signe que l'angle maximal est suffisant mais que le nombre de points n'est pas assez important ;

— Intersection des trois zones / graphique (c) : la fonction de transfert est relativement bien modélisée. Cependant, il existe de légères différences au niveau de l'amplitude des deux lobes et de fortes oscillations apparaissent au niveau du

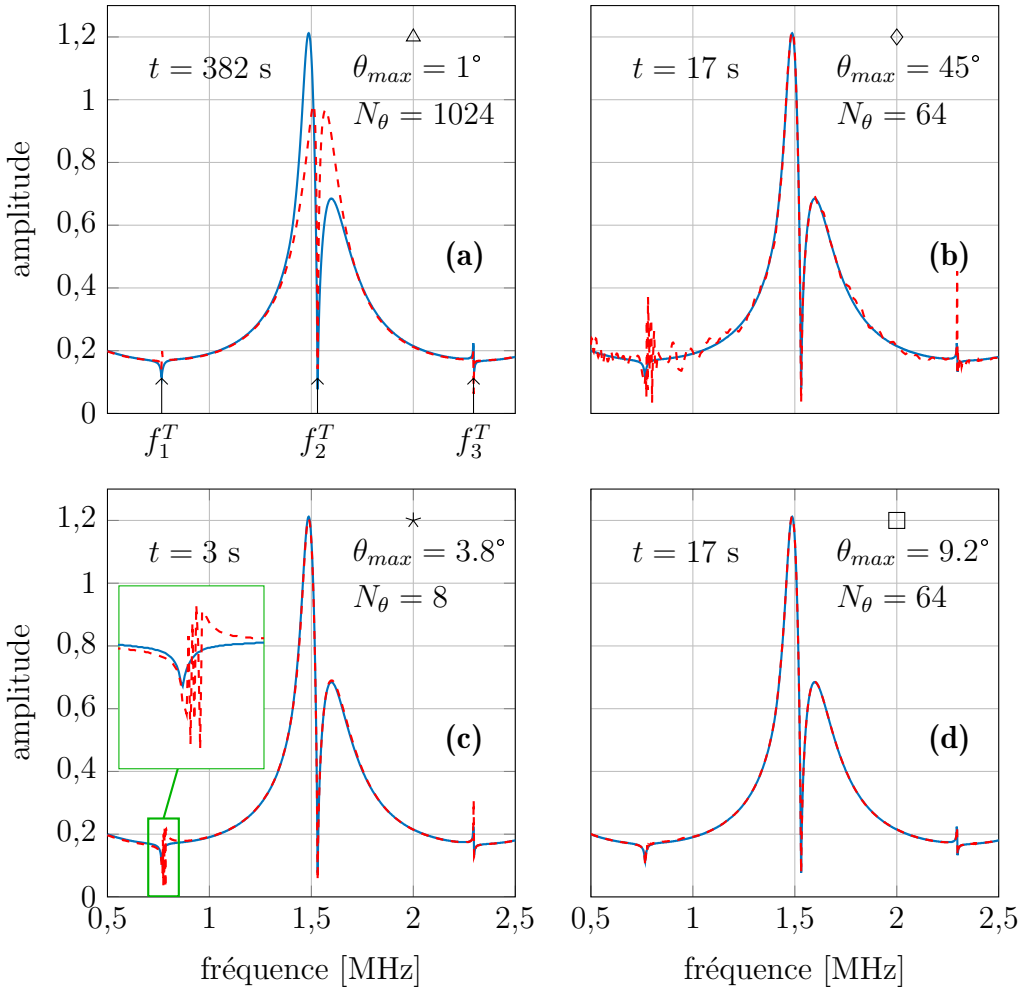



FIGURE 2.21 – Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium pour différents couples $\{\theta_{max}, N_\theta\}$ (- - -) superposées à la fonction de transfert de référence (——). La durée de calcul notée $t$ est indiquée.

premier minimum ;

— Zone 3 / graphique (d) : une superposition très satisfaisante entre les deux courbes est observée ;

Afin de modéliser fidèlement la fonction de transfert, deux conditions doivent être satisfaites : il faut retenir un angle $\theta_{max}$ suffisamment grand et un pas angulaire $\Delta\theta$ suffisamment faible. Notons $\Delta\theta^M$ le pas angulaire minimal à partir duquel l'erreur numérique due à la discrétisation peut être considérée négligeable. Il faut alors respecter la condition suivante : $\theta_{max}/N_\theta < \Delta\theta^M$. Plus $\theta_{max}$ est élevé, plus le nombre de points doit être important afin de garder un pas angulaire suffisamment faible.

Pour conclure, un angle maximal de 9,2° est suffisant pour reproduire de manière assez fidèle la fonction de transfert pour la taille de transducteur considérée. Cet angle correspond à peu près au premier zéro de la fonction de Bessel de premier ordre (trait noir sur la figure 2.19). Le nombre de points angulaire retenu est 64. On peut opter pour un $\theta_{max}$ plus grand afin de diminuer l'erreur commise. Cependant le gain en précision est minime et cela nécessite de retenir un nombre de points très important pour

garder une résolution angulaire adaptée. Or, cela augmente considérablement le temps de calcul. Pour donner un ordre de grandeur, la fonction de transfert de référence a été obtenue avec $2^{14}$ points angulaires. La durée du calcul est d'environ 1 heure et 12 minutes. Pour la fonction de transfert représentée sur la figure 2.21d avec un nombre de points en angle de $2^6$, le calcul est 256 fois plus rapide, soit environ 17 secondes.

Cette étude a été réalisée dans le cas particulier d'une plaque d'aluminium entre 0,5 et 2,5 MHz. Même si elle a permis de mettre en évidence l'importance du choix du couple $\{\theta_{max},N_\theta\}$, il n'est pas possible d'en déduire une règle générale pour déterminer le couple $\{\theta_{max},N_\theta\}$ optimal dans n'importe quelle situation. En effet, selon les fréquences et selon le matériau, le seuil défini au premier 0 de $J_1$ n'est pas forcément suffisant. Si l'on veut limiter l'erreur commise quelle que soit la situation, il est conseillé de retenir le critère de Orofino et Pedersen [154] (le seuil est défini comme le 4ème zéro de la fonction de Bessel $J_1$). Si l'on souhaite limiter le temps de résolution du problème inverse, il est nécessaire de déterminer au cas par cas le couple $\{\theta_{max},N_\theta\}$ optimal.

### 2.4.3 Validation expérimentale du modèle

Afin de valider le modèle FB-2Da présenté dans la section précédente, une comparaison avec une mesure de la fonction de transfert d'une plaque de verre aux propriétés connues [21] est réalisée. Le dispositif expérimental est équivalent à celui présenté dans la section 2.3.1.a à l'exception de l'appareil d'acquisition. Un TiePie Handyscope HS5 a été utilisé. Le nombre maximal de points d'acquisition est de 100 000 alors qu'il est de 4001 avec l'oscilloscope LeCroy 9410 utilisé pour les mesures présentées dans la section 2.3.1.b. La fréquence d'échantillonnage est de 200 MHz pour une résolution temporelle de 5 ns. Cela permet une durée d'acquisition des signaux de 500 µs. Ainsi, la résolution fréquentielle est de 2 kHz. La résolution verticale du TiePie Handyscope HS5 est de 14 bit. Celle de l'oscilloscope LeCroy 9410 est de 8 bit. Cela permet de discrétiser plus finement les signaux en amplitude. Ainsi, une portion de signal de très faible amplitude par rapport à l'amplitude maximale peut être convenablement mesurée. Ceci est important car, comme vu précédemment, la transmission de plaques peut engendrer des phénomènes provenant de la propagation directe, des échos internes, des résonances épaisseur, de la génération de modes de Lamb fuyants, et tous n'ont pas forcément la même amplitude. L'acquisition expérimentale de l'ensemble de ces phénomènes est donc indispensable pour que la fonction de transfert mesurée soit représentative de celle qui est simulée. Les transducteurs utilisés ont un rayon de 9,5 mm et une fréquence centrale de 2,25 MHz (cf. tableau 2.2). Les signaux sont moyennés 256 fois. Les distances émetteur/plaque ($d_1$) et plaque/récepteur ($d_2$) sont de 200 mm.

21. Ses propriétés sont estimées à : $C_{11} = 85$ GPa, $C_{66} = 30$ GPa, $\rho = 2{,}51\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$ et $e = 7{,}97$ mm.

Le signal d'excitation est un train d'ondes d'environ 3 périodes centré à 2,25 MHz. Le signal de référence est exposé sur la figure 2.22a et son spectre associé est représenté sur la figure 2.23 (croix bleues). On peut voir que le signal est centré à environ 2 MHz et que sa bande passante à -6 dB est comprise entre 1,3 et 2,6 MHz. Le signal transmis à travers la plaque de verre et son spectre sont également tracés respectivement sur les figures 2.22b et 2.23.

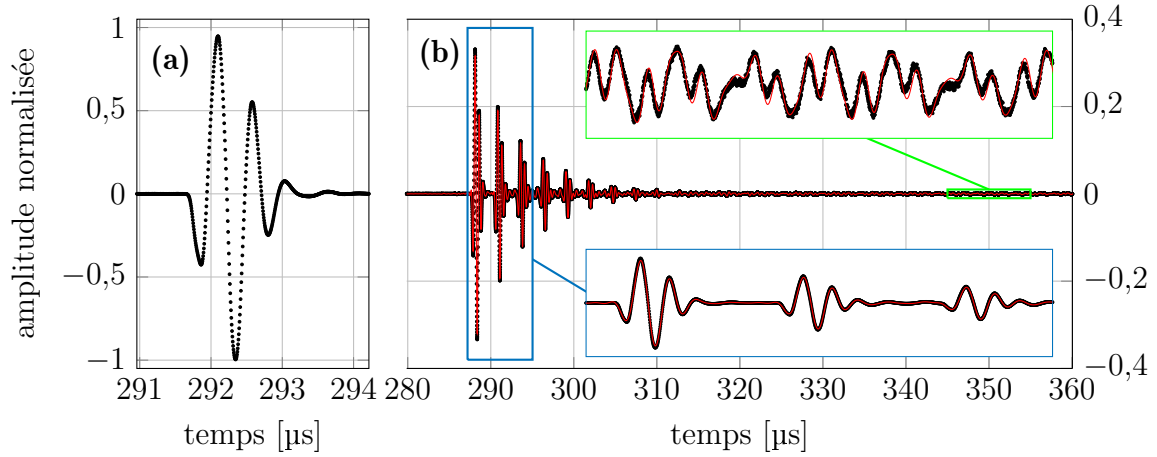



FIGURE 2.22 – Signaux ultrasonores utilisés pour le calcul de la fonction de transfert : (a) signal de référence et (b) signal transmis à travers la plaque de verre mesuré (·) et calculé (——).

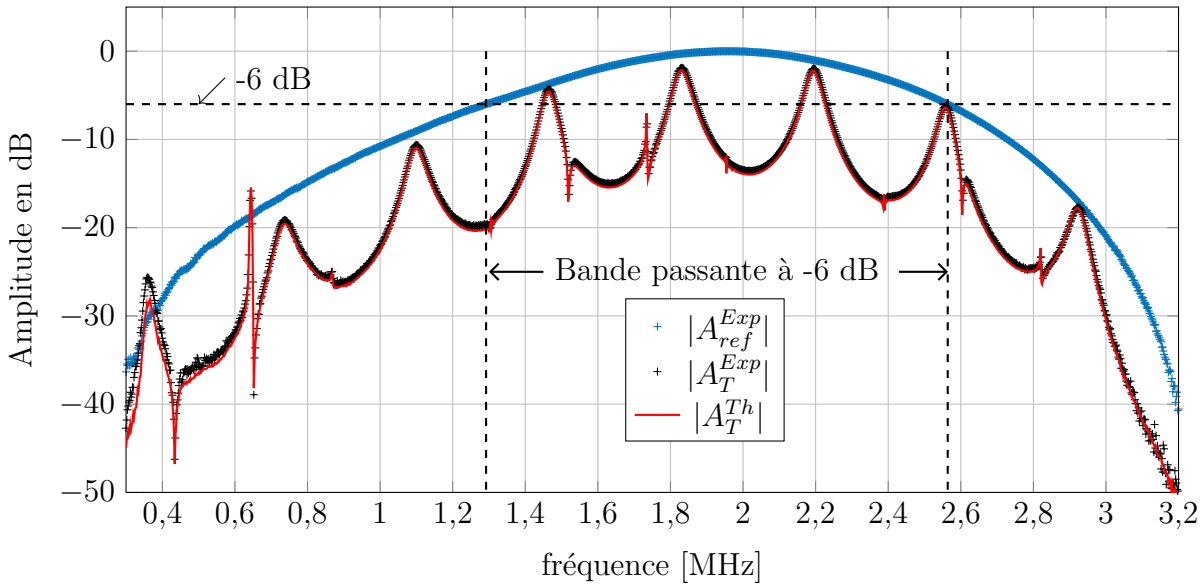



FIGURE 2.23 – Spectres du signal de référence mesuré $|A_{ref}^{Exp}|$ et du signal transmis à travers la plaque de verre (mesuré $|A_T^{Exp}|$ et calculé avec le modèle FB-2Da $|A_T^{Th}|$) en décibel.

La plaque est suffisamment épaisse pour que les différents échos soient séparés. Ces échos sont visibles sur le signal transmis. L'amplitude des deux signaux est normalisée par l'amplitude maximale du signal de référence. Le rapport signal sur bruit après moyennage est très bon. Un zoom du signal est réalisé autour de 350 µs (rectangle vert) et on peut voir que malgré une amplitude de 2 ‰ par rapport à l'amplitude maximale

du signal de référence, le signal est clairement identifiable grâce à la résolution de 14 bits mentionnée précédemment.

La fonction de transfert est représentée sur la figure 2.24. Afin d'identifier les résonances qui entrent en jeu, les ordres des résonances longitudinales $n$ et transversales $m$ sont utilisés en abscisse.

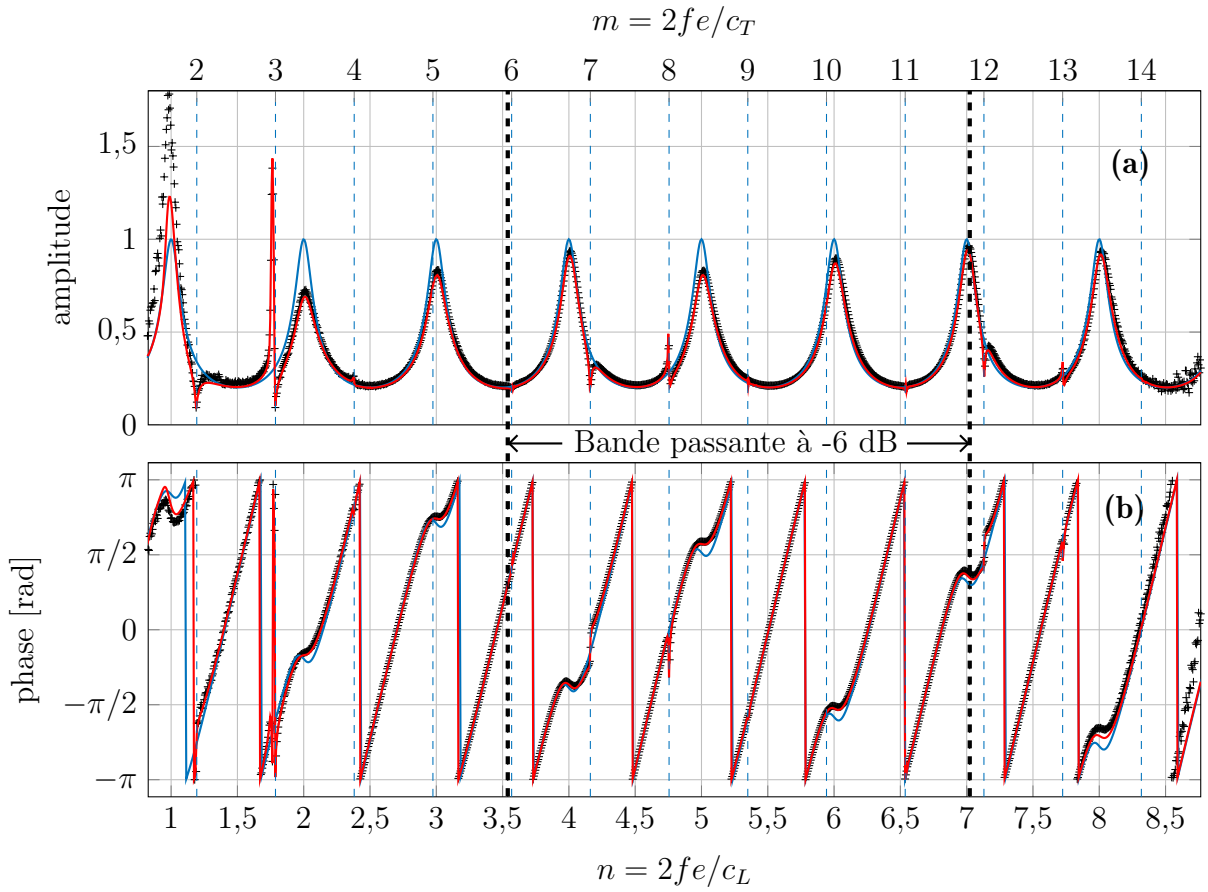



FIGURE 2.24 – Fonctions de transfert d'une plaque de verre mesurée (+), calculées avec le modèle FB-2Da (——) et avec le modèle OP (——) : (a) Module et (b) Phase.

Par comparaison avec la fonction de transfert calculée avec le modèle OP, on peut observer différents effets de faisceau borné. Certains sont liés à la présence de modes *backward* (cf. section 2.3.2.a). Comme il a été vu dans la section 2.1.2, dans le cas d'une plaque de verre, des modes rétropropagatifs sont portés par les branches $S_{-2b}$ et $A_{-2b}$, soit autour des deux premières résonances $f_1^L$ et $f_2^L$. On observe bien des effets de faisceau borné caractéristiques de la génération de tels modes au niveau de ces fréquences. En effet, la fonction de transfert prend des valeurs supérieures à 1 à proximité des deux premières résonances $f_1^L$ et $f_2^L$ (cf. figure 2.24). Un léger décalage du premier maximum par rapport à $f_1^L$ est également observé.

D'autres écarts par rapport au modèle OP en incidence normale sont observés. Excepté autour de $n = 1$ et $n = 2$, l'amplitude au niveau des maxima est inférieure à 1 car les résonances ont lieu pour des fréquences de coupure de branches *forward*. De plus, on observe de brusques fluctuations sur le module et sur la phase de la fonction de trans-

fert au niveau de résonances d'épaisseur transverses (cf. équation 2.1.4.1). La position des fréquences de résonances transversales est repérée par des traits bleus verticaux. Ce phénomène est similaire à celui déjà constaté sur les coefficients de transmission en onde plane pour de faibles angles d'incidence (cf. section 2.1.3). Cela se traduit par des pics sur le module (maxima ou minima) et des sauts de phase. Par exemple, pour $m = 7$, un saut de phase est constaté alors qu'on observe un minimum sur le module.

Les résultats expérimentaux sont comparés au calcul en FB-2Da. Les résultats numériques sont tracés en rouge. Que l'on s'intéresse aux signaux temporels (cf. figure 2.22b), au spectre du signal transmis [22] (cf. figure 2.23) ou à la fonction de transfert (cf. figure 2.24), la comparaison entre les résultats théoriques et les mesures révèle, dans l'ensemble, un accord très satisfaisant. Dans le domaine fréquentiel (cf. figure 2.23 et figure 2.24), un très bon accord est observé entre la mesure et le modèle, notamment pour des fréquences comprises dans la bande passante à -6 dB du signal de référence. Jusqu'à -20 dB (entre 0,6 et 3 MHz), l'accord reste très correct. Au-delà, le modèle reproduit bien les maxima et les minima, mais la mesure est bruitée et des différences d'amplitude sont constatées. Les effets de faisceau borné sont bien modélisés. On constate, par exemple, que les variations rapides autour des résonances transverses, que ce soit sur le module ou sur la phase, sont bien mesurées (cf. figure 2.24).

D'après l'équation 2.1.3.10, la phase peut être décomposée en deux termes. Le premier terme $\Phi_{\mathcal{T}}$ est lié à la phase des coefficients de transmission [23]. Le second est dû à la différence de distance de propagation dans l'eau entre les mesures avec et sans la plaque. Il est égal à $ke$. Ces deux termes sont représentés sur la figure 2.25. Un bon accord est observé avec la théorie sur les deux graphiques, notamment dans la bande passante à -6 dB du signal de référence.

Le terme $ke$ est une fonction linéaire en fonction de la fréquence. Si l'on représente ce terme en fonction du nombre d'onde dans l'eau $k$, on peut déduire l'épaisseur de la plaque par la mesure de la pente (à condition de connaître la vitesse de propagation dans l'eau $c_0$). Par exemple, l'épaisseur déduite d'une régression linéaire sur $\Phi_{\mathcal{T}}^{Exp} - \Phi_{\mathcal{T}}^{Th}$ est de 7,990 mm, soit une différence absolue de 25 µm et une différence relative de 0,31 % par rapport à la valeur mesurée au micromètre de 7,965 ± 0,010 mm. Si l'on réduit la plage fréquentielle à la bande passante à -6 dB, on obtient une épaisseur de 7,968 mm.

L'accord très satisfaisant entre la mesure et le modèle FB-2Da observé dans cette

22. Le spectre transmis théorique est obtenu par multiplication de la fonction de transfert théorique avec le spectre du signal de référence mesuré (cf. équation 1.3.2.1). Le signal transmis théorique est obtenu par transformée de Fourier inverse du spectre du signal transmis.

23. Ce terme est calculé numériquement en modifiant l'expression de la fonction de transfert (cf. Eq 2.4.2.1). L'épaisseur dans l'exponentielle du dénominateur est supprimée. La phase de la fonction de transfert modifiée est donc égale à $\Phi_{\mathcal{T}}$.

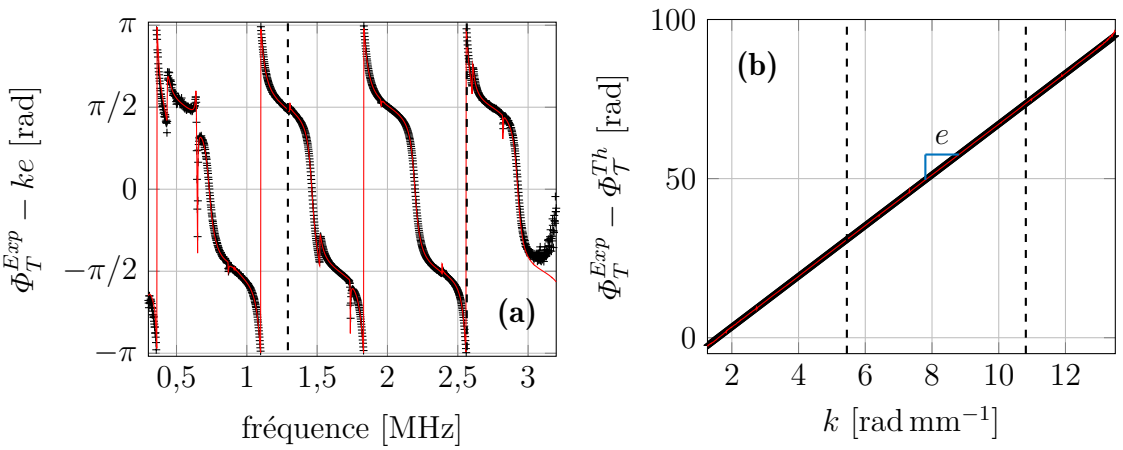



FIGURE 2.25 – Décomposition de la phase de la fonction de transfert mesurée (+) en deux termes distincts (cf. équation 2.1.3.10) et comparaison avec la théorie (——) : (a) terme lié à la phase des coefficients de transmission et (b) $ke$ (exprimé en fonction de $k$).

section permet de conclure avec un bon degré de confiance que le modèle est validé. De plus, le bon accord constaté semble indiquer que l'approximation qui consiste à considérer une répartition uniforme de la vitesse normale n'entraîne pas de désaccord. Elle est donc formulée par la suite. Cette affirmation est confortée par une étude présentée en annexe A.1 révélant une faible sensibilité de la fonction de transfert à la distribution de vitesse normale à la surface de l'émetteur.

## 2.5 Étude paramétrique

L'influence sur la fonction de transfert des différents paramètres du modèle en dehors des propriétés de la plaque est étudiée numériquement dans cette partie. L'étude de sensibilité de la fonction de transfert aux propriétés mécaniques et géométriques de la plaque sera abordée en détail dans le chapitre 3. Sur l'ensemble de cette partie, lorsque ce n'est pas précisé, les distances émetteur/plaque ($d_1$) et plaque/récepteur ($d_2$) sont de 200 mm.

### 2.5.1 Influence de la taille des transducteurs

L'influence de la taille des transducteurs sur la fonction de transfert a déjà fait l'objet de l'étude de la section 2.3.3. La sensibilité de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium à la dimension des transducteurs pour ses trois premières résonances a été analysée.

L'objectif de ce paragraphe est de compléter cette étude. L'influence de $a$ sur la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium est analysée pour deux plaques d'épaisseurs différentes au niveau des trois premières résonances d'épaisseur. Cela permet d'analyser séparément l'influence de la valeur de $a/\lambda$ de l'influence de la résonance concernée et de la nature des modes générés. L'épaisseur de la première plaque est de 2,045 mm.

La seconde plaque a une épaisseur deux fois plus grande. Ainsi, pour une résonance d'ordre $n$ donné, le rapport $a/\lambda$ est deux fois plus faible pour la plaque épaisse que pour la plaque fine. Les fonctions de transfert calculées pour 4 valeurs de $a$ allant de 9,5 à 100 mm sont représentées sur la figure 2.26.

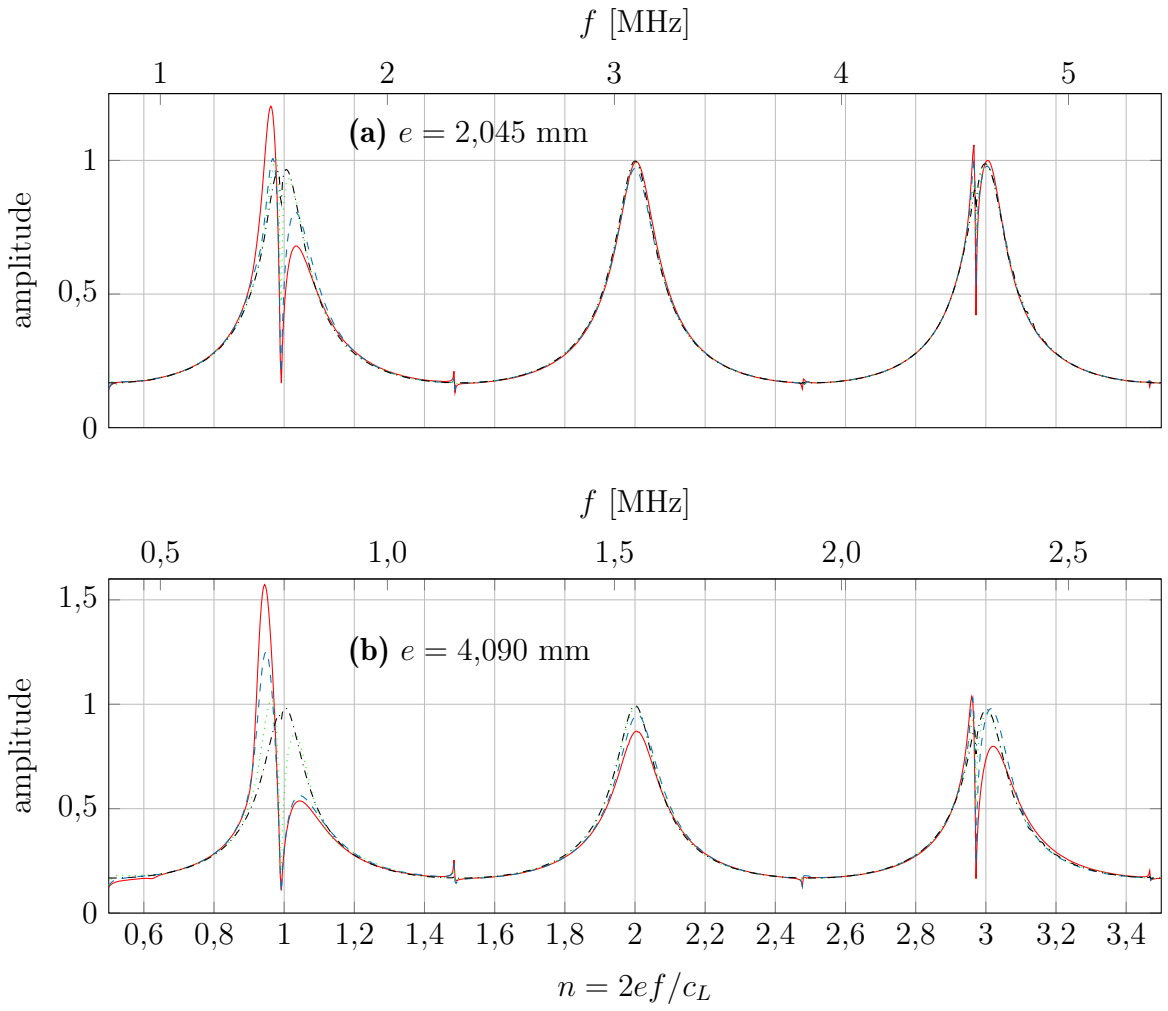



FIGURE 2.26 – Influence de $a$ sur le module de la fonction de transfert d'une plaque l'aluminium pour deux épaisseurs différentes au niveau de ses trois premières résonances d'épaisseur. $a = 9{,}5$ mm (——) ; $a = 12$ mm (- - -) ; $a = 25$ mm (·····) ; $a = 100$ mm (-·-·-).

Pour une résonance d'ordre $n$ donné, les effets de faisceau borné sont plus importants pour la plaque épaisse que pour la plaque fine. Cela s'explique par un rapport $a/\lambda$ deux fois plus petit et donc une ouverture angulaire plus importante dans le cas de la plaque épaisse.

Comparons à présent les effets de faisceau borné au niveau de $n = 2$ pour la plaque épaisse et $n = 1$ pour la plaque fine. Ces deux résonances ont lieu pour des rapports $a/\lambda$ équivalents. Or, les effets de faisceau borné observés sont beaucoup plus prononcés pour la plaque fine aux alentours de la première résonance. C'est dû au fait que des modes rétropropagatifs de la branche $S_{-1b}$ sont générés. Ces observations sont en accord avec les conclusions énoncées dans la section 2.3.3. Plus le rapport $a/\lambda$ augmente, plus les modèles OP et FB tendent vers des résultats équivalents. À rapport $a/\lambda$ égal, les

effets de faisceau borné sont plus importants pour des fréquences auxquelles des modes *backward* sont générés.

### 2.5.2 Influence de la distance entre les transducteurs

La fonction de transfert dépend également de la distance entre les transducteurs et la plaque. D'après l'équation 2.4.1.7, elle dépend de la distance $D = d_1 + d_2$ où $d_1$ est la distance émetteur/plaque et $d_2$ la distance plaque/récepteur. C'est la distance totale de propagation dans le fluide qui importe et non les paramètres $d_1$ et $d_2$ pris individuellement. La figure 2.27 regroupe les fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium autour des modes $S_1/S_2$ calculées pour différents $D$ : 10 mm, 40 cm et 2 m avec des transducteurs de 9,5 mm de rayon.

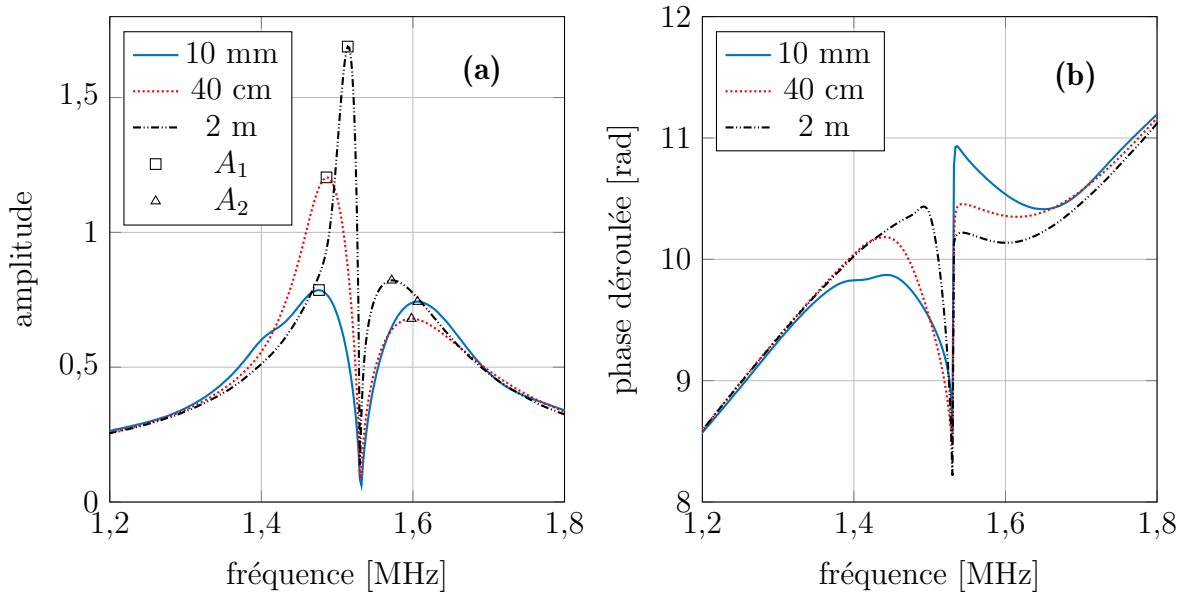



FIGURE 2.27 – Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium d'épaisseur égale à 2,045 mm autour de sa première résonance d'épaisseur pour différentes distances ($D$) entre les transducteurs. (a) Module et (b) phase des fonctions de transfert.

On remarque que, quel que soit $D$, un minimum est présent et qu'il est situé au niveau de la fréquence de coupure de la branche $S_2$ (*i.e.* $f_2^T$). De part et d'autre de cette fréquence apparaissent deux lobes. Suivant la valeur que prend $D$, l'allure générale de la fonction de transfert varie fortement. L'amplitude et la position des maxima pour chacun des lobes sont des bons indicateurs de l'évolution de la fonction de transfert en fonction de $D$.

Afin d'étudier de manière plus précise l'influence de ce paramètre, l'amplitude des maxima et la fréquence à laquelle ils sont localisés pour différentes valeurs de $D$ comprises entre 10 mm et 10 m sont évaluées. La figure 2.27 regroupe les résultats. L'amplitude et la fréquence du maximum du lobe pour $f < f_2^T$ (resp. $f > f_2^T$) sont notées

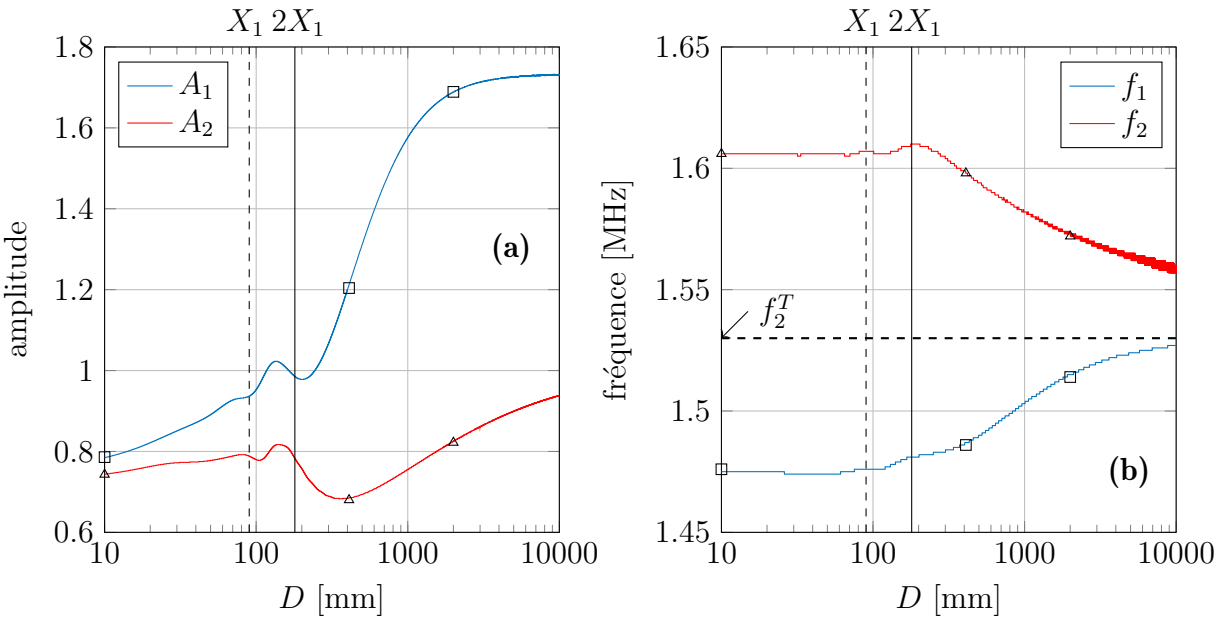



FIGURE 2.28 – Influence de la distance entre les transducteurs sur l'allure de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) Amplitude et (b) fréquence des deux maxima de part et d'autre de la fréquence de coupure de la branche $S_2$.

$A_1$ et $f_1$ (resp. $A_2$ et $f_2$). Les trois exemples à $D = 10$, 400 et 2000 mm sont indiqués en carré noir et triangle noir. On note $X_1$ la distance de Fresnel ($X_1 = a^2/\lambda$). Les positions de $X_1$ et $2X_1$ sont respectivement ajoutées en tirets noirs et trait noir.

En ce qui concerne le lobe de gauche où des modes backward sont générés, on constate que l'amplitude croît jusqu'à $X_1$, c'est-à-dire jusqu'à la transition champ proche/champ lointain. Ensuite, la valeur oscille légèrement jusqu'à $2X_1$ avant de dépasser 1 puis s'élever jusqu'à atteindre un plateau proche de 1,73 pour $D = 4$ m. Pour des distances de propagation du faisceau ultrasonore inférieures à 120 mm, $A_1$ est inférieure à 1. Il faut atteindre une distance de 2,7 $X_1$ pour que l'amplitude maximale du lobe de gauche dépasse 1 de manière définitive. Pour des distances de propagation dans le fluide trop faibles, la fonction de transfert ne dépasse pas l'unité alors même que des modes *backward* sont générés. On peut supposer que cela est dû à l'allure du champ de pression généré par l'émetteur. Pour rappel, le champ ultrasonore reste collimaté en champ proche et atteint une largeur de spot minimale à la limite champ proche/champ lointain avant de diverger (cf. section 2.2.1). Pour un transducteur de type piston et avec un seuil fixé à -6 dB, la largeur du champ dépasse le diamètre des transducteurs à une distance d'environ 2,6$X_1$ [130]. Ainsi, à partir d'une certaine distance, le récepteur ne capte qu'une partie du champ émis. Or, si une plaque est placée entre l'émetteur et le récepteur et que des modes rétropropagatifs sont générés, le champ en sortie de plaque est collimaté. La plaque limite la divergence du faisceau ultrasonore et redirige l'énergie vers le récepteur. C'est pourquoi le capteur reçoit un signal de plus grande amplitude en présence de plaque que lorsque la plaque est absente (*i.e.* fonction de

transfert supérieure à 1).

L'amplitude du lobe de droite reste relativement constante jusqu'à $2X_1$ avant de décroitre jusqu'à 350 mm. Puis, $A_2$ augmente à mesure que $D$ croît sans jamais dépasser l'unité. Cela s'explique par la nature *forward* des modes générés qui amplifient le phénomène de divergence.

Concernant la position fréquentielle des maxima, pour $D < 2X_1$, leurs positions varient peu. Au-delà, les deux fréquences tendent vers la fréquence de résonance $f_2^T$ (*i.e.* la fréquence de coupure de la branche $S_2$).

Que l'on se situe en champ proche ou en champ lointain, la fonction de transfert est sensible à la diffraction. Cependant, l'effet de la diffraction varie suivant la distance de propagation dans le fluide. L'allure de la fonction de transfert est donc sensible à la distance qui sépare les transducteurs. Seule la position du minimum reste inchangée quelle que soit cette distance.

### 2.5.3 Influence des propriétés du fluide environnant

Les propriétés du fluide environnant jouent un rôle important sur les coefficients de transmission (cf. section 2.1.3) mais également sur la diffraction du faisceau émis. Le fluide est caractérisé par sa masse volumique $\rho_0$ et la vitesse $c_0$ à laquelle les ondes se propagent. La fonction de transfert de la plaque d'aluminium entre 0,5 et 2,5 MHz est calculée en faisant varier ces deux paramètres avec un écart de $\pm$ 33 %. Les valeurs de références sont $c_0 = 1{,}5\ \mathrm{mm\,\mu s^{-1}}$ et $\rho_0 = 1\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$. Le résultat sur le module est représenté sur la figure 2.29. Les résultats sur la phase totale et sur la phase contenue dans les coefficients de transmission sont affichés sur les graphiques 2.30 et 2.31.

On constante que l'influence de $c_0$ et de $\rho_0$ sur le module de la fonction de transfert est très similaire. On observe une diminution globale (resp. augmentation) de l'amplitude lorsque leurs valeurs baissent (resp. croissent). L'impédance caractéristique du milieu environnant étant définie comme $Z_0 = \rho_0 c_0$, ces résultats sont cohérents. En effet, plus la différence d'impédance entre deux milieux est forte moins la transmission est importante. En ondes planes, la valeur minimale des coefficients de transmission est définie par l'équation 2.1.3.5. Les tirets rouges et verts correspondent aux valeurs calculées avec $Z_0^{Ref}$ $\pm$ 33 %. À l'exception des fréquences proches des résonances d'épaisseur transverses, on constante que l'expression est également valable avec le modèle FB-2Da. L'influence d'une variation d'impédance sur le module de la fonction de transfert semble donc très proche de celle observée en ondes planes. Il n'y a qu'aux alentours du maximum ($f \approx 1{,}5$ MHz) que l'influence entre les deux paramètres diffère. En effet, une variation de la masse volumique n'a que très peu d'influence sur la position du maximum alors qu'une variation de $c_0$ a une influence non négligeable. En effet, une augmentation (resp. diminution) de $c_0$ de 33 % augmente (resp. diminue)

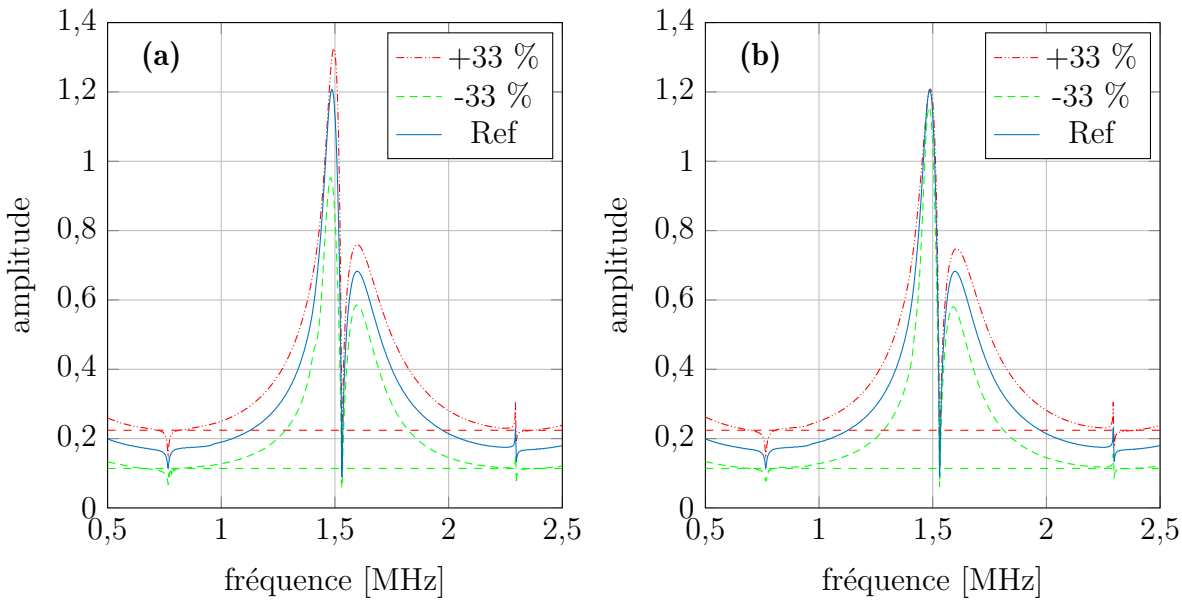



FIGURE 2.29 – Influence des propriétés du fluide environnant sur le module de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) $c_0$ et (b) $\rho_0$.

l'amplitude maximale de 10 % (resp. 20 %). On peut supposer que cela provient d'une ouverture angulaire plus forte lorsque la vitesse de propagation $c_0$ dans l'eau augmente. En effet, si $c_0$ croît, alors le rapport $a/\lambda$ diminue. Or, une ouverture angulaire plus forte se traduit par des effets de faisceau borné plus prononcés comme par exemple une augmentation de l'amplitude du maximum (cf. section 2.26).

L'influence de $c_0$ sur la phase totale de la fonction de transfert est très différente de celle de $\rho_0$. On constate qu'une variation de la masse volumique de 33 % a une faible influence. Une variation de la vitesse ultrasonore dans l'eau a quant à elle une influence très grande. Cette influence provient essentiellement du second terme $ke$ de la phase de la fonction de transfert (cf. équation 2.1.3.10).

L'influence sur le terme de phase lié aux coefficients de transmission est représentée sur la figure 2.31. Les deux paramètres ont une influence équivalente et relativement faible sur l'allure de la phase.

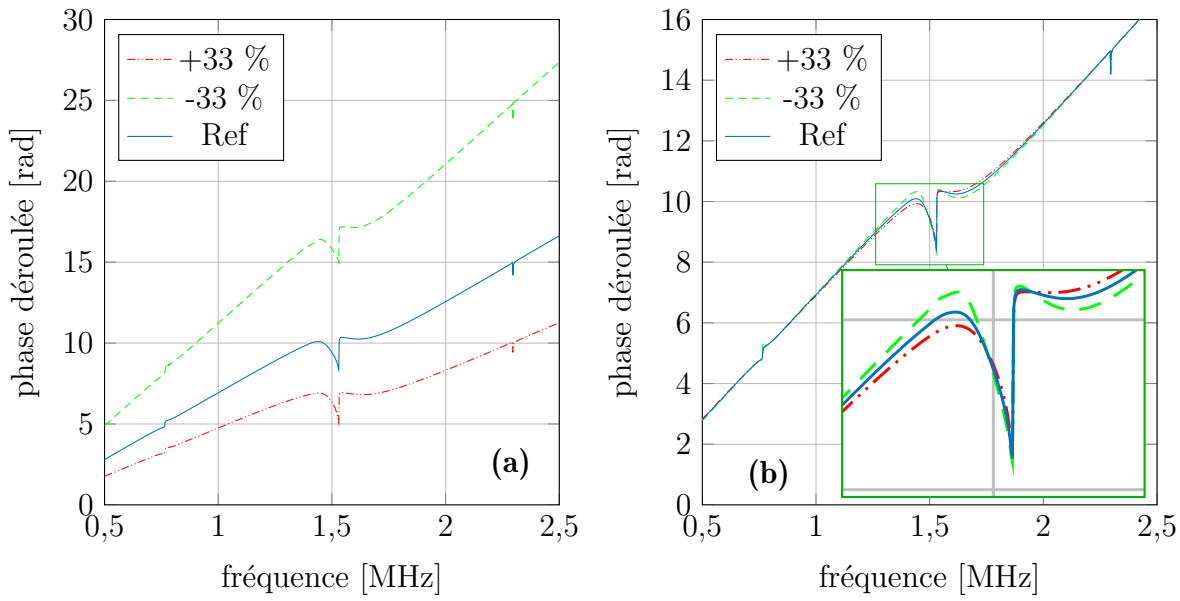



FIGURE 2.30 – Influence des propriétés du fluide environnant sur la phase de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) $c_0$ et (b) $\rho_0$.

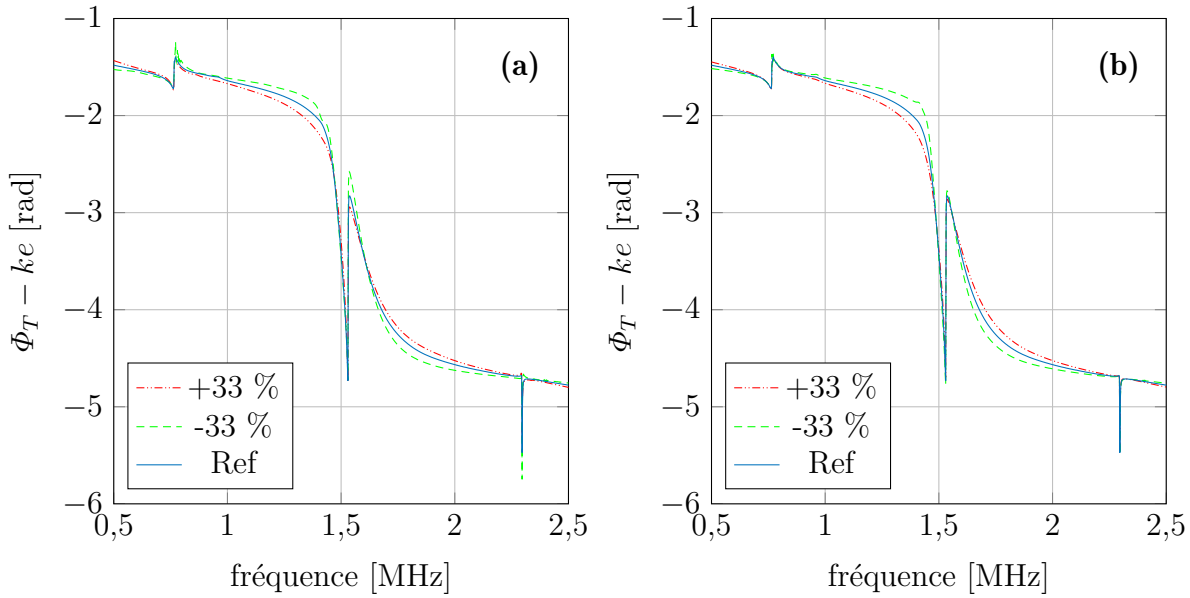



FIGURE 2.31 – Influence des propriétés du fluide environnant sur le terme de phase lié aux coefficients de transmission d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur. (a) $c_0$ et (b) $\rho_0$.

## 2.6 Influence de la viscoélasticité sur la fonction de transfert

Le cas d'une plaque de plexiglas est considéré afin d'étudier l'influence des parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$ sur la fonction de transfert. C'est le même matériau qui a été utilisé pour les calculs de coefficients de transmission en incidence normale dans

la section 2.1.3. Pour rappel, l'épaisseur de la plaque est de 7,72 mm, sa masse volumique est égale à 1,18 g cm$^{-3}$ et ses modules $\widetilde{C}_{11}$ et $\widetilde{C}_{66}$ sont respectivement égaux à 8,71(1 + $j$0,02) GPa et 2,18(1 + $j$0,02) GPa. La fonction de transfert entre 0,1 et 2,5 MHz est calculée (cf. figure 2.32). Le diamètre des transducteurs est de 25 mm.

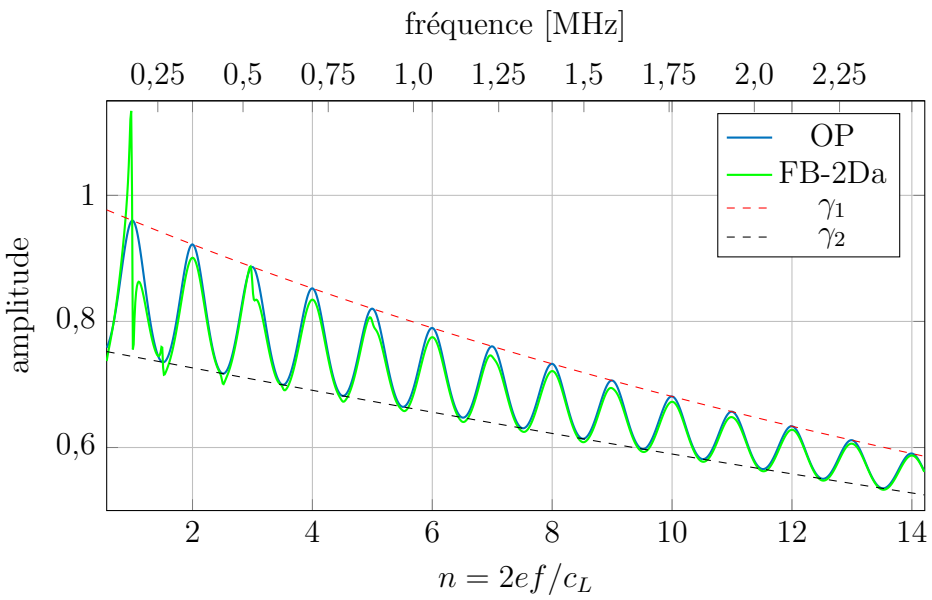



FIGURE 2.32 – Comparaison des modèles OP et FB-2Da pour le calcul du module de la fonction de transfert d'une plaque de plexiglas.

Le résultat est comparé avec les coefficients de transmission en incidence normale. Les deux courbes $\gamma_1$ et $\gamma_2$ (cf. Eq 2.1.3.7 et Eq 2.1.3.8) qui délimitent les positions minimales et maximales de l'amplitude en onde plane (cf. section 2.1.3) sont également représentées. Ainsi, on peut constater les effets de faisceau borné sur la fonction de transfert. À l'exception de fréquences à proximité de $n = 1$, l'amplitude des maxima et des minima est plus faible avec le modèle FB-2Da que celle prédite par le modèle OP et délimitée par les fonctions $\gamma_1$ et $\gamma_2$. On constate que les effets de faisceau borné diminuent fortement à mesure que la fréquence augmente. Au vu des observations faites dans la section 2.3.3 à propos de l'influence de la valeur de $a\lambda$ sur l'allure de la fonction de transfert, cela peut sembler cohérent. Cependant, étant donné que pour de telles valeurs de $a\lambda$, de forts effets de faisceau borné ont été observés pour une plaque d'aluminium (cf. section 2.3), les valeurs de $a/\lambda$ n'expliquent pas à elles seules la faible importance des effets de faisceau borné.

Pour rappel, pour un matériau élastique comme l'aluminium ou le verre, les effets de faisceau borné sont importants lorsque des modes *backward* sont générés (cf. section 2.3.2). Ces modes existent du fait de la proximité des fréquences de coupure de deux branches de même symétrie et de parités différentes (par exemple $S_1/S_2$). Les effets sont d'autant plus forts que les fréquences de coupure des deux branches sont proches. Or le plexiglas utilisé est caractérisé par un coefficient de Poisson de 0,3331

très proche de 1/3. Toutes les fréquences de coupure des branches $S_{2n}/S_{2m+1}$ sont quasiment confondues. Des modes *backward* devraient être présents pour toutes les résonances impaires (cf. section 2.3.2.c). Or, il n'y a qu'au niveau de la première et de la troisième résonance que des effets de faisceau borné liés à la génération de modes *backward* sont observables. De plus, ces effets sont loin d'être aussi prononcés que pour la plaque d'aluminium alors que les fréquences mises en jeu sont plus basses.

En outre, les variations brusques constatées au niveau de résonances transverses en l'absence de modes *backward* sur les fonctions de transfert de matériaux élastiques sont quasiment absentes. L'allure de la fonction de transfert est beaucoup plus régulière que celle des fonctions de transfert de matériaux élastiques. De manière générale, au-delà de la troisième résonance (*i.e.* $f = 0{,}6$ MHz), il n'y a plus d'effets de faisceau borné notables excepté une légère baisse en amplitude (cf. figure 2.32).

Les faisceaux bornés ont des effets moindres sur les fonctions de transfert du plexiglas que du verre ou de l'aluminium. Les deux potentielles raisons identifiées sont (1) l'influence de la viscoélasticité ; Comme l'atténuation augmente avec la fréquence, cela expliquerait que les effets de faisceau borné soient peu prononcés au-delà de la résonance d'ordre 3 (cf. figure 2.32) (2) la différence d'impédance par rapport au milieu extérieur beaucoup plus faible que pour l'aluminium ou le verre. En effet, L'impédance caractéristique en compression (resp. cisaillement) est de 3,21 $\mathrm{g\,mm^{-2}\,\mu s^{-1}}$ (resp. 1,60 $\mathrm{g\,mm^{-2}\,\mu s^{-1}}$). L'impédance en cisaillement est donc proche de celle de l'eau ($Z_0 = 1{,}49$ $\mathrm{g\,mm^{-2}\,\mu s^{-1}}$). Or d'après Chimenti et Rokhlin [113], le principe de coïncidence qui stipule que les coefficients de transmission sont maximum au niveau des courbes de dispersion [121] n'est approximativement valable que lorsque la plaque présente une impédance sensiblement plus élevée que celle du milieu environnant.

Afin d'isoler l'influence de la viscoélasticité de l'influence de l'impédance acoustique sur la fonction de transfert, reprenons l'exemple d'un matériau qui présente un écart d'impédance fort avec l'eau : l'aluminium. L'impact d'une variation de la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{11}$ (non représenté) se traduit par une diminution de l'amplitude de la fonction de transfert pour l'ensemble des fréquences. L'influence de la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$ sur la fonction de transfert autour des modes $S_1/S_2$ est représentée sur la figure 2.33. Trois valeurs de $\tan\delta_{66}$ sont utilisées : 0, 2 et 5 %.

Concernant le module de la fonction de transfert, on constate que plus $\tan\delta_{66}$ est grand, moins le minimum est marqué. La courbe est en quelque sorte lissée. On remarque aussi que l'amplitude du lobe de gauche (fréquences pour lesquelles les modes *backward* existent) diminue à mesure que la viscosité augmente, tandis que l'amplitude du lobe droit varie peu. Enfin, la dernière observation est le léger décalage du minimum, initialement positionné à $f_2^T$, vers les hautes fréquences. Cette variation est très faible. Par rapport au cas élastique, le minimum est décalé d'environ 20 kHz

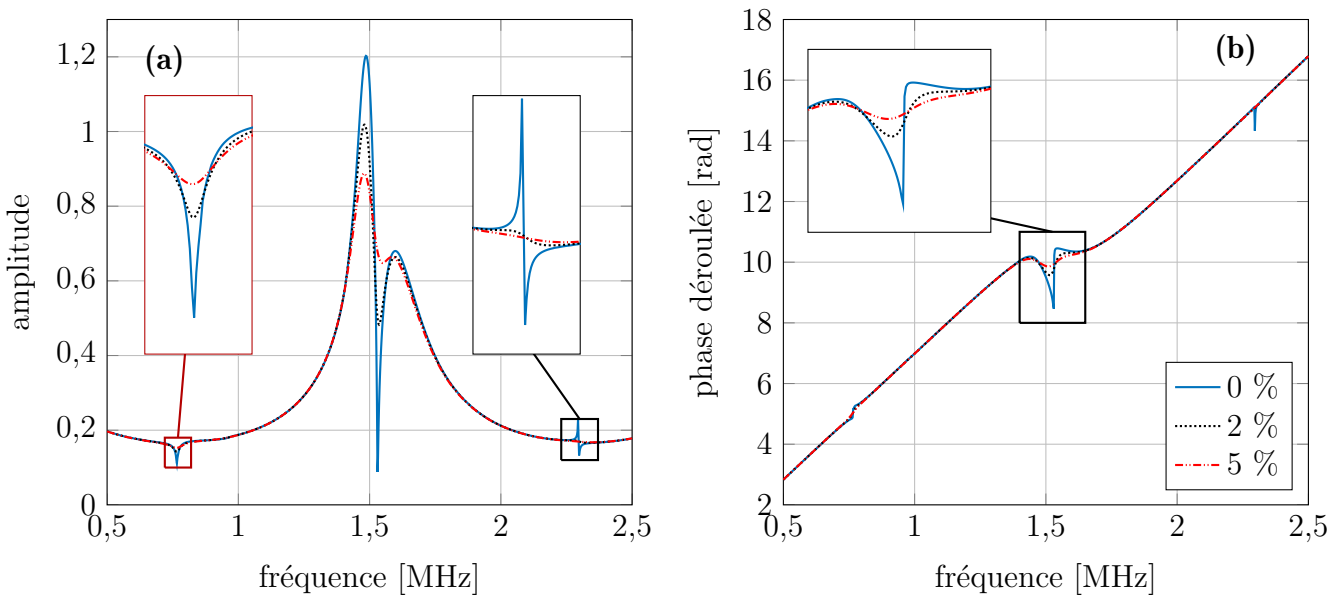



FIGURE 2.33 – Influence de la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$ sur (a) le module et (b) la phase de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium autour de sa première résonance d'épaisseur.

pour $\tan\delta_{66} = 5$ %. Au niveau des deux autres fréquences de résonances transverses $f_1^T = 0{,}765$ MHz et $f_3^T = 2{,}295$ MHz, on remarque que les fluctuations sont fortement limitées, voire supprimées (voir les encarts de la figure 2.33). La phase est elle aussi sensible au $\tan\delta_{66}$. Le saut de phase localisé au niveau de la fréquence de coupure $f_2^T$ se traduisant par une discontinuité dans le cas élastique diminue à mesure que $\tan\delta_{66}$ augmente. Pour un matériau viscoélastique, la phase est continue.

La viscoélasticité a donc pour effet d'atténuer les effets d'un faisceau borné sur la fonction de transfert d'une plaque immergée. Il serait intéressant de compléter cette analyse par une étude des courbes de dispersion et des coefficients de transmission de matériaux viscoélastiques.

## Conclusion

Ce chapitre a tout d'abord permis de présenter le modèle OP et les effets de faisceau borné pouvant remettre en cause sa validité. Une brève étude bibliographique à propos des effets de faisceau borné en incidence normale a mis en évidence qu'au niveau de certaines fréquences, de forts désaccords comparés au modèle OP sont observés. Ces écarts par rapport aux coefficients de transmission sont imputés à la génération de modes de plaque : les ondes de Lamb fuyantes. Comme Aanes *et al.* [6] l'ont montré, ces effets sont particulièrement importants lorsque des modes de Lamb *backward* sont excités. Dans ce chapitre, deux modèles numériques ont été présentés. Un premier modèle appelé Faisceau Borné en deux dimensions (FB-2D) a été développé afin d'étudier l'influence des effets de faisceau borné en fonction du paramètre $a/\lambda$ qui régit l'ouver-

ture angulaire de l'émetteur. Cette étude a permis de compléter le critère de validité du modèle onde plane couramment employé dans la littérature (*i.e.* un transducteur de grande dimension devant la longueur d'onde). Il a été montré que le degré de validité du modèle OP dépend du rapport $a/\lambda$ mais également de la nature des modes excités (*forward* ou *backward*) et donc des propriétés de la plaque (coefficient de Poisson et épaisseur). À rapport $a/\lambda$ constant, l'influence de la diffraction est bien plus importante quand les modes concernés sont rétropropagatifs que propagatifs. Par exemple, pour la plaque d'aluminium, le rapport $a/\lambda$ à partir duquel le modèle OP est jugé satisfait est 5 fois plus important lorsque des modes *backward* sont excités.

L'analyse des effets de faisceau borné a révélé que le faisceau ultrasonore transmis peut dépendre du module de cisaillement, même s'il rencontre la plaque en incidence normale, lorsque les fréquences considérées font intervenir des modes *backward*. Il est ainsi envisageable d'évaluer les deux modules (visco)élastiques d'un matériau isotrope au moyen d'une seule mesure en incidence normale. Le développement et l'application de la méthode de caractérisation font l'objet du chapitre suivant.

Un second modèle appelé Faisceau Borné 2D axisymétrique (FB-2Da) a été implémenté d'après les travaux de Johnson et Devaney [138] et de Orofino et Pedersen [139]. Il permet l'utilisation de transducteurs circulaires classiques de taille réduite adaptés à une mesure locale en vue de réaliser des cartographies de propriétés mécaniques de matériaux. Ce modèle a été validé par comparaison expérimentale. Celui-ci a servi à simuler et analyser la sensibilité de la fonction de transfert à différents paramètres (diamètre des traducteurs, distance entre les traducteurs, caractéristiques du fluide d'immersion). Il servira dans les chapitres 3 et 4 dans la résolution du problème inverse qui visera à évaluer les propriétés mécaniques de matériaux *via* une unique mesure en incidence normale.

# Chapitre 3

# Caractérisation de plaques monocouches isotropes à partir d'une mesure de la fonction de transfert en présence de modes *backward*

## Sommaire


**3.1 Études de sensibilité . . . 107**
3.1.1 Cas d'une plaque élastique . . . 107
3.1.2 Cas d'une plaque viscoélastique . . . 111
**3.2 Caractérisation de matériaux isotropes élastiques par mesure des fréquences de résonances . . . 115**
3.2.1 Application avec des données numériques . . . 115
3.2.2 Discussion . . . 117
**3.3 Conditionnement et résolution du problème inverse . . . 119**
3.3.1 Procédure d'optimisation . . . 120
3.3.2 Étude de différentes stratégies de résolution à l'aide d'expériences simulées dans le cas élastique . . . 123
3.3.3 Extension de la méthode au cas d'une plaque viscoélastique . 134
3.3.4 Influence de la valeur initiale et de la présence du bruit . . . 136
**3.4 Application de la méthode à des matériaux aux propriétés connues . 141**
3.4.1 Mesure des paramètres non évalués par le problème inverse . 141
3.4.2 Sources d'erreur et estimation de l'incertitude sur $X$ . . . 143
3.4.3 Étude comparative de trois méthodes de mesure des $C_{ij}$ et de l'épaisseur de plaques de verre . . . 146
3.4.4 Influence du modèle utilisé sur la caractérisation . . . 150
3.4.5 Application à une plaque de plexiglas . . . 153
**3.5 Application à la caractérisation des matériaux constituant les assemblages collés pris séparément . . . 156**
3.5.1 Caractérisation des substrats en aluminium . . . 156
3.5.2 Caractérisation de l'époxy . . . 158

# Introduction

Jusqu'à présent, la caractérisation par mesure de la transmission d'un champ ultrasonore à travers l'échantillon était réalisée sous l'hypothèse d'ondes planes [3] [1]. Il a été vu dans le chapitre précédent comment la diffraction liée à la dimension finie des transducteurs influe sur le faisceau transmis. Les effets de faisceau borné peuvent entraîner une déviation significative entre la mesure et le modèle Onde Plane (OP). Différentes stratégies ont été adoptées pour limiter ces effets afin de satisfaire l'hypothèse d'OP [3, 4, 104, 115, 144]. À l'instar de Cawley et Hosten [4], il est possible d'utiliser des transducteurs de grandes dimensions devant la longueur d'onde afin de réduire la diffraction et ainsi limiter les effets de faisceaux bornés. Cependant, si cela fonctionne bien dans la plupart des situations, c'est plus délicat lorsque des modes *backward* sont générés. En effet, dans ce cas, il a été montré dans le chapitre précédent que le rapport $a/\lambda$ doit être considérablement plus important pour satisfaire l'hypothèse d'onde plane. Par exemple, pour une plaque d'aluminium de 3 mm et une fréquence centrale du signal proche de 1 MHz (situation propice à la génération de modes *backward*), les transducteurs devraient être de 600 mm de diamètre (cf. section 2.3.3). À ces fréquences, les dimensions standards des transducteurs sont beaucoup plus faibles, de l'ordre de 25 mm. Par conséquent, il est recommandé d'éviter ces fréquences si le modèle OP est utilisé.

Une approche différente est proposée dans ce chapitre. Plutôt que de limiter les effets de faisceau borné dus à la génération de modes *backward*, il est possible de tirer profit de ces phénomènes. L'un de ces effets est la sensibilité du faisceau transmis au module de cisaillement en plus de la sensibilité habituelle au module de compression en onde plane sous incidence normale. Il est donc proposé d'évaluer les deux modules (visco)élastiques d'une plaque isotrope au moyen d'une unique mesure de la fonction de transfert. Cela permettrait également de réaliser une évaluation plus locale. Il s'agit alors d'étendre la méthode développée par Castaings *et al.* [3] au cas des faisceaux bornés. Par conséquent, le modèle faisceau borné 2D axisymétrique (FB-2Da) présenté dans la section 2.4.1 est utilisé comme support pour le problème inverse.

Dans un premier temps, une étude de sensibilité de fonctions de transfert de plaques isotropes, élastiques ou viscoélastiques, aux variations des paramètres de la plaque est réalisée afin de mettre en évidence lesquels de ces paramètres peuvent être évalués. Ensuite, la méthode de résolution du problème inverse est présentée avant d'être appliquée à des matériaux aux propriétés connues. L'objectif, traité dans le chapitre 4, étant d'étudier la possibilité de caractériser les modules viscoélastiques d'un joint de

1. Pour rappel, la méthode en question (FT-OP pour Fonction de Transfert en Ondes Planes) a été présentée dans la section 1.3.2.

colle, les matériaux constituants les assemblages (aluminium et époxy) sont finalement caractérisés individuellement.

## 3.1 Études de sensibilité

L'étape préliminaire à la résolution d'un problème inverse est l'étude de la sensibilité de la mesure aux paramètres que l'on cherche à évaluer. En effet, il est bien entendu nécessaire qu'il existe une dépendance suffisamment forte de la grandeur mesurée aux mesurandes (*i.e.* ce que l'on souhaite évaluer). Dans notre cas, l'objet mesuré est la fonction de transfert et les éventuels mesurandes sont les modules (visco)élastiques, la masse volumique et l'épaisseur. L'objet de cette partie est d'estimer la sensibilité de la fonction de transfert à ces différents paramètres et d'en déduire lesquels sont candidats à l'évaluation par résolution du problème inverse. Les études sont réalisées numériquement à partir du modèle FB-2Da présenté dans la section 2.4.1. Cette démarche est entreprise pour deux plaques : l'une aux propriétés élastiques et l'autre aux propriétés viscoélastiques.

### 3.1.1 Cas d'une plaque élastique

Le matériau étudié est un aluminium considéré élastique. Le modèle étant 2D axisymétrique avec une symétrie de rotation autour de l'axe $\mathbf{e_1}$, on considère un matériau dont les propriétés sont invariantes par rotation autour de cet axe. Tout plan passant par $\mathbf{e_1}$ est donc un plan de symétrie. Les paramètres faisant l'objet de cette étude sont les modules d'élasticité $C_{ij}$ dans le plan de symétrie $P_{12}$, soient $C_{11}$, $C_{22}$, $C_{12}$ et $C_{66}$, l'épaisseur $e$ et la masse volumique $\rho$. Dans cette étude de sensibilité, il est présenté l'influence d'une variation de $\pm$ 20 % de ces paramètres par rapport aux valeurs de référence sur l'allure de la fonction de transfert. Les propriétés de référence sont répertoriées dans le tableau 3.1.

| $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $C_{22}$ [GPa] | $C_{12}$ [GPa] | $e$ [mm] | $\rho$ [g cm$^{-3}$] |
|---|---|---|---|---|---|
| 111,05 | 27,22 | 111,05 | 56,61 | 2,045 | 2,78 |

TABLEAU 3.1 – Propriétés de référence d'une plaque d'aluminium utilisées dans l'étude de sensibilité.

Le diamètre de la source et du récepteur est de 19 mm. Les calculs sont réalisés entre 0,9 et 5,1 MHz. La fonction de transfert comporte donc les trois premières résonances d'épaisseur. Des modes *backward* sont présents aux alentours de la première et de la troisième résonance (cf. section 2.3.2.a). Cette étude vise à mettre en évidence quels paramètres régissent l'allure de la fonction de transfert de manière prédominante et au contraire lesquels ont une influence jugée trop faible. Elle permet également une visualisation directe de l'influence de chaque paramètre en fonction de la fréquence.

Cette analyse sera complétée par une étude plus quantitative dans la section 3.3.2.d (cf. figure 3.13).

Le module et la phase des fonctions de transfert sont présentés respectivement sur les figures 3.1 et 3.2. On remarque que le module de la fonction de transfert est particulièrement sensible à certains paramètres sur toute la plage de fréquences considérée, notamment l'épaisseur, la masse volumique et le module $C_{11}$. La forte influence de ces trois paramètres provient du fait qu'ils déterminent la position des résonances d'épaisseur longitudinales. En effet, d'après les équations 2.1.3.3 et 1.3.1.8, on a :

$$f_n^L = \frac{n}{2e}\sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}. \tag{3.1.1.1}$$

On remarque que l'épaisseur a une influence plus forte que les deux autres paramètres du fait que le $C_{11}$ et $\rho$ sont élevés à la puissance 1/2. D'autre part, le module de la fonction de transfert est également dépendant de la différence d'impédance entre la plaque et le milieu environnant. Par conséquent, une variation de $C_{11}$ et $\rho$ induit non seulement un déplacement des résonances, mais également du niveau d'amplitude de la fonction de transfert. Cependant, on peut constater que la variation d'amplitude pour un changement de 20 % d'un des deux paramètres est faible.

La fonction de transfert est moins sensible à une variation des modules $C_{22}$, $C_{12}$ et $C_{66}$. Ces paramètres ont une influence lorsque les fréquences misent en jeu font intervenir des modes *backward* (*i.e.* pour la première et la troisième résonance). Les sensibilités au $C_{12}$ et au $C_{22}$ sont cependant très faibles. Il sera donc considéré par la suite que leur influence est négligeable et qu'il n'est pas envisageable de les évaluer.

Le module de cisaillement $C_{66}$ a quant à lui une influence non négligeable. Elle est particulièrement forte pour des fréquences comprises entre 1,2 et 1,8 MHz. La dépendance de la fonction de transfert à ce paramètre est également non négligeable aux alentours de la troisième résonance. Cela provient de la présence de modes *backward* aux niveaux de ces fréquences.

Une variation du $C_{66}$, au même titre que le $C_{11}$, induit une variation de la valeur du coefficient de Poisson. Or, comme expliqué dans la section 2.3.2.c, ce paramètre a une influence prépondérante sur l'existence des modes *backward*. C'est pourquoi pour une variation de 20 % des modules $C_{11}$ et $C_{66}$, il n'apparaît plus d'effets de faisceau borné caractéristiques de la génération de modes *backward* pour la troisième résonance (voir figure 3.1a et b). Les fréquences de coupure des branches $S_3$ et $S_6$ ne sont plus assez proches pour qu'une de ces branches porte des modes rétropropagatifs. L'épaisseur et la masse volumique n'ayant pas d'influence sur $\nu$, la présence ou non de modes *backward* n'est pas gouvernée par ces deux paramètres (voir figure 3.1e et f). Cependant, comme énoncé plus haut, ces deux paramètres régissent la position fréquentielle des résonances. Par conséquent, l'ouverture angulaire du faisceau varie lorsque l'on considère une résonance d'ordre $n$ fixé (cf. équation 3.1.1.1). Les effets de faisceau borné sont

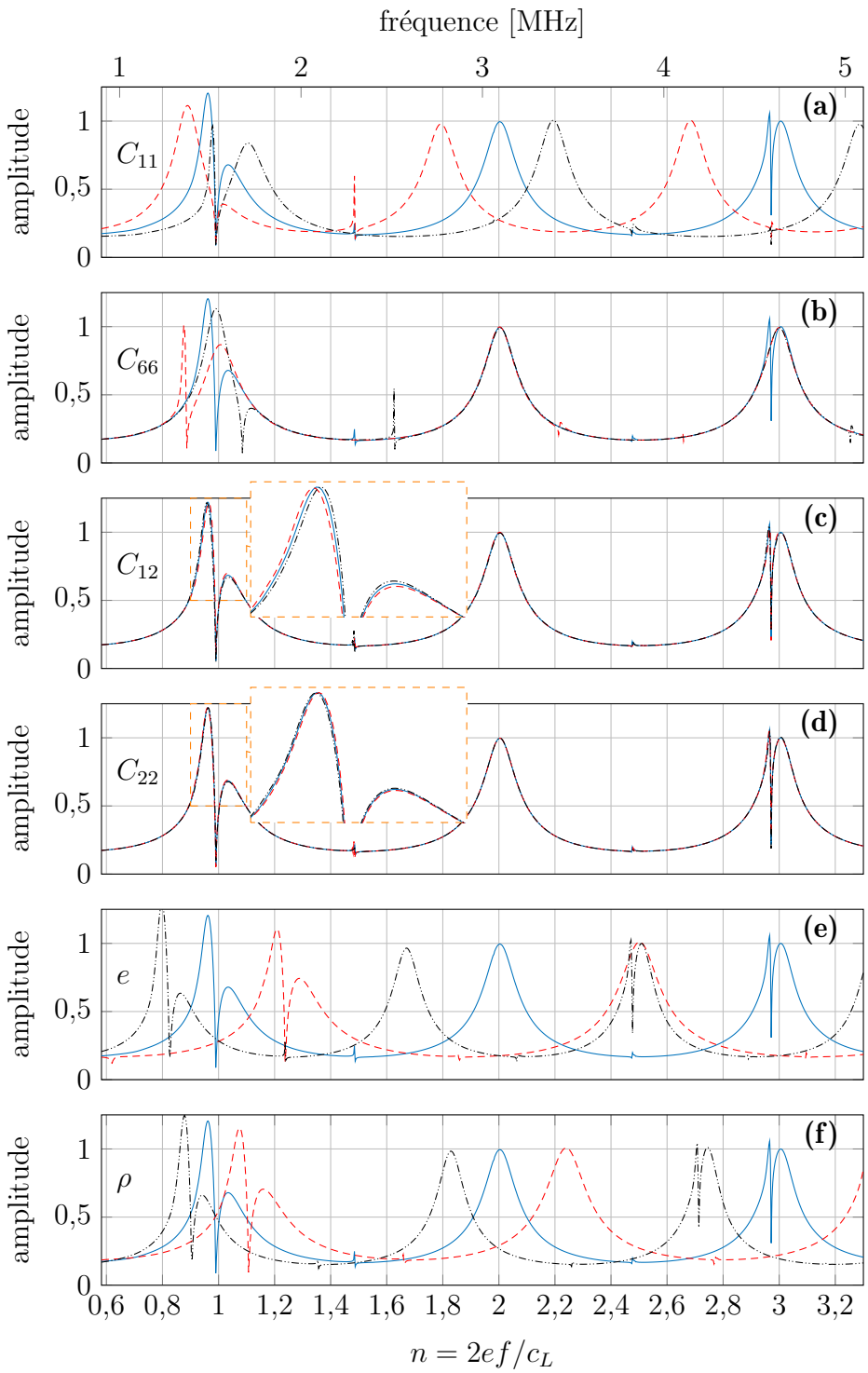



FIGURE 3.1 – Sensibilité du module de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium à ses modules élastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; module des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-).

donc plus ou moins prononcés.

Lorsqu'on s'intéresse à l'influence des six paramètres sur l'allure de la phase de la fonction de transfert, on aboutit aux mêmes conclusions que celles obtenues pour la sensibilité du module. Deux observations supplémentaires sont cependant faites. La pre-

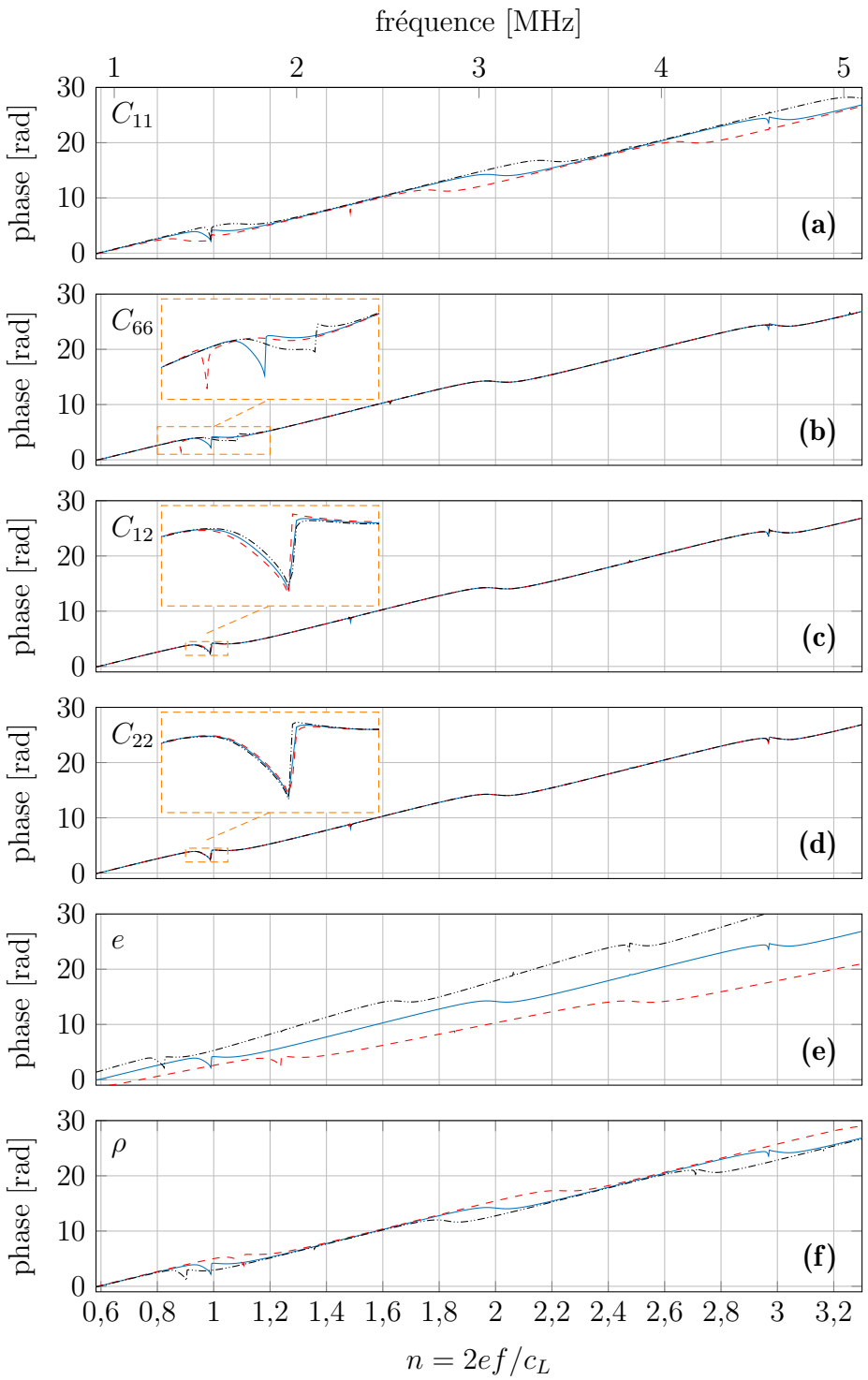



FIGURE 3.2 – Sensibilité de la phase déroulée de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium à ses modules élastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; phase déroulée des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-).

mière est qu'on constate une très forte sensibilité de la phase à l'épaisseur sur l'ensemble des fréquences. Cela provient d'une part du changement de position des résonances et d'autre part du terme $ke$ [2] contenue dans la phase de la fonction de transfert, qui induit

2. Pour rappel, $k$ est le nombre d'onde dans l'eau.

une évolution linéaire en fonction de la fréquence (cf. relation 2.1.3.10). La seconde observation est l'insensibilité de la phase à une variation des autres paramètres lorsque l'on s'éloigne des résonances. En effet, pour $n = 1{,}5$ ou $n = 2{,}5$, l'impact de tous les paramètres, excepté l'épaisseur, est très faible.

Cette étude de sensibilité a permis de comprendre plus amplement le comportement de la fonction de transfert d'une plaque élastique. D'après cette analyse, il semble *a priori* envisageable d'évaluer les paramètres suivants au moyen d'une mesure en incidence normale : $e$, $\rho$, $C_{11}$ et $C_{66}$. Nous verrons néanmoins dans la section 3.3.2 que l'évaluation de la masse volumique est difficilement atteignable.

### 3.1.2 Cas d'une plaque viscoélastique

Considérons à présent le cas d'un matériau viscoélastique, l'époxy, utilisé comme adhésif dans les assemblages caractérisés lors de l'étude présentée dans le chapitre suivant. Une étude équivalente à celle de la section précédente sur un aluminium est réalisée [3]. Là encore, on s'intéresse à la fonction de transfert dans une plage de fréquences contenant les trois premières résonances, soit pour des fréquences comprises entre 0,3 et 1,5 MHz compte tenu de l'épaisseur de la plaque d'époxy étudiée. Un matériau viscoélastique étant caractérisé par des modules d'élasticité complexes (cf. section 1.3.1.b), la sensibilité de la fonction de transfert aux parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$ est également examinée. Les propriétés de référence sont répertoriées dans le tableau 3.2.

| $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $\tan\delta_{11}$ | $\tan\delta_{66}$ | $e$ [mm] | $\rho$ [g cm$^{-3}$] |
|---|---|---|---|---|---|
| 7,68 | 1,65 | 3,7 % | 6,1 % | 2,920 | 1,16 |

TABLEAU 3.2 – Propriétés de référence d'une plaque d'époxy utilisées dans l'étude de sensibilité.

L'évolution du module de la fonction de transfert à une variation des différents paramètres est représentée sur la figure 3.3.

À l'instar du verre, de l'aluminium ou encore du plexiglas, le module de la fonction de transfert de l'époxy présente des effets de faisceau borné à proximité de sa première résonance. Ils se manifestent par un minimum localisé proche de la fréquence de coupure de la branche $S_2$ (*i.e.* seconde résonance d'épaisseur transverse). On note tout de même que les effets de faisceau borné sont moins prononcés que pour un matériau élastique comme le verre ou l'aluminium. Ceci a déjà été observé et commenté dans la section 2.6 dans le cas d'une plaque de plexiglas. Seule la première résonance (fréquences comprises entre 0,3 et 0,5 MHz) montre une allure de la fonction de transfert révélatrice d'effets de faisceau borné liés à la présence de modes *backward*.

3. La sensibilité aux modules $\widetilde{C}_{12}$ et $\widetilde{C}_{22}$ n'est pas présentée. Comme pour la plaque d'aluminium, la sensibilité à ses modules est très faible. Il sera donc considéré par la suite que leur influence est négligeable et qu'il n'est pas envisageable de les évaluer.

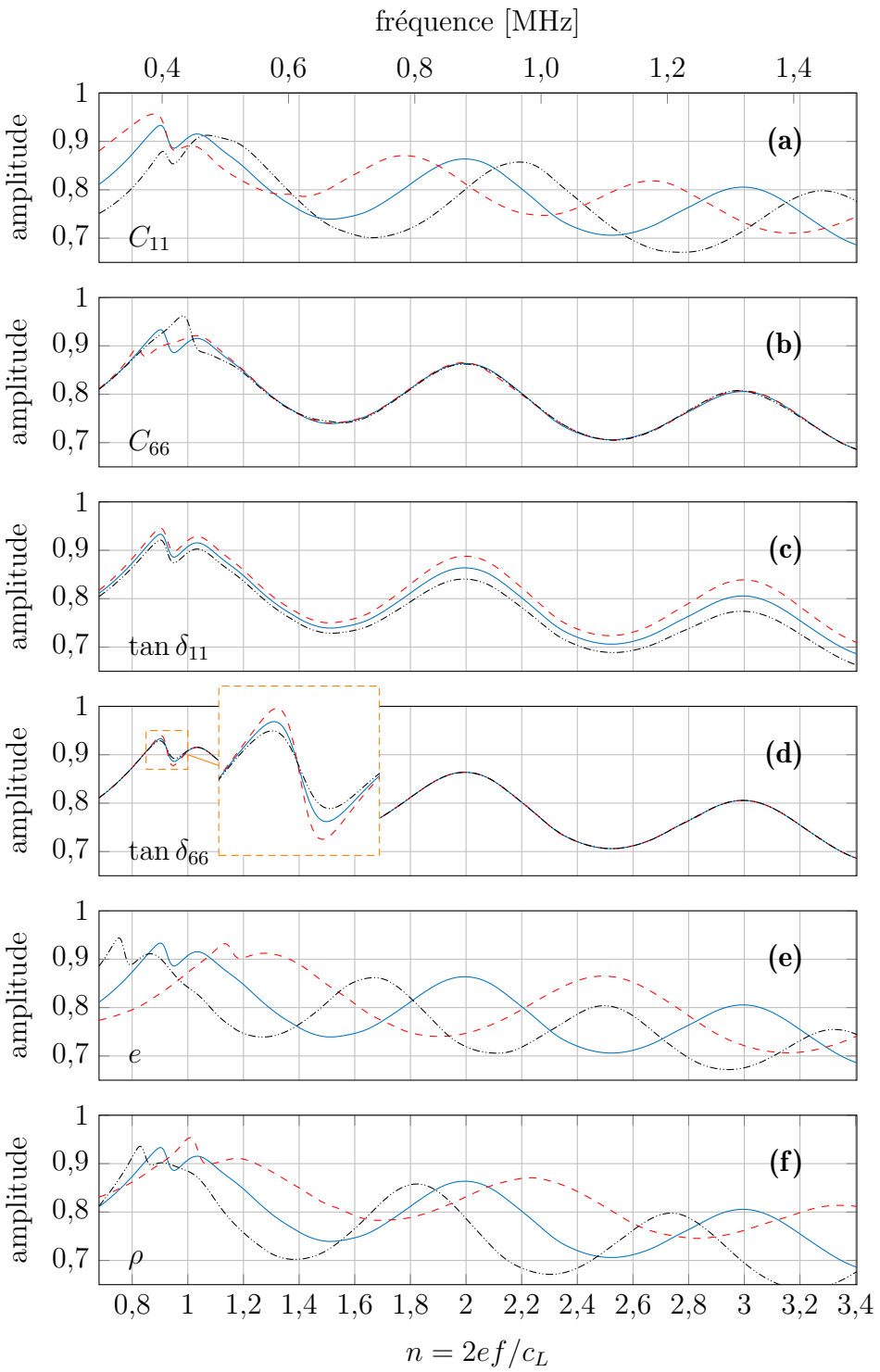



FIGURE 3.3 – Sensibilité du module de la fonction de transfert d'une plaque d'époxy à ses modules viscoélastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; module des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-).

Cette résonance est la seule qui montre une sensibilité significative au $\widetilde{C}_{66}$. En effet, une variation de ± 20 % de la partie réelle du $\widetilde{C}_{66}$ induit un décalage de la position du minimum (voir figure 3.3b). À ces fréquences, la fonction de transfert est également sensible à la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$. Plus la partie imaginaire est grande,

plus l'amplitude maximale est faible et moins le minimum est prononcé (cf. section 2.6).

Concernant l'influence de la partie réelle du $\widetilde{C}_{11}$, de l'épaisseur et de la masse volumique sur la fonction de transfert, elle est la même que pour un matériau élastique. La fonction de transfert est donc sensible à ces paramètres sur l'ensemble des fréquences. C'est également le cas de $\tan\delta_{11}$ qui a une influence sur l'évolution de l'amplitude de la fonction de transfert pour l'ensemble des fréquences (cf. section 2.6).

L'étude de sensibilité pour la phase de la fonction de transfert est représentée sur la figure 3.4. Elle montre une influence négligeable des parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$. La partie réelle du module de cisaillement n'a qu'une influence limitée sur la phase, concentrée vers des fréquences comprises entre 0,2 et 0,4 MHz. La sensibilité de la phase aux trois autres paramètres (partie réelle du $\widetilde{C}_{11}$, $e$ et $\rho$) est forte, et cela, quelle que soit la fréquence.

**Conclusion à propos des études de sensibilité**

Que ce soit pour l'aluminium ou l'époxy, la fonction de transfert (module et phase) en incidence normale est sensible aux modules (visco)élastiques, à l'épaisseur et à la masse volumique. À première vue, il semble donc que ces paramètres sont évaluables par résolution du problème inverse. Cependant, bien que la sensibilité de la mesure au mesurande est une condition nécessaire, elle est non suffisante. Comme cela sera précisé dans la section 3.3.1.d, des conditions supplémentaires sont requises pour une évaluation fiable des paramètres du matériau (problème bien posé). Nous verrons dans la section 3.3.2 quels paramètres parmi ceux évoqués sont effectivement évaluables par résolution du problème inverse.

Dans le cas de la plaque d'époxy, on observe une sensibilité au module de cisaillement plus faible que pour l'aluminium. Elle est limitée au niveau de la première résonance, entre 0,3 et 0,5 MHz. Comme cela a été montré dans la section 2.6, les effets de faisceau borné sont moins prononcés pour des matériaux viscoélastiques que pour des matériaux élastiques et plus rigides. Cela s'explique en partie par le fait que la viscoélasticité réduit les effets de faisceau borné. De plus, la probabilité d'existence de modes *backward* est d'autant plus forte que l'ordre de la résonance longitudinale $n$ est faible (cf. section 2.3.2). Or, pour un matériau relativement peu rigide comme l'époxy, les premières résonances ont lieu à basse fréquence. Il semble donc nécessaire de mesurer la fonction de transfert à relativement basse fréquence afin d'obtenir une sensibilité suffisante au module $\widetilde{C}_{66}$ pour espérer l'évaluer.

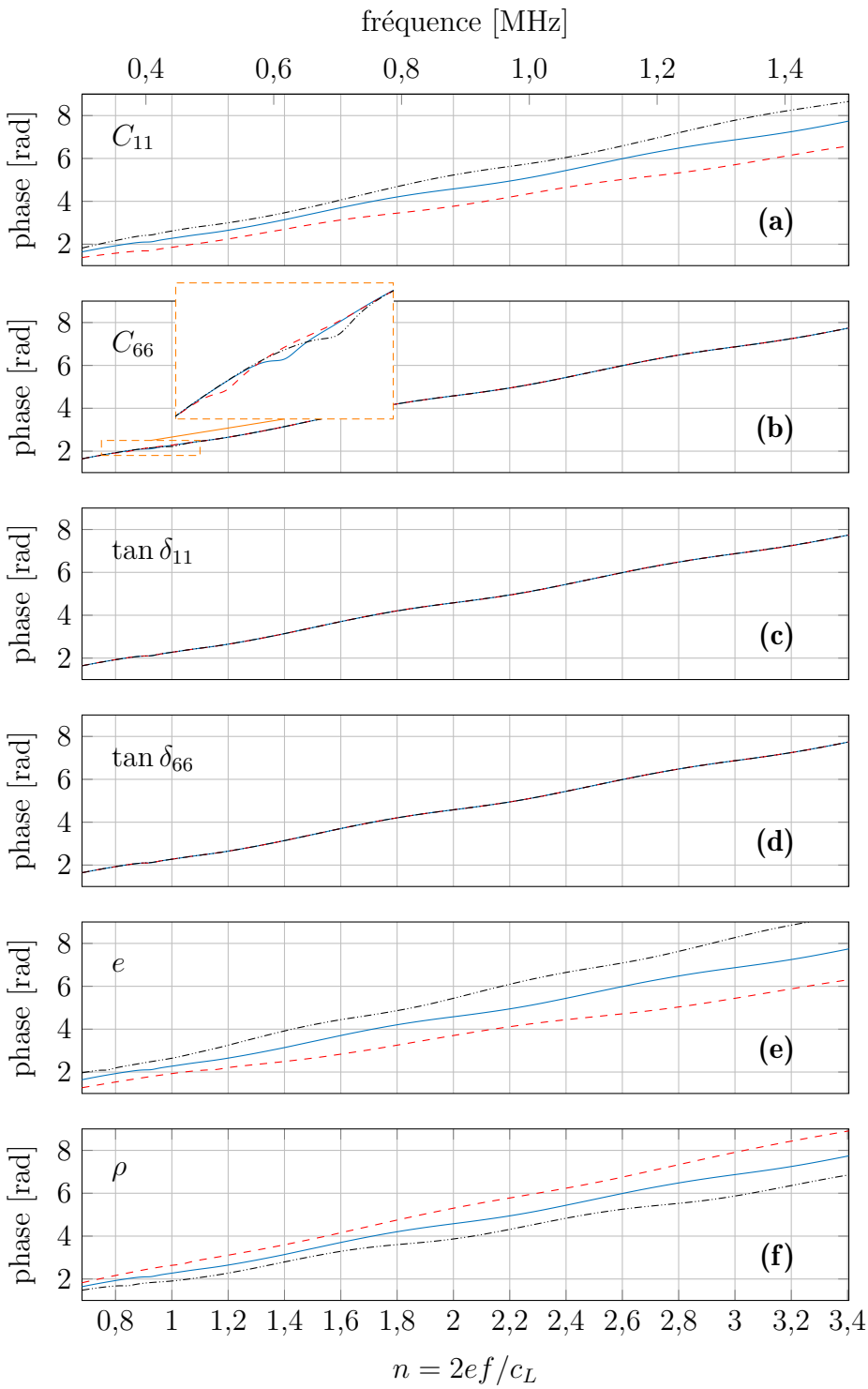



FIGURE 3.4 – Sensibilité de la phase déroulée de la fonction de transfert d'une plaque d'époxy à ses modules viscoélastiques, son épaisseur et sa masse volumique autour des trois premières résonances ; phase des fonctions de transfert calculées avec : les valeurs de référence (——), les valeurs diminuées de 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-).

## 3.2 Caractérisation de matériaux isotropes élastiques par mesure des fréquences de résonances

Une méthode plus simple comparée à la résolution d'un problème inverse est envisagée. Il a été vu dans la section 2.1.3 qu'en incidence normale les coefficients de transmission en ondes planes sont caractérisés par une succession de maxima localisés au niveau des fréquences de résonances longitudinales $f_n^L$. De plus, pour de faibles angles d'incidence, on voit apparaître de fortes variations localisées à proximité de fréquences de résonances transverses $f_m^T$. Cela se traduit par des pics avec un passage brusque du module des coefficients de transmission de 1 à 0 (voir figure 2.7). Dans l'hypothèse où le modèle onde plane est valable, la mesure directe d'un maximum au niveau d'une résonance longitudinale sous incidence nulle et d'un minimum localisé à proximité d'une résonance transverse en incidence oblique permettrait une évaluation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ à partir des équations 2.1.3.3 et 2.1.4.1 rappelées ici : $f_n^L = nc_L/2e$ et $f_m^T = mc_T/2e$.

Il a été montré dans la section 2.3.3 que l'un des effets de la diffraction est le décalage des maxima par rapport aux résonances longitudinales $f_n^L$. Cependant, selon la situation, ce décalage n'est pas forcément très élevé et pourrait avoir une influence négligeable sur l'estimation du module $C_{11}$. De plus, il a été observé que la fonction de transfert peut présenter des minima plus ou moins marqués localisés au niveau de certaines résonances d'épaisseur transverses $f_m^T$. Cette section est dédiée à l'étude de la fiabilité d'une méthode d'estimation des deux modules élastiques d'un matériau isotrope par mesure des extrema de la fonction de transfert en faisceau borné sous incidence normale.

### 3.2.1 Application avec des données numériques

Prenons l'exemple d'une plaque d'aluminium. La figure 3.5 montre la fonction de transfert d'une plaque de 3 mm d'épaisseur pour une plage de fréquences qui contient les cinq premières résonances longitudinales. Elle est obtenue numériquement avec le modèle FB-2Da. Le diamètre des transducteurs est de 19 mm et les propriétés de l'aluminium sont les mêmes que dans l'étude de sensibilité (cf. tableau 3.1). La position des maxima $f_n^{\max}$ à proximité de chaque résonance est indiquée par un carré rouge. La position des minima est mise en évidence par des cercles jaunes.

Si l'on émet l'hypothèse que les maxima sont localisés au niveau des fréquences de résonances $f_n^{\max}$ et que l'épaisseur, la masse volumique et l'ordre des résonances sont connus, alors le module $C_{11}$ peut être estimé grâce à la relation 2.3.3.2 : $C_{11} =$

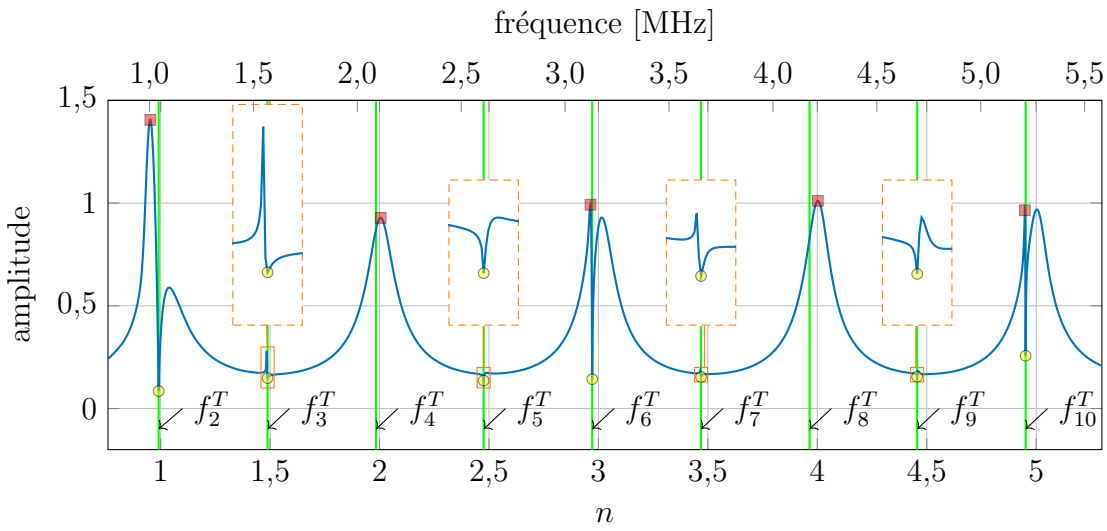



FIGURE 3.5 – Fonction de transfert d'une plaque d'aluminium d'épaisseur 3 mm pour ses 5 premières résonances longitudinales. Position des maxima $f_n^{\max}$ utilisés pour le calcul de $C_{11}$ (■) et des minima $f_m^{\min}$ pour le calcul de $C_{66}$ (●). Fréquences de coupure transverse $f_m^T$ (——).

$4\rho(ef_n^L/n)^2$. Le tableau 3.3 répertorie les fréquences où sont localisés les maxima $f_n^{\max}$ ainsi que les $C_{11}$ déduits. Ce tableau contient également la différence par rapport au module $C_{11}^{\text{REF}}$ utilisé pour le calcul de la fonction de transfert, notée $\delta C_{11}$ et l'incertitude de mesure, notée $\Delta C_{11}$. Le calcul de l'incertitude est présenté en annexe A.3. Comme l'étude est numérique, on connaît exactement l'épaisseur et la masse volumique introduites dans le modèle. L'unique source d'incertitude est liée à la discrétisation en fréquence de la fonction de transfert [4]. Les fréquences $f_n^{\max}$ sont connues avec une précision égale à la résolution fréquentielle, soit 2 kHz qui sera aussi la résolution lors des mesures expérimentales présentées dans ce chapitre.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_n^{\max}$ [MHz] | 1,004 | 2,112 | 3,122 | 4,216 | 5,270 |
| $C_{11}$ [GPa] | 100,88 | 111,61 | 108,39 | 111,18 | 108,75 |
| incertitude : $\Delta C_{11}$ [GPa] | 0,40 | 0,21 | 0,14 | 0,11 | 0,08 |
| erreur : $\delta C_{11}$ [GPa] | −10,17 | +0,56 | −2,66 | +0,13 | −2,30 |

TABLEAU 3.3 – Estimation de $C_{11}$ d'une plaque d'aluminium par mesure des maxima $f_n^{\max}$ et différence $\delta C_{11}$ par rapport à la valeur de référence $C_{11}^{\text{REF}} = 111{,}05$ GPa.

L'erreur d'évaluation varie fortement en fonction de la résonance choisie. Elle est très faible pour $n = 2$ et 4. Concernant $n = 3$ et $n = 5$, elle est assez faible alors qu'elle est assez prononcée pour $n = 1$. En effet, dans ce cas, l'erreur relative est de l'ordre de 10 %. Quel que soit l'ordre de la résonance, la différence par rapport à la valeur de réfé-

4. Si l'on se place dans des conditions expérimentales où l'épaisseur et la masse volumique de la plaque sont connues avec des incertitudes respectivement égales à 10 µm et 0,014 g cm$^{-3}$, l'incertitude de mesure des modules d'élasticité est approximativement trois à quatre fois plus importante que lorsque seule l'incertitude liée à la discrétisation en fréquence est prise en compte.

rence est supérieure à l'incertitude de mesure. Cela signifie que même pour $n = 2$, 4 où cette différence est faible, il existe un décalage entre la position des maxima par rapport aux fréquences de résonances longitudinales. L'évaluation du module de compression par mesure des maxima est donc affectée d'une erreur. Cependant, dans certains cas, cette erreur peut être considérée négligeable. C'est notamment le cas lorsque $n = 4$.

Concentrons-nous à présent sur l'évaluation du module de cisaillement par mesure des minima. D'après les relations 2.1.4.1 et 1.3.1.8, on a :

$$C_{66} = 4\rho\left(\frac{e f_m^T}{m}\right)^2. \tag{3.2.1.1}$$

Le tableau 3.4 répertorie toutes les fréquences $f_m^{\min}$ auxquelles sont observés des minima ainsi que les $C_{66}$ déduits de l'expression 3.2.1.1. On remarque l'absence de données pour $m = 4$ et $m = 8$. Cela est dû au fait qu'il n'existe pas de minima au niveau des fréquences de coupure $f_4^T$ et $f_8^T$ (voir figure 3.5). Le tableau contient également l'erreur de mesure $\delta C_{66}$ (*i.e.* différence par rapport à la valeur de référence $C_{66}^{\mathrm{REF}}$) et l'incertitude de mesure $\Delta C_{66}$. L'erreur maximale est de 0,05 GPa, soit une erreur relative de 0,18 %. De plus, l'incertitude est presque toujours supérieure à l'erreur de mesure. En effet, l'erreur est légèrement supérieure à l'incertitude seulement lorsque $m = 7$. Il semble donc que la mesure des minima permette une évaluation fiable de la partie réelle du module de cisaillement.

| $m$ | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_m^{\min}$ [MHz] | 1,044 | 1,566 | 2,608 | 3,130 | 3,654 | 4,694 | 5,216 |
| $C_{66}$ [GPa] | 27,27 | 27,27 | 27,23 | 27,24 | 27,27 | 27,22 | 27,23 |
| incertitude : $\Delta C_{66}$ [GPa] | 0,10 | 0,07 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,02 | 0,02 |
| erreur : $\delta C_{66}$ [GPa] | +0,05 | +0,05 | +0,01 | +0,02 | +0,05 | 0,00 | +0,01 |

TABLEAU 3.4 – Estimation de $C_{66}$ d'une plaque d'aluminium par mesure des minima $f_m^{\min}$ et différence $\delta C_{66}$ par rapport à la valeur de référence $C_{66}^{\mathrm{REF}} = 27{,}22$ GPa.

### 3.2.2 Discussion

Cette méthode, basée sur la mesure des extrema de la fonction de transfert, est simple et permet une évaluation rapide des deux modules d'un matériau élastique. Elle ne nécessite ni modèle numérique, ni algorithme de minimisation. Seule la résolution des équations explicites 2.3.3.2 et 3.2.1.1 est nécessaire. La mesure peut être assez précise si les incertitudes de mesure de l'épaisseur et de la masse volumique sont faibles et si la résolution fréquentielle est suffisamment petite. Cependant, la méthode présente quelques inconvénients. La limite la plus importante concerne l'évaluation du $C_{11}$ par

relevé des maxima. Il a été observé un décalage fréquentiel entre la position des maxima et des fréquences de résonances longitudinales. C'est l'un des effets de faisceau borné analysé dans la section 2.3.3. Ce décalage est bien plus prononcé lorsque des modes rétropropagatifs sont générés. C'est le cas pour la plaque d'aluminium à proximité des résonances 1, 3 et 5 pour lesquelles les ondes de Lamb fuyantes générées sont respectivement les modes $S_1/S_2$, $S_3/S_6$ et $S_5/S_{10}$. Dans ces situations, l'erreur engendrée est non négligeable (voir tableau 3.3). La présence de modes rétropropagatifs peut être révélée par une allure particulière de la fonction de transfert : une amplitude supérieure à 1, la présence de deux lobes séparés de part et d'autre d'un minimum très marqué ou de manière plus générale, tout ce qui s'éloigne de l'allure caractéristique de la fonction de transfert en onde plane en incidence normale. Si ces spécificités sont observées, il est conseillé de se reporter à la mesure d'autres maxima. Notons qu'un décalage fréquentiel des maxima de la fonction de transfert par rapport aux $f_n^L$ peut exister en l'absence de modes *backward*. Ce décalage est cependant beaucoup plus faible. Dans le cas présent, l'erreur relative sur l'estimation de $C_{11}$ par mesure des maxima au niveau des résonances sans modes *backward* est de 0,5 % (resp. 0,1 %) pour $n = 2$ (resp. $n = 4$). Lors de cette étude, il a été possible d'évaluer précisément l'erreur induite par la diffraction sur l'estimation du module $C_{11}$ pour une plaque en aluminium. Dans des conditions expérimentales, il est impossible de connaître *a priori* l'influence des effets de faisceau borné de manière quantitative sur la position des maxima par rapport aux résonances d'épaisseur. On peut seulement présupposer que lorsque l'allure de la fonction de transfert ne révèle pas la présence de modes rétropropagatifs, alors l'erreur commise est négligeable.

Un autre inconvénient est que si une seule résonance est mesurée, il est nécessaire de connaître son ordre $n$. On peut s'affranchir de cette limite si au moins deux maxima consécutifs sont mesurés afin d'en déduire la différence de fréquence entre deux résonances $\delta f = c_L/2e$.

Pour un matériau élastique, la position des minima est toujours confondue avec une fréquence de résonance d'épaisseur transverse. Contrairement aux maxima, il n'y a pas de dépendance au rapport $a/\lambda$. De plus, la localisation des minima est assez peu sensible à un mésalignement (à $\pm$ 2°). Contrairement au $C_{11}$, l'estimation de la partie réelle du $\widetilde{C}_{66}$ par mesure des minima est fiable. Cependant, il existe certaines limites. La première est qu'il est nécessaire, là encore, de connaître l'ordre $m$ de la résonance. De plus, comme il n'apparaît pas de minima pour toutes les résonances $f_m^T$ , il n'est pas toujours possible de mesurer la différence de fréquence entre deux minima consécutifs pour s'affranchir de la connaissance de ce paramètre. Ainsi, si les propriétés du matériau sont complètement inconnues, il n'est pas possible d'évaluer $C_{66}$ grâce à cette méthode. La seconde limite est que certains minima sont peu marqués. La variation

d'amplitude liée à la présence d'une résonance transverse peut être parfois faible au point d'être confondue avec du bruit. C'est notamment ce que montre la figure 3.5 pour les résonances d'ordres 3, 5, 7 et 9. Il est donc préférable de réaliser la mesure sur un minimum localisé au voisinage des fréquences qui font intervenir des modes rétropropagatifs. En effet, dans ce cas, les minima sont très marqués (voir minima de la fonction de transfert au niveau de $f_2^T$, $f_6^T$ et $f_9^T$).

Les commentaires concernant les matériaux élastiques sont en partie valables pour des matériaux viscoélastiques. On peut tout de même préciser que la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{11}$ n'influe pas sur la position des maxima alors que la position des minima est impactée par la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$ (cf. section 2.6). La mesure d'un minimum afin d'évaluer la partie réelle du module de cisaillement d'un matériau viscoélastique est donc à éviter au risque d'induire une erreur de mesure. Prenons l'exemple de la fonction de transfert d'une plaque de plexiglas calculée avec le modèle FB-2Da (cf. figure 2.32). Le minimum pour $m = 6$ est localisé à une fréquence de 0,534 ± 0,002 MHz. Si l'on considère que ce minimum est localisé au niveau de $f_6^T$, alors le $C_{66}$ déduit est de 2,228 GPa. En réalité, la partie réelle du module de cisaillement introduit dans le modèle est de 2,18 GPa. La différence entre les valeurs est de 0,048 GPa soit une différence relative de 2,2 %.

Une autre limite de cette méthode pour la caractérisation d'un matériau viscoélastique est qu'elle ne permet pas d'estimer les parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$.

Un avantage de cette méthode non évoqué jusqu'à maintenant est qu'il n'est pas nécessaire de réaliser une mesure de référence (sans la plaque) afin d'obtenir la fonction de transfert. Le spectre du signal transmis est suffisant. On peut même imaginer une méthode connexe en réflexion. On peut ajouter que l'évaluation de l'épaisseur et/ou de la masse volumique est envisageable par la mesure des maxima ou minima. Néanmoins, seuls deux paramètres sur les quatre qui interviennent dans les équations 2.3.3.2 et 3.2.1.1 peuvent être estimés. L'application de la mesure de minima localisés au niveau de résonances transverses à la mesure d'épaisseur paraît intéressante. Si la masse volumique et le module de cisaillement d'un matériau sont connus, il peut être envisagé de réaliser une cartographie de l'épaisseur à l'instar de ce qui a été réalisé par Cès [155] dans ses travaux de thèse grâce à la génération et à la mesure de modes ZGV.

## 3.3 Conditionnement et résolution du problème inverse

La fonction de transfert du champ ultrasonore à travers une plaque monocouche isotrope (visco)élastique peut être, suivant les fréquences, sensible aux deux modules complexes, à l'épaisseur et à la masse volumique. Dans la partie précédente, une mé-

thode simple basée sur la mesure des maxima et des minima de la fonction de transfert permettant d'évaluer deux de ces quatre paramètres a été présentée. Sa simplicité et sa rapidité en font une méthode intéressante. Les limites ont été discutées. Une méthode basée sur la résolution d'un problème inverse présentée ici permet de s'affranchir d'une partie de ces limites. L'acronyme FT-FB, pour Fonction de Transfert en Faisceau Borné, est utilisé pour désigner cette méthode. Cette section a pour objectif de définir les conditions de résolution du problème inverse (fonction coût, grandeur mesurée, contraintes, etc.) afin d'exploiter au mieux les propriétés de la fonction de transfert. Les « données expérimentales » sont obtenues numériquement grâce au modèle FB-2Da. Ainsi, les études sont effectuées sur des données parfaitement contrôlées. La faisabilité et la robustesse de la méthode sont mises à l'épreuve grâce à des études numériques.

### 3.3.1 Procédure d'optimisation

#### a) Principe

On peut définir un problème inverse comme un procédé qui consiste à évaluer un ou plusieurs paramètres à partir de la mesure d'une grandeur qui dépend de ce(s) paramètre(s). Dans notre cas, il s'agit d'évaluer certains paramètres mécaniques et géométriques de plaques à partir de la mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale. Le problème inverse est similaire à celui présenté dans la section 1.3.2. Cependant, la procédure d'optimisation diffère sur plusieurs points. La première différence est le problème direct. Afin de tirer profit des effets de faisceau borné qui font intervenir une sensibilité de la fonction de transfert au module de cisaillement, le modèle FB-2Da présenté dans la section 2.4.1 est utilisé, et cela, sur l'ensemble de ce chapitre et du chapitre suivant.

Le procédé d'optimisation itératif est schématisé sur le diagramme présenté sur la figure 3.6. $X$ est le vecteur mesurande qui contient les différents paramètres que l'on souhaite estimer. Les grandeurs mesurées sont les champs transmis à partir desquels la fonction de transfert est calculée. Contrairement à la méthode proposée par Castaings *et al.* [3], la minimisation est directement réalisée sur la fonction de transfert et non sur le spectre du signal transmis (cf. équation 1.3.2.2). Ainsi, on élimine l'influence de la réponse fréquentielle des transducteurs. On résout donc le problème avec une grandeur qui dépend majoritairement des propriétés que l'on cherche à estimer. En effet, la fonction de transfert traduit la réponse fréquentielle de la plaque même si elle dépend également de paramètres extérieurs aux propriétés intrinsèques du matériau (cf. section 2.4.1). Par conséquent, la fonction de transfert fait ressortir les effets de faisceau borné et donc la sensibilité au module de cisaillement. Nous verrons dans les parties suivantes comment est définie la fonction coût $\varepsilon(X)$.

#### b) Algorithme utilisé

Le procédé d'optimisation suit la démarche générale suivante : (1) mesure ; (2) initialisation du problème direct ; (3) minimisation de la fonction coût. La dernière étape revient à estimer les paramètres dont dépend la fonction de transfert qui minimisent la différence entre la mesure et le modèle. Les étapes de minimisation de la fonction coût sont regroupées dans le rectangle en tirets rouges (cf. figure 3.6). La fonction *fmincon* de Matlab est utilisée. C'est une méthode d'optimisation par descente de gradient. L'algorithme du point-intérieur est adopté pour minimiser la fonction coût sous contrainte non-linéaire [156].

#### c) Critères d'arrêt

La minimisation est terminée lorsque l'un des critères d'arrêt est atteint. Un critère d'arrêt est un seuil de tolérance $\xi$ qui, lorsqu'il est dépassé, arrête l'algorithme. Les deux seuils sont définis par rapport à :

— l'écart entre deux jeux de données consécutifs. C'est-à-dire la norme entre deux vecteurs $X$ : $|X_{k+1} - X_k| < \xi$ ;

— la différence de valeur entre deux itérations de la fonction coût : $\varepsilon(X_{k+1}) - \varepsilon(X_k) < \xi$.

Si l'un de ces deux critères est atteint à l'itération $k$, alors on considère que le vecteur $X_k$ est composé des mesurandes pour lesquelles le problème direct décrit au mieux la grandeur mesurée. Il est possible qu'après un grand nombre d'itérations, aucun de ces deux seuils ne soit atteint. Le temps de calcul peut donc être très important. On peut alors définir un nombre d'itérations maximal pour limiter le temps de calcul. Cependant, rien n'indique que ce nombre est suffisant pour atteindre la meilleure solution du problème.

#### d) Nécessité d'un problème bien posé

Afin que l'optimisation converge vers les véritables valeurs des mesurandes, il est nécessaire que le problème soit bien posé. Au sens de Hadamard [157], un problème est bien posé si :

1. la solution existe. C'est-à-dire qu'il existe une combinaison de valeurs du vecteur mesurande pour laquelle le modèle décrit parfaitement l'expérience. Mathématiquement on a : $\exists X$ tel que $\varepsilon(X) = 0$. Étant donné qu'il est impossible d'avoir un accord parfait entre la mesure et le modèle, ce critère est par essence inatteignable. Cependant, on peut considérer qu'à partir d'une différence suffisamment faible entre la mesure et le modèle, la solution existe ;
2. il y a unicité de la solution : $\exists! X$ tel que $\varepsilon(X) = 0$ ;

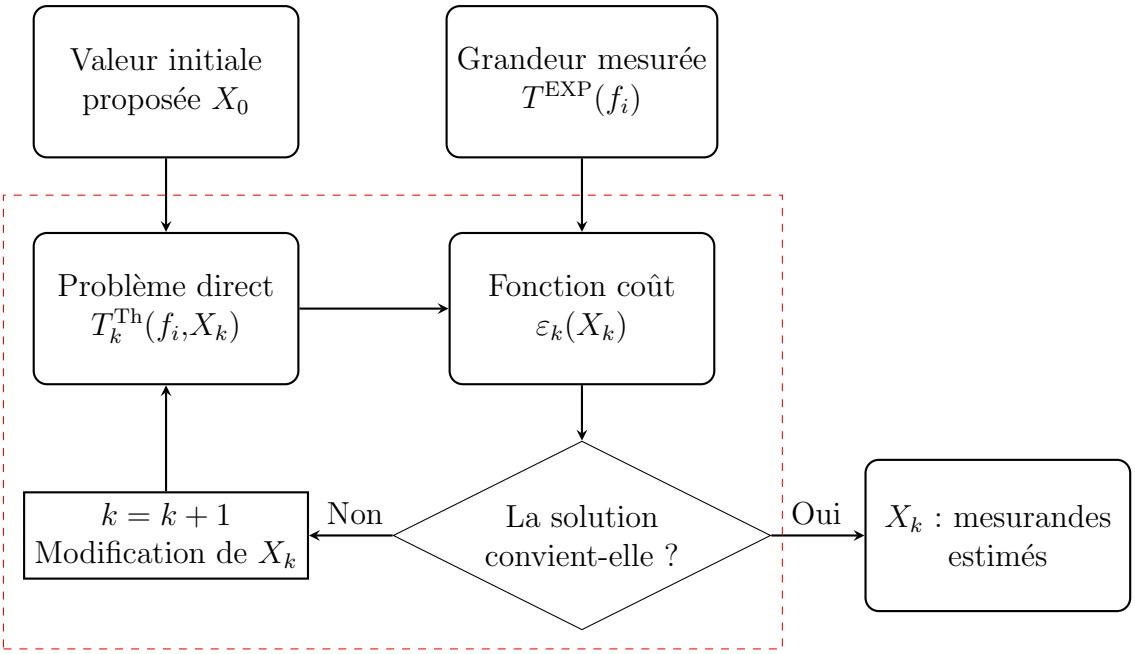



FIGURE 3.6 – Schématisation du fonctionnement du procédé d'optimisation.

3. la solution dépend continûment des données.

### e) Difficultés lors de la résolution d'un problème inverse

D'après Kern [158], plusieurs difficultés peuvent entraver la résolution du problème inverse :

— dans le cas d'un algorithme de type descente de gradient, il est nécessaire que la fonction coût soit convexe pour s'assurer qu'elle converge vers les bons mesurandes. En réalité, la fonction coût présente généralement des minima locaux (*i.e.* fonction non-convexe). Le procédé de minimisation peut tout aussi bien converger vers le minimum global que vers un minimum local. Un des moyens de limiter cette difficulté est de définir des bornes pour chaque paramètre afin de limiter l'intervalle sur lequel est réalisée l'optimisation. On réduit alors les chances de présence de minima locaux. Dans notre situation, on connaît généralement l'ordre de grandeur des valeurs des paramètres que l'on va estimer. Comme on le verra dans la section suivante, un choix réfléchi de la définition de la fonction coût permet également de limiter le nombre de minima locaux ;

— de par les spécificités du modèle direct ou par manque de données expérimentales, le problème peut être sous-déterminé. On se place alors dans une situation où le problème connaît plusieurs solutions. D'après le deuxième critère évoqué plus haut, le problème est alors mal posé ;

— une trop forte sensibilité de la solution au bruit de mesure. Un faible changement de la mesure (par exemple lié à la présence de bruit) induit un changement très important du vecteur $X$ estimé. Il faut que l'impact du bruit sur l'estimation des

mesurandes soit à la hauteur de son intensité.

On peut également évoquer la question du temps de calcul. Suivant le problème modélisé et les outils de calculs mis à disposition, la durée de résolution du problème inverse peut être une limite importante. Ici, suivant les conditions, la durée varie de quelques minutes à plusieurs heures.

La section suivante va permettre, de part des études numériques, de se questionner sur les considérations évoquées ci-dessus. L'objectif étant de conditionner le problème inverse au mieux afin de limiter au maximum les difficultés de résolution.

### 3.3.2 Étude de différentes stratégies de résolution à l'aide d'expériences simulées dans le cas élastique

L'étude du problème inverse est réalisée dans un premier temps en considérant une plaque d'aluminium [5] d'épaisseur 2,045 mm. Les fréquences considérées sont comprises entre 0,5 et 2,5 MHz. Le diamètre des transducteurs est de 19 mm. Comme il a été démontré dans l'étude de sensibilité faite en début de chapitre, la fonction de transfert pour cette plage fréquentielle est sensible aux quatre paramètres : $C_{11}$, $C_{66}$, $e$ et $\rho$. Cette sensibilité est due à la présence de modes rétropropagatifs (branches $S_1/S_2$) au voisinage de la première résonance d'épaisseur. L'objectif de cette partie est de définir quels paramètres parmi ceux évoqués peuvent être évalués grâce à la mesure d'une fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale.

#### a) Estimation des modules élastiques à partir du module de la fonction de transfert

Tout d'abord, on définit la fonction coût $\varepsilon_M$ par rapport au module de la fonction de transfert. À l'instar de la méthode développée en OP [3], la fonction coût est définie comme la différence quadratique entre la mesure et le modèle sommée sur une plage de fréquences :

$$\varepsilon_M(X) = \sum_i \left[ |T^{\mathrm{EXP}}(f_i)| - |T^{\mathrm{TH}}(f_i,X)| \right]^2. \tag{3.3.2.1}$$

Dans un premier temps, l'épaisseur et la masse volumique de l'aluminium sont supposées connues. Le vecteur mesurande est donc seulement constitué des modules élastiques : $X = \{C_{11}; C_{66}\}$. Pour rappel, dans cette section, l'expérience est simulée. La fonction de transfert « expérimentale » $T^{\mathrm{EXP}}$ est calculée avec les valeurs de référence des paramètres notés $X_{\mathrm{Ref}} = \{C_{11}^{\mathrm{Ref}}; C_{66}^{\mathrm{Ref}}\}$ et répertoriées dans le tableau 3.1. La figure 3.7 représente la fonction coût $\varepsilon_M(X)$ calculée pour $X \in [0{,}5X_{\mathrm{Ref}}; 1{,}5X_{\mathrm{Ref}}]$.

Naturellement, un minimum global de $\varepsilon_M$ est associé au couple de valeurs de référence $X_{\mathrm{Ref}}$. À première vue, il semble que la fonctionnelle soit continue, régulière et

5. Les propriétés de l'aluminium sont les mêmes que dans l'étude de sensibilité. Pour rappel : $C_{11} = 111{,}05$ GPa, $C_{66} = 27{,}22$ GPa et $\rho = 2{,}78\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$.

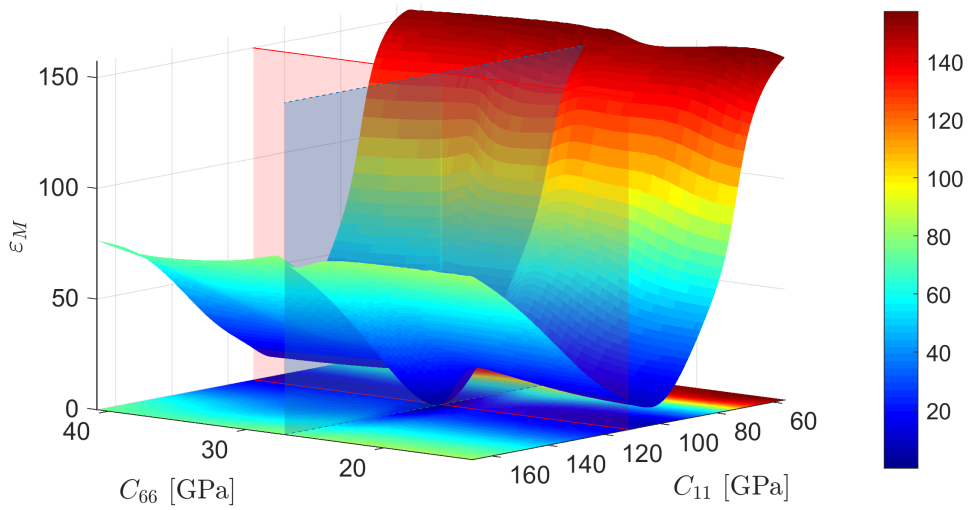



FIGURE 3.7 – Fonction coût $\varepsilon_M$ calculée à partir du module de la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium entre 0,5 et 2,5 MHz.

qu'elle ne présente qu'un seul minimum global. L'observation de l'évolution de $\varepsilon_M$ en fonction du module de cisaillement nous montre que, bien qu'il semble apparaître à proximité de la valeur de référence une allure convexe, ce n'est pas évident pour des valeurs qui s'éloignent de $C_{66}^{\text{Ref}}$ où la fonctionnelle atteint un plateau. Il est représenté sur la figure 3.7 deux plans de couleurs rouge et bleue pour lesquels on a respectivement $C_{11} = C_{11}^{\text{Ref}}$ et $C_{66} = C_{66}^{\text{Ref}}$. On peut observer sur la figure 3.8 l'intersection de ces deux plans avec la fonction coût.

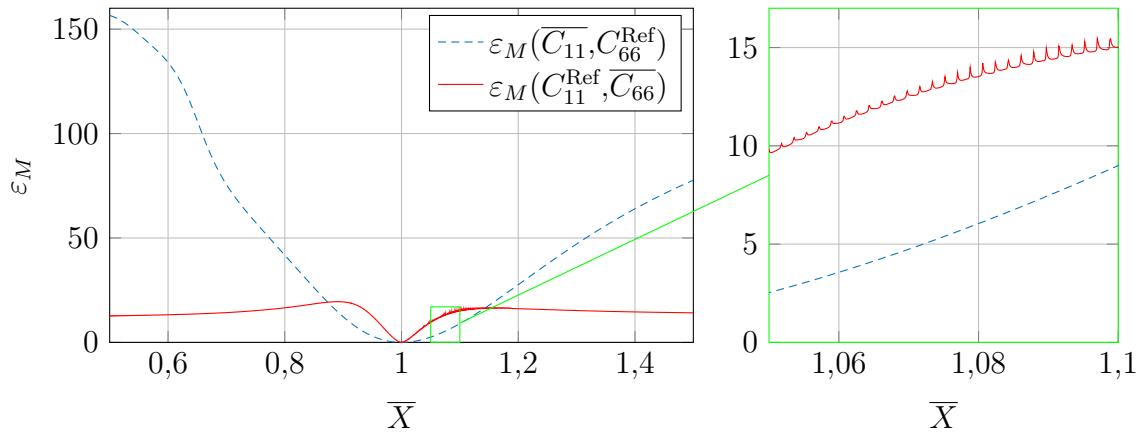



FIGURE 3.8 – Évolution de la fonction coût $\varepsilon_M$ représentée sur la figure 3.7 en fonction de $\overline{C}_{11}$ (resp. $\overline{C}_{66}$) lorsque le module $C_{66}$ (resp. $C_{11}$) est fixé à sa valeur de référence $C_{66}^{\text{Ref}}$ (resp. $C_{11}^{\text{Ref}}$). L'axe des abscisses est normalisé par rapport aux valeurs de référence : $\overline{X} = \{\overline{C}_{11}; \overline{C}_{66}\}$.

Cela permet d'étudier plus en détail l'influence individuelle de chacun des deux paramètres sur l'évolution de la fonction coût. Afin de pouvoir comparer les deux courbes, on effectue une normalisation de l'abscisse par rapport à sa valeur de réfé-

rence : $\overline{X} = X/X^{\text{Ref}}$. La courbe en tirets bleus représentant l'évolution de la fonction coût en fonction de $\overline{C}_{11}$ est continue, régulière et convexe sur cet intervalle. En ce qui concerne les variations de la fonction coût en fonction du module de cisaillement (courbe en trait rouge), il semble à première vue que la fonction est continue et régulière mais convexe seulement pour $\overline{C}_{66} \in [0{,}90; 1{,}15]$. De plus, lorsque l'on agrandit les variations de la fonction au voisinage de $\overline{X} \in [1{,}05; 1{,}1]$ (axe en vert), on voit apparaître une succession de minima locaux. Ces deux caractéristiques sont des obstacles éventuels s'opposant à la résolution du problème inverse.

Afin de vérifier que la présence de minima locaux sur la fonction coût est un obstacle au bon déroulement de la résolution du problème, l'optimisation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ est réalisée. Pour rappel, le procédé est itératif. Le choix d'un vecteur $X_0$ doit être fait pour le calcul de la fonction de transfert initiale $T^{\text{TH}}(f,X_0)$. La fonction coût $\varepsilon_M(X)$ est ensuite définie puis l'algorithme du point-intérieur est utilisé pour évaluer le vecteur $X_{\text{Opt}}$ qui minimise $\varepsilon_M(X)$. Le tableau 3.5 regroupe les vecteurs $X_0$ et $X_{\text{Opt}}$ ainsi que les bornes d'intervalle ($X_{\text{BI}}$ pour la borne inférieure et $X_{\text{BS}}$ pour la borne supérieure). Le recours à une expérience simulée permet directement de juger si le résultat de la résolution du problème est correct ou non car la solution $X_{\text{Ref}}$ est connue. En l'occurrence, $X_{\text{Ref}} \neq X_{\text{Opt}}$. L'estimation est donc erronée.

| | $X_{\text{Ref}}$ | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 111,05 | 80 | 130 | 100 | 103,6 |
| $C_{66}$ [GPa] | 27,22 | 15 | 40 | 30 | 37,3 |

TABLEAU 3.5 – Données liées à l'estimation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ lorsque la minimisation est réalisée à partir du module de la fonction de transfert.

Dans le cas d'une mesure réelle, l'objectif est justement d'estimer des valeurs de paramètres inconnues. On ne peut donc pas affirmer ou infirmer que l'estimation est juste en sortie d'algorithme. *A posteriori*, la comparaison des modules des fonctions de transfert mesurée et calculée après optimisation peut cependant permettre de statuer sur le bon déroulement de la résolution du problème. En effet, si l'on part du principe que la simulation modélise correctement l'expérience, un désaccord entre les fonctions de transfert numérique et expérimentale est révélateur d'une estimation erronée.

Les fonctions de transfert expérimentale et calculées avec les valeurs initiales $X_0$ et obtenue après optimisation $X_{\text{Opt}}$ sont représentées sur la figure 3.9 respectivement en croix noires, trait bleu plein et tirets rouges.

La fonction de transfert calculée après optimisation est très différente de la mesure. Cette observation permet à elle seule d'affirmer que l'estimation est erronée. De plus, le désaccord entre la mesure et le modèle permet de constater que le problème ne provient pas d'un manque de sensibilité ni d'une non-unicité de la solution. La convergence

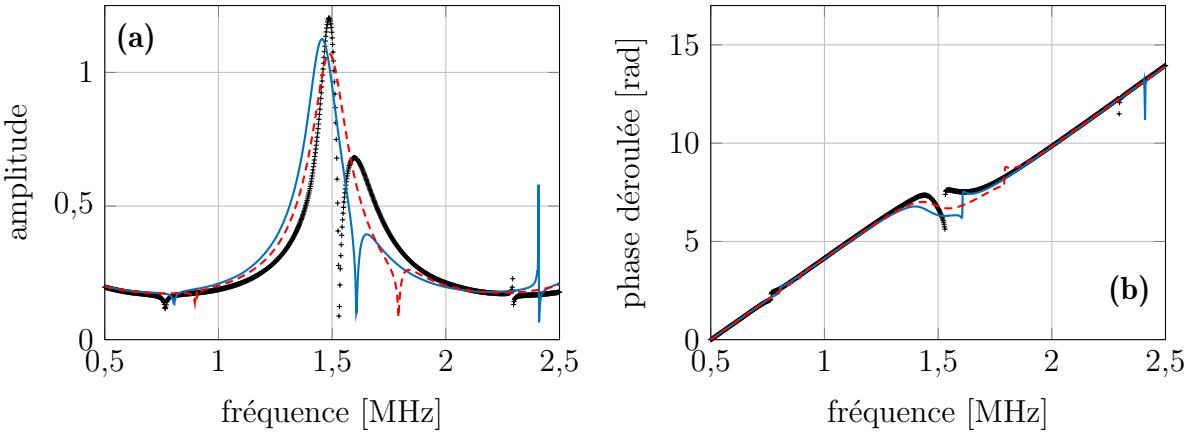



FIGURE 3.9 – Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium « expérimentale » (+), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (- - - -). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût est définie à partir du module de la fonction de transfert. Paramètres évalués : $X = \{C_{11}; C_{66}\}$.

vers des valeurs erronées est due à la présence de minima locaux sur la fonction coût. L'existence d'un minimum très marqué sur la fonction de transfert pour $f = 1{,}530$ MHz peut s'apparenter à une discontinuité. La présence d'une telle discontinuité a pour conséquence l'allure particulière de la fonction coût et la présence de ces minima locaux.

### b) Estimation de $C_{66}$ par mesure d'un minimum puis évaluation de $C_{11}$ par résolution du problème inverse

Une stratégie alternative est envisageable afin de contourner cette difficulté. En effet, il n'est pas nécessaire d'inclure l'évaluation du module de cisaillement dans le procédé d'optimisation. Comme on l'a vu dans la partie précédente, la mesure du minimum permet l'évaluation directe de $C_{66}$. Par conséquent, la caractérisation de la plaque d'aluminium peut être réalisée en deux étapes :

1. Évaluation de $C_{66}$ par mesure d'un minimum grâce à la relation 3.2.1.1. Il est nécessaire de connaître l'ordre de la résonance [6] ;
2. Évaluation de $C_{11}$ par résolution du problème inverse.

Cette stratégie est appliquée ici. La fonction de transfert expérimentale est représentée sur la figure 3.10 en croix noires. Le minimum situé à $f = 1{,}530$ MHz est identifié comme la résonance transverse $f_2^T$. La valeur de $C_{66}$ déduit de l'expression 3.2.1.1 est 27,22 GPa. Le problème inverse est ensuite résolu pour l'évaluation du module de compression ($X = \{C_{11}\}$) [7]. Les fonctions de transfert initiale et obtenue après minimisation de la fonction coût sont représentées sur la figure 3.10. On peut constater que la mesure se superpose parfaitement avec le modèle pour toutes les fréquences, que ce soit au niveau du module ou de la phase. De plus, la valeur estimée est de 111,05 GPa, ce

6. Sauf si l'on mesure deux minima consécutifs. Cependant, comme précisé dans le paragraphe 3.2, pour certaines résonances $f_m^T$, il n'y a pas de minima.

7. La valeur initiale et la borne d'intervalle concernant le module $C_{11}$ sont les mêmes que dans le tableau 3.5.

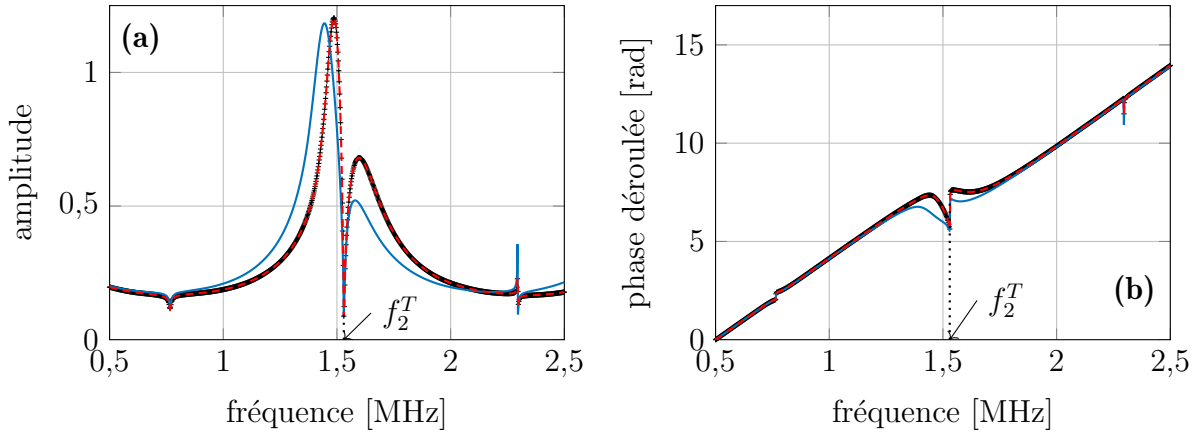



FIGURE 3.10 – Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium « expérimentale » (+), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (- - - -). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût est définie à partir du module de la fonction de transfert. Le $C_{11}$ est évalué par résolution du problème inverse après estimation du $C_{66}$ par mesure du minimum au niveau de la fréquence de coupure $f_2^T$.

qui correspond à la valeur de référence. L'estimation correcte du mesurande s'explique par l'allure convexe de la fonction coût (cf. figure 3.8). Comme la valeur du module de cisaillement est mesurée avant la résolution du problème inverse, la position des minima est la même sur les fonctions de transfert initiale et optimisée. La faisabilité de la méthode d'évaluation des modules d'élasticité d'un matériau élastique par mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale a été démontrée.

### c) Estimation des modules d'élasticité et de l'épaisseur à partir du module de la fonction de transfert

Il est proposé dans ce paragraphe de tester la faisabilité de l'évaluation des deux modules élastiques et de l'épaisseur de la plaque d'aluminium ($X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$) par minimisation de la fonction coût $\varepsilon_M(X)$. La démarche a déjà été entreprise précédemment pour tester l'évaluation du vecteur $X$ contenant seulement les modules élastiques. La minimisation s'est soldée par un échec. Il est *a priori* peu probable que la résolution du problème inverse donne de meilleurs résultats si l'on augmente le nombre d'inconnues sans modifier les conditions de résolution du problème inverse. C'est pourquoi il est proposé ici d'ajouter une contrainte au problème en tirant profit de la présence du minimum à $f = 1{,}530$ MHz que l'on sait localisé au niveau de la fréquence de résonance transverse $f_2^T$. Pour cela, on contraint l'algorithme de minimisation à respecter la relation suivante :

$$\rho \left( \frac{2 f_m^T e}{m} \right)^2 - C_{66} = 0, \tag{3.3.2.2}$$

qui impose une relation entre l'épaisseur et le module de cisaillement. Cela permet, en quelque sorte, de réduire le nombre d'inconnues à deux. On cherche à évaluer le module

$C_{11}$ et un couple $\{C_{66}; e\}$ qui satisfait la relation 3.3.2.2. De plus, la présence de minima locaux sur $\varepsilon_M(X)$ responsable de l'échec de l'optimisation lorsque $X = \{C_{11}; C_{66}\}$ étant due à l'existence du minimum très marqué au niveau de la fréquence de coupure transverse $f_2^T$, on peut penser que contraindre la localisation du minimum permet de s'affranchir de ce problème.

Les valeurs initiales et les résultats de l'optimisation sont répertoriés dans le tableau 3.6. On constate que les valeurs estimées sont différentes des valeurs de référence utilisées pour le calcul de la fonction de transfert « expérimentale ».

| | $X_{\text{Ref}}$ | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 111,05 | 80 | 130 | 100 | 106,7 |
| $C_{66}$ [GPa] | 27,22 | 15 | 40 | 37,48 | 26,14 |
| $e$ [mm] | 2,045 | 1,8 | 2,6 | 2,4 | 2,005 |

TABLEAU 3.6 – Données liées à l'estimation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ et de l'épaisseur lorsque la minimisation est réalisée à partir du module de la fonction de transfert.

Comme on le verra par la suite (cf. figure 3.13a et d), l'échec de la minimisation provient de l'allure non-convexe de la fonction coût $\varepsilon_M(C_{11},\{C_{66}; e\})$. Contrairement au cas où seuls les modules élastiques sont évalués, l'évolution de $\varepsilon_M$ en fonction de $C_{66}$ à $C_{11}$ fixé ne présente pas de minima locaux. Cependant, si l'on observe l'évolution de la fonction coût $\varepsilon_M(C_{11},\{C_{66}; e\})$ en fonction du couple $\{C_{66}; e\}$ et du module $C_{11}$, on constate la présence de minima locaux. L'algorithme de minimisation peut converger vers l'un de ces minima. C'est notamment le cas dans l'exemple présenté ici et c'est pourquoi le vecteur $X_{\text{Opt}}$ est différent du vecteur $X_{\text{Ref}}$ (cf. tableau 3.6).

Il a été vu lors de la résolution du problème inverse pour l'évaluation des modules élastiques seuls qu'une estimation erronée peut être révélée par un désaccord entre la mesure et le modèle (cf. figure 3.9). Dans le cas présent, si l'on compare le module des fonctions de transfert expérimentale et calculée après optimisation tracées respectivement en croix noires et en pointillés rouges sur la figure 3.11, on observe un accord tout à fait satisfaisant même s'il existe de faibles écarts (i.e. $\varepsilon_M \neq 0$). Comme l'expérience est simulée et qu'il existe une unique solution qui satisfait $\varepsilon_M = 0$, on sait qu'un écart, bien que très faible, est significatif d'une mauvaise estimation.

En revanche, si la mesure est obtenue expérimentalement, il n'existe pas de valeur nulle de la fonction coût. Un modèle ne simule jamais parfaitement l'expérience et une mesure est toujours plus ou moins bruitée. On cherche alors à résoudre $\varepsilon_M(X) < s$ où $s$ est une valeur seuil (réelle) en deçà de laquelle la différence quadratique entre la mesure et le modèle est contenue dans l'erreur de mesure. Ainsi, dans un cas réel, on va considérer qu'il n'y a pas unicité de la solution lorsque plusieurs $X$ sont solutions de $\varepsilon_M(X) < s$. La valeur de $s$ n'est pas définie. Concrètement, elle correspond à une valeur de la fonction coût pour laquelle on observe un bon accord entre le modèle

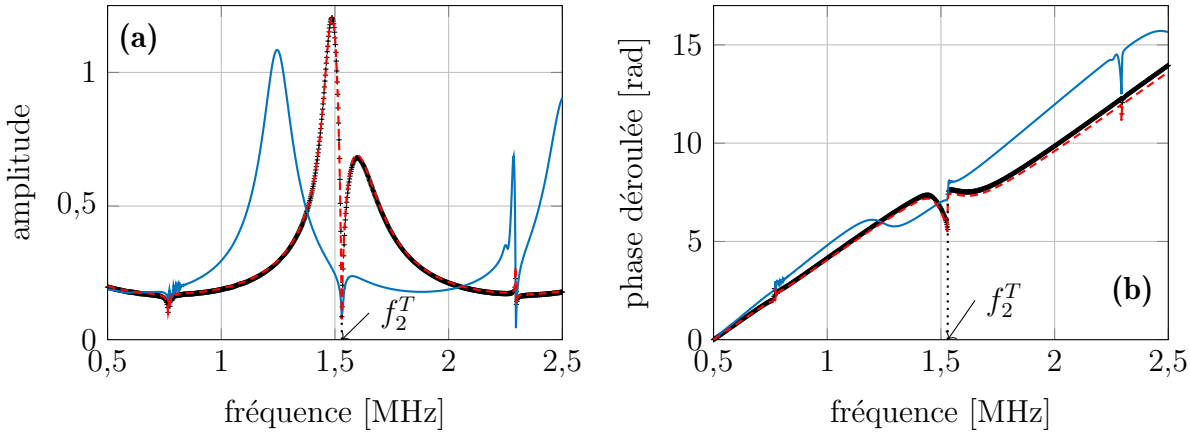



FIGURE 3.11 – Fonctions de transfert d'une plaque d'aluminium « expérimentale » (+), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (----). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût est définie à partir du module de la fonction de transfert. Paramètres évalués : $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$. La position du minimum au niveau de la résonance $f_2^T$ est imposée par respect de la relation 3.3.2.2.

et la mesure après optimisation et pour laquelle l'expérimentateur ne peut dire si la différence provient de l'erreur de mesure ou d'une mésestimation du vecteur $X$. En résumé, le bon accord entre le modèle et la mesure est une condition nécessaire, mais non suffisante pour conclure que le problème a convergé vers les valeurs exactes des mesurandes.

Pour conclure, l'évaluation des modules élastiques et de l'épaisseur de la plaque d'aluminium par minimisation de la fonction coût définie à partir du module de la fonction de transfert n'est pas envisageable. La présence de minima locaux est un frein à la résolution du problème inverse. De plus, le problème est mal conditionné car il n'y a pas unicité de la solution. Le problème est sous-déterminé. Il y a trop de paramètres à estimer par rapport à l'information apportée par le module de la fonction de transfert. Si l'on examine la phase de la fonction de transfert sur la figure 3.11b, on remarque une différence notable entre les phases mesurée et calculée après résolution du problème inverse. La prise en compte de la phase dans la définition de la fonction coût est proposée dans la section suivante afin de tirer profit de l'information qu'elle contient.

### d) Estimation des modules élastiques et de l'épaisseur à partir du module et de la phase de la fonction de transfert

L'étude de sensibilité qui a fait l'objet de la section 3.1 a révélé que la phase est particulièrement sensible à l'épaisseur. Pour rappel, la phase peut être décomposée en deux termes : $\Phi_T = \Phi_{\mathcal{T}} + ke$ (cf. section 2.4.3). Le premier est défini comme la phase des coefficients de transmission alors que le second dépend exclusivement de la vitesse de propagation des ondes dans l'eau $c_0$ et de l'épaisseur de la plaque. La prise en compte de la phase de la fonction de transfert dans le problème inverse permet d'ajouter

l'information supplémentaire nécessaire pour conditionner le problème correctement. Plus précisément, il s'agit d'avoir une unicité de la solution.

L'étude préliminaire de la fonction coût de la phase est réalisée afin de s'interroger sur le conditionnement du problème inverse. La formulation suivante est proposée

$$\varepsilon_P(X) = \sum_i \left[ \frac{\Phi^{\mathrm{EXP}}(f_i) - \Phi^{\mathrm{TH}}(f_i, X)}{\Phi^{\mathrm{EXP}}(f_i)} \right]^2 . \tag{3.3.2.3}$$

Elle est très similaire à la fonction coût définie à partir du module de la fonction de transfert à la différence que l'écart entre les phases mesurée et calculée est normalisé. La fonction coût est calculée à partir de la phase déroulée. Le calcul de la phase de la fonction de transfert grâce à la fonction arctangente donne un résultat contenu entre $\pm\ \pi$ ($\Phi$ modulo $2\pi$). Lorsque la valeur de $\Phi$ atteint l'un de ces intervalles, la phase saute à l'extrémité opposée et des discontinuités apparaissent. Afin de supprimer ces sauts de phase et d'obtenir une fonction continue, l'opération de déroulement de phase peut être appliquée. Il s'agit d'ajouter ou de retrancher $n2\pi$ lorsqu'une discontinuité est détectée.

L'intérêt de dérouler la phase et de normaliser la fonction coût est illustré par la figure 3.12. L'exemple de la fonction de transfert de la plaque d'aluminium entre 0,5 et 2,5 MHz qui a fait l'objet des sections précédentes est utilisé. La courbe de gauche est la représentation de la fonction coût définie comme la différence de phase non déroulée et non normalisée. À droite, la phase est déroulée et normalisée. Le calcul est réalisé en fonction de l'épaisseur en fixant le $C_{11}$ à sa valeur de référence $C_{11}^{\mathrm{Ref}}$. Le problème est contraint de respecter la position du minimum au niveau de la fréquence de résonance transverse $f_2^T$. Par conséquent, la valeur du module de cisaillement est fixée par la valeur de l'épaisseur (cf. relation 3.3.2.2).

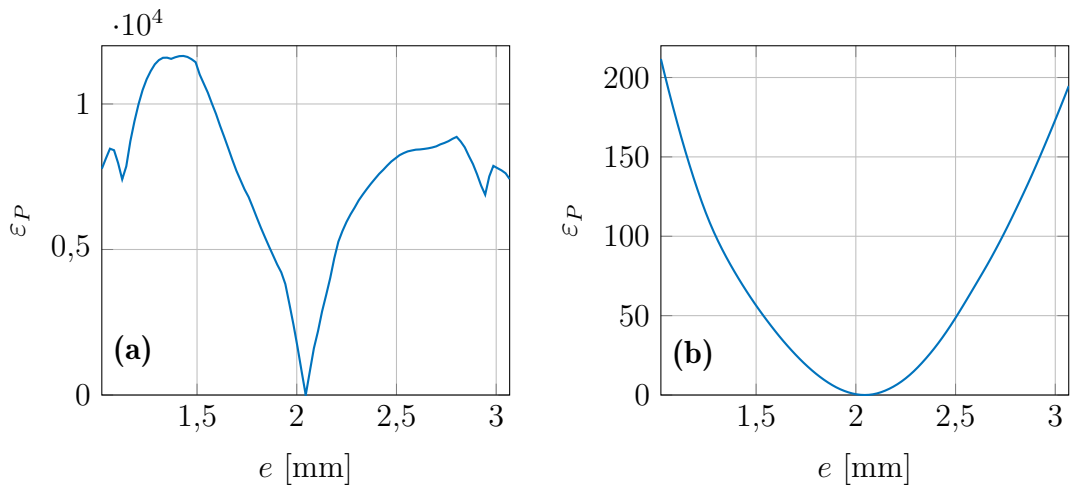



FIGURE 3.12 – Comparaison des fonctions coûts calculées en fonction de l'épaisseur pour un $C_{11}$ constant à partir de (a) la phase non déroulée et non normalisée et (b) déroulée et normalisée.

La courbe tracée sur la figure 3.12a présente des minima locaux. Au contraire, la

figure 3.12b montre une fonction coût convexe et plus régulière. C'est la conséquence de l'étape de déroulement. De plus, les valeurs atteintes par $\varepsilon_P$ sont beaucoup plus faibles quand on normalise. Comme on le verra sur la figure 3.13, cela permet d'atteindre des valeurs de $\varepsilon_P$ du même ordre de grandeur que $\varepsilon_M$ et donc un poids équivalent des termes liés à la phase et au module de la fonction de transfert.

Là encore, si l'on contraint le problème à respecter la relation 3.3.2.2 afin de tirer profit de la présence du minimum, $\varepsilon_P$ dépend du module $C_{11}$ et des différents couples $\{C_{66}; e\}$ pour lesquels la contrainte est respectée. La fonction coût totale est définie comme la somme des fonctions coûts calculées avec le module et avec la phase :

$$\varepsilon(X) = \varepsilon_M(X) + \varepsilon_P(X). \tag{3.3.2.4}$$

Les deux composantes $\varepsilon_M$, $\varepsilon_P$ ainsi que $\varepsilon$ sont représentées sur la figure 3.13a, b et c. Pour chacune des trois figures, l'évolution de la fonction coût en fonction des paramètres pris individuellement est tracée sur les figures 3.13d, e et f. On fixe le couple $\{C_{66}; e\}$ (resp. $C_{11}$) à leurs valeurs de référence et on fait varier le $C_{11}$ (resp. $\{C_{66}; e\}$).

Concentrons-nous tout d'abord sur l'observation de l'allure de $\varepsilon_M$ (voir figures 3.13a et d). La comparaison de l'évolution des courbes $\varepsilon_M(C_{11}^{\text{Ref}},\{C_{66}; e\})$ (en trait vert) et de $\varepsilon_M(C_{11},\{C_{66}^{\text{Ref}}; e^{\text{Ref}}\})$ (en tirets noirs) sur la figure 3.13d permet de constater, qu'en termes d'ordre de grandeur, les sensibilités au module $C_{11}$ et au couple $\{C_{66}; e\}$ sont équivalentes. C'est un point positif concernant la résolution du problème inverse. $\varepsilon_M$ présente d'autres caractéristiques qui sont des obstacles à sa minimisation. Tout d'abord, on remarque que la fonction coût n'est pas convexe. De plus, il apparaît une zone (en bleu) qui n'est pas localisée seulement aux alentours des valeurs de référence de l'aluminium pour laquelle la fonction coût présente de faibles valeurs. En effet, quel que soit le $C_{11}$, il existe un couple $\{C_{66}; e\}$ pour lequel $\varepsilon_M$ est relativement bas. La position de ces minima est mise en évidence par la courbe en pointillés rouges sur la figure 3.13a. La valeur associée de $\varepsilon_M$ en fonction du $C_{11}$ est reportée sur la figure 3.13d. Pour chaque $C_{11}$ dans l'intervalle $\overline{C}_{11} \in [0{,}8; 1{,}2]$, il existe un couple de valeur $\{C_{66}; e\}$ qui offre une solution satisfaisante au problème. Comme discuté dans le paragraphe précédent, dans le cas d'une mesure expérimentale affectée par du bruit et/ou un léger mésalignement du dispositif expérimental, cela est une source d'erreur d'évaluation. Un dernier obstacle à l'évaluation est la présence de minima locaux. Cela est mis en évidence lorsqu'on observe en détail l'évolution de la courbe en tirets rouges pour $\overline{X} \in [0{,}8; 1{,}2]$ (axe en tirets oranges). Ces observations rejoignent les commentaires du paragraphe précédent qui expliquent pourquoi le recours à la fonction coût $\varepsilon_M$ pour l'évaluation du vecteur $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$ n'est pas conseillé.

Concernant la fonction coût $\varepsilon_P$, on constate qu'elle est convexe (figure 3.13b). $\varepsilon_P$ est considérablement plus sensible à l'épaisseur qu'au module $C_{11}$. C'est très net lorsqu'on

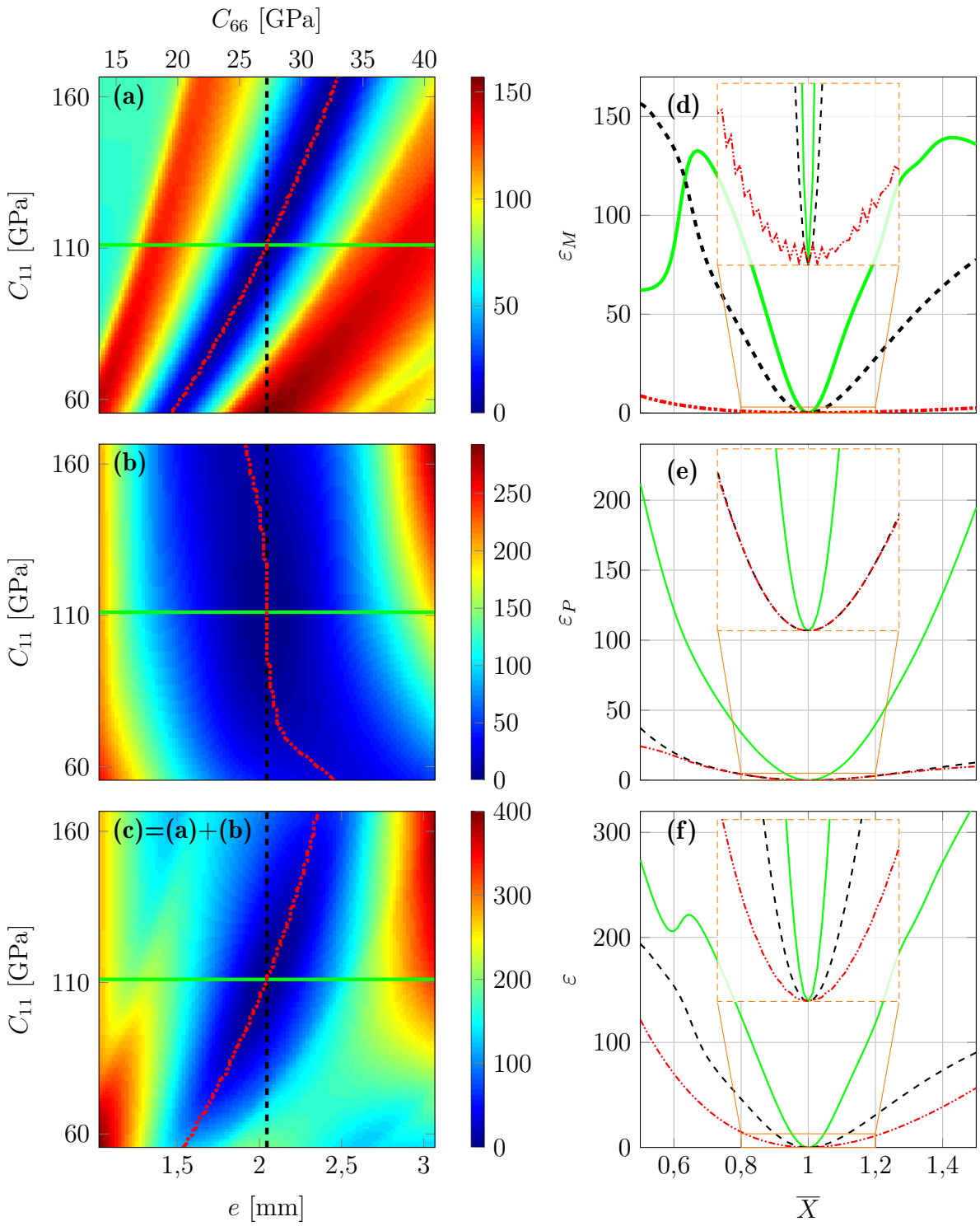



FIGURE 3.13 – Fonctions coûts (c) totale $\varepsilon$ et calculées (a) à partir du module $\varepsilon_M$ et (b) de la phase $\varepsilon_P$ de la fonction de transfert. L'amplitude des différentes lignes superposées aux images a, b et c est représentée respectivement sur les figures d, e et f. $\overline{X}$ est définie comme la normalisation de $X$ par rapport à sa valeur de référence $X^{\text{Ref}}$.

compare les courbes $\varepsilon_M(C_{11}^{\text{Ref}},\{C_{66};e\})$ (en trait vert) et $\varepsilon_M(C_{11},\{C_{66}^{\text{Ref}};e^{\text{Ref}}\})$ (en tirets noirs). On remarque également que les positions des minima de $\varepsilon_P$ en fonction du module $C_{11}$ représentées en tirets rouges sont toujours situées à proximité des valeurs de référence $\{C_{66}^{\text{Ref}};e^{\text{Ref}}\}$. C'est particulièrement vrai pour $\overline{C}_{11} \in [0{,}9;1{,}1]$ (voir axe en

tirets oranges).

Contrairement à $\varepsilon_P$, la fonction coût $\varepsilon$ définie comme la somme des composantes $\varepsilon_M$ et $\varepsilon_P$ est assez sensible au module $C_{11}$ (voir figure 3.13c et f). De plus, il n'existe pas, comme pour $\varepsilon_M$, une courbe de faibles valeurs de la fonction coût quel que soit le module $C_{11}$. Pour s'en convaincre, il suffit de constater l'évolution de la valeur des minima de $\varepsilon$ en fonction de $C_{11}$ représentée en tirets rouges sur la figure 3.13f. Il est constaté une chute notable de la fonction coût à mesure que l'on s'approche des valeurs de référence et du minimum global ainsi qu'une absence de minima locaux. Ainsi, même si $\varepsilon$ n'est pas parfaitement convexe sur l'ensemble de l'intervalle considéré, il semble que $\varepsilon$ soit le meilleur candidat pour la résolution du problème inverse, car elle tire profit des caractéristiques positives de $\varepsilon_M$ et de $\varepsilon_P$ tout en s'affranchissant de leurs caractéristiques négatives.

Afin de conforter les propos tenus après l'analyse de la fonction coût, l'estimation du vecteur mesurande $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$ est réalisée par minimisation de $\varepsilon$ dans les mêmes conditions que celle réalisée précédemment sur $\varepsilon_M$. Les résultats sont indiqués dans le tableau 3.7. Le vecteur mesurande est correctement estimé.

| | $X_{\text{Ref}}$ | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 111,05 | 80 | 130 | 100 | 111,08 |
| $C_{66}$ [GPa] | 27,22 | 15 | 40 | 37,48 | 27,23 |
| $e$ [mm] | 2,045 | 1,8 | 2,6 | 2,4 | 2,045 |

TABLEAU 3.7 – Données liées à l'estimation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ et de l'épaisseur lorsque la minimisation est réalisée sur le module et sur la phase de la fonction de transfert.

Le dernier paramètre dont l'estimation n'a pas été tentée est la masse volumique $\rho$. Une démarche équivalente à celles entreprises dans cette section révèle que le problème est sous-déterminé pour rajouter ce paramètre dans le problème inverse. Ainsi, l'évaluation sera limitée aux deux modules élastiques et à l'épaisseur.

Le potentiel de la méthode d'évaluation des modules $C_{11}$ et $C_{66}$ ainsi que l'épaisseur d'une plaque élastique a été mis en évidence. La prise en compte de la phase de la fonction de transfert pour définir la fonction coût ($\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$) permet de palier aux problèmes rencontrés (non-unicité de la solution) lorsque la fonction coût est définie seulement à partir du module de la fonction de transfert. Le cas élastique a été traité. On peut à présent se demander si la méthode est applicable à l'évaluation des propriétés d'une plaque viscoélastique.

### 3.3.3 Extension de la méthode au cas d'une plaque viscoélastique

L'étude numérique de la faisabilité de la méthode appliquée à un matériau viscoélastique est traitée. La plaque considérée est un époxy massique [8]. Ce matériau sera utilisé comme adhésif sous une forme plus mince dans les assemblages collés qui feront l'objet du chapitre 4. La fonction de transfert du faisceau borné présente une sensibilité au module de cisaillement en incidence normale lorsque les fréquences considérées font intervenir des modes rétropropagatifs. À l'instar de l'aluminium, ces modes sont notamment présents à proximité des fréquences de coupure des branches $S_1/S_2$. Cela a été confirmé par l'étude de sensibilité de la section 3.1.2. Compte tenu de l'épaisseur $e = 2{,}92$ mm, les fréquences retenues sont comprises entre 0,3 et 0,55 MHz.

Dans le cas d'un matériau viscoélastique, le vecteur mesurande comporte cinq paramètres, $X = \{C_{11}, C_{66}, \tan\delta_{11}, \tan\delta_{66}, e\}$. D'après l'étude de l'influence de la partie imaginaire sur la fonction de transfert de la section 2.6, la position des minima est décalée par rapport à la fréquence de résonance transverse. Par conséquent, contrairement au cas élastique, la contrainte imposant une relation entre l'épaisseur et le module de cisaillement n'est pas applicable. Après résolution du problème inverse, un bon accord entre les fonctions de transfert expérimentale et calculée est constaté sur la figure 3.14. Le tableau 3.8 regroupe les valeurs du vecteur mesurande de référence $X_{\mathrm{Ref}}$, des bornes inférieures $X_{\mathrm{BI}}$ et supérieures $X_{\mathrm{BS}}$, initiales $X_0$ et optimisées $X_{\mathrm{Opt}}$. On remarque que les paramètres optimisés sont en parfait accord avec les valeurs de référence.

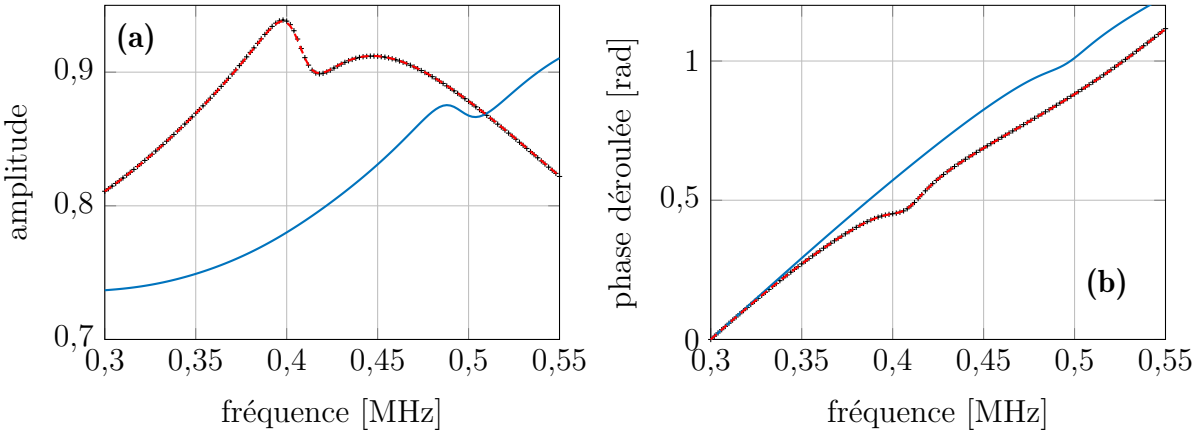



FIGURE 3.14 – Fonctions de transfert d'une plaque d'époxy « expérimentale » (•), calculées avec les valeurs initiales (——) et avec les valeurs optimisées (- - - -). (a) module ; (b) phase déroulée. La fonction coût $\varepsilon$ est définie à partir du module et de la phase de la fonction de transfert. Paramètres évalués : $X = \{\widetilde{C}_{11}; \widetilde{C}_{66}; e\}$.

Il est tracé sur la figure 3.15 les fonctions coûts individuelles pour chacun des six paramètres qui définissent les propriétés géométriques et viscoélastiques de la plaque.

8. Les propriétés de la plaque d'époxy sont les mêmes que celles utilisées pour l'étude de sensibilité de la section 3.1.2. Soit $\widetilde{C}_{11} = 7{,}68(1 + j0{,}037)$ GPa, $\widetilde{C}_{66} = 1{,}65(1 + j0{,}061)$ GPa, $\rho = 1{,}16$ g cm$^{-3}$ et $e = 2{,}92$ mm.

| | $X_{\text{Ref}}$ | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 7,68 | 3,84 | 11,52 | 9,13 | 7,68 |
| $C_{66}$ [GPa] | 1,65 | 0,825 | 2,475 | 1,60 | 1,65 |
| $\tan\delta_{11}$ [%] | 3,70 | 1,85 | 5,55 | 3,01 | 3,70 |
| $\tan\delta_{66}$ [%] | 6,10 | 3,05 | 9,15 | 6,69 | 6,10 |
| $e$ [mm] | 2,920 | 1,46 | 4,38 | 2,37 | 2,920 |

TABLEAU 3.8 – Données liées à l'estimation des modules $\widetilde{C}_{11}$ et $\widetilde{C}_{66}$ et de l'épaisseur d'une plaque d'époxy.

La figure 3.15a (resp. figure 3.15b) contient les courbes représentant l'évolution de la fonction coût en fonction de $C_{11}$, $e$, $\rho$ (resp. $C_{11}$, $\tan\delta_{11}$, $\tan\delta_{66}$). Pour chacun des paramètres, la fonction coût est calculée pour $\overline{X} \in [0{,}5; 1{,}5]$ alors que les cinq autres paramètres sont fixés à leurs valeurs de référence. Cela permet une étude comparative de la sensibilité de la fonction de transfert aux différents paramètres. Cela donne également une indication sur l'allure de la fonction coût. Cependant, on ne peut pas observer la topologie complète de $\varepsilon$ en fonction des six paramètres.

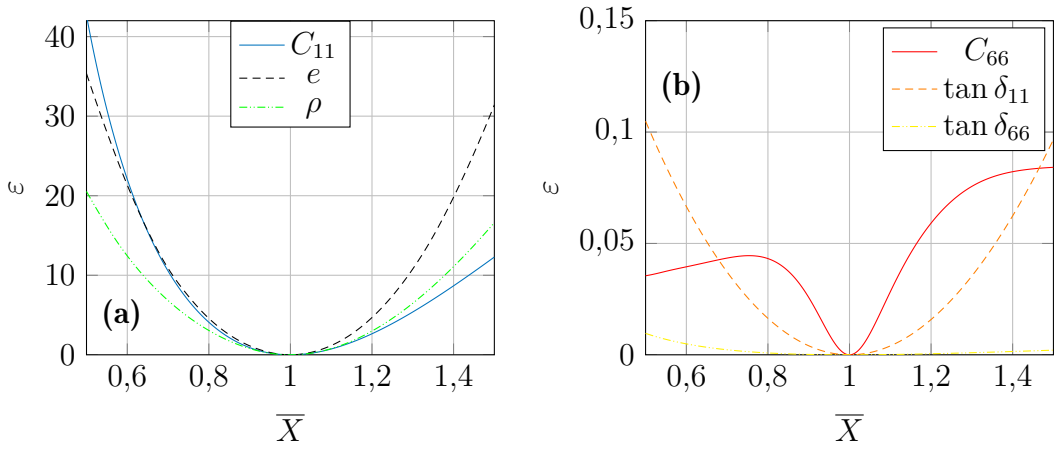



FIGURE 3.15 – Fonctions coûts calculées à partir de la fonction de transfert (module et phase) d'une plaque d'époxy pour chacune des composantes du vecteur mesurande $X$ en fixant les autres paramètres aux valeurs de référence. (a) $C_{11}$, $e$, $\rho$ et (b) $C_{11}$, $\tan\delta_{11}$, $\tan\delta_{66}$. $\overline{X}$ est définie comme la normalisation de $X$ par rapport à sa valeur de référence $X^{\text{Ref}}$.

La première observation en comparant les figures 3.15a et b est la différence de valeurs de $\varepsilon$ suivant les paramètres. La sensibilité à $C_{11}$, $e$ et $\rho$ est équivalente. Par contre, concernant les paramètres $C_{66}$, $\tan\delta_{11}$ et $\tan\delta_{66}$, on constate que la fonction coût est d'amplitude beaucoup plus faible. Elle atteint des valeurs environ 600 fois plus faibles pour $C_{66}$ et $\tan\delta_{11}$ et 3000 pour $\tan\delta_{66}$ comparé à $C_{11}$, $e$ et $\rho$. Les faibles valeurs de $\varepsilon(C_{66})$ et $\varepsilon(\tan\delta_{66})$ s'expliquent en partie par une sensibilité faible, bien que non négligeable, de la fonction de transfert au module de cisaillement limitée à la plage de fréquences $f \in [0{,}37; 0{,}45]$ MHz. Une explication supplémentaire de la différence d'amplitude observée entre les fonctions coûts calculées est la différence de valeurs entre

$\varepsilon_M$ et $\varepsilon_P$. On a vu dans la section précédente que pour l'aluminium, la contribution de $\varepsilon_M$ et de $\varepsilon_P$ est à peu près équivalente. Dans le cas de la fonction de transfert de l'époxy, pour les fréquences considérées, ce n'est pas le cas. En effet, si l'on prend l'exemple de $\varepsilon(C_{11})$, on a pour les valeurs maximales, $\varepsilon_P(C_{11}) \simeq 40$ et $\varepsilon_M(C_{11}) \simeq 0{,}4$. Or, l'étude de sensibilité de la section 3.1 a révélé une quasi-insensibilité de la phase de la fonction de transfert aux parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$. Il pourrait être intéressant de redéfinir la formulation de la fonction coût pour obtenir des contributions équivalentes de la phase et du module.

Malgré les fortes différences de sensibilité observées selon les paramètres, la résolution du problème inverse est concluante. Cela s'explique par le caractère convexe des différentes courbes $\varepsilon(X)$ pour chacun des paramètres, excepté pour le module de cisaillement pour lequel la convexité est limitée à $\overline{C}_{66} \in [0{,}75; 1{,}5]$. En pratique, quand on regarde l'évolution des $X_k$ en fonction de l'itération, on remarque tout d'abord une convergence rapide pour le $C_{11}$ et l'épaisseur vers les valeurs de référence. La convergence des autres paramètres (module de cisaillement et $\tan\delta_{ij}$) vers les valeurs de référence se fait dans un second temps.

### 3.3.4 Influence de la valeur initiale et de la présence du bruit

L'objectif est d'étudier la stabilité et la robustesse du problème inverse. À cet effet, nous nous intéressons à l'influence des valeurs initiales $X_0$ du vecteur mesurande mais également à l'influence du bruit. Cinq vecteurs $X_0$ compris entre $\pm$ 20 % des valeurs de référence sont définis aléatoirement. Dans un premier temps, la résolution du problème est réalisée pour chaque vecteur initial avec des données non bruitées. Si les résultats sont corrects, le problème est à nouveau résolu, mais cette fois-ci avec des données bruitées. Le bruit est ajouté à la fonction de transfert et réparti uniformément sur l'ensemble des fréquences considérées. La fonction de transfert bruitée $T^{br}$ est définie de la manière suivante : $T^{br}(f) = T(f)(1+x(f))$. $x$ est un bruit aléatoire de distribution uniforme avec une amplitude fixée à 0,5 %, c'est-à-dire $x \in [-0{,}5; 0{,}5]\ 10^{-2}$. Cette faible valeur est retenue car représentative du bruit observé expérimentalement. La réalisation du bruit varie selon le vecteur $X_0$. Dans chaque situation, l'optimisation est réalisée en utilisant différentes fonctions coûts : $\varepsilon_M$, $\varepsilon_P$ et $\varepsilon$. Pour les différents cas traités, les résultats sont répertoriés dans des tableaux. Suivant le niveau de différence relative par rapport aux valeurs de référence, la couleur d'affichage du résultat varie. Pour un écart respectivement inférieur à 0,2 %, compris entre 0,2 % et 1 % et enfin supérieur à 1 %, les couleurs d'affichage sont verte, orange et rouge.

#### a) Matériau élastique : aluminium

- Estimation de $C_{11}$ seul :

Considérons le cas de l'aluminium traité dans la section 3.3.2. Dans un premier temps, on s'intéresse à l'estimation du $C_{11}$ dans l'hypothèse où l'épaisseur est connue et où le module de cisaillement a été évalué par mesure du minimum. Le tableau 3.9 contient les résultats du problème inverse en fonction de la valeur initiale et de la fonction coût utilisée.

| Valeurs | **Module** $\varepsilon_M$ | | **Phase** $\varepsilon_P$ | | **Module et Phase** $\varepsilon$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Initiales | Sans bruit | Avec bruit | Sans bruit | Avec bruit | Sans bruit | Avec bruit |
| 96,4 | 111,05 | 111,06 | 111,05 | 111,15 | 111,05 | 111,17 |
| 99,2 | 111,05 | 111,05 | 111,04 | 111,09 | 111,02 | 110,78 |
| 91,7 | 111,05 | 111,06 | 111,03 | 111,14 | 111,02 | 111,18 |
| 128,5 | 111,05 | 111,04 | 111,05 | 111,79 | 109,20 | 111,23 |
| 125,2 | 111,07 | 111,15 | 111,05 | 111,17 | 111,05 | 111,16 |

TABLEAU 3.9 – Résultats de l'optimisation du module $C_{11}$ de l'aluminium en fonction de la valeur initiale et de la fonction coût. $C_{11}^{\text{Ref}} = 111{,}05$ GPa.

.

Lorsque les données d'entrée ne sont pas bruitées, peu importe la fonction coût utilisée, le résultat converge quasiment systématiquement quelle que soit la valeur initiale. Une seule configuration sur les 15 testées provoque une sous estimation du $C_{11}$. En effet, la solution obtenue en sortie d'algorithme est de 109,20 GPa (soit un écart relatif de 1,7 %). Dans cette configuration, la fonction coût contient les contributions liées au module et à la phase de la fonction de transfert.

Lorsque le bruit est ajouté, les résultats obtenus s'écartent légèrement de $C_{11}^{\text{Ref}}$. On constate que cet écart est plus faible lorsque la fonction coût est $\varepsilon_M$, définie par rapport au module de la fonction de transfert. Cela s'explique par une plus forte sensibilité de $\varepsilon_M$ au $C_{11}$ par rapport à $\varepsilon_P$ (cf. courbes en tirets noirs des figures 3.13d et f). Néanmoins, lorsque la fonction coût tient compte de la phase (seule ou en addition du module) les résultats restent tout à fait satisfaisants. Seules deux valeurs sur dix ont un écart relatif supérieur à 0,2 %.

En conclusion, lorsque l'épaisseur est connue et que le module de cisaillement est estimé par mesure de la position d'un minima, il est préférable de limiter la fonction coût à $\varepsilon_M$. Le problème est plus stable. Il est, en effet, moins sensible aux valeurs initiales et à la présence de bruit.

- Estimation de $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$ avec contrainte :

À présent, plaçons-nous dans le cas où l'on souhaite estimer les deux modules et l'épaisseur de la plaque d'aluminium.

| | Valeurs Initiales | **Module** $\varepsilon_M$ | | **Phase** $\varepsilon_P$ | | **Module et Phase** $\varepsilon$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Sans bruit | Avec bruit | Sans bruit | Avec bruit | Sans bruit | Avec bruit |
| $C_{11}$ | 96,4 | 98,01 | - | 111,13 | 104,62 | 111,03 | 110,80 |
| $C_{66}$ | 28,9 | 24,17 | - | 27,22 | 26,27 | 27,21 | 27,17 |
| $e$ | 2,107 | 1,927 | - | 2,045 | 2,009 | 2,045 | 2,043 |
| $C_{11}$ | 99,2 | 110,61 | - | 111,03 | 111,19 | 111,03 | 111,08 |
| $C_{66}$ | 22,5 | 27,11 | - | 27,21 | 27,29 | 27,21 | 27,22 |
| $e$ | 1,860 | 2,041 | - | 2,045 | 2,048 | 2,045 | 2,045 |
| $C_{11}$ | 91,7 | 93,94 | - | 111,08 | 111,00 | 111,03 | 110,81 |
| $C_{66}$ | 31,3 | 23,20 | - | 27,22 | 27,29 | 27,21 | 27,17 |
| $e$ | 2,193 | 1,888 | - | 2,045 | 2,048 | 2,045 | 2,043 |
| $C_{11}$ | 128,5 | 127,61 | - | 111,22 | 113,25 | 111,03 | 110,82 |
| $C_{66}$ | 24,7 | 31,04 | - | 27,22 | 27,70 | 27,21 | 27,17 |
| $e$ | 1,948 | 2,184 | - | 2,045 | 2,063 | 2,045 | 2,043 |
| $C_{11}$ | 125,2 | 124,72 | - | 111,06 | 114,288 | 111,03 | 110,82 |
| $C_{66}$ | 25,6 | 30,41 | - | 27,22 | 26,41 | 27,21 | 27,17 |
| $e$ | 1,983 | 2,162 | - | 2,045 | 2,014 | 2,045 | 2,043 |

TABLEAU 3.10 – Résultats de l'optimisation de $X = \{C_{11}; C_{66}; e\}$ de l'aluminium en fonction des valeurs initiales et de la fonction coût. $C_{11}^{\text{Ref}} = 111{,}05$ GPa ; $C_{66}^{\text{Ref}} = 27{,}22$ GPa ; $e^{\text{Ref}} = 2{,}045$ mm.

On constate que les résultats sont très différents suivant la fonction coût choisie. Lorsqu'elle est calculée à partir du module de la fonction de transfert ($\varepsilon_M$), les estimations sont significativement différentes des valeurs de référence pour quatre vecteurs initiaux $X_0$ sur cinq. Pour rappel, il avait été remarqué la présence de minima locaux sur la fonction $\varepsilon_M$ (cf. figures 3.13a et d). Toutes les solutions obtenues ici sont localisées au niveau de ces minima. Ces résultats mettent bien en évidence que si on se limite à la prise en compte du module de la fonction de transfert, le problème est mal posé.

Dans les deux autres cas, que la fonction coût soit définie à partir de la somme des deux contributions ou exclusivement à partir de la phase seule de la fonction de transfert, les résultats obtenus sans bruits sont satisfaisants. En revanche, l'ajout d'un bruit n'affecte pas de manière égale le problème suivant la fonction coût considérée. Lorsque seule la phase est prise en compte, l'écart par rapport aux valeurs de référence est important. Au contraire, lorsque la fonction coût prend en compte les deux termes (module et phase), l'erreur induite par le bruit de mesure est négligeable.

L'intérêt de définir la fonction coût comme la somme des deux contributions est donc mis en évidence. Cela permet de limiter l'influence du vecteur initial $X_0$ et du bruit sur la résolution du problème inverse.

En conclusion, lorsque l'épaisseur est connue, il est préférable de réaliser la minimisation sur la fonction coût $\varepsilon_M$. Au contraire si l'épaisseur est également évaluée, le

recours à la fonction coût $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$ est conseillée. Ce constat est corroboré par des caractérisations présentées en annexe A.5 réalisées sur une plaque de verre en fonction des grandeurs évaluées et de la fonction coût utilisée.

### b) Matériau viscoélastique : l'époxy

Le cas viscoélastique est maintenant traité. Reprenons l'exemple de l'époxy qui a fait l'objet de la partie 3.3.3. Le tableau 3.11 contient les résultats des différentes optimisations.

| | Valeurs Initiales | **Module $\varepsilon_M$** | | **Phase $\varepsilon_P$** | | **Module et Phase $\varepsilon$** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Sans bruit | Avec bruit | Sans bruit | Avec bruit | Sans bruit | Avec bruit |
| $C_{11}$ | 6,63 | 7,680 | 7,658 | 7,680 | 7,690 | 7,680 | 7,677 |
| $C_{66}$ | 1,41 | 1,650 | 1,648 | 1,650 | 1,639 | 1,650 | 1,651 |
| $\tan\delta_{11}$ | 3,93 | 3,700 | 3,723 | 3.700 | 3,420 | 3,700 | 3,688 |
| $\tan\delta_{66}$ | 6,73 | 6,100 | 6,082 | 6.100 | 6,462 | 6,100 | 6,082 |
| $e$ | 3,16 | 2,920 | 2,914 | 2.920 | 2,915 | 2,920 | 2,922 |
| $C_{11}$ | 9,13 | 7,680 | 7,662 | 7,680 | 7,685 | 7,680 | 7,677 |
| $C_{66}$ | 1,60 | 1,650 | 1,641 | 1,650 | 1,644 | 1,650 | 1,648 |
| $\tan\delta_{11}$ | 3,01 | 3,700 | 3,695 | 3.700 | 3,841 | 3,700 | 3,701 |
| $\tan\delta_{66}$ | 6,69 | 6,100 | 6,209 | 6.100 | 6,083 | 6,100 | 6,284 |
| $e$ | 2,37 | 2,920 | 2,914 | 2.920 | 2,917 | 2,920 | 2,921 |
| $C_{11}$ | 9,08 | 7,680 | 7,717 | 7,680 | 7,684 | 7,680 | 7,681 |
| $C_{66}$ | 1,92 | 1,650 | 1,665 | 1,650 | 1,649 | 1,650 | 1,653 |
| $\tan\delta_{11}$ | 4,22 | 3,700 | 3,699 | 3,700 | 3,703 | 3,700 | 3,708 |
| $\tan\delta_{66}$ | 5,84 | 6,100 | 6,031 | 6,100 | 6,296 | 6,100 | 6,230 |
| $e$ | 2,66 | 2,920 | 2,927 | 2,920 | 2,919 | 2,920 | 2,919 |
| $C_{11}$ | 7,64 | 7,680 | 7,707 | 7,680 | 7,710 | 7,680 | 7,685 |
| $C_{66}$ | 1,84 | 1,650 | 1,661 | 1,650 | 1,641 | 1,650 | 1,646 |
| $\tan\delta_{11}$ | 4,34 | 3,700 | 3,703 | 3,700 | 3,512 | 3,700 | 3.679 |
| $\tan\delta_{66}$ | 6,48 | 6,100 | 6,256 | 6,100 | 5,269 | 6,100 | 6,090 |
| $e$ | 2,39 | 2,920 | 2,927 | 2,920 | 2,910 | 2,920 | 2,920 |
| $C_{11}$ | 8,60 | 7,680 | 7,694 | 7,680 | 7,672 | 7,680 | 7,678 |
| $C_{66}$ | 1,95 | 1,650 | 1,654 | 1,650 | 1,653 | 1,650 | 1,655 |
| $\tan\delta_{11}$ | 3,96 | 6,100 | 3,691 | 3.700 | 3,433 | 3,700 | 3,732 |
| $\tan\delta_{66}$ | 5,20 | 6,100 | 6,284 | 6.100 | 5,900 | 6,100 | 6,225 |
| $e$ | 2,45 | 2,920 | 2,921 | 2.920 | 2,924 | 2,920 | 2,919 |

TABLEAU 3.11 – Résultats de l'optimisation de $X = \{\widetilde{C}_{11}; \widetilde{C}_{66}; e\}$ de l'époxy en fonction des valeurs initiales et de la fonction coût. $C_{11}^{\text{Ref}} = 7{,}680$ GPa ; $C_{66}^{\text{Ref}} = 1{,}650$ GPa ; $\tan\delta_{11}^{\text{Ref}} = 3{,}700$ % ; $\tan\delta_{66}^{\text{Ref}} = 6{,}100$ % ; $e^{\text{Ref}} = 2{,}920$ mm.

Lorsque la fonction de transfert expérimentale n'est pas bruitée, quelles que soient les valeurs initiales et la fonction coût retenue, le problème converge vers les valeurs de référence. Contrairement au cas élastique traité dans le paragraphe précédent, les

résultats sont satisfaisants même lorsque la fonction coût est $\varepsilon_M$. À information égale [9], la résolution du problème inverse conduit à de meilleurs résultats alors qu'il y a deux paramètres supplémentaires à estimer. Ce constat surprenant peut s'expliquer par une fonction coût mieux définie car plus régulière du fait d'un module de cisaillement complexe. Effectivement, au paragraphe 2.6, il a été montré que plus la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$ est importante, moins le minimum de la fonction de transfert est prononcé. Dans un cas élastique, les fluctuations brusques de la fonction de transfert à proximité des fréquences de résonances transverses peuvent s'apparenter à des discontinuités. La partie imaginaire limite ces fortes fluctuations et permet d'obtenir une fonction de transfert continue de part et d'autre de ces fréquences. Ainsi, la fonction coût qui est définie à partir de la fonction de transfert, devient plus régulière et plus continue ce qui favorise la convergence des paramètres optimisés vers le vecteur $X_{\text{ref}}$, à 3 décimales près. Dans le cas d'un matériau élastique, le problème inverse n'est pas aussi bien conditionné et la procédure d'optimisation est affectée par des variations brusques de la fonction coût.

L'ajout du bruit induit une mésestimation du vecteur $X$ plus ou moins importante en fonction de la fonction coût utilisée. Lorsque $\varepsilon_M$ est minimisée, les vecteurs $X_{\text{Opt}}$ sont relativement proches de $X_{\text{ref}}$. Tous les paramètres, excepté $\tan\delta_{66}$, sont affectés de la même façon par le bruit. La différence relative est de l'ordre de quelques dixièmes de pour cent. Concernant $\tan\delta_{66}$, il peut atteindre 3 %. L'optimisation réalisée sur $\varepsilon_P$ montre des écarts plus faibles pour le $C_{11}$ et l'épaisseur et équivalents pour le module de cisaillement. Concernant les parties imaginaires des modules viscoélastiques, l'erreur induite est nettement plus importante. Elle peut atteindre 13 % pour $\tan\delta_{66}$, ce qui s'explique par la très faible sensibilité de la phase de la fonction de transfert à ces paramètres. Les résultats les moins impactés par le bruit sont obtenus quand la fonction coût est définie comme la somme des deux contributions.

Quelle que soit la fonction coût, l'importance des écarts relatifs par rapport à $X_{\text{ref}}$ concerne, par ordre croissant : $C_{11}$ et $e$, $C_{66}$, $\tan\delta_{11}$ et $\tan\delta_{66}$. On retrouve l'ordre de degré de sensibilité de la fonction de transfert à ces paramètres. Cette observation rejoint le troisième point proposé par Hadamard [157] pour définir un problème bien posé. Plus la grandeur mesurée est sensible à un paramètre, moins l'estimation de ce paramètre est sensible au bruit. Dans la situation étudiée dans cette partie, pour les valeurs initiales $X_0$ retenues et l'amplitude du bruit choisie, il est tout de même intéressant de noter que même lorsque la sensibilité est faible (cas de $\tan\delta_{66}$), le problème converge vers des valeurs relativement proches du vecteur de référence.

9. On parle d'information égale, car dans les deux cas, la minimisation est réalisée sur une fonction de transfert qui comporte une résonance longitudinale marquée par la présence de modes *backward*.

## 3.4 Application de la méthode à des matériaux aux propriétés connues

À présent que le potentiel de la méthode a été étudié et confirmé numériquement, il s'agit de la valider avec des données expérimentales réelles. Les mesures sont réalisées sur des échantillons de référence de géométrie maîtrisée (planéité satisfaisante et épaisseur connue précisément). Deux plaques de verre et une plaque de plexiglas sont utilisées. Ainsi, la méthode est validée pour un matériau élastique et un autre viscoélastique. Les plaques de verre nommées $P_1$ et $P_2$ ont des épaisseurs $e_1$ et $e_2$ respectivement mesurées au micromètre à 7,965 et 4,930 mm. L'épaisseur de la plaque de plexiglas est quant à elle estimée à 7,720 mm. L'incertitude de lecture est de 10 µm. Avant de présenter les résultats et de les comparer avec ceux obtenus par d'autres méthodes ultrasonores, il est précisé comment sont mesurés les paramètres dont dépend la fonction de transfert et qui ne sont pas évalués par le problème inverse.

### 3.4.1 Mesure des paramètres non évalués par le problème inverse

Outre l'épaisseur et les modules d'élasticité (réels ou complexes selon le matériau) que l'on cherche à estimer, la fonction de transfert dépend d'un certain nombre de grandeurs supplémentaires. Il est important de connaître le plus exactement possible ces grandeurs afin de limiter l'erreur induite sur $X$. L'estimation des incertitudes est également nécessaire pour évaluer la propagation de l'incertitude sur les composantes du vecteur $X$. Cette section est dédiée à la présentation des méthodes et des résultats de mesure des paramètres qui ont une influence non négligeable sur l'allure de la fonction de transfert. Ces paramètres sont la masse volumique $\rho$ des différentes plaques ainsi que la masse volumique $\rho_0$ et la célérité $c_0$ du fluide environnant. Comme on l'a vu dans le chapitre 2, la fonction de transfert dépend de : la distance de propagation dans le fluide $D$, de la taille des transducteurs, ainsi que de la distribution de vitesse normale en surface de l'émetteur et de la distribution de la sensibilité du récepteur. La distance $D$ est connue à quelques millimètres près. Il a été montré dans la section 2.5.2 qu'une variation de cet ordre est négligeable sur l'allure de la fonction de transfert. Les transducteurs utilisés proviennent du commerce et leur diamètre est connu avec une précision qui a un effet négligeable sur la fonction de transfert. Quant à la distribution de la vitesse normale, elle est supposée uniforme (cf. section 2.4.1). L'influence de la répartition de la vitesse normale a été étudiée et s'est révélée négligeable (cf. annexe A.1).

#### a) Évaluation des propriétés du fluide environnant

Le fluide environnant est l'eau. Compte tenu de la plage de fréquences et des distances de propagation, ce fluide est considéré non dissipatif. Il est caractérisé par une masse volumique $\rho_0$ et une vitesse $c_0$ à laquelle les ondes se propagent. Ces grandeurs dépendent *a priori* de la pression, de la température et de la composition minérale de l'eau. Certaines études proposent des lois empiriques pour prédire la valeur de $c_0$ [159] et de la masse volumique [160] en fonction de la température et de la salinité de l'eau. Par exemple, pour une eau non salée à 22 °C, Simion *et al.* [160] prédisent $\rho_0$ égale à 0,998 $\mathrm{g\,cm^{-3}}$. La température de l'eau dans la cuve est comprise entre 19 et 25 °C. Sur cet intervalle, la variation de la masse volumique est d'environ 0,002 $\mathrm{g\,cm^{-3}}$. Il serait donc justifié de retenir une incertitude de cet ordre. Cependant, la composition minérale de l'eau contenue dans la cuve n'est pas connue. L'intervalle de confiance est donc surestimé par rapport à cette valeur. La masse volumique retenue par la suite est de $0{,}998 \pm 0{,}005$ $\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

Concernant l'évaluation de $c_0$, on pourrait utiliser la loi proposée par Simion *et al.* [160]. Cependant, là encore, du fait de la méconnaissance de la composition minérale de l'eau, il est préférable de la mesurer. Avant chaque mesure d'une fonction de transfert, la vitesse de propagation des ondes dans l'eau est évaluée par méthode ultrasonore en mode pulse-écho. La méthode est présentée en annexe A.2. Pour une eau dont la température est de 22 °C, $c_0$ est estimée à $1{,}488 \pm 0{,}007$ $\mathrm{mm\,\mu s^{-1}}$ ($\Delta c_0/c_0 < 0{,}5$ %).

#### b) Évaluation de l'épaisseur et de la masse volumique de la plaque

D'après l'étude numérique réalisée dans la section 3.3.2.d, il est envisageable d'intégrer l'estimation de l'épaisseur au problème inverse. Dans un objectif de validation de la méthode présentée dans ce chapitre, les épaisseurs des plaques de verre $P_1$ et $P_2$ sont également mesurées au contact grâce à un micromètre. L'incertitude de lecture est de 10 µm et le micromètre permet une mesure jusqu'à 2 cm des bords de la plaque. 12 mesures sont faites autour de chaque plaque. Les valeurs moyennes obtenues sont respectivement de 7,965 mm et 4,930 mm pour les plaques $P_1$ et $P_2$. Pour les deux plaques, l'écart maximal entre deux mesures est de 10 µm et l'écart-type est inférieur à 1 micromètre. L'épaisseur sur les bords des deux plaques apparaît constante.

La méthode de pulse-écho utilisée pour l'évaluation de $c_0$ est également adaptée à la mesure d'épaisseur (cf. annexe A.2). Dans ce cas, il est nécessaire de connaître la vitesse $c_0$ et l'épaisseur d'une plaque étalon. Afin de comparer les résultats obtenus avec une seconde technique existante, la méthode est appliquée à la plaque $P_2$. La plaque de verre $P_1$ est utilisée comme étalon. 22 mesures sont réalisées au centre de la plaque. La valeur moyenne est de 4,928 mm, l'écart maximal est de 9 µm et l'écart-type est de 2,2 µm. La répétabilité est donc très satisfaisante. L'incertitude de mesure est estimée

à 19 µm.

La masse volumique du matériau n'est pas évaluée par le processus de caractérisation proposé dans ces travaux. L'étude de sensibilité réalisée à la section 3.1 a révélé une dépendance importante de la fonction de transfert à ce paramètre. Sa mésestimation pourrait donc induire une erreur d'évaluation du vecteur mesurande non négligeable. Il est donc essentiel de connaître le plus précisément possible la masse volumique de l'échantillon à caractériser et son incertitude afin de limiter et de quantifier l'erreur induite. La méthode par pesée hydrostatique permet une évaluation précise de la masse volumique. Elle s'appuie sur la variation du poids apparent de l'objet, mesuré à l'aide d'une balance, en fonction du fluide environnant, sur la base du principe d'Archimède. Les masses apparentes de la plaque dans l'air $m_A$ et dans l'eau $m_E$ sont mesurées. La masse volumique est déduite de l'expression suivante :

$$\rho = \frac{m_A \rho_E - m_E \rho_A}{m_A - m_E}. \tag{3.4.1.1}$$

L'expression dépend de la masse volumique de l'eau $\rho_E$ et de l'air $\rho_A$. La masse volumique de l'air étant environ égale à 0,0012 $\mathrm{g\,cm^{-3}}$ à pression atmosphérique et à 20 °C, cette dernière est souvent négligée.

Les masses volumiques des deux plaques de verre et de la plaque de plexiglas sont mesurées. Pour les deux plaques de verre, on a $\rho_1 = 2{,}504 \pm 0{,}013\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$ et $\rho_2 = 2{,}506 \pm 0{,}013\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$. La masse volumique du plexiglas est estimée à $\rho = 1{,}180 \pm 0{,}006\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$. Le calcul d'incertitude est présenté en annexe A.3. L'incertitude de mesure des masses est de 0,1 g. L'incertitude $\Delta\rho$ dépend majoritairement de celle de la masse volumique de l'eau.

### 3.4.2 Sources d'erreur et estimation de l'incertitude sur $X$

Il est discuté dans ce paragraphe les éventuelles sources d'erreur ainsi que le calcul de l'incertitude sur l'estimation des composantes du vecteur mesurande $X$.

#### a) Erreur de mesure

Différents facteurs peuvent engendrer une erreur de mesure. Cela peut provenir :

— d'une mesure bruitée. Du fait d'un bon rapport signal sur bruit, le niveau de bruit des fonctions de transfert mesurées est très faible. Cela a notamment été observé lors de l'étape de validation du modèle FB-2Da dans la section 2.4.3. En effet, on n'observe pas de bruit significatif pour la fonction de transfert mesurée sur une plaque de verre pour des fréquences comprises dans la bande passante des transducteurs à -6 dB, soit entre 1,3 et 2,6 MHz (cf. figure 2.24). Nous verrons qu'il en est de même pour les fonctions de transfert mesurées avec les mêmes

transducteurs, présentées dans ce chapitre. Nous verrons également qu'en ce qui concerne les fonctions de transfert mesurées à plus basse fréquence, aux alentours de 500 kHz, la mesure paraît légèrement bruitée. L'influence d'un tel niveau de bruit sur la résolution du problème inverse a été étudiée dans la section 3.3.4. Concernant les grandeurs $C_{11}$, $C_{66}$, $\tan\delta_{11}$ et $e$, l'influence du bruit s'est révélée négligeable. Seul le $\tan\delta_{66}$ est impacté significativement. On précise tout de même que, dans le cas étudié, l'erreur relative reste inférieure à 3 %. D'après ces résultats, on considère l'influence du bruit négligeable ;

— d'une description imparfaite de la mesure par le modèle FB-2Da. Un modèle numérique n'est jamais parfaitement représentatif de l'expérience que l'on souhaite simuler. Certaines hypothèses peuvent entraîner une modélisation erronée de la mesure. Dans notre cas, cela peut provenir de l'hypothèse de distribution de vitesse normale uniforme, du choix du modèle rhéologique, de la discrétisation du calcul de la fonction de transfert (*i.e.* du choix du nombre de points angulaires et de l'angle maximal à prendre en compte pour le faisceau borné), etc. L'erreur induite par un désaccord entre la mesure et le modèle est difficile à quantifier. Au vu des différentes comparaisons entre les mesures et le modèle, effectuées pour le verre, l'aluminium, l'époxy et le plexiglas (présentées précédemment ou dans les parties suivantes), il semble que le modèle décrive de manière suffisamment fiable la mesure. On suppose donc que cette erreur est négligeable ;

— d'une erreur d'alignement du dispositif expérimental. C'est pourquoi une attention particulière est portée sur l'étape d'alignement décrite dans le paragraphe 2.3.1.a.

#### b) Estimation de l'incertitude sur $X$

La méthode de calcul de l'incertitude d'une grandeur évaluée par la mesure d'un autre paramètre lié à la grandeur recherchée par une loi physique est présentée en annexe A.3. Une telle méthode est notamment appliquée pour estimer l'incertitude sur le module de cisaillement $C_{66}$ lorsqu'il est évalué au moyen de la mesure d'une fréquence de résonance transverse $f_m^T$ si l'épaisseur est connue. $\Delta C_{66}$ résulte de la propagation des incertitudes sur les paramètres qui interviennent dans la relation 3.2.1.1 : $\Delta e$, $\Delta\rho$ et $\Delta f$. Elle est calculée d'après la relation A.3.0.1.

Dans le cas de la résolution du problème inverse, l'estimation de $\Delta X$ est plus complexe. L'évaluation n'est pas réalisée à partir de la résolution directe d'une équation connue, l'expression A.3.0.1 ne peut donc pas être utilisée pour calculer la propagation de l'incertitude des paramètres non-optimisés dont dépend la fonction de transfert. De plus, les différentes composantes du vecteur $X$ sont évaluées simultanément. Or, l'incertitude de mesure sur l'une des composantes induit une incertitude sur l'ensemble des autres composantes du vecteur mesurande. Il est nécessaire de prendre en compte

cette interdépendance des incertitudes sur $X$.

Le calcul de l'incertitude est réalisé en deux étapes. La première étape consiste à calculer la propagation de l'incertitude sur les valeurs des paramètres dont dépend la fonction de transfert qui ne sont pas évalués. On note $x$ le vecteur qui comprend ces grandeurs. Dans le cas d'un matériau monocouche, seuls deux paramètres sont pris en compte du fait de leur influence non négligeable : $\rho$ et $c_0$. $x$ peut également contenir l'épaisseur lorsque cette grandeur n'est pas évaluée. Pour chacun de ces paramètres noté $x_k$, le problème inverse est résolu en modifiant sa valeur initiale dans le modèle par ajout de son incertitude de mesure : $x_k^+ = x_k + \Delta x_k$. La valeur des autres composantes de $x$ reste inchangée. Un vecteur $X^{x_k^+}$ est estimé. $\Delta^{x_k^+} X$ est définie comme la différence entre les vecteurs $X$ et $X^{x_k^+}$. L'opération est répétée une seconde fois en retranchant l'incertitude à la valeur initiale $x^- = x - \Delta x$. On obtient alors $\Delta^{x_k^-} X$. Pour chaque paramètre $x_k$, $\Delta^{x_k} X$ est choisie comme le maximum du couple $\{\Delta^{x_k^+} X; \Delta^{x_k^-} X\}$. $\Delta X^A$ est définie par la relation suivante

$$\Delta X^A = \sum_k \left(\Delta^{x_k} X\right)^2, \tag{3.4.2.1}$$

comme l'incertitude sur $X$ résultante de la propagation de l'incertitude sur toutes les composantes de $x$.

La seconde étape porte sur l'estimation de la propagation de l'incertitude entre les différents paramètres évalués lors du processus d'optimisation. L'incertitude calculée lors de la première étape sur chacune des composantes $X_j$ de $X$, notée $\Delta^A X_j$, induit une incertitude sur l'ensemble des autres composantes de $X$. Pour chacun des paramètres $X_j$, le problème inverse est résolu deux fois en remplaçant $X_j$ par $X_j \pm \Delta^A X_j$ et en l'excluant des paramètres optimisés (*i.e.* $X \backslash \{X_j\}$). On note $\Delta^{X_j} X$ l'incertitude propagée depuis $\Delta^A X_j$ sur $X \backslash \{X_j\}$. L'incertitude $\Delta X^B$ résultante de l'ensemble des composantes de $X$ est définie comme

$$\Delta X^B = \sum_j \left(\Delta^{X_j} X\right)^2. \tag{3.4.2.2}$$

L'incertitude totale est ensuite calculée à partir de la racine carrée de la somme des deux termes 3.4.2.1 et 3.4.2.2 :

$$\Delta X = \sqrt{\Delta X^A + \Delta X^B} = \sqrt{\sum_k \left(\Delta^{x_k} X\right)^2 + \sum_j \left(\Delta^{X_j} X\right)^2}. \tag{3.4.2.3}$$

### 3.4.3 Étude comparative de trois méthodes de mesure des $C_{ij}$ et de l'épaisseur de plaques de verre

Cette section est dédiée à l'application de la méthode par mesure de la Fonction de Transfert en Faisceau Borné (FT-FB) présentée dans la section 3.3.2.d pour les deux plaques de verre $P_1$ et $P_2$ et de comparer les résultats avec ceux obtenus au moyen de deux autres méthodes ultrasonores existantes : Fonction de Transfert en Ondes Planes (FT-OP) et Temps De Vol (TDV).

#### a) Caractérisation des plaques de verre $P_1$ et $P_2$ par la méthode FT-FB

Les fonctions de transfert sont mesurées en incidence normale pour les plaques de verre $P_1$ et $P_2$ aux alentours de 2 MHz. Elles sont respectivement représentées en symboles noirs sur les figures 3.16 et 3.17. Les transducteurs utilisés sont les mêmes que dans la section 2.4.3. Ils ont un diamètre de 19 mm et une fréquence centrale de 2,25 MHz.

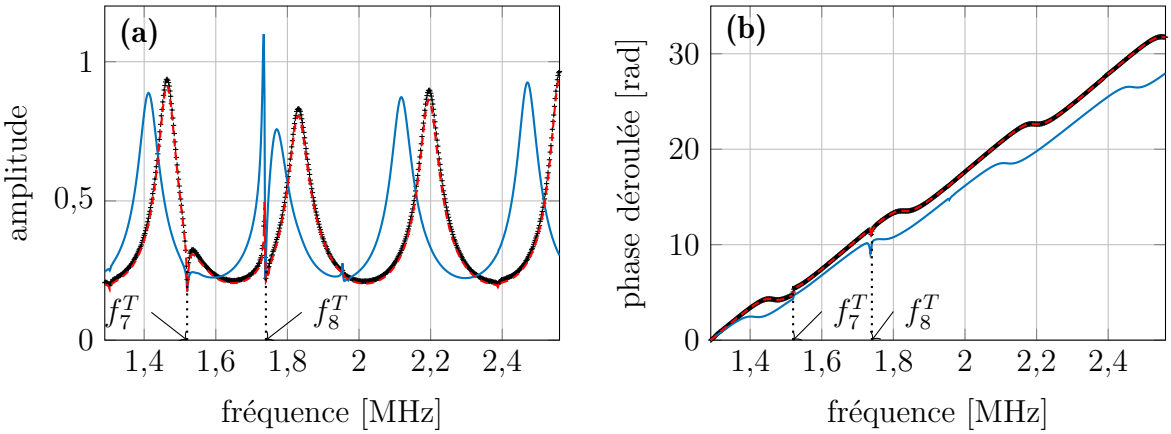



FIGURE 3.16 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque de verre $P_1$ mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$. L'optimisation est réalisée sous contrainte sur la position du minimum au niveau de $f_8^T$.

Pour les deux plaques, on observe la présence de minima. Pour $P_1$, deux minima bien visibles sont relevés pour $f = 1{,}520$ et $1{,}740$ MHz. Ces deux fréquences sont identifiées comme des résonances transverses d'ordre $m = 7$ et 8. Concernant $P_2$, un seul minimum suffisamment marqué pour être identifié est observé au niveau de la fréquence de résonance transverse d'ordre 7 pour $f = 2{,}454$ MHz. La procédure d'optimisation présentée dans la section 3.3.2.d est appliquée pour chacune des plaques. Les paramètres estimés sont les modules $C_{11}$ et $C_{66}$ ainsi que l'épaisseur. La fonction coût utilisée $\varepsilon$ prend en compte le module et la phase de la fonction de transfert. L'optimisation est réalisée sous contrainte sur la position des minima qui impose une égalité entre l'épaisseur et le module de cisaillement (cf. équation 3.3.2.2). Pour $P_1$ (resp. $P_2$), la contrainte porte sur $f_8^T$ (resp. $f_7^T$). Dans toute cette partie, les valeurs des bornes

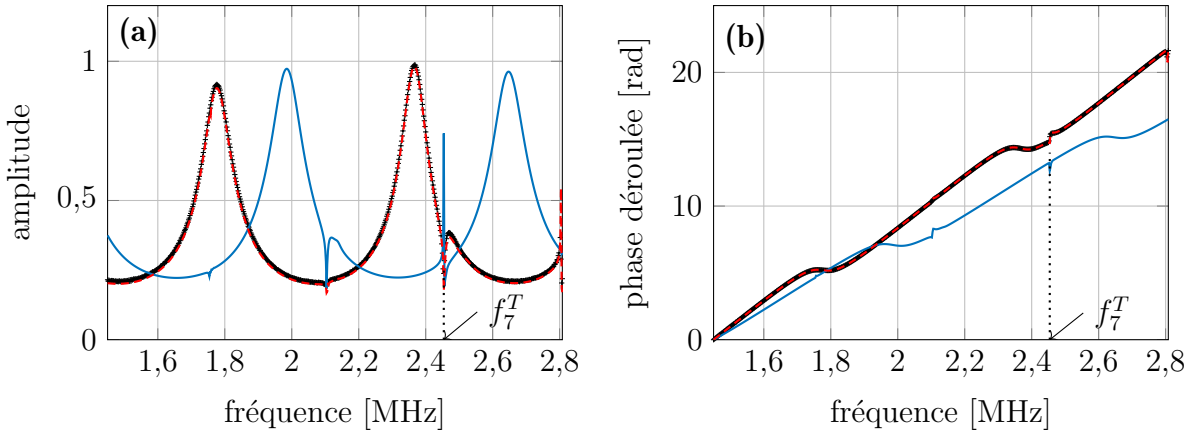



FIGURE 3.17 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque de verre $P_2$ mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$. L'optimisation est réalisée sous contrainte sur la position du minimum au niveau de $f_7^T$.

inférieures $X_{\mathrm{BI}}$ et supérieures $X_{\mathrm{BS}}$ sont comprises entre $0{,}5X_{\mathrm{Ref}}$ et $1{,}5X_{\mathrm{Ref}}$ [10]. Les valeurs initiales $X_0$ sont choisies aléatoirement selon une loi uniforme dans cet intervalle. Les valeurs des vecteurs $X_{\mathrm{BI}}$, $X_{\mathrm{BS}}$ et $X_0$ sont recensées en annexe A.4. Les fonctions de transfert calculées avec les données initiales $X_0$ et les données optimisées $X_{\mathrm{Opt}}$ sont représentées respectivement en trait bleu continu et en tirets rouges. Que ce soit pour $P_1$ ou $P_2$, pour le module ou pour la phase, on constate un très bon accord entre la mesure et le modèle après optimisation. Les valeurs obtenues sont répertoriées dans le tableau 3.12 sur les lignes nommées FT-FB.

| | Méthode | $C_{11}$ [GPa] | $\Delta C_{11}/C_{11}$ | $C_{66}$ [GPa] | $\Delta C_{66}/C_{66}$ | $e$ [mm] | $\Delta e/e$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Plaque 1** | FT-FB | 84,79 ± 0,98 | 1,16 % | 29,96 ± 0,37 | 1,23 % | 7,964 ± 0,045 | 0,57 % |
| | FT-OP | 84,86 ± 0,49 | 0,58 % | 29,91 ± 0,22 | 0,74 % | (7,965 ± 0,010)* | 0,12 % |
| | TDV | 85,19 ± 3,15 | 3,70 % | 29,85 ± 0,57 | 1,91 % | (7,965 ± 0,010)* | 0,12 % |
| **Plaque 2** | FT-FB | 85,32 ± 1,09 | 1,29 % | 30,04 ± 0,36 | 1,12 % | 4,938 ± 0,027 | 0,55 % |
| | FT-OP | 85,15 ± 0,57 | 0,67 % | 29,91 ± 0,21 | 0,70 % | (4,930 ± 0,010)* | 0,20 % |
| | TDV | 84,96 ± 3,32 | 3,91 % | 29,54 ± 0,57 | 1,93 % | (4,930 ± 0,010)* | 0,20 % |

TABLEAU 3.12 – Comparaison des résultats de l'évaluation des $C_{ij}$ par différentes méthodes sur deux plaques de verre.
**L'épaisseur a été mesurée au micromètre.*

10. $X_{\mathrm{Ref}}$ étant constitué des valeurs supposées connues de $\widetilde{C}_{11}$, $\widetilde{C}_{66}$ et $e$ des différentes plaques.

#### b) Caractérisation des plaques de verre $P_1$ et $P_2$ par la méthode FT-OP

Les $C_{ij}$ des deux plaques de verre sont également évalués par la méthode de caractérisation FT-OP. Il s'agit de la technique présentée dans la section 1.3.2. Elle est basée sur la mesure de la fonction de transfert sous l'hypothèse d'onde plane pour différents angles d'incidence [3]. Les signaux transmis sont mesurés entre 0° et 25° par pas de 1°. Les échantillons sont insonifiés par des transducteurs *ULTRAN WS100-5* de fréquence centrale 5 MHz et d'un diamètre de 25 mm. La bande passante à -6 dB est comprise entre 3,6 et 5,8 MHz. Le plus petit rapport $a/\lambda$ est de 30. Les fonctions de transfert mesurées pour quatre angles d'incidence sont présentées figure 3.18 en croix noires. La procédure d'inversion est réalisée et les résultats obtenus sont recensés dans le tableau 3.12. Les coefficients de transmission calculés avec les $C_{ij}$ optimisés sont affichés en trait continu rouge. En incidence normale, il y a un bon accord entre la fonction de transfert mesurée et les coefficients de transmission. Comme expliqué dans la section 2.3.3, cela provient du rapport $a/\lambda$ suffisamment grand et l'absence de modes rétropropagatifs. En incidence oblique, la mesure dévie fortement du modèle. Les différences constatées ne sont pas expliquées par une mésestimation des différents paramètres qui gouvernent l'allure des coefficients de transmission. D'une part, les $C_{ij}$ estimés sont en accord avec les résultats obtenus par les deux autres méthodes. D'autre part, à 4° on observe une concordance satisfaisante entre la position des maxima et des minima théoriques et expérimentaux. Le bon accord sur la position des maxima en incidence normale et la position des minima en incidence oblique pour de petits angles d'incidence semble indiquer que les paramètres de l'échantillon sont correctement estimés (cf. section 2.1.3). Pour des angles d'incidence de 4° et 17°, les différences s'expriment essentiellement par des écarts d'amplitude. À 12°, en plus des différences d'amplitude, de nombreux maxima et minima présents dans le modèle sont absents de la mesure. D'après Jocker et Smeulders [115], ces différences sont dues aux multi-réflexions qui ont lieu le long de la plaque et qui sont moins bien vues par le récepteur. Pour compléter la discussion qui a fait l'objet de la partie 2.3.3 sur les conditions de validité du modèle OP, on peut ajouter qu'en incidence oblique un grand rapport $a/\lambda$ n'est pas suffisant, et ce, même en l'absence de modes *backward*. Même si la diffraction est négligeable, il est nécessaire d'avoir recours à un grand récepteur [3] ou alors de scanner le champ sur une grande surface [115].

#### c) Caractérisation des plaques de verre $P_1$ et $P_2$ par TDV

Une dernière méthode de caractérisation est appliquée sur les deux plaques de verre. Il s'agit de la méthode par Temps De Vol (TDV) présentée dans le paragraphe 1.2.2.e [93]. Pour rappel, l'évaluation de la partie réelle des $C_{ij}$ est réalisée par un procédé d'inversion appliqué sur les courbes de lenteur. Comme pour la technique FT-OP, les signaux transmis sont mesurés entre 0° et 25° par pas de 1°. Là encore, les transduc-

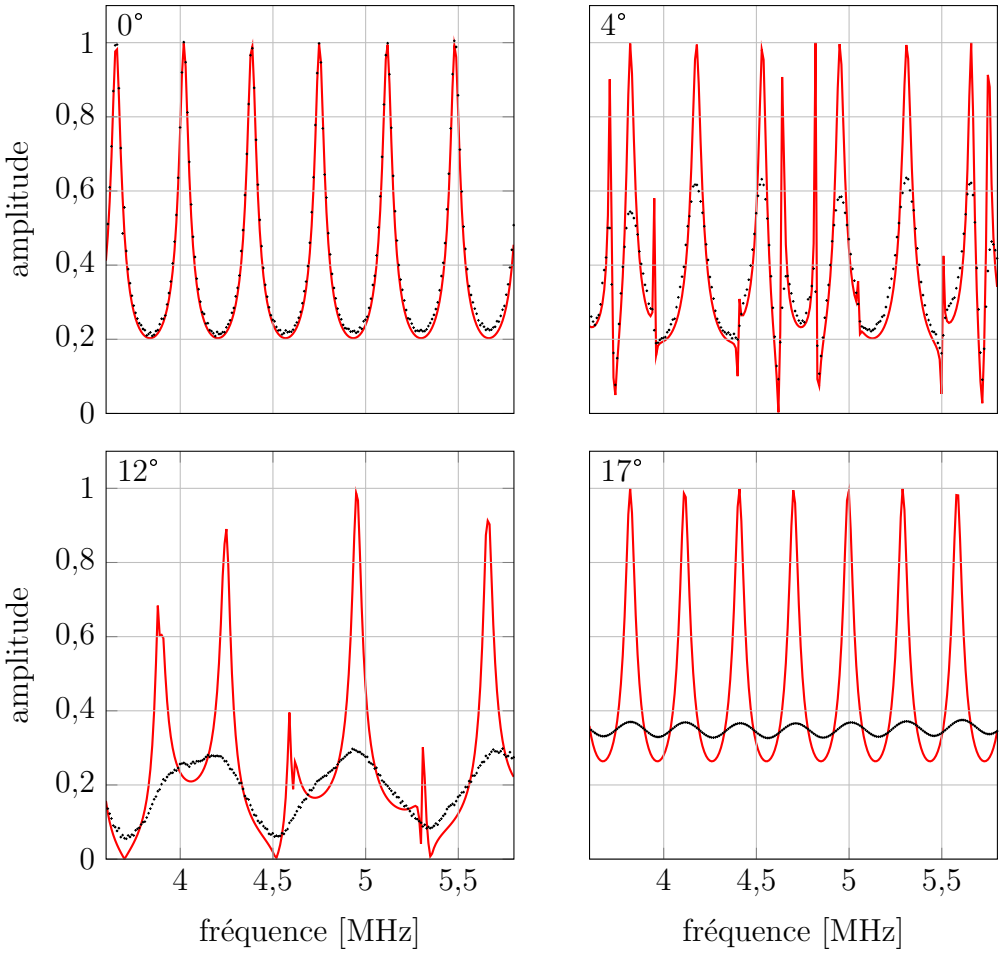



FIGURE 3.18 – Module des fonctions de transfert de $P_1$ mesurées (·) et calculées sous l'hypothèse d'onde plane après optimisation (——) pour différents angles d'incidence.

teurs *ULTRAN WS100-5* de fréquence centrale 5 MHz et d'un diamètre de 25 mm sont utilisés. Compte tenu de l'épaisseur des plaques, cette fréquence permet la séparation des échos. Les courbes de lenteur dans le plan $P_{12}$ des deux plaques de verre sont représentées sur la figure 3.19. Pour chaque angle d'incidence $\theta$, la vitesse de propagation est mesurée et les composantes du vecteur d'onde (longitudinal ou transverse) $k_1$ et $k_2$ sont calculées. L'angle critique longitudinal $\theta_L^c$ est d'environ 15°. Les courbes obtenues forment des quarts de cercle, caractéristiques d'un matériau isotrope. L'estimation des $C_{ij}$ est ensuite obtenue par optimisation et les résultats sont présentés dans le tableau 3.12. Aux incertitudes de mesure près, les $C_{ij}$ sont en accord avec ceux estimés par la méthode FT-FB.

**Conclusion**

Les modules élastiques $C_{11}$ et $C_{66}$ estimés grâce aux différentes méthodes sont, aux incertitudes de mesures près, en très bon accord. Les incertitudes obtenues par TDV sont beaucoup plus élevées que les deux autres. C'est essentiellement dû à l'incertitude sur $c_0$. L'estimation des vitesses se fait par mesure de la différence de temps de vol en présence et en l'absence de plaque. La mesure est donc très sensible à ce paramètre.

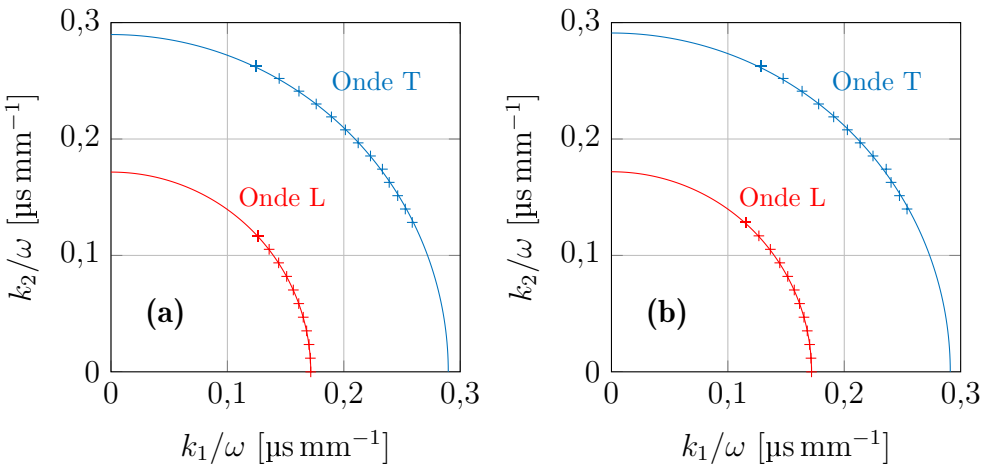



FIGURE 3.19 – Courbes de lenteur des plaques $P_1$ ($e$ = 7,965 mm) (a) et $P_2$ ($e$ = 4,930 mm) (b) mesurées (+) et calculées (traits pleins) après optimisation.

Une connaissance plus précise de $c_0$ engendrerait une diminution forte de l'incertitude. La méthode FT-OP présente les plus faibles incertitudes de mesure. Paradoxalement, c'est la méthode pour laquelle le modèle décrit le moins bien la mesure. Les incertitudes obtenues par FT-FB sont environ deux fois plus élevées. Cela est dû au fait qu'un paramètre supplémentaire est évalué.

La méthode FT-FB présente de nombreux avantages. Elle permet de s'affranchir de la mesure du champ transmis en incidence oblique. Elle permet également d'évaluer l'épaisseur en plus des modules élastiques, même si cela se traduit par une diminution de la précision de mesure de ces paramètres. Enfin, le dernier avantage est que la mesure est localisée ce qui permet d'envisager une cartographie des paramètres de l'épaisseur et des modules (visco)élastiques. La principale limite de la méthode FT-FB est que, dans l'état actuel et contrairement aux deux autres techniques, elle ne s'applique qu'aux matériaux isotropes.

### 3.4.4 Influence du modèle utilisé sur la caractérisation

Une analyse est faite afin d'étudier la nécessité d'avoir recours au modèle faisceau borné en fonction des fréquences considérées et donc du rapport $a/\lambda$. La méthode de caractérisation est employée pour la plaque $P_1$ sur trois plages de fréquences différentes aux alentours de 0,5, 2 et 5 MHz. Tous les transducteurs sont cylindriques avec une surface active plane. Pour les mesures réalisées à proximité de 5 MHz et 2 MHz, ce sont les transducteurs utilisés dans la section précédente ($2a$ = 25 mm pour 5 MHz et $2a$ = 19 mm pour 2 MHz). Les transducteurs utilisés pour la mesure à 500 kHz ont un diamètre de 25 mm. Les plages de fréquence retenues correspondent aux bandes passantes des transducteurs à -6 dB. Pour chacune des fonctions de transfert mesurée en incidence normale, le problème inverse est résolu avec le module et la phase afin d'évaluer les modules élastiques et l'épaisseur de la plaque de verre. Les modules des fonctions

de transfert mesurées et calculées après optimisation sont présentés sur la figure 3.20. Lorsque le modèle FB-2Da est utilisé, l'évaluation des composantes de $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$ est réalisée de manière simultanée en appliquant une contrainte sur la position d'un minimum localisé au niveau d'une résonance transverse (cf. relation 3.3.2.2). Quant au modèle OP, il ne dépend pas du module de cisaillement en incidence normale. La résolution du problème inverse permet seulement l'évaluation de $X = \{C_{11}, e\}$ avec la même définition de la fonction coût $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$. Cependant, le module de cisaillement peut être estimé dans un second temps, une fois l'épaisseur connue, par mesure d'un minimum (cf. relation 3.2.1.1). Les résultats des différentes procédures d'inversions sont répertoriés dans le tableau 3.13.

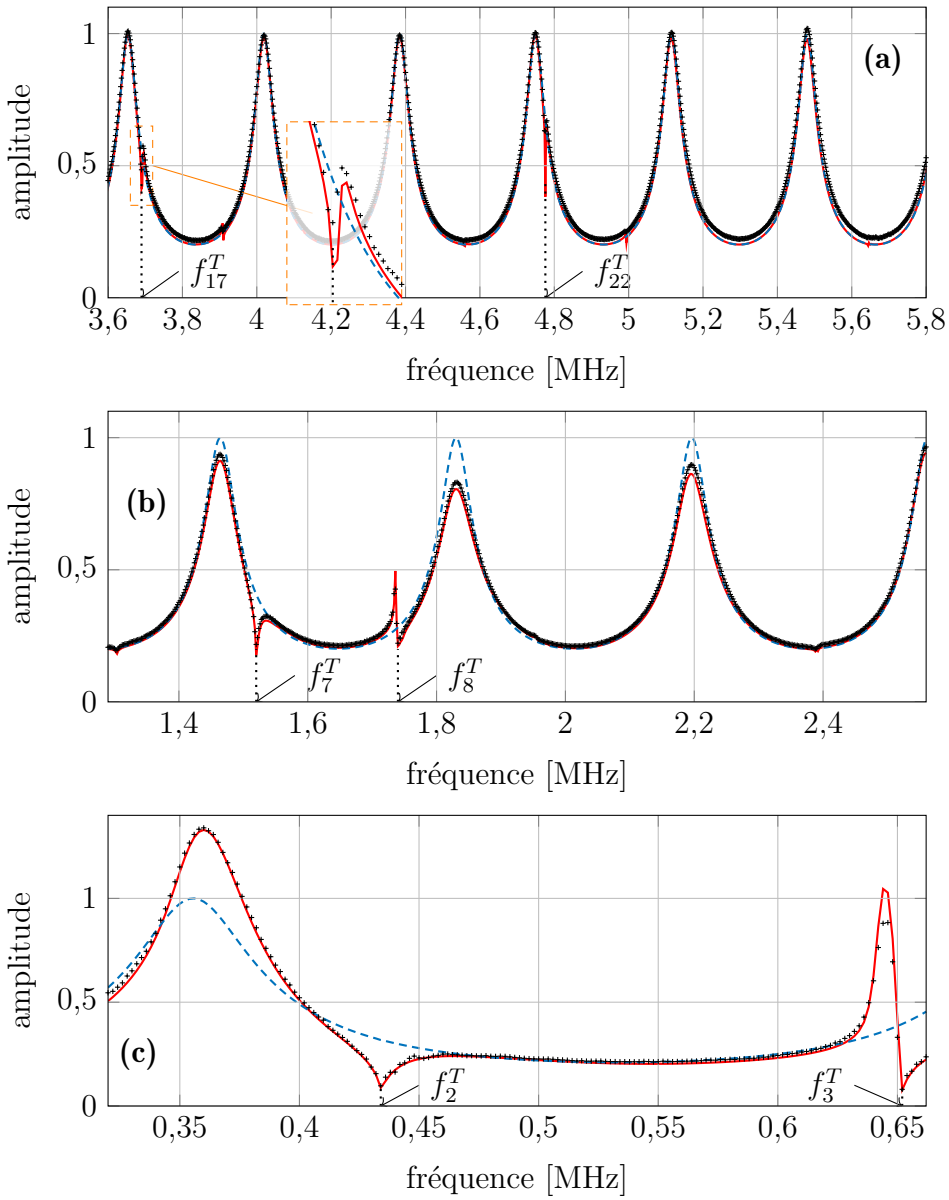



FIGURE 3.20 – Fonctions de transfert de la plaque de verre $P_1$ mesurées (+) et calculées après optimisation par utilisation du modèle onde plane (----) ou faisceau borné (——) pour 3 plages de fréquence différentes.

D'après le tableau 3.13, on constate que pour les mesures aux voisinages de 2 et

| Fréquence | Modèle | $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $e$ [mm] |
|---|---|---|---|---|
| $f \in [3{,}6; 5{,}8]$ MHz | OP | 84,81 ± 1,10 | 29,94 ± 0,43 | 7,965 ± 0,053 |
| | FB | 84,76 ± 1,10 | 29,90 ± 0,48 | 7,965 ± 0,052 |
| $f \in [1{,}3; 2{,}5]$ MHz | OP | 85,32 ± 1,03 | 30,03 ± 0,39 | 7,974 ± 0,047 |
| | FB | 84,79 ± 0,98 | 29,96 ± 0,37 | 7,964 ± 0,045 |
| $f \in [0{,}30; 0{,}66]$ MHz | OP | 77,41 ± 1,73 | 28,83 ± 0,45 | 7,820 ± 0,056 |
| | FB | 84,97 ± 1,35 | 29,96 ± 0,38 | 7,970 ± 0,047 |

TABLEAU 3.13 – Estimation des $C_{ij}$ et de l'épaisseur de la plaque de verre $P_1$ par mesure de la fonction de transfert en incidence normale pour trois plages fréquentielles différentes. Pour chaque plage de fréquences, la caractérisation est faite avec le modèle Onde Plane (OP) et Faisceau Borné (FB).

5 MHz, l'utilisation du modèle OP ou FB donne des résultats similaires. Pour des fréquences comprises entre 3,6 et 5,8 MHz (cf. figure 3.20a), il est observé un bon accord entre les fonctions de transfert mesurée et calculée avec le modèle OP en incidence normale. Cela a déjà été constaté sur la fonction de transfert représentée sur la figure 3.18 qui a servi à la caractérisation de la plaque $P_1$ grâce à la méthode FT-OP. La différence entre les deux mesures est la résolution fréquentielle. Elle est égale à 2 kHz ici contre 10 kHz sur la figure 3.18. Cette résolution permet de mettre en évidence de légers effets de faisceau borné très localisés. On peut constater, par exemple, des minima localisés au niveau de résonances transverses ($m = 17$ et $m = 22$) pour des fréquences de 3,690 et 4,776 MHz. La présence de ces effets de faisceau borné permet l'évaluation du module de cisaillement. Hormis ces minima, on observe que la fonction de transfert mesurée est bien décrite par le modèle OP.

On peut observer sur la fonction de transfert tracée entre 1,3 et 2,5 MHz sur la figure 3.20b, qu'à ces fréquences, les effets de faisceau borné sont plus prononcés. Néanmoins, l'utilisation du modèle OP ne semble pas induire d'erreur de mesure majeure. En effet, les différences d'estimation des différents paramètres selon le modèle utilisé sont inférieures aux intervalles de confiance (cf. tableau 3.13).

Pour une fréquence centrée à 500 kHz (voir figure 3.20c), les effets de faisceau borné sont plus marqués du fait d'une diffraction plus importante (faible rapport $a/\lambda$) et de la présence de modes rétropropagatifs (branches $S_1/S_2$ aux alentours de 380 kHz et $A_2/A_3$ pour des fréquences proches de 650 kHz, cf. section 2.1.2). Le maximum situé à $f = 0{,}360$ MHz est décalé par rapport à la résonance d'épaisseur longitudinale du fait de la présence de modes *backward* (cf. section 2.3.2.a). Dans ce cas, l'erreur induite par l'invalidité du modèle OP n'est pas négligeable. En effet, le tableau 3.13 montre l'écart significatif des valeurs de $X$ obtenu lorsque le modèle OP est utilisé par rapport aux

valeurs estimées avec le modèle FB.

**Conclusion :** Comme attendu après les résultats de l'étude présentée dans la section 2.3.3, pour un rapport $a/\lambda$ suffisamment grand, le modèle ondes planes décrit correctement la mesure. C'est ce qu'on observe pour la mesure réalisée entre 3,6 et 5,8 MHz sur la plaque de verre (cf. figure 3.20a). Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'avoir recours au modèle FB-2Da. Le modèle OP peut être utilisé afin d'estimer l'épaisseur et le module $C_{11}$ par résolution du problème inverse. Le module de cisaillement peut éventuellement être évalué dans un second temps. Pour cela, il est nécessaire de détecter un minimum au niveau d'une résonance transverse $f_m^T$. Or, du fait d'une faible diffraction, ces effets de faisceau borné, s'ils existent, sont peu marqués. Leur détection nécessite une résolution fréquentielle suffisamment fine.

Pour des rapports $a/\lambda$ moins élevés, des différences apparaissent entre la mesure et les coefficients de transmission en ondes planes (cf. figures 3.20b et c). Cependant, ce désaccord n'implique pas forcément une erreur de mesure. Si les effets de faisceau borné ne se traduisent pas par un décalage des maxima par rapport aux fréquences de résonances longitudinales (*i.e.* en l'absence de modes *backward*), l'estimation est correcte. Ainsi, il semble, à première vue, que le recours au modèle OP puisse se justifier si l'on sait que des modes *backward* ne sont pas générés. Néanmoins, pour savoir si de tels modes sont générés, il est nécessaire d'avoir une idée assez précise des propriétés du matériau. C'est pourquoi le recours au modèle FB-2Da est conseillé lorsque l'allure de la fonction de transfert diffère de celle des coefficients de transmission en ondes planes. Cela permet de s'affranchir de tout questionnement à propos de la fiabilité des résultats et d'une éventuelle erreur induite par l'hypothèse d'ondes planes. De plus, si l'on ajoute l'estimation des parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$, il est probable que le modèle onde plane induise une erreur de mesure forte. Considérons la fonction de transfert mesurée aux alentours de 2 MHz (cf. figure 3.20b). Supposons que la viscoélasticité du verre ne soit pas considérée négligeable. Afin de reproduire la diminution en amplitude liée aux effets de faisceau borné, l'algorithme surestimerait les valeurs des parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$.

Dans le cas d'un matériau viscoélastique, l'évaluation des modules viscoélastiques et de l'épaisseur au moyen d'une unique mesure en incidence normale nécessite l'utilisation du modèle FB-2Da. En effet, la mesure d'un minimum ne permet pas l'évaluation directe du module de cisaillement, car l'un des effets de la partie imaginaire du $\widetilde{C}_{66}$ est le décalage des minima par rapport aux fréquences de résonances transverses.

### 3.4.5 Application à une plaque de plexiglas

L'application de la méthode à la plaque de plexiglas, matériau viscoélastique, est maintenant présentée. D'après la section 2.6, les effets de faisceau borné pour la plaque de plexiglas apparaissent seulement à basse fréquence. Afin de tirer profit de leur pré-

sence pour évaluer le module de cisaillement, les transducteurs de fréquence centrale 500 kHz sont utilisés. Leur diamètre est de 25 mm. La plage de fréquences retenue est la bande passante à -6 dB du transducteur comprise entre 320 et 662 kHz. Le rapport $a/\lambda$ minimal est de 7. Trois configurations sont mises en œuvres pour la caractérisation :

1. l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}$ et de l'épaisseur par minimisation de la fonction coût $\varepsilon$. Les fonctions de transfert calculées avant et après résolution du problème inverse sont représentées sur la figure 3.21. On observe un très bon accord dans toute la plage de fréquences ;
2. l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}$ et de l'épaisseur par minimisation de la fonction coût qui est définie seulement à partir du module de la fonction de transfert $\varepsilon_M$ ;
3. l'évaluation des modules viscoélastiques $\widetilde{C}_{ij}$ seuls par minimisation de $\varepsilon_M$. L'épaisseur est supposée connue. Pour rappel, elle a été mesurée à 7,720 ± 0,010 mm grâce à un micromètre.

La fonction de transfert mesurée est représentée sur la figure 3.21 en croix noires. Le tableau 3.14 regroupe les résultats de la caractérisation par mesure de la fonction de transfert du faisceau borné en incidence normale dans trois configurations différentes. Afin de comparer les valeurs obtenues, il présente également l'estimation des $\widetilde{C}_{ij}$ par inversion à partir des coefficients de transmission en incidence normale et oblique, avec la condition d'ondes planes.

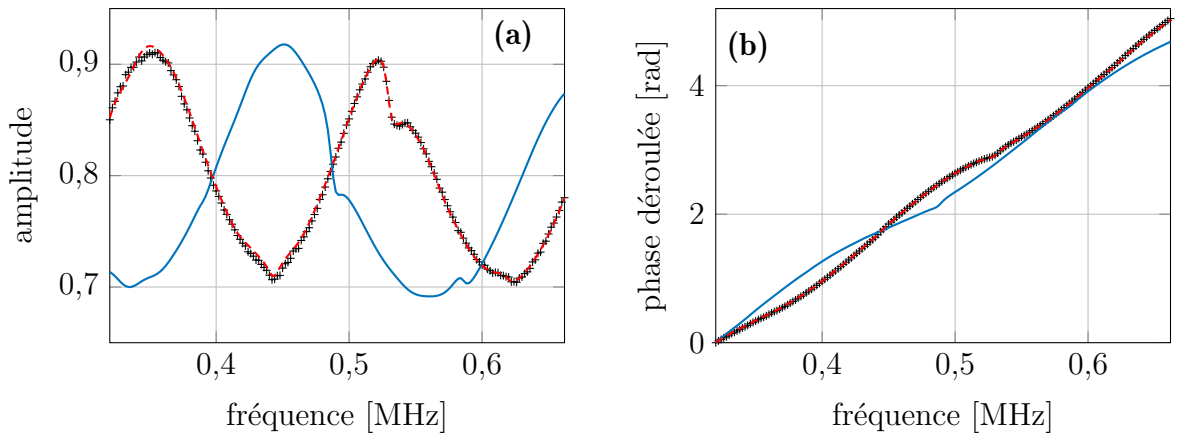



FIGURE 3.21 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque de plexiglas mesurée (•) et calculées avant (——) et après optimisation (----).

Les configurations 1 et 3 donnent des résultats en accord avec l'évaluation par inversion sur les coefficients de transmission en ce qui concerne la partie réelle des $\widetilde{C}_{ij}$. Les valeurs estimées des $\tan\delta_{ij}$ sont inférieures d'environ 18 % par rapport à la mesure en ondes planes. L'un des effets de la diffraction est la différence d'amplitude par rapport au modèle ondes planes résultant de la génération de modes de Lamb fuyants (cf. paragraphe 2.3.2.a). Le modèle faisceau borné permet de différencier une diminution en amplitude due à la viscoélasticité de celle qui est due à la diffraction du

| Paramètre | a) Modèle FB | | | b) Modèle OP |
|---|---|---|---|---|
| | Configuration 1) | Configuration 2) | Configuration 3) | |
| | $\varepsilon$ avec épaisseur | $\varepsilon_M$ avec épaisseur | $\varepsilon_M$ sans épaisseur | sans épaisseur |
| $C_{11}$ [GPa] | 8,67 ± 0,13 | 8,76 ± 0,06 | 8,65 ± 0,05 | 8,71 ± 0,12 |
| $C_{66}$ [GPa] | 2,20 ± 0,04 | 2,22 ± 0,03 | 2,20 ± 0,02 | 2,18 ± 0,06 |
| $\tan\delta_{11}$ [%] | 1,63 ± 0,08 | 1,62 ± 0,07 | 1,66 ± 0,06 | 2,0 ± 0,47 |
| $\tan\delta_{66}$ [%] | 1,90 ± 0,47 | 1,99 ± 0,32 | 1,96 ± 0,16 | 2,3 ± 0,54 |
| $e$ [mm] | 7,730 ± 0,041 | 7,768 ± 0,032 | (7,720 ± 0,010)* | (7,720 ± 0,010)* |

TABLEAU 3.14 – Résultats de la caractérisation d'une plaque de plexiglas par deux méthodes différentes : a) FT-FB (avec trois configurations différentes) et b) FT-OP.
**L'épaisseur a été mesurée au micromètre.*

faisceau ultrasonore. Il semble donc que l'estimation obtenue avec le modèle FB soit plus fiable que celle obtenue avec le modèle OP. L'épaisseur estimée grâce à la première configuration est en accord, aux incertitudes de mesure près, avec la mesure faite au micromètre.

Les résultats obtenus avec la seconde configuration sont en léger désaccord avec ceux obtenus avec les deux autres configurations, plus précisément en ce qui concerne l'épaisseur et le module de compression. Si l'on compare les configurations 2 et 3, la différence relative entre les $C_{11}$ est d'environ 1,2 % et elle est de 0,6 % en ce qui concerne les épaisseurs estimées.

La différence relative entre les $C_{11}$ estimés avec les configurations 2 et 3 est d'environ 1,2 %. Cela peut paraître faible, cependant, ces écarts sont supérieurs aux intervalles de confiance. C'est le même constat en ce qui concerne l'épaisseur. La différence entre les deux mesures est de 48 µm (différence relative de 0,6 %). Là encore, l'écart est supérieur aux intervalles de confiance. L'étude numérique réalisée dans la section 3.3.4.b a montré que la caractérisation de la plaque d'époxy en incluant l'estimation de l'épaisseur pouvait être réalisée avec le module de la fonction de transfert (*i.e.* fonction coût $\varepsilon_M$). Elle a aussi mis en évidence que la fonction coût $\varepsilon_M$ présentait la plus grande sensibilité au bruit et qu'il était plutôt recommandé de réaliser l'inversion avec $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$. Cette étude explique les résultats légèrement erronés obtenus lorsque la fonction utilisée est $\varepsilon_M$ et que l'épaisseur est estimée par résolution du problème inverse (configuration 2).

Comme cela a été montré dans la section A.5 dans le cas d'un matériau élastique, si l'épaisseur est connue, il est préférable d'avoir recours à la fonction coût $\varepsilon_M$ car les incertitudes de mesure sont plus faibles.

## 3.5 Application à la caractérisation des matériaux constituant les assemblages collés pris séparément

Cette section est réservée à l'évaluation des propriétés mécaniques des constituants des assemblages collés pris séparément. Les grandeurs caractéristiques des substrats en aluminium serviront de données d'entrées dans le chapitre suivant. Il est donc important de les connaître le plus précisément possible. Deux plaques d'époxy avec des taux de réticulation visés de 100 % et de 80 % sont ensuite caractérisées. Ces données seront comparées avec celles mesurées pour la couche de colle d'assemblages collés dans le chapitre suivant.

### 3.5.1 Caractérisation des substrats en aluminium

Le substrat utilisé est un aluminium 2017 T4. La surface des échantillons est de $200 \times 200$ mm$^2$. Trois plaques sont caractérisées. Leur masse volumique est mesurée par pesée hydrostatique à 2,774 ± 0,014 g cm$^{-3}$. Leur épaisseur est mesurée au micromètre. Les valeurs estimées pour les trois plaques sont respectivement de 2,030, 2,045 et 2,015 mm ± 10 µm. La fonction de transfert est mesurée avec les transducteurs de fréquence centrale 2,25 MHz d'un diamètre de 19 mm. L'optimisation est réalisée pour des fréquences comprises entre 1,3 et 2,6 MHz ce qui correspond à la bande passante à -6 dB des transducteurs. Compte tenu de l'épaisseur, la mesure est faite aux alentours de la première résonance longitudinale, soit au niveau des branches $S_1/S_2$. La fonction de transfert de la deuxième plaque d'aluminium mesurée est présentée en croix noires sur la figure 3.22. On observe bien la présence d'effets de faisceau borné importants aux alentours de 1,5 MHz dus à la présence de modes rétropropagatifs. Un minimum est localisé au niveau de la seconde résonance d'épaisseur transverse $f_2^T$ (*i.e.* fréquence de coupure de la branche $S_2$). La fonction de transfert présente des valeurs supérieures à 1 avec un maximum qui s'élève à 1,2.

Pour chacune des trois plaques, le problème inverse est résolu deux fois. Dans la première configuration, seuls les modules élastiques sont estimés. L'épaisseur estimée préalablement au micromètre est introduite dans le modèle. Les $C_{ij}$ sont évalués en suivant la procédure décrite dans le paragraphe 3.3.2.b. Le module $C_{66}$ est estimé grâce à la relation 3.2.1.1 suite à la mesure de la position de $f_2^T$. Le module $C_{11}$ est ensuite mesuré par résolution du problème inverse en ayant recours à la fonction coût $\varepsilon_M$.

Dans la seconde configuration, l'épaisseur est également estimée. La fonction coût utilisée est $\varepsilon$. Le problème inverse est résolu en contraignant le problème à respecter la position du minimum au niveau de la résonance $f_2^T$ en satisfaisant l'équation 3.3.2.2, qui impose une relation entre le module de cisaillement et l'épaisseur. Les résultats sont répertoriés dans le tableau ci-dessous. Toutes les mesures sont comprises dans le même

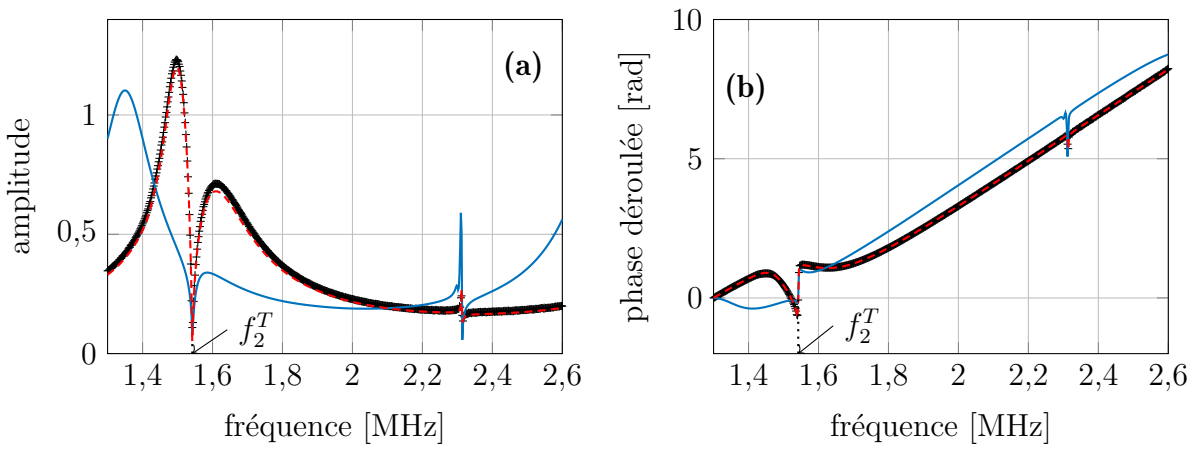



FIGURE 3.22 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque d'aluminium n° 2 mesurée (+) et calculées avant (——) et après optimisation (----). Paramètres estimés : $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$ en appliquant une contrainte sur la position du minimum localisé au niveau de $f_2^T$. Fonction coût : $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$.

intervalle de confiance. De plus, lorsque l'épaisseur est évaluée par la méthode ultrasonore, les valeurs obtenues concordent avec celles mesurées au micromètre. L'exemple de la fonction de transfert calculée après optimisation pour la seconde plaque d'aluminium est représenté sur la figure 3.22. On peut constater le bon accord entre le modèle et la mesure que ce soit avec le module ou avec la phase de la fonction de transfert.

| Plaque n° | Fonction coût | $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $e$ [mm] |
|---|---|---|---|---|
| **1** | $\varepsilon$ | 110,90 ± 2,40 | 27,30 ± 0,45 | 2,034 ± 0,016 |
| | $\varepsilon_M$ | 110,30 ± 1,30 | 27,18 ± 0,31 | (2,030 ± 0,010)* |
| **2** | $\varepsilon$ | 110,66 ± 1,61 | 27,19 ± 0,30 | 2,041 ± 0,010 |
| | $\varepsilon_M$ | 110,19 ± 1,80 | 27,17 ± 0,31 | (2,045 ± 0,010)* |
| **3** | $\varepsilon$ | 111,00 ± 2,11 | 27,33 ± 0,43 | 2,012 ± 0,015 |
| | $\varepsilon_M$ | 111,31 ± 2,07 | 27,41 ± 0,31 | (2,015 ± 0,010)* |

TABLEAU 3.15 – Estimation des $C_{ij}$ et de l'épaisseur des plaques d'aluminium par mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale.
**L'épaisseur a été mesurée au micromètre.*

Les modules élastiques qui seront retenus dans le chapitre 4 comme données d'entrée pour le calcul des fonctions de transfert des assemblages collés sont les moyennes des résultats obtenus lorsque l'épaisseur est également évaluée, soient $C_{11} = 110{,}52 \pm 2{,}04$ GPa et $C_{66} = 27{,}27 \pm 0{,}39$ GPa. Ce choix est fait car les résultats sont plus dispersés quand on réalise l'estimation des $C_{ij}$ seuls et qu'on utilise l'épaisseur mesurée au micromètre. Comme les propriétés mécaniques sont supposées constantes sur l'ensemble des plaques d'aluminium, les différences mesurées sont imputées à une légère méses-

timation de l'épaisseur de quelques micromètres. On suppose que l'uniformisation des résultats lorsque l'épaisseur est estimée grâce au problème inverse est le résultat d'une mesure plus exacte de ce paramètre (malgré une moins bonne précision). Cela pourrait s'expliquer par le fait que la mesure d'épaisseur au micromètre ne soit pas réalisée au même endroit que la mesure ultrasonore (la mesure au micromètre étant limitée aux bords de la plaque). Même si les plaques apparaissent assez planes, il est possible qu'il existe une variation d'épaisseur de l'ordre de quelques micromètres suivant la zone de mesure.

### 3.5.2 Caractérisation de l'époxy

La colle utilisée est une résine à formulation bi-composant composée d'un prépolymère époxyde et d'un durcisseur diamine. Le prépolymère est le LY556 qui est une résine époxy de type DGEBA (DiGlycidylEther du Bisphenol A). La Jeffamine D230 est utilisée comme durcisseur. Le coefficient stœchiométrique est égal à un. Pour 30 grammes de LY556, 9.6 grammes de Jeffamine D230 sont utilisés. Les deux composés sont brassés au mélangeur planétaire afin d'obtenir une colle homogène et dégazéifiée. Deux plaques massiques ont été réalisées. La première, appelée E80, a durci à température ambiante pour un taux de réticulation estimé à 80 % par mesure de la Tg (température de transition vitreuse). Pour la seconde, nommée E100, la résine a été placée 48 h à température ambiante suivie d'une post-cuisson de 3 h à 160 °C. Dans cette situation, le taux de réticulation a été évalué à 100 %.

La caractérisation des deux plaques d'époxy massique est présentée. La masse volumique a été estimée pour les deux plaques à 1,159 $\pm$ 0,006 $\mathrm{g\,cm^{-3}}$. L'épaisseur des plaques est proche de 3 mm. Afin que la fonction de transfert soit sensible à $\widetilde{C}_{11}$, mais aussi à $\widetilde{C}_{66}$, la plage de fréquences est choisie aux alentours de 500 kHz. Ainsi, les branches $S_1/S_2$, riches en information sur les deux modules, sont présentes. Les plaques présentent de fortes variations d'épaisseur, jusqu'à 0,1 mm. C'est pourquoi, en plus des modules viscoélastiques, l'épaisseur est évaluée par ultrasons et dans la même zone. L'inversion est faite en tenant compte du module et de la phase de la fonction de transfert en ayant recours à la fonction coût $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$. La fonction de transfert de la plaque d'époxy avec un taux de réticulation visé de 100 % est représentée sur la figure 3.23. L'accord entre la mesure et la fonction de transfert calculée avec le modèle FB est satisfaisant.

Les résultats de l'optimisation sont répertoriés dans le tableau ci-dessous. On n'observe pas de différences notables entre les modules viscoélastiques mesurés pour les deux échantillons. Les variations entre les modules viscoélastiques sont comprises dans les intervalles de confiance liés aux incertitudes. Plusieurs auteurs ont mesuré des va-

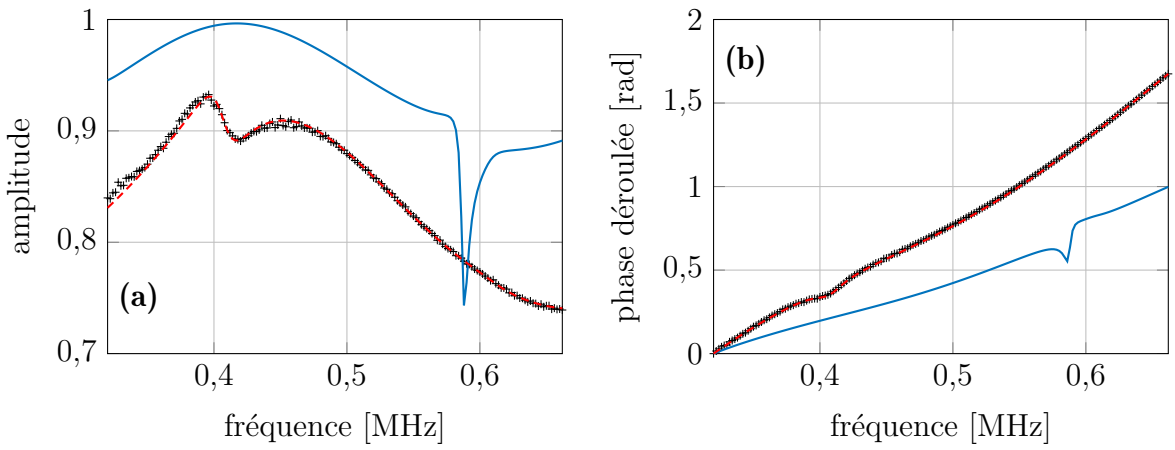



FIGURE 3.23 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque d'époxy réticulée à 100 % mesurée (+) et calculées avant (——) et après optimisation (- - - -). Paramètres estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{66}, e\}$ . Fonction coût : $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$.

riations significatives en fonction du temps de réticulation que ce soit pour les parties réelles ou imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}$ [101, 161]. D'après Lionetto et Maffezzoli [161], la partie réelle augmente continuellement à mesure que l'époxy réticule jusqu'à atteindre un plateau. Pour la partie imaginaire, elle augmente jusqu'à atteindre un maximum au niveau de la transition vitreuse avant de diminuer. Là aussi, la valeur se stabilise à partir d'une certaine durée (et donc d'un certain taux de réticulation). Siryabe *et al.* [2] mesurent une diminution des parties réelles de 3 % pour le $C_{11}$ et de 9 % pour le $C_{66}$ lorsque le taux de réticulation estimé varie de 100 % à 80 %. Gauthier *et al.* [162] observent une tendance similaire mais évaluent la diminution à 9 % pour le $C_{11}$ et à 6 % pour le $C_{66}$.

Les propriétés d'une résine varient en fonction de son taux de réticulation. Cependant, l'évolution des propriétés viscoélastiques entre deux époxy qui présentent des taux de réticulation de 80 % ou 100 % n'a pas été mesurée.

| Échantillon | $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $\tan\delta_{11}$ [%] | $\tan\delta_{66}$ [%] | $e$ [mm] |
|---|---|---|---|---|---|
| E80 | 7,76 ± 0,11 | 1,66 ± 0,03 | 3,54 ± 0,13 | 6,16 ± 0,42 | 3,006 ± 0,018 |
| $\Delta X/X$ [%] | 1,43 | 1,80 | 3,67 | 6,82 | 0,60 |
| E100 | 7,71 ± 0,10 | 1,64 ± 0,02 | 3,68 ± 0,13 | 6,39 ± 0,41 | 2,923 ± 0,016 |
| $\Delta X/X$ [%] | 1,30 | 1,22 | 3,53 | 6,42 | 0,55 |

TABLEAU 3.16 – Estimation des $C_{ij}$ et de l'épaisseur des plaques d'époxy pour différents taux de réticulation visés.

# Conclusion

Le chapitre précédent avait mis en évidence la sensibilité de la fonction de transfert au module de cisaillement, aux alentours de fréquences de résonances d'ondes transverses et plus particulièrement lorsque les fréquences considérées mettent en jeu des modes rétropropagatifs. Une méthode d'END qui tire profit de ces observations a été développée. Elle permet de caractériser des matériaux (visco)élastiques et isotropes au moyen d'une seule mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale. Elle constitue une extension de la méthode développée par Castaings *et al.* [3] qui a fait l'objet de la section 1.3. La présente méthode permet de s'affranchir du besoin de satisfaire l'hypothèse d'ondes planes. On peut donc avoir recours à des transducteurs de dimension classique et atteindre une évaluation plus locale. Cela permet également de supprimer le balayage angulaire requis avec des ondes planes. L'inconvénient de la méthode est qu'elle est, dans l'état actuel, limitée à la caractérisation de matériaux isotropes.

Une étude de sensibilité de la fonction de transfert aux propriétés (visco)élastiques et géométrique d'une plaque d'aluminium et d'époxy a été réalisée. Cette partie a permis d'observer en détail l'effet d'une variation de chacun des paramètres sur l'allure des fonctions de transfert. Le potentiel de la mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale, dans un objectif de caractérisation de matériaux élastiques et viscoélastiques, a ainsi été mis en évidence.

Une première méthode de caractérisation par mesure des maxima et minima a été proposée. Malgré l'avantage d'une mesure simple et rapide, elle présente des limites, notamment l'impossibilité d'estimer les parties imaginaires des modules viscoélastiques.

Le recours à un problème inverse est donc nécessaire. Le principe de la procédure a été introduit avant d'être testé dans un premier temps avec des données numériques. L'étude numérique a permis de confirmer le potentiel de la méthode, mais également de définir la stratégie de résolution du problème inverse au mieux en fonction du type de matériau et des données que l'on souhaite évaluer. Si seuls les modules viscoélastiques sont inconnus, il est préférable de réaliser l'inversion seulement à partir du module de la fonction de transfert. Si l'on souhaite également estimer l'épaisseur de l'échantillon, il est nécessaire d'intégrer la phase de la fonction de transfert au processus d'optimisation. Pour un matériau élastique, on peut contraindre le problème à respecter la position d'un minimum localisé au niveau d'une résonance transverse $f_m^T$ en satisfaisant l'équation 3.3.2.2, qui impose une relation entre le module de cisaillement et l'épaisseur.

Le problème inverse a ensuite été appliqué à des vraies données expérimentales obtenues par des mesures réalisées avec des matériaux aux propriétés connues. Cela a permis de confirmer les observations faites avec les données simulées et de valider la méthode par comparaison avec des résultats obtenus avec des techniques existantes. Les $\widetilde{C}_{ij}$ estimés par la mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale sont en accord avec ceux obtenus par optimisation *via* les courbes de lenteur ou *via* les coefficients de transmission en incidence normale et oblique pour les plaques de verre et de plexiglas. Les épaisseurs évaluées sont également en accord avec celles mesurées au micromètre ou par méthode ultrasonore en pulse-écho. Le calcul d'incertitude indique que la mesure est légèrement moins précise qu'au micromètre, mais elle présente l'avantage d'estimer l'épaisseur et les modules (visco)élastiques sur la même zone.

Enfin, la méthode a été appliquée aux matériaux constituant des assemblages collés pris séparément. Ces mesures serviront dans le prochain chapitre de données d'entrée pour les études numériques, mais également lors de l'estimation des propriétés des couches de colle de tri-couches. Deux échantillons d'époxy massiques présentant, *a priori*, deux niveaux de réticulations différents (100 % et 80 %) ont été caractérisés. Il n'a pas été mesuré de différences significatives entre les échantillons. Ces résultats seront comparés dans le chapitre suivant avec les valeurs estimées des modules visco-élastiques des couches d'adhésif d'assemblages collés présentant *a priori* des niveaux de réticulation équivalents.

# Chapitre 4

# Application de la mesure de la fonction de transfert en faisceau borné à la caractérisation de l'adhésif d'un assemblage collé

## Sommaire


**4.1 Présentation des assemblages collés . . . . . 165**

4.1.1 Propriétés géométriques et viscoélastiques d'un tri-couche . . 166

4.1.2 Protocole de réalisation des échantillons . . . . . 167

4.1.3 Cartographie ultrasonore des échantillons d'assemblages collés 168

**4.2 Fonction de transfert d'un assemblage collé tri-couche en incidence normale . . . . . 169**

4.2.1 Coefficients de transmission d'un tri-couche . . . . . 169

4.2.2 Étude des effets de faisceau borné sur la fonction de transfert d'un matériau tri-couche . . . . . 174

4.2.3 Influence de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur la fonction de transfert . . . . . 176

**4.3 Étude de sensibilité de la fonction de transfert d'un tri-couche . . . 179**

4.3.1 Propriétés des substrats . . . . . 180

4.3.2 Propriétés de la couche d'adhésif . . . . . 181

**4.4 Étude numérique de la résolution du problème inverse pour un tri-couche . . . . . 184**

4.4.1 Caractérisation de la couche de colle d'un tri-couche . . . . . 184

4.4.2 Influence des valeurs initiales des paramètres et du bruit sur la résolution du problème inverse . . . . . 187

4.4.3 Apport de l'évaluation de l'épaisseur de la couche d'adhésif pour l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ . . . . . 189

**4.5 Caractérisation d'assemblages collés par mesure de fonctions de transfert en incidence normale . . . . . 191**

4.5.1 Caractérisation de tri-couches présentant des propriétés cohésives *a priori* différentes . . . . . 192

4.5.2 Évaluation locale des propriétés de la couche de colle sur une ligne : vers la cartographie des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ . . . . . 196

**4.6 Discussion suite aux résultats de la caractérisation de l'adhésif d'assemblages collés . . . . . 198**

4.6.1 Causes éventuelles de la différence observée entre la mesure et le calcul des fonctions de transfert d'un assemblage tri-couche 199

4.6.2 Influence d'interphases imparfaites sur la caractérisation des propriétés de la couche d'adhésif . . . . . 202

# Introduction

Le premier chapitre de ce manuscrit a permis de dresser un état de l'art des techniques de CND/END adaptées aux joints collés. Une étude en particulier a révélé un fort potentiel pour la détection de défauts de cohésion et d'adhésion [2]. La méthode de spectroscopie ultrasonore est basée sur la mesure de coefficients de transmission sous l'hypothèse d'ondes planes pour différents angles d'incidence. Les dimensions élevées de la zone insonifiée avait été pointées comme une limite de cette méthode, notamment pour caractériser des joints collés de surface réduite ou encore pour cartographier de grands assemblages. L'objectif consiste ici à réaliser une évaluation locale afin de cartographier, à terme, les propriétés mécaniques des assemblages collés. Il serait alors possible de détecter des défauts localisés et de leur attribuer des variations quantifiées de la rigidité de la colle.

Le modèle qui permet de s'affranchir de la nécessité de satisfaire l'hypothèse d'ondes planes en prenant en compte le caractère fini des transducteurs a été présenté dans le second chapitre. L'étude des effets de faisceau borné réalisée dans ce chapitre a également mis en évidence la possible dépendance de la fonction de transfert d'un matériau monocouche à son module de cisaillement. Dans le chapitre 3, le problème inverse qui permet la caractérisation de matériaux monocouches isotropes au moyen d'une unique mesure en incidence normale a été présenté. L'objectif de ce chapitre est de transposer les analyses d'effets de faisceau borné et la méthode de caractérisation au cas d'assemblages tri-couches.

Tout d'abord, les échantillons d'assemblages collés caractérisés sont présentés. Ensuite, une étude numérique du comportement de la fonction de transfert d'un tri-couche est réalisée. Il s'agit de vérifier si, à l'instar d'un matériau monocouche, la fonction de transfert d'un faisceau borné à travers une plaque tri-couche peut être sensible au module viscoélastique de cisaillement de l'adhésif en incidence normale. Le potentiel de la méthode de caractérisation est étudié numériquement. L'évaluation des propriétés viscoélastiques de couches de colle d'assemblages aux propriétés cohésives *a priori* différentes est effectuée. Enfin, des mesures sont réalisées en différentes zones d'un même assemblage.

## 4.1 Présentation des assemblages collés

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'applicabilité de la méthode à la caractérisation de la couche d'adhésif de joints collés. Dans ce but, différents échantillons modèles ont été conçus par le CETIM. Cette partie est consacrée à leur description et à la

présentation du protocole de réalisation.

### 4.1.1 Propriétés géométriques et viscoélastiques d'un tri-couche

Les assemblages utilisés dans ces travaux sont de type tri-couche à recouvrement total. Ils ont une géométrie et des propriétés similaires aux assemblages caractérisés par Siryabe *et al.* [2]. Les dimensions géométriques sont représentées sur la figure 4.1.

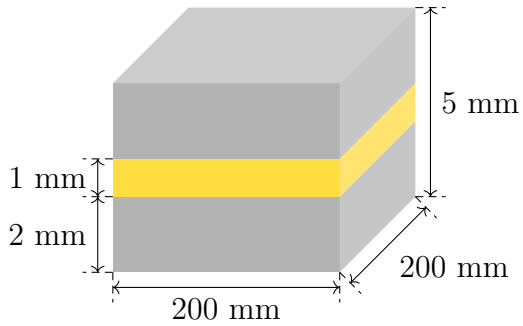



FIGURE 4.1 – Dimensions d'un assemblage collé tri-couche.

Pour rappel, les substrats sont composés d'un alliage d'aluminium 2017 T4 de dimensions environ égales à $200 \times 200 \times 2$ mm$^3$. Trois de ces plaques ont été caractérisées dans la section 3.5.1. Que ce soit pour ces échantillons ou pour les substrats assemblés, l'épaisseur d'environ 2 mm peut varier de quelques dizaines de micromètres. Comme on le verra par la suite, ces variations ont une importance non négligeable sur l'évaluation des propriétés de la couche de colle. C'est pourquoi l'épaisseur des substrats est mesurée avant l'assemblage afin de limiter au maximum l'erreur qu'une mauvaise estimation de ce paramètre pourrait entraîner lors de la caractérisation de la colle. Les deux plaques d'aluminium sont collées par une résine époxy [1]. L'épaisseur du joint de colle est d'environ 1 mm. Là encore, des variations locales sont possibles.

Les propriétés estimées pour ces deux matériaux pris séparément dans la section 3.5 sont rappelées dans le tableau 4.1.

| Matériau | $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $\tan\delta_{11}$ [%] | $\tan\delta_{66}$ [%] | $\rho$ [g cm$^{-3}$] |
|---|---|---|---|---|---|
| Aluminium | 110,52 ± 2,04 | 27,27 ± 0,39 | ≈ 0 (négligeable) | ≈ 0 (négligeable) | 2,774 ± 0,014 |
| Époxy 80 % | 7,76 ± 0,11 | 1,66 ± 0,03 | 3,54 ± 0,13 | 6,16 ± 0,42 | 1,159 ± 0,006 |
| Époxy 100 % | 7,71 ± 0,10 | 1,64 ± 0,02 | 3,68 ± 0,13 | 6,39 ± 0,41 | 1,159 ± 0,006 |

TABLEAU 4.1 – Propriétés des substrats et des époxy massiques réticulés à 80 % et à 100 %.

1. La composition de cette colle a été détaillée dans la section 3.5.2.

Deux types d'assemblages de propriétés cohésives *a priori* différentes sont réalisés. Comme spécifié dans la section 1.1.4.a, plusieurs facteurs peuvent conduire à des propriétés cohésives différentes. Ici, la variation de propriétés cohésives se traduit par un changement du taux de réticulation. Le premier type d'échantillon, nommé A100, est réalisé avec une réticulation totale. Le second, nommé A80, présente une réticulation partielle de la couche d'adhésif (80 %). Le même protocole est appliqué pour concevoir les deux types de plaque. En particulier, le même traitement de surface des substrats avant l'assemblage est réalisé afin d'atteindre des propriétés adhésives similaires. Il est composé des étapes de dégraissage, de sablage et de silanisation (cf. section 1.1.1.c). Seule l'étape de durcissement de la colle diffère d'une plaque à l'autre.

### 4.1.2 Protocole de réalisation des échantillons

Les assemblages sont réalisés en suivant le protocole suivant :

1. Application du traitement de surface des substrats. Pour les simulations et les mesures présentées dans ce chapitre, l'hypothèse d'interfaces parfaites est faite. C'est pourquoi le traitement de surface décrit ci-dessous est retenu. Il permet, en principe, d'obtenir des propriétés adhésives nominales [36].
   (a) Dégraissage à l'acétone ;
   (b) Sablage suivi d'un soufflage ;
   (c) Dégraissage à l'acétone ;
   (d) Application du silane ;
2. Pose de clinquants d'une épaisseur d'un millimètre dans l'objectif d'obtenir une épaisseur du joint de colle du même ordre ;

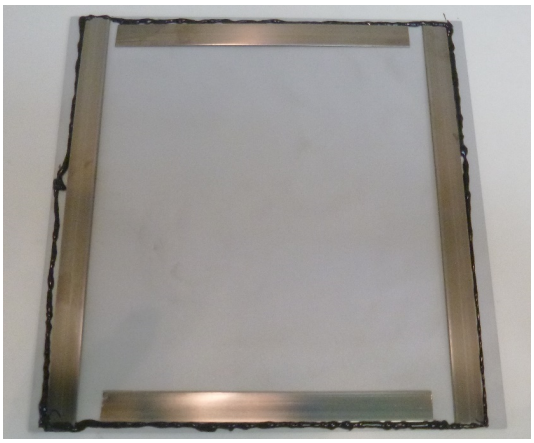


FIGURE 4.2 – Photo d'un substrat traité sur lequel des clinquants sont posés afin de maîtriser au maximum l'épaisseur du joint de colle.

3. Application d'un joint d'étanchéité pour éviter une infiltration d'eau pendant les mesures ultrasonores (vieillissement du joint de colle) ;

4. Répartition de la colle sur toute la surface du substrat ;
5. Mise sous presse à 20 kN durant 24 h à température ambiante. Pour une réticulation partielle de 80 % visée, la colle durcit à température ambiante. Afin d'achever la réticulation, un étuvage d'une heure à 80 °C suivie de trois heures à 160 °C est réalisé.

### 4.1.3 Cartographie ultrasonore des échantillons d'assemblages collés

Une fois l'assemblage réalisé par le CETIM, celui-ci est contrôlé en cuve (à Evering, Univ. Bdx, Mérignac). Le contrôle consiste à mesurer l'amplitude du signal transmis à travers l'assemblage immergé dans l'eau (mode *pitch-catch*, simple transmission, incidence normale). Un balayage bidimensionnel permet de construire une image de l'assemblage. Les transducteurs ont une surface active de 3 mm et une fréquence centrale de 20 MHz, choisie de manière à augmenter la sensibilité à des défauts de petites tailles ($\lambda_{EPO} = 130$ µm). Ce scan vise à détecter des défauts échogènes de type bulles d'air, décollement, absence de colle, etc. (cf. section 1.1.4) qui pourraient perturber la mesure de la fonction de transfert.

La figure 4.3 présente les cartographies effectuées pour les trois assemblages dont les caractérisations sont présentées dans la section 4.5. La couleur de chaque point représente l'amplitude maximale du signal transmis à travers l'échantillon. Le signal est moyenné 15 fois. Une chute en amplitude révèle la présence d'un défaut échogène. Le déplacement des transducteurs (pas du scan) entre deux mesures est de 0,5 mm.

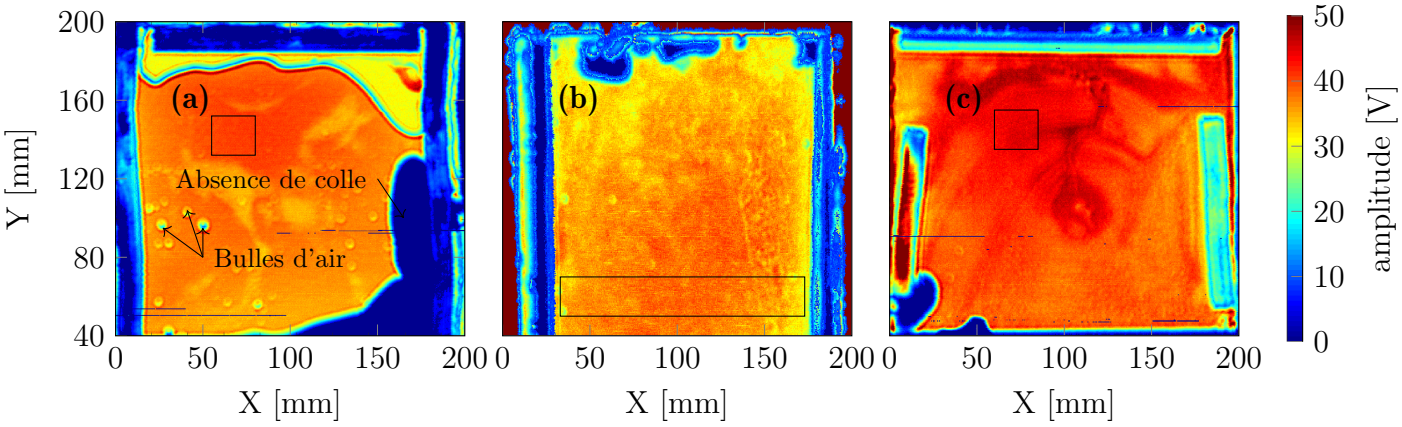



FIGURE 4.3 – Cartographies ultrasonores en transmission réalisées sur les assemblages (a) A100a, (b) A100b et (c) A80.

Une zone homogène (sans défaut échogène) est repérée pour chacun des assemblages (zones encadrées en trait continu noir) sur laquelle sera effectuée les mesures de fonction de transfert à partir desquelles l'évaluation des propriétés de la couche de colle sera réalisée. On remarque la présence de nombreux défauts échogènes en dehors de ces zones, particulièrement pour la plaque A100a qui révèle des bulles d'air et des absences de colle (cf. figure 4.3a).

## 4.2 Fonction de transfert d'un assemblage collé tri-couche en incidence normale

Il a été vu dans le chapitre 2 comment les effets de faisceau borné affectent l'allure des fonctions de transfert de matériaux monocouches. Avant de débuter toute démarche de caractérisation, le comportement de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale à travers un tri-couche est étudié numériquement. Les valeurs des $\widetilde{C}_{ij}$ des substrats et de la colle utilisées pour cette étude sont celles estimées par mesure des fonctions de transfert d'un faisceau borné en incidence normale pour les composants pris individuellement (cf. section 3.5) et répertoriées dans le tableau 4.1. Pour l'adhésif, ce sont les $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ de l'époxy massique réticulé à 100 % qui sont utilisées. Les valeurs des masses volumiques, mesurées par pesée hydrostatique (cf. section 3.4.1.b) pour une plaque d'aluminium et une plaque d'époxy massique, sont également répertoriées dans le tableau 4.1. Les épaisseurs sont respectivement de 2 mm et de 1 mm pour les substrats ($e^{\text{alu}}$) et l'époxy ($e^{\text{epo}}$), soient les épaisseurs visées pour les échantillons que l'on souhaite caractériser (cf. section 4.1). Comme spécifié dans la section 1.2.2.a, plusieurs modèles peuvent être utilisés pour simuler la propagation d'ondes élastiques à travers un matériau multicouche. Durant ce chapitre, le modèle trois couches est principalement utilisé. Le modèle cinq couches sera employé pour discuter de l'influence des propriétés interfaciales. Le premier suppose des interfaces parfaites, le second prend en compte les interphases et les modélise par des couches fines et homogènes (cf. figure 1.8).

### 4.2.1 Coefficients de transmission d'un tri-couche

La fonction de transfert d'un faisceau borné à travers une plaque, qu'elle soit monocouche ou multicouche, dépend en grande partie de ses coefficients de transmission. C'est pourquoi il est tout d'abord présenté une analyse de ces coefficients. Les différences et les similitudes entre les coefficients de transmission d'une plaque d'aluminium et ceux du tri-couche aluminium/époxy/aluminium sont mises en évidence. L'influence de la viscoélasticité de l'époxy est analysée.

Comme expliqué dans la section 2.1.2, il existe un lien fort entre les coefficients de transmission et les ondes de Lamb fuyantes d'une plaque. Lorsque l'impédance caractéristique du fluide est suffisamment petite devant celle de la plaque, les maxima des coefficients de transmission sont à peu de chose près superposés aux courbes de dispersion des ondes de Lamb (dans le vide), et cela qu'il s'agisse d'une plaque monocouche ou multicouche. L'étude des courbes de dispersion de tri-couches symétriques a notamment fait l'objet des travaux de Vlasie *et al.* [69] et de Bruno [84]. D'après Vlasie *et al.* [69], on peut distinguer plusieurs morphologies de courbes de dispersion en

fonction du rapport $e^{\text{epo}}/e^{\text{alu}}$ [2]. Lorsque l'épaisseur de la couche de colle est très faible devant celle des substrats ($e^{\text{epo}}/e^{\text{alu}} \ll 1$), le rôle de l'époxy est assimilé à celui d'un couplant entre les deux substrats. Dans ce cas, les courbes de dispersion d'un tri-couche sont très proches de celles d'une plaque de substrat d'épaisseur $2e^{\text{alu}}$. Plus ce rapport augmente, plus cette ressemblance diminue. D'après Vlasie *et al.* [69], pour un rapport suffisamment grand ($e^{\text{epo}}/e^{\text{alu}} > 0{,}2$), la couche d'adhésif n'a plus seulement un rôle couplant, mais peut être considérée comme un guide d'onde dispersif.

Dans la situation présente, le rapport $e^{\text{epo}}/e^{\text{alu}}$ est de 0,5. Pour une épaisseur de joint de colle aussi grande, les courbes de dispersion du tri-couche sont très différentes et bien plus complexes que celles d'un substrat d'épaisseur $2e^{\text{alu}}$. On observe, par contre, quelques similitudes avec les courbes de dispersion d'une plaque de substrat seule d'épaisseur $e^{\text{alu}}$. C'est ce qui est mis en évidence par la figure 4.4 qui présente le module des coefficients de transmission $\widetilde{T}(f,\theta)$ (a) d'une plaque d'aluminium d'épaisseur $e^{\text{alu}}$ et (b) du tri-couche (le modèle trois couches est utilisé ; cf. section 1.2.2.a). Afin de mettre en évidence l'influence de l'atténuation ultrasonore induite par l'époxy viscoélastique, ces coefficients sont également calculés en considérant l'adhésif élastique (*i.e.* $\tan \delta_{ij}^{\text{epo}} = 0$). Ils sont affichés sur la figure 4.4.c. Ces calculs sont réalisés entre 0 et 4 MHz pour des angles d'incidence compris entre 0° et 45°. Au-delà de cet angle, la transmission est nulle exceptée pour des fréquences inférieures à 300 kHz.

Lorsqu'on compare les coefficients de transmission d'un substrat seul d'épaisseur $e^{\text{alu}}$ (cf. figure 4.4.a) et ceux d'un tri-couche (cf. figure 4.4.b), on constate que les ondes de Lamb fuyantes suivent des courbes de dispersion plus complexes dans le cas du tri-couche. Malgré les différences, il apparaît quelques similitudes entre les deux images. En effet, certaines branches des courbes de dispersion d'un substrat seul, notamment $S_1$, $S_2$ et $A_2$, ont une allure relativement similaire à celle d'un tri-couche, à la différence qu'elles semblent dédoublées dans le cas d'un tri-couche. Cela a été observé par Vlasie *et al.* [69] et Bruno [84].

La complexification des courbes de dispersion d'un tri-couche symétrique par rapport à celles obtenues pour un des substrats seul s'observe également sur les fréquences de coupure. Pour rappel, la fréquence de coupure d'une branche est la fréquence associée à $\theta = 0°$ (*i.e.* $k_2 = 0$). Ces modes particuliers correspondent à des résonances d'épaisseur. Pour un tri-couche symétrique, les fréquences de résonances sont solutions des équations implicites 4.2.1.1 données par Vlasie *et al.* [69] :

2. L'influence de l'épaisseur de l'époxy sur la fonction de transfert sera traitée en détail dans la section 4.2.3.

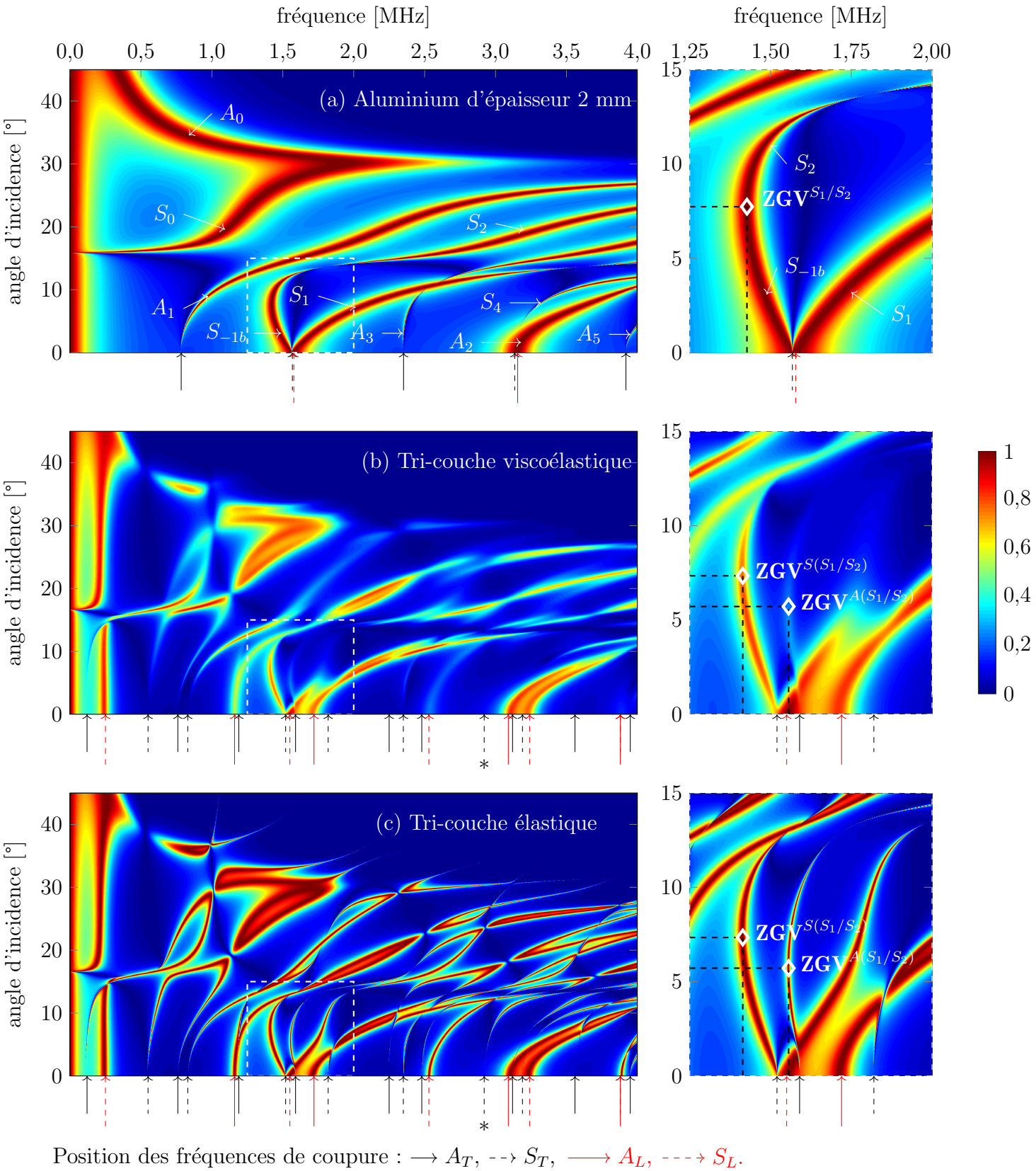



FIGURE 4.4 – Module des coefficients de transmission (a) d'une plaque d'aluminium d'épaisseur $e^{\text{alu}} = 2$ mm, d'un tri-couche aluminium/époxy/aluminium symétrique en considérant un époxy (b) viscoélastique et (c) élastique (épaisseur des substrats : $e^{\text{alu}}$ et épaisseur de la couche d'adhésif : $e^{\text{epo}} = 1$ mm). Un zoom des coefficients contenus dans les rectangles tirets blancs est affiché à droite de chacune des images.

$$
\begin{aligned}
(A_L) \quad & \frac{\cos\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_L^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_L^{\mathrm{alu}}\omega} + \frac{\sin\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_L^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_L^{\mathrm{epo}}\omega \tan\left[\omega e^{\mathrm{epo}}/\left(2c_L^{\mathrm{epo}}\right)\right]} = 0, \\
(S_L) \quad & \frac{\cos\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_L^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_L^{\mathrm{alu}}\omega} - \frac{\sin\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_L^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_L^{\mathrm{epo}}\omega \cot\left[\omega e^{\mathrm{epo}}/\left(2c_L^{\mathrm{epo}}\right)\right]} = 0, \\
(A_T) \quad & \frac{\cos\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_T^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_T^{\mathrm{alu}}\omega} - \frac{\sin\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_T^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_T^{\mathrm{epo}}\omega \cot\left[\omega e^{\mathrm{epo}}/\left(2c_T^{\mathrm{epo}}\right)\right]} = 0, \\
(S_T) \quad & \frac{\cos\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_T^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_T^{\mathrm{alu}}\omega} + \frac{\sin\left(\omega\, \mathrm{e}^{\mathrm{alu}}/c_T^{\mathrm{alu}}\right)}{Z_T^{\mathrm{epo}}\omega \tan\left[\omega e^{\mathrm{epo}}/\left(2c_T^{\mathrm{epo}}\right)\right]} = 0,
\end{aligned}
\tag{4.2.1.1}
$$

où $Z$ est l'impédance caractéristique et $c$ la vitesse de propagation des ondes. Les indices $L$ et $T$ correspondent respectivement aux ondes longitudinales et transverses. Comme pour un monocouche (cf. tableau 2.1), les fréquences de coupure sont séparées en quatre groupes en fonction de leur symétrie et de leur polarisation. Elles sont nommées $A_L$, $S_L$, $A_T$ et $S_T$ ($A$ pour antisymétrique, $S$ pour symétrique, $L$ pour longitudinal et $T$ pour transversal) [3]. La position des fréquences de coupure est spécifiée sur les trois images des coefficients de transmission par des flèches. Pour un matériau monocouche, les résonances longitudinales et transverses sont régulièrement espacées et alternent entre modes symétriques et antisymétriques. La fréquence de résonance évolue linéairement en fonction de l'ordre de la résonance et du rapport célérité sur épaisseur (cf eq 2.1.3.3 et 2.1.4.1). Pour un tri-couche, il n'existe pas d'ordre et d'espacement régulier entre les fréquences de coupure. C'est dû à la forte non-linéarité des équations 4.2.1.1.

On peut observer l'influence de la viscosité de l'époxy sur les coefficients de transmission en comparant les images 4.4b et c. On observe une diminution de l'amplitude maximum plus ou moins prononcée en fonction des modes considérés. Certaines branches semblent disparaître sous l'effet de l'atténuation, notamment les branches dont les fréquences de coupure sont des résonances transversales. Par exemple, la branche portée par une fréquence de coupure $S_T$ à 2,95 MHz (indiquée par $*$), visible lorsqu'on considère l'époxy élastique (cf. figure 4.4.c), semble absente lorsque la viscoélasticité de l'époxy est prise en compte (cf. figure 4.4.b).

On s'intéresse maintenant aux zooms des coefficients de transmission entre 1,25 et 2 MHz pour des angles inférieurs à 15° affichés à droite des images de la figure 4.4. Pour

3. Dans le tableau 2.1, les fréquences de coupure d'un matériau monocouche sont classées en fonction de la symétrie et de la parité des branches. Dans un souci d'uniformisation, les notations utilisées pour un tri-couche peuvent les remplacer. Les fréquences $A_L$, $S_L$, $A_T$ et $S_T$ désignent respectivement $f_{A_{2n}}$, $f_{S_{2m+1}}$, $f_{A_{2m+1}}$ et $f_{S_{2n}}$.

la plaque d'aluminium (cf. figure 4.4.a), cette plage de fréquences contient les branches $S_1/S_2$ porteuses de modes rétropropagatifs. Pour un tri-couche, qu'il soit élastique ou viscoélastique on remarque également la présence de modes rétropropagatifs, avec un dédoublement des branches. Une observation similaire a été faite par Bruno [84] qui s'est intéressé à la détection de modes ZGV [4] pour caractériser des assemblages symétriques de duraluminium/époxy/duraluminium. Il a observé que la plupart des modes ZGV d'un tri-couche sont appariés et localisés à proximité d'un mode ZGV d'une plaque de duraluminium seule dont l'épaisseur est celle d'un des substrats de l'assemblage. Par exemple, à proximité de la première fréquence de résonance ZGV ($S_1/S_2$) d'une plaque de duraluminium, il existe deux résonances ZGV pour le tri-couche formé avec ce substrat. Ces modes ont des déplacements dans chacun des substrats similaires à ceux du mode ZGV $S_1/S_2$ d'une plaque seule. Pour l'un, il y a un couplage symétrique des déplacements par rapport au milieu de la plaque tandis que pour l'autre, le couplage est antisymétrique. C'est pourquoi ils sont nommés $S(S_1/S_2)$ et $A(S_1/S_2)$ [84]. Or, une branche rétropropagative est inhérente à un mode ZGV. L'observation faite ici sur le dédoublement de la branche rétropropagative $S_1/S_2$ de la plaque d'aluminium en deux branches distinctes dans le cas du tri-couche est équivalente. Dans le cas de la plaque d'aluminium, la présence de modes rétropropagatifs est le résultat de la proximité de modes de même symétrie et de parités différentes. C'est également le cas pour le tri-couche où l'on retrouve des branches portées par des fréquences de coupure $A_L$ et $A_T$ mais également $S_L$ et $S_T$. On a donc deux groupes de modes de même symétrie et de parités différentes résultants en deux branches rétropropagatives.

Enfin, on peut noter sur les figures 4.4b et c la présence d'une branche dont la fréquence de coupure est d'environ 0,25 MHz qui présente une tangente quasi-verticale pour des angles compris entre 0° et 14° (*i.e.* localisation du maximum très peu sensible à l'angle d'incidence). Cette pente est en réalité négative pour des angles compris entre 0° et environ 8°. Les modes portés par cette branche sont donc rétropropagatifs.

Il a été montré dans cette partie qu'il existe un lien entre les coefficients de transmission d'un tri-couche et ceux d'un substrat seul d'épaisseur $e^{\text{alu}}$. De plus, à l'instar d'un matériau monocouche, les courbes de dispersion d'un tri-couche présentent des modes rétropropagatifs. Des effets de faisceau borné au niveau de ces fréquences sont attendus. Il sera présenté dans la suite de ce document comment ces effets de faisceau borné se traduisent pour la fonction de transfert d'un faisceau ultrasonore à travers un assemblage tri-couche et s'il est possible de les exploiter dans un objectif de caractérisation des propriétés de la couche de colle.

4. Pour rappel, un mode ZGV pour *Zero Group Velocity* est un mode de Lamb particulier caractérisé par une vitesse de groupe nulle. C'est une résonance localisée et non propagative (cf. section 2.1.2).

### 4.2.2 Étude des effets de faisceau borné sur la fonction de transfert d'un matériau tri-couche

À présent que l'étude des coefficients de transmission a été réalisée, on s'intéresse maintenant à la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale à travers un tri-couche. La figure 4.5a contient les fonctions de transfert calculées grâce aux modèles OP (en pointillé) et FB (trait continu) d'un tri-couche entre 0 et 4 MHz. Dans le modèle faisceau borné, le diamètre des transducteurs est de 19 mm. La comparaison entre les fonctions de transfert obtenues grâce aux deux modèles permet de mettre en évidence les effets de faisceau borné. De plus, afin de montrer l'influence de la viscoélasticité de la couche d'adhésif, le calcul est également réalisé pour chacun des modèles avec un adhésif élastique (en bleu).

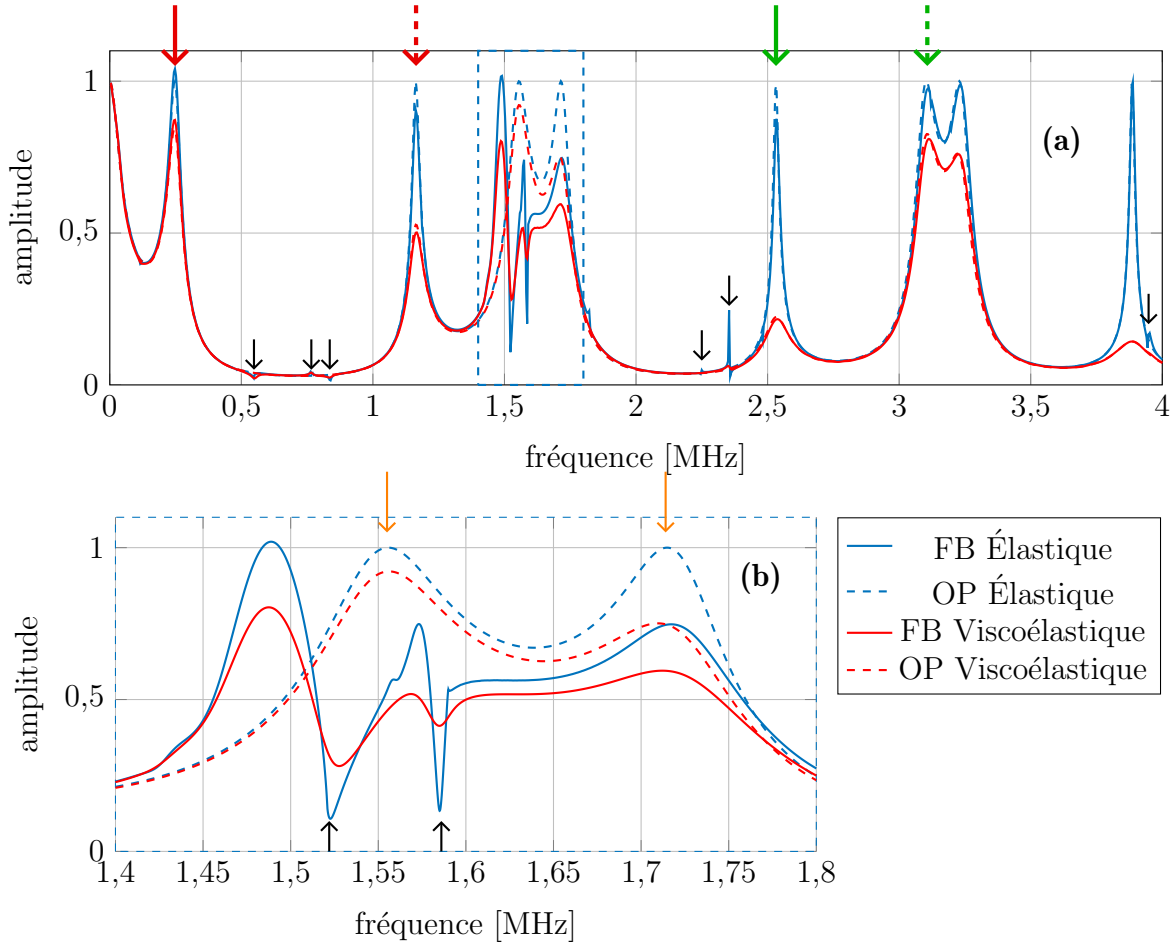



FIGURE 4.5 – Comparaisons des fonctions de transfert calculées avec les modèles Onde Plane (OP) et Faisceau Borné (FB), pour un tri-couche aluminium/époxy/aluminium en considérant un époxy élastique et viscoélastique. (a) entre 0 et 4 MHz et (b) zoom entre 1,4 et 1,8 MHz à proximité des modes rétropropagatifs.

Considérons tout d'abord le modèle OP et le cas d'un adhésif élastique (- - -). Comme pour un matériau monocouche, les maxima sont localisés au niveau des fréquences de résonances longitudinales et atteignent la valeur de 1. La différence est

qu'ils ne sont pas régulièrement espacés du fait de la non-linéarité de l'expression des fréquences de coupure (cf. expressions 4.2.1.1). Lorsque l'on tient compte de la viscoélasticité de l'adhésif (- - -), on remarque une diminution de l'amplitude de tous les maxima. Contrairement à un matériau monocouche, l'amplitude des maxima ne diminue pas de manière monotone à mesure que la fréquence augmente (cf. paragraphe 2.1.3). Prenons l'exemple des résonances localisées pour $f = 2{,}632$ MHz (flèche verte) et $f = 3{,}104$ MHz (flèche verte pointillée). La première voit son amplitude diminuer de 78 % alors que la seconde, localisée à plus haute fréquence, diminue seulement de 13 %.

Lorsqu'on compare les fonctions de transfert calculées avec les modèles FB et OP, on constate des différences plus ou moins marquées suivant les fréquences. Comme spécifié dans la section 2.3.2.a, les conséquences de la diffraction varient suivant la nature des modes guidés générés. On retrouve un résultat déjà observé dans le cas monocouche, à rapport $a/\lambda$ égal, la diffraction a un impact plus fort sur l'allure de la fonction de transfert lorsque les modes concernés sont rétropropagatifs. En effet, dans le cas du tri-couche, on remarque que la différence entre les deux modèles est très marquée pour des fréquences comprises entre 1,4 et 1,8 MHz (cf. figure 4.5b). Ces fréquences font intervenir des modes *backward* (cf. figure 4.4). L'un des effets notables est le changement de position et d'amplitude des maxima. Contrairement au cas du modèle OP élastique, les maxima ne sont pas forcément localisés à proximité des résonances d'épaisseur longitudinales et peuvent présenter des valeurs différentes de 1. De plus, on dénombre trois maxima dans le cas FB alors qu'il n'existe que deux résonances d'épaisseur sur cette plage fréquentielle. Comme expliqué dans la section 2.3.2.a, lorsque les modes impliqués sont rétropropagatifs, la diffraction peut entraîner une augmentation de l'amplitude qui dépasse alors l'unité. C'est ce qu'on observe dans le cas élastique au niveau du premier maximum pour $f = 1{,}489$ MHz où l'amplitude relevée est de 1,02. La diffraction provoque également l'apparition de deux minima localisés au niveau de fréquences de coupure transverse (voir flèches noires). Une branche rétropropagative a également été observée dans le paragraphe précédent pour $f = 0{,}248$ MHz. Cela explique le fait que l'amplitude du maximum de 1,05 dépasse l'unité (voir flèche rouge continue).

Bien qu'elles soient nettement moins prononcées, les différences entre les deux modèles existent également pour les autres fréquences. Elles se traduisent tout d'abord par une diminution d'amplitude des maxima. On peut l'observer par exemple sur les deux résonances désignées par la flèche rouge pointillée et la flèche verte à trait continu. Il peut également exister un très léger décalage de la position des maxima de quelques kHz. Comme pour un matériau monocouche, l'un des effets de faisceau borné supplémentaire constaté est la présence de variations d'amplitude localisées au niveau de certaines résonances d'épaisseur transverses (voir flèches noires). Ces variations d'amplitude sont relativement faibles et localisées là où l'amplitude de la fonction de trans-

fert est la plus faible donc probablement entachées de bruit. Par conséquent, on ne cherchera pas à les exploiter.

Comme dans le cas d'un monocouche (cf. section 2.6), que l'on considère le modèle OP ou le modèle FB, l'une des conséquences de la viscoélasticité est la diminution de l'amplitude des maxima plus ou moins forte selon le maximum considéré. La viscoélasticité provoque également la réduction de certains effets de faisceau borné. Les minima présents au niveau des fréquences de coupure transverse à proximité des modes rétro-propagatifs sont moins marqués. De plus, il existe un léger décalage de la position de ces minima. Concernant les fluctuations qui apparaissent à proximité des autres résonances d'épaisseur transverses, bien que déjà de faible importance lorsqu'on considère un époxy élastique, diminuent lorsqu'on prend en compte la viscoélasticité.

Dans l'ensemble, les effets de faisceaux bornés de la fonction de transfert d'un tri-couche sont similaires à ceux observés et commentés dans la section 2.3.2 du chapitre 2 pour un matériau monocouche. Il sera présenté comment sont exploités ces effets de faisceau borné pour caractériser les propriétés de la couche d'adhésif.

### 4.2.3 Influence de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur la fonction de transfert

Le comportement de la fonction de transfert d'un tri-couche symétrique pour lequel les substrats et l'adhésif ont respectivement des épaisseurs de 2 mm et 1 mm a été étudié. Ces dimensions ont été retenues pour cette étude numérique, car ce sont les épaisseurs visées pour la réalisation des échantillons. Le choix de l'épaisseur de l'adhésif est un paramètre important et varie suivant les spécificités de l'assemblage, du domaine l'application et des propriétés mécaniques visées. En pratique, l'épaisseur du joint de colle d'un collage structural varie de quelques dizaines de micromètres à quelques millimètres. L'influence de ce paramètre sur le comportement de la fonction de transfert est étudiée dans cette partie. Les résultats sont mis en relation avec les travaux de Vlasie *et al.* [69] et Bruno [84] qui ont analysé la sensibilité des courbes de dispersion d'un tri-couche à l'épaisseur de la colle.

Des calculs de la fonction de transfert pour différentes valeurs de l'épaisseur de l'adhésif $e^{\text{epo}}$ sont réalisés. Les valeurs vont de 0 (pas de joint, équivalent à une plaque d'aluminium de $2e^{\text{alu}} = 4$ mm d'épaisseur) à 1 mm (la situation expérimentale considérée par la suite). Pour chaque valeur de l'épaisseur, les coefficients de transmission en ondes planes pour $\theta = 0°$ sont également calculés. La figure 4.6 présente les fonctions de transfert calculées avec le modèle OP (a) et le modèle FB (b). La position des fréquences de coupure est superposée à ces images. Leurs positions sont calculées grâce aux expressions 4.2.1.1. La dénomination de ces fréquences donne la symétrie du

mode et la polarisation des ondes de volume associées à la résonance, mais également son ordre (pair $2n$ ou impair $2m+1$).

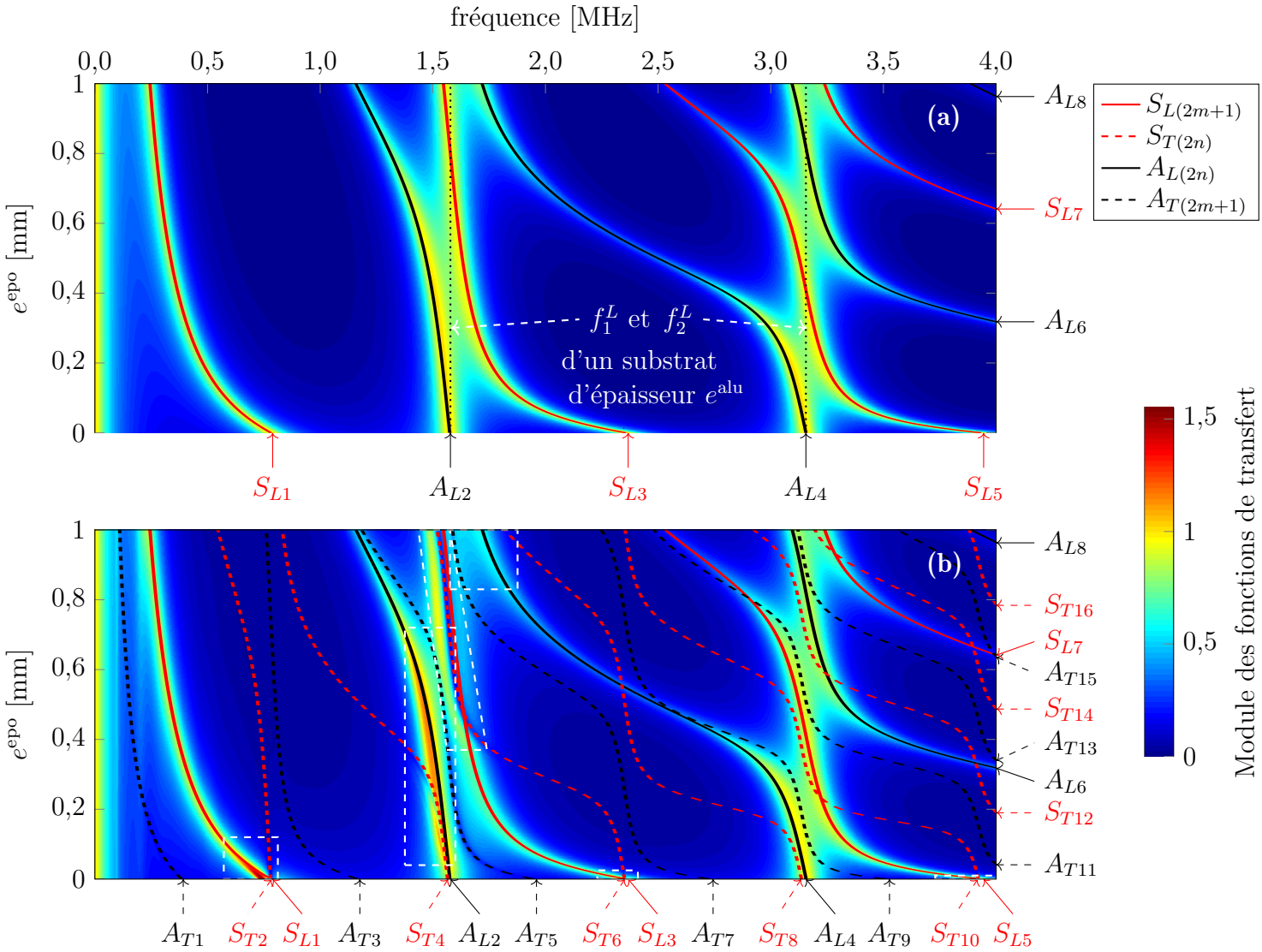



FIGURE 4.6 – Influence de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur le module de la fonction de transfert en incidence normale d'un tri-couche aluminium/époxy/aluminium. (a) modèle ondes planes et (b) modèle faisceau borné avec un transducteur d'un diamètre de 19 mm. En tirets blancs : domaines où se manifestent des effets de faisceau borné.

Considérons tout d'abord le modèle OP. Seules les fréquences de coupure longitudinales sont indiquées. Pour une épaisseur nulle, on obtient logiquement le module des coefficients de transmission d'une plaque d'aluminium d'une épaisseur de 4 mm, soit deux fois l'épaisseur d'un substrat. On retrouve ces résonances régulièrement espacées de $\Delta f = c_L^{\text{alu}}/(2 \times 2e^{\text{alu}})$. Dans l'ensemble, toutes les valeurs des fréquences de résonances diminuent à mesure que l'épaisseur de la couche d'adhésif augmente. La position des fréquences de résonances est plus ou moins sensible à $e^{\text{epo}}$ suivant le mode et l'épaisseur d'adhésif concernés. Pour de très faibles épaisseurs, on constate que les résonances $A_{L(2n)}$ sont très peu sensibles à l'épaisseur de l'époxy. En dessous de 50 µm, les fréquences $A_{L2}$ et $A_{L4}$ diminuent de moins de 0,5 %. Les résonances $S_{L(2m+1)}$ sont

plus sensibles à l'épaisseur. Pour une épaisseur de 50 µm, la localisation des fréquences de coupure diminue de l'ordre de 15 % (resp. 14 % ; 12 %) pour $S_{L1}$ (resp. $S_{L3}$ ; $S_{L5}$) [5].

À partir d'une épaisseur $e^{\text{epo}}$ environ égale à 250 µm, on constate la présence de deux fréquences de résonances à proximité de la fréquence $f_1^L$ d'une plaque d'aluminium seule d'épaisseur $e^{\text{alu}}$ (représentée en trait pointillé noir). Ce phénomène appelé dédoublement par Vlasie et Rousseau [68] et Bruno [84] provient du décalage des résonances vers les basses fréquences, plus ou moins fort en fonction de la résonance concernée et de l'épaisseur $e^{\text{epo}}$. Prenons l'exemple des résonances $A_{L2}$ et $S_{L3}$. Pour de faibles épaisseurs et à mesure que $e^{\text{epo}}$ grandit, la position de $S_{L3}$ se rapproche rapidement de la position d'une résonance d'un substrat seul $f_1^L$. Le décalage vers les basses fréquences de $A_{L2}$ est bien moins prononcé. Puis, à partir d'une certaine épaisseur (environ 400 µm), ce rapport de sensibilité à $e^{\text{epo}}$ entre les deux résonances s'inverse. Pour une épaisseur de joint de colle supérieure à 750 µm, la sensibilité à $e^{\text{epo}}$ est bien plus forte pour $S_{L3}$ que pour $A_{L2}$. On peut observer ce comportement quelles que soient la fréquence et la résonance concernées. De manière générale, plus la fréquence est proche d'une résonance longitudinale d'un substrat seul $f_n^L$, plus la sensibilité à l'épaisseur de l'époxy est faible. Au contraire, plus la fréquence est éloignée, plus cette sensibilité augmente.

Considérons à présent le modèle FB (voir figure 4.6b). Les fréquences de coupure transverses sont ajoutées en tirets rouges et noirs. L'image est assez proche de celle obtenue en onde plane. Cependant, quelques différences sont observées au niveau des zones encadrées en tirets blancs. Elles sont dues aux effets de faisceau borné lorsque des modes rétropropagatifs sont générés. Pour de très faibles épaisseurs, les modes rétropropagatifs existent à proximité des résonances $S_{L(2m+1)}$, qui sont les fréquences de coupure des branches symétriques impaires d'une plaque d'aluminium d'épaisseur $2e^{\text{alu}}$. Pour des épaisseurs d'époxy plus importantes, les effets de faisceau borné sont visibles aux alentours de 1,5 MHz. Cela a notamment été mis en évidence dans la section 4.2.1 pour une épaisseur d'un millimètre. Comme pour une plaque monocouche, l'existence de modes rétropropagatifs résulte de la proximité entre deux branches de même symétrie et de parités différentes. C'est ce qu'on observe ici pour $S_{T2} - S_{L1}$, $A_{T5} - A_{L2}$, $S_{T6} - S_{L3}$, $A_{T7} - A_{L4}$ et $S_{T10} - S_{L5}$. Cependant, dans certains cas, même si les conditions

5. Notons que, d'après Vlasie et Rousseau [68], le modèle rhéologique cohésif développé par Jones et Whittier [66] est satisfait lorsque l'épaisseur de la couche de colle est suffisamment faible devant celle des substrats et lorsque la fréquence n'est pas trop élevée. Comme pour le modèle tri-couche, il existe quatre équations à partir desquelles les fréquences de coupure sont déterminées. Dans le cas du modèle rhéologique cohésif, deux de ces quatre équations sont indépendantes des propriétés de la colle. Les fréquences de coupure associées correspondent aux fréquences de résonances longitudinales et transversales d'une plaque de substrat seule. Cela correspond avec les observations faites sur la figure 4.6a lorsque l'épaisseur de l'époxy est faible. Au-delà d'une certaine épaisseur de joint de colle, l'accord relatif entre les expressions des fréquences de coupure du modèle rhéologique cohésif et du modèle tri-couche n'est plus vrai.

de proximité sont présentes, il n'existe pas de branches portant des modes rétropropagatifs. Comme spécifié dans la section 4.2.1, dans la majeure partie des cas, les branches rétropropagatives d'un tri-couche existent à proximité des fréquences pour lesquelles une telle branche existe sur les courbes de dispersion d'une plaque de substrat seule d'épaisseur $e^{\text{alu}}$. À 3,2 MHz, la branche concernée $A_2$ est propagative (voir figure 4.4a). C'est pourquoi il n'est pas observé de mode rétropropagatif aux alentours de cette fréquence. Le lecteur peut se référer aux travaux de Bruno [84] pour une étude détaillée à propos des conditions d'existence des modes ZGV et donc des modes *backward* d'un tri-couche symétrique.

Cette étude a permis de mettre en évidence que la sensibilité de la fonction de transfert à l'épaisseur de la couche d'adhésif est minimale au niveau des fréquences de résonances d'une plaque de substrat d'épaisseur $e^{\text{alu}}$. Au contraire, elle est maximale au niveau des fréquences de résonances $S_{L(2m+1)}$ d'une plaque de substrat d'épaisseur $2e^{\text{alu}}$. Il a également été montré la localisation des effets de faisceau borné en fonction de la fréquence et de l'épaisseur du joint de colle. Ce sont les plages fréquentielles pour lesquelles une sensibilité au module de cisaillement de la couche de colle est attendue. Par conséquent, ce sont les fréquences qu'il faut viser si l'on souhaite évaluer les modules viscoélastiques de l'adhésif d'un tri-couche symétrique de type aluminium/époxy/aluminium au moyen d'une mesure en incidence normale avec un faisceau borné.

## 4.3 Étude de sensibilité de la fonction de transfert d'un tri-couche

Une étude de sensibilité similaire à celles entreprises pour l'aluminium et l'époxy dans le chapitre précédent est réalisée. L'objectif est d'étudier la sensibilité de la fonction de transfert aux différents paramètres dont elle dépend *a priori* et d'en déduire la plage fréquentielle optimale pour la caractérisation des modules viscoélastiques et de l'épaisseur de la couche d'adhésif. Cela revient à identifier un domaine de fréquence pour lequel la sensibilité de la fonction de transfert aux paramètres à évaluer est maximale, et minimale concernant les autres paramètres. Les grandeurs non évaluées étant connues avec un certain intervalle de confiance, l'identification d'une telle plage de fréquences permettrait de limiter le biais d'une erreur commise sur les paramètres mesurés. Cette étude est divisée en deux parties pour analyser la sensibilité aux propriétés 1) des substrats et 2) de l'époxy viscoélastique. Les valeurs de référence des modules (visco)élastiques et des masses volumiques sont celles présentées dans le tableau 4.1. Pour l'époxy, ces valeurs sont associées à celui réticulé à 100 %. Comme précédemment, les épaisseurs de référence sont de 2 mm pour les substrats et de 1 mm pour la

couche d'époxy. L'effet d'une variation de ± 20 % de la valeur de référence de chaque paramètre sur l'allure de la fonction de transfert est analysé numériquement. La plage de fréquences considérée est comprise entre 0 et 4 MHz. Elle contient les fréquences pour lesquelles il existe des modes rétropropagatifs (cf. section 4.2.2). Les fonctions de transfert sont calculées avec un transducteur de 19 mm de diamètre.

### 4.3.1 Propriétés des substrats

Les propriétés des substrats ne sont pas évaluées. On cherche ici à identifier les plages fréquentielles pour lesquelles la sensibilité de la fonction de transfert aux propriétés des substrats est minimale. Les différentes fonctions de transfert sont présentées sur la figure 4.7. L'aluminium étant considéré isotrope et purement élastique, seuls quatre paramètres le définissent : les modules $C_{11}^{\text{alu}}$ et $C_{66}^{\text{alu}}$, l'épaisseur $e^{\text{alu}}$ et la masse volumique $\rho^{\text{alu}}$.

— $C_{11}^{\text{alu}}$ : en dessous de 0,8 MHz, la sensibilité est très faible. Au-delà, la fonction de transfert est impactée sur l'ensemble des fréquences de manière non négligeable par une variation du module $C_{11}^{\text{alu}}$. Cependant, la sensibilité varie suivant les fréquences considérées. Pour s'en rendre compte, il suffit d'observer l'influence d'un changement du $C_{11}^{\text{alu}}$ sur la position des maxima. Certains maxima sont plus impactés que d'autres. Par exemple, analysons l'évolution de la position des maxima désignés par des flèches vertes. Pour le premier (tirets), la localisation varie de -3,2 % à +1,9 % alors que pour le second (trait continu), la variation est de -9,6 % à +8,1 %.

— $C_{66}^{\text{alu}}$ : la fonction de transfert montre une sensibilité notable seulement pour $f \in [1{,}4; 1{,}8]$ MHz, soit au niveau des fréquences pour lesquelles il existe des modes rétropropagatifs (cf. figure 4.5). À proximité de certaines fréquences de coupure transverse, il y a également une très faible influence du module de cisaillement.

— $e^{\text{alu}}$ [6] : l'ensemble des fréquences est impacté par une variation de ce paramètre. Cependant, à l'instar du module $C_{11}^{\text{alu}}$, le degré de sensibilité varie en fonction de la fréquence.

— $\rho^{\text{alu}}$ : l'influence de ce paramètre sur l'allure de la fonction de transfert est similaire à celle de l'épaisseur.

Pour le module $C_{11}^{\text{alu}}$, $e^{\text{alu}}$ et $\rho^{\text{alu}}$, la fonction de transfert du tri-couche est très sensible aux propriétés des substrats à proximité des résonances longitudinales d'une plaque de substrat d'épaisseur $e^{\text{alu}}$, soit pour $f = 1{,}578$ et $f = 3{,}156$ MHz. Pour le reste des fréquences, c'est-à-dire pour $f \in [0; 1{,}2] \cup [2{,}2; 2{,}7]$ MHz, la sensibilité n'est pas négligeable, mais elle est beaucoup moins importante. En ce qui concerne le module de

6. La variation de l'épaisseur est seulement de ± 10 %.

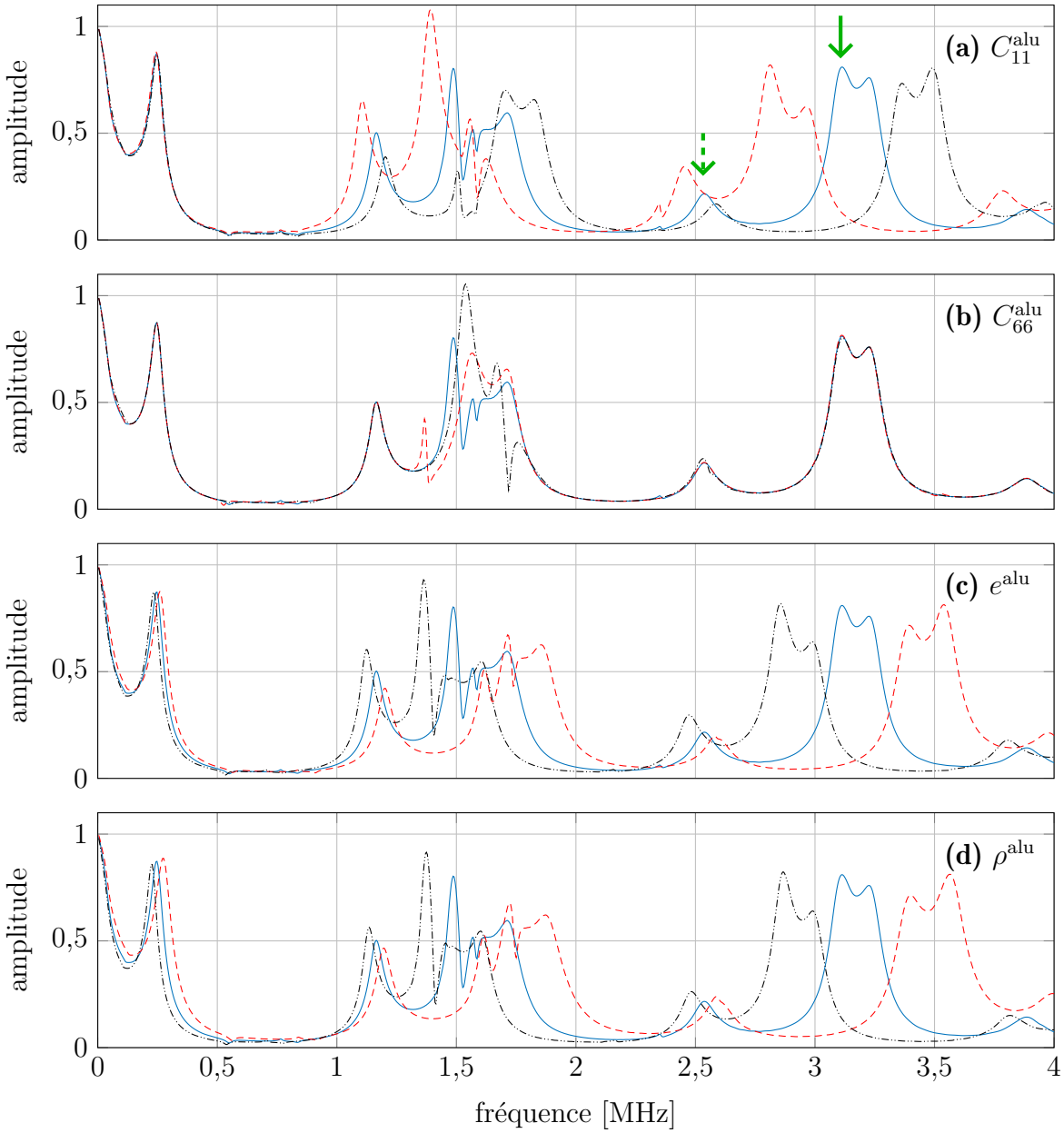



FIGURE 4.7 – Sensibilité du module de la fonction de transfert du tri-couche aluminium/époxy/aluminium aux paramètres mécaniques et géométrique des substrats ; module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs : de référence (——), diminuées de - 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-).

cisaillement, la seule plage de fréquences sensible à ce paramètre est $f =\in [1{,}4; 1{,}8]$ MHz pour laquelle des modes rétropropagatifs sont générés.

### 4.3.2 Propriétés de la couche d'adhésif

L'influence de chacune des propriétés de l'époxy sur l'allure de la fonction de transfert est représentée sur la figure 4.8. Comme l'époxy est viscoélastique, la sensibilité aux $\tan \delta_{ij}^{epo}$ est également étudiée.

— $\widetilde{C}_{11}^{epo}$ : une variation de la partie réelle de ce paramètre influe sur l'allure du mo-

dule de la fonction de transfert pour l'ensemble des fréquences (cf. figure 4.8a). La sensibilité est plus faible aux alentours des résonances d'épaisseur d'une plaque d'aluminium seule (*i.e.* $f \in [1{,}4; 1{,}8] \cup [3{,}0; 3{,}4]$ MHz). Concernant la partie imaginaire, l'influence se limite à une variation d'amplitude au niveau des maxima (cf. figure 4.8b). Certains maxima sont plus marqués que d'autres. C'est le cas, par exemple, des deux maxima pour lesquelles un zoom est présenté (voir encarts oranges).

— $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$ : comme pour l'aluminium, seules les fréquences pour lesquelles des modes rétropropagatifs sont générés sont sensibles au module de cisaillement, soit pour $f \in [1{,}4; 1{,}8]$ MHz. Cette sensibilité est constatée pour la partie réelle (cf. figure 4.8c) comme pour la partie imaginaire (cf. figure 4.8d). Cependant, comme on peut le voir sur le zoom représenté, l'influence de la partie imaginaire est relativement faible.

— $e^{\text{epo}}$ : une étude de sensibilité détaillée a été présentée dans la section 4.2.3. Il a été mis en évidence que la fonction de transfert est sensible à $e^{\text{epo}}$ sur l'ensemble des fréquences. Cette sensibilité est moins forte à proximité des fréquences de résonances longitudinales d'une plaque de substrat seule (*i.e.* $f \in [1{,}4; 1{,}8] \cup [3{,}0; 3{,}4]$ MHz). C'est ce qu'on observe ici sur la figure 4.8e. Notons que c'est le paramètre qui a la plus grande influence sur l'allure de la fonction de transfert.

— $\rho^{\text{epo}}$ : la fonction de transfert est peu impactée par une variation de la masse volumique pour des fréquences inférieures à 0,5 MHz. Concernant les autres fréquences, la sensibilité est plus ou moins forte selon les résonances. Comme pour la partie réelle de $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$, l'influence est moins forte pour des fréquences proches des résonances d'épaisseur longitudinales d'une plaque de substrat seule.

Concernant le module de cisaillement, l'influence est limitée à la bande de fréquence $f \in [1{,}4; 1{,}8]$ MHz. Pour les autres paramètres, plus l'on s'éloigne des résonances d'épaisseur longitudinale d'une plaque d'aluminium d'épaisseur $e^{\text{alu}}$, plus la sensibilité est forte.

#### Conclusion à propos de l'étude de sensibilité

D'après les observations faites dans cette section, on constate qu'à proximité des résonances d'épaisseur longitudinales d'un substrat seul d'épaisseur $e^{\text{alu}}$ (*i.e.* $f \in [1{,}4; 1{,}8] \cup [3{,}0; 3{,}4]$ MHz), la fonction de transfert est plus sensible aux propriétés de l'aluminium qu'à celles de l'époxy. À l'inverse, lorsqu'on s'éloigne de ces résonances, ce rapport de sensibilité s'inverse : l'influence est plus forte pour une modification des propriétés de l'époxy que de celles de l'aluminium. Dans l'ensemble, cela est vrai pour tous les paramètres excepté pour les modules de cisaillement. En effet, concernant ce paramètre, il n'existe qu'une seule plage de fréquences ($f \in [1{,}4; 1{,}8]$ MHz) pour laquelle on observe

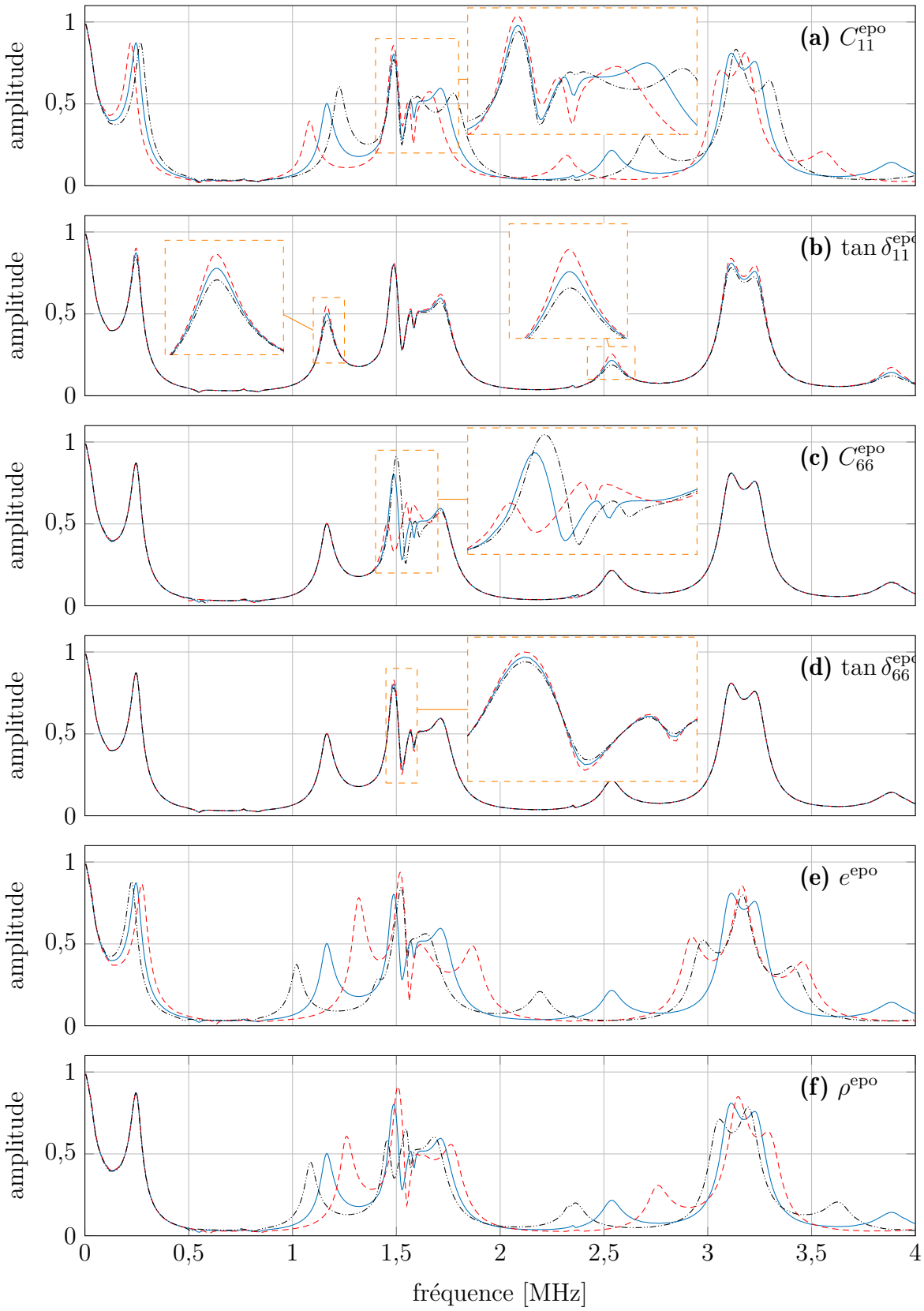



FIGURE 4.8 – Sensibilité du module de la fonction de transfert du tri-couche aluminium/époxy/aluminium aux paramètres mécaniques et géométrique de l'adhésif ; module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs : de référence (——), diminuées de - 20 % (- - - -) et augmentées de 20 % (-·-·-).

une sensibilité notable aux modules de cisaillement de l'aluminium et de l'époxy. Cela est dû à la présence de modes *backward*. Si l'on souhaite estimer le module $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$, il est donc nécessaire de réaliser la mesure pour des fréquences qui contiennent cet intervalle. Du fait de la sensibilité de la fonction de transfert aux propriétés des substrats pour ces fréquences, il est nécessaire de connaître leurs valeurs avec la meilleure précision possible.

Seule la sensibilité du module de la fonction de transfert a été présentée ici. La sensibilité de la phase de la fonction de transfert n'est pas représentée. À l'instar d'un matériau monocouche (cf. section 3.1), elle est fortement sensible à l'épaisseur du tri-couche.

La plage de fréquences retenue pour la caractérisation de la couche d'adhésif du tri-couche considéré est $f \in [1{,}0; 2{,}0]$ MHz. Cette plage fréquentielle contient une zone où la fonction de transfert est plus sensible à $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$ qu'à $C_{11}^{\text{alu}}$ ($f \in [1{,}0; 1{,}4]$ MHz), mais également la seule plage de fréquences qui révèle une sensibilité au module de cisaillement de l'époxy ($f \in [1{,}4; 1{,}8]$ MHz).

## 4.4 Étude numérique de la résolution du problème inverse pour un tri-couche

La plage de fréquences optimale pour la caractérisation de la couche d'adhésif d'un assemblage collé aluminium/époxy/aluminium étant identifiée, on peut à présent s'intéresser à la résolution du problème inverse. À l'instar de la démarche entreprise dans la section 3.3.2 pour un matériau monocouche, le problème est tout d'abord appliqué à des « données expérimentales » simulées. Ainsi, les propriétés de l'assemblage sont parfaitement contrôlées. L'objectif étant de vérifier la faisabilité de la méthode. La stabilité et la robustesse du problème inverse sont également analysées à partir de l'étude de l'influence du bruit de mesure et des valeurs initiales $X_0$ du vecteur mesurande. Enfin, l'intérêt d'évaluer l'épaisseur par résolution du problème inverse est mis en évidence.

### 4.4.1 Caractérisation de la couche de colle d'un tri-couche

Le problème inverse est appliqué à la fonction de transfert d'un tri-couche symétrique entre 1 et 2 MHz obtenue à partir d'une simulation numérique. Les propriétés des composantes (épaisseurs, masses volumiques et modules (visco)élastiques) de l'assemblage sont parfaitement connues. Elles sont répertoriés dans le tableau 4.1. La fonction coût est définie comme la somme des fonctions coûts calculées à partir du module ($\varepsilon^M$) et de la phase ($\varepsilon^P$) de la fonction de transfert (cf. équation 3.3.2.4). Le vecteur mesurande $X$ contient cinq paramètres : les parties réelles et les $\tan \delta_{ij}^{\text{epo}}$ des modules viscoélastiques et l'épaisseur de la couche de colle.

### a) Caractérisation simultanée sur l'ensemble des fréquences

Dans un premier temps, l'optimisation des cinq paramètres est réalisée de manière simultanée sur la totalité de la plage fréquentielle $f \in [1{,}0; 2{,}0]$ MHz. Les fonctions de transfert « expérimentale », et calculées avant et après optimisation sont représentées sur la figure 4.9. Les données utilisées pour le calcul de la fonction de transfert initiale $X_0$, les bornes inférieure $X_{\mathrm{BI}}$ et supérieure $X_{\mathrm{BS}}$ ainsi que le vecteur comportant les valeurs optimisées (noté $X^1_{\mathrm{Opt}}$) sont répertoriées dans le tableau 4.2.

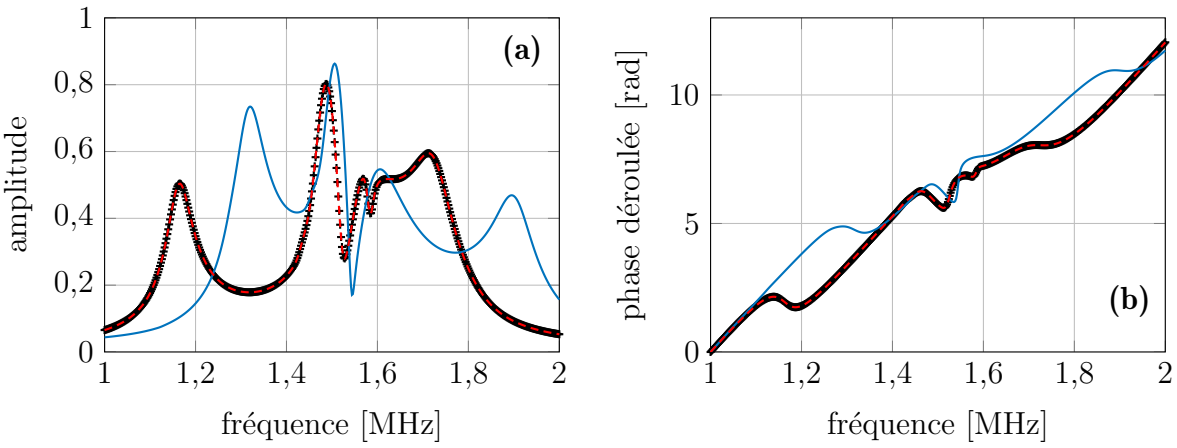



FIGURE 4.9 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert du tri-couche aluminium/époxy/aluminium dite « mesurée » (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Paramètres de la couche d'adhésif estimés : $X = \{\widetilde{C}^{\mathrm{epo}}_{11}, \widetilde{C}^{\mathrm{epo}}_{66}, e^{\mathrm{epo}}\}$.

On constate que le vecteur $X^1_{\mathrm{Opt}}$ estimé après résolution du problème inverse est égal au vecteur $X_{\mathrm{ref}}$ utilisé pour le calcul de la fonction de transfert « expérimentale ». L'estimation est donc juste. On peut également observer la superposition exacte des fonctions de transfert « mesurée » et calculée après optimisation que ce soit pour le module ou pour la phase. Le problème inverse a été résolu après 20 itérations pour une durée d'environ 50 minutes.

### b) Caractérisation en deux étapes sur deux plages fréquentielles

Lors de l'étude de sensibilité, il a été mis en évidence que la fonction de transfert est insensible à une variation du module de cisaillement de l'époxy dans certaines plages de fréquences. On se propose ici de résoudre le problème inverse en deux étapes :

1. estimation du $\widetilde{C}^{\mathrm{epo}}_{11}$ et de l'épaisseur $e^{\mathrm{epo}}$ sur une première plage de fréquences $f_1 \in [1{,}0; 1{,}3]$ MHz qui ne dépend pas du module $\widetilde{C}^{\mathrm{epo}}_{66}$ ;
2. estimation du $\widetilde{C}^{\mathrm{epo}}_{66}$ sur une seconde plage fréquentielle $f_2 \in [1{,}4; 1{,}7]$ MHz après optimisation du $\widetilde{C}^{\mathrm{epo}}_{11}$ et de $e^{\mathrm{epo}}$.

Le résultat de l'optimisation est représenté sur la figure 4.10. La première plage de fréquences est contenue dans le rectangle jaune, la seconde dans le rectangle vert.

Les vecteurs $X_{\text{Ref}}$, $X_{\text{BI}}$, $X_{\text{BS}}$, $X_0$ sont équivalents à ceux utilisés pour l'optimisation simultanée des cinq paramètres. Les résultats sont consultables dans le tableau 4.2 dans la colonne $X^2_{\text{Opt}}$.

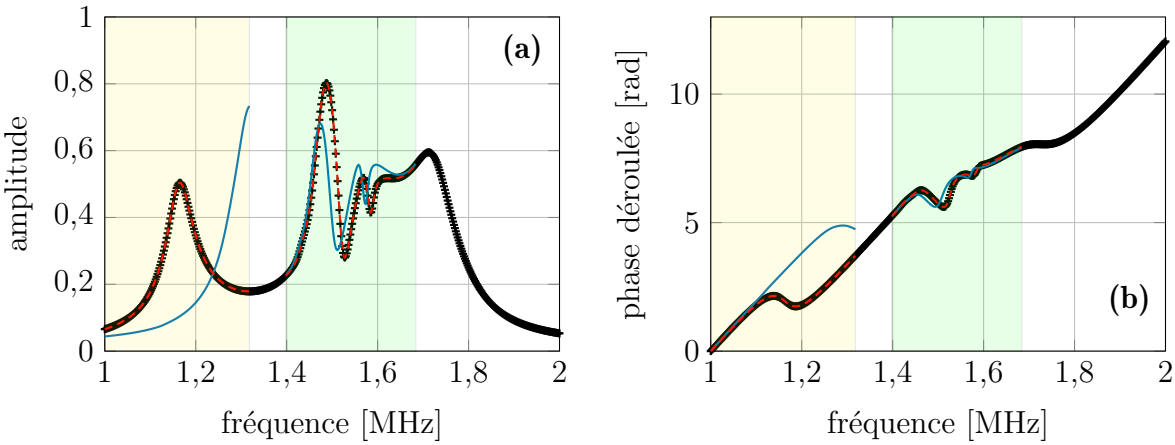



FIGURE 4.10 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert d'un tri-couche dite « mesurée » (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Les paramètres de la couche d'adhésif sont estimés en deux étapes sur deux plages fréquentielles. En jaune : évaluation de $\widetilde{C}^{\text{epo}}_{11}$ et $e^{\text{epo}}$. En vert : évaluation de $\widetilde{C}^{\text{epo}}_{66}$.

À quelques pour mille près, le résultat est en accord avec les valeurs de référence $X_{\text{Ref}}$. Les très légères différences s'expliquent par le fait que la plage de fréquence $f_1$ dépend très légèrement du module $\widetilde{C}_{66}$. Cette méthode permet de réduire le temps de résolution du problème inverse. La première étape et la seconde ont nécessité respectivement 17 et 24 itérations. La durée totale de la résolution est de 30 minutes. Dans ce cas précis, la séparation de la résolution en deux temps permet une réduction de 20 minutes, soit -40 %. Cette valeur n'est pas généralisable. Suivant les situations, la durée de résolution varie de manière non négligeable. On peut néanmoins affirmer que, de manière générale, le temps de calcul diminue significativement lorsque l'optimisation est réalisée en deux temps.

| Paramètre | $X_{\text{Ref}}$ | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X^1_{\text{Opt}}$ | $X^2_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C^{\text{epo}}_{11}$ [GPa] | 7,710 | 3,855 | 11,565 | 9,240 | 7,710 | 7,709 |
| $C^{\text{epo}}_{66}$ [GPa] | 1,640 | 0,820 | 2,460 | 1,460 | 1,640 | 1,640 |
| $\tan\delta^{\text{epo}}_{11}$ [%] | 3,680 | 1,840 | 5,520 | 3,840 | 3,680 | 3,697 |
| $\tan\delta^{\text{epo}}_{66}$ [%] | 6,390 | 3,195 | 9,585 | 6,100 | 6,390 | 6,394 |
| $e^{\text{epo}}$ [mm] | 1,000 | 0,500 | 1,500 | 0,860 | 1,000 | 1,000 |

TABLEAU 4.2 – Données utilisées et obtenues pour les estimations des modules $\widetilde{C}^{\text{epo}}_{ij}$ et de l'épaisseur de l'époxy du tri-couche aluminium/époxy/aluminium réalisées par résolution du problème inverse appliqué à une expérience simulée numériquement.

### 4.4.2 Influence des valeurs initiales des paramètres et du bruit sur la résolution du problème inverse

Le précédent paragraphe a démontré la faisabilité de la méthode. Comme lors de la section 3.3.4, on s'intéresse ici à l'étude de l'influence du vecteur de données initiales $X_0$ sur les paramètres estimés. Pour se faire, la résolution du problème inverse est entreprise avec cinq vecteurs $X_0$ aux valeurs différentes. Les valeurs sont choisies aléatoirement dans une plage de $\pm$ 20 % du vecteur de référence $X_{\text{Ref}}$. Ces dernières sont celles du tableau 4.2. Les bornes sont définies comme $[0{,}5X_{\text{Ref}}; 1{,}5X_{\text{Ref}}]$. La caractérisation de l'ensemble des composantes de $X$ est effectuée simultanément sur la totalité de la plage de fréquence $f \in [1; 2]$ MHz. Les résultats sont inscrits dans le tableau 4.3. Lorsque la différence relative est inférieure à $\pm$ 0,2 %, contenue dans un intervalle $\pm$ [0,2; 1,0] %, ou supérieur à $\pm$ 1 %, les résultats sont affichés respectivement en vert, orange et rouge.

Dans trois cas sur cinq, le vecteur $X_{\text{Opt}}$ obtenu en sortie d'algorithme est égal au vecteur de référence. Dans les deux autres cas, les résultats sont très éloignés de $X_{\text{Ref}}$. Pour rappel, dans le cas monocouche, lorsque la fonction de coût est définie en fonction du module et de la phase de la fonction de transfert, le résultat de l'optimisation converge vers la valeur correcte quel que soit le vecteur initial (cf. section 3.3.4). Ici, ce n'est pas le cas. Afin de comprendre pourquoi, il serait nécessaire d'analyser l'allure de la fonction coût. Il est très probable que la convergence vers des valeurs erronées soit due à la présence de minima locaux sur la fonction coût.

Pour les cas 2 et 5 pour lesquels l'estimation est erronée, il existe un fort écart entre les fonctions de transfert « mesurées » et calculées après optimisation. Cela signifie qu'il ne s'agit pas d'un problème de non-unicité de la solution, mais certainement d'une fonction coût mal définie et non-convexe. Le désaccord entre les deux fonctions de transfert (simulant l'expérience et calculée après optimisation) permet de se rendre compte que l'estimation est erronée. Auquel cas la résolution du problème inverse doit être faite avec un autre vecteur $X_0$. De plus, dans notre situation, l'épaisseur peut être connue avec une plus grande précision que $\pm$ 20 % [7]. Une initialisation avec une épaisseur plus proche de la valeur de référence permet de remédier au problème d'estimation incorrecte en sortie d'algorithme.

À l'instar de l'étude réalisée pour l'aluminium et l'époxy dans la section 3.3.4, l'effet du bruit sur la résolution du problème inverse est étudié. Seuls les cas pour

7. Par exemple, un micromètre peut être utilisé pour mesurer l'épaisseur au bord de la plaque, puis l'épaisseur au niveau de la zone insonifiée peut être estimée avec un comparateur d'épaisseur mécanique. Pour obtenir une évaluation fiable, il est nécessaire que la face de la plaque en contact avec la table soit parfaitement plane. Étant donné que cette planéité est difficile à obtenir pour un assemblage collé, l'évaluation peut être affectée d'une erreur non négligeable. Néanmoins, l'estimation approximative peut permettre d'initialiser le problème inverse avec une épaisseur relativement proche de l'épaisseur réelle.

| Paramètres | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| | **$X_0$ Données initiales** | | | | |
| $C_{11}^{\text{epo}}$ [GPa] | 6,860 | 7,250 | 7,050 | 9,030 | 6,330 |
| $C_{66}^{\text{epo}}$ [GPa] | 1,700 | 1,420 | 1,860 | 1,420 | 1,640 |
| $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$ [%] | 4,420 | 3,470 | 3,010 | 3,260 | 3,530 |
| $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$ [%] | 5,960 | 5,700 | 7,500 | 6,860 | 7,570 |
| $e^{\text{epo}}$ [mm] | 0,975 | 1,176 | 0,802 | 1,044 | 1,120 |
| | **$X_{\text{Opt}}$ sur données numériques non bruitées** | | | | |
| $C_{11}^{\text{epo}}$ [GPa] | 7,710 | 11,104 | 7,710 | 7,710 | 3,859 |
| $C_{66}^{\text{epo}}$ [GPa] | 1,640 | 0,820 | 1,640 | 1,640 | 1,176 |
| $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$ [%] | 3,680 | 4,090 | 3,680 | 3,680 | 5,513 |
| $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$ [%] | 6,390 | 9,583 | 6,390 | 6,390 | 8,466 |
| $e^{\text{epo}}$ [mm] | 1,000 | 1,193 | 1,000 | 1,000 | 0,904 |
| | **$X_{\text{Opt}}$ sur données numériques bruitées** | | | | |
| $C_{11}^{\text{epo}}$ [GPa] | 7,708 | - | 7,735 | 7,685 | - |
| $C_{66}^{\text{epo}}$ [GPa] | 1,642 | - | 1,644 | 1,637 | - |
| $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$ [%] | 3,699 | - | 3,660 | 3,703 | - |
| $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$ [%] | 6,433 | - | 6,349 | 6,438 | - |
| $e^{\text{epo}}$ [mm] | 1,000 | - | 1,001 | 0,999 | - |

TABLEAU 4.3 – Résultats de l'optimisation des modules $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ ainsi que de l'épaisseur de la couche d'époxy du tri-couche aluminium/époxy/aluminium pour différents jeux de valeurs initiales. Valeurs de référence : $C_{11}^{\text{epo}} = 7{,}710$ GPa ; $C_{66}^{\text{epo}} = 1{,}640$ GPa ; $\tan\delta_{11}^{\text{epo}} = 3{,}680$ % ; $\tan\delta_{66}^{\text{epo}} = 6{,}390$ % ; $e^{\text{epo}} = 1{,}000$ mm.

lesquels l'optimisation donne des résultats corrects pour des données non bruitées sont traités, c'est-à-dire les cas 1, 3 et 4. Le bruit est défini de la même manière que dans la section 3.3.4 du chapitre 3. Le niveau relatif est fixé à 0,5 %. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.3. Il est constaté des résultats proches des valeurs de référence quels que soient les valeurs initiales et le paramètre optimisé. En effet, la différence relative n'excède pas 1 %. On peut noter que les $\tan\delta_{ij}^{\text{epo}}$ semblent légèrement plus affectés par le bruit de mesure.

### 4.4.3 Apport de l'évaluation de l'épaisseur de la couche d'adhésif pour l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\mathbf{epo}}$

Si une simple mesure avec un micromètre permet d'estimer l'épaisseur d'une plaque, on peut se questionner à propos de l'intérêt d'évaluer l'épaisseur lors du processus de caractérisation. L'ajout d'une grandeur à évaluer peut allonger la durée de résolution du problème inverse. Il est également possible que l'incertitude de la valeur optimisée soit plus importante que la précision de lecture d'un micromètre. L'intérêt d'estimer l'épaisseur par résolution du problème inverse s'explique par le fait que l'épaisseur de la couche d'adhésif peut varier de manière non négligeable au sein d'un assemblage. Cela sera mis en évidence à la section 4.5. Or, si l'on fait l'approximation que l'épaisseur est constante sur l'ensemble de l'assemblage et qu'elle est estimée à partir d'une mesure réalisée avec un micromètre à proximité d'un bord de la plaque, il peut alors exister un écart par rapport à l'épaisseur de la couche d'adhésif au niveau de la zone insonifiée. Cette section a pour but d'étudier l'influence d'un tel écart sur l'estimation des modules de viscoélasticité de la couche d'adhésif. À cette fin, l'étude suivante est proposée.

Plusieurs optimisations sont réalisées avec une expérience simulée. Comme pour les paragraphes précédents, les données utilisées sont celles répertoriées dans le tableau 4.1. L'épaisseur de la couche d'adhésif de référence $e_{\text{Ref}}^{\text{epo}}$, utilisée pour la simulation est de 1 mm. L'estimation des $\widetilde{C}_{ij}$ de l'époxy est ensuite réalisée par résolution du problème inverse en utilisant une épaisseur $e^{\text{epo}}$ volontairement affectée d'une erreur $\Delta e$ ($e^{\text{epo}} = e_{\text{Ref}}^{\text{epo}} + \Delta e$). Dans cette étude, $\Delta e$ varie de -100 à +100 µm. L'épaisseur n'étant évidemment pas estimée, la résolution n'est réalisée qu'avec le module de la fonction de transfert. La figure 4.11 présente les valeurs des parties réelles et des $\tan \delta_{ij}^{\text{epo}}$ obtenues après résolution du problème inverse en fonction de l'écart d'épaisseur par rapport à la valeur de référence.

On constate une évolution quasi-linéaire des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ ainsi que de $\tan \delta_{11}^{\text{epo}}$ en fonction de $\Delta e$. Pour ces trois paramètres, l'influence d'une mésestimation de l'épaisseur de la couche d'adhésif est du même ordre de grandeur : la différence relative varie approximativement entre ± 20 % par rapport aux valeurs de référence. $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$ est impacté différemment. La partie imaginaire du module de cisaillement est toujours surestimée. La différence relative est moins grande que pour les trois autres grandeurs. En effet, elle ne dépasse pas 7 %. Pour une erreur de 10 µm, l'erreur sur l'estimation des différents paramètres est assez faible. Elle est de l'ordre de 2 % pour $C_{11}^{\text{epo}}$, $C_{66}^{\text{epo}}$ et $\tan \delta_{11}^{\text{epo}}$. Concernant $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$, cette erreur est négligeable (environ 0,03 %). Lorsque $\Delta e$ est de 50 µm, l'erreur d'estimation des modules viscoélastiques est bien plus importante. La différence relative par rapport aux valeurs de référence est proche de 10 % pour tous les paramètres excepté $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$ pour lequel l'erreur est de 1 %.

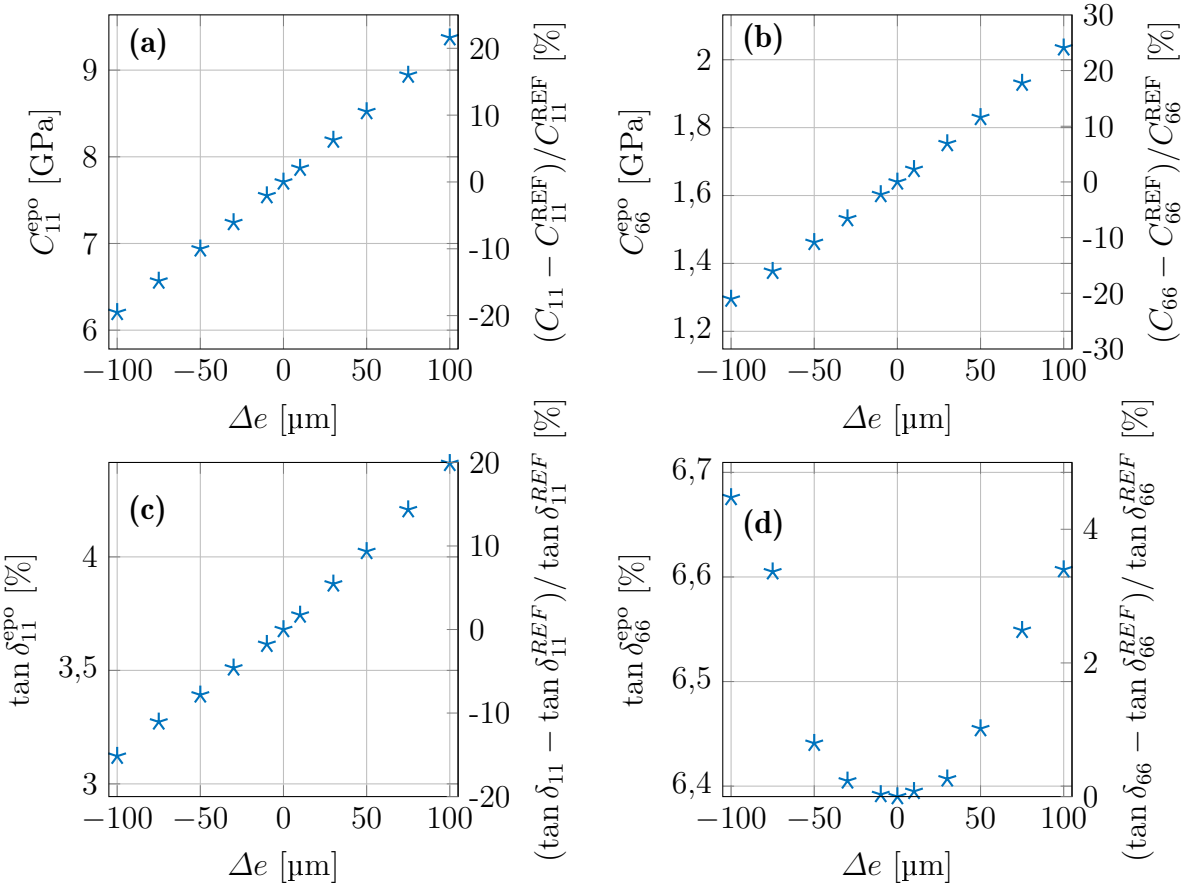



FIGURE 4.11 – Estimation des $\widetilde{C}_{ij}^{\mathrm{epo}}$ en fonction d'une mésestimation de $e^{\mathrm{epo}}$. L'estimation est réalisée seulement avec le module de la fonction de transfert.

L'expérience simulée et les fonctions de transfert calculées après optimisation sont présentées en annexe A.6 (cf. figure A.6). Lorsque l'épaisseur de l'adhésif, fixée lors de la résolution du problème inverse, diffère de moins de 50 µm de l'épaisseur réelle de cet adhésif, les fonctions de transfert sont quasiment indiscernables. Au-delà, un écart est constaté entre les deux courbes bien qu'il ne soit pas très marqué. L'absence de désaccord net entre l'expérience et le modèle après résolution du problème inverse ne permet pas de détecter une erreur, et donc, *a fortiori*, la cause de cette erreur, ici le fait que l'épaisseur a été mal estimée.

Dans le cas où l'épaisseur de l'époxy n'est pas évaluée lors du processus de caractérisation, une connaissance exacte de ce paramètre est nécessaire si l'on veut estimer correctement les modules viscoélastiques de la couche d'adhésif, au risque que l'évaluation de ces paramètres soit biaisée. Si l'objectif est de statuer sur la qualité des propriétés cohésives de l'assemblage, une erreur d'interprétation peut alors être faite. On peut considérer l'influence d'une mésestimation de la couche d'adhésif de 10 µm négligeable. Au-delà, l'erreur commise est trop importante. Or, comme on le verra dans la section 4.5.2, l'épaisseur d'adhésif au sein d'un assemblage peut varier de manière non négligeable (jusqu'à 140 µm). Cette étude met en exergue l'intérêt d'intégrer

l'évaluation locale de l'épaisseur de la colle dans le processus.

## 4.5 Caractérisation d'assemblages collés par mesure de fonctions de transfert en incidence normale

Maintenant que la faisabilité de la méthode de caractérisation de la couche d'adhésif d'un assemblage tri-couche a été mise en évidence en ayant recours à des données expérimentales simulées, le problème inverse est appliqué avec de réelles données expérimentales. Plusieurs assemblages collés sont caractérisés. Les caractéristiques, le protocole de réalisation, ainsi que les cartographies ultrasonores qui ont révélé les zones propices à la mesure de fonctions de transfert (*i.e.* sans défauts échogènes [8]) ont été présentés dans la partie 4.1. Une première partie présente des mesures réalisées avec deux échantillons aux propriétés cohésives *a priori* différentes. Puis, la méthode est appliquée à un autre échantillon, pour différentes zones afin de tester sa capacité à réaliser une cartographie des propriétés viscoélastiques de l'adhésif d'un assemblage.

Le traitement de surface des substrats avant l'assemblage est identique pour les trois plaques tri-couches caractérisées dans cette section. Pour rappel, il est choisi de telle sorte à obtenir des propriétés adhésives *a priori* optimales (cf. section 4.1.2). De telles propriétés justifient le recours au modèle trois couches pour lequel l'hypothèse d'interfaces parfaites est faite.

Le problème inverse est appliqué au module et à la phase de la fonction de transfert. Les paramètres évalués sont les modules complexes $\widetilde{C}_{ij}^{\mathrm{epo}}$ et $e^{\mathrm{epo}}$. Une étude numérique permettant d'estimer l'influence d'une erreur d'évaluation de l'épaisseur des substrats sur la caractérisation des propriétés de l'adhésif est présentée en annexe A.7. Cette étude révèle que l'erreur résultante sur les valeurs estimées du module de cisaillement et des $\tan \delta_{ij}^{\mathrm{epo}}$ est non négligeable. Pour cette raison, une attention particulière a été apportée à l'estimation de ce paramètre. Les épaisseurs des substrats sont mesurées avant leur assemblage avec un profilomètre de la marque Mahr avec un palpeur PCV 350. L'incertitude de mesure est de 10 µm. Environ 150 mesures sont effectuées pour chacun des substrats. L'épaisseur apparaît presque constante. En effet, l'écart-type est de l'ordre de 2 µm. Pour les trois assemblages, il a été mesuré de légères différences d'épaisseur entre les deux substrats (de quelques micromètres à quelques dizaines de micromètres). Cette différence est prise en compte par le modèle qui permet le calcul de la fonction de transfert dans le cas où la plaque multicouche est asymétrique (que ce soit au niveau de l'épaisseur ou de la nature des substrats). Cette légère asymétrie n'a pas d'influence majeure sur l'allure de la fonction de transfert et ne remet pas en

8. Comme il a déjà été précisé au chapitre 1, l'objectif des méthodes spectroscopiques est de révéler la présence de défauts non échogènes. La méthode vise à compléter le diagnostic permis par un C-scan, pas nécessairement de se substituer à lui.

question les commentaires et les analyses des sections précédentes où l'assemblage était considéré symétrique.

### 4.5.1 Caractérisation de tri-couches présentant des propriétés cohésives *a priori* différentes

L'objectif est d'estimer les propriétés cohésives d'un assemblage tri-couche. À cette fin, deux assemblages dont les adhésifs présentent des taux de réticulation *a priori* différents sont réalisés. Les taux visés sont de 100 % et de 80 % pour les échantillons respectivement nommés A100a et A80. Dans ce but, les conditions de durcissement diffèrent suivant les échantillons (cf. paragraphe 4.1). Les couches d'adhésif des deux assemblages sont caractérisées. La comparaison des résultats obtenus permettra de mettre en évidence s'il est possible de détecter la différence de réticulation des assemblages. Pour rappel, il n'a pas été constaté de différences significatives entre les valeurs des modules viscoélastiques mesurées pour deux plaques d'époxy massiques qui présentent des taux de réticulation différents : 80 % et 100 % (cf. section 3.5.2).

Le dispositif expérimental est équivalent à celui présenté dans la section 2.4.3. Les transducteurs sont les mêmes que ceux utilisés pour les mesures présentées dans les sections 2.4.3, 3.4.3.a et 3.5.1. Leur diamètre est de 19 mm et leur bande passante à -6 dB est comprise entre 1,3 et 2,6 MHz (cf. figure 2.23). La plage de fréquence retenue pour la résolution du problème inverse est légèrement différente : $f \in [1{,}2; 2{,}2]$ MHz. Entre 2,2 et 2,6 MHz, la fonction de transfert ne présente pas de résonances. Afin de réduire la durée du calcul, il est donc choisi de ne pas retenir cette plage de fréquences. La limite inférieure de la plage fréquentielle est choisie à 1,2 MHz car cela permet de prendre en compte la résonance $A_{L2}$ sensible au module $C_{11}^{\text{epo}}$ et à l'épaisseur de l'adhésif (cf. figure 4.8).

Concernant l'assemblage A100a, les épaisseurs des deux substrats sont estimées à 2,010 mm et 2,045 mm. Les épaisseurs des substrats de la plaque A80 sont quant à elles estimées à 2,046 mm et 2,042 mm. L'évaluation de l'ensemble des composantes de $X$ est réalisée de manière simultanée sur la totalité de la plage de fréquences. Les fonctions de transfert mesurées (•) et calculées avant (——) et après (----) résolution du problème inverse sont représentées sur les figures 4.12 et 4.13. Le tableau 4.4 répertorie toutes les données utilisées pour le calcul des fonctions de transfert : les valeurs initiales $X_0$, les bornes inférieure $X_{\text{BI}}$ et supérieure $X_{\text{BS}}$, et les valeurs obtenues après résolution du problème inverse $X_{\text{Opt}}$.

L'allure générale des fonctions de transfert mesurées est légèrement différente de celles observées lors des études numériques des sections 4.3, 4.2.2 et 4.4.1. On remarque notamment qu'au niveau des fréquences pour lesquelles des modes *backward* existent, un seul minimum est présent à la place des deux minima existants lors des études numériques. Cela est principalement dû à l'épaisseur plus faible de la couche de colle

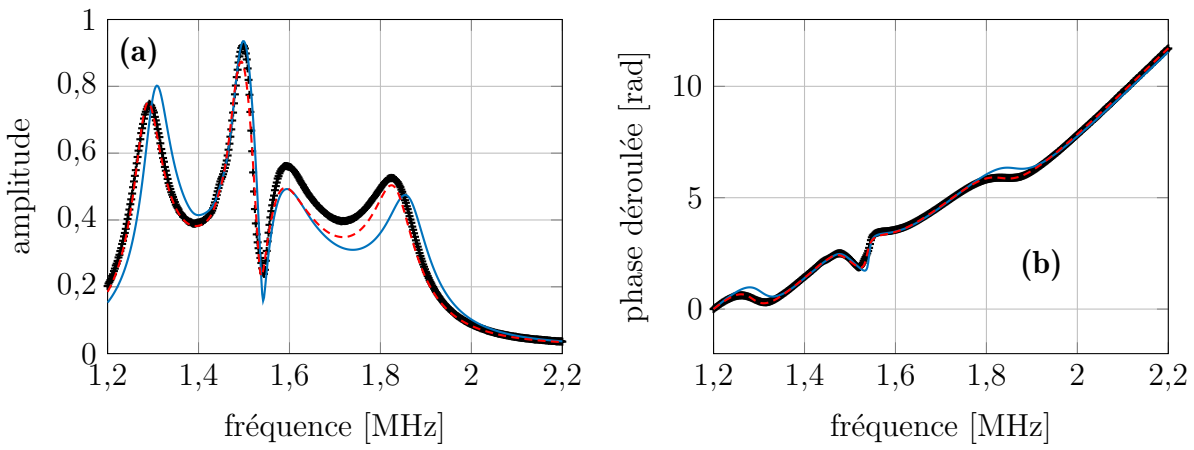



FIGURE 4.12 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de l'échantillon A100a mesurée (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Paramètres estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{66}, e\}$.

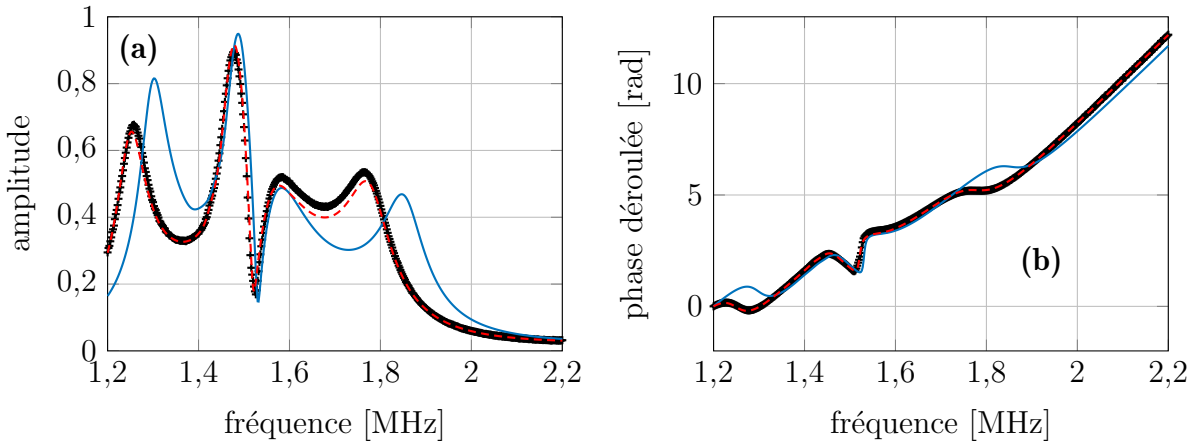



FIGURE 4.13 – Module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de l'échantillon A80 mesurée (+) et calculées avant (——) et après (----) optimisation. Paramètres estimés : $X = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{66}, e\}$.

par rapport à l'épaisseur de 1 mm utilisée dans les calculs. En effet, au niveau de la zone insonifiée, l'épaisseur est mesurée à 0,830 mm pour l'assemblage A100a et 0,862 mm pour l'assemblage A80.

Pour les deux échantillons, on constate un bon accord entre la mesure (+) et le modèle (----) que ce soit pour le module ou pour la phase de la fonction de transfert. Néanmoins, des écarts plus ou moins prononcés sont observables sur le module des fonctions de transfert pour les fréquences faisant intervenir des modes rétropropagatifs. Pour l'échantillon réticulé totalement, il existe des différences d'amplitude entre 1,45 MHz et 1,85 MHz. En ce qui concerne l'échantillon A80, une observation similaire est faite. Cependant, l'écart apparaît plus faible et pour une plage fréquentielle réduite (entre 1,55 MHz et 1,80 MHz). Les différences se manifestent par une variation d'amplitude plutôt que par un écart sur la position des extrema. L'origine de ces différences sera discutée en section 4.6.1.

La comparaison des résultats des différentes caractérisations effectuées pour les

| | | $C_{11}^{\text{epo}}$ [GPa] | $C_{66}^{\text{epo}}$ [GPa] | $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$ [%] | $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$ [%] | $e^{\text{epo}}$ [mm] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $X_{\text{BI}}$ | 3,855 | 0,820 | 1,840 | 3,195 | 0,500 |
| | $X_{\text{BS}}$ | 11,565 | 2,460 | 5,520 | 15,000 | 1,500 |
| | $X_0$ | 7,710 | 1,640 | 3,680 | 6,390 | 0,800 |
| **A100a** | $X_{\text{Opt}}$ | 7,753 | 1,620 | 3,558 | 11,051 | 0,830 |
| | $\Delta X_{\text{Opt}}$ | 0,468 | 0,219 | 1,536 | 6,789 | 0,026 |
| | $\Delta X_{\text{Opt}}/X_{\text{Opt}}$ [%] | 6,04 | 13,49 | 43,17 | 61,44 | 3,09 |
| **A80** | $X_{\text{Opt}}$ | 7,481 | 1,600 | 4,161 | 7,060 | 0,862 |
| | $\Delta X_{\text{Opt}}$ | 0,503 | 0,220 | 1,512 | 2,826 | 0,026 |
| | $\Delta X_{\text{Opt}}/X_{\text{Opt}}$ [%] | 6,72 | 13,76 | 36,33 | 40,03 | 3,06 |

TABLEAU 4.4 – Données utilisées lors des caractérisations de la colle des assemblages A100a et A80 et résultats associés.

échantillons A100a et A80, mais également pour les échantillons d'époxy massique E100 et E80, est représentée sur la figure 4.14. Il est affiché la différence relative des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ et des $\tan\delta_{ij}^{\text{epo}}$ par rapport aux valeurs mesurées pour l'échantillon E100 qui font office de données de référence. Les incertitudes de mesure sont représentées sous forme de barres d'erreur [9].

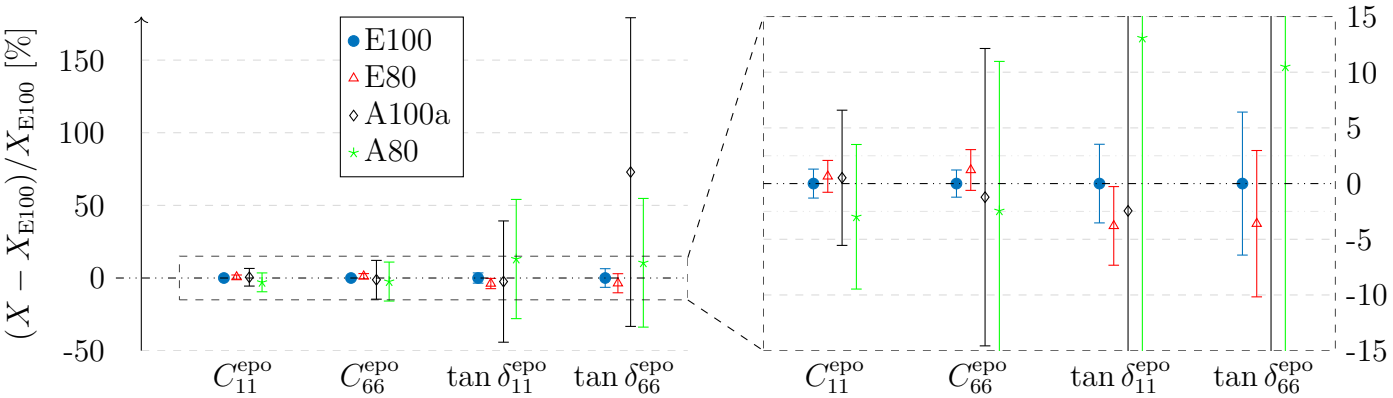



FIGURE 4.14 – Comparaison des résultats de caractérisation des époxy massiques E100 et E80 et de la couche d'époxy des tri-couches A100a et A80.

Les valeurs optimisées des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ des assemblages A100a et A80 sont proches de celles mesurées pour les époxy massiques E100 et E80. Les propriétés adhésives de ces assemblages étant *a priori* nominales, ces résultats sont conformes aux

9. Les incertitudes sont calculées suivant la méthode décrite dans la section 3.4.2.b. Pour rappel, ce calcul est réalisé en deux étapes. Premièrement, l'incertitude liée aux paramètres non-évalués dont dépend la fonction de transfert est estimée. Dans un second temps, la propagation de l'incertitude calculée lors de la première étape de chacun des paramètres que l'on évalue sur l'ensemble des autres paramètres est estimée.

attentes.

Gauthier *et al.* [162] et Siryabe *et al.* [2] ont mesuré de légers écarts entre les parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ d'assemblages collés tri-couches aluminium/époxy/aluminium présentant différents taux de réticulations : 100 % et 80 %. Ces écarts sont toutefois relativement faibles, *i.e.* inférieurs à 10 %. Dans le cas présent, les valeurs estimées pour les parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ des assemblages A100a et A80 sont équivalentes si l'on tient compte de l'incertitude. Même si les écarts sont inférieurs aux incertitudes, notons tout de même que les valeurs estimées des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ sont plus faibles pour A80 que pour A100a. La différence relative est de -3,5 % pour le module $C_{11}^{\text{epo}}$ et de -1,2 % pour le module $C_{66}^{\text{epo}}$. Cette absence de différences significatives a déjà été constatée pour les époxy massiques E100 et E80 (cf. section 3.5.2). Les parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ de E80 sont mêmes estimées très légèrement supérieures à celles de E100.

De manière générale, il n'est pas observé de différences significatives entre les échantillons. En effet, quel que soit le paramètre, les valeurs estimées possèdent des intervalles de confiance qui se recouvrent d'un échantillon à l'autre. Cette observation est notamment vraie pour $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$ qui est le seul paramètre pour lequel on observe un réel écart entre les échantillons. La valeur évaluée pour l'échantillon A100a est de 0,1105 alors qu'elle est de 0,0639 pour l'échantillon E100, soit une différence relative de 73 %. Cependant, comme il sera expliqué dans la section 4.6.1.c, la justesse des valeurs estimées pour $\delta_{66}^{\text{epo}}$ peut être questionnée.

On constate que les incertitudes varient fortement en fonction des paramètres :

1. Les incertitudes sont plus grandes pour les parties imaginaires que pour les parties réelles (avec un facteur compris entre deux et dix) ;
2. Elles sont bien plus importantes lorsqu'il s'agit des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ de l'époxy des assemblages que de l'époxy massique. Cela est majoritairement dû au nombre de paramètres dont dépend la fonction de transfert qui sont plus importants dans le cas des assemblages collés. L'incertitude de mesure de ces paramètres se propage sur ceux évalués lors du processus de caractérisation ;
3. Quel que soit l'échantillon, le paramètre qui possède l'incertitude relative la plus importante est le $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$. Cela est dû au fait que la sensibilité à ce paramètre est faible (que ce soit pour une plaque d'époxy massique ou d'un tri-couche). Notons que l'incertitude est particulièrement élevée pour l'assemblage A100a. Cela sera discuté dans la section 4.6.1 ;
4. L'incertitude estimée pour la partie réelle du module de cisaillement des tri-couches est environ deux fois plus forte celle du $C_{11}^{\text{epo}}$. Cela peut s'expliquer par le fait qu'il existe des fréquences plus sensibles aux propriétés de l'époxy que des substrats dans le cas du module $C_{11}^{\text{epo}}$ alors que les quelques fréquences qui se révèlent sensibles à $C_{66}^{\text{epo}}$ sont aussi assez sensibles aux propriétés de l'aluminium.

Au vu des résultats obtenus, il est difficile d'en déduire qu'il existe des différences de propriétés cohésives suivant les différentes plaques testées. On retrouve le résultat observé pour les époxy massiques. Néanmoins, l'absence d'écart significatif observé en fonction des échantillons ne signifie pas qu'il n'existe pas de différence de propriétés viscoélastiques selon le degré de réticulation. Cette différence peut exister tout en se révélant trop faible pour être détectée vis-à-vis de la précision de la méthode. Il est également envisageable que la différence de réticulation entre les échantillons A100a (resp. E100) et A80 (resp. E80) soit différente du niveau souhaité.

### 4.5.2 Évaluation locale des propriétés de la couche de colle sur une ligne : vers la cartographie des $\widetilde{C}_{ij}^{\mathbf{epo}}$

Un troisième échantillon est caractérisé à partir de la mesure de fonctions de transfert en incidence normale. Les résultats obtenus sont présentés dans cette section. Le protocole de réalisation, décrit dans le paragraphe 4.1.2, est équivalent à celui utilisé pour les plaques A100a et A80. Plus spécifiquement, le même traitement de surface est appliqué sur les substrats avant assemblage. Les propriétés adhésives sont *a priori* optimales. Comme pour l'échantillon A100a, les conditions de réalisation sont telles que le degré de réticulation attendu est de 100 %. Cet assemblage est nommé A100b. Les épaisseurs des deux substrats sont mesurées à 2,045 ± 0,010 mm et 2,011 ± 0,010 mm. Les mesures et les évaluations sont effectuées dans les mêmes conditions que celles présentées dans la section précédente. Le dispositif expérimental, les transducteurs, la fonction coût et les paramètres évalués sont équivalents. L'unique différence est que, contrairement aux plaques A100a et A80, plusieurs fonctions de transfert sont mesurées pour différentes zones. Ces mesures sont réalisées sur une ligne avec un pas de 1 cm grâce au fait que le porte échantillon est fixé sur un rail, ce qui permet la translation de la plaque suivant $e_2$ (cf. figure 1.11). Au vu des fréquences considérées et de la taille des transducteurs, et si l'on approxime le comportement de l'émetteur à celui d'un piston, la largeur du champ de pression ultrasonore à -3 dB est d'environ 10 mm (soit à peu près équivalent au rayon de l'émetteur) [130]. La figure 4.15 présente les valeurs estimées des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\mathrm{epo}}$, des $\tan\delta_{ij}^{\mathrm{epo}}$ ainsi que de l'épaisseur pour chacune des zones insonifiées en fonction de la position. Les mesures exploitables sont comprises entre -6 et 8 cm (0 étant l'origine de la ligne).

Compte tenu de la préparation de l'échantillon, il est attendu une homogénéité des résultats. C'est ce qui est observé sur la figure 4.15. En effet, quel que soit le paramètre, il n'apparaît pas de variations spatiales notables. Les résultats sont relativement peu dispersés que ce soit pour les parties réelles ou les parties imaginaires des $\widetilde{C}_{ij}^{\mathrm{epo}}$. L'écart-type de $C_{11}^{\mathrm{epo}}$ (resp. $C_{66}^{\mathrm{epo}}$ ; $\tan\delta_{11}^{\mathrm{epo}}$ ; $\tan\delta_{66}^{\mathrm{epo}}$) est de 0,10 GPa (resp. 0,03 GPa ; 0,32 % ; 0,63 %).

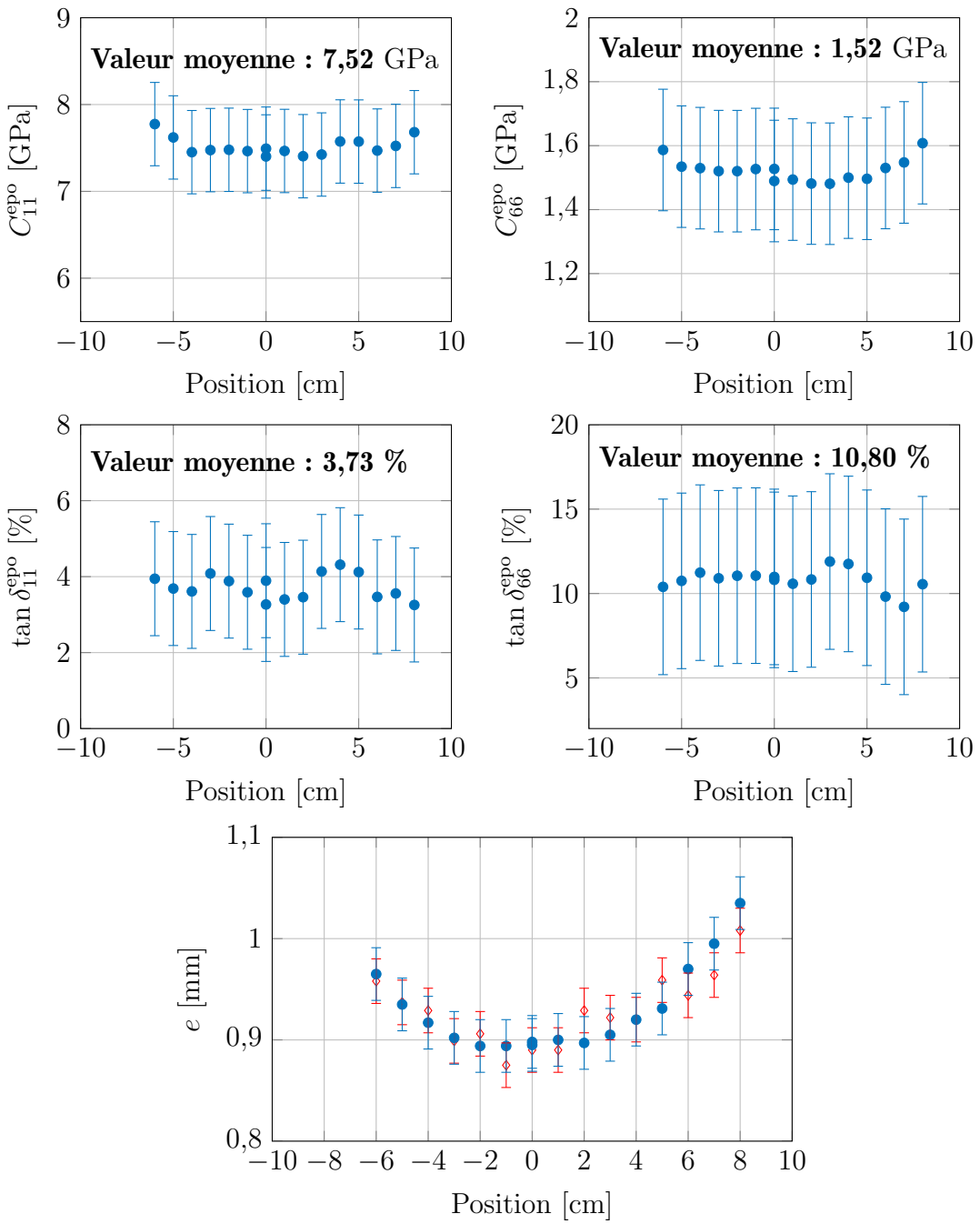



FIGURE 4.15 – Résultats de la caractérisation sur une ligne de l'échantillon A100b. L'évaluation de l'épaisseur de la couche d'adhésif par résolution du problème inverse (PI) est comparée avec des mesures réalisées en temps de vol (TDV).

Si l'on compare la mesure réalisée pour la plaque A100a avec la moyenne des 16 mesures réalisées pour l'assemblage A100b, on observe des résultats similaires. La valeur moyenne du module $C_{11}^{epo}$ de la plaque A100b est de 7,52 GPa, soit un écart de -0,23 GPa par rapport à la plaque A100a (écart relatif de -3,0 %). Pour la partie réelle du module de cisaillement, la différence est de -0,10 GPa soit une différence relative de -6,2 %. Ces différences ne sont pas significatives car elles sont comprises dans les intervalles de

confiance [10]. Étant donné que les deux échantillons ont été préparés dans les mêmes conditions, ces résultats sont cohérents.

Concernant les parties imaginaires, les valeurs mesurées sont également en adéquation avec celles obtenues pour l'assemblage A100a. Le $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$ est estimé à 10,80 %. Comme pour la plaque A100a, cette valeur est très supérieure à celles mesurées pour les plaques massiques E100 et E80. Cette différence est discutée dans la section 4.6.1.c.

L'évaluation de l'épaisseur est également affichée sur la figure 4.15. Une comparaison est réalisée avec des mesures effectuées en temps de vol grâce à la méthode décrite en annexe A.2. Les fonctions de transfert mesurées sur les bords de la plaque ne sont pas exploitables. C'est pourquoi les résultats obtenus grâce à la résolution du problème inverse sont seulement indiqués entre -6 et 8 cm. La méthode en temps de vol permet quant à elle de mesurer l'épaisseur jusqu'aux bords de la plaque. Cela s'explique par le fait que seul le premier écho réfléchi est nécessaire. Peu importe si l'assemblage présente des défauts échogènes au niveau de la zone insonifiée ou encore si la mesure est réalisée au niveau des clinquants. Si l'on tient compte de l'incertitude, l'accord entre les résultats obtenus avec les deux méthodes est tout à fait satisfaisant. Ces mesures mettent en évidence les variations d'épaisseur au sein de l'échantillon. L'assemblage apparaît courbé. Plus l'on s'approche du centre, plus l'épaisseur est faible. D'après les résultats obtenus avec le problème inverse, la différence d'épaisseur d'adhésif maximale est de 141 µm, soit une différence relative de 14 %.

Ces résultats montrent le potentiel et la précision de la méthode pour obtenir une cartographie des propriétés viscoélastiques de la couche d'adhésif d'un assemblage tricouche à partir de mesures de fonctions de transfert de faisceaux bornés en incidence normale.

## 4.6 Discussion suite aux résultats de la caractérisation de l'adhésif d'assemblages collés

Un léger désaccord entre les fonctions de transfert mesurées et calculées avec le modèle FB-2Da a été observé pour les échantillons A100a et A80 (cf. figure 4.13 et 4.12) [11]. Dans cette dernière section, il est tout d'abord présenté différentes raisons qui pourraient expliquer ces différences. L'éventualité que ces différences soient le signe d'une estimation erronée est également discutée. On se concentre, dans une seconde partie, sur l'une des raisons évoquées. Il s'agit de la possibilité que l'hypothèse d'interfaces

10. L'incertitude a été calculée pour une mesure réalisée au centre de la plaque. On fait l'hypothèse que l'incertitude est égale sur toutes les autres mesures réalisées aux différentes positions.

11. Ces différences sont également observées pour les fonctions de transfert de l'assemblage A100b. Ces courbes ne sont pas présentées dans ce manuscrit.

parfaites à la frontière aluminium/époxy ne soit pas vérifiée. Une étude numérique est réalisée pour analyser l'influence d'une imperfection des interphases non prise en compte sur l'évaluation des propriétés de la couche d'adhésif.

### 4.6.1 Causes éventuelles de la différence observée entre la mesure et le calcul des fonctions de transfert d'un assemblage tri-couche

Il est proposé dans ce paragraphe de lister les potentielles sources d'erreur identifiées, qui pourraient notamment expliquer les différences observées entre les fonctions de transfert mesurées et calculées présentées dans la section précédente. La pertinence de chaque point est discutée.

#### a) Problème de convergence vers un minimum local de la fonction coût

La caractérisation des assemblages A100a et A80 a été réalisée cinq fois en initialisant le problème avec différents jeux de valeurs $X_0$. À quelques pour mille près, les résultats sont toujours équivalents. On peut donc présumer que le problème converge vers le minimum global. Par conséquent, il semble peu probable que cette hypothèse explique les différences observées.

#### b) Conséquence d'une mauvaise estimation des différents paramètres que l'on suppose connus

La fonction de transfert dépend de nombreux paramètres non-évalués et que l'on suppose connus tels que : la célérité des ondes dans l'eau $c_0$, la masse volumique de l'époxy $\rho_2$ et les différentes grandeurs des substrats ($\rho^{\text{alu}}$, $C_{11}^{\text{alu}}$, $C_{66}^{\text{alu}}$ et $e^{\text{alu}}$). L'évaluation de $c_0$ a été réalisée à partir de la méthode présentée en annexe A.2.2 avant chaque mesure des fonctions de transfert des différents assemblages. Comme spécifié en annexe, un effort particulier a été fait concernant la méthode afin de s'affranchir d'éventuels biais de mesure. Il semble donc peu probable que l'estimation de $c_0$ soit erronée.

Les autres paramètres ont fait l'objet d'une étude de sensibilité présentée à la section 4.3. Cette étude a permis d'identifier une plage de fréquences pour laquelle la fonction de transfert est très sensible au module $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$ et à l'épaisseur de l'époxy et assez peu sensible aux propriétés de l'aluminium. Cependant, bien que faible, cette sensibilité n'est pas négligeable. D'autre part, au niveau de la seule plage fréquentielle où l'on observe une sensibilité notable au module $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$ de l'adhésif, la fonction de transfert apparaît également assez sensible aux propriétés de l'aluminium. Pour ces deux raisons, il est important de connaître ces grandeurs de manière la plus juste possible afin de limiter au maximum l'erreur commise sur l'estimation des propriétés viscoélastiques de la colle. Afin d'illustrer ces propos, prenons l'exemple de l'étude de l'influence d'une erreur d'évaluation de l'épaisseur des substrats sur la caractérisation des propriétés de

la couche d'adhésif présentée en annexe A.7. Il est montré que même pour une mésestimation de l'épaisseur des substrats assez faible, l'erreur induite sur l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ est loin d'être négligeable, notamment en ce qui concerne le module de cisaillement. Par exemple, une sous-estimation de 30 µm par rapport à l'épaisseur réelle des substrats (différence relative de 1,5 %) provoque une sous-estimation de la partie réelle du module de cisaillement de 0,11 GPa, soit une erreur relative d'environ 7 % (cf. figure A.7).

Outre l'illustration de la nécessité de connaître précisément les différentes grandeurs qui ne sont pas évaluées lors de la résolution du problème inverse, cette étude a également permis de mettre en évidence l'intérêt de comparer les fonctions de transfert mesurée et calculée après optimisation. En effet, l'observation du désaccord entre les fonctions de transfert simulant l'expérience et celle calculée après optimisation permet de révéler l'erreur d'estimation (cf. figure A.8). Il faut préciser que dans le cadre de cette étude numérique, l'origine de l'erreur était connue. En pratique, le désaccord peut seulement être révélateur que l'un (ou plusieurs) des paramètres supposés connus est mal estimé, sans pour autant l'identifier [12]. Notons également qu'un bon accord entre les fonctions de transfert mesurée et calculée après résolution du problème inverse n'est pas nécessairement le signe que l'estimation n'est pas biaisée. Il est envisageable qu'il existe une compensation des erreurs entre différents paramètres qui ont été mal estimés [13].

Les différences constatées entre les fonctions de transfert mesurées et calculées pour les assemblages A100a et A80 présentées sur les figures 4.12 et 4.13 se manifestent essentiellement par une différence d'amplitude plutôt que par un décalage dans la position des valeurs extrêmes (maxima et minima). À quelques kilohertz près, l'accord entre la position des maxima et des minima mesurés et calculés est satisfaisant. Or, ces extrema sont situés, pour la plupart, à proximité des fréquences de résonances d'épaisseur longitudinales et transverses [14] (cf. section 4.10). Les fréquences de résonances sont régies par les équations 4.2.1.1 qui dépendent de nombreux paramètres caractérisant les propriétés de l'assemblage : les parties réelles des modules viscoélastiques, les épaisseurs et les masses volumiques. Le bon accord pour l'emplacement des extrema est le signe qu'il n'existe pas de mésestimation majeure de ces grandeurs.

12. À supposer que l'écart ne provienne pas de l'un des autres points évoqués dans cette section.

13. C'est notamment ce qui a été observé dans la section 4.11 quand il a été étudié l'influence d'une erreur de l'épaisseur de la couche d'époxy sur l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$. Une surestimation de l'épaisseur de la couche de colle est compensée par une surestimation des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$. Il n'apparaît pas d'écarts significatifs entre les fonctions de transfert (cf. figure A.6).

14. À proximité de modes rétropropagatifs, il peut exister un décalage de la position des maxima par rapport aux résonances d'épaisseur longitudinales (cf. section 4.2.2). La viscoélasticité ainsi que la diffraction du champ émis peut provoquer un léger décalage des minima et des maxima par rapport aux fréquences de résonances d'épaisseur.

#### c) Mauvais réglage du dispositif expérimental

La procédure d'alignement du dispositif expérimental a été présentée à la section 4.15. Malgré un soin particulier porté à cette étape préliminaire, il est possible que le dispositif soit légèrement désaligné. Grâce aux goniomètres permettant un réglage précis de l'orientation angulaire des transducteurs et de la plaque, on suppose que les différences de direction des normales des transducteurs et de la plaque sont négligeables. Le réglage du placement des deux transducteurs l'un en face de l'autre (*i.e.* même position le long de l'axe $\mathbf{e_2}$ ; cf. figure 1.11), est légèrement moins précis.

L'influence d'un désalignement le long de $\mathbf{e_2}$ sur la fonction de transfert d'une plaque d'aluminium pour des fréquences qui font intervenir des modes $S_{-1b}$ et $S_2$ a été étudiée dans la section 2.3.2.a et illustrée par la figure 2.17. Le décalage des transducteurs le long de $\mathbf{e_2}$ a pour conséquence une diminution de l'amplitude lorsque les modes concernés sont rétropropagatifs ($S_{-1b}$) et une augmentation de l'amplitude lorsqu'ils sont propagatifs ($S_2$). Même pour un décalage de seulement 5 mm, la différence induite est non négligeable. On précise que l'augmentation de l'amplitude due à la génération de modes *forward* est plus marquée lorsque la branche concernée est placée juste au dessus de la branche qui porte les modes rétropropagatifs [15].

Dans le cas de l'assemblage A100b, les modes impliqués entre 1,450 MHz et 1,544 MHz sont rétropropagatifs (cf. figure 4.12). Pour ces fréquences, l'amplitude mesurée serait plus faible en cas de mésalignement qu'en cas d'alignement parfait. Au contraire, du fait de la génération de modes *forward*, elle serait plus élevée pour des fréquences supérieures à 1,544 MHz. Or, d'après l'étude de sensibilité présentée à la section 4.3.2, l'influence d'une augmentation de la valeur de $\tan\delta_{66}$ a des conséquences équivalentes sur l'allure de la fonction de transfert. En effet, la fonction de transfert du tri-couche est sensible à $\tan\delta_{66}$ à proximité du minimum localisé à 1,544 MHz. À mesure que $\tan\delta_{66}$ augmente et pour des fréquences inférieures à ce minimum (modes *backward*), l'amplitude de la fonction de transfert diminue. Pour des fréquences supérieures au minimum (modes *forward*), l'amplitude augmente (cf. figure 4.8d). Un potentiel désalignement, même léger, pourrait provoquer un écart d'amplitude qui serait compensé, en partie, par une surévaluation de $\tan\delta_{66}$. Cela pourrait expliquer les valeurs estimées des $\tan\delta_{66}$ pour l'adhésif des plaques A100a et A100b qui paraissent anormalement élevées. Cela pourrait également expliquer l'amplitude plus importante de la fonction de transfert mesurée par rapport à celle calculée pour des fréquences comprises entre 1,5 et 1,8 MHz.

15. Par exemple, dans le cas de la plaque d'aluminium, cela signifie qu'un décalage des transducteurs selon $\mathbf{e_2}$ provoque une augmentation de l'amplitude plus marquée lorsque ce sont les modes $S_2$ qui sont générés plutôt que lorsque ce sont les modes $A_2$.

#### d) Une hypothèse du modèle trois couches non vérifiée

Il est possible que les différences observées entre la mesure et le calcul proviennent du fait que le modèle ne décrive pas parfaitement l'expérience. Deux raisons en particulier sont identifiées :

— Problème de géométrie. Le modèle considère des couches dont les interfaces sont parallèles entre elles. Or, comme il a été observé pour l'assemblage A100b sur la figure 4.15, l'épaisseur de l'adhésif varie. Au vu de la constance de l'épaisseur des substrats, cela signifie que l'assemblage n'est pas parallélépipédique. De plus, même si l'épaisseur des substrats est constante, les substrats peuvent être cintrés. Même si de tels écarts de géométrie par rapport au modèle existent, on suppose ici qu'ils sont négligeables. Pour s'en convaincre, des simulations par éléments finis pourraient être effectuées.

— Des interfaces imparfaites. Sur l'ensemble de ce chapitre, il est supposé que, du fait d'un traitement de surface supposé optimal, les interfaces peuvent être considérées parfaites. Or, il est possible que cette hypothèse ne soit pas vérifiée malgré le traitement de surface. Ce dernier point est étudié en détail dans le paragraphe suivant.

### 4.6.2 Influence d'interphases imparfaites sur la caractérisation des propriétés de la couche d'adhésif

Cette section a pour objectif d'analyser l'influence d'interphases aux propriétés non-nominales sur l'estimation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ lorsque le modèle trois couches est utilisé. Il est tout d'abord présenté une étude de sensibilité de la fonction de transfert aux propriétés élastiques des interphases. Puis, une étude numérique permettant d'estimer l'erreur d'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ en fonction de l'état des interphases est réalisée.

Afin de prendre en compte les interphases, l'assemblage collé est modélisé comme une structure à 5 couches tel que schématisé à la figure 1.8b dans laquelle l'interphase est définie comme une couche homogène, élastique [16] et isotrope d'épaisseur 1 µm. On considère une épaisseur de la couche d'adhésif de 998 µm de manière à ce que l'épaisseur totale (adhésif et interphase) soit égale à 1 mm. La masse volumique des interphases est choisie égale à celle de l'adhésif. Dans cette étude, les propriétés des deux interphases sont identiques. Comme le même traitement de surface est appliqué aux deux substrats, cette hypothèse correspond *a priori* aux conditions expérimentales.

16. L'étude de l'influence de la partie imaginaire des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ sur l'allure de la fonction de transfert a été réalisée. Cette influence s'est révélée négligeable, et cela, même en considérant des $\tan\delta_{ij}^{\text{epo}}$ non-réalistes très élevés. C'est pourquoi le choix de modéliser les interphases par des couches élastiques est fait.

Les modules d'élasticité des interphases sont ici définis comme dans les travaux de Siryabe *et al.* [2], à partir des modules de l'époxy de la manière suivante :

$$\begin{cases} C_{11}^{\text{int}} = \alpha C_{11}^{\text{epo}}, \\ C_{66}^{\text{int}} = \alpha C_{66}^{\text{epo}}, \end{cases}$$

où le paramètre $\alpha$ indique le niveau d'adhésion entre les substrats et la couche d'adhésif. $\alpha$ est compris entre 0,01 et 1. Plus sa valeur est élevée, plus l'interphase est de bonne qualité. Le cas limite $\alpha = 0{,}01$ correspond à des interphases aux propriétés mécaniques très médiocres. L'autre cas limite $\alpha = 1$ correspond à des propriétés interfaciales parfaites. En effet, les propriétés des interphases étant équivalentes à celles de l'adhésif, ceci revient à considérer une couche d'époxy d'épaisseur 1 mm et des interfaces substrats/adhésif parfaites pour lesquelles la continuité des contraintes et des déplacements est imposée. En réalité, il est tout à fait possible que les modules d'élasticité des interphases soient supérieurs aux parties réelles des modules viscoélastiques de l'époxy. Cependant, en pratique, au-delà d'un certain seuil, une augmentation de la valeur des modules d'élasticité des interphases n'a plus d'influence sur l'allure de la fonction de transfert. Comme on le verra par la suite, pour une épaisseur de 1 µm des interphases et une valeur de $\alpha$ égale à 1, on se situe au-delà de ce seuil. Comme lors des études numériques de la section 4.4.1, les valeurs de référence des modules (visco)élastiques et des masses volumiques de l'aluminium et de l'époxy sont celles présentées dans le tableau 4.1 (époxy réticulé à 100 % retenu). L'épaisseur des substrats est de 2 mm.

### a) Étude de sensibilité de la fonction de transfert aux modules d'élasticité des interphases

Le but ici est d'observer l'influence des modules d'élasticité des interphases $C_{ij}^{\text{int}}$ sur l'allure de la fonction de transfert d'un tri-couche symétrique. À cette fin, pour chacun des modules $C_{11}^{\text{int}}$ et $C_{66}^{\text{int}}$, différentes fonctions de transfert sont calculées en faisant varier la valeur de l'un des deux modules alors que le second est fixé à sa valeur nominale ($\alpha = 1$). Cela permet de distinguer l'influence de chacun des deux modules. Comme pour l'étude de sensibilité de la fonction de transfert aux propriétés des substrats et de l'époxy présentée en section 4.3, les fréquences considérées sont comprises entre 0 et 4 MHz. Trois valeurs de $\alpha$ sont utilisées : 0,01, 1 et 1000. Le cas des deux premières valeurs a été discuté plus haut. La troisième valeur est choisie volontairement irréaliste afin de mettre en évidence l'effet plateau, c'est-à-dire la stagnation de l'allure de la fonction de transfert à partir d'une certaine valeur de $\alpha$. Les fonctions de transfert sont présentées sur la figure 4.16a pour $C_{11}^{\text{int}}$ et sur la figure 4.16b pour $C_{66}^{\text{int}}$.

Les différences entre les fonctions de transfert calculées avec $\alpha = 1000$ (-·-·-) et $\alpha = 1$ (——) sont négligeables. Ce constat met en évidence l'effet plateau mentionné

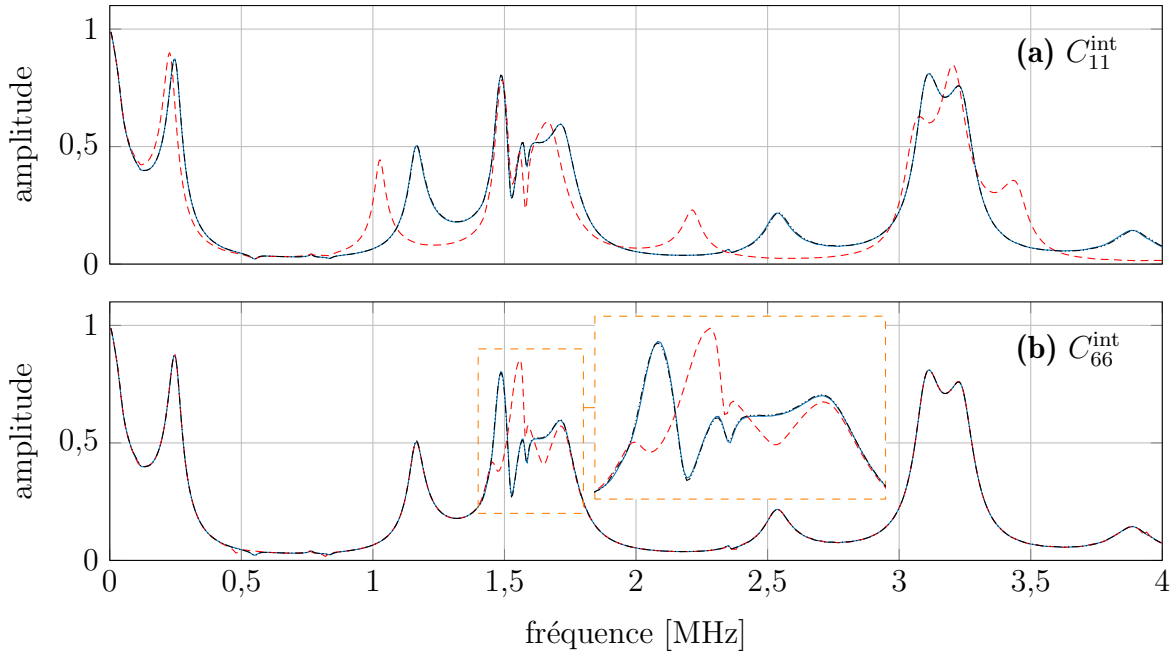



FIGURE 4.16 – Sensibilité du module de la fonction de transfert d'un tri-couche aux modules élastiques des interphases ; module des fonctions de transfert calculées avec : $\alpha = 1$ (——), $\alpha = 0{,}01$ (- - - -) et $\alpha = 1000$ (-·-·-).

précédemment. À partir d'une certaine valeur seuil, l'influence d'une augmentation des modules d'élasticité est négligeable [17].

Lorsque $\alpha = 0{,}01$ (- - - -), l'allure de la fonction de transfert est très différente de celle calculée avec $\alpha = 1$ (——). Pour $C_{11}^{\text{int}}$, cela se traduit par un décalage vers les basses fréquences des maxima. La sensibilité varie suivant le maximum considéré. Elle est forte lorsque la fréquence est suffisamment éloignée des résonances longitudinales d'un substrat. L'influence d'une diminution du $C_{11}^{\text{int}}$ est particulièrement faible aux alentours de la première résonance d'un substrat, c'est-à-dire pour $f = 1{,}578$ MHz. Au contraire, seule cette plage fréquentielle est impactée de manière non négligeable par une variation du module $C_{66}^{\text{int}}$.

La sensibilité aux modules élastiques des interphases est hautement non linéaire. Plus l'on s'approche du cas limite où $\alpha = 0$, plus l'influence d'une variation des modules élastiques de l'interphase est important et plus le résultat s'éloigne de celui obtenu grâce au modèle trois couches. Autrement dit, la sensibilité de la fonction de transfert à $\alpha$ décroît à mesure que $\alpha$ augmente. Pour $\alpha \in [0{,}5; +\infty[$, la fonction de transfert est quasi-identique à celle obtenue avec le modèle trois couches (*i.e.* sensibilité quasi-nulle). Pour $\alpha \in [0{,}05; 0{,}5[$, la sensibilité est modérée. Lorsque $\alpha$ est inférieur à 0,05, l'influence sur la fonction de transfert est forte.

17. L'effet plateau constaté dans les présents travaux a également été observé par Bruno [84]. La différence étant que l'assemblage est modélisé par le modèle rhéologique adhésif qui approxime les interphases par des distributions surfaciques de ressorts $k_L$ et $k_T$ telles que présentées à la figure 1.9b.

### b) Caractérisation de la couche d'adhésif lorsque les interphases sont non-nominales

Ce paragraphe vise à évaluer dans quelle mesure l'estimation des propriétés de la couche d'adhésif est affectée par des interphases non-nominales alors que l'hypothèse d'interfaces parfaites est faite. Il s'agit également de s'interroger sur la possibilité de se rendre compte que la mesure est biaisée par cette éventuelle imperfection des interphases. Autrement dit, est-il possible de séparer les effets d'une variation des propriétés de la couche d'adhésif d'une variation des propriétés des interphases ? Pour répondre à ces interrogations, la présente étude est proposée.

Plusieurs optimisations sont réalisées à partir de données issues d'expériences simulées pour différentes valeurs de $\alpha$ comprises entre 0,01 et 1 de façon à analyser l'influence de l'état de l'interphase sur la caractérisation de l'adhésif. On fait l'hypothèse d'une diminution de la valeur des deux modules d'élasticité équivalente (i.e. $\alpha$ égal pour $C_{11}$ et $C_{66}$). Cette hypothèse est discutable, mais permet de simplifier l'étude. De plus, cette étude ne vise pas à représenter fidèlement ce qui serait obtenu pour des cas expérimentaux, mais plutôt à percevoir une tendance. Pour chaque valeur de $\alpha$, le problème inverse est résolu en ayant recours au modèle trois couches. On estime donc les propriétés effectives d'une couche homogène d'adhésif qui contient les interphases et l'époxy. L'épaisseur est supposée connue. La fonction coût est donc définie à partir du module de la fonction de transfert seulement. Les valeurs des parties réelles et des $\tan \delta_{ij}^{\text{int}}$ obtenues en fonction de $\alpha$ sont affichées respectivement sur les graphiques 4.17a et 4.17b.

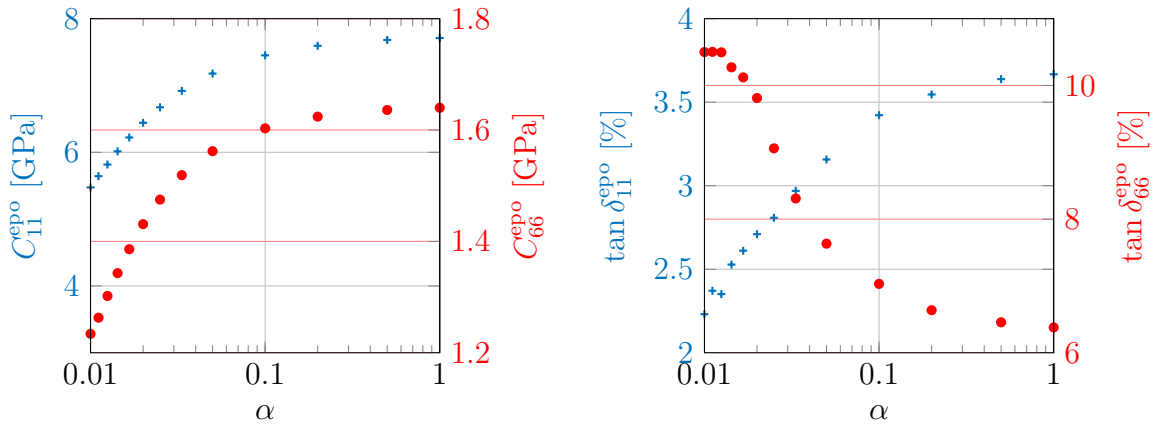



FIGURE 4.17 – Influence de la valeur des propriétés élastiques des interphases contrôlées par $\alpha$ sur l'évaluation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ apparents de la couche d'adhésif isotrope.

Les valeurs estimées des propriétés apparentes de la couche de colle dépendent de la valeur du paramètre $\alpha$. La partie réelle des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ évaluée après résolution du problème inverse diminue à mesure que les modules élastiques des interphases décroissent. L'évolution est fortement non linéaire. La valeur décroît plus rapidement au voisinage de $\alpha = 0{,}01$. Pour $\alpha = 0{,}1$, les modules sont estimées à $C_{11}^{\text{epo}} = 7{,}45$ GPa et

$C_{66}^{\text{epo}} = 1{,}60$ GPa soit une diminution respective de 3,4 % et de 2,3 %. Lorsqu'on atteint $\alpha = 0{,}01$, la diminution est alors de 29,0 % ($C_{11}^{\text{epo}} = 5{,}48$ GPa) et de 24,8 % ($C_{66}^{\text{epo}} = 1{,}23$ GPa). En ce qui concerne les parties imaginaires, la valeur de $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$ diminue lorsque les propriétés des interphases décroissent alors que celle de $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$ augmente. Le $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$ varie de 3,69 % à 2,23 % alors que le $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$ croît de 6,39 % à 10,29 %.

Cette étude numérique laisse à penser que des interphases non-nominales, qui peuvent être la conséquence de traitements de surface des substrats incomplets ou mal réalisés, peuvent conduire à une mauvaise estimation des modules viscoélastiques apparents de l'adhésif. La question est de savoir si cette erreur d'évaluation due à l'hypothèse fausse d'interfaces parfaites peut être détectée *a posteriori*.

Siryabe *et al.* [2] ont montré que des traitements de surface mal réalisés pouvaient être détectés lors d'une mesure des modules apparents de la couche d'adhésif. Ces interphases imparfaites ($\alpha < 1$), si elles ne sont pas prises en compte, c'est-à-dire si la résolution du problème inverse est faite en supposant un assemblage de trois couches avec continuité des déplacements et des contraintes aux interfaces époxy/aluminium, conduisent à une anisotropie apparente des modules élastiques de l'adhésif. Cette anisotropie apparente, anormale, révèle la présence de ces interphases aux propriétés élastiques imparfaites.

Dans notre cas, l'hypothèse d'isotropie est faite. Il est donc impossible de détecter une éventuelle anisotropie apparente. Afin de voir si une mauvaise préparation des substrats peut être distinguée d'une réticulation incomplète de l'adhésif, nous pouvons étudier les différences entre la fonction de transfert mesurée et celle obtenue par résolution du problème inverse. Si les différences ne sont pas significatives, il est alors impossible de séparer la contribution des interphases de celle de la couche d'époxy. Au contraire, si la solution obtenue grâce au modèle trois couches ne décrit pas de manière fidèle le résultat expérimental, cela peut être révélateur d'interphases aux propriétés dégradées.

Cette comparaison est faite pour trois coefficients $\alpha$ : 0,1, 0,05 et 0,02. Les fonctions de transfert associées sont présentées sur la figure 4.18. Les expériences simulées, calculées avec le modèle cinq couches et des interphases imparfaites, sont représentées en croix noires. Les deux autres fonctions de transfert, obtenues à partir des valeurs initiales $X_0$ (——) et les valeurs optimisées $X_{\text{Opt}}$ (----), sont calculées avec le modèle trois couches. Pour les trois configurations, le problème est initialisé avec les mêmes valeurs de $X_0$, choisies égales aux valeurs de référence de l'adhésif réticulé à 100 % (*i.e.* propriétés nominales). La courbe associée, identique pour les trois graphiques, correspond donc au cas d'un tri-couche aux propriétés adhésives et cohésives parfaites. On constate logiquement que plus le degré d'imperfection des interphases est fort, plus

l'écart entre cette courbe et la mesure est important.

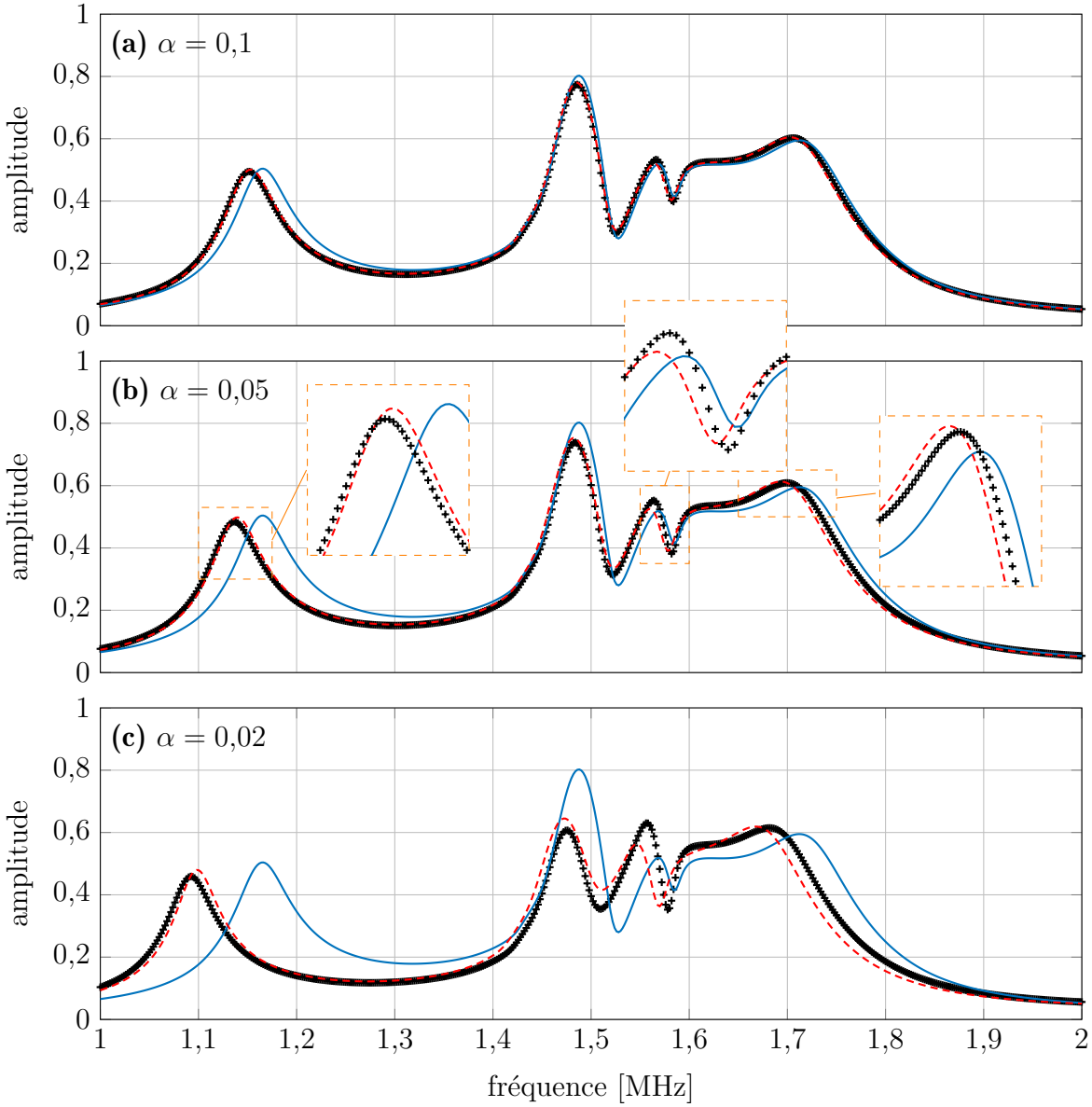



FIGURE 4.18 – Résolution du problème inverse avec le modèle trois couches sur des données numériques calculées avec le modèle cinq couches et des interphases plus ou moins dégradées (+) : (a) $\alpha = 0{,}1$ ; (b) $\alpha = 0{,}05$ et (c) $\alpha = 0{,}02$. Module de la fonction de transfert calculé avec les valeurs de référence (——) et avec les valeurs optimisées (- - - -).

On constate que l'écart entre la fonction de transfert calculée après résolution du problème inverse et l'expérience simulée augmente à mesure que la valeur de $\alpha$ diminue. Pour $\alpha = 0{,}1$ (cf. figure 4.18a), les deux courbes sont quasiment identiques. La valeur estimée de $C_{11}^{\text{epo}}$ apparent de la couche d'adhésif est de 7,45 GPa, soit une baisse relative par rapport à la valeur de référence de 3,5 %. La valeur de $C_{66}^{\text{epo}}$ est quant à elle de 1,60 GPa pour une baisse relative de 2,5 % par rapport à la valeur de référence. Lorsque $\alpha = 0{,}05$ (cf. figure 4.18b), il apparaît là aussi un accord tout à fait convenable entre les deux courbes malgré de très faibles écarts mis en évidence par des encarts. $C_{11}^{\text{epo}}$ est estimé à 7,18 GPa et $C_{66}^{\text{epo}}$ à 1,56 GPa. Les différences relatives par rapport aux valeurs

de référence sont respectivement de -6,8 % et de -5,0 %. Enfin, pour une imperfection des interphases plus marquée ($\alpha = 0{,}02$), un écart notable entre les deux fonctions de transfert est observé (cf. figure 4.18c). Il est particulièrement visible aux alentours de 1,5 MHz, soit pour des fréquences qui font intervenir des modes rétropropagatifs. $C_{11}^{\text{epo}}$ est estimé à 6,44 GPa et $C_{66}^{\text{epo}}$ à 1,43 GPa. En comparaison avec les $C_{ij}^{\text{epo}}$ de référence, l'écart relatif est de -19 % pour $C_{11}^{\text{epo}}$ et de -14 % pour $C_{66}^{\text{epo}}$.

La possibilité de séparer les effets cohésifs des effets adhésifs dépend du degré d'imperfection des interphases. Pour $\alpha > 0{,}1$, la solution obtenue avec le modèle trois couches décrit correctement la simulation calculée avec le modèle cinq couches et des interphases aux propriétés imparfaites. Le changement d'allure de la fonction de transfert dû à une diminution des $C_{ij}^{\text{int}}$ est compensé par une légère variation des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ de la couche d'époxy dans le modèle trois couches. Dans ces conditions, il est impossible de dissocier la contribution d'une diminution des propriétés de la colle ou des interphases. Néanmoins, l'erreur de mesure relative des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ est de l'ordre de quelques pour cents. Elle peut être considérée négligeable. Pour $\alpha \in [0{,}03; 0{,}1]$, l'erreur relative est comprise entre 2 et 10 %. Elle n'est donc pas négligeable. De légères différences peuvent être observées entre les fonctions de transfert. Cependant, ces écarts sont trop faibles pour affirmer qu'ils proviennent d'interphases non-nominales. Comme cela a été expliqué dans la section précédente, ces différences peuvent également provenir d'une faible mésestimation de l'un des paramètres dont dépend la fonction de transfert et qui n'est pas évalué. L'erreur commise est très difficile à détecter. Par conséquent, on peut aboutir à la conclusion que l'échantillon présente des propriétés cohésives non-nominales alors qu'en réalité, la faiblesse est adhésive. Lorsque $\alpha < 0{,}03$, la mésestimation est forte. En effet, l'erreur relative est comprise entre 10 % et 40 %. Cependant, la fonction de transfert calculée avec le modèle tri-couche parfait révèle un écart significatif avec la « mesure ». Si l'expérimentateur constate ce désaccord, il peut alors supposer que l'estimation des modules viscoélastiques de la couche d'adhésif est biaisée par une imperfection des interphases non prise en compte.

# Conclusion

Une étude numérique a permis de mettre en évidence qu'à l'instar des matériaux monocouches, il existe une sensibilité de la fonction de transfert d'un faisceau borné à travers un assemblages tri-couche en incidence normale aux modules $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$ et $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$. Comme dans le cas monocouche, la sensibilité au module de cisaillement est majoritairement localisée au voisinage du produit fréquence-épaisseur où se trouvent des modes de Lamb fuyants rétropropagatifs. La présence de ces modes particuliers a été révé-

lée grâce au calcul des coefficients de transmission, lesquels sont étroitement liés aux courbes de dispersion. Il a été montré que l'évaluation des deux modules de la couche d'adhésif considéré isotrope est possible à partir d'une unique mesure en faisceau borné en incidence normale.

Avant de tester la faisabilité de la méthode, une étude de sensibilité de la fonction de transfert aux différents paramètres des matériaux qui constituent l'assemblage a été effectuée. L'objectif étant d'identifier les plages de fréquences propices à la résolution du problème inverse, c'est-à-dire les fréquences qui se révèlent peu sensibles aux propriétés des substrats et suffisamment sensibles aux propriétés de la couche de colle. Cette étude a permis de constater que, dans l'ensemble, la fonction de transfert est plus sensible aux propriétés des substrats qu'à celles de l'adhésif lorsqu'on se situe à proximité des fréquences de résonances longitudinales d'une plaque de substrat seule. Au contraire, ce rapport de sensibilité s'inverse lorsque l'on s'éloigne de ces résonances. Ce constat est vrai pour les modules $\widetilde{C}_{11}$, les épaisseurs et les masses volumiques.

C'est différent en ce qui concerne les modules de cisaillement $\widetilde{C}_{66}$. Il n'existe qu'une seule plage de fréquences qui se révèle suffisamment sensible à $\widetilde{C}_{66}^{\mathrm{epo}}$. Elle est située aux alentours de la première fréquence de résonance d'épaisseur longitudinale d'une plaque de substrat pour laquelle des modes rétropropagatifs existent. Or, la fonction de transfert est très sensible aux propriétés des substrats au niveau de ces fréquences. Comme il n'existe pas d'alternative, l'évaluation du module de cisaillement de l'époxy doit être effectuée dans cette plage fréquentielle ; sa précision dépendra de la bonne connaissance des propriétés des substrats. Notons que cette étude a été réalisée pour un unique couple de valeurs d'épaisseur des substrats et de l'adhésif. Il est probable que les conclusions diffèrent en fonction de leurs valeurs. Il semble notamment que la fonction de transfert d'un tri-couche montre une sensibilité plus forte au module de cisaillement de la colle lorsque l'épaisseur de la colle est beaucoup plus faible (de l'ordre de quelques dizaines de micromètres).

La plage fréquentielle étant identifiée, la faisabilité de la méthode a ensuite été étudiée. Pour ce faire, le problème inverse a été résolu à partir de simulations numériques. Les modules viscoélastiques et l'épaisseur de la couche de colle ont été évalués avec succès.

La méthode a été appliquée pour des assemblages collés présentant des niveaux de réticulation *a priori* différents : 80 % et 100 %. Si l'on compare les parties réelles des modules de viscoélasticité estimées pour l'époxy massique réticulé à 100 % (E100) avec celles mesurées pour l'assemblage A100a, on constate des résultats très proches (différence relative inférieure à 3 %). Le même constat est fait lorsqu'on compare les

estimations réalisées pour les plaques E80 et A80 (époxy réticulé à 80 %). Il était attendu qu'à niveau de réticulation égal, et pour des propriétés adhésives des assemblages *a priori* nominales, il soit observé des résultats équivalents.

Au vu des intervalles de confiance, il n'est pas révélé de différences significatives en fonction du taux de durcissement supposé des échantillons. S'il existe une variation des propriétés viscoélastiques, elle est trop faible pour être détectée. Il est également possible que les taux de réticulation réels soient différents des taux attendus. Il serait intéressant de compléter ces travaux par la caractérisation de la couche d'époxy d'assemblages qui présentent des niveaux de réticulation plus faibles.

La méthode a été appliquée pour caractériser un assemblage au niveau de plusieurs zones qui présentent différentes épaisseurs d'adhésif. La faible dispersion des modules $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ observée pour un assemblage aux propriétés supposées homogènes est satisfaisante. Ces résultats sont un premier pas encourageant vers la cartographie des propriétés viscoélastiques d'assemblages collés.

Une discussion a fait suite aux caractérisations réalisées pour les assemblages collés pour confirmer la fiabilité des résultats. Seule l'évaluation de $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$ semble vraisemblablement surestimée. L'hypothèse privilégiée est que cela résulte d'un léger mésalignement du dispositif expérimental (de l'ordre de quelques millimètres).

L'influence de l'état des interphases sur la caractérisation de la couche de colle a été étudiée numériquement. Les résultats montrent une certaine influence sur l'évaluation des modules viscoélastiques. Il apparaît que la mésestimation peut atteindre 10 % sans être révélée par un désaccord notable du calcul par rapport à la mesure. Il faut altérer fortement les propriétés élastiques des interphases pour que le modèle trois couches ne simule pas correctement le résultat obtenu avec le modèle cinq couches. L'écart entre les fonctions de transfert expérimentale et calculée peut alors être révélateur de l'imperfection des interphases et du biais qui en résulte sur l'évaluation de $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$ et $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$. Notons que ces différences se manifestent notamment par un écart de la position des extrema [18]. Pour les différentes caractérisations effectuées, un bon accord est observé concernant la position des extrema ce qui laisse penser que l'état des interphases est suffisamment bon pour ne pas induire une erreur d'estimation importante des modules viscoélastiques de l'adhésif.

18. Cela s'explique par le fait que les équations 4.2.1.1, valables pour le modèle trois couches, font intervenir les distributions surfaciques de raideurs interfaciales $k_L$ et $k_T$ lorsqu'elles sont adaptées à un modèle rhéologique adhésif [84].

# Conclusion générale et perspectives

Ce manuscrit de thèse portait sur la caractérisation d'assemblages collés par ultrasons. L'étude présentée s'inscrit dans la continuité des travaux de Siryabe *et al.* [2] qui a proposé une méthode afin de détecter des défauts non-échogènes comme un manque de réticulation de la colle ou un traitement de surface non-optimal résultant en une adhésion dégradée. La caractérisation était réalisée par évaluation non destructive des modules élastiques de la colle ou des interphases. La méthode était basée sur la mesure des coefficients de transmission ultrasonores de l'assemblage immergé dans l'eau sous différents angles d'incidence [3]. La mesure était réalisée avec de grands transducteurs pour satisfaire l'hypothèse d'ondes planes ce qui induisait des surfaces auscultées de grandes dimensions. Or, les assemblages collés peuvent présenter des variations de propriétés cohésives ou adhésives localisées. Si les surfaces concernées sont petites devant celles auscultées, il est possible qu'elles ne soient pas détectées. L'objectif principal de cette thèse était d'étendre la méthode proposée par Siryabe *et al.* [2] à l'utilisation de transducteurs de plus petites dimensions, permettant ainsi d'atteindre une évaluation localisée.

Le premier chapitre a eu pour but de rappeler quelques notions physico-chimiques importantes à propos des phénomènes d'adhésion et de cohésion, mais également de lister les défauts pouvant exister dans un assemblage collé. Il a aussi permis de présenter les différentes méthodes de CND/END existantes afin de les détecter. Une attention particulière a été portée sur les travaux de Siryabe *et al.* [2]. Les principaux résultats sur la détection de défauts non-échogènes (réticulation incomplète et traitement de surface dégradé) ont été rappelés. Ce rappel a permis d'introduire la méthode de spectroscopie ultrasonore utilisée [3], dont s'inspire directement la technique de caractérisation proposée ici.

Le second chapitre a été consacré à la modélisation de la transmission d'un faisceau ultrasonore borné à travers une plaque en incidence normale et à l'étude de l'influence de la diffraction sur la fonction de transfert. Pour ce faire, l'influence du paramètre $a/\lambda$ (*i.e.* taille des transducteurs devant la longueur d'onde) qui régit l'ouverture angulaire de l'émetteur sur l'allure de la fonction de transfert a été analysée. Dans la littérature,

il est couramment admis que plus ce rapport est grand, moins les effets de faisceau borné sont marqués et plus l'on s'approche du comportement de la transmission d'une onde plane [4]. Il a été constaté que la directivité de la source n'est pas le seul facteur qui détermine l'ampleur des effets de faisceau borné. L'une des conséquences de la dimension finie des transducteurs est l'émission de composantes du champ associées à des angles d'incidence non nuls. Ces composantes sont à l'origine de la génération d'ondes de Lamb fuyantes dans la plaque. Les conséquences sur le champ transmis dépendent fortement de la nature de ces ondes guidées. Lorsque les modes excités sont *backward*, la fonction de transfert présente une allure particulière. Cela se traduit notamment par un décalage des maxima par rapport aux résonances d'épaisseur longitudinales et une amplitude supérieure à 1. Cela s'explique par une collimation du champ rayonné par la plaque [6, 142]. Pour rappel, les modes *backward* existent lorsque les fréquences de coupure de deux branches de même symétrie et de parités différentes sont proches l'une de l'autre.

Un effet de faisceau borné supplémentaire est la présence de minima localisés au niveau de certaines fréquences de résonances transversales, également définies comme les fréquences de coupure des branches de modes de Lamb $S_{2n}$ et $A_{2m+1}$. Lorsqu'il s'agit de la fréquence de coupure transversale d'un couple de branches pour lequel des modes *backward* interviennent, le minimum est particulièrement marqué. Sa présence participe à modifier fortement l'allure de la fonction de transfert par rapport au coefficient de transmission en ondes planes.

Ces observations permettent de compléter les travaux de Cawley et Hosten [4] sur les conditions de validité du modèle ondes planes. Un rapport $a/\lambda$ est effectivement nécessaire pour satisfaire l'hypothèse d'ondes planes, mais sa valeur dépend de la nature des modes générés. Si l'on prend l'exemple étudié de la plaque d'aluminium, ce rapport doit être cinq fois plus élevé lorsque les modes sont rétropropagatifs que lorsqu'ils sont propagatifs, pour que la condition d'onde plane soit vérifiée.

La présence de minima localisés au niveau de certaines fréquences de résonances transversales, dépendantes de la vitesse des ondes de cisaillement, est synonyme d'une sensibilité de la fonction de transfert au module de cisaillement. Cela a permis d'envisager l'évaluation des deux modules (visco)élastiques d'un matériau élastique au moyen d'une unique mesure en incidence normale.

Ce chapitre a également eu pour objectif de présenter le modèle faisceau borné utilisé dans les chapitres 3 et 4 pour la résolution du problème inverse. C'est un modèle 2D-axisymétrique développé d'après les travaux de Johnson et Devaney [138] et de Orofino et Pedersen [139]. Il permet l'utilisation de transducteurs circulaires de petites dimensions en vue d'une évaluation localisée. Une comparaison avec une mesure réalisée pour une plaque de verre aux propriétés connues a permis de valider le modèle. L'influence de la viscoélasticité sur la fonction de transfert a été étudiée et se traduit

par une minimisation des effets de faisceau borné, notamment lorsque les fréquences considérées font intervenir des modes rétropropagatifs.

La présentation de la méthode d'évaluation des modules (visco)élastiques par mesure de la fonction de transfert d'un faisceau borné en incidence normale ainsi que son application à des matériaux monocouches (visco)élastiques a fait l'objet du chapitre 3. Comme pour la méthode développée par Castaings *et al.* [3], l'évaluation repose sur la résolution d'un problème inverse appliqué avec la fonction de transfert. Une étude numérique préliminaire a été réalisée avant de confirmer le potentiel de la méthode et de conditionner au mieux le problème inverse, notamment en ce qui concerne la définition de la fonction coût. Cela a permis de mettre en évidence que si l'on intègre la phase de la fonction de transfert dans la fonction coût, il est alors possible d'estimer non seulement les modules (visco)élastiques de l'échantillon, mais également son épaisseur. Dans le cas d'un matériau élastique, l'étude a révélé la nécessité d'ajouter une contrainte au problème inverse sur la position d'un minimum localisé au niveau d'une résonance transverse. Cela est dû aux discontinuités qui existent au niveau de ces résonances et qui provoquent la présence de minima locaux dans la fonction coût.

La méthode a ensuite été appliquée pour des matériaux aux propriétés connues. Le bon accord des résultats avec ceux obtenus grâce à deux autres techniques de caractérisation a permis de valider cette méthode. Les matériaux constituants les assemblages collés, l'aluminium et l'époxy (sous forme massique), ont été caractérisés séparément. Concernant l'époxy, deux plaques présentant des taux de réticulation différents (80 % et 100 %) ont été caractérisées. Il n'a pas été observé de différences significatives entre les valeurs des modules viscoélastiques des deux plaques.

L'utilisation de transducteurs de plus petite taille permet non seulement d'atteindre une évaluation plus locale, mais également de s'affranchir de la mesure en incidence oblique nécessaire en ondes planes. De plus, l'épaisseur est estimée dans la même zone que les modules (visco)élastiques étant donné que l'évaluation de ces paramètres est réalisée simultanément avec le même signal ultrasonore mesuré. Les zones d'accessibilités des outils classiques de mesure d'épaisseur tels que le pied à coulisse ou le micromètre sont généralement limités aux bords de la plaque. Ce n'est pas un problème si la planéité de l'échantillon est parfaite. Cependant, il est difficile d'être certain de la constance de l'épaisseur sans mesure préliminaire avec des outils qui ont accès à l'ensemble de l'échantillon. Or, s'il existe une différence d'épaisseur entre les deux zones de mesure non prise en compte, cela se traduit par une évaluation erronée des modules (visco)élastiques. Si la plaque présente des variations d'épaisseurs importantes, ce qui peut être le cas pour un matériau comme l'époxy, l'erreur résultante peut être non négligeable.

Le dernier chapitre a eu pour objectif de présenter l'application de la méthode développée dans le chapitre 3 pour la caractérisation de la couche d'adhésif, d'une épaisseur proche de 1 mm, d'assemblages collés de type tri-couche symétrique aluminium/époxy/aluminium. Les caractéristiques spécifiques des coefficients de transmission et de la fonction de transfert du tri-couche ont tout d'abord été analysées. Une étude de sensibilité a révélé l'existence de plages de fréquences pour lesquelles la fonction de transfert est sensible aux propriétés de la couche de colle que l'on souhaite estimer : les modules visco-élastiques $\widetilde{C}_{11}^{\text{epo}}$, $\widetilde{C}_{66}^{\text{epo}}$, mais également l'épaisseur de la couche de colle. L'applicabilité de la méthode pour l'évaluation des propriétés de la couche de colle d'un assemblage collé a ensuite été établie par résolution du problème inverse à partir de fonctions de transfert calculées qui simulent l'expérience.

Les adhésifs de deux assemblages aux taux de réticulation *a priori* différents (100 % et 80 %) ont été caractérisés. Pour chacun des deux taux de réticulation, les valeurs optimisées des parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ des assemblages sont, aux incertitudes de mesure près, en accord avec celles mesurées pour les époxy massiques. Le traitement de surface appliqué aux substrats étant réalisé de telle sorte à obtenir des propriétés adhésives nominales, ces résultats sont conformes aux attentes. Comme pour les époxy massiques, il n'est pas mesuré de différences significatives en fonction du taux de réticulation. Il est possible que la différence de propriétés viscoélastiques soit trop faible au regard de la précision de la méthode pour être détectée. Il est également envisageable que le durcissement des adhésifs des échantillons soit différent du niveau souhaité.

Un assemblage a été caractérisé en différentes zones le long d'une ligne. Pour chaque mesure, la surface insonifiée est de l'ordre de celle d'un disque de 1 cm de diamètre. Le caractère local de l'évaluation a permis de détecter la forte variation de l'épaisseur de la couche d'adhésif suivant la zone considérée, ainsi que la faible dispersion des valeurs des modules complexes de l'adhésif. Cette homogénéité des résultats, attendue au vu de la préparation de l'échantillon, confirme la qualité du collage dans la zone inspectée. Il a été démontré lors d'une étude numérique qu'une erreur sur l'épaisseur de la couche de colle, peut, selon son importance, induire une forte mésestimation de ses modules viscoélastiques. Par exemple, une erreur de 50 µm provoque une erreur de l'ordre de 10 % pour les parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ et $\tan\delta_{11}^{\text{epo}}$, et de 1 % pour $\tan\delta_{66}^{\text{epo}}$. Or, pour cet assemblage, la variation maximale a été estimée à 141 µm. Une erreur d'une telle valeur pourrait empêcher la détection d'un défaut localisé. Le fait que cette méthode permette d'évaluer localement et simultanément les modules et l'épaisseur permet de s'affranchir de ce biais de mesure. Ces résultats montrent le potentiel de la méthode pour réaliser une cartographie des propriétés viscoélastiques et de l'épaisseur de la couche d'adhésif d'un assemblage tri-couche.

La fiabilité des mesures a été discutée. En particulier, une analyse des sources d'erreur a été menée suite à l'observation d'un léger désaccord entre l'amplitude de la

fonction de transfert mesurée et celle calculée pour une certaine plage de fréquences. Seule une surestimation de la valeur de $\tan \delta_{66}^{\text{epo}}$ est suspectée. Celle-ci est peut être due à un léger désalignement du dispositif expérimental. Enfin, un point en particulier a été étudié dans ce dernier chapitre. En effet, il est supposé qu'un traitement de surface *a priori* nominal peut justifier le recours au modèle trois couches pour lequel les interfaces aluminium/époxy sont parfaites. Une étude numérique a permis d'estimer l'influence de l'invalidité de cette hypothèse en fonction du degré d'imperfection des interphases. Les parties réelles des $\widetilde{C}_{ij}^{\text{epo}}$ sont d'autant plus sous-estimées que l'imperfection des interphases est marquée. Une baisse relative de 10 %, par rapport aux valeurs de référence, peut être engendrée sans être détectable car l'accord entre les fonctions de transfert calculées en considérant des interfaces parfaites ou des interphases non-nominales est tout à fait acceptable. Lorsque les propriétés des interphases sont plus fortement altérées, l'erreur augmente. Cependant, cette erreur s'accompagne d'un écart notable entre les deux fonctions de transfert, qui devrait permettre de la détecter.

De nombreuses perspectives sont envisageables suite à ces travaux. La première consisterait à prolonger l'étude de caractérisation des propriétés cohésives de l'adhésif d'assemblages collés. Dans les présents travaux, il n'a pas été mesuré de différences significatives selon les échantillons. De nouvelles mesures pourraient être effectuées pour des époxy (d'assemblages ou massiques) qui présentent des différences de propriétés cohésives plus manifestes, par exemple en réalisant des échantillons aux taux de réticulation variant de 50 % à 100 %.

L'application de la méthode à l'évaluation des propriétés adhésives des tri-couches est également un objectif. À l'instar des travaux de Siryabe *et al.* [2], le but est d'évaluer les modules élastiques des interphases de plusieurs assemblages qui ont été préparés avec des traitements de surface différents. Il est également envisagé de réaliser une cartographie des modules élastiques des interphases d'un assemblage qui présente un défaut d'adhésion localisé. L'une des difficultés réside dans la réalisation d'un tel assemblage. L'application locale d'un démoulant, ou bien l'absence de sablage sur une surface réduite, pourrait permettre d'obtenir, au niveau de cette zone, des propriétés adhésives imparfaites. Il serait également nécessaire de mettre en place un banc expérimental adapté à la réalisation de cette cartographie. De plus, la durée importante de résolution du problème inverse, comprise entre quelques dizaines de minutes à environ deux heures, est une limite à la cartographie de propriétés des matériaux. Il serait nécessaire de réduire la durée du calcul numérique de la fonction de transfert en faisceau borné en optimisant le code. Le recours à la parallélisation ou à des processeurs graphiques (GPU) est également une piste d'amélioration.

Une campagne d'essais destructifs pourrait être réalisée en parallèle avec des éprouvettes présentant les mêmes différences de propriétés cohésives (plusieurs taux de réti-

culation) et adhésives (plusieurs traitements de surface) que les assemblages tri-couches inspectés par ultrasons. Cela permettrait d'analyser le lien entre les contraintes à rupture et les modules (visco)élastiques mesurés.

Une perspective intéressante serait l'application de la méthode dans l'air. Cela permettrait, notamment, d'envisager un suivi du processus de réticulation de l'adhésif d'un assemblage tri-couche. La principale limite à l'utilisation de transducteurs à couplage air est la plage fréquentielle à laquelle ils opèrent (limitée à quelques centaines de kHz). Or, pour de telles fréquences, la sensibilité de la fonction de transfert aux deux modules (visco)élastiques est possiblement insuffisante (pas de modes *backward*). Pour s'affranchir de cette limite, l'unique mesure pourrait être réalisée en incidence oblique. La seconde limite est la forte différence d'impédance acoustique entre l'air et la plaque qui nécessite un très bon rapport signal sur bruit afin de pouvoir exploiter les mesures.

Dans ces travaux, les transducteurs utilisés sont plans. Le recours à des transducteurs focalisés (circulaires ou sondes multiéléments) permettrait d'obtenir une inspection encore plus locale des joints adhésifs, mais également d'enrichir l'information du fait d'un spectre angulaire plus large résultant en la génération d'une variété plus importante de modes guidés. Une telle mesure pourrait éventuellement permettre de caractériser des matériaux anisotropes. Une première étude de sensibilité a été réalisée pour la fonction de transfert calculée dans le cas d'une plaque dont on fait varier indépendamment les modules $C_{12}$ et $C_{22}$, à partir des valeurs de l'aluminium. Elle montre un niveau de sensibilité suffisamment élevé pour espérer une optimisation efficace des modules de rigidité à partir de la mesure de cette fonction de transfert lorsque les fréquences font intervenir des modes rétropropagatifs. Néanmoins, le modèle utilisé dans ces travaux étant axisymétrique, la méthode serait, en l'état, limitée à la caractérisation de matériau de type isotrope transverse.

# Annexes

## A.1 Influence de la distribution de la vitesse normale sur la fonction de transfert

L'influence de la distribution de la vitesse normale sur l'allure de la fonction de transfert est étudiée dans cette partie. Dans ce but, différentes fonctions de transfert sont calculées avec le modèle FB-2Da en faisant varier la distribution de la vitesse normale. Le diamètre des transducteurs est de 19 mm. Le matériau utilisé est l'aluminium. L'épaisseur de la plaque est de 2,045 mm. La fonction de transfert est calculée entre 1 et 2 MHz. Compte tenu de l'épaisseur, cela signifie que l'étude est réalisée à proximité de la première résonance d'épaisseur longitudinale, fréquences pour lesquelles on observe de forts effets de faisceau borné dus à la génération de modes *backward*. La comparaison est réalisée à partir de la fenêtre de Planck-Taper, définie de la manière suivante :

$$\begin{cases} w(0) = 0 & \\ w(n) = \left(1 + \exp\left(\dfrac{\varepsilon N}{n} - \dfrac{\varepsilon N}{\varepsilon N - n}\right)\right)^{-1}, & 1 \leq n \leq \varepsilon N, \\ w(n) = 1, & \varepsilon N \leq n \leq N/2, \\ w(N-n) = w(n), & 0 \leq n \leq N/2. \end{cases}$$

où $N$ est le nombre de points et $\varepsilon$ est le paramètre qui gouverne l'ampleur de l'apodisation. Quatre fonctions de transfert sont calculées pour $\varepsilon = 0{,}02$, 0,1, 0,14 et 0,2 (cf. figure A.1b). Deux exemples de fenêtres sont représentées sur la figure A.1a. Le cas $\varepsilon = 0{,}02$ correspond à une apodisation très faible, quasi-équivalente au cas d'une répartition uniforme.

L'augmentation du paramètre $\varepsilon$ a un effet similaire à une diminution de la taille des transducteurs $a$ (cf. figure A.1b). En effet, cela augmente les effets de faisceau borné. L'amplitude augmente lorsque les fréquences font intervenir des modes *backward* et diminue lorsqu'au contraire, des modes *forward* sont générés.

On constate tout de même que les différentes fonctions de transfert ont une allure très similaire. Seule l'amplitude varie légèrement. L'influence de la répartition de la vitesse normale est assez faible.

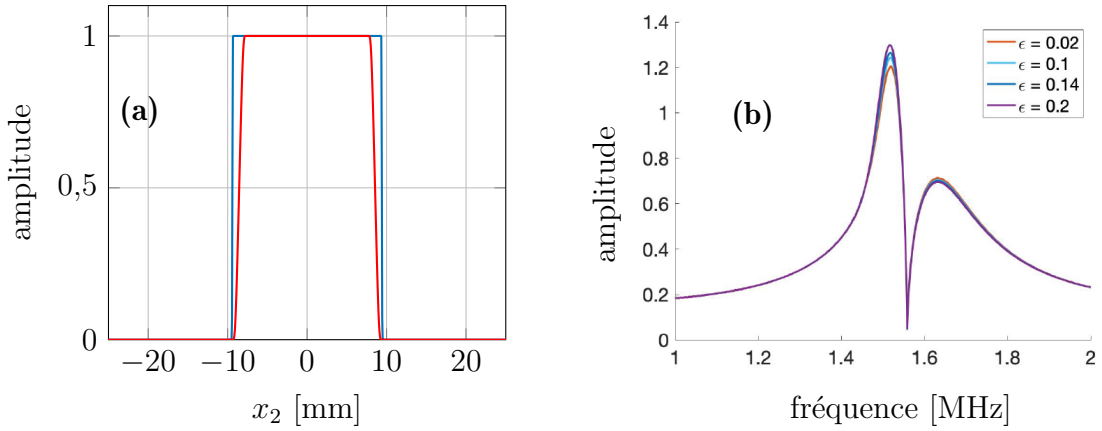



FIGURE A.1 – (a) Distribution de la vitesse normale à la surface de l'émetteur définie par la fenêtre de Planck-Taper en fonction de $\varepsilon$ [$\varepsilon = 0{,}02$ (——) et $\varepsilon = 0{,}2$ (——)] et (b) fonction de transfert associée pour une plaque d'aluminium d'épaisseur 2,045 mm.

## A.2 Calcul de l'épaisseur par ultrasons en mode pulse-echo

La méthode en mode pulse-echo évoquée dans la section 3.4.1 pour évaluer la vitesse de propagation des ondes ultrasonores $c_0$ ou de l'épaisseur d'une plaque est présentée dans cette section. Le dispositif expérimental est le même que celui utilisé pour la mesure de la fonction de transfert (voir figure 1.11).

### A.2.1 Évaluation de l'épaisseur

La méthode est schématisée sur la figure A.2.

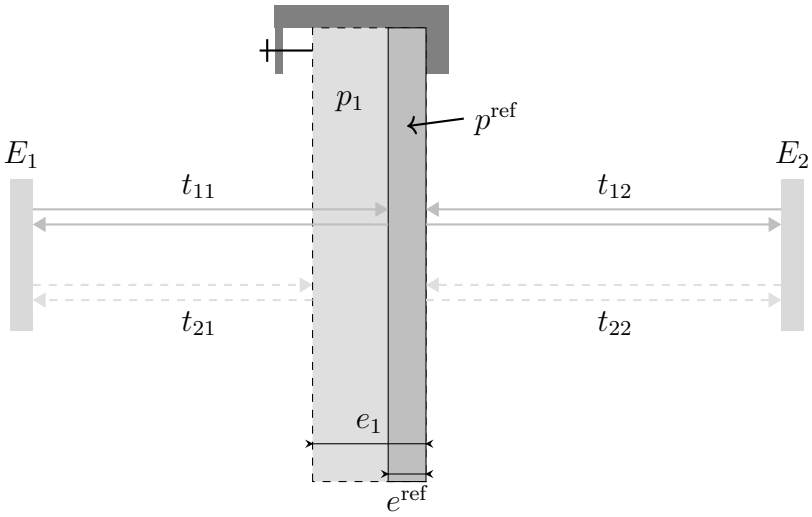



FIGURE A.2 – Schématisation du dispositif expérimental de la méthode de mesure d'épaisseur ou de vitesse $c_0$ en mode pulse-echo.

Afin d'évaluer l'épaisseur $e_1$ d'une plaque $p_1$ par cette méthode, il est nécessaire de connaître $c_0$ et l'épaisseur $e^{\text{ref}}$ d'une plaque de référence $p^{\text{ref}}$. La différence d'épaisseur entre ces deux plaques est notée $\delta d$. L'opération consiste à mesurer, pour chaque plaque, les temps de parcours $t_{11}$ et $t_{21}$ d'une impulsion ultrasonore aller-retour entre

le transducteur $E_1$ et la première surface rencontrée. L'opération est répétée avec le second transducteur $E_2$ afin de mesurer $t_{12}$ et $t_{22}$. L'épaisseur est déduite de l'expression

$$e_1 = e^{\text{ref}} + \frac{\delta t c_0}{2}, \tag{A.2.1.1}$$

où $\delta t = t_{11} + t_{12} - t_{21} - t_{22}$.

Comme on peut le voir sur la figure A.2. La plaque est placée en butée sur le porte échantillon. Seule la mesure réalisée avec le transducteur $E_1$, opposé à cette butée, paraît donc nécessaire. Cependant, lorsqu'une plaque est placée, un léger mésalignement entre les transducteurs et la plaque peut apparaître (*i.e.* les surfaces des plaques non parallèles aux surfaces actives des transducteurs). La plaque peut également ne pas être parfaitement plane. Dans les deux cas, une erreur de mesure est engendrée. La prise en compte de la mesure du temps de vol par le second transducteur permet d'éviter cet éventuel biais de mesure. Afin de mettre cela en évidence, prenons l'exemple d'une plaque non-plane représentée sur la figure A.3.

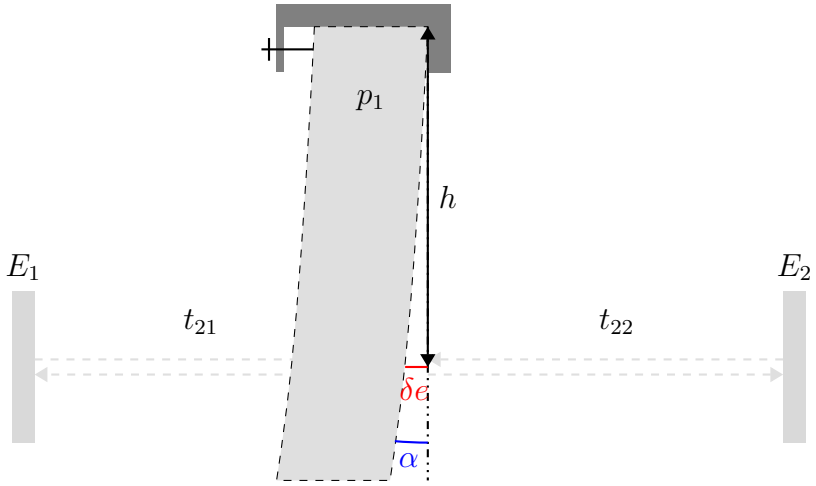



FIGURE A.3 – Influence d'une non-planéité de la plaque sur la mesure de temps de vol.

La non-planéité de la plaque induit un décalage $\delta e$ par rapport au plan de référence. Ce décalage est loin d'être négligeable. Si l'on approxime la courbure de la plaque par un segment, on peut définir un angle $\alpha$ (cf. figure A.3). On a $\delta e = h \tan \alpha \approx h\alpha$ (car $\alpha \approx 0$). $h$ est environ égal à 10 cm. Pour un angle de 0.1°, l'erreur induite est de 175 µm. Même dans le cas d'un angle très faible de 0.01°, l'erreur est de 17,5 µm. La prise en compte du second transducteur permet de s'affranchir de cette erreur.

L'histogramme présenté sur la figure A.4 montre la distribution des résultats de 22 mesures d'épaisseur d'une plaque de verre lorsqu'il est utilisé uniquement le transducteur $E_1$ (■), ou les deux transducteurs $E_1$ et $E_2$ (■). La valeur moyenne $\overline{e}$, l'écart-type $\sigma$ ainsi que l'écart entre les deux valeurs extrêmes $\delta e_{\max}$ sont présentés dans le tableau A.1 pour les deux configurations. Lorsque les deux transducteurs sont pris en compte, la mesure est plus proche de la valeur mesurée au micromètre et la dispersion ainsi que l'écart maximal sont bien plus faibles que lorsque le transducteur $E_1$ est utilisé seul.

L'incertitude de la mesure, calculée à partir de l'expression A.3.0.1, est égale à

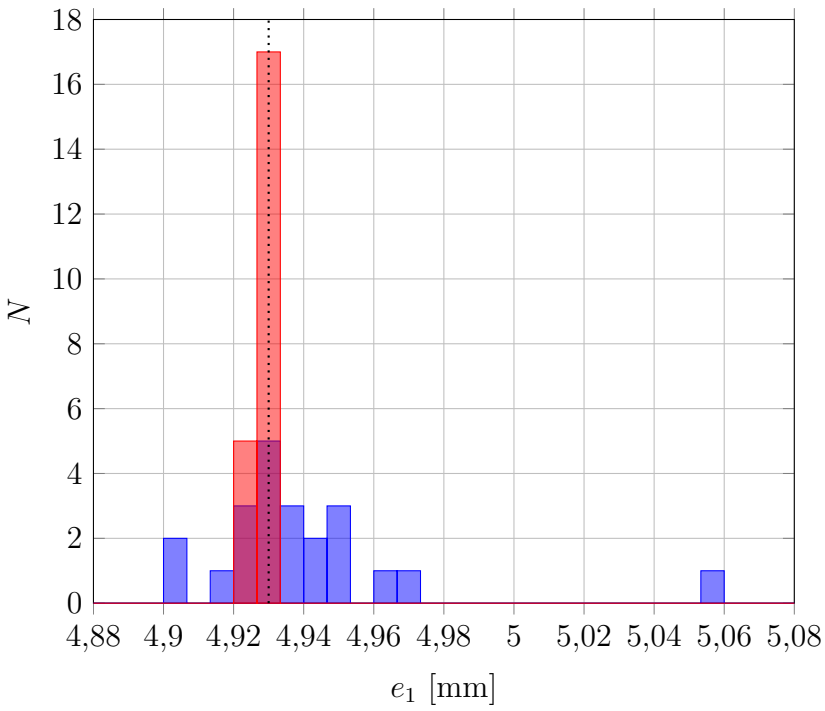



FIGURE A.4 – Distribution des résultats de mesure d'épaisseur obtenus par ultrasons en ayant recours au transducteur $E_1$ (■) et aux deux transducteurs (■). La ligne pointillée est située au niveau de la mesure obtenue au micromètre $e_1 = 4{,}93$ mm.

| | $\overline{e}$ [mm] | $\delta e_{\max}$ [µm] | $\sigma$ [µm] |
|---|---|---|---|
| $E_1$ | 4,940 | 156 | 12 |
| $E_1$ et $E_2$ | 4,928 | 9 | 2 |

TABLEAU A.1 – Comparaison des résultats de mesure d'épaisseur obtenus. $\overline{e}$ est la valeur moyenne, $\delta e_{\max}$ est l'écart maximal entre deux mesures et $\sigma$ est l'écart-type. Nombre de mesure : 22. L'épaisseur de la plaque a été mesurée avec un micromètre à 4,930 ± 0,010 mm.

$$\Delta e_1 = \sqrt{\Delta e^{\mathrm{ref}2} + (c_0 \Delta t)^2 + \left(\frac{\delta t \Delta c_0}{2}\right)^2}, \tag{A.2.1.2}$$

où $\Delta e^{\mathrm{ref}}$ est l'incertitude de mesure sur l'épaisseur de la plaque de référence, $\Delta t$ est le pas de temps de la mesure (égal à $1/f_e$ où $f_e$ est la fréquence d'échantillonnage) et $\Delta c_0$ est l'incertitude de mesure de la vitesse de propagation $c_0$. Dans l'exemple de l'estimation de l'épaisseur de la plaque $p_1$, on a $\Delta e^{\mathrm{ref}} = 10$ µm, $\Delta t = 5$ ns et $\Delta c_0 = 0{,}007$ mm µs$^{-1}$. $\Delta e_1$ est alors de 19 mm ($\Delta e_1/e_1 = 0{,}4$ %). D'après l'expression A.2.1.2, on constate que plus la différence d'épaisseur entre les deux plaques est faible (*i.e.* plus $\delta t$ est petit), moins l'incertitude est élevée.

Il est également précisé qu'il est nécessaire de réaliser les mesures pour les deux plaques sur un intervalle de temps limité. Il est possible que la température de l'eau varie entre deux mesures si une durée trop importante s'écoule entre ces deux mesures. Or, un changement de température, bien que très faible, peut induire une erreur de mesure non négligeable. Par exemple, il a été observé une variation d'environ $2 \times 10^{-4}$ mm µs$^{-1}$ pour un intervalle de temps d'environ 45 minutes entre les mesures réalisées pour deux

plaques de verre ($e^{\text{ref}} = 7{,}965$ mm et $e_1 = 4{,}930$ mm). L'erreur de mesure résultante est d'environ 50 µm. Cette forte influence d'une si faible variation de $c_0$ est due au fait que la distance de propagation totale des impulsions ultrasonores est importante. En effet, dans les exemples présentés, les transducteurs sont placés à environ 200 mm des plaques (distance de propagation de 400 mm).

### A.2.2 Évaluation de la vitesse de propagation $c_0$

L'évaluation de $c_0$ est obtenue à partir de la même méthode que celle présentée dans la section précédente pour l'évaluation de l'épaisseur. Il est nécessaire de réaliser la mesure sur deux plaques d'épaisseurs connues. La mesure de la différence de temps de vol $\delta t$ permet alors d'évaluer $c_0$ :

$$c_0 = \frac{2\delta d}{\delta t}. \tag{A.2.2.1}$$

L'incertitude de mesure de cette grandeur

$$\Delta c_0 = 2\sqrt{2}\sqrt{\left(2\frac{\delta d \Delta t}{\delta t^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{\delta t}\right)^2}, \tag{A.2.2.2}$$

calculée à partir de l'expression A.3.0.1 dépend de différents paramètres : le pas de temps de la mesure $\Delta t$, la précision de la connaissance de l'épaisseur $\Delta d$, $\delta d$ et $\delta t$. Si $\Delta t = 5$ ns (pour une fréquence d'échantillonnage $f_e = 200$ MHz), $\Delta d = 10$ µm et que l'on utilise les plaques $P_1$ et $P_2$ (plaques de verre utilisées dans la section 3.4.3) qui présentent une différence d'épaisseur d'environ 3 mm, l'incertitude $\Delta c_0$ est alors de 0,007 mm µs$^{-1}$ ($\Delta c_0/c_0 < 0{,}5$ %). Une fréquence d'échantillonnage plus élevée et une connaissance plus précise de l'épaisseur des deux plaques permettraient de diminuer cette incertitude. De plus, l'observation de l'expression A.2.2.2 permet de comprendre qu'une évaluation plus précise de la vitesse de propagation peut être atteinte en ayant recours à des plaques qui présentent une différence d'épaisseur plus forte. En effet, $\delta t$ grandit à mesure que $\delta d$ augmente. Or, $\delta t$ apparaît au dénominateur des deux termes de l'expression A.2.2.2.

## A.3 Calcul de l'incertitude

L'évaluation d'une grandeur physique $y$ est souvent indirecte. Elle provient généralement de la mesure d'un ou de plusieurs paramètres lié(s) à la grandeur recherchée par une loi physique $y = f(x_1,x_2,...,x_i,...,x_N)$ où $N$ est le nombre de paramètres. Chaque paramètre $x_i$ est connu avec une certaine précision $\Delta x_i$. Les incertitudes de chacune des grandeurs dont dépend $y$ vont engendrer une incertitude $\Delta y$. On appelle cela la propagation des incertitudes. L'expression A.3.0.1 est couramment employée pour estimer l'incertitude $\Delta y$.

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\Delta x_i\right)^2} \tag{A.3.0.1}$$

Le principe consiste à calculer la dérivée partielle de la fonction $f$ par rapport à chaque variable $x_i$ qui représente la sensibilité de la fonction $f$ à une variation de $x_i$ et

de la multiplier par l'incertitude $\Delta x_i$. L'incertitude finale est égale à la racine carrée de la somme quadratique de chacune des contributions.

## A.4 Données utilisées pour l'optimisation des paramètres des différentes plaques du chapitre 3

Le tableau A.2 répertorie les valeurs de $X$ utilisées lors du processus de caractérisation des plaques de verre $P_1$ et $P_2$ par la méthode FT-FB décrit dans le paragraphe 3.4.3.a.a. $X_{\mathrm{BI}}$ et $X_{\mathrm{BS}}$ correspondent aux bornes respectivement inférieure et supérieure du vecteur mesurande. $X_0$ est le vecteur qui contient les valeurs des composantes de $X$ avec lesquelles le problème inverse est initialisé. Le tableau A.2 contient également les valeurs du vecteur mesurande $X_{\mathrm{Opt}}$ obtenues après minimisation de la fonction coût $\varepsilon$.

| | Paramètre | $X_{\mathrm{BI}}$ | $X_{\mathrm{BS}}$ | $X_0$ | $X_{\mathrm{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Plaque 1** | $C_{11}$ [GPa] | 42 | 128 | 70 | 84,78 ± 0,98 |
| | $C_{66}$ [GPa] | 15 | 45 | 26,6 | 29,96 ± 0,37 |
| | $e$ [mm] | 4 | 12 | 7,5 | 7,964 ± 0,045 |
| **Plaque 2** | $C_{11}$ [GPa] | 42 | 128 | 70 | 85,32 ± 1,09 |
| | $C_{66}$ [GPa] | 15 | 45 | 26,6 | 30,04 ± 0,36 |
| | $e$ [mm] | 2,5 | 7,5 | 4 | 4,938 ± 0,027 |

Tableau A.2 – Données liées à l'estimation des propriétés des plaques de verre par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.4.3.a).

Les valeurs de $X_0$, $X_{\mathrm{BI}}$ et $X_{\mathrm{BS}}$ sont également utilisées pour les caractérisations présentées dans les parties 3.4.4 et A.5.

Les données liées à la caractérisation de la plaque de plexiglas décrite dans la section 3.4.5 sont répertoriées dans le tableau A.3. Le vecteur $X_{\mathrm{Opt}}$ contient les valeurs estimées lorsque la configuration 1 est utilisée.

| Paramètre | $X_{\mathrm{BI}}$ | $X_{\mathrm{BS}}$ | $X_0$ | $X_{\mathrm{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 4 | 13 | 10 | 8,67 ± 0,13 |
| $C_{66}$ [GPa] | 1 | 3 | 1,9 | 2,20 ± 0,04 |
| $\tan\delta_{11}$ [%] | 0,1 | 5 | 0,5 | 1,90 ± 0,08 |
| $\tan\delta_{66}$ [%] | 0,1 | 5 | 0,5 | 1,63 ± 0,47 |
| $e$ [mm] | 3,9 | 11,6 | 6,5 | 7,730 ± 0,041 |

Tableau A.3 – Données liées à l'estimation des propriétés de la plaque de plexiglas par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.4.5).

Les données liées aux caractérisations des trois plaques d'aluminium décrites dans la section 3.5.1 sont répertoriées dans le tableau A.4.

| Paramètre | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X^1_{\text{Opt}}$ | $X^2_{\text{Opt}}$ | $X^3_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 50 | 160 | 90 | 110,90 ± 2,40 | 110,66 ± 1,61 | 111,00 ± 2,11 |
| $C_{66}$ [GPa] | 10 | 50 | 29,1 | 27,30 ± 0,45 | 27,19 ± 0,30 | 27,33 ± 0,43 |
| $e$ [mm] | 1 | 3 | 2,1 | 2,034 ± 0,016 | 2,041 ± 0,010 | 2,012 ± 0,015 |

Tableau A.4 – Données liées à l'estimation des propriétés des trois plaques d'aluminium par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.5.1).

Les données liées aux caractérisations des plaques $E100$ et $E80$ décrites dans la section 3.5.2 sont répertoriées dans le tableau A.5.

| Paramètre | $X_{\text{BI}}$ | $X_{\text{BS}}$ | $X_0$ | $X^{E100}_{\text{Opt}}$ | $X^{E80}_{\text{Opt}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{11}$ [GPa] | 4 | 12 | 5 | 7,71 ± 0,10 | 7,76 ± 0,11 |
| $C_{66}$ [GPa] | 0,5 | 3,5 | 2,5 | 1,64 ± 0,02 | 1,66 ± 0,03 |
| $\tan\delta_{11}$ [%] | 0,1 | 10 | 0,5 | 3,68 ± 0,13 | 3,54 ± 0,13 |
| $\tan\delta_{66}$ [%] | 0,1 | 10 | 0,5 | 6,39 ± 0,41 | 6,16 ± 0,42 |
| $e$ [mm] | 1 | 5 | 2,5 | 2,923 ± 0,016 | 3,006 ± 0,018 |

Tableau A.5 – Données liées à l'estimation des propriétés de la plaque d'époxy par mesure de la fonction de transfert en incidence normale (cf. section 3.5.2).

## A.5 Caractérisation d'une plaque de verre lorsque l'épaisseur est connue

La méthode présentée dans le chapitre 3 permet l'estimation de l'épaisseur. Cependant, si l'épaisseur est connue, il n'est pas nécessaire de l'intégrer au processus d'optimisation. Prenons l'exemple de la plaque de verre $P_1$ caractérisée dans la section 3.4.3.a. Son épaisseur est estimée avec un micromètre qui a une résolution de 10 µm. Or, l'évaluation de l'épaisseur par résolution du problème inverse donne une valeur, certes en accord avec cette mesure, mais avec une incertitude 4,5 fois plus importante (cf. tableau 3.12). Il est proposé dans ce paragraphe d'évaluer les conséquences de l'optimisation lorsqu'on intègre l'épaisseur au vecteur $X$ par rapport au cas où l'épaisseur est connue et non-estimée. De plus, il est étudié l'intérêt d'intégrer la phase de la fonction de transfert dans la fonction coût si l'épaisseur n'est pas évaluée.

L'inversion est réalisée sur les trois fonctions coûts $\varepsilon_M$ (module seul), $\varepsilon_P$ (phase seule) et $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$. Le problème inverse est appliqué à la fonction de transfert mesurée pour la plaque $P_1$ entre 1,3 et 2,5 MHz tracée sur la figure 3.16. Pour chaque fonction coût, le procédé de caractérisation est appliqué avec et sans l'épaisseur. Pour $X = \{C_{11}, C_{66}, e\}$, les conditions de résolution du problème inverse sont les mêmes que dans la section 3.4.3.a (contrainte, bornes $X_{BI}$ et $X_{BS}$, $X_0$, etc.). Lorsque l'épaisseur n'est pas évaluée, le module de cisaillement est estimé directement par mesure du minimum avant l'estimation du module $C_{11}$ par résolution du problème inverse comme

cela a été fait sur des données numériques dans la section 3.3.2.b.

Le tableau A.6 répertorie les différents résultats obtenus. Quelle que soit la fonction coût utilisée, quand on limite l'optimisation aux modules élastiques, on constate des résultats très similaires. On note tout de même une incertitude légèrement plus faible lorsque l'inversion est réalisée seulement sur le module de la fonction de transfert.

| Fonction coût | Paramètres estimés $X$ | $C_{11}$ [GPa] | $C_{66}$ [GPa] | $e$ [mm] |
|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_M$ | $C_{ij}$ et $e$ | 76,68 ± 1,41 | 27,08 ± 0,42 | 7,572 ± 0,070 |
| | $C_{ij}$ | 84,78 ± 0,49 | 29,96 ± 0,19 | (7,965 ± 0,010)* |
| $\varepsilon_P$ | $C_{ij}$ et $e$ | 84,88 ± 1,20 | 30,00 ± 0,46 | 7,970 ± 0,070 |
| | $C_{ij}$ | 84,79 ± 0,56 | 29,96 ± 0,19 | (7,965 ± 0,010)* |
| $\varepsilon$ | $C_{ij}$ et $e$ | 84,79 ± 0,98 | 29,96 ± 0,37 | 7,964 ± 0,045 |
| | $C_{ij}$ | 84,80 ± 0,63 | 29,96 ± 0,19 | (7,965 ± 0,010)* |

Tableau A.6 – Caractérisation de la plaque de verre $P_1$ (avec et sans épaisseur) selon la fonction coût utilisée. Le problème inverse est appliqué sur la fonction de transfert tracée sur la figure 3.16 entre 1,3 et 2,5 MHz.
**L'épaisseur a été mesurée au micromètre.*

Lorsqu'on intègre l'épaisseur au processus d'optimisation, quelle que soit la fonction coût, les incertitudes calculées sur les modules élastiques sont environ deux fois plus importantes que lorsque seuls les modules élastiques sont évalués.

Que le vecteur mesurande $X$ contienne ou non l'épaisseur, lorsque la fonction coût retenue est $\varepsilon_P$ ou $\varepsilon$, l'inversion conduit à des valeurs du vecteur mesurande $X$ en accord avec celles obtenues grâce aux différentes méthodes utrasonores (cf. tableau 3.12). Au contraire, quand on souhaite estimer l'épaisseur et les modules élastiques par minimisation de $\varepsilon_M$, l'algorithme tend vers des valeurs du vecteur mesurande erronées. Cela rejoint les commentaires tenus lors de l'étude numérique de la section 3.3.2.c. Dans cette situation, le problème est sous-déterminé. Ceci est confirmé par la figure A.5 sur laquelle est tracée les fonctions de transfert de la plaque de verre $P_1$ mesurée et calculées après minimisation de $\varepsilon_M$ et $\varepsilon$. Si l'on se contente d'observer les modules (cf. figure A.5a), un bon accord entre la mesure et la simulation est constaté dans les deux cas. Si l'on observe plus en détail, on remarque même une différence plus faible lorsque la fonction de transfert est calculée avec les paramètres erronés obtenus par inversion sur le module. En effet, le zoom affiché à proximité de 2 MHz révèle un léger décalage en amplitude entre la mesure et la fonction de transfert calculée avec les valeurs correctes du vecteur $X$. Cet écart est beaucoup plus faible lorsque le calcul est réalisé à partir des valeurs erronées. Cela peut s'expliquer par une mesure bruitée ou du fait que le modèle soit imparfait et qu'il ne décrive pas parfaitement l'expérience. On peut également supposer que l'écart en amplitude provient de l'hypothèse d'élasticité parfaite. L'erreur sur l'estimation des mesurandes lorsque l'inversion se limite au module de la fonction de transfert est révélée par l'écart observé sur la phase de la fonction de transfert entre la mesure et la simulation (cf. figure A.5b).

Cette étude confirme le constat fait lors de l'analyse numérique effectuée dans la

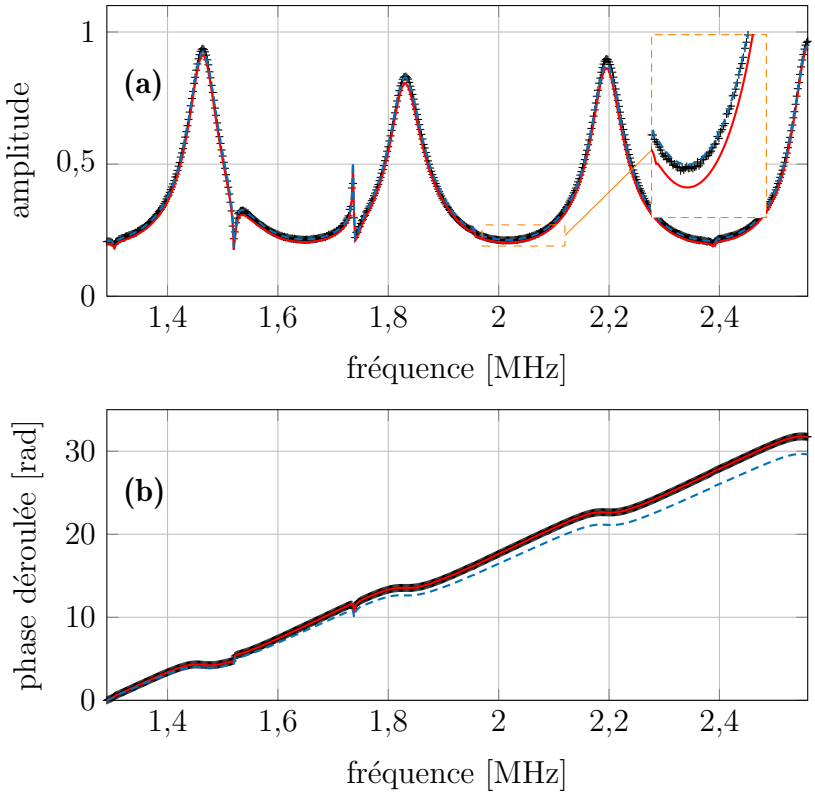



FIGURE A.5 – Comparaison du module (a) et phase déroulée (b) des fonctions de transfert de la plaque $P_1$ mesurée (•) et calculées après minimisation de deux fonctions coûts différentes : $\varepsilon$ (——) et $\varepsilon_M$ (- - - -).

section 3.3.4.a à propos de la stratégie à employer en fonction des grandeurs que l'on souhaite évaluer. Si l'épaisseur est inconnue, il est recommandé d'avoir recours à la fonction coût $\varepsilon$. Ce choix se justifie, car, d'une part, il permet d'obtenir une évaluation juste, et d'autre part, c'est la fonction coût avec laquelle l'incertitude de mesure est la plus faible. Au contraire, si l'épaisseur est mesurée au préalable avec une incertitude jugée satisfaisante, il est conseillé de limiter la mesure aux $C_{ij}$ et de réaliser l'inversion seulement avec le module de la fonction de transfert.

## A.6 Fonctions de transfert utilisées pour l'étude d'influence d'une erreur d'estimation de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur l'optimisation des $\widetilde{C}_{ij}^{\mathbf{epo}}$

La figure A.6 présente les modules des fonctions de transfert (en croix noires) à partir desquels les optimisations sont effectuées lors de l'étude numérique décrite dans la section 4.4.3 à propos de l'influence d'une erreur d'estimation de l'épaisseur de la couche d'adhésif. Les fonctions de transfert calculées avec les valeurs obtenues après résolution du problème inverse sont tracées en traits rouges.

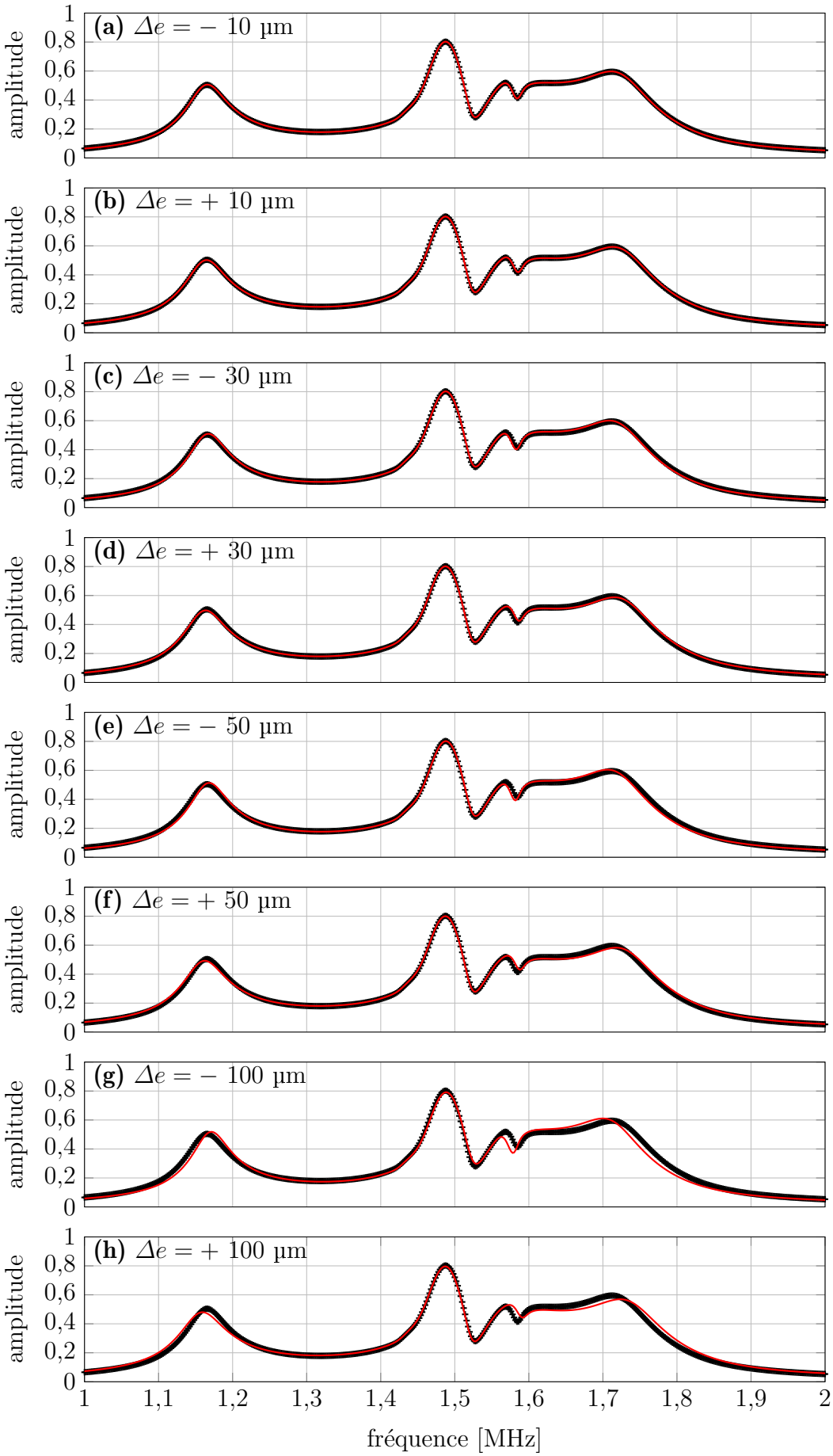



FIGURE A.6 – Module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs optimisées et l'épaisseur de l'époxy affectée d'une erreur $\Delta e$ : $e_2 = e_2^{\mathrm{Ref}} + \Delta e$ (——). Module de la fonction de transfert « expérimentale » calculée avec l'épaisseur d'époxy de référence $e_2^{\mathrm{Ref}}$ (+).

## A.7 Influence d'une estimation erronée de l'épaisseur des substrats sur la caractérisation de l'époxy

Cette section a pour but d'étudier l'influence d'une erreur d'estimation de l'épaisseur des substrats sur l'évaluation des modules de viscoélasticité de la couche d'adhésif. À cette fin, l'étude suivante est réalisée. La démarche est équivalente à celle présentée à la section 4.4.3.

Plusieurs optimisations sont réalisées à partir d'une expérience simulée calculée avec les données répertoriées dans le tableau 4.1. L'épaisseur de la couche d'adhésif est de 1 mm et l'épaisseur de référence des substrats $e_1^{\mathrm{Ref}}$ utilisée pour la simulation est de 2 mm. L'estimation des $\widetilde{C}_{ij}$ et de l'épaisseur de l'époxy est ensuite effectuée par résolution du problème inverse en utilisant une épaisseur $e_1$ volontairement affectée d'une erreur $\Delta e$ pour les deux substrats. On a donc pour chaque substrat : $e_1 = e_1^{\mathrm{Ref}} + \Delta e/2$. $\Delta e$ varie de -100 à +100 µm. La résolution du problème inverse est réalisée avec le module et la phase de la fonction de transfert ($\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_P$). La figure A.7 présente les valeurs des $\widetilde{C}_{ij}$ de l'époxy obtenues après résolution du problème inverse en fonction de l'écart d'épaisseur par rapport à la valeur de référence. L'évaluation de $e_2$ en fonction de $\Delta e$ n'est pas représentée. La différence par rapport à la valeur de référence reste relativement faible quelque soit $\Delta e$. Elle varie entre +8 et −19 µm.

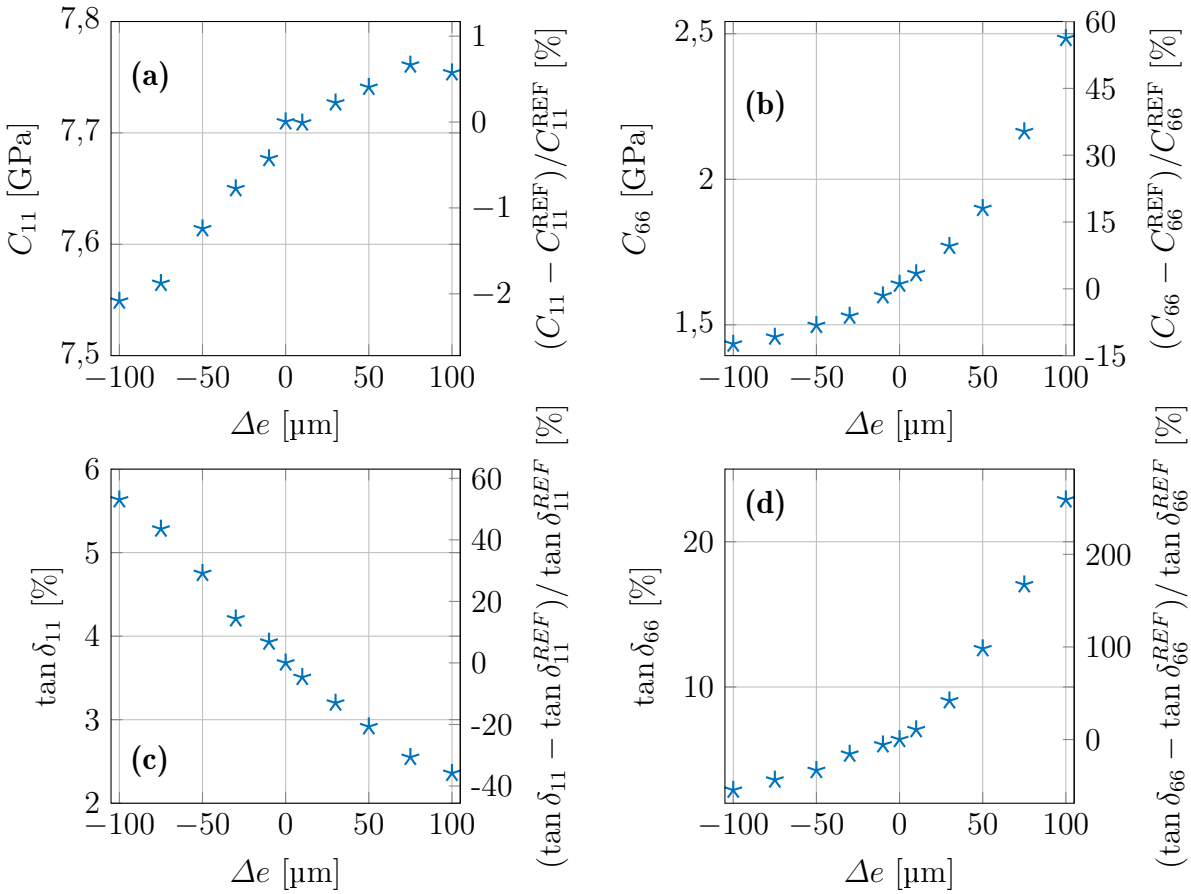



FIGURE A.7 – Estimation des $\widetilde{C}_{ij}$ de l'époxy en fonction d'une mésestimation de l'épaisseur des substrats.

L'influence de $\Delta e$ varie fortement suivant le paramètre considéré. Pour la partie réelle du $\widetilde{C}_{11}$, l'erreur induite est assez faible. En effet, la différence relative par rapport

à la valeur de référence n'excède pas 2 %. L'influence est beaucoup plus forte pour $\tan\delta_{11}$. Il est surestimé lorsque $\Delta e$ est négatif et sous-estimé lorsque $\Delta e$ est positif. La différence relative atteint 50 % pour $|\Delta e| = 100$ µm.

L'influence de $\Delta e$ sur la valeur évaluée du module complexe $\widetilde{C}_{66}$ est bien plus forte que pour le module complexe $\widetilde{C}_{11}$. Une épaisseur sous-estimée induit une erreur relative nettement moins importante qu'une épaisseur sur-estimée. En effet, l'erreur relative commise atteint presque 60 % pour la partie réelle et dépasse même les 200 % en ce qui concerne $\tan\delta_{66}$ lorsque l'épaisseur des substrats est surestimée de 100 µm. Lorsque $e_1$ est sous-estimé de 100 µm, l'impact est bien plus faible même s'il reste important. La différence relative par rapport aux valeurs de référence est d'environ -14 % (resp. -58 %) pour la partie réelle (resp. partie imaginaire).

Les modules $\widetilde{C}_{11}$ et $\widetilde{C}_{66}$ ne sont pas affectés avec la même intensité. Cela s'explique par la différence de sensibilité de la fonction de transfert à ces deux paramètres (c.f section 4.3). En effet, il a été vu que les fréquences les plus sensibles au module $\widetilde{C}_{11}$ sont également les fréquences qui expriment une sensibilité relativement faible aux propriétés de l'aluminium. Au contraire, les fréquences pour lesquelles il existe une sensibilité au module de cisaillement de l'époxy sont également très sensibles aux propriétés des substrats (aux alentours de 1,5 MHz). Cela a été expliqué dans le paragraphe 4.2.3 où il a été montré que, de manière générale, la sensibilité aux propriétés des substrats est exacerbée à proximité des fréquences de résonance d'une plaque de substrat seule.

Les fonctions de transfert calculées avec les épaisseurs mésestimées sont comparées à celles calculées avec les valeurs de référence sur la figure A.8. On constate que les différences sont significatives dès que $|\Delta e| \geq 30$ µm. En pratique, un écart entre la fonction de transfert mesurée et les résultats numériques peut indiquer que l'épaisseur d'un ou des deux substrats est affectée par une erreur de mesure. Cet écart peut amener l'expérimentateur à considérer la mesure biaisée, et à mettre en œuvre une mesure dédiée à l'estimation de l'épaisseur du substrat.

**Conclusion** : Cette étude a permis de mettre en évidence la nécessité de porter un intérêt particulier sur la mesure de l'épaisseur des substrats. Ce paramètre doit être préalablement connue de manière fiable et précise. On considère qu'une précision de ± 5 µm sur l'épaisseur d'un substrat est satisfaisante. L'incertitude relative propagée est de l'ordre de 0,3 % pour la partie réelle du module $C_{11}$ et de 2,5 % pour le $C_{66}$.

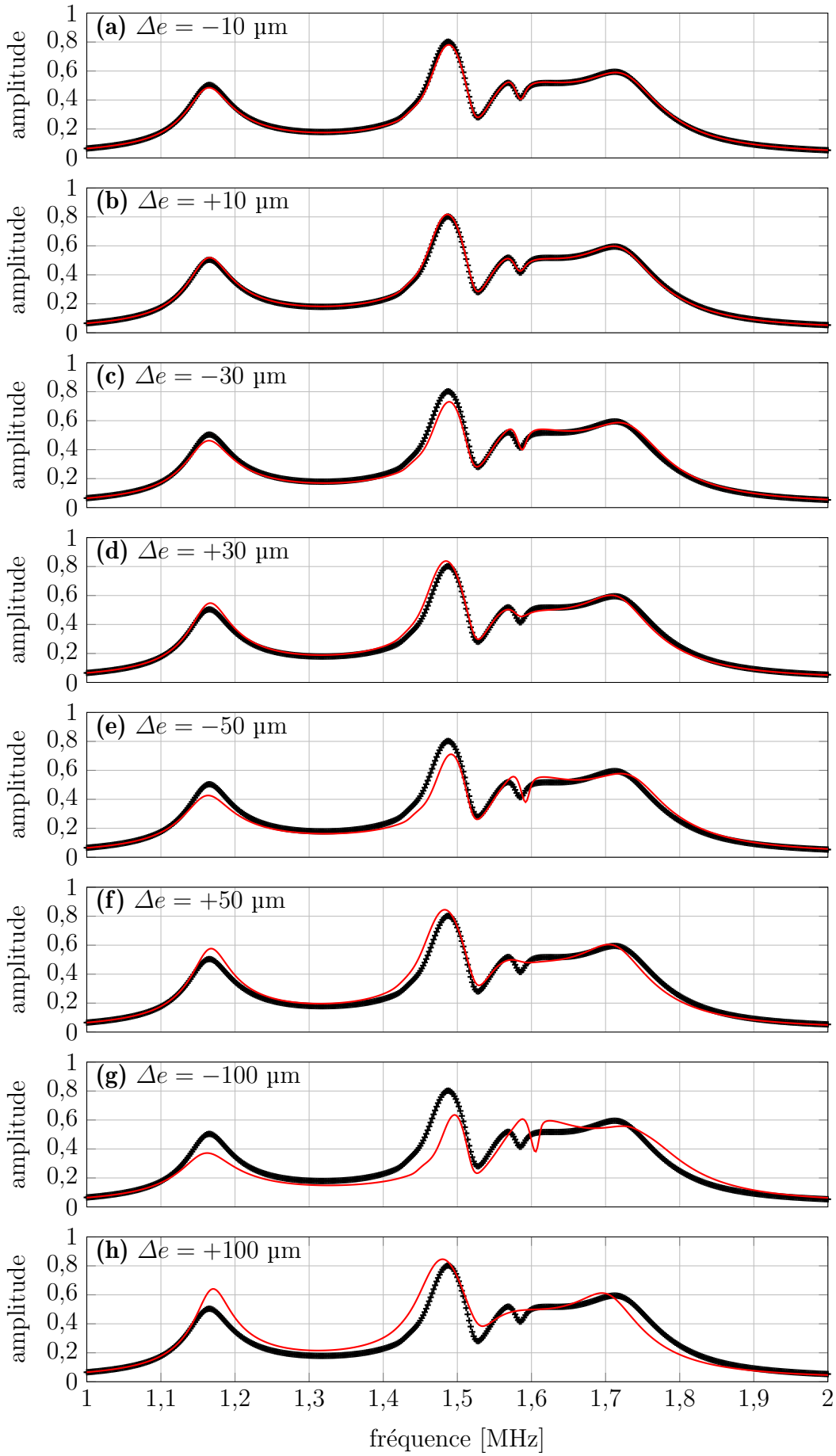



FIGURE A.8 – Module des fonctions de transfert calculées avec les valeurs optimisées et l'épaisseur des substrats affectée d'une erreur $\Delta e$ : $e_1 = e_1^{\text{Ref}} + \Delta e/2$ (——). Module de la fonction de transfert « expérimentale » calculée avec l'épaisseur des substrats de référence $e_1^{\text{Ref}}$ (+).

# Bibliographie


[1] A. J. Kinloch. *Adhesion and adhesives : science and technology*. Springer Science & Business Media, 1987. 1, 7, 9, 10, 12, 13

[2] E. Siryabe, M. Rénier, A. Meziane, J. Galy, and M. Castaings. Apparent anisotropy of adhesive bonds with weak adhesion and non-destructive evaluation of interfacial properties. *Ultrasonics*, 79 :34–51, 2017. doi:10.1016/j.ultras.2017.02.020. 2, 3, 6, 11, 28, 36, 40, 61, 159, 165, 166, 195, 203, 206, 211, 215

[3] M. Castaings, B. Hosten, and T. Kundu. Inversion of ultrasonic, plane-wave transmission data in composite plates to infer viscoelastic material properties. *NDT&E. Int.*, 33(6) :377–392, 2000. doi:10.1016/S0963-8695(00)00004-9. 2, 29, 34, 37, 40, 61, 106, 120, 123, 148, 160, 211, 213

[4] P. Cawley and B. Hosten. The use of large ultrasonic transducers to improve transmission coefficient measurements on viscoelastic anisotropic plates. *Journ. Acoust. Soc. Am*, 101(3) :1373–1379, 1997. doi:10.1121/1.418103. 2, 33, 37, 41, 61, 67, 79, 106, 212

[5] P. B. Nagy. Ultrasonic detection of kissing bonds at adhesive interfaces. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 5(8) :619–630, 1991. doi:10.1163/156856191X00521. 2, 17

[6] M. Aanes, K. D. Lohne, P. Lunde, and M. Vestrheim. Beam diffraction effects in the backward wave regions of viscoelastic leaky lamb modes for plate transmission at normal incidence. *IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 64(10) :1558–1572, 2017. doi:10.1109/TUFFC.2017.2719627. 3, 43, 59, 60, 63, 72, 73, 77, 78, 82, 83, 103, 212

[7] A. Kinloch. The science of adhesion. part 1 : Surface and interfacial aspects. *Journal of materials science*, 15(9) :2141–2166, 1980. doi:10.1007/BF00552302. 7

[8] F. Cavezza, M. Boehm, H. Terryn, and T. Hauffman. A review on adhesively bonded aluminium joints in the automotive industry. *Metals*, 10(6) :730, 2020. doi:10.3390/met10060730. 7, 9, 10

[9] J. W. McBain and D. G. Hopkins. Adhesives and adhesive action (appendix IV). *Second report of the Adhesive Research Committee. London : Dept. of Scientific and Industrial Research*, 1929. 7

[10] S. S. Voyutskii. The diffusion theory of adhesion. *Rubber. Chem. and Technol.*, 33(3) :748–756, 1960. doi:10.5254/1.3542193. 7

[11] B. V. Derjaguin and S. V. P. Adhesion : fundamentals and practice. *London : McLaren*, pages 54–60, 1969. 7

[12] M. Coulaud. *Rôle des interfaces et interphases dans les assemblages collés*. PhD thesis, Lyon, INSA, 2007. URL https://www.theses.fr/2007ISAL0098. ix, 8

[13] P. Cognard. Collage des matériaux : Mécanismes. classification des colles. *Techniques de l'ingénieur. L'Entreprise industrielle*, 4(BM7615) :BM7615–1, 2002. 8

[14] S. Y. Park, W. J. Choi, H. S. Choi, H. Kwon, and S. H. Kim. Recent trends in surface treatment technologies for airframe adhesive bonding processing : a review (1995–2008). *J. Adhesion*, 86(2) :192–221, 2010. doi:10.1080/00218460903418345. 9, 10, 11

[15] A. Baldan. Adhesively-bonded joints and repairs in metallic alloys, polymers and composite materials : Adhesives, adhesion theories and surface pretreatment. *J. Mater. Sci*, 39(1) :1–49, 2004. doi:10.1023/B :JMSC.0000007726.58758.e4. 9

[16] P. Molitor, V. Barron, and T. Young. Surface treatment of titanium for adhesive bonding to polymer composites : a review. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 21(2) :129–136, 2001. doi:10.1016/S0143-7496(00)00044-0. 9

[17] G. W. Critchlow and D. M. Brewis. Review of surface pretreatments for aluminium alloys. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 16(4) :255–275, 1996. doi:10.1016/S0143-7496(96)00014-0. 9, 10, 11

[18] C. W. Jennings. Surface roughness and bond strength of adhesives. *J. Adhesion*, 4(1) :25–38, 1972. doi:10.1023/B :JMSC.0000007726.58758.e4. 10

[19] A. F. Harris and A. Beevers. The effects of grit-blasting on surface properties for adhesion. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 19(6) :445–452, 1999. doi:10.1016/S0143-7496(98)00061-X. 10

[20] Y. Boutar, S. Naïmi, S. Mezlini, and M. B. S. Ali. Effect of surface treatment on the shear strength of aluminium adhesive single-lap joints for automotive applications. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 67 :38–43, 2016. doi:10.1016/j.ijadhadh.2015.12.023. 10

[21] S. Prolongo and A. Ureña. Effect of surface pre-treatment on the adhesive strength of epoxy–aluminium joints. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 29(1) :23–31, 2009. doi:10.1016/j.ijadhadh.2008.01.001. 10, 13

[22] K. W. Allen, S. Y. T. Chan, and K. B. Armstrong. Cold-setting adhesives for repair purposes using various surface preparation methods. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 2(4) :239–247, 1982. doi:10.1016/0143-7496(82)90031-8. 10, 11

[23] S. Correia, V. Anes, and L. Reis. Effect of surface treatment on adhesively bonded aluminium-aluminium joints regarding aeronautical structures. *Eng. Fail. Anal.*, 84 :34–45, 2018. doi:10.1016/j.engfailanal.2017.10.010. 10

[24] G. W. Critchlow and D. M. Brewis. Locus of failure of t-peel joints formed between aluminium and various adhesives. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 17(1) :33–38, 1997. doi:10.1016/S0143-7496(96)00025-5. 11, 13

[25] S. Chauffaille. *Durabilite des assemblages collés : aspects mécaniques et physico-chimiques*. PhD thesis, Bordeaux 1, 2011. URL https://www.theses.fr/2011BOR14237. ix, 11, 12

[26] N. H. Sung, A. Kaul, I. Chin, and C. S. P. Sung. Mechanistic studies of adhesion promotion by $\gamma$-aminopropyl triethoxy silane in $\alpha$-$Al_2O_3$/polyethylene joint. *Polym. Eng. Sci.*, 22(10) :637–644, 1982. doi:10.1002/pen.760221008. 11

[27] P. R. Underhill and D. L. DuQuesnay. The dependence of the fatigue life of adhesive joints on surface preparation. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 26(1-2) :62–66, 2006. doi:10.1016/j.ijadhadh.2005.03.006.

[28] F. Deflorian, S. Rossi, and L. Fedrizzi. Silane pre-treatments on copper and aluminium. *Electrochim. Acta.*, 51(27) :6097–6103, 2006. doi:10.1016/j.electacta.2006.02.042. 11

[29] M. L. Abel, A. N. N. Adams, A. J. Kinloch, S. J. Shaw, and J. F. Watts. The effects of surface pretreatment on the cyclic-fatigue characteristics of bonded aluminium-alloy joints. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 26(1-2) :50–61, 2006. doi:10.1016/j.ijadhadh.2004.12.004. 11

[30] I. Skeist. *Handbook of adhesives*. Springer Science & Business Media, 2012. 12

[31] M. A. Bruneaux. *Durability of adhesively bonded structures : development of a predictive mechanical modelling taking into account physico-chemical characteristics of the adhesive*. PhD thesis, Ecole des Ponts ParisTech, 2004. URL https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00000821/. 12

[32] S. G. Prolongo, G. del Rosario, and A. Ureña. Comparative study on the adhesive properties of different epoxy resins. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 26(3) :125–132, 2006. doi:10.1016/j.ijadhadh.2005.02.004. 12, 13

[33] G. M. Light and H. Kwun. Nondestructive evaluation of adhesive bond quality : state of the art review. 1989. URL https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA210051. 13, 17

[34] A. J. Kinloch. The science of adhesion. part 2 : Mechanics and mechanisms of failure. *J. Mater. Sci.*, 17(3) :617–651, 1982. doi:10.1007/BF00540361.

[35] J. Cognard. *Science et technologie du collage*. PPUR presses polytechniques, 2000. ix, 13, 14

[36] E. Siryabe. *Évaluation non destructive par ultrasons de l'adhésion aux interfaces de joints collés*. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2016. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01476164/. ix, xvii, 15, 16, 17, 22, 26, 28, 29, 34, 35, 37, 40, 167

[37] R. D. Adams and P. Cawley. A review of defect types and nondestructive testing techniques for composites and bonded joints. *NDT. Int.*, 21(4) :208–222, 1988. doi:10.1016/0308-9126(88)90333-1. 16, 17

[38] R. D. Adams and B. W. Drinkwater. Nondestructive testing of adhesively-bonded joints. *NDT&E Int.*, 30(2) :93–98, 1997. doi:10.1016/S0963-8695(96)00050-3. 16, 17

[39] D. Jiao and J. L. Rose. An ultrasonic interface layer model for bond evaluation. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 5(8) :631–646, 1991. doi:10.1163/156856191X00530. 17

[40] M. Wood, P. Charlton, and D. Yan. Ultrasonic evaluation of artificial kissing bonds in CFRP composites. *The e-Journal of NDT*, 19(12), 2014. URL https://www.ndt.net/search/docs.php3?id=16911. 17

[41] P. Cawley and R. D. Adams. Defect types and non-destructive testing techniques for composites and bonded joints. *Materials science and technology*, 5(5) :413–425, 1989. doi:10.1179/mst.1989.5.5.413. 17

[42] R. D. Adams, P. Cawley, and C. C. H. Guyott. Non-destructive inspection of adhesively-bonded joints. *J. Adhesion*, 21(3-4) :279–290, 1987. doi:10.1080/00218468708074975.

[43] R. D. Adams and B. W. Drinkwater. Non-destructive testing of adhesively-bonded joints. *International Journal of Materials and Product Technology*, 14 (5-6) :385–398, 1999. doi:10.1504/IJMPT.1999.036279.

[44] B. Ehrhart, B. Valeske, and C. Bockenheimer. Non-destructive evaluation (NDE) of aerospace composites : methods for testing adhesively bonded composites. In *Non-destructive evaluation (NDE) of polymer matrix composites*, pages 220–237. Elsevier, 2013. doi:10.1533/9780857093554.2.220.

[45] C. C. H. Guyott, P. Cawley, and R. D. Adams. The non-destructive testing of adhesively bonded structure : a review. *J. Adhesion*, 20(2) :129–159, 1986. doi:10.1080/00218468608074943. 18

[46] E. Maeva, I. Severina, S. Bondarenko, G. Chapman, B. O'Neill, F. Severin, and R. G. Maev. Acoustical methods for the investigation of adhesively bonded structures : A review. *Canadian Journal of Physics*, 82(12) :981–1025, 2004. doi:10.1139/p04-056. 17

[47] R. Hodé. *Development of laser ultrasonic methods for the nondestructive evaluation of bonded aeronautical assemblies*. PhD thesis, Le Mans, 2020. URL https://www.theses.fr/2020LEMA1030. 17, 27

[48] L. Attar. *Évaluation par ondes guidées de niveaux d'adhésion dissymétriques dans des collages structuraux métal-matériau composite. : Modélisation et approches des cas de Kissing Bonds*. PhD thesis, Université du Havre, 2019. URL https://www.theses.fr/2019NORMLH06.

[49] A. Baudot. *Étude et mise au point de méthodes de mesures non destructives permettant de caractériser les paramètres critiques de l'adhésion sur structures collées*. PhD thesis, Université Aix-Marseille, 2015. URL https://www.theses.fr/2015AIXM4300. 25

[50] J. M. Allin. *Disbond detection in adhesive joints using low frequency ultrasound*. PhD thesis, University of London, 2002. URL https://www.imperial.ac.uk/media/imperial-college/research-centres-and-groups/non-destructive-evaluation/Allin-J-M.PDF. 17

[51] P. Cawley and R. D. Adams. The mechanics of the coin-tap method of non-destructive testing. *Journal of sound and vibration*, 122(2) :299–316, 1988. doi:10.1016/S0022-460X(88)80356-0. 18

[52] P. Cawley. The impedance method of non-destructive inspection. *NDT. Int.*, 17 (2) :59–65, 1984. doi:10.1016/0308-9126(84)90045-2. 18

[53] F. Ciampa, P. Mahmoodi, F. Pinto, and M. Meo. Recent advances in active infrared thermography for non-destructive testing of aerospace components. *Sensors*, 18(2) :609, 2018. doi:10.3390/s18020609. 18

[54] J. A. Schroeder, T. Ahmed, B. Chaudhry, and S. Shepard. Non-destructive testing of structural composites and adhesively bonded composite joints : pulsed thermography. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 33(11) : 1511–1517, 2002. doi:10.1016/S1359-835X(02)00139-2. 19

[55] M. Genest, M. Martinez, N. Mrad, G. Renaud, and A. Fahr. Pulsed thermography for non-destructive evaluation and damage growth monitoring of bonded repairs. *Composite Structures*, 88(1) :112–120, 2009. doi:10.1016/j.compstruct.2008.02.010.

[56] Y. Y. Hung, N. Ng, R. Ng, S. M. Shepard, Y. Hou, and J. R. Lhota. Review and comparison of shearography and pulsed thermography for adhesive bond evaluation. *Optical engineering*, 46(5) :051007, 2007. doi:10.1117/1.2741277. 19

[57] H. A. Jama, E. M. Hussein, and P. Lee-Sullivan. Detection of debonding in composite-aluminum joints using gamma-ray compton scattering. *NDT&E. Int.*, 31(2) :99–103, 1998. doi:10.1016/S0963-8695(97)00029-7. 19

[58] B. Ehrhart, R. Ecault, F. Touchard, M. Boustie, L. Berthe, C. Bockenheimer, and B. Valeske. Development of a laser shock adhesion test for the assessment of weak adhesive bonded CFRP structures. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 52 :57–65, 2014. doi:10.1016/j.ijadhadh.2014.04.002. 20

[59] M. Ducousso, S. Bardy, Y. Rouchausse, T. Bergara, F. Jenson, L. Berthe, L. Videau, and N. Cuvillier. Quantitative evaluation of the mechanical strength of titanium/composite bonding using laser-generated shock waves. *Applied Physics Letters*, 112(11) :111904, 2018. doi:10.1063/1.5020352. 20

[60] S. A. Titov, R. G. Maev, and A. N. Bogachenkov. Pulse-echo NDT of adhesively bonded joints in automotive assemblies. *Ultrasonics*, 48(6-7) :537–546, 2008. doi:10.1016/j.ultras.2008.07.001. 21

[61] P. Mylavarapu and E. Woldesenbet. Non-destructive characterization of bondlines in composite adhesive joints. *Journal of adhesion science and technology*, 20(7) :647–660, 2006. doi:10.1163/156856106777412455. 21

[62] R. E. Challis, R. J. Freemantle, G. P. Wilkinson, and J. D. H. White. Compression wave NDE of adhered metal lap joints : uncertainties and echo feature extraction. *Ultrasonics*, 34(2-5) :315–319, 1996. doi:10.1016/0041-624X(95)00116-K. 21

[63] A. Baudot, J. Moysan, C. Payan, N. Ylla, J. Galy, B. Verneret, and A. Baillard. Improving adhesion strength analysis by the combination of ultrasonic and

mechanical tests on single-lap joints. *J. Adhesion*, 90(5-6) :555–568, 2014. doi:10.1080/00218464.2013.868806. 21

[64] K. Vine, P. Cawley, and A. J. Kinloch. The correlation of non-destructive measurements and toughness changes in adhesive joints during environmental attack. *The Journal of Adhesion*, 77(2) :125–161, 2001. doi:10.1080/00218460108030735. 21

[65] A. Baltazar, L. Wang, B. Xie, and S. I. Rokhlin. Inverse ultrasonic determination of imperfect interfaces and bulk properties of a layer between two solids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(3) :1424–1434, 2003. doi:10.1121/1.1600723. 22, 28, 40

[66] J. P. Jones and J. S. Whittier. Waves at a flexibly bonded interface. 1967. doi:10.1115/1.3607854. 22, 23, 178

[67] B. Hosten and M. Castaings. Finite elements methods for modeling the guided waves propagation in structures with weak interfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117(3) :1108–1113, 2005. doi:10.1121/1.1841731. 23

[68] V. Vlasie and M. Rousseau. Acoustical validation of the rheological models for a structural bond. *Wave motion*, 37(4) :333–349, 2003. doi:10.1016/S0165-2125(02)00092-6. 23, 178

[69] V. Vlasie, S. De Barros, M. Rousseau, and L. Champaney. Ultrasonic rheological model of cohesive and adhesive zones in aluminum joints : validation by mechanical tests. *Archive of Applied Mechanics*, 75(4) :220–234, 2006. doi:10.1007/s00419-005-0401-x. 23, 169, 170, 176

[70] S. I. Rokhlin, M. Hefets, and M. Rosen. An ultrasonic interface-wave method for predicting the strength of adhesive bonds. *Journal of applied physics*, 52(4) : 2847–2851, 1981. doi:10.1063/1.329016. 24

[71] L. Singher. Bond strength measurement by ultrasonic guided waves. *Ultrasonics*, 35(4) :305–315, 1997. doi:10.1016/S0041-624X(96)00109-6. 24

[72] M. Castaings, B. Hosten, and D. François. The sensitivity of surface guided modes to the bond quality between a concrete block and a composite plate. *Ultrasonics*, 42(1-9) :1067–1071, 2004. doi:10.1016/j.ultras.2004.01.074. 24

[73] B. Le Crom and M. Castaings. Shear horizontal guided wave modes to infer the shear stiffness of adhesive bond layers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(4) :2220–2230, 2010. doi:10.1121/1.3309441. 24

[74] M. Castaings. SH ultrasonic guided waves for the evaluation of interfacial adhesion. *Ultrasonics*, 54(7) :1760–1775, 2014. doi:10.1016/j.ultras.2014.03.002. ix, 24, 25

[75] K. Heller, L. J. Jacobs, and J. Qu. Characterization of adhesive bond properties using Lamb waves. *NDT&E. Int.*, 33(8) :555–563, 2000. doi:10.1016/S0963-8695(00)00022-0. 25

[76] J. Koreck, C. Valle, J. Qu, and L. J. Jacobs. Computational characterization of adhesive layer properties using guided waves in bonded plates. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 26(2) :97–105, 2007. doi:10.1007/s10921-007-0024-y.

[77] N. Mori and S. Biwa. Transmission of Lamb waves and resonance at an adhesive butt joint of plates. *Ultrasonics*, 72 :80–88, 2016. doi:10.1016/j.ultras.2016.07.013. 25

[78] B. W. Drinkwater, M. Castaings, and B. Hosten. The measurement of $A_0$ and $S_0$ Lamb wave attenuation to determine the normal and shear stiffnesses of a compressively loaded interface. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(6) :3161–3170, 2003. doi:10.1121/1.1568754. 25

[79] C. Gauthier, M. E. C. El-Kettani, J. Galy, M. Predoi, D. Leduc, and J. L. Izbicki. Lamb waves characterization of adhesion levels in aluminum/epoxy bi-layers with different cohesive and adhesive properties. *Int. J. Adhes. Adhes.*, 74 :15–20, 2017. doi:10.1016/j.ijadhadh.2016.12.002. 25

[80] M. J. S. Lowe and P. Cawley. The applicability of plate wave techniques for the inspection of adhesive and diffusion bonded joints. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 13(4) :185–200, 1994. doi:10.1007/BF00742584. 26

[81] P. B. Nagy and L. Adler. Nondestructive evaluation of adhesive joints by guided waves. *Journal of Applied Physics*, 66(10) :4658–4663, 1989. doi:10.1063/1.343822. 26

[82] S. Mezil, J. Laurent, D. Royer, and C. Prada. Non contact probing of interfacial stiffnesses between two plates by zero-group velocity Lamb modes. *Applied Physics Letters*, 105(2) :021605, 2014. doi:10.1063/1.4890110. 26

[83] S. Mezil, F. Bruno, S. Raetz, J. Laurent, D. Royer, and C. Prada. Investigation of interfacial stiffnesses of a tri-layer using zero-group velocity Lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(5) :3202–3209, 2015. doi:10.1121/1.4934958. 26

[84] F. Bruno. *Optimisation des modes de Lamb à vitesse de groupe nulle engendrés par laser et évaluation locale de structures collées*. PhD thesis, Université Sorbonne Paris Cité, 2017. URL `https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02067884/`. 50, 169, 170, 173, 176, 178, 179, 204, 210

[85] R. Hodé, S. Raetz, J. Blondeau, N. Chigarev, N. Cuvillier, V. Tournat, and M. Ducousso. Nondestructive evaluation of structural adhesive bonding using the attenuation of zero-group-velocity Lamb modes. *Applied Physics Letters*, 116 (10) :104101, 2020. doi:10.1063/1.5143215. 26

[86] H. Cho, Y. Yaguchi, and H. Ito. Characterization of the bond quality of adhesive plates utilizing zero-group-velocity Lamb waves measured by a laser ultrasonics technique. *Mechanical Engineering Journal*, 2(1) :14–00335, 2015. doi:10.1299/mej.14-00335. 26

[87] P. Zabbal. *Conception d'un dispositif de contrôle non-destructif par ultrasons de structure collée exploitant une cavité réverbérante à retournement temporel*. PhD thesis, Bordeaux, 2018. URL `https://www.theses.fr/2018BORD0316`. 27

[88] G. Shui, Y. S. Wang, P. Huang, and J. Qu. Nonlinear ultrasonic evaluation of the fatigue damage of adhesive joints. *NDT&E. Int.*, 70 :9–15, 2015. doi:10.1016/j.ndteint.2014.11.002. 27

[89] J. Alston, A. Croxford, J. Potter, and P. Blanloeuil. Nonlinear non-collinear ultrasonic detection and characterisation of kissing bonds. *NDT&E. Int.*, 99 : 105–116, 2018. doi:10.1016/j.ndteint.2018.07.003.

[90] T. Ju, J. D. Achenbach, L. J. Jacobs, and J. Qu. Nondestructive evaluation of thermal aging of adhesive joints by using a nonlinear wave mixing technique. *NDT&E. Int.*, 103 :62–67, 2019. doi:10.1016/j.ndteint.2019.02.006.

[91] P. Zabbal, G. Ribay, and J. Jumel. Evaluation of metallic bonded plates with nonlinear ultrasound and comparison with destructive testing. *NDT&E. Int.*, 123 :102514, 2021. doi:10.1016/j.ndteint.2021.102514. 27

[92] A. Demčenko, V. Koissin, and V. A. Korneev. Noncollinear wave mixing for measurement of dynamic processes in polymers : Physical ageing in thermoplastics and epoxy cure. *Ultrasonics*, 54(2) :684–693, 2014. doi:10.1016/j.ultras.2013.09.011. 27

[93] C. Aristégui and S. Baste. Optimal recovery of the elasticity tensor of general anisotropic materials from ultrasonic velocity data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(2) :813–833, 1997. doi:10.1121/1.418040. 27, 148

[94] B. Hosten. Reflection and transmission of acoustic plane waves on an immersed orthotropic and viscoelastic solid layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(6) :2745–2752, 1991. doi:10.1121/1.400685. 27

[95] A. I. Lavrentyev and S. I. Rokhlin. Ultrasonic spectroscopy of imperfect contact interfaces between a layer and two solids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(2) :657–664, 1998. doi:10.1121/1.423235. 28

[96] C. C. H. Guyott and P. Cawley. Evaluation of the cohesive properties of adhesive joints using ultrasonic spectroscopy. *NDT. Int.*, 21(4) :233–240, 1988. doi:10.1016/0308-9126(88)90336-7. 28

[97] A. I. Lavrentyev and S. I. Rokhlin. Determination of elastic moduli, density, attenuation, and thickness of a layer using ultrasonic spectroscopy at two angles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(6) :3467–3477, 1997. doi:10.1121/1.420394. 28, 40

[98] W. Wang and S. I. Rokhlin. Evaluation of interfacial properties in adhesive joints of aluminum alloys using angle-beam ultrasonic spectroscopy. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 5(8) :647–666, 1991. doi:10.1163/156856191X00549.

[99] W. L. Wu, X. G. Wang, Z. C. Huang, and N. X. Wu. Measurements of the weak bonding interfacial stiffness by using air-coupled ultrasound. *Aip Advances*, 7 (12) :125316, 2017. doi:10.1063/1.5001248. 28

[100] A. K. Moidu, A. N. Sinclair, and J. K. Spelt. Nondestructive characterization of adhesive joint durability using ultrasonic reflection measurements. *Journal of*

*Research in Nondestructive Evaluation*, 11(2) :81–95, 1999. URL https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09349849909409638.

[101] B. Le Crom. *Évaluation ultrasonore des réparations de structures métalliques par collage de patchs composites*. PhD thesis, Bordeaux 1, 2010. URL https://www.theses.fr/2010BOR14024. 28, 29, 34, 40, 159

[102] M. Castaings and B. Hosten. Air-coupled measurement of plane wave, ultrasonic plate transmission for characterising anisotropic, viscoelastic materials. *Ultrasonics*, 38(1-8) :781–786, 2000. doi:10.1016/S0041-624X(99)00036-0. 29, 34, 40

[103] M. Deschamps and B. Hosten. The effects of viscoelasticity on the reflection and transmission of ultrasonic waves by an orthotropic plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(4) :2007–2015, 1992. doi:10.1121/1.403685. 30

[104] B. Hosten and M. Castaings. Transfer matrix of multilayered absorbing and anisotropic media. measurements and simulations of ultrasonic wave propagation through composite materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(3) :1488–1495, 1993. doi:10.1121/1.408152. 30, 61, 62, 106

[105] B. Hosten and M. Castaings. Surface impedance matrices to model the propagation in multilayered media. *Ultrasonics*, 41(7) :501–507, 2003. doi:10.1016/S0041-624X(03)00167-7. 32, 44, 69

[106] M. Castaings. *Propagation ultrasonore dans les milieux stratifiés plans constitués de matériaux absorbants et orthotropes*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 1993. URL https://www.theses.fr/1993BOR10654. 33

[107] V. K. Kinra, P. T. Jaminet, C. Zhu, and V. R. Iyer. Simultaneous measurement of the acoustical properties of a thin-layered medium : The inverse problem. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(6) :3059–3074, 1994. doi:10.1121/1.409998. 40

[108] V. K. Kinra and V. R. Iyer. Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. part I : the forward problem. *Ultrasonics*, 33(2) :95–109, 1995. doi:10.1016/0041-624X(94)00025-K. 72

[109] V. K. Kinra and V. R. Iyer. Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. part II : the inverse problem. *Ultrasonics*, 33(2) :111–122, 1995. doi:10.1016/0041-624X(94)00026-L. 40

[110] R. Fiorito, W. Madigosky, and H. Überall. Resonance theory of acoustic waves interacting with an elastic plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 66(6) :1857–1866, 1979. doi:10.1121/1.383618. 43

[111] R. Fiorito, W. Madigosky, and H. Überall. Theory of ultrasonic resonances in a viscoelastic layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(2) : 489–498, 1985. doi:10.1121/1.391868.

[112] A. H. Nayfeh and D. E. Chimenti. Propagation of guided waves in fluid-coupled plates of fiber-reinforced composite. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83(5) :1736–1743, 1988. doi:10.1121/1.396506.

[113] D. E. Chimenti and S. I. Rokhlin. Relationship between leaky lamb modes and reflection coefficient zeroes for a fluid-coupled elastic layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(3) :1603–1611, 1990. doi:10.1121/1.400319. 43, 44, 46, 102

[114] D. E. Chimenti. Guided waves in plates and their use in materials characterization. 1997. doi:10.1115/1.3101707.

[115] J. Jocker and D. Smeulders. Minimization of finite beam effects in the determination of reflection and transmission coefficients of an elastic layer. *Ultrasonics*, 46(1) :42–50, 2007. doi:10.1016/j.ultras.2006.10.001. 43, 50, 53, 61, 62, 106, 148

[116] N. A. Haskell. The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the seismological Society of America*, 43(1) :17–34, 1953. doi:10.1785/BSSA0430010017. 43

[117] W. T. Thomson. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of applied Physics*, 21(2) :89–93, 1950. doi:10.1063/1.1699629. 43

[118] M. J. Lowe. Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 42(4) :525–542, 1995. doi:10.1109/58.393096. 44

[119] S. I. Rokhlin and L. Wang. Stable recursive algorithm for elastic wave propagation in layered anisotropic media : Stiffness matrix method. *Journ. Acoust. Soc. Am*, 112(3) :822–834, 2002. doi:10.1121/1.1497365. 44

[120] D. Royer and E. Dieulesaint. *Elastic waves in solids I : Free and guided propagation*, chapter 5, pages 280–288. Masson, 1999. 44, 47, 48

[121] L. Cremer. Theory of sound attenuation by thin layers at oblique incidence. *Akustische Zeitschrift*, 7 :81–104, 1942. 44, 46, 102

[122] R. D. Mindlin and J. Yang. *Introduction To The Mathematical Theory Of Vibrations Of Elastic Plates, An-By RD Mindlin*. World Scientific, 2006. xvii, 46

[123] S. Rokhlin, D. Chimenti, and A. Nayfeh. On the topology of the complex wave spectrum in a fluid-coupled elastic layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85(3) :1074–1080, 1989. 46, 50

[124] F. Simonetti and M. Lowe. On the meaning of lamb mode nonpropagating branches. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118(1) :186–192, 2005. 46, 50

[125] M. A. Biot. General theorems on the equivalence of group velocity and energy transport. *Physical review*, 105(4) :1129, 1957. 49

[126] I. Nedospasov, V. Mozhaev, and I. Kuznetsova. Unusual energy properties of leaky backward lamb waves in a submerged plate. *Ultrasonics*, 77 :95–99, 2017. 49

[127] A. Bernard, M. Lowe, and M. Deschamps. Guided waves energy velocity in absorbing and non-absorbing plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(1) :186–196, 2001. 49

[128] P. L. Marston. Negative group velocity lamb waves on plates and applications to the scattering of sound by shells. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(5) :2659–2662, 2003. 49

[129] C. Prada, D. Clorennec, and D. Royer. Local vibration of an elastic plate and zero-group velocity lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(1) :203–212, 2008. doi:10.1121/1.2918543. 50, 76, 78

[130] J. Zemanek. Beam behavior within the nearfield of a vibrating piston. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 49(1B) :181–191, 1971. doi:10.1121/1.1912316. 56, 97, 196

[131] T. J. Plona, L. E. Pitts, and W. G. Mayer. Ultrasonic bounded beam reflection and transmission effects at a liquid/solid-plate/liquid interface. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 59(6) :1324–1328, 1976. doi:10.1121/1.381011. 59

[132] L. E. Pitts, T. J. Plona, and W. G. Mayer. Theory of nonspecular reflection. effects for an ultrasonic beam incident on a solid plate in a liquid. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 24(2) :101–108, 1977. doi:10.1109/TSU.1977.30919. 59

[133] M. Rousseau and P. Gatignol. Asymptotic analysis of nonspecular effects for the reflection and the transmission of a gaussian acoustic beam incident on a solid plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 80(1) :325–332, 1986. doi:10.1121/1.394150. 59

[134] S. E. Hanneman, V. K. Kinra, and C. Zhu. A new technique for ultrasonic nondestructive evaluation of adhesive joints : Part ii. experiment. *Experimental mechanics*, 32(4) :332–339, 1992. doi:10.1007/BF02325586. 59, 60

[135] V. K. Kinra and V. R. Iyer. Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. part i : the forward problem. *Ultrasonics*, 33(2) :95–109, 1995. doi:10.1016/0041-624X(94)00025-K. 60

[136] G. Maze, J. L. Izbicki, and J. Ripoche. Resonances of plates and cylinders : Guided waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(4) :1352–1357, 1985. doi:10.1121/1.392025. 60

[137] C. C. H. Guyott and P. Cawley. The measurement of through thickness plate vibration using a pulsed ultrasonic transducer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83(2) :623–631, 1988. doi:10.1121/1.396156. 59

[138] R. K. Johnson and A. J. Devaney. Transducer model for plate thickness measurement. In *1982 Ultrasonics Symposium*, pages 502–504. IEEE, 1982. doi:10.1109/ULTSYM.1982.197877. 60, 63, 83, 84, 85, 104, 212

[139] D. P. Orofino and P. C. Pedersen. Evaluation of angle-dependent spectral distortion for infinite, planar elastic media via angular spectrum decomposition. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93(3) :1235–1248, 1993. doi:10.1121/1.405408. 59, 60, 70, 84, 85, 104, 212

[140] V. F. Humphrey and H. O. Berktay. The transmission coefficient of a panel measured with a parametric source. *Journal of Sound and Vibration*, 101(1) : 85–106, 1985. doi:10.1016/S0022-460X(85)80040-7. 59, 83

[141] V. F. Humphrey. The influence of the plane wave spectrum of a source on measurements of the transmission coefficient of a panel. *Journal of sound and vibration*, 108(2) :261–272, 1986. doi:10.1016/S0022-460X(86)80054-2. 59, 63

[142] E. V. Glushkov, N. V. Glushkova, and O. A. Miakisheva. Backward waves and energy fluxes excited in acoustic medium with an immersed plate. *Ultrasonics*, 94 :158–168, 2019. doi:10.1016/j.ultras.2018.10.001. x, 59, 74, 76, 212

[143] G. Waag, L. Hoff, and P. Norli. Air-coupled ultrasonic through-transmission thickness measurements of steel plates. *Ultrasonics*, 56 :332–339, 2015. doi:10.1016/j.ultras.2014.08.021. 59, 63

[144] P. Puthillath, C. V. Krishnamurthy, and K. Balasubramaniam. Hybrid inversion of elastic moduli of composite plates from ultrasonic transmission spectra using pvdf plane wave sensor. *Composites Part B : Engineering*, 41(1) :8–16, 2010. doi:10.1016/j.compositesb.2009.09.005. 61, 106

[145] A. Saidoun. *Analyse numérique et expérimentale de l'interaction non-linéaire onde/fissure de fatigue par la méthode de génération d'harmoniques*. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2017. URL `https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01537899/`. 63

[146] M. Bruneau and C. Potel. *Matériaux et acoustique 2*, chapter 1, pages 32–44. Lavoisier, 2006. 63

[147] D. P. Orofino and P. C. Pedersen. Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources. i. theory. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 40(3) :238–249, 1993. doi:10.1109/58.216837. 63

[148] D. P. Orofino and P. C. Pedersen. Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources. ii. results. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 40(3) :250–257, 1993. doi:10.1109/58.216838. 63

[149] P. Gatignol, C. Potel, and N. Bedrici-Frai. Simulation numérique de faisceaux acoustiques bornés : méthode de calcul rapide par intégration dans le plan complexe. In *CFM 2009-19ème Congrès Français de Mécanique*. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc-92400 Courbevoie, 2009. 64

[150] P. Gatignol, C. Potel, and N. Bedrici. Improvement of the computation of fourier integrals using the complex plane : Application to acoustic fields. *Applied Physics Letters*, 96(4) :044103, 2010. 64

[151] J. Wolf, T. Ngoc, R. Kille, and W. Mayer. Investigation of lamb waves having a negative group velocity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83 (1) :122–126, 1988. 73

[152] D. A. Kiefer, M. Ponschab, and S. J. Rupitsch. From lamb waves to quasi-guided waves : On the wave field and radiation of elastic and viscoelastic plates. 2020. 73

[153] A. Shuvalov and O. Poncelet. On the backward lamb waves near thickness resonances in anisotropic plates. *International Journal of Solids and Structures*, 45 (11-12) :3430–3448, 2008. doi:10.1016/j.ijsolstr.2008.02.004. 77

[154] D. P. Orofino and P. C. Pedersen. Angle-dependent spectral distortion for an infinite planar fluid–fluid interface. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(5) :2883–2899, 1992. doi:10.1121/1.404374. 86, 90

[155] M. Cès. *Etude théorique et expérimentale des résonances mécaniques locales de modes guidés par des structures complexes.* PhD thesis, Université Paris-Diderot-Paris VII, 2012. 119

[156] R. H. Byrd, J. C. Gilbert, and J. Nocedal. A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. *Mathematical programming*, 89(1) : 149–185, 2000. doi:10.1007/PL00011391. 121

[157] J. Hadamard. Lectures on cauchy's problem in linear partial differential equations. *Yale University Press*, 1923. 121, 140

[158] M. Kern. Lectures on cauchy's problem in linear partial differential equations. *Ecole supérieure d'ingénieurs Léonard de Vinci*, 2002. 122

[159] S. Kleis and L. Sanchez. Dependence of speed of sound on salinity and temperature in concentrated nacl solutions. *Solar Energy*, 45(4) :201–206, 1990. 142

[160] A. I. Simion, C.-G. Grigoraş, A. Roşu, and L. Gavrilă. Mathematical modelling of density and viscosity of nacl aqueous solutions. *Journal of Agroalimentary Processes and Technologies*, 21(1) :41–52, 2015. 142

[161] F. Lionetto and A. Maffezzoli. Monitoring the cure state of thermosetting resins by ultrasound. *Materials*, 6(9) :3783–3804, 2013. doi:10.3390/ma6093783. 159

[162] C. Gauthier, D. Leduc, J. Galy, M. E. Elkettani, and J.-L. Izbicki. Discrimination of epoxy curing by high lamb modes order. *Physics Procedia*, 70 :300–304, 2015. doi:10.1016/j.phpro.2015.08.159v. 159, 195