



HAL
open science

Contrôle en boucle ouverte d'un écoulement tridimensionnel décollé par perturbations optimales

Mathieu Marant

► **To cite this version:**

Mathieu Marant. Contrôle en boucle ouverte d'un écoulement tridimensionnel décollé par perturbations optimales. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2017. Français. NNT : 2017INPT0091 . tel-04228404

HAL Id: tel-04228404

<https://theses.hal.science/tel-04228404v1>

Submitted on 4 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des fluides

Présentée et soutenue par :

M. MATHIEU MARANT

le jeudi 9 novembre 2017

Titre :

CONTROLE EN BOUCLE OUVERTE D'UN ECOULEMENT
TRIDIMENSIONNEL DECOLLE PAR PERTURBATIONS OPTIMALES

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (I.M.F.T.)

Directeur(s) de Thèse :

M. CARLO COSSU

Rapporteurs :

M. BENOIT PIER, ECOLE CENTRALE DE LYON

M. FRANCOIS GALLAIRE, ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

Membre(s) du jury :

M. CHRISTOPHE AIRIAU, UNIVERSITE TOULOUSE 3, Membre

Mme SABINE ORTIZ-CLERC, ENSTA PARISTECH, Membre

Avant-propos

Les travaux présentés dans cette thèse ont bénéficié du soutien financier du Groupe PSA et de moyens du CNRS et de l'INP Toulouse. Ils ont été réalisés au sein du groupe Écoulements Monophasiques Transitionnels et Turbulents (EMT2) de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse sous la direction de Carlo Cossu et avec le suivi de Grégory Pujals et de Vincent Herbert pour le Groupe PSA.

Remerciements

L'entourage du doctorant joue un rôle majeur dans la réalisation et l'aboutissement d'une thèse. Je tiens donc à remercier les personnes qui ont rendu cette thèse possible que ce soit par leur aide ou leur soutien.

Je remercie tout d'abord Carlo Cossu, mon directeur de thèse, pour sa confiance et sa disponibilité. Je remercie également le Groupe PSA pour le financement de cette étude ainsi que Grégory Pujals et Vincent Herbert pour le suivi de cette thèse.

Merci à Benoît Pier et à François Gallaire d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Leurs commentaires et leurs remarques ont beaucoup apporté à cette étude. Je remercie Sabine Ortiz-Clerc d'avoir pris la présidence du jury et Christophe Airiau d'avoir accepté d'y prendre part. Merci à l'ensemble du jury du temps qu'il aura consacré et de l'intérêt qu'il aura porté à ces travaux.

Parce que l'environnement de travail fait beaucoup, je souhaite remercier l'ensemble de l'IMFT et plus particulièrement les membres du groupe EMT2. Merci pour la bonne ambiance au quotidien et pour l'aide apportée, ce fut un plaisir de passer ces trois années parmi vous.

Je remercie mes amis, à Toulouse, à Tours ou ailleurs, pour les moments partagés. Merci enfin à mes parents pour leurs encouragements et leur soutien permanent.

Résumé

On calcule les amplifications d'énergie optimales de structures quasi longitudinales dans le sillage d'un corps épais axisymétrique à culot droit et dans une couche de mélange parallèle. Les amplifications d'énergie sont seulement modérées dans le sillage du corps axisymétrique tandis qu'elles sont grandes dans la couche de mélange. Les amplifications maximales augmentent avec le nombre de Reynolds et lorsque le nombre d'onde transverse (azimutal) décroît. Les structures amplifiées optimalement sont des stries longitudinales. Lorsqu'elles sont forcées à amplitudes finies, les stries optimales réduisent considérablement l'instationnarité du sillage du corps épais axisymétrique. Pour des nombres de Reynolds modérés, l'instationnarité du sillage peut être complètement supprimée si le forçage optimal est combiné avec un soufflage au culot uniforme. Dans le cas de la couche de mélange 2D, le taux de croissance maximal de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz et le ratio de vitesse critique d'apparition de l'instabilité absolue peuvent être soit réduits soit augmentés en fonction des symétries des stries forcées. Dans ce cas, on montre que la déformation non linéaire moyenne doit être incluse dans l'analyse de sensibilité de l'instabilité et que cela n'influe pas sur la dépendance quadratique par rapport à l'amplitude des stries.

Abstract

Optimal energy amplifications of quasi-streamwise structures are computed in the wake of a blunt-based axisymmetric bluff body and in a parallel mixing layer. Only moderate energy amplifications are observed in the wake of the axisymmetric body while they are large in the mixing layer. The maximum amplifications increase with the Reynolds number and with decreasing spanwise (azimuthal) wavenumbers. The optimally amplified structures are streamwise streaks. When forced with finite amplitudes, optimal streaks greatly reduce the unsteadiness in the wake of the axisymmetric bluff body. At moderate Reynolds numbers the wake unsteadiness can be completely suppressed if the optimal forcing is combined with uniform base bleed. In the case of the 2D mixing layer, the maximum growth rate of the Kelvin-Helmholtz instability and the critical velocity ratio for the onset of the absolute instability can be either reduced or increased depending on the symmetries of the forced streaks. It is shown that in this case the nonlinear mean flow distortion must be included in the sensitivity analysis of the instability and that this inclusion preserves the quadratic dependence on the streaks amplitude.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Motivations industrielles	1
1.2	Dynamique des sillages des corps épais	2
1.3	Contrôle des sillages des corps épais	5
1.3.1	Contrôle 2D des écoulements 2D	5
1.3.2	Contrôle 3D des écoulements 2D	6
	Techniques de contrôle	6
	Interprétations en termes d'instabilités hydrodynamiques du contrôle 3D	7
1.3.3	Effet lift-up et optimisation du contrôle 3D	9
1.3.4	Analyses de sensibilité	11
1.4	Instabilité de Kelvin-Helmholtz et son contrôle	12
1.5	But de cette étude	14
2	Formulation mathématique	19
2.1	Les équations de Navier-Stokes	19
2.2	Les opérateurs d'Orr-Sommerfeld et de Squire	20
2.3	Stabilité des écoulements ouverts parallèles et analyse par réponse im- pulsionnelle	21
2.3.1	Analyse modale	21
2.3.2	Types d'instabilité modale	22
	Instabilité convective et instabilité absolue	22
	Instabilité locale et instabilité globale	23

2.3.3	Analyse de la réponse impulsionnelle	24
	Stabilité temporelle	24
	Stabilité spatio-temporelle	25
2.4	Amplifications non normales d'énergie	26
2.4.1	Non normalité et croissance transitoire d'énergie	26
2.4.2	Croissances optimales d'énergie	26
	Croissances optimales temporelles	26
	Croissances optimales spatiales	27
2.4.3	L'effet lift-up	28
3	Méthodes	31
3.1	Intégration des équations de Navier-Stokes	31
3.2	Calcul des amplifications optimales d'énergie	32
3.3	Calcul et analyse de la réponse impulsionnelle	33
3.3.1	Simulation numérique de la réponse impulsionnelle	33
3.3.2	Post-traitement de la réponse impulsionnelle	34
	La transformée de Hilbert	34
3.3.3	Calcul des taux d'amplification	36
4	Stries optimales et leur effet stabilisant dans les sillages axisymétriques	39
4.1	Motivations et contexte	39
4.2	Configuration étudiée	40
4.3	Régimes d'écoulement dans le cas non contrôlé	41
4.4	Amplifications optimales d'énergie et perturbations optimales associées	43
4.5	Contrôle des oscillations dans le sillage	50
4.6	Discussion	55
5	Stries optimales et leur effet stabilisant sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz	57
5.1	Motivations et contexte	57

5.2	Couche de mélange parallèle 2D de référence	59
5.3	Croissances transitoires optimales d'énergie	59
5.3.1	Amplifications d'énergie	59
5.3.2	Perturbations optimales et sous-optimales	61
5.4	Couches de mélange striées non linéaires	63
5.5	Influence des stries sur la stabilité de la couche de mélange	65
5.5.1	Effet des stries sur le taux de croissance temporel	65
5.5.2	Effet des stries sur le taux de croissance spatio-temporel	67
5.6	Discussion	69
6	Rôle des déformations non linéaires et sensibilités au deuxième ordre	73
6.1	Motivations et contexte	73
6.2	Prédictions basées sur une forme constante	74
6.3	Influence des parties uniforme et sinusoidale de la déformation de l'écoulement de base	75
6.4	Une sensibilité composite au deuxième ordre	78
6.5	Discussion	80
7	Conclusions	83
A	OpenFOAM	89
B	La couche de mélange en tangente hyperbolique	93
C	Choix des temps d'analyse du paquet d'ondes	95

Chapitre 1

Introduction

1.1 Motivations industrielles

Les constructeurs automobiles n'ont de cesse de vouloir réduire la consommation de leurs véhicules afin d'en diminuer les coûts d'exploitation et de limiter les émissions polluantes. Cela doit également leur permettre de respecter les demandes des pouvoirs publics. Le Parlement européen a ainsi fixé comme objectif de réduire les émissions de dioxyde de carbone à 95 g de CO_2 par km d'ici à 2020. C'est pourquoi de nouvelles solutions techniques sont mises en avant à cet effet : l'allègement des véhicules, la réduction de la cylindrée ou encore des modes de propulsion alternatifs. L'aérodynamique est un autre levier d'action, une part non négligeable de la consommation étant imputable à la traînée aérodynamique, composante de la force aérodynamique s'opposant à l'avancée du véhicule. D'après Hucho (1998), la traînée aérodynamique est responsable de plus de 70% de la consommation en carburant pour des vitesses supérieures à 90 km/h. Une réduction de 10% de la traînée permet de réduire la consommation de l'ordre de 5%. Au cours du temps, l'évolution des formes a permis de réduire la traînée comme on peut le voir sur la figure 1.1.

Néanmoins si la compréhension des phénomènes en jeu par les aérodynamiciens a progressé, les lignes d'une voiture ne peuvent seulement dépendre des contraintes aérodynamiques. Il est nécessaire de tenir compte de l'architecture du véhicule mais également de lui donner des lignes attrayantes. Ceci explique que les lignes d'un véhicule conçu pour avoir une faible traînée peuvent différer de celles d'un véhicule plus classique et destiné à la commercialisation (voir figure 1.2).

La traînée aérodynamique peut être divisée en deux contributions : la traînée visqueuse et la traînée de pression. La traînée visqueuse est due au frottement de l'air sur la paroi d'une géométrie. Sa contribution est d'autant plus importante que le corps auquel elle s'applique est profilé. Or, à l'exception de quelques concepts, ce n'est pas le cas d'un véhicule automobile traditionnel et la traînée de pression contribue pour près de 80% de la traînée totale. Celle-ci est due pour l'essentiel au décollement massif de l'écoulement sur la partie arrière du véhicule (voir figure 1.3) qui a pour effet de provoquer une

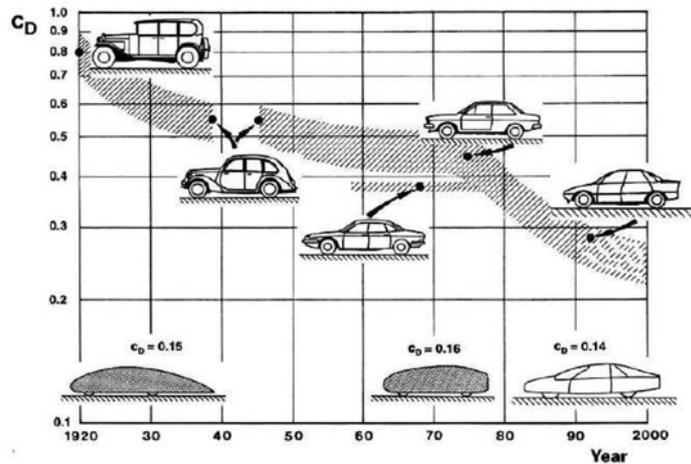


FIGURE 1.1 – Évolution du coefficient de traînée C_d depuis 1920 jusqu'à 2000. Figure d'après Hucho (1998).



FIGURE 1.2 – Deux versions de la Peugeot 208. À gauche, la version classique disponible à la vente. À droite, la version HYbrid FE : démonstrateur technologique rejetant moins de 49 grammes de CO_2 par kilomètre. Le modèle basse consommation présente des lignes retravaillées et notamment un arrière à pan vertical permettant de réduire la traînée aérodynamique.

dépression qui ne compense plus la surpression sur la partie avant.

1.2 Dynamique des sillages des corps épais

Afin de réduire la traînée aérodynamique exercée sur un véhicule, on peut donc agir sur le décollement de l'écoulement. De nombreuses études ont déjà été réalisées à ce sujet, notamment sur une géométrie de véhicule simplifiée appelée corps d'Ahmed (Ahmed *et al.*, 1984) ayant une géométrie appartenant à la famille des corps épais. On nomme corps épais (*bluff body* en Anglais) une géométrie dont aucune longueur caractéristique d'une des trois dimensions de l'espace n'est négligeable devant les deux autres. L'écoulement autour d'une telle géométrie se caractérise par un important décollement au niveau du culot avec une dépression dans le sillage proche ce qui entraîne une forte traînée de pression.

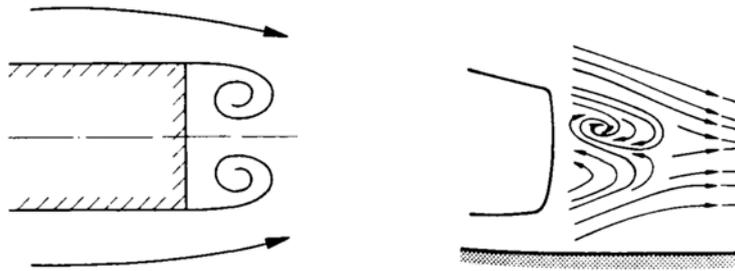


FIGURE 1.3 – Décollement de l'écoulement sur un corps épais. Il y a apparition d'une zone de recirculation dans le sillage proche. Figure d'après Hucho (1998).

Les écoulements autour de ces géométries dépendent fortement du nombre de Reynolds Re , différents régimes d'écoulement apparaissant alors selon Re . Une illustration de ce fait est l'instationnarité du sillage lorsque le nombre de Reynolds dépasse une valeur critique. Cette instationnarité va alors influencer sur la distribution de pression autour de la géométrie et donc sur la valeur des différents coefficients aérodynamiques comme le C_x ou le C_z . Ce type de sillage instationnaire peut être bidimensionnel ou tridimensionnel.

Dans le cas bidimensionnel, la cas de référence "académique" est l'écoulement autour d'un cylindre (voir Williamson, 1996, pour une revue). En considérant l'écoulement de vitesse U_∞ incompressible d'un fluide réel de viscosité cinématique ν autour d'un cylindre de diamètre D , le paramètre de contrôle de l'écoulement est le nombre de Reynolds $Re = U_\infty D / \nu$. Lorsque $Re \leq 47$, l'écoulement est stationnaire, symétrique et présente une zone de recirculation stationnaire à l'arrière du cylindre si $Re \gtrsim 5$. Lorsque $Re > 47$, des tourbillons bidimensionnels sont lâchés périodiquement dans le sillage du cylindre. Le sillage est alors instationnaire et périodique. On parle d'allée de tourbillons de von Kármán pour désigner le phénomène observé (voir figure 1.3).



FIGURE 1.4 – Allée de tourbillons de von Kármán dans le sillage d'un cylindre circulaire pour $Re=140$. Figure d'après Van Dyke (1982).

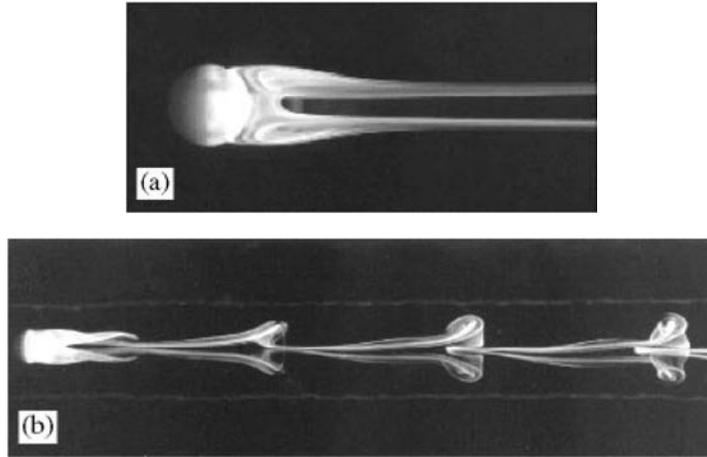


FIGURE 1.5 – Visualisations expérimentales du sillage d’une sphère pour deux régimes d’écoulement : (a) écoulement stationnaire à symétrie planaire ($212 < Re < 272$); (b) écoulement instationnaire et périodique ($Re > 272$). Figure d’après Thompson *et al.* (2001).

Les origines du lâcher tourbillonnaire résident dans l’instabilité du sillage du corps épais. Les profils de sillage voient leur stabilité changer lorsque le nombre de Reynolds augmente. Il peut alors se former une zone d’instabilité locale absolue dont la taille va augmenter avec Re et qui joue un rôle de résonateur (*wave maker* en Anglais) amplifiant les perturbations. Lorsque cette zone atteint une taille critique, le sillage est déstabilisé par une instabilité globale (Chomaz *et al.*, 1988; Huerre & Monkewitz, 1990) associée à une bifurcation de Hopf¹ donnant naissance au lâcher tourbillonnaire de von Kármán périodique en temps et brisant la symétrie haut-bas et la stationnarité de la solution de base. Cela induit alors une oscillation périodique de la portance du cylindre.

Des observations similaires peuvent être faites pour le cas tridimensionnel de la sphère (voir par exemple Johnson & Patel, 1999; Mittal, 1999; Tomboulides & Orszag, 2000; Thompson *et al.*, 2001; Pier, 2008). Le nombre de Reynolds est toujours $Re = U_\infty D / \nu$ mais on distingue alors trois régimes d’écoulement (voir figures 1.5 et 1.6). L’écoulement est stationnaire et axisymétrique (donc à portance nulle) pour $Re \lesssim 212$ et il est stationnaire avec une symétrie planaire (avec une portance non nulle mais stationnaire) pour $212 \lesssim Re \lesssim 272$ suite à une première bifurcation faisant apparaître une paire de tourbillons contrarotatifs dans le sillage. Le lâcher tourbillonnaire instationnaire apparaît pour $Re \gtrsim 272$ en induisant des oscillations instationnaires de la portance.

1. Les notions d’instabilité seront plus approfondies dans le chapitre 2.

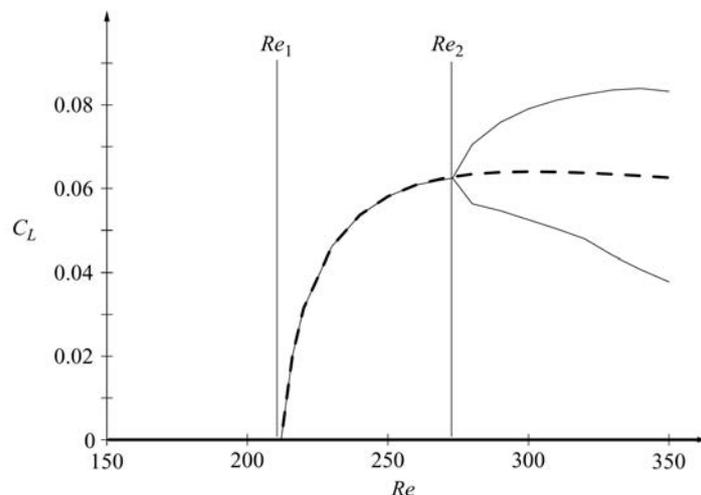


FIGURE 1.6 – Coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds pour les différents régimes d’écoulement autour de la sphère : l’écoulement stationnaire et axisymétrique avec $C_L = 0$ (courbe en trait plein), l’écoulement stationnaire et à symétrie planaire avec $C_L \neq 0$ stationnaire (courbe en trait pointillé) et l’écoulement instationnaire à symétrie planaire avec $C_L \neq 0$ instationnaire (deux courbes en trait fin correspondant aux valeurs minimum et maximum). On observe une bifurcation de Hopf pour $Re = Re_2$. Figure d’après Pier (2008).

1.3 Contrôle des sillages des corps épais

L’instationnarité du sillage de nombreuses géométries est donc due à une instabilité globale associée à la présence d’une zone d’instabilité absolue dans le sillage proche. Une façon de contrôler l’écoulement revient alors à agir sur cette zone d’instabilité absolue. On présente ici différentes techniques de contrôle appliquées à des écoulements bidimensionnels mais pas seulement. Ces techniques peuvent être passives comme actives, avec un coût énergétique variable.

1.3.1 Contrôle 2D des écoulements 2D

Les stratégies de contrôle bidimensionnel sont invariantes selon la direction d’invariance transverse à l’écoulement. L’exemple le plus connu de ce type de contrôle est le soufflage au culot (Bearman, 1967). En injectant du fluide à l’arrière de la géométrie, on réduit, voire on supprime, la zone d’instabilité absolue du sillage ce qui permet d’annihiler l’instabilité globale et le lâcher tourbillonnaire lorsque le soufflage est suffisamment important (Schumm *et al.*, 1994). Ce type de contrôle, qui s’applique aussi aux corps épais tridimensionnels, permet de réduire la taille et la pression du sillage d’où une possible réduction de la traînée. Cependant, le coût énergétique de cette technique de contrôle est important par son action qui consiste essentiellement à réduire le sillage. De plus, cette technique exige un débit de masse relativement élevé ce qui paraît peu

compatible avec une application industrielle pratique.

Une autre technique de contrôle, cette fois-ci passive, consiste à placer un cylindre (de contrôle) de très faible diamètre dans le sillage du cylindre à contrôler afin de supprimer le lâcher tourbillonnaire comme le montrent Strykowski & Sreenivasan (1990). Toutefois, dans le cas laminaire, cette technique est uniquement efficace pour $Re \leq 80$. D'après Chomaz (2005) et Giannetti & Luchini (2007), ce cylindre de contrôle doit être placé dans la zone d'instabilité absolue à l'origine de l'instabilité globale de l'écoulement. Cette technique passive a également montré un certain succès pour des écoulements turbulents et permet également, sous certaines conditions, de réduire la traînée (Sakamoto *et al.*, 1991; Parezanović & Cadot, 2009*a,b*, 2012; Cadot *et al.*, 2009).

1.3.2 Contrôle 3D des écoulements 2D

Techniques de contrôle

Les stratégies de contrôle tridimensionnel consistent à créer une modulation de la composante longitudinale de la vitesse du sillage dans la direction d'invariance transverse à l'écoulement. Ce type de contrôle est utilisé depuis longtemps afin de réduire ou de supprimer le lâcher tourbillonnaire dans le sillage des corps épais en forçant des perturbations 3D. Ces méthodes ont prouvé leur efficacité même pour des nombres de Reynolds élevés comme détaillé par Choi *et al.* (2008). La figure 1.7 présente différentes modulations d'une géométrie bidimensionnelle à l'origine permettant d'obtenir une modulation du sillage. Sur le cylindre, Zdravkovich (1981) applique une rainure hélicoïdale (1.7*a*) tandis qu'Owen *et al.* (2000, 2001) déforment l'axe sinusoidalement (1.7*e*) ou appliquent des bosses hémisphériques (1.7*f*). Des modifications géométriques sont également appliquées à un profil à culot droit : Tanner (1975) étudie un bord de fuite segmenté (1.7*b*), Tombazis & Bearman (1997) un bord de fuite sinusoidal (1.7*c*) et Park *et al.* (2006) y placent de petites languettes (1.7*g*). Ces altérations permettent de réduire les forces aérodynamiques appliquées ou encore de stabiliser le sillage. La modulation géométrique est une technique passive mais la modulation du sillage peut aussi être obtenue par aspiration et soufflage à la paroi. En utilisant cette technique active, Kim & Choi (2005) montrent qu'elle permet de supprimer le lâcher tourbillonnaire d'un cylindre.

Chacune de ces techniques se caractérise par les paramètres de contrôle de la modulation. Selon la méthode employée, il peut s'agir de la dimension des éléments géométriques, de la longueur d'onde de la modulation ou de l'amplitude du contrôle. Les techniques de contrôle les plus efficaces sont généralement symétriques par rapport à l'axe normal à l'écoulement. L'efficacité dépend également fortement de la longueur d'onde de la modulation. Pour stabiliser le sillage d'un cylindre de diamètre D , la meilleure efficacité est obtenue pour un forçage à la paroi de longueur d'onde transverse $5D-7D$.

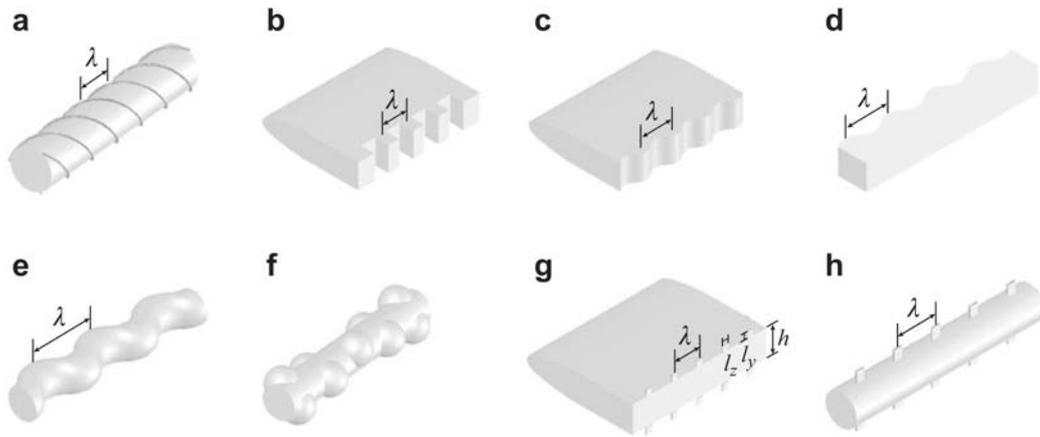


FIGURE 1.7 – Forçage 3D par modulation de la géométrie : (a) rainure hélicoïdale, (b) bord de fuite segmenté, (c) bord de fuite sinusoïdal, (d) surface ondulé, (e) axe sinusoïdal, (f) bosses hémisphériques, et (g, h) petites languettes. Figure d’après Choi *et al.* (2008).

La physique derrière le contrôle par modulation du sillage est analysée par Darekar & Sherwin (2001) et Hwang *et al.* (2013) en termes de dynamique de la vorticité. Le cisaillement transverse de l’écoulement de base déforme l’axe des tourbillons de Kármán créant ainsi des tourbillons longitudinaux. Ces tourbillons longitudinaux vont alors interagir avec ces mêmes tourbillons transverse (et instationnaires) jusqu’à les supprimer.

Interprétations en termes d’instabilités hydrodynamiques du contrôle 3D

Des interprétations de nature plus générale peuvent néanmoins être avancées en termes de théorie de la stabilité hydrodynamique. Si le lien entre le contrôle 2D de sillages 2D et la stabilisation de l’instabilité absolue et de l’instabilité globale a été prouvé depuis longtemps, ce lien a été établi beaucoup plus récemment dans le cas du contrôle 3D.

Hwang *et al.* (2013) ont montré que des modulations transverse (3D) purement sinusoïdales d’un sillage bidimensionnel réduisent l’instabilité absolue.

Del Guercio *et al.* (2014c) ont étendu les résultats de Hwang *et al.* (2013) en forçant des tourbillons longitudinaux contrarotatifs (de forme transverse sinusoïdale) dans le sillage et en analysant ensuite les modulations transverse non linéaires induites par ces tourbillons dans le sillage. En s’appuyant sur ces écoulements modulés plus réalistes, ils montrent que l’instabilité absolue dans le sillage peut être complètement supprimée.

Del Guercio *et al.* (2014a,b) ont étendu ultérieurement ces analyses en considérant des sillages non parallèles où les tourbillons longitudinaux sont forcés soit par les conditions au bord amont soit par soufflage et aspiration à la paroi d’un cylindre circulaire. Ils montrent que les modulations non linéaires 3D du sillage ainsi induites peuvent

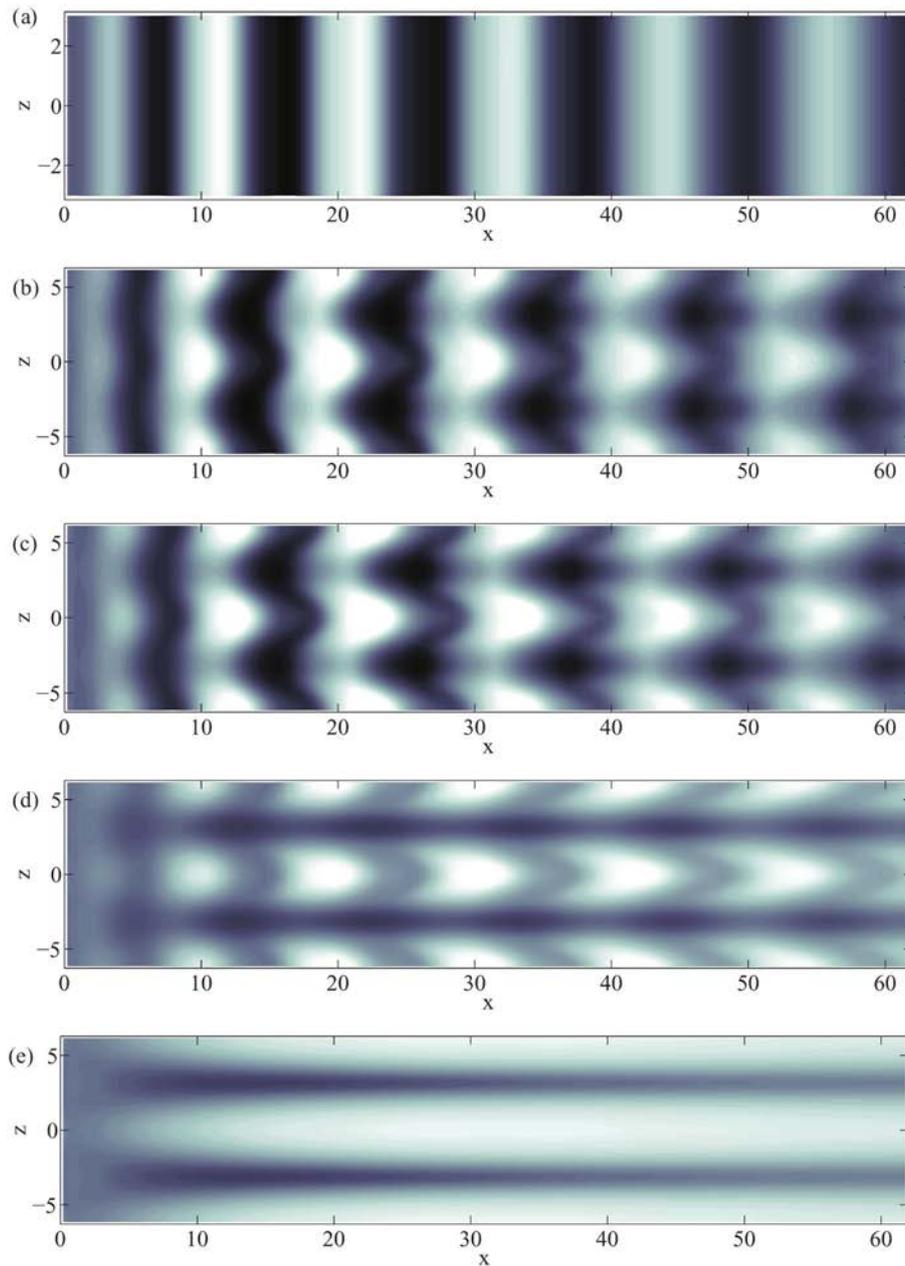


FIGURE 1.8 – Simulations non linéaires d'un sillage non parallèle. La composante longitudinale de la vitesse \mathbf{u}' est représentée. Le cas (a) correspond au cas de référence non contrôlé, où on peut observer les tourbillons de von Kármán 2D. Pour les autres cas, des perturbations optimales consistant en des tourbillons contrarotatifs périodiques sont forcées en amont et induisent le développement de stries en aval. L'amplitude de forçage augmente du cas (b) au cas (e). Pour des amplitudes de forçage suffisamment grandes le lâcher tourbillonnaire instationnaire disparaît en laissant la place à un "sillage strié" stationnaire. Figure d'après Del Guercio *et al.* (2014a).

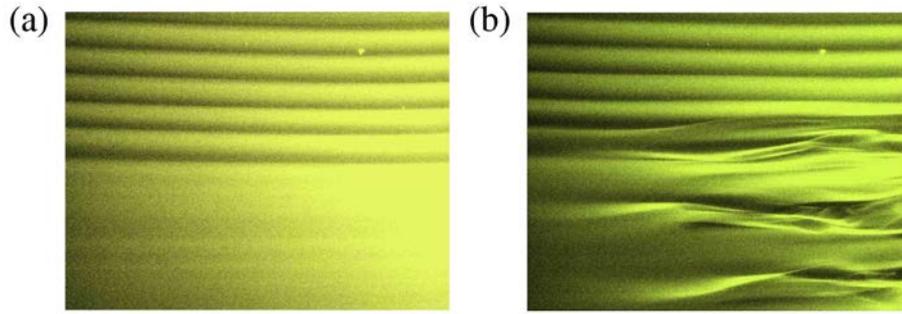


FIGURE 1.9 – Illustration du contrôle 3D de la couche limite laminaire 2D à l'aide de stries forcées par des perturbations "presque optimales". Sur la partie supérieure de l'image, l'écoulement est contrôlé. Il ne l'est pas sur la partie inférieure. (a) La transition vers la turbulence n'a pas été amorcée : la partie contrôlée laisse apparaître des stries, la partie non contrôlée reste laminaire. (b) La transition a été déclenchée : la couche limite devient turbulente sur la partie non contrôlée tandis qu'elle reste organisée sur la partie contrôlée. Figure d'après Fransson *et al.* (2006).

stabiliser l'instabilité globale s'y développant (voir figure 1.8) et ceci à des nombres de Reynolds supérieurs au double du nombre de Reynolds critique.

1.3.3 Effet lift-up et optimisation du contrôle 3D

Dans toutes les différentes déclinaisons du contrôle 3D de sillages 2D on observe des modulations périodiques transverses de la vitesse longitudinale associées à des régions de plus grande et de plus petite vitesse alternées dans la direction transverse. Dans le contexte des écoulements cisailés de paroi ces régions sont désignées comme "stries longitudinales de vitesse" (*streamwise streaks* en Anglais) et il est connu que ces stries longitudinales peuvent être forcées pas des tourbillons longitudinaux contrarotatifs, faibles en énergie, qui se développent par l'intermédiaire de l'effet *lift-up* (voir Moffatt, 1967; Ellingsen & Palm, 1975; Landahl, 1990). On peut alors calculer, à l'aide de techniques d'optimisation standards, la forme des tourbillons optimaux qui permettent de former les stries (optimales) de plus grande énergie (voir le chapitre 2).

Cette idée a d'abord été utilisée sur la couche limite de Blasius. Ainsi on ne force pas les stries directement, ce qui demande beaucoup d'énergie, mais les tourbillons longitudinaux optimaux, qui demandent beaucoup moins d'énergie (de l'ordre de $1/Re^2$). Dans ce type d'approche c'est l'écoulement lui-même qui amplifie l'action du contrôle. Cette approche a permis de stabiliser la croissance des ondes 2D instables de Tollmien-Schlichting dans la couche limite (2D) de Blasius (Cossu & Brandt, 2002, 2004; Fransson *et al.*, 2005) et d'y retarder la transition vers la turbulence (Fransson *et al.*, 2006) comme montré sur la figure 1.9.

Cette approche du contrôle exploitant l'effet lift-up a été étendue au cas des sillages 2D par Del Guercio *et al.* (2014c,a,b). Del Guercio *et al.* (2014c) calculent d'abord les

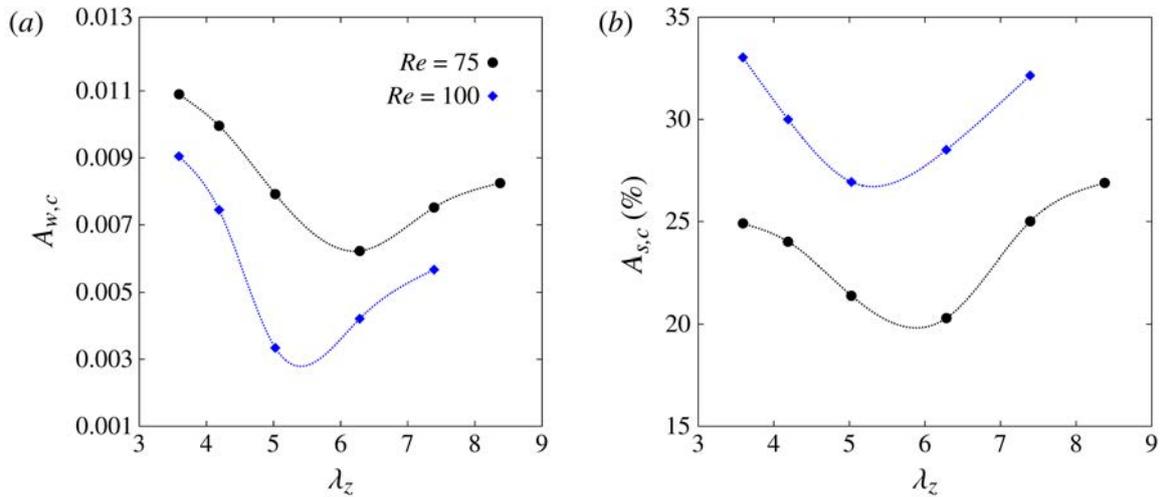


FIGURE 1.10 – Amplitude de forçage critique $A_{w,c}$ (a) et amplitude critique des stries $A_{s,c}$ (b) pour lesquelles l’instabilité globale est annihilée en fonction de la longueur d’onde transverse pour des nombres de Reynolds $Re = 75$ et $Re = 100$. Si, comme attendu, l’amplitude $A_{S,c}$ des stries nécessaire à la stabilisation augmente avec le nombre de Reynolds, l’amplitude $A_{W,c}$ d’aspiration-soufflage à la paroi diminue avec le nombre de Reynolds mettant ainsi en évidence l’effet prépondérant de l’amplification non normale du contrôle. Figure d’après Del Guercio *et al.* (2014b).

perturbations optimales initiales (tourbillons longitudinaux) de l’écoulement parallèle défini par le profil de sillage bidimensionnel modèle de Monkewitz (1988a). Le forçage de ces perturbations permet de réduire le taux de croissance et de supprimer l’instabilité absolue avec beaucoup moins d’énergie qu’en forçant directement les stries. Del Guercio *et al.* (2014a) ont étendu l’idée au contrôle d’un sillage 2D faiblement non parallèle synthétique obtenu en forçant le profil de Monkewitz (1988a) en entrée de domaine. Pour cet écoulement à développement spatial, les perturbations optimales *spatiales* sont calculées et forcées par l’amont. Une amplitude de forçage suffisante permet alors de stabiliser l’écoulement, comme montré sur la figure 1.8.

S’intéressant au cas où les perturbations sont appliquées à la surface du corps épais, Del Guercio *et al.* (2014b) ont calculé les distributions optimales 3D d’aspiration-soufflage à la paroi d’un cylindre circulaire induisant l’amplification spatiale optimale des stries dans le sillage. Le forçage à amplitude finie de ces stries optimales permet de supprimer le lâcher tourbillonnaire comme Kim & Choi (2005) mais avec une amplitude de forçage fortement réduite. Del Guercio *et al.* (2014b) montrent également que les longueurs d’onde transverses optimales donnant les stries les plus amplifiées dans le sillage coïncident presque avec celles qui sont les plus efficaces à supprimer le lâcher tourbillonnaire et que l’énergie demandée par le contrôle *diminue* lorsque Re augmente, prouvant que l’efficacité du forçage optimal l’emporte sur l’augmentation du taux d’amplification du mode global instable avec Re (voir figure 1.10).

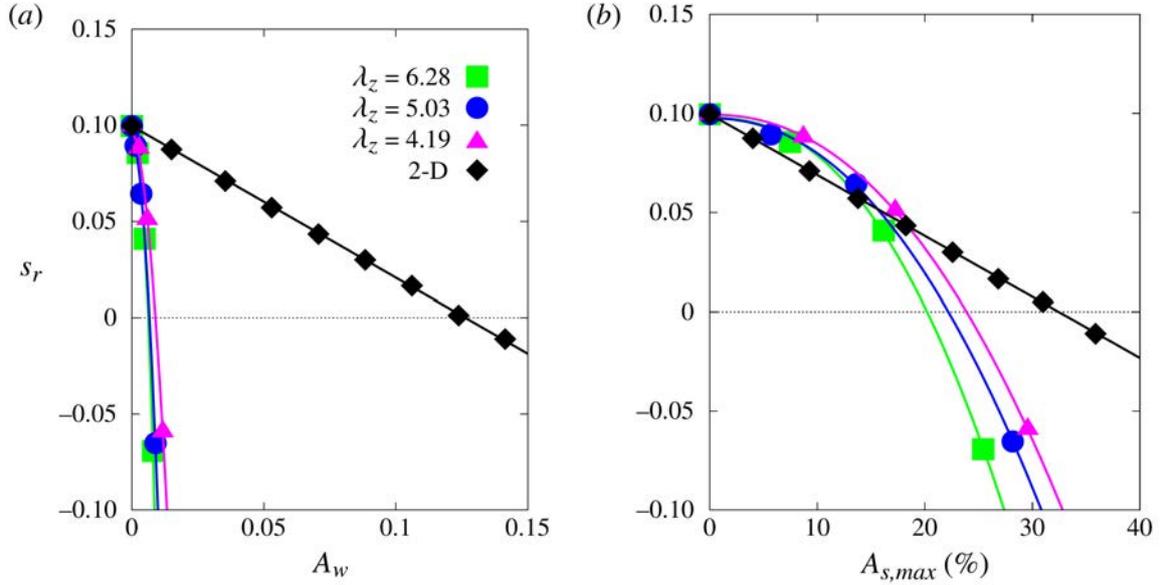


FIGURE 1.11 – Taux de croissance s_r du mode global par rapport à l’amplitude de l’aspiration et du soufflage optimaux A_w (a) et à l’amplitude maximale des stries $A_{s,max}$ (b). Cette évolution est également montrée pour une perturbation 2D. Figure d’après Del Guercio *et al.* (2014b).

1.3.4 Analyses de sensibilité

Une autre propriété intéressante du contrôle des instabilités 2D au moyen de modulations périodiques de la vitesse vient du fait que la sensibilité au premier ordre des valeurs propres du système par rapport à l’amplitude de contrôle est nulle et que, en général, la variation à l’ordre dominant de la valeur propre par rapport au cas non contrôlé (2D) dépend quadratiquement de l’amplitude de la modulation 3D. Cette dépendance quadratique par rapport à l’amplitude de contrôle a d’abord été mise en évidence pour les taux de croissance absolue des sillages parallèles par Hwang *et al.* (2013) puis pour les taux de croissance temporelle des sillages parallèles par Del Guercio *et al.* (2014c) et pour la sensibilité du taux de croissance du mode global des sillages non parallèles par Del Guercio *et al.* (2014a,b).

Un aspect important, mis en évidence par Del Guercio *et al.* (2014a,b), est que pour les amplitudes de contrôle finies requises pour stabiliser des écoulements à des nombres de Reynolds relativement éloignés de l’apparition de l’instabilité, la sensibilité quadratique du contrôle 3D, combinée avec les grandes amplifications associées à l’effet lift-up (fondamentalement 3D), conduit à une meilleure efficacité des techniques de contrôle 3D par rapport au contrôle 2D (voir figure 1.11).

Des études plus approfondies ont calculé explicitement la sensibilité au deuxième ordre par des analyses asymptotiques d’une équation modèle (Cossu, 2014b) et des équations de Navier-Stokes linéarisées (Tammisola *et al.*, 2014; Boujo *et al.*, 2015; Tammisola, 2017).

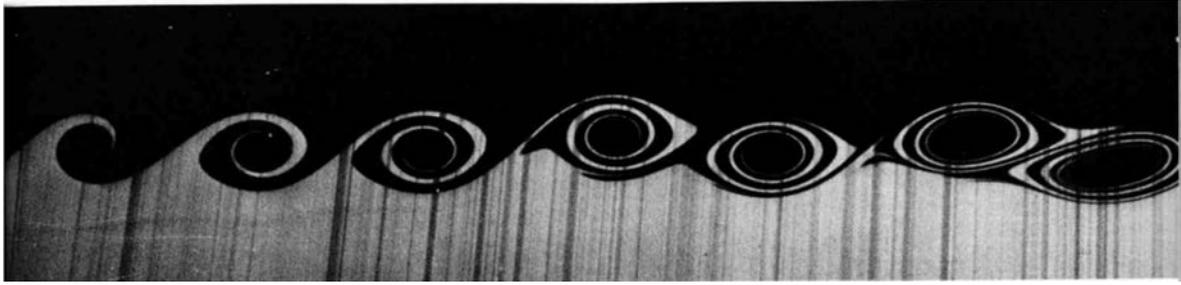


FIGURE 1.12 – Développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans une couche de mélange avec l'enroulement des tourbillons transverses. Figure d'après Van Dyke (1982) avec une photographie de F. A. Roberts, P. E. Dimotakis et A. Roshko.

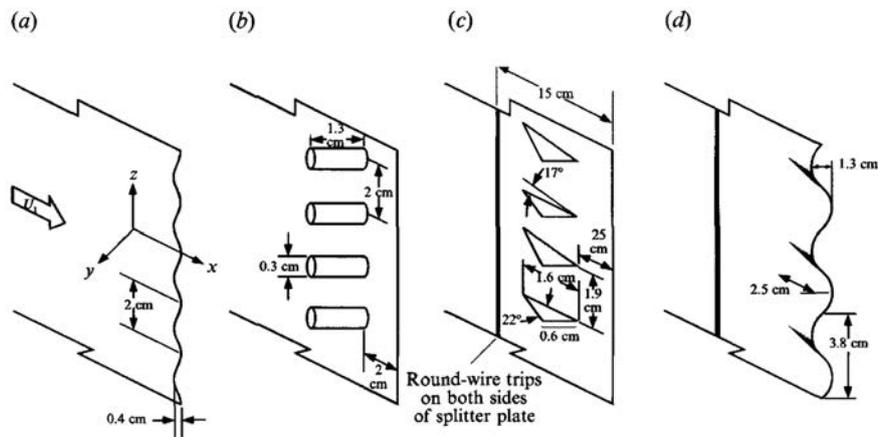


FIGURE 1.13 – Schémas des mécanismes de perturbation d'une couche de mélange spatiale. (a) Dentelure; (b) plots; (c) générateurs de tourbillons; (d) ondulation. Figure d'après Bell & Mehta (1993).

Considérant le cas d'une couche de mélange plane, Boujo *et al.* (2015) montrent que les déformations transverses périodiques (3D) maximisant la sensibilité au deuxième ordre du taux de croissance de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz coïncident avec celles conduisant à l'amplification d'énergie maximale des stries longitudinales, ce qui explique *a posteriori* la réussite du contrôle avec les stries optimales.

1.4 Instabilité de Kelvin-Helmholtz et son contrôle

Dans le cas des très grands nombres de Reynolds typiques des applications industrielles, l'épaisseur de la couche de vorticité delimitant le sillage en aval d'un corps épais va fortement se réduire et le rapport de l'épaisseur de vorticité δ_ω sur la longueur caractéristique L_c du sillage s'en trouvera réduit. On distingue alors deux types de modes et de perturbations : ceux à grande échelle de l'ordre de L_c et ceux de l'ordre de δ_ω , ces derniers pouvant devenir les plus intéressants aux grands Re . Par exemple, lors du contrôle du décollement à l'arrière d'un corps d'Ahmed, Pujals *et al.* (2010a) utilisent

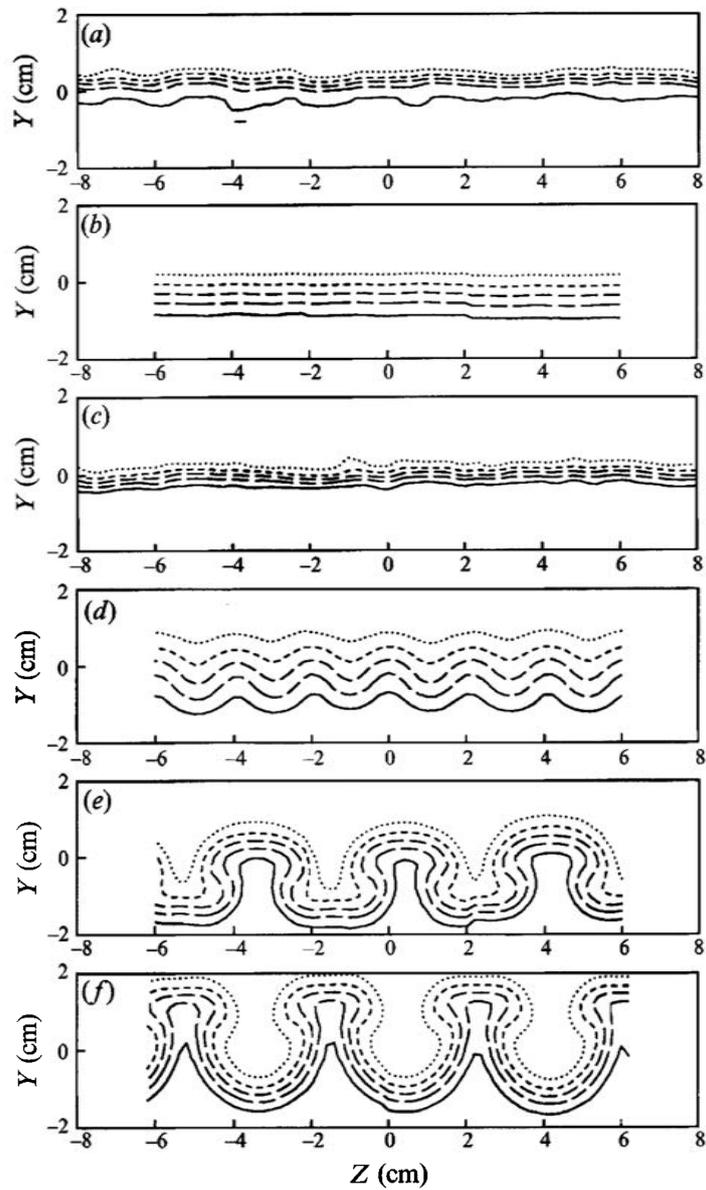


FIGURE 1.14 – Contours de vitesse longitudinale moyenne pour les couches de mélange : laminaire non perturbée (a), avec une transition déclenchée (b) et perturbée avec des dentelures (c), des plots (d), (e) des générateurs de tourbillons (e) et des ondulations (f). Figure d’après Bell & Mehta (1993).

des perturbations optimales de l'ordre de δ , où δ est l'épaisseur de la couche limite, alors que des modes d'échelles différentes sont en concurrence. Il s'agit alors plus de contrôler l'instabilité de Kelvin-Helmholtz d'une couche de mélange que celle d'une géométrie 3D.

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz se développant dans les couches de mélange est le prototype des instabilités des écoulements cisailés. Selon le théorème de Rayleigh, la présence d'un point d'inflexion dans le profil de la couche de mélange rend possible l'existence de cette instabilité non visqueuse (Lord Rayleigh, 1880; Huerre & Rossi, 1998; Schmid & Henningson, 2001). Cependant, le fait de considérer un fluide visqueux ne change pas les observations faites, si le nombre de Reynolds est suffisamment élevé. L'enroulement de la couche de vorticité suite au développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz mène à la formation de tourbillons corotatifs 2D (les tourbillons de Kelvin-Helmholtz, voir figure 1.12). Ces tourbillons 2D sont ensuite le si ge d'instabilités secondaires 3D et deviennent rapidement turbulents. Le profil turbulent moyen préservant un point d'inflexion, des structures cohérentes à grande échelle similaires aux tourbillons de Kelvin-Helmholtz sont observées même dans le régime turbulent.

Bell & Mehta (1993) ont été capables de stabiliser spatialement (en moyenne) une couche de mélange turbulente par des modulations cohérentes 3D du profil turbulent moyen 2D. Ces modulations étaient obtenues à l'aide de différents éléments perturbateurs placés sur la plaque séparatrice de laquelle est issue la couche de mélange. Quatre géométries sont testées (voir figure 1.13), chacune d'entre elles constituant une modulation géométrique transverse de l'écoulement de base bidimensionnel avec une longueur d'onde du même ordre de grandeur que celle de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Chacune des modulations testées contribue au développement de tourbillons longitudinaux menant à une déformation du profil de vitesse moyen de la couche de mélange (voir figure 1.14). L'amplitude de la déformation varie alors selon la perturbation utilisée. Si les dentelures ont un effet presque négligeable, les plots, les générateurs de tourbillons et l'ondulation sont à l'origine d'importantes déformations qui permettent de réduire le taux de croissance spatial de la couche de mélange. En effet, la déformation de la couche de mélange permet de réorienter les structures tourbillonnaires transverses à l'origine de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz en tendant à rendre l'écoulement tridimensionnel. On se rapproche alors de la physique derrière le contrôle des sillages bidimensionnels par perturbations optimales (Del Guercio *et al.*, 2014*a,b*).

1.5 But de cette étude

L'écoulement dans le sillage d'une automobile est fortement turbulent et tridimensionnel. On va ainsi chercher à savoir comment contrôler un sillage 3D et plus particulièrement celui d'un corps épais à culot droit.

Rigas *et al.* (2014) ont examiné la dynamique de l'écoulement turbulent autour d'un corps axisymétrique   culot droit en mesurant le champ de pression au culot. Le champ étant fortement irrégulier à cause de la nature turbulente de l'écoulement, une d com-

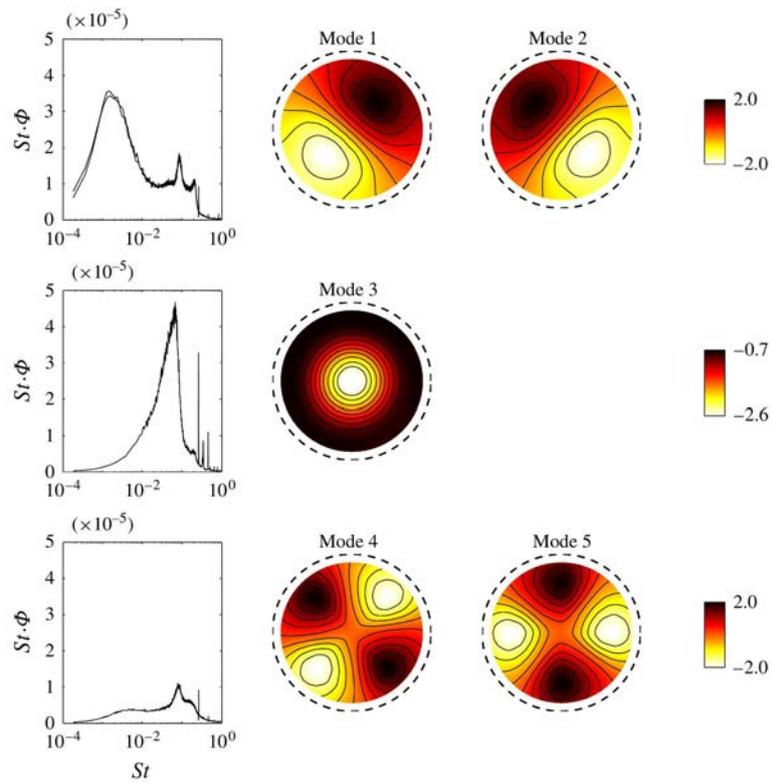


FIGURE 1.15 – Les cinq premiers modes POD et le spectre (prémultiplié) de leurs amplitudes : (a) modes 1 et 2 ($m = \pm 1$); (b) modes 3 ($m = 0$); (c) modes 4 et 5 ($m = \pm 2$). Figure d’après Rigas *et al.* (2014).

position orthogonale en modes de Karhunen-Loève (POD) est conduite, les cinq premiers modes étant représentés sur la figure 1.15. Il apparaît que les modes azimutaux dominants dans la distribution de pression au culot correspondent aux modes de grande échelle de périodicité azimutale $m = \pm 1$, les mêmes modes instables que ceux associés à l’instabilité globale dans les sillages de corps épais 3D axisymétriques.

Il semble donc prometteur d’essayer de stabiliser ces modes afin de diminuer les fluctuations de pression à grande échelle dans les sillages 3D, ce qui avait permis de fortement réduire la traînée dans le cas 2D, autant pour un écoulement transitionnel que turbulent (Kim & Choi, 2005). Or, l’approche très prometteuse du contrôle par des perturbations optimales, discutée plus haut, a été étudiée seulement sur des sillages 2D (contrôle 3D d’écoulements 2D). Il s’agit alors de répondre à la question qui a motivé cette thèse : **Est-il possible de contrôler les instabilités se développant dans les sillages 3D à l’aide de perturbations optimales ?**

Pour ce faire, on appliquera les méthodes utilisées par Del Guercio *et al.* (2014b) à un corps tridimensionnel axisymétrique dont la géométrie est proche de celle de Rigas *et al.* (2014) et dont la dynamique modale a été étudiée par Bohorquez *et al.* (2011). Cependant, il semble prudent de se concentrer sur des nombres de Reynolds relativement bas, typiques du régime transitionnel et faiblement turbulent. En effet, comme mentionné, bien que le contrôle 3D soit plus efficace que le contrôle 2D pour les écoulements bidimensionnels, le contrôle 3D n’a pas été appliqué aux écoulements tridimensionnels pour le moment et cette étude constitue une première. Les résultats de cette partie de l’étude seront présentés au chapitre 4.

On anticipe qu’il sera montré au chapitre 4 qu’il est effectivement possible de contrôler les instationnarités dans le sillage 3D à l’aide de perturbations optimales 3D. Néanmoins ce type de contrôle se révélera être moins efficace que dans le cas bidimensionnel pour les cas analysés qui sont transitionnels et associés à des nombres de Reynolds relativement bas.

L’application industrielle amène, toutefois, à considérer de plus hauts nombres de Reynolds. Cependant, pour des nombres de Reynolds plus élevés, l’étude devient moins aisée car l’épaisseur de la couche de vortacité du sillage va fortement se réduire et le rapport $\frac{\delta_\omega}{D}$ (avec δ_ω l’épaisseur de vortacité et D le diamètre du corps) avec elle, rendant ainsi très lourdes les exigences de maillage, mémoire et temps de calcul. Deux types de modes sont alors présents : ceux de l’ordre de D et ceux de l’ordre de δ_ω . Pour cette configuration, Pujals *et al.* (2010a) utilisent des perturbations optimales de l’ordre de δ , où δ est l’épaisseur de la couche limite, et non des modes d’échelles plus grandes. Il s’agit alors plus de contrôler l’instabilité d’une couche de vortacité que celle du sillage d’une géométrie 3D. De plus, si l’on désire étudier des valeurs de Re élevées, le développement spatial de la couche de mélange sera limité et pourra être considéré parallèle.

Ceci conduit alors à étudier dans le chapitre 5 une couche de mélange bidimensionnelle parallèle en utilisant à nouveau des perturbations optimales afin de limiter l’amplitude de forçage requise. Pour cet écoulement de référence, les perturbations optimales et

sous-optimales, sinueuses et variqueuses, pour différentes longueurs d'onde transverses seront calculées avant d'analyser l'impact de leur forçage sur la stabilité de l'écoulement. Pour ce faire, on calculera les réponses impulsionnelles des différentes couches de mélange striées afin d'en analyser les stabilités temporelle et spatio-temporelle.

L'étude de la stabilité des couches de mélange 2D modulées par des perturbations optimales 3D sera l'occasion d'aborder, au chapitre 6, un autre problème qui apparaît dans ce type d'analyse et qui est lié à la définition de l'écoulement de base sur lequel on calcule les propriétés de stabilité.

Dans cette étude et les précédentes basées sur l'utilisation de perturbations optimales à des fins de contrôle (voir par exemple Cossu & Brandt, 2002, 2004; Willis *et al.*, 2010; Del Guercio *et al.*, 2014*c,a,b*, etc.), les couches de mélange striées dont la stabilité a été analysée sont issues de la saturation non linéaire des équations de Navier-Stokes. Dans le cas non linéaire, la forme des solutions dépend en général de l'amplitude A_0 des tourbillons forcés ou de l'amplitude des stries créées. Cependant, dans de nombreuses études précédentes visant à comprendre le mécanisme de stabilisation (voir Hwang *et al.*, 2013; Tammisola *et al.*, 2014; Boujo *et al.*, 2015), la forme des stries est supposée indépendante de leur amplitude et purement sinusoidale dans la direction transverse (une seule harmonique). On désigne cette hypothèse comme l'hypothèse de *forme constante*, de même que Herbert (1988) évoque la '*shape assumption*' lors de l'étude de l'instabilité secondaire des ondes de Tollmien-Schlichting saturées.

La question que l'on se pose alors est : **Les résultats obtenus avec les écoulements de base non linéaires sont-ils en accord avec ceux obtenus avec une hypothèse de forme constante ?** On verra dans le chapitre 6 que ceci n'est pas le cas et que, dans le cas des couches de mélange 2D, ces deux types de résultats sont presque systématiquement en désaccord. Les raisons de ces différences seront analysées et expliquées et une formule de sensibilité "composite" du deuxième ordre incluant la déformation non linéaire de l'écoulement de base sera proposée.

Ce manuscrit s'organise de la manière suivante : Le chapitre 2 revient sur les notions de stabilité et les perturbations optimales. Les méthodes numériques employées dans les calculs sont précisées dans le chapitre 3. Dans le chapitre 4, on considère un corps épais axisymétrique à culot droit. Dans un premier temps, on calcule l'aspiration et le soufflage optimaux pour différents nombres d'onde azimutaux avant de les forcer et d'observer leur influence sur la stabilité du sillage. Le chapitre 5 exposera les résultats obtenus sur la couche de mélange et le chapitre 6 détaillera l'analyse des différentes définitions possible de l'écoulement de base. Enfin, le chapitre 7 rassemble les conclusions de ces travaux en essayant de les mettre en perspective.

Chapitre 2

Formulation mathématique

Les travaux de cette thèse s'appuient sur un ensemble d'outils théoriques et mathématiques que l'on résume dans ce chapitre. Les équations de Navier-Stokes sont d'abord rappelées et mises sous des formes facilitant l'étude et la compréhension de l'évolution des perturbations d'un écoulement de base. On détaille ensuite la notion de stabilité à l'aide notamment des définitions données par Huerre & Monkewitz (1990). Les méthodes d'analyse de la réponse impulsionnelle permettant de déterminer la stabilité d'un écoulement seront également précisées. On revient enfin sur le mécanisme d'amplification non normale d'énergie et sur son optimisation. Pour plus de détails sur toutes ces notions le lecteur est renvoyé vers les monographies de Drazin & Reid (1981), Huerre & Monkewitz (1990), Huerre (2001), Schmid & Henningson (2001) et Chomaz (2005).

2.1 Les équations de Navier-Stokes

Les écoulements étudiés dans cette thèse seront modélisés par les équations de Navier-Stokes pour un fluide visqueux et incompressible :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2.2)$$

où le nombre de Reynolds $Re = U_{ref} L_{ref} / \nu$ est défini avec la vitesse et la longueur de référence et la viscosité cinématique ν du fluide. Les champs de vitesse et de pression peuvent être décomposés en somme d'un champ de base (\mathbf{U}, p) (qui satisfait les équations) et d'un champ de perturbation (\mathbf{U}', p') :

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}', \quad (2.3)$$

$$p = P + p'. \quad (2.4)$$

On peut donc facilement réécrire les équations (2.1) et (2.2) pour une perturbation :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{u}' + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{U} + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' = -\nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}'. \quad (2.6)$$

Si l'on suppose que l'amplitude des perturbations est petite devant celle de l'écoulement de base on obtient les équations de Navier-Stokes linéarisées :

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{u}' + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}'. \quad (2.7)$$

2.2 Les opérateurs d'Orr-Sommerfeld et de Squire

Dans le cas d'écoulements de base parallèles $\mathbf{U} = [U(y), 0, 0]$, les équations de Navier-Stokes linéarisées peuvent être réduites à un système de seulement deux variables scalaires (on suit Schmid & Henningson, 2001, pour cette dérivation). En effet, en calculant la divergence de l'eq. (2.7) et en utilisant l'eq. (2.5) on aboutit à

$$\nabla^2 p' = -2 \frac{dU}{dy} \frac{\partial v'}{\partial x}, \quad (2.8)$$

qui est ensuite utilisée pour éliminer p' et aboutir à une équation sur v' (la vitesse selon l'axe du cisaillement y). Une deuxième équation est obtenue en projetant sur l'axe y le rotationnel de l'eq. (2.7), ce qui permet d'obtenir le système voulu :

$$\nabla^2 \frac{\partial v'}{\partial t} = \left(-U \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 + \frac{d^2 U}{dy^2} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^4 \right) v', \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} = -\frac{dU}{dy} \frac{\partial v'}{\partial z} + \left(-U \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \right) \eta', \quad (2.10)$$

où η' est la composante selon y de la vortacité $\eta' = \partial u' / \partial z - \partial w' / \partial x$.

Du fait de leur invariance en x et en z , les solutions de ces deux équations sont recherchées sous la forme de modes de Fourier spatiaux :

$$v'(x, y, z, t) = \hat{v}(y, t) e^{i(\alpha x + \beta z)}, \quad (2.11)$$

$$\eta'(x, y, z, t) = \hat{\eta}(y, t) e^{i(\alpha x + \beta z)}, \quad (2.12)$$

où α désigne le nombre d'onde longitudinal et β le nombre d'onde transverse. En insérant ces nouvelles expressions dans (2.9) et (2.10), on aboutit à

$$(\mathcal{D}^2 - k^2) \frac{\partial \hat{v}}{\partial t} = \mathcal{L}_{OS} \hat{v}, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} = -i\beta \frac{dU}{dy} \hat{v} + \mathcal{L}_{SQ} \hat{\eta}, \quad (2.14)$$

où les opérateurs d'Orr-Sommerfeld et Squire sont

$$\mathcal{L}_{OS} = -i\alpha \left[U(\mathcal{D}^2 - k^2) - \frac{d^2U}{dy^2} \right] + \frac{1}{\text{Re}}(\mathcal{D}^2 - k^2)^2, \quad (2.15)$$

$$\mathcal{L}_{SQ} = -i\alpha U + \frac{1}{\text{Re}}(\mathcal{D}^2 - k^2), \quad (2.16)$$

avec \mathcal{D} signifiant d/dy et $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$. L'équation (2.13) désigne l'équation d'Orr-Sommerfeld (Orr, 1907; Sommerfeld, 1908) et (2.14) l'équation de Squire (Squire, 1933).

2.3 Stabilité des écoulements ouverts parallèles et analyse par réponse impulsionnelle

2.3.1 Analyse modale

La stabilité linéaire d'un écoulement de base est définie par rapport au comportement d'une perturbation quand $t \rightarrow \infty$ et peut être déterminée en examinant les valeurs propres de l'opérateur de stabilité linéarisé. On rappelle ce concept sur un système linéaire modèle avec un opérateur linéarisé \mathbf{L} tel que

$$\frac{d\phi'}{dt} = \mathbf{L}\phi'. \quad (2.17)$$

\mathbf{L} est une matrice $N \times N$ à coefficients réels. L'ensemble des valeurs propres complexes de \mathbf{L} , distinctes, sont désignées par $s^{(j)} = -i\omega^{(j)}$ et associées aux vecteurs propres $\psi^{(j)}$. La décomposition modale du vecteur d'état ϕ' sur la base des vecteurs propres est alors

$$\phi'(t) = \sum_{j=1}^N q_j(t) \psi^{(j)}. \quad (2.18)$$

En remplaçant l'expansion modale (2.18) dans le système d'équations linéarisées (2.17), on obtient

$$\frac{dq_j}{dt} = -i\omega^{(j)} q_j. \quad (2.19)$$

Ce dernier résultat revient à prouver qu'il est possible de découpler chacune des équations du système linéarisé. On considère alors chaque équation différentielle sur chaque composante modale indépendamment. Les solutions sont alors

$$q_j(t) = e^{-i\omega^{(j)}t} q_j(0). \quad (2.20)$$

Dans l'hypothèse où \mathbf{L} est invariant avec le temps, la solution du système est

$$\phi'(t) = \sum_{j=1}^N e^{-i\omega^{(j)}t} q_j(0) \psi^{(j)} \quad (2.21)$$

qui est une combinaison linéaire de solutions fondamentales $\phi^{(j)}(t) = e^{-i\omega^{(j)}t}\psi^{(j)}$. Il suffit alors qu'une seule de ces solutions fondamentales soit instable pour que le système soit instable également car $\|\phi'\|^2 \geq \|\phi^{(j)}\|^2$ et

$$\|\phi^{(j)}\|^2 = \langle \phi^{(j)}(t), \phi^{(j)}(t) \rangle = \langle e^{-i\omega^{(j)}t}\psi^{(j)}, e^{-i\omega^{(j)}t}\psi^{(j)} \rangle = e^{-i(\omega^{(j)} - \omega^{(j)*})t} \psi^{(j)} \cdot \psi^{(j)*}$$

d'où

$$\|\phi^{(j)}\| = e^{\omega_i^{(j)}t} \|\psi^{(j)}\| \quad (2.22)$$

où $\omega_i^{(j)}$ est la partie imaginaire de $\omega^{(j)}$. Par conséquent, une partie imaginaire négative de ω correspond à un mode stable tandis qu'une partie imaginaire positive correspond à un mode instable. Une partie imaginaire nulle correspond à un mode neutre.

2.3.2 Types d'instabilité modale

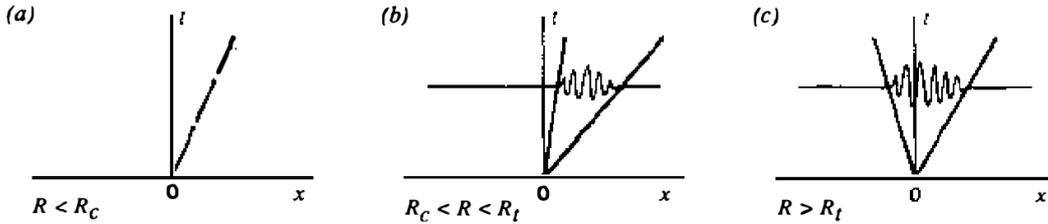


FIGURE 2.1 – Représentation de la réponse impulsionnelle correspondant à : (a) un cas stable, (b) une instabilité convective, (c) une instabilité absolue. Figure d'après Huerre & Monkewitz (1990).

Différents types d'instabilité sont présentés ici. Ceux-ci reposent sur les définitions données par Huerre & Monkewitz (1990).

Instabilité convective et instabilité absolue

Les premiers concepts d'instabilités introduits s'appliquent à des écoulements parallèles, c'est-à-dire invariant par translation dans la direction de l'écoulement. Il s'agit d'instabilités locales. Si l'on considère un écoulement de base bidimensionnel de la forme $\mathbf{U} = [U(y), 0, 0]$, l'analyse de stabilité est donnée par l'évolution d'une perturbation de la forme $\mathbf{u}'(x, y, t) = \hat{u}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}$, avec α le nombre d'onde complexe et ω la pulsation complexe. α et ω obéissent alors à une relation de dispersion de la forme $D(\alpha, \omega) = 0$. La stabilité linéaire est donnée par la réponse impulsionnelle de \mathbf{L} , opérateur linéaire associé à la relation de dispersion. Il s'agit d'étudier le comportement de la fonction de Green \mathcal{G} de \mathbf{L} dans l'espace-temps physique. La fonction \mathcal{G} obéit ainsi à l'équation

$$L\mathcal{G}(x, t) = \delta(x)\delta(t). \quad (2.23)$$

Dans ce cas, l'écoulement est *linéairement stable* si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{G}(x, t) = 0$$

tandis qu'il est *linéairement instable* si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{G}(x, t) = \infty \text{ selon au moins une droite } x/t = \text{constante.}$$

Dans le cas où l'écoulement est linéairement instable, il est dit *convectivement instable* si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{G}(x, t) = 0 \text{ selon la droite } x/t = 0,$$

et il est dit *absolument instable* si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{G}(x, t) = \infty \text{ selon la droite } x/t = 0.$$

Ces différents types d'instabilités locales sont représentés sur la figure 2.1.

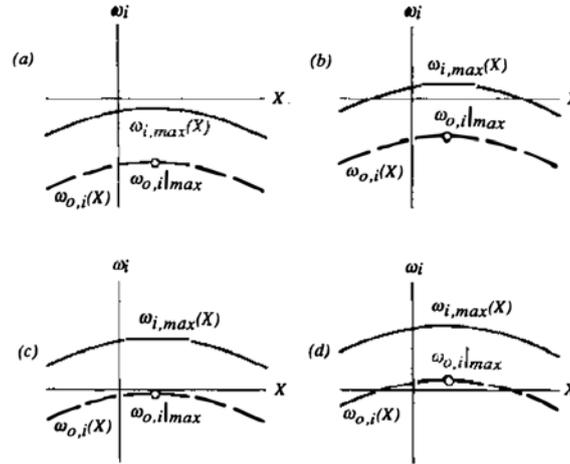


FIGURE 2.2 – Différents types d'écoulements présentant des instabilités différentes : (a) stable, (b) convectivement instable, (c) marginalement absolument instable, (d) présentant une zone d'instabilité absolue. Figure d'après Huerre & Monkewitz (1990).

Instabilité locale et instabilité globale

L'analyse de stabilité globale est fondée sur l'analyse des modes normaux incluant les effets du non parallélisme et/ou des conditions au bord à distance finie. L'écoulement est globalement stable si l'ensemble des valeurs propres $-i\omega_G$ sont telles que ω_G a une partie imaginaire $\omega_{G,i}$ strictement négative. Il est globalement instable s'il existe au moins une valeur ω_G qui possède une partie imaginaire $\omega_{G,i}$ strictement positive.

Lorsque l'écoulement est faiblement non parallèle, il est possible de lier instabilités locale et globale. L'analyse locale porte ainsi sur un profil de vitesse $U(X, y, \theta)$ tel que

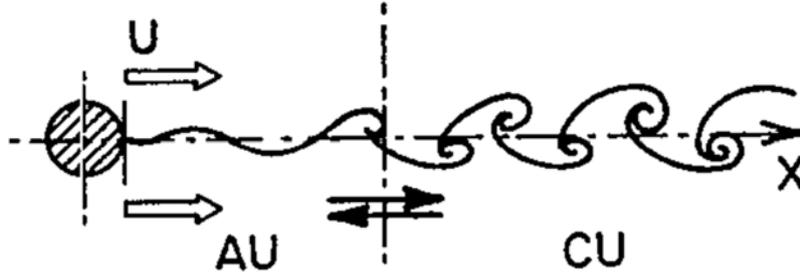


FIGURE 2.3 – Mécanisme de formation du lâcher tourbillonnaire à l’aval d’un cylindre bidimensionnel. La zone de sillage proche présente une instabilité absolue qui devient une instabilité convective au-delà d’une abscisse donnée. Figure d’après Chomaz *et al.* (1988).

$\frac{X}{x} \ll 1$, X évoluant lentement par rapport à x . D’après Chomaz *et al.* (1988), l’existence d’une zone d’instabilité absolue est une condition nécessaire mais non suffisante d’instabilité globale. L’instabilité globale n’apparaît que lorsque la zone d’instabilité absolue a atteint une taille critique. La zone d’instabilité absolue se comporte alors comme un résonateur (ou *wave maker*) qui soutient l’instabilité globale et la zone d’instabilité convective amplifie vers l’aval les perturbations auto-excitées dans la zone absolue (voir figure 2.3).

Ces résultats sont cruciaux pour le contrôle d’écoulements. Si l’on parvient à réduire suffisamment la zone d’instabilité absolue locale, il est donc possible de supprimer l’instabilité globale.

2.3.3 Analyse de la réponse impulsionnelle

Les propriétés de stabilité des écoulements parallèles sont définies à partir du comportement de la réponse impulsionnelle. Afin de déterminer la stabilité des écoulements considérés dans cette thèse, on calculera numériquement et on analysera leur réponse impulsionnelle en utilisant des techniques proches de celles utilisées par Brandt *et al.* (2003) et Del Guercio *et al.* (2014c) qui sont elles-mêmes une extension tridimensionnelle de celles de Delbende & Chomaz (1998) et Delbende *et al.* (1998) pour des sillages bidimensionnels.

Stabilité temporelle

On s’intéresse d’abord à l’analyse de stabilité temporelle. Afin de déterminer la dépendance du taux de croissance temporel ω_i par rapport au nombre d’onde longitudinal (réel) α , on définit l’amplitude spectrale de la perturbation générique $q(x, y, z, t)$ (en pratique q sera la perturbation de vitesse normale v') par

$$\tilde{Q}(\alpha, t) = \left(\int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_0^{L_z} |\tilde{q}(\alpha, y, z, t)|^2 dy dz \right)^{1/2}, \quad (2.24)$$

où $\tilde{q}(\alpha, y, z, t)$ est la transformée de Fourier de q dans la direction longitudinale. Le régime exponentiel asymptotique est atteint pour des temps élevés où le taux de croissance ω_i du mode temporel dominant est bien approximé par

$$\omega_i(\alpha) \sim \frac{\partial}{\partial t} \ln \tilde{Q}(\alpha, t), \quad t \rightarrow \infty. \quad (2.25)$$

On désigne par $\omega_{i,max} = \max_{\alpha} \omega_i(\alpha)$ le taux d'amplification maximal. Si $\omega_{i,max} > 0$, l'écoulement est temporellement instable tandis qu'il est temporellement stable si $\omega_{i,max} < 0$.

Stabilité spatio-temporelle

L'analyse de stabilité spatio-temporelle consiste à étudier l'évolution de la réponse impulsionnelle selon les droites $x/t = v$ (avec v réel). Cela revient à étudier les modes de vitesses de groupe réelles (voir par exemple Huerre & Rossi, 1998).

La transformée de Hilbert permet une démodulation du paquet d'onde et d'obtenir son amplitude indépendamment de la phase spatiale. Pour ce faire, on définit la variable complexe $q_H(x, y, z, t)$ dans le domaine fréquentiel par

$$q_H(\alpha, y, z, t) = 2H(\alpha)\tilde{q}(\alpha, y, z, t), \quad (2.26)$$

où H est la fonction de Heaviside. La transformée de Fourier du champ analytique $q_H(x, y, z, t)$ est donc obtenue en annulant les modes de Fourier de nombres d'onde négatifs.

L'intégration du champ q_H dans un plan (y, z) conduit à l'amplitude Q définie par

$$Q(x, t) = \left(\int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_0^{L_z} |q_H(x, y, z, t)|^2 dy dz \right)^{1/2}. \quad (2.27)$$

D'après Bers (1983), l'évolution du paquet d'onde selon chaque droite $x/t = v$ pour des temps longs conduit à

$$Q(x, t) \propto t^{-1/2} e^{i[\alpha(v)x - \omega(v)t]}, \quad t \rightarrow \infty, \quad (2.28)$$

où $\alpha(v)$ et $\omega(v)$ désignent les nombres d'onde et les pulsations complexes évoluant avec la vitesse de groupe v . La partie réelle de l'exponentielle de (2.28)

$$\sigma(v) = \omega_i(v) - \alpha_i(v)v \quad (2.29)$$

désigne le taux de croissance spatio-temporel évoluant à la vitesse v . Pour des temps élevés, il peut être déduit de l'amplitude Q à partir de (2.28) :

$$\sigma(v) \sim \frac{\partial}{\partial t} \ln[t^{1/2} Q(vt, t)], \quad t \rightarrow \infty. \quad (2.30)$$

Si $\sigma(v = 0) > 0$ alors l'instabilité est absolue, sinon elle est convective.

La nature de l'instabilité peut aussi être déterminée en examinant les vitesses v_- et v_+ des fronts amont et aval d'un paquet d'onde instable. Étant donné que $\sigma(v) > 0$ pour $v_- < v < v_+$, la valeur de $\sigma(v = 0)$ permet de déterminer l'instabilité du paquet d'onde. Si $\sigma(v = 0) < 0$, l'écoulement est convectivement stable, sinon il est absolument instable.

2.4 Amplifications non normales d'énergie

2.4.1 Non normalité et croissance transitoire d'énergie

Les définitions de la stabilité données précédemment sont relatives aux comportements des perturbations à des temps longs. Elles reposent sur des études des valeurs propres d'un système. Or, même si un écoulement est décrit et analysé comme stable, cela ne donne aucune information sur l'évolution d'une perturbation à des temps courts devant les temps caractéristiques de la stabilité. Ainsi, si une perturbation est amortie pour les temps longs, elle peut être fortement amplifiée pour des temps plus courts avant de décroître. Il s'agit alors de croissance transitoire.

Cette croissance transitoire est liée à la non normalité de l'opérateur \mathbf{L} . En effet, si l'on suppose que cet opérateur a des valeurs propres complexes $-i\omega$ avec ω de partie réelle ω_r et de partie imaginaire ω_i , une perturbation ϕ' d'énergie cinétique $K = \|\phi'\|^2 / 2$ admet pour décomposition modale $\phi' = \sum_m \psi^{(m)} q_m$. L'énergie cinétique vaut alors

$$\|\phi'\|^2 = \sum_m \sum_n \langle \psi^{(m)}, \psi^{(n)} \rangle q_m^* q_n = \sum_m \sum_n \langle \psi^{(m)}, \psi^{(n)} \rangle q_m^*(0) q_n(0) e^{i(\omega^{(m)*} - \omega^{(n)})t}$$

où $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est le produit scalaire. Si l'opérateur est normal alors ses vecteurs propres sont orthogonaux, ses modes sont découplés et l'expression précédente se réduit à

$\|\phi'\|^2 = \sum_m \|\psi^{(m)}\|^2 |q_m(0)|^2 e^{2\omega_i^{(m)}t}$. Ainsi, si \mathbf{L} est stable, toutes ses valeurs propres sont à partie réelle négative et K est décroissante sur $[0; +\infty[$. Une condition nécessaire à l'existence d'une croissance transitoire est donc la non normalité de l'opérateur \mathbf{L} .

2.4.2 Croissances optimales d'énergie

Comme on vient de le discuter, la non normalité de l'opérateur linéarisé est une condition nécessaire pour l'existence de croissances transitoires de l'énergie cinétique des perturbations. Pour vérifier si ces croissances transitoires peuvent être effectivement réalisées et en calculer l'ampleur, il est utile de déterminer les perturbations les plus amplifiées et de calculer la valeur de leurs amplifications d'énergie.

Croissances optimales temporelles Dans le cas des écoulements de base parallèles les modes de Fourier $\hat{u}(\alpha, y, \beta, t) e^{i(\alpha x + \beta z)}$ de nombres d'onde longitudinal α et transverse

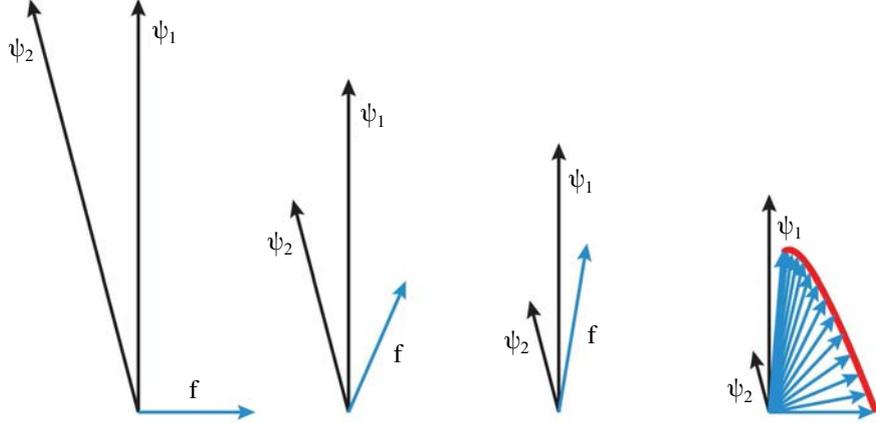


FIGURE 2.4 – Illustration du phénomène de croissance transitoire sous forme vectorielle. Le vecteur f est défini comme la différence de deux vecteurs non orthogonaux ψ_1 et ψ_2 . La norme de f croît avant de tendre vers 0 aux temps longs. La superposition de deux vecteurs propres non orthogonaux à la norme décroissante peut ainsi conduire à une amplification de la norme d'une perturbation à des temps courts. Figure d'après Schmid (2007).

β peuvent être considérés séparément et on peut donc définir l'amplification optimale d'énergie pour chacun de ces modes

$$G(t; \alpha, \beta) = \max_{\hat{\mathbf{u}}_0 \neq \mathbf{0}} \frac{\|\hat{\mathbf{u}}\|^2}{\|\hat{\mathbf{u}}_0\|^2}, \quad (2.31)$$

où $\hat{\mathbf{u}}_0(y)$ est la condition initiale imposée et $\hat{\mathbf{u}}(y, t)$ est son évolution au temps t . On appelle condition initiale optimale celle en correspondance de laquelle la réponse d'énergie optimale est obtenue. L'amplification maximale G_{max} est définie en maximisant G sur le temps : $G_{max}(\alpha, \beta) = \max_t G(t; \alpha, \beta)$, t_{max} étant le temps pour lequel elle est réalisée. Gustavsson (1991) a montré que, dans la limite $\alpha Re \gg 1$, G_{max} est proportionnel à Re^2 et t_{max} est proportionnel à Re (voir aussi Schmid & Henningson, 2001).

Croissances optimales spatiales Dans le cas d'écoulements de base non parallèles mais stationnaires, on ne peut plus exploiter la décomposition en modes de Fourier de la direction longitudinale. Mais on peut, dans ce cas, considérer les amplifications optimales spatiales d'énergie induites par des perturbations forcées au bord amont du domaine ou sur la surface d'un corps (voir par exemple Del Guercio *et al.*, 2014*a,b*). Ces amplifications, relevant d'un intérêt particulier pour le contrôle passif d'écoulements, sont définies par

$$G(x) = \max_{u_w} \frac{e'(x)}{e'_w}, \quad (2.32)$$

où e'_w est l'énergie cinétique (introduite) par l'aspiration et le soufflage forcés sur les parois latérales et e' est l'énergie cinétique des perturbations induites à la position x ,

définies respectivement par $e'_w = \int_{S_{forc}} (u'_w)^2 dS$ et $e'(x) = \int_{S_{yz}} \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' dy dz$. La croissance maximale est définie par $G_{max} = \max_x G(x)$ et est obtenue à $x = x_{max}$.

2.4.3 L'effet lift-up

Les équations de Navier-Stokes linéarisées constituent un système fortement non normal (voir par exemple Trefethen *et al.*, 1993; Schmid & Henningson, 2001). Ceci est bien visible dans la structure même du système des équations d'Orr-Sommefeld et Squire, qui présente une forte asymétrie dans le couplage $v' - \eta'$: η' n'influe pas sur v' mais l'inverse n'est pas vrai si la perturbation n'est pas bidimensionnelle.

On illustre ces notions en calculant les croissances d'énergie optimales du système suivant, qui est souvent employé (Schmid & Henningson, 2001; Cossu, 2014a,b) pour "mimer" le système d'Orr-Sommefeld-Squire (2.13)-(2.14) :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} v' \\ \eta' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6Re} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{Re} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v' \\ \eta' \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Les valeurs propres de ce système sont $-\frac{1}{6Re}$ et $-\frac{1}{Re}$ associées respectivement aux vecteur propres $\left(1; \frac{6Re}{5}\right)^T$ et $(0; 1)^T$. En définissant les conditions initiales $v'(0) = v_0$ et $\eta'(0) = \eta_0$, les solutions de ce système sont

$$\begin{pmatrix} v'(t) \\ \eta'(t) \end{pmatrix} = v_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{6Re}{5} \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{t}{6Re}\right) + \left(-\frac{6Re}{5}v_0 + \eta_0\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{t}{Re}\right). \quad (2.34)$$

Il s'agit d'une somme d'exponentielles décroissantes qui tendent vers 0 pour des temps longs. Si l'on considère une perturbation $\mathbf{q} = (v', \eta')$ avec $v', \eta' \neq 0$, on peut évaluer la croissance d'une telle perturbation en introduisant sa norme $\|\mathbf{q}\| = \sqrt{v'^2 + \eta'^2}$. On définit alors l'amplification optimale d'énergie $G(t)$ par

$$G(t) = \max_{\mathbf{q}_0 \neq 0} \frac{\|\mathbf{q}(t)\|^2}{\|\mathbf{q}_0\|^2} = \|e^{\mathbf{L}t}\|^2. \quad (2.35)$$

Il s'agit de l'enveloppe supérieure de l'ensemble des courbes de croissance pouvant être obtenues avec le système. À chaque instant t , $G(t)$ correspond, en général, à une perturbation initiale différente.

Les croissances transitoires optimales $G(t)$ définies par le système (2.33) peuvent être calculées avec seulement quelques lignes de *MATLAB*. On voit sur la figure 2.5a que $G(t)$ augmente lorsque le nombre de Reynolds augmente. On voit d'ailleurs sur la figure 2.5b que G_{max} augmente comme Re^2 et t_{max} comme Re . De plus, pour $Re = 100$, si l'on donne $(1 \ 0)^T$ comme perturbation initiale, la réponse à $t = t_{max}$ est $69.88(0.01 \ 1)^T$. Ainsi la perturbation optimale et sa réponse sont presque orthogonales. On peut ainsi faire une analogie avec le système couplé des équations d'Orr-Sommerfeld et Squire et en déduire qu'une perturbation de la vitesse verticale v' a une réponse transitoire de

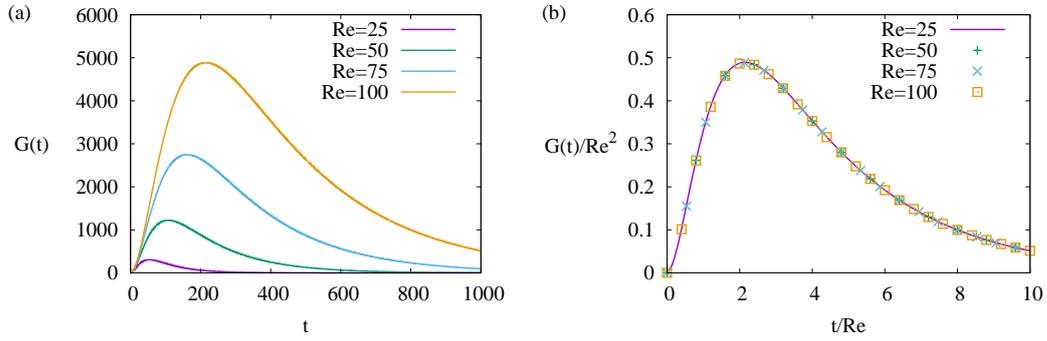


FIGURE 2.5 – Croissance optimale d'énergie du système défini par (2.33). (a) Amplification optimale d'énergie $G(t)$. (b) Mise à l'échelle de la croissance optimale d'énergie.

la forme d'une perturbation de vorticité η' . Cela valide la fait que les perturbations optimales prennent la forme de tourbillons longitudinaux contrarotatifs et permettent d'obtenir des stries longitudinales de vitesse.

Le mécanisme décrit par ce petit système où des perturbations v' induisent de grandes amplifications transitoires de η' est l'effet *lift-up*. Il est en effet connu depuis longtemps (Moffatt, 1967; Landahl, 1980) que la présence de tourbillons longitudinaux contrarotatifs (des perturbations de v' avec $\beta \neq 0$) dans un écoulement cisailé est à l'origine de fortes perturbations de vitesse longitudinale (associées à des perturbations η' de la vorticité verticale). Le mécanisme physique se comprend en observant que les tourbillons permettent en effet de déplacer des couches de fluide de plus hautes vitesses vers les zones de plus basses vitesses, et les couches de fluide de plus basses vitesses vers les zones de plus hautes vitesses. Ce phénomène est ainsi à l'origine d'une forte modulation transverse de la vitesse longitudinale (les stries longitudinales de vitesse, voir figure 2.6).

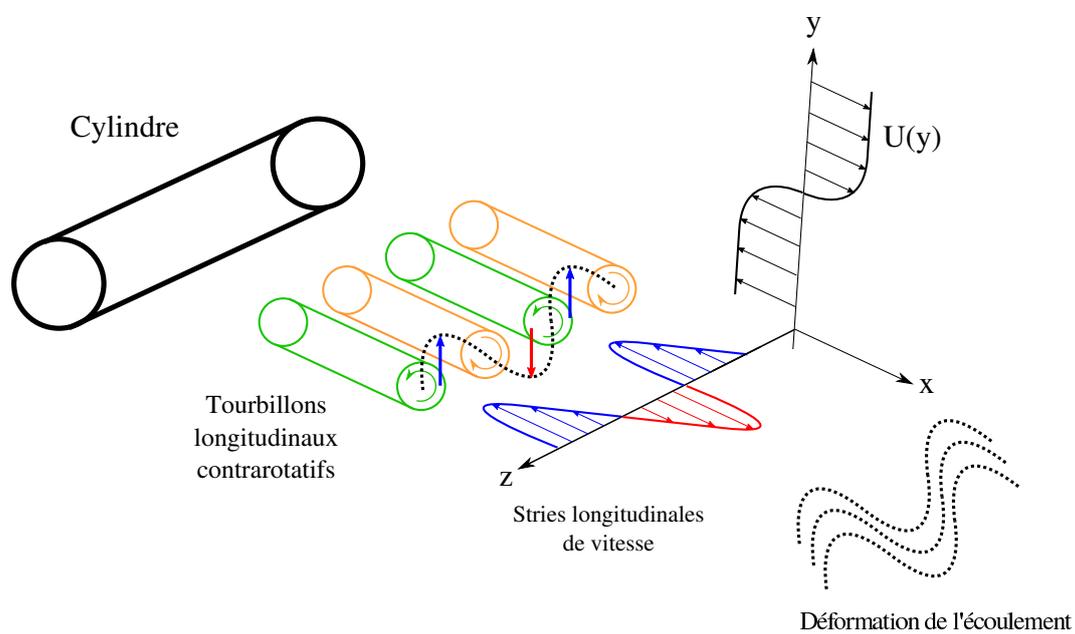


FIGURE 2.6 – Illustration de l'effet lift-up. Le schéma renvoie au cas étudié par Del Guercio *et al.* (2014b).

Chapitre 3

Méthodes

Les travaux menés dans cette thèse reposent sur des simulations et analyses numériques. On présente ici le code de calcul puis les applications numériques de certaines des notions présentées au chapitre 2 sont précisées.

3.1 Intégration des équations de Navier-Stokes

Les solutions des équations de Navier-Stokes incompressibles sont calculées numériquement avec *OpenFOAM* (voir <http://www.openfoam.org>), un code de calcul volume finis disposant d'un code source ouvert et donc modifiable. Ainsi, des versions modifiées du code sont utilisées afin de calculer les équations de Navier-Stokes sous la forme de perturbations, linéarisées ou non. Ces versions modifiées du code original ont déjà été validées par Del Guercio (2014) en reproduisant, entre autres, le cas linéarisé des croissances optimales d'un écoulement laminaire dans un canal comme calculées par Reddy & Henningson (1993). La valeur du taux de croissance du mode le plus instable du jet de Bickley (voir Drazin & Reid, 1981) a également été retrouvée à l'issue du post-traitement.

Deux algorithmes de résolution des équations de Navier-Stokes sont utilisés : *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) pour le calcul de solutions stationnaires (voir Patankar, 1980) et *PISO* (*Pressure Implicit with Splitting of Operator*) pour les simulations instationnaires (voir Issa, 1986). Ces algorithmes sont basés sur le couplage de la pression et de la vitesse, des équations de quantité de mouvement et de continuité. Des précisions sur OpenFOAM, les algorithmes utilisés et les schémas de discrétisation sont donnés dans l'annexe A.

3.2 Calcul des amplifications optimales d'énergie

Les méthodes utilisées pour calculer les croissances optimales d'énergie temporelles sont identiques à celles utilisées par Lauga & Cossu (2005), Pujals *et al.* (2009), Cossu *et al.* (2009) ou Del Guercio *et al.* (2014c). Les opérateurs d'Orr-Sommerfeld et Squire définis dans le chapitre 2 sont discrétisés en utilisant des matrices de dérivation basées sur des schémas aux différences finies d'ordre deux, sur un maillage de N_y points uniformément espacés, comme Del Guercio *et al.* (2014c). On obtient ainsi les croissances optimales et sous-optimales ainsi que les perturbations optimales et sous-optimales associées. La plupart des résultats a été obtenue avec $N_y = 201$ et $L_y = 20$ mais on a vérifié que les résultats ne sont pas modifiés si le nombre de points est doublé et/ou si L_y est augmenté.

Afin de calculer les amplifications optimales spatiales d'énergie (dans des sillages non parallèles), on utilise le même algorithme que Cossu *et al.* (2000) et Del Guercio *et al.* (2014a,b). Cette méthode permet notamment de calculer l'aspiration et le soufflage optimaux à la surface d'un corps épais. Il ne s'agit pas du seul algorithme permettant un tel calcul. Cependant, contrairement à d'autres méthodes, telles que celles utilisées par Andersson *et al.* (1999) et Luchini (2000), il ne nécessite pas le calcul d'un opérateur adjoint et son implémentation dans le code de simulation. L'algorithme utilisé ici consiste, en effet, à approximer la réponse linéaire de l'écoulement à un forçage à la paroi dans un sous-espace de réponses possibles puis à calculer les croissances optimales dans ce sous-espace et faire converger le résultat en augmentant la dimension du sous-espace. La base de réponses à partir de laquelle ce sous-espace est construit correspond à un ensemble linéairement indépendant des perturbations de vitesse stationnaires issues des composantes de la base de vitesses de forçage à la paroi.

On présente cet algorithme dans le cas d'un forçage à la paroi du corps épais axisymétrique présenté au chapitre 4. L'écoulement de base stationnaire et axisymétrique autour de cette géométrie est noté \mathbf{U}_0 . On considère les perturbations stationnaires \mathbf{u}' de \mathbf{U}_0 obtenus en forçant les vitesses normales \mathbf{u}'_w à la paroi de la géométrie. La vitesse radiale de contrôle $u'_w(\theta, x)$ forcée à la paroi est décomposée sur une base de fonctions linéairement indépendantes $b_w^{(n)}$, limitée à N termes et telle que

$$u'_w(\theta, x) = \sum_{n=1}^N q_n b_w^{(n)}(\theta, x). \quad (3.1)$$

Par la suite, on utilisera une base de la forme suivante pour chaque mode azimutal m considéré séparément :

$$b_w^{(n)}(\theta, x) = T_n(\xi) \cos m\theta \quad (3.2)$$

où $\xi = 2x - 1$ et T_n est le polynôme de Tchebychev d'ordre n . En faisant l'hypothèse de petites perturbations, la réponse stationnaire satisfait aux équations de Navier-Stokes linéarisées (2.5) et (2.7). En notant $\mathbf{b}^{(n)}(\theta, r, x)$ la perturbation de vitesse obtenue en forçant linéairement $b_w^{(n)}(\theta, x)$, la linéarité de l'opérateur donne

$$\mathbf{u}'(\theta, r, x) = \sum_{n=1}^N q_n \mathbf{b}^{(n)}(\theta, r, x) \quad (3.3)$$

où les coefficients q_n sont les mêmes que ceux utilisés dans (3.1). Le problème d'optimisation spatiale défini par l'équation (2.32) peut alors être approximé en composantes du vecteur de contrôle \mathbf{q} de dimension N par

$$G(x) = \max_{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{q}^T \mathbf{H}(x) \mathbf{q}}{\mathbf{q}^T \mathbf{H}_w \mathbf{q}} \quad (3.4)$$

où les composantes des matrices symétriques $\mathbf{H}(x)$ et \mathbf{H}_w sont

$$H_{nj}(x) = (1/2) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \mathbf{b}^{(n)} \cdot \mathbf{b}^{(j)} r \, d\theta \, dr, \quad (3.5)$$

$$H_{w,mn} = (1/4) \int_0^{2\pi} \int_0^1 b_w^{(m)}(\theta, x) b_w^{(n)}(\theta, x) \, d\theta \, dx. \quad (3.6)$$

Avec cette formulation l'amplification d'énergie optimale $G(x)$ se déduit comme étant la plus grande valeur propre μ_{max} du problème aux valeurs propres généralisé $N \times N$ $\mu \mathbf{H}_w \mathbf{w} = \mathbf{H} \mathbf{w}$. Le vecteur propre correspondant $\mathbf{q}^{(opt)}$ regroupe les coefficients optimaux maximisant l'amplification de l'énergie cinétique à la position longitudinale x et l'aspiration et le soufflage optimaux correspondants sont donnés par $u_w^{(opt)}(\theta, x) = \sum_{n=1}^N q_n^{(opt)} b_w^{(n)}(\theta, x)$. À la limite $N \rightarrow \infty$, la solution approximée converge vers la solution exacte. Le coût en termes de calculs pour atteindre la convergence est limité à N simulations des équations de Navier-Stokes linéarisées qui, de surcroît, peuvent être menées en parallèle.

3.3 Calcul et analyse de la réponse impulsionnelle

On revient ici sur l'analyse de la réponse impulsionnelle en détaillant les différents paramètres numériques en jeu.

3.3.1 Simulation numérique de la réponse impulsionnelle

Les réponses impulsionnelles des différents types de couches mélange parallèles (2D et "striées") sont calculées par intégration numérique des équations de Navier-Stokes linéarisées (avec OpenFOAM). On calcule ces réponses dans des domaines de dimensions $[-L_x/2, L_x/2] \times [-L_y/2, L_y/2] \times [-L_z/2, L_z/2]$ discrétisés respectivement en N_x et N_z intervalles réguliers selon les directions longitudinale x et transverse z . L'échantillonnage selon la direction longitudinale Δx doit être suffisamment fin pour réaliser un post-traitement correct comme on le verra par la suite. On discrétise en N_y intervalles dans la direction normale y (la direction du cisaillement) afin de raffiner le maillage dans la zone de cisaillement du profil de référence.

Les résultats présentés dans le chapitre 5 ont été obtenus avec $L_x = 300$, $L_y = 20$, $Lz = 2\pi/\beta$ et $N_x = 750$ (ce qui correspond à $\Delta x = 0.4$), $N_y = 51$ (avec Δy variant entre 0.06 à $y = 0$ et 1.2 aux limites du domaine). On choisit $N_z = 24$ si $\beta = 1$ ou

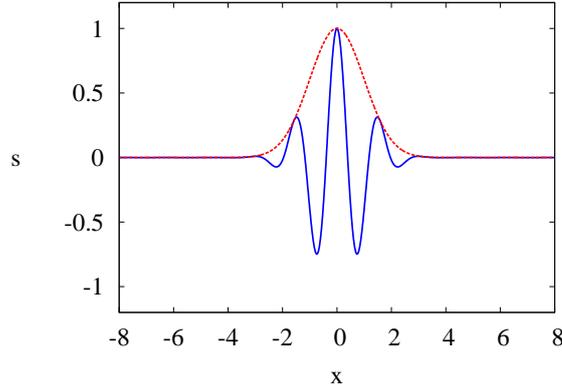


FIGURE 3.1 – Signal s (en bleu) et son enveloppe (en rouge) avec $\Delta x = 0.01$ et $\alpha = 4$.

$\beta = 2$ et $N_z = 16$ si $\beta = 3$. Des conditions aux limites périodiques sont appliquées aux directions longitudinale et transverse et des gradients de vitesse et de pression nuls sont forcés aux limites haute et basse du domaine ($|y| = L_y/2$).

L'impulsion est introduite comme condition initiale de la perturbation de vitesse. Il s'agit de la même impulsion que celle utilisée par Delbende & Chomaz (1998) et Del Guercio *et al.* (2014c) et elle est définie par

$$(u', v', w') = \left(\frac{\partial \psi'}{\partial y}, -\frac{\partial \psi'}{\partial x}, 0 \right) \quad (3.7)$$

avec

$$\psi' = A_{imp} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x} - \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y} - \frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z}} \quad (3.8)$$

où $A_{imp} = 10^{-6}$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0.8$, $z_0 = \frac{\lambda_z}{4}$, $\sigma_x = 0.83$, $\sigma_y = 0.83$, $\sigma_z = 0.3$ si $\beta = 1$ ou $\sigma_z = 0.15$ si $\beta = 2$ ou $\beta = 3$. La définition de l'impulsion sous la forme d'une fonction de courant garantit son incompressibilité. On va par la suite étudier une couche de mélange dont le profil amène à $|v_-| = |v_+|$ d'où le choix de $x_0 = 0$ et d'un domaine s'étendant de $-L_x/2$ à $L_x/2$ qui permet alors de limiter les effets de bord. L'impulsion est répartie sur huit cellules dans la direction longitudinale par le choix de σ_x . Les valeurs de Δz et σ_z sont choisies afin que l'impulsion initiale soit répartie dans chaque cas sur quatre cellules dans la direction transverse ce qui correspond au même ordre de grandeur que Del Guercio *et al.* (2014c). Les calculs sont effectués avec un pas de temps de 0.2 correspondant à un nombre de Courant $Co = 0.25$. On vérifie que les résultats ne sont pas significativement modifiés si le pas de temps est divisé par quatre, si L_x est porté à 200, L_y à 30, si N_x est doublé et/ou si N_y est doublé.

3.3.2 Post-traitement de la réponse impulsionnelle

La transformée de Hilbert

Au cours de l'analyse de stabilité spatio-temporelle il est nécessaire de démoduler le paquet d'onde spatial afin d'en obtenir l'enveloppe longitudinale. On détaille ici com-

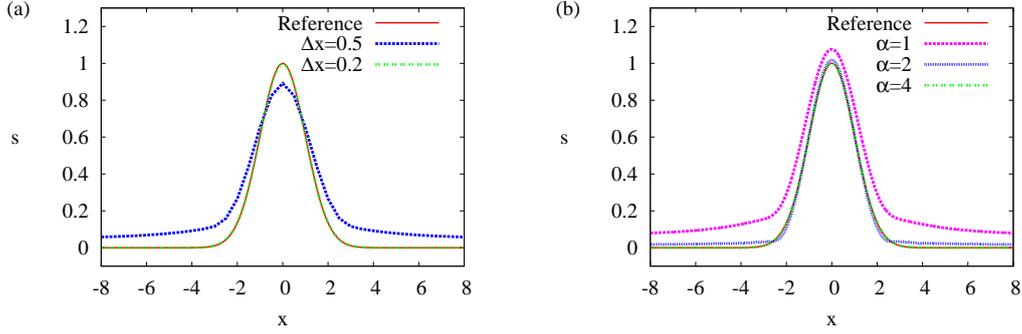


FIGURE 3.2 – Influence des différents paramètres sur le calcul de l’enveloppe. (a) Influence de l’échantillonnage Δx avec $\Delta x = 0.5$ (en bleu) et $\Delta x = 0.2$ (en vert) pour $\alpha = 5$. (b) Influence de la valeur de α , avec $\alpha = 1$ (en mauve), $\alpha = 2$ (en bleu) et $\alpha = 4$ (en vert) pour $\Delta x = 0.01$. L’enveloppe exacte est également représentée (en rouge).

ment la transformée de Hilbert permet cette démodulation en pratique et quels sont les potentiels problèmes que l’on rencontre au niveau numérique.

En considérant un signal analytique complexe dont la partie réelle est le signal initial et la partie imaginaire a été reconstituée par la transformée de Hilbert, l’enveloppe du signal initial est donnée par le module de ce signal analytique mais seulement si l’échelle caractéristique de l’enveloppe (l’extension du paquet d’onde) est grande par rapport à l’échelle caractéristique des oscillations de la phase du signal réel (la pseudo-longueur d’onde). La démodulation nécessite également quelques précautions du point de vue numérique.

Pour illustrer ces problèmes, on raisonne sur un signal modèle défini par

$$s(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \cos(\alpha x) \quad (3.9)$$

dont l’enveloppe est alors $e^{-\frac{x^2}{2}}$ et le pseudo-nombre d’onde est α (associé à la pseudo-longueur d’onde $\lambda_x = 2\pi/\alpha$). Le signal et son enveloppe sont représentés sur la figure 3.1.

Un premier paramètre dont il faut tenir compte pour reconstituer l’enveloppe est l’échantillonnage du signal. Le nombre de points doit être suffisant pour correctement représenter les oscillations comme on peut le voir sur la figure 3.2a, où l’échantillonnage varie avec une valeur de α constante. Cela implique un maillage suffisamment fin dans la direction longitudinale. Pour l’exemple présenté, l’enveloppe est correctement calculée si $\Delta x/\lambda_x \lesssim 0.32$ tandis que nos simulations sont menées avec $\Delta x/\lambda_x \approx 0.036$.

Le second paramètre important est le nombre de longueurs d’onde dont l’amplitude est suffisamment importante contenue dans le paquet d’onde, c’est-à-dire le nombre de périodes "vues" par la transformée de Hilbert. Pour une enveloppe donnée, ce nombre de longueurs d’onde augmente avec α . Si ce nombre est insuffisant, l’enveloppe calculée

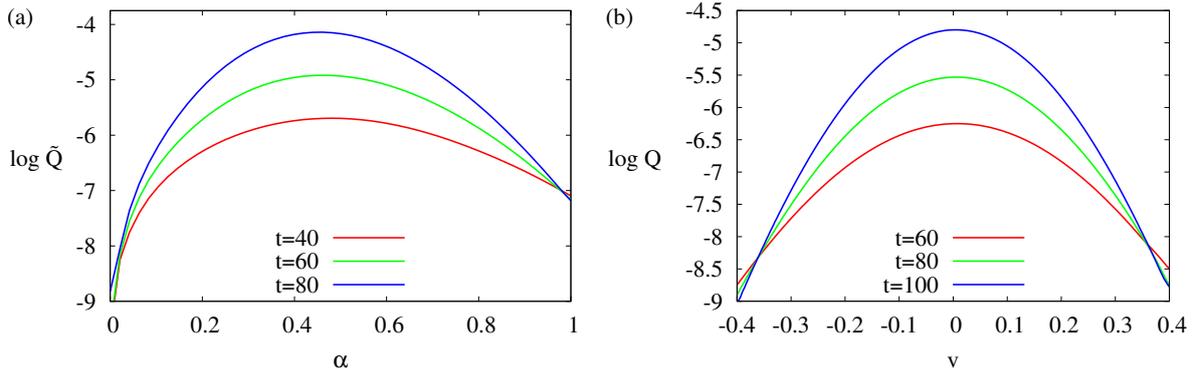


FIGURE 3.3 – Courbes $\tilde{Q}(\alpha)$ (a) et $Q(v)$ (b) pour trois temps différents. Ces courbes permettent de calculer respectivement $\omega_i(\alpha)$ et $\sigma(v)$.

n'est pas correcte comme le montre la figure 3.2b. Au vu de l'exemple, un nombre de périodes correspondant à $\lambda_x/L_e \lesssim 0.32$ (avec L_e est la largeur de l'enveloppe) est requis. Or, la largeur de l'enveloppe augmente avec le temps et il faut donc s'assurer que les temps considérés pour le calcul de σ sont suffisamment longs. Le rapport λ_x/L_e est égal à ≈ 0.28 dans les simulations réalisées à $t = 40$ et diminue pour les temps plus longs.

3.3.3 Calcul des taux d'amplification

Comme discuté au §2.3.3, les taux d'amplification temporel et spatio-temporel issus de l'analyse modale peuvent être calculés à partir des équations (2.25) et (2.30). En pratique, ces équations sont approximées aux différences finies comme suit :

$$\omega_i(\alpha) \approx \frac{\ln[\tilde{Q}(\alpha, t_2)/\tilde{Q}(\alpha, t_1)]}{t_2 - t_1}, \quad (3.10)$$

$$\sigma(v) \approx \frac{\ln[Q(vt_2, t_2)/Q(vt_1, t_1)]}{t_2 - t_1} + \frac{\ln(t_2/t_1)}{2(t_2 - t_1)}. \quad (3.11)$$

Les équations (3.10) et (3.11) permettent l'obtention des courbes $\omega_i(\alpha)$ et $\sigma(v)$ en calculant les courbes d'amplitude $\tilde{Q}(\alpha)$ et $Q(v)$ à des temps t_1 et t_2 choisis. On présente certaines de ces courbes sur la figure 3.3.

Il est nécessaire de veiller à la convergence des résultats et à ce que l'intervalle de temps choisi $\Delta t = t_2 - t_1$ ait une taille correcte. Il faut, par exemple, vérifier que les courbes $Q(v)$ se croisent en deux points d'intersection uniques pour l'ensemble des temps compris entre t_1 et t_2 afin d'obtenir des valeurs précises pour les vitesses v_- et v_+ . Les temps t_1 et t_2 doivent être choisis suffisamment longs afin de permettre l'extinction des transitoires et l'émergence des modes les plus amplifiés, les équations (2.25) et (2.30) étant en principe valables pour $t \rightarrow \infty$. Cependant, des temps trop longs peuvent introduire des erreurs liées aux effets de bord car l'extension longitudinale du paquet d'onde s'agrandit avec un taux $v_+ - v_-$ et devient vite comparable avec la taille

(finie) L_x du domaine d'intégration. Différentes combinaisons (t_1, t_2) ont été testées pour s'assurer de la convergence de ω_i et σ . Comme discuté dans l'annexe C, dans le cas de la couche de mélange parallèle et suite à une analyse de convergence, on choisit finalement $t_1 = 40$ et $t_2 = 80$ pour l'analyse de stabilité temporelle et $t_1 = 60$ et $t_2 = 100$ pour l'analyse de stabilité spatio-temporelle.

Chapitre 4

Stries optimales et leur effet stabilisant dans les sillages axisymétriques

4.1 Motivations et contexte

Comme il a été discuté dans le chapitre 1, alors que d'importants progrès ont été réalisés dans le cas du contrôle 3D de sillages 2D, ce n'est pas le cas du contrôle 3D des sillages 3D qui sont pourtant les plus pertinents pour de nombreuses applications. L'angle de cette partie de l'étude est ainsi de tester l'efficacité d'une extension de l'approche utilisée pour les sillages 2D aux sillages 3D. De façon similaire aux précédentes études 2D (Cossu & Brandt, 2002; Del Guercio *et al.*, 2014*a,b*, etc.), on va calculer les perturbations optimales stationnaires permettant une croissance maximale des stries dans le sillage puis étudier leur effet stabilisant sur l'instationnarité du sillage.

On choisit comme cadre d'étude le sillage d'un corps épais axisymétrique à culot droit avec un nez ellipsoïdal dont la stabilité globale a été étudiée précédemment par Bohorquez *et al.* (2011). Pour cette configuration il a été trouvé que la séquence d'instabilités globales se développant dans le sillage est similaire à celle observée pour une sphère (voir le chapitre 1) et pour d'autres sillages axisymétriques avec une première instabilité stationnaire du sillage axisymétrique qui brise la symétrie axiale en donnant naissance à une force de portance stationnaire et non nulle. Cet état primaire subit ensuite une instabilité (secondaire) conduisant à l'instationnarité du sillage et à une force de portance instationnaire sur le corps. C'est dans ce régime instationnaire que l'on forcera les perturbations optimales afin de contrôler ces instationnarités.

Les principales questions que l'on se pose sont : Peut-on obtenir d'importantes amplifications d'énergie de perturbations stationnaires dans un sillage 3D ? Si oui, ces perturbations ont-elles un effet stabilisant sur les instabilités du sillage ? Si oui, quelle est la performance du contrôle ? Peut-on complètement stabiliser le sillage ? Peut-on

combiner cette approche avec celle du soufflage au culot afin de réduire le flux de masse requis à la stabilisation du sillage ?

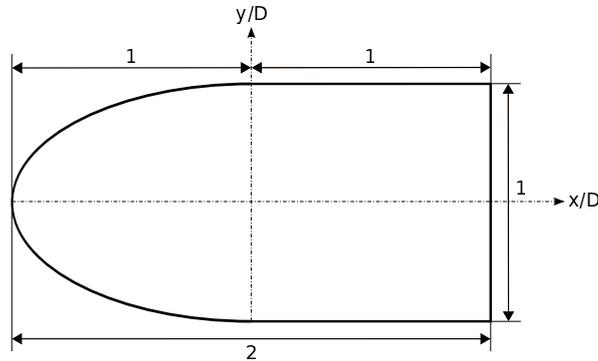


FIGURE 4.1 – Section longitudinale du corps axisymétrique à culot droit cylindrique étudié dont l'axe x est parallèle à la vitesse de l'écoulement incident. Le nez du cylindre est un demi-ellipsoïde de section circulaire de diamètre D et de demi-axe longitudinal de longueur D s'étendant de $x/D = -1$ à $x/D = 0$. Le corps tubulaire a un diamètre D et s'étend de $x/D = 0$ à $x/D = 1$.

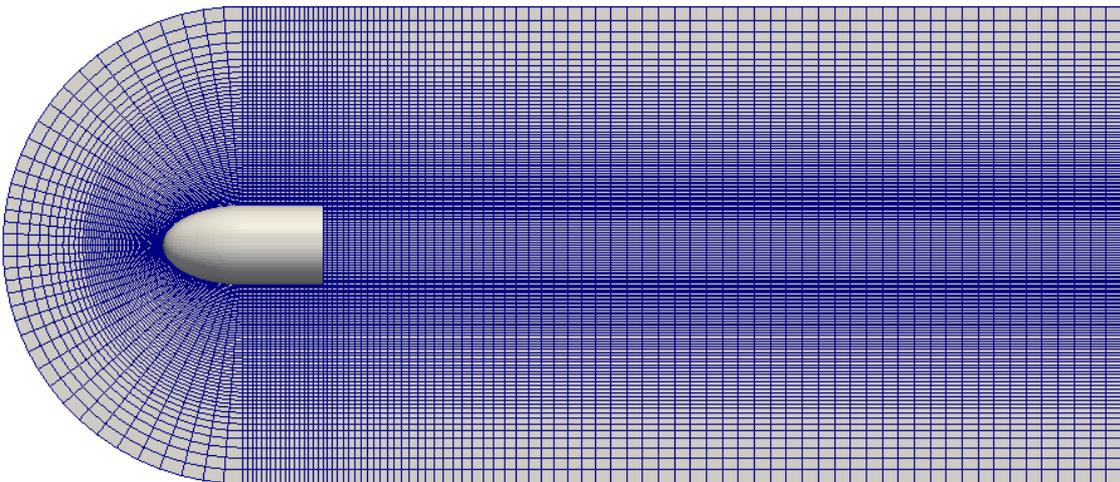


FIGURE 4.2 – Coupe longitudinale du maillage montrant le raffinement dans les zones de fort cisaillement.

4.2 Configuration étudiée

On considère l'écoulement autour d'un corps épais axisymétrique à culot droit cylindrique de diamètre D et de longueur totale $L = 2D$ dont l'axe est parallèle à la vitesse de l'écoulement incident $U_\infty \mathbf{e}_x$ (où \mathbf{e}_x est le vecteur unitaire orienté parallèlement à l'axe x du cylindre). Le nez du cylindre est un demi-ellipsoïde avec une section circulaire de diamètre D et un demi-axe longitudinal de rapport 2 : 1. La partie tubulaire a

un diamètre D et une longueur D . En coordonnées adimensionnées par D , le nez de la géométrie s'étend de $x = -1$ à $x = 0$, la partie tubulaire de $x = 0$ à $x = 1$ et le sillage occupe la région $x > 1$ (voir figure 4.1).

L'écoulement est régi par les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible (2.1) et (2.2) où la vitesse, la pression, les longueurs et le temps ont été adimensionnés par U_∞ , ρU_∞^2 , D et D/U_∞ respectivement et le nombre de Reynolds est défini comme $Re = U_\infty D/\nu$. Des conditions aux limites homogènes pour la vitesse sont appliquées à la paroi à l'exception du cas contrôlé où des vitesses de contrôle normales à la paroi sont forcées. Une pression nulle est imposée à la sortie du domaine.

Tous les résultats présentés sont issus d'intégrations numériques des équations de Navier-Stokes avec OpenFOAM (voir l'annexe A). L'écoulement est calculé dans un domaine tridimensionnel s'étendant de $2.5 D$ à l'amont du nez, de $3 D$ à partir de l'axe de symétrie et de $10 D$ à l'aval du culot. Le maillage est structuré et raffiné en proche paroi comme il est montré sur la figure 4.2 et compte plus de 400 000 cellules. On vérifie que si la taille des cellules est divisée par deux dans les trois directions, l'écoulement calculé pour $Re = 300$ avec simpleFoam est inchangé. Des calculs de validation ont également été menés dans un domaine s'étendant de $6 D$ à partir de l'axe de symétrie et de $20 D$ à l'aval du culot. Le pas de temps des simulations est limité par le nombre de Courant avec $Co = 0.5$. On vérifie qu'une valeur de $Co = 0.25$ ne change pas les résultats.

4.3 Régimes d'écoulement dans le cas non contrôlé

Les différents régimes du sillage observés dans le cas non contrôlé (aucune vitesse normale forcée à la paroi) ont été étudiés par Bohorquez *et al.* (2011). Un écoulement stationnaire axisymétrique est observé pour des nombres de Reynolds inférieurs à $Re_1 \simeq 319$. Pour $Re = Re_1$ l'écoulement axisymétrique devient globalement instable et est remplacé par un écoulement stationnaire non axisymétrique caractérisé par la présence de deux tourbillons contrarotatifs (stationnaires) émergeant en proche sillage et se dissipant à l'aval. Ce nouvel écoulement stationnaire devient instable pour $Re_2 \simeq 413$. Un lâcher tourbillonnaire périodique est observé juste au-dessus de ce second nombre de Reynolds critique. Les simulations numériques (non linéaires) réalisées pour cette étude retrouvent ces différents régimes et permettent de visualiser les structures tourbillonnaires instantanées pour $Re = 300$, $Re = 350$, $Re = 415$ et $Re = 500$ telles que montrées sur la figure 4.3.

Les différents régimes d'écoulement sont également reconnaissables par la force de portance exercée sur le corps (voir figure 4.4). Si la portance est nulle dans le régime axisymétrique, sa valeur reste stationnaire mais non nulle pour $Re_1 < Re < Re_2$ et, pour $Re > Re_2$, elle commence à osciller autour d'une valeur moyenne non nulle. L'amplitude des oscillations et leur contenu fréquentiel augmentent lorsque le nombre de Reynolds augmente.

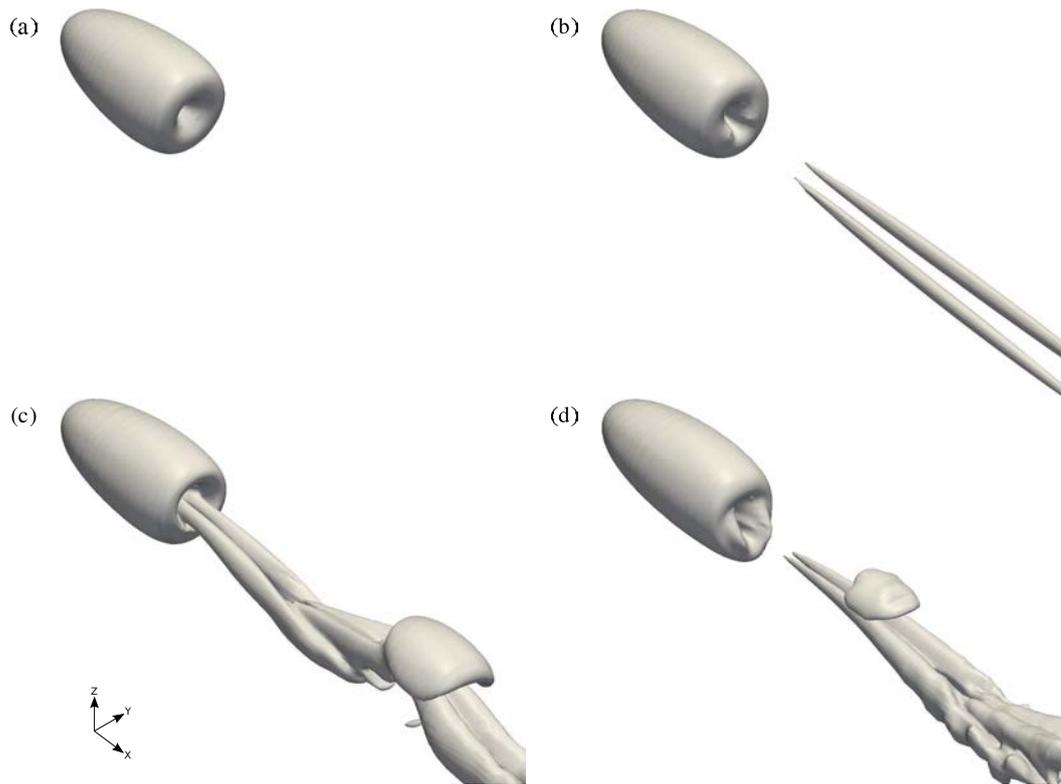


FIGURE 4.3 – Structures tourbillonnaires à la paroi et dans le sillage du corps épais dans le cas non contrôlé pour les différents régimes d'écoulement représentées par les surfaces $Q = 0.001$. (a) À $Re = 300$ l'écoulement est stationnaire et axisymétrique. (b) À $Re = 350$ un écoulement stationnaire (non axisymétrique) avec deux tourbillons longitudinaux contrarotatifs dans le sillage est observé. (c) À $Re = 415$ un mode global périodique oscille au-dessus des tourbillons contrarotatifs (d) tandis qu'à $Re = 500$ des structures additionnelles de plus petites échelles et de plus hautes fréquences apparaissent.

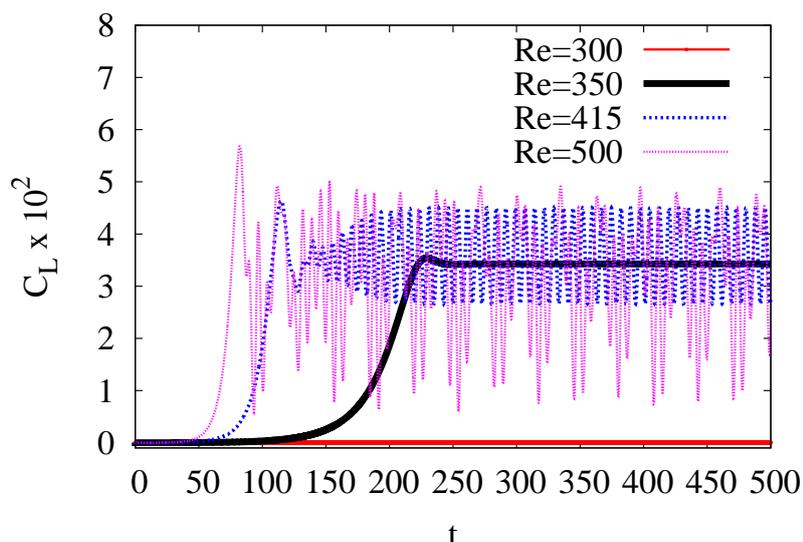


FIGURE 4.4 – Évolution temporelle du coefficient de portance associé aux quatre régimes d’écoulement décrits sur la figure 4.3. Le régime permanent est observé pour $t \gtrsim 250$. À $Re = 300$, l’écoulement est stationnaire et axisymétrique et a donc une portance nulle. À $Re = 350$, la solution stationnaire non axisymétrique présente une portance stationnaire qui oscille périodiquement à $Re = 415$. Des amplitudes d’oscillation plus importantes et des fréquences supplémentaires sont observées à $Re = 500$.

Dans la suite, on s’efforcera de réduire, voire de supprimer complètement, les instationnarités dans le sillage à $Re = 500$, dans le régime fortement instationnaire.

4.4 Amplifications optimales d’énergie et perturbations optimales associées

Dans une première étape, on considère l’amplification optimale spatiale de perturbations stationnaires de la solution stationnaire, linéairement stable et axisymétrique des équations de Navier-Stokes à $Re = 300 < Re_1$. Ces perturbations sont forcées par aspiration-soufflage radial $u'_w(\theta, x)\mathbf{e}_r$ à la paroi latérale du corps ($0 < x < 1, r = 1/2$).

Comme mentionné dans le chapitre 2, l’amplification optimale spatiale de l’énergie de contrôle forcée à la paroi est définie par $G(x) = \max_{u_w} e'(x)/e'_w$, où e'_w est l’énergie cinétique des perturbations forcées sur les parois latérales et e' est l’énergie cinétique des perturbations induites à la position x , définies respectivement, en coordonnées adimensionnelles par $e'_w = (1/4) \int_0^{2\pi} \int_0^1 (u'_w)^2 dx d\theta$ et $e'(x) = (1/2) \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' r dr d\theta$.

On calcule l’aspiration et le soufflage optimaux selon la méthode décrite au §3.2 et précédemment utilisée par Del Guercio *et al.* (2014b). L’écoulement de base \mathbf{U}_0 (représenté sur la figure 4.5) étant axisymétrique et les équations linéaires, les résultats sont obtenus en calculant indépendamment les perturbations périodiques à une seule

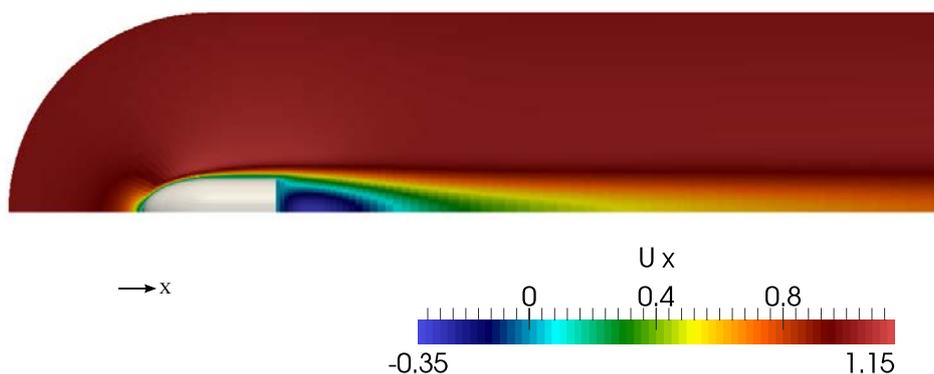


FIGURE 4.5 – Écoulement de base \mathbf{U}_0 stationnaire axisymétrique à $Re = 300$. La composante longitudinale du champ de vitesse est représentée.

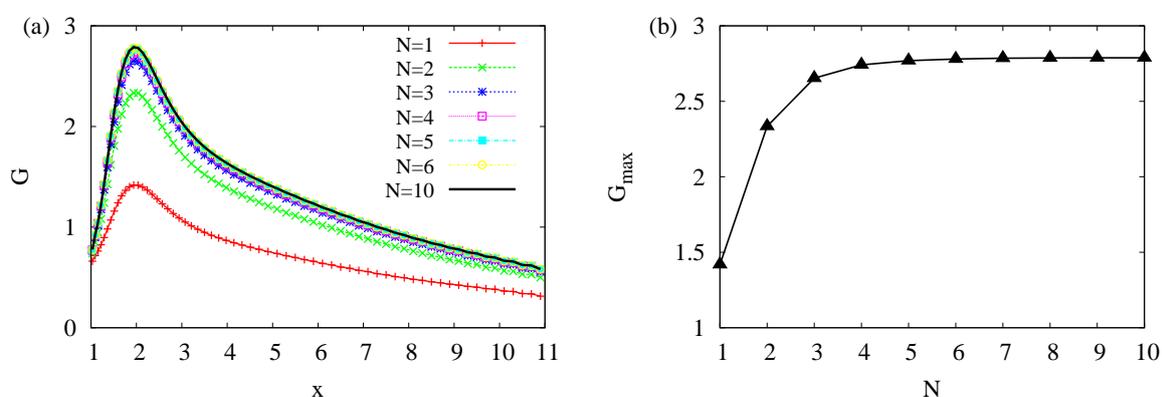


FIGURE 4.6 – (a) Convergence de la courbe d’amplification spatiale d’énergie optimale $G(x)$ avec le nombre N de distributions d’aspiration et de soufflage linéairement indépendantes incluses dans la base d’optimisation pour $m = 2$ à $Re = 300$. (b) Convergence correspondante de l’amplification maximale G_{max} avec N . Des résultats convergés sont obtenus avec $N \approx 6$ termes.

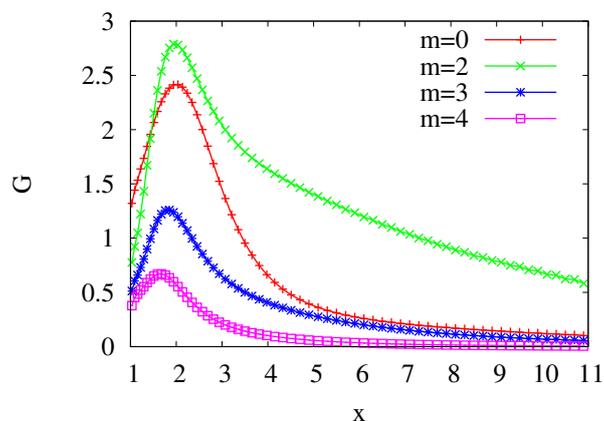


FIGURE 4.7 – Amplification optimale $G(x)$ pour différents nombres d’onde azimutaux m à $Re = 300$.

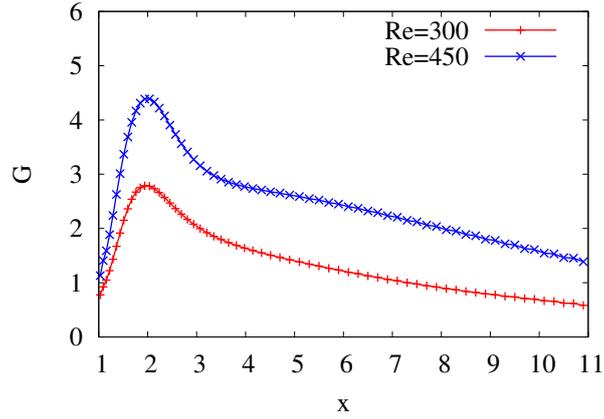


FIGURE 4.8 – Amplification optimale $G(x)$ pour $m = 2$ à différents nombres de Reynolds.

harmonique azimutale $u'_w(\theta, x, m) = f(x) \cos m\theta$ par l'intégration numérique des équations de Navier-Stokes linéarisées (2.5) et (2.7). Pour chaque nombre d'onde azimutal m considéré, la distribution longitudinale $f(x)$ pour $0 < x < 1$ est approximée par une décomposition en polynômes de Tchebychev $T_n(\xi)$ (où $\xi = 2x - 1$) sur N termes qui sont calculés indépendamment en élargissant progressivement le sous-espace dans lequel la solution optimale est approximée. Ainsi, la base de décomposition telle qu'introduite au §3.2 est de la forme

$$b_w^{(n)}(\theta, x) = f_n(x) \cos m\theta \quad (4.1)$$

avec $f_n(x) = T_n(2x - 1)$. Il est trouvé que l'amplification optimale converge avec une précision supérieure à 1% avec $N = 6$ termes, comme montré sur la figure 4.6, de façon similaire à ce qui avait été observé par Del Guercio *et al.* (2014a,b).

Les calculs sont répétés pour les modes azimutaux $m = 0, 1, 2, 3$ et 4. Le mode $m = 1$ est le plus amplifié (avec $G_{max} > 500$). Cependant, comme ce mode devient linéairement instable (avec une fréquence nulle) au delà du premier nombre de Reynolds critique Re_1 et déstabilise donc pour de plus hauts nombres de Reynolds, on ne le considère plus par la suite. Les deux modes les plus amplifiés à $Re = 300$ (à l'exception de $m = 1$) sont $m = 0$ et $m = 2$, tandis que $m = 3$ et $m = 4$ sont bien moins amplifiés, comme montré sur la figure 4.7.

Si le forçage optimal a été calculé à $Re = 300$, il est également possible de l'obtenir pour des nombres de Reynolds supérieurs à Re_2 avec des nombres d'onde azimutaux m pairs. Afin de pouvoir conserver un écoulement de base axisymétrique et stable, il faut alors effectuer les calculs dans un quart de domaine avec des conditions au bord symétriques sur les deux plans coupant la géométrie de référence. Comme attendu, les amplifications s'accroissent avec le nombre de Reynolds (comme montré sur la figure 4.8 pour le mode $m = 2$), de façon analogue à ce qui est trouvé dans le cas des sillages 2D non parallèles par Del Guercio *et al.* (2014a,b).

La dynamique du mode $m = 0$ (axisymétrique) est qualitativement différente de celle des autres modes car, contrairement à ceux-ci : (a) il n'est pas lié à l'amplification

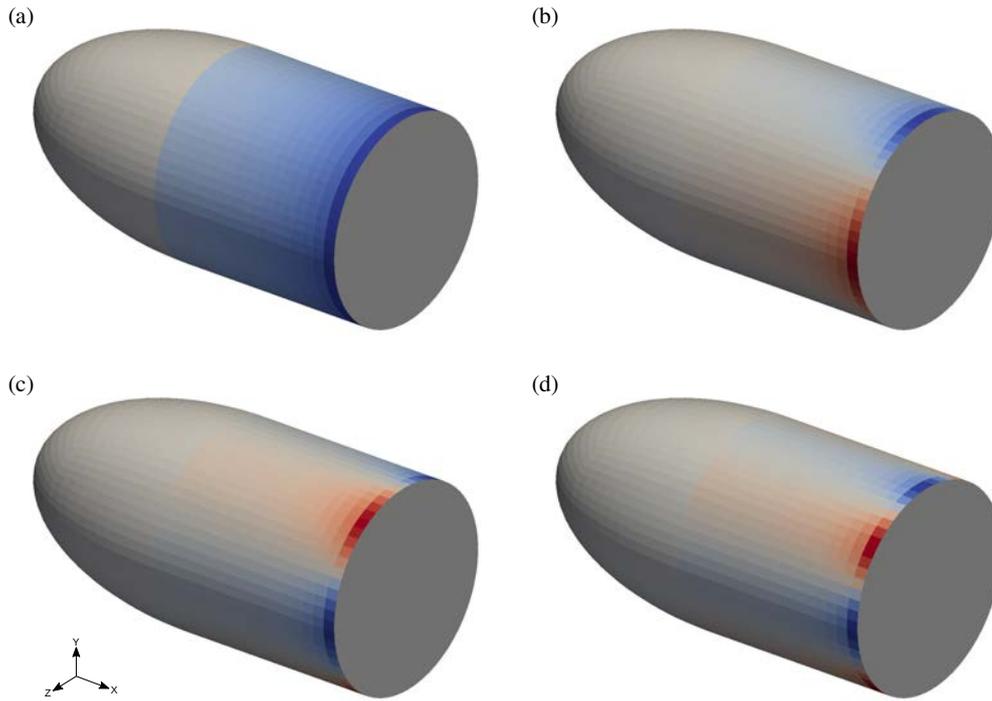


FIGURE 4.9 – Aspiration et soufflage optimaux à la paroi pour les modes $m = 0$ (a), $m = 2$ (b), $m = 3$ (c) et $m = 4$ (d). Les vitesses normales positives sont représentées en rouge, les vitesses normales négatives sont représentées en bleu.

de stries (l'effet *lift-up*) mais au mécanisme de Orr (Schmid & Henningson, 2001), (b) il est associé à un flux de masse nul et (c) des effets opposés sont obtenus avec des amplitudes négatives ou positives de u_w .

Ce comportement différent est également reconnaissable par les formes longitudinales $|f^{(opt)}|(x)$ de l'aspiration et du soufflage optimaux. Les formes des modes $m = 2$, $m = 3$ et $m = 4$ sont très proches et elles correspondent toutes à des aspirations et soufflages périodiques transverses se concentrant progressivement au niveau du bord de fuite (voir figures 4.9 et 4.10) tandis que la distribution optimale $|f^{(opt)}|(x)$ du mode $m = 0$ est non négligeable sur la partie amont de la paroi latérale (voir figure 4.10). Les variations de $|f^{(opt)}|(x)$ avec Re sont réduites (voir figure 4.11), de la même manière que ce qui a été trouvé dans le cas 2D sur le cylindre circulaire (Del Guercio *et al.*, 2014b).

Les sections longitudinales des champs de vitesse optimaux, reportées dans les figures 4.12 et 4.13, montrent que l'aspiration et le soufflage périodiques et transverses des modes $m \neq 0$ forment des tourbillons longitudinaux contrarotatifs qui se dissipent à l'aval en même temps que se développent les stries longitudinales de vitesse.

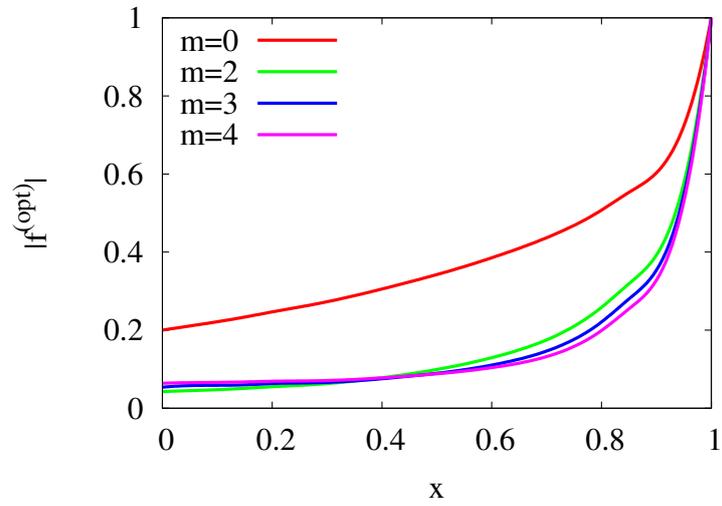


FIGURE 4.10 – Forme longitudinale $|f^{(opt)}|(x)$ de l’aspiration et du soufflage optimaux pour $Re = 300$ où toutes les fonctions ont été normalisées par leurs valeurs absolues maximales.

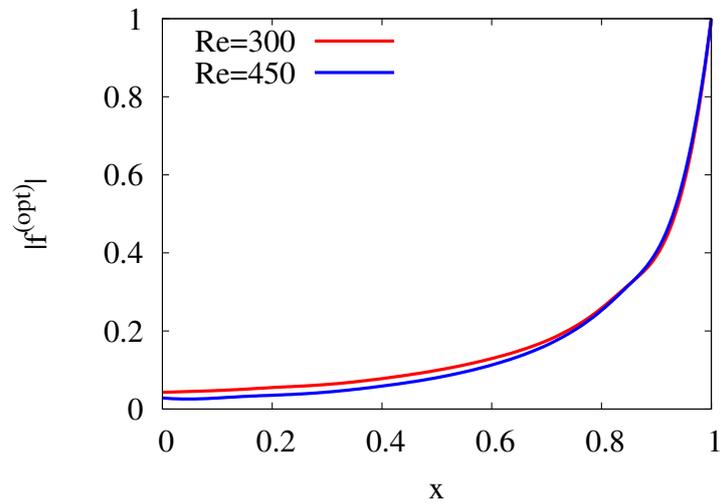


FIGURE 4.11 – Forme longitudinale $|f^{(opt)}|(x, m = 2)$ de l’aspiration et du soufflage optimaux pour $m = 2$ à $Re = 300$ et $Re = 450$ où les fonctions ont été normalisées par leurs valeurs absolues maximales.

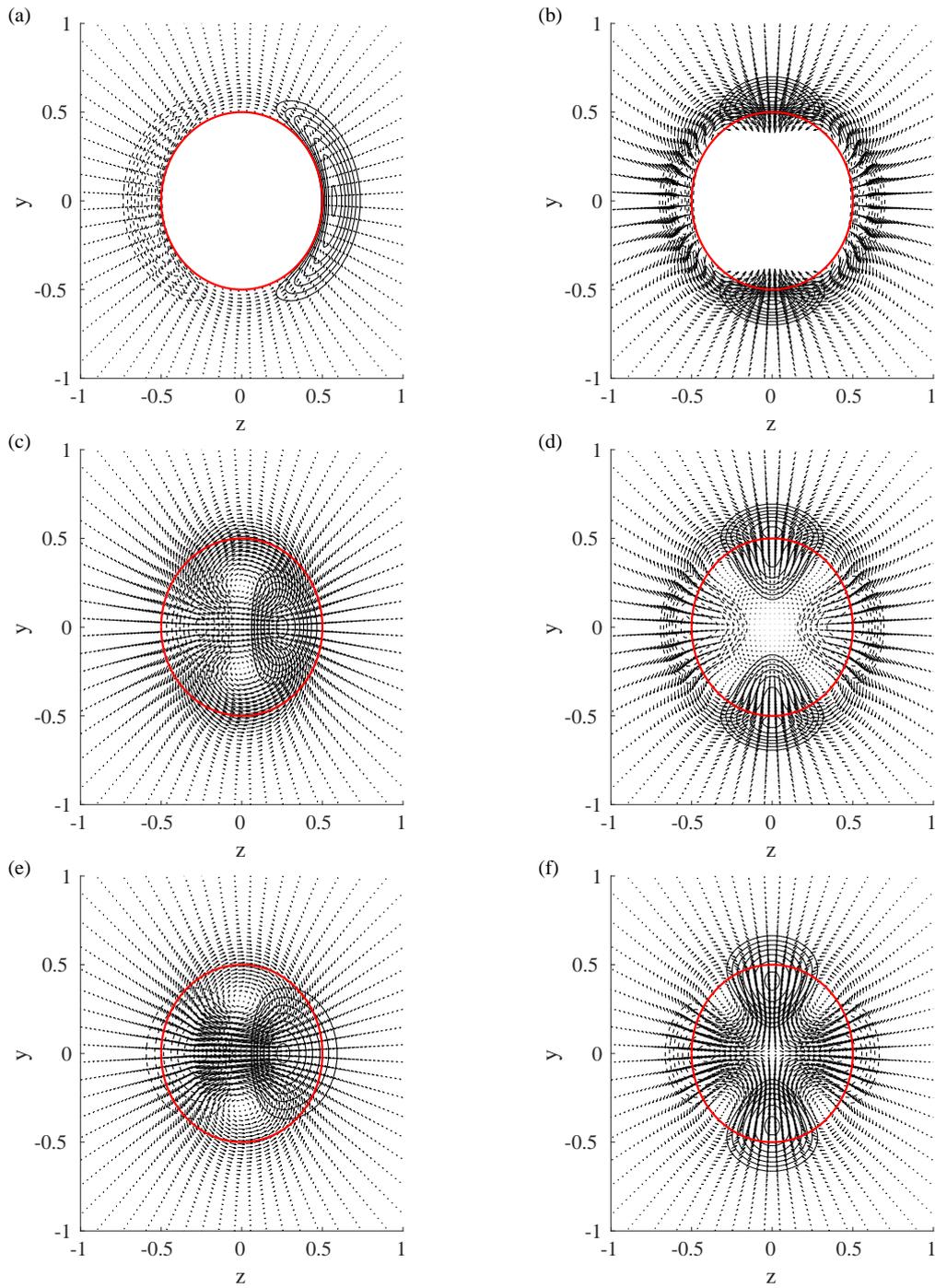


FIGURE 4.12 – Vue en coupe transversale ($y-z$) des perturbations de vitesse forcées par l’aspiration et le soufflage optimaux pour $m = 1$ (a,c,e) et $m = 2$ (b,d,f) à $Re = 300$ pour trois positions longitudinales différentes : $x = 1$ (culot du corps épais, a, b), $x = (x_{max} + 1)/2$ (à mi-distance de la position d’amplitude maximale des stries, c, d) et $x = x_{max}$ (position de l’amplitude maximale des stries, e, f). Les échelles utilisées pour tracer les composantes de vitesse transversales $v'-w'$ (tourbillons longitudinaux, flèches) et la composante longitudinale u' (stries longitudinales, contours) sont identiques sur toutes les figures. La section circulaire du corps épais est représentée par un cercle (rouge) de référence.

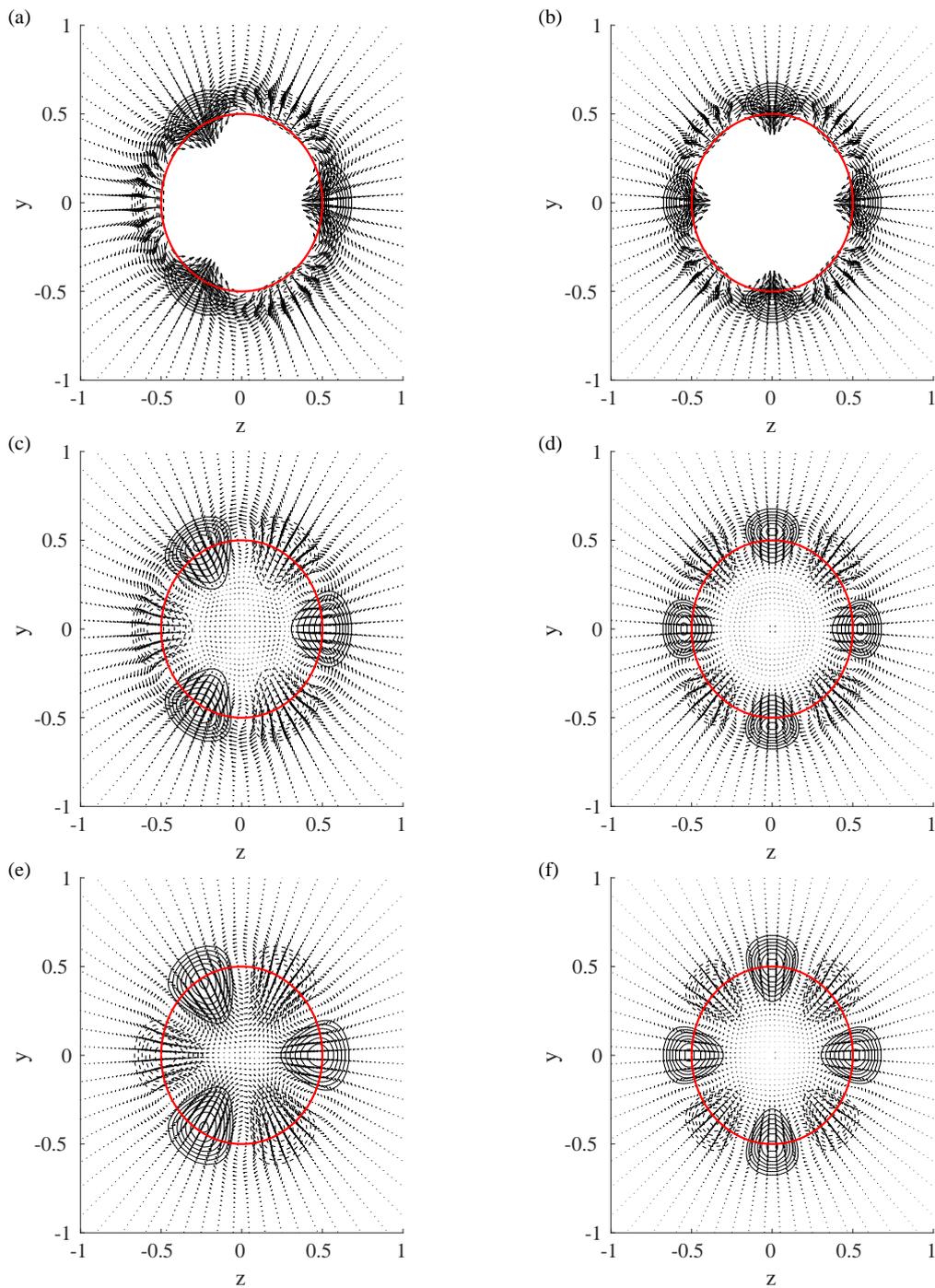


FIGURE 4.13 – Vue en coupe transversale ($y-z$) des perturbations de vitesse forcées par l’aspiration et le soufflage optimaux pour $m = 3$ (a,c,e) et $m = 4$ (b,d,f) à $Re = 300$ pour trois positions longitudinales différentes : $x = 1$ (culot du corps épais, a, b), $x = (x_{max} + 1)/2$ (à mi-distance de la position d’amplitude maximale des stries, c, d) et $x = x_{max}$ (position de l’amplitude maximale des stries, e, f). Les échelles utilisées pour tracer les composantes de vitesse transversales $v'-w'$ (tourbillons longitudinaux, flèches) et la composante longitudinale u' (stries longitudinales, contours) sont identiques sur toutes les figures. La section circulaire du corps épais est représentée par un cercle (rouge) de référence.

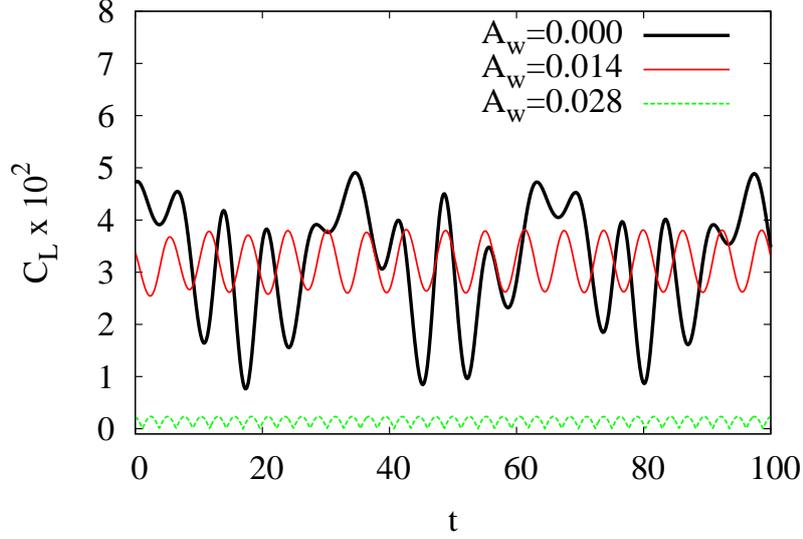


FIGURE 4.14 – Évolution temporelle du coefficient de portance C_L associé à l'écoulement non contrôlé pour $Re = 500$ ($A_w = 0$, comme mentionné sur la figure 4.4) et à des amplitudes croissantes A_w de l'aspiration et du soufflage optimaux pour $m = 2$ à $Re = 500$.

4.5 Contrôle des oscillations dans le sillage

Après avoir calculé les perturbations optimales afin d'obtenir la croissance optimale d'énergie dans le sillage, on s'intéresse à leur effet sur le sillage instationnaire pour $Re > Re_2$. Dans ce but, pour chaque mode azimutal $m \neq 1$ considéré, on force la distribution optimale longitudinale de vitesse stationnaire à amplitude finie A_w , ce qui revient à forcer les vitesses radiales suivantes à la paroi dans des simulations numériques non linéaires : $u'_w(x, m) = A_w f^{(opt)}(x, m) \cos m\theta$, où $f^{(opt)}$ est normalisée telle que $e'_w = (\pi/2)A_w^2$.

Le coût du contrôle peut être évalué avec le coefficient de puissance du forçage

$$C_\mu = \left(\int_{S_{lat}} u_w^2 dS + \int_{S_{base}} u_b^2 dS \right) / (\pi R^2 U_\infty^2 / 2) \quad (4.2)$$

qui, en utilisant des valeurs adimensionnées, est égal à

$$C_\mu = 8A_w^2 + 2C_b^2, \quad (4.3)$$

où $C_b = u_b/U_\infty$ dans le cas de soufflage uniforme au culot (*uniform base bleed*). De façon encore plus primordiale pour les applications, le coût du contrôle peut également être évalué en termes de flux de masse adimensionnel

$$C_Q = \left(\int_{S_{lat}} u_w dS + \int_{S_{base}} u_b dS \right) / (\pi R^2 U_\infty). \quad (4.4)$$

Lorsque les perturbations optimales avec $m > 0$ sont utilisées, le flux de masse associé est nul et donc $C_Q = C_b$. Cependant le flux de masse est non nul pour $m = 0$ et, dans

ce cas, en coordonnées adimensionnées

$$C_Q = C_b + 4A_w \int_0^1 f^{(opt)}(x, m = 0) dx \quad (4.5)$$

où les valeurs de A_w positives et négatives sont associées respectivement au soufflage et à l'aspiration.

On trouve que ce forçage a (pour $m \neq 1$) un effet stabilisant sur l'instationnarité du sillage, ce que l'on observe grâce aux variations du coefficient de portance C_L . Pour le forçage $m = 0$, l'effet stabilisant est obtenu avec l'aspiration ($A_w < 0$), tandis que le soufflage ($A_w > 0$) a un effet opposé (non montré).

L'effet du forçage sur $C_L(t)$ (montré sur la figure 4.14 pour le mode $m = 2$) est de conduire à une réduction permanente de l'amplitude des oscillations de la portance et de sa valeur moyenne lorsque l'amplitude A_w de l'aspiration et du soufflage optimaux est augmenté. Cet effet stabilisant du forçage des perturbations optimales est associé à une symétrisation progressive du sillage du fait des stries forcées (voir figure 4.15).

Des résultats similaires sont obtenus avec les autres modes ($m \neq 1$) comme montré sur la figure 4.16 où est illustrée la dépendance de la moyenne quadratique (la racine carrée de la variance, dénotée par *rms* dans la suite) des oscillations du coefficient de portance $C_L^{(rms)}$ par rapport à l'amplitude de contrôle, sous la forme du coefficient de puissance C_μ . Une stabilisation complète peut être obtenue pour $Re = 415$ (proche du nombre de Reynolds critique) et des réductions significatives des amplitudes *rms* peuvent être atteintes pour $Re = 500$. Cependant, des amplitudes excessives peuvent conduire à une nouvelle augmentation de $C_L^{(rms)}$ alors entretenue par les stries formées.

Comme mentionné précédemment, on sait que le soufflage au culot standard est capable de supprimer l'instationnarité du sillage pour l'écoulement considéré (Bohorquez *et al.*, 2011). On compare ainsi l'effet obtenu avec l'aspiration et le soufflage optimaux pour différents modes azimutaux à $Re = 500$ au soufflage au culot seul sur la figure 4.17a. On voit sur cette figure que, parmi les contrôles avec aspiration et soufflage optimaux, le mode le moins efficace est le mode axisymétrique $m = 0$. Le mode $m = 2$ est le mode le plus efficace pour de faibles amplitudes de forçage tandis que $m = 3$ est le mode le plus efficace pour de plus fortes amplitudes de forçage.

Il apparaît que le soufflage au culot seul ($A_w = 0$) est plus efficace que l'aspiration et le soufflage optimaux, mais cela implique une injection de masse stationnaire dans l'écoulement (tandis que l'aspiration et le soufflage optimaux $m \neq 0$ sont associés à un flux de masse nul). Il est donc intéressant de tester si les combinaisons du soufflage au culot et d'aspiration-soufflage optimaux permettent une suppression complète de l'instationnarité en utilisant de plus faibles niveaux d'injection de masse dans le sillage. En réalité, c'est également intéressant pour le mode $m = 0$ qui, associé à l'aspiration, peut au moins compenser la masse utilisée pour le soufflage au culot.

On a donc étudié si des combinaisons du soufflage au culot standard avec l'aspiration et le soufflage optimaux peuvent améliorer l'efficacité du contrôle. Les deux premières valeurs du soufflage au culot reportées sur la figure 4.17a ($C_b = 0.01$ et $C_b = 0.02$,

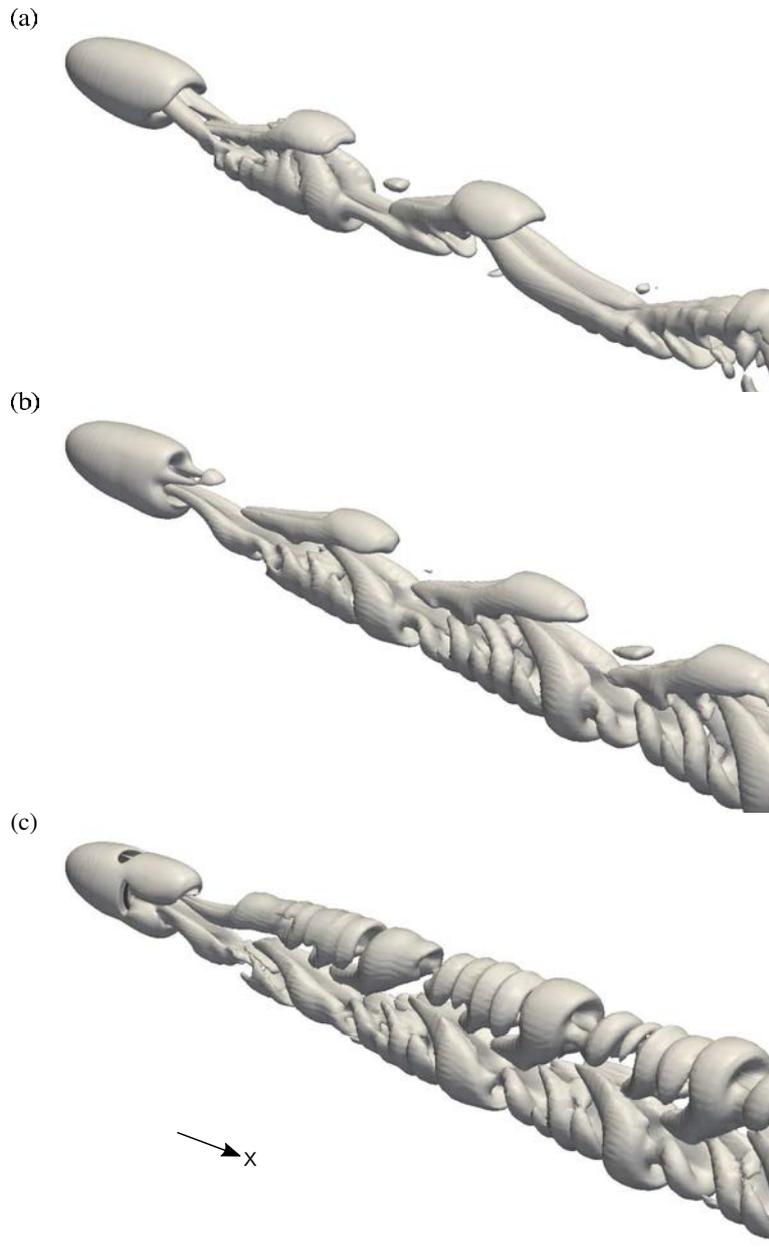


FIGURE 4.15 – Structures tourbillonnaires (représentées par les surfaces $Q = 0.001$) à la paroi et dans le sillage du corps épais pour $Re = 500$ dans le cas non contrôlé (a) et avec l'aspiration et le soufflage optimaux pour $m = 2$ forcés avec $A_w = 0.014$ (b) et $A_w = 0.028$ (c).

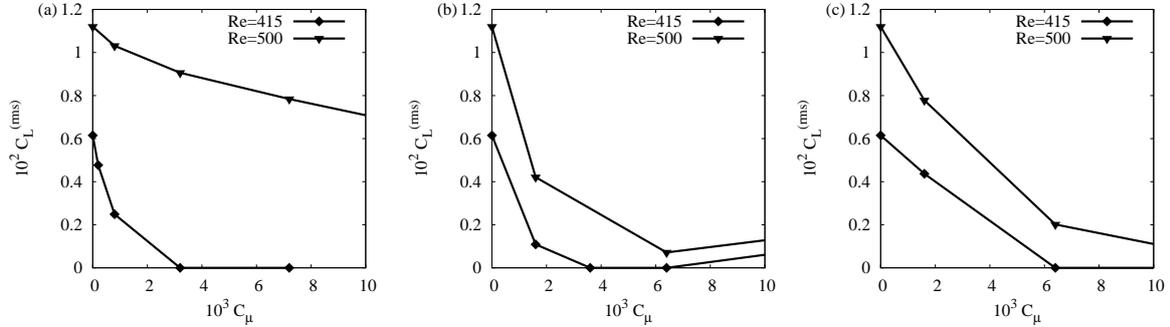


FIGURE 4.16 – Influence de l’amplitude de contrôle, exprimée en termes de coefficient de puissance C_μ , sur la moyenne quadratique des oscillations du coefficient de portance $C_L^{(rms)}$ à $Re = 415$ (cercles) et $Re = 500$ (triangles) avec l’aspiration et le soufflage optimaux pour $m = 0$ (a), $m = 2$ (b) et $m = 3$ (c).

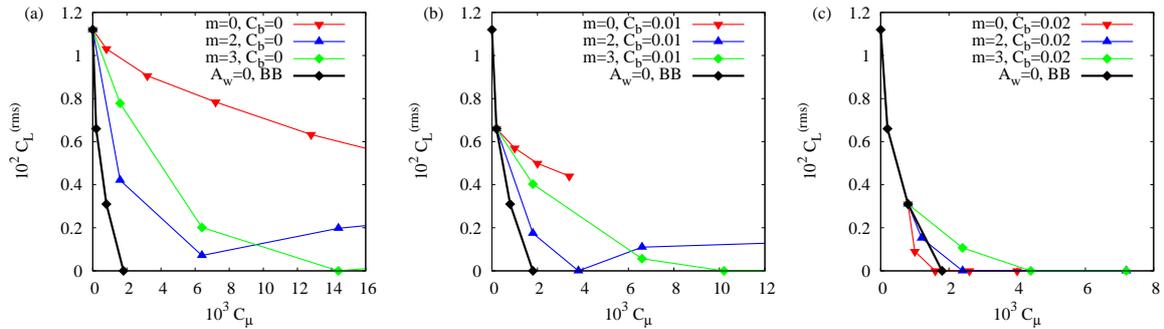


FIGURE 4.17 – Influence de l’aspiration et du soufflage optimaux pour $m = 0$, $m = 2$ et $m = 3$ sur $C_L^{(rms)}(C_\mu)$ en l’absence de soufflage au culot (a) et avec soufflage au culot à $C_b = 0.01$ (b) et $C_b = 0.02$ (c). Par commodité, ces courbes sont comparées à celle obtenue avec le soufflage au culot seul (BB) en l’absence de forçage de l’aspiration et du soufflage optimaux ($A_w = 0$).

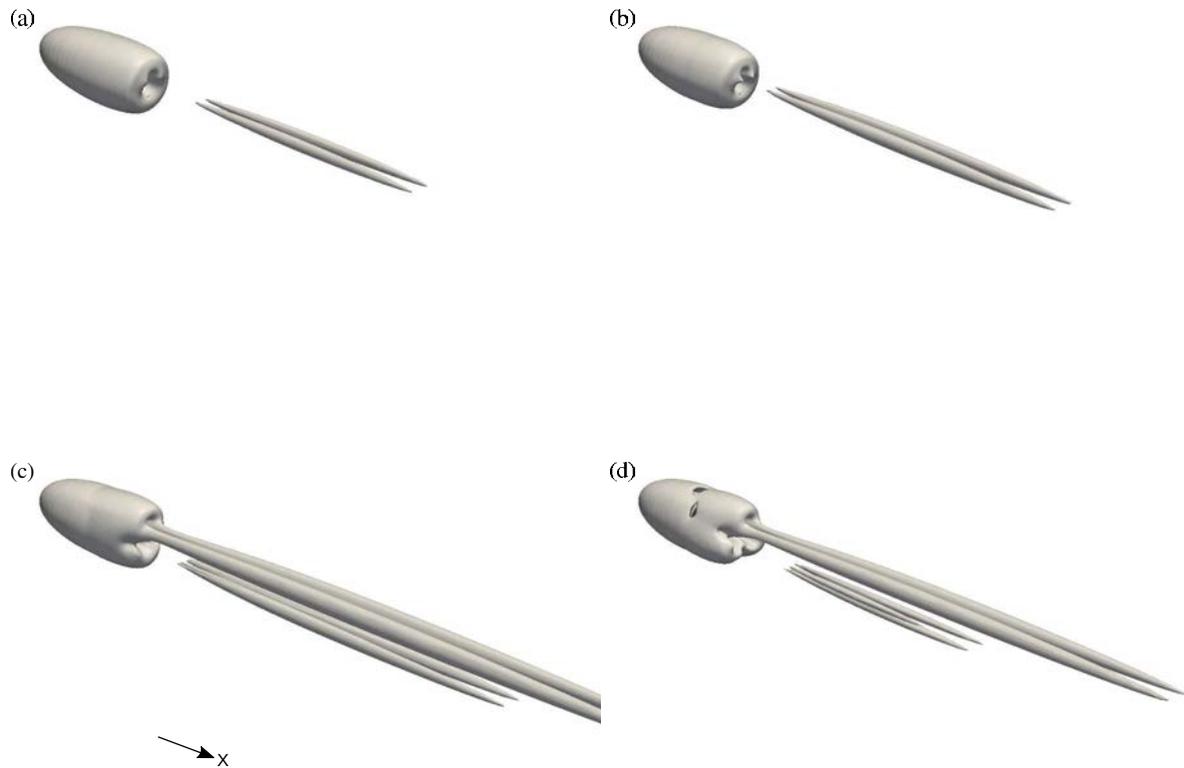


FIGURE 4.18 – Structures tourbillonnaires (représentées par les surfaces $Q = 0.001$) à la paroi et dans le sillage du corps épais pour $Re = 500$ dans les cas contrôlés par soufflage au culot seul (a) et en combinant aspiration-soufflage optimaux avec soufflage au culot. Les forçages optimaux correspondent aux modes $m = 0$ (b), $m = 2$ (c) et $m = 3$ (d).

correspondant aux deuxième et troisième points de forme "carré" à droite sur la courbe en trait plein) ont ainsi été utilisées en combinaison avec le forçage de l'aspiration et du soufflage optimaux, comme reporté sur les figures 4.17b et 4.17c. Sur ces courbes on voit comment les combinaisons du soufflage au culot avec aspiration et soufflage optimaux permettent de stabiliser efficacement les oscillations du sillage avec un flux de masse réduit lorsqu'il est comparé au soufflage au culot seul avec le même C_μ .

4.6 Discussion

La première partie de cette étude s'est déroulée en deux temps : (a) calculer les perturbations optimales stationnaires d'un sillage 3D axisymétrique résultant de l'aspiration et du soufflage optimaux à la paroi du corps à l'origine du sillage et (b) analyser si ces perturbations optimales ont un effet stabilisant sur le sillage lorsqu'elles sont forcées à amplitude finie. Cela constitue la première extension aux sillages 3D de l'approche appliquée avec succès aux sillages bidimensionnels par Del Guercio *et al.* (2014a,b).

Il a été montré que l'aspiration et le soufflage optimaux stationnaires ($m \neq 0$) conduisent à la formation de tourbillons longitudinaux à l'origine de la croissance de stries longitudinales de vitesse, comme pour les sillages bidimensionnels. Le mode $m = 1$ est le plus amplifié pour $Re < Re_1$ mais il devient linéairement instable pour $Re > Re_1$. Les autres modes sont également amplifiés mais ils sont associés à des amplifications maximales plus faibles que celles trouvées dans le cas du cylindre circulaire.

Ces moindres amplifications ne sont pas particulièrement étonnantes car, dans le sillage du cylindre circulaire, le mode le plus amplifié correspond à une longueur d'onde transverse $\lambda_z \approx 5 - 7D$ (où D est le diamètre du cylindre) tandis que les longueurs d'onde plus réduites sont moins amplifiées. Comme dans le cas axisymétrique, la longueur d'onde transverse analogue est $\lambda_z \approx \pi D/m$, la "longueur d'onde transverse" accessible maximale est donc réduite, avec $\lambda_z/D \approx 1.5$ pour $m = 2$. Les amplifications maximales atteignables dans un sillage axisymétrique sont donc probablement faibles si une analogie avec le sillage bidimensionnel est faite.

Du fait de ces relativement faibles λ_z accessibles, la position longitudinale où la croissance maximale est atteinte est aussi plus proche du corps que dans le cas 2D pour des nombres de Reynolds comparables. Comme pour les sillages 2D, le profil longitudinal de l'aspiration et du soufflage optimaux n'est pas sensible aux nombres d'onde azimutaux m (à l'exception du mode $m = 0$ pour lequel l'amplification est basée sur un mécanisme différent).

On a également montré que, lorsqu'il est forcé à amplitude finie, le forçage optimal à $m \neq 1$ a un effet stabilisant sur l'instationnarité du sillage, réduisant la valeur moyenne et l'amplitude des fluctuations de la portance. Lorsqu'il est combiné au soufflage au culot, ce type de contrôle peut permettre une stabilisation complète du sillage même pour $Re = 500$. Comme l'aspiration et le soufflage optimaux sont associés à un flux de masse nul pour $m > 0$ et à une simple *aspiration* pour $m = 0$, si on les combine avec le soufflage au culot, la stabilisation est obtenue avec des flux de masse réduits par rapport au soufflage au culot seul.

Une différence surprenante avec le contrôle tridimensionnel de corps épais bidimensionnels est que, dans le cas du corps épais tridimensionnel analysé, le forçage de stries dans le sillage induit une *augmentation* de la traînée qui n'est pas compensée par la suppression des oscillations dans le sillage. La traînée totale, dans le cas du mode $m = 2$ qui est le plus performant, augmente ainsi d'environ 10% à $Re = 500$, comme montré sur la figure 4.19. Cette augmentation est probablement due aux petits rapports λ_z/D

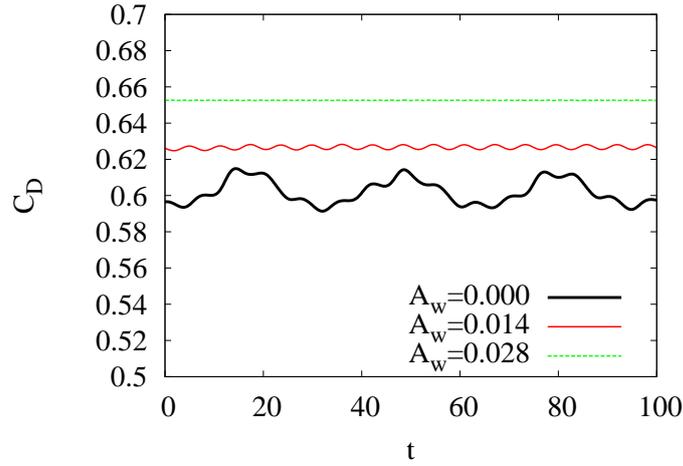


FIGURE 4.19 – Évolution temporelle du coefficient de traînée C_D associé à l'écoulement non contrôlé pour $Re = 500$ ($A_w = 0$) et à des amplitudes croissantes A_w de l'aspiration et du soufflage optimaux pour $m = 2$ à $Re = 500$.

atteignables dans le cas tridimensionnel. En effet, la valeur de λ_z est illimitée dans le cas bidimensionnel tandis qu'elle ne peut dépasser $\pi D/m$ dans le cas tridimensionnel étudié du fait de la géométrie circulaire. Mais elle pourrait aussi être associée au bas nombre de Reynolds (forçage à la paroi qui augmente la traînée visqueuse) ou être une conséquence de la séquence de bifurcations propre aux corps 3D (bifurcation stationnaire asymétrique avant la bifurcation de Hopf) qui diffère de celle des corps 2D (bifurcation de Hopf de l'état symétrique). Dans ce dernier cas, on pourrait imaginer que le forçage des stries induit une légère réorientation du sillage avec un angle non nul et donc l'apparition d'une traînée induite similaire à celle que les tourbillons de bout d'aile induisent sur les ailes d'avion. Les performances du contrôle 3D pour le cas et le nombre de Reynolds considérés ne sont donc pas exceptionnelles en termes d'amplifications non normales et d'efficacité dans la suppression des instationnarités. Ainsi, la question de l'optimisation de la traînée n'a pas été plus approfondie afin de pouvoir aborder l'étude de la physique du contrôle tridimensionnel à plus grand nombre de Reynolds. Ceci permet de se rapprocher du cas automobile mais également d'espérer de plus grandes amplifications optimales d'énergie. Mais cette augmentation du nombre de Reynolds a d'autres implications comme discuté dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Stries optimales et leur effet stabilisant sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz

5.1 Motivations et contexte

S'il a été possible de stabiliser le sillage du corps axisymétrique étudié au chapitre 4, les résultats n'étaient pas aussi satisfaisants que ceux de Del Guercio *et al.* (2014b) dans le cas du cylindre circulaire. Les amplifications optimales du cas 3D étaient en effet très inférieures à celles du cylindre. On a attribué ces moindres amplifications au fait que la géométrie axisymétrique ne permet d'atteindre que de petites valeurs du rapport λ_z/D entre la dimension transverse des stries et la dimension caractéristique du cisaillement. Or, les amplifications maximales d'énergie sont faibles pour les petites valeurs de λ_z/D .

Le cas analysé au chapitre 4 renvoie toutefois à des nombres de Reynolds relativement

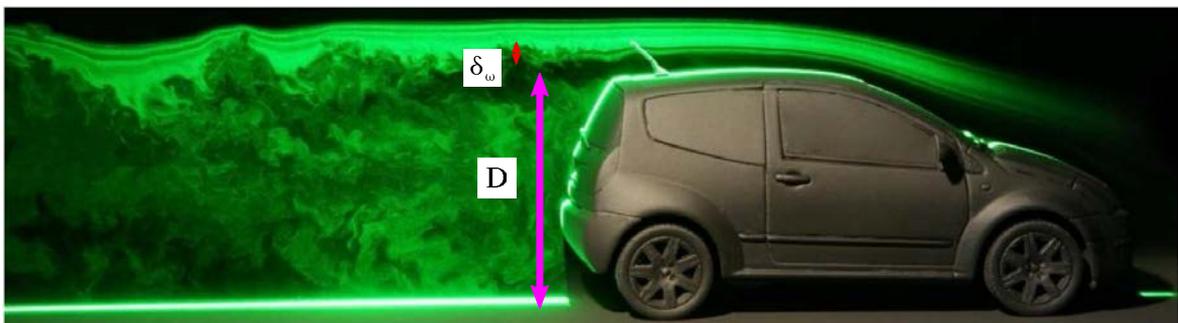


FIGURE 5.1 – Visualisation par PIV de l'écoulement autour d'une Citroën C2. La longueur caractéristique D du véhicule est bien plus grande que l'épaisseur de vorticité δ_ω du sillage. Figure d'après Grandemange (2013).

bas. Pour des nombres de Reynolds plus élevés, d'intérêt pour les applications industrielles, l'analyse décrite au chapitre 4 serait ardue numériquement car l'épaisseur de la couche de vorticité délimitant le sillage serait réduite et avec elle le rapport δ_ω/D (avec δ_ω l'épaisseur de vorticité et D le diamètre du corps). Ce régime est néanmoins intéressant à analyser car, la dimension pertinente étant maintenant δ_ω , on peut à nouveau atteindre des valeurs élevées du rapport entre la dimension transverse des stries et la dimension caractéristique du cisaillement qui est maintenant λ_z/δ_ω . Le fait de se placer à la limite $\delta_\omega \ll D$ change également la dynamique de l'écoulement qui correspond alors à celle d'une couche de mélange. Ainsi le sillage d'un véhicule automobile (voir figure 5.1)   volue comme l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (voir figure 1.12).

On s'intéresse donc à la limite $\delta_\omega/D \ll 1$ où il s'agit, du point de vue physique, de contrôler l'instabilité de Kelvin-Helmholtz d'une couche de mélange 2D. On choisit comme cas de référence la couche de mélange 2D avec un profil de vitesse en tangente hyperbolique dont la stabilité a déjà été étudiée par Garcia (1956), Drazin & Howard (1962), Michalke (1964) et Huerre & Monkewitz (1985). L'instabilité de cet écoulement est une instabilité de Kelvin-Helmholtz et peut se rencontrer dans de nombreuses situations pratiques comme au point de décollement d'un corps d'Ahmed. Ce cas d'étude se rapproche ainsi, dans ses mécanismes physiques de base, du cas analysé par Pujals *et al.* (2010*b*), bien que l'on s'intéresse ici à un écoulement initialement laminaire, 2D et en l'absence de gradient de pression.

Malgré son intérêt théorique et pratique en tant qu'exemple d'instabilité inflexionnelle, il y a eu peu d'études de couche de mélange 2D concernant les amplifications optimales et le contrôle par modulation de l'écoulement.

Arratia *et al.* (2013) ont calculé les perturbations optimales de la couche de mélange en tangente hyperbolique afin d'étudier le développement des instabilités durant la transition. Les perturbations optimales trouvées par Arratia *et al.* (2013), d'intérêt pour la transition, sont linéairement instables et ne sont ni stationnaires ni uniformes longitudinalement.

Boujo *et al.* (2015) ont traité le contrôle 3D des couches de mélange en utilisant des perturbations uniformes longitudinalement. Ils ont ensuite développé une analyse de sensibilité au deuxième ordre dans le but de déterminer le contrôle le plus efficace de la couche de mélange en tangente hyperbolique. Ils ont également calculé les forçages les plus stabilisants et ont trouvé qu'ils co  cident avec les perturbations optimales ou sous-optimales selon le nombre d'onde transverse considéré. Cependant, leur analyse étant basée sur l'hypothèse de stries de forme constante, les résultats pourraient en principe être différents de ceux de notre approche où les écoulements de base sont issus de simulations non linéaires. On verra au chapitre suivant que les deux approches donnent, en effet, des résultats complètement différents.

On va donc chercher à stabiliser la couche de mélange avec un contrôle 3D de la même manière que Del Guercio *et al.* (2014*c*) l'ont fait pour des sillages bidimensionnels. Ainsi, après avoir défini le cas de référence au §5.2, on calcule d'abord les perturbations optimales et sous-optimales de la couche de mélange de référence 2D (§5.3). Le

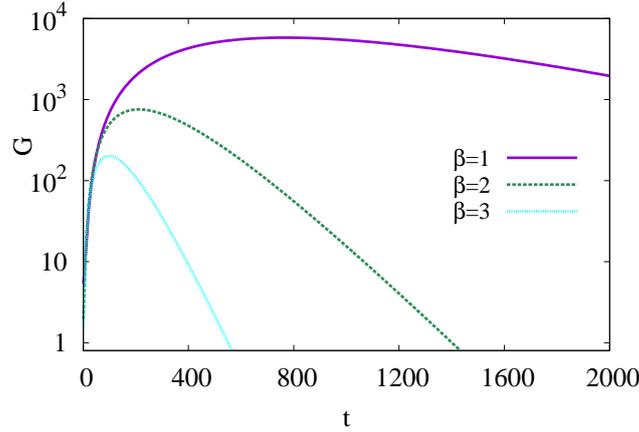


FIGURE 5.2 – Croissances d'énergie optimales G en fonction du temps t pour trois nombres d'onde adimensionnés pour $Re = 1000$.

forçage de ces perturbations permet alors d'obtenir des couches de mélange striées non linéaires (§5.4). L'analyse de la réponse impulsionnelle de ces écoulements de base striés permet de déterminer l'influence des stries optimales et sous-optimales sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (§5.5). Enfin les résultats de cette partie de l'étude sont résumés et discutés au §5.6.

5.2 Couche de mélange parallèle 2D de référence

On considère des couches de mélange séparant deux écoulements parallèles de même densité et de vitesses $U_a \mathbf{e}_x$ et $U_b \mathbf{e}_x$ respectivement pour $y \rightarrow \pm\infty$, où \mathbf{e}_x est le vecteur unité selon la direction de l'écoulement x (y et z renvoient respectivement aux directions normale et transverse). Le profil en tangente hyperbolique est choisi comme écoulement bidimensionnel de référence $\mathbf{U}_{2D} = U_{2D}(y) \mathbf{e}_x$ avec

$$U_{2D}(y) = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2} \tanh(y) \quad (5.1)$$

où les vitesses sont adimensionnées par rapport à $|U_a - U_b|$, les longueurs par rapport à une demi-épaisseur de vortacité $\delta_\omega/2$ avec un ratio de vitesse défini par $R = |U_a - U_b|/|U_a + U_b|$. En coordonnées adimensionnées, l'épaisseur de vortacité est donc $\delta_\omega = 2$, et celle de quantité de mouvement est $\theta = 1/2$ (voir annexe B).

5.3 Croissances transitoires optimales d'énergie

5.3.1 Amplifications d'énergie

Comme mentionné dans le chapitre 2, l'écoulement de base étant parallèle, les modes de Fourier $\hat{u}(\alpha, y, \beta, t) e^{i(\alpha x + \beta z)}$ de nombres d'onde longitudinal α et transverse β peuvent

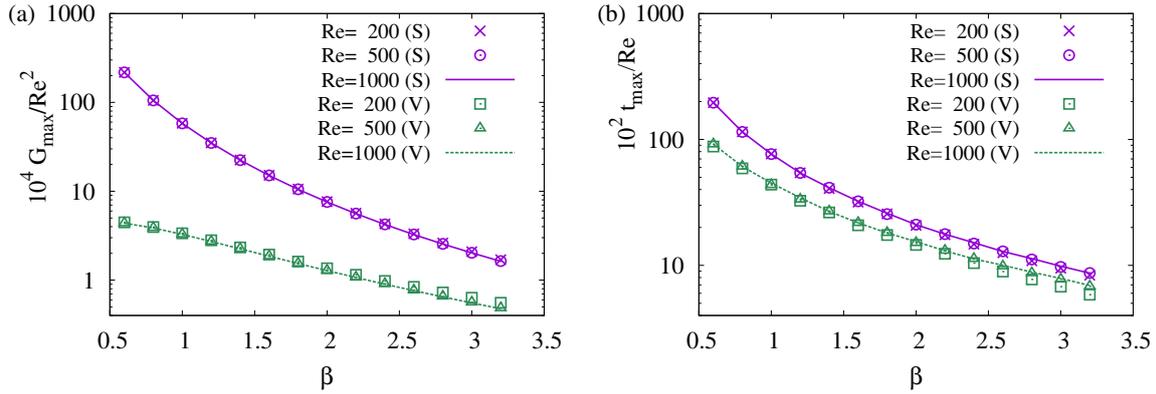


FIGURE 5.3 – Amplifications maximales d'énergie mises à l'échelle par le carré du nombre de Reynolds G_{max}/Re^2 (a) et temps pour lesquels le maximum est atteint remis à l'échelle par le nombre de Reynolds t_{max}/Re (b) en fonction du nombre d'onde transverse β pour les perturbations optimales sinueuses (type S, trait plein, mauve) et sous-optimales variqueuses (type V, trait pointillé, vert).

être considérés séparément dans le calcul des amplifications optimales. On s'intéressera, plus spécifiquement, à l'amplification optimale de perturbations uniformes longitudinalement (c'est-à-dire avec $\alpha = 0$) car elles traduisent, en termes d'analyse de stabilité locale, les perturbations qui seraient forcées spatialement par des dispositifs passifs (stationnaires) tels ceux utilisés par Bell & Mehta (1993) et Pujals *et al.* (2010b) ou les "chevrons" utilisés pour contrôler les jets. De plus, même pour des Re suffisamment grands, les perturbations uniformes longitudinalement sont linéairement stables pour le profil de la couche de mélange 2D de référence définie par (5.1), au contraire des perturbations pour lesquelles $\alpha \neq 0$.

Les amplifications temporelles optimales d'énergie (voir §2.4.2 pour les définitions) de la couche de mélange 2D de référence sont ainsi calculées pour différents nombres d'onde transverses β et différents nombres de Reynolds avec les méthodes décrites au §3.2 (on rappelle que ces calculs sont menés avec un code linéarisé calculant l'évolution d'une perturbation d'un écoulement de base U_{2D} figé).

On trouve que, pour un nombre de Reynolds donné, les amplifications d'énergie augmentent lorsque la longueur d'onde transverse λ_z augmente (et lorsque le nombre d'onde transverse β diminue) et que le temps t_{max} auquel les amplifications optimales d'énergie G_{max} sont atteintes augmentent également avec λ_z . Ceci est illustré par la figure 5.2 où les courbes d'amplification optimales sont montrées pour différentes valeurs de β à $Re = 1000$. On voit sur cette figure que les courbes $G(t)$ ont un unique maximum global et qu'elles tendent vers zéro aux temps longs. Pour les Re considérés, on note de très fortes amplifications.

On trouve que les amplifications optimales calculées vérifient les prédictions de Gustavsson (1991) selon lesquelles, dans la limite de faibles αRe (ce qui se vérifie pour des perturbations avec $\alpha = 0$), G_{max} et t_{max} sont proportionnels à Re^2 et Re respective-

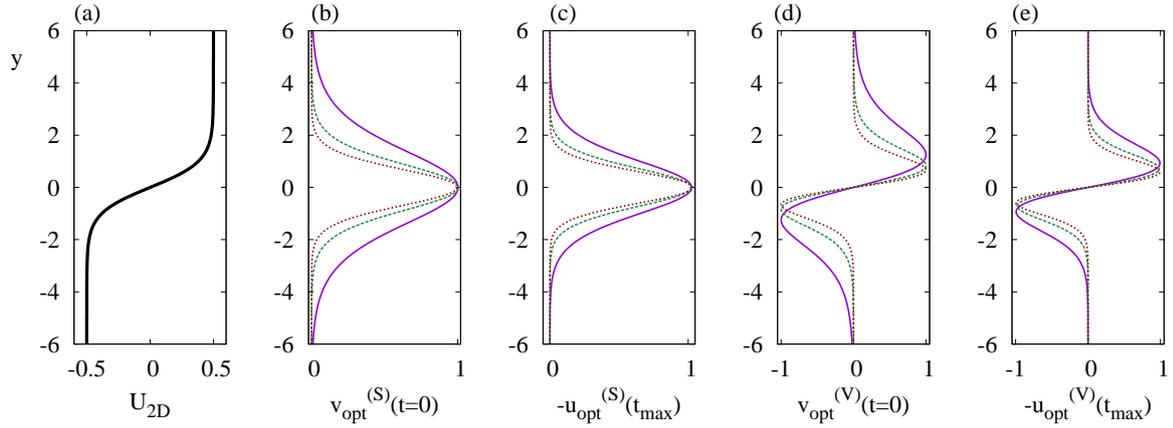


FIGURE 5.4 – Profils de la couche de mélange 2D de référence (a), de la composante \hat{v} des tourbillons initiaux ($t = 0$) optimaux (b, d) et de la composante \hat{u} des stries amplifiées optimalement à $t = t_{max}$ (c, e) correspondant respectivement aux perturbations optimales sinueuses (b, c) et sous-optimales variqueuses (d, e) avec $\beta = 1$ ($\lambda_z = 6.3$, trait plein, violet), $\beta = 2$ ($\lambda_z = 3.1$, trait discontinu, vert) et $\beta = 3$ ($\lambda_z = 2.1$, trait pointillé, rouge).

ment pour les écoulements parallèles. Ceci est illustré par la figure 5.3 où les courbes G_{max}/Re^2 et t_{max}/Re en fonction de β sont tracées pour différents Re . Les courbes se superposent pour les valeurs de β considérées. On déduit également de ces courbes que G_{max} et t_{max} augmentent avec λ_z de la même manière que ce qui est observé pour des sillages parallèles (voir Del Guercio *et al.*, 2014c).

On peut faire les mêmes observations pour les perturbations sous-optimales (courbes vertes sur la figure 5.3). Cependant, les perturbations sous-optimales sont amplifiées d'une à deux décades de moins par rapport aux perturbations optimales et leur croissance ne semble pas diverger pour de grandes valeurs de λ_z .

5.3.2 Perturbations optimales et sous-optimales

Pour des nombres de Reynolds suffisamment grands, les perturbations optimales initiales de cette couche de mélange correspondent à des tourbillons longitudinaux contra-rotatifs (avec une composante longitudinale de vitesse négligeable) périodiques dans la direction transverse, tandis que les perturbations les plus amplifiées correspondent à des stries optimales (de vitesses normale et transverse négligeables) de même symétrie transverse.

La condition initiale la plus amplifiée et sa réponse satisfont les symétries du champ de vitesse suivantes par rapport au plan $y = 0$: $\hat{u}(-y) = \hat{u}(y)$ (voir figure 5.4c), $\hat{v}(-y) = \hat{v}(y)$ (voir figure 5.4b), $\hat{w}(-y) = -\hat{w}(y)$ et correspondent à une déformation sinueuse (dans le plan orthogonal y - z) de la couche mélange (voir figures 5.5a, 5.5c et 5.5e).

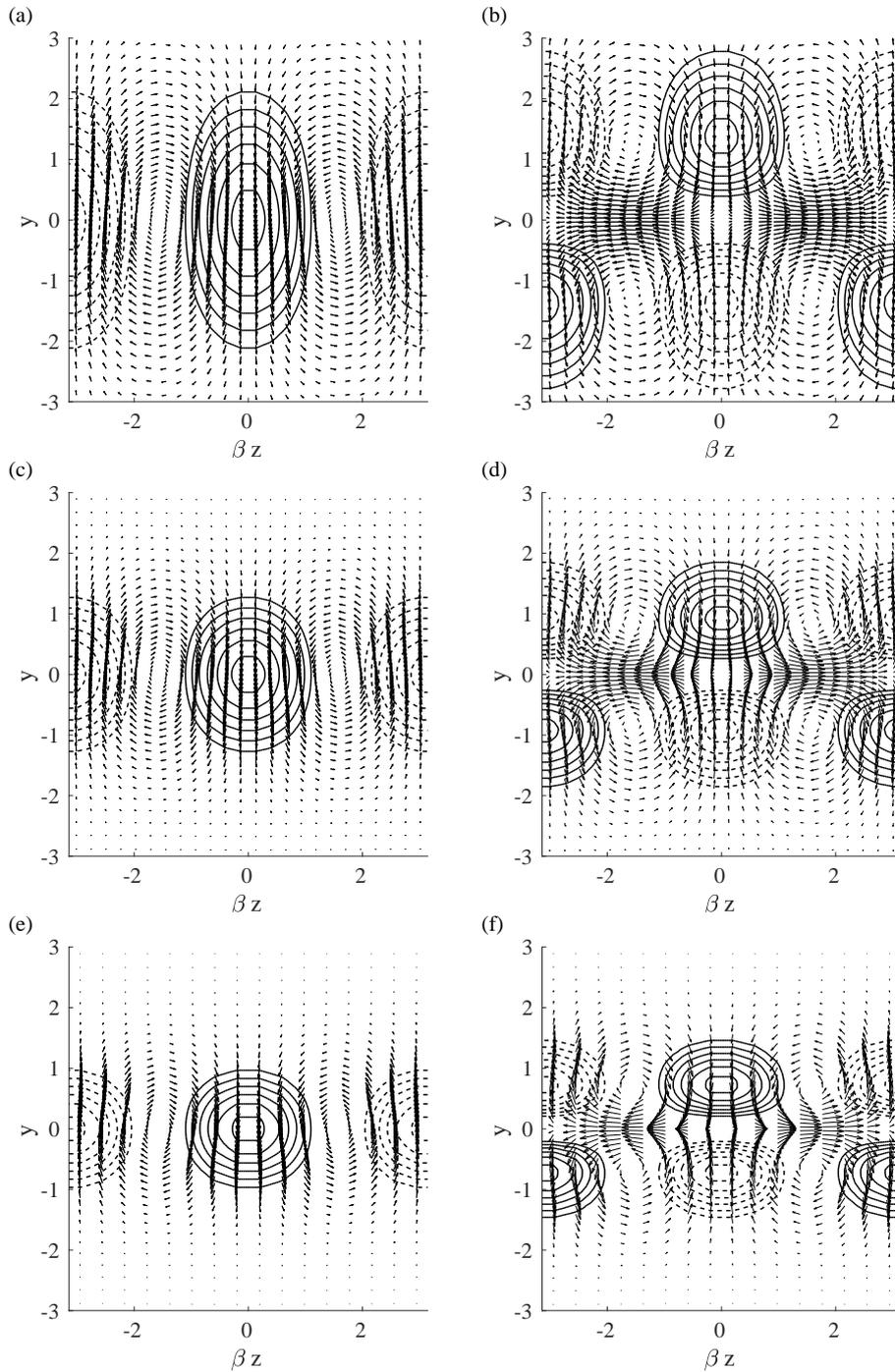


FIGURE 5.5 – Perturbations optimales (a,c,e) et sous-optimales (b,d,f) : vue transversale des composantes $v_0^{(opt)} - w_0^{(opt)}$ des tourbillons optimaux initiaux (flèches) et de la composante u correspondant aux stries les plus amplifiées (contours) à $Re = 1000$ avec $\alpha = 0$, pour $\beta = 1$ (a,b), $\beta = 2$ (c,d) et $\beta = 3$ (e,f). Les stries de haute vitesse sont en trait continu, celles de basse vitesse sont en trait pointillé.

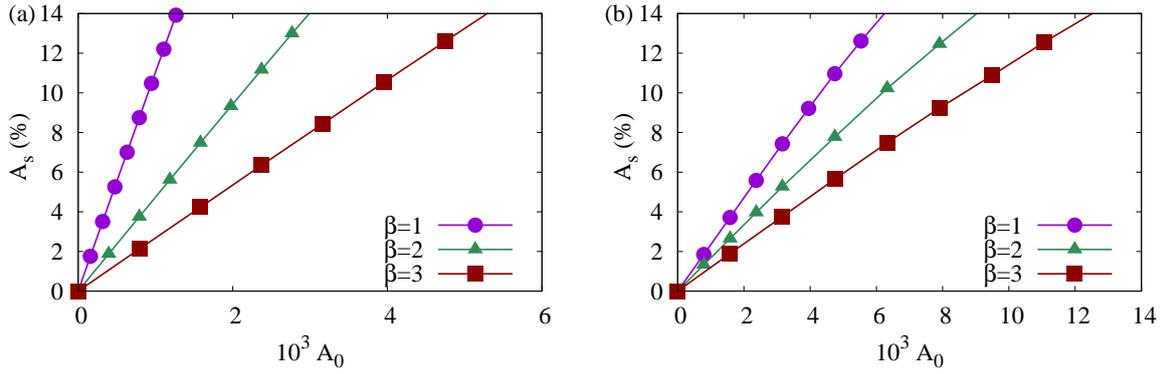


FIGURE 5.6 – Amplitude maximale des stries A_s en fonction de l'amplitude A_0 de la condition initiale optimale avec les perturbations optimales sinueuses (a) et sous-optimales variqueuses (b) pour $Re = 1000$ et les trois valeurs choisies du nombre d'onde transverse β .

Les premières perturbations sous-optimales ont des symétries opposées (voir figures 5.4d, 5.4e, 5.5b, 5.5d et 5.5f) et correspondent à des perturbations variqueuses. On nomme désormais perturbations optimales sinueuses les perturbations optimales et perturbations sous-optimales variqueuses les premières perturbations sous-optimales.

On voit également sur la figure 5.5 que la taille des optimaux et des sous-optimaux augmente avec λ_z dans la direction transverse z et dans la direction normale y .

5.4 Couches de mélange striées non linéaires

Après avoir calculé les perturbations optimales et sous-optimales, il est possible de déterminer leur influence sur la stabilité de la couche de mélange en les utilisant comme condition initiale avec une amplitude finie A_0 . On considère alors la perturbation initiale \mathbf{U}_{3D} suivante :

$$\mathbf{U}_{3D}(y, z, t = 0) = \mathbf{U}_{2D}(y) + A_0 \mathbf{u}^{(opt)}(y, z), \quad (5.2)$$

où $\mathbf{u}^{(opt)}(y, z) = \hat{\mathbf{u}}^{(opt)}(y) \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda_z}\right)$, avec $\|\mathbf{u}^{(opt)}\| = 1$. L'intégration numérique des équations de Navier-Stokes *non linéaires* avec ces perturbations en condition initiale permet d'obtenir des solutions qui correspondent à des couches de mélange striées $\mathbf{U}_{3D}(y, z, t, A_0)$. L'amplitude des stries associées à ces solutions non linéaires est définie par

$$A_s = \frac{\max_{y,z} (U_{3D} - U_{2D}) - \min_{y,z} (U_{3D} - U_{2D})}{2}. \quad (5.3)$$

Les temps caractéristiques avec lequel les écoulements de base striés évoluent sont visqueux, lents et d'ordre $O(1/Re)$, tandis que les temps caractéristiques de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (inflexionnelle et non visqueuse) sont convectifs et rapides. Il est donc possible d'analyser la stabilité linéaire de profils striés "figés". Ainsi, comme dans

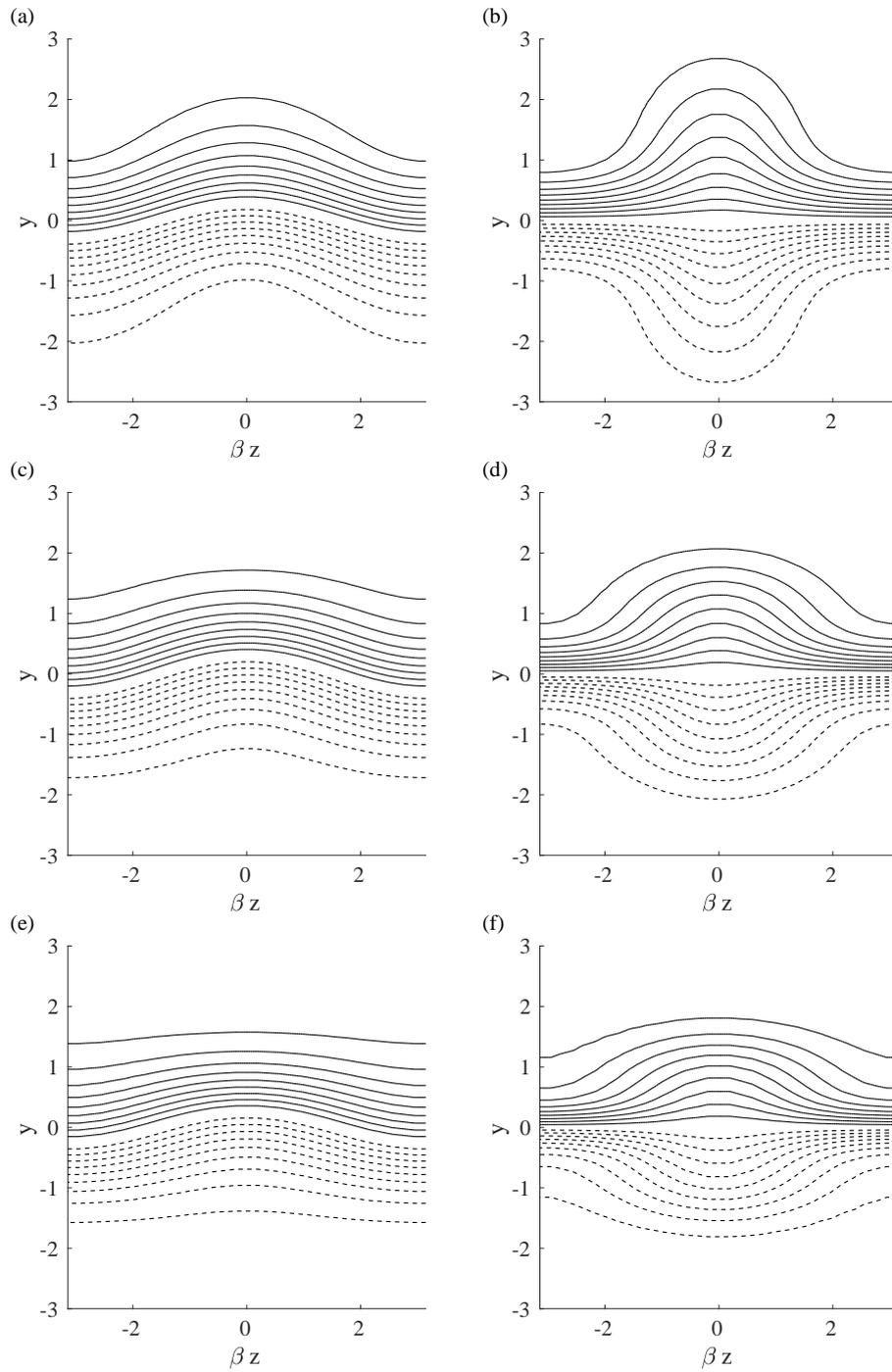


FIGURE 5.7 – Couches de mélange striées non linéaires forcées par des perturbations optimales (a,c,e) et sous-optimales (b,d,f) : vue transversale de la composante longitudinale de la vitesse (totale) $u(y, z)$ à $Re = 1000$ avec $\alpha = 0$ pour $\beta = 1$ (a,b), $\beta = 2$ (c,d) et $\beta = 3$ (e,f). Les amplitudes des stries A_s correspondantes sont : 13.9% (a), 14.2% (b), 14.8% (c), 14.6% (d), 12.6% (e) et 14.1% (f). Les lignes continues dénotent des vitesses positives, celles en pointillés des vitesses négatives.

de nombreuses études précédentes (voir par exemple Reddy *et al.*, 1998; Andersson *et al.*, 2001; Cossu & Brandt, 2002; Brandt *et al.*, 2003; Cossu & Brandt, 2004; Park *et al.*, 2011; Del Guercio *et al.*, 2014*c*), on peut analyser la stabilité d'écoulements de base striés extraits au temps t_{max} correspondant au temps auquel les stries atteignent leur amplitude maximale $A_{s,max}$ et maintenus artificiellement stationnaires au cours de l'analyse.

On montre sur la figure 5.6 la dépendance de l'amplitude maximale des stries, pour laquelle les profils des couches de mélange sont extraits, par rapport à l'amplitude (finie) des conditions optimales initiales. Alors que l'évolution de $A_{s,max}$ est linéaire pour des perturbations optimales sinueuses, cette linéarité est un peu moins évidente pour les perturbations sous-optimales variquées.

5.5 Influence des stries sur la stabilité de la couche de mélange

On étudie l'influence des stries sur les stabilités temporelle et spatio-temporelle des couches de mélange non linéaires striées discutées dans la section précédente par analyse de la réponse impulsionnelle. Pour ce faire, on calcule numériquement les réponses impulsionnelles des différentes couches de mélange comme décrit au §3.3.1. L'étude est conduite à $Re = 1000$, valeur suffisamment grande pour supposer les effets visqueux négligeables bien que toujours présents.

5.5.1 Effet des stries sur le taux de croissance temporel

On analyse l'influence des stries sur la stabilité temporelle de la couche de mélange en post-traitant les réponses impulsionnelles calculées numériquement par la méthode décrite aux §2.3.3 et §3.3 qui permet de déterminer le taux de croissance temporel $\omega_i(\alpha)$ pour chacune d'entre elles.

En l'absence de stries ($A_s = 0$), on retrouve l'instabilité temporelle caractéristique du profil de la couche de mélange en tangente hyperbolique 2D de référence. Le profil est instable temporellement avec un taux de croissance temporel maximal $\omega_{i,max} = 0.09$ atteint pour $\alpha_{max} = 0.45$ et une fréquence de coupure correspondant à $\alpha_c = 0.98$. Ces valeurs sont en accord avec celles trouvées par Michalke (1964) dans la limite $Re \rightarrow \infty$ (respectivement 0.095, 0.44 et 1).

On trouve que le forçage des stries optimales (sinueuses) a un effet stabilisant sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz grâce à une réduction du taux de croissance et du nombre d'onde de coupure comme il est montré sur les figures 5.8*a*, 5.8*c* et 5.8*e*. On note également que l'effet stabilisant augmente avec l'amplitude de forçage. L'effet opposé est trouvé pour les stries sous-optimales (variquées) qui ont un effet déstabilisant associé à une légère augmentation du taux de croissance maximum et à une augmentation du

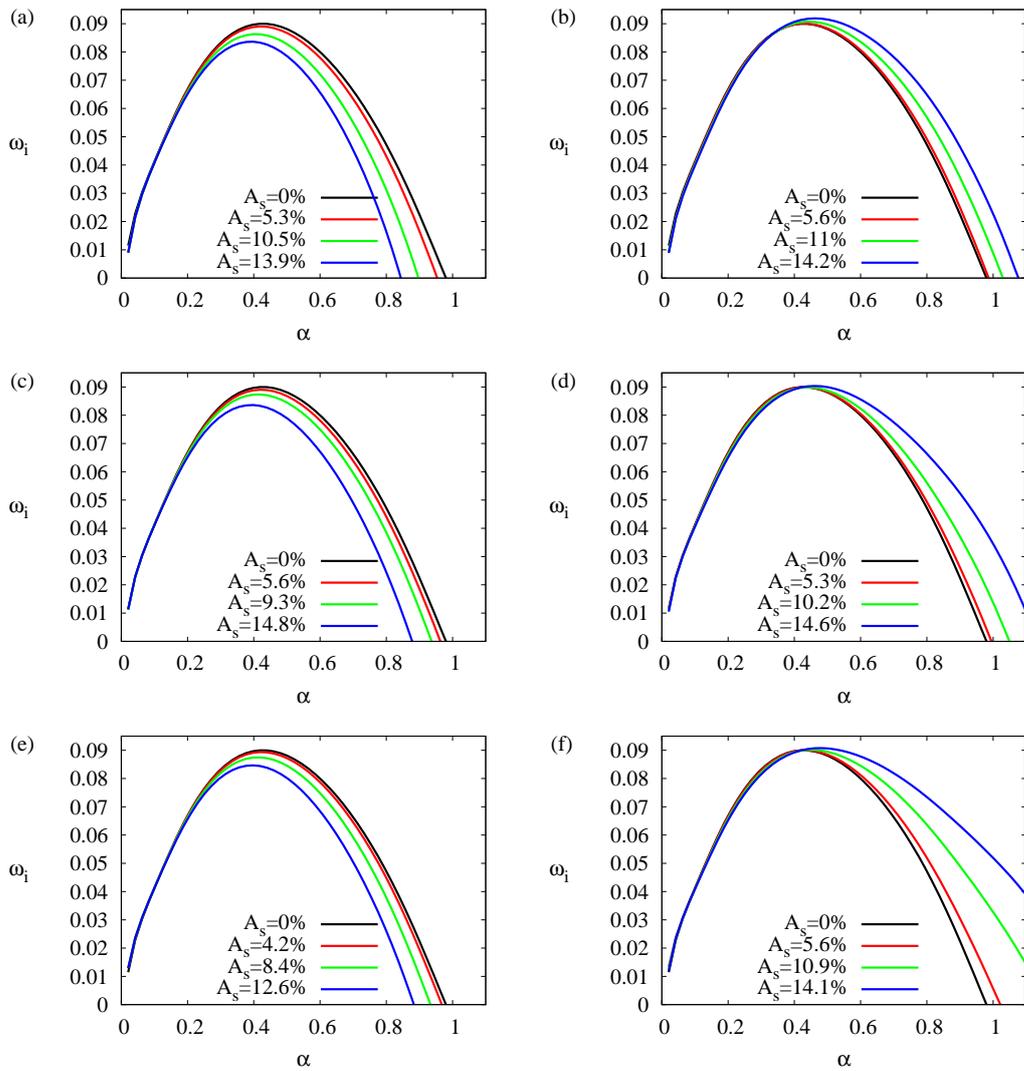


FIGURE 5.8 – Effet de l'augmentation de l'amplitude des stries sur le taux de croissance temporel pour les perturbations optimales sinusoïdales (*a,c,e*) et sous-optimales varicoseuses (*b,d,f*) pour $\beta = 1$ (*a,b*), $\beta = 2$ (*c,d*), $\beta = 3$ (*e,f*) à $Re = 1000$.

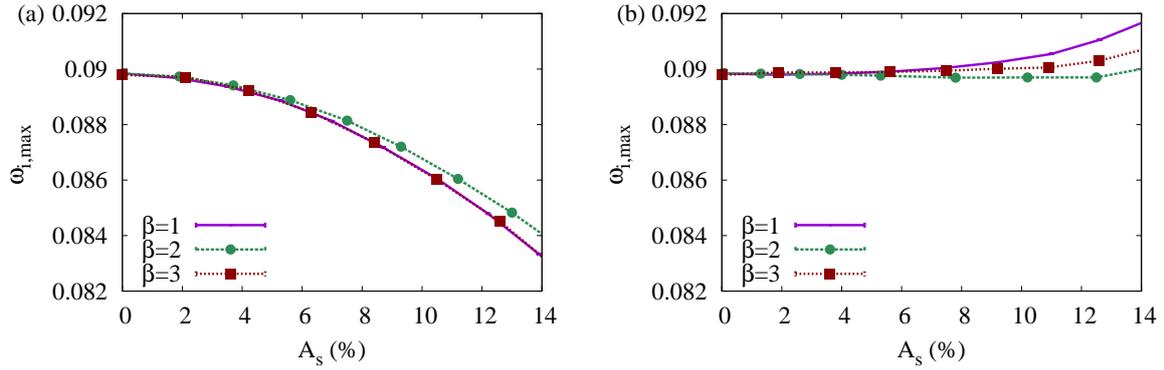


FIGURE 5.9 – Effet de l’augmentation de l’amplitude des stries sur le taux de croissance temporel maximal avec les perturbations optimales sinueuses (a) et sous-optimales variqueuses (b) pour $Re = 1000$ et des valeurs choisies du nombre d’onde transverse β .

nombre d’onde de coupure (voir figures 5.8b, 5.8d et 5.8f). On trouve des résultats semblables pour l’ensemble des valeurs de β étudiées.

Alors que dans le cas sinueux la réduction du taux de croissance maximal est notable et montre clairement une dépendance quadratique par rapport à l’amplitude des stries A_s (voir figure 5.9a), le cas variqueux montre une augmentation du taux de croissance maximal presque négligeable et on peut seulement supposer la même dépendance quadratique (voir figure 5.9b).

5.5.2 Effet des stries sur le taux de croissance spatio-temporel

L’analyse de la réponse impulsionnelle est également utilisée, avec la méthodologie décrite dans le §3.3.2, pour déterminer le taux de croissance spatio-temporel $\sigma(v)$ pour les couches de mélange striées le long des droites spatio-temporelles $x/t = v$ à $Re = 1000$.

Huerre & Monkewitz (1985) ont montré que, avec $Re \rightarrow \infty$, la couche de mélange en tangente hyperbolique est absolument instable lorsque $R > R_t = 1.315$, c’est-à-dire lorsque $\bar{U}/\Delta U < 1/2R_t = 0.38$. Pour la couche de mélange que l’on considère $\bar{U} = 0$ et l’instabilité de Kelvin-Helmholtz est absolue.

On peut toutefois utiliser les résultats trouvés pour calculer le seuil de transition convectif-absolu. Du fait de la symétrie du profil de l’écoulement de base, les vitesses des bords d’attaque et de fuite de la réponse impulsionnelle sont identiques en valeur absolue, de signes opposés ($v_- = -v_+$) et coïncident avec la vitesse moyenne nécessaire pour assurer la transition d’une instabilité absolue à une instabilité convective ($|v_-| = |v_+| = |\bar{U}_t|/\Delta U = 1/2R_t$). On peut alors estimer R_t à partir des vitesses de front de la réponse impulsionnelle avec la formule $R_t = 1/(v_+ - v_-)$ qui s’applique également aux cas non symétriques. On trouve ainsi qu’en l’absence de stries ($A_0 = A_s = 0$), $|v_-| = |v_+| = 0.375$ et donc $R_t = 1.33$, valeur proche de la prédiction

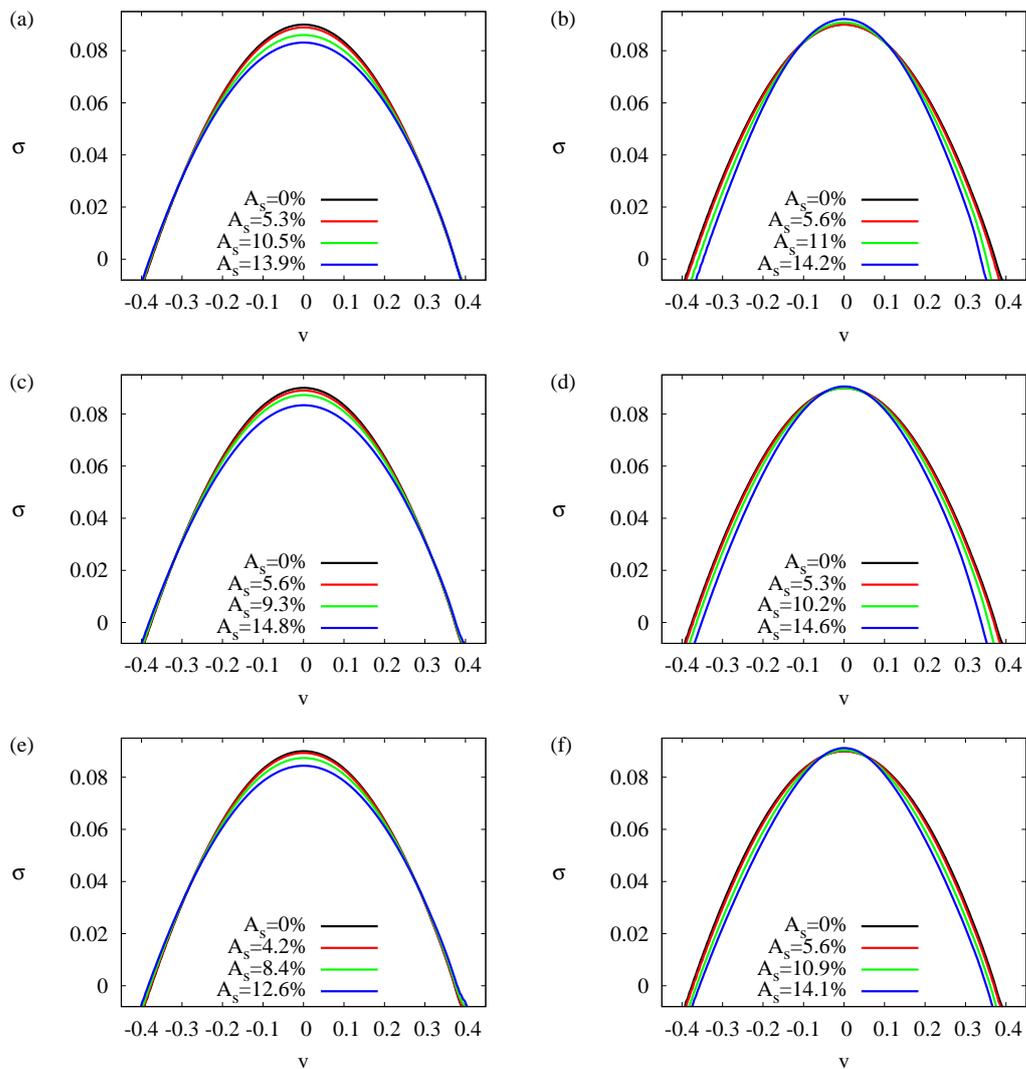


FIGURE 5.10 – Effet de l’augmentation de l’amplitude des stries sur le taux de croissance spatio-temporel pour les perturbations optimales sinusoïdales (a,c,e) et sous-optimales varicoseuses (b,d,f) pour $\beta = 1$ (a,b), $\beta = 2$ (c,d), $\beta = 3$ (e,f) à $Re = 1000$.

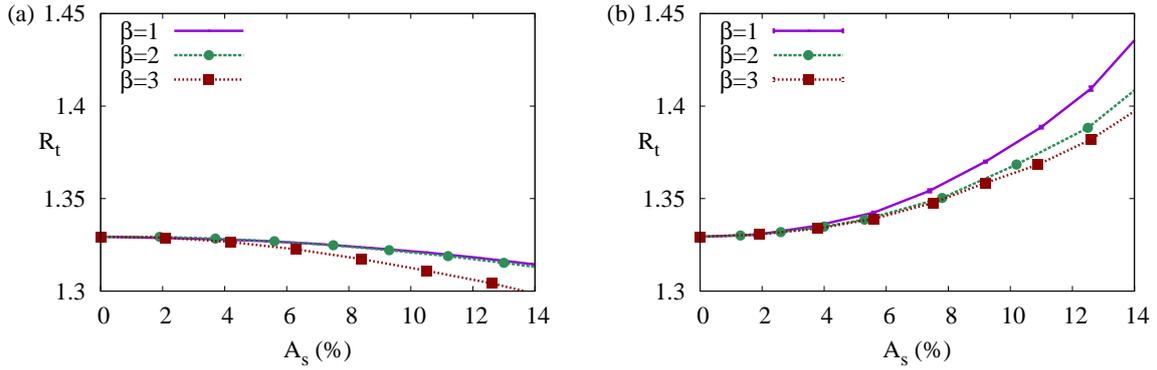


FIGURE 5.11 – Effet de l’augmentation de l’amplitude des stries sur le ratio de vitesse critique $R_t(A_s)$ séparant les régimes convectivement et absolument instable avec les perturbations optimales sinueuses (a) et sous-optimales variquées (b) pour $Re = 1000$ et des valeurs choisies du nombre d’onde transverse β .

de Huerre & Monkewitz (1985) dans le cas non visqueux.

On trouve que l’effet du forçage des stries sur l’apparition de l’instabilité absolue est presque l’opposé de l’effet sur l’instabilité temporelle. Des stries optimales (sinueuses) augmentent légèrement la valeur absolue des vitesses de front et favorisent donc l’apparition de l’instabilité absolue (la valeur critique R_t diminuant légèrement), comme il est montré sur les figures 5.10 et 5.11a.

On trouve l’effet inverse pour des stries sous-optimales (variquées) qui sont à l’origine d’une réduction de $|v_-|$ et $|v_+|$ et repoussent donc l’apparition de l’instabilité absolue (la valeur critique R_t ayant augmenté), comme il est montré sur les figures 5.10 et 5.11b.

Dans le cas variqué, la dépendance de R_t par rapport à l’amplitude des stries est notable et montre une dépendance quadratique claire (voir figure 5.11b). Dans le cas sinueux, l’effet est moins important et la dépendance quadratique ne peut qu’être supposée (voir figure 5.11a).

5.6 Discussion

Dans ce chapitre, on a calculé les perturbations optimales et sous-optimales périodiques transverses (3D) et uniformes longitudinalement associées aux amplifications d’énergie optimales et sous-optimales de la couche de mélange en tangente hyperbolique (2D). Les perturbations optimales et sous-optimales calculées ont été forcées à amplitude finie pour analyser leur influence sur l’instabilité de Kelvin-Helmholtz, qui constitue le modèle de l’instabilité inflexionnelle non visqueuse. On résume et discute ces résultats séparément.

Perturbations optimales et croissances d'énergie

Concernant les croissances optimales d'énergie, on trouve que les couches de mélange en tangente hyperbolique parallèles peuvent entretenir de très grandes croissances transitoires de perturbations longitudinales linéairement stables et que :

(a) Pour les nombres d'onde transverses considérés, allant de $\beta = 0.6$ à $\beta = 3.2$, et des nombres de Reynolds variant de $Re = 100$ à $Re = 1000$, les perturbations optimales sont symétriques, dans le plan $y-z$, par rapport au plan de symétrie (ou d'antisymétrie) de la couche de mélange et provoquent une déformation sinueuse (dans le plan $y-z$). Les premières perturbations sous-optimales ont des symétries opposées et provoquent une déformation variqueuse de la couche de mélange.

(b) Les perturbations optimales et sous-optimales initiales prennent la forme de tourbillons longitudinaux contrarotatifs (l'essentiel de l'énergie étant dans les directions normale et transverse), tandis que les perturbations (optimales et sous-optimales) les plus amplifiées sont des stries longitudinales (l'essentiel de l'énergie est dans la perturbation de vitesse longitudinale). Les extensions transverse et normale de ces structures augmentent avec les longueurs d'onde transverses.

(c) Les croissances d'énergie optimales et sous-optimales sont proportionnelles au carré du nombre de Reynolds et présentent un unique maximum au cours du temps. Les temps auxquels ce maximum est atteint sont proportionnels au nombre de Reynolds.

(d) Les amplifications maximales des perturbations sinueuses (optimales) et variqueuses (sous-optimales) sont des fonctions croissantes de la longueur d'onde transverse. L'écart entre les amplifications maximales optimales et sous-optimales augmente significativement avec λ_z .

Ces résultats sont, par différents aspects, similaires à ceux trouvés pour la plupart des écoulements parallèles cisailés (voir par exemple Schmid & Henningson, 2001, pour une revue en détail) et, en particulier, à ceux trouvés dans le cas des sillages parallèles par Del Guercio *et al.* (2014c). Les symétries des perturbations optimales et sous-optimales sont également en accord avec celles trouvées par Boujo *et al.* (2015).

Les grandes amplifications des perturbations sinueuses peuvent probablement être reliées aux résultats expérimentaux de Bell & Mehta (1993) qui observent une importante sensibilité des couches de mélange spatiales développées turbulentes au forçage de tourbillons sinueux contrarotatifs sur la plaque séparatrice. En effet, les tourbillons forcés en amont dans le cas spatial sont équivalents aux tourbillons optimaux (initiaux) et la modulation de l'écoulement en aval est équivalente à la réponse optimale (après un certain temps) au forçage optimal. Dans les deux cas également, les tourbillons se dissipent tandis que les stries sont amplifiées transitoirement et le fait que les déformations striées soient observées très en aval est équivalent aux temps longs requis pour l'amplification des stries (pour de hauts Re).

Influence des stries non linéaires sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz

Le forçage à amplitude finie de perturbations optimales et sous-optimales permet d'obtenir des couches de mélange déformées 3D non linéaires. L'influence des stries non linéaires sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dépend de la symétrie des perturbations tridimensionnelles forcées : des perturbations optimales sinueuses ont un effet stabilisant sur les taux de croissance temporelle maximum mais réduisent légèrement le ratio de vitesse critique R_t d'apparition de l'instabilité absolue ; des effets presque opposés sont trouvés pour des perturbations sous-optimales variqueuses qui sont légèrement déstabilisantes pour les taux de croissance temporelle mais qui repoussent l'apparition de l'instabilité absolue à de plus grands ratios de vitesse critiques R_t .

L'influence stabilisante des perturbations optimales sinueuses sur le taux de croissance maximum de l'instabilité inflexionnelle est en accord avec les réductions des taux de croissance observées par Bell & Mehta (1993) dans les couches de mélange sinueuses. Cela correspond également à la stabilisation des instabilités inflexionnelles trouvées par Gudmundsson & Colonius (2006, 2007) sur des jets déformés par des bords de fuite en "chevrons" avec des perturbations 3D sinueuses.

On peut s'interroger sur le fait que des résultats presque opposés sont trouvés sur les stabilités temporelle et spatio-temporelle pour les deux symétries différentes (sinueuse ou variqueuse). Cela diffère des sillages pour lesquels Del Guercio *et al.* (2014c) ont trouvé que les deux symétries ont un rôle stabilisant sur les taux de croissance maximum et sur l'instabilité absolue. Cela peut être relié au fait que les profils de vitesse 2D de référence ont des symétries opposées, mais une analyse plus approfondie pourrait être nécessaire.

Ce qui est beaucoup plus important est que les propriétés de stabilisation trouvées diffèrent de celles rapportées par Boujo *et al.* (2015), non seulement quantitativement mais aussi souvent qualitativement. Cette question est examinée au chapitre suivant.

Chapitre 6

Rôle des déformations non linéaires et sensibilités au deuxième ordre

6.1 Motivations et contexte

Dans le chapitre 5, on a présenté les résultats concernant les effets des stries non linéaires sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Certains de ces résultats ne sont pas en accord, quand on peut les comparer, avec ceux de Boujo *et al.* (2015). Ils trouvent, par exemple, que les perturbations optimales sinueuses réduisent le taux de croissance temporel maximal pour $\beta \lesssim 1.5$ uniquement et que les perturbations sous-optimales variqueuses le réduisent pour toutes les valeurs de $\beta \gtrsim 0.4$ considérées. Or, on trouve que les perturbations sinueuses réduisent $\omega_{i,max}$ même pour $\beta \gtrsim 1.5$ et que les perturbations variqueuses ne l'augmentent pas pour toutes les valeurs de $\beta \gtrsim 0.4$ considérées.

Une longue série d'études préliminaires a permis d'écartier de simples erreurs de codage ou une mauvaise convergence des résultats numériques par rapport aux nombreux paramètres de discrétisation et de post-traitement. On a enfin pu attribuer ces différences à une définition différente des écoulements de base. En effet, dans toutes les études traitant de l'analyse de stabilité d'un écoulement strié 3D, la première chose à faire est de définir l'écoulement de base. Cela peut être fait avec deux approches différentes :

(a) Dans une première approche, l'écoulement de base est déterminé à partir de mesures expérimentales ou de simulations numériques non linéaires et les profils de vitesse longitudinale sont de la forme $U(y, z, X; A)$, où X est la coordonnée longitudinale (dans la direction de l'écoulement), y est la direction normale, z est la direction transverse (ou coordonnée azimutale) selon laquelle les modulations de la vitesse sont forcées, et A est l'amplitude du contrôle ou de la modulation définie selon le cas d'étude (inclinaison des chevrons ou amplitude des perturbations optimales). Cette approche a été suivie par Cossu & Brandt (2002) pour la couche limite de Blasius, Gudmundsson & Colonius (2006, 2007) pour les jets et Del Guercio *et al.* (2014*c,a,b*) pour les sillages. C'est également l'approche suivie dans cette thèse.

(b) Dans une autre approche, on fait l’hypothèse de forme constante des stries (ou *shape assumption*¹ en Anglais) avec des profils de vitesse longitudinale supposés de la forme $U_{SA}(y, z, X; A) = AU_1(y, X) \cos(\beta z)$, où β est le nombre d’onde transverse (ou azimutal) associé aux modulations de l’écoulement de base. Dans cette approche, suivie par Hwang *et al.* (2013), Tammisola *et al.* (2014), Cossu (2014*b*), Boujo *et al.* (2015) et Tammisola (2017), seul le premier harmonique transverse de la déformation de l’écoulement de base est pris en compte. Les effets de l’harmonique zéro et des plus hauts harmoniques sont négligés.

Dans la plupart des études mentionnées, il est implicitement admis que ces deux approches mènent à des résultats similaires, au moins du point de vue qualitatif. Cossu & Brandt (2002) avaient toutefois montré, dans le cas de la couche limite de Blasius, que la déformation moyenne $\overline{\Delta U}$ (l’harmonique zéro dans la direction transverse) associée à la déformation non linéaire 3D de l’écoulement de base $\Delta U = U_{3D} - U_{2D}$ a un effet stabilisant (dominant) tandis que la partie variable $\widetilde{\Delta U}$ de la déformation 3D a un effet déstabilisant. Cet avertissement mettant en doute la validité des hypothèses de forme constante, avait ensuite été modéré par les résultats de Del Guercio *et al.* (2014*c*) qui avaient montré, dans le cas des sillages parallèles, que $\overline{\Delta U}$ et $\widetilde{\Delta U}$ ont tous les deux un effet stabilisant.

On va donc comparer ces deux approches dans le cas des couches de mélange examinées au chapitre 5, afin de comprendre si l’on peut attribuer ce désaccord avec les résultats de Boujo *et al.* (2015) à une définition différente de l’écoulement de base.

6.2 Prédiction basées sur une forme constante

Les couches de mélange striées dont la stabilité a été analysée au chapitre 5 sont issues de la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes *non linéaires*. On répète l’analyse en faisant, cette fois, l’hypothèse de forme constante (*shape assumption*) en définissant comme écoulement de base

$$\mathbf{U} = \left[U_{2D}(y) + A_s \widehat{u}^{(opt)}(y) \cos(\beta z) \right] \mathbf{e}_x, \quad (6.1)$$

où $\widehat{u}^{(opt)}(y) \cos(\beta z)$ est la composante longitudinale de la vitesse des stries optimales calculées avec les équations de Navier-Stokes linéarisées. L’objectif de ces nouvelles analyses est de comprendre si le premier harmonique transverse de la déformation de l’écoulement de base est le principal responsable du changement de stabilité provoqué par les stries.

Les réponses impulsionnelles de ces nouveaux écoulements de base sont calculées numériquement et analysées en suivant les mêmes procédures que celles utilisées au chapitre 5 et décrites aux chapitres 2 et 3. Les résultats sont présentés sur les figures 6.1 et 6.2 pour les courbes $\omega_{i,max}(A_s)$ et $R_t(A_s)$ respectivement avec $\beta = 1$, $\beta = 2$ et $\beta = 3$

1. Cette dénomination est empruntée au contexte de l’étude des instabilités secondaires 3D des ondes de Tollmien-Schlichting 2D saturées (Herbert, 1988).

et pour les perturbations optimales (sinueuses) et sous-optimales (variqueuses). Les résultats obtenus sur ces figures avec l'écoulement de base non linéaire (courbes noires, cercles) sont comparés à ceux obtenus avec l'hypothèse de forme constante (courbes magentas, croix).

Il apparaît que, dans la plupart des cas (tous à l'exception de deux), les prédictions basées sur l'hypothèse de forme constante sont opposées (déstabilisant au lieu de stabilisant et vice-versa) à celles basées sur les profils de stries non linéaires.

6.3 Influence des parties uniforme et sinusoidale de la déformation de l'écoulement de base

En suivant Cossu & Brandt (2002) et Del Guercio *et al.* (2014c) on décompose la déformation de l'écoulement de base due aux stries $\Delta U(y, z) = U(y, z) - U_{2D}(y)$ en sa partie moyenne en direction transverse $\overline{\Delta U}(y)$ (harmonique zéro en z) et sa partie variable $\widetilde{\Delta U}(y, z) = \Delta U(y, z) - \overline{\Delta U}(y)$ [le premier harmonique et ceux plus élevés sont inclus dans $\widetilde{\Delta U}(y, z)$]. On considère ensuite les écoulements de base artificiels \overline{U} et \widetilde{U} définis par

$$\overline{U}(y) = U_{2D}(y) + \overline{\Delta U}(y), \quad (6.2)$$

$$\widetilde{U}(y, z) = U_{2D}(y) + \widetilde{\Delta U}(y, z). \quad (6.3)$$

On calcule ensuite numériquement et on post-traite les réponses impulsionnelles de ces écoulements de base "synthétiques" en suivant les mêmes procédures que celles utilisées au chapitre 5, afin d'en déterminer la stabilité.

Dans tous les cas, on trouve que la stabilité des profils artificiels \widetilde{U} (courbes rouges) coïncide presque avec la stabilité des profils obtenus sous l'hypothèse de forme constante (courbes magenta). Cela signifie que les harmoniques les plus élevés sont probablement négligeables et, dans tous les cas, ne sont pas responsables des différences qualitatives entre les résultats obtenus avec les profils non linéaires et ceux de forme constante.

Au contraire, les résultats obtenus pour les profils artificiels \overline{U} (courbes bleues) sont presque toujours en accord qualitatif (mais pas souvent quantitatif) avec les résultats des profils non linéaires (courbes noires).

On conclut finalement que $\overline{\Delta U}$ a un effet plus important sur la stabilité de l'écoulement malgré une amplitude réduite par rapport à $\widetilde{\Delta U}$ ($\max_y \overline{\Delta U}(y)$ vaut au plus 2% ou 3% selon les symétries des stries lorsque $\max_{y,z} \widetilde{\Delta U}(y, z) \approx A_s \approx 15\%$).

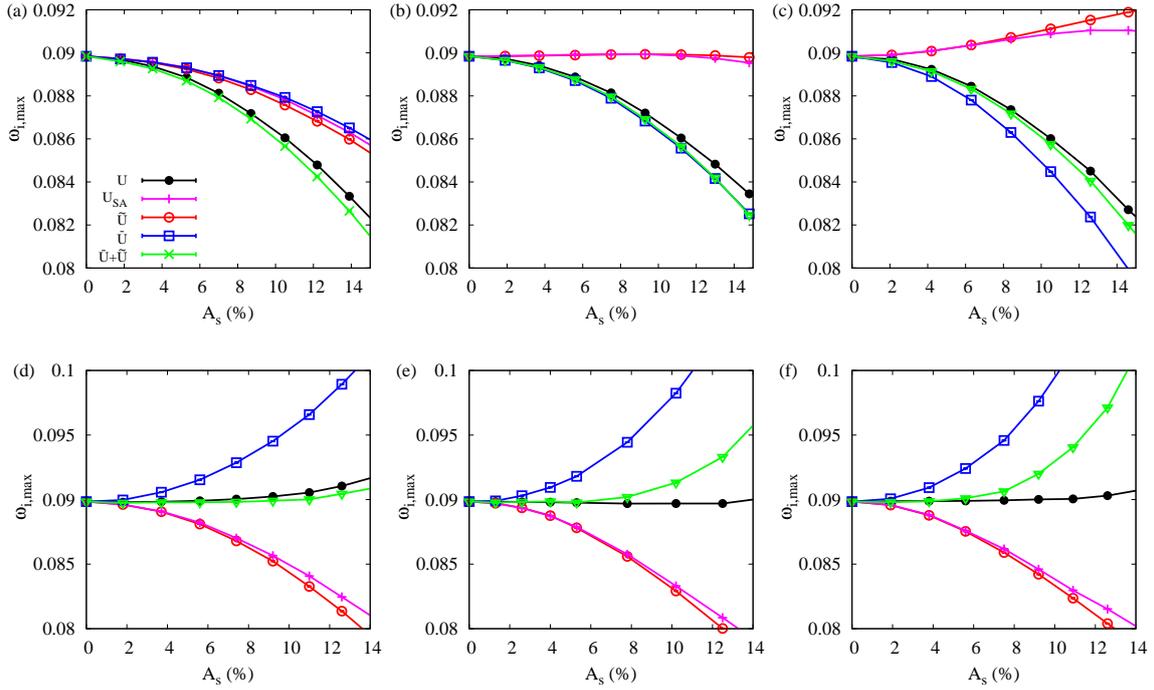


FIGURE 6.1 – Effet de l’augmentation de l’amplitude des stries sur le taux de croissance temporel maximal $\omega_{i,max}(A_s)$ pour les perturbations optimales sinueuses (*a,b,c*) et sous-optimales variqueuses (*d,e,f*) pour $\beta = 1$ (*a,d*), $\beta = 2$ (*b,e*), $\beta = 3$ (*c,f*) et $Re = 1000$. Les résultats se rapportent aux profils de vitesse issus des simulations non linéaires (courbes noires), aux profils avec l’hypothèse de forme constante (courbes magentas), aux profils fictifs de \tilde{U} (courbes rouges) et de \bar{U} (courbes bleues). Le résultat de l’équation (6.5) est également présenté (courbes vertes).

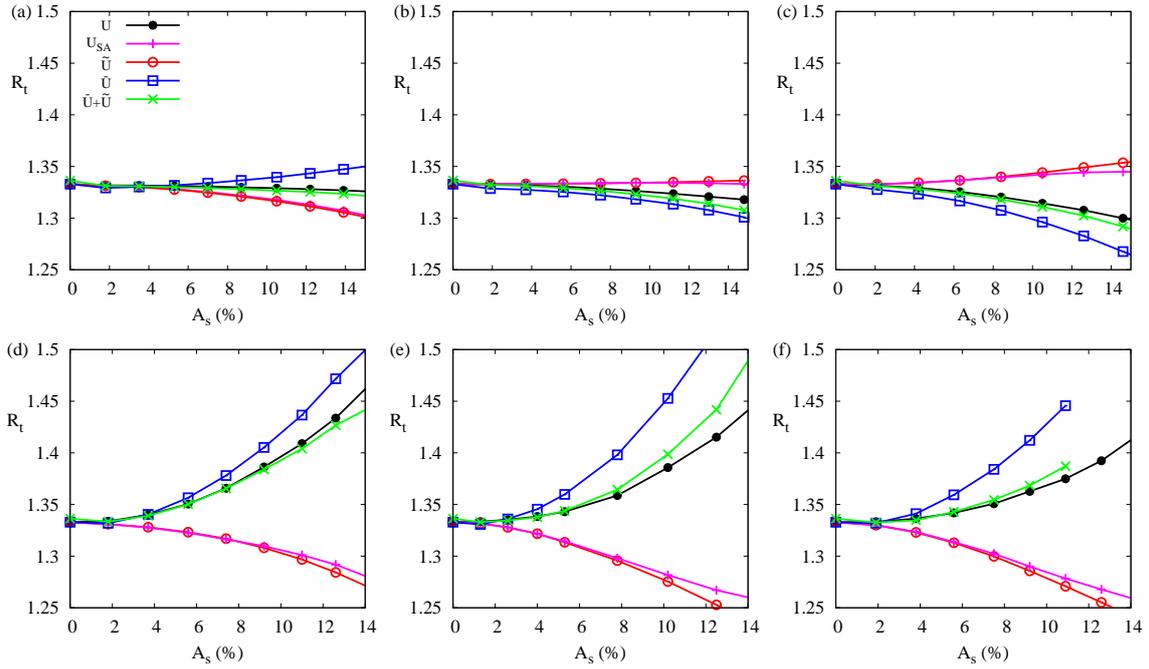


FIGURE 6.2 – Effet de l’augmentation de l’amplitude des stries sur le ratio de vitesse critique $R_t(A_s)$ pour l’apparition de l’instabilité absolue pour les perturbations optimales sinusoïdes (a,b,c) et sous-optimales variqueuses (d,e,f) pour $\beta = 1$ (a,d), $\beta = 2$ (b,e), $\beta = 3$ (c,f) et $Re = 1000$. Voir la description de la figure 6.1 pour la légende des courbes.

6.4 Une sensibilité composite au deuxième ordre

Le problème de la sensibilité quadratique

Comme il vient d'être montré, la déformation moyenne $\overline{\Delta U}$ des stries a un effet prédominant sur la stabilité de la couche de mélange tandis que la partie variable de la déformation $\widetilde{\Delta U}$ modère ou accroît cet effet prédominant. Ceci n'est pas sans rappeler ce qui avait été trouvé par Cossu & Brandt (2002) pour les ondes de Tollmien-Schlichting 2D dans la couche limite de Blasius.

Ces résultats doivent aussi être mis en parallèle avec ceux de Hwang *et al.* (2013) et Del Guercio *et al.* (2014*c,a,b*) où il est montré que la sensibilité des taux de croissance par rapport à l'amplitude des stries est quadratique et avec les analyses de sensibilité au deuxième ordre de Boujo *et al.* (2015), Cossu (2014*b*), Tammisola *et al.* (2014) ou Tammisola (2017) dans lesquelles une modification sinusoïdale (à une seule harmonique) de l'écoulement de base est considérée. Le point déterminant de ces analyses réside dans le fait que, si l'écoulement de base est bidimensionnel avec ses modes directs et adjoints les plus instables bidimensionnels, et si la déformation de l'écoulement de base \widetilde{U} est sinusoïdale en z alors la sensibilité des taux de croissance au premier ordre est nulle et la dépendance des taux de croissance par rapport à l'amplitude des stries est quadratique à l'ordre dominant et donc proportionnelle à A_s^2 (où A_s est, au premier ordre, l'amplitude de $\widetilde{\Delta U}$). Cependant, on a simplement trouvé que l'effet dominant pour les couches de mélange est donné par la déformation moyenne de l'écoulement $\overline{\Delta U}$ qui a ainsi une sensibilité au premier ordre non nulle. Ceci peut alors paraître en contradiction avec les autres analyses faites.

Autosimilarité et mise à l'échelle de la déformation de l'écoulement moyen

Ce paradoxe apparent se résout en approfondissant l'étude du terme $\overline{\Delta U}$. En faisant les hypothèses que l'écoulement de base de référence n'a qu'une composante longitudinale et que les perturbations sont uniformes dans la direction longitudinale, l'équation de l'évolution de la déformation moyenne est obtenue en moyennant en z la composante longitudinale de l'équation (2.6) :

$$\frac{\partial \overline{\Delta U}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \overline{\Delta U}}{\partial y^2}. \quad (6.4)$$

L'équation (6.4) coïncide avec la première composante de équations de Navier-Stokes moyennées à la Reynolds (RANS) standard à l'exception faite que la moyenne est calculée selon la direction transverse et non par rapport au temps ou selon la direction longitudinale comme habituellement. Cette équation montre que la déformation moyenne de l'écoulement est créée, au cours du temps, par l'accumulation des effets des contraintes de Reynolds $-\overline{u'v'}$, qui sont ici associées à la croissance transitoire permettant de forcer des stries longitudinales à partir de tourbillons longitudinaux contrarotatifs.

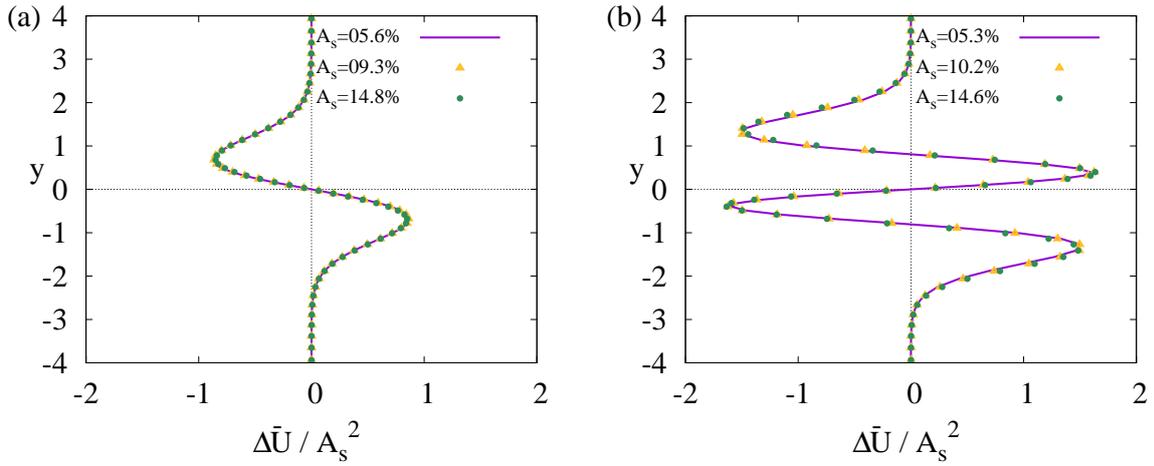


FIGURE 6.3 – Déformation moyenne selon la direction transverse de l'écoulement de base mise à l'échelle par le carré de l'amplitude des stries $\overline{\Delta U}(y)/A_s^2$. Les résultats correspondent au forçage des stries optimales sinueuses (a) et sous-optimales variqueuses (b) avec $\beta = 2$ à $Re = 1000$. Les profils obtenus pour les trois amplitudes $A_s \approx 5\%$, $A_s \approx 10\%$ et $A_s \approx 15\%$ sont superposés pour les deux symétries.

Si la tension visqueuse est négligée à $Re = 1000$, on s'attend à ce que l'amplitude de la déformation de l'écoulement moyen soit proportionnelle au produit de l'amplitude des tourbillons A_0 et de l'amplitude des stries A_s . Cependant, dans le cas considéré, A_s est proportionnelle à A_0 (voir figure 5.6) et on peut donc s'attendre à ce que la déformation de l'écoulement moyen soit proportionnelle à A_s^2 (ou A_0^2). On voit que c'est le cas sur la figure 6.3 où les profils $\overline{\Delta U}$, obtenus pour différentes amplitudes des conditions initiales pour $\beta = 2$, se superposent lorsque mis à l'échelle par A_s^2 pour les perturbations optimales sinueuses et sous-optimales variqueuses. Les conclusions sont les mêmes pour $\beta = 1$ ou $\beta = 3$.

Une sensibilité composite

La variation d'ordre dominant, ou sensibilité, de la valeur propre générique μ de l'opérateur de stabilité linéaire par rapport à une variation $\Delta U = \overline{\Delta U} + \widetilde{\Delta U}$ peut être calculée en deux étapes.

Dans un premier temps, l'écoulement de base de référence est seulement déformé par la déformation moyenne $\overline{\Delta U}$. Comme $\overline{\Delta U}$ est uniforme selon la direction transverse, la sensibilité de μ dépend linéairement de l'amplitude de $\overline{\Delta U}$. Elle peut être calculée soit par une interpolation optimale des valeurs propres calculées soit explicitement comme il est détaillé dans Hill (1992), Chomaz (2005) et Giannetti & Luchini (2007). Cependant, la déformation moyenne est bien approximée par $\overline{\Delta U} = A_s^2 \overline{F}(y)$, comme montré sur la figure 6.3. Cela signifie que l'amplitude de la déformation moyenne dépend quadratiquement de l'amplitude des stries A_s . À ce point, on a donc $\mu - \mu_{2D} \approx A_s^2 \overline{\Delta \mu}$.

Dans un second temps, l'écoulement de base 2D (intermédiaire et artificiel) $\overline{U}(y) = U_{2D}(y) + \overline{\Delta U}(y)$ est déformé avec la déformation périodique transverse $\widetilde{\Delta U}$ afin d'obtenir l'écoulement totalement déformé $U_{3D}(y, z) = U_{2D}(y) + \overline{\Delta U}(y) + \widetilde{\Delta U}(y, z)$. D'après une première approximation, si l'hypothèse de forme constante est faite pour la partie oscillante de la déformation, alors $\widetilde{\Delta U} = A_s \widetilde{F}(y, z)$. Ceci est justifié par les explications données au §6.3. La nouvelle déformation de l'écoulement de base étant oscillante selon la direction transverse, la sensibilité au premier ordre de μ à cette déformation est nulle et le terme d'ordre dominant est la sensibilité au deuxième ordre $A_s^2 \widetilde{\Delta \mu}$. La sensibilité au deuxième ordre $\widetilde{\Delta \mu}$ peut être calculée par régression ou par une analyse explicite de sensibilité au deuxième ordre (Tammisola *et al.*, 2014; Boujo *et al.*, 2015).

Le résultat final de cette analyse asymptotique en deux étapes est donc que la valeur propre μ de l'opérateur de stabilité linéaire à l'origine de l'écoulement de base strié $U_{3D} = U_{2D} + \overline{\Delta U} + \widetilde{\Delta U}$ peut, à l'ordre dominant, être approximée par

$$\mu = \mu_{2D} + A_s^2 \widetilde{\Delta \mu} + A_s^2 \overline{\Delta \mu} \quad (6.5)$$

où μ_{2D} correspond au profil 2D (non perturbé), $\widetilde{\Delta \mu}$ est la sensibilité au deuxième ordre à $A_s \widetilde{F}(y, z)$ et $\overline{\Delta \mu}$ est la sensibilité au premier ordre à $A_s^2 \overline{F}(y, z)$.

Une évaluation qualitative de cette conclusion a été obtenue en comparant, sur les figures 6.1 et 6.2, μ obtenue par l'analyse du profil total non linéaire (courbes noires, cercles pleins) à $\mu_{2D} + A_s^2 \widetilde{\Delta \mu} + A_s^2 \overline{\Delta \mu}$ (courbes vertes, croix), où $A_s^2 \widetilde{\Delta \mu}$ et $A_s^2 \overline{\Delta \mu}$ sont obtenus par les analyses des profils artificiels \widetilde{U} et \overline{U} . On peut voir sur les figures que les résultats sont en bon accord pour $A_s \lesssim 6\%$ et dans tous les autres cas, sauf deux, pour des valeurs plus élevées de A_s .

Ces résultats confirment que la variation des valeurs propres reste quadratique en A_s à l'ordre dominant, même lorsque les effets de la déformation moyenne non linéaire sont pris en compte. La prise en compte de la déformation moyenne de l'écoulement dans les analyses de sensibilité ne contredit donc pas les variations quadratiques des valeurs propres avec l'amplitude des stries observées par Del Guercio *et al.* (2014*c,a,b*), qui utilisent également des stries non linéaires.

6.5 Discussion

Dans cette dernière partie de l'étude, on a poussé plus loin l'analyse de la (dé)stabilisation causée par la déformation 3D non linéaire ΔU sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz en comparant les effets qui auraient été obtenus en faisant l'hypothèse de stries de forme constante et, ensuite, en séparant les effets de la partie oscillant transversalement $\widetilde{\Delta U}$ de ceux de la partie uniforme transversalement $\overline{\Delta U}$ (la déformation moyenne) de ΔU . Les résultats de ces analyses peuvent être résumés ainsi :

(a) Si l'hypothèse de forme constante est faite, en déformant le profil de l'écoulement de base 2D de référence avec le profil de strie optimale linéaire à seulement une harmonique transverse, alors les résultats sont opposés à ceux trouvés avec des déformations

non linéaires, dans presque tous les cas analysés, pour les taux de croissances maximum et pour le seuil de l’instabilité absolue. Les résultats obtenus avec l’hypothèse de forme constante sont cependant en accord avec ceux obtenus en faisant la même hypothèse par Boujo *et al.* (2015) (les perturbations optimales sinueuses réduisent le taux de croissance temporel maximal seulement pour $\beta \lesssim 1.5$ et les perturbations sous-optimales variueuses le réduisent pour toutes les valeurs de $\beta \gtrsim 0.4$ considérées).

(b) Si le profil 2D de référence est déformé avec la partie sinusoïdale $\widetilde{\Delta U}$ de la déformation (qui comprend toutes les harmoniques à l’exception de l’harmonique zéro), les résultats sont presque identiques à ceux obtenus avec l’hypothèse de forme constante.

(c) La moyenne $\overline{\Delta U}$ de la déformation non linéaire ΔU a un effet prédominant sur la variation du taux de croissance maximal $\omega_{i,max}$ et sur la valeur critique R_t d’apparition de l’instabilité absolue. L’effet est opposé à celui de $\widetilde{\Delta U}$ dans la plupart des cas.

(d) La déformation moyenne de l’écoulement est proportionnelle au carré de l’amplitude des stries $\overline{\Delta U} = A_s^2 \overline{F}(y; \beta)$.

(e) Si les effets de la déformation moyenne sont inclus dans la prédiction de la variation des valeurs propres causée par les stries périodiques, la dépendance de cette variation par rapport à l’amplitude des stries est quadratique à l’ordre dominant : $\mu - \mu_{2D} \sim A_s^2 (\Delta\mu + \overline{\Delta\mu})$.

(f) On vérifie que les variations de $\omega_{i,max}$ et R_t obtenues en combinant celles induites par $\widetilde{\Delta U}$ et celles induites par $\overline{\Delta U}$ sont proches quantitativement de celles induites par la déformation non linéaire complète pour $A_s \lesssim 6\%$. Dans la plupart des cas, cet écart réduit subsiste pour de plus grandes valeurs de A_s .

Ces résultats montrent la nécessité de prendre en compte la déformation moyenne dans les analyses théoriques de la stabilité des couches de mélange déformées par des stries 3D. Ces observations sont similaires à celles faites par Cossu & Brandt (2002) dans le cas des couches limites. Le nouveau point déterminant réside dans la justification de la prédominance de la partie moyenne : la sensibilité des valeurs propres par rapport à la partie sinusoïdale $\widetilde{\Delta U} [\sim O(A_s)]$ est quadratique alors que la sensibilité par rapport à la partie moyenne $\overline{\Delta U}$ est linéaire mais avec $\overline{\Delta U} \sim O(A_s^2)$, d’où la variation des valeurs propres induite par ΔU est quadratique à l’ordre dominant, comme c’est le cas pour la variation induite par $\widetilde{\Delta U}$.

On remarque également que la déformation moyenne $\overline{\Delta U}$ est principalement déterminée par les tensions de Reynolds générées au cours de la formation des stries [voir (6.4)] et ne dépend donc pas uniquement de la forme finale des stries. Il serait ainsi possible, en théorie, d’obtenir différentes déformations moyennes $\overline{\Delta U}$ pour une même forme finale des stries en modifiant le processus de génération des stries. Par exemple, s’il était possible de forcer des stries directement, avec uniquement une composante de vitesse longitudinale, alors la tension de Reynolds $-\overline{uv}$ resterait nulle et la déformation moyenne de la vitesse serait nulle également. Dans cette hypothèse, on aboutirait probablement aux mêmes résultats que ceux obtenus avec l’hypothèse de forme constante des stries [en dépensant alors plus d’énergie ($\sim O(Re^2)$) qu’en forçant des tourbillons optimaux]. On peut alors conclure que toute analyse théorique de contrôle de l’instabilité par des stries 3D doit préciser non seulement la forme des stries mais également

comment celles-ci sont générées afin de déterminer la déformation moyenne due à la croissance transitoire.

Chapitre 7

Conclusions

Cette étude a été initialement motivée par l'intérêt industriel pour le contrôle du décollement massif à l'arrière des corps épais tridimensionnels. Ce contrôle est, en effet, un enjeu majeur pour la réduction de l'instantanéité des forces aérodynamiques et de la traînée de pression s'exerçant sur un véhicule automobile en mouvement.

Le fil conducteur de ces travaux a été d'essayer de contrôler les instabilités modales se développant dans ces sillages en forçant des stries "optimales" avec le minimum d'énergie. Cette étude est donc dans la continuité directe des études précédentes qui ont appliqué cette approche au contrôle des instabilités de Tollmien-Schlichting dans la couche limite de Blasius (Cossu & Brandt, 2002, 2004; Fransson *et al.*, 2005, 2006; Bagheri & Hanifi, 2007) et au contrôle des sillages 2D (Del Guercio *et al.*, 2014*c,a,b*). En suivant cette approche, on commence d'abord par calculer les perturbations optimales des écoulements de base considérés. Elles sont ensuite forcées à amplitude finie modifiant ainsi l'écoulement de base à l'ordre dominant en le rendant "strié". L'influence du contrôle sur l'écoulement est enfin déterminée en analysant la stabilité des écoulements striés.

En guise de conclusion, on rappelle les principaux résultats trouvés et les perspectives qu'ils ouvrent en séparant les trois grandes parties selon lesquelles la thèse s'est développée et qui ont été l'objet des chapitres 4, 5 et 6.

Stries optimales et leur effet stabilisant dans les sillages axisymétriques

On a d'abord étudié le sillage tridimensionnel d'un corps épais axisymétrique à culot droit. Comme la sphère, il présente trois régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds avec apparition du lâcher tourbillonnaire pour $Re > 413$.

On a initialement calculé l'aspiration et le soufflage optimaux à la paroi de cette géométrie donnant naissance à des perturbations optimales stationnaires dans le sillage. Différentes distributions optimales sont calculées en fonction du nombre d'onde azimutal m . Le mode $m = 1$ est le plus amplifié mais se révèle être déstabilisant. Les

amplifications obtenues pour les autres modes sont moindres et surtout très inférieures à celles qui avaient été observées dans le sillage d'un cylindre circulaire (bidimensionnel).

Dans un second temps, l'aspiration et le soufflage optimaux sont forcés à amplitude finie. Le forçage optimal à $m \neq 1$ permet de stabiliser le sillage, réduisant notamment l'amplitude et la valeur moyenne des fluctuations de la portance. Cependant, le forçage optimal seul ne permet pas de stabiliser complètement le sillage pour $Re = 500$. Cette stabilisation complète peut néanmoins être obtenue en le combinant au soufflage au culot standard. De plus, l'aspiration et le soufflage optimaux étant liés à un flux de masse nul pour $m > 0$, la combinaison forçage optimal avec soufflage au culot permet de contrôler l'instabilité globale avec un flux de masse à la paroi réduit par rapport au soufflage au culot seul. On note finalement une légère augmentation de la traînée lorsque le forçage optimal est utilisé, ce qui est opposé à l'effet du même type de contrôle dans le cas d'un cylindre circulaire.

On a attribué les performances moindres observées dans le cas tridimensionnel, étudié ici, par rapport au cas bidimensionnel, étudié par Del Guercio *et al.* (2014b), au faible rapport λ_z/D entre l'extension des perturbations optimales et l'épaisseur caractéristique de la zone cisailée accessible dans le cas tridimensionnel considéré. En effet, dans le cas du cylindre, de grandes amplifications d'énergie, un effet stabilisant et une réduction de traînée étaient obtenus en correspondance de grandes valeurs de $\lambda_z \approx 5D-7D$. Or, dans le cas tridimensionnel axisymétrique, l'extension maximale atteignable pour le mode optimal $m = 2$ est $\lambda_z \approx 1.5D$ (si l'on considère que $\lambda_z = \pi D/m$). Pour ces petites extensions, les amplifications optimales ainsi que l'effet stabilisant sont médiocres dans le cas du cylindre.

Stries optimales et leur effet stabilisant sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz

Les résultats obtenus pour le contrôle par stries optimales du sillage du corps tridimensionnel axisymétrique ne se sont pas révélés pas aussi satisfaisants que ceux obtenus pour le contrôle de sillages bidimensionnels. Le cas analysé correspond toutefois à des nombres de Reynolds relativement bas où le rapport entre l'épaisseur de la couche de vorticité délimitant le sillage et le diamètre du corps est d'ordre un : $\delta_\omega/D = O(1)$. À de plus grands nombres de Reynolds, on s'attend au contraire à de plus petits rapports δ_ω/D . Toutefois, analyser avec des simulations numériques des cas tridimensionnels avec des petits rapports δ_ω/D aurait été ardu numériquement du fait de contraintes sur la finesse du maillage et donc sur la mémoire et les temps de calcul. Ce régime est néanmoins intéressant à analyser. Le rapport pertinent entre la dimension transverse des stries et celle du cisaillement y étant λ_z/δ_ω , on pourrait à nouveau atteindre des valeurs élevées de ce rapport et les bonnes performances qui y sont associées. En effet, le cas analysé expérimentalement par Pujals *et al.* (2010b), où une réduction nette de traînée avait été observée en forçant des stries sur un corps d'Ahmed, se rapproche plus d'un cas à grand λ_z/δ_ω que de celui du forçage d'un mode $m = 2$. On s'est donc tourné vers l'étude de la limite $\delta_\omega/D \ll 1$ qui consiste à contrôler l'instabilité de

Kelvin-Helmholtz d'une couche de mélange bidimensionnelle.

On s'est donc intéressés, dans la deuxième partie de l'étude, à une couche de mélange parallèle en tangente hyperbolique à $Re = 1000$. On commence par calculer les perturbations optimales longitudinales linéairement stables associées aux croissances d'énergie optimales et sous-optimales de cet écoulement. Pour l'ensemble des nombres de Reynolds étudiés (de $Re = 100$ à $Re = 1000$) et l'ensemble des nombres d'onde transverses considérés (de $\beta = 0.6$ à $\beta = 3.2$), les perturbations optimales et sous-optimales initiales ont la forme de tourbillons longitudinaux contrarotatifs tandis que les perturbations les plus amplifiées ont celle de stries longitudinales de vitesse. Les extensions spatiales dans les directions transverse et normale de ces tourbillons et de ces stries augmentent avec les longueurs d'onde transverses. Les symétries des perturbations optimales et sous-optimales sont opposées. Les perturbations optimales sont symétriques dans le plan normal à direction de l'écoulement $y - z$, conduisant à une déformation sinueuse de la couche de mélange, tandis que les premières perturbations sous-optimales sont antisymétriques, conduisant à une déformation variqueuse. On retrouve également les caractéristiques communes aux amplifications optimales des écoulements cisailés laminaires et parallèles avec un comportement de type $G/Re^2 = F(t/Re)$ dans la limite de grand Re pour $\alpha = 0$. Les amplifications maximales des perturbations optimales et sous-optimales augmentent avec la longueur d'onde transverse λ_z de la modulation.

Le forçage des perturbations optimales et sous-optimales à amplitude finie conduit à des déformations non linéaires de la couche de mélange de référence. L'effet de ces déformations sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz varie alors selon l'amplitude et la symétrie des stries forcées. Les perturbations optimales sinueuses provoquent une baisse du taux de croissance temporelle maximum mais réduisent le ratio de vitesse critique R_t d'apparition de l'instabilité absolue. Les perturbations sous-optimales variqueuses ont des effets presque opposés : le taux de croissance temporelle maximum est légèrement augmenté tandis que l'apparition de l'instabilité absolue est repoussée à de plus grandes valeurs de R_t . Ces effets sont, en première approximation, proportionnels au carré de l'amplitude des stries forcées.

On a remarqué que la plupart des résultats trouvés concernant l'effet des stries sur la stabilité de la couche de mélange temporelle se sont révélés être en désaccord avec ceux de Boujo *et al.* (2015). À la suite d'une longue recherche, on a pu attribuer ces désaccords à une définition différente des écoulements de base utilisés dans les deux études. Cette question a été abordée dans la troisième partie de l'étude.

Rôle des déformations non linéaires et sensibilités au deuxième ordre

Deux approches différentes sont généralement utilisées pour définir les écoulements de base modulés caractéristiques du contrôle tridimensionnel d'écoulements bidimensionnels. Dans une première approche, celle que l'on a suivie, l'écoulement de base est issu de simulations numériques non linéaires ou d'expériences. Dans une seconde approche, très largement utilisée également, l'hypothèse de forme constante des stries avec l'amplitude de forçage (*shape assumption*) est faite, typiquement en considérant

négligeables toutes les harmoniques transverses hormis la première. On a décidé de comparer ces deux approches dans le cas des couches de mélange afin de comprendre à quelles différences mènent ces différentes définitions de l'écoulement de base.

On a initialement répété l'analyse de stabilité en faisant l'hypothèse de forme constante des stries. Sous cette hypothèse, des résultats opposés à ceux obtenus avec une déformation non linéaire sont trouvés, tant pour la stabilité temporelle que pour la stabilité spatio-temporelle, dans presque tous les cas analysés. Les résultats obtenus avec l'hypothèse de forme constante sont néanmoins en accord avec ceux de Boujo *et al.* (2015), quand il est possible de les comparer. On résout ainsi la question du désaccord initialement observé.

L'analyse du mécanisme (dé)stabilisant des stries non linéaires a été ultérieurement approfondie en suivant l'approche de Cossu & Brandt (2002) qui distingue les effets de la partie oscillante $\widetilde{\Delta U}$ et de la partie moyenne $\overline{\Delta U}$ de la déformation non linéaire $\Delta U = \overline{\Delta U} + \widetilde{\Delta U}$ de la couche de mélange. En répétant les analyses de stabilité pour des écoulements "synthétiques" qui incluent séparément les effets de $\widetilde{\Delta U}$ et de $\overline{\Delta U}$, on trouve que leurs effets sur les stabilités temporelle et spatio-temporelle sont opposés dans la plupart des cas. Il est aussi trouvé que les effets de $\widetilde{\Delta U}$ sur la stabilité sont presque identiques à ceux obtenus en ayant fait l'hypothèse de forme constante. Cependant, c'est $\overline{\Delta U}$ qui a un effet prédominant sur la variation du taux de croissance temporelle maximal $\omega_{i,max}$ et du ratio de vitesse critique R_t . Ceci prouve donc la nécessité de prendre en compte la déformation moyenne dans les analyses de stabilité des couches de mélange déformées par des stries de vitesse longitudinale.

On a ensuite montré que la déformation moyenne $\overline{\Delta U}$ de l'écoulement est proportionnelle au carré de l'amplitude des stries. On remarque que, en étant principalement déterminée par les tensions de Reynolds apparaissant au cours de la formation des stries, $\overline{\Delta U}$ ne dépend pas simplement de la forme de stries mais également de comment elles ont été générées.

On montre enfin que les sensibilités des valeurs propres aux déformations $\widetilde{\Delta U}$ et $\overline{\Delta U}$ sont toutes les deux d'ordre A_s^2 à l'ordre dominant. La sensibilité (composite) totale $\Delta\mu = \mu - \mu_{2D} \sim A_s^2(\widetilde{\Delta\mu} + \overline{\Delta\mu})$ reste donc quadratique en A_s même en prenant en compte la contribution (non linéaire) de $\overline{\Delta U}$. Cette analyse a été validée en montrant que les variations de $\omega_{i,max}$ et de R_t obtenues en combinant celles dues à la partie oscillante et celles dues à la partie moyenne sont proches des variations obtenues par la déformation non linéaire complète pour $A_s \lesssim 6\%$ et dans la plupart des cas pour de plus grandes valeurs de A_s .

Perspectives

Cette étude, qui a débuté par la volonté de vouloir mieux comprendre et contrôler les instabilités globales des sillages tridimensionnels, s'achève sur de nouvelles pistes et de nouvelles interrogations.

La stabilisation globale du sillage axisymétrique a pu être obtenue en combinant forçage optimal à la paroi tubulaire du corps axisymétrique et soufflage au culot. Cependant, seuls l'aspiration et le soufflage à la paroi ont été optimisés et non le soufflage uniforme au culot. On pourrait donc envisager de rechercher une distribution optimale de vitesse longitudinale au culot, en utilisant la même méthode que celle utilisée pour l'aspiration et le soufflage optimaux, afin de réduire un peu plus le flux de masse requis pour contrôler l'instabilité globale.

Malgré les problèmes numériques associés, on pourrait considérer de plus grands nombres de Reynolds, en correspondance desquels on s'attend à des épaisseurs de vorticités plus fines et donc à une meilleure performance du contrôle par des stries optimales. Cette étude pourrait aussi être conduite en étudiant les sillages axisymétriques synthétiques définis par les profils de Monkewitz (1988*b*).

En ce qui concerne la couche de mélange non linéaire, il serait intéressant de poursuivre l'étude en calculant les amplifications optimales spatiales d'énergie d'une couche de mélange non parallèle par des techniques similaires à celles utilisées pour le corps axisymétrique. Une autre perspective, ouverte par l'analyse menée au chapitre 6, serait la recherche du forçage optimal maximisant, de façon combinée, l'effet stabilisant des stries et l'effet stabilisant de la déformation moyenne de l'écoulement. Ces études pourraient aussi être profitablement étendues à d'autres écoulements tels les jets axisymétriques étudiés par Gudmundsson & Colonius (2006, 2007) dans le contexte de la réduction du bruit par l'utilisation de "chevrons".

Annexe A

OpenFOAM

Couplage pression-vitesse *OpenFOAM* permet la résolution des équations de Navier-Stokes grâce à deux algorithmes de couplage entre pression et vitesse : *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) et *PISO* (*Pressure Implicit with Splitting of Operator*). *SIMPLE* (voir Patankar, 1980) permet l'obtention de solutions stationnaires tandis que *PISO* (voir Issa, 1986) est utilisé pour les calculs instationnaires. Ces deux algorithmes sont basés sur le même principe : celui de coupler la pression et la vitesse avec le système constitué de l'équation de continuité et des équations de Navier-Stokes. On veut ici résoudre ces équations dans le cas d'un fluide visqueux incompressible :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{U}) = -\nabla p. \quad (\text{A.2})$$

Cependant, elles ne sont pas utilisées telles quelles par le code. L'équation de quantité de mouvement A.2 est ainsi mise sous la forme

$$a\mathbf{U} = \mathbf{H}(\mathbf{U}) - \nabla p \quad (\text{A.3})$$

ou sous la forme d'une correction de la quantité de mouvement

$$\mathbf{U} = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a} - \frac{1}{a} \nabla p. \quad (\text{A.4})$$

L'opérateur \mathbf{H} et le scalaire a sont des variables intermédiaires calculées avec les dernières valeurs de \mathbf{U} .

L'équation A.4 permet de calculer les vitesses sur les faces des cellules par interpolation. On peut alors calculer le flux F à travers la face de surface S d'une cellule :

$$F = \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}_f = \mathbf{S} \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a} \right)_f - \left(\frac{1}{a} \right)_f (\nabla p)_f \right]. \quad (\text{A.5})$$

En considérant la divergence de l'équation A.4 et en utilisant l'équation A.1, on obtient une équation sur la pression :

$$\nabla \cdot \frac{1}{a} \nabla p = \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a} \right). \quad (\text{A.6})$$

Des précisions supplémentaires sur ce couplage, sur la discrétisation ainsi que les définitions de $\mathbf{H}(\mathbf{U})$ et de a sont données dans Jasak (1996). Les équations A.3, A.4, A.5 et A.6 sont celles utilisées par le code.

Algorithme SIMPLE L'algorithme SIMPLE, utilisé par OpenFOAM, permet d'obtenir des solutions stationnaires uniquement, la dérivée temporelle de la vitesse \mathbf{U} n'étant pas prise en compte dans l'équation A.2. L'absence d'un terme dans les équations de Navier-Stokes peut alors nuire à la stabilité du calcul. C'est pourquoi les équations sont sous-relaxées afin que les variations de \mathbf{U} et de p entre deux itérations successives ne soient pas trop grandes. Réduire les facteurs de sous-relaxation permet de renforcer la stabilité mais augmente également le temps de calcul nécessaire à la convergence. Pour les calculs réalisés dans cette étude, on choisit un facteur de 0.7 pour la vitesse et un facteur de 0.3 pour la pression.

Pour chaque itération i , les étapes de l'algorithme SIMPLE sont les suivantes :

- Les champs initiaux sont $p^{(i)}$ et $\mathbf{U}^{(i)}$.
- On calcule l'équation de quantité de mouvement A.3 pour obtenir un champ de vitesse intermédiaire \mathbf{U}^* . L'équation est sous-relaxée.
- On calcule les flux sur les faces des cellules.
- La pression est corrigée avec l'équation A.6 pour obtenir le champ p^* . La pression est sous-relaxée.
- Les flux sont corrigés avec l'équation A.5.
- La vitesse est corrigée avec l'équation A.4 pour obtenir le champ \mathbf{U}^{**} .
- Les champs pour l'itération suivante sont $p^{(i+1)} = p^*$ et $\mathbf{U}^{(i+1)} = \mathbf{U}^{**}$.

Le calcul s'achève lorsque les critères de convergence sont satisfaits.

Algorithme PISO L'algorithme PISO reprend la même logique que SIMPLE. Il prend cependant en compte la dérivation temporelle de \mathbf{U} ce qui permet l'obtention de solutions instationnaires. Au cours d'une itération, les étapes sont les mêmes que pour SIMPLE mais aucune sous-relaxation n'est appliquée. La conservation simultanée de la masse et de la quantité de mouvement est assurée par le fait d'appliquer la correction de la pression et de la quantité de mouvement autant de fois que désiré. Pour les calculs réalisés dans cette thèse, on choisit d'effectuer deux boucles de correction. Afin de garantir la stabilité du calcul, on s'assure que le nombre de Courant

$$Co = \frac{U \Delta t}{\Delta x} \quad (\text{A.7})$$

reste inférieur à une valeur limite $Co_{lim} (< 1)$ avec Δt le pas de temps et Δx le pas du maillage. Co doit être choisi de façon à trouver l'équilibre entre stabilité, précision et temps de calcul acceptable.

Pour chaque temps $t^{(n)}$, les étapes de l'algorithme PISO sont les suivantes :

- Les champs initiaux sont $p^{(n)}$ et $\mathbf{U}^{(n)}$.
- On résout l'équation de quantité de mouvement A.3 pour obtenir un champ de vitesse intermédiaire \mathbf{U}^* .
- On calcule les flux sur les faces des cellules.
- La boucle de correction suivante est répétée autant de fois que défini par l'utilisateur :
 - La pression est corrigée avec l'équation A.6 pour obtenir le champ p^* .
 - Les flux sont corrigés avec l'équation A.5.
 - La vitesse est corrigée avec l'équation A.4 pour obtenir le champ \mathbf{U}^{**} .
- Les champs pour le temps t suivant sont $p^{(n+1)} = p^*$ et $\mathbf{U}^{(n+1)} = \mathbf{U}^{**}$.

Codes utilisés Pour les simulations incompressibles réalisées, deux codes sont utilisés : *simpleFoam* pour les simulations stationnaires et *icoFoam* pour les simulations instationnaires. *simpleFoam* est basé sur l'algorithme SIMPLE tandis que *icoFoam* utilise l'algorithme PISO.

Ces deux codes ont été modifiés de façon à résoudre les équations de Navier-Stokes pour une perturbation linéarisées (équations 2.5 et 2.7) ou non (équations 2.5 et 2.6). La version linéarisée de *simpleFoam* a été créée pour cette thèse et est utilisée afin de calculer l'aspiration et le soufflage optimaux à la paroi du corps du chapitre 4. Les versions de *icoFoam* pour une perturbation sont issues des travaux de Del Guercio (2014) et permettent de calculer les stries optimales et sous-optimales non linéaires et les réponses impulsionnelles linéaires au chapitre 5.

Schémas de discrétisation Pour la discrétisation temporelle des simulations instationnaires, le schéma de Crank–Nicolson (d'ordre deux) est utilisé ainsi qu'un schéma hybride Crank–Nicolson et Euler afin d'obtenir des solutions stables pour les simulations effectuées au chapitre 4. Concernant la discrétisation spatiale, un schéma linéaire d'ordre deux est utilisé.

Annexe B

La couche de mélange en tangente hyperbolique

On donne ici quelques considérations sur les profils de couche de mélange en tangente hyperbolique bidimensionnels introduits par Michalke (1964). Si la couche de mélange sépare deux écoulements de vitesses U_a et U_b avec $U_a > U_b$, le profil est défini par

$$U(y) = \bar{U} + \frac{\Delta U}{2} \tanh\left(\frac{y}{L}\right), \quad (\text{B.1})$$

où $U_a = \bar{U} + \frac{\Delta U}{2}$, $U_b = \bar{U} - \frac{\Delta U}{2}$ (d'où $\Delta U = U_a - U_b$), et L la longueur caractéristique de la couche de mélange.

L'épaisseur de vortacité δ_ω a pour définition

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{max}} \quad (\text{B.2})$$

avec

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\frac{\Delta U}{2}}{L \cosh^2\left(\frac{y}{L}\right)}$$

et

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{max} = \frac{\Delta U}{2L}$$

d'où on obtient finalement

$$\delta_\omega = 2L. \quad (\text{B.3})$$

L'épaisseur de quantité de mouvement θ est définie par

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U(y) - U_b}{\Delta U} \left(1 - \frac{U(y) - U_b}{\Delta U}\right) dy. \quad (\text{B.4})$$

Les développements donnent

$$\begin{aligned}\frac{U(y) - U_b}{\Delta U} &= \frac{\bar{U} + \frac{\Delta U}{2} \tanh\left(\frac{y}{L}\right) - \left(\bar{U} - \frac{\Delta U}{2}\right)}{\Delta U} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{y}{L}\right)\right)\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}1 - \frac{U(y) - U_b}{\Delta U} &= 1 - \frac{1}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{y}{L}\right)\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \tanh\left(\frac{y}{L}\right)\right)\end{aligned}$$

En utilisant cette dernière expression avec l'équation (B.4), on obtient

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \tanh\left(\frac{y}{L}\right)\right) \left(1 - \tanh\left(\frac{y}{L}\right)\right) dy \\ &= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - \tanh^2\left(\frac{y}{L}\right)\right) dy \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \left(1 - \tanh^2\left(\frac{y}{L}\right)\right) dy \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{dy}{\cosh^2\left(\frac{y}{L}\right)}.\end{aligned}$$

On réalise enfin le changement de variable $u = e^{2y}$

$$\theta = \int_1^{+\infty} \frac{L du}{(1+u)^2}.$$

On aboutit alors à

$$\theta = \frac{L}{2}. \tag{B.5}$$

L'équation du profil (B.1) peut alors se réécrire

$$U(y) = \bar{U} + \frac{\Delta U}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right) \tag{B.6}$$

ou

$$U(y) = \bar{U} + \frac{\Delta U}{2} \tanh\left(\frac{y}{2\theta}\right) \tag{B.7}$$

Annexe C

Choix des temps d'analyse du paquet d'ondes

Comme discuté au §3.3.3, les taux d'amplification temporels et spatio-temporels sont calculés numériquement aux différences finies basées sur deux temps d'analyse t_1 et t_2 . On analyse ici la convergence des résultats par rapport au choix de t_1 et t_2 dans le cas de la stabilité de la couche de mélange parallèle, discutée au chapitre 5.

Après différents intervalles de temps testés, la valeur $\Delta t = 40$ a montré les résultats les plus satisfaisants, tant pour l'analyse temporelle que pour l'analyse spatio-temporelle. En ce qui concerne le choix de t_2 , il faut s'assurer de la convergence des courbes $\omega_i(\alpha)$ et $\sigma(v)$ en contrôlant des valeurs particulières : $\omega_{i,max}$ pour $\omega_i(\alpha)$ et $|v_{\pm}|$ pour $\sigma(v)$. Ce sont ces deux valeurs qui sont principalement exploitées pour l'analyse de stabilité.

Les valeurs calculées pour les différentes combinaisons ($t_1 = t_2 - 40, t_2$) sont reportées sur la figure C.1 pour l'analyse temporelle et sur la figure C.2 pour l'analyse spatio-temporelle.

La convergence des valeurs de $\omega_{i,max}$ est bonne pour un forçage sinueux ou variqueux et pour toutes les amplitudes de stries considérées. On voit qu'il est possible d'utiliser des valeurs de t_2 supérieures ou égales à 80 et on choisit finalement $t_1 = 40$ et $t_2 = 80$ pour l'analyse de stabilité temporelle.

La convergence des valeurs de $|v_{\pm}|$ est convenable, même si moins évidente que celle de $\omega_{i,max}$. On remarque alors la nécessité de choisir des temps suffisamment longs pour s'assurer de la convergence mais également la manifestation des effets de bord aux temps trop longs pour lesquels les valeurs de $|v_{\pm}|$ divergent. Les valeurs pour des perturbations sous-optimales variqueuses avec des amplitudes de stries supérieures à 10% convergent plus difficilement avec néanmoins un intervalle de t_2 pour lequel $|v_{\pm}|$ varie très peu avec une variance de l'ordre de $1.8 \cdot 10^{-6}$ (calculée entre 80 et 110) pour la couche de mélange variqueuse avec $A_s = 14.6\%$. On peut alors utiliser des valeurs de t_2 supérieures ou égales à 100 et on choisit finalement $t_1 = 60$ et $t_2 = 100$ pour l'analyse de stabilité spatio-temporelle.

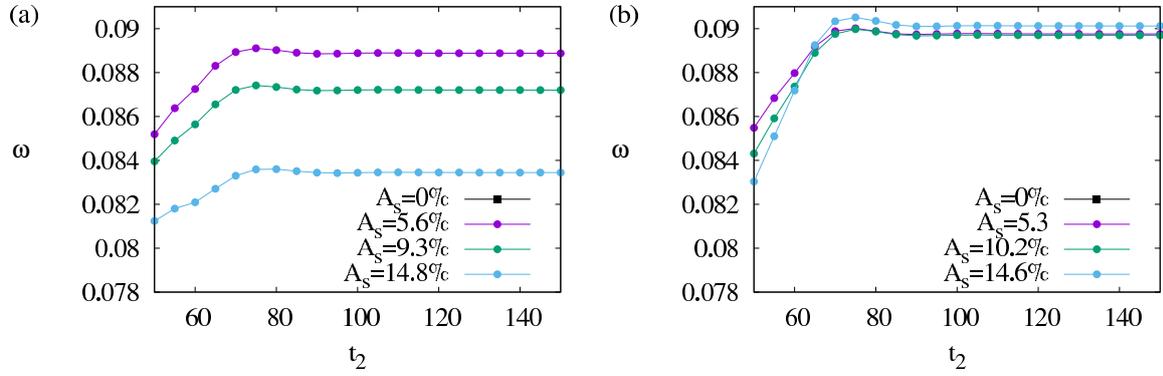


FIGURE C.1 – Convergence des valeurs de $\omega_{i,max}$ en fonction du temps t_2 avec $\Delta t = t_2 - t_1 = 40$ pour des couches de mélange forcées avec des perturbations optimales sinueuses (a) et sous-optimales variqueuses (b) avec $\beta = 2$.

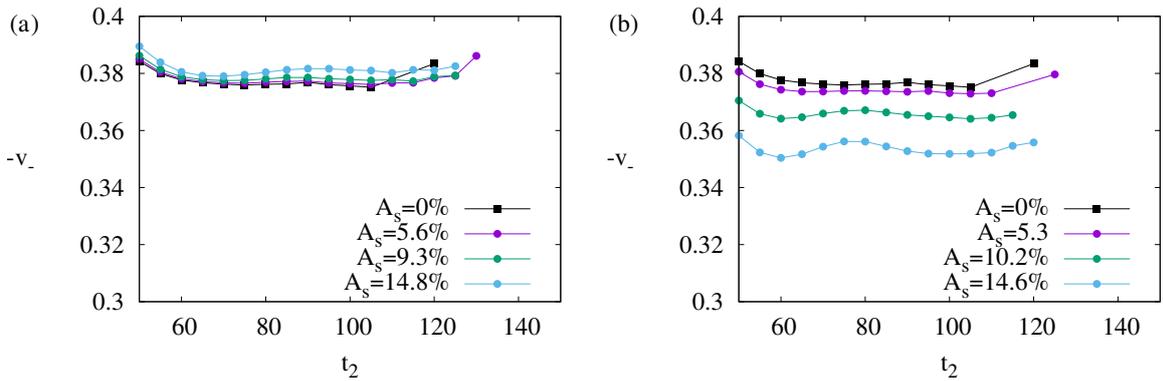


FIGURE C.2 – Convergence des valeurs de $|v_{\pm}|$ en fonction du temps t_2 avec $\Delta t = t_2 - t_1 = 40$ pour des couches de mélange forcées avec des perturbations optimales sinueuses (a) et sous-optimales variqueuses (b) avec $\beta = 2$.

Bibliographie

- AHMED, S. R., RAMM, G. & FALTIN, G. 1984 Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake. In *SAE Technical Paper*. SAE International.
- ANDERSSON, P., BERGGREN, M. & HENNINGSON, D. 1999 Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers. *Physics of Fluids (1994-present)* **11** (1), 134–150.
- ANDERSSON, P., BRANDT, L., BOTTARO, A. & HENNINGSON, D. 2001 On the breakdown of boundary layers streaks. *Journal of Fluid Mechanics* **428**, 29–60.
- ARRATIA, C., CAULFIELD, C. P. & CHOMAZ, J.-M. 2013 Transient perturbation growth in time-dependent mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics* **717**, 90–133.
- BAGHERI, S. & HANIFI, A. 2007 The stabilizing effect of streaks on Tollmien-Schlichting and oblique waves : A parametric study. *Physics of Fluids (1994-present)* **19**, 078103.
- BEARMAN, P. W. 1967 The effect of base bleed on the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge. *Aeronautical Quarterly* **18** (3), 207–224.
- BELL, J. H. & MEHTA, R. D. 1993 Effects of imposed spanwise perturbations on plane mixing-layer structure. *Journal of Fluid Mechanics* **257**, 33–63.
- BERS, A. 1983 Space-time evolution of plasma instabilities – absolute and convective. In *Handbook of Plasma Physics* (ed. M. N. Rosenbluth & R. Z. Sagdeev), , vol. 1, pp. 451–517. North-Holland.
- BOHORQUEZ, P., SANMIGUEL-ROJAS, E., SEVILLA, A., JIMÉNEZ-GONZÁLEZ, J. I. & MARTÍNEZ-BAZÁN, C. 2011 Stability and dynamics of the laminar wake past a slender blunt-based axisymmetric body. *Journal of Fluid Mechanics* **676**, 110–144.
- BOUJO, E., FANI, A. & GALLAIRE, F. 2015 Second-order sensitivity of parallel shear flows and optimal spanwise-periodic flow modifications. *Journal of Fluid Mechanics* **782**, 491–514.
- BRANDT, L., COSSU, C., CHOMAZ, J.-M., HUERRE, P. & HENNINGSON, D. S. 2003 On the convectively unstable nature of optimal streaks in boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics* **485**, 221–242.

- CADOT, O., THIRIA, B. & BEAUDOIN, J.-F. 2009 Passive drag control of a turbulent wake by local disturbances. In *IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control*, pp. 529–537. Springer.
- CHOI, H., JEON, W. P. & KIM, J. 2008 Control of flow over a bluff body. *Annual Review of Fluid Mechanics* **40**, 113–139.
- CHOMAZ, J. M. 2005 Global instabilities in spatially developing flows : Nonnormality and nonlinearity. *Annual Review of Fluid Mechanics* **37**, 357–392.
- CHOMAZ, J. M., HUERRE, P. & REDEKOPP, L. G. 1988 Bifurcations to local and global modes in spatially developing flows. *Physical Review Letters* **60**, 25–28.
- COSSU, C. 2014a An introduction to optimal control. *Applied Mechanics Reviews* **66**, 021001.
- COSSU, C. 2014b On the stabilizing mechanism of 2D absolute and global instabilities by 3D streaks. *ArXiv* (1404.3191).
- COSSU, C. & BRANDT, L. 2002 Stabilization of Tollmien-Schlichting waves by finite amplitude optimal streaks in the Blasius boundary layer. *Physics of Fluids (1994-present)* **14**, L57–L60.
- COSSU, C. & BRANDT, L. 2004 On Tollmien–Schlichting waves in streaky boundary layers. *European Journal of Mechanics-B/Fluids* **23**, 815–833.
- COSSU, C., CHOMAZ, J.-M., HUERRE, P. & COSTA, M. 2000 Maximum spatial growth of Görtler vortices. *Flow Turbulence and Combustion* **65**, 369–392.
- COSSU, C., PUJALS, G. & DEPARDON, S. 2009 Optimal transient growth and very large scale structures in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics* **619**, 79–94.
- DAREKAR, R. M. & SHERWIN, S. J. 2001 Flow past a square-section cylinder with a wavy stagnation face. *Journal of Fluid Mechanics* **426** (1), 263–295.
- DEL GUERCIO, G. 2014 Optimal streaks amplification in wakes and vortex shedding control. Phd thesis, INP Toulouse, Toulouse, France.
- DEL GUERCIO, G., COSSU, C. & PUJALS, G. 2014a Optimal perturbations of non-parallel wakes and their stabilizing effect on the global instability. *Physics of Fluids (1994-present)* **26**, 024110.
- DEL GUERCIO, G., COSSU, C. & PUJALS, G. 2014b Optimal streaks in the circular cylinder wake and suppression of the global instability. *Journal of Fluid Mechanics* **752**, 572–588.
- DEL GUERCIO, G., COSSU, C. & PUJALS, G. 2014c Stabilizing effect of optimally amplified streaks in parallel wakes. *Journal of Fluid Mechanics* **739**, 37–56.

- DELBENDE, I. & CHOMAZ, J.-M. 1998 Nonlinear convective/absolute instabilities of parallel two-dimensional wakes. *Physics of Fluids (1994-present)* **10**, 2724–2736.
- DELBENDE, I., CHOMAZ, J.-M. & HUERRE, P. 1998 Absolute and convective instabilities in the Batchelor vortex : a numerical study of the linear impulse response. *Journal of Fluid Mechanics* **355**, 229–254.
- DRAZIN, P. G. & HOWARD, L. N. 1962 The instability to long waves of unbounded parallel inviscid flow. *Journal of Fluid Mechanics* **14** (2), 257–283.
- DRAZIN, P. G. & REID, W. H. 1981 *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press.
- ELLINGSEN, T. & PALM, E. 1975 Stability of linear flow. *Physics of Fluids (1994-present)* **18**, 487.
- FRANSSON, J., BRANDT, L., TALAMELLI, A. & COSSU, C. 2005 Experimental study of the stabilisation of Tollmien-Schlichting waves by finite amplitude streaks. *Physics of Fluids (1994-present)* **17**, 054110.
- FRANSSON, J., TALAMELLI, A., BRANDT, L. & COSSU, C. 2006 Delaying transition to turbulence by a passive mechanism. *Physical Review Letters* **96**, 064501.
- GARCIA, R. V. 1956 Barotropic waves in straight parallel flow with curved velocity profile. *Tellus* **8** (1), 82–93.
- GIANNETTI, F. & LUCHINI, P. 2007 Structural sensitivity of the first instability of the cylinder wake. *J. Fluid Mech.* **581**, 167–197.
- GRANDEMANGE, M. 2013 Analysis and control of three-dimensional turbulent wakes : from axisymmetric bodies to road vehicles. Phd thesis, ENSTA ParisTech, Palaiseau, France.
- GUDMUNDSSON, K. & COLONIUS, T. 2006 Linear stability analysis of chevron jet profiles. In *Proceedings of ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting 2006, FEDSM2006*, , vol. 2. Miami, FL.
- GUDMUNDSSON, K. & COLONIUS, T. 2007 Spatial stability analysis of chevron jet profiles. In *AIAA Paper 2007-3599*. 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference).
- GUSTAVSSON, L. H. 1991 Energy growth of three-dimensional disturbances in plane Poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics* **224**, 241–260.
- HERBERT, T. 1988 Secondary instability of boundary-layers. *Annual Review of Fluid Mechanics* (20), 487–526.
- HILL, D. C. 1992 A theoretical approach for analyzing the restabilization of wakes. *AIAA Paper 92-0067* .

- HUCHO, W. H. 1998 *Aerodynamics of Road Vehicles*, 4th edn. SAE International.
- HUERRE, P. 2001 Open shear flow instabilities. In *Perspectives in Fluid Dynamics* (ed. G. K. Batchelor, H. K. Moffatt & M. G. Worster), pp. 159–229. Cambridge (UK) : Cambridge University Press.
- HUERRE, P. & MONKEWITZ, P. A. 1985 Absolute and convective instabilities in free shear layers. *Journal of Fluid Mechanics* **159**, 151–168.
- HUERRE, P. & MONKEWITZ, P. A. 1990 Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* **22**, 473–537.
- HUERRE, P. & ROSSI, M. 1998 Hydrodynamic instabilities in open flows. In *Hydrodynamic and Nonlinear Instabilities* (ed. C. Godrèche & P. Manneville), pp. 81–294. Cambridge (UK) : Cambridge University Press.
- HWANG, Y., KIM, J. & CHOI, H. 2013 Stabilization of absolute instability in spanwise wavy two-dimensional wakes. *Journal of Fluid Mechanics* **727**, 346–378.
- ISSA, R. I. 1986 Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics* **62**, 40–65.
- JASAK, H. 1996 Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Phd thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, United Kingdom.
- JOHNSON, T. A. & PATEL, V. C. 1999 Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. *Journal of Fluid Mechanics* **378**, 19–70.
- KIM, J. & CHOI, H. 2005 Distributed forcing of flow over a circular cylinder. *Physics of Fluids (1994-present)* **17**, 033103.
- LANDAHL, M. T. 1980 A note on an algebraic instability of inviscid parallel shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* **98**, 243–251.
- LANDAHL, M. T. 1990 On sublayer streaks. *Journal of Fluid Mechanics* **212**, 593–614.
- LAUGA, E. & COSSU, C. 2005 A note on the stability of slip channel flows. *Physics of Fluids (1994-present)* **17**, 088106.
- LORD RAYLEIGH 1880 On the stability, or instability, of certain fluid motions. *Proceedings of the London Mathematical Society* **s1-11** (1), 57–72.
- LUCHINI, P. 2000 Reynolds-number independent instability of the boundary layer over a flat surface. part 2 : Optimal perturbations. *Journal of Fluid Mechanics* **404**, 289–309.
- MICHALKE, A. 1964 On the inviscid instability of the hyperbolictangent velocity profile. *Journal of Fluid Mechanics* **19** (4), 543–556.

- MITTAL, R. 1999 Planar Symmetry in the Unsteady Wake of a Sphere. *AIAA Journal* **37**, 388–390.
- MOFFATT, H. K. 1967 The interaction of turbulence with strong wind shear. In *Proceedings of the URSI-IUGG International Colloquium on Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation* (ed. A.M. Yaglom & V. I. Tatarsky), pp. 139–154. Moscow : Nauka.
- MONKEWITZ, P. A. 1988a The absolute and convective nature of instability in two-dimensional wakes at low Reynolds numbers. *Physics of Fluids (1994-present)* **31**, 999–1006.
- MONKEWITZ, P. A. 1988b A note on vortex shedding from axisymmetric bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics* **192**, 561–575.
- ORR, W. M. F. 1907 The Stability or Instability of the Steady Motions of a Perfect Liquid and of a Viscous Liquid. *Proceedings of the Royal Irish Academy. Section A : Mathematical and Physical Sciences* **27**, 9–138.
- OWEN, J. C., BEARMAN, P. W. & A., SZEWCZYK A. 2001 Passive control of VIV with drag reduction. *Journal of Fluids and Structures* **15**, 597–605.
- OWEN, J. C., SZEWCZYK, A. A. & BEARMAN, P. W. 2000 Suppression of Kármán vortex shedding. *Physics of Fluids (1994-present)* **12** (9), S9.
- PAREZANOVIĆ, V. & CADOT, O. 2009a The impact of a local perturbation on global properties of a turbulent wake. *Physics of Fluids (1994-present)* **21** (7), 071701.
- PAREZANOVIĆ, V. & CADOT, O. 2009b Modulated global mode of a controlled wake. In *Advances in Turbulence XII*, pp. 217–220. Springer.
- PAREZANOVIĆ, V. & CADOT, O. 2012 Experimental sensitivity analysis of the global properties of a two-dimensional turbulent wake. *Journal of Fluid Mechanics* **693**, 115–149.
- PARK, H., LEE, D., JEON, W.-P., HAHN, S., KIM, J., KIM, J., CHOI, J. & CHOI, H. 2006 Drag reduction in flow over a two-dimensional bluff body with a blunt trailing edge using a new passive device. *Journal of Fluid Mechanics* **563**, 389–414.
- PARK, J., HWANG, Y. & COSSU, C. 2011 On the stability of large-scale streaks in turbulent Couette and Poiseuille flows. *Comptes Rendus Mécanique* **339**, 1–5.
- PATANKAR, S. V. 1980 *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publishing Corporation (CRC Press, Taylor & Francis Group).
- PIER, B. 2008 Local and global instabilities in the wake of a sphere. *Journal of Fluid Mechanics* **603**, 39–61.

- PUJALS, G., COSSU, C. & DEPARDON, S. 2010a Forcing large-scale coherent streaks in a zero pressure gradient turbulent boundary layer. *Journal of Turbulence* **11** (25), 1–13.
- PUJALS, G., DEPARDON, S. & COSSU, C. 2010b Drag reduction of a 3D bluff body using coherent streamwise streaks. *Experiments in Fluids* **49** (5), 1085–1094.
- PUJALS, G., GARCÍA-VILLALBA, M., COSSU, C. & DEPARDON, S. 2009 A note on optimal transient growth in turbulent channel flows. *Physics of Fluids (1994-present)* **21**, 015109.
- REDDY, S. C. & HENNINGSON, D. S. 1993 Energy growth in viscous channel flows. *Journal of Fluid Mechanics* **252**, 209–238.
- REDDY, S. C., SCHMID, P. J., BAGGETT, J. S. & HENNINGSON, D. S. 1998 On the stability of streamwise streaks and transition thresholds in plane channel flows. *Journal of Fluid Mechanics* **365**, 269–303.
- RIGAS, G., OXLADE, A. R., MORGANS, A. S. & MORRISON, J. F. 2014 Low-dimensional dynamics of a turbulent axisymmetric wake. *Journal of Fluid Mechanics* **755**.
- SAKAMOTO, H., TAN, K. & HANIU, H. 1991 An optimum suppression of fluid forces by controlling a shear layer separated from a square prism. *Journal of Fluids Engineering* **113** (2), 183–189.
- SCHMID, P. J. 2007 Nonmodal stability theory. *Annual Review of Fluid Mechanics* **39**, 129–162.
- SCHMID, P. J. & HENNINGSON, D. S. 2001 *Stability and Transition in Shear Flows*. New York : Springer.
- SCHUMM, M., BERGER, E. & MONKEWITZ, P. A. 1994 Self-excited oscillations in the wake of two-dimensional bluff bodies and their control. *Journal of Fluid Mechanics* **271**, 17–53.
- SOMMERFELD, A. 1908 The Stability or Instability of the Steady Motions of a Perfect Liquid and of a Viscous Liquid. *Ein Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flüssigkeitsbewegungen* **27**, 116–124.
- SQUIRE, H. B. 1933 On the stability for three-dimensional disturbances of viscous fluid flow between parallel walls. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **142** (847), 621–628.
- STRYKOWSKI, P. J. & SREENIVASAN, K. R. 1990 On the formation and suppression of vortex ‘shedding’ at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics* **218**, 71–107.

- TAMMISOLA, O. 2017 Optimal wavy surface to suppress vortex shedding using second-order sensitivity to shape changes. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* **62**, 139–148.
- TAMMISOLA, O., GIANNETTI, F., CITRO, V. & JUNIPER, M. P. 2014 Second-order perturbation of global modes and implications for spanwise wavy actuation. *Journal of Fluid Mechanics* **755**, 314–335.
- TANNER, M. 1975 Reduction of base drag. *Progress in Aerospace Sciences* **16** (4), 369–384.
- THOMPSON, M. C., LEWEKE, T. & PROVANSAL, M. 2001 Kinematics and dynamics of sphere wake transition. *Journal of Fluids and Structures* **15** (3), 575–585.
- TOMBAZIS, N. & BEARMAN, P. W. 1997 A study of three-dimensional aspects of vortex shedding from a bluff body with a mild geometric disturbance. *Journal of Fluid Mechanics* **330**, 85–112.
- TOMBOULIDES, A. G. & ORSZAG, S. A. 2000 Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere. *Journal of Fluid Mechanics* **416**, 45–73.
- TREFETHEN, L. N., TREFETHEN, A. E., REDDY, S. C. & DRISCOLL, T. A. 1993 A new direction in hydrodynamic stability : Beyond eigenvalues. *Science* **261**, 578–584.
- VAN DYKE, M. 1982 *An album of fluid motion*. Stanford (CA), USA : Parabolic Press.
- WILLIAMSON, C. H. K. 1996 Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* **28**, 477–539.
- WILLIS, A. P., HWANG, Y. & COSSU, C. 2010 Optimally amplified large-scale streaks and drag reduction in the turbulent pipe flow. *Physical Review E* **82**, 036321.
- ZDRAVKOVICH, M. M. 1981 Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **7** (2), 145–189.