



HAL
open science

Caractérisation des matériaux magnétiques et modélisation des pertes fer dans le stator des machines électriques fonctionnant à haute fréquence

Alexandre Giraud

► **To cite this version:**

Alexandre Giraud. Caractérisation des matériaux magnétiques et modélisation des pertes fer dans le stator des machines électriques fonctionnant à haute fréquence. Autre. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2017. Français. NNT : 2017INPT0127 . tel-04228551

HAL Id: tel-04228551

<https://theses.hal.science/tel-04228551>

Submitted on 4 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Génie Electrique

Présentée et soutenue par :

M. ALEXANDRE GIRAUD

le mercredi 13 décembre 2017

Titre :

Caractérisation des matériaux magnétiques et modélisation des pertes fer dans le stator des machines électriques fonctionnant à haute fréquence

Ecole doctorale :

Génie Electrique, Electronique, Télécommunications (GEET)

Unité de recherche :

Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE)

Directeur(s) de Thèse :

M. YVAN LEFEVRE

M. JEAN-FRANCOIS LLIBRE

Rapporteurs :

M. DANIEL MATT, UNIVERSITE MONTPELLIER 2

Mme AFEF LEBouc, INP DE GRENOBLE

Membre(s) du jury :

M. NELSON SADOWSKI, UNIV.FED.DE SANTA CATARINA FLORIANOPOLIS, Président

M. JEAN-FRANCOIS LLIBRE, UNIVERSITE TOULOUSE 2, Membre

M. YVAN LEFEVRE, INP TOULOUSE, Membre

"Au milieu de l'hiver, j'ai découvert en moi un invincible été."

Albert Camus

Résumé

Le travail proposé est le résultat d'une collaboration entre le Laboratoire Laplace et l'IRT Saint-Exupéry. Il s'inscrit dans un projet visant à améliorer l'intégration des systèmes électriques afin d'électrifier les aéronefs. Le développement de l'énergie électrique à bord des aéronefs a de nombreux avantages : gain de masse, optimisation facilitée, . . . Plus précisément, c'est l'utilisation des machines électriques qui est ici étudiée. Actionneur, compresseur, beaucoup de systèmes utilisant des énergies non-électriques peuvent être remplacés par des machines électriques. Comme dans tout système de conversion d'énergie, des pertes sont présentes et ce sont les pertes magnétiques, appelées pertes fer, qui sont au cœur de cette thèse. Le réseau électrique avion, ainsi que les dispositifs de commande de ces machines, induisent une large augmentation de la proportion des pertes fer par rapport aux autres pertes. Les rendements diminuent et c'est surtout leur prédiction qui pose problème : les machines électriques sont surdimensionnées par sécurité, elles deviennent moins efficaces et le gain en masse est réduit.

C'est pourquoi il est indispensable d'une part de comprendre le comportement des matériaux magnétiques utilisés dans les machines électriques dans des conditions non-idéales : il s'agit de la caractérisation des matériaux magnétiques. D'autre part, il est nécessaire d'améliorer les modèles de pertes fer afin de rendre leur prédiction efficace et optimiser le dimensionnement des machines électriques. Plus leur prédiction sera précise, plus les facteurs d'influence sur les pertes seront déterminés. Il sera alors possible d'envisager une optimisation plus globale de la chaîne électromécanique. Cette thèse est une première étape vers cette intégration globale.

La caractérisation des matériaux est faite sous diverses conditions. Tout d'abord, des champs magnétiques B unidimensionnels sont étudiés. L'influence de leur spectre sur les pertes fer est au cœur de cette caractérisation : influence de l'amplitude ou de la fréquence dans le cas de champs sinusoïdaux, puis de la fréquence et de la phase d'harmoniques dans le cas de spectre plus complexes. Les pertes fer sont très sensibles à ces paramètres, ils sont donc à prendre en compte dans le dimensionnement des machines électriques. La modélisation des pertes proposée ensuite passe par une reconstitution du cycle d'hystérésis. Il s'agit donc de prédire le champ B à partir du champ H . Basée sur le modèle Play, la modélisation quasi-statique scalaire développée a montré sa précision et sa prédictibilité. Cependant, étant scalaire et quasi-statique, ce modèle ne fonctionne pas en fréquence. Un modèle analytique de courants de Foucault ainsi que des propositions de dynamisation ont été développés. Le modèle de courants de Foucault permettrait de tenir compte des effets de fréquence et donc de compléter le modèle quasi-statique.

Mots-clés :

Pertes fer, Matériaux magnétiques, Machines électriques, Modélisation

Abstract

The work proposed here took place in IRT Saint-Exupéry in collaboration with Laplace Laboratory. It is part of a project aiming for the integration of electrical systems improvement in order to electrify aircraft. The development of electrical energy aboard aircraft has many advantages : mass gain, optimization facilitated... More precisely, the using of electrical machines is studied here. Actuator, compressor, a lot of system using non-electric energies can be changed for electrical machines. As in any energy conversion system, losses cannot be avoided and especially iron losses, which are the main topic of this thesis.

The airplane electrical networks, as well as electrical machine control devices, induce a large increase in iron loss proportion compared to other losses. Yields are diminishing but iron loss prediction is the main issue : electrical machines are oversized for safety, become less efficient and the mass gain is reduced. That is why the understanding of the behavior, or characterization, of magnetic materials used in electrical machines under non-ideal conditions is essential. On the other hand, it is necessary to improve the iron loss models in order to make their prediction efficient and to optimize the electrical machine modeling. The more precise their prediction, the more the factors influencing the losses will be determined. It will then be possible to envisage a more global optimization of the electromechanical chain. This thesis is a first step towards this global integration. The magnetic material characterization was done under various conditions. First, one-dimensional flux density B have been studied. The influence of their spectrum on iron losses was the major purpose of this characterization : amplitude or frequency influence in the case of sinusoidal fields and then harmonic frequency or harmonic phase influence for more complex spectrum. Iron losses are very sensitive to these parameters.

Then, the proposed loss modelling goes through a reconstruction of the hysteresis cycle. Therefore, it consists in predicting B from the H field. Based on Play model, this scalar quasi-static modelling has shown its accuracy and predictability. However, being scalar and quasi-static prevent the model from any time-dependence. An analytical model of eddy currents and a dynamization proposal has been developed. With an eddy current model, frequency effects would be taken into account and thus would complete the quasi-static model.

Key words :

Iron loss, Magnetic materials, Electric machines, Modelling.

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés à l'Institut de Recherche Technologique (IRT) Saint-Exupéry au sein du département Aéronef plus Électrique et au Laboratoire PLASMA et Conversion d'Énergie (LAPLACE) au sein du Groupe de Recherche en Électrodynamique, Matériaux, Machines et Mécanismes Électroactifs (GREM3).

En premier lieu, je tenais à remercier mes directeurs de thèse Dr. Yvan Lefèvre, Chargé de Recherche au CNRS, mon directeur de thèse, et Dr. Jean-François Llibre, Maître de Conférence à l'Université Toulouse II, co-directeur de thèse, tout deux rattachés au GREM3. Yvan, merci pour ton encadrement scientifique et tes conseils avisés sur un grand nombre de sujets. J'ai beaucoup appris de ta vision, parfois exigeante mais toujours juste. Jean-François, je te remercie également pour ton encadrement scientifique et ton soutien sans faille durant la durée de la thèse. Tu as su m'aider comme il le fallait, autant sur le fond que sur la forme, toujours présent et prompt à me faire des retours détaillés sur mes différentes productions scientifiques. Je vous remercie vous deux très chaleureusement, travailler sur un tel sujet ne fut pas facile, mais bien qu'il reste toujours des choses à accomplir, je suis assez fier du travail que nous avons produit, ensemble.

Je tiens également à remercier Dr. Alix Bernot, encadrant de ma thèse au sein de l'IRT Saint-Exupéry, pour son grand apport scientifique, particulièrement bouillonnant au début de ma thèse. Beaucoup d'idées fleurirent de nos discussions, certaines n'ont pas abouties mais d'autres ont donné lieu à des résultats parmi les plus importants de ma thèse. Les nombreux débats qui nous animèrent, qu'ils soient scientifiques, sociologiques (et même parfois théologiques !) m'ont beaucoup apporté et ils ont, je le crois, aiguisé mon esprit scientifique.

Je souhaiterais également témoigner ma gratitude aux autres membres du jury :

- Pr. Nelson Sadowski, Professeur de l'Université Fédérale de Santa Catarina de Florianopolis, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance. Les échanges qui ont eu lieu lors de cette dernière et par la suite ont été enrichissants et je tenais à le remercier.
- Dr. Afef Kedous-Lebouc, Directeur de Recherche au CNRS rattachée à l'Institut National Polytechnique de Grenoble et au Laboratoire de Génie Électrique de Grenoble (G2Elab), pour avoir accordé un peu de son temps à rapporter ce travail de thèse. J'ai profondément apprécié les remarques constructives dont elle a fait part dans son rapport, très détaillé. Les discussions sur la physique des pertes fer, avant et pendant la soutenance, m'ont particulièrement enrichi et je l'en remercie pour cela.
- Pr. Daniel Matt, Professeur des Universités à l'Université de Montpellier et rattaché à l'Institut d'Électronique et des Systèmes pour avoir accepté la lourde tâche de rapporteur. J'ai beaucoup apprécié sa disponibilité avant la soutenance, son rapport précis et détaillé, ainsi que l'intérêt qu'il a témoigné pour mes travaux lors de la soutenance.

- Dr. Laurent Albert, Ingénieur de Recherche à L'IRT, pour son soutien scientifique et son aide précieuse depuis son arrivée à l'IRT fin 2016 jusqu'à la soutenance. Ses conseils m'ont beaucoup apporté et m'ont été d'un grand secours, tout particulièrement à partir du mois de juin 2017, merci Laurent.

Je tenais en outre à remercier tous les membres du groupe de recherche EM3 : Jean-François Rouchon, Frédéric Messine, Eric Duhayon, avec qui j'encadrais bon nombre de T.P. avant son départ, Dominique Harribey, qui m'a souvent dépanné du matériel de mesure et qui surtout, nous a souvent conté les anecdotes et aventures des membres de l'équipe, particulièrement celles de Carole Hénaux, que je remercie également de m'avoir soutenu et aidé dans ma volonté de faire une thèse, lorsque j'étais étudiant à l'ENSEEIH. Merci également à Clément Nadal, de retour récemment dans l'équipe, c'est grâce au stage que j'y avais fait en 2012, sous son encadrement, que je me suis définitivement déterminé à faire de la recherche scientifique. Ce stage était également encadré par François Pigache, que je remercie tout particulièrement pour son soutien moral pendant ces trois ans, ainsi que les discussions toujours très intéressantes en E318, E311 et surtout à San Sebastian. Merci à tous pour leur soutien et la bonne humeur qu'ils ont su diffuser au troisième étage pendant ces presque quatre années.

Je voudrais également remercier tous mes collègues de l'IRT : Régine Sutra-Orus, qui m'a fait confiance pour faire cette thèse au sein de l'équipe Aéonef plus Électrique, Arnaud Davy, Ludovic Ybanez, Gilles Segond pour son soutien moral et matériel durant ces trois ans, Vincent Pauvert également, pour l'apport scientifique et toutes les discussions, toujours intéressantes, que nous avons eu, Cédric Abadie, bêta-testeur thésard de l'IRT, pour ses conseils, autant sur la rédaction, l'administration ou même la vie de l'IRT, Loïc Hermette, Guillaume Belijar et tous les autres membres et collègues de l'équipe, Merci à tous. Merci également à l'équipe du Service Informatique, Mathieu, Florian, Benjamin et Steeve, toujours disponibles et à l'écoute de nos problèmes de doctorants. Merci aux plateformes, particulièrement à Pascal Frey, dont l'arrivée m'a simplifié la vie comme jamais. Je finirais par Aurore Risacher, pour son soutien indéfectible, dans notre bureau ou à la machine à café, qui a su nous comprendre et nous tempérer dans les moments les plus difficiles, merci.

À tous les collègues du LAPLACE que j'ai côtoyé pendant ma présence, à l'UPS comme à l'ENSEEIH, Emmanuel Sarraute pour l'intérêt qu'il porte à mes travaux depuis mon stage en 2014, les anciens Mika, Andala, Olivier pour les discussions politico-footballistiques qui ont égayé et rendu plus savoureux les déjeuners au RU, les autres doctorants du cinquième étage et du quatrième, Sami, Kiwi, Sylvain, Yann, Clément, Najoua et tous les autres, à tous les nouveaux doctorants que j'avais encadré en T.P. et parfois hors des murs de l'ENSEEIH, Matthieu, que j'avais même rencontré bien avant parfois, Kepa (eskerrik asko), et bien sûr à tous les doctorants du troisième qui ont partagé mon quotidien pendant trois ans (beaucoup plus pour certain), Gurvan, Jordan, Youness, Priscillia et tous les autres, merci. Je ne remercie pas Nicolas pour son humour douteux, mais je le remercie d'avoir été mon compagnon de route depuis la 2A GEA jusqu'à la fin de la thèse, merci pour ces moments de rigolade, j'espère que tout se passe bien outre-manche.

Comment ne pas faire une mention spéciale à mes collègues de bureau, que ce soit ceux de l'IRT, Anne, Victor et Arnaud (pas vraiment du bureau mais c'est

pareil), que la force soit avec vous, ou ceux du LAPLACE, Julien et Pedro, qui ont présidé et dirigé avec classe le E318, merci de m'avoir supporté et épaulé, merci pour les débats, les discussions scientifiques, politiques, filmiques, musicales ou personnelles. Au delà du travail, vous êtes devenus de véritables amis.

Merci à tous mes amis, ceux du rugby, Papy, Franck, Costa et les autres, vous m'avez apporté humour, calembours et galéjades pendant toute cette période difficile, que ce soit sur les réseaux sociaux ou bien sûr face à face, les yeux dans les yeux dans un vestiaire de rugby ou autour d'un comptoir de bar. Merci à mes amis qui sont loin mais toujours présent, Florian particulièrement, qui m'accompagne depuis nos 11 ans, ça commence à faire! Merci à Albin, reconverti en concierge de mes résidences secondaires fictives de la côte basque, depuis la Norvège et l'été 2013, c'est toujours autant un plaisir : merci pour les moments de surf, de skis, de pala et surtout à l'Estafete. Et enfin, merci à toute la bande de l'ENSEEIH, Julien, Rudy, Manu, Ioav, Casa et Loïc, le groupe que nous avons formé restera, je l'espère, encore longtemps uni. Merci pour tous les moments passés ensemble, dans nos collocations ou pendant nos retrouvailles régulières, dans tous les coins de France et de Navarre (mais surtout Rive-gauche à mon grand désespoir) et parfois même jusque dans le grand Nord, Takk.

J'ai également à cœur de remercier certain de mes professeurs, ceux qui m'ont sûrement oublié dans la masse infinie d'élèves qu'ils ont eu à leur charge. Bien qu'ils m'ont tous apporté (parfois en mal pour certain), deux d'entre eux méritent que je les remercie particulièrement. Tout d'abord, Frédéric Amauger, professeur de physique au Collège Anne Franck (du moins il y a 15 ans), pour m'avoir donné goût à la physique et à la science. Et surtout David Peyrou, professeur de Science de l'ingénieur au lycée D'Arsonval en classes préparatoires de 2009 à 2011. C'est grâce à lui que je n'ai pas abandonné, que j'ai choisi particulièrement l'ENSEEIH en Génie Électrique (choix que je n'ai jamais regretté) et qui m'a, dès 2010, parlé de la possibilité de faire une thèse puis de la recherche scientifique. Merci à vous deux.

Bien évidemment, je ne peux pas conclure ces remerciements sans mentionner toute ma famille, qui m'a toujours soutenu de toutes les manières possibles, dans ma démarche universitaire mais bien au delà, dans ma vie. Merci à eux, ma mère, mon père, ma sœur et bien sûr mes grands parents. Leur soutien sans faille depuis ma naissance, leurs encouragements et leurs conseils m'ont permis d'arriver où j'en suis.

Enfin, je terminerais en remerciant du fond du cœur ma Mathilde, qui m'a soutenu, aidé, amélioré mon quotidien pendant ces dernières années. Sans elle, je n'y serai probablement pas arrivé.

Table des matières

Résumé	xii
Abstract	xii
I Contextualisation et état de l'art des modèles de pertes fer	3
I.1 Contexte scientifique et conséquences sur les pertes fer	4
I.1.1 Contexte scientifique et industriel : l'avion plus électrique	4
I.1.2 Conséquences de l'électrification des aéronefs sur la conception des machines et leur pertes - orientation des travaux	7
I.2 La physique des pertes fer	10
I.2.1 De l'atome à la tôle ferromagnétique	10
I.2.2 Phénomènes physiques liés aux pertes fer dans les machines électriques	13
I.3 État de l'art des modèles de pertes fer dans les machines électriques .	15
I.3.1 Comment calculer les pertes fer	15
I.3.2 Modèles de calcul direct des pertes	16
I.3.3 Modèles de reconstitution de cycles d'hystérésis	18
Modèle de Jiles-Atherton	22
II Caractérisation unidimensionnelle des pertes fer	27
II.1 Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales	28
II.1.1 Présentation de l'hystérésigraphe MPG200	28
II.1.2 Influence de l'amplitude du champ d'induction magnétique sur les pertes	30
II.1.3 Influence de la fréquence sur les pertes	32
II.1.4 Séparation des pertes et modèle de Bertotti	33
II.2 Influence du spectre du champ magnétique sur les pertes fer - formes d'onde complexes	38
II.2.1 Influence de la fréquence des harmoniques	38
II.2.2 Amélioration de l'étude	44
II.2.3 Influence de la phase des harmoniques	49
III Modélisation quasi-statique des cycles d'hystérésis	55
III.1 Mise en contexte	56
III.2 Modélisation quasi-statique des pertes fer : évolution du modèle Play and Stop	56
III.2.1 Formulation théorique du modèle Play and Stop	56
III.2.2 Modification du modèle	67
III.2.3 Validation et test du modèle	76
III.2.4 Conclusion	88
III.3 Vers un modèle dynamique	88
III.3.1 Rendre le modèle Play dynamique	88

IV Modélisation des pertes par courants de Foucault	97
IV.1 Approche itérative : modélisation des courants de Foucault dans une tôle	98
IV.1.1 Définition du problème	98
IV.1.2 Développement de l'approche itérative	101
IV.2 Approche par résolution des équation de Maxwell : modélisation des courants de Foucault dans un tôle unitaire	103
IV.2.1 Formulation du problème	103
IV.2.2 Tôle en matériau linéaire	105
IV.2.3 Comparaison des différentes formulations analytiques des pertes avec une simulation par éléments finis	110
Comparaison des différents modèles analytiques de pertes	114
IV.3 Modèle de pertes dans un paquet de tôles	117
IV.3.1 Complexification du problème	117
IV.3.2 Prise en compte du coefficient de foisonnement	118
IV.3.3 Prise en compte de la saturation	123
IV.3.4 Méthodologie de calcul des pertes fer totales	134

Table des figures

I.1	Augmentation de la puissance électrique embarquée dans les avions - issue de [1]	5
I.2	Réseau électrique actuel d'un avion plus électrique	6
I.3	Modèle de l'atome de Rutherford-Bohr avec les moments magnétiques atomiques.	11
I.4	Exemple d'une maille cristalline de Fer (cubique-centrée) et du champ magnétique résultant (en rouge)	11
I.5	Domaines de Weiss observés grâce à la méthode de Bitter [16]	12
I.6	Parois de Bloch représentées en 3D - figure issue de [18]	13
I.7	Représentation d'un cycle d'hystérésis $B(H)$	14
I.8	Représentation du mécanisme des pertes par courants de Foucault dans une tôle ferromagnétique	15
I.9	Représentation de l'opérateur d'hystérésis du modèle de Preisach dans le cas général	19
I.10	Réseau d'opérateurs en parallèle constituant le modèle de Preisach	20
I.11	Application au ferromagnétisme : opérateur d'hystérésis magnétique.	21
I.12	Surface caractéristique du modèle Loss surface - présentée dans [36]	24
II.1	Amplificateurs servant de source de puissance	29
II.2	Vue générale du SST.	29
II.3	Zoom sur le SST - Circuit magnétique fermé	30
II.4	Zoom sur le SST - Circuit magnétique ouvert	30
II.5	Cycles d'hystérésis à 50 Hz	31
II.6	Cycles d'hystérésis à 1,5 kHz.	31
II.7	Évolution des pertes fer spécifiques en fonction de B - 50 Hz et 500 Hz	31
II.8	Évolution des pertes fer spécifiques en fonction de B - 1000 Hz et 1500 Hz	31
II.9	Évolution du champ coercitif H_c en fonction de B	32
II.10	Évolution du champ d'induction rémanente B_r en fonction de B	32
II.11	Cycles d'hystérésis à 0,5 T	32
II.12	Cycles d'hystérésis à 1,4 T	32
II.13	Évolution de H_c en fonction de la fréquence	33
II.14	Évolution de B_r en fonction de la fréquence	33
II.15	Évolution des pertes fer spécifiques en fonction de la fréquence	33
II.16	Méthode P/f en fonction de f pour obtenir k_H	34
II.17	Séparation des pertes pour $\hat{B} = 0,5$ T	35
II.18	Séparation des pertes pour $\hat{B} = 1$ T	35
II.19	Séparation des pertes pour $\hat{B} = 1,4$ T	35
II.20	Cycles d'hystérésis DC - 0,5 T - 1 T	36
II.21	Cycles d'hystérésis DC - 1,4 T	36
II.22	Modèle de phénoménologique issu de Bertotti : comparaison avec les pertes fer mesurées à différentes fréquences	38

II.23	Combinaison des formes d'ondes 1 et 2 : sinus avec harmonique de rang 3 - 1 T 500 Hz	40
II.24	Combinaison des formes d'ondes 1 et 3 : sinus avec harmonique de rang 7 - 1 T 500 Hz	40
II.25	Combinaison des formes d'ondes 1 et 4 : sinus avec harmonique de rang 19 - 1 T 500 Hz.	41
II.26	Combinaison des formes d'ondes 1 et 5 : sinus avec harmonique de rang 39 - 1 T 500 Hz.	41
II.27	Combinaison des formes d'ondes 1 et 2 : cycle d'hystérésis	42
II.28	Combinaison des formes d'ondes 1 et 3 : cycle d'hystérésis	42
II.29	Combinaison des formes d'ondes 1 et 4 : cycle d'hystérésis	43
II.30	Combinaison des formes d'ondes 1 et 5 : cycle d'hystérésis	43
II.31	Zoom sur le signal sinusoïdal à 0,5T avec un harmonique 19 - décomposition montée et descente	45
II.32	Zoom sur le signal sinusoïdal à 1T avec un harmonique 19 - décomposition montée et descente	45
II.33	Décomposition montée et descente sur le cycle DC à 0,5 T.	46
II.34	Décomposition montée et descente sur le cycle DC à 1 T.	46
II.35	Photo du SST avec mesure de température via un thermocouple fixé sur la tôle	47
II.36	Comparaison de B avec l'harmonique 3 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz	50
II.37	Comparaison de B avec l'harmonique 39 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz	50
II.38	Comparaison des cycles $B(H)$ avec l'harmonique 3 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz	51
II.39	Comparaison des cycles $B(H)$ avec l'harmonique 39 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz	51
II.40	Comparaison des cycles $B(H)$ avec l'harmonique 39 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz - zoom	52
III.1	Réseau de ressorts servant à l'analogie de la chaîne d'hystérons	57
III.2	Mise en évidence de l'effet mémoire du modèle pour $N = 4$: deux possibilités d'évolution descendantes à partir du point A.	58
III.3	Reconstitution du champ B à partir du champ H avec le modèle Play .	63
III.4	Identification des paramètres $q_{l,k}$ servant au lien entre les $b_{i,j}$ et les h_i .	65
III.5	Hypothèses sur les équations - formulation de Bobbio	66
III.6	Exemple d'un cycle majeur pour $H_{max} = 2000A/m$ avec deux cycles mineurs, $\varepsilon_0=500A/m$	68
III.7	Cycle mineur avec rebroussement à $3\varepsilon_0$	69
III.8	Cycle mineur avec rebroussement à $3\varepsilon_0$ - zoom	69
III.9	Cycle mineur avec rebroussement à $2\varepsilon_0$	69
III.10	Cycle mineur avec rebroussement à ε_0	69
III.11	Réglage de l'harmonique 3 - Forme d'onde du champ H pour identifier les paramètres, ici un rebroussement à 1000 A/m pour H_{max} de 2000 A/m	70
III.12	Hypothèse de modélisation : égalité de B pour des chaînes de mêmes historiques - $N=4$	72
III.13	Diagramme du fonctionnement du modèle Play proposé	75
III.14	Reconstitution d'un cycle d'hystérésis utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 4$	77

III.15	Reconstitution du champ B utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 4$	77
III.16	Reconstitution d'un cycle d'hystérésis utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 10$	77
III.17	Reconstitution du champ B utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 10$	77
III.18	Reconstitution d'un cycle d'hystérésis pour H sinusoïdal et $H_{max} =$ $1500A/m$ - $N = 4$	79
III.19	Reconstitution du champ B pour H sinusoïdal et $H_{max} = 1500A/m$ - $N = 4$	79
III.20	Reconstitution d'un cycle d'hystérésis pour H sinusoïdal et $H_{max} =$ $1000A/m$ - $N = 4$	79
III.21	Reconstitution du champ B pour H sinusoïdal et $H_{max} = 1000A/m$ - $N = 4$	79
III.22	champ H sinus avec un harmonique de rang 7.	81
III.23	Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 4$	81
III.24	Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 10$	81
III.25	Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 4$	82
III.26	Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 10$	82
III.27	Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 4$ - zoom	82
III.28	Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 10$ - zoom	82
III.29	Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H sinusoïdal 2000 A/m - $N = 4$	84
III.30	Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H sinusoïdal 2000 A/m - $N = 10$	84
III.31	Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7 $N = 4$	85
III.32	Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7 - $N = 10$	85
III.33	Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7 - $N = 4$ - Zoom	85
III.34	Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7- $N = 10$ - Zoom	85
III.35	Schéma présentant le lien entre le pas ε_0 et les point H auxquels un B peut être attribué par le modèle - Cas où $N = 4$ et $\varepsilon_0=500 A/m$	87
III.36	Champ H sinusoïdal avec un harmonique 7 d'amplitude plus faible - Test des limites du modèle	87
III.37	Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.36 pour $N = 4$	88
III.38	Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.36 pour $N = 10$	88
III.39	Champ H 2000 A/m à 500 Hz	89
III.40	Champ H 2000 A/m à 100 Hz	89
III.41	Champs B mesuré et reconstitué pour le champ de la figure III.39 - 50 Hz	90

III.42	Cycles $B(H)$ pour le champ de la figure III.39 - 50 Hz.	90
III.43	Champs B mesuré et reconstitué pour le champ de la figure III.40 - 100 Hz.	90
III.44	Cycles $B(H)$ pour le champ de la figure III.40 - 100 Hz	90
III.45	Interpolation du cycle $B(H)$ reconstitué pour le champ de la figure III.39 - 50 Hz	91
III.46	Interpolation du cycle $B(H)$ reconstitué pour le champ de la figure III.40 - 100 Hz	91
III.47	Champ H utilisé pour le modèle - sinus avec un harmonique de rang 7 - 2000 A/m à 50 Hz	91
III.48	Champ H utilisé pour le modèle - sinus avec un harmonique de rang 7 - 2000 A/m à 100 Hz	91
III.49	Champs B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.47 - 50 Hz	92
III.50	Cycles $B(H)$ reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.47 - 50 Hz	92
III.51	Cycle B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.47 - Zoom - 50 Hz	92
III.52	Interpolation du cycle reconstitué pour le champ de la figure III.47 - 50 Hz	92
III.53	Champs B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz.	93
III.54	Cycles $B(H)$ reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz.	93
III.55	Cycle B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz - Zoom.	93
III.56	Interpolation du cycle reconstitué pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz.	93
III.57	Prise en compte du gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence : recalage du bon B à chaque pas de H en tenant compte de la variation de H avec la fréquence	94
IV.1	Schéma de la tôle insérée dans le SST	99
IV.2	Schéma de la tôle dans le cadre d'étude proposé	100
IV.3	Schéma de circulation des courants de Foucault dans une tôle dans le cadre d'étude proposé	100
IV.4	Schéma de la tôle soumise à un flux magnétique dans le cadre d'étude proposé	104
IV.5	Rapport e/δ en fonction de la fréquence pour $e=2\text{mm}$	109
IV.6	Représentation de la tôle en 2D pour le calcul par éléments finis	111
IV.7	Maillage de la tôle pour le calcul par éléments finis	111
IV.8	Lignes de flux à 50 Hz.	111
IV.9	Lignes de flux à 5000 Hz	111
IV.10	Champ d'induction magnétique à 50 Hz	111
IV.11	Champ d'induction magnétique à 5000 Hz	111
IV.12	Pertes par courants de Foucault à 50 Hz	112
IV.13	Pertes par courants de Foucault à 5000 Hz	112
IV.14	Validation du calcul des pertes par courants de Foucault	113
IV.15	Distribution spatiale du module de B dans la tôle.	113
IV.16	Distribution spatiale du module de B dans la tôle - Zoom	113
IV.17	Validation du calcul de potentiel vecteur	114

IV.18	Validation du calcul de la densité des courants de Foucault	114
IV.19	Comparaison des modèles analytiques - Bertotti, perturbatif et par calcul direct.	115
IV.20	Comparaison des modèles analytiques - Bertotti et calcul direct	115
IV.21	Comparaison des modèles et réduction du problème	116
IV.22	Comparaison des modèles et réduction du problème - Zoom.	116
IV.23	Proportion de l'épaisseur de peau sur l'épaisseur de la tôle	116
IV.24	Écart relatifs entre les pertes des modèles simplifiés et celles du modèle complet	117
IV.25	Schéma représentant une partie de la culasse statorique	118
IV.26	Paquet de tôles	118
IV.27	Schéma de la tôle dans le paquet de tôles	119
IV.28	Modèle de simulation de la tôle dans le paquet de tôles.	121
IV.29	Comparaison des pertes fer analytiques et issues de simulation.	121
IV.30	Validation du calcul de $B - c=0,90$	122
IV.31	Validation du calcul du potentiel vecteur - $c=0,90$	122
IV.32	Validation du calcul de la densité de courants de Foucault - $c=0,90$. .	122
IV.33	Comparaison des pertes pour $c=0,90$ et $c=0,98$	123
IV.34	Courbe de première aimantation du NO20	124
IV.35	B sinusoïdal considéré pour l'approche au 1er harmonique - $B_m = 1,8T$	125
IV.36	H correspondant au B sinusoïdal	125
IV.37	Perméabilités μ issues des trois approches.	126
IV.38	Courbe $B(H)$ reconstituée à partir de μ dans chacun des cas	126
IV.39	Courbe $B(H)$ reconstituée à partir de μ dans chacun des cas - Zoom. .	126
IV.40	Champ B maximal atteint dans la tôle pour les deux méthodes - $B_m=1,8 T$	128
IV.41	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 0,5 T$	129
IV.42	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 0,5 T$	129
IV.43	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 0,5 T$	129
IV.44	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 0,5 T$	129
IV.45	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 1 T$	130
IV.46	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 1 T$	130
IV.47	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 1 T$	130
IV.48	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 1 T$	130
IV.49	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 1,4 T$	131
IV.50	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 1,4 T$	131
IV.51	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 1,4 T$	132
IV.52	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 1,4 T$	132

IV.53	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 1,8 T$	132
IV.54	Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 1,8 T$	132
IV.55	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90 - 1,8 T$	133
IV.56	Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98 - 1,8 T$	133
IV.57	Amplitude maximale de B atteinte dans la tôle - Issue de simulation pour $B_m = 1,8T$	134
IV.58	Pertes fer dans une tôle de NO20 - Modèle analytique pour $B_m = 1,8T$	134
IV.59	Méthodologie n°1 de calcul de pertes	135
IV.60	Méthodologie n°2 de calcul de pertes	136
IV.61	Schéma de la tôle dans le stack	143

Liste des tableaux

I.1	Type de matériaux en présence d'un champ magnétique	12
I.2	Coefficients du modèle de Jiles-Atherton	23
II.1	Caractéristiques des tôles NO20 utilisées.	29
II.2	Coefficient k_H obtenus par la méthode P/f - NO20	34
II.3	Coefficient k_e obtenus par différenciation - NO20	35
II.4	Énergie dissipée dans la tôle et coefficients pour les différentes valeurs de \hat{B}	37
II.5	Coefficients phénoménologiques obtenus par caractérisation - NO20.	37
II.6	Fréquences, amplitudes et pertes des formes d'ondes sinusoïdales utilisées.	40
II.7	Pertes fer des formes d'ondes combinées (sinus avec un harmonique)	42
II.8	Contribution de la fréquence de l'harmonique sur les pertes fer - écarts relatifs pour 1500 Hz, 3500 Hz, 9500 Hz et 19500 Hz	43
II.9	Correspondance entre B_{DC} et H_{DC} et pertes fer avec offset associées - 0,5 T	45
II.10	Correspondance entre B_{DC} et H_{DC} et pertes fer avec offset associées - 1T	46
II.11	Calcul des nouveaux écarts relatifs pour l'harmonique 19 à 0,5 T et 1 T	47
II.12	Augmentation de la température dans le cas des mesures avec B de la figure II.25 pour 0,5 T et 1 T	48
II.13	Prise en compte de l'amplitude du fondamental \hat{B} sur la contribution de la fréquence de l'harmonique 19 sur les pertes fer	48
II.14	Contribution de la phase de l'harmonique 3 aux pertes fer - écarts relatifs pour un harmonique en opposition de phase et en quadrature	52
II.15	Contribution de la phase de l'harmonique 39 aux pertes fer - écarts relatifs pour un harmonique en opposition de phase et en quadrature	52
III.1	Chemin n°1 : Passage du point A à un point de force nulle en faisant directement décroître la force F de manière monotone	59
III.2	Chemin n°2 : Passage du point A à un point de force nulle en augmentant puis diminuant la force F	59
III.3	Suite possible du Chemin n°2 : Aller-retour $F \rightarrow G \rightarrow G$	60
III.4	Analogie entre le système de ressort et un système à hystérésis magnétique.	60
III.5	Exemple pour une discretisation $N = 4$ - Présentation des paramètres du modèle.	62
III.6	Exemple pour une discrétisation $N = 4$ - Présentation des paramètres du modèle - Suite	62
III.7	Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour le plus grand cycle d'hystérésis ($l = 4$)	64
III.8	Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour $l = 3$)	65

III.9	Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour $l = 2$)	65
III.10	Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour $l = 1$)	66
III.11	Exemple de l'influence des cycles mineurs, $N = 4$ - cas sans effet sur l'historique avec un rebroussement en $2\varepsilon_0$	67
III.12	Exemple de l'influence des cycles mineurs, $N = 4$ - cas avec effet sur l'historique avec un rebroussement en ε_0	68
III.13	Liste des mesures à faire pour identifier les $q_{i,j}$ dans le cas général . . .	71
III.14	Liste des mesures à faire pour identifier les $q_{i,j}$ pour $N = 4$	71
III.15	Équations pour le cycle mineur rebroussant en $-3\varepsilon_0$ ($C_H = [-3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$) 72	
III.16	Équations pour le cycle mineur rebroussant en $-2\varepsilon_0$ ($C_H = [-2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, -\varepsilon_0]$) 73	
III.17	Équations pour le cycle mineur rebroussant en $-\varepsilon_0$ ($C_H = [-\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$)	73
III.18	Équations pour le cycle mineur rebroussant en 0 ($C_H = [0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$) . .	73
III.19	Équations pour le cycle mineur rebroussant en ε_0 ($C_H = [\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$)	73
III.20	Équations conservées pour $N=4$	74
III.21	Exemple d'interpolation linéaire dans un cas général	83
III.22	Exemple sur deux interpolations linéaires	83
III.23	Écarts relatifs entre pertes fer reconstituées par le modèle et pertes fer mesurées	84
IV.1	Caractéristiques de la tôle utilisée dans la simulation par éléments finis et dans le calcul analytique	110
IV.2	Erreurs relatives moyennes entre 50 Hz et 5 kHz	133
IV.3	Coefficients du modèle de Bertotti obtenus par caractérisation - M250-35A	141
IV.4	Coefficients du modèle de Bertotti obtenus par caractérisation - M270-35A	141
IV.5	Coefficients du modèle de Bertotti obtenus par caractérisation - M400-50A	142

Introduction générale

L'unification de l'électricité et du magnétisme proposée par Maxwell en 1873 à la suite des travaux de Faraday a radicalement changé la physique moderne. La maîtrise des champs électromagnétiques a permis d'imaginer de nombreux concepts, comme les machines électriques, qui sont basées sur une conversion électromécanique de l'énergie. C'est l'interaction entre champs magnétiques qui permet de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique. Les matériaux ferromagnétiques sont alors essentiels au fonctionnement des machines : ils permettent l'établissement et la circulation des champs magnétiques. Chaque transition d'énergie engendre des pertes. La circulation du champ magnétique ne déroge pas à la règle : des pertes liées au passage du champ apparaissent dans les matériaux ferromagnétiques, ce sont les pertes fer.

Le développement de l'électronique de puissance et de nouveaux moyens de contrôle et d'alimentation des machines électriques ont modifié la conjecture scientifique. Il est désormais possible de dimensionner des actionneurs électromagnétiques très performants, rendant envisageable le remplacement de nombreux actionneurs traditionnels (hydrauliques, pneumatiques...) par ces derniers. L'électrification des aéronefs est alors envisagée, afin d'améliorer leurs performances et de faire face aux enjeux écologiques et économiques du 21^{ème} siècle. C'est un sujet de recherche majeur à l'Institut de recherche technologique (IRT) Saint-Exupéry. L'IRT est un consortium collaboratif entre des partenaires industriels et les laboratoires académiques du bassin toulousain. En raison de sa localisation, la majeure partie des travaux conduits concerne le milieu aéronautique.

Les travaux de recherches présentés dans cette thèse ont été effectués via une collaboration entre l'IRT et le groupe de recherche en électrodynamique (GREM3) du laboratoire Laplace. Ils s'intéressent à l'étude des pertes fer dans les machines électriques, plus particulièrement à la caractérisation des matériaux magnétiques et à la modélisation des pertes fer, dans le contexte de l'électrification des aéronefs. La problématique de ces travaux est donc d'améliorer notre compréhension du comportement des pertes fer ainsi que leur modélisation. Il s'agit de mieux prédire les pertes fer pour perfectionner l'intégration de la chaîne électromécanique à bord des aéronefs, dans le cadre de l'avion plus électrique.

Pour répondre à cette problématique, il est tout d'abord nécessaire de bien comprendre les enjeux de l'électrification des aéronefs et ses conséquences sur les machines électriques. Le changement des réseaux de bord et l'augmentation de la densité de puissance embarquée modifient l'utilisation des actionneurs électromécanique : leur vitesse augmente, ainsi que leur alimentation. Les pertes fer deviennent alors de plus en plus prépondérantes. Cette contextualisation est présentée au chapitre I. Elle sert d'introduction à l'état de l'art des différents modèles de pertes fer, également présenté dans ce chapitre après une brève explication des mécanismes physiques liés aux pertes fer.

Les nouveaux modes d'alimentation, la conception de machines pour l'avion plus électrique ainsi que la modélisation des pertes fer introduits au chapitre I

mettent en avant un besoin essentiel : la caractérisation des matériaux magnétiques. Ce sera l'objet du chapitre II de cette thèse. Nous commencerons par une caractérisation sous champs magnétiques sinusoïdaux de tôles ferromagnétiques. On pourra ainsi étudier en détail un des modèles analytiques les plus utilisés, le modèle de Bertotti. Sa simplicité de mise en œuvre est séduisante, mais son domaine d'utilisation étant trop réduit (il ne fonctionne que pour des champs sinusoïdaux). Une modélisation plus performante est nécessaire. Il existe des versions en spectres plus complexes, basées sur une décomposition en série de Fourier. Il est donc indispensable de changer de type de caractérisation, et de nous intéresser à l'influence de la fréquence et de la phase des harmoniques du champ, lorsque celui n'est pas sinusoïdal. Cette étude est présentée en seconde partie du chapitre II.

La caractérisation des matériaux magnétiques soulève différents problèmes. Le premier problème est le manque de précision du modèle de Bertotti pour des champs avec contenu harmonique. Le champ n'est pourtant que très rarement sinusoïdal dans une machine électrique. Suivant la décomposition en différentes contributions des pertes fer du modèle de Bertotti, nous avons décidé de commencer par mettre en place un modèle d'hystérésis magnétique. Nous nous sommes basé sur le modèle Play : c'est un modèle scalaire de la famille du modèle de Preisach. La modélisation, présentée au chapitre III, apportera des modifications au modèle original. Le modèle modifié sera prédictif pour des formes de champs complexes générant des cycles mineurs. Les tests en fréquence qui la suivront permettront de statuer sur le caractère quasi-statique de ce modèle.

C'est dans ce sens que le chapitre IV proposera une modélisation des courants de Foucault. Elle permettra de venir compléter le modèle quasi-statique développé au chapitre III. Elle sera basée sur différentes approches. Tout d'abord une approche itérative qui décompose les mécanismes physiques en différentes étapes sera proposée. Ensuite, il s'agira d'établir directement une formulation des pertes par courants de Foucault à partir des équations de Maxwell et d'une formulation du potentiel vecteur magnétique. Enfin, elle sera étendue pour prendre en compte la saturation des matériaux magnétiques et la mise en paquet de tôles dans une machine électrique. Il faudra alors calculer la perméabilité magnétique grâce à différentes méthodes, et reformuler le problème pour tenir compte des isolants entre les tôles dans un même paquet. Pour finir, une méthodologie sera proposée pour relier modélisation quasi-statique de l'hystérésis et calcul des pertes par courants de Foucault. Elle permet de déterminer les pertes fer de manière analytique, en les décomposant en contributions statiques et dynamiques, calculées indépendamment avec le modèle quasi-statique et le modèle de pertes par courants de Foucault.

Chapitre I

Contextualisation et état de l'art des modèles de pertes fer

Ce chapitre introduit les travaux de recherche à travers une mise en contexte du cadre scientifique et industriel. Ce dernier impose un certain nombre de problématiques qui ont défini nos axes de travail. C'est pour y répondre que nous avons décidé d'articuler notre travail tel qu'il est présenté dans ce chapitre et plus largement dans cette thèse. Il aborde également les mécanismes physiques à l'origine des pertes fer et propose un état de l'art non-exhaustif des modèles de pertes fer.

Sommaire

I.1 Contexte scientifique et conséquences sur les pertes fer	4
I.1.1 Contexte scientifique et industriel : l'avion plus électrique . .	4
I.1.2 Conséquences de l'électrification des aéronefs sur la conception des machines et leur pertes - orientation des travaux . .	7
I.2 La physique des pertes fer	10
I.2.1 De l'atome à la tôle ferromagnétique	10
I.2.2 Phénomènes physiques liés aux pertes fer dans les machines électriques	13
I.3 État de l'art des modèles de pertes fer dans les machines électriques	15
I.3.1 Comment calculer les pertes fer	15
I.3.2 Modèles de calcul direct des pertes	16
I.3.3 Modèles de reconstitution de cycles d'hystérésis	18

Introduction

Ce chapitre propose une mise en contexte et un état de l'art des pertes fer dans les machines électriques pour l'aéronautique. Le cadre industriel de l'avion plus électrique est d'abord présenté dans la première section : il s'agit de remarques générales qui serviront à introduire ce chapitre.

Ensuite, des rappels sur les pertes fer et leur origine physique permettront d'aborder sereinement la dernière section, qui concerne les différents modèles de pertes fer. La liste des différentes approches sera la plus complète possible mais ne peut être totalement exhaustive. Seuls les modèles les plus utilisés sont présentés.

I.1 Contexte scientifique et conséquences sur les pertes fer

I.1.1 Contexte scientifique et industriel : l'avion plus électrique

Actuellement, l'électrification des aéronefs est au cœur de nombreuses études. Les chiffres et assertions avancés ici sont essentiellement basés sur les publications des auteurs de [1] et [2], qui présentent les enjeux de l'avion plus électrique.

Enjeux économiques et évolution de la puissance électrique embarquée

Compte-tenu de la démographie mondiale et de l'évolution économique, le trafic aérien va augmenter de 5% par an jusqu'en 2020. La forte compétition entre les industriels de l'aéronautique américains et européens, ainsi que l'émergence des industriels asiatiques poussent à plus de compétitivité. Un kilogramme embarqué en moins peut faire gagner jusqu'à 1000\$ par vol. En plus d'être économique, l'enjeu est aussi écologique puisque l'aviation civile représentait à elle seule 2% des émissions de CO_2 en 2008 [1]. Un kilogramme gagné par vol peut faire économiser 1700 tonnes de carburant par an soit 5700 tonnes annuelles de CO_2 .

Le besoin de puissance électrique n'a fait qu'augmenter ces dernières décennies, à travers un renforcement des systèmes aéronautiques conventionnels par des systèmes électriques. Par exemple, la Caravelle embarquait en 1960 moins de 100kVA de puissance électrique, contre plus de 1000kVA pour le Boeing 787 en 2010 (figure I.1). Ceci a entraîné une profonde modification du réseau de bord et des équipements.

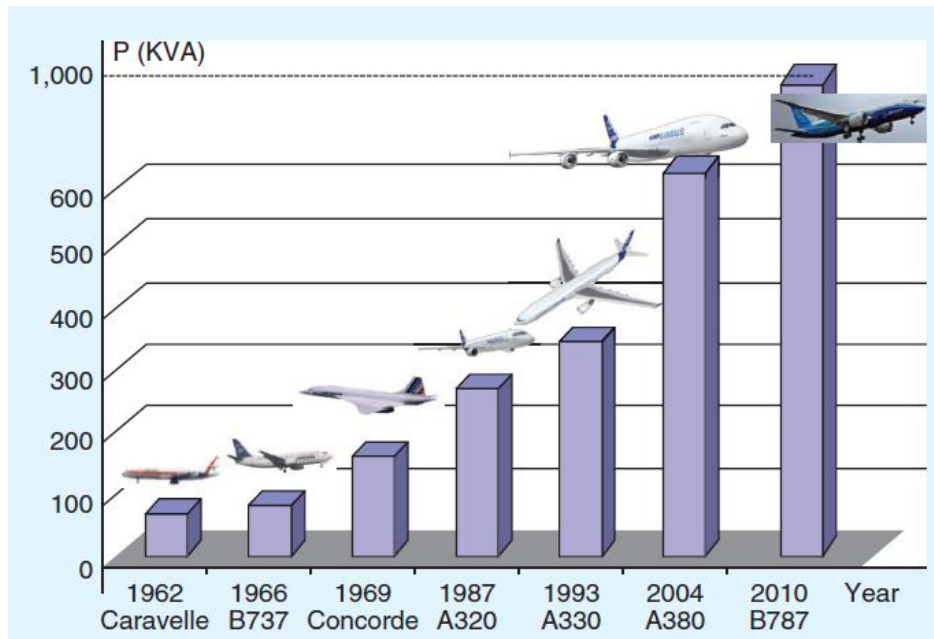


FIGURE I.1 – Augmentation de la puissance électrique embarquée dans les avions - issue de [1]

L'avion conventionnel et l'évolution du réseau de bord

Quatre vecteurs d'énergie sont présents à bord d'un avion conventionnel [2] :

- le vecteur d'énergie pneumatique, qui permet le conditionnement de l'air, le dégivrage des ailes au niveau des bords d'attaques ou même le démarreur des propulseurs,
- le vecteur d'énergie hydraulique qui permet de faire fonctionner et de contrôler les différentes pompes et actionneurs de vol (vérins hydrauliques),
- le vecteur d'énergie mécanique qui dirige les pompes et les actionneurs ainsi que les différents réducteurs présents à bord,
- le vecteur d'énergie électrique qui supportait jusqu'à présent l'avionique et les charges dites commerciales, i.e. présentes en cabines pour le confort des passagers.

Le réseau électrique était à fréquence fixe, par exemple 115/200 VAC 400Hz pour l'A320, l'A330 ou l'A340. Ce choix permettait de simplifier l'utilisation des différents systèmes de transmissions mécaniques fonctionnant à vitesse constante. Sur des appareils plus récents, comme l'A380 ou l'A350, la fréquence est variable et la tension est plus importante (230/400 VAC) afin de suivre l'augmentation du besoin en densité de puissance. Elle permet en outre l'utilisation de charges fonctionnant à fréquence variable, typiquement des convertisseurs statiques. L'utilisation de l'électronique de puissance permet de développer de nouvelles solutions technologiques pour remplacer les systèmes conventionnels. Par exemple, la génération d'énergie électrique via des machines synchrones à aimants permanents (MSAP) intégrées aux propulseurs [3]. Ou encore les actionneurs électro-hydrauliques ou EHA qui sont intégrés à l'A380 : il s'agit d'un ensemble onduleur-MSAP qui sert de pompe hydraulique pour un actionneur hydraulique classique de commande de vol.

Le remplacement des vecteurs d'énergies pneumatiques et hydrauliques par l'énergie électrique correspond à ce qui s'appelle un réseau *Bleedless*. Les réseaux

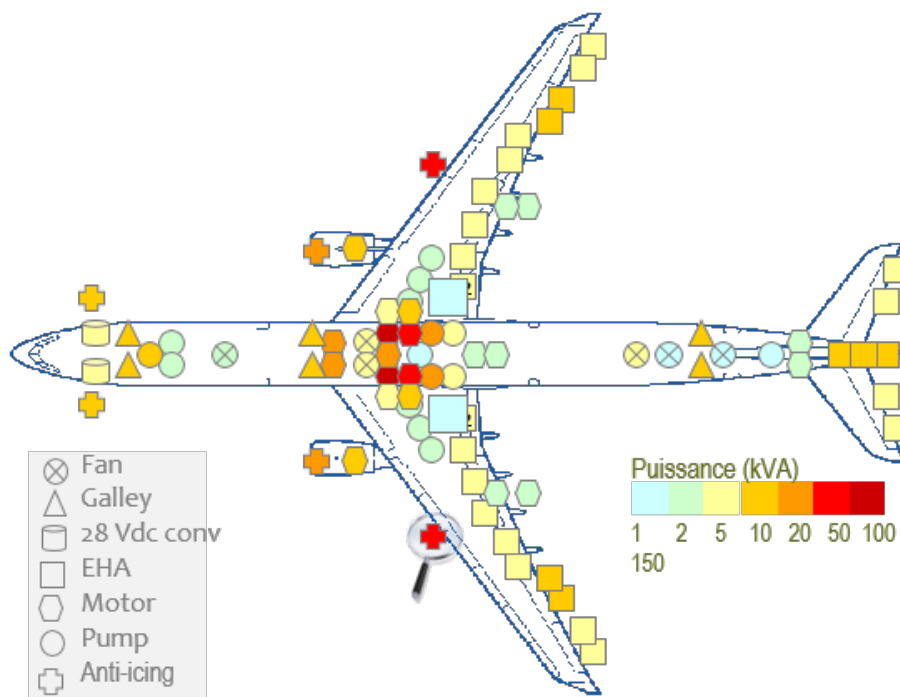


FIGURE I.2 – Réseau électrique actuel d'un avion plus électrique

hydrauliques et pneumatiques sont remplacés par un réseau et des systèmes électriques remplissant les fonctions des anciens systèmes. Il n'est pas encore possible de remplacer intégralement le réseau hydraulique. Pour des raisons de sécurité, on préfère encore les actionneurs hydrauliques (voir paragraphes suivants). Néanmoins, le réseau hydraulique est considérablement réduit et est généralement localisé sur chaque actionneur. En revanche, le réseau pneumatique peut entièrement être retiré. Le réseau électrique actuel prend la forme de la figure I.2.

Les avantages de l'avion plus électrique

Le choix de l'électrification des aéronefs est essentiellement lié au gain de masse important directement induit. Ce gain de masse permet un gain économique mais également écologique, réduisant l'impact sur l'environnement en réduisant la consommation de carburant.

Le gain en consommation est également lié à l'utilisation de nouveaux systèmes électriques performants. En effet, l'utilisation de l'énergie électrique permet une rationalisation de la consommation d'énergie en simplifiant la gestion de la puissance embarquée. La disponibilité des avions s'en trouve augmentée, puisque la subdivision en sous-systèmes facilite largement le dépannage des avions (75% des vols en retards sont liés à une défaillance d'un système [1]). Bien que la fiabilité des systèmes électriques n'est pas spécialement meilleure, il paraît envisageable de l'améliorer grâce aux évolutions technologiques et au développement du *Health monitoring*, ou gestion de la santé des systèmes, facilité par l'emploi de l'énergie électrique.

Les nouveaux défis de l'avion plus électrique

Le contexte aéronautique impose deux contraintes principales : un environnement extrême et une sécurité drastique. Les variations de température sont

grandes : la température de l'avion peut par exemple atteindre plus de 70°C au sol en Arabie saoudite et descendre jusqu'à -50°C en haute-altitude, où la pression atmosphérique sera également très faible. Ces contraintes de température et de pression imposent une intégration optimisée des systèmes électriques et l'utilisation de technologies spécifiques. Par exemple, à de telle niveau de pression, le claquage diélectrique des isolants des machines électriques ainsi que l'apparition de décharges partielles sont facilités [4][5]. Les conditions de température induisent également des conditions d'utilisation bien particulières des machines électriques. Il est donc indispensable d'étudier les pertes dans les machines électriques dans ce contexte aéronautique.

La sécurité est elle aussi un enjeu. L'électrification des aéronefs, par l'introduction d'actionneurs électriques, peut être source de nouveaux types de pannes. Le grippage est un très bon exemple. En cas de panne, un actionneur électromagnétique peut se bloquer dans une position non-désirée, entraînant la perte de contrôle de l'aéronef et son crash s'il s'agit de commandes de vol. Ce problème n'apparaît pas avec les actionneurs hydrauliques qui par nature laissent la voilure libre en cas de panne. D'autres pannes peuvent être provoquées par un échauffement excessif. Les pertes dans les machines apparaissent encore une fois comme un point à ne pas négliger.

La conception de machines électriques, que ce soit pour jouer un rôle de compresseur, de pompe ou d'actionneur, est au centre de l'électrification des aéronefs. La section suivante en propose une revue rapide.

I.1.2 Conséquences de l'électrification des aéronefs sur la conception des machines et leur pertes - orientation des travaux

Ce paragraphe a pour objectifs de montrer les contraintes imposées par l'avion plus électrique au dimensionnement des machines électriques, l'impact sur les pertes fer et d'expliquer comment nous avons orienté nos travaux pour y répondre.

Les différents types de pertes d'une machine électrique

En tant que système de conversion d'énergie, une machine électrique met en jeu différents types de vecteur d'énergie : chacun de ces vecteurs comporte des pertes. Il y a notamment [6] :

Les pertes par effet Joule Elles apparaissent dans les bobinages de la machine et se dissipent par effet Joule. Elles s'expriment en fonction de la résistivité ρ du cuivre et la densité de courant J circulant dans le bobinage :

$$P_{\text{cuivre}} = \rho \cdot J^2 \quad (\text{I.1})$$

Notons ici que l'on parle bien des pertes dans les différents bobinages de la machine. Les courants induits par la circulation du champ magnétique dans les matériaux magnétiques, appelés courants de Foucault, se dissipent également par effet Joule. Les pertes qu'ils génèrent ainsi sont intégrées aux pertes fer. Ces dernières recouvrent toutes les pertes présentes dans les matériaux magnétiques. De nombreux modèles existent : ils font l'objet d'une section dédiée à la fin de ce chapitre.

Les pertes mécaniques liées aux efforts mécaniques générés lors de la rotation du rotor. Il existe différents types de pertes mécaniques. Les pertes aérauliques P_a

dues aux frottement dans l'air, s'expriment :

$$P_a = \pi \cdot \rho_{air} C_d \cdot L \cdot R^4 \Omega^3 \quad (I.2)$$

Avec :

- C_d un coefficient de frottement dépendant du nombre de Reynolds lié à l'écoulement de l'air de densité ρ_{air} ,
- L la longueur du rotor,
- R son rayon,
- et Ω sa vitesse de rotation.

Le rotor est généralement maintenu par des roulements. Dans le cas de roulement à billes, les pertes par frottement mécanique P_r s'expriment :

$$P_r = K \cdot \Omega^\alpha \quad (I.3)$$

Où K et α sont des coefficients déterminés expérimentalement.

Les pertes influent directement sur le rendement de la machine et donc sur son dimensionnement. De plus, elles génèrent une dissipation d'énergie qu'il est nécessaire d'évacuer. Ces points sont traités ci-après.

Le couple électromagnétique au cœur du dimensionnement

Le dimensionnement n'est pas le sujet des travaux présentés ici. Cependant, l'électrification des avions introduit des contraintes sur le dimensionnement qui modifient la répartition des différentes pertes dans les machines électriques. C'est pourquoi il est important d'aborder rapidement un point central du dimensionnement : le couple électromagnétique.

Son expression peut se déterminer à partir des équations du Maxwell, puis par un calcul du champ et enfin la dérivée de l'énergie libre à flux constant et à température constante [7]. L'avantage de cette formulation du couple est qu'elle offre une expression liant directement une grandeur physique (le couple) déterminante pour l'application et des paramètres géométriques de la machine. Combinée à d'autre formulation, par un bilan de puissance par exemple, on peut exprimer ces données géométriques à des données électriques liées au fonctionnement dans le contexte aéronautique.

Prenons l'exemple de la machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses. L'expression du couple électromagnétique est donnée équation I.4 :

$$C_{em} = 2 \cdot \mathcal{V} \cdot K_{eff} \cdot B_{eff} \cdot \cos(\psi) \quad (I.4)$$

Où :

- \mathcal{V} : volume du rotor
- K_{eff} : valeur efficace de la densité de charge linéique
- B_{eff} : valeur efficace du champ B dû aux aimants
- ψ : angle entre la force électromotrice à vide et le courant

Le couple dépend donc du volume du rotor, de la source de champ statorique, de la source de champ rotorique et de l'angle entre la force électromotrice à vide et le courant. Selon les matériaux utilisés, il donne également la masse du rotor. Les sources de champs font intervenir de nombreux paramètres de structure (nombre de pôles, nombre d'encoques par phase, largeur d'aimant, etc ...). Comme expliqué précédemment, il est possible de relier cette expression du couple à d'autres grandeurs via un bilan de puissance, en faisant intervenir la puissance électrique,

les pertes Joule et fer ainsi que la vitesse de rotation de la machine. Dans notre exemple de machine synchrone à aimants permanents, la vitesse de rotation correspond à la fréquence du champ statorique au nombre de paire de pôles près.

En théorie, n'importe quel couple peut être atteint avec suffisamment de charge linéique, à volume de rotor fixé. Cependant, il faut pouvoir faire transiter cette charge : plus elle sera grande plus le moteur chauffera par effet Joule et plus il faudra évacuer de calories. Trop de chaleur diminue la durée de vie des isolants. Les matériaux et leurs choix conditionnent le dimensionnement, d'un point de vue thermique comme mécanique.

Pour les machines à basses vitesses, ce sont les pertes Joule qui sont prépondérantes. Elles sont proportionnelles au produit de la charge linéique et de la densité de courant. À couple constant, pour diminuer les pertes Joule, on augmente le champ B dû aux aimants dans l'entrefer. Il est alors limité par l'aimantation à saturation des matériaux utilisés. Pour les machines à hautes vitesses, les pertes fer deviennent prépondérantes [8] et il faut choisir un matériau avec des pertes faibles. Dans les deux cas, le choix des matériaux est essentiel.

Finalement, le couple est limité par la thermique, la mécanique et les matériaux utilisés. Pour atteindre les puissances d'utilisation, c'est parfois la vitesse de la machine qu'il faut augmenter. Ces facteurs changent radicalement la répartition des pertes dans la machine. Ce changement est détaillé au paragraphe suivant.

Contraintes de masse, de milieu et orientation des travaux

Pour réduire la masse et les dimensions générales des actionneurs électriques, la fréquence de conversion électromécanique, i.e. la fréquence du champ statorique dans le cas d'une machine synchrone, doit être augmentée [9]. En effet, augmenter le nombre de paires de pôles peut réduire la quantité de partie active (fer doux, aimants permanents, cuivre). De plus, pour atteindre les densités de puissance élevées exigées par l'électrification des avions tout en conservant une certaine compacité et masse, la vitesse de rotation est également augmentée. La fréquence du champ est donc également plus haute pour cette raison.

Un des problèmes majeurs de l'accroissement de la fréquence du champ est l'augmentation des pertes fer qui en résulte [10] [11]. Ainsi, pour la machine étudiée dans [12], à 60Hz les pertes fer sont 10 fois inférieures aux pertes cuivre (20 W contre 200 W), mais à 220 Hz, elles sont égales (110 W). Enfin, à 260 Hz, les pertes fer représentent 250 W contre seulement 75 W pour les pertes cuivre. De plus, une fréquence variable n'est possible que grâce au développement de l'électronique de puissance, qui introduit l'utilisation de spectres complexes pour le champ. Ce contenu harmonique fait lui aussi augmenter les pertes fer. Les modèles les plus courants de pertes fer ont généralement pour base un champ d'induction B sinusoïdal. Il donc est nécessaire de reprendre la caractérisation des matériaux magnétiques. Nous avons donc orienté nos travaux vers l'étude de modèles simples basés sur une caractérisation sinusoïdale, afin d'appréhender leurs limites. De plus, les spectres complexes doivent absolument être abordés. Le contenu harmonique B influe sur les pertes fer : il est important de caractériser les matériaux pour en tenir compte. Le chapitre II aborde ces deux points essentiels. Le contenu harmonique génère l'apparition de cycles mineurs sur le cycle d'hystérésis principal. C'est dans ce sens que nous avons décidé de nous orienter vers une modélisation de l'hystérésis magnétique pour calculer les pertes fer. Cette modélisation quasi-statique est détaillée au chapitre III. L'augmentation de la fréquence provoque également un accroissement des pertes par courants de Foucault. Ils provoquent le gonflement du

cycle d'hystérésis et doivent être considérés pour compléter la modélisation quasi-statique de l'hystérésis magnétique. Différentes approches de modélisation sont présentées au dernier chapitre.

De plus, les courants de Foucault se dissipent par effet Joule : la température de la machine va globalement s'élever, et ce indépendamment des pertes Joule dans les bobinages. De même, l'augmentation de la vitesse de rotation entraîne une élévation des pertes mécaniques (aérodynamiques et roulements) [6]. Ces pertes se dissipent par friction dans l'air, provoquant un échauffement de l'air situé dans l'entrefer. Les dommages causés par un échauffement varient selon les parties de la machine qu'ils vont affecter. La résine d'isolation des bobinages peut fondre, ainsi que la colle qui maintient les tôles entre elles et celle qui lie les aimants au paquet de tôles. La colle peut supporter jusqu'à 200°C [13]. Les aimants sont eux aussi sensibles à la température : leur courbe d'aimantation varie quand la température augmente, conduisant à une diminution de leurs performances magnétiques. Les aimants en Neodyme-Fer-Bore supportent 200°C au maximum et ceux en Samarium-Cobalt jusqu'à 350°C [13].

L'étude de la fréquence et de la thermique est donc déterminante dans le cadre de l'électrification des avions. Les pertes fer sont fortement influencées par ces dernières : leur modélisation et leur prédiction sont donc essentielles. Leur origine est présentée dans la section suivante.

I.2 La physique des pertes fer

L'objectif de cette section n'est pas d'expliquer en détail les principes physiques derrière l'origine du magnétisme et des pertes fer, mais simplement de les aborder et d'en donner un résumé concis. Ceci permettra de comprendre quels sont les phénomènes mis en jeu dans le calcul de pertes fer et pourquoi il est difficile d'obtenir des modèles simples et précis, utilisables dans un grand nombre de conditions différentes. Les matériaux ferromagnétiques sont d'abord brièvement décrits, puis les phénomènes générant les pertes sont abordés.

I.2.1 De l'atome à la tôle ferromagnétique

Le magnétisme est un phénomène physique qui se caractérise par l'interaction entre champ magnétique et matériau magnétique. David Jiles [14] résume bien le concept de champ magnétique. Lorsqu'un champ magnétique est généré dans un volume de l'espace, une variation spatiale d'énergie apparaît dans ce volume provoquant une accélération des particules électriques chargées qui y sont présentes. De la même manière, une particule électrique chargée en mouvement fait apparaître un champ magnétique.

Le magnétisme apparaît donc à l'échelle atomique et se répercute jusqu'à l'échelle macroscopique. Il tire son origine du déplacement des électrons autour du noyau des atomes ainsi que sur eux-même via leur spin (dans le modèle atomique de Rutherford-Bohr). Le mouvement de particules chargées crée un champ magnétique atomique orienté selon le spin des électrons, lié à un moment magnétique orbital et à un moment magnétique de spin (figure I.3).

À l'échelle microscopique, l'agencement des atomes au sein de la maille cristalline (figure I.4 et donc des champs magnétiques atomiques va diviser la matière en domaines magnétiques appelés domaine de Weiss (figure I.5). Ces domaines sont alors séparés par des parois, dites parois de Bloch [10][14][15].

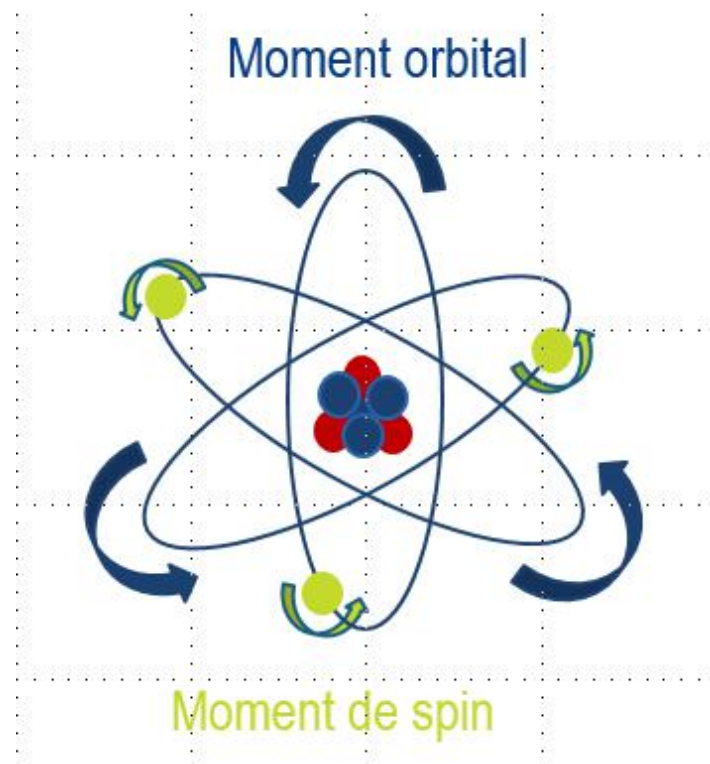


FIGURE I.3 – Modèle de l'atome de Rutherford-Bohr avec les moments magnétiques atomiques

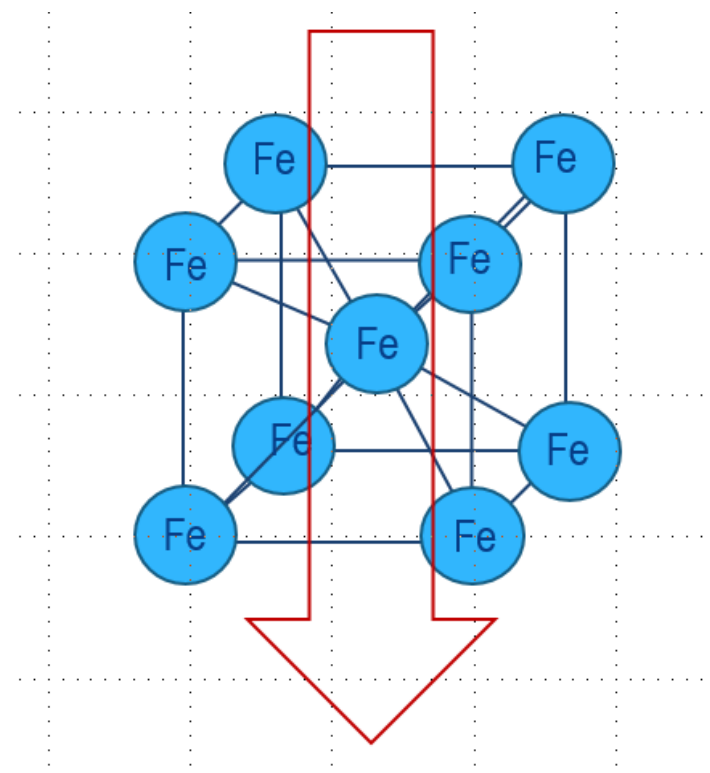


FIGURE I.4 – Exemple d'une maille cristalline de Fer (cubique-centrée) et du champ magnétique résultant (en rouge)

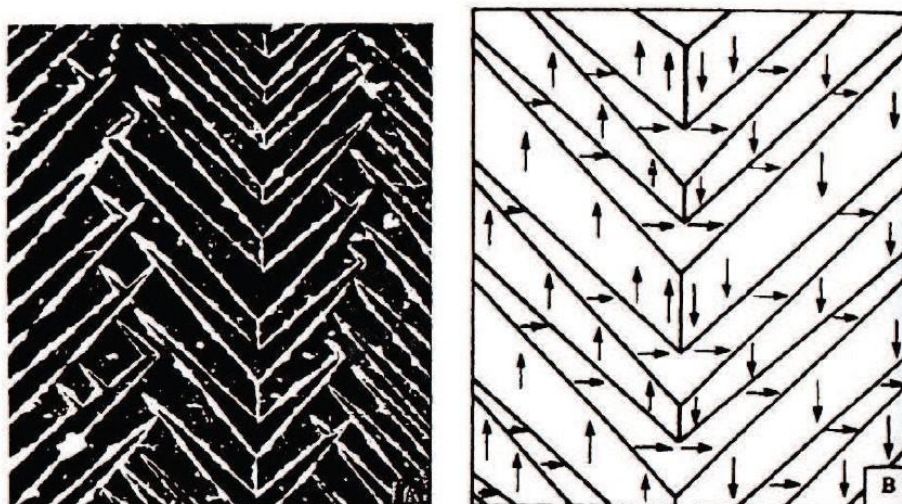


FIGURE I.5 – Domaines de Weiss observés grâce à la méthode de Bitter [16]

Type	Moments magnétiques atomiques	Agencement
Diamagnétique	Inexistants	
Paramagnétique	Orientés aléatoirement	
Ferromagnétique	Parallèles	
Antiferromagnétique	Antiparallèles	
Ferrimagnétique	Parallèles et antiparallèles	

TABLE I.1 – Type de matériaux en présence d'un champ magnétique

Lorsque les atomes n'ont pas de moments magnétiques ou ne sont pas agencés en domaines, le matériau ne possède pas de propriétés magnétiques ou propriété d'aimantation. Le classement des matériaux suivant leurs propriétés magnétiques est illustré par le tableau I.1. Lorsque le matériau présente naturellement un seul domaine de Weiss, c'est un matériau ferromagnétique dur (par opposition au ferromagnétisme doux, avec un découpage en domaine). C'est le cas des aimants permanents : l'aimantation est naturelle et liée à l'agencement des atomes.

La nature des domaines magnétiques est donc directement liée à la nature du matériau. Les matériaux ferromagnétiques ont pour intérêt de canaliser le flux magnétique, à l'instar d'un conducteur électrique. C'est pourquoi les stators et rotors de machines électriques sont constitués de tôles ferromagnétiques. Sous l'effet d'un champ magnétique, les parois de Bloch se déplacent et alignent progressivement les domaines de Weiss entre eux [15], favorisant le passage du flux. Les parois sont une zone où les moments magnétiques élémentaires ne sont pas alignés (figure

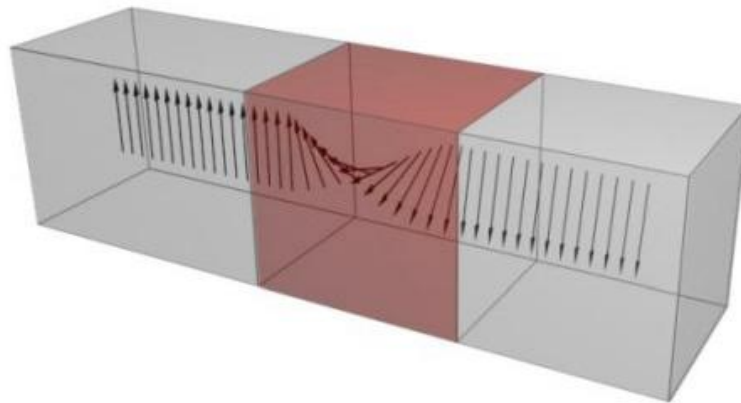


FIGURE I.6 – Parois de Bloch représentées en 3D - figure issue de [18]

I.6) : la transition entre domaine est progressive [17]. Un fois tous les domaines alignés, ils ne forment plus qu'une seule entité et il n'y a plus de parois de Bloch : le matériau est aimanté, il a subit une magnétisation.

I.2.2 Phénomènes physiques liés aux pertes fer dans les machines électriques

Sous l'effet d'un champ alternatif, le processus d'aimantation se décompose alors de la manière suivante :

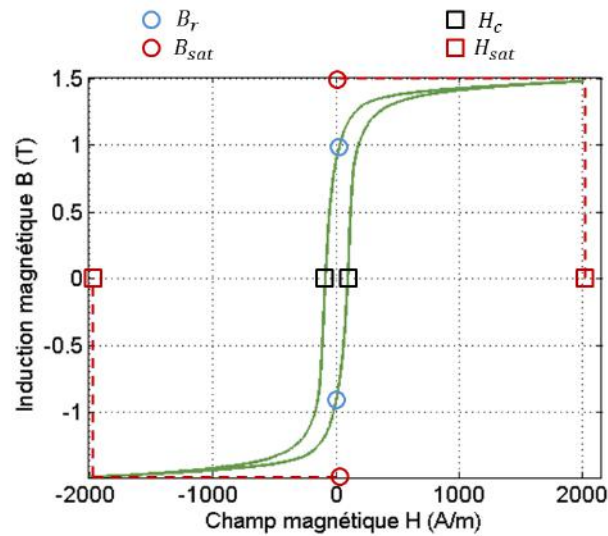
- l'aimantation atteint la saturation du matériau M_{sat} pour un champ d'excitation magnétique H_{sat} ,
- le champ d'excitation magnétique H s'inverse jusqu'à s'annuler, mais la valeur de l'aimantation n'est pas nulle, on l'appelle l'aimantation rémanente M_r ,
- le champ d'excitation magnétique devient négatif et magnétise le matériau dans le sens inverse, annulant l'aimantation du matériau : il s'agit du champ coercitif H_c ,
- le matériau continue son aimantation inverse jusqu'à saturation, puis le champ s'inverse de nouveau et le processus décrit le cycle d'hystérésis.

La figure I.7 représente le cycle d'hystérésis $B(H)$.

L'aimantation du matériau fait intervenir différents phénomènes physiques, décrits dans [19]. Le premier phénomène est l'hystérésis magnétique. Sous l'effet d'un champ magnétique, un matériau s'aimante progressivement. Un à un, les domaines de Weiss s'alignent pour ne former plus qu'un seul et même domaine magnétique. Mais l'énergie nécessaire à cet alignement des domaines élémentaires n'est pas totalement réversible. Ainsi sous l'effet d'un champ contraire, un différentiel d'aimantation apparaît : la courbe d'aimantation décrit alors un cycle d'hystérésis.

Cette perte d'énergie provient également de l'effet Barkhausen [14][19] : les parois de Bloch ne se déplacent pas progressivement, mais par à-coups. Ce comportement non linéaire empêche la réversibilité du phénomène de magnétisation. Le déplacement des parois est souvent comparé à un frottement sec en mécanique, illustrant ainsi une des sources de pertes dans le matériau.

L'autre phénomène responsable des pertes fer est l'apparition de courants de Foucault [10]. Les courants de Foucault reposent sur le principe de l'induction :

FIGURE I.7 – Représentation d'un cycle d'hystérésis $B(H)$

la variation d'un courant électrique induit l'apparition d'un champ magnétique, de même que la variation d'un champ magnétique induit l'apparition d'un courant électrique. Dans une tôle de moteur ou de transformateur, le champ d'excitation magnétique H est variable. Il induit alors l'apparition de courants électriques circulant autour des lignes de champ, il s'agit des courants de Foucault I_F . Ces courants étant eux-même variables, ils vont générer un champ magnétique qui selon la loi de Lenz s'oppose à ce qui lui donne naissance. Ce champ magnétique H_F accentue le champ vers les bords de la tôle, et empêche celui-ci de circuler en son centre : il restreint le passage du champ H à circuler dans l'épaisseur de peau. La figure I.8 explique ce phénomène dans une tôle unitaire. Par analogie mécanique, ce type de pertes peut être illustré par les pertes frottements fluides, afin d'appréhender le mécanisme.

Ce phénomène est bien connu et est même utilisé dans bon nombre d'applications, comme les freins magnétiques par exemple. Les courants de Foucault se dissipent par effet Joule dans le matériau et provoquent ainsi son échauffement. En circulant, ils modifient également la mécanique de déplacement des parois de Bloch, modifiant la forme du cycle d'hystérésis [20]. De plus, le déplacement des parois provoque la variation des moments magnétiques élémentaires, soit une variation locale du champ magnétique qui induit l'apparition de courants induits microscopiques [20] (parfois appelés courants de Foucault microscopiques), circulant autour des domaines de Weiss. Ces phénomènes microscopiques sont en revanche bien moins maîtrisés.

Les phénomènes physiques décrits ici sont responsables de l'apparition des pertes fer dans les matériaux magnétiques. Il reste désormais à présenter une liste non-exhaustive de différentes approches permettant de les modéliser et de les prédire.

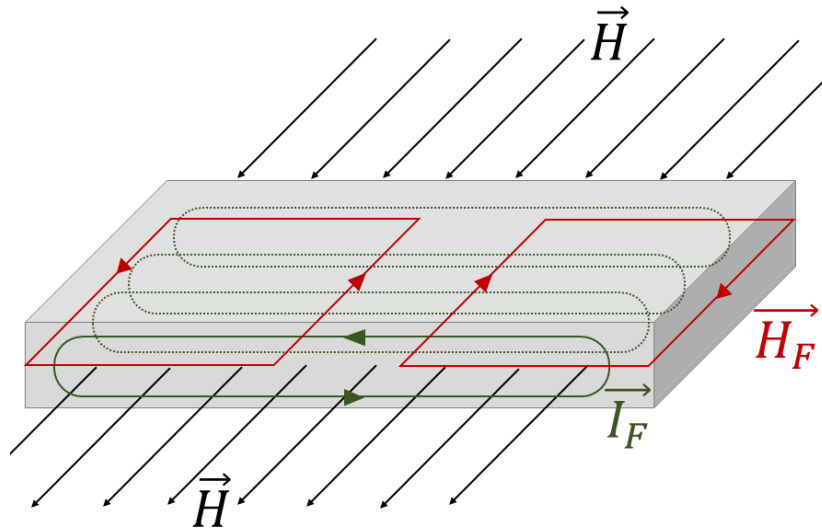


FIGURE I.8 – Représentation du mécanisme des pertes par courants de Foucault dans une tôle ferromagnétique

I.3 État de l'art des modèles de pertes fer dans les machines électriques

I.3.1 Comment calculer les pertes fer

Le champ magnétique B est la réponse du matériau lorsqu'il est soumis à un champ d'excitation magnétique H . Il est également appelé densité de flux magnétique : il correspond à la quantité de flux magnétique par unité de surface. Il dépend également de l'aimantation M du matériau. On peut ainsi écrire la loi constitutive d'un matériau magnétique (équation I.5) :

$$B = \mu_0(H + M) \quad (\text{I.5})$$

où μ_0 représente la perméabilité du vide.

La perméabilité d'un matériau est le rapport entre B et H en son sein (équation I.6), représentant ainsi la capacité d'un milieu à répondre à la présence d'un champ magnétique.

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (\text{I.6})$$

De même, la susceptibilité magnétique représente la capacité d'un milieu à se magnétiser tel que :

$$\chi = \frac{M}{H} \quad (\text{I.7})$$

Une autre formulation équivalente est possible, en utilisant la perméabilité relative $\mu_r = \mu/\mu_0 = \chi + 1$ du matériau :

$$B = \mu_0\mu_r.H \quad (\text{I.8})$$

Cette formule permet donc de calculer B sous réserve de connaître l'évolution du champ d'excitation et de la perméabilité relative du matériau, qui peut évoluer également si le champ est important [14]. C'est pourquoi d'autres méthodes sont utilisées dans le calcul des pertes fer, B n'étant jamais simple à déterminer.

La forme de H (et donc celle de B) est très variable. Elle dépend de la forme des courants électriques à l'origine de la magnétisation, et de la géométrie (donc également de la rotation du rotor dans une machine électrique [21]). Il faut donc tenir compte de la forme du champ d'excitation magnétique pour l'étude des pertes fer.

Ainsi une machine électrique alimentée par un courant sinusoïdal sera soumise à un champ d'excitation magnétique dont la forme dépendra également de la rotation du rotor et du type de technologie utilisée. Il faut donc être capable de déterminer la forme de H et donc celle de B en tout point d'une machine électrique. Le calcul par éléments finis intervient alors. Mais c'est la perméabilité qui pose alors problème. Le rapport entre B et H change selon le niveau de saturation ou encore selon la fréquence. Des abaques rentrés directement dans le logiciel de calcul de champ par éléments finis peuvent alors palier en partie à ce problème. C'est ce lien entre B et H dans chaque maille qui doit être déterminé par un modèle. Il peut s'agir d'une estimation directe des pertes (section suivante), qui pourra également servir à estimer les pertes fer d'un point de vue global dans le cadre d'une prédimensionnement. Il peut également être question de déterminer ce rapport via un modèle d'hystérésis, en en reconstituant le cycle (dernière section).

I.3.2 Modèles de calcul direct des pertes

À la fin du 19^{ème} siècle, Steinmetz fut le premier à établir un modèle de pertes fer. Ce modèle simple établit une dépendance entre pertes fer, amplitude \hat{B} du champ magnétique et fréquence f [22] :

$$P_{fer} = c_{se}.f^\alpha.\hat{B}^\beta \quad (\text{I.9})$$

où C_{se}, α et β représentent des coefficients empiriques à déterminer.

Il a ainsi ouvert la voie à de nombreux modèles ayant pour base cette dépendance des pertes avec la fréquence et le champ d'induction. Ensuite, Jordan différencia en 1924 les pertes par hystérésis (coefficient k_H) des pertes par courant de Foucault (coefficient k_F) [23] :

$$P_{fer} = k_H f.\hat{B}^2 + k_F f^2.\hat{B}^2 \quad (\text{I.10})$$

Pry et Bean allèrent plus loin dans les années 50 en caractérisant les pertes dites par excès, apparaissant à hautes fréquences [23], en introduisant alors un facteur correctif η_e :

$$P_{fer} = k_H f.\hat{B}^2 + \eta_e.k_F f^2.\hat{B}^2 \quad (\text{I.11})$$

Enfin, dans les années 1980, Giorgio Bertotti identifia les pertes par excès de manière plus précise, à partir des équations de Pry et Bean. Il sépara alors les pertes fer en trois, donnant une place à part entière aux pertes par excès, dues aux courants induits microscopiques [24] :

$$P_{fer} = P_H + P_F + P_e = k_H f.\hat{B}^\alpha + k_F f^2.\hat{B}^2 + k_e f^{3/2}.\hat{B}^{3/2} \quad (\text{I.12})$$

Où α est un coefficient généralement fixé à 2.

Le travail de Bertotti fut centré sur l'identification des différents coefficients selon les types de matériaux. Or, le problème principal de ces modèles est le manque de flexibilité quant à la nature de la forme d'onde de B : elle est supposée sinusoïdale, ce qui n'est jamais le cas dans une machine électrique. Le modèle de Bertotti

fut néanmoins modifié et adapté jusqu'à récemment [25] pour tenir compte de la nature de la forme d'onde de B :

$$P_{fer} = P_H + P_F + P_e \quad (\text{I.13})$$

Avec :

$$P_H = k_H \cdot m_v \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left(\int_{fer} \hat{B}^\alpha (1 + \alpha (1 + \sum_{i=1}^l \frac{\beta}{\hat{B}} \Delta B_i)) dV \right) dt \quad (\text{I.14})$$

$$P_F = k_F \cdot m_v \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \int_{fer} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 \cdot dV \cdot dt \quad (\text{I.15})$$

$$P_e = k_e \cdot m_v \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \int_{fer} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{3/2} \cdot dV \cdot dt \quad (\text{I.16})$$

- m_v : masse volumique du matériau,
- V : son volume,
- T : période du signal d'amplitude \hat{B} ,
- α , β , k_H , k_F et k_e sont des coefficients empiriques à déterminer,
- l : nombre de cycles mineurs - voir ci-après.

Dans [24], Bertotti a montré que pour des tôles d'épaisseur e et de conductivité σ , la relation suivante était vérifiée $k_F = \frac{\sigma e^2}{12 \cdot m_v}$.

Les pertes évoluent énormément selon la nature du signal de B . En effet, avec un B non sinusoïdal il apparaît dans le cycle d'hystérésis principal des cycles dits *mineurs* causés par des écarts ΔB avec le B théorique d'un sinus de même période et même amplitude. Leur nombre est ici appelé l .

Tous ces modèles analytiques nécessitent une série de mesures et d'études pour être modélisés et pour en calculer les différents coefficients. Ce sont donc des modèles expérimentaux mais à forte considération physique, puisqu'ils sont basés sur des phénomènes observés. Ils ont l'avantage d'être analytiques, scalaires et basés sur des équations polynomiales. Le temps de calcul est donc très faible. Cependant, ils nécessitent un grand nombre de mesures de caractérisation dont va dépendre le domaine de validité du modèle. Si les mesures de caractérisation ont été faites sur une certaine plage de fréquence de d'amplitude de B , il sera difficile d'obtenir une valeur précise des pertes extrapolées hors de cette plage. La caractérisation pour ce genre de modèle est présentée au second chapitre.

De plus, ces modèles ne tiennent pas compte de l'effet de peau [24] (voir quatrième chapitre). Pour obtenir un modèle analytique précis des courants de Foucault, il faut réduire le domaine d'étude et se ramener à un domaine de validité où des hypothèses simplificatrices permettent d'obtenir une expression précise des pertes. En conclusion, ces modèles sont très efficaces en première approche ou pour un pré-dimensionnement pour des fréquences inférieures au kilo-Hertz.

En effet, c'est au-delà de ce niveau de fréquence que les pertes par courants de Foucault deviennent prépondérantes dans les tôles de machines [26], or c'est la partie des pertes totales la moins précisément modélisée. C'est pourquoi une modélisation plus complexe mais plus précise est nécessaire pour augmenter la validité des modèles de pertes fer. Une des solutions possibles est de chercher à reconstituer le cycle d'hystérésis plutôt que d'avoir une expression directe des pertes.

I.3.3 Modèles de reconstitution de cycles d'hystérésis

Lien entre énergie dissipée et aire du cycle

Comme expliqué précédemment, un matériau magnétique soumis à une variation de champ s'aimante. Durant cette aimantation, une partie de l'aimantation M est irréversible, elle subsiste. Cette irréversibilité est directement facteur de pertes et est à l'origine du cycle d'hystérésis observé entre M (ou B) et le champ magnétique H . Toute l'énergie d'aimantation dissipée dans le matériau magnétique est donc mesurable directement en mesurant l'aire du cycle d'hystérésis [10][22].

Avec un circuit magnétique de section uniforme, B et H également uniformes, on peut faire une analogie électrique afin d'illustrer ceci (équation de Maxwell-Faraday et Maxwell Gauss) :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = S \frac{dB(t)}{dt} \cdot H \cdot l \quad (\text{I.17})$$

Où $u(t)$ est la tension induite par B lorsque le flux traverse une section S d'un circuit magnétique et $i(t)$ le courant induit par le champ magnétique H circulant dans le circuit magnétique de longueur l .

En moyenne sur une période électrique T , la puissance volumique dissipée P_{diss} s'exprime :

$$P_{diss} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)/V \cdot dt \quad (\text{I.18})$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T H \cdot \frac{dB}{dt} \cdot dt \quad (\text{I.19})$$

Soit :

$$P_{fer}/V = P_{diss} = f \int H \cdot dB \quad (\text{I.20})$$

Avec f la fréquence du champ magnétique alternatif et V le volume du circuit magnétique.

Ce lien entre énergie et cycle d'hystérésis est à la base de toutes les théories de calcul de pertes fer. Il est présent dans les modèles de reconstitution de cycles, comme Jiles-Atherton, Preisach ou encore leur dérivés. Ils sont présentés ci-après.

Modèle de Preisach

Les origines du modèle de Preisach remontent à 1935 [27]. Son approche était purement intuitive : elle était basée sur des hypothèses plausibles concernant le mécanisme physique de l'aimantation. C'est pour cela que ce modèle fut d'abord considéré comme un modèle physique d'hystérésis [28], et qu'il a été l'objet de nombreuses recherches et améliorations, notamment par Néel [29]. Notons également que Everett développa un modèle similaire en parallèle concernant l'hystérésis d'absorption en thermodynamique [30]. Le modèle de Preisach ne se limite donc pas uniquement au magnétisme. C'est en 1970 que le mathématicien russe Krasnoselskii fit du modèle de Preisach un modèle purement mathématique [28], dont le principe est décrit ci-après.

Considérons un ensemble d'opérateurs d'hystérésis $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}$. Chacun de ces opérateurs peut être représenté par un cycle rectangulaire comme le diagramme de

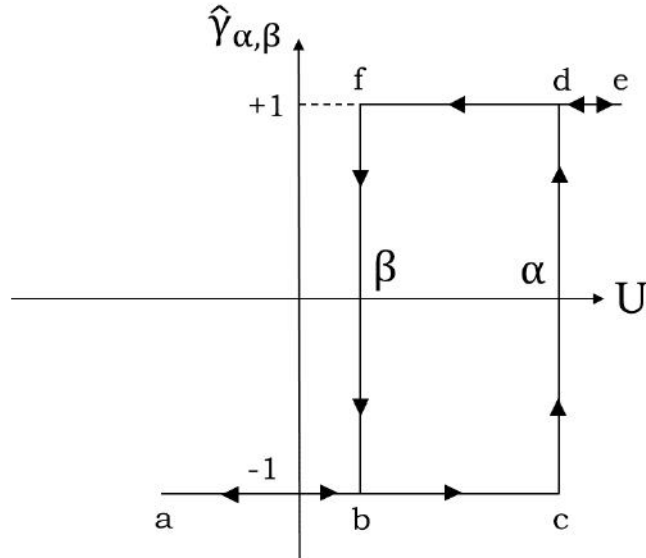


FIGURE I.9 – Représentation de l'opérateur d'hystérésis du modèle de Preisach dans le cas général

la figure I.9. Les grandeurs α et β correspondent aux valeurs de l'entrée U pour lesquelles respectivement l'opérateur passe à l'état haut (montée) ou à l'état bas (descente), avec comme hypothèse $\beta \leq \alpha$. Les sorties de cet opérateur élémentaire ne peuvent prendre que deux valeurs, $+1$ et -1 . En d'autres termes, l'opérateur peut être interprété comme un relais à deux positions, $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta} = +1$ ou $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta} = -1$. En entrée, U croît de manière monotone en suivant le chemin $abcde$. Quand U décroît de manière monotone, le chemin suivi est $edfba$. De cette manière, l'opérateur traduit la non-linéarité de l'hystérésis avec une mémoire locale.

Le modèle de Preisach est alors composé d'un réseau d'opérateurs élémentaires (relais à deux positions) connectés comme présentés figure I.10. La sortie de ces opérateurs est multipliée par un fonction poids $\mu_{\alpha,\beta}$ qui dépend de α et β . Finalement, il est possible de relier la sortie $f(t)$ du modèle à son entrée $U(t)$ tel que :

$$f(t) = \hat{\Gamma}.U(t) = \iint_{\beta \leq \alpha} \mu_{\alpha,\beta} \cdot \hat{\gamma}_{\alpha,\beta} \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad (\text{I.21})$$

Il est démontré dans [28] que l'effet mémoire local de chaque opérateur génère un effet mémoire global. L'effet mémoire et hystérétique est parfaitement adapté aux matériaux magnétiques. Pour les matériaux magnétiques, on considère des particules ou domaines élémentaires ayant un hystérésis rectangulaire, qui jouent le même rôle que les opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}$. Ils prennent alors la forme de la figure I.11. Ici, H_u et H_d sont respectivement les champs magnétiques de montée et de descente (comme α et β de la figure I.9) vers un état de magnétisation de $\pm M_s$, le même pour chaque particule ou domaine. H_u et H_d sont caractérisés par une fonction de distribution $\phi(H_u, H_d)$ qui joue le rôle de $\mu_{\alpha,\beta}$. On peut exprimer finalement l'aimantation M telle que :

$$M(t) = \iint_{H_d \leq H_u} \phi(H_u, H_d) \cdot \hat{m}(H_u, H_d) H(t) dH_u dH_d \quad (\text{I.22})$$

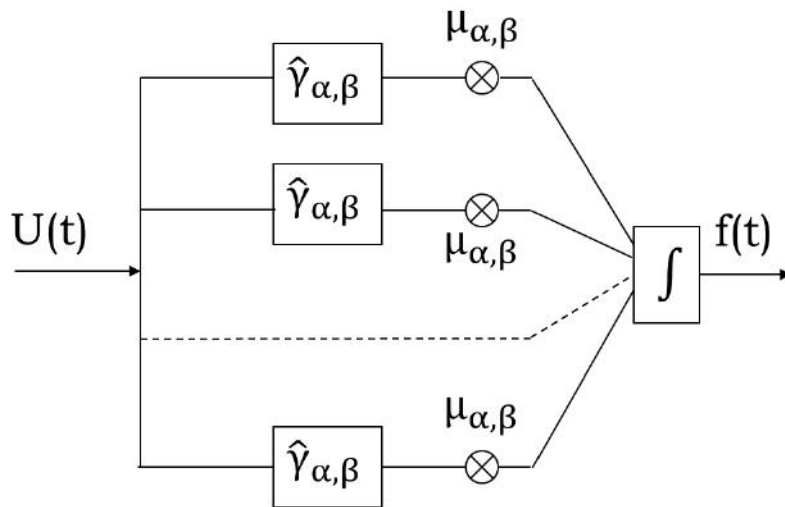


FIGURE I.10 – Réseau d'opérateurs en parallèle constituant le modèle de Preisach

Avec :

$$\hat{m}(H_u, H_d) = \pm M_s \quad (\text{I.23})$$

Le modèle de Preisach est très précis et rend bien compte de l'hystérésis magnétique mais il est statique. Il ne permet donc pas de tenir compte d'une évolution dynamique du champ magnétique. En raison de la parallélisation de ses opérateurs, il nécessite une très grande puissance de calcul, car chaque état doit être déterminé si l'un des opérateurs change d'état. Néanmoins c'est le premier modèle à avoir permis la reconstitution d'un cycle d'hystérésis, et il est à la base de nombreux modèles qui sont aujourd'hui parmi les plus précis.

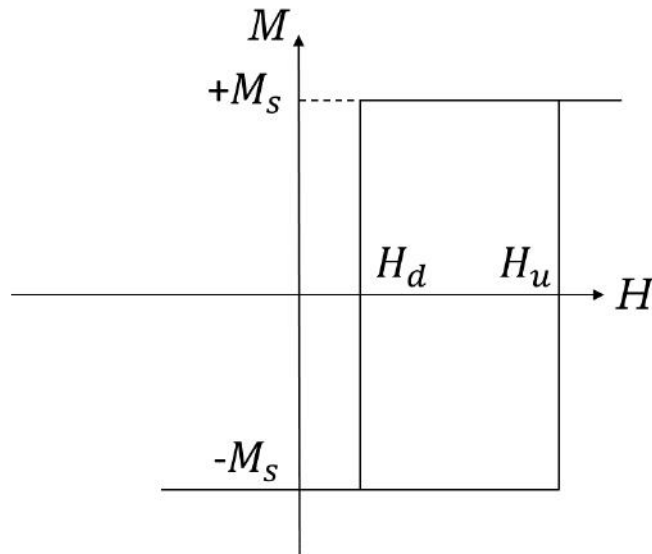


FIGURE I. 1 1 – Application au ferromagnétisme : opérateur d'hystérésis magnétique

Modèles Play and Stop

L'inconvénient du modèle de Preisach est la forte puissance de calcul nécessaire à son fonctionnement. C'est pourquoi, dans les années 1990, deux types de modèles issus de ce dernier ont été développés. Il s'agit des modèles Play et Stop. Le premier recompose B en imposant H , le second fait l'inverse, mais leur fonctionnement est similaire. Il s'agit de décomposer le matériau en une somme de relais magnétiques élémentaires appelés hystérons, dont le mouvement est modélisé par une fonction d'ajustement à définir, en général par caractérisation. La différence principale avec le modèle de Preisach est qu'ici les relais sont en séries, et non en parallèles. Ainsi pour un H imposé, B peut être déterminé via les hystérons (modèle Play) ou le champ d'excitation magnétique via B (modèle Stop). Ce sont des modèles initialement statiques, scalaires et équivalents au modèle de Preisach [31].

Le champ H est discrétisé en composante $H_k(t)$. Le modèle play scalaire permet de reconstituer la composante correspondante $B_k(t)$ tel que :

$$B_k(t) = \sum_{k=1}^N f_k(h_k(t)) \quad (\text{I.24})$$

Avec :

$$h_k(t) = P_{\sigma_k}[H_k(t)] \quad (\text{I.25})$$

P_{σ_k} représente le relais Play ou hystéron. Il permet de créer les variables internes $h_k(t)$ de $H(k)$. Les fonctions non linéaires f_k sont à déterminer par caractérisation. Composante par composante, le champ B est reconstitué à partir de H . Le modèle scalaire Play fait l'objet d'une étude détaillée au troisième chapitre, ou des améliorations sont présentées. La formulation y est également détaillée.

Ce modèle scalaire et statique peut être modifié pour devenir vectoriel [32] et dynamique [33]. Sa version Stop est ici présentée :

$$P^{\zeta_k}(B) = B - \frac{\zeta_k(B - P^{\zeta_k})}{\max(|B - P^{\zeta_k}|, \zeta_k)} \quad (I.26)$$

Et alors :

$$H_{dc}(B) = \sum_{k=1}^N f_k(\zeta_k, P^{\zeta_k}) \quad (I.27)$$

Ensuite

$$H_{ac}(B, t) = H_{dc} + H_F(B, t) \quad (I.28)$$

P^{ζ_k} représente le relais Stop. Il est fonction du vecteur B et non pas d'une de ses composante. Le paramètre $\zeta_k = (k - 1).B_{sat}/N$ représente la largeur d'un hystéron, N étant toujours le nombre d'hystérons et B_{sat} le champ de saturation du matériau. $H_F(B, t) = \frac{k_e \sigma_e^2}{12} \frac{dB}{dt}$ est la contribution du champ aux courants de Foucault macroscopiques comme microscopiques.

Il est intéressant de noter que l'on retrouve une expression similaire au modèle de Bertotti pour le coefficient des courants de Foucault. Ici, les pertes par excès ne sont pas considérées.

La prise en compte de la dynamique et la vectorisation du modèle Play peuvent paraître simple, mais en réalité les modèles scalaires sont bien plus faciles à manipuler. Des propositions pour rendre la version améliorée du modèle Play dynamique sont également présentées au troisième chapitre.

Modèle de Jiles-Atherton

Le modèle de Jiles-Atherton est basé sur la physique du matériau et plus particulièrement sur le déplacement des parois de Bloch. C'est sans doute le modèle le plus physique de représentation des pertes. Il introduit cependant des paramètres à déterminer.

Son développement effectué par Jiles et Atherton dans [14] et [34] permet de définir un paramètre k qui ne dépend pas de l'aimantation M du matériau mais qui tient compte de l'irréversibilité du déplacement des parois. Il définit de la même manière la réversibilité de ce déplacement à travers un paramètre c . Il fait également intervenir l'aimantation anhystérétique M_{an} , qui correspond à la valeur moyenne du cycle d'hystérésis.

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta.k - \alpha.(M_{an} - M_{irr})} \quad (I.29)$$

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (I.30)$$

De plus, l'aimantation totale peut être considérée comme la somme des composantes réversibles M_{rev} et irréversibles M_{irr} . Le modèle s'enchaîne alors afin d'exprimer la dérivée de l'aimantation par rapport au champ magnétique pour recomposer le cycle d'hystérésis, comme dans [18] :

$$M_{tot} = M_{rev} + M_{irr} \quad (I.31)$$

Après développement et dérivation des différents termes, en exploitant le champ magnétique total :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1 - c)dM_{irr}/dH_{tot} + c.dM_{an}/dH_{tot}}{1 - \alpha.c.dM_{an}/dH_{tot} - \alpha(1 - c).dM_{irr}/dH_{tot}} \quad (I.32)$$

Il est alors possible de reconstituer le cycle d'hystérésis (M et B) pouvant s'exprimer l'un par rapport à l'autre. Les différents paramètres doivent cependant être déterminés numériquement, ce qui reste actuellement le problème principal de ce modèle. Le tableau I.2 les présente.

Paramètres	Corrélation physique
α	Lié au couplage des moments magnétiques atomiques
c	Coefficient de réversibilité des parois
δ	Vaut +1 si le volume du domaine magnétique croît, -1 sinon
k	Lié à l'irréversibilité du mouvement des parois (effet d'ancrage)

TABLE I.2 – Coefficients du modèle de Jiles-Atherton

La détermination des coefficients peut se faire de deux manières [35]. Une méthode itérative basée sur la courbe anhystérétique, et une méthode algorithmique de type génétique ou d'optimisation *par essaim*. La première est simple mais ne donne pas de bons résultats, alors que la seconde est très précise mais nécessite la mise en place de lourds calculs. Ceci rend ce modèle difficile à utiliser. De plus il s'agit d'un modèle statique.

Les travaux présentés dans [18] montrent différentes méthodes traduisant la dynamique du modèle, le rendant efficace pour les matériaux homogènes (moins de 8% d'erreur entre modèle et mesures pour des fréquences comprise entre 50 Hz et 2 kHz). Pour des matériaux fortement anisotropes, le modèle de Jiles-Atherton atteint ses limites.

Modèle Loss surface

Le modèle Loss surface permet de prévoir le comportement magnétique d'un matériau et donc le cycle d'hystérésis [36]. Il est basé sur l'évolution de la variation temporelle de $(B, \frac{dB}{dt})$. Il suppose également une parfaite connaissance du comportement du matériau à partir du moment où l'évolution instantanée de B et de sa variation temporelle est connue. Ce dernier peut donc être représenté par des surfaces caractéristiques $H(B, dB/dt)$ obtenues pour un signal B périodique [37] (généralement triangulaire) de fréquence et d'amplitude \hat{B} variables. Cela permet d'imposer précisément dB/dt . Cette surface est présentée figure I.12. Une des surfaces correspondra à \hat{B} maximal et il sera possible d'interpoler entre les différentes surfaces obtenues par caractérisation pour prévoir $H(B, dB/dt)$ pour des formes d'ondes de B différentes (voir ci-après).

Ainsi pour un signal quelconque $B(t)$, le champ d'excitation magnétique est reconstitué à partir de la surface caractéristique, en considérant que ce dernier se divise en deux contributions, une statique et une dynamique [38] :

$$H(B, dB/dt) = H_{stat}(B, historique) + H_{dyn}(B, dB/dt) \quad (I.33)$$

Ces deux contributions sont déterminées indépendamment puis combinées pour obtenir $H(B, dB/dt)$.

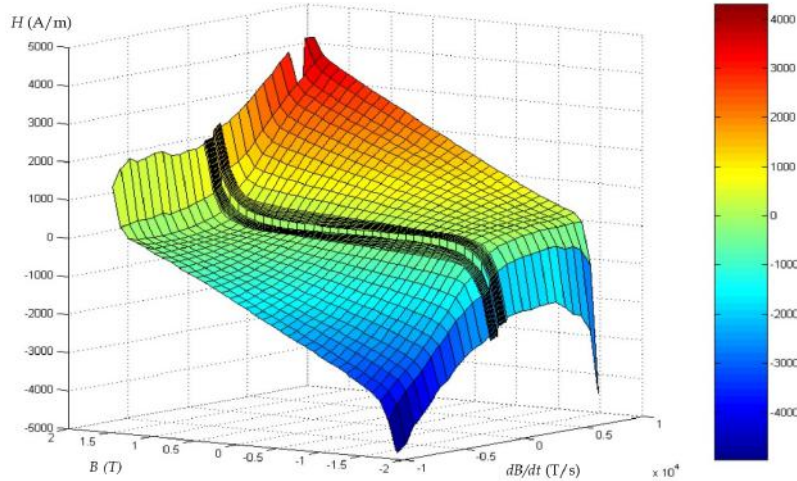


FIGURE I.12 – Surface caractéristique du modèle Loss surface - présentée dans [36]

H_{stat} décrit le comportement quasi-statique du matériau en superposant le champ anhystérétique au champ de friction traduisant la résistance du matériau au déplacement des parois de Bloch. Il dépend de la valeur du flux statique mais également de l'historique du matériau [39]. Plus spécifiquement, il est reconstitué via une contribution anhystérétique et une enveloppe d'hystérésis statique. La courbe anhystérétique est obtenue en moyennant le cycle d'hystérésis statique principal (correspondant à \hat{B}). L'enveloppe d'hystérésis statique est déduite en soustrayant cette courbe au cycle statique principal. Plusieurs évolutions ont été proposées afin de modéliser H_{stat} [40].

H_{dyn} traduit les effets des courants de Foucault macroscopiques et des courants induits microscopiques autour des domaines magnétiques générés lors du déplacement des parois de Bloch. H_{dyn} est déterminé par caractérisation à partir de séries de mesures de B à fréquence variables selon le type de matériau [39]. Il correspond alors à la différence entre le cycle d'hystérésis correspondant et le cycle statique d'hystérésis. Il prend alors la forme suivante [39] :

$$H_{dyn}(B, dB/dt) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(\sum_{m=0}^{m_{max}} \alpha_{mn} (dB/dt)^m \right) B^n \quad (I.34)$$

Une extrapolation est nécessaire pour déterminer les valeurs de $(B, dB/dt)$ qui ne sont pas dans la plage de caractérisation.

Le modèle Loss Surface est donc basé sur des considérations physiques et sur une caractérisation intelligente des matériaux magnétiques utilisés. Par déduction, calcul et extrapolation, il parvient à reconstituer des cycles d'hystérésis à partir de ses contribution statiques et dynamiques. Il permet également de reconstituer des cycles mineurs, i.e. des sous-cycles qui se rebouclent dans le cycle principal en cas de contenu harmonique (pour plus de détails, cf. troisième chapitre). Insérer dans un logiciel de calcul par éléments finis, le modèle Loss surface ne nécessite pas une grande puissance de calcul. L'inconvénient de ce modèle réside surtout dans la longue phase de caractérisation, propre à chaque matériau utilisé.

D'autres modèles dynamiques

Pour conclure avec les modèles de reconstitution de cycles, citons quelques modèles dynamiques, généralement issus des modèles précédents.

Le modèle de Preisach dynamique, développé par Bertotti [41] et parfois appelé modèle dynamique de Bertotti, introduit un facteur de dépendance pour chaque élément rectangulaire (opérateur élémentaire ou encore relais) du modèle d'hystérésis. Ce facteur prend en compte le retard entre $B(t)$ et $H(t)$. Il est alors possible de quantifier le gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence, ainsi que les pertes par excès en utilisant une fonction dipôle. Cette fonction permet au relais de prendre des valeurs entre $\pm M_s$ (dans le modèle classique, le relais ne peut renvoyer que M_s ou $-M_s$). Elle est déterminée par une caractérisation dynamique du matériau.

Citons également un modèle similaire au modèle Loss surface, basé sur la viscosité magnétodynamique [42]. Il est également basé sur le modèle de Preisach mais utilise un équations de viscosité pour décrire le retard entre $H(t)$ et $B(t)$. Cette équation différentielle détermine la contribution dynamique, à la fois sur la forme du cycle dynamique et sur les pertes par excès. Les données nécessaires pour caractériser ce modèle sont des cycles d'hystérésis statiques et des courbes de recul du premier ordre (First Order Reversal Curves ou FORC en anglais). Ces dernières sont obtenues en faisant croître le champ H jusqu'à H_{sat} puis le faire décroître jusqu'à atteindre un champ d'inversion H_a et enfin de nouveau augmenter H jusqu'à la saturation. En répétant le procédé pour différents H , on obtient une série de courbes d'inversion au premier ordre.

Il existe également un modèle d'hystérésis se basant sur la friction (une approche basée sur des vecteurs d'hystérésis avec des frottements secs) [43]. Il utilise les propriétés des modèles de Preisach et de Jiles-Atherton : on considère l'aimantation comme une superposition de contributions d'un grand nombre de particules. L'énergie libre de ces particules est supposée être obtenue par la courbe de première aimantation entre H et M ainsi que par une ondulation représentant l'influence du mouvement des parois de Bloch. Ce modèle est testé et détaillé dans [44].

Il existe un grand nombre de modèles de pertes fer qui ne sont pas abordés ici. L'objectif de cette partie était d'introduire les plus utilisés et ceux qui sont généralement à la base des autres. Chaque modèle a ses avantages et ses inconvénients : il convient de bien cerner l'objectif de l'étude avant de choisir un modèle spécifique. Dans certains cas, un modèle simple de type Bertotti peut s'avérer très efficace. Dans d'autres il faudra passer par un modèle précis comme Preisach, Jiles-Atherton ou Loss surface. Les phases de calcul et de caractérisation seront alors plus longues.

Choix du modèle

Nous avons décidé de partir du modèle Play pour la modélisation quasi-statique. Tout d'abord, il nous a paru indispensable de choisir un modèle d'hystérésis et non un modèle analytique polynomial. Pour tenir compte des effets du spectre complexe du champ sur les pertes, le mieux est encore de modéliser directement leurs impacts sur le cycle d'hystérésis.

De plus, ce modèle est équivalent au modèle de Preisach, mais moins lourd à mettre en place. En effet, ce dernier propose l'utilisation de relais élémentaires en parallèles pour traduire l'hystérésis, obligeant à recalculer tout l'historique à

chaque étape. En les plaçant en série et en imposant des conditions sur leurs interactions, le modèle Play calcule uniquement les parties de l'historique qui changent à chaque étape. Pour être sûr de reconstituer le cycle quelque soit la forme du champ, nous avons choisi de conserver la formulation scalaire du modèle.

Enfin, il est possible de relier ce modèle à une modélisation des pertes par courants de Foucault, comme proposé dans [33]. Aucun modèle n'est meilleur qu'un autre. Ils ont tous leurs avantages et leurs limites. Le modèle Play correspond à un bon compromis dans le cadre de nos travaux de recherche.

Conclusion

Ce chapitre a permis d'introduire le contexte industriel et scientifique des travaux de recherche menés pendant cette thèse. Le contexte de l'avion plus électrique induit de nombreuses contraintes d'environnement (température, pression) et de sécurité. Ces contraintes se répercutent sur la conception des machines utilisables dans cet environnement selon l'application.

Il est nécessaire d'améliorer les outils de prédiction de pertes pour la conception de machines. L'avion plus électrique ne permet pas de grande largesse dans le dimensionnement. Les rendements se doivent d'être les meilleurs possibles. Outre les rendements, il faut surtout prédire les pertes pour s'assurer du bon fonctionnement des machines et ainsi les intégrer à la chaîne électromécanique et au réseau électrique embarqué avec le maximum de fiabilité.

Les applications aéronautiques nécessitent généralement une montée en vitesse des actionneurs pour satisfaire le cahier des charges. Ce choix d'augmentation de vitesse, combiné à de nouveaux moyens de contrôles basés sur l'électronique de puissance provoquent un accroissement des pertes fer. C'est pourquoi un état de l'art des différents modèles existants a été présenté.

De nombreux types de modèles existent, chacun ayant leur utilité. Ils nécessitent tous une phase de caractérisation des matériaux. Plus cette caractérisation est précise et variée en termes de formes d'onde utilisées, plus elle sera exploitable. C'est l'objet du second chapitre. Le troisième chapitre s'attèle à la modélisation de l'hystérésis quasi-statique, sur la base du modèle Play. Ce modèle scalaire a l'avantage d'avoir une caractérisation réduite. Il est également analytique et scalaire : il ne nécessite pas une grande puissance de calcul. Le dernier chapitre présente une modélisation des courants de Foucault, pour tenir compte des effets dynamiques et venir compléter ce modèle.

Chapitre II

Caractérisation unidimensionnelle des pertes fer

Ce chapitre aborde la caractérisation des matériaux magnétiques et des pertes fer. Son objectif est d'une part d'expliquer la nécessité d'avoir un modèle de pertes précis et prédictifs, et d'autre part d'obtenir des informations indispensables à la mise en place d'un tel modèle.

Sommaire

II.1 Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales	28
II.1.1 Présentation de l'hystérésigraphe MPG200	28
II.1.2 Influence de l'amplitude du champ d'induction magnétique sur les pertes	30
II.1.3 Influence de la fréquence sur les pertes	32
II.1.4 Séparation des pertes et modèle de Bertotti	33
II.2 Influence du spectre du champ magnétique sur les pertes fer - formes d'onde complexes	38
II.2.1 Influence de la fréquence des harmoniques	38
II.2.2 Amélioration de l'étude	44
II.2.3 Influence de la phase des harmoniques	49

Introduction

Les pertes fer étant liées à la physique des matériaux magnétiques [14][10], il est absolument nécessaire de déterminer le comportement du matériau vis à vis de ses pertes lorsqu'il est soumis à divers champs magnétiques. C'est ce qui est communément appelé la caractérisation, en l'occurrence de matériaux magnétiques ici. Plus la liste des excitations possibles soumises au matériau sera exhaustive, plus la caractérisation permettra de déterminer le comportement du matériau en conditions réelles de fonctionnement. Néanmoins, pour pouvoir comparer des matériaux entre eux, il faut également que les mêmes champs magnétiques soient reproductibles sur tous ces matériaux. Autrement dit, la caractérisation doit aussi être systématisée. En général, des champs magnétiques simples (sinusoïdaux par exemple), mais de fréquence et d'amplitude très variées seront utilisés.

La caractérisation des matériaux permet d'établir des modèles de pertes analytiques simples, depuis les travaux de Steinmetz [22] jusqu'à plus récemment avec le modèle de Bertotti [24], plus adapté aux pertes fer dans les machines électriques. Cependant, ces modèles considèrent, à l'origine, des champs d'induction sinusoïdaux. Or l'introduction de l'électronique de puissance et particulièrement la modulation à largeur d'impulsion (MLI) apporte un contenu harmonique haute-fréquence au champ magnétique [45]. De plus, la géométrie de la machine génère également des champs non sinusoïdaux dans les stators des machines, avec un contenu harmonique basse-fréquence [21]. L'objectif de ce chapitre est donc de caractériser des matériaux magnétiques conçus pour les machines électriques soumises à des champs magnétiques de spectres complexes, i.e. avec un contenu harmonique maîtrisé, par exemple.

Pour ce faire, une caractérisation sinusoïdale simple est tout d'abord proposée. Elle s'intéresse aux facteurs d'influence basiques comme l'amplitude du champ ou sa fréquence. Ensuite, l'influence de la fréquence des harmoniques du champ B est explorée. Les pertes fer sont alors décomposées en contributions de pertes du fondamental et de ses harmoniques. Enfin, une analyse similaire centrée sur le déphasage entre fondamental et harmonique est traitée.

Tout au long de ce chapitre, il faut garder à l'esprit que la caractérisation des matériaux magnétiques est ancienne [46] : l'objectif est ici de rester qualitatif sur les différents facteurs qui ont une influence sur les pertes fer.

II.1 Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales

II.1.1 Présentation de l'hystérésigraphe MPG200

Afin d'étudier les pertes fer, il est nécessaire de s'équiper de matériel permettant les mesures magnétiques. L'IRT Saint-Exupéry a décidé de se doter d'un hystérésigraphe MPG200 de la société Brockhaus Messtechnik. Il s'agit d'un système constitué d'une source de puissance alimentant un capteur magnétique et d'un système de régulation permettant un grand nombre de mesures différentes.

La source de puissance est un amplificateur linéaire 75 V - 28 A. Le système de régulation qui lui est associé permet de générer un grand nombre de spectres différents pour le champ d'induction magnétique B ou le champ d'excitation magnétique H . La régulation peut donc se faire en courant ou en tension, elle peut

II.1. Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales



FIGURE II.1 – Amplificateurs servant de source de puissance



FIGURE II.2 – Vue générale du SST

être numérique ou analogique. La bande passante de l'association amplificateur-système de régulation est de 20 kHz pour le fondamental du signal et peut aller jusqu'à 1 MHz pour ses éventuels harmoniques. L'amplificateur est visible sur la figure II.1.

Le capteur utilisé est un *Single Sheet Tester* (SST) permettant de faire des mesures magnétiques unidimensionnelles sur une tôle unitaire. Il s'agit d'une double culasse magnétique en forme de U qui se referme sur la tôle, permettant la fermeture du circuit magnétique. Un bobinage primaire de 40 spires sert d'alimentation, un bobinage secondaire de 40 spires sert quant à lui de mesure de tension. Les grandeurs magnétiques sont obtenues à partir du courant au primaire image du champ d'excitation magnétique ainsi qu'à partir de la tension au secondaire, image du champ d'induction magnétique. Les figures II.2, II.3 et II.4 montrent différentes photos du SST.

Le matériau utilisé dans les différentes études de cette thèse est du fer silicium à grains non orientés, plus particulièrement des tôles NO20. Il s'agit d'un matériau très utilisé dans les applications aéronautique. Le tableau II.1 en donne les caractéristiques.

Obtenir des tôles en petites quantités n'est pas aisé, et c'est assez tardivement, grâce aux partenaires industriels de l'IRT, que nous avons pu obtenir des tôles de machines à caractériser. Ceci explique en partie pourquoi seul le NO20 est testé ici. Le comportement reste cependant assez similaire d'autres types de tôles : ce sont essentiellement les caractéristiques qui vont changer.

Taille	Épaisseur	Densité	Résistivité
60 mm×60 mm	0,2 mm	7650 kg.m ³	6.10 ⁻⁸ Ωm

TABLE II.1 – Caractéristiques des tôles NO20 utilisées



FIGURE II.3 – Zoom sur le SST - Circuit magnétique fermé



FIGURE II.4 – Zoom sur le SST - Circuit magnétique ouvert

II.1.2 Influence de l'amplitude du champ d'induction magnétique sur les pertes

Pour commencer une caractérisation de tôle, ici du NO20 (60 mm×60 mm ×0,2 mm), il convient d'étudier l'influence de l'amplitude du champ magnétique B sur les pertes fer et d'autres grandeurs magnétiques, à l'instar de [47]. Le champ B sera sinusoïdal et sa fréquence sera successivement fixée à différentes valeurs (50 Hz, 500 Hz, 1 kHz et 1,5 kHz). Pour chaque fréquence, l'amplitude de B , notée \hat{B} , variera entre 0 T et 1,4 T. La saturation théorique du NO20 peut dépasser 1,8 T, mais il est préférable de se limiter à 1,4 T afin de s'assurer d'atteindre toutes les valeurs de \hat{B} pour chaque fréquence et ainsi faciliter le travail de l'alimentation en tension. On a ainsi :

$$B(t) = \hat{B} \sin(2\pi f \times t) \quad (\text{II.1})$$

Avec :

- $\hat{B} \in [0, \dots, 1,4]$ l'amplitude du signal en T,
- $f \in \{50, 500, 1000, 1500\}$ la fréquence du signal en Hz.

La figure II.5 représente les cycles d'hystérésis à 50 Hz pour les différentes valeurs de \hat{B} . Plus \hat{B} augmente, plus l'aire du cycle augmente et par conséquent l'énergie magnétique dissipée dans la tôle.

La figure II.6 montre quant à elle les cycles d'hystérésis à 1,5 kHz pour les mêmes valeurs de \hat{B} . L'augmentation de la fréquence a élargi les cycles, leur donnant une forme ovoïde. Ainsi, même si la valeur maximale de B est maintenue, il faudra un H plus important pour l'atteindre.

Intéressons-nous maintenant directement aux pertes fer spécifiques, i.e. les pertes fer massiques. La figure II.7 présente l'évolution des pertes fer spécifiques P_s à 50 Hz et 500 Hz. Cette dernière semble polynomiale, particulièrement visible à 500 Hz, suivant les développements classiques des pertes fer [24][48]. L'évolution des pertes à 1 kHz et 1,5 kHz est présentée figure II.8. Elles suivent toujours une

II.1. Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales

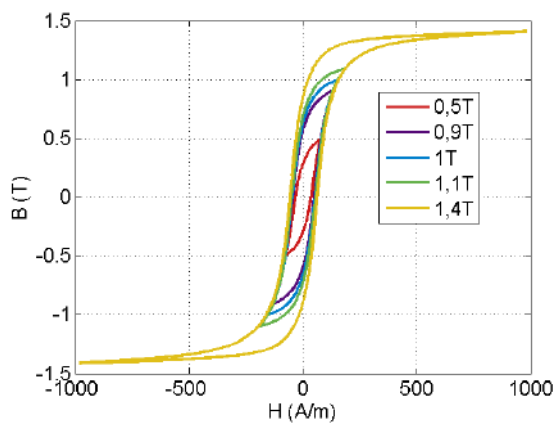


FIGURE II.5 - Cycles d'hystérésis à 50 Hz

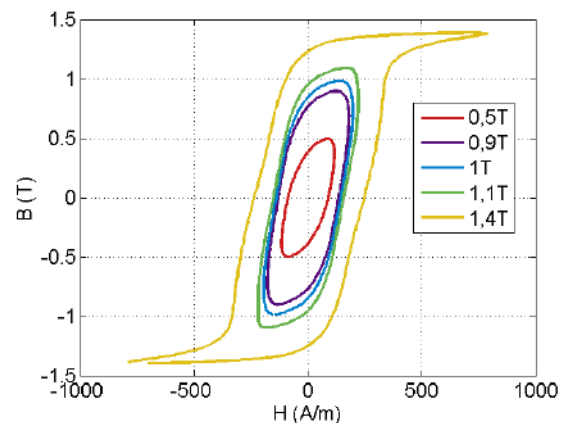


FIGURE II.6 - Cycles d'hystérésis à 1,5 kHz

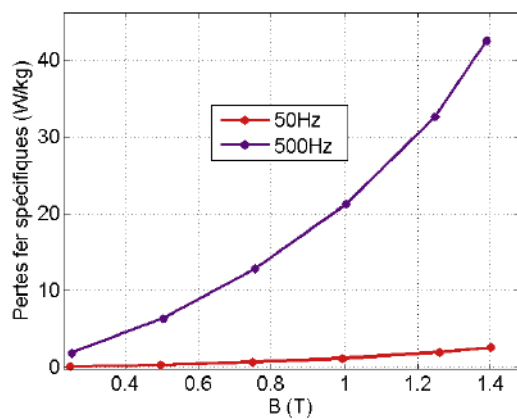


FIGURE II.7 - Évolution des pertes fer spécifiques en fonction de B - 50 Hz et 500 Hz

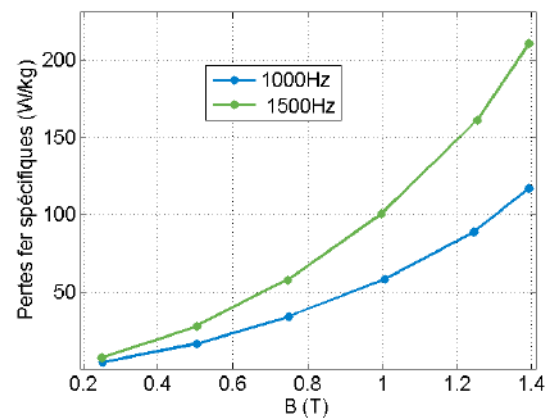


FIGURE II.8 - Évolution des pertes fer spécifiques en fonction de B - 1000 Hz et 1500 Hz

évolution polynomiale. On retrouve d'ailleurs des valeurs de pertes du même ordre de grandeur que dans [49].

Les grandeurs magnétiques H_c (champ coercitif) et B_r (champ rémanent) permettent de caractériser l'hystérésis magnétique et son évolution selon \hat{B} . Elles sont respectivement présentées figure II.9 et II.10. Il convient maintenant de poursuivre cette caractérisation en fréquence à \hat{B} fixée.

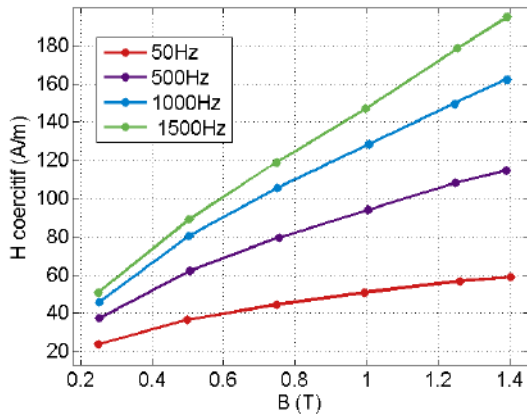


FIGURE II.9 – Évolution du champ coercitif H_c en fonction de B

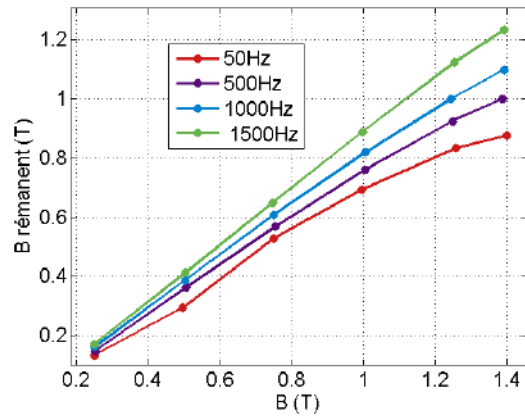


FIGURE II.10 – Évolution du champ d'induction rémanente B_r en fonction de B

II.1.3 Influence de la fréquence sur les pertes

Dans cette section, c'est la fréquence qui sera variable à différents niveaux de \hat{B} fixés. Le montage expérimental reste le même et B sera de la forme de l'équation II.1. La caractérisation est alors fréquentielle et permet d'obtenir le comportement du matériau en fréquence et son impact sur les pertes fer.

La figure II.11 regroupe les cycles d'hystérésis pour $\hat{B}=0,5$ T et f variant de 50 Hz à 1,5 kHz. Ici aussi, Le gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence est bien visible. Ce gonflement n'est pas le même en tout point du cycle : il dépend, pour un même H , à la fois de B et de f . Les cycles à 1,4 T sont rassemblés en figure II.12.

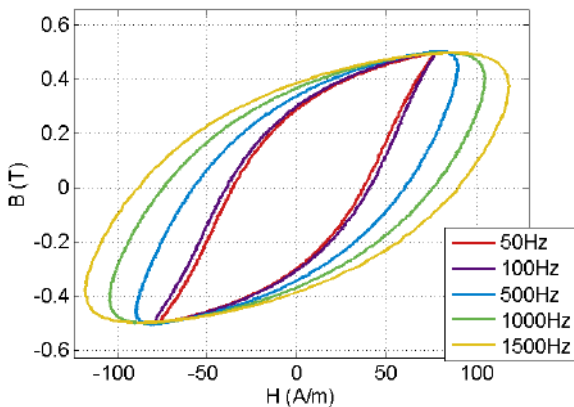


FIGURE II.11 – Cycles d'hystérésis à 0,5 T

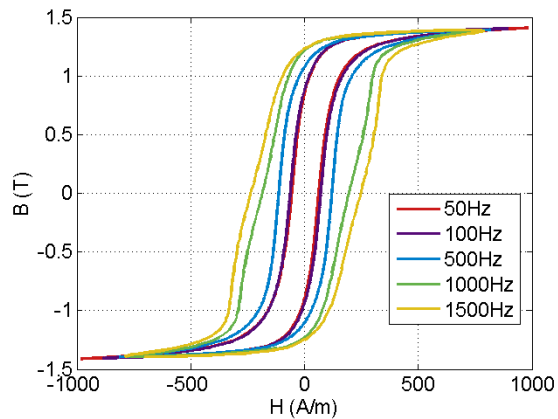


FIGURE II.12 – Cycles d'hystérésis à 1,4 T

L'évolution fréquentielle de H_c ainsi que celle de B_r sont respectivement présentés figure II.13 et II.14. Celle des pertes fer est tracée figure II.15. Pour ces dernières, on retrouve des valeurs comparables à [50].

À l'instar de [24][48], l'évolution des pertes fer spécifiques avec la fréquence est elle aussi polynomiale. Ces résultats sont bien connus et sont à l'origine de bon nombre de modèles de pertes fer. Le modèle le plus utilisé est celui de Bertotti [24].

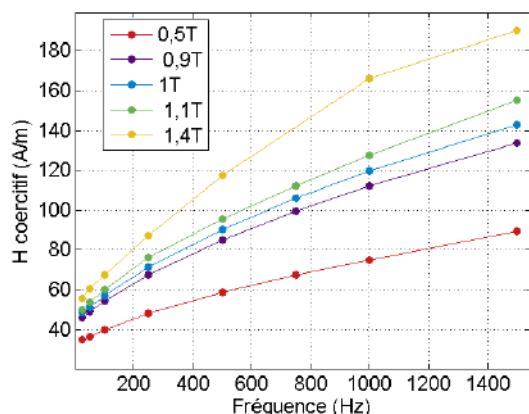


FIGURE II.13 – Évolution de H_c en fonction de la fréquence

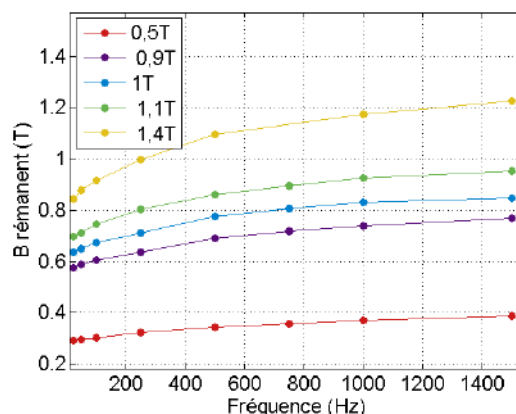


FIGURE II.14 – Évolution de B_r en fonction de la fréquence

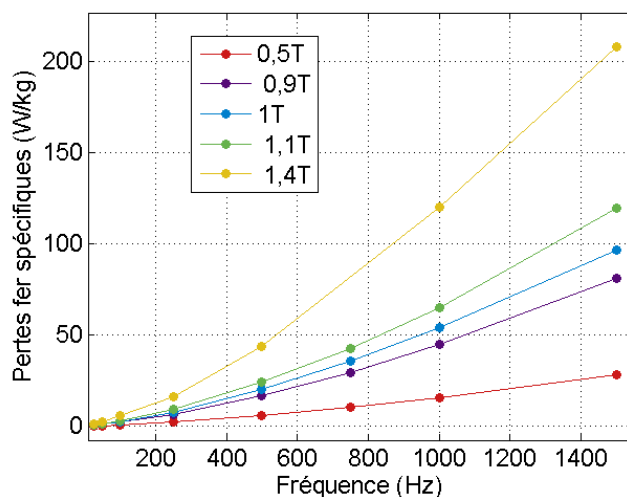


FIGURE II.15 – Évolution des pertes fer spécifiques en fonction de la fréquence

Toutes les mesures effectuées jusqu'à là rendent sa caractérisation possible. Elle est présentée au paragraphe suivant.

II.1.4 Séparation des pertes et modèle de Bertotti

Pour conclure sur la caractérisation 1D sous B sinusoïdal, il est possible d'effectuer une séparation des pertes suivant le modèle de Bertotti [24]. Les pertes fer peuvent alors se décomposer classiquement en trois parties : pertes par hystérésis ou hystériques, pertes par courants de Foucault, et pertes par excès. L'évolution polynomiale des pertes avec l'amplitude \hat{B} et la fréquence f de B permet à Bertotti de compléter les travaux de Steinmetz [22] et de proposer l'équation suivante :

$$P = k_H \cdot \hat{B}^\alpha \cdot f + k_F \cdot (\hat{B} \cdot f)^2 + k_e \cdot (\hat{B} \cdot f)^{1,5} \quad (\text{II.2})$$

Où k_H, k_e et α sont des coefficients obtenus expérimentalement. Le coefficient α est classiquement fixé à 2 [23].

Le coefficient k_F des pertes par courants de Foucault peut s'exprimer [24] avec B sinusoïdal :

$$k_F = \frac{(\pi \cdot e)^2}{6 \cdot \rho \cdot d} \quad (II.3)$$

Avec :

- e l'épaisseur de la tôle,
- ρ la résistivité de la tôle,
- d sa masse volumique.

Pour les tôles de NO20 caractérisées, il prend la valeur suivante :

$$k_F = 1,29014 \times 10^{-5} \quad (II.4)$$

Le coefficient des pertes par hystérésis k_H peut être obtenu à partir de mesures d'énergie dissipée en fonction de la fréquence f du champ B , $P/f(f)$. À partir de l'équation II.2, on peut exprimer le rapport P/f . Il est ensuite possible, pour f tendant vers 0, d'obtenir k_H . La figure II.16 donne l'évolution fréquentielle de l'énergie dissipée (P/f en fonction de f) pour 0,5 T, 1 T et 1,4 T dans une tôle de NO20. Le tableau II.2 rassemble les coefficients k_H pour le NO20. Ils dépendent de l'amplitude du champ B .

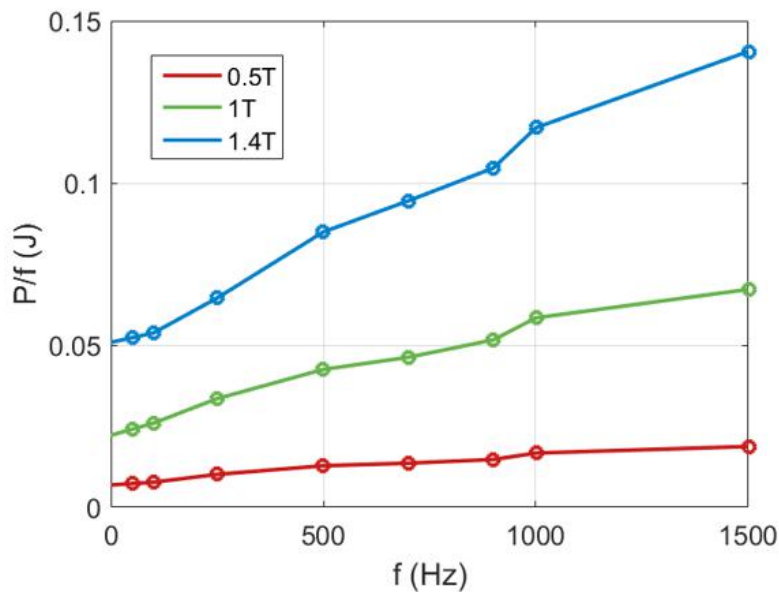


FIGURE II.16 – Méthode P/f en fonction de f pour obtenir k_H

	0,5 T	1 T	1,4 T
k_H (W.s/kg/T ²)	0,0276	0,0224	0,0259

TABLE II.2 – Coefficient k_H obtenus par la méthode P/f - NO20

Le coefficient des pertes par excès se déduit en soustrayant aux pertes fer spécifiques mesurées P_{mes} les deux autres composantes des pertes (par hystérésis et par courants de Foucault), obtenues par les méthodes précédentes. Finalement, on a :

$$P_e = P_{mes} - k_H \cdot B^2 \cdot f - k_F \cdot B^2 \cdot f^2 \quad (II.5)$$

II.1. Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales

Soit, pour le coefficient k_e :

$$k_e = \frac{P_e}{f^{1,5} \cdot B^{1,5}} \quad (\text{II.6})$$

Le tableau II.3 présente les valeurs de k_e . Puisqu'ils sont déterminés à partir des coefficients k_H , ils dépendent logiquement de \hat{B} . Cependant, ils ne sont pas constants avec la fréquence.

	0,5 T	1 T	1,4 T
50 Hz	$0,107 \cdot 10^{-3}$	$0,143 \cdot 10^{-3}$	$0,024 \cdot 10^{-3}$
700 Hz	$0,474 \cdot 10^{-3}$	$0,559 \cdot 10^{-3}$	$0,599 \cdot 10^{-3}$
1500 Hz	$0,508 \cdot 10^{-3}$	$0,658 \cdot 10^{-3}$	$0,815 \cdot 10^{-3}$

TABLE II.3 – Coefficient k_e obtenus par différenciation - NO20

Les figures II.17, II.18 et II.19 représentent cette méthode et la séparation des différentes composantes des pertes fer pour respectivement $\hat{B}=0,5$ T, $\hat{B}=1$ T et $\hat{B}=1,4$ T.

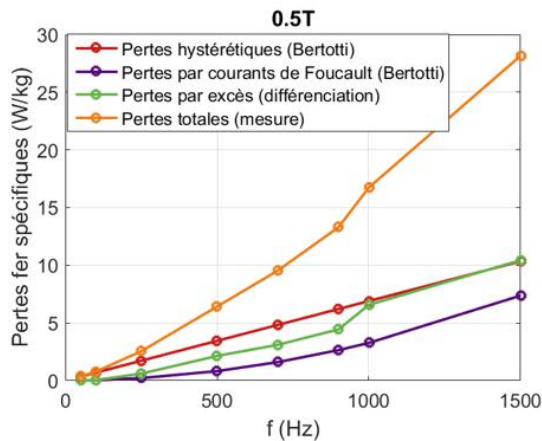


FIGURE II.17 – Séparation des pertes pour $\hat{B} = 0,5$ T

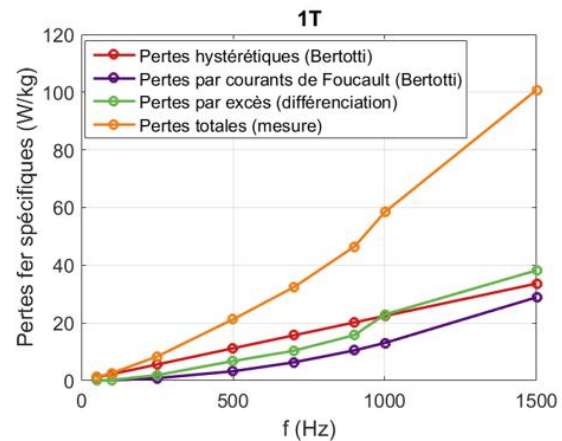


FIGURE II.18 – Séparation des pertes pour $\hat{B} = 1$ T

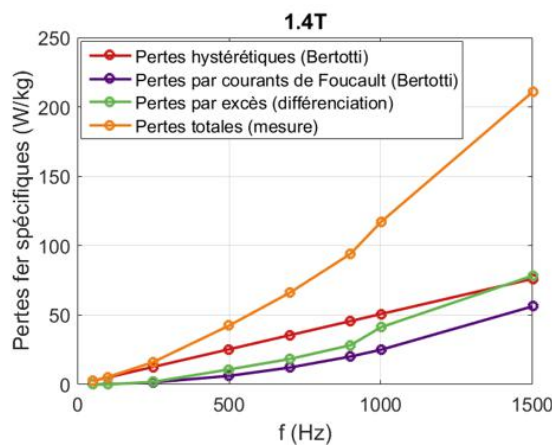


FIGURE II.19 – Séparation des pertes pour $\hat{B} = 1,4$ T

Cette détermination des coefficients permet de mettre en évidence les résultats de [48] sur la séparation des pertes. Les pertes hystérétiques varient linéairement

avec la fréquence et sont simples à estimer. À basse fréquence (inférieure à 500 Hz pour ce matériau), elles contribuent pour une grande part aux pertes fer totales. Passé 1000 Hz, elles tendent à devenir égales aux autres contributions de pertes.

Les pertes par courants de Foucault deviennent de plus en plus prépondérantes quand la fréquence augmente. Elles sont censées devenir majoritaires à des fréquences encore plus grandes compte-tenu de leur évolution quadratique (équations II.2 et II.3).

Les pertes par excès sont prépondérantes aux fréquences intermédiaires, au delà de 1000 Hz. À des fréquences plus importantes elles deviendront plus faibles que les pertes par courants de Foucault. L'origine des pertes par excès n'est pas certaine mais serait liée au déplacement des parois de Bloch [51][52] et de courants induits microscopiques autour de ces dernières.

La dépendance des coefficients avec \hat{B} et avec la fréquence (pour k_e uniquement) impose de se limiter à une certaine plage de fréquence et d'amplitude de champ si l'on souhaite un modèle avec des coefficients constants. Il semble aussi important de revoir la modélisation des pertes par courants de Foucault, particulièrement à haute-fréquence, afin d'affiner au mieux la séparation des pertes fer.

Dans un premier temps, il est possible de vérifier la dépendance en \hat{B} à partir de mesure quasi-statique. Les pertes hystérétiques sont liées à l'hystérésis quasi-statique, et donc proportionnelles à l'aire du cycle quasi-statique. À partir de mesure de cycles DC pour \hat{B} de 0,5 T, 1 T et 1,4 T (figures II.20 et II.21), on obtient l'énergie dissipée via l'aire des cycles. Ces mesures permettent donc de vérifier les valeurs de k_H obtenues avec la méthode P/f . Il suffit de diviser l'énergie par \hat{B}^2 pour obtenir les nouveaux coefficients, notés ici $k_{H_{DC}}$. Les énergies dissipées et les différents coefficients sont rassemblés dans le tableau II.4 pour 0,5 T, 1 T et 1,4 T. L'erreur relative entre les deux méthodes augmente avec l'amplitude, mais reste cependant acceptable. Dans les deux cas, le coefficient des pertes par hystérésis dépend de l'amplitude du champ. Il faudrait donc approfondir la modélisation quasi-statique des pertes quasi-statiques. Une autre approche est proposée au chapitre III.

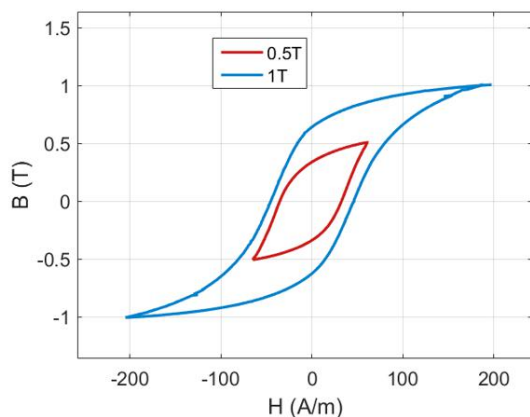


FIGURE II.20 – Cycles d'hystérésis DC - 0,5 T - 1 T

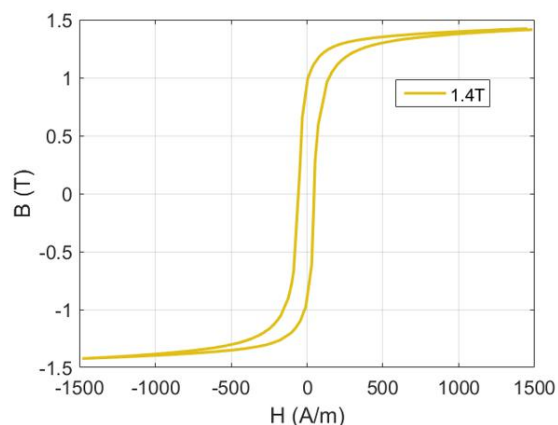


FIGURE II.21 – Cycles d'hystérésis DC - 1,4 T

La détermination des coefficients du modèle de Bertotti effectuée ici présente des coefficients non constants. C'est pourquoi il est également possible de déterminer directement les coefficients de l'équation II.2 par optimisation en minimisant

II.1. Influence du spectre de l'induction sur les pertes fer - formes d'onde sinusoïdales

\hat{B} (T)	0,5	1	1,4
Énergie dissipée (mJ/kg)	7,1	23,9	43,1
k_H	0,0276	0,0224	0,0259
$k_{H_{DC}}$	0,0284	0,0239	0,0220
Erreur relative	2,9%	6,3 % -15,1 %	

TABLE II.4 – Énergie dissipée dans la tôle et coefficients pour les différentes valeurs de \hat{B}

l'écart des moindres carrés. Il ne s'agit alors plus du modèle de Bertotti à proprement parler mais d'un modèle phénoménologique basé sur Bertotti. Il prend alors la forme de l'équation II.7.

$$P = k_{H_{ph}} \cdot \hat{B}^\alpha \cdot f + k_F \cdot (\hat{B} \cdot f)^2 + k_{e_{ph}} \cdot (\hat{B} \cdot f)^{1,5} \quad (\text{II.7})$$

En effet, il respecte bien la séparation physique des pertes fer mais l'optimisation utilisée pour obtenir les coefficients s'affranchit quant à elle de toute considération physique. Le coefficient α est ici laissé libre pour l'optimisation.

La détermination des coefficients est effectuée selon la fréquence. Pour le NO20, ces valeurs sont rassemblées dans le tableau II.5. La figure II.22 représente les pertes fer mesurées ayant servies à la caractérisation, et celles reconstituées selon le modèle de Bertotti, dont sont issus les coefficients.

D'autres matériaux ont été caractérisés de la même manière. Leurs coefficients sont données en annexe A.

f (Hz)	$k_{H_{ph}}$	α	k_F	$k_{e_{ph}}$	Erreur des moindres carrés (%)
50	0,02421	2,1	$1,29 \times 10^{-5}$	1×10^{-8}	4,98
100	0,02548	2,00003		1×10^{-8}	4,45
250	0,02789	2,00005		$9,85 \times 10^{-5}$	3,79
500	0,03597	2,01359		1×10^{-8}	4,32
700	0,03713	2,00046		$5,28 \times 10^{-5}$	3,43
900	0,04017	2,00094		$3,36 \times 10^{-5}$	2,96
1000	0,04445	2,1		1×10^{-8}	4,20
1500	0,04957	2,09994		1×10^{-8}	3,05

TABLE II.5 – Coefficients phénoménologiques obtenus par caractérisation - NO20

Le coefficient α est très proche de 2 pour toutes les valeurs de f . Dans [23] il est d'ailleurs considéré comme fixé à cette valeur. Les autres coefficients varient beaucoup avec la fréquence. Il est donc nécessaire de caractériser de cette manière les matériaux magnétiques si on souhaite utiliser ce modèle phénoménologique de Bertotti. Dans son cadre d'utilisation, cette formulation donne de bons résultats. Son expression polynomiale, basée sur des jeux de coefficients dépendants de la fréquence, est simple à intégrer dans un modèle plus global où chaque contribution n'est pas forcément bien modélisée. La somme des trois contributions donnent des résultats satisfaisants, mais l'optimisation mise en jeu pour déterminer les coefficients ne garantit pas la validité de chacune d'elles.

En conclusion, la caractérisation des matériaux magnétiques peu s'avérer longue et complexe, même pour des signaux sinusoïdaux et unidimensionnels. Celle qui

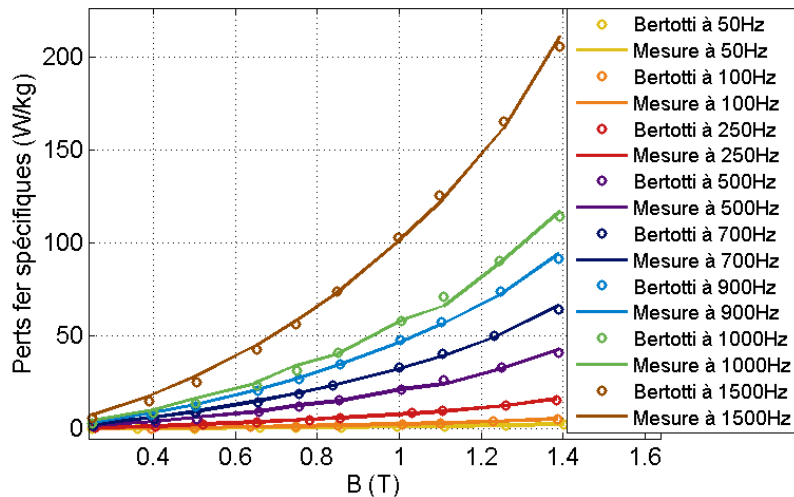


FIGURE II.22 – Modèle de phénoménologique issu de Bertotti : comparaison avec les pertes fer mesurées à différentes fréquences

est proposée ici n'est pas exhaustive : elle met cependant en lumière la nécessité d'améliorer la modélisation quasi-statique, ce qui sera proposé au chapitre III, ainsi que celle des courants de Foucault, au chapitre IV.

Cependant, le but premier de cette étude de caractérisation est d'obtenir des informations intéressantes concernant le dimensionnement de machines électriques et la modélisation des pertes fer dans des cas plus complexes qu'un champ d'induction sinusoïdal. C'est pourquoi la caractérisation unidimensionnelle des pertes fer est poursuivie dans le cas de spectre complexe de B , section suivante.

II.2 Influence du spectre du champ magnétique sur les pertes fer - formes d'onde complexes

II.2.1 Influence de la fréquence des harmoniques

Présentation de l'étude

Afin d'obtenir des modèles analytiques efficaces, il est nécessaire d'effectuer une étude comportementale sous différents niveaux de fréquences, fournissant ainsi des données essentielles concernant les pertes fer. De telles données phénoménologiques pourraient permettre d'établir de nouveaux modèles ou bien de perfectionner ceux existants. Ainsi, les pertes fer provoquées par des formes complexes de B doivent être analysées pour pouvoir décrire le comportement global des pertes.

Pour générer et contrôler les spectres complexes de B dans les échantillons magnétiques et pour mesurer les pertes, l'hystérésigraphe MPG200 Brockhaus est utilisé. Les pertes sont tout d'abord mesurées pour différents B sinusoïdaux. Elles le sont ensuite pour les différentes combinaisons de ces formes d'ondes "élémentaires", ayant ainsi divers rangs d'harmoniques, amplitudes et phases (φ), à l'instar de l'étude faite dans [53]. Les tests expérimentaux sont réalisés sur des tôles de NO20 soumises à des B sinusoïdaux de différentes fréquences et amplitudes, présentées dans le tableau II.6. On s'assure ainsi du caractère unidimensionnel du

champ et on évite les effets de rotation. On s'éloigne alors de la réalité contrairement à l'étude proposée dans [54], mais l'exploitation des résultats en est simplifiée : l'influence d'un harmonique est plus facilement identifiable.

Il a été choisi de ne pas dépasser 1,4T d'amplitude du fondamental de B pour s'approcher de la saturation au maximum tout en gardant une régulation du MPG200 efficace. Au-delà, le contenu harmonique gêne voire empêche la régulation.

Ensuite, des combinaisons de ces sinusoïdes de mêmes phases sont utilisées afin de générer des spectres complexes pour B dans les échantillons. Le but étant de se rapprocher des formes d'ondes de B dans une machine électrique, ces fréquences et ces amplitudes ont été spécifiquement choisies.

Ainsi, avec une fréquence fondamentale à 500 Hz, un harmonique à 1500 Hz correspond au rang 3, 3500 Hz au rang 7, 9500 Hz au rang 19 et 19500 Hz au rang 39. Pour une machine électrique alimentée en MLI, les harmoniques de rang 3 et 7 sont liées à sa structure [21], celles de rang 19 et 39 sont liées à la fréquence de découpage de l'alimentation (10 kHz pour l'harmonique 19, 20 kHz pour l'harmonique 39 [45]). Les amplitudes utilisées pour B sont présentées tableau II.6.

Les signaux utilisés sont donc du type de l'équation II.8 :

$$B(t) = \hat{B}(\sin(2\pi f.t) + R.\sin(2\pi(f \times rang).t)) \quad (\text{II.8})$$

Où :

- \hat{B} désigne l'amplitude du fondamental de l'induction,
- f sa fréquence fondamentale,
- R représente le rapport entre l'amplitude de l'harmonique et celle du fondamental,
- $rang$ désigne le rang de l'harmonique utilisé.

Les figures II.23 et II.24 présentent respectivement la combinaison des formes d'ondes 1 et 2 ($R=20\%$) et la combinaison de 1 et 3 ($R=10\%$) à 500 Hz et 1 T. Les figures II.25 et II.26 montrent quant à elles les combinaisons des formes d'ondes 1 et 4 ($R=10\%$) et des formes d'ondes 1 et 5 ($R=4\%$), à 500 Hz et 1 T. L'amplitude du signal combiné sera différente de l'amplitude du fondamental, les amplitudes de chaque harmonique restant les mêmes. Les comparaisons se font à même niveau d'induction du fondamental.

Dans cette étude, nous nous limiterons à une harmonique seulement pour en avoir la maîtrise et justement essayer d'en estimer sa contribution aux pertes fer. Pour être réellement représentatif de la MLI, il faudrait directement en générer un signal et l'étudier, mais il serait alors plus complexe d'analyser l'interdépendance des harmoniques sur les pertes. Une étude sur des formes d'ondes plus représentatives représenterait la suite logique du travail effectué ici.

Formes d'onde	Fréquence (Hz)	B maximum atteint (T)	Pertes fer P_s (W/kg)
1 - Fondamental	500	0,5	6,04
		1	20,11
		1,4	43,72
2 - harmonique 3	1500	0,099	1,46
		0,19	5,55
		0,28	10,38
3 - harmonique 7	3500	0,049	1,29
		0,098	5,40
		0,138	10,29
4 - harmonique 19	9500	0,051	8,27
		0,101	29,86
		0,142	54,72
5 - harmonique 39	19500	0,021	3,75
		0,041	15,57
		0,057	35,39

TABLE II.6 – Fréquences, amplitudes et pertes des formes d'ondes sinusoïdales utilisées

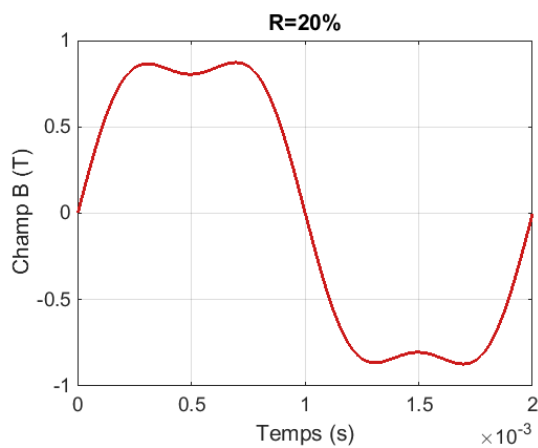


FIGURE II.23 – Combinaison des formes d'ondes 1 et 2 : sinus avec harmonique de rang 3 - 1 T 500 Hz

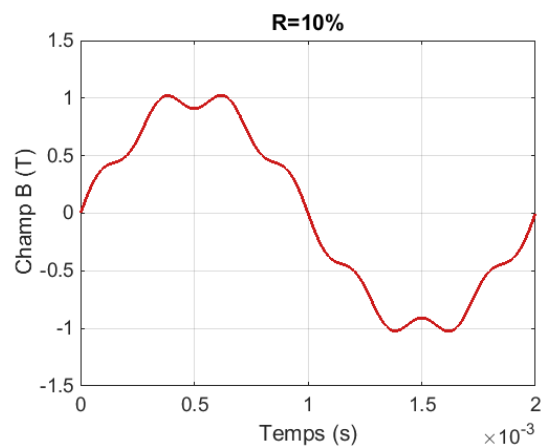


FIGURE II.24 – Combinaison des formes d'ondes 1 et 3 : sinus avec harmonique de rang 7 - 1 T 500 Hz

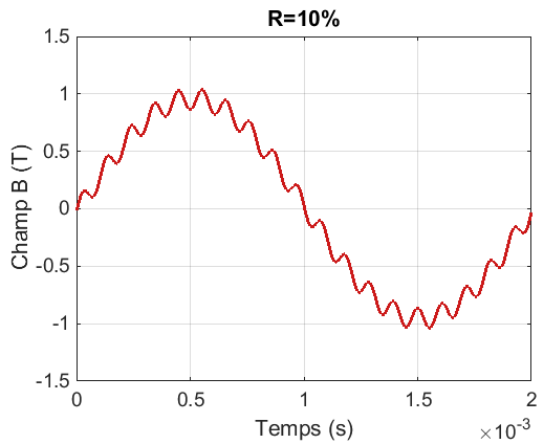


FIGURE II.25 – Combinaison des formes d'ondes 1 et 4 : sinus avec harmonique de rang 19 - 1 T 500 Hz

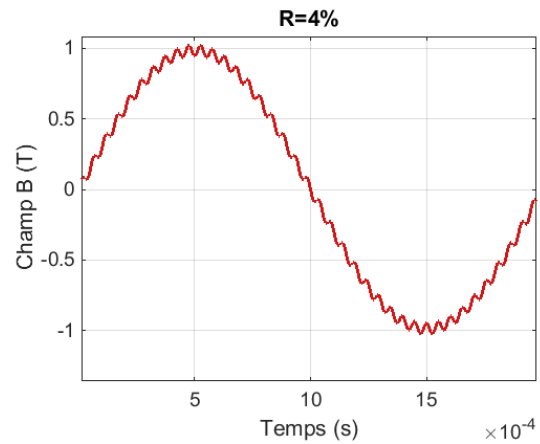


FIGURE II.26 – Combinaison des formes d'ondes 1 et 5 : sinus avec harmonique de rang 39 - 1 T 500 Hz

Résultats et analyse de la contribution des harmoniques aux pertes fer

La figure II.27 représente les cycles d'hystérésis pour une amplitude de fondamental de B de 1 T avec une harmonique de rang 3 et $R=20\%$. La figure II.28 le même cycle pour un rang 7 et $R=10\%$, la figure II.29 pour un rang 19 et $R=10\%$ et enfin la figure II.30 pour un rang 39 et $R=4\%$.

Le contenu harmonique des différentes combinaisons de sinusoides induit des ondulations sur le cycle d'hystérésis. Lorsque la variation de l'amplitude de l'harmonique est assez grande par rapport à la variation d'amplitude du fondamental, les ondulations se rebouclent sur elles-mêmes pour former un cycle mineur au sein du cycle d'hystérésis principal. Ce dernier est appelé cycle majeur et correspond au cycle du fondamental sinusoidal. Il est ainsi possible de prévoir le nombre d'ondulations sur ce cycle majeur en fonction du contenu harmonique : il y a autant d'ondulations que le rang de l'harmonique moins un. (le fondamental n'est pas un harmonique par définition). Ainsi pour un harmonique de rang 3 (figure II.27) il y a deux ondulations (ici des cycles mineurs) et pour un harmonique de rang 7 (figure II.28) on peut en compter six. En réalité, si l'on ajoute au compte le cycle majeur lui-même, on retrouve directement le rang de l'harmonique : le nombre de cycles mineurs est égal au rang de l'harmonique moins un, sous réserve que l'amplitude de l'harmonique soit suffisante. Dans le cas contraire, il y a une ondulation sur le cycle majeur, mais elle n'est pas assez grande pour former un cycle à proprement parlé.

Le Tableau II.7 regroupe les pertes fer massiques pour toutes les combinaisons proposées précédemment, soit 0,5 T, 1 T et 1,4 T d'amplitude du fondamental de B . En imposant l'amplitude du fondamental, on s'assure de comparer des signaux avec une base commune. Le Tableau II.8 regroupe les différents écarts relatifs E_{r1} entre la somme des pertes fer du fondamental et de son harmonique et les pertes fer de la combinaison du fondamental et de son harmonique tel que :

$$E_{r1} = \frac{(P_s(1) + P_s(X)) - P_s(1etX)}{P_s(1etX)} \quad (\text{II.9})$$

avec $X \in \{2, 3, 4, 5\}$.

Amplitude de B (T)	Rang (combinaison)	Fréquence de l'harmonique (kHz)	R	Pertes fer P_s (W/kg)
0,5	3 (1&2)	1,5	20%	8,18
	7 (1&3)	3,5	10%	7,22
	19 (1&4)	9,5	10%	11,86
	39 (1&5)	19,5	4%	9,98
1	3 (1&2)	1,5	20%	27,27
	7 (1&3)	3,5	10%	24,84
	19 (1&4)	9,5	10%	45,56
	39 (1&5)	19,5	4%	36,42
1,4	3 (1&2)	1,5	20%	56,89
	7(1&3)	3,5	10%	54,12
	19 (1&4)	9,5	10%	101,54
	39 (1&5)	19,5	4%	87,48

TABLE II.7 – Pertes fer des formes d'ondes combinées (sinus avec un harmonique)

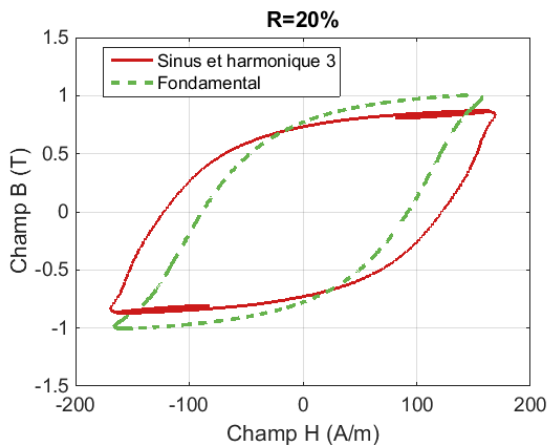


FIGURE II.27 – Combinaison des formes d'ondes 1 et 2 : cycle d'hystérésis

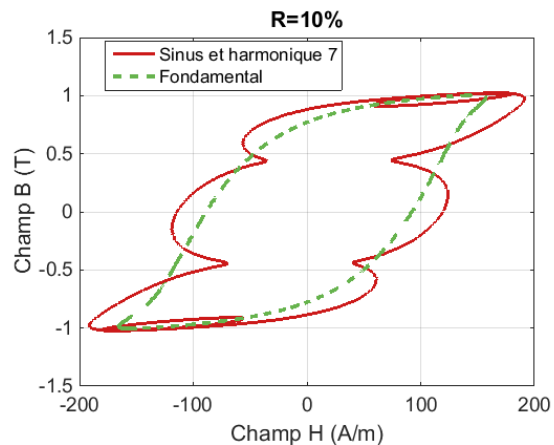


FIGURE II.28 – Combinaison des formes d'ondes 1 et 3 : cycle d'hystérésis

Nous avons décidé de travailler en valeurs réelles pour que le signe de l'écart relatif permette d'indiquer laquelle des deux données comparées est la plus grande. Ainsi calculé, l'écart relatif traduit en quelque sorte la linéarité des pertes fer vis-à-vis de la fréquence. Plus il sera proche de zéro, plus la séparation des pertes entre fondamental et harmonique sera possible : analytiquement parlant, les pertes fer d'un spectre complexe harmonique seront la somme linéaire de chaque contribution. Facilitant le calcul des pertes fer, cette décomposition par harmonique [55] est couramment utilisée.

Pour l'harmonique de rang 3 (combinaison 1 et 2), les pertes fer de la combinaison sont plus faibles que celle de la somme des pertes fer prises indépendamment. Cet écart tend à augmenter avec le niveau de B . Avec entre 5% et 9% d'écart relatif, la décomposition des pertes par harmoniques n'est pas très précise mais reste tout à fait acceptable.

Pour l'harmonique de rang 7, l'écart relatif reste inférieur à 3% en valeur absolue, rendant la décomposition possible. Cependant, à B plus faible c'est la somme

II.2. Influence du spectre du champ magnétique sur les pertes fer - formes d'onde complexes

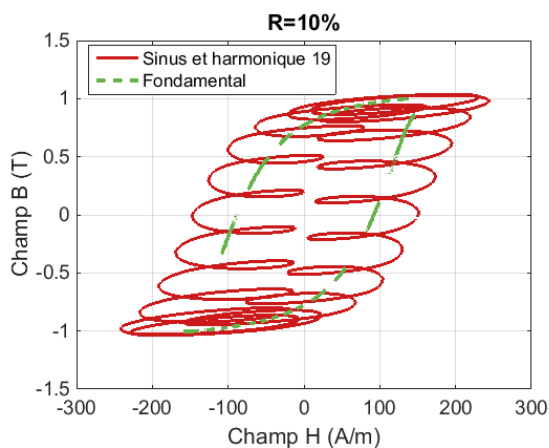


FIGURE II.29 - Combinaison des formes d'ondes 1 et 4 : cycle d'hystérésis

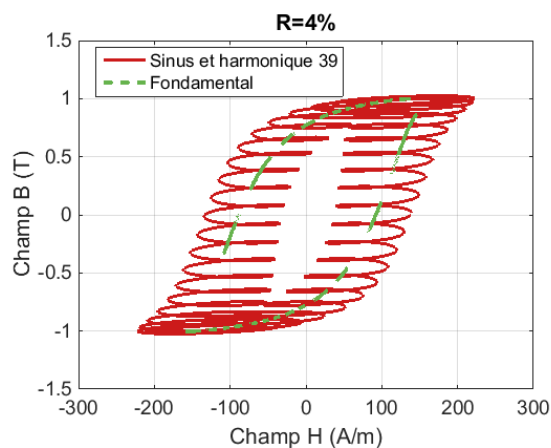


FIGURE II.30 - Combinaison des formes d'ondes 1 et 5 : cycle d'hystérésis

Combinaison des formes d'ondes	Amplitude de B (T)	Pertes fer de la combinaison (W/kg)	Somme des pertes fer de chaque sinusoïde (W/kg)	Écart relatif %
1&2 Fond.+harm.3	0,5	7,12	7,50	5,04
	1	23,8	25,7	8,04
	1,4	49,6	54,1	9,18
1&3 Fond.+harm.7	0,5	7,29	7,33	1,54
	1	24,8	25,5	2,71
	1,4	54,1	54,0	-2,01
1&4 Fond.+harm.19	0,5	11,9	14,3	20,7
	1	45,6	49,9	9,67
	1,4	101,5	98,4	-3,05
1&5 Fond.+harm.39	0,5	9,98	9,78	-1,98
	1	36,4	35,7	-2,04
	1,4	87,5	79,1	-9,56

TABLE II.8 - Contribution de la fréquence de l'harmonique sur les pertes fer - écarts relatifs pour 1500 Hz, 3500 Hz, 9500 Hz et 19500 Hz

des pertes qui est plus grande que les pertes de la combinaison. En augmentant B à 1,4 T, cela s'inverse.

C'est pour l'harmonique de rang 19 que l'écart est le plus flagrant, avec près de 21% d'erreur relative à 0,5 T. Encore une fois, l'erreur tend à se réduire en augmentant le B passant à environ 10% pour 1 T puis devenant négative (pertes de la combinaison supérieur à somme des pertes prises indépendamment), mais plus faible en valeur absolue (3%). Si pour cet harmonique l'écart est si grand, c'est avant tout parce que son amplitude est importante (10% de celle du fondamentale). Il est donc logique, vu la fréquence bien plus importante, d'avoir plus d'écart.

Enfin, pour l'harmonique 39, on observe le phénomène opposé à celui de l'harmonique 3. L'écart relatif est toujours négatif, mais tend à augmenter en valeur absolue avec le niveau de B . Les valeurs de l'écart relatif n'en demeurent pas moins relativement importantes (entre 2% et 10%) mais pas suffisamment pour remettre complètement en cause la décomposition des pertes par harmoniques.

L'amplitude de l'harmonique est la même pour ceux de rang 7 et 19, il est donc possible de comparer ces deux cas. On observe le même comportement avec l'augmentation de B . Cependant, l'écart relatif est bien plus grand en valeur absolue à 19500 Hz (rang 19) : à amplitude fixée, l'augmentation de la fréquence de l'harmonique entraîne une forte croissance de l'écart relatif et donc une diminution de la représentativité de la décomposition des pertes fer totales par harmoniques : elles ne sont plus une simple somme linéaire des pertes de chaque harmonique.

Il faut cependant moduler ces résultats avec l'incertitude propre à toute mesure expérimentale et avec le fait que le MPG200 ne peut pas garantir exactement le même niveau d'amplitude de B pour chaque mesure, même si l'incertitude vis-à-vis de la consigne reste inférieure à 5%. De plus, les problèmes de régulation à haute-fréquence pour de hauts niveaux d'amplitude de B peut également intervenir dans les résultats. Ici, les amplitudes des harmoniques sont assez faibles et devraient éviter ce problème. Enfin, d'autres facteurs peuvent entrer en jeu, comme la température ou le niveau moyen des harmoniques. Ces considérations sont traitées ci-après.

II.2.2 Amélioration de l'étude

Les écarts relatifs étant particulièrement non négligeables pour le signal avec un harmonique 19, nous nous concentrerons sur ce cas afin d'approfondir l'étude.

Influence du niveau de l'harmonique

La décomposition du champ en série de Fourier (somme d'harmoniques) pour calculer les pertes ne tient pas compte réellement de l'état magnétique du matériau. En effet, on suppose que la perturbation haute-fréquence intervient pour un B à valeur moyenne nulle. Or on voit sur les cycles d'hystérésis, des cycles mineurs à valeurs moyennes de B non nulles. Le nombre de cycles mineurs est lié au rang de l'harmonique (fondamental + harmonique n donnent $(n-1)$ cycles mineurs et un cycle majeur). Pour calculer précisément les pertes fer dues à l'harmonique de rang élevé, on va pour chaque période de la fréquence harmonique prendre la valeur moyenne de B du fondamental. L'état magnétique moyen autour duquel le cycle mineur s'installe est ainsi pris en compte.

Nous avons donc décidé de suivre la procédure de [56] afin d'améliorer la représentativité de notre étude. Il s'agit de faire les mesures de pertes fer avec un signal sinusoïdal de 9500 Hz mais avec un offset en B allant de zéro à la valeur

II.2. Influence du spectre du champ magnétique sur les pertes fer - formes d'onde complexes

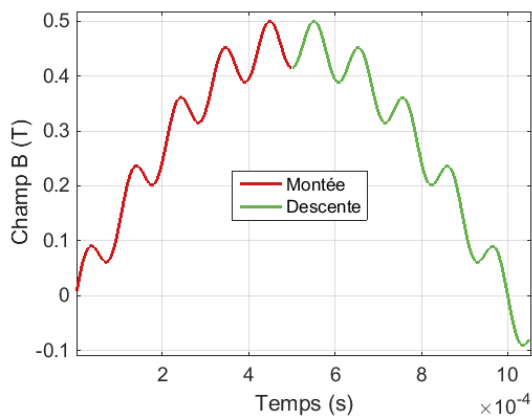


FIGURE II.31 – Zoom sur le signal sinusoïdal à 0,5T avec un harmonique 19 - décomposition montée et descente

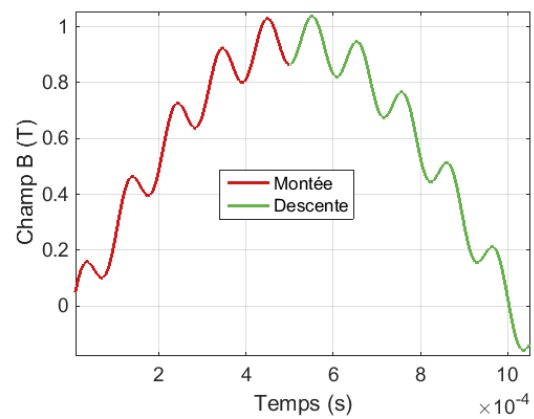


FIGURE II.32 – Zoom sur le signal sinusoïdal à 1T avec un harmonique 19 - décomposition montée et descente

maximale du fondamental. On fera autant de mesures supplémentaires par période d'harmonique, soit 19 sur une période. Cependant, seules les mesures sur une demi-période suffisent, compte-tenu de la nature symétrique du signal. On prendra au final 9 mesures d'harmoniques avec offset en B . Chaque offset sera choisi selon la valeur moyenne d'une période d'harmonique sur la demi-période du fondamental. Par exemple, pour 0,5 T, les valeurs d'offset seront 0,164 T, 0,299 T, 0,4 T, 0,48 T sur la montée et sur la descente, soit 8 mesures, plus une mesure pour 0T. La figure II.31 montre la demi-période du signal complet pour 0,5T. On y retrouve les valeurs d'offset sur chaque période d'harmonique. La figure II.32 présente le même signal pour 1T. Compte-tenu de l'hystérésis, il est indispensable de dissocier montée et descente sur le signal. De plus, il n'est pas possible d'imposer un B en offset. Il faut passer par le cycle en continu d'hystérésis, ou cycle DC. Avec le H_{DC} , il est possible de récupérer le B_{DC} d'offset correspondant sur la montée ou sur la descente de la demi-période. On effectue autant de mesures DC qu'il y a de cycles mineurs. On obtient ainsi des couples $B_{DC}(H_{DC})$ autour desquels les cycles mineurs s'installent (B_{DC} correspondant à la valeur moyenne de B du fondamental pour l'harmonique considérée à chaque cycle mineur). Les figures II.33 et II.34 représentent respectivement les cycles DC à 0,5T et 1T sur une demi-période de B . La dissociation de la montée et de la descente permet de faire correspondre H_{DC} et B_{DC} , puis de faire les mesures avec les bons offsets. Les résultats sont rassemblés tableaux II.9 et II.10.

Montée	B_{DC} (T)	0,164	0,299	0,4	0,48	
	H_{DC} (A/m)	43,39	51,92	60,79	68,37	
	P_s (W/kg)	8,63	8,79	9,06	9,12	
Descente	B_{DC}	0,48	0,4	0,299	0,164	0
	H_{DC}	57,33	23,96	-6,5	-21,42	-32,8
	P_s	8,99	9,0	8,42	8,17	8,10
$P_{moy} = 8,7$ W/kg						

TABLE II.9 – Correspondance entre B_{DC} et H_{DC} et pertes fer avec offset associées - 0,5 T

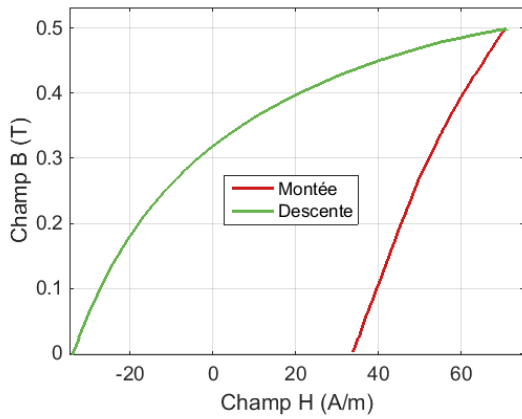


FIGURE II.33 – Décomposition montée et descente sur le cycle DC à 0,5 T

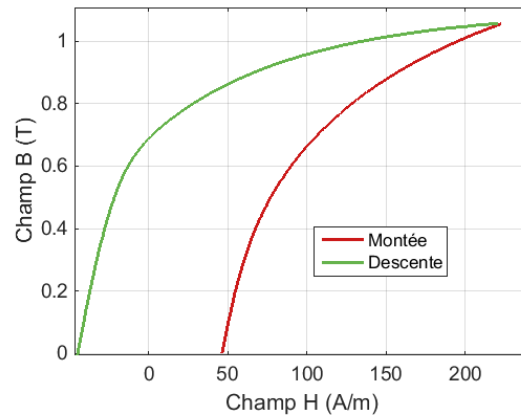


FIGURE II.34 – Décomposition montée et descente sur le cycle DC à 1 T

Pour 0,5 T, on voit ainsi que la valeur moyenne est de 8,697 W/kg alors qu'elle était de 8,269 W/kg avec une valeur moyenne nulle de B (cf. tableau II.6), donc sans tenir compte de l'état magnétique.

Montée	B_{DC} (T)	0,31	0,594	0,845	0,975	
	H_{DC} (A/m)	61,04	88,84	140,89	185,57	
	P_s (W/kg)	35,4	36,88	40,91	45,93	
Descente	B_{DC}	0,975	0,845	0,594	0,31	0
	H_{dc}	114,29	42,19	-13,45	-31,5	-43,4
	P_s	39,46	34,13	30,9	31,2	31,6
$P_{moy} = 36,6$ W/kg						

TABLE II.10 – Correspondance entre B_{DC} et H_{DC} et pertes fer avec offset associées - 1T

Pour 1 T, les pertes dues à l'harmonique sont passé de 29,8 W/kg à 36,6 W/kg.

Les écarts relatifs du tableau II.8 pour l'harmonique 19 à 0,5 T et 1 T sont recalculés et présentés tableau II.11. Dans ce cas, la précision de la décomposition a été augmentée mais le résultat est pire : l'écart relatif augmente. Il est passé de 20,69% à 24,25% à 0,5 T et de 9,67% à 24,47%. Compte-tenu des valeurs positives de ces écarts et de la manière dont ils sont calculés (équation II.9), ceci est logique. En procédant ainsi, on a augmenté la somme des pertes par rapport aux pertes de la combinaison. En appliquant le même processus à tous les signaux, la somme des pertes augmenterait dans tous les cas. Ainsi, les écarts relatifs négatifs du tableau II.8 tendraient à diminuer en valeur absolue et la décomposition des pertes en somme linéaire en devient plus valide. Cependant, les écarts relatifs pour l'harmonique 19 sont encore plus important, il faut donc chercher d'autres facteurs d'influence.

II.2. Influence du spectre du champ magnétique sur les pertes fer - formes d'onde complexes

Combinaison des formes d'ondes	Amplitude de B (T)	Pertes fer de la combinaison (W/kg)	Somme des pertes fer de chaque sinusoïde (W/kg)	Écart relatif %
1 & 4	0,5	11,86	14,74	24,25
	1	45,56	56,71	23,73

TABLE II.11 – Calcul des nouveaux écarts relatifs pour l'harmonique 19 à 0,5 T et 1 T

Influence de l'échauffement

Un autre facteur d'influence peut-être la température. Les courants de Foucault circulant dans la tôle font chauffer cette dernière par effet Joule. Dans notre cas, les fréquences sont suffisamment importantes pour qu'une mesure prolongée puisse faire chauffer la tôle et fausser la mesure. En effet, quand la température monte, les pertes par courant de Foucault diminuent [57][58].

Dans un premier temps, il est nécessaire de vérifier si la température joue un rôle dans le pire des cas (sinus avec harmonique 19 à 0,5 T et 1 T). De plus, l'écart relatif est dans ce cas positif (tableau II.8), i.e. les pertes de la combinaison sont plus faibles que celles de la somme des signaux pris indépendamment. Cela pourrait donc être lié à une élévation de température.

Pour ce faire, un thermocouple est placé directement sur la tôle et la mesure de pertes est refaite pour le même signal (figure II.25) à 0,5 T et 1 T. La figure II.35 présente une photo du montage et le tableau II.12 donne les températures.



FIGURE II.35 – Photo du SST avec mesure de température via un thermocouple fixé sur la tôle

L'augmentation de température est bien trop faible pour avoir un quelconque effet sur les pertes dans ce cas précis. Elle ne peut pas être à l'origine de tels écarts relatifs de pertes fer : il faut chercher ailleurs.

Amplitude de B (T)	Température avant la mesure (°C)	Température à la fin de la mesure (°C)	Augmentation (%)
0,5	23,3	23,7	1,3
1	23,6	24,1	2,1

TABLE II.12 – Augmentation de la température dans le cas des mesures avec B de la figure II.25 pour 0,5 T et 1 T

Influence de l'amplitude du fondamental

L'amplitude du fondamental \hat{B} réellement atteinte lors de la mesure semble être le principal facteur d'influence. En effet, il est très visible sur les figures II.31 et II.32 que l'amplitude \hat{B} du fondamental n'atteint pas la consigne. Le signal mesuré est une sinusoïde à 500 Hz avec un harmonique 19, à 0,5 T et 1 T pour le fondamental. Or ici \hat{B} est plutôt de 0,46 T et 0,95 T, avec une amplitude maximale du signal respectivement de 0,502 T et 1,09 T. Dans ce cas précis, l'amplitude est donc sous-évaluée par rapport à la consigne, respectivement de 10% et 5%.

D'autres signaux avec des harmoniques basse-fréquences comme l'harmonique 3 et 7 (figures II.23 et II.24) ne présentent pas de telles sous-évaluations de \hat{B} . Ce problème arrive donc surtout à haute fréquence, probablement en corrélation avec les problèmes de régulations en B , malgré les précautions prises sur les valeurs d'amplitudes de B .

Il convient alors de vérifier si cet écart joue un rôle déterminant dans la valeur des écarts relatifs des tableaux II.8 et II.11. Pour cela, sans refaire toute l'étude, il est déjà possible de refaire la mesure de pertes du signal sinusoïdal seul, mais avec comme amplitudes maximales celles du fondamental mesurées sur la combinaison à 0,5 T et 1 T, i.e. 0,46 T et 0,95 T. On pourra ainsi comparer des signaux de même amplitude du fondamental. Les résultats sont présentés tableau II.13.

Un léger écart dans l'amplitude du fondamental entraîne donc un écart important dans la mesure de pertes. L'écart relatif entre somme des pertes et pertes de la combinaison a été réduit en faisant attention à comparer des signaux ayant exactement la même amplitude du fondamental. Cependant l'écart relatif reste important dans le cas de l'harmonique 19 (plus de 15%).

En conclusion, dans le cas de tôles de machines électriques, tenir compte de la fréquence et de l'amplitude des harmoniques est indispensable. La contribution des harmoniques aux pertes fer n'est pas directement décomposable en somme linéaire des pertes du fondamental et de l'harmonique pris indépendamment : il y a un écart relatif qui peut atteindre 20% dans le pire cas. Cependant, dans la plupart des cas étudiés, cet écart est plutôt inférieur à 10%. Il faut donc simplement en tenir compte si l'on souhaite décomposer les pertes fer en pertes par harmoniques. Toutes les précédentes mesures ont considéré un harmonique en phase

\hat{B} (T)	Pertes fer du fondamental à 500Hz (W/kg)	Pertes fer moyennes de l'harmonique 19 (W/kg)	Somme des pertes fer Fond. + harm. (W/kg)	Pertes fer du signal complet (W/kg)	Écart relatif %
0,46	5,11	8,697	13,81	11,86	16,44
0,95	18,24	36,6	54,84	45,56	20,34

TABLE II.13 – Prise en compte de l'amplitude du fondamental \hat{B} sur la contribution de la fréquence de l'harmonique 19 sur les pertes fer

avec le fondamental, il reste à étudier l'influence d'un éventuel déphasage entre ces derniers.

II.2.3 Influence de la phase des harmoniques

La phase des harmoniques peut également jouer un rôle dans la décomposition des pertes fer. Il est ici proposé de simplement étudier la phase d'un harmonique, dans les deux cas extrêmes précédents, i.e. pour l'harmonique de rang 3 et celui de rang 39. Comme précédemment, on étudiera l'influence de la phase pour trois niveaux de B : 0,5 T, 1 T et 1,4 T. Le même set-up expérimental est utilisé : l'hystérographe MPG200 et une tôle de NO20 de 60 mm × 60 mm × 0,2 mm. La forme d'onde de B de II.8 devient alors :

$$B(t) = \hat{B}(\sin(2\pi f.t) + R.\sin(2\pi(f \times rang).t + \varphi)) \quad (\text{II.10})$$

Où :

- \hat{B} désigne l'amplitude du fondamental de l'induction,
- f sa fréquence fondamentale,
- R représente le rapport entre l'amplitude de l'harmonique et celle du fondamental,
- $rang$ désigne le rang de l'harmonique utilisée,
- φ est la phase de l'harmonique.

Puisque le fondamental est pris avec une phase nulle, φ représente également le déphasage entre le fondamental et son harmonique. Pour chaque niveau de \hat{B} , l'harmonique sera soit en phase ($\varphi = 0$, cas précédent), soit en opposition de phase ($\varphi = \pi$) ou soit en quadrature ($\varphi = \pi/2$). On calcul alors l'écart relatif E_{r2} entre le signal avec son harmonique en phase et le signal avec son harmonique déphasé selon l'équation II.11 :

$$E_{r2} = \frac{Ps(\varphi = X) - Ps(\varphi = 0)}{Ps(\varphi = 0)} \quad (\text{II.11})$$

avec $X \in \{\pi, \pi/2\}$.

Une fois encore, le signe de l'écart relatif permet d'indiquer laquelle des grandeurs est la plus importante. On pourra alors également "qualifier" la contribution de la phase de l'harmonique et non seulement la quantifier.

La figure II.36 présente la comparaison des trois formes d'onde pour $B=1$ T avec l'harmonique 3 en phase, en opposition et en quadrature. La figure II.37 la même comparaison mais pour l'harmonique 39. La différence entre les courbes est nette pour l'harmonique 3, alors qu'elle est plutôt faible pour l'harmonique 39. Plus il y a de périodes du signal harmonique par période du fondamental, moins la phase de l'harmonique affecte la forme du signal combiné.

Les figures II.38 et II.39 montrent les cycles d'hystérésis correspondant aux formes d'ondes des figures II.36 et II.37. La figure II.40 présente simplement un zoom de la figure II.39 pour bien voir l'influence de la phase sur la disposition des cycles mineurs. Encore une fois, la différence est notable pour l'harmonique 3, beaucoup moins pour l'harmonique 39.

Le tableau II.14 regroupe les mesures pour les différents niveaux de B et les différentes phases, ainsi que les écarts relatifs E_{r2} correspondants, dans le cas de l'harmonique 3. Le tableau II.15 rassemble les mêmes résultats pour l'harmonique 39.

Pour l'harmonique 3, l'écart est significatif (entre 22% et 26,5%) et indépendant du niveau de B . Il sera d'autant plus important que le déphasage sera grand (i.e.

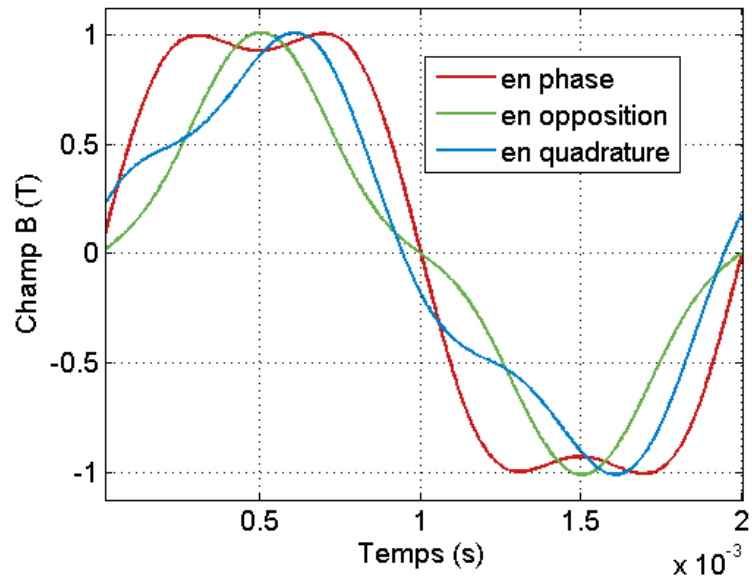


FIGURE II.36 – Comparaison de B avec l'harmonique 3 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz

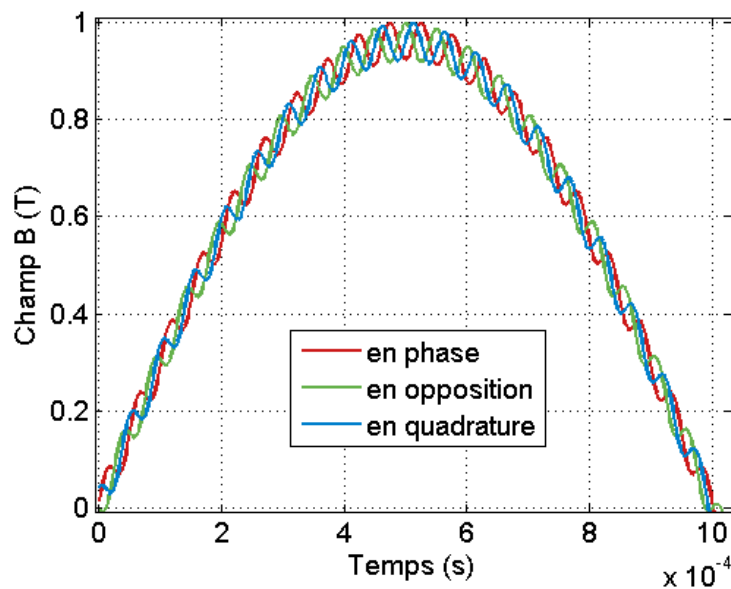


FIGURE II.37 – Comparaison de B avec l'harmonique 39 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz

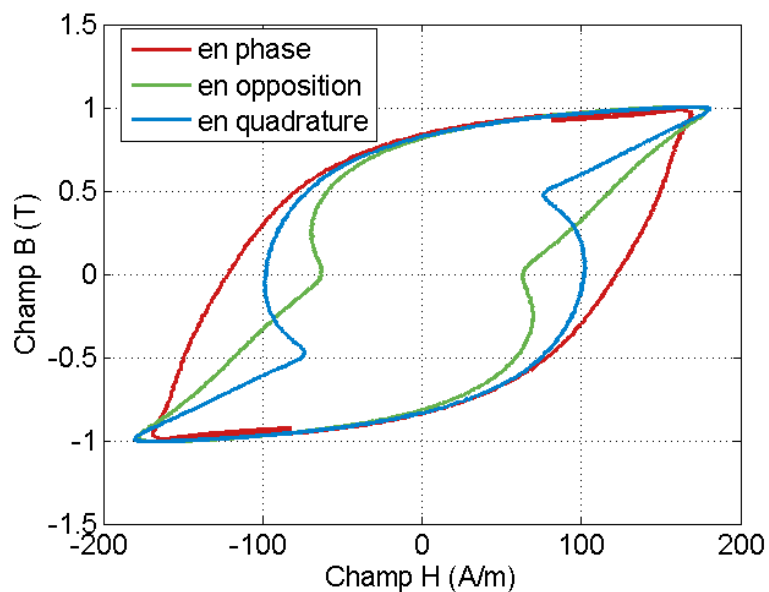


FIGURE II.38 – Comparaison des cycles $B(H)$ avec l'harmonique 3 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz

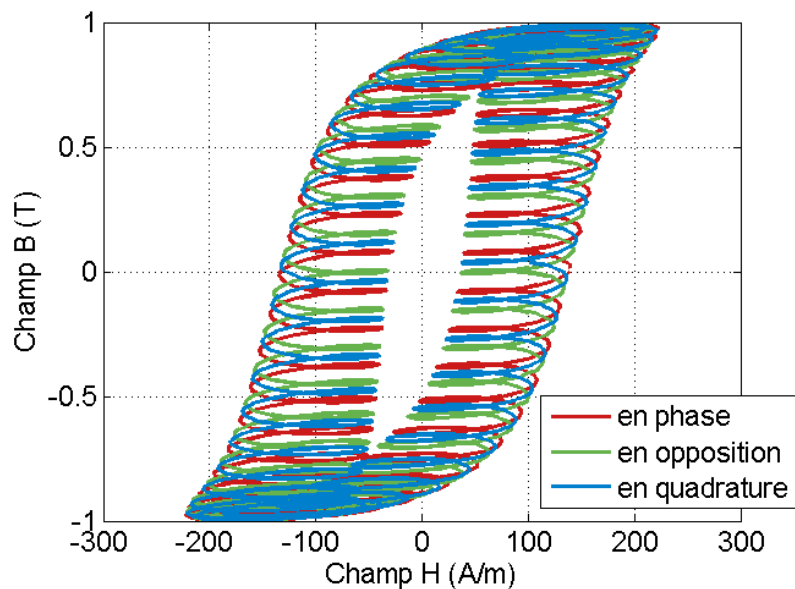


FIGURE II.39 – Comparaison des cycles $B(H)$ avec l'harmonique 39 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz

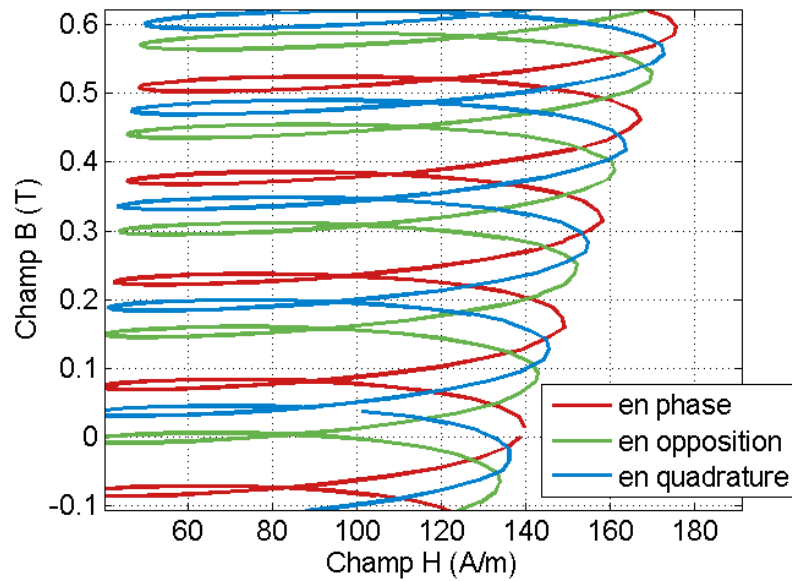


FIGURE II.40 – Comparaison des cycles $B(H)$ avec l'harmonique 39 en phase, en opposition de phase et en quadrature - 1 T 500 Hz - zoom

Amplitude de B (T)	Phase de l'harmonique (rad)	B maximum atteint(T)	Pertes fer P_s (W/kg)	Écart relatif %
0,5	$\varphi = 0$	0,5045	8,179	
	$\varphi = \pi$	0,5036	6,006	-26,56
	$\varphi = \pi/2$	0,5011	6,280	-23,21
1	$\varphi = 0$	1,002	27,27	
	$\varphi = \pi$	1,007	20,22	-25,84
	$\varphi = \pi/2$	1,006	21,26	-22,06
1,4	$\varphi = 0$	1,392	56,89	
	$\varphi = \pi$	1,397	41,99	-26,20
	$\varphi = \pi/2$	1,394	43,48	-23,57

TABLE II.14 – Contribution de la phase de l'harmonique 3 aux pertes fer - écarts relatifs pour un harmonique en opposition de phase et en quadrature

Amplitude de B (T)	Phase de l'harmonique (rad)	B maximum atteint(T)	Pertes fer P_s (W/kg)	Écart relatif %
0,5	$\varphi = 0$	0,4986	9,980	
	$\varphi = \pi$	0,4988	9,897	-0,83
	$\varphi = \pi/2$	0,4992	9,934	-0,46
1	$\varphi = 0$	0,9975	36,42	
	$\varphi = \pi$	0,9973	36,17	-0,69
	$\varphi = \pi/2$	0,9974	36,24	-0,49
1,4	$\varphi = 0$	1,3964	87,48	
	$\varphi = \pi$	1,3974	86,11	-1,56
	$\varphi = \pi/2$	1,3991	86,15	-1,51

TABLE II.15 – Contribution de la phase de l'harmonique 39 aux pertes fer - écarts relatifs pour un harmonique en opposition de phase et en quadrature

proche de π). Il est intéressant de noter que l'ajout d'un déphasage à l'harmonique réduit les pertes fer : l'écart relatif est toujours négatif. Pour l'harmonique 39, l'écart est complètement négligeable, mais le même comportement est observable.

Compte-tenu de la formes des cycles d'hystérésis et des signaux temporels de B , ces résultats étaient attendus. Néanmoins cela confirme l'importance de la phase de l'harmonique. Les harmoniques basse-fréquences des machines électriques sont liées à leur géométrie. Le déphasage doit donc être pris en compte car son influence sur les pertes est prépondérante à basse-fréquence.

Conclusion

La caractérisation des matériaux magnétiques est indispensable à la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu dans l'étude des pertes fer. Elle permet d'obtenir des données nécessaires à de nombreux modèles.

La caractérisation en B sinusoïdal proposée dans ce chapitre est simple et permet de mettre en lumière les limites du domaine de validité du modèle de Bertotti. La séparation des pertes en différentes contributions physiques est très intéressante. L'obtention de coefficients constants du modèle de Bertotti n'est pas aisée. De plus, ce modèle ne tient pas compte de l'effet de peau pour le calcul des pertes par courants de Foucault. C'est pourquoi une modélisation de l'hystérésis quasi-statique est proposée au chapitre suivant, et un modèle de courants de Foucault au chapitre IV.

Pour approfondir la caractérisation, une étude sur la fréquence des harmoniques et leurs phases a été menée. Elle a montré que la décomposition en série de Fourier du champ afin de calculer les pertes sur le fondamental et sur chaque harmonique de manière indépendante n'est pas tout à fait valable. Selon la fréquence et la phase des harmoniques, des écarts non négligeables apparaissent. Il faut donc en tenir compte lors de la modélisation globale des pertes fer, par exemple si l'on souhaite relier modèle quasi-statique et modèle dynamique.

Chapitre III

Modélisation quasi-statique des cycles d'hystérésis

Ce chapitre est consacré à la modélisation quasi-statique des cycles d'hystérésis. Le chapitre II a soulevé l'importance de bien modéliser chaque contribution des pertes fer totales. L'objectif de ce chapitre est donc de proposer une modélisation quasi-statique de l'hystérésis magnétique.

Sommaire

III.1 Mise en contexte	56
III.2 Modélisation quasi-statique des pertes fer : évolution du modèle Play and Stop	56
III.2.1 Formulation théorique du modèle Play and Stop	56
III.2.2 Modification du modèle	67
III.2.3 Validation et test du modèle	76
III.2.4 Conclusion	88
III.3 Vers un modèle dynamique	88
III.3.1 Rendre le modèle Play dynamique	88

III.1 Mise en contexte

L'apparition et le développement de l'électronique de puissance ont profondément modifié l'importance des pertes fer. Jusque là phénomène mineur sur le bilan énergétique total des machines électriques, elles deviennent aujourd'hui importantes voire prépondérantes à haute vitesse [8]. En effet, Les nouveaux moyens de contrôles et de commandes apportés par l'électronique de puissance, comme la modulation à largeur d'impulsion (MLI), permettent d'atteindre de plus hautes fréquences (et donc de plus hautes vitesses) et génèrent un contenu harmonique également haute-fréquence. Cela provoque une augmentation des pertes fer dans les machines électriques [59].

Dans ce chapitre, une évolution du modèle Play and Stop [60][61] est proposée pour modéliser l'hystérésis quasi-statique. Contrairement au modèle de Jiles-Atherton [14] qui est basé sur la représentation physique de l'aimantation des matériaux, il s'agit d'un modèle mathématique phénoménologique issu du modèle de Preisach [28] et qui en a été prouvé équivalent [62][63]. Cette évolution [64] permet de faciliter sa caractérisation tout en restant un modèle scalaire. Il permet aussi de reconstituer des formes complexes de champs.

III.2 Modélisation quasi-statique des pertes fer : évolution du modèle Play and Stop

III.2.1 Formulation théorique du modèle Play and Stop

Présentation

Le modèle Play and Stop est une évolution du modèle de Preisach [28]. Il a été présenté au chapitre I. Des évolutions ont permis de tenir compte des effets dynamiques [33] en rajoutant la contribution des courants de Foucault sur le champ magnétique. Scalaire ou vectoriel, le modèle Play and Stop tient compte de l'historique de l'aimantation du matériau. Le modèle scalaire conserve des avantages. Il est simple et plus rapide à modéliser mathématiquement, réduisant ainsi le temps de calcul.

A l'instar du modèle de Preisach, il repose sur le principe de l'hystéron. Il s'agit d'une modélisation mathématique du phénomène d'hystérésis. Plutôt que de voir l'aimantation et donc l'hystérésis magnétique comme un phénomène global, elle peut être traduite comme une somme d'aimantations locales d'opérateurs mathématiques reliés les uns les autres. Ces opérateurs sont appelés hystérons. L'aimantation de chaque opérateur va influencer sur les autres. De cette manière il devient possible de tenir compte de l'historique de magnétisation via celle des autres opérateurs. Dans la formulation de Preisach, les hystérons sont reliés de manière parallèle. Bobbio propose de les joindre en série. Pour mieux appréhender le principe de l'hystéron et la manière dont ils sont liés, une analogie proposée dans [60] est reprise ci-après.

Analogie de la série de ressorts

Pour introduire le concept de la chaîne d'hystérons, le réseau de ressorts en série présenté figure III.1 est une analogie idéale. Cependant, il s'agit seulement d'un moyen d'illustrer la chaîne d'hystérons. Il ne doit pas être considéré comme

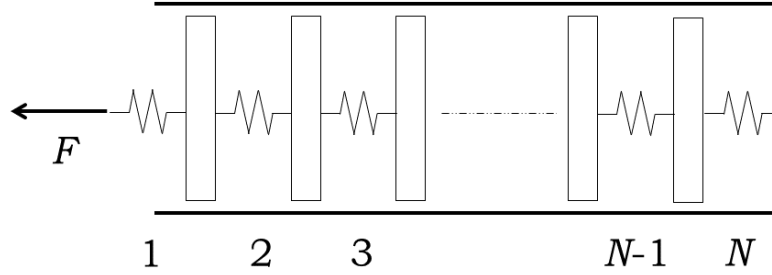


FIGURE III.1 – Réseau de ressorts servant à l’analogie de la chaîne d’hystérons dans [60]

une justification physique du modèle mathématique, qui est présenté dans le paragraphe suivant. Le système mécanique de la figure III.1 est composé de N ressorts et de $(N - 1)$ pistons. Supposons maintenant qu’à cause de la friction statique, chaque piston ne pourra pas se déplacer tant que la force du réseau qui agit sur lui restera inférieure à une certaine valeur seuil g , i.e.

$$|F_k - F_{k-1}| \leq g \quad (\text{III.1})$$

Ici les F_k représentent les forces entre deux pistons consécutifs. Lors du mouvement des pistons, l’inégalité de l’équation III.1 est maintenue : le déplacement du piston n’a pas d’effet sur la différence de force requise pour démarrer le mouvement. Ensuite, il faut considérer que la chaîne de pistons et de ressorts présentée figure III.1 est une boîte noire. En d’autres termes, les positions des pistons et les forces qui s’appliquent individuellement dessus ne sont pas accessibles. Il est néanmoins possible d’accéder à la force appliquée sur la chaîne qui est égale à celle appliquée sur le premier système ressort-piston tel que $F = F_1$. Tant que l’équation III.1 est maintenue, les ressorts tendent à rester dans leur état : si la force appliquée sur le premier ressort change, les forces appliquées sur chaque piston changeront le moins possible en maintenant l’équation III.1 vraie. De plus, la déformation globale Y de la chaîne peut s’exprimer de la manière suivante :

$$Y = \sum_k Y_k \quad (\text{III.2})$$

Où les Y_k représentent les déformations relatives aux forces F_k .

Supposons enfin que l’élasticité des ressorts est linéaire, identique pour tous et que la constante d’élasticité vaut 1, i.e. :

$$\forall_k \quad Y_k = F_k \quad (\text{III.3})$$

Avec un seuil g égal à 1, l’équation III.1 devient :

$$|F_k - F_{k-1}| \leq 1 \quad (\text{III.4})$$

Un tel système permet alors de tenir compte de l’effet mémoire de la chaîne de ressorts comme le montre la figure III.2 de [60].

En effet, pour une même force F , plusieurs réponses Y (déformations) peuvent

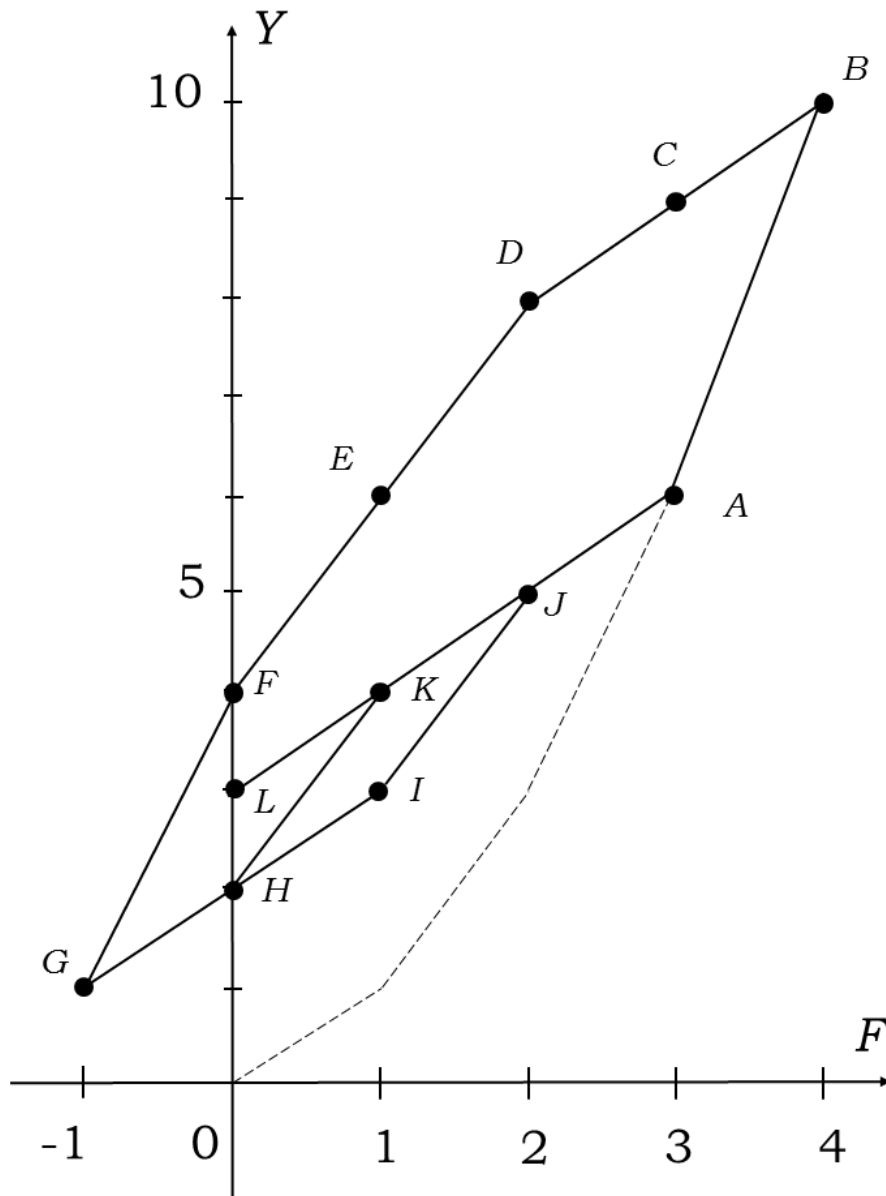


FIGURE III.2 – Mise en évidence de l'effet mémoire du modèle pour $N = 4$: deux possibilités d'évolution descendantes à partir du point A dans [60]

être obtenues selon l'historique de la chaîne de ressorts. Prenons l'exemple de la figure III.2 où la valeur de la force appliquée sur la chaîne est discrétisée en nombres entiers allant de -1 à 4. Pour satisfaire l'équation III.4, la chaîne sera composée de quatre ressorts. Chaque valeur de F pourra être atteinte. À chaque valeur de F pourra correspondre différentes chaînes de ressorts. Compte-tenu des équations III.3 et III.2, plusieurs valeurs de Y pourront correspondre à une même valeur de F . Les phénomènes hystérétiques pourront ainsi être représentés par ce modèle.

Restons cependant sur notre exemple de la figure III.2 avec une chaîne de quatre ressorts. Partons de zéro pour atteindre le point A, chemin en pointillé sur la figure III.2. La chaîne de ressort du point de départ est considérée comme nulle, i.e. composée uniquement de zéros : 0,0,0,0. Augmentons la force F pour atteindre le point A, on a progressivement $[1, 0, 0, 0] \rightarrow [2, 1, 0, 0] \rightarrow [3, 2, 1, 0]$ si on respecte l'équation III.4. On a construit la séquence de chaîne permettant d'atteindre la force au point A. Notons que pour chaque chaîne, la déformation Y peut-être déterminée d'après les équations III.2 et III.3 tel que la série précédente prennent les valeurs suivantes : $Y = 0 \rightarrow Y = 1 \rightarrow Y = 3 \rightarrow Y = 6$.

Le point A sera maintenant le point de départ de deux chemins différents pour atteindre un point de force nulle. Le chemin n°1 fera directement atteindre ce point en réduisant la force qui s'applique sur les ressorts, il est présenté tableau III.1. Le chemin n°2 (tableau III.2) considèrera d'abord une augmentation de force jusqu'à la valeur 4, puis elle diminuera jusqu'à atteindre une valeur nulle.

Point	Valeur de force F	Chaîne de ressorts	Déformation résultante Y
A	3	[3,2,1,0]	6
J	2	[2,2,1,0]	5
K	1	[1,2,1,0]	4
H	0	[0,1,1,0]	2

TABLE III.1 – Chemin n°1 : Passage du point A à un point de force nulle en faisant directement décroître la force F de manière monotone

Point	Valeur de force F	Chaîne de ressorts	Déformation résultante Y
A	3	[3,2,1,0]	6
B	4	[4,3,2,1]	10
C	3	[3,3,2,1]	9
D	2	[2,3,2,1]	8
E	1	[1,2,2,1]	6
F	0	[0,1,2,1]	4

TABLE III.2 – Chemin n°2 : Passage du point A à un point de force nulle en augmentant puis diminuant la force F

Il est bien évidemment possible de continuer de faire varier F d'une manière plus évoluée, par exemple à partir du point F sur le chemin n°2, comme sur le tableau III.3. La force atteint d'abord un valeur négative. Elle augmente ensuite jusqu'à un point arbitraire J pour finalement diminuer et revenir au point de force négative, G.

Les différents tableaux et la figure III.2 mettent en lumière la capacité de ce modèle à tenir compte de l'historique. Plusieurs points de même force F correspondent à différentes déformations Y . Ceci n'est possible que parce que la chaîne

Point	Valeur de force F	Chaîne de ressorts	Déformation résultante Y
F	0	[0,1,2,1]	4
G	-1	[-1,0,1,1]	1
H	0	[0,0,1,1]	2
I	1	[1,0,1,1]	3
J	2	[2,1,1,1]	5
K	1	[1,1,1,1]	4
L	0	[0,1,1,1]	3
G	-1	[-1,0,1,1]	1

TABLE III.3 – Suite possible du Chemin n°2 : Aller-retour $F \rightarrow G \rightarrow G$

de ressorts change sa composition de déformations sur chaque ressort, qui seront appelées variables internes. Ces variables internes dépendent donc à la fois de la force qui s'applique sur la chaîne, mais également des états précédents de la chaîne. Puisque dans le cas présenté ici, la relation entre force et déformation est directe (équations III.2 et III.3), la réponse du système (déformation) dépend finalement de l'entrée (force) et de l'historique du système.

Un modèle basé sur ce fonctionnement permet de rendre compte des phénomènes d'hystérésis : plusieurs réponses sont possibles pour une même entrée. La réponse dépend de l'état du système et de la grandeur d'influence en entrée. Ici, un simple système ayant une force sur une chaîne de ressort en entrée et la déformation globale de la chaîne en sortie a été présenté. La partie suivante explique comment ce genre de modèle peut s'appliquer à l'hystérésis magnétique.

Application du modèle de chaîne de ressort à l'hystérésis magnétique

Pour modéliser l'hystérésis magnétique, il faut pouvoir reconstituer le champ B à partir du champ H (cas du modèle play) ou à partir de B reconstituer H (cas du modèle stop). Ainsi, le cycle d'hystérésis $B(H)$ est obtenu et l'énergie magnétique dissipée dans le matériau étudié correspond à l'aire de ce cycle. L'exemple de la chaîne de ressorts sert alors d'analogie. En effet, elle permet de déterminer la déformation Y à partir de la force F appliquée au système en tenant compte de l'historique du système et donc d'un éventuel phénomène d'hystérésis. L'analogie du tableau III.4 est alors possible : le modèle des ressorts s'applique à l'hystérésis magnétique [61].

En grandeur d'entrée, le modèle considère le champ magnétique H . Il est discrétisé en N valeurs espacées ϵ_0 entre 0 et sa valeur maximale H_{max} donnant les

Composante du système	Mécanique	Magnétique
Grandeur d'entrée	Force F	Champ H
Variables internes correspondantes	F_k	h_i
Grandeur de sortie	Déformation Y	Champ B
Variables internes correspondantes	Y_k	b_i
Opérateurs hystérétiques	Ressorts-pistons	Hystérons

TABLE III.4 – Analogie entre le système de ressort et un système à hystérésis magnétique

$N + 1$ valeurs suivantes :

$$H_{=0}, H_{=\varepsilon_0}, H_{=2\varepsilon_0}, \dots, H_{=(N-1)\varepsilon_0}, H_{=N\varepsilon_0}$$

La discrétisation est la même entre 0 et sa valeur minimale égale à $-H_{max}$. En totalité, le champ H est discrétisé en $2N + 1$ valeurs. Le pas ε_0 est tel que $\varepsilon_0 = H_{max}/N$. On note $H_{=k\varepsilon_0}$ la valeur discrète de H au pas $k.\varepsilon_0$.

Pour chaque valeur discrète de H , une séquence de N variables internes h_i est déterminée en modifiant la chaîne d'hystérons, de la manière suivante :

— pour $i \in \{1, \dots, N\}$:

$$|h_{i+1} - h_i| \leq \varepsilon_0 \quad (\text{III.5})$$

— pour $k.\varepsilon_0, k \in \{-N, -(N-1), \dots, 0, 1, \dots, N\}$

$$h_1 = H_{=k.\varepsilon_0} \quad (\text{III.6})$$

i.e. la première variable interne h_1 de la séquence est toujours égale à la valeur de H pour laquelle cette séquence est déterminée,

- pour $i \in [1, \dots, N]$, h_i tend à changer le moins possible tant que l'équation III.5 est respectée,
- pour la reconstitution d'un cycle, le point de départ doit être connu et doit préférablement correspondre à la valeur maximale de H .

Une fois la séquence de variables internes attribuée pour une valeur de H , il faut reconstituer la valeur de B correspondante. Pour ce faire, à chaque variable interne h_i , on attribue une variable interne b_i correspondante via un hystéron. L'hystéron est un opérateur mathématique permettant le passage de h_i à b_i . Ainsi une séquence de N variables internes b_i est déterminée et l'équation III.7 permet de reconstituer le B correspondant.

$$B = \sum_{i=1}^N b_i \quad (\text{III.7})$$

La détermination mathématique des hystérons peut se faire de différentes manières. La solution proposée dans [61] est la suivante :

$$b_i = \sum_{j=1}^{N-i+1} u_{ij}.w_j(h_i) \quad i \in \{1, \dots, N\} \quad (\text{III.8})$$

Où :

- les $u_{i,j}$ sont des inconnues à déterminer par caractérisation ;
- $\begin{cases} w_j(k.\varepsilon_0) = 1 & \text{si } k = j \\ w_j(k.\varepsilon_0) = 0 & \text{si } k \neq j \end{cases}$.

Le meilleur moyen d'appréhender la manière dont les chaînes de variables internes de H et de B sont construites est de présenter un exemple. Les tableaux III.5 et III.6 présentent les différents paramètres du modèle dans le cas d'une discrétisation de H pour $N = 4$. La figure III.3 illustre le tableau directement sur un cycle d'hystérésis et montre comment le champ B est reconstitué.

Il est préférable de démarrer la reconstitution au point de saturation, car on est sûr de la composition de la chaîne de h_i en ce point. En effet, pour atteindre ce point, il n'existe qu'une seule séquence possible. Par exemple, pour $N = 4$:

- En $H_{=0}$ la chaîne est $[0, 0, 0, 0]$

H	Chaîne $C_H(k\varepsilon_0)$ des h_i correspondante	Chaîne $C_B(k\varepsilon_0)$ des b_i correspondante
$4\varepsilon_0$	$[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$[b_1(4\varepsilon_0), b_2(3\varepsilon_0), b_3(2\varepsilon_0), b_4(\varepsilon_0)]$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$[b_1(3\varepsilon_0), b_2(3\varepsilon_0), b_3(2\varepsilon_0), b_4(\varepsilon_0)]$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$[b_1(2\varepsilon_0), b_2(3\varepsilon_0), b_3(2\varepsilon_0), b_4(\varepsilon_0)]$
ε_0	$[\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$[b_1(\varepsilon_0), b_2(2\varepsilon_0), b_3(2\varepsilon_0), b_4(\varepsilon_0)]$
0	$[0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$[b_1(0), b_2(\varepsilon_0), b_3(2\varepsilon_0), b_4(\varepsilon_0)]$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$[b_1(-\varepsilon_0), b_2(0), b_3(\varepsilon_0), b_4(\varepsilon_0)]$
$-2\varepsilon_0$	$[-2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0]$	$[b_1(-2\varepsilon_0), b_2(-2\varepsilon_0), b_3(0), b_4(\varepsilon_0)]$
$-3\varepsilon_0$	$[-3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$	$[b_1(-3\varepsilon_0), b_2(-2\varepsilon_0), b_3(-\varepsilon_0), b_4(0)]$
$-4\varepsilon_0$	$[-4\varepsilon_0, -3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0]$	$[b_1(-4\varepsilon_0), b_2(-3\varepsilon_0), b_3(-2\varepsilon_0), b_4(-\varepsilon_0)]$

TABLE III.5 – Exemple pour une discretisation $N = 4$ - Présentation des paramètres du modèle

H	Notation réduite de $C_B(k\varepsilon_0)$	B correspondant
$4\varepsilon_0$	$[b_{1,4}, b_{2,3}, b_{3,2}, b_{4,1}]$	$B_4 = b_{1,4} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1}$
$3\varepsilon_0$	$[b_{1,3}, b_{2,3}, b_{3,2}, b_{4,1}]$	$B_3 = b_{1,3} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1}$
$2\varepsilon_0$	$[b_{1,2}, b_{2,3}, b_{3,2}, b_{4,1}]$	$B_2 = b_{1,2} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1}$
ε_0	$[b_{1,1}, b_{2,2}, b_{3,2}, b_{4,1}]$	$B_1 = b_{1,1} + b_{2,2} + b_{3,2} + b_{4,1}$
0	$[b_{1,0}, b_{2,1}, b_{3,2}, b_{4,1}]$	$B_0 = b_{1,0} + b_{2,1} + b_{3,2} + b_{4,1}$
$-\varepsilon_0$	$[b_{1,-1}, b_{2,0}, b_{3,1}, b_{4,1}]$	$B_{-1} = b_{1,-1} + b_{2,0} + b_{3,1} + b_{4,1}$
$-2\varepsilon_0$	$[b_{1,-2}, b_{2,-1}, b_{3,0}, b_{4,1}]$	$B_{-2} = b_{1,-2} + b_{2,-1} + b_{3,0} + b_{4,1}$
$-3\varepsilon_0$	$[b_{1,-3}, b_{2,-2}, b_{3,-1}, b_{4,0}]$	$B_{-3} = b_{1,-3} + b_{2,-2} + b_{3,-1} + b_{4,0}$
$-4\varepsilon_0$	$[b_{1,-4}, b_{2,-3}, b_{3,-2}, b_{4,-1}]$	$-B_4 = b_{1,-4} + b_{2,-3} + b_{3,-2} + b_{4,-1}$

TABLE III.6 – Exemple pour une discrétisation $N = 4$ - Présentation des paramètres du modèle - Suite

- En $H=\varepsilon_0$ la chaîne est $[\varepsilon_0, 0, 0, 0]$
- En $H=2\varepsilon_0$ la chaîne est $[2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0, 0]$
- En $H=3\varepsilon_0$ la chaîne est $[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0]$
- En $H=4\varepsilon_0$ la chaîne est $[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$

On retrouve bien le point de départ qui correspond à H_{max} dans le tableau III.5. Le phénomène de première aimantation peut donc aussi être reconstitué par le modèle de [61]. Néanmoins, son intérêt principal est la manière dont il rend compte de l'hystérésis magnétique. C'est pourquoi il est préférable de reconstituer l'hystérésis quasi-statique en partant du point de saturation pour le faire fonctionner.

Sur la figure III.3 le comportement de reconstitution étape par étape du champ B est parfaitement visible. On part d'une décomposition du champ H en scalaires espacés du pas ε_0 . À chacun de ces scalaires, les variables internes h_i de la chaîne d'hystérons sont déterminés. Les variables internes b_i correspondantes aux h_i sont alors additionnées (équation III.7) pour obtenir le B correspondant. Pour un H discrétisé en N valeur ε_0 , il suffit de reconstituer les points : $B_N, B_{N-1}, \dots, B_0, \dots, B_{-(N-2)}, B_{-(N-1)}$. Soit pour l'exemple de la figure III.3, les points en rouge. Le point B_{-N} (B_{-4} dans notre exemple) est l'opposé du point B_N . Les autres points du cycle d'hystérésis (en bleu), correspondants à la remontée du cycle d'hystérésis, sont directement obtenus par symétrie centrale, à partir des points rouges.

Au final, il s'agit bien d'une reconstitution scalaire quasi-statique : à chaque valeur de H est attribuée une valeur B , de manière totalement indépendante de la fréquence du champ H . Il reste cependant à expliciter la relation entre les h_i et les b_i . Cette relation est proposée dans [61] (équation III.8) à partir de fonctions

III.2. Modélisation quasi-statique des pertes fer : évolution du modèle Play and Stop

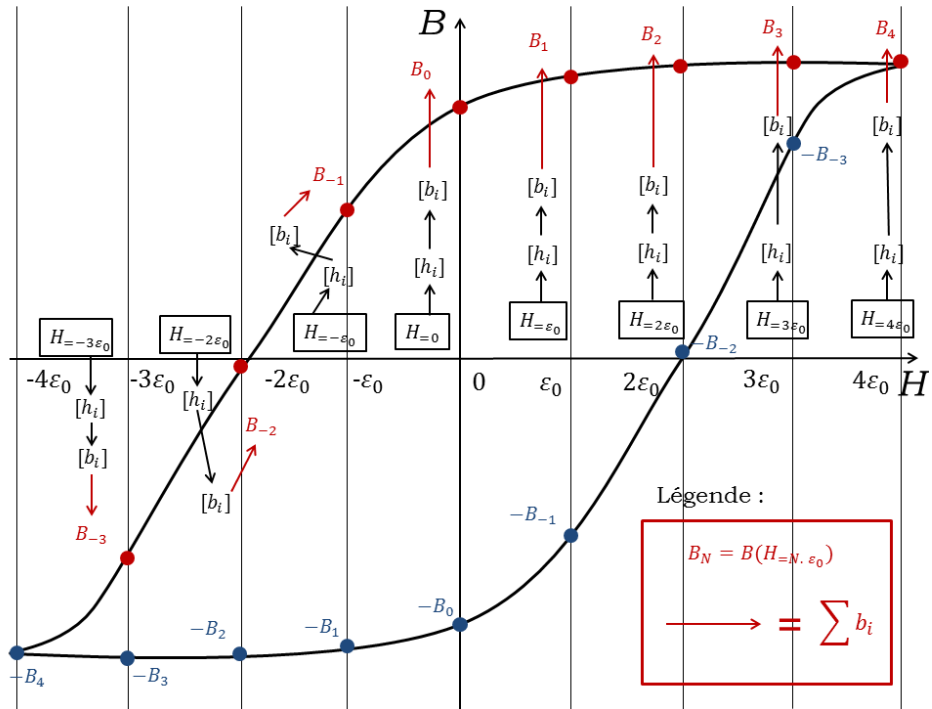


FIGURE III.3 – Reconstitution du champ B à partir du champ H avec le modèle Play

déterminées par caractérisation. Elle est présentée ci-après.

Identification des paramètres

Tout d'abord, une relation entre les b_i et les h_i est proposée équation III.8. Elle introduit des constantes $u_{i,j}$ qui sont les véritables inconnues du modèle et qui seront déterminées par caractérisation. La caractérisation consiste à utiliser des mesures expérimentales dans certaines conditions. Le modèle est alors utilisé "à l'envers" pour déterminer les $u_{i,j}$. En effet, à partir d'une valeur de B connue, qui sera noté $q_{l,k}$, il est possible de remonter à la somme des b_i et donc les $u_{i,j}$ correspondants. Sur le cycle d'hystérésis l en $H = k\varepsilon_0$, on aura alors :

$$q_{l,k} = \sum u_{i,j} \quad (\text{III.9})$$

Où les indices i et j de $u_{i,j}$ dépendent de l'évolution des variable internes h_i à chaque pas de H .

La figure III.4 présente l'identification des paramètres pour $N = 4$. Afin d'obtenir un système ayant autant d'équation que d'inconnues, il est nécessaire d'avoir les données sur autant de cycles d'hystérésis que de pas de discrétisation. Autrement dit, si on décide de découper le champ H en $N\varepsilon_0$ valeurs, il faudra les données de N cycles d'hystérésis imbriqués. Les valeurs maximales de chacun de ces N cycles seront égales à $N\varepsilon_0$ puis $(N-1)\varepsilon_0$, $(N-2)\varepsilon_0$, ... ε_0 . De plus, notons que si la symétrie sur les $q_{l,k}$ est maintenue ($q_{l,k} = -q_{l,-k}$).

Dans le cas $N = 4$ on retrouve bien sur la figure III.4 les quatre cycles nécessaires et les données $q_{l,k}$ correspondantes. Le tableau III.7 donne le détail des équations permettant d'obtenir les $u_{i,j}$ en fonction des $q_{l,k}$ pour le plus grand des cycles d'hystérésis ($l=4$). Pour les autres cycles, la même procédure est détaillée, pour $l=3$, $l=2$ et $l=1$, sur les tableaux III.8, III.9 et III.10.

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
$4\varepsilon_0$	$[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{4,4}$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,3} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{4,3}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,2} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{4,2}$
ε_0	$[\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,1} + u_{2,2} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{4,1}$
0	$[0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{2,1} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{4,0}$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,-1} + u_{3,1} + u_{4,1} = q_{4,-1}$
$-2\varepsilon_0$	$[-2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0]$	$u_{1,-2} + u_{2,-1} + u_{4,1} = q_{4,-2}$
$-3\varepsilon_0$	$[-3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$	$u_{1,-3} + u_{2,-2} + u_{3,-1} = q_{4,-3}$
$-4\varepsilon_0$	$[-4\varepsilon_0, -3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0]$	$u_{1,-4} + u_{2,-3} + u_{3,-2} + u_{4,-1} = -q_{4,4}$

TABLE III.7 - Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour le plus grand cycle d'hystérésis ($l = 4$)

On obtient ainsi un système d'équation qui peut s'exprimer de manière matricielle comme dans l'équation III.10 :

$$C \times U = Q \quad (\text{III.10})$$

Où U représente la matrice des $u_{i,j}$, Q celle des données $q_{l,k}$ et C une matrice de 0 et de 1 traduisant les équations. Le système est surdéterminé, il y a plus d'équations (23) que d'inconnues (20).

Cependant le système n'est pas inversible car certaines équations sont contradictoires. On a par exemple l'avant-dernière ligne du tableau III.7 et la dernière du

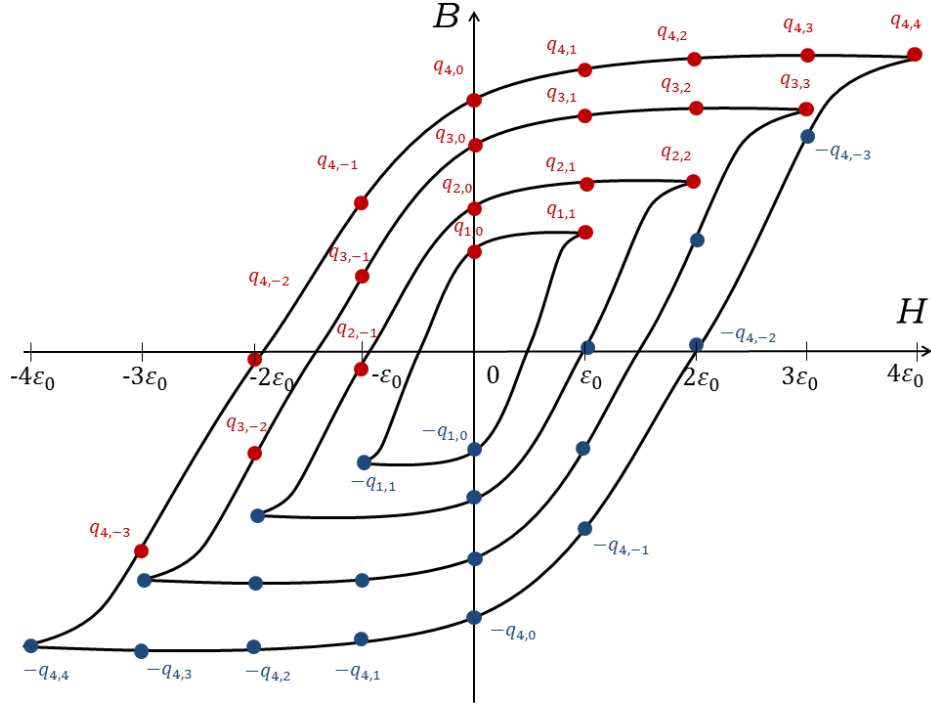


FIGURE III.4 – Identification des paramètres $q_{l,k}$ servant au lien entre les $b_{i,j}$ et les h_i

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0]$	$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,1} = q_{3,3}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0]$	$u_{1,2} + u_{2,2} + u_{3,1} = q_{3,2}$
ε_0	$[\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0]$	$u_{1,1} + u_{2,2} + u_{3,1} = q_{3,1}$
0	$[0, \varepsilon_0, \varepsilon_0, 0]$	$u_{2,1} + u_{3,1} = q_{3,0}$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0, 0]$	$u_{1,-1} + u_{3,1} = q_{3,-1}$
$-2\varepsilon_0$	$[-2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, 0]$	$u_{1,-2} + u_{2,-1} = q_{3,-2}$
$-3\varepsilon_0$	$[-3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$	$u_{1,-3} + u_{2,-2} + u_{3,-1} = -q_{3,3}$

TABLE III.8 – Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour $l = 3$)

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0, 0]$	$u_{1,2} + u_{2,2} = q_{2,2}$
ε_0	$[\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0, 0]$	$u_{1,1} + u_{2,1} = q_{2,1}$
0	$[0, \varepsilon_0, 0, 0]$	$u_{2,1} = q_{2,0}$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, 0, 0, 0]$	$u_{1,-1} = q_{2,-1}$
$-2\varepsilon_0$	$[-2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, 0]$	$u_{1,-2} + u_{2,-1} = q_{2,-1}$

TABLE III.9 – Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour $l = 2$)

tableau III.8 :

$$u_{1,-3} + u_{2,-2} + u_{3,-1} = q_{4,-3} \quad (\text{III.11})$$

$$u_{1,-3} + u_{2,-2} + u_{3,-1} = -q_{3,3} \quad (\text{III.12})$$

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
ε_0	$[\varepsilon_0, 0, 0, 0]$	$u_{1,1} = q_{1,1}$
0	$[0, 0, 0, 0]$	$0 = q_{1,0}$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, 0, 0, 0]$	$u_{1,-1} = -q_{1,0}$

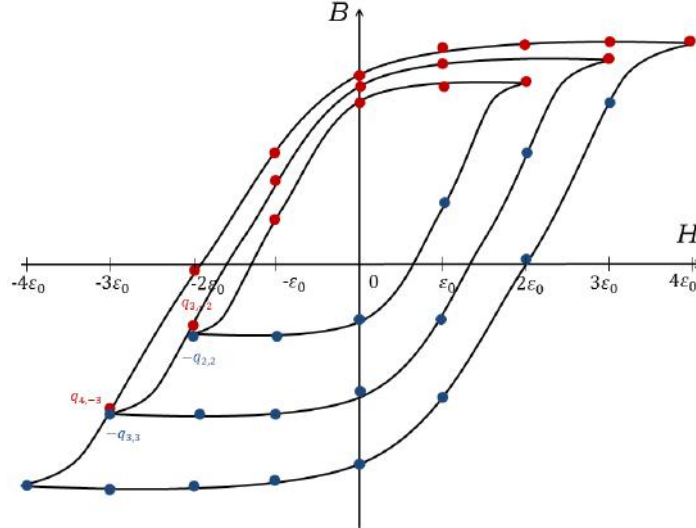
 TABLE III.10 – Identification des $u_{i,j}$ pour une discrétisation $N = 4$ - équations pour $l = 1$)


FIGURE III.5 – Hypothèses sur les équations - formulation de Bobbio

D'une manière générale, l'équation correspondant à l'identification du $q_{l,-(l-1)}$ entrera en conflit avec celle du $q_{(l-1),-(l-1)}$. Notons que cela entre également en contradiction avec la physique : avec $q_{l,-(l-1)} = q_{(l-1),-(l-1)}$, le $-B_{sat}$ du cycle d'amplitude $H_{max} = (l-1)\varepsilon_0$ serait confondu avec un point de la descente du cycle d'amplitude $H_{max} = l\varepsilon_0$, comme présenté figure III.5.

Pour rendre le système inversible et obtenir les relations entre les b_i et les h_i , la solution proposée dans [61] est de chercher une solution de U qui minimise le résidu ρ défini par l'équation III.13. Ce minimum existe et est unique. Il est obtenu en moyennant la décomposition en valeurs singulières de la matrice C [65].

$$\rho = \left\| \frac{CU - Q}{Q} \right\| \quad (\text{III.13})$$

La matrice U est alors déterminée tel que $U = C^{-1} \times Q$. Une fois la matrice U obtenue, il est possible de relier les h_i et les b_i et ainsi de reconstituer B pour chaque valeur de H selon son historique. Les b_i sont donc approchés par optimisation.

Remarquons de plus que pour reconstituer des cycles avec un contenu harmonique, i.e. des cycles mineurs, le modèle ne pourra combiner que des valeurs issues de cycles majeurs, i.e. avec une variations d'historique monotones (de B_{sat} à $-B_{sat}$ et de $-B_{sat}$ à B_{sat}). Rien ne garantit qu'une hypothèse aussi forte permette au modèle d'être précis avec un contenu harmonique complexe car l'historique de magnétisation varie alors de manière non monotone.

Il a donc été décidé de changer de mode de caractérisation, afin tout d'abord d'obtenir un système d'équations inversibles et qui pourrait en plus intégrer des variations locales du champ H à son historique. C'est la solution proposée section suivante.

III.2.2 Modification du modèle

Problématique

L'approche de [61] a l'avantage de donner un sens mathématique au lien entre les h_i et les b_i à travers l'équation III.8 et l'introduction des variables $u_{i,j}$. Néanmoins, le système obtenu n'est pas inversible et impose de passer par une étape d'optimisation, lourde en calcul et en temps. Il est nécessaire de changer la méthode de caractérisation à partir des $q_{l,k}$ afin d'obtenir plus d'équation sans rajouter d'inconnues, afin d'avoir un système carré et inversible.

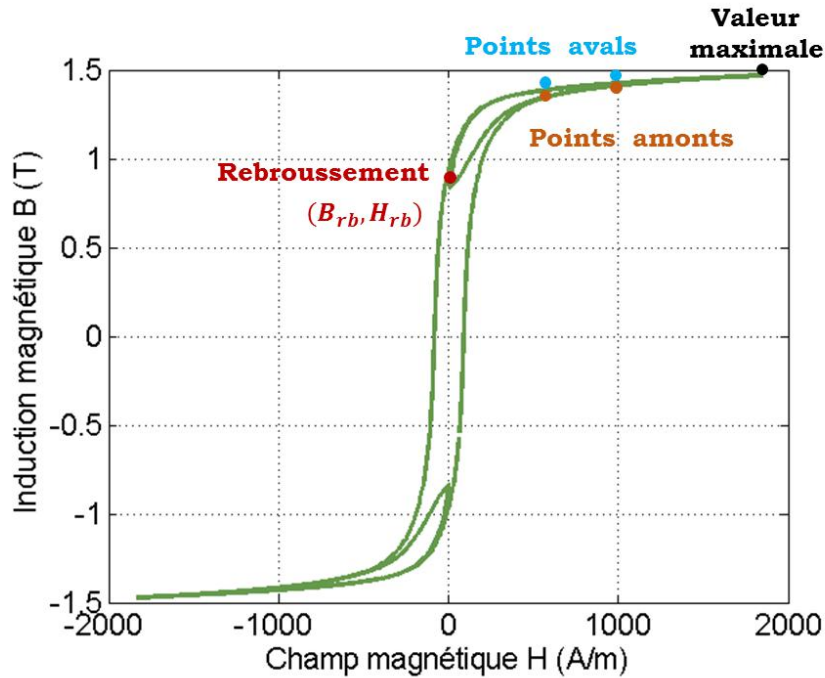
Il est également important de pouvoir obtenir plus d'états magnétiques. En effet, seuls les états magnétiques propres à des cycles majeurs centrés d'hystérésis peuvent être représentés par le modèle. Un cycle d'hystérésis est dit majeur centré si les deux seuls points de changement du sens de variation de B et H sont les points d'amplitude maximale et minimale, $\pm B_{max}$. En augmentant la quantité représentable d'états magnétiques, on augmente la précision et la représentativité du modèle. Pour cela, des cycles mineurs seront introduits au cycle majeur dans la phase d'identification.

Utilisation des cycles mineurs

Généralement, on considère un cycle d'hystérésis avec le champ B ou H sinusoïdal. Mais en réalité les formes d'ondes sont souvent bien plus complexes. Lorsque B et H changent de sens de variation ailleurs qu'aux valeurs maximales, un cycle interne appelé mineur apparaît (figure III.6). C'est typiquement le cas avec un contenu harmonique sur un champ sinus. Appelons point de rebroussement le couple (H_{rb}, B_{rb}) pour lequel ce changement de sens de variation apparaît et qui n'est pas (H_{max}, B_{max}) . Si ce point est judicieusement choisi, il est possible de modifier l'historique du champ H . Compte-tenu de la périodicité du champ, sur le cycle majeur il y aura toujours au moins deux cycles mineurs en cas de contenu harmonique, symétriques deux par deux. Le cas de la figure III.6 correspond à un contenu harmonique générant deux cycles mineurs. Dans la suite, on se limitera au cas de deux cycles mineurs (voir section suivante) mais seul le cycle sur la descente de H_{max} à H_{min} sera conservé pour l'identification des paramètres. Ce cycle mineur sera appelé cycle . Ainsi, sur un cycle d'amplitude maximale $N\varepsilon_0$ de H , pour une valeur donnée de $H = k.\varepsilon_0$, $k \in [-(N-1), (N-1)]$ on a non seulement les deux historiques possibles du cycle majeur, mais aussi d'éventuels autres historiques liés au rebroussement du cycle mineur. Pour mieux comprendre l'effet des cycles mineurs, des exemples sont donnés pour $N = 4$ sur les tableaux III.11 et III.12.

Évolution	Point	Valeur de H	Chaine C_H
Départ	Valeur maximale	$4\varepsilon_0$	$[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Descente	Point aval	$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Inflexion	Rebroussement	$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Montée	Point amont	$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Arrivée	Valeur maximale	$4\varepsilon_0$	$[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$

TABLE III.11 – Exemple de l'influence des cycles mineurs, $N = 4$ - cas sans effet sur l'historique avec un rebroussement en $2\varepsilon_0$


 FIGURE III.6 – Exemple d'un cycle majeur pour $H_{max} = 2000\text{A/m}$ avec deux cycles mineurs, $\varepsilon_0 = 500\text{A/m}$

Évolution	Point	Valeur de H	Chaîne C_H
Départ	Valeur maximale	$4\varepsilon_0$	$[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Descente	Point aval	$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Descente	Point aval	$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Inflexion	Rebroussement	ε_0	$[\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Montée	Point amont	$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Montée	Point amont	$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$
Arrivée	Valeur maximale	$4\varepsilon_0$	$[4\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$

 TABLE III.12 – Exemple de l'influence des cycles mineurs, $N = 4$ - cas avec effet sur l'historique avec un rebroussement en ε_0

Précisons tout d'abord, toujours pour une discrétisation en $N\varepsilon_0$, qu'effectuer un rebroussement au point $(N - 1)$ est inutile. En effet, l'état magnétique sera le même avant et après le rebroussement compte-tenu du mode de fonctionnement du modèle et de l'équation III.5 :

- au point de départ de valeur $H = N\varepsilon_0$, $C_H = [N\varepsilon_0, (N - 1)\varepsilon_0, (N - 2)\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_0]$
- au point aval suivant, point de rebroussement $H = (N - 1)\varepsilon_0$, $C_H = [(N - 1)\varepsilon_0, (N - 1)\varepsilon_0, (N - 2)\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_0]$
- on remonte alors à la valeur maximale $H = N\varepsilon_0$, $C_H = [N\varepsilon_0, (N - 1)\varepsilon_0, (N - 2)\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_0]$

Quelque soit la valeur N , rebroussement en $(N - 1)\varepsilon_0$ ne change rien à l'état magnétique, donc ni à son historique ni à sa valeur $q_{i,j}$ correspondante servant à l'identification du modèle. Les figures III.7 et III.8 ($N = 4$) permettent de bien comprendre cela. Le rebroussement du cycle mineur se fait directement vers le point précédent, i.e. le point en H_{max} . Aucune donnée supplémentaire n'est obtenue.

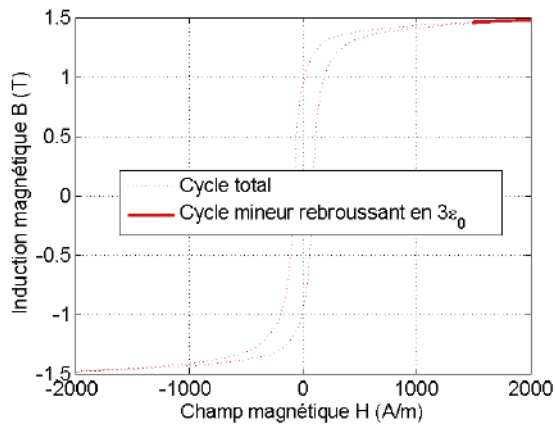


FIGURE III.7 – Cycle mineur avec rebroussement à $3\varepsilon_0$

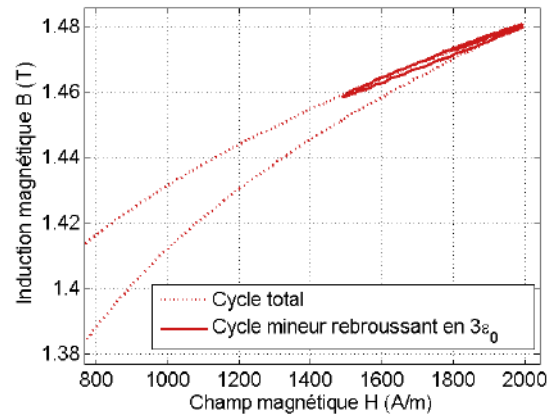


FIGURE III.8 – Cycle mineur avec rebroussement à $3\varepsilon_0$ - zoom

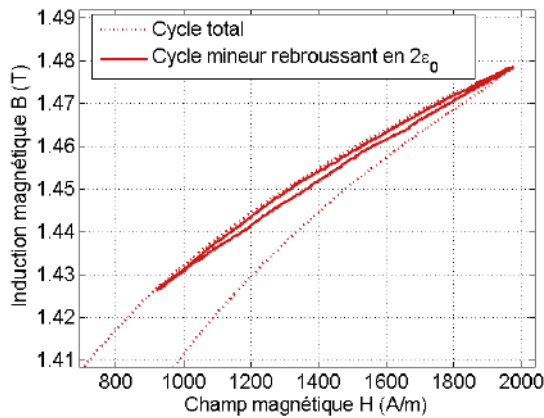


FIGURE III.9 – Cycle mineur avec rebroussement à $2\varepsilon_0$

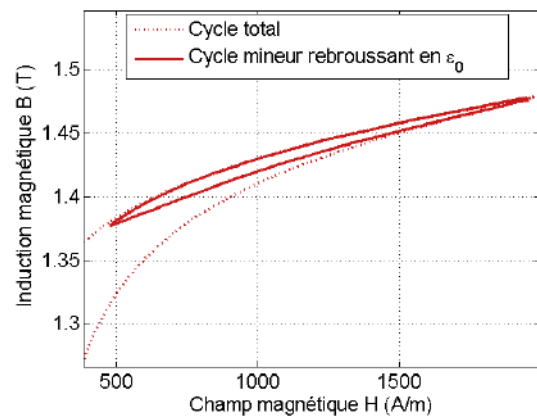


FIGURE III.10 – Cycle mineur avec rebroussement à ε_0

Pour les mêmes raisons, rebrousser en $(N - 2)\varepsilon_0$ n'apporte aucune donnée supplémentaire car les chaînes C_H avant et après rebroussement sont les mêmes (tableau III.11 et figure III.9). En réalité c'est à partir du $(N - 3)\varepsilon_0$ qu'il est intéressant de rebrousser. Ceci est lié à la construction du modèle et à l'équation III.5 : la différence entre deux variables internes h_i et h_{i+1} qui se suivent dans la chaîne est au maximum de ε_0 . L'historique ne sera modifié qu'à partir de $H = (N - 2)\varepsilon_0$, indépendamment de la valeur de N . Sur le tableau III.7, on voit bien que l'historique des chaînes C_H n'est modifié qu'à partir de la quatrième ligne, i.e. pour $(N - 3)\varepsilon_0$.

Il faut donc effectuer le point de rebroussement dans l'intervalle $I_{\text{rebroussement}} = \{(N - 3)\varepsilon_0, \dots, 0, \dots, -(N - 1)\varepsilon_0\}$ pour un cycle majeur de valeur maximale $N\varepsilon_0$.

Le cas du tableau III.12 montre quant à lui le cas idéal : la chaîne de h_i n'est pas la même avant et après le rebroussement. L'historique magnétique est différent et un autre état magnétique est atteint. Ainsi, on obtient des équations supplémentaires sans rajouter d'inconnues comme pour le cas précédent. On voit sur la figure III.10 (toujours $N = 4$) que de nouvelles données $q_{l,k}$ sont obtenues pour les abscisses $2\varepsilon_0$ et $3\varepsilon_0$. Le modèle en sera plus représentatif, permettant de reconstituer le champ B pour des formes d'onde de H plus variées.

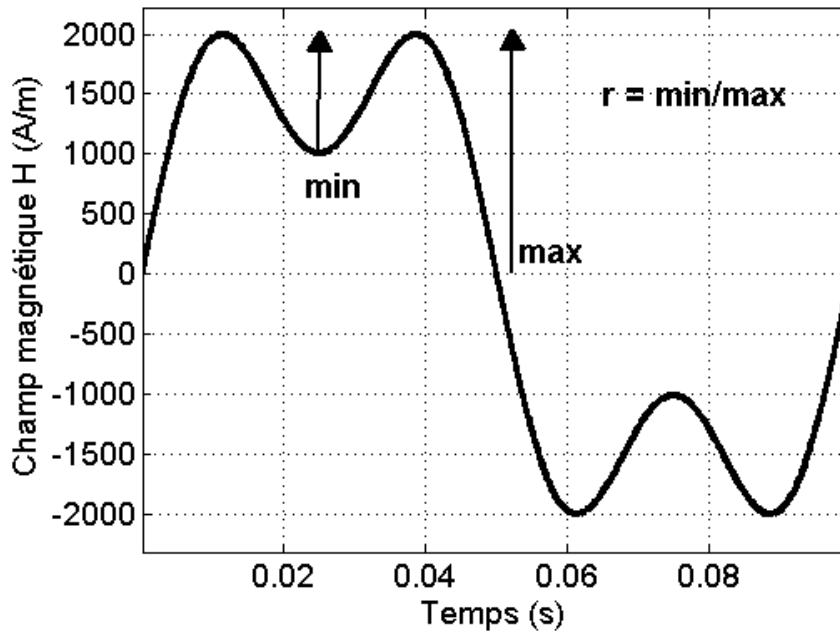


FIGURE III.11 – Réglage de l'harmonique 3 - Forme d'onde du champ H pour identifier les paramètres, ici un rebroussement à 1000 A/m pour H_{max} de 2000 A/m

Gestion de l'harmonique 3

Pour contrôler le point de rebroussement du cycle mineur, le meilleur outil reste l'emploi d'un harmonique de rang 3 sur le champ H sinusoïdal initialement utilisé pour obtenir le cycle majeur. Avec l'hypothèse que l'harmonique et son fondamental sont en phases, le champ H prend alors la forme de l'équation III.14.

$$H(t) = H_{max}(\sin(\omega.t) + \alpha.\sin(3\omega.t)) \quad (\text{III.14})$$

Le point de rebroussement dépend directement de la valeur du ratio r présenté figure III.11. C'est ce ratio qui influe directement sur le changement de sens de variation du champ H . Il est possible de l'exprimer en fonction de α , le ratio d'amplitude entre l'amplitude H_{max} du champ et l'amplitude de l'harmonique seul (équations III.15 et III.16).

$$r = \frac{1 - \alpha}{\sin(\cos^{-1}(A)) + \alpha \sin(\cos^{-1}(A))} \quad (\text{III.15})$$

$$A = \sqrt{\frac{9\alpha - 1}{12\alpha}} \quad (\text{III.16})$$

Selon le ratio r désiré, on obtient alors la valeur de α correspondante. En réglant α et H_{max} , la bonne forme d'onde de H est obtenue d'après l'équation III.14. Il faut alors faire un certain nombre de mesures (sous forme de cycles) pour différents couples de valeurs H_{max} et α , afin d'obtenir toutes les données $q_{i,j}$ nécessaires au modèle. Il y a $2N-3$ mesures de cycles mineurs ayant pour points de rebroussement les différents points de l'intervalle $I_{rebroussement}$ à effectuer. En comptant la mesure du cycle majeur (sans cycles mineurs), il y a au total $2N-2$ mesures à faire.

Le tableau III.13 rassemble les différentes mesures à faire ainsi que les cycles correspondants (majeur ou avec rebroussement). Le tableau III.14 liste les mesures dans le cas $N = 4$.

Pas de H	Type de cycle	H_{max}	r
$N\varepsilon_0$	Cycle majeur	$N\varepsilon_0$	N/A
$(N-1)\varepsilon_0$	Pas de rebroussement	Pas de mesure	N/A
$(N-2)\varepsilon_0$	Pas de rebroussement	Pas de mesure	N/A
$(N-3)\varepsilon_0$	Rebroussement en $(N-3)\varepsilon_0$	$N\varepsilon_0$	$(N-3)/N$
...
0	Rebroussement en 0	$N\varepsilon_0$	0
...
$-(N-3)\varepsilon_0$	Rebroussement en $-(N-3)\varepsilon_0$	$N\varepsilon_0$	$-(N-3)/N$
$-(N-2)\varepsilon_0$	Rebroussement en $-(N-2)\varepsilon_0$	$N\varepsilon_0$	$-(N-2)/N$
$-(N-1)\varepsilon_0$	Rebroussement en $-(N-1)\varepsilon_0$	$N\varepsilon_0$	$-(N-1)/N$

TABLE III.13 – Liste des mesures à faire pour identifier les $q_{i,j}$ dans le cas général

Type de cycle	H_{max}	r	α
Cycle majeur	$4\varepsilon_0$	N/A	N/A
Rebroussement en ε_0	$4\varepsilon_0$	1/4	0,688
Rebroussement en 0	$4\varepsilon_0$	0	1
Rebroussement en $-\varepsilon_0$	$4\varepsilon_0$	-1/4	1,509
Rebroussement en $-2\varepsilon_0$	$4\varepsilon_0$	-1/2	2,516
Rebroussement en $-3\varepsilon_0$	$4\varepsilon_0$	-3/4	5,523

TABLE III.14 – Liste des mesures à faire pour identifier les $q_{i,j}$ pour $N = 4$

Enfin, précisons que la récupération des $q_{l,k}$ est inutile pour la dernière chaîne du cycle mineur (le point juste avant le retour à la saturation, par exemple avant-dernière ligne du tableau III.12). La chaîne C_H correspondante sera la même pour tous les cycles mineurs.

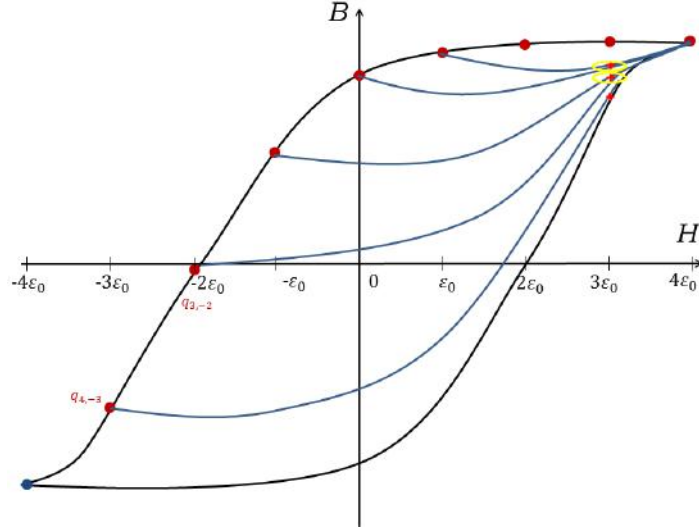
Finalisation du modèle modifié

Les mesures précédemment énoncées permettent d'obtenir les $q_{l,k}$, i.e. la matrice Q de l'équation III.10.

Deux différences majeures séparent la modélisation proposée ici de celle proposée par Bobbio.

Premièrement, il suppose $u_{i,0} = 0$. Cette hypothèse forte permet de retirer N inconnues au système et ainsi de le rendre surdéterminé. Dans notre modèle, nous ne faisons pas cette hypothèse.

La seconde différence considérée est que, sur la remontée des cycles mineurs, deux chaînes identiques (mêmes historiques) imposent une égalité sur les $q_{l,k}$ correspondants. Cette hypothèse est d'ailleurs assez proche de la physique. Deux états de magnétisation ayant exactement le même historique doivent correspondre au même champ B . Elle est représentée sur la figure III.12, pour $N = 4$. Les $q_{l,k}$ entourées en jaune sont considérées égales. Ainsi, $q_{2min,3} = q_{1min,3}$ et $q_{0min,3} = q_{-1min,3}$, où $q_{lmin,k}$ représente la donnée de B du cycle mineur rebroussement en $l\varepsilon_0$ en $H = k\varepsilon_0$.


 FIGURE III.12 – Hypothèse de modélisation : égalité de B pour des chaînes de mêmes historiques - $N=4$

Une dernière hypothèse est prise, compte-tenu des résultats du modèle de Bobbio. Les symétries sur les chaînes des points de saturation de cycles majeurs imbriqués permet d'écrire, pour $N=4$:

$$\begin{aligned} u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1} &= -u_{1,-4} - u_{2,-3} - u_{3,-2} - u_{4,-1} \\ u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1} &= -u_{2,-3} - u_{3,-2} - u_{4,-1} \\ u_{3,2} + u_{4,1} &= -u_{3,-2} - u_{4,-1} \\ u_{4,1} &= -u_{4,-1} \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} u_{1,4} &= -u_{1,-4} \\ u_{2,3} &= -u_{2,-3} \\ u_{3,2} &= -u_{3,-2} \\ u_{4,1} &= -u_{4,-1} \end{aligned}$$

Cependant, l'utilisation des cycles mineurs permet d'obtenir un système d'équation carré et inversible avec $U = C^{-1} \times Q$. En effet, les cycles mineurs permettent l'ajout d'équations. Elles sont détaillées pour les 5 rebroussements effectués dans le cas $N=4$, sur les tableaux III.15 à III.19. On note $q_{lmin,k}$ la donnée d'identification du cycle mineur rebroussement en $l\varepsilon_0$ au pas $k\varepsilon_0$.

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
$-2\varepsilon_0$	$[-2\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$	$u_{1,-2} + u_{2,-2} + u_{3,-1} + u_{4,0} = q_{-3min,-2}$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$	$u_{1,-1} + u_{2,-2} + u_{3,-1} + u_{4,0} = q_{-3min,-1}$
0	$[0, -\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$	$u_{1,0} + u_{2,-1} + u_{3,-1} + u_{4,0} = q_{-3min,0}$
ε_0	$[\varepsilon_0, 0, -\varepsilon_0, 0]$	$u_{1,1} + u_{2,0} + u_{3,-1} + u_{4,0} = q_{-3min,1}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0, 0]$	$u_{1,2} + u_{2,0} + u_{3,0} = q_{-3min,2}$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0]$	$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,1} + u_{4,0} = q_{-3min,3}$

 TABLE III.15 – Équations pour le cycle mineur rebroussement en $-3\varepsilon_0$ ($C_H = [-3\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0]$)

III.2. Modélisation quasi-statique des pertes fer : évolution du modèle Play and Stop

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
$-\varepsilon_0$	$[-\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0]$	$u_{1,-1} + u_{2,-1} + u_{3,0} + u_{4,1} = q_{-2min,-1}$
0	$[0, -\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0]$	$u_{1,0} + u_{2,-1} + u_{3,0} + u_{4,1} = q_{-2min,0}$
ε_0	$[\varepsilon_0, 0, 0, \varepsilon_0]$	$u_{1,1} + u_{2,0} + u_{3,0} + u_{4,1} = q_{-2min,1}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0, \varepsilon_0]$	$u_{1,2} + u_{2,1} + u_{3,0} + u_{4,1} = q_{-2min,2}$
$2\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,1} + u_{4,1} = q_{-2min,3}$

TABLE III.16 – Équations pour le cycle mineur rebroussant en $-2\varepsilon_0$
($C_H = [-2\varepsilon_0, -\varepsilon_0, 0, -\varepsilon_0]$)

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
0	$[0, 0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,0} + u_{2,0} + u_{3,1} + u_{4,1} = q_{-min,0}$
ε_0	$[\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,1} + u_{2,0} + u_{3,1} + u_{4,1} = q_{-min,1}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, \varepsilon_0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,2} + u_{2,1} + u_{3,1} + u_{4,1} = q_{-min,2}$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,1} + u_{4,1} = q_{-min,3} = q_{-2min,3}$

TABLE III.17 – Équations pour le cycle mineur rebroussant en $-\varepsilon_0$
($C_H = [-\varepsilon_0, 0, \varepsilon_0, \varepsilon_0]$)

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
ε_0	$[\varepsilon_0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,1} + u_{2,1} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{0min,1}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,2} + u_{2,1} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{0min,2}$
$2\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{0min,2}$

TABLE III.18 – Équations pour le cycle mineur rebroussant en 0 ($C_H = [0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$)

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination des $u_{i,j}$ selon $q_{l,k}$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,2} + u_{2,2} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{1min,2}$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,2} + u_{4,1} = q_{1min,3} = q_{0min,3}$

TABLE III.19 – Équations pour le cycle mineur rebroussant en ε_0 ($C_H = [\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$)

Le système a 26 équations (8 apportées III.7 par le cycle majeur, 18 par les cycles mineurs) pour 20 inconnues. Cependant, l'introduction des cycles mineurs a permis la suppression des équations contradictoires : il n'est plus nécessaire de faire des choix. Les équations liées peuvent se supprimer, le rang de la matrice C est égal au nombre d'inconnues et d'équations et le système est inversible. Pour $N = 4$, les 20 équations conservées sont rassemblées dans le tableau III.20.

Il suffit alors d'appliquer le modèle de [61] présenté en début de chapitre avec les $b_{i,j}$ obtenues à partir de U pour reconstituer le champ B à partir du champ H . La figure III.13 présente un diagramme qui résume le modèle Play modifié proposé ici.

La partie en bleu décrit le fonctionnement du modèle Play pour construire la matrice C , il est semblable à celui proposé dans [61]. La partie en rouge présente la caractérisation du modèle, i.e. la manière dont les données $q_{i,j}$ sont obtenues. La partie en violet représente la synthèse de ces deux parties, c'est à dire la finalisation du modèle et comment le champ B est reconstitué. Il reste néanmoins à présenter la validation de ce modèle, ce qui sera l'objet de la section suivante.

$u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1}$	$= q_{4,4}$
$u_{1,3} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1}$	$= q_{4,3}$
$u_{1,2} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1}$	$= q_{4,2}$
$u_{2,1} + u_{3,2} + u_{4,1}$	$= q_{4,0}$
$u_{1,-1} + u_{3,1} + u_{4,1}$	$= q_{4,-1}$
$u_{1,-2} + u_{2,-1} + u_{4,1}$	$= q_{4,-2}$
$u_{1,-3} - u_{2,-2} + u_{3,-1}$	$= q_{4,-3}$
$u_{1,-2} + u_{2,-2} + u_{3,-1} + u_{4,0}$	$= q_{-3min,-2}$
$u_{1,-1} + u_{2,-2} + u_{3,-1} + u_{4,0}$	$= q_{-3min,-1}$
$u_{1,0} + u_{2,-1} + u_{3,-1} + u_{4,0}$	$= q_{-3min,0}$
$u_{1,1} + u_{2,0} + u_{3,1} + u_{4,0}$	$= q_{-3min,1}$
$u_{1,2} + u_{2,0} + u_{3,0}$	$= q_{-3min,2}$
$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,1} + u_{4,0}$	$= q_{-3min,3}$
$u_{1,0} + u_{2,-1} + u_{3,0} + u_{4,1}$	$= q_{-2min,0}$
$u_{1,1} + u_{2,0} + u_{3,0} + u_{4,1}$	$= q_{-2min,1}$
$u_{1,2} + u_{2,1} + u_{3,0} + u_{4,1}$	$= q_{-2min,2}$
$u_{1,3} + u_{2,2} + u_{3,1} + u_{4,1}$	$= q_{-2min,3}$
$u_{1,0} + u_{2,0} + u_{3,1} + u_{4,1}$	$= q_{-min,0}$
$u_{1,1} + u_{2,0} + u_{3,1} + u_{4,1}$	$= q_{-min,1}$
$u_{1,1} + u_{2,1} + u_{3,2} + u_{4,1}$	$= q_{0min,1}$

TABLE III.20 – Équations conservées pour $N=4$

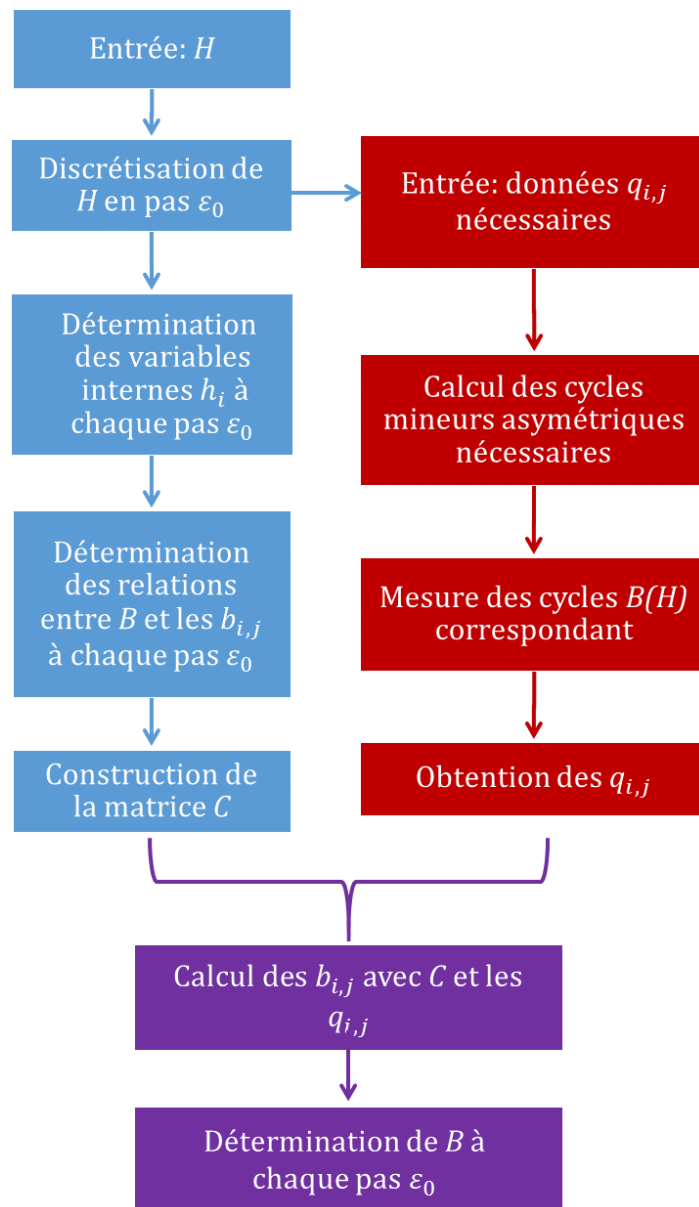


FIGURE III.13 – Diagramme du fonctionnement du modèle Play proposé

III.2.3 Validation et test du modèle

Toutes les mesures effectuées dans cette partie ont été faites sur des tôles de Fer-Silicium NO20 de 60×60 mm avec l'hystérésigraphe MPG200 et le cadre de mesure 1D SST (Single Sheet Tester) précédemment présenté.

Validation du principe du modèle

Il est indispensable de vérifier la validité du modèle proposé. Il faut savoir s'il permet de reconstituer le champ B utilisé pour identifier les paramètres $b_{i,j}$ à partir des $q_{l,k}$. Pour cela, le champ B correspondant au plus grand cycle majeur (i.e. d'amplitude $N\varepsilon_0$) va être reconstitué. Le champ H en entrée aura une amplitude maximale H_{max} de 2000 A/m. Avec une discrétisation $N = 4$, le pas ε_0 sera de 500 A/m.

Un fois tous les $b_{i,j}$ obtenus, le modèle reconstitue le champ B correspondant à un champ H sinusoïdal d'amplitude 2000 A/m à chaque pas de H , i.e. pour 2000, 1500, 1000, 500, 0, -500, -1000, -1500 et -2000 A/m. Les champs sont ici basse-fréquences (10 Hz) : il s'agit d'un modèle quasi-statique. Le choix de cette fréquence permet à la fois de représenter assez bien au fonctionnement quasi-statique du champ et facilite les mesures en permettant une régulation plus simple des formes d'onde.

Les figures III.14 et III.15 présentent respectivement les cycles d'hystérésis et les formes d'ondes de B , reconstitués et mesurés dans les deux cas. Avec une valeur de N faible, le modèle parvient à reconstituer le champ B avec précision. Bien évidemment, il faudrait une discrétisation plus importante pour augmenter le nombre de point B reconstitués. C'est ce qui est fait figures III.16 et III.17 pour $N = 10$. On a alors un pas $\varepsilon_0 = 200A/m$.

Dans les deux cas le principe de fonctionnement du modèle est validé. Cependant, le pas étant fixe, il y a peu de points B reconstitués autour de $H=0$ alors que c'est une zone où la variation d'induction est importante. Cette zone peut se définir pour B et H variant entre $\pm B_r$ et $\pm H_c$, où B_r est le champ d'induction rémanent (B pour $H = 0$) et H_c le champ coercitif (H pour $B = 0$).

Néanmoins dans cette zone, les champs varient plutôt linéairement. Cela n'enlève donc en rien à la représentativité du modèle. De plus, le coude qui apparaît avant la saturation est lui correctement modélisé. Ceci est dû à la faible variation de B sur une grande plage de valeurs de H . Ainsi, cette plage de valeurs contient beaucoup de pas ε_0 et plus de point B sont reconstitués. En revanche, pour avoir un modèle utile, il faut être prédictif, i.e. reconstituer des formes d'onde de B qui n'ont pas été utilisées pour identifier les paramètres du modèle.

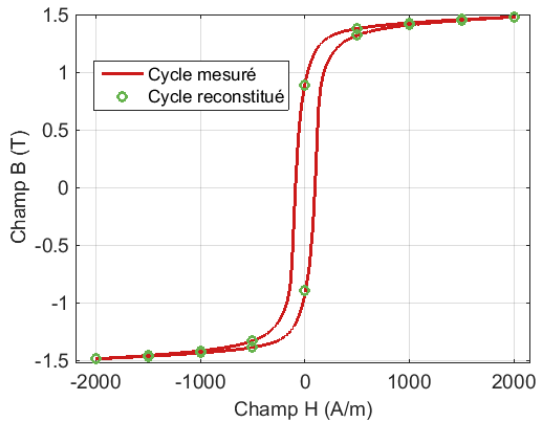


FIGURE III.14 - Reconstitution d'un cycle d'hystérésis utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 4$

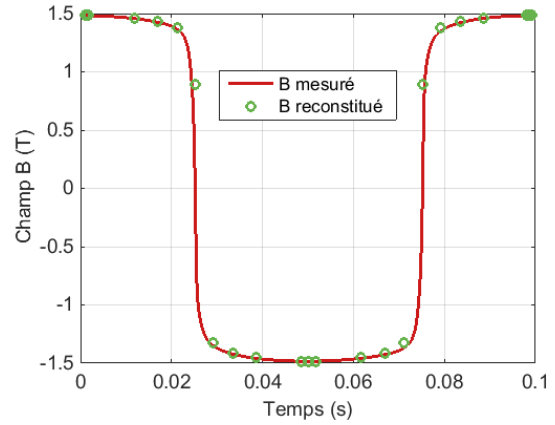


FIGURE III.15 - Reconstitution du champ B utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 4$

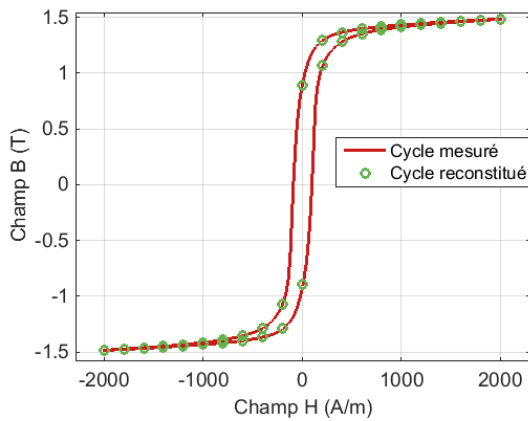


FIGURE III.16 - Reconstitution d'un cycle d'hystérésis utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 10$

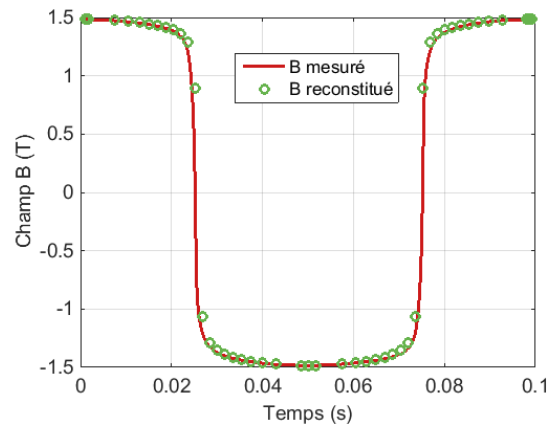


FIGURE III.17 - Reconstitution du champ B utilisé pour l'identification des paramètres - $N = 10$

Reconstitution de cycles sinusoïdaux d'amplitudes plus faibles

La deuxième étape de la validation expérimentale est cette fois de reconstituer des cycles qui n'ont pas directement été mesurés pour l'identification des paramètres $b_{i,j}$. Les premières formes d'ondes testées pour H en entrée sont de simples sinusoïdes basse-fréquences (toujours 10 Hz). Cependant, les amplitudes de ces sinusoïdes seront plus faible que le cycle majeur utilisé pour l'identification ($H_{max} = 2000 A/m$). On les choisira égales aux pas de discrétisation ε_0 dans le cas $N = 4$: 1500 et 1000 A/m. Il s'agit d'un premier pas vers la prédictivité du modèle.

La figure III.18 montre le cycle d'hystérésis reconstitué avec en entrée un champ H sinusoïdal d'amplitude 1500 A/m. Le modèle parvient sans problème à reproduire le cycle d'hystérésis pour $N = 4$. La figure III.19 présente quant à elle le champ B reconstitué sur une période (10 Hz). Le nombre de points reconstitués est faible compte-tenu de la valeur de N mais le modèle reste cohérent et relativement précis.

La figure III.20 présente le cycle d'hystérésis reconstitué avec en entrée un champ H sinusoïdal d'amplitude 1000 A/m. Le modèle parvient également à reproduire le cycle d'hystérésis pour $N = 4$. La figure III.21 montre toujours le champ B reconstitué sur une période (10 Hz). Néanmoins, le nombre de points reconstitués est faible puisque peu de pas ε_0 ($2\varepsilon_0, \varepsilon_0, 0, -\varepsilon_0$ et $-\varepsilon_0$) sont contenus dans le champ H à 1000 A/m. Le modèle est donc à sa limite d'utilisation.

Le modèle proposé est donc prédictif pour des champs H sinusoïdaux. Mais il est rare de voir de telles formes d'onde dans les machines électriques. Le champ H a en général un contenu harmonique. En effet, c'est souvent le champ B , lié à la tension, qui est régulé. Il est courant d'avoir alors un champ H qui est une conséquence du champ B imposé et qui peut prendre des formes très variées. C'est pourquoi des formes plus complexes doivent être testées afin de vérifier les possibilités qu'offre ce modèle à des prédictions de formes aléatoires de champ H .

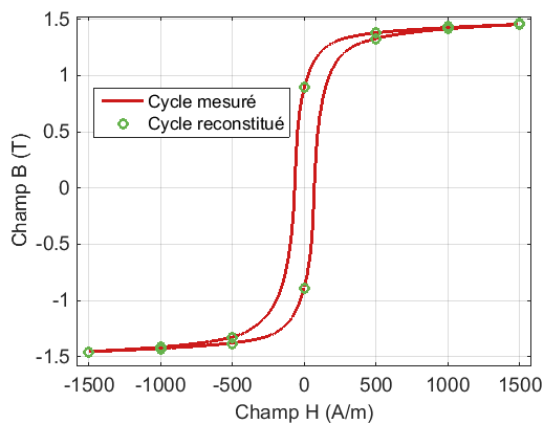


FIGURE III.18 – Reconstitution d'un cycle d'hystérésis pour H sinusoïdal et $H_{max} = 1500 A/m$ - $N = 4$

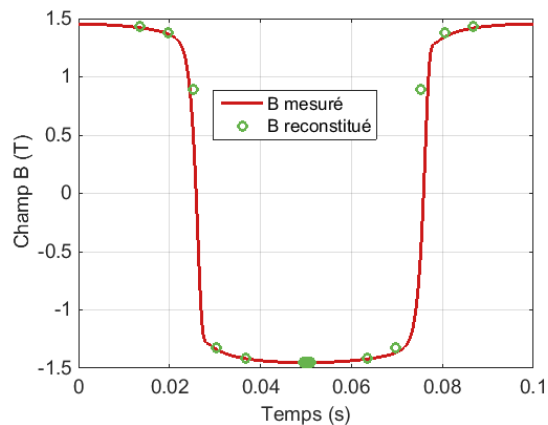


FIGURE III.19 – Reconstitution du champ B pour H sinusoïdal et $H_{max} = 1500 A/m$ - $N = 4$

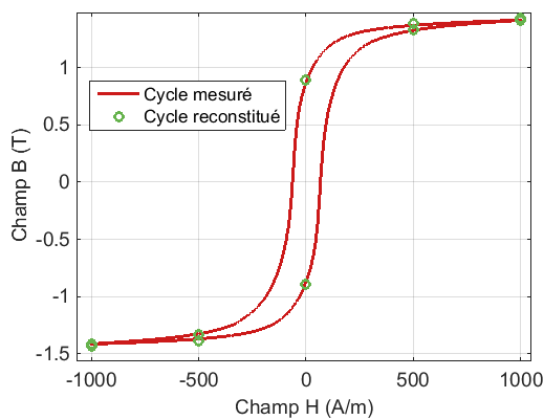


FIGURE III.20 – Reconstitution d'un cycle d'hystérésis pour H sinusoïdal et $H_{max} = 1000 A/m$ - $N = 4$

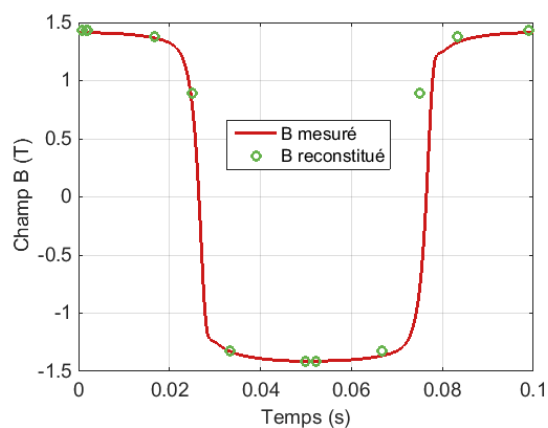


FIGURE III.21 – Reconstitution du champ B pour H sinusoïdal et $H_{max} = 1000 A/m$ - $N = 4$

Reconstitution de champs plus complexes

Afin de savoir si le modèle est prédictif, une forme avec un fort contenu harmonique de H est proposé. Pour différencier suffisamment le champ H d'un champ sinusoïdal tout en permettant de facilement voir la reconstitution, il a été choisi de tester le modèle avec un champ H sinusoïdal avec un harmonique de rang 7 de forte amplitude. Le choix de l'harmonique 7 est arbitraire. Le but ici n'est pas de tester la réponse du modèle pour des champs avec un contenu harmonique, mais de plutôt de tester le modèle pour la reconstitution de formes complexe de H (conduisant à des cycles d'hystérésis avec des cycles mineurs). L'harmonique 7 nous a paru un bon compromis entre les informations que cela apporte sur la précision du modèle et sa mise en œuvre, simple et facile à réguler. Avec un harmonique de rang 7, le champ H est suffisamment éloigné du sinus si l'amplitude de l'harmonique est assez élevé. Il est également différent des formes d'ondes utilisées pour la caractérisation (harmonique 3) et le cycle d'hystérésis obtenu présentera des cycles mineurs.

Le champ H utilisé est présenté figure III.22. Il s'agit toujours d'un signal dont le fondamental est d'amplitude maximale 2000 A/m à 10 Hz. Ce champ est utilisé en entrée du modèle, qui a été caractérisé (identification des paramètres) comme présenté au précédent paragraphe. L'identification était donc basée sur des sinus d'harmonique de rang 3.

On a tout d'abord utilisé une discrétisation en pas $\varepsilon_0 = 500A/m$ pour $N=4$. La figure III.23 présente en vert le champ reconstitué prédit par le modèle à partir uniquement de la figure III.22. En rouge, on peut observer la mesure du champ B réel dans la tôle avec comme champ d'excitation H le champ de la figure III.22. La reconstitution est précise, le modèle est parvenu à reconstituer un champ B très différent des données de caractérisation pour un champ H de nature relativement complexe.

La figure III.24 montre quant à elle la reconstitution de B dans les mêmes conditions expérimentales mais pour $N = 10$ et $\varepsilon_0 = 200A/m$. Le résultat est encore plus précis. Le pas fixe de discrétisation pose les mêmes problèmes que précédemment pour les zones de rémanence et coercivité. Les variation de B liés à l'harmonique 7 sont cependant modélisées avec précision.

On peut également présenter les résultats sous la forme du cycle d'hystérésis reconstitué sur les figures III.25 et III.26. Les figures III.27 et III.28 correspondent aux zooms des deux dernières figures pour se concentrer sur la reconstitution des cycles mineurs. Pour $N = 4$ trop peu de points B sont reconstitués sur les cycles mineurs. En passant à $N=10$, leur reconstruction s'améliore mais n'est pas encore satisfaisante. Plus N sera grand, plus le modèle sera précis et pourra les reconstituer en prédisant plus efficacement les formes d'ondes de B à partir de H .

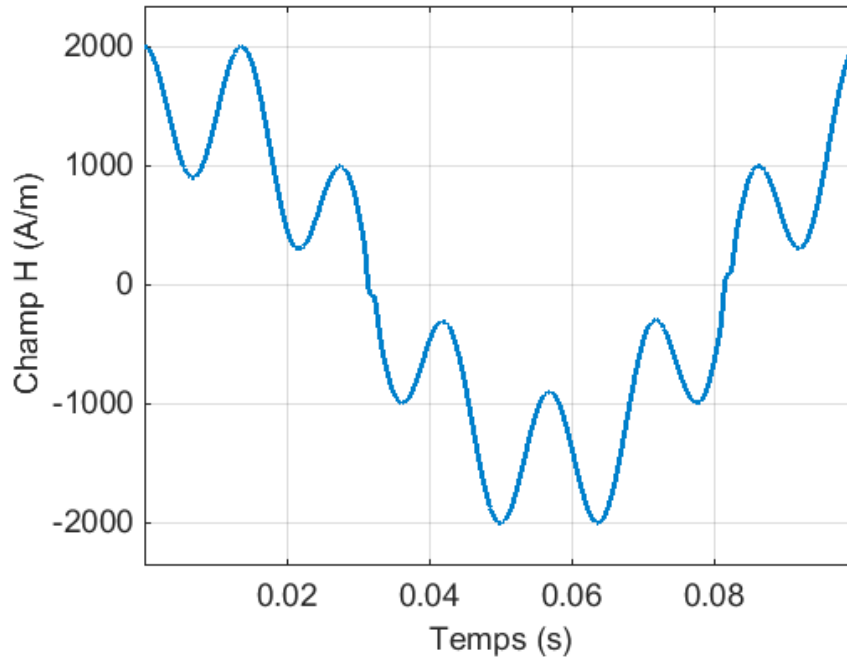


FIGURE III.22 – champ H sinus avec un harmonique de rang 7

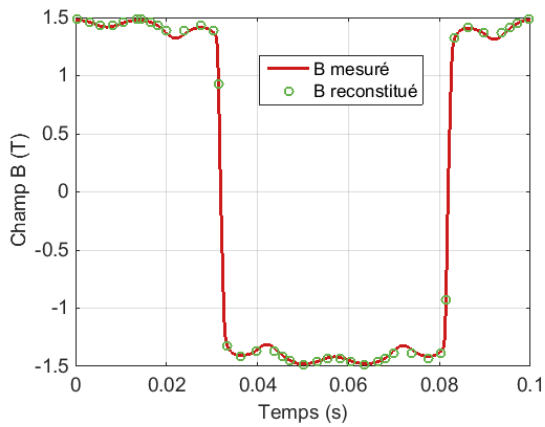


FIGURE III.23 – Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 4$

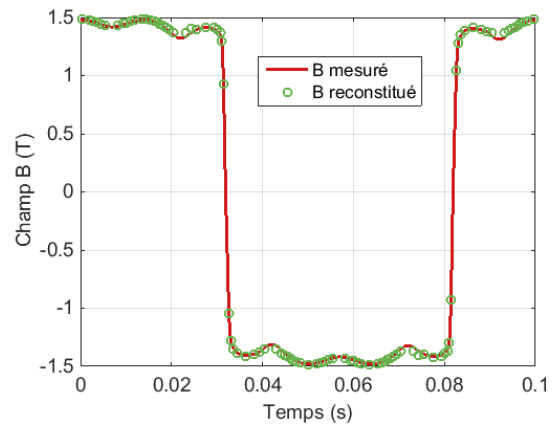


FIGURE III.24 – Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 10$

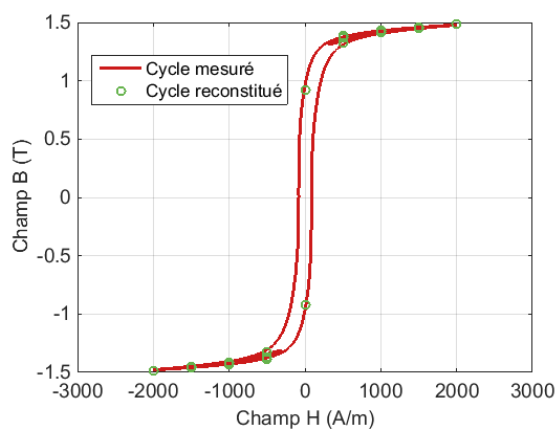


FIGURE III.25 – Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 4$

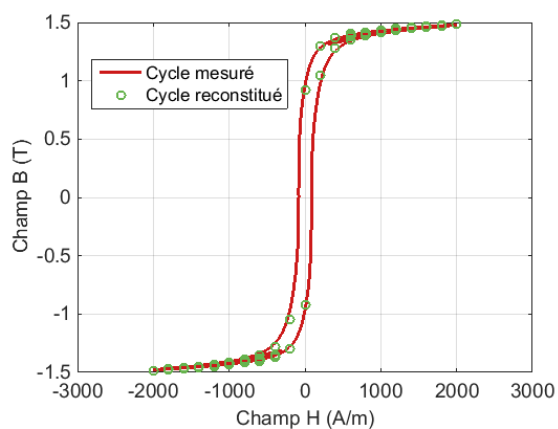


FIGURE III.26 – Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 10$

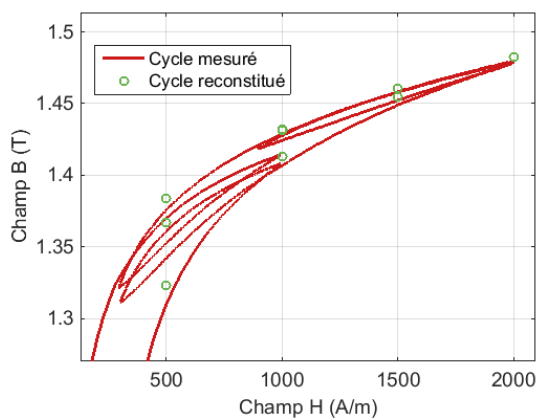


FIGURE III.27 – Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 4$ - zoom

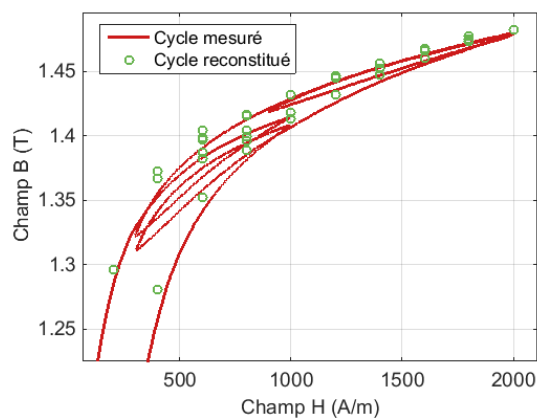


FIGURE III.28 – Reconstitution du cycle $B(H)$ à partir du champ H proposé figure III.22 pour $N = 10$ - zoom

Interpolation et quantification

Afin de quantifier l'écart entre les pertes reconstituées par le modèles et celles issues des mesures, il faut effectuer un calcul d'aire de cycle (voir chapitre I). Même avec $N = 10$, il n'y a pas assez de points pour obtenir un calcul d'aire représentatif.

L'interpolation est effectuée entre deux valeurs reconstituées de B_1 et B_2 pour deux valeurs H_1 et H_2 . On revient finalement à interpoler les chaînes de H_1 et H_2 entre elles. Prenons un exemple simple pour obtenir une valeur de B entre B_1 et B_2 . Les h_i et les $b_{i,j}$ désignent toujours les variables internes de H et B . Leurs indices ne servent ici qu'à les différencier, en restant général.

H	C_H	B
H_1	$[H_1, h_{21}, h_{31}, h_{41}]$	$[b_{11}, b_{21}, b_{31}, b_{41}]$
H_2	$[H_2, h_{22}, h_{32}, h_{42}]$	$[b_{21}, b_{22}, b_{32}, b_{42}]$

TABLE III.21 – Exemple d'interpolation linéaire dans un cas général

Avec une interpolation linéaire on a :

$$B_{1/2} = (B_1 + B_2)/2 = b_{11}/2 + b_{21}/2 + b_{31}/2 + b_{41}/2 + b_{21}/2 + b_{22}/2 + b_{32}/2 + b_{42}/2 \quad (\text{III.17})$$

Ce qui revient à attribué à ce point la chaîne de H :

$$[(H_1 + H_2)/2, (h_{21} + h_{22})/2, (h_{31} + h_{32})/2, (h_{41} + h_{42})/2] \quad (\text{III.18})$$

Seul le premier terme de cette chaîne est exact. Moins l'historique changera entre H_1 et H_2 , plus l'interpolation donnera une bonne approche de B . C'est donc bien une approximation des points reconstitués, mais qui permet de calculer précisément l'aire du cycle. Le tableau III.22 donne l'exemple, pour $N=4$, de points interpolés $B_{5/2}$ et $B_{3/2}$, respectivement entre B_3 et B_2 , ainsi qu'entre B_2 et B_1 . On voit que, selon l'historique, le point B_k interpolé peut être exact ou approché.

H	$C_H(k\varepsilon_0)$	Détermination de B_k selon $b_{i,j}$
$3\varepsilon_0$	$[3\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$b_{1,3} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_3$
$(5/2)\varepsilon_0$	$[(5/2)\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$B_{5/2} = (B_3 + B_2)/2$
$2\varepsilon_0$	$[2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$b_{1,2} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_2$
$(3/2)\varepsilon_0$	$[(3/2)\varepsilon_0, (5/2)\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$B_{3/2} \approx (B_2 + B_1)/2$
ε_0	$[\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \varepsilon_0]$	$b_{1,1} + b_{2,2} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_1$

TABLE III.22 – Exemple sur deux interpolations linéaires

Nous avons donc décidé d'augmenter le nombre de points avec une interpolation cubique sur $B(t)$. L'interpolation cubique se base sur 4 points de B et les relie avec un polynôme d'ordre 3. Le point ainsi interpolé sera plus proche d'un point réel, mais le principe d'approximation selon l'historique est le même. Un logiciel de calcul numérique est utilisé.

Les cycles ainsi interpolés pour H sinusoïdal à 2000 A/m sont présentés figures III.29 pour $N = 4$ et III.30 pour $N = 10$. Pour les formes d'ondes plus complexes du paragraphe précédent, ils sont visibles figures III.31 et III.33 ($N = 4$) ainsi que III.32 et III.34 ($N = 10$).

Les aires des cycles sont obtenues par intégration numérique via la méthode des trapèzes. Elles sont ensuite comparées aux aires des mesures. Les écarts relatifs

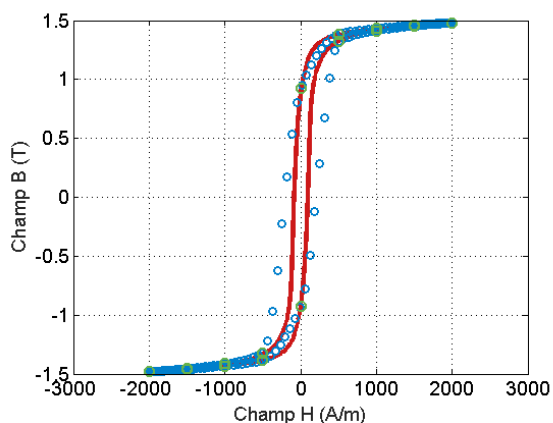


FIGURE III.29 – Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H sinusoïdal 2000 A/m - $N = 4$

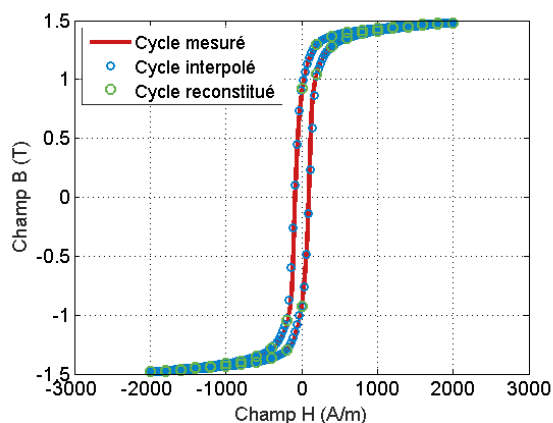


FIGURE III.30 – Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H sinusoïdal 2000 A/m - $N = 10$

sur les pertes sont donnés au tableau III.23. Puisque les pertes sont directement proportionnelles aux aires, raisonner sur ces dernières est tout à fait valable.

Bien évidemment, pour $N = 4$, il n'y a pas assez de points reconstitués : l'interpolation facilite le calcul d'aire en réduisant l'erreur numérique, mais ne peut ajouter des points reconstitués. En revanche pour $N = 10$, les résultats sont bons. En augmentant encore N , les écarts relatifs seraient grandement réduits, mais la campagne de caractérisation en serait rallongée.

Formes d'onde	Sinus pur $N = 4$	Sinus pur $N = 10$	Avec harmonique 7 $N = 4$	Avec harmonique 7 $N = 10$
Écarts relatifs	91,1%	4,3%	56,3%	13,6%

TABLE III.23 – Écarts relatifs entre pertes fer reconstituées par le modèle et pertes fer mesurées

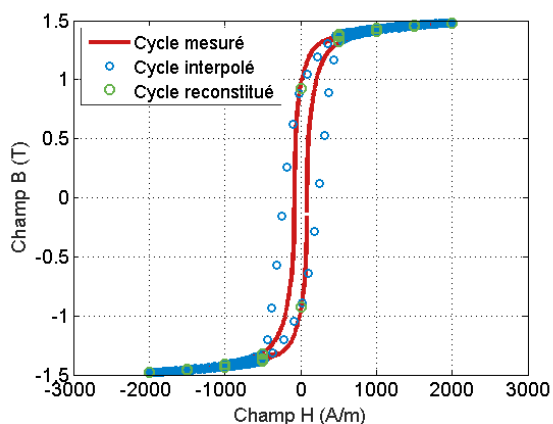


FIGURE III.31 – Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7 - $N = 4$

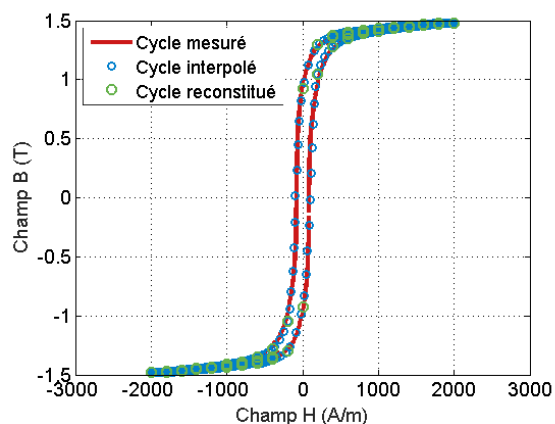


FIGURE III.32 – Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7 - $N = 10$

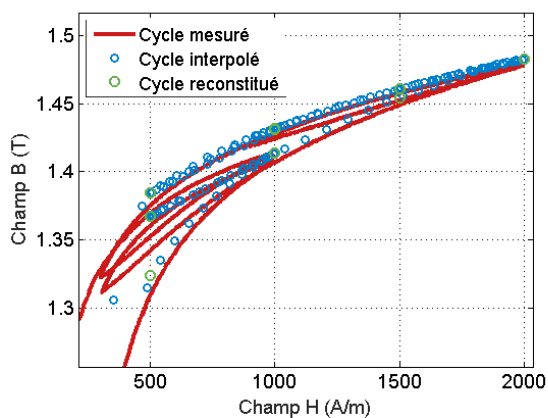


FIGURE III.33 – Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7 - $N = 4$ - Zoom

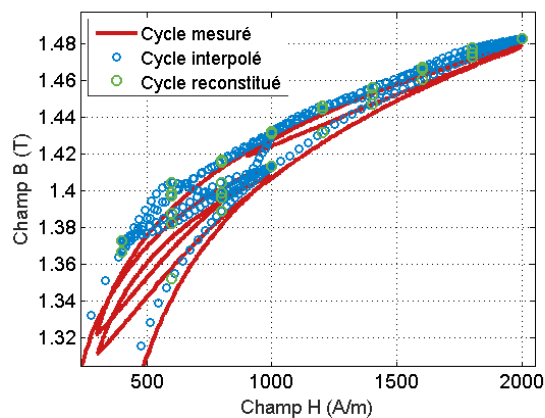


FIGURE III.34 – Interpolation et reconstitution du cycle $B(H)$ pour H avec harmonique 7- $N = 10$ - Zoom

Limites du modèle

Au delà de la valeur de N , c'est aussi la valeur de ε_0 qui va être déterminante. En effet, c'est elle qui va fixer les valeurs de H pour lesquelles on pourra reconstituer le B correspondant. Pour des formes complexes de H , toute variation de H entre deux valeurs de $k\varepsilon_0$ (changement de sens de variation, de convexité,...) ne pourra pas être prise en compte. La figure III.35 illustre ce phénomène, chaque ligne représentant une valeur du pas (pour $N = 4$, $H_{max}=2000$ A/m et $\varepsilon_0=500$ A/m). Seules les valeurs de H sur les lignes noires, représentées par des rectangles, seront utilisées dans le modèle, ainsi seuls les B correspondants à ces valeurs seront reconstitués.

Pour voir la limite du modèle nous le testons avec le même champ H sinusoïdal avec un harmonique 7, d'amplitude plus faible (figure III.36). Les champs B reconstitués pour $N = 4$ et $N = 10$ sont respectivement présentés figures III.37 et III.38. Dans les deux cas, le champ B est surévalué. Il y a cependant plus de points B correctement reconstitués avec $N = 10$ puisque la discrétisation est plus fine ($\varepsilon_0=200$ A/m), confirmant l'importance de son rôle dans la précision du modèle développé ici.

Il faut aussi considérer les erreurs liées aux mesures. Les courbes utilisées pour déterminer le vecteur de données Q sont sujettes aux imprécisions de mesures. Elles sont toutes basées sur un H sinusoïdal avec un harmonique 3. Rappelons que chaque point est reconstitué à partir d'une combinaison linéaire de données issues de Q . Mais si l'amplitude varie légèrement entre ces courbes et le cycle à reconstituer, certains points seront mal reconstitués. Ce phénomène est visible sur le zoom de la figure III.28. On voit que globalement, l'amplitude du signal à reconstituer est un peu plus faible que les courbes de caractérisation. Ceci a même entraîné un croisement visible pour deux points à $H=600$ A/m et 400 A/m. Le point à 600 A/m a été placé à $B=1,41$ T, alors qu'il est censé se situer aux alentours de 1,375 T. Celui à 400 A/m à 1,375 au lieu de 1,34. Ce croisement est encore plus visible après l'interpolation, comme figure III.34.

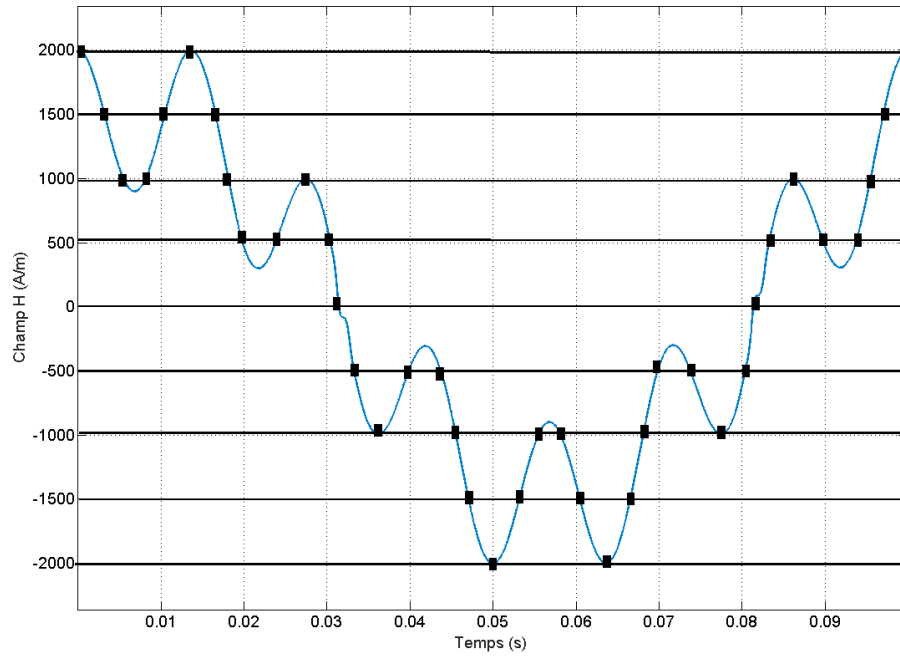


FIGURE III.35 – Schéma présentant le lien entre le pas ε_0 et les point H auxquels un B peut être attribué par le modèle - Cas où $N = 4$ et $\varepsilon_0=500$ A/m

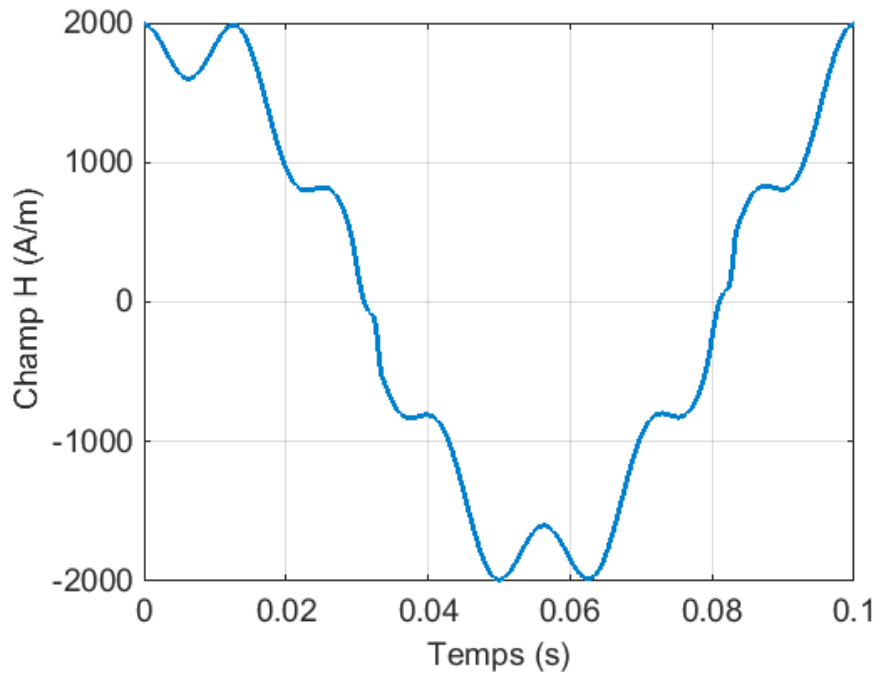


FIGURE III.36 – Champ H sinusoïdal avec un harmonique 7 d'amplitude plus faible - Test des limites du modèle

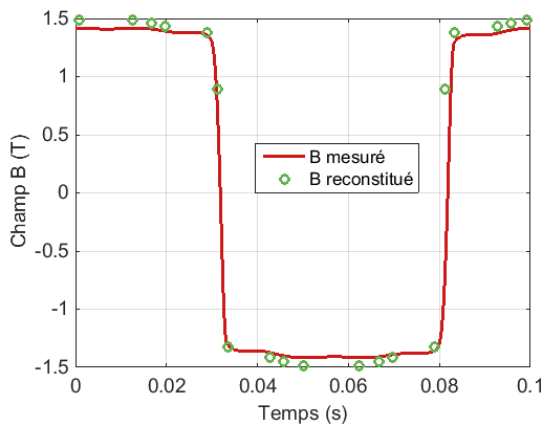


FIGURE III.37 – Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.36 pour $N = 4$

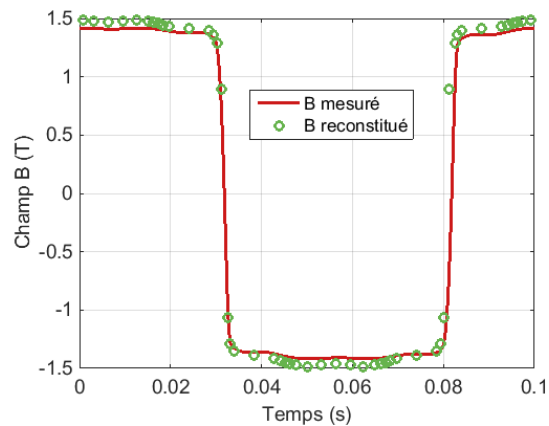


FIGURE III.38 – Reconstitution du champ B à partir du champ H proposé figure III.36 pour $N = 10$

III.2.4 Conclusion

Le modèle d'hystérésis quasi-statique proposé est satisfaisant et précis s'il est suffisamment discrétisé, il permet de prévoir l'évolution du champ B avec des formes diverses et complexes de H . C'est également un modèle scalaire. Il ne tient donc pas compte de l'angle entre les différents vecteurs portant les grandeurs physiques B , H ou encore M . Il s'agit donc d'un modèle unidimensionnel. En revanche, l'avantage d'un modèle scalaire est sa simplicité et donc sa rapidité de calcul. En appliquant ce modèle dans des zones où le champ est assurément unidimensionnel (dents, certaines zones de la culasse,...), il pourrait donc permettre une prédiction de B et donc un calcul des pertes fer. Néanmoins, ce modèle reste quasi-statique et ne tient donc pas compte des effets de fréquence. Il est indispensable de prendre en compte les courants de Foucault, ainsi que les phénomènes liés à la dynamique des parois, caractérisés par les pertes par excès [24]. C'est l'objet de la section suivante.

III.3 Vers un modèle dynamique

III.3.1 Rendre le modèle Play dynamique

Le modèle proposé section précédente est quasi-statique. Mais avant de chercher à le dynamiser, il faut étudier sa réponse en fréquence. Des formes d'ondes utilisées précédemment sont donc mesurées à des fréquences plus importantes afin d'analyser le comportement du modèle. Dans un second temps seulement, une solution de dynamisation du modèle sera envisagée.

Essais en fréquence pour des champs sinusoïdaux

Commençons d'abord par tester le modèle ($N=10$ et $\varepsilon_0=200$ A/m) avec des champs H sinusoïdaux mais à des fréquences un peu plus grandes que celles utilisées pour la caractérisation (10 Hz). Les tests seront fixés à 50 Hz et 100 Hz. Pour chacun des cas, l'amplitude du signal sera de 2000 A/m.

III.3. Vers un modèle dynamique

Le champ H dont on veut prédire B est présenté sur les figures III.39 pour 50 Hz et figure III.40 à 100 Hz. Les champs sont parfois légèrement déformés : l'hystéresigraphe a plus de difficultés à réguler en courant un champ, surtout à des niveaux de champs plus élevés.

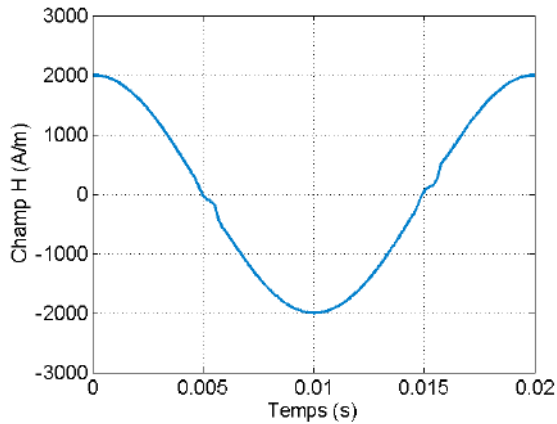


FIGURE III.39 – Champ H 2000 A/m à 50 Hz

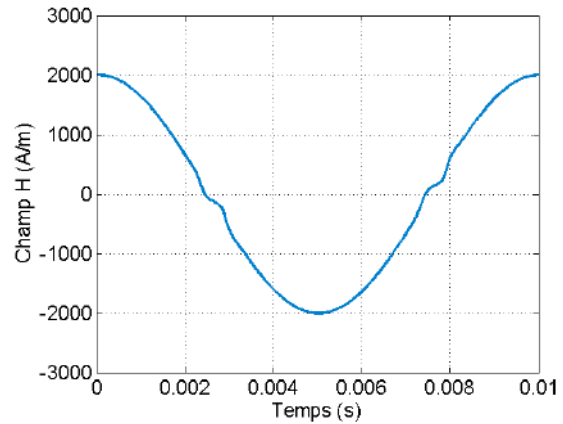


FIGURE III.40 – Champ H 2000 A/m à 100 Hz

Les champs B correspondants sont reconstitués à l'aide du modèle et comparés aux champs B mesurés à partir des champs H imposés. Ces comparaisons sont présentées figure III.41 à 50 Hz et III.43 à 100 Hz. Au final, les cycles $B(H)$ correspondants peuvent être représentés à 50 Hz figure III.42 ainsi qu'à 100 Hz figure III.44.

D'une manière générale, le modèle fonctionne encore à 50 Hz. On commence à observer un léger écart entre B reconstitué et mesuré dans la zone de forte variation de B pour une faible variation de H , i.e. la zone entre $+B_r$, $-B_r$, $+H_c$ et $-H_c$. Cette différence est par contre très visible à 100 Hz. Ceci confirme le caractère quasi-statique du modèle : il est caractérisé à une certaine fréquence et ne peut donc pas tenir compte du gonflement du cycle d'hystérésis lorsque que la fréquence augmente. À chaque pas ε_0 de H , le champ B à 10 Hz est reconstitué. Puisque celui-ci change pour un même H lorsque la fréquence augmente, le modèle ne peut pas le reconstituer. Il ne peut reproduire que des valeurs de B pour 10 Hz. À 50 Hz, l'écart relatif entre pertes reconstituées et mesurées est de 34,6%, il est de 43,5% à 100 Hz. Pour pousser l'étude en fréquence, il faut étudier la réponse du modèle pour des champ H non-sinusoidaux.

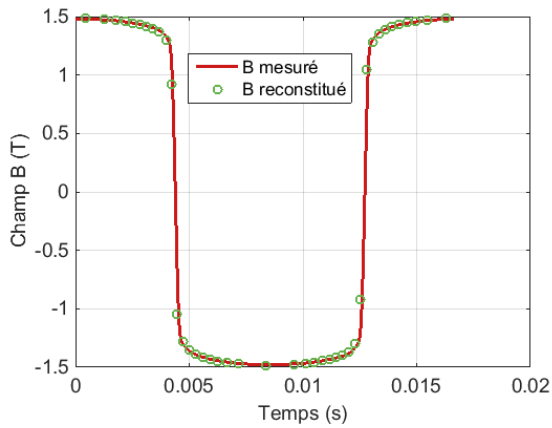


FIGURE III.41 – Champs B mesuré et reconstitué pour le champ de la figure III.39 - 50 Hz

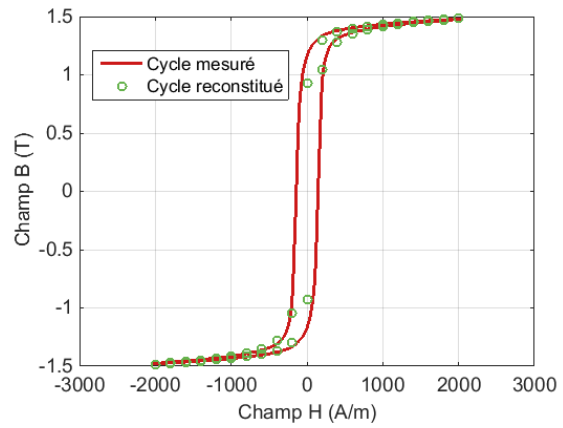


FIGURE III.42 – Cycles $B(H)$ pour le champ de la figure III.39 - 50 Hz

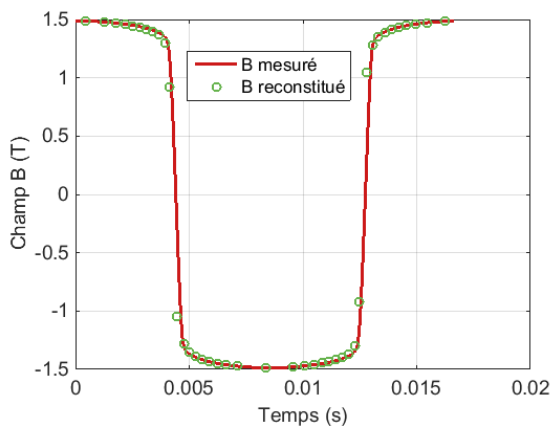


FIGURE III.43 – Champs B mesuré et reconstitué pour le champ de la figure III.40 - 100 Hz

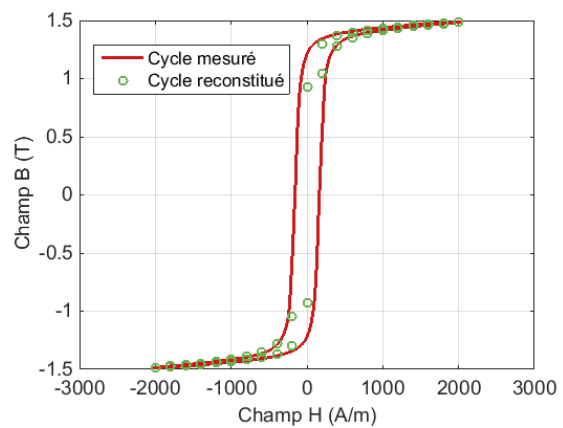


FIGURE III.44 – Cycles $B(H)$ pour le champ de la figure III.40 - 100 Hz

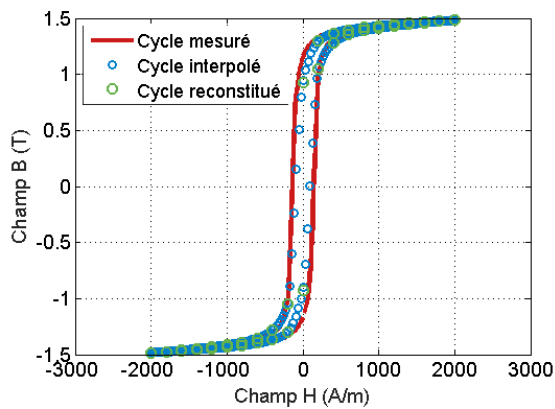


FIGURE III.45 – Interpolation du cycle $B(H)$ reconstitué pour le champ de la figure III.39 - 50 Hz

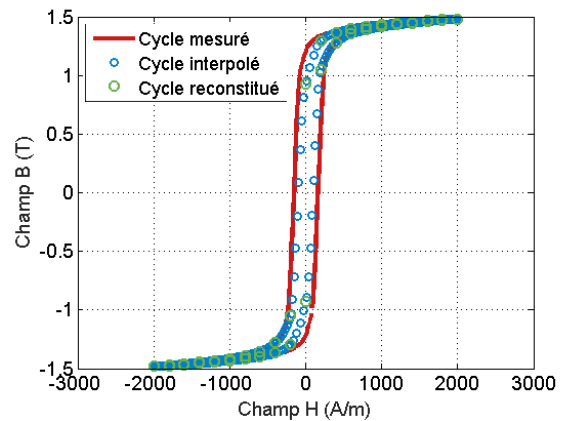


FIGURE III.46 – Interpolation du cycle $B(H)$ reconstitué pour le champ de la figure III.40 - 100 Hz

Essais en fréquence pour des champs plus complexes

Afin de confirmer les observations en champ sinusoïdal, on peut réutiliser le champ H sinus avec un harmonique de rang 7 comme dans la section précédente, à 50 Hz et 100 Hz. Les champs utilisés en entrée du modèle sont présentés figures III.47 et III.48.

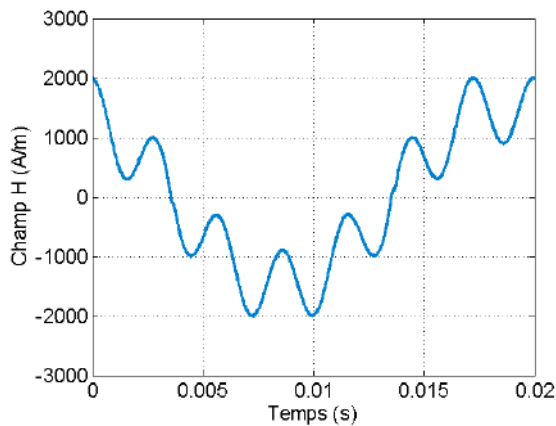


FIGURE III.47 – Champ H utilisé pour le modèle - sinus avec un harmonique de rang 7 - 2000 A/m à 50 Hz

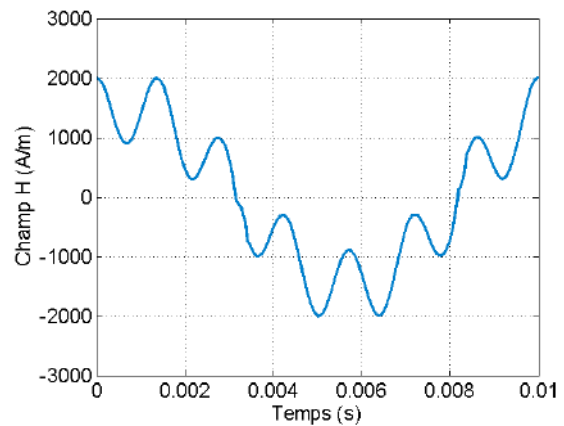


FIGURE III.48 – Champ H utilisé pour le modèle - sinus avec un harmonique de rang 7 - 2000 A/m à 100 Hz

Les champs B correspondants sont également reconstitués à l'aide du modèle et comparés aux champs B mesurés à partir du même champ H . Ces comparaisons sont présentées figures III.49 et III.53, respectivement à 50 Hz et 100 Hz. Les cycles $B(H)$ résultants sont alors représentés sur les figures III.50 (50 Hz) et III.54 (100 Hz).

Les résultats pour les cycles issus de champs H sinusoïdaux sont confirmés : le modèle ne parvient pas à reconstituer B pour des fréquences différentes de celles utilisées lors de la caractérisation. Cela se confirme dès 50 Hz, où les points du

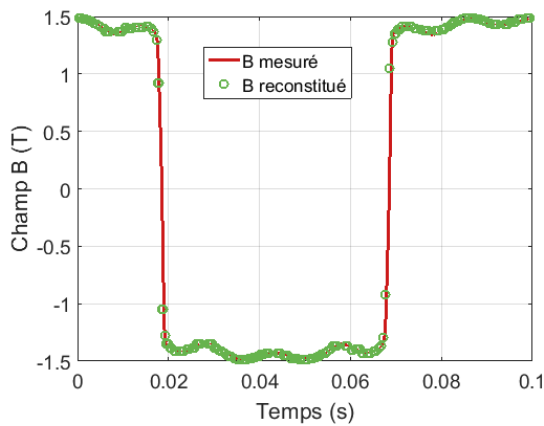


FIGURE III.49 – Champs B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.47 - 50 Hz

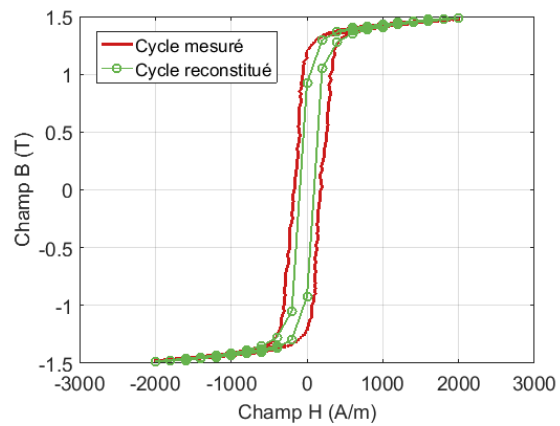


FIGURE III.50 – Cycles $B(H)$ reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.47 - 50 Hz

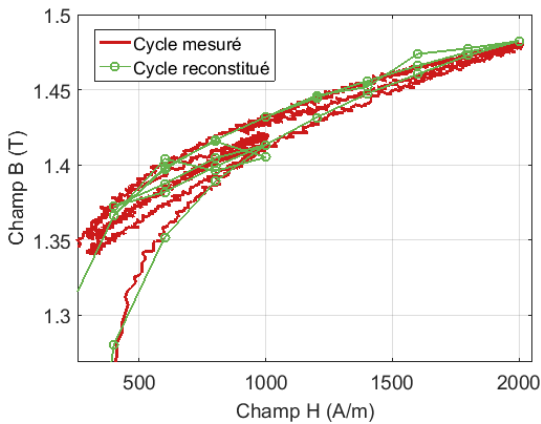


FIGURE III.51 – Cycle B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.47 - Zoom - 50 Hz

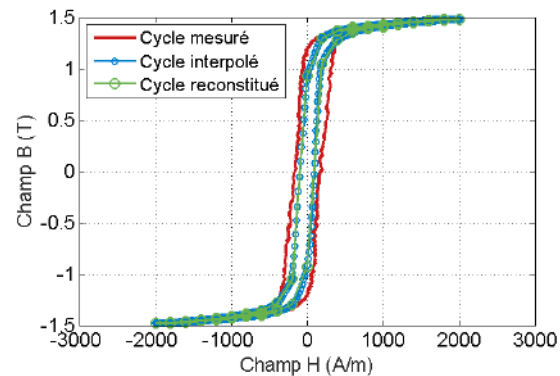


FIGURE III.52 – Interpolation du cycle reconstitué pour le champ de la figure III.47 - 50 Hz

centre du cycle ne sont pas correctement reconstitués : ils ne tiennent pas compte du gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence. Or c'est surtout dans cette zone où le gonflement est le plus important. En revanche, les cycles mineurs sont bien reconstitués, dans la zone de saturation figure III.51. L'écart relatif entre pertes reconstituées et mesurées est de 48,9%. Il est obtenu à partir du cycle interpolé sur la figure III.52.

À 100 Hz, c'est tout le cycle qui est mal reconstitué. Le champ B est surévalué sur tout le cycle, y compris dans la zone des cycles mineurs (figure III.51) : le gonflement n'est toujours pas observable par le modèle. L'écart relatif obtenu à partir de la figure III.56 est de 58,4%. Tenir compte de ce gonflement avec la fréquence serait une solution envisageable pour rendre le modèle dynamique.

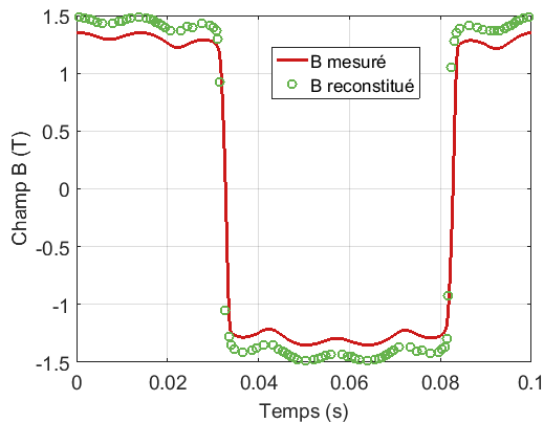


FIGURE III.53 – Champs B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz

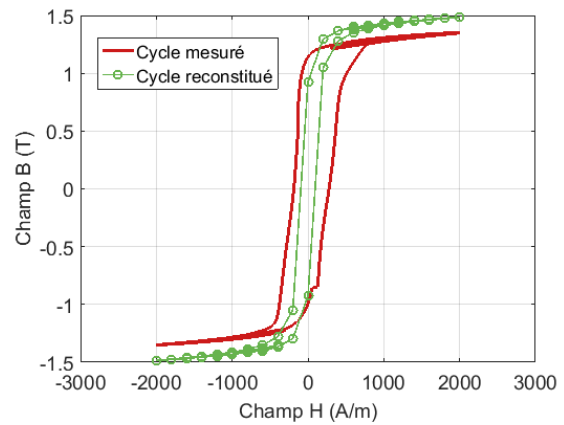


FIGURE III.54 – Cycles $B(H)$ reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz

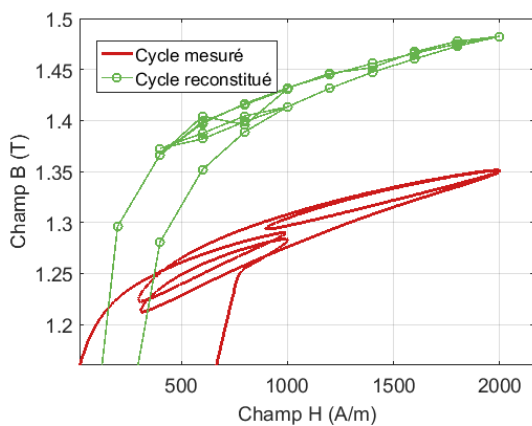


FIGURE III.55 – Cycle B reconstitué et mesuré pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz - Zoom

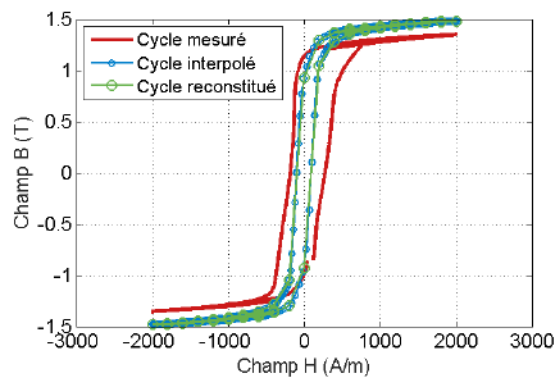


FIGURE III.56 – Interpolation du cycle reconstitué pour le champ de la figure III.48 - 100 Hz

Perspective de dynamisation et conclusion

Afin de passer d'un modèle quasi-statique à un modèle dynamique, il faut tenir compte de la fréquence du champ H . Une première option est d'estimer cette dépendance à travers des séries de mesures : quantifier le gonflement en H du cycle d'hystérésis.

Prenons un champ H de fréquence supérieure à 10 Hz (celle utilisée pour la caractérisation). Sur le cycle d'hystérésis, à B fixé et identique, H sera plus grand (en valeur absolue). Si on connaît ce gonflement en un point H du cycle, il sera possible de retrancher ce ΔH pour se replacer dans le cas quasi-statique afin d'obtenir la valeur de B correspondant au cas quasi-statique et l'attribuer au bon H à la fréquence supérieure. Ce procédé est présenté figure III.57.

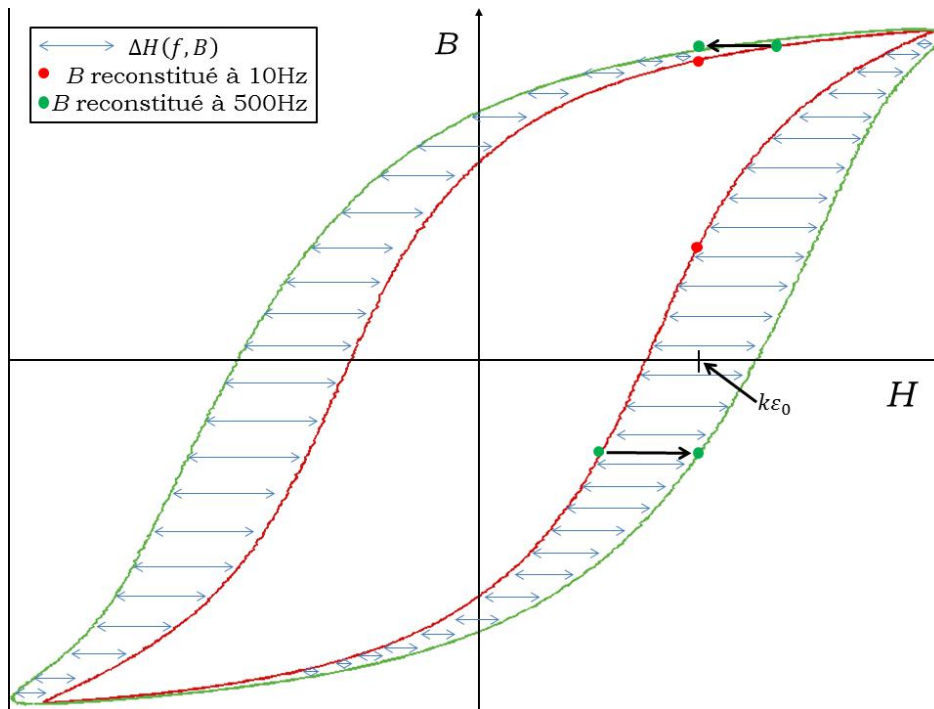


FIGURE III.57 – Prise en compte du gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence : recalage du bon B à chaque pas de H en tenant compte de la variation de H avec la fréquence

Le but est ici de reconstituer le cycle en vert sur la figure III.57 (500 Hz). En théorie, on ne peut obtenir que le cycle en rouge (10 Hz) puisque c'est la fréquence à laquelle les mesure ont été faites. Ainsi, si on veut obtenir les points B correspondants au point d'abscisse $H = k\varepsilon_0$, les points en rouge seront attribués à cette abscisse, i.e. les points B reconstitués ne seront pas les bons. Si en tout point H du cycle vert on connaît l'écart en H , $\Delta H(f, B)$ entre le cycle vert à reconstituer et le cycle quasi-statique rouge, il est possible de replacer le bon B en $H = k\varepsilon_0$ à partir des deux cycles. Pour cela il est préférable de connaître l'évolution de $\Delta H(f, B)$. Le gonflement du cycle dépend de la fréquence, mais n'est pas le même pour tout couple (H, B) : il dépend également de la valeur de B à f fixée. Plus B est faible en valeur absolue, plus le gonflement est important à une même fréquence. Plus B est grand, plus le gonflement sera petit. Il paraît envisageable de quantifier $\Delta H(f, B)$, ou du moins d'en extraire des tendances pour tenir compte des effets de la fréquence dans la reconstitution du cycle d'hystérésis. Néanmoins, de longues campagnes de caractérisation sont nécessaires.

C'est pourquoi nous avons plutôt cherché à tenir compte des effets fréquentiels, liés majoritairement aux courants de Foucault, en modélisant ces derniers de manière analytique et simple, pour les intégrer au calcul final de B .

Conclusion

La modélisation des pertes fer proposée ici peut se diviser en trois. D'une part la modélisation de l'hystérésis magnétique quasi-statique, lié à l'aimantation des matériaux. D'autre part, la modélisation des courants de Foucault qui influent sur l'hystérésis magnétique lorsque la fréquence augmente. Et enfin, la modélisation de l'hystérésis dynamique, lié à la dynamique d'aimantation et des parois de Bloch [10][14].

La première partie propose une modélisation de l'hystérésis quasi-statique, qui fournit de bons résultats : à partir de l'évolution du champ H , il est possible de reconstituer le champ B correspondant. Cette modélisation s'articule sur le travail de Bobbio [61], avec une modification des méthodes d'identification des paramètres du modèle. L'identification des paramètres se fait via une caractérisation du matériau. Il a été ici proposé d'utiliser des cycles mineurs d'hystérésis afin d'obtenir plus de paramètres à partir de données mesurées. Pour obtenir ces cycles mineurs et contrôler leurs formes, des champ H sinusoïdaux avec un harmonique de rang 3 ont été utilisés. Le modèle ainsi caractérisé permet de prédire des formes d'onde de H complexes, qui peuvent être très différentes du sinus. Il s'agit cependant d'un modèle scalaire dont la précision dépend de certains paramètres intrinsèques au modèle, comme le pas de discrétisation choisi pour identifier le champ H . Plus ce pas sera petit, plus le modèle sera précis et pourra prédire le champ B avec précisions quelque soit la complexité du champ H .

La seconde partie s'attaque à la dynamisation du modèle quasi-statique. Il est testé à différentes fréquences pour différentes formes d'ondes. Il montre ces limites en fréquence à partir de 50 Hz. Il est donc nécessaire de tenir compte de la fréquence dans le modèle. La solution envisagée est de quantifier le gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence. Ce gonflement est dû au courant de Foucault ainsi qu'à la dynamique des parois de Bloch. Cette solution étant trop complexe, un modèle analytique simple de pertes par courants de Foucault est développée au chapitre suivant.

Chapitre IV

Modélisation des pertes par courants de Foucault

Ce chapitre présente des méthodes de calcul de pertes par courants de Foucault. Son objectif est de proposer une modélisation dynamique des pertes fer pour compléter la modélisation quasi-statique des pertes fer du chapitre III. En partant d'un cas simple et idéal, il propose une complexification progressive de la modélisation.

Sommaire

IV.1 Approche itérative : modélisation des courants de Foucault dans une tôle	98
IV.1.1 Définition du problème	98
IV.1.2 Développement de l'approche itérative	101
IV.2 Approche par résolution des équation de Maxwell : modélisation des courants de Foucault dans un tôle unitaire	103
IV.2.1 Formulation du problème	103
IV.2.2 Tôle en matériau linéaire	105
IV.2.3 Comparaison des différentes formulations analytiques des pertes avec une simulation par éléments finis	110
IV.3 Modèle de pertes dans un paquet de tôles	117
IV.3.1 Complexification du problème	117
IV.3.2 Prise en compte du coefficient de foisonnement	118
IV.3.3 Prise en compte de la saturation	123
IV.3.4 Méthodologie de calcul des pertes fer totales	134

Introduction

Les pertes fer peuvent se décomposer en différentes contributions [24]. La contribution quasi-statique liée à l'hystérésis magnétique a été étudiée au chapitre précédent. Lorsque la fréquence augmente, les pertes par courants de Foucault deviennent prépondérantes dès 750 Hz dans les tôles de machines électriques [26]. À des niveaux de fréquence intermédiaires, d'autres phénomènes dynamiques sont en jeu, liés à l'aimantation du matériau en fréquence et à la dynamique des parois de Bloch [10][14]. Les courants de Foucault et le mouvement des parois de Bloch apportent une contribution aux pertes totales [66]. Lorsque la fréquence augmente, le cycle d'hystérésis gonfle [67]. La modélisation peine à prendre en compte ce gonflement.

L'approche envisagée dans ce chapitre est de modéliser les courants de Foucault dans un cas simple d'une tôle simple de machine électrique, vu au chapitre précédent. Les pertes par excès mettent en jeu des phénomènes physiques complexes. On considèrera que les pertes liées à la circulation de la densité de courants induits dans la tôle englobent une partie de ces phénomènes.

Les différents modèles proposés dans ce chapitre sont analytiques. Ils peuvent également servir de base à un calcul par éléments finis, à l'instar de [68] ou [69]. Mais leur objectif principal est de venir compléter l'approche quasi-statique du chapitre III en calculant la contribution dynamique des pertes fer. Dans un premier temps, une approche dite "itérative" est développée. Elle sera suivie d'une approche analytique directe par résolution des équations de Maxwell. Pour finir, la saturation sera prise en compte ainsi que la mise en paquet des tôles de machines électriques.

IV.1 Approche itérative : modélisation des courants de Foucault dans une tôle

IV.1.1 Définition du problème

Il s'agit ici de trouver une expression représentative des courants de Foucault en 1D. En effet, le modèle de Bertotti ne tient pas compte de l'effet de peau [24]. C'est pourquoi la modélisation des pertes fer, qui comprend les pertes par courants de Foucault, n'est pas précise avec le modèle de Bertotti dès que les niveaux de fréquence deviennent trop élevés pour pouvoir négliger l'effet de peau.

La configuration du problème choisie est celle d'une tôle insérée dans le SST (Single Sheet Tester) présenté aux chapitres précédents. Le schéma de la figure IV.1 montre le passage du flux. Compte-tenu de la répartition des lignes de champs, il paraît réaliste de considérer que le problème est unidimensionnel et qu'il peut se réduire à l'étude de la tôle seule.

Soit une tôle (figure IV.2) placée dans un repère cartésien tel que sa longueur est suivant l'axe x , sa profondeur suivant l'axe z et son épaisseur suivant l'axe y . En se plaçant dans une tôle suffisamment fine pour considérer sa longueur et sa profondeur grande par rapport à son épaisseur e , nous avons un système invariant par translation suivant les axes x et z et il est possible de réduire l'étude à un problème unidimensionnel, avec :

$$\begin{aligned}\vec{H} &= H(y, t)\vec{e}_x \\ \vec{J} &= J(y, t)\vec{e}_z\end{aligned}$$

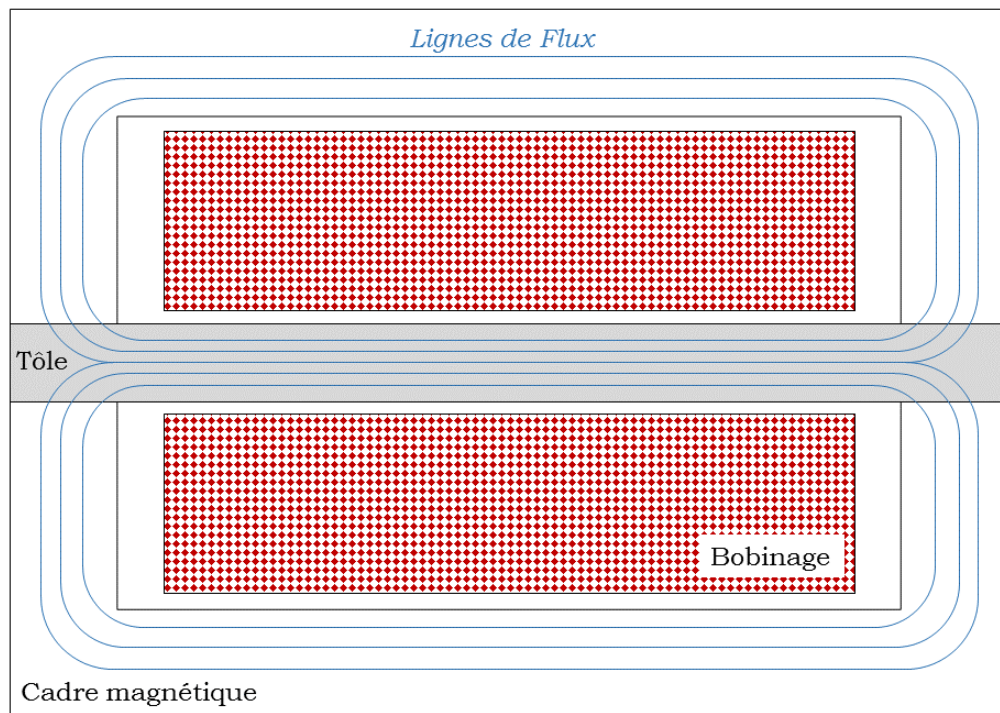


FIGURE IV.1 – Schéma de la tôle insérée dans le SST

Cette tôle est soumise à un champ d'excitation magnétique extérieur H_0 considéré uniforme, qui suit l'axe x . Son champ d'induction magnétique B_0 s'établit alors dans la tôle : il suit également l'axe x . Des courants de Foucault J_0 apparaissent alors suite à la variation du champ. Ils s'enroulent autour de H , mais compte tenu des dimensions de la tôle ils ne dépendent que de y . Cette disposition est présentée figure IV.3. Une fois J_0 calculé, il faut déterminer la contribution H_{var} qu'il apporte au champ circulant réellement dans la tôle comme dans l'équation IV.1.

$$H_1(t) = H_0(t) + H_{var}(t) \quad (IV.1)$$

Enfin, la densité des courants de Foucault réelle $J_1(t)$ est calculée à partir de $H_1(t)$. Il sera alors possible de déterminer le champ B et la perméabilité magnétique équivalente qui relie le H réel au B réel.

La démarche peut finalement se résumer de la manière suivante :

- initialement, le champ est supposé uniforme dans la tôle,
- la densité de courants induits par ce champ est calculé,
- elle induit à son tour un champ magnétique,
- cette composante est ajoutée au champ total dans la tôle,
- le processus est réitéré.

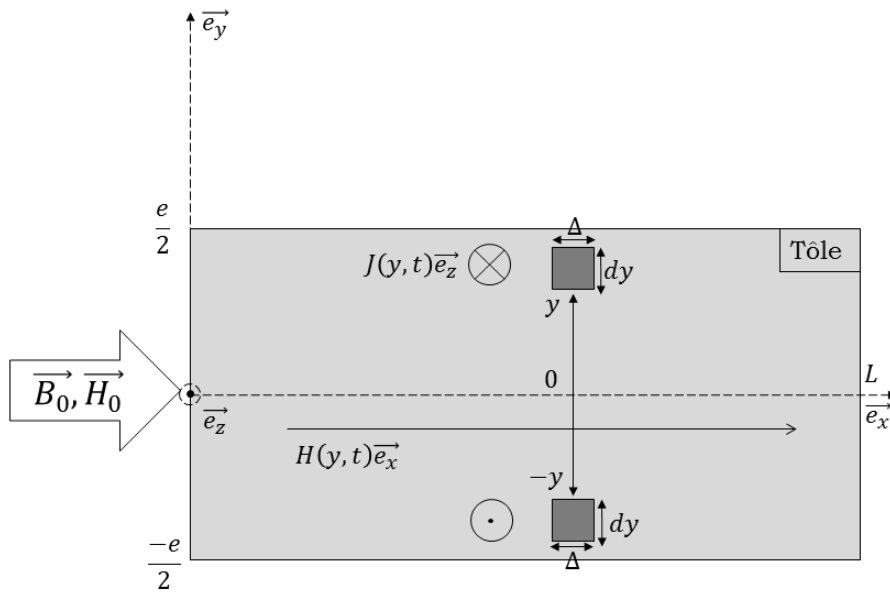


FIGURE IV.2 – Schéma de la tôle dans le cadre d'étude proposé

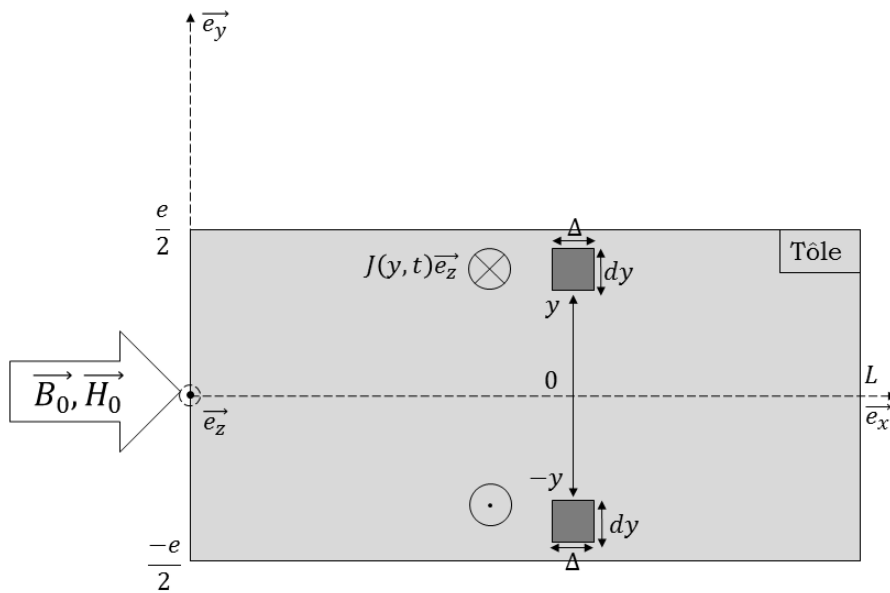


FIGURE IV.3 – Schéma de circulation des courants de Foucault dans une tôle dans le cadre d'étude proposé

IV.1.2 Développement de l'approche itérative

En partant du champ $B_0(t)$, il est possible d'obtenir le flux magnétique Φ , la tension V . En notant ρ la résistivité de la tôle et R_{elem} la résistance élémentaire liée aux courants de Foucault circulant dans un volume de longueur Λ et de section $\Delta.dy$, on peut établir les équations suivantes :

$$\Phi(y, t) = \lambda \times 2y \times B_0(t) \quad (IV.2)$$

$$V(y, t) = \frac{-d\Phi(y, t)}{dt} = -2\lambda y \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (IV.3)$$

$$R_{elem} = \rho\Lambda/S = \rho \frac{2\lambda}{\Delta dy} \quad (IV.4)$$

En notant I_F les courants de Foucault, la tension peut également s'exprimer :

$$V(y, t)/R = I_F(y, t) = J_0(y, t) \cdot \Delta \cdot dy \quad (IV.5)$$

Et finalement l'expression de la densité de courants de Foucault en première approximation :

$$J_0(y, t) = \frac{-y}{\rho} \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (IV.6)$$

L'approche itérative consiste à continuer le calcul en tenant compte de la contribution du champ induit par ces courants de Foucault (IV.6). Ce champ est noté H_{var} . Il s'oppose au champ magnétique uniforme initial dans la tôle, qui lui donne naissance, respectant ainsi la loi de Lenz. Calculons maintenant cette contribution H_{var} :

$$\oint \overrightarrow{H_{var}} \cdot \overrightarrow{dl} = \int_0^L \int_0^y J_0(y', t) dy' \cdot dx \quad (IV.7)$$

Soit avec l'équation IV.6, en notant $H_{var}(0) = constante = H_{var0}$:

$$L \cdot (H_{var}(y, t) - H_{var0}) = -L \times \frac{y^2}{2\rho} \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (IV.8)$$

$$H_{var}(y, t) = H_{var0} - \frac{y^2}{2\rho} \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (IV.9)$$

Ainsi, le champ d'excitation magnétique H_1 dans la tôle s'exprime par :

$$H_1(y, t) = H_0(y, t) + H_{var}(y, t) \quad (IV.10)$$

$$= H_0(y, t) + H_{var0} - \frac{y^2}{2\rho} \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (IV.11)$$

En considérant une perméabilité magnétique μ uniforme, le champ d'induction B_1 peut directement s'écrire :

$$B_1(y, t) = B_0(t) + \mu \cdot H_{var}(y, t) \quad (IV.12)$$

En utilisant les mêmes équations du flux et de la tension, il est possible de déterminer une expression des courants de Foucault :

$$\Phi_1(y, t) = \lambda \int_{-y}^y (B_0(y, t) + \mu(H_{var0} - \frac{y'^2}{2\rho} \frac{dB_0(t)}{dt})) dy' \quad (IV.13)$$

$$= 2\lambda y(B_0(y, t) + \mu H_{var0}) - \frac{2\mu\lambda y^3}{6\rho} \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (IV.14)$$

$$R = \frac{2\rho\lambda}{\Delta dy} \quad (IV.15)$$

$$V_1(y, t) = -\frac{d\Phi_1(y, t)}{dt} \quad (IV.16)$$

$$= -2\lambda y \frac{dB_0}{dt} + \frac{\mu\lambda y^3}{3\rho} \frac{d^2 B_0}{dt^2} \quad (IV.17)$$

À l'instar de l'équation IV.5, on obtient une expression de la densité des courants de Foucault, au rang 1 de notre approche itérative :

$$J_1(y, t) = \frac{-y}{\rho} \frac{dB_0}{dt} + \frac{\mu y^3}{6\rho^2} \frac{d^2 B_0}{dt^2} \quad (IV.18)$$

En réitérant les mêmes opérations, on obtient l'expression de la densité des courants de Foucault au rang 2 :

$$J_2(y, t) = \frac{-y}{\rho} \frac{dB_0}{dt} + \frac{\mu y^3}{6\rho^2} \frac{d^2 B_0}{dt^2} - \frac{\mu^2 y^5}{120\rho^3} \frac{d^3 B_0}{dt^3} \quad (IV.19)$$

On effectue donc n fois le calcul : si n tend vers l'infini, on devrait obtenir la représentation exacte des courants de Foucault dans la tôle. Un modèle à l'ordre n est donc démontré par récurrence :

$$B_n(y, t) = B_0(y, t) + \mu H_{var0} + \sum_{i=1}^n \frac{-1^i}{(2i)!} \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^i y^{2i} \frac{d^i B_0}{dt^i} \quad (IV.20)$$

L'expression de la densité des courants de Foucault au rang n est donc naturellement :

$$J_{n-1}(y, t) = \sum_{i=1}^n \frac{-1^i}{(2i-1)!} \frac{\mu^{i-1}}{\rho^i} y^{2i-1} \frac{d^i B_0}{dt^i} \quad (IV.21)$$

Remarquons qu'en considérant un champ B sinusoïdal de fréquence f tel que $B_0(t) = B_m \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$, on obtient pour la densité de courant à "l'ordre 0" :

$$J_0(y) = \frac{-2\pi f \cdot y}{\rho} B_m \cos(2\pi f \cdot t) \quad (IV.22)$$

Et les pertes par courants de Foucault par unité de volume s'expriment alors équation IV.25 :

$$P_{F_0} = \frac{1}{e \times L \times \lambda} \times \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^L \int_{-e/2}^{e/2} \int_0^\lambda \rho \cdot J_0(y, t)^2 dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (IV.23)$$

$$= \frac{\pi^2 e^2}{6\rho} B_m^2 f^2 \quad (IV.24)$$

$$= \frac{\sigma \pi^2 e^2}{6} B_m^2 f^2 \quad (IV.25)$$

Cette expression est celle donnée par Bertotti [24] pour les pertes par courants de Foucault.

À "l'ordre 1", on obtient pour les pertes par unité de volume, à partir de l'équation IV.18 :

$$P_{F_1} = \frac{(\pi \cdot f \cdot e \cdot B_m)^2}{6\rho} + \frac{\pi^4 \cdot f^4 \cdot e^6 \cdot \mu^2 \cdot B_m^2}{2016\rho^3} \quad (\text{IV.26})$$

Finalement, à chaque incrémentation de n , l'approche itérative rajoute une contribution supplémentaire aux pertes par courants de Foucault. Le premier terme ($n = 0$) de cette expression correspond aux pertes prévues par Bertotti.

Ce type d'approche est présenté dans [70]. Elle est très simple et décompose les mécanismes physiques en jeu en une succession d'étapes. Mais elle repose sur une hypothèse très forte : les équations sont linéaires et la méthode de superposition est utilisée. Il est plus réaliste de tenir compte directement du comportement physique global des courants de Foucault en se basant sur une résolution des équations de Maxwell. Ce sera l'objet du paragraphe suivant où les hypothèses faites sur la géométrie seront les seules approximations.

IV.2 Approche par résolution des équation de Maxwell : modélisation des courants de Foucault dans un tôle unitaire

IV.2.1 Formulation du problème

Une autre possibilité est d'utiliser directement les équations de Maxwell pour obtenir une expression analytique des pertes par courants de Foucault. En considérant pour cette partie le problème présenté figure IV.2, il est possible d'effectuer un calcul analytique du champ via le calcul du potentiel vecteur magnétique défini tel que $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$. Cette formulation est possible d'après l'équation de Maxwell-Gauss $\text{div}(\vec{B}) = 0$.

On considèrera ici le flux magnétique Φ entrant dans la tôle, comme indiqué figure IV.4. Ce flux magnétique est issu d'un champ magnétique sinusoïdal $B = B_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$ qui s'établit dans la tôle sous l'effet d'un champ magnétique \vec{H} . Il sert de base à la formulation du problème : c'est à partir de ce flux et de \vec{B} que le potentiel vecteur \vec{A} sera calculé afin d'obtenir une expression des pertes par courants de Foucault.

En effet, il est possible de déterminer la valeur du potentiel vecteur A_{bord} aux limites de la tôle à partir du flux Φ :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{IV.27})$$

$$= B_m \cdot e \cdot \lambda = 2 \cdot A_{bord} \cdot \lambda \quad (\text{IV.28})$$

$$\text{soit :} \quad (\text{IV.29})$$

$$A_{bord} = \frac{B_m \cdot e}{2} \quad (\text{IV.30})$$

On a alors, en $e/2$, $A = A_{bord} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et en $-e/2$, $A = -A_{bord} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Une fois l'expression des pertes par courant de Foucault obtenue, elle pourra être simplifiée selon certaines conditions. Dans un dernier temps, les différentes

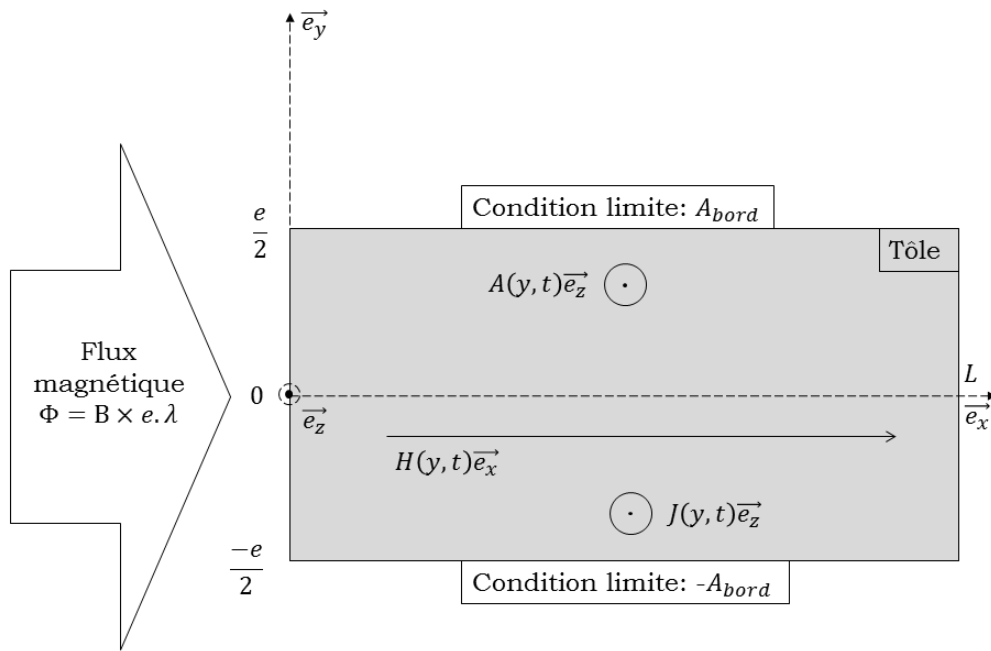


FIGURE IV.4 – Schéma de la tôle soumise à un flux magnétique dans le cadre d'étude proposé

formulations des pertes seront comparées à un calcul par éléments finis afin d'attester leur validité.

IV.2.2 Tôle en matériau linéaire

Dans cette section, la tôle sera considérée comme un matériau magnétique linéaire, i.e. avec une perméabilité magnétique constante $\mu = \mu_0\mu_r$ avec la perméabilité relative $\mu_r = 1000$.

Calcul du potentiel vecteur

Commençons par énoncer les équations de Maxwell utilisées dans notre cas :

Maxwell-Ampère :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{IV.31})$$

Avec :

- \vec{H} le champ d'excitation magnétique traversant la tôle,
- \vec{J} la densité de courants dans la tôle, ici les courants de Foucault.

Maxwell-Gauss :

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{IV.32})$$

Permettant ainsi la formulation déjà présentée précédemment :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \quad (\text{IV.33})$$

Avec :

- \vec{B} le champ d'induction magnétique établi dans la tôle,
- \vec{A} le potentiel vecteur magnétique.

Maxwell-Faraday :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{IV.34})$$

Amenant à :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad (\text{IV.35})$$

Avec :

- \vec{E} le champ électrique traversant la tôle,
- \vec{A} le potentiel vecteur magnétique,
- V le potentiel électrique, ici $\overrightarrow{\text{grad}}(V) = U/L = 0$ avec $U = 0$ la tension aux bornes de la tôle,

L'équation IV.35 devient donc :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{IV.36})$$

Les équations constitutives du matériaux s'écrivent ici :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{IV.37})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{IV.38})$$

En tenant compte des symétries et dimensions du problème (invariance par translation selon l'axe z), il est possible de se ramener à un problème bidimensionnel et d'exprimer \vec{B} , \vec{J} et \vec{A} de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\vec{B} &= B_x(x, y, t)\vec{e}_x + B_y(x, y, t)\vec{e}_y \\ \vec{J} &= J(x, y, t)\vec{e}_z \\ \vec{A} &= A(x, y, t)\vec{e}_z\end{aligned}$$

En combinant les équations IV.31, IV.33, IV.36 et IV.38 on obtient finalement l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A(x, y, t)}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A(x, y, t)}{\partial y}\right) = \sigma\frac{\partial A(x, y, t)}{\partial t} \quad (\text{IV.39})$$

En considérant la continuité de la composante normale de \vec{B} :

$$B(x, y, t) = \frac{-\partial A(x, y, t)}{\partial x} = 0 \quad (\text{IV.40})$$

Le problème peut se réduire à un problème unidimensionnel et l'équation IV.39 devient :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A(y, t)}{\partial y}\right) = \sigma\frac{\partial A(y, t)}{\partial t} \quad (\text{IV.41})$$

Puisque la source de flux est sinusoïdale, on recherche une solution de la forme :

$$A(y, t) = a_c(y)\cos(\omega.t) + a_s(y)\sin(\omega.t) \quad (\text{IV.42})$$

En injectant l'équation IV.42 dans IV.41, on obtient deux équations différentielles couplées sur a_c et a_s .

$$\frac{d^2 a_s}{dy^2} = -\mu\sigma\omega a_c \quad (\text{IV.43})$$

$$\frac{d^2 a_c}{dy^2} = \mu\sigma\omega a_s \quad (\text{IV.44})$$

La nature sinusoïdale de la source nous permet d'introduire une fonction complexe \bar{a} tel que $\bar{a}(y) = a_c(y) + i.a_s(y)$. On obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 \bar{a}(y)}{dy^2} + i\mu\sigma\omega \bar{a}(y) = 0 \quad (\text{IV.45})$$

Le complexe $\gamma = \pm(1 - i)/\delta$ est introduit, $\delta = \sqrt{2/\mu\sigma\omega}$ désignant l'épaisseur de peau. On a alors $\gamma^2 = -i\mu\sigma\omega$ et l'équation IV.45 devient finalement :

$$\frac{d^2 \bar{a}(y)}{dy^2} - \gamma^2 \bar{a}(y) = 0 \quad (\text{IV.46})$$

La solution de IV.46 est de la forme :

$$\bar{a}(y) = \alpha_c ch(\gamma y) + \alpha_s sh(\gamma y) \quad (\text{IV.47})$$

avec :

$$a_c = \text{Re}(\bar{a}(y)) \quad (\text{IV.48})$$

$$a_s = \text{Im}(\bar{a}(y)) \quad (\text{IV.49})$$

IV.2. Approche par résolution des équation de Maxwell : modélisation des courants de Foucault dans un tôle unitaire

Il s'agit maintenant d'identifier les coefficients α_c et α_s à partir des conditions aux limites de la tôle. Ainsi en $e/2$:

$$a_c(e/2) \cdot \cos(\omega.t) + a_s(e/2) \cdot \sin(\omega.t) = A_{bord} \cdot \cos(\omega.t) \quad (\text{IV.50})$$

soit :

$$a_c(e/2) = A_{bord} \quad (\text{IV.51})$$

$$a_s(e/2) = 0 \quad (\text{IV.52})$$

Il est possible d'écrire alors :

$$\bar{a}(e/2) = a_c(e/2) + i.a_s(e/2) = \alpha_c ch(\gamma e/2) + \alpha_s sh(\gamma e/2) \quad (\text{IV.53})$$

En utilisant également la condition en $-e/2$, on obtient les équations suivantes :

$$\alpha_c ch(\gamma e/2) + \alpha_s sh(\gamma e/2) = A_{bord} \quad (\text{IV.54})$$

$$\alpha_c ch(\gamma e/2) - \alpha_s sh(\gamma e/2) = -A_{bord} \quad (\text{IV.55})$$

avec :

$$A_{bord} = B_m \cdot e/2 \quad (\text{IV.56})$$

Finalement :

$$\alpha_c = 0 \quad (\text{IV.57})$$

$$\alpha_s = \frac{A_{bord}}{sh(\gamma e/2)} \quad (\text{IV.58})$$

et :

$$\bar{a}(y) = \frac{B_m \cdot e}{2 \cdot sh(\gamma e/2)} \cdot sh(\gamma y) \quad (\text{IV.59})$$

L'expression temporelle du potentiel vecteur prend ainsi la forme de l'équation IV.60 :

$$A(y, t) = Re(\bar{a}(y)) \cos(\omega.t) + Im(\bar{a}(y)) \sin(\omega.t) \quad (\text{IV.60})$$

D'un point de vue fréquentiel, c'est le module de \bar{a} qui va contribuer aux pertes par courants de Foucault (voir ci-après). Ce module s'exprime tel que :

$$|\bar{a}(y)| = \sqrt{R^2(y) + I^2(y)} \quad (\text{IV.61})$$

Où :

$$R(y) = \text{Re}(\bar{a}(y)) \quad (\text{IV.62})$$

$$= (B_m \cdot e/2) \cdot \frac{\text{sh}(y/\delta) \cdot \text{sh}(e/2\delta) \cdot \cos(y/\delta) \cdot \cos(e/2\delta) + \sin(y/\delta) \cdot \sin(e/2\delta) \cdot \text{ch}(y/\delta) \cdot \text{ch}(e/2\delta)}{\text{sh}^2(e/2\delta) + \sin^2(e/2\delta)} \quad (\text{IV.63})$$

$$I(y) = \text{Im}(\bar{a}(y)) \quad (\text{IV.64})$$

$$= (B_m \cdot e/2) \cdot \frac{\text{sh}(y/\delta) \cdot \sin(e/2\delta) \cdot \cos(y/\delta) \cdot \text{ch}(e/2\delta) - \sin(y/\delta) \cdot \text{sh}(e/2\delta) \cdot \text{ch}(y/\delta) \cdot \cos(e/2\delta)}{\text{sh}^2(e/2\delta) + \sin^2(e/2\delta)} \quad (\text{IV.65})$$

L'équation IV.61 s'exprime finalement telle que :

$$|\bar{a}(y)| = \frac{B_m \cdot e}{2} \sqrt{\frac{\text{ch}(2y/\delta) - \cos(2y/\delta)}{\text{ch}(e/\delta) - \cos(e/\delta)}} \quad (\text{IV.66})$$

Calcul des pertes par courants de Foucault

À partir de l'expression du potentiel vecteur et en utilisant les équations IV.36 et IV.38, on obtient directement l'expression temporelle de la densité de courants de Foucault :

$$J(y, t) = -\sigma\omega(I(y) \cdot \cos(\omega \cdot t) - R(y) \sin(\omega \cdot t)) \quad (\text{IV.67})$$

Les pertes par courants de Foucault peuvent alors s'exprimer :

$$P_F = \iiint \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{\sigma} |J(y, t)|^2 dt dx dy dz \quad (\text{IV.68})$$

avec :

$$|J(y, t)|^2 = (\sigma\omega)^2 (I^2(y) \cos^2(\omega \cdot t) + R^2(y) \sin^2(\omega \cdot t) - 2 \cdot R(y) \cdot I(y) \cdot \cos(\omega \cdot t) \sin(\omega \cdot t)) \quad (\text{IV.69})$$

ainsi :

$$P_F = \sigma\omega^2 \iiint \frac{1}{2} (R^2(y) + I^2(y)) dx dy dz \quad (\text{IV.70})$$

soit :

$$P_F = \frac{\sigma\omega^2 L \times \lambda}{2} \int_{-e/2}^{e/2} |\bar{a}|^2 dy \quad (\text{IV.71})$$

On retrouve ainsi une expression similaire à celle développée par Stoll dans [71] ou [72] pour les pertes par courant de Foucault, ici par unité de volume :

$$P_{F_V} = \frac{\sigma \cdot \delta \cdot e \cdot (\omega \cdot B_m)^2}{8} \left(\frac{\text{sh}(e/\delta) - \sin(e/\delta)}{\text{ch}(e/\delta) - \cos(e/\delta)} \right) \quad (\text{IV.72})$$

Ce dernier propose cependant une formulation avec H sinusoïdal comme source extérieure. Il a été choisi ici une formulation via le Flux et B , pour se rapprocher un peu plus d'une utilisation pour des tôles de machines électriques.

Finalement, les pertes par courant de Foucault tiennent directement compte de l'épaisseur de peau $\delta = \sqrt{2/\sigma\mu\omega}$, et plus particulièrement du rapport entre l'épaisseur de la tôle et l'épaisseur de peau. Il est alors proposé de simplifier par la suite

cette expression des pertes fer selon ce rapport [72]. On donne figure IV.5 l'évolution fréquentielle de l'épaisseur de peau pour une perméabilité relative $\mu_r = 1000$ et une conductivité $\sigma = 1,92 \times 10^6 S/m$.

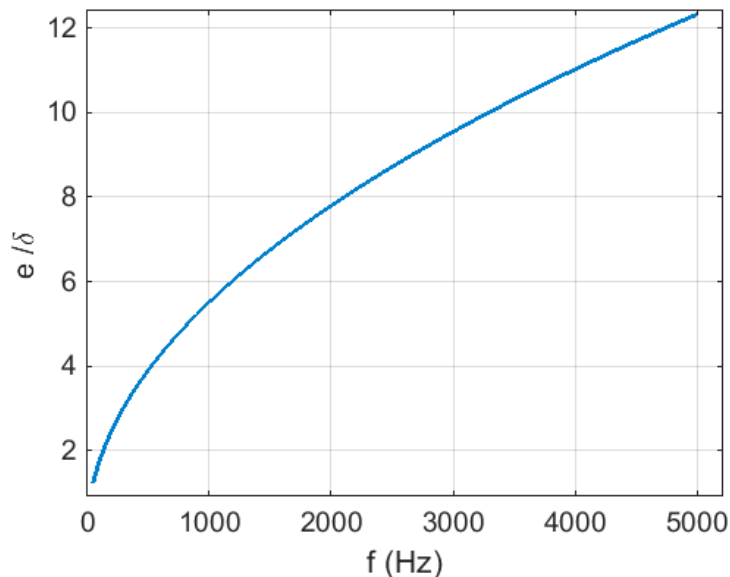


FIGURE IV.5 – Rapport e/δ en fonction de la fréquence pour $e=2\text{mm}$

Réduction du problème

Épaisseur de tôle très petite devant l'épaisseur de peau : Lorsque $e \ll \delta$, le rapport e/δ tend vers zéro. En utilisant un développement limité en 0, les pertes par courant de Foucault par unité de volume (équation IV.72) deviennent :

$$P_{F_{e \ll \delta}} \simeq \frac{(\sigma \cdot \omega \cdot e \cdot B_m)^2}{24} \quad (\text{IV.73})$$

$$\simeq \frac{\sigma \pi^2 f^2 e^2 B_m^2}{6} \quad (\text{IV.74})$$

Où encore :

$$P_{F_{e \ll \delta}} \simeq \frac{B_m^2 e^2}{6 \sigma \mu^2 \delta^4} \quad (\text{IV.75})$$

Dans ce cas, on néglige le champ magnétique produit par les courants de Foucault. On retrouve d'ailleurs l'expression donnée par Bertotti obtenue équation IV.25, par unité de volume. Elle néglige bien l'effet de peau, puisque si $e \ll \delta$, l'épaisseur de peau englobe l'épaisseur de tôle, et il n'y a plus d'effet de peau à proprement parler. Les courants de Foucault sont restreints par manque d'espace ou par une haute résistivité, on dit qu'ils sont *limités par résistance* [71]. C'est évidemment une situation désirable dans un circuit magnétique de machines électriques.

Épaisseur de tôle très grande devant l'épaisseur de peau : Lorsque $e \gg \delta$, les pertes volumiques tendent vers une valeur constante donnée équation IV.76. En effet, le rapport e/δ tend alors vers l'infini et les limites des fonctions trigonométriques

de l'expression IV.72 justifient l'approximation de l'équation IV.76. L'augmentation de la distribution de courant de Foucault est limitée par l'effet de son propre champ magnétique. On dit que les courants sont *limités par inductance* [71].

$$P_{F_{e \gg \delta}} \simeq \frac{B_m^2 e}{2\sigma \mu^2 \delta^3} \quad (\text{IV.76})$$

Afin de vérifier la validité de ces expressions analytiques, un calcul par éléments finis développé section suivante servira de référence. Il permettra également de comparer les différents cas exposés ci-dessus.

IV.2.3 Comparaison des différentes formulations analytiques des pertes avec une simulation par éléments finis

Présentation du modèle de simulation

Dans un premier temps, il s'agit simplement de reproduire les conditions du calcul analytique dans une simulation par éléments finis. Le logiciel utilisé est MAXWELL®. La simulation considère un calcul bidimensionnel sur une tôle dont les différentes caractéristiques sont données tableau IV.1. Ces mêmes données seront utilisées dans le calcul analytique. Le calcul par élément finis sera harmonique, pour des valeurs de fréquence de 50 Hz à 5 kHz.

Pour s'assurer de la condition 1D sur les grandeurs physiques, le champ B sera considéré normal sur les bords de la tôle ou rentre le flux : les segments de coordonnées $[(-L/2, -e/2); (L/2, -e/2)]$ et $[(-L/2, e/2); (L/2, e/2)]$.

Sur le bord supérieur $[(L/2, -e/2); (L/2, e/2)]$ le potentiel vecteur $A_{bord} \cdot \cos(\omega.t)$ est imposé. Sur le bord inférieur $[(-L/2, -e/2); (L/2, -e/2)]$, on impose $-A_{bord} \cdot \cos(\omega.t)$.

La figure IV.6 donne un aperçu de la tôle et le maillage est visible figure IV.7. Ce dernier est adapté directement par le logiciel. Cependant, la taille de chaque maille est limitée à 0,04 mm, afin d'être bien inférieure à l'épaisseur de peau ($\delta_{max} = \delta(f = 5kHz) = 0,1623mm$).

L'amplitude B_m de B est fixée à 1T. Puisque la tôle est considérée comme un matériau ferromagnétique linéaire, il n'est pas nécessaire de tester le modèle pour d'autres valeurs de B_m .

Les figures IV.8 et IV.9 donnent la répartition des lignes de champs dans la tôle à 50 Hz et 5000 Hz. Les figures IV.10 et IV.11 présentent la distribution du champ d'induction magnétique B dans la tôle respectivement à 50 Hz et 5000 Hz. Enfin, les figures IV.12 et IV.13 montrent la distribution des pertes par de courants de Foucault dans la tôle aux mêmes fréquences.

Entre 50 Hz et 5000 Hz, l'effet de peau est bien visible, autant pour B que pour J . Il reste maintenant à confronter ces résultats de simulations aux calculs analytiques.

Perméabilité relative μ_r	Conductivité σ	Profondeur λ	Longueur L	Épaisseur e
1000	$1,92 \times 10^6$ S/m	1m	2mm	2mm

TABLE IV.1 – Caractéristiques de la tôle utilisée dans la simulation par éléments finis et dans le calcul analytique

IV.2. Approche par résolution des équation de Maxwell : modélisation des courants de Foucault dans un tôle unitaire

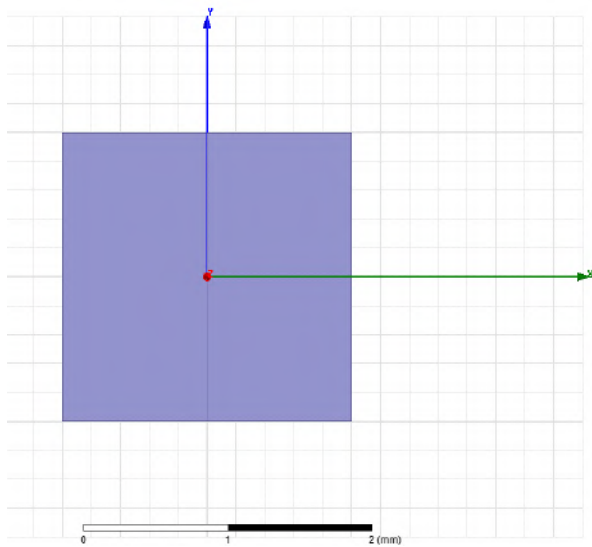


FIGURE IV.6 – Représentation de la tôle en 2D pour le calcul par éléments finis

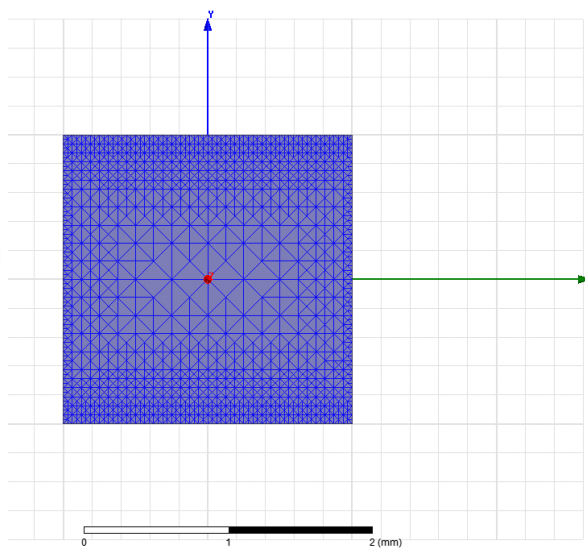


FIGURE IV.7 – Maillage de la tôle pour le calcul par éléments finis

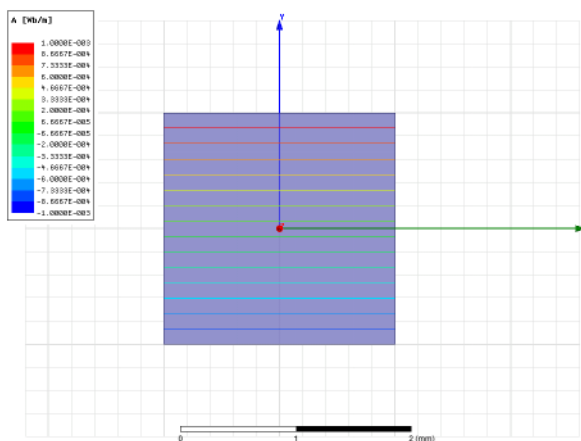


FIGURE IV.8 – Lignes de flux à 50 Hz

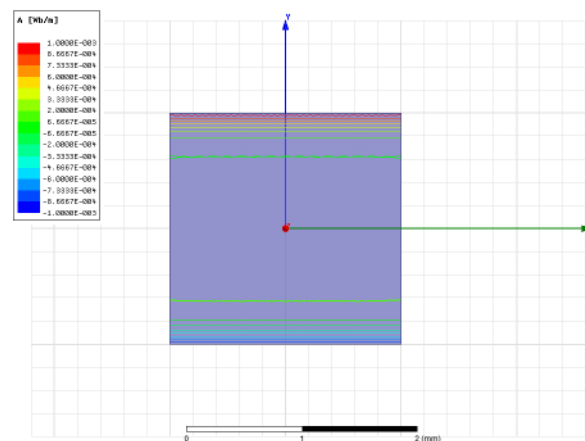


FIGURE IV.9 – Lignes de flux à 5000 Hz

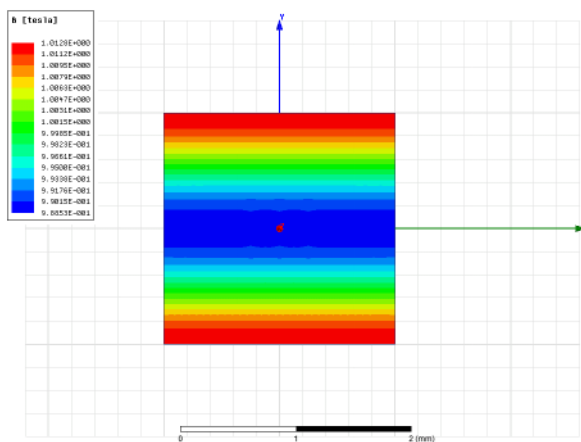


FIGURE IV.10 – Champ d'induction magnétique à 50 Hz

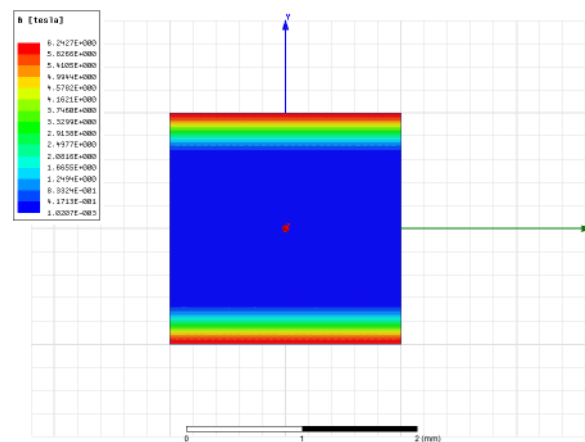


FIGURE IV.11 – Champ d'induction magnétique à 5000 Hz

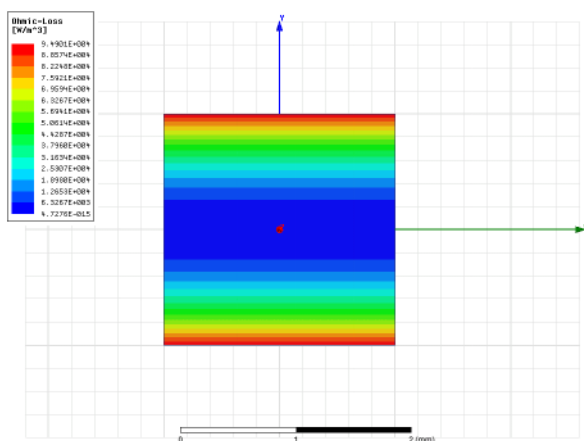


FIGURE IV.12 – Pertes par courants de Foucault à 50 Hz

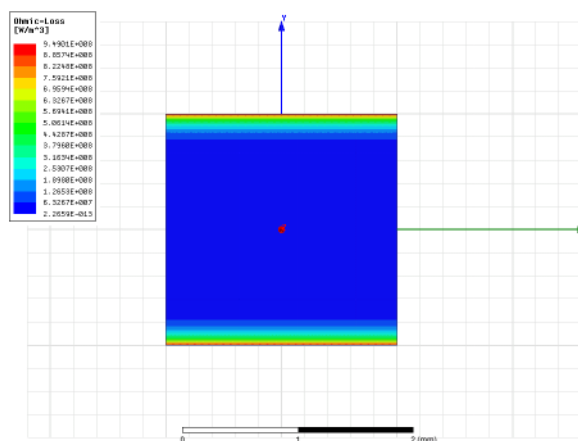


FIGURE IV.13 – Pertes par courants de Foucault à 5000 Hz

Validation du modèle analytique

Pour s'assurer de la validité de notre modèle analytique, la comparaison des différentes grandeurs magnétiques qui en sont issues s'impose.

Il est possible d'obtenir l'évolution fréquentielle des pertes volumiques par courants de Foucault, d'après le calcul analytique de l'équation IV.72. La comparaison avec le calcul par éléments finis est effectuée figure IV.14 et valide le calcul analytique sur la plage de fréquence. Il est cependant nécessaire de vérifier les grandeurs magnétiques en jeu pour s'assurer de l'exploitabilité du modèle analytique en fréquence.

Commençons tout d'abord par regarder l'évolution du champ B dans la tôle par rapport à la condition limite imposée par le flux. Les figures IV.15 et IV.16 présentent la distribution spatiale du module de B à 50 Hz, 250 Hz, 500 Hz et 600 Hz pour la simulation et le calcul analytique, ainsi que la valeur initiale de B imposant les conditions limites, $B_m = 1T$. À haute-fréquence, l'amplitude B est très importante sur les bords de tôle et faible au centre, à cause de l'effet de peau. Elle dépasse même la saturation du matériau passé 500 Hz. le matériau étant linéaire ici, il est normal d'atteindre des valeurs si grandes et peu réalistes de B . Cependant, sans tenir compte de la saturation, le modèle n'est pas exploitable au delà de 600 Hz. Nous nous limiterons donc à 600 Hz pour le reste des résultats présentés ici. C'est la limite d'utilisation du modèle dans le cas des matériaux linéaires.

La figure IV.17 compare, pour 50 Hz, 250 Hz et 600 Hz, le module du potentiel vecteur A de l'équation IV.60 avec le calcul par éléments finis. Le modèle analytique donne des résultats très proches de la simulation.

On peut alors également vérifier la validité de la densité de courants J , qui dépendent de l'expression du potentiel vecteur. Ces comparaisons sont présentées figure IV.18 à 50 Hz, 250 Hz et 600 Hz. Là encore, les expressions analytiques sont validées par la simulation numérique jusqu'à 600 Hz.

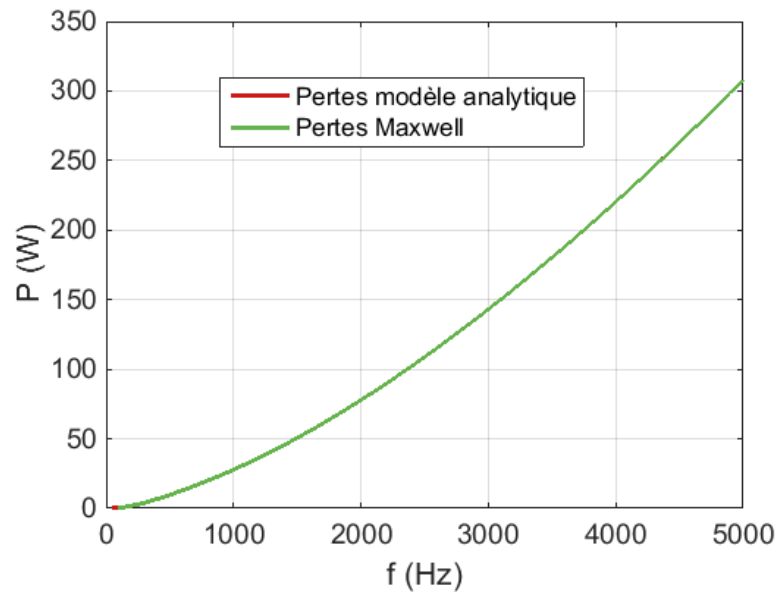


FIGURE IV.14 – Validation du calcul des pertes par courants de Foucault

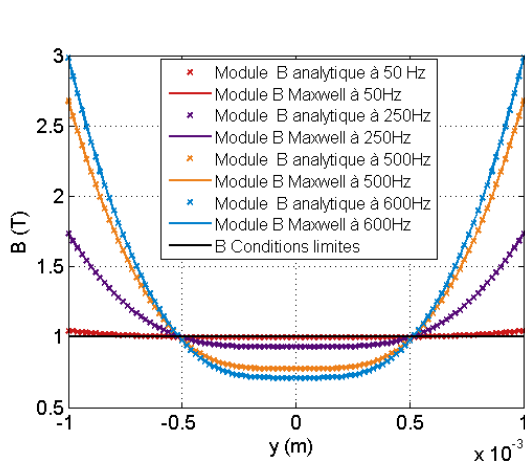


FIGURE IV.15 – Distribution spatiale du module de B dans la tôle

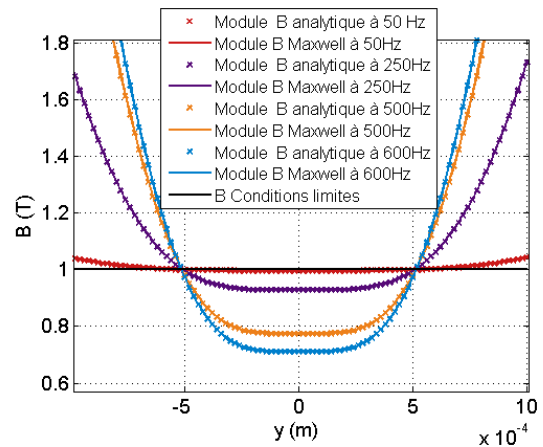


FIGURE IV.16 – Distribution spatiale du module de B dans la tôle - Zoom

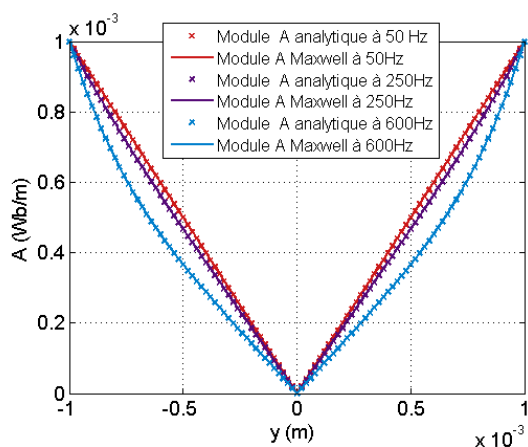


FIGURE IV.17 – Validation du calcul de potentiel vecteur

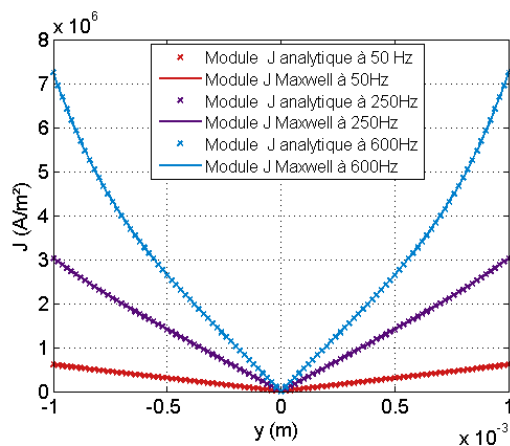


FIGURE IV.18 – Validation du calcul de la densité des courants de Foucault

Comparaison des différents modèles analytiques de pertes

Le modèle analytique de pertes par courants de Foucault par calcul direct depuis les équations de Maxwell étant validé, il convient maintenant de le considérer comme point de comparaison pour le confronter aux autres modèles précédemment évoqués. Il s'agit du modèle de Bertotti (équation IV.25), du modèle par approche itérative (obtenu à partir de J_1 , équation IV.18) et de la réduction du problème selon l'épaisseur de peau (équations IV.75 et IV.76). Rappelons aussi qu'il s'agit ici de modèles dans une tôle unitaire de machine électrique, soumise à un flux sinusoïdal et de perméabilité relative constante (le matériau est considéré linéaire).

Pour $e=2$ mm, le modèle de Bertotti propose une bonne approximation des pertes par courants de Foucault à basse-fréquence ($f < 300$ Hz). Au delà de 400 Hz, il n'est plus précis (voir figure IV.20).

Concernant l'approche itérative au premier ordre (J_1), en dessous de 150 Hz elle donne les mêmes résultats que Bertotti. Au delà de 250 Hz, les pertes calculées divergent (cf. figure IV.19), remettant en cause l'utilité de cette approche. Si on regarde de plus près l'expression des courants de Foucault obtenus par l'approche itérative équation IV.21, le terme qui se rajoute par rapport au modèle de Bertotti ne fait que rendre cette approche encore moins valable. En calculant les pertes via l'intégrale volumique de cette densité de courant au carré, les termes qui se rajouteront seront toujours positifs, quelque soit l'ordre n de J_n considéré. Cette approche n'est pas satisfaisante.

Discutons maintenant des expressions analytiques réduites lorsque $e \ll \delta$ et $e \gg \delta$.

Lorsque e est très petite devant l'épaisseur de peau δ , les pertes calculées sont logiquement égales à celles calculées à partir du modèle de Bertotti (figure IV.21) compte-tenu de leurs expressions respectives (équations IV.75 et IV.25).

Lorsque c'est l'épaisseur qui est grande devant δ , les pertes issues du modèle simplifié ne deviennent semblables à celles du modèle complet qu'à partir de 500 Hz (figure IV.22). En effet, plus la fréquence augmente et plus l'épaisseur de peau diminue. La figure IV.23 présente d'ailleurs l'évolution fréquentielle de l'épaisseur de peau par rapport à l'épaisseur de la tôle.

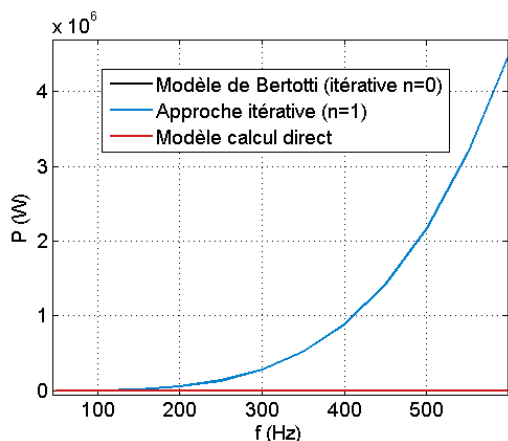


FIGURE IV.19 – Comparaison des modèles analytiques - Bertotti, perturbatif et par calcul direct

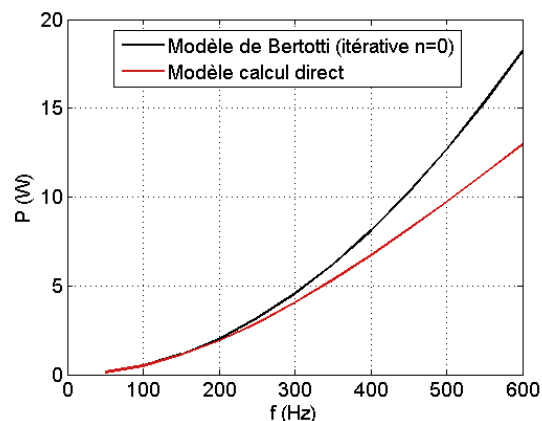


FIGURE IV.20 – Comparaison des modèles analytiques - Bertotti et calcul direct

À basse-fréquence, δ est suffisamment grande pour que l'approximation IV.75 donne un ordre de grandeur similaire au modèle complet, où elle représente par exemple environ 80% de l'épaisseur de la tôle à 50 Hz. Passé 500 Hz, elle représente moins de 25% de l'épaisseur et c'est le cas de l'équation IV.76 qui est considérée, avec une précision tout à fait acceptable, jusqu'à 5000 Hz. Les écarts relatifs entre les pertes des deux approximations et celles du modèle complet sont présentés figures IV.24, jusqu'à 600 Hz.

Une épaisseur de 2 mm n'est pas réaliste pour une tôle de machine électrique, mais elle permet de prendre pour exemple un cas défavorable, où l'effet de peau joue un rôle important. D'autres épaisseurs correspondant à des standards de tôles de machines sont également visibles figure IV.23. Pour une tôle de 0,20 mm d'épaisseur par exemple, le modèle de Bertotti (cas où $e \ll \delta$) est satisfaisant jusqu'à 3000 Hz. Passé 3500 Hz, il est de moins en moins valable. Pour une tôle de 0,35 mm, la limite de validité est un peu réduite, l'approximation de Bertotti commence à perdre en précision à partir de 1500 Hz. Le modèle de Bertotti propose donc une approximation des pertes par courant de Foucault, qui peut selon l'épaisseur de tôle et la fréquence du champ, être très précise. Pour terminer, notons que la perméabilité linéaire test choisie ici est de 1000. Cette valeur influence également sur l'épaisseur de peau : plus μ_r est grand, moins le modèle de Bertotti sera précis pour de tôles fines. Il est nécessaire de tenir compte de la saturation des matériaux.

Le modèle analytique par résolution des équations de Maxwell reste donc la meilleure option. Selon l'épaisseur de la tôle, il peut se réduire au modèle de Bertotti ou à l'équation IV.76 selon la fréquence, l'épaisseur de tôle et la perméabilité. L'approche itérative n'apporte quant à elle rien par rapport au modèle de Bertotti. Néanmoins, gardons en tête que les validations proposées ici ne se font que sur la base de simulations éléments finis, et pour des matériaux linéaire non saturés, dans le cas d'une tôle unitaire. La limite d'utilisation du modèle en fréquence est vite atteinte. Il est nécessaire de complexifier le cadre d'étude pour se rapprocher du cas réel de pertes par courants de Foucault dans une machine électrique en fonctionnement. Une complexification de l'étude est proposé section suivante.

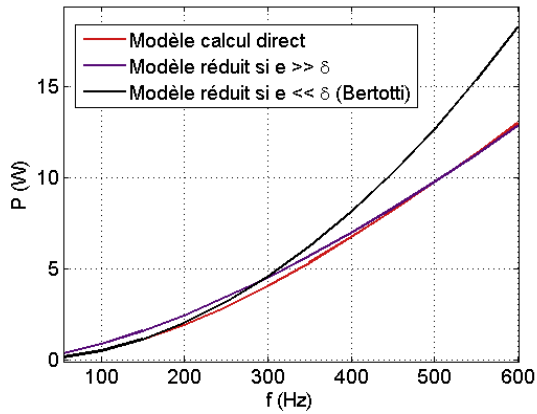


FIGURE IV.21 – Comparaison des modèles et réduction du problème

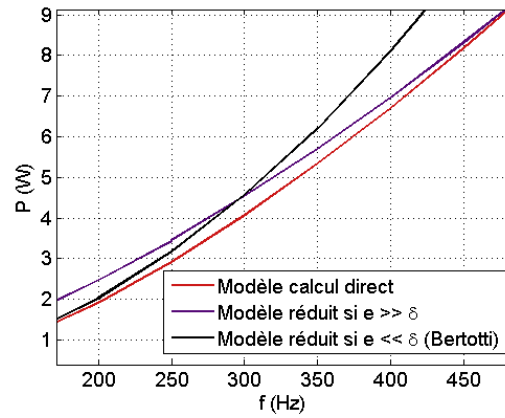


FIGURE IV.22 – Comparaison des modèles et réduction du problème - Zoom

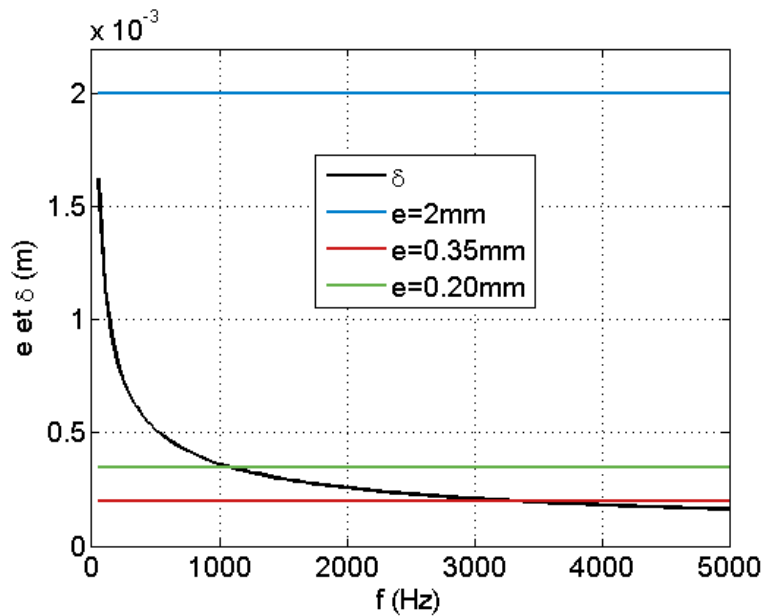


FIGURE IV.23 – Proportion de l'épaisseur de peau sur l'épaisseur de la tôle

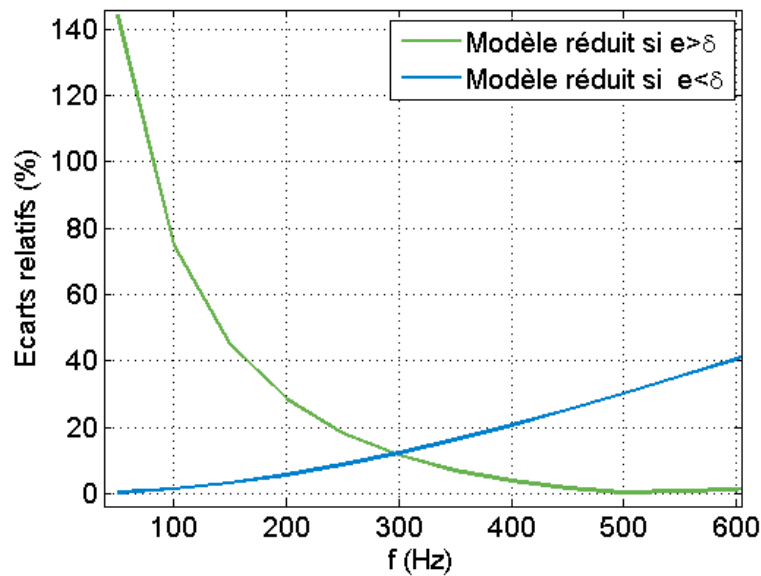


FIGURE IV.24 – Écarts relatifs entre les pertes des modèles simplifiés et celles du modèle complet

IV.3 Modèle de pertes dans un paquet de tôles

IV.3.1 Complexification du problème

L'objectif de ce chapitre est d'apporter un complément à la modélisation du chapitre III, mais également d'obtenir une modélisation des pertes par courants de Foucault exploitable en soit, par exemple dans un calcul par éléments finis [69][73].

La modélisation proposée ici est unidimensionnelle, compte tenu des hypothèses qui en sont à l'origine. Bien évidemment, dans une machine, les champs sont tournants. Cependant, dans certaines zones de la culasse statorique, ces hypothèses sont respectées. C'est typiquement le cas au milieu de la dent (si elle est assez longue), et également entre deux dents, dans la culasse statorique (si l'encoche est assez large). Cette configuration est représentée sur la figure IV.25. Dans le cadre d'un calcul par éléments finis, il est possible de respecter ces hypothèses localement et d'utiliser la modélisation unidimensionnelle proposée ici.

Néanmoins, le cas de la tôle unitaire est très éloigné de la réalité des machines électriques. Ces dernières sont constituées de paquet de tôles, i.e. un paquet de tôles assemblées, afin de réduire les pertes par de courants de Foucault. Le flux n'entre pas dans un volume unitaire de matériau magnétique mais bien dans le paquet de tôles, à l'instar de la figure IV.26. Les parties en gris représentent les tôles et celles en blanc les couches d'isolants qui les séparent (justement afin d'éviter la propagation des courants de Foucault). Ce ratio entre volume d'isolant et volume de tôle est appelé coefficient de foisonnement, il doit être pris en compte. C'est la première évolution proposée ici. Il s'agit d'un cas idéal : en réalité, le foisonnement englobe également les irrégularités dans l'agencement des tôles entre elles et sur leurs surfaces.

La tôle utilisée section précédente était en matériau ferromagnétique linéaire. Dans une machine électrique, elles sont en matériaux non linéaire, qui présentent une saturation en fonction de la polarisation. La perméabilité magnétique n'est pas

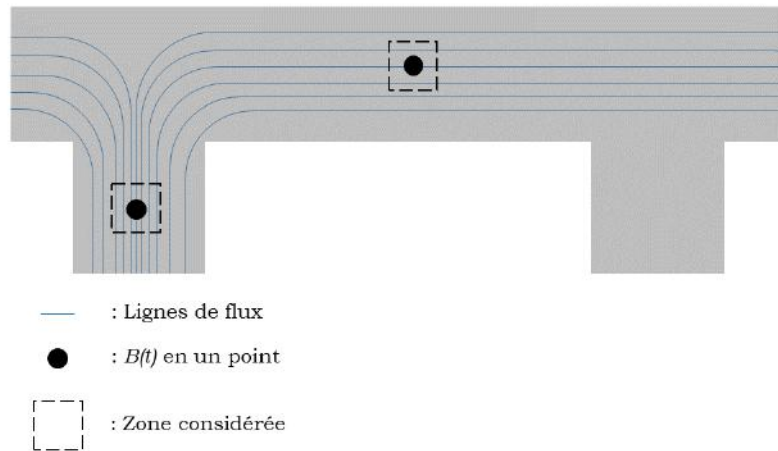


FIGURE IV.25 – Schéma représentant une partie de la culasse statique

constante et dépend de la valeur de B . C'est l'objet de la seconde évolution présentée après la prise en compte du coefficient de foisonnement.

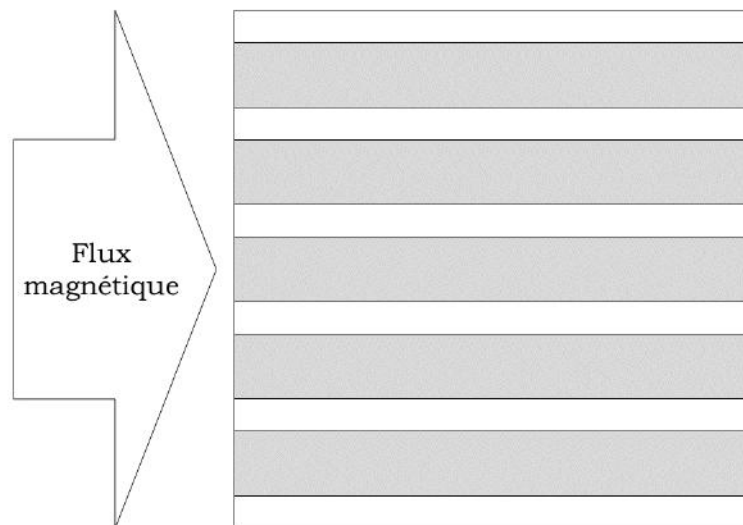


FIGURE IV.26 – Paquet de tôles

IV.3.2 Prise en compte du coefficient de foisonnement

Présentation du problème

Considérons désormais un paquet de tôles, soumises à un flux Φ , comme indiqué figure IV.61. Le paquet est composé d'un certain nombre de tôles toutes d'épaisseur e . Une fine couche d'isolant les sépare. L'épaisseur totale de la tôle et

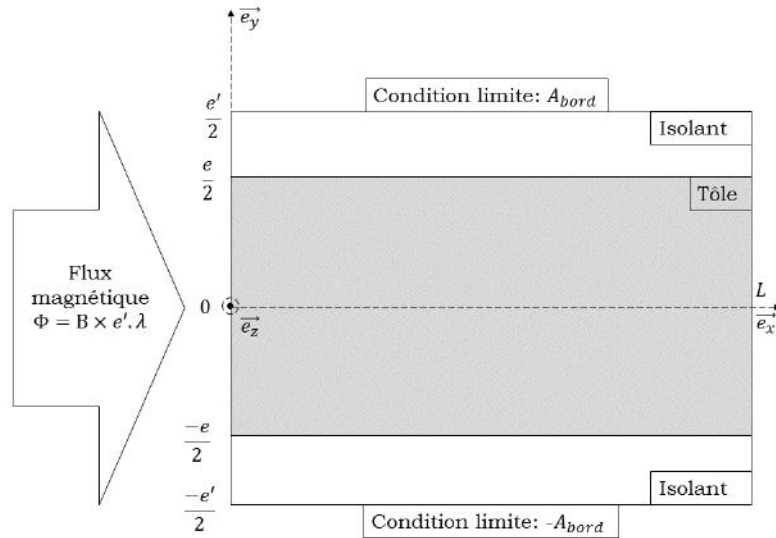


FIGURE IV.27 – Schéma de la tôle dans le paquet de tôles

de deux couches d'isolant est noté e' . On peut alors définir le coefficient de foisonnement c du paquet de tôle, i.e. le coefficient représentant la part réelle de matériaux magnétiques dans le paquet de tôle, tel que :

$$c = \frac{e}{e'} \quad (\text{IV.77})$$

On se place dans un cas similaire à celui de la tôle unitaire, mais avec des conditions aux limites différentes, tel que :

$$A_{bord} = \frac{B \cdot e}{2 \cdot c} \quad (\text{IV.78})$$

De plus, les isolants influent fortement sur la forme générale du potentiel vecteur dans la tôle. Le problème est alors découpé en trois zones :

- la zone (I) désigne l'isolant supérieur, entre $y = e/2$ et $y = e'/2$
- la zone (II) désigne la tôle, entre $y = e/2$ et $y = -e/2$
- la zone (III) désigne l'isolant inférieur, entre $y = -e/2$ et $y = -e'/2$

Calcul analytique

Les mêmes équations de Maxwell que pour la tôle unitaire sont considérées. De plus, on se place directement dans un problème 1D pour les mêmes raisons.

Dans les isolants, zones (I) et (III) :

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 A(y, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{IV.79})$$

Dans la tôle, zone (II) :

$$\frac{\partial^2 A(y, t)}{\partial y^2} - \mu \cdot \sigma \frac{\partial A(y, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.80})$$

Le détail des calculs est présenté en Annexe B.

On obtient l'expression de $\bar{a}(y)$:

$$\bar{a}(y) = \frac{\mu_r \cdot B \cdot (e/2c)}{\mu_r \cdot sh(\gamma \cdot e/2) + (e/2)(1 - 1/c)\gamma \cdot ch(\gamma \cdot e/2)} \cdot sh(\gamma \cdot y) \quad (IV.81)$$

Le potentiel vecteur dans la tôle s'exprime alors :

$$A(y, t) = Re(\bar{a}(y)) \cos(\omega \cdot t) + Im(\bar{a}(y)) \sin(\omega \cdot t) \quad (IV.82)$$

Les pertes par courants de Foucault dans la tôle s'expriment alors en fonction de $\bar{a}(y)$ de la manière suivante :

$$P_F = \frac{\sigma \omega^2 L \times \lambda}{2} \int_{-e/2}^{e/2} |\bar{a}|^2 dy \quad (IV.83)$$

Notons que pour $c=1$, on retrouve l'expression de cette fonction dans le cas de la tôle unitaire (équation IV.59).

Comme pour le cas de la tôle unitaire, il reste à confronter cette expression analytique avec un calcul par éléments finis.

Comparaison avec un calcul par éléments finis

Une simulation similaire au cas précédent est utilisée. Cette fois-ci, deux zones d'isolants sont rajoutées. L'épaisseur de la tôle e est toujours de 2 mm. La tôle et ces deux isolants sont d'épaisseur $e' = e/c$ avec c le coefficient de foisonnement.

Ce dernier a été fixé à 0,90 dans un premier temps. C'est une valeur particulièrement faible pour un coefficient de foisonnement, mais cela permettra de se différencier du cas de la tôle unitaire. Les pertes avec un coefficient plus réaliste (0,98) sont également présentées. Dans les deux cas, le champ magnétique B servant de condition limite, issu du flux, est fixé à 1 T. Comme pour la tôle unitaire, avec un matériau linéaire, cette valeur suffit à valider le modèle. Le modèle de simulation est présenté, avec son maillage, figure IV.28.

Les pertes fer (figure IV.29) analytiques et issues de simulation correspondent, validant le modèle jusqu'à 5 kHz. Cependant, comme pour la tôle seule, le champ B dépasse le champ de saturation bien avant 5 kHz (figure IV.30). Les figures IV.31 et IV.32 permettent de valider les calculs du potentiel vecteur et de la densité de courants de Foucault. Le modèle n'est plus exploitable au delà de 600 Hz. Il est indispensable de tenir compte de la saturation du matériau.

Pour finir, la figure IV.33 montre la comparaison modèle-simulation pour les deux valeurs de c énoncées précédemment. Dans les deux cas, le modèle analytique est très proche de la simulation.

Puisque l'épaisseur du matériau magnétique est le même dans les deux cas, il est normal qu'une couche d'épaisseur plus grande d'isolant génère plus de pertes. On voit bien l'intérêt de réduire au maximum l'épaisseur d'isolant, tout en conservant son rôle et aussi éviter la propagation des courants de Foucault entre les tôles du paquet.

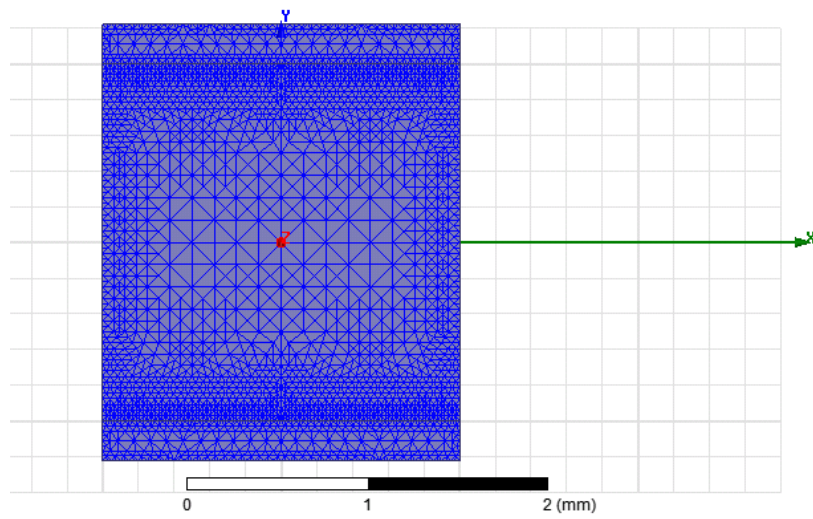


FIGURE IV.28 – Modèle de simulation de la tôle dans le paquet de tôles

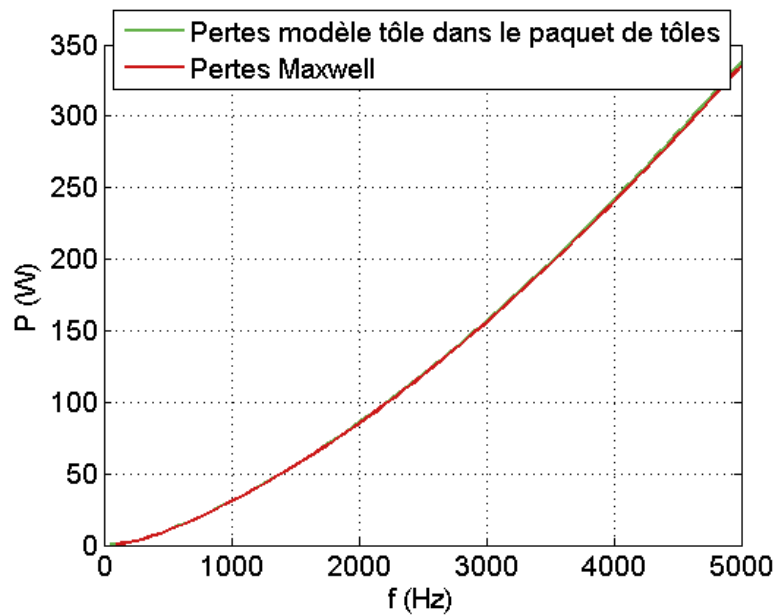


FIGURE IV.29 – Comparaison des pertes fer analytiques et issues de simulation

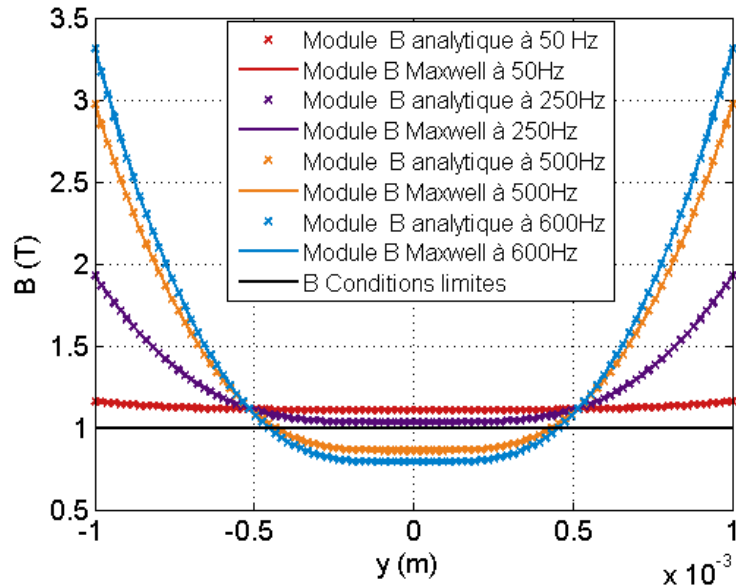


FIGURE IV.30 – Validation du calcul de B - $c=0,90$

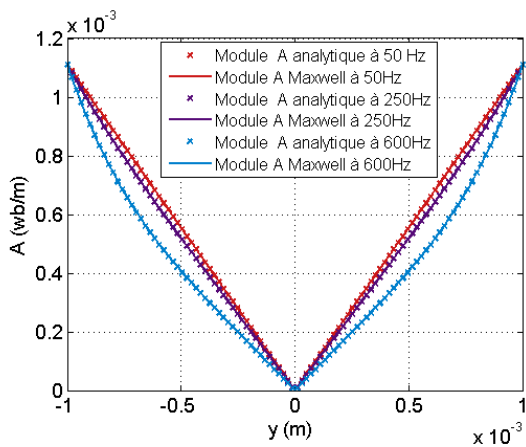


FIGURE IV.31 – Validation du calcul du potentiel vecteur - $c=0,90$

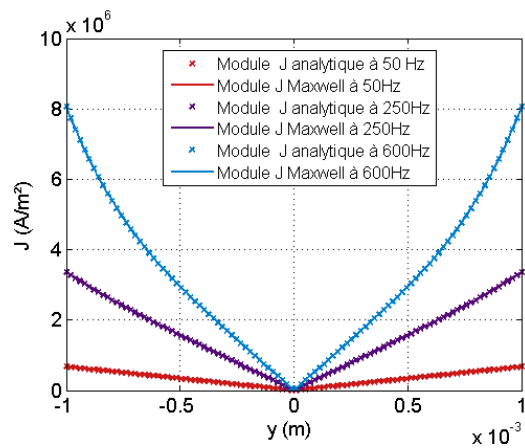


FIGURE IV.32 – Validation du calcul de la densité de courants de Foucault - $c=0,90$

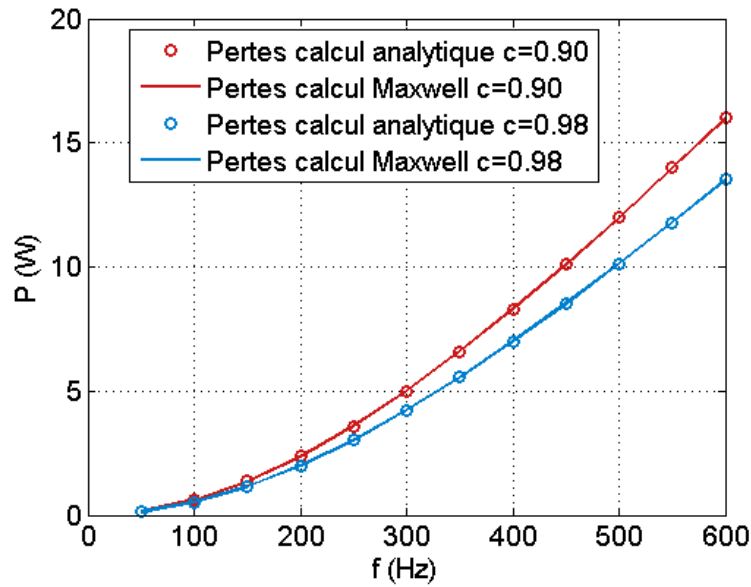


FIGURE IV.33 – Comparaison des pertes pour $c=0,90$ et $c=0,98$

IV.3.3 Prise en compte de la saturation

Prise en compte analytique de la saturation - deux méthodes

Dans toute la partie précédente, la perméabilité magnétique $\mu = \mu_0\mu_r$ était considérée comme constante. Les tôles de machines électriques ne sont pas des matériaux ferromagnétiques linéaires : La perméabilité magnétique n'est donc pas constante et dépend de la valeur de B et de H [74]. Pour améliorer le modèle analytique développé section précédente, de nombreuses méthodes existent [75][76]. Deux approches différentes sont abordées afin de modifier les caractéristique de la perméabilité. Ces deux méthodes nécessitent la courbe de première aimantation du matériaux (figure IV.34). Nous avons choisis le NO20 comme matériau ferromagnétique pour notre tôle de machine électrique, comme pour les chapitres II et III.

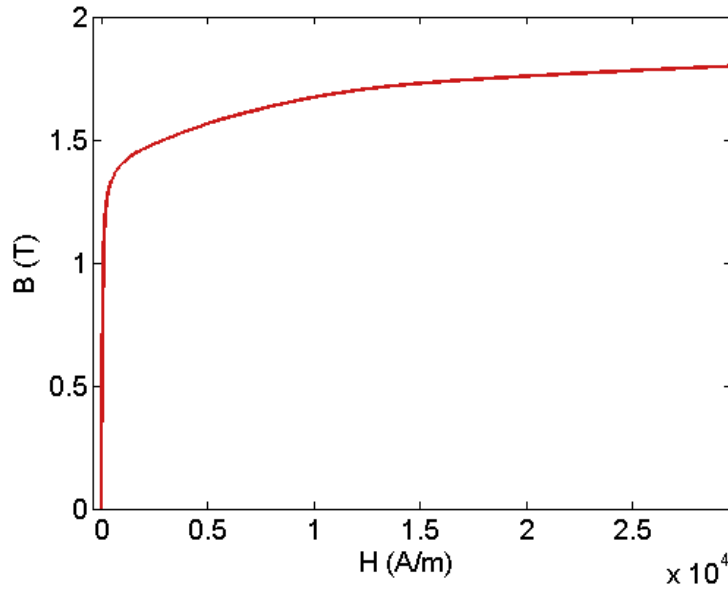


FIGURE IV.34 – Courbe de première aimantation du NO20

La méthode d'équivalence-énergie [76][77] se base sur la supposition que la densité d'énergie moyenne par période w_m de la courbe $B(H)$ réelle est égale à celle d'un matériau linéaire, noté w_{eq} . Pour le matériau linéaire avec $B = B_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$, w_{eq} se calcule à partir de la densité d'énergie instantanée telle que :

$$w_{eq}(B_m) = \frac{1}{T} \int_0^T w(t) \cdot dt \quad (IV.84)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} H_m \cos(\omega \cdot t) \cdot B_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (IV.85)$$

$$= \frac{1}{4} H_m \cdot B_m = \frac{B_m^2}{4 \cdot \mu_{eq}} \quad (IV.86)$$

Avec H_m l'amplitude de H correspondant à B_m .

En utilisant la courbe réelle $B(H)$ de première aimantation, on obtient pour chaque valeur B_m de la courbe la densité w_m [78] :

$$w_m(B_m) = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{B(t)} H \cdot dB \cdot dt \quad (IV.87)$$

Cette méthode suppose que $w_m(B_m) = w_{eq}(B_m)$, ainsi :

$$\mu_{eq} = \frac{B_m^2}{4 \cdot w_m(B_m)} \quad (IV.88)$$

La méthode du premier harmonique (inspirée de la méthode RMS de [77]) considère que si le champ B est sinusoïdal, le champ H ne le sera pas si le matériau est saturé. Le champ B est donc de la forme :

$$B(t) = B_m \cos(\omega \cdot t) \quad (IV.89)$$

Avec B_m l'amplitude de B :

Pour tout B_m de la courbe de première aimantation, on reconstitue B comme figure IV.35 à $B_m = 1,8T$. Sur une période de B , pour tout point de B on récupère l'évolution de H avec la courbe de première aimantation.

Si le matériau est saturé, on obtient un champ H avec un fort contenu harmonique, comme présenté figure IV.36.

$$H(t) = H_{f1} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_{f1}) + H_{f2} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_{f2}) + \dots + H_{fn} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_{fn}) \quad (IV.90)$$

Avec H_{fi} l'amplitude de l'harmonique de rang i , ϕ_i sa phase.

Finalement, ce champ H est décomposé en série de Fourier, et la perméabilité μ s'exprime telle que :

$$\mu_{harm} = B_m / H_{f1} \quad (IV.91)$$

Cette méthode donne donc une approximation de la perméabilité en se basant sur l'amplitude du premier harmonique du champ. Elle ne tient pas compte de sa phase.

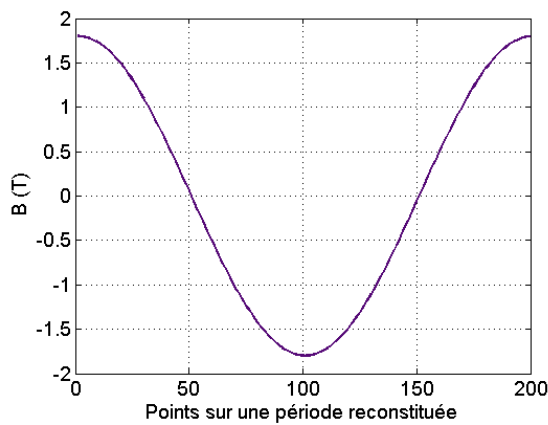


FIGURE IV.35 - B sinusoïdal considéré pour l'approche au 1er harmonique - $B_m = 1,8T$

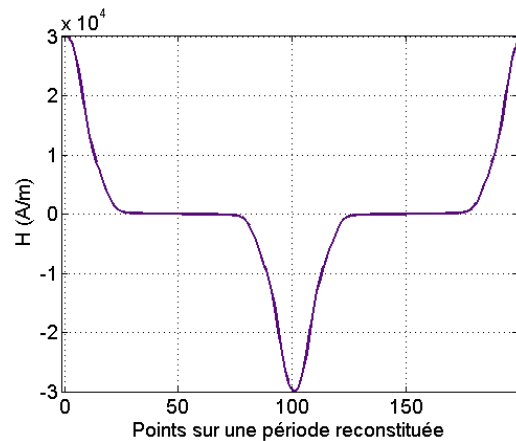


FIGURE IV.36 - H correspondant au B sinusoïdal

Utilisation des méthodes : À partir de la courbe de première aimantation, les méthodes d'équivalence-énergie et du premier harmonique donnent des résultats différents pour μ . L'évolution de la perméabilité en fonction de B_m est donnée figure IV.37. Entre 0 et 0,9 T, la méthode harmonique donne une perméabilité plus faible mais assez proche. Au delà de 1 T, elle surévalue μ . Pour l'équivalence-énergie c'est l'inverse : en dessous de 1 T elle surévalue bien trop μ . En revanche, passé 1 T, cette méthode se rapproche de la méthode directe. Les figures IV.38 et IV.39 confirment ces conclusions. La méthode équivalence-énergie donnera de meilleurs résultats pour des matériaux non-linéaires saturés, la méthode du premier harmonique sera plus précise pour des matériaux non-linéaires mais peu saturés.

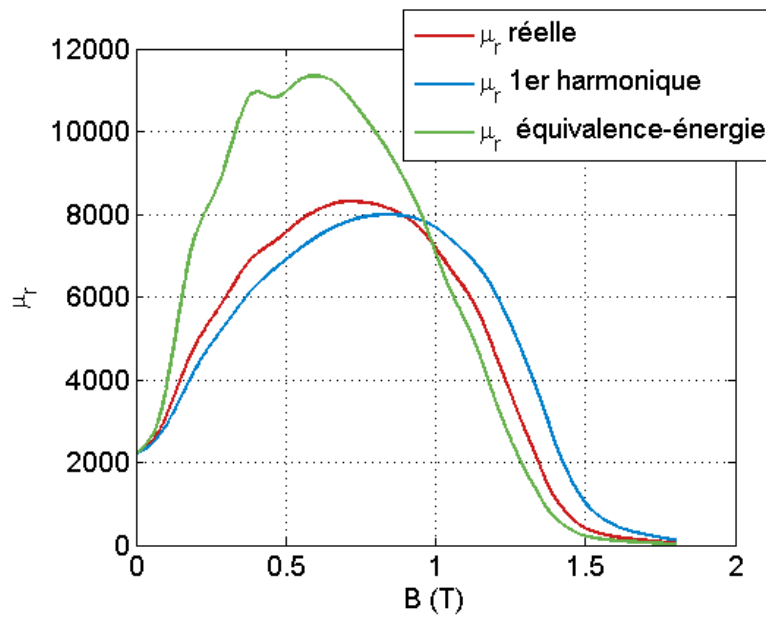


FIGURE IV.37 – Perméabilités μ issues des trois approches

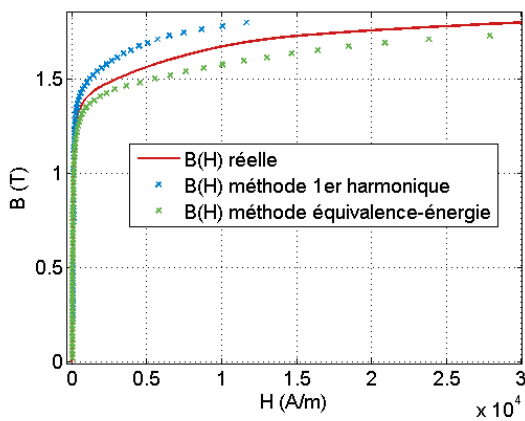


FIGURE IV.38 – Courbe $B(H)$ reconstituée à partir de μ dans chacun des cas

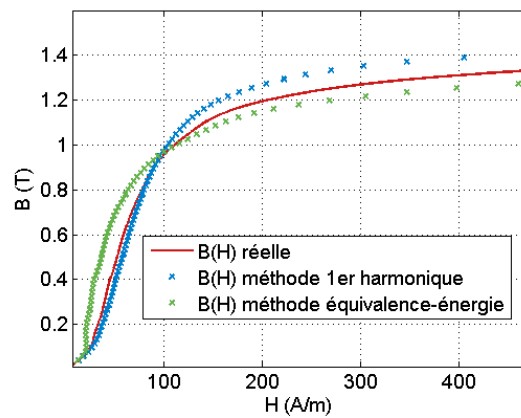


FIGURE IV.39 – Courbe $B(H)$ reconstituée à partir de μ dans chacun des cas - Zoom

Comparaison avec un calcul par éléments finis

Afin de s'assurer de ces conclusions et de valider les approches, les différentes méthodes sont testées avec la même simulation que précédemment, mais cette fois la tôle est en NO20. La courbe de première aimantation correspondant à la méthode est implémentée dans le logiciel de calcul par éléments finis. En effet, pour comparer la précision d'une méthode, il faut s'assurer que l'on compare la même chose. Pour la méthode d'équivalence-énergie, c'est la courbe verte de la figure IV.38 qui est utilisée. Pour la méthode du premier harmonique, la courbe bleue.

Ensuite, les méthodes sont testées pour B_m de 0,5 T, 1 T, 1,4 T et 1,8 T. Enfin, dans chaque cas, l'influence de c est prise en compte avec deux possibilités $c=0,90$ ou $c=0,98$. Le cas $c=0,90$ est peu réaliste mais permettra de mettre en lumière l'impact du foisonnement sur les pertes. Le cas $c=0,98$ est lui bien plus réaliste. La figure IV.40 présente l'évolution fréquentielle de l'amplitude maximal du champ B dans la tôle issue de la simulation numérique, pour les deux méthodes de calcul de μ avec $c=0,90$. Il s'agit du champ aux bords de la tôle. Dans les deux cas, le champ ne dépassent pas 2,1 T, même à 5 kHz.

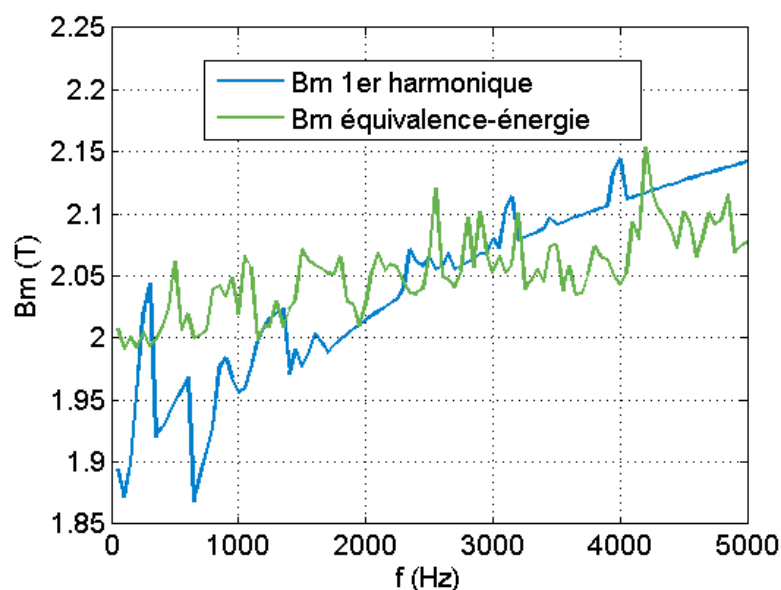


FIGURE IV.40 – Champ B maximal atteint dans la tôle pour les deux méthodes - $B_m=1,8$ T

Tôle non saturée - 0,5 T Pour de faibles niveaux de B_m , la tôle n'est pas saturée. La méthode d'équivalence-énergie présente une erreur non négligeable pour $c=0,90$ (figure IV.41) mais très faible pour $c=0,98$ (figure IV.42). Ces erreurs sont similaires à celles fournies par la méthode du premier harmonique, visibles figures IV.43 et IV.44.

À 0,5 T, la tôle peut quasiment être considérée comme un matériau linéaire. Il est donc normal que l'erreur soit plus faible, pour les deux méthodes, avec c proche de l'unité : on se ramène alors au cas de la tôle unitaire. Alors, les méthodes de calcul de perméabilité ne joueront qu'un rôle mineur, la perméabilité ne variant presque pas sur une période de variation de B et H .

Tôle peu saturée - 1 T À cette amplitude, la tôle n'est toujours pas à proprement parlé saturée, mais on approche du coude de saturation de la courbe de première aimantation. La valeur de μ est donc différente qu'à 0,5 T et entre dans une zone de forte variation vis-à-vis de B_m .

Dans ce cas présent, c'est la méthode du premier harmonique (figures IV.47 et IV.48) qui donne le meilleur résultat. L'erreur fournie par la méthode d'équivalence-énergie (figure IV.45 et IV.46) est cependant plus faible qu'à 0,5 T. En revanche, à 1 T, le coefficient de foisonnement ne joue aucun rôle : les résultats sont très semblables pour $c=0,90$ et $c=0,98$.

Tôle saturée- 1,4 T et 1,8 T La tôle atteint ici sa saturation, surtout à 1,8 T. À 1,4 T comme à 1,8 T (figures IV.51 à IV.56), la méthode du premier harmonique ne fonctionne plus du tout, les pertes modélisées sont bien trop faibles. En effet, pour une forte saturation, le contenu harmonique du H peut être très riche, avec des harmoniques d'amplitude importantes. Comme l'étude au chapitre II l'a démontrée, l'amplitude des harmoniques peut générer un grand nombre de pertes supplémentaires. Pour des tôles fortement saturées, cette méthode ne peut donc pas fonctionner correctement.

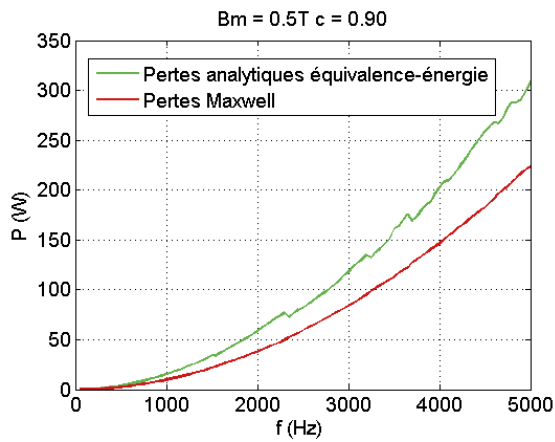


FIGURE IV.41 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - $0,5 T$

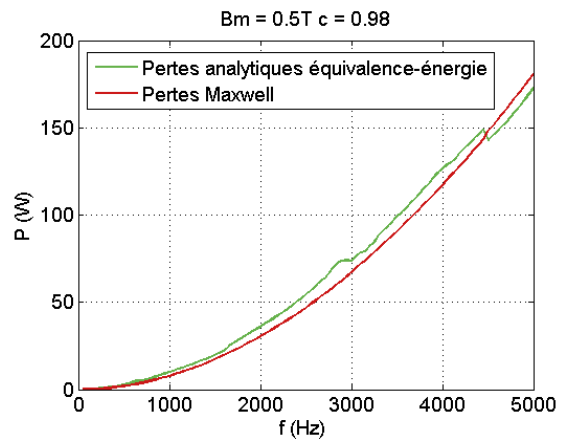


FIGURE IV.42 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - $0,5 T$

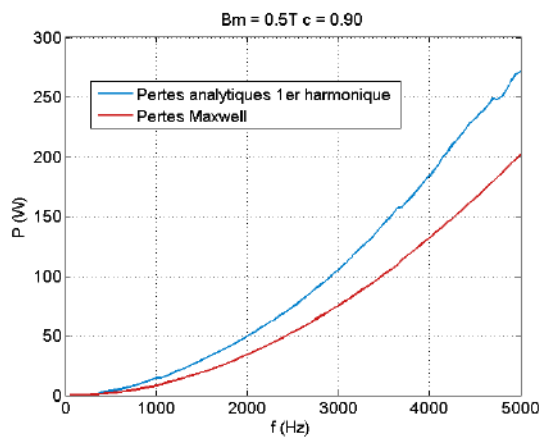


FIGURE IV.43 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - $0,5 T$

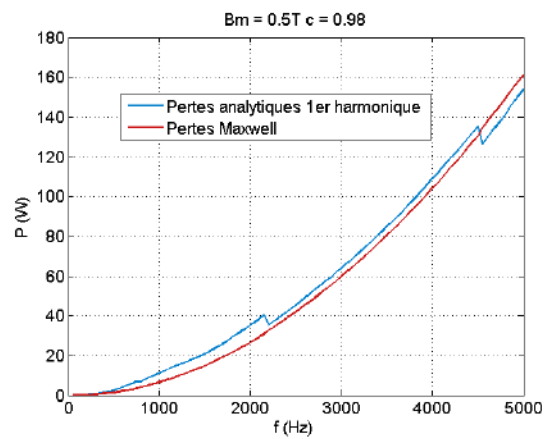


FIGURE IV.44 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - $0,5 T$

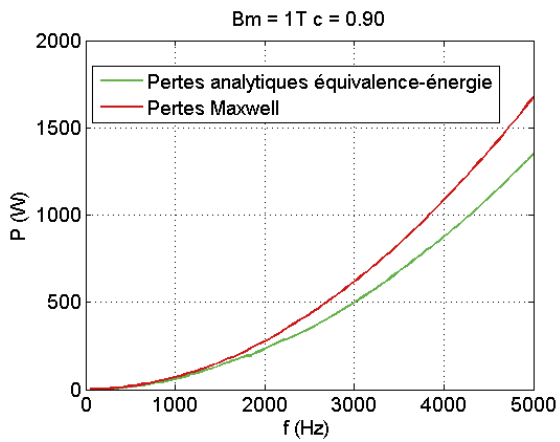


FIGURE IV.45 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - 1 T

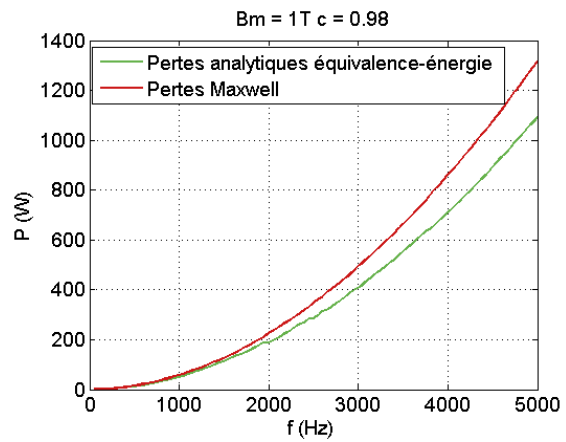


FIGURE IV.46 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - 1 T

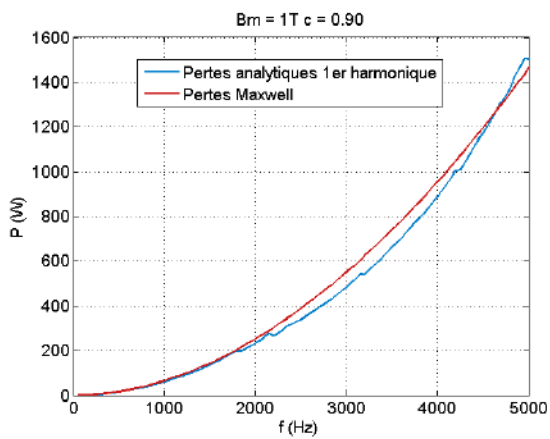


FIGURE IV.47 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - 1 T

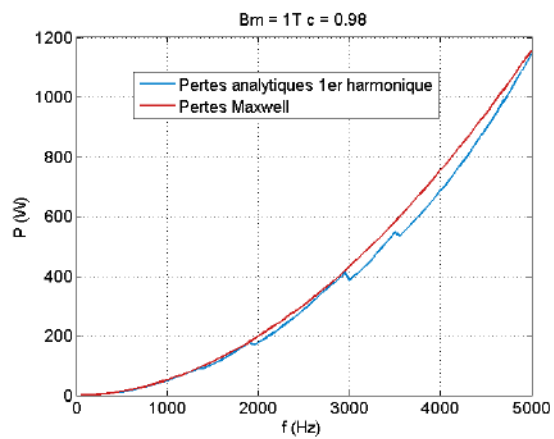


FIGURE IV.48 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - 1 T

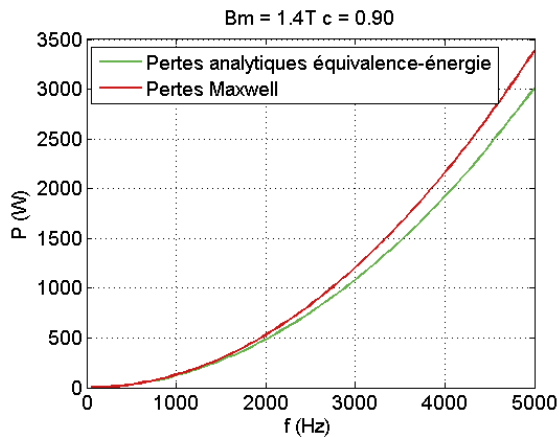


FIGURE IV.49 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - 1,4 T

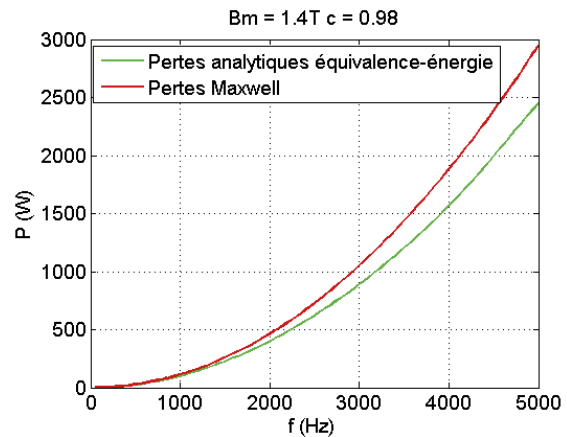


FIGURE IV.50 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - 1,4 T

En revanche, la méthode d'équivalence-énergie donne des résultats d'autant meilleurs que la tôle est saturée. Ainsi, pour 1,4 T (figures IV.49 et IV.50) l'erreur est légèrement plus faible que pour 1 T. L'influence de c est très faible, la méthode fonctionnant mieux pour $c=0,90$. Cette tendance est confirmée à 1,8 T (figures IV.53 et IV.54), où l'erreur se réduit encore, particulièrement pour $c=0,90$.

Bilan des méthodes : les deux méthodes proposées ici fournissent des résultats intéressants. La méthode du premier harmonique fonctionne bien tant que la tôle n'est pas trop saturée. Ce qui pose problème pour tenir compte de la non-linéarité des matériaux. Néanmoins, à 1 T, c'est elle qui propose les meilleurs résultats. La méthode d'équivalence-énergie fournit une erreur d'autant plus faible sur les pertes, que la tôle est saturée et que les pertes sont importantes. Elle est donc la plus qualifiée pour tenir compte de la saturation des matériaux et de leur non-linéarité. Compte-tenu des perméabilités reconstituées par les deux méthodes et présentées figure IV.37, ces résultats étaient attendus. Il paraît de plus en plus réaliste de raisonner sur une équivalence de densité d'énergie dissipée par période que de négliger le contenu harmonique lié à la non-linéarité du matériau. Les écarts relatifs moyens sur la plage de fréquence (50 Hz - 5 kHz) sont présentés tableau IV.2. Ils viennent compléter les observations effectuées ci-dessus.

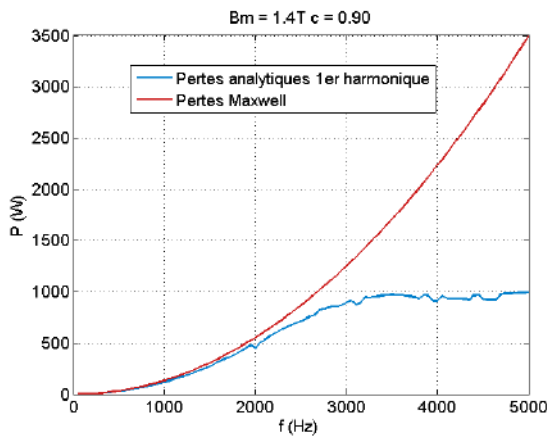


FIGURE IV.51 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - $1,4$ T

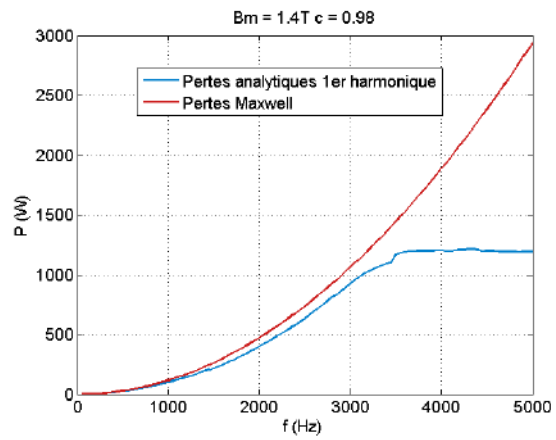


FIGURE IV.52 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - $1,4$ T

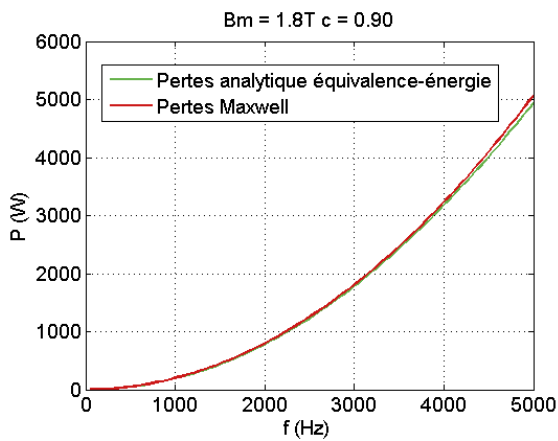


FIGURE IV.53 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - $1,8$ T

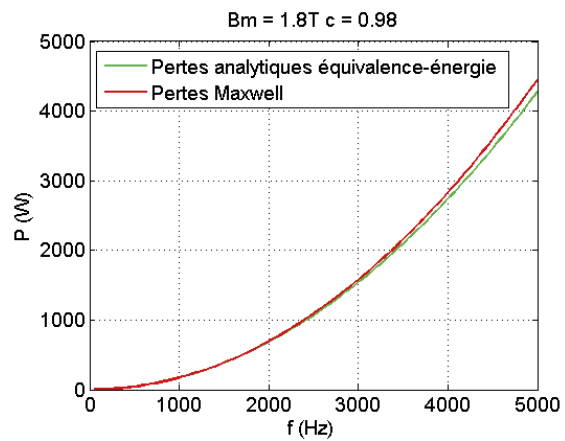


FIGURE IV.54 – Méthode d'équivalence-énergie - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - $1,8$ T

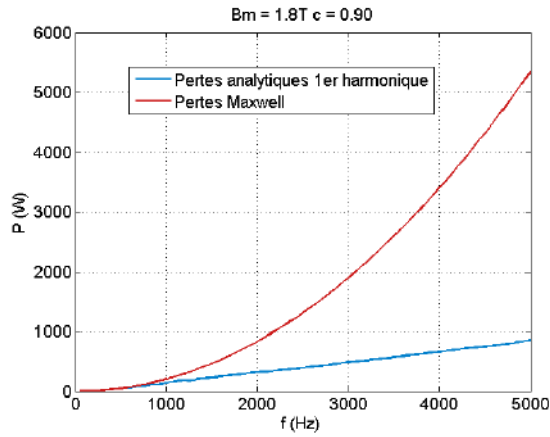


FIGURE IV.55 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,90$ - $1,8\text{ T}$

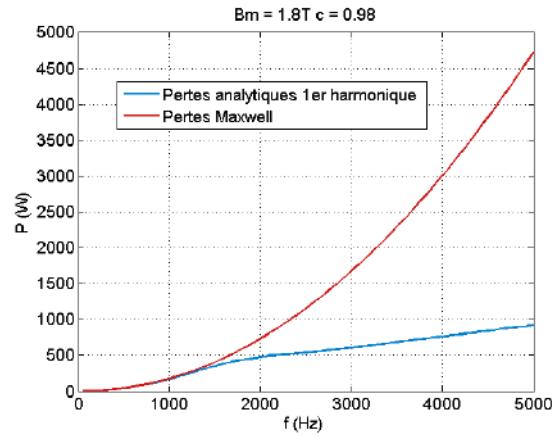


FIGURE IV.56 – Méthode du premier harmonique - comparaison modèle et simulation pour $c=0,98$ - $1,8\text{ T}$

Méthode utilisée	Foisonnement c	B_m (T)	Erreur relative moyenne (%)
Équivalence-énergie	0,90	0,5	47,1
		1	16,8
		1,4	8,4
		1,8	2,7
	0,98	0,5	17,7
		1	14,6
		1,4	13,3
		1,8	1,9
1er harmonique	0,90	0,5	47,3
		1	7,6
		1,4	30,1
		1,8	58,4
	0,98	0,5	24
		1	5,9
		1,4	27,7
		1,8	43,9

TABLE IV.2 – Erreurs relatives moyennes entre 50 Hz et 5 kHz

Cas d'une tôle de NO20 :

Pour conclure sur cette partie, il est intéressant de tester le modèle pour une tôle réellement utilisée dans les machines, une tôle de NO20 de 0,2 mm d'épaisseur. L'amplitude de B des conditions limites est volontairement choisie à 1,8 T afin d'atteindre la saturation de la tôle. Elle est prise en compte avec la méthode d'équivalence-énergie. La figure IV.57 présente l'évolution fréquentielle de l'amplitude maximale du champ B dans la tôle pour deux valeurs de c , obtenue par simulation. Elle reste proche des valeurs de saturation de la tôle de NO20. La figure IV.58 présente l'évolution fréquentielle des pertes dans la tôle obtenues grâce au modèle analytique, pour deux valeurs de c .

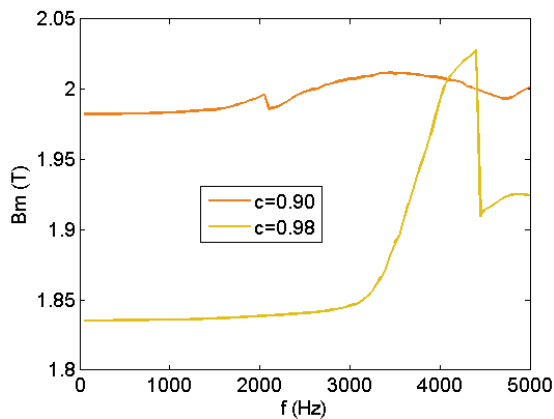


FIGURE IV.57 - Amplitude maximale de B atteinte dans la tôle - Issue de simulation pour $B_m = 1,8T$

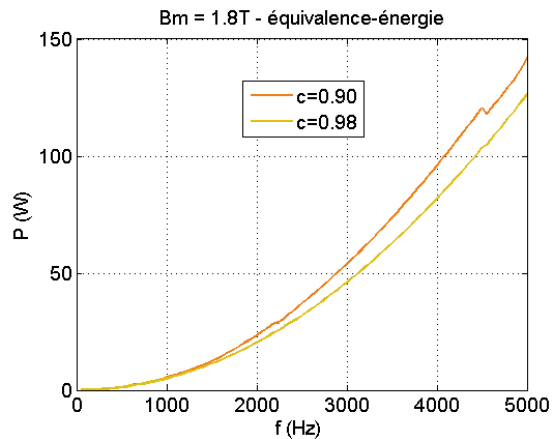


FIGURE IV.58 - Pertes fer dans une tôle de NO20 - Modèle analytique pour $B_m = 1,8T$

On retrouve des résultats similaires au cas d'étude précédent. Les pertes sont bien plus faibles, puisque la tôle est bien moins épaisse. Il reste maintenant à proposer une méthodologie pour relier ce modèle de pertes par courants de Foucault au modèle quasi-statique du chapitre III.

IV.3.4 Méthodologie de calcul des pertes fer totales

Rappelons que l'objectif principal de ce chapitre est de compléter le modèle d'hystérésis quasi-statique du chapitre III. Il s'agit donc ici de présenter deux méthodologies permettant d'obtenir les pertes totales pour des champs à spectre complexe, à partir des deux modélisations.

La première approche (présentée figure IV.59) consiste à simplement décomposer le champ en série de Fourier : on obtient ainsi une série de champs sinusoïdaux. Le modèle quasi-statique du chapitre III est alors employé afin de calculer les pertes par hystérésis du fondamental et de ses harmoniques. En parallèle, on utilise le modèle de pertes par courants de Foucault de la même manière. On obtient ainsi les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault, nous donnant une approche des pertes fer totales. Ceci repose sur deux hypothèses fortes.

La première est que les pertes par excès sont incluses dans la modélisation proposée dans ce chapitre. En effet, nous avons en réalité modélisé les courants induits dans la tôle. Une étude comparative entre pertes calculées de cette manière et pertes mesurées permettra de statuer sur cette première hypothèse et d'apporter

d'avantages d'informations sur les pertes par excès, si notre modèle n'en tient pas compte.

La seconde hypothèse est que la décomposition en série de Fourier est possible. Le chapitre II a montré que ce type de décomposition des pertes apportait des erreurs, qui selon la phase et la fréquence des harmoniques pouvaient être importantes. Il faut donc en avoir conscience, et tenir compte de ces erreurs dans le cadre d'un dimensionnement. Le chapitre II a soulevé la forte influence de l'amplitude des harmoniques et particulièrement de leurs phases pour les harmoniques basse-fréquence. C'est pourquoi une autre méthodologie est proposée.

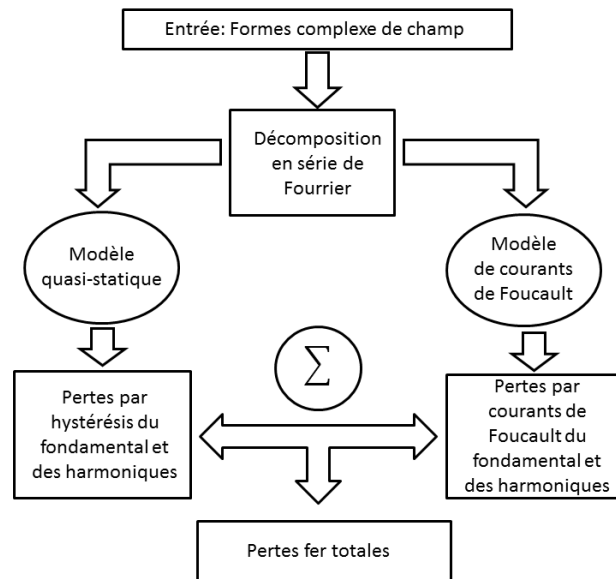


FIGURE IV.59 – Méthodologie n°1 de calcul de pertes

Cette deuxième méthodologie consiste à décomposer les pertes en deux contributions, une statique et une autre dynamique liée au courant de Foucault [33]. Elle est présentée sur la figure IV.60. La contribution statique est directement calculée à partir du spectre complexe du champ grâce au modèle du chapitre III. C'est elle qui est influencée par les harmoniques basse-fréquences, généralement liées à la géométrie, pour les machines électrique.

La contribution dynamique des courants de Foucault est décomposée en série de Fourier, et les pertes sont calculées sur le fondamental et les harmoniques. Faire l'hypothèse de cette décomposition uniquement sur la contribution dynamique est plus satisfaisant que dans le cas de la première méthodologie. La contribution dynamique est essentiellement liée aux harmoniques hautes fréquences qui sont d'amplitudes généralement suffisamment faibles pour limiter les erreurs. Néanmoins, il s'agit d'une approximation à considérer lorsque cette méthodologie est employée, tout comme l'hypothèse de départ sur la division en une contribution statique et une autre dynamique qui serait liée aux courants de Foucault.

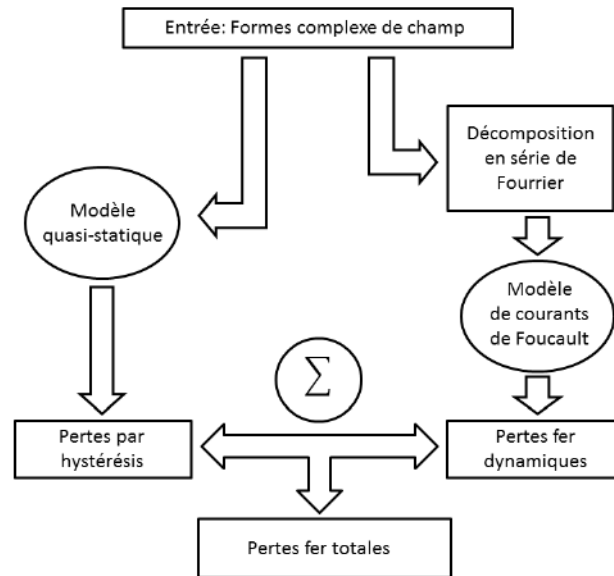


FIGURE IV.60 – Méthodologie n°2 de calcul de pertes

Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de proposer une modélisation analytique simple des pertes par courants de Foucault. L'avantage d'une modélisation analytique est de pouvoir être implémentée facilement dans un modèle global. Cette simplicité est aussi son inconvénient majeur : des hypothèses simplificatrices sont faites et l'exploitabilité du modèle s'en retrouve réduite. Comme souvent en modélisation, un compromis doit être fait.

La première approche proposée est dite "itérative". Elle consiste à décomposer les contributions du champ d'excitation magnétique H aux courants de Foucault. Elle conduit au modèle de Bertotti des pertes par courants de Foucault. En continuant cette approche on obtient une expression plus complexe des pertes par courants induits dans la tôle. Cette approche n'est pas satisfaisante, elle est trop simpliste. Elle fonctionne à basse-fréquence mais n'apporte rien par rapport à la formulation initiale (celle de Bertotti). À haute-fréquence elle n'est plus valable. La seconde approche se base directement sur la résolution des équations de Maxwell avec une formulation du potentiel vecteur dans un cas simple unidimensionnel. Elle fournit de très bon résultat pour les matériaux linéaires. L'expression analytique est également très simple.

Afin d'améliorer encore l'exploitabilité du modèle analytique, une formulation des pertes dans un tôle insérée dans un paquet de tôles est proposée. Comme pour la tôle unitaire, l'expression analytique des pertes par courants de Foucault est comparée à une simulation numérique, avec une précision similaire à celle de la tôle unitaire.

Il est nécessaire ensuite de tenir compte de la saturation des matériaux. En effet, les tôles utilisées dans les machines électriques possèdent un champ de saturation élevé, pour un champ magnétique assez faible. Cette saturation fortement prononcée induit une variation de perméabilité avec B . Trois approches ont été développées et présentées, elles donnent des résultats satisfaisants, avec, selon les méthodes et la valeur de B , une erreur moyenne relative entre 2% et 30%. Finalement, la méthode de calcul des pertes par courant de Foucault par résolution

des équations de Maxwell est à privilégier. Sa formulation pour une tôle dans un paquet, avec prise en compte de la saturation peut même être implémentée dans un calcul par éléments finis.

Bien que les résultats présentés dans ce chapitre semblent tout à fait satisfaisants, ils ne s'appliquent qu'à une tôle simple, seule ou dans un paquet, pour un champ unidimensionnel. Ce cas d'étude n'est pas tout à fait représentatif des machines électriques. Cependant, les modèles analytiques développés dans ce chapitre fournissent un véritable complément au modèle statique du chapitre III. En perspective, il conviendrait de lier ces deux modèles afin d'obtenir une modélisation complète des pertes fer dans une tôle de machines. Deux méthodologies sont proposées pour aboutir à un modèle de pertes fer totales. Néanmoins, pour améliorer encore ces modèles, il faudrait tenir compte des effets bidimensionnels du champ sur les pertes fer.

Conclusion générale et perspectives

Les travaux dont ce mémoire ont consisté à la caractérisation des pertes fer et à leur modélisation dans les machines électriques dans le cadre de l'avion plus électrique. Les nombreuses contraintes inhérentes à l'électrification des aéronefs mettent en exergue la nécessité d'estimer précisément les pertes fer. Il a donc été nécessaire d'appréhender au maximum ce contexte particulier, afin d'identifier ses problématiques et de les expliciter au premier chapitre. Une brève introduction aux mécanismes physiques à l'origine des pertes ainsi qu'un état de l'art des différents modèles existants nous ont ensuite permis d'axer nos travaux de recherche en posant nos objectifs.

Tout d'abord, le premier objectif a été de caractériser les pertes fer grâce une étude expérimentale sur le spectre du champ magnétique. Il a été progressivement complexifié avec, au départ, de simples signaux sinusoïdaux, permettant la caractérisation d'un modèle simple de pertes fer faisant référence. La complexité physique des pertes fer a ainsi été mise en lumière en montrant l'importance de la modélisation de l'hystérésis magnétique. Ensuite c'est le contenu harmonique du champ qui a été étudié. L'amplitude, la fréquence et la phase des harmoniques ont une forte influence sur les pertes fer. Il est possible de décomposer le spectre du champ afin d'en calculer indépendamment les pertes fer, mais avec un pourcentage d'erreur non négligeable, renforçant notre intérêt pour la modélisation du cycle d'hystérésis.

C'est pourquoi dans un second temps, nous avons décidé de développer un modèle quasi-statique de l'hystérésis magnétique, en nous basant sur les travaux de Bobbio et du modèle Play. Des modifications ont été apportées afin d'améliorer la capacité du modèle à tenir compte de l'historique magnétique et de pouvoir modéliser au mieux les cycles mineurs. Il reconstitue des cycles d'hystérésis avec des formes complexes de champ et parvient même à être prédictif. Néanmoins, par son caractère quasi-statique, il ne peut pas tenir compte des effets de la fréquence sur le cycle d'hystérésis.

Ce point important nous a finalement conduit, au dernier chapitre, à modéliser les pertes par courants de Foucault dans une tôle, afin de compléter le modèle quasi-statique. Une première approche itérative a été développée. Montrant ses limites en fréquence, nous avons décidé de nous baser directement sur les équations de Maxwell pour établir un modèle analytique simple pour champs sinusoïdaux. Ce dernier donne de très bon résultats lorsqu'il est comparé à des simulations numériques. Il a ensuite été complexifié, en l'intégrant non plus à une tôle seule, mais insérée dans un paquet de tôles. Négligée dans un premier, la saturation inhérente aux matériaux magnétiques fut ensuite prise en compte à travers deux méthodes. L'une des deux méthodes s'est montrée particulièrement précise. C'est avec cette dernière que nous avons proposé deux méthodologies afin de lier ces modèles de pertes par courants de Foucault au modèle quasi-statique d'hystérésis. Toutes

deux font des hypothèses dont on doit tenir compte dans le cadre d'un dimensionnement de machine électrique, au regard des résultats du second chapitre.

Les travaux effectués présentés dans ce mémoire ont permis, en partant des contraintes imposées par l'avion plus électrique, de définir une démarche de recherche et finalement d'aboutir à une méthodologie de calcul des pertes fer dans les tôles de machines électriques. Néanmoins, un certain nombre de points restent à aborder.

Tout d'abord, pour rendre cette méthodologie exploitable, il serait intéressant d'approfondir encore la démarche et de tester les solutions proposées au dernier chapitre. Il serait alors possible de valider les hypothèses qui ont été prises pour les mettre en place.

La solution idéale serait même de rendre directement dynamique le modèle quasi-statique du troisième chapitre en tenant compte du gonflement du cycle avec la fréquence. Ce point a été abordé et il paraît relativement difficile à résoudre. Cependant, au regard de la modélisation proposée au dernier chapitre, il apparaît envisageable de calculer directement les contributions dynamiques de H et de B liées aux courants de Foucault, et de les intégrer au modèle quasi-statique. Il resterait encore à considérer les pertes par excès, reliées aux mouvements des parois de Bloch et non-négligeables aux fréquences intermédiaires.

L'autre point important qui n'a pas été abordé est le caractère tournant du champ dans une machine électrique. Même si dans certaines zones localisées le champ peut être considéré comme unidimensionnel, il est majoritairement bidimensionnel en raison de sa rotation. Une étude était à l'origine prévue en ce sens, mais l'équipement dédié n'est arrivé que tardivement et sa mise en œuvre fut laborieuse. Les quelques expérimentations effectuées n'ont pas été concluantes. Nous avons donc décidé de nous concentrer sur les pertes en champ unidimensionnel. À l'instar du second chapitre, il faudrait d'abord caractériser les mêmes tôles en champ tournant. Cela permettrait d'envisager ensuite l'adaptation du modèle quasi-statique ainsi que le modèle de pertes par courant de Foucault en champ tournant.

Un tel modèle permettrait de calculer très précisément les pertes fer dans les machines électriques, quelles soient leurs conditions d'utilisation. Leur dimensionnement en serait simplifié et il serait possible de l'intégrer à un dimensionnement plus globale de la chaîne électromécanique, et répondre ainsi aux exigences et aux défis de l'avion plus électrique.

Annexe A : Tableaux des coefficients du modèle de Bertotti

Cette annexe présente les tableaux de coefficients obtenus par la caractérisation de tôle du chapitre II. Les mesures ont été effectuées sur des tôles standards de machines électriques, fournies par les partenaires industriels du projet.

Notons qu'en raison de problème de régulation en tension, il n'a pas été possible d'atteindre les mêmes fréquence pour tous les matériaux.

M250-35A

f (Hz)	k_H	α	k_F	k_e	Erreur des moindres carrées (%)
50	0,015828	1,99	$4,77 \times 10^{-5}$	$4,04 \times 10^{-4}$	2,92
100	0,018184	2,00001		$2,94 \times 10^{-4}$	2,84
250	0,024928	1,99		$1,13 \times 10^{-4}$	2,66
500	0,032890	2,0293		1×10^{-8}	1,65
700	0,037495	2,0096		1×10^{-8}	2,24
900	0,040370	2,1		1×10^{-8}	2,03
1000	0,042365	2,1		1×10^{-8}	2,49

TABLE IV.3 – Coefficients du modèle de Bertotti obtenus par caractérisation - M250-35A

M250-35A

f (Hz)	k_H	α	k_F	k_e	Erreur des moindres carrées (%)
50	0,015257	1,99	$5,06 \times 10^{-5}$	$18,66 \times 10^{-4}$	2,87
100	0,018839	2,00001		$12,23 \times 10^{-4}$	2,79
250	0,0248794	2,00001		$7,19 \times 10^{-4}$	2,77
500	0,031983	2,0227		$4,57 \times 10^{-4}$	2,54
700	0,041842	1,99		$1,57 \times 10^{-4}$	2,578
900	0,047824	2,00007		$1,59 \times 10^{-5}$	2,55
1000	0,049106	2,09731		1×10^{-8}	2,43

TABLE IV.4 – Coefficients du modèle de Bertotti obtenus par caractérisation - M270-35A

M400-50A

f (Hz)	k_H	α	k_F	k_e	Erreur des moindres carrées (%)
50	0,012662	2,00003	$12,71 \times 10^{-5}$	$19,73 \times 10^{-4}$	1,75
100	0,023622	1,99		$8,07 \times 10^{-4}$	2,07
250	0,042617	2,1		1×10^{-8}	3,37
500	0,058245	2,1		1×10^{-8}	6,45
700	0,069430	2,1		1×10^{-8}	8,25

TABLE IV.5 – Coefficients du modèle de Bertotti obtenus par caractérisation - M400-50A

Annexe B : Calcul du potentiel vecteur dans un paquet de tôle

Cette annexe détaille les calculs du chapitre IV section 3.2. Ils permettent d'obtenir une expression analytique du potentiel vecteur dans un tôle insérée dans un paquet de tôle. La figure IV.61 présente le problème.

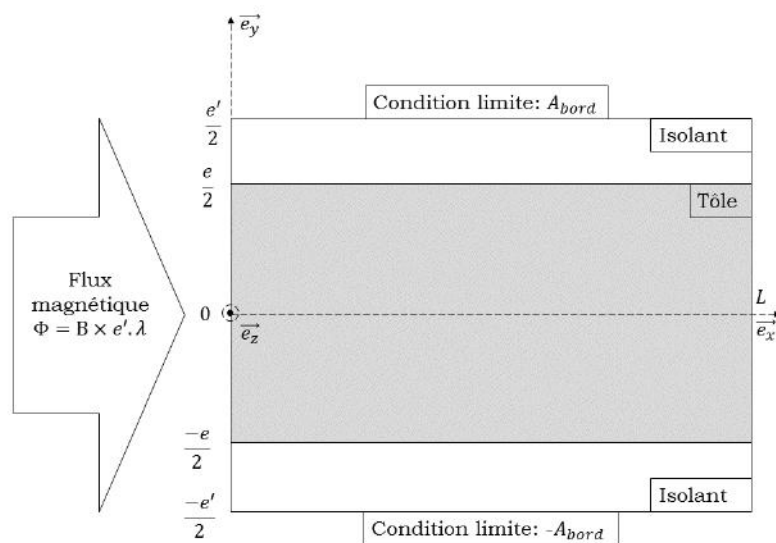


FIGURE IV.61 – Schéma de la tôle dans le stack

Dans les isolants, zones (I) et (III),

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 A(y, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{IV.92})$$

Dans la tôle, zone (II) :

$$\frac{\partial^2 A(y, t)}{\partial y^2} - \mu \cdot \sigma \frac{\partial A(y, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.93})$$

Le potentiel vecteur prend les formes suivantes, selon la zone :

$$A(y, t)|_{(I)} = (a_{11} \cdot y + a_{12}) \cdot \cos(\omega \cdot t) + (a_{13} \cdot y + a_{14}) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{IV.94})$$

$$A(y, t)|_{(III)} = (a_{31} \cdot y + a_{32}) \cdot \cos(\omega \cdot t) + (a_{33} \cdot y + a_{34}) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{IV.95})$$

$$A(y, t)|_{(II)} = a_c(y) \cos(\omega \cdot t) + a_s(y) \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{IV.96})$$

Comme pour les équations IV.42, IV.45 et IV.46 du cas de la tôle unitaire, la fonction \bar{a} est introduite :

$$\bar{a}(y) = \alpha_c ch(\gamma y) + \alpha_s sh(\gamma y) \quad (\text{IV.97})$$

avec :

$$a_c = Re(\bar{a}(y)) \quad (\text{IV.98})$$

$$a_s = Im(\bar{a}(y)) \quad (\text{IV.99})$$

C'est cette fonction qu'il faut déterminer pour avoir une expression des pertes.

Conditions aux limites

En $e'/2 = e/2c$:

$$a_{11} \cdot (e/2c) + a_{12} = A_{bord} \quad (\text{IV.100})$$

$$a_{13} \cdot (e/2c) + a_{14} = 0 \quad (\text{IV.101})$$

En $-e'/2 = -e/2c$:

$$-a_{31} \cdot (e/2c) + a_{32} = -A_{bord} \quad (\text{IV.102})$$

$$-a_{33} \cdot (e/2c) + a_{34} = 0 \quad (\text{IV.103})$$

Conditions de continuité de A

En $e/2$:

$$a_c(e/2) = a_{11} \cdot (e/2) + a_{12} \quad (\text{IV.104})$$

$$a_s(e/2) = a_{13} \cdot (e/2) + a_{14} \quad (\text{IV.105})$$

$$\bar{a}(e/2) = a_c(e/2) + i \cdot a_s(e/2) \quad (\text{IV.106})$$

$$\alpha_c ch(\gamma e/2) + \alpha_s sh(\gamma e/2) = (a_{11} \cdot (e/2) + a_{12}) + i(a_{13} \cdot (e/2) + a_{14}) \quad (\text{IV.107})$$

En $-e/2$:

$$a_c(-e/2) = -a_{311} \cdot (e/2) + a_{32} \quad (\text{IV.108})$$

$$a_s(-e/2) = -a_{33} \cdot (e/2) + a_{34} \quad (\text{IV.109})$$

$$\bar{a}(-e/2) = a_c(-e/2) + i \cdot a_s(-e/2) \quad (\text{IV.110})$$

$$\alpha_c ch(\gamma y) - \alpha_s sh(\gamma y) = (-a_{31} \cdot (e/2) + a_{32}) + i(-a_{33} \cdot (e/2) + a_{34}) \quad (\text{IV.111})$$

Conditions de continuité de la composante tangentielle de H

Dans la tôle :

$$H_x(y, t) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{da_c(y)}{dy} \cos(\omega.t) + \frac{da_s(y)}{dy} \sin(\omega.t) \right) \quad (\text{IV.112})$$

Dans la zone (I) :

$$H_x(y, t) = \frac{1}{\mu_0} (a_{11} \cos(\omega.t) + a_{13} \sin(\omega.t)) \quad (\text{IV.113})$$

Dans la zone (III) :

$$H_x(y, t) = \frac{1}{\mu_0} (a_{31} \cos(\omega.t) + a_{33} \sin(\omega.t)) \quad (\text{IV.114})$$

Ainsi en $e/2$:

$$\frac{da_c(e/2)}{dy} = \mu_r \cdot a_{11} \quad (\text{IV.115})$$

$$\frac{da_s(e/2)}{dy} = \mu_r \cdot a_{13} \quad (\text{IV.116})$$

Et en $-e/2$:

$$\frac{da_c(-e/2)}{dy} = \mu_r \cdot a_{31} \quad (\text{IV.117})$$

$$\frac{da_s(-e/2)}{dy} = \mu_r \cdot a_{33} \quad (\text{IV.118})$$

Finalement, avec $\frac{d\bar{a}(y)}{dy} = \frac{da_c(y)}{dy} + i \cdot \frac{da_s(y)}{dy}$ et en combinant toutes les conditions précédemment énoncées, on obtient l'expression de $\bar{a}(y)$:

$$\bar{a}(y) = \frac{\mu_r \cdot B_m \cdot (e/2c)}{\mu_r \cdot sh(\gamma \cdot e/2) + (e/2)(1 - 1/c)\gamma \cdot ch(\gamma \cdot e/2)} \cdot sh(\gamma \cdot y) \quad (\text{IV.119})$$

Bibliographie

- [1] Xavier ROBOAM, Bruno SARENI et Andre DE ANDRADE : More electricity in the air : Toward optimized electrical networks embedded in more-electrical aircraft. *IEEE industrial electronics magazine*, 6(4):6–17, 2012.
- [2] Aldo BOGLIETTI, Andrea CAVAGNINO, Alberto TENCONI, Silvio VASCHETTO et Politecnico di TORINO : The safety critical electric machines and drives in the more electric aircraft : A survey. In *Industrial Electronics, 2009. IECON'09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 2587–2594. IEEE, 2009.
- [3] Etienne FOCH : L'avion tout électrique, une rupture technologique crédible. *La Revue 3 EI*, (64):6–9, 2011.
- [4] Artur VON HIPPEL : Electric breakdown of solid and liquid insulators. *Journal of Applied Physics*, 8(12):815–832, 1937.
- [5] F MASSINES, N GHERARDI, N NAUDE et P SEGUR : Glow and townsend dielectric barrier discharge in various atmosphere. *Plasma physics and controlled fusion*, 47(12B):B577, 2005.
- [6] Pierre-Daniel PFISTER et Yves PERRIARD : Very-high-speed slotless permanent-magnet motors : Analytical modeling, optimization, design, and torque measurement methods. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(1):296–303, 2010.
- [7] Bertrand NOGAREDE : Machines tournantes : conversion électromécanique de l'énergie. *Techniques de l'ingénieur. Génie électrique*, 6(D3410):D3410–1, 2000.
- [8] M van der GEEST, H POLINDER et JA FERREIRA : Influence of pwm switching frequency on the losses in pm machines. In *Electrical Machines (ICEM), 2014 International Conference on*, pages 1243–1247. IEEE, 2014.
- [9] J JAC, D MATT, N ZIEGLER, P ENRICI et T MARTIRE : Electromagnetic actuator with high torque mass ratio. permanent magnet machine with synchronous and vernier double effect. application to aeronautical systems. In *Electrical Machines and Power Electronics, 2007. ACEMP'07. International Aegean Conference on*, pages 81–86. IEEE, 2007.
- [10] Slawomir TUMANSKI : *Handbook of magnetic measurements*. CRC press, 2016.
- [11] AJ MOSES et J LEICHT : Power loss of non oriented electrical steel under square wave excitation. *IEEE transactions on magnetics*, 37(4):2737–2739, 2001.
- [12] Simin JIANG, Lijuan WANG, Liqiang WANG, Ye PENG et Zhaoli HAO : A new thermal protection approach for permanent magnet synchronous motor. In *Industrial Electronics Society, IECON 2013-39th Annual Conference of the IEEE*, pages 2536–2540. IEEE, 2013.

-
- [13] N BOUBAKER, D MATT, Ph ENRICI, T MARTIRE et Florent NIERLICH : Estimation of rotor eddy-current losses for high speed spmsm. *In Power Electronics and Applications (EPE), 2013 15th European Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2013.
- [14] D.JILES : *Introduction to magnetism and magnetic materials*. Chapman and Hall, 1991".
- [15] P BRISSONNEAU : Les domaines magnétiques. *Revue de Physique Appliquée*, 9(5):783–792, 1974.
- [16] HJ WILLIAMS, RM BOZORTH et W SHOCKLEY : Magnetic domain patterns on single crystals of silicon iron. *Physical review*, 75(1):155, 1949.
- [17] K OVERSHOTT : The use of domain observations in understanding and improving the magnetic properties of transformer steels. *IEEE Transactions on Magnetics*, 12(6):840–845, 1976.
- [18] Romain MARION : *Contribution à la modélisation du magnétisme statique et dynamique pour le génie électrique*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard-Lyon I, 2010.
- [19] G BERTOTTI, F FIORILLO et P MAZZETTI : Basic principles of magnetization processes and origin of losses in soft magnetic materials. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 112(1-3):146–149, 1992.
- [20] G BERTOTTI : Some considerations on the physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 54:1556–1560, 1986.
- [21] Katsumi YAMAZAKI et Hiroki ISHIGAMI : Rotor-shape optimization of interior-permanent-magnet motors to reduce harmonic iron losses. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(1):61–69, 2010.
- [22] Chas Proteus STEINMETZ : On the law of hysteresis. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 9(1):1–64, 1892.
- [23] Andreas KRINGS et Juliette SOULARD : Overview and comparison of iron loss models for electrical machines. *In 5th International Conference and Exhibition on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER 10), Monte-Carlo, MO-NACO, MAR 25-28, 2010*, 2010.
- [24] Giorgio BERTOTTI : General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on magnetics*, 24(1):621–630, 1988.
- [25] Katsumi YAMAZAKI et Noriaki FUKUSHIMA : Iron-loss modeling for rotating machines : Comparison between bertotti's three-term expression and 3-d eddy-current analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(8):3121–3124, 2010.
- [26] Anthony FRIAS, Afef KEDOUS-LEBOUC, Christian CHILLET, Laurent ALBERT et Lionel CALEGARI : Electrical steel solicitation in traction electrical machine. *In IECON 2012*, 2012.
- [27] Ferenc PREISACH : Über die magnetische nachwirkung. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 94(5):277–302, 1935.

- [28] I.D. MAYERGOYZ : Mathematical models of hysteresis. In *Méthodes numérique en électromagnétisme, géométrie différentielle, éléments finis, modèles d'hystérésis*. 1991.
- [29] L NÉEL : Sur les effets des interactions entre les domaines élémentaires ferromagnétiques : Bascule et reptation. *Journal de Physique et le Radium*, 20(2-3):215–221, 1959.
- [30] Douglas H EVERETT et William Ivo WHITTON : A general approach to hysteresis. *Transactions of the Faraday Society*, 48:749–757, 1952.
- [31] S BOBBIO, G MILANO, C SERPICO et C VISONE : Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysterons. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(6):4417–4426, 1997.
- [32] Y MATSUO : Comparison of rotational hysteretic properties of isotropic vector stop models. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(3):1194–1197, 2009.
- [33] Junji KITAO, Kazushige HASHIMOTO, Yasuhito TAKAHASHI, Koji FUJIWARA, Yoshiyuki ISHIHARA, Akira AHAGON et Tetsuji MATSUO : Magnetic field analysis of ring core taking account of hysteretic property using play model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(11):3375–3378, 2012.
- [34] David C JILES et JB THOELKE : Theory of ferromagnetic hysteresis : determination of model parameters from experimental hysteresis loops. *IEEE Transactions on magnetics*, 25(5):3928–3930, 1989.
- [35] Romain MARION, Riccardo SCORRETTI, Nicolas SIAUVE, Marie-Ange RAULET et Laurent KRAHENBUHL : Identification of jiles–atherton model parameters using particle swarm optimization. *IEEE transactions on magnetics*, 44(6):894–897, 2008.
- [36] Xavier JANNOT, J-C VANNIER, Afef KEDOUS-LEBOUC, Claude MARCHAND, Mohamed GABSI et Jacques SAINT-MICHEL : Analytical computation of stator iron losses in interior permanent-magnet synchronous machine. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2010.
- [37] T CHEVALIER, A KEDOUS-LEBOUC, B CORNUT et C CESTER : Estimation of magnetic loss in an induction motor fed with sinusoidal supply using a finite element software and a new approach to dynamic hysteresis. *IEEE transactions on magnetics*, 35(5):3400–3402, 1999.
- [38] T CHEVALIER, A KEDOUS-LEBOUC, B CORNUT et C CESTER : A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet. *Physica B : Condensed Matter*, 275(1):197–201, 2000.
- [39] Li LI, Afef KEDOUS-LEBOUC, Albert FOGGIA et Jean-Claude MIPO : An iron loss model (loss surface) for feco sheet and its application in machine design. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2010.
- [40] Anthony FRIAS : *Minimisation des pertes fer des machines électrique de traction par la modélisation et l'optimisation*. Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes, 2015.

- [41] Giorgio BERTOTTI : Dynamic generalization of the scalar preisach model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(5):2599–2601, 1992.
- [42] Sergey E ZIRKA, Yury I MOROZ, Philip MARKETOS et Anthony J MOSES : Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials. *IEEE transactions on magnetics*, 42(9):2121–2132, 2006.
- [43] Anders BERGQVIST : Magnetic vector hysteresis model with dry friction-like pinning. *Physica B : Condensed Matter*, 233(4):342–347, 1997.
- [44] Anders BERGQVIST, Anders LUNDGREN et Göran ENGDAHL : Experimental testing of an anisotropic vector hysteresis model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(5):4152–4154, 1997.
- [45] Ned MOHAN et Tore M UNDELAND : *Power electronics : converters, applications, and design*. John Wiley & Sons, 2007.
- [46] OI BUTLER et CY MANG : The predetermination of the magnetic properties of ferromagnetic laminae at power and audio frequencies. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part II : Power Engineering*, 95(43):25–37, 1948.
- [47] B THOMAS : The influence of material thickness on the magnetic properties of co-fe-v alloy. *IEEE Transactions on Magnetics*, 17(5):2470–2479, 1981.
- [48] Daniel EGGERS, Simon STEENTJES et Kay HAMEYER : Advanced iron-loss estimation for nonlinear material behavior. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(11):3021–3024, 2012.
- [49] A MOUILLET, JL ILLE, M AKROUNE et MA DAMI : Magnetic and loss characteristics of nonoriented silicon-iron under unconventional conditions. *IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology*, 141(1):75–78, 1994.
- [50] AJ MOSES et J LEICHT : Power loss of non oriented electrical steel under square wave excitation. *IEEE transactions on magnetics*, 37(4):2737–2739, 2001.
- [51] K OVERSHOTT : The causes of the anomalous loss in amorphous ribbon materials. *IEEE transactions on Magnetics*, 17(6):2698–2700, 1981.
- [52] Weimin GUAN, Haiyang KONG, Miao JIN, Lei LAN, Zhiye DU, Yadong ZHANG, Jiangjun RUAN et Hailong ZHANG : Analysis of excess loss in sife laminations considering eddy-current dominated domain wall motion. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(3):1–4, 2015.
- [53] Katsumi YAMAZAKI et Noriaki FUKUSHIMA : Experimental validation of iron loss model for rotating machines based on direct eddy current analysis of electrical steel sheets. In *Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC'09. IEEE International*, pages 851–857. IEEE, 2009.
- [54] Lucian PETREA, Cristian DEMIAN, Jean François BRUDNY et Thierry BELGRAND : High-frequency harmonic effects on low-frequency iron losses. *IEEE Transactions on Magnetics*, 50(11):1–4, 2014.
- [55] Simon STEENTJES, Georg von PFINGSTEN, Marco HOMBITZER et Kay HAMEYER : Iron-loss model with consideration of minor loops applied to fe-simulations of electrical machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(7):3945–3948, 2013.

- [56] Jonas MUHLETHALER, Jürgen BIELA, Johann Walter KOLAR et Andreas ECKLEBE : Core losses under the dc bias condition based on steinmetz parameters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(2):953–963, 2012.
- [57] Malcolm MACLAREN : The effect of temperature upon the hysteresis loss in sheet steel. *Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers*, 31(10):1895–1905, 1912.
- [58] Junquan CHEN, Dong WANG, Siwei CHENG, Yu WANG, Yonghong ZHU et Quan LIU : Modeling of temperature effects on magnetic property of nonoriented silicon steel lamination. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(11):1–4, 2015.
- [59] Andreas KRINGS, Juliette SOULARD et Oskar WALLMARK : Pwm influence on the iron losses and characteristics of a slotless permanent-magnet motor with sife and nife stator cores. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 51(2):1475–1484, 2015.
- [60] S BOBBIO et G MARRUCCI : A possible alternative to preisach’s model of static hysteresis. *Il Nuovo Cimento D*, 15(5):723–733, 1993.
- [61] S BOBBIO, M DE MAGISTRIS, G MIANO, C VISONE, E ZAMPARELLI et G MARRUCCI : A new model of scalar magnetic hysteresis. *IEEE Transactions on magnetics*, 30(5):3367–3370, 1994.
- [62] Dingsheng LIN, Ping ZHOU, Chuan LU, Ningning CHEN et Marius ROSU : Construction of magnetic hysteresis loops and its applications in parameter identification for hysteresis models. In *Electrical Machines (ICEM), 2014 International Conference on*, pages 1050–1055. IEEE, 2014.
- [63] Dingsheng LIN, Ping ZHOU et Anders BERGGVIST : Improved vector play model and parameter identification for magnetic hysteresis materials. *IEEE Transactions on magnetics*, 50(2):357–360, 2014.
- [64] A GIRAUD, A BERNOT, Y LEFÈVRE et JF LLIBRE : Modeling quasi-static magnetic hysteresis : A new implementation of the play model based on experimental asymmetrical b (h) loops. In *Electrical Machines (ICEM), 2016 XXII International Conference on*, pages 1895–1901. IEEE, 2016.
- [65] Charles F VAN LOAN : Matrix computations (johns hopkins studies in mathematical sciences), 1996.
- [66] Olivier MALOBERTI, Gérard MEUNIER et A Kedous LEBouc : Hysteresis of soft materials inside formulations : Delayed diffusion equations, fields coupling, and nonlinear properties. *IEEE Transactions on Magnetics*, 44(6):914–917, 2008.
- [67] A GIRAUD, A BERNOT, Y LEFEVRE et JF LLIBRE : Measurement of magnetic hysteresis swelling-up with frequency : Impact on iron losses in electric machine sheets. In *Electronics, Control, Measurement, Signals and their Application to Mechatronics (ECMSM), 2017 IEEE International Workshop of*, pages 1–6. IEEE, 2017.
- [68] Johan GYSELINCK et Patrick DULAR : A time-domain homogenization technique for laminated iron cores in 3-d finite-element models. *IEEE transactions on magnetics*, 40(2):856–859, 2004.

-
- [69] Olivier MALOBERTI, V MAZAURIC, Gérard MEUNIER, Afef KEDOUS-LEBOUC, P WENDLING et Bruno COLIN : A magnetic vector potential formulation to deal with dynamic induced losses within 2-d models. *IEEE Transactions on Magnetism*, 43(4):1205–1208, 2007.
- [70] José-Philippe PÉREZ, Robert FLECKINGER et Robert CARLES : *Electromagnétisme : fondements et applications : avec 300 exercices et problèmes résolus*. Masson, 1997.
- [71] Richard L STOLL : *The analysis of eddy currents*. Clarendon Press, 1974.
- [72] Michał BEREŹNICKI : The influence of skin effect on the accuracy of eddy current energy loss calculation in electrical steel sheets. In *Selected Problems of Electrical Engineering and Electronics (WZEE)*, 2015, pages 1–4. IEEE, 2015.
- [73] Patrick DULAR, Johan GYSELINCK, Christophe GEUZAINÉ, Nelson SADOWSKI et JPA BASTOS : A 3-d magnetic vector potential formulation taking eddy currents in lamination stacks into account. *IEEE Transactions on Magnetism*, 39(3):1424–1427, 2003.
- [74] Hamed HAMZEHBHMANI, Philip ANDERSON et Simon PREECE : Application of an advanced eddy-current loss modelling to magnetic properties of electrical steel laminations in a wide range of measurements. *IET Science, Measurement & Technology*, 9(7):807–816, 2015.
- [75] N DEMERDASH et D GILLOTT : A new approach for determination of eddy current and flux penetration in nonlinear ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetism*, 10(3):682–685, 1974.
- [76] Christophe GUÉRIN : *Détermination des pertes par courants de Foucault dans les cuves de transformateurs. Modélisation de régions minces et prise en compte de la saturation des matériaux magnétiques en régime harmonique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 1994.
- [77] Gerhard PAOLI, OZSKÁR BIRO et Gerhard BUCHGRABER : Complex representation in nonlinear time harmonic eddy current problems. *IEEE Transactions on Magnetism*, 34(5):2625–2628, 1998.
- [78] E VASSENT, G MEUNIER et JC SABONNADIER : Simulation of induction machine operation using complex magnetodynamic finite elements. *IEEE Transactions on Magnetism*, 25(4):3064–3066, 1989.