



**HAL**  
open science

# Cristaux phononiques hypersoniques accordables à base de matériaux hybrides (organique/inorganique)

Abdellatif Gueddida

► **To cite this version:**

Abdellatif Gueddida. Cristaux phononiques hypersoniques accordables à base de matériaux hybrides (organique/inorganique). Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université de Lille; Université Mohammed Premier Oujda (Maroc), 2018. Français. NNT : 2018LILUI034 . tel-04236504

**HAL Id: tel-04236504**

**<https://theses.hal.science/tel-04236504>**

Submitted on 11 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse en cotutelle**

Présentée par

**Abdellatif GUEDDIDA**

Pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Lille**

Discipline : Physique et science des matériaux

**Docteur de l'Université Mohammed Premier d'Oujda**

Spécialité : Science des matériaux

**Cristaux phononiques hypersoniques accordables à base de  
matériaux hybrides (organique/inorganique)**

Soutenue le 24/07/ 2018 devant le jury composé de :

Rapporteurs :

**Nour-Eddine Fettouhi**, Professeur, Université Mohammed V, Agdal, Rabat, Maroc

**Abdelkrim Khelif**, Directeur de Recherche CNRS, Université de Franche-Comté, Besançon

Examineurs :

**Noama Ouchani**, Professeur Assistant, Centre Régional des Métiers de l'Éducation et de la Formation, Fès, Maroc

**Bernard Bonello**, Directeur de Recherche CNRS, INSP Université Pierre et Marie Curie, Paris

Invités :

**Youssef El Hassouani**, Professeur Habilité, Faculté des Sciences et Techniques Errachidia, Maroc

**Bahram Djafari-Rouhani**, Professeur Émérite, Université de Lille

Directeurs de thèse :

**Yan Pennec**, Professeur, Université de Lille

**El Houssaine El Boudouti**, Professeur, Université Mohammed Premier, Oujda, Maroc



## Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué dans le cadre d'une convention de cotutelle entre l'université de Lille et l'université Mohammed Premier d'Oujda, au sein de l'équipe EPHONI de l'institut d'électronique, Microélectronique et Nanotechnologie (IEMN) de Lille et le Laboratoire de Physique de la Matière et de Rayonnement de la Faculté des Sciences d'Oujda. C'est un grand plaisir pour moi de remercier ceux qui ont rendu cette thèse possible.

Je voudrai tout d'abord remercier mes directeurs de thèse Yan PENNEC Professeur à l'université de Lille et El Houssaine EL BOUDOUTI Professeur à l'université Mohammed Premier d'Oujda, d'avoir accepté d'encadrer ce travail de thèse. Je les remercie pour leurs patiences, leurs motivations, leurs compétences scientifiques et leurs soutiens continus tout au long de mes recherches ainsi qu'au cours de la rédaction de cette thèse.

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude au professeur Bahram DJAFARI-ROUHANI responsable de l'équipe EPHONI, sans son soutien il serait beaucoup plus difficile de mener à bien cette thèse. Je le remercie de m'avoir accueilli dans son équipe. Les discussions scientifiques avec lui et le temps qu'il m'a consacré m'ont beaucoup aidé à comprendre le sujet et le faire avancer. Ce fut un honneur pour moi d'avoir eu l'opportunité d'apprendre de quelqu'un avec toutes ses compétences scientifiques et ses qualités humaines.

Je voudrais témoigner de ma gratitude envers les membres de jury de ma thèse: Abdelkrim KHELIF, Directeur de Recherche CNRS à l'université de Franche-Comté de Besançon, Nour-Eddine FETTOUHI, Professeur à l'université Mohammed V de Rabat, Youssef EL HASSOUANI, Professeur Habilité à la Faculté des Sciences et Techniques d'Errachidia, Noama OUCHANI, Professeur Assistant du Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation de Fès et Bernard BONELLO, Directeur de Recherche CNRS à l'université Pierre et Marie Curie de Paris, d'avoir accepté d'examiner et de rapporter sur mes travaux de thèse.

Ce travail de thèse a été réalisé en collaboration étroite avec d'autres laboratoires, je tiens donc à remercier en particulier :

Le Professeur G. FYTAS et E. ALONSO-REDONDO de l'institut Max Plank au Mainz (Allemagne) et le Professeur Z. N. UTEGULOV et A. M. RAKHYMZHANOV de

l'université Nazarbayev d'Astana (Kazakhstan), pour les résultats expérimentaux et les discussions scientifiques.

Un remerciement bien particulier s'adresse au professeur Abdellatif AKJOUJ Directeur du Département de physique et membre de l'équipe EPHONI. Je tiens à lui exprimer ma gratitude pour son soutien, son encouragement et ses conseils. Je le remercie très vivement pour la confiance qu'il m'a accordée pour effectuer mon stage de Master 2 au sein du Département de Physique.

Je voudrais remercier tous les membres de l'équipe EPHONI, en particulier Gaëtan LEVEQUE Maître de conférences à l'université de Lille, Stéphanie HUMON Maître de conférences à l'université de Lille et Leonard DOBRZYNSKI Directeur de recherches CNRS à l'université de Lille pour leur accueil sympathique et leur encouragement.

J'adresse aussi mes remerciements aux Professeurs de physique du Master OM (Optique et Matériaux) du département de physique de la Faculté des Sciences d'Oujda, en particulier Messieurs les Professeurs Khalid LAABIDI, Driss BRIA, Abdelkrim NOUGAOUI, Mostafa ELAMRANI, Larbi ELFARH, Fouad FETHI, Khalil KASSMI, A. DAOUDI, A. KHETTABI, Merzouki SALHI, Abdelilah FARESS, Mohammed DIOURI, pour m'avoir permis de bénéficier d'une base solide en physique et en informatique pendant la formation de Master. Je les remercie aussi de m'avoir donné l'occasion pour effectuer mon stage de Master 2 au sien de l'équipe EPHONI.

Je voudrais également remercier l'ensemble des mes collègues et amis, thésards, docteurs, post-doctorants et professeurs avec qui j'ai partagé ces années de thèse.

Je remercie enfin celles et ceux qui me sont chers. Leurs attentions et encouragements m'ont accompagné tout au long de ces années. En particulier, je suis redevable à mes parents, mes deux sœurs et mon frère. Un remerciement bien particulier à ma mère pour tout ce qu'elle a fait pour moi.

# Table des matières

<b>Introduction générale.....</b>	<b>9</b>
<b>Chapitre 1 : Introduction aux cristaux phononiques : Historique, Applications et Méthodes de calcul .....</b>	<b>13</b>
1. 1	Cristaux phononiques : Etat de l'art..... 14
1. 1. 1	Historique ..... 14
1. 1. 2	Origine des bandes interdites phononiques ..... 17
1. 1. 3	Applications des cristaux phononiques ..... 19
1. 1. 4	Cristaux hypersoniques à base de matériaux polymères ..... 22
1. 1. 4. 1	Cristaux hypersoniques à 1D ..... 23
1. 1. 4. 2	Cristaux hypersoniques à 2D ..... 25
1. 1. 4. 3	Cristaux hypersoniques à 3D ..... 26
1. 2	Théorie d'élasticité et méthodes de calcul ..... 28
1. 2. 1	Théorie d'élasticité..... 28
1. 2. 1. 1	Tenseurs des contraintes et des déformations ..... 28
1. 2. 1. 2	Loi de Hooke..... 29
1. 2. 1. 3	Equation du Mouvement..... 30
1. 2. 2	Méthodes de calcul..... 32
1. 3	Conclusion..... 35
Références .....	36
<b>Chapitre 2 : Propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique 1D à base de matériaux hybrides (organique/inorganique).....</b>	<b>40</b>
2. 1	Introduction ..... 41
2. 2	Propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique 1D à ondes de surface ..... 44
2. 2. 1	Présentation de la structure phononique..... 44
2. 2. 2	Méthode numérique de calcul ..... 45
2. 2. 3	Propagation des ondes élastiques dans la direction parallèle aux stries..... 46
2. 2. 3. 1	Courbe de dispersion..... 46
2. 2. 3. 2	Analyse de la courbe de dispersion du cristal phononique ..... 47
2. 2. 4	Propagation des ondes élastiques dans la direction perpendiculaire aux stries.. 52
2. 2. 5	Effet des paramètres géométriques sur la courbe de dispersion..... 53
2. 2. 6	Effet de l'infiltration du CP par un polymère liquide (Cargille) ..... 55

2. 2. 6. 1	Méthode de calcul .....	56
2. 2. 6. 2	Propagation parallèle aux stries infiltrées par le Cargille .....	57
2. 2. 6. 3	Propagation perpendiculaire aux stries infiltrées par le Cargille .....	59
2. 3	Réalisation et caractérisation expérimentale du CP hypersonique 1D.....	60
2. 3. 1	Fabrication de l'échantillon .....	60
2. 3. 2	Caractérisation expérimentale par spectroscopie Brillouin.....	61
2. 3. 3	Modèle numérique pour le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin de la lumière (BLS) .....	63
2. 3. 4	Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.....	66
2. 3. 4. 1	Polarisation VV.....	66
2. 3. 4. 2	Polarisation VH.....	67
2. 3. 5	Effet de vieillissement des stries sur les propriétés mécaniques de la structure phononique.....	69
2. 3. 5. 1	Stries de forme ondulée .....	69
2. 3. 5. 2	Stries de forme trapézoïdale.....	71
2. 3. 5. 3	Stries en contact au sommet.....	71
2. 3. 5. 4	Effet de la variation des vitesses transverse et longitudinale.....	72
2. 3. 5. 5	Effet de la hauteur sur la dégradation de la structure.....	73
2. 3. 5. 6	Infiltration de la structure phononique par un polymère liquide .....	75
2. 4	Conclusion.....	78
	Références .....	80

**Chapitre 3 : Propagation des ondes élastiques dans un super-réseau semi-infini à base des matériaux hybrides (PMMA/BaTiO<sub>3</sub>) ..... 82**

3. 1	Introduction .....	83
3. 2	Présentation de la structure phononique.....	86
3. 3	Caractérisation expérimentale et calcul numérique des spectres Brillouin.....	87
3. 4	Transmission optique .....	89
3. 5	Propagation perpendiculaire aux couches .....	91
3. 5. 1	Courbe de dispersion .....	91
3. 5. 2	Spectres de diffusion Brillouin.....	93
3. 5. 2. 1	Validité du calcul numérique de la diffusion Brillouin.....	93
3. 5. 2. 2	Spectres de diffusion Brillouin théoriques et expérimentaux du super-réseau .....	94
3. 6	Propagation parallèle aux couches du super-réseau .....	96

3. 6. 1	Courbe de dispersion .....	96
3. 6. 2	Spectres de diffusion Brillouin théoriques et expérimentaux .....	98
3. 6. 3	Effet de la périodicité sur la courbe de dispersion .....	101
3. 7	Etude de la vitesse effective de la couche hybride de BaTiO <sub>3</sub> .....	103
3. 8	Conclusion.....	106
	Références .....	107

**Chapitre 4 : Structure de bandes d'un cristal phononique 2D réalisé par la technique de polymérisation à deux photons induite par laser femtoseconde ..... 110**

4. 1	Introduction .....	111
4. 2	Présentation de la structure phononique.....	114
4. 3	Calcul de la courbe de dispersion.....	115
4. 4	Caractérisation expérimentale .....	118
4. 5	Calcul numérique des spectres de diffusion Brillouin de la lumière.....	119
4. 6	Cristal phononique 2D avec des inclusions d'air.....	120
4. 6. 1	Propriétés élastiques du film nano-structuré de ZPO.....	121
4. 6. 2	Propriétés photo-élastiques du film nano-structuré de ZPO .....	123
4. 7	Cristal phononique 2D avec des trous remplis de Cargille .....	126
4. 8	Etude de l'effet de la géométrie et des propriétés élastiques du cristal phononique sur la vitesse effective.....	132
4. 9	Conclusion.....	134
	Références .....	135

**Chapitre 5 : Méthode de simulation numérique de la diffusion Brillouin de la lumière : Effet photo-élastique et effet de mouvement des interfaces ..... 137**

5. 1	Introduction .....	138
5. 2	Théorie de la diffusion Brillouin de la lumière .....	141
5. 3	Méthode de simulation numérique de la diffusion Brillouin de la lumière.....	142
5. 3. 1	Principe de la méthode .....	142
5. 3. 2	Présentation de la géométrie .....	143
5. 3. 3	Courbe de dispersion phononique de la membrane de Si .....	143
5. 3. 4	Calcul de la transmission optique à travers la membrane déformée .....	145
5. 3. 4. 1	Effet photo-élastique .....	145
5. 3. 4. 2	Effet du mouvement des interfaces .....	146
5. 3. 5	Transmission optique à travers la membrane déformée et non déformée.....	146
5. 3. 6	Intensité de diffusion Brillouin de la lumière.....	147

5. 4	Effet de la polarisation du champ électrique de la lumière incidente et diffusée sur l'intensité BLS.....	149
5. 4. 1	Polarisation VV et HH .....	150
5. 4. 2	Polarisation VH.....	154
5. 5	Ordres des ondes évanescentes .....	155
5. 6	Conclusion.....	156
	Références .....	157
	<b>Conclusion générale .....</b>	<b>159</b>
	<b>Annexe .....</b>	<b>162</b>

## Introduction générale

En physique des solides, la distribution ordonnée des atomes dans un cristal forme un potentiel périodique qui affecte le déplacement des électrons dans le cristal. Ces derniers peuvent être traités comme des ondes qui se propagent dans ce potentiel périodique dans des intervalles d'énergie bien déterminés comme dans le cas d'un cristal semi-conducteur. Pour ce dernier, les intervalles des énergies électroniques sont séparés en deux bandes : bande de valence et bande de conduction. Entre ces deux bandes il existe une bande interdite ou 'gap' qui représente l'intervalle des énergies inaccessibles aux électrons. Par analogie avec les semi-conducteurs, le concept de bande interdite a été transposé aux photons et aux ondes électromagnétiques. Dans ce cas, on parle du cristal photonique qui se définit comme un arrangement périodique de matériaux diélectriques avec des constantes diélectriques différentes suivant une (1D), deux (2D) ou trois (3D) dimensions. L'existence et la largeur des bandes interdites photoniques sont liées au contraste d'indice de réfraction entre les constituants mais également aux propriétés géométriques du cristal photonique.

De la même manière, le concept de bande interdite a été introduit aux ondes élastiques/acoustiques. Le cristal phononique est l'analogue mécanique des cristaux photoniques pour les ondes électromagnétiques et des semi-conducteurs pour les fonctions d'ondes électroniques. Il présente une modulation périodique des propriétés élastiques (masse volumique et constantes élastiques) à une (1D), deux (2D) ou trois (3D) dimensions. Ces structures peuvent présenter des bandes interdites phononiques pour lesquelles le cristal se comporte comme un miroir vis à vis des ondes élastiques. En générale, l'existence de bandes interdites dans les milieux périodiques est attribuée à l'effet de la diffraction de Bragg où les phénomènes de la diffusion et d'interférence des ondes dans le milieu périodique représentent des propriétés essentielles. La fréquence et la largeur de ces bandes dépendent des propriétés physiques et géométriques du cristal telles que le contraste d'impédances acoustiques, la symétrie du cristal, la forme des inclusions, le facteur de remplissage... Ces bandes interdites peuvent être partielles si elles dépendent de la direction de propagation des ondes, ou absolues si elles existent quel que soit la direction de propagation de l'onde incidente.

Les cristaux phononiques représentent une nouvelle classe de matériaux fabriqués qui permettent la manipulation systématique des ondes élastiques. Ils ouvrent la voie à des phénomènes physiques nouveaux comme la réfraction négative des ondes élastiques ou la

super-focalisation. Les applications des cristaux phononiques sont variées qui touchent, selon la fréquence de fonctionnement, le domaine sismique, sonore ( $10^2$ - $10^4$  Hz), ultrasonique, hypersonique et jusqu'au transport de la chaleur ( $10^{12}$  Hz). En raison de la faisabilité expérimentale et des applications possibles dans les domaines de réduction des nuisances sonores et de l'atténuation des ondes sismiques, les premières observations expérimentales sont souvent réalisées dans les fréquences soniques et ultrasoniques qui présentent des périodicités macroscopiques. Les progrès technologiques récents ont permis la fabrication de matériaux périodiques à l'échelle submicrométrique, déplaçant ainsi l'étude des propriétés phononiques vers la gamme hypersonique (gigahertz, GHz) et même sous-terahertz (THz). Dans ces domaines, de nouvelles applications sont envisageables telles que le contrôle de la chaleur et le développement des dispositifs acousto-optiques.

Deux types de matériaux ont été exploités pour la réalisation des cristaux hypersoniques : il s'agit des matériaux inorganiques (les semi-conducteurs) et organiques (les polymères). Les matériaux inorganiques sont caractérisés par de forts contrastes d'impédance acoustique et d'indice de réfraction, mais nécessitent des techniques de fabrication coûteuses. Pour les matériaux organiques, le contraste d'impédance acoustique et d'indice de réfraction est faible par rapport à l'air. Cependant, ils présentent des avantages tels qu'une flexibilité mécanique, une transparence pour la lumière et un coût relativement faible de fabrication. La combinaison de ces deux matériaux, organique et inorganique, offre la possibilité de rassembler les propriétés physiques des deux types de matériaux dans la même structure, permettant ainsi d'élargir la gamme d'impédance acoustique. Par ailleurs, la détermination des propriétés physiques des matériaux nanostructurés de dimension submicronique est une condition nécessaire pour accéder aux concepts fondamentaux de nouvelles applications liées à cette gamme de fréquences. Ce travail de thèse représente une contribution à l'étude de la propagation des ondes élastiques dans des cristaux hypersoniques à base de matériaux hybrides. Ce travail s'appuie sur une collaboration avec d'autres équipes de recherche pour la fabrication des échantillons (USA et Kazakhstan) et pour la caractérisation expérimentale par diffusion Brillouin de la lumière (Allemagne et Espagne). A l'aide de la simulation numérique par la méthode des éléments finis, nous avons étudié les propriétés phononiques (courbes de dispersion et champ de déplacement) de ces cristaux hypersoniques. Nous présentons ainsi notre contribution à la détermination des propriétés physiques des constituants à travers la comparaison entre le calcul numérique et la mesure expérimentale des spectres de diffusion Brillouin.

Ce rapport de thèse est organisé en cinq chapitres.

Le chapitre 1 présente une brève introduction aux cristaux phononiques, à savoir l'histoire du domaine et les applications usuelles. Puis nous présenterons les travaux réalisés sur les cristaux hypersoniques à base de matériaux organiques/inorganiques. Enfin, nous terminerons le chapitre par quelques notions sur l'élasticité et les méthodes de simulation de la propagation des ondes élastiques dans les milieux périodiques.

Dans le chapitre 2, nous présentons l'étude de la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique à ondes de surface formé par l'arrangement périodique unidimensionnel des nano-stries d'époxy (époxy-POSS) déposés sur un substrat de verre. Le premier objectif de ce chapitre est d'identifier par le calcul numérique les différents modes de vibration obtenus dans les deux cas de propagation, à savoir parallèle et perpendiculaire aux nano-stries d'époxy. Nous étudions ensuite l'effet des paramètres géométriques sur les courbes de dispersion ainsi que le cas où l'espace entre les stries est rempli avec un polymère liquide (Cargille). Le second objectif porte sur une comparaison directe des calculs numériques avec les mesures expérimentales. Pour cela, nous avons développé un modèle simplifié pour modéliser le phénomène de diffusion Brillouin de la lumière. Grâce à cette comparaison, nous avons pu caractériser de façon détaillée les propriétés élastiques et photo-élastiques des nano-stries à base des polymères. Nous avons également mis en évidence l'effet de vieillissement des nano-stries sur les propriétés phononiques du cristal phononique.

Le chapitre 3 a pour objectif de déterminer les propriétés élastiques, photo-élastiques et optiques d'un super-réseau (SR) hybride à base de PMMA et BaTiO<sub>3</sub> (titanate de baryum), réalisé par la technique de *spin-coating*. La détermination de ces propriétés est obtenue à travers la comparaison entre les calculs numériques et les mesures expérimentales des courbes de dispersion phononiques, des courbes de transmission optiques et des spectres de diffusion Brillouin de la lumière. Nous avons également déterminé la nature des modes observés ainsi que l'effet de l'infiltration du polymère PMMA dans la couche de BaTiO<sub>3</sub> sur les propriétés élastiques et optiques du SR.

Dans le chapitre 4, nous nous sommes intéressés à l'étude de la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique à deux dimensions à base de matériaux hybrides. Cette structure est réalisée pour la première fois par la technique de polymérisation à deux photons (2PP). Il s'agit d'inclusions cylindriques de sections carrées arrangées suivant un réseau carré dans un film suffisamment épais de Propoxyde de Zirconium (ZPO). Le film de ZPO est

déposé sur un substrat semi-infini de verre. L'objectif de cette étude est la caractérisation des propriétés élastiques et photo-élastiques du matériau nano-structuré. En particulier, nous avons analysé la nature vibratoire des modes observés par spectroscopie Brillouin dans le cas de deux échantillons. Le premier est constitué d'inclusions d'air et dans le deuxième, les inclusions sont remplies par un polymère liquide (Cargille). Nous avons également étudié l'effet de la symétrie du réseau, de la forme de la section des inclusions et de leurs propriétés élastiques sur la vitesse effective du cristal phononique.

Le modèle que nous avons utilisé dans les chapitres précédents pour le calcul des spectres de diffusion n'est valable que dans le cas des matériaux à indice de réfraction faible (proches de celui de l'air). Dans le chapitre 5 nous avons présenté une méthode numérique qui permet le calcul des spectres de diffusion Brillouin de la lumière (BLS) quelle que soit la valeur de l'indice de réfraction du matériau considéré. Nous avons appliqué cette méthode sur une membrane de silicium. Nous avons analysé et discuté les spectres BLS obtenus à partir de trois polarisations. Les résultats du calcul numérique ont montré un bon accord avec les mesures expérimentales.

**Chapitre 1 : Introduction aux cristaux  
phononiques : Historique, Applications et  
Méthodes de calcul**

## 1. 1 Cristaux phononiques : Etat de l'art

### 1. 1. 1 Historique

La propagation des ondes dans un milieu périodique présente des similarités quel que soit le domaine de la physique concernée. La physique des semi-conducteurs est en effet basée sur les interactions entre l'onde représentant la densité de probabilité de présence d'un électron et le potentiel périodique induit par le réseau cristallin. Cet électron ne peut exister que dans des niveaux d'énergies bien déterminés séparés par des bandes interdites, qui proviennent de la diffraction des ondes par la structure périodique et des phénomènes d'interférences destructives résultants. De la même façon, un matériau composite dont l'indice de réfraction varie périodiquement dans les différentes directions de l'espace peut présenter des bandes interdites pour les ondes électromagnétiques. Ces matériaux portent le nom de cristaux photoniques [1,2].

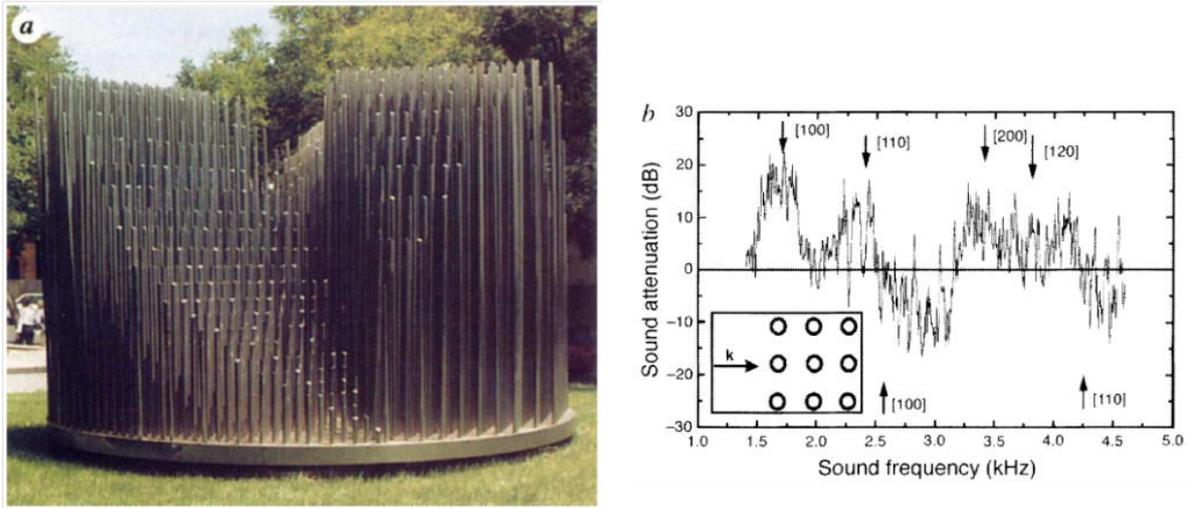
Par analogie avec les semi-conducteurs et les cristaux photoniques, des bandes interdites peuvent exister aussi pour les ondes élastiques/acoustiques. Les cristaux phononiques deviennent les analogues acoustiques des cristaux photoniques. Cependant, il existe des différences importantes entre les ondes électromagnétiques et les ondes acoustiques. Les ondes acoustiques ne peuvent pas se propager dans le vide, tandis que les ondes électromagnétiques peuvent s'y propager. En outre, une onde acoustique dans un solide cristallin peut avoir jusqu'à trois polarisations indépendantes (deux transverses et une longitudinale) alors que l'onde électromagnétique ne peut avoir que deux polarisations.

Les cristaux phononiques sont des matériaux artificiels présentant des variations périodiques de leurs propriétés acoustiques (densité volumique et constantes élastiques) selon une (1D), deux (2D) ou trois (3D) dimensions. La caractéristique principale de ce type de matériaux est la possibilité de pouvoir interdire la propagation des ondes élastiques (ou acoustique) dans des gammes de fréquences appelées bandes interdites. Dans un cristal phononique, la densité et les constantes élastiques sont des fonctions de la position, alors que dans le cas d'un cristal photonique le seul paramètre qui dépend de la position est l'indice de réfraction. L'étude de la propagation des ondes élastiques dans les matériaux périodiques unidimensionnels appelés les super-réseaux a commencée dans les années 1956 avec le travail de Rytov [3]. Cependant, la notion de bande interdite phononique est apparue pour la première fois en 1992 avec les travaux simultanés de Economou et Sigalas [4,5] d'une part et de Kushwaha et al. [6] d'autre part. Dans leur première étude, Sigalas et Economou ont

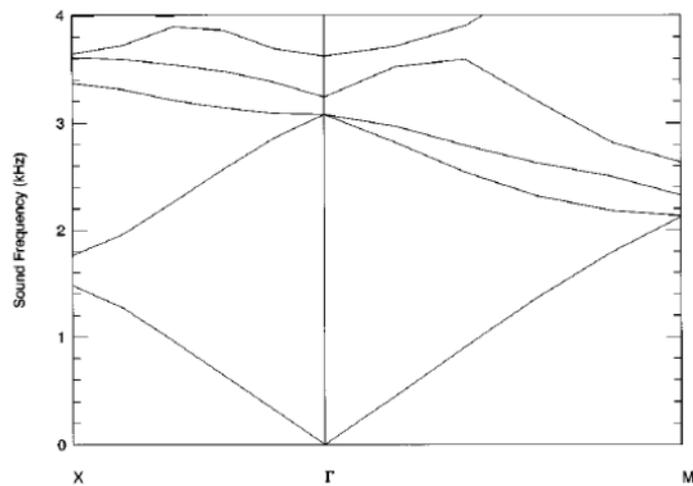
montré, pour la première fois, l'existence des bandes interdites pour les ondes élastiques se propageant dans des systèmes périodiques composés de sphères solides [4] (et éventuellement liquides) placées périodiquement dans un matériau solide (liquide). Ils ont mis en évidence l'effet du rapport des vitesses et des densités dans les deux matériaux sur la bande interdite phononique. En particulier, ils ont montré que pour avoir une bande interdite, la densité volumique des sphères doit être supérieure à celle de la matrice, tandis que la vitesse doit être plus petite. Le deuxième travail de ces auteurs [5] ainsi que celui de Kushwaha et al.[6], a été réalisé sur une structure phononiques à 2D. Il s'agit d'un cristal phononique bidimensionnel infini constitué de l'arrangement périodique d'inclusions cylindriques dans une matrice. Dans le cas de la propagation de l'onde élastique (acoustique) dans la direction perpendiculaire à l'axe des cylindres, les modes propres de vibration se séparent en deux ensembles de vibrations indépendantes. Dans le premier ensemble, les modes ont une polarisation mixte, longitudinale et transverse horizontale, donnant lieu à des vibrations dans le plan perpendiculaire à l'axe des cylindres. Dans le deuxième ensemble, les modes ont une polarisation purement transverse et la vibration associée se fait dans la direction parallèle à l'axe des cylindres. Kushwaha et al. ont mis en évidence la présence d'une bande interdite dans un cristal phononique bidimensionnel infini constitué des cylindres d'aluminium (resp. Nickel) insérés dans une matrice de Nickel (resp. Aluminium). Dans leur étude, ils ont tenu compte uniquement des modes de polarisation purement transverse alors que Sigalas et Economou ont tenu compte des deux polarisations (mixte et transverse) dans le cas d'un cristal phononique 2D à base de matériaux solide ou fluide. Ils ont montré que dans le cas des matériaux fluides, la bande interdite est obtenue facilement contrairement au cas solide. Ceci est due au fait qu'un milieu fluide ne peut supporter que les ondes de polarisation longitudinale.

La démonstration expérimentale de l'existence des bandes interdites phononiques a été réalisée pour la première fois en 1996 par Martinez-Sala et al. [7] sur la sculpture d'Eusebio Sempere exposée à *Juan March Foundation* de Madrid. Cette sculpture consiste en une distribution périodique de cylindres creux en acier inoxydable d'un diamètre de 2,9 cm selon un réseau carré, la période de la cellule élémentaire du réseau étant de 10 cm. Les cylindres sont fixés sur une plaque circulaire de 4 m de diamètre pouvant pivoter autour d'un axe vertical (figure 1.1a). Les mesures de l'atténuation ont été effectuées pour les ondes sonores de vecteur d'onde parallèle à la direction [100] (figure 1.1b). Comme le montre la courbe de l'atténuation sonore obtenue, les auteurs ont attribué le pic observé à 1.67 KHz à une bande

interdite. Après un an, Sigalas et Economou [8] ont étudié théoriquement la propagation des ondes acoustique dans une structure phononique semblable à cette sculpture. A l'aide de la méthode des ondes plane (PWE) et de la méthode de la matrice de transfert (TMM), ils ont montré que le gap observé à partir de la sculpture Madrilène était un gap partiel (figure 1.2).



**Figure 1.1 : (a) Sculpture cinématique d'Eusebio Sempere. (b) Courbe d'atténuation en fonction de la fréquence de l'onde sonore. Le vecteur d'onde est dans la direction [100] comme indiqué dans l'encart.**



**Figure 1.2 : Courbe de dispersion du cristal phononique 2D infini constitué de cylindres d'acier inoxydable dans l'air. Le diamètre des cylindres est 2.9 cm et la période du cristal phononique est de 10 cm.**

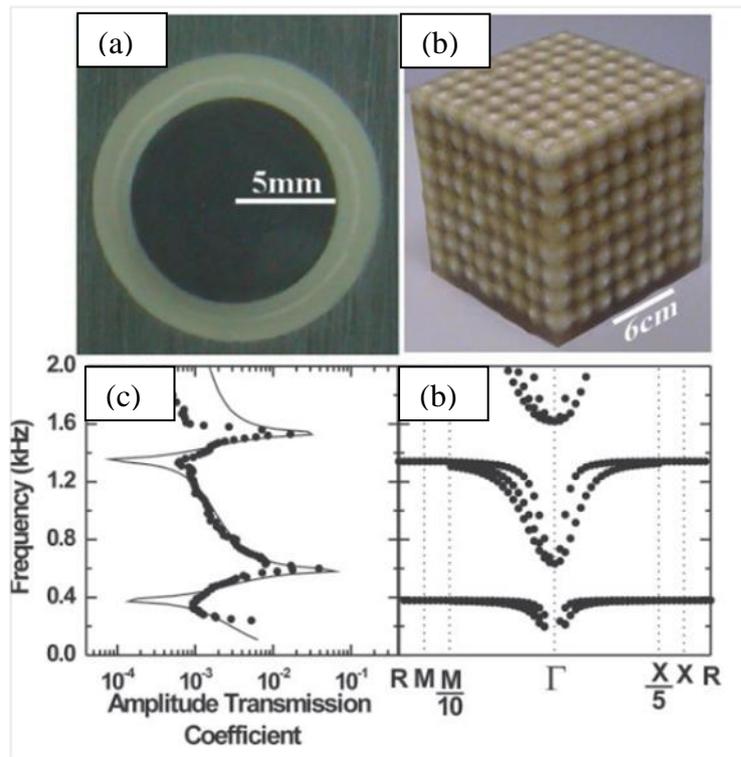
### 1. 1. 2 Origine des bandes interdites phononiques

Une bande interdite phononique est définie comme une gamme de fréquence dans laquelle les ondes élastiques ne peuvent traverser le cristal phononique et se reflètent complètement. Ces bandes interdites sont dues en générale au mécanisme de diffraction de Bragg : au cours de leur propagation dans le cristal phononique, les ondes élastiques subissent une réflexion partielle à chaque interface matrice/inclusion. Ainsi, les ondes réfléchies interfèrent entre elles, soit de manière constructive soit de manière destructive. Si cette interférence est constructive, toute l'énergie de l'onde originale est réfléchi et l'onde ne peut pas se propager à travers le cristal phononique ce qui implique la présence d'une bande interdite. Et si cette interférence est destructive, toute l'énergie de l'onde incidente est transmise, on parle dans ce cas de bande passante. Selon la loi de Bragg, une interférence est constructive si la différence de marche entre les ondes réfléchies sur les inclusions situées sur deux plans successifs est égale à un multiple entier de la longueur d'onde élastique. Cela veut dire que la différence de chemin dépend du paramètre de maille du cristal phononique. On met facilement en évidence qu'une interférence constructive se produit lorsque le paramètre de maille est comparable à la longueur d'onde ( $a \sim \lambda/2$ ). Ainsi, on peut créer une bande interdite à n'importe quelle longueur d'onde que nous choisissons en changeant simplement la taille de la cellule unitaire du cristal phononique.

L'une des applications possibles de ce type de matériaux est l'isolation phonique où le cristal phononique peut être utilisé comme une barrière antibruit. Le son audible est composé d'ondes acoustiques dont les fréquences sont comprises entre 20 Hz et 20 KHz, ce qui correspond à des longueurs d'ondes allant de quelques dizaines de centimètres à quelques mètres. Comme nous l'avons expliqué précédemment, pour que le cristal phononique puisse bloquer ces ondes, il faut que le paramètre de maille associé soit comparable à la longueur d'onde du son ce qui rend impossible la mise en œuvre d'une telle structure phononique. Liu et al. [9] ont proposé une nouvelle classe de cristaux phononiques capable de présenter des bandes interdites avec un paramètre de maille deux ordres de grandeur inférieure à la longueur d'onde du son. Il s'agit d'un matériau composite à trois phases constitué de sphères de plomb recouvertes d'une couche de caoutchouc (silicone), d'épaisseur 2,5 mm. Les sphères ont été empilées selon un arrangement cubique simple de paramètre de maille 1,55 cm et insérées dans une matrice en époxy (figure 1.3a et 1.3b). Comme le montre la figure 1.3c, la mesure expérimentale et le calcul théorique de l'amplitude du coefficient de transmission à travers la structure phononique montrent deux gaps (bandes interdites). A l'aide de la

méthode MST (*Multiple Scattering Theory*), ils ont montré que la largeur de ces deux gaps ne dépendait pas du vecteur d'onde, contrairement aux gaps liés au mécanisme de Bragg. En effet, les gaps créés par cette structure se produisent à la fréquence de résonance des sphères recouvertes par la couche de silicone. Milton et Willis [10] ont montré qu'un tel cristal phononique pouvait être décrit par un modèle de type masse-ressort (*spring-mass*) dans lequel la sphère rigide (plomb) représente la masse. Celle-ci est reliée à la matrice d'époxy, également rigide, par la couche souple de silicone qui joue le rôle du ressort. Ainsi, la couche de silicone assure le mouvement relatif entre la masse et la matrice. Au voisinage de la fréquence de résonance, le mouvement de la masse est déphasé par rapport à la force appliquée sur la matrice rigide, entraînant une densité de masse effective négative. Etant donné que la densité de masse est proportionnelle au vecteur d'onde acoustique, ce dernier devient imaginaire et par conséquent l'amplitude de l'onde acoustique associée décroît au fur et à mesure qu'elle pénètre dans le cristal phononique donnant ainsi une bande interdite. Dans un autre papier, Liu et al. [11] ont montré que dans un tel cristal phononique à trois composantes, il était possible de contrôler le mécanisme de formation de la bande interdite à travers le changement de rigidité du matériau constituant la couche de revêtement. Ils ont montré qu'une bande interdite de type résonance locale était obtenue lorsque le matériau qui constitue cette couche est souple et de type Bragg lorsque le matériau est rigide.

L'utilisation de la résonance locale dans la création des bandes interdites a ouvert une nouvelle voie majeure dans la recherche sur les matériaux phononiques. Après la proposition initiale du matériau composite à trois phases, de nombreuses autres configurations de matériaux périodiques à résonance locale ont été proposées. Parmi ces structures, on peut citer : les matériaux binaires où le matériau constituant l'inclusion est très souple [12,13], les cylindres ou les sphères creux [14], les anneaux ou les sphères fendus [15], les poutres ou les plaques avec des masses suspendues [16–18], les surfaces avec des piliers [19–22]...



**Figure 1.3 : (a) et (b) Sphères de plomb entourées d'une couche de caoutchouc (rubber) arrangés selon un réseau cubique dans une matrice d'époxy. (c) Courbe théorique (ligne continue) et expérimentale (points) représentant l'amplitude du coefficient de transmission. (d) Courbe de dispersion de la structure phononique supposée infinie.**

### 1. 1. 3 Applications des cristaux phononiques

La réalisation de cristaux phononiques pour les différents types d'onde élastiques, à savoir les ondes de volume, les ondes de surface et les ondes de Lamb, a ouvert le champ des applications réalistes en ingénierie et physique appliquée. La mise en évidence de la notion de bande interdite a permis le contrôle et la manipulation des ondes autour du confinement ou du filtrage mais aussi de créer des environnements sans vibration pour des systèmes mécaniques de haute précision [23], les structures antisismiques [24–26] et les systèmes d'isolation acoustique [9].

Les applications telles que la localisation et le guidage des ondes [27–29] sont communes aux ondes élastiques et optiques. Le confinement (*trapping*) est réalisé en introduisant un défaut dans la structure phononique qui peut se concevoir en enlevant ou en modifiant les propriétés physiques ou géométriques d'une ou de plusieurs inclusions dans le cristal phononique. Un défaut de la structure peut être ponctuel où linéaire, le premier se

comporte comme une cavité qui sert à localiser le champ élastique alors que le deuxième peut être utilisé pour guider l'onde acoustique. Il a été montré qu'il était possible d'obtenir une transmission complète de l'onde acoustique aussi bien avec les guides d'onde linéaires que des guides d'onde coudés [30]. Le couplage entre les défauts ponctuels (cavités) et les défauts linéaires (guides d'onde) permet de produire d'autres applications comme le filtrage sélectif ou le démultiplexage [31]. Par exemple, la présence d'une cavité sur le côté du guide d'onde permet de modifier la bande passante de ce dernier en introduisant un zéro de transmission à la fréquence propre de la cavité. Nous définissons ainsi un filtre en réjection. Dans le cas où la même cavité est introduite à l'intérieur du guide d'onde, il y aura un effet inverse, c'est-à-dire que, parmi toutes les fréquences de la bande passante du guide d'onde, la seule fréquence qui peut être transmise est celle du mode propre de la cavité [32,33]. Nous définissons ainsi un filtre sélectif.

Les cristaux phononiques représentent aussi une plateforme innovante pour la détection de fluides biochimiques. Dans une telle structure, le liquide, qui représente l'analyte, peut être déposé dans les inclusions du cristal phononique [34,35]. Il peut également être déposé dans les défauts (cavité ou guide d'onde) [36–39]. Ainsi un changement dans la composition de l'analyte entraîne un changement des propriétés phononique de la structure. Par exemple, Manzhu et al. [40] ont mis en évidence théoriquement et expérimentalement la propriété de détection d'un liquide à partir d'un cristal phononique sous forme d'une plaque en acier percée de trous. En se basant sur le mécanisme de la transmission acoustique extraordinaire, ces auteurs ont montré que la fréquence du pic de transmission résonnant était sensible à la vitesse de propagation de l'onde dans le liquide. Ainsi, la fréquence de ce pic a pu être utilisée pour mesurer la vitesse de l'onde puis pour en déduire les propriétés associées à l'analyte, telles que le rapport molaire d'un des composants du mélange de deux liquides. Lucklum et al. [41] ont démontré la propriété de détection à partir de la fréquence de résonance d'une cavité sous forme d'une fente dans un cristal phononique constitué d'une plaque en acier avec des trous arrangés périodiquement de part et d'autre de la cavité.

En électronique, une diode est un composant électronique bien connu qui permet au courant électrique de passer dans un seul sens mais pas dans le sens opposé. Ce principe fondamental, qui a conduit à une révolution dans l'électronique, a été démontré pour la première fois pour les ondes acoustiques par Liang et ses collaborateurs [42,43]. Ces auteurs ont proposé un modèle de diode acoustique construite à partir d'un cristal phononique à 1D couplé à un milieu non-linéaire. Le cristal phononique sert de filtre acoustique pour produire

différentes propriétés de transmission entre l'onde fondamentale de fréquence  $\omega$  et la seconde harmonique de fréquence  $2\omega$ . Le milieu non-linéaire est introduit pour briser le comportement symétrique du cristal phononique. Ainsi, l'onde acoustique incidente provenant du côté du milieu non-linéaire avec la fréquence  $\omega$  située dans la bande interdite (BI) du cristal phononique 1D, est partiellement convertie à l'intérieur du milieu non-linéaire en une onde secondaire de fréquence  $2\omega$ . Etant donné que  $\omega$  se trouve dans la BI, l'onde correspondante est réfléchiée par le cristal phononique, alors que l'onde secondaire de fréquence  $2\omega$ , située à l'extérieur de la BI, peut traverser le cristal phononique. Maintenant si l'onde acoustique incidente provient du côté du cristal phononique, elle va être totalement réfléchiée car seule la fréquence  $\omega$  est présente et le système se comporte comme un isolant acoustique. Par conséquent, ce système assure une propagation unidirectionnelle et non-réciproque de l'onde. Li et al. [44], ont proposé un autre modèle de diode acoustique à base d'un système complètement linéaire. Ce dernier est constitué d'un cristal phononique à 2D et d'une structure de diffraction qui joue le rôle du milieu non-linéaire.

Un autre domaine d'application des cristaux phononiques concerne la collimation et la réfraction des ondes acoustiques. La collimation des ondes acoustiques a été démontrée dans un film d'épaisseur fini contenant une fente entourée d'un réseau périodique de rainures. L'interférence entre les ondes de surface diffusées par les rainures et l'onde acoustique diffracté par la fente entraîne l'émergence d'un faisceau collimaté en champ lointain [45]. Ce phénomène de collimation a été obtenu également à partir de l'exploitation des bandes interdites partielles et des bandes sourdes (*deaf bands*) d'un cristal phononique, qui imposent aux ondes acoustiques de se propager dans des directions bien déterminés [46]. La réfraction et la focalisation des ondes acoustiques ont fait l'objet de nombreuses études grâce à leurs intérêts potentiels dans les domaines de l'imagerie et le contrôle non destructif. Par analogie avec les systèmes optiques, il a été démontré que les cristaux phononiques pouvaient aussi être utilisés pour construire des dispositifs de réfraction acoustique [47]. Pour réaliser une lentille convergente, il faut d'une part que le contraste d'impédance entre le cristal phononique et l'air soit faible et d'autre part que le cristal phononique ait une forme lenticulaire (concave ou convexe) [47,48]. En plus de la réfraction positive, les cristaux phononiques peuvent aussi conduire à la réfraction négative. La mise en évidence de cette dernière est basée sur deux mécanismes. Le premier se produit dans la bande la plus basse et les ondes incidentes et réfractées restent du même côté de la normale à l'interface [49,50]. Le cristal phononique se comporte comme un matériau à main droite (indice de réfraction positif). Le deuxième

mécanisme se produit dans les bandes supérieures [51] grâce à l'effet de repliement des bandes. L'indice de réfraction effectif est négatif et le vecteur d'onde est opposé au flux d'énergie produisant un effet de réfraction négative semblable aux matériaux dits main gauche.

Le couplage des ondes acoustiques ou élastiques avec d'autres types d'ondes telles que les ondes électromagnétiques, offre une de nouvelles applications prometteuses des cristaux phononiques [52]. Par exemple, un même cristal peut être conçu pour présenter simultanément des bandes interdites phononiques et photoniques dans les mêmes gammes de vecteurs d'ondes [53]. Le concept de bande interdite simultanée phononique/photonique a donné lieu au cristal phoxonique [54] ou optomécanique [55,56]. Ce type de structures peut être utilisé pour induire une interaction optomécanique à travers la localisation simultanée des deux types d'ondes dans une même cavité [57–59]. Le couplage optomécanique pourrait être exploité pour réaliser des capteurs de déplacement hautement sensible, des filtres optiques accordables [60] ou comme mécanisme de ralentissement de la lumière [61].

#### **1. 1. 4 Cristaux hypersoniques à base de matériaux polymères**

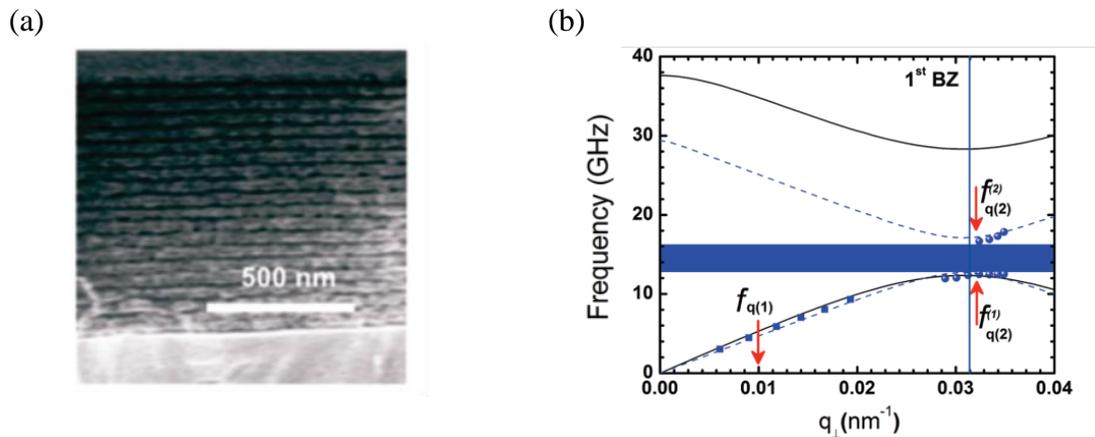
Actuellement, les avancées technologiques ont permis la fabrication de matériaux périodiques à des tailles inférieures au micron et aux fréquences acoustiques hypersoniques qui trouvent des applications importantes dans le domaine des télécommunications, du transport de la chaleur et du couplage optomécanique [62]. Pour ce faire, différents types de matériaux ont été exploités, comme les semi-conducteurs [63–70] et les polymères [71]. Les semi-conducteurs sont caractérisés par leur fort contraste d'impédance acoustique et d'indice de réfraction. Mais leur manipulation est relativement difficile, car ils nécessitent des techniques de fabrication coûteuses. Les polymères présentent un contraste d'impédance acoustique et d'indice de réfraction faible. Cependant, ils présentent des avantages tels que leur flexibilité mécanique ou encore leur faible coût de fabrication. Récemment, la combinaison de ces deux types de matériaux, semi-conducteurs et polymères, a été proposé pour réaliser des cristaux hypersoniques hybrides. Dans cette section, nous exposons différents travaux réalisés sur les cristaux hypersoniques à base de matériaux polymères ou de matériaux hybrides.

#### 1. 1. 4. 1 Cristaux hypersoniques à 1D

Cheng et al. [72], ont présenté l'étude de la propagation des phonons hypersoniques dans un super-réseau (SR) constitué de couches de PMMA (*poly (methacrylate)*) et de PC (*poly(carbonate)*). Ces auteurs ont montré que pour des périodes très inférieures à la longueur d'onde des phonons, le SR se comportait comme un milieu homogène dont les propriétés mécaniques peuvent être déterminées expérimentalement. La mesure expérimentale des spectres BLS (*Brillouin Light Scattering*), avec différentes polarisations du champ électrique de la lumière diffusée, a permis de mettre en évidence l'effet de compactage du PC et du PMMA à l'échelle nanométrique sur leurs propriétés mécaniques. Il a été montré que la valeur du module de cisaillement ( $G = \rho c_T^2$ ) augmentait avec la diminution de l'épaisseur des couches du SR, alors que celui de compression ( $M = \rho c_L^2$ ) reste constant. L'analyse par la méthode des éléments finis (FEM) a été utilisée pour calculer les courbes de dispersion phononiques et fournir une interprétation des modes de propagation observés. La dépendance en température de la vitesse de phase des modes observés par BLS a été exploitée pour identifier la nature des modes de propagation observés et fournir une mesure de la température de transition vitreuse des deux couches constituant le SR. A l'aide de la technique acoustique picoseconde, Walker et al. [73] ont pu observer les modes associés au repliement des branches du cristal hypersonique 1D constitué de cinq périodes de PVP (*polyvinylpyrrolidone*) et PS (polystyrène) fabriqué par la technique de *spin-coating* sur un substrat de Si (Silicium).

Gomopoulos et al. [74] ont réalisé un super-réseau (SR) constitué de l'arrangement périodique de 40 couches de PMMA et de SiO<sub>2</sub>-poreux déposées sur un substrat de verre (Figure 1.4a). La mesure expérimentale par spectroscopie Brillouin (BLS) et le calcul numérique (FEM) ont été effectués dans les deux directions, parallèle et perpendiculaire aux couches du SR. Dans la direction parallèle, la mesure expérimentale a montré l'existence d'un seul pic de diffusion Brillouin dont la fréquence présentait un comportement linéaire vis-à-vis du vecteur d'onde  $q$  du phonon acoustique. Ceci montre que le SR se comporte comme un milieu homogène dont la vitesse de propagation est déduite de la fréquence du pic observé. Dans la direction perpendiculaire, ils ont démontré l'existence d'une bande interdite autour de la fréquence 15 GHz (indiquée par la région bleue sur la figure 1.4b). La nature des modes observés a été identifiée à l'aide du calcul numérique. Le champ de déplacement associé aux modes en dessous (au-dessus) de la bande interdite est concentré dans les couches rigides (molles) de SiO<sub>2</sub> (PMMA). Pour les grandes longueurs d'onde, la comparaison de la vitesse de

propagation des phonons dans les deux directions, parallèle et perpendiculaire aux couches, a permis de mettre en évidence le caractère isotrope des propriétés élastiques du SR. L'effet de la porosité de la couche de  $\text{SiO}_2$  a également été étudié. Ceci se traduit par une diminution à la fois de la fréquence et de la largeur du gap.



**Figure 1.4 : (a) Image SEM du SR constitué de 20 bicouches de PMMA et  $\text{SiO}_2$ . (b) Courbes de dispersion expérimentale (points) et théorique (lignes) du SR obtenues pour les deux directions de propagation, parallèle (carrés) et perpendiculaire (cercles) aux couches du SR.**

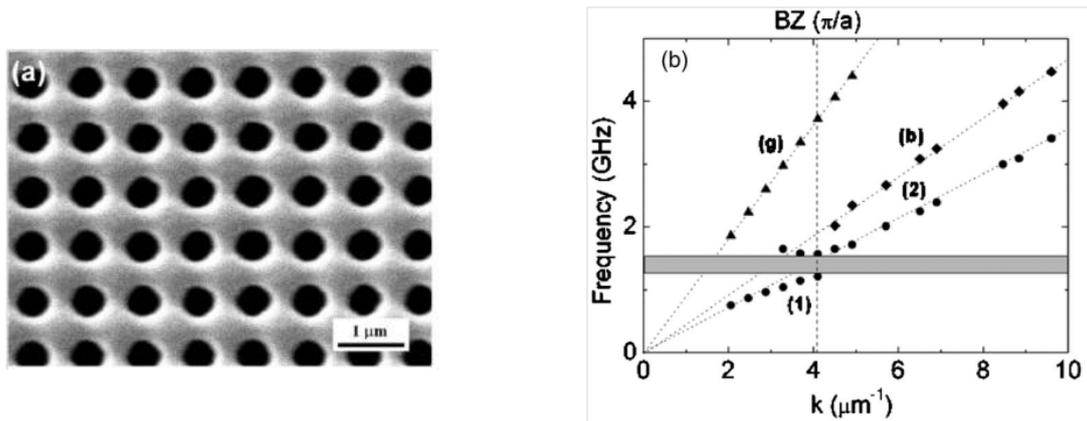
En se basant sur cette structure, Schneider et al. [75], ont mis en évidence le caractère robuste de la largeur du gap aux imperfections associées à la fabrication. La représentation théorique des courbes de dispersion basée sur les fonctions de Green et des spectres d'intensité BLS a permis de caractériser les propriétés élastiques et photo-élastiques des couches du SR. Ces auteurs ont démontré également la possibilité de contrôler la position et la largeur de la bande interdite à travers la rotation du SR autour de la normale aux couches de ce dernier. Les modes de cavité et de surface ainsi que leurs interactions lors de la variation de l'épaisseur et de la position de la couche de cavité ont également été caractérisés [76]. Alonso-Redondo et al. [77] ont proposé un système similaire capable d'inhiber la propagation à la fois des phonons et des photons (UV). Ce système est obtenu en remplaçant la couche de type  $\text{SiO}_2$  par du  $\text{TiO}_2$ . Dans cette étude, l'effet des défauts structuraux sur la relation de dispersion a été étudié. La caractérisation expérimentale et le calcul théorique ont montré que ce système présentait une anisotropie des propriétés mécaniques. Une autre étude réalisée sur le système multicouches à base de  $\text{TiO}_2$  et de PMMA, où les mesures ont été effectuées à l'aide d'une technique photo acoustique [78]. Dans cette étude, les longueurs d'onde des phonons sondés ( $6 \mu\text{m} < \lambda < 30 \mu\text{m}$ ) sont beaucoup plus grandes que la période du super-réseau (220 nm). Par

conséquent, l'étude de la propagation des phonons avec des grandes longueurs d'onde, dans la direction de la périodicité du SR, n'a pas pu révéler le comportement phononique, à savoir la présence de la bande interdite. L'étude de la propagation des phonons dans cette région de longueur d'ondes a permis de déterminer les propriétés mécaniques effectives du SR. En effet, il a été montré que les modules d'élasticité (module de Young, module de cisaillement et le module d'onde de compression) du SR tombent entre ceux des deux constituants (PMMA et  $\text{TiO}_2$ ) et ils sont plus proches des modules d'élasticité de PMMA.

D'autres études sur les SRs à base des matériaux hybrides ont montré que de telles structures pourraient également avoir un intérêt important dans le domaine de la gestion thermique [79]. En effet, étant donné que la conductivité thermique des matériaux diélectriques dépend essentiellement des phonons [80], la présence des bandes interdites peut réduire la propagation des phonons et donc la conductivité thermique. Cette dernière dépend également de la diffusion au niveau des interfaces [62]. Ainsi la réalisation des systèmes multicouches à base des matériaux hybrides caractérisés par des propriétés acoustiques très différentes permet de produire ainsi un grand écart acoustique au niveau des interfaces, ce qui conduit à une forte réduction de la conductivité thermique [81,82].

#### **1. 1. 4. 2 Cristaux hypersoniques à 2D**

Gorishnyy et al. [83] ont étudié la relation de dispersion d'un cristal phononique à 2D constitué des trous d'air arrangés suivant un réseau carré dans un film d'époxy déposé sur un substrat semi-infini de verre (figure 1.5a). Le cristal hypersonique a été fabriqué en utilisant la lithographie interférentielle multifaisceaux. La mesure de la courbe de dispersion a été réalisée par spectroscopie Brillouin. Afin d'éliminer les effets de la diffraction optique et de minimiser la diffusion élastique de la lumière, les échantillons ont été infiltrés avec un liquide (phénylméthyle de silicone) d'adaptation d'indice de réfraction. La mesure expérimentale a permis de mettre en évidence le phénomène de repliement des branches et la présence d'une bande interdite au bord de la première zone de Brillouin (figure 1.5b). À l'aide du calcul numérique par la méthode des éléments finis, les auteurs ont montré que la bande interdite ne concernait que les modes de polarisation quasi-longitudinale. Une étude similaire a été réalisée avec une grande valeur de la période. Dans ce cas, la bande interdite est située en dessous de la limite de détection BLS et la mesure expérimentale n'a permis d'observer que la branche située au-dessus du gap [84].



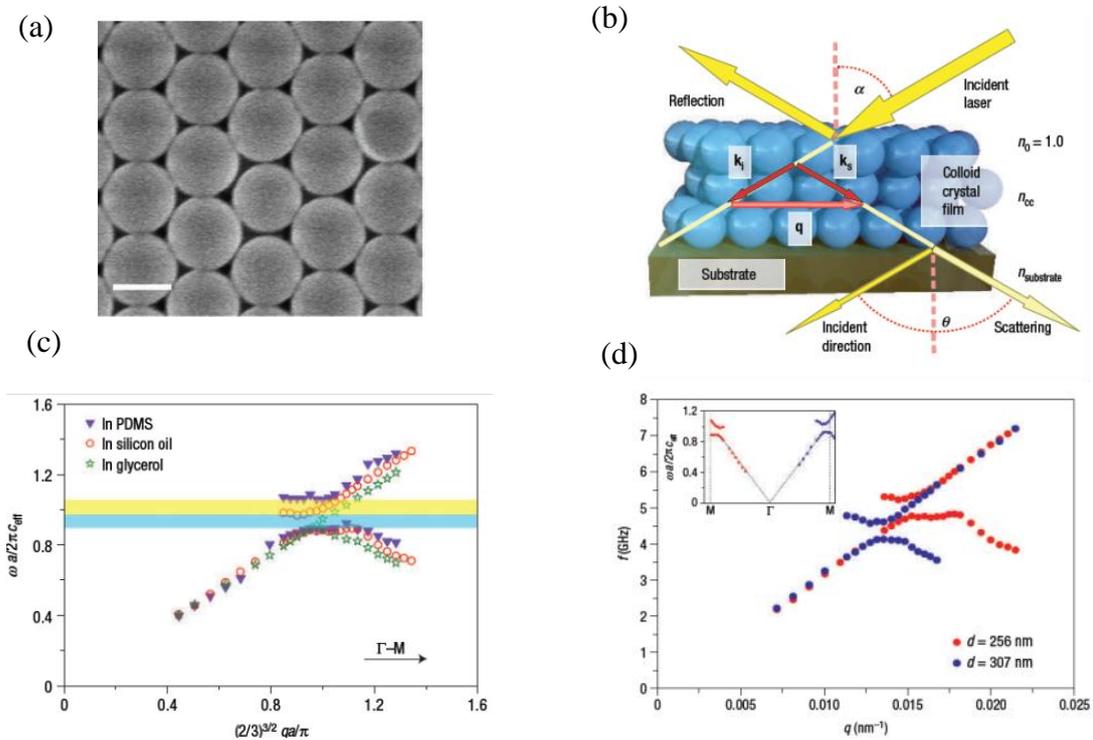
**Figure 1.5 : (a) Image SEM du cristal phononique (vue de dessus). (b) Courbe de dispersion mesurée dans la direction [10] du cristal phononique avec les trous remplis de phénylméthyle silicone. La bande grise montre la bande interdite partielle.**

Sato et al. [85] ont étudié les propriétés phononiques d'un cristal à 2D constitué d'un réseau hexagonal de trous cylindriques dans un film d'oxyde d'aluminium anodique (AAO) infiltrés par différents types de polymères liquides (PDMS, PEG, PVDF melt). Dans cette structure, les propriétés phononiques telles que la localisation et la propagation anisotrope ont pu être obtenues à travers le contrôle du contraste d'impédance et de densité élastique entre la matrice "AAO" et le polymère liquide situé dans les trous. Il a été démontré également que la courbe de dispersion était sensible à la transition de phase des polymères contenus dans les trous du cristal hypersonique. Dans un autre travail, les mêmes auteurs ont démontré, à travers une mesure complète de la relation de dispersion, que la structure précédente présentait des bandes interdites partielles [86].

### 1. 1. 4. 3 Cristaux hypersoniques à 3D

La majorité des cristaux hypersoniques tridimensionnels (3D) sont de type colloïdal et sont réalisés par la technique d'auto-assemblage. La première observation d'une bande interdite hypersonique a été réalisée sur un cristal colloïdal [87] défini par l'arrangement périodique selon un réseau cubique à faces centrées de nanoparticules de polystyrène (PS) déposées sur un substrat de verre (Figure 1.6a). La mesure expérimentale de la relation de dispersion a été effectuée à l'aide de la technique de spectroscopie Brillouin (BLS) (Figure 1.6b). Afin d'éliminer la diffusion multiple de la lumière produite entre les nanoparticules, la structure phononique a été infiltrée par des liquides d'adaptation d'indice de réfraction. Les courbes de dispersion mesurées pour les échantillons infiltrés avec différents liquides (huile de silicone, PDMS et glycérol) ont montré que la largeur de la bande interdite dépendait de la

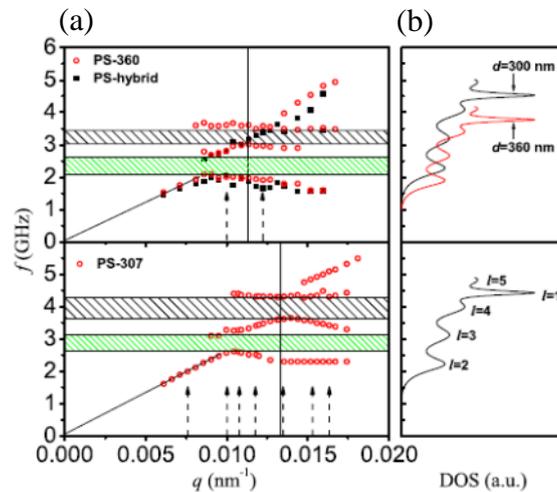
vitesse du son dans le liquide utilisé pour l'infiltration (Figure 1.6c). L'effet de la taille des nanoparticules sur la fréquence centrale et la largeur de la bande interdite a été étudié, comme le montre la figure 1.6d. La fréquence et la largeur de la bande interdite sont inversement proportionnelles au diamètre des nanoparticules.



**Figure 1.6 : (a) Image par microscopie électronique à diffusion du cristal hypersonique constitué de sphère PS (vue de dessus). (b) Géométrie de diffusion Brillouin utilisée pour la mesure de la courbe de dispersion.  $k_i$ ,  $k_s$  et  $q$  représentent respectivement le vecteur d'onde de la lumière incidente, diffusée et du phonon. (c) Courbe de dispersion du cristal phononique obtenue dans la direction  $\Gamma$ M. (d) Courbes de dispersion obtenues pour deux échantillons de nanoparticules de diamètre respectifs 256 nm et 307 nm.**

Un travail similaire a été réalisé par Still et al. [88] sur une structure colloïdale constituée de nanoparticules de PS infiltrées par du PDMS liquide. Contrairement aux cas précédents, la mesure de la courbe de dispersion par spectroscopie Brillouin a permis de montrer l'existence de deux gaps d'origines différentes (figure 1.7). Le premier, situé à haute fréquence, est un gap de type Bragg. Il correspond au repliement des branches au bord de la première zone de Brillouin (définie par la zone hachurée en noir sur la figure 1.7). Le deuxième gap est un gap d'hybridation résultant de l'interaction entre les modes propres des nanoparticules et les branches du milieu effectif. Le gap dit d'hybridation est présent dans la

structure cristalline et amorphe, alors que le gap de Bragg ne peut exister que dans la structure cristalline.



**Figure 1.7 : Courbes de dispersion obtenues pour deux échantillons cristallins (points rouges) et amorphe (points noirs). Les zones hachurées représentent les bandes interdites de Bragg (noir) et d'hybridation (verte). (b) Courbe de densité d'états (DOS).**

Alonso-Redondo et al. [89] ont proposé une nouvelle stratégie pour la réalisation de cristaux hypersoniques qui présentent des bandes interdites de type hybridation. En effet, ces auteurs exploitent l'effet de discontinuité des composantes du champ de déplacement aux interfaces entre les nanoparticules et le milieu constituant la matrice hôte. Ainsi, en combinant le calcul numérique et la mesure expérimentale par spectroscopie Brillouin, Schneider et al. [90] ont pu caractériser les propriétés élastiques d'un cristal colloïdal constitué de nanoparticules de PS. Dans ce travail, ces auteurs ont mis en évidence l'effet de la forme sphéroïdale des nanoparticules sur leurs propriétés élastiques.

## 1.2 Théorie d'élasticité et méthodes de calcul

### 1.2.1 Théorie d'élasticité

#### 1.2.1.1 Tenseurs des contraintes et des déformations

Lorsqu'un matériau est soumis à des forces externes, ces dernières vont conduire à sa déformation, entraînant des changements de taille et de forme. Du fait de cette déformation, des forces internes sont générées dans le milieu, appelées contraintes, qui tentent de ramener le système à son état d'équilibre. Une contrainte dans un matériau cristallin est une quantité qui dépend de la direction selon laquelle la force est appliquée. Ainsi, dans un matériau ayant

une symétrie cristalline quelconque, les contraintes sont définies par un tenseur de rang 2 constitué de neuf composantes :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (1-1)$$

où  $\sigma_{ij}$  sont les composantes du tenseur des contraintes. Le premier indice "i" indique la direction selon laquelle la composante de contrainte agit, et le second indice "j" identifie l'orientation de la surface sur laquelle la composante  $\sigma_{ij}$  est appliquée. Par exemple, dans le cas d'un repère d'axe x, y, z, la composante  $\sigma_{12}$  représente la composante parallèle à la direction x appliquée sur la surface perpendiculaire à la direction y. Le tenseur des contraintes est symétrique ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ), les composantes  $\sigma_{ij}$  telles que  $i = j$ , sont appelées contraintes normales, les autres ( $i \neq j$ ) sont les contraintes tangentielles ou de cisaillement. Dans un liquide, il n'y a pas de contraintes de cisaillement et les contraintes normales sont égales entre elles.

La déformation créée dans un matériau est définie également par un tenseur de rang 2 appelé tenseur de déformation  $\varepsilon$ . Les composantes du tenseur de déformation  $\varepsilon_{ij}$  sont définies par le changement relatif dans les composantes du champ de déplacement  $u_i$  ou le gradient du champ de déplacement du matériau déformé soumis aux contraintes. Les composantes du tenseur de déformation sont données par la relation suivante :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-2)$$

avec  $i, j = \{1, 2, 3\}$ . La relation ci-dessus n'est valable que pour les petites déformations. Comme le tenseur des contraintes, le tenseur des déformations est symétrique ( $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ ) et comporte neuf composantes.

### 1. 2. 1. 2 Loi de Hooke

Un matériau est dit élastique s'il est capable de restaurer sa forme initiale après la fin de l'action des forces qui lui sont appliquées. Le caractère élastique d'un matériau peut être traduit par la relation linéaire entre les contraintes et les déformations. Cette relation est définie par la loi de Hooke généralisée donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (1-3)$$

où  $C_{ijkl}$  est un tenseur de rang 4 appelé tenseur de rigidité et comprend  $3^4 = 81$  éléments ( $i, j, k = \{1, 2, 3\}$ ). Le tenseur de rigidité généralise le concept de la constante de raideur d'un ressort simple à un milieu élastique tridimensionnel. Ses éléments sont appelés constantes élastiques. Etant donné que les deux tenseurs des contraintes et des déformations sont symétriques, les constantes élastiques  $C_{ijkl}$  ne change pas lors d'une permutation des deux premiers ou des deux derniers indices. Par conséquent, le tenseur de rigidité est aussi symétrique :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij} .$$

En appliquant la notation de Voigt ( $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 31 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6$ ) et en utilisant également la symétrie des tenseurs ( $13 \leftrightarrow 31, 23 \leftrightarrow 32, 12 \leftrightarrow 21$ ), le nombre des constantes élastiques indépendantes dans le tenseur de rigidité se réduit de 81 à 21 éléments. Pour les deux tenseurs des contraintes et des déformations, le nombre des éléments indépendants se réduit à 6 au lieu de 9, ainsi la relation (1.3) exprimant la loi de Hooke s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

Le nombre de constantes élastiques dépend également de la symétrie cristalline du matériau. Par exemple, un matériaux de symétrie cubique est décrit par trois constantes élastiques indépendantes,  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  et  $C_{44}$ . Ce nombre se réduit encore à deux constantes élastiques pour un matériau isotrope, à savoir  $C_{11}$  et  $C_{12}$ .

### 1. 2. 1. 3 Equation du Mouvement

L'équation de propagation des ondes élastiques dans un milieu élastique est donnée par la relation suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1-5)$$

où  $\rho$  est la masse volumique et  $u_i$  représente les composantes du champ de déplacement. En utilisant la loi de Hooke cette équation devient :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right). \quad (1-6)$$

Si on considère la propagation d'une onde élastique dans un milieu homogène, isotrope et infini, la masse volumique  $\rho$  et les constantes élastiques  $C_{ijkl}$  sont des constantes et ne dépendent pas de l'espace. La projection de l'équation du mouvement sur les trois axes x, y et z d'un repère cartésien donne :

$$-\rho \omega^2 u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( C_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + C_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( C_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + C_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( C_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + C_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

$$-\rho \omega^2 u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left( C_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + C_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( C_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + C_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + C_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( C_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + C_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)$$

$$-\rho \omega^2 u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left( C_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + C_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( C_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + C_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( C_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + C_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right).$$

Si on considère par exemple que la propagation de l'onde élastique est dans la direction x, le champ de déplacement créé par cette onde est donné par :

$$u_i(x, t) = u_0 e^{i(\omega t - k_x x)}.$$

En remplaçant l'expression du champ de déplacement dans les trois équations ci-dessus, on obtient la relation de dispersion de l'onde élastique dans ce milieu :

$$\omega = C_{T,L} k_x$$

avec :

$$C_L = \sqrt{\frac{\omega^2}{k_x^2}} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \quad \text{et} \quad C_T = \sqrt{\frac{\omega^2}{k_x^2}} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}.$$

Par conséquent, la courbe de dispersion qui représente les fréquences propres du système en fonction du vecteur d'onde, pour un milieu homogène infini est isotrope ne présente que deux branches non dispersives. Il s'agit des deux vitesses longitudinale ( $C_L$ ) et transverse ( $C_T$ ). Pour obtenir la courbe de dispersion dans le cas d'un cristal phononique où la masse volumique  $\rho$  et les constantes élastiques  $C_{ijkl}$  ne sont plus des constantes mais dépendent de la position, il

faut avoir recours à une méthode numérique qui permet de résoudre l'équation et obtenir les fréquences propres associées.

### 1. 2. 2 Méthodes de calcul

Plusieurs méthodes numériques ont été employées pour décrire la propagation des ondes élastiques/acoustiques dans les cristaux phononiques [91]. Parmi celles-ci, les méthodes numériques les plus répandues sont la méthode de décomposition en ondes planes (PWE), la méthode des différences finies (FDTD) et la méthode des éléments finis (FEM). L'idée de base de ces méthodes repose sur la résolution d'une équation différentielle à travers la discrétisation du problème donné avec un nombre infini de degrés de liberté pour obtenir un problème discret ou un système d'équations avec seulement un nombre fini de degré de liberté qui peuvent être résolues numériquement. Notons que, dans le cas des structures périodiques, le domaine de résolution de l'équation du mouvement se réduit à une seule période de la structure, appelée cellule élémentaire, sur laquelle on applique les conditions périodiques de Bloch.

La méthode de décomposition en ondes planes (PWE) est considérée comme la première méthode utilisée dans le domaine des cristaux phononiques [4,23]. Le principe de cette méthode est basé sur la décomposition en séries de Fourier du champ de déplacement élastique et des propriétés mécaniques (densité volumique et constantes élastiques) dans le domaine fréquentiel. On exprime ainsi ces grandeurs dans le référentiel défini par le réseau réciproque du cristal phononique. Ainsi l'équation du mouvement s'exprime sous la forme d'un système d'équations aux valeurs propres dont la taille de la matrice associée dépend du nombre d'ondes planes pris en compte dans les séries de Fourier [92]. Cette méthode a montré son efficacité dans le calcul des courbes de dispersion pour les systèmes périodiques infini, des systèmes en plaque ainsi que les systèmes qui présente des défauts [93,94]. Cependant, la méthode de décomposition en ondes planes présente des problèmes de convergence dans l'étude de la propagation des ondes élastiques dans des systèmes mixtes constitués de matériaux de phases différentes (solide/liquide) ou dans les structures présentant un fort contraste entre les paramètres élastiques. En outre, la méthode PWE calcule la structure de bande des ondes élastiques se propageant dans des systèmes périodiques de taille infinie et ses résultats ne peuvent pas être comparés directement aux mesures de transmission dans les systèmes réels dont la taille est finie.

La méthode FDTD est basée sur un double discrétisation, à la fois temporelle et spatiale. Elle consiste à transformer l'équation du mouvement aux dérivées partielles en une équation aux différences finies. En utilisant les développements limités des fonctions en série de Taylor, chaque dérivée partielle (temporelle ou spatiale) dans les équations d'évolution des composantes du champ de déplacement sera remplacée par un développement de Taylor au second ordre. Contrairement à la méthode PWE, la méthode FDTD permet d'obtenir aussi bien des courbes de transmission que des courbes de dispersion et ceci pour différents types de cristaux phononiques, quel que soit leur nature (solide/solide, solide/liquide et liquide/liquide) [95]. Dans le calcul du coefficient de transmission, la structure phononique doit être considérée de taille finie dans la direction de propagation de l'onde élastique et limitée par deux milieux homogènes, dont les propriétés élastiques correspondent à celles de la matrice constituant le cristal phononique. Ces deux milieux sont utilisés pour l'émission et la réception de l'onde élastique. En plus des conditions périodiques qui sont appliquées dans les directions de périodicité du cristal phononique, des conditions aux limites absorbantes (PML : *Perfect Matching Layer* ou condition de Mur) sont appliquées dans la direction de propagation afin d'éviter les réflexions aux niveaux des limites de la structure considérée [96–99]. Ainsi le coefficient de transmission est obtenu à partir de la transformée de Fourier du champ de déplacement transmis et normalisé par rapport au champ de déplacement transmis à travers le milieu homogène sans le cristal phononique. Dans le calcul de la courbe de dispersion, une seule cellule élémentaire est considérée comme pour les ondes planes, et la relation de dispersion est obtenue à partir de la transformée de Fourier du champ de déplacement évalué en fonction du temps au niveau des points de la cellule élémentaire échantillonnée [100].

Comme la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis (FEM) [101,102] discrétise l'espace du problème en petites régions appelées éléments finis. Ces éléments finis sont interconnectés entre eux en des points appelés nœuds. Cependant, le processus de discrétisation utilisé dans la méthode des éléments finis est différent. Il est fondé sur la reformulation de l'équation aux dérivées partielles, appelée forme forte (*strong form*), en une forme intégrale, appelée forme faible (*weak form*). Pour obtenir cette formulation, on part de l'équation du mouvement (Eq. (1.6)) qu'on écrit sous la forme suivante :

$$-\omega^2 \mathbf{u} = \nabla(C\nabla(\mathbf{u})) \quad (1-7)$$

où  $\mathbf{u}$  est la solution de l'équation sur un domaine de résolution  $\Omega$ . Considérons une fonction  $\mathbf{v}$ , appelée fonction test ou fonction de pondération. Cette fonction arbitraire appartient au domaine  $\Omega$ . En multipliant l'équation (1-7) par la fonction test  $\mathbf{v}$  et en intégrant sur le domaine  $\Omega$ , on obtient:

$$\int_{\Omega} \nabla(C\nabla\mathbf{u})\mathbf{v} \, dr = \int_{\Omega} \omega^2 \mathbf{v}\mathbf{u} \, dr \quad (1-8)$$

Puis, en appliquant le théorème de divergence sur l'intégrale ci-dessus, on obtient la forme faible de l'équation du mouvement :

$$\int_{\Omega} (C\nabla\mathbf{u})\nabla\mathbf{v} \, dr^3 + \int_{\partial\Omega} (C\nabla\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}\mathbf{v} \, dr^2 = \int_{\Omega} \rho\omega^2 \mathbf{v}\mathbf{u} \, dr^3 \quad (1-9)$$

La forme faible obtenue implique que l'égalité des intégrales ci-dessus est vérifiée pour toutes les fonctions 'test' définies sur le domaine  $\Omega$ . On peut remarquer que la forme faible tient compte des conditions aux limites sur la frontière ( $\partial\Omega$ ) du domaine  $\Omega$ . Ces conditions sont exprimées par le deuxième terme de l'intégrale. Avec la forme intégrale, il est maintenant possible de discrétiser les équations du modèle mathématique pour obtenir les équations du modèle numérique. Ainsi, le domaine  $\Omega$  est discrétisé en éléments finis et la fonction  $\mathbf{u}$  est décomposée en une série de fonctions de forme (*shape function*) :

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^N u_i \phi_i \quad (1-10)$$

Dans cette étape de discrétisation, la méthode des éléments finis s'appuie sur la méthode de Galerkin. Cela implique que les deux fonctions  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  peuvent être décrites avec les mêmes fonctions de forme  $\phi_i$ . En remplaçant l'expression de ces deux fonctions dans l'équation de la forme intégrale on obtient la formule suivante :

$$\sum_{i=1}^N [(\int_{\Omega} (C\nabla\phi_i)\nabla\phi_j \, dr^3 + \int_{\partial\Omega} (C\nabla\phi_i) \cdot \mathbf{n}\phi_j \, dr^2)u_i] = \omega^2 \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \phi_i\phi_j \, u_i \, dr^3 \quad (1-11)$$

où  $N$  représente le nombre de nœuds dans  $\Omega$  et  $u_i$  les valeurs nodales à déterminer. Les fonctions de forme  $\phi_i$  sont connues et dépendent de l'ordre de l'élément considéré. Elles peuvent être par exemple des polynômes de Lagrange (linéaire, quadratique, cubique ...) ou des polynômes d'Hermite. Cette formule peut être donnée sous la forme matricielle suivante :

$$K\mathbf{U} = \omega^2 M\mathbf{U} \quad (1-12)$$

Les deux matrices  $K$  et  $M$  sont appelées respectivement matrice de rigidité et matrice de masse et  $\mathbf{U}$  est le vecteur des coefficients inconnues  $u_i$ . Finalement, l'équation du mouvement

se réduit à un problème aux valeurs et vecteurs propres qui donnent respectivement les courbes de dispersion et les cartes des champs de déplacement. La méthode des éléments finis présente des avantages par rapport à la méthode des différences finis. Par exemple, elle permet un maillage adaptatif conforme aux géométries courbées. Il est aussi possible d'affiner le maillage localement pour tenir compte, par exemple, d'un contraste d'indice de réfraction local pour les ondes électromagnétiques.

Dans le cadre de cette thèse, tous les résultats présentés sont obtenus à l'aide du logiciel de calcul commercial COMSOL Multiphysics, basé sur la méthode des éléments finis.

### **1.3 Conclusion**

Nous avons présenté dans ce chapitre une introduction aux cristaux phononiques, dans laquelle les premières études théoriques et expérimentales réalisées sur ce type de structures ont été citées. Nous avons également défini les mécanismes de formation des bandes interdites phononiques puis nous avons présenté différentes applications possibles des cristaux phononiques. De manière plus détaillée, nous avons exposé les études réalisées sur les cristaux phononiques hypersoniques à base de polymères et des matériaux hybrides qui constituent l'état de l'art de ce travail. Les études réalisées sur ces derniers ont permis de mettre en évidence, dans la gamme des fréquences hypersoniques, des propriétés phononiques telles que la formation de bandes interdites ou encore le phénomène de repliement des branches de dispersion. Ces études ont permis également de caractériser les propriétés mécaniques des matériaux constituant les cristaux hypersoniques considérés dans la suite de ce rapport. Dans la deuxième partie du chapitre, après avoir introduit quelques notions d'élasticité, nous avons présenté des méthodes numériques utilisées pour la simulation de la propagation des ondes élastiques dans les structures périodiques.

## Références

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).
- [2] S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [1] S.M. Rytov, Sov. Phys. Acoust. **2**, 6880 (1956).
- [4] M. Sigalas and E. N. Economou, Solid State Commun. **86**, 141 (1993).
- [5] M. M. Sigalas and E. N. Economou, J. Sound Vib. **158**, 377 (1992).
- [6] M. S. Kushwaha, Phys. Rev. Lett. **71**, 2022 (1993).
- [7] R. Martínez-Sala, J. Sancho, J. V. Sánchez, V. Gómez, J. Llinares, and F. Meseguer, Nature **378**, 241 (1995).
- [8] M. M. Sigalas and E. N. Economou, Europhys. Lett. **36**, 241 (n.d.).
- [9] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan, and P. Sheng, Science **289**, 1734 (2000).
- [10] G. W. Milton and J. R. Willis, Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Eng. Sci. **463**, 855 (2007).
- [11] Z. Liu, C. T. Chan, and P. Sheng, Phys. Rev. B **65**, 165116 (2002).
- [12] G. Wang, X. Wen, J. Wen, L. Shao, and Y. Liu, Phys. Rev. Lett. **93**, 154302 (2004).
- [13] J.-C. Hsu and T.-T. Wu, Appl. Phys. Lett. **90**, 201904 (2007).
- [14] R. Sainidou, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and J. O. Vasseur, Phys. Rev. B **73**, 024302 (2006).
- [15] S. Guenneau, A. Movchan, G. Pétursson, and S. A. Ramakrishna, New J. Phys. **9**, 399 (2007).
- [16] D. Yu, Y. Liu, H. Zhao, G. Wang, and J. Qiu, Phys. Rev. B **73**, 064301 (2006).
- [17] D. Yu, Y. Liu, G. Wang, H. Zhao, and J. Qiu, J. Appl. Phys. **100**, 124901 (2006).
- [18] Z. Hong-Gang, L. Yao-Zong, W. Ji-Hong, Y. Dian-Long, W. Gang, and W. Xi-Sen, Chin. Phys. Lett. **23**, 2132 (2006).
- [19] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, H. Larabi, J. O. Vasseur, and A. C. Hladky-Hennion, Phys. Rev. B **78**, 104105 (2008).
- [20] T.-T. Wu, Z.-G. Huang, T.-C. Tsai, and T.-C. Wu, Appl. Phys. Lett. **93**, 111902 (2008).
- [21] M. Oudich, M. B. Assouar, and Z. Hou, Appl. Phys. Lett. **97**, 193503 (2010).
- [22] A. Khelif, Y. Achaoui, S. Benchabane, V. Laude, and B. Aoubiza, Phys. Rev. B **81**, 214303 (2010).
- [23] M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martínez, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, Phys. Rev. B **49**, 2313 (1994).
- [24] L. Han, X. Li, and Y. Zhang, IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci. **94**, 012044 (2017).
- [25] N. Aravantinos-Zafiris and M. M. Sigalas, J. Appl. Phys. **118**, 064901 (2015).
- [26] Y. Yan, A. Laskar, Z. Cheng, F. Menq, Y. Tang, Y. L. Mo, and Z. Shi, J. Appl. Phys. **116**, 044908 (2014).
- [27] Y. Pennec, B. Djafari Rouhani, H. Larabi, A. Akjouj, J. N. Gillet, J. O. Vasseur, and G. Thabet, Phys. Rev. B **80**, 144302 (2009).
- [28] A. Khelif, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, and L. Dobrzynski, J. Appl. Phys. **94**, 1308 (2003).
- [29] H. Chandra, P. A. Deymier, and J. O. Vasseur, Phys. Rev. B **70**, 054302 (2004).
- [30] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, Appl. Phys. Lett. **84**, 4400 (2004).
- [31] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, H. Larabi, A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, and V. Laude, Appl. Phys. Lett. **87**, 261912 (2005).
- [32] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, H. Larabi, J. Vasseur, and A.-C. Hladky-Hennion, Phys. Status Solidi C **6**, 2080 (2009).

- [33] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, P. A. Deymier, P. Lambin, and L. Dobrzynski, *Phys. Rev. B* **65**, 174308 (2002).
- [34] M. Zubtsov, R. Lucklum, M. Ke, A. Oseev, R. Grundmann, B. Henning, and U. Hempel, *Sens. Actuators Phys.* **186**, 118 (2012).
- [35] R. Lucklum, M. Zubtsov, and M. Ke, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **59**, 463 (2012).
- [36] R. Lucklum and J. Li, *Meas. Sci. Technol.* **20**, 124014 (2009).
- [37] R. Lucklum, J. Li, and M. Zubtsov, *Procedia Eng.* **5**, 436 (2010).
- [38] S. Amoudache, Y. Pennec, B. Djafari Rouhani, A. Khater, R. Lucklum, and R. Tigrine, *J. Appl. Phys.* **115**, 134503 (2014).
- [39] A. Salman, O. A. Kaya, and A. Cicek, *Sens. Actuators Phys.* **208**, 50 (2014).
- [40] M. Ke, M. Zubtsov, and R. Lucklum, *J. Appl. Phys.* **110**, 026101 (2011).
- [41] R. Lucklum, M. Ke, and M. Zubtsov, *Sens. Actuators B Chem.* **171–172**, 271 (2012).
- [42] B. Liang, X. S. Guo, J. Tu, D. Zhang, and J. C. Cheng, *Nat. Mater.* **9**, 989 (2010).
- [43] B. Liang, B. Yuan, and J. Cheng, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 104301 (2009).
- [44] X.-F. Li, X. Ni, L. Feng, M.-H. Lu, C. He, and Y.-F. Chen, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 084301 (2011).
- [45] J. Christensen, A. I. Fernandez-Dominguez, F. de Leon-Perez, L. Martin-Moreno, and F. J. Garcia-Vidal, *Nat. Phys.* **3**, 851 (2007).
- [46] L.-S. Chen, C.-H. Kuo, and Z. Ye, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1072 (2004).
- [47] F. Cervera, L. Sanchis, J. V. Sánchez-Pérez, R. Martínez-Sala, C. Rubio, F. Meseguer, C. López, D. Caballero, and J. Sánchez-Dehesa, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 023902 (2002).
- [48] B. C. Gupta and Z. Ye, *Phys. Rev. E* **67**, 036603 (2003).
- [49] X. Zhang and Z. Liu, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 341 (2004).
- [50] L. Feng, X.-P. Liu, Y.-B. Chen, Z.-P. Huang, Y.-W. Mao, Y.-F. Chen, J. Zi, and Y.-Y. Zhu, *Phys. Rev. B* **72**, 033108 (2005).
- [51] L. Feng, X.-P. Liu, M.-H. Lu, Y.-B. Chen, Y.-F. Chen, Y.-W. Mao, J. Zi, Y.-Y. Zhu, S.-N. Zhu, and N.-B. Ming, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 014301 (2006).
- [52] M. Metcalfe, *Appl. Phys. Rev.* **1**, 031105 (2014).
- [53] M. Maldovan and E. L. Thomas, *Appl. Phys. B* **83**, 595 (2006).
- [54] B. Djafari-Rouhani, S. El-Jallal, and Y. Pennec, *Comptes Rendus Phys.* **17**, 555 (2016).
- [55] S. Mohammadi, A. A. Eftekhari, A. Khelif, and A. Adibi, *Opt. Express* **18**, 9164 (2010).
- [56] M. Eichenfield, J. Chan, R. M. Camacho, K. J. Vahala, and O. Painter, *Nature* **462**, 78 (2009).
- [57] M. Maldovan and E. L. Thomas, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 251907 (2006).
- [58] Q. Rolland, M. Oudich, S. El-Jallal, S. Dupont, Y. Pennec, J. Gazalet, J. C. Kastelik, G. Lévêque, and B. Djafari-Rouhani, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 061109 (2012).
- [59] Y. Pennec, V. Laude, N. Papanikolaou, B. Djafari-Rouhani, M. Oudich, J. S. El, J. C. Beugnot, J. M. Escalante, and A. Martínez, *Nanophotonics* **3**, 413 (2014).
- [60] E. Gavartin, R. Braive, I. Sagnes, O. Arcizet, A. Beveratos, T. J. Kippenberg, and I. Robert-Philip, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203902 (2011).
- [61] V. Laude, J.-C. Beugnot, S. Benchabane, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, N. Papanikolaou, J. M. Escalante, and A. Martinez, *Opt. Express* **19**, 9690 (2011).
- [62] M. Maldovan, *Nature* **503**, 209 (2013).
- [63] N. D. Lanzillotti-Kimura, A. Fainstein, C. A. Balseiro, and B. Jusserand, *Phys. Rev. B* **75**, 024301 (2007).
- [64] A. Bruchhausen, N. D. Lanzillotti-Kimura, B. Jusserand, A. Soukiassian, D. G. Schlom, T. Dekorsy, and A. Fainstein, *ArXiv160500147 Cond-Mat* (2016).
- [65] A. Huynh, N. D. Lanzillotti-Kimura, B. Jusserand, B. Perrin, A. Fainstein, M. F. Pascual-Winter, E. Peronne, and A. Lemaître, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 115502 (2006).

- [66] M. Trigo, A. Bruchhausen, A. Fainstein, B. Jusserand, and V. Thierry-Mieg, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 227402 (2002).
- [67] N. D. Lanzillotti-Kimura, A. Fainstein, B. Perrin, B. Jusserand, A. Soukiassian, X. X. Xi, and D. G. Schlom, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 187402 (2010).
- [68] A. Soukiassian, W. Tian, D. A. Tenne, X. X. Xi, D. G. Schlom, N. D. Lanzillotti-Kimura, A. Bruchhausen, A. Fainstein, H. P. Sun, X. Q. Pan, A. Cros, and A. Cantarero, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 042909 (2007).
- [69] L. Dhar and J. A. Rogers, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 1402 (2000).
- [70] L. C. Parsons and G. T. Andrews, *J. Appl. Phys.* **116**, 033510 (2014).
- [71] J.-H. Lee, C. Y. Koh, J. P. Singer, S.-J. Jeon, M. Maldovan, O. Stein, and E. L. Thomas, *Adv. Mater.* **26**, 532 (2014).
- [72] W. Cheng, N. Gomopoulos, G. Fytas, T. Gorishnyy, J. Walish, E. L. Thomas, A. Hiltner, and E. Baer, (2008).
- [73] P. M. Walker, J. S. Sharp, A. V. Akimov, and A. J. Kent, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 073106 (2010).
- [74] N. Gomopoulos, D. Maschke, C. Y. Koh, E. L. Thomas, W. Tremel, H.-J. Butt, and G. Fytas, *Nano Lett.* **10**, 980 (2010).
- [75] D. Schneider, F. Liaqat, E. H. El Boudouti, Y. El Hassouani, B. Djafari-Rouhani, W. Tremel, H.-J. Butt, and G. Fytas, *Nano Lett.* **12**, 3101 (2012).
- [76] D. Schneider, *Phys. Rev. Lett.* **111**, (2013).
- [77] E. Alonso-Redondo, H. Huesmann, E.-H. El Boudouti, W. Tremel, B. Djafari-Rouhani, H.-J. Butt, and G. Fytas, *ACS Appl. Mater. Interfaces* **7**, 12488 (2015).
- [78] G. Saini, T. Pezeril, D. H. Torchinsky, J. Yoon, S. E. Kooi, E. L. Thomas, and K. A. Nelson, *J. Mater. Res.* (2007).
- [79] E. Alonso-Redondo and G. Fytas, *New J. Phys.* **18**, 111001 (2016).
- [80] T. Gorishnyy, M. Maldovan, C. Ullal, and E. Thomas, *Phys. World* **18**, 24 (2005).
- [81] C. Meffan, E. Calius, and V. Nock, in *2017 IEEE Sens.* (2017), pp. 1–3.
- [82] F. Döring, H. Ulrichs, S. Pagel, M. Müller, M. Mansurova, M. Müller, Christian Eberl, T. Erichsen, D. Huebner, P. Vana, K. Mann, M. Münzenberg, and H.-U. Krebs, *New J. Phys.* **18**, 092002 (2016).
- [83] T. Gorishnyy, J.-H. Jang, C. Koh, and E. L. Thomas, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 121915 (2007).
- [84] T. Gorishnyy, *Phys. Rev. Lett.* **94**, (2005).
- [85] A. Sato, Y. Pennec, N. Shingne, T. Thurn-Albrecht, W. Knoll, M. Steinhart, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *ACS Nano* **4**, 3471 (2010).
- [86] A. Sato, Y. Pennec, T. Yanagishita, H. Masuda, W. Knoll, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *New J. Phys.* **14**, 113032 (2012).
- [87] W. Cheng, J. Wang, U. Jonas, G. Fytas, and N. Stefanou, *Nat. Mater.* **5**, 830 (2006).
- [88] T. Still, *Phys. Rev. Lett.* **100**, (2008).
- [89] E. Alonso-Redondo, M. Schmitt, Z. Urbach, C. M. Hui, R. Sainidou, P. Rembert, K. Matyjaszewski, M. R. Bockstaller, and G. Fytas, *Nat. Commun.* **6**, 8309 (2015).
- [90] D. Schneider, P. J. Beltramo, M. Mattarelli, P. Pfleiderer, J. Vermant, D. Crespy, M. Montagna, E. M. Furst, and G. Fytas, *Soft Matter* **9**, 9129 (2013).
- [91] M. Sigalas, M. S. Kushwaha, E. N. Economou, M. Kafesaki, I. E. Psarobas, and W. Steurer, *Z. Für Krist. - Cryst. Mater.* **220**, 765 (2009).
- [92] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, A. Khelif, P. Lambin, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, L. Dobrzynski, N. Fettouhi, and J. Zemmouri, *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.* **65**, 056608 (2002).
- [93] J. O. Vasseur, P. Deymier, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and A. C. Hladky-Hennion, *Phys. Rev. B Condens. Matter Mater. Phys.* **77**, 085415 (2008).

- [94] M. M. Sigalas, J. Appl. Phys. **84**, 3026 (1998).
- [95] C. M. Soukoulis, editor , *Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century* (Springer Netherlands, 2001).
- [96] M. M. Sigalas and N. García, J. Appl. Phys. **87**, 3122 (2000).
- [97] P. Nowak and M. Krawczyk, Comput. Methods Sci. Technol. **16**, 85 (2010).
- [98] D. Garcia-Pablos, M. Sigalas, M. De Espinosa FR, M. Torres, M. Kafesaki, and N. Garcia, Phys. Rev. Lett. **84**, 4349 (2000).
- [99] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, B. Chenni, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and D. Prevost, Phys. Rev. Lett. **86**, 3012 (2001).
- [100] Y. Tanaka, Y. Tomoyasu, and S. Tamura, Phys. Rev. B **62**, 7387 (2000).
- [101] W. B. J. Zimmerman, *Multiphysics Modeling with Finite Element Methods* (World Scientific Publishing Company, 2006).
- [102] C. Johnson, *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method* (Courier Corporation, 2012).

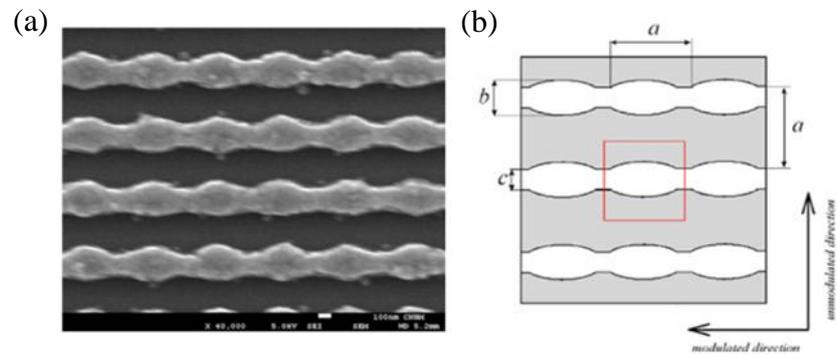
**Chapitre 2 : Propagation des ondes élastiques  
dans un cristal phononique 1D à base de  
matériaux hybrides  
(organique/inorganique)**

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude de la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique 1D formé par des stries déposées périodiquement à la surface d'un substrat semi-infini. Les études théoriques et expérimentales de la propagation des ondes élastiques dans de telles structures avec une surface plane perturbée par un seul ou un réseau périodique de stries ont commencé à la fin des années soixante-dix avant l'émergence des cristaux phononiques [1,2]. Ces études présentent un intérêt appliqué dans le domaine électroacoustique puisque la rugosité de surface présente un mécanisme important pour atténuer les ondes de Rayleigh [3,4]. En particulier, ces études ont permis de mettre en évidence l'effet de la perturbation de la surface plane du substrat sur la propagation des ondes de surface [5–21]. Par exemple, il a été démontré que contrairement au cas d'un substrat semi-infini avec une surface plane où seul le mode de Rayleigh caractérisé par une polarisation sagittale peut exister, la surface périodiquement ondulée peut supporter des modes supplémentaires de surface avec une polarisation transverse horizontale et d'autres avec une polarisation sagittale. Le nombre de ces modes dépend de la géométrie des stries [7,14,22,23]. La présence d'un réseau périodique de stries à la surface d'un substrat semi-infini permet aussi l'apparition de nouvelles fonctionnalités telles que le phénomène de repliement des branches au bord de la zone de Brillouin et la formation des bandes interdites pour les ondes de surface [24,25]. Ce phénomène de repliement est accompagné par une réduction de la vitesse de groupe des modes de surface au fur et à mesure qu'on s'approche de la limite de la zone de Brillouin [11,12]. D'autres auteurs [26,27] ont proposé des structures similaires formées d'un substrat avec une vitesse élevée et recouvert d'un film mince périodiquement structuré et caractérisé par une faible vitesse. Ces structures ont permis de mettre en évidence une conversion entre les modes de Rayleigh et les modes de Sezawa associés au film [26,27], aussi l'interaction entre ces deux types de modes a permis l'ouverture des bandes interdites [12,28]. Il est à noter également que l'étude des ondes élastiques dans des stries isolés avec différentes conditions aux limites a fait l'objet de plusieurs travaux théoriques et expérimentaux [29–37].

Les avancées technologiques en matière de fabrication et de caractérisation ont permis l'étude des structures périodiques à l'échelle submicrométrique. Parmi ces structures, on trouve les cristaux phononiques 1D sous forme de stries arrangés selon un réseau périodique unidimensionnel à la surface d'un substrat semi-infini [38–45]. Par exemple, Trzaskowska et al. [46] ont étudié théoriquement (méthode des éléments finis) et expérimentalement

(spectroscopie Brillouin) la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique 1D à ondes de surface. Ce cristal est constitué d'un substrat de silicium couvert d'une couche de permalloy sur laquelle des nano-stries d'aluminium sont déposées (voir figure 2.1).



**Figure 2.1 : (a) Image (SEM) du cristal phononique 1D constitué des nano-stries d'aluminium de largeur modulée. (b) Schéma de la même structure montrant les paramètres géométriques des nano-stries.**

Dans cette étude, les auteurs ont montré la possibilité d'ouvrir des bandes interdites dans la direction parallèle aux stries à travers la modulation de la largeur des stries. Une autre structure phononique similaire constituée de stries de sections pseudo-rectangulaires gravées à la surface d'un substrat de silicium a été proposé par Graczykowski et al. [39]. A partir de la technique de spectroscopie Brillouin et de la méthode des éléments finis, les auteurs ont pu mettre en évidence des propriétés phononiques telles que le repliement des branches de dispersion, la présence des bandes interdites et l'interaction des modes résonants localisés avec les ondes de surface et de volume.

La majorité des cristaux phononiques 1D dédiés pour les ondes de surface sont à la base des matériaux durs et peu de travaux ont été réalisés sur des cristaux phononiques à base de matériaux polymères [47–50]. Dans ce chapitre, nous présentons une étude à la fois théorique et expérimentale de la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique à ondes de surface formé par l'arrangement périodique unidimensionnel de nano-stries d'époxy (époxy-POSS) déposées sur un substrat de verre [51,52]. Contrairement aux études précédentes, les nano-stries d'époxy présentent un rapport d'aspect très élevé (Hauteur/Largeur = 11). De point de vue expérimental, les structures à base de matériaux polymères avec un aspect très élevé, présentent un défi de fabrication à cause de leur tendance

à s'effondre. De point de vue fondamental, ces structures permettent d'observer et de manipuler les modes localisés qui tombent vers les basses fréquences.

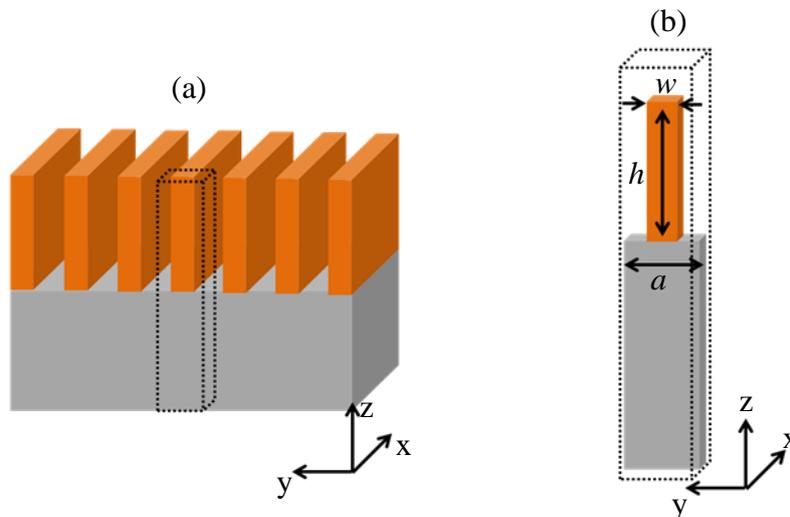
L'objectif premier de ce chapitre est d'identifier par le calcul numérique les différents modes de vibration obtenus dans les deux cas de propagation, à savoir parallèle et perpendiculaire aux nano-stries d'époxy. Nous étudions ensuite l'effet des paramètres géométriques sur les courbes de dispersion ainsi que le cas où l'espace entre les stries est rempli avec un polymère liquide (Cargille). Les structures ont été réalisées expérimentalement par la technique de lithographie holographique [53] et leur caractérisation a été réalisée par la technique de spectroscopie Brillouin. Le second objectif, développé dans la deuxième partie de ce chapitre, porte sur la comparaison directe des calculs numériques avec les mesures expérimentales. Pour cela, nous avons développé un modèle simplifié pour modéliser le phénomène de la diffusion Brillouin de la lumière. Grâce à cette comparaison, nous avons pu caractériser de façon détaillée les propriétés élastiques et photo-élastiques des nano-stries à base des polymères.

Il est important de noter que nous avons tenu compte, en deuxième lecture, des effets expérimentaux comme l'évolution des propriétés mécaniques des nanostructures à base des matériaux polymères qui peuvent être différents de ceux du matériau initialement préparé. Cette évolution des échantillons est peut être due aux conditions de fabrication ou encore à l'environnement (température et humidité) [54–56] dans lequel les échantillons ont été conservés. Par exemple, les stries avec un rapport d'aspect important telles que nous les avons étudiées sont susceptibles de flamber en raison des contraintes appliquées sur les deux surfaces horizontales des stries [57], ou sous l'effet des forces capillaires induites pendant l'étape de séchage du processus de fabrication des échantillons [56,58]. L'échantillon que nous avons étudié a été stocké dans le laboratoire dans des conditions d'humidité et de température ambiante. Après quelques mois, l'observation par microscopie à balayage de l'échantillon a montré un changement des propriétés géométriques des nano-stries. De ce fait, il est apparu indispensable de tenir compte, à posteriori, de cette évolution dans les calculs numériques.

## 2.2 Propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique 1D à ondes de surface

### 2.2.1 Présentation de la structure phononique

La structure phononique étudiée dans ce chapitre est constituée d'un arrangement périodique unidimensionnel de stries d'époxy (époxy-POSS) déposées sur un substrat semi-infini de verre ( $\text{SiO}_2$ ). Les figures 2.2a et 2.2b montrent respectivement le schéma 3D de cette structure phononique et la cellule élémentaire utilisée pour le calcul numérique de la courbe de dispersion. Le paramètre  $a$  correspond à la période de la structure,  $h$  et  $w$  représentent respectivement la hauteur et la largeur de la section des stries. La structure est périodique dans la direction  $y$ , infini dans la direction  $x$  et semi-infini dans la direction  $z$ . L'analyse de la courbe de dispersion a été effectuée pour des stries présentant un rapport d'aspect ( $h/w$ ) supérieur à 10. On peut noter que ce rapport n'a pas été considéré précédemment dans la littérature. Les paramètres physiques des matériaux constituant le cristal phononique sont présentés dans le tableau 2.1.



**Figure 2.2: (a) Schéma 3D de la structure phononique. (b) Cellule élémentaire utilisée dans le calcul de la courbe de dispersion,  $a$  est le paramètre de maille,  $w$  et  $h$  sont respectivement la largeur et la hauteur de la section des stries.**

	$C_T$ (m/s)	$C_L$ (m/s)	$\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )
Epoxy (POSS)	1350	2620	1190
Verre ( $\text{SiO}_2$ )	3400	5670	2275

**Tableau 2.1: Vitesses transverse et longitudinal et densité volumique des matériaux constituant le cristal phononique 1D (CP).**

### 2. 2. 2 Méthode numérique de calcul

Pour obtenir la courbe de dispersion qui présente les modes propres de vibration de la structure phononique en fonction du vecteur d'onde, il faudra résoudre l'équation de propagation des ondes élastiques donnée par l'équation suivante :

$$-\rho\omega^2\mathbf{u} = \nabla\sigma \quad (2.1)$$

où  $\rho$  représente la densité de masse,  $\omega$  la pulsation propre,  $\mathbf{u}$  le vecteur champ de déplacement, et  $\sigma$  représente le tenseur des contraintes. Pour résoudre cette équation, nous avons utilisé le modèle *Solid Mechanics* disponible sur *Comsol Multiphysics*. Ce modèle permet de modéliser la propagation des ondes élastiques dans un milieu matériel.

En effet, le cristal phononique est une structure périodique. Le domaine de résolution de l'équation de propagation (équation (2.1)) se réduit à une seule période de cette structure périodique appelée cellule élémentaire (figure 2.2b). Pour décrire la périodicité de la structure, on applique les conditions aux limites périodiques de Bloch sur les faces de la cellule élémentaire suivant la direction de la périodicité. Ces conditions sont traduites par la relation de phase suivante qui relie les champs de déplacement de deux faces opposées situées dans la direction de la périodicité de la cellule élémentaire :

$$\mathbf{u}(\vec{r}) = \mathbf{u}(\vec{r} + a)e^{-ika} \quad (2.2)$$

où  $\vec{r}$  représente le vecteur position d'un point sur l'une des deux faces liées par la condition de périodicité de la cellule élémentaire,  $a$  la période de la structure et  $k$  le vecteur d'onde de Bloch. Sur les faces qui sont en contact avec l'air, on applique les conditions aux limites libres données par la relation suivante :

$$\sigma \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad (2.3)$$

où  $\mathbf{n}$  représente la normal à la surface libre.

Le substrat de verre est considéré comme étant semi-infini. Pour modéliser le caractère semi-infini du substrat, nous avons considéré une hauteur finie du substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ) égale à " $4h$ ", sous laquelle nous avons ajouté un milieu artificiel de hauteur " $h$ " dont les deux vitesses transverse et longitudinale sont deux fois plus grandes que celles du substrat de verre

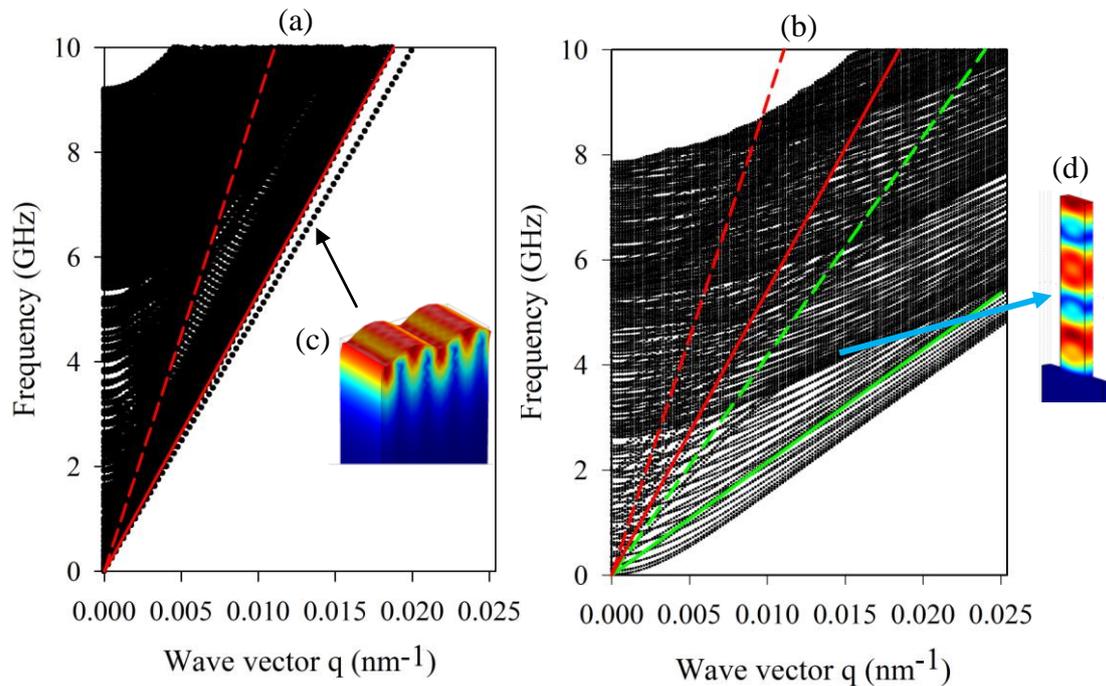
(SiO<sub>2</sub>). La hauteur finie "4h" du substrat a été choisie élevée en comparaison avec les longueurs d'ondes impliquées. De cette façon, le mode de surface du bas de la cellule élémentaire va apparaître dans la zone radiative de la courbe de dispersion et ne viendra pas perturber les modes de la surface supérieure. Dans la zone non-radiative de la courbe de dispersion, on ne verra alors que les modes de la surface supérieure de la cellule élémentaire.

Après avoir appliqué ces conditions sur la cellule élémentaire, on passe à l'étape du maillage qui consiste à discrétiser le domaine d'étude en petits éléments connectés entre eux par des nœuds. Dans cette étape, on doit tenir compte des conditions aux limites périodiques appliquées sur la cellule élémentaire en mettant le même maillage sur les faces liées par l'équation (2.2). La forme des éléments de maillage est triangulaire sur les faces et tétraédrique dans le reste de la structure. Les modes propres de la structure phononique sont obtenus à partir de la variation de la valeur du vecteur d'onde de Bloch correspondant à la direction de propagation de l'onde élastique.

### **2. 2. 3 Propagation des ondes élastiques dans la direction parallèle aux stries**

#### **2. 2. 3. 1 Courbe de dispersion**

La figure 2.3a donne la courbe de dispersion du substrat semi-infini de verre (SiO<sub>2</sub>) dont la surface libre est uniforme, tandis que la figure 2.3b illustre la courbe de dispersion du cristal phononique (CP) constitué du même substrat (SiO<sub>2</sub>) avec des stries d'époxy déposées à sa surface. La courbe de dispersion du CP est calculée pour une propagation des ondes élastiques dans la direction parallèle aux stries. Dans cette direction de propagation, on ne peut pas s'attendre à la formation de bandes interdites puisque le système ne présente pas de périodicité dans cette direction. Dans cette étude nous nous sommes intéressés à l'analyse des modes de surface dont la fréquence est située au-dessous de la vitesse transverse du substrat de verre. Dans ce type de structure à ondes de surface, et pour séparer les modes de surface et les modes de volume, on peut introduire la notion de zone radiative ou "cône du son" définie par la zone de fréquence située au-dessus de la plus petite vitesse des ondes de volume du substrat. Il s'agit de la vitesse transverse ( $C_T = 3400$  m/s) du son dans le substrat de verre (SiO<sub>2</sub>) indiquée par la ligne rouge continue sur les deux courbes de dispersion de la figure 2.3. Les modes situés dans la zone radiative sont des modes radiatifs ou résonants, ces modes peuvent se propager dans le volume du substrat.



**Figure 2.3 : (a) Courbe de dispersion du substrat semi-infini de verre (SiO<sub>2</sub>). (b) Courbe de dispersion calculée pour les 300 premiers modes de la structure phononique. (c) Carte du champ de déplacement du mode de Rayleigh. (d) Carte du champ de déplacement d'un mode situé en dessous de la vitesse transverse du verre.**

Dans la zone non-radiative définie par la région au-dessous de la vitesse transverse du substrat seul (Fig. 2.3a), la courbe de dispersion présente un seul mode qui est le mode de Rayleigh (figure 2.3a). Une analyse de la carte du champ de déplacement de ce mode (figure 2.3c), montre clairement que ce dernier ne peut se propager que sur la partie superficielle du substrat et décroît exponentiellement dans le volume du substrat. Dans le cas de la structure avec des stries déposées à la surface du substrat (CP), la courbe de dispersion obtenue (figure 2.3b) montre un nombre important de modes liés à la structuration de la surface. Du fait de leurs vitesses inférieures à celles du substrat de verre (SiO<sub>2</sub>), ces nouveaux modes sont des modes guidés ou localisés dans les stries (figure 2.3d).

### 2. 2. 3. 2 Analyse de la courbe de dispersion du cristal phononique

#### 2. 2. 3. 2. 1 Méthode de sélection des modes

Comme nous l'avons vu auparavant, la courbe de dispersion obtenue pour le CP montre un nombre important de modes. On peut noter également que la distribution du champ de déplacement associé à ces modes est compliquée. En d'autres termes, les composantes du

champ de déplacement associées à ces modes sont couplées entre elles (figure 2.3d). Afin d'analyser ces modes, nous avons utilisé une méthode de sélection des branches de dispersion (*Band Sorting Method*). Cette technique permet de sélectionner les modes selon les composantes dominantes du champ de déplacement et le confinement spatial du champ de déplacement dans les stries. Cette méthode est basée sur les deux expressions suivantes [59] :

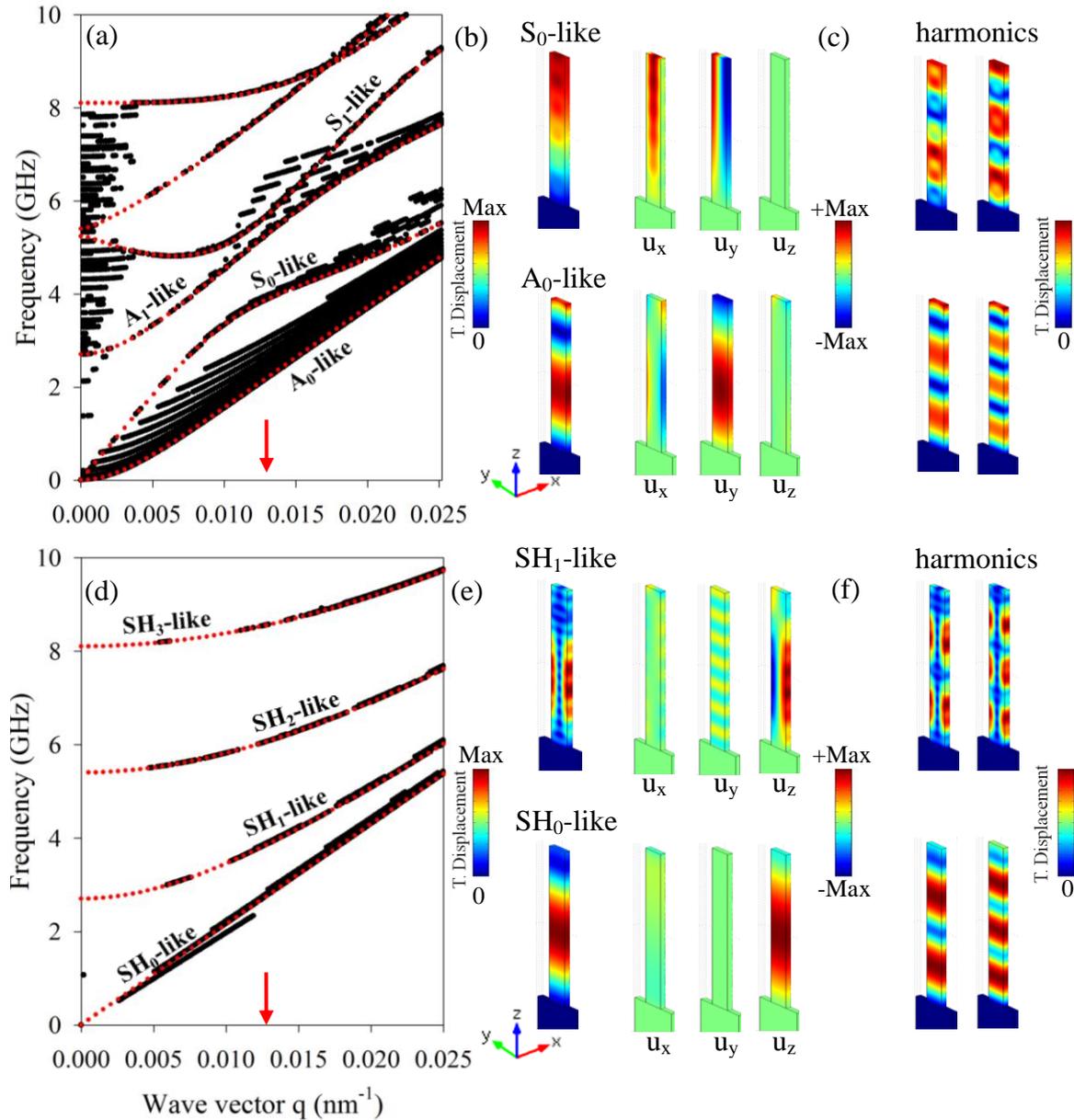
$$P_{xy}(\omega, q) = \frac{\iiint_{strie} (|u_x|^2 + |u_y|^2) dr^3}{\iiint_{unit\ cell} (|u_x|^2 + |u_y|^2 + |u_z|^2) dr^3} \quad (2.4)$$

$$P_z(\omega, q) = \frac{\iiint_{strie} |u_z|^2 dr^3}{\iiint_{unit\ cell} (|u_x|^2 + |u_y|^2 + |u_z|^2) dr^3} \quad (2.5)$$

Ces deux expressions permettent de diviser les modes en deux ensembles. Le premier est obtenu par l'expression  $P_{xy}$ (2.4) et représente les modes localisés dans les stries où les composantes principales sont  $u_x$  et  $u_y$ . Le deuxième ensemble est obtenu en appliquant l'expression  $P_z$  (2.5) qui permet de sélectionner les modes localisés dans les stries avec une forte composante  $u_z$ .

### 2. 2. 3. 2. 2 Modes $A_n$ -like et $S_n$ -like

Nous avons appliqué cette méthode de sélection pour la courbe de dispersion de la figure 2.3b. La figure 2.4a montre la courbe de dispersion obtenue avec la condition  $P_{xy} \geq 80\%$ . Cela signifie que 80% du champ élastique est présent dans la strie. Au-delà de limiter considérablement le nombre de branches de dispersion, on peut remarquer sur la figure 2.4a que les branches sélectionnées ont une forme similaire aux modes de Lamb d'une plaque infini de même épaisseur que celui des stries. A titre de comparaison, nous avons superposé les courbes de dispersion de la plaque d'époxy de même largeur que les stries (branches rouges sur les figures 2.4a et 2.4b).



**Figure 2.4 :** (a) et (d) Courbes de dispersion du cristal phononique (CP) (points noir) obtenues par les deux conditions  $P_{xy}(w,q) \geq 80\%$  et  $P_z(w,q) \geq 80\%$  et de la plaque infinie (points rouges) de même largeur. (b) et (e) Cartes des champs de déplacement des modes  $A_0$ -like,  $S_0$ -like,  $SH_0$ -like et  $SH_1$ -like et leurs harmoniques (c) et (f).

La figure 2.4b représente les composantes du champ de déplacement et leurs modules pour deux modes appartenant à la première et à la deuxième branche de la courbe de dispersion de la figure 2.4a pour la valeur du vecteur d'onde indiquée en rouge sur l'axe des x. A partir de cette figure, nous pouvons remarquer que la vibration du mode de la première branche ( $A_0$ -like mode) est antisymétrique. Ceci est clairement illustré à partir de la composante  $u_y$  du champ de déplacement où la couleur rouge montre que le mouvement des deux faces latérales opposées de la strie se fait dans le même sens. La vibration de ce mode

est similaire à celle du mode de Lamb antisymétrique  $A_0$ . De la même façon, la vibration du mode de la deuxième branche ( $S_0$ -like mode) est symétrique car le mouvement des deux faces latérales opposées de la strie est déphasé. Il ressort de cette comparaison que la courbe de dispersion présente des modes dont le comportement ressemble aux modes de Lamb de la plaque infini de même largeur que les stries. Par conséquent, par analogie avec les modes de Lamb de la plaque infini, nous avons appelé ces modes  $A_n$ -like et  $S_n$ -like selon leur symétrie de vibration par rapport au plan de symétrie des stries.

### **2. 2. 3. 2. 3 Modes $SH_n$ -like**

La figure 2.4d présente la courbe de dispersion des modes SH avec la condition  $P_z \geq 80\%$ . Les modes sélectionnés par cette condition représentent le champ de déplacement avec la composante  $u_z$  prédominante, localisée dans les stries d'époxy. Sur la figure 2.4e, nous avons présenté les modules et les composantes du champ de déplacement de deux modes appartenant à la première et la deuxième branche. A partir de cette figure, on peut remarquer que ces modes sont bien localisés dans les stries et présentent respectivement un comportement symétrique et antisymétrique par rapport au plan de symétrie ( $Oxz$ ) des stries. Ces modes sont de même nature que les modes  $SH_n$  d'une plaque infinie (branches rouges) d'épaisseur équivalente. Par analogie avec les modes  $SH_n$  de la plaque infinie, nous avons appelé ces modes ( $SH_n$ -like).

### **2. 2. 3. 2. 4 Modes de vibration d'ordre supérieur (harmoniques)**

Dans l'analyse précédente, seule une partie des modes a été identifiée. Ces modes sont les modes fondamentaux dont le comportement vibrationnel ressemble à ceux d'une plaque infinie. Cependant, pour chaque mode fondamental, il apparaît une série de branches quasi parallèles qui se décalent vers les hautes fréquences. Les figures 2.4c et 2.4f montrent les modules du champ de déplacement des deux premières harmoniques des modes  $A_0$ -like,  $S_0$ -like,  $SH_0$ -like et  $SH_1$ -like. Comme le montre ces figures, ces modes présentent des ordres supérieurs de vibration, en raison de la hauteur finie des stries, donnant lieu à des ondes stationnaires dans la direction  $Oz$ .

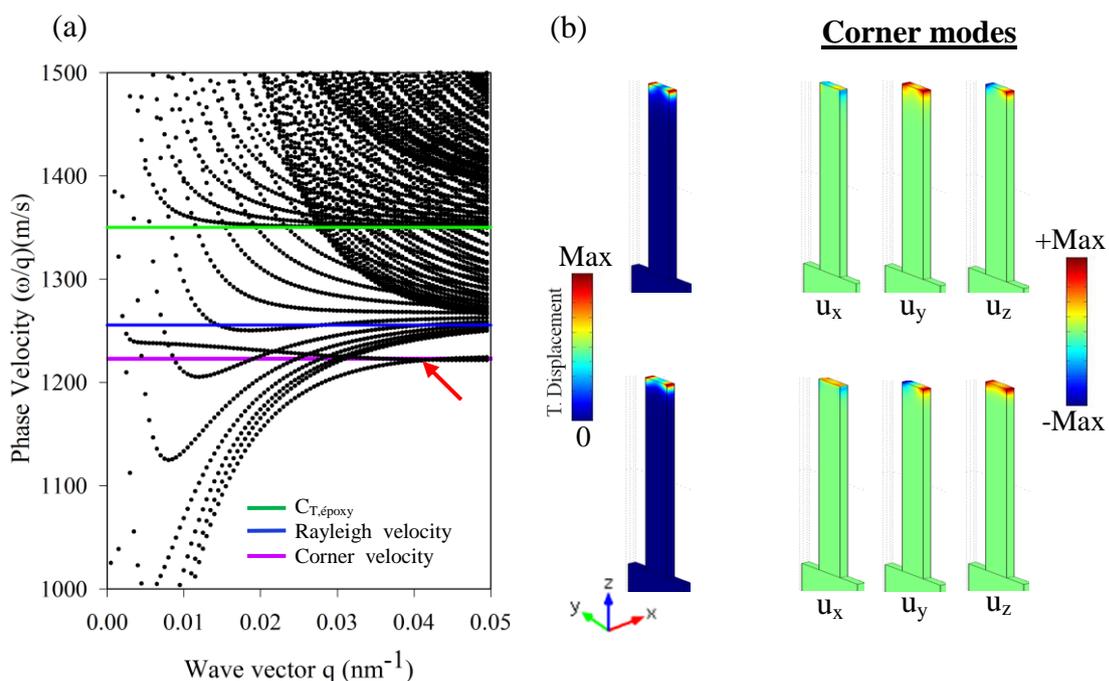
### **2. 2. 3. 2. 5 Modes de coin**

Comme nous l'avons montré ci-dessus, les modes situés au-dessous de la vitesse transverse du substrat de verre ( $C_T = 3400$  m/s) sont des modes localisés dans les stries. Pour

donner une analyse plus détaillée de ces modes, nous avons représenté sur la figure 2.5a la courbe des vitesses de phase en fonction du vecteur d'onde  $q$  pour les valeurs de la vitesse de phase inférieures à 1500 m/s. On remarque l'existence des modes au-dessous de la vitesse transverse d'époxy, représentée par la ligne continue verte. Ces modes sont répartis en deux ensembles qui tendent vers deux vitesses limites repérées par les lignes continues bleue et rose.

Le premier ensemble est constitué des modes  $S_0$ -like,  $A_0$ -like et de leurs harmoniques. Quand le vecteur d'onde  $q$  tend vers l'infini, la vitesse de cet ensemble de modes tend vers une même limite qui correspond à la vitesse des ondes de Rayleigh dans l'époxy (ligne bleu). Pour les grandes valeurs du vecteur d'onde  $q$ , ces modes ne peuvent pas pénétrer dans le volume des stries et restent confinés au niveau de leurs surfaces latérales.

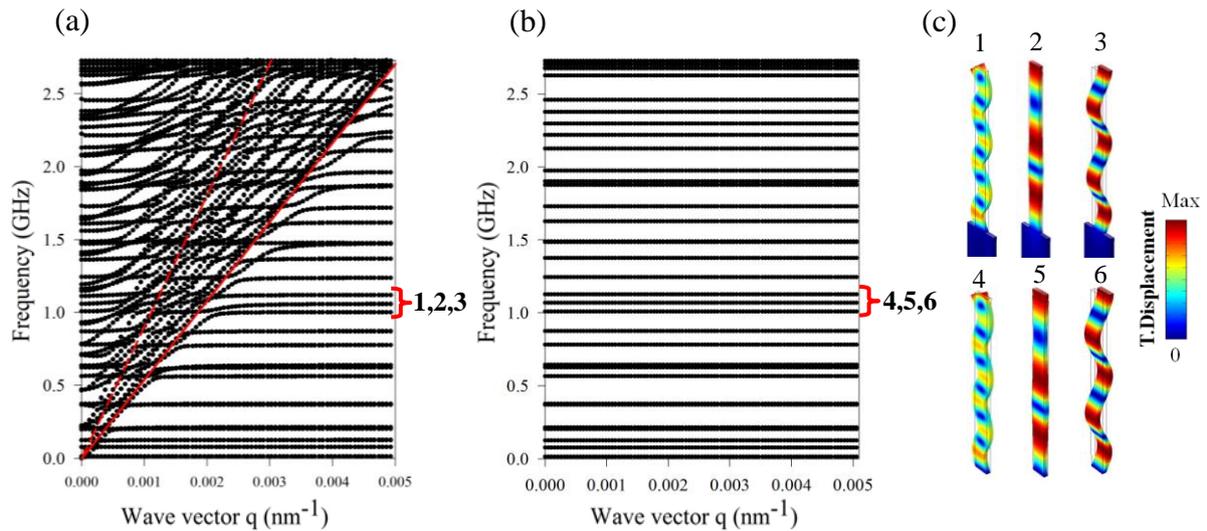
Le deuxième ensemble est constitué de simplement deux modes. La figure 2.5b montre les composantes du champ de déplacement et leur module associés à ces deux modes. A partir de cette figure, on peut remarquer que le champ de déplacement associé à ces deux modes est localisé dans les coins supérieurs des stries et montre un comportement symétrique et antisymétrique par rapport au plan de symétrie ( $Oxz$ ) de la strie. Lorsque le vecteur d'onde tend vers l'infini, la vitesse de ces deux modes tend vers la même vitesse qui est la vitesse des ondes de coin [60,61] indiquée par la ligne rose (figure 2.5a).



**Figure 2.5 : (a) Courbe de vitesse de phase en fonction du vecteur d'onde. Les lignes verte, bleue et rose représentent respectivement la vitesse transverse de l'époxy, la vitesse de Rayleigh et la vitesse des modes de coin. (b) Modules et composantes du champ de déplacement des deux modes de coin indiqués par une flèche rouge sur la courbe.**

#### **2. 2. 4 Propagation des ondes élastiques dans la direction perpendiculaire aux stries.**

La figure 2.6a représente la courbe de dispersion obtenue pour une propagation des ondes élastiques dans la direction perpendiculaire aux stries. Ici encore, nous avons reporté les vitesses longitudinales et transverses du verre (lignes continues rouges). Comme précédemment, seules les modes qui tombent sous la ligne de la vitesse transverse du verre sont non radiatifs ; ces modes sont localisés à la surface du substrat et dans les stries d'époxy. Dans ce cas, en raison de la périodicité dans la direction perpendiculaire aux stries, il est possible d'obtenir la formation de bande interdite. Contrairement au cas de la propagation parallèle aux stries où les modes obtenus ont un caractère propagatif, la courbe de dispersion obtenue pour la direction perpendiculaire aux stries d'époxy (figure 2.6a) montre la présence des branches plates dans la zone non radiative. Afin de connaître l'origine de ces branches, nous avons calculé les modes propres de vibration d'une strie isolée avec la base bloquée (figure 2.6b). On peut noter que les modes de la strie isolée coïncident avec les modes correspondant aux branches plates du CP. Sur la figure 2.6c nous avons comparé les cartes du champ de déplacement de trois modes (notés 1, 2 et 3) appartenant au CP avec trois modes (notés 4, 5 et 6) de la strie seule de mêmes fréquences. A partir de cette figure, on peut remarquer clairement que les branches plates observées dans la courbe de dispersion du CP correspondent aux modes propres d'une seule strie isolée avec la base bloquée. Certains de ces modes du CP se couplent avec le mode de Rayleigh du substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ) et donnent lieu à des bandes interdites pour les ondes de surfaces au voisinage de la vitesse transverse du verre (figure 2.6a).



**Figure 2.6 : (a) Courbe de dispersion du cristal phononique 1D pour une propagation de l'onde élastique dans la direction de la périodicité des stries d'époxy. (b) Courbe de dispersion pour une seule strie avec la base bloquée. (c) Champ de déplacement des trois modes indiqués par les accolades rouges sur les deux courbes de dispersion.**

### 2. 2. 5 Effet des paramètres géométriques sur la courbe de dispersion

Dans cette section, nous présentons les effets des paramètres géométriques (hauteur et largeur des stries) sur la courbe de dispersion du CP. Afin de suivre facilement l'évolution des différentes branches vis à vis de la variation des paramètres géométriques des stries, nous avons choisi la direction de propagation perpendiculaire aux stries. Dans cette direction, les modes sagittaux ( $u_y$  et  $u_z$ ) sont découplés des modes transverses ( $u_x$ ). Nous avons également considéré des hauteurs des stries relativement faibles pour limiter le nombre de modes dans la zone non radiative. La Figure 2.7 montre les courbes de dispersion du CP calculées en fonction des paramètres géométriques des stries (hauteur et largeur). La première ligne de la figure 2.7 donne les courbes de dispersion pour différentes hauteurs des stries :  $h = 68$  nm, 135 nm, 270 nm, 540 nm pour une largeur fixée à  $w = 250$  nm. A partir de cette figure, on peut observer que l'augmentation de la hauteur des stries entraîne un déplacement des branches vers les basses fréquences. Ce comportement peut être expliqué par le modèle de l'oscillateur harmonique où la fréquence du mode propre est inversement proportionnelle à la masse de la strie [62] (liée ici à sa hauteur). La deuxième ligne de la figure 2.7 présente les courbes de dispersion calculées pour des stries de même hauteur  $h = 540$  nm et pour différentes largeurs :  $w = 150$  nm, 200 nm, 250 nm, 300 nm. Contrairement au cas précédent où la variation de la hauteur des stries provoque le déplacement de l'ensemble des branches

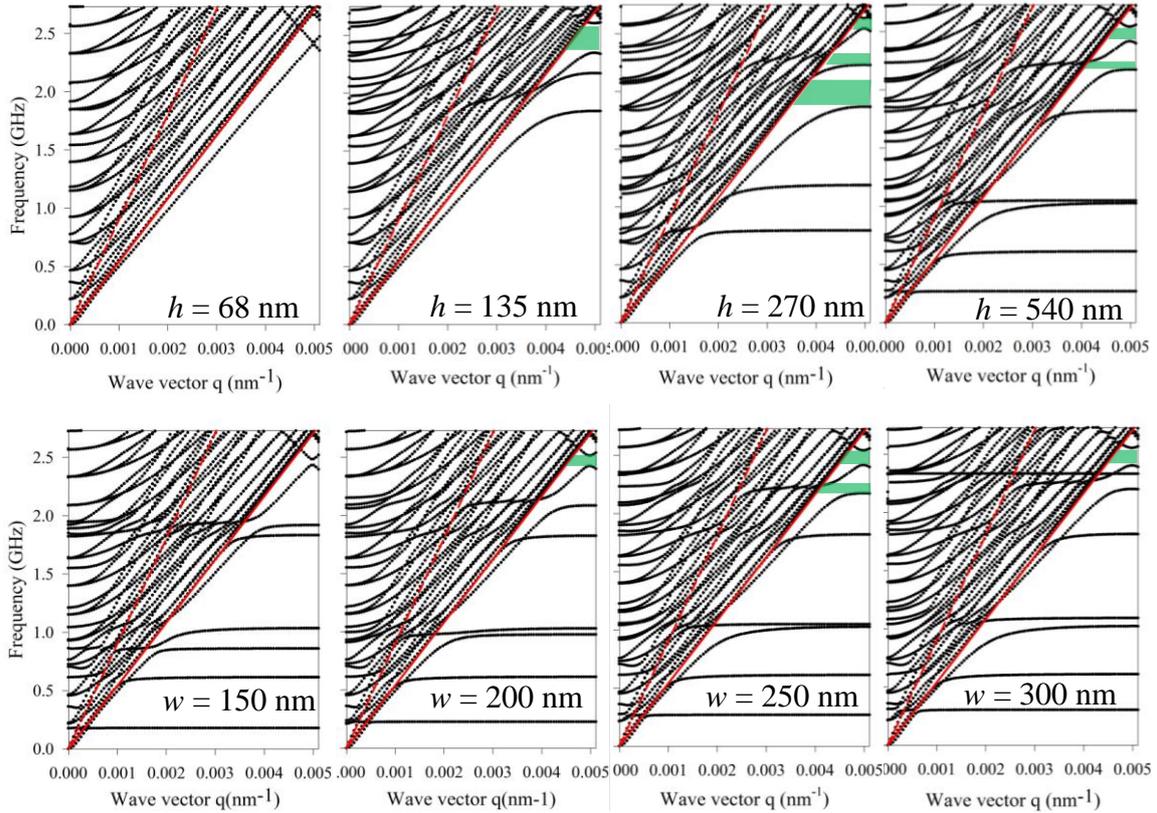
dans le même sens, l'effet de la variation de la largeur des stries est différent et dépend de la polarisation des branches de vibration. Afin de distinguer les branches présentes dans la courbe de dispersion, nous avons utilisé la méthode de sélection des modes basée sur la relation suivante :

$$P_i(w, q) = \frac{\iiint_{\text{Strie}} |u_i|^2 dv}{\iiint_{\text{unit cell}} (|u_x|^2 + |u_y|^2 + |u_z|^2) dv} \quad (2.6)$$

avec  $i = x, y, z$ .

Nous avons donné dans l'annexe A1 la courbe de dispersion où la valeur du paramètre  $P_i(w, q)$  définissant la polarisation du mode  $i$  est indiquée par une échelle de couleur. On peut voir clairement que lorsque la largeur des stries augmente, les fréquences des branches de polarisation transverse horizontale (composante  $u_x$  prédominante) diminuent, tandis que les branches de polarisation sagittale (composantes  $u_y$  et  $u_z$  prédominantes) se déplacent vers les hautes fréquences.

Enfin, on peut noter également la présence de bandes interdites indiquées par la couleur verte. Certaines de ces bandes interdites tombent à des fréquences inférieures à celles de Bragg, elles résultent de l'interaction entre les modes résonnant des stries et le mode de Rayleigh.



**Figure 2.7 : Evolution des courbes de dispersion en fonction de la hauteur des stries pour une largeur  $w = 250$  nm (courbes en haut) et en fonction de la largeur des stries pour une hauteur  $h = 540$  nm (courbes en bas).**

### 2. 2. 6 Effet de l'infiltration du CP par un polymère liquide (Cargille)

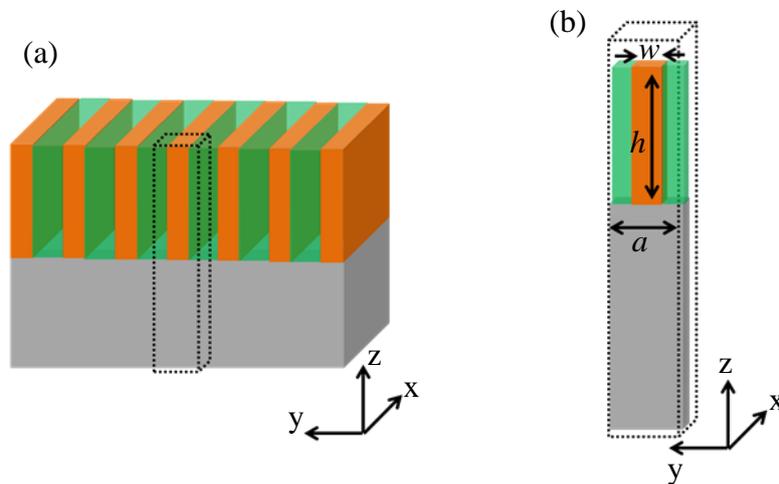
L'analyse des courbes de dispersion du CP dans les deux cas de propagation, parallèle et perpendiculaire aux stries, nous a permis de montrer que les modes qui tombent dans la zone non radiative (au-dessous de la vitesse transverse du substrat) sont des modes localisés dans les stries. Dans le cas de la propagation parallèle, les modes sont guidés dans les stries alors que dans le cas de la propagation perpendiculaire, les modes sont plats et présentent une vitesse de groupe nulle. Dans les deux cas, il n'y a pas d'interaction entre les modes de stries voisines en raison de la séparation de ces dernières par le vide. Dans cette section, nous nous sommes intéressés à la même structure phononique que précédemment, mais cette fois-ci l'espace entre les stries est rempli par un polymère liquide (Cargille) (Figure 2.8a).

### 2. 2. 6. 1 Méthode de calcul

La figure 2.8 présente le schéma 3D et la cellule élémentaire du CP phononique où l'espace entre les stries est rempli par un polymère liquide (indiqué par la couleur verte sur la figure 2.8) connu sous le nom "Cargille". Cette structure phononique est composée de deux milieux de natures différentes : solide et liquide. Aussi, pour le calcul des modes propres de vibration, nous avons utilisé le modèle "*Acoustic-Solide Interaction*" disponible sur le logiciel commercial "*COMSOL Multiphysics*". Ce modèle permet le couplage entre les milieux fluides (pression) et les milieux solides (élastiques). Les milieux solides, à savoir les stries d'époxy et le substrat de verre sont définis par leurs vitesses longitudinales et transverses et leurs densités volumiques. La partie liquide, quant à elle, est définie par sa vitesse acoustique ( $C_F = 1670$  m/s) et sa densité volumique ( $\rho_F = 1000$  kg.m<sup>-3</sup>).

La propagation de l'onde élastique dans la partie solide constituée par les stries d'époxy et le substrat est décrite par l'équation (2.1). Dans la partie liquide, la propagation de l'onde élastique est régie par l'équation relative à la pression :

$$\Delta p = -\frac{1}{c^2} \omega^2 p \quad (2.7)$$



**Figure 2.8 : (a) Schéma 3D de la structure phononique constitué de stries d'époxy (orange) sur un substrat de verre (gris). La structure phononique est infiltrée par du polymère liquide (Cargille) représenté en vert. (b) Cellule élémentaire utilisée pour le calcul de la courbe de dispersion.**

où  $p$  représente la pression acoustique et  $c$  la vitesse du son dans le liquide. A l'interface solide/liquide les conditions de passage à l'interface sont traduites par la continuité des

composantes normales de déplacement et des contraintes à l'interface solide/liquide. Ces conditions sont données par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \frac{1}{\rho} \nabla p = -\mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = p \cdot \mathbf{n} \end{cases} \quad (2.8)$$

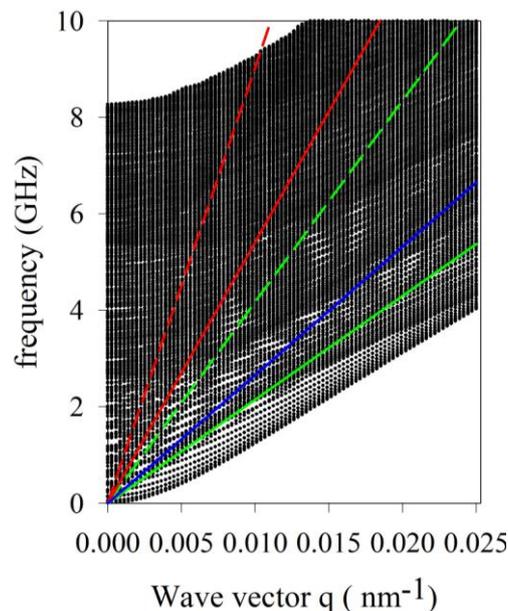
où  $\mathbf{n}$  est la normale à l'interface solide/liquide,  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes, et  $\mathbf{u}$  les composantes du champ de déplacement.

La pression acoustique des surfaces liquides en contact avec l'air est décrite par la condition suivante :

$$p = 0 \quad (2.9)$$

### 2. 2. 6. 2 Propagation parallèle aux stries infiltrées par le Cargille

La figure 2.9 présente la courbe de dispersion de la structure phononique infiltrée par le Cargille liquide pour une propagation parallèle aux stries. Dans cette figure, les lignes rouges représentent les vitesses longitudinale et transverse des ondes élastiques dans le verre ( $\text{SiO}_2$ ), les lignes vertes correspondent aux vitesses longitudinale et transverse dans l'époxy et la ligne bleue représente la vitesse de l'onde acoustique longitudinale dans le Cargille.

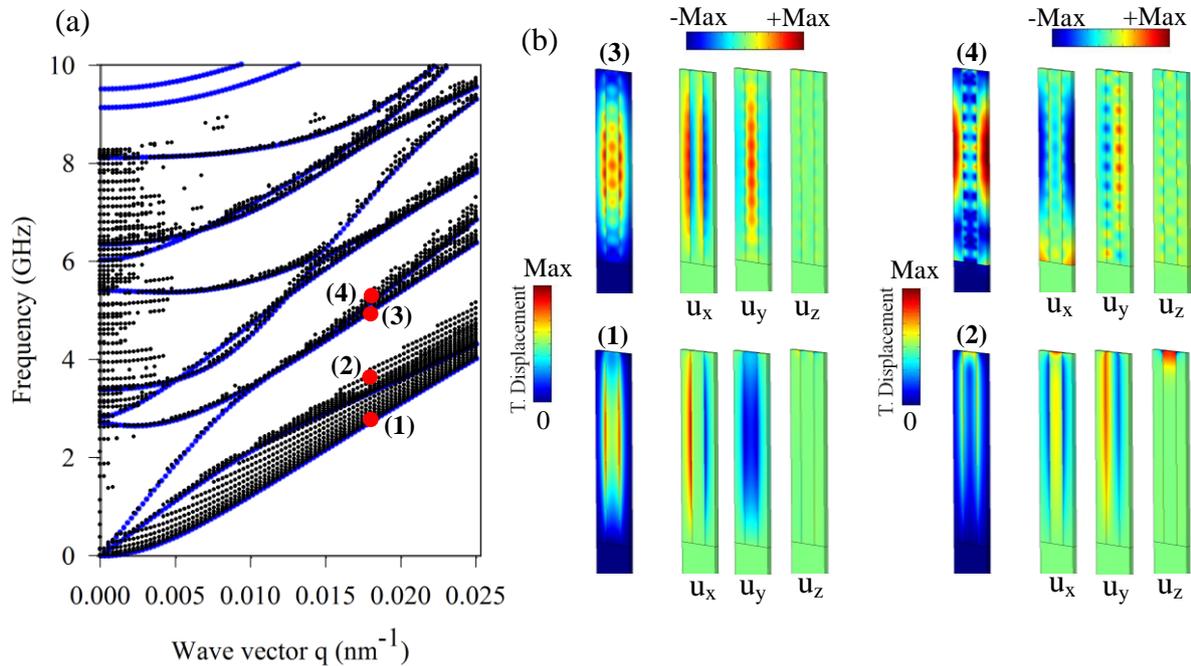


**Figure 2.9 : Courbe de dispersion calculée pour une propagation de l'onde élastique dans la direction parallèle aux stries. L'espace entre les stries est infiltré par le polymère liquide (Cargille). La ligne bleue correspond à la vitesse du son dans le Cargille.**

Nous retrouvons ici un nombre important de modes. Pour simplifier l'analyse de ces modes, nous avons appliqué la méthode de sélection précédente basée sur l'équation (2.4). Dans ce cas, les composantes du champ de déplacement dans la partie liquide sont déduites à partir de la pression acoustique selon les équations suivantes :

$$\begin{cases} u_x = \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial x} \\ u_y = \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial y} \\ u_z = \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad (2.10)$$

La figure 2.10a, montre la courbe de dispersion dans laquelle nous avons gardé les modes qui satisfont la condition  $P_{xy}(w, q) \geq 80\%$ . Cette condition permet de séparer la polarisation des modes et de ne conserver que les modes ayant un caractère fondamental de vibration. Pour comprendre l'origine de ces modes, nous avons calculé la courbe de dispersion d'un super réseau constitué d'une alternance périodique de couches époxy/Cargille avec le même facteur de remplissage que celui du CP (courbes bleues).

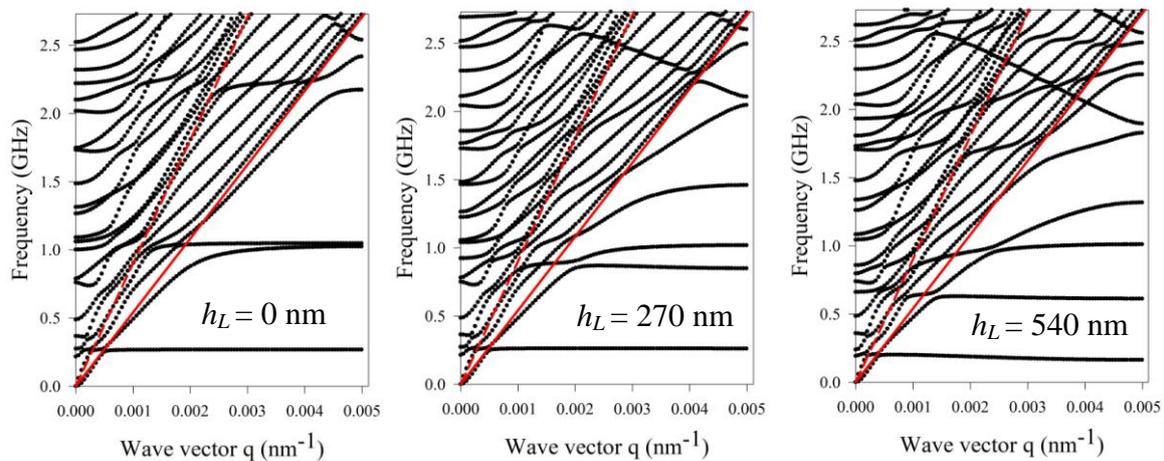


**Figure 2.10 : (a) Courbe de dispersion du CP infiltré par le Cargille (points noirs) obtenue par la condition  $P_{xy}(w, q) \geq 80$  et de la structure multicouches époxy/Cargille (courbes bleues). (b) Composantes et modules des champs de déplacement pour les modes fondamentaux des quatre premières branches obtenues pour  $q = 0.0167 \text{ nm}^{-1}$ .**

A partir de cette figure, on peut remarquer que les branches obtenues pour le CP sont similaires à celles du super réseau infini. Sur la figure 2.10b, nous avons présenté les cartes du champ de déplacement des modes appartenant aux quatre premières branches de la courbe de dispersion du CP (figure 2.10a) et qui présentent une amplitude maximale de  $P_{xy}(w, q)$ . Ces modes présentent également un comportement symétrique et antisymétrique du champ de déplacement par rapport au plan de symétrie des stries. A partir des courbes de dispersion des couches individuelles d'époxy et de Cargille (voir Annexe A2), il est possible de comprendre l'interaction entre les modes dans le système multicouche. Enfin, comme dans l'étude précédente, en raison de la hauteur finie des stries, chacun des modes fondamentaux est suivi d'une série de modes d'ordre supérieur de vibration (harmoniques).

### 2. 2. 6. 3 Propagation perpendiculaire aux stries infiltrées par le Cargille

Nous avons vu dans la section 2.2.4 que les courbes de dispersion du CP pour une propagation perpendiculaire aux stries, présentent des branches plates dans la zone non radiative. La forme plate de ces branches signifie que les modes correspondant sont non propagatifs, leur vitesse de groupe est nulle et ils sont confinés dans les stries. En d'autre terme, il n'y a pas d'interaction entre les stries du CP. Dans ce qui suit, nous présentons l'effet de l'infiltration du CP par le Cargille sur la courbe de dispersion pour la propagation perpendiculaire aux stries. Le calcul est réalisé avec des stries de hauteur faible ( $h = 540$  nm), afin de limiter le nombre de branches dans la zone non radiative. La figure 2.11 montre les courbes de dispersion calculées pour une propagation dans la direction perpendiculaire aux stries d'époxy et pour les hauteurs suivantes du liquide (Cargille) :  $h_L = 0$  nm,  $h_L = 270$  nm et  $h_L = 540$  nm.



**Figure 2.11 : Courbes de dispersion pour une propagation dans la direction perpendiculaire aux stries d'époxy de hauteur  $h = 540$  nm et remplis de Cargille de hauteurs :  $h_L = 0$  nm, 270 nm et 540 nm.**

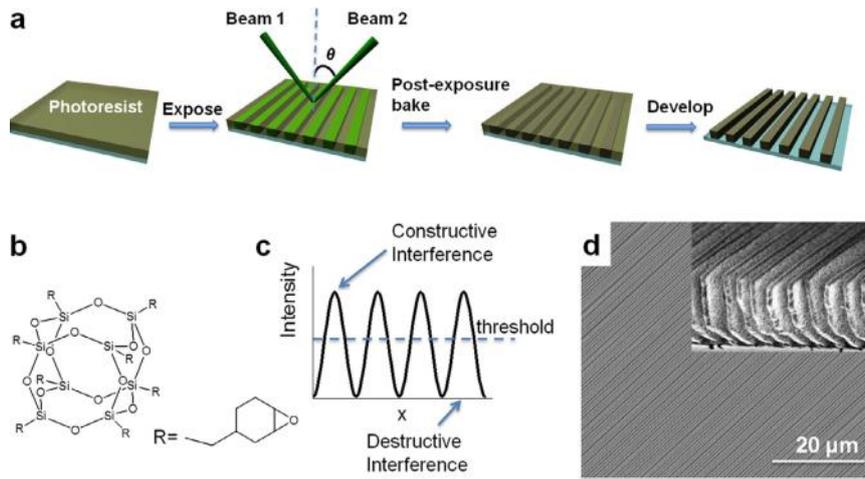
A partir de cette figure, nous pouvons constater que la présence du Cargille entre les stries entraîne l'apparition de nouveaux modes dans la zone non radiative. Ces modes interagissent avec les modes localisés dans les stries et donne lieu à des modes dispersifs. Les modes résultant de cette interaction diminuent en fréquence lorsque la hauteur augmente.

## **2.3 Réalisation et caractérisation expérimentale du CP hypersonique 1D.**

La préparation des échantillons a été réalisée par l'équipe du Pr. Shu Yang (UPenn, Université de Pennsylvanie, USA) et la caractérisation expérimentale par la technique de spectroscopie Brillouin par l'équipe du Pr. George Fytas (institut Max Planck à Mainz, Allemagne). Nous expliquons dans les deux paragraphes suivants les éléments de fabrication et de caractérisation utiles à l'analyse et à la comparaison des résultats obtenus expérimentalement et théoriquement.

### **2.3.1 Fabrication de l'échantillon**

Le cristal phononique hypersonique 1D a été fabriqué à l'UPenn par la technique de lithographie holographique dont le processus est illustré sur la figure 2.12a. Cette technique est basée sur le phénomène d'interférence de deux faisceaux laser ( $\lambda = 532$  nm) focalisées sur une couche photosensible déposée sur un substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ). La couche photosensible est constituée d'un matériau hybride (inorganique/organique) appelé époxy (epoxy-POSS) (figure 2.12b) qui agit comme une résine négative. Ainsi, les parties non exposées à la lumière et qui correspondent aux zones des franges sombres de la figure d'interférence résultante (figure 2.12c) vont disparaître après post-exposition et développement de l'échantillon dans un solvant (PGMEA, Sigma-Aldrich). Afin d'éviter l'effondrement des stries, l'échantillon a été immergé dans une solution (IPA, Sigma-Aldrich). Après une opération de séchage sous une température de  $50^\circ\text{C}$ , on obtient la structure phononique illustrée sur la figure 2.12d et qui correspond à un arrangement périodique unidimensionnel de stries d'époxy déposées sur le substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ). La période du réseau est contrôlée par l'angle d'incidence des deux faisceaux laser et la hauteur des stries est déterminée par l'épaisseur de la couche photosensible [53].



**Figure 2.12 : Procédure de fabrication du cristal phononique 1D. (a) Schéma de la procédure de fabrication par HI (Lithographie Holographique). (b) Structure chimique du matériau hybride (epoxy-POSS) constituant les stries. (c) Profil de l'intensité résultante de l'interférence de deux faisceaux laser. Les stries correspondent à la zone où l'intensité est supérieure au seuil (threshold) indiqué par la ligne discontinue horizontale sur le profil d'intensité. (d) Image SEM du cristal 1D.**

### 2. 3. 2 Caractérisation expérimentale par spectroscopie Brillouin

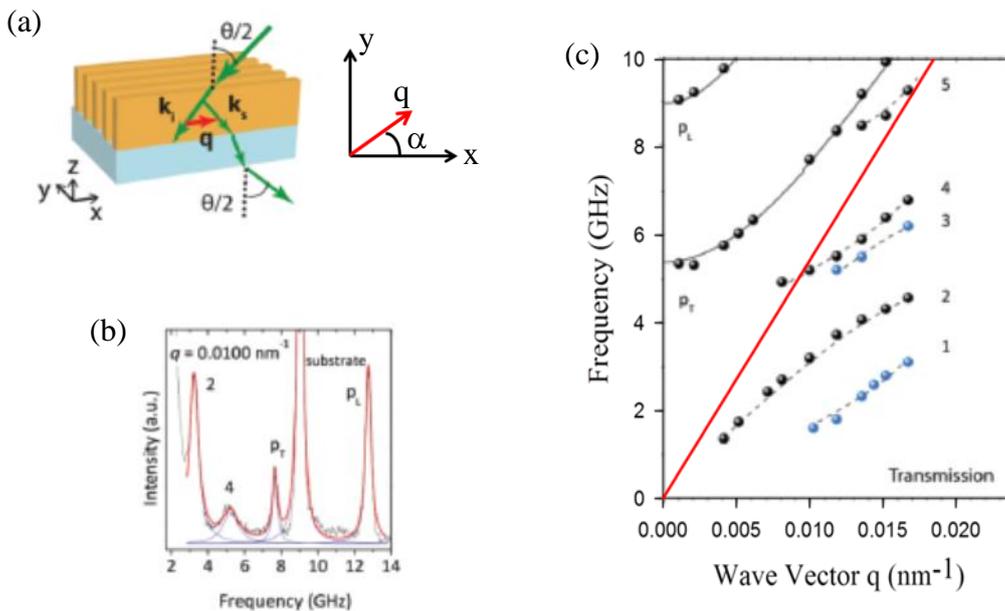
La détermination expérimentale de la courbe de dispersion du CP hypersonique a été réalisée à l'aide de la technique de spectroscopie Brillouin. Les expériences ont été réalisées à l'institut Max Planck de Mainz dans l'équipe du Pr. Fytas. La figure 2.13a illustre le schéma de la géométrie de diffusion considérée pour la mesure de la courbe de dispersion du CP. Ce cristal est constitué d'un matériau polymère transparent dans le visible ce qui permet la mesure du spectre de diffusion par transmission (figure 2.13a). Les modes excités sont les modes acoustiques dont le vecteur d'onde  $q$  est parallèle aux stries d'époxy. A partir des équations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, on peut déduire l'expression du vecteur d'onde  $q$  du phonon acoustique responsable de la diffusion de la lumière dans le plan d'incidence ( $xOz$ ). Le vecteur d'onde  $q$  des phonons acoustiques qui se propagent le long des stries est donné par :

$$q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.11)$$

où  $\lambda = 532 \text{ nm}$  est la longueur d'onde du faisceau laser et  $\theta$  représente l'angle d'incidence du champ électrique avec l'axe vertical ( $Oz$ ). En ce qui concerne la polarisation des champs électriques incident et diffusé, deux polarisations sont considérées dans cette expérience. Il

s'agit des polarisations (VV) et (VH) où la lettre V (resp. H) signifie que le champ électrique est polarisé dans la direction normale (resp. parallèle) au plan d'incidence (xOz). La première lettre correspond au champ électrique de la lumière incidente et la deuxième à la lumière diffusée.

La figure 2.13b donne un exemple du spectre associé au vecteur d'onde  $q = 0.01 \text{ nm}^{-1}$ , mesuré dans le cas de la polarisation VV. A partir de cette figure, on peut remarquer la présence de cinq pics d'intensités différentes. Les positions de ces pics correspondent aux fréquences de résonance de la structure phononique. A partir de ces spectres, on peut tracer la courbe de dispersion à partir de la variation de l'angle d'incidence du champ électrique avec la normale et donc du vecteur d'onde  $q$ . La courbe de dispersion expérimentale est obtenue en reportant les maxima des fréquences de résonance de la structure phononique en fonction des vecteurs d'ondes associés (figure 2.13c). Sur cette courbe, les cercles noirs (bleus) correspondent aux modes observés avec la polarisation VV (VH). On peut noter également que les modes associés à la première branche de la courbe de dispersion sont observés aussi en rétrodiffusion. A partir des deux figures 2.13b et 2.13c, on remarque que la position et l'intensité des pics observés dépendent de la géométrie de diffusion, de la polarisation des champs électriques incident et diffusé et de l'angle d'incidence. Les modes situés au-dessous de la vitesse transverse du substrat du verre ( $\text{SiO}_2$ ) (indiqué par la ligne rouge sur la courbe de dispersion), sont des modes localisés à la surface et dans les stries d'époxy.



**Figure 2.13 :** (a) Schéma de la géométrie de diffusion (transmission) où  $k_i$ ,  $k_s$  et  $q$  représentent respectivement le vecteur d'onde de la lumière incidente, de la lumière diffusée et du phonon,  $\theta/2$

étant l'angle d'incidence. (b) Spectre de diffusion Brillouin associé à  $q = 0.01 \text{ nm}^{-1}$  mesuré pour la polarisation VV. (c) Courbe de dispersion mesuré pour la polarisation VV (cercles noirs) et pour la polarisation VH (cercles bleus).

Dans la région au-dessus de la vitesse transverse du verre ( $\text{SiO}_2$ ) apparaissent trois branches de dispersion dont deux sont notées  $P_T$  et  $P_L$ . Ces deux branches correspondent respectivement aux repliements des deux vitesses transverses  $C_T$  et longitudinal  $C_L$  du son dans le substrat en raison de la périodicité de la structure. Ces deux branches sont décrites par la relation de dispersion suivante :

$$\omega = c|q| \quad (2.12)$$

où  $c$  représente les vitesses  $C_T$  et  $C_L$  et  $|q| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ . Du fait de la périodicité du CP dans la direction  $Oy$ , la composante du vecteur d'onde associée à cette direction s'écrit :  $q_y = q_y \mp G$ , où  $G = \frac{2\pi}{a}$  désigne le vecteur du réseau réciproque. L'équation (2.12) devient :

$$f(q) = \frac{c}{2\pi} \sqrt{q_x^2 + (q_y \mp \frac{2\pi}{a})^2} \quad (2.13)$$

Les lignes continues sur la courbe de dispersion de la figure 2.13c sont obtenues à partir de l'équation (2.13). L'intersection de ces deux branches avec l'axe des fréquences permet de déterminer la valeur de la période du cristal phononique. Celle-ci est obtenue en remplaçant  $q_x = q_y = 0$  dans l'équation (2.13).

### 2. 3. 3 Modèle numérique pour le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin de la lumière (BLS)

Contrairement aux calculs numériques où la courbe de dispersion calculée montre un nombre très important de modes (figure 2.3b), la courbe de dispersion mesurée par diffusion Brillouin de la lumière (figure 2.13c) ne montre qu'un nombre réduit de branches de dispersion. Cette réduction est due au fait que la technique de spectroscopie Brillouin ne rend compte que des modes de résonances basés sur le phénomène de diffusion Brillouin de la lumière.

Dans les milieux diélectriques, ce phénomène est dû à deux effets : (i) l'effet photo-élastique et (ii) l'effet du mouvement des interfaces. Ici, les matériaux constituant la structure phononique étudiée dans ce chapitre sont transparents dans le visible ( $\text{SiO}_2$  et POSS) et donc présentent un contraste d'indice de réfraction faible. Dans ce cas, le système peut être

considéré comme étant un milieu homogène de point de vue optique [63]. De ce fait, l'effet dominant dans le phénomène de diffusion Brillouin pour ce type de matériaux est l'effet photo-élastique. Ce dernier traduit la modulation de l'indice de réfraction sous l'effet de la déformation provoquée par l'onde élastique au cours de sa propagation (effet Pockels). Ainsi le milieu se comporte comme un réseau de diffraction en mouvement avec une vitesse égale à celle du phonon acoustique. En tenant compte de ces approximations, l'intensité du champ électrique de la lumière diffusée est donnée par l'expression suivante [63–65] :

$$I = |E_j^S|^2 \propto \left| \frac{1}{\omega} \iiint e^{i\vec{q}\vec{r}} \sum_{ijkl} P_{ijkl} S_{kl} E_i^I dr^3 \right|^2 \quad (2.14)$$

où  $I$  représente l'intensité du champ électrique de la lumière diffusée,  $E_i^I$  et  $E_j^S$  représentent respectivement les champs électriques de la lumière incidente et diffusée,  $\vec{q}$  est le vecteur d'onde du phonon acoustique,  $P_{ijkl}$  le tenseur des constantes phot-élastiques et  $S_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial l} + \frac{\partial u_l}{\partial k} \right)$  les composantes du tenseur de déformation. Le terme  $\frac{1}{\omega^2}$  dans l'expression de l'intensité de la lumière diffusée est obtenue à partir de la condition de normalisation du champ de déplacement déduite de l'expression de l'énergie statistique du mode phononique [64] :

$$\iiint \rho \omega^2 |u|^2 dr^3 \propto \hbar \omega |n + 1/2|$$

où  $n = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}$  est la distribution de Bose-Einstein et  $k_B$  la constante de Boltzmann. Pour les hautes températures  $k_B T \gg \hbar\omega$ , le terme à droite de l'équation ci-dessus devient :

$$\left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega = k_B T$$

Ainsi l'amplitude  $u_0$  du champ de déplacement  $u$  est donné par :

$$|u_0|^2 \propto \frac{k_B T}{\omega^2 \iiint \rho |u|^2 dr^3}$$

On normalise le champ de déplacement sur la cellule élémentaire tel que  $\iiint \rho |u|^2 dr^3 = 1$ .

Dans le cas d'un matériau isotrope, le tenseur des constantes photo-élastiques  $P_{ijkl}$  s'écrit :

$$P_{ijkl} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{12} & P_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} \end{pmatrix}.$$

Le développement de la relation (2.14) donne :

$$\begin{pmatrix} E_x^S \\ E_y^S \\ E_z^S \end{pmatrix} \propto \frac{1}{\omega} \iiint_V e^{i\vec{q}\vec{r}} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^I \\ E_y^I \\ E_z^I \end{pmatrix} dr^3 \quad (2.15)$$

avec :

$$\begin{aligned} A_{11} &= P_{11}S_{11} + P_{12}S_{22} + P_{12}S_{33} \\ A_{12} &= A_{21} = 2P_{44}S_{12} \\ A_{13} &= A_{31} = 2P_{44}S_{13} \\ A_{23} &= A_{32} = 2P_{44}S_{23} \\ A_{22} &= P_{12}S_{11} + P_{11}S_{22} + P_{12}S_{33} \\ A_{33} &= P_{12}S_{11} + P_{12}S_{22} + P_{11}S_{33} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dans notre cas, les mesures expérimentales ont été réalisées pour les phonons acoustiques avec des vecteurs d'onde contenus dans le plan parallèle à la surface du substrat (plan (xOz)). Ainsi, en se basant sur le schéma de la géométrie de diffusion présenté sur la figure 2.13a, on peut déduire l'expression générale du vecteur d'onde du phonon acoustique. Son expression en fonction des vecteurs d'ondes de la lumière incidente et diffusée, est donnée par la relation suivante :

$$\vec{q} = \vec{k}_s - \vec{k}_i = \begin{pmatrix} 2k_i \sin(\theta/2) \cos(\alpha) \\ 2k_i \sin(\theta/2) \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

où  $\alpha$  est l'angle entre la projection du vecteur d'onde de la lumière incidente sur le plan (xOy) et l'axe (Ox).

Dans le cas de la polarisation VV, les deux champs électriques incident et diffusé sont polarisés dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence. Ainsi l'intensité associée à cette polarisation devient :

$$I_{VV} \propto \left| \frac{1}{\omega} \iiint_{\text{strie}} e^{i\vec{q}\vec{r}} [\{A_{11} \sin(\alpha) + A_{12} \cos(\alpha)\} \sin(\alpha) + \{A_{21} \sin(\alpha) + A_{22} \cos(\alpha)\} \cos(\alpha)] E_0 dr^3 \right|^2 \quad (2.17)$$

Dans le cas de la polarisation VH, le champ électrique incident est polarisé dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence, tandis que le champ électrique diffusé est contenu dans le plan d'incidence. Dans ce cas l'intensité est donnée par :

$$I_{VH} \propto \left| \frac{1}{\omega} \iiint_{\text{strie}} e^{i\vec{q}\vec{r}} \left[ \{A_{11} \sin(\alpha) + A_{12} \cos(\alpha)\} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos(\alpha) - \{A_{21} \sin(\alpha) + A_{22} \cos(\alpha)\} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\alpha) + \{A_{31} \sin(\alpha) + A_{32} \cos(\alpha)\} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] E_0 dr^3 \right|^2 \quad (2.18)$$

Dans ce qui suit, nous avons appliqué ces deux dernières expressions pour le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin (BLS) pour différentes orientations du vecteur d'onde  $q$  du phonon acoustique par rapport à la direction des stries (direction Ox).

### 2. 3. 4 Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.

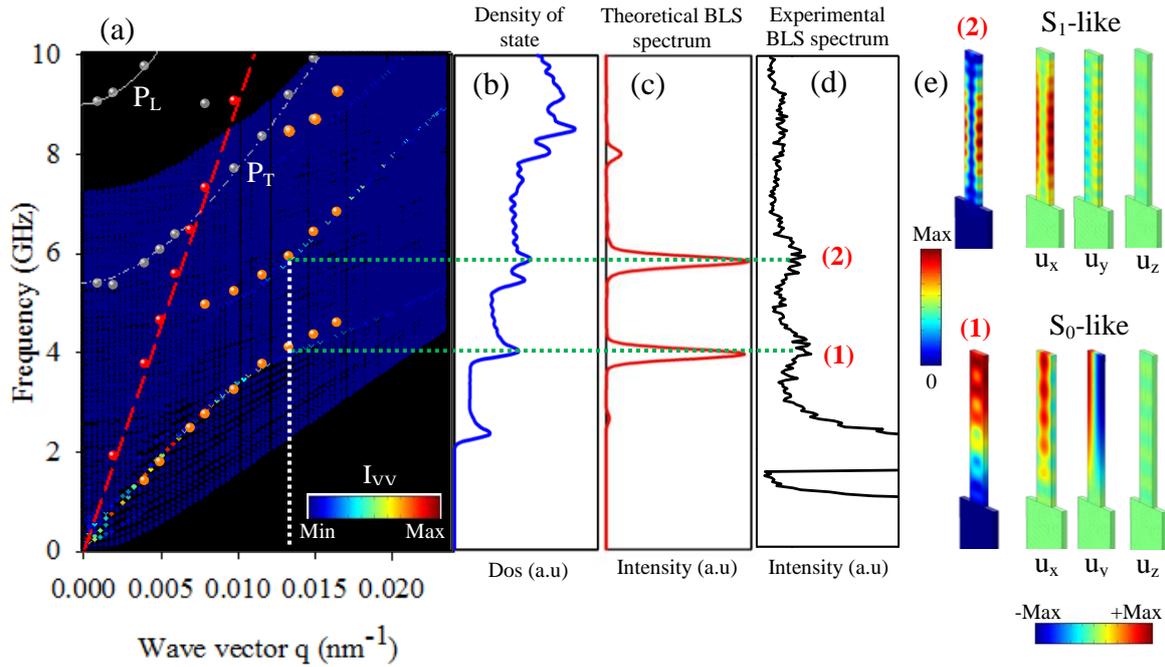
#### 2. 3. 4. 1 Polarisation VV

Comme nous l'avons mentionné dans la section 2. 3. 2, la mesure de la courbe de dispersion a été effectuée pour les phonons acoustiques qui se propagent dans la direction parallèle aux stries. Dans ce cas, l'angle  $\alpha$  entre le vecteur d'onde  $q$  et l'axe Ox vaut 0 (figure 2.13a). Ainsi, dans le cas de la polarisation VV, l'intensité de diffusion Brillouin définie par l'équation (2.17) devient :

$$I_{VV} \propto \left| \frac{1}{\omega} \iiint_{\text{strie}} e^{iqx} \left( P_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + P_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + P_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) E_0 dr^3 \right|^2 \quad (2.19)$$

La figure 2.14a représente la courbe de dispersion théorique obtenue à partir de l'expression (2.19) et dans laquelle l'échelle des couleurs représente l'intensité de diffusion Brillouin  $I_{VV}$  obtenue avec le rapport des coefficients photo-élastiques  $P_{11}/P_{12} = 0.1$  (voir annexe A3). Nous avons superposé à cette courbe la courbe expérimentale (points en orange). Pour comprendre ce résultat et interpréter la nature des modes obtenus expérimentalement, nous avons calculé la courbe de densité d'état des modes polarisés dans le plan (xy) (figure 2.14b). Cette courbe est obtenue à partir de l'expression  $P_{xy}$  (2.4) appliquée au vecteur d'onde  $q = 0.0135 \text{ nm}^{-1}$ . Sur cette courbe, on peut observer au moins six pics que nous avons identifié dans la première partie comme des modes  $A_n$ -like et  $S_n$ -like. La figure 2.14c reporte l'intensité de diffusion Brillouin  $I_{VV}$ , dans laquelle il reste seulement trois pics de vibration, en bonne adéquation avec le spectre de diffusion Brillouin représenté sur la figure 2.14d reporte

la courbe de diffusion expérimentale. Pour connaître la nature des modes, nous avons représenté les modules et les composantes du champ de déplacement des deux modes associés aux deux pics observés. Les deux modes principaux sont les modes  $S_n$ -like. Ce résultat se comprend par une analyse simple. L'absence des modes  $A_n$ -like dans le spectre de  $I_{VV}$  est due au fait que les composantes de déformation présentes dans l'expression de l'intensité (relation (2.19)) sont symétriques pour les modes  $A_n$ -like.



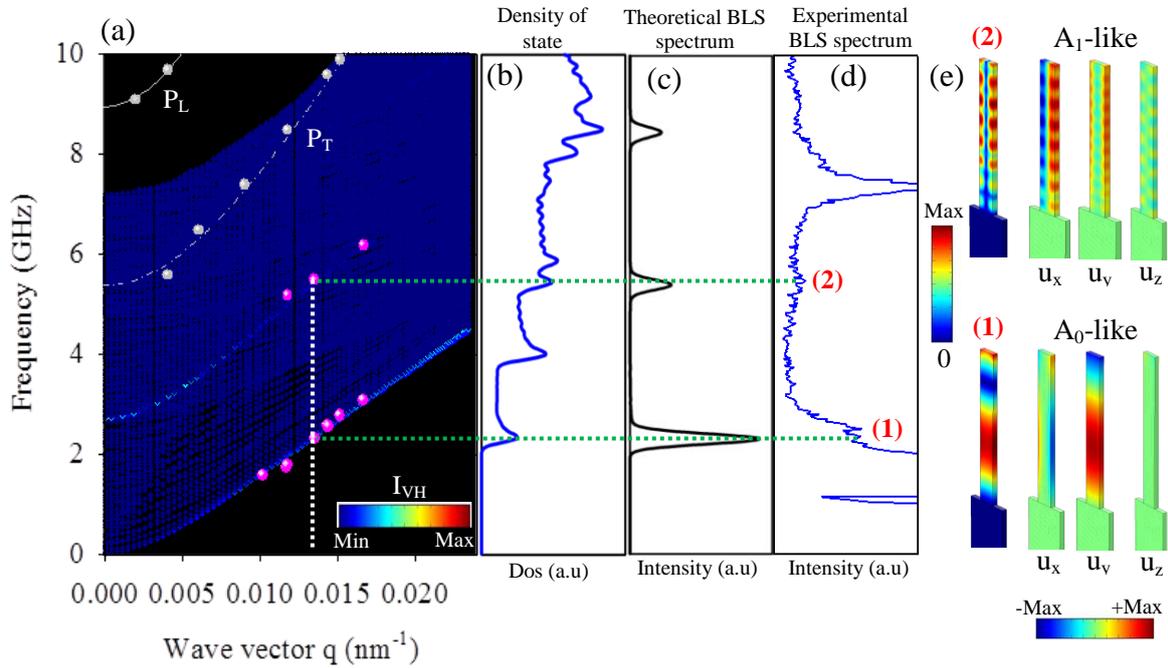
**Figure 2.14 :** (a) Courbes de dispersion théorique (barre des couleurs) et expérimentale (points en orange). (b) Courbe de densité d'état des modes dans le plan ( $xy$ ) calculés pour  $q = 0.0135 \text{ nm}^{-1}$ . (c) et (d) Spectres théorique (en rouge) et expérimentale (en noir) de l'intensité BLS obtenues pour  $q = 0.0135 \text{ nm}^{-1}$ . (e) Modules et composantes du champ de déplacement des deux modes qui correspondent aux pics (1) et (2).

#### 2. 3. 4. 2 Polarisation VH

Dans le cas de la polarisation VH, c'est-à-dire lorsque le champ électrique de la lumière diffusée possède deux composantes dans le plan ( $xz$ ), et pour une propagation dans la direction parallèle aux stries d'époxy ( $\alpha = 0$ ), l'expression de l'intensité de diffusion Brillouin, déduite de l'expression (2.18) devient :

$$I_{VH} \propto \left| \frac{1}{\omega} \iiint_{strie} e^{iqx} P_{44} \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right] E_0 dr^3 \right|^2 \quad (2.20)$$

Contrairement au cas précédent, et comme le montre la figure 2.15, le spectre calculé de l'intensité  $I_{VH}$  montre trois pics dont les deux premiers sont observés expérimentalement (figure 2.15c et 2.15d). Ces pics correspondent aux modes antisymétriques  $A_n$ -like. L'absence des modes  $S_n$ -like dans le spectre de  $I_{VH}$  est due au fait que les composantes de déformation qui apparaissent dans l'expression de l'intensité (relation (2.21)) sont antisymétriques pour les modes  $S_n$ -like.



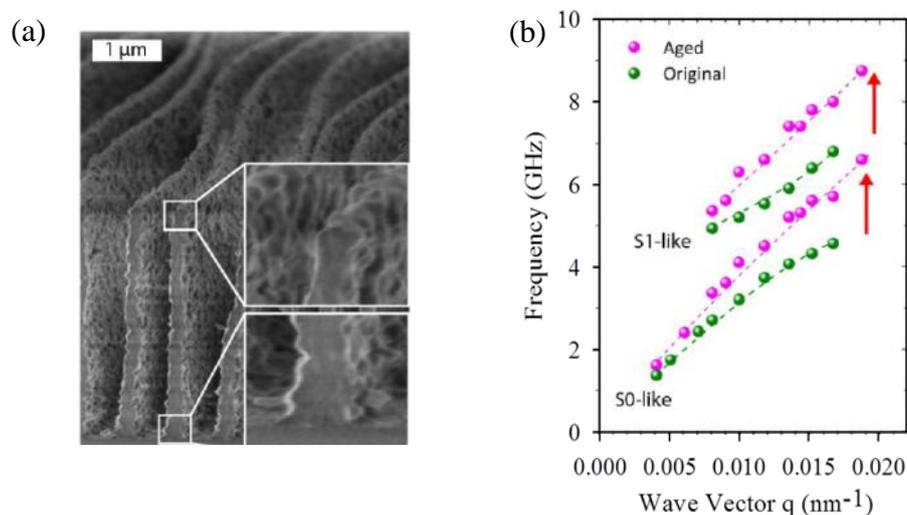
**Figure 2.15 : Courbe de dispersion théorique (color bar) et expérimentale (points rose). (b) Courbe de densité d'état des modes dans le plan (xy), calculée pour  $q = 0.0135 \text{ nm}^{-1}$ . (c) et (d) Spectres théorique (ligne noire) et expérimental (bleu) d'intensité  $I_{VH}$  obtenues pour  $q = 0.0135 \text{ nm}^{-1}$ . (e) Module et composantes du champ de déplacement des deux modes qui correspondent aux deux premiers pics observés.**

On peut noter également que la comparaison entre les spectres théoriques et expérimentaux nous a permis d'estimer les propriétés physiques des stries : (i) les fréquences des pics permettent de déterminer les valeurs des vitesses transverse et longitudinale des stries, (ii) la comparaison de l'intensité relative des pics permet d'estimer le rapport des coefficients photo-élastiques  $P_{11}/P_{12}$ . Enfin, nous avons également calculé l'intensité BLS

pour différentes valeurs de la hauteur (voir annexe A4). On peut noter que le nombre de branches qui contribuent à la diffusion dépend de la hauteur des stries.

### 2.3.5 Effet de vieillissement des stries sur les propriétés mécaniques de la structure phononique

Le vieillissement des stries peut être dû à plusieurs facteurs tels que l'humidité, la fatigue mécanique et la température [55,57,58,66,67]. La structure phononique a été déposée dans le laboratoire à température ( $\sim 23^\circ$ ) et une humidité ambiante. Après quelques mois, les stries d'époxy commencent à présenter une forme ondulée dans la direction  $Ox$  et une forme trapézoïdale dans la direction  $Oz$ , comme le montre l'image SEM de la figure 2.16a. Expérimentalement, la mesure par spectroscopie Brillouin de la courbe de dispersion (Figure 2.16b) montre un décalage des branches vers les hautes fréquences (points en rose) par rapport au cas précédent (points en vert). Afin de mettre en évidence l'origine de ce décalage vers les hautes fréquences, nous avons étudié les différentes formes observées dans la structure et qui sont la conséquence du vieillissement. Nous détaillons ci-dessous les hypothèses formulées.

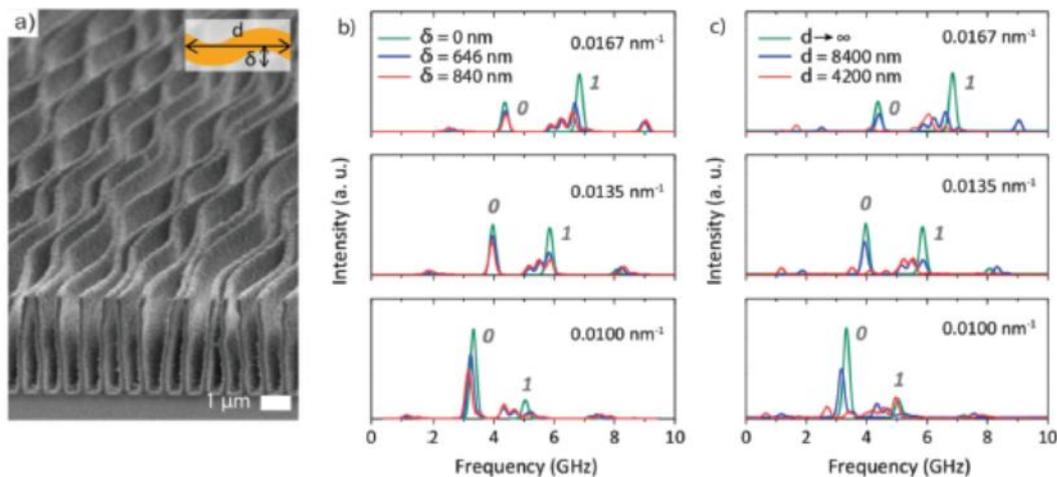


**Figure 2.16 : (a) Image SEM de la structure vieillie. (b) Courbes de dispersion expérimentales (polarisation VV) de la structure phononique, obtenues avant (cercles en vert) et après (cercles en rose) vieillissement.**

#### 2.3.5.1 Stries de forme ondulée

Comme nous l'avons montré dans la section 2.2.3.2, la courbe de dispersion de la structure phononique présente des modes de type  $A_n$ -like,  $S_n$ -like et  $SH_n$ -like comparable qualitativement à ceux d'une plaque infinie de même épaisseur que celle des stries. Nous

avons vu également que les modes observés par diffusion Brillouin de la lumière sont les modes symétriques ( $S_n$ -like) pour la polarisation VV et les modes antisymétrique ( $A_n$ -like) pour la polarisation VH. De ce fait, nous nous sommes contentés de l'étude de l'effet de l'ondulation sur la plaque infinie au lieu de la structure phononique constituée de stries. La figure 2.17 présente le spectre de diffusion Brillouin calculé pour les valeurs de l'amplitude d'ondulation :  $\delta = 0$  nm, 646 nm, 840 nm et pour les valeurs de la période de l'ondulation suivantes :  $d = 4200$  nm et 8400 nm. Ce calcul a été effectué pour les trois valeurs du vecteur d'onde suivantes :  $q = 0.01$  nm<sup>-1</sup>, 0.0135 nm<sup>-1</sup> et 0.0167 nm<sup>-1</sup>. Les trois spectres de la figure 2.17b sont calculés pour une période fixée à  $d = 8400$  nm. Alors que ceux de la figure 2.17c sont obtenus pour une amplitude d'ondulation fixée à  $\delta = 646$  nm. A partir de ces figures, on peut remarquer que l'ondulation de la plaque permet de diviser les pics en plusieurs pics avec des intensités relativement faibles. Ceci est dû au fait que l'ondulation de la plaque a brisé la symétrie des modes de la plaque. Par ailleurs cette forme ne permet pas d'avoir un décalage des pics vers les hautes fréquences, mais au contraire l'ondulation de la plaque produit un décalage des pics vers les basses fréquences surtout avec la période  $d = 8400$  nm et l'amplitude de l'ondulation  $\delta = 646$  nm. Ces valeurs correspondent à celles estimées à partir de l'image SEM du CP de la figure 2.17a. Par conséquent, la modulation dans la direction des stries introduit une fragmentation des pics et un décalage vers les basses fréquences, ce qui est en contradiction avec l'observation expérimentale de la figure 2.16b.

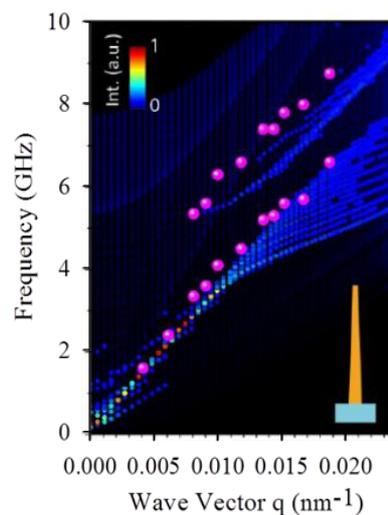


**Figure 2.17 : (a) Image SEM de la structure phononique après dégradation. (b) et (c) Spectres d'intensité BLS calculés pour une plaque ondulée où  $\delta$  et  $d$  représentent respectivement l'amplitude et la période d'ondulation de la plaque. Dans la colonne (b), la période est fixée à  $d =$**

**8400 nm et  $\delta$  varie entre 0 et 840 nm. Dans la colonne (c) l'amplitude est fixée à 646 nm et la période varie entre  $d = 0$  nm et  $d = 8400$  nm.**

### 2. 3. 5. 2 Stries de forme trapézoïdale

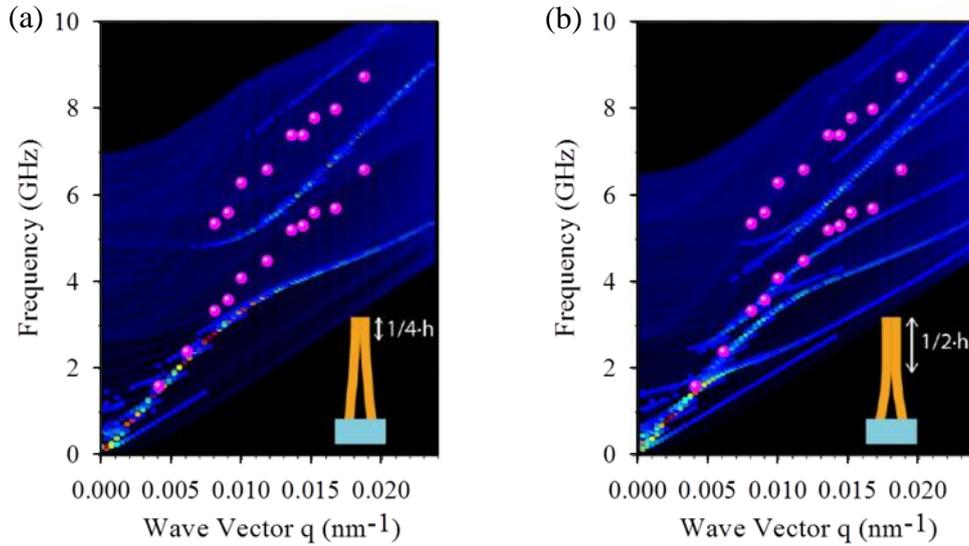
La figure 2.18 montre la courbe de dispersion des stries pour une forme trapézoïdale dont la largeur varie de  $w = 250$  nm à  $w = 100$  nm entre le bas et le sommet des stries. Le résultat du calcul montre que la largeur de la branche associée au mode  $S_0$ -like augmente avec le vecteur d'onde. Cette augmentation peut être expliquée par une superposition des modes  $S_0$ -like des plaques avec des largeurs comprises entre  $w = 250$  nm et  $w = 100$  nm.



**Figure 2.18 : Courbe de dispersion avec l'intensité BLS calculée pour des stries de forme trapézoïdale dont la largeur varie entre  $w = 250$  nm en bas des stries et  $w = 100$  nm au sommet des stries.**

### 2. 3. 5. 3 Stries en contact au sommet

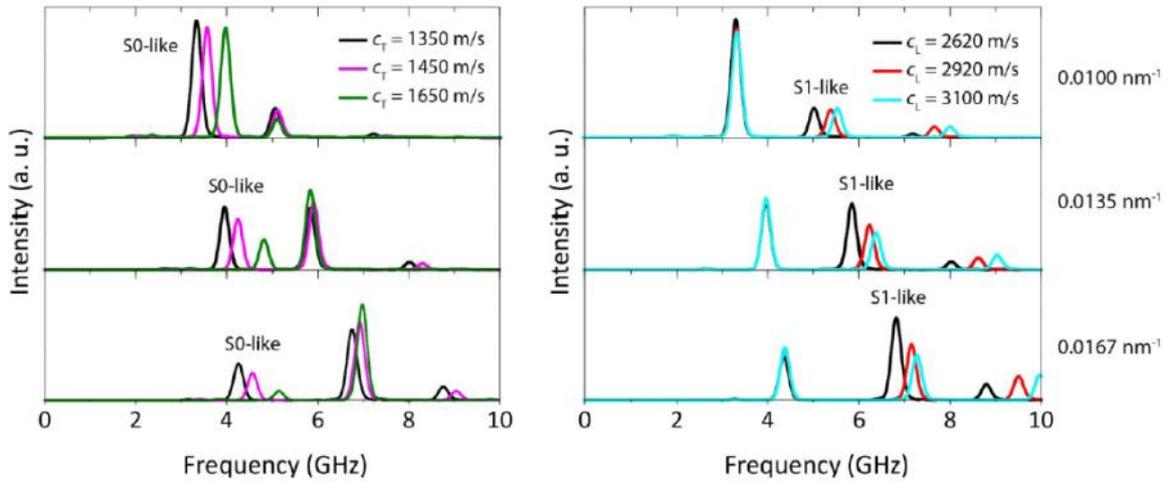
Nous présentons sur la figure 2.19 les courbes de dispersion pour deux situations de stries en contact (voir les figures insérées). Dans le premier cas, les stries sont en contact sur le quart supérieur de la hauteur des stries ( $h/4$ ). Dans le deuxième cas, nous avons augmenté la surface de contact entre deux stries sur la moitié de la hauteur ( $h/2$ ). Dans le premier cas, on obtient une duplication des modes sans décalage en fréquence. Par contre, le deuxième cas donne un décalage important des modes. Dans ce dernier cas, la surface de contact entre les stries est suffisante pour que la forme des branches ressemble aux modes de Lamb d'une plaque d'épaisseur  $2w$ . Toutefois, ce modèle ne peut pas être considéré pour interpréter le décalage des branches mesurées pour la structure déformée car on ne peut pas voir un tel contact sur l'image SEM de la figure 2.17a.



**Figure 2.19 : Courbes de dispersion théoriques (barres des couleurs) et expérimentales (cercles en rose) pour les stries en contact à partir du sommet. La hauteur de contact est : (a)  $h/4$ , (b)  $h/2$ .**

#### 2. 3. 5. 4 Effet de la variation des vitesses transverse et longitudinale

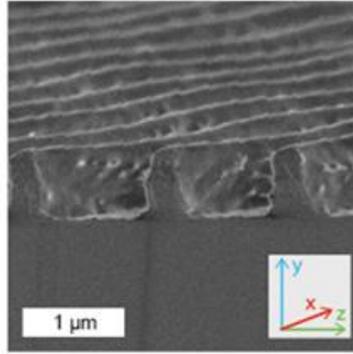
Dans les sections précédentes, nous avons étudié l'effet du changement de la géométrie sur les modes propres de vibration de la structure phononique. Le décalage observé des branches expérimentales peut être également à un changement des propriétés physiques des stries d'époxy. La figure 2.20 montre les spectres de diffusion Brillouin calculés pour différentes valeurs des vitesses transverses et longitudinales. Il en ressort que l'augmentation de la vitesse transverse de l'époxy provoque un décalage vers les hautes fréquences du mode  $S_0$ -like . Pour le mode  $S_1$ -like, le décalage en fréquence dépend de la valeur du vecteur d'onde. Si on augmente la vitesse  $C_L$ , on obtient un décalage vers les hautes fréquences des modes  $S_1$ -like et  $S_2$ -like tandis que le mode  $S_0$ -like ne varie pas. Notons que pour les modes antisymétriques, l'augmentation de la vitesse  $C_T$  permet un décalage vers les hautes fréquences des modes antisymétrique ( $A_n$ -like) tandis que l'augmentation de la vitesse  $C_L$  est sans effet remarquable.



**Figure 2.20 : Spectres d'intensité BLS calculés pour les valeurs de  $C_L = 2620$  m/s,  $2920$  m/s et  $3100$  m/s et  $C_T = 1350$  m/s,  $1450$  m/s et  $1650$  m/s. Sur la colonne à gauche la vitesse longitudinale est fixée à  $C_L = 2620$  m/s, tandis que sur la colonne à droite la vitesse transverse est fixée à  $C_T = 1350$  m/s. Les spectres sont tracés pour différentes valeurs du vecteur d'onde  $q$  indiquées à droite.**

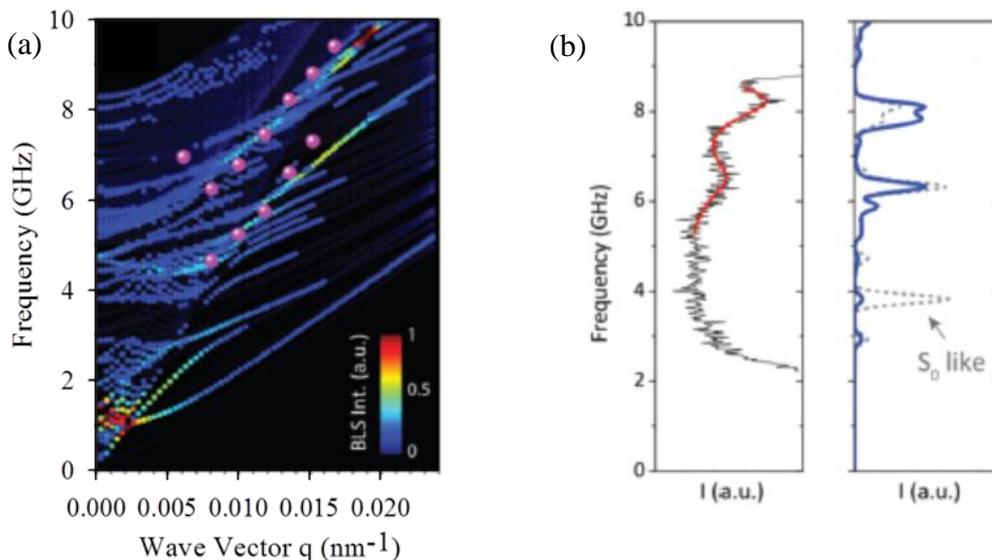
### 2. 3. 5. 5 Effet de la hauteur sur la dégradation de la structure

Afin de déterminer l'effet de la hauteur des stries, un autre échantillon avec des stries plus petites ( $h = 2w$ ) que l'échantillon précédent a été fabriqué avec la même technique et placé dans le laboratoire sous les mêmes conditions de température et d'humidité. Comme il est illustré par l'image SEM de la figure 2.21a, les petites stries semblent insensibles à l'effet du vieillissement. Nous pouvons constater l'absence de l'effet d'ondulation. Par contre, les stries sont arrondies aux sommets et présentent une forme non rectangulaire, probablement liés aux conditions de fabrications. L'absence de l'effet de l'ondulation sur les petites stries peut être expliquée par le fait que les contraintes exercées par le substrat empêchent l'ondulation due au vieillissement.



**Figure 2.21 : Image SEM de la structure avec les petites stries.**

La figure 2.22a donne les courbes de dispersion obtenues à partir de l'intensité de diffusion Brillouin théorique (barre en couleur) et expérimentale (cercles en rose) de la structure avec les petites stries ( $h/w = 2$ ). Le bon accord entre les deux courbes de dispersion (théorique et expérimentale) est obtenu pour des valeurs élevées des vitesses transverse et longitudinale (soient  $C_L = 2950$  m/s et  $C_T = 1450$  m/s) par rapport à ceux des grandes stries ( $C_L = 2620$  m/s et  $C_T = 1350$  m/s). On en déduit que les deux branches observées dans la courbe expérimentale sont décrites par les modes symétriques de type  $S_1$ -like et  $S_2$ -like. La figure 2.22b présente les spectres théorique (droite) et expérimental (gauche) pour le vecteur d'onde  $q = 0.0135$  nm<sup>-1</sup>. Pour justifier l'absence du mode de type  $S_0$ -like dans les mesures expérimentales, nous avons modifié le rapport  $P_{11}/P_{12}$  entre les coefficients photo-élastiques. Lorsque le rapport  $P_{11}/P_{12} \sim 0.67$ , la réponse Brillouin du mode  $S_0$  devient faible (courbe en bleue) en comparaison avec le rapport utilisé précédemment dans les stries à fort rapport d'aspect  $P_{11}/P_{12} = 0.1$  (courbe discontinue en gris).

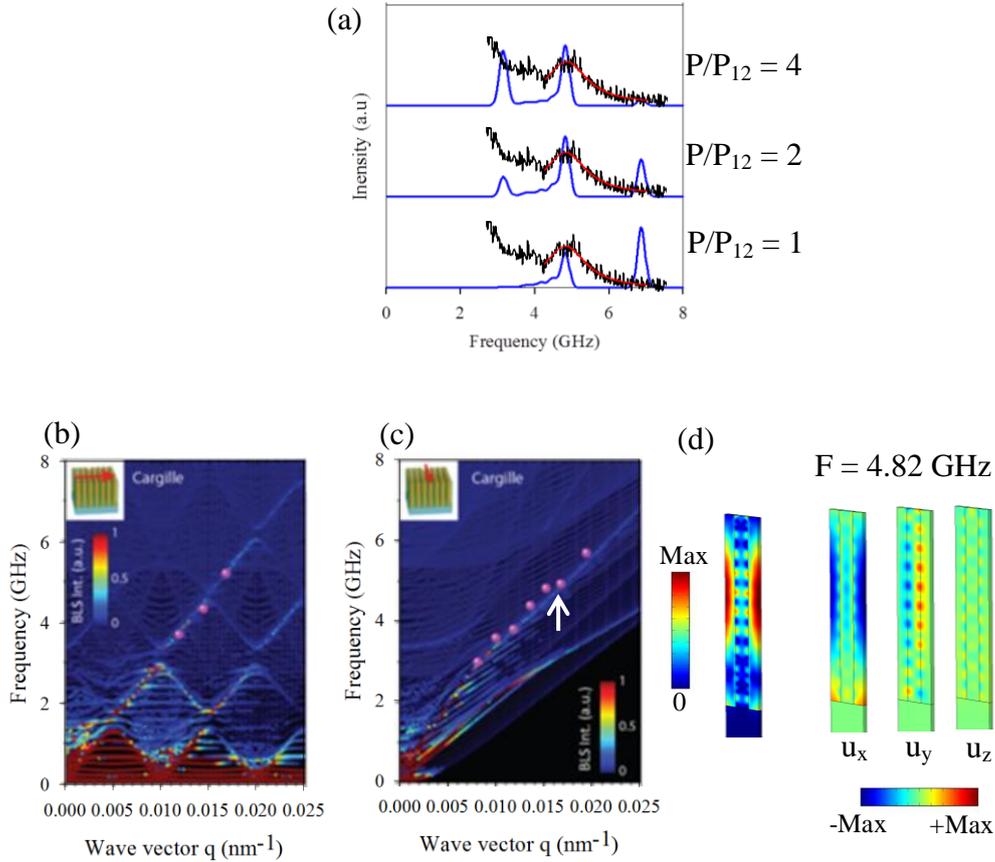


**Figure 2.22 : (a) Courbe de dispersion théorique (barre en couleur) et expérimentale (cercles en rose). (b) Spectres expérimental (à gauche) et théorique (à droite) pour  $q = 0.0135 \text{ nm}^{-1}$ , le rapport des coefficients photo-élastiques  $P_{11}/P_{12} = 0.67$  (ligne en bleu) et  $P_{11}/P_{12} = 0.1$  (ligne discontinue en bleu).**

### 2. 3. 5. 6 Infiltration de la structure phononique par un polymère liquide

Dans cette partie nous présentons les résultats de l'étude théorique et expérimentale de la diffusion Brillouin de la lumière dans le cas où la structure phononique avec les grandes stries est infiltrée avec du polymère liquide (Cargille ou PDMS). Nous avons montré dans la section 2.2.6 que la présence du Cargille liquide dans le cristal phononique, affecte les courbes de dispersion dans les deux directions de propagation, i.e., parallèle et perpendiculaire aux stries. Afin de mettre en évidence la sensibilité des courbes de dispersion phononiques à la nature du liquide infiltré, nous avons étudié l'infiltration par un autre polymère liquide (PDMS) dont les propriétés physiques sont différentes de celles du Cargille.

Comme nous l'avons vu précédemment, sous l'effet de la température ambiante et de l'humidité, la structure phononique peut subir des dégradations et montrer des ondulations aléatoires avec une période et une amplitude d'ondulation moyenne  $d = 8400 \text{ nm}$  et  $\delta = 646 \text{ nm}$  respectivement (Figure 2.17a). Par ailleurs, nous avons montré qu'avec de telles périodes d'ondulations, on ne peut pas avoir un décalage suffisant en fréquence pour décrire l'effet de la dégradation sur le spectre mesuré. Par conséquent, pour la simulation numérique de cette partie, nous avons utilisé les paramètres géométriques et physiques de la structure non dégradée. Pour le calcul de l'intensité BLS, nous avons utilisé la même expression que dans le cas de la structure non infiltrée (Eq. (2.19)), mais en tenant compte cette fois-ci d'un paramètre supplémentaire qui est le coefficient photo-élastique  $P$  du liquide. La figure 2.23a présente le spectre de diffusion Brillouin théorique (courbe en bleu) et expérimentale (courbe en rouge-noire) obtenu pour le vecteur d'onde  $q = 0.0167 \text{ nm}^{-1}$  dans le cas où l'espace entre les stries est rempli de Cargille. Le spectre théorique est calculé pour les valeurs suivantes du rapport  $P/P_{12}$ :  $P/P_{12} = 1, 2, 4$ . Ainsi, à partir de cette figure, on peut remarquer que le spectre expérimental est bien décrit par le spectre théorique pour une valeur du rapport  $P/P_{11}$  relativement grande ( $P/P_{11} > 2$ ). C'est la raison pour laquelle, dans le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin présenté dans la suite, nous avons pris la valeur du coefficient photo-élastique égale à  $P = 4P_{11}$  pour les deux liquides (Cargille et PDMS).

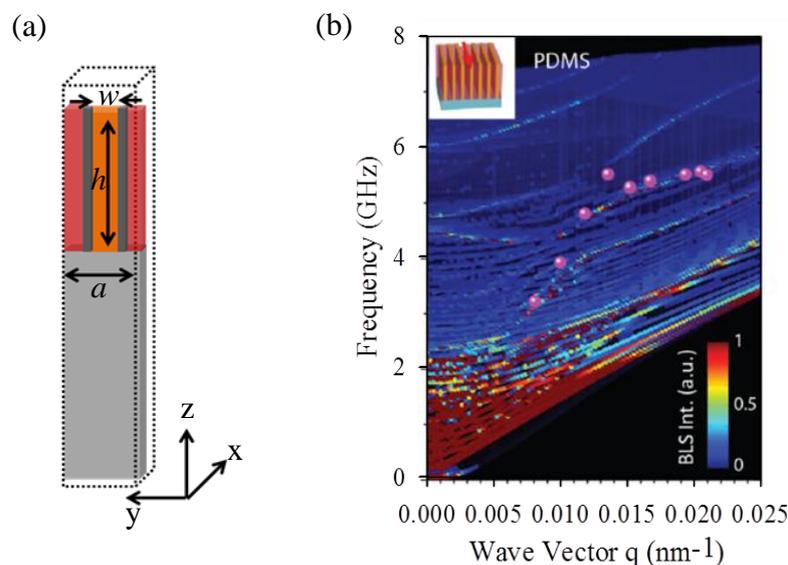


**Figure 2.23 :** (a) Spectre de diffusion Brillouin théorique (courbes en bleu) et expérimentale (courbe en rouge-noire) du CP rempli de Cargille pour  $q = 0.0167 \text{ nm}^{-1}$ . (b), (c) Courbes de dispersion théorique (barre des couleurs) et expérimental (cercles en rose) obtenues pour la structure des grandes stries remplies de Cargille pour les directions de propagation perpendiculaire et parallèle aux stries respectivement. (d) Module et composantes du champ de déplacement du mode observé (indiqué par la flèche blanche sur la courbe de dispersion) dans la direction parallèle aux stries ( $q = 0.0167 \text{ nm}^{-1}$ ).

La figure 2.23b donne les courbes de dispersion théorique (barre des couleurs) et expérimentale (points en rose) obtenues pour le CP rempli de Cargille pour une propagation perpendiculaire aux stries. La courbe expérimentale montre une seule branche de dispersion. A partir de la courbe de dispersion théorique on peut remarquer clairement que les branches qui contribuent le plus à la diffusion Brillouin sont celles qui correspondent au repliement des branches acoustiques du CP. La figure 2.23c présente les courbes de dispersions théorique (barre des couleurs) et expérimentale (cercles en rose) obtenues pour une propagation de l'onde élastique dans la direction parallèle aux stries. Contrairement au cas des stries non remplies où la courbe de dispersion expérimentale présente au moins trois branches (de type  $S_0$ -like,  $S_1$ -like et  $S_2$ -like), la courbe de dispersion expérimentale de la structure avec des

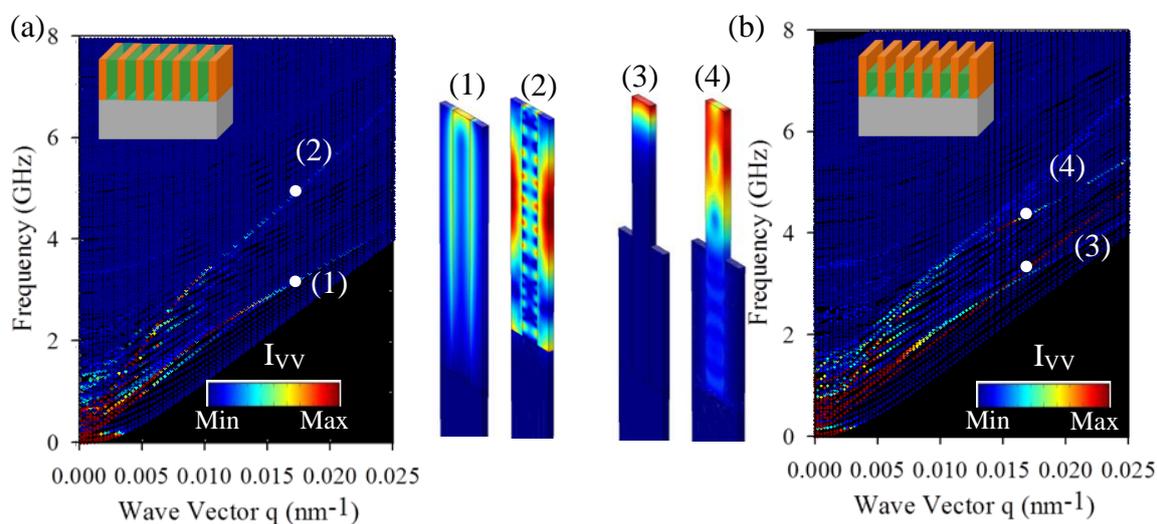
stries remplies de Cargille montre une seule branche qui correspond à la deuxième branche de la courbe de dispersion théorique. La première branche n'apparaît pas dans la courbe expérimentale, probablement à cause de sa proximité avec le pic de Rayleigh. A partir du calcul des modules et composantes du champ de déplacement de l'un des modes associés à la branche observée, on peut remarquer que les modes qui contribuent le plus à la diffusion sont les modes de type symétrique où la totalité du champ de déplacement est localisée dans la partie liquide de la cellule élémentaire.

Pour ce qui concerne le cas de la structure remplie avec du PDMS ( $C_L = 1000$  m/s et  $\rho = 965$  kg.m<sup>-3</sup>), la figure 2.24 présente les courbes de diffusion Brillouin théorique et expérimentale correspondantes. Contrairement au cas précédent, la courbe de dispersion expérimentale présente une branche presque plate qui n'est pas reproduite par le calcul de diffusion. En effet, ce genre de branche plate a déjà été observée dans le cas d'un cristal phononique 2D remplis de PDMS [68]. Dans ce papier, il a été montré que l'origine de cette branche est due au fait que le PDMS forme une couche solide à l'interface solide/liquide. La contribution solide vient d'une perte de mobilité des chaînes macromoléculaires lorsque ces dernières s'approchent de l'interface solide. Pour cela, nous avons considéré que le PDMS forme au niveau des surfaces latérales des stries une fine couche solide de PDMS d'épaisseur 10 nm avec une vitesse  $C_T = 250$  m/s. Sur la figure 2.24a, nous avons présenté la cellule élémentaire utilisée dans le calcul où la couleur grise foncée représente les couches de PDMS solide et celles en rouge correspondent au PDMS liquide. La courbe théorique résultante (figure 2.24b) présente maintenant une branche plate qui est associée à une forte localisation du champ de déplacement dans la couche de PDMS solide.



**Figure 2.24 :** (a) Cellule élémentaire utilisée pour le calcul de la courbe de dispersion. Les lames grises foncées entre le liquide et le solide correspondent à une fine couche PDMS solide. (b) Courbes de diffusion Brillouin théorique (barre des couleurs) et expérimentale (cercles en rose) obtenues pour la structure remplie de PDMS liquide avec une couche PDMS solide d'épaisseur 10 nm de chaque côté des stries. La vitesse transverse de la couche de PDMS solide est prise égale à  $C_{t,Layer} = 250$  m/s.

Nous avons également étudié le cas où les stries sont partiellement infiltrées. Ces résultats sont présentés sur la figure 2.25. En plus des modes observés précédemment, le spectre obtenu pour la structure à moitié remplie, montre deux branches supplémentaires dont l'une ressemble au mode de type  $S_0$ -like et l'autre correspond au mode de coin des stries. Leur intensité est plus grande que celles observées dans le cas de la structure totalement remplie.



**Figure 2.25 :** (a) Courbe de dispersion obtenue avec l'intensité  $I_{VV}$  pour la structure phononique totalement remplie et (b) à moitié remplie de Cargille liquide. (1) - (4) Modules du champ de déplacement des modes qui contribuent au spectre de diffusion Brillouin de la lumière.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique 1D à ondes de surface constitué de matériaux hybrides (organique/inorganique). Nous avons montré que la présence des stries sur la surface du substrat semi-infini permettait la création de nouveaux modes de surface, contrairement au cas de la surface uniforme d'un substrat semi-infini où il ne peut exister qu'un seul mode de propagation de type Rayleigh. A

l'aide d'une méthode de sélection des modes, nous avons pu identifier la nature des différents modes présents dans la zone non radiative de la courbe de dispersion.

Lorsque la direction d'excitation est parallèle au réseau de stries et pour des stries de haut rapport d'aspect ( $h/w > 10$ ), les modes se séparent en deux grandes ensembles : (i) le premier est constitué de modes fondamentaux qui ressemblent aux modes de la plaque équivalente infinie et que nous avons nommés de type  $A_n$ -like,  $S_n$ -like et  $SH_n$ -like selon leur polarisation. Chacun de ces modes est suivi d'une série de modes d'ordre supérieur de vibration qui sont à l'origine de la hauteur finie des stries. (ii) Le deuxième ensemble est constitué par deux modes de coin, respectivement symétrique et anti symétrique par rapport aux plan de symétrie de la strie.

Dans la direction perpendiculaire au réseau de stries, la courbe de dispersion correspondante montre la présence des branches plates dans la zone non radiative. Ces branches plates sont à l'origine des modes propres des stries qui interagissent avec le mode de Rayleigh du substrat de verre ( $SiO_2$ ) et donnent lieu à des bandes interdites situées en dessous de celle de Bragg.

Nous avons également étudié l'effet de l'infiltration des stries par des polymères liquides. L'infiltration du réseau de stries modifie la courbe de dispersion. Les modes présents sont des modes qui résultent de l'interaction des modes des stries avec les modes du liquide. Ils présentent également un caractère fondamental qui ressemble à celui du super-réseau infini constitué de l'arrangement périodique de deux couches Epoxy/Cargille. Comme précédemment, chacun de ces modes est suivie des modes d'ordre supérieur de vibration.

Enfin, nous avons développé un model analytique simplifié qui nous a permis de décrire numériquement l'intensité de la lumière diffusée d'origine photo-élastique. A l'aide de ce modèle nous avons pu faire une comparaison directe avec les mesures expérimentales et estimer les propriétés physiques des stries d'époxy et des polymères liquides infiltrés (Cargille et PDMS). Nous avons également mis en évidence l'effet de vieillissement des stries sur les propriétés mécaniques des cristaux phononiques à base de ces stries.

## Références

- [1] S. R. Seshadri, *J. Acoust. Soc. Am.* **65**, 687 (1979).
- [2] D. A. Simons, *J. Acoust. Soc. Am.* **63**, 1292 (1978).
- [3] N. E. Glass, R. Loudon, and A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **24**, 6843 (1981).
- [4] N. E. Glass and A. A. Maradudin, *J. Appl. Phys.* **54**, 796 (1983).
- [5] L. Giovannini, F. Nizzoli, and A. M. Marvin, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1572 (1992).
- [6] V. P. Plessky and T. Thorvaldsson, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **42**, 280 (1995).
- [7] V. Laude, A. Khelif, T. Pastureauud, and S. Ballandras, *J. Appl. Phys.* **90**, 2492 (2001).
- [8] B. Djafari-Rouhani and L. Dobrzynski, *J. Phys. Condens. Matter* **5**, 8177 (1993).
- [9] B. Graczykowski, F. Alzina, J. Gomis-Bresco, and C. M. Sotomayor Torres, *J. Appl. Phys.* **119**, 025308 (2016).
- [10] B. Graczykowski, *J. Appl. Phys.* **112**, 103520 (2012).
- [11] Y. Xu and P. Peng, *J. Appl. Phys.* **117**, 035103 (2015).
- [12] A. A. Maznev, *Phys. Rev. B* **78**, (2008).
- [13] M. B. Dühring, V. Laude, and A. Khelif, *J. Appl. Phys.* **105**, 093504 (2009).
- [14] A. Khelif and B. Djafari Rouhani, *J. Appl. Phys.* **81**, 7141 (1997).
- [15] Y. V. Gulyaev and V. P. Plesskiĭ, *Sov. Phys. Uspekhi* **32**, 51 (1989).
- [16] Z. Hou and B. M. Assouar, *J. Phys. Appl. Phys.* **42**, 085103 (2009).
- [17] H. S. Tuan and J. P. Parekh, *Appl. Phys. Lett.* **30**, 220 (1977).
- [18] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, and P. Lambin, *Eur. Phys. J. B - Condens. Matter Complex Syst.* **21**, 437 (2001).
- [19] A. R. Baghai-Wadji and A. A. Maradudin, *Appl. Phys. Lett.* **59**, 1841 (1991).
- [20] A. N. Darinskii, *J. Acoust. Soc. Am.* **107**, 2447 (2000).
- [21] A. A. Maradudin, P. Ryan, and A. R. McGurn, *Phys. Rev. B* **38**, 3068 (1988).
- [22] A. A. Maradudin and W. Zierau, *Geophys. J. Int.* **118**, 325 (1994).
- [23] V. Laude, L. Robert, W. Daniau, A. Khelif, and S. Ballandras, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 083515 (2006).
- [24] S. Lee, *Phys. Rev. B* **49**, 2273 (1994).
- [25] J. R. Dutcher, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2464 (1992).
- [26] S. J. Martin, R. L. Gunshor, M. R. Melloch, S. Datta, and R. F. Pierret, *Appl. Phys. Lett.* **43**, 238 (1983).
- [27] S. Bandyopadhyay, S. Datta, S. J. Martin, and R. L. Gunshor, *J. Appl. Phys.* **55**, 69 (1984).
- [28] A. A. Maznev and A. G. Every, *J. Appl. Phys.* **106**, 113531 (2009).
- [29] J. Ma and H. J. Maris, *J. Appl. Phys.* **107**, 104904 (2010).
- [30] A. A. Krushynska and V. V. Meleshko, *J. Acoust. Soc. Am.* **129**, 1324 (2011).
- [31] O. M. Mukdadi and S. K. Datta, *J. Appl. Phys.* **93**, 9360 (2003).
- [32] O. M. Mukdadi, Y. M. Desai, S. K. Datta, A. H. Shah, and A. J. Niklasson, *J. Acoust. Soc. Am.* **112**, 1766 (2002).
- [33] W. B. Fraser, *Int. J. Solids Struct.* **5**, 379 (1969).
- [34] J. Kaplunov, A. V. Pichugin, and V. Zernov, *J. Acoust. Soc. Am.* **125**, 621 (2009).
- [35] O. M. Mukdadi, S. K. Datta, and M. L. Dunn, *J. Appl. Phys.* **97**, 074313 (2005).
- [36] A. Gunawan and S. Hirose, *Eng. Anal. Bound. Elem.* **29**, 913 (2005).
- [37] T. Hayashi, W.-J. Song, and J. L. Rose, *Ultrasonics* **41**, 175 (2003).
- [38] H. Pan, V. L. Zhang, K. Di, M. H. Kuok, H. S. Lim, S. C. Ng, N. Singh, and A. O. Adeyeye, *Nanoscale Res. Lett.* **8**, 115 (2013).
- [39] B. Graczykowski, M. Sledzinska, N. Kehagias, F. Alzina, J. S. Reparaz, and C. M. Sotomayor Torres, *Appl. Phys. Lett.* **104**, 123108 (2014).

- [40] D. Nardi, M. Travaglini, M. E. Siemens, Q. Li, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn, G. Ferrini, F. Parmigiani, and F. Banfi, *Nano Lett.* **11**, 4126 (2011).
- [41] G. A. Antonelli, H. J. Maris, S. G. Malhotra, and J. M. E. Harper, *J. Appl. Phys.* **91**, 3261 (2002).
- [42] A. A. Maznev and O. B. Wright, *J. Appl. Phys.* **105**, 123530 (2009).
- [43] L. Dhar and J. A. Rogers, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 1402 (2000).
- [44] I. Malfanti, A. Taschin, P. Bartolini, and R. Torre, *EPL Europhys. Lett.* **97**, 44010 (2012).
- [45] I. Malfanti, A. Taschin, P. Bartolini, B. Bonello, and R. Torre, *J. Mech. Phys. Solids* **59**, 2370 (2011).
- [46] A. Trzaskowska, S. Mielcarek, and M. Wiesner, *J. Appl. Phys.* **116**, 214303 (2014).
- [47] R. Hartschuh, Y. Ding, J. H. Roh, A. Kisliuk, A. P. Sokolov, C. L. Soles, R. L. Jones, T. J. Hu, W. L. Wu, and A. P. Mahorowala, *J. Polym. Sci. Part B Polym. Phys.* **42**, 1106 (2004).
- [48] R. D. Hartschuh, A. Kisliuk, V. Novikov, A. P. Sokolov, P. R. Heyliger, C. M. Flannery, W. L. Johnson, C. L. Soles, and W.-L. Wu, *Appl. Phys. Lett.* **87**, 173121 (2005).
- [49] P. R. Heyliger, C. M. Flannery, and W. L. Johnson, *Nanotechnology* **19**, 145707 (2008).
- [50] W. L. Johnson, S. A. Kim, R. Geiss, C. M. Flannery, C. L. Soles, C. Wang, C. M. Stafford, W.-L. Wu, J. M. Torres, B. D. Vogt, and P. R. Heyliger, *Nanotechnology* **21**, 75703 (2010).
- [51] E. Alonso-Redondo, A. Gueddida, J. Li, B. Graczykowski, C. M. S. Torres, Y. Pennec, S. Yang, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *Nanoscale* **9**, 2739 (2017).
- [52] A. Gueddida, Y. Pennec, E. H. El Boudouti, G. Fytas, and B. Djafari Rouhani, *Appl. Sci.* **8**, 805 (2018).
- [53] J. Li and S. Yang, *Microelectron. Eng.* **128**, 7 (2014).
- [54] C. Ishiyama and Y. Higo, *J. Polym. Sci. B Polym. Phys.* **40**, 460 (2002).
- [55] G. Stan, C. V. Ciobanu, I. Levin, H. J. Yoo, A. Myers, K. Singh, C. Jezewski, B. Miner, and S. W. King, *Nano Lett.* **15**, 3845 (2015).
- [56] S. P. Delcambre, R. A. Riggelman, J. J. de Pablo, and P. F. Nealey, *Soft Matter* **6**, 2475 (2010).
- [57] J. Li, Y. Cho, I. Choi, and S. Yang, *Adv. Funct. Mater.* **24**, 2361 (2014).
- [58] K. J. Alvine, Y. Ding, J. F. Douglas, H. W. Ro, B. C. Okerberg, A. Karim, and C. L. Soles, *Soft Matter* **5**, 2913 (2009).
- [59] Y. Achaoui, A. Khelif, S. Benchabane, and V. Laude, in *IUTAM Symp. Recent Adv. Acoust. Waves Solids* (Springer, Dordrecht, 2010), pp. 341–347.
- [60] P. D. Pupyrev, A. M. Lomonosov, and A. P. Mayer, *Ultrasonics* **70**, 75 (2016).
- [61] A. M. Lomonosov, *Phys. Rev. B* **92**, (2015).
- [62] M. Oudich, Y. Li, B. M. Assouar, and Z. Hou, *New J. Phys.* **12**, 083049 (2010).
- [63] D. Schneider, F. Liaqat, E. H. El Boudouti, Y. El Hassouani, B. Djafari-Rouhani, W. Tremel, H.-J. Butt, and G. Fytas, *Nano Lett.* **12**, 3101 (2012).
- [64] J. He, B. Djafari-Rouhani, and J. Sapriel, *Phys. Rev. B* **37**, 4086 (1988).
- [65] T. Błachowicz, *Zesz. Nauk. Mat. - Fiz. Politech. Śląska* **z. 90**, 3 (2003).
- [66] V. R. Tirumala, C. M. Stafford, L. E. Ocola, J. F. Douglas, and L. Mahadevan, *Nano Lett.* **12**, 1516 (2012).
- [67] V. Kalima, S. Siitonen, P. Karvinen, M. Suvanto, M. Kuittinen, and T. T. Pakkanen, *J. Micromechanics Microengineering* **18**, 025020 (2008).
- [68] A. Sato, Y. Pennec, N. Shingne, T. Thurn-Albrecht, W. Knoll, M. Steinhart, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *ACS Nano* **4**, 3471 (2010).

**Chapitre 3 : Propagation des ondes élastiques  
dans un super-réseau semi-infini à base  
des matériaux hybrides (PMMA/BaTiO<sub>3</sub>)**

### 3.1 Introduction

Les cristaux phononiques unidimensionnels (1D) sont d'une grande importance en sciences des matériaux. Ces structures, appelées super-réseaux (SRs), sont formées par l'alternance d'une ou plusieurs couches élastiques et/ou acoustiques selon la direction de croissance des couches [1–4]. Les couches qui constituent les SRs peuvent être de type solide-solide ou solide-fluide [3,4]. Après la proposition de ces structures par Esaki en 1970 [5], l'étude des excitations élémentaires (phonon, photon, magnon, polariton, électron,...) dans ces systèmes a connu un grand essor [4,6–10]. Parmi ces excitations, les phonons acoustiques [4] ont fait l'objet de plusieurs études depuis la démonstration expérimentale par Narayanamurti et al. [11] de l'existence d'une bande interdite pour les phonons acoustiques dans un SR à base de GaAs/AlGaAs suivie par la première observation par Colvard et al. [12] du doublet associé aux phonons acoustiques longitudinaux repliés par la diffusion Raman pour un SR à base de GaAs/AlAs. La propriété essentielle de ces matériaux périodiques est l'existence de bandes interdites (gaps) induits par la différence entre les propriétés acoustiques des couches qui constituent ces systèmes. Ces propriétés ont été réalisées avant même la prédiction théorique de bandes interdites phononiques dans les structures à 2D et 3D [13–17].

Plusieurs travaux théoriques et expérimentaux ont été consacrés à l'étude des structures de bandes des SRs à base de matériaux solide-solide de type semi-conducteurs, métalliques ou hybride (organique/inorganique) [18–27]. L'introduction d'inhomogénéités dans ces structures telles que la surface libre [2,3,25,28–45], l'interface avec un autre substrat [30,31,34,44,45] ou encore la présence d'une cavité [43,46–54], peut, sous certaines conditions induire des modes de défauts dans les bandes interdites. Les structures multicouches périodiques à base de lames solide-fluide avec et sans défauts ont également fait l'objet de plusieurs travaux théoriques et expérimentaux [1,55–63]. Différents types de structures lamellaires ont été proposées pour des applications telles que les miroirs omnidirectionnels [64–67], les cristaux hypersoniques pour favoriser l'interaction acousto-optique [51–53], la transmission acoustique unidirectionnelle (diode acoustique) [68,69], la diminution de la conductivité thermique [70], les résonateurs optomécaniques [71,72] et les capteurs [73,74]. L'avantage des systèmes à 1D réside dans le fait que leur conception est plus facile à réaliser. Par ailleurs, il est possible de réaliser des calculs analytique et numérique relativement simples qui permettent de comprendre en détail les différentes propriétés physiques.

Par ailleurs, la combinaison des polymères de type organique avec les matériaux inorganiques dans la réalisation des super-réseaux (SRs) a permis d'améliorer et d'élargir le contraste des impédances acoustique et optique dans les super-réseaux. Par exemple, N. Gomopoulos et al. [22] ont mis en évidence la présence d'une bande interdite pour un système multicouche constitué de l'arrangement périodique de 20 couches de SiO<sub>2</sub> poreux et de PMMA. A l'aide de la méthode d'analyse par éléments finis et de la technique de spectroscopie Brillouin, ces auteurs ont montré d'une part la présence d'une bande interdite dans la gamme des fréquences hypersoniques, et d'autre part l'effet de la porosité de la couche de SiO<sub>2</sub> sur la largeur et la fréquence de la bande interdite. D. Schneider et al. [24] ont réalisé une étude théorique et expérimentale de la propagation des phonons hypersoniques dans deux directions, parallèle et perpendiculaire aux couches d'un super-réseau (SR), constitué de l'alternance périodique de 20 couches de PMMA et de SiO<sub>2</sub> poreux. Dans cette étude, ces auteurs ont montré la possibilité de contrôler la position et la largeur du gap par la rotation de la structure autour de la normale au plan sagittal du super-réseau. Ils ont également montré le caractère robuste de la largeur du gap vis-à-vis de la variation de l'épaisseur des couches du super-réseau (SR). Dans la même structure, D. Schneider et al. [25] ont mis en évidence des modes de défaut, tels que les modes de cavité et les modes de surface par variation de l'épaisseur de certaines couches du SR. Alonso-Redondo et al. [26], ont remplacé la couche du matériau inorganique (SiO<sub>2</sub>) par une couche de TiO<sub>2</sub>. Grâce au double contraste des propriétés élastiques et optiques que présente la couche de TiO<sub>2</sub> par rapport à celle de SiO<sub>2</sub>, cette structure a permis d'obtenir un gap à la fois phononique et photonique.

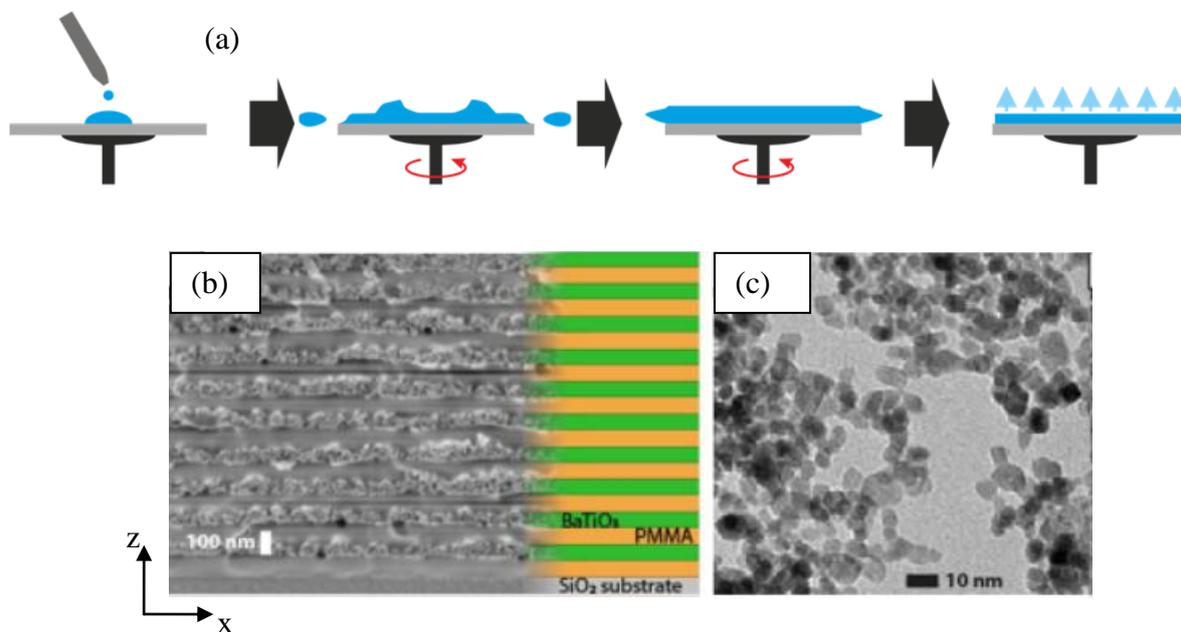
Ce chapitre a pour objectif de déterminer les propriétés élastiques, photo-élastiques et optiques du SR hybride à base de PMMA et de BaTiO<sub>3</sub> (titanate de baryum) [75]. Ce dernier matériau (BaTiO<sub>3</sub>) de par son caractère ferroélectrique et ses propriétés élastiques (vitesses et masse volumique) très élevées par rapport au PMMA, entraîne une réduction de la vitesse effective du SR. La détermination des propriétés du BaTiO<sub>3</sub> est réalisée à travers la comparaison entre les calculs numériques et les mesures expérimentales des courbes de dispersion phononiques, des courbes de transmission optiques et des spectres de diffusion Brillouin de la lumière. Pour ce faire, nous allons utiliser le modèle numérique de la diffusion Brillouin de la lumière présenté dans le chapitre 2. Dans ce travail, nous allons tout d'abord commencer par la détermination de l'indice de réfraction de la couche de BaTiO<sub>3</sub> à partir de la courbe de transmission optique. Ensuite, nous allons déterminer, à partir des courbes de dispersion phononique, les propriétés élastiques de la couche de BaTiO<sub>3</sub>. Cette détermination

est rendue possible grâce au fait que, pour la propagation dans la direction perpendiculaire aux couches, les différentes polarisations sont découplées et les pics associés aux modes purement longitudinaux ne dépendent que de la vitesse longitudinale du super-réseau. Enfin, grâce à la courbe de dispersion associée à la direction parallèle, nous avons pu déterminer la vitesse transverse acoustique de cette couche. Nous avons également déterminé la nature des modes observés ainsi que l'effet de l'infiltration du polymère PMMA dans la couche de  $\text{BaTiO}_3$  sur ses propriétés élastiques.

### 3.2 Présentation de la structure phononique

Les réalisations et caractérisations expérimentales ont été effectuées par l'équipe de George Fytas, notamment par Elena Alonso-Redondo pour la caractérisation par la technique de spectroscopie Brillouin et par Hannah Huesmann pour la fabrication de l'échantillon.

Le super-réseau étudié dans ce chapitre est à base des matériaux hybrides (PMMA/BaTiO<sub>3</sub>). Cette structure a été réalisée par la technique de Spin Coating [76] (figure 3.1a). Il s'agit d'une technique simple et rapide de déposition de couches minces, basée sur la force centrifuge induite par le mouvement de rotation d'un support tournant (spin-coater) avec une vitesse réglable par l'utilisateur. Les matériaux constituant le SR sont en général contenus dans un solvant. La fabrication commence par la déposition du substrat de verre (SiO<sub>2</sub>) sur le support tournant. Ensuite, le matériau constituant la première couche est déposé sur le substrat sous forme de liquide (solvant) et grâce à la grande vitesse de rotation du support (5000 tr/min, 20 s), la force centrifuge induite va uniformiser la quantité du liquide contenant le matériau sur toute la surface du substrat sous forme d'une couche d'épaisseur uniforme. Après chaque formation d'une couche, l'échantillon est soumis à une opération de séchage pour évaporer le solvant à température de 100°C pendant une durée de 15 min [77]. En répétant la même procédure, on obtient la structure du SR présenté sur la figure 3.1b.



**Figure 3.1:** (a) Schéma du procédé de déposition des couches minces par la technique de Spin Coating. (b) Image SEM du super-réseau constitué des couches de PMMA et BaTiO<sub>3</sub>. (c) Image TEM des nanoparticules de BaTiO<sub>3</sub> dans la couche hybride de type BaTiO<sub>3</sub>.

Les paramètres géométriques du SR ont été caractérisés à l'aide du microscope électronique à balayage (SEM). Comme l'illustre l'image SEM de la figure 3.1b, Ce SR est constitué de l'empilement périodique de 20 couches de PMMA/BaTiO<sub>3</sub> déposées sur un substrat suffisamment épais de verre (SiO<sub>2</sub>). L'épaisseur totale des 20 couches est estimée à  $h = 1410$  nm ce qui correspond à une période  $a = 141 \pm 15$  nm. Les épaisseurs des deux couches sont estimées respectivement à  $d_{\text{PMMA}} = 74 \pm 12$  nm et  $d_{\text{BaTiO}_3} = 67 \pm 10$  nm. Notons que, lors du processus de fabrication, le titanate de baryum (BaTiO<sub>3</sub>) est déposé sous forme de nanoparticules dans de l'éthanol (20 g/l de l'éthanol), lors de la déposition de la couche de PMMA. Ce dernier remplit l'espace libéré par l'éthanol après l'opération de séchage. Ainsi, la couche de type BaTiO<sub>3</sub> est en réalité une couche hybride constituée de nanoparticules de BaTiO<sub>3</sub> et de PMMA. Pour déterminer la morphologie de ces nanoparticules, ces dernières sont déposées sur une grille de cuivre recouverte de carbone d'un microscope électronique à transmission (TEM) (figure 3.1c). L'image donnée par ce dernier montre que les nanoparticules de BaTiO<sub>3</sub> ont une forme sphérique dont le diamètre est estimé à  $(7 \pm 1)$  nm. Les paramètres élastiques et les indices de réfraction des couches de PMMA, BaTiO<sub>3</sub> brut [78] et du substrat de verre sont donnés dans le tableau 3.1. Par contre, les paramètres élastiques et l'indice de réfraction de la couche hybride de BaTiO<sub>3</sub> ne sont pas définis. Par conséquent, dans la suite de ce chapitre et à l'aide de la comparaison entre les courbes de dispersion et les spectres d'intensité de diffusion Brillouin théoriques et expérimentaux de la lumière, nous allons déterminer les paramètres élastiques et l'indice de réfraction de la couche de BaTiO<sub>3</sub>.

Paramètres	PMMA	SiO <sub>2</sub>	BaTiO <sub>3</sub> (brut)
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1190	2200	6012
$C_L$ (m/s)	2800	5660	5910
$C_T$ (m/s)	1400	3250	3050
n	1.49	1.5	2.46

**Tableau 3.1 : Paramètres élastiques et optiques de la couche de PMMA, du substrat de verre (SiO<sub>2</sub>) et du BaTiO<sub>3</sub> brut**

### 3.3 Caractérisation expérimentale et calcul numérique des spectres Brillouin

La détermination expérimentale des modes propres du super-réseau a été réalisée par la technique de spectroscopie Brillouin. En ce qui concerne le calcul numérique, nous avons

utilisé le modèle présenté dans le chapitre 2 et calculer les courbes de dispersion et les spectres de diffusion Brillouin de la lumière. Ces calculs permettent de comparer non seulement les courbes de dispersion théoriques et expérimentales, mais aussi les intensités des spectres de diffusion. Dans ce travail, la mesure des spectres de diffusion Brillouin a été effectuée selon les deux géométries de diffusion suivantes :

**Géométrie de transmission :** Comme il est illustré sur la figure 3.2a, le spectre de diffusion est obtenu à partir de la lumière collectée de l'autre côté du substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ), après avoir traversé le super-réseau. Les modes propres excités par cette géométrie correspondent aux phonons acoustiques qui se propagent dans la direction parallèle aux couches du super-réseau pour lesquels le vecteur d'onde associé est donné par la relation suivante :

$$q_x = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.1)$$

Il est à noter que dans cette géométrie, le vecteur d'onde est indépendant de l'indice de réfraction optique du matériau.  $\lambda = 532$  nm représente la longueur d'onde de la lumière incidente utilisée et  $\theta$  l'angle de diffusion définie par l'angle entre les lumières incidente et diffusée. Son expression en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  est donnée par la relation :

$$\theta = 2\alpha \quad (3.2)$$

Les champs électriques de la lumière incidente et diffusée sont polarisés dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence ( $xOz$ ). On note  $VV$  la polarisation correspondante. Dans ce cas, l'expression de l'intensité de diffusion Brillouin de la lumière devient :

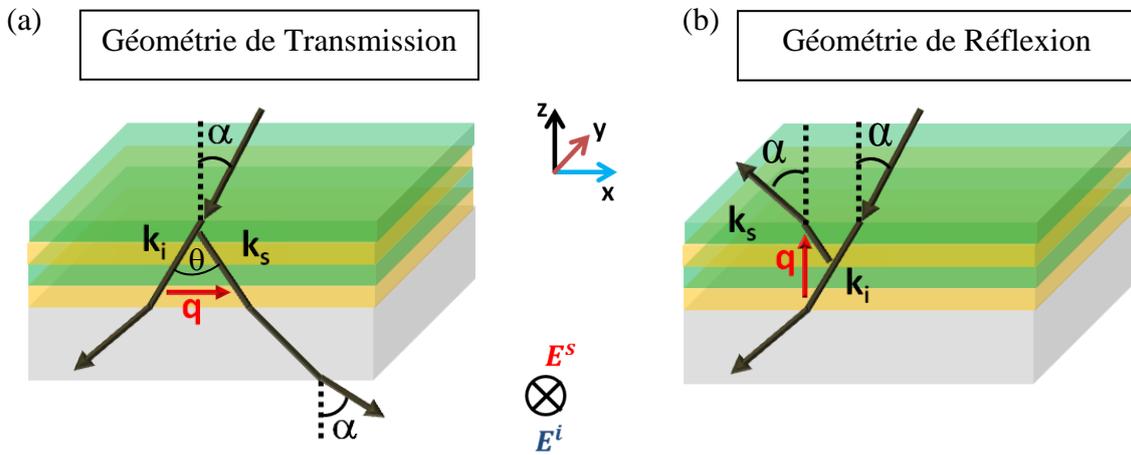
$$I(q, \omega) = \left| \frac{1}{\omega} \iint e^{iqx} P_{12} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) E_0 dr^2 \right|^2 \quad (3.3)$$

**Géométrie de réflexion :** La figure 3.2b présente le schéma de la deuxième géométrie de diffusion utilisée dans cette expérience. Le spectre associé est obtenu par l'analyse de la lumière diffusée dans la direction de la lumière réfléchie. Les modes propres excités correspondent aux phonons acoustiques qui se propagent dans la direction perpendiculaire aux couches du super-réseau, où le vecteur d'onde acoustique est donné par la relation suivante:

$$q_z = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} \quad (3.4)$$

A partir de cette relation, on peut remarquer qu'en plus de l'angle de diffusion  $\theta$ , le vecteur d'onde acoustique associé à cette direction dépend de l'indice de réfraction du super-réseau. Par ailleurs, les épaisseurs des couches du super-réseau sont relativement faibles par rapport à la longueur d'onde de la lumière incidente  $\lambda = 532$  nm. Ainsi dans le calcul, le super-réseau est considéré comme un milieu homogène caractérisé par un indice de réfraction effectif  $n_{\text{eff}}$ . On note également que les mesures ont été effectuées avec la polarisation VV pour les champs incident et réfléchi. Dans ce cas, l'expression de l'intensité de diffusion Brillouin s'écrit sous la forme suivante :

$$I(q, w) = \left| \frac{1}{\omega} \iint e^{iqz} P_{12} \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) E_0 dr^2 \right|^2 \quad (3.5)$$



**Figure 3.2:** Schémas des géométries de diffusion Brillouin considérées pour la mesure des courbes de dispersion acoustiques dans les deux directions, parallèle (a) et perpendiculaire (b) aux couches du super-réseau.

### 3.4 Transmission optique

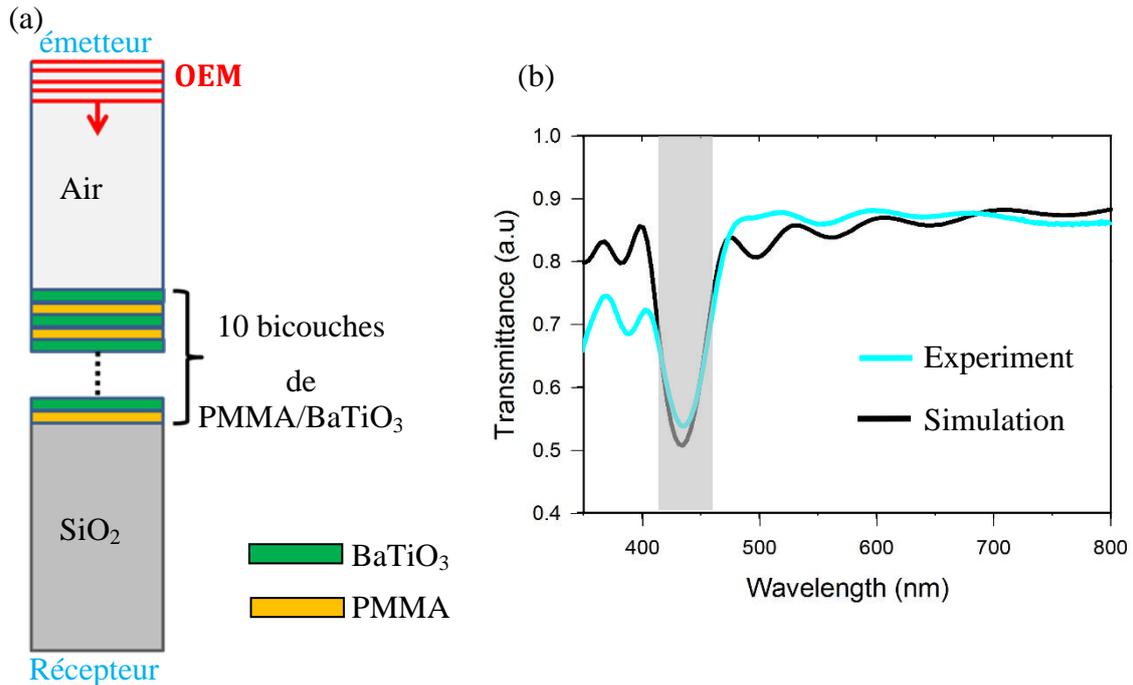
Comme nous l'avons déjà mentionné dans la section précédente, le vecteur d'onde acoustique associé à la direction de propagation perpendiculaire aux couches du SR dépend de l'indice de réfraction optique effectif du super-réseau,  $n_{\text{eff}}$ . Ce dernier est donné en fonction des indices de réfraction des deux couches selon la relation suivante :

$$n_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{d_{\text{PMMA}}}{a} n_{\text{PMMA}}^2 + \frac{d_{\text{BaTO}_3}}{a} n_{\text{BaTO}_3}^2} \quad (3.6)$$

où  $n_{PMMA}=1.49$  [24] et  $n_{BaTiO_3}$  représentent respectivement les indices de réfraction des deux couches PMMA et BaTiO<sub>3</sub>. Dans cette relation, l'indice de réfraction de la couche hybride de type BaTiO<sub>3</sub> n'est pas connu. Pour ce faire, une mesure de la courbe de transmission photonique du super-réseau a été effectuée sous incidence normale à l'aide d'un spectromètre (Cary 5G Varian). Ce résultat est illustré sur la figure 3b où la courbe de transmission (en bleu ciel) présente un gap photonique autour de la longueur d'onde  $\lambda_B = 430$  nm. A partir de cette courbe et en se basant sur la loi de Bragg-Snell donnée par  $\lambda_B = 2n_{eff}a$ , nous avons déduit la valeur de l'indice de réfraction effectif, estimée à  $n_{eff} = 1.53$ . A partir de l'équation (3.6), on peut déterminer l'indice de réfraction de la couche BaTiO<sub>3</sub>, à savoir  $n_{BaTiO_3} = 1.58$ . La largeur mesurée du gap photonique est en bon accord avec celle donnée par la relation suivante [7] :

$$\Delta\lambda = 4\lambda_0 \sin^{-1} \left( \frac{n_{BaTiO_3} - n_{PMMA}}{n_{BaTiO_3} + n_{PMMA}} \right) \approx 50 \text{ nm} \quad (3.7)$$

La figure 3.3a montre le schéma de la géométrie utilisée pour calculer la courbe de transmission photonique. Dans ce cas, l'onde électromagnétique (OEM), lancée à partir de l'air, est enregistrée dans le substrat de verre, après avoir traversé le super-réseau. Par ailleurs, comme le montre la figure 3.3b, la courbe de transmission expérimentale n'atteint pas l'unité à cause de l'effet d'absorption des nanoparticules de BaTiO<sub>3</sub>. Cet effet a été pris en considération dans le calcul numérique en ajoutant une partie imaginaire dans l'indice de réfraction de la couche de BaTiO<sub>3</sub>. Ainsi, la courbe de transmission théorique obtenue (courbe en noir) montre un bon accord avec le spectre expérimental. A partir de la figure 3.3b, on peut remarquer que le minimum de transmission n'atteint pas zéro. Ceci est dû au nombre fini de couches et le faible contraste de l'indice de réfraction entre les deux couches constituant le super-réseau.



**Figure 3.3 :** (a) Schéma de la géométrie utilisée pour le calcul de la transmission optique à travers le super-réseau. (b) Courbe de transmission théorique (ligne noire) et expérimentale (ligne bleu ciel).

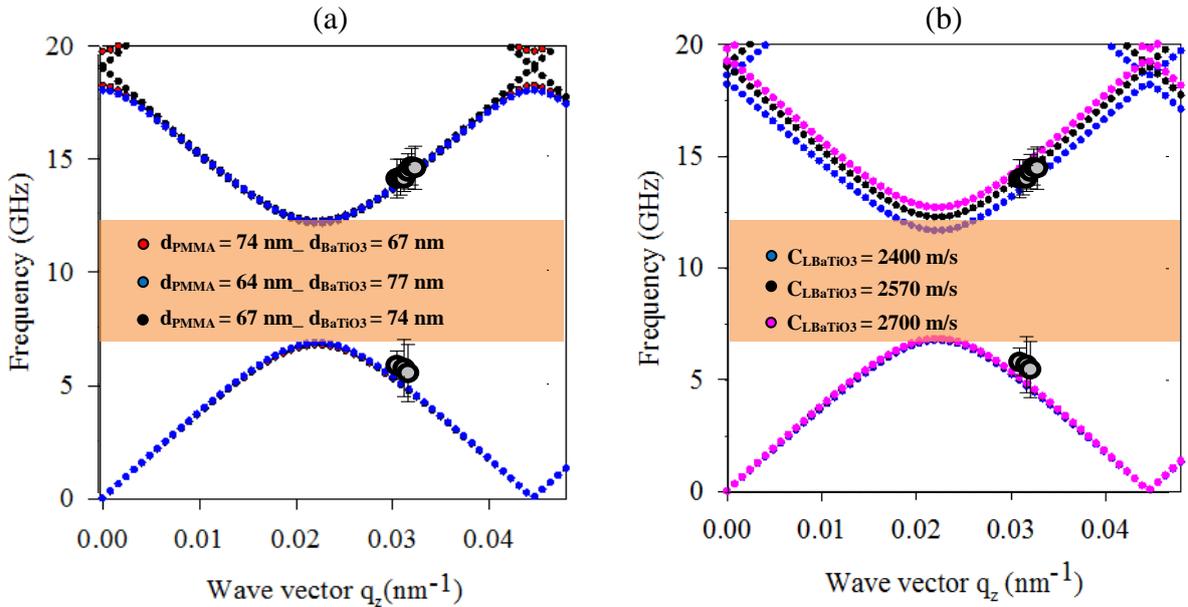
### 3.5 Propagation perpendiculaire aux couches

#### 3.5.1 Courbe de dispersion

La mesure expérimentale par spectroscopie Brillouin des modes qui se propagent dans la direction normale aux couches ont permis d'obtenir deux pics dans la deuxième zone de Brillouin (indiqués par les cercles gris sur la figure 3.4). Par ailleurs, il a été montré dans des travaux similaires [24,26] que les pics observés dans cette direction de propagation tombent autour de ceux d'un super-réseau infini et correspondent aux modes longitudinaux dans le cas de la polarisation VV. Pour un super-réseau infini et dans le cas de la propagation perpendiculaire aux couches, les modes de polarisation longitudinaux se découplent des modes de polarisation transverses. Dans le cas des modes longitudinaux, la relation de dispersion du super-réseau supposé infini est donnée par:

$$\cos(ka) = \cos\left(\frac{\omega d_{\text{BaTiO}_3}}{C_{L,\text{BaTiO}_3}}\right) \cos\left(\frac{\omega d_{\text{PMMA}}}{C_{L,\text{PMMA}}}\right) - \frac{1}{2} \left( \frac{Z_{\text{BaTiO}_3}}{Z_{\text{PMMA}}} + \frac{Z_{\text{PMMA}}}{Z_{\text{BaTiO}_3}} \right) \sin\left(\frac{\omega d_{\text{BaTiO}_3}}{C_{L,\text{BaTiO}_3}}\right) \sin\left(\frac{\omega d_{\text{PMMA}}}{C_{L,\text{PMMA}}}\right) \quad (3.8)$$

où  $k$  étant le vecteur d'onde de Bloch de la structure périodique de paramètre de maille "a",  $Z_{\text{BaTiO}_3} = \rho C_{L,\text{BaTiO}_3}$  et  $Z_{\text{PMMA}} = \rho C_{L,\text{PMMA}}$  représentent respectivement les impédances acoustiques des couches  $\text{BaTiO}_3$  et  $\text{PMMA}$  et  $\omega$  représente la pulsation du phonon acoustique. Dans le but d'obtenir une bonne description théorique de la courbe de dispersion expérimentale, nous avons procédé à un ajustement des paramètres physiques et géométriques du super-réseau. Etant donné que les paramètres élastiques de la couche de  $\text{PMMA}$  sont déjà définis [24], les paramètres à ajuster dans la relation de dispersion (Eq. (3.8)), sont la vitesse  $C_{L,\text{BaTiO}_3}$  et les épaisseurs des deux couches du super-réseau  $d_{\text{BaTiO}_3}$  et  $d_{\text{PMMA}}$ . Les figures 3.4a et 3.4b présentent les courbes de dispersion théoriques (points colorés) et expérimentales (cercles gris) du super-réseau considéré infini, constitué de l'alternance périodique des deux couches  $\text{PMMA}$  et  $\text{BaTiO}_3$ . Sur la figure 3.4a nous avons présenté les courbes de dispersion obtenues pour différentes valeurs des épaisseurs des deux couches ( $\text{PMMA}$  et  $\text{BaTiO}_3$ ) tout en gardant la période " $a=d_{\text{BaTiO}_3}+d_{\text{PMMA}}$ " du super-réseau égale à 141 nm. A partir de cette figure on peut remarquer que la variation relative des épaisseurs des deux couches affecte peu les positions des branches. Ainsi, les résultats des calculs présentés dans la suite ont été obtenus avec les épaisseurs  $d_{\text{BaTiO}_3} = 67 \text{ nm}$  et  $d_{\text{PMMA}} = 74 \text{ nm}$ .



**Figure 3.4: Structure de bandes théorique (points colorés) et expérimentale (cercles gris) du super-réseau infini constitué de l'alternance périodique des deux couches PMMA et BaTiO<sub>3</sub>. Les courbes théoriques sont calculées en fonction (a) des épaisseurs des deux couches (b) de la vitesse longitudinale de la couche BaTiO<sub>3</sub>.**

Sur la figure 3.4b, nous avons présenté les courbes de dispersion du super-réseau obtenues pour trois valeurs de la vitesse  $C_{L,BaTiO_3} = 2400$  m/s, 2570 m/s et 2700 m/s. Nous pouvons constater que la variation de cette vitesse conduit à un déplacement de la branche supérieure tandis que la branche inférieure semble ne pas être sensible à cette variation. Ainsi la vitesse longitudinale de la couche hybride de BaTiO<sub>3</sub>, qui permet d'avoir un bon accord entre le calcul numérique et les mesures expérimentales est égale à  $C_{L,BaTiO_3} = 2570$  m/s avec une masse volumique  $\rho_{BaTiO_3}$  égale à 3300 kg/m<sup>3</sup>. On peut noter également que la vitesse effective du super-réseau, évaluée au niveau de la première branche aux basses fréquences et aux grandes longueurs d'ondes est égale à  $C_{L,eff,\perp} = 2390$  m/s. Comme le montre la figure 3.4, la courbe de dispersion du super-réseau présente un gap phononique (indiqué par la zone orange) dont la longueur d'onde au centre est  $\lambda = 280$  nm. Ce gap phononique est situé autour de la même longueur d'onde associée au centre du gap photonique ( $\lambda = 282$  nm). Cette propriété rend ce système intéressant pour une utilisation en tant que cristal phoxonique.

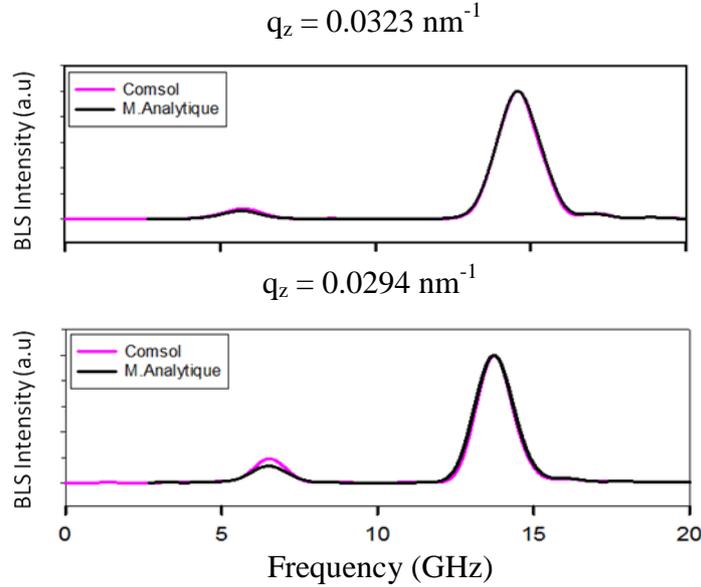
### 3. 5. 2 Spectres de diffusion Brillouin

Dans les deux sections précédentes, nous avons pu estimer les valeurs de l'indice de réfraction optique et la vitesse longitudinale  $C_{L,BaTiO_3}$  de la couche hybride de BaTiO<sub>3</sub> et ce à partir des courbes de transmission photoniques et des courbes de dispersion phononiques. Dans cette section, nous présentons une comparaison entre les spectres de diffusion Brillouin théoriques et expérimentaux. Grace à cette comparaison nous allons déterminer les propriétés photo-élastiques du SR.

#### 3. 5. 2. 1 Validité du calcul numérique de la diffusion Brillouin

Pour le calcul des spectres de diffusion Brillouin dans la direction de propagation perpendiculaire aux couches, nous avons considéré le système réel constitué de 10 bicouches (PMMA/BaTiO<sub>3</sub>) déposés sur un substrat semi-infini de verre (SiO<sub>2</sub>). Afin de vérifier la validité du calcul numérique, nous avons comparé le résultat du calcul numérique obtenu par éléments finis à l'aide du logiciel *COMSOL Multiphysics* avec celui obtenu par l'approche analytique, basée sur les fonctions de Green [4]. La figure 3.5 présente les spectres de

diffusion Brillouin obtenus par les deux méthodes, analytique et numérique. Comme l'illustre cette figure, on peut observer que la méthode numérique donne des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode analytique malgré une faible différence au niveau de l'intensité relative des pics probablement dûe aux erreurs numériques.



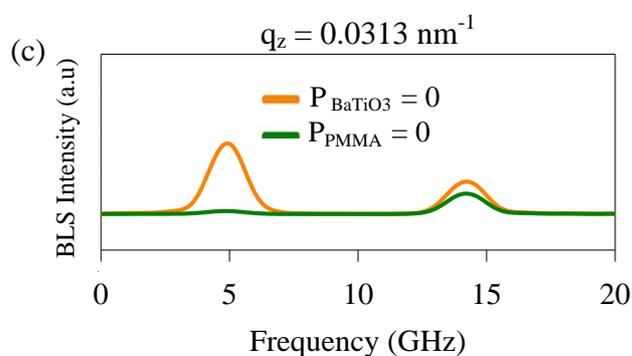
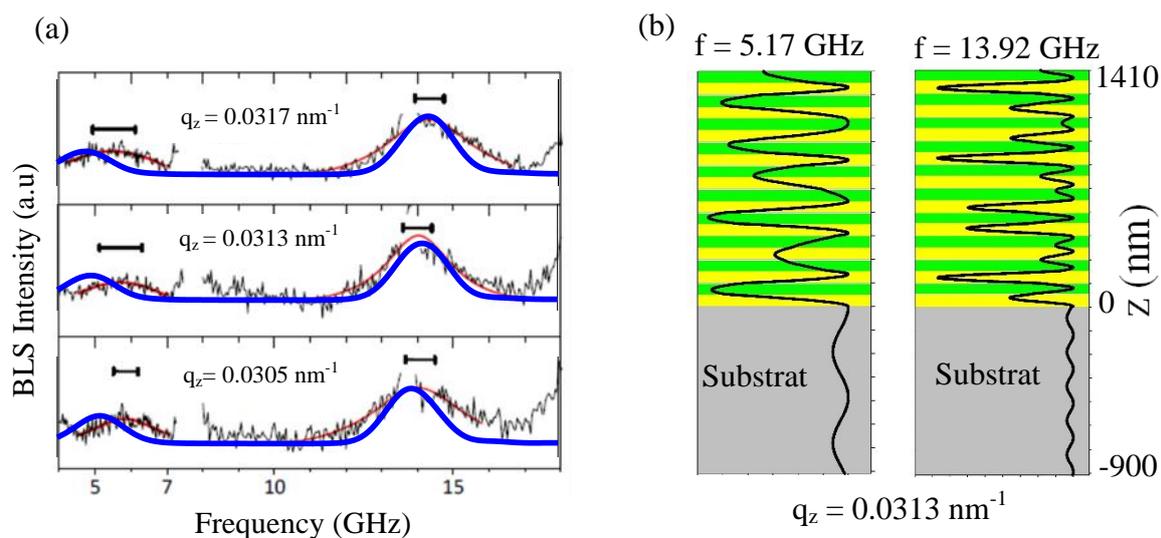
**Figure 3.5: Comparaison entre le calcul numérique par éléments finis (COMSOL *Multiphysics*) et analytique (fonction de Green) des spectres de diffusion Brillouin pour une propagation perpendiculaire aux couches du super-réseau et pour deux valeurs du vecteur d'onde,  $q_z = 0.0323 \text{ nm}^{-1}$  et  $q_z = 0.0294 \text{ nm}^{-1}$ .**

### 3. 5. 2. 2 Spectres de diffusion Brillouin théoriques et expérimentaux du super-réseau

La figure 3.6a présente les spectres théoriques et expérimentaux obtenus pour les trois vecteurs d'onde suivants :  $q_z = 0.0305 \text{ nm}^{-1}$ ,  $0.0313 \text{ nm}^{-1}$  et  $0.0317 \text{ nm}^{-1}$ . Les pics expérimentaux sont décrits par des fonctions Lorentziennes (lignes rouges). Pour tenir compte de l'élargissement expérimental, les pics théoriques (lignes bleues) sont obtenus en appliquant un produit de convolution par une fonction gaussienne sur le résultat obtenu par l'expression de l'intensité de diffusion (Eq. (3.3)). Comme l'illustre cette figure nous avons obtenu un bon accord entre les intensités relatives des pics théoriques et expérimentaux avec un rapport des coefficients photo-élastiques  $P_{\text{PMMMA}}/P_{\text{BaTiO}_3} = 1$ . La figure 3.6b présente la distribution spatiale du champ de déplacement associé aux deux modes observés pour le vecteur d'onde  $q_z = 0.0313 \text{ nm}^{-1}$ . Pour le premier mode ( $f = 5.17 \text{ GHz}$ ), le maximum du champ de déplacement est partagé entre les deux couches du super-réseau, tandis que pour le deuxième mode situé à la

fréquence  $f = 13.92$  GHz, le champ de déplacement correspondant est localisé dans les couches de PMMA.

Afin de savoir plus sur l'origine de l'intensité des pics observés dans cette direction de propagation, nous avons calculé l'intensité de diffusion Brillouin en tenant compte de la contribution des deux couches séparément. La figure 3.6c présente le spectre de diffusion associé au vecteur d'onde  $q_z = 0.0313 \text{ nm}^{-1}$  obtenu dans les deux cas suivants :  $P_{\text{PMMA}} = 0$  (ligne verte) et  $P_{\text{BaTiO}_3} = 0$  (ligne orange). Nous avons également présenté dans le tableau 3.6d les valeurs du champ électrique diffusé ( $E_S$ ) pour les deux modes liés aux deux pics observés dans ce spectre ( $q_z = 0.0313 \text{ nm}^{-1}$ ). A partir de la figure 3.6c on peut remarquer que le premier pic est dû principalement à la contribution de la couche de PMMA, tandis que le deuxième pic est dû à la contribution des deux couches. On peut voir également à partir des valeurs du champ diffusé présentées dans le tableau de la figure 3.6d, en comparaison avec les pics expérimentaux de la figure 3.6a, que le premier pic résulte essentiellement de la couche de PMMA, tandis que le deuxième pic correspond à une interférence constructive des deux champs diffusés.



(d)

Frequency	$E_s$	
	$P_{PMMA} = 1, P_{BaTiO3} = 0$	$P_{PMMA} = 0, P_{BaTiO3} = 1$
5.17 GHz	+5.2767 - 4.560i	-0.964 + 0.789i
13.92 GHz	+2.5346 + 3.817i	-1.875 + 3.211i

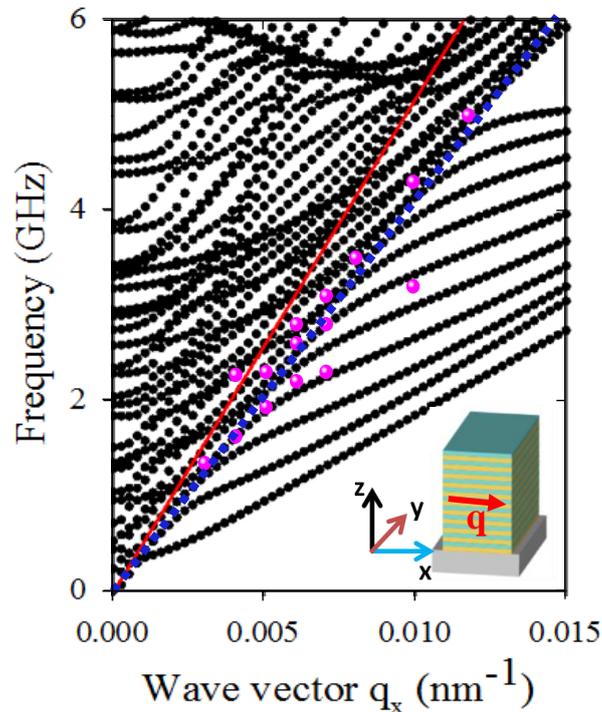
**Figure 3.6:** (a) Spectres de diffusion théoriques (ligne bleues) et expérimentaux (lignes rouges et noires). (b) Distribution spatiale du champ de déplacement élastique dans le super-réseau. (c) Spectre de diffusion calculé pour  $q_z = 0.0313 \text{ nm}^{-1}$ . (d) Valeurs du champ électrique diffusé obtenues pour les deux modes de fréquences  $f = 5.17 \text{ GHz}$  et  $f = 13.92 \text{ GHz}$  ayant le maximum de contribution dans les deux pics observés pour le vecteur d'onde  $q_z = 0.0313 \text{ nm}^{-1}$  (figure 3.6(c)).

## 3. 6 Propagation parallèle aux couches du super-réseau

### 3. 6. 1 Courbe de dispersion

La figure 3.7 présente les courbes de dispersion expérimentales (cercles roses) et théoriques (points noirs) obtenues pour une propagation dans la direction parallèle au couches

du super-réseau. Dans cette direction de propagation, les modes sagittaux ( $u_x$ ,  $u_z$ ) sont découplés des modes transverses ( $u_y$ ). La première observation que nous pouvons faire à partir de cette figure est que parmi tous ces modes obtenus par le calcul numérique, la mesure par spectroscopie Brillouin ne permet d'observer que quelques modes. Ces derniers sont situés en dessous de la vitesse transverse du substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ), indiquée par la ligne rouge sur la courbe de dispersion. Cela signifie que ces modes sont localisés dans les couches du super-réseau et ne peuvent pas pénétrer dans le volume du substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ). On peut noter que les modes observés sont situés autour de la vitesse effective du SR indiquée par la ligne bleue dans la courbe de dispersion. Etant donné que la vitesse longitudinale et la masse volumique de la couche  $\text{BaTiO}_3$  sont déjà définies. Ainsi, avec la valeur de la vitesse longitudinale effective du SR estimé à  $C_{L,eff,\parallel} = 2620 \text{ m/s}$  et en se basant sur les expressions obtenues en régime des grandes longueurs d'ondes pour les propriétés effectives des SRs [79], nous avons pu estimer la valeur de la vitesse transverse de la couche de  $\text{BaTiO}_3$  à  $C_{T,\text{BaTiO}_3} = 1400 \text{ m/s}$ . On peut noter également que la vitesse effective  $C_{L,eff,\parallel}$  obtenue dans cette direction est plus grand de  $\sim 8\%$  de celle obtenue dans la direction perpendiculaire aux couches du SR ( $C_{L,eff,\perp} = 2390 \text{ m/s}$ ).

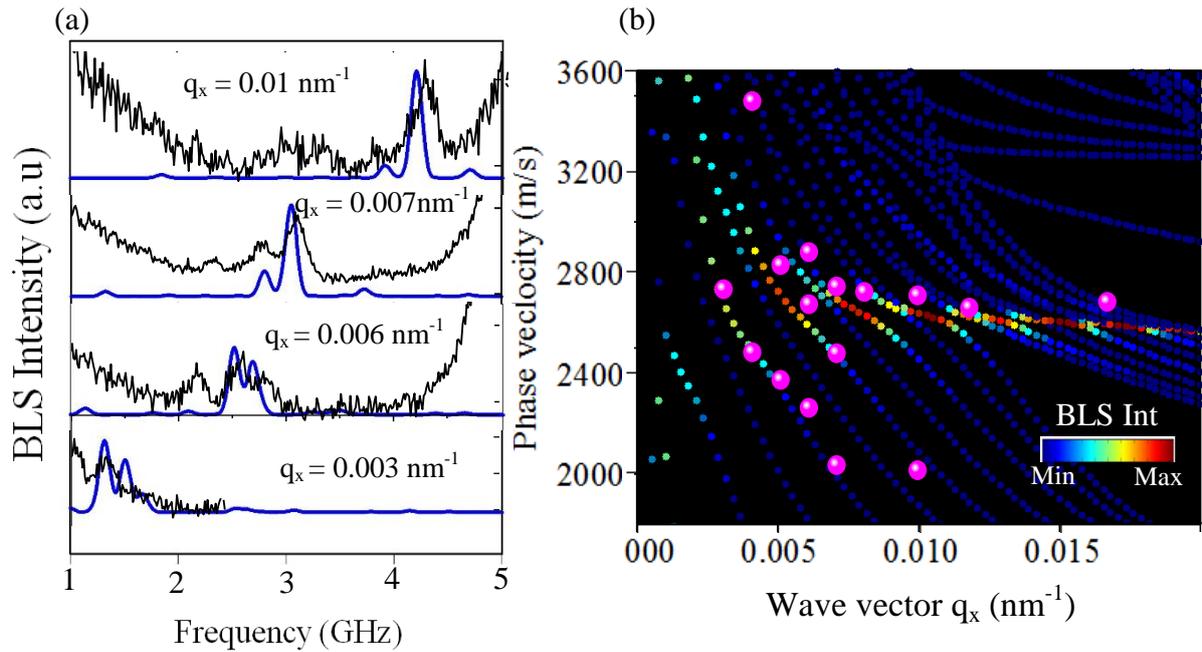


**Figure 3.7: Courbes de dispersion théorique (points noirs) et expérimentale (points verts) obtenues pour une propagation dans la direction parallèle aux couches du super-réseau.**

### 3. 6. 2 Spectres de diffusion Brillouin théoriques et expérimentaux

La figure 3.8a présente les spectres de diffusion théoriques (lignes bleues) et expérimentaux (lignes noires) obtenus aux vecteurs d'ondes parallèles aux couches  $q_x = 0.003 \text{ nm}^{-1}$ ,  $0.006 \text{ nm}^{-1}$ ,  $0.007 \text{ nm}^{-1}$ , et  $0.01 \text{ nm}^{-1}$ . Dans cette direction, l'intensité relative des pics n'est pas sensible à la variation du rapport des coefficients photo-élastiques ( $P_{\text{PMMA}}/P_{\text{BaTiO}_3}$ ) contrairement au cas des spectres associés à la direction normale aux couches du super-réseau (voir annexe B). Ainsi le calcul des spectres de diffusion a été effectué avec le même rapport des coefficients photo-élastiques utilisé dans la direction perpendiculaire aux couches du super-réseau. Avec ces paramètres élastiques et photo-élastiques, la figure 3.8a montre que le résultat du calcul numérique est en accord avec la mesure expérimentale. On note que pour les vecteurs d'onde relativement petits le spectre de diffusion Brillouin présente deux pics avec des intensités quasiment égales. Lorsqu'on se déplace vers des valeurs de vecteur d'onde relativement grandes, l'intensité de l'un des deux pics (celui à basse fréquence) diminue et devient faible par rapport à l'autre.

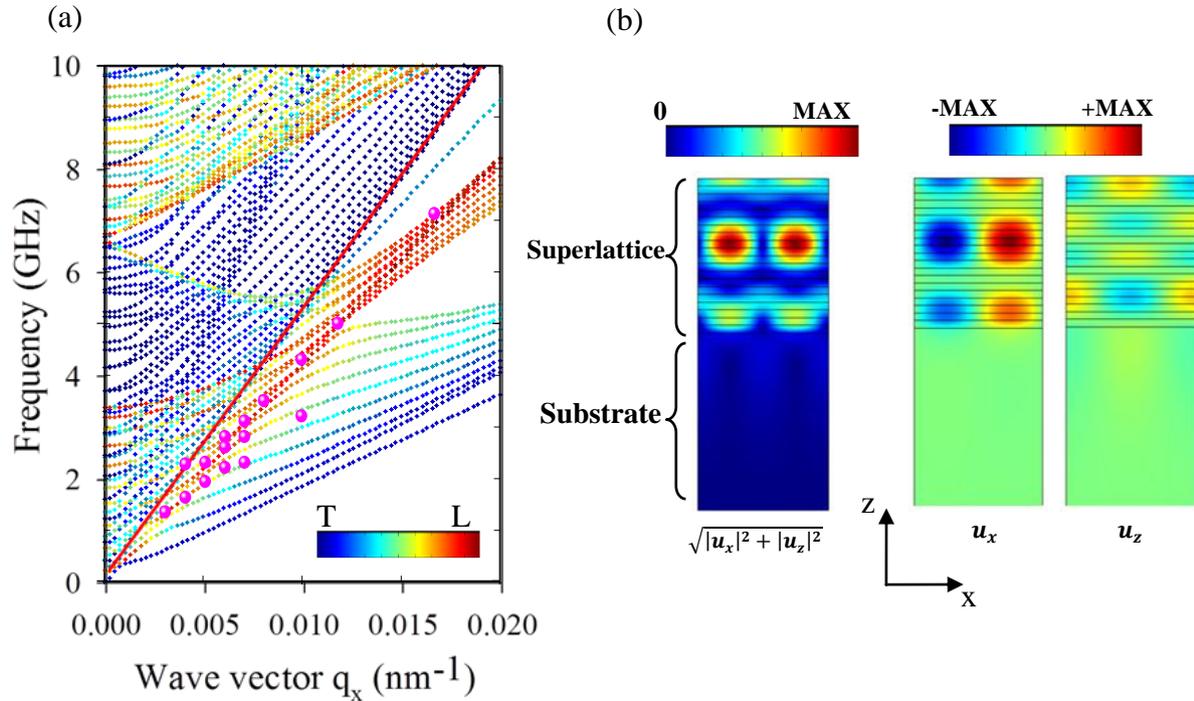
Comme nous l'avons vu dans la courbe de dispersion de la figure 3.7, les modes associés à cette direction de propagation montrent un caractère dispersif. Pour mettre en évidence cette dispersion des modes, nous avons représenté la vitesse de phase en fonction du vecteur d'onde (figure 3.8b). Dans cette figure, les cercles roses représentent les mesures expérimentales, les couleurs sur les branches théoriques représentent l'intensité de diffusion Brillouin calculée. A partir de cette figure, on peut voir clairement que l'effet dispersif des modes qui contribuent à la diffusion de la lumière n'apparaît que pour les vecteurs d'onde inférieurs à  $q_x = 0.01 \text{ nm}^{-1}$ . Au-delà, le caractère dispersif des modes devient de moins en moins prononcé et les modes qui contribuent à la diffusion tendent vers une même limite, définie par la vitesse effective du super-réseau  $C_{L,eff,\parallel} = 2620 \text{ m/s}$ . L'effet dispersif des modes n'a pas été observé dans les études précédentes réalisées sur des systèmes similaires [24,26] car dans celles-ci, les mesures des spectres de diffusion Brillouin ont été réalisées aux grands vecteurs d'ondes ( $q_x > 0.01 \text{ nm}^{-1}$ ) pour lesquels les modes qui contribuent à la diffusion tendent vers la vitesse effective du super-réseau.



**Figure 3.8: (a) Spectres de diffusion Brillouin obtenus à différentes valeurs du vecteur d'onde parallèle  $q_x$ . (b) Courbe de vitesse de phase en fonction du vecteur d'onde  $q_x$ , les points blancs correspondent aux valeurs expérimentales et les couleurs sur les branches représentent l'intensité de diffusion Brillouin calculée.**

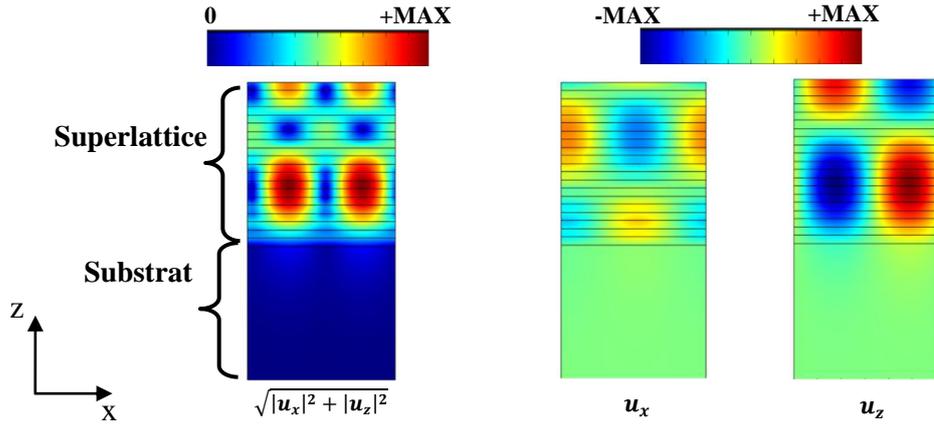
Afin de mieux comprendre la nature des modes associés à la direction de propagation parallèle aux couches du super-réseau, nous avons représenté sur la figure 3.9a la courbe de dispersion correspondante dans laquelle l'échelle de couleur permet de distinguer les modes selon leur localisation spatiale et leur composante de déplacement dominante. Cette sélection a été obtenue en utilisant la méthode présentée dans le chapitre 2. On désigne par la couleur rouge les modes localisés dans les couches du super-réseau et qui sont caractérisés par une composante longitudinale ( $u_x$ ) dominante. La figure 3.9b montre la distribution spatiale du champ de déplacement de l'un des modes observés dans le spectre de diffusion Brillouin associé au vecteur d'onde  $q_x = 0.0051 \text{ nm}^{-1}$ . Ainsi, à partir des deux figures 3.9a et 3.9b, on peut déduire que les modes observés dans les spectres de diffusion Brillouin de la lumière (figure 3.8a) correspondent à des modes guidés de caractère longitudinal dont le champ de déplacement est localisé dans le super-réseau. Ce type de modes a été observé précédemment dans d'autres structures comme un film de ZnSe déposé sur un substrat de GaAs [80] ou une structure en bicouche de GaN-AlN déposée sur un substrat de Si [81]. On peut noter également que pour des valeurs élevées du vecteur d'onde  $q$ , les modes longitudinaux guidés

ne sont plus liés à l'interface entre le super-réseau et le substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ) et peuvent exister même dans le cas du super-réseau sans le substrat (voir Annexe B3).



**Figure 3.9 :** (a) Courbes de dispersion théorique (courbes colorées) et expérimentale (cercles roses). (b) Distribution spatiale du champ de déplacement associé au vecteur d'onde  $q_x = 0.0051 \text{ nm}^{-1}$  et la fréquence  $f = 2.20 \text{ GHz}$ .

Dans ce type de structures constituées d'une couche élastiquement faible déposée sur un substrat rigide, les modes situés en dessous de la vitesse transverse du substrat de verre ( $\text{SiO}_2$ ), indiquée par la ligne rouge sur la figure 3.9a, sont désignés comme des modes guidés de Sezawa [3,82]. Comme l'illustre la figure 3.9a, Ces derniers présentent une polarisation à caractère longitudinal au voisinage de la vitesse  $C_{L,eff,||}$  (branches rouges) et une polarisation transverse autour de la vitesse transverse effective  $C_{T,eff,||}$  (branches bleues). Dans notre cas les modes observés par spectroscopie Brillouin sont les modes de Sezawa de caractère longitudinal (figure 3.9b). Un exemple de carte du champ de déplacement donné pour un mode situé proche de  $C_{T,eff}$  est présenté dans la figure 3.10. A partir de cette figure, on remarque que ce mode présente un caractère transverse de vibration. On note que les modes de Sezawa de caractère transverse ont été observé dans le cas d'un film de carbure de tungstène déposé sur un substrat de silicium [82].

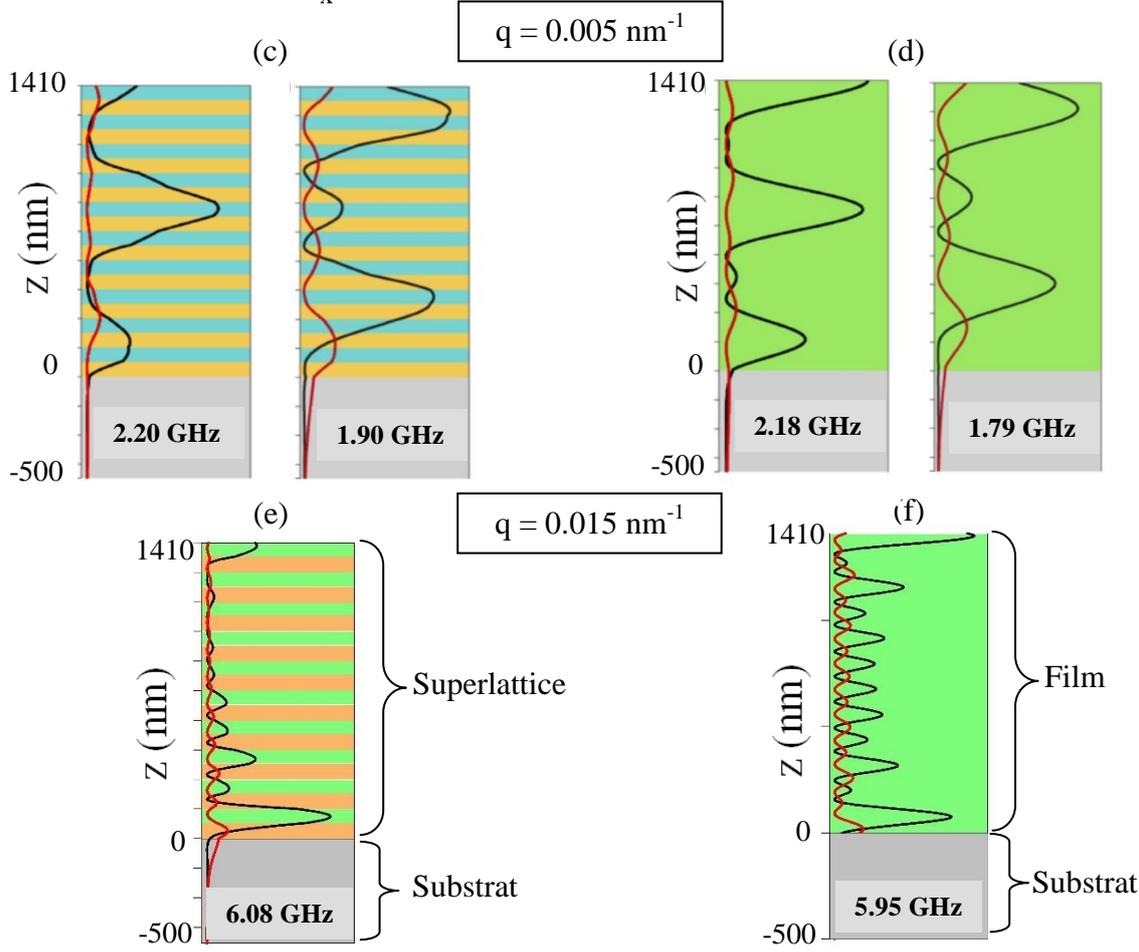
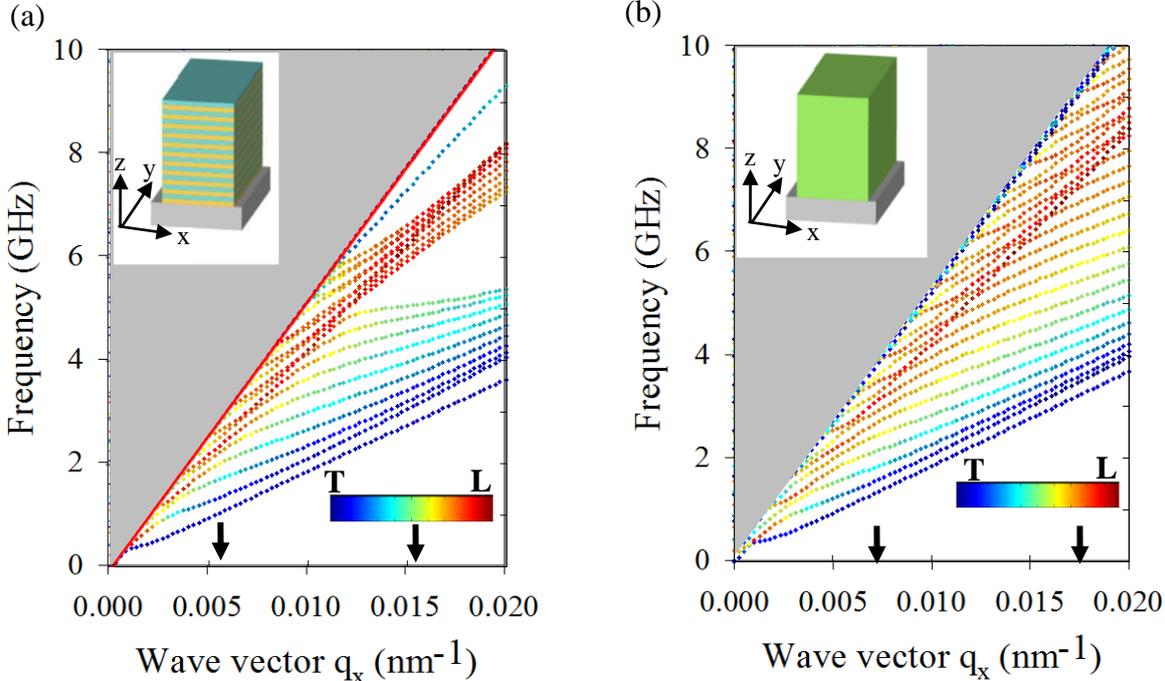


**Figure 3.10 : Cartes du module et des composantes du champ de déplacement associés au mode propre de vecteur d'onde  $q_x = 0.005 \text{ nm}^{-1}$  et de fréquence  $f = 1.25 \text{ GHz}$ .**

### 3. 6. 3 Effet de la périodicité sur la courbe de dispersion

Dans le but de mettre en évidence l'effet de la périodicité des propriétés élastiques du super-réseau sur la courbe de dispersion associée à la direction de propagation parallèle aux couches, nous avons analysé les modes propres de vibration d'un film homogène de même épaisseur que celle du super-réseau. Les paramètres élastiques de ce film correspondent aux paramètres élastiques effectifs du super-réseau, déterminés dans la limite des grandes longueurs d'onde [79]. Les figures 3.11a et 3.11b présentent respectivement les courbes de dispersion du super-réseau et du film homogène où la couleur rouge sur les branches définit les modes guidés longitudinaux (LGM) dans les deux systèmes. Dans cette section, nous allons limiter notre analyse aux modes situés dans la zone non radiative de la courbe de dispersion, définie par la partie en dessous de la zone grise. On peut remarquer que ces deux systèmes (super-réseau et film homogène) présentent un comportement similaire aux basses fréquences et pour les vecteurs d'ondes inférieurs à  $q_x = 0.01 \text{ nm}^{-1}$ . A titre d'exemple, nous présentons sur les figures 3.11c et 3.11d les distributions de champ de déplacement associées à deux modes de chaque système obtenus au même vecteur d'onde  $q_x = 0.005 \text{ nm}^{-1}$ . A partir de ces figures, on peut observer que, dans le cas du super-réseau, les oscillations des modes sont plus larges que les épaisseurs des couches du super-réseau d'où la similarité observée entre les courbes de dispersion des deux systèmes. Dans la région des vecteurs d'ondes supérieurs à  $q_x = 0.01 \text{ nm}^{-1}$ , les deux séries de courbes de dispersion ne sont plus similaires surtout pour des fréquences supérieures à 4 GHz. Comme le montrent les figures 3.11e et 3.11f, les oscillations liées aux modes de cette région de la courbe de dispersion sont

relativement comparables aux épaisseurs des couches du super-réseau ce qui prouve l'effet de la structuration périodique des couches et donc la différence entre les deux courbes de dispersion.



**Figure 3.11 : Courbe de dispersion du (a) super-réseau, (b) film homogène. Module des composantes du champ de déplacement des modes du super-réseau (c-e) et du film homogène (d-f) pour les vecteurs d'onde  $q = 0.005 \text{ nm}^{-1}$  (c, d) et  $q = 0.015 \text{ nm}^{-1}$  (e, f).**

### 3.7 Etude de la vitesse effective de la couche hybride de $\text{BaTiO}_3$

A partir de la comparaison faite dans les paragraphes 3.5 et 3.6 entre les calculs théoriques et les mesures expérimentales des courbes de dispersion, nous avons pu estimer les propriétés élastiques de la couche hybride de type  $\text{BaTiO}_3$ , à savoir les deux vitesses transverse ( $C_{T, \text{BaTiO}_3} = 1400 \text{ m/s}$ ) et longitudinale ( $C_{L, \text{BaTiO}_3} = 2570 \text{ m/s}$ ). Cependant, la vitesse longitudinale de cette couche hybride de  $\text{BaTiO}_3$  présente une valeur inférieure à celles de PMMA et de  $\text{BaTiO}_3$  brut. Cette valeur de vitesse est inattendue selon la loi de Wood des milieux effectives [24] qui stipule que la valeur de la vitesse de la couche hybride de  $\text{BaTiO}_3$  doit correspondre à une interpolation entre les deux vitesses des milieux constituant la couche hybride.

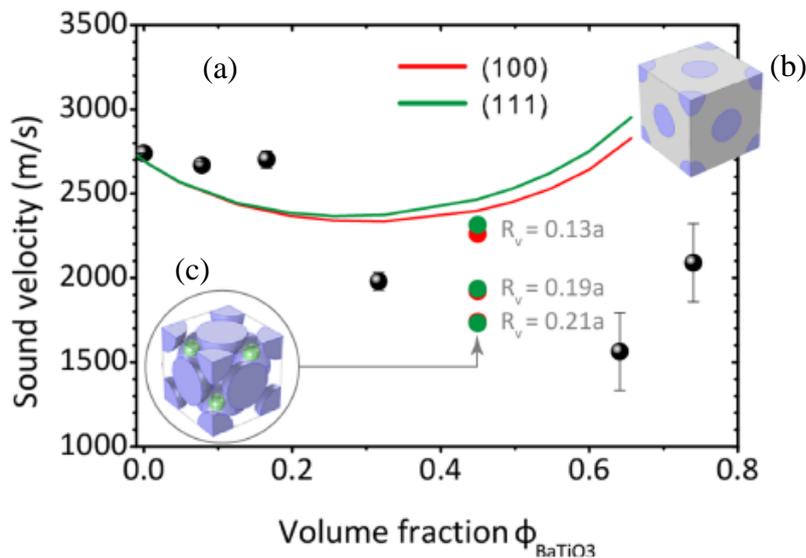
Pour vérifier cette observation, une mesure expérimentale de la vitesse effective a été réalisée sur un film constitué de nanoparticules de  $\text{BaTiO}_3$  insérées dans une couche de PMMA. Afin de mesurer les propriétés du volume et éviter l'apparition de modes de surface [83], l'épaisseur du film ( $5 \mu\text{m}$ ) est choisie plus grande que celle du super-réseau ( $1,41 \mu\text{m}$ ). Ainsi le spectre de diffusion Brillouin résultant ne montrera qu'un seul pic lié à la vitesse longitudinale du film. Pour le calcul numérique, nous avons considéré un film constitué de nanoparticules de  $\text{BaTiO}_3$  dans du polymère PMMA organisé selon une maille cubique à face centrée (CFC), où les nanoparticules de  $\text{BaTiO}_3$  occupent les sommets et les faces du cube constitué de PMMA (figure 3.12b). La figure 3.12a présente la courbe de la vitesse longitudinale effective expérimentale (cercles noirs) et théorique (lignes colorées) obtenues pour le film en fonction de la fraction volumique  $\Phi_{\text{BaTiO}_3}$  des nanoparticules de  $\text{BaTiO}_3$ . La valeur de la vitesse est calculée dans les deux directions [111] et [100] et aux faibles vecteurs d'onde. Les paramètres élastiques utilisés dans le calcul numérique sont présentés dans le tableau 3.2.

En partant d'une fraction volumique  $\Phi_{\text{BaTiO}_3} = 0.2$ , on peut remarquer que la vitesse effective expérimentale (cercles noirs) commence à diminuer pour atteindre des valeurs plus faibles par rapport à celles des constituants (Tableau 3.2). On peut remarquer également que le calcul numérique de la vitesse effective longitudinale dans les deux directions [100] et [111] confirme qualitativement cette diminution de la vitesse ; cependant le minimum de la

vitesse atteint par les mesures expérimentales reste beaucoup plus important que celui obtenu par le modèle numérique.

	$C_L$ (m/s)	$C_T$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
BaTiO <sub>3</sub> brut	5910	3050	6012
PMMA	2800	1400	1190

**Tableau 3.2: Paramètres physiques utilisés pour le calcul de la vitesse du milieu effectif (PMMA/BaTiO<sub>3</sub>).**

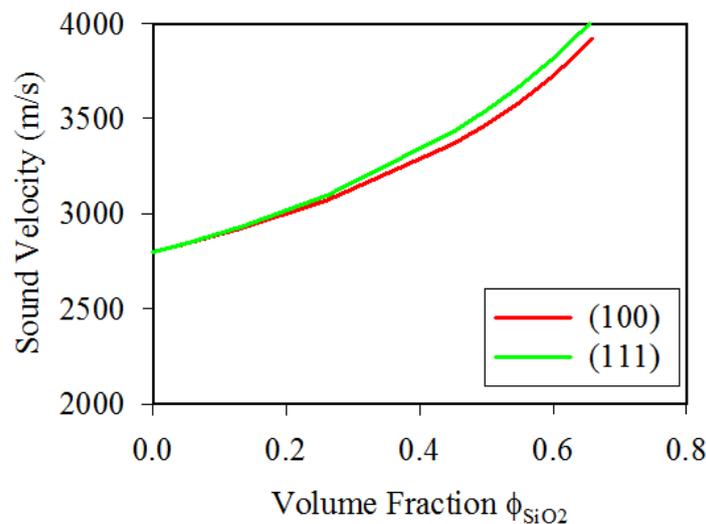


**Figure 3.12 : (a) Courbe de la vitesse longitudinale effective expérimentale (cercles noirs) et théorique (lignes et cercles colorés) du film constitué des nanoparticules de BaTiO<sub>3</sub> et du PMMA. (b) Schéma de la maille CFC. (c) La maille CFC avec des sphères de vide (sphère vertes).**

Afin de trouver une explication de cette diminution importante de la vitesse effective expérimentale par rapport au calcul numérique, nous avons considéré le modèle présenté par le schéma de la Figure 3.12c. Ce modèle est constitué de la même maille CFC, le PMMA a été mis en transparence pour mettre en évidence les sphères de vide, mais cette fois-ci avec des sphères de vide (sphère vertes) déposées de la façon suivante : une sphère au centre de la maille et 8 autres sphères déposées sur les quatre diagonales du cube où la distance entre deux sphères consécutives sur la même diagonale est égale à  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$  où "a" représente l'arrête du cube. Dans ce calcul nous avons considéré trois valeurs du rayon des sphères de vide  $R_V = 0.13a$ ,  $0.19a$  et  $0.21a$ . Pour les valeurs du rayon  $R_V$  telles que les sphères de vide et les sphères de BaTiO<sub>3</sub> se chevauchent entre elles, on suppose que l'espace de ce chevauchement reste occupé

par les sphères de BaTiO<sub>3</sub>. Sur la courbe de la vitesse effective de la figure 3.12a nous avons présenté un exemple de calcul (cercles rouges et verts) pour le facteur de remplissage  $\Phi_{\text{BaTiO}_3} = 0.45$ . On peut noter une diminution importante de la vitesse effective en fonction de  $R_v$ . Ainsi, on peut déduire de cette comparaison que la diminution très importante de la vitesse effective du film pourrait s'expliquer par la présence d'espaces vides dans le film.

Par ailleurs, Schneider et al [24] ont étudié une structure similaire à la nôtre. Cette structure est constituée de l'empilement périodique de 20 couches de PMMA et de p-SiO<sub>2</sub> (p indique poreuse). Malgré la similarité entre les vitesses de BaTiO<sub>3</sub> et SiO<sub>2</sub>, dans leur étude, ils ont montré que la couche hybride de type p-SiO<sub>2</sub> présente une vitesse ( $C_{L, \text{p-SiO}_2} = 3100 \text{ m/s}$ ) comprise entre les vitesses de SiO<sub>2</sub> et de PMMA. Afin de mieux comprendre la différence observée entre les deux structures, nous avons fait le même modèle que dans la partie précédente en considérant une structure périodique avec une maille CFC où les nanoparticules de SiO<sub>2</sub> occupent les sommets et les centres des faces de la maille constituée de PMMA. La figure 3.13 présente la courbe de la vitesse effective en fonction de la fraction volumique  $\Phi_{\text{SiO}_2}$ . Contrairement au cas précédent (BaTiO<sub>3</sub> et PMMA), la vitesse effective montre une courbe croissante pour le milieu constitué des nanoparticules de SiO<sub>2</sub> et du PMMA et les valeurs de la vitesse effective restent toujours comprises entre celles des deux constituants ( $C_{L, \text{SiO}_2} = 5600 \text{ m/s}$  et  $C_{L, \text{PMMA}} = 2800 \text{ m/s}$ ). Ainsi à partir de ce résultat on peut conclure que le paramètre responsable des valeurs faibles de la vitesse effective pour le milieu à base de BaTiO<sub>3</sub> et PMMA est la masse volumique qui présente une valeur très grande pour le BaTiO<sub>3</sub> ( $6012 \text{ kg/m}^3$ ) par rapport à celle du SiO<sub>2</sub> ( $2000 \text{ kg/m}^3$ ).



**Figure 3.13 : Vitesse longitudinale effective en fonction de la fraction volumique de  $\Phi_{\text{SiO}_2}$  des nanoparticules de  $\text{SiO}_2$  dans le PMMA.**

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la propagation des phonons hypersoniques dans un super-réseau constitué de 10 bicouches de PMMA/BaTiO<sub>3</sub> déposées sur un substrat semi-infini de verre (SiO<sub>2</sub>). La couche hybride de BaTiO<sub>3</sub> est en fait constituée de nanoparticules de BaTiO<sub>3</sub> infiltrées par le PMMA. La mesure de la courbe de dispersion dans les deux directions, parallèle et perpendiculaire aux couches du super-réseau, a été réalisée par la technique de spectroscopie Brillouin. Pour le calcul numérique, nous avons utilisé la méthode des éléments finis avec laquelle nous avons développé un modèle simplifié du calcul de l'intensité de diffusion Brillouin basé sur l'effet photo-élastique.

A partir des comparaisons théoriques et expérimentales des courbes de dispersion phononiques et de transmission photonique, nous avons pu estimer les propriétés élastiques, photo-élastiques et optiques du super-réseau. Nous avons pu également identifier la nature des modes observés par spectroscopie Brillouin. Dans la direction parallèle aux couches du super-réseau, les résultats ont montré la présence de modes dispersifs que nous avons identifié comme étant des modes guidés de type Sezawa de caractère longitudinal. Dans la direction de propagation perpendiculaire aux couches du super-réseau, nous avons montré que ce dernier présentait une bande interdite relativement large. Le super-réseau présente également un gap photonique dont le centre est proche de celui du gap phononique, ce qui permet au super-réseau de se comporter comme un cristal phoxonique. Nous avons également mis en évidence des propriétés physiques telles que le caractère anisotrope des propriétés élastiques du super-réseau. Enfin, nous avons montré que la couche de BaTiO<sub>3</sub> présentant dans le multicouche présentait des vitesses plus faibles que celle du BaTiO<sub>3</sub>, pur. Nous avons montré que ceci était dû à l'infiltration du PMMA dans la couche de BaTiO<sub>3</sub>.

## Références

- [1] L.M. Brekhovskikh, *Waves in Layered Media*, Academic Press, London, 1981.
- [2] J. Sapriel and B. D. Rouhani, *Surf. Sci. Rep.* **10**, 189 (1989).
- [3] E. H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, and L. Dobrzynski, *Surf. Sci. Rep.* **64**, 471 (2009).
- [4] L. Dobrzynski, E.H. El Boudouti, A. Akjouj, Y. Pennec, H. Al-Wahsh, G. Lévêque, B. Djafari-Rouhani, *Phononics*, Elsevier (2017).
- [5] L. Esaki and R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
- [6] M. G. Cottam, D.R. Tilley, *Introduction to Surface and Superlattice Excitations*, 2<sup>nd</sup> Edition, CRC Press, 2004
- [7] P. Yeh, *Optical Waves in Layered Media* (Wiley, 2005).
- [8] E. Albuquerque, M. Cottam, *Polaritons in Periodic and Quasiperiodic Structures*, 1<sup>st</sup> Edition, Elsevier (2004)
- [9] M. Stšlicka, R. Kucharczyk, A. Akjouj, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and S. G. Davison, *Surf. Sci. Rep.* **47**, 93 (2002).
- [10] S. Y. Ren, *Electronic States in Crystals of Finite Size: Quantum Confinement of Bloch Waves*, 2nd ed. (Springer Singapore, 2017).
- [11] V. Narayanamurti, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 2012 (1979).
- [12] C. Colvard, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 298 (1980).
- [13] M. S. Kushwaha, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2022 (1993).
- [14] Y. Pennec, J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzyński, and P. A. Deymier, *Surf. Sci. Rep.* **65**, 229 (2010).
- [15] Deymier, *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals* (Springer, Berlin) (2013).
- [16] M. I. Hussein, M. J. Leamy, and M. Ruzzene, *Appl. Mech. Rev.* **66**, 040802 (2014).
- [17] *Phononic Crystals: Fundamentals and Applications*, Eds. Abdelkrim Khelif and Ali Adibi, Springer (2016).
- [18] S. Tamura, in: *Proceedings of the 6th International Conference on Phonon Scattering in Condensed Matter*, Heidelberg, 1989, World Scientific, Singapore, 1990, 703 pp.
- [19] D.J. Lockwood, J.F. Young, *Light Scattering in Semiconductor Structures and Superlattices*, Plenum, New York, 1991.
- [19] B. Jusserand, M. Cardona, in: M. Cardona, G. Güntherodt (Eds.), *Light Scattering in Solids*, Springer, Berlin, 1989, p. 49
- [21] G. Saini, T. Pezeril, D.H. Torchinsky, J. Yoon, S.E. Kooi, E.L. Thomas, K.A. Nelson, *J. Mater. Res.* **22** (2006) 719.
- [22] N. Gomopoulos, D. Maschke, C. Y. Koh, E. L. Thomas, W. Tremel, H.-J. Butt, and G. Fytas, *Nano Lett.* **10**, 980 (2010).
- [23] P. M. Walker, J. S. Sharp, A. V. Akimov, and A. J. Kent, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 073106 (2010).
- [24] D. Schneider, F. Liaqat, E. H. El Boudouti, Y. El Hassouani, B. Djafari-Rouhani, W. Tremel, H.-J. Butt, and G. Fytas, *Nano Lett.* **12**, 3101 (2012).
- [25] D. Schneider, F. Liaqat, E. El Boudouti, O. El Abouti, W. Tremel, H.J. Butt, B. Djafari-Rouhani, G. Fytas, *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 164301
- [26] E. Alonso-Redondo, H. Huesmann, E.-H. El Boudouti, W. Tremel, B. Djafari-Rouhani, H.-J. Butt, and G. Fytas, *ACS Appl. Mater. Interfaces* **7**, 12488 (2015).
- [27] F. Döring, H. Ulrichs, S. Pagel, M. Müller, M. Mansurova, M. Müller, Christian Eberl, T. Erichsen, D. Huebner, P. Vana, K. Mann, M. Münzenberg, and H.-U. Krebs, *New J. Phys.* **18**, 092002 (2016).
- [28] B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, O. H. Duparc, R. E. Camley, and A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **28**, 1711 (1983).

- [29] R. E. Camley, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **27**, 7318 (1983).
- [30] E. H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, E. M. Khourdifi, and L. Dobrzynski, *Phys. Rev. B* **48**, 10987 (1993).
- [31] E. H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, and L. Dobrzynski, *Phys. Rev. B* **54**, 14728 (1996).
- [32] T. Aono and S. Tamura, *Phys. Rev. B* **58**, 4838 (1998).
- [33] S. Mizuno and S. Tamura, *Phys. Rev. B* **53**, 4549 (1996).
- [34] M. Hammouchi, E. H. El Boudouti, A. Nougououi, B. Djafari-Rouhani, M. L. H. Lahlaouti, A. Akjouj, and L. Dobrzynski, *Phys. Rev. B* **59**, 1999 (1999).
- [35] H.J. Trodahl, P.V. Santos, G.V.M. Williams, A. Bittar, *Phys. Rev. B* **40** (1989) R8577.
- [36] W. Chen, Y. Lu, H. J. Maris, and G. Xiao, *Phys. Rev. B* **50**, 14506 (1994).
- [37] B. Perrin, B. Bonello, J.C. Jeannet, E. Romatet, *Phys. B* **219–220** (1996) 681.
- [38] B. Bonello, B. Perrin, E. Romatet, and J. C. Jeannet, *Ultrasonics* **35**, 223 (1997).
- [39] N.-W. Pu, J. Bokor, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 076101.
- [40] N.-W. Pu, *Phys. Rev. B* **72**, 115428 (2005).
- [41] W.-I. Kuo, E.-Y. Pan, and N.-W. Pu, *J. Appl. Phys.* **103**, 093533 (2008).
- [42] E. M. Khourdifi and B. D. Rouhani, *J. Phys. Condens. Matter* **1**, 7543 (1989).
- [43] D. Bria, E. H. El Boudouti, A. Nougououi, B. Djafari-Rouhani, and V. R. Velasco, *Phys. Rev. B* **61**, 15858 (2000).
- [44] E. Khourdifi and B. D. Rouhani, *Surf. Sci.* **211–212**, 361 (1989).
- [45] D. Bria, E. H. El Boudouti, A. Nougououi, B. Djafari-Rouhani, and V. R. Velasco, *Phys. Rev. B* **60**, 2505 (1999).
- [46] G. P. Schwartz, G. J. Gualtieri, and W. A. Sunder, *Appl. Phys. Lett.* **58**, 971 (1998).
- [47] M. Giehler, T. Ruf, M. Cardona, and K. Ploog, *Phys. Rev. B* **55**, 7124 (1997).
- [48] K.-Q. Chen, X.-H. Wang, and B.-Y. Gu, *Phys. Rev. B* **61**, 12075 (2000).
- [49] S. Mizuno, *Phys. Rev. B* **65**, 193302 (2002).
- [50] S. Tamura, H. Watanabe, and T. Kawasaki, *Phys. Rev. B* **72**, 165306 (2005).
- [51] M. Trigo, A. Bruchhausen, A. Fainstein, B. Jusserand, and V. Thierry-Mieg, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 227402 (2002).
- [52] P. Lacharmoise, A. Fainstein, B. Jusserand, V. Thierry-Mieg, *Appl. Phys. Lett.* **84** (2004) 3274.
- [53] N.D. Lanzillotti Kimura, A. Fainstein, B. Jusserand, *Phys. Rev. B* **71** (2005) 041305(R).
- [54] M. F. Pascual Winter, A. Fainstein, M. Trigo, T. Eckhause, R. Merlin, A. Cho, and J. Chen, *Phys. Rev. B* **71**, 085305 (2005).
- [55] M. Schoenberg, *Wave Motion* **6**, 303 (1984).
- [56] M. Rousseau, *J. Acoust. Soc. Am.* **86** (1989) 2369.
- [57] B. Gurevich, *J. Acoust. Soc. Am.* **106**, 57 (1999).
- [58] R. Ciz, E.H. Saenger, B. Gurevich, *J. Acoust. Soc. Am.* **120** (2006) 642..
- [59] T.J. Plona, K.W. Winkler, M. Schoenberg, *J. Acoust. Soc. Am.* **81** (1987) 1227.
- [60] C. Gazanhes and J. Sageloli, *Acustica* **81**, 221 (1995).
- [61] R. James, S.M. Woodley, C.M. Dyer, F. Humphrey, *J. Acoust. Soc. Am.* **97** (1995) 2041.
- [62] M. Shen, W. Cao, *Appl. Phys. Lett.* **75** (1999) 3713.
- [63] H. Sanchis-Alepuz, Y. A. Kosevich, and J. Sánchez-Dehesa, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 134301 (2007).
- [64] A. Bousfia, E.H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, D. Bria, A. Nougououi, V.R. Velasco, *Surf. Sci.* **482–485** (2001) 1175.
- [65] D. Bria, B. Djafari-Rouhani, A. Bousfia, E. H. E. Boudouti, and A. Nougououi, *EPL Europhys. Lett.* **55**, 841 (2001).
- [66] D. Bria and B. Djafari-Rouhani, *Phys. Rev. E* **66**, 056609 (2002).

- [67] B. Manzanares-Martínez, J. Sánchez-Dehesa, A. Håkansson, F. Cervera, and F. Ramos-Mendieta, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 154 (2004).
- [68] B. Liang, X. S. Guo, J. Tu, D. Zhang, and J. C. Cheng, *Nat. Mater.* **9**, 989 (2010).
- [69] S. Zhang, Y. Zhang, Y. Guo, Y. Leng, W. Feng, and W. Cao, *Phys. Rev. Appl.* **5**, 034006 (2016).
- [70] Y. K. Koh, Y. Cao, D. G. Cahill, and D. Jena, *Adv. Funct. Mater.* **19**, 610 (2009).
- [71] T. Czerniuk, C. Brüggemann, J. Tepper, S. Brodbeck, C. Schneider, M. Kamp, S. Höfling, B. A. Glavin, D. R. Yakovlev, A. V. Akimov, and M. Bayer, *Nat. Commun.* **5**, ncomms5038 (2014).
- [72] J. Chan, T. P. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Gröblacher, M. Aspelmeyer, and O. Painter, *Nature* **478**, 89 (2011).
- [73] F. Vollmer and S. Arnold, *Nat. Methods* **5**, 591 (2008).
- [74] J. Botsis, L. Humbert, F. Colpo, and P. Giaccari, *Opt. Lasers Eng.* **43**, 491 (2005).
- [75] E. Alonso-Redondo, A. Gueddida, H. Huesmann, O. El Abouti, W. Tremel, E. H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *J. Chem. Phys.* **146**, 203325 (2017).
- [76] Wikipédia (2017).
- [77] 후스만한나, *Artificial Nanoparticle-Polymer Superlattices*, Thesis, 서울대학교 대학원, 2016.
- [78] Z. Li, S. -K. Chan, M. H. Grimsditch, and E. S. Zouboulis, *J. Appl. Phys.* **70**, 7327 (1991).
- [79] B. D. Rouhani and J. Sapriel, *Phys. Rev. B* **34**, 7114 (1986).
- [80] B. Hillebrands, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 832 (1988).
- [81] M. Chirita, *Phys. Rev. B* **63**, (2001).
- [82] T. Wittkowski, *Phys. Rev. B* **69**, (2004).
- [83] N. Gomopoulos, W. Cheng, M. Efremov, P. F. Nealey, and G. Fytas, *Macromolecules* **42**, 7164 (2009).

**Chapitre 4 : Structure de bandes d'un cristal  
phononique 2D réalisé par la technique  
de polymérisation à deux photons induite  
par laser femtoseconde**

## 4.1 Introduction

Contrairement au cas des deux chapitres précédents où nous avons étudié des cristaux phononiques 1D, la structure phononique étudiée dans ce chapitre présente une double périodicité des propriétés élastiques. Il s'agit d'un cristal phononique à 2D organisé sous la forme d'un réseau carré d'inclusions cylindriques gravées dans une matrice. Sous certaines conditions géométriques et physiques des éléments constitutants (inclusions et matrice) du cristal phononique 2D, cette double périodicité peut conduire à la création d'une bande interdite pour toutes les directions de propagation parallèles au plan de la périodicité. Les cristaux phononiques 2D à base d'inclusions cylindriques ont fait l'objet de nombreuses études théoriques [1–9] et expérimentales [10–17]. Il a été montré que l'existence et la largeur des bandes interdites dépendaient de plusieurs paramètres géométriques et physiques du cristal phononique 2D [18], à savoir : la nature solide-solide [11], fluide-fluide [19,20] ou fluide-solide [12,21,22] du cristal phononique, du contraste entre les propriétés élastiques (masses volumiques et constantes élastiques), des inclusions par rapport à la matrice [23], de la symétrie du réseau (carré, triangulaire, hexagonal,...) ainsi que la forme des inclusions [24] (circulaire, carré,...) et du facteur de remplissage [3].

Différents types de défauts tels que les cavités et les guides d'onde simples ou coudés peuvent être créés dans ce type de structures, à travers l'omission ou la modification (de la géométrie ou des propriétés physiques) d'une seule ou de plusieurs inclusions dans la structure phononique 2D. En fonction de leurs propriétés élastiques et géométriques, de tels défauts peuvent donner lieu à des modes situés à l'intérieur de la bande interdite, correspondant à des modes localisés ou guidés dans le cristal phononique. Ces modes de défauts ont permis d'envisager des applications telles que le guidage [25,26], le filtrage [27,28] et le démultiplexage [21,29]. Les cristaux phononiques 2D à base de matériaux mixtes (solide-fluide) ont présenté aussi une nouvelle plateforme dans le domaine des capteurs et de la détection des fluides biochimiques [30,31]. Ce type de structures peuvent également présenter des propriétés de bandes interdites à la fois pour les phonons et les photons. L'existence des bandes interdites pour les deux ondes, électromagnétique et élastique, a conduit à la localisation simultanée de la lumière et du son dans une même cavité permettant ainsi d'exalter leur interaction [32,33].

Les cristaux phononiques à 2D à base d'inclusions cylindriques de dimension submicrométrique ont fait l'objet d'études théoriques et expérimentales [34–36]. Par exemple,

Gorishnyy et al. [37] ont mis en évidence la présence d'une bande interdite pour les phonons hypersoniques dans un cristal phononique constitué d'inclusions cylindriques remplies de liquide (phenylmethyl silicone) arrangées suivant un réseau carré dans un film d'époxy. Dans ce travail, le calcul numérique par éléments finis a été réalisé avec un facteur de remplissage différent de celui de l'expérience. Ainsi la comparaison entre le calcul numérique et la mesure expérimentale n'était pas directe. Kargar et al. [38] ont présenté les résultats de la mesure des spectres de diffusion Brillouin réalisée par la technique de spectroscopie Brillouin-Mandelstam sur un cristal phononique 2D constitué d'inclusion d'air arrangées suivant un réseau hexagonale dans un film d'oxyde d'aluminium. En raison de la nature semi-transparente du film d'oxyde d'aluminium, les pics observés dans ces spectres ont été attribués aux deux mécanismes associés à l'interaction lumière-matière : il s'agit de l'effet du mouvement des interfaces et de l'effet photo-élastique. Dans cette étude, à l'aide du calcul théorique, ils ont mis en évidence l'effet du diamètre d'inclusions sur la vitesse effective et sur la conductivité thermique. Graczykowski et al. [39], par la technique de spectroscopie Brillouin en rétrodiffusion et par la méthode des éléments finis pour le calcul numérique, ont mis en évidence le phénomène de repliement des branches aux bords de la première zone de Brillouin de la structure périodique, constituée d'inclusions cylindriques arrangées selon un réseau carré dans une membrane de silicium.

Depuis la première réalisation du cristal phononique à bande interdite hypersonique [40], différentes techniques et méthodes ont été utilisées pour la fabrication des cristaux phononiques de paramètre de maille submicrométrique [37,41–48]. La lithographie par faisceau d'ions ou d'électrons est une technique puissante pour la fabrication des cristaux phononiques 2D à base de matériaux semi-conducteurs [49,50]. Les techniques d'auto-assemblage des nanoparticules et la lithographie interférométrique ont permis la fabrication de cristaux phononiques bidimensionnels à base de polymères. La technique de polymérisation à deux photons est considérée comme la technique la plus précise pour la fabrication des matériaux polymères nano-structurés à trois dimensions avec une grande résolution. Cette technique a été utilisée pour la fabrication des cristaux photoniques.

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'étude de la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique à deux dimensions à base de matériaux hybrides, réalisé pour la première fois par la technique de polymérisation à deux photons (2PP). Ce dernier est constitué d'inclusions cylindriques de section carrée arrangées suivant un réseau carré dans un film suffisamment épais de Propoxyde de Zirconium (ZPO). Le film de ZPO est déposé sur

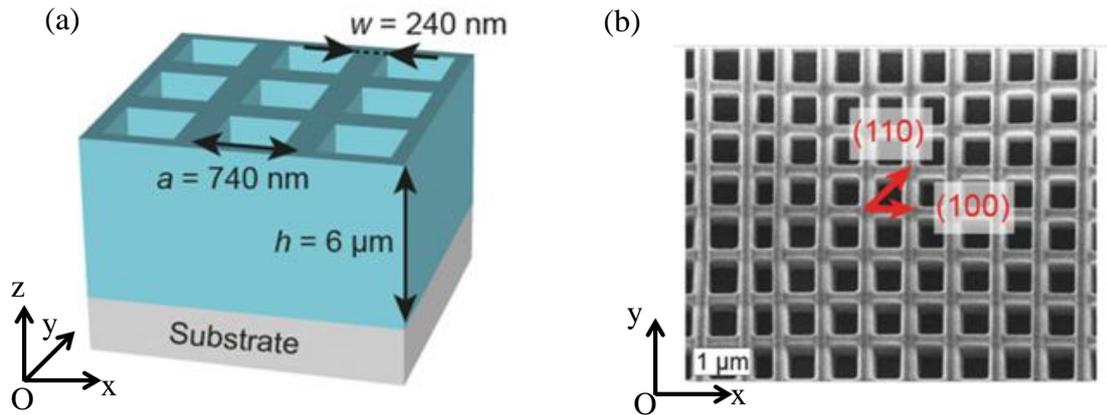
un substrat semi-infini de verre [51]. L'objectif de cette étude est, d'un coté la caractérisation des propriétés élastiques et photo-élastiques du matériau nano-structuré. Cette caractérisation se fera à travers une comparaison directe entre le calcul numérique et la mesure expérimentale des courbes de dispersion et des spectres de diffusion Brillouin. Pour cela, nous avons appliqué le modèle de la diffusion Brillouin que nous avons élaboré dans le deuxième chapitre. D'un autre coté, nous allons analyser la nature vibratoire des modes observés par spectroscopie Brillouin dans le cas des deux échantillons suivants : le premier avec des inclusions d'air et le deuxième avec des inclusions remplies par un polymère liquide (Cargille). Nous allons également étudier l'effet de la symétrie du réseau, la forme de la section des inclusions et leurs propriétés élastiques sur la vitesse effective du cristal phononique.

## 4.2 Présentation de la structure phononique

La préparation des échantillons a été réalisée par l'équipe du Prof Zhandos N. Utegulov (Université Nazarbayev, Kazakhstan) et la caractérisation expérimentale par Spectroscopie Brillouin par l'équipe du Prof. George Fytas (Institut Max Planck, Mainz).

Le cristal phononique 2D que nous allons étudier a été réalisé par la technique de polymérisation à deux photons, basée sur le phénomène non linéaire d'absorption à deux photons. Il s'agit d'une technique d'écriture directe par laser permettant ainsi la fabrication des micro-objets avec une résolution inférieure à 100 nm. A l'aide d'un microscope, le faisceau laser (517 nm, 60 fs, 76 MHz, 70 mW) est focalisé sur un très petit volume du matériau photosensible. Ce dernier étant transparent pour le rayonnement laser utilisé, seule l'absorption à deux photons peut déclencher un processus de photo-polymérisation le long du trajet du faisceau laser. Ainsi, la structure est révélée à l'aide d'un traitement de l'échantillon dans du 1-propanol permettant de retirer le matériau qui n'a pas été exposé à la lumière du laser [52].

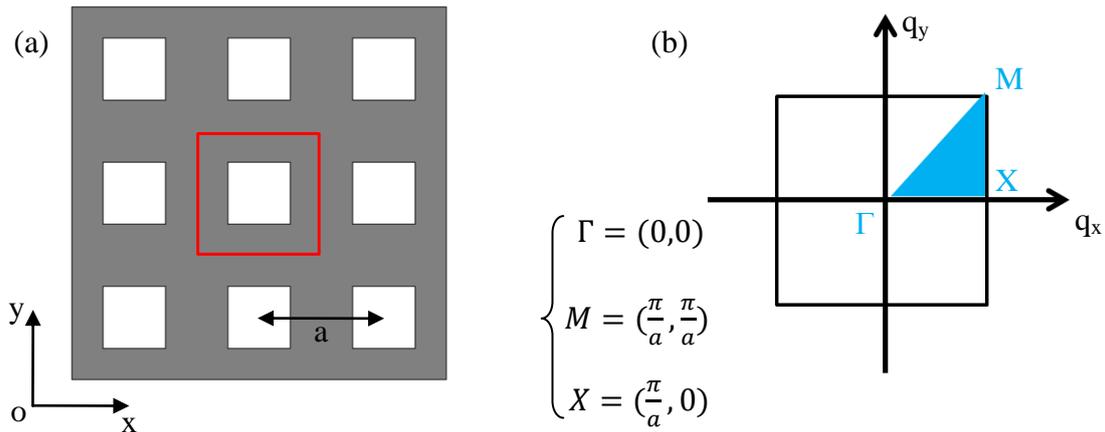
La figure 4.1 présente le schéma à 3D ainsi que l'image obtenue par microscopie électronique à balayage de la structure phononique réalisée. Comme l'illustre cette figure, le cristal phononique est constitué d'inclusions d'air cylindriques de section carrée arrangées suivant un réseau carré dans un film de propoxyde de zirconium (ZPO) d'épaisseur  $h = 6 \mu\text{m}$ . La période de la structure est  $a = 740 \text{ nm}$  et le facteur de remplissage est  $f = 0.46$ , définie comme étant le rapport entre la surface de l'inclusion et celle d'une cellule élémentaire. La structure est périodique dans les deux directions  $O_x$  et  $O_y$  et semi-infinie dans la direction  $O_z$ . Les propriétés élastiques (constantes élastiques et densité) associées au film nano-structuré seront déterminées à partir de la description théorique des courbes de dispersion et des spectres de diffusion Brillouin expérimentaux.



**Figure 4.1:** (a) Représentation schématique à 3D, et (b) image par MEB (vue dessus) du cristal phononique à 2D.

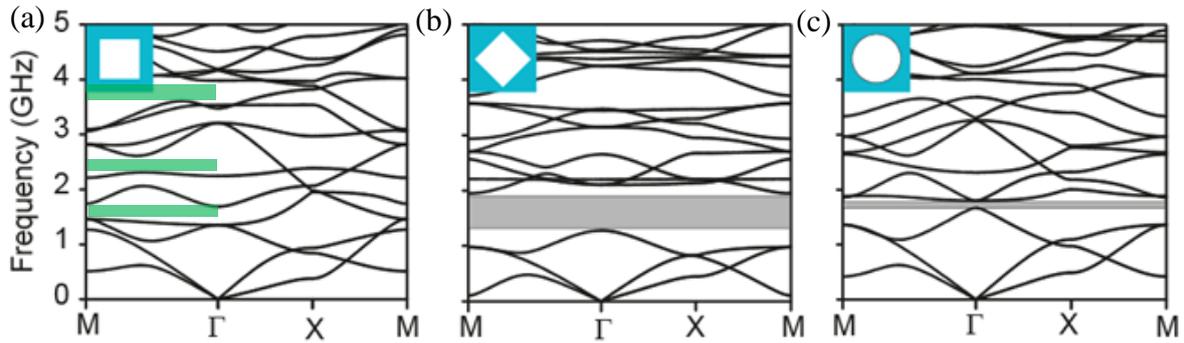
### 4.3 Calcul de la courbe de dispersion

Comme l'illustre la figure 4.1a, l'épaisseur du film nano-structuré de ZPO (propoxyde de zirconium) ( $6 \mu\text{m}$ ) est largement plus grande que la période du cristal phononique ( $a = 0,74 \mu\text{m}$ ). Pour réduire le temps de calcul et éviter l'apparition de modes du substrat semi-infini, nous allons donc considérer le cristal phononique comme étant infini dans la direction  $z$ . Dans ce cas, les modes polarisés dans le plan ( $xoy$ ) seront découplés des modes polarisés dans la direction  $z$  [1]. Par la suite nous avons limité notre étude aux modes polarisés dans le plan ( $xoy$ ). Etant donné que le cristal phononique est périodique dans les deux directions  $x$  et  $y$ , le domaine de calcul est limité à la cellule élémentaire indiquée par le cadre rouge sur la figure 4.2a. Les conditions périodiques de Bloch sont appliquées en limite de cellule afin de décrire le caractère périodique de la structure phononique. Par ailleurs, pour un réseau périodique de maille carrée, la première zone de Brillouin est illustrée sur la figure 4.2b. Compte tenu de la symétrie, le calcul de la courbe de dispersion se fera sur la première zone irréductible de Brillouin définie par la région bleue.



**Figure 4.2 : (a) Schéma du cristal phononique de maille et d'inclusions carrée, infini dans la direction  $z$  ; la cellule unitaire utilisée dans le calcul est indiquée par le cadre rouge. (b) Représentation de la zone de Brillouin du cristal phononique à maille carrée, la zone bleue correspondant à la première zone irréductible de Brillouin.**

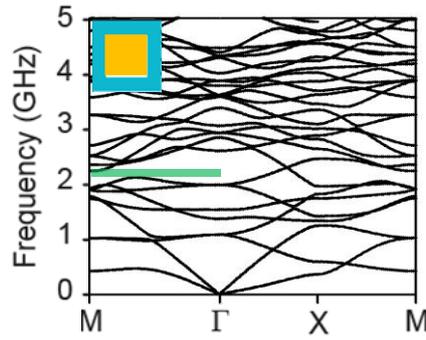
La figure 4.3a présente la courbe de dispersion du cristal phononique à 2D obtenue dans les trois directions  $\Gamma X$ ,  $\Gamma M$ , et  $XM$  de la première zone irréductible de Brillouin. A titre de comparaison, nous avons également calculé la courbe de dispersion dans le cas des inclusions de section carré tournée de  $45^\circ$  par rapport la direction  $x$  (figure 4.3b) et de celles avec une section circulaire (figure 4.3c) toute en gardant le facteur de remplissage égale à  $f = 0.46$ . Les paramètres élastiques utilisés pour le calcul des courbes de dispersion associé à ces trois structures sont donnés dans la légende de la figure 4.3. A partir de cette figure, on peut remarquer que la courbe de dispersion du cristal phononique 2D est sensible à la forme et à l'orientation des inclusions. En effet, les structures avec les inclusions de section carré (tournés de  $45^\circ$ ) et circulaires présentent des bandes interdites absolues (indiquées par les bandes grises sur les figures 4.3b et 4.3c), tandis que la structure avec les inclusions de section carrée ne présente pas de bandes interdites absolue. On peut cependant noter la présence de quelques bandes interdites partielles (indiquées par les bandes vertes sur la figure 4.3a) dans la direction  $\Gamma M$ .



**Figure 4.3 : Courbes de dispersion du cristal phononique 2D formé d'inclusions cylindriques de section (a) carrée, (b) carrée tournée de 45° par rapport à la direction du réseau et (c) circulaire. Le facteur de remplissage est  $f = 0.46$ . Les paramètres physiques du matériau utilisés dans le calcul sont  $C_T = 1700$  m/s,  $C_L = 2900$  m/s et  $\rho = 1190$  kg/m<sup>3</sup>.**

Nous avons aussi étudié le cas où les inclusions du cristal phononique sont remplies avec un polymère liquide (Cargille). La figure 4.4 montre la courbe de dispersion du cristal phononique 2D avec des inclusions de section carrée remplies de Cargille, défini par sa vitesse acoustique  $C_F = 1670$  m/s et sa masse volumique  $\rho = 1030$  kg/m<sup>3</sup>. On peut remarquer que la présence du Cargille dans les inclusions permet de multiplier le nombre de branches dans la courbe de dispersion. On peut noter également la présence d'une bande interdite partielle dans la direction  $\Gamma M$  indiquée par la bande verte sur la courbe de dispersion.

Il est à noter que des structures similaires à la nôtre ont déjà fait l'objet d'études théoriques. Vasseur et al [6], ont mis en évidence l'effet de la section (carré et circulaire) des inclusions et de leur composition par rapport à la matrice sur les propriétés de dispersion. Ils ont remarqué que pour avoir des bandes interdites absolues, il fallait que les constantes élastiques et la masse volumique des inclusions soient plus grandes que celles de la matrice et non l'inverse. C. Goffaux et J. P. Vigneron [22] ont montré également que, dans une structure périodique de cylindres de section carrée déposés selon un réseau carré dans l'air, la largeur de la bande interdite dépendait de l'angle de rotation des cylindres par rapport à la direction du réseau. Ainsi, le maximum de largeur du gap est obtenu quant les cylindres de section carrée sont tournés de 45° par rapport à la direction du réseau.



**Figure 4.4 : Courbes de dispersion du cristal phononique 2D avec les inclusions remplies de Cargille**

#### 4.4 Caractérisation expérimentale

La figure 4.5a présente le schéma de la géométrie de diffusion utilisée pour la détermination expérimentale des courbes de dispersion du cristal phononique 2D par la technique de spectroscopie Brillouin. Etant donné que les matériaux constituant le cristal phononique sont transparents pour la lumière du laser utilisé, l'analyse de la lumière diffusée est effectuée en transmission. Les deux champs électriques de la lumière incidente et diffusée sont polarisés dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence. La polarisation est notée VV pour (Vertical-Vertical)). Avec cette géométrie, on excite les modes acoustiques dont le vecteur d'onde est donné par la relation suivante :

$$q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (4.1)$$

Où  $\lambda = 532$  nm est la longueur d'onde du laser utilisé pour la mesure et  $\theta$  l'angle d'incidence. Dans ce cas, le vecteur d'onde du phonon acoustique est contenu dans le plan (xoy), faisant l'angle  $\alpha$  avec la direction x (figure 4.5b). On peut noter que dans le cas de cette géométrie, le vecteur d'onde ne dépend pas de l'indice de réfraction. Ceci peut être démontré à partir de la condition de continuité des composantes tangentielles du champ électrique aux interfaces (ZPO/verre et verre/air) conduisant à l'égalité suivante :

$$q_1 = q_2 = q \quad (4.2)$$

Où  $q_1$  et  $q_2$  représentent respectivement les vecteurs d'onde acoustique dans le film de propoxyde de zirconium et le substrat de verre. La mesure expérimentale a été réalisée sur

deux échantillons : le premier avec des inclusions d'air et le deuxième avec des inclusions remplies de Cargille.

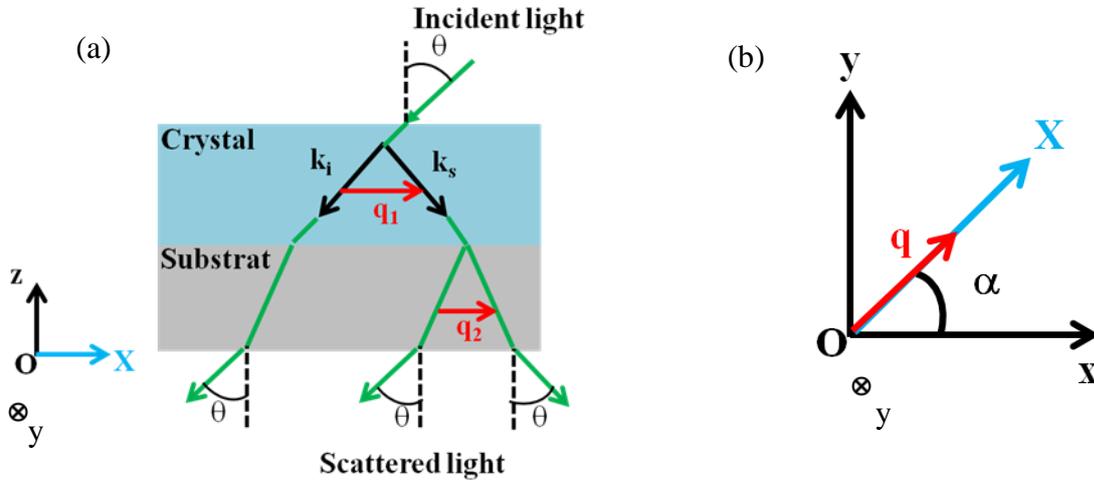


Figure 4.5 : (a) Schéma de la géométrie de diffusion Brillouin utilisée pour la mesure expérimentale des courbes de dispersion du cristal phononique 2D. (b) Représentation du vecteur d'onde  $q$  des modes excités par cette géométrie, contenu dans le plan ( $xOy$ ).

#### 4.5 Calcul numérique des spectres de diffusion Brillouin de la lumière

Comme nous l'avons indiqué précédemment, les matériaux constituant le cristal phononique sont transparents. Aussi, pour avoir une comparaison directe avec les mesures expérimentales, nous avons utilisé le modèle de la diffusion Brillouin présenté dans le chapitre 2. Ce modèle permet d'exprimer l'intensité de diffusion Brillouin de la lumière en fonction de l'effet photo-élastique. On rappelle l'expression de cette intensité :

$$I = |E_j^S|^2 \propto \left| \frac{1}{\omega} \iint_{\text{unit cell}} e^{i\vec{q}\vec{r}} \sum_{ijkl} P_{ijkl} S_{kl} E_i^I dS \right|^2 \quad (4.3)$$

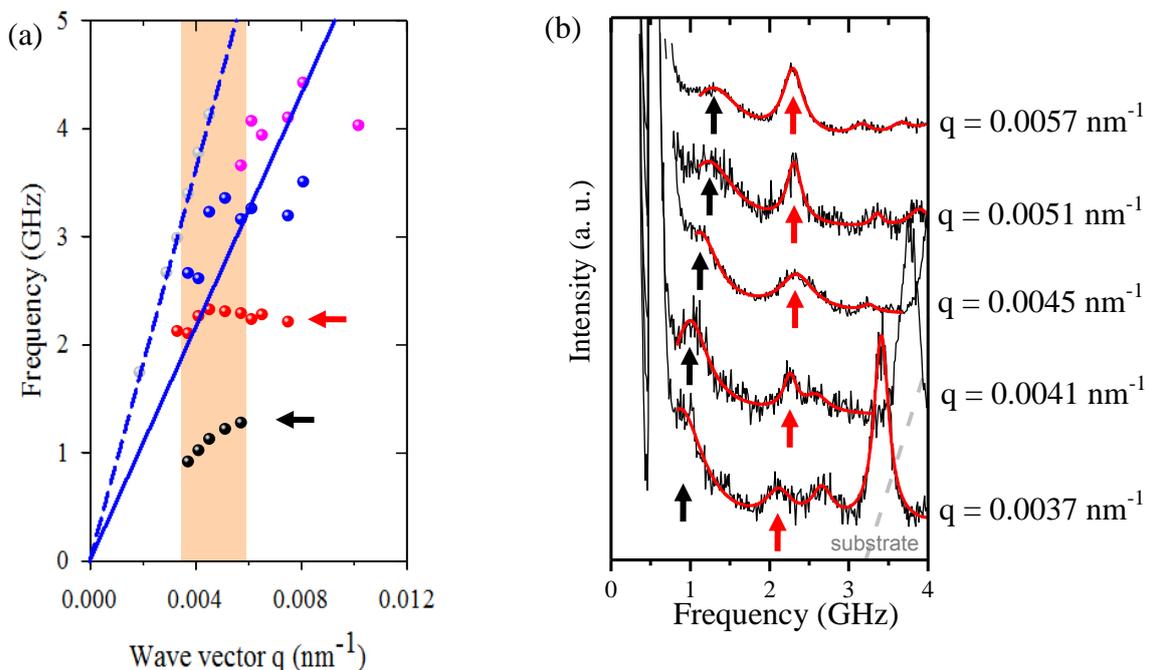
Le film de ZPO étant considéré isotrope, l'expression de l'intensité de diffusion Brillouin (eq. 4.3), pour la polarisation VV, se met sous la forme suivante :

$$I_{VV} = \left| \frac{1}{\omega} \iint_{u.c} e^{i\vec{q}\vec{r}} [\{A_{11} \sin(\alpha) + A_{12} \cos(\alpha)\} \sin(\alpha) + \{A_{21} \sin(\alpha) + A_{22} \cos(\alpha)\} \cos(\alpha)] E_0 \right|^2 \quad (4.4)$$

Où  $\alpha$  représente l'angle entre le vecteur d'onde  $q$  du phonon acoustique et la direction  $x$ , et où les expressions associées aux termes  $A_{ij}$  sont données dans le chapitre 2.

## 4.6 Cristal phononique 2D avec des inclusions d'air

La figure 4.6a représente la courbe de dispersion mesurée par spectroscopie Brillouin pour une propagation des phonons acoustiques dans la direction  $\Gamma M$  du cristal phononique à 2D avec des inclusions d'air. Les deux lignes bleues, continue et discontinue, représentent respectivement les deux vitesses, transverse ( $C_{T,G} = 3390$  m/s) et longitudinale ( $C_{L,G} = 5660$  m/s) du son dans le substrat de verre. Les cercles colorés représentent la courbe de dispersion expérimentale. On peut noter que les modes situés en dessous de la vitesse transverse du substrat de verre sont des modes non radiatifs, c'est-à-dire que ces modes ne peuvent pas se propager dans le volume du substrat et sont localisés dans le film de "ZPO". La figure 4.6b présente les spectres de diffusion Brillouin associés aux vecteurs d'onde contenus dans la zone orange, indiquée sur la courbe de dispersion (Figure 4.6a). Comme on peut le voir, l'intensité des pics dépend du vecteur d'onde et de la fréquence. Par exemple, l'intensité du pic indiqué par la flèche noire et associé à la branche noire de la courbe de dispersion diminue au fur et à mesure que le vecteur d'onde augmente, tandis que pour le deuxième pic indiqué par la flèche rouge et associé à la branche rouge de la courbe de dispersion, on remarque un comportement inverse où l'intensité du pic augmente avec l'augmentation du vecteur d'onde.



**Figure 4.6 :** (a) Courbe de dispersion mesurée dans la direction  $\Gamma M$  pour le cristal phononique constitué d'inclusions carrées d'air. (b) Spectres de diffusion Brillouin associés à la zone orange de la courbe de dispersion.

#### 4. 6. 1 Propriétés élastiques du film nano-structuré de ZPO

Comme nous l'avons indiqué précédemment, les propriétés élastiques et photo-élastiques du film nano-structuré de ZPO ne sont pas définies, puisqu'elles dépendent des conditions de fabrication. A partir du calcul numérique des courbes de dispersion, nous allons procéder à un ajustement des deux vitesses, transverse et longitudinale, du film nano-structuré permettant de décrire les branches expérimentales (figure 4.6a). Avec une telle géométrie de diffusion (figure 4.5a), les modes observés dans le cas de la polarisation VV sont les modes de polarisation quasi-longitudinale [34].

La figure 4.7 présente les courbes de dispersion théoriques (branches colorées) et expérimentales (cercles pleins colorés) obtenues pour une propagation des ondes élastiques dans la direction  $\Gamma M$ . Les courbes présentées sur la première ligne de la figure 4.7 sont calculées pour trois valeurs de la vitesse transverse  $C_T = 1200$  m/s,  $1400$  m/s et  $1700$  m/s avec une vitesse longitudinale fixée à  $C_L = 2900$  m/s. Pour les courbes de dispersion présentées sur la deuxième ligne de la figure 4.7, les courbes sont calculées pour trois valeurs de la vitesse longitudinale  $C_L = 2700$  m/s,  $2900$  m/s,  $3100$  m/s avec la vitesse transverse fixée à  $C_T = 1700$  m/s. Les couleurs sur les branches théoriques représentent la polarisation des modes, où la couleur rouge indique la polarisation longitudinale et la couleur bleue représente la polarisation transverse. Cette représentation a été obtenue en utilisant la méthode de sélection des modes introduite dans le chapitre 2 et basée sur l'expression suivante :

$$P_X = \frac{\iint_{U.C} |u_x|^2 dr^2}{\iint_{U.C} (|u_x|^2 + |u_y|^2) dr^2} \quad (4.5)$$

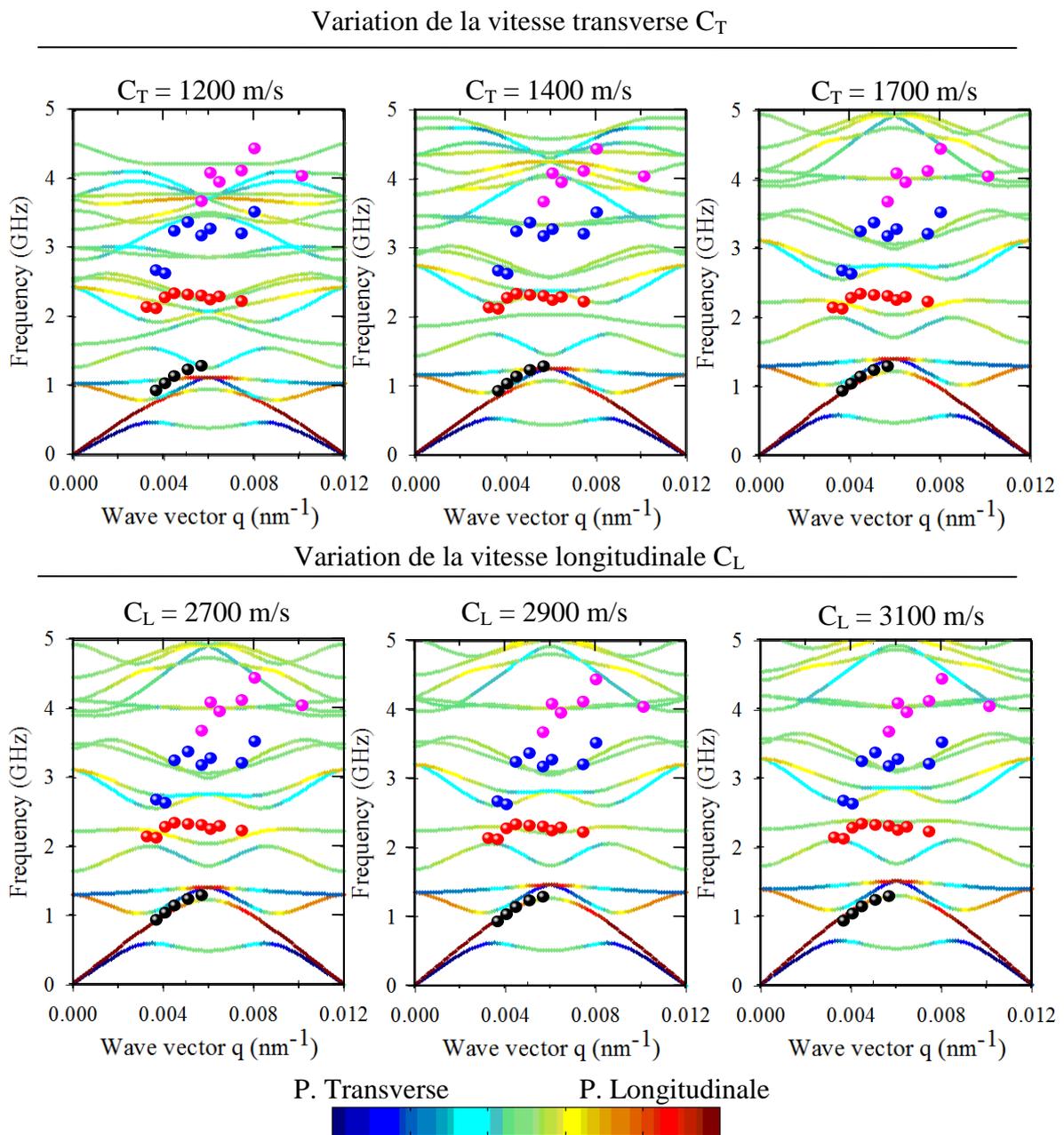
dans laquelle X représente la direction parallèle à la direction du vecteur d'onde du phonon acoustique,  $u_x$  (resp.  $u_y$ ) représente la composante du champ de déplacement longitudinal (resp. transverse). Dans le cas de la propagation des ondes élastiques dans la direction  $\Gamma M$ , les deux composantes du champ de déplacement  $u_x$  et  $u_y$  sont données sous la forme suivante :

$$u_x = \frac{(u_x + u_y)}{\sqrt{2}} \text{ et } u_y = \frac{(u_x - u_y)}{\sqrt{2}} \quad (4.6)$$

Où  $u_x$  ( $u_y$ ) représente la composante de déplacement parallèle à la direction x (y).

La première observation qu'on peut faire à partir de cette figure est que la majorité des modes présents sur la courbe de dispersion est caractérisée par une polarisation mixte (à la fois longitudinale et transverse), à l'exception des deux branches sans fréquence de coupure,

au voisinage du point  $\Gamma$  ( $q = 0 \text{ nm}^{-1}$ ). Celles-ci présentent respectivement un caractère transverse et longitudinal lié aux deux vitesses effectives du cristal phononique. Pour déterminer les valeurs optimales des deux vitesses transverse et longitudinale du film nano-structuré, on doit déterminer parmi les courbes de dispersion théoriques de la figure 4.7 laquelle permet de décrire au mieux les branches expérimentales. Pour cela, nous considérerons les deux premières branches expérimentales de la figure 4.6a (cercles noirs et rouges). Par comparaison entre les courbes théoriques et expérimentales (figure 4.7), on peut déduire que les valeurs des vitesses les mieux adaptées au film nano-structuré sont :  $C_T = 1700 \text{ m/s}$  et  $C_L = 2900 \text{ m/s}$ .



**Figure 4.7 : Courbes de dispersion théoriques (branches continues) et expérimentales (cercles pleins) obtenues pour une propagation des ondes élastiques dans la direction  $\Gamma M$  du cristal phononique à 2D constitué d'inclusions carrées d'air. Les couleurs sur les branches théoriques représentent la polarisation des modes, donnée par le paramètre  $P_x$ . Sur la première ligne, la vitesse longitudinale est fixée à  $C_L = 2900$  m/s et sur la deuxième ligne, la vitesse transverse est fixée à  $C_T = 1700$  m/s.**

#### 4. 6. 2 Propriétés photo-élastiques du film nano-structuré de ZPO

Nous allons maintenant déterminer les coefficients photo-élastiques du film nano-structuré (ZPO) à partir de la comparaison des intensités relatives des pics présents dans le spectre de diffusion Brillouin. En ce qui concerne le calcul numérique, l'intensité de diffusion Brillouin est obtenue par l'expression (4.4). Sachant que les mesures ont été faites dans la direction  $\Gamma M$ , le vecteur d'onde du phonon acoustique fait l'angle  $\alpha = 45^\circ$  avec la direction  $x$  (figure 4.5b). Dans ce cas, l'expression (4.4) de l'intensité de diffusion Brillouin devient :

$$I_{VV}^{\Gamma M} = \left| \frac{1}{\omega} \iint_{u,c} e^{iqx} \left[ (P_{11} + P_{12}) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - 2P_{66} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right] E_0 dS \right|^2 \quad (4.7)$$

A partir de cette expression, on peut remarquer que l'intensité de diffusion Brillouin  $I_{VV}^{\Gamma M}$  est la contribution de deux termes. Le premier est associé à la somme  $P_{11} + P_{12}$  et dépend des composantes diagonales du tenseur de déformation. Le deuxième, quant à lui, est associé à la constante photo-élastique  $P_{66}$  et dépend des composantes non diagonales du tenseur de déformation. Le film nano-structuré étant isotrope, les trois coefficients photo-élastiques cités ci-dessus sont reliés par la relation suivante :  $P_{11} - P_{12} = 2P_{66}$ . Dans la comparaison des intensités relatives des pics de diffusion Brillouin, le seul paramètre à faire varier est le rapport  $P_{66}/(P_{11} + P_{12})$ .

La figure 4.8 présente les spectres de diffusion Brillouin expérimentaux (courbes rouges et noires) et théoriques (courbes bleues) obtenues pour les trois vecteurs d'onde  $q = 0.0041 \text{ nm}^{-1}$ ,  $0.0045 \text{ nm}^{-1}$ , et  $0.0057 \text{ nm}^{-1}$  associés à la direction  $\Gamma M$ . Les spectres théoriques sont calculés pour les valeurs du coefficient photo-élastique  $P_{66}$  suivantes  $0$ ,  $\pm 0.1$ ,  $\pm 0.2$  et  $\pm 0.3$  tout en gardant la somme  $P_{11} + P_{12} = 1$ . Comme nous l'avons indiqué précédemment, la comparaison des intensités relatives des pics sera limitée aux deux premiers pics expérimentaux indiqués par les flèches noires et rouges (figure 4.7). On remarque (figure 4.8) que l'intensité des différents pics dépend du vecteur d'onde, de la fréquence ainsi que du rapport des coefficients photo-élastiques  $P_{66}/(P_{11} + P_{12})$ . Par exemple, le premier pic

expérimental (indiqué par la flèche noire) provient de la contribution des deux pics notés 1 et 2. Lorsqu'on augmente la valeur du rapport  $P_{66}/(P_{11} + P_{12})$ , l'intensité du pic 1 diminue en même temps que l'intensité du pic 2 augmente. Quant au deuxième pic expérimental (indiqué par la flèche rouge), le pic 3 associé à ce dernier diminue avec l'augmentation du rapport  $P_{66}/(P_{11} + P_{12})$ . A partir de cette figure, on peut déduire que les spectres associés à la valeur du rapport  $P_{66}/(P_{11} + P_{12}) = -0.2$  permettent de décrire au mieux les spectres expérimentaux. En conséquence, nous aurons  $P_{12}/(P_{11} + P_{12}) = 0.7$  et  $P_{11}/(P_{11} + P_{12}) = 0.3$ .

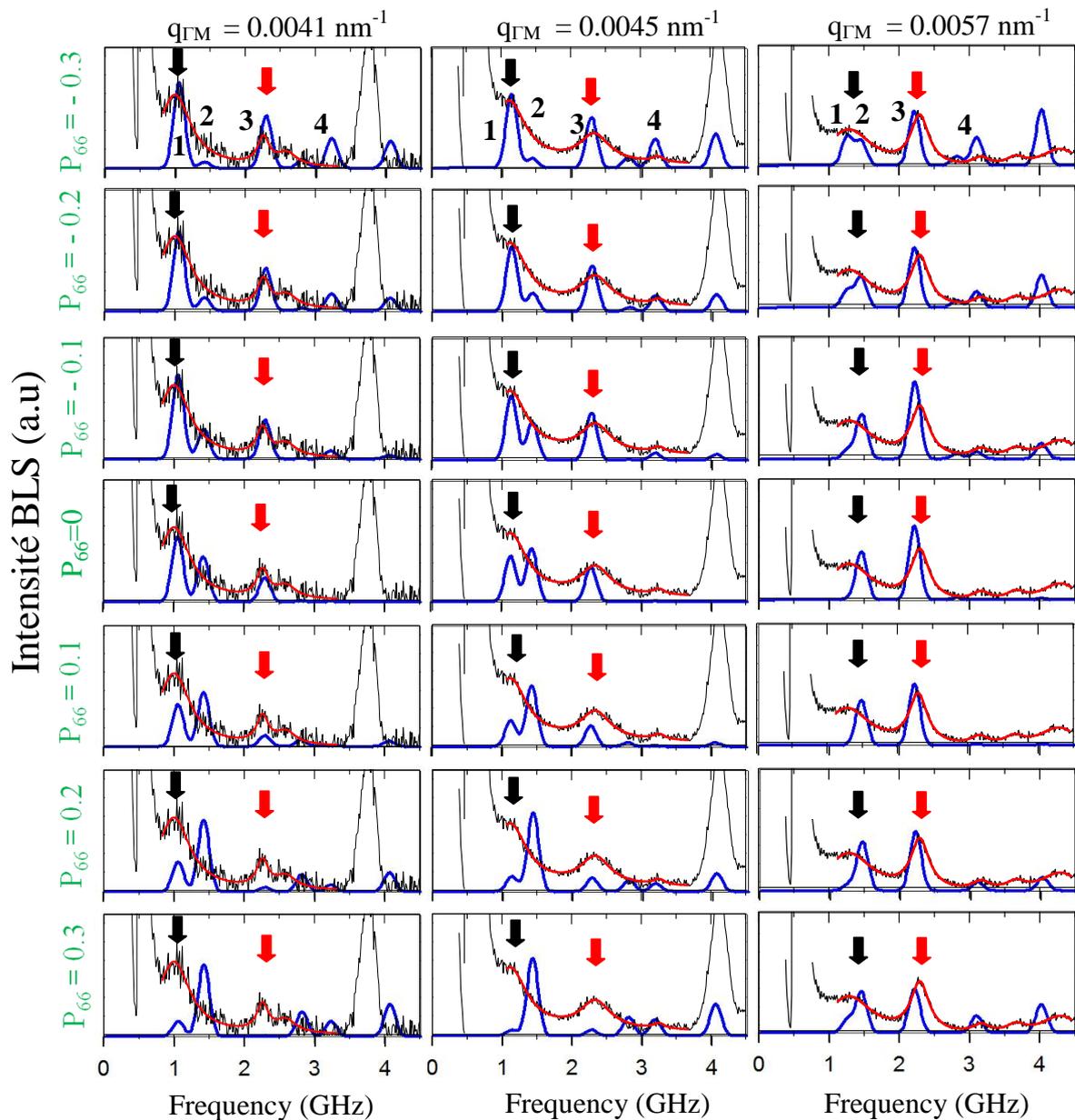
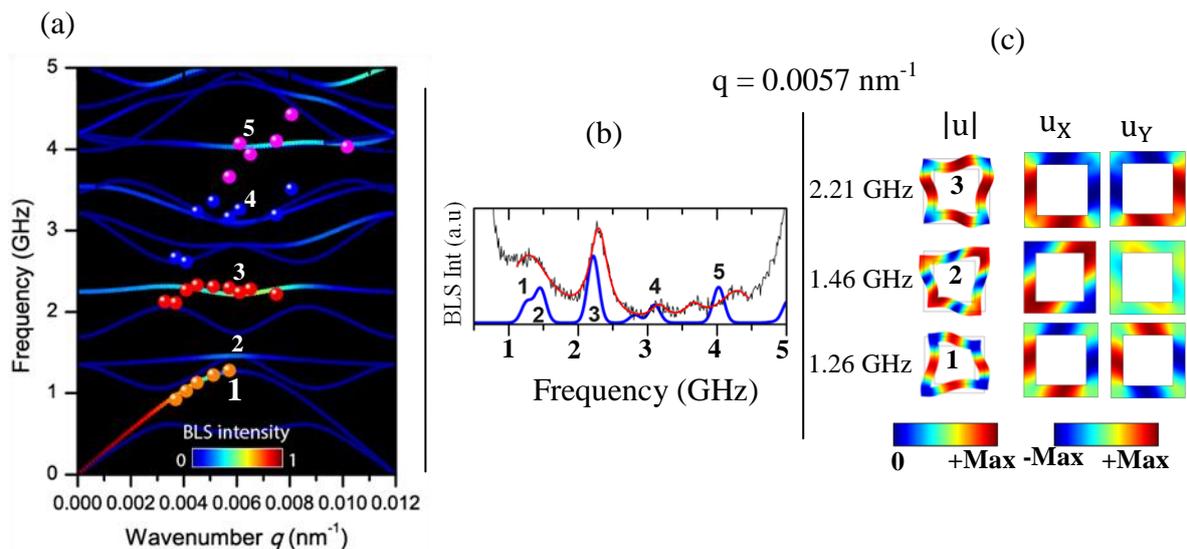


Figure 4.8 : Spectres de diffusion Brillouin théoriques (lignes bleues) et expérimentaux (lignes rouges) obtenus dans la direction  $\Gamma M$ . Les spectres théoriques sont calculés pour les valeurs de

**P<sub>66</sub> suivantes : 0, ± 0.1, ± 0.2, ± 0.3. Les flèches noires et rouges indiquent les pics associés aux deux branches, noires et rouges, de la figure 4.6a.**

Sur la figure 4.9, nous présentons les deux courbes de dispersion, théorique (lignes continues) et expérimentale (cercles pleins) obtenues dans la direction  $\Gamma M$  du cristal phononique à 2D. Les couleurs sur les branches de la courbe théorique représentent l'intensité de diffusion Brillouin  $I_{VV}^{\Gamma M}$ . Les propriétés élastiques et photo-élastiques utilisées dans ce calcul sont ceux déduites de la comparaison faite précédemment. Pour mieux comprendre la nature des modes observés par spectroscopie Brillouin, nous présentons sur la figure 4.9b un exemple de spectre de diffusion Brillouin théorique (courbe bleue) et expérimental (courbe rouge et noire) pour le vecteur d'onde  $q = 0.0057 \text{ nm}^{-1}$  ainsi que les cartes du champ de déplacement (figure 4.9c) des modes 1, 2, et 3 associés aux deux premiers pics du spectre expérimental. A partir des cartes du champ de déplacement, on remarque que le mode 2 est fortement longitudinal alors que les modes 1 et 3 possèdent une polarisation mixte. Les vibrations de ces deux derniers correspondent à un mouvement de dilatation/contraction successif des deux cotés de la cellule élémentaire tandis que les coins restent quasiment fixes. Quant au mode 2, caractérisé par une polarisation longitudinale, la vibration de ce dernier est similaire à celles des deux modes 1 et 3, mais les coins de la cellule élémentaire se déplacent. La contribution de ces modes à l'intensité  $I_{VV}^{\Gamma M}$  de diffusion Brillouin de la lumière (Eq. 4.7) agit essentiellement sur le premier terme de  $I_{VV}^{\Gamma M}$  pour les modes 2 et 3, et sur le deuxième terme de  $I_{VV}^{\Gamma M}$  pour le mode 1. On peut noter aussi que les modes 1 et 2 associés au premier pic expérimental changent de comportement vibratoire. En effet, lorsqu'on s'éloigne de la limite de la première zone de Brillouin vers le centre défini par le point  $\Gamma$  de la courbe de dispersion, la polarisation du mode 1 devient longitudinale tandis que celle du mode 2 devient mixte (voir figure 4.7).



**Figure 4.9 :** (a) Courbes de dispersion théorique (ligne continues) et expérimentales (cercles pleins colorés) du cristal phononique 2D constitué d'inclusions carrées d'air obtenue dans la direction  $\Gamma M$  en fonction de l'intensité de diffusion Brillouin  $I_{VV}^{\Gamma M}$  donnée sous forme de couleurs. (b) Spectres de diffusion Brillouin théorique (courbe bleue) et expérimental (courbe noire et rouge) obtenus pour  $q = 0.0057 \text{ nm}^{-1}$  dans la direction  $\Gamma M$ . (c) Cartes du champ de déplacement des modes 1, 2 et 3.

#### 4.7 Cristal phononique 2D avec des trous remplis de Cargille

Dans le cas du film nano-structuré avec des inclusions d'air, la mesure par spectroscopie Brillouin de la courbe de dispersion n'a été possible que dans la direction  $\Gamma M$ . La raison vient du fait que, dans la direction  $\Gamma X$ , les effets de la diffraction optique et de la diffusion élastique de la lumière cachent les pics d'origine phononique [37]. Nous nous intéressons ici à l'infiltration de l'échantillon précédent avec du Cargille (liquide). Du fait de son indice de réfraction ( $n_C = 1.513$ ) proche de celui du film de ZPO ( $n_Z = 1.51$ ), cet échantillon permet d'éliminer les effets de la diffraction optique. Ainsi, la mesure par spectroscopie Brillouin de la courbe de dispersion pour cet échantillon a pu être réalisée dans les deux directions,  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$ .

Pour tenir compte de la contribution du liquide (Cargille) dans l'intensité de diffusion Brillouin, on considère que la déformation dans le liquide résulte uniquement de la dilatation. Ainsi, les constantes photo-élastiques associées se résument à  $P_{11} = P_{12} = P$  et  $P_{66} = 0$ . Dans ce cas, l'expression de l'intensité de diffusion Brillouin dans le cristal phononique avec des inclusions remplies de Cargille devient :

Dans la direction  $\Gamma M$  ( $\alpha = \pi/4$ ) :

$$I_{VV}^{\Gamma M} = \left| \frac{1}{\omega} \iint_{\text{solid}} e^{iqX} \left[ (P_{11} + P_{12}) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - 2P_{66} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right] E_0 dS + \frac{1}{\omega} \iint_{\text{Liquid}} e^{iqX} \left[ 2P \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] E_0 dS \right|^2 \quad (4.8)$$

Et dans la direction  $\Gamma X$  ( $\alpha = 0$ ) :

$$I_{VV}^{\Gamma X} = \left| \frac{1}{\omega} \iint_{\text{solid}} e^{iqX} \left[ P_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + P_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right] E_0 dS + \frac{1}{\omega} \iint_{\text{Liquid}} e^{iqX} \left[ P \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] E_0 dS \right|^2 \quad (4.9)$$

Dans les deux expressions ci-dessus, le coefficient photo-élastique  $P$  du Cargille n'est pas défini. Il constitue donc un paramètre ajustable dans le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin. Nous gardons ici, pour le cristal phononique à 2D, les paramètres élastiques et photo-élastiques déterminés précédemment. Quant au Cargille, il est défini par sa masse volumique  $\rho_C = 1000 \text{ kg/m}^3$ , sa vitesse de compression  $C_C = 1670 \text{ m/s}$  et son coefficient photo-élastique  $P$ . La figure 4.10 représente les spectres de diffusion Brillouin expérimentaux (lignes noires et rouges) et théoriques (lignes bleues) associés aux vecteurs d'onde  $q = 0.0037 \text{ nm}^{-1}$  et  $0.0057 \text{ nm}^{-1}$  pour la direction  $\Gamma X$  et  $q = 0.0061 \text{ nm}^{-1}$  et  $0.0071 \text{ nm}^{-1}$  pour la direction  $\Gamma M$ . Le calcul a été effectué pour les trois valeurs du coefficient photo-élastique  $P$  du Cargille suivantes :  $P = 4$ ,  $1$  et  $P = -4$ . Comme l'illustre cette figure, un bon accord avec les spectres expérimentaux est obtenu avec la valeur  $P/(P_{11}+P_{12}) = 4$ .

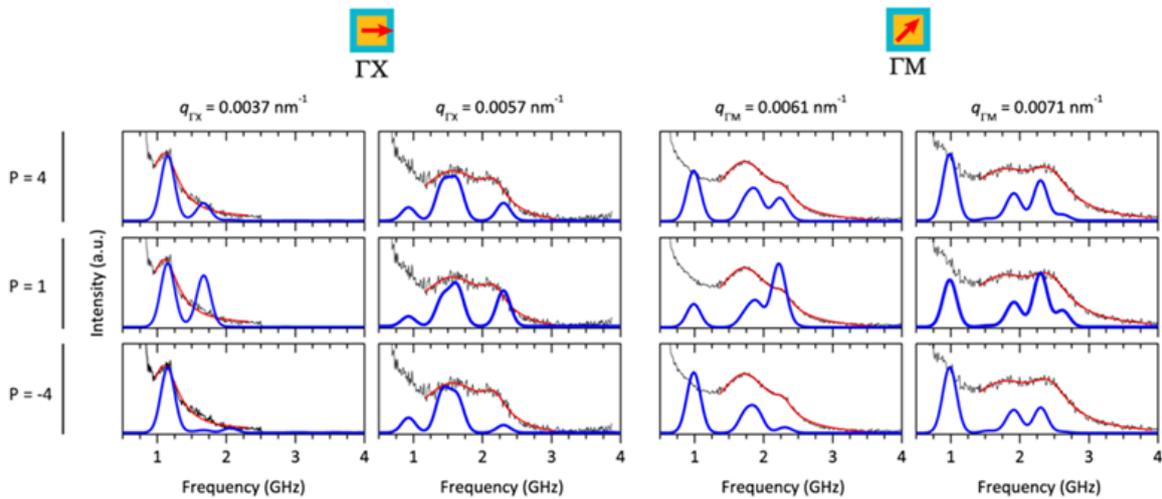
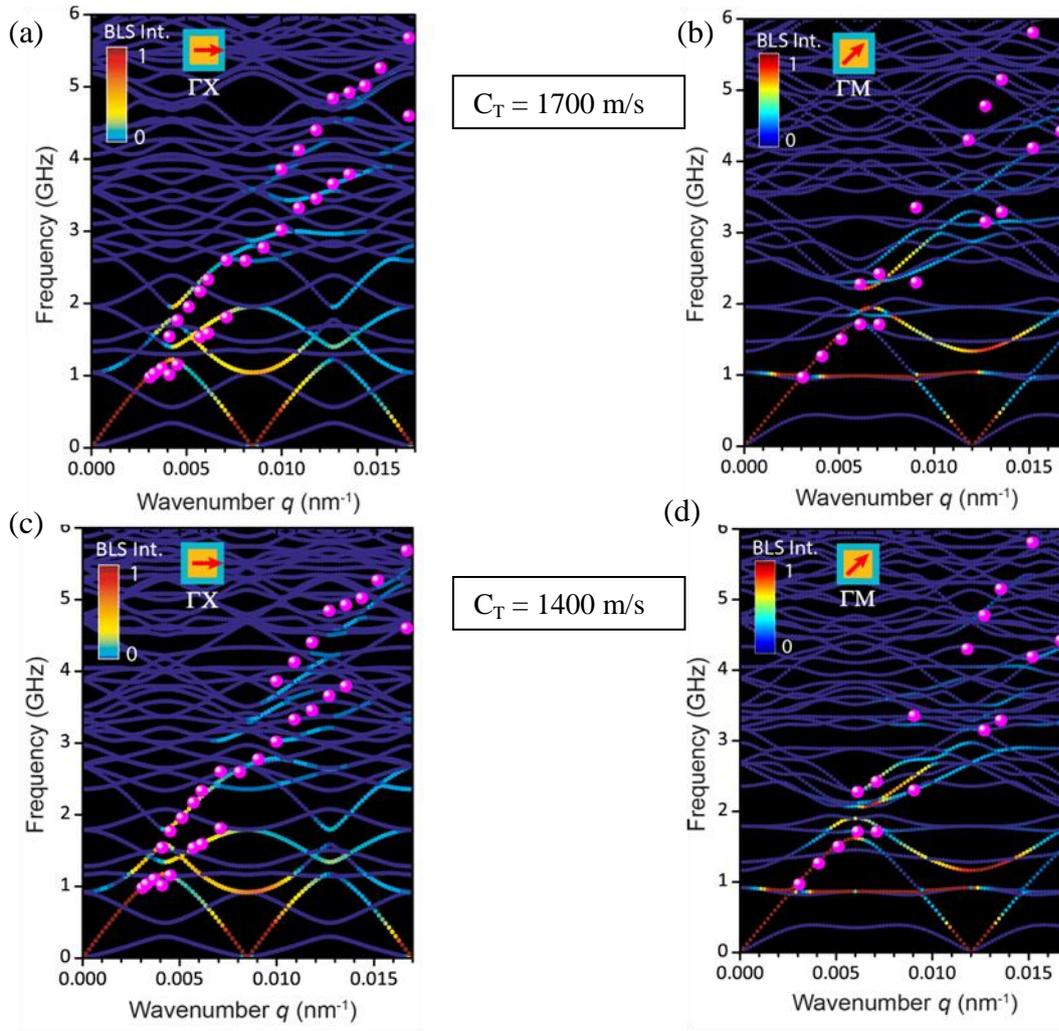


Figure 4.10 : Spectres de diffusion Brillouin expérimentaux (lignes noires et rouges) et

**théoriques (lignes bleues) obtenus pour deux vecteurs d'onde dans chacun des deux directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$  et pour trois valeurs du coefficient photo-élastique  $P$  du Cargille.**

La figure 4.11 représente les courbes de dispersion théoriques (lignes continues) et expérimentales (cercles pleins roses) du cristal phononique 2D avec des inclusions remplies de Cargille. Deux valeurs de la vitesse transverse du cristal phononique ( $C_T = 1400$  m/s et  $C_T = 1700$  m/s) sont considérées pour le calcul des courbes de dispersion dans les deux directions  $\Gamma M$  et  $\Gamma X$ . Les couleurs sur les branches théoriques représentent l'intensité de diffusion Brillouin. Comme le montre cette figure, l'accord avec les mesures expérimentales dépend de la branche de vibration considérée. Dans la direction  $\Gamma X$  (figure 4.11a et 4.11c), la courbe associée à la vitesse  $C_T = 1400$  m/s décrit mieux les branches expérimentales situées aux basses fréquences, tandis que les branches expérimentales situés aux hautes fréquences, sont mieux décrites avec la vitesse  $C_T = 1700$  m/s. Quant à la direction  $\Gamma M$  (figure 4.11b et 4.11d), les branches situées aux basses fréquences sont bien décrites par les deux vitesses, alors que les branches situées aux hautes fréquences ne sont en accord ni avec  $C_T = 1400$  m/s ni avec  $C_T = 1700$  m/s. Pour améliorer l'accord avec les résultats expérimentaux, nous avons examiné le cas de la solidification du Cargille. Pour cela, nous avons supposé que le Cargille formait une couche mince ( $\sim 10$  nm) solide à l'interface Cargille/ZPO avec une vitesse transverse relativement faible  $C_{TC} = 100$  m/s. Cette couche permet de créer de nouvelles branches, généralement plates dans la courbe de dispersion. Pour autant, avec cette hypothèse, nous n'avons pas obtenu une amélioration entre le calcul numérique et la mesure expérimentale (Voir Annexe). On note également que les films nano-structurés utilisés dans cette expérience ne sont pas les mêmes et leur fabrication peut tolérer des valeurs des vitesses un peu différentes.

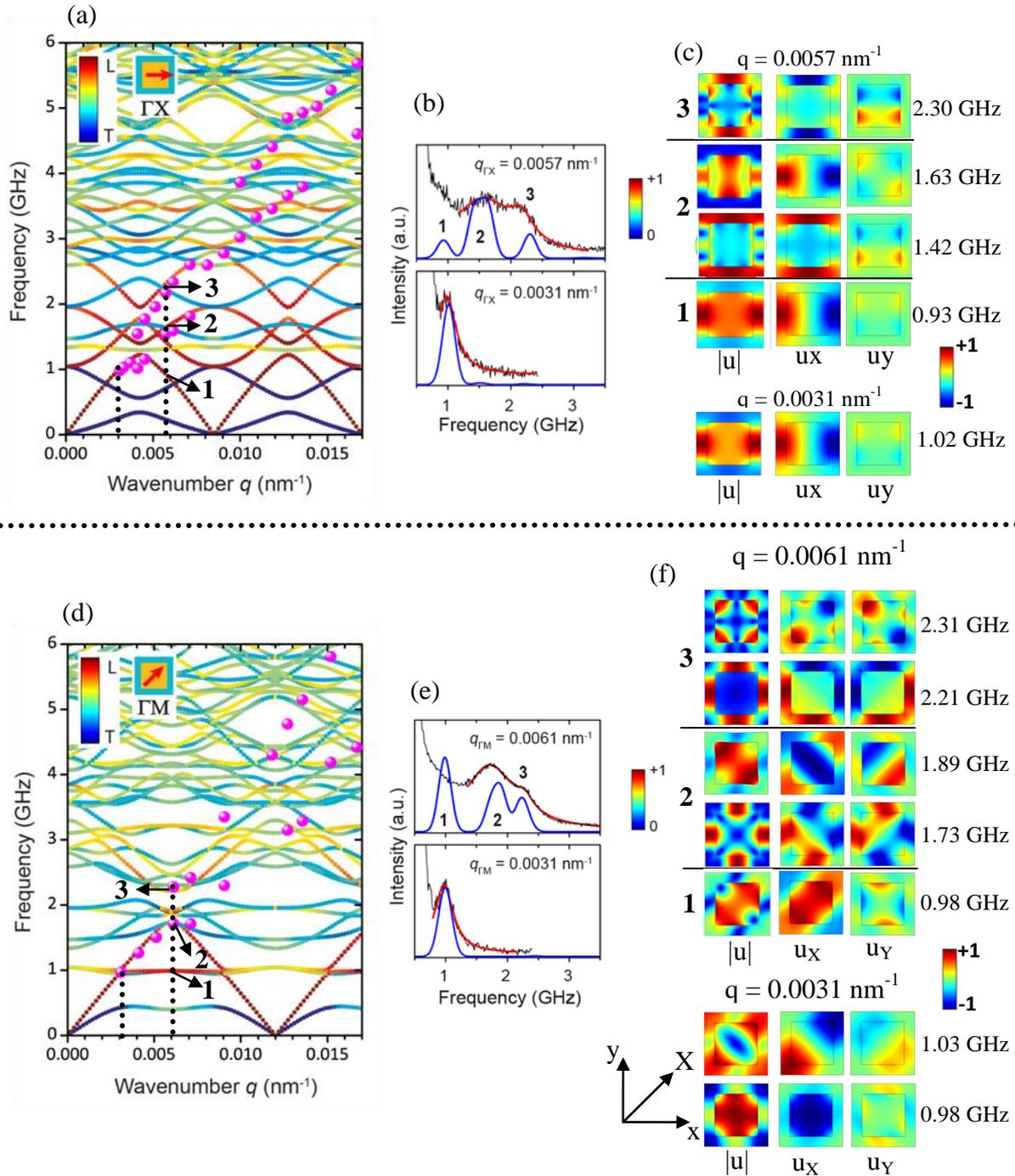


**Figure 4.11 : Courbes de dispersion théoriques (lignes continues) et expérimentales (cercles pleins roses) obtenues dans les deux directions  $\Gamma X$  ((a) et (c)) et  $\Gamma M$  ((b) et (d)). Les couleurs sur les branches représentent les intensités de diffusion Brillouin  $I_{VV}^{\Gamma X}$  et  $I_{VV}^{\Gamma M}$ .**

Sur la figure 4.12 nous avons représenté les courbes de dispersion expérimentales et théoriques (4.12a et 4.12d) ainsi que des exemples de spectres de diffusion Brillouin (4.12b et 4.12e) et les cartes des champs de déplacement correspondant (4.12c et 4.12f). Ces résultats sont donnés pour les deux directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$ . Les cercles roses sur les courbes de dispersion représentent les mesures expérimentales, les couleurs sur les branches théoriques représentent la polarisation des modes. Comme dans le cas précédent, à partir de ces deux courbes de dispersion on peut remarquer que le caractère quasi-longitudinal et quasi-transverse des modes apparaît seulement pour les branches situées aux basses fréquences. Pour les fréquences relativement élevées, les branches présentent une polarisation mixte. On note également que le gap partiel observé expérimentalement dans la direction  $\Gamma M$  ne concerne que les modes ayant un caractère quasi-longitudinal.

Dans la direction  $\Gamma X$  (figure 4.12b), le spectre théorique (courbe bleue) et expérimental (courbe rouge) de diffusion Brillouin obtenus pour le vecteur d'onde  $q = 0.0031 \text{ nm}^{-1}$  présentent un pic situé à la fréquence  $f = 1.02 \text{ GHz}$ . A partir de la carte du champ de déplacement du mode associée à ce pic, on remarque que ce mode présente un caractère longitudinal. On note également que la contribution de ce mode à l'intensité de diffusion Brillouin est due essentiellement à la partie liquide du cristal phononique. Pour le vecteur d'onde  $q = 0.0057 \text{ nm}^{-1}$ , le spectre de diffusion Brillouin théorique présente trois pics 1, 2 et 3, tandis que le spectre expérimental ne montre que deux pics associés aux pics 2 et 3 du spectre théorique. Le premier pic 1 n'est pas visible dans le spectre expérimental du fait probable de sa position proche du pic de Rayleigh. On note que le pic 2 (premier pic expérimental) résulte de la contribution de deux modes de fréquences  $f = 1.42 \text{ GHz}$  et  $1.63 \text{ GHz}$ , alors que le pic 3 (deuxième pic expérimental) est associé à un seul mode, situé à la fréquence  $f = 2.30 \text{ GHz}$ . Les cartes des champs de déplacement associées aux trois pics montrent que ces modes présentent un caractère quasi-longitudinal de vibration.

Dans la direction  $\Gamma M$  (figure 4.12d, 4.12e et 4.12f), nous avons également analysé les spectres de diffusion Brillouin pour les deux vecteurs d'onde  $q = 0.0031 \text{ nm}^{-1}$  et  $q = 0.0061 \text{ nm}^{-1}$  associés à cette direction de propagation (figure 4.12e). Le spectre obtenu pour le vecteur d'onde  $q = 0.0031 \text{ nm}^{-1}$  présente un seul pic résultant de la contribution de deux modes de fréquences  $f = 0.98 \text{ GHz}$  et  $f = 1.03 \text{ GHz}$ . Les deux modes ont une polarisation quasi-longitudinale. Quant au deuxième vecteur d'onde  $q = 0.0061 \text{ nm}^{-1}$ , le spectre théorique correspondant présente trois pics notés 1, 2 et 3 dont les deux derniers sont observés expérimentalement et chacun de ces deux pics est dû à la contribution de deux modes ( $f = 1.73 \text{ GHz}$  et  $1.89 \text{ GHz}$  pour le premier pic expérimental et  $f = 2.21 \text{ GHz}$  et  $2.31 \text{ GHz}$  pour le deuxième pic expérimental). Comme le montrent les cartes des champs de déplacement, tous ces modes ont une polarisation mixte à l'exception des deux modes associés au pic 1 qui ont une polarisation quasi-longitudinale.



**Figure 4.12 :** Courbes de dispersion théoriques (lignes continues) et expérimentales (cercles pleins roses) obtenues pour les directions  $\Gamma X$  (haut) et  $\Gamma M$  (bas). Les couleurs sur les courbes théoriques indiquent la polarisation des modes. (d) et (e) Spectres de diffusion Brillouin obtenus pour les vecteurs d'onde indiqués par les lignes pointillées sur les courbes de dispersion. (c) et (f) : cartes des champs de déplacement associées aux pics observés sur les spectres (b) et (e).

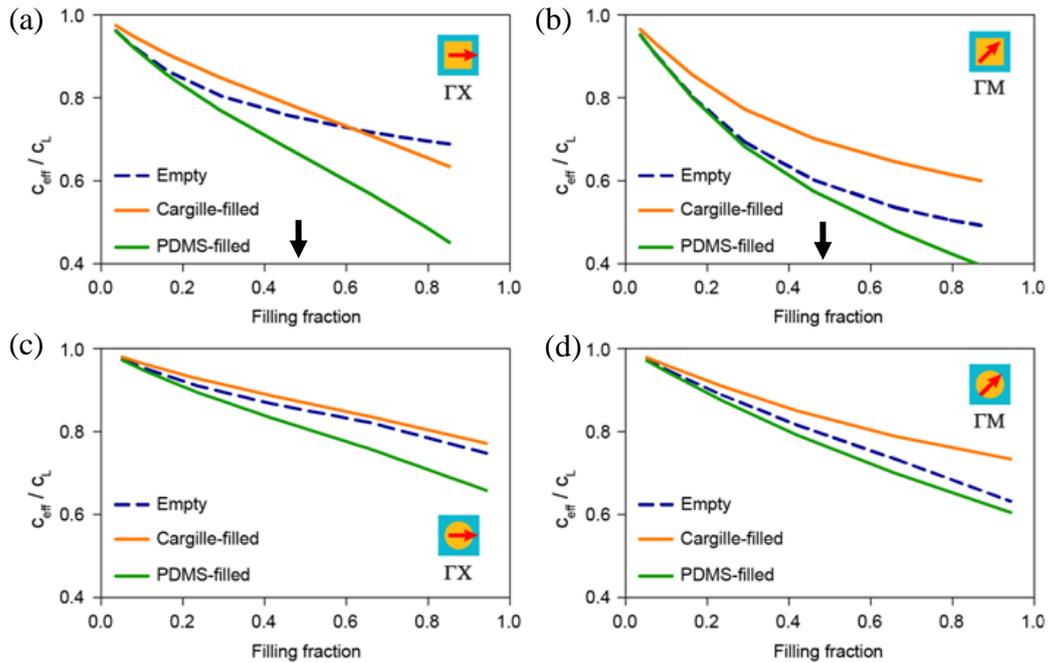
## 4.8 Etude de l'effet de la géométrie et des propriétés élastiques du cristal phononique sur la vitesse effective

Dans cette section, nous présentons l'étude de l'effet des paramètres géométriques et physiques des inclusions ainsi que la symétrie du réseau sur la vitesse effective du cristal phononique à 2D. Pour ce faire, nous avons considéré deux formes d'inclusions : les inclusions de section carrée et les inclusions de section circulaire. Pour les propriétés physiques des inclusions, nous avons considéré trois cas : les inclusions d'air, les inclusions remplies de Cargille et les inclusions remplies de PDMS (polymère liquide). Les paramètres élastiques des matériaux utilisés dans ce calcul sont rassemblés dans le tableau 4.1.

Matériau	$C_L$ (m/s)	$C_T$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
ZPO (Matrice)	2900	1700	1190
Cargille (inclusion)	1670	-	1030
PDMS (inclusion)	1000	-	989

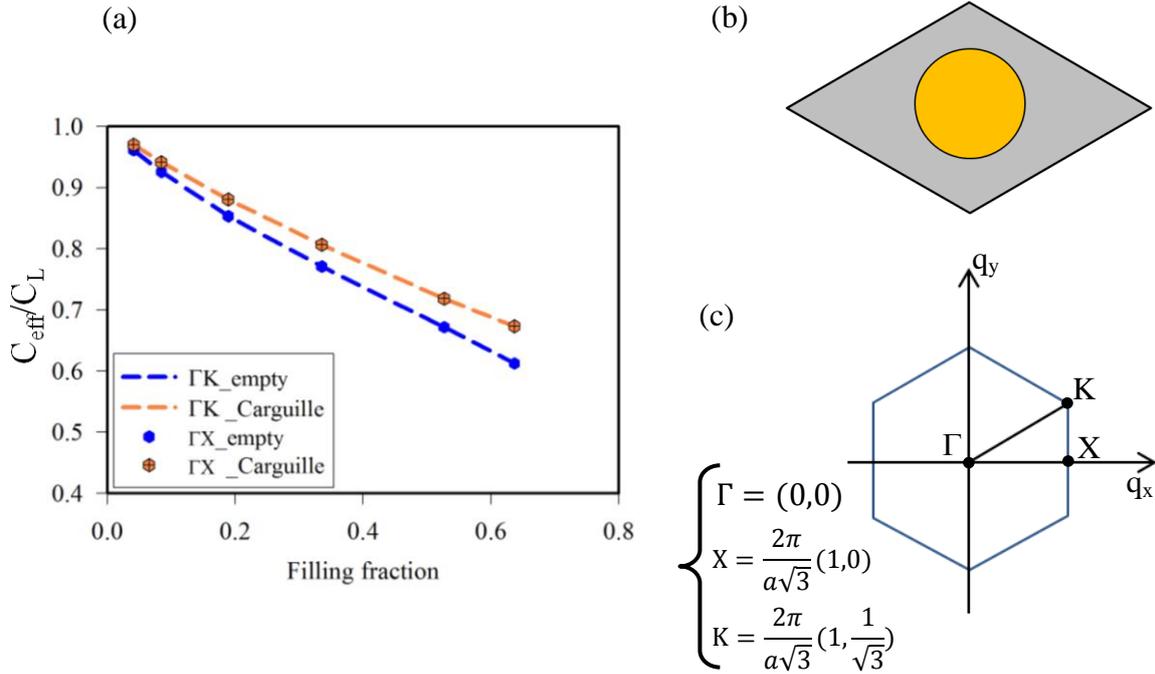
**Tableau 4.1: Propriétés élastiques des matériaux constituant la structure phononique à 2D.**

La figure 4.13 montre les courbes représentant l'évolution de la vitesse effective  $C_{\text{eff}}$  (normalisée par rapport à la vitesse du film de ZPO ( $C_L = 2900$  m/s)) en fonction du facteur de remplissage obtenue dans les deux directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$  de la structure phononique et pour des inclusions de section carrée (figure 4.13a et 4.13b) et circulaire (figure 4.13c et 4.13d). Les couleurs sur les lignes indiquent la nature des inclusions : air (lignes bleues), Cargille (lignes orange) et PDMS (lignes vertes). La flèche noire sur les graphes indique le facteur de remplissage de la structure phononique étudiée précédemment. Comme l'illustre cette figure, la vitesse effective dépend de la direction de propagation, de la section des inclusions et du liquide qu'elles contiennent. En effet, la vitesse effective obtenue dans la direction  $\Gamma X$  est plus grande que celle obtenue dans la direction  $\Gamma M$ . On remarque également que l'infiltration par le PDMS permet de diminuer la vitesse effective par rapport à celle de la structure phononique avec des inclusions d'air alors que l'infiltration avec du Cargille permet, dans pratiquement tous les cas, d'augmenter cette vitesse. Toutefois, dans le cas de la direction  $\Gamma X$ , l'effet du Cargille sur la vitesse effective dépend du facteur de remplissage. Comme le montre la courbe de la figure 4.13a, dans le cas de la structure phononique avec des inclusions de section carrée présentant des facteurs de remplissage supérieurs à 0.6, la structure phononique avec les inclusions remplies de Cargille présente une vitesse effective inférieure à celle de la structure phononique avec des inclusions d'air.



**Figure 4.13 : Evolution de la vitesse effective en fonction du facteur de remplissage calculée dans les deux directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$ , dans le cas des inclusions de section : (a) et (b) carrée et (c) et (d) circulaire.**

Afin de mettre en évidence l'effet de la symétrie du réseau sur la vitesse effective, nous avons étudié le cas du réseau triangulaire d'inclusions de section circulaire avec et sans Cargille inséré dans une matrice de ZPO dont la cellule élémentaire est présentée sur la figure 4.14b. La figure 4.14a représente l'évolution de la vitesse effective en fonction du facteur de remplissage obtenue dans les deux directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma K$  de la première zone irréductible de Brillouin du réseau triangulaire (figure 4.14c). La couleur orange représente le cas des inclusions remplies de Cargille et la couleur bleue représente le cas des inclusions d'air. Comme l'illustre cette figure, dans le cas du réseau triangulaire, la vitesse effective présente un comportement isotrope contrairement au cas du réseau carré.



**Figure 4.14:** (a) Evolution de la vitesse effective en fonction du facteur de remplissage pour un réseau hexagonal de cylindres. (b) Cellule élémentaire utilisée pour le calcul de la vitesse effective. (c) Première zone de Brillouin du réseau triangulaire.

## 4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique hypersonique bidimensionnel. Ce dernier est constitué d'un arrangement périodique d'inclusions cylindriques de section carrée, suivant un réseau carré, dans un film suffisamment épais de propoxyde de zirconium, déposé sur un substrat semi-infini. L'étude théorique par éléments finis et expérimentale par spectroscopie Brillouin des courbes de dispersion de cette structure phononique, nous a permis d'une part de déterminer les propriétés élastiques et photo-élastiques du film nano-structuré de ZPO et d'autre part d'analyser le comportement vibratoire des modes observés par spectroscopie Brillouin.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons mis en évidence l'effet de la symétrie du réseau, la forme des inclusions ainsi que leurs propriétés élastiques sur la vitesse effective. Nous avons montré que le réseau carré permettait de produire une anisotropie dans la vitesse contrairement au cas du réseau triangulaire.

## Références

- [1] M. S. Kushwaha, Phys. Rev. Lett. **71**, 2022 (1993).
- [2] M. Sigalas and E. N. Economou, Solid State Commun. **86**, 141 (1993).
- [3] M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martínez, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, Phys. Rev. B **49**, 2313 (1994).
- [4] M. M. Sigalas and E. N. Economou, J. Appl. Phys. **75**, 2845 (1994).
- [5] M. S. Kushwaha and P. Halevi, Appl. Phys. Lett. **64**, 1085 (1994).
- [6] J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, M. S. Kushwaha, and P. Halevi, J. Phys. Condens. Matter **6**, 8759 (1994).
- [7] J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and P. A. Deymier, J. Phys. Condens. Matter **9**, 7327 (1997).
- [8] M. M. Sigalas and E. N. Economou, EPL Europhys. Lett. **36**, 241 (1996).
- [9] M. S. Kushwaha, Appl. Phys. Lett. **70**, 3218 (1997).
- [10] R. Martínez-Sala, J. Sancho, J. V. Sánchez, V. Gómez, J. Llinares, and F. Meseguer, Nature **378**, 241 (1995).
- [11] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, G. Frantziskonis, G. Hong, B. Djafari-Rouhani, and L. Dobrzynski, J. Phys. Condens. Matter **10**, 6051 (1998).
- [12] F. R. Montero de Espinosa, Phys. Rev. Lett. **80**, 1208 (1998).
- [13] W. M. Robertson and J. F. Rudy, J. Acoust. Soc. Am. **104**, 694 (1998).
- [14] D. Caballero, J. Sánchez-Dehesa, C. Rubio, R. Martínez-Sala, J. V. Sánchez-Pérez, F. Meseguer, and J. Llinares, Phys. Rev. E Stat. Phys. Plasmas Fluids Relat. Interdiscip. Top. **60**, R6316 (1999).
- [15] J. V. Sánchez-Pérez, D. Caballero, R. Martínez-Sala, C. Rubio, J. Sánchez-Dehesa, F. Meseguer, J. Llinares, and F. Gálvez, Phys. Rev. Lett. **80**, 5325 (1998).
- [16] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, A. Khelif, P. Lambin, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, L. Dobrzynski, N. Fettouhi, and J. Zemmouri, Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys. **65**, 056608 (2002).
- [17] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, B. Chenni, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and D. Prevost, Phys. Rev. Lett. **86**, 3012 (2001).
- [18] Y. Pennec, J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzyński, and P. A. Deymier, Surf. Sci. Rep. **65**, 229 (2010).
- [19] M. S. Kushwaha and P. Halevi, Appl. Phys. Lett. **69**, 31 (1996).
- [20] F. Wu, Z. Liu, and Y. Liu, Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys. **66**, 046628 (2002).
- [21] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. Khelif, and P. A. Deymier, Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys. **69**, 046608 (2004).
- [22] C. Goffaux, Phys. Rev. B **64**, (2001).
- [23] X.-Z. Zhou, Y.-S. Wang, and C. Zhang, J. Appl. Phys. **106**, 014903 (2009).
- [24] W. Kuang, Z. Hou, and Y. Liu, Phys. Lett. A **332**, 481 (2004).
- [25] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. o. Vasseur, P. a. Deymier, and A. Khelif, Phys. Status Solidi C **1**, 2711 (2004).
- [26] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, Appl. Phys. Lett. **84**, 4400 (2004).
- [27] M. M. Sigalas, J. Appl. Phys. **84**, 3026 (1998).
- [28] S. Benchabane, A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, EPL Europhys. Lett. **71**, 570 (2005).
- [29] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, H. Larabi, J. Vasseur, and A.-C. Hladky-Hennion, Phys. Status Solidi C **6**, 2080 (2009).
- [30] R. Lucklum, J. Li, and M. Zubtsov, Procedia Eng. **5**, 436 (2010).

- [31] S. Amoudache, Y. Pennec, B. Djafari Rouhani, A. Khater, R. Lucklum, and R. Tigrine, *J. Appl. Phys.* **115**, 134503 (2014).
- [32] Q. Rolland, M. Oudich, S. El-Jallal, S. Dupont, Y. Pennec, J. Gazalet, J. C. Kastelik, G. Lévêque, and B. Djafari-Rouhani, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 061109 (2012).
- [33] M. Maldovan and E. L. Thomas, *Appl. Phys. B* **83**, 595 (2006).
- [34] T. Gorishnyy, *Phys. Rev. Lett.* **94**, (2005).
- [35] A. Sato, Y. Pennec, T. Yanagishita, H. Masuda, W. Knoll, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *New J. Phys.* **14**, 113032 (2012).
- [36] A. Sato, Y. Pennec, N. Shingne, T. Thurn-Albrecht, W. Knoll, M. Steinhart, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *ACS Nano* **4**, 3471 (2010).
- [37] T. Gorishnyy, J.-H. Jang, C. Koh, and E. L. Thomas, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 121915 (2007).
- [38] F. Kargar, S. Ramirez, B. Debnath, H. Malekpour, R. K. Lake, and A. A. Balandin, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 171904 (2015).
- [39] B. Graczykowski, *Phys. Rev. B* **91**, (2015).
- [40] W. Cheng, J. Wang, U. Jonas, G. Fytas, and N. Stefanou, *Nat. Mater.* **5**, 830 (2006).
- [41] T. Still, *Phys. Rev. Lett.* **100**, (2008).
- [42] A. V. Akimov, *Phys. Rev. Lett.* **101**, (2008).
- [43] P. M. Walker, J. S. Sharp, A. V. Akimov, and A. J. Kent, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 073106 (2010).
- [44] V. L. Zhang, F. S. Ma, H. H. Pan, C. S. Lin, H. S. Lim, S. C. Ng, M. H. Kuok, S. Jain, and A. O. Adeyeye, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 163118 (2012).
- [45] G. Zhu, *Phys. Rev. B* **88**, (2013).
- [46] D. Schneider, *Phys. Rev. Lett.* **111**, (2013).
- [47] S. Wu, G. Zhu, J. S. Zhang, D. Banerjee, J. D. Bass, C. Ling, and K. Yano, *Phys. Chem. Chem. Phys.* **16**, 8921 (2014).
- [48] P. J. Beltramo, *Phys. Rev. Lett.* **113**, (2014).
- [49] D. F. Goettler, M. F. Su, C. M. Reinke, S. Alaie, P. E. Hopkins, R. H. Olsson, I. El-Kady, and Z. C. Leseman, *AIP Adv.* **1**, 042001 (2011).
- [50] V. L. Zhang, C. G. Hou, H. H. Pan, F. S. Ma, M. H. Kuok, H. S. Lim, S. C. Ng, M. G. Cottam, M. Jamali, and H. Yang, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 053102 (2012).
- [51] A. M. Rakhymzhanov, A. Gueddida, E. Alonso-Redondo, Z. N. Utegulov, D. Perevoznik, K. Kurselis, B. N. Chichkov, E. H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *Appl. Phys. Lett.* **108**, 201901 (2016).
- [52] A. Ovsianikov, J. Viertl, B. Chichkov, M. Oubaha, B. MacCraith, I. Sakellari, A. Giakoumaki, D. Gray, M. Vamvakaki, M. Farsari, and C. Fotakis, *ACS Nano* **2**, 2257 (2008).

**Chapitre 5 : Méthode de simulation numérique  
de la diffusion Brillouin de la lumière :  
Effet photo-élastique et effet de  
mouvement des interfaces**

## 5.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié la propagation des ondes élastiques dans les cristaux phononiques à une et à deux dimensions constitués de matériaux hybrides (organique/inorganique). Les modes propres liés à ce type de structures ont été déterminés expérimentalement par spectroscopie Brillouin. Contrairement au calcul numérique qui permet de déterminer tous les modes propres de la structure phononique, nous avons vu que le spectre mesuré expérimentalement ne montrait qu'une partie des modes. Afin de pouvoir déterminer leur nature, nous avons utilisé un modèle simplifié pour le calcul des spectres de diffusion Brillouin de la lumière (BLS). Dans ce modèle, nous avons supposé que le phénomène de la diffusion inélastique de la lumière par les phonons était dû uniquement à l'effet photo-élastique. Or, dans le cas des matériaux à fort contraste d'indice de réfraction, cette hypothèse est insuffisante.

En réalité le phénomène de diffusion inélastique de la lumière dans les milieux diélectriques est basé sur deux mécanismes : l'effet photo-élastique (PE) et l'effet de mouvement des interfaces (MI). Ces deux effets viennent de la variation locale de la permittivité diélectrique. Celle-ci est provoquée par la déformation du milieu par le phonon acoustique. Le premier effet est directement lié à la déformation phononique dans le volume du matériau via le tenseur de Pockels [1]. Le deuxième effet se produit à la frontière entre deux milieux et résulte du mouvement des interfaces au cours de la vibration acoustique [2]. Cet effet devient important pour de fort contraste d'indice de réfraction entre les deux milieux.

Les cristaux phoxoniques [3–8] sont des milieux périodiques ayant la particularité de présenter des bandes interdites à la fois phononique et photonique. Ceci a ouvert la possibilité au control simultané des deux types d'ondes (électromagnétique et élastique) avec la même structure périodique. Cette double fonctionnalité a également permis de faire des cristaux phoxoniques une nouvelle plateforme pour l'interaction optomécanique. L'introduction d'un défaut tel qu'un guide ou une cavité dans le cristal phoxonique a permis de créer des modes localisés associés aux deux ondes, élastique et électromagnétique [9]. Le confinement simultané des deux champs, optique et élastique, dans un petit volume du cristal phoxonique a favorisé l'interaction optomécanique entre les deux ondes avec un taux de couplage plus important que dans les matériaux massifs [10]. Le couplage optomécanique dans les cavités phoxoniques est défini par l'amplitude de modulation du mode photonique de la cavité sous l'effet du mode phononique de la même cavité, ceci à travers les deux mécanismes cités ci-

dessus (MI et PE). Plusieurs travaux théoriques et expérimentaux ont été consacrés à l'étude de l'interaction optomécanique dans des cavités phoxoniques dans des structures multicouches [11–15], à 2D [16–22] et ou encore dans des guides [23–31]. On peut citer par exemple les travaux de Rolland et al. [16] et El-jallal et al. [17], réalisés sur un cristal phoxonique infini à 2D. Ces auteurs ont mis en évidence l'effet de la distribution spatiale, la symétrie et la dégénérescence des modes de la cavité sur le taux de couplage optomécanique. Ils ont montré que le couplage optomécanique dépendait du choix des modes phononiques et photoniques de la cavité. En outre, l'effet photo-élastique et l'effet du mouvement des interfaces peuvent contribuer différemment en agissant de manière constructive ou destructive selon qu'ils sont en phase ou en opposition de phase.

La détermination théorique du taux de couplage optomécanique dans les cavités phoxoniques a été effectuée au moyen de deux méthodes [32]. La première consiste à utiliser la théorie de perturbation de premier ordre [2] où le taux de couplage optomécanique est défini par le décalage de la fréquence du mode photonique de la cavité induit par le mouvement du point zéro du résonateur mécanique (la cavité). Son expression est obtenue à partir des champs élastique et optique de la cavité, soit [25,26,33] :

$$g_{PE} = -\frac{\omega}{2} \frac{\langle \mathbf{E} | \delta \varepsilon | \mathbf{E} \rangle}{\int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dV} \sqrt{\hbar / 2 M_{eff} \Omega} \quad (5.1)$$

$$g_{MI} = -\frac{\omega}{2} \frac{\oint_{\partial V} (\mathbf{U} \cdot \hat{\mathbf{n}}) (\Delta \varepsilon \mathbf{E}_{\parallel}^2 - \Delta \varepsilon^{-1} \mathbf{D}_{\perp}^2) dS}{\int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dV} \sqrt{\hbar / 2 M_{eff} \Omega} \quad (5.2)$$

où  $g_{PE}$  et  $g_{MI}$  représentent respectivement les taux de modulation par effet photo-élastique et par effet de mouvement des interfaces.  $\omega$  et  $\Omega$  sont les fréquences angulaires des modes photonique et phononique,  $\mathbf{E}$  est le champ électrique et  $\mathbf{D}$  est le champ de déplacement électrique,  $\mathbf{U}$  est le champ de déplacement normalisé,  $\hat{\mathbf{n}}$  est le vecteur unitaire normale à la interface,  $\Delta \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  et  $\Delta \varepsilon^{-1} = \varepsilon_1^{-1} - \varepsilon_2^{-1}$  où  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  représentent les permittivités diélectriques des matériaux des deux cotés de l'interface.  $\delta \varepsilon = -\varepsilon_0 n^4 p_{ijkl} S_{kl}$  où  $p_{ijkl}$  représente les composantes du tenseur photo-élastique,  $n$  l'indice de réfraction et  $S_{kl}$  représente les composantes du tenseur de déformation.  $M_{eff}$  est la masse effective du résonateur mécanique (cavité), elle est liée au champ de déplacement normalisé par  $M_{eff} =$

$\rho \int_V \|\mathbf{U}\|^2 dV$  où  $\rho$  est la masse volumique du matériau. Ainsi, le taux de couplage optomécanique est donné par  $g = g_{PE} + g_{MI}$ .

La deuxième méthode est une méthode de simulation [26,34] dans laquelle le taux de couplage optomécanique dans la cavité est obtenu à partir de l'amplitude de modulation de la fréquence du mode photonique de la cavité par le mode phononique de la même cavité. Dans cette méthode basée sur l'approximation quasi-statique, la fréquence du mode photonique de la cavité est calculée pour plusieurs instants de la période acoustique pour lesquels le profil de déformation de la cavité est considéré immobile. Cette considération est justifiée par le fait que la fréquence du mode photonique (200 THz) est très grande devant la fréquence du mode phononique (GHz). Dans cette méthode, il est nécessaire de donner l'amplitude de la déformation acoustique à l'intérieur de la cavité. Cette dernière doit avoir la valeur la plus petite possible pour que la méthode de simulation soit équivalente à la méthode des perturbations citée ci-dessus et qu'elle soit proche des valeurs expérimentales de la déformation acoustique (entre  $10^{-4}$  et  $10^{-6}$ ). L'avantage de cette méthode par rapport à la première est la possibilité d'étudier les effets non-linéaires qui peuvent se produire lors de l'interaction optomécanique [17].

Le travail exposé dans ce chapitre contribue à l'extension de cette deuxième méthode au phénomène de diffusion Brillouin de la lumière à travers le calcul de modulation des propriétés optiques, telles que les coefficients de transmission et de réflexion par les phonons acoustiques. Nous avons appliqué cette méthode sur le cas relativement simple d'une membrane de silicium pour laquelle nous avons analysé et discuté les spectres BLS obtenus à partir de trois polarisations du champ électrique de la lumière incidente et diffusée. Les résultats du calcul numérique sont comparés aux mesures expérimentales.

## 5.2 Théorie de la diffusion Brillouin de la lumière

La figure 5.1 montre le schéma de la diffusion Brillouin produit par l'interaction de la lumière avec les modes de Lamb d'une membrane de silicium. À titre illustratif, nous avons schématisé des ondulations sur la membrane pour mettre en évidence l'effet de la propagation du phonon acoustique de vecteur d'onde  $q$  et de fréquence angulaire  $\Omega$  dans la membrane. La lumière est envoyée à partir de l'air et arrive sur la membrane avec un angle d'incidence  $\theta$ . Le champ électrique correspondant est donné par l'expression suivante :

$$\vec{E}^I = \vec{A}_I e^{i(k_x^I x + k_z^I z - \omega t)} \quad (5.3)$$

où  $\vec{E}^I$  représente le champ électrique incident et  $A_i$  son amplitude,  $k_x^I$  et  $k_z^I$  sont les composantes du vecteur d'onde et  $\omega$  correspond à la pulsation de l'onde incidente. La présence des phonons va induire une modulation de la permittivité diélectrique de la membrane. Cette dernière va se comporter comme un réseau de diffraction pour la lumière. Par conséquent, le champ électrique est diffusé dans plusieurs directions. À la sortie de la membrane, le champ électrique total  $\vec{E}_{tot}$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}^t + \vec{E}^s = \sum_n \vec{A}_{t_n} e^{i[(k_x + nq)x + k_z^n z - \omega t]} \quad (5.4)$$

où  $\vec{E}^t$  représente le champ électrique transmis à travers la membrane non déformée, et  $\vec{E}^s$  correspond au champ électrique diffusé à cause des phonons. Le développement de cette équation donne :

$$\vec{E}_{tot} = e^{-i\omega t} e^{ik_x x} \left[ \vec{A}_{t_0} e^{ik_z z} + \vec{A}_{t_1} e^{iqx} e^{ik_z^1 z} + \vec{A}_{t_2} e^{i2qx} e^{ik_z^2 z} + \dots + \vec{A}_{t_{-1}} e^{-iqx} e^{ik_z^{-1} z} + \vec{A}_{t_{-2}} e^{-i2qx} e^{ik_z^{-2} z} \right] \quad (5.5)$$

Le premier terme  $\vec{A}_{t_0} e^{ik_z z}$  représente le champ transmis ( $\vec{E}^t$ ) à travers la membrane non déformée et les autres termes ( $\vec{A}_{t_n} e^{inqx} e^{ik_z^n z}$ ) correspondent aux ordres de diffraction de la lumière liée à la présence des phonons acoustiques dans la membrane. En effet, puisque le phonon introduit une modulation de la forme de la membrane avec le vecteur d'onde  $q$ , la composante du vecteur d'onde parallèle à la membrane doit être égale au vecteur d'onde  $k_x$  initial à un multiple de  $q$  près. Pour chaque valeur  $k_x + nq$  de la composante parallèle du

vecteur d'onde, la composante perpendiculaire  $k_z$  doit s'adapter sachant que la fréquence de la lumière ne change pas avec la modulation de la permittivité diélectrique. Les valeurs des  $k_z$  doivent alors vérifier la condition suivante :

$$\omega^2 = c^2 k^2 = c^2 \left[ (-k_x + nq)^2 + k_z^{(n)2} \right] \quad (5.6)$$

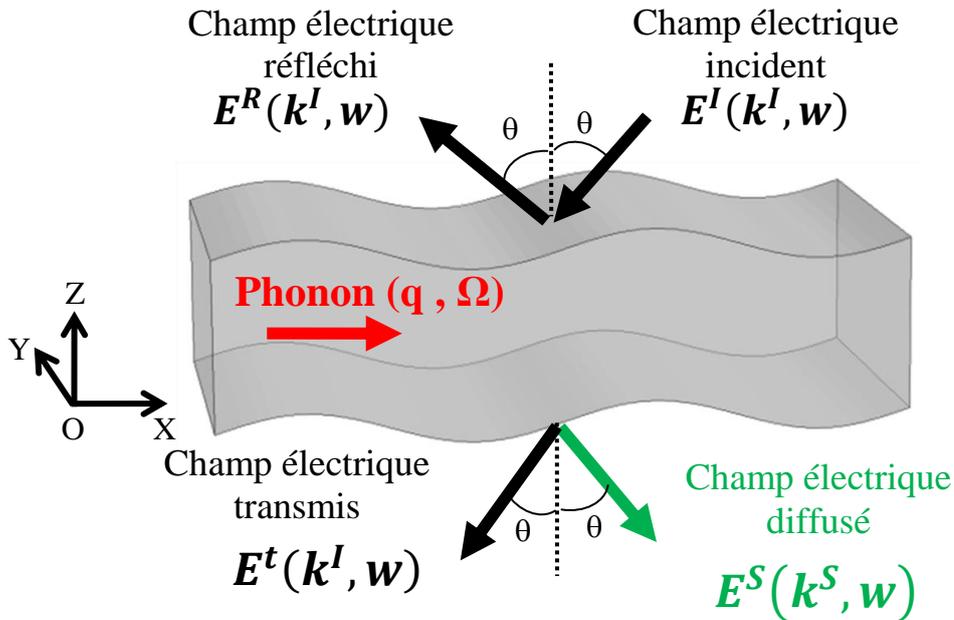


Figure 5.1 : Schéma de la géométrie de diffusion de la lumière à travers une membrane de silicium.

### 5.3 Méthode de simulation numérique de la diffusion Brillouin de la lumière

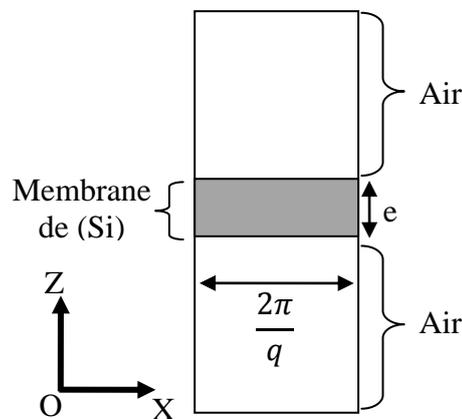
#### 5.3.1 Principe de la méthode

Du point de vue de la méthode, nous utilisons le module *Solid Mechanics* disponible sur *COMSOL Multiphysics*, à l'aide duquel on commence à calculer le mode phononique de vecteur d'onde  $q$  et de fréquence angulaire  $\Omega = 2\pi F$  ainsi que le champ de déformation élastique défini par les trois composantes  $(u_x(q, \Omega), u_y(q, \Omega), u_z(q, \Omega))$ . Ensuite, on discrétise la période  $T$  de la déformation acoustique en un nombre fini d'instant  $\Omega t$  (avec  $0 \leq t \leq T = \frac{2\pi}{\Omega}$ ). Pour chaque intervalle de temps  $\Omega t$  de la période acoustique  $T$ , on calcule le coefficient de transmission photonique à travers la membrane déformée. A la sortie de la membrane, on détecte le champ électrique à l'aide d'un détecteur en champ lointain, placé suffisamment loin de la sortie de la membrane pour éviter les effets de champ proche

caractérisé par les composantes du champ électrique évanescentes dont le vecteur d'onde  $k_z$  est complexe. Cette détection doit se faire sur une longueur égale à la période acoustique  $2\pi/q$  puisque, au-delà, le champ électrique est répété périodiquement. À partir de la transformée de Fourier appliquée au champ électrique dans la zone de transmission de la membrane, on peut déduire pour chaque mode phononique ( $q, \Omega$ ), l'intensité de diffusion associée à chaque composante  $k_x + nq$  du champ électrique. Notons que les composantes évanescentes peuvent être détectées et étudiées en se plaçant au voisinage immédiat de la membrane.

### 5. 3. 2 Présentation de la géométrie

La figure 5.2 montre la cellule élémentaire, dont la longueur est égale à la période de la déformation acoustique ( $\frac{2\pi}{q}$ ). Les conditions périodiques de Bloch sont appliquées dans la direction X de propagation de l'onde acoustique. En effet, le champ de déformation associé à la propagation de l'onde acoustique de vecteur d'onde  $q$  est une fonction périodique dont la période est égale à  $\frac{2\pi}{q}$ , ce qui entraîne une perturbation de la permittivité diélectrique avec la même période.



**Figure 5.2 : Schéma de la cellule élémentaire utilisée pour le calcul numérique de la diffusion Brillouin de la lumière.**

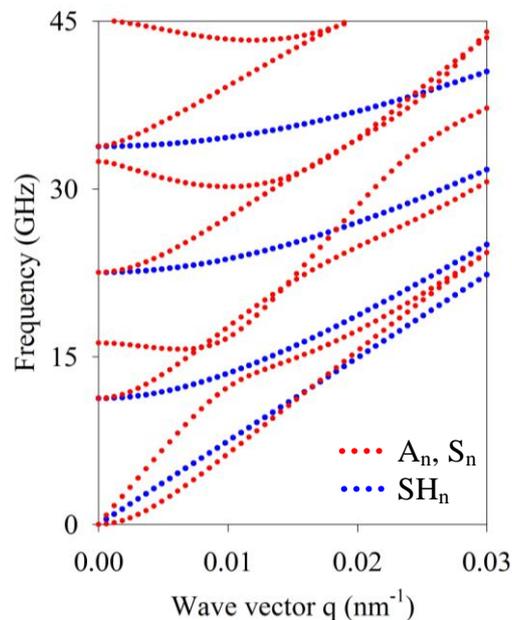
### 5. 3. 3 Courbe de dispersion phononique de la membrane de Si

La figure 5.3 représente la courbe de dispersion de la membrane de silicium obtenue pour une propagation de l'onde élastique dans la direction  $[110]$  de la membrane. Le choix de cette direction vient du fait que les mesures expérimentales ont été effectuées selon cette direction. La membrane a une épaisseur  $e = 260$  nm suivant la direction  $Oz$  et est considérée infinie dans les deux autres directions  $Ox$  et  $Oy$ . Les axes  $Ox$  et  $Oy$  sont respectivement

parallèles aux directions [100] et [010] de la membrane de Silicium. Le travail expérimental a été réalisé à l'aide de la technique de diffusion Brillouin par l'équipe du Pr George Fytas (Institut Max Planck, Mainz). Les paramètres élastiques et optiques utilisés dans la simulation numérique sont présentés dans le tableau 5.1. La propagation de l'onde élastique dans la direction [110] implique une rotation de 45° du système d'axe (xOy) autour de l'axe Oz, et les constantes élastiques ( $C'_{ij}$ ) associées à cette direction sont données en fonction de ceux du système d'axe (xyz) avant la rotation ( $C_{ij}$ ), soit :  $C'_{11} = C_{11} = (C_{11}+C_{12}+2C_{44})/2$ ,  $C'_{33} = C_{11}$ ,  $C'_{44} = C'_{55} = C_{44}$ ,  $C'_{66} = (C_{11}-C_{12})/2$ ,  $C'_{12} = (C_{11}+C_{12}-2C_{44})/2$  et  $C'_{13} = C'_{23} = C_{12}$ . Notons que les modes polarisés dans le plan sagittal ( $A_n$  et  $S_n$ , indiqués par la couleur rouge sur la courbe de dispersion) défini par les deux directions [110] et [001] sont découplés des modes polarisés dans la direction de haute symétrie  $[\bar{1}10]$  (les modes  $SH_n$  indiqué par la couleur bleue).

Paramètres optiques et photo-élastiques		Paramètres élastiques	
Indice de Réfraction (n)	4.15	Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2331
$P_{11}$	-0.1203	$C_{11}$ (GPa)	165.7
$P_{12}$	-0.0223	$C_{12}$ (GPa)	63.9
$P_{44}$	-0.045	$C_{44}$ (GPa)	79.9

**Tableau 5.2: Paramètres élastiques et optiques de la membrane de silicium [35].**



**Figure 5.3 : Courbe de dispersion de la membrane de silicium d'épaisseur  $e = 260$  nm obtenue pour une propagation dans la direction [110].**

### 5.3.4 Calcul de la transmission optique à travers la membrane déformée

Une fois le calcul du mode phononique effectué, nous connaissons sa fréquence et son champ de déformation. On calcule alors la transmission du champ électrique à travers la membrane déformée par le mode phononique. Pour cette étape, on doit tenir compte de la présence du phonon acoustique dans la membrane. Ceci est traduit par les deux mécanismes évoqués dans l'introduction de ce chapitre. Il s'agit de l'effet photo-élastique (PE) et de l'effet du mouvement des interfaces (MI). On note également que le calcul de la transmission photonique est réalisé après une normalisation du déplacement acoustique à une valeur de 2 nm qui correspond à une déformation maximale de l'ordre de  $\sim 10^{-2}$ .

#### 5.3.4.1 Effet photo-élastique

Dans le cas ordinaire d'une membrane non déformée, le tenseur de la permittivité diélectrique est donné sous la forme suivante :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

où seules les composantes diagonales sont non nulles et équivalentes pour un milieu isotrope  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$ . Dans le cas présent, il existe un champ de déformation associé qui entraîne une modification de la permittivité diélectrique. Il s'agit de l'effet photo-élastique donné par l'expression suivante :

$$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = p_{ijkl}S_{kl} \quad (5.7)$$

où  $\Delta\eta_{ij}$  représente la variation de l'imperméabilité optique,  $p_{ijkl}$  représente les constantes photo-élastiques et  $S_{kl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right)$  les composantes du tenseur de déformation. Après développement de l'équation (5.7), on obtient les expressions des composantes de la permittivité diélectrique en fonction des composantes du champ de déformation acoustique :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon - \varepsilon^2(p_{11}S_1 + p_{12}S_2 + p_{13}S_3)$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon - \varepsilon^2(p_{21}S_1 + p_{22}S_2 + p_{23}S_3)$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon - \varepsilon^2(p_{31}S_1 + p_{32}S_2 + p_{33}S_3)$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon^2(2p_{44}S_4)$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon^2(2p_{66}S_6)$$

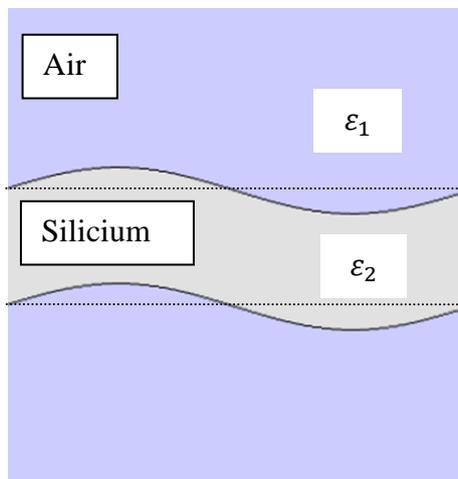
$$\varepsilon_{xz} = -\varepsilon^2(2p_{55}S_5)$$

La permittivité diélectrique de la membrane déformée se met alors sous la forme générale suivante :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

### 5.3.4.2 Effet du mouvement des interfaces

En plus de l'effet photo-élastique qui traduit la modulation de la permittivité diélectrique par le champ de déformation acoustique dans le volume du matériau, le mouvement des deux surfaces libres de la membrane conduit à une modulation spatiale et temporelle de la permittivité diélectrique autour de l'interface entre la membrane et l'air [36] (figure 5.4).



**Figure 5.4 : Illustration de l'effet de la déformation de la membrane à un instant donné de la période acoustique ; la ligne en pointillée indique la position de la membrane non déformée.**

### 5.3.5 Transmission optique à travers la membrane déformée et non déformée

Pour le calcul de la transmission optique à travers la membrane, la longueur d'onde de la lumière incidente est choisie égale à la longueur d'onde du Laser utilisé dans l'expérience,

soit  $\lambda = 532$  nm. La valeur de l'angle d'incidence  $\theta$  est reliée au vecteur d'onde  $q$  du phonon acoustique par la relation suivante :

$$q = k^s - k^l = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\theta) \quad (5.9)$$

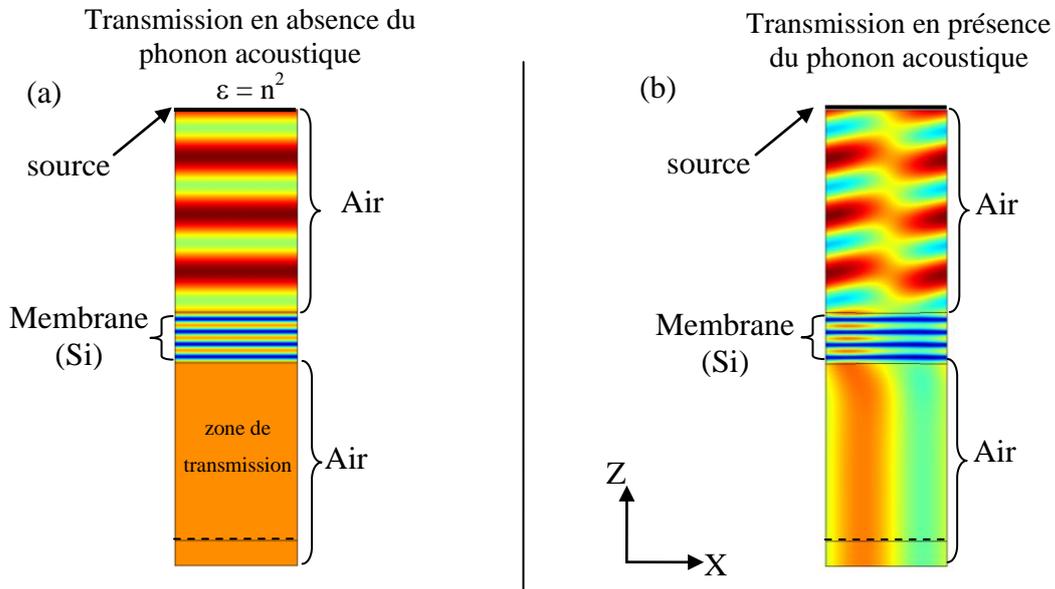
Où  $k^s$  et  $k^l$  correspondent respectivement au vecteur d'onde de la lumière incidente et diffusée.

Dans cette étape de calcul, nous avons considéré la cellule élémentaire présentée sur la figure 5.2 où l'air est défini par sa permittivité diélectrique  $\varepsilon = 1$ . La membrane de Si est définie par sa permittivité diélectrique, dont les composantes  $\varepsilon_{ij}$  du tenseur de rang 3 dépendent du champ de déformation acoustique. La déformation instantanée de la membrane est effectuée à l'aide du modèle *Moving Mesh* disponible sur *Comsol Multiphysics*. La figure 5.5 présente un exemple de calcul de transmission optique à travers la membrane sans et avec la perturbation du mode phononique de vecteur d'onde  $q = 0.016$  nm<sup>-1</sup> et de fréquence  $F = 15.26$  GHz (Figure 5.3). Les deux champs électriques, incident et transmis, sont polarisés dans la direction OY (Polarisation VV). Dans le cas de la transmission à travers la membrane non déformée (Figure 5.5a), on peut voir que le module du champ électrique est uniforme dans la zone de transmission. Dans la zone de réflexion, on observe des oscillations uniformes dans la direction OX dûs au phénomène d'interférence entre les champs électriques incident et réfléchi. Dans le cas de la membrane déformée (Figure 5.5b), les modules des champs électriques transmis et réfléchis montrent une forme différente de celle obtenue pour la membrane non déformée. Cette différence est due à la présence du phonon acoustique dans la membrane qui provoque la diffusion de la lumière.

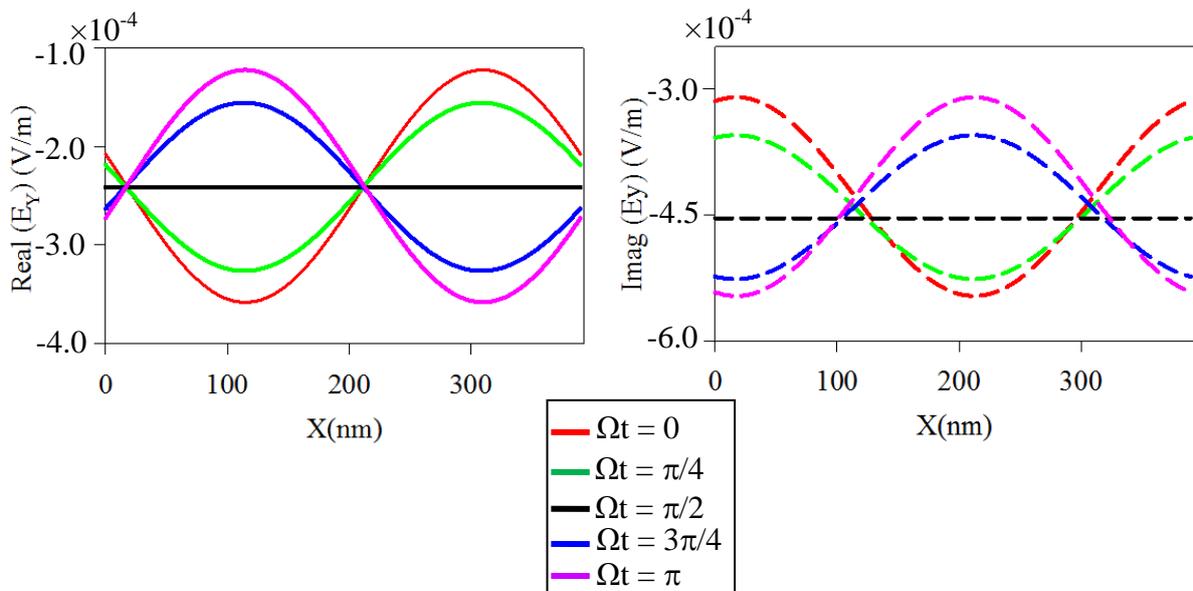
### 5.3.6 Intensité de diffusion Brillouin de la lumière

La figure 5.6 présente les parties réelles et imaginaires du champ électrique évaluées dans la zone de transmission (ligne pointillée sur la figure 5.5) de la cellule élémentaire à cinq instants  $\Omega t$  de la période acoustique du mode symétrique  $S_0$ , de vecteur d'onde  $q = 0.016$  nm<sup>-1</sup>, et de fréquence  $F = 15.26$  GHz. Nous remarquons que l'amplitude du champ électrique présente une modulation autour de l'amplitude associée à l'instant  $\Omega t = \pi/2$ . A cet instant, la valeur du champ électrique est constante car le champ de déplacement est quasiment nul et la membrane presque au repos. Pour tous les autres instants, on observe une modulation du champ électrique. À partir de cette modulation, nous pouvons déterminer toutes les composantes de Fourier du champ électrique présentes dans l'onde transmise. Ainsi, en

considérant la composante qui correspond à la diffusion d'ordre 1, il est possible d'obtenir l'intensité de diffusion Brillouin de la lumière. Ce travail doit être effectué pour chaque mode phononique présent dans la courbe de dispersion de la membrane (Figure 5.3).



**Figure 5.5 : Carte du module du champ électrique dans le cas de la membrane de silicium (a) : non déformée et (b) : déformée par le phonon ( $q = 0.0167 \text{ nm}^{-1}$ ,  $F = 15.54 \text{ GHz}$ ) obtenue à l'instant  $\Omega t = \pi$ .**

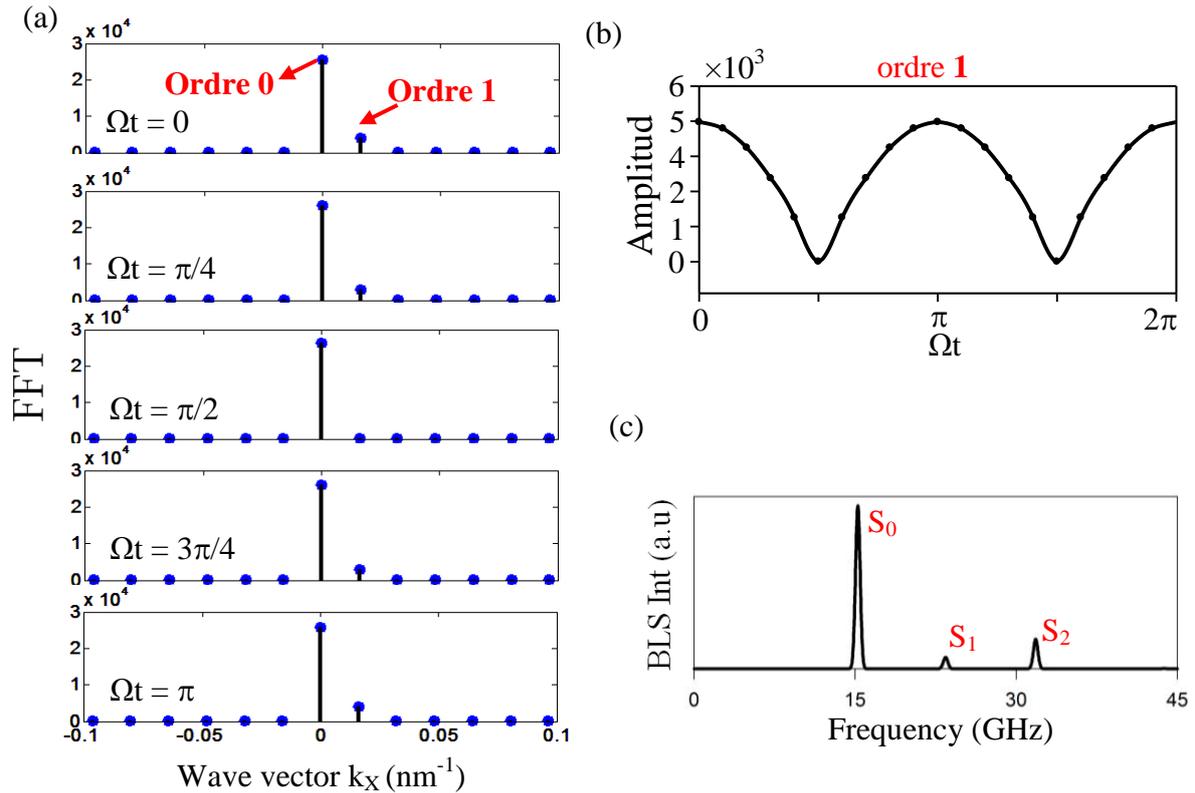


**Figure 5.6 : Champ électrique évalué dans la zone de transmission à cinq instants de la période acoustique  $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ .**

Plus précisément, rappelons que le champ électrique total transmis à travers la membrane déformée contient deux termes d'origines différentes (Eq. (5.5)). Le premier est le terme d'ordre zéro de diffusion qui correspond à la transmission ordinaire (membrane non déformée). Le deuxième terme contient les autres ordres de diffusion du champ électrique qui traduisent la présence du phonon dans la membrane. Pour séparer la contribution des deux termes, nous appliquons la transformée de Fourier au champ électrique transmis. La figure 5.7a présente la transformée de Fourier appliquée au champ électrique présenté sur la figure 5.6, à chaque instant de la vibration acoustique. On peut remarquer la contribution de deux vecteurs d'onde. Le premier, situé à  $k_x = 0$ , correspond au terme de diffusion d'ordre zéro (membrane non déformée). Le deuxième, à  $k_x = q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$ , correspond à la diffusion d'ordre 1 de la lumière par le phonon acoustique. Les autres ordres de diffusion ( $2q, 3q, \dots$ ) correspondent à des ondes évanescentes. Sur la figure 5.7b, nous avons représenté l'amplitude de la composante de Fourier d'ordre 1 au cours d'une période acoustique. Cette courbe se présente sous la forme d'une sinusoïde dont l'amplitude traduit l'importance de la diffusion du photon incident par le phonon. Le module au carré de cette amplitude multiplié par le facteur  $1/\Omega^2$  est proportionnel à l'intensité de diffusion Brillouin de la lumière. En répétant ces calculs pour les autres modes et après avoir multiplié le résultat par une fonction gaussienne, on obtient le résultat illustré sur la figure 5.7c et qui présente le spectre de diffusion Brillouin pour le vecteur d'onde  $q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$ , où les pics présents dans le spectre correspondent aux modes symétriques  $S_0, S_1$  et  $S_2$  de Lamb.

#### **5.4 Effet de la polarisation du champ électrique de la lumière incidente et diffusée sur l'intensité BLS**

Afin de mettre en évidence l'effet de la polarisation de la lumière sur l'intensité BLS, nous avons calculé l'intensité de diffusion Brillouin pour trois configurations différentes de la lumière incidente et diffusée : VV, VH, et HH. La première lettre indique la polarisation du champ électrique incident et la deuxième indique celle du champ électrique diffusé. La lettre V (H) signifie que le champ électrique est polarisé dans la direction perpendiculaire (parallèle) au plan d'incidence définie par la normale à la surface libre de la membrane et le vecteur d'onde de la lumière incidente.



**Figure 5.7 :** (a) Transformée de Fourier du champ électrique calculé pour le mode acoustique à  $q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$  et  $F = 15.26 \text{ GHz}$  et à cinq instants  $\Omega t$  de la période acoustique. (b) Variation de l'amplitude de la composant de Fourier d'ordre 1 située à  $k_x = q$  pendant une période acoustique ( $\Omega t = 0, \dots, 2\pi$ ). (c) Spectre BLS obtenu pour  $q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$ .

#### 5. 4. 1 Polarisation VV et HH

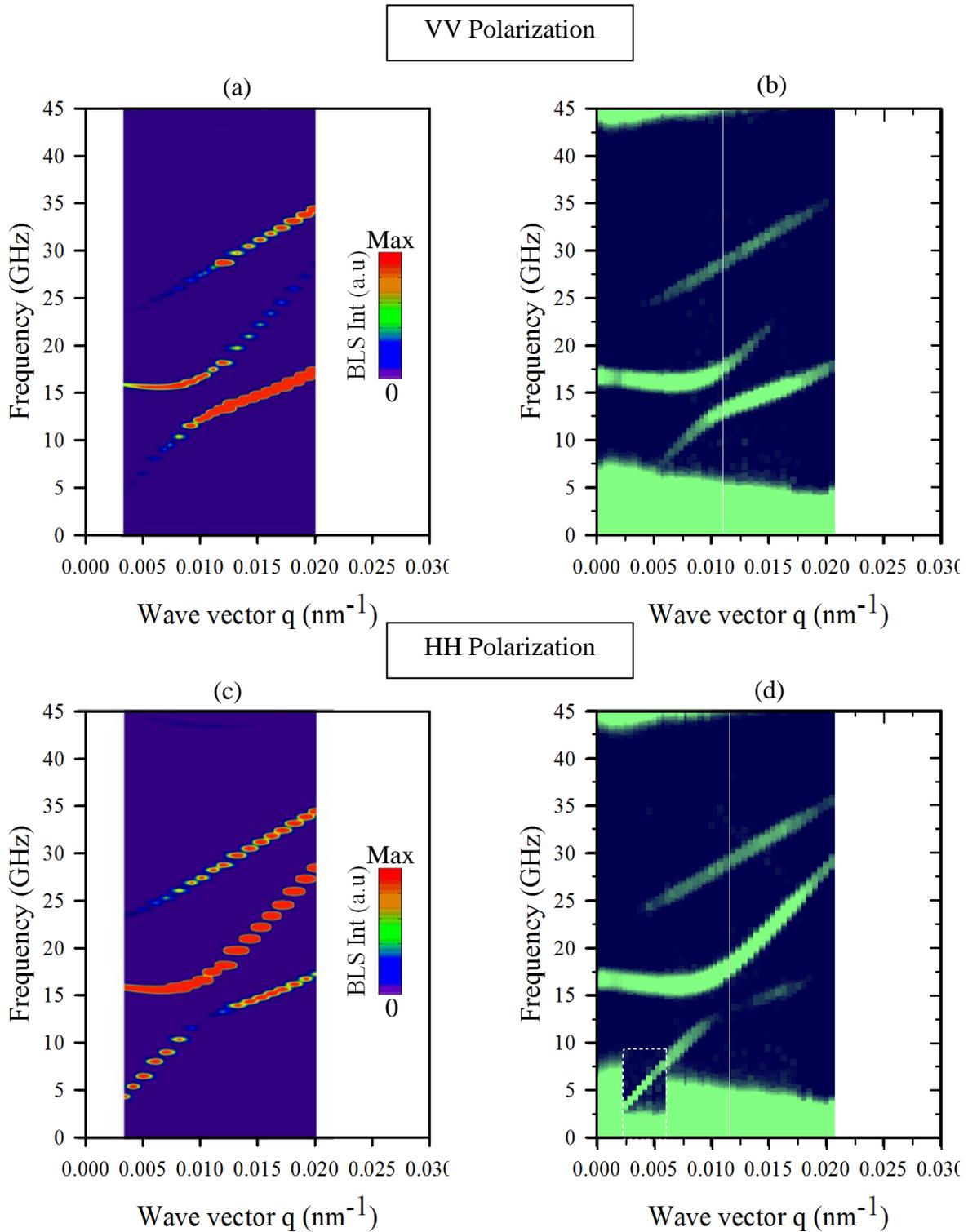
La figure 5.8 représente les courbes de dispersion théoriques (Figures 5.8a et 5.8c) et expérimentales (Figures 5.8b et 5.8d) en fonction de l'intensité de diffusion Brillouin de la membrane de Si pour les deux polarisations VV et HH. Les couleurs sur les branches représentent l'intensité de diffusion Brillouin. À partir de cette figure, on peut remarquer que, pour ces deux polarisations, les branches qui contribuent à la diffusion de la lumière sont les modes symétriques  $S_0$ ,  $S_1$  et  $S_2$ . Les courbes théoriques montrent un bon accord avec les courbes expérimentales. En particulier les deux résultats présentent des caractéristiques inattendues, comme par exemple la différence des intensités entre les deux polarisations VV et HH. On peut noter aussi la variation notable de l'intensité de diffusion le long de certaines branches, notamment l'extinction de l'intensité sur une partie de la branche  $S_0$  pour la polarisation HH.

Afin de mieux comprendre l'origine de la différence d'intensité entre ces deux polarisations, nous avons analysé la contribution relative des deux mécanismes (PE et MI). Nous avons présenté sur la figure 5.9 les spectres BLS obtenus pour le vecteur d'onde  $q = 0.0118 \text{ nm}^{-1}$ . La colonne de droite correspond à la polarisation VV et celle de gauche à la polarisation HH. Les spectres rouges et verts correspondent respectivement aux contributions individuelles de l'effet photo-élastique (PE) et de l'effet du mouvement des interfaces (MI). Les spectres noirs sont obtenus en tenant compte des deux mécanismes PE et MI. , on peut remarquer sur la figure 5.9 que l'intensité de la diffusion Brillouin pour la polarisation VV est due uniquement à l'effet du mouvement des interfaces. Pour la polarisation HH, la contribution de l'effet photo-élastique dépend du mode acoustique considéré. Par exemple, l'intensité du premier pic, associé au mode  $S_0$ , trouve son origine dans la contribution des deux effets. Tandis que pour le deuxième pic (mode  $S_1$ ), l'intensité correspondante est due principalement à l'effet photo-élastique.

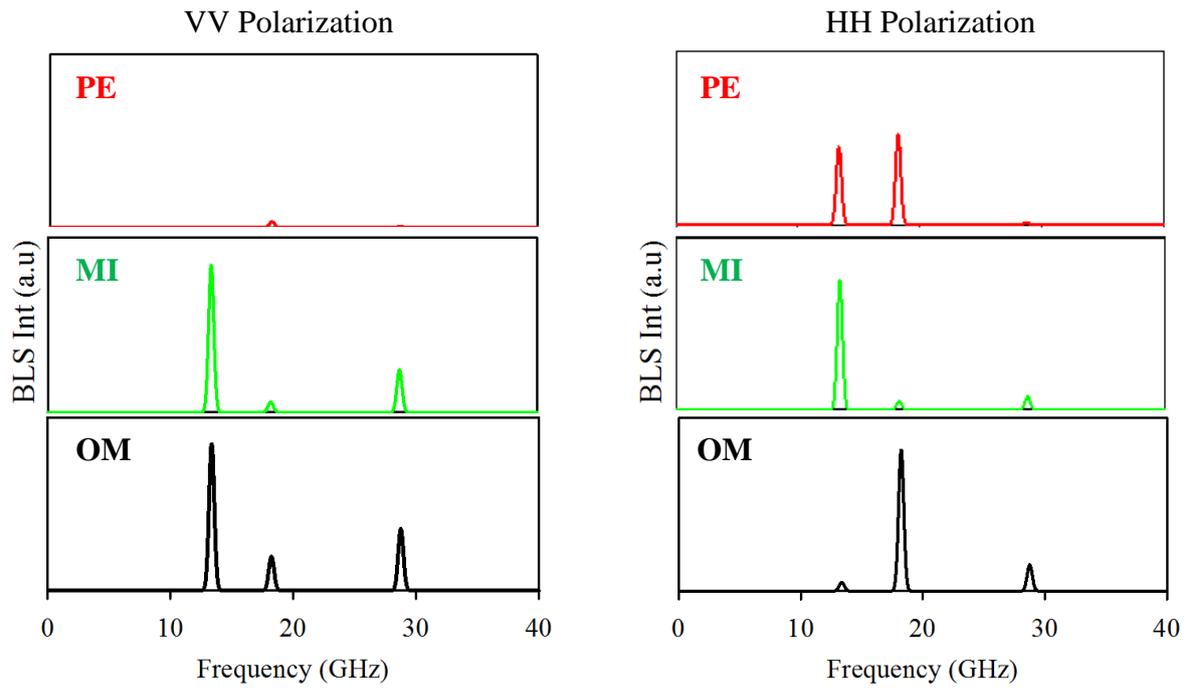
Nous nous intéressons maintenant à la région autour du vecteur d'onde  $q = 0.01 \text{ nm}^{-1}$  de la branche correspondante au mode  $S_0$  dans le cas de la polarisation HH. Dans cette région, on peut remarquer une extinction de l'intensité de diffusion Brillouin. Pour connaître l'origine de cette extinction, nous avons analysé le champ magnétique transmis à travers la membrane pour les deux modes  $S_0$  et  $S_1$ . Le choix du champ magnétique au lieu du champ électrique vient du fait que dans le cas de cette polarisation, le champ électrique a deux composantes tandis que le champ magnétique a une seule composante. La figure 5.10 présente les parties réelles et imaginaires du champ magnétique transmis à travers la membrane déformée par les deux modes  $S_0$  ( $F = 13.66 \text{ GHz}$ ) et  $S_1$  ( $F = 18.23 \text{ GHz}$ ) de vecteur d'onde  $q = 0.0118 \text{ nm}^{-1}$  à l'instant  $\Omega t = 0$  de la période acoustique. Les lignes rouges et vertes correspondent respectivement au champ électrique transmis lorsqu'on ne tient compte que de l'effet photo-élastique ou de l'effet du mouvement des interfaces. Les lignes noires correspondent au cas où on tient compte des deux effets.

Comme l'illustre la figure 5.10, les champs magnétiques pour le mode  $S_0$  de fréquence  $F = 13.66 \text{ GHz}$ , présentent une variation déphasée vis-à-vis des deux effets PE et MI. Ainsi le champ magnétique résultant est le résultat d'une interférence destructive entre ces deux variations. Pour le mode  $S_1$ , on peut observer un comportement inverse par rapport au mode  $S_0$ . Dans ce cas, les champs magnétiques associés aux deux effets (PE et MI) sont en phase et le champ magnétique résultant est le résultat d'une interférence constructive. Cette analyse

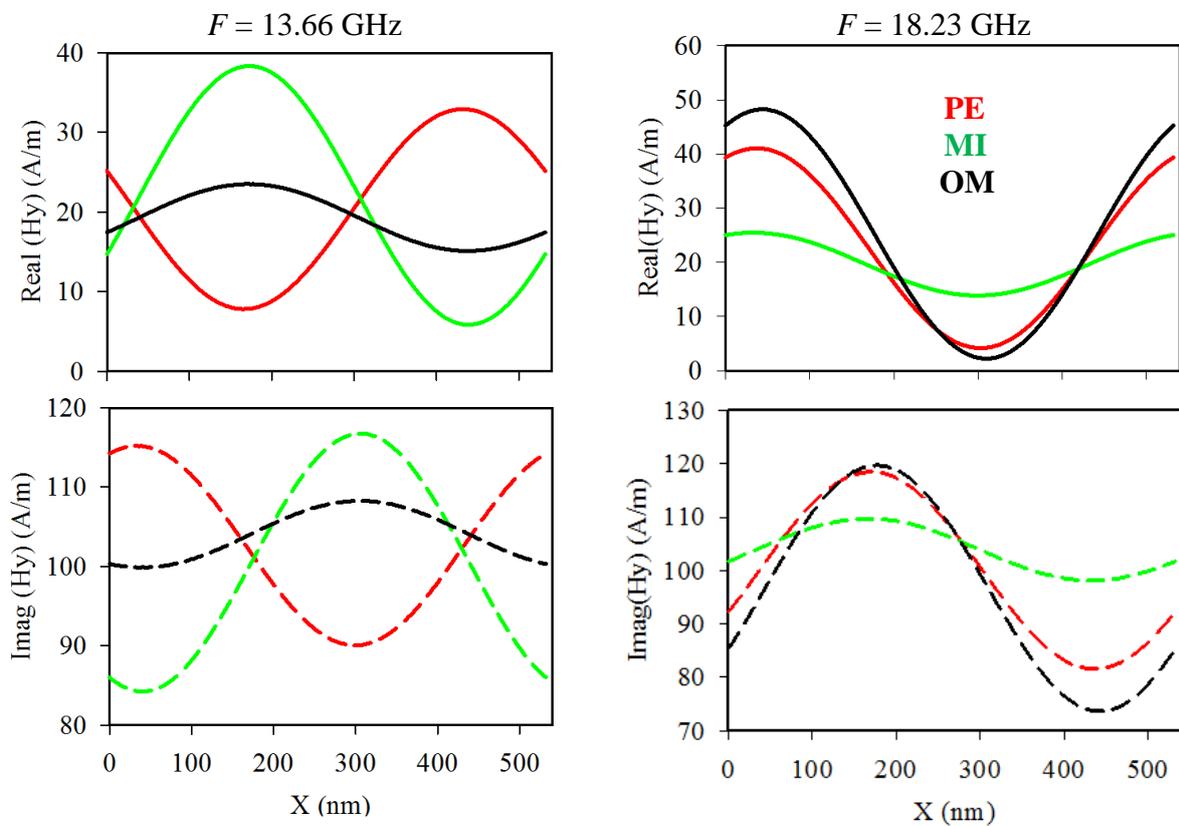
explique donc d'une part l'extinction de la branche  $S_0$  et l'augmentation de la réponse de la branche  $S_1$ .



**Figure 5.8 :** Courbes de dispersion théorique (a) et (c) et expérimentales (b) et (d) calculées pour les deux polarisations VV et VH. Les couleurs sur les courbes représentent l'intensité BLS.



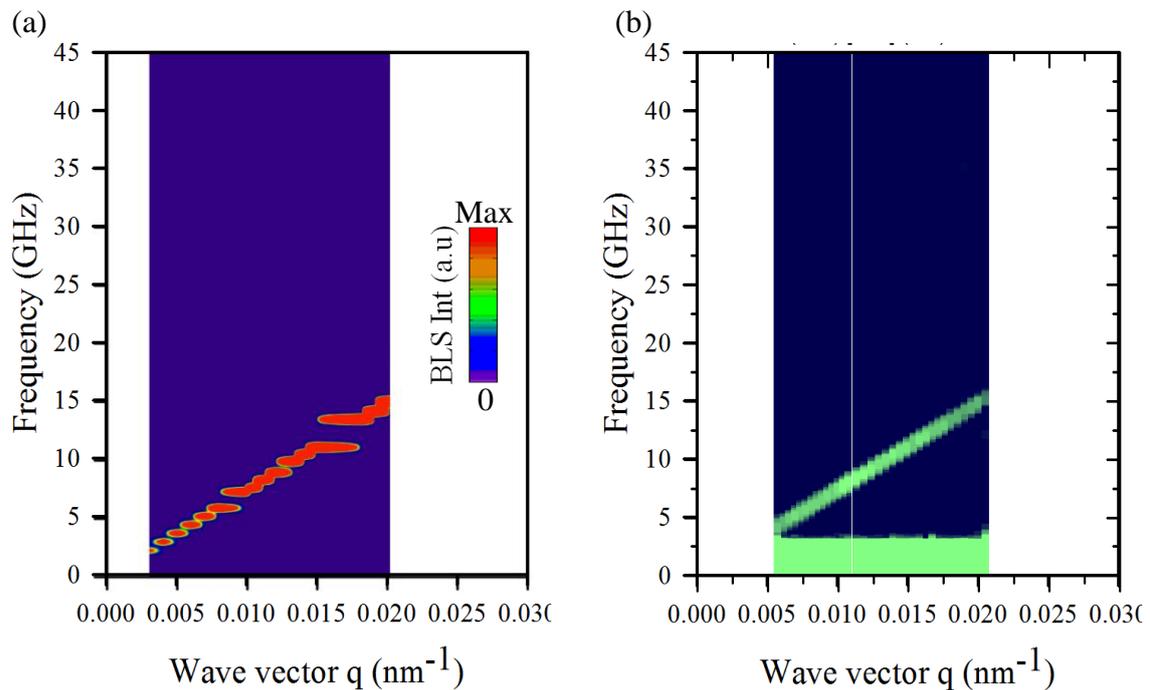
**Figure 5.9 : Spectres de diffusion Brillouin de la lumière au vecteur d'onde  $q = 0.0118 \text{ nm}^{-1}$  et calculés pour les deux polarisations VV et HH**



**Figure 5.10 : Champ magnétique transmis à travers la membrane déformée par les modes phononiques de fréquences : (a)  $F = 13.66$  GHz et (b)  $F = 18.23$  GHz et de vecteur d'onde  $q = 0.0118 \text{ nm}^{-1}$ .**

#### 5. 4. 2 Polarisation VH

La figure 5.11 présente les courbes de dispersion théoriques (figure 5.11a) et expérimentales (figure 5.11b) de la membrane de silicium obtenues en fonction de l'intensité de diffusion Brillouin. Les couleurs sur les courbes correspondent à l'intensité de diffusion Brillouin associée à la polarisation VH. On peut voir clairement que le calcul numérique montre un bon accord avec les mesures expérimentales. On peut remarquer que, contrairement au cas des deux polarisations VV et HH, seul le mode  $SH_0$  est visible. Notons que la vibration correspondante se fait dans le plan parallèle aux surfaces libres de la membrane. Autrement dit, les surfaces libres de la membrane ne subissent aucune déformation dans le plan (XOZ). Cela signifie que l'intensité de la diffusion Brillouin de la lumière pour ce mode est due seulement à l'effet photo-élastique.



**Figure 5.11 : Courbes de dispersion théorique (a) et expérimentale (b) de la membrane de silicium. Les couleurs sur la courbe représentent l'intensité BLS.**

## 5.5 Ordres des ondes évanescentes

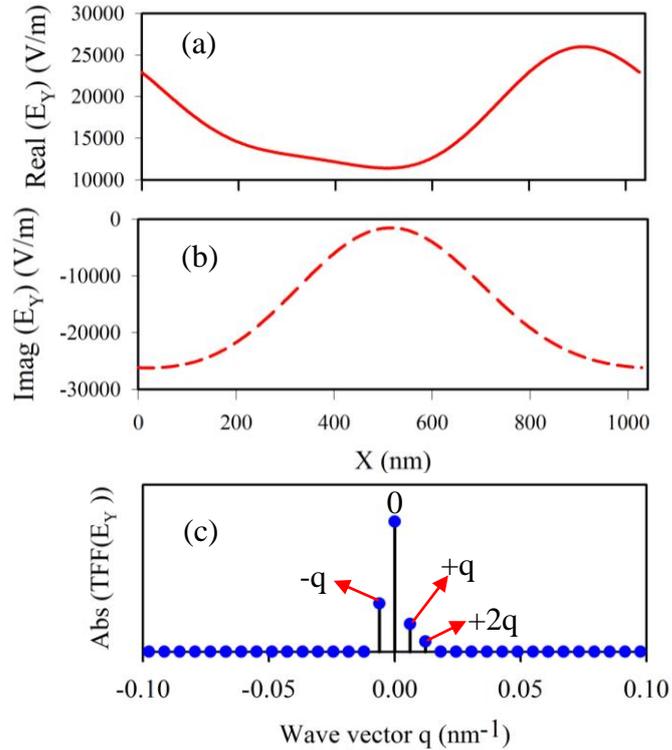
Comme nous l'avons déjà vu dans la section 3.4, la transformée de Fourier appliquée au champ électrique transmis à travers la membrane déformée par le phonon acoustique de vecteur d'onde  $q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$  ne montre que deux ordres de diffusion  $n = 0$  et  $1$ . Les ordres supérieurs correspondent à des ondes évanescentes. Toutefois, tous ces ordres de diffusion ne sont pas toujours évanescents car leur contribution dépend du vecteur d'onde  $q$ . Ceci peut être déduit à partir de l'équation (5.6) rappelée ci-dessous qui traduit la conservation de la fréquence de la lumière à l'entrée et à la sortie de la membrane de silicium.

$$\omega^2 = c^2 k^2 = c^2 \left[ (-k_x + nq)^2 + k_z^{(n)2} \right] \quad (5.10)$$

Le vecteur d'onde  $k_z^{(n)}$  dépend de l'ordre de diffusion  $n$ . Il doit donc s'adapter pour vérifier la condition de conservation de la fréquence. L'expression de  $k_z^{(n)}$  est déduite de la relation suivante :

$$k_z^{(n)} = \sqrt{k^2 - (k \sin(\theta) + nq)^2} \quad (5.11)$$

avec  $k = 0.0118 \text{ nm}^{-1}$ . A partir de cette expression, on peut noter que pour les vecteurs d'ondes  $q$  supérieurs à  $0.008 \text{ nm}^{-1}$ , comme pour le vecteur d'onde  $q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$  (voir figure 5.7), le vecteur d'onde  $k_z^{(n)}$  est réel pour les deux ordres de diffusion  $n = 0$  et  $1$  et devient imaginaire pour les autres ordres pour lesquels les ondes associées sont évanescentes dans la direction  $Z$ . Quant aux vecteurs d'ondes  $q$  inférieurs à  $0.008 \text{ nm}^{-1}$ , on peut noter qu'il est possible que certains de ces ordres deviennent propagatifs. A titre de vérification, nous présentons sur la figure 5.12, les parties réelle et imaginaire du champ électrique transmis pour le vecteur d'onde acoustique  $q = 0.006 \text{ nm}^{-1}$  ainsi que la transformée de Fourier associée. A partir de cette figure, on peut remarquer que la forme du champ électrique n'est pas sinusoïdale à l'inverse du cas du vecteur d'onde  $q = 0.016 \text{ nm}^{-1}$  (voir figure 5.6). Ainsi la transformée de Fourier correspondante montre la contribution des ordres  $n = -1$  et  $n = 2$  en plus des ordres de diffusion  $n = 1$  et  $n = 0$ . On peut remarquer également que l'ordre  $n = -1$  apparait plus important que l'ordre  $n = 1$ , ceci est en accord avec l'équation (5-11) qui vérifie cette remarque.



**Figure 5.12 : Partie réelle (a) et imaginaire (b) du champ électrique transmis à travers la membrane déformée par le phonon acoustique de vecteur d'onde  $q = 0.0061 \text{ nm}^{-1}$  et de fréquence  $\Omega = 15.65 \text{ GHz}$  et (c) la transformée de Fourier associée.**

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le phénomène de diffusion Brillouin de la lumière (BLS) dans une membrane de silicium. Nous avons mis au point un modèle numérique qui a permis de prendre en compte les deux effets (PE et MI) responsables de la diffusion Brillouin de la lumière dans les milieux diélectriques. Nous avons pu calculer l'intensité BLS pour trois cas de polarisation des champs électriques incident et diffusé. Nous avons mis en évidence l'effet de la polarisation sur l'intensité BLS. Un bon accord a été trouvé entre la simulation numérique et la mesure expérimentale. Grâce à cette comparaison nous avons pu expliquer certains comportements inattendus observés sur la courbe expérimentale. Nous avons expliqué la différence des intensités entre les deux polarisations VV et HH ou encore la variation notable de l'intensité de diffusion le long de certaines branches.

## Références

- [1] D. Royer and E. Dieulesaint, *Elastic Waves in Solids II: Generation, Acousto-Optic Interaction, Applications* (Springer Science & Business Media, 1999).
- [2] S. G. Johnson, M. Ibanescu, M. A. Skorobogatiy, O. Weisberg, J. D. Joannopoulos, and Y. Fink, *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.* **65**, 066611 (2002).
- [3] M. Maldovan and E. L. Thomas, *Appl. Phys. B* **83**, 595 (2006).
- [4] S. Sadat-Saleh, S. Benchabane, F. I. Baida, M.-P. Bernal, and V. Laude, *J. Appl. Phys.* **106**, 074912 (2009).
- [5] S. Mohammadi, A. A. Eftekhar, A. Khelif, and A. Adibi, *Opt. Express* **18**, 9164 (2010).
- [6] Y. Pennec, B. D. Rouhani, E. H. E. Boudouti, C. Li, Y. E. Hassouani, J. O. Vasseur, N. Papanikolaou, S. Benchabane, V. Laude, and A. Martinez, *Opt. Express* **18**, 14301 (2010).
- [7] Y. El Hassouani, C. Li, Y. Pennec, E. H. El Boudouti, H. Larabi, A. Akjouj, O. Bou Matar, V. Laude, N. Papanikolaou, A. Martinez, and B. Djafari Rouhani, *Phys. Rev. B* **82**, 155405 (2010).
- [8] D. Bria, M. B. Assouar, M. Oudich, Y. Pennec, J. Vasseur, and B. Djafari-Rouhani, *J. Appl. Phys.* **109**, 014507 (2011).
- [9] M. Maldovan and E. L. Thomas, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 251907 (2006).
- [10] Q. Rolland, *Couplages acousto-optiques dans les cristaux photoniques et phononiques*, phdthesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2013.
- [11] M. Trigo, A. Bruchhausen, A. Fainstein, B. Jusserand, and V. Thierry-Mieg, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 227402 (2002).
- [12] N. D. Lanzillotti-Kimura, A. Fainstein, A. Lemaitre, B. Jusserand, and B. Perrin, *Phys. Rev. B* **84**, 115453 (2011).
- [13] A. Fainstein, N. D. Lanzillotti-Kimura, B. Jusserand, and B. Perrin, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 037403 (2013).
- [14] I. E. Psarobas, N. Papanikolaou, N. Stefanou, B. Djafari-Rouhani, B. Bonello, and V. Laude, *Phys. Rev. B* **82**, 174303 (2010).
- [15] E. Almpanis, N. Papanikolaou, and N. Stefanou, *Opt. Express* **22**, 31595 (2014).
- [16] Q. Rolland, M. Oudich, S. El-Jallal, S. Dupont, Y. Pennec, J. Gazalet, J. C. Kastelik, G. Lévêque, and B. Djafari-Rouhani, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 061109 (2012).
- [17] S. El-jallal, M. Oudich, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, A. Makhoute, Q. Rolland, S. Dupont, and J. Gazalet, *J. Phys. Condens. Matter* **26**, 015005 (2014).
- [18] T.-X. Ma, K. Zou, Y.-S. Wang, C. Zhang, and X.-X. Su, *Opt. Express* **22**, 28443 (2014).
- [19] A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, S. Meenehan, J. Chan, S. Gröblacher, and O. Painter, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 153603 (2014).
- [20] A. H. Safavi-Naeini and O. Painter, *Opt. Express* **18**, 14926 (2010).
- [21] E. Gavartin, R. Braive, I. Sagnes, O. Arcizet, A. Beveratos, T. J. Kippenberg, and I. Robert-Philip, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203902 (2011).
- [22] T.-R. Lin, C.-H. Lin, and J.-C. Hsu, *J. Appl. Phys.* **113**, 053508 (2013).
- [23] M. Eichenfield, J. Chan, R. M. Camacho, K. J. Vahala, and O. Painter, *Nature* **462**, 78 (2009).
- [24] M. Eichenfield, J. Chan, A. H. Safavi-Naeini, K. J. Vahala, and O. Painter, *Opt. Express* **17**, 20078 (2009).
- [25] J. Chan, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, S. Meenehan, and O. Painter, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 081115 (2012).
- [26] M. Oudich, S. El-Jallal, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. Gomis-Bresco, D. Navarro-Urrios, C. M. Sotomayor Torres, A. Martínez, and A. Makhoute, *Phys. Rev. B* **89**, 245122 (2014).

- [27] D. Navarro-Urrios, J. Gomis-Bresco, S. El-Jallal, M. Oudich, A. Pitanti, N. Capuj, A. Tredicucci, F. Alzina, A. Griol, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, A. Martínez, and C. M. Sotomayor Torres, *AIP Adv.* **4**, 124601 (2014).
- [28] J. Gomis-Bresco, D. Navarro-Urrios, M. Oudich, S. El-Jallal, A. Griol, D. Puerto, E. Chavez, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, F. Alzina, A. Martínez, and C. M. S. Torres, *Nat. Commun.* **5**, 4452 (2014).
- [29] Z. Huang, K. Cui, Y. Li, X. Feng, F. Liu, W. Zhang, and Y. Huang, *Sci. Rep.* **5**, 15964 (2015).
- [30] L. Kipfstuhl, F. Guldner, J. Riedrich-Möller, and C. Becher, *Opt. Express* **22**, 12410 (2014).
- [31] N. Papanikolaou, E. Almpanis, G. Gantzounis, A. Christofi, L. Athanasekos, and N. Stefanou, *Microelectron. Eng.* **159**, 80 (2016).
- [32] B. Djafari-Rouhani, S. El-Jallal, and Y. Pennec, *Comptes Rendus Phys.* **17**, 555 (2016).
- [33] K. C. Balram, M. Davanço, J. Y. Lim, J. D. Song, and K. Srinivasan, *Optica* **1**, 414 (2014).
- [34] S. El-Jallal, M. Oudich, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, J.-C. Beugnot, A. Martínez, J. M. Escalante, and A. Makhoute, *Phys. Rev. B* **88**, 205410 (2013).
- [35] B. Graczykowski, *Phys. Rev. B* **91**, (2015).
- [36] Y. Pennec, V. Laude, N. Papanikolaou, B. Djafari-Rouhani, M. Oudich, J. S. El, J. C. Beugnot, J. M. Escalante, and A. Martínez, *Nanophotonics* **3**, 413 (2014).

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce rapport de thèse traite de la propagation des ondes élastiques dans des structures phononiques hypersoniques à base de matériaux hybrides organiques et inorganiques. Grâce à la comparaison entre le calcul numérique et les mesures expérimentales des spectres de diffusion de la lumière par la technique de spectroscopie Brillouin, nous avons pu déterminer les propriétés physiques des matériaux nano-structurés. Plusieurs structures de type unidimensionnel et bidimensionnel ont été traitées. Les résultats obtenus ont été développés autour de cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, après avoir défini les cristaux phononiques de façon générale, nous avons réalisé un état de l'art sur les cristaux hypersoniques à base des matériaux organiques et inorganiques. Nous avons ensuite présenté les concepts de base de la théorie de l'élasticité et leurs applications aux cristaux phononiques par l'utilisation des méthodes de calcul usuelles par ondes planes (PWE), par différences finies (FDTD) et par éléments finis (FEM). Dans ce travail de thèse, nous avons utilisé la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel *COMSOL Multiphysics*.

Dans le chapitre 2, nous avons étudié la propagation des ondes élastiques dans les directions parallèles et perpendiculaires à des nano-stries d'époxy qui présentent des rapports d'aspect élevés, déposés à la surface d'un substrat de verre. À l'aide de la méthode des éléments finis (FEM), nous avons pu analyser la nature des différents modes présents dans la courbe de dispersion. Les modes se séparent en deux grands ensembles. Le premier ensemble est constitué de modes fondamentaux qui ressemblent aux modes de la plaque équivalente infinie, notés  $A_n$ -like,  $S_n$ -like et  $SH_n$ -like en fonction de leur polarisation. Chacun de ces modes est suivi d'une série de modes d'ordres de vibration supérieurs dont l'origine vient de la hauteur finie des stries. Le deuxième ensemble est constitué par deux modes de coin, respectivement symétrique et antisymétrique par rapport au plan de symétrie de la strie. Dans la direction perpendiculaire aux nano-stries, nous avons montré l'existence de bandes interdites pour les ondes de surface dues à l'interaction du mode de Rayleigh avec des branches plates (modes propres des nano-stries). L'évolution des branches en fonction des paramètres géométriques des nano-stries a également été étudiée. Nous avons également étudié la nature des modes de vibration lorsque l'espace entre les nano-stries était rempli d'un

liquide non visqueux (Cargille). Dans la direction parallèle aux nano-stries, les modes suivent les courbes de dispersion d'un réseau multicouche infini 1D avec des modes harmoniques qui sont à l'origine de la hauteur finie des nano-stries. Dans une deuxième partie de ce chapitre, nous avons développé un modèle analytique simplifié qui nous a permis de décrire l'intensité de la lumière diffusée d'origine photo-élastique. A l'aide de ce modèle nous avons pu faire une comparaison directe entre les calculs numériques et les mesures expérimentales et ainsi estimer les propriétés physiques des stries d'époxy ainsi que des polymères liquides infiltrés entre les stries (Cargille et PDMS). Par ailleurs, nous avons mis en évidence l'effet de vieillissement des stries sur les propriétés mécaniques des cristaux phononiques.

Dans le chapitre 3 nous avons étudié la propagation des phonons hypersoniques dans un super-réseau constitué de 10 bicouches de PMMA/BaTiO<sub>3</sub> déposées sur un substrat semi-infini de verre (SiO<sub>2</sub>). En utilisant le même modèle que celui présenté dans le chapitre 2 pour le calcul des spectres de diffusion Brillouin de la lumière, nous avons pu estimer les propriétés élastiques, photo-élastiques et optiques du super-réseau. Nous avons pu également identifier la nature des modes observés par spectroscopie Brillouin. Dans la direction parallèle aux couches du super-réseau, les résultats ont montré la présence de modes dispersifs que nous avons identifié comme étant des modes guidés de type Sezawa de caractère longitudinal. Dans la direction de propagation perpendiculaire aux couches du super-réseau, nous avons montré que ce dernier présentait une bande interdite relativement large. Le super-réseau présente également un gap photonique dont le centre est proche de celui du gap phononique, ce qui permet au super-réseau de se comporter comme un cristal phoxonique. Nous avons également mis en évidence des propriétés physiques telles que le caractère anisotrope des propriétés élastiques du super-réseau. Enfin, nous avons montré que la couche de BaTiO<sub>3</sub> présente dans le multicouche présentait des vitesses plus faibles que celle du BaTiO<sub>3</sub> pur. Nous avons montré que ceci était dû à une infiltration du PMMA dans la couche de BaTiO<sub>3</sub>.

Dans le chapitre 4, nous avons étudié la propagation des ondes élastiques dans un cristal phononique hypersonique bidimensionnel. Ce dernier est constitué d'un film suffisamment épais de propoxyde de zirconium (ZPO) déposé sur un substrat semi-infini et structuré périodiquement par des inclusions cylindriques de section carrée suivant un réseau carré. En se basant sur la méthodologie utilisée dans les deux chapitres précédents, nous avons pu déterminer les propriétés élastiques et photo-élastiques du film nano-structuré de ZPO, puis nous avons analysé le comportement vibratoire des modes observés par spectroscopie Brillouin. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons mis en évidence

l'effet de la symétrie du réseau, la forme des inclusions ainsi que leurs propriétés élastiques sur la vitesse effective.

Dans ce qui précède, la comparaison entre les calculs numériques et les mesures expérimentales, a été réalisée grâce à un modèle simplifié permettant le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin. Ce modèle ne peut pas s'appliquer au cas des matériaux ayant un fort indice de réfraction. Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous avons développé un modèle qui permet de simuler le phénomène de diffusion Brillouin de la lumière (BLS) quel que soit l'indice de réfraction du milieu en question. Contrairement au modèle utilisé dans les chapitres précédents qui ne tient compte que de l'effet photo-élastique, le modèle développé dans ce chapitre prend en considération les deux effets i.e. photo-élastique et de mouvement des interfaces (PE et MI) responsables de la diffusion Brillouin de la lumière dans les milieux diélectriques. Nous avons appliqué ce modèle au cas relativement simple d'une membrane de silicium où nous avons pu mettre en évidence l'effet de la polarisation de la lumière incidente et diffusée sur l'intensité BLS. Un bon accord a été trouvé entre la simulation numérique et la mesure expérimentale. Grâce à cette comparaison nous avons pu expliquer certains comportements inattendus observés sur la courbe expérimentale, comme par exemple la différence des intensités entre les deux polarisations des champs électriques incidents et réfléchis VV et HH ou encore la variation notable de l'intensité de diffusion le long de certaines branches.

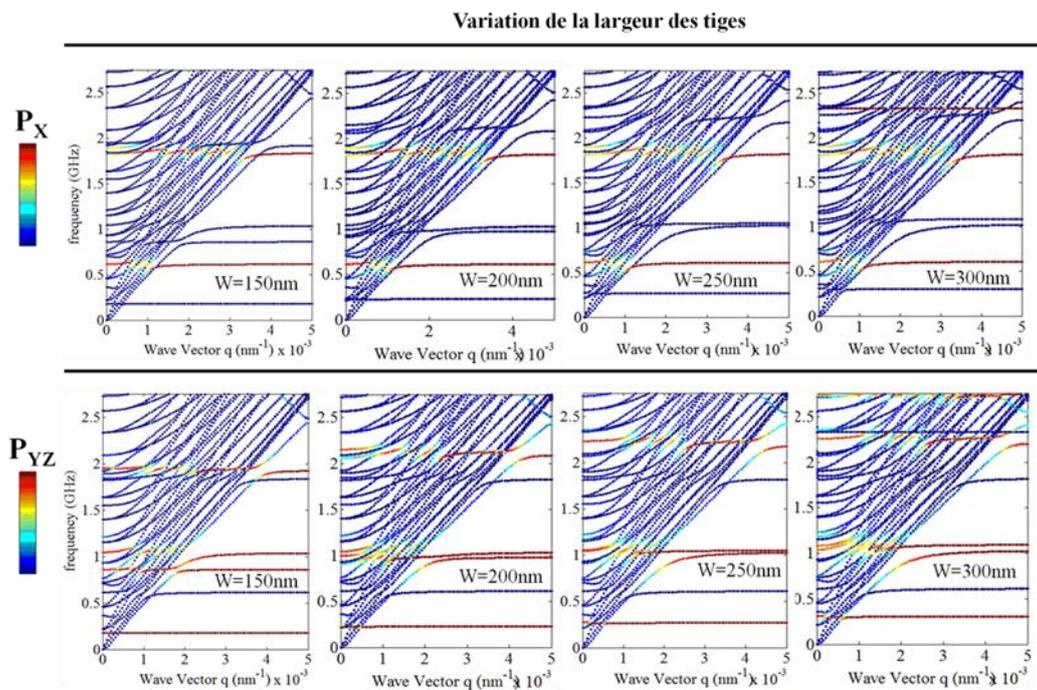
En perspective de ce travail, nous prévoyons dans un premier temps d'appliquer le modèle développé dans le dernier chapitre à la structure présentée dans le chapitre 2 afin de mettre en évidence les modes de périodicité observés à haute fréquence. Ensuite, nous envisageons d'utiliser ce modèle pour modéliser la diffusion de la lumière en rétrodiffusion sur la membrane de Si. Le modèle est général et peut s'appliquer à d'autres structures phononiques à base de matériaux semi-conducteurs. Dans ce type de matériaux, nous pouvons mettre en évidence l'effet de l'absorption (indice de réfraction complexe) sur la diffusion de la lumière. Afin de généraliser ce modèle à différentes structures, ce dernier peut être étendu pour prendre en compte l'effet piézoélectrique. Enfin, et comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, les structures à base de matériaux hybrides peuvent être exploités pour confiner simultanément les ondes électromagnétiques et élastiques puis étudier leur interaction.

# Annexe

## A

### A1

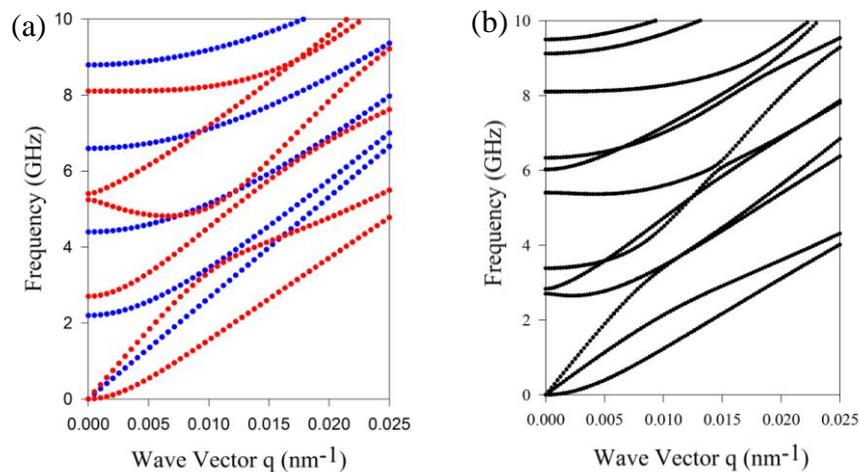
La figure A1 présente les courbes de dispersion du cristal phononique 1D pour une propagation des ondes élastiques dans la direction perpendiculaire (direction  $y$ ) à la direction des stries. Ces courbes sont calculées pour des stries de hauteur  $h = 540$  nm et pour les valeurs de la largeur  $w$  suivantes  $w = 150$  nm,  $200$  nm,  $250$  nm et  $300$  nm. Les couleurs sur les courbes représentent la polarisation des modes. La couleur rouge sur les courbes de dispersion de la première ligne de cette figure correspond aux modes de polarisation transverse horizontale (TH) (composante  $u_x$  dominante) alors que dans la deuxième ligne, la couleur rouge indique les modes de polarisation sagittale (les composantes  $u_y$  et  $u_z$  dominantes). A partir de cette figure, on peut remarquer que lorsqu'on augmente la largeur des stries, les modes de polarisation TH se déplacent vers les basses fréquences, tandis que les modes de polarisation sagittale montre un comportement inverse. On peut remarquer également le caractère résonant des modes (branches rouge dans la zone radiative).



**Figure A1 : Evolution des courbes de dispersion pour la polarisation  $P_x$  (haut) et  $P_{yz}$  (bas) en fonction de la largeur des stries pour une hauteur constante  $h = 540$  nm.**

## A2

La figure A2 présente une comparaison entre les courbes de dispersion des couches isolées solide (époxy) et liquide (liquide) (figure A2a) et celle du super-réseau infini (figure A2b) constitué de l'empilement périodique des deux couches solide (époxy) et liquide (Cargille). A partir de cette figure on peut remarquer que les modes présentent dans la courbe de dispersion du super-réseau correspond à l'interaction des modes de Lamb (courbes rouges) de la plaque d'épaisseur  $w$  avec les modes de la couche liquide (courbes bleues) d'épaisseur  $(a-w)$ .



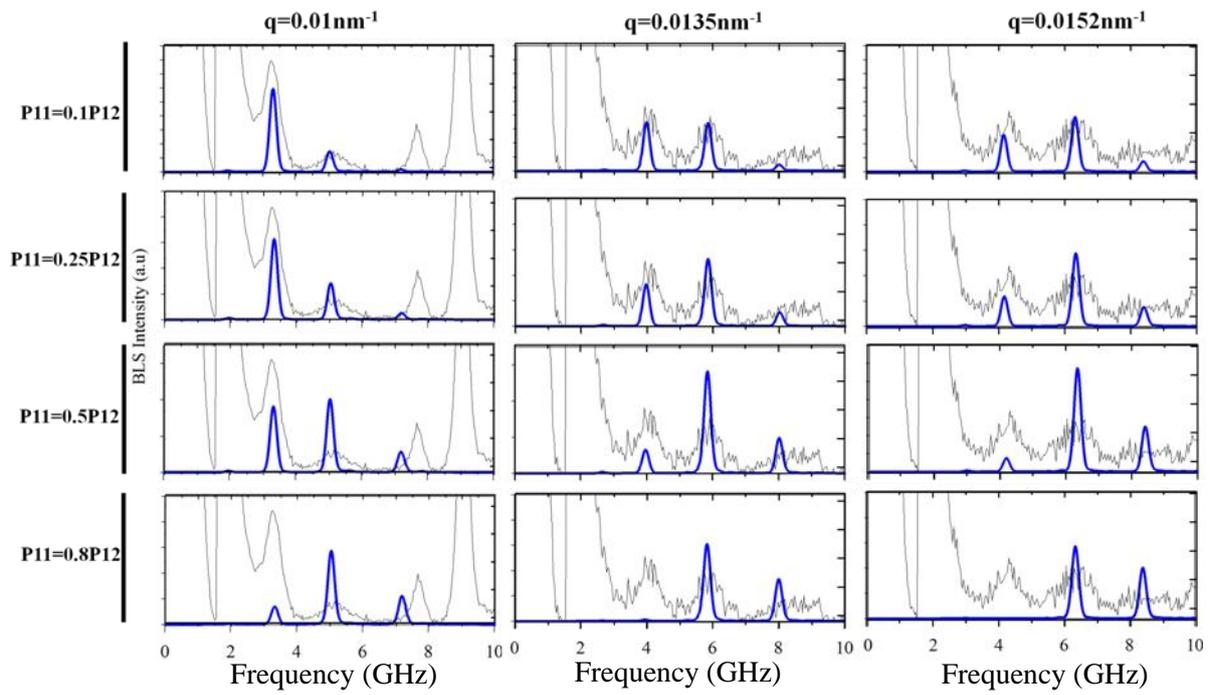
**Figure A2 : Courbe de dispersion d'une (a) plaque infinie d'époxy de largeur  $w = 250$  nm (courbe rouge) et d'une couche de Cargille de largeur  $w_l = a - w$  (courbe bleu). (b) Courbe de dispersion du CP infini de période  $a$  composé de l'arrangement périodique de deux couches époxy/Cargille.**

## A3

La figure A3 présente les spectres théoriques (courbes bleues) et expérimentaux (courbes noires) du cristal phononique 1D obtenues pour les trois vecteurs d'onde  $q = 0.01$   $\text{nm}^{-1}$ ,  $0.0135$   $\text{nm}^{-1}$ ,  $0.0152$   $\text{nm}^{-1}$  associées à la propagation parallèle aux stries dans le cas de la polarisation VV. Les spectres théoriques sont calculés pour les valeurs du coefficient photo-élastique  $P_{11}$  suivantes :  $0.1P_{12}$ ,  $0.25P_{12}$ ,  $0.5P_{12}$ ,  $0.8P_{12}$ . A partir de la comparaison des différents résultats, on peut remarquer que les spectres théoriques sont en bon accord avec la valeur du rapport des coefficients photo-élastiques  $P_{11}=0.1P_{12}$ .

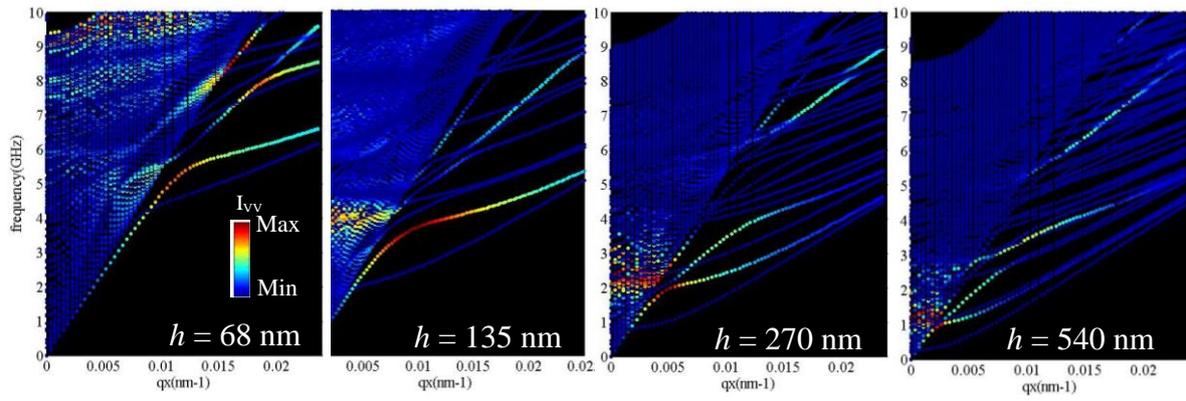
## A4

Les figures A4.1 et A4.2 présentent les courbes de dispersion avec les intensités de diffusion Brillouin  $I_{VV}$  et  $I_{VH}$  (color bar) obtenues dans le cas de la propagation parallèle (figure A4.1) et perpendiculaire (figure A4.2) aux stries de largeur  $w = 250$  nm et de hauteur  $h$  suivantes :  $h = 68$  nm, 135 nm, 270 nm, 540 nm.

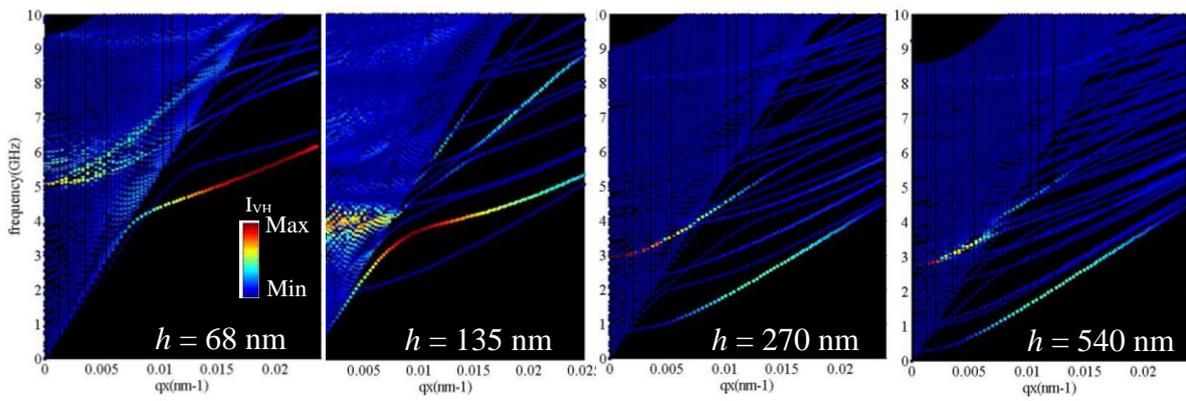


**Figure A3 : Spectres de l'intensité de diffusion Brillouin  $I_{VV}$  calculés pour différentes valeurs de paramètres  $P_{11}/P_{12}$ .**

## Polarisation VV

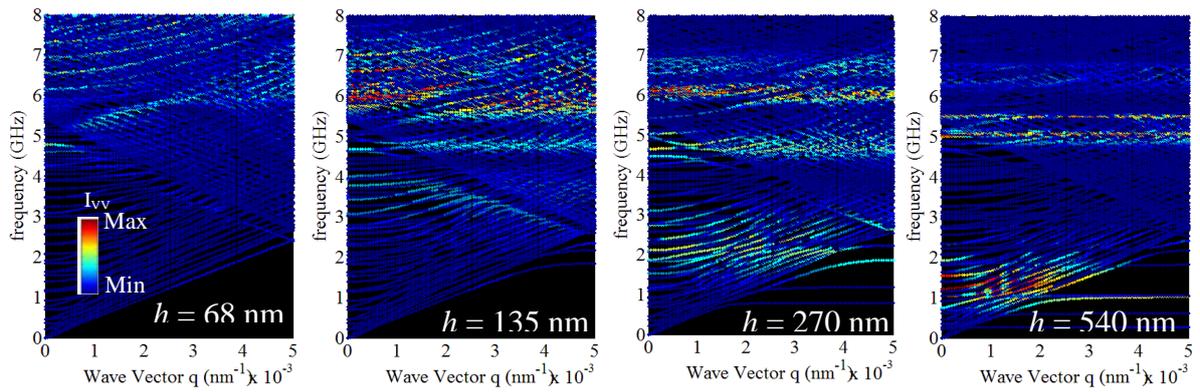


## Polarisation VH

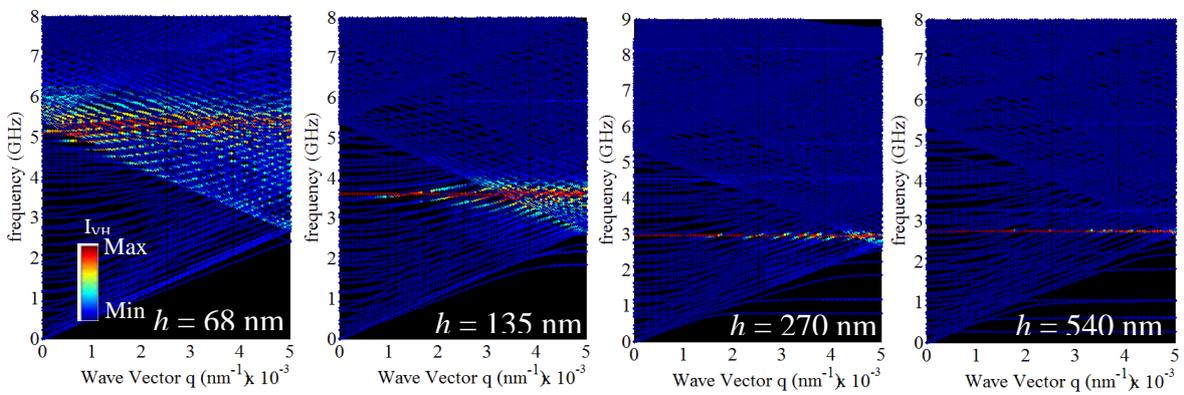


**Figure A4.1 : Courbe de dispersion avec l'intensité  $I_{VV}$  (première ligne) et  $I_{VH}$  (deuxième ligne) calculées pour une propagation parallèle aux stries de largeur  $w = 250 \text{ nm}$  et les valeurs de la hauteur suivantes :  $h = 68 \text{ nm}$ ,  $135 \text{ nm}$ ,  $270 \text{ nm}$  et  $540 \text{ nm}$ .**

### Polarisation VV



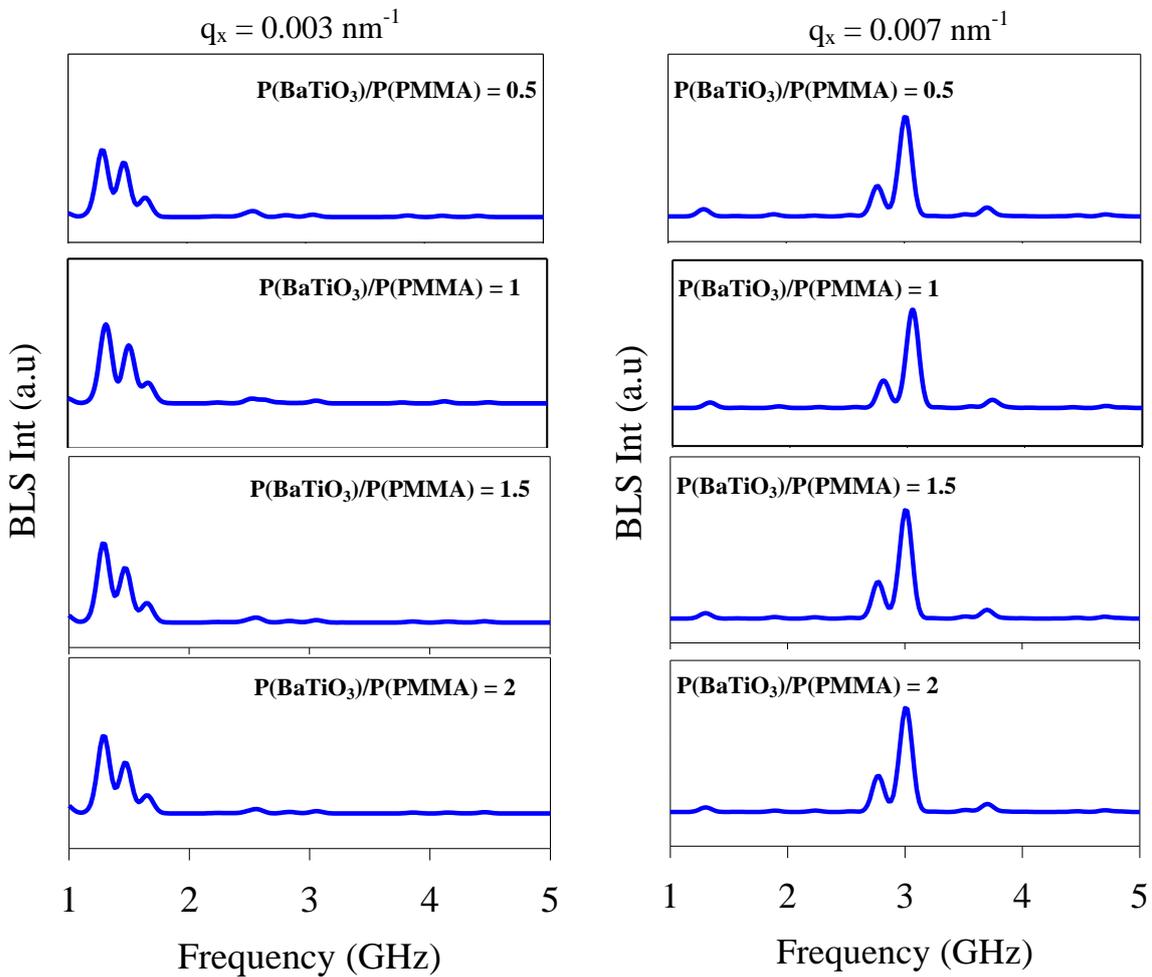
### Polarisation VH



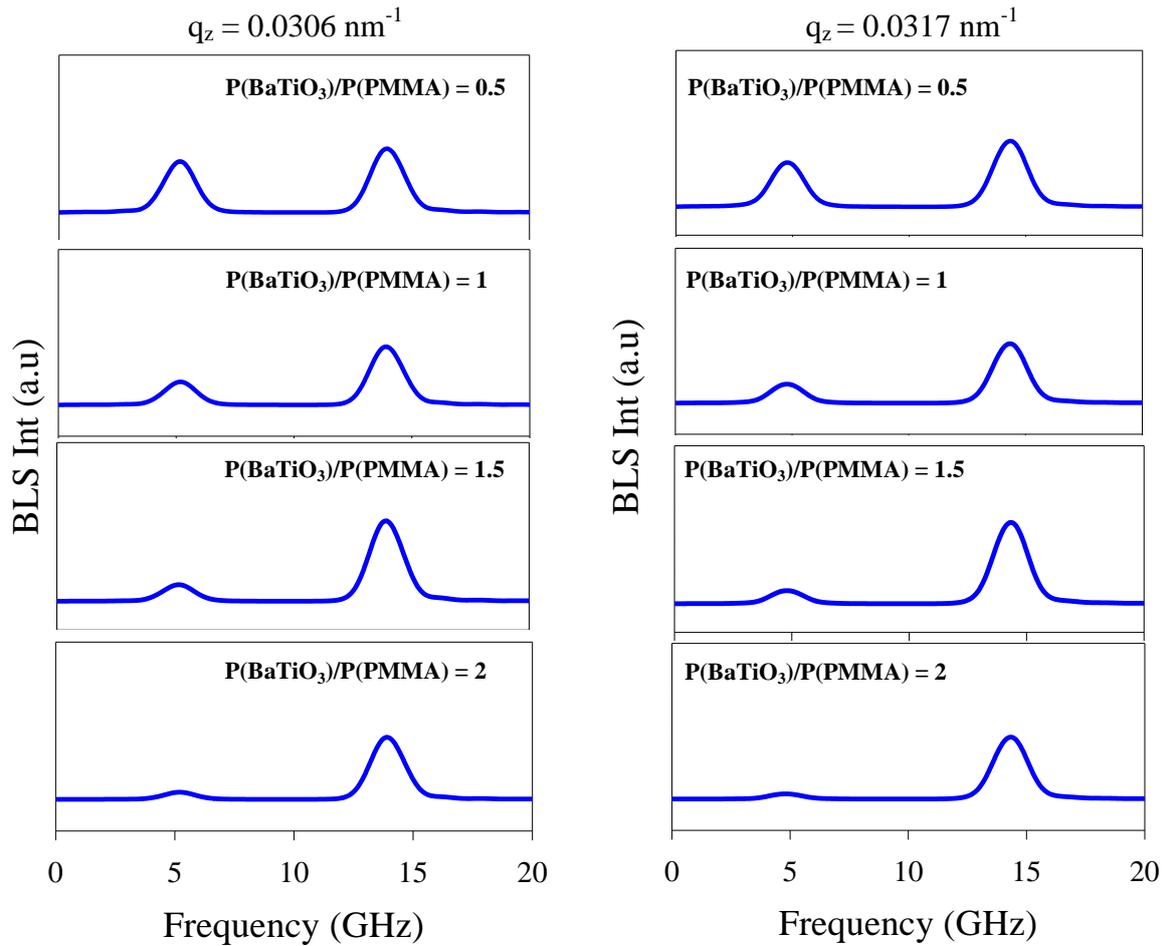
**Figure A4.2 : Courbe de dispersion avec l'intensité  $I_{VV}$  (première ligne) et  $I_{VH}$  (deuxième ligne) calculées pour une propagation perpendiculaire aux stries de largeur  $w = 250$  nm avec les hauteurs :  $h = 68$  nm, 135 nm, 270 nm et 540 nm.**

## B

Les figures B1 et B2 présentent les spectres de diffusion Brillouin de la lumière pour les ondes élastiques se propageant respectivement dans la direction parallèle et perpendiculaire aux couches du SR (PMMA/BaTiO<sub>3</sub>). A partir de ces deux figures, on peut remarquer que les spectres obtenus pour la direction parallèle (figure B1) aux couches du SR ne sont pas sensibles à la variation du rapport des coefficients photo-élastiques des deux couches, tandis que dans la direction perpendiculaire à la périodicité du SR (figure B2), les spectres associés sont sensibles à cette variation.

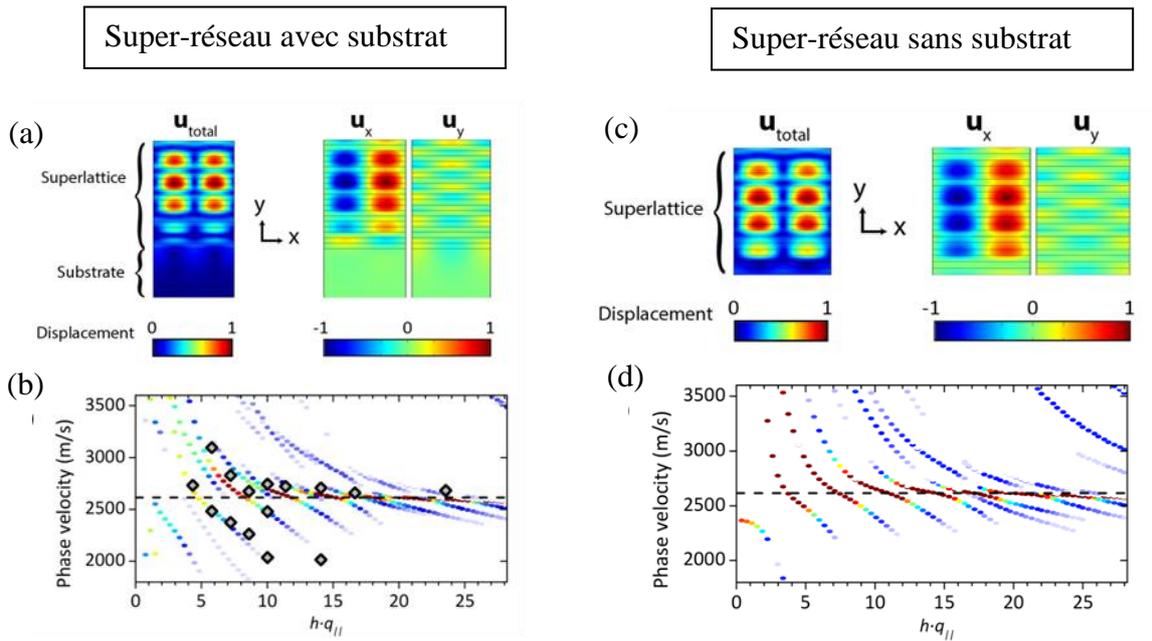


**Figure B1 : Spectres de diffusion Brillouin calculés aux vecteurs d'onde  $q = 0.003 \text{ nm}^{-1}$  et  $q = 0.007 \text{ nm}^{-1}$  et pour les valeurs suivantes : 0.5, 1, 1.5, 2, du rapport des coefficients photo-élastiques des deux matériaux.**



**Figure B2 : Spectres de diffusion Brillouin calculés aux vecteurs d'onde  $q = 0.003 \text{ nm}^{-1}$  et  $q = 0.007 \text{ nm}^{-1}$  et pour les valeurs suivant : 0.5, 1, 1.5, 2, du rapport des coefficients photo-élastiques des deux matériaux.**

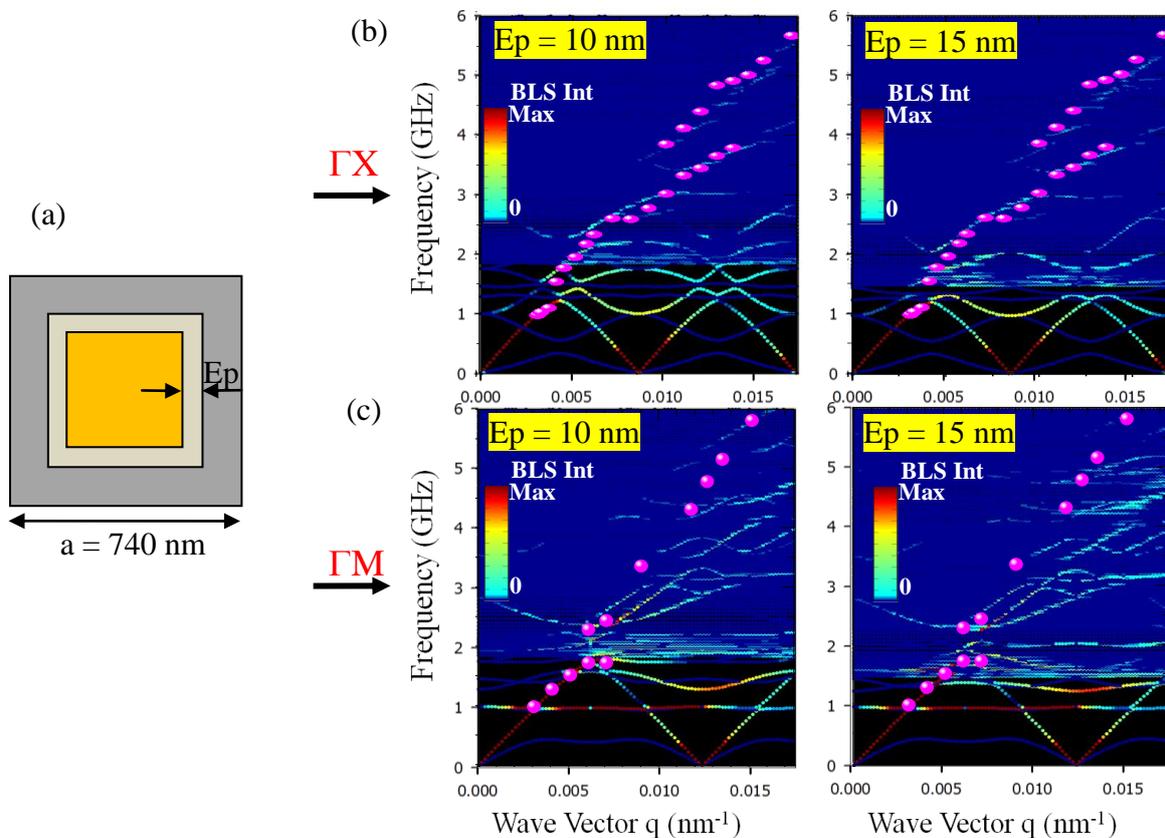
La figure B3 présente les courbes de la vitesse de phase obtenues pour le super-réseau avec et sans le substrat ainsi que les cartes des champs de déplacement pour deux modes associés à ces deux cas. Où la couleur rouge sur les courbes de la vitesse de phase indique les modes longitudinaux guidés. A partir de cette figure, on peut montrer que les modes longitudinaux guidés peuvent aussi exister dans le cas du super-réseau sans le substrat.



**Figure B3 : Modules et composantes du champ de déplacement du super-réseau avec (a) et sans le substrat (c) obtenus pour les modes définis par  $q = 0.0118 \text{ nm}^{-1}$  et  $f = 4.95 \text{ GHz}$ . Courbe de la vitesse de phase obtenue pour le super-réseau avec (b) et sans le substrat (d), les couleurs sur les courbes représentent la polarisation des modes.**

## C:

Afin d'améliorer l'accord entre le calcul numérique et la mesure expérimentale pour l'échantillon infiltré par le Cargille, nous avons émis l'hypothèse suivante : à l'interface Cargille/ ZPO, nous avons supposé que le Cargille formait une couche solide d'épaisseur  $E_p$  (figure Ca). Les propriétés élastiques (vitesse acoustique et masse volumique) de cette couche sont les mêmes que celles du Cargille liquide, mais avec une vitesse transverse relativement faible ( $C_{TC} = 100$  m/s). Pour le calcul de l'intensité de diffusion Brillouin, les coefficients photo-élastiques associés se résument à  $P_{11} = P_{12} = P$  et  $P_{66} = 0$ . Le calcul des courbes de dispersion a été fait pour des épaisseurs de la couche solide  $E_p = 10$  nm et 15 nm. Les figures 4.15b et 4.15c présentent les résultats obtenus dans les directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$ . Les points roses sur les courbes correspondent aux mesures expérimentales. A partir de cette figure, on peut remarquer que la couche solide de Cargille permet la création de nouvelles branches plates. La fréquence de ces modes dépend de l'épaisseur de la couche solide. Toutefois cette hypothèse ne permet pas d'améliorer l'accord entre le calcul numérique et la mesure expérimentale.



**Figure C : (a) Cellule élémentaire utilisée dans le calcul des courbes de dispersion. (b) et (c) Courbes de dispersion obtenues respectivement dans les directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma M$ , les couleurs sur les branches représentent l'intensité de diffusion Brillouin.**

## **RESUME :**

Un cristal phononique est un arrangement périodique de matériaux dont les propriétés élastiques diffèrent selon une, deux ou trois dimensions, conduisant à la formation de bandes interdites omnidirectionnelles. Ces matériaux artificiels présentent des propriétés physiques nouvelles comme la réfraction négative ou les isolants topologiques et concernent différents domaines de la physique comme l'acoustique, l'optomécanique, la thermique... Leur réalisation à l'échelle submicronique permet de placer ces propriétés dans la gamme hypersonique. Le travail présenté dans cette thèse porte sur l'étude théorique et numérique de la propagation des ondes élastiques dans des cristaux phononiques hypersoniques à base de matériaux hybrides en relation étroite avec des expériences de diffusion de la lumière, effectuées au Max Planck de Mainz. Les principales quantités étudiées sont les courbes de dispersion, les champs de déplacement élastique et le spectre de diffusion de la lumière. Les chapitres successifs abordent les cas de rainures à haut facteur d'aspect déposés sur un substrat, ainsi que ceux de cristaux structurés à 1D et 2D. Au-delà de la compréhension des structures de bandes dans ces matériaux, la comparaison avec les résultats expérimentaux permet de discuter et de caractériser les propriétés physiques des matériaux constitutifs et aussi de leur évolution vis à vis du vieillissement et des techniques de fabrication. Enfin, un dernier chapitre est consacré au développement d'une méthodologie numérique nouvelle pour le calcul des spectres Brillouin, avec des retombées potentielles dans les calculs optomécaniques.

## **ABSTRACT:**

A phononic crystal is a periodic arrangement of materials whose elastic properties differ in one, two or three dimensions, leading to the formation of omnidirectional forbidden bands. These artificial materials present new physical properties such as negative refraction or topological insulators and concern different areas of physics such as acoustics, optomechanics, thermal management... Their realization on the submicron scale allows to place these properties in the hypersonic range. The work presented in this thesis deals with the theoretical and numerical study of the propagation of elastic waves in hypersonic phononic crystals based on hybrid materials closely related to light scattering experiments at Max Planck in Mainz. The main quantities studied are the dispersion curves, the elastic displacement fields and the scattering spectrum of the light. Successive chapters deal with cases of high aspect ratio grooves deposited on a substrate, as well as those of 1D and 2D structured crystals. Beyond the understanding of the band structures in these materials, the comparison with the experimental results makes it possible to discuss and characterize the physical properties of the constituent materials and also their evolution with respect to aging and manufacturing techniques. Finally, a final chapter is devoted to the development of a new numerical methodology for calculating Brillouin spectra, with potential spin-offs in optomechanical calculations.