



**HAL**  
open science

# Méthodes de modélisation statistique de la durée de vie des composants en génie électrique

Farah Salameh

► **To cite this version:**

Farah Salameh. Méthodes de modélisation statistique de la durée de vie des composants en génie électrique. Autre. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2016. Français. NNT : 2016INPT0082 . tel-04251509

**HAL Id: tel-04251509**

**<https://theses.hal.science/tel-04251509>**

Submitted on 20 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

**Discipline ou spécialité :**

Génie Électrique

---

**Présentée et soutenue par :**

Mme FARAH SALAMEH

le lundi 7 novembre 2016

**Titre :**

METHODES DE MODELISATION STATISTIQUE DE LA DUREE DE VIE  
DES COMPOSANTS EN GENIE ELECTRIQUE

---

**Ecole doctorale :**

Génie Electrique, Electronique, Télécommunications (GEET)

**Unité de recherche :**

Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE)

**Directeur(s) de Thèse :**

M. PASCAL MAUSSION

M. ANTOINE PICOT

**Rapporteurs :**

M. CHRISTOPHE BERENGUER, INP DE GRENOBLE

M. PASCAL VENET, UNIVERSITE LYON 1

**Membre(s) du jury :**

M. DANIEL ROGER, UNIVERSITE D'ARTOIS, Président

M. ANTOINE PICOT, INP TOULOUSE, Membre

Mme EVE LECONTE, UNIVERSITE TOULOUSE 1, Membre

Mme MARIE CHABERT, INP TOULOUSE, Membre

M. PASCAL MAUSSION, INP TOULOUSE, Membre

M. SURESH PERINPANAYAGAM, CRANFIELD UNIVERSITY BEDFORD, Membre

## Remerciements

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été effectués au laboratoire LAPLACE (Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie - UMR5213) au sein du groupe de recherche CODIASE (Commande et Diagnostic des Systèmes Electriques).

Par ces quelques lignes, je tiens à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin au bon déroulement de cette thèse, en espérant n'avoir oublié personne.

J'adresse dans un premier temps mes sincères remerciements et ma gratitude à mes encadrants Pascal Maussion, Antoine Picot et Marie Chabert. Je vous remercie pour la confiance que vous m'avez accordée, votre aide, votre soutien et vos conseils précieux et avisés tout au long de ces trois années de thèse. Je vous remercie également pour votre disponibilité et votre patience. Je garderai dans mon cœur votre générosité, votre compréhension et votre gentillesse. Pour tout ce que vous m'avez donné, je vous remercie très sincèrement et j'en serai toujours reconnaissante.

Je tiens à remercier Monsieur Daniel Roger, Professeur à l'Université d'Artois, pour avoir accepté de juger mes travaux ainsi que de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance. J'exprime ma sincère gratitude à Monsieur Pascal Venet, Professeur à l'Université Lyon 1 et à Monsieur Christophe Berenguer, Professeur à Grenoble INP, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux en acceptant de les rapporter. Je remercie sincèrement Monsieur Suresh Perinpanayagam, Maître de conférences à Cranfield University, et à Madame Eve Leconte, Maître de conférences à l'Université Toulouse 1 d'avoir accepté d'examiner ce rapport et d'assister à ma soutenance de thèse. Je remercie également Monsieur David Malec, Professeur à l'Université Toulouse 3 et Monsieur Laurent Canale, ingénieur de recherche CNRS à l'Université Toulouse 3 d'avoir accepté d'assister à ma soutenance et d'honorer par leurs jugements mon travail de thèse.

Mes remerciements s'adressent spécialement à Mateusz Szczepanski, et à Alaa Al Chaddoud, doctorants au Laplace pour leur aide précieuse dans la partie expérimentale de mes travaux. Merci pour le temps que vous m'avez accordé malgré votre emploi de temps bien chargé, et bon courage à vous deux pour la fin de vos thèses.

Mes trois années de thèse m'ont également permis d'effectuer des heures enseignements au sein du département Génie Electrique et Automatique de l'ENSEEIH. Je tiens donc à remercier Monsieur Bruno Sareni, Monsieur Stéphane Caux et Monsieur Amine Jaafar pour m'avoir impliqué dans les différentes séries de TP que j'ai pu encadrer.

Je tiens à remercier également Madame Maria David, responsable du master international Génie Electrique et Systèmes Electriques. Je vous remercie pour votre soutien moral et votre encouragement depuis mon master, le début de mon parcours en recherche.

Mes remerciements s'adressent également à l'ensemble du personnel du laboratoire sur le site ENSEEIH, notamment aux personnes chargées de l'administration qui nous facilitent nos démarches administratives (Valérie Schwarz, Catherine Moll Mazella, Carine Bastié, Léa Boulanger et Jessica Toscano) et aux informaticiens Jacques Benaïoun et David Bonnafous pour l'ensemble des services qu'ils ont pu me rendre pendant ces trois années.

Une thèse ne saurait être réduite à son aspect scientifique. Ce sont aussi des années de vie, au long desquelles l'amitié fut pour moi un carburant indispensable. De ce point de vue, je voudrais remercier mes collègues de bureau Etienne, Samer, William, Alexandra et Sylvain, ainsi que les collègues du LAPLACE Thomas, Malik, Sébastien, Moustafa, Clément, Bénédicte, Joseph, Laura, Andrea, Khaled, Léopold, Abdelkader et Sami. Merci pour la bonne ambiance de travail et pour tous les bons moments

que nous avons partagés ensemble au laboratoire. Merci également pour votre sympathie, votre soutien et votre encouragement pendant ces trois années de thèse.

Je voudrais exprimer du fond du cœur mon immense joie de pouvoir compter sur mes amis libanais Rana, Laure, Jamil et Mohammad Issa. Merci pour votre aide et votre soutien tout au long de mon séjour en France, et surtout lors des moments les plus difficiles.

Les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse toute mon affection à ma famille. Malgré mon éloignement, votre confiance, votre tendresse, votre amour et votre soutien me portent et me guident tous les jours. Merci pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui. Enfin, je remercie mon mari qui a toujours été à mes côtés et avec qui j'ai partagé tous les bons moments de ma vie. Merci pour ta patience et ta confiance, mais surtout, merci pour ton grand amour !

## Résumé

La fiabilité constitue aujourd'hui un enjeu important dans le contexte du passage aux systèmes plus électriques dans des secteurs critiques tels que l'aéronautique, l'espace ou le nucléaire. Il s'agit de comprendre, de modéliser et de prédire les mécanismes de vieillissement susceptibles de conduire les composants à la défaillance et le système à la panne. L'étude des effets des contraintes opérationnelles sur la dégradation des composants est indispensable pour la prédiction de leur durée de vie.

De nombreux modèles de durée de vie ont été développés dans la littérature dans le contexte du génie électrique. Cependant, ces modèles présentent des limitations car ils dépendent du matériau étudié et de ses propriétés physiques et se restreignent souvent à un ou deux facteurs de stress, sans intégrer les interactions pouvant exister entre ces facteurs. Cette thèse présente une nouvelle méthodologie pour la modélisation de la durée de vie des composants du génie électrique. Cette méthodologie est générale ; elle s'applique à différents composants sans *a priori* sur leurs propriétés physiques. Les modèles développés sont des modèles statistiques estimés sur la base de données expérimentales issues de tests de vieillissement accéléré où plusieurs types de stress sont considérés. Les modèles visent alors à étudier les effets des différents facteurs de stress ainsi que de leurs différentes interactions. Le nombre et la configuration des tests de vieillissement nécessaires à construire les modèles (bases d'apprentissage) sont optimisés de façon à minimiser le coût expérimental tout en maximisant la précision des modèles. Des points expérimentaux supplémentaires aléatoirement configurés sont réalisés pour valider les modèles (bases de test).

Deux catégories de composants sont testées : deux types d'isolants couramment utilisés dans les machines électriques et des sources de lumière OLED. Différentes formes des modèles de durée de vie sont présentées : les modèles paramétriques, non paramétriques et les modèles hybrides. Tous les modèles développés sont évalués à l'aide de différents outils statistiques permettant, d'une part, d'étudier la pertinence des modèles et d'autre part, d'évaluer leur prédictibilité sur les points des bases de test.

Les modèles paramétriques permettent de quantifier les effets des facteurs et de leurs interactions sur la durée de vie à partir d'une expression analytique prédéfinie. Un test statistique permet ensuite d'évaluer la significativité de chacun des paramètres inclus dans le modèle. Ces modèles sont caractérisés par une bonne qualité de prédiction sur leurs bases de test. La relation entre la durée de vie et les contraintes est également modélisée par les arbres de régression comme méthode alternative aux modèles paramétriques.

Les arbres de régression sont des modèles non paramétriques qui permettent de classer graphiquement les points expérimentaux en différentes zones dans lesquelles les contraintes sont hiérarchisées selon leurs effets sur la durée de vie. Ainsi, une relation simple, graphique, et directe entre la durée de vie et les contraintes est obtenue. Cependant, à la différence des modèles paramétriques continus sur le domaine expérimental étudié, les arbres de régression sont constants par morceaux, ce qui dégrade leur qualité de prédiction sur la base de test. Pour remédier à cet inconvénient, une troisième approche consiste à attribuer un modèle linéaire à chacune des zones identifiées avec les arbres de régression. Le modèle résultant, dit modèle hybride, est donc linéaire par morceaux et permet alors de raffiner les modèles paramétriques en évaluant les effets des facteurs dans chacune des zones tout en améliorant la qualité de prédiction des arbres de régression.



# Abstract

Reliability has become an important issue nowadays since the most critical industries such as aeronautics, space and nuclear are moving towards the design of more electrical based systems. The objective is to understand, model and predict the aging mechanisms that could lead to component and system failure. The study of the operational constraints effects on the degradation of the components is essential for the prediction of their lifetime.

Numerous lifespan models have been developed in the literature in the field of electrical engineering. However, these models have some limitations: they depend on the studied material and its physical properties, they are often restricted to one or two stress factors and they do not integrate interactions that may exist between these factors. This thesis presents a new methodology for the lifespan modeling of electrical engineering components. This methodology is general; it is applicable to various components without prior information on their physical properties.

The developed models are statistical models estimated on experimental data obtained from accelerated aging tests where several types of stress factors are considered. The models aim to study the effects of the different stress factors and their different interactions. The number and the configuration of the aging tests needed to construct the models (learning sets) are optimized in order to minimize the experimental cost while maximizing the accuracy of the models. Additional randomly configured experiments are carried out to validate the models (test sets).

Two categories of components are tested: two types of insulation materials that are commonly used in electrical machines and OLED light sources. Different forms of lifespan models are presented: parametric, non-parametric and hybrid models. Models are evaluated using different statistical tools in order to study their relevance and to assess their predictability on the test set points.

Parametric models allow to quantify the effects of stress factors and their interactions on the lifespan through a predefined analytical expression. Then a statistical test allows to assess the significance of each parameter in the model. These models show a good prediction quality on their test sets.

The relationship between the lifespan and the constraints is also modeled by regression trees as an alternative method to parametric models. Regression trees are non-parametric models that graphically classify experimental points into different zones where the constraints are hierarchized according to their effects on the lifespan. Thus, a simple, graphic and direct relationship between the lifespan and the stress factors is obtained.

However, unlike parametric models that are continuous in the studied experimental domain, regression trees are piecewise constant, which degrades their predictive quality with respect to parametric models. To overcome this disadvantage, a third approach consists in assigning a linear model to each of the zones identified with regression trees. The resulting model, called hybrid model, is piecewise linear. It allows to refine parametric models by evaluating the effects of the factors in each of the zones while improving the prediction quality of regression trees.



## Glossaire

AD	Anderson-Darling
AFT	Accelerated Failure Time
CART	Classification and Regression Trees
CCD	Central Composite Design
CCF	Central Composite Faced
DP	Décharges partielles
EQ	Erreur quadratique
ER	Erreur relative
IC	Intervalle de Confiance
IEC	International Electrotechnical Commission
KS	Kolmogorov-Smirnov
LLF	Lilliefors
MCO	Moindres Carrés Ordinaires
OLED	Organic Light Emitting Diodes
PdE	Plan d'Expériences
QQ-plot	Quantile - Quantile plot
SCE	Somme des Carrés Expliqués
SCR	Somme des Carrés des Résidus
SCT	Somme des Carrés Totaux
SdR	Surfaces de Réponses

# Table des matières

<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>I</b>
<b>RESUME</b> .....	<b>III</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>V</b>
<b>GLOSSAIRE</b> .....	<b>VII</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	<b>3</b>
<b>CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART SUR LES MODELES DE DUREE DE VIE DES COMPOSANTS DU GENIE ELECTRIQUE</b> .	<b>9</b>
I.    INTRODUCTION.....	11
II.   LOIS DE DISTRIBUTION EN FIABILITE .....	11
II.1. <i>Notions de fiabilité</i> .....	11
II.2. <i>Lois de distribution des durées de vie</i> .....	13
II.3. <i>Tests graphiques et tests d'ajustement pour les lois de distribution</i> .....	17
II.4. <i>Estimation des paramètres des lois de distribution</i> .....	18
III.  INTRODUCTION DE CO-VARIABLES ET MODELES PARAMETRIQUES DE LA DUREE DE VIE .....	19
III.1. <i>Modèles à durée de vie accélérée</i> .....	19
III.2. <i>Cas particulier de données non censurées distribuées selon la loi log-normale</i> .....	21
IV.   FACTEURS DE VIEILLISSEMENT EN GENIE ELECTRIQUE .....	28
IV.1. <i>La température</i> .....	29
IV.2. <i>Le stress électrique</i> .....	30
IV.3. <i>L'humidité</i> .....	31
IV.4. <i>Le stress mécanique (vibrations)</i> .....	31
IV.5. <i>Tableau récapitulatif</i> .....	32
V.    TESTS DE VIEILLISSEMENT ACCELERES.....	32
VI.   MODELES DE DUREE DE VIE DE COMPOSANTS DE BASE EN GENIE ELECTRIQUE .....	35
VI.1. <i>Les batteries</i> .....	35
VI.2. <i>Les modules d'électronique de puissance</i> .....	38
VI.3. <i>Les condensateurs</i> .....	41
VI.4. <i>Conclusion sur les travaux réalisés sur les batteries, modules de puissance et condensateurs</i> .....	45
VII.  MODELES DE DUREE DE VIE DES ISOLANTS DES MACHINES ELECTRIQUES ET DES OLED .....	46
VII.1. <i>Les isolants des machines électriques</i> .....	46
VII.2. <i>Les OLED</i> .....	53
VIII.  CONCLUSION .....	58
REFERENCES .....	61
<b>CHAPITRE 2 : NOUVELLE APPROCHE DE MODELISATION DE LA DUREE DE VIE. PRESENTATION DES TESTS DE VIEILLISSEMENT ACCELERE SUR LES ISOLANTS ET LES OLED</b> .....	<b>69</b>
I.    INTRODUCTION.....	71
II.   NOUVELLE APPROCHE DE MODELISATION DE LA DUREE DE VIE .....	71
II.1. <i>Inconvénients des modèles existants</i> .....	71
II.2. <i>Méthodologie générale</i> .....	73
III.  TESTS REALISES SUR LES ISOLANTS.....	74
III.1. <i>Première campagne d'essais</i> .....	75
III.2. <i>Deuxième campagne d'essais</i> .....	85
IV.   TESTS REALISES SUR LES OLED.....	92
IV.1. <i>Types d'OLED testés</i> .....	93
IV.2. <i>Facteurs de vieillissement</i> .....	93
IV.3. <i>Banc expérimental</i> .....	94
IV.4. <i>Procédé de mesure de la durée de vie</i> .....	96
IV.5. <i>Configuration des tests et résultats des mesures</i> .....	96

V.	CONCLUSION.....	99
	REFERENCES .....	101
	ANNEXE II.1 .....	102
	ANNEXE II.2 .....	104
	ANNEXE II.3 .....	107
<b>CHAPITRE 3 : MODELES PARAMETRIQUES. APPLICATION AUX DUREES DE VIE DES ISOLANTS ET DES OLED . 109</b>		
I.	INTRODUCTION.....	111
II.	GENERALITES SUR LES MODELES PARAMETRIQUES DE DUREE DE VIE .....	111
II.1.	<i>Formulation mathématique du problème de modélisation paramétrique de la durée de vie .....</i>	111
II.2.	<i>Méthodes d'évaluation des modèles paramétriques de durée de vie.....</i>	112
III.	METHODES D'OPTIMISATION EXPERIMENTALES ET MODELES PARAMETRIQUES ASSOCIES .....	117
III.1.	<i>Critères d'optimalité d'un plan expérimental.....</i>	117
III.2.	<i>La méthode des Plans d'Expériences (PdE).....</i>	118
III.3.	<i>Plans pour Surfaces de Réponses (SdR).....</i>	123
IV.	MODELES PARAMETRIQUES DE DUREE DE VIE DES ISOLANTS (1 <sup>ERE</sup> CAMPAGNE D'ESSAIS).....	126
IV.1.	<i>Configuration des tests.....</i>	126
IV.2.	<i>Modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions.....</i>	127
IV.3.	<i>Modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions.....</i>	137
V.	MODELES PARAMETRIQUES DE DUREE DE VIE DES ISOLANTS (2 <sup>EME</sup> CAMPAGNE D'ESSAIS).....	143
V.1.	<i>Configuration des tests.....</i>	143
V.2.	<i>Modélisation de la durée de vie dans le 1<sup>er</sup> domaine d'étude.....</i>	145
V.3.	<i>Modélisation de la durée de vie dans le 2<sup>eme</sup> domaine d'étude.....</i>	162
VI.	MODELES PARAMETRIQUES DE DUREE DE VIE DES OLED.....	168
VI.1.	<i>Configuration des tests.....</i>	168
VI.2.	<i>Modèles paramétriques .....</i>	169
VII.	CONCLUSION .....	174
	REFERENCES .....	177
	ANNEXE.....	178
<b>CHAPITRE 4 : MODELES NON-PARAMETRIQUES ET MODELES HYBRIDES. APPLICATION AUX DUREES DE VIE DES ISOLANTS ..... 181</b>		
I.	INTRODUCTION.....	183
II.	LES ARBRES DE REGRESSION.....	183
II.1.	<i>Généralités .....</i>	183
II.2.	<i>Configuration des arbres de régression pour la modélisation de la durée de vie.....</i>	185
II.3.	<i>Modélisation de la durée de vie des isolants (1<sup>ère</sup> campagne d'essais).....</i>	186
II.4.	<i>Modélisation de la durée de vie des isolants (2<sup>ème</sup> campagne d'essais).....</i>	193
III.	LES MODELES HYBRIDES.....	198
III.1.	<i>Motivations .....</i>	198
III.2.	<i>Construction des modèles hybrides.....</i>	199
III.3.	<i>Modélisation de la durée de vie des isolants (1<sup>ère</sup> campagne d'essais) .....</i>	201
III.4.	<i>Modélisation de la durée de vie des isolants (2<sup>ème</sup> campagne d'essais).....</i>	211
IV.	CONCLUSION.....	219
	REFERENCES .....	222
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES ..... 223</b>		
<b>LISTE DES CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUES ..... 233</b>		

# Introduction générale



Les dispositifs électriques intègrent aujourd'hui tous les secteurs y compris les plus sensibles tels que l'aéronautique, l'espace, le transport (routier, ferroviaire, naval), le nucléaire, etc. Cette tendance s'accompagne de contraintes opérationnelles de plus en plus variées mais aussi de plus en plus sévères du point de vue de la tension, de la fréquence, de la température, de la pression, des vibrations, des radiations, etc. Au niveau de la conception, les exigences se sont accrues. Il importe alors de maintenir les performances énergétiques et fonctionnelles des composants dans leur nouvel environnement, mais surtout, d'assurer leur sûreté de fonctionnement pour éviter toute défaillance pouvant avoir un impact sur le système global.

La sûreté de fonctionnement est devenue donc une préoccupation majeure des concepteurs, l'objectif étant la détection précoce des pannes via des précurseurs et l'augmentation de la fiabilité des composants et par conséquent, celle des systèmes. La connaissance de la durée de vie des composants est indispensable pour assurer une disponibilité optimale du système dans lequel ils sont intégrés. La prédiction de la durée de vie d'un composant nécessite l'analyse des effets des multiples contraintes opérationnelles et environnementales appliquées à ce composant. Cette étude est souvent basée sur des données expérimentales issues de tests sous contraintes accélérées, étant donné qu'un composant fonctionnant sous contraintes nominales est supposé rester opérationnel plusieurs années avant d'atteindre sa fin de vie.

Plusieurs études ont contribué au développement de modèles de durée de vie de composants utilisés en génie électrique, (composants à semi-conducteur, batteries, condensateurs, etc.) en se basant sur des tests de vieillissement accéléré. En revanche, ces modèles présentent des limitations parmi lesquelles :

- généralement un seul ou deux facteurs de vieillissement sont considérés ;
- les interactions potentielles entre les facteurs ne sont pas prises en compte ;
- aucune méthodologie générale pouvant être appliquée à différents composants n'est développée ;
- aucune considération liée aux contraintes économiques et expérimentales n'est prise en compte lors de la réalisation des tests de vieillissement accélérés,
- le nombre d'échantillons testés est souvent faible, sans que soit évaluée l'adaptation des tests statistiques choisis à ce faible nombre d'échantillons,
- les critères méthodologiques de test de la validité des modèles proposés dans la littérature sont rarement présentés.

Face à ces nombreuses limitations, l'objectif de cette thèse est de développer une nouvelle et originale méthodologie pour la modélisation de la durée de vie de composants utilisés en génie électrique et qui peut être généralisée sans considérations spécifiques au composant étudié.

Tout d'abord, les modèles de durée de vie que nous proposons dans cette thèse sont des modèles statistiques basés sur les données des tests de vieillissement accélérés. Au moins deux facteurs de vieillissement sont considérés dans les modèles ainsi que tous les termes d'interactions entre ces facteurs. Les tests de vieillissement accélérés sont organisés par des méthodes d'optimisation expérimentale permettant de minimiser le coût tout en garantissant la meilleure précision du modèle. Des expériences aléatoirement configurées constituant des bases de test permettent d'évaluer la qualité de prédiction des modèles. Des outils statistiques particulièrement adaptés au faible nombre d'échantillons sont également utilisés pour évaluer les propriétés statistiques des modèles.

Afin de valider la méthodologie, deux catégories de composants sont testés : deux types différents d'isolants utilisés dans les machines électriques (étude menée en collaboration avec le groupe MDCE du LAPLACE) et des sources d'éclairage OLED (*Organic Light Emitting Diodes*, étude menée en

collaboration avec le groupe LM du LAPLACE). L'étude de la durée de vie de ces deux types de composants en particulier est devenue un sujet d'intérêt primordial. D'une part, les isolants sont des éléments critiques pour le fonctionnement d'une machine électrique qui sont exposés à des contraintes opérationnelles de plus en plus sévères. D'autre part, les performances des OLED qui appartiennent à une nouvelle génération de sources d'éclairage, sont encore incomplètement maîtrisées et leur large commercialisation est encore limitée par leur durée de vie. Cependant, les mêmes limitations évoquées ci-dessus sont rencontrées dans les modèles de durée de vie de ces deux types de composants, d'où l'intérêt d'y appliquer notre méthodologie. Ce manuscrit est organisé en quatre chapitres :

**Le chapitre 1** présente un état de l'art sur les modèles de durée de vie en génie électrique. Nous introduisons tout d'abord les notions mathématiques et statistiques intervenant dans la définition et l'évaluation des modèles de durée de vie. Nous mettons l'accent sur les modèles de régression multilinéaire pouvant être estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO), ainsi que sur leurs propriétés statistiques.

Nous nous situons ensuite dans le contexte plus particulier du génie électrique. Nous spécifions alors les principaux facteurs de vieillissement auxquels sont soumis les composants du génie électrique et nous décrivons les différents types de tests de vieillissement accéléré. Nous présentons ensuite un état de l'art sur les modèles de durée de vie de trois composants considérés comme éléments de base dans tout système électrique : les batteries, les modules de puissance à semi-conducteur et les condensateurs. Enfin, nous nous concentrons sur les modèles de durée de vie des deux composants que nous avons testés au cours de cette thèse : les isolants des machines électriques et les OLED.

**Le chapitre 2** présente tout d'abord la nouvelle méthodologie que nous proposons pour la modélisation de la durée de vie et qui prend en compte toutes les limitations des modèles présentés au premier chapitre. Cette méthodologie est appliquée sur les isolants (deux campagnes d'essais) et sur les OLED. Le reste du chapitre est donc consacré à la présentation des premières étapes de cette méthodologie : choix des facteurs de vieillissement et de leur forme, description des bancs expérimentaux dédiés aux tests de vieillissement accéléré, présentation des résultats des mesures et évaluation de leurs propriétés statistiques de base. Le développement des modèles de durée de vie fait l'objet des deux chapitres suivants.

**Le chapitre 3** est consacré aux modèles paramétriques permettant de quantifier les effets des facteurs de vieillissement et de leurs interactions sur la durée de vie. La présence d'un nombre élevé de variables fait appel à des méthodes d'optimisation permettant de minimiser le nombre de points expérimentaux nécessaires à l'estimation du modèle tout en maximisant sa précision. Les méthodes envisagées sont les Plans d'Expériences (PdE) et les Surfaces de Réponses (SdR) permettant de construire respectivement des modèles du premier et du second ordre à moindre coût. Dans un premier temps nous décrivons les deux méthodes et les formes génériques des modèles paramétriques associés. Cette partie introductive nous servira de base pour les modèles paramétriques qui seront développés par la suite. Le reste du chapitre est alors consacré à la présentation de nos contributions dans la modélisation paramétrique des durées de vie.

Pour chacun des composants testés, nous expliquons d'abord les critères d'optimalité choisis pour les tests de vieillissement accéléré organisés qui serviront alors de bases d'apprentissage des modèles de durée de vie. Nous présentons ensuite les résultats obtenus des modèles de durée de vie du premier et du second ordre. Une évaluation des propriétés statistiques des modèles est ensuite effectuée à l'aide de différents outils statistiques qui sont particulièrement intéressants dans le cas de faibles nombre d'échantillons. Les modèles sont également évalués en termes de qualité de prédiction sur des points expérimentaux aléatoirement configurés qui servent de base de test.

Enfin, **le chapitre 4** présente nos contributions dans deux autres types de modèles qui n'ont jamais été envisagés pour la durée de vie dans le contexte du génie électrique à notre connaissance. Ce sont les

arbres de régression (modèles non paramétriques) et les modèles hybrides (linéaires par morceaux). Ces modèles permettent de définir des relations différentes de celles données par les modèles paramétriques en se basant sur les mêmes ensembles d'apprentissage organisés de ceux-ci. L'objectif reste identique à savoir obtenir des modèles précis sous une contrainte de faible nombre d'échantillons et d'expériences. Les arbres de régression permettent de classer graphiquement les points expérimentaux en différentes zones dans lesquelles les contraintes sont hiérarchisées selon leurs effets sur la durée de vie. Une approche alternative consiste à attribuer un modèle linéaire à chacune de ces zones. Le modèle résultant, dit modèle hybride, est donc linéaire par morceaux et permet alors de raffiner les modèles paramétriques en évaluant les effets des facteurs dans chacune des zones. Chacun des modèles développés est ensuite évalué sur sa base de test. Les performances des différents modèles paramétriques, non paramétriques et hybrides sont enfin comparées dans le but de définir des domaines d'utilisation optimale pour chacun d'eux.

Une ultime partie permettra de présenter nos conclusions générales et de dresser une liste de perspectives à nos travaux.



# Chapitre 1 : Etat de l'art sur les modèles de durée de vie des composants du génie électrique



## I. Introduction

La fiabilité constitue un domaine de recherche très vaste visant à la compréhension, à la modélisation et à la prédiction des mécanismes de dégradation et de vieillissement susceptibles de conduire le composant à la défaillance et le système à la panne. En génie électrique, l'étude préalable des effets des contraintes opérationnelles et environnementales sur la dégradation des composants contribue à la prédiction du temps de fonctionnement avant défaillance ou durée de vie du composant. La connaissance de la durée de vie des composants est indispensable pour assurer la fiabilité du système dans lequel ils sont intégrés, surtout lorsque le coût de remplacement du composant défaillant est bien supérieur à une maintenance préventive, comme ceci est le cas de la batterie d'un véhicule électrique par exemple.

Dans ce contexte, plusieurs recherches menées [ESC06] [BAY08] [WAN11] [MAK15] ont contribué au développement de modèles pour la durée de vie des composants électriques traduisant l'effet des contraintes appliquées sur les performances du composant. Certains modèles sont basés sur la physique du composant, d'autres sont issus de l'expérimentation. Ainsi, il existe des formes générales de modèles en génie électrique spécifiques à chaque type de contrainte. Néanmoins, la détermination exacte des paramètres de ces modèles pour un composant donné nécessite souvent de le tester dans des conditions qui accélèrent son vieillissement, afin d'économiser le temps d'expérimentation. Ces tests sont appelés « tests de vieillissement accéléré ».

Ce chapitre présente d'abord les notions générales en fiabilité d'un point de vue statistique, puis introduit les modèles de durée de vie en génie électrique fréquemment rencontrés dans la littérature, ainsi que les différents types de tests de vieillissement accélérés. Nous présentons ensuite des exemples concrets de modèles de durées de vie pour trois types de composants largement utilisés en génie électrique : les batteries, les convertisseurs statiques et les condensateurs. Ces composants sont des éléments essentiels dans la conception de la plupart des systèmes électriques et leur fiabilité a toujours été un sujet de recherche d'intérêt primordial visant à garantir la sûreté de fonctionnement du système qui les intègre.

Nous nous concentrons ensuite sur les deux composants qui feront l'objet de notre étude : les isolants des machines électriques et les sources d'éclairage OLED. Nous montrons alors la nécessité de la modélisation de la durée de vie de ces deux composants en particulier, sachant que la méthodologie que nous présentons dans le chapitre suivant est applicable à tout composant du génie électrique.

## II. Loïs de distribution en fiabilité

### II.1. Notions de fiabilité

La fiabilité est une discipline liée à l'étude du dysfonctionnement des composants, dispositifs et systèmes, contribuant à la connaissance, à la prévision et à la maîtrise des défaillances. De façon générale, la fiabilité d'un composant peut être définie comme l'aptitude de ce composant à remplir sa fonction sans défaillance dans des conditions déterminées, pendant une durée donnée [WHI01] [CON02].

Mathématiquement, la fiabilité d'une entité à l'instant  $t$  est exprimée par la fonction  $R(t)$  ( $R$  fait référence au terme anglais *Reliability*). On l'appelle aussi fonction de survie. Elle représente la probabilité de fonctionnement sans défaillance sur l'intervalle de temps  $[0, t]$ . En notant  $T$  la variable aléatoire représentant la durée de fonctionnement avant défaillance ou durée de vie (en anglais *Time To Failure*, *TTF*), cette variable étant absolument continue et positive, la fiabilité  $R(t)$  (ou probabilité de survie) s'écrit :

$$R(t) = \text{Prob}(T \geq t) \tag{I.1}$$

En s'intéressant plutôt à la probabilité que la « défaillance » survienne avant l'instant  $t$ , la fonction de répartition  $P_f(t)$  correspondante à la probabilité de défaillance (*Probability of failure*) du dispositif avant l'instant  $t$  vaut :

$$P_f(t) = 1 - R(t) \quad (I.2)$$

On définit alors la fonction densité de probabilité de défaillance à l'instant  $t$  (fonction densité de probabilité de la variable  $T$ ) par :

$$f(t) = \frac{dP_f(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (I.3)$$

Une représentation alternative de la distribution de  $T$  est donnée par le taux de défaillance ou risque instantané (*hazard rate*). Le taux de défaillance est la probabilité conditionnelle qu'une entité faille entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , sachant qu'elle a survécu jusqu'à l'instant  $t$  [COL03] :

$$\lambda(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Prob(t \leq T < t + h \mid T \geq h)}{h} = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \quad (I.4)$$

La connaissance du taux de défaillance permet de calculer la fonction de fiabilité par la relation :

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(u) du} \quad (I.5)$$

Par souci de simplification, l'hypothèse selon laquelle le taux de défaillance est constant et indépendant du temps est très souvent admise. Mais l'expérience a montré que, pour la plupart des composants, bien que cette hypothèse soit acceptable pendant une durée assez longue entre leur jeunesse et leur vieillesse, on constate souvent une évolution de ce taux en fonction du temps en forme de « baignoire » comme le montre la figure I.1 [NEL90] [MOR01].

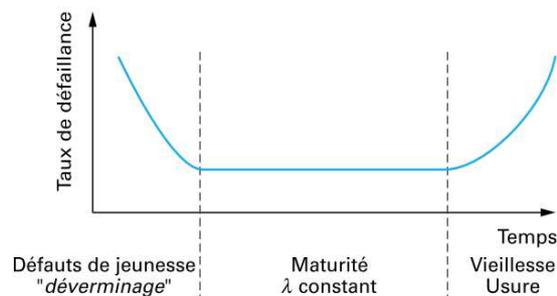


Fig. I.1 Evolution du taux de défaillance en fonction du temps [MOR01]

Selon cette courbe, le taux de défaillance des composants passe par trois périodes :

- La première période caractérisée par une décroissance du taux de défaillance est dite période de « défaillance précoce ». Elle correspond aux erreurs de conception ou de fabrication, à des composants mal utilisés ou insuffisamment vérifiés. Pour éliminer ces défaillances, le produit subit un déverminage ou rodage [GIR07].
- La deuxième période correspond à la zone de vie utile des composants où le taux de défaillance est constant. Les mécanismes de défaillance dans cette période sont indépendants du temps.
- Durant la troisième et dernière période, le taux de défaillance augmente. Les défaillances dans cette période sont majoritairement causées par l'usure et le vieillissement du composant.

La fiabilité d'un composant est également caractérisée par d'autres grandeurs parmi lesquelles [MOR01] [NEL90] :

- le *MTTF* (*Mean Time To Failure*), ou durée moyenne de fonctionnement avant défaillance :

$$MTTF = E[T] = \int_0^{\infty} tf(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (I.6)$$

où  $E[T]$  représente l'espérance mathématique des durées de vie.

- le *MTBF* (*Mean Time Between Failure*), ou durée moyenne séparant deux défaillances consécutives dans le cas d'un composant réparable. Dans le cas particulier de dispositifs non réparables, les *MTTF* et *MTBF* sont confondus.

En fiabilité, les données recueillies pour caractériser la défaillance d'un composant sont de quatre types [WHI01] :

- données complètes : le temps exact de défaillance est observé, cette donnée représente donc la durée de vie du composant étudié dans le cas des composants non réparables, ou la durée entre deux défaillances dans le cas d'un composant réparable. C'est le type de données le plus informatif en fiabilité.
- données censurées à droite : si on décide d'arrêter l'observation à la date  $t_d$  et qu'à cette date, le composant n'a pas encore eu de défaillance, la date  $t_d$  sera une donnée censurée à droite, et on n'aura qu'une seule information sur le temps de défaillance  $t : t_d < t$ .
- données censurées à gauche : si on décide d'observer l'état du composant à partir de la date  $t_g$  et qu'on constate que le composant a déjà été défaillant,  $t_g$  sera une donnée censurée à gauche et la seule information sur le temps de défaillance  $t$  sera :  $t < t_g$ .
- données censurées par intervalle : si le composant a eu une défaillance entre deux dates  $t_d$  et  $t_g$  connues, il s'agit de données censurées par intervalle, et on a seulement l'information :  $t_d < t < t_g$ .

En général, une donnée censurée est une donnée pour laquelle on ne connaît pas la date exacte de défaillance. Le traitement des données censurées est une des préoccupations majeures des fiabilistes. Dans notre étude nous considérons que les composants que nous testons sont non réparables. De plus, les tests sont configurés de façon à pouvoir observer les défaillances des composants testés dans un temps relativement court (les tests sont dits tests de vieillissement accéléré). Par conséquent, le temps exact de défaillance du composant testé (donc sa durée de vie étant donné que le composant est non réparable) est observé et toutes les données sont non censurées.

## II.2. Lois de distribution des durées de vie

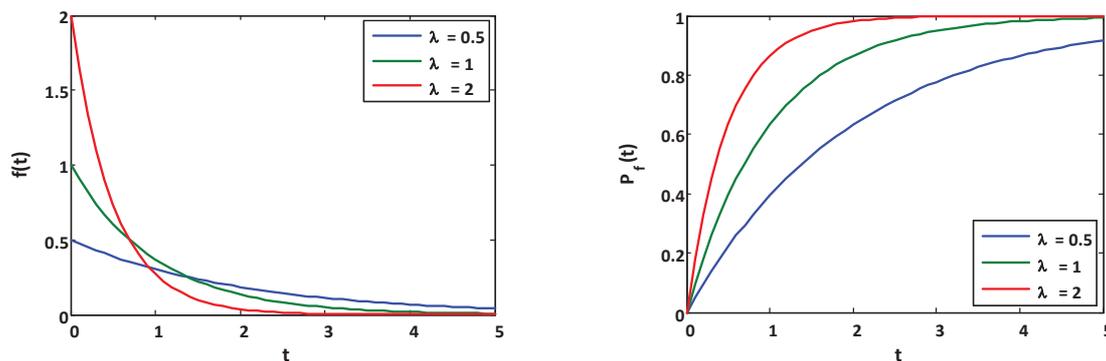
Après avoir introduit les notions générales utilisées en fiabilité, nous pouvons remarquer que toutes les fonctions évoquées sont naturellement liées entre elles : la connaissance de  $R(t)$  implique celle de  $f(t)$  et donc celle de  $\lambda(t)$ . Ainsi, il suffit de spécifier la distribution des durées de vie (variable aléatoire  $T$ ) pour déterminer toutes les grandeurs d'intérêt relatives à la fiabilité. Parmi les lois de distributions statistiques, certaines sont d'un intérêt particulier dans le cas d'étude des durées de vie (variable aléatoire continue et positive), vue la validité de leur application dans la majorité des cas [NEL90] [CON02] [LAW03] [LEE03] : la loi exponentielle, la loi de Weibull et la loi log-normale.

### II.2.1. Loi exponentielle

La loi exponentielle est la seule loi caractérisée par un taux de défaillance constant  $\lambda$  qui est son unique paramètre. Les fonctions et grandeurs caractéristiques de la loi exponentielle sont exprimées dans le tableau I.1. La figure I.2 illustre, pour différentes valeurs du paramètre  $\lambda$ , les fonctions densité de probabilité et les fonctions de répartition de la loi exponentielle.

Tableau I.1 Caractéristiques de la loi exponentielle

$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$	$R(t) = e^{-\lambda t}$
$\lambda(t) = \lambda$	$MTTF = 1/\lambda$


 Fig. I.2 Fonctions de densité de probabilité et fonctions de répartition de la loi exponentielle pour différents  $\lambda$ 

Historiquement, la loi exponentielle était la première loi utilisée en fiabilité, pour sa simplicité d'une part, et parce qu'elle permet de modéliser la fiabilité des composants dans leur période de vie utile la plus longue [LAW03]. Cependant, la loi exponentielle décrit un processus sans mémoire caractérisé par un taux de défaillance constant. Afin d'illustrer cette propriété, nous pouvons vérifier que pour deux durées  $t_1$  et  $t_0$  telles que  $t_1 > t_0$  :

$$Prob(T > t_1 | T > t_0) = Prob(T > t_1 - t_0) \quad (I.7)$$

A titre d'exemple, la probabilité qu'un composant fonctionne en tout trois ans, sachant qu'il a déjà fonctionné une année est simplement égale à la probabilité qu'il fonctionne deux années à partir de sa mise en fonction : l'usure pendant la première année de fonctionnement n'est donc pas prise en compte, ce qui n'est pas réaliste. Ainsi, bien que la loi exponentielle soit la loi la plus simple, sa propriété d'absence de mémoire rend son utilisation inappropriée dans la plupart des situations [LAW03] [LEE03]. La loi exponentielle s'applique dans certains cas particuliers à des composants qui ne vieillissent pas pendant un intervalle de temps déterminé (deuxième partie de la courbe en baignoire) et subissent des défaillances brutales [BAL12], d'où l'inutilité d'effectuer toute action préventive.

### II.2.2. Loi de Weibull

La loi de Weibull est caractérisée par deux paramètres:

- un paramètre d'échelle  $\eta$  dont l'unité est homogène à celle de la durée de vie.
- un paramètre de forme  $\beta$  qui détermine la forme de variation du taux de défaillance : monotone décroissant ( $0 < \beta < 1$ ), monotone croissant ( $\beta > 1$ ) ou constant ( $\beta = 1$ ), on retrouve alors la loi exponentielle avec un paramètre  $\lambda = 1/\eta$ .

Le tableau I.2 résume les fonctions et grandeurs caractéristiques de la loi de Weibull. La figure I.3 illustre, pour un paramètre d'échelle fixe  $\eta = 1$  et différentes valeurs du paramètre de forme  $\beta$ , les fonctions densité de probabilité, les fonctions de répartition et le taux de défaillance associés à la loi de Weibull.

Tableau I.2 Caractéristiques de la loi de Weibull

$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$
$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$	$MTTF = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$ où $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$

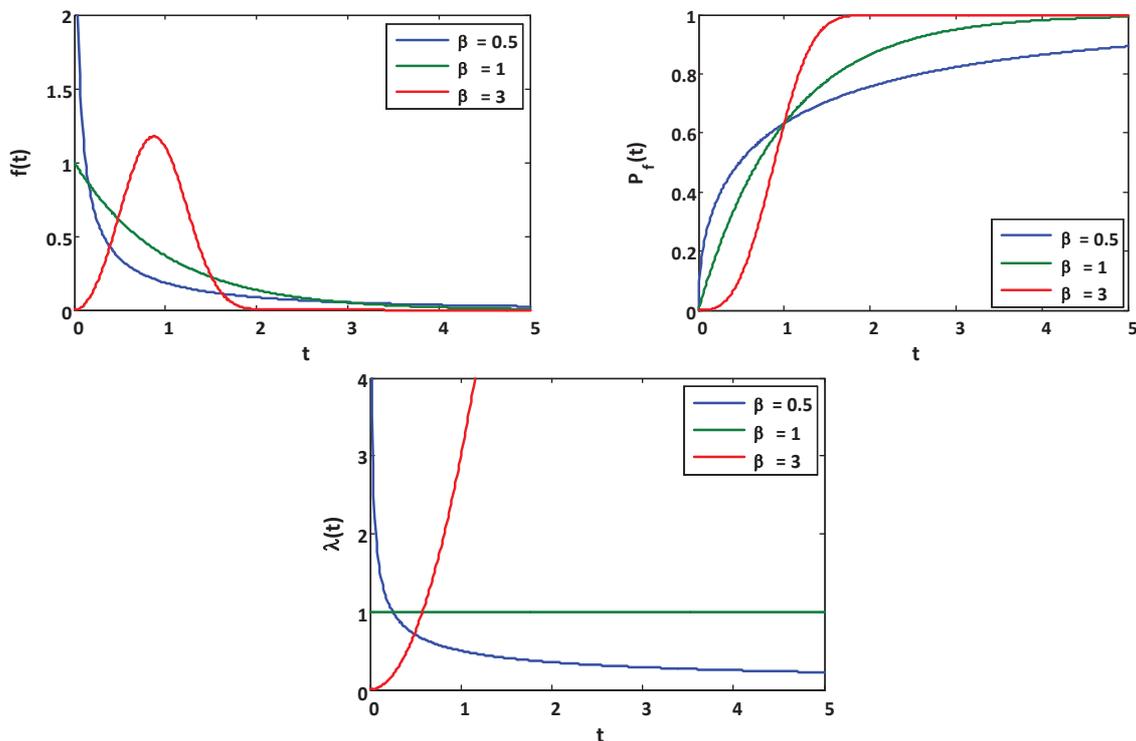


Fig. I.3 Fonctions de densité de probabilité, fonctions de répartition et taux de défaillance de la loi de Weibull pour  $\eta = 1$  et différents  $\beta$

En associant les trois possibilités évoquées de la forme du taux de défaillance, la loi de Weibull peut représenter les trois étapes de la vie d'un composant : défaillance précoce ( $0 < \beta < 1$ ), vie utile ( $\beta = 1$ ) ou vieillissement ( $\beta > 1$ ). Ainsi, la loi de Weibull est très souvent utilisée en fiabilité pour modéliser la distribution de la durée de vie des composants et ceci est valable dans plusieurs domaines d'application (électronique, mécanique, etc.) [WU11] [ZHO13].

### II.2.3. Loi log-normale

Une variable aléatoire positive  $T$  suit une loi log-normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  si son logarithme suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ . La fonction de fiabilité et, par conséquent, le taux de défaillance de la loi log-normale n'ont pas d'expressions explicites. Ils peuvent être calculés numériquement. En effet, la fonction de fiabilité de la loi log-normale fait intervenir la fonction de répartition de la gaussienne standard :

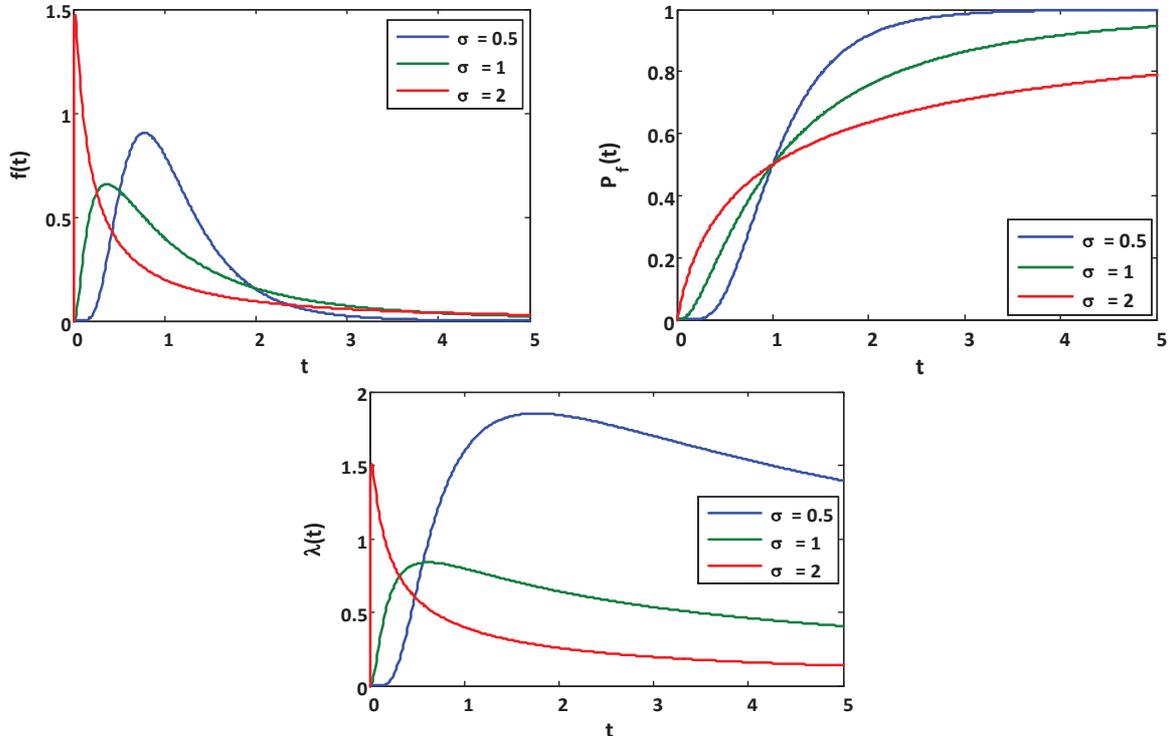
$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (I.8)$$

D'autre part, il a été démontré dans [LAW03] que pour  $\sigma \leq 1$  le taux de défaillance de la loi log-normale admet une forme générale de cloche : il vaut 0 pour  $t = 0$ , croit et atteint un maximum, puis décroît pour atteindre 0 quand  $t$  tend vers l'infini. Pour  $\sigma > 1$ , le taux de défaillance est décroissant.

Le tableau I.3 donne les expressions de la fonction densité de probabilité et du *MTTF* de la loi log-normale, et celle des fonctions de fiabilité et du taux de défaillance en fonction de  $\Phi$ . La figure I.4 illustre, pour  $\mu = 0$  et différentes valeurs de  $\sigma$ , les fonctions densité de probabilité, les fonctions de répartition et le taux de défaillance de la loi log-normale. La distribution Log-normale est un modèle fréquemment utilisé en fiabilité, car elle concerne des variables aléatoires positives, et le paramètre de forme  $\sigma$  lui permet des représentations variées [RAT86] [MUL98].

Tableau I.3 Caractéristiques de la loi log-normale

$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$	$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)$
$\lambda(t) = \frac{\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)^2\right]}{1 - \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)}$	$MTTF = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$


 Fig. I.4 Fonctions de densité de probabilité, fonctions de répartition et taux de défaillance de la loi log-normale pour  $\mu = 0$  et différents  $\sigma$

### II.3. Tests graphiques et tests d'ajustement pour les lois de distribution

Pour tester l'adéquation d'un ensemble de variables aléatoires  $x_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) à une loi de distribution, une des méthodes est de représenter graphiquement les fonctions de répartition théoriques correspondant à ces distributions et celles calculées à partir des mesures. Parmi ces graphiques, on trouve [AIV86] [JOB99] [SAP06] :

- Le graphe des fonctions de répartition : il permet de comparer la fonction de répartition théorique d'une distribution  $P_f(x)$  à la fonction de répartition empirique  $P_{fn}(x)$  calculée à partir des données. Les fonctions de répartition empiriques ont une forme générale en escalier :

$$P_{fn}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ \frac{i}{n} & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1} \\ 1 & \text{si } x \geq x_n \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

- Le graphe de probabilité : il permet de comparer les quantiles théoriques d'une loi de distribution aux quantiles empiriques calculés à partir des mesures. La fonction quantile peut être définie comme la réciproque de la fonction de répartition. Le graphe de probabilité connu sous le nom de QQ-plot (*Quantile - Quantile plot*) représente un nuage de points dont les abscisses correspondent aux quantiles théoriques et les ordonnées aux quantiles empiriques. Si les points sont alignés, cela confirme que les données suivent la loi de distribution testée.

Tandis que ces méthodes ont des aspects graphiques et permettent donc d'évaluer qualitativement la correspondance des lois empiriques des données aux lois théoriques, les tests d'hypothèses (appelés aussi tests d'ajustement dans le cas des distributions statistiques) sont basés sur une analyse quantitative pour vérifier la correspondance entre les réalisations théoriques de loi de distribution à tester et celles des données.

Tout d'abord, rappelons qu'un test statistique d'hypothèse [AIV86] [SAP06] permet de décider entre deux hypothèses  $H_0$  (hypothèse nulle) et  $H_1$  (hypothèse alternative). Deux types d'erreurs apparaissent :

- l'erreur de première espèce (le risque de rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie),
- l'erreur de deuxième espèce (le risque de ne pas rejeter  $H_0$  alors qu'elle est fausse).

Le niveau de significativité  $\alpha$  du test est défini comme la probabilité de commettre une erreur de première espèce, ce qui veut dire :

$$\alpha = Prob(\text{Rejeter } H_0 | H_0) \quad (\text{I.10})$$

Les valeurs typiques de  $\alpha$  sont 1%, 5% ou 10% en l'absence de contraintes particulières liées à l'application.

On définit ensuite une quantité appelée statistique du test qui suit une loi connue sous l'hypothèse  $H_0$ . On note  $T$  la statistique théorique calculée à partir de la loi de distribution théorique et  $\hat{T}$  la statistique empirique calculée à partir des données. On définit également la région du rejet du test  $W$ , c. à d. la région pour laquelle on rejette  $H_0$  selon la loi de la statistique  $T$ , autrement dit :

$$Prob(T \in W | H_0) = \alpha \quad (\text{I.11})$$

Après évaluation de la valeur de  $\hat{T}$ , la décision du test est telle que :

$$\begin{cases} \hat{T} \in W: \text{rejet de } H_0 \\ \hat{T} \notin W: \text{acceptation de } H_0 \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

On associe souvent le résultat d'un test statistique à une probabilité critique (ou *p-value* en anglais). En effet, la *p-value* est la probabilité d'appartenance à la région du rejet  $W$  associée à la statistique empirique du test sous l'hypothèse  $H_0$  :

$$pvalue = Prob(\hat{T} \in W | H_0) \quad (I.13)$$

Avec la notion de la *p-value*, la décision du test est telle que :

$$\begin{cases} pvalue \leq \alpha : \text{rejet de } H_0 \\ pvalue > \alpha : \text{acceptation de } H_0 \end{cases} \quad (I.14)$$

Dans le cas des tests d'ajustement, l'objectif est la prise de décision entre l'hypothèse nulle (les données suivent la loi testée), et l'hypothèse alternative (les données ne suivent pas la loi testée).

Les statistiques de ces tests sont souvent des expressions basées sur la différence entre les fonctions de répartition théoriques et empiriques (test de Kolmogorov-Smirnov, d'Anderson Darling ou de Lilliefors) [AND52] [AND54] [LIL67] [STE74]. Cette statistique est donc évaluée en fonction de la zone du rejet du test qui dépend du niveau de risque  $\alpha$  et de la distribution à tester. Si la *p-value* résultante est inférieure à  $\alpha$ , l'hypothèse nulle est rejetée, sinon, elle est acceptée et le test d'ajustement confirme l'adéquation entre la loi empirique des données et celle théorique.

Ces différents tests (graphiques et d'ajustement) seront utilisés dans le chapitre suivant afin de tester l'adéquation de nos données de durée de vie aux lois de Weibull et Log-normale, la loi exponentielle étant un cas particulier de la loi de Weibull.

## II.4. Estimation des paramètres des lois de distribution

Une fois que la distribution des données est choisie et/ou testée, les paramètres d'échelle et de forme de cette distribution peuvent être estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Cette méthode consiste à maximiser une fonction, dite fonction de vraisemblance, de façon à ce qu'elle représente le mieux les données, qu'elles soient complètes ou censurées [LAW03].

Pour simplifier, nous considérons d'abord que toutes les données sont complètes, ce qui sera notre cas d'étude. Dans ce cas, la fonction de vraisemblance est la fonction de densité de probabilité jointe associée à l'ensemble des données. Soient  $x_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) les durées de vie observées, appartenant à une loi ayant la fonction de densité de probabilité  $f(x, \theta)$  où  $\theta$  est le paramètre (ou le vecteur des paramètres) à estimer. Si on suppose que les durées de vie observées soient indépendantes, la fonction de densité jointe des variables  $x_i$  est le produit des fonctions de densité élémentaires de chaque donnée et la fonction de vraisemblance s'écrit :

$$V(\theta) = f(x_1, \theta) \cdot f(x_2, \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n, \theta) \quad (I.15)$$

L'estimation par maximum de vraisemblance consiste à chercher parmi les valeurs du (des) paramètre(s)  $\theta$  celle(s) qui maximise(nt) la fonction  $V(\theta)$ . Ainsi,  $\theta$  est la solution de l'équation :

$$\frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (I.16)$$

sous condition que :

$$\frac{\partial^2 V(\theta)}{\partial^2 \theta} < 0 \quad (I.17)$$

ce qui garantit que l'extremum est un maximum.

Pour simplifier le calcul, il est commun de considérer le logarithme de la fonction de vraisemblance pour la transformer en une somme au lieu du produit. Ainsi,  $\theta$  sera la solution de :

$$\frac{\partial \ln(V(\theta))}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{I.18})$$

sous condition que :

$$\frac{\partial^2 \ln(V(\theta))}{\partial^2 \theta} < 0 \quad (\text{I.19})$$

Dans le cas où certaines données sont censurées, celles-ci contribuent chacune à l'expression de la fonction de vraisemblance  $V(\theta)$  via les fonctions élémentaires de survie  $R(x_i, \theta)$ , la contribution des données complètes étant toujours exprimée via les fonctions élémentaires de densité de probabilité  $f(x_i, \theta)$ . En associant un indice  $\delta_i$  à chaque observation tel que  $\delta_i = 0$  si la donnée est censurée et  $\delta_i = 1$  sinon, la fonction de log-vraisemblance s'écrit :

$$\ln(V(\theta)) = \sum_{i=1}^n [\delta_i \ln(f(x_i, \theta)) + (1 - \delta_i) \ln(R(x_i, \theta))] \quad (\text{I.20})$$

Si nécessaire, la résolution de ces équations de vraisemblance peut être effectuée en utilisant un calcul numérique itératif [SEN99] (méthode de Newton-Raphson, méthode du quasi Newton, méthode du score de Fisher, etc.).

### III. Introduction de co-variables et modèles paramétriques de la durée de vie

#### III.1. Modèles à durée de vie accélérée

Dans ce qui précède, les données étaient considérées comme des réalisations d'une variable aléatoire d'une seule distribution. Cependant, en réalité, plusieurs facteurs contribuent à la dégradation du composant ou de l'entité en question. Les réalisations d'une variable aléatoire d'une même distribution sont donc nécessairement soumises aux mêmes conditions, en l'occurrence, dans le contexte du génie électrique, aux mêmes facteurs de dégradation. Par conséquent, les durées de vie doivent être expliquées par les différentes variables (facteurs de dégradation) contribuant à la défaillance. Ainsi, bien qu'en général un seul type de distribution puisse être considéré pour un type de données en fiabilité, les paramètres de cette distribution doivent être exprimés en fonction des variables explicatives.

Dans cette approche paramétrique, le modèle à variables explicatives le plus souvent utilisé en fiabilité est le modèle à durée de vie accéléré ou modèle AFT par référence au terme anglais (*Accelerated Failure Time model*) [COL03] [LAW03]. Ce modèle suppose que, pour deux populations différentes de la variable aléatoire  $T$  de fonctions de survie  $R_1$  et  $R_2$ , si  $T$  subit un changement d'échelle par un facteur multiplicatif  $c > 0$  indépendant du temps (dit facteur d'accélération), la probabilité de survie reste la même. En introduisant  $p$  variables explicatives sous forme d'un vecteur  $X$  affecté d'un vecteur de coefficients  $\rho$ , le facteur  $c$  peut s'écrire sous la forme :

$$c(X) = \exp(\rho X) \quad (\text{I.21})$$

L'égalité des fonctions de survie s'écrit :

$$R_1(t) = R_2(ct) \quad (\text{I.22})$$

Ainsi, les co-variables affectent uniquement l'échelle de temps : si  $c(X) < 1$ , l'effet des co-variables est de ralentir le temps, sinon les co-variables accélèrent le temps.

En supposant que  $\varepsilon$  est une variable aléatoire centrée réduite, et que  $R_2(t)$  est la fonction de survie de la variable aléatoire  $\exp(\mu + \sigma\varepsilon)$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  étant des constantes, nous pouvons écrire :

$$R_1(t) = R_2(ct) = \text{Prob}(\exp(\mu + \sigma\varepsilon) > ct) = \text{Prob}(\exp(\mu + \sigma\varepsilon) > t \exp(\rho X)) = \text{Prob}(\exp(\mu + \sigma\varepsilon - \rho X) > t) = \text{Prob}(T > t) \quad (I.23)$$

Ainsi, en effectuant le changement de variable  $\beta = -\rho$ ,  $R_1(t)$  est la fonction de survie de la variable aléatoire  $T$  telle que:

$$\ln(T) = \mu + X\beta + \sigma\varepsilon \quad (I.24)$$

Ainsi, avec le modèle AFT, nous obtenons une relation linéaire entre le logarithme de la durée de vie et les variables explicatives avec un terme d'erreur  $\varepsilon$  dont les composantes sont indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) selon une loi connue a priori, à partir de la loi de la durée de vie  $T$ . Dans ce modèle,  $\mu$  représente le logarithme de la durée de vie quand les facteurs sont nuls (constante à l'origine),  $\beta$  est le vecteur des coefficients du modèle, et  $\sigma$  est le paramètre d'échelle de la loi de  $\ln(T)$ .

La loi de distribution de  $T$  définit celle de  $\ln(T)$  et par conséquent celle de  $\varepsilon$ . La correspondance entre les lois est donnée dans le tableau I.4 [LAW03].

Tableau I.4 Lois de distribution de T et leurs correspondants par transformation logarithmique

Loi de distribution de $T$	Loi de distribution de $\varepsilon$
Exponentielle	Valeur extrême à 1 paramètre
Weibull	Valeur extrême à 2 paramètres
Log-normale	Normale

Les paramètres des lois de distribution et les coefficients  $\beta$  peuvent être estimés par maximum de vraisemblance, en maximisant la log-vraisemblance de la variable aléatoire :

$$\varepsilon = \frac{\ln(T) - \mu - X\beta}{\sigma} \quad (I.25)$$

Les lois de distributions de  $\ln(T)$  dans un modèle AFT sont du type localisation-échelle (*location-scale*). Ce type de distribution a une fonction de survie de la forme :

$$R(y, u, b) = R_0\left(\frac{y - u}{s}\right) \quad -\infty < y < +\infty \quad (I.26)$$

Ce type de distribution a deux paramètres en général : un paramètre de localisation  $u$  ( $-\infty < u < +\infty$ ), et un paramètre d'échelle  $s$  ( $s > 0$ ). Par exemple pour la loi normale,  $u$  représente la moyenne, et  $s$  l'écart-type. Dans le modèle AFT,  $u$  correspond à  $\mu + X\beta$  et  $s$  à  $\sigma$ . Ainsi, dans les modèles AFT, seul le paramètre de localisation  $u$  de la loi des durées de vie transformées  $\ln(T)$  est fonction des variables explicatives, le paramètre d'échelle  $s$  étant constant. Par conséquent, pour une entité soumise à un ensemble de contraintes, la loi de distribution des durées de vie est la même et subit uniquement une translation (changement de localisation) quand les contraintes varient.

Ainsi, dans une approche paramétrique, l'évaluation de la fiabilité d'un composant par l'estimation de sa durée de vie nécessite la spécification de la loi de distribution statistique des données et de la relation analytique entre la durée de vie et le(s) stress appliqué(s), appelée modèle durée de vie-stress.

Ces deux modèles sont naturellement reliés entre eux puisque, d'une part, les paramètres de la loi de distribution sont estimés conditionnellement aux facteurs de stress appliqués et que d'autre part, le modèle durée de vie-stress relie un quantile de la distribution considérée ou un de ses paramètres (par exemple la moyenne, la médiane ou le paramètre de localisation) aux contraintes(s) appliquée(s).

Si nous revenons au modèle AFT à distribution log-normale et après transformation logarithmique, nous remarquons que la moyenne conditionnelle aux variables explicatives est le paramètre de la loi normale qui est représenté dans l'expression de la relation linéaire entre la durée de vie et le(s) stress :

$$E[\ln(T|X)] = \mu = X\beta \quad (I.27)$$

Si par ailleurs nous prenons l'exemple d'un modèle AFT à distribution de Weibull et après transformation logarithmique, le paramètre de la loi intervenant dans le modèle durée de vie-stress est le paramètre de localisation de la loi des valeurs extrêmes  $u = \ln(\eta)$ , tel que, pour des contraintes données :

$$\ln(\eta) = u = X\beta \quad (I.28)$$

L'objectif de notre travail est de développer une méthode générale pour la modélisation de la durée de vie en fonction des facteurs de stress appliqués et qui prend en compte différentes contraintes expérimentales et économiques que nous explicitons dans les chapitres suivants. Dans une première approche paramétrique, les modèles de durée de vie seront développés selon la forme générale (I.24) des modèles AFT. Cependant, le logarithme décimal sera utilisé au lieu du logarithme népérien pour une interprétation plus facile des logarithmes des durées de vie. Il est donc nécessaire de vérifier au préalable l'adéquation des données de durée de vie qui seront utilisées pour l'estimation des paramètres du modèle aux deux lois de distribution (log-normale et Weibull). Ceci revient alors à tester l'adéquation des logarithmes des durées de vie aux lois normale et valeur extrême respectivement. Nous présentons alors les résultats de ces tests dans le chapitre suivant.

## **III.2. Cas particulier de données non censurées distribuées selon la loi log-normale**

Il est intéressant de mettre l'accent sur un cas particulier des modèles AFT où les durées de vie ne sont pas censurées et sont distribuées suivant la loi log-normale, impliquant une distribution normale du terme d'erreur  $\varepsilon$ . Dans ce cas, la solution du maximum de vraisemblance est la solution exacte des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) [LAW03] [VAN05] qui est la méthode d'estimation classique des modèles linéaires et multilinéaires. Ce sera en effet notre cas d'étude comme nous le montrons dans le chapitre suivant. Les modèles de durée de vie seront alors estimés sous hypothèse de normalité des logarithmes des durées de vie issues des tests effectués sur les différents composants.

### **III.2.1. Formulation du modèle**

Supposons que nous disposons de  $n$  observations indépendantes de la variable aléatoire  $T$  et que  $X$  est une matrice de co-variables de dimension  $(n \times p)$  et d'éléments  $x_{ij}$  où chaque ligne ( $i$ ) représente une observation et chaque colonne ( $j$ ) une variable.

Dans le modèle linéaire (I.24), notons  $Y$  la variable  $\ln(T)$ , remplaçons  $\mu$  par  $\beta_0$  et  $\sigma\varepsilon$  par  $\varepsilon$  en supposant cette fois-ci que  $\varepsilon$  est distribuée selon la loi normale de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma$ . Nous pouvons donc écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \quad (I.29)$$

ou encore, en rajoutant un vecteur colonne unitaire à la matrice  $X$ , nous aurons, sous forme plus compacte :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \quad (I.30)$$

Ce qui équivaut à :

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (I.31)$$

où :

$Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]$  est le vecteur colonne des  $n$  observations correspondant aux logarithmes des durées de vie mesurées ;

$\beta = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_p]$  est le vecteur colonne des  $(p + 1)$  paramètres du modèle ;

$X = [I_n \ X_1 \ X_2 \ \dots \ X_p]$  est la matrice des variables explicatives (matrice d'expériences) où  $I_n$  est le vecteur colonne unitaire de taille  $n$  et  $X_j$  ( $j = 1 \dots p$ ) est le vecteur colonne de taille  $n$  correspondant à chaque variable ;

$\epsilon = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \dots \ \epsilon_n]$  est le vecteur colonne des erreurs i.i.d. selon la loi normale de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma$ .

Cette relation est la forme générale d'un modèle de régression multilinéaire [GRE02] [WEI05] [FRE09] qui exprime une relation linéaire entre une réponse et un ensemble de variables explicatives. Ce modèle est constitué d'un terme déterministe ( $X\beta$ ) qui est le vecteur des réponses prédites et d'un terme aléatoire ( $\epsilon$ ) qui est le vecteur des erreurs appelées résidus. En général, un modèle de régression multilinéaire vérifie les hypothèses de base suivantes [GRE02] [WEI05] [FRE09] :

1. Linéarité : la relation entre la réponse et les variables explicatives est linéaire. Si elle ne l'est pas, la forme des variables et / ou de la réponse peut être transformée par une fonction monotone pour obtenir la linéarité (le choix des fonctions à appliquer peut être guidé par la règle de Tukey par exemple [MOS77]).
2. Les variables  $X$  ne sont pas aléatoires, c.à.d que les  $x_{ij}$  sont observées sans erreur.
3. Plein rang :  $X$  est une matrice de dimension  $n \times (p + 1)$  et de rang  $(p + 1)$ , les variables explicatives sont donc linéairement indépendantes.
4.  $n \geq p + 1$  : le nombre d'observations est supérieur au nombre de paramètres à estimer. Dans le cas où  $n = p + 1$ , il s'agit d'une interpolation et l'erreur du modèle est nulle.
5. Exogénéité des variables : les variables indépendantes n'interviennent pas dans la prédiction de  $\epsilon$ , i.e.  $E[\epsilon_i|X] = 0$  et  $Cov(\epsilon_i, X) = 0$ . Cette hypothèse implique que  $E[Y|X] = X\beta$  : la régression de  $Y$  sur  $X$  est l'espérance conditionnelle  $E[Y|X]$ , et que  $Var(Y|X) = \sigma^2$  : la variabilité de  $Y$  est uniquement expliquée par le terme aléatoire  $\epsilon$ .

6. Homoscédasticité et absence d'autocorrélation : la variance  $\sigma^2$  de  $\epsilon$  est constante et finie, et les erreurs ne sont pas corrélées entre elles. Cette hypothèse s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} \text{Var}[\epsilon_i|X] &= \sigma^2 \text{ pour } i = 1 \dots n \\ \text{Cov}(\epsilon_i, \epsilon_j|X) &= 0 \forall i \neq j \end{aligned} \quad (I.32)$$

7. Normalité des résidus : l'hypothèse de normalité permet d'obtenir des résultats statistiques exacts et de construire des intervalles de confiance et des statistiques de test, comme nous le montrerons dans la section suivante.

Les hypothèses du modèle linéaire sont résumées dans la figure I.5 dans le cas d'une seule variable.

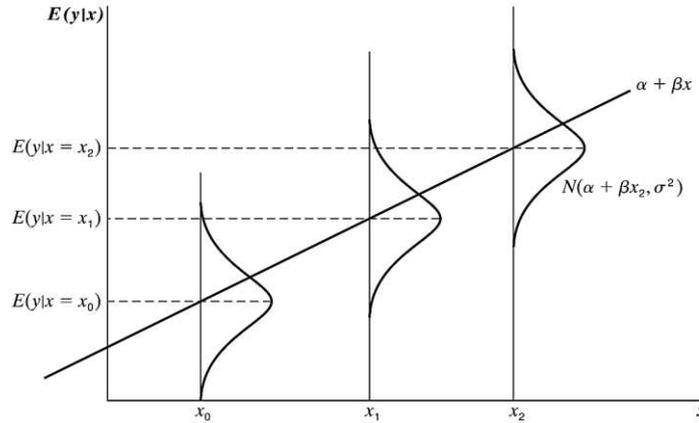


Fig. I.5 Régression linéaire simple [GRE02]

Ainsi, si les données ne sont pas censurées et sous l'hypothèse de normalité de la variable  $Y = \ln(T)$ , et si les variables explicatives vérifient les hypothèses 2, 3, 4 et 5, le modèle AFT est un modèle de régression multilinéaire qui lie le logarithme de la durée de vie aux variables explicatives. Dans le paragraphe suivant, nous présentons la méthode des MCO qui permet l'estimation des paramètres inconnus de ce modèle. Nous présentons également les principaux critères permettant d'évaluer les performances de ce modèle.

### III.2.2. Estimateur des Moindres Carrés Ordinaires (MCO)

La méthode des MCO consiste à minimiser la somme des carrés des résidus  $\epsilon_i$  qui représente la distance euclidienne entre les réponses observées et les réponses prédites par le modèle [GRE02] [WEI05] [FRE09]. La solution est telle que :

$$\hat{\beta} = \arg \min \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \arg \min (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \quad (I.33)$$

où  $(Y - X\beta)'$  est la transposée de  $(Y - X\beta)$ .

En développant cette expression et en annulant son gradient on trouve :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (I.34)$$

Si le modèle de régression linéaire satisfait les hypothèses déjà énoncées, l'estimateur des MCO est le meilleur estimateur linéaire non biaisé (*BLUE* ou *Best Linear Unbiased Estimator*) des paramètres de ce modèle [FRE09] :

- L'estimateur MCO est dit linéaire car il s'écrit sous la forme :  $\hat{\beta} = AY$  donc il est linéaire en  $Y$ .
- L'estimateur MCO est non biaisé car il satisfait la condition :  $E[\hat{\beta}|X] = \beta$ . Nous avons, en effet, sous les hypothèses que  $X$  est non aléatoire et que l'espérance conditionnelle de l'erreur  $\epsilon$  est nulle :

$$\begin{aligned} E[\hat{\beta}|X] &= E[(X'X)^{-1}X'Y|X] = E[(X'X)^{-1}X'(X\beta + \epsilon)|X] = \\ &E[(X'X)^{-1}(X'X)\beta|X] + E[(X'X)^{-1}X'\epsilon|X] = \beta + (X'X)^{-1}X'E[\epsilon|X] = \beta \end{aligned} \quad (I.35)$$

- L'estimateur MCO est le meilleur estimateur linéaire au sens de la variance d'estimation des paramètres. En d'autres termes, parmi tous les autres estimateurs linéaires en  $Y$  et sans biais, il a été démontré [LAB83] [DAU07] que la méthode des MCO estime les paramètres du modèle avec la variance la plus faible (Théorème de Gauss-Markov).

La variance des paramètres estimés s'écrit :

$$\begin{aligned} Var(\hat{\beta}|X) &= Var((X'X)^{-1}X'Y|X) = (X'X)^{-1}X'Var(Y|X)X(X'X)^{-1} = \\ &(X'X)^{-1}Var(Y|X)X'X(X'X)^{-1} = Var(Y|X)X'X^{-1} = \sigma^2(X'X)^{-1} \end{aligned} \quad (I.36)$$

Une estimation sans biais de  $\sigma^2$  peut être donnée par [DAU07] :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2}{n - (p + 1)} = \frac{(Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta})}{n - (p + 1)} \quad (I.37)$$

Enfin, la variance des paramètres estimés par MCO est donnée par la matrice:

$$Var(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1} \quad (I.38)$$

Sur la diagonale principale de cette matrice, nous disposons de l'estimation de la variance des coefficients et en passant à la racine carrée, de leur écart-type. Cette matrice contient par ailleurs les covariances de ces estimateurs deux à deux. Il est donc intéressant d'avoir une matrice diagonale pour que les estimateurs des paramètres ne soient pas corrélés. Sous l'hypothèse de normalité des résidus  $\epsilon$ , on peut spécifier la loi de distribution de l'estimateur des MCO et de l'estimateur de la variance des résidus [DAU07].

Les paramètres  $\hat{\beta}$  estimés par MCO sont distribués suivant une loi normale de moyenne  $\beta$  et de variance  $\sigma^2(X'X)^{-1}$  :

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(X'X)^{-1}) \quad (I.39)$$

Par conséquent, l'estimateur  $\hat{\sigma}^2$ , après normalisation, suit une loi de « Chi-deux » ayant  $(n - (p + 1))$  degrés de liberté :

$$[n - (p + 1)] \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n - (p + 1)) \quad (I.40)$$

Ainsi, du fait que la matrice  $(X'X)^{-1}$  est déterministe, l'estimateur  $\hat{\sigma}_j^2$  ( $j = 0 \dots p$ ) de la variance associée à chaque composante  $\hat{\beta}_j$  du vecteur  $\hat{\beta}$  suit une loi de « Chi-deux » ayant  $(n - (p + 1))$  degrés de liberté :

$$[n - (p + 1)] \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\sigma_j^2} \sim \chi^2(n - (p + 1)) \quad (I.41)$$

De ces constats, on peut déduire une expression des intervalles de confiance associés aux paramètres estimés  $\hat{\beta}$ . D'une manière générale, un intervalle de confiance d'un paramètre  $\beta_j$  au niveau de risque  $\alpha$  (qui est généralement entre 1% et 10%) est un intervalle  $[a_1; a_2]$  tel que [SAP06] :

$$Prob(\beta_j \in [a_1; a_2]) = 1 - \alpha \quad (I.42)$$

D'après ce qui précède, on peut démontrer [DAU07] que chaque composante  $\hat{\beta}_j$  après normalisation suit une loi de Student à  $(n - (p + 1))$  degrés de liberté :

$$\frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\hat{\sigma}_j} \sim Student(n - (p + 1)) \quad (I.43)$$

Un intervalle de confiance (IC) d'un paramètre  $\beta_j$  au risque  $\alpha$  est donc donné par :

$$IC(\beta_j) = \left[ \hat{\beta}_j - \hat{\sigma}_j t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n - p - 1); \hat{\beta}_j + \hat{\sigma}_j t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n - p - 1) \right] \quad (I.44)$$

où  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n - p - 1)$  est le quantile d'ordre  $(1 - \frac{\alpha}{2})$  de la loi de Student à  $(n - p - 1)$  degrés de liberté.

La réponse  $Y_i$  prédite par le modèle pour un jeu de co-variables  $X_i$  ( $X_i$  est un vecteur ligne de la matrice  $X$ ) correspondant à la moyenne conditionnelle de la variable  $Y$  pour cet ensemble de co-variables, est :

$$\hat{Y}_i = E[Y|X_i] = X_i \hat{\beta} \quad (I.45)$$

La variance de cette moyenne prédite vaut :

$$Var(\hat{Y}_i) = Var(X_i \hat{\beta}) = X_i Var(\hat{\beta}) X_i = \hat{\sigma}^2 X_i (X'X)^{-1} X_i \quad (I.46)$$

Ainsi, l'intervalle de confiance associé à  $\hat{Y}_i$  est [DAU07] :

$$IC(Y_i) = \left[ \hat{Y}_i \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n - p - 1) \sqrt{\hat{\sigma}^2 X_i (X'X)^{-1} X_i} \right] \quad (I.47)$$

### III.2.3. Evaluation du modèle de régression linéaire

Après avoir introduit la méthode d'estimation des MCO et ses propriétés statistiques, nous présentons dans cette partie les principaux critères d'évaluation des performances du modèle estimé par les MCO.

#### III.2.3.1. Analyse quantitative des performance du modèle

Les propriétés associées à l'estimateur des MCO ont fait apparaitre plusieurs types d'erreurs. Pour fixer les idées, définissons les termes suivants [WEI05] [SAP06] [FRE09] :

- La Somme des Carrés des Résidus (SCR) exprime la variabilité interne des observations non expliquée par le modèle. Elle est donnée par :

$$SCR = \sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - X_i \hat{\beta})^2 \quad (I.48)$$

Rappelons que l'erreur quadratique moyenne désignée par  $MSE = SCR/(n - p - 1) = \hat{\sigma}^2$  est un estimateur de la variance résiduelle comme déjà montré au paragraphe précédent. C'est le premier critère à considérer dans l'évaluation des modèles de régression.

- La variabilité de la réponse expliquée par le modèle de régression est représentée par la Somme des Carrés Expliqués (SCE) qui est la somme des carrés des différences entre les réponses prédites et la moyenne globale des réponses observées :

$$SCE = \sum_{i=1}^n \left( \hat{Y}_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (I.49)$$

- La variabilité totale des réponses est exprimée par la Somme des Carrés Totaux (SCT) qui est la somme des carrés des différences entre les réponses observées et leur moyenne globale :

$$SCT = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (I.50)$$

On peut facilement vérifier la relation :

$$SCT = SCE + SCR \quad (I.51)$$

A partir de ces différentes sommes, on définit le coefficient de détermination  $R^2$  qui exprime le pourcentage de la variance expliquée par le modèle par rapport à la variance totale :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} \quad (I.52)$$

Le coefficient de détermination  $R^2$  est toujours compris entre 0 et 1. Il exprime le pouvoir explicatif du modèle de régression. Plus  $R^2$  est proche de 1, plus le modèle est précis. Si les réponses prédites sont exactement égales aux réponses observées, l'erreur résiduelle est nulle et  $R^2$  vaut 1. A l'inverse,  $R^2$  vaut 0 si les valeurs des paramètres sont nulles et les valeurs prédites valent toutes  $\bar{Y}$ . Un changement des co-variables n'entraîne aucun changement sur la prédiction et le modèle n'a aucun pouvoir explicatif.

Cependant, le coefficient  $R^2$  ne tient pas compte des dimensions des variables dans le modèle ( $n$  et  $p$ ). Il peut augmenter mécaniquement par simple addition de variables explicatives supplémentaires, même si elles sont non pertinentes dans le modèle [GRE02]. A l'extrême, si nous augmentons le nombre de variables jusqu'à avoir  $n = p + 1$ , nous obtenons un  $R^2 = 1$ . Pour remédier à cette augmentation artificielle, on définit le coefficient de détermination ajusté qui intègre dans son expression les degrés de libertés de chaque terme. Déterminons d'abord les degrés de libertés (ddl) de SCT, SCR et SCE [WEI05] [SAP06] [FRE09] :

$$\begin{aligned} ddl(SCT) &= n - 1 \\ ddl(SCE) &= p \\ ddl(SCR) &= n - p - 1 \end{aligned} \quad (I.53)$$

Le  $R^2$  ajusté est donc défini par :

$$R_{aj}^2 = \frac{SCE/p}{SCT/(n-1)} = 1 - \frac{SCR/(n-p-1)}{SCT/(n-1)} = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} (1 - R^2) \quad (I.54)$$

### III.2.3.2. Analyse graphique des résidus

L'examen des résidus constitue une étape primordiale dans le diagnostic du modèle de régression multilinéaire [GRE02] [WEI05] [FRE09]. Cette analyse permet à la fois de valider des hypothèses de base du modèle (notamment les hypothèses 1, 5, 6 et 7) et d'évaluer ses performances étant donné que

les résidus représentent les écarts entre les réponses mesurées et celles prédites par le modèle. Parmi les représentations graphiques des résidus nous trouvons :

- Le graphe des résidus en fonction des valeurs prédites ou des variables explicatives :

Ces types de graphiques visent à tester la qualité de la régression. Les résidus sont toujours représentés en ordonnées en fonction des valeurs prédites de la base d'apprentissage ou en fonction de chacune des variables explicatives. Dans tous les cas, si les hypothèses 1, 5 et 6 sont vérifiées, les points doivent être uniformément répartis au hasard autour de la valeur 0 (en ordonnées) et aucune forme de régularité ne doit être remarquée dans le nuage de points. Dans le cas contraire ces graphiques permettent de détecter une hétéroscédasticité des résidus (les variances des résidus examinées sont différentes), une corrélation entre les résidus et les variables explicatives ou une non-linéarité du modèle.

Les formes régulières des résidus peuvent être palliées en premier lieu par des transformations sur les variables explicatives et/ou de la réponse susceptibles d'uniformiser la forme des résidus [MOS77]. Si le problème persiste, une analyse plus avancée peut être effectuée par des tests statistiques pour identifier l'hypothèse (les hypothèses) qui est (sont) violée(s) [WEI05].

- Le graphe de probabilité des résidus (*residual QQ-plot*)

Comme déjà présenté au paragraphe II.3 de ce chapitre, les graphes de probabilité sont des outils graphiques pertinents pour vérifier l'adéquation d'un ensemble de données à une loi de distribution. Dans le cas des résidus, la loi de distribution à tester est la loi normale. Il faut donc tracer les quantiles des résidus en fonction des quantiles théoriques (en valeurs réelles ou centrées réduites) de la loi normale. Si la distribution des résidus est compatible avec la loi normale, les points forment une droite.

### III.2.3.3. Tests d'hypothèses

L'évaluation du modèle de régression linéaire peut être également effectuée par les tests d'hypothèse statistiques qui ont comme objectif de vérifier la significativité du modèle global ou celle de chacun des paramètres estimés dans le modèle [GRE02] [WEI05] [FRE09].

- **Test de Fischer pour la significativité du modèle global de régression**

Ce test vise à vérifier si le modèle pris globalement est pertinent. En d'autres termes, on teste si les variables explicatives apportent de l'information utile dans l'expression de la réponse, si leurs coefficients sont donc significativement différents de zéro.

Sous l'hypothèse nulle, toutes les variables explicatives sont inutiles dans le modèle et leurs coefficients sont nuls. Sous l'hypothèse alternative, au moins un coefficient est non nul :

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0 \\ H_1: \exists j / \beta_j \neq 0 \end{cases} \quad (I.55)$$

En d'autres termes, le principe de ce test est de vérifier si le coefficient de détermination ajusté est significativement différent de 0. On rappelle que, quand tous les coefficients sont nuls, SCE vaut 0, et le coefficient de détermination ajusté est nul. La statistique empirique du test s'écrit donc :

$$F = \frac{SCE/p}{SCR/(n-p-1)} = \frac{n-p-1}{p} \frac{R^2}{1-R^2} \quad (I.56)$$

Sous  $H_0$ ,  $F$  suit une loi de Fisher  $F(p, n-p-1)$  car elle correspond au rapport de deux variables distribuées selon la loi de « Chi-deux », d'où le nom du test [WEI05]. Au risque  $\alpha$ , la région de rejet de l'hypothèse  $H_0$  correspond à des valeurs de  $F$  telles que :

$$F > F_{1-\alpha}(p, n-p-1) \quad (I.57)$$

où  $F_{1-\alpha}(p, n - p - 1)$  est le quantile d'ordre  $(1 - \frac{\alpha}{2})$  de la loi de Fisher à  $(p, n - (p + 1))$ .

On associe souvent le test de Fisher à un tableau d'analyse des erreurs SCT, SCR et SCE du modèle de régression tel que [WEI05] :

Tableau I.5 Analyse des erreurs d'un modèle de régression

Source	Somme des Carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Statistique F
Régression	SCE	$p$	$SCE/p$	$\frac{SCE/p}{SCR/(n - p - 1)}$
Résidus	SCR	$n - p - 1$	$SCR/(n - p - 1)$	
Total	SCT	$n - 1$		

- **Test de Student pour la significativité de chaque coefficient du modèle**

Un autre test vise à tester séparément la significativité de chacun des coefficients estimés dans l'expression de la réponse. Similairement au test de Fisher, le test de Student vérifie si les coefficients  $\beta_j$  sont significativement non nuls. Ainsi, sous l'hypothèse  $H_0$ , un coefficient  $\beta_j$  est nul. Sous l'hypothèse alternative,  $\beta_j$  est non nul :

$$\begin{cases} H_0: \beta_j = 0 \\ H_1: \beta_j \neq 0 \end{cases} \quad (I.58)$$

La statistique empirique du test s'écrit [GRE02] :

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}_j} \quad (I.59)$$

Comme démontré au paragraphe précédent,  $t$  suit une loi de Student à  $(n - p - 1)$  degrés de libertés, d'où le nom du test. Au risque  $\alpha$ , la région de rejet de l'hypothèse  $H_0$  correspond à des valeurs de  $t$  telles que [GRE02] :

$$|t| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n - p - 1) \quad (I.60)$$

Ainsi, à l'aide de ce test, la contribution de chacun des paramètres dans le modèle peut être évaluée. Si un paramètre est non significatif, le modèle peut être simplifié en éliminant la variable correspondant à ce paramètre.

Comme nous le montrerons dans les chapitres suivants, les modèles paramétriques de durée de vie des composants que nous avons testés seront estimés sous hypothèse de normalité des résidus par la méthode des MCO. Ils seront donc évalués à l'aide des critères et des tests présentés dans ce paragraphe. Ces différents critères d'évaluation seront également explicités dans le chapitre 3 consacré aux modèles paramétriques de durée de vie.

## IV. Facteurs de vieillissement en génie électrique

Après avoir présenté les modèles paramétriques de durée de vie selon une approche mathématique (modèles de régression multilinéaire), il est important de situer le problème dans le contexte du génie électrique. L'objectif étant de modéliser la durée de vie, la durée de vie ou une forme de celle-ci convenablement transformée (forme logarithmique par exemple dans les modèles AFT) représente la

réponse  $Y$  du modèle de régression. La définition du modèle de durée de vie nécessite également la spécification des co-variables constituant la matrice d'expériences  $X$ .

Dans le cadre de la problématique du vieillissement en génie électrique, les co-variables intervenant dans les modèles de durées de vie peuvent être choisis parmi un ensemble de facteurs de vieillissement liés à des contraintes opérationnelles et environnementales.

L'étude de l'effet d'un facteur peut conduire à des formes différentes de modèles de vieillissement ou de durée de vie associés à ce facteur selon les composants. Dans la littérature [NEL90] [VAS03] [WHI01] [ESC06] on trouve deux types principaux de modèles associés aux effets des facteurs de vieillissement :

- Les modèles physiques : ces modèles sont issus des lois théoriques physiques ou chimiques qui décrivent le processus du vieillissement d'un type de composant soumis à un type de contraintes, généralement unique. Souvent, c'est un processus de plusieurs étapes où différents phénomènes internes et externes interviennent, et qui dépend des propriétés physiques du composant étudié. Ainsi, il n'est pas toujours simple de trouver une relation physique entre la durée de vie du composant et le facteur de vieillissement en question et qui puisse être généralisée.
- Les modèles empiriques : lorsqu'il est difficile de comprendre ou de modéliser le processus physique du vieillissement, les modèles empiriques se présentent comme une alternative. Les modèles empiriques de durée de vie sont souvent issus de l'expérimentation : des composants du même type sont testés sous les mêmes conditions de vieillissement pour en déduire une forme générale de la loi qui gouverne le processus de vieillissement. Les modèles empiriques sont applicables à une large gamme de composants, mais souvent restreints dans un domaine limité du facteur en question.

Les modèles empiriques sont également utilisés par les industriels sous forme de modèles standardisés par des normes pour évaluer la fiabilité de leurs composants, surtout dans le domaine de l'électronique. Parmi ces normes on trouve [ZWI09] :

- au niveau français : le recueil des données de fiabilité du CNET (Centre National d'Etudes des Télécommunications) et les normes de FIDES (groupe d'industriels français comme Airbus, Thalès, Eurocopter, etc.).
- au niveau international : la norme IEC-62380 pour la prédiction de la fiabilité en électronique publiée par la commission électrotechnique internationale (IEC), la norme américaine MIL-HDBK-217 F (Military Handbook 217) développée par le département de la défense des Etats-Unis ainsi que la norme IEEE STD intitulée : « Guide IEEE pour la collecte et la présentation de données de fiabilité des matériels électriques, électroniques, capteurs et matériels mécaniques de centrales nucléaires ».

Nous présentons dans cette partie les principaux facteurs de vieillissement communs aux composants en génie électrique, puis nous spécifions, pour chacun de ces facteurs, le(s) modèle(s) de vieillissement rencontré(s) dans la littérature [NEL90] [VAS03] [WHI01] [ESC06] et utilisé(s) en industrie.

## **IV.1. La température**

### **IV.1.1. Stress constant**

La température est un facteur de vieillissement d'une importance primordiale en génie électrique [WHI01] [ESC06]. D'une façon générale, les performances d'un composant se dégradent rapidement à des températures élevées. Le processus peut généralement être décrit par la loi d'Arrhénius qui exprime la durée de vie par une fonction exponentielle de l'inverse de la température absolue [NEL90] [WHI01] [ESC06] :

$$L = Ae^{\frac{b}{T}} \quad (I.61)$$

où  $L$  est la durée de vie,  $T$  est la température (en K),  $A$  et  $b$  sont deux paramètres à estimer. La loi d'Arrhénius a été proposée par le chimiste Svante Arrhénius en 1889 et trouve ses origines dans les principes de la thermodynamique [LOG82]. Elle est basée sur des observations des réactions chimiques : plus l'énergie dans le système augmente, plus les éléments chimiques présents ont tendance à dépasser leur barrière énergétique, ce qui dégrade leur durée de vie. La constante  $b$  est l'énergie d'activation de la réaction chimique ayant lieu, divisée par la constante de Boltzmann. Mais comme l'énergie d'activation du processus est souvent inconnue,  $b$  est considérée comme paramètre et peut être estimée avec le paramètre  $A$  en se basant sur des données expérimentales obtenues pour le composant étudié.

La loi d'Arrhénius a pu être vérifiée expérimentalement pour un grand nombre de réactions chimiques et elle reste jusqu'aujourd'hui la loi la plus utilisée lorsque le stress appliqué est thermique. Elle s'applique à de nombreux objets du génie électrique comme les matériaux isolants [HIR15], les batteries [HUA15], les condensateurs [ALB11], les semi-conducteurs [BAY08], etc. Elle est également utilisée dans la plupart des modèles de fiabilité standardisés des composants électroniques du groupe FIDES [FID09] et de [MIL95]. La norme IEC-216 [IEC05-a] [IEC13] sur les isolants des machines électriques utilise également la loi d'Arrhénius pour évaluer les propriétés thermique des isolants.

Le facteur de température est toujours présent dans les études de vieillissement même lorsque le facteur principal de dégradation n'est pas la température. Ainsi, pour tout facteur de vieillissement non thermique, on trouve un modèle basique associé à ce facteur et une extension de ce modèle qui rajoute en plus l'effet de la température.

#### IV.1.2. Cyclage de la température

Les cycles de température résultant du passage régulier entre deux niveaux extrêmes de température sont aussi un facteur de vieillissement du matériel exposé à ce type de stress. Une conséquence directe de ce cyclage est l'expansion et la contraction thermique du matériel qui dégrade ses propriétés physiques et réduit par conséquent sa durée de vie [WHI01] [ESC06]. Le nombre de cycles de température aboutissant à la défaillance est lié à l'écart des températures par la relation de Coffin-Manson [FEI00] [ESC06] :

$$N = \frac{A}{\Delta T^n} \quad (I.62)$$

où  $N$  est la durée de vie en nombre de cycles de température,  $\Delta T$  est l'écart entre les deux niveaux de température,  $A$  et  $n$  sont deux paramètres à estimer. La loi de Coffin-Manson est une relation empirique qui a été validée par expérimentation pour une large gamme de composants exposés à des cyclages de température. Elle est surtout appliquée aux composants électroniques étant donné qu'ils subissent souvent des fluctuations de température [BAY08] [WEI14] [KOK12]. Les modèles standardisés du groupe FIDES [FID09] et de IEC-62380 [ALL12] utilisent également la loi de Coffin-Manson pour modéliser l'effet du cyclage thermique.

### IV.2. Le stress électrique

La tension appliquée aux équipements électriques agit comme facteur de vieillissement des composants de ces équipements. En particulier, l'augmentation du niveau de tension accélère la dégradation des propriétés diélectriques des matériaux et réduit donc leur durée de vie [ESC06]. En général, l'effet du stress électrique ( $V$ ) est souvent modélisé par une loi de puissance inverse [NEL90] [ESC06] :

$$L = \frac{A}{V^n} \quad (I.63)$$

Comme la loi de Coffin-Manson, la loi de puissance inverse est empirique. Elle suppose que la durée de vie d'un composant varie d'une façon inverse au niveau du stress électrique appliqué. La loi de puissance inverse est une loi classique associée au stress électrique et s'applique à de nombreux composants parmi lesquels les matériaux isolants [PRE14], les batteries [HUA15], les composants d'électronique de puissance [SAN14], etc. Il faut noter que cette loi est applicable au stress électrique mais aussi à tout stress de nature non thermique (comme la pression par exemple) [ESC06].

En ce qui concerne les modèles standardisés par les normes industrielles, la loi de puissance inverse est une loi classique utilisée par le groupe FIDES [FID09] lorsque le stress est non-thermique et est souvent associée au facteur de température par la loi d'Arrhénius. La norme IEC-34 [IEC08] sur les isolants des machines électrique utilisent également la loi de puissance inverse pour modéliser l'effet du stress électrique dans l'évaluation des propriétés diélectriques des isolants.

L'effet combiné du stress thermique ( $T$ ) et électrique (ou d'autres facteurs de stress non-thermiques en général ( $S$ )), est souvent modélisé par la loi d'Eyring généralisée [VEN07] :

$$L = \frac{A}{T^n} e^{\frac{b}{T} + (B + \frac{C}{T})S} \quad (I.64)$$

Ce modèle permet alors de prendre en compte différents facteurs de stress non thermiques  $S_i$  en rajoutant des termes de la forme  $(B_i + C_i/T)S_i$  à l'intérieur de l'exponentielle.

### IV.3. L'humidité

L'humidité est un facteur de vieillissement non négligeable puisqu'elle est la cause principale de la corrosion et des dégradations chimiques qui en résultent [WHI01] [ESC06]. Dans la plupart des processus de dégradations chimiques dus à l'humidité, il a été démontré dans [KLI91] pour les « *plastic packaged electronic devices* » que l'humidité relative est la grandeur appropriée à utiliser pour la quantification du taux de dégradation. Un modèle empirique associant les facteurs de température (loi d'Arrhénius) et d'humidité relative (puissance inverse) a été introduit par Peck [PEC86] dans son étude du vieillissement des composants électroniques soumis à ces deux types de stress tel que :

$$L = \frac{A}{RH^n} e^{\frac{b}{T}} \quad (I.65)$$

Le modèle de Peck associé à l'humidité a été appliqué et validé sur de nombreux composants électroniques testés en laboratoire [QI11] [CAT11] mais aussi dans un contexte industriel comme dans les modèles du groupe FIDES [FID09] pour les composants électroniques.

### IV.4. Le stress mécanique (vibrations)

Les composants électriques et les matériaux intégrés dans les machines électriques tournantes subissent un stress mécanique permanent résultant des vibrations ou des chocs mécaniques. Les sollicitations par vibrations se caractérisent par des contraintes répétitives de faible amplitude pendant un grand nombre de cycles, alors que les sollicitations de chocs répétés sont généralement générées par des accélérations plus grandes que les vibrations sur des durées plus courtes. Ces deux types de stress conduisent à la fatigue des composants et dégradent leurs propriétés physiques (déformation, rupture, etc.) [LEE05]. Comme le stress électrique, l'effet du stress mécanique est modélisé par une loi empirique de puissance inverse dans l'expression de la durée de vie [WHI01] :

$$L = \frac{A}{S^n} \quad (I.66)$$

où  $S$  est la valeur efficace du stress mécanique ( $S_{RMS}(g)$ ). Ce modèle a été appliqué à des composants mécaniques soumis à des stress mécaniques cycliques [ELS13] [WAN14-a] et dans un contexte industriel comme dans les modèles du groupe FIDES [FID09] pour les composants électroniques.

#### IV.5. Tableau récapitulatif

Dans tout ce qui précède, les modèles de durée de vie sont des fonctions non linéaires des facteurs de vieillissement. Toutefois, une simple transformation logarithmique appliquée à ces modèles aboutit à des relations linéaires additives plus simples à exploiter. Ceci prouve encore une fois l'importance des modèles AFT déjà présentés qui supposent une relation linéaire entre le logarithme des durées de vie et les différentes variables explicatives. Ainsi, sous l'hypothèse d'un modèle AFT, nous retrouvons les mêmes formes générales des modèles de vieillissement rencontrés dans la littérature et abondamment utilisés en industrie pour tester les composants et qualifier leur fiabilité. Le tableau I.6 résume les modèles de durées de vie déjà présentés ainsi que les transformations nécessaires appliquées aux différentes grandeurs en vue de la linéarisation du modèle.

Il est à remarquer que la plupart des modèles (sauf pour la température) considèrent le niveau de stress constant. Ceci sera également notre cas d'étude car les bancs de tests que nous présenterons dans le chapitre suivant ne permettent pas d'appliquer des formes de stress variable. Cependant, de nombreux systèmes dans de nombreuses conditions opérationnelles font face à des niveaux de stress variables (vitesse variable, changement de pression selon les différentes phases de vol d'un avion, cycles ON/OFF, ...). L'étude du cyclage en particulier dans ces modèles pourra constituer une perspective de notre travail. Les différentes formes de stress seront explicitées dans le paragraphe suivant.

Tableau I.6 Synthèse sur les modèles de durée de vie rencontrés dans la littérature

Facteurs de stress	Modèle de durée de vie (L)	Transformations (modèle linéarisé)
Température (T)	$L = Ae^{\frac{b}{T}}$	$\ln(L) = \ln(A) + \frac{b}{T}$
Cyclage de température ( $\Delta T$ )	$L = \frac{A}{\Delta T^\beta}$	$\ln(L) = \ln(A) - \beta \ln(\Delta T)$
Tension (V)	$L = \frac{A}{V^n}$	$\ln(L) = \ln(A) - n \ln(V)$
Température (T) et humidité relative (RH)	$L = \frac{A}{RH^n} e^{\frac{b}{T}}$	$\ln(L) = \ln(A) - n \ln(RH) + \frac{b}{T}$
Stress mécanique (S)	$L = \frac{A}{S^n}$	$\ln(L) = \ln(A) - n \ln(S)$
Température (T) et stress non thermique (S)	$L = \frac{A}{T^n} e^{\frac{b}{T} + (B + \frac{C}{T})S}$	$\ln(L) = \ln(A) - n \ln(T) + \frac{b}{T} + (B + \frac{C}{T})S$

#### V. Tests de vieillissement accélérés

D'après ce qui précède, nous avons remarqué que la fiabilité d'un composant est caractérisée d'une part, par une loi de distribution statistique des durées de vie et d'autre part, par un modèle paramétrique liant un paramètre de cette distribution aux différentes contraintes appliquées. Ces deux informations sont nécessaires et indispensables pour qualifier les performances d'un composant. Cependant, les modèles et lois évoqués comportent tous des paramètres qui sont spécifiques à chaque composant et dépendent de ses propriétés et des conditions auxquelles il est soumis. Il est donc nécessaire de disposer de données expérimentales de durées de vie propres à chaque composant afin de pouvoir estimer ces paramètres. Ces données peuvent être recueillies en testant les composants sous des conditions aboutissant à leur vieillissement, voire leur claquage.

Cependant, un composant soumis à des contraintes nominales est censé rester opérationnel plusieurs années sans défaillance, la durée de vie exacte pouvant varier d'un composant à un autre et entre les fabricants. De façon générale, la plupart des mécanismes de vieillissement sont des processus longs, surtout si le composant ne subit aucune contrainte dépassant les limites autorisées. Ainsi, pour disposer de données de durée de vie et atteindre la rupture dans une période relativement courte, compatible avec la durée d'un processus d'étude (de quelques minutes à quelques jours voire quelques mois), il faut accélérer les mécanismes de vieillissement en augmentant le niveau des facteurs de vieillissement. Ce genre de tests, classique en fiabilité, est connu sous le nom de tests de vieillissement accéléré.

En industrie, les concepteurs qualifient les performances des composants dès leur fabrication et cette qualification passe par plusieurs étapes avant le lancement du composant et sa mise en service. Le délai entre la conception et la mise en service doit être court, et les exigences en fiabilité sont de plus en plus sévères, les tests de vieillissement accéléré s'avèrent donc indispensables [VAS03].

Ces tests doivent répondre à plusieurs objectifs parmi lesquels [SEN99] l'identification des défauts de fabrication, le contrôle de qualité, l'évaluation et l'amélioration de la fiabilité, le développement des modèles de durée de vie en fonction des contraintes opérationnelles, la vérification de la consistance des modèles statistiques de durée de vie, la prédiction de la durée de vie sous conditions nominales.

Ces différents buts visés classifient les tests de vieillissement accélérés en deux types :

- Tests de vieillissement qualitatifs
- Tests de vieillissement quantitatifs.

Les tests accélérés qualitatifs sont effectués en phase de conception et de production et visent fondamentalement à identifier les principaux modes et mécanismes de défaillance des produits, afin d'améliorer leur fiabilité. Ces tests sont très sévères et vont bien au-delà des limites des contraintes spécifiées pour chaque produit, et ceci dans le but d'identifier les points faibles dans la conception ou la fabrication. Plusieurs types de tests qualitatifs existent en industrie tels que [WHI01] [VAS03] [ESC06] : *Highly Accelerated Life Testing (HALT)*, *Highly Accelerated Stress Screening (HASS)*, *Environmental Stress Screening (EES)*, etc. Si le composant ne survit pas à ce type de tests, le défaut sera identifié pour être éliminé lors de la conception. A cause de leur sévérité, les tests de vieillissement accéléré qualitatifs ne sont pas utilisés pour prédire le comportement du composant sous conditions nominales.

Les tests quantitatifs, au contraire, sont réalisés dans le but de quantifier les caractéristiques principales de la fiabilité des composants : prédire la durée de vie moyenne sous conditions nominales, établir des modèles durée de vie – stress, estimer la loi de distribution statistique, etc. Les composants sont testés sous des contraintes plus élevées que les contraintes nominales mais à condition que [VAS03] :

- les contraintes choisies soient les principaux facteurs de dégradations sous conditions nominales,
- les mécanismes de défaillances provoqués soient les mêmes que ceux rencontrés en conditions nominales et que les tests n'introduisent pas de nouveaux phénomènes de vieillissement qui ne se produisent pas en conditions nominales,
- le niveau des contraintes appliquées ne dépassent pas les limites technologiques du produit.

Sous ces conditions, les données recueillies lors des tests de vieillissement accéléré permettent d'établir des modèles de durées de vie pouvant être extrapolés afin d'en déduire les performances sous contraintes nominales.

Les mécanismes de défaillance des composants sont accélérés par un ou plusieurs facteurs parmi les facteurs de vieillissement déjà introduits dans le paragraphe précédent : température, tension, vibration, humidité, etc. Le stress appliqué peut être constant, ou variable en fonction du temps ; dans ce cas, il

peut être [SEN99] : en paliers, progressif, cyclique ou aléatoire. Le choix du profil de stress dépend des conditions d'utilisation du produit et de ses limitations technologiques. Le tableau I.7 résume les principales caractéristiques de ces types de stress ainsi que leurs avantages et inconvénients [SEN99] [VAS03] [NEL05].

Tableau I.7 Types de stress en tests de vieillissement accélérés quantitatifs

Type de stress	Illustration	Avantages	Inconvénients
<b>Constant</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Type de stress cohérent avec celui en fonctionnement nominal</li> <li>- Simplicité du protocole expérimental</li> <li>- Existence de modèles de durée de vie valables pour ce type de stress et pouvant être extrapolés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Temps d'expérimentation élevé par rapport aux autres types de stress</li> <li>- Ne prend pas en compte les variations des points de fonctionnement</li> </ul>
<b>En paliers</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- durées de vie plus courtes</li> <li>- coûts d'expérimentation plus réduits</li> <li>- éviter des contraintes très fortes au début du test (augmentation progressive)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- difficultés en extrapolation</li> <li>- différents modes de défaillances entre les niveaux de stress extrêmes</li> <li>- critères optimaux à déterminer (période et amplitude des paliers)</li> </ul>
<b>Progressif</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- durées de vie plus courtes</li> <li>- coûts d'expérimentation plus réduits</li> <li>- éviter des contraintes très fortes au début du test (augmentation progressive)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- difficulté en extrapolation</li> <li>- difficulté de maintenir le même taux d'augmentation du niveau de stress</li> </ul>
<b>Cyclique</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- type de stress cohérent au fonctionnement nominal d'un grand nombre de composants</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- effet de la fréquence du cyclage à prendre en compte comme un facteur de vieillissement supplémentaire</li> </ul>
<b>Aléatoire</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- type de stress valable pour des contraintes non opérationnelles (environnementales)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- difficulté en modélisation statistique et en extrapolation</li> <li>- double effet aléatoire (durées de vie et variables explicatives)</li> </ul>

Comme nous le montrerons dans le chapitre suivant, les bancs expérimentaux utilisés pour accélérer le vieillissement des composants qui ont été testés permettent d'appliquer des niveaux de stress constant. Les autres types de stress ne feront pas donc l'objet d'étude. Ils pourront constituer une perspective de travail, particulièrement les stress cycliques.

Cependant, nous remarquons d'après le tableau I.7 que l'application d'un stress de type constant est le test le plus informatif en vieillissement. En effet, les données qui résultent de ces tests permettent de remonter directement aux performances en fonctionnement nominal via les modèles durée de vie-stress qui considèrent très généralement ce type de stress et les lois de distributions où les paramètres sont

estimés conditionnellement à un stress donné qui est donc constant. L'application de ce type de stress est donc avantageuse pour le développement de nos modèles de durée de vie.

Pour mesurer la durée de vie sous les conditions accélérées, deux critères d'arrêt existent :

- l'instant de claquage du composant soumis aux contraintes, dans ce cas les tests de vieillissement sont destructifs,
- l'instant où une propriété du composant se dégrade d'un pourcentage donné (80%, 70%, ...). Ce pourcentage dépend du composant et de son application, dans ce cas les tests sont non destructifs.

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, nous exploitons ces deux types de tests. En effet, la durée de vie des isolants des machines est définie par l'instant de claquage de l'isolation alors que la durée de vie des OLED est définie par la dégradation progressive de leurs caractéristiques lumineuses.

## **VI. Modèles de durée de vie de composants de base en génie électrique**

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'étude des modèles de durée de vie de trois composants qui font l'objet de nombreuses recherches dans le domaine de fiabilité et qui constituent les éléments de base de la plupart des systèmes électriques : les batteries, les modules de puissance et les condensateurs.

L'intérêt accordé à l'étude et à la prédiction de la durée de vie de ces composants croît en raison du passage aux systèmes plus électriques dans les applications automobiles, spatiales ou aéronautiques. En effet, bien que ce passage rende les systèmes plus performants, moins polluants et plus efficaces en termes de rendement, la moindre défaillance d'un composant électrique ou électronique intégré risque d'être critique pour le fonctionnement du système global.

Dans ce qui suit, nous décrivons, pour chacun de ces trois composants, le principe de fonctionnement, les principaux facteurs de vieillissement, les types de tests de vieillissement appliqués, et enfin les modèles utilisés pour la prédiction de leurs durées de vie.

### **VI.1. Les batteries**

Le stockage et la production de l'énergie électrique constituent aujourd'hui un axe de recherche majeur, notamment dans les applications de la traction électrique qui sont en pleine mutation pour répondre aux nouvelles exigences dans le cadre du développement durable. C'est dans cette tendance que s'inscrit le développement de véhicules hybrides et électriques dont l'élément le plus critique est l'élément de stockage de l'énergie ou la batterie. Etant donné le coût élevé de remplacement des batteries, la maîtrise de leur durée de vie et de leurs performances est un enjeu important pour la commercialisation des véhicules électriques ou hybrides.

#### **VI.1.1. Généralités sur les batteries**

Les batteries [LAE10] sont des systèmes permettant de stocker de l'énergie électrique sous forme chimique. Le terme batterie est utilisé pour désigner plusieurs accumulateurs assemblés. L'accumulateur est basé sur un système électrochimique réversible (cycles de charge/décharge). Il est donc rechargeable, par opposition à une pile qui ne l'est pas. L'énergie électrique fournie par ces réactions électrochimiques est exprimée en Watt\*heure (Wh).

Il existe plusieurs types de batteries selon le type d'éléments chimiques utilisés [BAD12] : les batteries au plomb (la technologie la plus ancienne mais qui présente des inconvénients de poids et de volume), les batteries Nickel-Cadmium (coûteuses et toxiques, malgré une large plage d'utilisation), les batteries Nickel-hydrure métallique (coûteuses mais non toxiques et ont une densité d'énergie plus élevée que les batteries Nickel-Cadmium) et les batteries Lithium-ion (coûteuses mais présentes aujourd'hui dans l'électronique grand-public et largement utilisées dans les applications automobiles).

En général, les caractéristiques principales d'une batterie sont [BAD12] :

- La capacité de stockage : c'est la quantité de charges qu'il est possible d'obtenir lors d'une décharge complète de la batterie, initialement chargée, généralement avec un courant constant. Elle s'exprime en Ampères-heures (Ah). Elle dépend de la température et varie au cours du temps à cause du vieillissement de la batterie.
- La tension nominale : c'est la valeur moyenne de la tension de la batterie en phase de décharge.
- L'état de charge (*state of charge* ou SOC) : souvent exprimé en pourcentage, le SOC est le rapport de la quantité de charge disponible à un courant donné sur la quantité totale de charge. On désigne également par DOD (*depth of discharge*) le pourcentage de la capacité qui a été déchargé, et on a :  $DOD = 1 - SOC$ .
- La résistance interne : c'est la résistance qui s'oppose à la circulation du courant et fait baisser la tension nominale lorsque le courant consommé augmente. Elle dépend de la température, du SOC, de la qualité des branchements mais également du vieillissement de la batterie.
- Le régime de courant (en charge ou en décharge) : c'est le courant relatif (*C-rate*) qui est le rapport entre le courant absolu (en A) et la capacité nominale de la batterie (en Ah). Un courant de C/5 par exemple correspond alors au courant nécessaire, dans les conditions nominales et à l'état neuf, pour décharger complètement la batterie en 5h. La figure I.6 illustre la tension d'un accumulateur en fonction de son SOC et de son régime de courant en décharge.  $U_{min}$  cible est la tension pour laquelle l'accumulateur est considéré totalement déchargé.

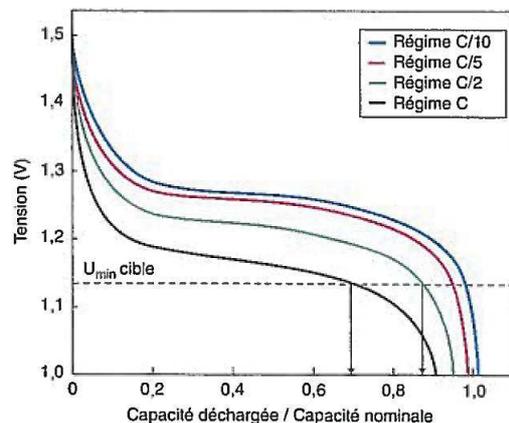


Fig. I.6 Evolution de la tension d'un accumulateur en fonction de l'état de charge et du régime de courant [BAD13]

### VI.1.2. Vieillessement accéléré et modèles de durée de vie des batteries

Au cours de leur fonctionnement, les performances des batteries se dégradent avec le temps et ceci est dû à plusieurs facteurs : la température, la variation de l'état de charge, l'amplitude et la forme du courant, le taux d'usage (nombre et fréquence des cycles charge/décharge), etc. Les effets de ce vieillissement sur les performances de la batterie se manifestent soit par une augmentation de la

résistance interne, ce qui conduit à une perte de la puissance utile, soit par une perte de la capacité de stockage, ou les deux en même temps mais pas forcément de manière proportionnelle [DO10].

Les mécanismes de vieillissement se produisent lors de l'usage des batteries, on parle alors d'un vieillissement en cyclage, mais également pendant les phases de repos (vieillissement calendaire). Dans ce dernier cas, le facteur essentiel de vieillissement est la température.

Le vieillissement des batteries qui limite leur durée de vie est un inconvénient pour tous les dispositifs alimentés par des batteries : téléphonie, informatique, jouet, véhicule, alimentation secourue, outillage, etc. Mais toutes les applications ne sont pas concernées au même niveau. Dans certains cas, le renouvellement de l'appareil peut intervenir avant la fin de vie de la batterie, ou bien le prix de la batterie n'étant pas élevé, elle peut être remplacée. Mais pour les applications automobiles par exemple, d'une part le prix d'un pack peut atteindre plusieurs milliers d'euros, et d'autre part, la durée de vie attendue est idéalement d'une dizaine d'années. Il est donc nécessaire de prévoir et d'étudier les mécanismes de vieillissement pouvant avoir lieu dans les batteries destinées à ce genre d'applications.

L'étude du vieillissement des batteries est réalisée à l'aide d'essais de vieillissement accéléré. Le suivi de la capacité de stockage et de la résistance interne permet de quantifier les performances des batteries. La fin de vie correspond à la chute de la capacité ou à l'augmentation de la résistance d'un pourcentage donné [BAD12]. Généralement, une baisse de la capacité de 20% et/ou une augmentation de la résistance de 100% définissent la fin de vie de la batterie [BAD12].

Comme nous l'avons évoqué précédemment pour les modèles associés aux facteurs de vieillissement, il existe également des normes pour les tests de vieillissement accéléré. Dans le domaine des applications automobiles, un exemple type de tests de vieillissement accéléré est celui proposé par *FreedomCar*, un consortium qui regroupe les principaux constructeurs automobiles américains et le Département Américain de l'Energie (DOE). Les standards de *FreedomCar* spécifient alors les conditions des tests pour le vieillissement accéléré calendaire et cyclique des batteries [HUN03] [CHR14].

L'approche générale de *FreedomCar* pour le vieillissement calendaire des batteries est de les stocker dans des conditions de circuit ouvert à des températures élevées pour augmenter artificiellement le taux de leur dégradation. Le compromis dans le choix des températures consiste à éviter d'introduire des nouveaux modes de défaillance tout en accélérant la dégradation afin de minimiser le temps et le coût des tests. Cinq à sept températures élevées doivent être sélectionnées. Au moins trois cellules doivent être testées à chaque température élevée. Le protocole proposé est donc le suivant [HUN03] [CHR14] : la batterie est mise à la température souhaitée, puis, pendant 25 à 32 jours, une seule impulsion de courant quotidienne est appliquée. La batterie est ensuite caractérisée en la ramenant à la température ambiante de 30°C pour effectuer les mesures. Si le critère de fin de vie n'est pas atteint, un nouveau cycle de 25 à 32 jours est relancé.

Pour un test de vieillissement en cyclage, la batterie est soumise à une répétition de profils de cyclage différents suivant l'application. Le nombre de répétitions dépend aussi de l'application. Pour un véhicule hybride, le profil équilibré en charge est répété 30000 fois avant qu'une phase de caractérisation intermédiaire soit effectuée. Pour un véhicule hybride rechargeable, une combinaison de profils équilibrés (30000 cycles) et de profils de décharge (300 à 600 cycles) est appliquée [HUN03] [CHR14].

Dans le tableau I.8 nous montrons, à titre d'exemple, des résultats de tests de vieillissement (calendaires ou cycliques) réalisés par *FreedomCar* [CHR14] mais aussi par d'autres chercheurs qui ont contribué à l'étude du vieillissement des batteries [WAN11] [ECK12] [PIN13]. Nous spécifions d'abord les conditions de ces tests et nous décrivons brièvement le modèle de durée de vie ou de vieillissement établi.

Au cours de ces tests, les performances de la batterie sont caractérisées par les mesures (ou les calculs) périodiques de la résistance interne et de la capacité. Dans ces travaux, ce sont des modèles de

vieillessement qui sont développés et qui expriment la capacité ou la résistance en fonction du stress appliqué et du temps.

Tableau I.8 Exemples de tests de vieillissement accélérés effectués sur des batteries

Réf.	Tests effectués	Conditions des tests	Modèles utilisés
[WAN11]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests: cycliques</li> <li>- Type de batterie : Li-ion</li> <li>- Applications automobiles et spatiales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteurs de vieillissement : température T, DOD et courant de décharge <math>I_d</math></li> <li>- Valeurs des facteurs : T = 30°C ; 0 °C ; 15°C ; 25°C ; 45°C et 60°C DOD = 90% ; 80% ; 50% ; 20% et 10% <math>I_d = C/2 ; 2C ; 6C</math> et 10C</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de T : loi d'Arrhenius</li> <li>- Effet du DOD : pas d'effet important</li> <li>- Effet de <math>I_d</math> : loi exponentielle</li> </ul>
[ECK12]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : calendaires</li> <li>- Type de batterie : Li-ion</li> <li>- Application : véhicules hybrides</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteurs de vieillissement : température T et SOC</li> <li>- Valeurs des facteurs : à SOC = 50%, T = 35°C ; 50°C et 65°C à T = 50°C, SOC = 20% ; 50% ; 80% et 100%</li> <li>- Nb. de batteries par test : 3</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de T : loi d'Arrhenius</li> <li>- Effet du SOC : loi exponentielle</li> </ul>
[PIN13]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : cycliques</li> <li>- Type de batterie : Li-ion</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteur de vieillissement : température T</li> <li>- Valeurs : T = 30°C ; 40°C ; 60°C et extrapolation à T = 15°C</li> </ul>	Effet de T : loi d'Arrhenius
[CHR14]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : calendaires</li> <li>- Type de batterie : Li-ion</li> <li>- Application : véhicules électriques ou hybrides</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteur de vieillissement : température T</li> <li>- Valeurs : une température de référence (T = 30°C) et 3 températures d'accélération (T = 40°C ; 47,5°C et 55°C)</li> <li>- Nb. de batteries par test: 3 (à 30°C) et 9 pour chaque température d'accélération</li> </ul>	Effet de T : loi d'Arrhenius

## VI.2. Les modules d'électronique de puissance

Depuis une trentaine d'années et dans un contexte de préservation des ressources naturelles et de diminution des émissions de gaz polluants, le domaine de la conversion d'énergie a connu une croissance remarquable avec le passage aux systèmes plus électriques. Dans le domaine de l'aéronautique ou de l'automobile, plus d'actionneurs électriques commandés par les commutateurs électroniques de puissance sont introduits pour remplacer les actionneurs hydrauliques ou pneumatiques.

Les modules d'électronique de puissance embarqués dans ces systèmes se voient confrontés à une demande de réduction de poids, d'encombrement et de coût et tendent par conséquent vers des structures très intégrées. Ceci a conduit à des contraintes de puissances massiques plus élevées ce qui a aggravé le problème d'évacuation de la chaleur. De plus, au cours de leur fonctionnement, ces modules sont exposés à des contraintes opérationnelles de plus en plus fortes : des cycles de température sévères, des hautes tensions et/ou des courants élevés, ce qui accélère leur dégradation. Et comme la plupart des convertisseurs électroniques de puissance ne sont pas équipés de redondance, toute défaillance qui se produit au niveau de ces modules conduira à l'arrêt du système global, d'où l'intérêt de prévoir la durée de vie des modules d'électronique de puissance utilisés dans la conversion d'énergie.

### VI.2.1. Généralités sur les modules de puissance

Les composants de puissance à semi-conducteurs sont les composants actifs permettant, au sein des convertisseurs statiques d'énergie, d'assurer la conversion et le contrôle de l'énergie électrique. Par définition, la fonction de base d'un convertisseur [FOC89] est la transformation de l'énergie électrique disponible en une forme appropriée à l'alimentation d'une charge. Selon le type de conversion, quatre familles de convertisseurs existent, comme illustré dans la figure I.7.

Un module de puissance se compose d'un assemblage de plusieurs commutateurs (semi-conducteurs) qui sont les éléments actifs des convertisseurs statiques. Les composants à semi-conducteurs (commutateurs) intégrés dans un module de puissance peuvent être des thyristors, des transistors bipolaires à grille isolée (IGBT), des diodes, des transistors à effet de champ (FET), ou des commutateurs à semi-conducteurs similaires.

Le choix des composants des modules de puissance dépend de l'application visée (gamme de tension, courant et fréquence). La figure I.8 montre les différents types d'interrupteurs utilisés en fonction de leurs gammes de fréquence et de leur puissance.

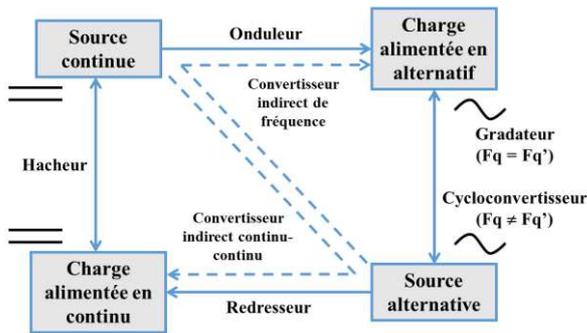


Fig. I.7 Principe des convertisseurs statiques [DEM07]

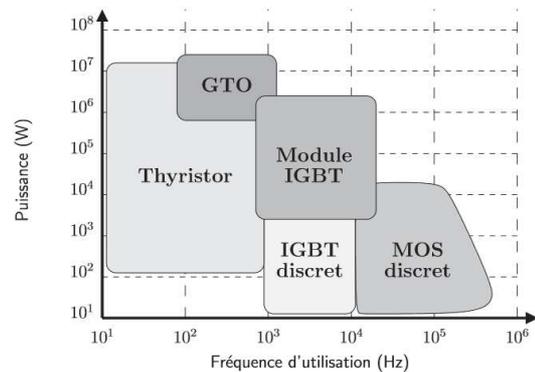


Fig. I.8 Types de commutateurs utilisés en fonction de leur gamme de puissance et de fréquence [DEM07]

### VI.2.2. Vieillessement accéléré des modules de puissance et modèles de durée de vie

De manière générale, la température (en particulier le cyclage thermique) est le principal facteur d'accélération du vieillissement des composants de puissance [SAH09] [CEL12] [HUA13]. En plus des contraintes thermiques externes, un module de puissance subit des contraintes cycliques opérationnelles générées par les cycles de commutations durant son fonctionnement comme ceux de la tension et de la densité de courant et des cycles d'échauffement/refroidissement dus aux commutations [CHR09].

On peut donc distinguer deux types de cyclage thermique [CHR09] : un cyclage passif dû aux conditions thermiques dans lesquelles le module est placé (grande variation de température mais à fréquence faible) et un cyclage actif dû aux commutations du courant durant le fonctionnement du convertisseur. Ce cyclage a une variation plus faible en amplitude mais il se produit à une fréquence plus élevée (fréquence de commutation) que le cyclage passif. La figure I.9 illustre ces deux phénomènes.

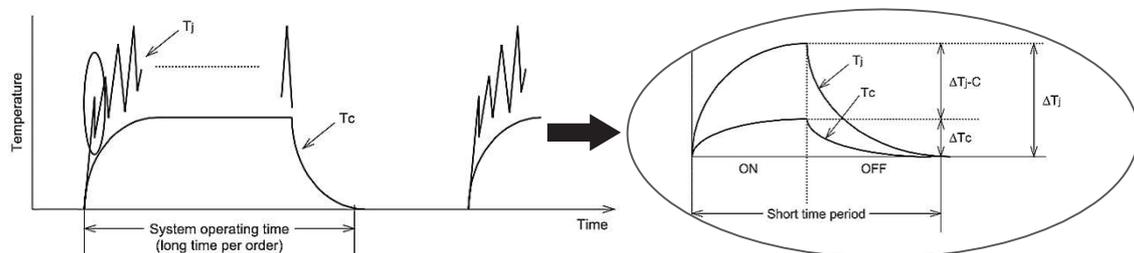


Fig. I.9 Illustration des cycles de température et de puissance subis par un module de puissance durant son fonctionnement ; Source : [www.mitsubishielectric.com/semiconductors/products/pdf/reliability/0512\\_e.pdf](http://www.mitsubishielectric.com/semiconductors/products/pdf/reliability/0512_e.pdf)

Les tests de vieillissement accéléré sont effectués sur les modules de puissance dans le but de recueillir des données pertinentes pour la construction des modèles de durée de vie. Le type de stress appliqué

dans ces tests est essentiellement cyclique [AMR04] [BAY08] [HUA13]. Deux tests sont généralement effectués : le cyclage thermique passif (TC) et le cyclage en puissance (PC) actif.

Dans le test à cyclage thermique [CHR09] [OUA14] [KOV15], le module est exposé à des variations de la température ambiante. Il est testé dans des chambres contrôlées en température pour évaluer l'effet de la température ambiante. La durée d'un cycle doit être suffisamment longue pour permettre à toutes les parties de l'assemblage d'atteindre la température fixée.

Dans le test à cyclage de puissance [CHR09] [OUA14] [KOV15], c'est la puissance fournie à la puce qui va auto-échauffer le composant et réaliser des cycles thermiques. Des courants de charge sont périodiquement appliqués et coupés conduisant à des variations faibles et rapides de la température interne du module ou température de jonction  $T_j$  (échauffement et refroidissement cycliques du module), par comparaison à celles en cyclage passif. On envoie donc un courant qui chauffe le composant jusqu'à la température de consigne maximale, puis ce courant est coupé et la température va chuter pour atteindre sa température minimale grâce à un système de refroidissement, indiquant la fin d'un cycle.

Il existe des normes internationales telles que les IEC 60747 [IEC05-b] qui définissent les conditions générales des tests de vieillissement accéléré sur les modules de puissance à semi-conducteurs. Cependant, la spécification exacte des courants ou des températures à appliquer dépend de l'application et du composant étudié, et donc du fabricant. Ces tests permettent d'évaluer les modules de puissance soumis à des stress thermiques mais aussi à d'autres facteurs de vieillissement tels que la vibration et le choc mécanique. Ces tests sont résumés dans le tableau I.9 [OUA14].

Tableau I.9 Tests de vieillissement accéléré réalisés en industrie sur les modules de puissance selon les normes internationales [OUA14]

Test	Conditions	Normes
High temperature reverse bias test : HTRB	Composant à l'état bloqué Tension de bus appliquée Température ambiante à la limite opérationnelle Durée = 1000h	IEC60747-9 :1998
High temperature gate stress test : HTGS	Tension de grille appliquée positive ou négative Température ambiante à la limite opérationnelle Durée = 1000h	IEC60747-9 :1988
High temperature storage test : HTS	Température ambiante à la limite opérationnelle Durée = 1000h	IEC60068-2-2
Temperature cycling : TC	Chauffage/refroidissement externe 2 min < temps du cycle < 6 min $\Delta T_{\text{cycle}} = 80\text{K}$ 2000/5000 cycles	IEC60749-9 :1998
Power cycling : PC	Auto-échauffement ; refroidissement externe 0,5 s < temps du cycle < 10 s 60K < $\Delta T_j$ < 100K 10 000 < nb. des cycles < 130 000	IEC60747-9 :1988
Vibration : V	Balayage sinusoïdale Accélération : 5g Durée : 2h par axe (x,y,z)	IEC60068-2-6 Test Fc
Mechanical shock : MS	Impulsions Accélération : 30g 3 fois dans chaque direction	IEC60068-2-27 Test Ea

Dans la littérature, de nombreux travaux [HEL99] [AMR04] [BAY08] [HUA13] ont été réalisés sur la modélisation des durées de vie des modules de puissance en se basant sur les résultats de tests de vieillissement accélérés. Comme les profils des facteurs de stress sont souvent cycliques, la plupart des modèles de durée de vie rencontrés utilisent la loi de Coffin-Manson associée à la loi d'Arrhenius pour modéliser aussi l'effet de la température absolue. Le principe se base alors sur la corrélation du nombre de cycles avant défaillance ( $N_f$ ) avec les conditions des tests (les contraintes). Le tableau I.10 présente les éléments de base dans les travaux de [HEL99] [AMR04] [BAY08] [HUA13], en décrivant pour chacun, le type de module testé, les conditions des tests accélérés et les modèles de durée de vie utilisés.

Tableau I.10 Exemples de tests de vieillissement accélérés effectués sur des modules de puissance

Réf.	Tests effectués	Conditions des tests	Modèles utilisés
[HEL99]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : cyclage en puissance</li> <li>- Type de modules : IGBT</li> <li>- Application : traction</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteurs de vieillissement : température <math>T_m</math> et cyclage de la température <math>\Delta T_j</math></li> <li>- Valeurs des facteurs : <math>T_m = 60^\circ\text{C}</math> ; <math>80^\circ\text{C}</math> et <math>100^\circ\text{C}</math></li> <li><math>30\text{ K} &lt; \Delta T_j &lt; 80\text{ K}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de <math>T_m</math> : loi d'Arrhenius</li> <li>- Effet de <math>\Delta T_j</math> : loi de Coffin-Manson</li> <li>- Modèle de durée de vie :  <math display="block">N_f = A \cdot \Delta T_j^\alpha \cdot e^{\frac{Q}{RT_m}}</math> </li> </ul>
[AMR04]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : cyclage en puissance</li> <li>- Type de modules : diodes de puissance</li> <li>- Application : automobile</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteur de vieillissement : cyclage de la température <math>\Delta T_j</math></li> <li>- Valeurs : <math>\Delta T_j = 105\text{ K}</math> ; <math>130\text{ K}</math> et <math>155\text{ K}</math> et extrapolation à <math>T = 110\text{ K}</math></li> <li>- Nb. de diodes par test : 6</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de <math>\Delta T_j</math> : loi de Coffin-Manson</li> <li>- Modèle de durée de vie :  <math display="block">N_f = A \cdot \Delta T_j^\alpha</math> </li> <li>- Loi de distribution : Weibull</li> </ul>
[BAY08]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : cyclage en puissance</li> <li>- Type de modules : IGBT</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteurs de vieillissement : température <math>T_j</math>, cyclage de température <math>\Delta T_j</math>, courant <math>I</math>, et rapport cyclique (<math>t_{on}</math>)</li> <li>- Valeurs des facteurs : <math>45\text{ K} &lt; \Delta T_j &lt; 150\text{ K}</math></li> <li><math>80^\circ\text{C} &lt; T_j &lt; 205^\circ\text{C}</math></li> <li><math>3\text{ A} &lt; I &lt; 23\text{ A}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de <math>T_j</math> : loi d'Arrhenius</li> <li>- Effet de <math>\Delta T_j</math> : loi de Coffin-Manson</li> <li>- Effet de <math>t_{on}</math> et de <math>I</math> : loi de puissance inverse</li> <li>- Modèle de durée de vie :  <math display="block">N_f = K \cdot \Delta T_j^{\beta_1} \cdot e^{\frac{\beta_2}{T_j+273}} \cdot t_{on}^{\beta_3} \cdot I_4^\beta</math> </li> <li>- Loi de distribution : log-normale</li> </ul>
[HUA13]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : cyclage en puissance</li> <li>- Type de modules : IGBT</li> <li>- Application : production d'énergie éolienne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteur de vieillissement : cyclage de la température <math>\Delta T_j</math></li> <li>- Valeurs : <math>\Delta T_j = 80^\circ\text{C}</math> et <math>120^\circ\text{C}</math></li> <li>- Nb. d'IGBT par test : 22</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de <math>\Delta T_j</math> : loi de Coffin-Manson  <math display="block">N_f = 0.5 \times \left[ \frac{0.488 \Delta T_j}{606.1724} \right]^{-4.367}</math> </li> <li>- Loi de distribution : Weibull</li> </ul>

### VI.3. Les condensateurs

Les condensateurs sont des composants passifs devenus indispensables dans le domaine de l'électronique de puissance et ceci pour de nombreuses applications [HAN96] [SAR98] [MOU07] :

- stockage d'énergie, sauvegarde de données, protection de systèmes,
- correction du facteur de puissance,
- régulation de la tension de sortie des alimentations à découpage,
- filtrage d'entrée ou de sortie des convertisseurs statiques,
- réduction des impédances des lignes,
- protection, démarrage des moteurs électriques.

Le besoin toujours croissant d'efficacité énergétique, l'utilisation grandissante des énergies renouvelables et la présence de plus en plus forte de l'électronique dans les automobiles modernes ont été des moteurs significatifs de l'utilisation de ces composants dans les dernières décennies. Des études antérieures [YAN11] [WAN14-b] [MAK15] ont montré que les condensateurs (éléments passifs) et les modules de puissance (éléments actifs) sont les deux éléments les plus vulnérables aux défaillances dans la plupart des dispositifs d'électronique de puissance. Ainsi, la durée de vie de ces systèmes est fortement liée à la durée de vie des condensateurs, en plus de celle des modules qui ont fait l'objet du paragraphe précédent. Les défaillances d'un condensateur de puissance peuvent être attribuées à des conditions de fonctionnement sévères telles que les températures élevées, l'humidité, les tensions et les pics de courant [MAK15]. Une meilleure compréhension de leurs phénomènes de vieillissement et des différents facteurs affectant leur durée de vie permettrait de prévenir les défaillances des condensateurs et donc d'améliorer la fiabilité du système global.

### VI.3.1. Généralités sur les condensateurs

Un condensateur est un dispositif permettant de stocker de l'énergie sous forme de charges électrostatiques [PER03] [VEN07]. Il est composé de deux armatures conductrices (deux électrodes constituant l'anode et la cathode) séparées par un matériau isolant (le diélectrique). Quand une différence de potentiel est appliquée entre les deux électrodes, une charge électrique proportionnelle à la tension appliquée et à la capacité est emmagasinée dans le condensateur.

La valeur de la capacité  $C$  est donnée par [HAN96] [PER03] :

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \quad (I.67)$$

où  $\varepsilon_0$  est la permittivité absolue du vide ( $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} F/m$ ),  $\varepsilon_r$  est la permittivité relative du diélectrique (sans dimension),  $A$  est la surface de contact anode-diélectrique en  $m^2$  et  $d$  est l'épaisseur du diélectrique en  $m$ .

L'énergie stockée dans le condensateur de capacité  $C$  et sous une tension  $U$  est :

$$W = \frac{1}{2} CU^2 \quad (I.68)$$

Un condensateur est également caractérisé par sa résistance équivalente série  $ESR$ . L' $ESR$  est l'élément dissipatif illustrant principalement les pertes dynamiques. Les valeurs de  $C$  et de  $ESR$  sont dépendantes de la température et de la fréquence [PER03] [VEN07].

Pour les applications en électronique de puissance, trois grandes familles de condensateurs sont utilisées [MOU07] : les condensateurs électrolytiques à l'aluminium (associant une forte capacité par unité de volume, une tension de fonctionnement élevée et un prix avantageux mais ayant un taux de défaillance élevé), les condensateurs céramiques (utilisés pour le filtrage en sortie des alimentations à découpage à haute fréquence mais coûteux) et les condensateurs films (présentant des risques d'inflammation en cas de défaut d'où la nécessité d'améliorer leur sûreté de fonctionnement). La figure I.10 représente les ordres de grandeur des gammes de capacité et de tension pour ces différentes familles de condensateurs.

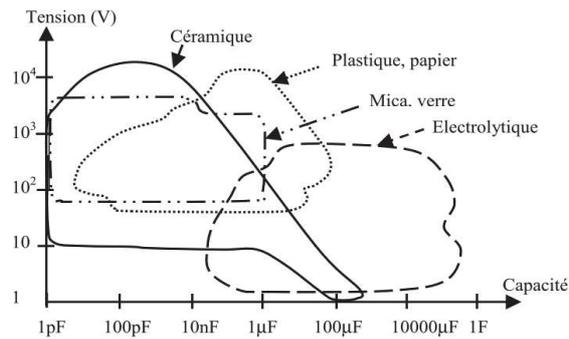


Fig. I.10 Gammes de capacité et de tension pour les différents types de condensateurs [VEN07]

### VI.3.2. Vieillessement accéléré des condensateurs et modèles de durée de vie

Au cours de leur fonctionnement, les condensateurs sont soumis à une multitude de sollicitations qui peuvent dégrader de manière irréversible leurs propriétés, ce qui conduit à leur vieillissement. Parmi les facteurs de vieillissement, ceux qui influencent le plus les performances des condensateurs sont [ALB10] la température, le courant ondulatoire, la tension de fonctionnement, parfois combinés à des contraintes mécaniques (vibrations) ou environnementale (humidité).

Lorsque les condensateurs vieillissent, leur capacité décroît et leur *ESR* augmente. Une *ESR* élevée provoque davantage de dissipation thermique dans le condensateur, ce qui fait augmenter la température interne, accélérant ainsi le processus de vieillissement [GAS96].

La durée de vie des condensateurs est généralement estimée en nombre d'heures pour une température de fonctionnement, une tension et un courant ondulatoire donnés. Le critère de fin de vie correspond généralement à une *ESR* doublée et une baisse de la capacité d'un pourcentage donné (20% pour les condensateurs électrolytiques à l'aluminium, 5% pour les condensateurs à films et 10% pour les condensateurs céramiques) [WAN14-b].

Les tests de vieillissement accéléré sont effectués sur les condensateurs de puissance pour recueillir des données pertinentes afin d'évaluer leur fiabilité. Ces tests considèrent principalement la température et les contraintes électriques comme facteurs de vieillissement [MIN82] [PAU02] [PER03]. Deux types de tests sont souvent appliqués [PER03] :

- le vieillissement standard, où les condensateurs sont placés dans une enceinte climatique à tension nominale et température maximale d'utilisation. Ce vieillissement permet de mettre en évidence les conséquences liées aux températures élevées.
- essai par cycles de charge / décharge : dans cet essai, les composants sont chargés lentement à tension nominale et déchargés dans une impédance de très faible valeur. L'énergie totale dissipée dans le condensateur sur un cycle est négligeable et ne crée pas d'échauffement global du composant. La forte densité de courant en certains points peut toutefois créer des échauffements localisés dans le composant.

Comme dans le cas des deux composants étudiés précédemment, des normes internationales (IEC par exemple) existent pour spécifier les conditions de ces tests. Dans le tableau I.11, nous citons, à titre d'exemple, les principaux tests effectués sur les condensateurs électrolytiques selon les normes IEC. Dans ce tableau, on désigne par  $U_R$  la tension nominale du condensateur et par  $I_L$  son courant de fuite.

Tableau I.11 Tests de vieillissement accélérés réalisés en industrie sur les condensateurs selon les normes internationales ; Source : [http://www.efo-power.ru/BROSHURES\\_CATALOGS/Kemet/Electrolytic\\_Capacitors.pdf](http://www.efo-power.ru/BROSHURES_CATALOGS/Kemet/Electrolytic_Capacitors.pdf)

Test	Conditions	Critère d'arrêt (durée de vie)	Normes
Endurance Test / Life test	- Durée : 2000h - Température maximale (85°C) - Ondulations de courant	- Pour $U_R \leq 6,3$ VDC : $\Delta C/C +15\%$ ou $\Delta C/C - 30\%$ - Pour $6,3$ VDC $\leq U_R \leq 160$ VDC : $\Delta C/C \pm 15\%$ - Pour $U_R > 160$ VDC : $\Delta C/C \pm 10\%$ - $I_L < I_L$ limite spécifié à chaque condition - $ESR < 2ESR_{initiale}$	IEC 60384-4
Surge voltage test	- 1000 cycles de : 30s (charge) / 5min30s (décharge) - Température maximale (85°C) - Tension appliquée U : U = 1,15 $U_R$ pour $U_R \leq 315$ V U = 1,10 $U_R$ pour $U_R > 315$ V - Constante de temps de la charge : 0,1s $\pm$ 0,05s	- $\Delta C/C \leq 15\%$ - $I_L <$ limite spécifié à chaque condition	IEC 60384-4
High temperature storage test	Stockage de 96h $\pm$ 4h sous température maximale	- $\Delta C/C - 10\%$ - $I_L < 2I_L$ limite spécifié à chaque condensateur	IEC 60068-2-2
Charge and discharge test	- Nombre de cycles : $10^6$ - Température : 20°C - Tension appliquée en charge : $U_R$ - durée : 0,5s - Constante de temps de la résistance de décharge : 0,1s	$\Delta C/C \leq 10\%$	IEC 60384-4
Vibration test	- Fréquence : 10Hz - 500Hz - Accélération : 10g - Durée : 2h par axe (x,y,z)	$\Delta C/C < 5\%$	IEC 60068-2-6 Test Fc
Mechanical shock test	- Durée de l'impulsion : 11ms - Accélération : 50g	$\Delta C/C < 5\%$	IEC 60068-2-27 Test Ea

Dans la littérature, de nombreux travaux [MIN82] [PAU02] [WAN15] ont été réalisés sur la modélisation des durées de vie des condensateurs en se basant sur les résultats de tests de vieillissement accéléré. Ces tests font intervenir le plus souvent des facteurs de stress thermiques et/ou électriques. Au cours de ces tests, les performances des condensateurs sont caractérisées par les mesures (ou les calculs) périodiques de l'ESR et de la capacité. Le critère de fin de vie est alors déterminé par l'augmentation de la résistance et/ou de la baisse de la capacité (les pourcentages dépendent du type de condensateur).

Dans le tableau I.12, nous présentons les résultats des tests de vieillissement accéléré dans les travaux de [MIN82] [PAU02] [WAN15] sur des condensateurs de puissance. Nous décrivons, pour chacun, le type de condensateur testé, les conditions des tests accélérés et les modèles de durée de vie utilisés.

Tableau I.12 Exemples de tests de vieillissement accélérés effectués sur des condensateurs

Réf.	Tests effectués	Conditions des tests	Modèles utilisés
[MIN82]	- Tests : vieillissement standard - Type de condensateurs : céramiques	- Facteurs de vieillissement : température T et tension appliquée V (DC) - Valeurs des facteurs: T = 85°C ; 105°C ; 110°C ; 125°C ; 150°C et 170°C V = 75V ; 125V ; 200V et 400V - Nb. de condensateurs par test : 19 ou 20	- Effet de T : loi d'Arrhenius - Effet de V : loi de puissance inverse - Modèle de durée de vie : $t = AV^{-n} \exp\left(\frac{E_a}{KT}\right)$ - Loi de distribution : log-normale

[PAU02]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests : vieillissement standard</li> <li>- Type de condensateurs : céramiques</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteurs de vieillissement : température T et tension appliquée V (DC)</li> <li>- Valeurs des facteurs : T = 155°C ; 165°C et 175°C V = 250V ; 325V ; 400V ; 500V et 600 V</li> <li>- Nb. de condensateurs par test : 100</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de T : loi d'Arrhenius</li> <li>- Effet de V : loi de puissance inverse</li> <li>- Modèle de durée de vie : <math display="block">t = AV^{-n} \exp\left(\frac{E_a}{KT}\right)</math></li> <li>- Loi de distribution : log-normale</li> </ul>
[WAN15]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests: vieillissement standard</li> <li>- Type de condensateurs : films</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Facteur de vieillissement : humidité relative (RH)</li> <li>- Valeurs : RH = 85% ; 70% et 55% à 85°C</li> <li>- Nb. de condensateurs par test : 10</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effet de RH : loi de puissance inverse</li> <li>- Modèle de durée de vie : <math display="block">L = L_0 \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^{-1.8}</math></li> <li>- Loi de distribution : Weibull</li> </ul>

#### VI.4. Conclusion sur les travaux réalisés sur les batteries, modules de puissance et condensateurs

D'après ce qui précède nous remarquons que de nombreux travaux ont contribué à l'étude et la modélisation de la durée de vie des éléments de base des systèmes en génie électrique : les batteries, les modules de puissance et les condensateurs.

Dans le cas des batteries, la plupart des travaux publiés ont contribué à la modélisation du vieillissement des batteries au cours du temps et en fonction des conditions d'utilisation, plutôt que de leur durée de vie. Ceci est dû au caractère non destructif des tests de vieillissement qui permettent de suivre l'évolution des performances des batteries. Le facteur principal de vieillissement des batteries est la température dont l'effet est modélisé par la loi d'Arrhénius. Dans la plupart des cas, c'est le seul facteur étudié. Lorsque plusieurs facteurs interviennent, chacun est étudié séparément sans aboutir à un modèle global multi-contraintes. Nous pouvons aussi remarquer que, en raison du faible nombre de batteries testées, peu d'études s'intéressent à l'estimation de la distribution des durées de vie, le traitement statistique étant peu significatif pour un faible nombre d'échantillons testés.

En ce qui concerne les modules de puissance à semi-conducteur, la modélisation de la durée de vie est réalisée à partir de la détermination du nombre des cycles avant défaillance. Les tests de vieillissement accéléré étant des tests de cyclage en température ou en puissance, l'utilisation de la loi de Coffin-Manson paraît évidente. De nombreuses études font également intervenir d'autres facteurs : la température ambiante, le courant, le rapport cyclique des commutations. En particulier, la plupart des travaux se basent sur le modèle complet proposé dans [BAY08].

Enfin, pour les condensateurs de puissance, la température est aussi le principal facteur de vieillissement. Les performances d'un condensateur se dégradent également sous des contraintes électriques, mécaniques ou environnementales sévères dont l'effet est souvent exprimé par une loi de puissance inverse. L'effet combiné de différentes contraintes est souvent modélisé par l'expression du produit des effets élémentaires de chaque contrainte, aboutissant à un modèle multi-contraintes.

L'analyse statistique des mesures issues des tests de vieillissement effectués sur les modules de puissance et les condensateurs s'appuie sur les distributions log-normale et de Weibull dans la plupart des cas rencontrés. Cette analyse est significative vu le nombre relativement élevé de modules ou de condensateurs testés dans la plupart de ces études.

Nous remarquons d'après ces études diverses que, à quelques exceptions près, les tests évaluent l'effet d'un seul facteur de vieillissement. Dans les cas où plusieurs facteurs interviennent, l'effet combiné de ces facteurs est exprimé simplement par le produit des effets individuels, sans aucune expression d'éventuelles interactions entre les facteurs. Or pour une meilleure approximation des conditions de fonctionnement réelles, un modèle de durée de vie devrait exprimer les effets de plusieurs facteurs de stress et de leurs interactions. Le modèle d'Eyring généralisé permettrait d'évaluer les effets des

interactions entre la température et les facteurs non thermiques, mais ce modèle est limité à ces interactions particulières et présente donc l'inconvénient de ne pas considérer les interactions potentielles entre les différents facteurs non thermiques. Enfin, dans toutes les études rencontrées, aucune considération liée aux contraintes économiques et expérimentales n'est prise en compte pour la réalisation des tests de vieillissement accéléré.

Face à ces nombreuses limitations que nous expliquons plus en détails dans le chapitre suivant, nous serons en mesure de développer une nouvelle méthodologie pour la modélisation de la durée de vie des composants du génie électrique. Les modèles de durée de vie que nous avons déjà présentés (rencontrés dans la littérature ou définis par les normes industrielles) nous serviront de base en ce qui concerne :

- les formes générales de variation de la durée de vie en fonction des facteurs de stress évoqués (lois d'Arrhénius, de puissance inverse, etc.),
- les lois de distribution des durées de vie soumis à un ensemble de contraintes (les lois couramment utilisées sont les lois log-normale et de Weibull).

Deux composants ont été testés (des isolants de machines électriques et des OLED) mais la méthodologie que nous proposons dans le chapitre suivant reste applicable à tout autre composant. Dans la partie suivante nous présentons un état de l'art sur le vieillissement des matériaux isolants et des OLED. Nous montrons alors que les modèles rencontrés présentent les mêmes inconvénients déjà cités et nous expliquons les raisons pour lesquelles nous nous sommes intéressés à tester ces deux types de composants en particulier.

## **VII. Modèles de durée de vie des isolants des machines électriques et des OLED**

Dans cette partie, nous nous intéressons à la fiabilité des deux composants qui font l'objet de notre travail : les isolants des machines électriques et les sources d'éclairage OLED (*Organic Light Emitting Diodes* en anglais). La fiabilité de ces deux composants est devenue un sujet d'intérêt primordial. D'une part, le système d'isolation d'une machine électrique est un élément critique pour son fonctionnement, et dans le contexte du passage vers des systèmes plus électriques, les isolants des machines sont exposés à des contraintes opérationnelles de plus en plus sévères. D'autre part, les OLED se présentent aujourd'hui comme une solution alternative aux sources d'éclairage classiques pour un éclairage à meilleure efficacité énergétique. Cependant, leur large commercialisation reste limitée à cause de leur durée de vie et leurs performances au fil du temps encore incomplètement maîtrisées. Nous présentons alors un état de l'art sur le vieillissement de ces deux composants : les principaux facteurs de vieillissement, les tests de vieillissement accéléré ainsi que les modèles de durées de vie les plus utilisés.

### **VII.1. Les isolants des machines électriques**

Nous nous intéressons en premier lieu à l'étude de la fiabilité des isolants des machines électriques. La problématique de la fiabilité des isolants des machines électriques embarquées dans les moyens de transport s'accroît avec la tendance vers le « plus électrique » voire le « tout électrique ». Nous rappelons que, dans le contexte des nouvelles exigences d'efficacité énergétique, du respect de l'environnement et de la baisse des coûts de maintenance et de fonctionnement, la distribution de l'énergie embarquée dans les moyens de transport s'appuie de plus en plus sur l'énergie électrique qui remplace progressivement les énergies hydraulique et pneumatique. Cette évolution impose une augmentation de la puissance électrique embarquée, ce qui augmente le besoin en systèmes de production et de stockage d'énergie électrique et en composants d'électronique de puissance. D'autre part, cette augmentation de puissance

affecte également les machines électriques tournantes embarquées dans ces systèmes. En effet, l'augmentation de la puissance électrique peut être réalisée en augmentant soit le courant, soit la tension. Néanmoins, l'augmentation du courant induit une augmentation de la taille des câbles et donc du poids. Ainsi, pour répondre aux contraintes d'encombrement et de poids, imposées dans le cadre d'un système embarqué, la solution est d'augmenter la tension.

Dans le contexte aéronautique par exemple, l'évolution au cours du temps du niveau de tension à bord est remarquable [CHR10]. En 1936, les systèmes électriques aéronautiques fonctionnaient à 14,25 V (DC), puis ce niveau est passé à 28 V (DC) en 1946 et, finalement, l'alimentation en alternatif d'un niveau de 115/200V à 400 Hz est devenue commune dans la plupart des avions civils. De nos jours, le concept de l'avion plus électrique a exigé le passage vers des tensions de 230/400V (AC) comme pour l'A350 et à des fréquences plus élevées (300Hz-800Hz). Par exemple, le Boeing 787 est passé à un système combiné d'alimentation alternative de 230/400 V à 360-800 Hz et continue de +/- 270 V.

Ces tensions élevées dégradent les propriétés diélectriques des isolants des machines électriques, préalablement conçus pour des niveaux de tensions inférieurs. En particulier, les tensions élevées et leurs fortes variations imposent de forts transitoires, ce qui favorise l'apparition de décharges partielles (DP) [CHR10] [ORT10] [GUA11]. Ce phénomène est inévitable étant donné que le stress électrique est aussi combiné à d'autres contraintes imposées par l'environnement avionique telles que la baisse de pression liée à l'altitude, les cycles de température et la variation du taux d'humidité. D'autre part, l'apparition de DP dans un isolant peut être associée au vieillissement de celui-ci. En effet, la dégradation de l'isolation peut engendrer la présence de cavités, donnant lieu à des DP [GUI04].

Avec le risque croissant de DP dans le système d'isolation, et étant donné que 30 à 40% des défaillances d'une machine électrique proviennent des défaillances des isolants du bobinage statorique [BEL85] [GRU08] [TAV08], la durée de vie des matériaux isolants devient un enjeu majeur pour l'évaluation de la fiabilité des machines électriques embarquées dans les moyens de transport comme l'avion.

### VII.1.1. Généralités sur les matériaux isolants

Les matériaux isolants [FOU00] sont des matériaux ayant une conductivité électrique suffisamment faible pour être utilisée afin de séparer des pièces conductrices portées à des potentiels différents, et ceci dans deux objectifs :

- protéger les utilisateurs contre les chocs électriques,
- protéger l'équipement électrique contre les courts-circuits.

En général, les performances d'un isolant peuvent être définies à partir d'un ensemble de propriétés physiques et électriques [MEN97] [FOU00] [QUE14] : sa résistivité, sa permittivité diélectrique, ses pertes diélectriques et sa rigidité diélectrique.

La résistivité d'un isolant est son aptitude à s'opposer au passage du courant lorsqu'il est soumis à une contrainte en tension. Elle est exprimée en  $\Omega.m$ . Un matériau est considéré isolant si sa résistivité est supérieure à  $10^{11} \Omega.m$ .

La permittivité diélectrique d'un isolant décrit sa réponse lorsqu'on lui applique un champ électrique. Elle est définie par le rapport entre la norme du champ de déplacement électrique et celle du champ appliqué au matériau. Elle est souvent exprimée en grandeur relative par rapport à la permittivité du vide ( $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12} F/m$ ).

Les pertes diélectriques correspondent à l'énergie dissipée dans le matériau lorsque celui-ci est soumis à un champ électrique variable. C'est une grandeur sans unités (souvent appelée tangente de l'angle de pertes).

La rigidité diélectrique représente la valeur maximale du champ électrique que le matériau isolant peut supporter avant l'apparition d'un arc électrique. Elle est exprimé en V/m. La rupture diélectrique d'un isolant solide est un phénomène destructif qui modifie d'une façon irréversible la structure locale du matériau. Elle peut être favorisée par l'échauffement dû aux pertes diélectriques ou par l'apparition de DP.

Les matériaux isolants peuvent être classés selon la nature du matériau utilisé, ou selon la température qu'ils peuvent supporter.

Selon la première classification, on trouve :

- Des isolants solides : le mica, le bois, le verre, la porcelaine, le caoutchouc, le coton, la soie, le papier, les polymères, ...
- Des isolants liquides : les huiles minérales d'hydrocarbure, les huiles de lin, les vernis synthétiques, ...
- Des isolants gazeux : l'air sec, le dioxyde de carbone, l'argon, l'azote, ...

Selon la seconde classification, les isolants sont classifiés selon leurs limites thermiques. En effet, la performance et les propriétés physiques des isolants dépendent de la température de fonctionnement. Plus la température est élevée, plus le taux de la dégradation chimique des propriétés diélectriques sera élevé, ce qui réduit la durée de vie de l'isolant. Par conséquent, il est nécessaire de déterminer les limites de température de fonctionnement des matériaux isolants, ce qui assurera un fonctionnement sûr tout au long de sa durée de vie prévue. Le tableau I.13 présente les classes thermiques des matériaux isolants selon les normes du IEC (IEC85 et IEC 34-1). D'après ces normes, la classe thermique d'un matériau isolant est la valeur de température pour laquelle ce matériau peut être utilisé au moins 20 000 h sans avoir atteint sa fin de vie définie par un pourcentage de dégradation de ses propriétés [MEN97] [IEC07].

Tableau I.13 : Classes thermiques des isolants [MEN97] [IEC07]

Classe thermique	Température limite (°C)	Exemples
Y	90	Coton, soie, papier, matières organiques similaires sans imprégnation ni immersion dans un diélectrique liquide
A	105	Mêmes matières que celles de la classe Y mais imprégnés ou immergés dans un diélectrique liquide
E	120	Emaux ou résines époxydes ou formol-polyvinyle
B	130	Matières minérales telles que le mica, fibre de verre
F	155	Mêmes matières que celles de la classe B mais avec des matières d'agglomération (résines alkyles, époxydes, polyesters)
H	180	élastomères de silicones ou mica, fibre de verre, amiantes agglomérées avec résines de silicone
C	> 180	Mica sans agglomérant, verre, quartz, porcelaine

### VII.1.2. Vieillessement accéléré et modèles de durée de vie des isolants

L'isolation électrique est un des éléments les plus critiques dans les machines électriques. Il est rappelé que, d'après de nombreuses études [BEL85] [GRU08] [TAV08] réalisées sur les machines électriques, 30 à 40 % des défaillances des machines électriques proviennent de celles du système d'isolation de leur bobinage. Ainsi, la durée de vie d'une machine électrique dépend fortement de celle du système d'isolation.

La rupture de l'isolation, communément appelée claquage, correspond au passage d'un arc électrique entre une partie sous tension et une autre partie à la terre ou sous une tension différente (autre phase ou autres spires d'une même phase). La grande quantité d'énergie mise en jeu au passage de l'arc provoque la destruction irréversible de l'isolant, et donc celle du matériau.

Le claquage des isolants [GUI04] est généralement précédé par une phase de croissance d'un défaut tel qu'une cavité ou vacuole, dû à des surtensions, des forts  $dV/dt$ , et/ou au vieillissement du matériau isolant sous des contraintes opérationnelles ou environnementales [ORT10] [ILL14]. La cavité causée par ces effets, lorsqu'elle est de taille suffisante, est le siège de DP dont la répétition érode le matériau et conduit à la formation d'une arborescence où se produit finalement l'arc électrique [GJE97] [GUI04] [MAU15]. Pour un grand nombre de matériaux isolants utilisés dans les machines électriques la dégradation est irréversible à partir de l'apparition de la première DP. La figure I.11 montre un exemple d'apparition de DP luminescente dans le stator d'un moteur électrique.



Fig. I.11 Phénomène de DP dans un moteur électrique [BIL14]

Outre la contrainte électrique qui est la principale cause des DP, les isolants dans les machines électriques subissent d'autres contraintes contribuant à leur dégradation telles que la température, l'humidité et les vibrations [STO93] [GJE97].

Comme pour la plupart des composants électriques, le stress thermique est un facteur de dégradation important pour les isolants. En plus de la température ambiante élevée, le courant circulant dans les conducteurs d'une machine électrique provoque des pertes ohmiques et une chaleur qui augmente la température des isolants qui les entourent. Des pertes diélectriques peuvent également contribuer à une élévation de la température des isolants. En outre, les gradients de température transitoires ou cycliques peuvent induire des conséquences graves et accélérer le vieillissement des isolants [KOK12].

Le stress mécanique doit également être considéré. Il résulte de différentes contraintes mécaniques : les vibrations de la machine, la flexion des câbles, les différentes dilatations thermiques entre les matériaux ; toutes ces contraintes peuvent provoquer des DP.

Enfin, il faut considérer le stress provenant de l'environnement dans lequel fonctionne la machine électrique : le taux d'humidité, les réactions chimiques comme l'oxydation, le type et la pression du gaz dans l'environnement, les radiations dans les centrales nucléaires, etc.

Au cours de leur fonctionnement, les machines électriques sont souvent exposées simultanément à ces différents types de stress. Ainsi, les matériaux isolants de ces machines subissent, en plus de l'effet individuel de chacune des contraintes citées, l'effet combiné de ces contraintes dû aux interactions entre elles, ce qui dégrade davantage leurs propriétés et augmente le risque de défaillance de la machine.

Afin d'évaluer les performances des matériaux isolants sous ces différents types de stress, certaines normes internationales et/ou nationales permettent de définir des conditions de tests de vieillissement accéléré à appliquer à ces matériaux. Le tableau I.14 [MEN97] [IEC216-1] [IEC216-2] résume pour chaque type de stress le test de vieillissement défini selon ces normes.

Tableau I.14 Tests de vieillissement accéléré réalisés sur les matériaux isolants selon les normes internationales

Type de stress	Tests réalisés	Normes
Stress électrique	Comparaison des durées de vie d'un matériau test avec un matériau de référence Les deux matériaux sont testés dans les mêmes conditions Au moins 3 valeurs de tensions testées Durées de vies attendues : entre 100 et 3000h Evaluation de la durée de vie en fonction de la tension et de la fréquence Extrapolation par la loi de puissance inverse	IEC 60034-18-42 IEC 60034-18-32 IEC 61251 IEC 62068-1
Stress thermique constant	Choix d'un ensemble d'échantillons aléatoire parmi les échantillons disponibles Au moins 3 valeurs de températures différentes 5 échantillons pour chaque température Durées de vies attendues : entre 100 et 5000h Evaluation de la durée de vie moyenne en fonction de la température Conditions atmosphériques normales Extrapolation par la loi d'Arrhénius	IEC 60216-1 IEC 60216-2 IEC 60216-3 IEC 60216-4
Stress environnemental	Soumettre les matériaux à des cycles de contraintes climatiques hebdomadaires 3 à 6 cycles à appliquer 3 niveaux d'humidité relative (30%, 60% et 95%) 2 niveaux de température (55°C et 70°C) Présence/Absence de rayons UV	NF C 20-540
Contraintes mécaniques	Contrainte de rupture et allongement en traction Contrainte de rupture en compression Contrainte de rupture en flexion	NF T 51-034 ISO 604 NF T 51-001

D'après ces normes, nous remarquons que les modèles de durée de vie des isolants s'appuient essentiellement sur les lois d'Arrhénius pour décrire l'effet de la température et la loi de puissance inverse pour décrire l'effet du stress électrique. Cependant, et contrairement aux autres types de composants comme les composants électroniques par exemple, les normes concernant les tests de vieillissement ou des modèles de durée de vie des isolants sont nettement moins complètes ou moins précises lorsqu'il s'agit d'autres facteurs de stress (le cyclage, les contraintes mécaniques, les contraintes environnementales) ou d'une combinaison de plusieurs facteurs. D'une part, le vieillissement des isolants des machines constitue un sujet d'étude relativement récent suite à l'évolution des contraintes opérationnelles dans les systèmes embarqués, et d'autre part, l'électronique est un domaine où le calcul de la fiabilité est pratiqué depuis de nombreuses années, les bases de données de fiabilité normalisées sont donc plus abondantes.

Ainsi, le vieillissement des isolants soumis à différents types de stress constitue aujourd'hui un axe de recherche d'intérêt primordial dont le but est la compréhension des mécanismes de vieillissement de ces matériaux. En revanche, à l'instar des normes, les travaux de recherche qui s'intéressent à la modélisation de la durée de vie des isolants en fonction des différents stress auxquels ils sont soumis sont peu nombreux dans la littérature. Parmi ces travaux, on retrouve ceux qui développent des modèles classiques de durée de vie à stress unique basés sur les lois empiriques déjà évoquées dans le premier chapitre :

- loi d'Arrhénius pour la température [HAN11] [LI13] [HIR15],
- loi de puissance inverse pour la tension [YIN13] [PRE14],
- loi de Coffin-Manson pour le cyclage de température [KOK12],

et ceux, beaucoup moins nombreux, qui combinent, dans leurs modèles de durée de vie, l'effet de deux facteurs uniquement (souvent électrique et thermique) en y intégrant le produit des effets des deux facteurs selon les lois précédentes. Les couples de stress évoqués dans ces modèles sont :

- le cyclage de température et la tension dans [KOK12],
- la température et la tension dans [KAI09] et [CUI11],
- la tension et la fréquence d'alimentation dans [KAI09] et [CAV10],
- la température et la fréquence d'alimentation dans [KAI09].

Dans ces travaux, et dans les cas où la distribution statistique des données est envisagée, les distributions testées sont du type Log-normale ou Weibull. Ces types de modèles et de distributions ont été déjà validés pour différents types de composants parmi lesquels ceux cités au premier chapitre, et sont également validés pour les isolants d'après les résultats expérimentaux obtenus dans les travaux cités ci-dessus.

Cependant, à la différence des autres composants électriques déjà présentés, d'autres modèles multi-stress particulièrement applicables pour les isolants, ont été développés et validés expérimentalement par un ensemble de chercheurs spécialistes dans ce domaine. Les facteurs de stress dans ces modèles sont le champ électrique ( $E$ ) et la température ( $T$ ). Bien que ces modèles soient essentiellement basés sur la loi d'Arrhenius pour la température et la loi de puissance inverse pour le stress électrique, les expressions des modèles de durée de vie ne sont pas les mêmes que les expressions classiques des modèles à deux stress rencontrés dans la littérature car ils considèrent en plus l'effet de l'interaction entre le stress électrique et le stress thermique. Les différents modèles proposés sont :

- Le modèle de Crine [CRI90] :

Le modèle de Crine est un modèle physique et est basé sur deux hypothèses. La première est que la plupart des processus de vieillissement des diélectriques sont activés thermiquement. La seconde est que les propriétés des matériaux varient avec l'énergie libre d'activation  $\Delta G$  et non pas avec l'énergie apparente d'activation. Par conséquent, l'entropie d'activation  $\Delta S$ , qui n'apparaît pas dans l'équation d'Arrhenius, ne peut être négligée. L'auteur décrit donc la durée de vie  $L$  comme le temps nécessaire pour traverser la barrière d'énergie à l'équilibre :

$$L = \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (I.69)$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann et  $h$  la constante de Planck.

Sous une contrainte électrique, la hauteur de la barrière est réduite et le temps de claquage devient alors :

$$L = \frac{h}{kT} \exp\left(\frac{\Delta G - e\lambda E}{kT}\right) \quad (I.70)$$

où  $e$  est la charge électrique et  $\lambda$  est la largeur de la barrière.

- Le modèle de Simoni [MON02] :

Le modèle de Simoni se base sur les lois thermodynamiques pour décrire la vitesse de dégradation des isolants sous contraintes électriques et thermiques. Il en déduit une expression de la durée de vie telle que :

$$L = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) \exp\left[-\left(a + \frac{b}{T}\right)(E - E_0)\right]; E \geq E_0 \quad (I.71)$$

où  $A$ ,  $B$ ,  $a$  et  $b$  sont des paramètres à estimer, et  $E_0$  est le champ électrique seuil au-dessus duquel le stress électrique n'a plus d'effet sur la dégradation.

- Le modèle de Ramu [GJE97] :

C'est un modèle obtenu par la multiplication des deux effets électriques et thermiques modélisés selon la loi de puissance inverse et d'Arrhénius respectivement, et dans lequel l'interaction est prise en compte dans l'exposant du terme associé au stress électrique :

$$L = c(T) \exp\left(-B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-n(T)} \quad (I.72)$$

$$c(T) = \exp\left(c_1 - c_2\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right); n(T) = n_1 - n_2\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

où  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $B$ ,  $n_1$  et  $n_2$  sont des paramètres à estimer et  $T_0$  la température ambiante.

- Le modèle exponentiel de Fallou [GJE97] :

Fallou a proposé un modèle semi-empirique pour la durée de vie basé sur la loi d'Arrhénius pour le stress thermique et une forme exponentielle pour stress électrique mais sans une valeur seuil  $E_0$  :

$$L = \exp\left(A(E) + \frac{B(E)}{T}\right) \quad (I.73)$$

$$A(E) = A_1 + A_2E; B(E) = B_1 + B_2E$$

où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  et  $B_2$  sont des paramètres à estimer sous température constante.

- Le modèle probabiliste de Montanari [MON89] [MON92] :

A la différence des auteurs précédents, Montanari s'intéresse dans son modèle à la spécification de la distribution statistique des données. L'hypothèse de base dans le modèle de Montanari est que les durées de vie résultant des mêmes stress électriques et/ou thermiques sont distribuées selon la loi de Weibull dont les paramètres sont fonction du (des) stress électrique(s) et/ou thermique(s).

La seconde hypothèse de Montanari est que son modèle s'applique aux matériaux présentant un champ électrique seuil. Montanari décrit le terme de seuil comme la valeur de contrainte en-dessous de laquelle la durée de vie tend vers l'infini en l'absence d'autres facteurs de dégradation. Pour le stress électrique, Montanari exprime le paramètre d'échelle de loi de Weibull comme une fonction de puissance inverse du champ électrique, le paramètre de forme pouvant être estimé expérimentalement.

La référence [GJE97] résume les principaux résultats expérimentaux obtenus par ces auteurs en vue de la validation de leurs modèles.

En conclusion, nous remarquons que les modèles multi-stress développés par Crine, Simoni, Fallou, Ramou et Montanari pour les isolants sont plus précis que les modèles classiques dans la description de l'effet des facteurs de vieillissement sur la durée de vie. Cependant, ils présentent certains inconvénients. D'abord, ils sont limités à deux stress uniquement : le champ électrique et la température. Bien que les stress électrique et thermique soient plus influents que d'autres types de stress, d'autres paramètres de ces stress peuvent être aussi considérés (cyclage de la température, fréquence de la tension appliquée, etc.). D'autre part, dans la plupart de ces modèles on remarque la présence de valeurs seuils (surtout pour la contrainte électrique) au-dessous desquels le modèle n'est plus valide. Ces valeurs seuils dépendent des propriétés du matériau et, par conséquent, le domaine de validité de ces modèles dépend aussi du type d'isolant testé. De plus, aucun des auteurs ne considère la contrainte économique pour la réalisation des tests nécessaires à l'estimation des modèles. Enfin, ces modèles ont été uniquement développés pour traiter la problématique du vieillissement des isolants. Ils sont donc limités à ce type de composants et ne peuvent pas être généralisés.

## VII.2. Les OLED

Les sources d'éclairage OLED (*Organic Light Emitting Diodes*) font également l'objet de notre étude. Dans le contexte de la réduction de la consommation globale d'énergie, et étant donné qu'environ 20% de la consommation mondiale d'énergie électrique provient de l'éclairage [CHA13], les gouvernements de plusieurs pays parmi les plus industrialisés au monde se sont orientés vers la recherche de nouvelles sources d'éclairage pour remplacer les ampoules incandescentes, les lampes halogènes et toute autre source d'éclairage classique grande consommatrice d'énergie. La hausse des prix de l'électricité, les préoccupations sur le changement climatique et le désir d'indépendance énergétique sont à l'origine du passage du marché mondial de l'éclairage vers d'autres sources lumineuses économes en énergie.

Les progrès en électronique durant les dernières décennies ont permis de concevoir des sources d'éclairage à faible consommation d'énergie utilisant des types de semi-conducteurs capables d'émettre de la lumière, directement ou indirectement, sous une excitation appropriée. Il s'agit de diodes électroluminescentes (LED) et de diodes électroluminescentes organiques (OLED). L'ensemble de ces technologies est généralement désigné par le terme anglais *Solid State Lighting* (SSL), qui signifie « semi-conducteur générateur de lumière » ou « source solide de lumière ». Les SSL présentent une technologie innovante de génération de lumière qui offre une solution efficace en termes d'économie d'énergie.

Les LED ont des compositions purement minérales et les écrans et ampoules utilisant cette technologie sont déjà très répandues dans le marché. La figure I.12 montre le nombre actuel et le nombre prévu d'unités installées de sources d'éclairage à base de LED qui commencent à remplacer les sources d'éclairage énergivores, et ceci selon une étude réalisée en 2016 par le département de l'énergie (DoE) des Etats-Unis [DOE16] dans le cadre de leur programme de recherche et de développement sur les SSL. Avec ce passage vers les SSL, [DOE16] prévoit alors une réduction de 40% de la consommation mondiale d'énergie à l'horizon de 2030 comparativement à un scénario sans LED.

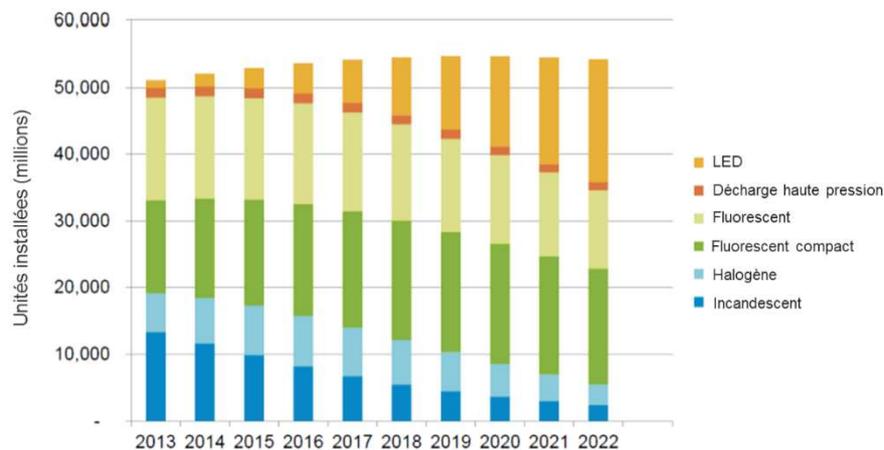


Fig. I.12 Evolution des technologies de base des sources d'éclairage installées au monde [DOE16]

En effet, en termes d'efficacité lumineuse (mesurée en lumen/Watt), d'après la figure I.13 (étude réalisée en 2013 [DOE13]), les sources d'éclairage à base de LED présentent les meilleures performances par rapport aux technologies classiques et sont les seules à promettre des efficacités lumineuses plus élevées dans le futur. Selon les prévisions de [DOE16], l'efficacité lumineuse des LED commerciales atteindra 250 lm/W en 2025.

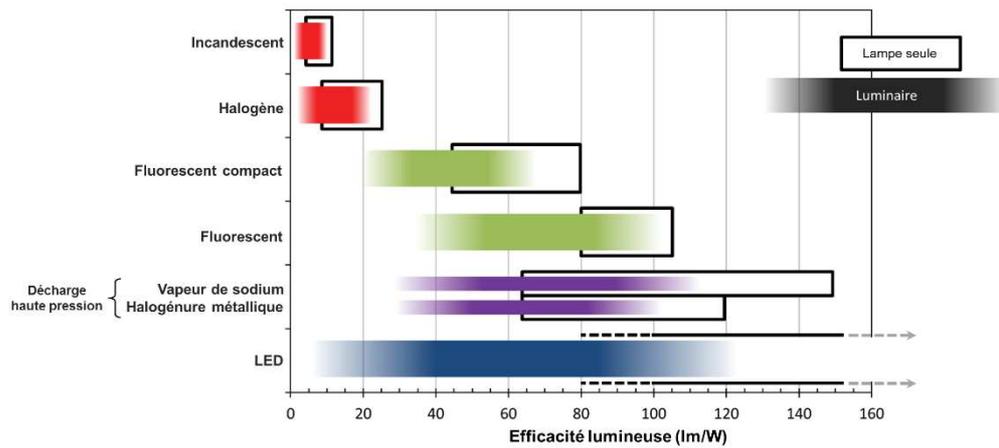


Fig. I.13 Efficacités lumineuses en 2013 des sources d'éclairage à base de LED par rapport aux sources d'éclairage traditionnelles [DOE13]

Les chercheurs ont également exploité la possibilité de l'émission lumineuses de semi-conducteurs dans lesquels les éléments à l'origine de cette émission sont de type organique (OLED). Il en découle donc une possibilité plus grande d'obtenir des compositions différentes, donc un éventail de couleurs plus large.

Cette possibilité d'utiliser les technologies de l'électroluminescence organique était plutôt destinée au monde de l'affichage où les écrans OLED sont déjà présents sur le marché (voir figures I.14 (a et b)). Cependant, dans le domaine de l'éclairage, les OLED sont en cours de développement et sont considérés comme des candidats prometteurs pour la nouvelle génération de l'éclairage à l'état solide, en raison de leurs caractéristiques uniques et exceptionnelles par rapport aux ampoules incandescentes classiques [MEL09] [SAS13].



Fig. I.14 a. Technologie d'OLED dans les écrans de téléphones portables de Samsung ; Source : [www.samsung.com](http://www.samsung.com)



Fig. I.14 b. Technologie d'OLED dans des écrans de TV de LG ; Source : [www.lg.com](http://www.lg.com)

Le premier avantage des OLED est la possibilité de les déposer à la fois sur des substrats rigides (métal, verre, céramique) et sur des substrats flexibles (films plastiques, feuilles, rollers). Elles offrent de ce fait la potentialité d'obtenir un éclairage homogène sur des surfaces planes, contrairement aux LED qui sont des sources de lumière ponctuelles. La large gamme d'éléments chimiques pouvant être utilisés permet d'obtenir toutes les couleurs en éclairage (RGB) ainsi que la couleur blanche. Leur souplesse, flexibilité, et faible poids offrent différentes possibilités d'intégration dans le design, ce qui présente un avantage par rapport aux ampoules conventionnelles. Le grand angle de vue (180°) et la large surface de diffusion de la lumière constituent aussi un autre grand avantage des OLED.

Avec les énormes investissements dans la recherche pour le développement des OLED, des panneaux d'éclairage et des luminaires à OLED commerciaux sont déjà disponibles sur le marché (voir figures I.15 (a et b)), et on peut prévoir que l'application des OLED en éclairage est prometteuse pour le futur avec des performances énergétiques élevées.



Fig. I.15 a. Panneau d'éclairage flexible à OLED de Konica Minolta ; Source : [www.konicaminolta.com](http://www.konicaminolta.com)



Fig. I.15 b. Les luminaires à OLED « Rollercoaster » d'Osram ; Source : [www.osram-oled.com](http://www.osram-oled.com)

En effet, les études réalisées par [DOE16] sur les SSL montrent que les performances des OLED sont en amélioration constante et ceci pour des panneaux fabriqués en laboratoire et des panneaux commerciaux. En se basant sur des données actuelles, [DOE16] estime que l'efficacité lumineuse des OLED peut atteindre 190 lm/W en 2025 comme le montrent la figure I.16 et le tableau I.15.

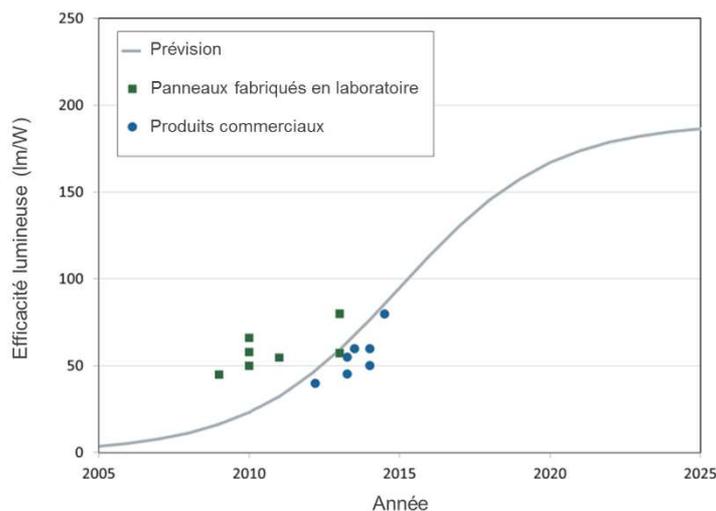


Fig. I.16 Efficacité lumineuse actuelle et prévue des panneaux d'éclairage à OLED [DOE16]

Tableau I.15 Efficacité lumineuse (lm/W) actuelle et prévue des LED et des OLED en éclairage [DOE16]

	2015	2017	2020	2025	Objectif
<b>LED</b>	137	164	208	237	255
<b>OLED</b>	60	100	125	160	190

Malgré les progrès déjà réalisés et les améliorations prévues, le coût et la durée de vie des OLED restent deux obstacles pour une large commercialisation [GEF06] [XIA07] [CES10]. En ce qui concerne le coût, les études réalisées par DoE [DOE16] prévoient une baisse remarquable des prix des OLED dans les années à venir comme le montre la figure I.17.

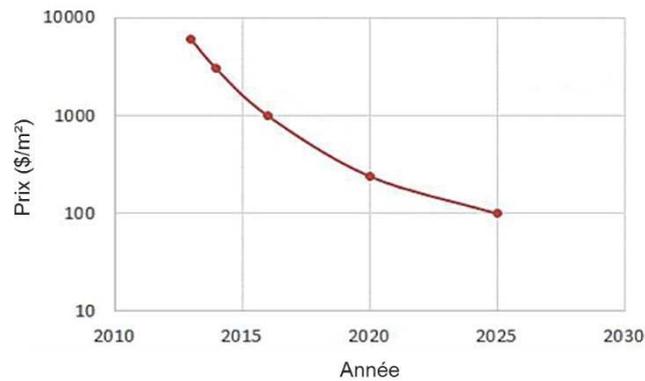


Fig. I.17 Prix actuels et prévus des panneaux à OLED [DOE16]

Cependant, les performances à long terme des OLEDs, ne sont pas encore complètement maîtrisées. Qu'elles soient en fonctionnement ou en stockage, les OLED sont très influencées par des facteurs opérationnels et environnementaux comme la température et l'humidité [ADA05] [ZAR09]. Ces facteurs accélèrent leur dégradation et limite par conséquent leur durée de vie. Ainsi, dans la perspective de l'amélioration des performances des OLED pour un domaine d'application plus large de ces sources d'éclairages prometteuses, il est primordial d'analyser, de comprendre et de modéliser les mécanismes de vieillissement des OLED et de nombreuses recherches [ADA05] [XIA07] [CES10] [TYA11] [PAN14] ont été menées sur ce sujet.

### VII.2.1. Généralités sur les OLED

Les OLED [JOL11] [FER14] sont des dispositifs réalisés avec plusieurs couches minces de matériaux organiques insérées entre deux électrodes, comme le montre la figure I.18.

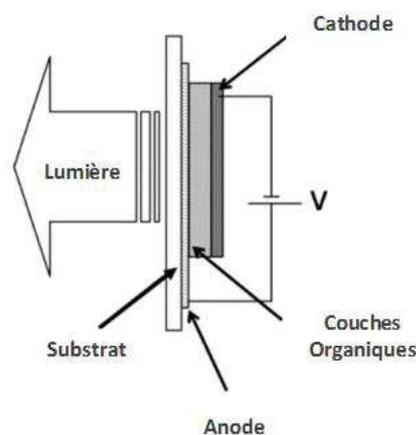


Fig. I.18 Schéma de la structure de base d'une OLED [GEF06]

Les matériaux organiques peuvent être des petites molécules ou des polymères permettant d'obtenir des sources lumineuses sur des surfaces planes ou 3D. La lumière est générée par passage du courant électrique à travers les couches organiques sur la zone d'intersection des électrodes, et ceci par application d'une faible tension (3 à 20 V) aux électrodes. L'électroluminescence résulte alors des processus suivants :

- injection et transport d'électrons et de trous dans le matériau luminescent ;
- formation d'excitons (paires électron-trou liées par interaction coulombienne) ;

- recombinaison radiative des excitons ;
- extraction de la lumière.

Pour que le dispositif puisse émettre de la lumière, une des électrodes doit être constituée d'un oxyde conducteur et transparent, le plus usuel étant l'oxyde d'étain et d'indium (Indium Tin Oxide ou ITO) [MEL09].

D'un point de vue électrique, l'OLED est un composant commandé en courant et sa luminance est déterminée à partir du niveau de courant appliqué [ZHAN12-a] [ZHAN12-b]. Cette structure peut être considérée comme un circuit équivalent associant à la fois une résistance ohmique et un condensateur [BUS14]. L'origine physique des pertes ohmiques est principalement due au contact des résistances entre les couches organiques, la conduction entre les couches organiques, et la résistance des électrodes. L'origine du comportement capacitif est due à la structure empilée de couches organiques.

### VII.2.2. Vieillessement accéléré et modèles de durée de vie des OLED

Malgré tous les avantages que présentent les OLED, leur durée de vie reste le principal obstacle à leur large commercialisation [GEF06] [XIA07]. Les OLED déjà commercialisées en affichage ont pu atteindre les durées de vie exigées pour des applications de petites surfaces comme les téléphones portables. Cependant, il n'en est pas de même encore pour les applications d'affichage en grande surface ou pour l'éclairage [XIA07]. Ainsi, il est important d'étudier et de modéliser les mécanismes de dégradation des OLED afin de pouvoir prédire leur durée de vie pour ces différentes applications.

Dans notre étude, nous nous intéressons aux OLED utilisées en éclairage. De façon générale, plusieurs facteurs intrinsèques et extrinsèques influent sur les performances des OLED [XIA07]. En premier lieu, les OLED sont sensibles à la température qui est le principal facteur de leur dégradation [ZHO00] [KUN12]. Les températures élevées contribuent au vieillissement des OLED au cours de leur fonctionnement mais aussi hélas, lorsqu'elles sont stockées [GEF06].

D'autre part, les OLED sont des composants commandés en courant et leur luminance initiale est proportionnelle au niveau de courant appliqué [GEF06]. En revanche, le courant représente une contrainte électrique opérationnelle dont l'application aux OLED au cours du temps contribue à leur dégradation. En effet, il a été démontré dans [TYA11] que lorsque le courant circule à travers les OLED, leurs performances baissent progressivement au cours du temps à cause d'une dégradation chimique des matériaux organiques.

Les OLED sont également sensibles à l'humidité présente dans l'environnement qui les entoure. La pénétration de l'humidité dans les électrodes d'une OLED crée une zone à résistance élevée autour des électrodes et fait dévier le passage du courant, ce qui dégrade ses performances [TYA11]. Cependant, ce problème a été résolu dans de nombreuses applications par différents types d'encapsulation qui protègent les OLED contre l'humidité [GEF06] [TYA11]. Ainsi, les stress thermiques et électriques restent les facteurs de dégradation les plus critiques pour les OLED.

Pour les applications d'éclairage, la luminance (grandeur mesurée en  $\text{cd/m}^2$ ) est la caractéristique la plus intéressante à surveiller. Ainsi, la dégradation d'une OLED est définie par le taux de réduction de sa luminance au cours du temps [PAR10]. Selon l'application, la luminance est supposée se dégrader de 30% ou de 50% pour considérer qu'une OLED soit arrivée en fin de vie. On désigne donc ces durées de vie respectivement par  $L_{70}$  et  $L_{50}$ .

Jusqu'à présent, il n'existe aucune méthode de mesure normalisée pour les OLED qui puisse être adoptée dans les tests de performance ou de vieillissement accéléré [GEF06] [ZHU14]. Une norme américaine publiée en septembre 2013 [UL13] spécifie les conditions générales de sécurité pour l'utilisation des panneaux d'éclairage à OLED. Elle concerne la surveillance de la netteté des bords des panneaux, de la sécurité des connexions du câblage, de l'inflammabilité des matériaux, du dépassement de courant ou

de tension, etc. Il existe également une norme internationale IEC publiée en 2014 [IEC14] et qui concerne aussi les exigences de sécurité pour les panneaux d'éclairage à OLED. Cependant, une norme internationale IEC 62922 qui concerne l'évaluation des performances et de la fiabilité des OLED est encore en cours de développement.

Comme pour les normes, les recherches sur le vieillissement des OLED sont récentes et très peu nombreuses. Dans la plupart des travaux rencontrés dans la littérature sur le vieillissement des OLED, les études concernent principalement les effets des stress thermiques (température) ou électriques (courant) sur la dégradation des performances des OLED au cours du temps. Elles sont basées sur la surveillance au cours du temps d'une ou de plusieurs propriétés caractéristiques des OLED (luminance, rendement, caractéristiques électriques, etc.) sous l'influence d'un facteur unique de stress (souvent la température ou le courant électrique). C'est le cas des travaux de [ZHO00], [ADA05], [TSU11] et [KWA13] par exemple qui concernent l'étude du vieillissement des OLED sous l'effet de la température.

S'il s'agit de l'étude de l'effet des deux facteurs électrique et thermiques, deux études séparées sont réalisées où on fait varier un seul facteur à la fois pour analyser son effet, comme dans le cas des études réalisées par [CES10] et [PAR10]. De plus, dans la littérature, peu de travaux s'intéressent à la modélisation de la durée de vie des OLED en fonction des facteurs de stress en plus de l'évaluation au cours de temps de leurs performances (vieillessement). Certains modèles à stress unique (température ou courant) ont été développés et validés sur des données de durées de vie d'OLED. Ces modèles utilisent la loi d'Arrhénius pour modéliser l'effet de la température [PAN14] et la loi de puissance inverse pour modéliser l'effet du courant électrique [ZHAN12-a] [ZHAN12-b] [ZHU14]. Cependant, les modèles de durée de vie incluant deux ou plusieurs facteurs de stress à la fois n'ont jamais été envisagés pour les OLED dans la littérature, pas plus que des méthodes pour la limitation du coût expérimental.

## VIII. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un état de l'art sur les modèles de durée de vie d'un point de vue mathématique dans un premier temps, puis dans le contexte plus particulier du génie électrique. Cette étude est devenue indispensable avec le passage actuel aux systèmes plus électriques. En effet, la fiabilité des systèmes électriques dépend principalement de la durée de vie des composants qui y sont intégrés (l'électronique de puissance, les éléments de stockage d'énergie, etc.). Ainsi, l'étude et la prévision des causes de défaillance de ces composants permettent d'assurer une meilleure fiabilité du système global.

Nous avons tout d'abord présenté les grandeurs permettant de quantifier la fiabilité d'un composant : la durée de vie, la probabilité de survie, la fonction de survie, le taux de défaillance, le temps moyen de fonctionnement, la censure ... La détermination de ces grandeurs nécessite la spécification de la loi de distribution statistique des durées de vie. Ces variables aléatoires étant positives et continues, certaines lois de distributions sont les plus souvent utilisées comme la loi exponentielle, la loi de Weibull et la loi log-normale. Nous avons présenté les tests permettant de vérifier l'adéquation à ces différentes lois ainsi que la méthode du maximum de vraisemblance permettant d'estimer leurs paramètres.

Nous avons ensuite introduit la notion de variables explicatives traduisant l'effet des différentes contraintes pouvant contribuer à la défaillance d'un composant. Les paramètres de la distribution des durées de vie ne peuvent être définis qu'en relation avec ces contraintes. Un modèle fréquemment utilisé en fiabilité, le modèle AFT (*Accelerated Failure Time model*), exprime le logarithme de la durée de vie par une fonction linéaire des contraintes éventuellement transformées. La transformation logarithmique transforme également la distribution des durées de vie en des distributions de type localisation-échelle. Le modèle AFT suppose alors que les variables explicatives modifient uniquement et de façon linéaire

le paramètre de localisation de la distribution des logarithmes des durées de vie sans avoir une influence sur le paramètre d'échelle. Nous avons mis l'accent sur un cas particulier de ces modèles où les données de durées de vie sont complètes et distribuées selon la loi log-normale. Ceci implique que leur logarithme suit une loi normale. Nous obtenons alors un modèle de régression multilinéaire entre la moyenne des logarithmes des durées de vie et les variables explicatives. Ce modèle peut être estimé par la méthode exacte des MCO (Moindres Carrés Ordinaires).

Dans la troisième partie, nous avons présenté les principales contraintes appliquées aux composants en génie électrique. Ce sont la température, le stress électrique, les vibrations et le stress mécanique. Dans la littérature, des lois empiriques validées expérimentalement décrivent l'évolution de la durée de vie des composants soumis à chacun de ces facteurs de stress : la loi d'Arrhénius (température), la loi de Coffin-Manson (cyclage de la température), la loi de puissance inverse (stress non thermique), etc. Ces différentes lois sont également utilisées sous forme de modèles standardisés propres à des composants industriels surtout dans le domaine de l'électronique. Tous ces modèles peuvent être linéarisés par une transformation logarithmique des durées de vie, aboutissant à la forme générale des modèles AFT.

Afin d'estimer les paramètres d'une distribution ou d'un modèle AFT, il est nécessaire de disposer de données expérimentales de durées de vie. Celles-ci peuvent être mesurées par des tests de vieillissement accéléré où les composants sont testés sous des contraintes plus sévères que celles en fonctionnement nominal afin d'accélérer les mécanismes de leur dégradation. Toutefois, il faut que ces tests respectent les limites au-delà desquelles apparaissent des défauts anormaux ne pouvant pas avoir lieu en fonctionnement normal.

Les deux dernières parties du chapitre ont été consacrées à la présentation des modèles de durée de vie de différents composants du génie électriques. Nous avons d'abord présenté brièvement des études menées sur trois composants de base pour la conception de tout système électrique (les batteries, les modules de puissance et les condensateurs) avant de nous focaliser sur les deux composants qui font l'objet de notre étude (les isolants des machines électrique et les OLED).

De nombreux travaux dans la littérature ont contribué à l'étude de l'influence des facteurs de vieillissement sur les batteries, modules de puissance et condensateurs à travers des essais de vieillissement accéléré. La configuration de ces tests est souvent basée sur des normes internationales comme celles issues du IEC. Dans la plupart des cas, ces tests de vieillissement n'aboutissent pas au claquage des composants mais sont arrêtés au moment où une (des) propriété(s) physique(s) se dégrade(nt) d'un pourcentage donné. Ce critère d'arrêt est ainsi considéré comme la fin de vie du composant et est utilisé dans les modèles de durée de vie.

Le facteur principal responsable de la dégradation de ces trois composants est la température, qu'elle soit constante ou cyclée. D'autres contraintes influencent également leur durée de vie comme la tension, le courant, l'humidité, etc. La plupart des modèles de durée de vie de ces composants s'appuient sur les lois empiriques : la loi d'Arrhénius pour la température, la loi de Coffin-Manson pour les cycles de température, la loi de puissance inverse pour la tension et l'humidité, etc. Nous avons présenté, pour chaque composant étudié, des exemples de travaux de recherches qui ont contribué à l'étude et à la validation expérimentale des modèles de durée de vie de ces composants basés sur ces lois empiriques. Dans le cas où le nombre de composant testés est suffisamment élevé pour évaluer la distribution statistique des données, la tendance générale est du type log-normale ou de Weibull.

Par comparaison aux travaux réalisés sur ces trois composants de base en génie électrique, nous avons remarqué qu'il existe moins de normes et de travaux de recherche sur la modélisation de la durée de vie des isolants et encore moins pour les OLED. Cependant, la fiabilité de ces deux composants est un sujet d'intérêt primordial. D'une part, les isolants sont des éléments critiques pour le fonctionnement des machines électriques qui sont exposées à des contraintes opérationnelles de plus en plus sévères. D'autre part, les OLED se présentent aujourd'hui comme une solution alternative aux sources d'éclairage

classiques pour un éclairage à meilleure efficacité énergétique. Cependant, leur large commercialisation reste limitée à cause de leur durée de vie et leurs performances encore incomplètement maîtrisées. Les modèles de durée de vie rencontrés se limitent alors à l'étude d'un seul ou de deux facteurs de stress (le stress électrothermique) dans le cas des isolants et d'un seul facteur (électrique ou thermique) dans le cas des OLED.

En plus d'une littérature peu abondante sur ces deux composants, nous avons remarqué que, plus généralement, les études qui traitent la problématique de la durée de vie des composants dans le domaine du génie électrique présentent certaines limitations. En effet, les modèles de durées de vie existants sont trop souvent simplistes puisqu'ils ne considèrent qu'un seul ou deux facteurs de stress dont les effets sont souvent séparés. Or un modèle de durée de vie doit exprimer l'effet de plusieurs facteurs de stress et de leurs interactions pour une meilleure approximation du phénomène réel du vieillissement. De plus, dans toutes les études rencontrées, aucune considération économique n'est prise en compte pour la réalisation des tests de vieillissement accéléré. Enfin, il n'existe aucune méthode générale de modélisation qui puisse être appliquée à différents composants, sans considérations propres au composant étudié.

Pour toutes ces raisons, nous nous sommes intéressés à l'étude et à la modélisation de la durée de vie des isolants des machines électriques et des OLED selon une nouvelle approche proposée face à ces nombreuses limitations. Les lois de distributions et lois empiriques souvent rencontrés pour la plupart des composants du génie électrique constitueront alors un point de départ pour notre méthodologie qui sera présentée dans le chapitre suivant.

## Références

- [ADA05] V. I. Adamovich, M. S. Weaver, R. C. Kwong, J. J. Brown, High temperature operation and stability of phosphorescent OLEDs, *Current applied physics*, vol. 5, no 1, p. 15-18, 2005
- [AIV86] S. Aïvazian, I. Ehlukov, L. Mechalkine, *Eléments de modélisation et traitement primaire des données*, Editions Mir, 1986
- [ALB10] A. Albertsen, Electrolytic capacitor lifetime estimation, *Jianghai Europe GmbH*, p. 1-13, 2010
- [ALB11] A. Albertini, M. Andrea, G. Maria, G. Mazzanti, L. Peretto, R. Tinarelli, Toward a BITE for real-time life estimation of capacitors subjected to thermal stress, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 60, no 5, p. 1674-1681, 2011
- [ALL12] S. Allemann, J. Biela, M. Held, Reliability comparison of a dual boost and a triangular current mode resonant-transition PFC converter topology, in: *2012 7<sup>th</sup> International Conference on Integrated Power Electronics Systems (CIPS)*, p. 1-5
- [AMR04] R. Amro, J. Lutz, A. Lindemann, Power cycling with high temperature swing of discrete components based on different technologies, in: *2004 IEEE 35<sup>th</sup> Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC04)*, p. 2593-2598
- [AND52] T. W. Anderson, D. A. Darling, Asymptotic theory of certain "goodness-of-fit" criteria based on stochastic processes, *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 23, no 2, p. 193-212, 1952
- [AND54] T. W. Anderson, D. A. Darling, A Test of Goodness-of-Fit, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 49, no 268, p.765-769, 1954
- [BAD12] Q. Badey, Etude des mécanismes et modélisation du vieillissement des batteries lithium-ion dans le cadre d'un usage automobile, Thèse de doctorat, Université Paris Sud - Paris XI, 2012
- [BAD13] F. Badin, *Les véhicules hybrides : des composants au système*, Editions Technip, 2013
- [BAL12] N. Balakrishnan, M. H. Ling, Multiple-stress model for one-shot device testing data under exponential distribution, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 61, no 3, p. 809-821, 2012
- [BAY08] R. Bayerer, T. Herrmann, T. Licht, J. Lutz, M. Feller, Model for power cycling lifetime of IGBT modules - various factors influencing lifetime, in: *2008 5<sup>th</sup> International Conference on Integrated Power Systems (CIPS)*, p. 1-6, 2008
- [BEL85] R. N. Bell, D. W. McWilliams, P. O'Donnell, Report of large motor reliability survey of industrial and commercial installations, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 21, no 4, p. 853-864, 1985
- [BIL14] T. Billard, T. Lebey, F. Fresnet, Partial discharge in electric motor fed by a PWM inverter: off-line and on-line detection, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 21, no 3, p. 1235-1242, 2014
- [BUS14] D. Buso, S. Bhosle, Y. Liu, M. Ternisien, C. Renaud, Y. Chen, OLED electrical equivalent device for driver topology design, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no 2, p. 1459-1468, 2014
- [CAT11] M. Catelani, V. L. Scarano, SAC soldering material : a proposal of a new multi-stress accelerated life model, in: *2011 IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics & Drives (SDEMPED)*, p. 420-425

- [CAV10] A. Cavallini, D. Fabiani, G. C. Montanari, Power electronics and electrical insulation systems - part 2: Life modeling for insulation design, *IEEE Electrical Insulation Magazine*, vol. 26, no 4, p. 33-39, 2010
- [CEL12] J. R. Celaya, A. Saxena, C. S. Kulkarni, S. Saha, K. Goebel, Prognostics approach for power MOSFET under thermal-stress aging, in: *2012 Proceedings - Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS)*, p. 1-6
- [CES10] A. Cester, D. Bari, J. Framarin, N. Wrachien G. Meneghesso, S. Xia, V. Adamovich, J. J. Brown, Thermal and electrical stress effects of electrical and optical characteristics of Alq3/NPD OLED, *Microelectronics Reliability*, vol. 50, no 9, p. 1866-1870, 2010
- [CHA13] Y. L. Chang, Z. H. Lu, White organic light-emitting diodes for solid-state lighting, *Journal of Display technology*, vol. 9, no 6, p. 459-468, 2013
- [CHR09] A. Christmann, M. Thoben, K. Mainka, Reliability of power modules in hybrid vehicles, in: *PCIM Europe, 2009*
- [CHR10] I. Christou, I. Cotton, Methods for partial discharge testing of aerospace cables, *Conference record of the 2010 IEEE International Symposium on Electrical Insulation (ISEI)*, p. 1-5
- [CHR14] J. P. Christophersen, Battery test manual for plug-in hybrid electric vehicles, Revision 3, INL/EXT-14-32849, Idaho National Laboratory, 2014
- [COL03] D. Collett, *Modelling survival data in medical research*, Chapman and Hall, London, 2003
- [CON02] P. D. T. O'Connor, *Practical Reliability Engineering*, 4<sup>th</sup> edition, Wiley, England, 2002
- [CRI90] J. P. Crine, A model of solid dielectrics aging, *Conference record of the 1990 IEEE International Symposium on Electrical Insulation*, p. 25-26
- [CUI11] Y. Cui, G. Wu, K. Cao, Y. Luo, Life models of polyimide film under combined thermal and electrical stresses used in inverter-fed traction motor, *2011 Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP)*, p. 80-83
- [DAU07] J. J. Daudin, E. Lebarbier, C. Vuillet, Bases du modèle linéaire, 2007  
[http://moulon.inra.fr/~mag/modelstat/modlin\\_2007.pdf](http://moulon.inra.fr/~mag/modelstat/modlin_2007.pdf)
- [DEM07] R. De Maglie, Modélisation de différentes technologies de transistors bipolaires à grille isolée pour la simulation d'applications en électronique de puissance, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2007
- [DO10] D. V. Do, Diagnostic de batteries lithium-ion dans les applications embarquées, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2010
- [DOE13] U.S. Department of Energy - Energy Efficiency and Renewable Energy, Building technologies program: Solid-state lighting technology fact sheet, Fact Sheet PNNLSA-94206, 2013
- [DOE16] U.S. Department of Energy - Energy Efficiency and Renewable Energy, Solid state lighting R&D plan, EE-1418, 2016
- [ECK12] M. Ecker, J. B. Gerschler, J. Vogel, S. Käbitz, F. Hust, P. Dechent, D. U. Sauer, Development of a lifetime prediction model for lithium-ion batteries based on extended accelerated aging test data, *Journal of Power Sources*, vol. 215, p. 248-257, 2012
- [ELS13] E. Elsayed, Accelerated life testing model for a generalized Birnbaum-Saunders distribution, in: *Qualita2013*, Compiègne, France

- [ESC06] L. A. Escobar, W. Q. Meeker, A review of accelerated test models, *Statistical Science*, vol. 21, no 2, p. 552-577, 2006
- [FEI00] A. A. Feinberg, A. Widom, On thermodynamic reliability engineering, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 49, no 2, p. 136-146, 2000
- [FER14] C. Fery, P. Le Roy, OLED pour l'affichage et l'éclairage, *Techniques de l'ingénieur, Électronique - Automatique / Optique Photonique*, 2014
- [FID09] FIDES GUIDE, Reliability methodology for electronic systems, FIDES group, 2009
- [FOC89] H. Foch, Eléments constitutifs et synthèse des convertisseurs statiques, *Techniques de l'ingénieur, Traité Génie Electrique*, 1989
- [FOU00] R. Fournie, R. Coelho, Diélectriques: bases théoriques, *Techniques de l'ingénieur, Énergies / Convertisseurs et machines électriques*, 2000
- [FRE09] D. A. Freedman, *Statistical models: theory and practice*, Cambridge university press, 2009
- [GAS96] M. L. Gasperi, Life prediction model for aluminum electrolytic capacitors, in: *Conference Record of the 1996 31<sup>st</sup> IAS Annual meeting*, p. 1347-1351
- [GEF06] B. Geffroy, P. Le Roy, C. Prat, Organic light-emitting diode (OLED) technology: materials, devices and display technologies, *Polymer international*, vol. 55, no 6, p. 572-582, 2006
- [GIR07] G. Marc, Sûreté de fonctionnement des systèmes: croissance de fiabilité et management, *Techniques de l'ingénieur, Electronique - Automatique / Electronique*, 2007
- [GJE97] A. C. Gjerde, Multifactor ageing models-origin and similarities, *IEEE Electrical Insulation Magazine*, vol. 13, no 1, p. 6-13. 1997,
- [GRE02] W. H. Greene, *Econometric Analysis*, 5<sup>th</sup> edition, Pearson Education, 2002
- [GRU08] S. Grubic, J. M. Aller, B. Lu, A survey on testing and monitoring methods for stator insulation systems of low-voltage induction machines focusing on turn insulation problems, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no 12, p. 4127-4136, 2008
- [GUA11] F. Guastavino, A. Dardano, E. Torello, G. F. Massa, PD activity inside random wire wound motor stator insulation and early failures: a case study analysis, *2011 IEEE International symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics & Drives (SDEMPED)* p. 283-287
- [GUI04] C. Guillermin, Vieillissement électrique et thermique d'un composite résine époxyde-silice: étude des charges d'espace et de la conduction, Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2004
- [HAN11] C. Han, Lifetime evaluation of class E electrical insulation for small induction motors, *IEEE Electrical Insulation Magazine*, vol. 3, no 27, p. 14-19, 2011
- [HAN96] C. Hantouche, Condensateurs de puissance, *Techniques de l'ingénieur, Énergies / Réseaux électriques et applications*, 1996
- [HEL99] M. Held, P. Jacob, G. Nicoletti, P. Scacco, M. H. Poech, Fast power cycling test for insulated gate bipolar transistor modules in traction application, *International Journal of Electronics*, vol. 86, no 10, p. 1193-1204, 1999
- [HIR15] H. Hirose, T. Sakumura, N. Tabuchi, Optimum and semi-optimum life test plans of electrical insulation for thermal stress, *IEEE Transaction on Dielectric and Electric Insulation*, vol. 22, no 1, p. 488-494, 2015

- [HUA13] H. Huang, p. A. Mawby, A lifetime estimation technique for voltage source inverters, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no 8, p. 4113-4119, 2013
- [HUA15] Q. Huangpeng, Q. Sun, J. Feng, Z. Pan, D. Wu, Cycle life prediction for space nickel hydrogen battery based on accelerated EODV multi-phase model, *Journal of the Electrochemical Society*, vol. 162, no 4, p. A658-A666, 2015
- [HUN03] G. Hunt, Freedomcar battery test manual for power-assist hybrid electric vehicles, DOE/ID-11069, INEEL, 2003
- [IEC05-a] IEC 60216-2 (2005): Electrical insulating materials - Thermal endurance properties - Part 2: Determination of thermal endurance properties of electrical insulating materials - Choice of test criteria
- [IEC05-b] IEC 60747-34 (2005): Semiconductor devices - Mechanical and climatic test methods - Part 34 : Power cycling
- [IEC07] IEC 60085 (2007): Electrical insulation - Thermal evaluation and designation
- [IEC08] IEC 60034-18-42 (2008): Rotating electrical machines - Part 18-42: Qualification and acceptance tests for partial discharge resistant electrical insulation systems (Type II) used in rotating electrical machines fed from voltage converters
- [IEC13] IEC 60216-1 (2013): Electrical insulating materials - Thermal endurance properties - Part 1: Ageing procedures and evaluation of test results
- [IEC14] IEC 62868 (2014): Organic light emitting diode (OLED) panels for general lighting - Safety requirements
- [ILL14] H. Illias, M. Tunio, A. Bakar, H. Mokhlis, G. Chen, Partial discharge behaviours within a void-dielectric system under square waveform applied voltage stress, *IET Science, Measurement & Technology*, vol. 8, no 2, p. 81-88, 2014
- [JER01] J. C. Whitacker, *Design for reliability*, CRC Press, 2001
- [JOB99] J. D. Jobson, *Applied Multivariate Data Analysis: Regression and Experimental Design*, Springer, New York, 1999
- [JOL11] P. Jolinet, Diodes électroluminescentes organiques (OLED) - Technologies, *Techniques de l'ingénieur, Electronique - Automatique / Optique Photonique*, 2011
- [KAI09] C. Kaijiang, W. Guangning, Z. Liren, G. Xiaoxia, L. Kegang, G. Bo, Insulation life-span models for electrical and thermal aging under continuous high square impulses voltage, in: *2009 IEEE 9<sup>th</sup> International Conference on the Properties and Applications of Dielectric Materials (ICPADM)*, p. 285-288.
- [KLI91] D. J. Klinger, Humidity acceleration factor for plastic packaged electronic devices, *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 7, no 5, p. 365-370, 1999
- [KOK12] V. I. Kokko, Ageing due to thermal cycling by power regulation cycles in lifetime estimation of hydroelectric generator stator windings, in: *2012 XX<sup>th</sup> International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, p. 1559-1564
- [KOV15] I. F. Kovacevic-Badstuebner, J. W. Kolar, U. Schilling, Modelling for the lifetime prediction of power semiconductor modules, Reliability of power electronic converter systems, IET Research Book, Chapter 5, 2015
- [KUN12] J. Kundrata, A. Barić, Electrical and thermal analysis of an OLED module, in: *Comsol Conference Europe 2012*

- [KWA13] K. Kwak, K. Cho, S. Kim, Analysis of thermal degradation of organic light-emitting diodes with infrared imaging and impedance spectroscopy, *Optics express*, vol. 21, no 24, p. 29558-29566, 2013
- [LAB83] C. Labrousse, *Introduction à l'économétrie, maîtrise d'économétrie*, Dunod, 1983
- [LAE10] T. Laeser, S. Laveissiere, Les recherches du CEA sur les batteries pour véhicules électriques, Dossier de presse, 2010
- [LAW03] J. F. Lawless, *Statistical models and methods for lifetime data*, Second edition, Wiley, 2003
- [LEE03] E. T. Lee, J. Wang, *Statistical methods for survival data analysis*, Wiley, 2003
- [LEE05] Y. L. LEE, *Fatigue testing and analysis: theory and practice*, Butterworth-Heinemann, 2005
- [LI13] Z. Li, K. S. Moon, Y. Yao, K. Hansen, K. Watkins, L. Morato, C. P. Wong, Carbon nanotube/polymer nanocomposites: sensing the thermal aging conditions of electrical insulation components, *Carbon*, vol. 65, p. 71-79, 2013
- [LIL67] H. Lilliefors, On the Kolmogorov–Smirnov test for normality with mean and variance unknown, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 62, no 318, p. 399-402, 1967
- [LOG82] S. R. Logan, The origin and status of the Arrhenius equation, *Journal of Chemical Education*, vol. 59, no 4, p. 279, 1982
- [MAK15] M. Makdessi, A. Sari, P. Venet, P. Bevilacqua, C. Joubert, Accelerated ageing of metallized film capacitors under high ripple currents combined with a DC voltage, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no 5, p. 2435-2444, 2015
- [MAU15] P. Maussion, A. picot, M. Chabert, D. Malec, Lifespan and aging modeling methods for insulation systems in electrical machines: a survey, *2015 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*, p. 279-288
- [MEL09] P. Melpignano, C. Cioarec, Les OLEDs: le futur de l'éclairage, *Revue de l'électricité et de l'électronique*, no 10, 2009
- [MEN97] C. Menguy, Mesure des caractéristiques des matériaux isolants solides, *Techniques de l'ingénieur, Matériaux / Matériaux fonctionnels*, 1997
- [MIL95] US Department of Defense, Military Handbook MIL-Hdbk-217 Notice 2: Reliability prediction of electronic equipment, Washington (DC), 1995
- [MIN82] W. J. Minford, Accelerated life testing and reliability of high K multilayer ceramic capacitors, *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, vol. 5, no 3, p. 297-300, 1982
- [MON02] G. C. Montanari, G. Mazzanti, L. Simoni, Progress in electrothermal life modeling of electrical insulation during the last decades, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 9, no 5, p. 730-745, 2002
- [MON89] G. C. Montanari, M. Cacciari, A probabilistic life model for insulating materials showing electrical thresholds, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, vol. 24, no 1, p. 127-134, 1989
- [MON92] G. C. Montanari, Electrical life threshold models for solid insulating materials subjected to electrical and multiple stresses. Investigation and comparison of life models, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, vol. 27, no 5, p. 974-986, 1992
- [MOR01] Y. Mortureux, La sûreté de fonctionnement: méthodes pour maîtriser les risques, *Techniques de l'ingénieur, Environnement - Sécurité / Sécurité et gestion des risques*, 2001

- [MOS77] F. Mosteller, J. W. Tukey, *Data analysis and regression: a second course in statistics*, Addison-Wesley Series in Behavioral Science: Quantitative Methods, 1977.
- [MOU07] G. Mouriès, Condensateurs utilisés en électronique de puissance, *Techniques de l'ingénieur, Énergies / Convertisseurs et machines électriques*, 2007
- [MUL98] R. E. Mullen, The lognormal distribution of software failure rates: origin and evidence, in: *The Ninth International Symposium on Software Reliability Engineering*, 1998, p. 124-133
- [NEL90] W. Nelson, *Accelerated testing - statistical models, test plans and data analysis*, Wiley series in probability and mathematical statistics, New York, 1990
- [ORT10] D. F. Ortega, F. Castelli-Dezza, On line partial discharges test on rotating machines supplied by IFDs, *2010 XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, p. 1-4
- [OUI14] R. Ouaida, Vieillessement et mécanismes de dégradation sur des composants de puissance en carbure de silicium (SiC) pour des applications haute température, Thèse de doctorat, Université Lyon 1, 2014
- [PAN14] H. Pang, L. Michalski, M. S. Weaver, R. Ma, J. J. Brown, Thermal behavior and indirect life test of large-area OLED lighting panels, *Journal of Solid State Lighting*, vol. 1, no 1, p. 1-13, 2014
- [PAR10] J. I. Park, S. J. Bae, Direct prediction methods on lifetime distribution of organic light-emitting diodes from accelerated degradation tests. *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 59, no 1, p. 74-90, 2010
- [PAU02] J. L. Paulsen, E. K. Reed, Highly accelerated life testing of base-metal-electrode ceramic chip capacitors, *Microelectronics Reliability*, vol. 42, no 6, p. 815-820, 2002
- [PEC86] D. S. Peck, Comprehensive model for humidity testing correlation, *1986 24<sup>th</sup> Annual Reliability Physics Symposium*, p. 44-50
- [PER03] F. Perisse, Etude et analyse des modes de défaillances des condensateurs électrolytiques à l'aluminium et des thyristors, appliquées au système de protection du LHC (large hadron collider), Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, 2003
- [PIN13] M. B. Pinson, M. Z. Bazant, Theory of SEI formation in rechargeable batteries: capacity fade, accelerated aging and lifetime prediction, *Journal of the Electrochemical Society*, vol. 160, no 2, p. A243-A250, 2013
- [PRE14] P. Preetha, M. J. Thomas, Life estimation of electrothermally stressed epoxy nanocomposites, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 21, no 3 p. 1154-1160, 2014
- [QI11] B. Qi, Y. Sun, W. Hu, X. Ding, A multi-stress accelerated life tests method for smart electricity meter based upon the life-stress model, in: *2011 9<sup>th</sup> international conference on reliability maintainability and safety (ICRMS)*, p. 1136-1140
- [QUE14] P. Quennehen, Étude de la dégradation de la fonction isolation de câbles HT isolés au PVC, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2014
- [RAT86] M. V. Ratnaparkhi, W. J. Park, Lognormal distribution-model for fatigue life and residual strength of composite materials, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 35, no 3, p. 312-315, 1986
- [SAH09] B. Saha, J. R. Celaya, P. F. Wysocki, K. F. Goebel, Towards prognostics for electronics components, in: *2009 IEEE Aerospace Conference*, p. 1-7
- [SAN14] T. Santini, S. Morand, M. Fouladirad, L.V. Phung, F. Miller, B. Foucher, A. Grall, B. Allard, Accelerated degradation data of SiC MOSFETs for lifetime and Remaining Useful Life assessment, *Microelectronics Reliability*, vol. 54, no 9, p. 1718-1723, 2014

- [SAP06] G. Saporta, *Probabilités, Analyse des données et Statistique*, Technip, 2ème édition, 2006
- [SAR98] W. J. Sarjeant, J. Ziirnheld, F. W. Macdougall, Capacitors, *IEEE Transaction on Plasma Science*, vol. 26, no 5, p. 1368-1392, 1998
- [SAS13] H. Sasabe, J. Kido, Development of high performance OLEDs for general lighting, *Journal of Materials Chemistry C*, vol. 1, no 9, p. 1699-1707, 2013
- [SEN99] D. Sen, Accelerated Life Testing: Concepts and Models, Thèse de doctorat, Concordia University Montreal, Quebec, Canada, 1999
- [STE74] M. A. Stephens, EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 69, no 347, p. 730-737, 1974
- [STO93] G. C. Stone, The statistics of aging models and practical reality, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, vol. 28, no 5, p. 716-728, 1993
- [TAV08] P. J. Tavner, Review of condition monitoring of rotating electrical machines, *IET Electric Power Applications*, vol. 2, no. 4, p. 215-247, 2008
- [TSU11] T. Tsujimura, K. Furukawa, H. Ii, H. Kashiwagi, M. Miyoshi, S. Mano, H. Araki, A. Ezaki, World's first all phosphorescent OLED product for lighting application, in: *IDW 2011 Digest*, p. 455
- [TYA11] Y. S. Tyan, Organic light-emitting-diode lighting overview, *Journal of Photonics for Energy*, vol. 1, no 1, p. 011009-011009-15, 2011
- [UL13] UL 8752 (2013): Organic Light Emitting Diode (OLED) Panels
- [VAN05] S. Van de Geer, Least square estimation, *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*, vol. 2, p. 1041-1045, Wiley, Chichester, 2005
- [VAS03] P. Vassilious, A. Mettas, Understanding accelerated life-testing analysis, in: *2003 Annual Reliability and Maintainability Symposium*
- [VEN07] P. Venet, Amélioration de la sûreté de fonctionnement des dispositifs de stockage d'énergie, Habilitation à Diriger les Recherches, Université Claude Bernard-Lyon I, 2007
- [WAN11] J. Wang, P. Liu, J. Hicks-Garner, E. Sherman, S. Soukiazian, M. Verbrugge, H. Tatara, J. Musser, P. Finamore, Cycle-life model for graphite-LiFePO<sub>4</sub> cells, *Journal of Power Sources*, vol. 196, no 8, p. 3942-3948, 2011
- [WAN14-a] Y. Wang, B. Zhou, T. Ge, H. Feng, W. Tao, Small-Sample Accelerated Life Test Method based on the Inverse Power Law Model, *Applied Mathematics & Information Science*, vol. 8, no 4, p. 1725-1730, 2014
- [WAN14-b] H. Wang, M. Liserre, F. Blaabjerg, P. de Place Rimmen, J. B. Jacobsen, T. Kvisgaard, J. Landkildehus, Transitioning to physics-of-failure as a reliability driver in power electronics, *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, no 1, p. 97-114, 2014
- [WAN15] H. Wang, P. Diaz Reigosa, F. Blaabjerg, A humidity-dependent lifetime derating factor for DC film capacitors, in: *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, p. 3064-3068
- [WEI05] S. Weisberg, *Applied linear regression*, Wiley, 2005
- [WEI14] Z. Wei, T. Junyong, Z. Shufeng, A life prediction method for electronic equipment under combined thermal cycling and vibration loading conditions, in: *Prognostics and System Health Management Conference (PHM-2014 Hunan)*, p. 11-15

- [WU11] J. WU, Survival analysis of real-world tire aging data, in: *22<sup>nd</sup> International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles (ESV)*, 2011
- [XIA07] S. C. Xia, R. C. Kwong, V. I. Adamovich, M. S. Weaver, J. J. Brown, OLED device operational lifetime: insights and challenges, in: *45<sup>th</sup> Annual 2007 IEEE International Reliability Physics Symposium Proceedings*, p. 253-257
- [YAN11] S. Yang, A. T. Bryant, P. A. Mawby, D. Xiang, L. Ran, and P. Tavner, An industry-based survey of reliability in power electronic converters, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, no. 3, p. 1441-1451, 2011
- [YIN13] L. Ying, B. Hui, S. Yu, C. Xiaolong, The measurement of voltage endurance coefficient by electrical treeing test for XLPE cable insulation, in: *2013 IEEE International Conference on Solid Dielectrics (ICSD)*, p. 808-811
- [ZAR09] S. Z. Zardareh, F. A. Boroumand, Degradation in organic light emitting diodes, *Journal of World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 50, p. 274-277, 2009
- [ZHA12-a] J. Zhang, T. Zhou, H. Wu, Y. Liu, W. Wu, J. Ren, Constant-step-stress accelerated life test of white OLED under Weibull distribution case, *IEEE Transactions on Electron devices*, vol. 59, no 3, p. 715-720, 2012
- [ZHA12-b] J. Zhang, F. Liu, Y. Liu, H. Wu, W. Wu, A. Zhou, A study of accelerated life test of white OLED based on maximum likelihood estimation using lognormal distribution, *IEEE Transactions on Electron devices*, vol. 59, no 12, p. 3401-3404, 2012
- [ZHO00] X. Zhou, J. He, L. S. Liao, M. Lu, M. X. Ding, Y. X Hou, M. X. Zhang, Q. X. He, T. S. Lee, Real-time observation of temperature rise and thermal breakdown processes in organic LEDs using an IR imaging and analysis system, *Advanced Materials*, vol. 12, no 4, p. 265-269, 2000
- [ZHO13] D. Zhou, Comparison of two popular methods for transformer Weibull lifetime modeling, *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, vol. 2, no 4, p. 0.00028-0.00054, 2013
- [ZHU14] Y. Zhu, N. Narendran, J. Tan, X. Mou, An imaging-based photometric and colorimetric measurement method for characterizing OLED panels for lighting applications, in: *SPIE International Society for Optics and Photonics Thirteenth International Conference on Solid State Lighting*, 2014, p. 91900e1-91900e8
- [ZWI09] G. Zwingelstein, Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels complexes: analyse prévisionnelle et bases de données de fiabilité, *Techniques de l'ingénieur, Électronique - Automatique / Automatique et ingénierie système*, 2009

# Chapitre 2 : Nouvelle approche de modélisation de la durée de vie. Présentation des tests de vieillissement accéléré sur les isolants et les OLED



## I. Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons présenté une étude des principaux éléments de la fiabilité en général et dans le cadre des systèmes du génie électrique en particulier. Puis nous nous sommes intéressés à trois composants qui constituent des éléments de base dans la plupart des systèmes électriques : les batteries, les modules de puissance et les condensateurs. Nous en avons donc présenté les facteurs de vieillissement les plus influents, les normes des tests de vieillissement ainsi que les modèles de durée de vie rencontrés dans la littérature. Enfin, nous avons présenté de la même façon les deux composants qui font l'objet de notre travail : les isolants des machines électriques et les sources d'éclairage OLED (*Organic Light Emitting Diodes* en anglais).

En effet, la fiabilité de ces deux composants est devenue un sujet d'intérêt primordial. D'une part, le système d'isolation d'une machine électrique est un élément critique pour son fonctionnement, et dans le contexte du passage vers des systèmes plus électriques, les isolants des machines sont exposés à des contraintes opérationnelles de plus en plus sévères. D'autre part, les OLED se présentent aujourd'hui comme une solution alternative pour un éclairage à meilleure efficacité énergétique. Cependant, leur commercialisation reste limitée à cause de leur durée de vie et leurs performances au fil du temps encore incomplètement maîtrisées.

En plus d'une littérature peu abondante sur ces deux composants, nous avons remarqué qu'en général les modèles de durées de vie existants sont trop souvent simplistes puisqu'ils ne considèrent qu'un seul ou deux facteurs de stress. De plus, aucune considération économique n'est prise en compte pour la réalisation des tests de vieillissement accéléré. Enfin, il n'existe aucune méthode générale de modélisation qui puisse être appliquée à différents composants, sans considérations propres au composant étudié. Pour toutes ces raisons, nous nous intéressons à l'étude et à la modélisation de la durée de vie des isolants des machines électriques et des OLED selon une nouvelle approche que nous proposons dans ce chapitre.

Nous présentons ensuite les premières étapes de cette méthodologie qui précèdent le développement des modèles de durée de vie proprement dits. Nous décrivons alors les conditions expérimentales et le déroulement des tests de vieillissement accéléré, nous présentons ensuite les résultats des mesures des durées de vie, et enfin nous analysons les propriétés statistiques des données. Le développement des modèles de durée de vie en fonction des contraintes appliquées fera l'objet des chapitres suivants.

## II. Nouvelle approche de modélisation de la durée de vie

### II.1. Inconvénients des modèles existants

D'après ce que nous avons présenté dans le premier chapitre sur les modèles de durée de vie des isolants des machines électriques et des OLED rencontrés dans la littérature, nous pouvons remarquer que :

- les facteurs de vieillissement les plus rencontrés dans ces modèles sont le stress électrique (pour les isolants : la tension, le champ électrique ou la fréquence d'alimentation et pour les OLED : le courant électrique) et le stress thermique (pour les isolants : la température ambiante ou le cyclage de température et pour les OLED : la température ambiante seulement) ;
- les modèles sont souvent basés sur la loi d'Arrhénius (pour la température) et les lois exponentielles ou de puissance inverse (pour le stress électrique), ce qui ramène toujours à la transformation logarithmique des durées de vie afin de linéariser ces modèles (forme générale des modèles AFT - *Accelerated Failure Time models*) ;

- les distributions statistiques les plus utilisées pour les données de durée de vie sont les distributions log-normale ou de Weibull ;
- les modèles de durées de vie rencontrés considèrent un seul ou deux facteurs, auquel cas ces deux facteurs sont combinés dans l'expression de la durée de vie par le produit des effets individuels de chaque facteur, sans considérer l'effet d'une possible interaction (sauf pour quelques modèles développés uniquement pour les isolants par Crine, Simoni, Ramu, Fallou et Montanari, et dont on a cité les inconvénients), mais rien n'existe à ce titre pour les OLED ;
- tous les modèles évoqués ont été validés uniquement sur la base des données qui ont servi à estimer les paramètres de ces modèles (base d'apprentissage), ce qui met en question la validité de ces modèles hors de ce domaine d'apprentissage ;
- tous les modèles rencontrés ont été développés dans le cadre de l'étude d'un composant donné et toutes les étapes de modélisation et de validation de ces modèles sont donc propres au composant étudié. Il n'existe donc aucune méthode de modélisation de la durée de vie qui a été généralisée et qui puisse être applicable pour différents composants du génie électrique ;
- aucun de ces méthodes ou modèles ne s'intéresse à minimiser le nombre d'échantillons testés ;
- aucun de ces méthodes ou modèle ne s'intéresse à l'organisation optimale de la base d'apprentissage en vue de maximiser la précision des modèles tout en réduisant le coût expérimental.

Face aux limitations de ces modèles de durée de vie, et en rappelant que les mêmes inconvénients sont rencontrés dans les modèles de durées de vie d'autres composants électriques tels que ceux présentés au premier chapitre, nous présentons dans cette partie notre nouvelle approche de modélisation de la durée de vie de composants en génie électrique, dont les principes de base sont les suivants :

- les modèles de durée de vie sont des modèles statistiques élaborés à partir de données expérimentales issues de tests de vieillissement accéléré ;
- la méthodologie de modélisation depuis le choix des paramètres du modèle, en passant par le déroulement des expériences et enfin le calcul et la validation du modèle est une méthodologie générale qui peut être applicable à tout composant sans *a priori* sur ses propriétés physiques et leurs mécanismes de dégradation ;
- les modèles de durée de vie se basent sur le principe des modèles AFT en ce qui concerne la transformation logarithmique des durées de vie ;
- au moins les deux facteurs de vieillissement les plus importants sont à considérer dans les modèles de durée de vie ainsi que toutes leurs interactions possibles ;
- la forme de transformation d'un facteur à utiliser dans le modèle de durée de vie est basée sur les modèles à stress unique rencontrés dans la littérature ou les formes spécifiés par les normes internationales (FIDES, IEC, etc.), mais elle est aussi validée par des données expérimentales ;
- le choix du nombre et de la configuration des tests de vieillissement est basé sur une méthode d'optimisation qui limite les coûts expérimentaux et maximise la précision des modèles ;
- les performances des modèles sont testées sur un ensemble de données n'appartenant pas à celui qui a servi à construire le modèle, ce qui augmente le nombre de tests à effectuer mais assure d'autre part la validité du modèle hors du domaine d'apprentissage.

## II.2. Méthodologie générale

La méthodologie générale adoptée dans notre approche de modélisation de durée de vie peut être résumée par le schéma de la figure II.1.

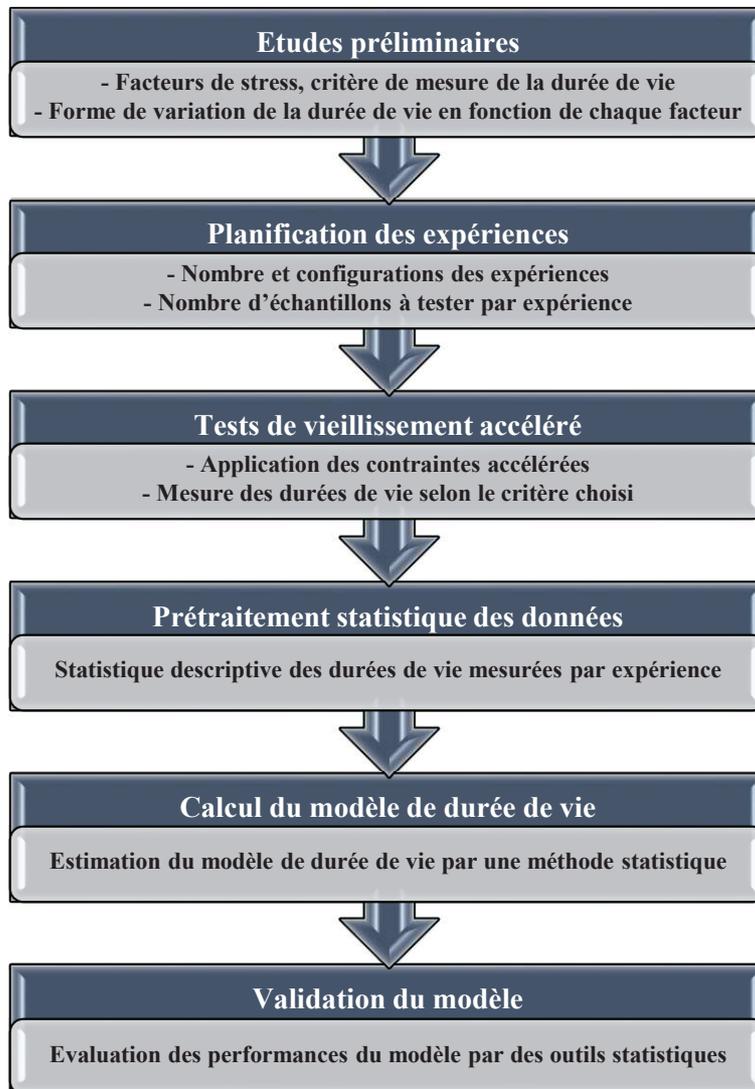


Fig. II.1 Méthodologie générale proposée pour la modélisation de la durée de vie

Dans ce chapitre, nous présentons, pour les deux composants étudiés, les premières étapes de cette méthodologie : choix des facteurs de vieillissement et de leur forme, description des bancs expérimentaux dédiés aux tests de vieillissement accéléré, présentation des résultats des mesures et évaluation de leurs propriétés statistiques de base. Nous consacrons alors les chapitres 3 et 4 pour présenter les étapes suivantes de la méthodologie (calcul et validation de modèles de durées de vie). Le choix du nombre et des configurations des points expérimentaux sera également explicité dans le chapitre 3 puisqu'il est fortement relié au choix du modèle de durée de vie.

Dans le chapitre 4, et à la différence de tous les modèles de durée de vie évoqués dans la littérature, nous présentons des modèles non paramétriques ou hybrides, comme alternative aux modèles paramétriques (de type AFT) qui sont présentés dans le chapitre 3. Cependant, la méthodologie présentée, qu'elle soit basée sur des modèles paramétriques ou non paramétriques, reste générale et applicable aux différents types de composants du génie électrique.

### III. Tests réalisés sur les isolants

Le premier type de composants sur lequel la méthodologie est appliquée est l'isolation des machines électriques. Ce travail est réalisé dans le cadre d'une collaboration avec l'équipe MDCE (Matériaux Diélectriques dans la Conversion de l'Energie) du laboratoire LAPLACE sur le site de l'Université Paul Sabatier de Toulouse. Nous nous situons dans le contexte des systèmes plus électriques pour des applications aéronautiques. Dans ce contexte, l'évolution des niveaux de la tension d'alimentation a un fort impact sur le système d'isolation des machines comme déjà présenté dans le premier chapitre.

Au laboratoire LAPLACE, l'étude de la durée de vie des isolants des machines électriques en applications aéronautiques a débuté avec les travaux antérieurs [LAH13] [LAH11] [LAH10-a] [LAH10-b] [PIC13] sur le vieillissement des isolants dû principalement au phénomène de DP (décharges partielles). Bien que le type d'isolants testé dans le cadre de la thèse soit différent de celui testé dans ces travaux précédents, nous présentons dans cette partie introductive les principaux paramètres des tests de vieillissement réalisés dans ces travaux qui seront nécessaires pour la définition des paramètres de nos propres tests, vu la similarité des conditions et du contexte de l'étude entre ces travaux et les nôtres.

Les isolants qui ont été testés dans les travaux précédents sont du type films PEI (polyesterimide) de classe thermique 180°C, couramment utilisés pour l'isolation des machines électriques. Les échantillons testés sont des plaques métalliques de dimensions 15\*9 cm<sup>2</sup> couverts d'une couche d'isolant d'épaisseur 90µm, comme le montre la figure II.2 a. Pour alléger l'écriture, nous désignons ces échantillons par le terme « films isolants » qui rappelle leur forme. Des tests de vieillissement accéléré sont réalisés sur ces échantillons (Fig. II.2 b) pour récupérer des données de durée de vie, en limitant les causes de défaillances de ces isolants au phénomène de DP.

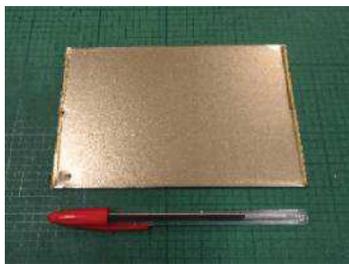


Fig. II.2 a. Echantillons testés précédemment : plaques métalliques (15\*9 cm<sup>2</sup>) couvertes d'une couche d'isolants PEI d'épaisseur 90µm [LAH13]



Fig. II.2 b. Plaques métalliques au cours des tests de vieillissement accéléré

Trois facteurs de vieillissement sont considérés dans ces tests : la température, l'amplitude de la tension d'alimentation (de forme carrée) et sa fréquence, qui sont les facteurs les plus influents sur les isolants comme le montre le retour d'expérience et la littérature. L'amplitude de la tension à appliquer dans ces tests varie entre 1 kV et 3 kV : la valeur minimale de 1kV est choisie de façon à faire apparaître des décharges partielles (qui apparaissent pour des tensions supérieures à 500V-600V selon les matériaux), ainsi que des surtensions de 2 fois plus que la tension nominale considérée de 500V. La valeur maximale de tension est choisie pour pouvoir accélérer la dégradation des isolants sans toutefois induire des phénomènes de dégradation qui ne se produisent pas sous fonctionnement nominal. Le domaine de la fréquence d'alimentation choisi entre 5 et 15 kHz correspond au domaine de fréquence de modulation de la largeur d'impulsions (MLI) des onduleurs en applications aéronautiques. Enfin, le domaine de température entre -55°C et 180°C correspond à différentes conditions de températures auxquelles les machines électriques des avions peuvent être soumises, sans toutefois dépasser la classe thermique des isolants testés.

Avant de développer les modèles de durée de vie, des formes générales des effets des trois facteurs ont été considérées *a priori*. Les effets de la tension et de la fréquence (stress électrique  $E$ ) sur la durée de vie ( $L$ ) sont modélisés par une loi de puissance inverse telle que :

$$L = cE^{-n} \quad (\text{II.1})$$

et cette relation a bien été validée sur les données expérimentales issues des tests réalisés sur ces isolants. Par ailleurs, pour modéliser l'effet de la température, une fonction exponentielle décroissante est considérée telle que :

$$\text{Log}(L) = a \exp(-bT) \quad (\text{II.2})$$

Alors que la loi de puissance inverse est classique pour modéliser l'effet d'un stress électrique, la forme particulière pour la température est déduite expérimentalement à partir de tests effectués à tension et à fréquence constantes sur les films isolants [LAH10-a]. L'estimation des paramètres de la courbe de tendance d'après ces mesures donne une valeur de  $b=5,64 \times 10^{-3}$  qui est utilisée ensuite dans les modèles de durée de vie. Dans ces travaux, pour chaque expérience réalisée, 8 échantillons ont été testés pour obtenir des résultats statistiquement significatifs.

Dans le cadre de cette thèse, deux campagnes d'essais ont été réalisées sur deux matériaux isolants différents de classes thermiques supérieures à 180°C. Le premier est composé de deux couches isolantes : une couche interne de PEI et une couche externe de PAI (polyamide imide). Ce matériau est alors de classe thermique 200°C. Le deuxième matériau est composé d'une seule couche d'isolation de type PAI de classe thermique 220°C. Les échantillons testés sont des paires de fils torsadés couverts du premier ou du deuxième matériau isolant. Ces échantillons sont supposés avoir le même comportement que les isolants du bobinage du stator d'une machine électrique. Ils sont par ailleurs moins cher que les films isolants testés dans les travaux précédents.

Dans les deux campagnes d'essais, la durée de vie d'un échantillon est définie par la durée de mise sous tension de la paire torsadée jusqu'au moment de claquage de l'isolation. Ce moment est détecté lors de l'apparition d'une surintensité due au court-circuit entre les deux fils des paires torsadées. Les tests sont donc destructifs. Comme pour les films isolants, tous les tests effectués sur les paires torsadées ont été réalisés au sein du laboratoire LAPLACE sur le site de l'Université Paul Sabatier de Toulouse.

### **III.1. Première campagne d'essais**

#### **III.1.1. Fabrication des paires torsadées**

Les paires torsadées de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais sont construites à partir d'une bobine de fil émaillé de 0,5 mm de diamètre de Ederfil. La fiche technique de ce type de fil est fournie en annexe II.1. Le procédé utilisé pour fabriquer les paires torsadées à partir de ces fils est très simple et mécanique et réalisé selon la norme ANSI/NEMA MW 1000-2003 [NAT07] :

- Coupe d'un fil d'environ 2x20 cm ;
- Retrait d'émail sur les deux bornes du fil ;
- Torsion du fil : 16 tours avec un appareil spécifique réglé avec un poids de 347g pour la tension ;
- Coupe de la connexion entre les deux futurs fils.

Les figures II.3 (a, b, c et d) illustrent ces différentes étapes de fabrication réalisées au laboratoire LAPLACE (site de l'Université Paul Sabatier).

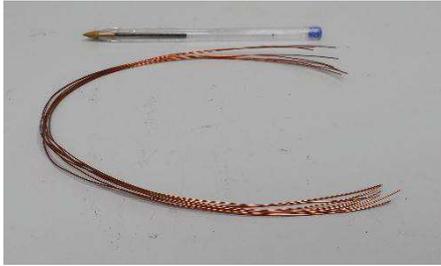


Fig. II.3 a. Fils coupés

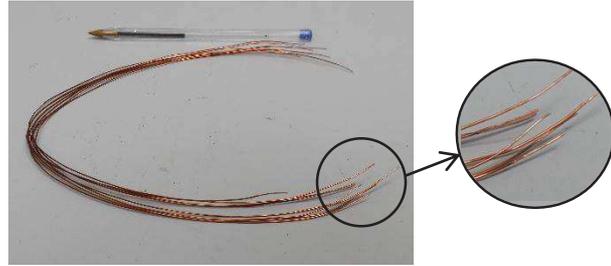


Fig. II.3 b. Emails retirés des fils coupés

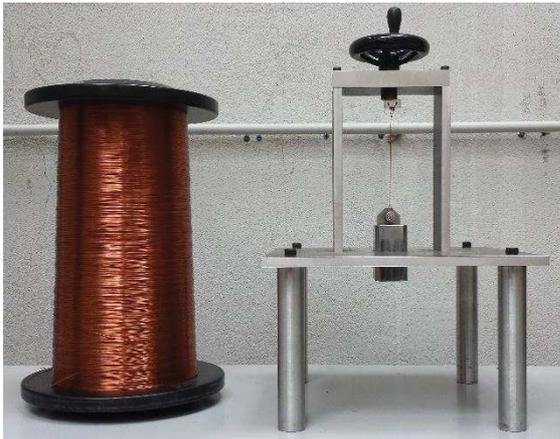


Fig. II.3 c. Dispositif de torsion des fils coupés



Fig. II.3 d. Dimensions d'une paire torsadée

### III.1.2. Facteurs de vieillissement

D'après la littérature sur la modélisation de la durée de vie des matériaux isolants et dans le contexte d'étude des travaux précédents [LAH13] [LAH11] [LAH10-a] [LAH10-b] [PIC13], les facteurs les plus influents sur la durée de vie d'un isolant sont la tension, la fréquence et la température, surtout dans le cas du vieillissement dû principalement aux DP. Cependant, peu d'articles mettent également en avant le cyclage comme facteur dégradant [KOK12]. Dans notre cas, le cyclage de température semble approprié mais la chambre climatique présente au LAPLACE ne permet pas de simuler cette contrainte. Il constitue cependant une piste de recherche intéressante pour la suite. D'autres facteurs comme la pression ou l'humidité peuvent aussi avoir une influence mais, d'après la littérature, les facteurs de température, tension et fréquence restent prédominants.

Comme dans les travaux précédents sur les films isolants, les domaines des facteurs appliqués sur les paires torsadées de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais sont choisis pour :

- assurer un régime de DP ;
- représenter les conditions de service d'un isolant dans une machine tournante utilisée dans le domaine de l'aéronautique ;
- accélérer les mécanismes de vieillissement des isolants sans introduire de nouveaux phénomènes de dégradation non rencontrés en conditions normales.

Les paires torsadées de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais sont donc testés dans le même domaine expérimental que celui des films isolants. Le tableau II.1 rappelle les valeurs extrêmes de ce domaine.

Tableau II.1. Domaine des facteurs de appliqués sur le matériau isolant de classe thermique 200°C (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

Facteur	Valeur minimale	Valeur maximale
Tension crête V (kV)	1	3
Fréquence F (kHz)	5	15
Température T (°C)	-55	180

Sous chaque condition de test, nous n'avons pu tester que 6 échantillons au lieu de 8 pour des limitations techniques que nous expliquons par la suite. La spécification des formes des trois facteurs à considérer dans les modèles de durées de vie s'appuie sur la littérature mais aussi sur les travaux précédents sur les films en supposant *a priori* que ces deux types d'isolants ont les mêmes mécanismes de dégradation sous les contraintes électriques et thermiques. Une loi de puissance inverse est ainsi considérée pour les effets de la tension et de la fréquence, et une loi exponentielle (équation (II.2)) pour celui de la température. Ces formes seront validées par des données expérimentales dans la suite.

### III.1.3. Banc expérimental et procédé de mesure

Pour la réalisation des tests de vieillissement accéléré de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essai nous avons disposé :

- de deux générateurs de tension, d'un oscilloscope, d'un générateur de forme d'ondes et d'un générateur d'impulsions haute tension (HT) pour appliquer le stress électrique,
- d'une chambre climatique pour appliquer le stress thermique.

Les générateurs de tension fournissent une tension continue et les générateurs de forme d'onde permettent de produire la forme d'onde désirée (sinus, carré, triangulaire, ...) à la fréquence souhaitée. L'oscilloscope permet de vérifier l'alimentation des charges (forme, amplitude et fréquence). Finalement, la chambre climatique sert à régler et maintenir une température constante à la valeur désirée entre -55°C et 180°C. Le banc expérimental est présenté dans la figure II.4.

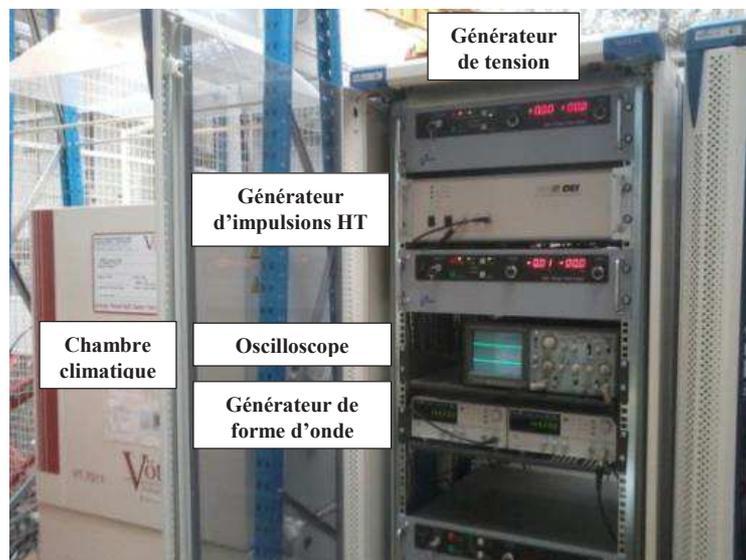


Fig. II.4 Banc expérimental dédié aux tests de vieillissement accéléré de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais

Deux procédés différents ont été suivis dans la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais pour la mesure de la durée de vie et ceci selon la température. Les échantillons soumis à des températures différentes de la température ambiante sont testés dans les chambres climatiques de la Fig. II.4. Une chambre climatique peut abriter jusqu'à 6 câbles différents, ce qui permet de tester 3 paires torsadées en même temps en manipulant les

bornes extérieures des câbles. Ainsi, pour tester 6 paires torsadées dans les mêmes conditions, deux chambres climatiques sont nécessaires. Dans ces chambres, les fils sont disposés horizontalement et sont directement connectés aux bornes des câbles qui traversent le mur du four. Pour brancher ou débrancher un fil on manipule la connexion extérieure des câbles. L'absence de contact visuel pendant l'expérience est remplacée par un processus d'essai et erreur. La figure II.5a montre une illustration des tests réalisés dans les chambres climatiques aux températures différentes de la température ambiante

Les échantillons testés à température ambiante sont placés sur des supports dans d'autres chambres climatiques (Fig. II.5b) ayant des vitres transparentes permettant un contact visuel avec les échantillons testés et donc une détection plus facile de leur claquage.

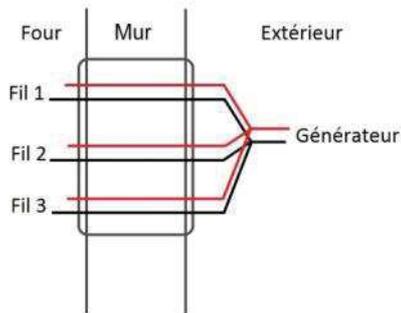


Fig. II.5 a. Schéma des connexions à travers le mur de la chambre climatique



Fig. II.5 b. Test à température ambiante

Quelle que soit la température, au moment du claquage de l'échantillon, la mesure de la durée de vie est réalisée à l'aide d'une montre numérique manipulée manuellement avec une erreur de 0 à 2 secondes. Après un claquage, le chronomètre est arrêté, les générateurs et l'amplificateur sont débranchés, puis la paire torsadée ayant claqué est retirée et finalement, la tension est rétablie en même temps que le chronomètre. On suppose, *a priori*, que ces arrêts n'affectent pas la durée de vie des échantillons.

### III.1.4. Configuration des tests et résultats des mesures

Les échantillons de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais sont testés selon 30 configurations différentes des trois facteurs de vieillissement, chacune répétée 6 fois. 18 expériences sont organisées et spécifiées selon une méthode d'optimisation du plan expérimental que l'on présentera dans le chapitre 3, paragraphe IV et 12 autres expériences ont des configurations aléatoires. Les 18 points organisés permettront de construire les modèles de durées de vie alors que les 12 points aléatoires serviront à tester la validité des modèles. La spécification du nombre et de la configuration des points organisés est donc liée aux modèles de durée de vie que nous présentons dans le chapitre 3. Les valeurs des contraintes appliquées dans les 30 expériences appartiennent toutes au domaine expérimental donné par le tableau II.1. Dans le tableau II.A.1 de l'annexe II.1 nous présentons ces différentes configurations des tests ainsi que la moyenne et la médiane des 6 durées de vie mesurées (L) correspondant à chaque configuration.

D'après ce tableau nous pouvons remarquer que :

- les durées de vie mesurées s'étendent en moyenne de 30 secondes (correspondant à la configuration n°10) à 62min (correspondant à la configuration n°1) ;
- la configuration la plus riche en informations en termes de répétitions est la configuration n°15 qui se répète 4 fois (n°15 à 18), avec 6 échantillons testés pour chacune, ce qui nous donne 24 mesures répétées au total ;
- une configuration à deux facteurs constants se répète au plus 3 fois, comme par exemple les configurations n° 9, 10 et 15 où seule la tension varie, les configurations n° 11, 12 et 15 où seule

la fréquence varie, et les configurations n° 13, 14 et 15 où seule la température varie. Ce sont donc ces expériences qui nous serviront à la validation des formes respectives des trois facteurs à considérer dans le modèle de durée de vie.

Les points expérimentaux qui servent à la validation des formes analytiques respectives des facteurs sont représentés dans les figure II.6 (a, b et c). Dans le cas particulier de la température, le coefficient  $b$  est estimé à  $4,825 \times 10^{-3}$ , à la différence de celui estimé dans le cas des films isolants.

Ainsi, dans les chapitres suivants, les modèles de durée de vie issus de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais considèreront une transformation logarithmique de la durée de vie, de la tension et de la fréquence, et une transformation exponentielle de l'opposé de la température affecté du coefficient  $b$ , selon le modèle générique (II.2). Nous rappelons qu'avec la transformation logarithmique des durées de vie nous appliquons la forme générale des modèles AFT de durée de vie qui démontrent encore une fois leur validité dans un très large domaine d'application.

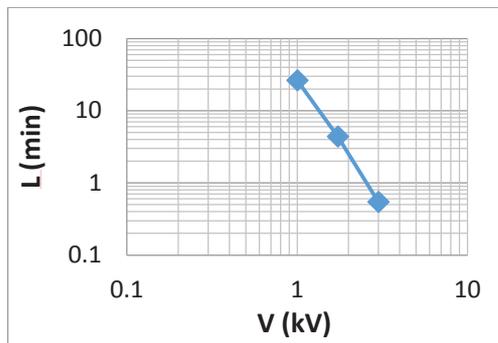


Fig. II.6 a. Variation linéaire de  $\text{Log}(L)$  en fonction de  $\text{Log}(V)$  à  $F = 8,66 \text{ kHz}$  et  $T = 26,12^\circ\text{C}$

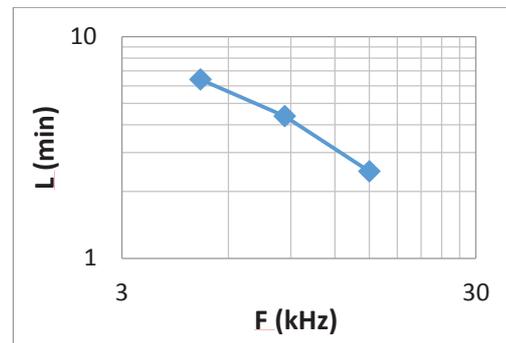


Fig. II.6 b. Variation linéaire de  $\text{Log}(L)$  en fonction de  $\text{Log}(F)$  à  $V = 1,732 \text{ kV}$  et  $T = 26,12^\circ\text{C}$

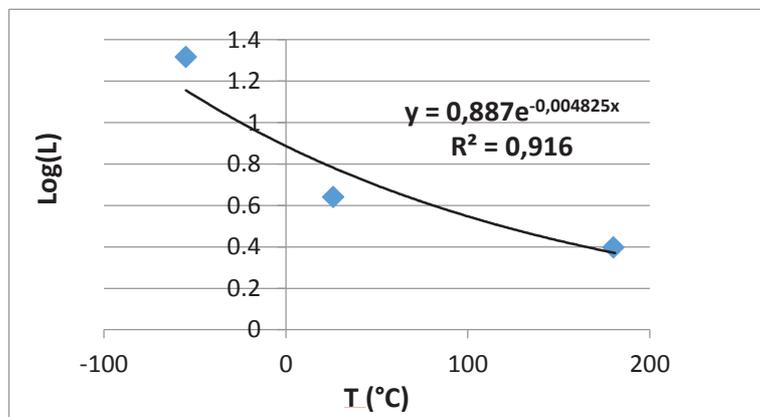


Fig. II.6 c. Variation exponentielle de  $\text{Log}(L)$  en fonction de  $T$  à  $V = 1,732 \text{ kV}$  et  $F = 8,66 \text{ kHz}$ . La courbe de tendance estimée donne une valeur de  $b = 4,825 \times 10^{-3}$

Dans la suite, nous analysons les propriétés statistiques des durées de vie mesurées de cette campagne d'essais et qui se résument globalement par la dispersion et la distribution statistique conditionnellement aux configurations des tests.

### III.1.5. Dispersion des mesures

Pour chaque configuration des tests, la dispersion peut être mesurée de deux façons : dispersion autour de la moyenne ou dispersion autour de la médiane.

De même, la dispersion peut être absolue, ayant la même unité que les données mesurées, ou relative, calculée par rapport à une mesure centrale, ce qui est intéressant pour comparer les distributions de données hétérogènes qui n'ont pas le même ordre de grandeur. C'est le cas avec nos données dont les valeurs centrales dépendent des valeurs des différentes contraintes appliquées.

Les principales mesures de la dispersion absolue sont :

- la variance et l'écart-type pour une dispersion autour de la moyenne,
- l'étendue (écart entre la valeur maximale et la valeur minimale des données) et l'écart interquartile (écart entre les quartiles  $Q_1$  et  $Q_3$  de la distribution entre lesquels se trouvent la moitié des données) pour une dispersion autour de la médiane.

Les principales mesures de la dispersion relative sont :

- le coefficient de variation (CV) qui est le rapport entre l'écart-type et la moyenne,
- l'écart interquartile relatif (EIQR) qui est le rapport entre l'écart interquartile et la médiane, ou le rapport interquartile qui est le rapport entre les quartiles  $Q_3$  et  $Q_1$ .

Tout d'abord, afin d'avoir une idée sur la distribution des mesures autour de leur moyenne et médiane, nous présentons dans les figures II.7 (a et b), et pour chaque expérience, les positions relatives des mesures répétées, de leur moyenne et de leur médiane, et ceci pour les mesures en minutes et après transformation logarithmique, respectivement.

Ainsi, nous pouvons remarquer que la dispersion des mesures (en minutes) n'est pas la même selon les contraintes appliquées, et ceci apparaît également après la transformation logarithmique des mesures de durée de vie, même si la dispersion des mesures change après cette transformation.

Pour la plupart des expériences, en minutes ou après transformation logarithmique, les médianes et les moyennes sont quasiment égales, à l'exception de quelques expériences où la moyenne est affectée par des mesures relativement éloignées des autres pour la même expérience, ce qui l'éloigne de la médiane (exp. 5, 8, 19 ou 27 dans la Fig. II.7 b) par exemple. Il faut noter que la transformation logarithmique modifie la valeur de la moyenne des mesures mais ne modifie pas la position de leur médiane, autrement dit, pour un ensemble de mesures  $L_i$  en minutes (i allant de 1 au nombre de répétition des mesures):

$$\text{Log}(\text{Médiane}(L_i)) = \text{Médiane}(\text{Log}(L_i)) \quad (\text{II.3})$$

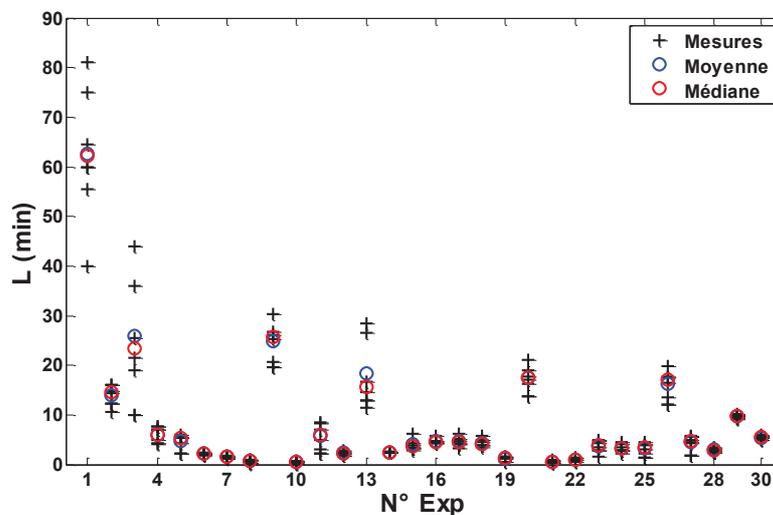


Fig. II.7 a. Mesures répétées des durées de vie en minutes, moyennes et médianes (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

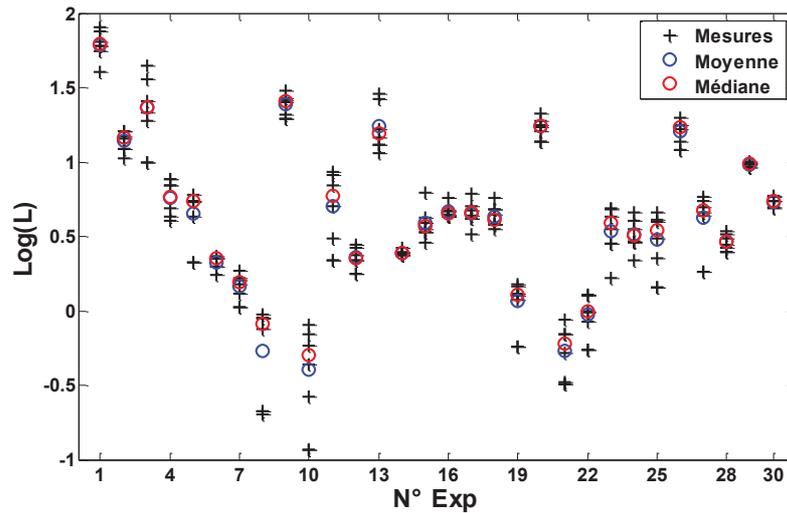


Fig. II.7 b. Logarithmes des mesures de durées de vie répétées en minutes, moyennes et médianes (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

Pour évaluer la dispersion, nous considérons les mesures de la dispersion relative autour de la moyenne (CV) et autour de la médiane (EIQR), vu l'hétérogénéité des ordres de grandeur des mesures. Dans les figures II.8 (a et b) nous présentons la dispersion relative des mesures en minutes et après transformation logarithmique respectivement.

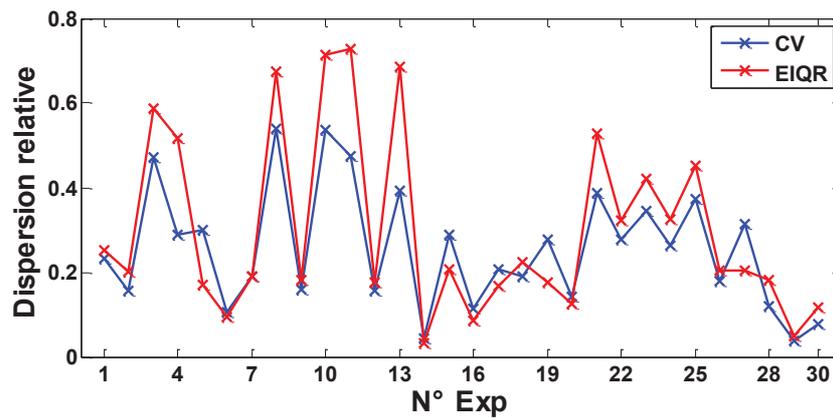


Fig. II.8 a. Dispersion relative des durées de vie en minutes mesurées par expérience (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

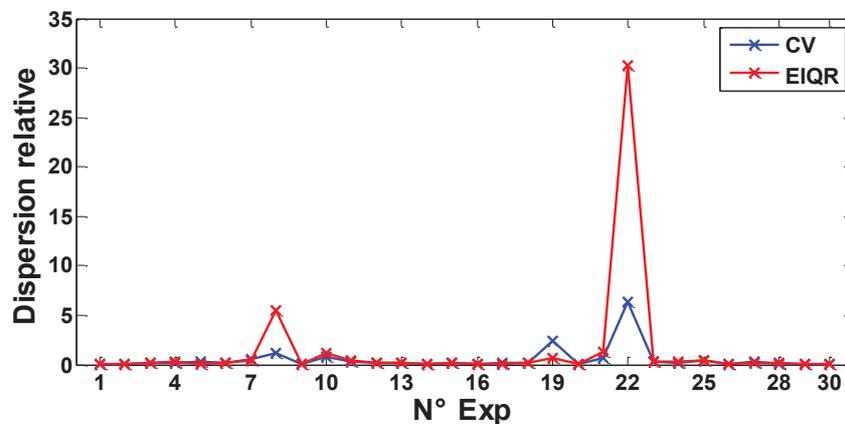


Fig. II.8 b. Dispersion relative des logarithmes des durées de vie mesurées par expérience (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

D'après ces deux figures, nous pouvons constater que :

- avec ou sans transformation logarithmique, les deux mesures de dispersion relatives (CV et EIQR) ont les mêmes tendances en fonction des expériences, ce qui rejoint le constat précédent sur l'équivalence entre les moyennes et les médianes,
- avec ou sans transformation logarithmique, et comme déjà mentionné à plusieurs reprises, la dispersion relative des mesures répétées n'est pas la même en fonction des expériences,
- les valeurs de la dispersion relative des mesures après transformation logarithmique ne sont pas homogènes et des valeurs aberrantes apparaissent comme pour les exp. 8, 19 et 22. Pour ces expériences, nous pouvons remarquer d'après le tableau II.A.1 que les durées de vie sont relativement faibles (de l'ordre d'une minute). Après transformation logarithmique, les médianes ou les moyennes de ces mesures se situent entre 0 et 0.1 (en valeur absolue), ce qui augmente de façon remarquable le rapport entre l'écart interquartile ou l'écart type et la médiane ou la moyenne respectivement, à cause de leurs valeurs faibles par rapport aux autres expériences.

A présent, nous nous intéressons uniquement au traitement des mesures après transformation logarithmique puisque ce sont ces données qui vont nous servir à construire des modèles de durée de vie. Pour alléger l'écriture, nous désignons ces données par  $\text{Log}(L_m)$  où  $L_m$  réfère aux durées de vie en minutes.

Par rapport à la dernière remarque sur la dispersion relative, nous proposons une solution pour remédier au problème des valeurs aberrantes des dispersions relatives causées par des valeurs faibles des logarithmes des durées de vie. En effet, nous pouvons tout simplement transformer l'échelle de mesure des durées de vie des minutes en secondes, ainsi en désignant par  $L_s$  les durées de vie en secondes nous aurons :

$$\text{Log}(L_s) = \text{Log}(L_m) + \text{Log}(60) \quad (\text{II.4})$$

Par ce changement, nous effectuons uniquement une translation d'une constante ( $\text{Log}(60)$ ) des  $\text{Log}(L_m)$  et leur distribution reste donc inchangée. L'avantage est d'éloigner les valeurs des  $\text{Log}(L_m)$  de zéro pour éviter des valeurs aberrantes des mesures de dispersion relative. Nous démontrons également l'intérêt de ce changement dans les chapitres 3 et 4 avec les mesures d'erreurs relatives dans les modèles de durée de vie. La figure II.9 montre les valeurs des dispersions relatives des  $\text{Log}(L_s)$  pour chaque expérience.

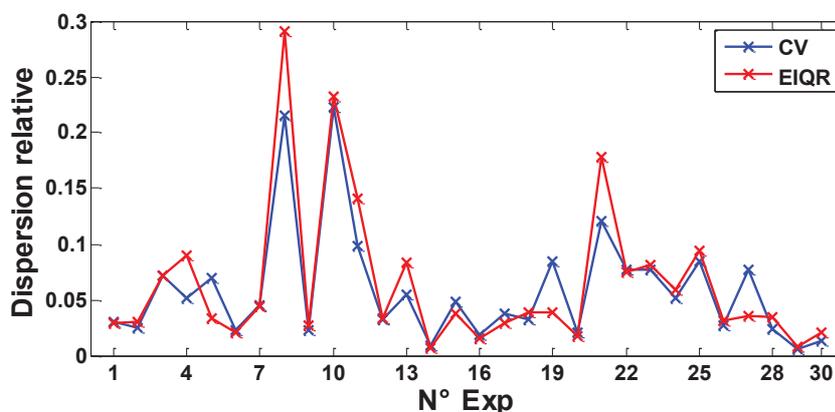


Fig. II.9 Dispersion relative des  $\text{Log}(L_s)$  mesurés par expérience (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

Nous obtenons donc un graphique avec des valeurs de dispersion relative toutes comprises entre 0 et 0,3 sans valeurs aberrantes comme précédemment, tout en conservant la même tendance des dispersions entre les expériences. Les plus fortes dispersions correspondent à des faibles durées de vie (comme pour les exp. n° 8, 10 et 21) dont l'ordre de grandeur est proche de la précision des mesures de durée de vie qui est de quelques secondes.

### III.1.6. Distribution des mesures

Dans cette partie nous nous intéressons à l'évaluation des lois de distributions des mesures répétées correspondant à chaque expérience et qui nous sera utile pour les méthodes d'estimation paramétriques des modèles de durée de vie. D'après la littérature, et d'après les travaux réalisés sur les films isolants [LAH13] [LAH11] [LAH10-a] [LAH10-b] [PIC13], deux types de distribution sont les plus utilisées pour les données de durée de vie : la loi log-normale et la loi de Weibull. Nous testons alors ces deux lois sur les durées de vie, ce qui est équivalent à tester respectivement la loi normale et la loi de valeur extrême (EV) après transformation logarithmique des durées de vie (cf. chapitre 1, paragraphe III.1).

Dans le chapitre 1 nous avons présenté deux méthodes pour tester l'adéquation d'une variable aléatoire à une loi de distribution : les tests d'ajustement et les tests graphiques. Nous présentons donc les résultats de ces deux types de tests effectués sur nos données ( $Log(L_s)$ ). Nous commençons tout d'abord par les tests d'ajustement. Nous avons testé les hypothèses d'adéquation aux deux lois, normale et valeur extrême, sur les logarithmes des durées de vie correspondant à chaque triplet de contraintes ( $V$ ,  $F$  et  $T$ ) et ceci suivant les tests de Kolmogorov-Smirnov (KS), de Lilliefors (LLF) et d'Anderson-Darling (AD) et pour un niveau de risque  $\alpha = 0.05$ . L'hypothèse nulle  $H_0$  de ces tests est alors : les données répétées sont distribuées selon la loi à tester. L'hypothèse nulle est donc acceptée à un degré de risque  $\alpha$  lorsque la probabilité critique (p-value) du test est supérieure à  $\alpha$ . Nous représentons dans les figures II.10 (a et b) les probabilités critiques (p-values) de ces tests pour chacune des expériences.

D'après ces figures, nous pouvons constater que :

- les p-values obtenues avec les trois tests (Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling ou Lilliefors) ont les mêmes tendances entre les différentes expériences ;
- les tests d'ajustement acceptent l'hypothèse nulle de l'adéquation aux deux lois de distribution testées pour la plupart des expériences, ceci peut être dû au faible nombre d'échantillons testé par expérience (seulement 6), ce qui ne permet pas d'établir une différence significative entre les fonctions de répartition de chaque ensemble des données suivant les deux lois.

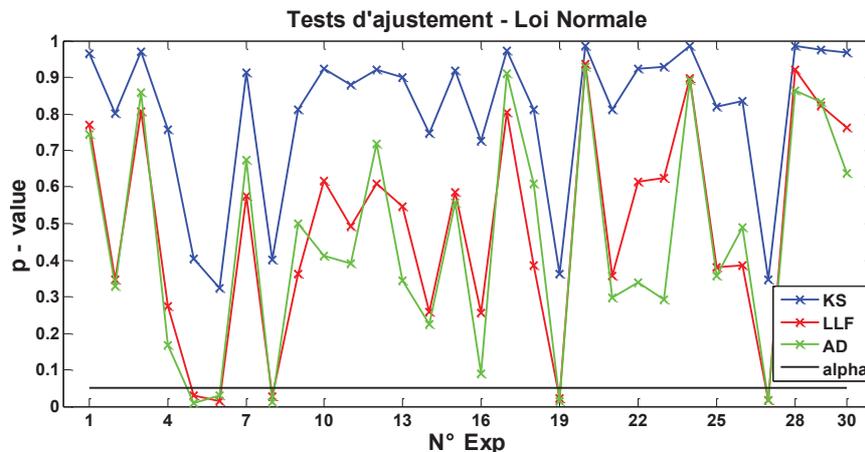


Fig. II.10 a. P-value des tests d'ajustement à la loi Normale des  $Log(L_s)$  mesurés par expérience (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

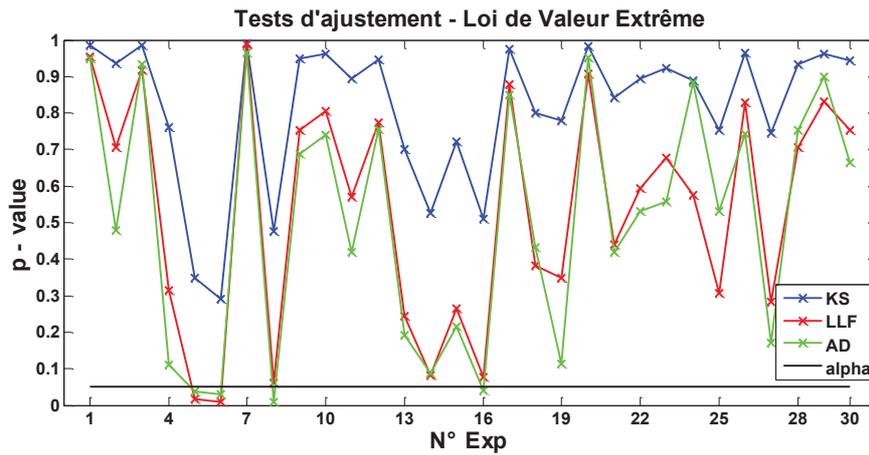


Fig. II.10 b. P-value des tests d'ajustement à la loi EV des  $\text{Log}(L_s)$  mesurés par expérience (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

Si la distinction entre les deux lois n'a pas pu être possible pour chaque expérience en raison du faible nombre d'échantillons, nous pouvons appliquer ces tests à l'ensemble des 24 mesures soumises aux mêmes conditions de tests (exp. n° 15 à 18). Le tableau II. 2 résume, pour les deux lois, les p-value des trois tests appliqués aux 24 mesures de  $\text{Log}(L_s)$ .

Tableau II.2 P-values des tests d'ajustements appliqués aux 24 mesures de  $\text{Log}(L_s)$  soumises aux mêmes contraintes (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

	Test KS	Test LLF	Test AD
<b>Loi Normale</b>	0,981	0,888	0,793
<b>Loi EV</b>	0,628	0,167	0,138

Bien que les tests acceptent les deux lois à 95%, les p-values associées à la loi normale sont plus élevées que celles de la loi EV, ce qui favorise l'hypothèse de la loi normale par rapport à la loi EV. Ceci peut être validé par les tests graphiques. Les figures II.11 (a, b c et d) présentent les graphes des fonctions de répartition (empiriques et théoriques) ainsi que les *QQ-plot* de ces 24 mesures de  $\text{Log}(L_s)$  et ceci pour les deux lois (normale et valeur extrême). A partir de ces graphiques, nous pouvons remarquer que les écarts entre les fonctions de répartition théorique et empirique restent plus faibles dans le cas de la loi normale. De même, l'écart à la droite est plus faible sur le *QQ-plot* dans le cas de la loi normale. Nous pouvons donc confirmer que la loi normale est la loi la plus adaptée.

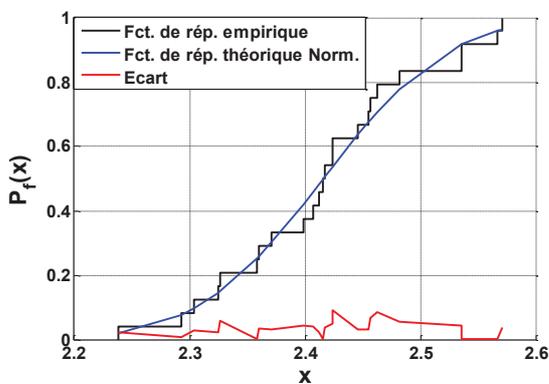


Fig. II.11 a. Graphe des fonctions de répartition de la loi Normale pour les 24 mesures répétées de  $\text{Log}(L_s)$  (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

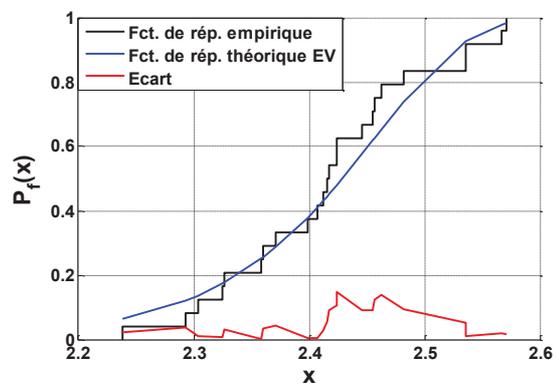


Fig. II.11 b. Graphe des fonctions de répartition de la loi EV pour les 24 mesures répétées de  $\text{Log}(L_s)$  (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

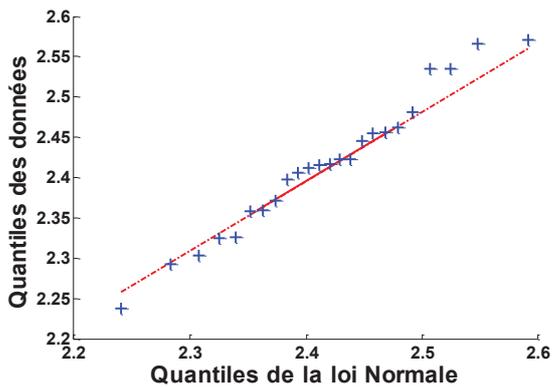


Fig. II.11 c. QQ-plot de la loi Normale pour les 24 mesures répétées de  $\text{Log}(L_s)$  (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

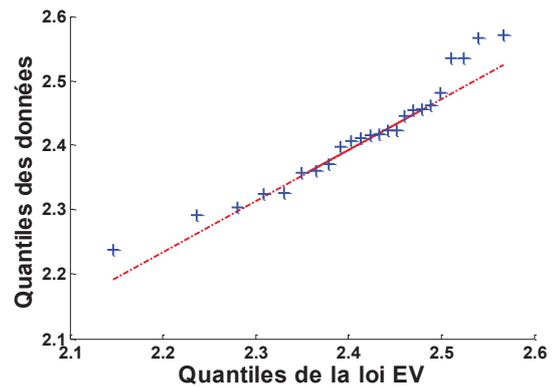


Fig. II.11 d. QQ-plot de la loi EV pour les 24 mesures répétées de  $\text{Log}(L_s)$  (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

## III.2. Deuxième campagne d'essais

### III.2.1. Fabrication des paires torsadées

Les paires torsadées de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais sont construites à partir d'une bobine de fil émaillé de 0,5 mm de diamètre de Iberfil. La fiche technique de ce type de fil est fournie en annexe II.2. Le procédé de fabrication des paires torsadées à partir des fils est le même que celui décrit dans le paragraphe III.1.1.

### III.2.2. Facteurs de vieillissement

Pour la 2<sup>ème</sup> campagne d'essai, les mêmes facteurs de vieillissement ont été considérés, à savoir : la tension, la fréquence et la température. Cependant, nous avons choisi de réaliser les tests de vieillissement accéléré avec des tensions moins sévères, mais toujours au-dessus du seuil d'apparition des DP. Le domaine de la fréquence est le même. Le domaine de la température s'étend de la température ambiante jusqu'à la même température maximale de 180°C (le réglage de températures négatives n'était pas possible dans la 2<sup>ème</sup> campagne d'essai). Le tableau II.3 donne alors les valeurs extrêmes des trois facteurs dans cette 2<sup>ème</sup> campagne d'essais.

Tableau II.3 Domaine des facteurs de appliqués sur le matériau isolant de classe thermique 220°C (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

Facteur	Valeur minimale	Valeur maximale
Tension crête V (kV)	0,65	1,25
Fréquence F (kHz)	5	15
Température T (°C)	30	180

Sous chaque condition de test, 8 échantillons ont été testés. Les transformations à appliquer pour la tension et la fréquence sont toujours basées sur la loi de puissance inverse pour cette campagne d'essais. Cependant, des tests préliminaires effectués à différentes températures et à tension et fréquence constantes sur ce matériau ont montré que la variation de la durée de vie en fonction de la température est plutôt du type  $\exp(c/T)$  où  $c$  est une constante et  $T$  est en K (comme dans la loi d'Arrhénius). Ces différentes formes seront également validées par les données des tests de vieillissement accéléré.

### III.2.3. Banc expérimental et procédé de mesure

La 2<sup>ème</sup> campagne d'essais utilise, en grande partie, le matériel expérimental de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais. En particulier, les mêmes générateurs de tension, générateurs de formes d'onde, générateurs d'impulsions HT et oscilloscopes sont utilisés. Cependant, les paires torsadées sont placées dans de

nouvelles chambres climatiques pouvant contenir jusqu'à 8 paires. Ces chambres climatiques permettent de fixer des températures allant de la température ambiante jusqu'à 250°C.

Les 8 paires torsadées à tester sont toutes fixées sur un support à téflon démontable et résistant à la température puis le support est placé dans la chambre climatique. Pour mesurer la durée de vie, un nouveau processus automatisé a été mis en place par le doctorant Mateusz SZCZEPANSKI. Chaque paire torsadée est connectée à une horloge numérique ayant une précision d'une seconde. Les horloges commencent à mesurer le temps dès la mise sous tension des 8 paires torsadées. Lorsqu'une paire claque, son courant de court-circuit est détecté (courant instantané > 10A ou courant moyen > 100mA). Elle est débranchée du système d'alimentation de la tension et son horloge s'arrête indiquant sa durée de vie. Les horloges continuent alors à compter pour les autres paires torsadées jusqu'au claquage des 8 paires. Les mesures de durées de vie sont donc plus précises que celles effectuées dans la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais. Le banc de test de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais est illustré dans les figures II.12 et II.13.

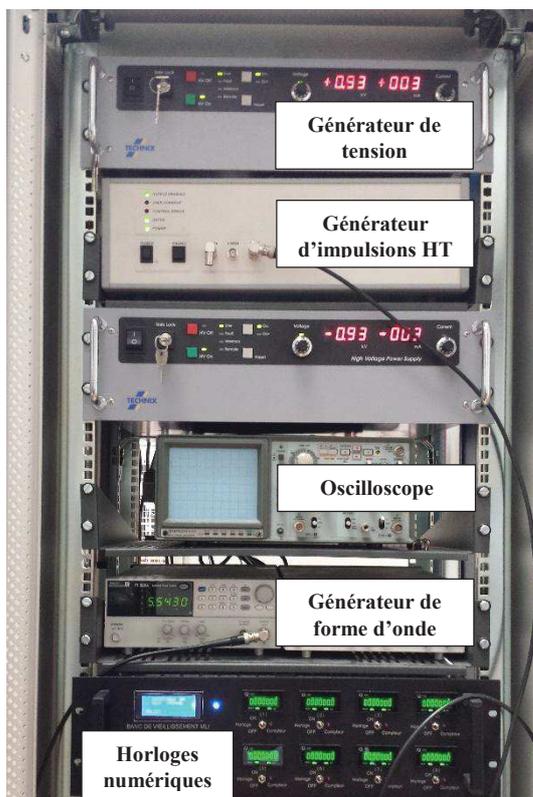


Fig. II.12 a. Banc expérimental dédié aux tests de vieillissement accéléré de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais



Fig. II.12 b. Chambre climatique utilisée dans la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais



Fig. II.12 c. 8 durées de vie mesurées de 8 paires torsadées soumises aux mêmes conditions de test

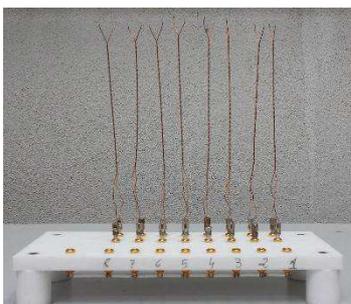


Fig. II.13 a. Support des paires torsadées



Fig. II.13 b. 8 paires placées dans la chambre climatique

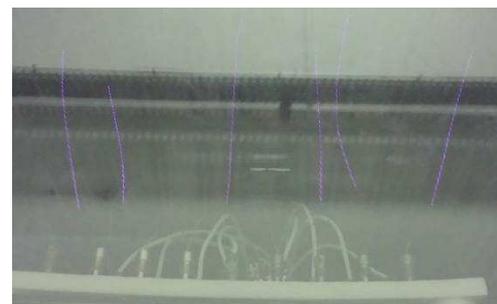


Fig. II.13 c. 6 paires torsadées parmi 8 toujours mises sous tension

### III.2.4. Configuration des tests et résultats des mesures

Dans cette campagne d'essais, 40 expériences sont organisées et 24 sont aléatoirement configurées. Pour chaque configuration, 8 durées de vie sont mesurées. La spécification du nombre et de la configuration des points organisés liée aux modèles de durée de vie sera également explicitée dans le chapitre 3. Les valeurs des contraintes appliquées dans les 64 expériences appartiennent toutes au domaine expérimental donné par le tableau II.3. Dans le tableau II.A.2 de l'annexe II.2 nous présentons ces différentes configurations des tests ainsi que la moyenne et la médiane des 8 durées de vie mesurées ( $L$ ) correspondant à chaque configuration.

D'après ce tableau nous pouvons remarquer que :

- les durées de vie mesurées s'étendent en moyenne de 4min (correspondant à la configuration n°30) à 64min (correspondant à la configuration n°1) ;
- la configuration la plus riche en informations en termes de répétitions est la configuration n°14 qui se répète 4 fois (n°14 à 17), avec 8 échantillons testés pour chacune, ce qui nous donne 32 mesures répétées au total ;
- plusieurs configurations à deux facteurs constants existent, comme par exemple les configurations n° 5, 14 et 26 où seule la tension varie, les configurations n° 11, 15 et 20 où seule la fréquence varie, et les configurations n° 13, 14 et 18 où seule la température varie. Nous nous servirons alors de ces expériences pour la validation des formes respectives des trois facteurs à considérer dans le modèle de durée de vie (Fig. II.14).

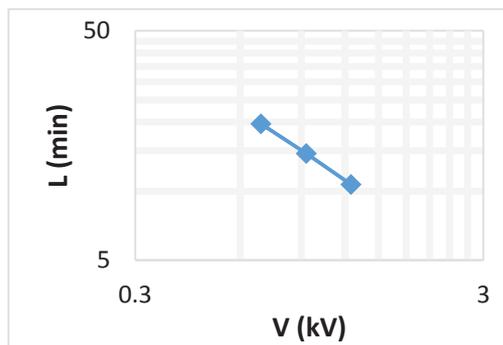


Fig. II.14 a. Variation linéaire de  $\text{Log}(L)$  en fonction de  $\text{Log}(V)$  à  $F = 9,1184 \text{ kHz}$  et  $T = 97^\circ\text{C}$

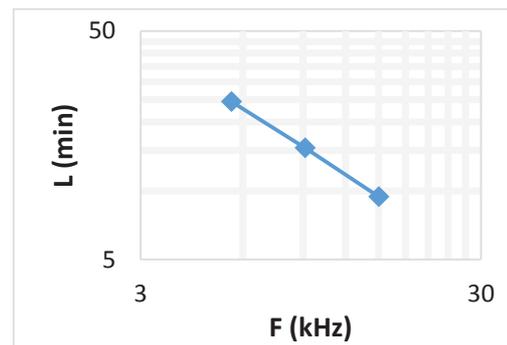


Fig. II.14 b. Variation linéaire de  $\text{Log}(L)$  en fonction de  $\text{Log}(F)$  à  $V = 0,93 \text{ kV}$  et  $T = 97^\circ\text{C}$

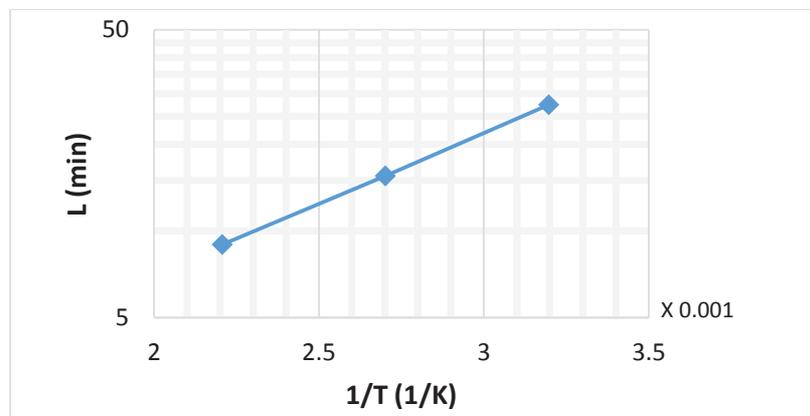


Fig. II.14 c. Variation linéaire de  $\text{Log}(L)$  en fonction de  $1/T$  à  $V = 0,93 \text{ kV}$  et  $F = 9,1184 \text{ kHz}$

La représentation en échelle logarithmique de la durée de vie en fonction de  $\text{Log}(V)$ ,  $\text{Log}(F)$  et  $1/T$  montre des variations linéaires, ce qui confirme le choix de ces transformations pour les modèles de durées de vie de ce 2<sup>ème</sup> matériau isolant. Nous rappelons qu'avec la transformation logarithmique des durées de vie nous appliquons encore une fois la forme générale des modèles AFT de durée de vie.

Dans la suite, nous analysons les propriétés statistiques des durées de vie mesurées de cette campagne d'essais (dispersion et loi de distribution).

### III.2.5. Dispersion des mesures

Les durées de vie en minutes (respectivement leurs logarithmes) mesurées pour chaque expérience, leur moyenne et médiane sont représentées dans la figure II.15a (respectivement b).

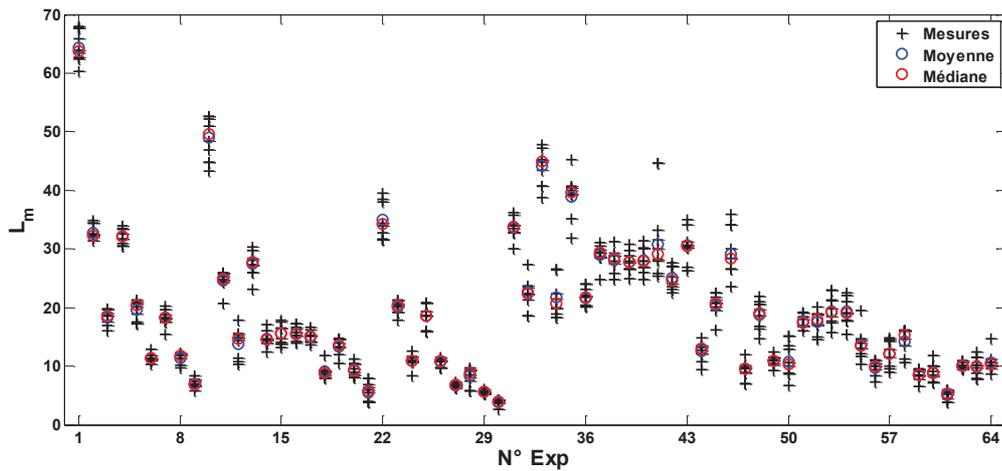


Fig. II.15 a. Mesures répétées des durées de vie en minutes, moyennes et médianes (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

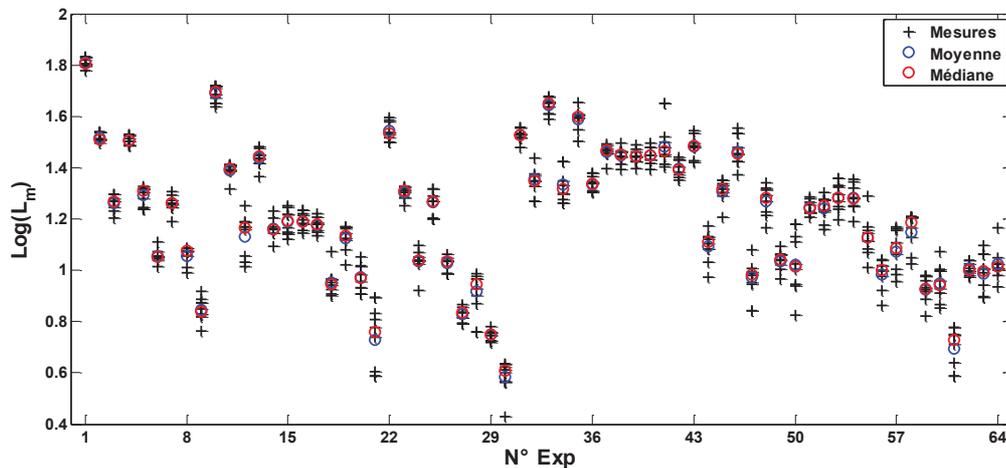


Fig. II.15 b. Logarithmes des mesures de durées de vie répétées en minutes, moyennes et médianes (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

Nous pouvons alors remarquer que, grâce au nouveau processus de mesure, les durées de vie et leurs logarithmes sont moins dispersées et leurs dispersions sont plus homogènes entre les expériences que celles de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais. Ceci peut être confirmé par les mesures des dispersions relatives des durées de vie en minutes (figure II.16a) et de leurs logarithmes (figure II.16b).

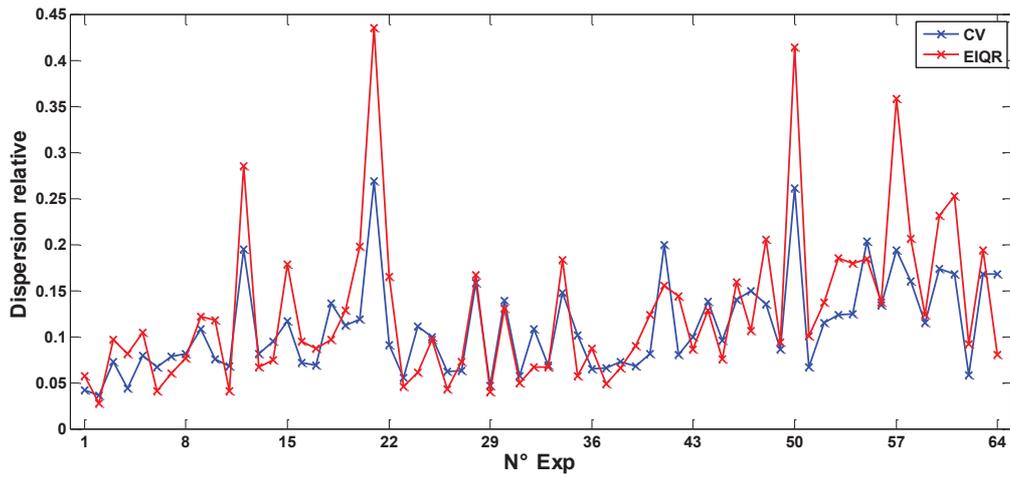


Fig. II.16 a. Dispersion relative des durées de vie en minutes mesurées par expérience (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

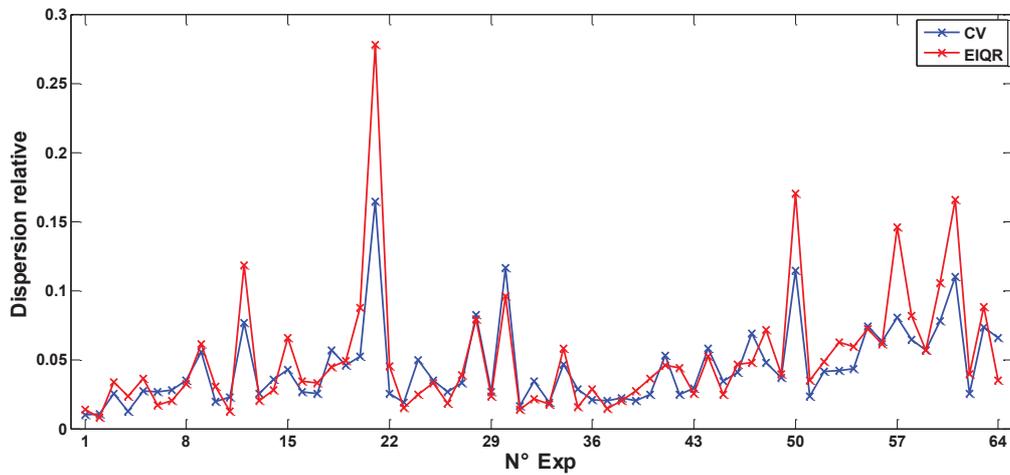


Fig. II.16 b. Dispersion relative des logarithmes des durées de vie en minutes mesurées par expérience (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

Nous pouvons aussi remarquer, que du fait que les durées de vie de cette campagne d'essais sont plus longues que celles de la 1<sup>ère</sup> campagne, nous n'avons pas le problème de valeurs logarithmiques proches de zéro et donc de dispersions relatives aberrantes lorsque les durées de vie sont mesurées en minutes.

### III.2.6. Distribution des mesures

Comme pour la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais, nous testons l'adéquation des  $\text{Log}(L_m)$  mesurées par expérience aux deux lois Normale et Valeur Extrême (EV). Les p-values des tests d'ajustement de Kolmogorov-Smirnov (KS), de Lilliefors (LLF) et d'Anderson-Darling (AD) sont représentées dans la figure II.17a pour la loi Normale et la figure II.17b pour la loi de Valeur Extrême (EV).

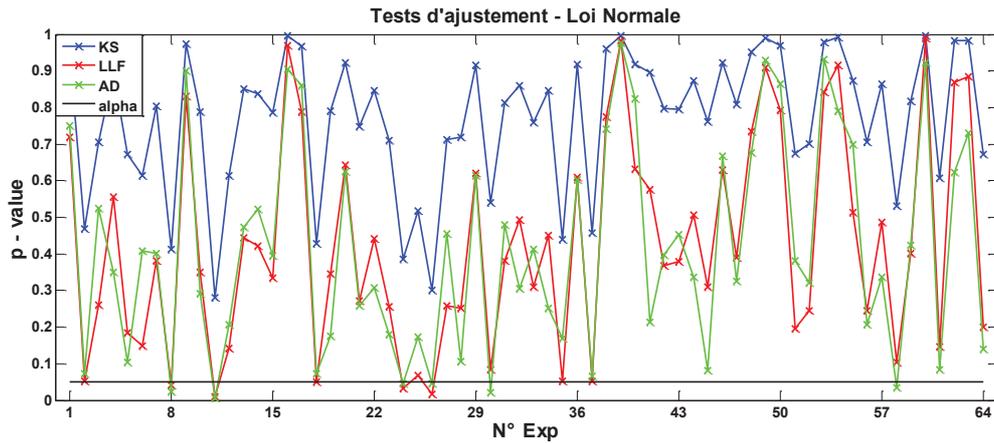


Fig. II.17 a. P-value des tests d'ajustement à la loi Normale des  $\text{Log}(L_m)$  mesurés par expérience (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

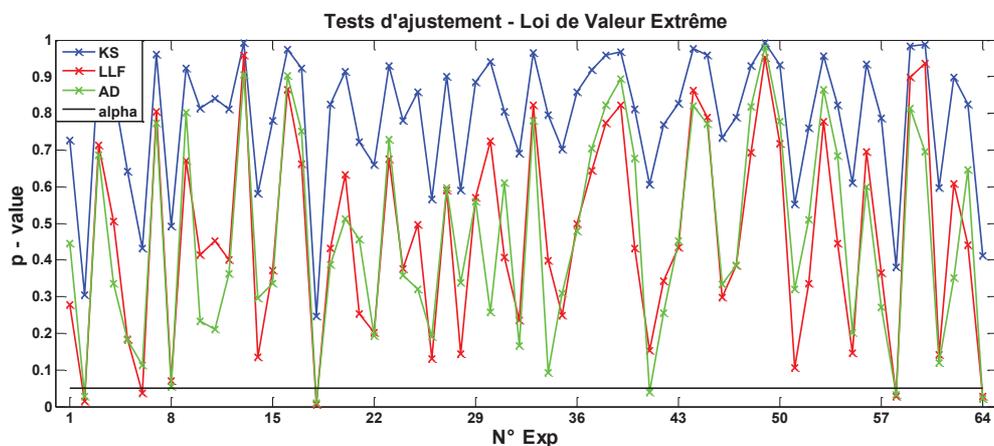


Fig. II.17 b. P-value des tests d'ajustement à la loi EV des  $\text{Log}(L_m)$  mesurés par expérience (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

D'après ces figures, nous pouvons constater que :

- les p-values obtenues avec les trois tests (Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling ou Lilliefors) ont les mêmes tendances entre les différentes expériences ;
- les tests d'ajustement acceptent l'hypothèse nulle de l'adéquation aux deux lois de distribution testées pour la plupart des expériences, ceci rejoint les résultats de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais, même avec un nombre d'échantillons plus élevé par expérience (8).

Nous proposons alors d'appliquer ces tests à l'ensemble des 32 mesures soumises aux mêmes conditions de tests (exp. n° 14 à 17). Le tableau II.4 résume, pour les deux lois, les p-value des trois tests appliqués aux 32 mesures de  $\text{Log}(L_m)$ .

Tableau II.4 P-values des tests d'ajustements appliqués aux 32 mesures de  $\text{Log}(L_m)$  soumises aux mêmes contraintes (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

	Test KS	Test LLF	Test AD
<b>Loi Normale</b>	0,946	0,749	0,466
<b>Loi EV</b>	0,674	0,221	0,107

Bien que les tests acceptent les deux lois à 95%, les p-values associées à la loi normale sont plus élevées que celles de la loi EV, ce qui favorise l'hypothèse de la loi normale par rapport à la loi EV. Ceci peut

être validé par les tests graphiques des fonctions de répartition et des QQ-plot appliqués à ces 32 mesures de  $\text{Log}(L_m)$  (figures II.18).

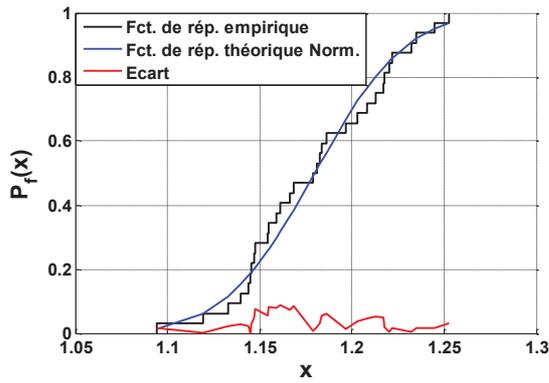


Fig. II.18 a. Graphe des fonctions de répartition de la loi Normale pour les 32 mesures répétées de  $\text{Log}(L_m)$  (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

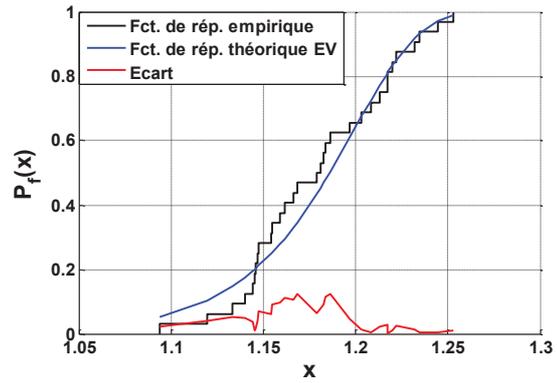


Fig. II.18 b. Graphe des fonctions de répartition de la loi EV pour les 32 mesures répétées de  $\text{Log}(L_m)$  (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

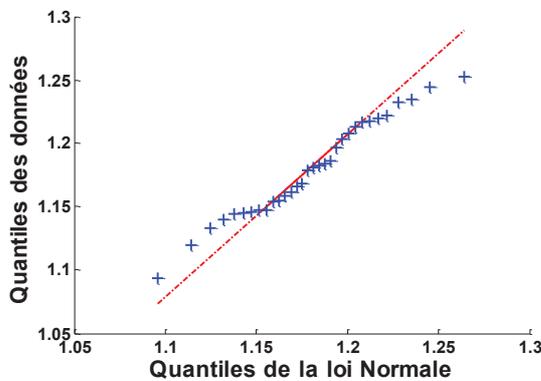


Fig. II.18 c. QQ-plot probabilité de la loi Normale pour les 32 mesures répétées de  $\text{Log}(L_m)$  (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

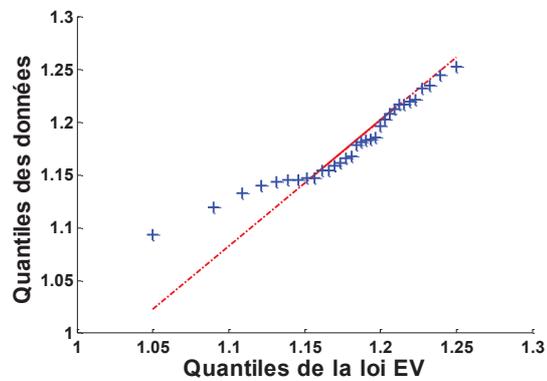


Fig. II.18 d. QQ-plot de la loi EV pour les 32 mesures répétées de  $\text{Log}(L_m)$  (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

A partir de ces graphiques, nous pouvons déduire que la loi normale est plus adaptée aux 32 données soumises aux mêmes conditions de test que la loi de valeur extrême.

Compte tenu des résultats des tests d'ajustement et des tests graphiques appliqués à l'ensemble des 4 expériences soumises aux mêmes conditions dans les deux campagnes d'essais, nous généralisons ce constat en adoptant l'hypothèse de normalité des logarithmes des durées de vie pour l'estimation des modèles de durée de vie. Si les deux distributions testées n'ont pas pu être distinguées pour chaque expérience, mais seulement pour l'ensemble des 4 expériences soumises aux mêmes conditions, l'hypothèse de normalité sera confirmée dans le chapitre globalement pour toutes les données qui servent à construire les modèles de durées de vie qui seront alors estimés sous l'hypothèse de normalité des données.

Sous hypothèse de normalité, les mesures des logarithmes des durées de vie de chaque expérience peuvent être caractérisées par leur moyenne  $\bar{Y}$  et l'intervalle de confiance (IC) à 95% de l'espérance de la loi représentant la variabilité des mesures. Nous utilisons la formule de l'IC d'une moyenne théorique sous l'hypothèse de loi normale et dans le cas où la variance n'est pas connue (elle est remplacée par son estimateur  $S_{N_{repet}}$ ). Pour un niveau de risque  $\alpha$  cet intervalle est donné par :

$$IC(Y) = \left[ \bar{Y} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_{N_{repet}}}{\sqrt{N_{repet}}} ; \bar{Y} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_{N_{repet}}}{\sqrt{N_{repet}}} \right] \quad (II.5)$$

où  $S_{N_{repet}}$  est la variance des logarithmes des durées de vie mesurées pour une expérience donnée,  $N_{repet}$  est le nombre de ces mesures et  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$  est le quantile  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de la loi de Student à  $(N_{repet} - 1)$  degrés de liberté.

Les moyennes de chaque expérience et leur IC sont représentées dans la figures II.19 a pour la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais et II.19 b pour la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais.

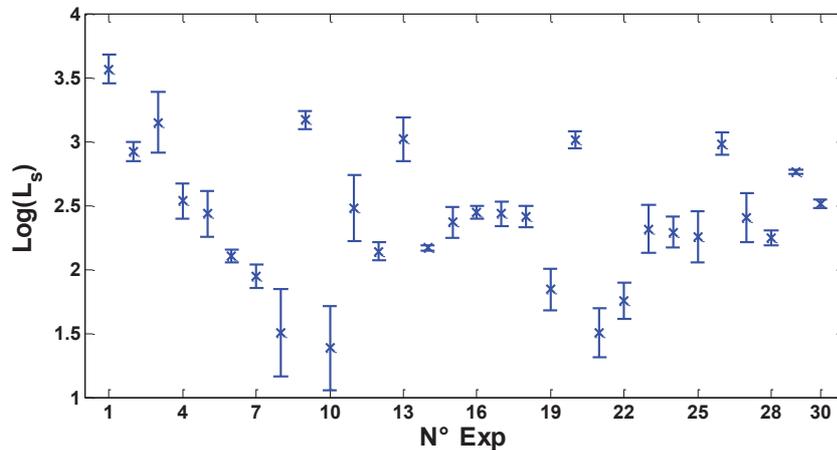


Fig. II.19 a. Moyenne de  $\text{Log}(L_s)$  par expérience et leurs IC à 95% (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

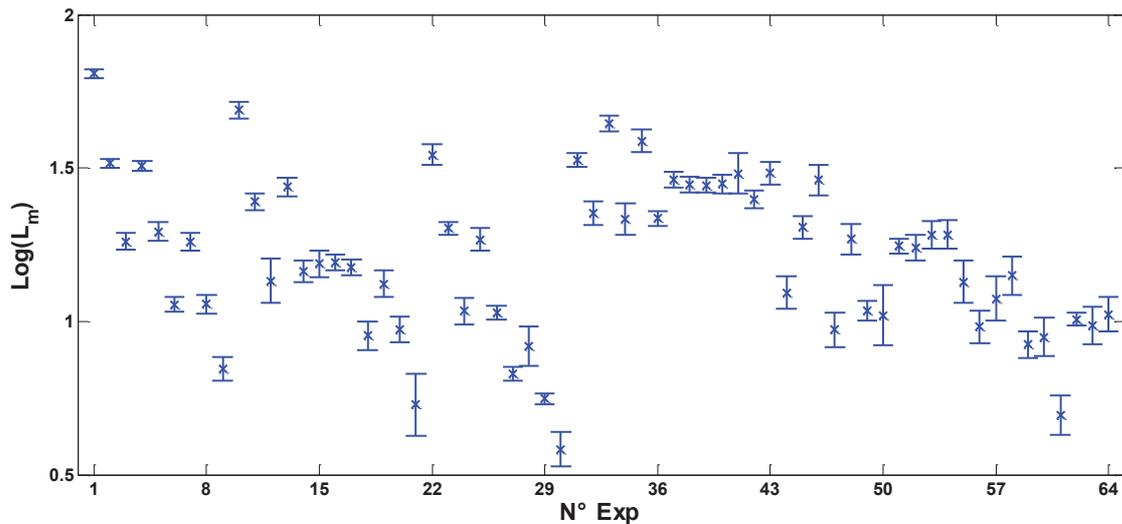


Fig. II.19 b. Moyenne de  $\text{Log}(L_s)$  par expérience et leurs IC à 95% (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

## IV. Tests réalisés sur les OLED

Le deuxième type de composants sur lequel la méthodologie est appliquée est les sources d'éclairage à OLED. Il s'agit de composants très différents des isolants, plus récents dans leur apparition sur le marché, mettant en jeu des processus électrochimiques et des contraintes opérationnelles différentes. Ce travail est réalisé dans le cadre d'une collaboration avec l'équipe LM (Lumière et Matière) du laboratoire LAPLACE. Tous les tests effectués sur les OLED ont été donc réalisés au site de l'Université Paul Sabatier du laboratoire LAPLACE par le doctorant Alaa ALCHADDOUD dans le cadre de sa thèse.

## IV.1. Types d’OLED testés

Les composants testés sont des OLED commerciales de la marque Philips « Philips Lumiblade OLED Panel GL55 ». Le tableau II.5 résume leurs principales caractéristiques techniques. La figure II.20 illustre également la luminance obtenue en fonction du courant appliqué à ces OLED. Ces informations sont précisées dans la fiche technique de ces OLED fournie en annexe II.3.

Tableau II.5 Caractéristiques techniques des OLED Philips GL55

<b>Nom</b>	Philips Lumiblade OLED Panel GL55
<b>Couleur</b>	Blanche
<b>Température de couleur</b>	3200K
<b>Dimensions</b>	130.2*47.8 mm <sup>2</sup> (dont 116.7*35.2 mm <sup>2</sup> de surface lumineuse)
<b>Courant nominal</b>	390 mA
<b>Courant maximal</b>	450 mA
<b>Tension minimale</b>	6,9 V
<b>Tension nominale</b>	7,2 V
<b>Tension maximale</b>	7,5 V
<b>Durée de vie (L<sub>50</sub>) sous courant nominal</b>	10000h
<b>Luminance nominale</b>	4200 cd/m <sup>2</sup>

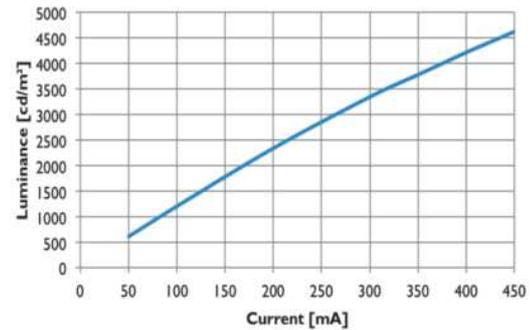


Fig. II.20 Luminance en fonction du courant appliqué pour les des OLED Philips GL55

La figure II.21 montre des photos d’une OLED Philips GL55 avec et sans alimentation électrique.



Fig. II.21 Photos d’une OLED Philips GL55

## IV.2. Facteurs de vieillissement

D’après la littérature qui reste toutefois peu abondante en ce qui concerne les modèles de durée de vie des OLED, les deux facteurs principaux qui accélèrent la dégradation des OLED sont la température et le courant électrique. Nous allons donc tester les OLED sous ces deux types de stress (purs ou combinés).

Cependant, puisqu’il existe différentes formes d’OLED, il est souvent commun d’utiliser la densité du courant au lieu du courant absolu afin de normaliser par rapport à la surface de l’OLED. Nous utiliserons donc la densité du courant ( $J$ ) et la température ( $T$ ) dans nos modèles. Les domaines de ces deux facteurs sont choisis pour accélérer la dégradation des OLED, sans causer de défaillances brutales :

- pour la densité du courant : le courant maximal autorisé pour un fonctionnement normal est de 450 mA, ce qui correspond à une densité de courant de 11 mA/cm<sup>2</sup>. Pour accélérer la dégradation, nous avons considéré 3 valeurs de densités de courant : 11,25 mA/cm<sup>2</sup>, 13 mA/cm<sup>2</sup> et 15 mA/cm<sup>2</sup> (correspondant à des courants de 462, 534 et 616 mA). Pour des valeurs supérieures à 15 mA/cm<sup>2</sup>, nous avons obtenu des dégradations très rapides (de l'ordre de quelques minutes seulement) faisant apparaître des taches noires, comme le montre la figure II.22. Nous avons aussi envisagé des tests à courant nul (pas d'éclairage) pour étudier la dégradation due uniquement à l'effet de la température, ce qui équivaut à étudier la dégradation des OLED en stockage.
- pour la température : nous avons testé un ensemble d'OLED à température ambiante (23°C) et deux autres ensembles à 40°C et 60°C respectivement. Au-delà de 60°C, les OLED testées ne supportent pas les densités de courant d'accélération (supérieurs à 11mA/cm<sup>2</sup>).

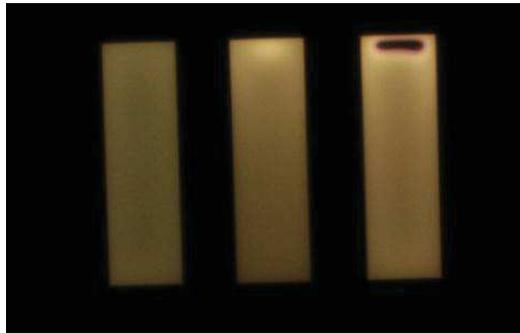


Fig. II.22 Photos d'une OLED dégradée sous un courant fort (apparition de taches noires)

La spécification des formes analytiques de ces deux facteurs à considérer dans les modèles de durée de vie s'appuie sur la littérature et les lois classiques utilisées pour ces deux types de stress. Dans les travaux [PAN14] [ZHU14] [ZHA12-a] [ZHA12-b] sur la modélisation de la durée de vie des OLED, les modèles développés sont des modèles à stress unique qui utilisent les formes classiques correspondant au stress électrique (loi de puissance inverse) ou thermique (loi d'Arrhénius). Nous allons également considérer ces formes pour modéliser les effets respectifs de ces deux facteurs. Ainsi, dans les modèles de durée de vie des OLED, nous appliquerons une transformation logarithmique des durées de vie, une transformation logarithmique de la densité du courant (qui est proportionnelle au courant) et une transformation inverse de la température en °K, ce qui nous ramène, encore une fois, à la forme générale des modèles AFT.

Sous chaque condition de test (courant et température), une seule OLED a été testée pour des contraintes de coût (100€ la pièce) et de temps expérimental. Il est à noter que les fabricants considèrent leurs lots d'OLED comme très homogènes et que la littérature ne teste en général qu'un nombre très limité d'échantillons. Notre choix sera identique, mais la dispersion réelle des caractéristiques reste à tester au cours du temps, ce qui peut constituer une perspective de cette thèse.

### IV.3. Banc expérimental

Un dispositif expérimental a été développé par le doctorant Alaa ALCHADDOUD du groupe LM du LAPLACE afin de permettre d'appliquer des stress thermiques et électriques sur les OLED tout en effectuant simultanément des caractérisations électriques et photométriques in situ. Les OLED ont été soumis à des stress électriques et thermiques combinés mais également sous stress thermique et électrique purs.

Les OLED sont placées dans des enceintes thermiques où la température peut être maintenue constante à la valeur désirée. La température est pilotée par un régulateur et mesurée à l'aide d'un thermocouple. Trois températures différentes ont été appliquées simultanément dans trois enceintes (23°C, 40°C et 60°C).

Chaque enceinte peut contenir jusqu'à 4 OLED, qui peuvent donc être testées simultanément à la même température. Pour appliquer le stress électrique, chaque OLED dans l'enceinte est connectée à une source de courant continu sauf dans les cas d'un stress thermique pur. Ainsi, à l'intérieur d'une même enceinte, les OLED sont soumises à la même température mais à 4 densités de courants différentes (courant nul, 11.25 mA/cm<sup>2</sup>, 13 mA/cm<sup>2</sup> et 15 mA/cm<sup>2</sup>).

Les enceintes sont isolées thermiquement et sont peintes en noir à l'intérieur pour empêcher toute réflexion de lumière. Finalement, chaque enceinte est munie d'un compteur (en heures). Les différentes parties du banc expérimental dédié à ces tests sont présentées dans les figures II.23 (a, b, c et d).

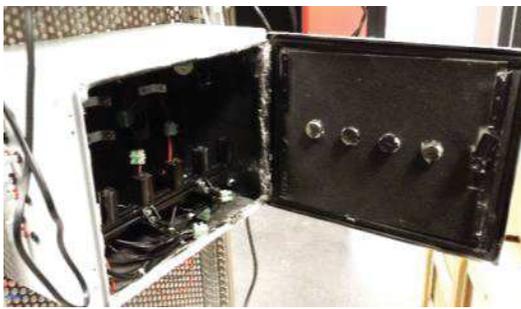


Fig. II.23 a. Enceinte climatique

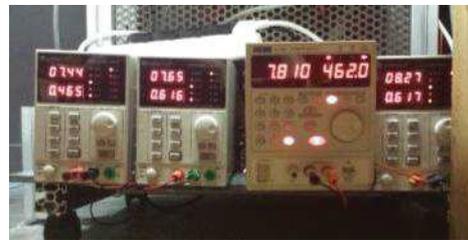


Fig. II.23 b. Sources de courant continu

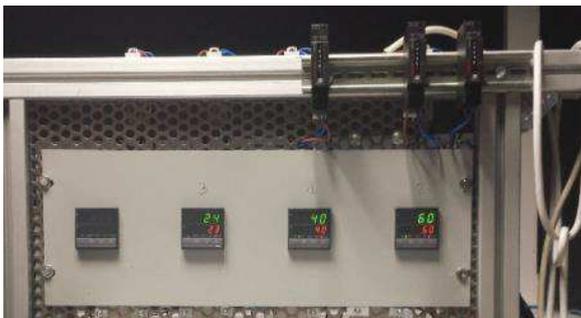


Fig. II.23 c. Régulateurs de température et compteurs (en heures)

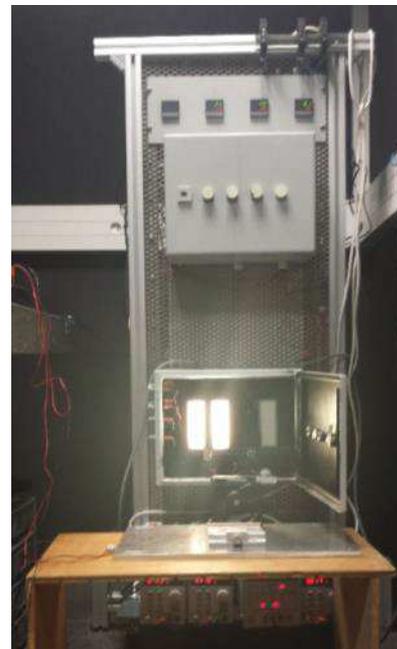


Fig. II.23 d. Banc expérimental des tests de vieillissement des OLED

#### IV.4. Procédé de mesure de la durée de vie

Afin de suivre l'évolution au cours du temps des performances des OLED soumises aux différents stress, des mesures régulières des caractéristiques électriques et photométriques sont effectuées. La fréquence de ces mesures varie :

- pour une même OLED, selon son état de dégradation (le taux de dégradation n'est pas le même au début des tests de vieillissement d'une OLED que dans les phases avancées) et,
- entre les OLED, selon la sévérité des contraintes appliquées (le taux de dégradation des OLED soumises à des fortes contraintes est plus rapide que celui des OLED soumises aux contraintes plus faibles).

Ces mesures sont effectuées hors des enceintes (donc hors stress thermique et électrique) mais cela nécessite une durée très courte par rapport à la durée totale d'un test de vieillissement. Ainsi, nous supposons que ces courtes durées de mesures n'affectent pas la durée de vie des OLED. Dans l'absolu, ces mesures constituent de facto un cyclage thermique et électrique dont il conviendrait d'apprécier l'effet. Nous le négligerons ici vu sa faible fréquence et la faible durée durant laquelle les OLED sont hors stress par rapport à leurs conditions de vieillissement. Néanmoins, nous considérons l'étude du cyclage comme une perspective intéressante de ce travail.

Parmi les différentes caractérisations des OLED effectuées régulièrement au cours du temps, la mesure de la luminance est la plus intéressante pour caractériser leur durée de vie. Le taux de dégradation de la luminance exprimé en pourcentage nous donne l'indice correspondant de la durée de vie : si la luminance arrive à  $x\%$  de sa valeur initiale, la durée de vie correspondante est notée  $L_x$ . Ainsi, à chaque mesure  $L_x$  d'un indice donné correspondrait un modèle de durée de vie en fonction des stress. Ceci nous permet de suivre non seulement l'évolution de la luminance au cours du temps pour un stress donné, mais également de suivre l'évolution des effets des facteurs de stress (courant et température) au cours du temps. Ceci n'est pas possible dans le cas des isolants vu que les tests sont destructifs et ne permettent d'avoir qu'une seule et unique mesure de la durée de vie.

#### IV.5. Configuration des tests et résultats des mesures

Les OLED sont testés selon 12 configurations correspondant à des tests sous stress électriques et thermiques purs ou combinés. La configuration des expériences est spécifiée selon une méthode d'optimisation qui sera explicitée dans le chapitre suivant. Pour chaque configuration, une OLED est testée mais différentes mesures de durées de vie peuvent être relevées et ceci pour différents taux de dégradation de la luminance.

Les figures II.24 (a, b et c) présentent l'évolution au cours du temps des luminances relatives (rapport de la luminance mesurée sur la luminance initiale) au cours du temps pour les différentes conditions des tests de vieillissement. Les lignes horizontales correspondent aux pourcentages 60%, 65%, 70%, 75%, 80% et 85% comme indices de durée de vie. Si, pour un pourcentage donné, une mesure n'a pas été effectuée, nous calculons la durée de vie correspondante par interpolation linéaire entre les deux mesures qui l'encadrent de part et d'autre. Dans le tableau II.6 nous présentons les configurations des tests de vieillissements et les durées de vie mesurées (en noir) ou interpolées (en rouge) pour différents pourcentages du taux de dégradation de la luminance. Toutes ces mesures ont été effectuées par le doctorant Alaa ALCHADDOUD.

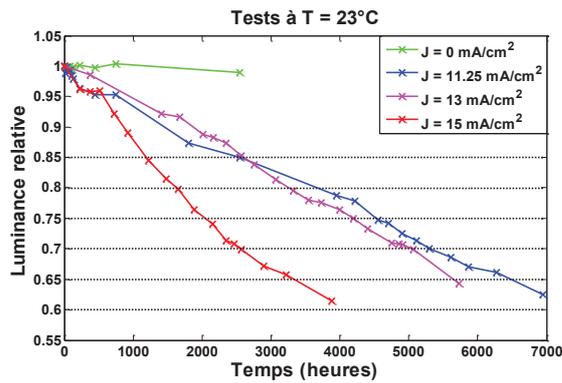


Fig. II.24 a. Résultats des tests réalisés à T=23°C

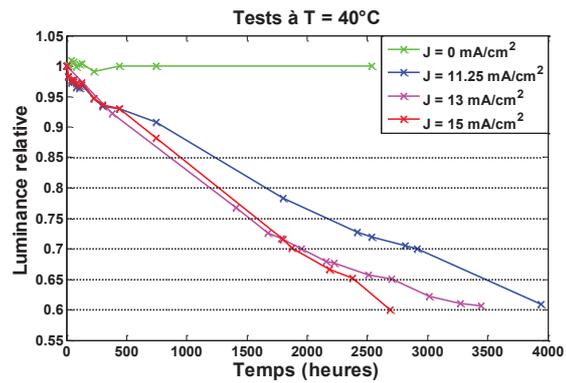


Fig. II.24 b. Résultats des tests réalisés à T=40°C

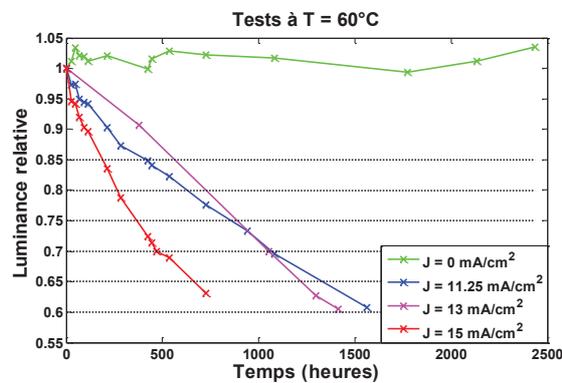


Fig. II.24 c. Résultats des tests réalisés à T=60°C

Tableau II.6 Configurations des tests de vieillissement accéléré sur les OLED et durées de vie mesurées ou interpolées

Exp. N°	Contraintes		Durée de vie mesurée (en heures)				
	J (mA/cm <sup>2</sup> )	T (°C)	L85	L80	L75	L70	L65
1	0	23	-	-	-	-	-
2	11,25	23	2543	3660	4562	5298	6489
3	13	23	2566	3325	4191	5063	5644
4	15	23	1225	1654	2051	2468	3343
5	0	40	-	-	-	-	-
6	11,25	40	1234	1657	2166	2917	3488
7	13	40	860	1192	1517	1955	2702
8	15	40	949	1266	1576	1872	2377
9	0	60	-	-	-	-	-
10	11,25	60	423	628	855	1082	1331
11	13	60	567	733	893	1055	1221
12	15	60	187	270	367	471	665

D'après ces données nous pouvons remarquer que :

- une dégradation de 85% aux plus fortes densités de courant et température prend plus d'une semaine (187h), ce qui constitue une différence importante par rapport aux durées de vie des isolants sous tests accélérés qui durent au maximum 1h20 pour les plus faibles contraintes,

- la température seule, jusqu'à 60°C, ne peut pas dégrader la luminance des OLED testées, les tests correspondant à ces conditions (courbes en vert) sont donc arrêtés au bout de 2500h (3 mois et demi) vu que la luminance n'a pas été dégradée tout au long de cette période,
- le courant seul (à température ambiante), au contraire, peut dégrader la luminance des OLED comme on peut le voir dans la figure II.24 a,
- au plus trois points sont à température ou courant constants et peuvent donc être utilisés pour valider les formes des deux facteurs de stress, comme nous le montrerons dans la suite.

Du fait que la température seule ne fait pas vieillir les OLED, les exp. n° 1, 5 et 9 ne seront pas utilisés dans les modèles de durée de vie. Le tableau II.7 donne alors les configurations et les résultats des tests qui ont conduit au vieillissement des OLED, donc sans considérer les exp. n° 1, 5 et 9. De nouveaux numéros sont donc associés aux expériences.

Tableau II.7 Configurations des tests de vieillissement accéléré des OLED (sans les tests thermiques purs) et durées de vie mesurées ou interpolées

Exp. N°	Contraintes		Durée de vie mesurée (en heures)				
	J (mA/cm <sup>2</sup> )	T (°C)	L <sub>85</sub>	L <sub>80</sub>	L <sub>75</sub>	L <sub>70</sub>	L <sub>65</sub>
1	11,25	23	2543	3660	4562	5298	6489
2	13	23	2566	3325	4191	5063	5644
3	15	23	1225	1654	2051	2468	3343
4	11,25	40	1234	1657	2166	2917	3488
5	13	40	860	1192	1517	1955	2702
6	15	40	949	1266	1576	1872	2377
7	11,25	60	423	628	855	1082	1331
8	13	60	567	733	893	1055	1221
9	15	60	187	270	367	471	665

Dans les figures II.25 (a et b) nous présentons à titre d'exemple deux graphes qui valident les formes respectives du courant et de la température que nous considérons dans les modèles de durée de vie à partir de deux indices différents de durée de vie.

Malheureusement, puisqu'on ne dispose que d'une mesure unique par condition de test, il n'est pas possible d'évaluer des propriétés statistiques des données comme la dispersion ou la distribution. Cependant, pour les modèles, nous supposons que les durées de vie sont distribuées suivant une loi log-normale, comme pour le cas des isolants.

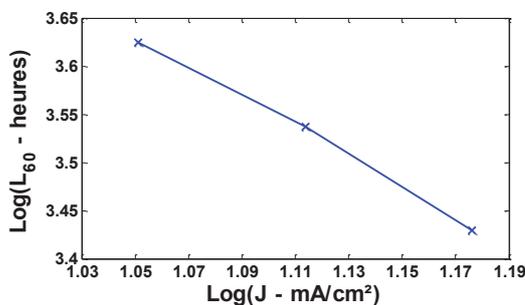


Fig. II.25 a. Variation linéaire de Log(L) en fonction de Log(J) à T = 40°C

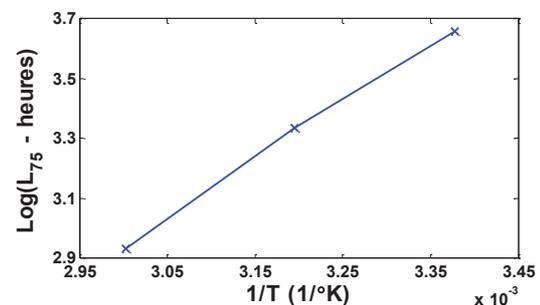


Fig. II.25 b. Variation linéaire de Log(L) en fonction de 1/T (T en K) à J = 11,25 mA/cm<sup>2</sup>

## V. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la réalisation des premières étapes de la nouvelle méthodologie que nous proposons pour la modélisation de la durée de vie. D'après ce qui a été présenté dans le premier chapitre sur les différents composants du génie électrique, nous avons remarqué qu'il existe moins de normes et de travaux de recherche sur la modélisation de la durée de vie des isolants et encore moins pour les OLED. Cependant, la fiabilité de ces deux composants est un sujet d'intérêt primordial. D'une part, les isolants sont des éléments critiques pour le fonctionnement d'une machine électrique. D'autre part, les OLED se présentent aujourd'hui comme une solution alternative aux sources d'éclairage classiques pour un éclairage à meilleure efficacité énergétique. Plus généralement, les études qui traitent la problématique de la durée de vie des composants dans le domaine du génie électrique présentent certaines limitations. En effet, les modèles de durées de vie existants sont trop souvent simplistes puisqu'ils ne considèrent qu'un seul ou deux facteurs de stress dont les effets sont souvent considérés séparément. De plus, aucune considération économique n'est prise en compte pour la réalisation des tests de vieillissement. Enfin, il n'existe aucune méthode générale de modélisation qui a été développée et qui puisse être appliquée à différents composants, sans considérations propres au composant étudié.

Pour toutes ces raisons, nous nous sommes intéressés à l'étude et à la modélisation de la durée de vie des isolants des machines électriques et des OLED selon une nouvelle approche proposée face à ces nombreuses limitations. Tout d'abord, bien que les isolants et les OLED soient les seuls types de composants que nous ayons testés, la méthodologie proposée est générale et applicable à tout composant. Les modèles de durée de vie sont des modèles statistiques estimés sur la base de données issues de tests de vieillissement accéléré. Au moins deux facteurs sont à considérer dans les modèles ainsi que toutes leurs interactions possibles. Les formes de ces facteurs dans le modèle sont basées sur la littérature mais aussi validées par des données expérimentales. Afin de minimiser le coût, les tests de vieillissement accéléré sont organisés selon des méthodes d'optimisation garantissant également la meilleure précision des modèles. Enfin, les propriétés statistiques du modèle sont évaluées et sa qualité de prédiction est testée sur des points qui n'ont pas servi à son estimation.

La méthodologie générale que nous proposons pour la modélisation de la durée de vie des composants passe par plusieurs étapes. Tout d'abord, il faut définir les paramètres nécessaires aux tests de vieillissement accéléré, ainsi que les configurations des expériences à réaliser. Après le déroulement des tests, les durées de vie sont mesurées, et un prétraitement statistique est effectué. On passe ensuite à l'estimation du modèle statistique de la durée de vie qui peut être un modèle paramétrique, semi-paramétrique ou non paramétrique. Enfin, le modèle est validé par des outils statistiques et sa qualité de prédiction est évaluée sur sa base de test.

Nous avons donc présenté les premières étapes de cette méthodologie qui précèdent le développement des modèles de durée de vie proprement dits. Deux campagnes d'essais ont été réalisées sur deux types d'isolant et une campagne d'essai a été réalisée sur les OLED. Nous avons présenté pour chacun des deux composants testé : le type du composant et ses caractéristiques techniques, les facteurs de vieillissement considérés (tension, fréquence et température pour les isolants, et densité de courant et température pour les OLED), le banc expérimental au LAPLACE dédié aux tests de vieillissement accéléré, le critère et le procédé de mesure de la durée de vie (claquage de l'isolation pour les isolants et taux de dégradation de la luminance pour les OLED), et enfin les configurations des tests de vieillissement et les mesures obtenues des durées de vie.

Ensuite, à partir de points expérimentaux particuliers où un seul facteur de vieillissement varie, nous avons pu valider les formes analytiques des contraintes et des durées de vie. Pour les isolants de la première campagne d'essais, le logarithme de la durée de vie varie quasi-linéairement en fonction du logarithme de la tension, du logarithme de la fréquence et de l'exponentielle de l'opposé de la température affecté d'un coefficient  $b$  ( $b=4,825 \times 10^{-3}$ ). Pour les isolants de la deuxième campagne

d'essais, le logarithme de la durée de vie varie quasi-linéairement en fonction du logarithme de la tension, du logarithme de la fréquence et de l'inverse de la température (en °K). Pour les OLED, le logarithme de la durée de vie varie quasi-linéairement en fonction du logarithme de la densité du courant et de l'inverse de la température (en °K).

Enfin, et uniquement pour les isolants des deux campagnes d'essais, nous avons évalué deux propriétés statistiques des logarithmes des durées de vie soumise de chaque expérience : la dispersion et la distribution. Cela n'a pas été possible pour les OLED car un seul échantillon est testé par expérience pour des contraintes de coût et de temps expérimental.

Pour les isolants des deux campagnes d'essais, nous avons remarqué que la dispersion des mesures n'est pas tout à fait la même entre les différentes expériences réalisées. Cependant, grâce à un processus de mesure plus évolué dans la deuxième campagne d'essais, les mesures sont plus homogènes et moins dispersées que celles de la première campagne d'essais. Nous avons également testé l'adéquation des mesures de chaque expérience aux deux lois : Normale et Valeur Extrême. Pour les deux campagnes d'essais, nous avons obtenu des résultats similaires. En effet, les tests d'ajustement acceptent l'hypothèse nulle de l'adéquation à ces deux lois pour la plupart des expériences, probablement à cause du faible nombre de données par expérience. Les tests appliqués aux deux ensembles les plus riches de données dans les deux campagnes d'essais favorisent l'hypothèse de la loi normale par rapport à celle de la Valeur Extrême. Ceci est également validé par des tests graphiques des fonctions de répartition et des graphes de probabilité appliqués à ces deux ensembles de mesures. Nous avons adopté donc cette hypothèse de normalité qui sera ensuite confirmée globalement pour les données nécessaires à l'estimation des modèles de durées de vie dans le chapitre suivant.

## Références

- [KOK12] V. I. Kokko, Ageing due to thermal cycling by power regulation cycles in lifetime estimation of hydroelectric generator stator windings, in: *2012 XX<sup>th</sup> International Conference on Electrical Machines (ICEM)* p. 1559-1564
- [LAH10-a] N. Lahoud, M. Q. Nguyen, P. Maussion, D. Malec, D. Mary, Using the design of experiments (DoE) method to elaborate an electrical ageing model for the insulation of low voltage rotating machines fed by inverters, in: *2010 10<sup>th</sup> IEEE International Conference on Solid Dielectrics (ICSD)* p. 1-4
- [LAH10-b] N. Lahoud, M. Q. Nguyen, P. Maussion, D. Malec, D. Mary, Electrical ageing of the insulation of low voltage rotating machines fed by inverters: the use of the design of experiments (DoE), in: *Conference Record of the 2010 IEEE International Symposium on Electrical Insulation (ISEI)*, p. 1-5
- [LAH11] N. Lahoud, J. Faucher, D. Malec, P. Maussion, Electrical ageing modeling of the insulation of low voltage rotating machines fed by inverters with the design of experiments (DoE) method, in: *2011 IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics & Drives (SDEMPED)*, p. 272-277
- [LAH13] N. Lahoud, J. Faucher, D. Malec, P. Maussion, Electrical aging of the insulation of low-voltage machines: model definition and test with the design of experiments, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no 9, p. 4147-4155, 2013
- [NAT07] National Electrical Manufacturers Association ANSI/NEMA MW 1000-2003, Revision 3 part 3, page 12, 2007
- [PAN14] H. Pang, L. Michalski, M. S. Weaver, R. Ma, J. J. Brown, Thermal behavior and indirect life test of large-area OLED lighting panels, *Journal of Solid State Sighting*, vol. 1, no 1, p. 1-13, 2014
- [PIC13] A. Picot, D. Malec, P. Maussion, Improvements on lifespan modeling of the insulation of low voltage machines with response surface and analysis of variance, in: *2013 9<sup>th</sup> IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics And Drives (SDEMPED)*, p. 607-614
- [ZAR09] S. Z. Zardareh, F. A. Boroumand, Degradation in organic light emitting diodes. *Journal of World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 50, p. 274-277, 2009
- [ZHA12-a] J. Zhang, T. Zhou, H. Wu, Y. Liu, W. Wu, J. Ren, Constant-step-stress accelerated life test of white OLED under Weibull distribution case, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 59, no 3, p. 715-720, 2012
- [ZHA12-b] J. Zhang, F. Liu, Y. Liu, H. Wu, W. Wu, A. Zhou, A study of accelerated life test of white OLED based on maximum likelihood estimation using lognormal distribution, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 59, no 12, p. 3401-3404, 2012
- [ZHU14] Y. Zhu, N. Narendran, J. Tan, X. Mou, An imaging-based photometric and colorimetric measurement method for characterizing OLED panels for lighting applications, in: *SPIE International Society for Optics and Photonics Thirteenth International Conference on Solid State Lighting*, 2014, p. 91900e1-91900e8

## Annexe II.1



CUIVRE ROND		
<b>HAUTES TEMPÉRATURES</b>	<b>C200</b>	<b>C200</b>
Type thermique	200°C	200°C
Nature de l'isolement	<b>Couche base:</b> Polyesterimide <b>Couche de revêtement:</b> Polyamidimide	<b>Couche base:</b> Polyester (THEIC) <b>Couche de revêtement:</b> Polyamidimide
Diamètre	Φ 0.10 - 6.00mm	Φ 0.50 - 4.00mm
Degré	G-1, G-2, G-3	G-1, G-2, G-3
Couleur	Naturel	Naturel
Tension de perforation	≥ 1.5 x IEC	≥ 1.5 x IEC
Choc thermique	> 220°C	> 220°C
Soudabilité	n.a.	n.a.
Thermoplasticité	≥ 320°C	≥ 320°C
Résistance chimique	Bonne	Bonne
Norme	IEC 60317-13 MW 35-C IEC-851 (Méthodes d'essai)	IEC 60317-13 MW 35-C IEC-851 (Méthodes d'essai)
Certifications	UL: 327951 & 93551 ISO TS 16949 ISO 9001:2000	UL: 327951 & 93551 ISO TS 16949 ISO 9001:2000
Description	Cu C200 "Diamètre" G-"Degré"	Cu C200 "Diamètre" G-"Degré"
Options	Peut se produire avec une <b>polyamidimide auto-lubrifiée</b> pour obtenir de meilleures propriétés de glissement dans des conditions de bobinage automatique et à une grande vitesse.	Peut se produire avec une <b>polyamidimide auto-lubrifiée</b> pour obtenir de meilleures propriétés de glissement dans des conditions de bobinage automatique et à une grande vitesse.

Chapitre 2 : Nouvelle approche de modélisation de la durée de vie. Présentation des tests de vieillissement accéléré sur les isolants et les OLED

Tableau II.A.1 Configurations de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais accélérés sur le matériau isolant de classe 200°C et durées de vie mesurées

Exp. N°	Contraintes			Durée de vie mesurée (L - en minutes)	
	V (kV)	F (kHz)	T (°C)	Moyenne	Médiane
1	1,174	5,872	-34,82	62,675	62,250
2	1,174	5,872	119,74	13,993	14,555
3	1,174	12,77	-34,82	25,983	23,450
4	1,174	12,77	119,74	5,915	5,955
5	2,554	5,872	-34,82	4,783	5,425
6	2,554	5,872	119,74	2,137	2,255
7	2,554	12,77	-34,82	1,493	1,550
8	2,554	12,77	119,74	0,648	0,815
9	1	8,66	26,12	24,758	25,625
10	3	8,66	26,12	0,483	0,505
11	1,732	5	26,12	5,670	6,010
12	1,732	15	26,12	2,323	2,275
13	1,732	8,66	-55	18,433	15,550
14	1,732	8,66	180	2,451	2,435
15	1,732	8,66	26,12	4,022	3,725
16	1,732	8,66	26,12	4,698	4,535
17	1,732	8,66	26,12	4,620	4,550
18	1,732	8,66	26,12	4,352	4,120
19	2,5	14,52	-35	1,215	1,285
20	1,5	10	-15	17,457	17,420
21	2,81	14	-10	0,573	0,610
22	2,53	13,79	2	0,988	0,990
23	2,56	5,4	10	3,663	3,905
24	2	10,97	36	3,347	3,225
25	2,3	7,48	40	3,225	3,510
26	1,01	11,54	61	16,220	17,040
27	1,54	10,58	76	4,495	4,755
28	1,92	9,68	90	2,947	2,925
29	1,1	7,98	164	9,657	9,700
30	1,31	7,79	180	5,435	5,465

## Annexe II.2



C/Estación s/n  
 17457-Riudellots de la Selva (Girona-Spain)  
 Teléfono: 972.47.76.00 – Fax: 972.47.76.10  
 N.I.F.: A-17.003344  
 E-mail: acebsa@acebsa.es / Web: acebsa.com

### SPECIFICATIONS OF ENAMELLED COPPER WIRES

		<b>“IBERFIL C”</b>
<b>SPECIFICATIONS:</b>		
		<b>Very high temperature resistant and chemical resistant</b>
<b>Thermal class</b>		<b>H-220</b>
<b>Base coat</b>		<b>Polyamide-imide</b>
<b>Overcoat</b>		<b>--</b>
<b>Temperature index 20.000 h.</b>		<b>220</b>
<b>Intersection point Tang. Delta</b>		<b>260°C</b>
<b>Heat shock</b>		<b>260°C</b>
<b>Cut-through</b>		<b>380°C</b>
<b>Breakdown voltage</b>		<b>180 V/μm.</b>
<b>Continuity of insulation</b>		<b>0 – 2</b>
<b>Flexibility and adherence</b>		<b>60 %</b>
<b>Abrasion bidirectional</b>		<b>100</b>
<b>Abrasion unidirectional</b>		<b>20 gr/μm.</b>
<b>Resistance to solvents</b>		<b>4 H</b>
<b>Winding-Ability</b>		<b>Excellent</b>
<b>Resistance to humidity</b>		<b>Excellent</b>
<b>Resistance to transformer oil</b>		<b>Excellent</b>
<b>Resistance to refrigerants</b>		<b>Excellent</b>
<b>Resistance to styrol</b>		<b>Excellent</b>
<b>Solderability</b>		<b>--</b>
<b>Heat bonding</b>		<b>--</b>
<b>Resoftening temperature</b>		<b>--</b>
<b>MAIN APLICATION AREAS:</b>		<b>Special motors, Pumps, Nuclear industry</b>
<b>STANDARDS:</b>		
	<b>IEC-</b>	<b>60.317-57</b>
	<b>UNE - EN</b>	<b>60.317-57</b>
	<b>DIN -</b>	<b>--</b>
	<b>NEMA -</b>	<b>1000-81C</b>
	<b>UTE -</b>	
<b>HOMOLOGATIONS:</b>		
<b>DIAMETER RANGE:</b>		
	<b>Gr 1 mm.</b>	<b>0,20 – 1,00</b>
	<b>Gr 2 mm.</b>	<b>0,20 – 1,00</b>

Chapitre 2 : Nouvelle approche de modélisation de la durée de vie. Présentation des tests de vieillissement accéléré sur les isolants et les OLED

Tableau II.A.2 Configurations de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais accélérés sur le matériau isolant de classe 220°C et durées de vie mesurées

Exp. N°	Contraintes			Durée de vie mesurée (L - en minutes)	
	V (kV)	F (kHz)	T (°C)	Moyenne	Médiane
1	0,69	5,5430	39,7	64,298	63,733
2	0,69	5,5430	97,0	32,763	32,350
3	0,69	5,5430	180,0	18,275	18,617
4	0,69	9,1184	39,7	32,133	32,133
5	0,69	9,1184	97,0	19,673	20,367
6	0,69	9,1184	180,0	11,371	11,308
7	0,69	15,0000	39,7	18,267	18,242
8	0,69	15,0000	97,0	11,438	11,883
9	0,69	15,0000	180,0	7,048	6,908
10	0,93	5,5430	39,7	48,965	49,667
11	0,93	5,5430	97,0	24,588	24,975
12	0,93	5,5430	180,0	13,794	14,617
13	0,93	9,1184	39,7	27,527	27,733
14	0,93	9,1184	97,0	14,625	14,458
15	0,93	9,1184	97,0	15,517	15,575
16	0,93	9,1184	97,0	15,573	15,500
17	0,93	9,1184	97,0	15,042	15,167
18	0,93	9,1184	180,0	9,040	8,825
19	0,93	15,0000	39,7	13,356	13,633
20	0,93	15,0000	97,0	9,475	9,317
21	0,93	15,0000	180,0	5,533	5,733
22	1,25	5,5430	39,7	35,058	34,225
23	1,25	5,5430	97,0	20,138	20,433
24	1,25	5,5430	180,0	10,885	10,908
25	1,25	9,1184	39,7	18,554	18,600
26	1,25	9,1184	97,0	10,708	10,850
27	1,25	9,1184	180,0	6,748	6,850
28	1,25	15,0000	39,7	8,406	8,842
29	1,25	15,0000	97,0	5,600	5,625
30	1,25	15,0000	180,0	3,869	4,042
31	0,65	7,1093	66,0	33,652	33,767
32	0,99	7,1093	66,0	22,669	22,350
33	0,80	5,0000	66,0	44,121	44,900
34	0,80	10,1085	66,0	21,725	20,733
35	0,80	7,1093	30,0	38,977	39,617
36	0,80	7,1093	111,6	21,677	21,775
37	0,80	7,1093	66,0	29,015	29,358
38	0,80	7,1093	66,0	28,021	28,342
39	0,80	7,1093	66,0	27,835	27,725
40	0,80	7,1093	66,0	28,144	27,942
41	0,85	6,3083	75,0	30,825	29,167
42	0,87	7,8535	60,0	25,004	24,667
43	0,75	8,2136	47,8	30,575	30,542
44	1,13	8,5890	86,0	12,496	12,950
45	1,15	6,5873	67,3	20,342	20,767
46	0,97	5,8253	62,7	29,179	28,383
47	1,20	11,8710	82,0	9,500	9,608
48	0,95	9,6312	55,0	18,683	19,117
49	1,06	13,1780	65,0	10,898	10,975
50	0,90	13,7820	90,5	10,790	10,317
51	0,81	12,5375	48,0	17,648	17,442
52	0,83	10,3264	71,5	17,502	17,933

Chapitre 2 : Nouvelle approche de modélisation de la durée de vie. Présentation des tests de vieillissement accéléré sur les isolants et les OLED

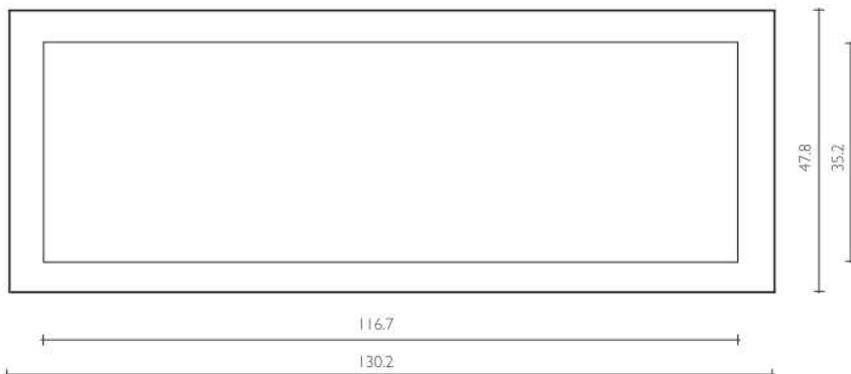
---

<b>53</b>	0,74	7,8142	107,0	19,300	19,150
<b>54</b>	0,88	6,0312	112,5	19,335	19,083
<b>55</b>	0,85	8,3785	122,0	13,698	13,467
<b>56</b>	1,17	8,1316	130,0	9,673	9,992
<b>57</b>	1,23	6,9355	104,0	12,069	12,183
<b>58</b>	0,98	5,6823	145,0	14,288	15,325
<b>59</b>	0,95	12,9193	118,0	8,460	8,475
<b>60</b>	1,02	11,0025	110,0	9,002	8,783
<b>61</b>	1,10	14,4146	137,0	5,006	5,358
<b>62</b>	0,77	10,5340	140,0	10,165	10,050
<b>63</b>	0,90	11,4075	115,0	9,821	9,950
<b>64</b>	0,72	12,1702	126,0	10,667	10,367

## Annexe II.3

### Philips Lumiblade OLED Panel GL55

Matted Finish



Type / Order No.	Color / CCT	Lum. Flux	CRI	Voltage	Rated Current
Philips Lumiblade OLED Panel GL55 9254.000.033	white 3200K	55.0 lm	86	7.2V	390 mA

Notes: All values are measured at standard temperature and pressure.

## Electrical

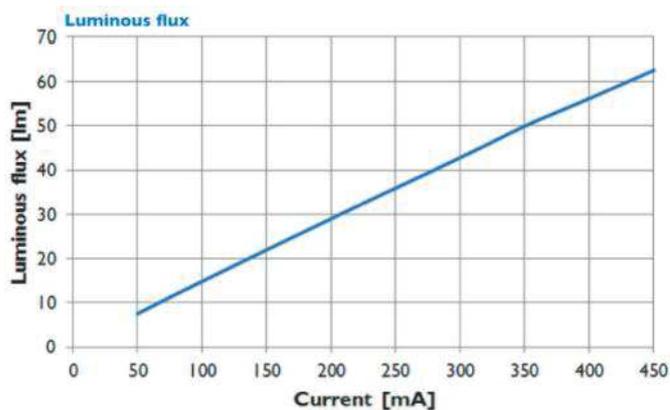
### Rated voltages

Rated Current	Max Current	Minimum voltage	Nominal voltage	Maximum voltage
390 mA	450 mA	6.9V	7.2V	7.5V

## Luminous flux

### Rated luminous flux

Rated Current	Luminous flux min	Luminous flux nominal	Luminous flux max
390 mA	49.0 lm	55.0 lm	61.0 lm



## Lifetime

### Lifetime

Lifetime

10000 h<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Until 50% decrease in luminance or defect (L50B50) at rated current.

## Homogeneity

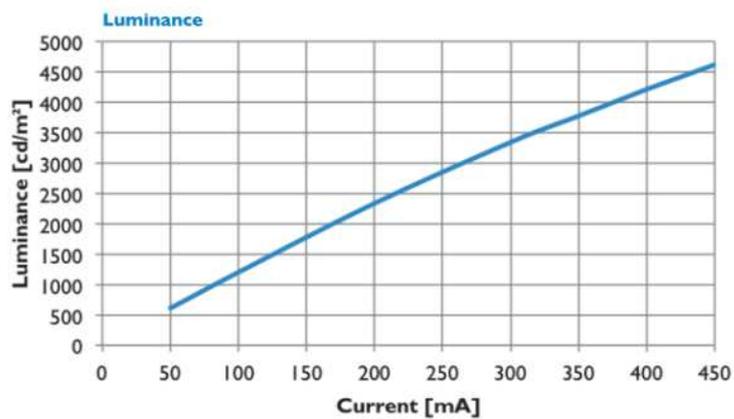
### Homogeneity

Rated Current	Homogeneity nominal
390 mA	80%

## Luminance

### Luminance

Rated Current	Luminance min	Luminance nominal	Luminance max
390 mA	3750 cd/m <sup>2</sup>	4200 cd/m <sup>2</sup>	4650 cd/m <sup>2</sup>



# Chapitre 3 : Modèles paramétriques. Application aux durées de vie des isolants et des OLED



## I. Introduction

Ce chapitre présente différentes méthodes paramétriques de modélisation de la durée de vie. Un modèle paramétrique exprime la durée de vie par la somme d'une fonction analytique explicite des différentes variables explicatives et d'un terme d'erreur de distribution statistique fixée. L'objectif est donc d'estimer les paramètres de cette fonction analytique et du terme d'erreur en minimisant une fonction de coût. Les méthodes d'estimation des paramètres du modèle varient en fonction de la distribution du terme d'erreur et de la fonction du coût.

Dans un modèle linéaire de type AFT (*Accelerated Failure Time*), et sous l'hypothèse de la normalité du terme d'erreur, nous avons montré que les paramètres peuvent être estimés par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) qui minimise la somme des carrés des erreurs (cf. chapitre 1, paragraphe III.2). Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 2, aux paragraphes III.1.4, III.2.4 et IV.5, les fonctions analytiques peuvent être linéarisées par transformation logarithmique, ce qui conduit à la forme générale des modèles AFT. Rappelons que nous utiliserons, dans nos modèles, le logarithme décimal au lieu du logarithme népérien pour une interprétation plus facile des logarithmes des durées de vie. Sous l'hypothèse de normalité des logarithmes de durée de vie que nous admettons d'après le chapitre précédent (paragraphes III.1.6 et III.2.6), les modèles linéaires que nous développons dans ce chapitre sont estimés par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires. Les modèles estimés seront ensuite évalués par rapport à la validité des hypothèses de base, sur la qualité de l'estimation, sur la significativité des paramètres, et sur leurs performances en prédiction. Dans la première partie de ce chapitre nous rappelons la formulation mathématique générale des modèles paramétriques de durée de vie et nous définissons les critères d'évaluation de ces modèles que nous utiliserons par la suite.

L'étude du vieillissement en génie électrique se heurte généralement à une pénurie de données expérimentales. En effet, différentes contraintes sont à prendre en compte lors de la planification des tests de vieillissement : le coût d'achat des échantillons à tester, le coût et la disponibilité du banc de vieillissement et le temps expérimental nécessaire pour aboutir à la défaillance des échantillons. Ainsi, il est important de bien définir le nombre et les configurations des tests de vieillissement qui garantiront un modèle de bonne qualité à moindre coût expérimental. Dans la deuxième partie de ce chapitre nous présentons donc les modèles paramétriques de durée de vie qui seront construits sur la base d'un ensemble de points expérimentaux dont le nombre et la configuration sont organisés selon des méthodes d'optimisation expérimentale afin de garantir la meilleure précision du modèle pour un moindre coût. Ces modèles seront ensuite évalués selon les critères d'évaluation définis dans la première partie de ce chapitre. Nous rappelons que dans notre approche méthodologique nous avons testé deux types différents de composants : les isolants des machines électriques et les OLED. Deux matériaux isolants de classes thermiques différentes et des sources d'éclairage OLED sont testés sous stress électrique et thermique comme décrit dans le chapitre 2 (cf. paragraphes III.1.3, III.2.3 et IV.3). Les modèles de durée de vie seront alors développés pour ces deux types de composants dans le but de valider la méthodologie que nous proposons.

## II. Généralités sur les modèles paramétriques de durée de vie

### II.1. Formulation mathématique du problème de modélisation paramétrique de la durée de vie

Un modèle paramétrique d'une variable appelée réponse est l'association d'une fonction analytique qui lie cette réponse à plusieurs variables explicatives indépendantes et d'un terme d'erreur dont la loi de distribution est supposée connue. Les méthodes d'estimation des paramètres de ce modèle dépendent de la nature de la fonction analytique et de la distribution du terme d'erreur. Dans le cas de l'étude des durées de vie, nous avons montré dans les chapitres précédents que, pour chacun des facteurs de stress évoqués, le modèle peut être linéarisé par transformation logarithmique des durées de vie. Lorsque

plusieurs facteurs interviennent, le modèle résultant est un modèle multilinéaire qui satisfait la forme générale des modèles AFT :

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (\text{III.1})$$

où :

$Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]$  est le vecteur colonne des  $n$  observations correspondant aux logarithmes des durées de vie mesurées ;

$\beta = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]$  est le vecteur colonne des  $(p + 1)$  paramètres du modèle ;

$X = [I_n \ X_1 \ X_2 \ \dots \ X_p]$  est la matrice des variables explicatives avec  $I_n$  vecteur colonne unitaire de taille  $n$  et  $X_j$  ( $j$  allant de 1 à  $p$ ) vecteur colonne de taille  $n$  associé à chaque variable ;

$\epsilon = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \dots \ \epsilon_n]$  est le vecteur colonne des erreurs. Pour alléger l'écriture des modèles, nous omettons le terme  $\epsilon$  dans l'expression générale (III.1).

Avec l'hypothèse de la loi normale des logarithmes des durées de vie (d'après le chapitre 2, paragraphes III.1.6 et III.2.6) qui implique la normalité du terme d'erreur du modèle, les paramètres  $\beta$  peuvent être estimés par la méthode des MCO. Cette hypothèse sera également validée dans ce chapitre.

Les facteurs de stress variant dans des domaines différents, nous appliquons des transformations linéaires sur les valeurs transformées de ces facteurs (formes logarithmiques, exponentielles ou inverses adoptées pour la modélisation d'après le chapitre 2). L'objectif est de ramener tous les facteurs à un même intervalle centré en zéro et désigné par  $[-\theta ; \theta]$ . Pour une variable transformée  $U_j$  comprise entre  $U_{jmin}$  et  $U_{jmax}$ , la valeur obtenue après cette normalisation est donnée par le niveau  $X_j$  tel que :

$$X_j = \frac{U_j - \frac{U_{jmax} + U_{jmin}}{2}}{\frac{U_{jmax} - U_{jmin}}{2\theta}} \quad (\text{III.2})$$

Cette normalisation permet d'évaluer et de comparer les coefficients estimés des facteurs, indépendamment de leurs ordres de grandeur. Un autre intérêt de cette normalisation lié à la configuration optimale de la base d'apprentissage et qui implique le choix de la valeur du niveau  $\theta$  sera démontré dans les sections suivantes.

## II.2. Méthodes d'évaluation des modèles paramétriques de durée de vie

Nous avons introduit dans le chapitre 1 (paragraphe III.2.3) les critères classiques d'évaluation d'un modèle de régression multilinéaire. Dans ce paragraphe nous explicitons plus concrètement les critères qui seront utilisés pour l'évaluation des modèles paramétriques de durée de vie. Les méthodes d'évaluation d'un modèle de régression multilinéaire peuvent être regroupées en trois catégories : méthodes de validation des hypothèses de base, méthodes d'évaluation de la qualité du modèle global et des estimateurs et méthodes d'évaluation des performances du modèle en prédiction.

### II.2.1. Méthodes de validation des hypothèses de base

Il est primordial pour un modèle de régression multilinéaire de vérifier les hypothèses de base (chapitre 1, paragraphe III.2.1). Tout d'abord, il faut noter que toutes les hypothèses structurelles (hypothèses 2, 3 et 4) sont naturellement satisfaites pour tous les modèles qui seront développés : les valeurs des facteurs sont fixées tout au long de l'expérience, ce sont alors des variables déterministes ; les variables explicatives incluses dans le modèle sont linéairement indépendantes dans tous les cas ; nous avons toujours un nombre d'observations supérieur au nombre de variables explicatives dans le modèle. La

validation des autres hypothèses (1, 5, 6 et 7) peut être effectuée à partir de l'analyse graphique des résidus.

## **II.2.2. Méthodes d'évaluation de la qualité du modèle global et des estimateurs**

### **II.2.2.1. Evaluation de la qualité du modèle global**

Le test de significativité globale de Fisher (sous hypothèse de normalité des résidus) et les critères du coefficient de détermination ajusté ( $R^2_{\text{ajusté}}$ ) et de l'écart-type des résidus ( $\sigma$ ) permettent une première évaluation de la qualité du modèle global de régression multilinéaire.

### **II.2.2.2. Qualité des estimateurs sous hypothèse de normalité des résidus**

Pour évaluer la qualité d'un modèle de régression il est également important d'évaluer la qualité de ses coefficients estimés (ou estimateurs). Pour un niveau de confiance donné et pourvu que la distribution des résidus soit gaussienne, la significativité de chaque coefficient dans le modèle peut être évaluée par le test de Student. Sous les mêmes conditions, la qualité des estimateurs peut être aussi évaluée à partir de leurs intervalles de confiance (IC) grâce à l'équation (I.44) donnée au chapitre 1.

### **II.2.2.3. Validation des propriétés statistiques des estimateurs par bootstrap**

Nous avons conclu dans le chapitre 2 qu'il était difficile de tester l'adéquation de la loi normale aux ensembles des répétitions des mesures correspondant à une expérience donnée, notamment à cause du faible nombre d'échantillons testés. Néanmoins, il est nécessaire de valider cette hypothèse au moins pour les expériences des bases d'apprentissage afin de garantir la normalité des résidus. Les résidus suivent en effet la même loi que les données mesurées (cf. chapitre 1, paragraphe III.1). Une première méthode pour valider cette hypothèse consiste à tester la normalité des résidus par les graphes de probabilité (*QQ-plot*). Dans cette partie nous présentons une deuxième méthode, le bootstrap, qui nous permettra à la fois de valider les propriétés statistiques des estimateurs (tests d'hypothèse, intervalles de confiance) et l'hypothèse de normalité des résidus.

La méthode du bootstrap a été introduite par Efron en 1979 [EFR79] dans le but d'estimer, par simulation, les propriétés statistiques d'un estimateur à partir des observations de la variable d'intérêt. L'idée du bootstrap est d'obtenir  $B$  réalisations de l'estimateur par ré-échantillonnage des données de taille  $n$ . Ce ré-échantillonnage peut être : non paramétrique ( $B$  échantillons de taille  $n$  chacun sont alors tirés aléatoirement de l'échantillon initial avec remise) ou paramétrique ( $B$  échantillons de taille  $n$  chacun sont alors tirés aléatoirement de l'échantillon initial suivant la loi de distribution souhaitée). Les calculs statistiques se font ensuite sur la base des  $B$  réalisations de l'estimateur ainsi obtenues. Plus le nombre de réalisations est grand, plus les résultats sont précis, mais un nombre de simulations compris entre 50 et 200 est généralement suffisant [EFR93].

Cette méthode est particulièrement intéressante lorsque la taille des données ( $n$ ) est faible, lorsqu'il est difficile de faire des hypothèses sur la loi de distribution ou de produire des expressions exactes des propriétés statistiques d'un estimateur.

Dans notre cas l'estimateur étudié est le vecteur  $\beta$  dont on souhaite évaluer la variabilité (IC) et la significativité (tests de Student). Nous nous intéressons au bootstrap non paramétrique puisque nous disposons de méthodes exactes pour le calcul paramétrique sous hypothèse de la loi normale. Nous supposons donc ici que la distribution des données est inconnue. En régression, deux méthodes de ré-échantillonnage peuvent être utilisées conduisant à deux types de bootstrap non paramétrique [EFR93] [SCH12] :

#### **- Bootstrap sur les paires (x,y) :**

A partir de l'échantillon de base du couple  $(X,Y)$  où  $X$  représente la matrice des variables explicatives de taille  $n \times p$  et  $Y$  la réponse de taille  $n$ ,  $B$  modèles de régression sont estimés à partir de  $B$  couples

$(X^*, Y^*)$  chacun construit avec  $n$  paires de lignes tirées aléatoirement avec remise dans  $(X, Y)$ . Nous obtenons alors  $B$  réalisations de l'estimateur  $\hat{\beta}$  :

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1^* &= (X_1^* X_1^*)^{-1} X_1^* Y_1^* \\ \hat{\beta}_2^* &= (X_2^* X_2^*)^{-1} X_2^* Y_2^* \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_B^* &= (X_B^* X_B^*)^{-1} X_B^* Y_B^*\end{aligned}\tag{III.3}$$

- **Bootstrap sur les résidus :**

Le modèle de régression est d'abord construit à partir de l'échantillon de base  $(X, Y)$ .  $B$  échantillons  $\epsilon^*$ , de taille  $n$  chacun, sont ensuite construits par  $B$  tirages aléatoires avec remise de  $n$  résidus du modèle obtenu. A partir de ces  $B$  vecteurs de résidus,  $B$  vecteurs de réponse  $Y^*$  de taille  $n$  sont reconstruits tels que :

$$\begin{aligned}Y_1^* &= X\beta + \epsilon_1^* \\ Y_2^* &= X\beta + \epsilon_2^* \\ &\vdots \\ Y_B^* &= X\beta + \epsilon_B^*\end{aligned}\tag{III.4}$$

Nous obtenons alors  $B$  réalisations de l'estimateur  $\hat{\beta}$  tels que :

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1^* &= (X'X)^{-1} X'Y_1^* \\ \hat{\beta}_2^* &= (X'X)^{-1} X'Y_2^* \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_B^* &= (X'X)^{-1} X'Y_B^*\end{aligned}\tag{III.5}$$

Après avoir calculé les  $B$  réalisations de  $\hat{\beta}$  (par l'une des deux méthodes de ré-échantillonnage précédentes), l'étape suivante consiste à estimer ses propriétés statistiques pour analyser ses performances. Ceci consiste alors à évaluer la variabilité de l'estimateur par l'IC associé et à tester sa significativité par le test de Student.

- **Intervalles de confiance :**

Les bornes de l'intervalle de confiance basé sur  $\hat{\beta}$  pour un niveau de risque  $\alpha$  sont les valeurs correspondant aux éléments  $B.\alpha/2$  et  $B.(1 - \alpha/2)$  de l'ensemble ordonné des  $\hat{\beta}^*$  (quantiles d'ordre  $\alpha/2$  et  $(1 - \alpha/2)$  de l'ensemble des éléments  $\hat{\beta}^*$ ) [MAC06] [SCH12], on aura donc :

$$IC(\beta)_{boot} = \left[ \hat{\beta}_{B.\frac{\alpha}{2}}^* ; \hat{\beta}_{B.(1-\frac{\alpha}{2})}^* \right]\tag{III.6}$$

- **Ecart-type :**

Le vecteur des écarts-types des coefficients  $\hat{\beta}$  est composé des racines carrées des éléments diagonaux de la matrice  $V_{boot}$  définie par [MAC06] [SCH12] :

$$V_{boot} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B (\hat{\beta}_i^* - \bar{\beta}^*) (\hat{\beta}_i^* - \bar{\beta}^*)'\tag{III.7}$$

$$\text{où } \overline{\hat{\beta}^*} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \hat{\beta}_i^* \quad (\text{III.8})$$

- **Test de Student :**

Pour tester la significativité des coefficients par le test de Student, nous supposons que la distribution théorique de la statistique de ce test est inconnue et nous la construisons à partir des échantillons bootstrap  $\hat{\beta}^*$ . La réalisation  $b$  ( $1 \leq b \leq B$ ) de cette statistique est calculée par l'expression [MAC06] [SCH12] :

$$t_b^* = \frac{\hat{\beta}_b^* - \hat{\beta}}{se_b^*(\hat{\beta})} \quad (\text{III.9})$$

où  $\hat{\beta}_b^*$  et  $se_b^*(\hat{\beta})$  sont respectivement les estimés des coefficients et de leurs écarts-types à partir de l'échantillon bootstrap  $b$ , et  $\hat{\beta}$  est le vecteur des coefficients estimés à partir de l'échantillon initial. Nous pouvons donc déduire les deux quantiles nécessaires à ce test correspondant aux quantiles d'ordre  $\alpha/2$  et  $(1 - \alpha/2)$  de l'ensemble des réalisations bootstrap  $t_b^*$ . La zone de rejet de l'hypothèse nulle ( $H_0$  : les coefficients sont nuls) est alors [MAC06] [SCH12] :

$$t \leq t_{B, \frac{\alpha}{2}}^* \quad \text{ou} \quad t \geq t_{B, (1-\frac{\alpha}{2})}^* \quad (\text{III.10})$$

où  $t$  est la statistique du test de Student calculée à partir de l'échantillon principal (cf. chapitre 1, équation (I.59)).

La *p-value* correspondante qu'il faut comparer au niveau de risque  $\alpha$  est [MAC06] [SCH12] :

$$pval^* = \frac{\#_{b=1}^B (|t_b^*| \geq |t|)}{B} \quad (\text{III.11})$$

où  $\#_{b=1}^B (|t_b^*| \geq |t|)$  est le nombre d'éléments  $t_b^*$  ( $1 \leq b \leq B$ ) vérifiant  $|t_b^*| \geq |t|$ . Si les résultats statistiques du bootstrap coïncident avec les résultats paramétriques obtenus sous hypothèse de normalité des résidus, cette hypothèse sera validée. Ceci justifiera a posteriori l'utilisation des MCO pour l'estimation des paramètres du modèle et validera les résultats statistiques qui en découlent.

### II.2.3. Méthodes d'évaluation de la performance du modèle en prédiction

L'objectif principal du modèle est la prédiction des réponses à de nouvelles conditions expérimentales qui n'ont évidemment pas servi à sa construction. Pour évaluer la qualité de prédiction de nos modèles de durée de vie, nous calculons les erreurs entre les réponses (logarithmes des durées de vie) prédites par le modèle et celles mesurées sur une base de test unique pour tous les modèles développés. Les erreurs seront également calculées après retour à l'échelle de temps originale (secondes, minutes ou heures) des durées de vie prédites et mesurées.

#### II.2.3.1. Prédiction des logarithmes des durées de vie

Le modèle paramétrique de durée considéré dans cette thèse lie le logarithme de la durée de vie ( $Y$ ) aux différentes variables explicatives  $X$  par l'expression générale (III.1). Le vecteur des logarithmes de la durée de vie prédits par ce modèle pour des conditions expérimentales correspondant aux variables explicatives  $X$  est simplement donné par :

$$\hat{Y} = X \cdot \hat{\beta} \quad (\text{III.12})$$

D'autre part, l'ensemble des logarithmes des durées de vie mesurées correspondant à une expérience donnée est caractérisé par une moyenne  $\bar{Y}$  et un IC (Intervalle de Confiance) autour de cette moyenne qui représente la variabilité des mesures expérimentales  $IC(Y)$ . Comme déjà démontré au chapitre 2 (paragraphe III.2.6, équation (II.5)), ces IC sont donnés par l'expression :

$$IC(Y) = \left[ \bar{Y} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_{N_{repet}}}{\sqrt{N_{repet}}} ; \bar{Y} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_{N_{repet}}}{\sqrt{N_{repet}}} \right] \quad (III.13)$$

où  $S_{N_{repet}}$  est la variance des logarithmes des durées de vie mesurées pour une expérience donnée,  $N_{repet}$  est le nombre de ces mesures et  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$  est le quantile  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de la loi de Student à  $(N_{repet} - 1)$  degrés de liberté.

Pour une expérience  $i$  donnée, si  $\hat{Y}_i \in I.C.(Y)$ , le modèle est validé pour le point expérimental  $i$ . Nous pouvons également tracer  $\hat{Y}$  en fonction de  $\bar{Y}$  : un modèle est d'autant plus précis que le nuage de ces points est plus proche de la première bissectrice.

Afin de mieux quantifier la performance du modèle en prédiction nous calculons, pour chaque point expérimental :

- l'erreur quadratique (fonction coût des MCO) entre la réponse prédite  $\hat{Y}$  et la moyenne  $\bar{Y}$  des réponses mesurées :

$$EQ_Y = (\bar{Y} - \hat{Y})^2 \quad (III.14)$$

- l'erreur relative en pourcentage entre la réponse prédite  $\hat{Y}$  et la moyenne  $\bar{Y}$  des réponses mesurées :

$$ER_Y = 100 \times \frac{|\bar{Y} - \hat{Y}|}{\bar{Y}} \quad (III.15)$$

### II.2.3.2. Prédiction des durées de vie

Il est également intéressant de ramener les réponses prédites par le modèle à leur échelle de temps originale dont les unités sont plus faciles à interpréter. Rappelons tout d'abord que la réponse prédite par le modèle  $\hat{Y}$  représente la moyenne d'une variable distribuée selon la loi normale (chapitre 1, paragraphe III.2). En ramenant les logarithmes des durées de vie à leur échelle de temps originale, nous passons d'une loi normale à une loi log-normale. Ainsi, pour estimer une durée de vie moyenne  $\hat{L}$  dont la réponse moyenne prédite est  $\hat{Y}$  il faut appliquer (cf. chapitre 1, tableau I.3) [MAN01] :

$$\hat{L} = 10^{\hat{Y} + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (III.16)$$

De même, l'erreur relative en pourcentage entre la durée de vie prédite  $\hat{L}$  et la moyenne  $\bar{L}$  des durées de vie mesurées pour une expérience donnée peut être évaluée par :

$$ER_L = 100 \times \frac{|\bar{L} - \hat{L}|}{\bar{L}} \quad (III.17)$$

### III. Méthodes d'optimisation expérimentales et modèles paramétriques associés

Dans le but d'obtenir un modèle précis de la durée de vie d'un composant, il est nécessaire de prendre en compte tous les facteurs ayant un effet notable sur son vieillissement, ainsi que toutes les interactions entre ces facteurs. Même si seulement deux ou trois facteurs de vieillissement sont pris en compte, un nombre élevé de variables explicatives est à considérer dans un modèle paramétrique de durée de vie, ce qui nécessite au moins autant de points expérimentaux pour pouvoir estimer correctement les paramètres de ce modèle.

Dans le cadre de l'étude du vieillissement en génie électrique, le nombre de données expérimentales de durées de vie est souvent limité par des contraintes expérimentales diverses. Ainsi, il est important de concevoir un plan expérimental pour la définition du nombre et des configurations des tests qui garantissent la précision du modèle à moindre coût.

#### III.1. Critères d'optimalité d'un plan expérimental

Un plan expérimental est dit optimal s'il permet de calculer les coefficients du modèle associé avec la meilleure précision possible pour un nombre d'expériences donné. Nous avons montré dans le chapitre 1 (équation (I.38)) que la variance des coefficients estimés d'un modèle de régression multilinéaire est donnée par les termes diagonaux de la matrice :

$$Var(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1} \quad (\text{III.18})$$

Ainsi, la précision des coefficients estimés est en relation directe avec la matrice  $(X'X)$  et les critères d'optimalité du plan expérimental font donc intervenir cette matrice. La matrice  $(X'X)$  est dite matrice d'information et la matrice  $(X'X)^{-1}$  est dite matrice de dispersion. Les principaux critères d'optimalité par ordre décroissant de qualité sont les suivants [GOU88] [GOU00] :

- **Critère de O-optimalité :**

De façon générale, une matrice  $X$  est orthogonale si sa matrice de dispersion  $(X'X)^{-1}$  est diagonale. Le critère de O-optimalité impose en plus que la matrice  $X$  soit une matrice orthogonale d'Hadamard, i.e. satisfaisant la relation :

$$X'X = n\mathbb{I} \quad (\text{III.19})$$

où  $n$  est le nombre d'expériences effectuées et  $\mathbb{I}$  la matrice identité de taille  $n \times n$ .

La matrice de dispersion est donc diagonale et, par conséquent, les variances des coefficients valent :

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \quad (\text{III.20})$$

On démontre alors [GOU88] que les termes diagonaux de cette matrice de dispersion sont minimaux et qu'il n'est pas possible d'obtenir des variances plus faibles sur les coefficients du modèle. C'est donc le meilleur critère d'optimalité en termes de précision sur les coefficients. D'autre part, du fait que les termes non-diagonaux de la matrice de dispersion sont nuls, les coefficients sont alors estimés indépendamment les uns des autres. Cette propriété est vraie pour toutes les matrices d'expériences orthogonales. Cependant, le critère de O-optimalité ne peut être satisfait que dans les cas où  $n$  est égal à 2 ou à un multiple de 4 [GOU88]. Lorsque le nombre d'expériences est différent, d'autres critères d'optimalité peuvent être adoptés.

- **Critère de presque-orthogonalité** : Si la sous-matrice obtenue en retirant la première ligne et la première colonne de la matrice de dispersion est diagonale, le critère de presque-orthogonalité est respecté. Les coefficients estimés seront corrélés uniquement avec le terme constant du modèle.
- **Critère de D-optimalité** : Les termes diagonaux de la matrice de dispersion  $(X'X)^{-1}$  (et donc les variances des coefficients) peuvent être minimisés en maximisant le déterminant de la matrice d'information  $(X'X)$ .
- **Critère de A-optimalité** : La somme des variances des coefficients peut être minimisée en minimisant la trace de la matrice de dispersion  $(X'X)^{-1}$ .
- **Critère de G-optimalité** : La variance la plus élevée des coefficients peut être minimisée en minimisant la valeur la plus élevée de la matrice de dispersion.

Ces différents critères ne sont pas incompatibles entre eux, par exemple une matrice orthogonale d'Hadamard répond également aux critères de D, A et G optimalité.

Il existe également d'autres critères d'optimalité qui assurent une homogénéité de la variance des réponses prédites au lieu de minimiser la variance des coefficients. Nous avons montré dans le chapitre 1 (équation (I.46)) que la variance d'une réponse prédite est donnée par :

$$Var(\hat{Y}_i) = Var(X_i\hat{\beta}) = X_i'Var(\hat{\beta})X_i = \hat{\sigma}^2 X_i'(X'X)^{-1}X_i \quad (III.21)$$

Deux propriétés optimales du plan expérimental en découlent [KHU96] [KHU10] :

- **Critère d'iso-variance par rotation** : Un plan est iso-variant par rotation si la variance des réponses prédites  $Var(\hat{Y}_i)$  est constante pour tous les points équidistants du centre du domaine expérimental. L'avantage est que la variance de prédiction reste constante avec toute rotation éventuelle des axes du plan expérimental.
- **Critère de précision uniforme** : Un plan iso-variant par rotation admet des propriétés de précision uniforme si la variance de prédiction est constante à l'intérieur d'une sphère ayant le même centre que celui du domaine expérimental et de rayon unité. Un plan qui admet la propriété de précision uniforme est nécessairement iso-variant par rotation. Ces deux propriétés sont donc indissociables.

Ces deux critères sont privilégiés lorsque le but de la modélisation statistique est la recherche de valeurs particulières de la réponse (maximum, minimum, courbes iso-réponses, ...). Dans notre cas, il est plus important d'assurer une précision optimale des coefficients du modèle dans le but d'obtenir des résultats statistiquement significatifs. Nous privilégions alors les premiers critères d'optimalité (O, D, A et G optimalité) qui ont pour objectif de minimiser  $Var(\hat{\beta})$ .

### III.2. La méthode des Plans d'Expériences (PdE)

La problématique de modélisation paramétrique d'une réponse influencée par un nombre de facteurs à moindre coût expérimental fait appel à la méthode des Plans d'Expériences (PdE). La méthode des PdE constitue une stratégie de planification expérimentale permettant d'étudier les effets des facteurs et de leurs interactions sur la réponse d'une manière efficace et économique.

La méthode des PdE a été introduite avec les travaux de Fisher en 1925 [FIS25] [FIS35] dans le domaine de l'agronomie. Dans le cadre de son emploi dans un centre de recherche agronomique, Fisher a été amené à chercher des techniques d'expérimentation permettant d'augmenter les rendements agricoles en combinant divers types d'engrais, de variétés végétales, de méthodes de cultures, de types de sols, etc. Face à l'impossibilité de réaliser la totalité des expériences, ceci l'amène à proposer des

configurations expérimentales basées sur des modèles statistiques. Ceci constitue le point de départ de la méthode théorique des plans d'expériences.

Divers chercheurs ont poursuivi les travaux de Fisher afin de promouvoir et de développer l'utilisation des techniques de planification expérimentales dans d'autres domaines que l'agronomie. Dès les années 50 les travaux de Box et de ses collaborateurs [BOX51] [BOX61] ont donné lieu à diverses applications pratiques des PdE. Mais ce sont certainement les travaux de G. Taguchi [TAG87] qui ont permis une vaste diffusion des PdE, notamment dans le milieu industriel.

Traditionnellement, en expérimentation, les essais sont effectués de manière séquentielle en faisant varier un seul facteur à la fois, les autres étant fixés à un niveau « moyen ». Si l'on considère  $k$  facteurs et que l'on décide de tester  $m$  points par facteurs, il faudra effectuer  $m^k$  expériences. Afin de réduire le nombre des essais, deux solutions se présentent : diminuer le nombre de points expérimentaux par facteur ou diminuer le nombre de facteurs. Dans les deux cas, c'est la précision du modèle qui est amoindrie. Contrairement à l'approche classique en expérimentation, la méthode des PdE consiste en premier lieu à faire varier tous les facteurs simultanément. Par cette stratégie, et avec le même nombre de facteurs, le nombre de points expérimentaux est réduit et la précision du modèle est améliorée par rapport à l'approche classique.

La méthode des PdE classique consiste à placer les points expérimentaux aux extrémités du plan expérimental en faisant intervenir tous les facteurs à la fois dans chacun des points expérimentaux, c'est à dire dans chacune des expériences. Par cette stratégie, le nombre de points expérimentaux par facteur est réduit à 2 : un point au niveau -1 (valeur minimale du facteur) et un point au niveau +1 (valeur maximale du facteur). Les changements de variables s'effectuent selon la relation (III.2) pour  $\theta = 1$ . Pour  $k$  facteurs, le PdE associé est appelé plan factoriel  $2^k$  puisqu'il nécessite la réalisation de  $2^k$  points expérimentaux correspondant aux  $2^k$  combinaisons possibles entre les niveaux -1 et +1 des  $k$  facteurs.

Il existe également des plans factoriels à  $m$  niveaux ( $m > 2$ ). Cependant, les plans factoriels les plus utilisés sont les plans à deux niveaux ( $2^k$ ) puisqu'ils nécessitent un nombre minimum d'expériences tout en garantissant une bonne qualité du modèle. Les figures III.1 (a, b et c) illustrent les plans expérimentaux associés à trois types de plans factoriels.

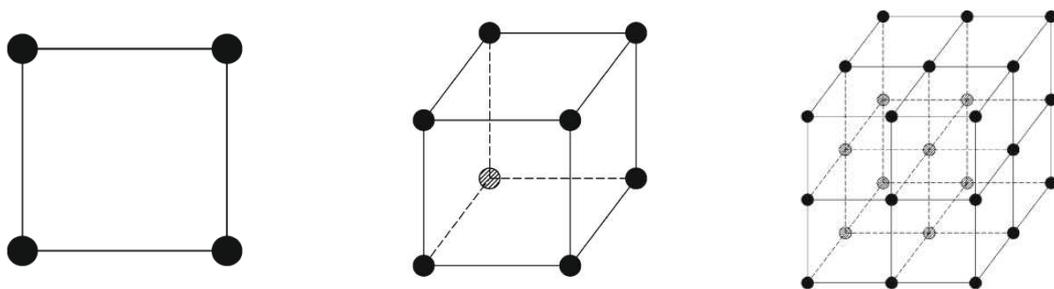


Fig. III.1 a. Plan factoriel  $2^2$  [CAS10]    Fig. III.1 b. Plan factoriel  $2^3$  [CAS10]    Fig. III.1 c. Plan factoriel  $3^3$  [CAS10]

### III.2.1. Plans factoriels à 2 niveaux

Le choix d'associer les niveaux  $\pm 1$  aux deux valeurs extrêmes des facteurs dans un PdE  $2^k$  est le choix optimal en termes de précision des coefficients du modèle associé. Considérons le cas simple où  $k = 1$ . Le modèle linéaire correspondant permettant d'évaluer l'effet du facteur  $x$  sur la réponse  $Y$  est donc de la forme :

$$Y = M + ax \tag{III.22}$$

Pour estimer les deux paramètres  $M$  et  $a$  du modèle, deux expériences sont nécessaires. Supposons que les deux points expérimentaux sont placés à des niveaux  $\alpha$  et  $\beta$ . La matrice des expériences correspondant à la réalisation de ces deux points expérimentaux selon (III.22) s'écrit :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & \beta \end{bmatrix} \quad (III.23)$$

Puisque  $n = 2$ , nous pouvons chercher à satisfaire la meilleure condition d'optimalité (critère de Optimalité, cf. paragraphe III.1 de ce chapitre). Il faudra alors satisfaire :

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha & \beta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \alpha + \beta \\ \alpha + \beta & \alpha^2 + \beta^2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (III.24)$$

ce qui conduit aux deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 0 \\ \alpha^2 + \beta^2 &= 2 \end{aligned} \quad (III.25)$$

D'où les deux solutions équivalentes :

$$\begin{cases} \alpha = +1 \\ \beta = -1 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = +1 \end{cases} \quad (III.26)$$

Ce résultat peut être généralisé [GOU88] : pour  $k$  facteurs, l'emplacement optimal des points expérimentaux se situe aux sommets de l'hypercube à  $k$  dimensions formé par les  $2^k$  combinaisons possibles entre les deux niveaux  $\pm 1$  de chaque facteur. La matrice d'expériences obtenue est une matrice orthogonale d'Hadamard.

Avec cet emplacement des  $2^k$  points expérimentaux, les PdE permettent, en plus de l'évaluation des effets des facteurs sur la réponse, d'évaluer les effets des interactions entre les facteurs jusqu'à l'ordre  $k$ . Le modèle paramétrique associé à un PdE à 2 niveaux et  $k$  facteurs a donc  $2^k$  paramètres et s'écrit [KHU96] :

$$Y = M + \sum_{i=1}^k E_i X_i + \sum_{i=1}^k \sum_{i=1 < j}^k I_{ij} X_i X_j + \sum \sum \sum_{i=1 < j < l}^k I_{ijl} X_i X_j X_l + \dots + I_{12\dots k} X_1 X_2 \dots X_k \quad (III.27)$$

où  $M$  représente la moyenne des mesures,  $E_i$  l'effet du facteur  $X_i$ ,  $I_{ij}$  l'effet de l'interaction d'ordre 2 entre les facteurs  $X_i$  et  $X_j$ ,  $I_{ijl}$  l'effet de l'interaction d'ordre 3 entre les facteurs  $X_i$ ,  $X_j$  et  $X_l$  et  $I_{12\dots k}$  l'effet de l'interaction d'ordre  $k$  entre les facteurs  $X_1, X_2, \dots$  et  $X_k$ .

Considérons l'exemple simple d'un plan factoriel  $2^2$ . La réponse  $Y$  s'écrit sous la forme :

$$Y = M + E_1 X_1 + E_2 X_2 + I_{12} X_1 X_2 \quad (III.28)$$

Pour estimer les paramètres de ce modèle,  $2^2 = 4$  expériences sont nécessaires. Le tableau III.1 résume les différentes configurations des points expérimentaux à réaliser dans ce cas.

Tableau III.1 Points expérimentaux d'un PdE  $2^2$

N° Exp.	M	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	Y
1	1	-1	-1	+1	Y <sub>1</sub>
2	1	-1	+1	-1	Y <sub>2</sub>
3	1	+1	-1	-1	Y <sub>3</sub>
4	1	+1	+1	+1	Y <sub>4</sub>

Nous remarquons que la matrice obtenue est une matrice orthogonale d'Hadamard avec :

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & +1 \\ 1 & -1 & +1 & -1 \\ 1 & +1 & -1 & -1 \\ 1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} = 4\mathbb{I} \quad (\text{III.29})$$

Les paramètres du modèle (III.27) peuvent être calculés par la méthode des MCO qui est équivalente à la solution du système linéaire de 4 équations à 4 inconnues et qui donne :

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) \\ E_1 &= \frac{1}{4}(-Y_1 - Y_2 + Y_3 + Y_4) \\ E_2 &= \frac{1}{4}(-Y_1 + Y_2 - Y_3 + Y_4) \\ I_{12} &= \frac{1}{4}(Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4) \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

Ainsi, pour calculer la moyenne générale et les effets des facteurs et de leur interaction, il suffit de calculer la moyenne des quatre réponses, affectées par les signes de la colonne attribuée au paramètre en question. Cette méthode de calcul est très pratique mais difficile à généraliser dans le cas des plans à plus de deux niveaux. Nous introduisons alors une méthode de calcul plus générale pour le calcul des effets, le calcul de  $M$  étant toujours le même.

Répartissons tout d'abord les moyennes des réponses selon les niveaux des facteurs, nous obtenons alors le tableau des moyennes suivant :

Tableau III.2 Tableau des moyennes du PdE 2<sup>2</sup>

	<b>Facteur 1</b>	<b>Facteur 2</b>
<b>Niveau -1</b>	$\bar{Y}_{1/-1} = \frac{(Y_1 + Y_2)}{2}$	$\bar{Y}_{2/-1} = \frac{(Y_1 + Y_3)}{2}$
<b>Niveau +1</b>	$\bar{Y}_{1/+1} = \frac{(Y_3 + Y_4)}{2}$	$\bar{Y}_{2/+1} = \frac{(Y_2 + Y_4)}{2}$

Nous pouvons alors associer un effet par facteur et par niveau avec :

Tableau III.3 Tableau des effets du PdE 2<sup>2</sup>

	<b>Facteur 1</b>	<b>Facteur 2</b>
<b>Niveau -1</b>	$E_{1/-1} = \bar{Y}_{1/-1} - M$	$E_{2/-1} = \bar{Y}_{2/-1} - M$
<b>Niveau +1</b>	$E_{1/+1} = \bar{Y}_{1/+1} - M$	$E_{2/+1} = \bar{Y}_{2/+1} - M$

Nous remarquons alors que :

$$\begin{aligned} E_{1/+1} &= -E_{1/-1} = E_1 \\ E_{2/+1} &= -E_{2/-1} = E_2 \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

Ainsi, le calcul des effets d'un facteur à 2 niveaux ne possède qu'un seul degré de liberté. Plus généralement, le calcul des effets d'un facteur à  $m$  niveaux possède  $(m - 1)$  degrés de liberté [GOU88].

Pour calculer les effets de l'interaction, nous construisons le tableau des interactions suivant :

Tableau III.4 Tableau des interactions du PdE 2<sup>2</sup>

		Facteur 1	
		Niveau -1	Niveau +1
Facteur 2	Niveau -1	$I_{1/-1; 2/-1} = Y_1 - M - E_{1/-1} - E_{2/-1}$	$I_{1/+1; 2/-1} = Y_1 - M - E_{1/+1} - E_{2/-1}$
	Niveau +1	$I_{1/-1; 2/+1} = Y_1 - M - E_{1/-1} - E_{2/+1}$	$I_{1/+1; 2/+1} = Y_1 - M - E_{1/+1} - E_{2/+1}$

Nous remarquons d'après ce tableau que :

$$I_{1/-1; 2/-1} = -I_{1/+1; 2/-1} = -I_{1/-1; 2/+1} = I_{1/+1; 2/+1} = I_{12} \quad (III.32)$$

Ainsi, le calcul de l'effet de l'interaction entre deux facteurs à deux niveaux chacun possède un seul degré de liberté. Plus généralement, le nombre de degrés de liberté des effets d'une interaction entre  $k$  facteurs à  $m$  niveaux est égal au produit des degrés de liberté de chaque facteur [GOU88].

### III.2.2. Plans factoriels à 3 niveaux

Le fait de n'avoir qu'un degré de liberté pour le calcul des effets dans un plan factoriel à  $k$  facteurs et deux niveaux nous ramène à la forme générale du modèle linéaire (III.27) où les facteurs et les interactions sont affectés par un seul coefficient chacun. Cette forme correspond à la forme générale des modèles de régression multilinéaire et les coefficients peuvent donc être estimés par MCO.

Lorsque le nombre de niveaux augmente, les facteurs et interactions doivent être affectés par autant de coefficients que de degrés de liberté correspondant à chacun. L'écriture du modèle ne peut plus être celle de (III.27) et la méthode des MCO ne peut plus être appliquée. Il faudrait alors calculer les paramètres du modèle à partir de la méthode générale du calcul des effets des facteurs et des interactions. A titre d'exemple, nous présentons le modèle associé aux plans factoriels à 2 facteurs et 3 niveaux, sachant que l'écriture et le calcul du modèle est généralisable pour  $k$  facteurs et  $m$  niveaux.

Puisque la notion de la matrice  $X$  dans ce cas n'est pas la même que celle des modèles de régression multilinéaire classiques, le choix des 3 niveaux est libre car il n'intervient pas dans le calcul. Nous désignons alors à titre d'exemple ces trois niveaux par 1, 2 et 3. Pour ce plan factoriel,  $3^2 = 9$  configurations différentes sont nécessaires :

Tableau III.5 Points expérimentaux d'un PdE 3<sup>2</sup>

N° Exp.	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y
1	1	1	Y <sub>1</sub>
2	1	2	Y <sub>2</sub>
3	1	3	Y <sub>3</sub>
4	2	1	Y <sub>4</sub>
5	2	2	Y <sub>5</sub>
6	2	3	Y <sub>6</sub>
7	3	1	Y <sub>7</sub>
8	3	2	Y <sub>8</sub>
9	3	3	Y <sub>9</sub>

Pour chaque configuration, nous désignons par  $[X_i] = [I_{ni1} \ I_{ni2} \ I_{ni3}]$  le vecteur colonne associé au facteur  $X_i$  tel que :

$$[X_i] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ si } X_i = 1; [X_i] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ si } X_i = 2; [X_i] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ si } X_i = 3 \quad (III.33)$$

Les composantes du vecteur  $[X_i]$  sont appelées indicateurs de niveaux du facteur  $X_i$ . Pour une configuration donnée, le modèle s'écrit, en fonction des paramètres du modèle et des indicateurs de niveaux de cette configuration [PIL01] :

$$Y = M + [E_{11} \ E_{12} \ E_{13}][X_1] + [E_{21} \ E_{22} \ E_{23}][X_2] + [X_1]' \begin{bmatrix} I_{11;21} & I_{11;22} & I_{11;23} \\ I_{12;21} & I_{12;22} & I_{12;23} \\ I_{13;21} & I_{13;22} & I_{13;23} \end{bmatrix} [X_2] \quad (\text{III.34})$$

La moyenne générale du modèle est :

$$M = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 Y_i \quad (\text{III.35})$$

Les effets des facteurs  $X_1$  et  $X_2$  possèdent chacun deux degrés de liberté. Les effets de leur interaction possèdent alors  $2 \times 2 = 4$  degrés de liberté. Le calcul des effets se fait selon la méthode générale présentée dans le paragraphe III.2.1 :

$$\begin{aligned} E_{11} &= \frac{1}{3}(Y_1 + Y_2 + Y_3) - M; \quad E_{12} = \frac{1}{3}(Y_4 + Y_5 + Y_6) - M; \quad E_{13} = -(E_{11} + E_{12}) \\ E_{21} &= \frac{1}{3}(Y_1 + Y_4 + Y_7) - M; \quad E_{22} = \frac{1}{3}(Y_2 + Y_5 + Y_8) - M; \quad E_{23} = -(E_{11} + E_{12}) \\ I_{11;21} &= Y_1 - M - E_{11} - E_{21}; \quad I_{11;22} = Y_2 - M - E_{11} - E_{22}; \quad I_{11;23} = -(I_{11;21} + I_{11;22}) \\ I_{12;21} &= Y_4 - M - E_{12} - E_{21}; \quad I_{12;22} = Y_5 - M - E_{12} - E_{22}; \quad I_{12;23} = -(I_{12;21} + I_{12;22}) \\ I_{13;21} &= -(I_{11;21} + I_{12;21}); \quad I_{13;22} = -(I_{11;22} + I_{12;22}); \quad I_{13;23} = -(I_{11;23} + I_{12;23}) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Pour prédire la réponse d'un point ayant des niveaux intermédiaires, il suffit de calculer les indicateurs de niveaux de chaque facteur par interpolation linéaire. Supposons que nous cherchons la réponse pour la configuration :  $X_1 = a$  ;  $X_2 = b$  tels que  $a$  et  $b$  sont des niveaux compris entre 1 et 3. Les indicateurs de niveaux sont donnés par [PIL01] :

$$\begin{aligned} In_{11} &= \frac{(a-2)(a-3)}{(1-2)(1-3)}; \quad In_{12} = \frac{(a-1)(a-3)}{(2-1)(2-3)}; \quad In_{13} = \frac{(a-1)(a-2)}{(3-1)(3-2)} = 1 - (In_{11} + In_{12}) \\ In_{21} &= \frac{(b-2)(b-3)}{(1-2)(1-3)}; \quad In_{22} = \frac{(b-1)(b-3)}{(2-1)(2-3)}; \quad In_{23} = \frac{(b-1)(b-2)}{(3-1)(3-2)} = 1 - (In_{21} + In_{22}) \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Le niveau  $a$  (ou  $b$ ) correspondant à une valeur réelle de  $X_1$  (ou de  $X_2$ ) est calculé en utilisant la même transformation qui permet le passage des 3 valeurs réelles de  $X_1$  (ou de  $X_2$ ) du plan factoriel  $3^2$  aux trois niveaux correspondants 1, 2 et 3.

### III.3. Plans pour Surfaces de Réponses (SdR)

Les plans factoriels présentés précédemment permettaient d'obtenir un modèle analytique du premier ordre par rapport à chaque facteur avec des termes d'interactions entre les facteurs. Ces plans sont les plus employés (surtout les plans à 2 niveaux) car ils sont économiques en nombre d'expériences et conduisent à des modélisations simples mais souvent suffisantes en termes de précision.

Pourtant, il existe de nombreux cas où il est nécessaire d'avoir une meilleure description du phénomène étudié et pour lesquels on envisage des modèles mathématiques du second ordre, comme dans le cas de notre modélisation statistique de la durée de vie. On fait alors appel aux plans pour surfaces de réponse. Ces plans permettent d'étudier les effets quadratiques des facteurs en plus de leurs effets principaux et de leurs interactions. Le modèle mathématique associé est [KHU96] :

$$Y = M + \sum_{i=1}^k E_i X_i + \sum_{i=1}^k I_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i=1 < j}^k I_{ij} X_i X_j \quad (III.38)$$

Les paramètres de ce modèle peuvent être estimés par la méthode des MCO. Le nombre de paramètres à estimer est :

$$q = \frac{(k + 2)!}{k! 2!} = \frac{(k + 2)(k + 1)}{2} \quad (III.39)$$

Il faut donc au moins  $q$  points expérimentaux pour pouvoir estimer ces  $q$  paramètres. On démontre, par ailleurs, qu'avec ce modèle, il est impossible d'obtenir des matrices d'expériences orthogonales [KHU96]. Il faut donc choisir l'emplacement et le nombre des points expérimentaux selon d'autres critères. Plusieurs plans expérimentaux à configurations optimales ont été proposés dans la littérature pour pouvoir établir un modèle du second ordre avec interactions. Les plans factoriels à 3 niveaux présentent une première possibilité pour réaliser un modèle du second ordre. Si les niveaux choisis sont -1 ; 0 et 1, la matrice d'expérience  $X$  est une matrice presque-orthogonale [KHU96]. Cependant, le nombre d'expériences à réaliser augmente rapidement (de manière exponentielle) avec le nombre de facteurs pour ces plans.

**Plans Composites Centrés :**

Les plans composites centrés (*Central Composite Design*, CCD) introduits par Box et Wilson en 1951 [BOX51] présentent une alternative aux plans factoriels à 3 niveaux pour la modélisation statistique du second degré. Ils ont l'avantage d'être construits sur la base d'un plan factoriel à deux niveaux et d'utiliser ainsi les  $2^k$  points expérimentaux déjà réalisés. Ils peuvent ainsi être construits après le plan factoriel à 2 niveaux. Les CCD se composent :

- de  $2^k$  points expérimentaux issus d'un plan factoriel  $2^k$  dont les niveaux sont codés en  $\pm 1$ ,
- de 2 points axiaux placés sur l'axe de chaque facteur à une distance  $\theta$  ( $\theta \geq 1$ ) du centre du domaine expérimental, donc de  $2k$  points axiaux en total,
- de  $N_0$  ( $N_0 \geq 1$ ) points centraux tous placés au centre du domaine expérimental.

Le nombre de points expérimentaux nécessaires aux CCD est donc :

$$N_{CCD} = 2^k + 2k + N_0 \quad (III.40)$$

Les figures III.2 (a et b) illustrent des plans CCD pour  $k = 2$  et  $k = 3$ . Dans le cas particulier où  $\theta = 1$ , le CCD est dit plan Composites à Faces Centrées (*Central Composite Faced*, CCF).

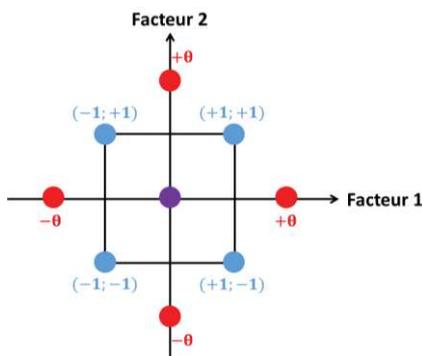


Fig. III.2 a. CCD pour k=2 [GOU06]

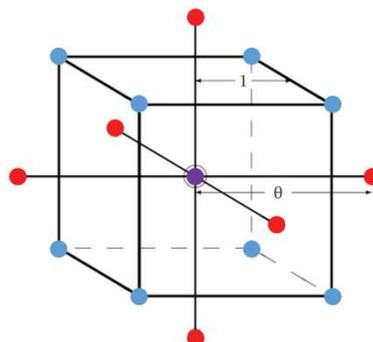


Fig. III.2 b. CCD pour k=3 [CAS10]

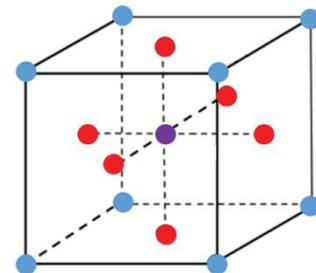


Fig. III.2 c. CCF pour k=3 [PIC13]

Le tableau III.6 résume les différentes configurations à réaliser en fonction de  $\theta$  pour un CCD dans le cas où  $k = 2$ .

Tableau III.6 Points expérimentaux d'un CCD où  $k=2$

N° Exp.	Plan expérimental	M	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> <sup>2</sup>	X <sub>2</sub> <sup>2</sup>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>
1	Points du PdE 2 <sup>2</sup>	1	-1	-1	1	1	+1
2		1	-1	+1	1	1	-1
3		1	+1	-1	1	1	-1
4		1	+1	+1	1	1	+1
5	Points axiaux	1	- $\theta$	0	$\theta^2$	0	0
6		1	- $\theta$	0	$\theta^2$	0	0
7		1	0	- $\theta$	0	$\theta^2$	0
8		1	0	- $\theta$	0	$\theta^2$	0
9 → N <sub>0</sub> +9	Points centraux	1	0	0	0	0	0

Le choix du niveau  $\theta$  et du nombre de points centraux  $N_0$  dépend du critère d'optimalité choisi pour ce plan. Il faudra alors exprimer les matrices d'information et de dispersion en fonction de ces deux paramètres. Les matrices d'information et de dispersion pour un CCD à deux facteurs s'écrivent :

$$X'X = \begin{bmatrix} N_{CCD} & 0 & 0 & A & A & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & C & B & 0 \\ A & 0 & 0 & B & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{bmatrix} \text{ pour la matrice d'information} \quad (III.41)$$

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{D} \cdot \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & -A & -A & 0 \\ 0 & D/A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D/A & 0 & 0 & 0 \\ -A & 0 & 0 & F/\theta^4 & -G/2\theta^4 & 0 \\ -A & 0 & 0 & -G/2\theta^4 & F/\theta^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D/B \end{bmatrix} \text{ pour la matrice de dispersion} \quad (III.42)$$

avec

$$\begin{aligned} A &= 2^k + 2\theta^2 \\ B &= 2^k \\ C &= 2^k + 2\theta^4 \\ D &= -12\theta^4 + 2\theta^4(2k + N_0) + 3 * 2^k(2k + N_0) - 12 * 2^k\theta^2 + 2 * 2^k\theta^4 \\ E &= 3 * 2^k + 2\theta^4 \\ F &= \theta^4(2k + N_0) + 2^k(2k + N_0) - 4\alpha^4 - 4 * 2^k\theta^2 + 2^k\theta^4 \\ G &= 2^k(2k + N_0) - 4\theta^4 - 4 * 2^k\theta^2 \end{aligned} \quad (III.43)$$

Nous avons intérêt à exprimer les termes A à G en fonction du nombre de facteurs  $k$  car, quel que soit  $k$ , on retrouve des matrices d'information et de dispersion symétriques, de taille  $q \times q$ , avec les mêmes blocs de termes identifiés dans les matrices (III.41) et (III.42) mais dont les tailles dépendent de  $k$ .

Différents critères d'optimalité peuvent être utilisés pour choisir les valeurs des paramètres  $\theta$  et  $N_0$ .

- Critère de presque-orthogonalité :

Nous remarquons bien que le critère d'orthogonalité ne peut pas être satisfait car le terme  $A$  est strictement positif, par conséquent, la matrice de dispersion ne peut pas être diagonale. Cependant, en retirant la première ligne et la première colonne de cette matrice, nous pouvons obtenir une sous-matrice diagonale en annulant le terme  $G$ . Le critère de presque-orthogonalité est donc satisfait si :

$$2^k \times N_{CCD} = (2\theta^2 + 2^k)^2 \quad (\text{III.44})$$

- Critère d'isovariance par rotation :

Avec [KHU96], il peut être démontré que pour satisfaire la condition d'iso-variance par rotation, il faut que les termes  $B$  et  $C$  de la matrice d'information du plan CCD respectent l'égalité :

$$C = 3B \quad (\text{III.45})$$

ce qui équivaut à :

$$\theta = 2^{\frac{k}{4}} \quad (\text{III.46})$$

Une fois que  $N_0$  et  $\theta$  sont fixés, la configuration du plan expérimental peut être totalement définie en associant aux valeurs extrêmes de chaque facteur les niveaux  $\pm\theta$ . Les valeurs intermédiaires (éventuellement transformées) correspondant aux niveaux 0 et  $\pm 1$  de chaque facteur peuvent être calculées par la transformation inverse de (III.2) donnée par :

$$U_j = \left( \frac{U_{max} - U_{min}}{2\theta} \right) X_j + \frac{U_{max} + U_{min}}{2} \quad (\text{III.47})$$

## IV. Modèles paramétriques de durée de vie des isolants (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

### IV.1. Configuration des tests

Nous avons présenté dans le tableau II.A.1 en annexe du chapitre 2 les différentes configurations des tests de vieillissement accéléré des isolants de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais qui considèrent 3 facteurs de vieillissement : tension, fréquence et température. Nous rappelons que le matériau isolant testé dans cette campagne d'essai est de classe thermique 200°C et ses caractéristiques électriques et thermiques sont données par la fiche technique en annexe II.1 du chapitre 2.

Les points expérimentaux nécessaires pour construire les modèles paramétriques de durée de vie du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions ont été organisés selon les méthodes d'optimisation déjà présentées. Ils constituent ainsi des bases d'apprentissage. Avec un nombre de facteur égal à 3, les points expérimentaux n° 1 à 18 du tableau II.A.1 forment un plan CCD permettant de construire le modèle de second ordre avec interactions de la forme (III.38). Il est constitué :

- d'un plan factoriel  $2^3$  (expériences n° 1 à 8) qui permet de construire le modèle du premier ordre avec interactions de la forme (III.27) ;
- de  $2 \times 3 = 6$  points axiaux à une distance  $\theta = \sqrt{2}$  du centre du domaine ;
- de  $N_0 = 4$  points centraux.

Le couple  $(\theta, N_0)$  est choisi pour satisfaire le critère de presque orthogonalité (équation (III.44)).

Des points de mesures supplémentaires (exp. n° 19 à 30) à configurations aléatoires ont été réalisés dans le but de valider les modèles. Ils constituent ainsi une base de test.

En associant les niveaux  $\pm\sqrt{2}$  aux valeurs extrêmes des trois facteurs (après transformation logarithmique pour la tension et la fréquence et exponentielle pour la température), les valeurs intermédiaires correspondant aux niveaux  $\pm 1$  et 0 peuvent être définies pour chaque facteur en utilisant

(III.47) pour  $\theta = \sqrt{2}$ . Le tableau III.7 résume les différentes valeurs réelles transformées et les niveaux associés à chacun des facteurs dans le plan CCD.

Tableau III.7 Valeurs des facteurs de stress et niveaux associés (1<sup>ère</sup> campagne d'essais sur les isolants)

Niveau $X_i$	$U_V = \text{Log}(10 \cdot V)$ V en kV	$U_F = \text{Log}(F)$ F en kHz	$U_T = \exp(-bT)$ T en °C avec $b = 4,825 \times 10^{-3}$
$-\sqrt{2}$	Log(10*1)	Log(5)	exp(55b)
-1	Log(10*1,174)	Log(5,872)	exp(34,82b)
0	Log(10*1,732)	Log(8,66)	exp(-26,12b)
+1	Log(10*2,554)	Log(12,77)	exp(-119,74b)
$+\sqrt{2}$	Log(10*3)	Log(15)	exp(-180b)

Pour les expériences n° 19 à 30 dont les valeurs des facteurs ont été aléatoirement choisies dans le même domaine d'étude, les niveaux peuvent être calculés par la transformation (III.2) pour  $\theta = \sqrt{2}$ .

Les différentes configurations des expériences n° 1 à 30 après codage en niveaux sont données dans le tableau III.A.1 en annexe où les niveaux des trois facteurs sont désignés respectivement par  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ . Tous les niveaux sont donc compris entre  $-\sqrt{2}$  et  $\sqrt{2}$ . Dans l'espace 3D de  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ , la configuration des 30 points expérimentaux est la suivante :

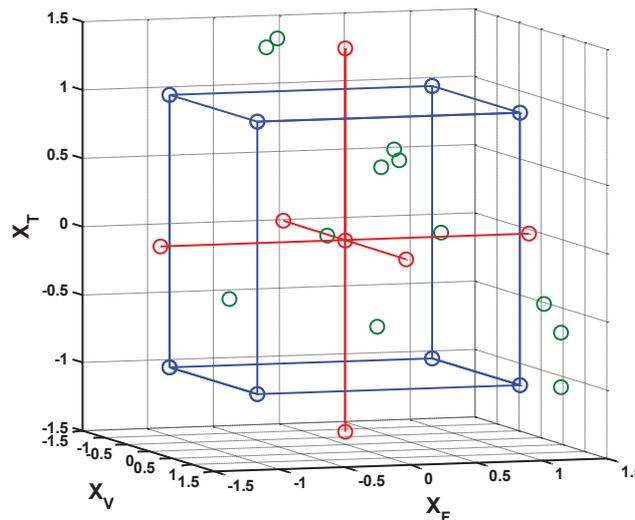


Fig. III.3 Points expérimentaux du tableau III.A.I dans l'espace 3D : exp. n° 1 à 8 en bleu (plan factoriel  $2^3$ ), exp. n° 9 à 18 en rouge (points axiaux et centraux), exp. n° 19 à 30 en vert (points aléatoires)

Pour chacune des configurations, nous avons testé 6 paires torsadées, nous disposons donc de 6 mesures de durées de vie par configuration expérimentale. Dans le but d'obtenir la meilleure précision sur les coefficients, nous utilisons toutes les répétitions de mesures dans le calcul des modèles paramétriques.

## IV.2. Modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions

### IV.2.1. Calcul du modèle

Le modèle de durée de vie estimé sur la base du plan factoriel  $2^3$  (expériences n°1 à 8 du tableau III.A.1) a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T + I_{VFT} X_V X_F X_T \quad (\text{III.48})$$

où  $L_m$  désigne les durées de vie mesurées en minutes,  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$  sont les niveaux respectifs de  $\text{Log}(10V)$ ,  $\text{Log}(F)$ , et  $\exp(-bT)$  comme indiqué dans le tableau III.A.1. Les paramètres inconnus de ce modèle sont la constante  $M$ , les coefficients  $E_V$ ,  $E_F$  et  $E_T$  associés aux effets de la tension, de la fréquence et de la température respectivement, et les coefficients  $I_{VF}$ ,  $I_{VT}$ ,  $I_{FT}$  et  $I_{VFT}$  associés aux effets des différentes interactions. Ce modèle sera alors désigné par le nom « modèle PdE (III.48) ».

Les coefficients estimés par MCO de ce modèle sont données par le tableau III.8. Le diagramme de la figure III.4 illustre les effets des trois facteurs et de leurs interactions.

Tableau III.8 Coefficients estimés du modèle PdE (III.48)

<b>M</b>	0,742
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,522
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,236
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,253
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,036
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,061
<b>I<sub>FT</sub></b>	-0,010
<b>I<sub>VFT</sub></b>	-0,018

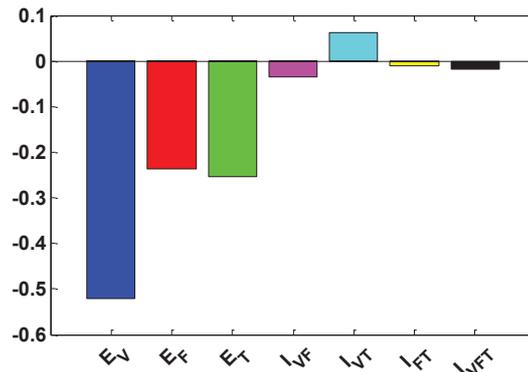


Fig. III.4 Effets des facteurs et de leurs interactions du modèle PdE (III.48)

D'après ces résultats, nous pouvons constater que :

- la tension est le facteur le plus influent sur la durée de vie du matériau isolant testé dans cette première campagne d'essais ;
- l'effet de la fréquence est le plus faible sur la durée de vie de ce matériau ;
- la plus forte interaction (celle ayant l'effet le plus élevé) est celle entre la tension et la température puisqu'elle concerne les deux facteurs les plus influents sur la durée de vie ;
- l'interaction d'ordre 3 est faible.

#### IV.2.2. Caractéristiques statistiques du modèle

Le tableau III.9 résume les caractéristiques globales du modèle PdE (III.48) : le résultat du test de significativité globale de Fisher sous hypothèse de normalité des résidus (cf. Tableau I.5 du chapitre 1), le coefficient de détermination ajusté  $R^2_{aj}$  (équation (I.54) du chapitre 1) et l'écart-type des résidus  $\sigma$  (équation (I.37) du chapitre 1).

Tableau III.9 Caractéristiques globales du modèle PdE (III.48)

Source	Somme des Carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	F	p-value
Régression	19,075	7	2,725	94,684	0,000
Résidus	1,151	40	0,029		
Total	20,226				
		<b>R<sup>2</sup> ajusté</b>	0,933		
		<b>σ</b>	0,170		

Le tableau III.10 donne les propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) des coefficients estimés du modèle PdE (III.48) sous hypothèse de normalité des résidus. Les coefficients non significatifs à 95% sont en rouge.

Tableau III.10 Coefficients estimés du modèle PdE (III.48) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
M	0,742	$2,449 \times 10^{-2}$	0,692	0,791	0,000
Ev	-0,522	$2,449 \times 10^{-2}$	-0,571	-0,472	0,000
E <sub>F</sub>	-0,236	$2,449 \times 10^{-2}$	-0,286	-0,187	0,000
E <sub>T</sub>	-0,253	$2,449 \times 10^{-2}$	-0,303	-0,204	0,000
I <sub>VF</sub>	-0,036	$2,449 \times 10^{-2}$	-0,085	0,014	0,153
I <sub>VT</sub>	0,061	$2,449 \times 10^{-2}$	0,012	0,111	0,016
I <sub>FT</sub>	-0,010	$2,449 \times 10^{-2}$	-0,059	0,040	0,697
I <sub>VFT</sub>	-0,018	$2,449 \times 10^{-2}$	-0,067	0,032	0,476

Ainsi, sous hypothèse de normalité des résidus, et pour un degré de confiance de 95%, la significativité globale du modèle est validée (p-value du test de Fisher = 0) ainsi que celle des trois facteurs et de la plus forte interaction (entre la tension et la température).

#### IV.2.3. Validation des hypothèses de base

Pour valider les hypothèses de base du modèle PdE (III.48), nous commençons par l'analyse graphique des résidus. Les figures III.5 (a et b) montrent respectivement le graphe des résidus en fonction des valeurs prédites de  $Y$  ainsi que le graphe de probabilité des résidus (*QQ-plot*). Notons qu'il n'est pas significatif de représenter les résidus en fonction de chaque facteur car ceux-ci ont uniquement deux niveaux.

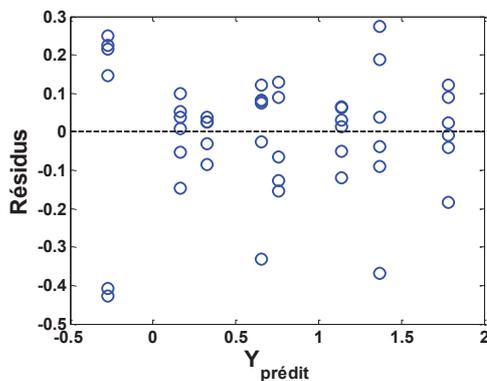


Fig. III.5 a. Résidus du modèle PdE (III.48) en fonction des réponses prédites

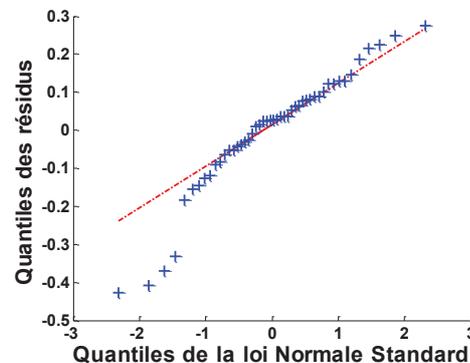


Fig. III.5 b. QQ-plot des résidus du modèle PdE (III.48)

Le graphe des résidus en fonction des réponses prédites montre un nuage de points aléatoirement répartis autour de 0, ce qui confirme la linéarité du modèle et l'hypothèse d'homoscédasticité. Le *QQ-plot* des résidus montre un nuage de points dont 92 % sont alignés (4 parmi 48 points seulement se détachent de cette droite), ce qui confirme globalement l'hypothèse de normalité des résidus. Ces 4 points sont ceux qui sont relativement éloignés du nuage de points dans la figure III.5a (les 4 points ayant des valeurs de résidus  $< -0,3$ ).

L'hypothèse d'homoscédasticité qui implique le choix de la forme de la réponse  $Y$  dans le modèle peut être également validée en testant d'autres fonctions de la durée de vie  $L_m$  en tant que réponse  $Y$  du

modèle PdE (III.48). Les figures III.6 (a à f) montrent les graphes des résidus en fonction des réponses prédites par des modèles ayant les mêmes paramètres du modèle PdE (III.48) mais avec différentes formes de la réponse  $Y$ .

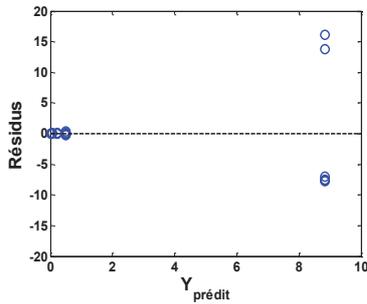


Fig. III.6 a. Résidus du modèle PdE (III.48) pour  $Y = 1/L_m^2$

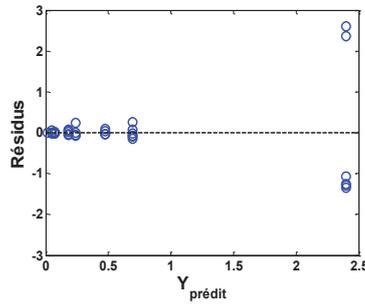


Fig. III.6 b. Résidus du modèle PdE (III.48) pour  $Y = 1/L_m$

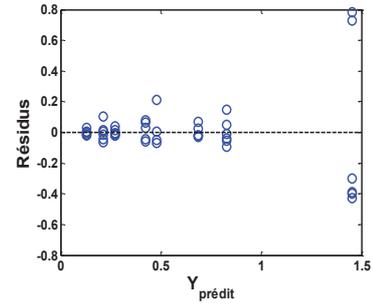


Fig. III.6 c. Résidus du modèle PdE (III.48) pour  $Y = 1/\sqrt{L_m}$

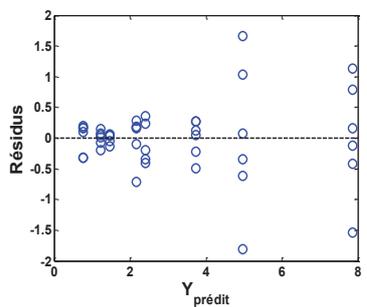


Fig. III.6 d. Résidus du modèle PdE (III.48) pour  $Y = \sqrt{L_m}$

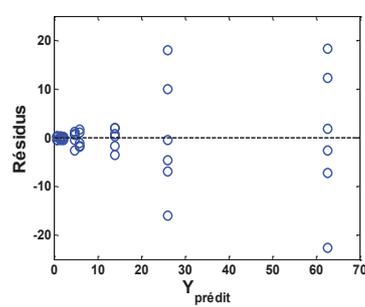


Fig. III.6 e. Résidus du modèle PdE (III.48) pour  $Y = L_m$

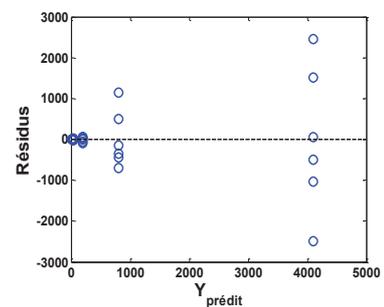


Fig. III.6 f. Résidus du modèle PdE (III.48) pour  $Y = L_m^2$

Ces graphes montrent des formes non symétriques autour de 0 ainsi qu'une hétéroscédasticité qui se manifeste par des valeurs plus élevées des résidus dans le sens croissant de  $Y$ . La forme logarithmique des durées de vie est donc parmi celles-ci la forme la plus convenable de la réponse qui satisfait les hypothèses de base d'un modèle de régression multilinéaire (Fig. III.5a).

D'autre part, l'hypothèse de normalité des résidus peut être également validée par la méthode du bootstrap non paramétrique. Nous calculons les coefficients du modèle PdE (III.48) et leurs propriétés statistiques en nous basant sur les deux types de ré-échantillonnage : bootstrap sur paires  $xy$  et bootstrap sur résidus (avec  $B = 200$  répliques). Les tableaux III.11 et III.12 résument les valeurs moyennes des répliques des coefficients ainsi que leurs propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) obtenues par bootstrap sur paires  $xy$  et sur résidus respectivement. Les lignes en rouge correspondent aux variables non significatives à 95% par le test de Student.

Tableau III.11 Coefficients du modèle PdE (III.48) et leurs propriétés statistiques estimés par bootstrap sur paires  $xy$

Coefficient	Moyenne estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	0,743	$2,373 \times 10^{-2}$	0,696	0,784	0,000
<b>Ev</b>	-0,518	$2,246 \times 10^{-2}$	-0,569	-0,481	0,000
<b>Ef</b>	-0,230	$2,309 \times 10^{-2}$	-0,283	-0,192	0,000
<b>Et</b>	-0,247	$2,385 \times 10^{-2}$	-0,302	-0,208	0,000
<b>IvF</b>	-0,032	$2,431 \times 10^{-2}$	-0,080	0,007	0,170

$I_{VT}$	0,068	$2,188 \times 10^{-2}$	0,020	0,100	0,020
$I_{FT}$	-0,009	$2,419 \times 10^{-2}$	-0,057	0,037	0,740
$I_{VFT}$	-0,013	$2,340 \times 10^{-2}$	-0,064	0,027	0,445

Tableau III.12 Coefficients du modèle PdE (III.48) et leurs propriétés statistiques estimés par bootstrap sur résidus

Coefficient	Moyenne estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
M	0,740	$2,349 \times 10^{-2}$	0,696	0,784	0,000
$E_V$	-0,519	$2,206 \times 10^{-2}$	-0,566	-0,479	0,000
$E_F$	-0,234	$2,265 \times 10^{-2}$	-0,284	-0,195	0,000
$E_T$	-0,253	$2,359 \times 10^{-2}$	-0,298	-0,204	0,000
$I_{VF}$	-0,036	$2,341 \times 10^{-2}$	-0,082	0,009	0,125
$I_{VT}$	0,060	$2,183 \times 10^{-2}$	0,018	0,103	0,000
$I_{FT}$	-0,010	$2,090 \times 10^{-2}$	-0,053	0,029	0,590
$I_{VFT}$	-0,014	$1,996 \times 10^{-2}$	-0,061	0,021	0,325

Ainsi, sans aucune hypothèse sur la loi de distribution des résidus, nous obtenons, par la méthode du bootstrap non paramétrique appliquée avec deux types de ré-échantillonnage, des résultats statistiques similaires à ceux effectués sous hypothèse de normalité des résidus, ce qui confirme cette hypothèse ainsi que l'utilisation des formules classiques de calcul de ces propriétés statistiques.

Les figures III.7 (a et b) illustrent la validité de l'hypothèse de normalité des résidus par la coïncidence des intervalles de confiance des coefficients et des résultats des tests de significativité calculés sous hypothèse de normalité des résidus et par bootstrap non paramétrique.

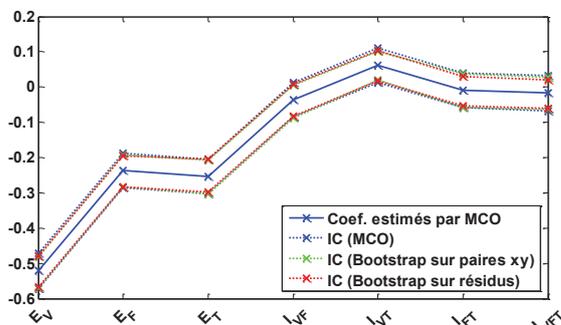


Fig. III.7 a. Coef. du modèle PdE (III.48) et leurs IC à 95% avec et sans hypothèse de normalité des résidus

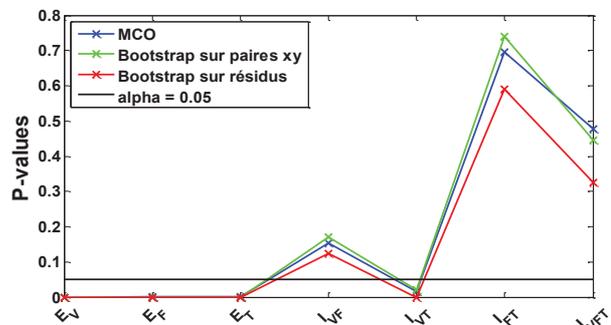


Fig. III.7 b. Test de Student sur les coef. du modèle PdE (III.48) avec et sans hypothèse de normalité des résidus

Notons enfin que l'élimination des interactions non significatives du modèle PdE (III.48) ne modifie pas l'emplacement optimal des points expérimentaux. En effet, avec ou sans termes d'interactions, un modèle du 1<sup>er</sup> ordre construit sur la base des  $2^k$  points d'un plan factoriel  $2^k$  (niveaux  $\pm 1$ ) est caractérisé par une matrice d'expérience orthogonale d'Hadamard.

#### IV.2.4. Performances en prédiction

L'analyse des performances du modèle PdE (III.48) en prédiction sur la base de test (exp. n° 19 à 30 du tableau III.A.1) peut être résumée par le tableau III.13. Cette analyse est réalisée en se basant sur les critères d'erreur définis dans le paragraphe II.2.3 de ce chapitre.

Tableau III.13 Performances en prédiction du modèle PdE (III.48) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_m}$ )	Moyenne ( $ER_{L_m}$ )
$8,1 \times 10^{-3}$	103,5%	28,4%	2	35,0%	14,0%

Pour illustrer ces performances, nous représentons :

- dans la figure III.8 les réponses prédites ( $\hat{Y}$ ) en fonction des moyennes par expérience des réponses mesurées ( $\bar{Y}$ ) ;
- dans la figure III.9 les moyennes par expérience des réponses mesurées  $\bar{Y}$  avec leurs intervalles de confiance (IC) et les valeurs prédites correspondantes  $\hat{Y}$  (sur la base de test) ;
- dans la figure III.10 l'évolution des erreurs relatives  $ER_Y$  et  $ER_L$  et des erreurs quadratiques  $EQ_Y$  en fonction des moyennes par expérience des réponses mesurées  $\bar{Y}$  (sur la base de test).

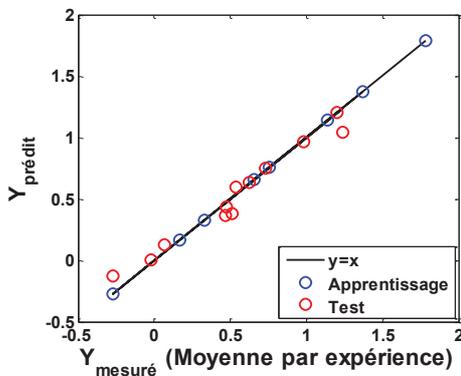


Fig. III.8 Réponses prédites par le modèle PdE (III.48) en fonction des moyennes mesurées

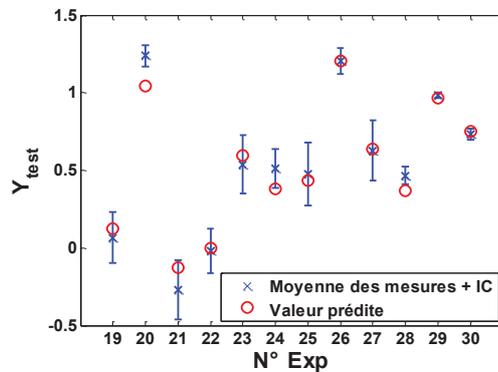


Fig. III.9 Réponses prédites par le modèle PdE (III.48) et réponses mesurées (moyennes et IC)

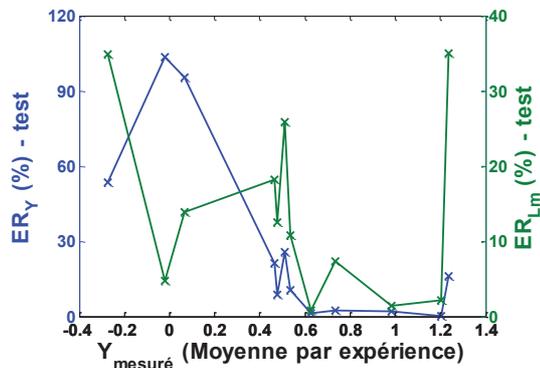
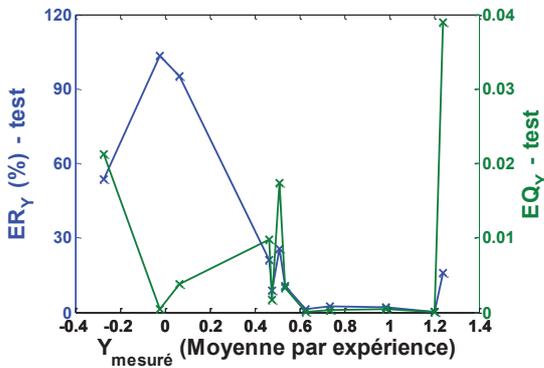


Fig. III.10 Evolution de  $ER_Y$ ,  $EQ_Y$  et  $ER_L$  en fonction des moyennes des réponses mesurées pour la base de test du modèle PdE (III.48)

Les figures III.8 et III.9 montrent que le modèle PdE (III.48) présente une bonne qualité de prédiction sur la base de test avec seulement 2 points parmi 12 ayant des réponses prédites hors des IC des mesures.

La figure III.10 montre que les erreurs relatives calculés sur  $Y$  ( $ER_Y$ ) sont élevées pour les faibles durées de vie et ne suivent pas l'évolution des erreurs quadratiques ( $EQ_Y$ ). Cependant, la méthode des MCO vise à minimiser les erreurs quadratiques entre les réponses mesurées et celles prédites par le modèle. Ainsi, pour évaluer les performances d'un modèle de régression en termes d'erreurs de prédiction il faut se baser sur un critère quadratique ou un critère ayant la même tendance que les erreurs quadratiques.

La raison principale de cette incohérence entre  $(ER_Y)$  et  $(EQ_Y)$  est l'effet des valeurs des  $Log(L_m)$  se situant autour de 0. Ceci augmente  $(ER_Y)$  d'une façon remarquable (division par un nombre proche de zéro) et fausse l'interprétation de ces erreurs à cause de l'effet de la durée de vie elle-même, indépendamment du modèle (quel que soit le modèle, les erreurs seront élevées pour ces points). Afin de remédier à ce biais d'interprétation des erreurs, et comme nous l'avons vu avec l'étude des dispersions relatives dans le chapitre 2, nous proposons de modifier l'échelle de temps originale des durées de vie et de passer en secondes au lieu des minutes. Si nous désignons  $Log(L_m)$  par  $Y_1$  et  $Log(L_s)$  par  $Y_2$  nous aurons alors :

$$Y_2 = Log(L_s) = Log(L_m) + Log(60) = Y_1 + Log(60) \tag{III.49}$$

Puisqu'on effectue une translation des réponses  $Y$  par une constante ( $Log(60)$ ), leur distribution statistique, leurs intervalles de confiance, les valeurs des coefficients estimés par les modèles, les résidus, et les erreurs quadratiques  $EQ_Y$  restent les mêmes par cette transformation. Et puisqu'on effectue une multiplication par une constante (60) sur  $L_m$ , les erreurs relatives  $(ER_L)$  sur  $L_m$  restent aussi les mêmes après le changement d'échelle de temps. Cette transformation modifie uniquement la valeur de la constante  $M$  du modèle (elle sera augmentée de  $Log(60)$ ). Ainsi, tous les résultats statistiques déjà constatés (sur les résidus, les tests d'hypothèses et le bootstrap) restent valables après cette transformation. Le modèle que nous adoptons alors pour cette campagne d'essais au lieu du modèle PdE (III.48) est le modèle PdE (III.50) suivant :

$$Y = Log(L_s) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T + I_{VFT} X_V X_F X_T \tag{III.50}$$

Pour la validation du modèle, seuls le tableau III.13 et la figure III.10 doivent être ajustés avec les nouvelles valeurs des erreurs relatives  $ER_Y$  calculées sur  $Log(L_s)$  :

Tableau III.14 Performances en prédiction du modèle PdE (III.50) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_s}$ )	Moyenne ( $ER_{L_s}$ )
$8,1 \times 10^{-3}$	9,7%	3,1%	2	35,0%	14,0%

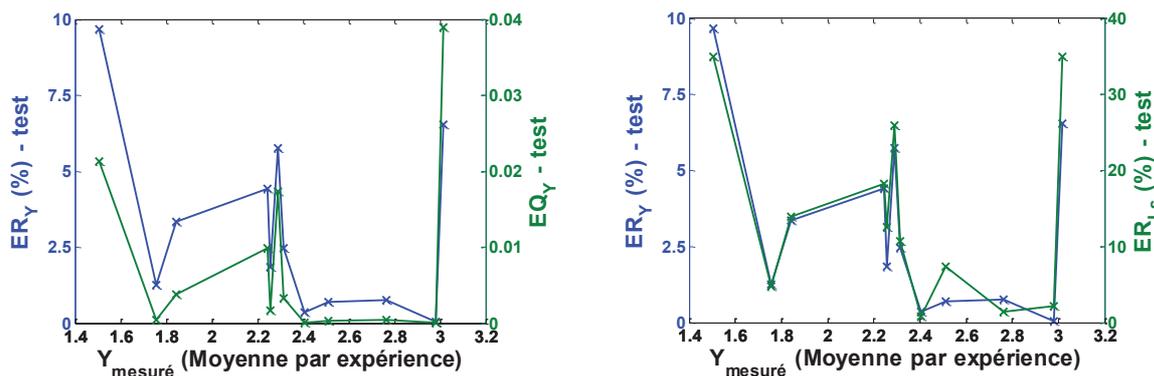


Fig. III.11 Evolution de  $ER_Y$ ,  $EQ_Y$  et  $ER_L$  en fonction des moyennes des réponses mesurées pour la base de test du modèle PdE (III.50)

Nous obtenons donc des erreurs relatives  $ER_Y$  dont l'évolution en fonction des moyennes  $\bar{Y}$  est cohérente avec celle des erreurs quadratiques  $EQ_Y$  d'une part, et celle des erreurs relatives  $ER_L$  d'autre part. Ceci nous permettra donc d'utiliser les deux critères  $ER_Y$  et  $ER_L$  pour l'évaluation des performances du modèle en terme d'erreur comme étant cohérents avec le critère d'erreur quadratique  $EQ_Y$  (critère de

minimisation des MCO). Par conséquent, nous utilisons l'échelle des secondes dans tous les modèles développés sur la base des données de la première campagne d'essais sur les isolants.

Comme prévu, les erreurs  $EQ_Y$  et les erreurs  $ER_L$  restent inchangées après le passage en secondes. Les mêmes erreurs ( $ER_Y$ ,  $EQ_Y$  et  $ER_L$ ) sont représentées en fonction du numéro de l'expérience dans la figure III.12 afin de les corrélérer avec les résultats de la figure III.9.

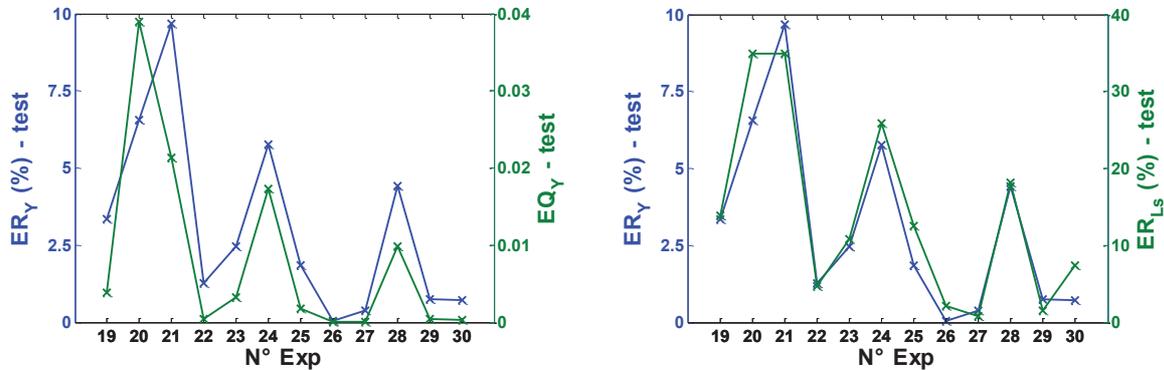


Fig. III.12 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle PdE (III.50)

Nous observons alors que les erreurs les plus élevées sont pour les points dont les valeurs prédites sont relativement éloignées des moyennes mesurées comme illustré dans la figure III.9 (exp. n° 20, 21, 24 et 28 du tableau III.A.1), mais tant que la réponse prédite par le modèle reste dans l'IC des réponses mesurées, on peut considérer que le modèle est validé, ce qui est le cas de la plupart des points de test.

#### IV.2.5. Effet du choix des points de la base d'apprentissage

Afin de souligner l'intérêt du choix de l'emplacement des points expérimentaux, nous comparons dans cette partie la performance du modèle PdE (III.50) avec celle de modèles ayant les mêmes paramètres et construits avec des bases d'apprentissage de même taille (8 expériences) mais qui ne sont pas organisées. En effet, nous disposons d'un ensemble de 12 points expérimentaux ayant des niveaux de contraintes aléatoirement configurés (exp. n°19 à 30). Nous divisons alors cet ensemble en deux :

- ensemble aléatoire 1 : les exp. ayant des numéros impairs (exp. n° 19, 21, 23, 25, 27 et 29) ;
- ensemble aléatoire 2 : les exp. ayant des numéros pairs (exp. n° 20, 22, 24, 26, 28 et 30).

Les modèles aléatoires seront construits en tirant aléatoirement 8 expériences parmi les points du PdE (exp. n°1 à 8, 19, 21, 23, 25, 27 et 29, puis ils ont été testés sur l'ensemble aléatoire 2. Tout d'abord, les performances en prédiction du modèle PdE (III.50) sur l'ensemble aléatoire 2 sont résumées dans le tableau III.15.

Dix modèles aléatoires ont été construits sur la base de 8 points expérimentaux tirés aléatoirement parmi les exp. 1 à 8, 19, 21, 23, 25, 27 et 29, puis ils ont été testés sur l'ensemble aléatoire 2. Tout d'abord, les performances en prédiction du modèle PdE (III.50) sur l'ensemble aléatoire 2 sont résumées dans le tableau III.15.

Tableau III.15 Performances en prédiction du modèle PdE (III.50) sur l'ensemble aléatoire 2 servant de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Ls}$ )	Moyenne ( $ER_{Ls}$ )
$1,1 \times 10^{-2}$	6,5%	3,1%	2	35,0%	15,6%

Pour comparer le modèle PdE (III.50) avec les modèles à bases aléatoires nous utilisons le diagramme en étoile, communément appelé « *radar plot* ». Ce diagramme sert à représenter en deux dimensions trois modalités, au moins, d'une entité. Chaque modalité est portée par un axe gradué linéairement de 0 jusqu'à la valeur maximale de cette modalité. Les points correspondant aux valeurs prises par les différentes modalités seront ensuite reliés pour chaque cas représenté. Les différents cas sont ensuite comparés en se basant sur le polygone ainsi formé.

Dans notre cas, ce sont les critères d'évaluation des modèles de durée de vie ( $R^2_{aj}$ , moyenne ( $EQ_Y$ ), max ( $ER_Y$ ), moyenne ( $ER_Y$ ), ...) qui seront portés par les axes. Cependant, puisqu'il s'agit de critères d'erreur, nous représentons les quantités  $(1-R^2_{aj})$  au lieu du  $R^2_{aj}$  pour que ce critère soit compatible avec les autres, c'est-à-dire meilleur au centre de la cible. La figure III.13 représente le *radar plot* des critères d'évaluation du modèle PdE (III.50) (en traits pleins noirs) et ceux des 10 modèles aléatoires (en traits discontinus colorés).

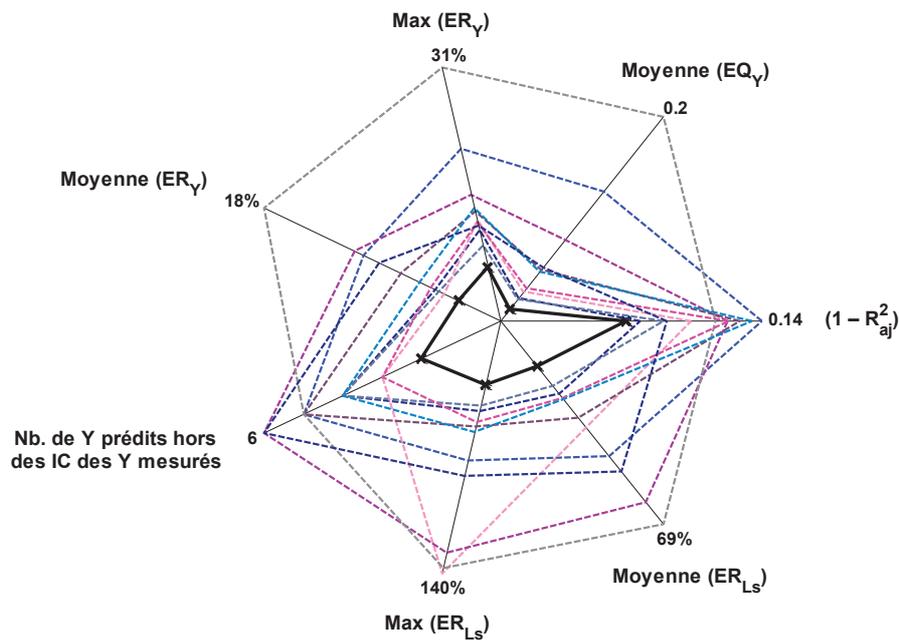


Fig. III.13 Radar plot des performances du modèle PdE (III.50) (en trait noir plein) et des modèles à bases d'apprentissage aléatoires (en traits discontinus colorés)

Nous observons clairement que parmi tous les modèles estimés avec 8 points expérimentaux, le modèle à base du PdE présente les meilleures performances en termes du pouvoir explicatif ( $R^2_{aj}$ ) et en termes d'erreurs sur l'ensemble aléatoire 2 qui est la base de test unique pour les 11 modèles. Ceci montre l'intérêt de l'emplacement optimal de la base d'apprentissage lorsque le modèle de régression est estimé uniquement avec 8 points expérimentaux, ce qui est finalement l'objectif des PdE.

#### IV.2.6. Effet du nombre de mesures par expérience

Le modèle PdE (III.50) a été estimé sur la base des 8 expériences en utilisant toutes les 6 répétitions effectuées sur chaque expérience. Les résultats statistiques obtenus, en particulier ceux des tests de significativité des coefficients et les performances du modèle en prédiction sont donc basés sur l'ensemble des 6 répétitions. Dans cette partie, nous étudions l'effet du nombre de répétitions sur la robustesse des résultats. Nous examinons alors la possibilité de réduire le nombre de répétitions par expérience sans dégrader les performances du modèle, ce qui permettrait de réduire le coût expérimental.

Le modèle PdE (III.50) est alors ré-estimé en se basant sur  $i = 2, 3, 4$  et 5 répétitions par expérience avec test de toutes les combinaisons possibles de  $i$  parmi 6 dans chaque cas. La procédure est la suivante :

- Pour  $i = 2$  à 6 faire :
  1. Calculer le nombre  $N_{comb}$  de toutes les combinaisons possibles du tirage sans remise de  $i$  éléments parmi 6 ( $N_{comb} = C_6^i$ )
  2. Sortir les différentes combinaisons possibles
  3. Pour  $j = 1$  à  $N_{comb}$  faire :
    - 3.a. estimer le modèle de durée de vie sur la base des exp. n° 1 à 8 du tableau III.A.1 et la combinaison  $j$  des  $i$  répétitions
    - 3.b. calculer les p-values du test de Student appliqué sur les coefficients du modèle
    - 3.c. calculer les erreurs relatives sur  $Y$  ( $ER_Y$ ) sur les points de la base de test (exp. n° 19 à 30)
  4. Trouver la valeur maximale, la valeur minimale et la valeur moyenne des  $N_{comb}$  résultats sur les p-values de chaque coefficient et les erreurs  $ER_Y$  de chaque point de test
- Représenter la p-value (de chaque coefficient) et  $ER_Y$  (de chaque point de test) en fonction du nombre de répétitions sous forme de barres indiquant la valeur minimale (borne inférieure), la valeur maximale (borne supérieure) et la valeur moyenne (par une marque  $\times$ ).

Les résultats obtenus selon cette procédure sont illustrés dans les figures III.14 pour les p-value et III.15 pour les erreurs relatives. Notons que pour les p-values, nous avons représenté uniquement les résultats pour les interactions, étant donné que les facteurs principaux sont toujours significatifs même avec une seule mesure par expérience.

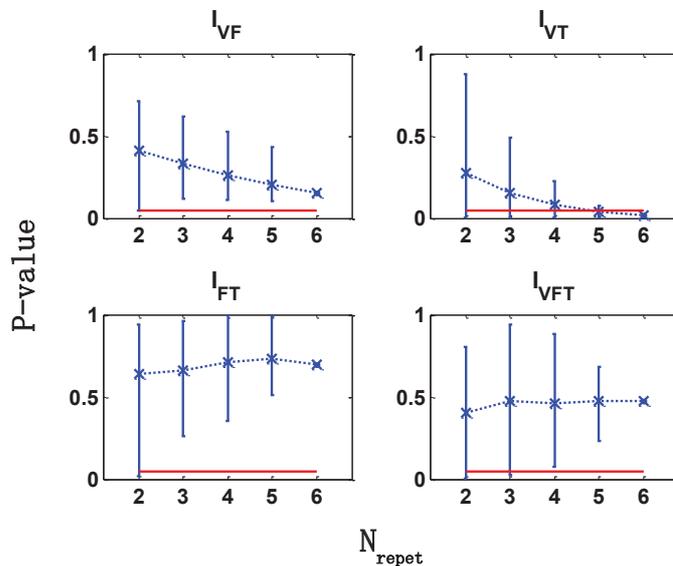


Fig. III.14 Effet du nombre de répétitions des mesures sur la significativité des interactions du modèle PdE (III.50). Les lignes rouges représentent le niveau de risque  $\alpha=5\%$  qui ne doit pas être dépassé pour que la variable soit considérée comme significative

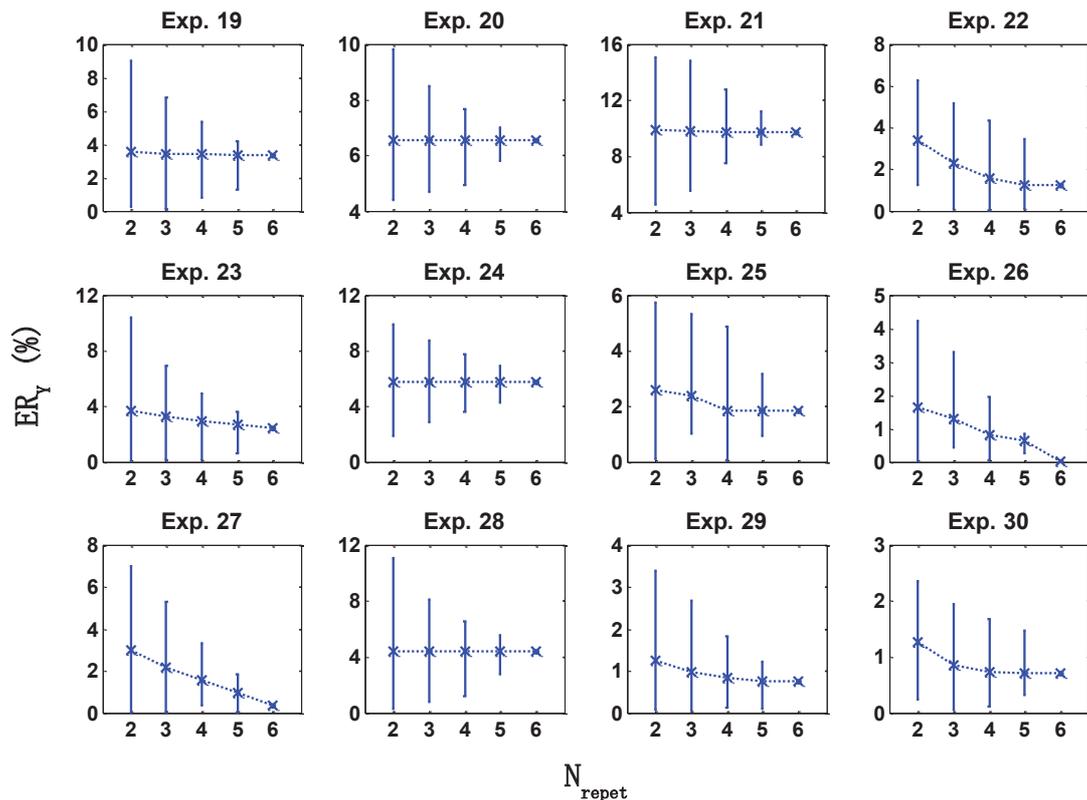


Fig. III.15 Effet du nombre des répétitions sur les erreurs relatives de prédiction du modèle PdE (III.50) sur la base de test

D'après ces figures nous pouvons remarquer que :

- en réduisant le nombre de répétitions par expérience les effets  $I_{VF}$ ,  $I_{FT}$  et  $I_{VFT}$  restent non significatifs (sauf pour une ou deux combinaisons particulières) ;
- l'effet  $I_{VT}$  devient rapidement non significatif pour la plupart des combinaisons en diminuant le nombre de répétitions en dessous de 5 ;
- les effets  $I_{VF}$  et  $I_{VT}$  tendent à être plus significatifs en augmentant le nombre de répétitions par expérience, contrairement aux effets  $I_{FT}$  et  $I_{VFT}$  qui restent non significatifs quel que soit le nombre de répétitions ;
- les erreurs relatives sur la base de test pour  $N_{repet} = 5$  restent proches des erreurs relatives calculées pour  $N_{repet} = 6$  ( $\pm 1\%$ ), mais augmentent de façon remarquable lorsque le nombre de répétitions est inférieur à 5.

Nous pouvons déduire alors que les performances du modèle PdE (III.50) restent en moyenne les mêmes si nous considérons 5 répétitions au lieu de 6 par expérience, mais qu'elles se dégradent en dessous de ce nombre. Ceci valide alors le choix de tester 6 échantillons par expérience.

### IV.3. Modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions

#### IV.3.1. Calcul du modèle

Le modèle de durée de vie estimé sur la base des 18 points du plan CCD (expériences n°1 à 18 du tableau III.A.1) a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VV} X_V^2 + I_{FF} X_F^2 + I_{TT} X_T^2 + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T \quad (\text{III.51})$$

où  $L_s$  désigne les durées de vie mesurées en secondes. Comme pour le modèle du 1<sup>er</sup> ordre,  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$  sont les niveaux respectifs de  $\text{Log}(10V)$ ,  $\text{Log}(F)$ , et  $\exp(-bT)$  (cf. tableau III.A.1). En plus des effets des facteurs simples et de leurs interactions d'ordre 2, ce modèle permet d'estimer les effets quadratiques  $I_{VV}$ ,  $I_{FF}$  et  $I_{TT}$  des trois facteurs respectivement. Ce modèle sera désigné par le nom « modèle SdR (III.51) ».

Les coefficients estimés par MCO de ce modèle sont donnés par le tableau III.16. Le diagramme de la figure III.16 illustre les effets des trois facteurs, de leurs termes quadratiques et de leurs interactions.

Tableau III.16 Coefficients estimés du modèle SdR (III.51)

<b>M</b>	2,385
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,558
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,198
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,269
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,024
<b>I<sub>FF</sub></b>	-0,007
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,134
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,036
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,061
<b>I<sub>FT</sub></b>	-0,010

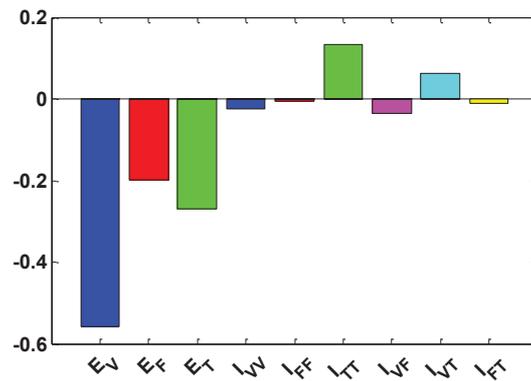


Fig. III.16 Effets des facteurs, des termes quadratiques et des interactions du modèle SdR (III.51)

Les coefficients estimés du modèle SdR (III.51) confirment alors que :

- les facteurs par ordre d'importance sont la tension, la température, et la fréquence ;
- les interactions par ordre d'importance sont celles : entre la tension et la température, entre la tension et la fréquence, et entre la fréquence et la température.

De plus, le modèle SdR (III.51) montre un effet plus important du terme quadratique de la température par rapport à ceux de la tension et de la fréquence.

La figure III.17 montre la surface 3D de  $\text{Log}(L_s)$  du modèle SdR (III.51) en fonction de  $X_V$  et de  $X_T$  (les deux facteurs les plus influents) pour  $X_F = 0$ . La courbure de cette surface est due au terme quadratique de la température.

#### IV.3.2. Caractéristiques statistiques du modèle

Le tableau III.17 donne les caractéristiques globales du modèle SdR (III.51) : le résultat du test de significativité globale de Fisher sous hypothèse de normalité des résidus, le coefficient de détermination ajusté et l'écart-type des résidus.

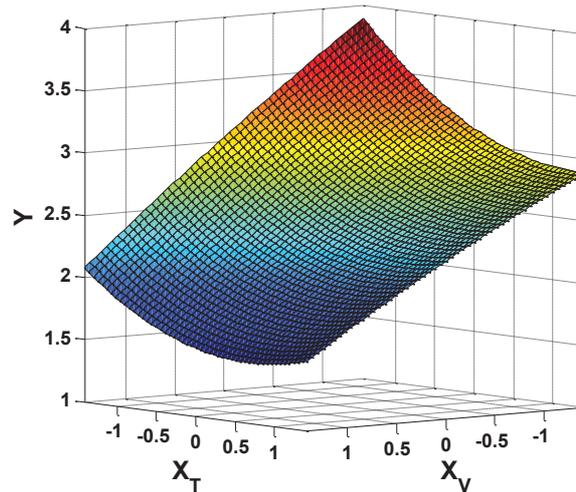


Fig.III.17 Surface 3D du modèle SdR (III.51) pour  $X_F = 0$

Tableau III.17 Caractéristiques globales du modèle SdR (III.51)

Source	Somme des Carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	F	p-value
Régression	31,555	9	3,506	116,082	0,000
Résidus	2,960	98	0,030		
Total	34,514				
<b>R<sup>2</sup> ajusté</b>			0,906		
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>			0,174		

Le tableau III.18 résume les propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) des coefficients estimés du modèle SdR (III.51) sous hypothèse de normalité des résidus. Les facteurs ou effets non significatifs à 95% y sont notés en rouge.

Tableau III.18 Coefficients estimés du modèle SdR (III.51) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,385	$3,345 \times 10^{-2}$	2,319	2,451	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,558	$2,048 \times 10^{-2}$	-0,598	-0,517	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,198	$2,048 \times 10^{-2}$	-0,238	-0,157	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,269	$2,048 \times 10^{-2}$	-0,310	-0,228	0,000
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,024	$2,508 \times 10^{-2}$	-0,073	0,026	0,349
<b>I<sub>FF</sub></b>	-0,007	$2,508 \times 10^{-2}$	-0,056	0,043	0,792
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,134	$2,508 \times 10^{-2}$	0,085	0,184	0,000
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,036	$2,508 \times 10^{-2}$	-0,085	0,014	0,158
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,061	$2,508 \times 10^{-2}$	0,012	0,111	0,016
<b>I<sub>FT</sub></b>	-0,010	$2,508 \times 10^{-2}$	-0,059	0,040	0,703

Ainsi, sous hypothèse de normalité des résidus, et pour un degré de confiance de 95%, la significativité globale du modèle est validée (p-value du test de Fisher = 0) ainsi que celle des trois facteurs, du terme quadratique de la température et de l'interaction entre la tension et la température, qui étaient par ailleurs les plus influents.

### IV.3.3. Validation des hypothèses de base

L'analyse graphique des résidus permet une première validation des hypothèses de base du modèle SdR (III.51). Dans les figures III.18 (a et b) nous représentons respectivement le graphe des résidus en fonction des valeurs prédites de  $Y$  et le  $QQ$ -plot des résidus. Comme nous n'avons que 5 niveaux par facteur, nous privilégions l'analyse des résidus en fonction des valeurs prédites à celle en fonction de chacun des facteurs.

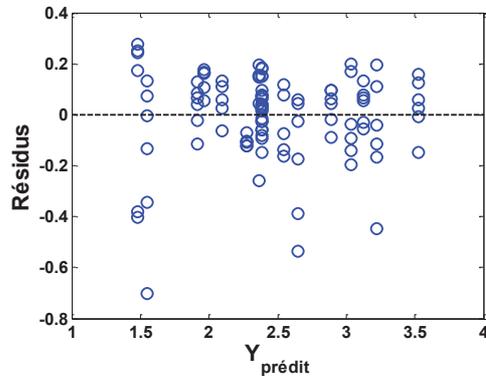


Fig. III.18 a. Résidus du modèle SdR (III.51) en fonction des réponses prédites

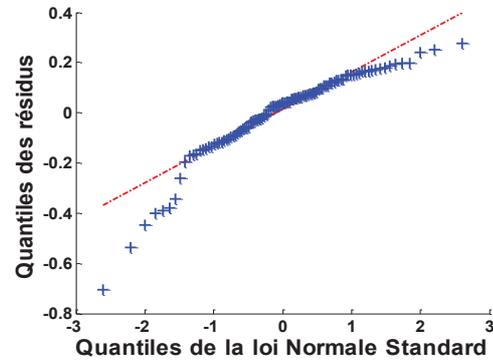


Fig. III.18 b.  $QQ$ -plot des résidus du modèle SdR (III.51)

Le graphe des résidus en fonction des réponses prédites montre un nuage de points aléatoirement répartis entre  $-0,2$  et  $0,2$  ce qui confirme globalement la linéarité du modèle et l'hypothèse d'homoscédasticité. Les 11 points ayant des résidus supérieurs à  $0,2$  en valeur absolue sont les mêmes points qui se détachent de la droite du  $QQ$ -plot de la figure III.18b. Ce nombre représente seulement 10% des points du  $QQ$ -plot et donc 90% des points sont alignés, ce qui confirme globalement l'hypothèse de normalité des résidus.

Une deuxième méthode pour valider l'hypothèse de normalité des résidus et qui implique également la validation de l'hypothèse d'homoscédasticité consiste à estimer les propriétés statistiques du modèle par bootstrap non paramétrique. Les figures III.19 (a et b) comparent respectivement les valeurs estimées des intervalles de confiance à 95% et des  $p$ -values du test de significativité de Student obtenues par bootstrap sur paires  $xy$  et sur résidus ( $B = 200$  répliques) avec celles obtenues par MCO sous hypothèse de normalité des résidus.

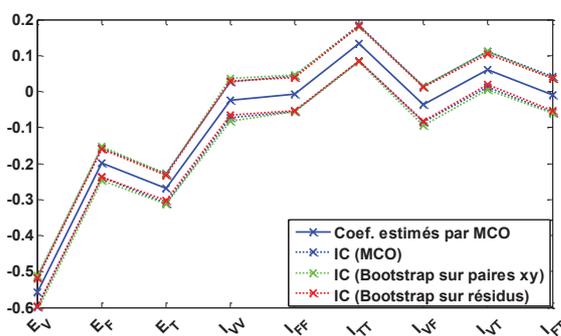


Fig. III.19 a. Coef. du modèle SdR (III.51) et leurs IC à 95% avec et sans hypothèse de normalité des résidus

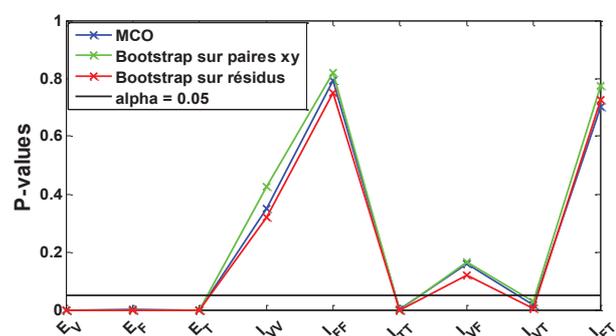


Fig. III.19 b. Test de significativité des coef. du modèle SdR (III.51) avec et sans hypothèse de normalité des résidus

Ainsi, sans aucune hypothèse sur la loi de distribution des résidus, nous obtenons, par la méthode du bootstrap non paramétrique appliquée avec deux types de ré-échantillonnage, des résultats statistiques similaires à ceux effectués sous hypothèse de normalité des résidus, ce qui confirme cette hypothèse.

### IV.3.4. Performances en prédiction

Comme pour le modèle PdE (III.50), nous analysons les performances du modèle SdR (III.51) sur la même base de test (exp. n° 19 à 30) avec le tableau III.19 et les figures III.20, III.21 et III.22.

Tableau III.19 Performances en prédiction du modèle SdR (III.51) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_s}$ )	Moyenne ( $ER_{L_s}$ )
$2,4 \times 10^{-2}$	11,5%	5,7%	6	45,1%	27,2%

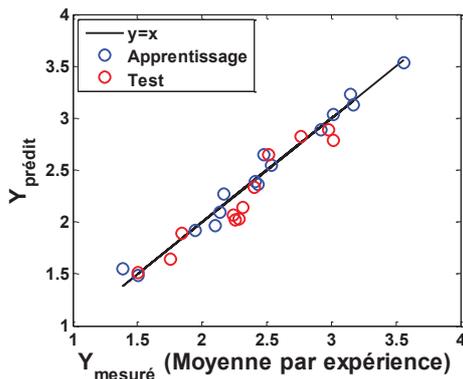


Fig. III.20 Réponses prédites par le modèle SdR (III.51) en fonction des moyennes mesurées

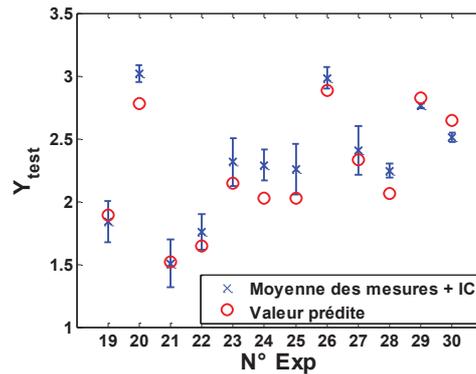


Fig. III.21 Réponses prédites par le modèle SdR (III.51) et réponses mesurées (moyennes et IC)

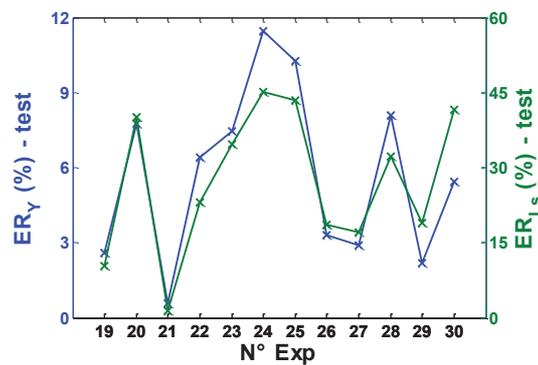
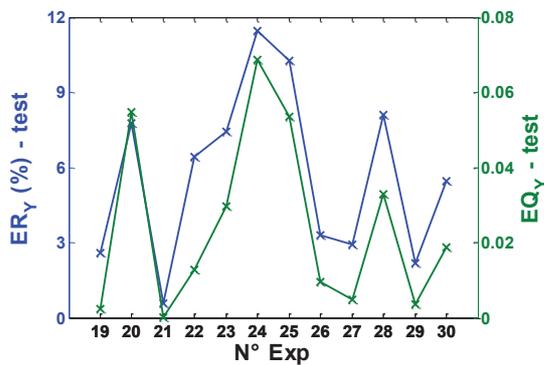


Fig. III.22 Évaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle SdR (III.51)

Comme pour le modèle PdE (III.50), nous avons les mêmes tendances entre les différents critères d'erreur  $ER_Y$ ,  $EQ_Y$  et  $ER_L$ , ce qui valide encore une fois le choix de l'échelle des secondes pour les durées de vie de cette base de données.

Cependant, les figures III.20, III.21 et III.22 montrent que la qualité de prédiction du modèle SdR (III.51) sur la base de test est inférieure à celle obtenue par le modèle PdE (III.50) avec des erreurs relatives et quadratiques plus élevées (on passe de 3% à 6% en moyenne sur  $ER_Y$ ) et quatre points en plus (exp. n° 24, 25, 29 et 30) pour lesquels les valeurs prédites de  $Log(L)$  n'appartiennent pas aux IC des  $Log(L)$  mesurées.

Nous explicitons ceci par les figures III.23 (a et b) qui comparent les performances en prédiction entre les modèles PdE (III.50) et SdR (III.51) pour chacun des points de la base de test.

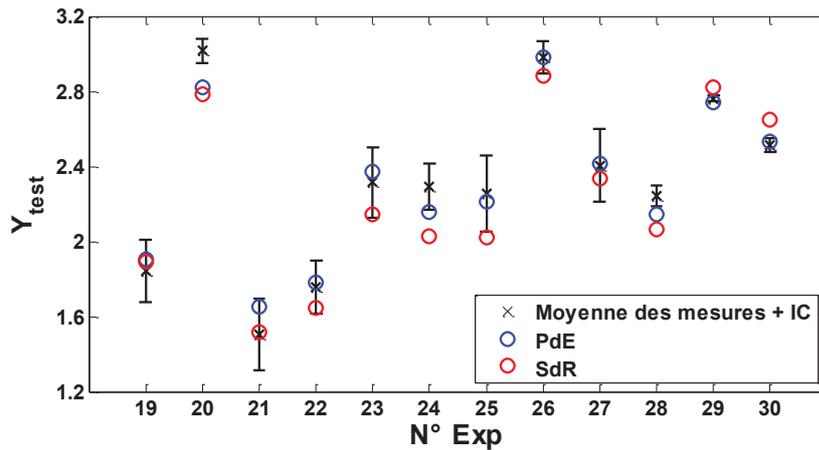


Fig. III.23 a. Valeurs mesurées (moyennes et IC) de Y et celles prédites par les modèles PdE (III.50) et SdR (III.51)

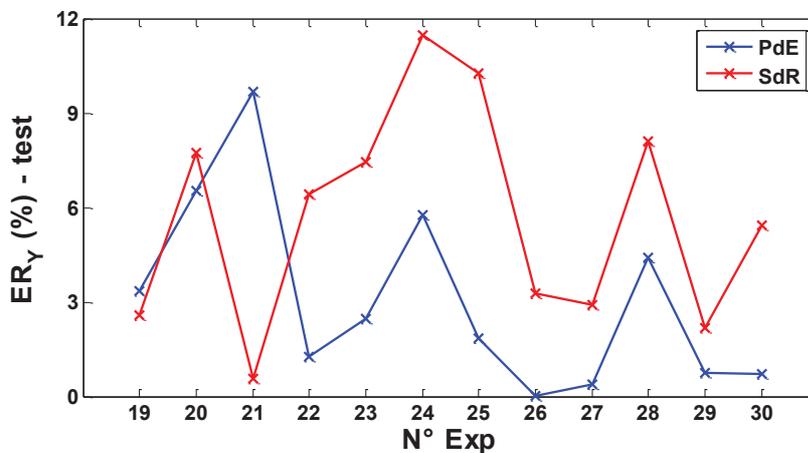


Fig. III.23 b. Evaluation des  $ER_Y$  obtenues par les modèles PdE (III.50) et SdR (III.51) sur la base de test

Pour 10 points parmi 12, le modèle du premier ordre avec interactions estimé sur la base des 8 points du PdE prédit mieux les logarithmes des durées de vie de la base de test que celui du second ordre estimé sur la base des 18 points du CCD, sachant que pour les deux points restants (19 et 21) le modèle PdE reste validé. Ceci peut être dû à l'une des deux raisons suivantes :

- **Le surapprentissage :**

Le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions rajoute 3 termes quadratiques, 3 niveaux pour chaque facteur et 10 points expérimentaux en plus par rapport à celui du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions. Ceci raffine le modèle et conduit certes à une modélisation plus précise des données de la base d'apprentissage. En revanche, la contrepartie est une diminution de la flexibilité du modèle et donc de sa capacité à s'adapter à différentes configurations d'expériences comme ceux de la base de test [DRA98]. Ce phénomène appelé surapprentissage se manifeste alors par de mauvais ajustements sur la base de test [DRA98].

- **La non-linéarité du modèle dans le domaine d'étude :**

Nous avons vu que l'analyse des résidus en fonction des valeurs prédites n'a pas pu détecter des types de non-linéarité du modèle. L'étude des résidus en fonction de chacun des facteurs n'a pas été envisagée en raison du faible nombre de niveaux par facteur. Cependant, les performances en prédiction du modèle SdR peuvent révéler une certaine non-linéarité par rapport au domaine des facteurs.

En effet, le modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions est validé sur la base de test dont les niveaux des facteurs appartiennent à l'intervalle  $[-\sqrt{2} ; +\sqrt{2}]$ . Ceci implique que ce modèle estimé avec les 8 points du PdE reste valable pour les points ayant des niveaux de tension, de fréquence et de température entre  $-\sqrt{2}$  et  $+\sqrt{2}$ . Cependant, quand on rajoute des termes du 2<sup>nd</sup> ordre et des points axiaux et centraux, le modèle appris sur cette base d'apprentissage ne s'adapte plus aux points de la base de test. Ceci conduit à l'hypothèse qu'un seul modèle n'est pas suffisant pour représenter globalement la durée de vie sur la totalité de la plage de variation des variables explicatives.

## V. Modèles paramétriques de durée de vie des isolants (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

### V.1. Configuration des tests

Une deuxième campagne d'essais a été réalisée sur un matériau isolant de classe thermique 220°C ayant les caractéristiques données par la fiche technique en annexe II.2 du chapitre 2. Le tableau II.A.2 de cette annexe donne les différentes configurations des tests de vieillissement accéléré de ce matériau isolant. Les mêmes facteurs de vieillissement de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais (tension, fréquence et température) sont considérés dans cette campagne d'essais mais dans des domaines de variation différents. L'ensemble des points organisés de cette campagne d'essais sont choisis de façon à pouvoir construire, dans deux domaines d'études, des modèles du premier ordre avec interactions et des modèles du second ordre avec interactions, selon les méthodes des PdE et des SdR respectivement.

Le premier domaine d'étude est défini par un plan factoriel à 3 niveaux (-1 ; 0 ; +1). Avec 3 facteurs,  $3^3 = 27$  points expérimentaux sont nécessaires. Les expériences n° 1 à 30 du tableau II.A.2 constituent un plan factoriel à 3 niveaux avec 4 réplifications au centre du domaine. Cet ensemble de points permet alors de construire :

- un modèle du premier ordre avec interactions de la forme (III.34) en utilisant le PdE à 3 niveaux (exp. n° 1 à 30) ;
- un modèle du premier ordre avec interactions de la forme (III.27) en utilisant le plan factoriel  $2^3$  avec les niveaux extrêmes -1 et +1 (exp. n° 1, 3, 7, 9, 22, 24, 28 et 30) ;
- 8 modèles du premier ordre avec interactions de la forme (III.27), en utilisant les 8 plans factoriels  $2^3$  constitués par les niveaux (-1 ; 0) et (+1 ; 0) (notons qu'il faut normaliser à chaque fois les niveaux à (-1 ; +1) pour obtenir une matrice orthogonale d'Hadamard), ces 8 plans forment alors 8 cubes inscrits dans le cube extrême formé par les niveaux -1 et +1 ;
- un modèle du second ordre avec interactions de la forme (III.38) en utilisant le plan Composite à Faces Centrées (CCF) formé par le plan factoriel  $2^3$  extrême (exp. n° 1, 3, 7, 9, 22, 24, 28 et 30), les 4 points centraux (exp. n°14 à 17), et les 6 points axiaux avec  $\theta = 1$  (exp. n° 5, 11, 13, 18, 20 et 26) ;
- un modèle du second ordre avec interactions de la forme (III.38) en utilisant le plan factoriel à 3 niveaux avec une seule réplification au centre pour satisfaire le critère de presque-orthogonalité (paragraphe III.3 de ce chapitre).

Les points expérimentaux supplémentaires n° 41 à 64 ont des configurations aléatoires et forment une base de test unique pour tous ces modèles. Les niveaux des facteurs pour ces points aléatoires sont tous compris entre -1 et 1, sachant que la répartition de ces points est choisie de sorte que l'on ait 3 points aléatoires par plan factoriel  $2^3$  (par cube inscrit) ayant les niveaux (-1 ; 0) ou (+1 ; 0). Le tableau III.20

résume les différentes valeurs réelles transformées et les 3 niveaux associés à chacun des facteurs dans le plan factoriel à 3 niveaux.

Tableau III.20 Valeurs des facteurs de stress et niveaux associés (2<sup>ème</sup> campagne d'essais sur les isolants, 1<sup>er</sup> domaine d'étude)

Niveau $X_i$	$U_V = \text{Log}(10V) - V$ en kV	$U_F = \text{Log}(F) - F$ en kHz	$U_T = 1/T - T$ en K
-1	$\text{Log}(10*0,69)$	$\text{Log}(5,5430)$	$1/(39,7+273,15)$
0	$\text{Log}(10*0,93)$	$\text{Log}(9,1184)$	$1/(97+273,15)$
+1	$\text{Log}(10*1,25)$	$\text{Log}(15)$	$1/(180+273,15)$

Nous avons défini un deuxième domaine basé sur les 8 points du plan factoriel  $2^3$  formé par les 2 niveaux les plus faibles (-1 et 0) de chacun des facteurs. Ces niveaux sont ensuite ramenés à (-1 et +1) pour obtenir une matrice orthogonale d'Hadamard. A ce plan nous avons rajouté :

- 6 points axiaux avec  $\theta = \sqrt{2}$  (exp. n° 31 à 36) ;
- $N_0 = 4$  points centraux (exp. n°37 à 40).

Le choix de  $\theta$  et de  $N_0$  permet de satisfaire le critère de presque orthogonalité (équation III.44) du CCD formé avec ces 18 points.

Avec ces points supplémentaires nous pouvons alors étendre l'étude du modèle du premier ordre avec interactions dans le domaine des faibles niveaux des facteurs, c'est-à-dire plutôt du côté des longues durées de vie, en construisant un modèle du second ordre avec interactions. L'objectif est de comparer le comportement du matériau isolant dans les deux domaines étudiés et de construire un modèle plus raffiné dans le domaine des faibles contraintes qui sont les plus proches des conditions de fonctionnement normal. Les valeurs réelles transformées associées aux différents niveaux dans ce deuxième domaine sont données par le tableau III.21.

Tableau III.21 Valeurs des facteurs de stress et niveaux associés (2<sup>ème</sup> campagne d'essais sur les isolants, 2<sup>ème</sup> domaine d'étude)

Niveau $X_i$	$U_V = \text{Log}(10V) - V$ en kV	$U_F = \text{Log}(F) - F$ en kHz	$U_T = 1/T - T$ en °C
$-\sqrt{2}$	$\text{Log}(10*0,65)$	$\text{Log}(5)$	$1/(30+273,15)$
-1	$\text{Log}(10*0,69)$	$\text{Log}(5,5430)$	$1/(39,7+273,15)$
0	$\text{Log}(10*0,80)$	$\text{Log}(7,1093)$	$1/(66+273,15)$
+1	$\text{Log}(10*0,93)$	$\text{Log}(9,1184)$	$1/(97+273,15)$
$+\sqrt{2}$	$\text{Log}(10*0,99)$	$\text{Log}(10,1085)$	$1/(111,6+273,15)$

La base de test de ce modèle est alors constituée par les exp. n° 41, 42, 43, 46, 48 et 53, toutes comprises dans ce même domaine.

Les différentes configurations des exp. n° 1 à 64 après codage en niveaux sont données dans les tableaux III.A.2 et III.A.3 en annexe, respectivement pour le premier et le deuxième domaine d'étude. Dans ces tableaux les niveaux des trois facteurs sont désignés respectivement par  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ . Dans l'espace 3D de  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ , la configuration des 64 points expérimentaux est donnée par la figure III.24.

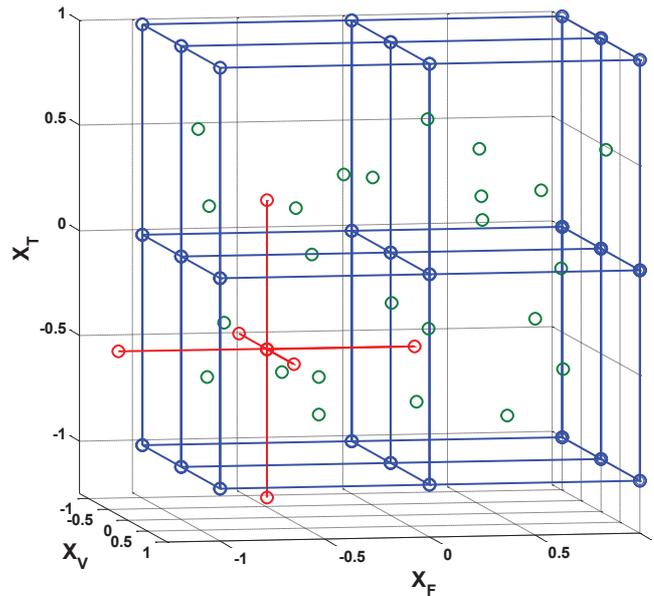


Fig. III.24 Points expérimentaux des tableaux III.A.2 et III.A.3 dans l'espace 3D : exp. n° 1 à 30 en bleu (1<sup>er</sup> domaine, plan factoriel 3<sup>3</sup>), exp. n° 31 à 40 en rouge (2<sup>ème</sup> domaine, points axiaux et centraux), exp. n° 41 à 64 en vert (points aléatoires)

Pour chacune des configurations, nous avons testé 8 paires torsadées, nous disposons donc de 8 mesures de durées de vie par configuration. Dans le but d'obtenir la meilleure précision sur les coefficients, nous utilisons toutes les répétitions de mesures dans le calcul des différents modèles paramétriques de durée de vie.

## V.2. Modélisation de la durée de vie dans le 1<sup>er</sup> domaine d'étude

Le 1<sup>er</sup> domaine d'étude de la deuxième campagne d'essais est constitué, d'une part, par les points organisés du plan factoriel à 3 niveaux (exp. n° 1 à 30 du tableau III.A.2, points bleus de la figure III.24) qui servent à construire les modèles de durée de vie et, d'autre part, des points aléatoires (exp. n° 41 à 64 du tableau III.A.2, points verts de la figure III.24) qui servent à tester les modèles. L'objectif est donc, comme pour la première campagne d'essais, de développer des modèles du 1<sup>er</sup> ordre et du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions.

### V.2.1. Modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions

Nous avons vu qu'avec le plan factoriel à 3 niveaux, plusieurs modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions peuvent être établis : des modèles à base de PdE à 2 niveaux et un modèle à la base du PdE à 3 niveaux.

#### V.2.1.1. Plan factoriel 2<sup>3</sup> avec les deux niveaux extrêmes $\pm 1$

Le modèle de durée de vie estimé sur la base du plan factoriel 2<sup>3</sup> extrême ayant les niveaux  $\pm 1$  c'est-à-dire les 8 points bleus extrêmes de la figure III.24 (exp. n° 1, 3, 7, 9, 22, 24, 28 et 30 du tableau III.A.2.) a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T + I_{VFT} X_V X_F X_T \quad (\text{III.52})$$

où  $L_m$  désigne les durées de vie mesurées en minutes,  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$  sont les niveaux respectifs de  $\text{Log}(10V)$ ,  $\text{Log}(F)$ , et  $1/T$  comme indiqué dans le tableau III.A.2. Les paramètres inconnus de ce modèle sont la constante  $M$ , les coefficients  $E_V$ ,  $E_F$  et  $E_T$  associés aux effets de la tension, de la fréquence

et de la température respectivement, et les coefficients  $I_{VF}$ ,  $I_{VT}$ ,  $I_{FT}$  et  $I_{VFT}$  associés aux effets des différentes interactions. Ce modèle sera désigné par le nom « modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) ».

Les coefficients estimés par MCO de ce modèle sont données par le tableau III.22. Le diagramme de la figure III.25 illustre les effets des trois facteurs et de leurs interactions.

Tableau III.22 Coefficients estimés du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52)

<b>M</b>	1,157
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,137
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,255
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,226
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,014
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,015
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,038
<b>I<sub>VFT</sub></b>	0,005

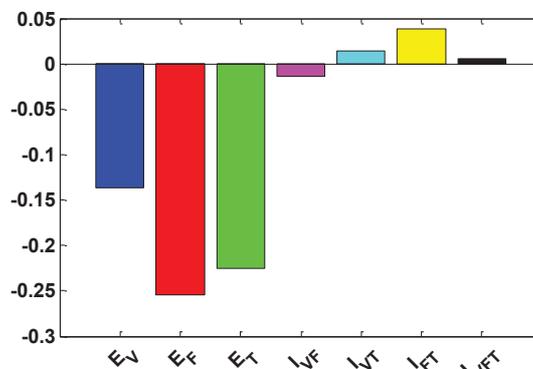


Fig. III.25 Effets des facteurs et de leurs interactions du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52)

D'après ces résultats, nous pouvons constater que :

- contrairement au premier matériau isolant testé dans la première campagne d'essais, la fréquence est le facteur le plus influent sur la durée de vie du matériau isolant testé dans cette deuxième campagne d'essais ;
- l'effet de la température est très proche de celui de la fréquence ;
- la plus forte interaction est celle entre la fréquence et la température car ce sont les deux facteurs les plus influents ;
- l'interaction d'ordre 3 est l'interaction la plus faible.

Le tableau III.23 résume les caractéristiques globales du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) : le résultat du test de significativité globale de Fisher sous hypothèse de normalité des résidus, le coefficient de détermination ajusté et l'écart-type  $\sigma$  des résidus.

Tableau III.23 Caractéristiques globales du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52)

Source	Somme des Carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	F	p-value
Régression	8,735	7	1,248	513,143	0,000
Résidus	0,136	56	0,002		
Total	8,872				
		<b>R<sup>2</sup> ajusté</b>	0,983		
		<b><math>\hat{\sigma}</math></b>	0,049		

Le tableau III.24 donne les propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) des coefficients estimés du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) sous hypothèse de normalité des résidus. Les effets non significatifs à 95% sont en rouge.

Nous pouvons conclure que, sous hypothèse de normalité des résidus, et pour un degré de risque  $\alpha = 5\%$ , le modèle pris globalement est significatif (p-value du test de Fisher = 0), et la contribution de chaque coefficient est significative sauf pour l'interaction du 3<sup>ème</sup> ordre.

Tableau III.24 Coefficients estimés du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
M	1,157	$6,164 \times 10^{-3}$	1,145	1,169	0,000
E <sub>V</sub>	-0,137	$6,164 \times 10^{-3}$	-0,149	-0,125	0,000
E <sub>F</sub>	-0,255	$6,164 \times 10^{-3}$	-0,267	-0,242	0,000
E <sub>T</sub>	-0,226	$6,164 \times 10^{-3}$	-0,238	-0,213	0,000
I <sub>VF</sub>	-0,014	$6,164 \times 10^{-3}$	-0,026	-0,002	0,026
I <sub>VT</sub>	0,015	$6,164 \times 10^{-3}$	0,002	0,027	0,021
I <sub>FT</sub>	0,038	$6,164 \times 10^{-3}$	0,026	0,051	0,000
I <sub>VFT</sub>	0,005	$6,164 \times 10^{-3}$	-0,007	0,017	0,414

**Validation des hypothèses de base du modèle**

Pour valider les hypothèses d'homoscédasticité et de normalité des résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) nous traçons comme précédemment les graphes des résidus en fonction des valeurs prédites et le *QQ-plot* des résidus (figures III.26 (a et b)).

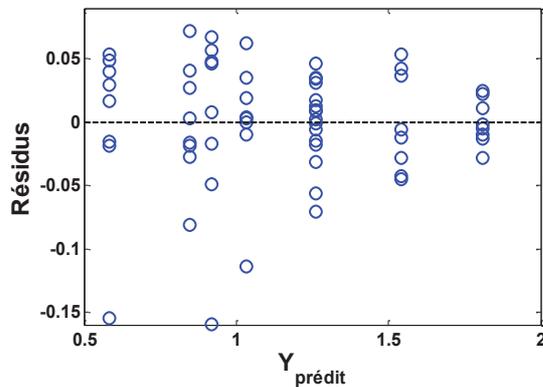


Fig. III.26 a. Résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) en fonction des réponses prédites

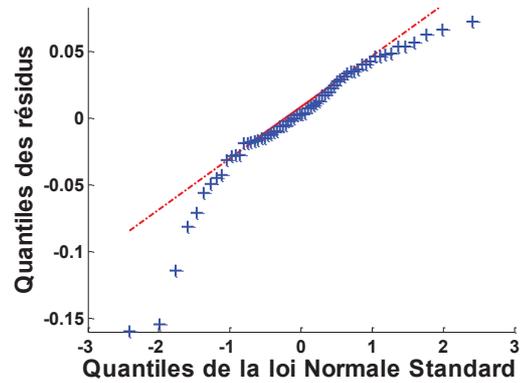


Fig. III.26 b. QQ-plot des résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52)

D'après ces figures, nous pouvons déduire que les hypothèses de base sont globalement vérifiées (les résidus sont normalement répartis entre -0,1 et 0,1). Nous pouvons également remarquer, d'après les figures III.27 (a, b et c), que parmi les différentes fonctions appliquées à la réponse  $L_m$ ,  $\text{Log}(L_m)$  est le meilleur choix car il garantit l'homoscédasticité des résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52).

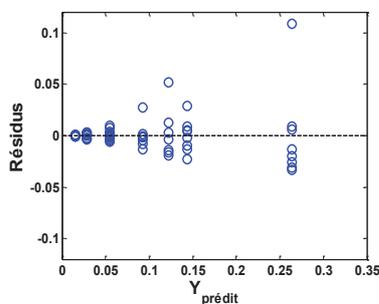


Fig. III.27 a. Résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) pour  $Y = 1/L_m$

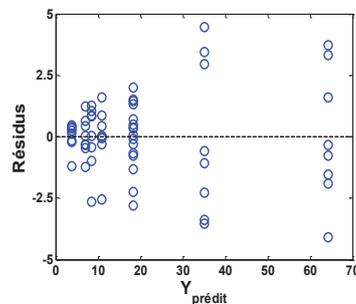


Fig. III.27 b. Résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) pour  $Y = L_m$

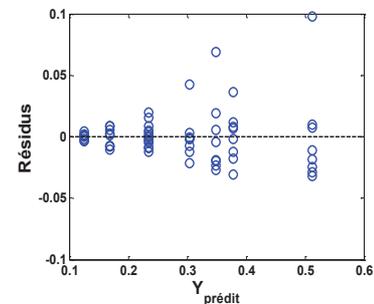


Fig. III.27 c. Résidus du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) pour  $Y = 1/\sqrt{L_m}$

Comme pour la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais, la deuxième façon de valider l'hypothèse de normalité des résidus et qui implique également la validation de l'hypothèse d'homoscédasticité est la méthode du bootstrap non paramétrique. Les figures III.28 (a et b) comparent respectivement les valeurs estimées des intervalles de confiance à 95% et des p-values du test de significativité de Student obtenues par bootstrap sur paires  $xy$  et sur résidus ( $B = 200$  réplifications) avec celles obtenues par MCO sous hypothèse de normalité des résidus pour le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52).

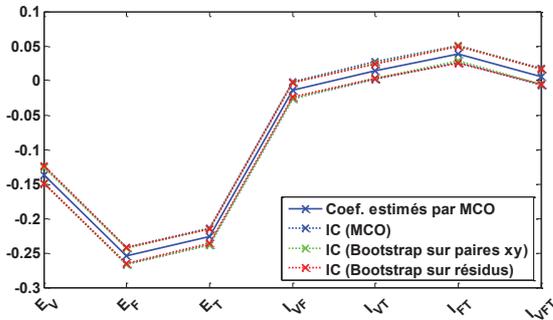


Fig. III.28 a. Coef. du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) et leurs IC à 95% avec et sans hypothèse de normalité des résidus

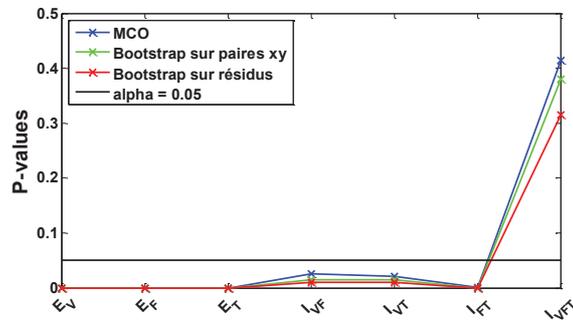


Fig. III.28 b. Test de significativité des coef. du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) avec et sans hypothèse de normalité des résidus

Ainsi, sans aucune hypothèse sur la loi de distribution des résidus, nous obtenons, par la méthode du bootstrap non paramétrique appliquée avec deux types de ré-échantillonnage, des résultats statistiques similaires à ceux effectués sous hypothèse de normalité des résidus, ce qui confirme cette hypothèse.

### Performances en prédiction

Les performances en prédiction du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) sur la base de test peuvent être résumées par le tableau III.25 et les figures III.29, III.30 et III.31.

Tableau III.25 Performances en prédiction du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Lm}$ )	Moyenne ( $ER_{Lm}$ )
$1,3 \times 10^{-3}$	7,2%	2,9%	3	17,8%	7,3%

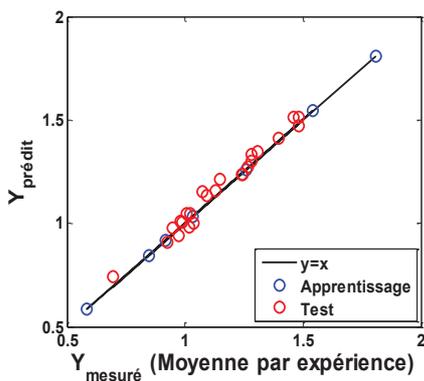


Fig. III.29 Réponses prédites par le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) en fonction des moyennes mesurées

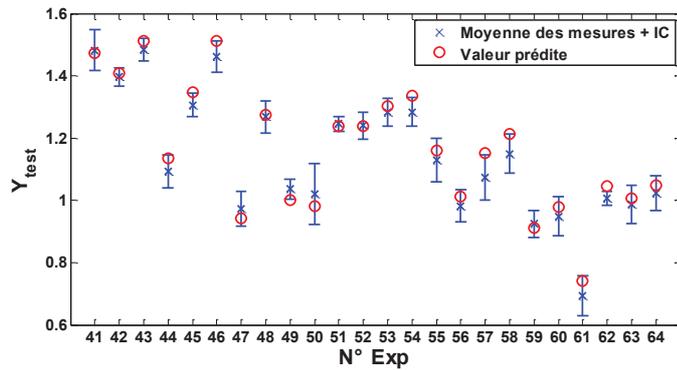


Fig. III.30 Réponses prédites par le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) et réponses mesurées (moyennes et IC)

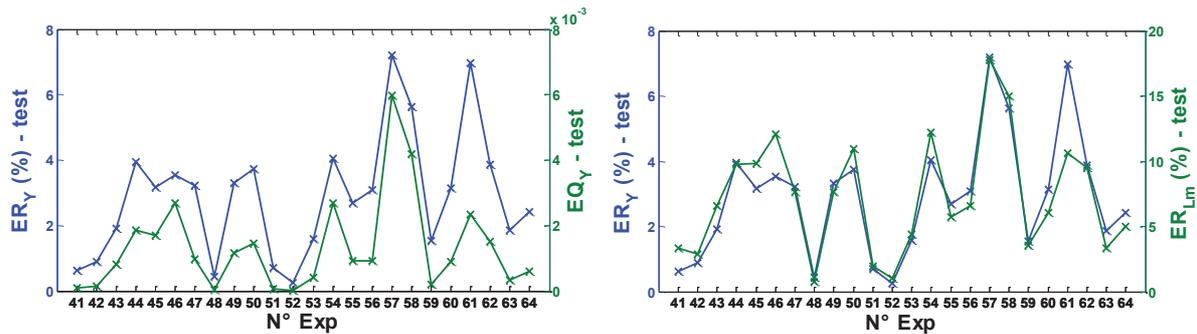


Fig. III.31 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52)

D'après ces figures nous pouvons conclure que le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) présente de bonnes performances en prédiction puisque la plupart des réponses prédites de la base de test sont comprises dans les IC des réponses mesurées. Les erreurs relatives par rapport aux moyennes mesurées restent inférieures à 8%. La figure III.31 montre que les erreurs relatives  $ER_Y$  et  $ER_L$  ont les mêmes tendances que les erreurs quadratiques  $EQ_Y$ . Par conséquent, il n'est pas nécessaire, pour cette campagne d'essais, de modifier l'échelle de temps des durées de vie. En effet, toutes les réponses mesurées ( $\text{Log}(L_m)$ ) de la base de test sont comprises entre 0,6 et 1,6 et nous n'avons donc pas le problème des valeurs très proches de zéro comme dans le cas de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais, ce qui justifie l'utilisation de l'échelle des minutes (et non pas des secondes) dans les modèles de cette deuxième campagne d'essais.

### Effet du nombre des mesures répétées

Les figures III.32 et III.33 (a et b) montrent l'effet du nombre de mesures répétées sur les performances du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52), selon la même procédure décrite dans le paragraphe IV.2.6.

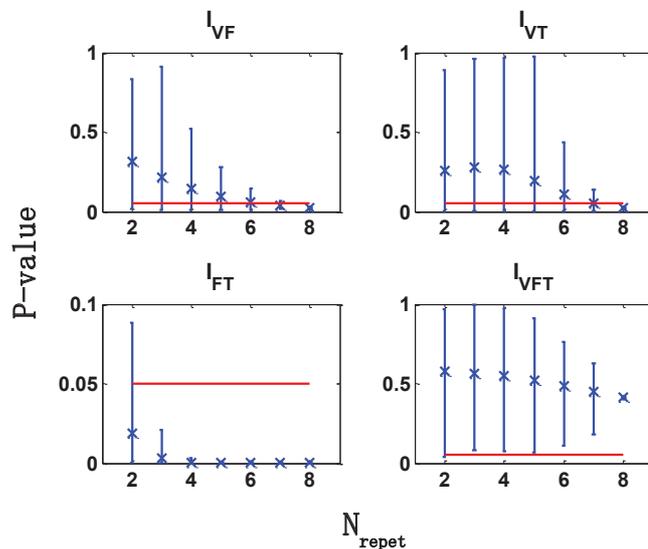


Fig. III.32 Effet du nombre de répétitions des mesures sur la significativité des interactions du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52). Les lignes en rouge représentent le niveau de risque  $\alpha=5\%$

Nous remarquons d'après la figure III.32 que pour un degré de risque de 5%, la significativité de l'interaction entre la fréquence et la température (les deux facteurs les plus importants) et celle de l'interaction d'ordre 3 sont les plus stables en fonction du nombre de répétitions : la première est toujours significative, la deuxième est toujours non significative. En revanche, la significativité de l'interaction entre la tension et la fréquence est assurée pour toutes les combinaisons possibles à partir de 7

répétitions. Pour l'interaction entre la tension et la température, la significativité est assurée seulement pour une partie des combinaisons de 7 répétitions.

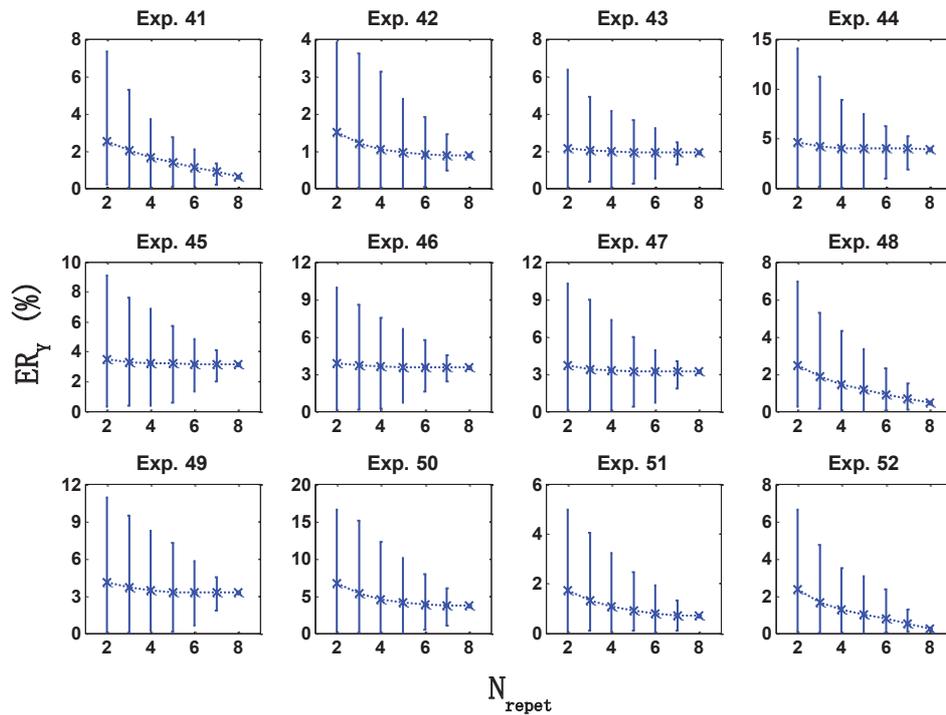


Fig. III.33 a. Effet du nombre des répétitions sur les erreurs relatives de prédiction du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) sur les premiers 12 points de la base de test

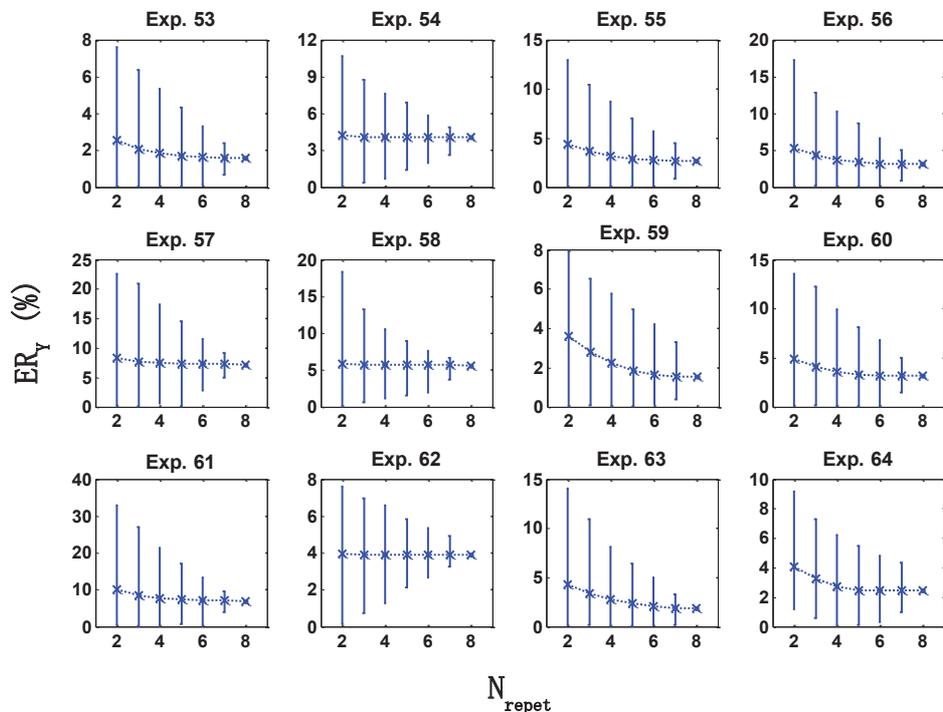


Fig. III.33 b. Effet du nombre des répétitions sur les erreurs relatives de prédiction du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) sur les derniers 12 points de la base de test

Les figures III.33 (a et b) montrent que les erreurs relatives en prédiction augmentent quand le nombre de répétitions diminue, mais pour 7 répétitions, les erreurs restent proches de celles obtenues avec 8 répétitions ( $\pm 2\%$ ).

Nous pouvons donc conclure que le modèle PdE extrême 2<sup>3</sup> (III.52) reste robuste seulement pour 7 répétitions au lieu de 8 en termes de significativité des coefficients et en termes d'erreurs sur les points de la base de test.

La méthode décrite au paragraphe IV.2.6 nous a donc permis de valider le choix du nombre des mesures répétées par expérience pour chacune des deux campagnes d'essais sur les isolants (6 pour la 1<sup>ère</sup> et 8 pour la 2<sup>ème</sup>). Nous avons démontré que, dans chacune des campagnes, le modèle reste robuste si nous diminuons  $N_{repet}$  d'une mesure seulement. Dans le cas des paires torsadées, le gain économique est négligeable lorsqu'on effectue les tests avec un échantillon de moins par expérience. En revanche, l'intérêt de cette méthode est évident lorsqu'il s'agit d'autres composants plus chers, ou lorsque le modèle reste robuste en retirant deux échantillons ou plus.

### V.2.1.2. Plan factoriel 3<sup>3</sup>

Le plan factoriel à 3 niveaux (-1 ; 0 ; 1), c'est-à-dire les points bleus de la figure III.24, permet d'obtenir un modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions dont les effets des facteurs possèdent 2 degrés de liberté et ceux des interactions d'ordre 2 possèdent 4 degrés de liberté (nous nous limitons aux interactions d'ordre 2, c'est-à-dire entre deux facteurs). Le modèle de durée de vie sera désigné par le nom « modèle PdE 3<sup>3</sup> (III.53) ». Il s'écrit :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + [E_{V_{-1}} E_{V_0} E_{V_{+1}}][X_V] + [E_{F_{-1}} E_{F_0} E_{F_{+1}}][X_F] + [E_{T_{-1}} E_{T_0} E_{T_{+1}}][X_T] +$$

$$[X_V]' \begin{bmatrix} I_{V_{-1};F_{-1}} & I_{V_{-1};F_0} & I_{V_{-1};F_{+1}} \\ I_{V_0;F_{-1}} & I_{V_0;F_0} & I_{V_0;F_{+1}} \\ I_{V_{+1};F_{-1}} & I_{V_{+1};F_0} & I_{V_{+1};F_{+1}} \end{bmatrix} [X_F] + [X_V]' \begin{bmatrix} I_{V_{-1};T_{-1}} & I_{V_{-1};T_0} & I_{V_{-1};T_{+1}} \\ I_{V_0;T_{-1}} & I_{V_0;T_0} & I_{V_0;T_{+1}} \\ I_{V_{+1};T_{-1}} & I_{V_{+1};T_0} & I_{V_{+1};T_{+1}} \end{bmatrix} [X_T] +$$

$$[X_F]' \begin{bmatrix} I_{F_{-1};T_{-1}} & I_{F_{-1};T_0} & I_{F_{-1};T_{+1}} \\ I_{F_0;T_{-1}} & I_{F_0;T_0} & I_{F_0;T_{+1}} \\ I_{F_{+1};T_{-1}} & I_{F_{+1};T_0} & I_{F_{+1};T_{+1}} \end{bmatrix} [X_T] \quad (\text{III.53})$$

Le calcul des différents coefficients de ce modèle se fait à l'aide des méthodes présentées dans le paragraphe III.2.2 de ce chapitre. Nous obtenons alors :

Tableau III.26 Coefficients du modèle PdE 3<sup>3</sup> (III.53)

<b>M = 1, 167</b>			
<b>Facteurs principaux</b>	<b>Interaction X<sub>V</sub>X<sub>F</sub></b>	<b>Interaction X<sub>V</sub>X<sub>T</sub></b>	<b>Interaction X<sub>F</sub>X<sub>T</sub></b>
$E_{V_0} = 0,0122$	$I_{V_0;F_0} = -1,094 \times 10^{-3}$	$I_{V_0;T_0} = -6,451 \times 10^{-4}$	$I_{F_0;T_0} = -2,792 \times 10^{-3}$
$E_{F_0} = 7,284 \times 10^{-3}$	$I_{V_0;F_{+1}} = 0,0143$	$I_{V_0;T_{+1}} = 9,901 \times 10^{-3}$	$I_{F_0;T_{+1}} = 2,462 \times 10^{-3}$
$E_{T_0} = 2,211 \times 10^{-3}$	$I_{V_{+1};F_0} = 5,673 \times 10^{-3}$	$I_{V_{+1};T_0} = -3,824 \times 10^{-3}$	$I_{F_{+1};T_0} = 8,560 \times 10^{-3}$
$E_{V_{+1}} = -0,1385$	$I_{V_{+1};F_{+1}} = -0,0269$	$I_{V_{+1};T_{+1}} = 0,0180$	$I_{F_{+1};T_{+1}} = 0,0349$
$E_{F_{+1}} = -0,2513$			
$E_{T_{+1}} = -0,2311$			

Nous pouvons déduire que :

- les effets de  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$  calculés au niveau +1 de chaque facteur sont quasiment égaux à ceux calculés par le modèle précédent à 2 niveaux (modèle PdE extrême 2<sup>3</sup> (III.52)) ;

- l'interaction la plus forte est entre la fréquence et la température comme déjà identifié par le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52).

Comme le modèle PdE  $3^3$  (III.53) n'a pas la forme matricielle générale des modèles de régression multilinéaire (III.1), il ne fera pas l'objet d'une analyse statistique de ses coefficients. Cependant, pour mieux expliciter la signification des différentes valeurs des effets de chaque facteur, nous traçons les diagrammes des effets :

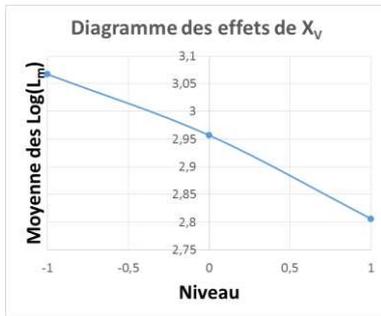


Fig. III.34. a. Effets de  $X_V$  dans le modèle PdE  $3^3$  (III.53)

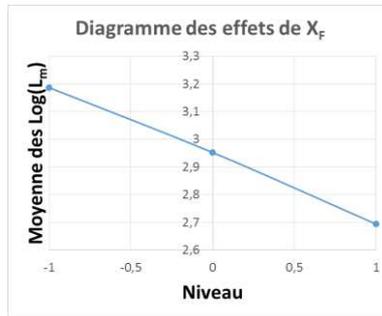


Fig. III.34. b. Effets de  $X_F$  dans le modèle PdE  $3^3$  (III.53)

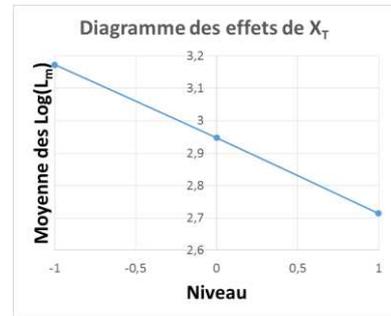


Fig. III.34. c. Effets de  $X_T$  dans le modèle PdE  $3^3$  (III.53)

Ainsi, nous remarquons une certaine monotonie des tracés des effets de  $X_F$  et de  $X_T$ , c'est-à-dire que ces effets sont les mêmes entre -1 et 0 et entre 0 et +1. Seul l'effet de  $X_V$  augmente légèrement entre les niveaux 0 et +1.

Nous testons alors ce modèle sur la base des exp. n° 41 à 64. Les performances en prédiction sont résumées par le tableau III.27 et les figures III.35, III.36 et III.37.

Tableau III.27 Performances en prédiction du modèle PdE  $3^3$  (III.53) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_m}$ )	Moyenne ( $ER_{L_m}$ )
$2,1 \times 10^{-3}$	10,6%	3,7%	5	20,1%	9,1%

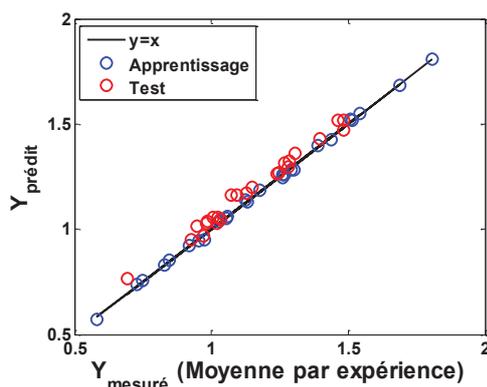


Fig. III.35 Réponses prédites par le modèle PdE  $3^3$  (III.53) en fonction des moyennes mesurées

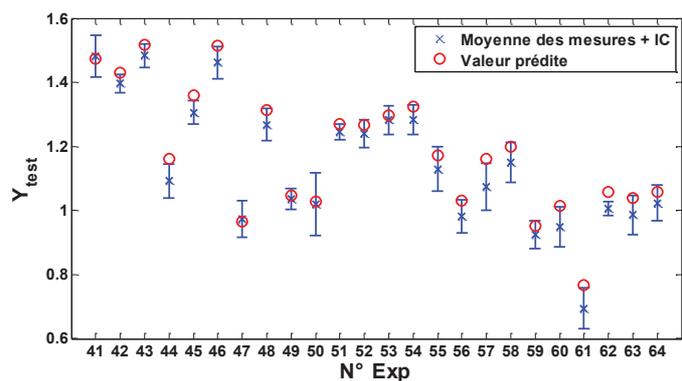


Fig. III.36 Réponses prédites par le modèle PdE  $3^3$  (III.53) et réponses mesurées (moyennes et IC)

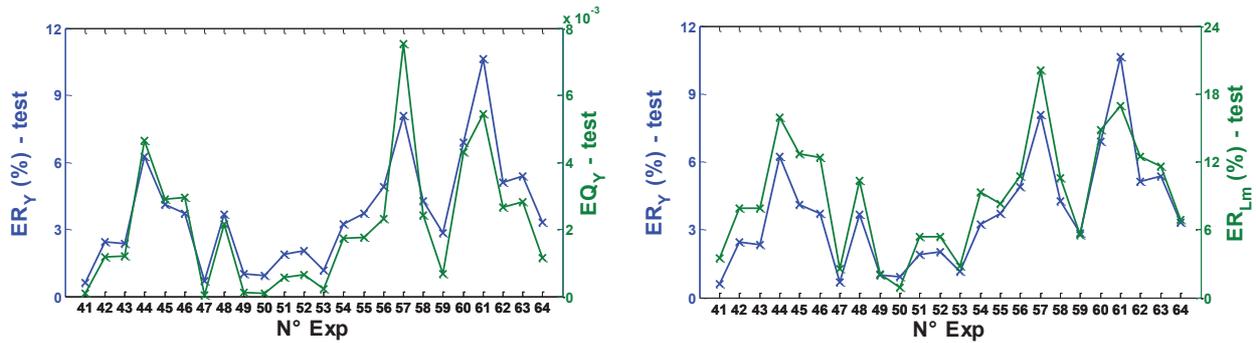


Fig. III.37 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle PdE  $3^3$  (III.53)

Nous remarquons alors que la performance en prédiction est légèrement dégradée par rapport au modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52). En effet, avec le modèle PdE  $3^3$  (III.53) le nombre de coefficients à estimer et la taille de la base d'apprentissage sont plus élevés de ceux du modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) ce qui peut conduire à un sur-apprentissage comme déjà décrit dans le paragraphe IV.3.4 de ce chapitre.

### V.2.1.3. Plans factoriels inscrits $2^3$ (niveaux (-1 ; 0) ou (0 ; 1))

Avec le plan factoriel à 3 niveaux (les points bleus de la figure III.24) nous pouvons construire 8 modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions basés sur les 8 PdE élémentaires à 2 niveaux (-1 ; 0) ou (0 ; +1). Ces modèles seront désignés par les 8 PdE inscrits  $2^3$ . Dans chacun des cubes nous disposons de 3 points aléatoirement configurés qui constituent une base de test du modèle considéré (points verts de la figure III.24). Le tableau III.28 résume les différentes configurations des cubes ainsi formés (le point central commun considéré est l'expérience n°17), leurs bases d'apprentissage et leurs bases de test.

Tableau III.28 Configurations des 8 PdE inscrits  $2^3$

Cube	Niveaux de V	Niveaux de F	Niveaux de T	Exp. de la base d'apprentissage	Exp. de la base de test
1	-1 ; 0	-1 ; 0	-1 ; 0	1, 2, 4, 5, 10, 11, 13, 17	41, 42, 43
2	0 ; +1	-1 ; 0	-1 ; 0	10, 11, 13, 17, 22, 23, 25, 26	44, 45, 46
3	0 ; +1	0 ; +1	-1 ; 0	13, 17, 19, 20, 25, 26, 28, 29	47, 48, 49
4	-1 ; 0	0 ; +1	-1 ; 0	4, 5, 7, 8, 13, 17, 19, 20	50, 51, 52
5	-1 ; 0	-1 ; 0	0 ; +1	2, 3, 5, 6, 11, 12, 17, 18	53, 54, 55
6	0 ; +1	-1 ; 0	0 ; +1	11, 12, 17, 18, 23, 24, 26, 27	56, 57, 58
7	0 ; +1	0 ; +1	0 ; +1	17, 18, 20, 21, 26, 27, 29, 30	59, 60, 61
8	-1 ; 0	0 ; +1	0 ; +1	6, 5, 8, 9, 17, 18, 20, 21	62, 63, 64

Pour chacun des PdE, le modèle de durée de vie a la forme de l'équation (III.52). Il est important de noter que, quels que soient les niveaux des 3 facteurs, il faut les ramener par changement de variables aux niveaux -1 (pour le niveau minimal) et +1 (pour le niveau maximal) lors du calcul du modèle de durée de vie. Ce changement assure alors une matrice d'expériences  $X$  orthogonale d'Hadamard ayant les meilleures propriétés statistiques en termes de précision sur les coefficients (paragraphe III.1 de ce chapitre).

Nous avons donc estimé les 8 modèles appris sur les 8 PdE élémentaires et nous les avons testés chacun sur sa propre base de test en faisant le changement de variables nécessaire sur les niveaux des contraintes dans les deux bases. Les résultats des coefficients estimés de chacun des modèles par MCO sont donnés par le diagramme de la figure III.38.

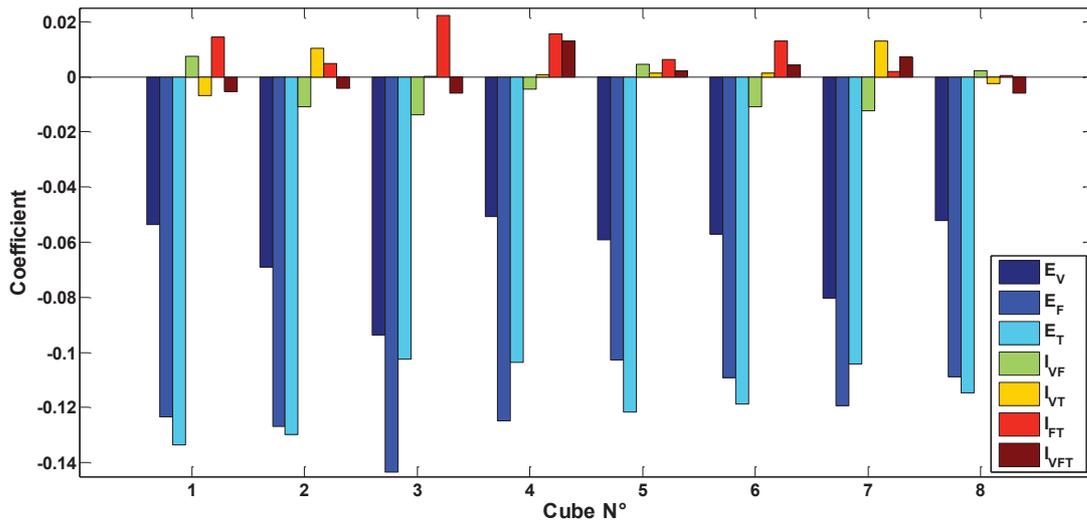


Fig. III.38 Coefficients estimés des 8 modèles à bases des 8 PdE inscrits  $2^3$

Nous pouvons donc conclure que :

- quel que soit le domaine expérimental, la tension a l'effet le plus faible (barre bleue foncée) ;
- les effets de la fréquence et de la température sont proches (barres en bleu et bleu clair) ;
- l'effet de la tension est légèrement plus élevé lorsque la tension est dans le domaine  $[0 ; 1]$  (cubes 2, 3 et 7), ce qui est en accord avec les effets de la tension calculés par le modèle PdE  $3^3$  (III.53) appris sur la base des  $3^3$  points expérimentaux du plan factoriel  $3^3$  ;
- il n'y a pas de corrélation entre l'effet de la fréquence (ou de la température) et son domaine, ce qui est aussi en accord avec les effets de la fréquence et de la température calculés par le modèle PdE  $3^3$  (III.53) (linéarité des effets de la fréquence et de la température) ;
- l'effet de la fréquence est plus élevé lorsque la température est dans le domaine  $[-1 ; 0]$  (cubes 1, 2, 3 et 4), et l'effet de la température est plus élevé lorsque la fréquence est dans le domaine  $[-1 ; 0]$  (cubes 1, 2, 5, et 6), ce qui confirme la présence d'une interaction forte entre la fréquence et la température.

Les performances en prédiction sur les différentes bases de test sont résumées par le tableau III.29.

Tableau III.29 Performances en prédiction des 8 modèles (8 PdE inscrits  $2^3$ ) sur leurs bases de tests respectives

Cube	Moyenne (EQ <sub>Y</sub> )	Max (ER <sub>Y</sub> )	Moyenne (ER <sub>Y</sub> )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max (ER <sub>Lm</sub> )	Moyenne (ER <sub>Lm</sub> )
1	$6,1 \times 10^{-4}$	2,3%	1,6%	0	7,4%	5,8%
2	$3,1 \times 10^{-3}$	5,4%	4,4%	2	13,7%	13,0%
3	$9,4 \times 10^{-4}$	3,9%	2,1%	0	11,3%	5,9%
4	$2,3 \times 10^{-4}$	1,6%	1,3%	0	3,8%	2,3%
5	$1,1 \times 10^{-3}$	3,5%	2,6%	0	7,8%	6,8%
6	$4,1 \times 10^{-3}$	8,2%	5,7%	1	20,8%	14,1%
7	$2,7 \times 10^{-3}$	9,4%	6,1%	0	15,2%	11,4%
8	$2,0 \times 10^{-3}$	5,2%	4,4%	1	12,2%	10,2%

En moyenne, les modèles basés sur les cubes 1, 3, 4 et 5 ont des meilleures performances par rapport à ceux basés sur les cubes 2, 6, 7 et 8. Ceci est en effet en accord avec les résultats des modèles précédents dont les erreurs les plus élevées sur la base de test sont pour les points appartenant aux cubes 2, 6, 7 et 8. Les figures III.39 (a et b) illustrent cette idée. Nous représentons dans ces figures les critères d'évaluation de la prédiction sur les points de la base de test (exp. n° 41 à 64) prédits par :

- le modèle (III.52) (à base du plan factoriel extrême  $2^3$ ) ;
- le modèle (III.53) (à base du plan factoriel  $3^3$ ) ;
- les 8 modèles à base des 8 PdE formés par les différents cubes du tableau III.28 (3 points de test prédits par modèle, mais les 24 points sont représentés avec la même couleur).

Dans ces figures les points de test appartenant aux cubes 2, 6, 7 et 8 sont encadrés.

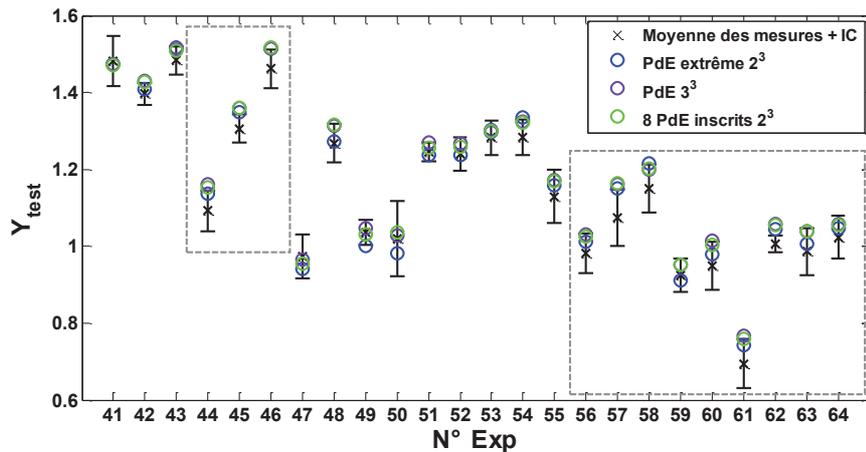


Fig. III.39 a. Valeurs mesurées (moyenne et IC) de Y et valeurs prédites par les différents modèles du 1<sup>er</sup> ordre

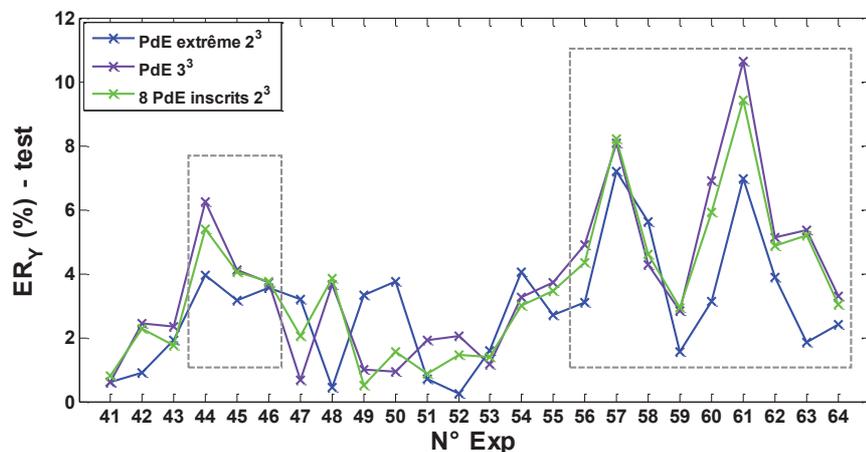


Fig. III.39 b. Evaluation des  $ER_Y$  obtenues par les différents modèles du 1<sup>er</sup> ordre sur la base de test

Nous pouvons donc conclure que même lorsque nous avons défini un modèle par cube, la qualité de prédiction n'a pas été améliorée pour les points qui présentaient des erreurs élevées avec les deux modèles : PdE extrême  $2^3$  (III.52) (appris sur le PdE aux 2 niveaux extrêmes de chaque facteur) et PdE  $3^3$  (III.53) (appris sur toutes les combinaisons du PdE à 3 niveaux). De plus, nous remarquons que le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) présente globalement les meilleures performances en termes de prédiction sur la base de test. Ainsi, dans le domaine expérimental donné par le tableau III.20, le meilleur modèle du 1<sup>er</sup> ordre, estimé sous contraintes d'un faible nombre d'échantillons, est celui construit sur la base du PdE à deux niveaux placés aux extrémités de ce domaine.

### V.2.2. Modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions

Nous avons vu qu'avec le plan factoriel à 3 niveaux, deux modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions peuvent être établis : un modèle à la base des 18 expériences du CCF et un modèle à la base des 3<sup>3</sup> expériences du plan factoriel 3<sup>3</sup>.

#### V.2.2.1. Plan CCF

Le modèle de durée de vie du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimé sur la base du plan CCF composé des points du plan factoriel 2<sup>3</sup> (exp. n° 1, 3, 7, 9, 22, 24, 28 et 30 du tableau III.A.2), des points axiaux avec  $\theta = 1$  (exp. n° 5, 26, 11, 20, 13 et 18) et des points centraux (exp. n° 14 à 17) a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VV} X_V^2 + I_{FF} X_F^2 + I_{TT} X_T^2 + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T \quad (\text{III.54})$$

où  $I_{VV}$ ,  $I_{FF}$  et  $I_{TT}$  sont les effets quadratiques des trois facteurs respectivement. Ce modèle sera alors désigné par le nom « modèle SdR-CCF (III.54) ».

Les coefficients de ce modèle estimés par MCO sont donnés par le tableau III.30. Le diagramme de la figure III.40 illustre les effets des trois facteurs, de leurs termes quadratiques et de leurs interactions.

Tableau III.30 Coefficients estimés du modèle SdR-CCF (III.54)

<b>M</b>	1,184
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,136
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,245
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,229
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,027
<b>I<sub>FF</sub></b>	-0,006
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,008
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,014
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,015
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,038

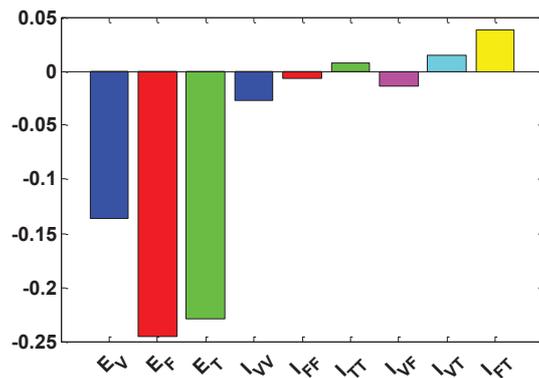


Fig. III.40 Effets des facteurs, des termes quadratiques et des interactions du modèle SdR-CCF (III.54)

Les coefficients estimés du modèle SdR-CCF (III.54) confirment alors que :

- les facteurs par ordre d'importance sont la fréquence, la température et la tension ;
- les interactions par ordre d'importance sont celles : entre la fréquence et la température, entre la tension et la température et entre la tension et la fréquence (ces deux dernières sont très proches).

De plus, le modèle SdR-CCF (III.54) montre un effet plus important du terme quadratique de la tension par rapport à ceux de la température et de la fréquence.

Le tableau III.31 donne les caractéristiques globales du modèle SdR-CCF (III.54) : le résultat du test de significativité globale de Fisher sous hypothèse de normalité des résidus, le coefficient de détermination ajusté et l'écart-type des résidus.

Tableau III.31 Caractéristiques globales du modèle SdR-CCF (III.54)

Source	Somme des Carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	F	p-value
Régression	10,641	9	1,182	550,42	0,000
Résidus	0,289	134	0,002		
Total	10,929				
<b>R<sup>2</sup> ajusté</b>			0,972		
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>			0,046		

Le tableau III.32 résume les propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) des coefficients estimés du modèle SdR-CCF (III.54) sous hypothèse de normalité des résidus.

Tableau III.32 Coefficients estimés du modèle SdR-CCF (III.54) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,184	$6,446 \times 10^{-3}$	1,171	1,197	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,136	$5,182 \times 10^{-3}$	-0,146	-0,126	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,245	$5,182 \times 10^{-3}$	-0,256	-0,235	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,229	$5,182 \times 10^{-3}$	-0,239	-0,219	0,000
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,027	$9,954 \times 10^{-3}$	-0,047	-0,008	0,007
<b>I<sub>FF</sub></b>	-0,006	$9,954 \times 10^{-3}$	-0,026	0,013	0,528
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,008	$9,954 \times 10^{-3}$	-0,012	0,027	0,449
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,014	$5,793 \times 10^{-3}$	-0,026	-0,003	0,016
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,015	$5,793 \times 10^{-3}$	0,003	0,026	0,013
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,038	$5,793 \times 10^{-3}$	0,027	0,050	0,000

Nous pouvons conclure, sous hypothèse de normalité des résidus, et pour un degré de confiance à 95%, que le modèle pris globalement est significatif (p-value du test de Fisher = 0), et que la contribution de chaque coefficient est significative sauf pour les termes quadratiques de  $X_F$  et de  $X_T$ .

Pour valider l'hypothèse de normalité des résidus, nous traçons les graphes des résidus et nous estimons les propriétés statistiques du modèle par bootstrap non-paramétrique (figures III.41 et III.42). Ces graphes montrent l'adéquation de la loi de probabilité des résidus avec celle de la loi normale, et la cohérence entre les résultats des estimations non paramétriques des propriétés statistiques du modèle avec celles estimées sous hypothèse de la loi normale.

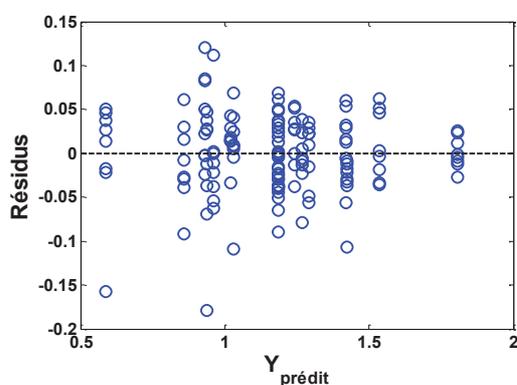


Fig. III.41 a. Résidus du modèle SdR-CCF (III.54) en fonction des réponses prédites

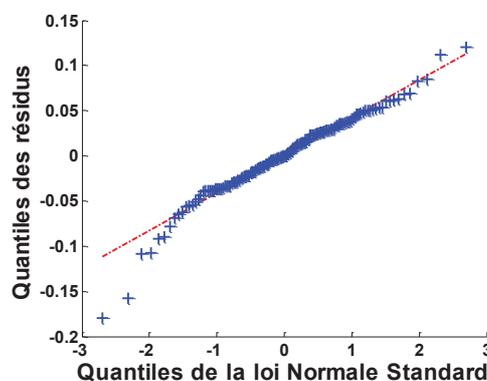


Fig. III.41 b. QQ-plot des résidus du modèle SdR-CCF (III.54)

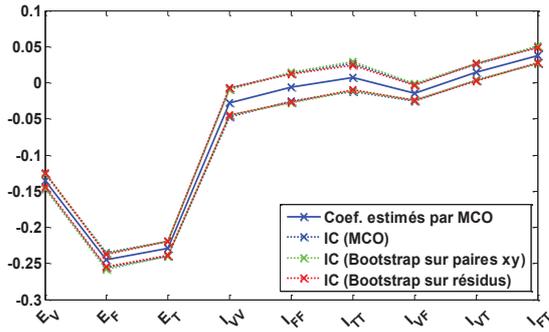


Fig. III.42 a. Coef. du modèle SdR-CCF (III.54) et leurs IC à 95% avec et sans hypothèse de normalité des résidus

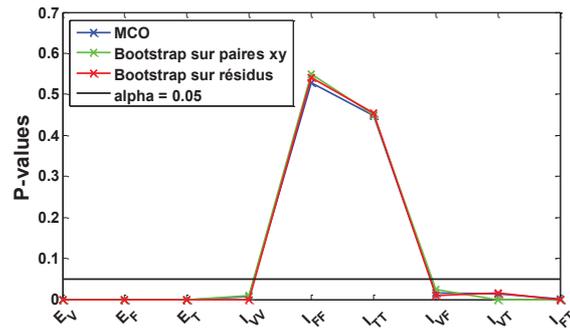


Fig. III.42 b. Test de significativité des coef. du modèle SdR-CCF (III.54) avec et sans hypothèse de normalité des résidus

Les performances en prédiction du modèle SdR-CCF (III.54) sur la base de test peuvent être résumées par le tableau III.33 et les figures III.43, III.44 et III.45.

Tableau III.33 Performances en prédiction du modèle SdR-CCF (III.54) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_m}$ )	Moyenne ( $ER_{L_m}$ )
$2,2 \times 10^{-3}$	10,0%	3,8%	9	18,5%	9,8%

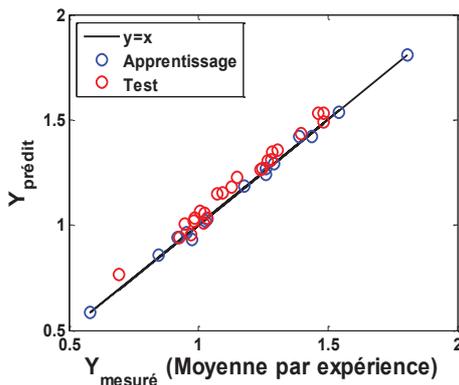


Fig. III.43 Réponses prédites par le modèle SdR-CCF (III.54) en fonction des moyennes mesurées

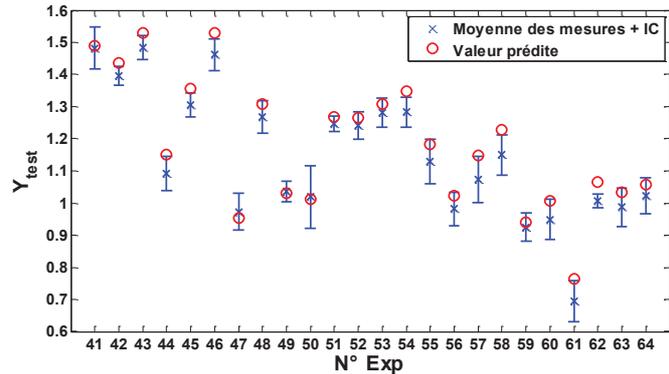


Fig. III.44 Réponses prédites par le modèle SdR-CCF (III.54) et réponses mesurées (moyennes et IC)

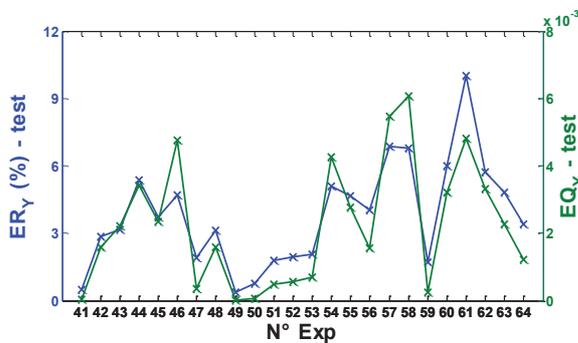
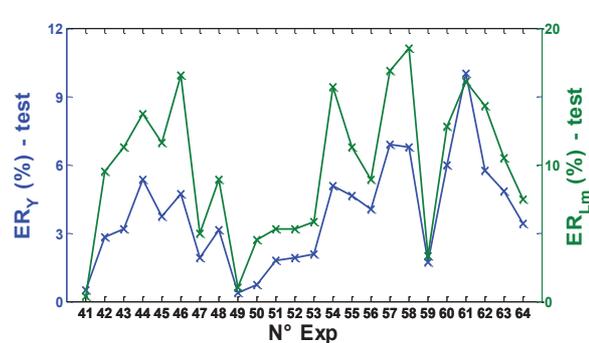


Fig. III.45 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle SdR-CCF (III.54)



Ainsi, avec un modèle du second ordre avec interactions, les performances en prédiction sur la base de test n'ont pas été améliorées par rapport au modèle du premier ordre avec interactions PdE extrême 2<sup>3</sup>

(III.52), ce qui rejoint les conclusions de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais (paragraphe IV.3.4 de ce chapitre), même avec un niveau  $\theta = 1$ . Pour confirmer l'idée, nous construisons le modèle du second ordre sur la base de tous les points expérimentaux du plan factoriel à 3 niveaux.

**V.2.2.2. Plan factoriel 3<sup>3</sup>**

Le modèle de durée de vie du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimé sur la base du plan factoriel à 3 niveaux, c'est-à-dire les 27 points bleus de la figure III.24 (exp. n° 1 à 30 du tableau III.A.2, sauf les 3 répliques centrales, afin de garantir la presque-orthogonalité) a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VV} X_V^2 + I_{FF} X_F^2 + I_{TT} X_T^2 + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T \quad \text{(III.55)}$$

Ce modèle sera désigné par le nom « modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) ». Les coefficients estimés par MCO de ce modèle sont donnés par le tableau III.34. Le diagramme de la figure III.46 illustre les effets des trois facteurs, de leurs termes quadratiques et de leurs interactions.

Tableau III.34 Coefficients estimés du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55)

<b>M</b>	1,181
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,130
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,246
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,230
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,018
<b>I<sub>FF</sub></b>	-0,008
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,002
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,018
<b>I<sub>VT</sub></b>	0,011
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,039

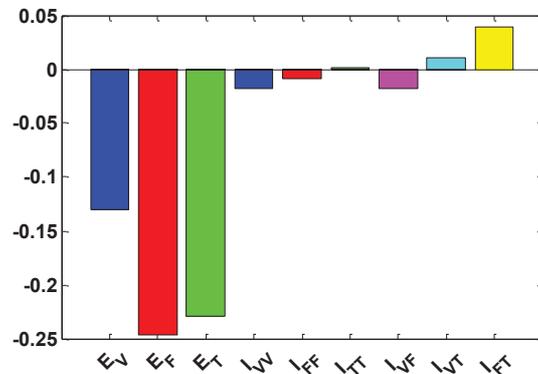


Fig. III.46 Effets des facteurs, des termes quadratiques et des interactions du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55)

Les coefficients du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) estimés avec les 27 points du plan factoriel 3<sup>3</sup> sont donc très proches de ceux du modèle SdR-CCF (III.54) estimés avec les 18 points du CCF.

Le tableau III.35 résume les propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) des coefficients estimés du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) sous hypothèse de normalité des résidus.

Tableau III.35 Coefficients estimés du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC (α = 5%)	Borne supérieure de l'IC (α = 5%)	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,181	8,908×10 <sup>-3</sup>	1,164	1,199	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,130	4,123×10 <sup>-3</sup>	-0,138	-0,122	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,246	4,123×10 <sup>-3</sup>	-0,255	-0,238	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,230	4,123×10 <sup>-3</sup>	-0,238	-0,221	0,000
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,018	7,142×10 <sup>-3</sup>	-0,032	-0,004	0,012
<b>I<sub>FF</sub></b>	-0,008	7,142×10 <sup>-3</sup>	-0,022	0,006	0,241
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,002	7,142×10 <sup>-3</sup>	-0,012	0,016	0,806
<b>I<sub>VF</sub></b>	-0,018	5,050×10 <sup>-3</sup>	-0,027	-0,008	0,001

$I_{VT}$	0,011	$5,050 \times 10^{-3}$	0,001	0,021	0,033
$I_{FT}$	0,039	$5,050 \times 10^{-3}$	0,029	0,049	0,000

De même, seuls les coefficients  $I_{FF}$  et  $I_{TT}$  sont non significatifs à un degré de risque  $\alpha = 5\%$  sous hypothèse de normalité des résidus. Pour confirmer cette hypothèse nous estimons comme précédemment les propriétés des coefficients du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) par bootstrap non paramétrique. Les résultats sont illustrés dans les figures III.47 (a et b) et montrent une cohérence avec les estimations sous hypothèse de normalité des résidus, d'où la validité de cette hypothèse.

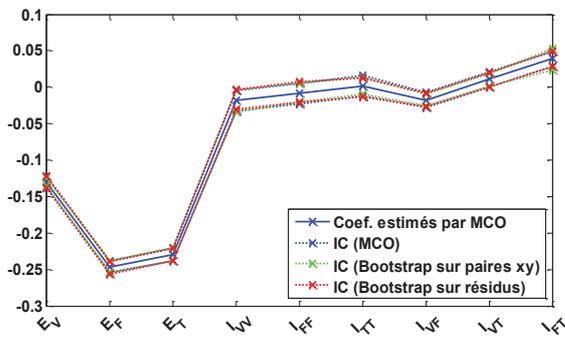


Fig. III.47 a. Coef. du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) et leurs IC à 95% avec et sans hypothèse de normalité des résidus

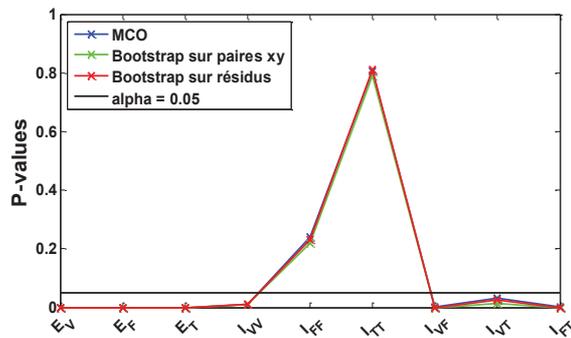


Fig. III.47 b. Test de significativité des coef. du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) avec et sans hypothèse de normalité des résidus

Les performances en prédiction du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) sur la base de test composée des exp. n° 41 à 64 peuvent être résumées par le tableau III.36 et les figures III.48, III.49 et III.50. Ces résultats montrent que la qualité de prédiction du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) reste très proche de celle du modèle SdR-CCF (III.54).

Tableau III.36 Performances en prédiction du modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Lm}$ )	Moyenne ( $ER_{Lm}$ )
$2,1 \times 10^{-3}$	9,5%	3,7%	8	20,2%	9,4%

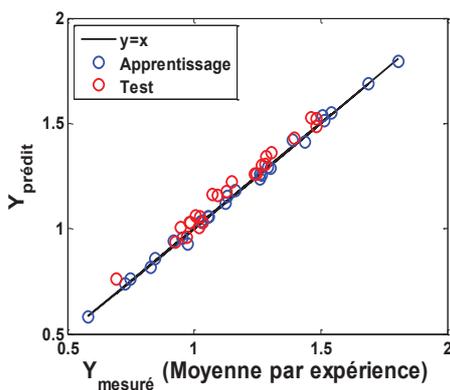


Fig. III.48 Réponses prédites par le modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) en fonction des moyennes mesurées

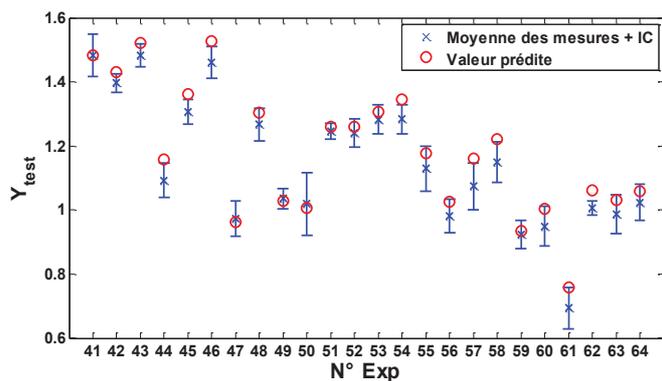


Fig. III.49 Réponses prédites par le modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) et réponses mesurées (moyennes et IC)

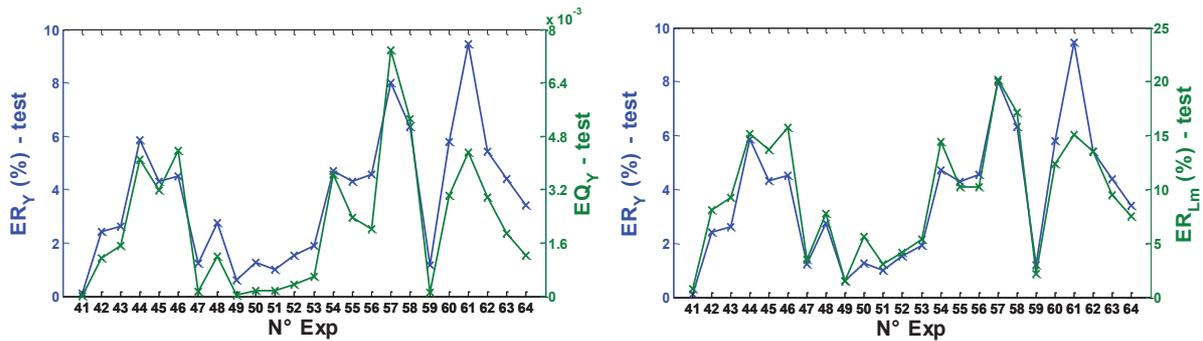


Fig. III.50 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle  $SdR-3^3$  (III.55)

Ainsi, avec les 27 points expérimentaux du plan factoriel  $3^3$ , nous obtenons un modèle de durée de vie ayant des propriétés statistiques et des performances en prédiction très proches de celles du modèle estimé avec les 18 points du CCF. Ceci montre encore une fois que l'ajout de points expérimentaux supplémentaires, même s'ils sont optimisés, n'améliore pas nécessairement la qualité du modèle.

D'autre part, nous remarquons que les performances des 2 modèles du second ordre restent inférieures à celles du premier ordre (à base du PdE extrême). Pour illustrer l'idée, nous comparons dans la figure III.51 les erreurs relatives obtenues sur les expériences n° 41 à 64 avec les différents modèles déjà évoqués dans ce domaine expérimental. Rappelons que, pour les 8 modèles à base des 8 PdE élémentaires, nous avons une base de test constituée de 3 points expérimentaux pour chaque modèle (voir tableau III.28 et figure III.24 où les points verts sont équitablement répartis entre les 8 PdE inscrits), mais nous avons représenté l'ensemble des résultats obtenus pour ces 8 modèles (les 24 points) par une seule couleur (couleur verte).

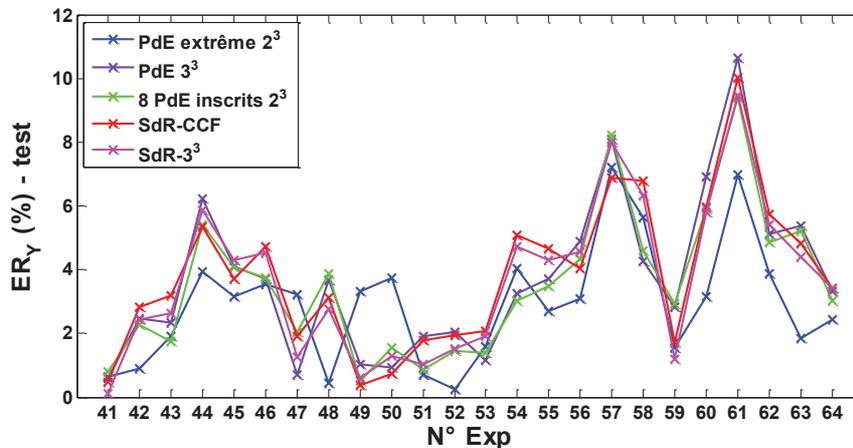


Fig. III.51 Evaluation des  $ER_Y$  obtenues par les différents modèles sur la base de test

Nous remarquons que, globalement, les erreurs les plus faibles sont obtenues avec le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) (courbe en bleu). Pour confirmer l'idée, nous comparons tous les modèles avec les différents critères d'évaluation de la qualité de prédiction sur la base de test à l'aide du *radar plot* de la figure III.52.

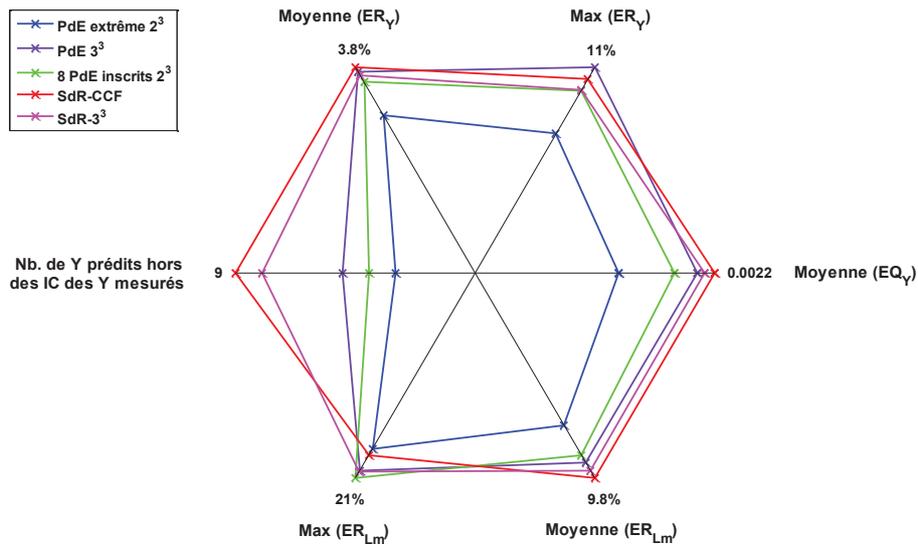


Fig. III.52 Radar plot des performances des différents modèles sur la base de test

En conclusion, nous avons montré que, sur l'ensemble des points de la base de test appartenant au 1<sup>er</sup> domaine expérimental de cette campagne d'essai sur ce matériau isolant ( $0,69 \text{ kV} < V < 1,25 \text{ kV}$  ;  $5,543 \text{ kHz} < F < 15 \text{ kHz}$  ;  $39,7 \text{ °C} < T < 180 \text{ °C}$ ), un modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimé avec les 8 points du PdE placés aux niveaux extrêmes du domaine (modèle (III.52)) donne les meilleurs résultats en terme de prédiction parmi :

- les modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimés soit en augmentant le nombre de degrés de liberté des coefficients avec une base d'apprentissage de plus grande taille mais toujours organisée, soit en décomposant le domaine en 8 cubes et en associant un modèle PdE par cube,
- les modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimés sur la base d'un CCF (ne dépassant pas donc les niveaux extrêmes du domaine) ou sur une base de plus grande taille mais toujours organisée.

La linéarité du modèle entre les trois niveaux des facteurs étant confirmée d'après les modèles du 1<sup>er</sup> ordre estimés avec les différents niveaux, une raison possible à l'origine de cette dégradation de qualité de prédiction est le sur-apprentissage (ajout de niveaux par facteur, de points expérimentaux et de paramètres dans le modèle). Globalement, sur l'ensemble des 24 points de test appartenant à tout ce domaine expérimental, les meilleures prédictions sont obtenues avec le modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimés avec seulement 8 points expérimentaux mais placés judicieusement aux niveaux extrêmes de ce domaine. Ce modèle répond donc à la contrainte du faible coût expérimental tout en assurant une bonne qualité de prédiction sur l'ensemble des points de test.

Dans la partie suivante, nous examinons ci cette conclusion reste valide dans un domaine expérimental plus restreint (le deuxième domaine de cette campagne d'essai). Nous considérons alors le domaine du cube n°1 constitué par les niveaux -1 et 0 de chaque facteur et nous étendons l'étude avec un modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions construit dans ce domaine.

### V.3. Modélisation de la durée de vie dans le 2<sup>ème</sup> domaine d'étude

Le 2<sup>ème</sup> domaine d'étude de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais est constitué par les points organisés du PdE du cube 1 (exp. 1, 2, 4, 5, 10, 11, 13, 17 du tableau III.A.3), des 6 points axiaux avec  $\theta = \sqrt{2}$  (exp. n° 31 à 36 du tableau III.A.3) et des 4 points centraux (exp. n° 37 à 40) qui servent à construire les modèles de durée de vie et des points aléatoires (exp. n° 41, 42, 43, 46, 48 et 53 du tableau III.A.3) appartenant tous à ce 2<sup>ème</sup> domaine et qui servent à tester les modèles. Les points centraux et axiaux sont les points

rouges de la figure III.24. Notons que les expériences n° 46, 48 et 53 ont été rajoutés à la base de test de ce domaine car elles ont toutes des niveaux de contraintes inférieurs à  $\sqrt{2}$  en valeur absolue (cf. tableau III.A.3). L'objectif est donc d'étendre l'étude du modèle du 1<sup>er</sup> ordre déjà construit par un modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions.

### V.3.1. Modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions

Nous avons déjà montré les coefficients estimés du modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimé sur la base du PdE du cube 1 (cf. figure III.38). Nous rappelons alors les valeurs de ces coefficients avec le tableau III.37 et la figure III.53, le modèle ayant la forme :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T + I_{VFT} X_V X_F X_T \quad (\text{III.56})$$

Il sera alors désigné par le nom « modèle PdE (III.56) ».

Tableau III.37 Coefficients estimés du modèle PdE (III.56)

<b>M</b>	1,477
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,054
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,123
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,133
<b>I<sub>VF</sub></b>	0,008
<b>I<sub>VT</sub></b>	-0,007
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,014
<b>I<sub>VFT</sub></b>	-0,005

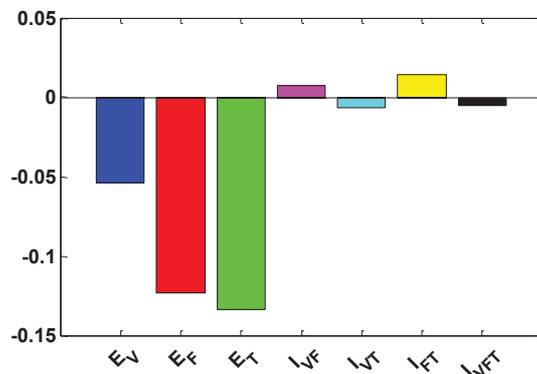


Fig. III.53 Effets des facteurs, des termes quadratiques et des interactions du modèle PdE (III.56)

Dans ce domaine :

- les effets par ordre décroissant sont ceux de : la température, la fréquence et la tension ;
- les effets des interactions par ordre décroissant sont entre : la fréquence et la température, la tension et la fréquence, et la tension et la température ;
- l'interaction du 3<sup>ème</sup> ordre a l'effet le plus faible.

Les propriétés statistiques de ce modèle données par le tableau III.38 montrent que tous les coefficients sont significatifs à 95% sauf  $I_{VT}$  et  $I_{VFT}$ .

Tableau III.38 Coefficients estimés du modèle PdE (III.56) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,477	$3,577 \times 10^{-3}$	1,470	1,484	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,054	$3,577 \times 10^{-3}$	-0,061	-0,046	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,123	$3,577 \times 10^{-3}$	-0,131	-0,116	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,133	$3,577 \times 10^{-3}$	-0,141	-0,126	0,000
<b>I<sub>VF</sub></b>	0,008	$3,577 \times 10^{-3}$	0,000	0,015	0,040
<b>I<sub>VT</sub></b>	-0,007	$3,577 \times 10^{-3}$	-0,014	0,000	0,063
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,014	$3,577 \times 10^{-3}$	0,007	0,022	0,000
<b>I<sub>VFT</sub></b>	-0,005	$3,577 \times 10^{-3}$	-0,012	0,002	0,150

Les performances de ce modèle sur la base de test constituée des exp. n° 41, 42, 43, 46, 48 et 53 sont données par le tableau III.39 et illustrées par les figures III.54, III.55 et III.56. Dans la partie suivante nous comparons alors ces performances avec celles du modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions construit sur la base du CCD dans ce domaine d'étude.

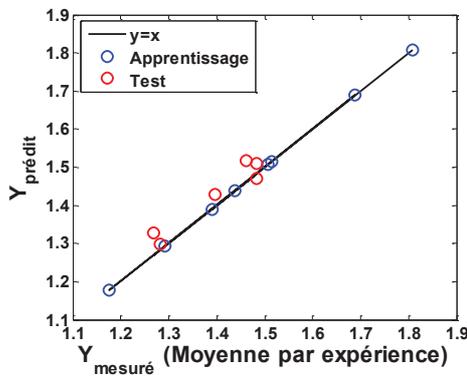


Fig. III.54 Réponses prédites par le modèle PdE (III.56) en fonction des moyennes mesurées

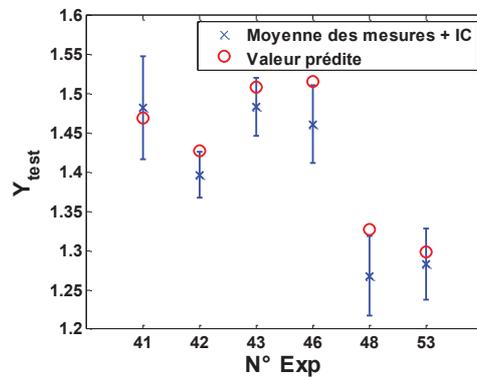


Fig. III.55 Réponses prédites par le modèle PdE (III.56) et réponses mesurées (moyennes et IC)

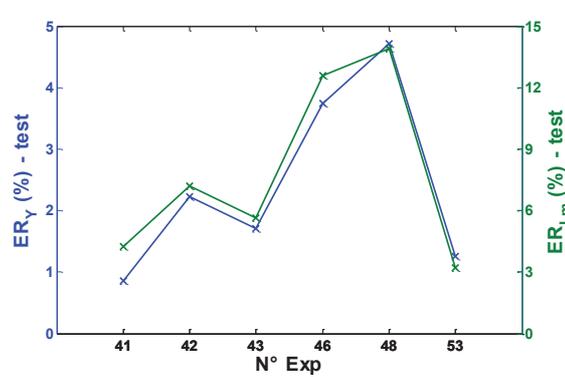
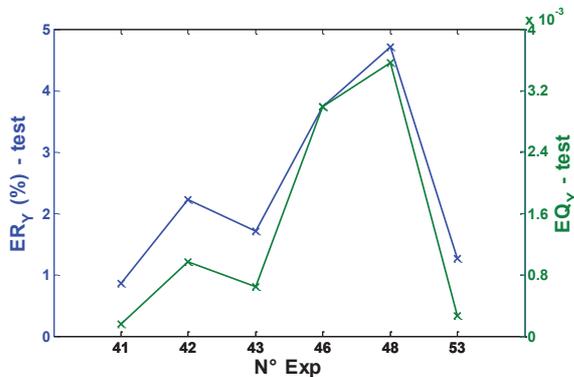


Fig. III.56 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle PdE (III.55)

Tableau III.39 Performances en prédiction du modèle PdE (III.56) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Lm}$ )	Moyenne ( $ER_{Lm}$ )
$1,4 \times 10^{-3}$	4,7%	2,4%	2	13,9%	7,8%

### V.3.2. Modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions

Le modèle de durée de vie du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimé sur la base du plan CCD composé des points du cube 1 (exp. 1, 2, 4, 5, 10, 11, 13, 17), des 6 points axiaux avec  $\theta = \sqrt{2}$  (exp. n° 31 à 36) et des 4 points centraux (exp. n° 37 à 40) a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + I_{VV} X_V^2 + I_{FF} X_F^2 + I_{TT} X_T^2 + I_{VF} X_V X_F + I_{VT} X_V X_T + I_{FT} X_F X_T \quad (\text{III.57})$$

Les coefficients estimés par MCO de ce modèle, désigné par le nom « modèle SdR (III.57) », sont données par le tableau III.40. Le diagramme de la figure III.57 illustre les effets des trois facteurs, de leurs termes quadratiques et de leurs interactions.

Tableau III.40 Coefficients estimés du modèle SdR (III.57)

<b>M</b>	1,448
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,055
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,118
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,118
<b>I<sub>VV</sub></b>	-0,002
<b>I<sub>FF</sub></b>	0,022
<b>I<sub>TT</sub></b>	0,009
<b>I<sub>VF</sub></b>	0,009
<b>I<sub>VT</sub></b>	-0,005
<b>I<sub>FT</sub></b>	0,016

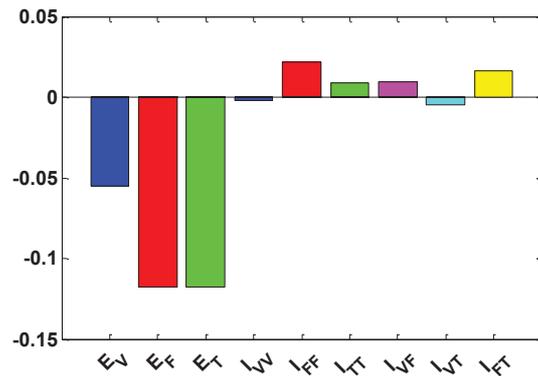


Fig. III.57 Effets des facteurs, des termes quadratiques et des interactions du modèle SdR (III.57)

Les coefficients estimés du modèle SdR (III.57) confirment alors que :

- la tension a l'effet le plus faible ;
- les interactions par ordre d'importance sont celles : entre la fréquence et la température, entre la tension et la fréquence et entre la tension et la température.

De plus, le modèle SdR (III.57) montre que le terme quadratique de la fréquence est le plus important des effets quadratiques, à la différence des résultats obtenus par les modèles du 2<sup>nd</sup> ordre dans le 1<sup>er</sup> domaine (modèles SdR-CCF (III.54) et SdR-3<sup>3</sup> (III.55)) où l'effet quadratique de la tension était le plus important).

Le tableau III.41 donne les caractéristiques globales du modèle SdR (III.57) : le résultat du test de significativité globale de Fisher sous hypothèse de normalité des résidus, le coefficient de détermination ajusté et l'écart-type des résidus.

Tableau III.41 Caractéristiques globales du modèle SdR (III.57)

Source	Somme des Carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	F	p-value
Régression	3,007	9	0,334	230,692	0,000
Résidus	0,194	134	0,001		
Total	3,201				
<b>R<sup>2</sup> ajusté</b>			0,935		
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>			0,038		

Le tableau III.42 résume les propriétés statistiques (écart-types, intervalles de confiance à 95% et p-values du test de significativité de Student) des coefficients estimés du modèle SdR (III.57) sous hypothèse de normalité des résidus.

Nous pouvons conclure que, sous hypothèse de normalité des résidus, et pour un degré de risque à 5%, le modèle pris globalement est significatif (p-value du test de Fisher = 0), et que les coefficients significatifs sont ceux des trois facteurs principaux, de l'interaction entre la fréquence et la température (c'est-à-dire les facteurs simples les plus influents), et du terme quadratique de la fréquence. Notons que la significativité de l'interaction entre la fréquence et la tension est à la limite du degré de confiance, il n'y a pas donc de contradiction avec les résultats du modèle PdE (III.56).

Tableau III.42 Coefficients estimés du modèle SdR (III.57) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
M	1,448	$6,343 \times 10^{-3}$	1,436	1,461	0,000
E <sub>V</sub>	-0,055	$3,884 \times 10^{-3}$	-0,063	-0,047	0,000
E <sub>F</sub>	-0,118	$3,884 \times 10^{-3}$	-0,125	-0,110	0,000
E <sub>T</sub>	-0,118	$3,884 \times 10^{-3}$	-0,125	-0,110	0,000
I <sub>VV</sub>	-0,002	$4,757 \times 10^{-3}$	-0,012	0,007	0,646
I <sub>FF</sub>	0,022	$4,757 \times 10^{-3}$	0,013	0,031	0,000
I <sub>TT</sub>	0,009	$4,757 \times 10^{-3}$	0,000	0,018	0,063
I <sub>VF</sub>	0,009	$4,757 \times 10^{-3}$	0,000	0,019	0,051
I <sub>VT</sub>	-0,005	$4,757 \times 10^{-3}$	-0,014	0,004	0,303
I <sub>FT</sub>	0,016	$4,757 \times 10^{-3}$	0,007	0,026	0,001

Pour valider l'hypothèse de normalité des résidus, nous traçons les graphes des résidus et nous estimons les propriétés statistiques du modèle par bootstrap non-paramétrique (figures III.58 et III.59). Ces figures montrent l'adéquation de la loi de probabilité des résidus avec celle de la loi normale, et la cohérence entre les résultats des estimations non paramétrique des propriétés statistiques du modèle avec celles estimées sous hypothèse de la loi normale.

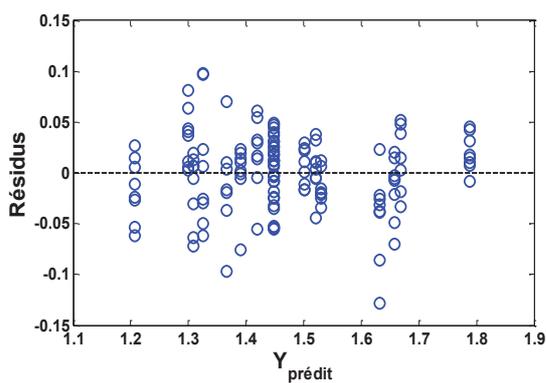


Fig. III.58 a. Résidus du modèle SdR (III.57) en fonction des réponses prédites

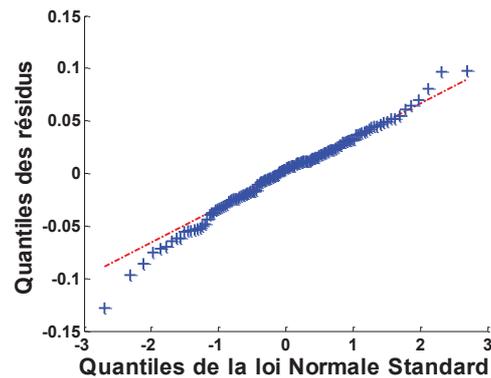


Fig. III.58 b. QQ-plot des résidus du modèle SdR (III.57)

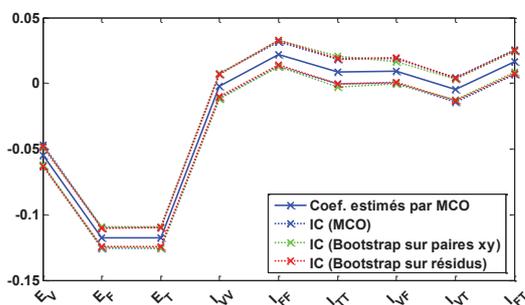


Fig. III.59 a. Coef. du modèle SdR (III.57) et leurs IC à 95% avec et sans hypothèse de normalité des résidus

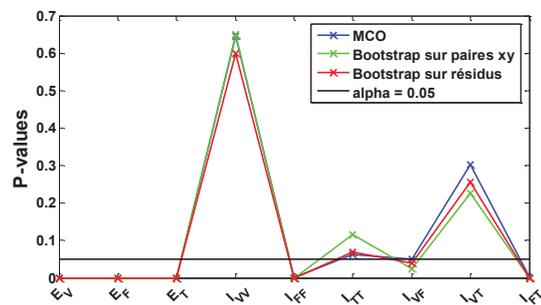


Fig. III.59 b. Test de significativité des coef. du modèle SdR (III.57) avec et sans hypothèse de normalité des résidus

Les performances en prédiction du modèle SdR (III.57) sur sa base de test (exp. n° 41, 42, 43, 46, 48 et 53) sont données par le tableau III.43 et les figures III.60, III.61 et III.62.

Tableau III.43 Performances en prédiction du modèle SdR (III.57) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Lm}$ )	Moyenne ( $ER_{Lm}$ )
$1,0 \times 10^{-3}$	4,7%	1,9%	1	13,9%	5,8%

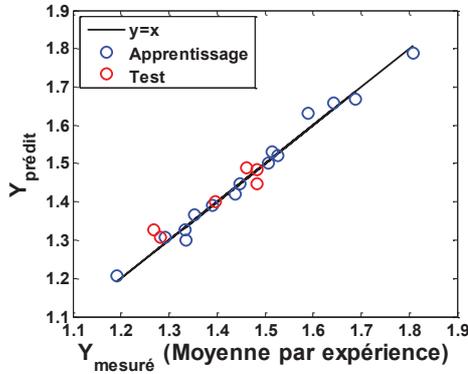


Fig. III.60 Réponses prédites par le modèle SdR (III.57) en fonction des moyennes mesurées

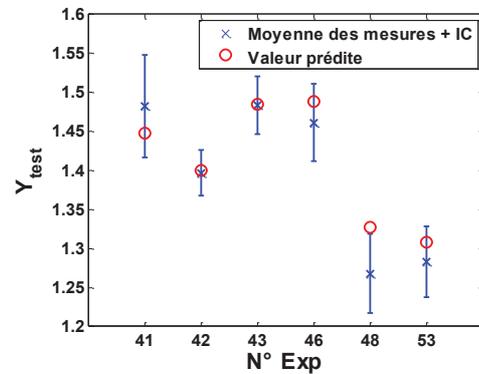


Fig. III.61 Réponses prédites par le modèle SdR (III.57) et réponses mesurées (moyennes et IC)

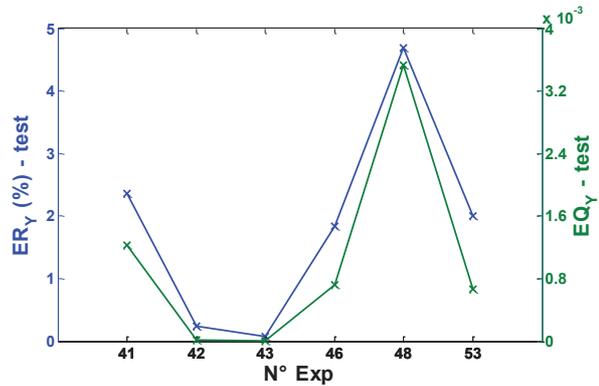
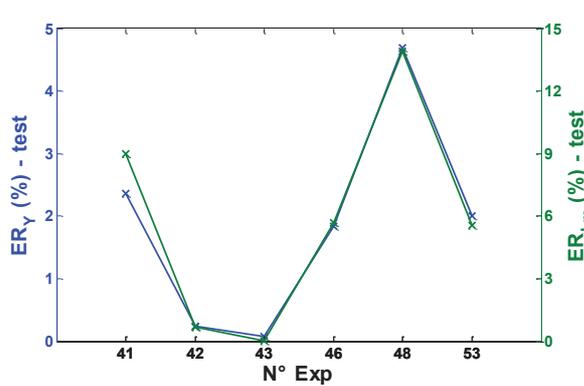


Fig. III.62 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle SdR (III.57)

Ces performances en prédiction sont alors comparées avec celles du modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions (modèle PdE (III.56)) dans les figures III.63 (a et b).

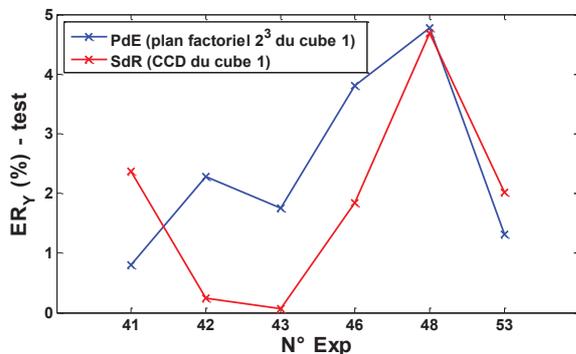


Fig. III.63 a. Evaluation de  $ER_Y$  sur les points de la base de test des modèles PdE (III.56) et SdR (III.57)

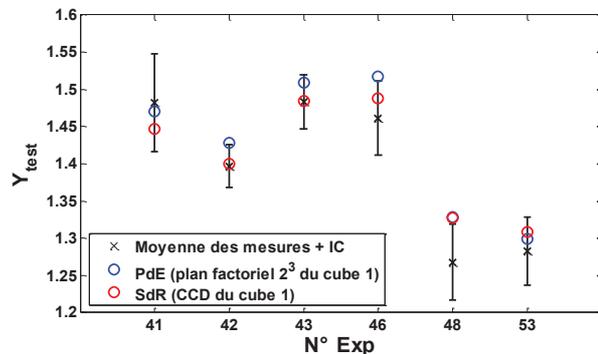


Fig. III.63 b. Réponses prédites par les modèles PdE (III.56) et SdR (III.57) et réponses mesurées (moyennes et IC)

En conclusion, nous pouvons déduire qu'en moyenne, la qualité de prédiction a été améliorée avec le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions. A la différence des cas précédents, nous avons montré avec cette

campagne d'essais sur les isolants qu'un modèle du 2<sup>nd</sup> ordre peut être mieux adapté à la prédiction des points de la base de test lorsque le domaine expérimental est limité à des faibles variations des facteurs.

En effet, dans la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais, la tension varie entre 1 kV et 3 kV, la fréquence entre 5 kHz et 15 kHz et la température entre -55 °C et 180 °C. Dans le 1<sup>er</sup> domaine expérimental de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais, la tension varie entre 0,69 kV et 1,25 kV, la fréquence entre 5,543 kHz et 15 kHz et la température entre 39,7°C et 180°C. Ce domaine est plus restreint que celui de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais mais reste suffisamment large pour que le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre ne puisse être adapté.

Lorsque nous nous limitons au 2<sup>ème</sup> domaine où V varie entre 0,65 kV et 0,99 kV, F entre 5 kHz et 10,1085 kHz et T entre 30 °C et 111,6 °C, nous constatons que le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre améliore en moyenne la qualité de prédiction des points de la base de test dans ce domaine par rapport au modèle du 1<sup>er</sup> ordre. Ainsi, la validité des modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions est en effet limitée à des domaines expérimentaux très restreints en termes de variations des niveaux des facteurs.

## VI. Modèles paramétriques de durée de vie des OLED

### VI.1. Configuration des tests

Nos travaux obéissant à une démarche méthodologique, nous cherchons à les appliquer sur d'autres objets du génie électrique que les seuls matériaux isolants. Nous avons ainsi, en collaboration avec l'équipe Lumière et Matière (LM) du LAPLACE, porté notre attention sur les OLED, (*Organic LED*) qui constituent avec les LED l'avenir des sources d'éclairage mais avec des durées de vie limitées (30000 h à 40000 h) et un mode de vieillissement encore mal connu.

Nous rappelons que, d'après la littérature, deux facteurs de vieillissement sont les plus influents sur la durée de vie des OLED : la densité de courant et la température. Ces deux facteurs sont donc considérés dans nos tests de vieillissement. Le domaine de variation de ces deux facteurs est choisi, en concertation avec l'équipe LM, de façon à accélérer le vieillissement des OLED sans provoquer des défaillances brusques. Nous avons également montré d'après le chapitre 2 que le stress thermique seul ne conduit pas au vieillissement des OLED. Les tests de vieillissement accéléré permettant de construire les modèles de durée de vie sont donc donnés par le tableau II.7 du chapitre 2 où les expériences correspondant à un courant nul ont été retirées.

Les tests à stress thermique et électrique combinés ont été configurés de façon à pouvoir effectuer des plans d'expériences permettant de construire des modèles du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions. Les points expérimentaux n° 1 à 9 du tableau II.7 du chapitre 2 forment un plan d'expériences à 3 niveaux - 1 ; 0 et 1 (avec 2 facteurs,  $3^2 = 9$  expériences sont nécessaires). Ces points permettent alors de construire :

- un modèle du premier ordre avec interactions de la forme (III.34) en utilisant le PdE à 3 niveaux (exp. n° 1 à 9) ;
- un modèle du premier ordre avec interactions de la forme (III.27) en utilisant le plan factoriel  $2^2$  avec les niveaux extrêmes -1 et +1 (exp. n° 1, 3, 7 et 9) ;
- 4 modèles du premier ordre avec interactions de la forme (III.27) en utilisant les 4 plans factoriels  $2^2$  constitués par les niveaux (-1 ; 0) et (+1 ; 0) (notons qu'il faut ramener à chaque fois les niveaux à (-1 ; +1) pour obtenir une matrice orthogonale d'Hadamard) ;
- un modèle du second ordre avec interactions de la forme (III.38) en utilisant le plan CCF formé par le plan factoriel  $2^2$  extrême (exp. n° 1, 3, 7 et 9), les 4 points axiaux avec  $\theta = 1$  (exp. n° 2, 4, 6 et 8) et le seul point central (exp. n° 5) suffisant pour vérifier le critère de presque orthogonalité dans le cas de deux facteurs.

Pour des contraintes de coût (les OLED testées coûtent 100 € pièce), de temps expérimental (les expériences ont duré un an), et de disponibilité du matériel, un seul échantillon (OLED) par configuration expérimentale a été testé, et aucun point supplémentaire à configuration aléatoire n'a pu être réalisé. Par conséquent, nous ne pouvons pas effectuer une analyse statistique des coefficients des modèles de durée de vie. D'autre part, les modèles seront testés, lorsqu'il est possible, sur les points expérimentaux organisés qui n'ont pas servi à leur construction et qui appartiennent au même domaine que leurs bases d'apprentissage.

Contrairement aux isolants pour lesquels la durée de vie est définie par la mort de l'échantillon, la durée de vie des OLED  $L_x$  est définie par la date à laquelle la luminance relative atteint un pourcentage  $x\%$  de sa valeur initiale. Ceci permet alors de construire des modèles de durée de vie à différents taux de dégradation et suivre ainsi l'évolution du modèle en fonction du temps (modèles de vieillissement).

Le tableau III.44 résume les différentes valeurs réelles transformées et les 3 niveaux associés à chacun des facteurs dans le plan factoriel à 3 niveaux.

Tableau III.44 Valeurs des facteurs de stress et niveaux associés (campagne d'essais sur les OLED)

Niveau $X_i$	$U_J = \text{Log}(J) - J$ en mA/cm <sup>2</sup>	$U_T = 1/T - T$ en K
-1	Log(11,25)	1/(23+273,15)
0	Log(13)	1/(40+273,15)
+1	Log(15)	1/(60+273,15)

Les différentes configurations des exp. n° 1 à 9 après codage en niveaux sont données par le tableau III.A.4 en annexe où les niveaux des facteurs sont désignés par  $X_J$  et  $X_T$ . En 2D, la configuration des 9 points expérimentaux est donnée par la figure III.64 (les numéros des exp. y sont notés en rouge).

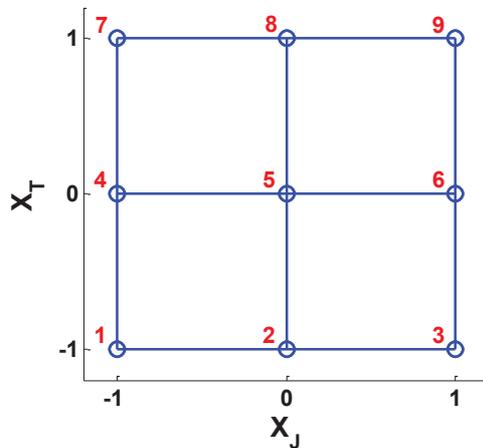


Fig.III.64 Points expérimentaux du Tableau III.A.4 dans l'espace 2D

## VI.2. Modèles paramétriques

### VI.2.1. Modèles à $L_{70}$

Pour définir la durée de vie des OLED il faut définir le pourcentage de dégradation de leur luminance. Dans un premier temps nous considérons la durée de vie des 9 OLED à 70% de leurs luminances initiales. Cette durée de vie est donc notée  $L_{70}$  (cf. tableau III.A.4 en annexe).

**VI.2.1.1. Modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions**

Les expériences n° 1, 3, 7 et 9 de la figure III.64 et du tableau III.A.4 permettent de construire un modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions de la forme :

$$Y = \text{Log}(L_{70}) = M + E_J X_J + E_T X_T + I_{JT} X_J X_T \quad (\text{III.58})$$

où  $L_{70}$  désigne les durées de vie mesurées à 70% de la luminance initiale en heures,  $X_J$  et  $X_T$  sont les niveaux respectifs de  $\text{Log}(J)$ , et de  $1/T$  comme indiqué dans le tableau III.A.4. Les paramètres inconnus de ce modèle sont la constante  $M$ , les coefficients  $E_J$ ,  $E_T$  associés aux effets de la densité du courant et de la température respectivement, et le coefficient  $I_{JT}$  associé à l'effet de leur interaction. Ce modèle sera désigné par le nom « modèle PdE extrême 2<sup>2</sup> (III.58) ».

Les coefficients de ce modèle estimés par MCO sont donnés dans le tableau III.45. La base de test de ce modèle est constituée par les exp. n° 2, 4, 5, 6 et 8 appartenant toutes au domaine expérimental de la base d'apprentissage de ce modèle. Les erreurs relatives sur cette base de test entre  $\text{Log}(L_{70})$  mesurés et ceux prédits par le modèle PdE extrême 2<sup>2</sup> (III.58) sont donnés dans le tableau III.46.

Tableau III.45 Coefficients estimés du modèle PdE extrême 2<sup>2</sup> (III.58)

<b>M</b>	3,206
<b>E<sub>J</sub></b>	-0,173
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,352
<b>I<sub>JT</sub></b>	-0,007

Tableau III.46 Erreurs relatives du modèle PdE extrême 2<sup>2</sup> (III.58) sur sa base de test

<b>Exp.</b>	<b>Log(L<sub>70</sub>) mesuré</b>	<b>Log(L<sub>70</sub>) prédit</b>	<b>Erreur relative</b>
<b>2</b>	3,704	3,558	4,0%
<b>4</b>	3,465	3,379	2,5%
<b>5</b>	3,291	3,206	2,6%
<b>6</b>	3,272	3,033	7,3%
<b>8</b>	3,023	2,854	5,6%

Les coefficients estimés de ce modèle montrent alors qu'entre les niveaux -1 et +1 de chacun des facteurs ( $11,25 \text{ mA/cm}^2 < J < 15 \text{ mA/cm}^2$  et  $23^\circ\text{C} < T < 60^\circ\text{C}$ ), la température a un effet plus élevé que la densité du courant et l'interaction entre les deux facteurs est négligeable devant leurs effets principaux. Les erreurs relatives calculées sur les points qui n'ont pas servi à la construction du modèle sont généralement faibles (< 8%), ce qui valide la forme considérée du modèle et des deux facteurs.

Si maintenant nous décomposons le plan factoriel 3<sup>2</sup> de la figure III.64 en 4 plans factoriels 2<sup>2</sup> (les 4 carrés inscrits de la figure III.64), nous pourrions construire 4 modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions. Les bases d'apprentissage de ces 4 modèles (désignés par les 4 PdE inscrits 2<sup>2</sup>) sont données par le tableau III.47. Il faut noter que ces 4 modèles ne peuvent pas être testés sur les points qui ne servent pas à leur construction puisque ces points seraient à chaque fois à l'extérieur de leur domaine d'apprentissage.

Tableau III.47 Bases d'apprentissage des 4 PdE inscrits 2<sup>2</sup>

<b>Carré</b>	<b>Niveaux de J</b>	<b>Niveaux de T</b>	<b>Exp. de la base d'apprentissage</b>
<b>1</b>	[-1 ; 0]	[-1 ; 0]	1, 2, 4, 5
<b>2</b>	[0 ; 1]	[-1 ; 0]	2, 3, 5, 6
<b>3</b>	[0 ; 1]	[0 ; 1]	5, 6, 8, 9
<b>4</b>	[-1 ; 0]	[0 ; 1]	4, 5, 7, 8

Les 4 modèles PdE inscrits  $2^2$  ont la même forme que (III.58) et leurs coefficients estimés par MCO sont données par le diagramme de la figure III.65. Notons que les niveaux de  $J$  et de  $T$  sont à chaque fois ramenés par changement de variables aux niveaux -1 (pour le niveau bas) et +1 (pour le niveau haut) lors du calcul de chacun des modèles.

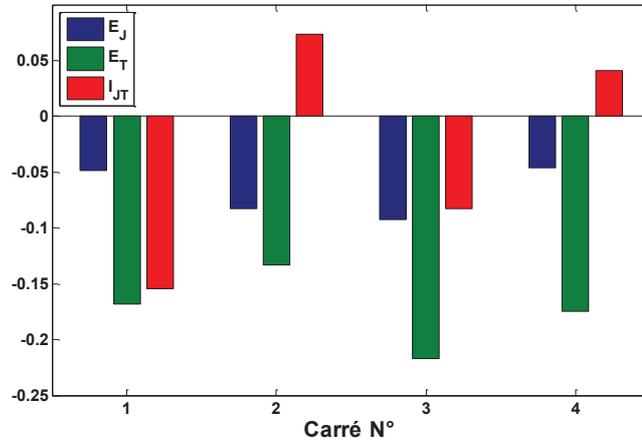


Fig. III.65 Coefficients estimés des 4 PdE inscrits  $2^2$

D'après ce diagramme nous pouvons d'abord confirmer que l'effet de la température (en vert) est plus élevé que celui de la densité de courant (en bleu), et ceci quel que soit le domaine expérimental (le PdE inscrit). En revanche, contrairement au modèle PdE extrême  $2^2$ , l'interaction entre les deux facteurs a un effet important dans chacun des 4 PdE inscrits. Enfin, l'effet de la densité du courant (respectivement de la température) augmente lorsque les niveaux du courant (respectivement de la température) passent de [-1 ; 0] à [0 ; 1]. Ce phénomène est observé en comparant  $E_J$  entre les carrés 1 et 4, d'une part, et 2 et 3 d'autre part, et en comparant  $E_T$  entre les carrés 1 et 2, d'une part, et 3 et 4 d'autre part. La décomposition du PdE à 3 niveaux en 4 PdE à 2 niveaux fait donc apparaître des effets non linéaires de la densité du courant et de la température ainsi que de fortes interactions entre les deux facteurs.

Afin de confirmer ces résultats nous construisons le dernier modèle du 1<sup>er</sup> ordre sur la base du PdE à 3 niveaux. Ce modèle a la forme suivante :

$$Y = \text{Log}(L_{70}) = M + [E_{J_{-1}} \ E_{J_0} \ E_{J_{+1}}][X_J] + [E_{T_{-1}} \ E_{T_0} \ E_{T_{+1}}][X_T] + [X_J]' \begin{bmatrix} I_{J_{-1};T_{-1}} & I_{J_{-1};T_0} & I_{J_{-1};T_{+1}} \\ I_{J_0;T_{-1}} & I_{J_0;T_0} & I_{J_0;T_{+1}} \\ I_{J_{+1};T_{-1}} & I_{J_{+1};T_0} & I_{J_{+1};T_{+1}} \end{bmatrix} [X_T] \quad (\text{III.59})$$

Il est désigné par le nom « modèle PdE  $3^2$  (III.59) ». Le calcul des différents coefficients de ce modèle se fait à l'aide des méthodes présentées dans le paragraphe III.2.2 de ce chapitre. Nous obtenons alors :

Tableau III.48 Coefficients du modèle PdE  $3^2$  (III.59)

$M = 3,287$	
Facteurs principaux	Interaction $X_J X_T$
$E_{J_0} = 0,053$	$I_{J_0;T_0} = -0,105$
$E_{T_0} = 0,056$	$I_{J_0;T_{+1}} = 0,060$
$E_{J_{+1}} = -0,174$	$I_{J_{+1};T_0} = 0,104$
$E_{T_{+1}} = -0,376$	$I_{J_{+1};T_{+1}} = -0,063$

Ce modèle confirme alors que lorsque l'intervalle  $[-1 ; 1]$  est décomposé en deux intervalles  $[-1 ; 0]$  et  $[0 ; 1]$ , les effets de  $X_J$  et de  $X_T$  ne sont pas les mêmes dans ces deux domaines et l'effet des interactions n'est pas négligeable.

### VI.2.1.2. Modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions

Dans le cas de deux facteurs, le plan factoriel à 3 niveaux équidistants (-1, 0 et 1) constitue également un CCF avec une réplication centrale qui suffit dans ce cas pour satisfaire le critère de presque-orthogonalité (équation (III.44)). Les exp. n° 1 à 9 du tableau III.A.4 forment donc un CCF et sont utilisés pour estimer le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions ayant la forme :

$$Y = \text{Log}(L_{70}) = M + E_J X_J + E_T X_T + I_{JJ} X_J^2 + I_{TT} X_T^2 + I_{JT} X_J X_T \quad (\text{III.60})$$

où  $I_{JJ}$  et  $I_{TT}$  sont les effets quadratiques de la densité de courant et de la température respectivement. Ce modèle sera alors désigné par le nom « modèle SdR-CCF (III.60) ». Les coefficients de ce modèle estimés par MCO sont donnés dans le tableau III.49.

Tableau III.49 Coefficients estimés du modèle SdR-CCF (III.60)

<b>M</b>	3,396
<b>E<sub>J</sub></b>	-0,148
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,348
<b>I<sub>JJ</sub></b>	-0,079
<b>I<sub>TT</sub></b>	-0,084
<b>I<sub>JT</sub></b>	-0,007

Ce modèle confirme tout d'abord que l'effet de la température est plus élevé que celui de la densité du courant. Il montre également un effet quadratique important des deux facteurs. Il faut noter que le point central et les points axiaux n'interviennent pas dans le calcul de l'effet de l'interaction  $I_{JT}$  car le produit des niveaux des deux facteurs est nul pour ces points. Les valeurs de  $I_{JT}$  estimés par les modèles PdE extrême 2<sup>2</sup> (III.58) et SdR-CCF (III.60) sont donc les mêmes.

### VI.2.2. Modèles de vieillissement

Dans cette campagne d'essai sur les OLED les mesures ont été effectuées au cours du temps pour différents taux de dégradation de la luminance. Nous pouvons donc associer un modèle de durée de vie à chaque taux de dégradation et suivre l'évolution des paramètres des modèles au cours du temps. Ces modèles seront alors désignés par les modèles de vieillissement. Ils seront estimés pour des luminances relatives entre 85% et 65%.

#### VI.2.2.1. Modèle de vieillissement du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions

Le modèle PdE extrême 2<sup>2</sup> (III.58) construit sur la base des exp. n° 1, 3, 7 et 9 est estimé pour les durées de vie définies par :  $L_{85}$ ,  $L_{80}$ ,  $L_{75}$ ,  $L_{70}$  et  $L_{65}$ . L'ensemble de ces modèles est désigné par le nom « modèle de vieillissement PdE extrême 2<sup>2</sup> ». Les coefficients de ces modèles estimés par MCO sont donnés par le diagramme de la figure III.66.

Nous confirmons encore une fois que l'effet de la température est plus élevé que celui de la densité du courant et ceci quel que soit le taux de dégradation. En revanche, nous observons que les effets des deux facteurs évoluent au cours du temps : l'effet de la densité du courant a tendance à augmenter alors que l'effet de la température a tendance à diminuer. L'effet de l'interaction reste toutefois négligeable devant les effets principaux des facteurs.

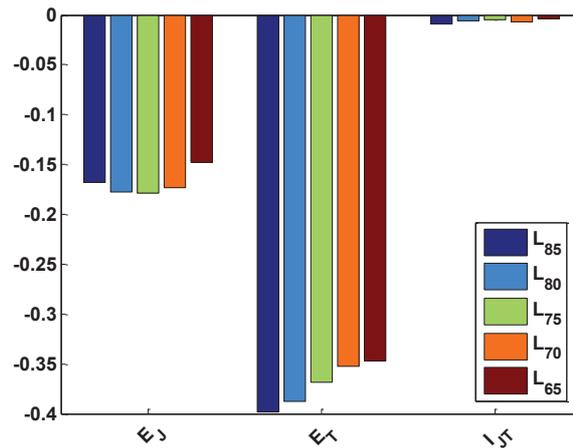


Fig. III.66 Modèle de vieillissement PdE extrême 2<sup>2</sup>

### VI.2.2.2. Modèle de vieillissement du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions

Le modèle SdR-CCF (III.60) construit sur la base des exp. n° 1 à 9 est estimé pour les durées de vie définies par :  $L_{85}$ ,  $L_{80}$ ,  $L_{75}$ ,  $L_{70}$  et  $L_{65}$ . L'ensemble de ces modèles est désigné par le nom « modèle de vieillissement SdR-CCF ». Les coefficients de ces modèles estimés par MCO sont donnés par le diagramme de la figure III.67.

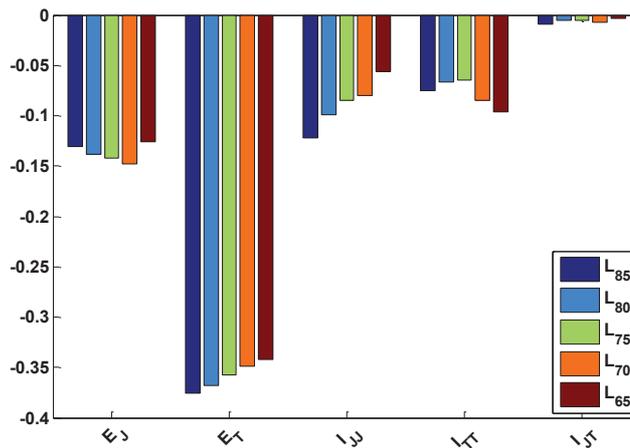


Fig. III.67 Modèle de vieillissement SdR-CCF

Ce modèle confirme alors que l'effet de la température est plus élevé que celui de la densité du courant que les deux facteurs ont des effets quadratiques non négligeables dans ce domaine expérimental. Comme dans le modèle de vieillissement PdE extrême 2<sup>2</sup>, l'effet de la densité du courant tend à augmenter au cours du temps, à l'inverse de celui de la température. Ce modèle montre aussi que les effets quadratiques évoluent dans le sens inverse de ceux des facteurs. Etant donné que les variables du modèle sont toutes normalisées entre -1 et +1, que les effets quadratiques évoluent dans le sens inverse l'un de l'autre, et que l'effet de la température domine sur celui de la densité du courant, l'évolution des paramètres de ce modèle pris globalement est en accord avec l'augmentation au cours du temps du taux de dégradation et donc de la durée de vie associée (on a  $L_{85} < L_{80} < \dots < L_{65}$ ).

Tous ces résultats nécessitent une validation expérimentale en effectuant des mesures physiques (nano-structurales) sur les OLED dégradées. Ces mesures permettront de détecter les conséquences des effets des contraintes électriques et thermiques sur la structure des OLED et d'identifier par la suite lequel des deux facteurs a été le plus influent sur la dégradation. Ceci constituera donc une perspective de ce travail.

## VII. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des modèles paramétriques de durée de vie des différents composants étudiés : deux matériaux isolants de deux classes thermiques différentes et des sources d'éclairage OLED. Les modèles paramétriques développés expriment une relation linéaire entre le logarithme de la durée de vie d'une part, et les facteurs transformés et leurs interactions d'autre part. Ils ont donc la forme générale des modèles de régression multilinéaire et peuvent être estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires. Nous avons défini les différents critères d'évaluation de ces modèles (validation des hypothèses de base, évaluation de la qualité des estimateurs et de la qualité de prédiction) dans la première partie de ce chapitre.

Dans le contexte du génie électrique, les points expérimentaux nécessaires pour l'estimation des modèles de durée de vie sont limités par des contraintes expérimentales diverses : coût d'achat des composants à tester, temps nécessaire au vieillissement ou au claquage du composant testé, disponibilité et coût du matériel expérimental, etc. Ainsi, il est important, dans le but de minimiser le coût expérimental, de bien définir le nombre et la configuration des tests de vieillissement accéléré qui garantissent la meilleure qualité du modèle de durée de vie. Nous avons présenté les différentes méthodes d'optimisation expérimentale permettant de construire, à moindre coût expérimental, des modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions. Ce sont respectivement les Plans d'Expériences (PdE) et les plans pour Surfaces de Réponses (SdR). Les tests de vieillissement accéléré sur les différents composants sont alors configurés selon ces deux méthodes. Les modèles paramétriques présentés sont donc estimés sur la base de ces points organisés. Pour les deux campagnes d'essais sur les isolants, des points supplémentaires aléatoirement configurés ont été réalisés pour servir de bases de tests pour les modèles.

Le plan expérimental organisé de la première campagne d'essais sur le premier type d'isolants (de classe thermique 200°C) constitue un plan composite centré (CCD) de 18 points expérimentaux incluant un PdE à deux niveaux (formé donc de 8 points). Le 1<sup>er</sup> modèle paramétrique que nous avons présenté est du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions construit sur la base des 8 points du PdE. Les coefficients de ce modèle montrent que les facteurs par ordre d'importance sont la tension, la température et la fréquence, et que les interactions par ordre d'importance sont celles entre la tension et la température, la tension et la fréquence et la température et la fréquence. L'interaction entre les trois facteurs a un effet faible par rapport aux autres variables du modèle. Le 2<sup>ème</sup> modèle (du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions) construit sur la base des 18 points du CCD révèle en plus un effet important du terme quadratique de la température. Cependant, nous avons montré que le modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions présente une meilleure qualité de prédiction sur les points de la base de test que celui du 2<sup>nd</sup> ordre. Ceci nous conduit à l'une des deux hypothèses : la non-linéarité du modèle appris sur la base des 18 points du CCD, ou le sur-apprentissage du fait de l'ajout de trois niveaux par facteur, de 10 points expérimentaux et de trois termes quadratiques dans le modèle, ce qui diminue la flexibilité du modèle et donc sa capacité à s'adapter à différentes configurations d'expériences comme ceux de la base de test.

Le plan expérimental organisé de la deuxième campagne d'essais sur le deuxième type d'isolants (de classe thermique 220°C) est configuré de façon à pouvoir construire des modèles paramétriques dans deux domaines d'étude. Le 1<sup>er</sup> domaine est un PdE à trois niveaux avec quatre répliques au centre (30 expériences au total). L'avantage de cette configuration est de permettre de construire des modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions basés sur deux ou trois niveaux des facteurs ainsi que des modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions basés sur les trois niveaux.

Les modèles du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions basés sur deux niveaux montrent dans ce cas que la fréquence et la température sont les deux facteurs les plus importants ayant l'interaction la plus importante, et que la plus faible interaction d'ordre 2 est celle entre la tension et la température, l'interaction d'ordre 3 ayant le plus faible coefficient du modèle. Le modèle du 1<sup>er</sup> ordre basé sur trois niveaux montre une

linéarité des coefficients de la fréquence et de la température mais une légère augmentation de l'effet de la tension lorsqu'on passe aux deux niveaux les plus élevés de la tension. Les deux modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimés respectivement sur la base des 18 points du plan composite à faces centrées (CCF) et les 27 points du plan à trois niveaux ont quasiment les mêmes performances et montrent un effet quadratique important de la tension en plus des effets importants des variables révélés par les modèles du 1<sup>er</sup> ordre.

En comparant ces différents modèles sur la base de test unique, nous avons remarqué que les meilleures performances en prédiction sont obtenues avec le modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions basé sur les 8 points du PdE ayant les deux niveaux extrêmes des trois facteurs. L'hypothèse de la linéarité du modèle entre les trois niveaux étant confirmée, le sur-apprentissage peut être à l'origine de la dégradation de la qualité de prédiction avec les autres modèles ayant un nombre de coefficients plus élevé et/ou une base d'apprentissage de taille plus élevée.

Le 2<sup>ème</sup> domaine de cette campagne d'essai est formé du PdE aux deux niveaux les plus faibles de chacun des facteurs, auquel sont rajoutés des points expérimentaux pour enfin former un CCD dans ce domaine. Alors que les importances relatives des facteurs et des interactions restent les mêmes par rapport au 1<sup>er</sup> domaine, le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre dans ce domaine montre que l'effet quadratique le plus important est celui de la fréquence (au lieu de celui de la tension dans le 1<sup>er</sup> domaine). En termes de prédiction, nous avons remarqué que le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions dans ce domaine a permis d'améliorer en moyenne la qualité de prédiction de celui du 1<sup>er</sup> ordre sur les points de la base de test. Nous avons alors conclu avec cette deuxième campagne d'essai qu'un modèle du 2<sup>nd</sup> ordre peut améliorer la qualité du modèle du 1<sup>er</sup> ordre lorsque le domaine expérimental est restreint à des faibles variations des niveaux des facteurs comme ceux du deuxième domaine de cette campagne d'essais.

Pour les modèles paramétriques de durée de vie des isolants, nous avons pu valider les propriétés statistiques des coefficients obtenues sous hypothèses de normalité des résidus par la méthode du bootstrap non paramétrique. En effet, sans hypothèse de loi de distribution, et par ré-échantillonnage des données en apprentissage, nous avons trouvé des résultats statistiques similaires à ceux qui découlent de l'hypothèse de normalité des résidus en ce qui concerne la variabilité des coefficients et leur significativité dans le modèle, ce qui valide cette hypothèse. Cette méthode semble être bien adaptée donc pour la validation de résultats statistiques dans le cas d'un faible nombre de points expérimentaux.

Les résultats obtenus avec les deux campagnes d'essais sur les isolants montrent que les modèles de durée de vie du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions présentent en général de bonnes performances en termes de prédiction. Grâce à la méthode des plans d'expériences, ces modèles peuvent être estimés avec une base d'apprentissage organisée qui minimise le coût expérimental (deux niveaux par facteur) tout en maximisant la précision du modèle. La méthode des surfaces de réponse permet de raffiner le modèle du 1<sup>er</sup> ordre en rajoutant des termes quadratiques sur le modèle et des points expérimentaux sur la base d'apprentissage, ce qui augmente le coût expérimental et conduit dans certains cas à un sur-apprentissage. En revanche, nous avons montré que le modèle du 2<sup>nd</sup> ordre peut améliorer la qualité de prédiction du modèle du 1<sup>er</sup> ordre dans le cas où le domaine expérimental est limité à des variations faibles des facteurs de vieillissement. Dans le contexte du faible nombre d'échantillons, nous avons montré l'intérêt de la méthode du bootstrap non paramétrique pour la validation des propriétés statistiques des modèles de durée de vie (validation de l'hypothèse de normalité des résidus, validation de la significativité des coefficients estimés et de leurs intervalles de confiance, etc.).

Tous les coefficients des différents modèles paramétriques de durée de vie des isolants ne sont pas jugés significatifs d'après le test de significativité de Student (les variables les moins importantes sont non significatives). D'autre part, nous disposons d'une base d'apprentissage organisée et plus riche que celle des PdE mais qui n'a pas pu être utile en tant que base d'apprentissage de modèles du 2<sup>nd</sup> ordre dans le sens de l'amélioration de la qualité de prédiction des modèles du 1<sup>er</sup> ordre. Pour toutes ces raisons, nous présentons dans le chapitre suivant une approche de modélisation la durée de vie d'un point de vue

différent des modèles paramétriques. Nous proposons alors d'exploiter les bases d'apprentissage organisés pour construire des modèles de durées de vie non paramétriques et hybrides pouvant être, d'une part, plus facilement interprétable, et d'autre part, mieux performants que les modèles paramétriques du 2<sup>nd</sup> ordre en termes de qualité de prédiction.

Quant aux tests réalisés sur les OLED, ils sont organisés selon un PdE à trois niveaux permettant de construire des modèles du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions. La durée de vie d'une OLED étant définie par le taux de dégradation de sa luminance, plusieurs mesures ont été effectuées au cours du temps de vieillissement. Ceci a permis alors de définir un modèle paramétrique de vieillissement et de suivre l'évolution des paramètres de ce modèle au cours du temps. Pour des durées de vie entre  $L_{85}$  et  $L_{65}$ , les modèles de vieillissement calculés entre les niveaux extrêmes des deux facteurs montrent que la température a un effet plus important que la densité du courant, que l'interaction entre les deux facteurs est négligeable et que les deux facteurs ont des effets quadratiques importants. L'évolution des paramètres de ces modèles au cours du temps dans ces modèles est en accord avec l'évolution (augmentation) du taux de dégradation et donc de la durée de vie associée à celui-ci.

## Références

- [BOX51] G. E. P. Box, K. B. Wilson, On the experimental attainment of optimum conditions, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, vol. 13, no 1, p. 1-45, 1951
- [BOX61] G. E. P. Box, J. S. Hunter, The 2k-p fractional factorial plans, *Technometrics*, vol. 3, no 3, p. 311-351, 1961
- [CAV12] M. Cavazzuti, *Optimization methods: from theory to design scientific and technological aspects in mechanics*, Springer Science & Business Media, 2012
- [DRA98] N. R. Draper, H. Smith, *Applied regression analysis*, 3<sup>rd</sup> edition, New York: Wiley, 1998
- [EFR79] B. Efron, Bootstrap methods: another look at the jackknife, *The Annals of Statistics*, vol. 7, no 1, p. 1-26, 1979
- [EFR79] B. Efron, R. J. Tibshirani, *An introduction to the bootstrap*, New York: Chapman & Hall, 1993
- [FIS25] R. Fisher, *Statistical methods for research workers*, Oliver and Boyd, 1925
- [FIS35] R. Fisher, *The design of experiments*, Oliver and Boyd, 1935
- [GOU00] J. Goupy, Modélisation par les plans d'expériences, *Techniques de l'ingénieur. Mesures - Analyses / Instrumentation et méthodes de mesure*, 2000
- [GOU06] J. Goupy, L. Creighton, *Introduction aux plans d'expériences*, 3<sup>ème</sup> édition, Dunod, 2006
- [GOU88] J. Goupy, *La méthode des plans d'expériences: optimisation du choix des essais & de l'interprétation des résultats*, Dunod, 1988
- [KHU10] A. I. Khuri, S. Mukhopadhyay, Response surface methodology, *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, vol. 2, no 2, p. 128-149, 2010
- [KHU96] A. I. Khuri, J. A. Cornell, *Response surfaces: designs and analyses*, CRC press, 1996
- [MAC06] J. G. Mackinnon, Bootstrap methods in econometrics, *Economic Record*, vol. 82, no s1, p. S2-S18. 2006
- [MAN01] W. G. Manning, J. Mullahy, Estimating log models: to transform or not to transform?, *Journal of health economics*, vol. 20, no 4, p. 461-494, 2001
- [PIL01] M. Pillet, *Les plans d'expériences par la méthode Taguchi*, Editions d'organisations, 2001
- [SCH12] K. Schmidheiny, U. Basel, The bootstrap. Short guides to microeconometrics, 2012  
<http://kurt.schmidheiny.name/teaching/bootstrap2up.pdf>
- [TAG87] G. Taguchi, S. Konishi, *Orthogonal arrays and linear graph*, American Supplier Institute Press, Michigan, 1987

## Annexe

 Tableau III.A.1 Points expérimentaux de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais sur les isolants

Exp. N°	X <sub>v</sub>	X <sub>F</sub>	X <sub>T</sub>	Moyenne (minutes)	Médiane (minutes)
1	-1	-1	-1	62,675	62,250
2	-1	-1	1	13,993	14,555
3	-1	1	-1	25,983	23,450
4	-1	1	1	5,915	5,955
5	1	-1	-1	4,783	5,425
6	1	-1	1	2,137	2,255
7	1	1	-1	1,493	1,550
8	1	1	1	0,648	0,815
9	$-\sqrt{2}$	0	0	24,758	25,625
10	$+\sqrt{2}$	0	0	0,483	0,505
11	0	$-\sqrt{2}$	0	5,670	6,010
12	0	$+\sqrt{2}$	0	2,323	2,275
13	0	0	$-\sqrt{2}$	18,433	15,550
14	0	0	$+\sqrt{2}$	2,451	2,435
15	0	0	0	4,022	3,725
16	0	0	0	4,698	4,535
17	0	0	0	4,620	4,550
18	0	0	0	4,352	4,120
19	0,945	1,331	-1,031	1,215	1,285
20	-0,369	0,371	-0,682	17,457	17,420
21	1,246	1,237	-0,600	0,573	0,610
22	0,976	1,198	-0,411	0,988	0,990
23	1,006	-1,216	-0,292	3,663	3,905
24	0,371	0,609	0,068	3,347	3,225
25	0,730	-0,377	0,119	3,225	3,510
26	-1,387	0,739	0,373	16,220	17,040
27	-0,302	0,516	0,540	4,495	4,755
28	0,266	0,287	0,684	2,947	2,925
29	-1,168	-0,210	1,307	9,657	9,700
30	-0,718	-0,272	1,414	5,435	5,465

Tableau III.A.2 Points expérimentaux du 1<sup>er</sup> domaine de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais sur les isolants

Exp. N°	X <sub>V</sub>	X <sub>F</sub>	X <sub>T</sub>	Moyenne (minutes)	Médiane (minutes)
1	-1	-1	-1	64,298	63,733
2	-1	-1	0	32,763	32,350
3	-1	-1	1	18,275	18,617
4	-1	0	-1	32,133	32,133
5	-1	0	0	19,673	20,367
6	-1	0	1	11,371	11,308
7	-1	1	-1	18,267	18,242
8	-1	1	0	11,438	11,883
9	-1	1	1	7,048	6,908
10	0	-1	-1	48,965	49,667
11	0	-1	0	24,588	24,975
12	0	-1	1	13,794	14,617
13	0	0	-1	27,527	27,733
14	0	0	0	14,625	14,458
15	0	0	0	15,517	15,575
16	0	0	0	15,573	15,500
17	0	0	0	15,042	15,167
18	0	0	1	9,040	8,825
19	0	1	-1	13,356	13,633
20	0	1	0	9,475	9,317
21	0	1	1	5,533	5,733
22	1	-1	-1	35,058	34,225
23	1	-1	0	20,138	20,433
24	1	-1	1	10,885	10,908
25	1	0	-1	18,554	18,600
26	1	0	0	10,708	10,850
27	1	0	1	6,748	6,850
28	1	1	-1	8,406	8,842
29	1	1	0	5,600	5,625
30	1	1	1	3,869	4,042
41	-0,301	-0,740	-0,348	30,825	29,167
42	-0,223	-0,300	-0,610	25,004	24,667
43	-0,724	-0,210	-0,840	30,575	30,542
44	0,660	-0,120	-0,171	12,496	12,950
45	0,719	-0,653	-0,480	20,342	20,767
46	0,144	-0,900	-0,561	29,179	28,383
47	0,862	0,530	-0,234	9,500	9,608
48	0,074	0,110	-0,702	18,683	19,117
49	0,444	0,740	-0,520	10,898	10,975
50	-0,108	0,830	-0,101	10,790	10,317
51	-0,464	0,640	-0,836	17,648	17,442
52	-0,382	0,250	-0,407	17,502	17,933
53	-0,769	-0,310	0,140	19,300	19,150
54	-0,184	-0,830	0,216	19,335	19,083
55	-0,301	-0,170	0,342	13,698	13,467
56	0,777	-0,230	0,444	9,673	9,992
57	0,946	-0,550	0,098	12,069	12,183
58	0,179	-0,950	0,624	14,288	15,325
59	0,074	0,700	0,290	8,460	8,475
60	0,314	0,377	0,182	9,002	8,783
61	0,569	0,920	0,529	5,006	5,358
62	-0,635	0,290	0,565	10,165	10,050
63	-0,108	0,450	0,250	9,821	9,950
64	-0,861	0,580	0,394	10,667	10,367

Tableau III.A.3 Points expérimentaux du 2<sup>ème</sup> domaine de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais sur les isolants

Exp. N°	X <sub>V</sub>	X <sub>F</sub>	X <sub>T</sub>	Moyenne (minutes)	Médiane (minutes)
1	-1	-1	-1	64,298	63,733
2	-1	-1	1	32,763	32,350
4	-1	1	-1	32,133	32,133
5	-1	1	1	19,673	20,367
10	1	-1	-1	48,965	49,667
11	1	-1	1	24,588	24,975
13	1	1	-1	27,527	27,733
17	1	1	1	15,042	15,167
31	$-\sqrt{2}$	0	0	33,652	33,767
32	$+\sqrt{2}$	0	0	22,669	22,350
33	0	$-\sqrt{2}$	0	44,121	44,900
34	0	$+\sqrt{2}$	0	21,725	20,733
35	0	0	$-\sqrt{2}$	38,977	39,617
36	0	0	$+\sqrt{2}$	21,677	21,775
37	0	0	0	29,015	29,358
38	0	0	0	28,021	28,342
39	0	0	0	27,835	27,725
40	0	0	0	28,144	27,942
41	0,397	-0,480	0,309	30,825	29,167
42	0,554	0,400	-0,213	25,004	24,667
43	-0,448	0,580	-0,675	30,575	30,542
46	1,288	-0,800	-0,116	29,179	28,383
48	1,147	1,220	-0,398	18,683	19,117
53	-0,539	0,380	1,287	19,300	19,150

Tableau III.A.4 Points expérimentaux des tests de vieillissement sur les OLED

Exp. N°	X <sub>J</sub>	X <sub>T</sub>	L <sub>85</sub> (hr)	L <sub>80</sub> (hr)	L <sub>75</sub> (hr)	L <sub>70</sub> (hr)	L <sub>65</sub> (hr)
1	-1	-1	2543	3660	4562	5298	6489
2	0	-1	2566	3325	4191	5063	5644
3	1	-1	1225	1654	2051	2468	3343
4	-1	0	1234	1657	2166	2917	3488
5	0	0	860	1192	1517	1955	2702
6	1	0	949	1266	1576	1872	2377
7	-1	1	423	628	855	1082	1331
8	0	1	567	733	893	1055	1221
9	1	1	187	270	367	471	665

# Chapitre 4 : Modèles non-paramétriques et modèles hybrides. Application aux durées de vie des isolants



## I. Introduction

Les modèles paramétriques présentés au chapitre précédent ont permis de quantifier les effets des facteurs de vieillissement et de leurs interactions sur la durée de vie via une expression analytique prédéfinie. Nous avons vu que, pour  $k$  facteurs de vieillissement, le nombre de variables dans un modèle paramétrique complet incluant les facteurs principaux, les termes d'interactions deux à deux et les termes quadratiques des facteurs est de  $(k + 1)(k + 2)/2$ . Si le nombre de facteurs principaux augmente, ou si l'ordre des interactions augmente, le modèle sera encore plus complexe et plus difficile à interpréter. D'autre part, les méthodes présentées imposent que l'effet de l'interaction entre deux facteurs soit exprimé en utilisant le produit des niveaux des deux variables correspondantes. Cependant, l'effet d'un facteur sur un autre à partir du produit de leurs niveaux est difficile à interpréter car ce produit doit alors être considéré comme une nouvelle variable linéairement indépendante des deux variables qui le constituent. Ces inconvénients restent secondaires puisque nous avons démontré que les modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> ordre à  $2^k$  paramètres estimés sur la base des  $2^k$  points du PdE (Plan d'Expériences) assurent les meilleures performances en prédiction sur les points de la base de test. Cependant, nous disposons d'un ensemble plus riche de points expérimentaux organisés selon les CCD (*Central Composite Design*), les CCF (*Central Composite Faced*) ou les plans factoriels à 3 niveaux. Il serait donc intéressant d'exploiter ces bases d'apprentissage organisées et plus riches que celles des PdE dans des modèles de durée de vie différents des modèles paramétriques du 2<sup>nd</sup> ordre déjà présentés.

Nous proposons alors, dans ce chapitre, d'analyser la problématique de modélisation de la durée de vie d'un point de vue différent afin de remédier aux inconvénients présentés par les modèles paramétriques : mieux expliciter les interactions qui existent entre les facteurs dans les modèles du 1<sup>er</sup> ordre et améliorer la qualité de prédiction des modèles du 2<sup>nd</sup> ordre. Nous nous intéressons à deux méthodes de modélisation alternatives aux modèles paramétriques.

Nous présentons tout d'abord la méthode non paramétrique des arbres de régression appartenant à la famille des méthodes de classification supervisée. Cette méthode permet de classifier les expériences et de fournir une relation directe et facilement interprétable entre la durée de vie et les différentes contraintes appliquées. Dans un deuxième temps, nous nous servirons des deux approches paramétrique et non paramétrique pour développer des modèles hybrides et ainsi profiter des avantages de chacune. Chacun des modèles proposés sera évalué en termes de qualité de prédiction. Nous comparons ensuite ces méthodes à celles du chapitre précédent, pour tenter de définir des cadres d'utilisation optimale de chacune d'entre elles. A cause du faible nombre d'expériences réalisées sur les OLED, et étant donné que les méthodes non-paramétriques et hybrides sont basées sur la classification des expériences, ces deux méthodes seront appliquées pour la modélisation de la durée de vie des isolants uniquement.

## II. Les arbres de régression

### II.1. Généralités

La méthode des arbres de régression est une méthode de modélisation non paramétrique appartenant à la classe des méthodes d'apprentissage automatique. De manière générale, les méthodes d'apprentissage automatique s'appuient sur le principe de la classification supervisée et ont la vocation de fournir des résultats faciles à interpréter et à exploiter. L'objectif de la classification est de définir des règles permettant de classer des objets à partir de variables qualitatives ou quantitatives qui les caractérisent. Ces méthodes s'adaptent aux problèmes qui font intervenir un nombre élevé de variables et d'interactions entre ces variables.

Les méthodes de modélisation par arbres ont été introduites par Breiman et al. [BRE84] en 1984 pour l'analyse et l'exploration de données qualitatives (arbres de classification) ou quantitatives (arbres de

régression). Breiman a également développé et commercialisé l'algorithme CART (*Classification And Regression Trees*) en vue d'implémenter la méthode des arbres dans les logiciels d'apprentissage automatique. Aujourd'hui, l'algorithme CART est devenu un outil très efficace pour la modélisation non paramétrique de données écologiques [DEA00], médicales [SAM09] [SUT11] [LI08], géologiques [FEL13], etc. Cependant, cette méthode n'a jamais été envisagée dans le cadre du traitement de données de durée de vie en génie électrique. Dans la suite, nous nous intéressons uniquement aux arbres de régression puisque toutes les données que nous traitons sont quantitatives.

Les arbres de régression permettent de modéliser la relation entre une variable  $Y$  (réponse) et plusieurs variables explicatives. Le principe de base est de partitionner de façon récursive l'espace des variables explicatives afin de générer des sous-groupes (nœuds) de plus en plus homogènes. A chaque groupe final (feuille) est affectée la moyenne des réponses appartenant à ce groupe et qui vérifient une série de conditions sur les variables explicatives. La relation obtenue entre la réponse et les variables est donc hiérarchiquement définie par une séquence de conditions sur les variables. Cette relation peut être modélisée par l'expression :

$$\hat{Y} = \sum_{i=1}^r \beta_i I_i \quad (\text{IV})$$

où  $\hat{Y}$  est la réponse prédite par l'arbre de régression,  $r$  est le nombre de feuilles,  $\beta_i$  est la moyenne affectée à la feuille  $i$ , et  $I_i$  une variable indicatrice qui prend la valeur 1 si les variables explicatives satisfont les conditions de la feuille  $i$ , et est nulle ailleurs.

Ainsi, les arbres de régression sont des modèles constants par morceaux. Pour prédire la réponse d'une nouvelle observation, il suffit de suivre le chemin approprié tout au long de l'arbre pour arriver à la feuille qui vérifie les mêmes conditions sur les variables explicatives.

Trois critères sont alors à définir pour la construction d'un arbre de régression :

- critère de sélection de la variable de division à chaque nœud ;
- critère de sélection du seuil de division de la variable choisie ;
- critère d'arrêt des divisions.

Le déroulement et les critères de construction d'un arbre de régression selon l'algorithme CART appliqué aux données quantitatives sont les suivants [BRE84] [PAG11] :

### II.1.1. Phase de construction de l'arbre

Dans la première étape, l'algorithme subdivise de manière récurrente la base d'apprentissage en deux en optimisant un critère sur l'erreur de modèle.

L'algorithme calcule pour chaque variable et pour chaque seuil de séparation possible la valeur de l'erreur quadratique par rapport au nœud parent, aux nœuds fils gauche et fils droit. L'erreur quadratique calculée à chaque nœud a comme expression :

$$E_{noeud} = \sum_{i \in noeud} (Y_i - \bar{Y}_i)^2 \quad (\text{IV})$$

où  $\bar{Y}_i$  est la moyenne des réponses  $Y_i$  appartenant au nœud considéré.

La valeur de la réduction de l'erreur quadratique calculée après chaque division a comme expression :

$$R = E_{parent} - (E_{fils\ gauche} + E_{fils\ droit}) \quad (\text{IV.3})$$

La variable et le seuil de séparation finalement retenus sont ceux qui maximisent la réduction de l'erreur quadratique  $R$ .

L'algorithme propose ensuite la création d'un nouveau nœud. L'algorithme s'arrête lorsqu'un des critères d'arrêt est vérifié :

- le nœud est pur, i.e. tous les éléments du nœud vérifient les mêmes conditions sur les variables explicatives ;
- la profondeur de l'arbre a atteint la valeur maximale définie par l'utilisateur ;
- la taille du nœud est inférieure à la taille minimale définie par l'utilisateur.

### II.1.2. Phase d'élagage de l'arbre

Dans certaines situations, la première étape conduit à des arbres extrêmement raffinés et donc à des modèles de prévision instables car fortement dépendants de la base d'apprentissage. Cette situation dite de sur-apprentissage est à éviter au profit de modèles plus robustes en prévision. Cet objectif est obtenu par une procédure d'élagage de l'arbre. Le principe de l'élagage consiste à construire une suite emboîtée de sous-arbres de l'arbre initial en retirant successivement les nœuds terminaux, puis à choisir, parmi cette suite, le sous-arbre optimal au sens d'un critère. Le critère le plus souvent utilisé est basé sur l'erreur quadratique calculée par une validation croisée du sous-arbre élagué.

L'exemple suivant illustre un arbre construit avec des données provenant du domaine médical [LI08]. Il s'agit de modéliser la probabilité de survie d'un ensemble de patients suivant un traitement du cancer. Cinq facteurs influent sur le pourcentage de survie. Nous les désignons par  $X_i$  ( $i$  allant de 1 à 5). L'arbre de régression complet construit avec ces données est illustré dans la figure IV.1a. Une phase d'élagage est ensuite appliquée et l'arbre optimal à deux niveaux illustré dans la figure IV.1b est sélectionné par validation croisée.

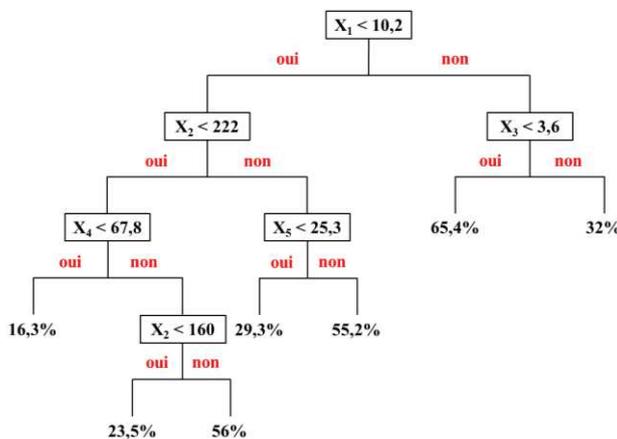


Fig. IV.1 a. Arbre de régression pour modéliser des données médicales [LI08]

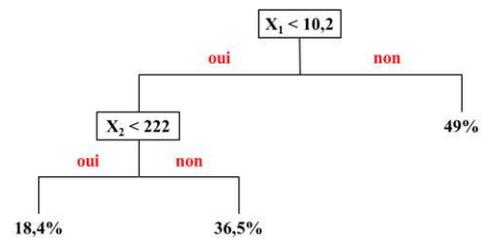


Fig. IV.1 b. Arbre de régression de la Fig. IV.1a après élagage [LI08]

## II.2. Configuration des arbres de régression pour la modélisation de la durée de vie

La fonction *classregtree.m* de Matlab est une implémentation de l'algorithme CART de Breiman dont les attributs permettent la construction, l'élagage et la validation des arbres de régression. Nous avons donc utilisé cette fonction pour la modélisation non-paramétrique de la durée de vie en fonction des différents facteurs de stress. Notons que seuls les facteurs principaux sont nécessaires en entrée de l'algorithme de construction des arbres.

Nous présentons en premier lieu les arbres en tant qu'outils de classification des données en phase d'apprentissage, puis nous évaluons leurs performances en termes de prédiction sur une base de test. La construction des arbres de régression utilisera les mêmes bases d'apprentissage que celles des modèles paramétriques. L'objectif reste identique à savoir obtenir des modèles précis sous une contrainte de faible nombre d'échantillons. En raison du faible nombre de données, nous construisons des arbres de régression complets sans procéder à l'élagage. Les arbres seront ensuite testés sur les mêmes bases de test des modèles paramétriques. Le critère d'évaluation de la qualité de prédiction des arbres sur les bases de test est la comparaison entre la valeur prédite de la réponse  $Y$  et celle mesurée en moyenne à travers les graphes de  $Y_{prédit}$  en fonction de  $Y_{mesuré}$  et les erreurs relatives  $ER_Y$  comme définies dans le paragraphe II.2.3.1 du chapitre 3.

Nous pouvons alors définir les paramètres requis en entrée pour la construction des arbres de régression avec la fonction  $t = \text{classregtree}(X, Y, \text{param}, \text{val})$  de Matlab :

- $X$  : matrice des niveaux des facteurs principaux en apprentissage ( $X_V, X_F$  et  $X_T$ ) ;
- $Y$  : vecteur des logarithmes des durées de vie en apprentissage comportant toutes les mesures répétées des durées de vie correspondant à chaque expérience ;
- paramètres complémentaires :

Paramètre	Signification	Valeur
<i>method</i>	Type de l'arbre	<i>regression</i>
<i>prune</i>	Elagage	<i>off</i>
<i>minleaf</i>	Nombre minimal d'observations par feuille	1 (par défaut)
<i>minparent</i>	Nombre minimal d'observations dans un nœud impur pour qu'il puisse être divisé en deux	10 (par défaut)

Nous construisons alors dans la suite les arbres de régression selon les critères définis ci-dessus pour modéliser la durée de vie des isolants des deux campagnes d'essais réalisées. Notons que, cette méthode est inadaptée dans le cas du traitement des durées de vie des OLED puisqu'on ne dispose que d'une seule mesure par expérience, et d'un faible nombre d'expériences par comparaison aux isolants. Nous nous contentons alors d'exploiter cette méthode pour la modélisation de la durée de vie des isolants.

Nous rappelons que nous disposons de deux bases de données issues de deux campagnes d'essais sur deux matériaux isolants différents. Les propriétés électriques et thermiques de ces deux matériaux sont données en annexes II.A.1 et II.A.2 du chapitre 2. Les tests de vieillissement accéléré sur ces deux matériaux sont effectués avec les bancs expérimentaux décrits dans les paragraphes III.1.3 et III.2.3 du chapitre 2. Les données de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais sont référencées par le tableau III.A.1 en annexe du chapitre 3 ; celles de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais sont données par les tableaux III.A.2 et III.A.3. Nous utilisons les mêmes échelles de temps pour les durées de vie que celles dans les modèles paramétriques (les secondes pour la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais et les minutes pour la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais).

## II.3. Modélisation de la durée de vie des isolants (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

### II.3.1. Classification des données

Pour modéliser la durée de vie des isolants de la première campagne d'essais par les arbres de régression nous définissons la matrice des variables explicatives  $X$  par la matrice des niveaux des facteurs de stress transformés  $\text{Log}(10V)$ ,  $\text{Log}(F)$  et  $\exp(-bT)$  (que nous avons désignés respectivement par  $X_V, X_F$  et

$X_T$ ) et le vecteur des réponses  $Y$  par le vecteur des logarithmes des durées de vie mesurées en secondes. Nous rappelons que les tests à facteur unique (figures II.6 du chapitre 2) ont permis de valider ces formes analytiques. Cependant, pour alléger l'écriture, principalement sur les figures, les variables explicatives seront désignées respectivement par  $V$ ,  $F$  et  $T$  au lieu de  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ .

Le premier arbre de régression (arbre 1) est construit avec les expériences n° 1 à 8 du tableau III.A.1 du chapitre 3 correspondant à la base d'apprentissage du Plan d'Expériences (PdE). Le résultat est donné par le graphe de la figure IV.2 où chaque feuille est associée à la moyenne des logarithmes des durées de vie et au numéro de l'expérience correspondante.

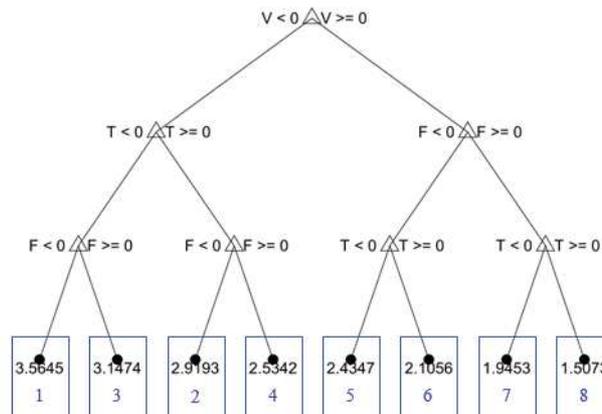


Fig. IV.2 Arbre de régression 1 construit avec les exp. n° 1 à 8 du tableau III.A.1

D'après cet arbre nous pouvons constater que :

- la tension est la première variable de séparation, ce qui confirme de nouveau que son effet est prédominant, comme déjà identifié au paragraphe IV du chapitre 3 ;
- la tension divise les expériences en deux zones : faibles tensions (sous-arbre gauche,  $X_V = -1$ ) et hautes tensions (sous-arbre droit,  $X_V = +1$ ) ;
- la classification est équilibrée : le même nombre d'expériences (4) se trouve dans chaque zone de tension ;
- l'ordre des deux autres facteurs (F et T) n'est pas le même dans les deux zones de tension, ce qui implique une non-linéarité du modèle lorsque la tension parcourt l'intervalle  $[-1 ; +1]$  correspondant à la gamme de tension  $[1 \text{ kV} ; 3 \text{ kV}]$ .

Afin de raffiner le modèle, nous rajoutons les expériences n° 9 à 18 du tableau III.A.1 du chapitre 3 (base d'apprentissage des Surfaces de Réponses SdR) et nous obtenons l'arbre 2 représenté dans la figure IV.3. Les cases en bleu associées aux feuilles désignent les 8 premières expériences du PdE. Celles en rouge désignent les expériences complémentaires réalisées pour obtenir les SdR.

La comparaison entre l'arbre 2 et l'arbre 1 montre que :

- la tension est toujours la première variable de séparation ;
- une zone de tension intermédiaire apparaît dans l'arbre 2 ; elle correspond au niveau 0 de la tension qui ne se trouve pas dans la base d'apprentissage du PdE ;
- les positions des expériences n° 1 à 8 restent stables après l'ajout des expériences 9 à 18 ;
- comme dans l'arbre 1, la classification est équilibrée avec 5 expériences par zone de tension ;

- la non-linéarité du modèle est confirmée car l'ordre des facteurs F et T et donc leur influence sur la durée de vie diffère d'une zone de tension à l'autre.

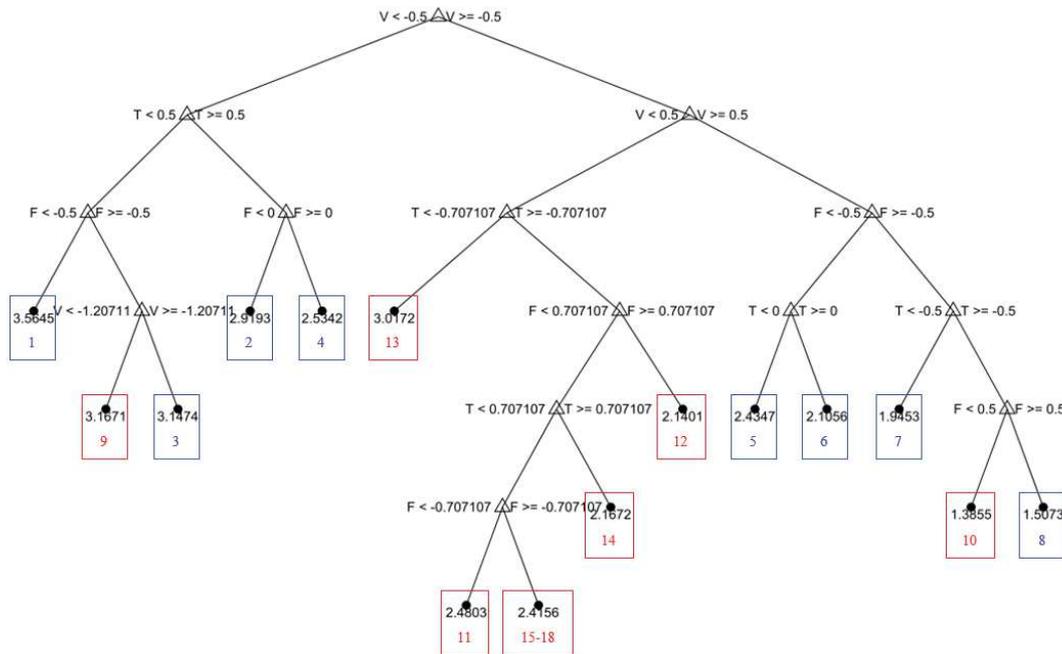


Fig. IV.3 Arbre de régression 2 construit avec les exp. n° 1 à 18 du tableau III.A.1

Finalement, un troisième arbre est construit avec toutes les expériences en apprentissage cette-fois ci (exp. n 1 à 30 du tableau III.A.1). Le résultat est représenté dans la figure IV.4. Les expériences non organisées (n° 19 à 30) sont désignées par les cases vertes.

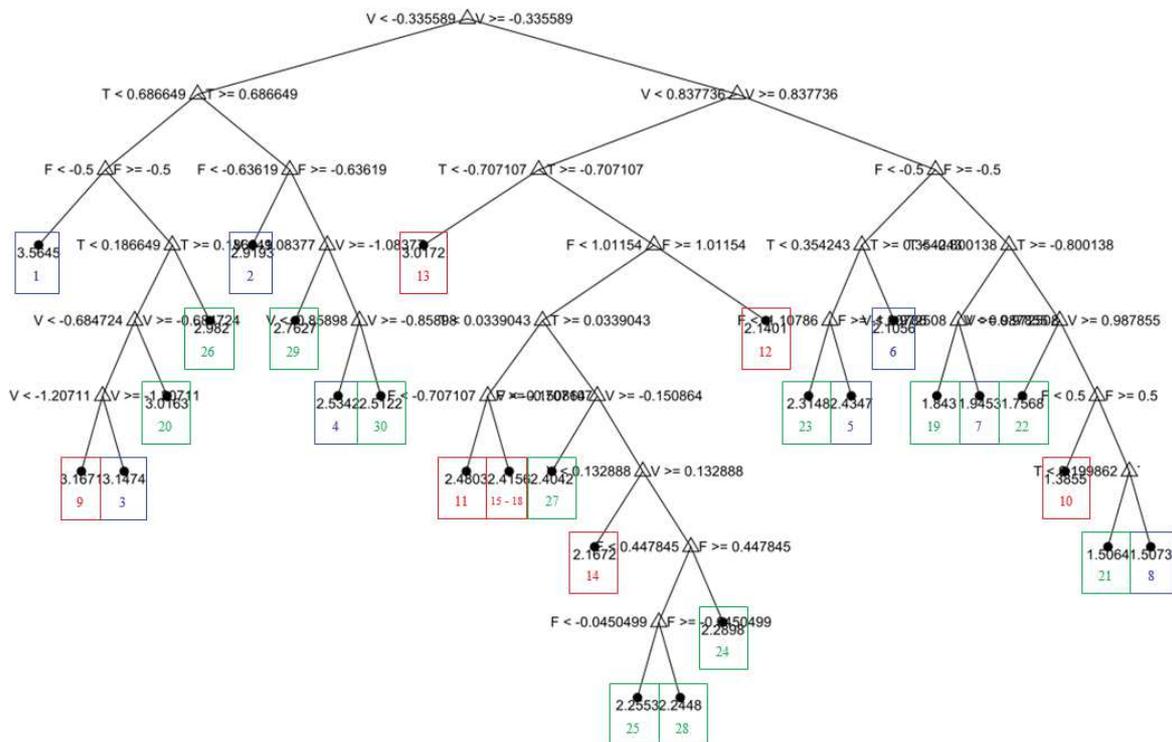


Fig. IV.4 Arbre de régression 3 construit avec les exp. n° 1 à 30 du tableau III.A.1

Cet arbre confirme alors que :

- la tension est toujours la variable la plus importante ;
- les premières divisions depuis la racine jusqu'au niveau 3 sont les mêmes que celles de l'arbre 2 mais avec des seuils de divisions plus raffinés sur les niveaux des trois facteurs ;
- trois modèles différents existent selon la zone de tension ;
- les positions des expériences organisées sont stables après ajout des expériences aléatoirement configurées ;
- la classification est équilibrée entre les trois zones de tension.

Les résultats de la classification des expériences sont cohérentes entre les arbres 1, 2 et 3. Néanmoins, si nous construisons un arbre sur la base d'un sous-ensemble d'expériences non organisées, telles que les expériences n° 19 à 30, nous remarquons que l'arbre perd sa stabilité et que les conclusions sur les comportements de chaque facteur ne sont plus les mêmes, comme le montre la figure IV.5. Ainsi, comme pour les modèles paramétriques, il est intéressant, sous la contrainte d'un faible nombre de données en apprentissage, ce qui est toujours notre cas afin de minimiser le coût expérimental, de construire les arbres de régression sous la base de points expérimentaux bien organisés, comme par les méthodes des PdE et SdR.

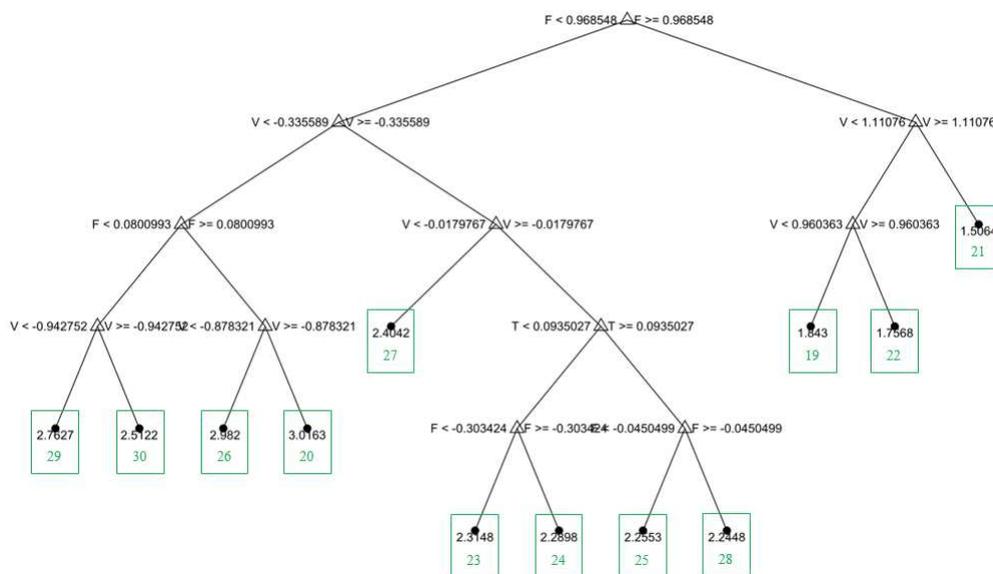


Fig. IV.5 Arbre de régression 4 construit avec les exp. n° 19 à 30 du tableau III.A.1

### II.3.2. Performances en prédiction

Les arbres de régression 1 et 2 construits respectivement avec les bases d'apprentissage des modèles PdE et SdR sont évalués par rapport à la qualité de prédiction sur la base de test composée des expériences n° 19 à 30. Les trois zones de tension identifiées par l'arbre 2 seront désignées respectivement par :

- zone HV pour la zone de tensions élevées telles que  $X_V > 0,5$  (ou  $V > 2,1032$  kV),
- zone LV pour la zone de tensions faibles dont le niveau est  $X_V < -0,5$  (ou  $V < 1,426$  kV),
- zone MV pour les tensions moyennes entre les zones HV et LV.

Les seuils de l'arbre 3 sont certainement plus raffinés que ceux donnés par l'arbre 2 pour la définition des différentes zones. Cependant, ces seuils dépendent fortement des expériences aléatoires n° 19 à 30. Ainsi, pour assurer la robustesse des résultats, et toujours dans le cadre de la minimisation du coût expérimental, nous définissons les trois zones de tension en se basant sur les seuils donnés par l'arbre 2 construit sur une base d'apprentissage optimisée par la méthode des SdR.

Les points de la base de test seront alors désignés par la zone de tension qui leur correspond selon les niveaux définis ci-dessus, et non pas par celles données par l'arbre 3. Le tableau IV.1 résume les résultats pour l'arbre 1 : les valeurs prédites des points de test, leur zone de tension, le numéro de l'expérience correspondante en apprentissage, et l'erreur relative  $ER_Y$  entre la valeur prédite et la moyenne des valeurs mesurées. Même si l'arbre 1 ne contient que les deux zones HV et LV (niveaux +1 et -1 de la tension), il sera évalué sur tous les points de test ayant des niveaux dans les trois zones HV, MV et LV.

Tableau IV.1 Performances en prédiction pour l'arbre 1 (Fig. IV.2)

N° Exp	Zone de tension correspondante	$Y_{\text{mesuré}} \text{ (moyenne)}$	$Y_{\text{prédit}}$	N° de l'exp. correspondante à $Y_{\text{prédit}}$	Erreur relative $ER_Y$
19	HV	1,843	1,945	7	5,6%
20	MV	3,016	3,147	3	4,4%
21	HV	1,506	1,945	7	29,1%
22	HV	1,757	1,945	7	10,7%
23	HV	2,315	2,435	5	5,2%
24	MV	2,290	1,507	8	34,2%
25	HV	2,255	2,106	6	6,6%
26	LV	2,982	2,534	4	15,0%
27	MV	2,404	2,534	4	5,4%
28	MV	2,245	1,507	8	32,9%
29	LV	2,763	2,919	2	5,7%
30	LV	2,512	2,919	2	16,2%

En moyenne pour les trois zones, l'erreur relative la plus élevée correspond aux expériences de la zone MV qui n'existe dans la base d'apprentissage de l'arbre 1. Nous remarquons, qu'en général sur la base de test, les erreurs relatives sont élevées (elles atteignent 34%) comparées à celles obtenues avec le modèle paramétrique PdE (III.50) qui restent en dessous de 10%. En effet, les arbres de régression sont des modèles constants par morceaux, ce qui dégrade leur performance en prédiction par rapport aux modèles continus.

Pour mieux illustrer cette idée, nous construisons un modèle linéaire équivalent avec la même base d'apprentissage (exp. n° 1 à 8) et uniquement avec les trois facteurs principaux ( $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ ) comme variables explicatives, donc sans les interactions. Dans la figure IV.6 nous comparons les performances en prédiction de l'arbre 1 et du modèle linéaire équivalent sur la base de test (exp. n° 19 à 30).

Comme le montre la figure IV.6, un modèle paramétrique linéaire simple construit sur la même base d'apprentissage que l'arbre de régression 1 et uniquement avec trois variables est capable de mieux prédire les durées de vie de la base de test que l'arbre 1.

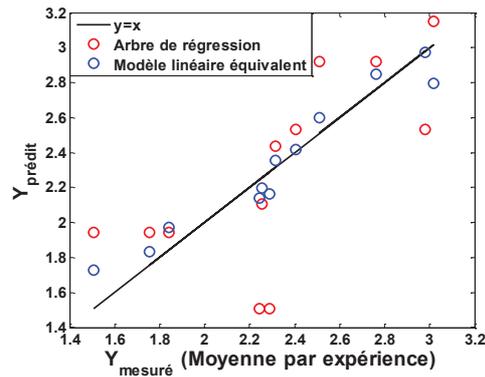


Fig. IV.6 Comparaison des performances en prédiction de l'arbre 1 (Fig. IV.2) et du modèle linéaire équivalent à 3 variables  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$

Quant à l'arbre de régression 2 qui est plus raffiné que l'arbre 1, nous remarquons d'après le tableau IV.2, qu'en moyenne, les erreurs dans chaque zone diminuent par rapport à celles de l'arbre 1, notamment pour les expériences de la zone MV qui est maintenant prise en compte dans la base d'apprentissage.

Tableau IV.2 Performances en prédiction pour l'arbre 2 (Fig. IV.3)

N° Exp	Zone de tension correspondante	$Y_{\text{mesuré}}$ (moyenne)	$Y_{\text{prédit}}$	N° de l'exp. correspondante à $Y_{\text{prédit}}$	Erreur relative $ER_Y$
19	HV	1,843	1,945	7	5,5%
20	MV	3,016	2,416	15-18	19,9%
21	HV	1,506	1,945	7	29,1%
22	HV	1,757	1,507	8	14,2%
23	HV	2,315	2,435	5	5,2%
24	MV	2,290	2,416	15-18	5,5%
25	HV	2,255	1,385	10	38,6%
26	LV	2,982	3,167	9	6,2%
27	MV	2,404	2,416	15-18	0,5%
28	MV	2,245	2,416	15-18	7,6%
29	LV	2,763	2,919	2	5,7%
30	LV	2,512	2,919	2	16,2%

La figure IV.7 montre également que l'arbre de régression 2 est moins précis dans la prédiction des expériences n° 19 à 30 qu'un modèle linéaire équivalent construit avec la même base d'apprentissage et les trois facteurs principaux uniquement.

Ainsi, l'ajout des expériences n° 9 à 18 a permis de raffiner l'arbre de régression et d'améliorer ses performances en prédiction par rapport à l'arbre 1, mais ces performances restent limitées comparées aux modèles paramétriques linéaires.

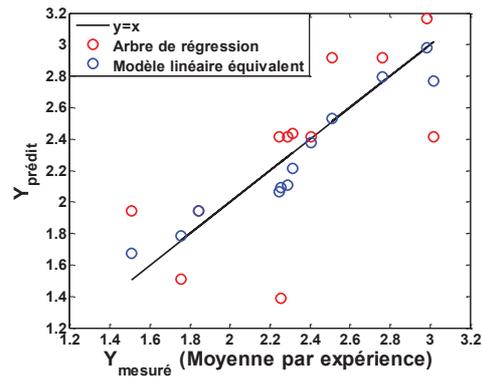


Fig. IV.7 Comparaison des performances en prédiction de l'arbre 2 (Fig. IV.3) et du modèle linéaire équivalent à 3 variables  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$

Enfin, nous évaluons la qualité de prédiction d'un arbre artificiellement construit en imposant la même structure que l'arbre 2 (même hiérarchie des variables, mêmes nœuds, mêmes feuilles), mais en remplaçant les seuils de division à chaque nœud par ceux de l'arbre 3 construit avec toute la base d'apprentissage. Ceci permet de tester si l'ajustement des seuils de division d'un arbre résultant de l'ajout d'expériences améliore ses performances en prédiction. Cependant, cet arbre n'a pas la validité des arbres précédents et ne sert qu'à valider cette hypothèse car il n'est pas construit avec les règles explicites.

Les résultats des prédictions obtenus avec l'arbre 2 à seuils ajustés sont résumés dans le tableau IV.3. Nous remarquons ainsi une amélioration globale de la qualité de prédiction avec l'arbre 2 ajusté par rapport aux deux arbres 1 et 2.

Tableau IV.3 Performances en prédiction pour l'arbre 2 à seuils ajustés

N° Exp	Zone de tension correspondante	$Y_{\text{mesuré}}$ (moyenne)	$Y_{\text{prédit}}$	N° de l'exp. correspondante à $Y_{\text{prédit}}$	Erreur relative $ER_Y$
19	HV	1,843	1,945	7	5,6%
20	MV	3,016	3,147	3	4,4%
21	HV	1,506	1,507	8	0,1%
22	HV	1,757	1,507	8	14,2%
23	HV	2,315	2,435	5	5,2%
24	MV	2,290	2,167	14	5,4%
25	HV	2,255	2,167	14	3,9%
26	LV	2,982	3,167	9	6,2%
27	MV	2,404	2,167	14	9,9%
28	MV	2,245	2,167	14	3,5%
29	LV	2,763	2,534	4	8,3%
30	LV	2,512	2,534	4	0,9%

Si maintenant nous comparons les valeurs prédites par l'arbre 2 ajusté où le maximum d'informations est utilisé (18 expériences en apprentissage, seuils ajustés par les 12 expériences supplémentaires) avec celles prédites par le modèle linéaire équivalent à l'arbre 1 où le minimum d'informations est utilisé (8 expériences en apprentissage, 3 facteurs sans termes d'interactions), nous observons encore une fois qu'une meilleure prédiction est obtenue avec le modèle linéaire pour la plupart des points de tests (figure IV.8).

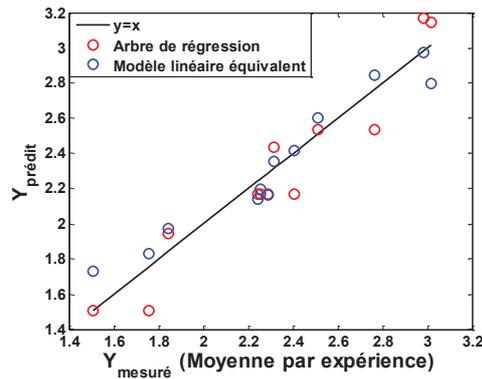


Fig. IV.8 Comparaison des performances en prédiction de l'arbre 2 ajusté et du modèle linéaire équivalent à l'arbre 1

Pour conclure quant à la prédiction par les arbres de régression, nous constatons qu'une meilleure qualité de prédiction est obtenue avec un arbre de régression intégrant plus d'informations provenant de données supplémentaires conduisant à l'ajout de nœuds (arbre 2) et/ou à l'ajustement des seuils de division (arbre 2 et arbre 2 ajusté).

Cependant, un modèle linéaire simple construit avec le minimum d'expériences organisées (celles du PdE) et le minimum de variables explicatives ( $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ ) prédit mieux les réponses d'un ensemble de points de test qu'un arbre de régression construit avec le maximum d'expériences organisées (celles du SdR) et dont les seuils sont ajustés. La méthode des arbres de régression ne semble donc pas adaptée à la prédiction des durées de vie mais paraît bien indiquée pour l'identification de l'importance des différentes contraintes et des zones où différents modèles peuvent être définis.

## II.4. Modélisation de la durée de vie des isolants (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

### II.4.1. Classification des données

Nous nous intéressons dans cette partie à la modélisation, par les arbres de régression, de la durée de vie des isolants de la deuxième campagne d'essais. La matrice des variables explicative  $X$  est constituée par les niveaux de  $\text{Log}(10V)$ ,  $\text{Log}(F)$  et de  $1/T$  (que nous avons désignés respectivement par  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ ) et le vecteur des réponses  $Y$  est défini par les logarithmes des durées de vie mesurées en minutes. Nous rappelons que les tests à facteur unique (figures II.14 du chapitre 2) ont permis de valider ces formes analytiques. Pour alléger l'écriture, les variables explicatives seront désignées respectivement par  $V$ ,  $F$  et  $T$  au lieu de  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ .

#### II.4.1.1. Données du premier domaine expérimental

Nous nous intéressons tout d'abord au premier domaine d'étude (tableau III.A.2 en annexe du chapitre 3). Le premier arbre de régression (arbre 1) est construit avec les expériences n° 1, 3, 7, 9, 22, 24, 28 et 30 du tableau III.A.2 correspondant à la base d'apprentissage du PdE où chaque facteur a les niveaux -1 et +1. Le résultat est donné par le graphe de la figure IV.9 où à chaque feuille est associée la moyenne des logarithmes des durées de vie et le numéro de l'expérience correspondante.

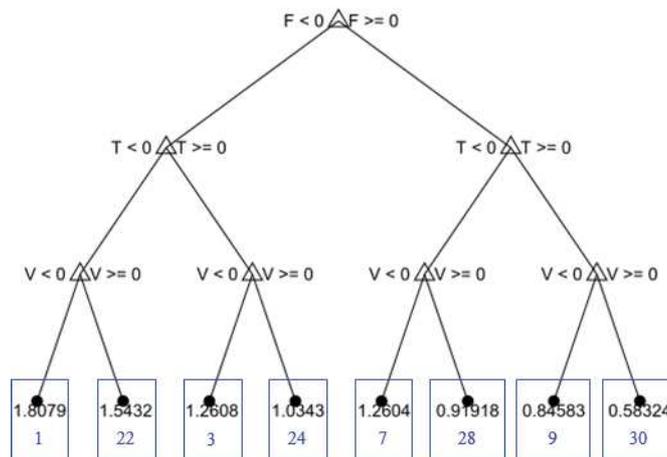


Fig. IV.9 Arbre de régression 1 construit avec les exp. n° 1, 3, 7, 9, 22, 24, 28 et 30 du tableau III.A.2

D'après cet arbre nous pouvons constater que :

- la fréquence est la première variable de séparation, ce qui confirme qu'elle est la variable la plus importante comme déjà identifié au chapitre 3 avec le modèle paramétrique PdE extrême  $2^3$  (III.52) estimé avec la même base d'apprentissage ;
- la hiérarchie des variables (F, puis T puis V) respecte l'ordre de grandeur de leurs effets estimés par le modèle PdE extrême  $2^3$  (III.52) ;
- l'ordre des deux autres facteurs (V et T) est le même dans chaque zone de fréquence, ce qui implique une homogénéité du modèle sur l'intervalle  $[-1 ; +1]$  vis à vis de la fréquence.

Si maintenant nous construisons un arbre de régression avec l'ensemble des points du plan factoriel à 3 niveaux (exp. n° 1 à 30 du tableau III.A.2), nous obtenons l'arbre 2 représenté dans la figure IV.10. Les cases en bleu associées aux feuilles désignent les 8 premières expériences de l'arbre 1 (Fig. IV.9) et celles en rouge désignent les expériences complémentaires.

La comparaison entre l'arbre 2 et l'arbre 1 montre que :

- la fréquence est toujours la variable la plus importante ;
- les positions des 8 premières expériences dans l'arbre restent stables après l'ajout des expériences complémentaires du plan factoriel à 3 niveaux ;
- l'ajout d'expériences supplémentaires à l'arbre 1 modifie le comportement des variables : nous avons toujours une homogénéité du modèle dans le sous-arbre gauche ( $X_F < 0,5$ ) mais un comportement différent par rapport au sous-arbre droit ( $X_F > 0,5$ ). En effet, dans le sous arbre gauche ( $X_F < 0,5$ ), les expériences sont classifiées selon trois zones de température et la même hiérarchie des trois variables est observée dans chaque zone de température. Ce comportement est différent dans la zone des fréquences élevées ( $X_F > 0,5$ ). Deux modèles différents existent donc selon la zone de fréquence.

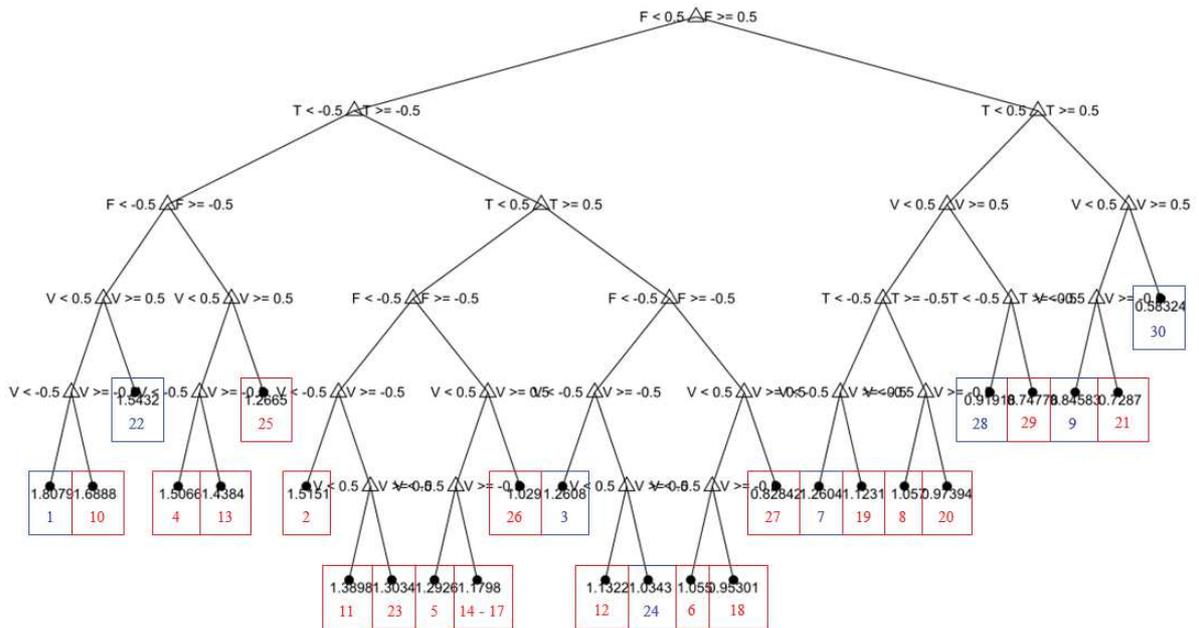


Fig. IV.10 Arbre de régression 2 construit avec les exp. n° 1 à 30 du tableau III.A.2

#### II.4.1.2. Données du deuxième domaine expérimental

Dans le deuxième domaine d'étude (tableau III.A.3 en annexe du chapitre 3) nous construisons un arbre de régression sur la base des points du CCD formé par les points du plan factoriel (exp. n° 1, 2, 4, 5, 10, 11, 13, 17), les points axiaux (exp. n° 31 à 36) et les points centraux (exp. n° 37 à 40). Le résultat est donné par le graphe de la figure IV.11 où à chaque feuille est associée la moyenne des logarithmes des durées de vie et le numéro de l'expérience correspondante. Les cases en bleu désignent les points du plan factoriel et celles en rouge désignent les expériences complémentaires.

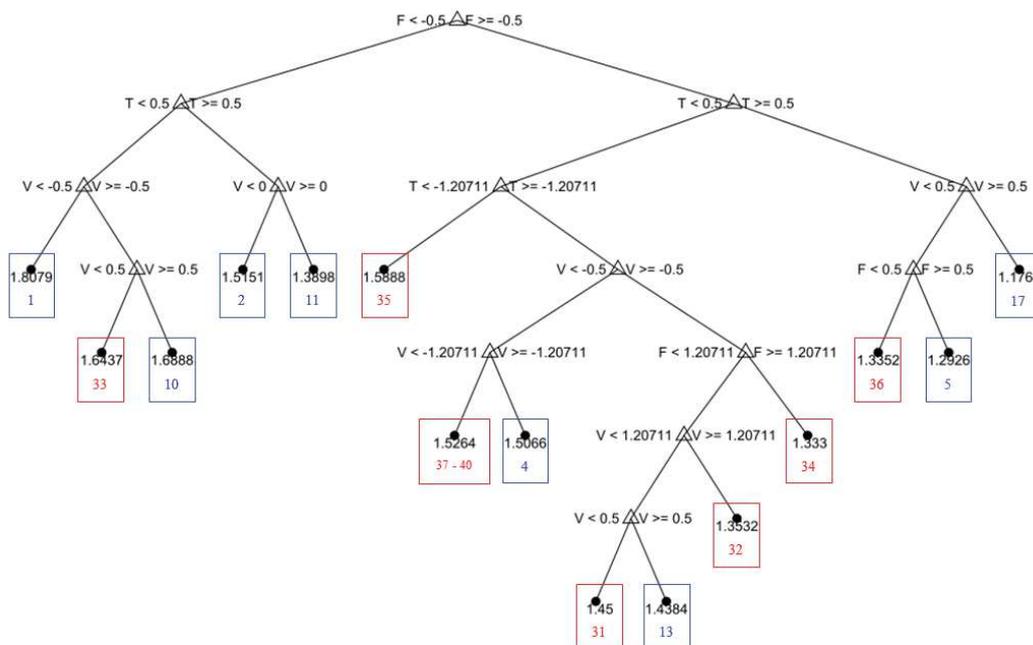


Fig. IV.11 Arbre de régression construit avec les 18 points du CCD du tableau III.A.3

Cet arbre montre alors que :

- la fréquence est la première variable de division et la température apparaît au deuxième niveau, ce qui est en accord avec le résultat du modèle paramétrique SdR (III.57) construit sur la même base d'apprentissage (la fréquence et la température sont les facteurs les plus importants) ;
- deux comportements différents peuvent être identifiés selon le domaine de la fréquence : dans le sous arbre droit ( $X_F > -0,5$ ), les expériences sont classifiées selon deux zones de température et la même hiérarchie des trois variables est observée dans chaque zone de température. Ce comportement est différent dans la zone des fréquences faibles ( $X_F < -0,5$ ).

#### II.4.2. Performances en prédiction

Afin de confirmer les conclusions du paragraphe II.3.2 sur les performances en prédiction des arbres de régression par rapport aux modèles continus, nous évaluons la qualité de prédiction des arbres construits avec les points organisés de la deuxième campagne d'essais dans les deux domaines d'étude sur les deux bases de test respectivement. Les résultats pour l'arbre de la figure IV.10 (premier domaine d'étude) testé sur les exp. n° 41 à 64 sont donnés dans le tableau IV.4 et la figure IV.12. Le tableau IV.4 résume les résultats pour cet arbre : les valeurs prédites pour les points de test, le numéro de l'expérience correspondante en apprentissage, et l'erreur relative  $ER_Y$  entre la valeur prédite et la moyenne des valeurs mesurées.

Tableau IV.4 Performances en prédiction pour l'arbre de la figure IV.10

N° Exp	$Y_{\text{mesuré (moyenne)}}$	$Y_{\text{prédit}}$	N° de l'exp. correspondante à $Y_{\text{prédit}}$	Erreur relative $ER_Y$
41	1,482	1,390	11	6,2%
42	1,397	1,438	13	3,0%
43	1,483	1,507	4	1,6%
44	1,093	1,029	26	5,9%
45	1,306	1,303	24	0,2%
46	1,461	1,689	10	15,6%
47	0,973	0,748	29	23,2%
48	1,268	1,438	13	13,5%
49	1,036	1,123	19	8,4%
50	1,020	0,974	20	4,5%
51	1,246	1,123	19	9,9%
52	1,240	1,180	14-17	4,9%
53	1,283	1,293	5	0,8%
54	1,283	1,390	11	8,3%
55	1,129	1,180	14-17	4,5%
56	0,982	1,029	26	4,8%
57	1,074	1,303	23	21,3%
58	1,150	1,132	12	1,5%
59	0,925	0,974	20	5,3%
60	0,949	1,180	14-17	24,36%
61	0,694	0,583	30	16,0%
62	1,006	1,055	6	4,8%
63	0,987	1,180	14-17	19,6%
64	1,023	1,057	8	3,3%

Nous remarquons alors que les erreurs relatives obtenues avec cet arbre sont élevées par rapport à celles obtenues avec les modèles paramétriques construits dans ce domaine expérimental où  $ER_Y$  est toujours  $< 11\%$  (chapitre 3, paragraphe V.2).

La figure IV.12 compare les valeurs prédites par l'arbre de la figure IV.10 et celles prédites par un modèle linéaire équivalent construit avec la même base d'apprentissage (exp. n° 1 à 30 du tableau III.A.2) et uniquement les 3 variables ( $X_V, X_F$  et  $X_T$ ).

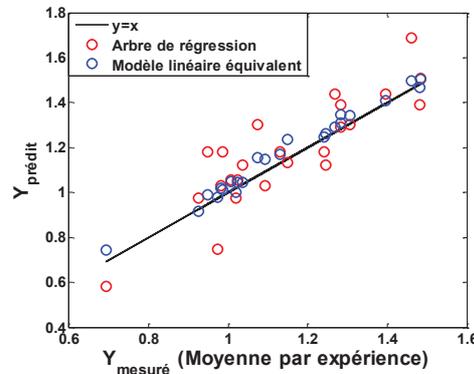


Fig. IV.12 Comparaison des performances en prédiction de l'arbre de la figure IV.10 et du modèle linéaire équivalent à 3 variables  $X_V, X_F$  et  $X_T$

Pour l'arbre de la figure IV.11 (deuxième domaine d'étude) testé sur les exp. n° 41, 42, 43, 46, 48 et 53, les résultats sont donnés par le tableau IV.5. Nous remarquons alors que les erreurs relatives obtenues avec cet arbre sont élevées par rapport à celles obtenues avec le modèle paramétrique SdR (III.57) construits sur la même base d'apprentissage où  $ER_Y$  est  $< 5\%$  (chapitre 3, paragraphe V.3.2).

Tableau IV.5 Performances en prédiction pour l'arbre de la figure IV.11

N° Exp	$Y_{\text{mesuré}}$ (moyenne)	$Y_{\text{prédit}}$	N° de l'exp. correspondante à $Y_{\text{prédit}}$	Erreur relative $ER_Y$
41	1,482	1,450	37 - 40	2,2%
42	1,397	1,438	13	3,0%
43	1,483	1,450	37 - 40	2,3%
46	1,461	1,689	10	15,6%
48	1,268	1,333	34	5,1%
53	1,283	1,335	36	4,1%

La figure IV.13 compare la qualité de prédiction de cet arbre avec un modèle linéaire équivalent construit avec la même base d'apprentissage et uniquement les 3 variables ( $X_V, X_F$  et  $X_T$ ).

Ainsi, du fait que les arbres sont des modèles constants par morceaux, nous confirmons encore une fois que les modèles paramétriques continus sont mieux appropriés que les arbres de régression pour la prédiction de nouvelles observations même avec une base d'apprentissage riche (tous les points du plan factoriel à 3 niveaux du premier domaine d'étude) ou un domaine expérimental très restreint (deuxième domaine d'étude).



La structure des arbres de régression permet donc d'interpréter plus facilement la relation entre la durée de vie et les contraintes, mais, les erreurs en prédiction relativement élevées restent un inconvénient majeur de ce type de modèle. En effet, les arbres de régression sont des modèles constants par morceaux et une meilleure prédiction est obtenue par l'ajout de branches et de nœuds et donc par l'augmentation de la taille de la base d'apprentissage. Avec la même base d'apprentissage, un modèle linéaire construit uniquement avec les termes des facteurs principaux a des meilleures performances en prédiction qu'un arbre de régression.

Nous proposons dans cette partie une troisième approche de modélisation de la durée de vie qui permettrait de bénéficier, d'une part, de la nature explicite des expressions des modèles paramétriques et de leurs performances en prédiction, et d'autre part, de la possibilité des arbres de régression de classer les points expérimentaux en différentes zones selon les contraintes appliquées. La méthode proposée consiste alors à combiner les approches paramétrique et non paramétrique en vue d'obtenir un modèle linéaire par morceaux que nous appelons modèle hybride.

### III.2. Construction des modèles hybrides

Il existe dans la littérature plusieurs modèles qui combinent l'approche non paramétrique des arbres de régression et l'approche paramétrique des modèles additifs continus. Nous citons à titre d'exemple : l'algorithme M5 [QUI92], les arbres de régression généralisés [CHA95], l'algorithme GUIDE (*Generalized Unbiased Interaction Detection and Estimation*) [LOH02], l'approche RTA (*Regression Trunk Approach*) [DUS04] et l'algorithme SMOTI (*Stepwise Model Tree Induction*) [MAL04].

Les modèles hybrides que nous proposons diffèrent de ces modèles d'après :

- l'algorithme de construction de l'arbre de régression,
- le nombre de modèles linéaires associés à l'arbre,
- l'algorithme de construction des modèles linéaires associés à l'arbre,
- le calcul des coefficients des modèles linéaires.

L'algorithme M5 [QUI92] utilise le même principe de l'algorithme CART pour la construction de l'arbre en remplaçant le critère de l'erreur quadratique par l'écart-type pour sélectionner la meilleure variable de division à chaque nœud. A la fin, à chaque nœud terminal est associé un modèle linéaire incluant uniquement les variables locales qui interviennent au nœud terminal. Dans les arbres construits selon l'algorithme SMOTI [MAL04], deux types de nœuds existent : des nœuds de division et des nœuds de régression. Ainsi, les modèles linéaires n'interviennent pas uniquement au niveau des nœuds terminaux comme dans l'algorithme M5.

Les arbres de régression généralisés [CHA95] et l'algorithme GUIDE [LOH02] sont tous les deux basés sur le principe du partitionnement récursif des données selon le signe des résidus obtenus à partir d'un modèle linéaire généralisé. L'algorithme commence par estimer un modèle linéaire à la racine incluant toutes les variables. Les résidus sont ensuite calculés et les observations sont divisées en deux nœuds-fils selon le signe des résidus. La meilleure variable de division est déterminée par un test statistique de significativité. A la fin, à chaque nœud terminal est associé un modèle linéaire.

Enfin, l'approche RTA consiste à associer un seul modèle linéaire à l'arbre de régression de faible taille appelé *Regression Trunk*. L'algorithme commence par construire un modèle linéaire au niveau de la racine en utilisant toutes les variables. Ensuite, l'algorithme procède au partitionnement récursif : à chaque nœud, l'algorithme sélectionne la meilleure variable de division en tenant compte du modèle linéaire en plus de l'amélioration du modèle global après le découpage en deux et ré-estime simultanément les coefficients du modèle linéaire.

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons de modéliser la durée de vie par des modèles hybrides qui s'inspirent des principes généraux de la modélisation hybride (combinaison entre arbres et modèles linéaire). En revanche, les modèles que nous proposons sont élaborés par une méthode plus simple en termes de temps de calcul et de complexité algorithmique que ceux des modèles cités ci-dessus. L'objectif est d'obtenir des modèles adaptés à la problématique de modélisation de durée de vie sous une contrainte d'un moindre coût expérimental et dont les coefficients sont facilement interprétables.

Le principe de base des modèles hybrides que nous proposons est d'identifier tout d'abord le facteur de stress le plus important à partir des modèles paramétriques (le facteur ayant l'effet le plus élevé) ou des arbres (la variable de division au niveau de la racine) ainsi que les différentes zones de ce facteur données par l'arbre de régression. Ensuite, les seuils de division associés à ce facteur au niveau de la racine sont utilisés pour construire un modèle continu et linéaire (par rapport aux facteurs principaux, éventuellement transformés) dans chacune des zones de division, à la différence de la plupart des modèles hybrides rencontrés dans la littérature qui associent un modèle linéaire à chaque nœud terminal. Un minimum d'information est donc utilisé à partir des arbres de régression. Les différentes zones sont définies dans les modèles hybrides à l'aide de variables indicatrices associées au facteur le plus important.

Cette structure de modèle permet donc :

- de raffiner le modèle paramétrique linéaire en quantifiant les effets des facteurs dans chacune des zones de division ;
- de mieux expliciter les interactions entre le facteur le plus important d'une part, et les autres facteurs d'autre part en évaluant les coefficients de ces facteurs dans chacune des zones (nous rappelons que les interactions entre le facteur le plus important et les autres facteurs sont les interactions les plus significatives d'après les modèles paramétriques) ;
- d'améliorer la précision de la prédiction des arbres de régression en remplaçant l'expression constante par morceaux par une expression linéaire par morceaux.

Plusieurs configurations de modèles hybrides peuvent être envisagées :

- configuration n°1 : un terme constant unique, un coefficient unique pour le facteur le plus important, et un coefficient par zone pour chacun des autres facteurs ;
- configuration n°2 : un terme constant unique et un coefficient par zone pour chacun des facteurs ;
- configuration n°3 : un terme constant et un coefficient pour chacun des facteurs par zone.

La configuration n°1 est la configuration de base permettant d'évaluer l'effet du domaine du facteur le plus important sur les coefficients associés aux autres facteurs. Pour raffiner encore le modèle, la configuration n°2 affecte à chaque facteur y compris le facteur le plus important un coefficient par zone. Cependant, il est nécessaire de relâcher la contrainte de l'égalité des termes constants dans les différentes zones (configuration n°3) car une modification de la pente peut entraîner également une modification du terme constant [RAK08]. La figure IV.14 illustre cette idée dans le cas d'une rupture de structure dans une régression linéaire simple.

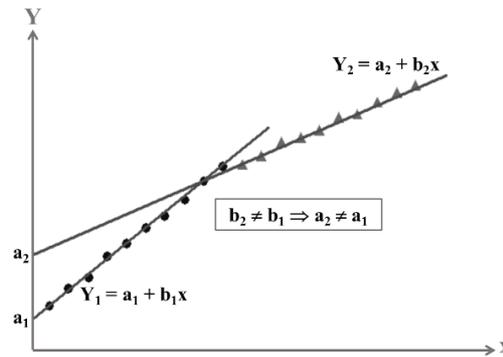


Fig. IV.14 Rupture de structure dans le cas d'une régression linéaire simple [RAK08]

Etant donné que les modèles hybrides dépendent des arbres de régression, ils seront uniquement exploités pour la modélisation des durées de vie des isolants des deux campagnes d'essais. Comme dans les modèles paramétriques, nous utilisons l'échelle des secondes pour les durées de vie de la 1<sup>ère</sup> campagne d'essais et des minutes pour celles de la 2<sup>ème</sup> campagne d'essais. De même, les niveaux des facteurs transformés seront utilisés au lieu de leurs valeurs réelles. Ils seront donc désignés par  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$ .

Toujours dans le contexte d'une pénurie de points expérimentaux en apprentissage, nous construisons les modèles hybrides sur les bases d'apprentissage organisées des modèles paramétriques du 2<sup>nd</sup> ordre. En effet, nous avons vu dans le chapitre 3 que les modèles paramétriques du 2<sup>nd</sup> ordre n'ont pas amélioré la qualité de prédiction des modèles du 1<sup>er</sup> ordre sur les points de la base de test. Une partie des bases d'apprentissage organisées n'a pas donc été utile pour améliorer la qualité de prédiction, sauf dans le cas où le domaine expérimental est restreint (paragraphe V.3 du chapitre 3). Nous tentons alors avec les modèles hybrides de définir une autre relation entre la durée de vie et les contraintes sur ces bases d'apprentissage organisées et qui pourrait être mieux adaptée que les modèles du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions. Les modèles hybrides construits sur les bases d'apprentissage des modèles du 2<sup>nd</sup> ordre seront ensuite évalués en termes de prédiction sur les bases de test des deux campagnes d'essais.

Même en présence de variables indicatrices, les modèles hybrides peuvent être considérés comme ayant la forme générale des modèles de régression multilinéaire, comme nous le montrons par la suite. Ils peuvent donc être estimés par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) et évalués par rapport aux différents critères de performances définis dans le paragraphe II.2.3 du chapitre 3.

### III.3. Modélisation de la durée de vie des isolants (1<sup>ère</sup> campagne d'essais)

#### III.3.1. Décomposition en trois zones de tension

Pour modéliser la durée de vie des isolants de la première campagne d'essais par les modèles hybrides nous rappelons tout d'abord que le facteur de division est la tension, et que les trois zones de tension sont celles identifiées par l'arbre 2 (Fig. IV.3) :

- zone HV :  $X_V > 0,5$  (ou  $V > 2,1032$  kV) ;
- zone MV :  $-0,5 < X_V < 0,5$  (ou  $1,426$  kV  $< V < 2,1032$  kV) ;
- zone LV :  $X_V < -0,5$  (ou  $V < 1,426$  kV).

Les modèles hybrides sont donc construits avec la base d'apprentissage des expériences n° 1 à 18 du tableau III.A.1 selon différentes configurations puis ils sont validés sur la base de test des expériences n° 19 à 30 du tableau III.A.1.

La configuration de base consiste à affecter un coefficient par zone de tension pour les facteurs  $X_F$  et  $X_T$  et le modèle peut être exprimé par :

$$\begin{aligned} \text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_{F/HV} \delta_{HV} X_F + E_{F/MV} \delta_{MV} X_F + E_{F/LV} \delta_{LV} X_F + \\ E_{T/HV} \delta_{HV} X_T + E_{T/MV} \delta_{MV} X_T + E_{T/LV} \delta_{LV} X_T \end{aligned} \quad (IV.4)$$

où  $\delta_{HV}$ ,  $\delta_{MV}$  et  $\delta_{LV}$  sont des variables indicatrices qui valent 1 si la tension est respectivement dans la zone HV, MV et LV, et sont nulles ailleurs.

Le modèle hybride (IV.4) a donc la forme générale d'un modèle de régression multilinéaire (il est linéaire par rapport aux variables :  $X_V$ ,  $\delta_{HV} X_F$ ,  $\delta_{MV} X_F$  ... et  $\delta_{LV} X_T$ ) dont les coefficients peuvent être estimés par MCO.

Les coefficients du modèle hybride (IV.4) estimés par MCO sont illustrés dans la figure IV.15. Leurs propriétés statistiques (écart-type, intervalles de confiance (IC) à 95% et les résultats du test statistique de Student) sont résumées dans le tableau IV.6. Ces résultats statistiques sont obtenus après vérification de la normalité des résidus du modèle (IV.4) par le graphe de probabilité (*QQ-plot*) de la figure IV.16.

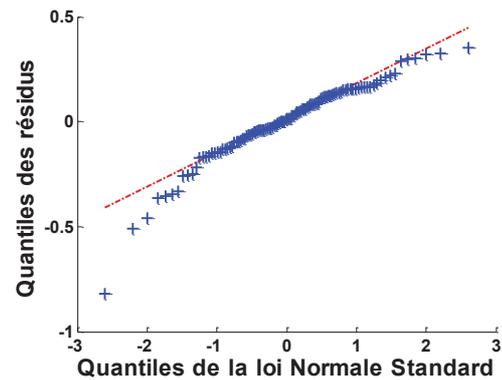
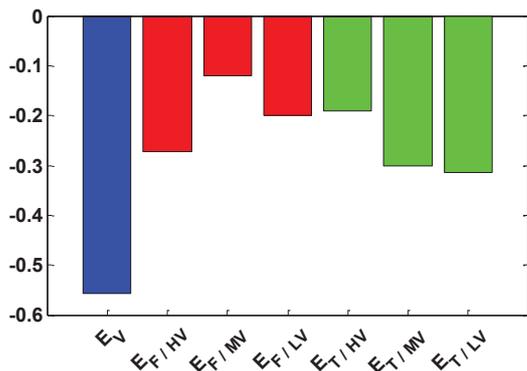


Fig. IV.15 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.4)

Fig. IV.16 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.4)

Tableau IV.6 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.4) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,454	$1,828 \times 10^{-2}$	2,418	2,491	0,000
<b><math>E_V</math></b>	-0,558	$2,239 \times 10^{-2}$	-0,602	-0,513	0,000
<b><math>E_{F/HV}</math></b>	-0,272	$3,878 \times 10^{-2}$	-0,349	-0,195	0,000
<b><math>E_{F/MV}</math></b>	-0,120	$3,878 \times 10^{-2}$	-0,197	-0,043	0,003
<b><math>E_{F/LV}</math></b>	-0,201	$3,878 \times 10^{-2}$	-0,277	-0,124	0,000
<b><math>E_{T/HV}</math></b>	-0,192	$3,878 \times 10^{-2}$	-0,269	-0,115	0,000
<b><math>E_{T/MV}</math></b>	-0,301	$3,878 \times 10^{-2}$	-0,377	-0,224	0,000
<b><math>E_{T/LV}</math></b>	-0,315	$3,878 \times 10^{-2}$	-0,392	-0,238	0,000

Ainsi, nous remarquons que les coefficients de  $X_F$  et  $X_T$  diffèrent d'une zone à l'autre, ce qui confirme la présence d'interactions entre la tension d'une part et la fréquence et la température d'autre part. Nous

rappelons que les interactions les plus significatives d'après les modèles paramétriques du paragraphe IV.2 et IV.3 du chapitre 3 sont celles entre la tension et la température et entre la tension et la fréquence. Nous remarquons aussi que l'effet de la température est plus élevé que celui de la fréquence dans les zones MV et LV mais plus faible dans la zone HV, ce qui est en accord avec l'ordre hiérarchique de ces facteurs dans chacune des zones de l'arbre 2 (Fig. IV.3) construit avec la même base d'apprentissage. Les effets des facteurs dans les zones MV et LV sont cohérents avec ceux calculés par les modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions (Fig. III.4 et Fig. III.16 du chapitre 3) mais différent de ceux de la zone HV où la fréquence a un effet plus élevé que celui de la température, ce qui implique, en principe, une cohérence entre les zones MV et LV.

Les performances en prédiction sur la base de test de ce modèle peuvent être résumées par les figures IV.17, IV.18 et IV. 19 et le tableau IV.7.

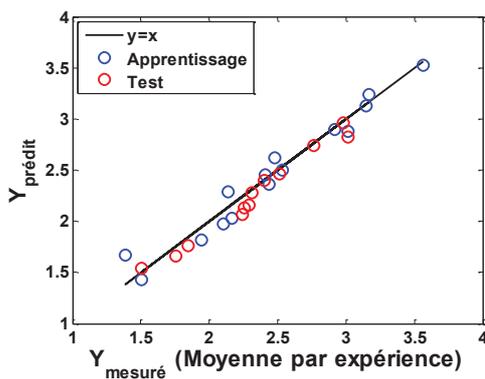


Fig. IV.17 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.4) en fonction des moyennes mesurées

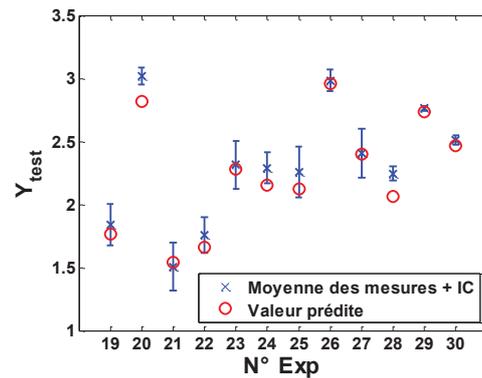


Fig. IV.18 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.4) et réponses mesurées (moyennes et IC à 95%)

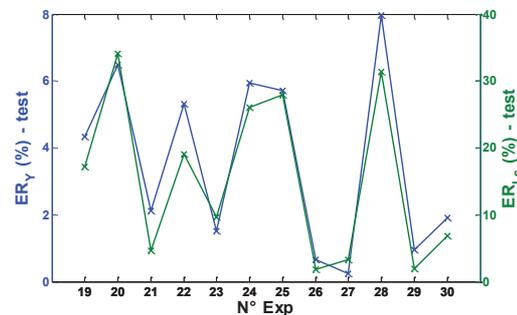
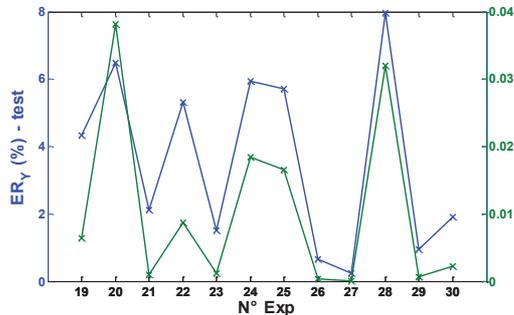


Fig. IV.19 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_{L_s}$  pour les points de la base de test du modèle hybride (IV.4)

Tableau IV.7 Performances en prédiction du modèle hybride (IV.4) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_s}$ )	Moyenne ( $ER_{L_s}$ )
$1,1 \times 10^{-2}$	8,0%	3,6%	2	34,1%	15,3%

Ainsi, nous confirmons encore une fois qu'un modèle linéaire même par morceaux est plus approprié pour la prédiction que les arbres de régression (nous passons d'une valeur maximale de 39% sur  $ER_Y$  avec l'arbre 2 à une valeur maximale de 8% avec le modèle hybride (IV.4)). Les modèles hybrides ont permis donc d'améliorer la qualité de prédiction des arbres de régression tout en associant un modèle linéaire à chacune des zones de tension identifiées avec les arbres.

En revenant sur les résultats du tableau IV.6, le test de Student confirme que tous les coefficients du modèle hybride (IV.4) sont significatifs à 95%. En revanche, dans le but d'évaluer l'intérêt de la division

entre 3 zones différentes, il est plus intéressant de tester si la différence entre les coefficients est significative, ce qui n'est pas possible avec l'expression du modèle (IV.4). Nous proposons donc trois modèles numériquement équivalents au modèle (IV.4) mais qui permettraient de tester la significativité de la différence des coefficients par rapport aux zones HV, MV et LV respectivement, tels que :

$$\text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{F/MV} \delta_{MV} X_F + \Delta E_{F/LV} \delta_{LV} X_F + \Delta E_{T/MV} \delta_{MV} X_T + \Delta E_{T/LV} \delta_{LV} X_T \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{F/HV} \delta_{HV} X_F + \Delta E_{F/LV} \delta_{LV} X_F + \Delta E_{T/HV} \delta_{HV} X_T + \Delta E_{T/LV} \delta_{LV} X_T \quad (\text{IV.6})$$

$$\text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_F F + E_T X_T + \Delta E_{F/HV} \delta_{HV} X_F + \Delta E_{F/MV} \delta_{MV} X_F + \Delta E_{T/HV} \delta_{HV} X_T + \Delta E_{T/MV} \delta_{MV} X_T \quad (\text{IV.7})$$

L'idée est donc de considérer un coefficient global pour  $X_V$ ,  $X_F$  et  $X_T$  sur tout l'intervalle de  $X_V$ , et deux autres coefficients ( $\Delta E$ ) qui représenteraient les différences de pente sur deux zones parmi trois. Ainsi, la différence des pentes est significative si le coefficient correspondant à la différence ( $\Delta E$ ) est significativement différent de 0, ce qui revient à lui appliquer le test de Student. La zone qui n'apparaît pas dans le modèle est la zone de référence par rapport à laquelle nous testons la significativité de la différence. Par exemple le modèle hybride (IV.5) permet de tester la significativité de la différence par rapport à HV. Cependant, il suffit de tester la différence par rapport à deux zones parmi trois, nous nous contentons alors de tester les coefficients des modèles (IV.5) et (IV.6). Les résultats sont résumés dans les tableaux IV.8 et IV.9 (les coefficients non significatifs à 95% sont en rouge).

Tableau IV.8 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.5) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,454	$1.828 \times 10^{-2}$	2,418	2,491	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,558	$2.239 \times 10^{-2}$	-0,602	-0,513	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,272	$3.878 \times 10^{-2}$	-0,349	-0,195	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,192	$3.878 \times 10^{-2}$	-0,269	-0,115	0,000
<b><math>\Delta E_{F/MV}</math></b>	0,151	$5.484 \times 10^{-2}$	0,043	0,260	0,007
<b><math>\Delta E_{F/LV}</math></b>	0,071	$5.484 \times 10^{-2}$	-0,037	0,180	0,196
<b><math>\Delta E_{T/MV}</math></b>	-0,109	$5.484 \times 10^{-2}$	-0,218	-0,001	0,050
<b><math>\Delta E_{T/LV}</math></b>	-0,123	$5.484 \times 10^{-2}$	-0,232	-0,014	0,027

Tableau IV.9 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.6) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,454	$1.828 \times 10^{-2}$	2,418	2,491	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,558	$2.239 \times 10^{-2}$	-0,602	-0,513	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,120	$3.878 \times 10^{-2}$	-0,197	-0,043	0,002
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,301	$3.878 \times 10^{-2}$	-0,377	-0,224	0,000
<b><math>\Delta E_{F/HV}</math></b>	-0,152	$5.484 \times 10^{-2}$	-0,260	-0,043	0,007
<b><math>\Delta E_{F/LV}</math></b>	-0,080	$5.484 \times 10^{-2}$	-0,189	0,029	0,147
<b><math>\Delta E_{T/HV}</math></b>	0,109	$5.484 \times 10^{-2}$	0,000	0,218	0,050
<b><math>\Delta E_{T/LV}</math></b>	-0,014	$5.484 \times 10^{-2}$	-0,123	0,095	0,798

Nous pouvons donc conclure que :

- pour  $X_F$  : la différence des coefficients entre les zones MV et HV est significative ;
- pour  $X_T$  : la différence des coefficients entre les zones LV et HV est significative.

Nous n'avons donc pas de différences significatives de coefficients entre les zones MV et LV, ce qui implique une homogénéité du modèle entre ces deux zones. Ceci est en effet en accord avec l'arbre 2 (Fig. IV.3) construit avec la même base d'apprentissage qui montre le même comportement de  $X_F$  et de  $X_T$  dans les zones LV et MV (division par la température puis par la fréquence) mais un comportement différent dans la zone HV (division par la fréquence puis par la température). Pour simplifier le modèle, nous avons donc intérêt à regrouper ces deux zones en une seule zone qu'on appelle MV&LV (le seuil de division entre HV et MV&LV est  $X_V = 0,5$ ) afin d'aboutir à un modèle à coefficients significativement différents entre les zones de rupture.

### III.3.2. Décomposition en deux zones de tension

En regroupant les deux zones MV et LV, le modèle hybride sous la configuration de base n°1 prend la forme (IV.8) :

$$\begin{aligned} \text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_{F/HV} \delta_{HV} X_F + E_{F/MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_F \\ + E_{T/HV} \delta_{HV} X_T + E_{T/MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_T \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Les coefficients estimés de ce modèle sont représentés dans la figure IV.20 et leurs propriétés statistiques sont résumées dans le tableau IV.10. Le *QQ-plot* des résidus (Fig. IV.21) valide l'hypothèse de la loi normale des résidus.

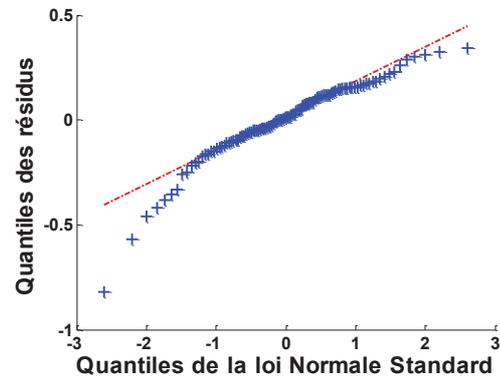
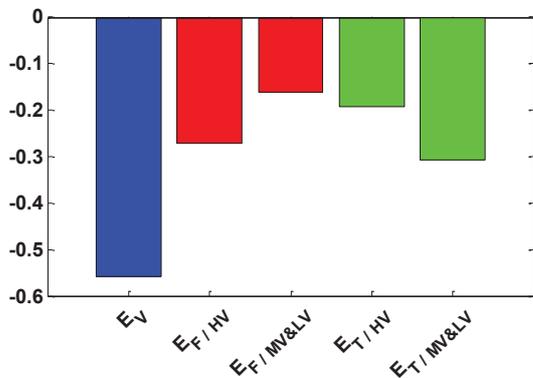


Fig. IV.20 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.8)

Fig. IV.21 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.8)

Tableau IV.10 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.8) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,454	$1.830 \times 10^{-2}$	2,418	2,491	0,000
<b><math>E_V</math></b>	-0,558	$2.241 \times 10^{-2}$	-0,602	-0,513	0,000
<b><math>E_{F/HV}</math></b>	-0,272	$3.882 \times 10^{-2}$	-0,349	-0,195	0,000
<b><math>E_{F/MV\&amp;LV}</math></b>	-0,160	$2.745 \times 10^{-2}$	-0,215	-0,106	0,000
<b><math>E_{T/HV}</math></b>	-0,192	$3.882 \times 10^{-2}$	-0,269	-0,115	0,000
<b><math>E_{T/MV\&amp;LV}</math></b>	-0,308	$2.745 \times 10^{-2}$	-0,362	-0,253	0,000

Nous remarquons encore une fois que, dans chacune des zones de tension, l'ordre de grandeur des effets de  $X_F$  et de  $X_T$  respecte leur ordre hiérarchique dans l'arbre de régression 2 (Fig. IV.3). La qualité de prédiction de ce modèle hybride simplifié est évaluée dans les figures IV.22, IV.23 et IV.24 et le tableau IV.11.

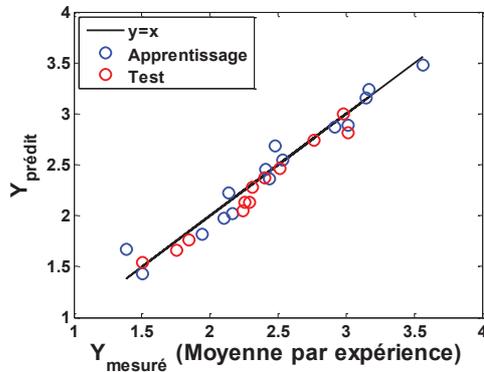


Fig. IV.22 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.8) en fonction des moyennes mesurées

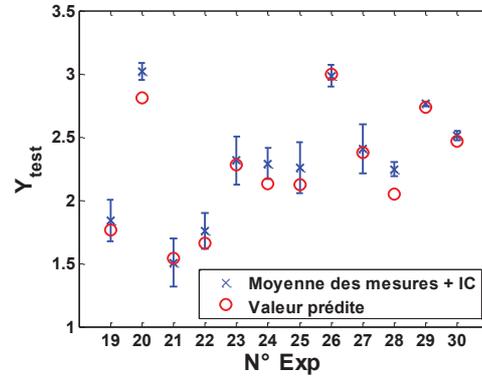


Fig. IV.23 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.8) et réponses mesurées (moyennes et IC à 95%)

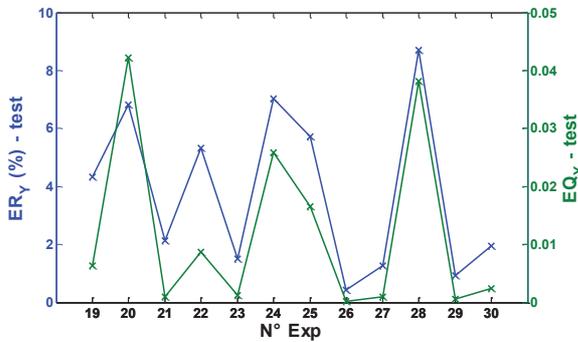


Fig. IV.24 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle hybride (IV.8)

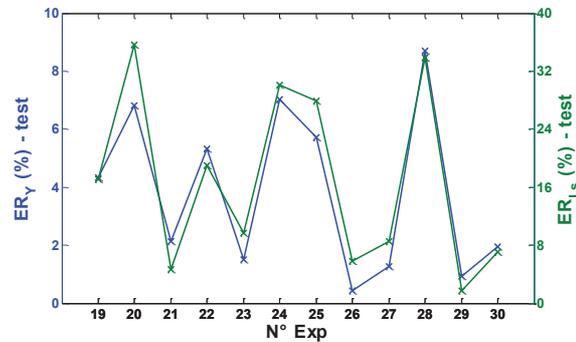


Tableau IV.11 Performances en prédiction du modèle hybride (IV.8) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_s}$ )	Moyenne ( $ER_{L_s}$ )
$1,2 \times 10^{-2}$	8,7%	3,8%	3	35,6%	16,8%

La simplification du modèle de 3 à 2 zones de division n'a pas donc affecté la qualité de prédiction qui reste très proche de celle du modèle hybride (IV.4) à trois zones.

Afin de vérifier la significativité de la différence des pentes de  $X_F$  et de  $X_T$  entre les deux zones nous testons le modèle équivalent (IV.9) dont la zone de référence est HV :

$$\text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{F/MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_F + \Delta E_{T/MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_T \quad (\text{IV.9})$$

Les résultats du test de Student appliqué à ce modèle (tableau IV.12) montrent que tous les coefficients sont significativement différents de 0 (à 95%), ce qui confirme la significativité de la division entre les deux zones HV et MV&LV et la présence d'interactions entre la tension d'une part et la fréquence et la température d'autre part.

Tableau IV.12 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.9) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,454	$1,830 \times 10^{-2}$	2,418	2,491	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,558	$2,241 \times 10^{-2}$	-0,602	-0,513	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,272	$3,882 \times 10^{-2}$	-0,349	-0,195	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,192	$3,882 \times 10^{-2}$	-0,269	-0,115	0,000
<b><math>\Delta E_F / MV\&amp;LV</math></b>	0,112	$4,754 \times 10^{-2}$	0,017	0,206	0,021
<b><math>\Delta E_T / MV\&amp;LV</math></b>	-0,116	$4,754 \times 10^{-2}$	-0,210	-0,022	0,017

Afin de raffiner ce modèle nous considérons la configuration n°2 des modèles hybrides qui affecte à chaque facteur deux coefficients (un coefficient par zone), ce qui conduit à l'expression (IV.10). Pour simplifier, nous considérons la forme équivalente dont la zone de référence est HV :

$$\text{Log}(L_s) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{V / MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_V + \Delta E_{F / MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_F + \Delta E_{T / MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_T \quad (IV.10)$$

Les coefficients de ce modèle sont représentés dans la figure IV.17 qui montre une différence très faible du coefficient de  $X_V$  dans la zone MV&LV. Le test de Student appliqué à ce modèle (tableau IV.13), après validation de l'hypothèse de normalité des résidus dans la figure IV.26, montre également que cette différence n'est pas significative. Ainsi, nous pouvons déduire que les configurations 1 et 2 sont quasi équivalentes. Elles ont aussi la même qualité de prédiction (tableau IV.14). Nous pouvons donc adopter un seul coefficient pour  $X_V$  dans  $[-\sqrt{2} ; \sqrt{2}]$  correspondant aux valeurs [1 kV ; 3 kV] de  $V$ .

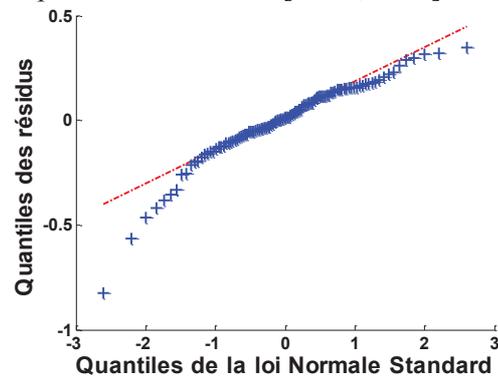
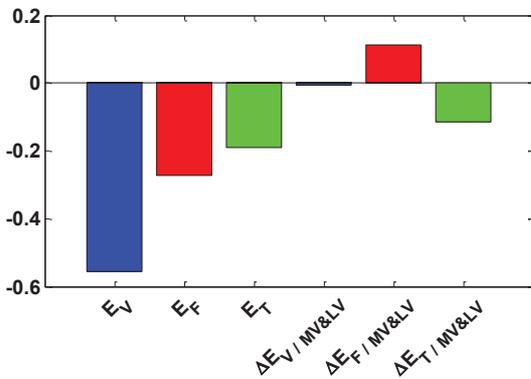


Fig. IV.25 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.10)      Fig. IV.26 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.10)

Tableau IV.13 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.10) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	2,452	$2,720 \times 10^{-2}$	2,398	2,506	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,554	$4,021 \times 10^{-2}$	-0,634	-0,474	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,272	$3,901 \times 10^{-2}$	-0,349	-0,195	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,192	$3,901 \times 10^{-2}$	-0,269	-0,114	0,000
<b><math>\Delta E_V / MV\&amp;LV</math></b>	<b>-0,007</b>	<b><math>6,661 \times 10^{-2}</math></b>	<b>-0,139</b>	<b>0,125</b>	<b>0,913</b>
<b><math>\Delta E_F / MV\&amp;LV</math></b>	0,112	$4,777 \times 10^{-2}$	0,017	0,206	0,022
<b><math>\Delta E_T / MV\&amp;LV</math></b>	-0,116	$4,777 \times 10^{-2}$	-0,211	-0,021	0,017

Tableau IV.14 Performances en prédiction du modèle hybride (IV.10) sur la base de test

Moyenne (EQ <sub>Y</sub> )	Max (ER <sub>Y</sub> )	Moyenne (ER <sub>Y</sub> )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max (ER <sub>L<sub>s</sub></sub> )	Moyenne (ER <sub>L<sub>s</sub></sub> )
$1,2 \times 10^{-2}$	8,8%	3,9%	3	35,7%	16,8%

Enfin, sous la configuration n°3 et la forme équivalente dont la zone de référence est HV, le modèle hybride prend la forme (IV.11) :

$$\begin{aligned} \text{Log}(L_s) = & M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{V / MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_V + \\ & \Delta E_{F / MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_F + \Delta E_{T / MV\&LV} \delta_{MV\&LV} X_T + \Delta M_{MV\&LV} \delta_{MV\&LV} \end{aligned} \quad (IV.11)$$

Les coefficients estimés de ce modèle sont représentés dans la figure IV.27 et leurs propriétés statistiques sont résumées dans le tableau IV.15 (après validation de la normalité des résidus par la Fig. IV.28).

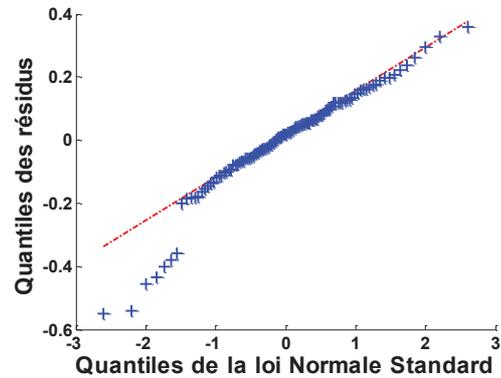
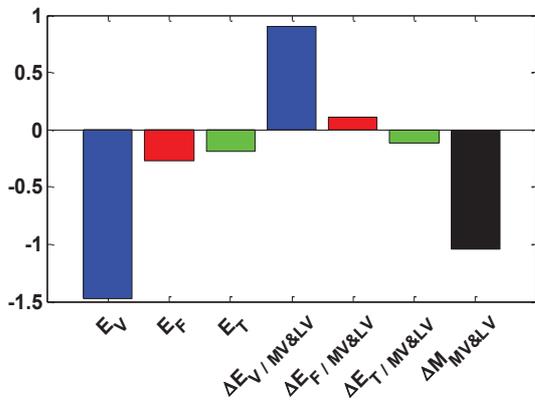


Fig. IV.27 coefficients estimés du modèle hybride (IV.11)

Fig. IV.28 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.11)

Tableau IV.15 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.11) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	3,478	$2,075 \times 10^{-2}$	3,066	3,889	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-1,479	$1,895 \times 10^{-2}$	-1,855	-1,103	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,272	$3,510 \times 10^{-2}$	-0,342	-0,202	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,192	$3,510 \times 10^{-2}$	-0,261	-0,122	0,000
<b>ΔE<sub>V</sub> / MV&amp;LV</b>	0,905	$1,929 \times 10^{-2}$	0,522	1,288	0,000
<b>ΔE<sub>F</sub> / MV&amp;LV</b>	0,112	$4,298 \times 10^{-2}$	0,026	0,197	0,011
<b>ΔE<sub>T</sub> / MV&amp;LV</b>	-0,116	$4,298 \times 10^{-2}$	-0,201	-0,031	0,008
<b>ΔM<sub>MV&amp;LV</sub></b>	-1,040	$2,090 \times 10^{-2}$	-1,455	-0,625	0,000

Tous les coefficients de ce modèle sont significatifs à 95%, cependant, nous remarquons d'après les figures IV.29, IV.30 et IV.31 et le tableau IV.16 que les performances en prédiction du modèle hybride (IV.11) sont dégradées par rapport aux modèles hybrides (IV.8) et (IV.10). Nous n'avons donc pas intérêt à diviser la constante du modèle et rajouter un paramètre supplémentaire, surtout que la division du coefficient de la tension n'est pas significative d'après le modèle hybride (IV.10).

En effet, c'est la modification du coefficient de la variable de division qui nécessiterait la relaxation de la stabilité du terme constant d'après la figure IV.14. Dans notre cas, la division se fait selon le domaine de la tension sur les coefficients de la fréquence et de la température, et d'après les modèles hybrides (IV.8) et (IV.10), le coefficient de  $X_V$  (variable de division) reste le même sur l'intervalle  $[-\sqrt{2} ; \sqrt{2}]$ . Nous retenons alors le modèle (IV.8) comme meilleure configuration pour un modèle hybride combinant les deux approches paramétrique et non paramétrique pour les données de cette première campagne d'essais.

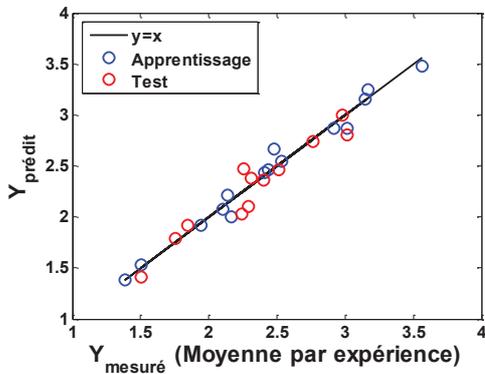


Fig. IV.29 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.11) en fonction des moyennes mesurées

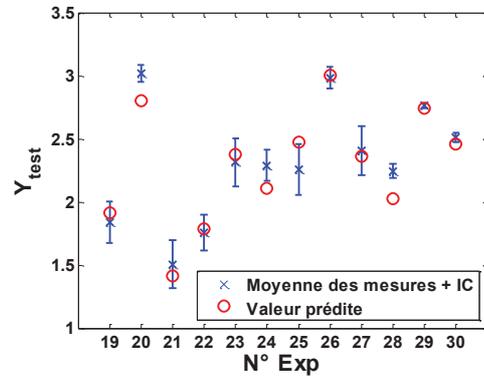


Fig. IV.30 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.11) et réponses mesurées (moyennes et IC à 95%)

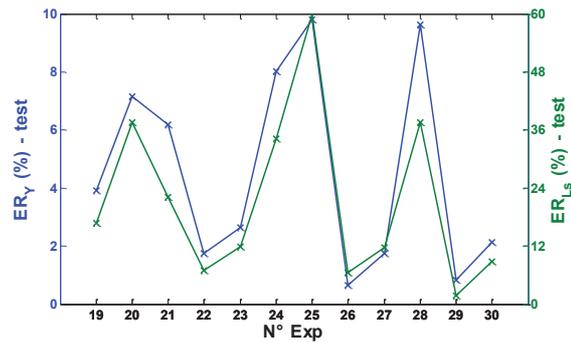
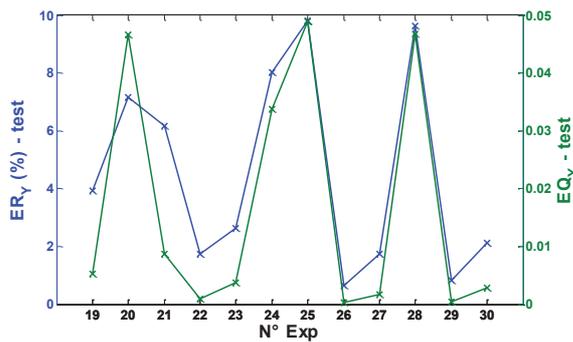


Fig. IV.31 Évaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle hybride (IV.11)

Tableau IV.16 Performances en prédiction du modèle hybride (IV.11) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{L_s}$ )	Moyenne ( $ER_{L_s}$ )
$1,7 \times 10^{-2}$	9,8%	4,5%	4	60,2%	21,3%

Nous avons pu remarquer à travers les différents modèles hybrides que la qualité de prédiction sur la base de test est améliorée par rapport aux arbres de régression. Il est également intéressant de comparer en termes de prédiction les modèles hybrides et les modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre développés dans le chapitre 3.

Nous comparons alors les performances en prédiction sur la base de test (exp. n° 19 à 30) entre le modèle hybride (IV.8) et les modèles paramétriques du chapitre 3 : modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimé sur la base des 8 points du PdE (modèle PdE (III.50)) et modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimé sur la base des 18 points du CCD (modèle SdR (III.51)). Les résultats sont illustrés dans les figures IV.32, IV.33 et IV.34.

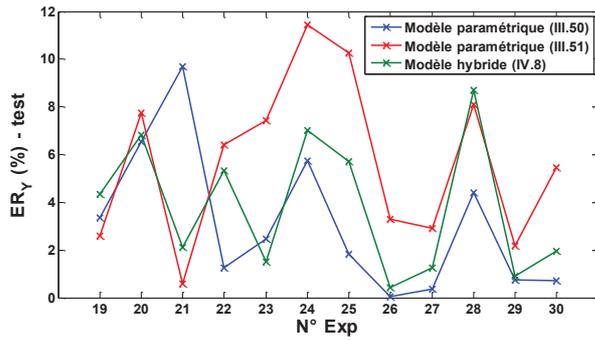


Fig. IV.32 Evaluation des  $ER_Y$  obtenues par les différents modèles sur la base de test

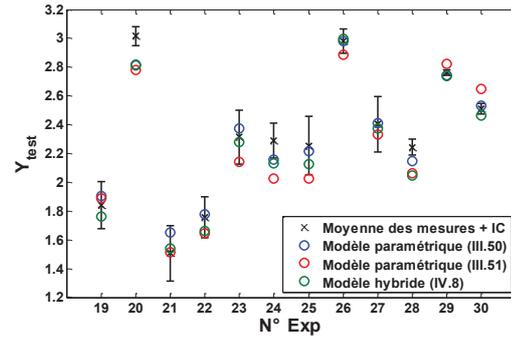


Fig. IV.33 Valeurs mesurées (moyenne et IC) de  $Y$  et celle prédites par les différents modèles

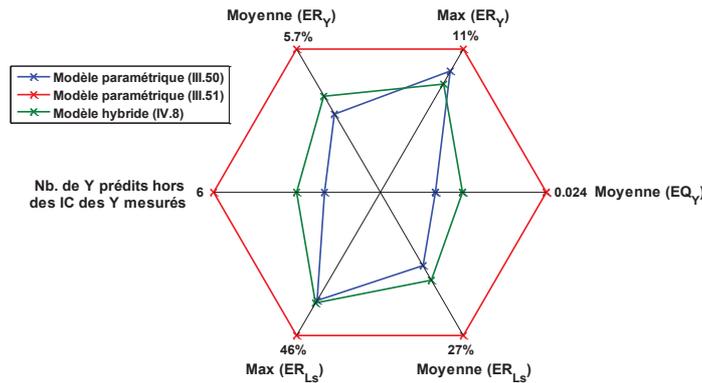


Fig. IV.34 Radar plot des performances en prédiction des différents modèles sur la base de test

D'après ces figures, nous constatons qu'entre les deux modèles paramétrique du 2<sup>nd</sup> ordre SdR (III.51) et hybride (IV.8) construits sur la base des points du CCD (exp. n° 1 à 18), le modèle hybride a une meilleure qualité de prédiction sur les points de la base de test. Nous avons donc pu améliorer la qualité de prédiction du modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions construit sur les 18 points du CCD en divisant les expériences de cette base d'apprentissage en deux selon la zone de tension et en associant un modèle linéaire du 1<sup>er</sup> ordre à chacune des zones.

Le modèle hybride (IV.8) possède 6 paramètres, tous significatifs, et facilement interprétables, au lieu de 10 paramètres dans le modèle SdR (III.51) dont certains ne sont pas significatifs. Les performances de ce modèle hybride restent très proches de celui du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions construit sur la base des 8 points du PdE (exp. n° 1 à 8).

Il faut noter que, à la différence du modèle SdR (III.51) du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions, le modèle hybride (IV.8) est caractérisé par une matrice d'expérience naturellement orthogonale du fait de l'absence de termes quadratiques. Ceci reste en effet vrai quel que soit le nombre de répétitions au centre  $N_0$  et la distance des points axiaux  $\theta$ , ce qui laisse le choix sur ces deux paramètres selon les contraintes expérimentales. Nous démontrons ceci dans le cas général d'un CCD à  $k$  facteurs ( $X_i$ ,  $i$  allant de 1 à  $k$ ) dont  $\theta$  et  $N_0$  ne sont pas fixés. Nous disposons alors de  $2^k$  points du PdE à deux niveaux ( $\pm 1$ ), de  $2k$  points axiaux à une distance  $\theta$  du centre et de  $N_0$  points centraux. Supposons que le facteur le plus important soit  $X_1$ . Le seuil de division  $S$  de  $X_1$  ne peut alors être compris qu'entre -1 et 1 car il n'y aura qu'un seul point expérimental dans l'une des zones si  $|S| > 1$  (ceci est automatiquement détecté par les arbres de régression). Les deux zones sont alors désignées par les deux variables indicatrices  $\delta_H$  ( $X_1 > S$ ) et  $\delta_L$  ( $X_1 < S$ ). Le modèle hybride ayant la même forme du modèle (IV.8) s'écrit alors :

$$Y = M + E_1 X_1 + \sum_{i=2}^k (E_{i/H} \delta_H X_i + E_{i/L} \delta_L X_i) \quad (IV.12)$$

Supposons tout d'abord que  $0 < S < 1$ . La matrice d'information  $X'X$  du modèle hybride (IV.12) s'écrit alors en fonction de  $k$ ,  $N_0$  et  $\theta$  (nous nous limitons à  $k = 3$  pour l'écriture de la matrice d'information) :

$$X'X = \begin{bmatrix} 2^k + 2k + N_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2^k + 2\theta^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2^{k-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2^{k-1} + 2\theta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2^{k-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2^{k-1} + 2\theta^2 \end{bmatrix} \quad (IV.13)$$

En général, les colonnes 1 et 2 de la matrice (IV.13) sont fixes et les colonnes 3 et 4 se répètent  $(k - 1)$  fois. Si maintenant nous supposons que  $-1 < S < 0$ , la matrice d'information s'écrit :

$$X'X = \begin{bmatrix} 2^k + 2k + N_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2^k + 2\theta^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2^{k-1} + 2\theta^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2^{k-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2^{k-1} + 2\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2^{k-1} \end{bmatrix} \quad (IV.14)$$

Seules les colonnes 3 et 4 sont donc inversées. Nous remarquons alors que quelle que soit la configuration du CCD, nous obtenons avec le modèle hybride de la forme (IV.12) une matrice d'information diagonale et par conséquent la matrice de dispersion est aussi diagonale. Rappelons qu'un modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions construit sur la base des  $2^k$  points d'un PdE est caractérisé par une matrice d'information diagonale de taille  $2^k$  dont tous les termes sont égaux à  $2^k$ . Avec un modèle hybride de la forme (IV.12), les termes diagonaux ne sont pas égaux mais le critère d'orthogonalité de la matrice  $X$  est toujours vérifié et le nombre de paramètres à estimer est réduit par rapport au PdE. En effet, le nombre de paramètres à estimer dans un modèle hybride de la forme (IV.12) est de :  $2 + 2(k - 1)$  ou  $2k$  (au lieu de  $2^k$  pour un modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions).

Ainsi, pour modéliser la durée de vie sous la contrainte du moindre coût expérimental, deux choix se présentent :

- si on est limité à 2 niveaux par facteur : le meilleur modèle, en termes de qualité des estimateurs et de prédiction, est le modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions construit sur la base des  $2^k$  points du PdE à deux niveaux (les deux niveaux extrêmes de chaque facteur) ;
- si on dispose de points supplémentaires organisés selon un CCD : le meilleur modèle, en termes de qualité de prédiction et du choix flexible de la configuration du CCD, et garantissant toujours la propriété de la matrice d'expérience orthogonale, est le modèle hybride configuré après identification du facteur le plus important et des différentes zones de ce facteur à partir d'un arbre de régression construit sur la même base d'apprentissage.

### III.4. Modélisation de la durée de vie des isolants (2<sup>ème</sup> campagne d'essais)

#### III.4.1. Données du premier domaine d'étude

Pour modéliser la durée de vie des isolants de la deuxième campagne d'essais dans le premier domaine d'étude (tableau III.A.2 en annexe du chapitre 3) par les modèles hybrides nous rappelons tout d'abord

que le facteur de division est la fréquence, et que les deux zones de fréquence sont celles identifiées par l'arbre de régression 2 (Fig. IV.10):

- zone HF :  $X_F > 0,5$  (ou  $F > 11,6951$  kHz) ;
- zone LF :  $X_F < 0,5$  (ou  $F < 11,6951$  kHz).

Les modèles hybrides sont donc construits avec la base d'apprentissage des expériences n° 1 à 30 du tableau III.A.2 (sans les 3 réplifications au centre) puis ils sont validés sur la base de test des expériences n° 41 à 64.

La configuration de base consiste à affecter un coefficient par zone de fréquence pour les facteurs  $X_V$  et  $X_T$  et le modèle peut être exprimé par :

$$\text{Log}(L_m) = M + E_F X_F + E_{V/HF} \delta_{HF} X_V + E_{V/LF} \delta_{LF} X_V + E_{T/HF} \delta_{HF} X_T + E_{T/LF} \delta_{LF} X_T \quad (\text{IV.15})$$

où  $\delta_{HF}$  et  $\delta_{LF}$  sont des variables indicatrices qui valent 1 si la fréquence est respectivement dans la zone HF et LF, et sont nulles ailleurs.

Les coefficients estimés de ce modèle sont représentés dans la figure IV.35 et leurs propriétés statistiques sont résumées dans le tableau IV.17 (après validation de la normalité des résidus par la Fig. IV.36).

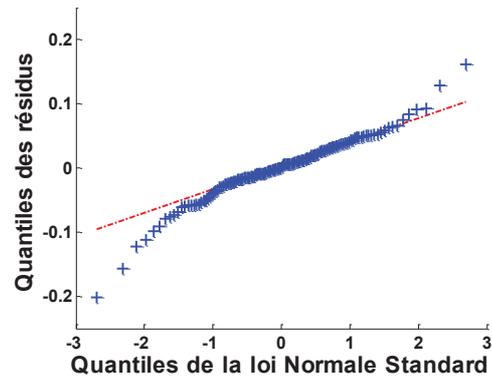
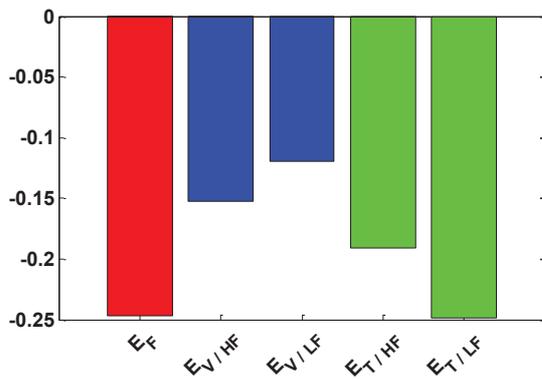


Fig. IV.35 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.15)      Fig. IV.36 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.15)

Tableau IV.17 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.15) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,165	$3,538 \times 10^{-3}$	1,158	1,172	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,246	$4,333 \times 10^{-3}$	-0,255	-0,238	0,000
<b>E<sub>V/HF</sub></b>	-0,152	$7,505 \times 10^{-3}$	-0,167	-0,137	0,000
<b>E<sub>V/LF</sub></b>	-0,119	$5,307 \times 10^{-3}$	-0,130	-0,109	0,000
<b>E<sub>T/HF</sub></b>	-0,191	$7,505 \times 10^{-3}$	-0,206	-0,176	0,000
<b>E<sub>T/LF</sub></b>	-0,249	$5,307 \times 10^{-3}$	-0,259	-0,239	0,000

Ainsi, nous avons effectivement deux coefficients différents de  $X_V$  et  $X_T$  entre les deux zones de fréquences confirmant la présence d'interactions entre la fréquence d'une part et la tension et la température d'autre part. Dans les deux zones de fréquences, l'effet de  $X_V$  reste inférieur à celui de  $X_T$  ce qui est en accord avec l'ordre hiérarchique de ces facteurs dans les deux zones de l'arbre 2 (Fig.

IV.10) construit avec la même base d'apprentissage. Les effets des facteurs calculés dans les deux zones sont cohérents avec les résultats des différents modèles paramétriques du chapitre 3 :

- l'effet de la tension est toujours le plus faible quel que soit le domaine de la fréquence (comme dans tous les modèles paramétriques) ;
- l'effet de la température est plus élevé que celui de la fréquence dans la zone LF et plus faible que celui de la fréquence dans la zone HV ; nous avons également remarqué dans les différents modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> ordre estimés sur les bases des 8 PdE du plan factoriel 3<sup>3</sup> que l'effet de la température est plus élevé que celui de la fréquence lorsque celle-ci est dans l'intervalle [-1 ; 0], et plus faible lorsque la fréquence est dans l'intervalle [0 ; 1] (figure III.38 du chapitre 3) ;
- la présence d'interactions entre la fréquence et la température et entre la fréquence et la tension est en accord avec les résultats des modèles paramétriques (paragraphe V.2 du chapitre 3) qui valident la significativité des coefficients associés à ces interactions.

Le modèle équivalent à (IV.15) visant à tester la significativité de la différence entre les deux zones des coefficients de V et de T est le suivant :

$$\text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{V/LF} \delta_{LF} X_V + \Delta E_{T/LF} \delta_{LF} X_T \quad (\text{IV.16})$$

Le test de Student appliqué aux coefficients de ce modèle (tableau IV.18) confirme que la différence des coefficients de  $X_V$  et de  $X_T$  est significative par rapport à la zone HF (à 95%), ce qui implique que la division des coefficients de  $X_V$  et de  $X_T$  en deux zones de fréquence est significative.

Tableau IV.18 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.16) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,165	$3,538 \times 10^{-3}$	1,158	1,172	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,152	$7,505 \times 10^{-3}$	-0,167	-0,137	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,246	$4,333 \times 10^{-3}$	-0,255	-0,238	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,191	$7,505 \times 10^{-3}$	-0,206	-0,176	0,000
<b><math>\Delta E_{V/LF}</math></b>	0,033	$9,192 \times 10^{-3}$	0,015	0,051	0,000
<b><math>\Delta E_{T/LF}</math></b>	-0,058	$9,192 \times 10^{-3}$	-0,076	-0,040	0,000

Les performances en prédiction du modèle hybride (IV.15) peuvent être résumées par les figures IV.37, IV.38 et IV.39 et le tableau IV.19.

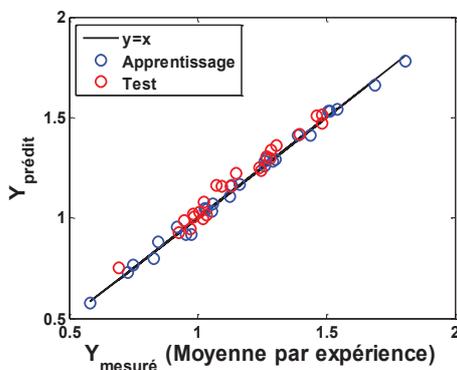


Fig. IV.37 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.15) en fonction des moyennes mesurées

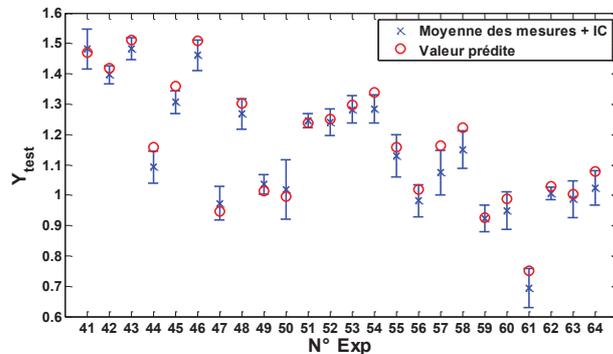


Fig. IV.38 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.15) et réponses mesurées (moyennes et IC)

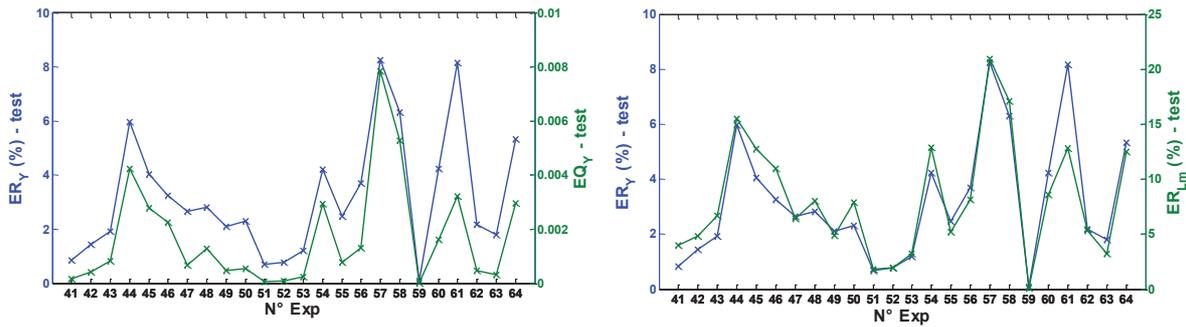


Fig. IV.39 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle hybride (IV.15)

Tableau IV.19 Performances du modèle hybride (IV.15) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Lm}$ )	Moyenne ( $ER_{Lm}$ )
$1,7 \times 10^{-3}$	8,3%	3,2%	5	20,9%	8,2%

Ainsi, nous confirmons encore une fois que le modèle hybride linéaire par morceaux améliore la qualité de prédiction des arbres de régression (nous passons d'une valeur maximale de 24% sur  $ER_Y$  avec l'arbre de la Fig. IV.10 à une valeur maximale de 8,3% avec le modèle hybride (IV.15)).

Sous la configuration n°2, nous obtenons la forme suivante du modèle hybride :

$$\text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{V/LF} \delta_{LF} X_V + \Delta E_{F/LF} \delta_{LF} X_F + \Delta E_{T/LF} \delta_{LF} X_T \quad (\text{IV.17})$$

Les coefficients de ce modèle sont représentés dans la figure IV.22. Le résultat du test de Student donné par le tableau IV.20 (après validation de la normalité des résidus par la Fig. IV.41) montre que tous les coefficients de ce modèle sont significatifs à 95% sauf celui associé à la différence du coefficient de  $X_F$ .

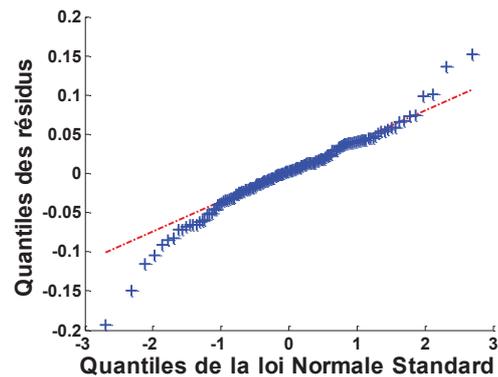
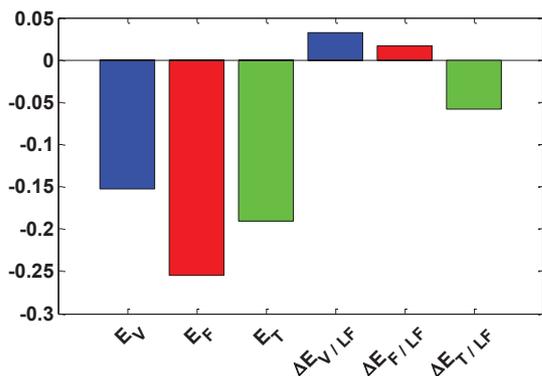


Fig. IV.40 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.17)

Fig. IV.41 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.17)

Ainsi, nous pouvons déduire que les deux configurations 1 et 2 sont quasi équivalentes et ont également les mêmes performances en prédiction (tableau IV.21). Nous pouvons donc adopter un seul coefficient pour  $X_F$  dans l'intervalle  $[-1 ; 1]$  correspondant aux valeurs réelles  $[5,543 \text{ kHz} ; 15 \text{ kHz}]$  de  $F$ . Ceci confirme le résultat du modèle paramétrique du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimé sur la base des points du plan factoriel  $3^3$  (même base d'apprentissage du modèle hybride (IV.17)) qui montre une linéarité de l'effet de la fréquence sur l'intervalle  $[-1 ; 1]$  (figure III.34b du chapitre 3).

Tableau IV.20 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.17) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,170	$6,124 \times 10^{-3}$	1,158	1,182	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,152	$7,500 \times 10^{-3}$	-0,167	-0,137	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,255	$8,661 \times 10^{-3}$	-0,272	-0,238	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,191	$7,500 \times 10^{-3}$	-0,206	-0,176	0,000
<b><math>\Delta E_{V/LF}</math></b>	0,033	$9,186 \times 10^{-3}$	0,015	0,051	0,000
<b><math>\Delta E_{F/LF}</math></b>	<b>0,017</b>	<b><math>1,500 \times 10^{-3}</math></b>	<b>-0,013</b>	<b>0,046</b>	<b>0,264</b>
<b><math>\Delta E_{T/LF}</math></b>	-0,058	$9,186 \times 10^{-3}$	-0,076	-0,040	0,000

Tableau IV.21 Performances du modèle hybride (IV.17) sur la base de test

Moyenne (EQ <sub>Y</sub> )	Max (ER <sub>Y</sub> )	Moyenne (ER <sub>Y</sub> )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max (ER <sub>Lm</sub> )	Moyenne (ER <sub>Lm</sub> )
$1,8 \times 10^{-3}$	8,3%	3,4%	6	21,2%	8,8%

Puisque la division du coefficient de  $X_F$  n'est pas significative, nous n'appliquons pas la troisième configuration (division de la constante) qui est uniquement utile lorsque la variable de séparation a deux coefficients significativement différents. Nous nous contentons alors de la première configuration (modèle hybride (IV.15)).

D'autre part, il est intéressant de comparer en termes de prédiction les performances du modèle hybride (IV.15) et des modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre développés dans le chapitre 3. Nous comparons alors les performances en prédiction sur la base de test (exp. n° 41 à 64) entre le modèle hybride (IV.15) et les modèles paramétriques du chapitre 3 : modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions estimé sur la base des 8 points du PdE extrême (modèle PdE extrême 2<sup>3</sup> (III.52)) et modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions (modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55)) estimé sur la même base d'apprentissage du modèle hybride (IV.15) (les 27 points du plan factoriel 3<sup>3</sup>). Les résultats sont illustrés dans les figures IV.42, IV.43 et IV.44.

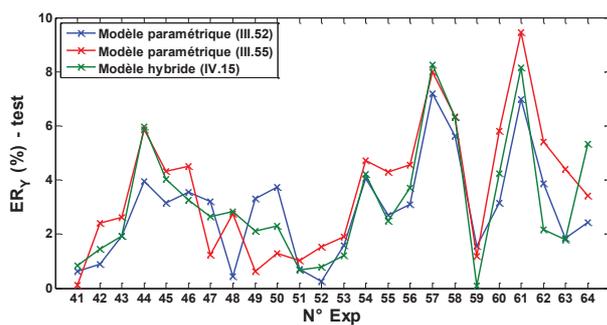


Fig. IV.42 Evaluation des ER<sub>Y</sub> obtenues par les différents modèles sur la base de test

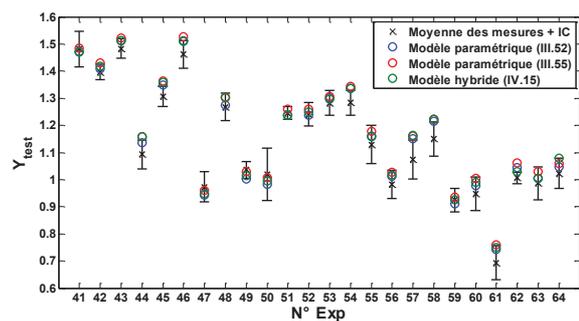


Fig. IV.43 Valeurs mesurées (moyenne et IC) de Y et celle prédites par les différents modèles

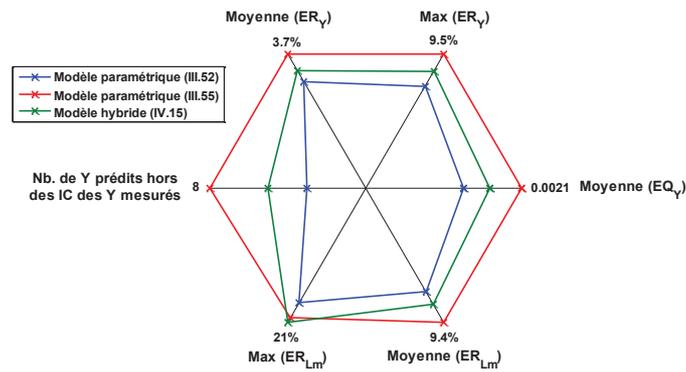


Fig. IV.44 Radar plot des performances des différents modèles sur la base de test

D’après ces figures, nous constatons qu’entre les deux modèles SdR-3<sup>3</sup> (III.55) et hybride (IV.15) construits sur la base des 27 points du plan factoriel à 3 niveaux, le modèle hybride a une meilleure qualité de prédiction sur les points de la base de test. Nous avons donc pu améliorer la qualité de prédiction du modèle du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions construit sur les 27 points du plan factoriel 3<sup>3</sup> en divisant les expériences de cette base d’apprentissage en deux selon la zone de fréquence et en associant un modèle linéaire du 1<sup>er</sup> ordre à chacune des zones.

Le modèle hybride (IV.15) possède 6 paramètres, tous significatifs, et facilement interprétables, au lieu de 10 paramètres dans le modèle SdR-3<sup>3</sup> (III.55) dont certains ne sont pas significatifs. Les performances en prédiction de ce modèle hybride restent très proches de celles du modèle du 1<sup>er</sup> ordre PdE extrême 2<sup>3</sup> (III.52).

Notons que la matrice d’expérience du modèle (IV.15) est orthogonale. En effet, le modèle (IV.15) a la même forme générale du modèle (IV.12). Nous avons démontré dans le paragraphe précédent qu’un modèle hybride de la forme (IV.12) à  $k$  facteurs estimé sur la base des points d’un CCD est caractérisé par une matrice d’expérience naturellement orthogonale du fait de l’absence de termes quadratiques, et ceci quel que soit le nombre de répétitions au centre  $N_0$  et la distance des points axiaux  $\theta$ . Nous démontrons de même que dans le cas général d’un plan factoriel à trois niveaux (-1 ; 0 et 1) et  $k$  facteurs (avec éventuellement  $N_0$  répétitions des points centraux) la matrice d’expérience d’un modèle hybride de la forme (IV.12) est orthogonale et ceci quel que soit le nombre  $N_0$ . Supposons alors que disposons de  $3^k$  points d’un plan factoriel  $3^k$  (niveaux -1 ; 0 et 1) et  $N_0$  répétitions centrales. Pour cette base d’apprentissage, la matrice  $X'X$  (limitée à  $k = 3$ ) du modèle hybride de la forme (IV.12) avec un seuil de division du facteur  $X_1$  entre 0 et 1 s’écrit :

$$X'X = \begin{bmatrix} 3^k + N_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 3^{k-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \times 3^{k-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \times 3^{k-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \times 3^{k-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \times 3^{k-2} \end{bmatrix} \quad (IV.18)$$

En général, les colonnes 1 et 2 de la matrice (IV.18) sont fixes, les colonnes 3 et 4 se répètent ( $k - 1$ ) fois. Si maintenant nous supposons que le seuil de division de  $X_1$  est entre -1 et 0, la matrice d’information s’écrit :

$$X'X = \begin{bmatrix} 3^k + N_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 3^{k-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 3^{k-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \times 3^{k-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \times 3^{k-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \times 3^{k-2} \end{bmatrix} \quad (IV.19)$$

Nous remarquons alors qu'un modèle hybride de la forme (IV.12) estimé sur la base d'apprentissage des  $3^k$  points d'un plan factoriel à trois niveaux est caractérisé par une matrice d'information diagonale et par conséquent la matrice de dispersion est aussi diagonale. Ainsi, pour améliorer la qualité de prédiction d'un modèle du 2<sup>nd</sup> ordre estimé sur la base d'un CCD ou d'un plan factoriel à 3 niveaux, un modèle hybride de la forme (IV.12) construit sur ces mêmes bases présente une solution qui garantit également l'orthogonalité de la matrice d'expérience, et ceci quels que soient les paramètres de ces plans organisés.

### III.4.2. Données du deuxième domaine d'étude

Pour modéliser la durée de vie des isolants de la deuxième campagne d'essais dans le deuxième domaine d'étude (tableau III.A.3 en annexe du chapitre 3) par les modèles hybrides nous rappelons que le facteur de division est la fréquence, et que les deux zones de fréquence sont celles identifiées par l'arbre de la Fig. IV.11 :

- zone HF :  $X_F > -0,5$  (ou  $F > 6,2775$  kHz) ;
- zone LF :  $X_F < -0,5$  (ou  $F < 6,2775$  kHz).

Les modèles hybrides sont donc construits avec la base d'apprentissage des expériences n° 1, 2, 4, 5, 10, 11, 13, 17 et 31 à 40 du tableau III.A.3 puis ils sont validés sur la base de test des expériences n° 41, 42, 43, 46, 48 et 53.

La configuration de base consiste à affecter un coefficient par zone de fréquence pour les facteurs  $X_V$  et  $X_T$ . Pour tester simultanément la significativité de la différence des coefficients, nous exprimons le modèle hybride par :

$$\text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{V/LF} \delta_{LF} X_V + \Delta E_{T/LF} \delta_{LF} X_T \quad (IV.20)$$

Les coefficients de ce modèle sont représentés dans la figure IV.45 et leurs propriétés statistiques sont données par le tableau IV.22 (après validation de la normalité des résidus par la Fig. IV.46).

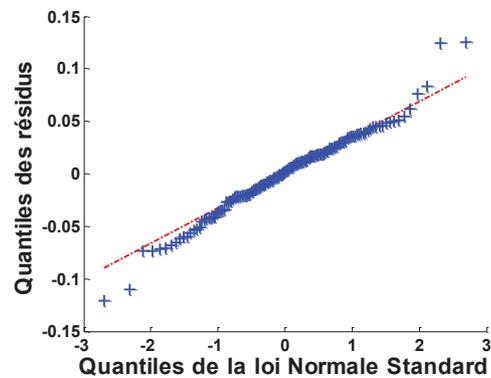
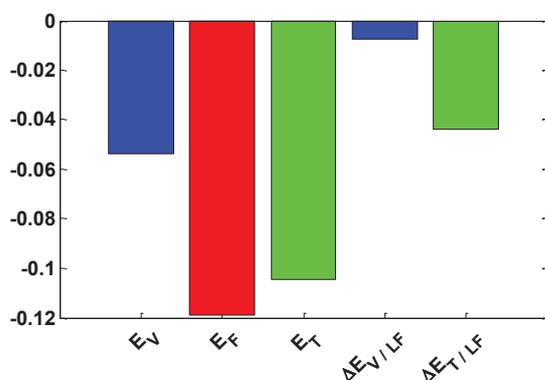


Fig. IV.45 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.20)

Fig. IV.46 QQ-plot des résidus du modèle hybride (IV.20)

Tableau IV.22 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.28) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,466	$3,254 \times 10^{-3}$	1,460	1,473	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,054	$4,880 \times 10^{-3}$	-0,063	-0,044	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,119	$3,985 \times 10^{-3}$	-0,127	-0,111	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,104	$4,880 \times 10^{-3}$	-0,114	-0,095	0,000
<b><math>\Delta E_{V/LF}</math></b>	<b>-0,007</b>	<b><math>8,453 \times 10^{-3}</math></b>	<b>-0,024</b>	<b>0,009</b>	<b>0,379</b>
<b><math>\Delta E_{T/LF}</math></b>	-0,044	$8,453 \times 10^{-3}$	-0,060	-0,027	0,000

D'après ces résultats, nous constatons que seule la température a deux coefficients significativement différents selon la zone de fréquence. Le coefficient de la tension reste le même sur l'intervalle  $[-\sqrt{2} ; \sqrt{2}]$  de  $X_F$  correspondant aux valeurs réelles [5 kHz ; 10,1085 kHz] de  $F$ . En effet, la base d'apprentissage de ce modèle forme un domaine expérimental plus restreint que ceux rencontrés dans les cas précédents, ce qui peut rendre plus homogène le modèle entre les deux zones de fréquence.

D'autre part, la stabilité du coefficient de  $X_V$  en fonction de la zone de fréquence montre l'absence d'interaction entre ces deux facteurs dans ce domaine d'étude. Ceci est en accord avec les résultats du test de significativité du modèle paramétrique du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions SdR (III.57) estimé sur la même base d'apprentissage (tableau III.42).

Nous simplifions alors ce modèle en considérant un coefficient unique pour  $X_V$  sur tout l'intervalle de  $X_F$  dans ce domaine ( $F$  entre 5 kHz et 10,1085 kHz) tel que :

$$\text{Log}(L_m) = M + E_V X_V + E_F X_F + E_T X_T + \Delta E_{T/LF} \delta_{LF} X_T \quad (\text{IV.21})$$

Le test de Student appliqué sur ce modèle confirme la significativité de tous ses coefficients (tableau IV.23).

Tableau IV.23 Coefficients estimés du modèle hybride (IV.21) et leurs propriétés statistiques

Coefficient	Valeur estimée	Ecart-type	Borne inférieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	Borne supérieure de l'IC ( $\alpha = 5\%$ )	p-value (test de Student)
<b>M</b>	1,466	$3,251 \times 10^{-3}$	1,460	1,473	0,000
<b>E<sub>V</sub></b>	-0,119	$3,982 \times 10^{-3}$	-0,127	-0,111	0,000
<b>E<sub>F</sub></b>	-0,056	$3,982 \times 10^{-3}$	-0,064	-0,048	0,000
<b>E<sub>T</sub></b>	-0,104	$4,876 \times 10^{-3}$	-0,114	-0,095	0,000
<b><math>\Delta E_{T/LF}</math></b>	-0,044	$8,446 \times 10^{-3}$	-0,060	-0,027	0,000

Les figures IV.47, IV.48 et IV.49 et le tableau IV.24 montrent que la qualité de prédiction de ce modèle est en moyenne très proche de celle du modèle paramétrique SdR (III.57) estimé sur la même base d'apprentissage (cf. figures III.60, III.61 et III.62 et tableau III.43 du chapitre 3).

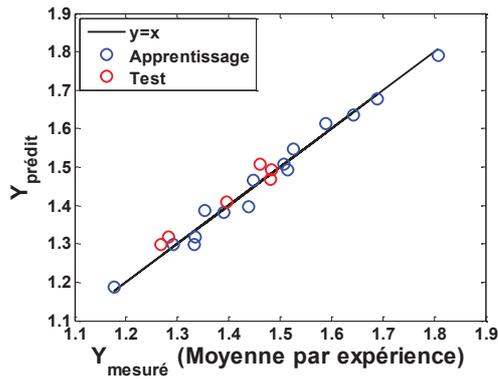


Fig. IV.47 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.21) en fonction des moyennes mesurées

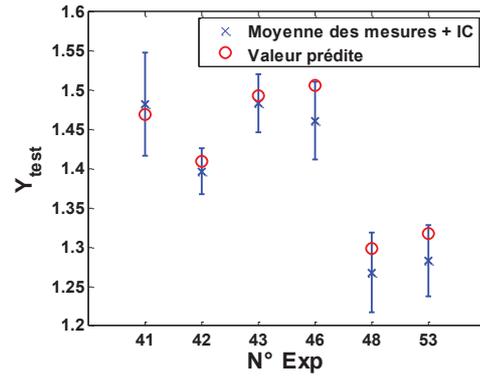


Fig. IV.48 Réponses prédites par le modèle hybride (IV.21) et réponses mesurées (moyennes et IC à 95%)

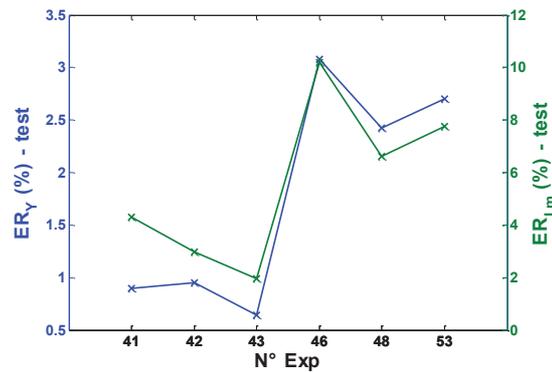
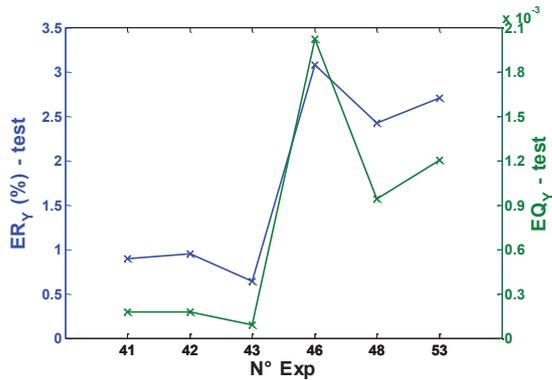


Fig. IV.49 Evaluation de  $ER_Y$ , de  $EQ_Y$  et de  $ER_L$  pour les points de la base de test du modèle hybride (IV.21)

Tableau IV.24 Performances du modèle hybride (IV.21) sur la base de test

Moyenne ( $EQ_Y$ )	Max ( $ER_Y$ )	Moyenne ( $ER_Y$ )	Nb. des $\hat{Y}_i / \hat{Y}_i \notin IC(Y)$	Max ( $ER_{Lm}$ )	Moyenne ( $ER_{Lm}$ )
$7,7 \times 10^{-4}$	3,1%	1,8%	0	10,2%	5,6%

En conclusion, dans ce domaine expérimental réduit ( $V$  entre 0,65 kV et 0,99 kV ;  $F$  entre 5 kHz et 10,1085 kHz et  $T$  entre 30°C et 111,6°C), le modèle paramétrique du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions et le modèle hybride construits sur la base des 18 points du CCD ont une meilleure qualité de prédiction que le modèle du 1<sup>er</sup> ordre construit sur la base des 8 points du plan factoriel  $2^3$ .

## IV. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons analysé la problématique de la modélisation de durée de vie par deux méthodes alternatives aux modèles paramétriques classiques : les arbres de régression (méthode non paramétrique) et les modèles hybrides (linéaires par morceaux). Des formes différentes de la relation entre la durée de vie et les contraintes ont donc été établies. Les arbres de régression construits selon l'algorithme CART permettent en premier lieu de classifier les expériences dans des zones où les comportements des variables sont homogènes vis-à-vis des durées de vie. L'algorithme consiste à partitionner de façon récursive le domaine des variables explicatives de façon à maximiser l'homogénéité dans chacun des sous-groupes créés. A chaque nœud, l'algorithme sélectionne la meilleure variable explicative et le meilleur seuil de division de cette variable au sens de la minimisation de l'erreur quadratique des deux groupes résultants. La structure hiérarchique des arbres de régression

permet donc, d'une part, d'interpréter facilement la relation entre les durées de vie et les facteurs de stress, et d'autre part, d'ordonner les variables selon leur importance dans le modèle au sens de la minimisation de l'erreur quadratique.

Des arbres de régression ont été construits avec les données de durées de vie des isolants (des deux campagnes d'essais) avec les mêmes bases d'apprentissage organisées des modèles paramétriques, dans le même objectif de construire des modèles précis avec un moindre coût expérimental. A partir des racines de ces arbres, trois zones de tension (dans la première campagne d'essais) et deux zones de fréquences (dans les deux domaines de la deuxième campagne d'essais) de comportements différents ont été identifiées. La variable sélectionnée à la racine dans ces arbres est la variable la plus importante et confirme les résultats des modèles paramétriques de la première campagne d'essai où la tension a l'effet le plus important et ceux de la deuxième campagne d'essais où la fréquence a l'effet le plus important.

Cependant, les arbres de régression qui sont des modèles constants par morceaux présentent des limitations lorsqu'ils sont utilisés pour la prédiction des durées de vie de points qui n'appartiennent pas à leurs bases d'apprentissage. En effet, nous avons montré que, d'une part, pour améliorer la qualité de prédiction d'un arbre il faut le raffiner en rajoutant de l'information provenant d'expériences supplémentaires et donc en augmentant la taille de la base d'apprentissage, et que, d'autre part, avec la même base d'apprentissage, un modèle linéaire construit uniquement avec les trois facteurs principaux présentent des meilleures performances en prédiction.

La deuxième partie de ce chapitre a été consacrée aux modèles hybrides qui présentent une troisième approche pour la modélisation de la durée de vie. Le principe du modèle hybride s'inspire des deux approches paramétrique et non paramétrique en vue de bénéficier des avantages que présentent ces deux méthodes : la nature explicite de la relation durée de vie – stress et la bonne qualité de prédiction des modèles paramétriques, et la possibilité des arbres de classer les données selon des zones de comportement identique. L'idée est donc de décomposer le domaine de la variable la plus importante par les seuils identifiés avec les arbres de régression et de construire un modèle linéaire dans chacune de ces zones. Cela permet, d'une part, de mieux expliciter les interactions entre les facteurs par rapport aux modèles paramétriques en comparant les coefficients du modèle entre les différentes zones, et d'améliorer la qualité de prédiction des arbres de régression d'autre part grâce à l'expression linéaire du modèle hybride en fonction des variables qui remplace le modèle constant par morceau dans chaque zone.

Nous avons donc construit des modèles hybrides avec les données de durée de vie des isolants des deux campagnes d'essais sur les bases d'apprentissage des modèles paramétriques du second ordre avec interactions. Le choix de cette base d'apprentissage s'inscrit dans le même contexte de minimisation des points expérimentaux en apprentissage, mais aussi dans l'objectif de définir sur cette base un modèle qui pourrait être mieux adapté pour la prédiction des durées de vie des points de test que les modèles paramétriques du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions qui n'ont pas été utile pour améliorer la qualité de prédiction des modèles du 1<sup>er</sup> ordre. Les seuils de division utilisés dans les modèles hybrides sont donc ceux identifiés avec les arbres construits sur les bases d'apprentissage des modèles du 2<sup>nd</sup> ordre.

Pour la première campagne d'essais, trois zones de tension ont été identifiées avec les arbres de régression. Cependant, le test statistique de Student a révélé que les coefficients de la fréquence et de la température dans les deux zones moyenne et faible tensions ne sont pas significativement différents. Ceci a permis de simplifier le modèle hybride en regroupant ces deux zones et de ne retenir finalement que deux coefficients pour la fréquence et la température significativement différents l'un de l'autre, le coefficient de la tension étant stable dans les deux zones.

Pour la deuxième campagne d'essais, les modèles hybrides sont construits en utilisant les deux zones de fréquence identifiées avec les arbres de régression, et ceci pour chacun des domaines d'étude, en

considérant un coefficient unique pour la fréquence et deux coefficients pour la tension et la température. Dans le premier domaine, le test statistique de Student a confirmé que les différences des coefficients de la tension et de la température sont significativement différentes entre les deux zones. Cependant, dans le deuxième domaine (plus restreint), seul le coefficient de la température diffère entre les deux zones de fréquence.

Nous avons montré que ces modèles hybrides ont permis d'améliorer la qualité de prédiction des modèles paramétriques du 2<sup>nd</sup> ordre avec interactions estimés sur la même base d'apprentissage et leurs performances en termes de prédiction restent très proches de celles des modèles paramétriques du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions. Nous avons aussi démontré que quelle que soit la configuration des bases d'apprentissage des modèles du 2<sup>nd</sup> ordre (CCD ou plans factoriels à 3 niveaux), la matrice d'expérience des modèles hybrides est orthogonale et de taille plus faible que celle des modèles du 1<sup>er</sup> ordre.

## Références

- [BRE84] L. Breiman, J. H. Friedman, R. A. Olshen, C. G. Stone, *Classification and regression trees*, CA: Wadsworth International Group, 1984
- [CHA95] P. Chaudhuri, W. D. Lo, W. Y. Loh, C. C. Yang, Generalized regression trees, *Statistica Sinica*, vol. 5, no 2, p. 641-666, 1995
- [DEA00] G. De'ath, K. E. Fabricius, Classification and regression trees: a powerful yet simple technique for ecological data analysis, *Ecology*, vol. 81, no 11, p. 3178-3192, 2000
- [DUS04] E. Dusseldorp, J. J. Meulman, The regression trunk approach to discover treatment covariate interaction, *Psychometrika*, vol. 69, no 3, p. 355-374, 2004
- [FEL13] A. M. Felicísimo, A. Cuartero, J. Remondo, E. Quirós, Mapping landslide susceptibility with logistic regression, multiple adaptive regression splines, classification and regression trees, and maximum entropy methods: a comparative study, *Landslides*, vol. 10, no 2, p. 175-189, 2013
- [FRI91] J. H. Friedman, Multivariate adaptive regression splines, *The annals of statistics*, vol. 19, no 1, p. 1-67, 1991
- [LI08] X. Li, R. Xu, *High-dimensional data analysis in cancer research*, Springer Science & Business Media, 2008
- [LOH02] W. Y. Loh, Regression tress with unbiased variable selection and interaction detection, *Statistica Sinica*, vol. 12, no 2, p. 361-386, 2002
- [MAL04] D. Malerba, F. Esposito, M. Ceci, A. Appice, Top-down induction of model trees with regression and splitting nodes, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 26, no 5, p. 612-625, 2004
- [PAG11] A. Paglia, M. V. Phelippe-Guinvarc'h, Tarification des risques en assurance non-vie, une approche par modèle d'apprentissage statistique, *Bulletin français d'Actuariat*, vol. 11, no 22, p. 49-81, 2011
- [QUI92] J. R. Quinlan, Learning with continuous classes, in: *5th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence*, p. 343-348, 1992
- [RAK08] R. Rakotomalala, Pratique de la Régression Linéaire Multiple - Diagnostic et sélection de variables, Support de cours, 2008  
[http://eric.univ-lyon2.fr/~ricco/cours/cours/La\\_regression\\_dans\\_la\\_pratique.pdf](http://eric.univ-lyon2.fr/~ricco/cours/cours/La_regression_dans_la_pratique.pdf)
- [SAM09] B. Samanta, G. L. Bird, M. Kuijpers, et al. Prediction of periventricular leukomalacia. Part I: Selection of hemodynamic features using logistic regression and decision tree algorithms, *Artificial intelligence in medicine*, vol. 46, no 3, p. 201-215, 2009
- [SUT11] N. Sut, O. Simsek, Comparison of regression tree data mining methods for prediction of mortality in head injury, *Expert systems with applications*, vol. 38, no 12, p. 15534-15539, 2011

# Conclusion générale et perspectives



Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit portent sur la modélisation de la durée de vie pour des composants appartenant au domaine du génie électrique. La méthodologie proposée est générale et applicable sans considérations spécifiques au composant étudié. Les modèles de durée de vie développés sont des modèles statistiques basés sur des données issues de tests de vieillissement accéléré. L'objectif principal est de fournir des modèles de durée de vie précis à moindre coût expérimental.

Tout d'abord, la précision du modèle est liée aux paramètres pris en compte. Au cours de son fonctionnement, un composant est soumis à une multitude de contraintes opérationnelles et environnementales contribuant à sa dégradation. La modélisation de la durée de vie ne peut pas donc se limiter à un seul facteur. Les différents facteurs de stress peuvent également interagir et leurs effets ne peuvent pas toujours être étudiés séparément, le modèle doit donc inclure des termes d'interactions. La présence d'un nombre élevé de paramètres, et par conséquent, le besoin d'un nombre élevé de points expérimentaux pour l'estimation du modèle de durée de vie, fait appel à des méthodes d'optimisation permettant de minimiser le coût tout en garantissant la meilleure précision du modèle. Cet objectif a un intérêt particulier en génie électrique où les données expérimentales sont souvent limitées par le faible nombre d'échantillons testés et/ou le faible nombre d'expériences. Afin de valider la méthodologie, des campagnes d'essais sur différents composants ont été réalisées. Des outils statistiques particulièrement adaptés au faible nombre d'échantillons ont été identifiés et utilisés pour évaluer les propriétés statistiques des modèles

Dans le **premier chapitre** de ce manuscrit nous avons présenté un **état de l'art sur les différents modèles de durée de vie rencontrés dans le domaine du génie électrique**. Le développement de modèles de durée de vie des composants du génie électrique qui implique l'étude et la prévision des effets des facteurs de vieillissement sur ces composants est devenu indispensable avec le passage actuel aux systèmes plus électriques. Dans la première partie de ce chapitre nous avons introduit les grandeurs permettant de quantifier la fiabilité d'un composant : la durée de vie, la probabilité de survie, la fonction de survie, le taux de défaillance, etc. Ces grandeurs dépendent de la loi de distribution statistique des durées de vie. La littérature montre alors que les lois de distributions les plus souvent utilisées pour la durée de vie sont la loi exponentielle, la loi de Weibull et la loi log-normale.

Lorsque plusieurs facteurs influent sur la durée de vie, un modèle est fréquemment utilisé en fiabilité : le modèle AFT (*Accelerated Failure Time model*). Il exprime le logarithme de la durée de vie par une fonction linéaire des facteurs éventuellement transformés. La transformation logarithmique modifie également la distribution des durées de vie. Si les durées de vie sont distribuées selon la loi exponentielle, de Weibull ou log-normale, leurs logarithmes sont distribués selon la loi de valeur extrême à un paramètre, à deux paramètres ou selon la loi normale, respectivement. L'estimation des paramètres du modèle AFT dépend alors de la distribution des données. Lorsqu'il s'agit de la loi log-normale, les logarithmes des durées de vie suivent une loi normale et nous obtenons alors un modèle de régression multilinéaire pouvant être estimé par la méthode des MCO (Moindres Carrés Ordinaires).

D'après la littérature, les facteurs de stress principaux qui s'appliquent aux composants en génie électrique sont la température, le stress électrique, les vibrations et le stress mécanique. Des lois empiriques validées expérimentalement ont été développées auparavant pour décrire l'évolution de la durée de vie des composants soumis à chacun de ces facteurs de stress : la loi d'Arrhénius (température), la loi de Coffin-Manson (cyclage de la température), la loi de puissance inverse (stress non thermique), etc. Ces différentes lois sont également utilisées sous forme de modèles standardisés propres à des composants industriels surtout dans le domaine de l'électronique. Tous ces modèles peuvent être linéarisés par une transformation logarithmique des durées de vie, aboutissant à la forme générale des modèles AFT. Après la spécification de la distribution des durées de vie et de la forme du modèle, l'estimation de ses paramètres nécessite des données expérimentales issues de tests de vieillissement. Tester les composants sous des contraintes plus sévères que celles du fonctionnement nominal permet d'accélérer leur dégradation et donc de réduire la durée des tests. Ces tests sont appelés tests de vieillissement accéléré.

Dans les deux dernières parties de ce premier chapitre nous avons présenté des modèles de durée de vie de différents composants du génie électrique. Nous avons d'abord rappelé brièvement les études menées sur trois composants de base pour la conception de tout système électrique (les batteries, les modules de puissance et les condensateurs) avant de nous focaliser sur les deux composants qui font l'objet de cette thèse : les isolants des machines électrique et les OLED, qui sont tout aussi importants.

De nombreux travaux dans la littérature ont contribué à l'analyse du vieillissement des batteries, des modules de puissance et des condensateurs à travers des tests accélérés. Le facteur principal de vieillissement de ces trois composants est la température, qu'elle soit constante ou cyclique. D'autres contraintes opérationnelles, comme la tension et le courant, ou environnementales comme l'humidité ont également un effet non négligeable sur la durée de vie de ces composants. La plupart des modèles de durée de vie de ces composants s'appuient sur les lois empiriques : la loi d'Arrhénius pour la température, la loi de Coffin-Manson pour les cycles de température, la loi de puissance inverse pour la tension et l'humidité, etc. Dans le cas où le nombre de composants testés est suffisamment élevé pour évaluer la distribution statistique des données, la tendance générale est du type log-normale ou de Weibull.

Nous avons remarqué alors que la plupart des modèles de durée de vie de ces différents composants évaluent l'effet d'un seul facteur de vieillissement. Dans les cas où plusieurs facteurs interviennent, l'effet combiné de ces facteurs est exprimé simplement par le produit des effets individuels, sans aucune expression d'éventuelles interactions entre les facteurs. De plus, aucune considération liée aux contraintes économiques et expérimentales n'est prise en compte pour la réalisation des tests de vieillissement accéléré. Enfin, il n'existe aucune méthode générale de modélisation qui puisse être appliquée à différents composants, sans considérations spécifiques au composant étudié.

Par comparaison aux travaux réalisés sur ces trois composants, nous avons remarqué qu'il existe moins de normes et de travaux de recherche sur la modélisation de la durée de vie des isolants et encore moins pour les OLED. Cependant, la fiabilité de ces deux composants est un sujet d'intérêt primordial. D'une part, les isolants sont des éléments critiques pour le fonctionnement d'une machine électrique qui sont exposés à des contraintes opérationnelles de plus en plus sévères. D'autre part, les OLED se présentent aujourd'hui comme une solution alternative aux sources d'éclairage classiques en raison de leur efficacité énergétique. Cependant, leur commercialisation reste limitée à cause de leur faible durée de vie et leurs performances encore incomplètement maîtrisées.

Les modèles de durée de vie rencontrés dans la littérature se limitent alors à l'étude d'un seul ou de deux facteurs de stress (le stress électrothermique) dans le cas des isolants et d'un seul facteur (électrique ou thermique) dans le cas des OLED. En plus d'une littérature peu abondante sur les isolants et les OLED, nous avons remarqué que les modèles de durée de vie présentaient les mêmes inconvénients que ceux rencontrés avec les trois premiers composants. Ces limitations sont en effet rencontrées de façon générale dans les modèles de durée de vie existants pour les composants du génie électrique.

Cette étude bibliographique nous a montré alors la nécessité du développement d'une **nouvelle approche de modélisation de la durée de vie** face à ces nombreuses limitations, en particulier pour les isolants et les OLED. Cette nouvelle méthodologie est donc présentée dans le **deuxième chapitre**. Elle est basée sur les principes suivants :

- la méthodologie proposée est générale et applicable à tout composant ;
- les modèles de durée de vie sont des modèles statistiques estimés sur la base de données issues de tests de vieillissement accéléré ;
- au moins deux facteurs sont à considérer dans les modèles ainsi que toutes leurs interactions possibles ;
- les formes de ces facteurs dans le modèle sont basées sur la littérature mais aussi validées par des données expérimentales ;

- les tests de vieillissement accéléré sont organisés selon des méthodes d'optimisation permettant de minimiser le nombre de points expérimentaux tout en garantissant la meilleure précision du modèle ;
- les performances des modèles sont évaluées par des outils statistiques particulièrement adaptés au faible nombre d'échantillons ;
- la qualité de prédiction des modèles est évaluée sur une base de test constituée par des points aléatoirement configurés.

Nous avons présenté ensuite les différentes étapes qui constituent notre méthodologie et qui s'appliquent pour la modélisation de la durée de vie de tout composant :

1. Définition des paramètres nécessaires aux tests de vieillissement accéléré
2. Spécification des configurations des expériences à réaliser
3. Réalisation des tests et mesure des durées de vie
4. Prétraitement statistique des durées de vie mesurées
5. Estimation du modèle statistique de durée de vie
6. Evaluation du modèle.

Cette méthodologie a donc été appliquée dans la suite du manuscrit aux composants que nous avons testés : deux types différents d'isolants de machines électriques et des sources d'éclairage OLED. Dans la deuxième partie du deuxième chapitre nous avons présenté les premières étapes de la méthodologie qui précèdent le développement des modèles de durée de vie : la présentation des bancs d'essais, la procédure de mesure de la durée de vie, les résultats des mesures, etc. Trois facteurs de vieillissement sont appliqués aux deux types d'isolants : la tension, la fréquence et la température, et deux facteurs sont considérés pour le vieillissement des OLED : la densité de courant et la température. Une différence majeure entre les deux types de composants réside dans la définition de leur durée de vie. Pour les isolants, la durée de vie d'un échantillon testé est la durée séparant sa mise sous tension et le claquage de l'isolation. En revanche, la durée de vie des OLED est définie à partir d'un taux fixé de dégradation de sa luminance. Par conséquent, plusieurs durées de vie peuvent être définies selon le taux de dégradation considéré.

A partir de points expérimentaux particuliers où un seul facteur de vieillissement varie, nous avons pu valider les formes analytiques des contraintes et des durées de vie pour ces différents composants. Pour les isolants de la première campagne d'essais, nous avons trouvé que le logarithme de la durée de vie varie quasi-linéairement en fonction du logarithme de la tension, du logarithme de la fréquence et de l'exponentielle de l'opposé de la température. Pour les isolants de la deuxième campagne d'essais, le logarithme de la durée de vie varie quasi-linéairement en fonction du logarithme de la tension, du logarithme de la fréquence et de l'inverse de la température (en °K). Pour les OLED, le logarithme de la durée de vie varie quasi-linéairement en fonction du logarithme de la densité du courant et de l'inverse de la température (en °K). Nous avons donc utilisé ces formes dans tous les modèles de durée de vie. Pour chacun des matériaux, la transformation logarithmique de la durée de vie nous a ramenés à la forme générique des modèles AFT.

Enfin, et uniquement pour les isolants des deux campagnes d'essais, nous avons évalué deux propriétés statistiques des logarithmes des durées de vie pour chaque expérience considérée : la dispersion et la distribution. Cela n'a pas été possible pour les OLED car un seul échantillon est testé par expérience pour des contraintes de coût et de temps expérimental.

Pour les isolants des deux campagnes d'essais, nous avons remarqué que la dispersion des mesures n'est pas tout à fait la même entre les différentes expériences réalisées. Cependant, grâce à un processus de mesure plus évolué dans la deuxième campagne d'essais, les mesures sont plus homogènes et moins dispersées que celles de la première campagne d'essais. Nous avons également testé l'adéquation des

mesures de chaque expérience aux deux lois : Normale et Valeur Extrême, et ceci par des tests d'hypothèse (tests d'ajustement) et des tests graphiques. Pour les deux campagnes d'essais, nous avons obtenu des résultats similaires. En effet, les tests d'ajustement acceptent l'hypothèse nulle de l'adéquation à ces deux lois pour la plupart des expériences, probablement à cause du faible nombre de données par expérience. Cependant, les tests appliqués aux deux ensembles les plus riches de données dans les deux campagnes d'essais favorisent l'hypothèse de la loi normale par rapport à celle de la Valeur Extrême. Ceci est également validé par des tests graphiques des fonctions de répartition et des graphes de probabilité appliqués à ces deux ensembles de mesures. Nous avons donc adopté cette hypothèse.

Le **troisième chapitre** a été consacré au premier type de modèles de durée de vie développés : les **modèles paramétriques**. Ces modèles expriment une relation linéaire entre le logarithme de la durée de vie d'une part, et les facteurs transformés et leurs interactions d'autre part. Ils ont donc la forme générale d'un modèle de régression multilinéaire et, avec l'hypothèse de normalité adoptée d'après les résultats précédents, ils peuvent être estimés par la méthode des MCO. Dans le contexte fréquent d'une relative pénurie de données expérimentales, les méthodes des Plans d'Expériences (PdE) et des Surfaces de Réponses (SdR) sont utilisées pour organiser les points expérimentaux nécessaires à l'estimation des modèles paramétriques. L'emplacement optimal des points expérimentaux selon ces deux méthodes permet d'évaluer les effets des facteurs de stress ainsi que de leurs interactions et garantit la meilleure précision sur les coefficients des modèles obtenus, ce qui répond alors à nos objectifs. Les critères d'optimalité du plan expérimental qui assurent la meilleure précision des coefficients du modèle sont l'orthogonalité pour la méthode des PdE et la presque orthogonalité pour la méthode des SdR.

La méthode des PdE permet d'obtenir un modèle de durée de vie du premier ordre avec interactions. La méthode des SdR nécessite des points expérimentaux supplémentaires et permet ainsi d'obtenir un modèle du second ordre avec interactions. Les tests de vieillissement accéléré sur les différents composants ont donc été configurés selon ces deux méthodes. Les modèles paramétriques présentés sont estimés sur la base de ces points organisés. Pour les deux campagnes d'essais sur les isolants, des points supplémentaires aléatoirement configurés ont été réalisés pour servir de bases de tests pour les modèles.

Les modèles paramétriques du premier et du second ordre ont permis d'identifier les facteurs de stress, les effets quadratiques et les interactions les plus influents sur la durée de vie à partir des coefficients estimés. L'analyse statistique des modèles a été possible uniquement pour les isolants car nous avons testé uniquement une OLED par expérience, ce qui rend l'analyse statistique impossible dans ce cas. Sous hypothèse de normalité des logarithmes de durée de vie et donc des résidus, nous avons évalué les propriétés statistiques du modèle à l'aide de différents critères. Tout d'abord, le test statistique de Student a permis d'évaluer la significativité des différents coefficients du modèle. Les résultats sont alors en accord avec l'importance des effets estimés. D'autres propriétés comme l'écart-type et les intervalles de confiance ont permis également d'évaluer la variabilité des coefficients.

Afin de confirmer ces résultats, nous avons d'abord effectué une analyse graphique des résidus qui a confirmé globalement l'hypothèse de normalité. Par une deuxième méthode, le bootstrap, nous avons pu valider cette hypothèse ainsi que les propriétés statistiques des coefficients. En effet, sans hypothèse de loi de distribution, et par ré-échantillonnage des données en apprentissage, nous avons obtenu des résultats statistiques similaires à ceux qui découlent de l'hypothèse de normalité des résidus en ce qui concerne la variabilité des coefficients et leur significativité dans le modèle, ce qui valide cette hypothèse. Cette méthode semble donc être bien adaptée pour la validation de résultats statistiques dans le cas d'un faible nombre de points expérimentaux.

Les modèles du premier et du second ordre sont également évalués en termes de qualité de prédiction sur leurs bases de test. Cette étude a été plus riche dans le cas des isolants grâce aux points supplémentaires aléatoirement configurés qui nous ont servi de base de test commune à tous les modèles de la même campagne d'essais. Nous avons montré, qu'avec une échelle de temps convenablement

choisie, les critères d'erreur relative ont la même tendance que celui des erreurs quadratique qui est finalement le critère de minimisation de la méthode des MCO. Nous avons pu par conséquent utiliser les erreurs relatives comme critère pour évaluer et comparer la qualité de prédiction des modèles de durée de vie.

En se basant sur ces différents critères d'erreur, nous avons remarqué qu'en général les modèles du premier ordre avec interactions estimés sur la base des PdE présentent une meilleure qualité de prédiction sur les points de la base de test que ceux du second ordre à base des SdR. Ceci nous a conduits à suspecter un problème de sur-apprentissage. L'ajout de points expérimentaux et de termes quadratiques dans le modèle diminue en effet la flexibilité du modèle et donc sa capacité à s'adapter à d'autres configurations d'expériences comme celles présentes dans la base de test. En revanche, nous avons remarqué qu'un modèle du second ordre peut améliorer la qualité du modèle du premier ordre lorsque le domaine expérimental est restreint à des faibles variations des niveaux des facteurs.

Finalement, le fait que la durée de vie d'une OLED soit définie par son taux de dégradation et non par son instant de claquage nous a permis de construire différents modèles de durée de vie à différents taux de dégradation et de suivre l'évolution des effets des facteurs de stress au cours du temps. Cette évolution a été en accord avec l'augmentation du taux de dégradation et donc de la durée de vie mesurée.

Les modèles paramétriques présentés ont permis de quantifier les effets des facteurs de vieillissement et de leurs interactions sur la durée de vie via une expression analytique prédéfinie incluant les facteurs principaux, les termes d'interactions et des termes quadratiques éventuellement. Si le nombre de facteurs principaux augmente, ou si l'ordre des interactions augmente, le modèle sera encore plus complexe et de ce fait il sera difficile à interpréter et l'estimation des coefficients nécessitera un nombre plus important de mesures. Or l'analyse statistique des modèles paramétriques des isolants a montré que certains coefficients n'ont pas une contribution significative dans le modèle (les interactions entre les deux facteurs les moins importants ou les interactions entre les trois facteurs). D'autre part, ces modèles imposent que l'effet de l'interaction entre deux facteurs soit exprimé en utilisant le produit des niveaux deux variables correspondantes. L'effet d'un facteur sur un autre à partir du produit de leurs niveaux est difficile à interpréter car ce produit doit alors être considéré comme une nouvelle variable linéairement indépendante des deux variables qui le constituent. Enfin, les bases d'apprentissage organisées selon les SdR n'ont pas pu être efficacement utilisées dans les modèles du second ordre pour améliorer de la qualité de prédiction des modèles du premier ordre.

Pour toutes ces raisons, nous avons proposé d'exploiter ces bases d'apprentissage organisées et plus riches que celles des PdE pour construire des modèles de durées de vie ayant des formes différentes de celles des modèles paramétriques et pouvant être, d'une part, plus facilement interprétables, et d'autre part, plus performantes que les modèles paramétriques du second ordre en termes de qualité de prédiction. Dans le **quatrième et dernier chapitre** nous avons donc proposé **deux modèles alternatifs aux modèles paramétriques classiques basés sur la classification des expériences** : les arbres de régression (méthode non paramétrique) et les modèles hybrides (linéaires par morceaux). A notre connaissance, ces méthodes n'ont jamais été envisagées pour modéliser la durée de vie dans le domaine du génie électrique. Ces modèles n'ont pas pu être appliqués sur les OLED à cause du très faible nombre d'échantillons testés.

Les arbres de régression construits selon l'algorithme CART (*Classification And Regression Trees*) ont permis en premier lieu de classifier les expériences dans des zones où les comportements des variables sont homogènes vis-à-vis des durées de vie. L'algorithme consiste à partitionner de façon récursive le domaine des variables explicatives de façon à maximiser l'homogénéité dans chacun des sous-groupes créés. A chaque nœud, l'algorithme sélectionne la meilleure variable explicative et le meilleur seuil de division de cette variable au sens de la minimisation de l'erreur quadratique des deux groupes résultants. La structure hiérarchique des arbres de régression a permis donc, d'une part, de fournir une nouvelle interprétation de la relation entre les durées de vie et les facteurs de stress, et d'autre part, d'ordonner

les variables selon leur importance dans le modèle au sens de la minimisation de l'erreur quadratique. L'importance des facteurs selon les arbres de régression ont été en accord avec leurs effets estimés par les modèles paramétriques.

Cependant, nous avons remarqué que les arbres de régression qui sont des modèles constants par morceaux présentent des limitations lorsqu'ils sont utilisés pour la prédiction des durées de vie des points de la base de test. En effet, nous avons montré que, d'une part, pour améliorer la qualité de prédiction d'un arbre il faut le raffiner en rajoutant de l'information provenant d'expériences supplémentaires et donc en augmentant la taille de la base d'apprentissage, et que, d'autre part, avec la même base d'apprentissage, un modèle linéaire construit uniquement avec les trois facteurs principaux présentent des meilleures performances en prédiction.

La deuxième partie de ce chapitre quatrième a été consacrée aux modèles hybrides qui présentent une troisième approche pour la modélisation de la durée de vie. Le principe du modèle hybride s'inspire des deux approches paramétrique et non paramétrique en vue de bénéficier des avantages que présentent ces deux méthodes : la nature explicite de la relation durée de vie – stress et les performances en prédiction des modèles paramétriques, et la capacité des arbres à classer les données selon des zones de comportement homogène. L'idée est donc de décomposer le domaine de la variable la plus importante par les seuils identifiés avec les arbres de régression et de construire un modèle linéaire dans chacune de ces zones.

Avec les modèles hybrides nous avons obtenu des coefficients statistiquement différents dans chacune des zones du facteur principal identifiées par les arbres de régression. Ces modèles ont permis alors de mieux expliciter l'effet du facteur principal sur les autres facteurs, donc de leurs interactions, en comparant les coefficients du modèle entre les différentes zones. D'autre part, ils ont permis d'améliorer la qualité de prédiction des arbres de régression grâce à l'expression linéaire en fonction des variables qui remplace le modèle constant par morceaux des arbres de régression.

Nous avons également montré que ces modèles hybrides améliorent la qualité de prédiction des modèles paramétriques du second ordre avec interactions estimés sur la même base d'apprentissage. Nous avons aussi démontré que, l'orthogonalité du plan expérimental est satisfaite avec les modèles hybrides quelle que soit la configuration des bases d'apprentissage des modèles SdR, ce qui est un avantage par rapport aux modèles du second ordre. D'autre part, les performances des modèles hybrides en termes de prédiction restent très proches de celles des modèles du premier ordre. En revanche, l'avantage des modèles hybrides est qu'ils ont moins de paramètres et ces paramètres sont tous significatifs et plus facilement interprétables que ceux des modèles du premier ordre.

**D'après les différentes méthodes présentées, nous avons conclu que, pour modéliser la durée de vie sous la contrainte du moindre coût expérimental, deux choix se présentent :**

- avec une limite à deux niveaux par facteur : le meilleur modèle, en termes de qualité des estimateurs et de prédiction, est le modèle du 1<sup>er</sup> ordre avec interactions construit sur la base des points du PdE à deux niveaux (les deux niveaux extrêmes de chaque facteur),
- avec des points supplémentaires organisés selon la méthode des SdR : le meilleur modèle, par rapport à la qualité de prédiction, à l'interprétation des coefficients et à la flexibilité de la configuration du plan satisfaisant toujours le critère d'orthogonalité, est le modèle hybride configuré après identification du facteur le plus important et des différentes zones de ce facteur à partir d'un arbre de régression construit sur la même base d'apprentissage.

**Les travaux présentés dans ce manuscrit ouvrent alors de nouvelles perspectives** qui s'inscrivent dans le même contexte méthodologique de la modélisation de la durée de vie. Les premiers travaux à prévoir visent à enrichir l'étude réalisée sur les OLED en testant un nombre plus élevé d'OLED pour chacune des expériences, ce qui permettrait d'analyser la dispersion et la distribution des durées de vie,

d'étudier la variabilité et la significativité statistique des paramètres des modèles et de développer des modèles non paramétriques et hybrides comme pour les isolants. Des points supplémentaires aléatoirement configurés permettraient également d'évaluer la qualité de prédiction des modèles développés. Les modèles pourraient également modéliser d'autres paramètres que la luminance (*Color Rendering Index*, paramètres du modèle électrique équivalent, etc.).

D'après les modèles non paramétriques et hybrides que nous avons développés, deux perspectives peuvent être envisagées :

- La première idée est de reconstruire des PdE et des SdR dans chacune des zones identifiées par les arbres de régression où les modèles de durée de vie sont plus homogènes.
- La deuxième consiste à définir l'emplacement et le nombre optimal des points expérimentaux lorsque le modèle de durée de vie envisagé est un modèle hybride ayant la même forme que celle présentée dans le dernier chapitre. En effet, nous avons montré que, quel que soit le plan expérimental organisé par les SdR, la propriété d'orthogonalité du plan est satisfaite avec les modèles hybrides. Il serait donc intéressant de déterminer s'il existe, pour les modèles hybrides, d'autres configurations optimales qui nécessiteraient un nombre plus faible de points expérimentaux.

Ces deux idées montrent alors qu'il serait parfois nécessaire d'effectuer un rebouclage entre les différentes étapes de la méthodologie présentée, en particulier, de redéfinir les configurations des plans expérimentaux après avoir construit et évalué les modèles.

De façon générale, la validation des résultats des modèles statistiques développés dans ce manuscrit nécessiterait des mesures physiques sur les différents composants après leur claquage ou vieillissement. Cette étude aurait pour objectif d'analyser les effets physiques des contraintes appliquées et d'identifier par la suite les facteurs les plus influents sur la dégradation.

Les prochains travaux considéreront aussi d'autres formes et d'autres types de stress. En ce qui concerne la forme des facteurs de stress, de nombreux systèmes dans de nombreuses conditions opérationnelles font face à des niveaux de stress variables : vitesse variable, changement de pression selon les différentes phases de vol d'un avion, cycles ON/OFF, cycles de température, etc. L'étude du cyclage, en particulier le cyclage thermique, constitue une perspective importante de notre travail. En ce qui concerne le type des facteurs, il est intéressant d'étudier l'effet d'autres contraintes opérationnelles (comme le transitoire de la tension  $dV/dt$  ou les vibrations) ou environnementale (comme le taux d'humidité, la pression ou les chocs mécaniques) sur la durée de vie des composants du génie électrique.

Afin de valider la méthodologie présentée, d'autres types de composants pourraient être testés comme les isolants ayant des classes thermiques différentes, des OLED ayant des formes et des surfaces différentes, d'autres parties critiques des machines électriques, des composants dont la dégradation fait intervenir des phénomènes différents comme les piles à combustible ou les batteries, etc. Cependant, comme nous l'avons évoqué pour les OLED, la durée de vie de certains composants peut être indirectement liée à la dégradation de certaines propriétés physiques (électriques, optiques ou mécaniques). Il serait donc intéressant, pour ces composants, de construire, à différentes étapes de leur dégradation, un modèle à base de PdE pour évaluer l'effet des facteurs de stress et de leurs interactions sur l'état de ces propriétés, ce qui donnerait des indicateurs sur leur durée de vie. En revanche, la complexité des formes de ces données nécessiterait une réflexion supplémentaire sur la forme des grandeurs à introduire dans les modèles.

Enfin, l'objectif final de la méthodologie présentée étant le pronostic, il serait intéressant de tester des niveaux de contraintes plus bas s'approchant des conditions nominales de fonctionnement des composants. Ceci permettrait de tester la validité de la méthodologie et des modèles dans le domaine des longues durées de vie.



## Liste des contributions scientifiques

### Conférences internationales :

Marie Chabert, **Farah Salameh**, Antoine Picot, Pascal Maussion, “Lifespan modeling of low voltage machine insulation”, in Proceedings of *BINDT CM Conference*, 2014, Manchester, UK

**Farah Salameh**, Antoine Picot, Marie Chabert, Eve Leconte, Anne Ruiz-Gazen, Pascal Maussion, “Variable importance assessment in lifespan models of insulation materials: a comparative study”, in Proceedings of the *10<sup>th</sup> International SDEMPED Conference, 1 – 4 September 2015*, Guarda, Portugal

**Farah Salameh**, Marie Chabert, Antoine Picot, Pascal Maussion, “Hybrid parametric/non-parametric models for lifespan modeling of insulation materials”, *BINDT CM Conference*, 2016, Paris, France

### Articles de revue :

**Farah Salameh**, Antoine Picot, Marie Chabert, Pascal Maussion, “Regression methods for improved lifespan modeling of low voltage machine insulation”, *Mathematics and Computers in Simulation*, 2015, available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matcom.2015.11.001>

**Farah Salameh**, Antoine Picot, Marie Chabert, Pascal Maussion, “Parametric and non-parametric models for lifespan modeling of insulating systems in electrical machines”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, under a second review after minor revisions, June 2016